

บทที่ 3

ระบบจํกรยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนที่พิจารณา และการพิสูจน์หาแบบจําลองทางคณิตศาสตร์

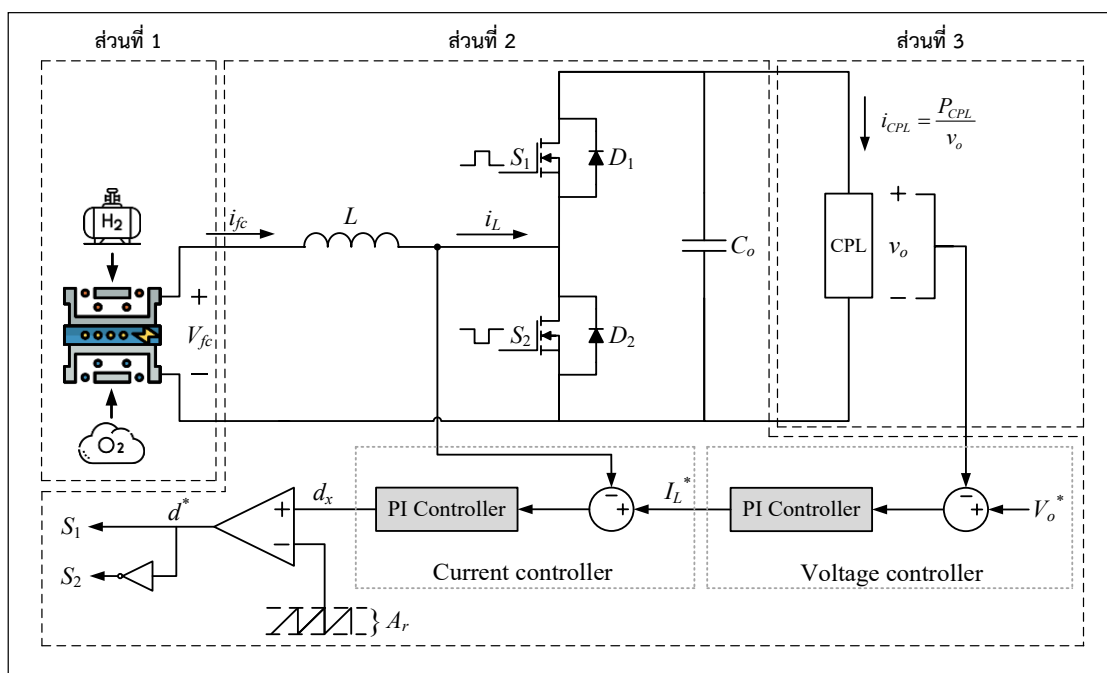
3.1 บทนำ

การพิสูจน์หาแบบจําลองทางคณิตศาสตร์ของระบบจํกรยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนมีความสำคัญอย่างยิ่ง เนื่องจากเป็นเครื่องมือที่ใช้อธิบายผลตอบสนองเชิงพลวัตของระบบ อีกทั้งยังสามารถนำไปใช้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเสถียรภาพของระบบได้ แต่โดยทั่วไปแบบจําลองทางคณิตศาสตร์ของระบบดังกล่าวเป็นแบบจําลองที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาอันเนื่องมาจากผลของอุปกรณ์สวิตช์ภายในระบบ ซึ่งเมื่อนำไปใช้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเสถียรภาพจะส่งผลทำให้เกิดความยุ่งยากและซับซ้อนเป็นอย่างมาก ดังนั้นเนื้อหาในบทที่ 3 นี้จะนำเสนอการพิสูจน์หาแบบจําลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยเริ่มต้นด้วยการนำเสนอระบบจํกรยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนที่พิจารณาในงานวิจัยวิทยานิพนธ์ จากนั้นเป็นการนำเสนอรายละเอียดการพิสูจน์หาแบบจําลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ ซึ่งประกอบด้วย แบบจําลองของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน การออกแบบค่าพารามิเตอร์ของอุปกรณ์พาสซีฟในระบบ และแบบจําลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรแปลงผันกำลังที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาโดยอาศัยวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไป ทั้งในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุมและในกรณีที่มีตัวควบคุม พร้อมทั้งการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจําลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ด้วยการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์ด้วยโปรแกรม MATLAB สำหรับเนื้อหาในบทที่ 3 นี้จะเป็นองค์ความรู้พื้นฐานที่สำคัญในการนำไปต่อยอดสำหรับการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบ ซึ่งจะได้รับการนำเสนอในบทที่ 4 เป็นลำดับถัดไป

3.2 ระบบจํกรยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนที่พิจารณา

ระบบจํกรยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนที่พิจารณาในงานวิจัยวิทยานิพนธ์แสดงได้ดังรูปที่ 3.1 ซึ่งประกอบด้วย 3 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 แหล่งจ่ายเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน ทำหน้าที่ผลิตและส่งจ่ายพลังงานไฟฟ้าให้กับระบบ ส่วนที่ 2 วงจรแปลงผันกำลังดีซีเป็นดีซีชนิดบัค-บูสต์แบบสองทิศทางที่มีการควบคุมด้วยตัวควบคุมพีไอแบบต่อเรียงกัน (cascade PI controller) ทำหน้าที่ควบคุมแรงดันไฟฟ้าที่ผลิตได้จากเซลล์เชื้อเพลิงให้มีค่าคงที่ และส่วนที่ 3 โหลดชุดขับเคลื่อนมอเตอร์ไฟฟ้าที่มีการควบคุมความเร็วรอบให้คงที่ ซึ่งมีพฤติกรรมเป็นโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัวและถูก

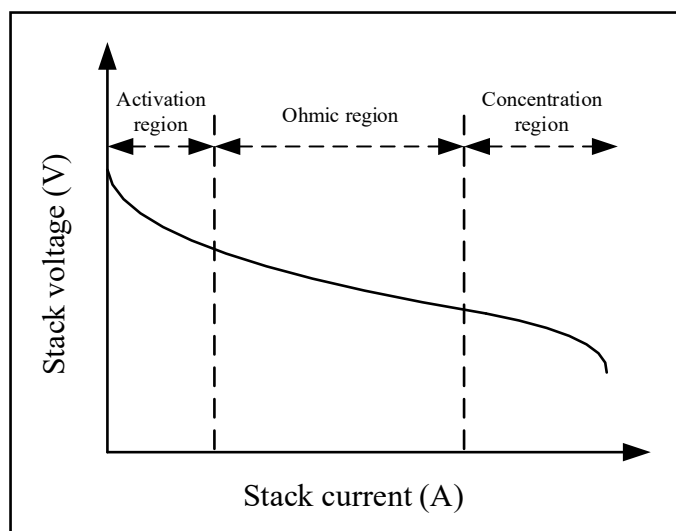
แทนด้วยโหนดกำลังไฟฟ้าคงตัวแบบอุดมคติ โดยโหนดดังกล่าวมีลักษณะเป็นค่าความต้านทานหรือค่าอิมพีแดนซ์ติดลบที่ส่งผลกระทบต่อเสถียรภาพของระบบไฟฟ้าโดยรวม ด้วยเหตุนี้การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่ง อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบจำเป็นต้องพึ่งพาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นในหัวข้อถัดไปจะนำเสนอการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบจํายานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจน โดยเริ่มจากส่วนที่ 1 แบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนดังแสดงรายละเอียดไว้ในหัวข้อที่ 3.3



รูปที่ 3.1 ระบบจํายานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนที่พิจารณาในงานวิจัยวิทยานิพนธ์

3.3 แบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน

แบบจำลองเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน (hydrogen fuel cell model) มีความสำคัญอย่างมากสำหรับการอธิบายพฤติกรรมของเซลล์เชื้อเพลิง เนื่องจากการผลิตและส่งจ่ายพลังงานไฟฟ้าจะมีการสูญเสียอันเนื่องมาจากปฏิกิริยาทางเคมีไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน (Chen, M., and Rincón-Mora, G. A. 2008; Saleh, I. M., Ali, R., and Zhang, H. 2016; Xu, H., Wang, L., Liu, Z., Su, H., and Ortega, R. 2025) ส่งผลให้ระดับแรงดันไฟฟ้าที่เซลล์เชื้อเพลิงผลิตได้มีค่าลดลงเมื่อมีการจ่ายพลังงานให้กับโหลดเพิ่มขึ้น ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวสามารถอธิบายได้ด้วยเส้นโค้งโพลาไรเซชันทั่วไป (typical polarization curve) ของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนแสดงได้ดังรูปที่ 3.2 ดังนี้



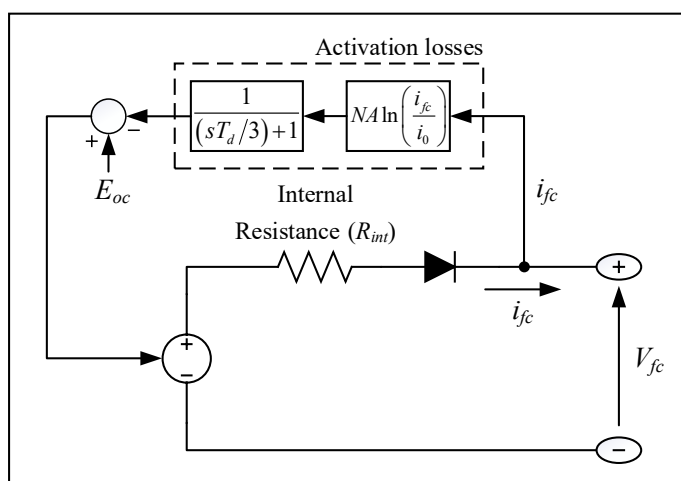
รูปที่ 3.2 เส้นโค้งโพลาริเซชันทั่วไปของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน

จากรูปที่ 3.2 จะสังเกตได้ว่า พฤติกรรมการผลิตพลังงานไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน จะมีการสูญเสียอยู่ 3 ย่าน ได้แก่ การสูญเสียในย่านกระตุ้น (activation region) เป็นการสูญเสียที่เกิดจากความหน่วงขณะเกิดปฏิกิริยาทางเคมีไฟฟ้า ส่งผลให้แรงดันไฟฟ้าบางส่วนที่ผลิตได้จะสูญเสียเพื่อไปเร่งปฏิกิริยาดังกล่าวที่บริเวณขั้วอิเล็กโทรดของเซลล์เชื้อเพลิง โดยการสูญเสียในย่านนี้ จะเกิดขึ้นในช่วงแรกและมีลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น การสูญเสียในย่านถัดมาเป็นการสูญเสียที่เกิดจากความต้านทานภายในของเซลล์เชื้อเพลิง (ohmic region) ซึ่งเกิดจากองค์ประกอบภายในของเซลล์เชื้อเพลิง เช่น ความต้านทานบริเวณขั้วอิเล็กโทรด ความต้านทานจากสารละลายอิเล็กโทรไลต์ รวมถึงความต้านทานจากอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่นำมาต่อร่วมกับเซลล์เชื้อเพลิง และการสูญเสียในย่านความเข้มข้น (concentration region) เป็นการสูญเสียที่เกิดจากข้อจำกัดในการจ่ายเชื้อเพลิงไฮโดรเจนและสารออกซิโดซ์เข้าสู่เซลล์เชื้อเพลิงในสถานะที่มีการจ่ายโหลดที่สูงมาก ทำให้ความเข้มข้นของสารตั้งต้นดังกล่าวที่บริเวณขั้วอิเล็กโทรดลดลง ส่งผลให้แรงดันไฟฟ้าที่เซลล์เชื้อเพลิงผลิตได้มีค่าลดลงอย่างมาก (นิรุทธิ์ นิ่มอ่อน, 2555; วัฒนา แก้วมณี, 2556) ด้วยเหตุนี้แบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนจึงมีความสำคัญต่อการนำไปพิจารณาร่วมกับระบบจํกรยานไฟฟ้าที่พิจารณา เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงแรงดันไฟฟ้าที่เซลล์เชื้อเพลิงผลิตได้อาจส่งผลต่อพฤติกรรมเชิงพลวัตของระบบ ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์จึงดำเนินการสร้างแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน โดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ร่วมกับข้อมูลจำเพาะจากเอกสารของผู้ผลิต ซึ่งรายละเอียดการสร้างแบบจำลองเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนอย่างง่ายมีวิธีดำเนินการดังต่อไปนี้

3.3.1 การสร้างแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน

แบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน (simplified hydrogen fuel cell model) สามารถแสดงเป็นวงจรสมมูลทางไฟฟ้าได้ดังรูปที่ 3.3 ซึ่งจากวงจรดังกล่าวจะประกอบด้วยแรงดันไฟฟ้าเปิดวงจรของเซลล์เชื้อเพลิง (E_{oc}) การสูญเสียในย่านกระตุ้น (activation losses) จะถูกแทนด้วยชุดบล็อกในกรอบเส้นประสีดำ และการสูญเสียที่เกิดจากความต้านทานภายใน (internal resistance) จะถูกแทนด้วยตัวต้านทานภายในวงจร (R_{int}) โดยแบบจำลองดังกล่าวจะอยู่ภายใต้สมมติฐานดังต่อไปนี้ (Tremblay, O., and Dessaint, L. A. 2009)

- 1) ก๊าซไฮโดรเจนและออกซิเจนเป็นก๊าซในอุดมคติ
- 2) เซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนจะถูกป้อนด้วยก๊าซไฮโดรเจนและอากาศเท่านั้น
- 3) เซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนมีระบบระบายความร้อนที่ทำให้อุณหภูมิภายในคงที่
- 4) เซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนมีระบบจัดการน้ำเพื่อรักษาความชื้นภายในเซลล์เชื้อเพลิงให้อยู่ในระดับที่เหมาะสมในทุกสภาวะการทำงาน
- 5) การสูญเสียเนื่องจากความดันตกกระหว่างการไหลของก๊าซจะไม่ถูกพิจารณา
- 6) การสูญเสียในย่านความเข้มข้นจะไม่ถูกพิจารณา เนื่องจากเซลล์เชื้อเพลิงส่วนใหญ่ไม่ได้ทำงานในย่านการสูญเสียดังกล่าว
- 7) ค่าความต้านทานภายในของเซลล์เชื้อเพลิงจะมีค่าคงที่ในทุกสภาวะการทำงาน



รูปที่ 3.3 วงจรสมมูลอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน

จากวงจรสมมูลทางไฟฟ้าของแบบจำลองอย่างง่ายเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนที่แสดง
 ดังรูปที่ 3.3 สามารถคำนวณแรงดันไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงได้ดังสมการที่ (3-1)

$$V_{fc} = E_{oc} - V_{act} - i_{fc} R_{int} \quad (3-1)$$

โดยที่	V_{fc}	คือ แรงดันไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน
	E_{oc}	คือ แรงดันไฟฟ้าเปิดวงจรของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน
	V_{act}	คือ แรงดันไฟฟ้าที่เกิดจากการสูญเสียในย่านกระตุ้น
	i_{fc}	คือ กระแสไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน
	R_{int}	คือ ความต้านทานภายในของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน

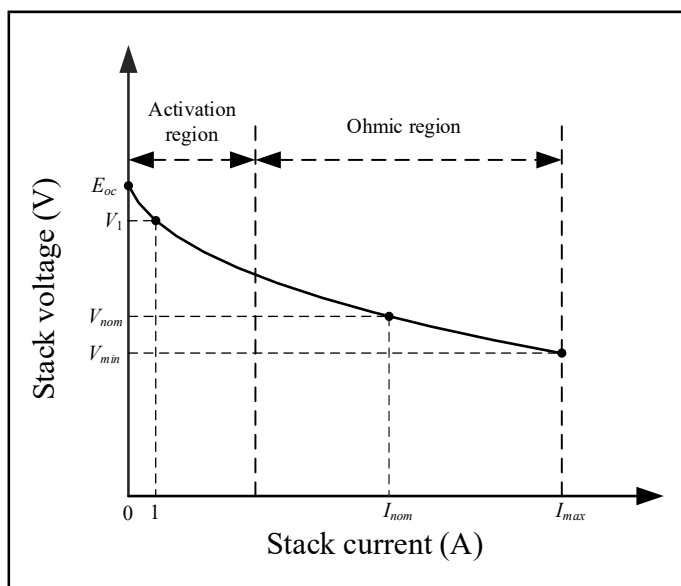
จากรูปที่ 3.3 เมื่อพิจารณาแรงดันไฟฟ้าที่เกิดจากการสูญเสียในย่านกระตุ้นในกรอบ
 เส้นประสีดำจะพบว่า ผลตอบสนองเชิงพลวัต (dynamic response) หรือผลตอบสนองในสภาวะ-
 ชั่วครู่ (transient response) ของแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน ซึ่งถูกจำลองด้วย
 ฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่ง ดังพจน์ $\frac{1}{(sT_d/3)+1}$ เพื่อให้จำลองการหน่วงขณะเกิดปฏิกิริยาเคมีไฟฟ้า
 อันเนื่องมาจากการสูญเสียในย่านกระตุ้น โดยที่ T_d คือระยะเวลาเข้าสู่สภาวะสมดุล (settling time)
 (Tremblay, O., and Dessaint, L. A. 2009) ส่งผลให้แบบจำลองดังกล่าวเป็นแบบจำลอง
 ที่ขึ้นอยู่กัเวลา หากนำไปประยุกต์ใช้ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบจักรยานไฟฟ้า
 จะทำให้เกิดความยุ่งยากและซับซ้อนในการนำไปวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบ ด้วยเหตุนี้งานวิจัย
 วิทยานิพนธ์จึงพิจารณาเฉพาะผลตอบสนองในสภาวะอยู่ตัว (steady-state response) เท่านั้น
 ดังนั้นพจน์ฟังก์ชันถ่ายโอนดังกล่าวจะไม่ถูกนำมาพิจารณา ซึ่งแบบจำลองในสภาวะอยู่ตัว (steady-
 state model) สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-2) โดยแบบจำลองนี้จะถูกนำไปใช้ในการประมาณ
 ค่าพารามิเตอร์จำเพาะที่อาศัยเส้นโค้งโพลารไรเซชันจากผู้ผลิตเป็นลำดับถัดไป

$$V_{fc} = E_{oc} - NA \ln \left(\frac{i_{fc}}{i_0} \right) - i_{fc} R_{int} \quad (3-2)$$

โดยที่	NA	คือ ค่าคงที่ของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน
	i_0	คือ กระแสไฟฟ้าแลกเปลี่ยนระหว่างขั้วแอโนดและขั้วแคโทด

3.3.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์จำเพาะที่อาศัยข้อมูลจากผู้ผลิต

เมื่อพิจารณาแบบจำลองอย่างง่ายเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนจากสมการที่ (3-2) จะพบว่ามีพารามิเตอร์ที่จำเป็นต้องทราบหรือดำเนินการประมาณค่า ได้แก่ NA , R_{int} และ i_0 ซึ่งค่าพารามิเตอร์เหล่านี้จะอาศัยการประมาณค่าพารามิเตอร์จำเพาะบนเส้นโค้งโพลาริเซชันทั่วไปของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนดังแสดงได้ดังรูปที่ 3.4 ซึ่งจากรูปจะประกอบไปด้วยจุดการทำงานทั้งหมด 4 จุด ได้แก่ แรงดันไฟฟ้าเปิดวงจร แรงดันไฟฟ้า ณ จุดทำงานที่ค่ากระแสไฟฟ้า 1 A แรงดันไฟฟ้า ณ จุดทำงานปกติ และแรงดันไฟฟ้า ณ จุดทำงานที่ค่ากระแสไฟฟ้าสูงสุด (Tremblay, O., and Dessaint, L. A. 2009) โดยค่าพารามิเตอร์จำเพาะในแต่ละจุดการทำงานมีทั้งหมด 6 ค่า ได้แก่ E_{oc} , V_1 , V_{nom} , I_{nom} , V_{min} และ I_{max} ตามลำดับ



รูปที่ 3.4 การประมาณค่าพารามิเตอร์จำเพาะบนเส้นโค้งโพลาริเซชันทั่วไปของเซลล์เชื้อเพลิง

เมื่อพิจารณาการประมาณค่าพารามิเตอร์จำเพาะจากรูปที่ 3.4 ร่วมกับแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนจากสมการที่ (3-2) จะสามารถคำนวณแรงดันไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงภายใต้จุดการทำงานต่าง ๆ ได้ดังสมการที่ (3-3) ถึงสมการที่ (3-5) ดังนี้

$$V_1 = E_{oc} - NA \ln(i_0) - R_{int} \quad (3-3)$$

$$V_{nom} = E_{oc} - NA \ln\left(\frac{I_{nom}}{i_0}\right) - I_{nom} R_{int} \quad (3-4)$$

$$V_{min} = E_{oc} - NA \ln \left(\frac{I_{max}}{i_0} \right) - I_{max} R_{int} \quad (3-5)$$

โดยที่	V_1	คือ แรงดันไฟฟ้า ณ จุดทำงานที่ค่ากระแสไฟฟ้า 1 A
	V_{nom}	คือ แรงดันไฟฟ้า ณ จุดทำงานปกติ
	I_{nom}	คือ กระแสไฟฟ้า ณ จุดทำงานปกติ
	V_{min}	คือ แรงดันไฟฟ้า ณ จุดทำงานที่ค่ากระแสไฟฟ้าสูงสุด
	I_{max}	คือ กระแสไฟฟ้าที่ค่าสูงสุด

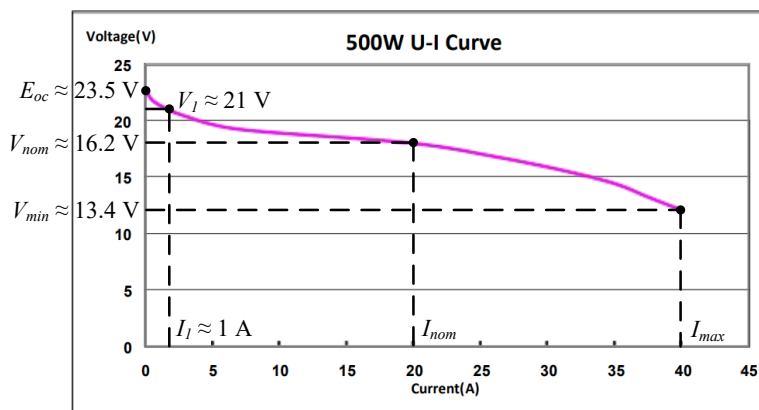
เมื่อทำการจัดรูปสมการที่ (3-3) ถึงสมการที่ (3-5) ใหม่จะได้สมการสำหรับคำนวณค่าพารามิเตอร์ที่สำคัญในแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนแสดงดังสมการที่ (3-6) ถึงสมการที่ (3-8) ดังนี้

$$NA = \frac{(V_1 - V_{nom})(I_{max} - 1) - (V_1 - V_{min})(I_{nom} - 1)}{\ln(I_{nom})(I_{max} - 1) - \ln(I_{max})(I_{nom} - 1)} \quad (3-6)$$

$$R_{int} = \frac{V_1 - V_{nom} - NA \ln(I_{nom})}{I_{nom} - 1} \quad (3-7)$$

$$i_0 = \exp \left(\frac{V_1 - E_{oc} + R_{int}}{NA} \right) \quad (3-8)$$

งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้เลือกพิจารณาเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนรุ่น H-500 จากบริษัทผู้ผลิต Horizon Fuel cell Technologies (Horizon Educational, 2024) ซึ่งมีพิกัดกำลังไฟฟ้าอยู่ที่ 500 W สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์จำเพาะที่อาศัยเส้นโค้งโพลารไรเซชันของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนรุ่นดังกล่าวสามารถแสดงดังรูปที่ 3.5 จากรูปจะได้ค่าแรงดันไฟฟ้าเปิดวงจร (E_{oc}) เท่ากับ 23.5 V ค่าแรงดันไฟฟ้า ณ จุดทำงานที่ค่ากระแสไฟฟ้า 1 A (V_1) เท่ากับ 21 V ค่าแรงดันไฟฟ้า ณ จุดทำงานปกติ (V_{nom}) เท่ากับ 16.2 V ค่ากระแสไฟฟ้า ณ จุดทำงานปกติ (I_{nom}) เท่ากับ 20 A ค่าแรงดันไฟฟ้า ณ จุดทำงานที่ค่ากระแสไฟฟ้าสูงสุด (V_{min}) เท่ากับ 13.4 V และค่ากระแสไฟฟ้าสูงสุด (I_{max}) เท่ากับ 40 A



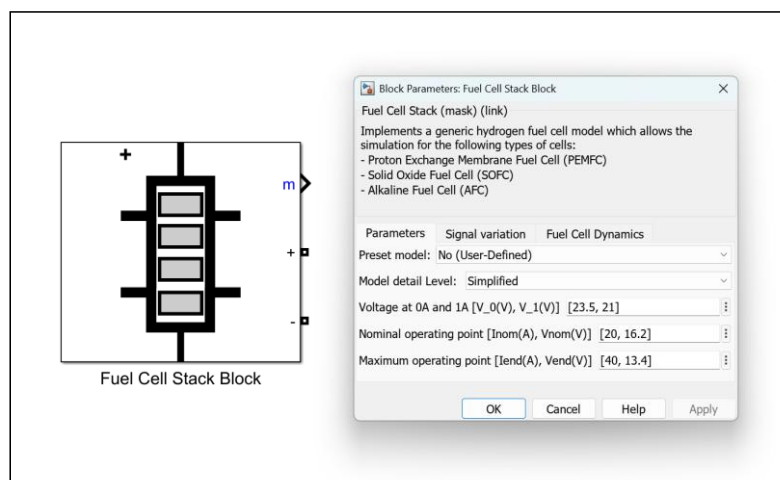
รูปที่ 3.5 เส้นโค้งโวลตาไรเซชันของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนรุ่น H-500

เมื่อนำค่าพารามิเตอร์จำเพาะที่ได้จากการประมาณค่าบนเส้นโค้งโวลตาไรเซชัน แทนลงในสมการที่ (3-6) ถึงสมการที่ (3-8) เพื่อคำนวณหาพารามิเตอร์ที่สำคัญในแบบจำลองจะได้ ค่าคงที่ทางเคมีไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน (NA) เท่ากับ 0.9156 ค่ากระแสไฟฟ้าแลกเปลี่ยน ระหว่างขั้วแอโนดและขั้วแคโทด (i_0) เท่ากับ 0.0734 A และค่าความต้านทานภายในเซลล์เชื้อเพลิง (R_{int}) เท่ากับ 0.1083 Ω โดยจะสามารถแสดงแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน ที่พิจารณาในงานวิจัยวิทยานิพนธ์ได้ดังสมการที่ (3-9) ซึ่งจากแบบจำลองที่ได้จะถูกนำไปตรวจสอบ ความถูกต้องโดยอาศัยชุดบล็อกไฟฟ้ากำลัง SimPowerSystem™ บนโปรแกรม MATLAB/SIMULINK

$$V_{fc} = 23.5 - 0.9156 \ln \left(\frac{i_{fc}}{0.0734} \right) - 0.1083 i_{fc} \quad (3-9)$$

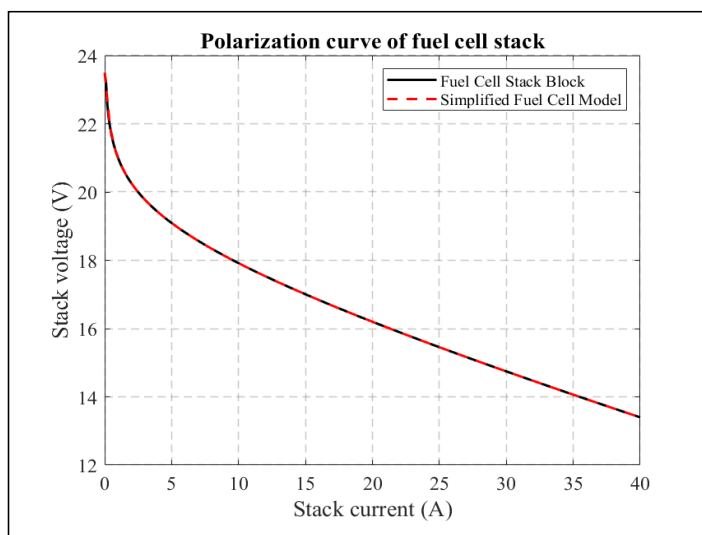
3.3.3 การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน

การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน จะอาศัยการเปรียบเทียบเส้นโค้งโวลตาไรเซชันที่ได้จากสมการที่ (3-9) กับชุดบล็อกสำเร็จรูปของ Fuel Cell Model ใน SimPowerSystem™ เพื่อเป็นการยืนยันว่าแบบจำลองที่ได้มีความถูกต้อง และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบจํายานไฟฟ้าที่พิจารณา ได้ โดยชุดบล็อกสำเร็จรูปดังกล่าวแสดงได้ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 ชุดบล็อกสำเร็จรูปของ Fuel Cell Model ใน SimPowerSystem™

จากรูปที่ 3.6 ชุดบล็อกสำเร็จรูปจะถูกปรับตั้งโดยเลือก Model detail Level เป็นแบบ Simplified และกรอกค่าพารามิเตอร์จำเพาะที่ได้จากการประมาณทั้ง 6 ค่าลงในชุดบล็อกดังกล่าว จากนั้นดำเนินการนำค่ากระแสไฟฟ้าและแรงดันไฟฟ้าของชุดบล็อกสำเร็จรูปมาสร้างเส้นโค้งโพลาริเซชันและเปรียบเทียบกับแบบจำลองในสมการที่ (3-9) ซึ่งผลการเปรียบเทียบเส้นโค้งโพลาริเซชันแสดงได้ดังรูปที่ 3.7

