



รายงานการวิจัย

การวิเคราะห์ผลกระทบของอุณหภูมิที่เป็นผลจากความผิดพลาด
ในสายส่งไฟฟ้าแรงสูง
(Analysis of Temperature Effects Caused by Faults
on a High Voltage Transmission Lines)

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจาก
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว



รายงานการวิจัย

การวิเคราะห์ผลกระทบของอุณหภูมิที่เป็นผลจากความผิดปกติ ในสายส่งไฟฟ้าแรงสูง (Analysis of Temperature Effects Caused by Faults on a High Voltage Transmission Lines)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผู้ร่วมวิจัย

นายอานนท์ อิศรมงคลรักษ์

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2554

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

พฤษภาคม 2558

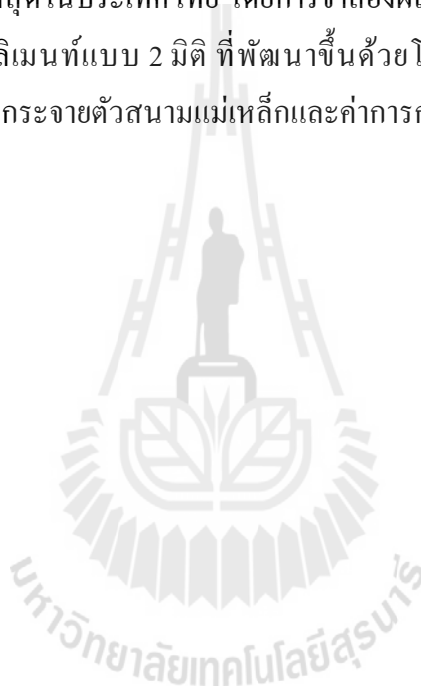
กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ได้สนับสนุนทุนวิจัยสำหรับโครงการนี้ โดยการวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ 2554



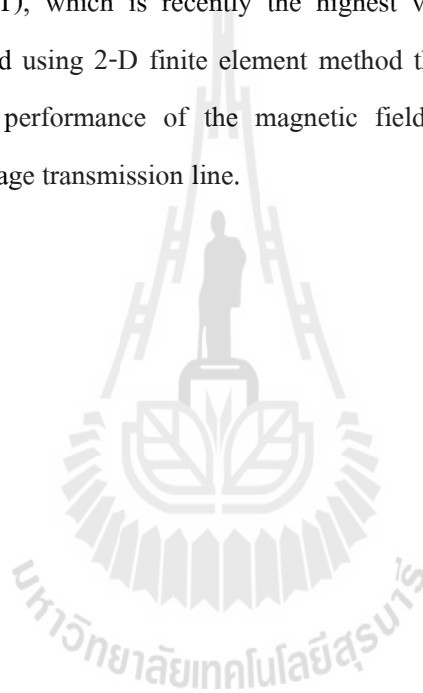
บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่ได้รับผลกระทบมาจากค่าสนามแม่เหล็กในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติและเกิดการลัดวงจร ทั้งการลัดวงจรชนิดเส้นเดียวลงดิน การลัดวงจรชนิดเส้นคู่ลงดิน การลัดวงจรชนิดระหว่างเส้น และการลัดวงจรชนิดสามเฟสสมมาตร ขึ้นในระบบ ซึ่งแบบจำลองแสดงอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สอง โดยได้วิเคราะห์การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่ส่งผลต่ออุณหภูมิรอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย (EGAT) ซึ่งเป็นระดับแรงดันไฟฟ้าสูงที่สุดในประเทศไทย โดยการจำลองผลจะดำเนินการด้วยคอมพิวเตอร์ โดยประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB พร้อมทั้งแสดงผลทางกราฟิกของค่าการกระจายตัวสนามแม่เหล็กและค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิรอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง



ABSTRACT

This research proposes a set of mathematical models presenting temperature which follow on magnetic field of a high voltage transmission line under normal loading and short-circuit conditions in which the single line-to-ground faults, double line-to-ground faults, line-to-line faults and balanced three-phase faults. The mathematical models are expressed in second-order partial differential equations derived by analyzing magnetic field distribution affects the temperature around 500-kV power transmission line both single and double circuit of Electricity Generating Authority of Thailand (EGAT), which is recently the highest voltage level in Thailand. The computer simulation is applied using 2-D finite element method that is developed by MATLAB program with the graphical performance of the magnetic field distribution and temperature distribution around a high voltage transmission line.



สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ.....	ก
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ค
สารบัญ.....	ง
สารบัญตาราง.....	ฉ
สารบัญรูป.....	ช
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น.....	2
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	2
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	3
1.6 การจัดรูปแบบรายงานการวิจัย.....	3
บทที่ 2 การคำนวณสนามแม่เหล็กและอนุหภูมิของสายส่งโดยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	4
2.1 บทนำ.....	4
2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอนุหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้า.....	4
2.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก.....	4
2.2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอนุหภูมิ.....	6
2.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กโดยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	6
2.3.1 การแบ่งอิลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา.....	6
2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์.....	8
2.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนต์.....	8
2.3.4 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ.....	17
2.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย.....	17
2.4 การคำนวณอนุหภูมิโดยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	18
2.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์.....	18
2.4.2 การสร้างสมการของอิลิเมนต์.....	19
2.4.3 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ.....	25

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.4.4 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย.....	25
2.5 สรุป.....	26
บทที่ 3 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กที่มีผลต่ออนุภาคนิวตรอนเมื่อเกิดการลัดวงจรในสายส่งกำลังไฟฟ้า.....	27
3.1 บทนำ.....	27
3.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก.....	27
3.2.1 โปรแกรมสร้างกริด.....	27
3.2.2 โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก.....	29
3.3 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กเมื่อเกิดการลัดวงจรพร้อมวิเคราะห์ผล.....	31
3.4 สรุป.....	40
บทที่ 4 ผลการจำลองอนุภาคนิวตรอนเมื่อเกิดการลัดวงจรในสายส่งกำลังไฟฟ้า.....	41
4.1 บทนำ.....	41
4.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอนุภาคนิวตรอน.....	41
4.2.1 โปรแกรมสร้างกริด.....	41
4.2.2 โปรแกรมจำลองผลอนุภาคนิวตรอน.....	41
4.3 ผลการจำลองอนุภาคนิวตรอนเมื่อเกิดการลัดวงจรพร้อมวิเคราะห์ผล.....	43
4.4 สรุป.....	51
บทที่ 5 สรุปและข้อเสนอแนะ.....	53
5.1 สรุป.....	53
5.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต.....	54
บรรณานุกรม.....	55
ประวัติผู้วิจัย.....	58

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ความสูงต่างๆ ในแต่ละสภาวะ ของสายส่งวงจรเดี่ยว.....	35
3.2 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ความสูงต่างๆ ในแต่ละสภาวะ ของสายส่งวงจรคู่.....	38
4.1 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) ที่ความสูงต่างๆ ในแต่ละสภาวะ ของสายส่งวงจรเดี่ยว.....	47
4.2 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) ที่ความสูงต่างๆ ในแต่ละสภาวะ ของสายส่งวงจรคู่.....	50



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงวงจรเดียวขนาด 500 kV พร้อมมิตติ (m).....	7
2.2 ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงวงจรคู่ขนาด 500 kV พร้อมมิตติ (m).....	7
3.1 การแบ่งอิลิเมนต์ของระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงวงจรเดียวขนาด 500 kV.....	28
3.2 การแบ่งอิลิเมนต์ของระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงวงจรคู่ขนาด 500 kV.....	29
3.3 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก.....	30
3.4 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรเดียวภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติ.....	33
3.5 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรเดียวภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ SLGF.....	33
3.6 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรเดียวภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ DLGF.....	34
3.7 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรเดียวภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ LLF.....	34
3.8 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรเดียวภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ 3 ϕ F.....	35
3.9 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติ.....	36
3.10การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ SLGF.....	36
3.11การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ DLGF.....	37
3.12การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ LLF.....	37
3.13การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ 3 ϕ F.....	38
4.1 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณอุณหภูมิ.....	42
4.2 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) ของสายส่งวงจรเดียวภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติ.....	44
4.3 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) ของสายส่งวงจรเดียวภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ SLGF.....	45
4.4 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) ของสายส่งวงจรเดียวภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ DLGF.....	45
4.5 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) ของสายส่งวงจรเดียวภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ LLF.....	46
4.6 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) ของสายส่งวงจรเดียวภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ 3 ϕ F.....	46
4.7 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติ.....	48
4.8 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ SLGF.....	48
4.9 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ DLGF.....	49
4.10การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ LLF.....	49
4.11การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ 3 ϕ F.....	50

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย

สายส่งไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย (Electricity Generating Authority of Thailand: EGAT) เป็นระดับแรงดันไฟฟ้าสูงที่สุดในประเทศไทย ณ ขณะนี้ ส่งจากโรงไฟฟ้าแม่เมาะ จังหวัดลำปาง ถึงสถานีไฟฟ้าแรงสูงท่าตะโก จังหวัดนครสวรรค์ ด้วยสายส่งวงจรรูปคู่ (double circuit) แล้วส่งต่อด้วยสายส่งวงจรรูปเดี่ยว (single circuit) จนถึงสถานีไฟฟ้าแรงสูงหนองจอก จังหวัดกรุงเทพฯ โดยผลของสนามแม่เหล็กจะขึ้นอยู่กับค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลในสายส่งซึ่งจะขึ้นอยู่กับผู้ใช้ไฟในขณะนั้น ดังนั้นกรณีที่จะพิจารณาสายส่งขนาด 500 kV ซึ่งเป็นระดับแรงดันไฟฟ้าที่สูงมาก ค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลในสายส่งก็จะมีค่าสูงตามความต้องการของผู้ใช้ไฟด้วยเช่นกัน จึงเป็นผลให้เกิดสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวรอบสายส่งในปริมาณที่สูงอันเป็นสาเหตุให้เกิดอุณหภูมิสูงบริเวณรอบสายส่ง ซึ่งในแต่ละประเภทของการเกิดความคิดพ่วงแบบลัดวงจร (short-circuit fault) ในระบบสายส่งไฟฟ้า ก็จะมีลักษณะการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและความร้อนรอบสายส่งที่แตกต่างกันออกไป จึงเป็นหัวข้อวิจัยที่ผู้ศึกษาได้นำเสนอในงานวิจัยนี้

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method: FEM) เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ได้รับคามนิยมมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่างๆ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ในปัจจุบันได้มีการนำวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมแทบทุกสาขา เนื่องจากสามารถหาผลเฉลยได้แม้กระทั่งปัญหาที่ไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear problem) และปัญหาที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา (time-dependent problem) ดังนั้นการพิจารณาผลของสนามแม่เหล็กและความร้อนที่กระจายตัวรอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงที่อาศัยการแปลงระบบจากโดเมนเวลาเป็นโดเมนความถี่ และลักษณะของสายส่งที่รูปร่างมีความโค้งมน จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ดำเนินการ

งานวิจัยสนามแม่เหล็กที่ทำให้เกิดการกระจายตัวของอุณหภูมิรอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงยังเป็นที่สนใจอยู่น้อยมาก โดยมีงานวิจัยอยู่น้อยมากที่คำนึงถึงผลของอุณหภูมิแวดล้อมที่เกิดจากสนามแม่เหล็ก โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่เกิดความคิดพ่วงขึ้นในระบบส่งจ่าย และก็มีได้มุ่งเน้นพิจารณาอย่างเฉพาะเจาะจงในชนิดและวัสดุที่ใช้ทำสายส่ง ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเกิดขึ้นเพื่อศึกษาผลของสนามแม่เหล็กที่ทำให้เกิดการกระจายตัวของอุณหภูมิรอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งวงจรรูปเดี่ยวและวงจรรูปคู่ ซึ่งเป็นระดับแรงดันไฟฟ้าสูงที่สุดในประเทศไทย ที่ในแต่ละประเภทของการเกิดความคิดพ่วงแบบลัดวงจรก็จะมีลักษณะการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและความร้อนที่

แตกต่างกันออกไป การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่พัฒนาขึ้น โดยพิจารณาปัญหาเป็นแบบ 2 มิติ ที่อาศัยการแปลงระบบจากโดเมนเวลาเป็นโดเมนความถี่ พร้อมแสดงผลทางกราฟิกด้วย MATLAB™ ของค่าสนามแม่เหล็กและค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้น

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- พัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับคำนวณค่าสนามแม่เหล็กและค่าอุณหภูมิในสายส่ง ให้สามารถคำนวณได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้อง และแม่นยำ
- พัฒนาการรู้เพื่อหาแนวทางในการป้องกันการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและความร้อนในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าเมื่อเกิดความผิดปกติของระบบในแต่ละประเภท
- พัฒนากลยุทธ์ใหม่และบุคลากรทางด้านการวิเคราะห์ถึงผลกระทบของสนามแม่เหล็กและความร้อนที่มีผลต่อระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า ด้วยเทคนิคการคำนวณขั้นสูง

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

- พื้นที่ในการทดสอบระบบเป็นพื้นที่โล่ง ปราศจากการกีดขวางของอาคารและสิ่งปลูกสร้างต่าง ๆ
- สายตัวนำเป็นสายเปลือย (bared wire) รูปทรงกระบอกตัน และมีผิวเรียบ
- กำหนดให้แรงดันและกระแสในสายตัวนำแต่ละเส้นมีค่าแรงดันและกระแสคงที่สม่ำเสมอตลอดทั้งเส้น
- กำหนดให้สภาพพื้นดินในระบบที่พิจารณาเป็นพื้นดินในสภาพทั่วไปปราศจากน้ำขังหรือความชื้นบนหน้าดินสูง

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

- ใช้ MATLAB™ เพื่อพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับวิเคราะห์ปัญหาอุณหภูมิที่มีผลจากสนามแม่เหล็กในสายส่งไฟฟ้าทั้ง 3 เฟส
- พิจารณาสายส่งไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ ของ EGAT ซึ่งเป็นระดับแรงดันสูงสุดในประเทศไทย
- ดำเนินการคำนวณเพื่อพัฒนาองค์ความรู้ในการป้องกันผลกระทบของสนามแม่เหล็กและความร้อนที่มีผลต่อระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าเมื่อเกิดความผิดปกติของระบบในแต่ละประเภท ซึ่งได้แก่ การลัดวงจรชนิดเส้นเดียวลงดิน (single line-to-ground fault) การลัดวงจรชนิดเส้นคู่ลงดิน (double line-to-ground fault) การลัดวงจรชนิดระหว่างเส้น (line-to-line fault) และการลัดวงจรชนิด 3 เฟสสมมาตร (symmetrical 3-phase fault)

- วิธีไฟไนท์อิเลเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและความร้อนเป็นแบบ 2 มิติ

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

- ได้หลักการและแนวความคิดสำหรับการศึกษาการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า

- ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิเลเมนต์ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เข้ากับปัญหาจริงในการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและอุณหภูมิในสายส่ง ตลอดจนสามารถนำไปใช้เพื่อประกอบการเรียนการสอนด้านสนามแม่เหล็ก ความร้อน และสายส่งกำลังไฟฟ้า

- ได้ข้อสรุปอันเป็นประโยชน์ของสนามแม่เหล็กและความร้อนที่มีผลต่อระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าขนาด 500 kV ที่เป็นระดับแรงดันสูงสุดในประเทศไทย เมื่อเกิดความผิดปกติของแบบจำลองในแต่ละประเภท

1.6 การจัดรูปเล่มรายงานการวิจัย

รายงานการวิจัยนี้ประกอบด้วย 5 บท โดย บทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงความจำเป็นและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์และเป้าหมายของงานวิจัย รวมทั้งขอบเขตของงานวิจัย ส่วนบทอื่นๆ ประกอบด้วยเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 2 นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิที่กระจายตัวรอบสายส่ง และนำเสนอการคำนวณสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิเลเมนต์แบบ 2 มิติ โดยได้อธิบายขั้นตอนต่างๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิเลเมนต์ เพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิที่กระจายรอบๆ บริเวณสายส่งกำลังไฟฟ้าขนาด 500 kV ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ ของ EGAT

บทที่ 3 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กเมื่อเกิดความผิดปกติของแบบจำลองในแต่ละประเภท พร้อมผลการจำลองของระบบ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

บทที่ 4 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิที่เป็นผลมาจากสนามแม่เหล็กเมื่อเกิดความผิดปกติของแบบจำลองในแต่ละประเภท พร้อมผลการจำลองของระบบ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

บทที่ 5 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะ

บทที่ 2

การคำนวณสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิของสายส่งโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

