

การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโชนิกอิเล็กทรอนิกส์
แบบหลายชั้นด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

นายชวลิต ปัญญาอิสระ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ปีการศึกษา 2555

**ANALYSIS OF ELECTRIC FIELD EFFECT TO
TEMPERATURE IN MULTILAYER PIEZOELECTRIC
TRANSFORMER BY USING 3-D FINITE ELEMENT
METHOD**

Chawalit Panya-isara

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering
Suranaree University of Technology
Academic Year 2012**

การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโวลต์อิเล็กทรอนิกส์แบบหลายชั้น
ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยรับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

(ผศ. ดร.อนันต์ อุ่นศิริไฉย)

ประธานกรรมการ

(ผศ. ดร.เผด็จ เผ่าละออ)

กรรมการ (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์)

(รศ. ดร.สุธรรม ศรีห่มสีก)

กรรมการ

(ศ. ดร.ชูกิจ ลิมปิจำนงค์)

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

(รศ. ร.อ. ดร.กนต์ธร ชำนิประศาสน์)

คณบดีสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

ชวลิต ปัญญาอิสระ : การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิในหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้นด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ (ANALYSIS OF ELECTRIC FIELD EFFECT TO TEMPERATURE IN MULTILAYER PIEZOELECTRIC TRANSFORMER BY USING 3-D FINITE ELEMENT METHOD) อาจารย์ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ, 169 หน้า.

วิทยานิพนธ์นี้ นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation) อันดับสอง โดยผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์และจำลองผลการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายตัวของการกระจัดเชิงกล รวมถึงวิเคราะห์ค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบโหมดการสั่นตามรัศมี (radial vibration mode) แบบหลายชั้น ซึ่งการจำลองผลจะดำเนินการด้วยคอมพิวเตอร์โดยประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB พร้อมทั้งแสดงผลทางกราฟิกของค่าศักย์ไฟฟ้า ค่าการกระจายตัวการกระจัดเชิงกล และค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น พร้อมทั้งนำผลที่ได้จากการจำลองเทียบกับผลการวัดของอุณหภูมิ ซึ่งผลที่ปรากฏนั้นมีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน



สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
ปีการศึกษา 2555

ลายมือชื่อนักศึกษา _____
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา _____

CHAWALIT PANYA-ISARA : ANALYSIS OF ELECTRIC FIELD
EFFECT TO TEMPERATURE IN MULTILAYER PIEZOELECTRIC
TRANSFORMER BY USING 3-D FINITE ELEMENT METHOD.

THESIS ADVISOR : ASST. PROF. PADEJ PAO-LA-OR, Ph.D., 169 PP.

ELECTRIC FIELD/TEMPERATURE/ MULTILAYER PIEZOELECTRIC
TRANSFORMER /3-D FINITE ELEMENT METHOD

This thesis presents a set of mathematical model of piezoelectric transformer which performs in second-order partial differential equation. The research is to simulate the distribution of voltage, mechanical displacement and analyze of the electric field affects the temperature in radial vibration mode type of multilayer piezoelectric transformer. The computer simulation is applied using 3-D finite element method that is developed by MATLAB program with the graphical performance of the distribution voltage, mechanical displacement and temperature in multilayer piezoelectric transformer. And discusses about the simulation results show good agreement with the temperature measurement results.

School of Electrical Engineering

Academic Year 2012

Student's Signature _____

Advisor's Signature _____

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบุคคลและกลุ่มบุคคลต่าง ๆ ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำช่วยเหลืออย่างดียิ่งทั้งในด้านวิชาการและด้านการดำเนินงานวิจัยจากบุคคล และกลุ่มบุคคลต่าง ๆ ได้แก่

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าลออ ผู้ช่วยอธิการบดีฝ่ายกิจการนักศึกษา ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำปรึกษา แนะนำ และแนะแนวทางอันเป็นประโยชน์แก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด รวมถึงได้ช่วยตรวจทาน และแก้ไขรายงานวิทยานิพนธ์เล่มนี้จนทำให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้นรวมทั้งเป็นกำลังใจ นอกจากนี้ยังมีความเป็นกันเองแก่ผู้วิจัยและเป็นแบบอย่างที่ดีในการดำเนินชีวิตหลาย ๆ ด้าน

รองศาสตราจารย์ ดร.สุธรรม ศรีหล่มสัก อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมเซรามิก ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำและแนะแนวทางอันเป็นประโยชน์ต่องานวิจัยได้ทุก ๆ เวลาพร้อมดูแลเอาใจใส่ ให้กำลังใจ ช่วยเหลือผู้วิจัยด้วยดีเสมอมาและให้ความรู้ทางด้านวิชาการที่จำเป็นสำหรับงานวิจัยอย่างดียิ่งมาโดยตลอด

อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีทุกท่าน ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษาและแนะนำความรู้ทางวิชาการอย่างดียิ่งมาโดยตลอดระยะเวลาที่ผู้วิจัยได้ศึกษาและขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ให้ทุนสนับสนุนค่าใช้จ่ายทุกอย่างในการศึกษา รวมทั้งการเผยแพร่ผลงานวิจัย

ขอขอบคุณ คุณสมศักดิ์ วัชรคุปต์ คุณพีรวัฒน์ มีสุข คุณอริยศักดิ์ จิตรธรรมสาร และคุณสุกัญญา ทัพศิริ ที่ได้ให้ความช่วยเหลือดูแล และเป็นกำลังใจอย่างใกล้ชิดแก่ผู้วิจัยเสมอมาและขอบคุณที่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ บัณฑิตศึกษาทุกท่าน ที่ให้กำลังใจในการทำวิจัยมาโดยตลอด

สุดท้ายนี้ ผู้เขียนขอขอบคุณอาจารย์ผู้สอนทุกท่านที่ให้ความรู้ทางด้านวิชาการทั้งในอดีตและปัจจุบัน และขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อชัชวาลย์ ปัญญาอิสระ คุณแม่ลำภู ปัญญาอิสระ และครอบครัวที่ให้ความรัก กำลังใจ การอบรมเลี้ยงดู และดูแลส่งเสริมทางการศึกษาอย่างดีมาโดยตลอด จนทำให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จในชีวิตเรื่อยมา

ชวลิต ปัญญาอิสระ

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ (ภาษาไทย).....	ก
บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ).....	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญตาราง	ช
สารบัญรูป	ฉ
บทที่	
1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย.....	3
1.3 ข้อยกเว้นเบื้องต้น	3
1.4 ขอบเขตของการวิจัย	3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	4
1.6 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์	4
2 ปรัชสน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	6
2.1 บทนำ	6
2.2 ปรัชสน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	6
2.3 สรุป.....	12
3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	13
3.1 บทนำ	13
3.2 หม้อแปลงไฟฟ้า	13
3.3 หม้อแปลงไฟโอิโซอิเล็กทริก	15
3.3.1 ประวัติความเป็นมาของหม้อแปลงไฟโอิโซอิเล็กทริก	16
3.3.2 หลักการทำงานของสารไฟโอิโซอิเล็กทริกเซรามิก	17
3.3.3 ลักษณะการทำงานของไฟโอิโซอิเล็กทริกเซรามิก.....	19

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.3.4 คุณสมบัติทางไฟฟ้าและทางกลของไฟอิชอิเล็กทริกเซรามิก.....	20
3.3.5 การทำงานของหม้อแปลงไฟอิชอิเล็กทริก.....	22
3.3.6 วงจรสมมูลของหม้อแปลงไฟอิชอิเล็กทริก	23
3.3.7 ชนิดของหม้อแปลงไฟอิชอิเล็กทริก	26
3.3.8 การจัดเรียงชั้นของหม้อแปลงไฟอิชอิเล็กทริก.....	30
3.4 ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ	31
3.5 ทฤษฎีความร้อน	40
3.5.1 ความร้อน	40
3.5.2 กลไกการถ่ายโอนความร้อน	44
3.5.3 การนำความร้อน	45
3.5.4 การพาความร้อน	45
3.5.5 การแผ่รังสีความร้อน	46
3.6 สรุป	46
4 การคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลในหม้อแปลงไฟอิชอิเล็กทริก	
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์.....	47
4.1 บทนำ.....	47
4.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกล	
ของหม้อแปลงไฟอิชอิเล็กทริก	48
4.3 การคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์	51
4.3.1 การออกแบบอิลลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา	51
4.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์.....	55
4.3.3 การสร้างสมการอิลลิเมนต์.....	56
4.3.4 การประกอบสมการอิลลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ	62
4.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย	62
4.4 สรุป	64

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

5	การคำนวณอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโอซิเล็กทริกที่มีผลจากสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์	65
5.1	บทนำ.....	65
5.2	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิ	65
5.3	ความสัมพันธ์ของศักย์ไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และอุณหภูมิ	66
5.4	การคำนวณอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์	67
5.4.1	ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์	67
5.4.2	การสร้างสมการอิลลิเมนต์	69
5.4.3	การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราว	78
5.4.4	การประกอบสมการอิลลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ	79
5.4.5	การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย	80
5.5	สรุป	80
6	ผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอซิเล็กทริกแบบหลายชั้น	81
6.1	บทนำ	81
6.2	โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล	81
6.2.1	โปรแกรมการสร้างกริด	82
6.2.2	โปรแกรมจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกล	83
6.3	ผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอซิเล็กทริกแบบหลายชั้น	86
6.4	สรุป	111

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

7	ผลการจำลองค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริกแบบหลายชั้นพร้อมขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงเพื่อทดสอบ.....	112
7.1	บทนำ.....	112
7.2	โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์.....	112
7.2.1	โปรแกรมการสร้างกริด.....	113
7.2.2	โปรแกรมจำลองผลค่าอุณหภูมิ.....	113
7.3	ผลการจำลองค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริกแบบหลายชั้น.....	116
7.4	การสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริก.....	122
7.4.1	สารประกอบไฟโอโซอิล็กทริก.....	122
7.4.2	ขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริก.....	124
7.5	การเปรียบเทียบผลการจำลองและการทดสอบจริง.....	135
7.5.1	ผลการทดสอบหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริก.....	135
7.5.2	ผลการวัดค่าอุณหภูมิหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริก.....	139
7.5.3	เปรียบเทียบผลการจำลองและผลการทดสอบจริง.....	142
7.6	สรุป.....	143
8	สรุปและข้อเสนอแนะ.....	145
8.1	สรุป.....	145
8.2	ข้อเสนอแนะและงานวิจัยในอนาคต.....	146
	รายการอ้างอิง.....	147
	ภาคผนวก	
	ภาคผนวก ก. ภาพแสดงอุปกรณ์และการวัดอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริก.....	152
	ภาคผนวก ข. บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในระหว่างศึกษา.....	161
	ประวัติผู้เขียน.....	169

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	6
3.1 การเทียบค่าทางกลกับทางไฟฟ้า.....	24
3.2 การเปรียบเทียบลักษณะเฉพาะของหม้อแปลงไฟฟ้าระหว่าง แบบแม่เหล็กไฟฟ้าและแบบเซรามิก.....	29
3.3 ลักษณะข้อมูลของอิทธิเมนต์.....	33
3.4 ลักษณะข้อมูลของตำแหน่งจุดต่อ.....	34
4.1 จำนวนจุดต่อและอิทธิเมนต์ที่ได้จากการออกแบบกริด ด้วยโปรแกรม Solidworks	52
4.2 พารามิเตอร์ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ที่ใช้ในการจำลองผล	63
7.1 การเปรียบเทียบคุณสมบัติของสารไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์.....	122
7.2 ขนาดของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ชนิดโหมดการสันตามแนวรัศมี แบบหลายชั้นในแต่ละชั้นงาน.....	124
7.3 สารเคมีที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์.....	125
7.4 อุปกรณ์ที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์.....	125
7.5 น้ำหนักของผงสารตัวอย่าง.....	127
7.6 ความหนาของชั้นงาน.....	131
7.7 ขนาดของชั้นงานหลังผ่านกระบวนการทั้งหมด.....	133
7.8 ผลการทดสอบค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์แต่ละกรณี.....	138
7.9 ผลการวัดค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์แต่ละกรณี.....	142
7.10 เปรียบเทียบผลการจำลองและผลการทดสอบจริง.....	143

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
3.1	วงจรพื้นฐานของหม้อแปลงไฟฟ้า..... 14
3.2	การทำงานของไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ทรานสดิวเซอร์..... 18
3.3	การทำงานของไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์แอกชวลเอเตอร์..... 19
3.4	ลักษณะการทำงานของไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์..... 19
3.5	การจัดเรียงขั้วสนามไฟฟ้า..... 20
3.6	คุณลักษณะทางไฟฟ้าและทางกลของไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์เซรามิก..... 21
3.7	ลักษณะการยึดหดของวัตถุที่เป็นสารไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์เซรามิก..... 22
3.8	การทำงานของไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์..... 23
3.9	หม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ที่มีการประยุกต์มาจาก การทำงานของไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์เซรามิก..... 23
3.10	วงจรสมมูลของไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์เซรามิกขณะไม่มีโหลด..... 24
3.11	วงจรสมมูลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์จากการรวมทั้งสองส่วน..... 25
3.12	การพัฒนาวงจรสมมูลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์..... 25
3.13	วงจรสมมูลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์..... 26
3.14	โครงสร้างของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ชนิดโรเซน..... 27
3.15	หม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ชนิดโหมดการสันตามความหนา..... 27
3.16	โครงสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ชนิดโหมดการสันตามแนวรัศมี..... 28
3.17	การจัดเรียงชั้นของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์แบบหลายชั้น..... 30
3.18	รูปร่างอิลิเมนต์แบบ 3 มิติในชนิดต่าง ๆ..... 32
3.19	รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 6 อิลิเมนต์ 8 จุดต่อ เมื่อพิจารณาอิลิเมนต์ รูปทรงสี่หน้า..... 33
3.20	การประมาณภายในแบบเชิงเส้นบนอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า..... 34
3.21	รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 3 อิลิเมนต์ 4 จุดต่อ..... 38

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.22	ปริมาณควบคุมและทิศทางกรถ่ายโอนความร้อนแบบ 3 มิติ..... 41
3.23	กลไกการถ่ายโอนความร้อน 44
4.1	โครงสร้างของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (PZT-1) 52
4.2	โครงสร้างของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (PZT-2) 53
4.3	โครงสร้างของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (PZT-3) 53
4.4	การแบ่งอติเมนต์และจุดต่อของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกแบบ 3 มิติ 54
4.5	ภาพการขยายการแบ่งอติเมนต์และการเชื่อมต่อของอติเมนต์ต่างๆ 54
5.1	การพาความร้อนของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก 72
6.1	หม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกที่ใช้ในการศึกษา..... 82
6.2	ลักษณะกริดที่ใช้ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก 83
6.3	แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผล ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อติเมนต์แบบ 3 มิติ 84
6.4	ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 50 kHz 87
6.5	ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 55 kHz 87
6.6	ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 60 kHz 88
6.7	ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 65 kHz 88
6.8	ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 70 kHz 89
6.9	ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 75 kHz 89
6.10	การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 50 kHz 91

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.11 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 55 kHz	91
6.12 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 60 kHz	92
6.13 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 65 kHz	92
6.14 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 70 kHz	93
6.15 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 75 kHz	93
6.16 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 50 kHz	94
6.17 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 60 kHz	95
6.18 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 70 kHz	95
6.19 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 80 kHz	96
6.20 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 85 kHz	96
6.21 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 90 kHz	97
6.22 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 50 kHz	98
6.23 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 60 kHz	99

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.24 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 70 kHz	99
6.25 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 80 kHz	100
6.26 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 85 kHz	100
6.27 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 90 kHz	101
6.28 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 55 kHz	102
6.29 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 65 kHz	102
6.30 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 70 kHz	103
6.31 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 73 kHz	103
6.32 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 85 kHz	104
6.33 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 90 kHz	104
6.34 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 55 kHz	106
6.35 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 65 kHz	106
6.36 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 70 kHz	107

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.37 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 73 kHz	107
6.38 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 85 kHz	108
6.39 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 90 kHz	108
6.40 ค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี เมื่อพิจารณาจำนวนชั้นในแต่ละกรณี	109
6.41 การกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี เมื่อพิจารณาจำนวนชั้นในแต่ละกรณี	110
7.1 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิในหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ.....	114
7.2 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-1 ณ เวลาใดๆ.....	118
7.3 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-2 ณ เวลาใดๆ.....	119
7.4 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ณ เวลาใดๆ.....	121
7.5 ขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก.....	126
7.6 ผงสารไพเอโซอิเล็กทริก (APC-841).....	127
7.7 ชิ้นงานตัวอย่างที่ผ่านการอัดขึ้นรูป.....	128
7.8 การจัดวางชิ้นงานในภาชนะเพื่อเตรียมการเผา	129
7.9 ขั้นตอนการเผาผนึกชิ้นงานตัวอย่าง	130
7.10 ชิ้นงานตัวอย่างหลังการเผาผนึก	131
7.11 ชิ้นงานที่เคลือบโลหะตัวนำ.....	132
7.12 การติดแผ่นทองแดงเข้ากับชิ้นงาน	135

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.13	ชิ้นงานตัวอย่างที่ติดทองแดงและบัดกรีสายไฟ 136
7.14	วงจรทดสอบหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์..... 137
7.15	ค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์จากการทดสอบจริง 139
7.16	ค่าอุณหภูมิของ PZT-1 จากกล้องภาพถ่ายความร้อน 140
7.17	ค่าอุณหภูมิของ PZT-2 จากกล้องภาพถ่ายความร้อน 141
7.18	ค่าอุณหภูมิของ PZT-3 จากกล้องภาพถ่ายความร้อน 141



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในสภาวะการแข่งขันของอุตสาหกรรมเครื่องใช้ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์ ความกะทัดรัดและมีประสิทธิภาพสูงของเครื่องใช้ไฟฟ้าประกอบกับราคาของต้นทุนการผลิต กลายเป็นดัชนีชี้วัดถึงความสำเร็จในการนำผลิตภัณฑ์ออกสู่ตลาดได้เป็นอย่างดี ตัวอย่างใกล้ตัวที่เห็นได้ชัดในปัจจุบัน ได้แก่ โทรศัพท์มือถือและคอมพิวเตอร์พกพาแบบต่างๆ เป็นต้น อุปกรณ์ที่สำคัญชิ้นหนึ่งในเครื่องใช้ไฟฟ้าเหล่านี้ ได้แก่ หม้อแปลงไฟฟ้า (transformer) โดยทั่วไป หม้อแปลงไฟฟ้ามักทำจากขดลวดพันโดยรอบเข้ากับแท่งแม่เหล็ก (magnetic core) โดยมีจำนวนขดลวดที่พันในด้านป้อนพลังงาน (input) และจ่ายพลังงาน (output) ที่ต่างกัน ก่อให้เกิดความต่างศักย์ (potential) ที่ต่างกันของด้านป้อนและจ่ายพลังงาน ทั้งในแง่ของการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของแรงดันไฟฟ้า หม้อแปลงไฟฟ้าชนิดนี้มีการนำมาใช้งานกันอย่างแพร่หลาย เนื่องจากความสะดวกในการผลิตและประสิทธิภาพการใช้งานที่ดี แต่อย่างไรก็ตามเมื่อมีการนำหม้อแปลงชนิดนี้ไปใช้ในเครื่องใช้ไฟฟ้าที่มีขนาดเล็ก ซึ่งมีข้อจำกัดของขนาดหม้อแปลงไฟฟ้า ประสิทธิภาพหรือเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างระหว่างพลังงานที่ออกมากับพลังงานที่ให้เข้าไปจะลดลงอย่างมาก จากสาเหตุและความจำเป็นในการแก้ไขปัญหาดังกล่าว ปัจจุบันได้มีการพัฒนาหม้อแปลงไฟฟ้าที่ทำจากเซรามิกประเภทไพโซอิเล็กทริก (piezoelectric materials) ซึ่งมีข้อได้เปรียบกว่าหม้อแปลงไฟฟ้าแบบเดิมคือ สามารถลดขนาดลงได้มากโดยการสูญเสียของพลังงานต่ำมาก (ประสิทธิภาพมีค่าสูง) มีขนาดเล็กและน้ำหนักเบา ทั้งนี้เนื่องจากหม้อแปลงไฟฟ้าชนิดนี้ทำจากเซรามิก

หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก (piezoelectric transformer) เป็นอุปกรณ์ที่ใช้เชื่อมโยงระหว่างระบบไฟฟ้าที่มีแรงดันไฟฟ้าต่างกัน โดยจะทำหน้าที่เพิ่มหรือลดแรงดันไฟฟ้าให้เหมาะสมกับการส่ง การจ่าย และการใช้พลังงานไฟฟ้า ฉะนั้นหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจะต้องมีประสิทธิภาพที่ดีเพื่อให้ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าเป็นระบบที่มีความเสถียร (stable) และมีความน่าเชื่อถือ (reliability) สิ่งหนึ่งที่ควรบอกถึงประสิทธิภาพของหม้อแปลงได้คือ อุณหภูมิ (temperature) เพราะความร้อนของอุณหภูมิจะเป็นตัวการให้เกิดกำลังงานสูญเสียและก่อให้เกิดอันตรายต่ออุปกรณ์ชิ้นส่วนอื่นๆ ได้ซึ่งการวิเคราะห์ปัญหาอุณหภูมิที่กล่าวมานั้น โดยปกติจะสามารถอธิบายได้ในรูปของสมการอนุพันธ์ หรือสมการอินทิกรัล เป็นไปได้ยาก

ที่จะหาผลเฉลยแม่นยำตรง (exact solution) ได้ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ (approximate solution) ด้วยวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข อีกทั้งสมรรถนะของคอมพิวเตอร์ที่สูงขึ้น จึงทำให้การคำนวณเชิงตัวเลขสามารถทำได้อย่างรวดเร็ว สำหรับวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณของสมการที่อยู่ในรูปอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation : PDE) อาทิเช่น สมการสนามไฟฟ้าหรือสมการของอุณหภูมิจึงมีประสิทธิภาพสูงสุดและได้รับความนิยมแพร่หลายในปัจจุบันได้แก่วิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ (finite element method : FEM) โดยเฉพาะงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ซึ่งต้องอาศัยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ (3-D FEM) มาใช้ในการแก้ปัญหา

วิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ (FEM) เริ่มวิวัฒนาการมาตั้งแต่ต้นปี ค.ศ. 1950 ปัจจุบันเป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่มีความนิยมมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่างๆ ด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ในปัจจุบันได้มีการนำวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์มาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมแทบทุกสาขา ซึ่งระเบียบวิธีนี้จะจัดแบ่งขอบเขตของปัญหาเป็นชิ้นส่วนย่อยที่ประกอบขึ้นจากจุดต่อโดยเชื่อมต่อกันด้วยกริด สำหรับปัญหา 2 มิตินิยมใช้ชิ้นส่วนย่อยที่เป็นรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ (linear triangle) และสำหรับปัญหา 3 มิตินิยมใช้ชิ้นส่วนย่อยที่เป็นรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ (linear tetrahedral) เพื่อประมาณโดเมนของปัญหา ซึ่งข้อดีของระเบียบวิธีนี้คือ สามารถหาผลเฉลยของระบบที่มีรูปร่างซับซ้อนได้ดี นอกจากนี้ยังง่ายต่อการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่อาจมีหลายลักษณะ หลายรูปแบบผสมกันอยู่ภายในระบบ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับงานวิจัยหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกที่ต้องนำวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์มาใช้ในการดำเนินการ

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาและจำลองผลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (multi-layer piezoelectric transformer) ชนิดวงแหวนแบน (circular ring) โหมคการสันตามแนวรัศมี โดยจะมุ่งเน้นไปในส่วนของการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิและการจำลองผลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกในแบบ 3 มิติ สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกนั้นจะอยู่ในรูปแบบของความสัมพันธ์ทางไฟฟ้าและทางกล โดยจะแสดงอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองซึ่งยากในการหาผลเฉลย ดังนั้นระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์จึงเป็นวิธีเชิงตัวเลขที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการจำลองผลเพื่อหาผลเฉลยในงานวิจัยนี้โดยได้ทำการวิเคราะห์ผลการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้า (electrical potential) และการกระจัดเชิงกล (mechanical displacement) ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ตลอดทั้งปริมาตรของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกเพื่อที่จะใช้ในการคำนวณค่าต่าง ๆ ในทางไฟฟ้าและทางกลที่ส่งผลต่อค่าสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบน ซึ่งหม้อแปลงชนิดนี้เหมาะสำหรับการนำไปประยุกต์ใช้ในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ เช่น วงจรบัลลาสต์ไฟโอโซอิเล็กทริก เป็นต้น สำหรับการจำลอง

ผลด้วยคอมพิวเตอร์ของงานวิจัยนี้ได้ประยุกต์ใช้วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB โดยพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของค่าศักย์ไฟฟ้า การกระจัดเชิงกลและอุณหภูมิที่เกิดขึ้นโดยผลลัพธ์ของอุณหภูมิที่ได้ จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจริง

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาคุณสมบัติและการทำงานของหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริก

1.2.2 เพื่อพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลลิเมนต์ 3 มิติ สำหรับคำนวณหาค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เป็นผลมาจากสนามไฟฟ้าและสำหรับคำนวณหาค่าการกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลพร้อมจำลองผลทางกราฟิกของหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกแบบหลายชั้นชนิดวงแหวนแบนให้สามารถทำนายค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิและคำนวณผลของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ พร้อมเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจริง

1.2.3 เพื่อศึกษาพร้อมวิเคราะห์ผลของสนามไฟฟ้าที่ส่งผลกระทบต่อการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกแบบหลายชั้นที่เกิดขึ้น

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

1.3.1 หม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกเป็นแบบวงแหวนแบนอยู่ในสภาพที่สมบูรณ์และแหล่งจ่ายไฟเป็นรูปคลื่นไซน์ที่สมบูรณ์

1.3.2 วัสดุที่ใช้ทำหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกมีคุณสมบัติความเป็นไอโซทรอปิก (isotropic) และความเป็นเนื้อเดียวกัน (homogeneous) ประกอบกับหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกทำงานที่อุณหภูมิห้องคงที่ จึงไม่พิจารณาผลจากการขยายตัวของวัสดุ

1.4 ขอบเขตการวิจัย

1.4.1 ใช้ MATLAB เพื่อพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลลิเมนต์สำหรับวิเคราะห์ปัญหาสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริก

1.4.2 วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์เป็นแบบ 3 มิติ

1.4.3 พิจารณาเปรียบเทียบผลของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกแบบหลายชั้นด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ

1.4.4 เปรียบเทียบผลของอุณหภูมิที่ได้จากการจำลองในภาคทฤษฎีกับผลการทดสอบจริงที่ได้จากกล้องถ่ายภาพความร้อนในภาคปฏิบัติ

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.5.1 ได้หลักการและแนวความคิดสำหรับการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้น อันมีผลต่อค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริก

1.5.2 ได้ข้อสรุปของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกที่มีการจัดเรียงของสารเซรามิกแบบหลายชั้น

1.5.3 ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เข้ากับปัญหาจริงในการวิเคราะห์การกระจายตัวของค่าสนามไฟฟ้าและการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริก

1.6 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วย 8 บท และ 2 ภาคผนวก ดังต่อไปนี้

บทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์และเป้าหมายของงานวิจัยวิทยานิพนธ์ รวมทั้งขอบเขตของงาน

บทที่ 2 กล่าวถึงการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้ทราบถึงแนวทางและระเบียบวิธีการดำเนินการวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยผลจากการสำรวจสืบค้นจะใช้เป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์ และพัฒนาเข้ากับงานวิจัยวิทยานิพนธ์

บทที่ 3 นำเสนอทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยวิทยานิพนธ์ โดยเนื้อหาประกอบไปด้วย 4 หัวข้อหลัก ๆ ได้แก่ หม้อแปลงไฟฟ้า หม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริก ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ และทฤษฎีความร้อน

บทที่ 4 นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ โดยได้อธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์เพื่อคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลที่กระจาย ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริก

บทที่ 5 นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการคำนวณค่าอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยได้อธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์เพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิที่กระจาย ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริก รวมถึงอธิบายความสัมพันธ์ของศักย์ไฟฟ้า สนามไฟฟ้าและความร้อน

บทที่ 6 แสดงผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอโซอิลีทริกแบบหลายชั้น โดยแสดงออกมาในรูปแบบ 3 มิติ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล และแสดงผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิ

บทที่ 7 เป็นการนำเสนอผลการจำลองค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิลีทริกแบบหลายชั้น โดยแสดงเป็นแบบ 3 มิติ พร้อมทั้งอธิบายขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิลีทริกเพื่อใช้ในการทดสอบจริงและนำผลที่ได้จากการทดสอบนั้นมาเปรียบเทียบกับผลการจำลอง

บทที่ 8 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะ พร้อมงานวิจัยที่จะดำเนินการต่อ

ภาคผนวก ประกอบด้วยเนื้อหา 2 ส่วน ได้แก่ ภาคผนวก ก. กล่าวถึงอุปกรณ์และเครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินงานวิจัยและภาคผนวก ข. กล่าวถึงการรวบรวมผลงานที่ได้รับการเผยแพร่ของงานวิจัยวิทยานิพนธ์ในขณะดำเนินการศึกษา



บทที่ 2

ปรัทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

วัตถุประสงค์หลักของงานวิจัยนี้ คือ การคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าและการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟ้อิโหอิเล็กทริกแบบหลายชั้น โดยเลือกใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติมาเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องดำเนินการสำรวจปรัทัศน์วรรณกรรม และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้ทราบถึงแนวทางการวิจัยระเบียบวิธีที่เคยมีการใช้งานมาก่อน ผลการดำเนินงานข้อเสนอแนะต่าง ๆ จากคณณะนักวิจัยตั้งแต่อดีตเป็นต้นมา โดยใช้ฐานข้อมูลที่เป็นแหล่งสะสมรายงานวิจัยและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้แก่ ฐานข้อมูลจาก IEEE IEE ScienceDirect และอื่น ๆ เป็นต้น งานวิจัยดังกล่าวจะใช้เป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์ และพัฒนาเข้ากับงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้

2.2 ปรัทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การนำเสนอปรัทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จากเรื่องการวิเคราะห์และพิจารณาการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้า การกระจัดเชิงกล ค่าการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มีผลต่อการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟ้อิโหอิเล็กทริกตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน สามารถสรุปโดยย่อเป็นตารางได้ดังตารางที่ 2.1 ซึ่งสามารถจัดเรียงลำดับได้ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ค.ศ.	คณณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
1999	Zhiming. W., Xinghong. Y., Yadong. J., and Guangzhong. X.	ได้ศึกษาและทำการวิเคราะห์หม้อแปลงไฟ้อิโหอิเล็กทริกแบบหลายชั้นโดยวิเคราะห์จากวงจรสมมูลของหม้อแปลงไฟ้อิโหอิเล็กทริก เพื่อหาความสัมพันธ์ของแรงดันขาเข้า แรงดันขาออก อัตราส่วนและจำนวนชั้นที่เกิดขึ้น

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2001	Prieto, R., Sanz, M., Cobos, J.A., Alou, P., Garcia, O., and Uceda, J.	ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติของหม้อแปลงไฟโอโซอิลีทริก โดยแบ่งการพิจารณาออกเป็น การเปลี่ยนแปลงพื้นที่ของชั้นงาน จำนวนชั้นของหม้อแปลง ความหนาของฉนวน เป็นต้นซึ่งได้นำค่าที่ได้เหล่านี้มาทำการวิเคราะห์และออกแบบหม้อแปลงไฟโอโซอิลีทริก เพื่อให้เหมาะสมแก่การใช้งาน และได้ประสิทธิภาพที่ดี
2001	Joo, H.W., Lee, C-H., and Jung, H.K.	ได้พิจารณาถึงรูปร่างการสั้นและระยะการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นของหม้อแปลงไฟโอโซอิลีทริกชนิดโรเซนในช่วงความถี่ต่าง ๆ โดยใช้วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ในการแก้ปัญหา และยังใช้วิธีวงจรสมมูลในการวิเคราะห์คำนวณหาแรงและความเร็วในการสั้นที่เกิดขึ้น รวมไปถึงกำลังงานสูญเสียและประสิทธิภาพของหม้อแปลงไฟโอโซอิลีทริก
2004	Loaratanakul, P., and Uchino, K.	ได้ศึกษาเกี่ยวกับหม้อแปลงไฟโอโซอิลีทริกชนิดโหมคการสั้นตามแนวรัศมี โดยได้พิจารณา 3 ชั้นซึ่งชั้นตรงกลางเป็นฉนวน และได้ศึกษาเกี่ยวกับกาวที่ใช้ติดชั้นงานว่ามีผลอย่างไรกับกำลังไฟฟ้าขาออกที่ได้ซึ่งผลที่ได้นั้นสรุปได้ว่า กาวที่ใช้ในการวิจัยนั้นมีผลต่อค่าประสิทธิภาพและกำลังไฟฟ้าที่ได้
2005	Eric, M.B., Weixing, H., Dan, Y.C., and Fred, C.L.	ได้ทำการศึกษาและออกแบบหม้อแปลงไฟโอโซอิลีทริกชนิดโหมคการสั้นตามแนวรัศมีสำหรับใช้ในวงจรบัลลาสต์ในการจุดหลอดหลอดฟลูออเรสเซนต์ 32 วัตต์ โดยพิจารณาที่โหลด 500 โอห์ม แรงดันขาเข้า 120 โวลต์ และใช้สารไฟโอโซอิลีทริก APC-841 ในการพิจารณา

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2005	Shin, H., Ahn, H., and Han, D.	ได้ศึกษาถึงวงจรสมมูลของหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริกแบบหลายชั้น โดยได้ดัดแปลงรูปแบบวงจรสมมูลของเมสัน (Mason's equivalent circuit) ซึ่งเป็นแบบจำลองของหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริกแบบชั้นเดียว โดยนำค่าที่ได้จากทฤษฎีของแบบจำลองเปรียบเทียบกับข้อมูลการทดลองของหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริกแบบ 11 และ 13 ชั้น โดยมีเงื่อนไขในการจ่ายโหลดและความถี่ที่แตกต่างกัน
2005	Wang, Y.C., He, J.J., Liu, Y.P., Wu, J., Lee, C.K., and Haung, Y.T.	ได้ดำเนินการศึกษาความสัมพันธ์ของค่าศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นของหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริกในแอลซีดีทีวี โดยพิจารณาถึงการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นที่ค่าความถี่ต่าง ๆ ของหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริกในลักษณะแบบแผ่น ซึ่งได้พิจารณาหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริกที่มีลักษณะทางกายภาพต่างกันทั้งหมดสามชิ้น โดยหาผลเฉลยของค่าศักย์ไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 2 มิติ
2006	Joo, H-W., Lee, C-H., Rho, J-S., and Jung, H-K.	ได้ใช้วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ในการคำนวณหาค่าอัตราการขยายศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในช่วงความถี่ต่าง ๆ พร้อมทั้งคำนวณค่ากำลังงานสูญเสียจากการสั้นสะท้อนและค่ากำลังงานสูญเสียทางไฟฟ้าของหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริก และยังใช้วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ดำเนินการศึกษาความสัมพันธ์ของความร้อนที่ส่งผลต่อค่าคงที่วัสดุ และยังแสดงความร้อนที่ตำแหน่งต่าง ๆ ของหม้อแปลงไฟโอโซอิล็กทริกในแบบ 3 มิติ โดยพบว่าจะมีเพียงค่าคงที่วัสดุบางค่าเท่านั้นที่เปลี่ยนแปลงเมื่อความร้อนเพิ่มมากขึ้น

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2006	Yoo, J.H., Kim, K.J., Lee, C.B., Paik, D.S., Yoon, H.S., and Hong, J.I.	ได้ดำเนินการศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น โดยพิจารณาแบบ 3 ชั้น ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ทำการสร้างหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกขึ้นมาโดยใช้สารเซรามิกที่ประกอบด้วย PZN-PMN-PZT ในแต่ละชั้นตามลำดับ โดยทดสอบในขณะจ่ายโหลดที่ค่าต่างๆกัน
2007	Loaratanakul, P.	ได้ศึกษาคุณสมบัติต่างๆของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนที่โหมดการสั่นตามแนวรัศมี โดยหม้อแปลงมีขนาดเท่ากับ 23.50 มิลลิเมตร และหนา 1 มิลลิเมตร โดยทดสอบที่ค่าโหลดต่างๆกัน
2009	Loyau, V., Liu Y.P., and Costa, F.	ได้ศึกษาถึงการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกชนิดโรเซน (Rosen) ในการทดลองนี้ได้มีการยืนยันผลการทดลองโดยการเปรียบเทียบผลกับภาคทฤษฎีโดยใช้กล้องอินฟราเรดวัดที่พื้นผิวของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก
2009	Park, J.H., Cho, Bo H., Choi, S.J., and Lee, S.M.	ได้ดำเนินการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความสมดุลทางความร้อนสำหรับหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกที่มีการเชื่อมโยงหลายลักษณะ (multiple-connected) โดยจะใช้หม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบแผ่นดิสก์ โดยวัสดุที่ใช้เป็นชนิด PZT โดยจะเชื่อมต่อในโหมดของการสั่นตามแนวรัศมี (radial vibration mode)

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2011	Kim, I., Jeong, S., Kim, M. and Song, J.	ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติทางไฟฟ้าของหม้อแปลงไฟโพลิเอทิลีนทริกชนิดวงแหวนแบบ 3 ชั้น ซึ่งขนาดของหม้อแปลงที่ใช้มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 30 มม.หนา 3 มม.และมีช่องว่างระหว่างอินพุตและเอาต์พุต 1.5 มม.ซึ่งการทดสอบในงานวิจัยนี้จะเป็นการทดสอบเพื่อหาค่ากำลังไฟฟ้าสูงสุดของหม้อแปลงไฟโพลิเอทิลีนทริก

จะเห็นได้ว่าการสืบค้นปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จะปรากฏแต่งงานวิจัยที่พิจารณาการกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้า การกระจัดเชิงกลและการแก้ปัญหาทางความร้อนในหม้อแปลงไฟโพลิเอทิลีนทริกด้วยวิธีการต่าง ๆ แต่ไม่เคยปรากฏงานวิจัยที่เน้นศึกษาการคำนวณด้วยการพัฒนาวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติขึ้นเอง เพื่อให้เห็นถึงการกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้า การกระจัดเชิงกล และการกระจายตัวของอุณหภูมิอย่างละเอียดและชัดเจนมาก่อน จากวรรณกรรมและงานวิจัยที่ได้สรุปผ่านมา สามารถช่วยให้ผู้ที่ดำเนินการศึกษาหรือพัฒนาเกี่ยวกับงานวิจัยนี้พอมองภาพออกอย่างกว้าง ๆ ได้ว่า มีคณะนักวิจัยผู้ใดได้ศึกษาสิ่งใดไปแล้วบ้าง แต่ยังไม่สามารถแยกเป็นหมวดหมู่ตามวิธีการดำเนินงานศึกษาได้อย่างชัดเจน ดังนั้นในส่วนถัดไปนี้ จึงได้ทำการเรียบเรียงและคัดสรรงานวิจัยหลัก ๆ ที่สำคัญ และมีความแตกต่างกันอย่างเด่นชัด จากหลาย ๆ ผลงานที่ได้สรุปไว้ในตารางที่ 2.1 โดยจะได้กล่าวถึงโดยย่อ ดังนี้

เริ่มต้นจากงานวิจัยของ Zhiming และคณะ (1999) ได้ศึกษาและทำการวิเคราะห์หม้อแปลงไฟโพลิเอทิลีนทริกแบบหลายชั้น โดยวิเคราะห์จากวงจรสมมูลของหม้อแปลงไฟโพลิเอทิลีนทริก เพื่อหาความสัมพันธ์ของแรงดันขาเข้า แรงดันขาออก อัตราส่วนและจำนวนชั้นที่เกิดขึ้น งานวิจัยของ Shin, Ahn, and Han (2005) ได้ศึกษาถึงวงจรสมมูลของหม้อแปลงไฟโพลิเอทิลีนทริกแบบหลายชั้น โดยได้ดัดแปลงรูปแบบวงจรสมมูลของเมสัน (Mason's equivalent circuit) ซึ่งเป็นแบบจำลองของหม้อแปลงไฟโพลิเอทิลีนทริกแบบชั้นเดียว โดยนำค่าที่ได้จากทฤษฎีของแบบจำลองเปรียบเทียบกับข้อมูลการทดลองของหม้อแปลงไฟโพลิเอทิลีนทริกแบบ 11 และ 13 ชั้น โดยมีเงื่อนไขในการจ่ายโหลดและความถี่ที่แตกต่างกัน และ งานวิจัยของ Yoo และคณะ (2006) ได้ดำเนินการศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติของหม้อแปลงไฟโพลิเอทิลีนทริกแบบหลายชั้น โดยพิจารณาแบบ 3 ชั้น ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ทำการสร้างหม้อแปลงไฟโพลิเอทิลีนทริกขึ้นมาโดยใช้สารเซรามิกที่ประกอบด้วย PZN-PMN-PZT ในแต่ละชั้นโดยทดสอบในขณะจ่ายโหลดที่ค่าต่าง ๆ กัน

งานวิจัยของ Prieto และคณะ (2001) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก โดยแบ่งการพิจารณาออกเป็น การเปลี่ยนแปลงพื้นที่ของชิ้นงาน จำนวนชั้นของหม้อแปลง ความหนาของฉนวน เป็นต้น ซึ่งได้นำค่าที่ได้เหล่านี้มาทำการวิเคราะห์และออกแบบหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก เพื่อให้เหมาะสมแก่การใช้งาน และได้ประสิทธิภาพที่ดี งานวิจัยของ Rho และคณะ (2001) ได้พิจารณาถึงรูปร่างการสั้นและระยะการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกชนิดโรเซนในช่วงความถี่ต่าง ๆ โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการแก้ปัญหาและยังใช้วิธีวงจรมมูลในการวิเคราะห์คำนวณหาแรงและความเร็วในการสั้นที่เกิดขึ้น รวมถึงกำลังงานสูญเสียและประสิทธิภาพของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก งานวิจัยของ P.Loaratanakul, และ K.Uchino (2004) ได้ศึกษาเกี่ยวกับหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกชนิดโหมดการสั้นตามแนวรัศมี โดยได้พิจารณา 3 ชั้น ซึ่งชั้นตรงกลางเป็นฉนวน และได้ศึกษาเกี่ยวกับกาวที่ใช้ติดชิ้นงานว่ามีผลอย่างไรกับกำลังไฟฟ้าขาออกที่ได้ ซึ่งผลที่ได้นั้นสรุปได้ว่า กาวที่ใช้ในการวิจัยนั้นมีผลต่อค่าประสิทธิภาพและกำลังไฟฟ้าที่ได้ งานวิจัยของ Baker และคณะ (2005) ได้ทำการศึกษาและออกแบบหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกชนิดโหมดการสั้นตามแนวรัศมีสำหรับใช้ในวงจรบัลลาสต์ในการจุดหลอดหลอดฟลูออเรสเซนต์ 32 วัตต์ โดยพิจารณาที่โหลด 500 โอห์ม แรงดันขาเข้า 120 โวลต์ และใช้สารไพโอโซอิเล็กทริก APC-841 ในการพิจารณา ซึ่งผลการออกแบบต้องคำนึงถึงประสิทธิภาพที่ได้รับ และควรเลือกหม้อแปลงให้เหมาะสมกับการใช้งาน งานวิจัยของ P.Loaratanakul (2007) ได้ศึกษาคูณสมบัติต่างๆของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนที่โหมดการสั้นตามแนวรัศมี โดยหม้อแปลงมีขนาดเท่ากับ 23.50 มิลลิเมตรและหนา 1 มิลลิเมตร โดยทดสอบที่ค่าโหลดต่างกัน ซึ่งผลที่ได้นั้นค่าประสิทธิภาพสูงสุดมีค่าเท่ากับ 90 เปอร์เซ็นต์ที่ค่าโหลด 800 โอห์ม และนำชิ้นงานไปประยุกต์ใช้เพื่อขับหลอดฟลูออเรสเซนต์ 8 วัตต์ งานวิจัยของ Kim และคณะ (2011) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติทางไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบบ 3 ชั้น ซึ่งขนาดของหม้อแปลงที่ใช้มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 30 มม. หนา 3 มม. และมีช่องว่างระหว่างอินพุตและเอาต์พุต 1.5 มม. ซึ่งงานวิจัยนี้ได้พิจารณาในส่วนของการทดสอบหาค่ากำลังไฟฟ้าสูงสุด โดยพิจารณาค่าโหลดที่แตกต่างกัน

งานวิจัยของ Loyau และคณะ (2009) ได้ศึกษาถึงการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกชนิดโรเซน (Rosen) ในการทดลองนี้ ได้มีการยืนยันผลการทดลองโดยการเปรียบเทียบผลกับภาคทฤษฎีโดยใช้กล้องอินฟราเรดวัดที่พื้นผิวของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก งานวิจัยของ Park และคณะ (2009) ได้ดำเนินการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความสมดุลทางความร้อนสำหรับหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกที่มีการเชื่อมโยงหลายลักษณะ (multiple-connected) โดยจะใช้หม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกแบบแผ่นคิสก์ โดยวัสดุที่ใช้เป็นชนิด PZT โดยจะเชื่อมต่อใน

โหมดของการสั่นตามแนวรัศมี (radial vibration mode) งานวิจัยของ Thang และคณะ (2011) ได้ดำเนินการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์หม้อแปลงไฟโอะโซอิลิกเทริกแบบสี่เหลี่ยม มีรูตรงกลางซึ่งมีจำนวนชั้นทั้งหมด 3 ชั้นในการพิจารณา โดยได้ศึกษาการกระจายตัวของอุณหภูมิ โดยใช้วิธีการวิเคราะห์แบบไฟไนท์อีลิเมนต์ด้วยโปรแกรม ATILA และได้ทำการเปรียบเทียบผลการจำลองกับผลที่ได้จากการทดสอบจริง

2.3 สรุป

บทที่ 2 นี้ ได้นำเสนอรายงานผลการสืบค้นปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยย้อนหลังที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยวิทยานิพนธ์ที่จะดำเนินการ จากฐานข้อมูล IEEE IEE ScienceDirec และอื่น ๆ ซึ่งทำให้ทราบถึงแนวทางการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ระเบียบวิธีที่ผู้วิจัยอื่น ๆ ได้นำมาใช้ ผลการดำเนินงาน ข้อเสนอแนะต่าง ๆ จากคณบดีนักวิจัยตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน จากการสืบค้นปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ไม่เคยปรากฏงานวิจัยที่มุ่งเน้นการศึกษาและคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้า การกระจัดเชิงกล และค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่อการกระจายตัวในหม้อแปลงไฟโอะโซอิลิกเทริกแบบหลายชั้นด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติที่พัฒนาขึ้นเอง เพื่อให้เห็นถึงการกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้ากับ การกระจัดเชิงกล และการกระจายตัวอุณหภูมิอย่างละเอียด และชัดเจนมาก่อน ด้วยเหตุนี้งานวิจัยชิ้นนี้จึงพัฒนาขึ้นเพื่อหาแนวทางการคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้า การกระจัดเชิงกลและค่าสนามไฟฟ้าที่ส่งผลถึงอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟโอะโซอิลิกเทริกแบบหลายชั้น

บทที่ 3

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

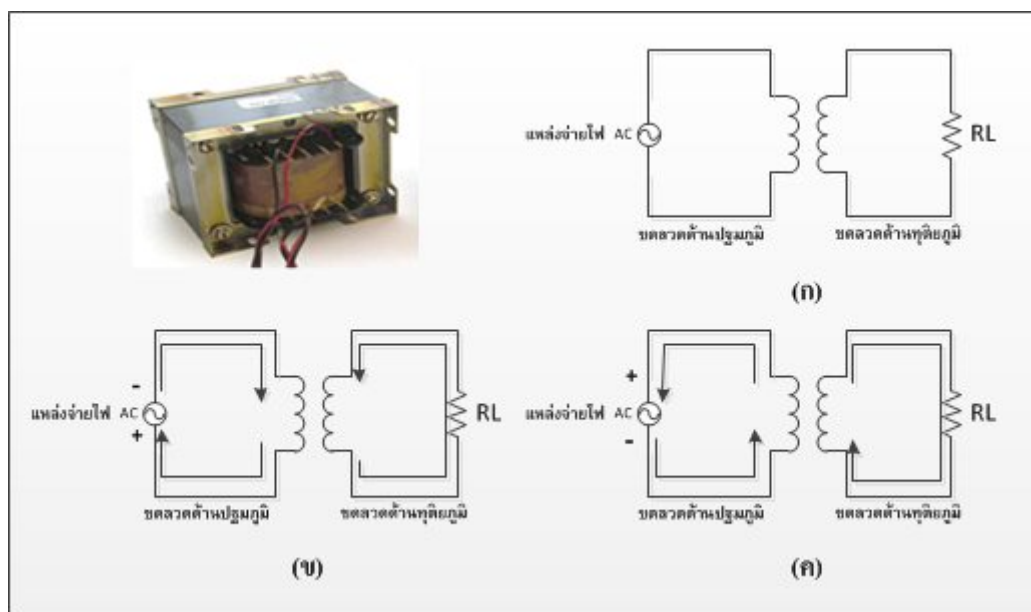
3.1 บทนำ

การศึกษาและเข้าใจถึงทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย นับว่ามีความสำคัญ และเป็นประโยชน์อย่างมากในการดำเนินงานวิจัยต่าง ๆ ทั้งนี้เพื่อเป็นพื้นฐานความรู้ และความเข้าใจในงานวิจัยสำหรับนำไปเป็นแหล่งอ้างอิงในการดำเนินงานวิจัย ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ ซึ่งประกอบไปด้วย หัวข้อหลัก ได้แก่ 1) หม้อแปลงไฟฟ้า 2) หม้อแปลงไฟโอดีไอเล็กทริก 3) ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลีเมนต์แบบ 3 มิติ และ 4) ทฤษฎีความร้อนโดยจะกล่าวถึงเฉพาะส่วนที่เป็นประโยชน์หรือถูกกล่าวอ้างถึงการดำเนินงานวิทยานิพนธ์นี้ ทั้งนี้เพื่อให้เนื้อหา มีความกระชับและชัดเจนยิ่งขึ้น

3.2 หม้อแปลงไฟฟ้า

หม้อแปลงไฟฟ้า หมายถึง เครื่องมือหรือเครื่องกลไฟฟ้าที่สามารถถ่ายโอนพลังงานไฟฟ้าจากวงจรหนึ่งไปยังอีกวงจรหนึ่ง โดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงความถี่ แต่จะเป็นการเปลี่ยนแปลงแรงดันและกระแสไฟฟ้า และสามารถเพิ่มหรือลดความต่างศักย์ไฟฟ้ากระแสสลับให้สูงขึ้นหรือต่ำลง โดยอาศัยการเหนี่ยวนำไฟฟ้าระหว่างขดลวดมีส่วนประกอบง่าย ๆ คือแกนเหล็กอ่อนตัดเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสกลางกลวง โดยมากมักจะใช้แผ่นเหล็กอ่อนบาง ๆ จำนวนหลายแผ่นอัดซ้อนกันกับแกนเหล็กอ่อน มีหน้าที่รวมเส้นแรงแม่เหล็กจากขดลวดที่หนึ่งไปเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสในขดลวดที่สอง ทั้งสองข้างของแกนเหล็กมีขดลวดหุ้มฉนวนบางพันไว้ข้างหนึ่งมีจำนวนรอบมาก อีกข้างหนึ่งมีจำนวนรอบน้อย ขดลวดด้านที่ต่อกับแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับเรียกว่าขดลวดปฐมภูมิ (primary coil) ขดลวดอีกขดหนึ่งเรียกว่าขดลวดทุติยภูมิ (secondary coil) แสดงได้ดังรูปที่ 3.1

ซึ่งจากรูปที่ 3.1(ก) นั้นแสดงรูปสัญลักษณ์และวงจรพื้นฐานของหม้อแปลงไฟฟ้า ซึ่งประกอบด้วยขดลวดสองขดที่จัดให้อยู่ใกล้กัน ได้แก่ขดลวดปฐมภูมิและขดลวดทุติยภูมิ ทั้งนี้เพื่อให้เส้นแรงของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดปฐมภูมิไปตัดกับขดลวดทุติยภูมิ และเกิดการเหนี่ยวนำซึ่งกันและกันขึ้น โดยให้แหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับต่อเข้ากับขดลวดปฐมภูมิและมีโหนดต่อเข้ากับขดลวดทางด้านทุติยภูมิ



รูปที่ 3.1 วงจรพื้นฐานของหม้อแปลงไฟฟ้า

จากรูปที่ 3.1(ข) แสดงกระแสไฟฟ้าที่จ่ายออกแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าไปเข้าที่ขดลวดปฐมภูมิซึ่งกระแสไฟฟ้านี้ก็จะทำให้เกิดชั่วเหินือที่ส่วนบนของขดลวดปฐมภูมิ ถ้าแรงดันไฟฟ้าด้านอินพุตนี้มีความเป็นลบมาก (ช่วงครึ่งคลื่นลบ) ก็จะทำให้กระแสไฟฟ้าไหลเพิ่มมากขึ้นด้วยส่งผลให้มีสนามแม่เหล็กเกิดขึ้นที่ขดลวดปฐมภูมิมากขึ้น การขยายตัวของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจะไปตัดกับขดลวดทางด้านทุติยภูมิและเกิดการเหนี่ยวนำของแรงดันไฟฟ้าขึ้น จึงทำให้มีกระแสไฟฟ้าไหลในวงจรด้านทุติยภูมิผ่านไปยังโหลดจากนั้นแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับที่จ่ายเข้ามาก็จะมีความเป็นลบลดน้อยลงจนเป็นค่าศูนย์ และเปลี่ยนเป็นค่าบวก

และจากรูปที่ 3.1(ค) ในกรณีนี้กระแสไฟฟ้าในวงจรด้านปฐมภูมิจะไหลในทิศทางตรงกันข้ามกับตอนแรก ทั้งนี้เนื่องจากแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับได้เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นในทิศทางที่เป็นบวก (ช่วงครึ่งคลื่นบวก) เมื่อแรงดันไฟฟ้าเพิ่มมากขึ้นกระแสไฟฟ้าก็ไหลมากขึ้น ส่งผลให้สนามแม่เหล็กเกิดการขยายตัวไปตัดกับขดลวดทุติยภูมิเกิดการเหนี่ยวนำทางไฟฟ้าส่งผลให้มีกระแสไฟฟ้าไหลในทิศทางตรงข้ามและไหลผ่านต่อไปยังโหลดเช่นเดียวกัน หม้อแปลงนี้เราจะใช้แปลงไฟขึ้นหรือแปลงไฟลงก็ได้ แล้วแต่เราจะต่อกระแสสลับเข้าทางไหน สำหรับหม้อแปลงไฟฟ้าแบ่งตามชนิดของการแปลงไฟฟ้าได้เป็นสองชนิดคือ

- 1) หม้อแปลงขึ้น (step-up transformer) ต้องต่อกระแสไฟฟ้าสลับเข้าทางขดลวดน้อยรอบในกรณีนี้ ขดลวดน้อยรอบ จะเป็นขดลวดที่หนึ่งหรือขดลวดปฐมภูมิ จะมีกระแสไฟฟ้าสลับเกิดขึ้นในขดลวดที่สอง หรือขดลวด ทุติยภูมิโดยการเหนี่ยวนำและมีความต่างศักย์สูงขึ้นเพราะขดลวดที่สอง มีจำนวนรอบมากกว่าขดลวดที่หนึ่ง
- 2) หม้อแปลงลง (step-down transformer) ต้องต่อกระแสไฟฟ้าสลับให้ขดลวดมากรอบเป็นขดลวดที่หนึ่ง ดังนั้น ขดลวดน้อยรอบ จะเป็นขดลวดที่สองขดลวดที่สองจะมีแรงเคลื่อนไฟฟ้าต่ำลง เพราะมีจำนวนรอบขดลวดน้อยกว่า