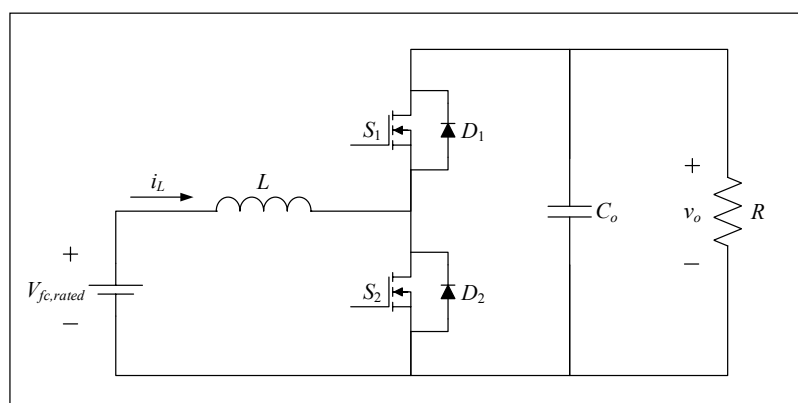


รูปที่ 3.7 การเปรียบเทียบเส้นโค้งโพลาริเซชันของแบบจำลองเซลล์เชื้อเพลิงอย่างง่ายกับชุดบล็อกสำเร็จรูปใน SimPowerSystem™

จากรูปที่ 3.7 จะสังเกตได้ว่า เส้นโค้งโพลาริเซชันที่ได้จากแบบจำลองในสมการที่ (3-9) ให้ผลที่สอดคล้องและตรงกับชุดบล็อกสำเร็จรูป ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่าแบบจำลองที่ได้นำเสนอมีความถูกต้องและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่พิจารณาต่อไปได้ ซึ่งในลำดับถัดไปจะเป็นการนำเสนอการออกแบบค่าพารามิเตอร์ของอุปกรณ์พาสซีฟในวงจรแปลงผันกำลังดังแสดงในส่วนที่ 2 ของรูปที่ 3.1 ซึ่งได้แก่ ตัวเหนี่ยวนำ (L) และตัวเก็บประจุ (C) เพื่อให้การกระเพื่อมของกระแสไฟฟ้าและแรงดันไฟฟ้าเป็นไปตามข้อกำหนดตามมาตรฐาน ISO 21780:2020 โดยรายละเอียดการออกแบบสามารถแสดงได้ดังหัวข้อที่ 3.4

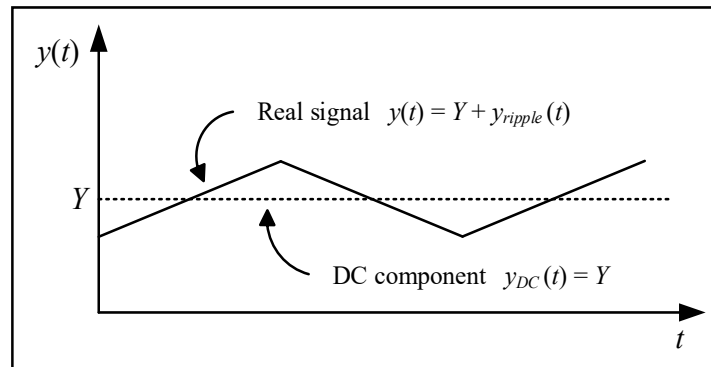
3.4 การวิเคราะห์โหมดการทำงานของวงจรแปลงผันกำลังดีซีเป็นดีซีชนิดบัค-บูสต์แบบสองทิศทางและการออกแบบค่าพารามิเตอร์ภายในวงจร

วงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณาดังแสดงในส่วนที่ 2 ของรูปที่ 3.1 สามารถแยกการวิเคราะห์โหมดการทำงานของวงจรได้เป็นสองโหมดคือ โหมดที่ 1 เป็นการทำงานในกรณีที่สวิตช์ S_1 อยู่ในสถานะไม่นำกระแส (OFF) และสวิตช์ S_2 อยู่ในสถานะนำกระแส (ON) ในขณะที่โหมดที่ 2 เป็นการทำงานกรณีที่สวิตช์ S_1 อยู่ในสถานะนำกระแส (ON) และสวิตช์ S_2 อยู่ในสถานะไม่นำกระแส (OFF) หรือกล่าวได้ว่าสวิตช์ทั้งสองมีการทำงานสลับกันในแต่ละโหมดการทำงาน สำหรับการวิเคราะห์โหมดการทำงานดังกล่าวจะอาศัยกฎของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's laws) เพื่อวิเคราะห์หาสมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงถึงผลตอบสนองของวงจรไม่ว่าจะเป็นกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ (i_L) และแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ (v_o) ซึ่งสมการที่ได้จะถูกนำไปใช้ในการออกแบบค่าพารามิเตอร์ของอุปกรณ์พาสซีฟในวงจร อย่างไรก็ตามเพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์และออกแบบค่าพารามิเตอร์จะพิจารณาให้แหล่งจ่ายเป็นแรงดันไฟฟ้าที่พิกัดของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน และโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัวจะพิจารณาเป็นโหลดตัวต้านทาน ซึ่งวงจรดังกล่าวแสดงได้ดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 วงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณาสำหรับการออกแบบค่าพารามิเตอร์ของอุปกรณ์พาสซีฟ

การออกแบบค่าพารามิเตอร์จะพิจารณาผลตอบแทนในสภาวะอยู่ตัวโดยอาศัยเทคนิคการประมาณการกระเพื่อมขนาดเล็ก (small-ripple approximation) ดังแสดงในรูปที่ 3.9 ร่วมกับหลักการสมดุลฟลักซ์เชื่อมโยงในตัวเหนี่ยวนำ (inductor linked-flux balance) และหลักการสมดุลประจุในตัวเก็บประจุ (capacitor charge balance) (Erickson & Maksimović, 2001) ดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.9 การประมาณการกระเพื่อมขนาดเล็ก

$$y(t) = Y + y_{\text{ripple}}(t) \quad (3-10)$$

การประมาณการกระเพื่อมขนาดเล็กดังแสดงในรูปที่ 3.9 จะกำหนดให้สัญญาณ $y(t)$ ใด ๆ เป็นผลตอบแทนในสภาวะอยู่ตัวของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำและแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุของวงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณา ดังสมการที่ (3-10) เมื่อพิจารณาการประมาณการกระเพื่อมขนาดเล็กของสัญญาณ $y(t)$ ใด ๆ ซึ่งในที่นี้คือ $y_{\text{ripple}}(t)$ จะได้ว่า การกระเพื่อมของสัญญาณจะมีค่าน้อยกว่าปริมาณกระแสตรง Y มาก ๆ กล่าวคือ $y_{\text{ripple}}(t)$ สามารถประมาณค่าเป็นศูนย์ได้ ดังนั้นผลตอบแทนของสัญญาณ $y(t)$ ใด ๆ จะมีค่าประมาณ Y ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-11)

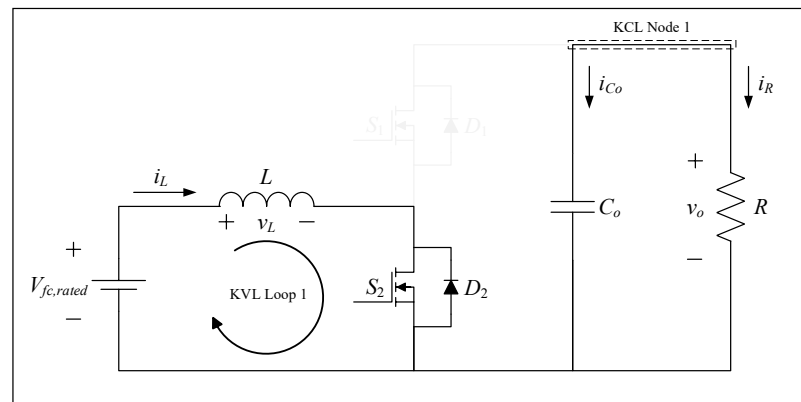
$$\|y_{\text{ripple}}(t)\| \ll Y$$

$$y(t) \approx Y \quad (3-11)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (3-11) จะพบว่า การใช้เทคนิคการประมาณการกระเพื่อมขนาดเล็กจะอยู่บนสมมติฐานที่ว่า การออกแบบพารามิเตอร์ของวงจรจะให้การกระเพื่อมของสัญญาณ

ที่น้อยมาก ๆ จึงไม่ถูกนำมาพิจารณาได้ ดังนั้นค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำและค่าแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุจึงมีค่าคงที่ สำหรับการวิเคราะห์โหมดการทำงานของวงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณาในรูปที่ 3.8 จะอาศัยกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's voltage law : KVL) และกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's current law : KCL) โดยแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

โหมดการทำงานที่ 1: กรณีที่สวิตช์ S_1 อยู่ในสถานะไม่นำกระแส (OFF) และสวิตช์ S_2 อยู่ในสถานะนำกระแส (ON) ซึ่งสามารถแสดงโหมดการทำงานดังกล่าวได้ดังรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 วงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณาในกรณีที่ S_1 OFF และ S_2 ON

เมื่อวิเคราะห์วงจรที่ 1 (Loop 1) โดยใช้กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$v_L(t) - V_{fc, rated} = 0$$

$$v_L(t) = V_{fc, rated} \quad (3-12)$$

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = V_{fc, rated}$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{V_{fc, rated}}{L} \quad (3-13)$$

เมื่อวิเคราะห์โนดที่ 1 (Node 1) โดยใช้กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์และใช้เทคนิคการประมาณการเพื่อขนาดเล็กดังสมการที่ (3-11) นั่นคือ $v_o(t) = V_o$ จะได้

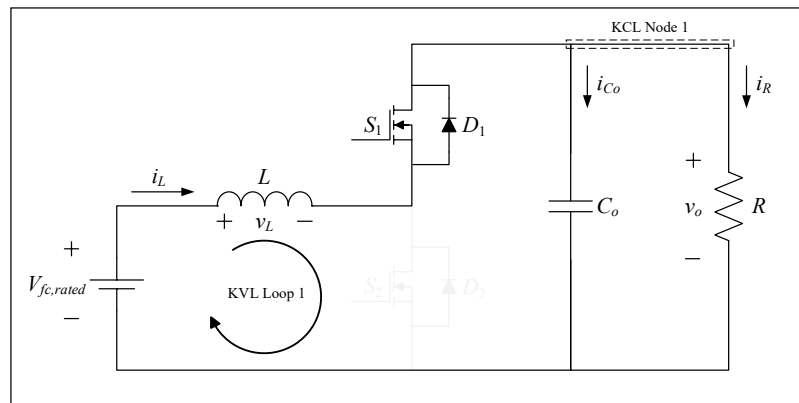
$$-i_{Co}(t) - i_R(t) = 0$$

$$i_{Co}(t) = -I_R \quad (3-14)$$

$$C_o \frac{dv_o(t)}{dt} = -\frac{V_o}{R}$$

$$\frac{dv_o(t)}{dt} = -\frac{V_o}{RC_o} \quad (3-15)$$

โหมดการทำงานที่ 2: กรณีที่สวิตช์ S_1 อยู่ในสถานะนำกระแส (ON) และสวิตช์ S_2 อยู่ในสถานะไม่นำกระแส (OFF) ซึ่งสามารถแสดงโหมดการทำงานดังกล่าวได้ดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 วงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณาในกรณีที่ S_1 ON และ S_2 OFF

เมื่อวิเคราะห์ห่วงรอบที่ 1 (Loop 1) โดยใช้กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์และใช้เทคนิคการประมาณการเพื่อขนาดเล็กดังสมการที่ (3-11) นั่นคือ $v_o(t) = V_o$ จะได้

$$v_L(t) + v_o(t) - V_{fc,rated} = 0$$

$$v_L(t) = V_{fc,rated} - V_o \quad (3-16)$$

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = V_{fc, rated} - V_o$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{V_{fc, rated} - V_o}{L} \quad (3-17)$$

เมื่อวิเคราะห์โหนดที่ 1 (Node 1) โดยใช้กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์และใช้เทคนิคการประมาณการกระแสเพื่อขนาดเล็กดังสมการที่ (3-11) นั่นคือ $i_L(t) = I_L$ และ $v_o(t) = V_o$ จะได้

$$i_L(t) - i_{Co}(t) - i_R(t) = 0$$

$$i_{Co}(t) = I_L - I_R \quad (3-18)$$

$$C_o \frac{dv_o(t)}{dt} = I_L - \frac{V_o}{R}$$

$$\frac{dv_o(t)}{dt} = \frac{I_L}{C_o} - \frac{V_o}{RC_o} \quad (3-19)$$

ดังนั้นจากการวิเคราะห์โหนดการทำงานของวงจรแปลงผันกำลังข้างต้นจะได้สมการของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ $v_L(t)$ และสมการของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ $i_{Co}(t)$ ดังสมการที่ (3-12) ถึงสมการที่ (3-19) โดยสมการดังกล่าวจะถูกนำไปใช้ในการพิสูจน์หาสมการสำหรับคำนวณค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ (I_L) และค่าแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ (V_o) ในสถานะอยู่ตัว โดยอาศัยหลักการสมดุลพลังค์เชื่อมโยงในตัวเหนี่ยวนำและหลักการสมดุลประจุในตัวเก็บประจุ จากนั้นสมการที่ได้จะถูกนำไปใช้ในการออกแบบค่าพารามิเตอร์ภายในวงจร ซึ่งสามารถแสดงรายละเอียดได้ดังต่อไปนี้

3.4.1 หลักการสมดุลพลังค์เชื่อมโยงในตัวเหนี่ยวนำ

เมื่อพิจารณาแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ นั่นคือ $v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$ และทำการปริพันธ์ (integrate) ของแรงดันดังกล่าวในหนึ่งคาบการสวิตช์ (T_s) จะได้

$$i_L(T_s) - i_L(0) = \frac{1}{L} \int_0^{T_s} v_L(t) dt$$

จากหลักการสมดุลพลังค์เชื่อมโยงในตัวเหนี่ยวนำที่กล่าวว่า ผลตอบสนองในสถานะอยู่ตัวของกระแสไฟฟ้า $i_L(t)$ สุทธิที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ (L) เมื่อพิจารณาในหนึ่งคาบการสวิตช์ จะมีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นคือ