2.1 บทนำ

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method : FEM) เป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยแบบประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equation: PDE) และเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถวิเคราะห์งานที่มีโครงสร้างซับซ้อน หรือรูปร่างที่มีลักษณะโค้งมนได้อีกทั้งประสิทธิภาพและการประมวลผลที่สูงขึ้นของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบัน นอกจากนี้ในบางระบบที่มีบริเวณที่ต้องการวิเคราะห์มีพื้นที่ขนาดเล็กมาก เมื่อเทียบกับปัญหาโดยรวมของระบบที่เป็นพื้นที่ขนาดใหญ่ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็สามารถแบ่งกริดขนาดเล็กหรือใหญ่ ที่สามารถเชื่อมความสัมพันธ์ของ 2 บริเวณที่มีขนาดแตกต่างกันได้อย่างครอบคลุมและอิสระอย่างเช่น งานวิจัยนี้ที่พิจารณาค่าสนามแม่เหล็กและค่าอุณหภูมิที่ปรากฏขึ้นบริเวณอากาศรอบๆ ตัวนำสายส่งไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ซึ่งพื้นที่ตัวนำเป็นพื้นที่ขนาดเล็กส่วนบริเวณอากาศรอบๆ เป็นพื้นที่ขนาดใหญ่ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติก็สามารถตีกริดรูปสามเหลี่ยมให้มีขนาดเล็กเพื่อการวิเคราะห์ภายในบริเวณตัวนำ ในขณะที่บริเวณส่วนใหญ่เป็นอากาศและไม่มีความจำเป็นสำหรับการศึกษามากนัก ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็สามารถตีกริดให้มีขนาดใหญ่ได้เช่นกัน ซึ่งการดำเนินการแบบนี้จะก่อให้เกิดจำนวนเอลิเมนต์ที่ใช้ในระบบที่ศึกษามีจำนวนไม่มาก และสามารถคำนวณหาผลเฉลย ณ บริเวณที่ต้องการได้อย่างรวดเร็ว ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้า พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติเพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและค่าอุณหภูมิที่กระจายตัวรอบสายส่งต่อไป

2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้า

2.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก

สำหรับปัญหาค่าสนามแม่เหล็กใน 2 มิติในระบบพิกัดฉาก ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นิยมจัดรูปสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปสมการที่ (2-1)

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q = 0 \quad (2-1)$$

โดยที่ ϕ คือ ฟังก์ชันใด ๆ ที่ต้องการทราบค่า ส่วน D_x , D_y , G และ Q คือ ค่าคงที่สัมประสิทธิ์

แบบจำลองของสนามแม่เหล็กที่กระจายรอบบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงในรูปแบบ 2 มิติ สามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (2-2) (Christopoulos, 1995)

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \left(\frac{1}{v^2}\right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}\right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\right) = 0 \quad (2-2)$$

โดยที่ \mathbf{H} คือ ความเข้มสนามแม่เหล็ก (Magnetic field intensity)

t คือ เวลา (Time)

μ คือ สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็ก (Permeability)

ε คือ สภาพยอมทางไฟฟ้า (Permittivity)

σ คือ สภาพนำทางไฟฟ้า (Conductivity)

โดยที่ $\mu = \mu_0 \mu_r$ และ $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ เมื่อ μ_r คือ สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ และ ε_r คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ ซึ่ง $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Hm, $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m

จากการใช้คุณสมบัติในการแปลงโดเมนเวลาเป็นโดเมนความถี่ (time-harmonic) อย่างเช่นในระบบสายส่งไฟฟ้าจะได้

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \approx j\omega \mathbf{H} \quad (2-3)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \approx -\omega^2 \mathbf{H} \quad (2-4)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2-2) จึงได้

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu\varepsilon \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}\right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\right) = 0 \quad (2-5)$$

เปรียบเทียบสมการที่ (2-1) กับ (2-5) เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ D_x , D_y , G และ Q จะ

ได้

$$\begin{aligned}
 D_x &= D_y = 1 \\
 G &= -\mu\epsilon\omega^2 + j\mu\sigma\omega \\
 Q &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2-6}$$

2.2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์การกระจายตัวของอุณหภูมิในรูปแบบ 2 มิติ สามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (2-7) โดยสมการของอุณหภูมิจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ดังนี้

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}
 \tag{2-7}$$

โดยที่ T คือ อุณหภูมิ (Temperature)

k คือ ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Thermal conductivity)

ρ คือ ความหนาแน่นมวล (Mass density)

c คือ ความร้อนจำเพาะ (Specific heat)

Q คือ อัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง (Internal heat generation)

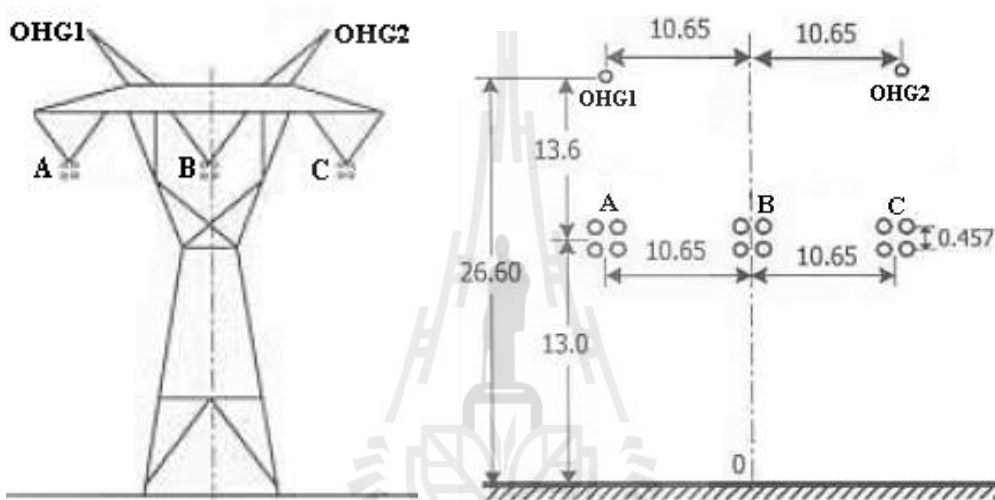
2.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

สืบเนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กของระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงดังแสดงในสมการที่ (2-5) นั้นหาผลเฉลยแม่นยำได้ยากเพราะด้วยเหตุที่ติดอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

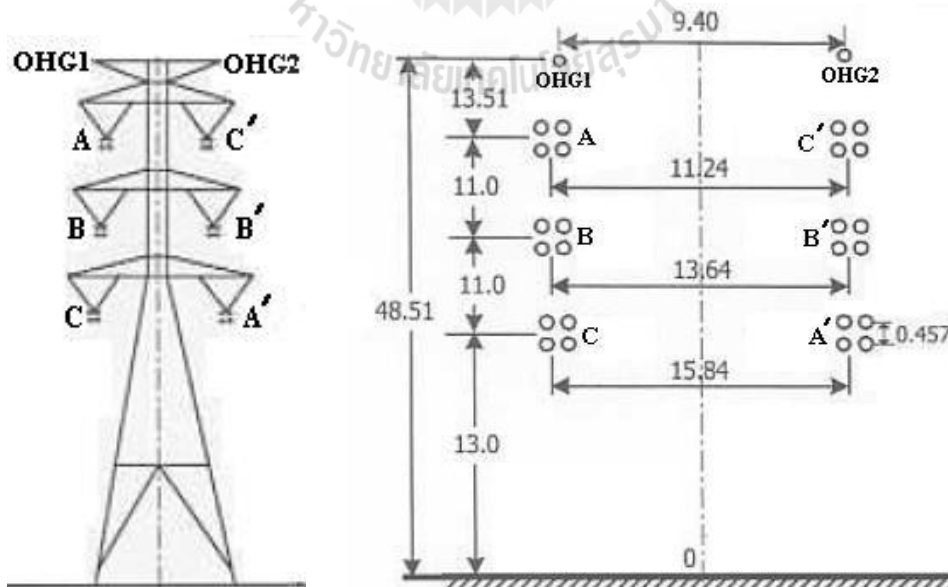
2.3.1 การแบ่งเอลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ศึกษาระบบส่งจ่ายไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งวงจรเดี่ยว (single circuit) และวงจรคู่ (double circuit) ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย (Electricity Generating Authority of Thailand: EGAT) ซึ่งเป็นระดับแรงดันไฟฟ้าสูงที่สุดในประเทศไทย โดยวงจรเป็นแบบสายควบชนิด 4 เส้น (4 bundle conductors) ซึ่งสามารถแสดงระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าพร้อมมิติ ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ดังรูปที่ 2.1 และ 2.2 ตามลำดับ โดยได้พิจารณาความสูงของสายส่งที่ตำแหน่งตกท้องช้าง (midspan) ซึ่งมีระยะหย่อนของสายส่งที่สุด (maximum sag) โดยกำหนดให้ค่าความสูง

ของสายส่งที่ตำแหน่งนี้อยู่สูงจากพื้นดินเป็นระยะเท่ากับระยะความปลอดภัยต่ำสุด ซึ่งสายส่งขนาด 500 kV จะมีระยะเท่ากับ 13.00 m (พิทักษ์ ปิ่นอนงค์, 2545) และพิจารณาสายตัวนำแต่ละเส้นมีขนาด 795 MCM (เส้นผ่านศูนย์กลาง = 0.02772 m) และสายดินเหนือศีรษะ (overhead ground wire: OHGW) แต่ละเส้นมีขนาด 3/8 inch (เส้นผ่านศูนย์กลาง = 0.009114 m) โดยขั้นตอนแรกเริ่มจากการแบ่งพื้นที่ของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม (Triangular elements) ตลอดพื้นที่หน้าตัดที่ศึกษา สำหรับปัญหาในแบบ 2 มิติ โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใดๆ บนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งผ่านการเชื่อมต่อกันระหว่างโนดและอิลิเมนต์ต่างๆ



รูปที่ 2.1 ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงวงจรเดี่ยวขนาด 500 kV พร้อมมิติ (m)



รูปที่ 2.2 ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงวงจรคู่ขนาด 500 kV พร้อมมิติ (m)

2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้เป็น การเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$H(x,y) = H_i N_i + H_j N_j + H_k N_k \quad (2-8)$$

โดยที่ N_n , $n = i j k$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ และ H_n , $n = i j k$ คือผลลัพธ์ของค่าสนามแม่เหล็กในแต่ละ โหนด $i j k$ ของอิลิเมนต์ ซึ่งในกรณีอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อจะได้

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \quad (2-9)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i \end{aligned}$$

และ Δ_e คือ พื้นที่ของแต่ละอิลิเมนต์ ซึ่งหาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\Delta_e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (2-10)$$

2.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ สำหรับปัญหาของระบบ 2 มิติ ทางระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จะต้องจัดสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป ดังแสดงในสมการที่ (2-1) ก่อนที่จะเข้าสู่การสร้างสมการของอิลิเมนต์ต่อไป

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q = 0$$

ประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Weighting functions) ดังสมการที่ (2-11) ซึ่งวิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก W แล้วอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของอีลิเมนต์ (Δ_e) และกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ ในปัจจุบันการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างถือเป็นวิธีที่ถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ ซึ่งเมทริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ปกติแล้วจะมีความสมมาตร จึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหาขนาดใหญ่

$$-\int_{\Delta_e} W_n R d\Delta_e = 0 \quad (2-11)$$

การสร้างสมการของอีลิเมนต์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้ คือ การแทนค่าผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (2-1) จะไม่ก่อให้เกิดค่าเท่ากับศูนย์ หากแต่จะมีค่าเท่ากับ R แทน ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-12)

$$R = D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q \quad (2-12)$$

โดยที่ ϕ คือ ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า

ซึ่ง R เรียกว่าเศษตกค้าง (Residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหา เศษตกค้าง R ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าที่เที่ยงตรงมากที่สุด

งานวิจัยนี้เลือกกริดรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อในการคำนวณ ดังนั้นจุดที่ไม่ทราบค่าจะมี 3 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 3 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นจากสมการที่ (2-11) จะต้องมีค่า $n = 1, 2, 3$ และในงานวิจัยนี้ วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างได้เลือกใช้วิธีของกาลอร์กิน (Galerkin) (Preston, Reece, and Sangha, 1988) และ (Kim, Kwon, and Park, 1999) ซึ่งวิธีนี้จะกำหนดให้ $W_n = N_n$ ดังนั้นเมื่อแทน R ด้วยสมการที่ (2-12) ลงในสมการที่ (2-11) จะได้

$$0 = - \int_{\Delta_e} [N]^T \left(D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q \right) d\Delta_e \quad (2-13)$$

โดยที่ $[N]^T$ คือ เวกเตอร์เมทริกซ์แนวตั้งของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์

เนื่องจากฟังก์ชันที่ต้องการประมาณ $\phi(x, y, z)$ ไม่มีความต่อเนื่องของอนุพันธ์ระหว่างแต่ละอิลิเมนต์ ดังนั้นสมการอนุพันธ์อันดับสองตามสมการที่ (2-13) สามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งได้ดังนี้

$$[N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2-14)$$

จากสมการที่ (2-13) จะได้

$$0 = - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e}_{(A)} - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} d\Delta_e}_{(B)} + \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T G \phi d\Delta_e}_{(C)} - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T Q d\Delta_e}_{(D)} \quad (2-15)$$

เทอม A ในสมการที่ (2-15) จะสามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งโดยอาศัยสมการที่ (2-14) จะได้สมการใหม่ดังสมการที่ (2-16)

$$- \int_{\Delta_e} [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e = - \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e + \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Delta_e \quad (2-16)$$

นอกจากนี้ยังสามารถประมาณพจน์ $-\int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e$ โดยอาศัยสมการที่ (2-17) ได้ดังนี้

$$\int_{\Delta_e} \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e = \int_{\Gamma} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma \quad (2-17)$$

โดยที่ θ คือ มุมที่กระทำกับอิลิเมนต์

Γ คือ ขอบเขตของอิลิเมนต์

แทนค่าสมการที่ (2-17) ใน (2-16) จึงได้เทอม A เป็น

$$-\int_{\Delta_e} D_x [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e = -\int_{\Gamma} D_x [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma + \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Delta_e \quad (2-18)$$

เทอม B ก็สามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งในทำนองเดียวกัน ดังนั้นสมการที่ (2-15) จึงกลายเป็น

$$0 = -\int_{\Gamma} [N]^T \left(D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma + \int_{\Delta_e} \left(D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Delta_e \quad (2-19)$$

$$+ \int_{\Delta_e} G [N]^T \phi d\Delta_e - \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e$$

จาก $\phi^{(e)} = [N] \{\Phi^{(e)}\}$ แทนค่าในสมการที่ (2-19) จะได้

$$0 = -\int_{\Gamma} [N]^T \left(D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma$$

$$+ \left(\int_{\Delta_e} \left(D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right) d\Delta_e \right) \{\Phi^{(e)}\} \quad (2-20)$$

$$+ \left(\int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e \right) \{\Phi^{(e)}\} - \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e$$

และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้เป็น

$$0 = \{I^{(e)}\} + [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} - \{f^{(e)}\} \quad (2-21)$$

โดยที่

$$\{I^{(e)}\} = -\int_{\Gamma} [N]^T \left(D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma$$

$$[K^{(e)}] = \int_{\Delta_e} \left(D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right) d\Delta_e + \int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e$$

$$\{f^{(e)}\} = \int_{\Delta_e} Q[N]^T d\Delta_e$$

โดยที่ $[K^{(e)}]$ สามารถจัดรูปใหม่โดยการดำเนินการต่อไปนี้

$$[D] = \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix} \quad (2-22)$$

และเวกเตอร์เกรเดียนต์ (Gradient vector : gv)

$$\{gv\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} = [B] \{\Phi^{(e)}\}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$[B]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]^T}{\partial x} & \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

จาก $[B]$, $[B]^T$ และ $[D]$ สามารถเขียน $[K^{(e)}]$ ใหม่ได้เป็น

$$[K^{(e)}] = \int_{\Delta_e} [B]^T [D] [B] d\Delta_e + \int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e$$

$$[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}] \quad (2-24)$$

สำหรับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ งานวิจัยนี้เลือกกริดรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อในการคำนวณ ดังนั้นค่า ϕ ในรูปสามเหลี่ยมจึงสามารถกำหนดได้เป็น

$$\phi^{(e)} = [N_i \quad N_j \quad N_k] \{\Phi^{(e)}\} \quad (2-25)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{1}{2\Delta_e}(a_i + b_i x + c_i y) \\ N_j &= \frac{1}{2\Delta_e}(a_j + b_j x + c_j y) \\ N_k &= \frac{1}{2\Delta_e}(a_k + b_k x + c_k y) \end{aligned} \quad (2-26)$$

และจะได้เวกเตอร์เกรเดียนต์สำหรับอติเมทริกซ์นี้เป็น

$$\{g_v\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_k}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_k}{\partial y} \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} \quad (2-27)$$

แทนค่าสมการที่ (2-26) ในสมการที่ (2-27) จะได้

$$\begin{aligned} \{g_v\} &= \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} = [B] \{\Phi^{(e)}\} \\ [B] &= \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-28)$$