3.3 หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

แนวทางการคิดค้นก่อนกำเนิดหม้อแปลงไฟฟ้าชนิดไพโซอิเล็กทริกได้ถูกตีพิมพ์ครั้งแรกโดย Rosen Fish และ Rathenberg และได้ทำการจดสิทธิบัตรพร้อมอธิบายรายละเอียดไว้ในประเทศสหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ. 1954 หลังจากนั้น 50 ปีต่อมาเทคโนโลยีนี้กลายเป็นหนึ่งทางเลือกที่มีการนำมาใช้แทนหม้อแปลงชนิดขดลวดสนามแม่เหล็กมากที่สุดในการประยุกต์ใช้ในระบบไฟฟ้ากำลังในวงกว้าง หม้อแปลงชนิดไพโซอิเล็กทริกทำหน้าที่เปลี่ยนพลังงานไฟฟ้าให้เป็นพลังงานกลและเปลี่ยนพลังงานกลให้เป็นพลังงานไฟฟ้าเพราะฉะนั้นแล้ววัสดุอุปกรณ์ที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกต้องคัดเลือกคุณสมบัติที่มีความเหมาะสมเป็นพิเศษ โดยนิยมใช้วัสดุไพโซอิเล็กทริกเซรามิก (piezoelectric ceramic) ที่มีคุณสมบัติพิเศษ คือจะมีคุณสมบัติเปลี่ยนแปลงก็ต่อเมื่อได้รับการสั่นสะเทือนตรงกับความถี่เรโซแนนซ์ โดยถ้ามีการออกแบบที่เหมาะสม ไพโซอิเล็กทริกเซรามิกจะมีคุณสมบัติสามารถแปลงแรงดันให้เป็นชนิดแปลงแรงดันขึ้นหรือแปลงแรงดันลงได้โดยไม่ใช้ขดลวด หรือวัสดุที่ทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก เรียกว่าหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก (piezoelectric transformer : PT)

ในการคิดค้นออกแบบหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก การพัฒนาเทคโนโลยีนี้ยังไม่ประสบความสำเร็จในเชิงพาณิชย์ จนกระทั่งทศวรรษที่ 90 ในช่วงเวลานั้นมีการผลิตจากหลายบริษัท ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นบริษัทที่อยู่ในประเทศญี่ปุ่น โดยมีการแสดงผลงานการสร้างและการประยุกต์ใช้ร่วมกับอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ขนาดพกพา โดยมีคุณสมบัติที่ให้อัตราการขยายแรงดันสูง และได้รับสัญลักษณ์แสดงถึงอุปกรณ์ที่ไม่สร้างและแพร่กระจายของสนามแม่เหล็ก หรือเกิดน้อย (electromagnetic interference : EMI) แต่อย่างไรก็ตามการสร้างและพัฒนาในการนำมาประยุกต์ใช้นั้นก็ยังคงขึ้นอยู่กับพื้นฐานของการออกแบบด้วยโครงสร้างหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิด Rosen (Rosen type PT)

ในยุคปัจจุบันนี้การใช้งานหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกได้ถูกนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย เช่น จอแสดงผลแบบ LCD ในคอมพิวเตอร์โน้ตบุ๊กและอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์แบบพกพาได้หลายชนิด ในแต่ละปีหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกมีการซื้อและขายเฉลี่ยมากกว่า 20 ล้านชิ้น ตั้งแต่ปี ค.ศ. 2000 เป็นต้นมาและมีรายงานจากโรงงานผู้ผลิตหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกในประเทศญี่ปุ่นว่ามีผลการดำเนินการเติบโตของสายการผลิตเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 10% ทุกปี เนื่องจากหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกมีความเสถียรภาพจึงสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับ LCD ของจอคอมพิวเตอร์และอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์อื่น ๆ แต่การสร้างหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกต้องใช้เทคโนโลยีขั้นสูง จึงเป็นสิ่งที่กระตุ้นให้นักวิจัยจำนวนมากสนใจต้องการเผยแพร่เทคโนโลยีการสร้างและการนำไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์แขนงอื่น ๆ ดังนั้นนี่คือโอกาสที่ทำให้เกิดการแข่งขันเชิงพาณิชย์ในการสร้างหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกกันอย่างมากรวมถึงข้อดีของคุณสมบัติของหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกที่เหมาะสมกับการนำมาประยุกต์ใช้ในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ คือมีอิมพีแดนซ์ด้านขาออกต่ำ มีความสามารถทนกำลังไฟฟ้าสูงและมีประสิทธิภาพสูงภายใต้สภาวะ step down ซึ่งในการออกแบบหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกนั้นมีการออกแบบเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ที่แตกต่างกันตามการใช้งาน แต่ยังคงอยู่ภายใต้แนวทางความคิดแบบดั้งเดิมของ Rosen ในปัจจุบันนี้มีการออกแบบไฟโวลต์ไอเล็กทริกที่มีโครงสร้างหลายชนิดเช่น ระบบการแพร่ในแนวรัศมี (radial type) ชื่อ ทรานโซเนอร์ (transoner) ซึ่งเคยถูกนำเสนอตีพิมพ์ผลงานถึงด้านเทคโนโลยีการออกแบบเพื่อเพิ่มความสามารถในการทนกำลังไฟฟ้าระดับสูงได้เป็นผลสำเร็จ โดยมีความสามารถทนกำลังไฟฟ้าได้มากกว่า 100 W ด้วยความเข้มข้นกำลังขนาด 30-40 W/cm² ในปัจจุบันมีการออกแบบพัฒนาหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกให้สามารถทนกำลังได้ 36 วัตต์ และมีอัตราขยายมากกว่า 50 เท่า ซึ่งในอนาคตคาดว่าจะมีการออกแบบให้มีขนาดเล็กลงยิ่งไปกว่านี้อีกจนถึงระดับการประยุกต์ใช้งานในระบบทางกลไฟฟ้าขนาดเล็ก (มณฑกานต์ พีรศักดิ์โสภณ, 2553)

3.3.1 ประวัติความเป็นมาของหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริก

ตั้งแต่ที่มีการสร้างพร้อมกับพัฒนาหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกเซรามิกเป็นระยะเวลา 50 ปี ในครั้งแรกของการประดิษฐ์คิดค้นหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกจนเป็นที่รู้จักกันอย่างแพร่หลายจากการจดสิทธิบัตรของ Rosen และคณะผู้วิจัย และได้รับการอนุมัติใน ค.ศ. 1958 (Rosen et al., 1958) ตั้งแต่นั้นมาได้มีการนำความคิดนี้ไปสร้างและประยุกต์ใช้หลังจากมีการนำไปประยุกต์ครั้งแรก ต่อมา เมื่อ ค.ศ. 1956 โดย Jaffe และ Don จากบริษัท Clevite Company มีการจดสิทธิบัตรใบที่สองของการเกิดเทคโนโลยีหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกซึ่งได้รับการอนุมัติใน ค.ศ. 1961 (Jaffe and Don, 1961) ตั้งแต่นั้นมาเทคโนโลยีของการสร้างหม้อแปลงไฟโวลต์ไอเล็กทริกก็เติบโตขึ้นอย่างต่อเนื่องเมื่อเร็ว ๆ นี้มีรายงานในธุรกิจประเมินการซื้อและขาย

หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก จำนวน 25-30 ล้านตัว ในช่วง ค.ศ. 1990-2002 ซึ่งนำไปประยุกต์ใช้กับ อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่แตกต่างกัน ดังนั้นจะเห็นว่าการเจริญเติบโตของเทคโนโลยีการผลิต หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกคาดว่าจะมีความประสบความสำเร็จในการนำไปใช้แทนหม้อแปลงชนิด ขดลวดตัวนำ

หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกเป็นอุปกรณ์ทางด้านอิเล็กทรอนิกส์ที่สร้างมาจากเซรามิก เช่น ควอตซ์ (quartz), ลิเทียมไนโอเบท (lithium niobate) และ PZT (lead zirconate titanate) มีหลักการทำงานโดยอาศัยการสั่นสะเทือนเป็นตัวกลางในการส่งถ่ายพลังงาน โดยทางด้านอินพุต จะแปลงพลังงานไฟฟ้าเป็นพลังงานกลก่อนแล้วจะแปลงพลังงานกลกลับเป็นพลังงานไฟฟ้าอีกครั้ง ทางด้านเอาต์พุต โดยจะส่งถ่ายพลังงานทางกลในรูปการสั่น ซึ่งหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกมี คุณสมบัติที่สำคัญคือ ขนาดเล็กน้ำหนักเบา ทำงานโดยไม่ใช้การเหนี่ยวนำของสนามแม่เหล็ก ประสิทธิภาพสูงและทำงานที่พิสัยความถี่สูง ช่วยลดการสิ้นเปลืองพลังงาน ทำให้ขนาดของวงจรที่ นำมาใช้มีขนาดเล็กลง ไม่ก่อให้เกิดเสียงรบกวนในขณะทำงานและช่วยเพิ่มความปลอดภัยใน การทำงานมากขึ้นเนื่องจากหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจะไม่ทำให้เกิดควันหรือประกายไฟ ด้วยคุณสมบัติต่าง ๆ นี้จึงเหมาะที่จะนำมาพัฒนาเป็นแหล่งจ่ายไฟฟ้าให้กับอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่ มีขนาดเล็กและมีพื้นที่ใช้งานอยู่อย่างจำกัด ซึ่งหัวข้อต่อไปจะอธิบายถึงโครงสร้างและการทำงานของ หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกที่ประยุกต์มาจากหลักการทำงานของไพโซอิเล็กทริกเซรามิก (มนทล นาวงษ์, 2546)

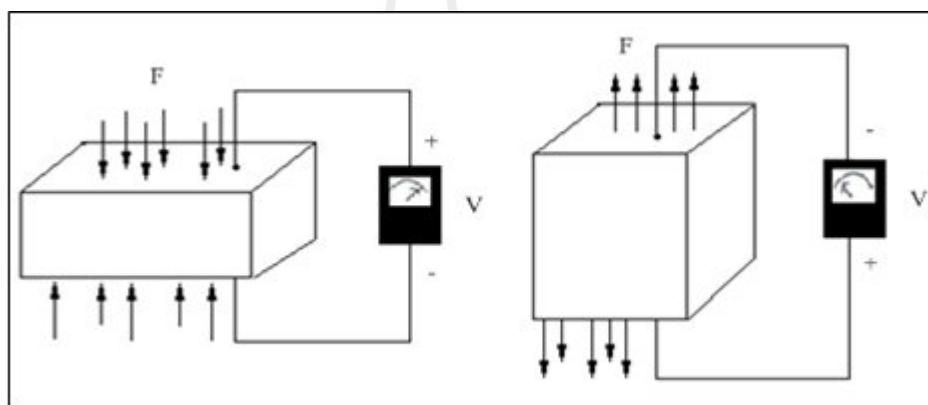
ปัจจุบันอุปกรณ์ทางด้านอิเล็กทรอนิกส์หลายชนิดถูกผลิตขึ้นมาโดยใช้วัสดุ ประเภทไพโซอิเล็กทริกเซรามิก เพราะการผลิตทำได้ง่าย ประสิทธิภาพสูง สามารถลดขนาด และน้ำหนักของอุปกรณ์ลงได้มาก ตัวอย่างอุปกรณ์ที่ผลิตจากสารไพโซอิเล็กทริกเซรามิกได้แก่ รีซีฟเวอร์ (receivers) แอคชูเอเตอร์ (actuators) อัลตราโซนิคมอเตอร์ (ultrasonic motor) หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก (piezoelectric transformers) เป็นต้น

3.3.2 หลักการทำงานของสารไพโซอิเล็กทริกเซรามิก

ไพโซอิเล็กทริกเซรามิก คือสารเซรามิกที่มีคุณสมบัติสำคัญอยู่สองอย่างซึ่งจะ ประกอบด้วย คุณสมบัติอย่างแรกสามารถเปลี่ยนรูปพลังงานจากพลังงานทางกลเป็นพลังงานทาง ไฟฟ้า เมื่อมีการเปลี่ยนรูปร่างของวัตถุที่เป็นสารไพโซอิเล็กทริกเซรามิก ทำให้เกิดแรงดันไฟฟ้า ต่อก่อมวัตถุนั้นและคุณสมบัติอย่างที่สองคือสามารถเปลี่ยนรูปจากพลังงานทางไฟฟ้าเป็นพลังงาน ทางกล โดยเมื่อมีแรงดันไฟฟ้าต่อก่อมวัตถุที่เป็นสารไพโซอิเล็กทริกเซรามิก แล้วทำให้เกิดการ เปลี่ยนรูปร่างวัตถุ

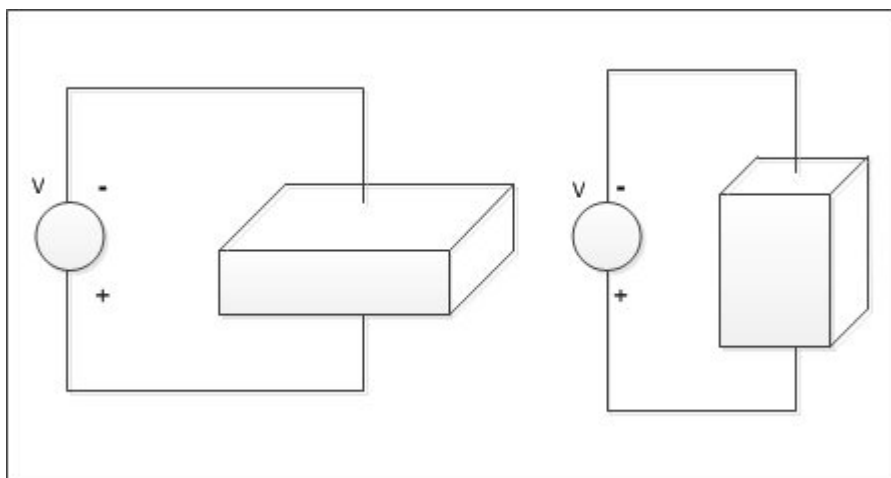
ดังนั้นคุณสมบัติในการทำงานของสารไพโซอิเล็กทริกเซรามิกจะประกอบด้วยคุณสมบัติทางกลและคุณสมบัติทางไฟฟ้า โดยคุณสมบัติทางกลของไพโซอิเล็กทริกเซรามิกประกอบด้วยความเค้น (stress : T) ความเครียด (strain : S) และคุณสมบัติทางไฟฟ้าของสารไพโซอิเล็กทริกเซรามิก ประกอบด้วย สนามไฟฟ้า (electric : E) โพลาริเซชัน (polarization : P) การทำงานสองลักษณะดังกล่าวสามารถอธิบายโดยละเอียดได้ดังนี้คือ

1.การทำงานของไพโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์ (piezoelectric transducers,direct effect) คือเมื่อมีแรงกระทำกับวัตถุที่เป็นไพโซอิเล็กทริกเซรามิกในลักษณะของแรงดึงหรือแรงกดแล้วมีผลทำให้เกิดแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของวัตถุนั้น ซึ่งทิศทางของแรงดันไฟฟ้าแปรตามลักษณะการกดหรือการดึง ดังแสดงในรูปที่ 3.2 ตัวอย่างการทำงานลักษณะนี้ได้แก่อุปกรณ์วัดค่าปริมาณต่าง ๆ เช่น วัดความดันอากาศ วัดความเครียดภายในชิ้นส่วนของวัสดุ เป็นต้น



รูปที่ 3.2 การทำงานของไพโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์

2.การทำงานของไพโซอิเล็กทริกแอคชูเอเตอร์ (piezoelectric actuators,inverse effect) คือวัตถุที่เป็นสารไพโซอิเล็กทริกเซรามิกที่มีลักษณะการยืดหรือหดได้เมื่อมีการป้อนแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของวัตถุนั้น ถ้ามีการป้อนแรงดันไฟฟ้าที่มีความถี่แบบสลับขั้วต่อเนื่องก็จะทำให้วัตถุนั้นเกิดการสั่นได้ ดังแสดงในรูปที่ 3.3 ตัวอย่างการทำงานลักษณะนี้ได้แก่หัวพิมพ์ของเครื่องพิมพ์ชนิดพ่นหมึก (inkjet printer) เป็นต้น



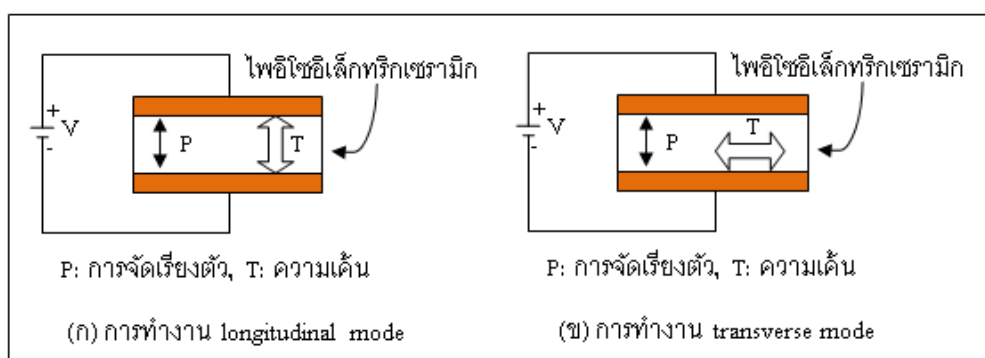
รูปที่ 3.3 การทำงานของไพโซอิเล็กทริกแอกชูเอเตอร์

3.3.3 ลักษณะการทำงานของไพโซอิเล็กทริกเซรามิก

ไพโซอิเล็กทริกเซรามิกมีลักษณะการทำงานอยู่สองลักษณะการทำงานด้วยกัน คือการทำงานในลักษณะของ longitudinal mode และ transverse mode

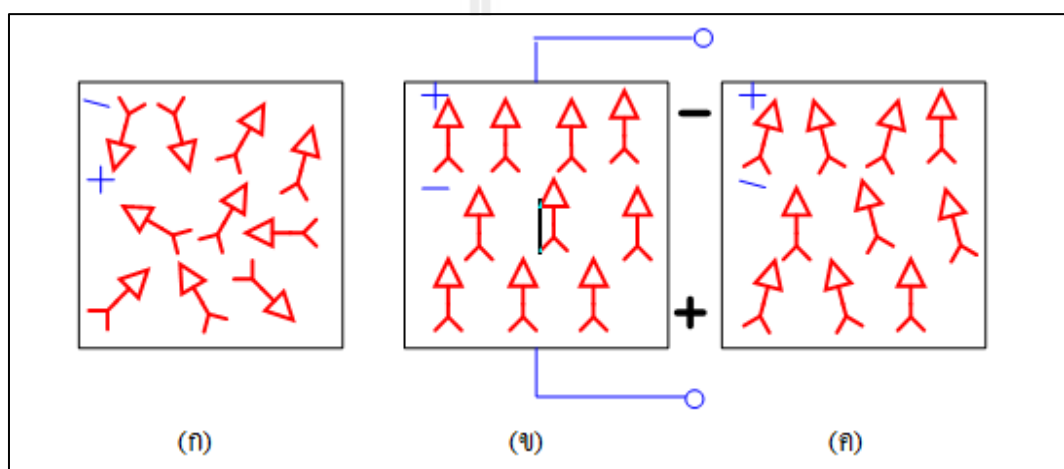
1. การทำงานในลักษณะของ longitudinal mode เมื่อมีแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของวัตถุที่เป็นไพโซอิเล็กทริกเซรามิก แล้วทำให้วัตถุนั้นเกิดการยืดหรือหดในแนวทิศทางเดียวกับแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของวัตถุนั้น ดังแสดงในรูปที่ 3.4 (ก)

2. การทำงานในลักษณะของ transverse mode เมื่อมีแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของวัตถุที่เป็นไพโซอิเล็กทริกเซรามิก แล้วทำให้วัตถุนั้นเกิดการยืดหรือหดในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางของแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของวัตถุนั้น ดังแสดงในรูปที่ 3.4 (ข)



รูปที่ 3.4 ลักษณะการทำงานของไพโซอิเล็กทริก

โดยก่อนที่จะนำไพโอโซอิเล็กทริกมาใช้งาน ต้องผ่านกระบวนการสร้างขั้วไฟฟ้า (poling) ด้วยการนำไปผ่านสนามไฟฟ้ากระแสตรงที่แรงดันสูง เพื่อให้เหนี่ยวนำทิศทางของขั้วภายในสารไพโอโซอิเล็กทริกเกิดการจัดเรียงตัว (polarization) ในทิศทางของสนามไฟฟ้า (E) เป็นผลให้ไพโอโซอิเล็กทริกมีความสามารถยึดตัว ตามทิศทางของสนามไฟฟ้า เมื่อเสร็จสิ้นกระบวนการสร้างขั้วไฟฟ้าแล้ว ไพโอโซอิเล็กทริกจะเกิดการหดตัว แต่ทิศทางของขั้วภายในจะไม่กลับมามีตำแหน่งเดิมก่อนการสร้างขั้วไฟฟ้าอย่างถาวร ส่งผลให้วัสดุไพโอโซอิเล็กทริกเกิดขั้วประจุไฟฟ้าขึ้นดังรูปที่ 3.5

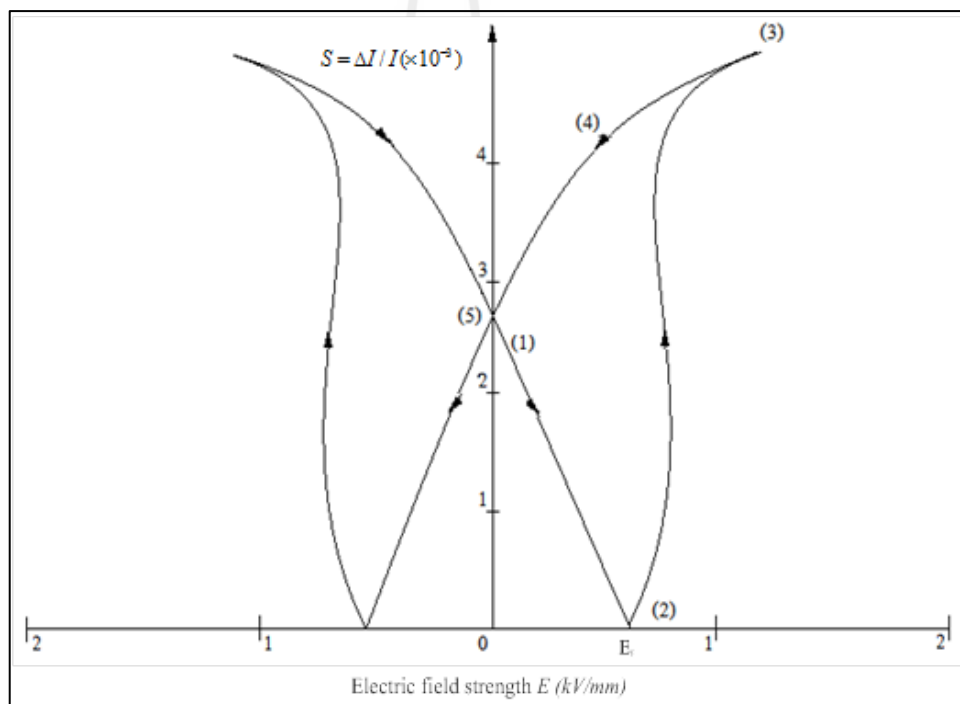


รูปที่ 3.5 การจัดเรียงขั้วสนามไฟฟ้า (ก) ไม่เป็นระเบียบก่อนผ่านสนามไฟฟ้า (ข) เป็นระเบียบขณะผ่านสนามไฟฟ้า (ค) การจัดเรียงขั้วหลังจ่ายสนามไฟฟ้า (APC International, 2002)

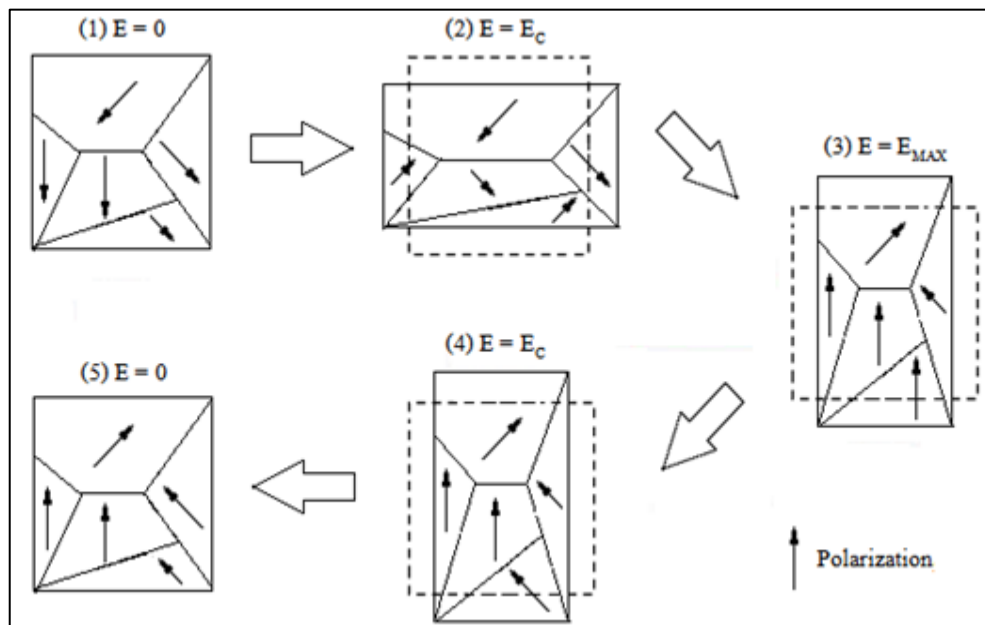
3.3.4 คุณสมบัติทางไฟฟ้าและทางกลของไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิก

ไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิกก่อนจะนำมาใช้งาน ต้องถูกนำไปให้ได้รับแรงดันไฟฟ้าตรงแรงดันสูง (poling) เพื่อให้โดเมนภายในของไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิกเกิดการเรียงตัว (polarization) ในทิศทางของสนามไฟฟ้า (E) และทำให้ไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิกเกิดการยึดตัวตามทิศทางของสนามไฟฟ้า เมื่อเสร็จสิ้นการ poling ($E = 0$) ไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิกเกิดการหดตัวแต่จะไม่กลับมามีตำแหน่งเดิมก่อนการ poling ดังแสดงที่ตำแหน่ง (1) ในรูปที่ 3.6 และรูปที่ 3.7 (1)

เมื่อนำไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิกมาใช้งาน เช่น ให้สนามไฟฟ้าในทิศทางตรงข้ามกับการ poling โดเมนภายในก็จะหดตัวลงเมื่อสนามไฟฟ้าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ โดเมนก็จะหดตัวลงจนกระทั่งเมื่อ $E = E_c$ ดังแสดงที่ตำแหน่ง (2) ในรูปที่ 3.6 และรูปที่ 3.7 (2) ไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิกก็ไม่สามารถหดตัวได้อีก แต่เมื่อสนามไฟฟ้าเพิ่มขึ้นอีกโดเมนภายในก็จะกลับทิศทางทำให้ไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิกยืดตัวเพราะ โดเมนภายในมีทิศทางตามทิศทางของสนามไฟฟ้าเมื่อ $E = E_{max}$ ดังแสดงที่ตำแหน่ง (3) ในรูปที่ 3.6 และรูปที่ 3.7 (3) ไพโอโซอิเล็กทริกไม่สามารถยืดตัวได้มากกว่านี้แล้วเมื่อสนามไฟฟ้าลดลงไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิกก็จะหดตัวลงตามลำดับดังแสดงที่ตำแหน่ง (4) ในรูปที่ 3.6 และรูปที่ 3.7 (4) ดังนั้นที่ตำแหน่งสุดท้าย ดังแสดงที่ตำแหน่ง (5) ในรูปที่ 3.6 และรูปที่ 3.7 (5) $E = 0$ ทิศทางของโดเมนจะกลับทิศทางของโดเมนเดิมเมื่อเปรียบเทียบกับสถานะเริ่มต้นตำแหน่ง



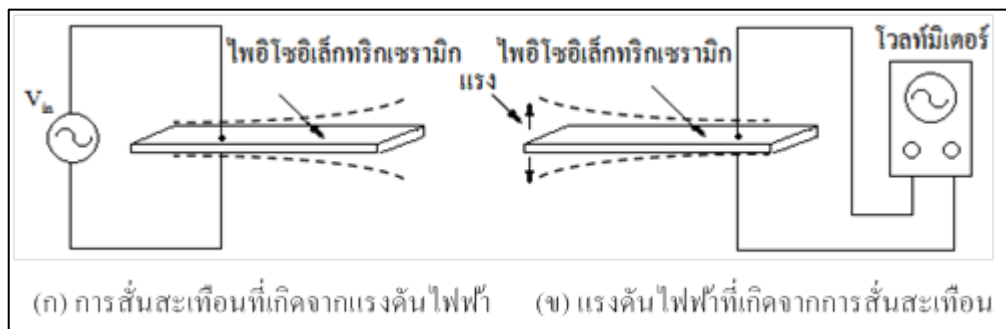
รูปที่ 3.6 คุณลักษณะทางไฟฟ้าและทางกลของไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิก



รูปที่ 3.7 ลักษณะการยืดหดของวัสดุที่เป็นสารไพโซอิเล็กทริกเซรามิก

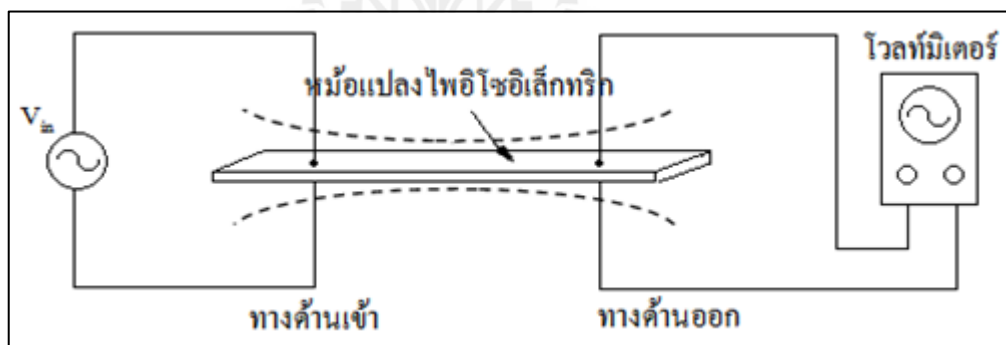
3.3.5 การทำงานของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก คือการนำหลักการทำงานของไพโซอิเล็กทริกเซรามิกมาประยุกต์ใช้งานเป็นหม้อแปลง โดยอาศัยการสันสะเทือนทางกลศาสตร์เป็นตัวกลางในการส่งถ่ายพลังงานซึ่งแบ่งการทำงานออกเป็นสองส่วนด้วยกันคือส่วนของไพโซอิเล็กทริกเซรามิกที่มีการสันสะเทือนเนื่องจากมีแรงดันไฟฟ้า (ไพโซอิเล็กทริกแอกชูเอเตอร์ piezoelectric actuators) เรียกว่าส่วนทางด้านขาเข้า ส่วนนี้เปรียบเสมือนการทำงานของมอเตอร์ ดังแสดงในรูปที่ 3.8 (ก) และส่วนของไพโซอิเล็กทริกเซรามิก ที่เกิดแรงดันไฟฟ้าเนื่องจากการสันสะเทือน (ไพโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์, piezoelectric transducers) เรียกว่าส่วนทางด้านขาออกส่วนนี้เปรียบเสมือนกับการทำงานของเจนเนอเรเตอร์ ดังแสดงในรูปที่ 3.8 (ข)



รูปที่ 3.8 การทำงานของไพโซอิเล็กทริก

หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจะใช้หลักการทำงานของไพโซอิเล็กทริกเซรามิกมาประยุกต์ใช้งานเป็นหม้อแปลงที่มีการส่งถ่ายพลังงานโดยอาศัยการสั่นสะเทือนของเซรามิกเป็นตัวกลาง เมื่อป้อนแรงดันไฟฟ้าที่มีความถี่ถึงที่ทางด้านเข้าจะทำให้สารเซรามิกภายในเกิดการสั่นสะเทือนมีผลทำให้สารเซรามิกทางด้านออกเกิดแรงดันไฟฟ้า ดังแสดงหลักการทำงานในรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกที่มีการประยุกต์มาจากการทำงานของไพโซอิเล็กทริกเซรามิก

3.3.6 วงจรสมมูลของไพโซอิเล็กทริกชนิดเซรามิก

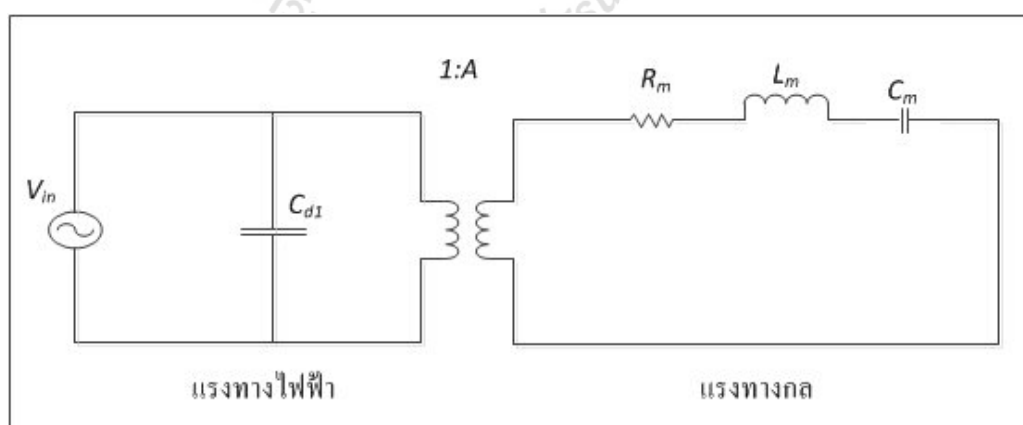
การจำลองวงจรสมมูลของไพโซอิเล็กทริกเซรามิกคือ การแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระบบทางไฟฟ้ากับระบบทางกลของไพโซอิเล็กทริกเซรามิกด้วยวงจรสมมูลทางไฟฟ้า ซึ่งในการจำลองวงจรสมมูลของไพโซอิเล็กทริกเซรามิกสามารถทำได้ 2 วิธี โดยวิธีแรกคือการคำนวณจากสมการพื้นฐาน และวิธีที่สองพิจารณาจากหลักการความสัมพันธ์ทางไฟฟ้ากับทางกล

ซึ่งวิธีแรกนั้นจะยุ่งยากมากในการคำนวณ ส่วนในวิธีที่สองนั้นจะพิจารณาทั้งทางไฟฟ้าและทางกล ในส่วนของทางไฟฟ้านั้นจะเริ่มจากการพิจารณาค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าของตัวเก็บประจุด้านทางเข้า (C_{dm1}) ที่เกิดจากการจ่ายแรงดันไฟฟ้าตกร่วมกับไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิก ส่วนค่าที่เกิดจากทางกลนั้น จะเป็นค่าที่ได้จากการสั่นสะเทือนทางกล เช่น มวล (M) สปริง (K) และความหน่วง (b) ซึ่งสามารถแปลงค่าเหล่านี้ไปเป็นค่าทางไฟฟ้าได้ดังตารางที่ 3.1 ซึ่งเมื่อทำการแปลงค่าต่างๆ แล้วก็สามารถที่จะใช้หลักการทางไฟฟ้าในการแก้ปัญหาได้

ตารางที่ 3.1 การเทียบค่าทางกลกับทางไฟฟ้า

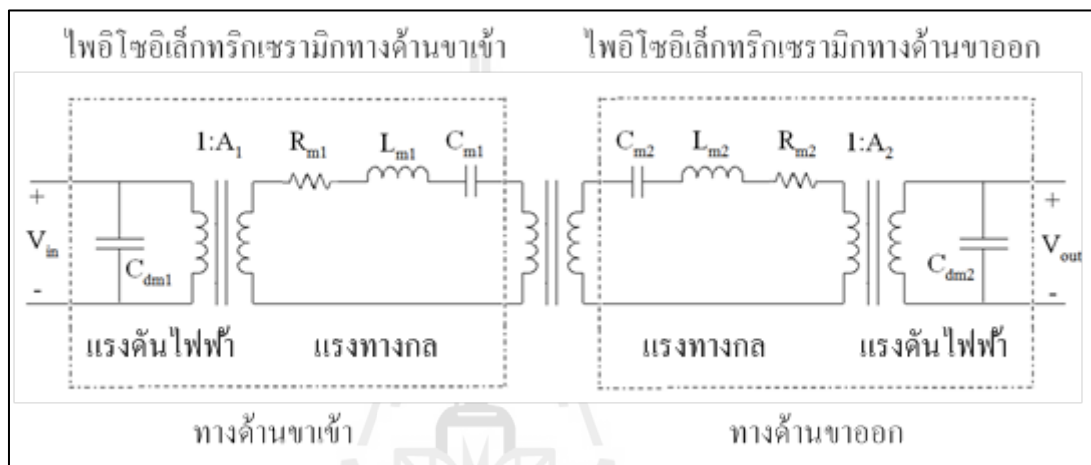
ระบบทางกล	ระบบทางไฟฟ้า
มวล (M)	ค่าความเหนี่ยวนำ (L)
สปริง (K)	ค่าตัวเก็บประจุ (C)
ความหน่วง (b)	ค่าความต้านทาน (R)

โดยที่พารามิเตอร์ R_m L_m และ C_m จะอยู่ในส่วนของการทำงานทางกลที่จำลองเป็นค่าทางไฟฟ้า ส่วนของ C_{d1} เป็นค่าที่เกิดจากแรงดันไฟฟ้าที่ตกร่วมกับไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิกและ A คือค่าอัตราการแปลงพลังงานจากไฟฟ้าเป็นพลังงานกลแสดงดังรูปที่ 3.10



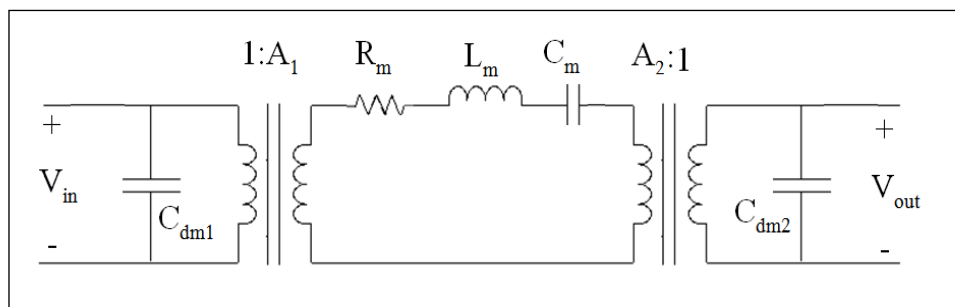
รูปที่ 3.10 วงจรสมมูลของไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิกขณะไม่มีโหลด

วงจรมุมของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ สามารถอธิบายได้จากการนำลักษณะการทำงานของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ทางด้านขาเข้าและลักษณะการทำงานของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ทางด้านขาออก ทั้งสองส่วนมารวมเข้าด้วยกัน โดยส่วนแรกจะเป็นส่วนของการสั้นสะท้อนเนื่องจากมีแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมเป็นส่วนของทางด้านขาเข้า และในส่วนทางด้านขาออกจะเป็นส่วนของการสั้นสะท้อนซึ่งส่งผลทำให้เกิดเป็นแรงดันไฟฟ้าขาออก แสดงดังรูปที่ 3.11



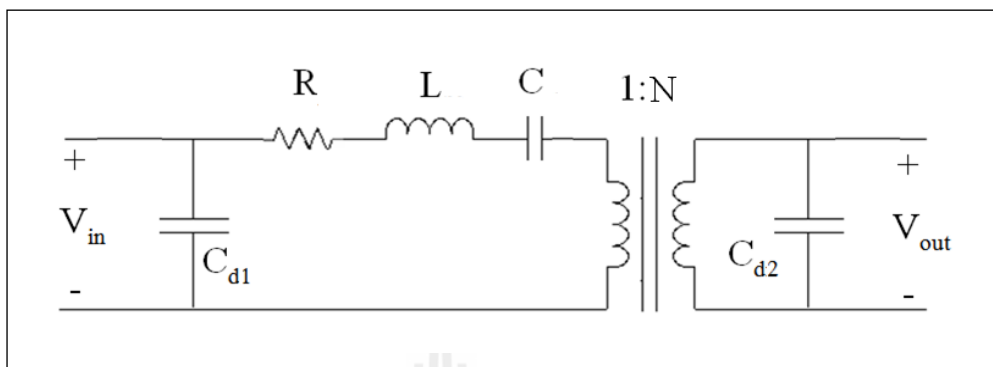
รูปที่ 3.11 วงจรมุมของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์จากการรวมทั้งสองส่วน

เมื่อทำการถ่ายโอนข้อมูลของ L_{m2} , C_{m2} , และ R_{m2} ไปทางด้านไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ทางด้านขาเข้าและทำการรวมค่าของ L , R , C จะได้วงจรมุมใหม่ดังแสดงในรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.12 การพัฒนางจรมุมของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์

เมื่อถ่ายโอนข้อมูลของ L_m , C_m , และ R_m ไปทางด้านไพโอโซอิเล็กทริกเซรามิกขาเข้าและรวมผลของหม้อแปลงภายในจะได้วงจรสมมูลใหม่ตามรูปที่ 3.13

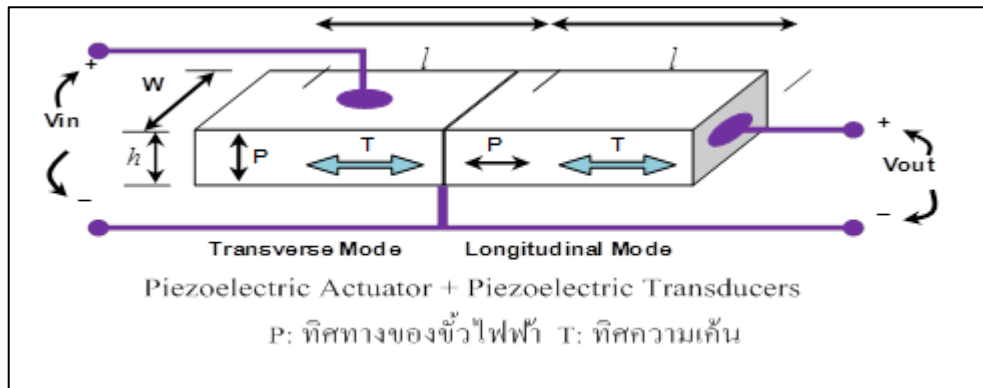


รูปที่ 3.13 วงจรสมมูลของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก

3.3.7 ชนิดของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก

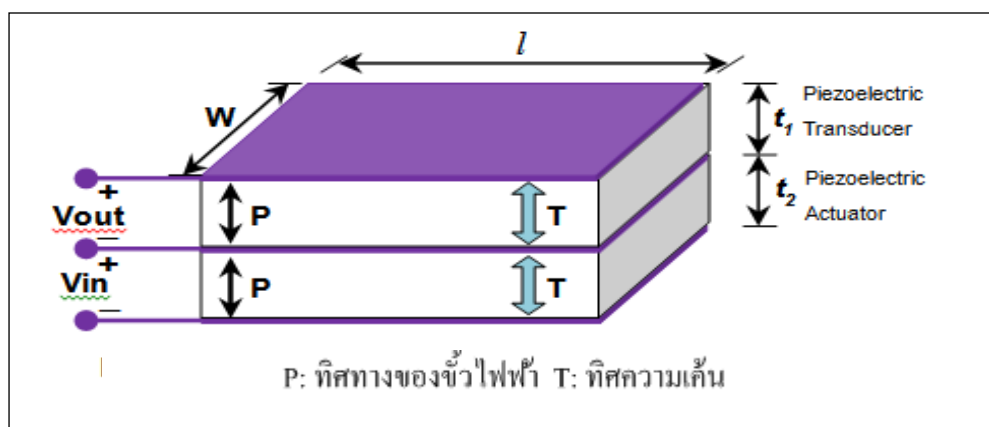
หม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก คือการประยุกต์ใช้งานของไพโอโซเซรามิก ที่มีการทำงานเป็นสองแบบด้วยกันคือทางด้านขาเข้าจะทำงานในโหมดของไพโอโซอิเล็กทริกแอกชวลเอเตอร์และทางด้านขาออกจะทำงานในโหมดของไพโอโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์โดยมีโครงสร้างแบบต่าง ๆ ตามลักษณะการนำไปใช้งาน แบ่งโครงสร้างหลัก ๆ ออกเป็น 3 แบบด้วยกัน ดังนี้

1. หม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกชนิดโรเซน (rosen type) มีการทำงานในลักษณะของ transverse mode โดยทำหน้าที่เป็นไพโอโซอิเล็กทริกแอกชวลเอเตอร์ทางด้านแรงดันไฟฟ้าขาเข้า และมีการทำงานในลักษณะของ longitudinal mode โดยทำหน้าที่เป็นไพโอโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์ ทางด้านแรงดันไฟฟ้าขาออก เมื่อมีแรงดันไฟฟ้าทางด้านขาเข้าจะเกิดการสั่นสะเทือนของสารไพโอโซอิเล็กทริกในทิศทางของความยาว ส่งผลให้ทางด้านขาออกจะเกิดการสั่นสะเทือนในทิศทางของความยาวด้วยจึงทำให้เกิดแรงดันไฟฟ้าทางด้านขาออก การทำงานของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกชนิดนี้มีอัตราส่วนของแรงดันไฟฟ้าทางด้านขาเข้าต่อแรงดันไฟฟ้าทางด้านขาออกที่สูงจึงเหมาะที่จะนำไปใช้งานแรงดันไฟฟ้าสูง เช่น เป็นแหล่งจ่ายกำลังไฟฟ้าสำหรับหลอดแอลซีดี (liquid crystal display : LCD) ที่ใช้งานในหน้าจอ notebook ดังแสดงดังรูปที่ 3.14



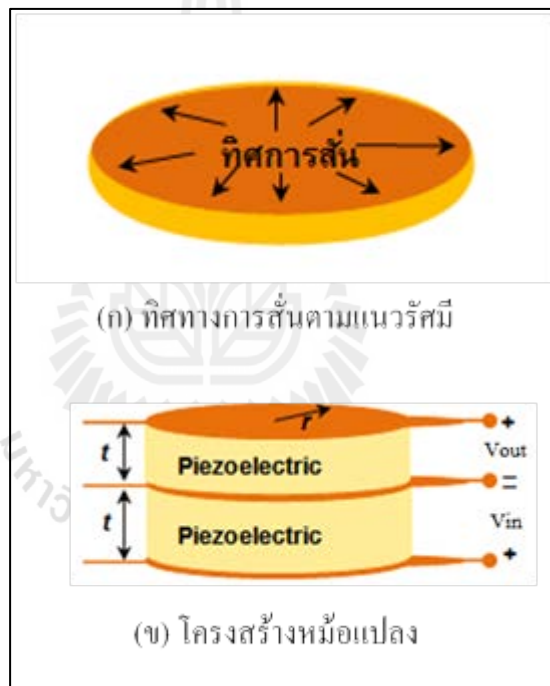
รูปที่ 3.14 โครงสร้างของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกชนิดโรเซน (Lin และคณะ, 2000)

2. หม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกชนิดโหมดการสั่นตามความหนา (thickness vibration mode) มีการทำงานในลักษณะของ longitudinal mode โดยทำหน้าที่เป็นไพเอโซอิเล็กทริกแอกชวลเอเตอร์ทางด้านแรงดันไฟฟ้าขาเข้า และมีการทำงานในลักษณะของ longitudinal mode โดยทำหน้าที่เป็นไพเอโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์ทางด้านแรงดันไฟฟ้าขาออก เมื่อมีแรงดันไฟฟ้าทางด้านขาเข้าจะเกิดการสั่นสะเทือนและเปลี่ยนรูปร่างของสารไพเอโซอิเล็กทริกในทิศทางของความหนา ส่งผลทำให้ทางด้านขาออกเกิดการสั่นสะเทือนของสารไพเอโซอิเล็กทริกในทิศทางของความหนาด้วย และส่งผลให้เกิดแรงดันไฟฟ้าทางด้านขาออก การทำงานของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกชนิดนี้มีแรงดันไฟฟ้าทางด้านออกต่ำ จึงเหมาะที่จะนำไปใช้ในงานที่ต้องการแรงดันไฟฟ้าต่ำ เช่น ตัวแปลงแรงดัน (adapter) เป็นต้น ดังแสดงในรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 หม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกชนิดโหมดการสั่นตามความหนา

3. หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิดโหมดการสั่นตามแนวรัศมี (radial vibration mode) มีการทำงานในลักษณะของ transverse mode โดยทำหน้าที่เป็นไพโซอิเล็กทริกแอกชวลเอเตอร์ทางด้านแรงดันไฟฟ้าขาเข้า และมีการทำงานในลักษณะของ transverse mode โดยทำหน้าที่เป็นไพโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์ทางด้านแรงดันไฟฟ้าขาออก เมื่อมีแรงดันไฟฟ้าทางด้านขาเข้าจะเกิดการสั่นสะเทือนของสารไพโซอิเล็กทริกในทิศทางจากจุดศูนย์กลางของวงกลมไปในทิศทางของรัศมี ทำให้ในส่วนของทางด้านขาออกเกิดการสั่นสะเทือนและเปลี่ยนรูปร่างไปในทิศทางของรัศมีด้วย การทำงานของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิดนี้มีการนำไปกับอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์กำลังสูง เช่น บัลลาสต์ (ballast) และ ตัวแปลงแรงดัน (adapter) เป็นต้น โดยมีโครงสร้างแสดงดังรูป 3.16



รูปที่ 3.16 โครงสร้างหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิดโหมดการสั่นตามแนวรัศมี (Ray, 2001)

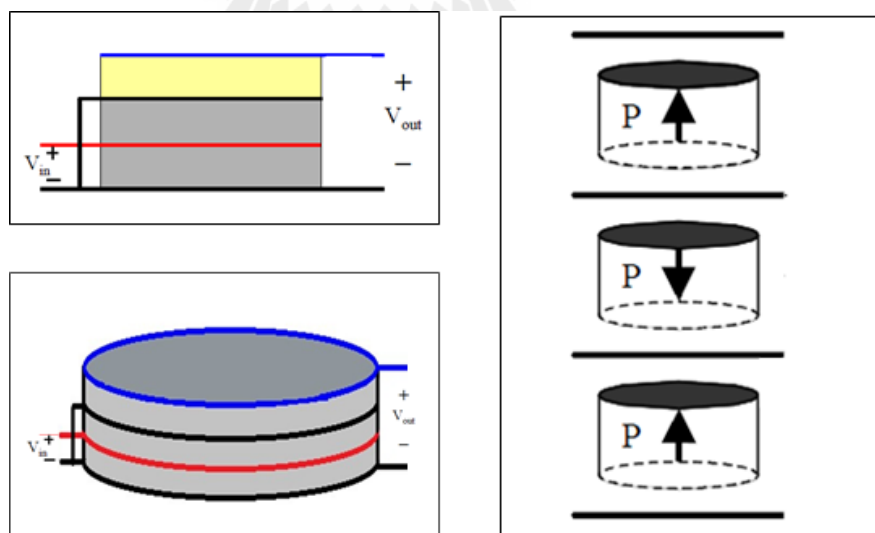
จากคุณสมบัติของหม้อแปลงไฟฟ้าและหม้อแปลงเซรามิกที่ได้กล่าวมาข้างต้นแล้วนั้น จะเห็นได้ว่าหม้อแปลงทั้ง 2 ชนิดนั้นมีความแตกต่างกันซึ่งมีข้อดีและข้อเสียต่างกันไป ขึ้นอยู่กับการใช้งาน ซึ่งเราสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 3.2 ดังนี้

ตารางที่ 3.2 การเปรียบเทียบลักษณะเฉพาะของหม้อแปลงไฟฟ้าระหว่าง
แบบแม่เหล็กไฟฟ้าและแบบเซรามิก

	ลักษณะเฉพาะ (characteristics)	หม้อแปลงไฟฟ้า (transformers)	หม้อแปลง เซรามิก (piezoelectric transformer)
โครงสร้าง (structure)	วัสดุ (materials)	ลวดเหล็กและแท่ง แม่เหล็ก	ไพโซโซอิลิกทริก เซรามิก
	ปริมาตร-น้ำหนัก	ใหญ่-หนัก	เล็ก-เบา
สมรรถนะ (performance)	ค่าเปรียบเทียบความต่างศักย์ (voltage step – up ratio)	ปานกลาง – สูง	สูงมาก
	กระแสขาออก (output current)	มาก	น้อย
	ความเป็นฉนวนไฟฟ้าของส่วนที่ ป้อนและจ่ายกระแสไฟฟ้า	ดี	ดีมาก
	ความถี่ของความต่างศักย์ที่ให้	กว้าง	แคบ
	ประสิทธิภาพ	มากกว่า 80%	มากกว่า 95%
	การรบกวนของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (magnetic noise)	สูง	ไม่มี
	การติดไฟ (combustibility)	อาจติดไฟได้	ไม่ติดไฟ

3.3.8 การจัดเรียงชั้นของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (multilayer piezoelectric) คือ หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกที่มีการจัดเรียงจำนวนชั้นของสารไพโซอิเล็กทริกเพิ่มขึ้น จากเดิม เพื่อให้ได้อัตราส่วนระหว่างแรงดันไฟฟ้าที่เหมาะสมกับการนำไปใช้งาน ที่ต่างกัน กล่าวคือ จากงานวิจัยต่าง ๆ มากมายในอดีตได้ทำการทดสอบเกี่ยวกับคุณสมบัติของ หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก ซึ่งพบว่าหม้อแปลงจะมีพฤติกรรมที่จะเปลี่ยนพลังงานไฟฟ้าเป็น พลังงานกล และเปลี่ยนกลับจากพลังงานกลเป็นพลังงานไฟฟ้าซึ่งค่าอัตราส่วนที่ได้นั้นจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง อาทิเช่น สารที่นำมาใช้ พื้นที่ ขนาด และรวมไปถึงจำนวนชั้นของ หม้อแปลงอีกด้วย ซึ่งการเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกนี้มีผลต่อการสั้นของ หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกโดยตรง ซึ่งถ้ามีการจัดเรียงตัวในรูปแบบที่เหมาะสมกัน ผลลัพธ์ที่ได้ จะทำให้หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกในแต่ละชั้นมีการสั้นที่เสริมแรงกัน เป็นผลทำให้ได้ค่า อัตราส่วนระหว่างแรงดันไฟฟ้าเพิ่มมากขึ้นจากเดิมหลายเท่าตัว และในทางตรงกันข้ามถ้าการ จัดเรียงตัวในแต่ละชั้นของหม้อแปลงมีการสั้นที่หักล้างกัน ค่าอัตราส่วนระหว่างแรงดันไฟฟ้า ก็จะมีค่าที่ลดน้อยลงไป ซึ่งการจัดเรียงชั้นของหม้อแปลงนั้นขึ้นอยู่กับความเหมาะสมกับ จุดประสงค์ที่จะนำไปใช้งานต่อไป ซึ่งในหัวข้อนี้จะยกตัวอย่างการจัดเรียงชั้นของหม้อแปลง ไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น แสดงได้รูปที่ 3.17



รูปที่ 3.17 การจัดเรียงชั้นของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น

3.4 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ (อานนท์ อิศรมงคลรักษ์, 2552)