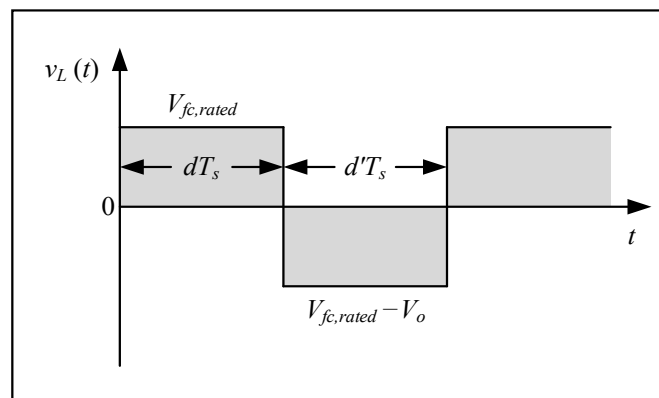
$$0 = \frac{1}{L} \int_0^{T_s} v_L(t) dt$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำในสถานะอยู่สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-20)

$$\langle v_L \rangle = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} v_L(t) dt = 0 \quad (3-20)$$

โดยที่พจน์ $\int_0^{T_s} v_L(t) dt$ คือ พื้นที่ใต้กราฟของ $v_L(t)$

จากสมการที่ (3-12) และสมการที่ (3-16) ซึ่งได้จากการวิเคราะห์โหมดการทำงานของวงจรเมื่อนำมาแสดงเป็นกราฟแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ $v_L(t)$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.12 กราฟแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ $v_L(t)$

จากรูปที่ 3.12 เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำดังสมการที่ (3-20) นั่นคือ $\langle v_L \rangle = 0$ จะได้

$$\langle v_L \rangle = \frac{(V_{fc, rated})(dT_s) + (V_{fc, rated} - V_o)(dT_s)}{T_s} = 0$$

เมื่อทำการจัดรูปสมการใหม่จะได้สมการคำนวณค่าแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุในสภาวะอยู่ตัวแสดงได้ดังสมการที่ (3-21) และอัตราขยายแรงดันไฟฟ้า $M(d)$ ของวงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณาสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-22)

$$V_o = \frac{V_{fc, rated}}{(1-d)} \quad (3-21)$$

$$M(d) = \frac{V_o}{V_{fc, rated}} = \frac{1}{(1-d)} \quad (3-22)$$

โดยที่ V_o คือ แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ
 $V_{fc, rated}$ คือ แรงดันไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนที่พิกัด
 d คือ ค่าวัฏจักรหน้าที่ (duty cycle) ของวงจรแปลงผันกำลัง
 $M(d)$ คือ อัตราขยายแรงดันไฟฟ้าของวงจรแปลงผันกำลัง

3.4.2 หลักการสมดุลประจุในตัวเก็บประจุ

เมื่อพิจารณากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ นั่นคือ $i_{C_o}(t) = C_o \frac{dv_o(t)}{dt}$ และทำการปริพันธ์ (integrate) ของแรงดันดังกล่าวในหนึ่งคาบการสวิตช์จะได้

$$v_o(T_s) - v_o(0) = \frac{1}{C_o} \int_0^{T_s} i_{C_o}(t) dt$$

จากหลักการสมดุลประจุในตัวเก็บประจุที่กล่าวว่า ผลตอบสนองในสภาวะอยู่ตัวของแรงดันไฟฟ้า $v_o(t)$ สุทธิที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ (C_o) เมื่อพิจารณาในหนึ่งคาบการสวิตช์จะมีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นคือ

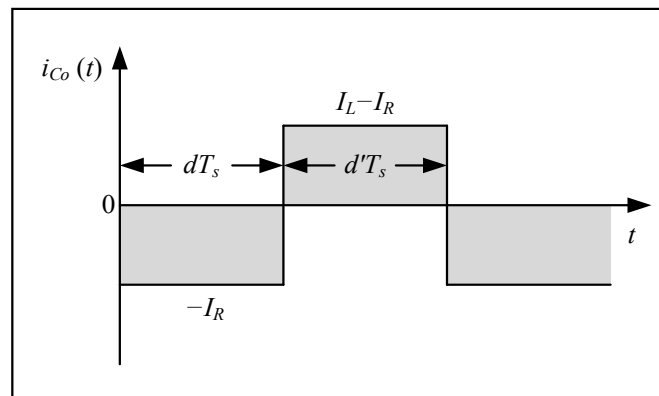
$$0 = \frac{1}{C_o} \int_0^{T_s} i_{C_o}(t) dt$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุในสภาวะอยู่สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-23)

$$\langle i_{C_o} \rangle = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_{C_o}(t) dt = 0 \quad (3-23)$$

โดยที่พจน์ $\int_0^{T_s} i_{C_o}(t) dt$ คือ พื้นที่ใต้กราฟของ $i_{C_o}(t)$

จากสมการที่ (3-14) และสมการที่ (3-18) ซึ่งได้จากการวิเคราะห์โหมดการทำงานของวงจรเมื่อนำมาแสดงเป็นกราฟกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ $i_{C_o}(t)$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 กราฟกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ $i_{C_o}(t)$

จากรูปที่ 3.13 เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ ดังสมการที่ (3-23) นั่นคือ $\langle i_{C_o} \rangle = 0$ จะได้

$$\langle i_{C_o} \rangle = \frac{(-I_R)(dT_s) + (I_L - I_R)(d'T_s)}{T_s} = 0$$

เมื่อทำการจัดรูปสมการใหม่จะได้สมการคำนวณค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำในสภาวะอยู่ตัวแสดงได้ดังสมการที่ (3-24)

$$I_L = \frac{V_o}{R(1-d)} \quad (3-24)$$

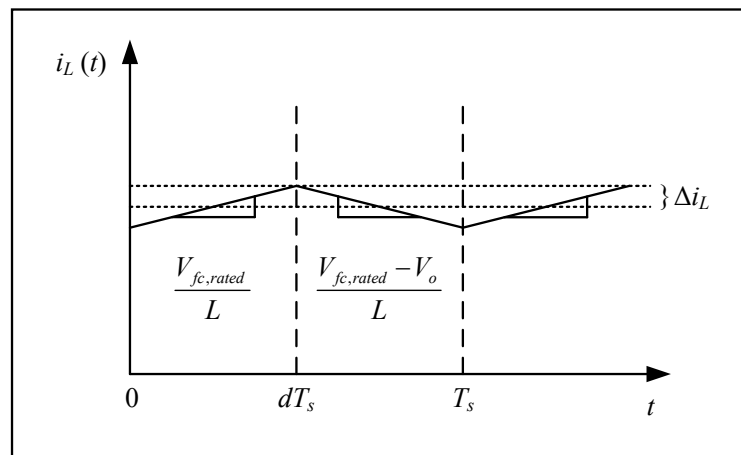
และจากสมการที่ (3-21) สามารถจัดรูปสมการใหม่จะได้ดังสมการที่ (3-25)

$$I_L = \frac{V_{fc, rated}}{R(1-d)^2} \quad (3-25)$$

โดยที่ I_L คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ
 R คือ โหลดตัวต้านทานของวงจรแปลงผันกำลัง

3.4.3 การออกแบบค่าตัวเหนี่ยวนำ L

จากสมการเชิงอนุพันธ์ของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ (i_L) ที่ได้จากการวิเคราะห์ห้วงจรดังสมการที่ (3-13) และสมการที่ (3-17) สามารถแสดงเป็นกราฟกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ $i_L(t)$ ได้ดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 กราฟกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ $i_L(t)$ ของวงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณา

จากรูปที่ 3.14 เมื่อพิจารณาในช่วงเวลา $t = 0$ ถึง $t = dT_s$ จะสามารถหาความชัน (slope) ของกราฟได้จาก

$$\text{slope} = \tan(\theta) = \frac{2\Delta i_L}{dT_s} = \frac{V_{fc, rated}}{L}$$

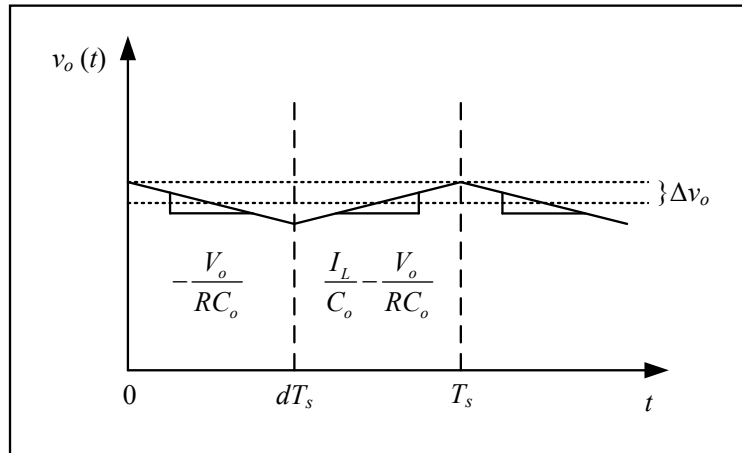
จากนั้นทำการจัดรูปสมการใหม่จะได้สมการที่ใช้ออกแบบค่าตัวเหนี่ยวนำของวงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณาแสดงได้ดังสมการที่ (3-26) ดังนี้

$$L = \frac{dT_s V_{fc, rated}}{2\Delta i_L} \quad (3-26)$$

โดยที่ L คือ ค่าความเหนี่ยวนำ T_s คือ คาบในการสวิตช์ของวงจรแปลงผันกำลังซึ่งมีค่าเท่ากับ $1/f_s$ เมื่อ f_s คือ ความถี่ในการสวิตช์ของวงจรแปลงผันกำลัง และ Δi_L คือ การกระเพื่อมหรือค่ากระแสพริ้ว (ripple) ของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

3.4.4 การออกแบบค่าตัวเก็บประจุ C

จากสมการเชิงอนุพันธ์ของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ ($\dot{v}_o$) ที่ได้จากการวิเคราะห์ห้วงจรดังสมการที่ (3-15) และสมการที่ (3-19) สามารถแสดงเป็นกราฟแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ $v_o(t)$ ได้ดังรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 กราฟแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ $v_o(t)$ ของวงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณา

จากรูปที่ 3.15 เมื่อพิจารณาในช่วงเวลา $t = 0$ ถึง $t = dT_s$ จะสามารถหาความชันของกราฟได้จาก

$$\text{slope} = \tan(\theta) = -\frac{2\Delta v_o}{dT_s} = -\frac{V_o}{RC_o}$$

จากนั้นทำการจัดรูปสมการใหม่จะได้สมการที่ใช้ออกแบบค่าตัวเก็บประจุของ วงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณาแสดงได้ดังสมการที่ (3-27)

$$C_o = \frac{dT_s V_o}{2\Delta v_o R} \quad (3-27)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (3-21) จะสามารถจัดรูปสมการใหม่ได้ดังสมการที่ (3-28) ดังนี้

$$C_o = \frac{dV_{fc, rated}}{2f_s \Delta v_o R (1-d)} \quad (3-28)$$

โดยที่ C_o คือ ค่าตัวเก็บประจุทางฝั่งโหลด และ Δv_o คือ การกระเพื่อมหรือ แรงดันพลิวของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ

ดังนั้นจากที่ได้นำเสนอมาแล้วทั้งหมดตั้งข้างต้นเป็นข้อมูลที่สำคัญสำหรับใช้ในการ ออกแบบค่าพารามิเตอร์ของวงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณา เพื่อให้การกระเพื่อมของสัญญาณ กระแสไฟฟ้าและแรงดันไฟฟ้าเป็นไปตามที่ผู้ออกแบบกำหนด โดยตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุของ วงจรแปลงผันกำลังที่พิจารณา สามารถออกแบบได้จากสมการที่ (3-26) และสมการที่ (3-28) ตามลำดับ ในหัวข้อถัดไปจะเป็นการนำเสนอการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งพิสูจน์ได้ด้วยวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไป

3.5 ทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วย วิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไป

การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาด้วยวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิ-สถานะทั่วไปเป็นวิธีที่นิยมใช้ในการกำจัดผลของอุปกรณ์สวิตซ์ภายในวงจรแปลงผันกำลังดีซีเป็นดีซี (Mahdavi, J., Emaadi, A., Bellar, M. D., and Ehsani, M. 1997; Emadi, A. 2004; Azer, P., and Emadi, A. 2020; Alrajhi, H. 2022) ซึ่งวิธีดังกล่าวจะใช้สัมประสิทธิ์อนุกรมฟูริเยร์เชิงซ้อน (complex Fourier series) ของตัวแปรสถานะในวงจรเป็นตัวแปรสถานะของแบบจำลอง โดยอนุกรมฟูริเยร์เชิงซ้อนสามารถอธิบายรายละเอียดพอสังเขปได้ดังนี้

โดยทั่วไป สัญญาณ $f(t)$ ใด ๆ ที่เป็นสัญญาณรายคาบ (periodic signal) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของอนุกรมฟูรีเยร์เชิงซ้อน (Gamelin, 2001) ได้ดังสมการที่ (3-29)

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_k(t) e^{jk\omega t} \quad (3-29)$$

โดยที่ $\langle x \rangle_k(t)$ คือ สัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์เชิงซ้อน และ ω คือ ความถี่เชิงมุม ซึ่งคำนวณได้จาก $\omega = \frac{2\pi}{T}$ เมื่อ T คือ คาบของสัญญาณ $f(t)$ ใด ๆ

วิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปจะกำหนดให้ $\langle x \rangle_k(t)$ ของสัญญาณแทนตัวแปรสถานะของระบบ โดยสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์เชิงซ้อนสามารถหาได้จากสมการที่ (3-30)

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t f(t) e^{-jk\omega t} dt \quad (3-30)$$

สำหรับคุณสมบัติที่สำคัญของสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์เชิงซ้อน $\langle x \rangle_k(t)$ ในการพิสูจน์หาแบบจำลองมีรายละเอียดดังนี้

1. คุณสมบัติของอัตราการเปลี่ยนแปลงตามเวลาแสดงได้ดังสมการที่ (3-31)

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle_k = \left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_k - jk\omega \langle x \rangle_k \quad (3-31)$$

2. คุณสมบัติของความสัมพันธ์ของการคูณแสดงได้ดังสมการที่ (3-32)

$$\langle xy \rangle_k = \sum_i \langle x \rangle_{k-i} \langle y \rangle_i \quad (3-32)$$

3. ถ้า $f(t)$ คือ ค่าจริง สัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์เชิงซ้อนที่ค่า k ติดลบ สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-33)

$$\langle x \rangle_{-k} = \overline{\langle x \rangle_k} = \langle x \rangle_k^* \quad (3-33)$$

4. คุณสมบัติเวลาเลื่อนแสดงได้สมการที่ (3-34)