จากสมการที่ (2-24) จะสังเกตเห็นได้ว่า

$$[K_D^{(e)}] = \int_{\Delta_e} [B]^T [D] [B] d\Delta_e$$

เนื่องจาก $[B]$ และ $[D]$ เป็นค่าคงที่ที่จะได้

$$[K_D^{(e)}] = [B]^T [D] [B] \int_{\Delta_e} d\Delta_e$$

$$[K_D^{(e)}] = [B]^T [D] [B] \Delta_e \quad (2-29)$$

แทนค่า $[B]$ และ $[D]$ จัดอยู่ในรูปสมการ $[K_D^{(e)}]$ ใหม่ได้เป็น

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} b_i & c_i \\ b_j & c_j \\ b_k & c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \Delta_e \left(\frac{1}{2\Delta_e} \right) \left(\frac{1}{2\Delta_e} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} D_x b_i & D_y c_i \\ D_x b_j & D_y c_j \\ D_x b_k & D_y c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \left(\frac{1}{4\Delta_e} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} D_x b_i^2 + D_y c_i^2 & D_x b_i b_j + D_y c_i c_j & D_x b_i b_k + D_y c_i c_k \\ D_x b_i b_j + D_y c_i c_j & D_x b_j^2 + D_y c_j^2 & D_x b_j b_k + D_y c_j c_k \\ D_x b_i b_k + D_y c_i c_k & D_x b_j b_k + D_y c_j c_k & D_x b_k^2 + D_y c_k^2 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{4\Delta_e} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \frac{D_x}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} \quad (2-30)$$

จากสมการที่ (2-24) ถ้ากำหนดให้ G เป็นค่าคงที่ ภายในแต่ละอีลิเมนต์จะได้อ

$$[K_G^{(e)}] = \int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e$$

$$= G \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} d\Delta_e$$

$$= G \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i^2 & N_i N_j & N_i N_k \\ N_j N_i & N_j^2 & N_j N_k \\ N_i N_k & N_j N_k & N_k^2 \end{bmatrix} d\Delta_e \quad (2-31)$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (Factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรตตลอด ปริมาตรดังสมการที่ (2-32) โดยที่ $N_i = L_1$ $N_j = L_2$ และ $N_k = L_3$ จะได้อ

$$\int_{\Delta_e} L_1^a L_2^b L_3^c d\Delta_e = \frac{a!b!c!}{(a+b+c+2)!} 2\Delta_e \quad (2-32)$$

จากสมการที่ (2-31) สามารถแบ่งพิจารณาออกเป็น 2 กรณีคือ $L_n = L_m$ และ $L_n \neq L_m$ ในกรณีที่ $L_n = L_m$ จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 ของรูปสามเหลี่ยมจะได้ $a=2, b=c=0$ ดังนั้นจากสมการที่ (2-32) จะได้

$$\begin{aligned} \int_{\Delta_e} L_1^2 d\Delta_e &= \frac{2!0!0!}{(2+0+0+2)!} 2\Delta_e \\ &= \frac{4\Delta_e}{4!} = \frac{2\Delta_e}{12} \end{aligned}$$

ในกรณีที่ $L_n \neq L_m$ จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 และ 2 ของรูปสามเหลี่ยมจะได้ $a=b=1, c=0$ ดังนั้นจากสมการที่ (2-32) จะได้

$$\begin{aligned} \int_{\Delta_e} L_1^1 L_2^1 d\Delta_e &= \frac{1!1!0!}{(1+1+0+2)!} 2\Delta_e \\ &= \frac{2\Delta_e}{4!} = \frac{\Delta_e}{12} \end{aligned}$$

ที่จุดต่ออื่น ๆ ของรูปสามเหลี่ยมก็พิจารณาในลักษณะเช่นเดียวกัน ดังนั้นจากสมการที่ (2-31) จะได้

$$\therefore [K_G^{(e)}] = \frac{G\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

จาก $[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}]$

$$[K^{(e)}] = \frac{D_x}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} + \frac{G\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

จากสมการที่ (2-21) สำหรับการหาค่า $\{f^{(e)}\}$ แสดงได้ดังนี้

$$\{f^{(e)}\} = \int_{\Delta_e} Q[N]^T d\Delta_e$$

$$\{f^{(e)}\}_e = Q \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} d\Delta_e$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ดังสมการที่ (2-32) โดยที่ $N_i = L_1$ $N_j = L_2$ และ $N_k = L_3$ และสำหรับกรณีนี้ $Q \neq 0$ จะได้

$$\{f^{(e)}\} = Q \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} d\Delta_e$$

$$\{f^{(e)}\} = \frac{Q\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

จากสมการที่ (2-21) สำหรับการหาค่า $\{I^{(e)}\}$ แสดงได้ดังนี้

$$\{I^{(e)}\} = - \int_{\Gamma} [N]^T \left(D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma$$

โดยที่ค่าขอบเขตของแต่ละอิเลเมนต์ Γ ได้ประยุกต์เงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann condition) โดยกำหนดให้ $\frac{\partial \phi}{\partial \bar{n}} = 0$ เมื่อ \bar{n} คือ เวกเตอร์ตั้งฉากกับขอบเขตของเวกเตอร์ตั้งนั้นจึงได้

$$\{I^{(e)}\} = 0 \quad (2-36)$$

เมื่อแทนสมการที่ (2-35) และ (2-36) ในสมการที่ (2-21) จะได้ดังนี้

$$0 = [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} - \frac{Q\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-37)$$

เมื่อพิจารณาปัญหาสนามแม่เหล็กแบบ 2 มิติ โดยการแทนค่าสัมประสิทธิ์จากสมการที่ (2-6) ลงในสมการที่ (2-37) จะได้

$$0 = [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} \quad (2-38)$$

โดยที่

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{(-\mu\epsilon\omega^2 + j\mu\sigma\omega)\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2.3.4 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นกรนำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 2.3.1 หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อย ซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมสำหรับการจำลองผลค่าสนามแม่เหล็กของงานวิจัยนี้ในรูปสมการเชิงเส้นคือ

$$[K]_{\text{sys}(n \times n)} \{H\}_{\text{sys}(n \times 1)} = \{f\}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (2-39)$$

เมื่อ H คือ ค่าความเข้มสนามแม่เหล็กที่ไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่ง โหนดต่าง ๆ

2.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย

สำหรับขั้นตอนการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตในงานวิจัยนี้จะมีทั้งหมดอยู่สองบริเวณที่กำหนดเงื่อนไขค่าขอบ คือ บริเวณขอบตัวนำของสายส่งและพื้นดิน ซึ่งค่าสนามแม่เหล็กที่ป้อนให้กับระบบบริเวณขอบของตัวนำสามารถคำนวณได้จากวิธีของ พิทักษ์ ปิ่นอนงค์ (2545) โดยสิ่งที่ต้องทราบสำหรับใช้คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กบริเวณขอบของตัวนำ คือ ขนาดกระแสไฟฟ้าที่ไหลใน

ตัวนำ ระยะห่างระหว่างตัวนำ รัศมีตัวนำ ค่าความสูงระหว่างตัวนำกับพื้นดินและค่าพิกัดที่ต้องการคำนวณ ส่วนค่าสนามแม่เหล็กบริเวณพื้นดินและสายดินเหนือศีรษะถูกกำหนดให้มีค่าเป็นศูนย์

หลังจากประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตให้กับระบบแล้ว จากสมการที่ (2-39) จะสามารถหาค่าสนามแม่เหล็ก (H) ณ โหนดต่าง ๆ ได้ดังสมการที่ (2-40)

$$H = K^{-1}f \quad (2-40)$$

และสามารถหาค่าสนามแม่เหล็ก (B) ต่อได้จากความสัมพันธ์ $B = \mu H$

2.4 การคำนวณอุณหภูมิโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น จะต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในการคำนวณอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้าแบบ 2 มิติ จะแสดงได้ในสมการที่ (2-7) ที่ผ่านมา

2.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์

จากการออกแบบเอลิเมนต์ในหัวข้อ 2.3.1 ที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้แล้ว รูปแบบของเอลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจะใช้รูปแบบเหมือนกับเอลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทุกประการ เพราะฉะนั้นในหัวข้อนี้จึงข้ามการออกแบบเอลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษาไป

ขั้นตอนนี้เป็นการศึกษาเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนเอลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$T(x, y) = T_i N_i + T_j N_j + T_k N_k \quad (2-41)$$

โดยที่ N_n $n = ijk$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ และ T_n $n = ijk$ คือผลลัพธ์ของอุณหภูมิในแต่ละ โหนด ijk ของเอลิเมนต์ ซึ่งในกรณีเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อจะ

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \quad (2-42)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i \end{aligned}$$

และ Δ_e คือ พื้นที่ของแต่ละอิเลเมนต์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\Delta_e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (2-43)$$

2.4.2 การสร้างสมการของอิเลเมนต์

จากสมการอนุพันธ์ย่อยของปัญหาความร้อนแบบ 2 มิติ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-7) ที่แสดงก่อนหน้านี้นี้ดังนี้

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2-44)$$

สำหรับการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์อิเลเมนต์ที่ยังคงประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างด้วยวิธีกาลเลอร์กินเช่นเดียวกันกับการคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนต์อิเลเมนต์ที่ผ่านมา ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-45)

$$\int_{\Omega} W_n R d\Omega = 0 \quad n = i, j, k \quad (2-45)$$

โดยเมื่อพิจารณาปัญหาความร้อน จะได้เศษตกค้าง R ดังสมการที่ (2-46)

$$R = k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q \quad (2-46)$$

สำหรับอิเลเมนต์รูปสามเหลี่ยม จุดที่ไม่รู้ค่ามี 3 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสาม ดังนั้นจึงต้องการ 3 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่รู้ค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (2-45) จะต้องมีค่า $n = i, j, k$ และโดยปกติจะเลือก $W_n = N_n$ ดังนั้นเมื่อแทนค่า R ด้วยสมการ (2-46) ลงในสมการที่ (2-45) จะได้

$$\int_{\Omega} N_n \left(k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q \right) d\Omega = 0 \quad (2-47)$$

แล้วแยกพจน์ต่างๆ ออกมาเพื่อทำการพิจารณา จะได้

$$\int_{\Omega} N_n \left(k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_n \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) d\Omega + \int_{\Omega} N_n (Q) d\Omega = 0 \quad (2-48)$$

พจน์แรกของสมการที่ (2-48) แทนการแพร่กระจายความร้อน พจน์ที่สองแทนอัตราความจุความร้อน และพจน์ที่สามแทนปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นได้เองภายในอิเลเมนต์ตามลำดับ สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ ดังนั้นจากสมการที่ (2-48) เมื่อ $n = i, j, k$ จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} N_n \left(k \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) d\Gamma - \int_{\Omega} \left(k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega \\ - \int_{\Omega} N_n \rho c \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} N_n Q d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (2-49)$$

พจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิเลเมนต์คือพจน์แรกที่มีคุณสมบัติทางกายภาพคือปริมาณความร้อนตลอดขอบนอกของอิเลเมนต์นั้น ๆ หนึ่ง อิเลเมนต์นั้นอาจวางตัวอยู่กลางหรืออยู่ติดขอบนอกของสายส่งกำลังไฟฟ้า หากอิเลเมนต์ที่พิจารณาอยู่ในตำแหน่งขอบนอกตัวนำ ซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตแบบการพาความร้อน เราจึงจำเป็นต้องแทนพจน์นี้ด้วยเงื่อนไขการพาความร้อนดังแสดงด้วยสมการที่ (2-50)

$$q = h(T - T_{\infty}) \quad (2-50)$$

โดยที่ h คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อน

T_{∞} คือ อุณหภูมิอากาศรอบนอก

ดังนั้นจากสมการที่ (2-49) จะได้

$$\int_{\Gamma} N_n (-h(T - T_{\infty})) d\Gamma - \int_{\Omega} \left(k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_n \rho c \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} N_n Q d\Omega = 0 \quad (2-51)$$

จากสมการที่ (2-51) จัดรูปใหม่จะได้สมการไฟไนต์อิลิเมนต์สำหรับอิลิเมนต์ที่ได้นี้

$$\int_{\Omega} N_n \rho c \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \left(k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega + \int_{\Gamma} N_n (hT) d\Gamma = \int_{\Omega} N_n Q d\Omega + \int_{\Gamma} N_n (hT_{\infty}) d\Gamma \quad (2-52)$$

และเนื่องจากสมการที่ (2-52) มีทั้งหมด 3 สมการ เราสามารถเขียนสมการไฟไนต์อิลิเมนต์ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (2-53) ดังนี้

$$\int_{\Omega} \left([N]_{3 \times 1} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) d\Omega + \int_{\Omega} \left(k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{3 \times 1} \frac{\partial T}{\partial x} + k \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{3 \times 1} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega + \int_{\Gamma} [N]_{3 \times 1} (hT) d\Gamma = \int_{\Omega} [N]_{3 \times 1} Q d\Omega + \int_{\Gamma} [N]_{3 \times 1} (hT_{\infty}) d\Gamma \quad (2-53)$$

และจากสมการที่ (2-41) จึงได้ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ T โดยประมาณในแต่ละอิลิเมนต์เป็น

$$T(x, y) = [N]_{1 \times 3} [T]_{3 \times 1}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 3} [T]_{3 \times 1} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 3} [T]_{3 \times 1}$$

และสมการไฟไนต์อิลิเมนต์จึงกลายมาเป็น

$$\int_{\Omega} \left([N]_{3 \times 1} \rho c [N]_{1 \times 3} \right) d\Omega \left[\dot{T} \right]_{3 \times 1} + \int_{\Omega} \left(k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{3 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 3} + k \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{3 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 3} \right) d\Omega [T]_{3 \times 1} + \int_{\Gamma} [N]_{3 \times 1} h [N]_{1 \times 3} d\Gamma [T]_{3 \times 1} = \int_{\Omega} [N]_{3 \times 1} h T_{\infty} d\Gamma + \int_{\Omega} [N]_{3 \times 1} Q d\Omega \quad (2-54)$$

หรือเขียนสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับแต่ละเอลิเมนต์ที่ประกอบด้วย 3 สมการได้ดังนี้

$$[C]_{3 \times 3} \left\{ \dot{T} \right\}_{3 \times 1} + [[K_c] + [K_h]]_{3 \times 3} \{T\}_{3 \times 1} = \{Q_h\}_{3 \times 1} + \{Q_o\}_{3 \times 1} \quad (2-55)$$

โดยงานวิจัยนี้ได้พิจารณาอุณหภูมิที่กระจายรอบสายส่งกำลังไฟฟ้าในสภาวะคงตัว (steady state) ดังนั้นสมการที่ (2-55) จึงลดรูปกลายเป็น

$$[[K_c] + [K_h]]_{3 \times 3} \{T\}_{3 \times 1} = \{Q_h\}_{3 \times 1} + \{Q_o\}_{3 \times 1}$$

เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน: $[K_c]_{3 \times 3}$

$$\text{จาก } [K_c]_{3 \times 3} = \int_{\Omega} \left(k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{3 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 3} + k \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{3 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 3} \right) d\Omega \quad (2-56)$$

จากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (2-42) จึงได้

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{2\Delta_e} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{2\Delta_e} \quad n = i, j, k \quad (2-57)$$

แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (2-57) ลงในสมการที่ (2-56) จะได้

$$[K_c]_{3 \times 3} = k \int \left(\frac{b_n}{2\Delta_e} \frac{b_m}{2\Delta_e} + \frac{c_n}{2\Delta_e} \frac{c_m}{2\Delta_e} \right) dx dy \quad n, m = i, j, k \quad (2-58)$$

$$= \frac{k}{4\Delta_e^2} (b_n b_m + c_n c_m) \int dx dy$$

$$= \frac{k}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_i + c_k c_i & b_k b_j + c_k c_j & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix}$$

$$= \frac{k}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ \text{Sym} & & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \quad (2-59)$$

เมทริกซ์ของการพาความร้อน: $[K_h]_{3 \times 3}$

$$\text{จาก } [K_h]_{3 \times 3} = \int_{\Gamma} [N]_{3 \times 1} h [N]_{1 \times 3} d\Gamma \quad (2-60)$$

จากสมการที่ (2-60) และหากสัมพันธ์วิธีการพาความร้อน h มีค่าคงที่ เมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนพื้นผิวของอิเลิเมนต์จึงกลายเป็น

$$[K_h]_{3 \times 3} = h \int N_n N_m dx dy \quad n m = i j k \quad (2-61)$$

สมการที่ (2-61) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่จะได้

$$[K_h]_{3 \times 3} = \frac{h\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2-62)$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอิเลิเมนต์จะได้กล่าวถึงต่อไป

โหลดเวกเตอร์การพาความร้อน: $\{Q_h\}_{3 \times 1}$

$$\text{จาก } \{Q_h\}_{3 \times 1} = \int_{\Gamma} [N]_{3 \times 1} h T_{\infty} d\Gamma \quad (2-63)$$

หรือเมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนพื้นผิวของอิเลิเมนต์ ดังนั้นสมการที่ (2-63) จึงกลายเป็น

$$\{Q_h\}_{3 \times 1} = h T_{\infty} \int N_n dx dy \quad n = i j k \quad (2-64)$$