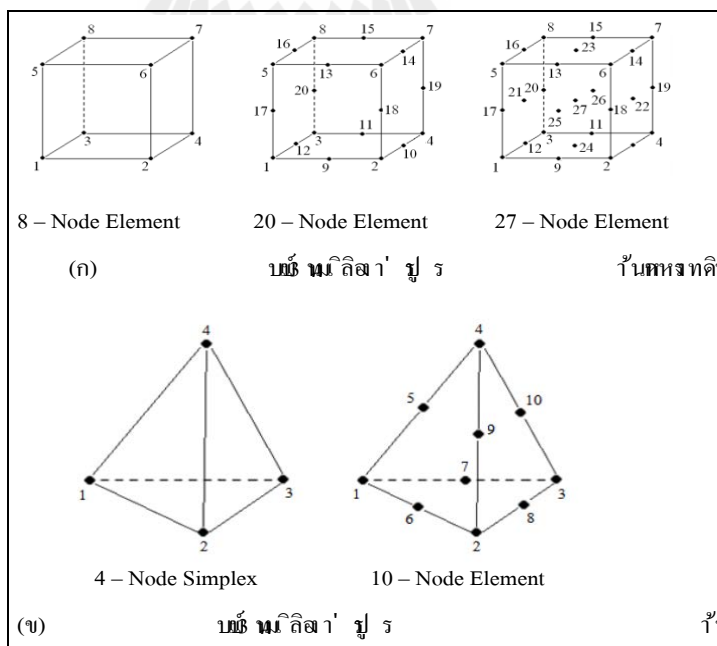
ปัญหาทางวิศวกรรมศาสตร์ส่วนใหญ่อาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์หรือสมการอินทิกรัล ในกรณีที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation : PDE) ส่วนใหญ่แล้วมักจะต้องหาผลเฉลยด้วยวิธีประมาณ เนื่องจากความซับซ้อนของสมการ วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณนั้นมีหลายวิธี วิธีที่ได้รับความนิยมกันอย่างกว้างขวางในอดีตที่ผ่านมาคือ วิธีผลต่างสี่เหลี่ยม โดยแบ่งวัตถุของปัญหาที่สนใจออกเป็นช่องตารางสี่เหลี่ยม ซึ่งตารางสี่เหลี่ยมเหล่านี้ต่อกันที่จุดต่อตามหัวมุมของสี่เหลี่ยมต่าง ๆ และขนาดของปัญหาหรือจำนวนตัวไม่รู้ค่าจะขึ้นอยู่กับจำนวนของจุดต่อนี้เอง หากใช้ขนาดตารางสี่เหลี่ยมให้มีขนาดเล็กลงซึ่งหมายถึงต้องเพิ่มจำนวนตารางสี่เหลี่ยมให้มากขึ้น จะสามารถจำลองรูปร่างลักษณะดั้งเดิมของวัตถุดังกล่าวได้ใกล้เคียงมากยิ่งขึ้น แต่ในขณะเดียวกันจำนวนจุดต่อที่เพิ่มมากขึ้นจะทำให้จำนวนสมการผลต่างสี่เหลี่ยมมากขึ้นด้วย และกระบวนการในการแก้ปัญหาก็จำเป็นต้องการหน่วยความจำบนเครื่องคอมพิวเตอร์เพิ่มขึ้นรวมถึงเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะสูงมากขึ้นตามไปด้วย ข้อดีของวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมคือ เป็นวิธีการที่ง่ายแก่การศึกษาและการทำความเข้าใจ รวมไปถึงความสะดวกในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการคำนวณหาผลเฉลยของปัญหานั้น ๆ ส่วนข้อเสียของการใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมมีหลายประการเช่น ความไม่สะดวกในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต และที่สำคัญที่สุดคือ ความยากลำบากในการประยุกต์วิธีการนี้เพื่อใช้กับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับวัตถุซึ่งมีรูปร่างลักษณะซับซ้อน อย่างเช่น โครงสร้างหรือชิ้นส่วนต่าง ๆ ของหม้อแปลงเซรามิก สาเหตุของความยากลำบากดังกล่าวมีส่วนก่อให้เกิดวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณอีกวิธีหนึ่งที่เรียกว่า วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method : FEM) ซึ่งวิธีนี้สามารถนำมาใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างลักษณะซับซ้อนใด ๆ ก็ได้ โดยสามารถจำลองรูปร่างลักษณะดั้งเดิมที่แท้จริงได้ใกล้เคียงกว่า

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อใช้คำนวณหาผลเฉลยโดยประมาณของปัญหาที่อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย โดยการแบ่งรูปร่างขอบเขตของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ แล้วสร้างสมการของแต่ละเอลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์และเอลิเมนต์ต่าง ๆ จะเชื่อมต่อกันด้วยจุดต่อซึ่งเป็นตำแหน่งที่คำนวณหาค่าผลเฉลยสำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิจัยนี้จะดำเนินการคำนวณในแบบ 3 มิติ

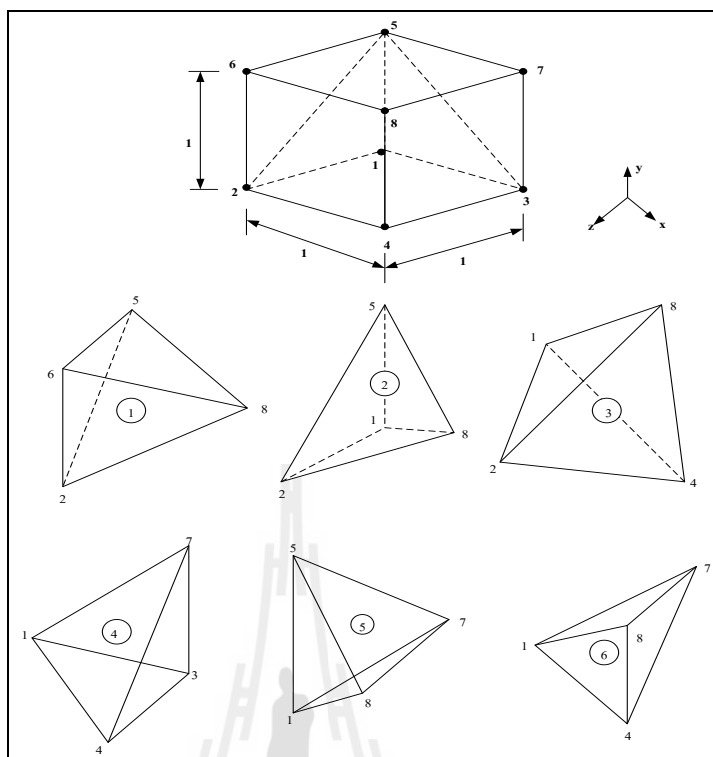
หลักการของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มจากการแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นหลาย ๆ ส่วนที่เรียกว่าเอลิเมนต์ โดยที่การกระจัด และแรงภายในของแต่ละเอลิเมนต์ ณ จุดที่เอลิเมนต์ต่อโงกันจะต้องเข้ากันได้และสมดุล ซึ่งเอลิเมนต์ต่าง ๆ นี้ จะขึ้นอยู่กับความละเอียดของแต่ละงานว่าต้องการรูปร่างลักษณะ ใกล้เคียงกับของจริงดั้งเดิมมากเท่าใด

ซึ่งถ้าพิจารณาแบบ 3 มิติอาจอยู่ในรูปลักษณะของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมที่เรียกว่ารูปทรงสี่หน้า (tetrahedral) ดังนั้นค่าผลเฉลยโดยประมาณที่มีจำนวนที่นับได้ที่จะคำนวณออกมานั้นจะมีความแม่นยำขึ้นอยู่กับขนาดและจำนวนของอิทธิเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา นั้น ซึ่งขั้นตอนโดยทั่วไปของวิธีไฟไนต์อิทธิเมนต์นั้นจะประกอบไปด้วยขั้นตอนหลักๆ ทั้งหมด 6 ขั้นตอน (ปราโมทย์ เศษะอำไพ, 2542) โดยมีรายละเอียดดังนี้ คือ

1. แบ่งอิทธิเมนต์ย่อยให้กับระบบ การแบ่งขอบเขตรูปร่างของระบบปัญหาที่ต้องการหาผลลัพธ์ออกเป็นอิทธิเมนต์ย่อย ๆ (discretization) โดยแต่ละอิทธิเมนต์จะมีความเป็นปริมาตรซึ่งสำหรับการแบ่งอิทธิเมนต์นั้นสามารถทำได้หลายรูปแบบ เช่น รูปแบบทรงหกหน้าหรือรูปแบบพีระมิดฐานสามเหลี่ยมหรือทรงสี่หน้าดังแสดงในรูปที่ 3.18 และสำหรับในรูปที่ 3.19 นั้นจะเป็นรูปที่แสดงการแบ่งอิทธิเมนต์ของรูปร่างปัญหาแบบ 3 มิติ (ระนาบ xyz) โดยใช้อิทธิเมนต์รูปทรงสี่หน้าซึ่งประกอบไปด้วยจุดต่อ (nodes) อิทธิเมนต์ (elements) และขอบเขตของอิทธิเมนต์ที่อยู่ภายใน (interelement boundaries) และเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างโปรแกรมการคำนวณสำหรับการป้อนข้อมูลของทุก ๆ อิทธิเมนต์ จึงขอยกตัวอย่างรูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วยอิทธิเมนต์รูปทรงสี่หน้าทั้งหมด 6 อิทธิเมนต์ 8 จุดต่อ ซึ่งข้อมูลเบื้องต้นสำหรับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ต้องการคือ หมายเลขของอิทธิเมนต์และหมายเลขของจุดต่อ พร้อมทั้งค่าฟังก์ชันของแต่ละจุดต่อซึ่งสรุปเป็นตารางได้ดังตารางที่ 3.3 และ 3.4 ตามลำดับ



รูปที่ 3.18 รูปร่างอิทธิเมนต์แบบ 3 มิติในชนิดต่าง ๆ



รูปที่ 3.19 รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 6 อิลลิเมนต์ 8 จุดต่อ
เมื่อพิจารณาอิลลิเมนต์ รูปทรงสี่หน้า

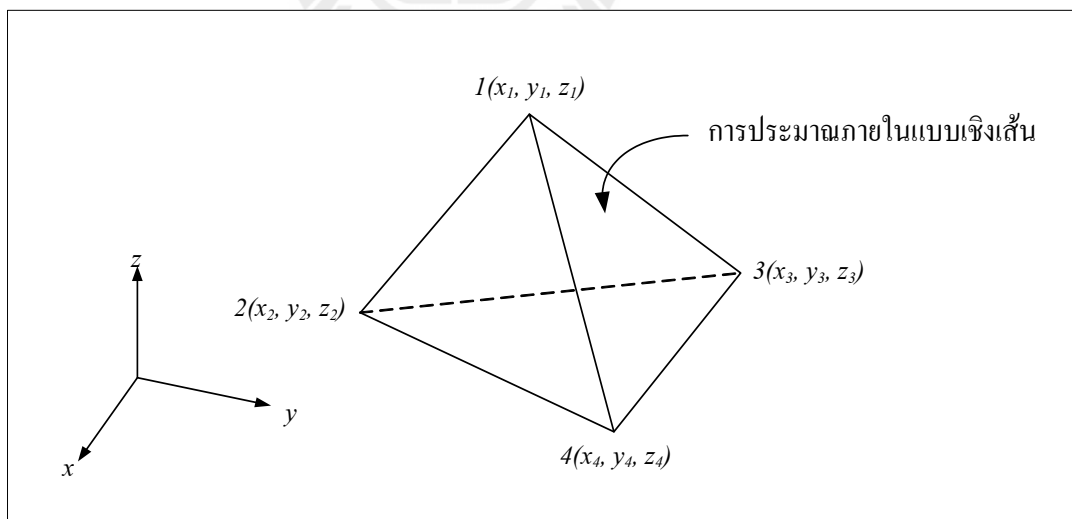
ตารางที่ 3.3 ลักษณะข้อมูลของอิลลิเมนต์

หมายเลข อิลลิเมนต์	หมายเลขจุดต่อ			
	จุดต่อ i	จุดต่อ j	จุดต่อ k	จุดต่อ l
1	2	8	5	6
2	1	2	8	5
3	1	2	4	8
4	1	3	4	7
5	1	7	8	5
6	1	8	4	7

ตารางที่ 3.4 ลักษณะข้อมูลของตำแหน่งจุดต่อ

หมายเลขจุดต่อ	พิกัดแกน x	พิกัดแกน y	พิกัดแกน z
1	0	0	0
2	0	0	1
3	1	0	0
4	1	0	1
5	0	1	0
6	0	1	1
7	1	1	0
8	1	1	1

2. เลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์ (element interpolation function) อย่างในกรณีอิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าจะประกอบด้วย 4 จุดต่อที่มีตัวห้อย 1,2,3 และ 4 ซึ่งเป็นการประมาณค่าภายในอิลลิเมนต์แบบเชิงเส้นดังแสดงในรูป 3.20 (Bickford, 1994) ซึ่งเป็นการประมาณภายในอิลลิเมนต์แบบเชิงเส้น (linear representation)



รูปที่ 3.20 การประมาณภายในแบบเชิงเส้นบนอิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า

ตำแหน่งของจุดต่อ (x_n, y_n, z_n) , $n = 1, 2, 3, 4$ เป็นตำแหน่งของตัวที่ไม่ทราบค่า u_n โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพท์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลลิเมนต์ $u_e(x, y, z)$ เป็นแบบเชิงเส้น ดังนี้

$$u_e(x, y, z) = \alpha + \beta x + \gamma y + \lambda z \quad (3.1)$$

โดยที่ $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$ เป็นค่าคงที่ ซึ่งสามารถหาได้จากจุดต่อทั้งสี่ดังนี้

$$\begin{aligned} u_e(x_1, y_1, z_1) &= \alpha + \beta x_1 + \gamma y_1 + \lambda z_1 & 1 & \quad 1 \\ u_e(x_2, y_2, z_2) &= \alpha + \beta x_2 + \gamma y_2 + \lambda z_2 & 2 & \quad 2 \\ u_e(x_3, y_3, z_3) &= \alpha + \beta x_3 + \gamma y_3 + \lambda z_3 & 3 & \quad 3 \\ u_e(x_4, y_4, z_4) &= \alpha + \beta x_4 + \gamma y_4 + \lambda z_4 & 4 & \quad 4 \end{aligned}$$

นำค่า $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$ ที่ได้จากการแก้สมการทั้งสี่ข้างต้น แทนค่ากลับลงในสมการที่ (3.1) จะได้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลลิเมนต์เป็น

$$u_e(x, y, z) = u_1 N_1 + u_2 N_2 + u_3 N_3 + u_4 N_4 \quad (3.2)$$

ซึ่ง N_n , $n = 1, 2, 3, 4$ คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์

$$N_n = \frac{1}{6V} (a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \quad (3.3)$$

โดยที่ $a_1 = x_4(y_2 z_3 - y_3 z_2) + x_3(y_4 z_2 - y_2 z_4) + x_2(y_3 z_4 - y_4 z_3)$

$$a_2 = x_4(y_3 z_1 - y_1 z_3) + x_3(y_1 z_4 - y_4 z_1) + x_1(y_4 z_3 - y_3 z_4)$$

$$a_3 = x_4(y_1 z_2 - y_2 z_1) + x_2(y_4 z_1 - y_1 z_4) + x_1(y_2 z_4 - y_4 z_2)$$

$$a_4 = x_3(y_2 z_1 - y_1 z_2) + x_2(y_1 z_3 - y_3 z_1) + x_1(y_3 z_2 - y_2 z_3)$$

$$b_1 = y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3)$$

$$b_2 = y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1)$$

$$b_3 = y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2)$$

$$b_4 = y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1)$$

$$\begin{aligned}
 c_1 &= x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2) \\
 c_2 &= x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3) \\
 c_3 &= x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1) \\
 c_4 &= x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_1 &= x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3) \\
 d_2 &= x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1) \\
 d_3 &= x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2) \\
 d_4 &= x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)
 \end{aligned}$$

และ V คือปริมาตรของแต่ละอิลลิเมนต์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$6V = \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

ความแม่นยำของผลเฉลยจะขึ้นอยู่กับฟังก์ชันการประมาณภายในที่สมมติขึ้นมาที่มีความใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำของปัญหามากน้อยเพียงใดด้วย

3. สร้างสมการของอิลลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหา ซึ่งขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญของวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ อย่างเช่นกรณีสมการของอิลลิเมนต์รูปทรงสี่เหลี่ยมที่ได้ยกมาเป็นตัวอย่างดังแสดงในรูปที่ 3.20 จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix}_e \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \\ u_l \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} f_i \\ f_j \\ f_k \\ f_l \end{bmatrix}_e \quad (3.5)$$

ซึ่งเขียนโดยย่อได้ว่า $[K]_e [u]_e = [f]_e$ โดย $[u]_e$ คือ เมทริกซ์ตัวไม่ทราบค่าที่จุดต่อและตัวห้อย e แสดงให้ทราบว่า เป็นเมทริกซ์ระดับอิลลิเมนต์ ซึ่งสมการของอิลลิเมนต์ดังกล่าวจำเป็นต้องถูกสร้างขึ้นมาให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้น ๆ การสร้างสมการของอิลลิเมนต์ซึ่งอยู่ในรูปแบบของสมการที่ (3.5) สามารถทำได้ 3 วิธีดังนี้

- **วิธีการโดยตรง (direct approach)** วิธีนี้สามารถใช้ได้เฉพาะกับปัญหาที่เข้าใจได้ง่าย ๆ อย่างเช่น ปัญหาต่าง ๆ ในรูปทรง 1 มิติ เท่านั้น ซึ่งไม่สามารถขยายเปลี่ยนแปลงเพื่อนำไปใช้กับปัญหาใน 2 หรือ 3 มิติโดยทั่วไปได้
- **วิธีการแปรผัน (variational approach)** หลักการสำคัญของวิธีการนี้คือ จำเป็นจะต้องทำการหาหรือสร้างฟังก์ชัน ซึ่งเมื่อทำการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันนั้นแล้ว จะเป็นผลให้เกิดสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขตที่สอดคล้องกับปัญหาที่กำลังสนใจอยู่ อย่างไรก็ตามวิธีการแปรผันเป็นวิธีการดั้งเดิมที่ใช้กันในช่วงต้น ๆ ของการพัฒนาวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทางด้านโครงสร้าง และยังมีจุดอ่อนอีกคือ จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้น ๆ ซึ่งปัญหาหลาย ๆ ชนิดในทางปฏิบัติสามารถสร้างสมการอนุพันธ์ขึ้นมาได้ แต่ไม่สามารถหาฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกันนั้นได้
- **วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (method of weighted residuals)** วิธีนี้จะใช้วิธีการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากสมการเชิงอนุพันธ์โดยตรง โดยไม่จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้อง ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาโดยทั่วไป และถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ ในปัจจุบัน

4. นำสมการของแต่ละเอลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบจากขั้นตอนที่ 1 หากแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ โดยแสดงได้ดังนี้

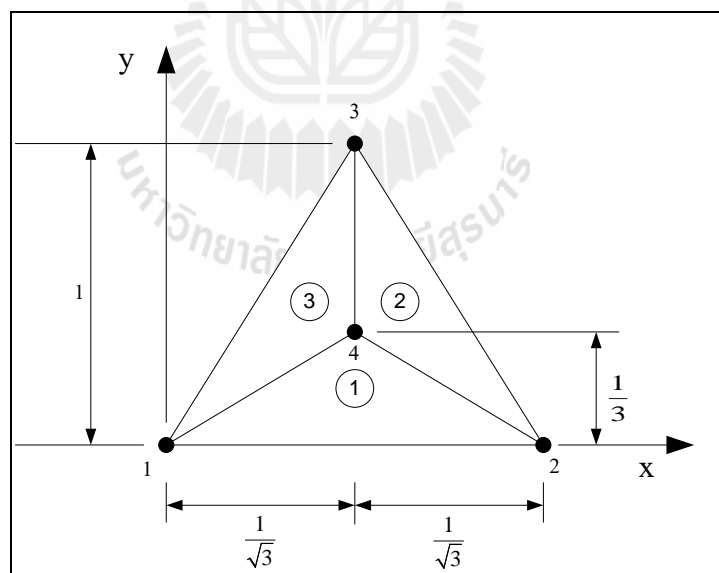
$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (3.6)$$

หรือเขียนโดยย่อได้ดังนี้ $[K]_{\text{sys}} [u]_{\text{sys}} = [f]_{\text{sys}}$ จากสมการที่ (3.6) เมทริกซ์ $[K]_{\text{sys}}$ จะมีคุณสมบัติของความเป็นเมทริกซ์สมมาตร กล่าวคือ $[K]_{\text{sys}} = [K]_{\text{sys}}^T$ และมีคุณสมบัติของการจับกลุ่มกันของค่าที่ไม่เท่ากับศูนย์บริเวณแนวทแยงมุมของเมทริกซ์ ซึ่งจะมีลักษณะอยู่รวมกันเป็นแถบ (banded matrix) จากคุณสมบัติดังกล่าวนี้ จะก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนา

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในทางปฏิบัติที่จำเป็นต้องใช้จำนวนจุดต่อเป็นจำนวนมากเพื่อที่จะก่อให้เกิดผลเฉลยที่เที่ยงตรง โดยสามารถพัฒนาให้เก็บเฉพาะค่าที่ไม่เท่ากับศูนย์ไว้ในหน่วยความจำเพื่อใช้ในการคำนวณเท่านั้น

การนำสมการย่อยของแต่ละอิเลลิเมนต์มาประกอบกันเข้าเป็นสมการรวมของระบบจำเป็นต้องมีหลักการ ซึ่งหลักการที่จะกล่าวนี้ เป็นหลักการที่ง่าย สามารถทำได้โดยสะดวก เหมาะกับรูปร่างของปัญหาที่มีอิเลลิเมนต์ย่อยจำนวนมาก ๆ และหลักการนี้จะถูกนำไปใช้ในการพัฒนาคอมพิวเตอร์โปรแกรมด้วย โดยสามารถทำความเข้าใจได้จากตัวอย่างรูปร่างของปัญหา 2 มิติอย่างง่ายดังรูปที่ 3.21 กล่าวคือจะทำการสร้างสมการรวมของระบบซึ่งประกอบด้วย 3 อิเลลิเมนต์ 4 จุดต่อ โดยจะแสดงการรวมของเมทริกซ์ $[K]_{sys}$ เพื่อเป็นตัวอย่าง

วิธีการนี้ทำได้โดยเขียนสมการของอิเลลิเมนต์ต่าง ๆ พร้อมทั้งกำกับหมายเลขของจุดต่อทางแฉกอนและแฉกตั้งของแต่ละอิเลลิเมนต์ให้ถูกต้อง โดยจากรูปที่ 3.21 $[K]_e$ ของอิเลลิเมนต์ที่ 1 ประกอบด้วยจุดต่อหมายเลข 1, 2 และ 4 ส่วน $[K]_e$ ของอิเลลิเมนต์ที่ 2 ประกอบด้วยจุดต่อหมายเลข 2, 3 และ 4 และ $[K]_e$ ของอิเลลิเมนต์ที่ 3 ซึ่งเป็นอิเลลิเมนต์สุดท้ายประกอบด้วยจุดต่อหมายเลข 1, 3 และ 4 โดยสามารถเขียนแสดงให้เห็นได้ดังนี้



รูปที่ 3.21 รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 3 อิเลลิเมนต์ 4 จุดต่อ

$$[K]_{e1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.7)$$

$$[K]_{e2} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (2) & (3) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} d_1 & e_1 & f_1 \\ d_2 & e_2 & f_2 \\ d_3 & e_3 & f_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.8)$$

$$[K]_{e3} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (3) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (3) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} g_1 & h_1 & i_1 \\ g_2 & h_2 & i_2 \\ g_3 & h_3 & i_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.9)$$

เมื่อมีหมายเลขกำกับทั้งทางแฉวนอนและแถวตั้งกำกับสัมประสิทธิ์ทุกตัวของเมทริกซ์ในทุกอิลลิเมนต์แล้ว จากนั้นนำสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ เหล่านี้มาใส่ลงในเมทริกซ์ระบบรวม $[K]_{\text{sys}}$ เช่นค่าสัมประสิทธิ์ b_3 ซึ่งอยู่ในแฉวนอนที่ 4 แถวตั้งที่ 2 ของอิลลิเมนต์ย่อยที่ 1 จะไปปรากฏอยู่ในแฉวนอนที่ 4 แถวตั้งที่ 2 ของเมทริกซ์ระบบรวมดังแสดงในสมการ เป็นต้น

$$[K]_{\text{sys}} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (3) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_1 + g_1 & b_1 & h_1 & c_1 + i_1 \\ a_2 & b_2 + d_1 & e_1 & c_2 + f_1 \\ g_2 & d_2 & e_2 + h_2 & f_2 + i_2 \\ a_3 + g_3 & b_3 + d_3 & e_3 + h_3 & c_3 + f_3 + i_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.10)$$

5. ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) ที่สอดคล้องกับปัญหาลงในสมการรวมของระบบเพื่อหาค่าผลเฉลย โดยการแก้สมการรวมของระบบเพื่อหาตัวไม่ทราบค่าที่จุดต่อ

6. คำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่ต้องการต่อไป เมื่อทราบค่าผลลัพธ์ที่จุดต่อต่าง ๆ แล้วสามารถคำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กับผลลัพธ์นี้ต่อไปได้

จากขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอน จะเห็นได้ว่าระเบียบวิธีไฟไนท์ออลลิเมนต์เป็นวิธีที่มีแบบแผนเป็นขั้นเป็นตอน โดยมีส่วนที่สำคัญที่สุดคือการสร้างสมการของออลลิเมนต์ในขั้นตอนที่ 3 ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาที่กำหนด และในขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอนนี้จะนำไปพัฒนาขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการคำนวณต่อไป

3.5 ทฤษฎีความร้อน

ในทางฟิสิกส์ความร้อน (heat : Q) หมายถึง พลังงานที่ถ่ายเทจากสสารหรือระบบหนึ่งไปยังสสารหรือระบบอื่น โดยอาศัยความแตกต่างของอุณหภูมิ (temperature) ในทางอุณหพลศาสตร์จะใช้ปริมาณ TdS ในการวัดปริมาณความร้อน ซึ่งมีความหมายถึง อุณหภูมิสัมบูรณ์ของวัตถุ (T) คูณกับอัตราการเพิ่มของเอนโทรปี (s) ในระบบเมื่อวัตถุที่พื้นผิวของวัตถุ ความร้อนสามารถไหลผ่านจากวัตถุที่มีอุณหภูมิสูงไปสู่วัตถุที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า หากต้องการให้ความร้อนถ่ายเทไปยังวัตถุที่มีอุณหภูมิต่ำกว่าหรือสูงกว่าจะทำได้ก็ต่อเมื่อใช้ heat pump เท่านั้น การสร้างแหล่งความร้อนที่มีอุณหภูมิสูงสามารถทำได้จากปฏิกิริยาเคมี (เช่นการเผาไหม้) ปฏิกิริยานิวเคลียร์ (เช่น ฟิวชันในดวงอาทิตย์) การเคลื่อนที่ของอนุภาคแม่เหล็กไฟฟ้า (เช่นเตาไฟฟ้า) หรือการเคลื่อนที่ทางกล (เช่นการเสียดสี) โดยที่อุณหภูมิเป็นหน่วยวัดปริมาณของพลังงานภายในหรือเอนทาลปี ซึ่งเป็นพื้นฐานที่ส่งผลต่ออัตราการถ่ายเทความร้อนของวัตถุนั้น ๆ ความร้อนสามารถถ่ายเทระหว่างวัตถุได้สามวิธีคือ การแผ่รังสี การนำความร้อน และการพาความร้อน นอกจากนี้มีกระบวนการถ่ายเทความร้อนอีกแบบหนึ่งคือ ความร้อนแฝง ซึ่งเกิดขึ้นในกระบวนการเปลี่ยนแปลงสถานะเช่น จากของแข็งเป็นของเหลว หรือจากของเหลวเป็นก๊าซ เป็นต้น

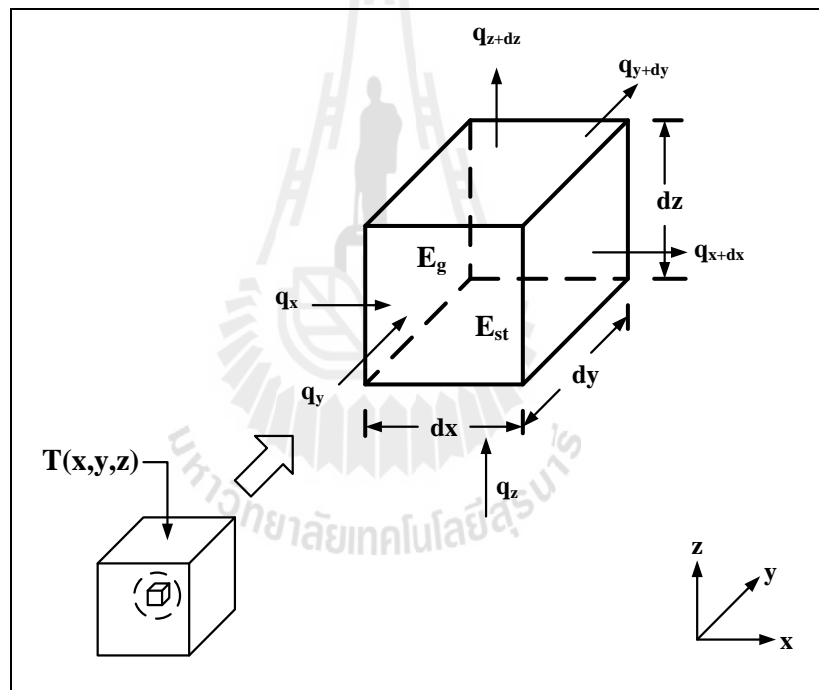
3.5.1 ความร้อน

แนวคิดของกฎข้อที่หนึ่งทางเทอร์โมไดนามิกส์นั้นมีความสัมพันธ์โดยตรงกับกฎของการอนุรักษ์พลังงาน (conservation of energy) มีหลักการว่า “พลังงานสามารถเปลี่ยนรูปหรือถูกถ่ายโอนจากที่หนึ่งไปอีกที่หนึ่งได้ แต่ไม่สามารถสร้างขึ้นใหม่หรือทำลายให้สูญสลายไปได้” ดังนั้นเมื่อพิจารณาการถ่ายโอนพลังงานระหว่างระบบกับสิ่งแวดล้อม จะพบว่าพลังงานรวมของระบบกับสิ่งแวดล้อมจะมีค่าคงที่ เช่น ในกระบวนการที่ระบบได้รับพลังงานจากสิ่งแวดล้อม ปริมาณพลังงานที่ระบบได้รับจะเท่ากับปริมาณพลังงานที่ระบบสูญเสีย ซึ่งสามารถแสดงการถ่ายโอนพลังงานของระบบใด ๆ (สมชาย อัครทิวา และ ขวัญจิต วงษ์ชาติ, 2545) ได้ดังนี้

$$E_{in} + E_g - E_{st} = E_{out} \quad (3.11)$$

เมื่อ E_{in} คือ พลังงานที่เข้าสู่ระบบ
 E_g คือ พลังงานก่อกำเนิด
 E_{st} คือ พลังงานที่สะสมในระบบ
 E_{out} คือ พลังงานที่ออกจากระบบ

ในการวิเคราะห์การถ่ายโอนความร้อน ต้องกำหนดปริมาตรควบคุม (control volume) เพื่อสร้างขอบเขตของสมมติฐานในการศึกษา ดังแสดงตัวอย่างได้ดังรูปที่ 3.22



รูปที่ 3.22 ปริมาตรควบคุมและทิศทางการถ่ายโอนความร้อนแบบ 3 มิติ

จากการกำหนดปริมาตรควบคุมในรูปแบบ 3 มิติ พลังงานที่เข้าสู่ระบบจะได้ ดังนี้

$$E_{in} = q_x + q_y + q_z \quad (3.12)$$

พลังงานความร้อนที่เข้าสู่ระบบ q_x , q_y และ q_z ขึ้นอยู่กับค่าความชันของอุณหภูมิ (temperature gradient) ตามกฎของฟูริเยร์ (Fourier's law) ดังนี้

$$q_x = -k_x dydz \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.13)$$

$$q_y = -k_y dx dz \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3.14)$$

$$q_z = -k_z dx dy \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.15)$$

เมื่อ k_x , k_y และ k_z คือ สัมประสิทธิ์การนำความร้อน (thermal conductivity) ในแนวแกน x , y และ z ตามลำดับ ดังนั้น แทนสมการที่ (3.13), (3.14) และ (3.15) ลงในสมการที่ (3.12) จะได้

$$E_{in} = -k_x dydz \frac{\partial T}{\partial x} - k_y dx dz \frac{\partial T}{\partial y} - k_z dx dy \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.16)$$

ส่วนพลังงานที่ออกจากระบบ จะได้ดังสมการที่ (3.17)

$$E_{out} = (q_{x+dx}) + (q_{y+dy}) + (q_{z+dz}) \quad (3.17)$$

พลังงานความร้อนที่ออกจากระบบ q_{x+dx} , q_{y+dy} และ q_{z+dz} เมื่อ q_x , q_y และ q_z ไหลผ่านระยะ dx , dy และ dz โดยอาศัยการกระจายของอนุกรมเทย์เลอร์จะได้ ดังนี้

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (3.18)$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \quad (3.19)$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \quad (3.20)$$

ดังนั้น แทนสมการที่ (3.18), (3.19) และ (3.20) ลงในสมการที่ (3.17) จะได้

$$E_{out} = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) + \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) + \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) \quad (3.21)$$

ส่วนพลังงานก่อกำเนิดจะเกิดขึ้นเมื่อมีการส่งถ่ายพลังงานเข้าไปในระบบ แล้วปลดปล่อยพลังงานในรูปของพลังงานเคมี พลังงานไฟฟ้า พลังงานคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และ พลังงานนิวเคลียร์ เป็นต้น สามารถแสดงในรูปสมการภายใต้ปริมาตรควบคุมที่ศึกษาในรูปแบบ 3 มิติ ได้ดังนี้

$$E_g = Q dx dy dz \quad (3.22)$$

เมื่อ Q คือ ปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง (internal heat generation)

และพลังงานที่สะสมในระบบ เป็นการสะสมพลังงานในรูปแบบต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นพลังงานความร้อนสัมผัส ความร้อนแฝง พลังงานในรูปอื่น ๆ เช่น พลังงานจลน์ พลังงานศักย์ รวมไปถึงพลังงานทางเคมี ได้แก่ พลังงานพันธะ เป็นต้น แสดงในรูปสมการได้ดังนี้

$$E_{st} = \rho_m c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (3.23)$$

เมื่อ ρ_m คือ ความหนาแน่นมวล (mass density)

c คือ ความจุความร้อนจำเพาะ (specific heat capacity)

t คือ เวลา (time)

ดังนั้น แทนสมการที่ (3.12), (3.21), (3.22) และ (3.23) ลงในสมการที่ (3.11) จะได้

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz = \rho_m c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz - Q dx dy dz \quad (3.24)$$

จัดรูปใหม่โดยแทนสมการที่ (3.13) (3.14) และ (3.15) ลงในสมการที่ (3.24) จะได้

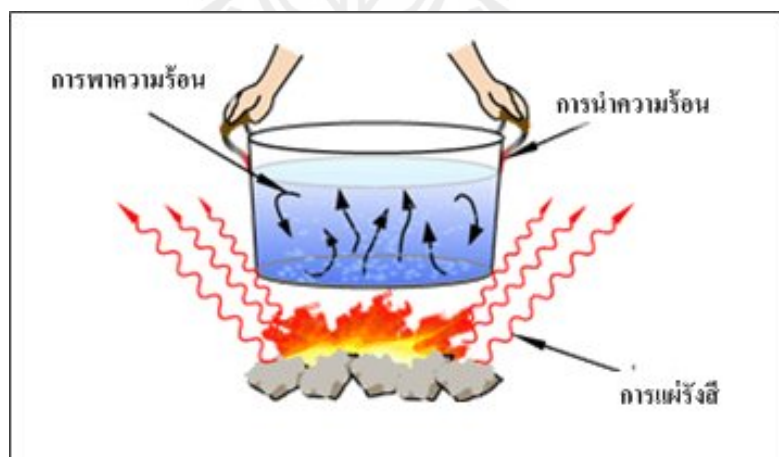
$$\begin{aligned}
 & k_x dydz \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} dx + k_y dx dz \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} dy + k_z dx dy \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} dz \\
 & = \rho_m c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz - Q dx dy dz
 \end{aligned}
 \tag{3.25}$$

จัดให้อยู่ในรูปสมการความร้อน ได้ดังนี้

$$k_x \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k_z \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + Q = \rho_m c \frac{\partial T}{\partial t}
 \tag{3.26}$$

3.5.2 กลไกการถ่ายโอนความร้อน (สมชาย อัครทิวา และ ขวัญจิต วงษ์ชาติ, 2545)

กลไกการถ่ายโอนความร้อนเป็นพารามิเตอร์ที่มีความสำคัญต่อการคำนวณค่าอุณหภูมิ เป็นการถ่ายโอนพลังงานจากระบบที่มีการเชื่อมกัน ไปยังอุณหภูมิต่าง ๆ กันไปขึ้นกับสถานะแวดล้อม อาจเกิดขึ้นพร้อมกันหรือเกิดเฉพาะกลไกใดกลไกหนึ่งก็ได้ กลไกการถ่ายโอนความร้อนมี 3 แบบ คือ การนำความร้อน (conduction) การพาความร้อน (convection) และการแผ่รังสีความร้อน (radiation) ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.23



รูปที่ 3.23 กลไกการถ่ายโอนความร้อน

3.5.3 การนำความร้อน

การนำความร้อนเป็นการถ่ายโอนความร้อนจากบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำภายในตัวกลางเดียวกันหรือระหว่างตัวกลางต่างชนิดที่อยู่ติดกัน ซึ่งการถ่ายโอนความร้อนเกิดจากผลของการเคลื่อนที่ของโมเลกุลภายในตัวกลาง สมการที่ใช้ในการคำนวณหาปริมาณการนำความร้อนถูกเสนอขึ้นปี ค.ศ. 1822 โดยนักวิทยาศาสตร์ฝรั่งเศสชื่อ โจเซฟ ฟูรีเยร์ (Joseph Fourier) โดยรูปสมการดังนี้

$$\dot{Q}_{cond} = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.27)$$

เมื่อ \dot{Q}_{cond} คือ อัตราการนำความร้อน
 A คือ พื้นที่ในการถ่ายโอนความร้อน

3.5.4 การพาความร้อน

การพาความร้อนเป็นการถ่ายโอนความร้อนระหว่างผิวของของแข็งกับของไหลที่มีการเคลื่อนที่ หรือกล่าวได้ว่า เป็นปรากฏการณ์การเคลื่อนที่ของพลังงาน จากแหล่งอุณหภูมิสูงไปยังอุณหภูมิต่ำ โดยที่โมเลกุลตัวกลางมีการเคลื่อนที่ไปด้วย ตัวอย่างเช่น การเคลื่อนที่ของลมที่ผ่านหน้าขดลวดความร้อน ลมดังกล่าวก็จะมีอุณหภูมิสูงตามไปด้วย ซึ่งการพาความร้อนมี 2 แบบ คือ การพาความร้อนอย่างไม่อิสระ (forced convection) เกิดขึ้นเมื่อมีแรงภายนอกมาบังคับให้ของไหลเคลื่อนที่ผ่านผิววัตถุที่ร้อนกว่าหรือเย็นกว่า เช่น การใช้พัดลมเป่าอากาศให้เกิดการเคลื่อนที่ผ่านถ้วยกาแฟร้อน เป็นต้น และการพาความร้อนอย่างอิสระ (free convection) เกิดขึ้นเมื่อของไหลเกิดการเคลื่อนที่เนื่องจากแรงลอยตัว ทำให้เกิดความแตกต่างของความหนาแน่นของของไหลในบริเวณใกล้กับของแข็ง อันเป็นผลจากความแตกต่างของอุณหภูมิในชั้นของของไหล โดยความร้อนจากถ้วยกาแฟจะทำให้อากาศมีความหนาแน่นต่ำลง (เบา) จึงเกิดการเคลื่อนที่ขึ้นด้านบน ขณะเดียวกันอากาศที่เย็นกว่า มีความหนาแน่นสูงกว่าจะเคลื่อนที่มาแทนที่

สมการในการหาอัตราการพาความร้อนจะปรากฏอยู่ในรูป กฎการเย็นตัวของนิวตัน (Newton's cooling law) ดังสมการ (3.28)

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA(T_s - T_\infty) \quad (3.28)$$

เมื่อ h คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อน (convection heat transfer coefficient) ที่ผิวสัมผัสระหว่างของไหลกับวัตถุ

T_s คือ อุณหภูมิของผิววัตถุ

T_∞ คือ อุณหภูมิของของไหลที่อยู่ห่างออกไปจากผิววัตถุ

3.5.5 การแผ่รังสีความร้อน

การแผ่รังสีความร้อนเป็นการถ่ายโอนความร้อนออกรอบทุกทิศทาง โดยไม่ต้องอาศัยตัวกลางในการส่งถ่ายพลังงาน ความร้อนจะเคลื่อนที่ไปในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และจะเกิดขึ้นได้ดีในบริเวณที่เป็นสุญญากาศ เมื่อพิจารณาการถ่ายโอนความร้อนระหว่างวัตถุใดๆ จะสามารถคำนวณการแผ่รังสีความร้อนได้ ดังนี้

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \epsilon_e \sigma_s (T_s^4 - T_\infty^4) \quad (3.29)$$

เมื่อ ϵ_e คือ ค่าสภาพเปล่งรังสี (emissivity)

σ_s คือ ค่าคงที่สเตฟาน-โบลทซ์มันน์ (Stefan-Boltzmann constant)

มีค่าเท่ากับ $5.67 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$

3.6 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการงานวิจัยวิทยานิพนธ์อันได้แก่ ลักษณะของหม้อแปลงไฟฟ้า หม้อแปลงไฟโอะโซอิลิกทรานซิสเตอร์ต่าง ๆ รวมถึงหลักการการทำงานของหม้อแปลงไฟโอะโซอิลิกทรานซิสเตอร์เกี่ยวกับความร้อน หลักการทำงานพร้อมกับวิธีการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์รวมทั้งอธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์โดยได้กล่าวเฉพาะส่วนที่จะนำมาใช้หรือส่วนที่จะถูกกล่าวอ้างถึงในบทต่อไป ทั้งนี้เพื่อเป็นประโยชน์และเป็นแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้แก่ผู้ดำเนินงานวิจัย

บทที่ 4

การคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลในหม้อแปลงไฟโอโซอิลิกทริก ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์

4.1 บทนำ

ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์ (finite element method : FEM) เป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยแบบประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation : PDE) ดังเช่นสมการสนามไฟฟ้า สนามแม่เหล็ก และสมการการกระจายของอุณหภูมิ เป็นต้น ซึ่งเป็นวิธีที่ได้รับการยอมรับอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถวิเคราะห์งานที่มีโครงสร้างซับซ้อนหรือรูปร่างที่มีลักษณะโค้งมนได้ อีกทั้งประสิทธิภาพและการประมวลผลที่สูงขึ้นของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันสามารถรองรับการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์ได้ นอกจากนี้ในบางระบบที่มีบริเวณที่ต้องการวิเคราะห์มีพื้นที่ขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับปัญหาของระบบที่เป็นพื้นที่ขนาดใหญ่ ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์ก็สามารถแบ่งกริดขนาดเล็กหรือใหญ่ ที่สามารถเชื่อมความสัมพันธ์ของ 2 บริเวณที่มีขนาดแตกต่างกันได้อย่างครอบคลุมและอิสระอย่างเช่น งานวิจัยนี้ที่พิจารณาค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลที่ปรากฏขึ้นรอบตัวหม้อแปลงไฟโอโซอิลิกทริกแบบหลายชั้น ซึ่งพื้นที่บริเวณดังกล่าวมีลักษณะที่โค้งมนแต่ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์ก็สามารถตีกริดรูปทรงสี่เหลี่ยมสำหรับการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติให้มีขนาดเล็กเหมาะสมเพื่อการวิเคราะห์ภายในบริเวณดังกล่าวให้ได้ค่าผลเฉลยที่มีความแม่นยำได้ ซึ่งระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์สามารถตีกริดให้มีขนาดใหญ่เพื่อลดปริมาณของกริดของบริเวณที่ไม่จำเป็นเพื่อช่วยย่นระยะเวลาในการหาผลเฉลยแต่ยังสามารถรักษาความแม่นยำของผลเฉลยได้เช่นกัน ซึ่งการดำเนินการแบบนี้จะก่อให้เกิดจำนวนอิลลิเมนต์ที่ใช้ในระบบที่ศึกษามีจำนวนไม่มากและสามารถคำนวณหาผลเฉลย ณ บริเวณที่ต้องการได้อย่างรวดเร็ว รวมทั้งยังสามารถจำลองผลระบบที่มีความแตกต่างกันทางด้านวัสดุได้ ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไฟโอโซอิลิกทริกและขั้นตอนการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติเพื่อใช้ในการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลที่กระจายตัวรอบหม้อแปลงไฟโอโซอิลิกทริกต่อไป

4.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

การทำงานของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก ซึ่งเป็นการทำงานในลักษณะของไพโซอิเล็กทริกแอกชวลเอเตอร์ที่มีการเปลี่ยนจากพลังงานไฟฟ้าเป็นพลังงานกล (inverse effect) และมีการทำงานในลักษณะของไพโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์ที่มีเปลี่ยนจากพลังงานกลเป็นไฟฟ้า (direct effect) เพราะฉะนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจะปรากฏในรูปแบบของสมการความสัมพันธ์ระหว่างทางไฟฟ้าและทางกล โดยจะประกอบไปด้วยพารามิเตอร์ทางไฟฟ้าและทางกลได้แก่ ความเค้น (stress tensor : T) ความเครียด (strain tensor : S) สนามไฟฟ้า (electric field : E) และความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า (electric displacement : D) สามารถแสดงด้วยสมการความสัมพันธ์ดังนี้ (Joo, Lee, and Jung, 2001)

$$\mathbf{T} = c^E \mathbf{S} - e^T \mathbf{E} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{D} = e \mathbf{S} + \epsilon^S \mathbf{E} \quad (4.2)$$

- เมื่อ ϵ^S คือ เมตริกซ์สภาพยอมทางไฟฟ้าเมื่อความเครียดคงที่ (dielectric permittivity tensor at constant strain) มีค่าเท่ากับ $\epsilon_0 \epsilon_r$
 ϵ_0 คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของสุญญากาศ (permittivity of free space) มีค่าเท่ากับ $8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
 ϵ_r คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ (relative permeability) โดยจะขึ้นกับวัสดุตัวกลาง
 c^E คือ เมตริกซ์ค่าคงที่เมื่อสนามไฟฟ้าคงที่ (elastic stiffness tensor at constant electric)
 e คือ เมตริกซ์ค่าคงที่ความเค้นของไพโซอิเล็กทริก (piezoelectric stress tensor)
 e^T คือ ทรานสโพสของเมตริกซ์ค่าคงที่ความเค้นของไพโซอิเล็กทริก

ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้า E สามารถดำเนินการได้โดยเล็งไปคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าก่อน โดยที่ค่าสนามไฟฟ้า E สามารถคำนวณได้ด้วยเกรเดียนต์ (gradient) ศักย์ไฟฟ้า ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi \quad (4.3)$$

การคำนวณหาความเครียด S สามารถกระทำได้โดยผ่านการกระจัดเชิงกล u แสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{S} = B\mathbf{u} \quad (4.4)$$

โดยที่ $B = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}$

จากกฎข้อ 2 ของนิวตัน (Newton's law) จะได้ว่า

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad (4.5)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นมวลของวัสดุ (mass density) และจากการศึกษาคุณสมบัติของเกาส์ (Gauss's law) ในรูปอนุพันธ์ความหนาแน่นของฟลักซ์ไฟฟ้า โดยที่การกระจายประจุเชิงไฟฟ้าเป็นศูนย์ พบว่า

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (4.6)$$

แล้วนำสมการที่ (4.5) แทนลงในสมการที่ (4.1) แล้วนำสมการที่ (4.6) แทนลงในสมการที่ (4.2) จะได้

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot (c^E \mathbf{S} - e^T \mathbf{E}) \quad (4.7)$$

$$0 = \nabla \cdot (e \mathbf{S} + \varepsilon^s \mathbf{E}) \quad (4.8)$$

นำสมการที่ (4.3) และ (4.4) แทนลงในสมการที่ (4.7) และ (4.8) จะได้

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot (c^E \mathbf{B} \mathbf{u} + e^T \nabla \Phi) \quad (4.9)$$

$$0 = \nabla \cdot (e \mathbf{B} \mathbf{u} - \varepsilon^s \nabla \Phi) \quad (4.10)$$

ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไฟอิชออิเล็กทรอนิกส์ ซึ่งจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation : PDE) อันดับสอง สามารถแสดงได้ด้วยสมการที่ (4.11) และ (4.12) ดังนี้

$$c^E (\nabla \cdot \mathbf{B} \mathbf{u}) - \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + e^T (\nabla \cdot \nabla \Phi) = 0 \quad (4.11)$$

$$e (\nabla \cdot \mathbf{B} \mathbf{u}) - \varepsilon^s (\nabla \cdot \nabla \Phi) = 0 \quad (4.12)$$

ในกรณีปัญหาที่พิจารณาการแปลงจาโดเมนเวลาเป็นโดเมนความถี่ (time harmonic) โดยสามารถแทน \mathbf{u} อยู่ในรูปของจำนวนเชิงซ้อน $\mathbf{u} = u e^{j\omega t}$ ดังนั้น

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = -\omega^2 u \quad (4.13)$$

ซึ่ง ω คือความถี่เชิงมุมเมื่อแทนค่าลงในสมการที่ (4.13) จึงได้สมการเป็น

$$c^E (\nabla \cdot Bu) + \rho \omega^2 u + e^T (\nabla \cdot \nabla \Phi) = 0 \quad (4.14)$$

$$e (\nabla \cdot Bu) - \varepsilon^s (\nabla \cdot \nabla \Phi) = 0 \quad (4.15)$$

การหาผลเฉลยแม่นยำตรง (exact solution) ของสมการอนุพันธ์ย่อย อันดับที่สองที่ปรากฏในสมการที่ (4.14) และ (4.15) ซึ่งมีความยากและซับซ้อนอย่างมากในการแก้ปัญหา ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้วิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ในการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณซึ่งเป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขที่มีประสิทธิภาพสูงสุดสำหรับการแก้สมการอนุพันธ์ย่อย

4.3 การคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์

สืบเนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเพื่อใช้ในการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกดังแสดงในสมการที่ (4.14) และ (4.15) สำหรับปัญหาในรูปแบบ 3 มิติ นั้นหาผลเฉลยแม่นยำตรงได้ยาก ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

4.3.1 การออกแบบเอลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา

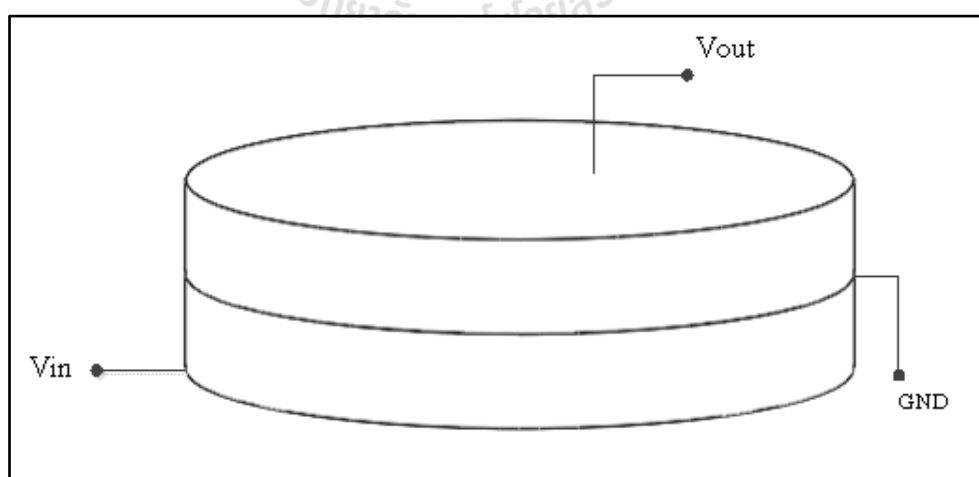
งานวิจัยนี้ได้พิจารณาหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบน (circular ring) แบบหลายชั้น ซึ่งเป็นชนิดโหมคการันตามแนวรัศมี โดยจะแบ่งหม้อแปลงออกเป็น 3 กรณี คือ PZT-1 มีจำนวนชั้นเท่ากับ 2 ชั้น PZT-2 มีจำนวนชั้นเท่ากับ 3 ชั้น และ PZT-3 มีจำนวนชั้นเท่ากับ 4 ชั้น ซึ่งมีลักษณะเป็นวงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง (D) ขนาด 16 mm มีความหนา (t) รวมเท่ากับ 4.6 mm ซึ่งแต่ละด้านของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจะทำการทำขั้วอิเล็กโทรดทั้งแผ่น ด้านบนทำหน้าที่เป็นขั้วแรงดันขาออก โดยที่ระหว่างชั้นจะมีแรงดันขาเข้าและกราวด์วางตัวสลับชั้นกัน ซึ่งหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกที่นำมาทดสอบนั้นจะมีจำนวนชั้นที่ต่างกัน สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.1 รูปที่ 4.2 และรูปที่ 4.3 ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ศึกษาในรูปแบบ 3 มิติ เพื่อให้เห็นการออกแบบเอลิเมนต์ในที่ต่าง ๆ กันของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก การจำลองผลสำหรับปัญหาที่รูปร่างมีความลึกหรือความหนา การออกแบบกริดให้มีขนาดเล็กหรือใหญ่ นั้นจะแปรเปลี่ยนตามความต้องการในการวิเคราะห์บริเวณพื้นที่ที่สนใจภายในส่วนต่าง ๆ ของระบบ

สำหรับการแก้ปัญหาในแบบ 3 มิติ นั้น ขั้นตอนแรกจะเริ่มจากการแบ่งปริมาตรของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกออกเป็นอิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ (tetrahedral elements) โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพท์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งผ่านการเชื่อมต่อกันระหว่างจุดต่อและอิลลิเมนต์ต่าง ๆ การออกแบบกริดของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกเป็นรูปอิลลิเมนต์ต่าง ๆ ได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่ชื่อว่า Solidworks โดยจะกำหนดความละเอียดของกริดสูงสุด ซึ่งในแต่ละกรณีที่ศึกษานั้นสามารถแบ่งจำนวนจุดต่อและอิลลิเมนต์ที่ใช้ภายในระบบได้ดังตารางที่ 4.1

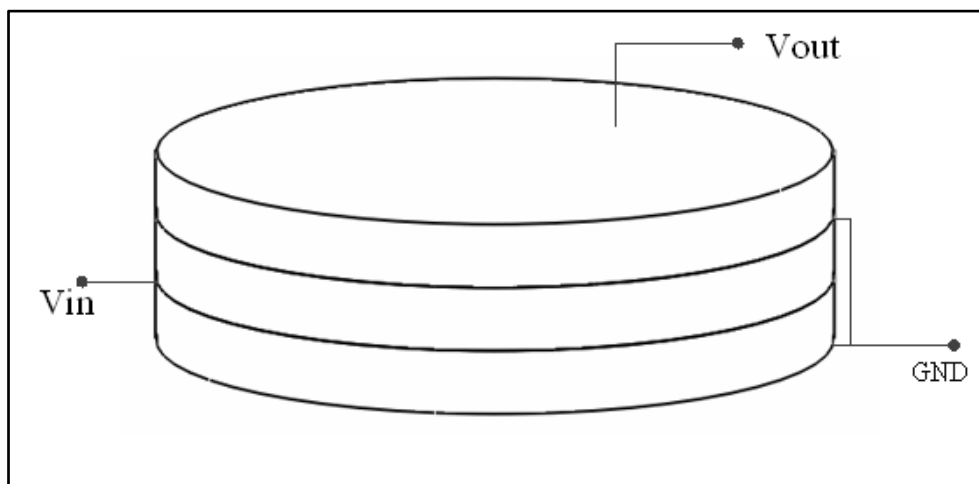
ตารางที่ 4.1 จำนวนจุดต่อและอิลลิเมนต์ที่ได้จากการออกแบบกริดด้วยโปรแกรม Solidworks

ชนิดของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก	จำนวนจุดต่อ	จำนวนอิลลิเมนต์
PZT-1	8,095	39,972
PZT-2	8,178	40,545
PZT-3	8,966	45,258

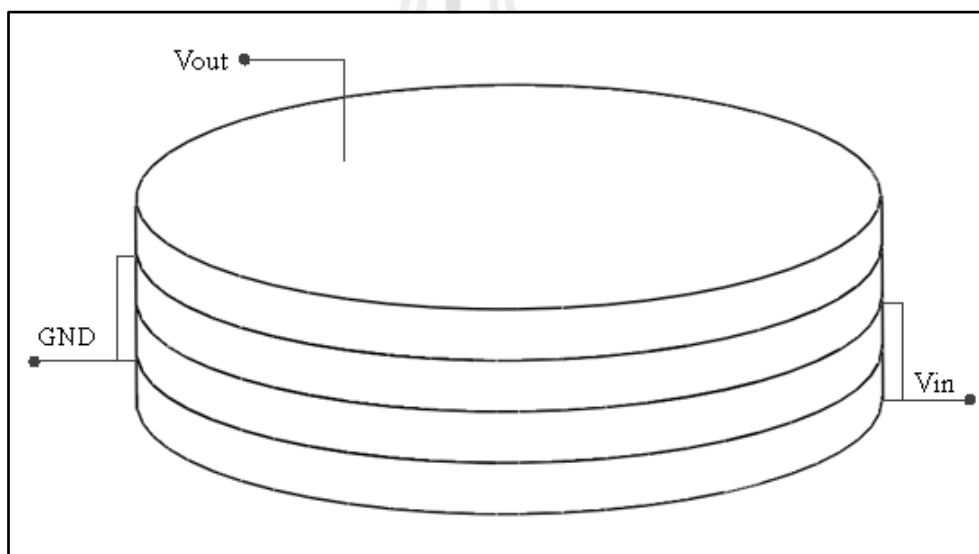
ซึ่งลักษณะโครงสร้างการจัดเรียงชั้นของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณีที่ทำการศึกษาในงานวิจัยนี้สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.1-4.3 ตามลำดับ



รูปที่ 4.1 โครงสร้างของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (PZT-1)

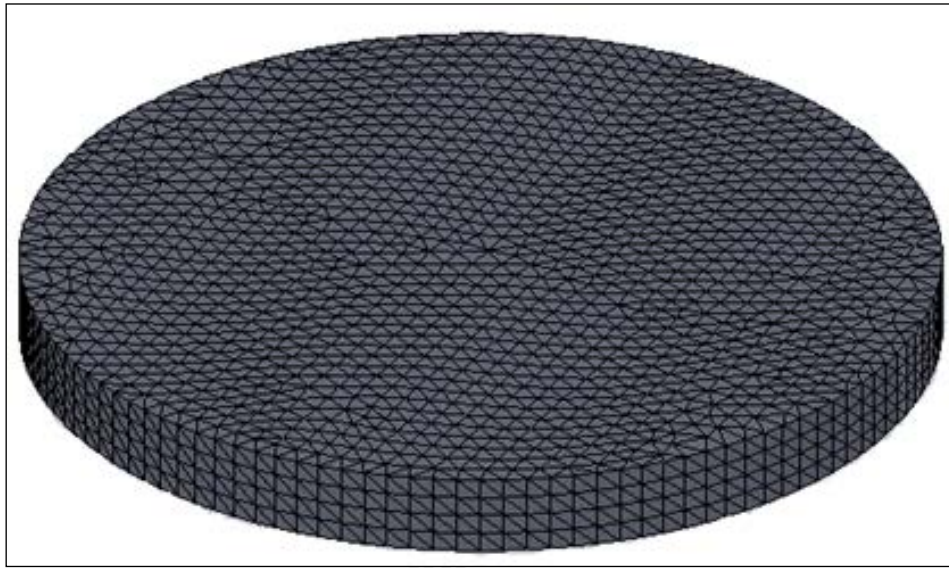


รูปที่ 4.2 โครงสร้างของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (PZT-2)

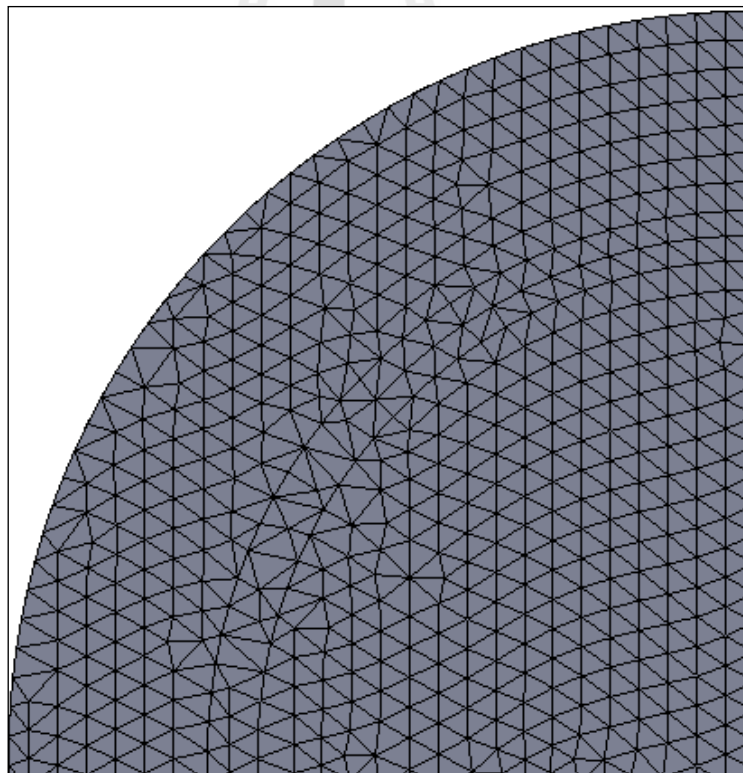


รูปที่ 4.3 โครงสร้างของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (PZT-3)

ตัวอย่างการออกแบบกริดของปัญหาในแบบ 3 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 4.4 โดยจะแสดงให้เห็นถึงความละเอียดในการออกแบบกริดและในรูปที่ 4.5 จะแสดงภาพการขยายการแบ่งอิลลิเมนต์ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกเพื่อให้เห็นถึงการเชื่อมต่อระหว่างจุดต่ออย่างชัดเจนยิ่งขึ้น



รูปที่ 4.4 การแบ่งอิลลิเมนต์และจุดต่อของหม้อแปลงไฟอิชอิลีทริกแบบ 3 มิติ



รูปที่ 4.5 ภาพการขยายการแบ่งอิลลิเมนต์และการเชื่อมต่อของอิลลิเมนต์ต่างๆ

4.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์

การออกแบบอิลลิเมนต์นั้นสามารถออกแบบได้หลายรูปแบบ โดยรูปแบบของอิลลิเมนต์ที่แตกต่างกันนี้นำมาซึ่งการเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์ที่ต่างกันไปดังนั้นในหัวข้อนี้ได้ทำการพิจารณาฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์ในรูปแบบทรงสี่หน้าสี่จุดต่อและแสดงให้เห็นถึงกระบวนการดำเนินงานในการเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์ที่ถูกต้องตามรูปร่างของอิลลิเมนต์ที่เลือกใช้

ขั้นตอนนี้เป็นการเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น ในที่นี้จะขอยกตัวอย่างของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลจากหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกจะได้

$$A(x, y, z) = A_1N_1 + A_2N_2 + A_3N_3 + A_4N_4 \quad (4.16)$$

สมการที่ (4.16) คือฟังก์ชันรูปร่าง (shape function) ของรูปแบบทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ โดยที่ N_n , $n = 1, 2, 3, 4$ คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์ และ A_n , $n = 1, 2, 3, 4$ คือ ผลลัพธ์แต่ละจุดต่อ (1, 2, 3, 4) ในแต่ละอิลลิเมนต์ โดยที่

$$N_n = \frac{1}{6V}(a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \text{ เมื่อ } n = 1, 2, 3, 4 \quad (4.17)$$

$$\text{โดยที่ } a_1 = x_4(y_2z_3 - y_3z_2) + x_3(y_4z_2 - y_2z_4) + x_2(y_3z_4 - y_4z_3)$$

$$a_2 = x_4(y_3z_1 - y_1z_3) + x_3(y_1z_4 - y_4z_1) + x_1(y_4z_3 - y_3z_4)$$

$$a_3 = x_4(y_1z_2 - y_2z_1) + x_2(y_4z_1 - y_1z_4) + x_1(y_2z_4 - y_4z_2)$$

$$a_4 = x_3(y_2z_1 - y_1z_2) + x_2(y_1z_3 - y_3z_1) + x_1(y_3z_2 - y_2z_3)$$

$$b_1 = y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3)$$

$$b_2 = y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1)$$

$$b_3 = y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2)$$

$$b_4 = y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1)$$

$$c_1 = x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2)$$

$$c_2 = x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3)$$

$$c_3 = x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1)$$

$$c_4 = x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2)$$

$$d_1 = x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3)$$

$$d_2 = x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1)$$

$$d_3 = x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2)$$

$$d_4 = x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)$$

และ V คือปริมาตรของรูปทรงสี่หน้าของแต่ละอิลลิเมนต์ ซึ่งทำการหาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (4.18)$$

4.3.3 การสร้างสมการอิลลิเมนต์

ขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ สำหรับปัญหาของระบบ 3 มิติ ทางระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์จะต้องจัดสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป ดังแสดงในสมการที่ (4.14) และ (4.15) ก่อนที่จะเข้าสู่การสร้างสมการของอิลลิเมนต์ดังต่อไปนี้ (Yong and Cho, 1994)

$$\begin{bmatrix} (K+M)_{11} & (K+M)_{12} \\ (K+M)_{21} & (K+M)_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ Q \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

โดยที่ $[U]$ และ $[\Phi]$ คือ ค่าการกระจัดเชิงกลและค่าศักย์ไฟฟ้าซึ่งเป็นตัวที่ไม่ทราบค่าในแต่ละจุดต่อ ซึ่งสมการที่ (4.19) นี้ สามารถเขียนขึ้นได้โดยตรงจากสมการเชิงอนุพันธ์ โดยการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (method of weighted residuals) ซึ่งถูกจัดให้เป็น

วิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ ในปัจจุบัน และวิธีนี้ยังสามารถจำแนกแยกย่อยออกไปได้อีกเช่น ใช้วิธีของกาลเออร์กิน (Galerkin) ซึ่งเมตริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ ปกติแล้วจะมีความสมมาตรจึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหาขนาดใหญ่อย่างเช่นปัญหาในงานวิจัยนี้

การสร้างสมการของอิลลิเมนต์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้คือหากแทนผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (4.14) และ (4.15) จะไม่ได้ค่าเท่ากับศูนย์ แต่จะมีค่าเท่ากับ R ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.20) และ (4.21)

$$c^E (\nabla \cdot Bu) + \rho \omega^2 u + e^T (\nabla \cdot \nabla \Phi) = R \quad (4.20)$$

$$e(\nabla \cdot Bu) - \varepsilon^s (\nabla \cdot \nabla \Phi) = R \quad (4.21)$$

ซึ่ง R เรียกว่าเศษตกค้าง (residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหา เศษตกค้าง R ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าเที่ยงตรงมากที่สุด และในงานวิจัยนี้ วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างได้ใช้วิธีของกาลเออร์กิน (Preston, Reece, and Sangha, 1988); (Kim, Kwon, and Park, 1999) วิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (weighting function : W) แล้วอินทิเกรตรอบปริมาตรและกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\int_v W_n R dv = 0, n = 1, 2, 3, 4 \quad (4.22)$$

งานวิจัยนี้เลือกกริดรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อในการคำนวณ ดังนั้นจุดที่ไม่ทราบค่า จะมี 4 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 4 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า นั้นหมายถึงในสมการที่ (4.22) จะต้องมีค่า $n = 1, 2, 3, 4$ และโดยปกติจะเลือก (Lerch, 1990) ซึ่งเรียกว่า บับโนฟ-กาลเออร์กิน (Bubnov-Galerkin) ดังนั้นเมื่อแทนค่า R ด้วยสมการ (4.20) และ (4.21) ลงในสมการที่ (4.22) จะได้

$$\int_v \nabla \cdot N_n (c^E Bu) dv + \int_v N_n (\rho \omega^2 u) dv + \int_v \nabla \cdot N_n (e^T \nabla \Phi) dv = 0 \quad (4.23)$$

$$\int_v \nabla \cdot N_n (eBu) dv - \int_v \nabla \cdot N_n (\epsilon^s \nabla \Phi) dv = 0 \quad (4.24)$$

และจากสมการที่ (4.3) เขียนในรูปใหม่จะได้ (Safari, and Akdogan, 2008)

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi = -[\nabla N_1 \nabla N_2 \dots \nabla N_n] \Phi \quad (4.25)$$

เมื่อ n คือ จำนวนจุดต่อที่อยู่ในอิลลิเมนต์และจากสมการที่ (4.25) สามารถเขียนเป็น

$$\mathbf{E} = -[B_\Phi] \Phi \quad (4.26)$$

โดยที่ $[B_\Phi] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{bmatrix}$ (4.27)

และ

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{6V} \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{6V} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial N_n}{\partial z} = \frac{d_n}{6V} \quad (4.30)$$

เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการที่ (4.31) ได้ดังนี้

$$[B_\phi] = \frac{1}{6V} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix}_{3 \times 4} \quad (4.31)$$

และจากสมการที่ (4.4) สามารถเขียนในรูปใหม่แสดงได้ดังนี้

$$S = [B]u = [B_u]U \quad (4.32)$$

$$\text{โดยที่ } [B_u] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_n}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} & \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_n}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_n}{\partial y} & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$ และแทนสมการที่ (4.28) (4.29) และ (4.30) ในสมการที่ (4.33) ได้ดังนี้

$$[B_u] = \frac{1}{6V} \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & 0 & 0 & b_4 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 & c_4 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 & 0 & 0 & d_2 & 0 & 0 & d_3 & 0 & 0 & d_4 \\ 0 & d_1 & c_1 & 0 & d_2 & c_2 & 0 & d_3 & c_3 & 0 & d_4 & c_4 \\ d_1 & 0 & b_1 & d_2 & 0 & b_2 & d_3 & 0 & b_3 & d_4 & 0 & b_4 \\ c_1 & b_1 & 0 & c_2 & b_2 & 0 & c_3 & b_3 & 0 & c_4 & b_4 & 0 \end{bmatrix}_{6 \times 12} \quad (4.34)$$

แทนค่าทั้งหมดลงในสมการที่ (4.23) และ (4.24) จะได้

$$\int_v \frac{1}{36V^2} [B_u]^T [c^E] [B_u] U dv + \int_v \rho \omega^2 [N]^T [N] U dv + \int_v \frac{1}{36V^2} [B_u]^T [e^T] [B_\phi] \Phi dv = 0 \quad (4.35)$$

$$\int_v \frac{1}{36V^2} [B_\phi]^T [e] [B_u] U dv - \int_v \frac{1}{36V^2} [B_\phi]^T [\varepsilon^s] [B_\phi] \Phi dv = 0 \quad (4.36)$$

โดยเมื่อดำเนินการอินทิเกรตสมบรูณ์แล้วจะได้ผลลัพธ์เป็นสมการเชิงเส้น ซึ่งแสดงอยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้ (Yong, 1993)

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] - \omega^2 [M] & [K_{u\phi}] \\ [K_{u\phi}]^T & [K_{\phi\phi}] \end{bmatrix}_{16 \times 16} \begin{bmatrix} U \\ \Phi \end{bmatrix}_{16 \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{16 \times 1} \quad (4.37)$$

โดยที่

$$[K_{uu}]_{12 \times 12} = \frac{1}{36V^2} [B_u]^T [c^E] [B_u] \int_v dv = \frac{1}{36V} [B_u]^T [c^E] [B_u] \quad (4.38)$$

$$[K_{u\phi}]_{12 \times 4} = \frac{1}{36V^2} [B_u]^T [e]^T [B_\phi] \int_v dv = \frac{1}{36V} [B_u]^T [e]^T [B_\phi] \quad (4.39)$$

$$[K_{\phi\phi}]_{4 \times 4} = \frac{1}{36V^2} [B_\phi]^T [-\varepsilon^s] [B_\phi] \int_v dv = \frac{1}{36V} [B_\phi]^T [-\varepsilon^s] [B_\phi] \quad (4.40)$$

$$[M]_{12 \times 12} = \int_v (-\rho) [N]^T [N] dv \quad (4.41)$$

จากสมการที่ (4.41) ถ้ากำหนดให้ ρ เป็นค่าคงที่ภายในแต่ละอิลลิเมนต์และรวมพจน์ของเมตริกซ์จะได้ดังสมการที่ (4.42)

$$[M]_{12 \times 12} = (-\rho) \int_v \begin{bmatrix} N_1^2 & N_1 N_2 & N_1 N_3 & \cdot & \cdot & N_1 N_{12} \\ N_2 N_1 & N_2^2 & N_2 N_3 & \cdot & \cdot & N_2 N_{12} \\ N_3 N_1 & N_3 N_2 & N_3^2 & \cdot & \cdot & N_3 N_{12} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ N_{12} N_1 & N_{12} N_2 & N_{12} N_3 & \cdot & \cdot & N_{12}^2 \end{bmatrix} dv \quad (4.42)$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรดังสมการที่ (4.43) เพราะเนื่องจาก $N_1 = L_1$, $N_2 = L_2$, $N_3 = L_3, \dots, N_{12} = L_{12}$ จะได้

$$\int_v L_1^a L_2^b L_3^c, \dots, L_{12}^l dv = \frac{a!b!c!, \dots, l!}{(a+b+c+, \dots, +l+3)!} 6V \quad (4.43)$$

จากสมการที่ (4.42) สามารถพิจารณาแยกเป็น 2 กรณี คือ $L_n = L_m$ และ $L_n \neq L_m$ ในกรณี $L_n = L_m$ จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 ของรูปทรงสี่หน้าจะได้ $a = 2$ และนอกนั้นจะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นจากสมการที่ (4.43) จะได้

$$\int_v L_1^2 dv = \frac{2!0!0!, \dots, 0!}{(2+0+0+, \dots, +0+3)!} 6V = \frac{12V}{5!} = \frac{2V}{20} \quad (4.44)$$

ในกรณีที่ $L_n \neq L_m$ จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 และ 2 ของรูปทรงสี่หน้าจะได้ $a = b = 1$ และนอกนั้นจะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นจากสมการที่ (4.43) จะได้

$$\int_v L_1^1 L_2^1 dv = \frac{1!1!0!, \dots, 0!}{(1+1+0+, \dots, +0+3)!} 6V = \frac{6V}{5!} = \frac{V}{20} \quad (4.45)$$

ที่จุดต่ออื่น ๆ ของรูปทรงสี่หน้าก็จะพิจารณาในลักษณะเช่นเดียวกัน ดังนั้นจากสมการที่ (4.42) จะได้

$$[M]_{12 \times 12} = \frac{(-\rho)V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & . & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & . & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (4.46)$$

4.3.4 การประกอบสมการอิลลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นกรนำสมการของแต่ละอิลลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 4.3.1 หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น $4 \times n$ สมการดังนั้นจึงได้สมการรวมสำหรับการจำลองผลค่าของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของงานวิทยานิพนธ์นี้ในรูปสมการเชิงเส้นคือ

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] - \omega^2[M] & [K_{u\Phi}] \\ [K_{u\Phi}]^T & [K_{\Phi\Phi}] \end{bmatrix}_{4n \times 4n} \begin{bmatrix} U \\ \Phi \end{bmatrix}_{4n \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{4n \times 1} \quad (4.47)$$

เมื่อ K, M คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของระบบรวม
 Φ คือ ค่าศักย์ไฟฟ้าที่ไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งจุดต่อต่าง ๆ
 U คือ ค่าการกระจัดเชิงกลที่ไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งจุดต่อต่าง ๆ

4.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย

สำหรับขั้นตอนการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตในงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้จะมีทั้งหมดอยู่ 2 บริเวณที่กำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต คือ ศักย์ไฟฟ้าบริเวณขั้วอิเล็กโทรดขาเข้าและศักย์ไฟฟ้าบริเวณขั้วอิเล็กโทรดของกราวด์ โดยค่าศักย์ไฟฟ้าที่บริเวณดังกล่าวและค่าคงที่วัสดุต่างๆของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก สามารถสรุปเป็นตารางที่ 4.2 ดังนี้

ตารางที่ 4.2 พารามิเตอร์ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกที่ใช้ในการจำลองผล

พารามิเตอร์	ค่า
ศักย์ไฟฟ้าบริเวณขั้วอิเล็กโทรดขาเข้า	5V
ศักย์ไฟฟ้าบริเวณขั้วอิเล็กโทรดของ	0V
เมตริกซ์ค่าคงที่เมื่อสนามไฟฟ้าคงที่ (c^E)	$\begin{bmatrix} 13.2 & 7.1 & 7.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13.2 & 7.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 11.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6 \end{bmatrix} \times 10^{10} N / m^2$
เมตริกซ์สภาพยอมทางไฟฟ้าเมื่อ ความเครียดคงที่ (ϵ^S)	$\begin{bmatrix} 7.124 & 0 & 0 \\ 0 & 7.124 & 0 \\ 0 & 0 & 7.124 \end{bmatrix} \times 10^{-9} F / m^2$
เมตริกซ์ค่าคงที่ความเค้นของ ไพโซอิเล็กทริก (e)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -4.1 & 0 & 0 & 10.5 \\ 0 & 0 & -4.1 & 0 & 10.5 & 0 \\ 0 & 0 & 14.1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C / m^2$
สภาพยอมทางไฟฟ้าของสุญญากาศ	$8.854 \times 10^{-12} F / m$
ความหนาแน่นมวลของวัสดุ (ρ)	$7600 Kg / m^3$

หลังจากประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตให้กับระบบแล้ว ก็ดำเนินการหาค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกล ณ จุดต่อต่าง ๆ ของระบบสมการเชิงเส้นต่อไป

4.4 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไฟ้อิโซอิเล็กทริกสำหรับคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง การประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในแบบ 3 มิติเพื่อคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกล ได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตค่างของกาเลอร์กิน โดยรายละเอียดต่าง ๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 6 ต่อไป



บทที่ 5

การคำนวณอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโวลต์อิเล็กทรอนิกส์ที่มีผลจากสนามไฟฟ้า ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

5.1 บทนำ

การคำนวณค่าอุณหภูมิในงานวิจัยนี้ จำเป็นต้องใช้การแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยแบบประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์หรือสมการอินทิกรัล และเนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถวิเคราะห์งานที่มีโครงสร้างซับซ้อน หรือรูปร่างที่มีลักษณะโค้งมนได้ดี อีกทั้งประสิทธิภาพและการประมวลผลที่สูงขึ้นของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันสามารถรองรับการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่มีผลมาจากสนามไฟฟ้าในหม้อแปลงไฟโวลต์อิเล็กทรอนิกส์ที่มีความสัมพันธ์กัน พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติเพื่อใช้ในการคำนวณค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโวลต์อิเล็กทรอนิกส์

5.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิ

จากบทที่ 3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงทฤษฎีของความร้อน โดยการถ่ายเทความร้อนจะแสดงอยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการกระจายตัวของอุณหภูมิ สำหรับแบบจำลองของปัญหาใน 3 มิติจะแสดงได้ดังสมการที่ (5.1) ดังนี้

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.1)$$

โดยที่ T คือ อุณหภูมิ (temperature)

k คือ ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (thermal conductivity)

ρ คือ ความหนาแน่นมวล (mass density)

c คือ ความร้อนจำเพาะ (specific heat)

Q คือ อัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง (internal heat generation)

โดยสมการจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ซึ่งปัญหาการถ่ายเทความร้อนนี้เป็นแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ (linear transient heat transfer problem) เป็นปัญหาอีกรูปแบบหนึ่งโดยอุณหภูมิที่จุดต่อจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาซึ่ง อุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปอาจมีสาเหตุมาจากเงื่อนไขขอบเขต เช่น โหลดปริมาณความร้อนนั้นมีการเปลี่ยนแปลงไป ถ้าเรามองปัญหาเช่นนี้ในภาพรวม การแก้ปัญหาเพื่อหาอุณหภูมิที่เวลาต่าง ๆ กันซึ่งเป็นผลลัพธ์ของปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่นั้นก็เปรียบเสมือนการแก้ปัญหาเพื่อหาผลลัพธ์ของอุณหภูมิของปัญหานั้นภายใต้สถานะอยู่ตัวมาเรียงประกอบกันขึ้น ดังนั้น ในการแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่จึงจำเป็นต้องทำการแก้ระบบสมการรวมหลายๆครั้งแทนที่จะต้องแก้ระบบสมการรวมเพียงครั้งเดียวดังเช่นปัญหาภายใต้สถานะอยู่ตัว

5.3 ความสัมพันธ์ของศักย์ไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และอุณหภูมิ

จากบทที่ 4 การคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลในหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติได้กล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลไว้ดังสมการ (5.2) และ (5.3) ดังนี้

$$\mathbf{T} = c^E \mathbf{S} - e^T \mathbf{E} \quad (5.2)$$

$$\mathbf{D} = e \mathbf{S} + \varepsilon^S \mathbf{E} \quad (5.3)$$

ซึ่งในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้า (E) นั้นสามารถดำเนินการได้โดยการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้า ก่อนแล้วจึงนำค่าศักย์ไฟฟ้าที่ได้มาทำการเกรเดียนต์ (gradient) ซึ่งแสดงได้ดังสมการ (5.4)

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi \quad (5.4)$$

หลังจากดำเนินการหาผลเฉลยของสนามไฟฟ้าด้วยขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เรียบร้อยแล้ว จากนั้นจะสามารถคำนวณหาค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกได้จากสมการที่ (5.1) ในข้างต้นซึ่งในการคำนวณหาค่าอุณหภูมินั้น จำเป็นต้องทราบถึงอัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง (Q) ที่มีความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้าก่อน ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$Q = E^2 \sigma \quad (5.5)$$

โดยที่ σ คือ สภาพนำไฟฟ้า (electrical conductivity)

E คือ สนามไฟฟ้า (electric field)

ดังนั้น จากความสัมพันธ์เมื่อแทนสมการที่ (5.4) ลงในสมการที่ (5.5) แล้วจะได้สมการอัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เองซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (5.6) และนำค่าอัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เองไปคำนวณต่อไป

$$Q = (-\nabla\Phi)^2 \sigma \quad (5.6)$$

5.4 การคำนวณอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น จะต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในการคำนวณอุณหภูมิของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกใน 3 มิติ แสดงได้ดังสมการที่ (5.1) ที่ผ่านมาสำหรับปัญหาในรูปแบบ 3 มิตินั้นหาผลเฉลยแม่นยำตรงได้ยาก ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จึงถูกนำมาใช้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

5.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์

จากการออกแบบเอลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษาในหัวข้อ 4.3.1 ที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 4 นั้น รูปแบบของเอลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจะใช้รูปแบบเหมือนกับเอลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทุกประการ เพราะฉะนั้นในหัวข้อนี้จึงข้ามการออกแบบเอลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษาไป ซึ่งการเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ของการคำนวณอุณหภูมินั้นจะพิจารณาการประมาณภายในเอลิเมนต์เป็นแบบ 3 มิติ เช่นเดียวกับการคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่ผ่านมา

กรณีที่พิจารณาระบบเป็นแบบ 3 มิติ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนเอลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$T(x, y, z) = T_1 N_1 + T_2 N_2 + T_3 N_3 + T_4 N_4 \quad (5.7)$$

โดยที่ $N_n, n = 1 2 3 4$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์ และ $T_n, n = 1 2 3 4$ คือผลลัพธ์ของค่าอุณหภูมิในแต่ละจุดต่อ $1 2 3 4$ ของอิลลิเมนต์ ซึ่งในกรณีอิลลิเมนต์รูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะได้

$$N_n = \frac{1}{6V} (a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \quad \text{เมื่อ } n = 1 2 3 4 \quad (5.8)$$

โดยที่ $a_1 = x_4(y_2 z_3 - y_3 z_2) + x_3(y_4 z_2 - y_2 z_4) + x_2(y_3 z_4 - y_4 z_3)$

$$a_2 = x_4(y_3 z_1 - y_1 z_3) + x_3(y_1 z_4 - y_4 z_1) + x_1(y_4 z_3 - y_3 z_4)$$

$$a_3 = x_4(y_1 z_2 - y_2 z_1) + x_2(y_4 z_1 - y_1 z_4) + x_1(y_2 z_4 - y_4 z_2)$$

$$a_4 = x_3(y_2 z_1 - y_1 z_2) + x_2(y_1 z_3 - y_3 z_1) + x_1(y_3 z_2 - y_2 z_3)$$

$$b_1 = y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3)$$

$$b_2 = y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1)$$

$$b_3 = y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2)$$

$$b_4 = y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1)$$

$$c_1 = x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2)$$

$$c_2 = x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3)$$

$$c_3 = x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1)$$

$$c_4 = x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2)$$

$$d_1 = x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3)$$

$$d_2 = x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1)$$

$$d_3 = x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2)$$

$$d_4 = x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)$$

และ V คือปริมาตรของแต่ละอิลลิเมนต์ หาได้จากคิเทอร์มีแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (5.9)$$

5.4.2 การสร้างสมการอิลลิเมนต์

ขั้นตอนนี้อถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ โดยตั้งต้นจากสมการอนุพันธ์ย่อยของปัญหาความร้อนแบบ 3 มิติ ดังแสดงด้วยสมการที่ (5.1) ที่แสดงก่อนหน้านี้ ดังนี้

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q = 0 \quad (5.10)$$

สำหรับการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ ก็ยังคงประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างด้วยวิธีกาลอร์คินเช่นเดียวกันกับการคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติที่ผ่านมาดังแสดงด้วยสมการ

$$\int_V W_n R dV = 0, \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (5.11)$$

โดยเมื่อพิจารณาปัญหาเป็นแบบ 3 มิติจะได้เศษตกค้าง R ดังสมการ

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q = R \quad (5.12)$$

สำหรับอิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า จุดที่ไม่รู้ค่ามี 4 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 4 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่รู้ค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (5.11) จะต้องมีค่า $n = 1, 2, 3, 4$ และโดยปกติจะเลือก $W_n = N_n$ ดังนั้นเมื่อแทนค่า R ด้วยสมการ (5.12) ลงในสมการที่ (5.11) จะได้

$$\int_V N_n \left(k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q \right) dV = 0 \quad (5.13)$$

แล้วทำการแตกพจน์ต่าง ๆ ออกมาเพื่อทำการพิจารณา จะได้

$$\begin{aligned} \int_V N_n \left(k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV - \int_V N_n \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV \\ + \int_V N_n (Q) dV = 0 \end{aligned} \quad (5.14)$$

พจน์แรกของสมการที่ (5.14) แทนการแพร่กระจายความร้อน พจน์ที่สองแทนอัตราความจุความร้อน และพจน์ที่สามแทนปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นได้เองภายในอิลลิเมนต์ตามลำดับ สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\int_{\Omega} u(\nabla \cdot \mathbf{V}) d\Omega = \int_{\Gamma} u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma - \int_{\Omega} (\nabla u \cdot \mathbf{V}) d\Omega \quad (5.15)$$

ซึ่ง Γ คือขอบเขตของอิลลิเมนต์ Ω เมื่อเปรียบเทียบกับพจน์แรกของสมการที่ (5.14) จะได้

$$u = N_n$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{V} = k \frac{\partial T}{\partial x} \mathbf{i} + k \frac{\partial T}{\partial y} \mathbf{j} + k \frac{\partial T}{\partial z} \mathbf{k}$$

และเนื่องจาก \mathbf{n} คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบเขตของอิลลิเมนต์ Γ

$$\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k}$$

$$\text{ดังนั้น } \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = k \frac{\partial \Gamma}{\partial x} n_x + k \frac{\partial \Gamma}{\partial y} n_y + k \frac{\partial \Gamma}{\partial z} n_z$$

$$u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) = N_n \left(k \frac{\partial \Gamma}{\partial x} n_x + k \frac{\partial \Gamma}{\partial y} n_y + k \frac{\partial \Gamma}{\partial z} n_z \right)$$

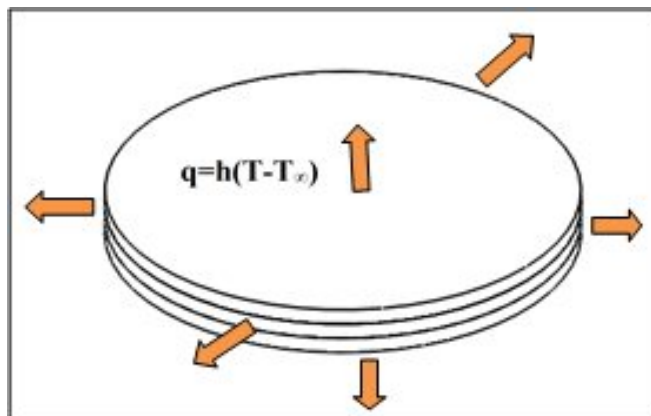
$$\nabla u = \frac{\partial N_n}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial N_n}{\partial z} \mathbf{k}$$

$$\nabla u \cdot \mathbf{V} = \frac{\partial N_n}{\partial x} k \frac{\partial \Gamma}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} k \frac{\partial \Gamma}{\partial y} + \frac{\partial N_n}{\partial z} k \frac{\partial \Gamma}{\partial z}$$

ดังนั้นจากสมการที่ (5.14) เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$ จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\int_{\Gamma} N_n \left(k \frac{\partial \Gamma}{\partial x} n_x + k \frac{\partial \Gamma}{\partial y} n_y + k \frac{\partial \Gamma}{\partial z} n_z \right) d\Gamma - \int_V \left(k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial \Gamma}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial \Gamma}{\partial y} + k \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right) dV - \int_V N_n \rho c \frac{\partial \Gamma}{\partial t} dV + \int_V N_n Q dV = 0 \quad (5.16)$$

พจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิลลิเมนต์คือพจน์แรกที่มีคุณสมบัติทางกายภาพคือปริมาณความร้อนตลอดขอบนอกของอิลลิเมนต์นั้น ๆ อนึ่ง อิลลิเมนต์นั้นอาจวางตัวอยู่กลางหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกหรืออยู่ติดขอบนอกของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก หากอิลลิเมนต์ที่พิจารณาอยู่ในตำแหน่งขอบนอกทั้งหกด้านของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก แสดงดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 การพาความร้อนของหม้อแปลงไฟอโซอิกเล็กทริก

ซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตแบบการพาความร้อน เราจึงจำเป็นต้องแทนพจน์นี้ด้วยเงื่อนไขการพาความร้อนดังสมการที่ (5.17)

$$q = h(T - T_\infty) \quad (5.17)$$

โดยที่ h คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อน

T_∞ คือ อุณหภูมิอากาศรอบนอก

และเมื่อความร้อน (q) ที่ไหลออกจากขอบจะมีค่าเป็นลบ ดังนั้นจากสมการที่ (5.16) จะได้

$$\int_{\Gamma} N_n (-h(T - T_\infty)) d\Gamma - \int_V \left(k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV - \int_V N_n \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_{\Omega} N_n Q dV = 0 \quad (5.18)$$

จากสมการที่ (5.18) จักรูปใหม่จะได้สมการไฟไนท์อิลลิเมนต์สำหรับอิลลิเมนต์ได้ดังนี้

$$\int_V N_n \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_V \left(k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV + \int_{\Gamma} N_n (hT) d\Gamma \quad (5.19)$$

$$= \int_V N_n Q dV + \int_{\Gamma} N_n (h(T_{\infty})) d\Gamma$$

และเนื่องจากสมการที่ (5.19) มีทั้งหมด 4 สมการ เราสามารถเขียนสมการไฟไนท์อิลลิเมนต์ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (5.20) ดังนี้

$$\int_V \left([N]_{4 \times 1} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV + \int_V \left(k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \frac{\partial T}{\partial x} + k \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{4 \times 1} \frac{\partial T}{\partial y} + k \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{4 \times 1} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \quad (5.20)$$

$$+ \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} (hT) d\Gamma = \int_V [N]_{4 \times 1} Q dV + \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} (h(T_{\infty})) d\Gamma$$

และจากสมการที่ (5.7) จึงได้ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ T โดยประมาณในแต่ละอิลลิเมนต์เป็น

$$T(x, y, z) = [N]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1} \quad (5.21)$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{\partial T}{\partial x} = \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1}, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1}$$

จะได้สมการไฟไนท์อิลลิเมนต์ ดังนี้

$$\int_V \left([N]_{4 \times 1} \rho c [N]_{1 \times 4} \right) dV \left[\dot{T} \right]_{4 \times 1} + \int_V \left(k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} + k \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{4 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} \right) dV [T]_{4 \times 1} \quad (5.22)$$

$$+ \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} h [N]_{1 \times 4} d\Gamma [T]_{4 \times 1} = \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} h T_{\infty} d\Gamma + \int_V [N]_{4 \times 1} Q dV$$

หรือเขียนสมการไฟไนท์อิลลิเมนต์สำหรับแต่ละอิลลิเมนต์ที่ประกอบด้วย 4 สมการได้ดังนี้

$$[C]_{4 \times 4} \left\{ \dot{T} \right\}_{4 \times 1} + [[K_c] + [K_h]]_{4 \times 4} \{T\}_{4 \times 1} = \{Q_h\}_{4 \times 1} + \{Q_o\}_{4 \times 1} \quad (5.23)$$

โดย $[C]_{4 \times 4}$ คือ เมทริกซ์ของการจุความร้อน
 $[K_c]_{4 \times 4}$ คือ เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน
 $[K_h]_{4 \times 4}$ คือ เมทริกซ์ของการพาความร้อน
 $\{Q_h\}_{4 \times 1}$ คือ โหลดเวกเตอร์การพาความร้อน
 $\{Q_o\}_{4 \times 1}$ คือ โหลดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง

เมทริกซ์ของการจุความร้อน : $[C]_{4 \times 4}$

$$\text{จาก } [C]_{4 \times 4} = \int_V ([N]_{4 \times 1} \rho c [N]_{1 \times 4}) dV \quad (5.24)$$

จากสมการที่ (5.8) ฟังก์ชันการประมาณภายในแสดงได้ดังนี้

$$N_n = \frac{1}{6V} (a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \quad \text{เมื่อ } n = 1, 2, 3, 4 \quad (5.25)$$

จากสมการที่ (5.25) และหากความหนาแน่นมวล ρ และความร้อนจำเพาะ c มีค่าคงที่
 ดังนั้นสมการที่ (5.24) จึงกลายเป็น

$$[C]_{4 \times 4} = \rho c \int N_n N_m dx dy dz \quad \text{เมื่อ } n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (5.26)$$

สมการที่ (5.26) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการ
 อินทิเกรตตลอดปริมาตรเหมือนดังสมการที่ 4.43 บทที่ 4 ที่ผ่านมาจะได้

$$[C]_{4 \times 4} = \frac{\rho c V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน : $[K_c]_{4 \times 4}$

$$\text{จาก } [K_c]_{4 \times 4} = \int_V \left(k \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \end{bmatrix}_{1 \times 4} + k \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix}_{1 \times 4} + k \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial z} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial z} \end{bmatrix}_{1 \times 4} \right) dV \quad (5.28)$$

จากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (5.25) จึงได้

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{6V}, \quad \frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{6V} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N_n}{\partial z} = \frac{d_n}{6V} \quad \text{เมื่อ } n = 1, 2, 3, 4$$

แทนความสัมพันธ์ที่ได้ ลงในสมการที่ (5.28) จะได้

$$\begin{aligned} [K_c]_{4 \times 4} &= k \int \left(\frac{b_n}{6V} \frac{b_m}{6V} + \frac{c_n}{6V} \frac{c_m}{6V} + \frac{d_n}{6V} \frac{d_m}{6V} \right) dx dy dz \\ &= \frac{k}{36V^2} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m) \int dx dy dz \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (5.29) \\ &= \frac{k}{36V} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m) \end{aligned}$$

$$[K_c]_{4 \times 4} = \frac{k}{36V} \begin{bmatrix} b_1 b_1 + c_1 c_1 + d_1 d_1 & b_1 b_2 + c_1 c_2 + d_1 d_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 + d_1 d_3 & b_1 b_4 + c_1 c_4 + d_1 d_4 \\ & b_2 b_2 + c_2 c_2 + d_2 d_2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 + d_2 d_3 & b_2 b_4 + c_2 c_4 + d_2 d_4 \\ & & b_3 b_3 + c_3 c_3 + d_3 d_3 & b_3 b_4 + c_3 c_4 + d_3 d_4 \\ \text{Sym} & & & b_4 b_4 + c_4 c_4 + d_4 d_4 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

เมทริกซ์ของการพาความร้อน : $[K_h]_{4 \times 4}$

$$\text{จาก } [K_h]_{4 \times 4} = \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} h [N]_{1 \times 4} d\Gamma \quad (5.31)$$

จากสมการที่ (5.31) และหากสัมประสิทธิ์การพาความร้อน h มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (5.31) เมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอีลีเมนต์จึงกลายเป็น

$$[K_h]_{4 \times 4} = h \int N_n N_m dx dy dz \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (5.32)$$

สมการที่ (5.32) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรจะได้

$$[K_h]_{4 \times 4} = \frac{hV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอีลีเมนต์แบบ 3 มิติจะได้กล่าวถึงต่อไป
โหนดเวกเตอร์การพาความร้อน : $\{Q_h\}_{4 \times 1}$

$$\text{จาก } \{Q_h\}_{4 \times 1} = \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} h T_{\infty} d\Gamma \quad (5.34)$$

หรือเมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอีลีเมนต์ดังนั้นสมการที่ (5.34) จึงกลายเป็น

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = h T_{\infty} \int N_n dx dy dz \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (5.35)$$

จากสมการที่ (5.35) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรจึงได้ดังนี้

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = \frac{hT_\infty V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอิเลลิเมนต์แบบ 3 มิติจะได้อีกกล่าวถึงต่อไป
โหนดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง : $\{Q_o\}_{4 \times 1}$

$$\text{จาก } \{Q_o\}_{4 \times 1} = \int_{\Omega} [N]_{4 \times 1} Q d\Omega \quad (5.37)$$

$$\text{หรือ } \{Q_o\}_{4 \times 1} = Q \int N_n dx dy dz \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (5.38)$$

สมการที่ (5.38) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรจึงได้
ดังนี้

$$\{Q_o\}_{4 \times 1} = \frac{QV}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

นอกจากการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอิทธิเมนต์ที่แสดงไปแล้วยังมีการถ่ายเทความร้อนตลอดพื้นผิวขอบใดขอบหนึ่งของอิทธิเมนต์ และขอยกตัวอย่างพื้นผิวของอิทธิเมนต์ที่ประกอบด้วยจุดต่อ 2, 3 และ 4 ซึ่งพื้นผิวดังกล่าวมีพื้นที่เท่ากับ A การประดิษฐ์อิทธิเมนต์ที่สอดคล้องกับการถ่ายเทความร้อนตลอดพื้นผิวขอบดังกล่าวจะได้

$$[K_h]_{4 \times 4} = \frac{hA}{12} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = \frac{hT_\infty A}{3} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

5.4.3 การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราว

ปัญหาในงานวิจัยนี้เป็นปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วคราว โดยค่าอุณหภูมิจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งการแก้ปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วคราวเช่นนี้ทำได้ค่อนข้างยาก โดยเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ การแก้สมการที่ (5.23) จากข้างต้นนั้นจะต้องอาศัยวิธีการแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราวที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาแบบความสัมพันธ์เวียนบังเกิด (recurrence relations) เพื่อให้ได้ค่าผลลัพธ์ที่ถูกต้อง

การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราวจะใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด โดยจะมีลักษณะของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับค่า β ที่เลือกใช้ ดังแสดงในสมการที่ (5.42) โดย Δt คือค่าของช่วงเวลา (time step) โดยถ้าเลือกใช้ $\beta = 0$ จะเป็นวิธีของออยเลอร์ (Euler) ถ้า $\beta = 1/2$ เป็นวิธีของ แครงก์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson) ถ้า $\beta = 2/3$ เป็นวิธีของกาลเออร์คิน (Galerkin) และถ้า $\beta = 1$ จะเรียกว่าวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (backward difference) ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลังดังสมการที่ (5.43) เนื่องจากวิธีนี้ประกันการลู่เข้าของผลลัพธ์ และผลลัพธ์จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง

$$\beta \left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} + (1-\beta) \left\{ \dot{T} \right\}^t = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^t}{\Delta t} \quad (5.42)$$

$$\left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^t}{\Delta t} \quad (5.43)$$

จากการเลือกใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมย้อนหลัง สมการที่ (5.23) จึงพัฒนามาเป็นสมการที่ (5.44) จากนั้นแทนค่าสมการที่ (5.43) ลงในสมการที่ (5.44) จึงได้ผลลัพธ์ของสมการไฟไนต์เอลิเมนต์เมื่อพิจารณาปัญหาในสถานะชั่วคราว ดังสมการที่ (5.45)

$$[C] \left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} + [K] \{T\}^{t+\Delta t} = \{Q\}^{t+\Delta t} \quad (5.44)$$

$$\left(\frac{1}{\Delta t} [C] + [K] \right) \{T\}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [C] \{T\}^t + \{Q\}^{t+\Delta t} \quad (5.45)$$

โดยที่ $[K] = [K_c] + [K_h]$ และ $\{Q\} = \{Q_h\} + \{Q_o\}$

5.4.4 การประกอบสมการเอลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นกรนำสมการของแต่ละเอลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 4.3.1 ในบทที่ 4 ที่ได้กล่าวมาแล้วนั้นในระบบ 3 มิติ หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้เมื่อพิจารณาปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วคราว คือ

$$\left(\frac{1}{\Delta t} [C]_{n \times n} + [K]_{n \times n} \right) \{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [C]_{n \times n} \{T\}_{n \times 1}^t + \{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} \quad (5.46)$$

จัดรูปใหม่จะได้

$$([C]_{n \times n} + \Delta t [K]_{n \times n}) \{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = [C]_{n \times n} \{T\}_{n \times 1}^t + \Delta t \{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} \quad (5.47)$$

เมื่อ

$$[M]_{n \times n} = [C]_{n \times n} + \Delta t [K]_{n \times n}$$

$$[F]_{n \times 1} = [C]_{n \times n} \{T\}_{n \times 1}^t + \Delta t \{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t}$$

ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้คือ

$$[M]_{n \times n} \{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = [F]_{n \times 1} \quad (5.48)$$

5.4.5 การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย

ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิ T เริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นให้แก่ห่อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก และเงื่อนไขขอบเขตบริเวณต่างๆ โดยงานวิจัยนี้มีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นในรอบแรกที่พิจารณาห่อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกคือ $T(t=0) = 25^\circ\text{C}$

ส่วนค่าโหลดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนจะใช้ค่าปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นเองของทั้งพื้นที่หรือปริมาตรที่พิจารณา โดยค่าปริมาณความร้อนจะหาได้จากความสัมพันธ์ของค่าศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นดังสมการที่ 5.4 และ 5.5 ตามลำดับ

5.5 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอความสัมพันธ์ของค่าศักย์ไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และอุณหภูมิ รวมถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิในห่อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง โดยจะใช้การประยุกต์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ เพื่อคำนวณหาค่าอุณหภูมิที่มีผลมาจากสนามไฟฟ้าในห่อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลเลอร์คิน โดยพิจารณาปัญหาเป็นแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วคราว รายละเอียดต่าง ๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลของระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 7 ต่อไป

บทที่ 6

ผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกล ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์แบบหลายชั้น

6.1 บทนำ

การจำลองผลของงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อจำลองการทำงานของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ชนิดวงแหวนแบนโหมดการสันตามแนวรัศมีแบบหลายชั้น โดยจะสังเกตจากความสัมพันธ์ของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นในช่วงความถี่ธรรมชาติและผลของค่าศักย์ไฟฟ้ากับการกระจัดเชิงกลที่ได้จากการจำลองนั้นสามารถนำไปประยุกต์ในการใช้งานจริง ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องศึกษาถึงการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายตัวของการกระจัดเชิงกลที่ตำแหน่งต่าง ๆ ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ โดยภายในบทที่ 6 นี้จะอธิบายถึงโปรแกรมที่ใช้สำหรับการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ทั้งนี้เพื่อให้เห็นถึงลักษณะการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่สอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น โดยโปรแกรมที่ใช้สำหรับการจำลองผลของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิตินั้นเป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเอง โดยระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ จะใช้กริดรูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสและได้ใช้การสร้างกริดจากโปรแกรมสำเร็จรูปที่ชื่อว่า Solidworks และใช้โปรแกรม MATLAB ในการจำลองผลของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลในแบบ 3 มิติ

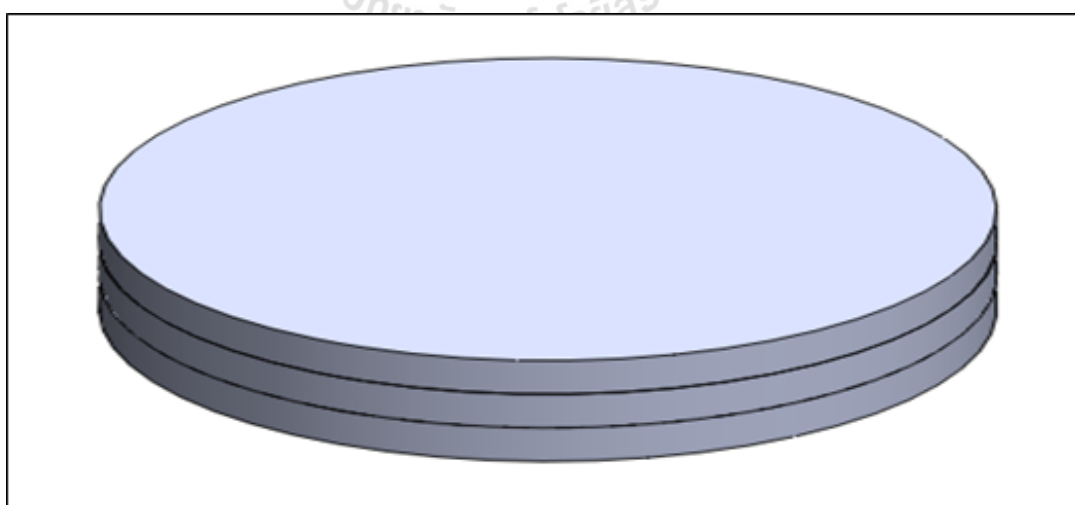
6.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

ในงานวิทยานิพนธ์นี้การคำนวณเพื่อหาค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิตินั้น สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่จะได้กล่าวถึงต่อไปนี้ โดยในงานวิทยานิพนธ์นี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรม Solidworks เพื่อนำข้อมูลของจุดต่อและอิเลลิเมนต์ต่าง ๆ ที่ได้มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLAB ที่พัฒนาขึ้นเอง โดยจะอธิบายถึงโครงสร้างต่าง ๆ ของโปรแกรมที่ใช้สำหรับการจำลองผลแบบ 3 มิติได้ดังต่อไปนี้

6.2.1 โปรแกรมการสร้างกริด

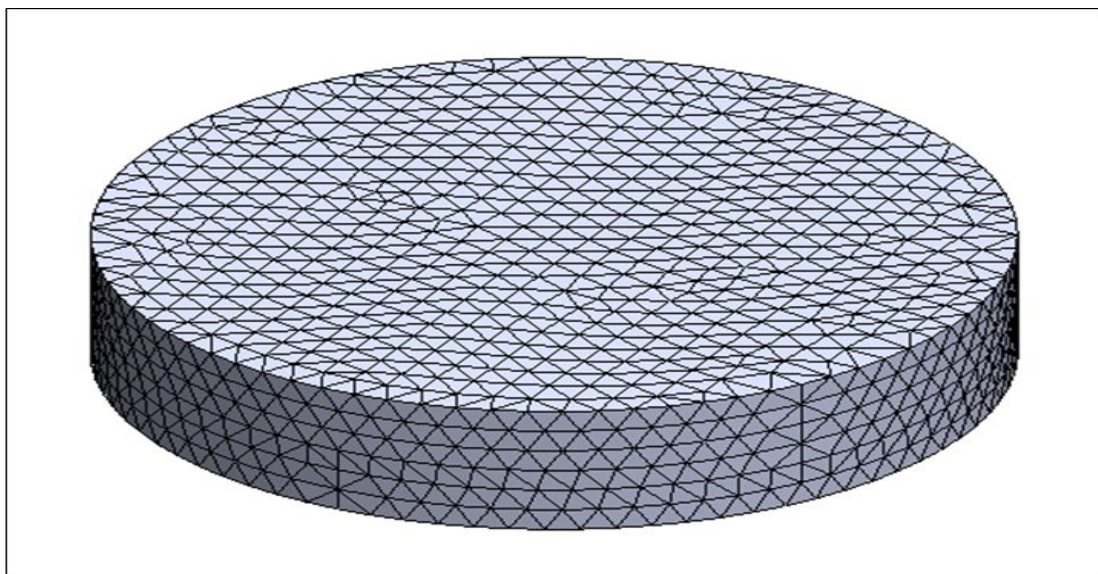
โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างกริดสำหรับปัญหาแบบ 3 มิติในงานวิทยานิพนธ์นี้จะใช้การสร้างกริดจากโปรแกรมที่ชื่อว่า Solidworks โดยความสามารถของโปรแกรม Solidworks จะนำมาใช้สำหรับการวาดรูปหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกวมไปถึงสร้างกริด โดยสามารถเลือกความละเอียดของกริดให้เหมาะสมกับระบบ จากนั้นนำข้อมูลที่ได้จากโปรแกรม Solidworks ที่มีความจำเป็นต่อการนำไปพัฒนาเป็นโปรแกรมไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติซึ่งประกอบไปด้วยข้อมูลที่บอกตำแหน่งระยะพิกัดในแนวแกน x y และ z ข้อมูลที่บอกหมายเลขจุดต่อ ข้อมูลที่บอกหมายเลขอิลลิเมนต์และข้อมูลที่บอกหมายเลขของขอบเขตของชิ้นงานที่ต้องการกำหนดเงื่อนไขของหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริก ส่วนขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ที่นอกเหนือจากนี้ซึ่งได้แก่ การสร้างสมการของแต่ละอิลลิเมนต์ การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม การกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขตของชิ้นงานรวมถึงการแก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยนั้น จะทำการโดยใช้โปรแกรม MATLAB ที่พัฒนาขึ้นเองเพื่อจำลองผลต่อไป

งานวิจัยนี้ได้ใช้ปริมาตรตลอดตัวหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกเป็นขอบเขตในการศึกษา ซึ่งใช้การวาดภาพของระบบที่ศึกษาเป็นในรูปแบบของ 3 มิติ โดยการประยุกต์ใช้โปรแกรม Solidworks ทั้งนี้เพราะ โปรแกรม Solidworks มีความสามารถในการวาดภาพที่มีความซับซ้อนได้แล้วสามารถวาดในรูปแบบที่เป็น 3 มิติ ได้ง่าย และรวดเร็วซึ่งจะแสดงภาพโดยรวมของระบบที่ศึกษาในแบบ 3 มิติ ได้ดังรูปที่ 6.1 ซึ่งเป็นการแสดงภาพของหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกชนิดวงแหวนแบบโหมคการสันตามแนวรัศมี