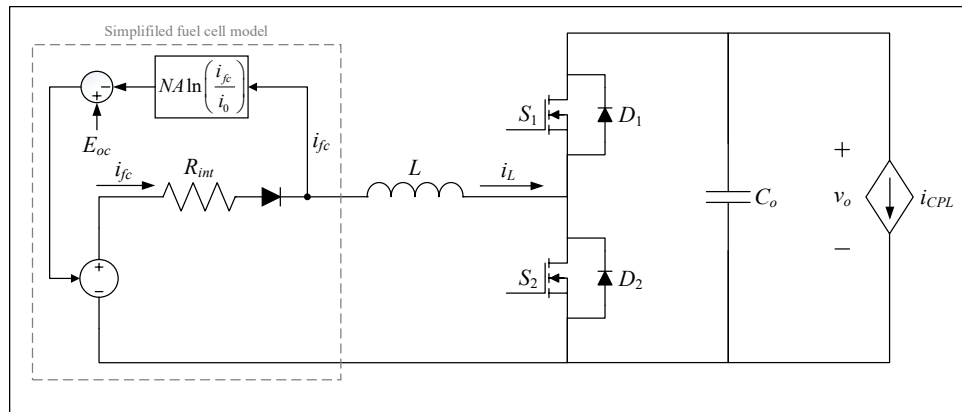
$$\text{ถ้า } f(t) \rightarrow f(t-\tau) \text{ จะได้ } \langle x \rangle_k \rightarrow \langle x \rangle_k e^{-\left(j \frac{2\pi k \tau}{T}\right)} \quad (3-34)$$

จากสมการที่ (3-29) และสมการที่ (3-30) ค่า k จะบ่งบอกถึงความถูกต้องของการใช้นุกรมฟูริเยร์เชิงซ้อน ถ้า k มีค่าเป็นอนันต์ ค่าความผิดพลาดจากการประมาณจะมีค่าเท่ากับศูนย์ กล่าวคือแบบจำลองมีความถูกต้องเป็นอย่างมาก แต่ถ้าหากสัญญาณไม่ปรากฏการสั่นไกวจะสามารถกำหนดให้ k มีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งเรียกวิธีนี้ว่า การประมาณค่าอันดับศูนย์ (zero-order approximation) หากสัญญาณมีการสั่นไกวสามารถกำหนดให้ k มีค่าเป็น -1, 0, 1 ซึ่งจะเรียกวิธีนี้ว่าการประมาณค่าอันดับหนึ่ง (first-order approximation) (กองพัน อารีรักษ์, 2564) อย่างไรก็ตามงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้จะพิจารณาเฉพาะการประมาณค่าอันดับศูนย์เท่านั้น เนื่องจากการออกแบบค่าพารามิเตอร์ของวงจรกรองให้การกระเพื่อมของสัญญาณที่น้อยมาก สำหรับการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่ยังไม่มีตัวควบคุมสามารถแสดงรายละเอียดได้ดังหัวข้อที่ 3.6 ดังต่อไปนี้

3.6 การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบจํกรยานไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุม

3.6.1 การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ระบบจํกรยานไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุมสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.16 ซึ่งประกอบด้วย แหล่งจ่ายเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนที่ถูกแทนด้วยวงจรสมมูลของแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนที่ได้จากหัวข้อที่ 3.3 วงจรแปลงผันกำลังดีซีเป็นดีซีชนิดบัค-บูสต์แบบสองทิศทางที่มีสวิตช์ S_1 และ S_2 ทำงานสลับกัน รวมถึงอุปกรณ์พาสซีฟในวงจรและโหลดชุดขับเคลื่อนมอเตอร์ไฟฟ้าที่มีพฤติกรรมเป็นโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัว ซึ่งจะถูกแทนด้วยแหล่งจ่ายกระแสไม่อิสระ (dependent current source) โดยค่ากระแสของโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัวสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (3-35)

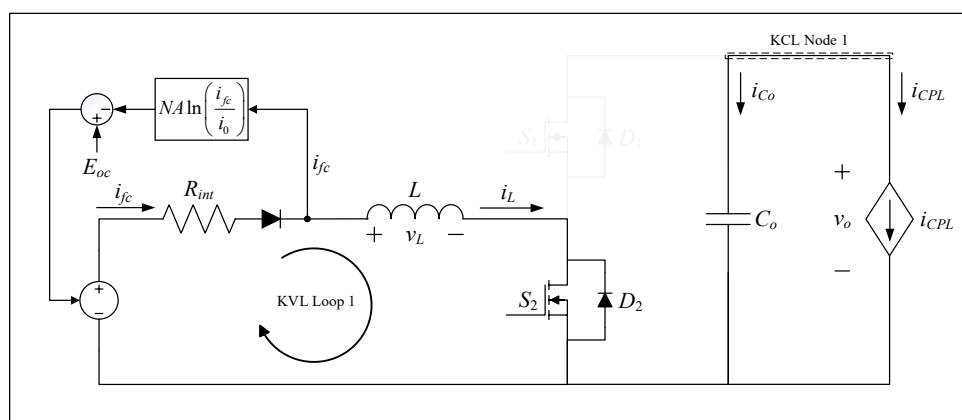


รูปที่ 3.16 ระบบจํายานไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่ไม่มิตัวควบคุม

$$i_{CPL} = \frac{P_{CPL}}{v_o} \quad (3-35)$$

การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าในรูปที่ 3.16 จะเริ่มจากการวิเคราะห์โหมดการทำงานวงจรโดยใช้กฎแรงดันไฟฟ้าและกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ ซึ่งจะกำหนดให้ตัวแปรสถานะของวงจร คือ $X = [i_L \ v_o]^T$ จากนั้นดำเนินการวิเคราะห์การทำงานของวงจรโดยแบ่งโหมดการทำงานออกเป็น 2 โหมดดังนี้

โหมดการทำงานที่ 1: กรณีสวิตช์ S_1 อยู่ในสถานะไม่นำกระแส (OFF) และสวิตช์ S_2 อยู่ในสถานะนำกระแส (ON) จะได้การทำงานของวงจรแสดงได้ดังรูปที่ 3.17



รูปที่ 3.17 ระบบจํายานไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่ S_1 ไม่นำกระแส (OFF) และ S_2 นำกระแส (ON)

เมื่อพิจารณาวงจรที่ 1 (Loop 1) ในรูปที่ 3.17 โดยใช้กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$v_L - E_{oc} + NA \ln\left(\frac{i_L}{i_0}\right) - i_L R_{int} = 0$$

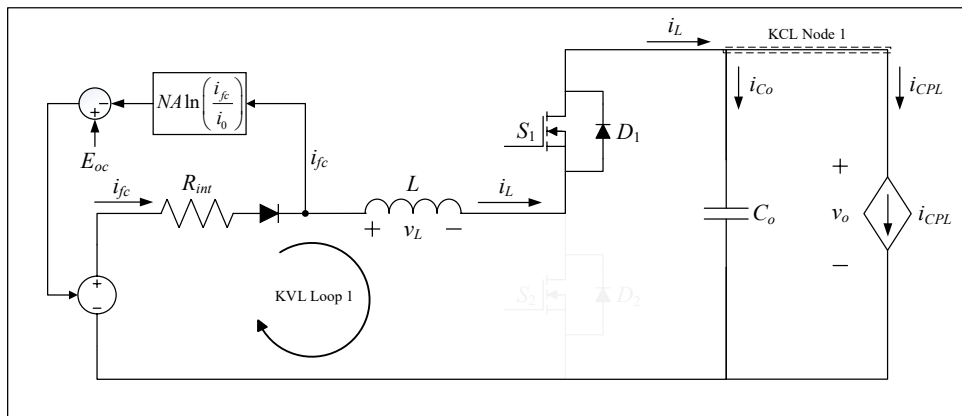
$$i_L = \frac{E_{oc}}{L} - \frac{NA}{L} \ln\left(\frac{i_L}{i_0}\right) - \frac{R_{int}}{L} i_L \quad (3-36)$$

เมื่อพิจารณาโนดที่ 1 (Node 1) ในรูปที่ 3.17 โดยใช้กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$-i_{Co} - i_{CPL} = 0$$

$$\dot{v}_o = -\frac{P_{CPL}}{v_o C_o} \quad (3-37)$$

โหมดการทำงานที่ 2: กรณีสวิตช์ S_1 อยู่ในสถานะนำกระแส (ON) และสวิตช์ S_2 อยู่ในสถานะไม่นำกระแส (OFF) จะได้การทำงานของวงจรแสดงได้ดังรูปที่ 3.18



รูปที่ 3.18 ระบบจํายานไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่ S_1 นำกระแส (ON) และ S_2 ไม่นำกระแส (OFF)

เมื่อพิจารณาวงรอบที่ 1 (Loop 1) ในรูปที่ 3.18 โดยใช้กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$E_{oc} - NA \ln\left(\frac{i_L}{i_0}\right) - i_L R_{int} + v_L + v_o = 0$$

$$i_L = \frac{E_{oc}}{L} - \frac{NA}{L} \ln\left(\frac{i_L}{i_0}\right) - \frac{R_{int}}{L} i_L - \frac{1}{L} v_o \quad (3-38)$$

เมื่อพิจารณาโนดที่ 1 (Node 1) ในรูปที่ 3.18 โดยใช้กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$i_L - i_{Co} - i_{CPL} = 0$$

$$\dot{v}_o = \frac{1}{C_o} i_L - \frac{P_{CPL}}{v_o C_o} \quad (3-39)$$

จากการวิเคราะห์ข้างต้นจะได้สมการเชิงอนุพันธ์ของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ (i_L) และแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ (v_o) แสดงได้ดังสมการที่ (3-36) ถึงสมการที่ (3-39) ตามลำดับ จากนั้นนำสมการเชิงอนุพันธ์ดังกล่าวในแต่ละโหมดการทำงานมาเขียนรวมกันโดยอาศัยฟังก์ชันตรวจสอบ (validation function : h_i) ซึ่งจะกำหนดเงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$S_1 = \text{OFF} , S_2 = \text{ON} \longrightarrow h_1 = 1, h_2 = 0$$

$$S_1 = \text{ON} , S_2 = \text{OFF} \longrightarrow h_1 = 0, h_2 = 1$$

ดังนั้นจากสมการที่ (3-36) ถึงสมการที่ (3-39) จะสามารถเขียนให้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ของ i_L และ v_o ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันตรวจสอบแสดงได้ดังสมการที่ (3-40) และสมการที่ (3-41)

$$\dot{i}_L = \left(\frac{E_{oc}}{L} - \frac{NA}{L} \ln\left(\frac{i_L}{i_0}\right) - \frac{R_{int}}{L} i_L \right) h_1 + \left(\frac{E_{oc}}{L} - \frac{NA}{L} \ln\left(\frac{i_L}{i_0}\right) - \frac{R_{int}}{L} i_L - \frac{1}{L} v_o \right) h_2 \quad (3-40)$$

$$\dot{v}_o = \left(-\frac{P_{CPL}}{v_o C_o} \right) h_1 + \left(\frac{1}{C_o} i_L - \frac{P_{CPL}}{v_o C_o} \right) h_2 \quad (3-41)$$

จากนั้นดำเนินการเปลี่ยนสมการที่ (3-40) และสมการที่ (3-41) ให้อยู่ในรูปของแบบจำลองเชิงเส้นคู่ (bilinear model) โดยแทนด้วยฟังก์ชันการสวิตช์ (switching function : $u(t)$) เมื่อกำหนดให้ $h_1 = u(t)$ และ $h_2 = 1 - h_1 = 1 - u(t)$ ดังนั้นจะได้สมการเชิงอนุพันธ์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันการสวิตช์ $u(t)$ ดังสมการที่ (3-42) ดังนี้

$$\begin{cases} \dot{i}_L = \frac{1}{L} \left(E_{oc} - NA \ln \left(\frac{i_L}{i_0} \right) - i_L R_{int} \right) - \frac{1}{L} (1 - u(t)) v_o \\ \dot{v}_o = \frac{1}{C_o} (1 - u(t)) i_L - \frac{P_{CPL}}{v_o C_o} \end{cases} \quad (3-42)$$

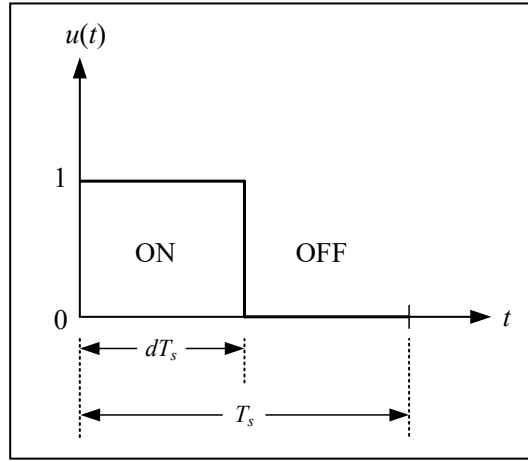
จากสมการที่ (3-42) จะพบว่า เป็นแบบจำลองที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา อันเนื่องมาจากผลของอุปกรณ์สวิตช์ในวงจร ($u(t)$) ซึ่งหากนำแบบจำลองดังกล่าวไปใช้ในการออกแบบระบบควบคุมหรือนำไปวิเคราะห์เสถียรภาพจะทำให้เกิดความยุ่งยากและซับซ้อนเป็นอย่างมาก ดังนั้นในลำดับถัดไปจะนำวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปมาจัดผลของอุปกรณ์สวิตช์ดังกล่าวเพื่อให้ได้แบบจำลองที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการออกแบบระบบควบคุมหรือวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบได้ง่ายมากยิ่งขึ้น สำหรับวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปจะเริ่มจากนำสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์เชิงซ้อนของ i_L และ v_o แทนเป็นตัวแปรสถานะของแบบจำลอง เมื่อพิจารณาการประมาณค่าอันดับศูนย์ โดยกำหนดให้ค่า $k = 0$ จะสามารถกระจายเทอมของอนุกรมฟูรีเยร์ได้ดังสมการที่ (3-43)

$$\begin{cases} i_L = \langle i_L \rangle_0 \\ v_o = \langle v_o \rangle_0 \end{cases} \quad (3-43)$$

จากหลักการของวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปจะกำหนดให้ $\langle i_L \rangle_0$ และ $\langle v_o \rangle_0$ เป็นตัวแปรสถานะของแบบจำลอง ดังนั้นตัวแปรสถานะของแบบจำลองดังกล่าวจะสามารถกำหนดได้ดังสมการที่ (3-44) ดังนี้

$$\begin{cases} \langle i_L \rangle_0 = x_1 \\ \langle v_o \rangle_0 = x_2 \end{cases} \quad (3-44)$$

ลำดับถัดมาจะพิจารณาฟังก์ชันการสวิตช์ ($u(t)$) ของวงจรแปลงผันกำลังดีซีเป็นดีซีชนิดบัค-บูสต์แบบสองทิศทาง ซึ่งฟังก์ชันดังกล่าวแสดงได้ดังรูปที่ 3.19 และสามารถเขียนฟังก์ชันดังกล่าวได้ดังสมการที่ (3-45)