สมการที่ (2-64) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ได้ดังนี้

$$\{Q_h\}_{3 \times 1} = \frac{hT_\infty \Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-65)$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอิเลิเมนต์จะได้กล่าวถึงต่อไป

โหลคเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง: $\{Q_Q\}_{3 \times 1}$

$$\text{จาก } \{Q_Q\}_{3 \times 1} = \int_{\Omega} [N]_{3 \times 1} Q d\Omega \quad (2-66)$$

หรือ

$$\{Q_Q\}_{3 \times 1} = Q \int N_n dx dy \quad n = i j k \quad (2-67)$$

สมการที่ (2-67) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ได้ดังนี้

$$\{Q_Q\}_{3 \times 1} = \frac{Q \Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-68)$$

นอกจากการถ่ายเทความร้อนบนพื้นผิวของอิเลิเมนต์ที่แสดงไปแล้วยังมีการถ่ายเทความร้อนตลอดพื้นผิวขอบใดขอบหนึ่งของอิเลิเมนต์ ซึ่งมีความหนาเท่ากับ t และขอยกตัวอย่างระหว่างจุดต่อ i และ j ตรงขอบของอิเลิเมนต์ที่มีความยาวเท่ากับ l การประดิษฐ์อิเลิเมนต์ที่สอดคล้องกับการถ่ายเทความร้อนตลอดขอบดังกล่าวจะได้

$$[K_h]_{3 \times 3} = \frac{htl}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-69)$$

$$\{Q_h\}_{3 \times 1} = \frac{hT_\infty tl}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-70)$$

2.4.3 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็น การนำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยหากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมสำหรับการจำลองผลค่าอุณหภูมิของงานวิจัยนี้ในรูปสมการเชิงเส้นคือ

$$[[K_c] + [K_h]]_{\text{sys}(n \times n)} \{T\}_{\text{sys}(n \times 1)} = \{Q_h\}_{\text{sys}(n \times 1)} + \{Q_Q\}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (2-71)$$

เมื่อ T คือ ค่าอุณหภูมิที่ไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ

2.4.4 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย

ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิ T เริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตบริเวณต่างๆ ของระบบกำลังไฟฟ้า ส่วนค่าโหนดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนจะใช้ค่าปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นเอง (Q) ของทั้งพื้นที่ที่พิจารณา โดยค่าปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นเองจะหาได้จากความสัมพันธ์ของค่าความหนาแน่นกระแส (current density: J) ซึ่งเป็นผลมาจากค่าความเข้มสนามแม่เหล็ก (H) ดังนี้

$$Q = \frac{J^2}{\sigma} \quad (2-72)$$

และจากกฎของแมกซ์เวลล์ซึ่งเกี่ยวข้องกับสนามแม่เหล็กคงตัว (steady magnetic field) ซึ่ง $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ โดยเมื่อพิจารณาแบบ 2 มิติ ตามระนาบพิกัด xy จึงได้ค่าความหนาแน่นกระแสในแนวแกน x (J_x) และค่าความหนาแน่นกระแสในแนวแกน y (J_y) ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-73) และ (2-74) ตามลำดับ

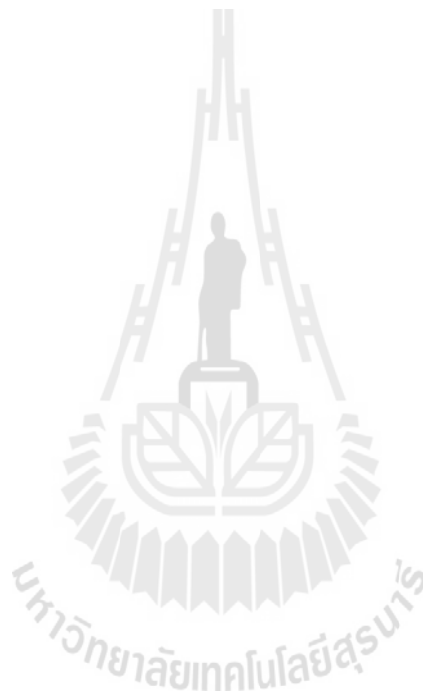
$$J_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k}{2\Delta_e} \quad (2-73)$$

$$J_y = -\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\left(\frac{b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k}{2\Delta_e} \right) \quad (2-74)$$

โดยที่ $J = \sqrt{J_x^2 + J_y^2}$

2.5 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอนุหภูมิในสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ประกอบด้วยคำนึงถึงคุณสมบัติต่างๆ ทางไฟฟ้าของวัสดุที่แตกต่างกันในระบบ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง การประยุกต์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติเพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและอนุหภูมิได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาเลอร์คิน รายละเอียดต่างๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้เป็น โปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 3 และบทที่ 4 ต่อไป



บทที่ 3

ผลการจำลองสนามแม่เหล็กที่มีผลต่ออุณหภูมิเมื่อเกิดการลัดวงจรในสายส่งกำลังไฟฟ้า

3.1 บทนำ

การจำลองผลของงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาองค์ความรู้ในการป้องกันการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและความร้อนในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งวงจรเดี่ยว (single circuit) และวงจรคู่ (double circuit) ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย เมื่อเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจร (short-circuit fault) ในแต่ละประเภท ซึ่งค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้นั้นจะมีผลมาจากค่าสนามแม่เหล็ก ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่งต่างๆ ภายในระบบ ภายในบทที่ 3 จึงได้กล่าวถึงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบที่ใช้ในการจำลองผลและอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ พร้อมผลการจำลอง ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ใช้การสร้างกริดจากกล่องเครื่องมือสำเร็จรูปที่ชื่อว่า PDETOOL ของโปรแกรม MATLAB™ ซึ่งใช้กริดรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ โดยได้ดำเนินการประมวลผลให้ทำงานบนพื้นฐานการใช้งานของ MATLAB™

3.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก

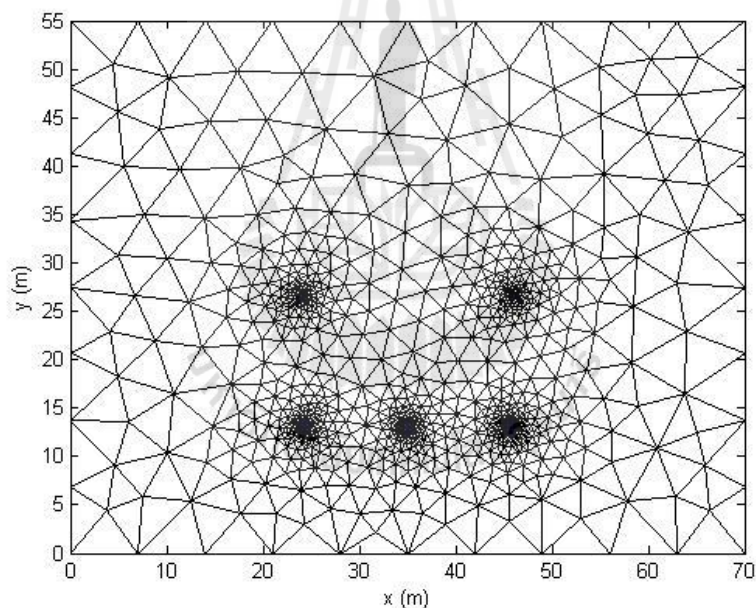
การคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่ได้กล่าวถึงต่อไปนี้ งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อนำข้อมูลของโนดและอิลิเมนต์มาพัฒนาต่อยอดด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเอง โดยอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลแบบ 2 มิติได้ดังนี้

3.2.1 โปรแกรมสร้างกริด

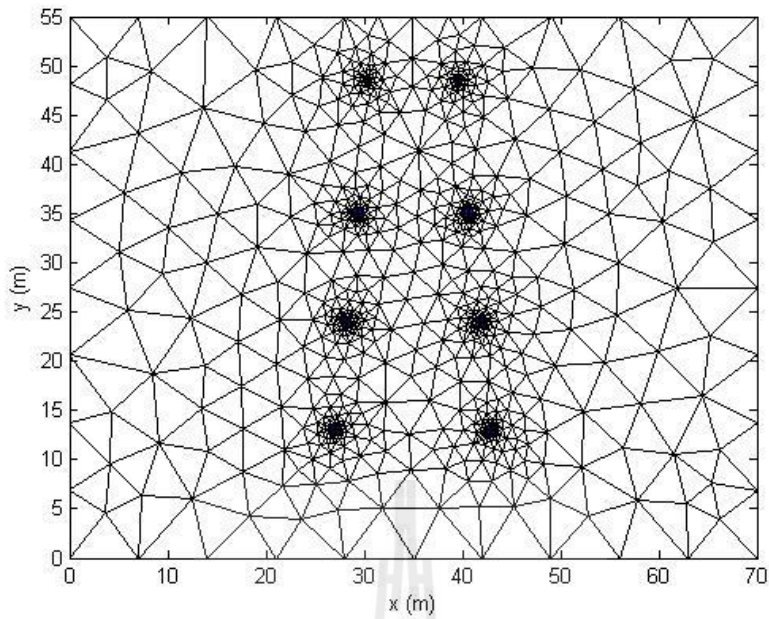
โปรแกรมการสร้างกริดในงานวิจัยนี้ จะใช้การสร้างกริดจากกล่องเครื่องมือสำเร็จรูปที่ชื่อว่า PDETOOL ของโปรแกรม MATLAB™ ซึ่งสามารถสร้างกริดได้เฉพาะปัญหาแบบ 2 มิติ เท่านั้น โดยสามารถเลือกความละเอียดของกริดให้เหมาะสมกับระบบได้ จากนั้นจึงนำข้อมูลของการสร้างกริดที่จำเป็นมาพัฒนาเป็นโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ต่อไป ข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริดได้แก่ ข้อมูลบอกระยะพิกัดในแนวแกน x และ y ข้อมูลบอกหมายเลขโนด ข้อมูลบอกหมายเลขอิลิเมนต์ ข้อมูลบอกหมายเลขที่แบ่งชนิดของวัสดุในระบบ และข้อมูลบอกหมายเลขของขอบเขตชั้นงานเพื่อกำหนดเงื่อนไขขอบเขต ส่วนข้อจำกัดของกล่องเครื่องมือสำเร็จรูปนี้คือ

ไม่สามารถระบุค่าเงื่อนไขขอบเขตให้กับระบบที่มีหลากหลายเนื้อวัสดุในชั้นเดียวกันได้ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงได้นำประโยชน์ของกล่องเครื่องมือนี้มาเพื่อช่วยในการสร้างกริดแต่เพียงเท่านั้น ส่วนขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์อื่น ๆ อันได้แก่ การสร้างสมการของแต่ละเอลิเมนต์ การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม การกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต และการแก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยนั้น จะทำการพัฒนาด้วยโปรแกรม MATLAB ที่ประดิษฐ์ขึ้นเองเพื่อจำลองผลต่อไป

งานวิจัยระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่นี้ ได้แบ่งพื้นที่ศึกษาออกเป็นพื้นที่ย่อยๆ ได้แก่ พื้นที่ที่เป็นตัวนำและพื้นที่ที่เป็นอากาศด้วยเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ สำหรับขอบเขตของระบบที่ศึกษาได้กำหนดพื้นที่ของปัญหาให้มีความกว้าง 70 เมตร และสูงจากพื้นดิน 55 เมตร ซึ่งเป็นพื้นที่ของปัญหาที่มีความเหมาะสมต่องานวิจัยสำหรับกริดแบบ 2 มิติ ของปัญหาในระบบส่งจ่ายไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 3.1 และ 3.2 ตามลำดับ



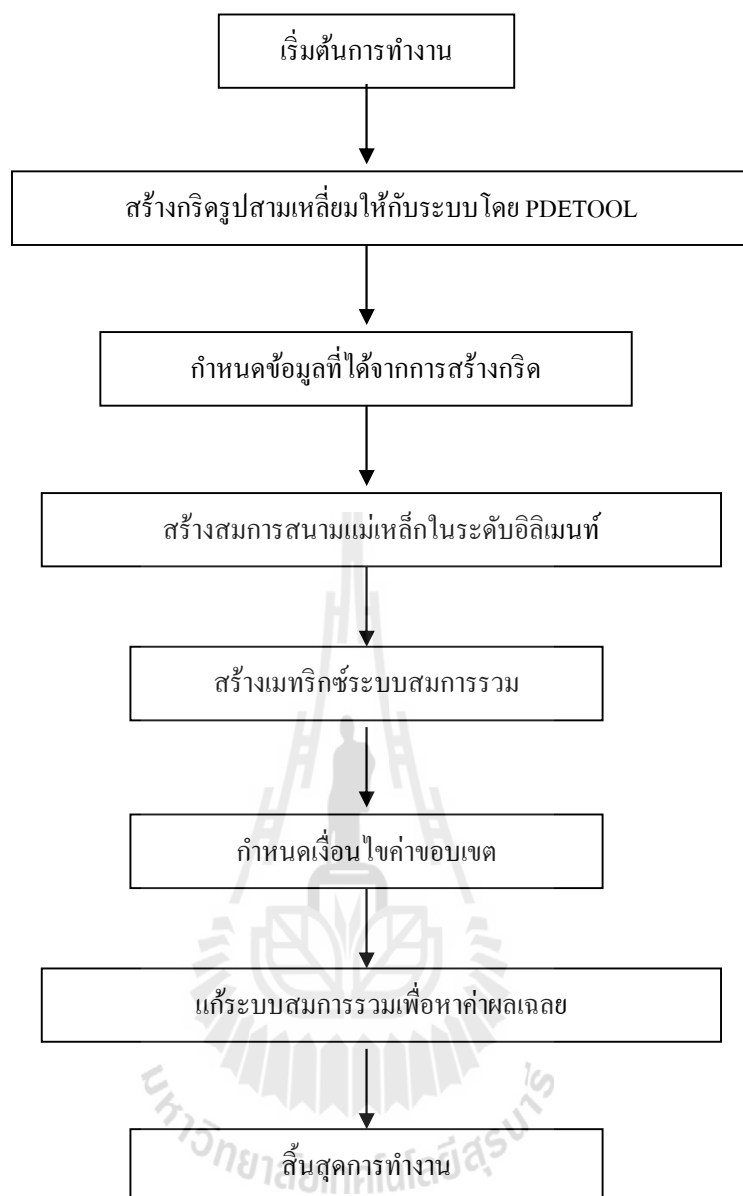
รูปที่ 3.1 การแบ่งเอลิเมนต์ของระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงวงจรเดี่ยวขนาด 500 kV



รูปที่ 3.2 การแบ่งอิลิเมนต์ของระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงวงจรคู่ขนาด 500 kV

3.2.2 โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 2 มิติ โดยข้อมูลที่จำเป็นในการประดิษฐ์โปรแกรมนั้นได้จากในหัวข้อ 3.2.1 ที่อธิบายไว้ก่อนหน้านี้ โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก

จากแผนภูมิในรูปที่ 3.3 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลของระบบแบบ 2 มิติ เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละขั้นตอนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุต ซึ่งแสดงถึงลักษณะของโนดและอิลิเมนต์จากโปรแกรมการสร้างกริด PDETOOL ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลประกอบด้วย จำนวนและตำแหน่งของโนด หมายเลขโนดที่ประกอบขึ้นเป็นอิลิเมนต์ จำนวนและหมายเลขของอิลิเมนต์ เป็นต้น

ขั้นตอนการสร้างสมการสนามแม่เหล็กในระดับอิลิเมนต์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ในรูปแบบของสามเหลี่ยมสามจุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 2 มิติ ของทุก ๆ อิลิเมนต์ เนื่องจากภายในระบบมีชิ้นงานที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันอยู่ 2 ชนิด คือ อากาศ และสายส่งตัวนำ ซึ่งวัตถุทั้งสองมีค่าคุณสมบัติที่แตกต่างกันออกไป สำหรับงานวิจัยนี้ได้กำหนดให้ระบบมีความถี่ 50 Hz และสมมติให้สายส่งเป็นสายเปลือย (bare wire) ทำจากอะลูมิเนียมแกนเหล็ก (Aluminum Conductor Steel Reinforced: ACSR) ซึ่งมีสภาพนำทางไฟฟ้า (σ) = 0.8×10^7 S/m ความซาบซึมสัมพัทธ์ทางแม่เหล็ก (μ_r) = 300 โดยความซาบซึมทางแม่เหล็กของอากาศ (μ_0) = $4\pi \times 10^{-7}$ H/m และค่าไดอิเล็กทริกสัมพัทธ์ (ϵ_r) = 3.5 โดยไดอิเล็กทริกของอากาศ (ϵ_0) = 8.854×10^{-12} F/m (Hayt and Buck, 2006) โดยการสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนต์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัตถุที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลิเมนต์นั้นๆ ด้วย

ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมสมการของอิลิเมนต์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวม ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ทั้งหมด n โหนดจะก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการทั้งสิ้น n สมการ

ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตของสนามแม่เหล็ก ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 ที่ผ่านมา

ขั้นตอนการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : ในขั้นตอนสุดท้ายนี้ โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของสนามแม่เหล็ก โดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