รูปที่ 6.1 หม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกที่ใช้ในการศึกษา

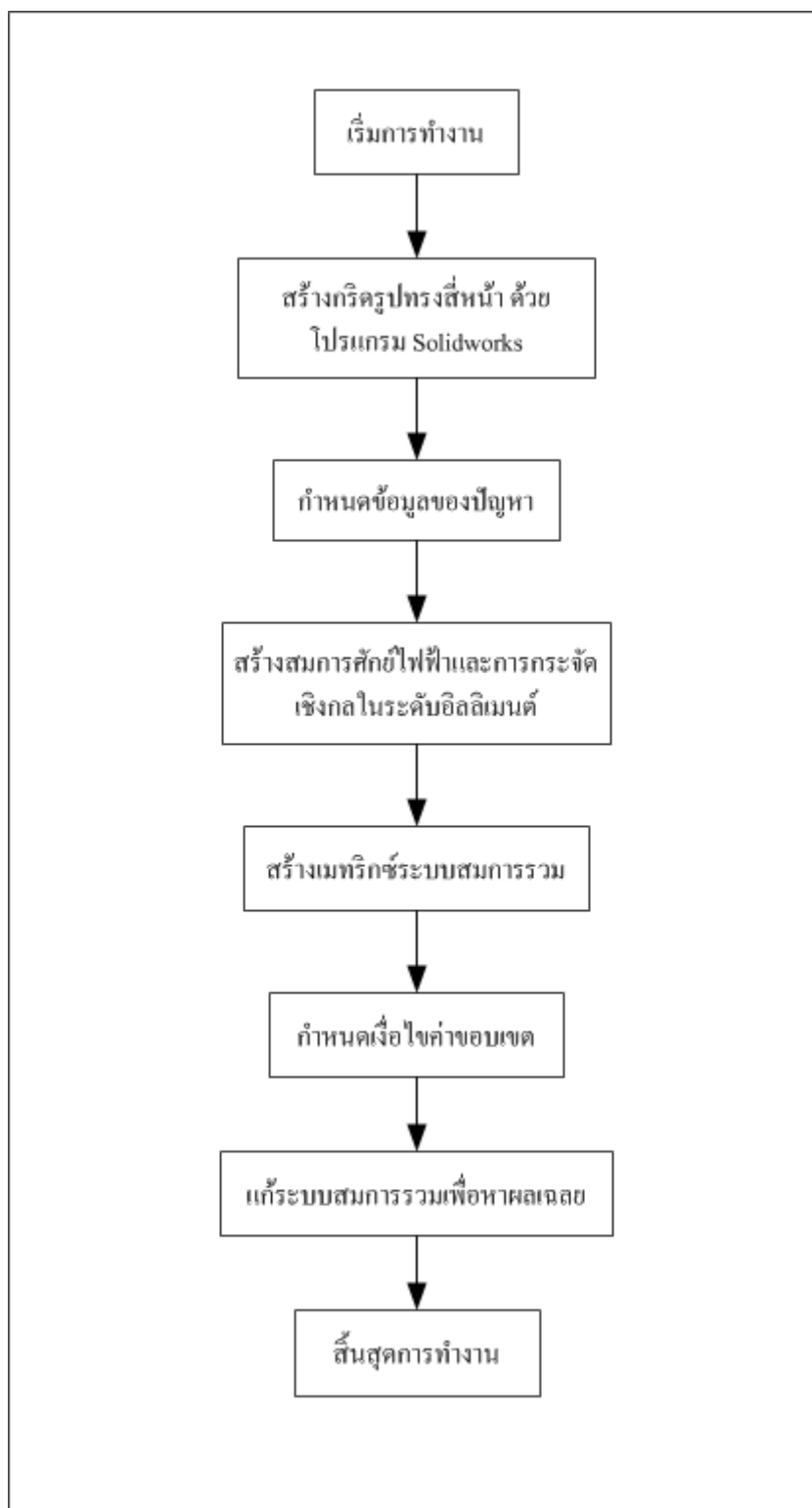
หลังจากวาดภาพหม้อแปลงไฟโอโซอิลิกทริกด้วยโปรแกรม Solidworks แล้ว สำหรับขั้นตอนต่อไปคือ ทำการสร้างกริดเป็นลักษณะรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ โดยสำหรับงานวิจัย วิทยานิพนธ์นี้ได้ปรับความละเอียดของกริดไว้ที่สูงสุดซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 6.2 โดยแสดงกริดให้เห็น เพียงบริเวณขอบของชิ้นงานเท่านั้น



รูปที่ 6.2 ลักษณะกริดที่ใช้ของหม้อแปลงไฟโอโซอิลิกทริก

6.2.2 โปรแกรมจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกล

ในขั้นตอนนี้เป็นการประยุกต์ใช้โปรแกรมที่ได้พัฒนาขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่า ศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยข้อมูลที่จำเป็นต่อ การพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์เอลิเมนต์นั้นได้นำมาจากในหัวข้อ 6.2.1 ที่ได้อธิบายไว้ก่อนหน้านี้อ แล้ว โดยโครงสร้างของโปรแกรมที่ใช้สำหรับจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลสามารถ แสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 6.3



รูปที่ 6.3 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผล
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ

จากแผนภูมิการดำเนินงานในรูปที่ 6.3 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลของระบบในรูปแบบของ 3 มิติ เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมในแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียดชัดเจน โดยจะอธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

- ขั้นตอนแรกการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : โดยขั้นตอนแรกนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุต ซึ่งจะแสดงถึงลักษณะของจุดต่อพร้อมกับอิลลิเมนต์ที่ได้จากโปรแกรมการสร้างกริด Solidworks ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลประกอบด้วย จำนวนและตำแหน่งของจุดต่อ หมายเลขของจุดต่อที่ประกอบขึ้นเป็นอิลลิเมนต์รวมไปถึง จำนวนและหมายเลขของอิลลิเมนต์ เป็นต้น

- ขั้นตอนการสร้างสมการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลในระดับอิลลิเมนต์ : โดยขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้างสมการอิลลิเมนต์เมทริกซ์ในรูปแบบของทรงสี่หน้าสี่จุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาในรูปแบบของ 3 มิติ ของทุก ๆ อิลลิเมนต์โดยการสร้างสมการอิลลิเมนต์ที่เป็นเมทริกซ์ของแต่ละอิลลิเมนต์โดยจะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าและทางกลของวัตถุที่ใช้ผลิตหม้อแปลง ไอโซอิเล็กทริกที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลลิเมนต์นั้น ๆ ด้วย ซึ่งค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าและทางกลของวัตถุต่าง ๆ ได้ถูกกล่าวไว้แล้วในบทที่ 4

- ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ซึ่งขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมสมการของอิลลิเมนต์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมดังแสดงรายละเอียดอยู่ในหัวข้อที่ 4.3.4 ของบทที่ 4 ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลลิเมนต์ทั้งหมด n จุดต่อจะก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการการกระจัดเชิงกลในแกนนอน (U_x) สมการการกระจัดเชิงกลในแกนตั้ง (U_y) สมการการกระจัดเชิงกลในแกนลึก (U_z) และสมการศักย์ไฟฟ้า (Φ) โดยรวมทั้งสิ้น $4n$ สมการ

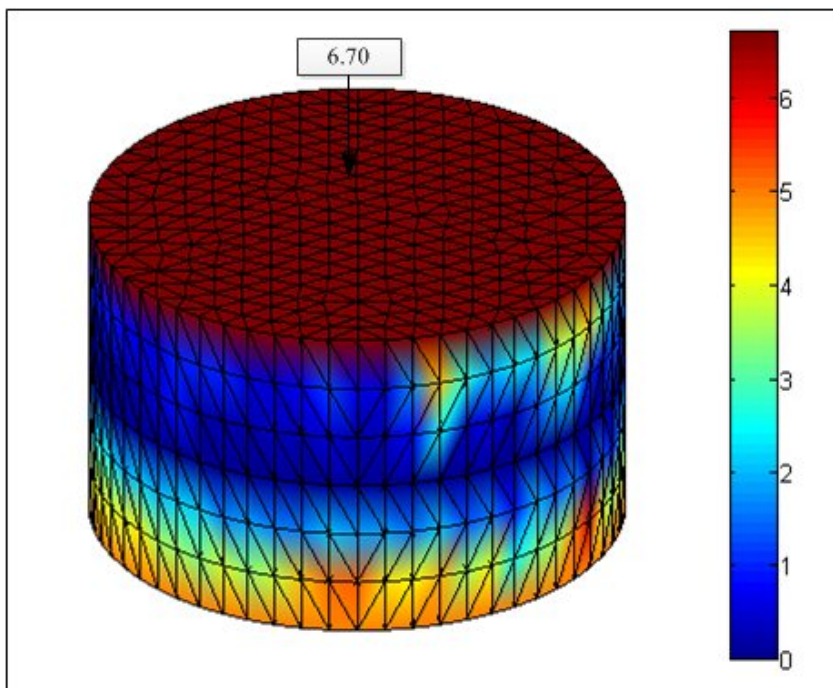
- ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต : ซึ่งขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนแล้วจึงทำการแก้ระบบสมการรวม โดยงานวิทยานิพนธ์นี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตดังตารางที่ 4.2 ในบทที่ 4

- ขั้นตอนสุดท้ายการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : โดยในขั้นตอนสุดท้ายนี้ โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่อยู่ประจำแต่ละจุดต่อ โดยจะเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

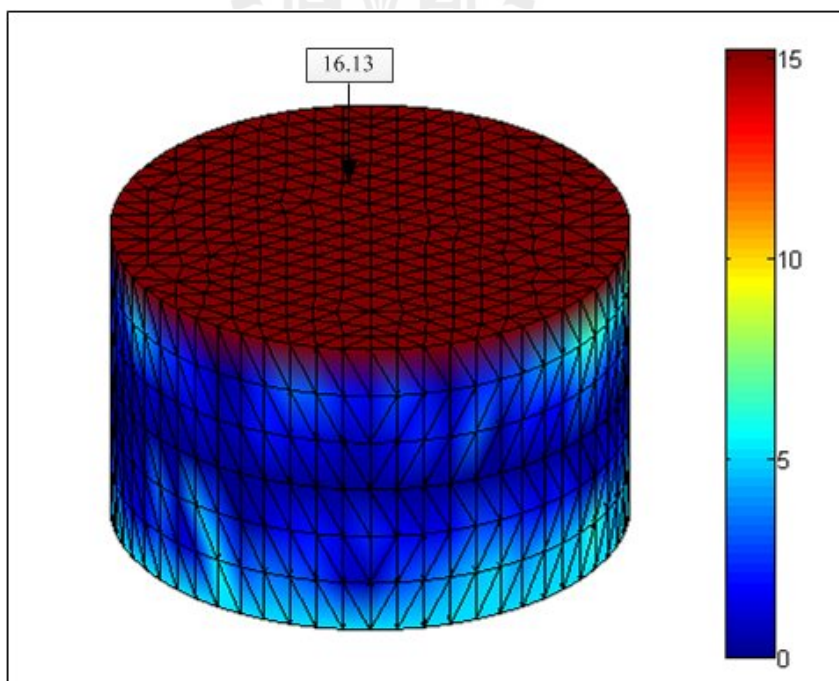
6.3 ผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น

สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลอง โดยการจำลองผลนั้นจะจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ ซึ่งได้ใช้โปรแกรม MATLAB ในการพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์เอลิเมนต์สำหรับคำนวณการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ พร้อมแสดงผลทางกราฟิการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้น โดยการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นนั้นจะจำลองแบบกระจายตัวตลอดทั้งปริมาตรที่ศึกษา และจะพิจารณาที่ช่วงความถี่ 5-120 kHz ทุกกรณี และค่าแรงดันไฟฟ้าขาเข้ามีค่าเท่ากับ 5 V ทุกกรณี โดยจะแบ่งเป็น 3 กรณีซึ่งได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 4 หัวข้อ 4.3.1 เพื่อให้เห็นถึงลักษณะของการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของความถี่โดยจะแสดงผลในรูปแบบ 3 มิติ และจะแสดงเฉพาะค่าที่มีการเปลี่ยนแปลงเท่านั้น เนื่องจากลักษณะของภาพจะมีความคล้ายคลึงกันแตกต่างกันที่ค่าการจำลองผลเท่านั้น จึงจะขอยกตัวอย่างบางภาพที่มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงมานำเสนอ โดยจะแสดงการกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกกรณี PZT-1 เป็นอันดับแรก ซึ่งแสดงได้ดังต่อไปนี้

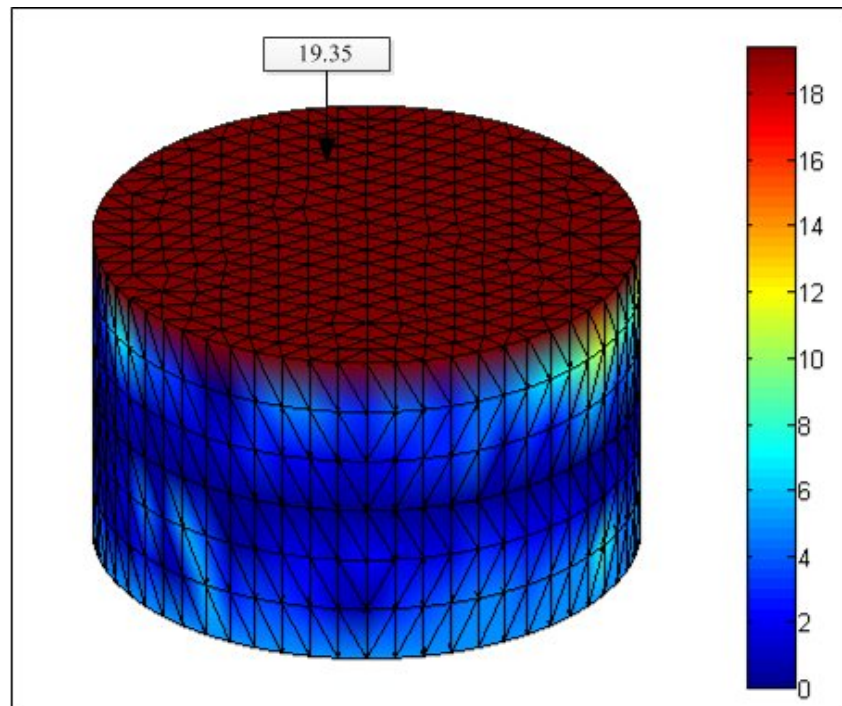




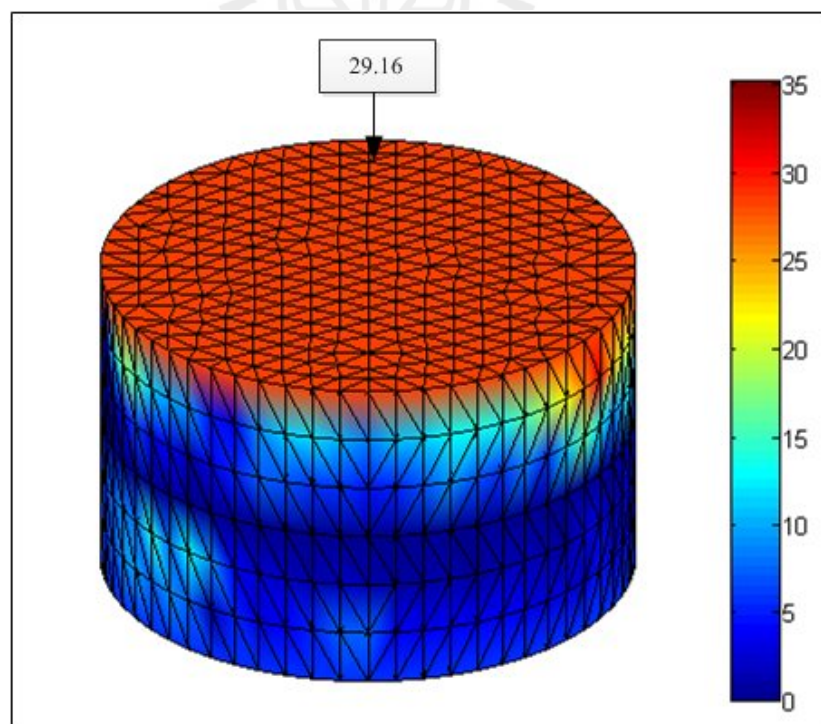
รูปที่ 6.4 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 50 kHz



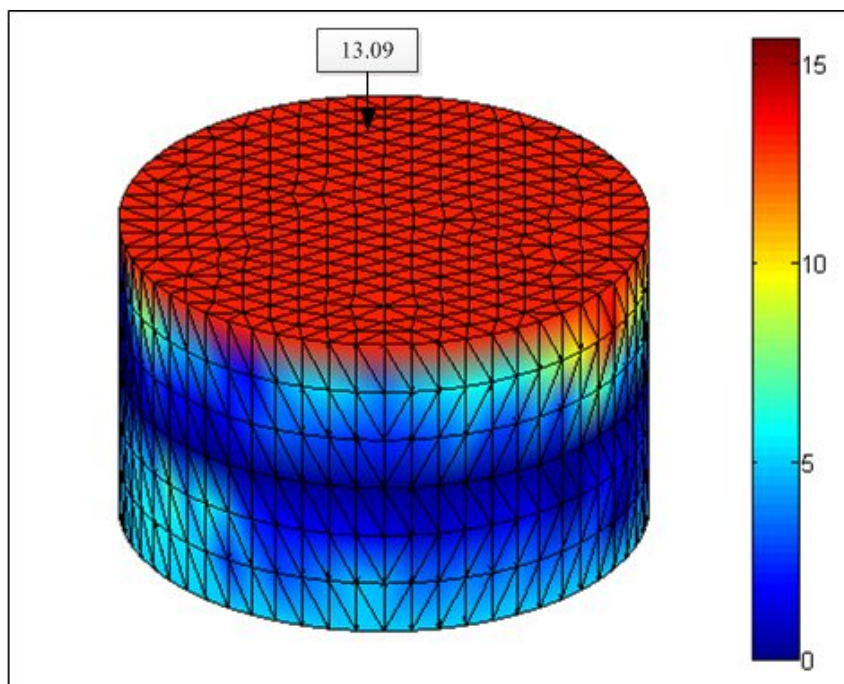
รูปที่ 6.5 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 55 kHz



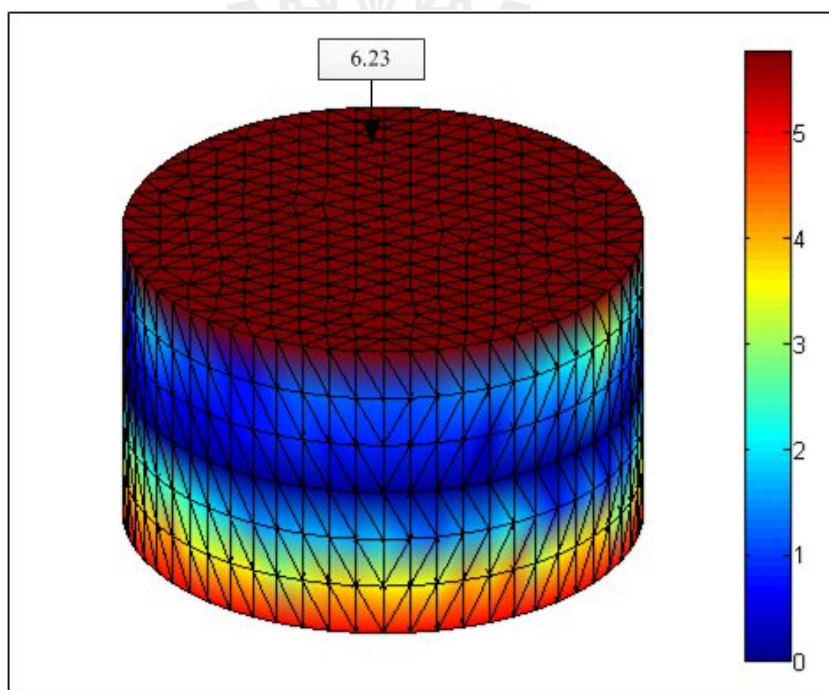
รูปที่ 6.6 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 60 kHz



รูปที่ 6.7 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 65 kHz

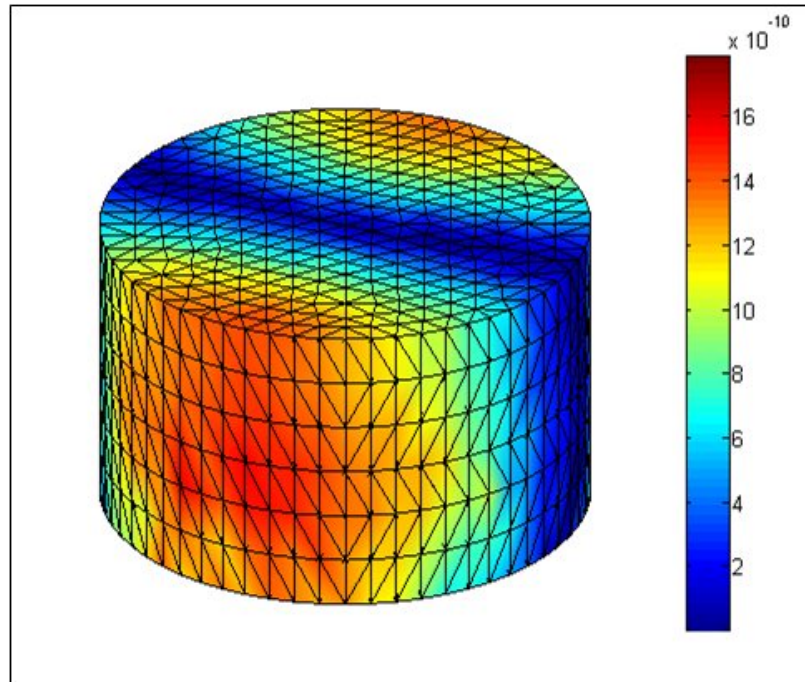


รูปที่ 6.8 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 70 kHz

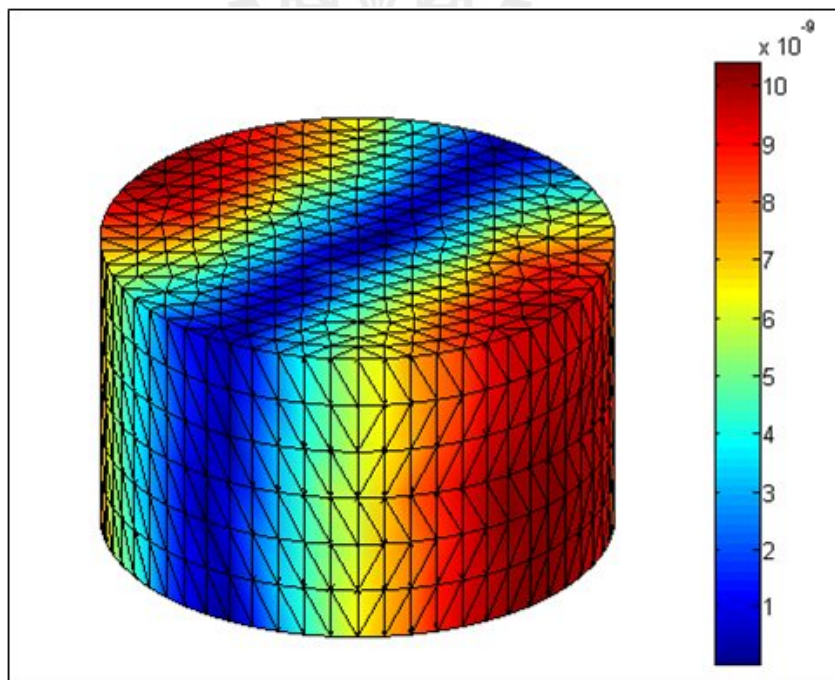


รูปที่ 6.9 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 75 kHz

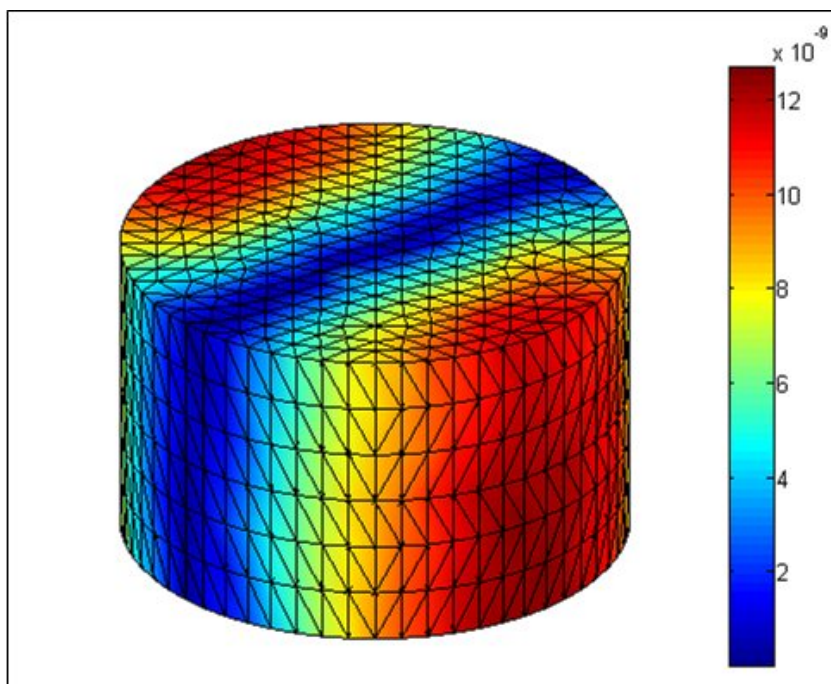
จากรูปที่ 6.4-6.9 เป็นรูปที่แสดงผลการจำลองการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิด PZT-1 ในช่วงความถี่ 50-75 kHz เนื่องจากเป็นช่วงที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกมีการทำงานได้ดี รวมถึงยังเห็นการเปลี่ยนแปลงของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกได้ดีอีกด้วย โดยในรูปที่ 6.4 นั้นจะสังเกตเห็นว่าที่ค่าความถี่ 50 kHz แรงดันไฟฟ้าขาออกมีค่าเท่ากับ 6.7 V ซึ่งเป็นช่วงความถี่ที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกเริ่มสามารถทำงานได้เนื่องจากเริ่มมีค่าศักย์ไฟฟ้าขาออกมากกว่าแรงดันไฟฟ้าขาเข้า แต่เพียงเล็กน้อยเท่านั้น ในช่วงความถี่ต่อไปดังรูปที่ 6.5 ที่ความถี่ 55 kHz แรงดันไฟฟ้าขาออกมีค่าเท่ากับ 16.13 V จะสังเกตเห็นว่าค่าศักย์ไฟฟ้านั้นเริ่มมีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากเดิมและลักษณะรูปการจำลองผลมีการเปลี่ยนแปลงเช่นกันที่ความถี่ 60 kHz แสดงดังรูปที่ 6.6 แรงดันไฟฟ้าขาออกมีค่าเท่ากับ 19.35 V ค่าศักย์ไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิมลักษณะรูปการจำลองผลมีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย ในช่วงความถี่ต่อไปคือที่ความถี่ 65 kHz แสดงได้ดังรูปที่ 6.7 ซึ่งเป็นช่วงความถี่ที่มีค่าแรงดันขาออกสูงสุดคือ 29.16 V และเป็นช่วงความถี่ที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทำงานได้ดีที่สุด และในรูปที่ 6.8-6.9 จะสังเกตเห็นได้ว่าที่ความถี่ 70-75 kHz ค่าแรงดันขาออกมีค่าลดลงจากเดิม และลักษณะรูปการจำลองผลมีการเปลี่ยนแปลง อันเนื่องมาจากหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกมีการทำงานลดลง จึงส่งผลให้ค่าแรงดันขาออกนั้นลดลงด้วยตามลำดับ โดยในส่วนต่อไปจากนี้จะแสดงผลการจำลองการกระจายตัวของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกกรณี PZT-1 ที่ช่วงความถี่ 50-75 kHz โดยจะแสดงในรูปแบบ 3 มิติ เช่นเดียวกัน แสดงได้ดังนี้



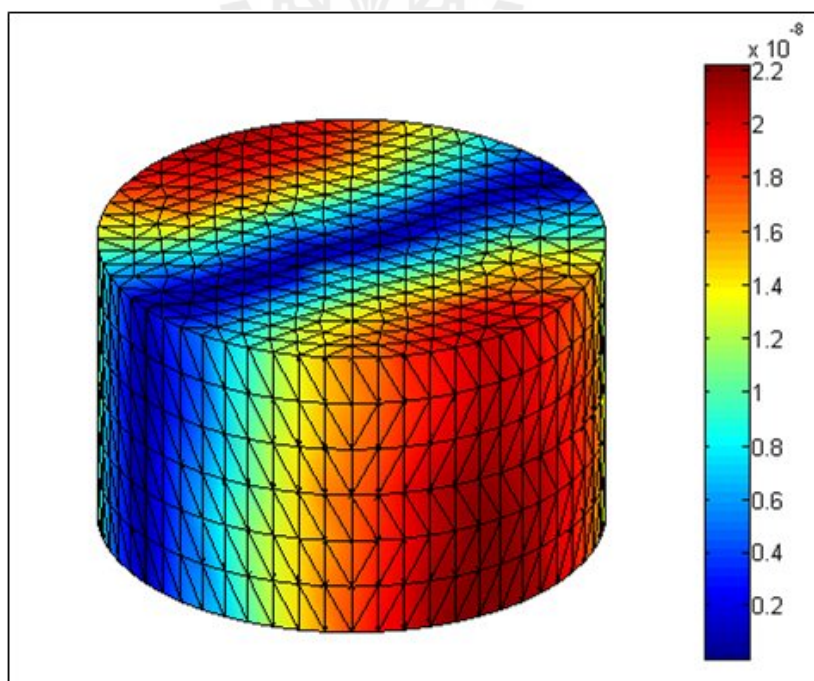
รูปที่ 6.10 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 50 kHz



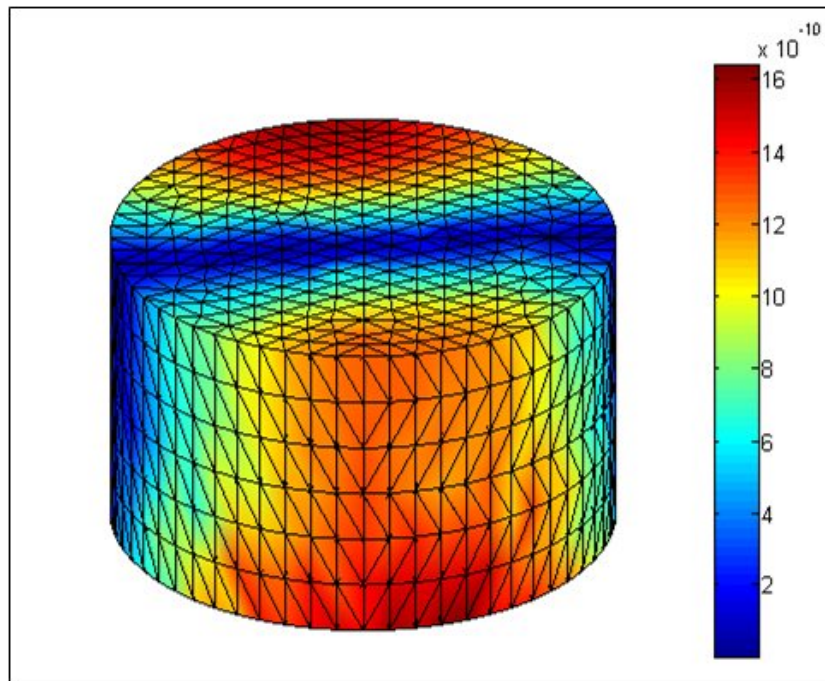
รูปที่ 6.11 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 55 kHz



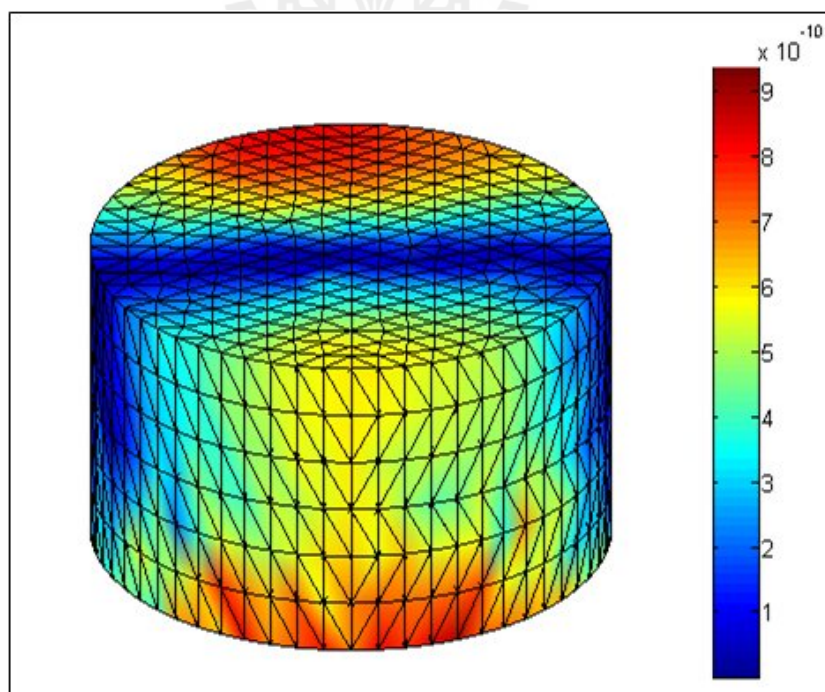
รูปที่ 6.12 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 60 kHz



รูปที่ 6.13 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 65 kHz

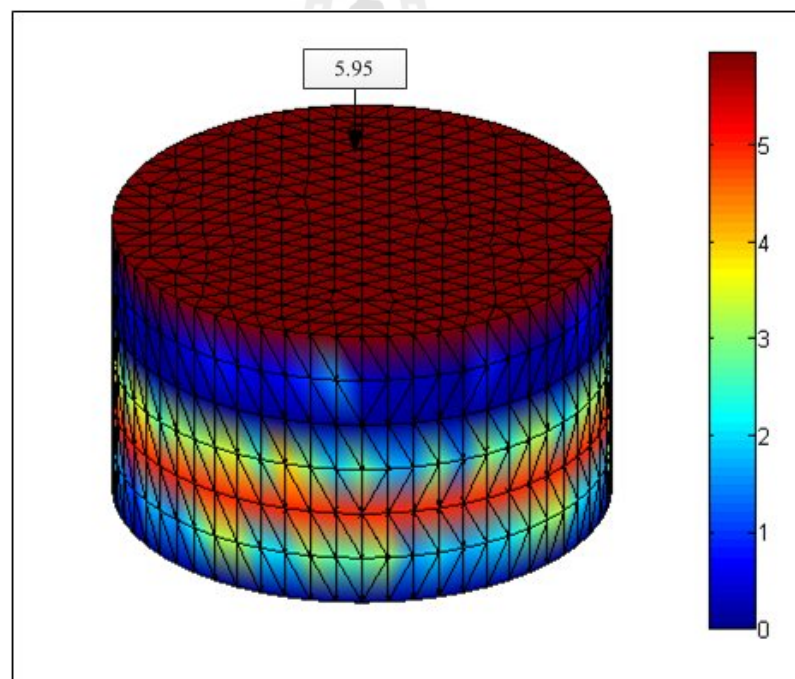


รูปที่ 6.14 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 70 kHz

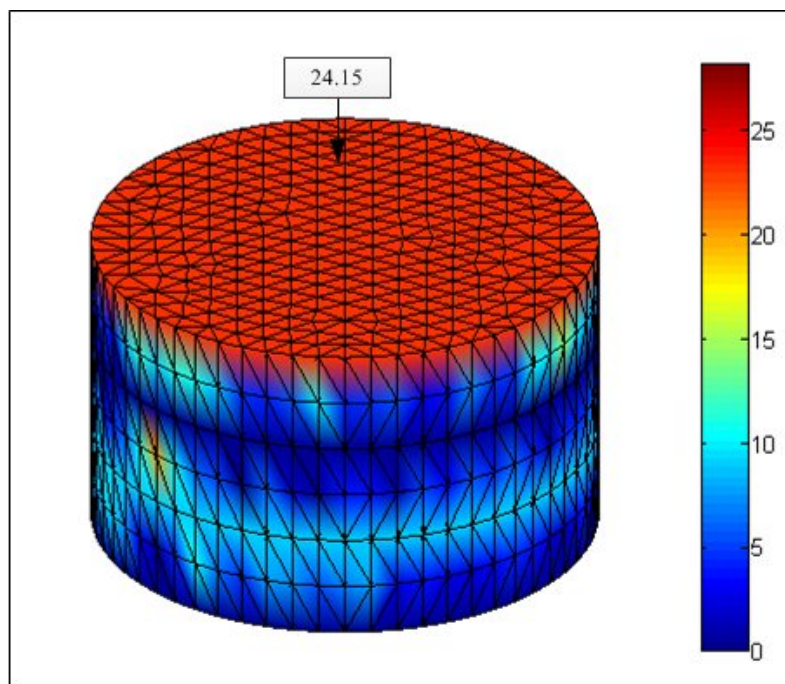


รูปที่ 6.15 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 75 kHz

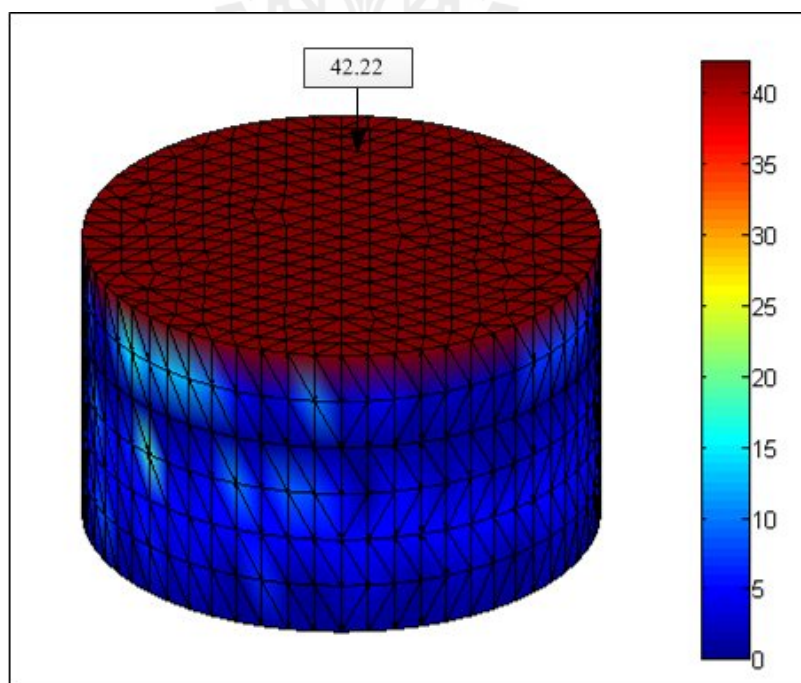
จากรูปที่ 6.10-6.15 เป็นรูปที่แสดงผลการจำลองการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ในช่วงความถี่ 50-75 kHz ซึ่งหลังจากผ่านกระบวนการคำนวณโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แล้ว ได้แสดงผลการจำลองในแบบ 3 มิติ ซึ่งจากรูปจะสังเกตเห็นได้ว่าลักษณะของการกระจัดเชิงกลมีการกระจายตัวที่คล้ายคลึงกัน โดยสิ่งที่แตกต่างกันคือระยะของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้น โดยที่ค่าระยะของการกระจัดเชิงกลจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ เมื่อเข้าไปใกล้ช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก และที่ความถี่ 65 kHz ค่าการกระจัดเชิงกลจะมีค่ามากที่สุดและจะลดลงตามลำดับเมื่อออกจากช่วงความถี่ธรรมชาติ ซึ่งการจำลองผลค่าการกระจัดเชิงกลนั้นสอดคล้องกับการจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าที่ได้แสดงไว้ข้างต้น ในลำดับต่อไปจะแสดงผลการจำลองของการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกกรณี PZT-2 ซึ่งจะทำการพิจารณาศึกษาหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบบโหมดการันตามแนวรัศมีในช่วงความถี่ 50-90 kHz ดังนี้



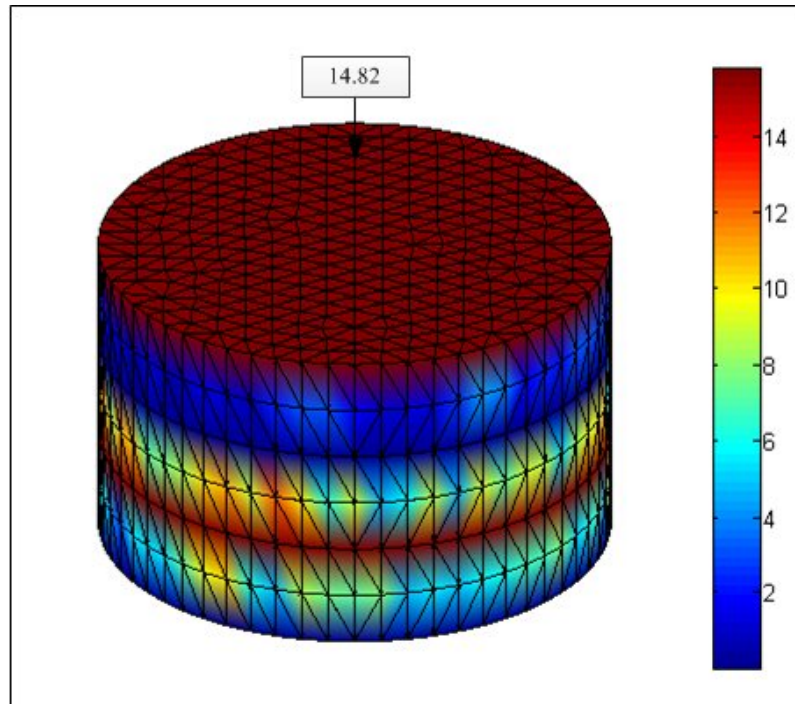
รูปที่ 6.16 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 50 kHz



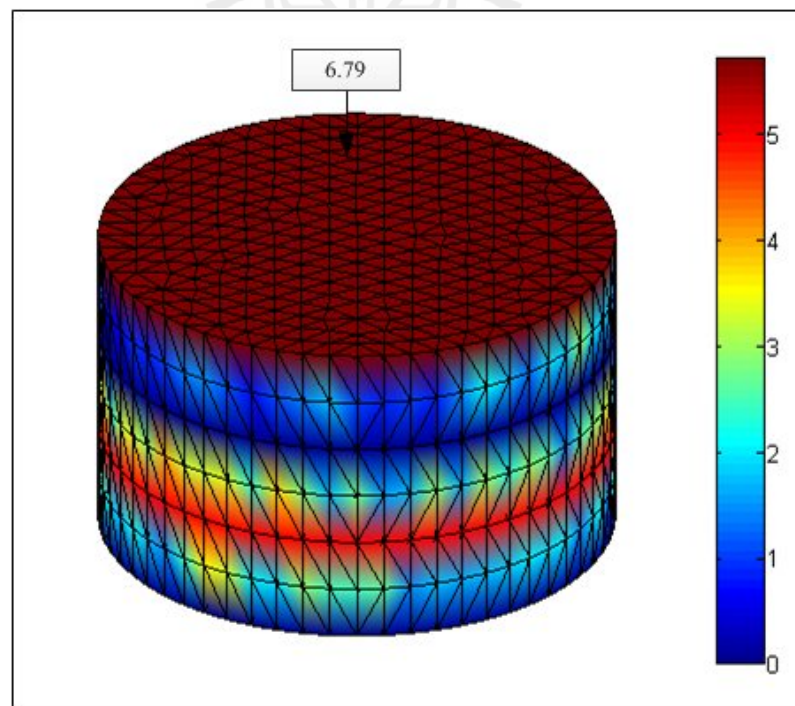
รูปที่ 6.17 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 60 kHz



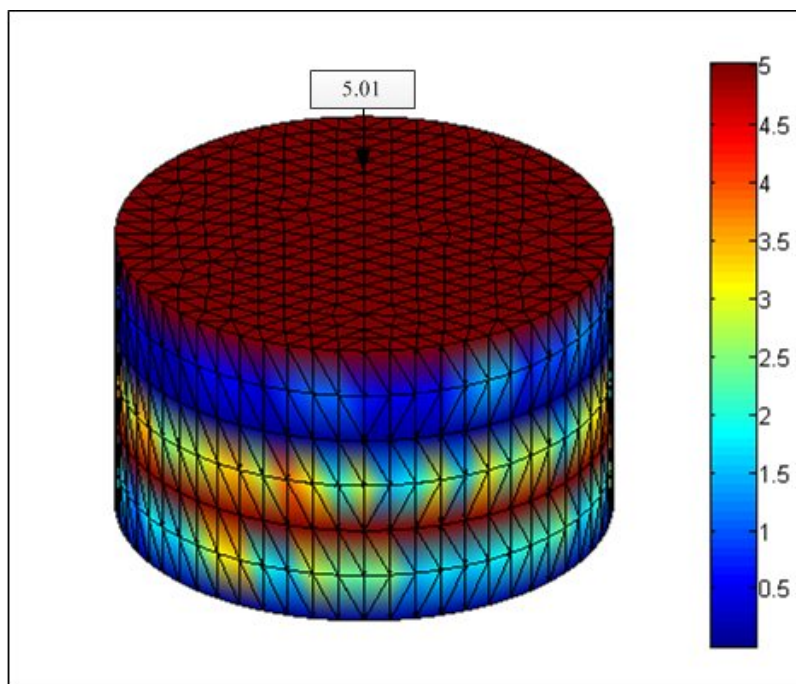
รูปที่ 6.18 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 70 kHz



รูปที่ 6.19 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 80 kHz



รูปที่ 6.20 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 85 kHz

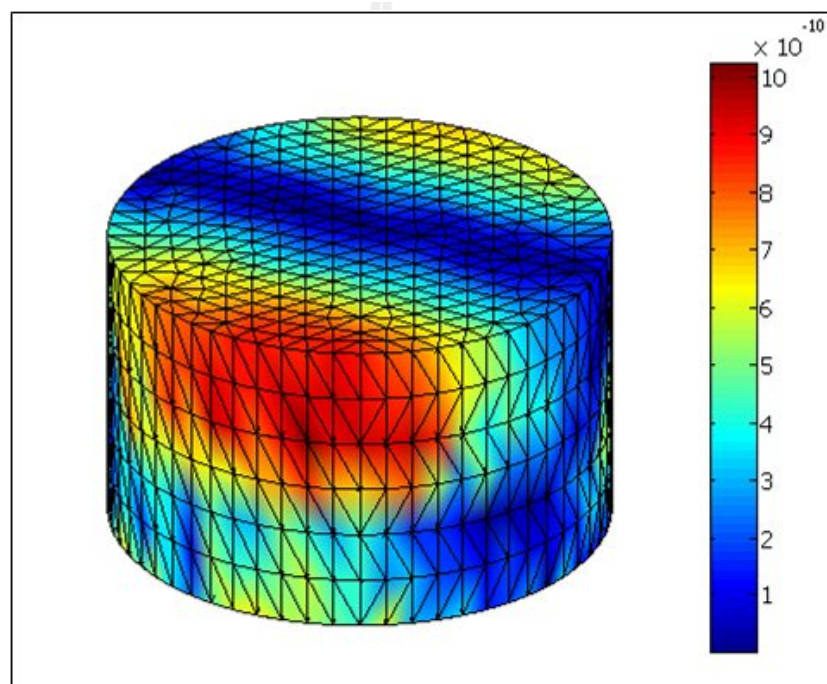


รูปที่ 6.21 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 90 kHz

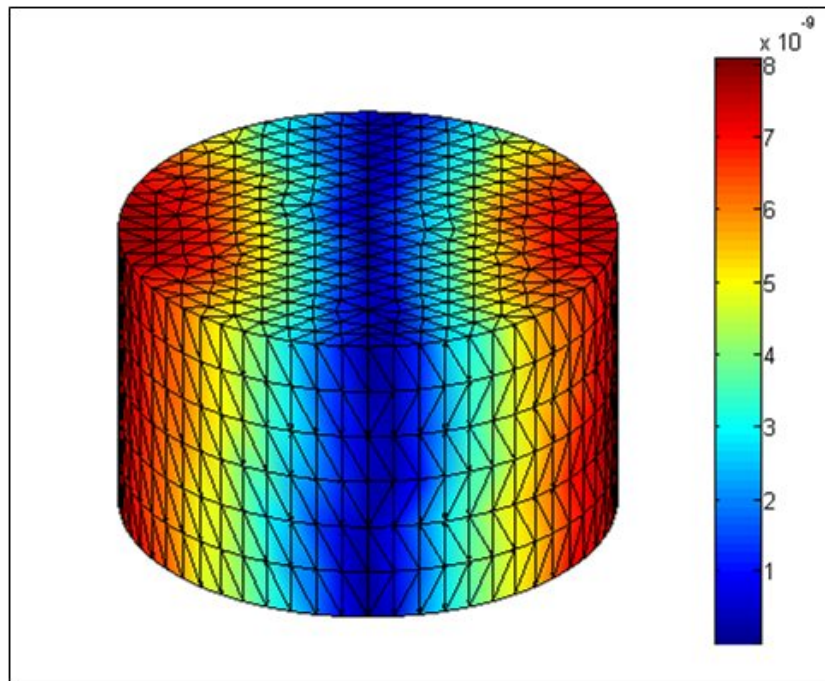
จากรูปที่ 6.16-6.21 kHz เป็นรูปที่แสดงผลการจำลองการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ในช่วงความถี่ 50-90 kHz เนื่องจากเป็นช่วงที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกมีการทำงาน รวมถึงเป็นช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก และยังเห็นการเปลี่ยนแปลงของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกได้ดี โดยรูปที่ 6.16 นั้นจะสังเกตเห็นว่าที่ความถี่ 50 kHz ซึ่งเป็นช่วงความถี่ที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกเริ่มทำงาน เนื่องจากเริ่มมีการเปลี่ยนแปลงค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกแต่เพียงเล็กน้อยเท่านั้น และที่ความถี่ 60 kHz ดังรูปที่ 6.17 จะสังเกตเห็นว่าลักษณะของรูปการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้านั้นมีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม และค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกมีค่าเพิ่มมากขึ้นจากเดิมอีกด้วย ซึ่งเป็นในช่วงความถี่ที่เข้าใกล้กับความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก ในรูปที่ 6.18 ที่ความถี่ 70 kHz สังเกตได้ว่าค่าแรงดันขาออกมีค่าเพิ่มขึ้นสูง และลักษณะรูปการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกนั้นมีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม และจากรูปที่ 6.19-6.21 แสดงที่ความถี่ 80-90 kHz สังเกตได้ว่าค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกนั้นมีค่าลดลงตามลำดับ และลักษณะรูปการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกนั้นมีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม อันเนื่องมาจากหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกมีการทำงานลดลง จึงส่งผลให้ค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกนั้นลดลงด้วยตามลำดับ ดังนั้นที่ค่าความถี่ 70 kHz เป็นช่วงความถี่ที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

ทำงานได้ดีที่สุดและเป็นช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ซึ่งผลการจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าของ PZT-2 มีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิม เป็นผลเนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นของจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 3 ซึ่งค่าศักย์ไฟฟ้าจะแปรผันโดยตรงกับจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

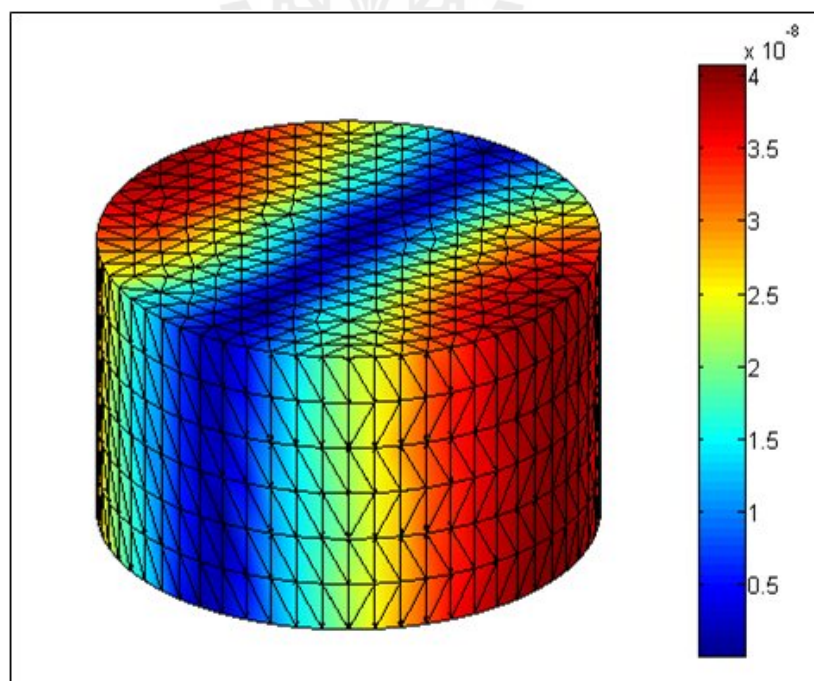
ในส่วนต่อไปจากนี้จะแสดงผลการจำลองการกระจายตัวของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกกรณี PZT-2 ที่ช่วงความถี่ 50-90 kHz เช่นเดียวกับค่าการกระจายตัวค่าศักย์ไฟฟ้า แสดงได้ดังนี้



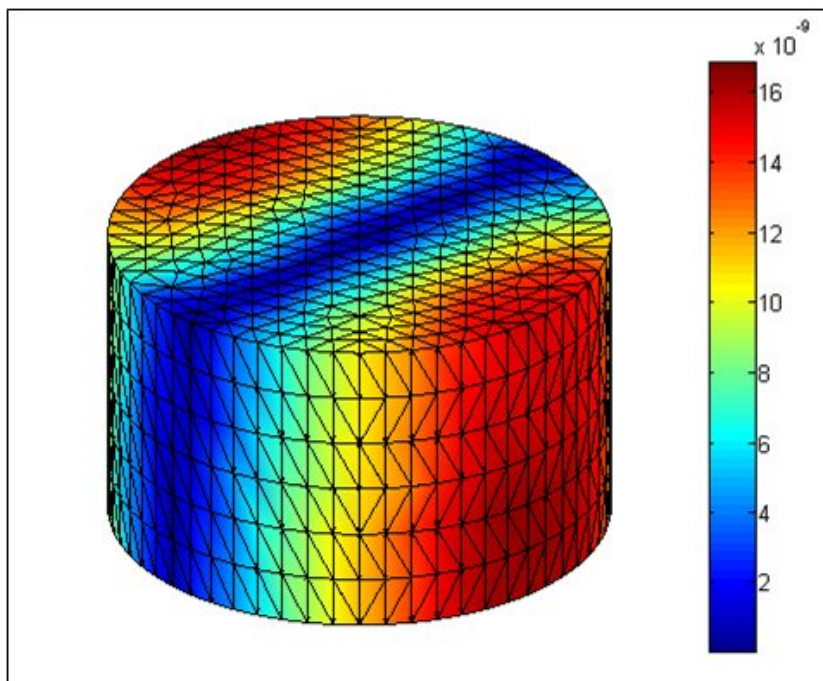
รูปที่ 6.22 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 50 kHz