รูปที่ 3.19 ฟังก์ชันการสวิตช์ของวงจรแปลงผันกำลังดีซีเป็นดีซีชนิดบัค-บูสต์แบบสองทิศทาง

$$u(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < dT_s \\ 0, & dT_s < t < T_s \end{cases} \quad (3-45)$$

จากรูปที่ 3.19 พิจารณาหาสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์เชิงซ้อนของฟังก์ชันการสวิตช์ $u(t)$ โดยอาศัยสมการที่ (3-29) เมื่อกำหนดให้ k มีค่าเท่ากับศูนย์จะได้ดังสมการที่ (3-46)

$$\langle u \rangle_0(t) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} u(t) e^{j0t} dt = \frac{dT_s}{T_s} = d \quad (3-46)$$

เมื่อพิจารณาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ขึ้นอยู่กับฟังก์ชันการสวิตช์ในสมการที่ (3-42) ร่วมกับวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปที่ได้ในสมการที่ (3-43) โดยอาศัยคุณสมบัติของอัตราการเปลี่ยนแปลงตามเวลาของสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์เชิงซ้อนดังสมการที่ (3-31) โดยพิจารณาที่ค่า k เท่ากับศูนย์จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ของแบบจำลองแสดงได้ดังสมการที่ (3-47) และสมการที่ (3-48)

$$\langle \dot{i}_L \rangle_0 = \frac{1}{L} \left(E_{oc} - NA \ln \left(\frac{\langle i_L \rangle_0}{i_0} \right) - \langle i_L \rangle_0 R_{int} \right) - \frac{1}{L} (1 - \langle u \rangle_0(t)) \langle v_o \rangle_0 \quad (3-47)$$

$$\langle \dot{v}_o \rangle_0 = \frac{1}{C_o} (1 - \langle u \rangle_0(t)) \langle i_L \rangle_0 - \frac{P_{CPL}}{\langle v_o \rangle_0 C_o} \quad (3-48)$$

จากนั้นนำตัวแปรสถานะของแบบจำลองที่ได้ในสมการที่ (3-44) และ $\langle u \rangle_0(t)$ ในสมการที่ (3-46) แทนค่าลงในสมการที่ (3-47) และสมการที่ (3-48) และจัดรูปใหม่โดยอาศัยคุณสมบัติของความสัมพันธ์ของการคูณดังสมการที่ (3-32) จะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาของระบบจําลองไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุม ซึ่งพิสูจน์ได้ด้วยวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปภายใต้การประมาณค่าอันดับศูนย์แสดงดังสมการที่ (3-49) ดังนี้

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{L} \left(E_{oc} - NA \ln \left(\frac{x_1}{i_0} \right) - x_1 R_{int} \right) - \frac{(1-d)}{L} x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{(1-d)}{C_o} x_1 - \frac{P_{CPL}}{x_2 C_o} \end{cases} \quad (3-49)$$

3.6.2 การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการพิสูจน์ขึ้นดังสมการที่ (3-49) จะได้รับการตรวจสอบความถูกต้องด้วยการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์โดยอาศัยการเปรียบเทียบกับผลตอบสนองที่ได้จากชุดบล็อกไฟฟ้ากำลังร่วมกับ SIMULINK บนโปรแกรม MATLAB ซึ่งรายละเอียดการต่อชุดบล็อกดังกล่าวและโปรแกรมที่ใช้ในการจำลองสถานการณ์สามารถดูได้จากภาคผนวก ข.1. และภาคผนวก ค. ตามลำดับ สำหรับค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองแสดงดังตารางที่ 3.1

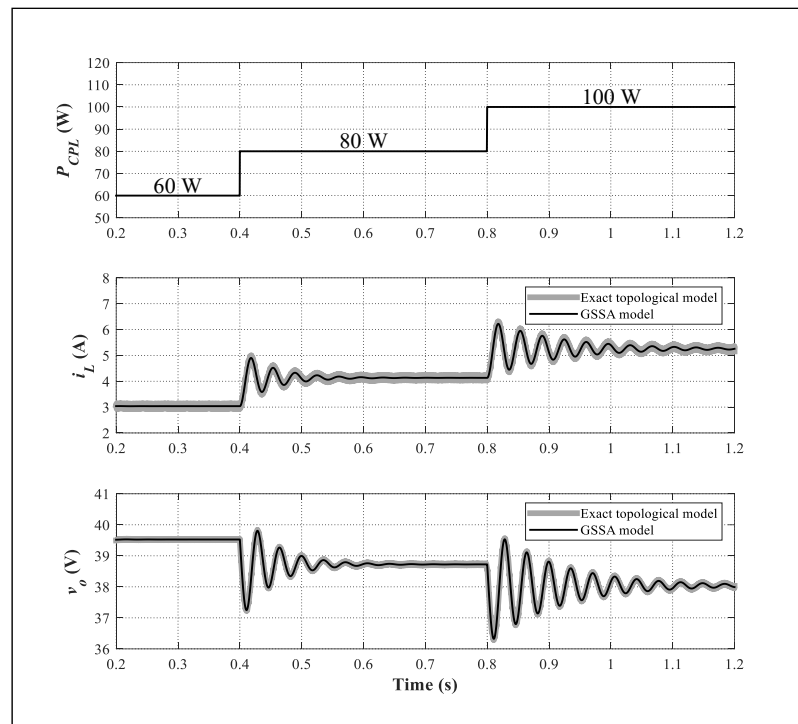
ตารางที่ 3.1 พารามิเตอร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในรูปที่ 3.16

พารามิเตอร์	ค่า	รายละเอียด
E_{oc}	23.5 V	แรงดันไฟฟ้าเปิดวงจรของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน
NA	0.9156	ค่าคงที่ของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน
R_{int}	0.1083 Ω	ความต้านทานภายในเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน
i_0	0.0734 A	กระแสไฟฟ้าแลกเปลี่ยนของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน

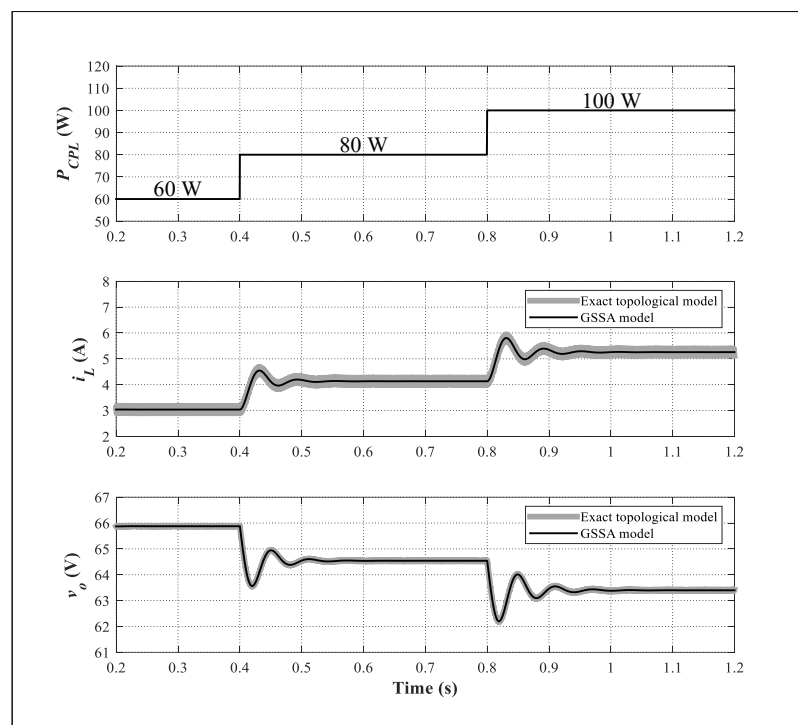
ตารางที่ 3.1 พารามิเตอร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในรูปที่ 3.16 (ต่อ)

พารามิเตอร์	ค่า	รายละเอียด
L ($\Delta i_L \leq 0.1$ A)	4.6 mH	ความเหนี่ยวนำของวงจรแปลงผันกำลัง
C_o ($\Delta v_o \leq 240$ mV)	1600 μ F	ความจุไฟฟ้าทางด้านโหลด สำหรับการกำหนดให้ $\Delta v_o = 240$ mV เป็นไปตามมาตรฐาน ISO 21780:2020
f_s	10 kHz	ความถี่ในการสวิตช์ของวงจรแปลงผันกำลัง

ผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาของระบบจํายานไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุมแสดงได้ดังรูปที่ 3.20 และรูปที่ 3.21 เมื่อกำหนดให้มีการเปลี่ยนแปลงค่าของโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัว (P_{CPL}) จาก 60 W ไปเป็น 80 W และจาก 80 W ไปเป็น 100 W ที่เวลา 0.4 วินาที และที่เวลา 0.8 วินาที ตามลำดับ โดยในรูปที่ 3.20 กำหนดให้ d มีค่าเท่ากับ 50% ในขณะที่รูปที่ 3.21 d มีค่าเท่ากับ 70% ซึ่งจากผลการตรวจสอบที่ได้ทั้งสองรูปจะพบว่า ผลตอบสนองของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ (i_L) และแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุทางฝั่งโหลด (v_o) ที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (GSSA model) ดังกราฟเส้นสีดำ ให้ผลตอบสนองที่สอดคล้องและตรงกันกับแบบจำลองในรูปแบบแม่นยำตรง (Exact topological model) ดังกราฟเส้นสีเทา ทั้งในสภาวะชั่วครู่ และในสภาวะอยู่ตัว ดังนั้นจึงเป็นการยืนยันได้ว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการพิสูจน์ขึ้นดังสมการที่ (3-49) มีความถูกต้องและสามารถนำไปพัฒนาต่อยอดเป็นแบบจำลองในกรณีที่มีตัวควบคุมต่อไปได้ โดยการพิสูจน์หาแบบจำลองของระบบที่พิจารณาในกรณีที่มีตัวควบคุมจะได้รับการนำเสนอไว้ในหัวข้อที่ 3.7



รูปที่ 3.20 ผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เมื่อ $d = 50\%$



รูปที่ 3.21 ผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เมื่อ $d = 70\%$

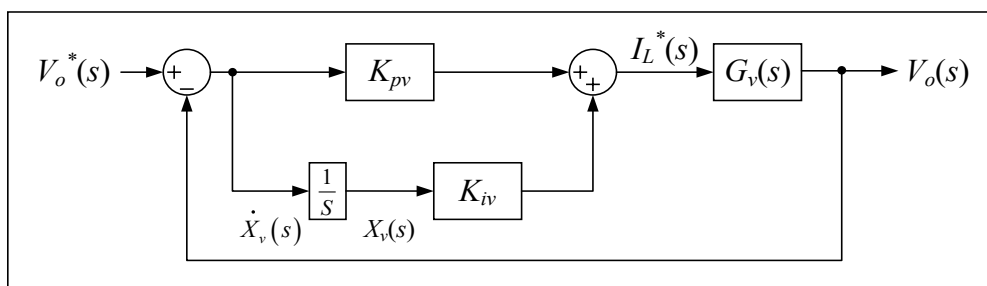
3.7 การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบจํกรยานไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่มีตัวควบคุม

3.7.1 การออกแบบตัวควบคุมพีไอของระบบจํกรยานไฟฟ้าที่พิจารณา

ตัวควบคุมของระบบจํกรยานไฟฟ้าที่พิจารณาเป็นตัวควบคุมพีไอแบบต่อเรียงกัน โดยมีรูปการควบคุมกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำเป็นลูปภายใน (inner loop) และรูปการควบคุมแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุเป็นลูปภายนอก (outer loop) ดังแสดงไว้ในรูปที่ 3.1 ซึ่งการออกแบบตัวควบคุมพีไอในงานวิจัยวิทยานิพนธ์จะอาศัยวิธีการแบบดั้งเดิม (Beraki, M. W., Trovão, J. P. F., Perdigão, M. S., and Dubois, M. R. 2017; Pakdeeto, J., Thanommuang, A., and Areerak, K-N. 2024) เนื่องจากเป็นวิธีการที่ให้ผลตอบสนองที่ดีและมีขั้นตอนการออกแบบที่ไม่ซับซ้อน การออกแบบทำได้ด้วยการเปรียบเทียบกับประสิทธิ์กกับฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบอันดับสองมาตรฐาน (standard second-order system) โดยรายละเอียดของการออกแบบตัวควบคุมทั้งสองแสดงได้ดังต่อไปนี้

1) การออกแบบตัวควบคุมแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ

แผนภาพบล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุมแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุทางฝั่งโหลดของวงจรแปลงผันกำลังดีซีเป็นดีซีชนิดบัก-บูสต์แบบสองทิศทางแสดงได้ดังรูปที่ 3.22 ซึ่งจากรูปจะสังเกตได้ว่า สัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมพีไอ คือ $I_L^*(s)$ และมีสัญญาณป้อนกลับ คือ $V_o(s)$ ดังนั้นจำเป็นต้องหาสมการความสัมพันธ์ระหว่าง $I_L(s)$ กับ $V_o(s)$ เพื่อให้ได้ฟังก์ชันถ่ายโอน $G_v(s)$ ในที่นี้คือพลานต์ของระบบ ซึ่งพิจารณาได้จากสมการตัวแปรสถานะของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุดังสมการที่ (3-50) และกำหนดให้ K_{pv} และ K_{iv} คือ พารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีไอของรูปการควบคุมแรงดันไฟฟ้า



รูปที่ 3.22 แผนภาพบล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุมแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ

$$\dot{v}_o(t) = \frac{1-d(t)}{C_o} i_L(t) \quad (3-50)$$

จากนั้นทำการแปลงลาปลาซสมการที่ (3-50) จะได้ผลการแปลงลาปลาซแสดง
ได้ดังสมการที่ (3-51)

$$sV_o(s) = \frac{1-d(s)}{C_o} I_L(s) \quad (3-51)$$

สำหรับการหาฟังก์ชันถ่ายโอน $G_v(s)$ สามารถดำเนินการได้โดยพิจารณาให้ $d(s)$ ในสมการที่ (3-51) เปรียบเสมือนสัญญาณรบกวน (disturbance) ซึ่งจะกำหนดให้มีค่าเท่ากับ ศูนย์ ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอน $G_v(s)$ สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-52)

$$G_v(s) = \frac{V_o(s)}{I_L(s)} = \frac{1}{sC_o} \quad (3-52)$$

เมื่อพิจารณาการหาฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของลูบควบคุมแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อม
ตัวเก็บประจุ จะสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-53) และทำการจัดรูปใหม่จะได้ดังสมการที่ (3-54)

$$T_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_o^*(s)} = \frac{\left(\frac{K_{pv}s + K_{iv}}{s} \right) G_v(s)}{1 + \left(\frac{K_{pv}s + K_{iv}}{s} \right) G_v(s)} \quad (3-53)$$

$$T_v(s) = \frac{\left(\frac{K_{pv}s + K_{iv}}{C_o} \right)}{s^2 + \left(\frac{K_{pv}}{C_o} \right) s + \left(\frac{K_{iv}}{C_o} \right)} \quad (3-54)$$