3.3 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กเมื่อเกิดการลัดวงจรพร้อมวิเคราะห์ผล

การจำลองผลของระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ ได้พิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติและสมมติให้เป็นการจ่ายโหลดสมดุล โดยค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลในสายส่งซึ่งจะขึ้นอยู่กับผู้ใช้ไฟ (load current) ในขณะนั้น ได้พิจารณาที่ภาระในการจ่ายโหลดสูงสุดมีค่าเท่ากับ 3.15 kA ต่อเฟส (พิกัด ปีนอนงค์, 2545) โดยขนาดกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละเฟสของตัวนำวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ทั้ง 12 และ 24 เส้น ตามลำดับนี้ จะใช้ไปคำนวณค่าสนามแม่เหล็กที่ป้อนตรงบริเวณขอบของตัวนำแต่ละเฟส ซึ่งสามารถคำนวณได้จากวิธีของ พิกัด ปีนอนงค์ (2545)

และได้พิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงภายใต้สภาวะการเกิดความผิดปกติของแบบลัดวงจรขึ้นในระบบสายส่งกำลังไฟฟ้า 3 เฟส โดยแบ่งการพิจารณาความผิดปกติของแบบลัดวงจรออกได้เป็น 4 ประเภท (El-Hawary, 2000) คือ

1) การลัดวงจรชนิดเส้นเดียวลงดิน (single line-to-ground fault: SLGF) ซึ่งความผิดปกติประเภทนี้จะมีความรุนแรงต่อระบบน้อยสุด โดยทั่วไปแล้วจะมีโอกาสเกิดความผิดปกติประเภทนี้อยู่ 75% โดยสมมติให้เฟส A เกิดการลัดวงจรลงดิน ซึ่ง $I_A = 4.95 \angle -90^\circ$ p.u., $I_B = I_C = 0$

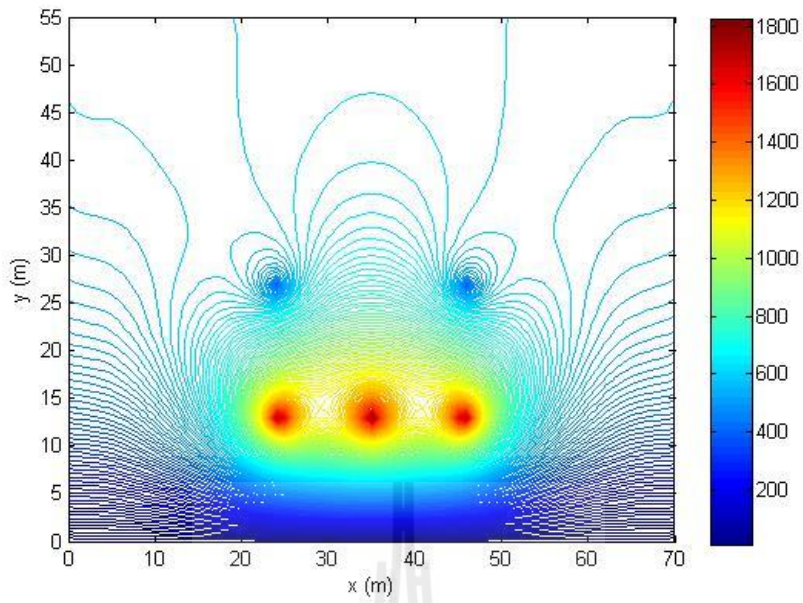
2) การลัดวงจรชนิดเส้นคู่ลงดิน (double line-to-ground fault: DLGF) โดยสมมติให้เส้นคู่เฟส B และ C เกิดการลัดวงจรลงดิน ซึ่ง $I_A = 0$, $I_B = 3.36 \angle 151.77^\circ$ p.u., $I_C = 3.36 \angle 28.23^\circ$ p.u.

3) การลัดวงจรชนิดระหว่างเส้น (line-to-line fault: LLF) โดยสมมติให้เกิดการลัดวงจรระหว่างเส้นเฟส B และ C ซึ่ง $I_A = 0$, $I_B = -I_C = 3.34 \angle -180^\circ$ p.u.

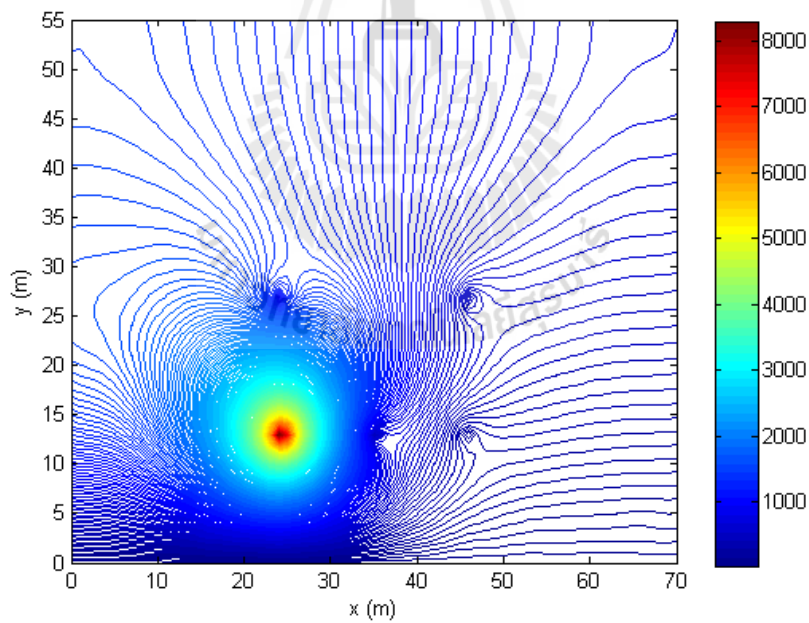
4) การลัดวงจรชนิด 3 เฟสสมมาตร (symmetrical 3-phase fault: 3 Φ F) ซึ่งความผิดปกติแบบสุดท้ายนี้จะมีความรุนแรงสูงที่สุด โดยจะมีโอกาสเกิดความผิดปกติประเภทนี้อยู่เพียง 5% ซึ่ง $I_A = 3.23 \angle -90^\circ$ p.u., $I_B = 3.23 \angle -210^\circ$ p.u., $I_C = 3.23 \angle 30^\circ$ p.u.

ซึ่งการเกิดความผิดปกติของแบบลัดวงจรในทุกประเภทนี้ จะส่งผลให้เกิดกระแสไฟฟ้าที่ไหลในสายส่งมีปริมาณสูงกว่ากระแสโหลดเต็มพิกัดอยู่หลายเท่าตัว

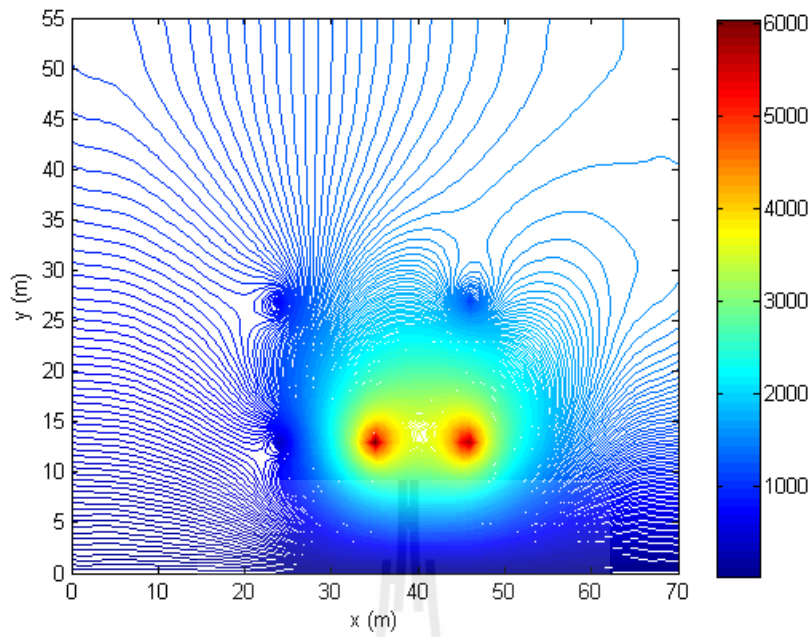
การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ใช้ MATLAB ในการพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับคำนวณการกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้น โดยการพล็อตเส้นโครงร่าง (contour) ค่าขนาดของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดที่ศึกษา เมื่อพิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงของสายส่งวงจรเดียวภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติและสภาวะการเกิดความผิดปกติของแบบลัดวงจรทั้ง 4 ประเภท อันได้แก่ แบบ SLGF แบบ DLGF แบบ LLF และแบบ 3 Φ F สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.4 - 3.8 ตามลำดับ พร้อมแสดงตารางเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของสนามแม่เหล็กที่ความสูงระดับต่างๆ จากพื้นดินในแต่ละสภาวะของสายส่งวงจรเดียวดังตารางที่ 3.1



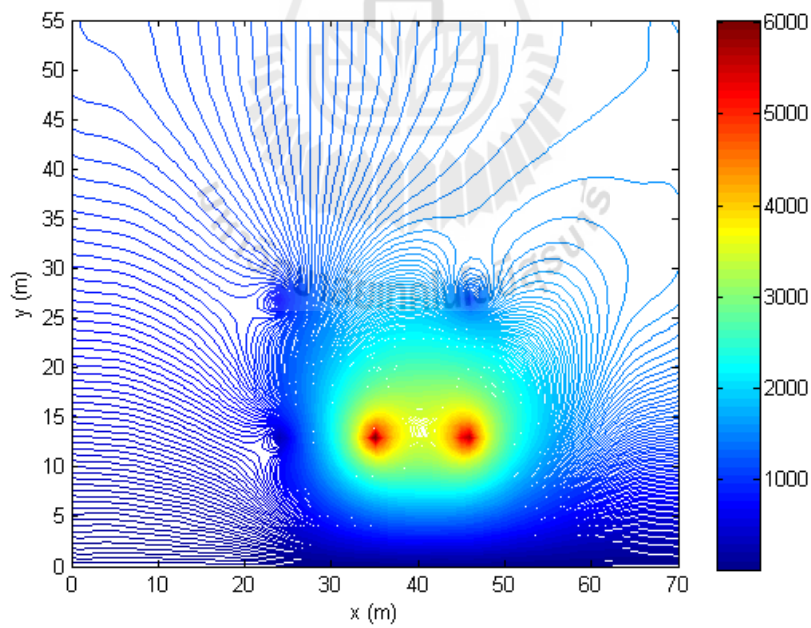
รูปที่ 3.4 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรเดี่ยวภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติ



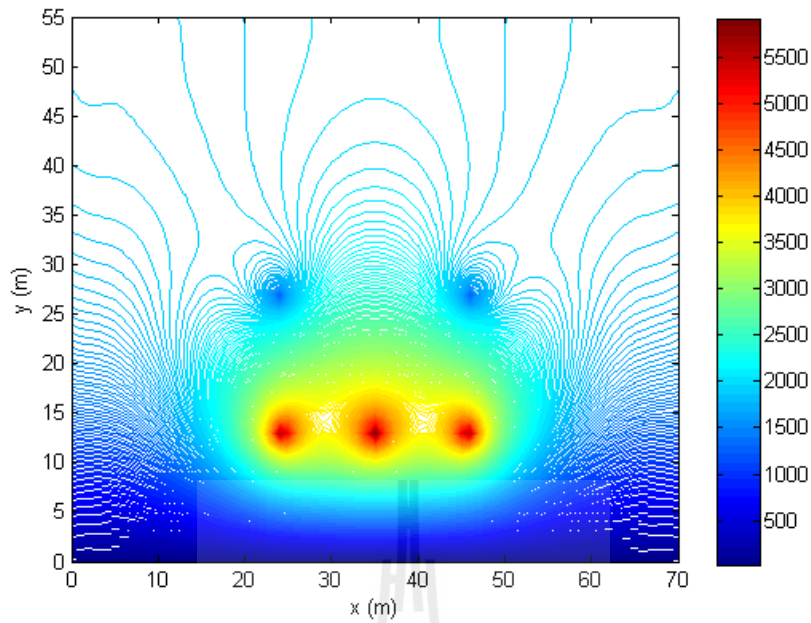
รูปที่ 3.5 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรเดี่ยวภายใต้ความผิดปกติแบบ SLGF



รูปที่ 3.6 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรเดี่ยวภายใต้ความผิดพร่องแบบ DLGF



รูปที่ 3.7 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรเดี่ยวภายใต้ความผิดพร่องแบบ LLF

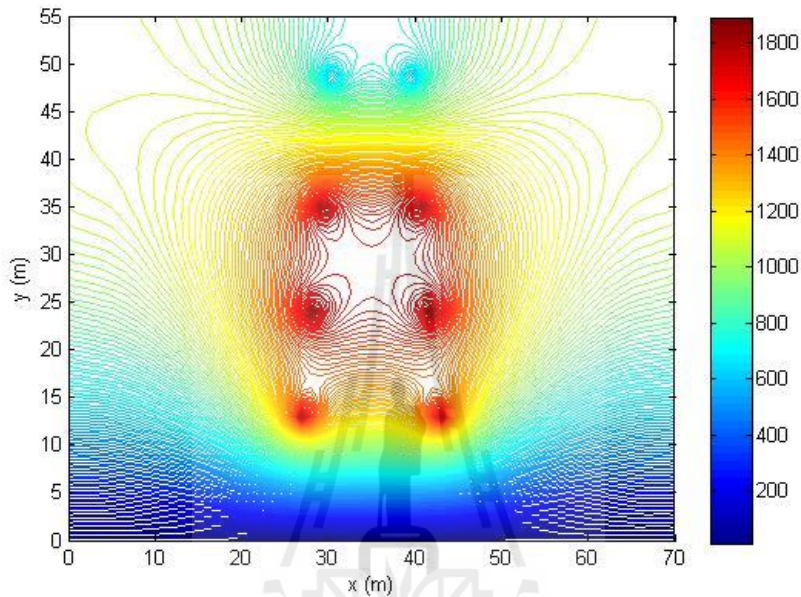


รูปที่ 3.8 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งแรงดันเดียวภายใต้ความผิดพลาดแบบ 3 ϕ F

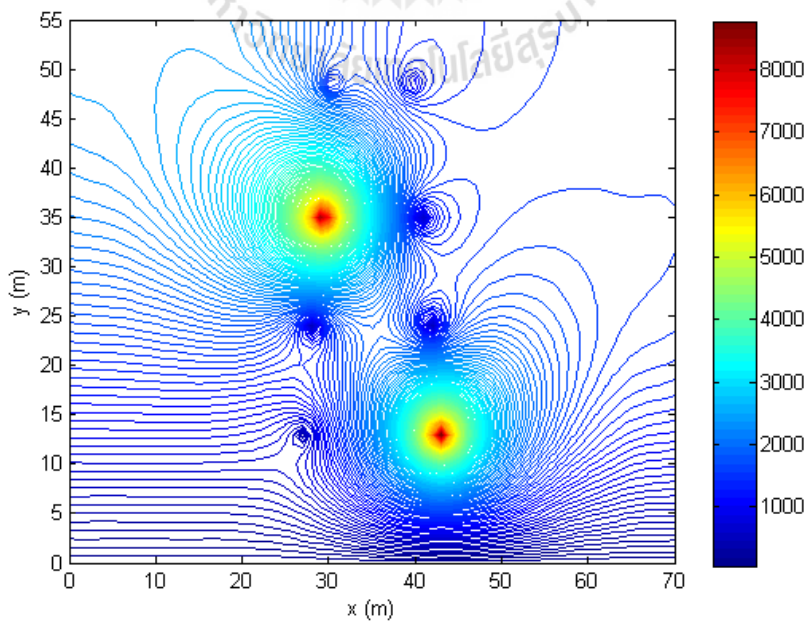
ตารางที่ 3.1 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ความสูงต่างๆ ในแต่ละสภาวะของสายส่งแรงดันเดียว

ความสูง (m)	ปกติ	SLGF	DLGF	LLF	3 ϕ F
1	66	119	147	145	213
5	327	591	727	719	1060
10	652	1177	1450	1434	2113
15	810	1462	1802	1782	2626
20	719	1307	1603	1584	2339
25	627	1145	1402	1386	2047
30	596	1091	1334	1319	1949
35	596	1091	1333	1318	1948
40	596	1091	1334	1319	1949
45	596	1091	1334	1319	1949
50	596	1091	1334	1319	1949
55	596	1091	1335	1319	1950