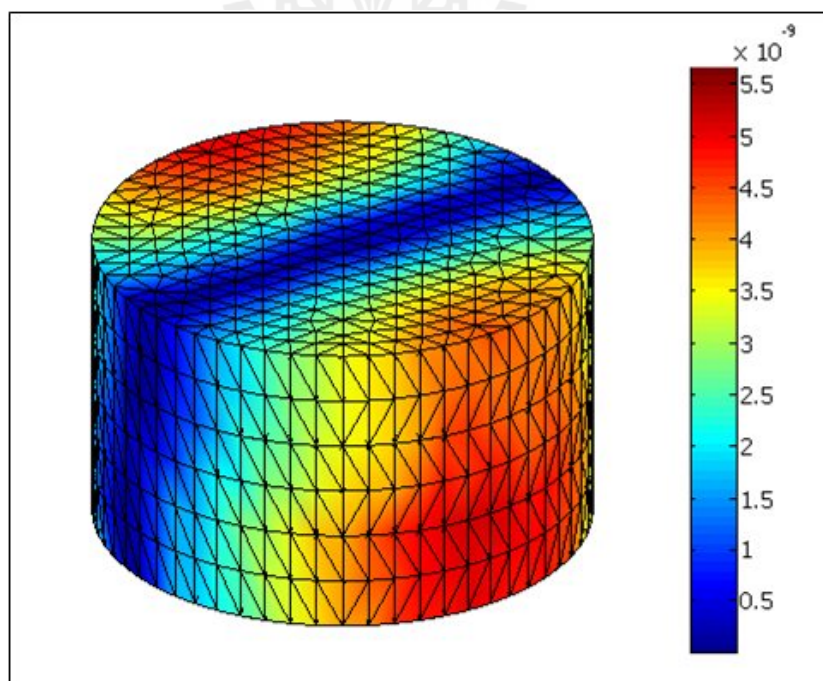
รูปที่ 6.23 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 60 kHz



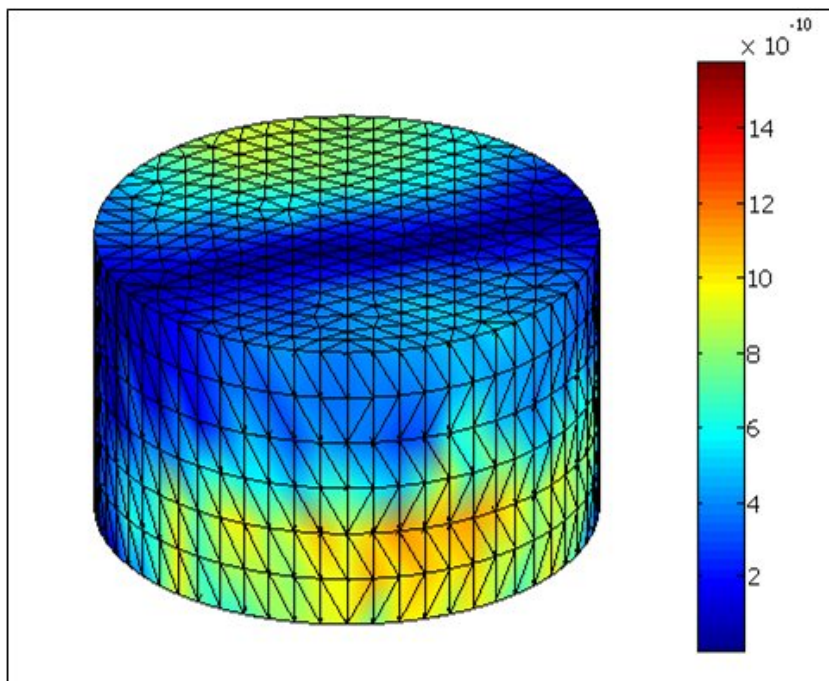
รูปที่ 6.24 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 70 kHz



รูปที่ 6.25 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 80 kHz



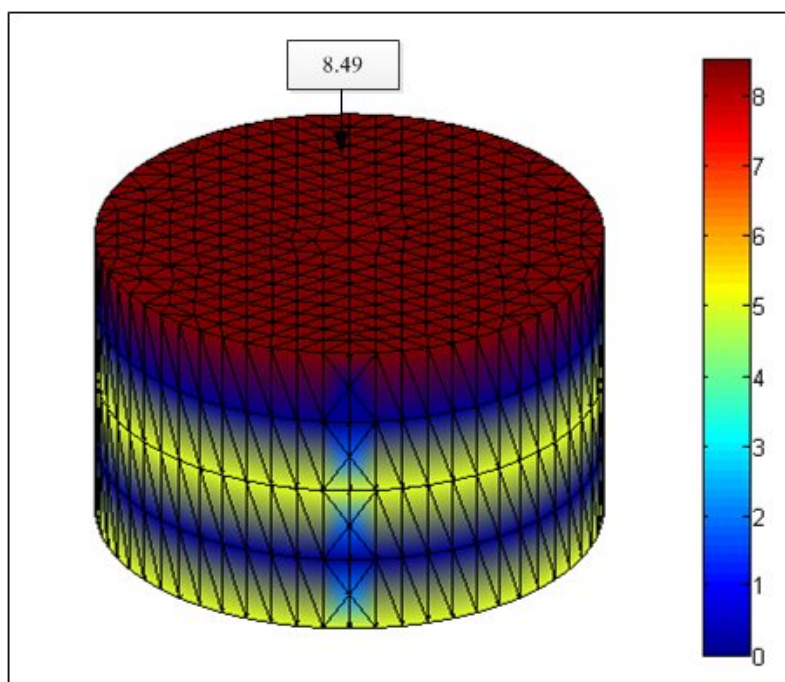
รูปที่ 6.26 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 85 kHz



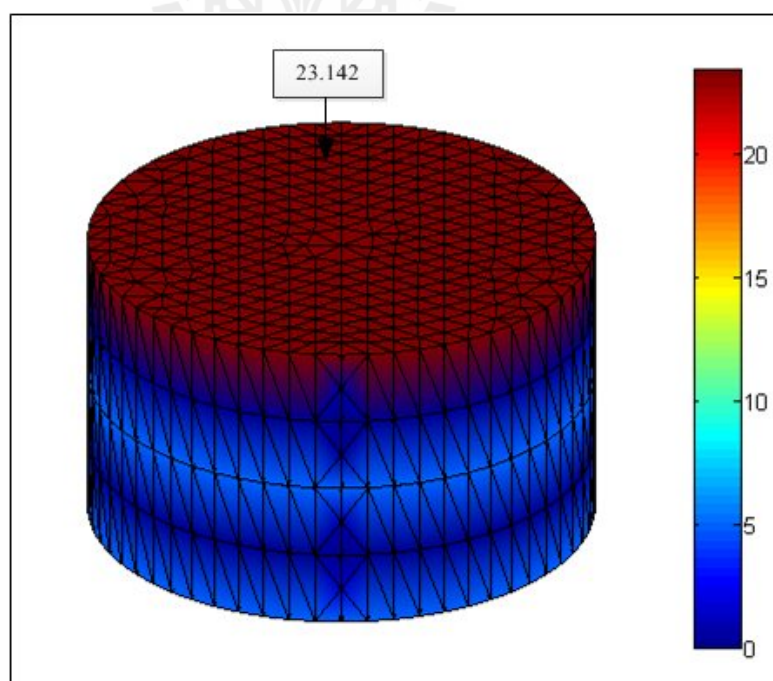
รูปที่ 6.27 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 90 kHz

จากรูปที่ 6.22-6.27 เป็นรูปที่แสดงผลการจำลองการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ในช่วงความถี่ 50-90 kHz ซึ่งหลังจากผ่านกระบวนการคำนวณโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แล้ว ได้แสดงผลการจำลองในรูปแบบ 3 มิติ ซึ่งจากรูปจะสังเกตเห็นได้ว่าลักษณะของการกระจัดเชิงกลมีการกระจายตัวที่คล้ายคลึงกันเช่นเดียวกับ PZT-1 โดยสิ่งที่แตกต่างกันคือระยะของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้น โดยที่ค่าระยะของการกระจัดเชิงกลจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ เมื่อเข้าใกล้ช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก และมีค่าลดลงเมื่อออกห่างช่วงความถี่ธรรมชาติ จะสังเกตเห็นได้ว่าเมื่อป้อนความถี่ให้กับหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแล้ว หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจะเกิดการสั่นสะเทือนซึ่งการสั่นสะเทือนนั้นอาจจะมีรูปร่างที่แน่นอนหรือไม่แน่นอน จึงมีผลทำให้รูปร่างการกระจายของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นในช่วงที่ไม่เป็นความถี่ธรรมชาตินั้นมีรูปร่างที่ต่างกันไป

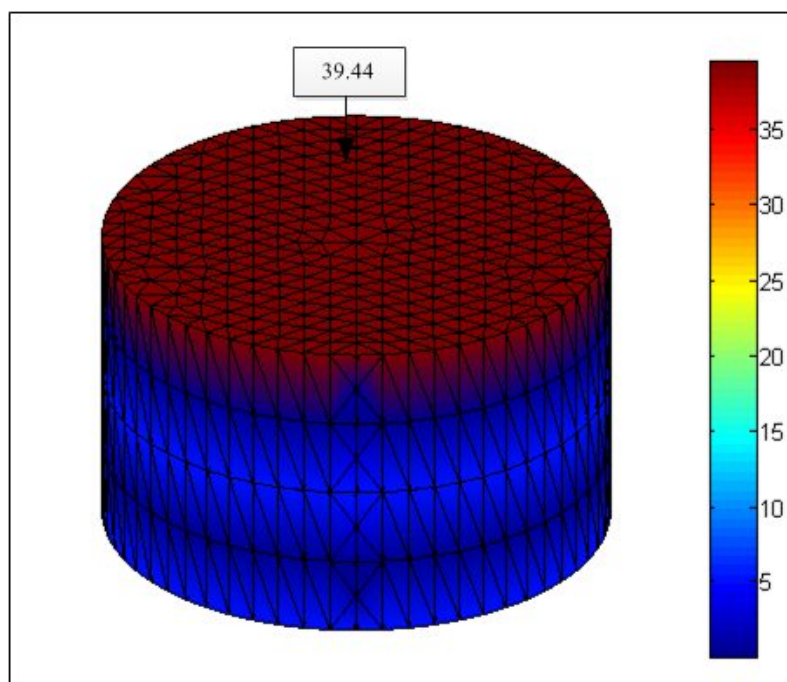
ในลำดับต่อไปจะแสดงผลการจำลองของการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกกรณี PZT-3 ซึ่งจะทำให้การพิจารณาศึกษาหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบนโหมมการสั่นตามแนวรัศมีในช่วงความถี่ 55-90 kHz ดังนี้



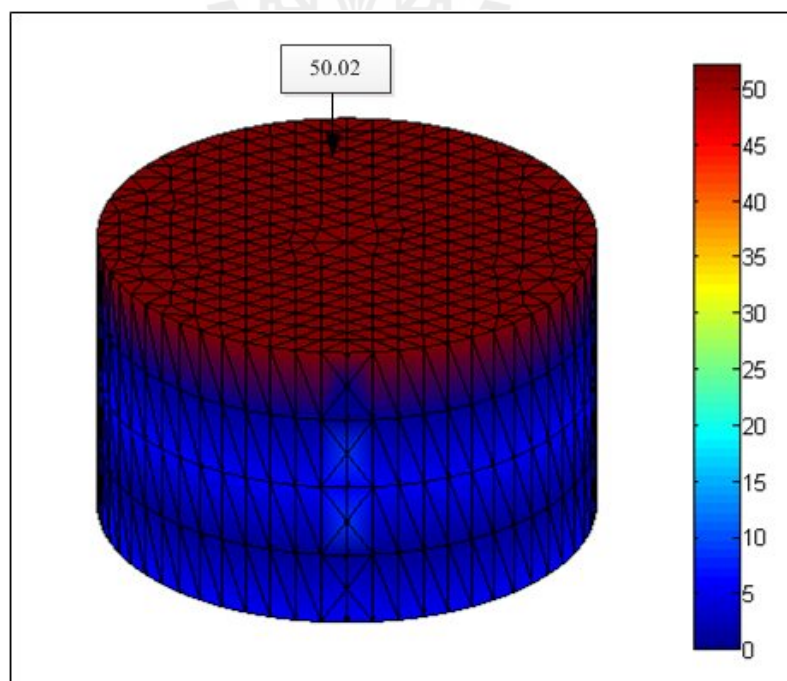
รูปที่ 6.28 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 55 kHz



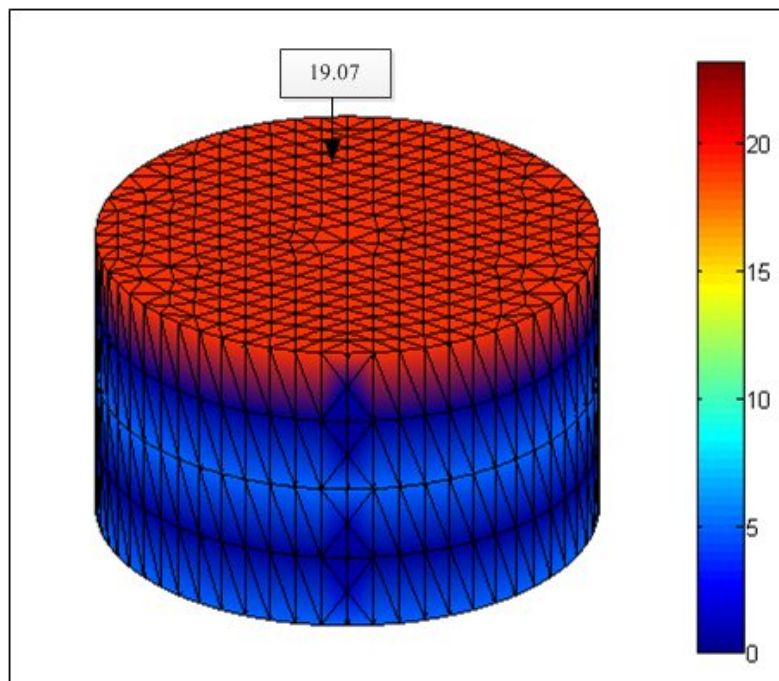
รูปที่ 6.29 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 65 kHz



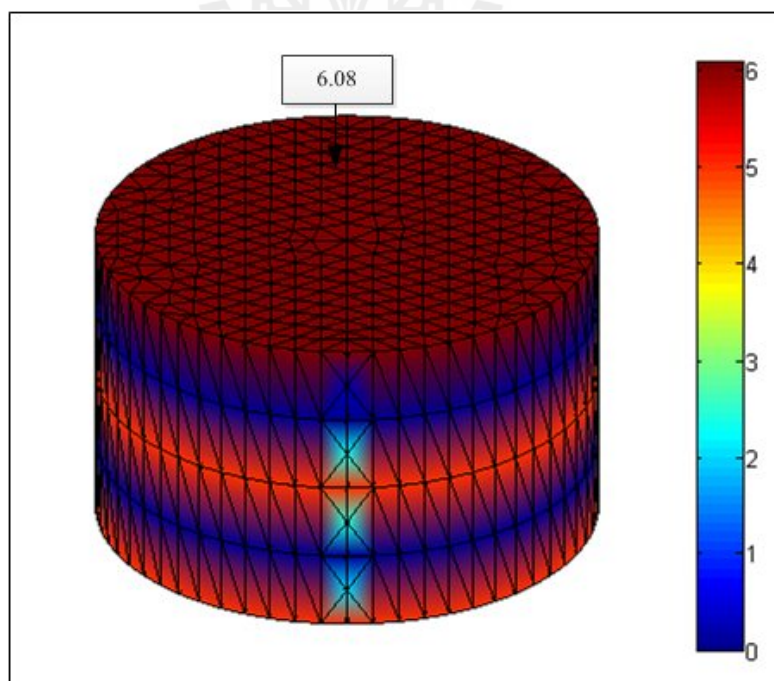
รูปที่ 6.30 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 70 kHz



รูปที่ 6.31 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 73 kHz



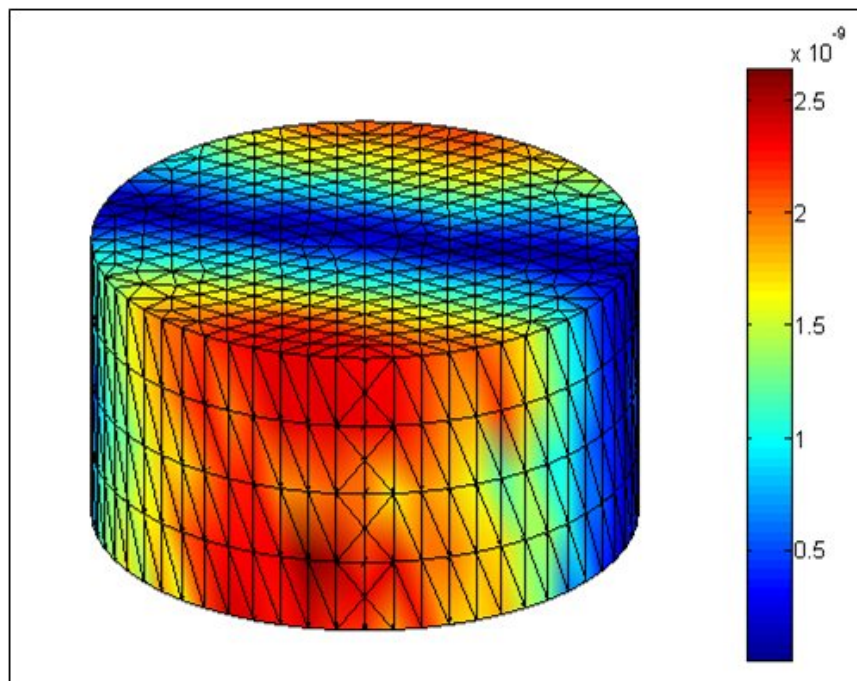
รูปที่ 6.32 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 85 kHz



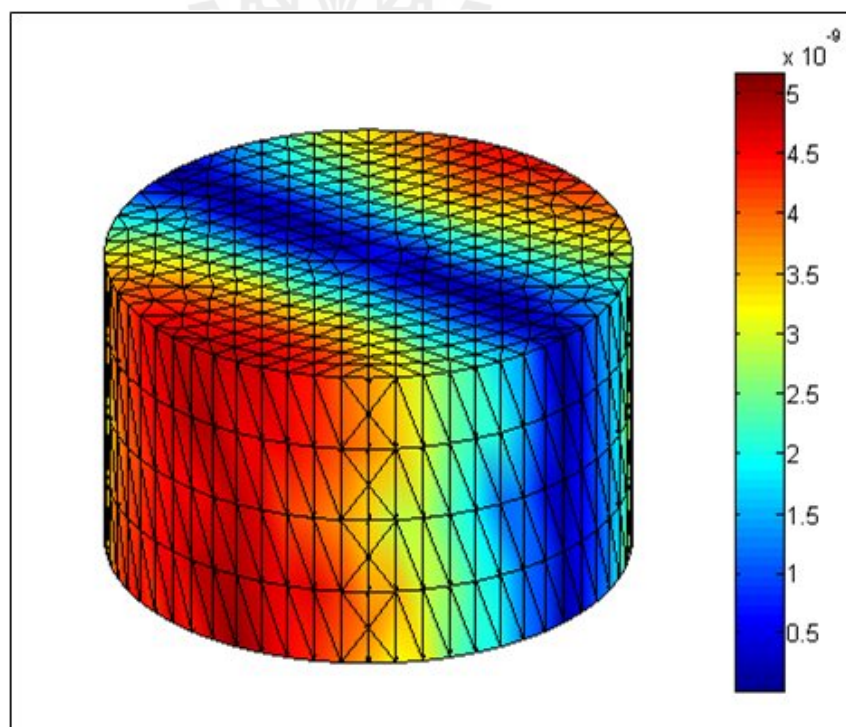
รูปที่ 6.33 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 90 kHz

จากรูปที่ 6.28-6.33 kHz เป็นรูปที่แสดงผลการจำลองการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ในช่วงความถี่ 55-90 kHz เนื่องจากเป็นช่วงที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกมีการทำงาน รวมถึงเป็นช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก จากรูปที่ 6.28 ที่ความถี่ 55 kHz จะสังเกตเห็นว่าค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกนั้นเริ่มมีการเปลี่ยนแปลงจากเดิม (แรงดันไฟฟ้าขาเข้าเท่ากับ 5 V) ซึ่งเป็นช่วงความถี่ที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกเริ่มมีการทำงาน และที่ช่วงความถี่ต่อไปคือ 65-70 kHz แสดงดังรูปที่ 6.29-6.30 จะสังเกตเห็นว่าค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกนั้นมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ และลักษณะรูปการกระจายตัวมีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม อันเนื่องมาจากเป็นช่วงความถี่ที่เข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก และที่ความถี่ 73 kHz แสดงดังรูป 6.31 จะเห็นได้ว่าค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกนั้นมีค่าเท่ากับ 50.02 V ซึ่งในช่วงความถี่นี้เป็นช่วงที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทำงานได้ดี และเป็นช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก โดยที่ความถี่ต่อไปคือที่ความถี่ 85-90 kHz แสดงดังรูปที่ 6.32-6.33 ค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกนั้นมีค่าที่ลดลง อันนั้นเนื่องมาจากเป็นช่วงความถี่ที่ออกจากความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจึงส่งผลให้มีการทำงานลดลง และค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกนั้นลดลงด้วยตามลำดับ

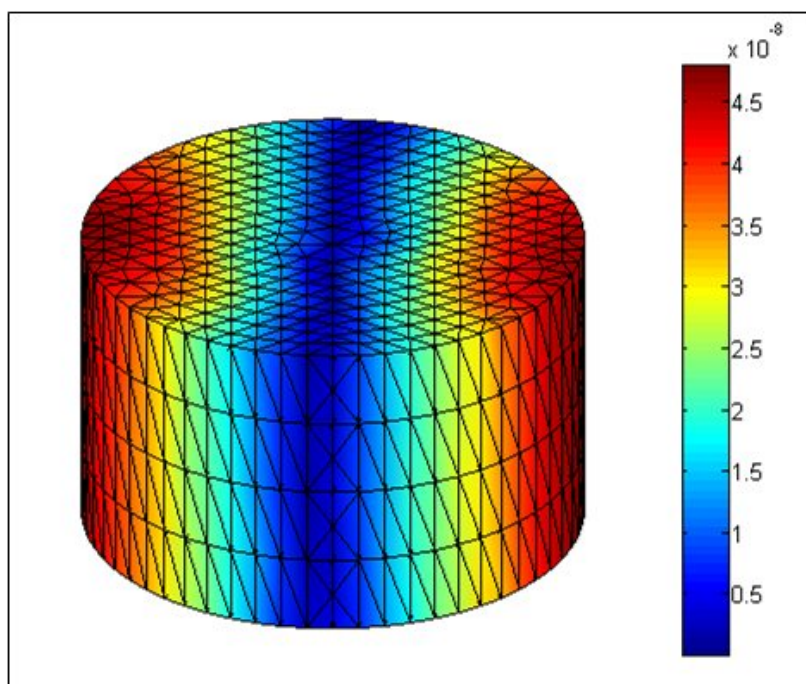
ในส่วนต่อไปจากนี้จะแสดงผลการจำลองการกระจายตัวของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ช่วงความถี่ 55-90 kHz เช่นเดียวกับค่าการกระจายตัวค่าศักย์ไฟฟ้า แสดงได้ดังนี้



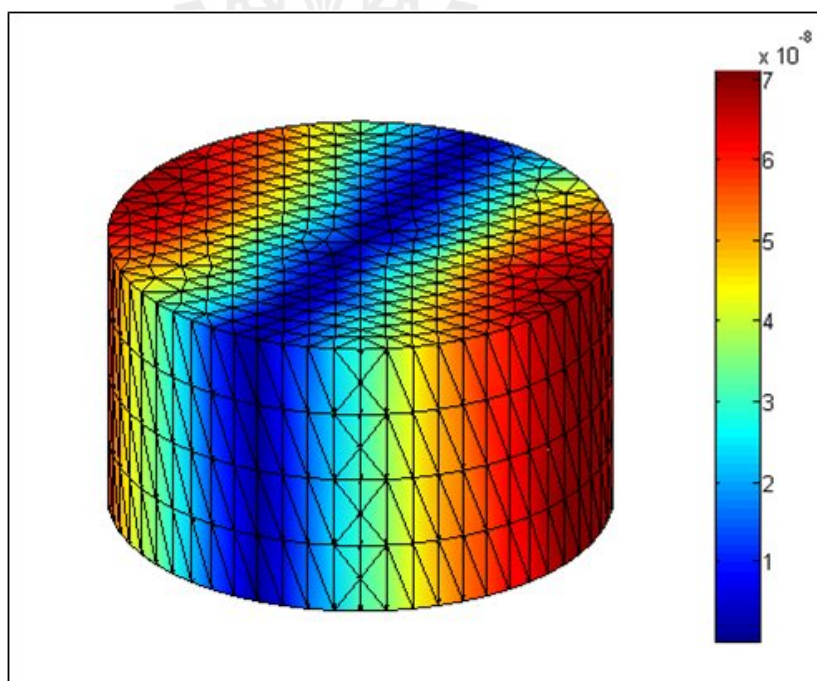
รูปที่ 6.34 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 55 kHz



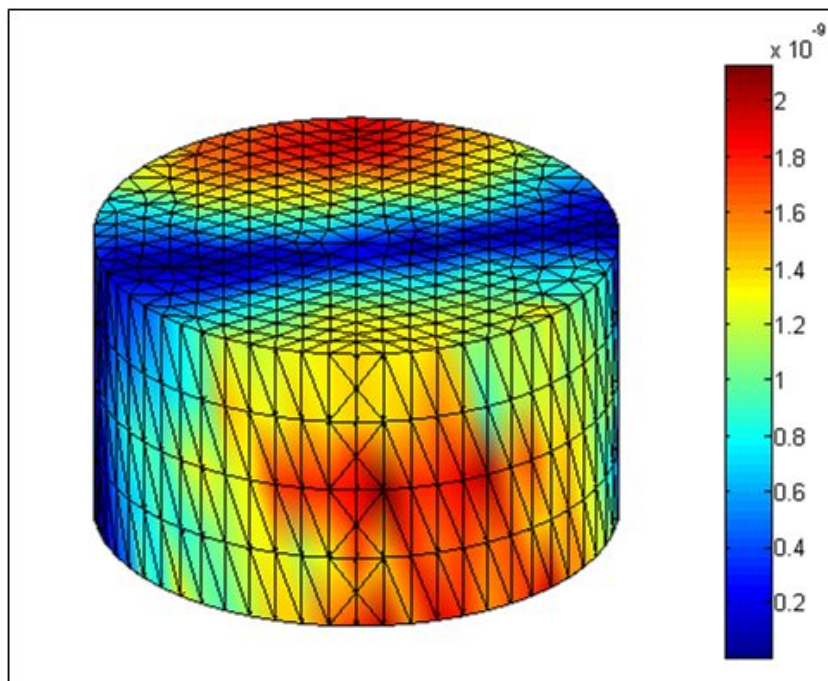
รูปที่ 6.35 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 65 kHz



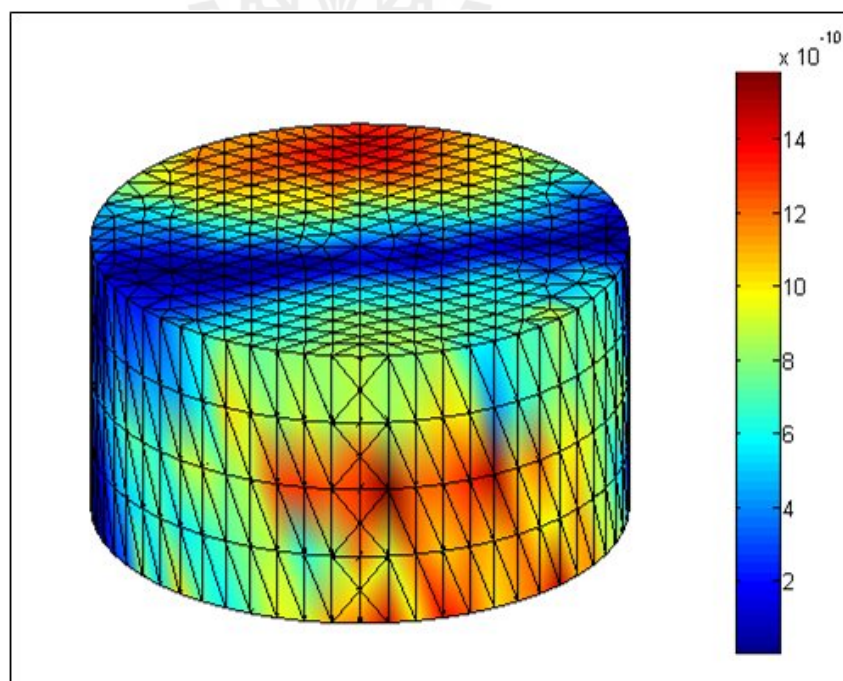
รูปที่ 6.36 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 70 kHz



รูปที่ 6.37 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 73 kHz



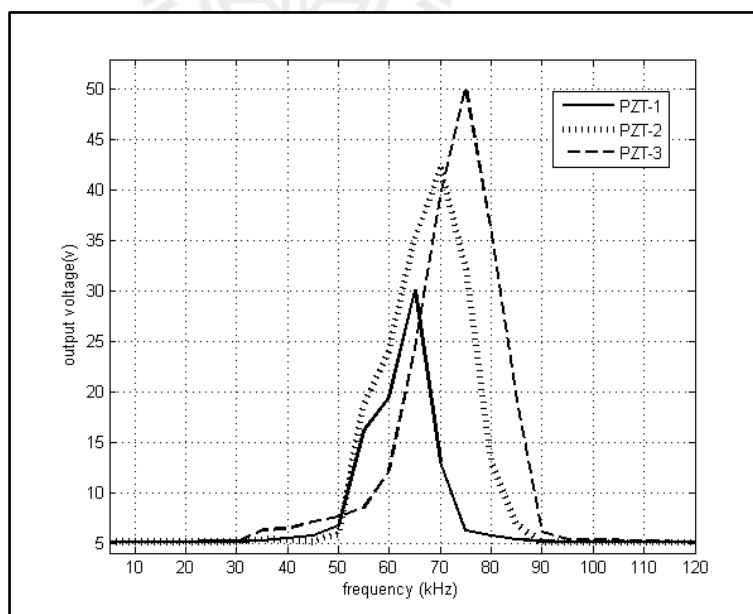
รูปที่ 6.38 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 85 kHz



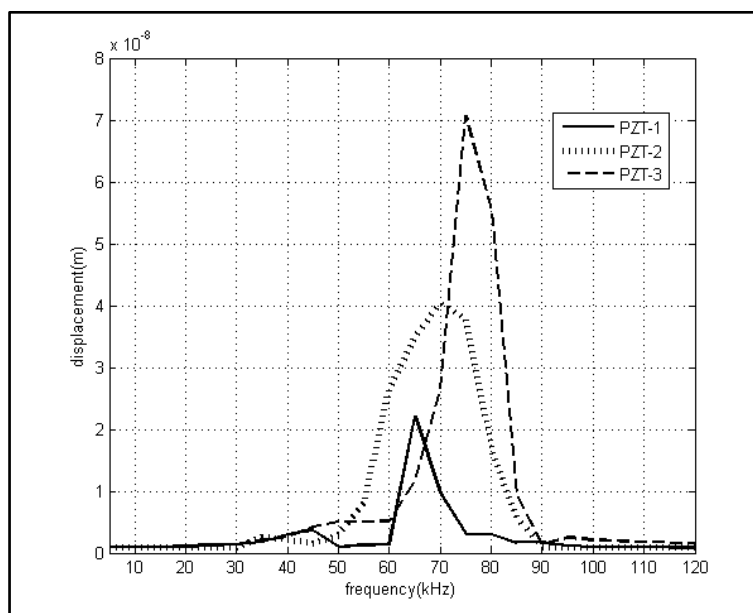
รูปที่ 6.39 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 90 kHz

จากรูปที่ 6.34-6.39 เป็นรูปที่แสดงผลการจำลองการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ในช่วงความถี่ 55-90 kHz ซึ่งหลังจากผ่านกระบวนการคำนวณโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แล้ว ได้แสดงผลการจำลองในรูปแบบ 3 มิติ ซึ่งจากรูปจะสังเกตเห็นได้ว่าลักษณะของการกระจัดเชิงกลมีการกระจายตัวที่คล้ายคลึงกันเช่นเดียวกับ PZT-1 และ PZT-2 โดยสิ่งที่แตกต่างกันคือระยะของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้น โดยที่ค่าระยะของการกระจัดเชิงกลจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ เมื่อเข้าใกล้ช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก และมีค่าลดลงเมื่อออกห่างช่วงความถี่ธรรมชาติ

จากผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณีนั้นสังเกตเห็นได้ว่าลักษณะรูปร่างการกระจายตัวนั้นมีลักษณะที่คล้ายคลึงกัน จะต่างกันที่ขนาดของค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลเท่านั้น คือเมื่อมีการเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกในแต่ละกรณี ค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลก็จะเพิ่มขึ้นตามด้วยเช่นกัน ซึ่งจากผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี สามารถนำค่าที่ได้ขึ้นมาแสดงผลเพื่อเปรียบเทียบในลักษณะกราฟเชิงเส้นของค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแสดงได้ดังรูปที่ 6.40 และ 6.41 ตามลำดับ ดังนี้



รูปที่ 6.40 ค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก
เมื่อพิจารณาจำนวนชั้นในแต่ละกรณี



รูปที่ 6.41 การกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี
เมื่อพิจารณาจำนวนชั้นในแต่ละกรณี

จากรูปที่ 6.40 และ 6.41 แสดงค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี สังเกตได้ว่าค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลมีความสอดคล้องกัน กล่าวคือ เมื่อมีการเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงมากขึ้นในแต่ละกรณี ค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลก็จะเพิ่มขึ้นตามด้วยเช่นกัน และเมื่อถึงที่ความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแล้ว ค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลจะมีค่าสูงที่สุด คือช่วงที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทำงานได้ดีที่สุด และหลังจากผ่านช่วงความถี่ธรรมชาติไปแล้วค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลจะมีค่าลดลงตามลำดับ

6.4 สรุป

บทที่ 6 นี้ได้ศึกษาเปรียบเทียบการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟออโซอิเล็กทรอนิกส์ชนิดวงแหวนแบบหลายชั้น สำหรับการจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ประยุกต์ใช้วิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB โดยผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองผลแสดงให้เห็นว่าในช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไฟออโซอิเล็กทรอนิกส์นั้น จะส่งผลให้เกิดค่าศักย์ไฟฟ้าและเกิดระยะการกระจัดเชิงกลมีค่ามากที่สุด และจากผลการจำลองเมื่อทำการเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงไฟออโซอิเล็กทรอนิกส์มากขึ้น จะส่งผลให้ค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลเพิ่มขึ้นด้วย



บทที่ 7

ผลการจำลองค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโวลต์โวลต์แบบหลายชั้น พร้อมขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงเพื่อทดสอบ

7.1 บทนำ

ในบทที่ 6 เป็นการอธิบายถึง โปรแกรมจำลองผลพร้อมผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการ กระจัดเชิงกลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิ ของหม้อแปลงไฟโวลต์โวลต์แบบหลายชั้น ดังนั้นสำหรับบทที่ 7 เป็นการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโวลต์โวลต์แบบหลายชั้น โดยมีแหล่งกำเนิดความร้อน (heat source) ในสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equation : PDE) ของปัญหาความร้อนนั้นมีผลมาจากค่าสนามไฟฟ้า สำหรับการคำนวณอุณหภูมิใน บทนี้จะใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาในสถานะชั่วคราว ซึ่งขั้นตอน และวิธีการจะมีความคล้ายคลึงกันกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้คำนวณศักย์ไฟฟ้า และการกระจัดเชิงกลในบทที่ 4 ที่ผ่านมา ซึ่งโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐาน ของ MATLAB เช่นเดียวกัน และในบทที่ 7 นี้ จะกล่าวถึงขั้นตอน และวิธีการสร้างหม้อแปลง ไฟโวลต์โวลต์ เพื่อนำมาทดสอบ และนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลการจำลองด้วยโปรแกรมที่ พัฒนาขึ้นเอง

7.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

การคำนวณค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโวลต์โวลต์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่จะได้กล่าวถึง ต่อไปนี้ งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรม Solidworks เพื่อนำข้อมูลของ จุดต่อและอีลีเมนต์มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLAB ที่ประดิษฐ์ขึ้นเองจากผู้ทำการวิจัย ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เลือกใช้ จะเป็นการวิเคราะห์ปัญหาความร้อนในสถานะชั่วคราว แบบ 3 มิติ ซึ่งอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลได้ดังนี้

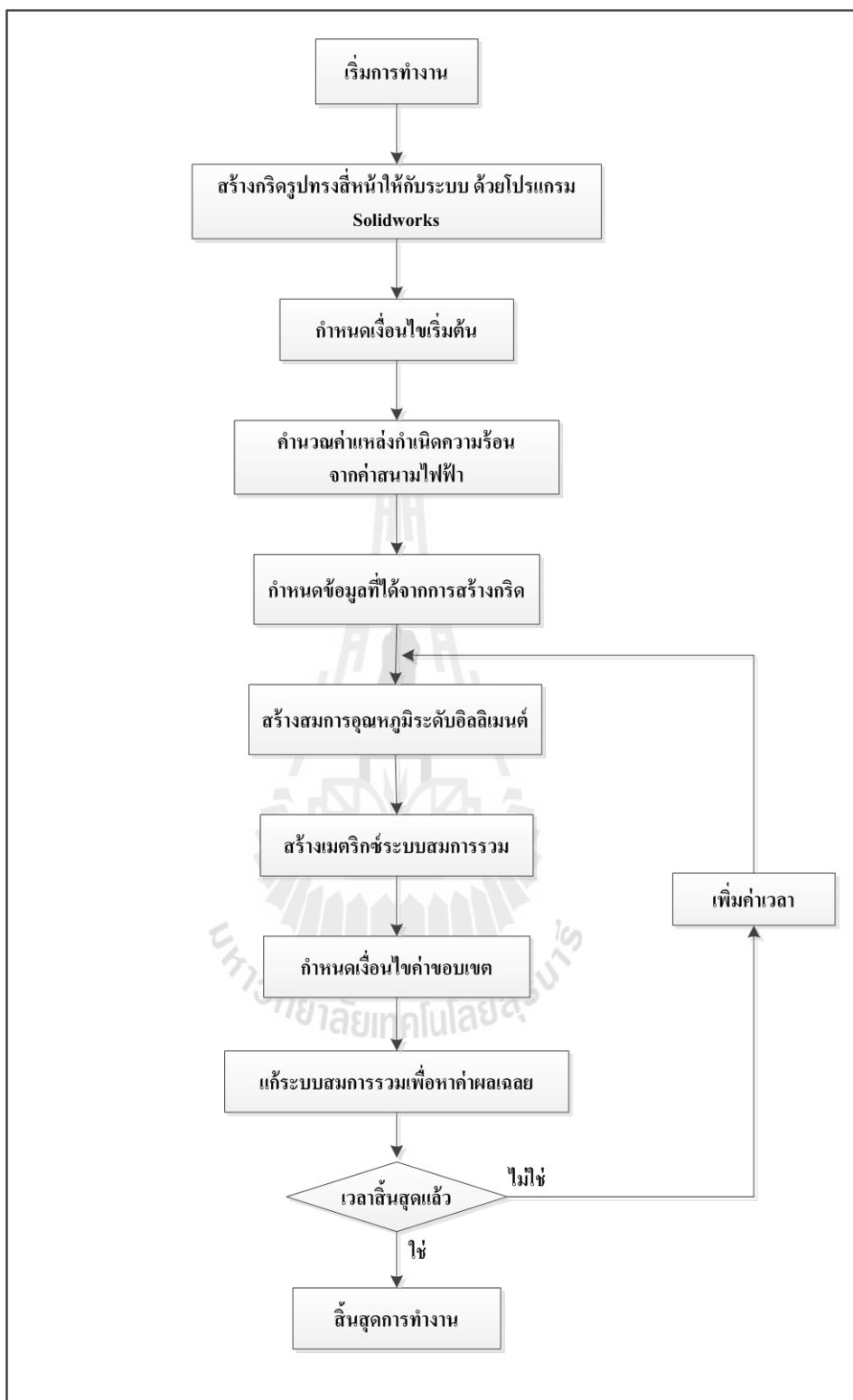
7.2.1 โปรแกรมการสร้างกริด

โปรแกรมการสร้างกริดในงานวิจัยในบทนี้ จะใช้การสร้างกริดจากโปรแกรม Solidworks โดยสามารถเลือกความละเอียดของกริดให้เหมาะสมกับระบบ จากนั้นนำข้อมูลจากการสร้างกริดที่จำเป็นมาพัฒนาเป็นโปรแกรมไฟไนท์อิลลิเมนต์ต่อไป ข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด ได้แก่ ข้อมูลของระยะพิคคในแนวแกน x , y และ z ข้อมูลบอกหมายเลขจุดต่อ ข้อมูลบอกหมายเลขอิลลิเมนต์ ข้อมูลบอกหมายเลขที่แบ่งชนิดวัสดุในระบบ ข้อมูลบอกหมายเลขของขอบเขตชิ้นงานเพื่อกำหนดเงื่อนไขขอบเขต ส่วนขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์อื่น ๆ อันได้แก่ การสร้างสมการอิลลิเมนต์ การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต และการแก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยนั้น จะทำการพัฒนาด้วยโปรแกรม MATLAB ที่ประดิษฐ์ขึ้นเองจากผู้ทำการวิจัยเพื่อจำลองผลต่อไป

ซึ่งการจำลองผลค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกนั้น ได้ใช้ปริมาตรตลอดตัวหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกเช่นเดียวกับการจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลเช่นเดียวกับการแบ่งปริมาตรในหัวข้อที่ 6.2.1

7.2.2 โปรแกรมจำลองผลค่าอุณหภูมิ

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าอุณหภูมิภายในหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริก ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยวิเคราะห์ปัญหาในรูปแบบปัญหาความร้อนแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วคราว โดยข้อมูลที่จำเป็นในการประดิษฐ์โปรแกรมนั้นได้มาจากในหัวข้อ 7.2.1 ที่อธิบายไว้ก่อนหน้านั้น โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิแบบ 3 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 7.1 ดังนี้



รูปที่ 7.1 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิในหม้อแปลง
ไฟโอโซอิลเล็กทรักด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ

จากแผนภูมิในรูปที่ 7.1 ซึ่งแสดงโครงสร้าง โปรแกรมการจำลองผลทางปัญหา ความร้อนในสถานะชั่วคราว เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมอย่างชัดเจนในแต่ละ ขั้นตอนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดและหน้าที่ต่างๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้น จะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของจุดต่อและอิลลิเมนต์จากโปรแกรม Solidworks ซึ่ง รายละเอียดของข้อมูลจะได้เช่นเดียวกับการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์ทุกประการ

ขั้นตอนการกำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้น : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะกำหนดว่าอุณหภูมิ เริ่มต้น $T(t=0) = 25^{\circ}\text{C}$ สำหรับการคำนวณในรอบแรก ส่วนการคำนวณรอบเวลาถัดไปจะใช้ค่าตอบ จากรอบที่ผ่านมาเป็นเงื่อนไขเริ่มต้นทั้งนี้การรู้เข้าหาค่าตอบที่ถูกต้องและจำนวนรอบเวลาดำเนินการคำนวณจะขึ้นอยู่กับเวลาที่หม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกอยู่ในสภาวะจ่ายโหลดจนกระทั่ง ความร้อนของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกคงที่

ขั้นตอนการคำนวณค่าแหล่งกำเนิดความร้อน : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะนำค่า ศักย์ไฟฟ้าที่แปลงมาเป็นค่าสนามไฟฟ้ามาคำนวณเป็นค่าแหล่งกำเนิดความร้อน ซึ่งค่าแหล่งกำเนิดความร้อนนี้จะถูกนำไปใช้เป็นโหลดความร้อนสำหรับการคำนวณด้วย ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์

ขั้นตอนการสร้างสมการอุณหภูมิในระดับอิลลิเมนต์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้าง สมการอิลลิเมนต์เมทริกซ์ในรูปแบบของรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ ของทุกๆอิลลิเมนต์ ภายในระบบมีชิ้นงานที่มีคุณสมบัติทางความร้อนดังนี้ ค่าความร้อนจำเพาะ (c) เท่ากับ $420 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$ ค่าความหนาแน่นมวล (ρ) เท่ากับ $7,600 \text{ kg/m}^3$ ค่าสัมประสิทธิ์การ นำความร้อน (k) เท่ากับ $1.5 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ และสัมประสิทธิ์การพาความร้อน (h) เท่ากับ $25 \text{ W/m}^2\text{C}$ โดยการสร้างสมการอิลลิเมนต์เมทริกซ์ของแต่ละอิลลิเมนต์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางความร้อนของวัตถุที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลลิเมนต์นั้นๆด้วย

ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่รวม สมการของอิลลิเมนต์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมดังแสดงรายละเอียดอยู่ใน หัวข้อที่ 3.4 ของบทที่ 3 ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลลิเมนต์ทั้งหมด n จุดต่อจะ ก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการทั้งสิ้น n สมการ

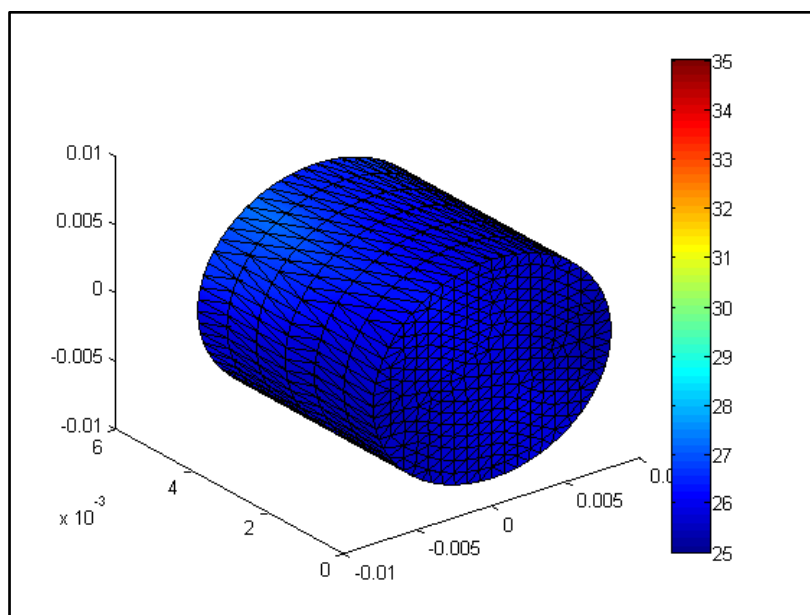
ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตแบบ 3 มิติ เป็นการพาความร้อนสู่อุณหภูมิสภาพแวดล้อมภายนอกที่บริเวณรอบของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกทุกด้าน

ขั้นตอนการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิ (T) ที่ประจำจุดต่อโดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

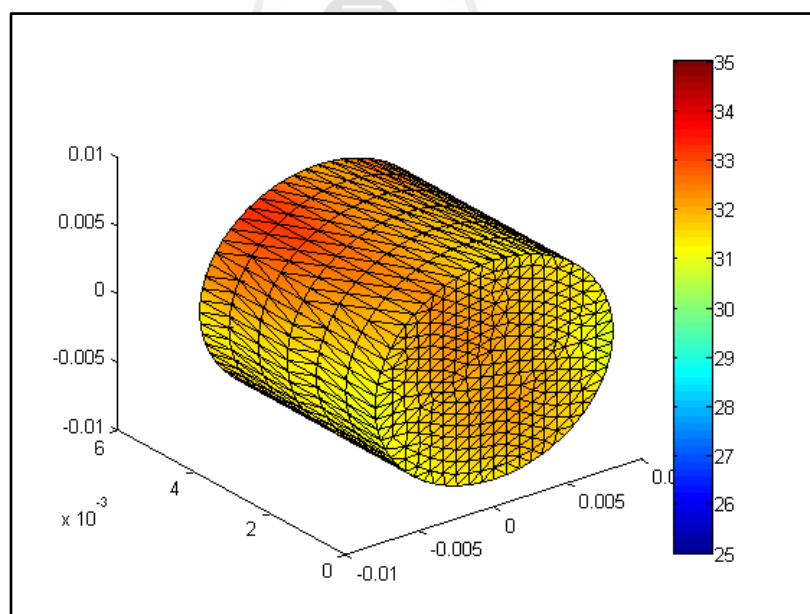
เนื่องจากปัญหาความร้อนนี้แปรผันตามเวลา การทำงานของโปรแกรมจะวนรอบจนกระทั่งสิ้นสุดรอบเวลาที่กำหนด

7.3 ผลการจำลองค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น

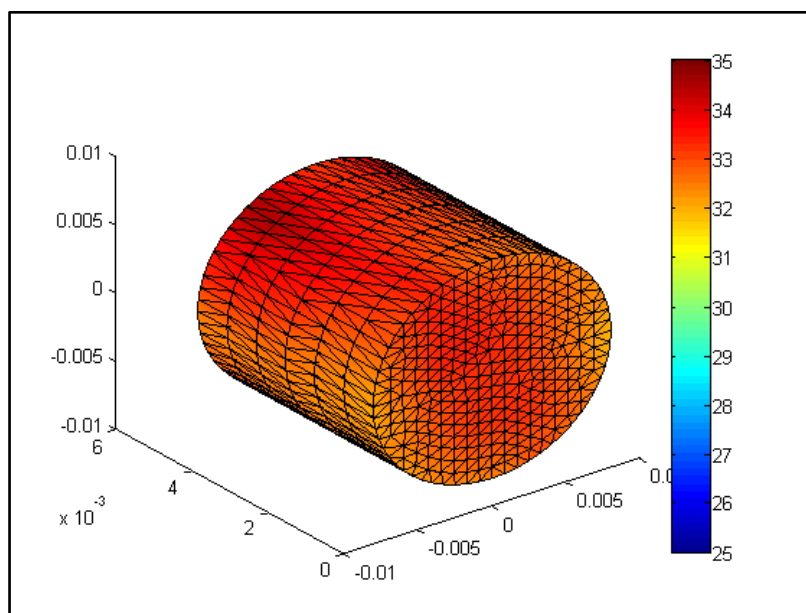
สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลอง โดยการจำลองผลนั้นจะจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ซึ่งได้ใช้โปรแกรม MATLAB ในการพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับคำนวณค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้นด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบ 3 มิติ พร้อมแสดงผลทางกราฟิกการกระจายตัวของค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้น โดยการจำลองค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้นนั้นจะจำลองแบบกระจายตัวตลอดปริมาตรที่ทำการศึกษา โดยจะแบ่งเป็น 3 กรณี เช่นเดียวกับการจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลในบทที่ 6 ซึ่งในกรณี PZT-1 จะพิจารณาศึกษาหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบนโหมคการสันตามแนวรัศมีที่ความถี่ธรรมชาติคือ 65 kHz เช่นเดียวกับกรณี PZT-2 และ PZT-3 จะพิจารณาศึกษาหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบนโหมคการสันตามแนวรัศมีที่ความถี่ธรรมชาติคือ 70 kHz และ 73 kHz ตามลำดับ และเพื่อให้เห็นถึงลักษณะของการกระจายค่าอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปตลอดทั่วทั้งปริมาตร โดยจะแสดงผลในแบบ 3 มิติ ซึ่งจะแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกกรณี PZT-1 , PZT-2 และ PZT-3 ตามลำดับ ซึ่งแสดงได้ดังต่อไปนี้



ก) ที่เวลา 10 นาที

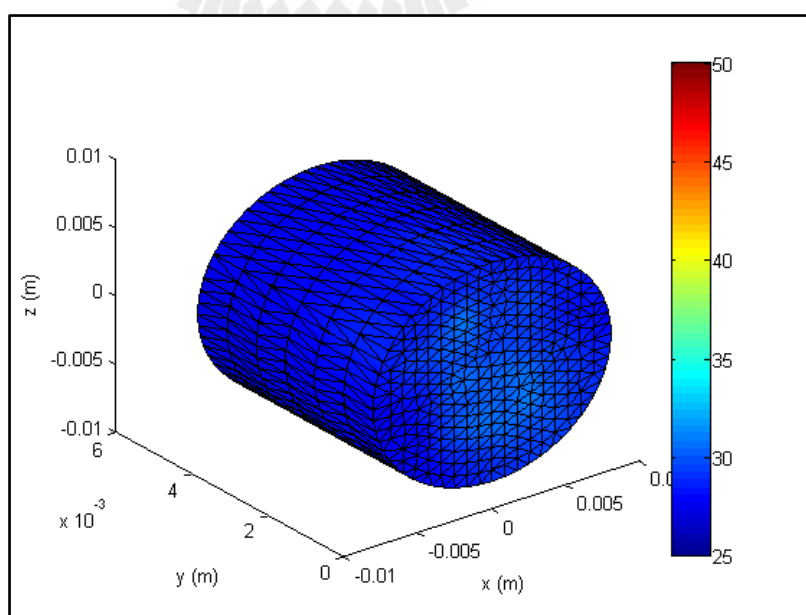


ข) ที่เวลา 40 นาที

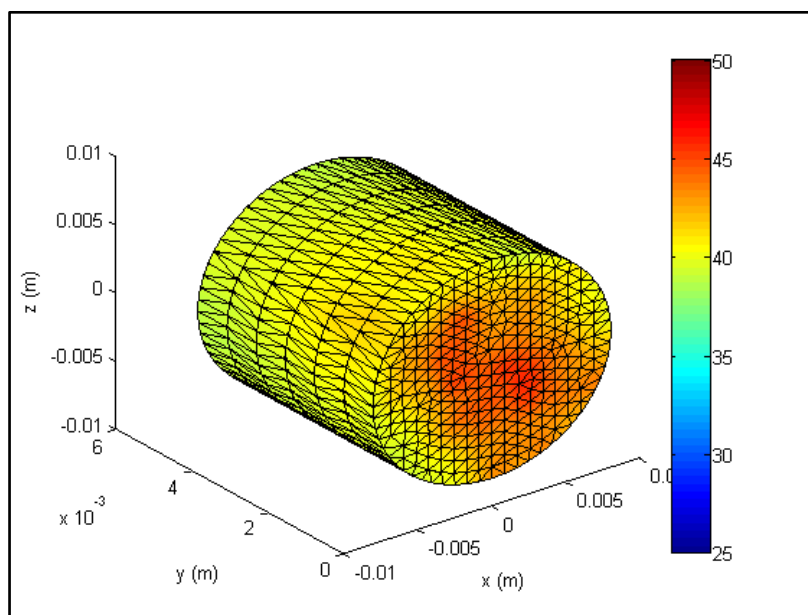


ก) ที่เวลา 60 นาที

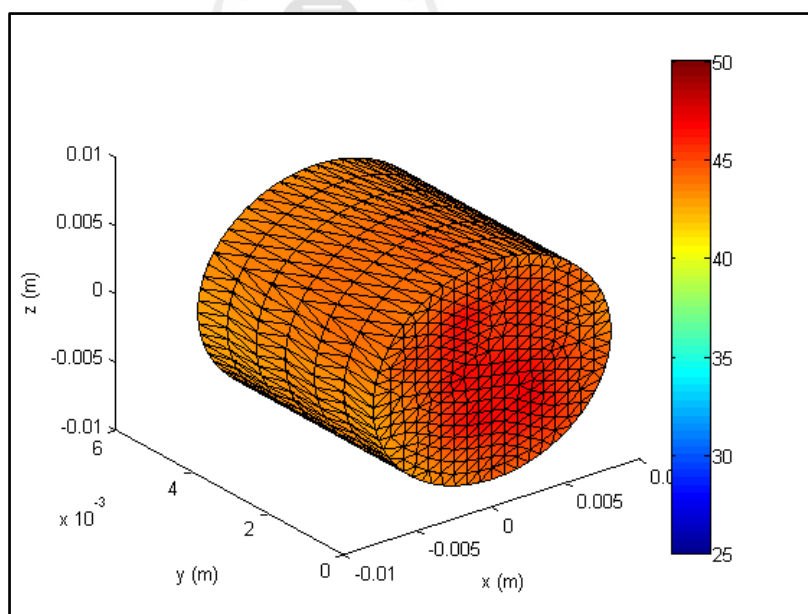
รูปที่ 7.2 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของหม้อแปลง
ไฟโซอิเล็คทริก PZT-1 ณ เวลาใด ๆ