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3-55)$$

จากนั้นดำเนินการเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์ของพหุนามตัวหารที่ได้จากฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดตั้งสมการที่ (3-54) กับฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบอันดับสองมาตรฐานสมการที่ (3-55) ดังนั้นค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีไอสำหรับลูบการควบคุมแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุทางฝั่งโหลดสามารถคำนวณได้ตั้งสมการที่ (3-56)

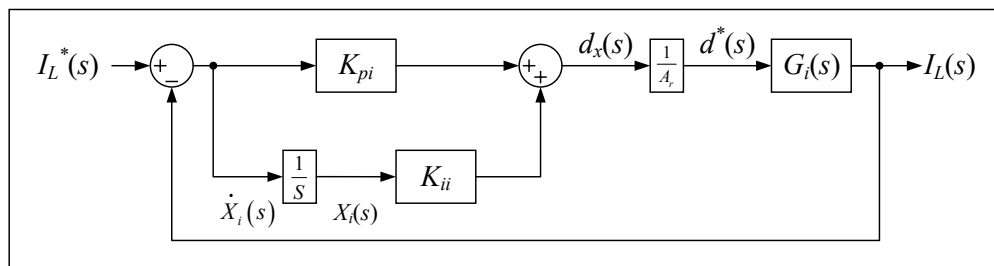
$$\begin{cases} K_{pv} = 2\zeta_v \omega_{nv} C_o \\ K_{iv} = \omega_{nv}^2 C_o \end{cases} \quad (3-56)$$

โดยที่ ζ_v คือ อัตราส่วนการหน่วง (damping ratio) ของลูบแรงดันไฟฟ้า

ω_{nv} คือ ความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) ของลูบแรงดันไฟฟ้า

2) การออกแบบตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

แผนภาพบล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำของวงจรแปลงผันกำลังดีซีเป็นดีซีชนิดบัค-บูสต์แบบสองทิศทางแสดงได้ดังรูปที่ 3.23 จากรูปจะสังเกตได้ว่า สัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมพีไอ คือ $d_x(s)$ ซึ่งจะถูกปรับคูณด้วย $1/A_r$ ได้เป็นค่าวัฏจักรหน้าที่ $d^*(s)$ และมีสัญญาณป้อนกลับ คือ $I_L(s)$ ดังนั้นจำเป็นต้องหาสมการความสัมพันธ์ระหว่าง $d(s)$ กับ $I_L(s)$ เพื่อให้ได้ฟังก์ชันถ่ายโอน $G_i(s)$ ในที่นี้คือ พลานต์ของระบบ ซึ่งพิจารณาได้จากสมการตัวแปรสถานะของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำดังสมการที่ (3-57) และกำหนดให้ K_{pi} และ K_{ii} คือ พารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีไอของลูบการควบคุมกระแสไฟฟ้า



รูปที่ 3.23 แผนภาพบล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

$$i_L(t) = \frac{1}{L} V_{fc, rated} - \frac{1-d(t)}{L} v_o(t) \quad (3-57)$$

จากนั้นทำการแปลงลาปลาซสมการที่ (3-57) จะได้ผลการแปลงลาปลาซแสดง
ได้ดังสมการที่ (3-58)

$$sI_L(s) = \frac{V_o(s)}{L} d(s) + \frac{V_{fc, rated} - V_o(s)}{L} \quad (3-58)$$

สำหรับการหาฟังก์ชันถ่ายโอน $G_i(s)$ สามารถดำเนินการได้โดยพิจารณาให้
เทอม $\left(\frac{V_{fc, rated} - V_o(s)}{L} \right)$ ในสมการที่ (3-58) เปรียบเสมือนสัญญาณรบกวน ซึ่งจะกำหนดให้
มีค่าเท่ากับศูนย์ สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-59) ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอน $G_i(s)$ แสดงได้ดัง
สมการที่ (3-60)

$$sI_L(s) = \frac{V_o(s)}{L} d(s) \quad (3-59)$$

$$G_i(s) = \frac{I_L(s)}{d(s)} = \frac{V_o}{sL} \quad (3-60)$$

เมื่อพิจารณาการหาฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของลูบควบคุมกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน
ตัวเหนี่ยวนำจะสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-61) และทำการจัดรูปใหม่จะได้ดังสมการที่ (3-62)

$$T_i(s) = \frac{I_L(s)}{I_L^*(s)} = \frac{\left(\frac{K_{pi}s + K_{ii}}{s} \right) \left(\frac{G_i(s)}{A_r} \right)}{1 + \left(\frac{K_{pi}s + K_{ii}}{s} \right) \left(\frac{G_i(s)}{A_r} \right)} \quad (3-61)$$

$$T_i(s) = \frac{\left(\frac{K_{pi}s + K_{ii}}{A_r L} \right) V_o}{s^2 + \left(\frac{K_{pi} V_o}{A_r L} \right) s + \left(\frac{K_{ii} V_o}{A_r L} \right)} \quad (3-62)$$

จากนั้นดำเนินการเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์ของพหุนามตัวหารที่ได้จากฟังก์ชัน
ถ่ายโอนวงปิดดังสมการที่ (3-62) กับฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบอันดับสองมาตรฐานดังแสดงได้

ดังสมการที่ (3-55) ดังนั้นค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีไอสำหรับรูปการควบคุมกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำสามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (3-63)

$$\begin{cases} K_{pi} = \frac{2\zeta_i \omega_{ni} A_r L}{V_o} \\ K_{ii} = \frac{\omega_{ni}^2 A_r L}{V_o} \end{cases} \quad (3-63)$$

โดยที่ ζ_i คือ อัตราส่วนการหน่วงของรูปกระแสไฟฟ้า

ω_{ni} คือ ความถี่ธรรมชาติของรูปกระแสไฟฟ้า

A_r คือ ค่ายอดของสัญญาณสามเหลี่ยม

สำหรับการออกแบบค่าพารามิเตอร์ตัวควบคุมพีไอของรูปควบคุมแรงดันไฟฟ้าและรูปกระแสไฟฟ้าสามารถออกแบบได้จากสมการที่ (3-56) และ (3-63) ตามลำดับ ซึ่งเมื่อพิจารณาสมการออกแบบค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวจะพบว่า การออกแบบรูปควบคุมแรงดันไฟฟ้าที่ได้จะขึ้นอยู่กับอัตราส่วนการหน่วง (ζ_i) และความถี่ธรรมชาติ (ω_{ni}) ของรูปควบคุมแรงดันไฟฟ้า ในขณะที่การออกแบบรูปควบคุมกระแสไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับอัตราส่วนการหน่วง (ζ_i) และความถี่ธรรมชาติ (ω_{ni}) ของรูปควบคุมกระแสไฟฟ้า ซึ่งงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้ออกแบบค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมโดยกำหนดให้ เปอร์เซ็นต์การพุ่งเกิน (percent overshoot : P.O.) ของรูปควบคุมแรงดันไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ 1% และรูปควบคุมกระแสไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ 5% ซึ่งทำให้ได้ค่า $\zeta_v = 0.8261$ และ $\zeta_i = 0.6901$ ตามลำดับ ในขณะที่ระยะเวลาเข้าที่ (settling time : T_s) ของรูปควบคุมแรงดันไฟฟ้ากำหนดให้มีค่าเท่ากับ 30.26 ms ซึ่งทำให้ได้ค่า $\omega_{nv} = 160$ rad/s และได้กำหนดให้ $\omega_{ni} = 10 \omega_{nv}$ ซึ่งทำให้ได้ $\omega_{ni} = 1600$ rad/s ดังนั้นจะได้ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม คือ $K_{pv} = 0.4229$, $K_{iv} = 40.96$, $K_{pi} = 2.1163$ และ $K_{ii} = 2453.333$

3.7.2 การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ระบบจกรยานไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่มีตัวควบคุมสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.24 ซึ่งจากรูปจะพบว่า ระบบดังกล่าวจะมีองค์ประกอบเช่นเดียวกับระบบในรูปที่ 3.16 แต่จะมีการเพิ่มในส่วนของตัวควบคุมพีไอแบบต่อเรียงกันเข้ามา โดยโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอแบบต่อเรียงกันแสดงได้ดังรูปที่ 3.25

เมื่อพิจารณาการควบคุมแรงดันไฟฟ้าจะสามารถคำนวณหา I_L^* ได้ดังสมการที่ (3-66)

$$I_L^* = (V_o^* - v_o) K_{pv} + x_v K_{iv}$$

$$I_L^* = K_{pv} V_o^* - K_{pv} v_o + K_{iv} x_v \quad (3-66)$$

และเมื่อพิจารณาการควบคุมกระแสไฟฟ้าสามารถคำนวณหา d_x ได้ดังสมการที่ (3-67)

$$d_x = (I_L^* - i_L) K_{pi} + x_i K_{ii}$$

$$d_x = K_{pi} K_{pv} V_o^* - K_{pi} K_{pv} v_o + K_{pi} K_{iv} x_v - K_{pi} i_L + K_{ii} x_i \quad (3-67)$$

ดังนั้นสมการของตัวควบคุมพีไอในรูปของค่าวัฏจักรหน้าที่เมื่อระบบมีการควบคุม (d^*) สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-68)

$$d^* = \frac{d_x}{A_r} = \frac{1}{A_r} (K_{pi} K_{pv} V_o^* - K_{pi} K_{pv} v_o + K_{pi} K_{iv} x_v - K_{pi} i_L + K_{ii} x_i) \quad (3-68)$$

สำหรับการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบจํายานไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่มีตัวควบคุมในรูปที่ 3.24 สามารถดำเนินการได้โดยแทนค่า d ในแบบจำลองของระบบในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุมในสมการที่ (3-49) ด้วย d^* จากสมการที่ (3-68) จากนั้นนำสมการตัวแปรสถานะของรูปการควบคุมแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าจากสมการที่ (3-64) และสมการที่ (3-65) ตามลำดับ เข้าไปในแบบจำลองของระบบ ดังนั้นจะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่มีตัวควบคุมซึ่งได้จากวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปภายใต้การประมาณค่าอันดับศูนย์แสดงได้ดังสมการที่ (3-69) อย่างไรก็ตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวเป็นแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น เนื่องจากปรากฏการณ์การคูณและการหารกันระหว่างตัวแปรสถานะ ซึ่งไม่สามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้นด้วยทฤษฎีบทค่าเจาะจงได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องดำเนินการทำให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวเป็น

แบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น โดยอาศัยการทำให้เป็นเชิงเส้นด้วยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่งดังรายละเอียดที่จะได้รับการนำเสนอในหัวข้อที่ 3.7.3 เป็นลำดับถัดไป

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{L} \left(E_{oc} - NA \ln \left(\frac{x_1}{i_0} \right) - x_1 R_{int} \right) - \frac{1}{L} x_2 + \frac{K_{pi} K_{pv}}{A_r L} x_2 V_o^* - \frac{K_{pi} K_{pv}}{A_r L} x_2^2 \\ \quad + \frac{K_{pi} K_{iv}}{A_r L} x_v x_2 - \frac{K_{pi}}{A_r L} x_1 x_2 + \frac{K_{ii}}{A_r L} x_i x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_o} x_1 - \frac{K_{pi} K_{pv}}{A_r C_o} x_1 V_o^* + \frac{K_{pi} K_{pv}}{A_r C_o} x_1 x_2 - \frac{K_{pi} K_{iv}}{A_r C_o} x_v x_1 + \frac{K_{pi}}{A_r C_o} x_1^2 \\ \quad - \frac{K_{ii}}{A_r C_o} x_i x_1 - \frac{P_{CPL}}{x_2 C_o} \\ \dot{x}_v = V_o^* - x_2 \\ \dot{x}_i = -x_1 - K_{pv} x_2 + K_{iv} x_v + K_{pv} V_o^* \end{cases} \quad (3-69)$$

3.7.3 การทำให้เป็นเชิงเส้นของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากหัวข้อที่ผ่านมาแสดงให้เห็นว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาของระบบจกรยานไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่มีตัวควบคุมดังสมการที่ (3-69) เป็นแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น ด้วยเหตุนี้จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทำแบบจำลองดังกล่าวให้เป็นแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น เพื่อให้ได้แบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับการนำไปใช้วิเคราะห์เสถียรภาพของระบบด้วยทฤษฎีบทค่าเจาะจง โดยงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้ใช้วิธีการทำให้เป็นเชิงเส้นโดยอาศัยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่ง ซึ่งแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็กหรือแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นแสดงได้ดังสมการที่ (3-70)

$$\begin{cases} \delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \delta \mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \delta \mathbf{u} \\ \delta \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \delta \mathbf{x} + \mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \delta \mathbf{u} \end{cases} \quad (3-70)$$

โดยที่ ตัวแปรสถานะ คือ $\delta \mathbf{x} = [\delta x_1 \quad \delta x_2 \quad \delta x_v \quad \delta x_i]^T$

ตัวแปรอินพุต คือ $\delta \mathbf{u} = [\delta V_o^* \quad \delta P_{CPL}]^T$

ตัวแปรเอาต์พุต คือ $\delta \mathbf{y} = [\delta x_1 \quad \delta x_2]^T$

เมื่อเมทริกซ์จาโคเบียน $\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$, $\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$, $\mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ และ $\mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (3-71)