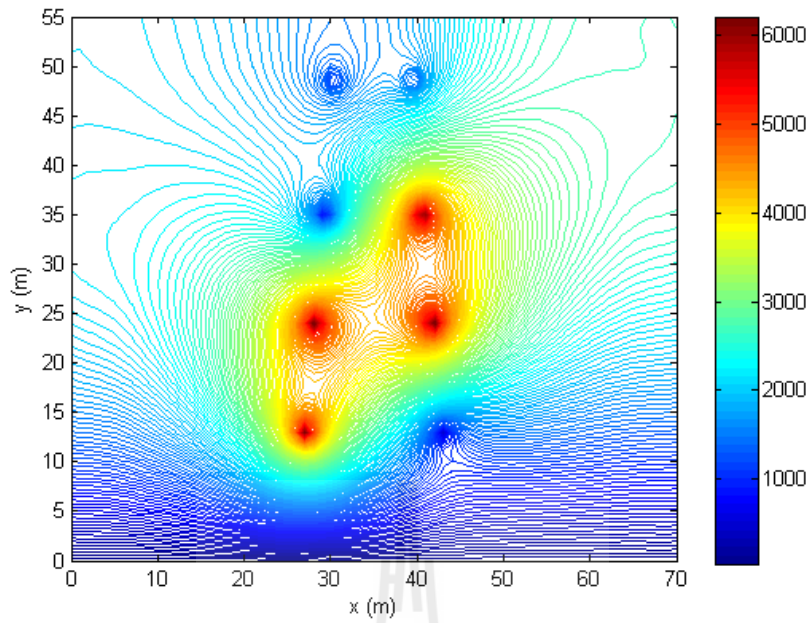
และเมื่อพิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงของสายส่งวงจรรูปร่างใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติและสภาวะการเกิดความผิดปกติพร้อมแบบลัดวงจรทั้ง 4 ประเภท อันได้แก่ แบบ SLGF แบบ DLGF แบบ LLF และแบบ 3 ϕ F สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.9 - 3.13 ตามลำดับ พร้อมแสดงตารางเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของสนามแม่เหล็กที่ความสูงระดับต่างๆ จากพื้นดินในแต่ละสภาวะของสายส่งวงจรรูปร่างที่ 3.2



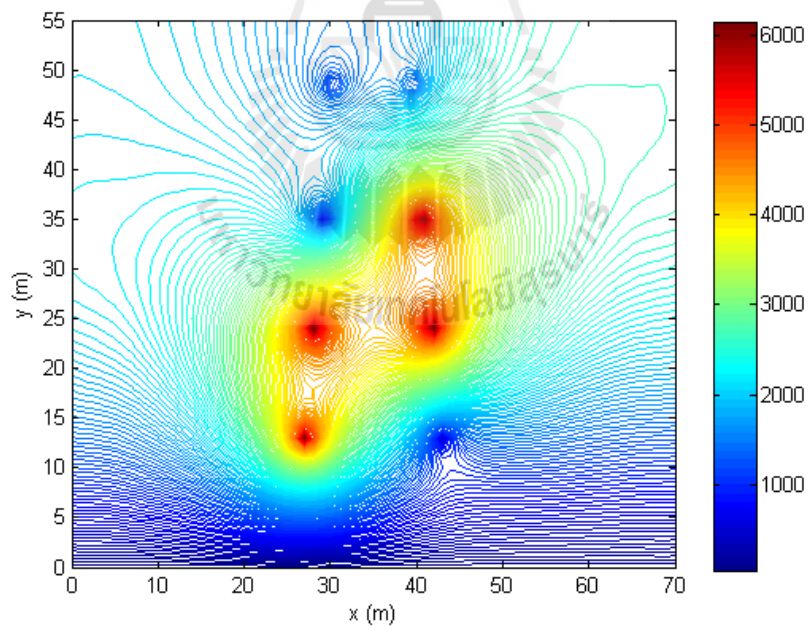
รูปที่ 3.9 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรรูปร่างใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติ



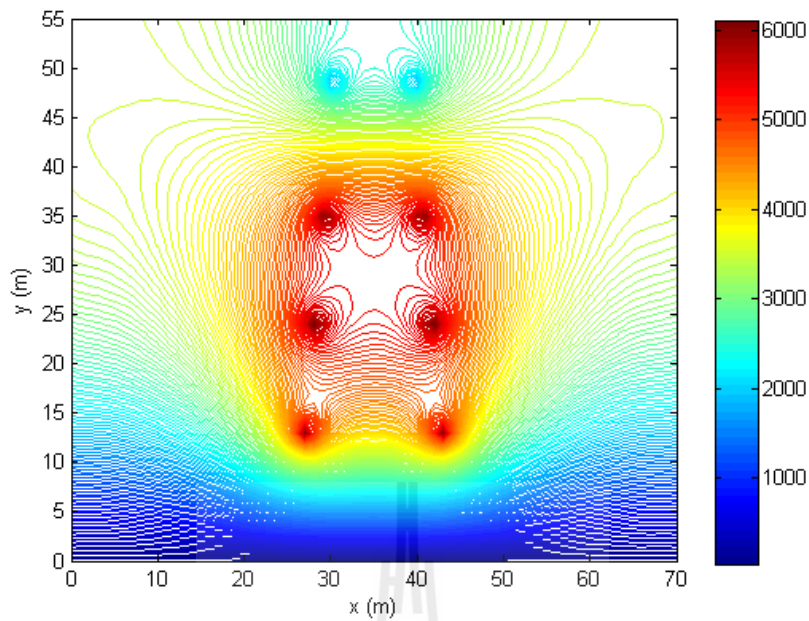
รูปที่ 3.10 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรรูปร่างใต้ความผิดปกติแบบ SLGF



รูปที่ 3.11 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรรูปร่างภายใต้ความผิดพร่องแบบ DLGF



รูปที่ 3.12 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรรูปร่างภายใต้ความผิดพร่องแบบ LLF



รูปที่ 3.13 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (μT) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดพลาดแบบ 3 ϕ F

ตารางที่ 3.2 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ความสูงต่างๆ ในแต่ละสถานะของสายส่งวงจรคู่

ความสูง (m)	ปกติ	SLGF	DLGF	LLF	3 ϕ F
1	74	142	160	158	240
5	371	715	799	790	1199
10	740	1424	1593	1574	2390
15	1016	1801	2289	2265	3282
20	1157	1699	2842	2816	3736
25	1269	1691	3233	3206	4098
30	1288	2086	3036	3010	4159
35	1299	2463	2828	2801	4196
40	1182	2241	2575	2550	3819
45	1061	2001	2319	2296	3428
50	978	1835	2141	2120	3158
55	977	1834	2139	2118	3155

จากเส้น โครงร่าง (contour) ค่าขนาดของสนามแม่เหล็กภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติทั้ง วงจรเดี่ยวและวงจรคู่ที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัด ที่ปรากฏดังรูปที่ 3.4 และ 3.9 ตามลำดับ จะ สังเกตเห็นว่า เมื่อพิจารณาสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวออกไปทางด้านซ้ายและขวาด้านละ 35 m จาก ตำแหน่งบริเวณกลางแนวสายส่งไฟฟ้า (center line) (บริเวณกึ่งกลางรูป) การกระจายตัวจะมีความ สมดุลตลอดทั้งพื้นที่ศึกษา โดยกรณีที่พิจารณาสายส่งวงจรคู่ ค่าขนาดของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัว ตลอดถึงแวกล้อมบริเวณนั้นจะมีค่าสูงกว่ากรณีที่พิจารณาสายส่งวงจรเดี่ยว และจะสังเกตเห็นว่า สนามแม่เหล็กทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่จะมีปริมาณสูงที่ตำแหน่งสายส่งตัวนำและจะมีค่าน้อยลงเมื่อ ระยะห่างจากสายส่งตัวนำมีค่ามากขึ้น โดยจะมีค่าน้อยสุดที่บริเวณ พื้นดิน ซึ่งค่าสูงสุดของ สนามแม่เหล็กจะเกิดที่ตำแหน่งบริเวณกลางแนวสายส่งไฟฟ้า เพราะที่ตำแหน่งนี้จะมีการเสริมกัน ของสนามแม่เหล็กมากที่สุด และจะมีค่าลดลงเมื่อมีระยะห่างออกไปจากแนวสายส่งทั้งซ้ายและขวา

และเมื่อพิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงภายใต้สภาวะการเกิดความผิดปกติแบบ SLGF แบบ DLGF แบบ LLF และแบบ 3 Φ F ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ ที่ปรากฏดังรูปที่ 3.5 - 3.8 และ 3.6 - 3.9 ตามลำดับ จะสังเกตเห็นว่าเส้น โครงร่างค่าขนาดของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวตลอด พื้นที่หน้าตัดเมื่อเกิดความผิดปกติจะมีความสูงกว่าสภาวะการจ่ายโหลดปกติ และค่าขนาด ของสนามแม่เหล็กยังมีความสอดคล้อง ไปตามความสัมพันธ์ของค่ากระแสในแต่ละแบบของสภาวะ การเกิดความผิดปกติ และเมื่อสังเกตร่วมกับตารางที่ 3.1 และ 3.2 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของ สนามแม่เหล็กที่ความสูงระดับต่างๆ จากพื้นดินในแต่ละสภาวะของสายส่งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ ตามลำดับ จะสังเกตเห็นว่าที่ความสูงจากพื้นดินในระดับเดียวกันสายส่งวงจรคู่จะมีปริมาณ สนามแม่เหล็กสูงกว่าสายส่งวงจรเดี่ยว ทั้งนี้เพราะสายส่งวงจรคู่มีปริมาณตัวนำมากกว่าสายส่งวงจร เดี่ยว โดยที่ความสูงระดับเดียวกันเมื่อเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรขึ้น ปริมาณสนามแม่เหล็ก ภายใต้สภาวะการเกิดความผิดปกติแบบ SLGF จะมีค่าน้อยที่สุด และปริมาณสนามแม่เหล็กภายใต้ สภาวะการเกิดความผิดปกติแบบ 3 Φ F จะมีค่ามากที่สุด

3.4 สรุป

บทที่ 3 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่มี ผลต่ออุณหภูมิในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ ของการ ไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ เมื่อพิจารณาการส่งจ่าย กำลังไฟฟ้าแรงสูงภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติและสภาวะการเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรใน แต่ละประเภท ซึ่ง โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 3.3 โดย สายส่งวงจรคู่จะมีการกระจายตัวของค่าสนามแม่เหล็กสูงกว่าสายส่งวงจรเดี่ยว และปริมาณ สนามแม่เหล็กเมื่อเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรจะมีค่าสูงกว่าสภาวะการจ่ายโหลดปกติ โดย

ปริมาณสนามแม่เหล็กเมื่อเกิดความผิดปกติของแบบ SLGF และ 3 ϕ F จะมิต่ำน้อยที่สุดและมากที่สุดตามลำดับ



บทที่ 4

ผลการจำลองอุณหภูมิเมื่อเกิดการลัดวงจรในสายส่งกำลังไฟฟ้า

4.1 บทนำ

ในบทที่ 3 ที่ผ่านมา เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลพร้อมผลการจำลองค่าสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิของระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ เมื่อเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรในแต่ละประเภท ดังนั้นสำหรับบทที่ 4 นี้ จะเป็นการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณค่าอุณหภูมิ โดยมีแหล่งกำเนิดความร้อน (Heat source) ในสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของปัญหาความร้อนมีผลมาจากค่าสนามแม่เหล็ก สำหรับการคำนวณอุณหภูมิในบทนี้จะใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติในการวิเคราะห์ปัญหาในสภาวะคงตัว (steady state) ซึ่งขั้นตอนและวิธีการจะมีความคล้ายคลึงกันกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้คำนวณสนามแม่เหล็กในบทที่ 3 ที่ผ่านมา ซึ่งโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานของ MATLAB™ เช่นเดียวกัน

4.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิ

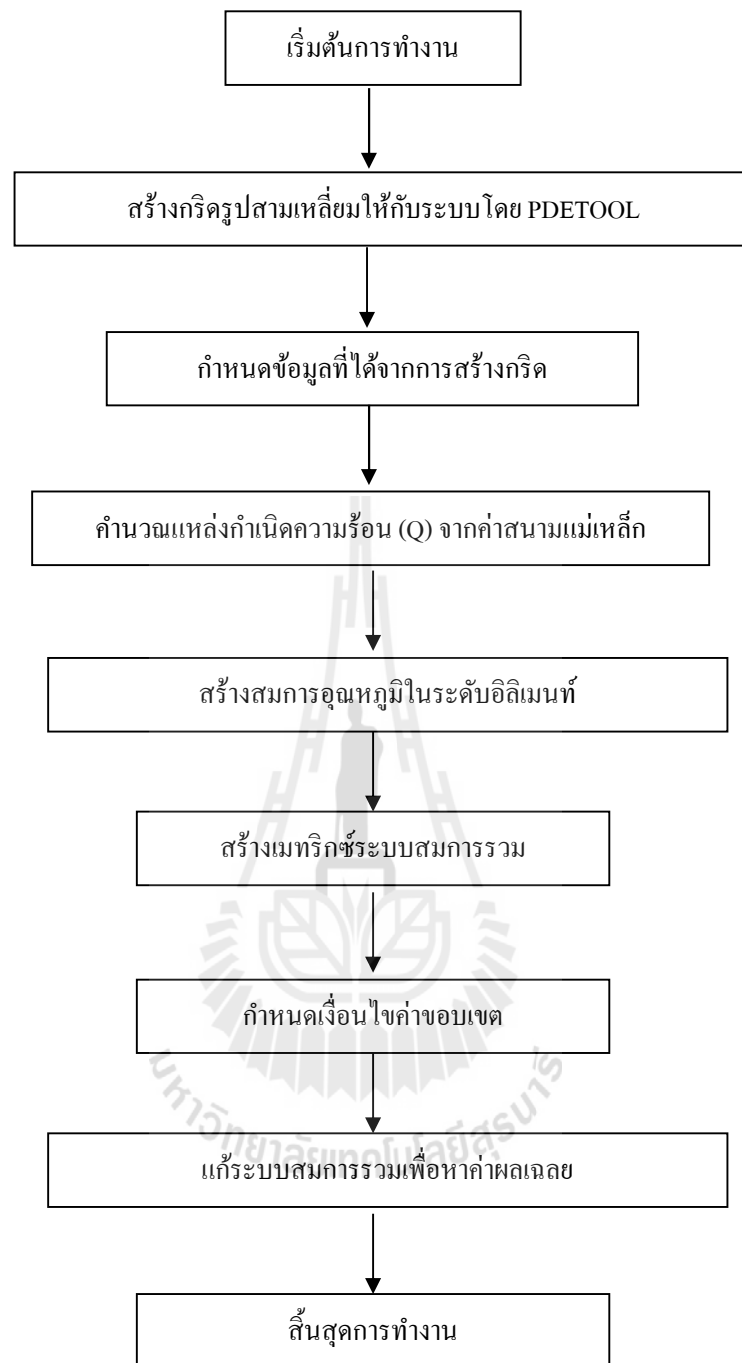
การคำนวณหาอุณหภูมิภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่จะได้กล่าวถึงต่อไปนี้ งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อนำข้อมูลของโนดและเอลิเมนต์มาพัฒนาต่อยอดด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเอง โดยอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลแบบ 2 มิติได้ดังนี้

4.2.1 โปรแกรมสร้างกริด

ดำเนินการเช่นเดียวกับหัวข้อ 3.2.1 ในบทที่ 3

4.2.2 โปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิ

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ โดยข้อมูลที่จำเป็นในการประดิษฐ์โปรแกรมนั้นได้จากในหัวข้อ 4.2.1 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณอุณหภูมิ

จากแผนภูมิในรูปที่ 4.1 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลแบบ 2 มิติ ของปัญหาความร้อนในสภาวะคงตัว เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละขั้นตอนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของโนดและอิลิเมนต์จากโปรแกรมการสร้างกริด PDETOOL ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลจะได้เหมือนกับการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ทุกประการ

ขั้นตอนการคำนวณค่าแหล่งกำเนิดความร้อน : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะนำค่าสนามแม่เหล็กมาคำนวณเป็นค่าแหล่งกำเนิดความร้อน (Q) ซึ่งค่าแหล่งกำเนิดความร้อนนี้จะถูกนำไปใช้เป็นโหลดความร้อนสำหรับการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

ขั้นตอนการสร้างสมการอุณหภูมิในระดับอิลิเมนต์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ในรูปแบบของสามเหลี่ยมสามจุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 2 มิติ ของทุก ๆ อิลิเมนต์ เนื่องจากภายในระบบมีชิ้นงานที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันอยู่ 2 ชนิด คือ อากาศ และสายส่งตัวนำ ซึ่งวัตถุทั้งสองมีค่าคุณสมบัติทางความร้อนที่แตกต่างกันออกไปได้แก่ อากาศมีค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (k) เท่ากับ $0.024 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ส่วนสายส่งตัวนำมีค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (k) เท่ากับ $205 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ และสัมประสิทธิ์การพาความร้อนของสายส่ง (h) เท่ากับ $25 \text{ W/m}^2\text{C}$ โดยสมมติให้อุณหภูมิบริเวณสภาพแวดล้อมของสายส่ง (T_∞) มีค่าเท่ากับ 37°C โดยการสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนต์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางความร้อนของวัตถุที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลิเมนต์นั้นๆ ด้วย

ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมสมการของอิลิเมนต์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวม ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ทั้งหมด n โหนดจะก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการทั้งสิ้น n สมการ