ก) ที่เวลา 10 นาที

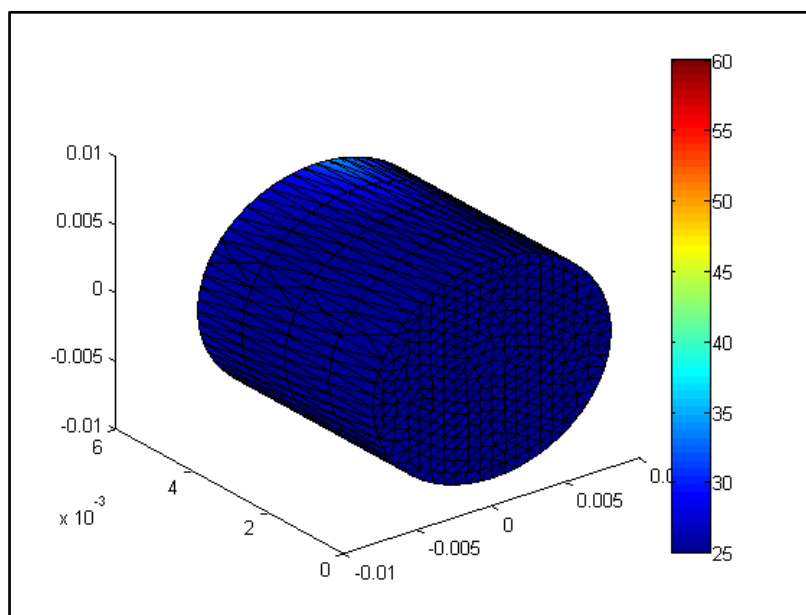


ข) ที่เวลา 40 นาที

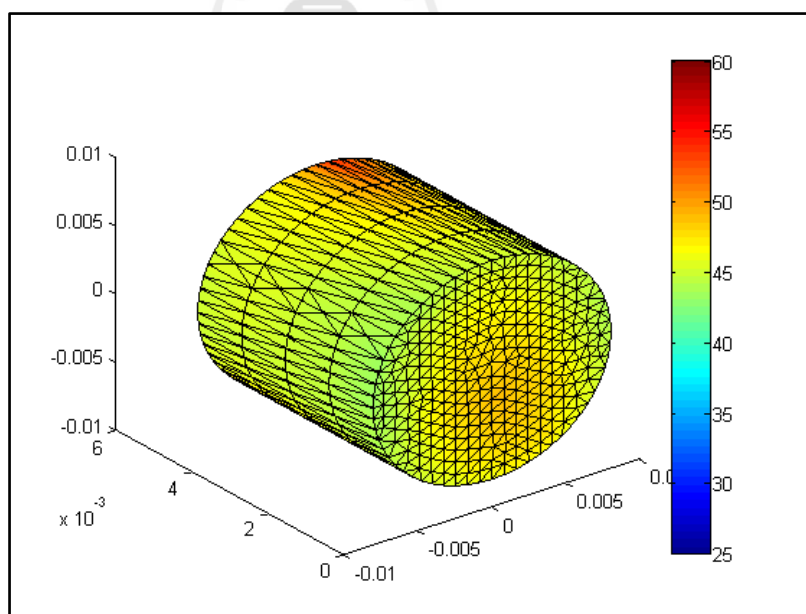


ค) ที่เวลา 60 นาที

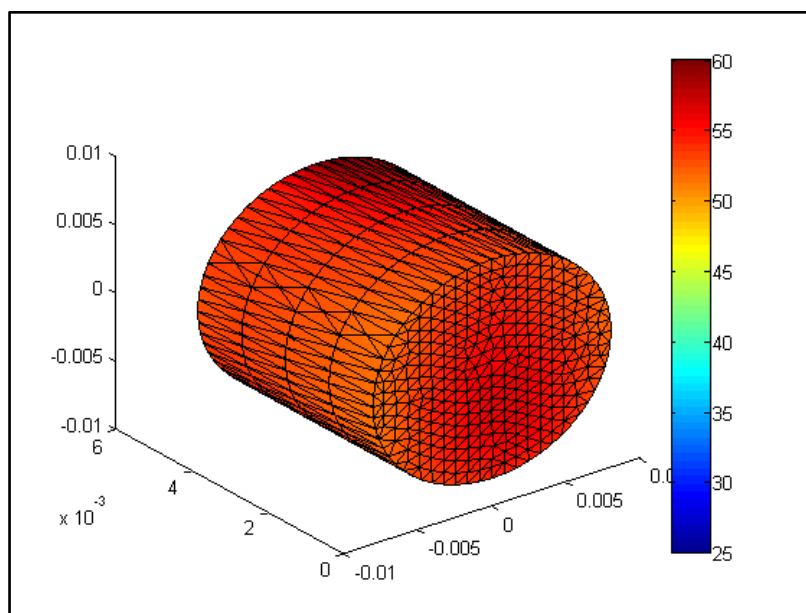
รูปที่ 7.3 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของหม้อแปลง
ไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ณ เวลาใด ๆ



ก) ที่เวลา 10 นาที



ข) ที่เวลา 40 นาที



ค) ที่เวลา 60 นาที

รูปที่ 7.4 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ของหม้อแปลง
ไพโซโซอิเล็กทริก PZT-3 ณ เวลาใด ๆ

จากผลการจำลองค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไพโซโซอิเล็กทริกทุกกรณี ด้วยโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นเอง แสดงได้ดังรูปที่ 7.2 - 7.4 จะสังเกตเห็นว่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นนั้นจะกระจายตัวอยู่ทั่วทั้งปริมาตรของหม้อแปลงไพโซโซอิเล็กทริก และผลของค่าอุณหภูมิจะเพิ่มมากขึ้นจนกระทั่งอุณหภูมิของหม้อแปลงไพโซโซอิเล็กทริกอยู่ในสภาวะคงตัวเมื่อระยะเวลาเพิ่มขึ้น โดยงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไพโซโซอิเล็กทริกจะอยู่ในสภาวะคงตัว ณ เวลา 1 ชั่วโมง โดยที่อุณหภูมิของ PZT-1 มีค่าเท่ากับ 33.5°C อุณหภูมิของ PZT-2 มีค่าเท่ากับ 47.4°C และอุณหภูมิของ PZT-3 มีค่าเท่ากับ 55.7°C จะสังเกตเห็นว่าค่าอุณหภูมิจะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนชั้นของหม้อแปลงเพิ่มขึ้นในแต่ละกรณี ซึ่งจะสอดคล้องกับผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้น

7.4 การสร้างหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

ในปัจจุบันหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกหรือเรียกอีกอย่างว่า หม้อแปลงไฟฟ้าเซรามิก นั้นมีการใช้กันอย่างแพร่หลายในอุปกรณ์ไฟฟ้าขนาดเล็ก ซึ่งในการสร้างหม้อแปลงไฟฟ้าเซรามิก นั้นส่วนมากสารเซรามิกที่ใช้จะเป็นสารที่มีคุณสมบัติเปลี่ยนแปลงพลังงานกลเป็นพลังงานไฟฟ้า หรือเปลี่ยนจากพลังงานไฟฟ้าเป็นพลังงานกล ซึ่งเกี่ยวข้องกับคุณสมบัติเฉพาะของสารแต่ละชนิด

7.4.1 สารประกอบไพโซอิเล็กทริก

สารเซรามิกที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกนั้นสามารถที่จะแบ่งสารตามลักษณะทางไพโซอิเล็กทริกออกเป็น 2 ชนิดคือ

1) สารประกอบไพโซอิเล็กทริกแบบอ่อน (soft piezoelectric materials) ลักษณะของสารไพโซอิเล็กทริกแบบอ่อนจะมีอุณหภูมิคูรี (curie temperature, T_c) หรืออุณหภูมิที่บ่งบอกขอบเขตของการแสดงปรากฏการณ์ไพโซอิเล็กทริกที่ต่ำ โดยทั่วไปจะต่ำกว่า $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ และมีค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบการเปลี่ยนแปลงพลังงานกล -ไฟฟ้า ค่าสัมประสิทธิ์ไพโซอิเล็กทริกค่าคงที่ไดอิเล็กทริกและค่าการสูญเสียทางไดอิเล็กทริกที่สูง แต่จะมีค่าสัมประสิทธิ์คุณภาพเชิงกลที่ต่ำ

2) สารประกอบไพโซอิเล็กทริกแบบแข็ง (hard piezoelectric materials) ลักษณะของสารไพโซอิเล็กทริกแบบแข็งจะมีอุณหภูมิคูรีและค่าสัมประสิทธิ์คุณภาพเชิงกลที่สูง แต่จะมีค่าสัมประสิทธิ์ไพโซอิเล็กทริก ค่าคงที่ไดอิเล็กทริกและค่าการสูญเสียทางไดอิเล็กทริกที่ต่ำ

ตารางที่ 7.1 การเปรียบเทียบคุณสมบัติของสารไพโซอิเล็กทริก

คุณสมบัติ	สารไพโซอิเล็กทริกแบบอ่อน	สารไพโซอิเล็กทริกแบบแข็ง
ค่าสัมประสิทธิ์ไพโซอิเล็กทริก(d_{33})	สูง	ต่ำ
ค่าคงที่ไดอิเล็กทริก(K)	สูง	ต่ำ
ค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบการเปลี่ยนแปลงพลังงานกล-ไฟฟ้า(k_p)	สูง	ต่ำ
ค่าความต้านทานทางไฟฟ้า(Z_p)	สูง	ต่ำ
ค่าสัมประสิทธิ์คุณภาพเชิงกล(Q_m)	ต่ำ	สูง
ค่าวงจรรีโซแนนซ์	กว้าง	แคบ

โดยทั่วไปแล้วสารไพโอโซอิเล็กทริก จะมีลักษณะคุณสมบัติที่เป็นไพโอโซอิเล็กทริกแบบอ่อน ซึ่งการที่จะทำให้เปลี่ยนเป็นสารไพโอโซอิเล็กทริกแบบแข็งนั้น สามารถที่จะทำได้โดยการเติมตัวโด๊ป (dopant) เข้าไปเพื่อปรับปรุงคุณสมบัติให้ดีขึ้น โดยสารที่เติมลงไปนั้นจะช่วยกระตุ้นการจัดทิศทางใหม่ของโดเมนทำให้คุณสมบัติทางไพโอโซอิเล็กทริก ค่า k_p และ Q_m มีค่าที่สูงขึ้น ซึ่งสารไพโอโซอิเล็กทริกที่ส่วนมากนิยมใช้กัน มีดังนี้

1) สารแบเรียมไททานต ($BaTiO_3$) : หรือ BT เป็นสารที่นำมาพัฒนาในยุคแรกเพื่อนำมาทำทรานสดิวเซอร์ แต่การใช้งานมีข้อจำกัดพื้นฐานคืออุณหภูมิคูรีของสารนี้มีค่าต่ำ ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้งานที่อุณหภูมิสูงได้ และนอกจากนั้นค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบการเปลี่ยนแปลงพลังงานกล-ไฟฟ้ายังมีค่าน้อย สำหรับข้อดีของสารแบเรียมไททานตคือมีความเสถียรมากกว่าสารอื่น เนื่องจากไม่มีสารตะกั่วเป็นส่วนประกอบ

2) สารเลดเซอร์โคเนตไททานต ($Pb(Zr,Ti)O_3$) : หรือ PZT เป็นสารละลายของแข็งที่ผสมกันระหว่างสาร $PbZrO_3$ และ $PbTiO_3$ ซึ่งเป็นสารที่ถูกจัดเป็นสารต้นแบบของสารเซรามิกประเภทสารไพโอโซอิเล็กทริกที่มีการศึกษาค้นคว้ากันอย่างกว้างขวาง เนื่องจากมีจุดเด่นมากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับสารแบเรียมไททานตก็คือ จะมีค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบการเปลี่ยนแปลงพลังงานกล-ไฟฟ้า และมีอุณหภูมิคูรีที่สูงกว่า

3) สารเลดแมกนีเซียมไนโอเบต ($Pb(Mg_{1/3}Nb_{2/3})O_3$) : หรือ PMN เป็นสารที่ถูกพัฒนาขึ้นมาภายหลังสาร PZT โดยมีช่วงอุณหภูมิที่เหมาะสมสำหรับการใช้งานกว้างมากกว่าโดยครอบคลุมถึงช่วงอุณหภูมิห้อง แต่สาร PMN นั้นมีค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบการเปลี่ยนแปลงพลังงานกล-ไฟฟ้าต่ำกว่าสาร PZT มาก และการเตรียมสาร PMN ให้มีความบริสุทธิ์นั้นกระทำได้ยากกว่าการเตรียมสาร PZT

สำหรับในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้สารไพโอโซอิเล็กทริกประเภท PZT ซึ่งใช้ผงสารไพโอโซอิเล็กทริกจากบริษัท APC International, Ltd, USA (โดยใช้ผงสารไพโอโซอิเล็กทริก APC-841) ซึ่งมีคุณสมบัติที่สามารถนำมาใช้เป็นวัสดุในการสร้างหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกได้

7.4.2 ขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการแบ่งกรณีการศึกษาหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกชนิดโหมด การสันตามแนวรัศมีแบบหลายชั้น ได้ดังตารางที่ 7.2

ตารางที่ 7.2 ขนาดของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกชนิดโหมดการสันตามแนวรัศมี แบบหลายชั้นในแต่ละชั้นงาน

ชั้นงาน	เส้นผ่านศูนย์กลาง (D) (mm.)	ความหนาแต่ละชั้น (t) (mm.)	ความหนา รวม (T) (mm.)	จำนวนชั้น	หมายเหตุ
PZT-1	16	2.3	4.6	2	
PZT-2	16	1.53	4.6	3	
PZT-3	16	1.15	4.6	4	

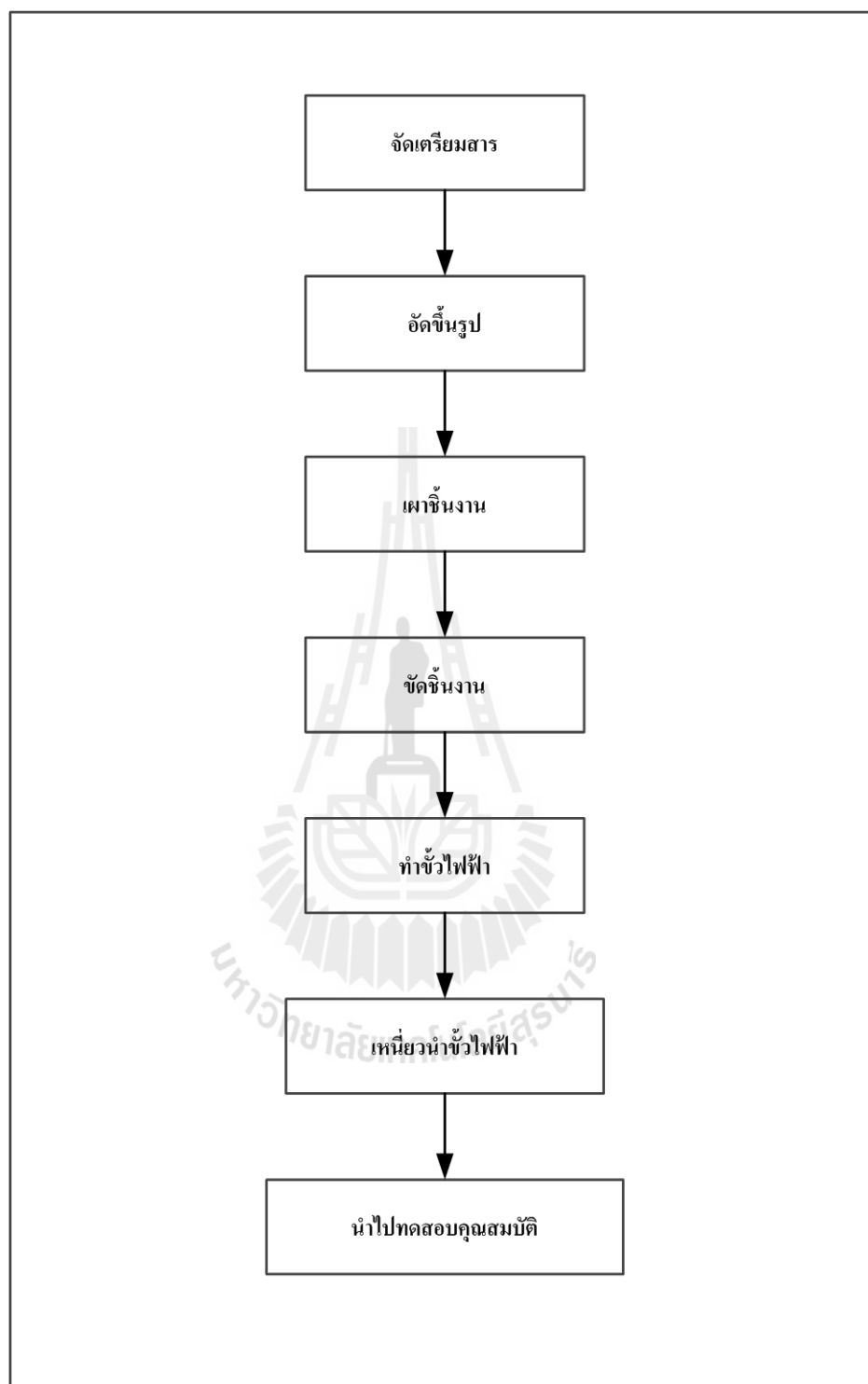
ซึ่งชั้นงานในทั้ง 3 กรณีนั้นมีความหนารวมเท่ากับ 4.6 mm และมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 16 mm โดยที่ PZT-1 มีจำนวนชั้นสารจำนวน 2 ชั้น โดยความหนาในแต่ละชั้นมีค่าเท่ากับ 2.3 mm ในส่วนของ PZT-2 มีจำนวนชั้นสารจำนวน 3 ชั้น โดยความหนาในแต่ละชั้นมีค่าเท่ากับ 1.53 mm และ PZT-3 มีจำนวนชั้นสารจำนวน 4 ชั้น โดยความหนาในแต่ละชั้นมีค่าเท่ากับ 1.15 mm โดยจะทำการสร้างในแบบและลักษณะเดียวกันทั้งหมด ใช้สารไฟอโซอิเล็กทริก APC-841 ซึ่งสารเคมีและอุปกรณ์ที่ใช้ในการดำเนินการสร้างนั้นแสดงได้ดังตารางที่ 7.3 และ 7.4 ตามลำดับ และแผนภาพขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 7.5

ตารางที่ 7.3 สารเคมีที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก

ชื่อการค้า	ชนิด	ผู้ผลิต
APC 841	Soft PZT	APC International Ltd.
Acetone	-	CARLO ERBA
Oleic acid	-	CARLO ERBA
Isopropyl alcohol	-	CARLO ERBA
Silver-Palladium	Dupont 7095 Ag/Pd-paste	-
Epoxy steel filler	-	Pattex

ตารางที่ 7.4 อุปกรณ์ที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก

อุปกรณ์	ผู้ผลิต	แบบ/รุ่น
Digital Multimeter	FLUKE	79 III
เครื่องอัด Hydraulic Press	T.M.C.	HP-10
เครื่องชั่งสาร	METTLER TOLEDO	PG 503-S
เตาเผา	CARBOLITE	RHF 15/35
Oscilloscope	Tektronix	TDS 420A
Function generator	Tektronix	CFG 250
Piezoelectric d_{33} meter	APC International Ltd.	APC 90-2030
Precision LCR Meter	HEWLETT PACKARD	4284A
Power Amplifier	NF	HSA4101
เครื่องจัดเรียงขั้ว	-	-
ภาชนะ (Crucible)	-	-
กระดาษทราย	-	-
แผ่นทองแดง	-	-



รูปที่ 7.5 ขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทรัก

ซึ่งจากแผนภาพที่ 7.5 สามารถอธิบายโดยละเอียดได้ดังนี้

- **เตรียมสาร :** สารที่ใช้ในงานวิจัยนี้ เป็นผงสาร PZT จากบริษัท APC International Ltd. โดยใช้สารเบอร์ APC-841 แสดงได้ดังรูปที่ 7.6 ซึ่งผงนี้สามารถทำการอัดขึ้นรูปได้เลย โดยไม่เกิดการแตกร้าวเนื่องจากแหล่งผลิตผสมตัวช่วยประสานแล้วจึงไม่ต้องเติม polyvinyl alcohol (PVA) อีก



รูปที่ 7.6 ผงสารไพโซอิเล็กทริก (APC-841)

- **อัดขึ้นรูป :** การอัดขึ้นรูปนั้นทำการอัดด้วยวิธีการอัดแห้ง (Dry press) โดยทำการอัดให้เป็นเม็ด (pellet) รูปทรงกระบอกเส้นผ่านศูนย์กลางขนาด 16 mm ด้วยเครื่องอัดไฮดรอลิก (hydraulic press) ซึ่งในแต่ละกรณีจะใช้ผง PZT ที่มีน้ำหนักที่ต่างกันแสดงได้ดังตารางที่ 7.5

ตารางที่ 7.5 น้ำหนักของผงสารตัวอย่าง

ชนิดของหม้อแปลง ที่ใช้ในงานวิจัย	น้ำหนัก (กรัม/ชิ้น)
PZT-1	3.3
PZT-2	2.4
PZT-3	2

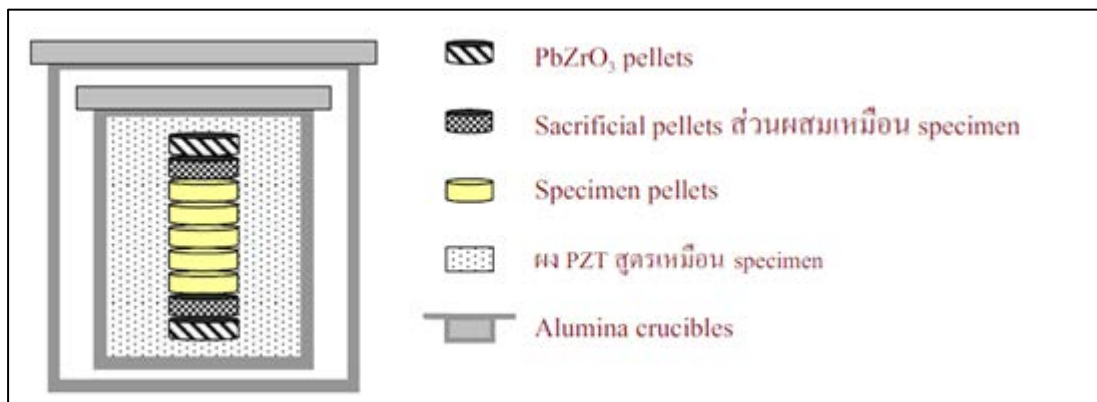
โดยขั้นตอนการอัดขึ้นรูปมีดังนี้

- 1) ชั่งผงสาร PZT ตามตารางที่ 7.5
- 2) ทำความสะอาดแม่แบบ (Mold) โดยใช้ Isopropyl Alcohol เช็ดให้ทั่ว หลังจากนั้นใช้กรด oleic เช็ดแม่แบบ เพื่อเป็นการหล่อลื่นและเป็นการช่วยให้ชิ้นงานออกจากแม่แบบได้ง่ายขึ้น
- 3) นำผง PZT ใสลงในแม่แบบ และนำไปวางที่เครื่องอัดไฮดรอลิก โดยวางให้อยู่ตำแหน่งกึ่งกลางของเครื่องอัด
- 4) เพิ่มแรงอัดอย่างช้าๆ ให้ถึงแรงอัดที่กำหนด ซึ่งในงานวิจัยนี้ ใช้แรงอัดเท่ากับ 4 ตัน (นิธิพนธ์ พุทธิงชัย, 2552) หลังจากนั้นแช่แรงอัดไว้ที่ 4 ตัน เป็นเวลา 2 นาที เพื่อเป็นการไล่อากาศออกจากแม่แบบ และช่วยลดการแตกร้าวทำให้ชิ้นงานมีความแข็งแรงมากขึ้น หลังจากอัดสารแล้วได้ชิ้นงานเป็นแผ่นวงกลมแบนแสดงดังรูปที่ 7.7 ซึ่งมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางแล้วความหนาที่ต้องการ พร้อมทั้งจะนำไปเผาชิ้นงานในขั้นตอนต่อไป



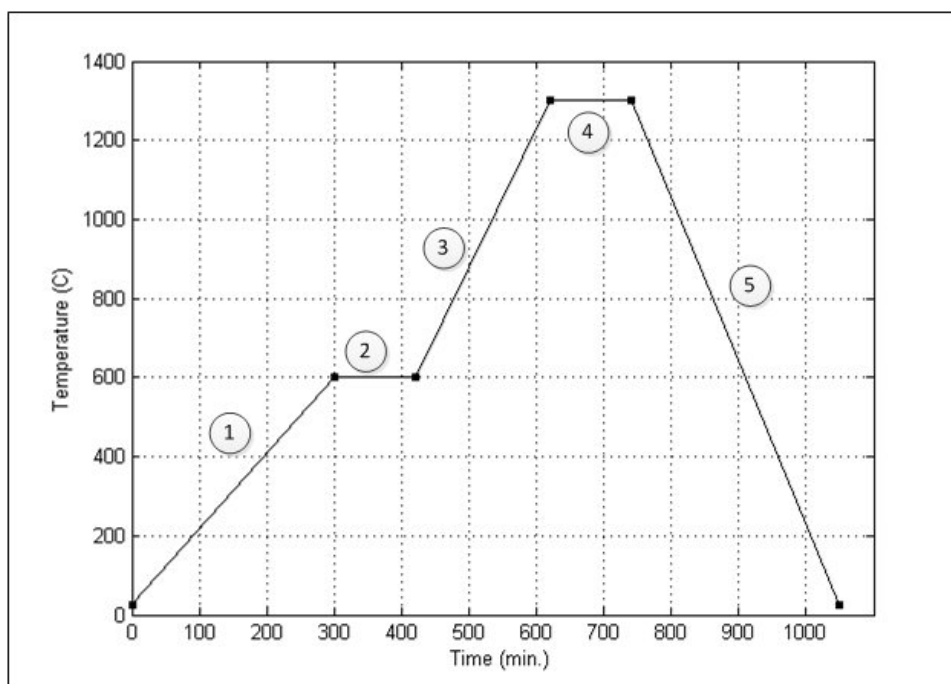
รูปที่ 7.7 ชิ้นงานตัวอย่างที่ผ่านการอัดขึ้นรูป

- **เผาชิ้นงาน :** โดยทั่วไปแล้วการเผาพูนิก (sinter) สาร PZT มักจะเผาที่อุณหภูมิ 1200-1300 °C ซึ่งการเผาพูนิก PZT นั้นต้องใช้ความระมัดระวังเป็นอย่างมาก เนื่องจากสารตะกั่ว (PbO) ที่ผสมอยู่ในวัตถุดิบนั้นจะระเหยออกที่อุณหภูมิที่สูงกว่า 750 °C ดังนั้นเราจะต้องทำการควบคุมให้บรรยากาศโดยรอบ PZT ที่เผาพูนิกให้อิ่มตัวด้วยไอตะกั่ว เพื่อให้ไม่ให้ตะกั่วระเหยออกไปจากสาร PZT มาก แต่สารตะกั่วเป็นอันตรายต่อร่างกาย โดยทั่วไปจึงนิยมเผาพูนิก PZT ในภาชนะ (crucible) 2 ชั้น แสดงได้ดังรูปที่ 7.8



รูปที่ 7.8 การจัดวางชิ้นงานในภาชนะเพื่อเตรียมการเผา (สุธรรม ศรีหล่มสัก, 2547)

จากรูปที่ 7.8 จะเห็นว่าภายในภาชนะ ได้บรรจุชิ้นงานตัวอย่าง (Specimen pellets) ไว้ในผงสาร PZT ชนิดเดียวกับชิ้นงาน โดยชั้นแรกและชั้นสุดท้ายอาจจะใส่ ตะกั่วเซอร์โคเนต ($PbZrO_3$) ที่อัดเป็นเม็ดเข้าไป เพราะ $PbZrO_3$ สามารถระเหยให้ออกของตะกั่ว ออกมาง่ายกว่าสาร PZT ชั้นต่อมาเป็น sacrificial pellets ซึ่งมีส่วนผสมเหมือนกับชิ้นงาน ตัวอย่าง ทำหน้าที่ป้องกันไม่ให้สารอื่นที่มีส่วนผสมต่างกันมาสัมผัสกับชิ้นงานตัวอย่าง โดยสังเกต จากภาพจะเห็นว่าชิ้นงานตัวอย่างนั้นวางเรียงกันต่อจากชั้น sacrificial pellets และวางเรียงกันเป็น ชั้น ๆ โดยช่องว่างในแต่ละชั้นนั้นจะโรยด้วยผงที่มีส่วนผสมชนิดเดียวกับชิ้นงานเพื่อป้องกันไม่ให้ชิ้นงานติดกันหลังจากนั้นทำการปิดฝาภาชนะชั้นใน โดยทำการปิดผนึกฝาด้วย ผงอะลูมินา (Al_2O_3) ผสมกับกาวน้ำเพื่อป้องกันไม่ให้ตะกั่วระเหยออกไป หลังจากนั้นนำภาชนะมา ใส่ทับอีกชั้นเพื่อป้องกันการระเหยของไอตะกั่ว เรียกเทคนิคการจัดเรียงแบบนี้ว่า double crucible technique หลังจากนั้นนำชิ้นงานที่บรรจุในภาชนะเข้าเตาเผา โดยที่ลำดับขั้นตอนการเผาผิ กชิ้นงานตัวอย่างนั้นจะเป็นไปดังรูปที่ 7.9



รูปที่ 7.9 ขั้นตอนการเผาขึ้นงานตัวอย่าง

จากรูปที่ 7.9 แสดงขั้นตอนการเผาขึ้นงานตัวอย่างโดยช่วงที่ 1 ทำการเผาขึ้นงานจากอุณหภูมิห้องขึ้นไปที่ 600 °C โดยใช้อัตราการเพิ่มอุณหภูมิ 2 °C ต่อนาที ช่วงที่ 2 ยืนไฟเป็นเวลา 120 นาที เพื่อไล่ตัวช่วยประสานออกจากชิ้นงาน ช่วงที่ 3 เผาขึ้นไปถึงอุณหภูมิ 1300 °C โดยใช้อัตราการเพิ่มอุณหภูมิ 3.3 °C / นาที ช่วงที่ 4 ยืนไฟที่อุณหภูมิ 1300 °C เป็นเวลา 120 นาที หลังจากนั้นลดอุณหภูมิลงจนถึงอุณหภูมิห้องด้วยอัตราการลดลงเท่ากับ 5 °C/นาที หลังจากนั้นนำชิ้นงานตัวอย่างที่ผ่านกระบวนการการเผาขึ้นแล้วออกจากเตาเผา วางชิ้นงานทิ้งไว้ที่อุณหภูมิห้องสักครู่ แล้วจึงนำชิ้นงานออกจากภาชนะเตรียมเข้าสู่กระบวนการจัดชิ้นงานต่อไป โดยที่ลักษณะชิ้นงานตัวอย่างที่ผ่านกระบวนการการเผาขึ้นแล้วนั้น แสดงได้ดังรูปที่ 7.10



รูปที่ 7.10 ชิ้นงานตัวอย่างหลังการเผาผนึก

- **ขัดชิ้นงาน :** นำชิ้นงานที่ได้จากการเผาผนึก ซึ่งจะเรียงติดกันลักษณะจะเหมือนตอนที่เรียงใส่ในภาชนะ นำมาแยกออกจากกันเป็นชิ้น ๆ โดยใช้มีดคัตเตอร์แซะออกและบดผงวัสดุที่เกิดขึ้นจากการฝังกลบชิ้นงานออกจากวัสดุ จากนั้นนำชิ้นงานมาขัดผิวหน้าให้เรียบสม่ำเสมอขึ้นด้วยกระดาษทรายเบอร์ 600 800 และ 1000 ตามลำดับ ให้ได้ความหนาดังตารางที่ 7.6

ตารางที่ 7.6 ความหนาของชิ้นงาน

ชนิดของหม้อแปลง ที่ใช้ในงานวิจัย	ความหนา (mm/ชั้น)
PZT-1	2.3
PZT-2	1.53
PZT-3	1.15

ทำการขัดผิวด้านข้างชิ้นงานออกด้วย เนื่องจากขณะทำการเผาผนึกจะมีสาร $PbZrO_3$ เกาะที่ผิวด้านข้างของชิ้นงานด้วย เนื่องจากไม่มีชิ้นงานปิดผิวด้านข้างเหมือนกับผิวด้านหน้าในระหว่างการเผาผนึก โดยในระหว่างขัดจะใช้ Isopropyl alcohol เป็นตัวหล่อลื่นแทนการใช้น้ำ เพราะ Isopropyl alcohol สามารถระเหยได้ง่ายกว่าซึ่งเมื่อซึมเข้าเนื้อวัสดุก็สามารถที่จะระเหยออกได้ง่ายกว่าและช่วยลดฝุ่นละอองที่เกิดขึ้นจากการขัดชิ้นงานด้วย

- **ทำขั้วไฟฟ้า** : การทำขั้วไฟฟ้าคือการเคลือบโลหะตัวนำลงบนผิวของชิ้นงาน เนื่องจากวัสดุเซรามิกเป็นฉนวนไฟฟ้า ดังนั้นหากเรานำชิ้นงานที่ไม่ได้เคลือบโลหะไปต่อกับวงจรไฟฟ้าจะทำได้ยาก ฉะนั้นจึงนำชิ้นงานตัวอย่างที่เผาผนึกแล้วขัดผิวหน้าและผิวด้านข้างให้เรียบสม่ำเสมอ จากนั้นใช้พู่กันจุ่มโลหะตัวนำ (silver-palladium dupont 7095) ทาลงบนผิวหน้าชิ้นงานทั้ง 2 ด้านเพื่อทำหน้าที่เป็นขั้วไฟฟ้าของชิ้นงานและทำความสะอาดผิวด้านข้างชิ้นงานให้สะอาดด้วยอะซิโตนอีกครั้ง จากนั้นทำการอบแห้งแล้วจึงนำไปเผาที่อุณหภูมิ 550 °C ที่งไว้ 15 นาที นำชิ้นงานที่ได้จากการเผาทำอิเล็กโทรดมาลบออก ไซค์ที่ผิวหน้าชิ้นงานออกโดยใช้ยางลบปากกาถูที่ผิวชิ้นงานจนขาวสะอาดและขัดผิวด้านข้างเพื่อลบอิเล็กโทรดที่ยังเหลืออยู่ด้วยกระดาษทรายอีกครั้งก่อนที่จะนำไปถึงขั้นตอนการเหนี่ยวนำขั้วไฟฟ้าเพื่อป้องกันการกระโดดของกระแสไฟฟ้าจากขั้วหนึ่งไปอีกขั้วหนึ่ง ซึ่งชิ้นงานที่เคลือบโลหะตัวนำจะมีลักษณะดังรูปที่ 7.11



รูปที่ 7.11 ชิ้นงานที่เคลือบโลหะตัวนำ

- **เหนี่ยวนำขั้วไฟฟ้า** : เป็นการเหนี่ยวนำทิศทางของขั้วไฟฟ้าภายในสาร PZT ให้เกิดการจัดเรียงตัว (polarization) ในทิศทางเดียวกัน โดยการนำชิ้นงานที่ทำด้วยอิเล็กโทรดเรียบร้อยแล้วไปเหนี่ยวนำขั้วไฟฟ้าด้วยเครื่อง poling ซึ่งจะนำชิ้นงานตัวอย่างใส่ในแท่นใส่ตัวอย่างสำหรับการ pole โดยด้านบนของ sample holder (ลักษณะเป็นเนื้อทองเหลือง) จะต่อเข้ากับขั้วบวก ส่วนด้านล่างจะต่อเข้ากับขั้วลบของสายไฟ จากนั้นนำไปใส่อ่างน้ำมัน ซึ่งน้ำมันจะทำ

หน้าที่เป็นตัวกลางเนื่องจากมีความเป็นฉนวนไฟฟ้าเพราะในขณะที่ทำการเหนี่ยวนำขั้วไฟฟ้าต้องใช้แรงดันไฟฟ้าที่สูง จากนั้นให้ความร้อนน้ำมันไปที่อุณหภูมิ 100 °C เมื่อได้อุณหภูมิดังกล่าวจึงเปิดเครื่องขยายแรงดันไฟฟ้าแล้วทำการปรับให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านชิ้นงานเพียงเล็กน้อยเพื่อให้จ่ายต่อการ pole โดยจะยอมให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านชิ้นงานไม่เกิน 0.4 mA เนื่องจากถ้ากระแสไฟฟ้าไหลผ่านชิ้นงานมากเกินไปจะทำให้ชิ้นงานตัวอย่างร้อนและแตกได้ จากนั้นจ่ายค่าแรงดันไฟฟ้าให้กับชิ้นงานตัวอย่าง โดยในที่นี้จะใช้แรงดันไฟฟ้าเท่ากับ 2.5 kV ต่อความหนา 1 mm เมื่อปรับแรงดันไฟฟ้าได้ตามที่ต้องการแล้ว แชนด์ทิ้งไว้ประมาณ 20 นาที เพื่อให้เกิดการจัดเรียงขั้วไฟฟ้า เมื่อครบกำหนดเวลาดังกล่าวจึงลดอุณหภูมิน้ำมัน (ประมาณ 50 °C) แรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าลงตามลำดับ หลังจากนั้นปิดเครื่องทำความร้อน รอจนกระทั่งสนามไฟฟ้าที่ตกค้างมีค่าเท่ากับศูนย์ก่อนแล้วจึงนำแท่นใส่ตัวอย่างออกจากอ่างน้ำมัน หลังจากนั้นทำความสะอาดชิ้นงานด้วยอะซิโตนพร้อมทั้งทำสัญลักษณ์ขั้วทางไฟฟ้าลงบนผิวของชิ้นงานตัวอย่าง

- **ทดสอบคุณสมบัติ :** เริ่มด้วยการวัดขนาดของชิ้นงานหลังจากผ่านกระบวนการทั้งหมด เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับค่าที่วัดไว้ในตอนต้น ซึ่งค่าที่วัดได้แสดงดังตารางที่ 7.7

ตารางที่ 7.7 ขนาดของชิ้นงานหลังจากผ่านกระบวนการทั้งหมด

ชนิดของ หม้อแปลง	เส้นผ่านศูนย์กลาง (mm)		น้ำหนัก (กรัม/ชิ้น)	
	ก่อน	หลัง	ก่อน	หลัง
PZT-1	16	14.32	3.3	2.9
PZT-2	16	14.32	2.5	2
PZT-3	16	14.32	2	1.7

หลังจากนั้นจึงนำชิ้นงานที่ผ่านกระบวนการทั้งหมดมาทดสอบ ซึ่งการทดสอบคุณสมบัตินี้จะแบ่งออกได้ดังนี้

1) ตรวจสอบค่า Piezoelectric Strain Constant (d_{33}): การตรวจสอบค่า d_{33} ของ PZT นั้นทำได้โดยนำชิ้นงานตัวอย่างที่เหนี่ยวนำด้วยไฟฟ้าเรียบร้อยแล้ว โดยทิ้งไว้ 24 ชั่วโมง หลังจากนั้นจึงนำมาวัดค่า d_{33} ด้วยเครื่อง d_{33} Meter (บริษัท APC International Ltd. รุ่น APC 90-2030) และนำค่าดังกล่าวมาคำนวณหาค่า piezoelectric voltage constant (g_{33}) ได้ดังสมการที่ 7.1

$$g_{33} = \frac{d_{33}}{\epsilon'} = \frac{d_{33}}{K' \epsilon_0} \quad (7.1)$$

เมื่อ ϵ' คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของวัสดุ (permittivity of material)

ϵ_0 คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของอากาศ (permittivity of free space)

K คือ relative permittivity เท่ากับ $K' = \frac{\epsilon'}{\epsilon_0}$

d_{33} คือ piezoelectric strain constant

2) ตรวจสอบค่าความเก็บประจุไฟฟ้าและค่าสูญเสียทางไดอิเล็กทริก: การตรวจสอบค่าความเก็บประจุไฟฟ้า (C) และค่าสูญเสียทางไดอิเล็กทริก (Dielectric loss) ของชิ้นงานนี้สามารถตรวจสอบได้จากเครื่อง Precision LCR Meter ซึ่งในการวัดค่าความเก็บประจุไฟฟ้านั้นจะจ่ายแรงดันไฟฟ้า 1 V ที่ชิ้นงานและใช้ความถี่ 1 kHz จากนั้นนำไปคำนวณหาค่า Dielectric constant ได้ดังสมการที่ 7.2

$$K' = \frac{Cd}{\epsilon_0 A} \quad (7.2)$$

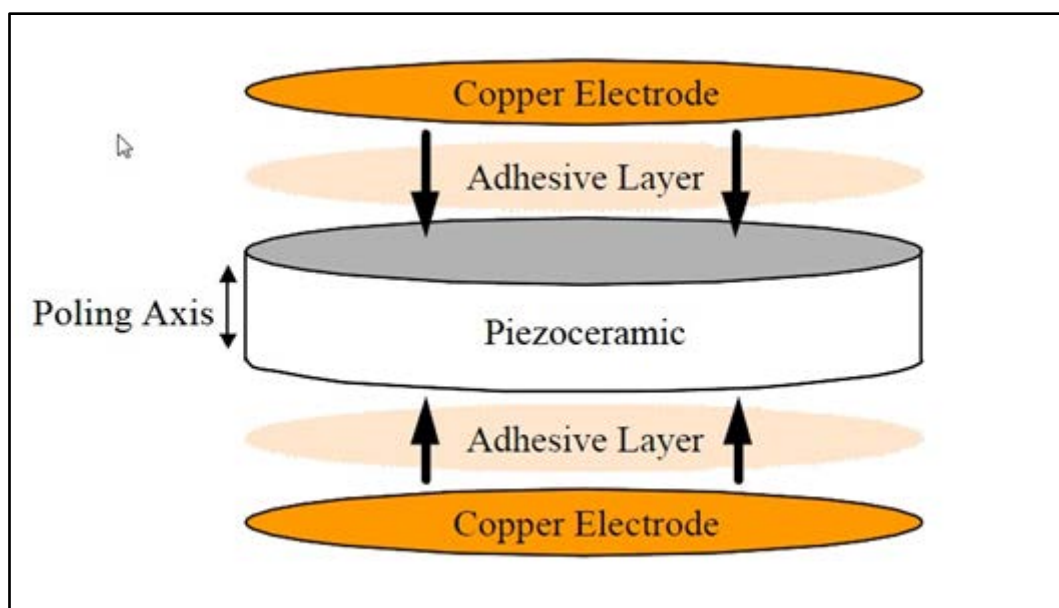
เมื่อ C คือ ค่าความเก็บประจุ (F)

d คือ ความหนาของชิ้นวัสดุ (m)

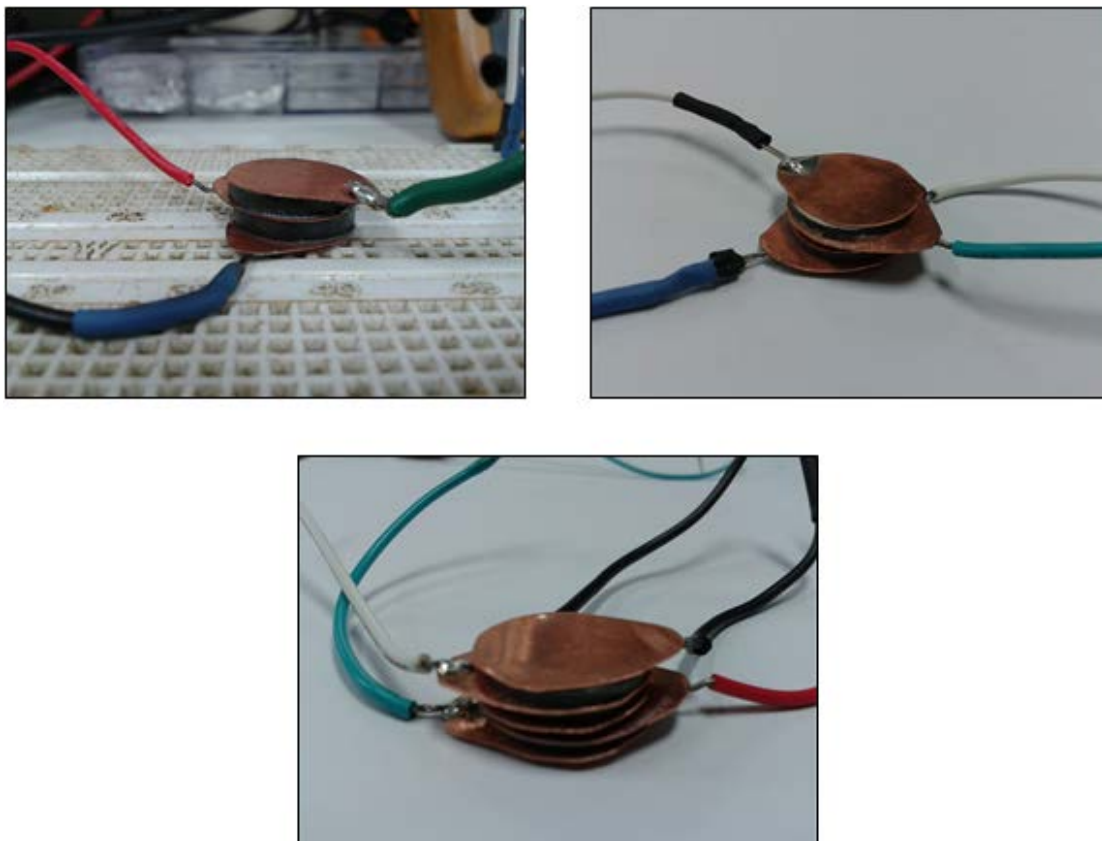
ϵ_0 คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของอากาศ เท่ากับ 8.85×10^{-12} (F/m)

A คือ พื้นที่หน้าตัดของชิ้นวัสดุ (m^2)

- การติดแผ่นทองแดงกับชิ้นงานตัวอย่าง : งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้นำชิ้นงานมาเรียงซ้อนกัน แบ่งออกเป็น 3 กรณีดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทข้างต้น ซึ่งผิวหน้าของชิ้นงานนั้นจะถูกทาดด้วย dupont 7095 แล้วประกบชิ้นงานตัวอย่างเข้าด้วยกัน โดยหันขั้วไฟฟ้าที่เหมือนกันเข้าหากัน และระหว่างชั้นของชิ้นงานตัวอย่างจะใช้แผ่นทองแดงเป็นตัวชั้น เพื่อทำหน้าที่เชื่อมขั้วไฟฟ้าของชิ้นงานตัวอย่างแสดงได้ดังรูปที่ 7.12 โดยจะใช้กาว epoxy steel filler เป็นตัวประสาน บัดกรีสายไฟติดที่แผ่นทองแดง จะได้ชิ้นงานตัวอย่างดังรูป 7.13 แล้วจึงนำชิ้นงานตัวอย่างไปทดสอบ



รูปที่ 7.12 การติดแผ่นทองแดงเข้ากับชิ้นงาน (Eric,2002)



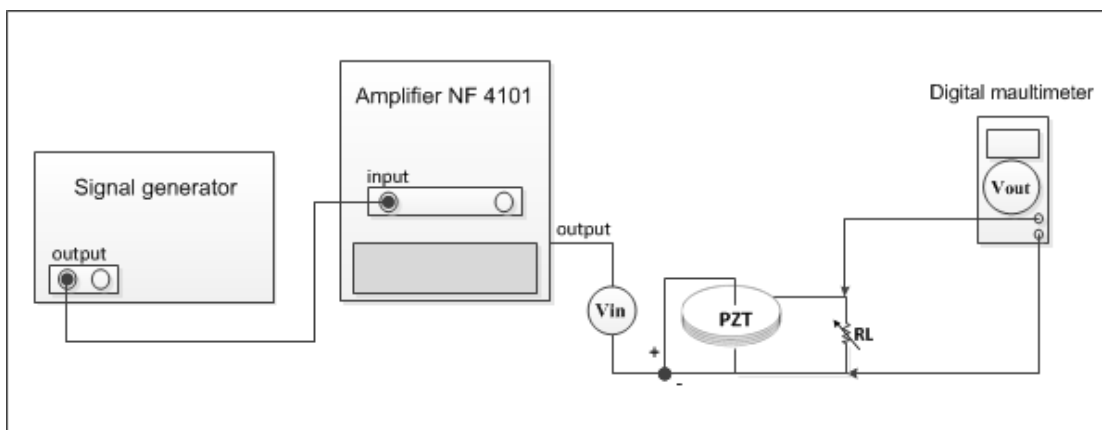
รูปที่ 7.13 ชิ้นงานตัวอย่างที่ติดทองแดงและบัดกรีสายไฟ

7.5 การเปรียบเทียบผลการจำลองและการทดสอบจริง

จากการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้า และค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น ด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเอง เมื่อโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานของโปรแกรม MATLAB นั้น ซึ่งการจำลองผลที่ได้นั้นได้แสดงไว้ในหัวข้อที่ 6.3 และ 7.3 โดยในหัวข้อนี้จะเป็นการทดสอบในทางปฏิบัติ เพื่อนำผลลัพธ์ที่ได้นั้นมาเปรียบเทียบกับผลการจำลองทางโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเอง

7.5.1 ผลการทดสอบหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก

นำชิ้นงานตัวอย่างที่เตรียมไว้ในหัวข้อ 7.4.2 มาทำการทดสอบโดยต่อวงจรดังรูปที่ 7.14 ซึ่งในงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้พิจารณาจ่ายแรงดันไฟฟ้าขาเข้าให้กลับหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกเท่ากับ 5 V คงที่ตลอดการทดสอบ (แรงดันไฟฟ้าขาเข้าที่ใช้ในการทดสอบหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกใช้ตามความเหมาะสมแต่ไม่ควรเกิน 400 V)

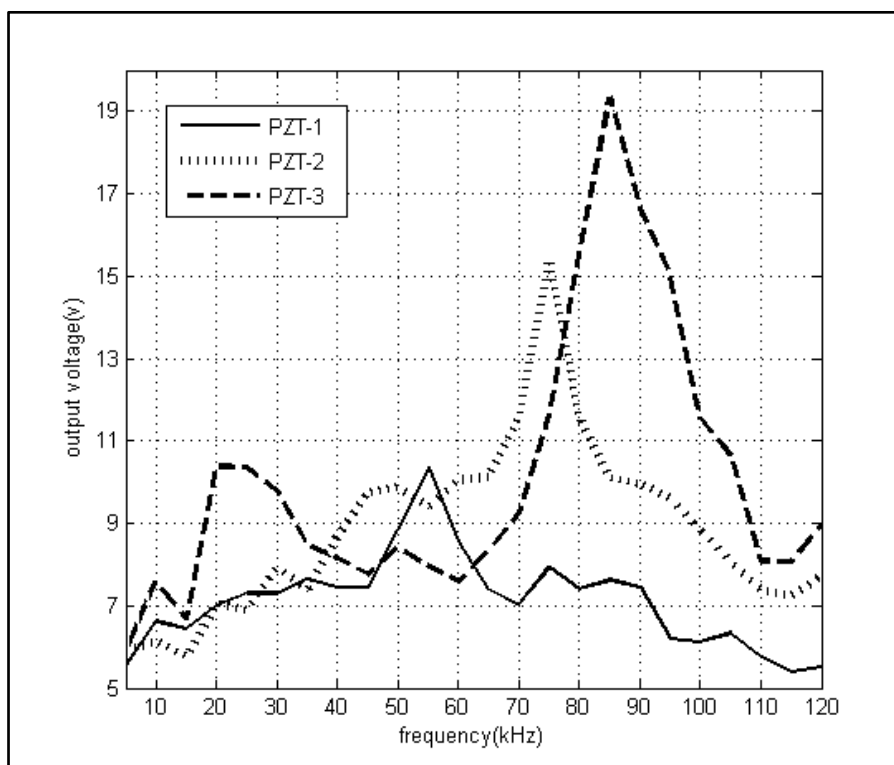


รูปที่ 7.14 วงจรทดสอบหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริก

จากรูปที่ 7.14 แสดงการต่อวงจรเพื่อทำการทดสอบหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริก โดยปรับค่าความถี่จากเครื่อง signal generator ป้อนให้ทางขาเข้าของเครื่อง amplifier เพื่อขยายสัญญาณ หลังจากนั้นจ่ายเข้าที่ขาเข้าของหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริกซึ่งความถี่ที่ปรับนั้นจะอยู่ในช่วงความถี่ 5 - 120 kHz โดยต่อตัวต้านทานปรับค่าได้ขนานกับหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริก และทำการวัดค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกของหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริก ซึ่งแสดงผลการทดสอบของหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริกทั้ง 3 กรณีได้ดังตารางที่ 7.8 และนำค่าที่ได้จากตารางมาแสดงผลในลักษณะกราฟเชิงเส้นระหว่างค่าศักย์ไฟฟ้ากับความถี่ของหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริกได้ดังรูปที่ 7.15

ตารางที่ 7.8 ผลการทดสอบค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกแต่กรณี

ความถี่ (kHz)	PZT-1 แรงดันไฟฟ้าขาออก (V)	PZT-2 แรงดันไฟฟ้าขาออก (V)	PZT-3 แรงดันไฟฟ้าขาออก (V)
5	5.521	5.865	5.861
10	6.625	6.144	7.568
15	6.433	5.745	6.687
20	6.994	7.048	10.373
25	7.312	6.909	10.351
30	7.293	7.917	9.778
35	7.643	7.374	8.452
40	7.44	8.656	8.126
45	7.434	9.757	7.758
50	8.825	9.876	8.415
55	10.357	9.387	7.944
60	8.552	10.06	7.571
65	7.391	10.126	8.34
70	7.021	11.536	9.253
75	7.923	15.424	11.621
80	7.407	11.498	15.506
85	7.633	10.101	19.351
90	7.441	9.962	16.671
95	6.196	9.581	14.993
100	6.121	8.832	11.545
105	6.335	8.057	10.633
110	5.762	7.384	8.091
115	5.401	7.213	8.076
120	5.523	7.718	8.956

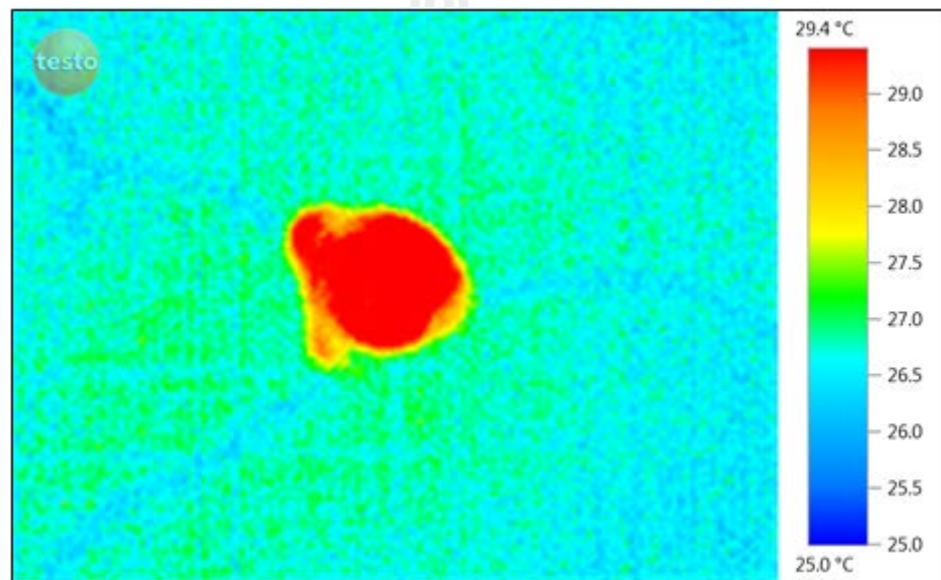


รูปที่ 7.15 ค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกจากการทดสอบจริง