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) &= \begin{bmatrix} \frac{\delta \dot{x}_1}{\delta x_1} & \frac{\delta \dot{x}_1}{\delta x_2} & \frac{\delta \dot{x}_1}{\delta x_v} & \frac{\delta \dot{x}_1}{\delta x_i} \\ \frac{\delta \dot{x}_2}{\delta x_1} & \frac{\delta \dot{x}_2}{\delta x_2} & \frac{\delta \dot{x}_2}{\delta x_v} & \frac{\delta \dot{x}_2}{\delta x_i} \\ \frac{\delta \dot{x}_v}{\delta x_1} & \frac{\delta \dot{x}_v}{\delta x_2} & \frac{\delta \dot{x}_v}{\delta x_v} & \frac{\delta \dot{x}_v}{\delta x_i} \\ \frac{\delta \dot{x}_i}{\delta x_1} & \frac{\delta \dot{x}_i}{\delta x_2} & \frac{\delta \dot{x}_i}{\delta x_v} & \frac{\delta \dot{x}_i}{\delta x_i} \end{bmatrix}_{4 \times 4} & \mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = \begin{bmatrix} \frac{\delta \dot{x}_1}{\delta V_o^*} & \frac{\delta \dot{x}_1}{\delta P_{CPL}} \\ \frac{\delta \dot{x}_2}{\delta V_o^*} & \frac{\delta \dot{x}_2}{\delta P_{CPL}} \\ \frac{\delta \dot{x}_v}{\delta V_o^*} & \frac{\delta \dot{x}_v}{\delta P_{CPL}} \\ \frac{\delta \dot{x}_i}{\delta V_o^*} & \frac{\delta \dot{x}_i}{\delta P_{CPL}} \end{bmatrix}_{4 \times 2} \\
\mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) &= \begin{bmatrix} \frac{\delta x_1}{\delta x_1} & \frac{\delta x_1}{\delta x_2} & \frac{\delta x_1}{\delta x_v} & \frac{\delta x_1}{\delta x_i} \\ \frac{\delta x_2}{\delta x_1} & \frac{\delta x_2}{\delta x_2} & \frac{\delta x_2}{\delta x_v} & \frac{\delta x_2}{\delta x_i} \end{bmatrix}_{2 \times 4} & \mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = \begin{bmatrix} \frac{\delta x_1}{\delta V_o^*} & \frac{\delta x_1}{\delta P_{CPL}} \\ \frac{\delta x_2}{\delta V_o^*} & \frac{\delta x_2}{\delta P_{CPL}} \end{bmatrix}_{2 \times 2}
\end{aligned} \quad (3-71)$$

ดังนั้นเมื่อใช้วิธีการทำให้เป็นเชิงเส้นโดยอาศัยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่งกับแบบจำลองในสมการที่ (3-69) จะได้เมทริกซ์จาโคเบียน $\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$, $\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$, $\mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ และ $\mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้นและไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาของระบบจกรยานไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่มีตัวควบคุมแสดงได้ดังสมการที่ (3-72)

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = \begin{bmatrix} -\frac{NA}{x_{1,0}L} - \frac{R_{mt}}{L} - \frac{K_{pi}}{A_r L} x_{2,0} & a(1,2) & \frac{K_{pi}K_{iv}}{A_r L} x_{2,0} & \frac{K_{ii}}{A_r L} x_{2,0} \\ a(2,1) & \frac{K_{pi}K_{pv}}{A_r C_o} x_{1,0} + \frac{P_{CPL}}{x_{2,0}^2 C_o} & -\frac{K_{pi}K_{iv}}{A_r C_o} x_{1,0} & -\frac{K_{ii}}{A_r C_o} x_{1,0} \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -K_{pv} & K_{iv} & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

เมื่อ

$$a(1,2) = -\frac{1}{L} + \frac{K_{pi}K_{iv}}{A_r L} V_{o,0}^* - \frac{2K_{pi}K_{pv}}{A_r L} x_{2,0} + \frac{K_{pi}K_{iv}}{A_r L} x_{v,0} - \frac{K_{pi}}{A_r L} x_{1,0} + \frac{K_{ii}}{A_r L} x_{i,0}$$

$$a(2,1) = \frac{1}{C_o} - \frac{K_{pi}K_{pv}}{A_r C_o} V_{o,0}^* + \frac{K_{pi}K_{pv}}{A_r C_o} x_{2,0} - \frac{K_{pi}K_{iv}}{A_r C_o} x_{v,0} + \frac{2K_{pi}}{A_r C_o} x_{1,0} - \frac{K_{ii}}{A_r C_o} x_{i,0}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) &= \begin{bmatrix} \frac{K_{pi}K_{pv}}{A_r L} x_{2,0} & 0 \\ -\frac{K_{pi}K_{pv}}{A_r C_o} x_{1,0} & -\frac{1}{x_{2,0} C_o} \\ 1 & 0 \\ K_{pv} & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 2} & \mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 4} \\
& & \mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2}
\end{aligned} \quad (3-72)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (3-72) จะสังเกตได้ว่า เมทริกซ์จาโคเบียน $\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ และ $\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ มีค่าขึ้นอยู่กับ $x_{1,0}, x_{2,0}, x_{v,0}$ และ $x_{i,0}$ ซึ่งค่าดังกล่าวนี้เป็นค่าในสภาวะอยู่ตัว ณ จุดปฏิบัติงานที่พิจารณา ซึ่งการคำนวณค่าในสภาวะอยู่ตัว ณ จุดปฏิบัติงานของระบบสามารถทำได้โดยกำหนดให้ $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_v$ และ $\dot{x}_i$ ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังสมการที่ (3-69) มีค่าเท่ากับศูนย์

3.7.4 การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

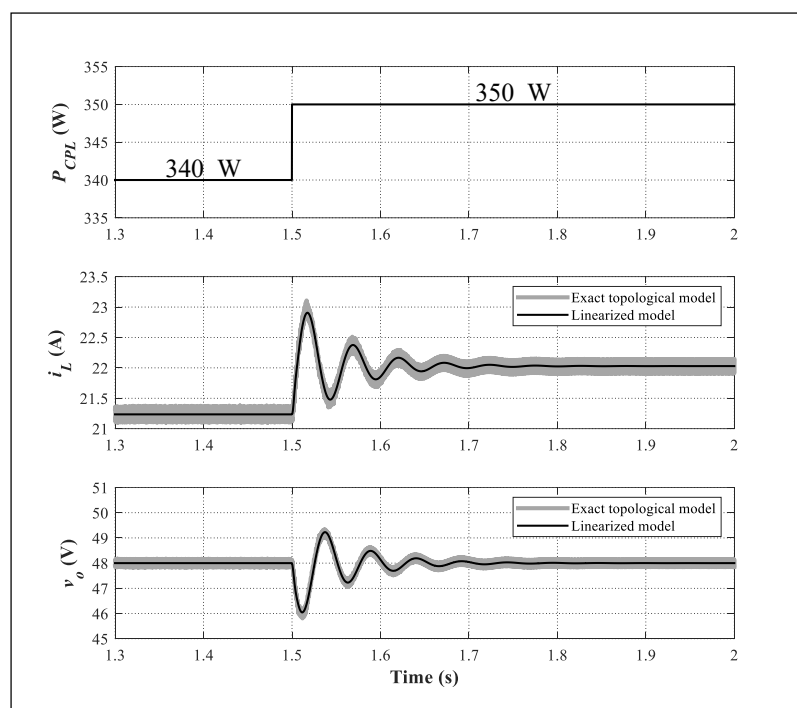
การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้นจะอาศัยการเปรียบเทียบระหว่างผลตอบสนองที่ได้จากแบบจำลองที่ถูกทำให้เป็นเชิงเส้นดังสมการที่ (3-72) กับผลการจำลองสถานการณ์ด้วยชุดบล็อกไฟฟ้ากำลังของระบบจักรยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนที่พิจารณาบนโปรแกรม MATLAB/SIMULINK ซึ่งชุดบล็อกดังกล่าวสามารถได้จากภาคผนวก ข2. และกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองแสดงดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 พารามิเตอร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในรูปที่ 3.24

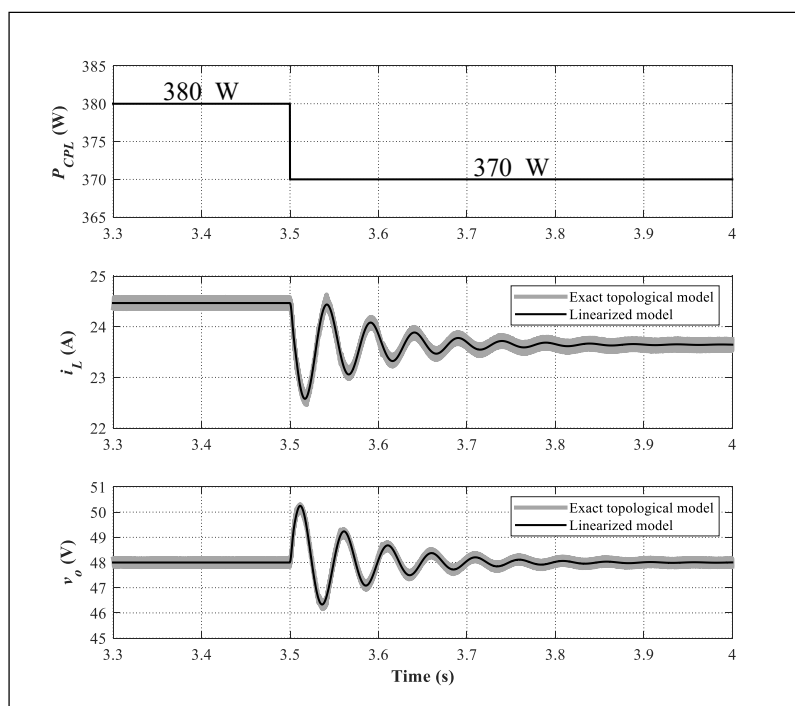
พารามิเตอร์	ค่า	รายละเอียด
E_{oc}	23.5 V	แรงดันไฟฟ้าเปิดวงจรของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน
NA	0.9156	ค่าคงที่ของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน
R_{int}	0.1083 Ω	ความต้านทานภายในเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน
i_0	0.0734 A	กระแสไฟฟ้าแลกเปลี่ยนของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน
L ($\Delta i_L \leq 0.1$ A)	4.6 mH	ความเหนี่ยวนำของวงจรแปลงผันกำลัง
C_o ($\Delta v_o \leq 240$ mV)	1600 μ F	ความจุไฟฟ้าทางดำนโหลต สำหรับการกำหนดให้ $\Delta v_o = 240$ mV เป็นไปตามมาตรฐาน ISO 21780:2020
f_s	10 kHz	ความถี่ในการสวิตช์ของวงจรแปลงผันกำลัง
A_r	10	ค่ายอดของสัญญาณสามเหลี่ยมสำหรับตัวควบคุมพีโอ

ตารางที่ 3.2 พารามิเตอร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในรูปที่ 3.24 (ต่อ)

พารามิเตอร์	ค่า	รายละเอียด
K_{pv}	0.4229	พารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีสำหรับลูบควบคุมแรงดันไฟฟ้า
K_{iv}	40.96	พารามิเตอร์ของตัวควบคุมไอสำหรับลูบควบคุมแรงดันไฟฟ้า
K_{pi}	2.1163	พารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีสำหรับลูบควบคุมกระแสไฟฟ้า
K_{ii}	2453.333	พารามิเตอร์ของตัวควบคุมไอสำหรับลูบควบคุมกระแสไฟฟ้า



รูปที่ 3.26 ผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้นในกรณีที่มีตัวควบคุม เมื่อมีการเพิ่มค่ากำลังไฟฟ้าจาก 340 W ไปเป็น 350 W



รูปที่ 3.27 ผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้นในกรณีที่มีตัวควบคุม เมื่อมีการลดค่ากำลังไฟฟ้าจาก 380 W ไปเป็น 370 W

ผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้นในกรณีที่มีตัวควบคุมจะพิจารณา 2 กรณี ได้แก่ กรณีที่มีการเพิ่มค่ากำลังไฟฟ้าจาก 340 W ไปเป็น 350 W ที่เวลา 1.5 วินาที และกรณีที่มีการลดค่ากำลังไฟฟ้าจาก 380 W ไปเป็น 370 W ที่เวลา 3.5 วินาที ดังแสดงในรูปที่ 3.26 และรูปที่ 3.27 ตามลำดับ ซึ่งจากผลการตรวจสอบที่ได้ทั้งสองรูปจะพบว่า ผลตอบสนองของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ (i_L) และแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุทางฝั่งโหลด (v_o) ที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้น (Linearized model) ดังกราฟเส้นสีดำให้ผลตอบสนองที่สอดคล้องและตรงกันกับแบบจำลองในรูปแบบแม่นยำ (Exact topological model) ดังกราฟเส้นสีเทา ทั้งในสภาวะชั่วครู่และในสภาวะอยู่ตัว ดังนั้นจึงเป็นการยืนยันได้ว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้นของระบบจํายานไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่มีตัวควบคุมดังสมการที่ (3-72) ซึ่งเป็นแบบจำลองที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา มีความถูกต้อง แม่นยำ และสามารถนำไปใช้สำหรับการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบจํายานไฟฟ้าที่พิจารณาได้

3.8 สรุป

เนื้อหาในบทที่ 3 ได้นำเสนอระบบจักรยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนที่พิจารณาและการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ โดยเนื้อหาในตอนต้นได้กล่าวถึงรายละเอียดของระบบจักรยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนที่พิจารณา แบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน และการพิสูจน์หาสมการออกแบบค่าพารามิเตอร์ของอุปกรณ์พาสซีฟในระบบ จากนั้นเป็นการนำเสนอการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาของระบบทั้งในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุมและในกรณีที่มีตัวควบคุมโดยใช้วิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไป พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ด้วยการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์ผ่านชุดบล็อกไฟฟ้ากำลัง SIMULINK ร่วมกับโปรแกรม MATLAB นอกจากนี้การออกแบบตัวควบคุมพีไอของวงจรแปลงผันกำลังดีซีเป็นดีซีชนิดบัค-บูสต์แบบสองทิศทางได้รับการนำเสนอไว้ในส่วนที่เหมาะสมของบทที่ 3 ด้วยเช่นกัน โดยผลที่ได้จากการตรวจสอบความถูกต้องแสดงให้เห็นว่าผลตอบสนองเชิงพลวัตที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความสอดคล้องและตรงกับผลตอบสนองที่ได้จากการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้นำเสนอมีความถูกต้องและสามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบจักรยานไฟฟ้าที่พิจารณาได้ โดยรายละเอียดการวิเคราะห์เสถียรภาพจะได้รับการนำเสนอไว้ในบทที่ 4 เป็นลำดับถัดไป

สำหรับการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ในบทที่ 3 ได้รับการตีพิมพ์และเผยแพร่เป็นบทความวิจัยจำนวน 2 ฉบับ ได้แก่ บทความการประชุมวิชาการระดับชาติและบทความวารสารวิชาการระดับนานาชาติ คือ

กฤษฎา ทองอร่าม, กองพันธ์ อารีรักษ์, อภิชัย สุยะพันธ์ และ จักรกริช ภัคดีโต. (2568). การสร้างแบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนที่อาศัยข้อมูลจากผู้ผลิต. *การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 48 (EECON-48)*. หน้า 861-866. เชียงใหม่.

Thongaram, K., Areerak, K-N., & Suyapan, A. (2025). MATHEMATICAL MODEL OF HYDROGEN-POWERED BICYCLE ELECTRIFICATION. *Suranaree Journal of Science and Technology*, 32(6), 1-8. <https://doi.org/10.55766/sujst9783>

โดยรายละเอียดของบทความวิจัยทั้ง 2 ฉบับแสดงได้ดังภาคผนวก ก