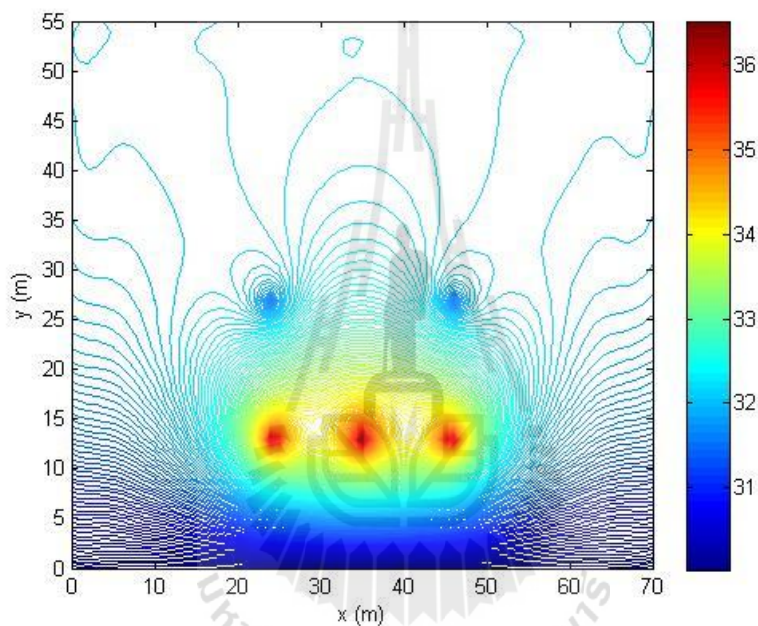
ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม

ขั้นตอนการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : ในขั้นตอนสุดท้ายนี้ โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิที่ประจำโนด โดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

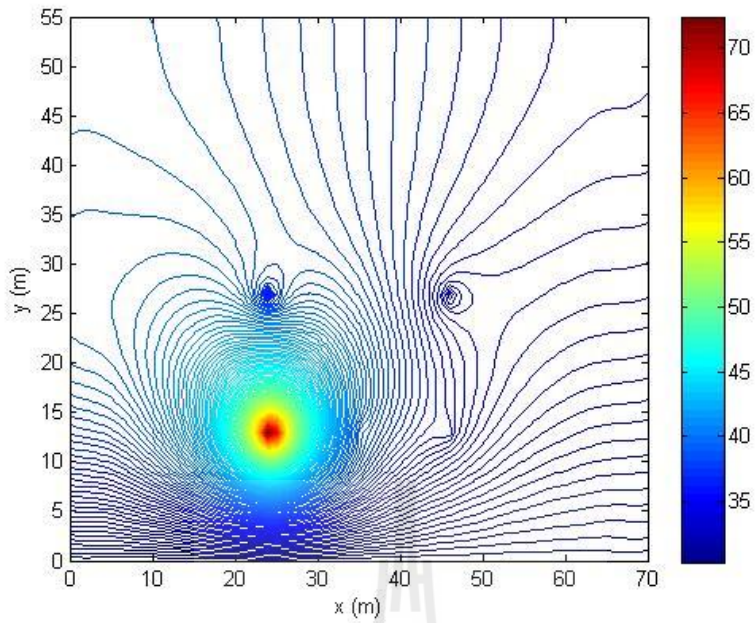
4.3 ผลการจำลองอุณหภูมิพร้อมวิเคราะห์ผล

สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าอุณหภูมิของระบบสายส่งไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ โดยจะทำการจำลองผลของระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ ซึ่งได้พิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติและสภาวะการเกิดความผิดปกติพร้อมแบบจำลองทั้ง 4 ประเภท ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3

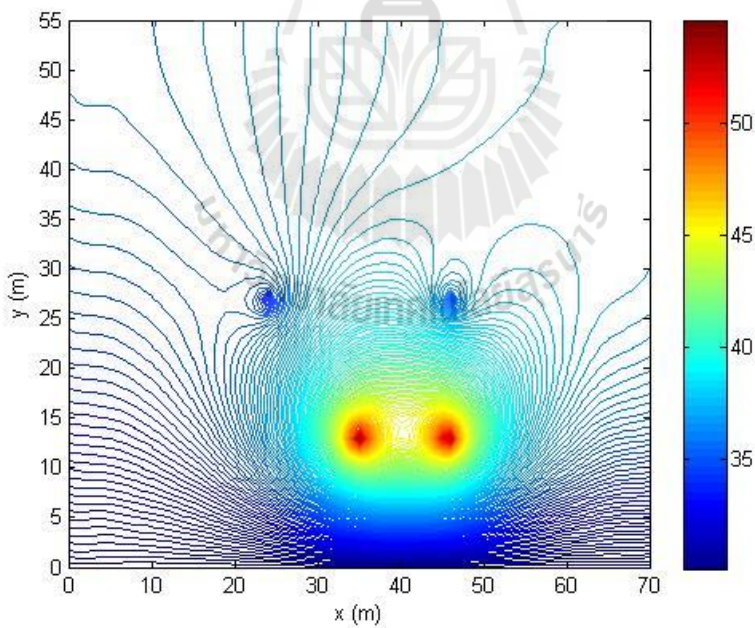
การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ใช้ MATLAB ในการพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์ สำหรับคำนวณการกระจายตัวของอุณหภูมิ ค่าอุณหภูมิที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดที่ศึกษา เมื่อพิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงของสายส่งแรงดันเดี่ยวภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติและ สภาวะการเกิดความผิดปกติของแบบลวดวงจรทั้ง 4 ประเภท อันได้แก่ แบบ SLGF แบบ DLGF แบบ LLF และแบบ $3\phi F$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.2 – 4.6 ตามลำดับ พร้อมแสดงตารางเปรียบเทียบ ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิที่ความสูงระดับต่างๆ จากพื้นดินในแต่ละสภาวะของสายส่งแรงดันเดี่ยวดังตาราง ที่ 4.1



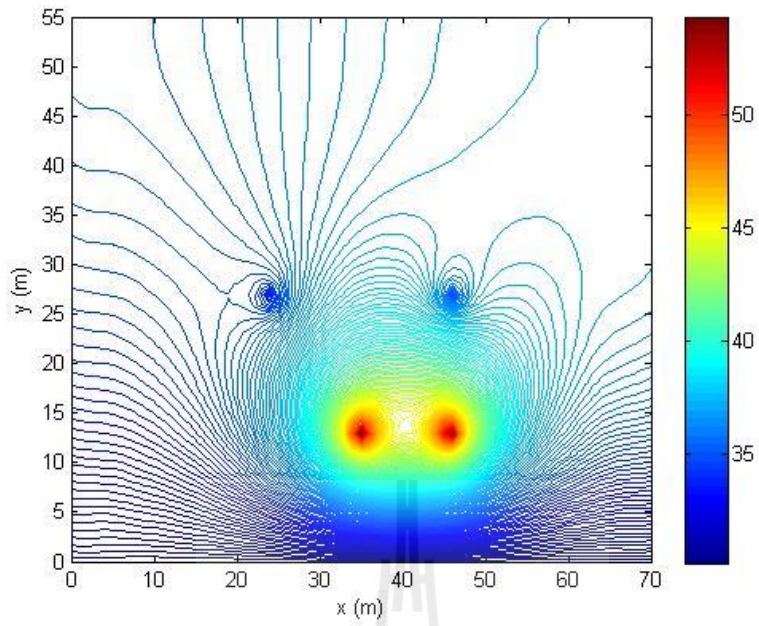
รูปที่ 4.2 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของสายส่งแรงดันเดี่ยวภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติ



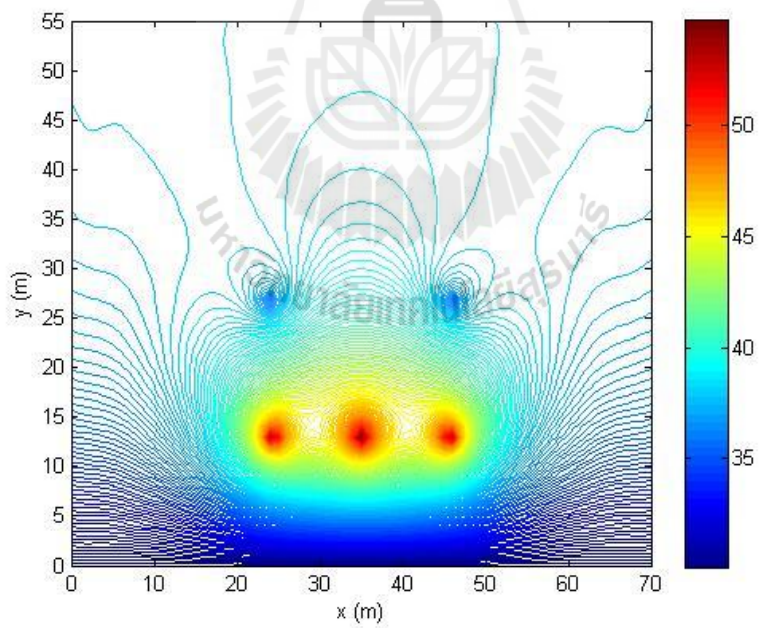
รูปที่ 4.3 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของสายส่งวงจรเดี่ยวภายใต้ความผิดพลาดแบบ SLGF



รูปที่ 4.4 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของสายส่งวงจรเดี่ยวภายใต้ความผิดพลาดแบบ DLGF



รูปที่ 4.5 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของสายส่งวงจรเดี่ยวภายใต้ความผิดพลาดแบบ LLF

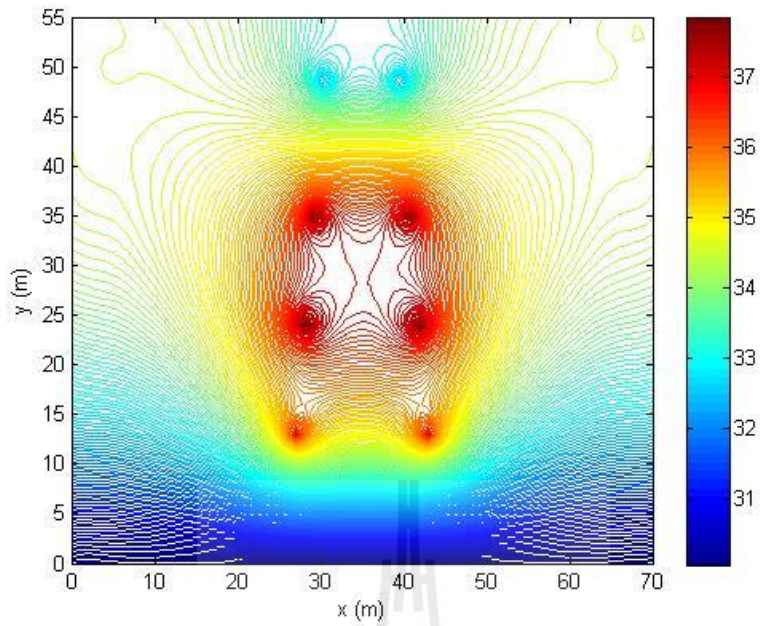


รูปที่ 4.6 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของสายส่งวงจรเดี่ยวภายใต้ความผิดพลาดแบบ 3ΦF

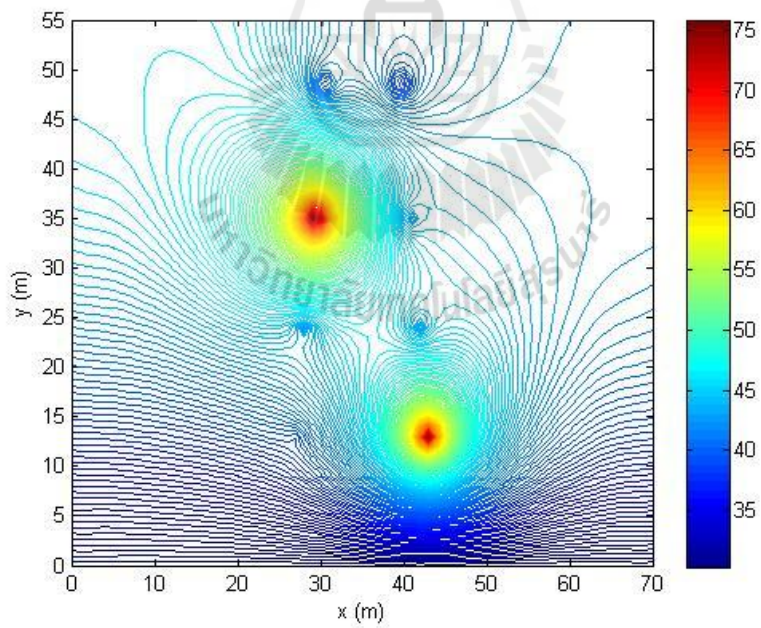
ตารางที่ 4.1 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ที่ความสูงต่างๆ ในแต่ละสภาวะของสายส่ง
วงจรเดี่ยว

ความสูง (m)	ปกติ	SLGF	DLGF	LLF	3 ϕ F
1	30	31	31	31	31
5	31	34	33	33	34
10	32	37	37	37	39
15	33	39	38	38	41
20	33	38	37	37	40
25	32	37	36	36	38
30	32	37	36	36	38
35	32	37	36	36	38
40	32	37	36	36	38
45	32	37	36	36	38
50	32	37	36	36	38
55	32	37	36	36	38

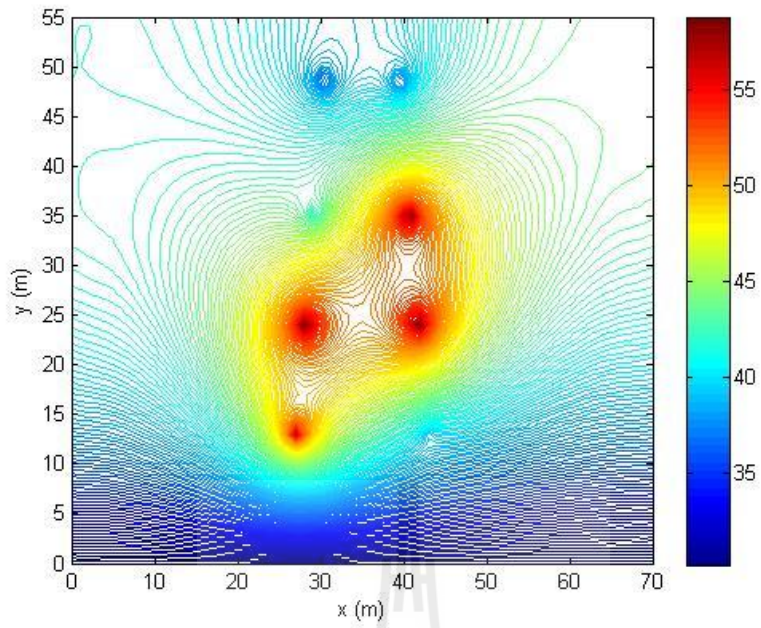
และเมื่อพิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงของสายส่งวงจรคู่ภายใต้สภาวะการจ่ายโหลด
ปกติและสภาวะการเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรทั้ง 4 ประเภท อันได้แก่ แบบ SLGF แบบ DLGF
แบบ LLF และแบบ 3 ϕ F สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.7 – 4.11 ตามลำดับ พร้อมแสดงตาราง
เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิที่ความสูงระดับต่างๆ จากพื้นดินในแต่ละสภาวะของสายส่งวงจรคู่
ดังตารางที่ 4.2



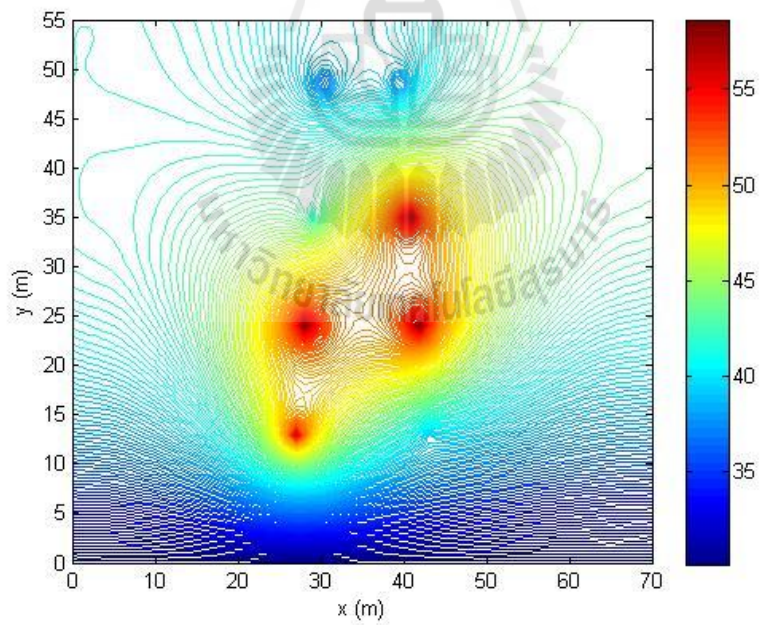
รูปที่ 4.7 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติ



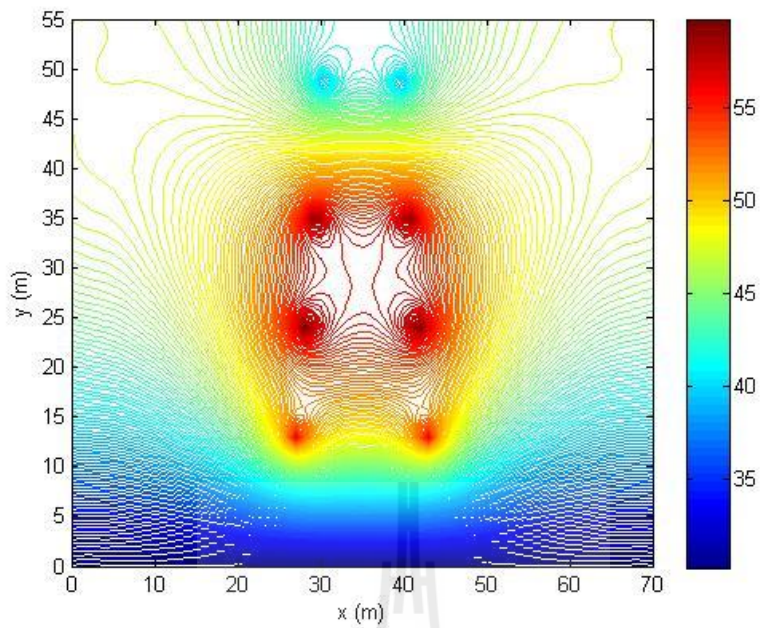
รูปที่ 4.8 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดปกติพร้อมแบบ SLGF



รูปที่ 4.9 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดพลาดแบบ DLGF



รูปที่ 4.10 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดพลาดแบบ LLF



รูปที่ 4.11 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของสายส่งวงจรคู่ภายใต้ความผิดพลาดแบบ 3 ϕ F

ตารางที่ 4.2 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ที่ความสูงต่างๆ ในแต่ละสถานะของสายส่งวงจรคู่

ความสูง (m)	ปกติ	SLGF	DLGF	LLF	3 ϕ F
1	30	31	31	31	31
5	32	35	34	34	36
10	33	40	38	38	41
15	34	43	42	42	45
20	35	43	45	44	48
25	35	44	46	46	50
30	35	46	46	46	50
35	35	47	45	45	50
40	35	46	44	44	49
45	34	44	43	43	47
50	34	43	42	42	45
55	34	43	42	42	45

จากเส้นโครงร่าง (contour) ค่าอุณหภูมิภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัด ที่ปรากฏดังรูปที่ 4.2 และ 4.7 ตามลำดับ จะสังเกตเห็นว่า เมื่อพิจารณาอุณหภูมิที่กระจายตัวออกไปทางด้านซ้ายและขวาด้านละ 35 m จากตำแหน่งบริเวณกลางแนวสายส่งไฟฟ้า (center line) (บริเวณกึ่งกลางรูป) การกระจายตัวจะมีความสมดุลตลอดทั้งพื้นที่ศึกษา โดยกรณีที่พิจารณาสายส่งวงจรคู่ ค่าอุณหภูมิที่กระจายตัวตลอดสิ่งแวดล้อมนั้นจะมีค่าสูงกว่ากรณีที่พิจารณาสายส่งวงจรเดี่ยว และจะสังเกตเห็นว่าอุณหภูมิทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่จะมีปริมาณสูงที่ตำแหน่งสายส่งตัวนำและจะมีค่าน้อยลงเมื่อระยะห่างจากสายส่งตัวนำมีค่ามากขึ้น โดยเป็นผลมาจากค่าสนามแม่เหล็ก ซึ่งค่าสนามแม่เหล็กจะมีผลต่ออุณหภูมิโดยตรง โดยบริเวณที่มีค่าสนามแม่เหล็กสูงจะมีค่าอุณหภูมิสูงและบริเวณที่มีค่าสนามแม่เหล็กต่ำก็จะมีค่าอุณหภูมิต่ำตามไปด้วย

และเมื่อพิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงภายใต้สภาวะการเกิดความผิดปกติแบบ SLGF แบบ DLGF แบบ LLF และแบบ 3 Φ F ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ ที่ปรากฏดังรูปที่ 4.3 – 4.6 และ 4.8 – 4.11 ตามลำดับ จะสังเกตเห็นว่าเส้นโครงร่างค่าอุณหภูมิที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดเมื่อเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรจะมีค่าสูงกว่าสภาวะการจ่ายโหลดปกติ และค่าของอุณหภูมิยังมีความสอดคล้องไปตามค่าของสนามแม่เหล็กในแต่ละแบบของสภาวะการเกิดความผิดปกติ และเมื่อสังเกตร่วมกับตารางที่ 4.1 และ 4.2 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิที่ความสูงระดับต่างๆ จากพื้นดินในแต่ละสภาวะของสายส่งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ ตามลำดับ จะสังเกตเห็นว่าที่ความสูงจากพื้นดินในระดับเดียวกันสายส่งวงจรคู่จะมีปริมาณความร้อนสูงกว่าสายส่งวงจรเดี่ยว โดยที่ความสูงระดับเดียวกันเมื่อเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรขึ้น ปริมาณความร้อนภายใต้สภาวะการเกิดความผิดปกติแบบ 3 Φ F จะมีค่ามากที่สุด โดยมีค่ามากกว่าการเกิดความผิดปกติแบบอื่นๆ อยู่ไม่มากนัก

4.4 สรุป

บทที่ 4 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของอุณหภูมิในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งวงจรเดี่ยวและวงจรคู่ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ โดยมีแหล่งกำเนิดความร้อนมาจากผลของสนามแม่เหล็กที่ได้จากการคำนวณในบทที่ 3 เมื่อพิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติและสภาวะการเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรในแต่ละประเภท ซึ่งโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 4.1 จากผลลัพธ์ของค่าอุณหภูมิที่ได้จากการจำลองพบว่าค่าสนามแม่เหล็กมีผลโดยตรงต่ออุณหภูมิ โดยบริเวณที่มีค่าสนามแม่เหล็กในปริมาณสูงก็จะมีค่าอุณหภูมิสูงด้วยเช่นกัน โดยสายส่งวงจรคู่จะมีการกระจายตัวของอุณหภูมิสูงกว่าสายส่งวงจรเดี่ยว และปริมาณความร้อนเมื่อเกิดความผิดปกติแบบ

ลัดวงจรจะมีค่าสูงกว่าสภาวะการจ่ายโหลดปกติ โดยปริมาณความร้อนเมื่อเกิดความผิดปกติแบบ 3 ϕ F จะมีค่ามากที่สุด โดยมีค่ามากกว่าการเกิดความผิดปกติแบบอื่นๆ อยู่ไม่มากนัก



บทที่ 5

สรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุป

งานวิจัยนี้ ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยและการจำลองผลของค่าสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิที่เกิดขึ้นจากระบบส่งจ่ายไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ทั้งสายส่งวงจรเดี่ยวและสายส่งวงจรรูปร่างการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย เพื่อพิจารณาผลกระทบของค่าสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิเมื่อเกิดความผิดปกติของแบบลัดวงจรทั้ง 4 ประเภท อันได้แก่ แบบ SLGF แบบ DLGF แบบ LLF และแบบ 3 Φ F การจำลองผลได้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ ด้วยโปรแกรม MATLABTM ที่พัฒนาขึ้นเอง พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิที่เกิดขึ้น

ในบทที่ 2 เป็นขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง และอธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ โดยได้เลือกใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลเลอร์คิน ส่วนในบทที่ 3 เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กพร้อมนำเสนอผลการจำลองสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ โดยได้กล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลซึ่งแสดงได้ดังแผนภูมिरูปที่ 3.3 โดยสายส่งวงจรรูปร่างการกระจายตัวของค่าสนามแม่เหล็กสูงกว่าสายส่งวงจรเดี่ยว และปริมาณสนามแม่เหล็กเมื่อเกิดความผิดปกติของแบบลัดวงจรจะมีค่าสูงกว่าสภาวะการจ่ายโหลดปกติ โดยปริมาณสนามแม่เหล็กเมื่อเกิดความผิดปกติของแบบ SLGF และ 3 Φ F จะมีค่าน้อยที่สุดและมากที่สุด ตามลำดับ และในบทที่ 4 ได้นำเสนอถึงโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิพร้อมนำเสนอผลการจำลองอุณหภูมิที่มีแหล่งกำเนิดความร้อนมาจากผลของสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ โดยได้กล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลซึ่งแสดงได้ดังแผนภูมिरูปที่ 4.1 ซึ่งจากผลลัพธ์ของค่าอุณหภูมิที่ได้จากการจำลองพบว่าค่าสนามแม่เหล็กมีผลโดยตรงต่ออุณหภูมิ โดยบริเวณที่มีค่าสนามแม่เหล็กในปริมาณสูงก็จะมีค่าอุณหภูมิสูงด้วยเช่นกัน โดยสายส่งวงจรรูปร่างการกระจายตัวของอุณหภูมิสูงกว่าสายส่งวงจรเดี่ยว และปริมาณความร้อนเมื่อเกิดความผิดปกติของแบบลัดวงจรจะมีค่าสูงกว่าสภาวะการจ่ายโหลดปกติ โดยปริมาณความร้อนเมื่อเกิดความผิดปกติของแบบ 3 Φ F จะมีค่ามากที่สุด โดยมีค่ามากกว่าการเกิดความผิดปกติของแบบอื่นๆ อยู่ไม่มากนัก

5.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต

1. โครงสร้างของระบบทั้งหมดที่ใช้ในการจำลองผลอาทิเช่น ลูกถ้วย, เสาไฟฟ้า และอื่น ๆ ควรมีเข้ามาเพิ่มเติมในระบบ เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่ถูกต้องและชัดเจนมากขึ้น แต่ทั้งนี้ก็เป็นการเพิ่มความยุ่งยากและความซับซ้อนในการพิจารณาตามมา

2. พัฒนาโปรแกรมระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ เพื่อความเสมือนจริงมากยิ่งขึ้น



บรรณานุกรม

- ชวลิต คำรงรัตน์. (2533). การส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- นักสิทธิ์ คุ้มพัฒนาชัย. (2533). การถ่ายเทความร้อน (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2547). ไฟไนต์อิลิเมนต์ในงานวิศวกรรม (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2549). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เผด็จ เผ่าละออ. (2548). การออกแบบแนวใหม่ของมอเตอร์เหนี่ยวนำเพื่อลดการสันสะท้อนโดยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.
- พิทักษ์ ปิ่นอนงค์. (2545). การวิเคราะห์ผลกระทบจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีผลต่อสิ่งแวดล้อมใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูงเหนือพื้นดินและกรณีศึกษาการลดผลกระทบที่เกิดขึ้น. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- สมชัย อัครทิวา และขวัญจิต วงษ์ชาติ. (2545) เทอร์โมไดนามิกส์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ท็อป.
- Bastos, J.P., Sadoski, N., and Carlson, R. (1990). A modeling approach of a coupled problem between electrical current and its thermal effects. **IEEE Transaction on Magnetic**. 26 (2): 536-538.
- Benato, R., and Dughiero, F. (2003). Solution of coupled electromagnetic and thermal problems in gas-insulated transmission lines. **IEEE Transaction on Magnetic**. 39 (3): 1741-1744.
- Bission, S.H. Le G., Leonard P.J., and Rodger, D. (1993). Finite element analysis of transient electromagnetic heating effects in three dimensions. **IEEE Transaction on Magnetic**. 29 (1): 1102-1106.
- Cardelli, E., Gimignani, M., and Raugi, M. (1994). Numerical modeling of 3-D couple electromagnetic and heating diffusion problems. **IEEE Transaction on Magnetic**. 30 (5): 3335-3338.
- Carstea, D., Carstea, I., and Carstea, A. (2005). Numerical Simulation of Coupled Magnetic and Thermal Fields in Two-Bars Line. **Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services. 7th International Conference**, 1:311-314.

- Carstea, D., and Carstea, I. (2003). Simulation of couple electric and thermal fields in coaxial cables. **IEEE Proceedings of papers TELSIKS**. 2: 697-700.
- Carstea, D., Carstea, I., and Carstea, A. (2007). Algorithms for numerical analysis of high-voltage insulation. **International journal of mathematic and computers in simulation**. 4(1):317-321.
- Carstea, D., Carstea, I., and Carstea, A. (2005). Numerical simulation of couple magnetic and thermal fields in two-bar line. **IEEE Proceedings of papers TELSIKS**. 2: 479-482.
- Chen, Q., S., Zhang, H., Prasad, V. (2001). Heat transfer and kinetics of bulk growth of silicon carbide. **Journal of Crystal Growth**. 230, 239-246.
- Christopoulos, C. (1995). **The Transmission-Line Modeling Method: TLM**. IEEE Press: USA.
- Driesen, J., Belmans, R., and Hameyer, K. (1999). Adaptive relaxation algorithms for thermo-electromagnetic FEM problems. **IEEE Transaction on Magnetic**. 35 (3): 1622-1625.
- Elhirbawy, M. A., Jennings, L. S., Al Dhalaan, S. M., and Keerthipala, W. W. L. (2003). Practical results and finite difference method to analyze the electric and magnetic field coupling between power transmission line and pipeline. **ISCAS'03, Proceeding of the International Symposium, IEEE**. 3: 431-434.
- Elhirbawy, M. A., Jennings, L. S., and Keerthipala, W. W. L. (2002). Variable step size for calculation of electromagnetic fields of power transmission line using finite difference techniques. **Proceeding of IEEE, TENCON'02**. 1830-1833.
- Elhirbawy, M. A., Nguyen, T. T., Jennings, L., and Keerthipala, W. W. L. (2002). Calculation of electromagnetic fields established by power transmission line using finite difference techniques. **Proceedings of the IEEE Canadian Conference on Electrical & Computer Engineering**. 311-316.
- El-Hawary, M.E., (2000). **Electrical Energy Systems**. USA: CRC Press.
- Fagan, M. J. (1992). **Finite Element Analysis** (1st ed.). England: Longman scientific & Technical.
- Ghassemi, M., and Pasandeh, R. (2003). Thermal and electromagnetic analysis of an electromagnetic launcher. **IEEE Transaction on Magnetic**. 39 (3): 1819-1822.
- Jang, J. Y., and Chiu, Y. W. (2007). Numerical and experimental thermal analysis for a metallic hollow cylinder subjected to step-wise electro-magnetic induction heating. **Applied Thermal Engineering**. 27, 1883-1894.

- Olsen, R. G., Deno, D., and Baishiki, R. S. (1998). Magnetic fields from electric power lines theory and comparison to measurements. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 3: 2127-2136.
- Petterson, P. (1996). Principles in transmission line magnetic field reduction. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 11(3): 1587-1593.
- Preis, K., Biro, O., Buchgraber, G., and Ticar, L. (2006). Thermal-electromagnetic coupling in the finite-element simulation of power transformers. **IEEE Transactions on Magnetics**. 42(4): 999 – 1002.
- Rao, N. N., (1994). **Elements of Engineering Electromagnetics** (4 th ed). New Jersey:Prentice hall.
- Sadiku, M. N. O., and Peterson, A. F. (1990). A comparison of numerical methods for computing electromagnetic fields. **Southeastcon'90 proceeding, IEEE**. 42-47.



ประวัติผู้วิจัย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ เป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชา วิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี สำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาตรี ปริญญาโท และปริญญาเอก จากสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ดำเนินงานวิจัยด้าน Applied FEM for Electromagnetic Field, for Electrical Machine, and for Heat Transfer และ Applied AI มีผลงานวิจัยตีพิมพ์ระดับชาติและนานาชาติมากกว่า 40 เรื่อง จดสิทธิบัตร 1 ผลงาน และ ลิขสิทธิ์โปรแกรม 3 ผลงาน

นายอานนท์ อิศรมงคลรักษ์ เกิดเมื่อวันที่ 5 สิงหาคม พ.ศ.2526 เกิดที่อำเภอเมือง จังหวัด ศรีสะเกษ สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนศรีสะเกษวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ.2545 ภายหลังได้เข้าศึกษาต่อระดับปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัย เทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีในปี พ.ศ.2549 ภายหลัง สำเร็จการศึกษาได้เข้าปฏิบัติงานที่บริษัทอิตาซี คอมซูเมอร์ โปรดักส์ (ประเทศไทย) จำกัด อำเภอ กบินทร์บุรี จังหวัดปราจีนบุรี ตำแหน่งวิศวกรฝ่ายประกันคุณภาพ ในปี พ.ศ.2551 เข้าศึกษาต่อระดับ บัณฑิตศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยี สุรนารี และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโทในปี พ.ศ.2553 ปัจจุบันเป็นอาจารย์สอนภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้ากำลัง มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ทั้งนี้มีความสนใจในด้านการวิเคราะห์ระบบ ไฟฟ้ากำลัง สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานระบบไฟฟ้า กำลัง