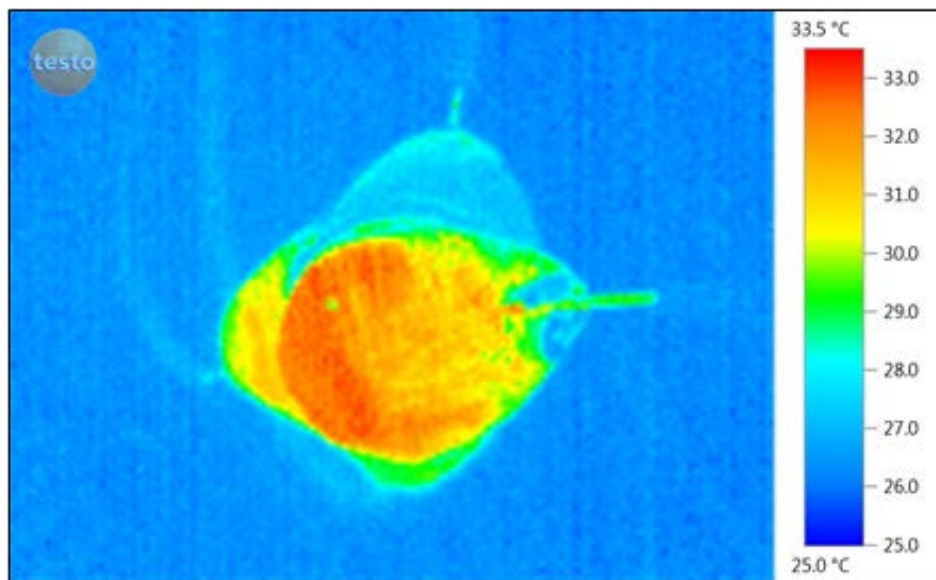
จากตารางที่ 7.8 แสดงผลการทดสอบค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี และจากรูปที่ 7.15 แสดงค่าศักย์ไฟฟ้าจากการทดสอบจริงของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี จะเห็นได้ว่าค่าศักย์ไฟฟ้าจากการทดสอบนั้นเพิ่มขึ้นที่ความถี่หนึ่ง ซึ่งความถี่นั้นคือความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก และเป็นความถี่ที่หม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกสามารถทำงานได้ดีที่สุด โดยจะเห็นว่าที่กรณี PZT-1 มีค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกมากที่สุดเท่ากับ 10.357 V ที่ความถี่ 55 kHz ในส่วนของกรณี PZT-2 มีค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกมากที่สุดเท่ากับ 15.424 V ที่ความถี่ 75 kHz และในกรณี PZT-3 มีค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกมากที่สุดเท่ากับ 19.351 V ที่ความถี่ 85 kHz จะสังเกตเห็นว่าค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกซึ่งมีความสอดคล้องกับการจำลองผลที่ได้นำเสนอไว้แล้วในบทที่ 6

7.5.2 ผลการวัดค่าอุณหภูมิหม้อแปลงไฟโซลิตริก

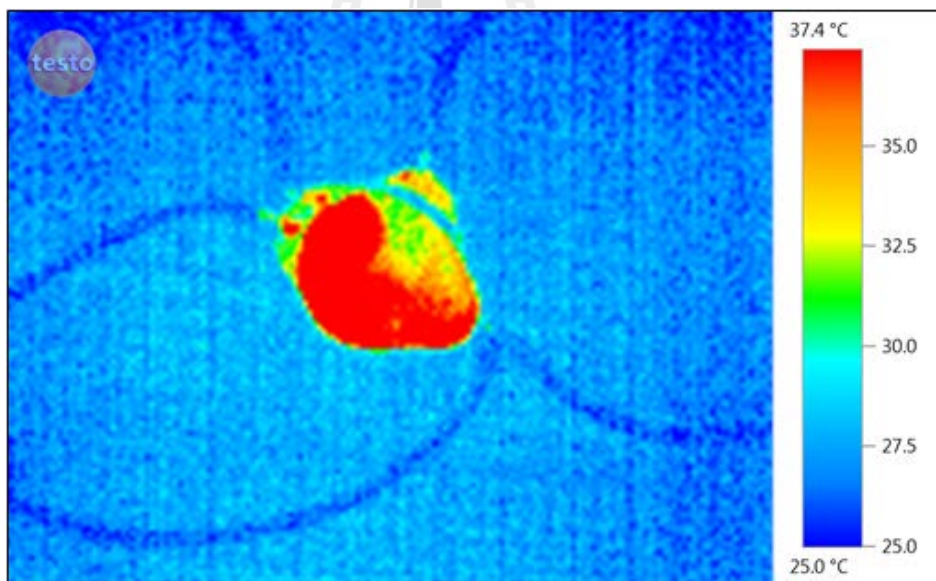
เมื่อทำการทดสอบวัดค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไฟโซลิตริกเรียบร้อยแล้ว ทำการต่อวงจรดังรูป 7.14 เช่นเดิม และดำเนินการเช่นเดียวกับในหัวข้อ 7.5.1 ต่างกันตรงที่ ในการทดสอบนี้จะปรับค่าความถี่ที่ไว้ที่ความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไฟโซลิตริก แต่ละกรณี และป้อนแรงดันไฟฟ้าขาเข้าคงที่เท่ากับ 5 V เช่นเดียวกัน และทำการวัดค่าอุณหภูมิด้วยกล้องถ่ายภาพความร้อน รุ่น TESCO 880 (ภาคผนวก ก.) ซึ่งกล้องถ่ายภาพความร้อนนี้สามารถส่งผ่านข้อมูลเพื่อประมวลผลด้วยโปรแกรมการวิเคราะห์อุณหภูมิ TESCO IRSof software ซึ่งสามารถแสดงผลการวัดอุณหภูมิในลักษณะของภาพถ่ายความร้อนของหม้อแปลงไฟโซลิตริกทั้ง 3 กรณีได้ดังนี้



รูปที่ 7.16 ค่าอุณหภูมิของ PZT-1 จากกล้องถ่ายภาพความร้อน



รูปที่ 7.17 ค่าอุณหภูมิของ PZT-2 จากกล้องถ่ายภาพความร้อน



รูปที่ 7.18 ค่าอุณหภูมิของ PZT-3 จากกล้องถ่ายภาพความร้อน

จากรูปที่ 7.16 - 7.18 แสดงภาพอุณหภูมิที่ถ่ายได้จากกล้องถ่ายภาพความร้อน ซึ่งจากภาพจะเห็นได้ว่าลักษณะการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟโอะโซอิเล็กทริกนั้นมีลักษณะการกระจายตัวทั่วทั้งหม้อแปลงไฟโอะโซอิเล็กทริก แต่ภาพที่ถ่ายได้นั้นอาจจะมีความไม่ชัดเจนเกิดขึ้นอยู่บ้าง อันเนื่องมาจากปัจจัยต่าง ๆ อาทิเช่น สภาพแวดล้อมในขณะที่ทำการทดสอบ เป็นต้น ซึ่งในการทดสอบนี้ได้ทำการวัดค่าอุณหภูมิที่สภาวะคงตัวเป็นจำนวน 10 ครั้งแล้วนำค่าที่ได้มาหาค่าเฉลี่ย ซึ่งผลการวัดอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอะโซอิเล็กทริกแสดงได้ดังตารางที่ 7.9

ตารางที่ 7.9 ผลการวัดค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอะโซอิเล็กทริกแต่ละกรณี

ชนิดของหม้อแปลง	ค่าอุณหภูมิสูงสุด (°C)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ค่าเฉลี่ย
ทดสอบครั้งที่ PZT-1	29.6	29.8	29.6	28.6	29.6	29.1	28.3	29.4	28.3	29.4	29.2
PZT-2	32.8	33.6	33.4	32.4	33.2	32.4	33.5	32.4	33.1	33.3	33.0
PZT-3	36.9	37.4	37.6	38.2	37.1	37.6	37.4	37.4	36.2	37.8	37.4

จากตารางที่ 7.9 แสดงผลการวัดค่าอุณหภูมิสูงสุดของหม้อแปลงไฟโอะโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี โดยทำการวัดหม้อแปลงไฟโอะโซอิเล็กทริกที่สภาวะคงตัว โดยค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอะโซอิเล็กทริก PZT-1 มีค่าเท่ากับ 29.2 °C ค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอะโซอิเล็กทริก PZT-2 มีค่าเท่ากับ 33.0 °C และค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอะโซอิเล็กทริก PZT-3 มีค่าเท่ากับ 37.4 °C โดยค่าอุณหภูมิจะเพิ่มขึ้นตามจำนวนชั้นของหม้อแปลงไฟโอะโซอิเล็กทริกที่เพิ่มขึ้น

7.5.3 เปรียบเทียบผลการจำลองและผลการทดสอบจริง

จากการจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่เกิดขึ้นภายในหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกที่ได้กล่าวไว้ในข้างต้นนั้น เมื่อนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจริง สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 7.10 ดังนี้

ตารางที่ 7.10 เปรียบเทียบผลการจำลองและผลการทดสอบจริง

ชนิดของหม้อแปลง	ค่าศักย์ไฟฟ้า (V)		ค่าอุณหภูมิ (°C)	
	การจำลองผล	การทดสอบจริง	การจำลองผล	การทดสอบจริง
PZT-1	29.16	10.36	33.5	29.2
PZT-2	42.22	15.42	47.4	33.0
PZT-3	50.02	19.35	55.7	37.4

จากตารางที่ 7.10 แสดงการเปรียบเทียบผลการจำลองและผลการทดสอบจริงของค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้นทั้ง 3 กรณีจากตารางจะพบว่าค่าศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นนั้นมีผลทำให้ค่าอุณหภูมิเพิ่มขึ้นด้วยตามลำดับ กล่าวคือ จากความสัมพันธ์ในหัวข้อที่ 5.3 พบว่าค่าศักย์ไฟฟ้านั้นมีความสัมพันธ์กับค่าสนามไฟฟ้าที่ใช้ในการคำนวณหาอัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง เพื่อนำไปคำนวณหาอุณหภูมิต่อไปนั้น เมื่อค่าศักย์ไฟฟ้าเพิ่มขึ้นจึงทำให้ค่าสนามไฟฟ้าเพิ่มขึ้น ส่งผลทำให้ค่าอุณหภูมิเพิ่มขึ้นตามลำดับ และเมื่อเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกในแต่ละกรณี ค่าศักย์ไฟฟ้าที่หม้อแปลงจ่ายออกมาทางด้านขาออกเพิ่มมากขึ้นตามจำนวนชั้น ส่งผลให้ค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้นภายในหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้นในแต่ละกรณีนั้นมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วย

ซึ่งจากตารางที่ 7.10 จะสังเกตเห็นว่าค่าการจำลองผลด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิตินั้นมีค่าที่มากกว่าค่าที่ได้จากการทดสอบจริง ซึ่งเป็นผลอันเนื่องมาจากปัจจัยภายนอกต่าง ๆ อาทิเช่น ปัจจัยทางด้านวัสดุ กล่าวคือ ในขั้นตอนกระบวนการสร้างหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกนั้นอาจมีผลทำให้คุณสมบัติทางกายภาพของสารไพเอโซอิเล็กทริกมีค่าที่ลดน้อยลงจากเดิม รวมไปถึงปัจจัยทางด้านสิ่งแวดล้อม เป็นต้น ซึ่งเมื่อเทียบกับการจำลองผลแล้วนั้น ค่าที่ใช้ในการจำลองผลเป็นค่าคุณสมบัติที่คงที่ในอุดมคติ ซึ่งค่าที่นำมาใช้นั้นไม่ได้มีการเปลี่ยนแปลงตามปัจจัยต่างๆ จึงเป็นผลทำให้ค่าที่ได้มานั้นมีความแตกต่างกัน

แต่สังเกตจากผลการจำลองและการทดสอบจริงแล้วนั้น พบว่าค่าที่ได้จากการจำลองผลด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเองโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิตินั้น มีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกันกับผลที่ได้จากการทดสอบจริง

7.6 สรุป

บทที่ 7 เป็นการอธิบายโปรแกรมการจำลองผลค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกแบบหลายชั้นที่มีผลมาจากค่าสนามไฟฟ้า พร้อมทั้งแสดงผลการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกในรูปแบบ 3 มิติ รวมถึงได้อธิบายเกี่ยวกับขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกอย่างละเอียด และนำผลที่ได้นำมาเปรียบเทียบกับระหว่างผลที่ได้จากการจำลองผลด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเองที่คำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับผลที่ได้จากการทดสอบในเชิงปฏิบัติ ซึ่งผลที่ได้นั้นพบว่าค่าที่ได้จากการจำลองผลและค่าที่ได้จากการทดสอบในเชิงปฏิบัติ นั้น มีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน และยังพบว่าการเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงไฟโอโซอิลเล็กทริกในแต่ละกรณีนั้น ส่งผลให้ค่าอุณหภูมิเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่าศักย์ไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นตามจำนวนชั้นมีความสัมพันธ์กับค่าสนามไฟฟ้าในเชิงการคำนวณ จึงส่งผลให้ค่าอุณหภูมิมีการเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย



บทที่ 8

สรุปและข้อเสนอแนะ

8.1 สรุป

งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยและการจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้า การกระจัดเชิงกล และอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็คทริกแบบหลายชั้น เพื่อพิจารณาคุณลักษณะของค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิ การจำลองผลในงานวิจัยนี้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ด้วยโปรแกรม MATLAB ที่พัฒนาขึ้นเอง พร้อมตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมกับผลการทดสอบจริงในเชิงปฏิบัติ

การสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในบทที่ 2 ถือเป็นรากฐานที่สำคัญในการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับประยุกต์และพัฒนาต่อยอดองค์ความรู้ในงานวิจัย การศึกษาทฤษฎีและหลักการต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยในบทที่ 3 ทั้งเรื่องหม้อแปลงไฟฟ้า หม้อแปลงไฟโอโซอิเล็คทริก ทฤษฎีความร้อน และระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ต่างได้ถูกนำมาใช้เป็นพื้นฐานฐานความรู้และความเข้าใจในการดำเนินงานวิจัย

ส่วนการดำเนินงานวิจัยในบทที่ 4 นั้น เป็นขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกล ซึ่งจะอยู่ในรูปของอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง และอธิบายถึงขั้นตอนต่างๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลเลอร์กิน เข้ามาช่วยในการคำนวณทางด้านไฟไนท์อีลิเมนต์อีกด้วย ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้แบ่งการศึกษาหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็คทริกออกเป็น 3 กรณีคือ PZT-1, PZT-2 และ PZT-3 ซึ่งในแต่ละกรณีนั้นมีความแตกต่างกันอยู่ที่จำนวนชั้นของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็คทริกที่พิจารณา โดยจำนวนชั้นจะแบ่งออกเป็น 2, 3 และ 4 ชั้นตามลำดับ ส่วนในบทที่ 5 นั้นเป็นการอธิบายถึงการคำนวณอุณหภูมิที่เกิดขึ้นภายในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็คทริกโดยประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์เช่นเดียวกับในบทที่ 4 และได้อธิบายเกี่ยวกับค่าศักย์ไฟฟ้าที่มีความสัมพันธ์กับค่าสนามไฟฟ้า เพื่อนำค่าสนามไฟฟ้าไปประยุกต์ใช้ในการคำนวณหาอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็คทริก

และในบทที่ 6 จะกล่าวถึงโปรแกรมการจำลองผลของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกล ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ พร้อมทั้งแสดงผลการจำลองด้วยภาพกราฟิก 3 มิติ โดยผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกเพิ่มขึ้น ซึ่งค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลจะสูงที่สุดที่ค่าความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลง ซึ่งเป็นจุดที่ทำให้หม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกสามารถทำงานได้ดีที่สุด และเมื่อออกจากช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงแล้ว ค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลจะลดลงตามลำดับ

ในบทที่ 7 จะนำเสนอการจำลองผลค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งผลของการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นภายในหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกนั้นมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนชั้นของหม้อแปลงเพิ่มขึ้นเช่นกัน ทั้งนี้ยังได้อธิบายถึงขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกอย่างละเอียด โดยในงานวิจัยนี้ได้ใช้สารไพโอโซอิเล็กทริกเบอร์ APC 841 ในการสร้างหม้อแปลงเพื่อนำชิ้นงานนี้มาทดสอบจริงในเชิงปฏิบัติและนำผลที่ได้จากการทดสอบมาเปรียบเทียบกับ โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเอง ซึ่งผลที่ได้นั้นก็สอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน

8.2 ข้อเสนอแนะและงานวิจัยในอนาคต

1) ประยุกต์นำระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ มาวิเคราะห์ปัญหาทางด้านอื่น ๆ อาทิ เช่น วิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับแรงกดที่มีผลต่อสารไพโอโซอิเล็กทริก นำมาวิเคราะห์เกี่ยวกับอายุการใช้งานของสารไพโอโซอิเล็กทริก เป็นต้น

2) จากการศึกษาการวิเคราะห์ปัญหาความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับอุณหภูมิของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกในงานวิจัยนี้ ซึ่งได้ทำการศึกษาแต่เพียงการทดสอบตัวหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกเพียงอย่างเดียว ซึ่งในอนาคตอาจจะนำหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกไปประยุกต์ใช้กับวงจรต่าง ๆ อาทิเช่น วงจรขับหลอดฟลูออเรสเซนต์ เพื่อศึกษาผลที่อาจเกิดขึ้นต่อไป

รายการอ้างอิง

- นิธิพนธ์ พุทธงชัย. (2552). ผลของคุณสมบัติวัสดุ PZTs ต่อการเก็บเกี่ยวพลังงาน วิทยานิพนธ์
มหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมเซรามิก มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
- ปราโมทย์ เคะชะอำไพ. (2542). ไฟฟ้าอินทรีย์ในงานวิศวกรรม. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ:
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราโมทย์ เคะชะอำไพ. (2549). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม. (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ:
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เผด็จ เผ่าละออ. (2548). การออกแบบแนวใหม่ของมอเตอร์เหนี่ยวนำเพื่อลดการสั่นสะเทือนโดยวิธี
ไฟฟ้าอินทรีย์. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัย
เทคโนโลยีสุรนารี.
- พิทักษ์ เหล่ารัตนกุล. (2548). หม้อแปลงไฟฟ้าเซรามิก. กรุงเทพฯ: ศูนย์เทคโนโลยีโลหะ
และวัสดุแห่งชาติ.
- มณฑกานต์ พิรศักดิ์โสภณ. (2553). บัลลาสต์ไฟฟ้ไอโซอิเล็กทริกสำหรับหลอดฟลูออเรสเซนต์ 36
วัตต์ ชนิด T8. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยี
สุรนารี.
- มนทล นาวงษ์. (2546). การศึกษาเปียโซอิเล็กทริกทรานส์ฟอร์มเมอร์สำหรับการประยุกต์ใช้งานใน
วงจรจ่ายกำลังแบบสวิทช์ชิ่ง. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- สุทัศน์ จันบัวลา. (2549) การศึกษาสมบัติทางเพียโซอิเล็กทริกของสาร PMnM-PZT
ที่ผ่านการสังเคราะห์ที่อุณหภูมิต่ำ สำหรับประยุกต์ใช้งานหม้อแปลงไฟฟ้าชนิด
เพียโซอิเล็กทริก. งานวิจัย คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต.
- สุธรรม ศรีหล่มสัก. (2555) เอกสารประกอบการสอนรายวิชา piezoelectric ceramic.
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. นครราชสีมา.
- สมชัย อัครทิวา และขวัญจิต วงษ์ชาติ. (2545) เทอร์โมไดนามิกส์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ท็อป.
- อานนท์ อิศรมงคลรักษ์. (2552). การออกแบบอุปกรณ์กักเก็บพลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีผลต่อ
ผู้ปฏิบัติงานที่ทำงานใต้สายส่งกำลังไฟฟ้าด้วยวิธีไฟฟ้าอินทรีย์แบบ 3 มิติ. วิทยานิพนธ์
มหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.

- Ando, E.I., and Kagawa, Y. (1992). Finite-element simulation of transient heat response in ultrasonic transducers. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 39 (3): 432-440.
- Buchanan, G. R., and Peddieson, J., (1989). Axsymmetric vibration of infinite piezoelectric cylinders using one-dimensional finite element. *IEEE Transactions on Ultrasonics*. 36 (4): 459-465.
- Dalessandro, L., and Rosato, D. (2005). Finite element analysis of the frequency response of a metallic cantilever coupled with a piezoelectric transducer. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 54 (5): 1881-1890.
- Eric, M.B.(2005). Design of Radial mode piezoelectric transformer for Lamp ballast applications. Thesis Master of science in Electrical Engineering., Virginia polytechnic institute and state university.
- Eric, M.B., Weixing, H., Dan, Y.C., and Fred, C.L. (2005). Radial mode piezoelectric transformer design for fluorescent Lamp ballast applications. **IEEE Transactions on Power Electronics**. 20(5): 1213-1220.
- Friedrich, W., Lerch, R., Prestele, K., and Soldner, R., (1990). Simulation of piezoelectric lamb wave delay lines using a finite element method. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 37 (2): 248-254.
- Henderson, I. R. (2002). Piezoelectric ceramics: principles and applications. **APC International Ltd.** American Piezo Ceramics Inc & APC Products, Inc.
- Jin, Y., Foo, C.F., and Zhu, W.G. (1999). Three-dimensional simulation of piezoelectric transformer for the switching power supply. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 54 (1): 295-299.
- Joo, H-W., Lee, C-H., and Jung, H-K. (2001). Analysis of piezoelectric transformer by using finite-element method and equivalent-circuit considering load variation. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 56 (1): 459-462.
- Joo, H-W., Lee, C-H., Rho, J-S., and Jung, H-K. (2006). Analysis of temperature rise for piezoelectric transformer using finite-element method. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 53 (8): 1449-1457.

- Kim, I., Joo, H., Jeong, S., Kim, M., Song, and J. Thang, V.V. (2011). Output power of a ring-type stacked piezoelectric transformer with pure Ag electrode. **Journal of the Korean Physical Society**. 58 (3): 627-631.
- Kim, B. T., Kwon, B. I., and Park, S. C. (1999). Reduction of electromagnetic force harmonics in asynchronous traction motor by adapting the rotor slot number. **IEEE Transactions on Magnetics**. 35 (5): 3742-3744.
- Loaratanakul, P., and Uchino, K. (2004). Designing a radial mode laminated piezoelectric transformer for high power application. **IEEE International ultrasonic, Ferroelectrics**. : 229-232.
- Loaratanakul, P. (2007). Characteristics of radial mode piezoelectric transformers. **Materials forum** 31 : 152-155
- Lee, C-H., Joo, H-W., Rho, J-S, Cho H-S., and Jung H-K., (2002). Inversion of piezoelectric material coefficients by using finite element method with asymptotic waveform evaluation. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 56 (4): 661-664.
- Lerch, R. (1990). Simulation of piezoelectric devices by two and three dimension finite element. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 37 (2): 233-247.
- Li, H.L., Hu, J.H., and Chan, H.L.W. (2004). Finite element analysis on piezoelectric ring transformer. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 51 (10): 1247-1254.
- Lin, R. L., Lee, F. C., Baker, E. M., and Chen, D. Y. (2000). Inductor-less piezoelectric transformer ballast for linear fluorescent lamps. **Proceeding on CPES Power Electronics System**. 309-314.
- Lovau, V., Liu, Y.P., and Costa, F. (2009). Analysis of the heat dissipated by losses in a piezoelectric transformer **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 56 (8): 1745-1752.
- Park, J-H., Cho, B-H., Choi, S-J., and Lee, S-M. (2009). Analysis of the thermal balance characteristics for multiple-connected piezoelectric transformers. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 56(8) : 1617-1626.
- Prieto, R., Sanz, M., Cobos, J.A., Alou, P., Garcia, O., and Uceda, J. (2001). Design considerations of multi-layer piezoelectric transformers. **APEC 2001. Sixteenth Annual IEEE**. vol.2 1258 - 1263 .

- Preston, T. W., Reece, A. B. J., and Sangha, P. S. (1988). Induction motor analysis by time-stepping techniques. *IEEE Transactions on Magnetics*. 24 (1): 471-474.
- Safari, A., and Akdogan, E. K. (2008). Piezoelectric and acoustic materials for transducer application. USA: Springer.
- Shin, H., Ahn, H., and Han, D-Y., (2005). Modeling and analysis of multilayer piezoelectric transformer. *Science Direct Materials Chemistry and Physics* 92(2005): 616-620.
- Srilomsak. S., Putthongchai. N., Pitiket. B., Narasri. K., Kulworawanichpong. T., Phirasaksophon. M., Laoratanakul. P. (2011). Effects of thickness and input/output area ratio on electrical characteristics of circular ring/dot type piezoelectric transformer. **Integrated Ferroelectric**.130 : 39-49
- Tsuchiya, T., Kagawa, Y., Wakatsuki, N., and Okamura H. (2001). Finite element simulation of piezoelectric transformers. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 48 (4): 872-878.
- Thang, V.V., Kim, I., Joo, H., Jeong, S., Kim, M., and Song, J. (2011). Investigation of the optimum design for a 10 W step-down 3-layer piezoelectric transformer. **Journal of the Korean Physical Society**. 58 (3): 622-626.
- Wang, Y.C., He, J.J., Liu, Y.P., Wu, J., and Lee, C.K. (2005). Theory and experiment of high voltage step-up ratio disk type piezoelectric transformer for LCD-TV. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 55 (8): 284-287.
- Wang, J.S., and Ostergaard, D.F. (1999). A finite element-electric circuit coupled simulation method for piezoelectric transducer. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 59 (9): 1105-1108.
- Yong, Y-K., and Cho, Y. (1994). Algorithms for eigenvalue problems in piezoelectric finite element analyses. *IEEE Transactions on Ultrasonics*. 54 (5): 1057-1062.
- Yong, Y-K., and Zhen, Z. (1993). A perturbation method for finite element modeling of piezoelectric vibrations in quartz plate resonators. *IEEE Transactions on Ultrasonics*. 40 (5): 551-562.
- Yoo, J-H., Kim, K-J., Lee, C-B., Paik, D-S., Yoon, H-S., and Hong, J.(2006). Electrical properties of step-down multilayer piezoelectric transformer for AC-DC converter. **IEEE Conferences**. 220–223.

Zhiming. W., Xinghong. Y., Yadong. J., and Guangzhong. X. (1999). The analysis of multilayer piezoelectric transformer. **Optoelectronic Information School University of Electronic Science and technology of China.**





ภาคผนวก ก

ภาพแสดงอุปกรณ์และการวัดคุณสมบัติของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์

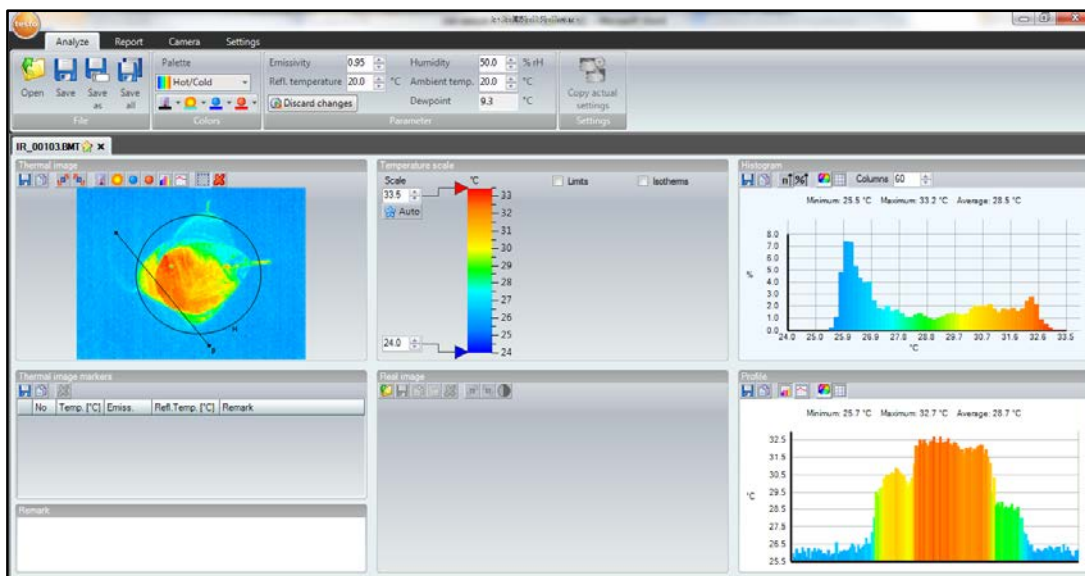
ภาพแสดงอุปกรณ์และการวัดอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์

การแสดงเครื่องมือวัดและอุปกรณ์ต่างๆ ที่ใช้ในการวัดค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ ก.1



รูปที่ ก.1 กล้องถ่ายภาพความร้อน (Thermo imager) รุ่น TESCO 880

ซึ่งกล้องถ่ายภาพความร้อนนี้สามารถส่งผ่านข้อมูลเพื่อประมวลผลด้วยโปรแกรมการวิเคราะห์อุณหภูมิ TESCO IRSoft software ได้ดังแสดงด้วยรูปที่ ก.2



รูปที่ ก.2 โปรแกรมวิเคราะห์การวัดอุณหภูมิ TESCO IRSoft software

งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการสร้างหม้อแปลงไฟ้อิเล็กทริก เพื่อนำมาทดสอบในทางปฏิบัติ ซึ่งในส่วนต่อไปนี้จะเป็นการแสดงภาพอุปกรณ์และเครื่องมือที่ใช้ในขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงและทดสอบหม้อแปลงไฟ้อิเล็กทริก ซึ่งในส่วนแรกจะแสดงถึงอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดสอบ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ ก.3-ก.5



รูปที่ ก.3 เครื่อง function generater



รูปที่ ก.4 เครื่อง power amplifier



รูปที่ ก.5 เครื่อง digital multimeter Fluke 79 II

จากรูปที่ ก3-ก5 แสดงอุปกรณ์และเครื่องมือวัดที่ใช้ต่อในวงจรทดสอบหม้อแปลง
ไพโอโซอิเล็กทริก โดยที่รูป ก3 แสดงเครื่อง function generator ซึ่งมีหน้าที่ในการจ่ายแรงดันและ
ความถี่ให้กับหม้อแปลงทดสอบ รูปที่ ก4 เครื่อง power amplifier มีหน้าที่เป็นตัวช่วยขยายสัญญาณ
ที่ออกจากเครื่อง function generator และรูปที่ ก5 เครื่อง digital multimeter เป็นเครื่องมือวัดค่า
แรงดันไฟฟ้าที่เกิดขึ้น

ในส่วนต่อไปจะเป็นการแสดงผลของเครื่องมือและอุปกรณ์ในส่วนของการสร้างหม้อแปลง
ไพโอโซอิเล็กทริก สามารถแสดงได้ดังรูปที่ ก.6-ก.13



รูปที่ ก.6 เครื่องอัดไฮดรอลิก (hydraulic press)



รูปที่ ก.7 เตาเผาใช้งาน



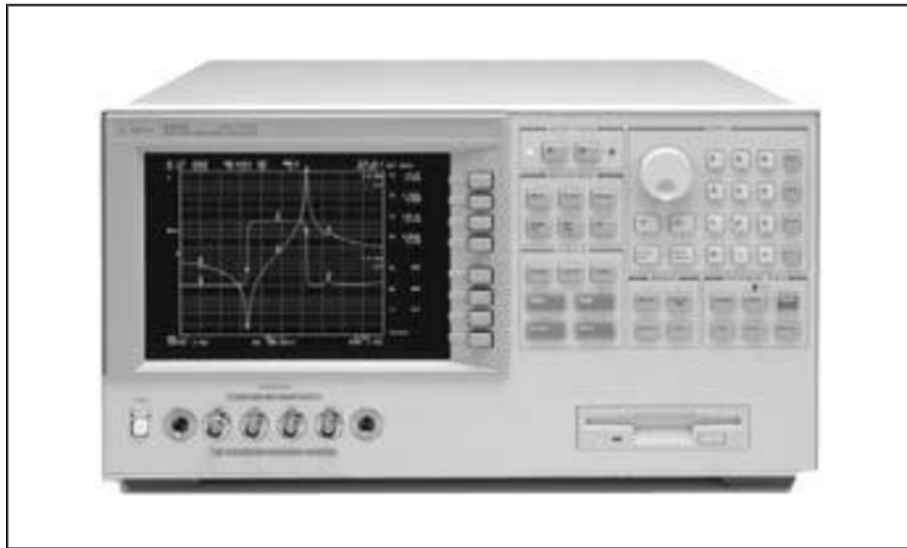
รูปที่ ก.8 เครื่องเหนี่ยวนำขั้วไฟฟ้า



รูปที่ ก.9 เครื่องชั่งสาร



รูปที่ ก.10 เครื่องวัดค่า d33



รูปที่ ก.11 เครื่อง precision LCR Meter



รูปที่ ก.12 แผ่นทองแดง



รูปที่ ก.13 กาว Epoxy

จากรูปที่ ก.6-ก.13 แสดงอุปกรณ์และเครื่องมือต่างๆที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิลิกทริก ซึ่งจากรูปที่ ก.6 แสดงเครื่องอัดไฮดรอลิก ซึ่งหน้าที่คือ นำมาอัดชิ้นงานให้เป็นลักษณะเม็ดกลม รูปที่ ก.7 คือเตาเผาชิ้นงาน ซึ่งเมื่อทำการอัดเม็ดเสร็จแล้ว เราจึงนำชิ้นงานตัวอย่างมาเผา และนำชิ้นงานไปสู่กระบวนการต่อไป จากรูปที่ ก.8 แสดงเครื่องจัดเรียงขั้ว ซึ่งเครื่องนี้มีหน้าที่เหนี่ยวนำขั้วของหม้อแปลงไฟโอโซอิลิกทริกให้จัดเรียงตัวกันอย่างเป็นระเบียบ โดยรูปที่ ก.9 แสดงภาพเครื่องซั่งสาร ซึ่งเราต้องทำการซั่งสารทั้งก่อนและหลัง เพื่อดูค่าการเปลี่ยนแปลงของหม้อแปลงไฟโอโซอิลิกทริก และเมื่อผ่านกระบวนการต่าง ๆ แล้ว จึงนำชิ้นงานไปทดสอบคุณสมบัติต่าง ๆ ด้วยเครื่องวัดค่า d33 แสดงได้ดังรูปที่ ก.10 และตรวจสอบค่าความเก็บประจุไฟฟ้าและค่าสูญเสียทางไดอิเล็กทริกด้วยเครื่อง precision LCR Meter แสดงได้ดังรูปที่ ก.11 ในส่วนของรูปที่ ก.12 และ ก.13 แสดงภาพแผ่นทองแดงที่นำมาเป็นตัวนำไฟฟ้าขึ้นในแต่ละชั้นของหม้อแปลงโดยแต่ละชั้นนั้นประสานกันด้วยกาว Epoxy

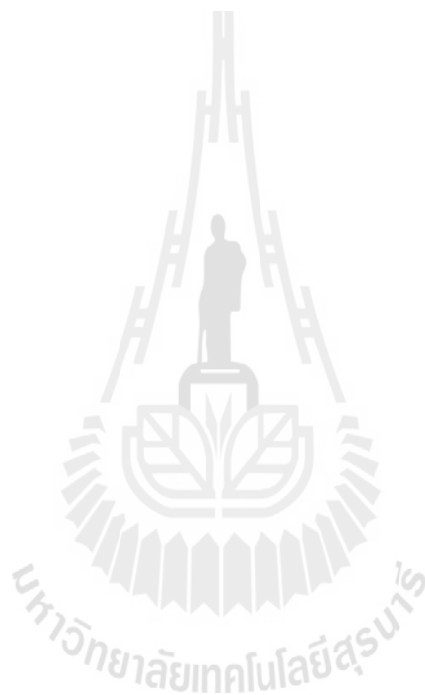
The logo of Sakon Nakhon University is a circular emblem. At the top, there is a stylized representation of a traditional Thai roof structure. Below this, a central figure stands on a pedestal. The figure is flanked by two vertical elements that resemble the Thai characters 'ส' and 'น'. The entire emblem is set within a circular border containing the university's name in Thai script.

ภาคผนวก ข

บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในระหว่างศึกษา

บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ขณะศึกษา

Panya-isara, C., Kulworawanichpong, T., and Pao-la-or, P. (2011). **Study of Characteristics of Multi-layer Piezoelectric Transformers by Using 3-D Finite Element Method**
The World Academy of Science Engineering and Technology, issue 60, December 2011.
pp. 77-82



Study of Characteristics of Multi-Layer Piezoelectric Transformers by using 3-D Finite Element Method

C. Panya-Isara, T. Kulworawanichpong, and P. Pao-La-Or

Abstract—Piezoelectric transformers are electronic devices made from piezoelectric materials. The piezoelectric transformers as the name implied are used for changing voltage signals from one level to another. Electrical energy carried with signals is transferred by means of mechanical vibration. Characterizing in both electrical and mechanical properties leads to extensively use and efficiency enhancement of piezoelectric transformers in various applications. In this paper, study and analysis of electrical and mechanical properties of multi-layer piezoelectric transformers in forms of potential and displacement distribution throughout the volume, respectively. This paper proposes a set of quasi-static mathematical model of electro-mechanical coupling for piezoelectric transformer by using a set of partial differential equations. Computer-based simulation utilizing the three-dimensional finite element method (3-D FEM) is exploited as a tool for visualizing potentials and displacements distribution within the multi-layer piezoelectric transformer. This simulation was conducted by varying a number of layers. In this paper 3, 5 and 7 of the circular ring type were used. The computer simulation based on the use of the FEM has been developed in MATLAB programming environment.

Keywords—Multi-layer Piezoelectric Transformer, 3-D Finite Element Method (3-D FEM), Electro-mechanical Coupling, Mechanical Vibration

I. INTRODUCTION

PIEZOELECTRIC transformers are electronic devices made from piezoelectric material such as BaTiO₃, PZT, PbN₂O₆, PT, PLZT and PMN. Piezoelectric transformer is typically to convert electrical input voltage from one level to one another by using mechanical vibration of medium material. At resonance frequency, voltage input transfers its energy through piezoelectric material to generate vibration. This process is similar to that of actuators. This vibration can be recovered and be converted to electrical energy at the output layer with a specific voltage gain acting as transducers. In this paper, radial mode vibration [1] of a circular ring or

C. Panya-Isara is with the School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima, THAILAND (e-mail: aladiz_z@hotmail.com).

T. Kulworawanichpong is with the School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima, THAILAND (e-mail: thanatch@sut.ac.th).

P. Pao-la-or is with the School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima, THAILAND (corresponding author to provide phone: 0-4422-4407; fax: 0-4422-4601; e-mail: padej@sut.ac.th).

shortly called the ring-dot type where its applications in ballast electronic has been increasingly found is selected for study. Finite Element Method (FEM) is one of the most popular numerical methods used for computer simulation. The key advantage of the FEM over other numerical methods in engineering applications is the ability to handle nonlinear, time-dependent and complex geometry problems. Therefore, this method is suitable for solving the problem of potentials and displacements distribution of the piezoelectric transformers. To utilize the advantages of the 3-D Finite Element Method (3-D FEM) for handling the electro-mechanical coupling problems, 3-D FEM model development and problem formulation need to be defined in electro-mechanical coupling problems of piezoelectric transformer.

In this paper, a set of quasi-static mathematical model of electro-mechanical coupling for piezoelectric transformer is briefed in Section II. Section III is to illustrate the utilization of the 3-D FEM by using Galerkin approach for the electro-mechanical modeling described in Section II. The domain of study with the 3-D FEM can be discretized by using linear tetrahedron elements. Section IV gives simulation results when consider multi-layer piezoelectric transformers of which 3, 5, and 7 layers of the circular ring type are used. This section also gives some discussion and points out the influence of different layers. Study and analysis of electrical and mechanical properties in forms of potential and displacement distribution are determined throughout the volume. The simulation conducted herein is based on the 3-D FEM method given in Section III. All the programming instructions are coded in MATLAB program environment with graphical representation for potentials and displacements. The last section gives conclusion.

II. MODELING OF ELECTRO-MECHANICAL COUPLING FOR A PIEZOELECTRIC TRANSFORMER

Piezoelectric transformer can be described by using mathematical models to exhibit electro-mechanical coupling among stress tensor (**T**), strain tensor (**S**), electric field (**E**), and electric displacement (**D**) as in (1) and (2) [2], [3].

$$\mathbf{T} = c^E \mathbf{S} - e^T \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\mathbf{D} = e \mathbf{S} + \epsilon^S \mathbf{E} \quad (2)$$

where c^E is the elastic stiffness tensor at constant electric field, ε^S is the dielectric permittivity tensor at constant strain, and e is piezoelectric stress tensor.

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad \text{with } \mathbf{S} = B\mathbf{u} \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad \text{with } \mathbf{E} = -\nabla\Phi \quad (4)$$

And (3) and (4) are momentum balance and electric balance equations, respectively, in which ρ , B , \mathbf{u} , and Φ are mass density, first spatial derivatives of the interpolation, mechanical displacement, and electric potential, respectively.

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}$$

This paper has considered the time-harmonic system [4], therefore,

$$\ddot{\mathbf{u}} = -\omega^2 \mathbf{u}$$

..., where ω is the angular frequency.

As described, a set of quasi-static mathematical model of electro-mechanical coupling for piezoelectric transformer by using a set of partial differential equations is collected as in (5) and (6).

$$c^E (\nabla \cdot B\mathbf{u}) + \rho \omega^2 \mathbf{u} + e^T (\nabla \cdot \nabla\Phi) = 0 \quad (5)$$

$$e(\nabla \cdot B\mathbf{u}) - \varepsilon^S (\nabla \cdot \nabla\Phi) = 0 \quad (6)$$

Analytically, there is no simple exact solution of the above equation. Therefore, in this paper the 3-D FEM is chosen to be a potential tool for finding approximate potential and displacement solutions for the quasi-static partial differential equation described as in (5) and (6) [5], [6].

III. 3-D FEM FOR THE PIEZOELECTRIC TRANSFORMER

A. Discretization

This paper uses PZT powder to form circular ring multi-layer piezoelectric transformers of 3, 5, and 7 layers for test as described in Fig. 1. The test specimens have 30 mm of diameter (D) and 3 mm of the total thickness (t). The domain of study with the 3-D FEM can be discretized by using linear tetrahedron elements. This can be accomplished by using Solidworks for 3-D grid generation. Fig. 2 displays grid representation of the test system. The region domain consists of 13,530 nodes and 68,122 elements.

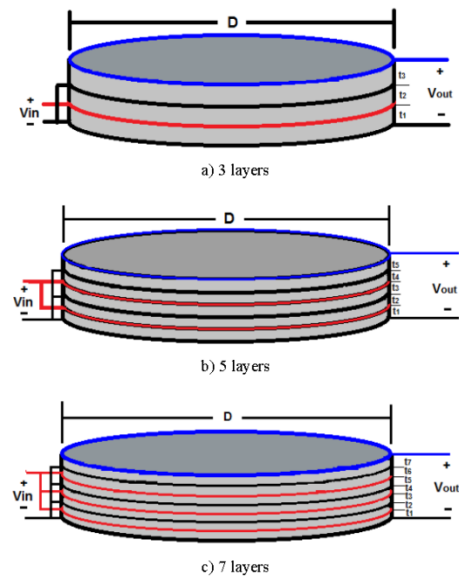


Fig. 1 Detail of the multi-layer piezoelectric transformers

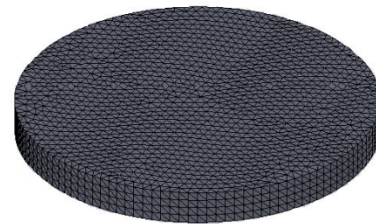


Fig. 2 Discretization of the piezoelectric transformer

B. 3-D FEM Formulation

An equation governing each element is derived from the electro-mechanical equations directly by using Galerkin approach, which is the particular weighted residual method for which the weighting functions are the same as the shape functions. The shape function for 3-D FEM used in this research is the application of 4-node tetrahedron element (three-dimensional linear element) [7]-[9]. According to the method, the result is expressed as follows

$$A(x, y, z) = A_1 N_1 + A_2 N_2 + A_3 N_3 + A_4 N_4 \quad (7)$$

..., where N_i , $i = 1, 2, 3, 4$ is the element shape function and the A_i , $i = 1, 2, 3, 4$ is the approximation of the result at each node (1, 2, 3, 4) of the elements, which is

$$N_i = \frac{1}{6V}(a_i + b_i x + c_i y + d_i z)$$

..., where V is the volume of the tetrahedron element, which is expressed as

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}$$

and

$$a_1 = x_4(y_2 z_3 - y_3 z_2) + x_3(y_4 z_2 - y_2 z_4) + x_2(y_3 z_4 - y_4 z_3)$$

$$a_2 = x_4(y_3 z_1 - y_1 z_3) + x_3(y_1 z_4 - y_4 z_1) + x_1(y_4 z_3 - y_3 z_4)$$

$$a_3 = x_4(y_1 z_2 - y_2 z_1) + x_2(y_4 z_1 - y_1 z_4) + x_1(y_2 z_4 - y_4 z_2)$$

$$a_4 = x_3(y_2 z_1 - y_1 z_2) + x_2(y_1 z_3 - y_3 z_1) + x_1(y_3 z_2 - y_2 z_3)$$

$$b_1 = y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3)$$

$$b_2 = y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1)$$

$$b_3 = y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2)$$

$$b_4 = y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1)$$

$$c_1 = x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2)$$

$$c_2 = x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3)$$

$$c_3 = x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1)$$

$$c_4 = x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2)$$

$$d_1 = x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3)$$

$$d_2 = x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1)$$

$$d_3 = x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2)$$

$$d_4 = x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)$$

The method of the weighted residue with Galerkin approach is then applied to the differential equation, refer to (5) and (6), where the integrations are performed over the element domain Ω .

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot N_i (c^E B u) d\Omega + \int_{\Omega} N_i (\rho \omega^2 u) d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \cdot N_i (e^T \nabla \Phi) d\Omega = 0$$

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot N_i (e B u) d\Omega - \int_{\Omega} \nabla \cdot N_i (e^S \nabla \Phi) d\Omega = 0$$

Finally, a set of linear equations in the compact matrix form is obtained

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] - \omega^2 [M] & [K_{u\Phi}] \\ [K_{u\Phi}]^T & [K_{\Phi\Phi}] \end{bmatrix}_{16 \times 16} \begin{bmatrix} u \\ \Phi \end{bmatrix}_{16 \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{16 \times 1} \quad (8)$$

..., where the matrices $[M]$, $[K_{uu}]$, $[K_{u\Phi}]$ and $[K_{\Phi\Phi}]$ are the mass, stiffness, piezoelectric coupling, and dielectric matrices, respectively.

$$[M]_{12 \times 12} = \frac{-\rho V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \cdot & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \cdot & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[K_{uu}]_{12 \times 12} = \frac{1}{36V} B_u^T (c^E) B_u$$

$$[K_{u\Phi}]_{12 \times 4} = \frac{1}{36V} B_u^T (e^T) B_{\Phi}$$

$$[K_{\Phi\Phi}]_{4 \times 4} = \frac{1}{36V} B_{\Phi}^T (-e^S) B_{\Phi}$$

..., where

$$B_u = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_\phi = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix}$$

For one element containing 4 nodes, the expression of the FEM approximation is a 16x16 matrix. With the account of all elements in the system of *n* nodes, the system equation is sizable as the 4*n*x4*n* matrix.

IV. SIMULATION RESULTS

The boundary conditions applied here are that to set zero potential at the ground electrode and 50 V at the input electrode. This simulation uses the system frequency of 50 Hz. The piezoelectric material properties shown by [2]:

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 11.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11.7 & 0 & 0 \\ -5.4 & -5.4 & 13.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (\text{C/m}^2)$$

$$c^E = \begin{bmatrix} 14.9 & 10.1 & 9.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.9 & 9.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 14.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.4 \end{bmatrix} \times 10^{10} (\text{N/m}^2)$$

$$\epsilon^S = \begin{bmatrix} 8.0 & 0 & 0 \\ 0 & 8.0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.2 \end{bmatrix} \times 10^{-9} (\text{F/m}^2)$$

$$\rho = 7600 \text{kg/m}^3$$

The FEM-based simulation conducted in this paper is coded with MATLAB programming for calculation of electric potentials and mechanical displacements of multi-layer piezoelectric transformer when considering 3, 5, and 7 layers. Each of which was tested with a range of 90-125 kHz of input sources. Fig. 3 displayed electric potentials in forms of voltage gain in association with its operating frequency for all different three numbers of layers. As a result, 3-layer case gave the highest voltage gain at 35.12, 116 kHz (natural frequency). For 5-layer case, the highest voltage gain was 168.15 at 119 kHz. The final case, 7-layer, the highest voltage gain was 211.16 at 92 kHz. This revealed that when the number of layers is increased, the voltage gain is also increased.

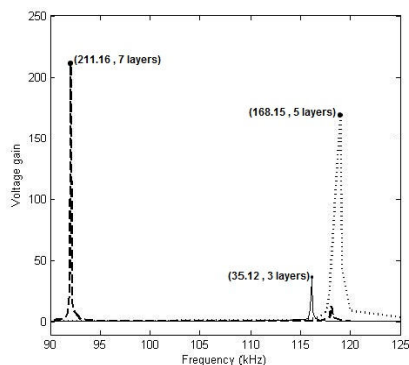


Fig. 3 Frequency responses for three different numbers of layers

For which 3-D FEM result, it can be graphically presented in the filled polygon of potentials and displacements dispersed thoroughly the volume of multi-layer piezoelectric transformer. Fig. 4-6 illustrate the result of potential distribution in form of voltage gain of 3-D FEM at natural frequency where the voltage gain of the piezoelectric transformer is high when considering 3, 5, and 7 layers, respectively. When the number of layers increases, the voltage gain is also increased. Also, at the natural frequency excitation of the 3, 5, and 7 layers, the displacement distribution of those were shown in Fig. 7-9, respectively. The 3-layer case gave the highest displacement at 1.18×10^{-6} m. The 5-layer case gave the highest displacement at 6.68×10^{-6} m. Whereas the 7-layer case gave the highest displacement at 16.46×10^{-6} m. As can be seen, when the number of layers increases, the highest displacement is also increased in such a way that the voltage gain increases. This characteristic is vital and can be described by the mathematical model of electro-mechanical coupling.

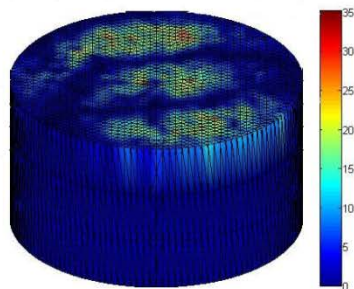


Fig. 4 Voltage gain at natural frequency for 3-layer piezoelectric transformer

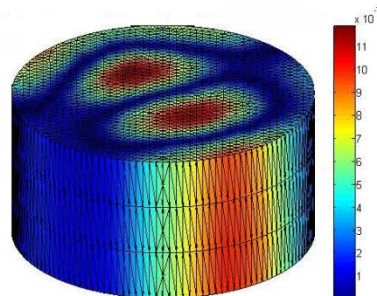


Fig. 7 Displacements distribution (m) at natural frequency for 3-layer piezoelectric transformer

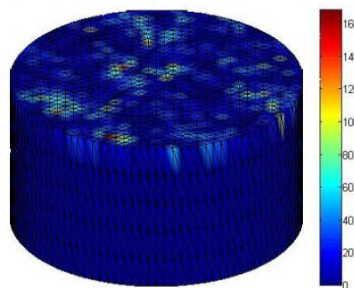


Fig. 5 Voltage gain at natural frequency for 5-layer piezoelectric transformer

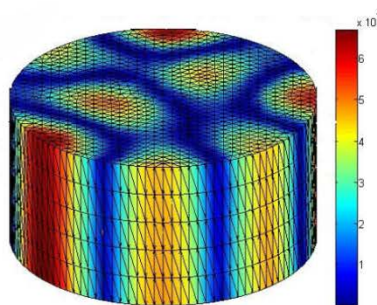


Fig. 8 Displacements distribution (m) at natural frequency for 5-layer piezoelectric transformer

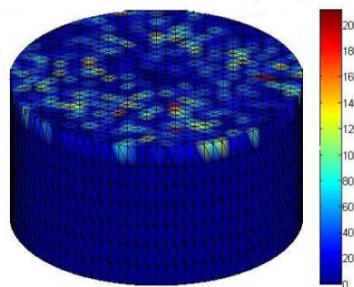


Fig. 6 Voltage gain at natural frequency for 7-layer piezoelectric transformer

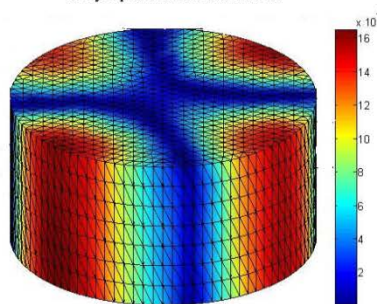


Fig. 9 Displacements distribution (m) at natural frequency for 7-layer piezoelectric transformer

V. CONCLUSION

This paper presents FEM based simulation for visualization of potential and displacement distribution when considering the multi-layer piezoelectric transformer of 3, 5, and 7 layers. The test multi-layer piezoelectric transformers are circular ring type made from PZT. The computer simulation is performed by using 3-D finite element method (3-D FEM) instructed in MATLAB programming codes. As a result, when the number of layers increases, the electric potential and the mechanical displacement of multi-layer piezoelectric transformers are also increased due to the appearance of electro-mechanical coupling in piezoelectric transformers.

REFERENCES

- [1] N.A. Demerdash and D.H. Gillott, "A new approach for determination of eddy current and flux penetration in nonlinear ferromagnetic materials," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.74, pp. 682-685, 1974. K.F. Kwok, P. Dong, K.W.E. Cheng, K.W. Kwok, Y.L. Ho, X.X. Wang and H. Chan, "General Study on Piezoelectric Transformer," *IEEE Transactions on Ultrasonics*, Vol. 55, pp.216-220, 2002.
- [2] R. Lerch, "Simulation of Piezoelectric Devices by Two and Three Dimension Finite Element," *IEEE Transactions on Ultrasonics*, Vol. 37, No. 2, pp.233-247, 1990.
- [3] J.S. Wang and D.F. Ostergaard, "A Finite Element-Electric Circuit Coupled Simulation Method for Piezoelectric Transducer," *IEEE Transactions on Ultrasonics*, Vol. 59, pp.1105-1108, 1999.
- [4] C. Christopoulos, *The Transmission-Line Modeling Method: TLM*, IEEE Press, USA, 1995.
- [5] P. Pao-la-or, T. Kulworawanichpong, S. Sujitjorn and S. Peaiyoung, "Distributions of Flux and Electromagnetic Force in Induction Motors: A Finite Element Approach," *WSEAS Transactions on Systems*, Vol. 5, No. 3, pp.617-624, 2006.
- [6] P. Pao-la-or, A. Isaramongkolrak and T. Kulworawanichpong, "Finite Element Analysis of Magnetic Field Distribution for 500-kV Power Transmission Systems," *Engineering Letters*, Vol. 18, No. 1, pp.1-9, 2010.
- [7] R.W. Lewis, P. Nithiarasu and K.N. Seetharamu, *Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow*, John Wiley & Sons, USA, 2004.
- [8] M.A. Bhatti, *Advanced Topics in Finite Element Analysis of Structures*, John Wiley & Sons, USA, 2006.
- [9] P.I. Kattan, *MATLAB Guide to Finite Elements (2nd edition)*, Springer Berlin Heidelberg, USA, 2007.

ประวัติผู้เขียน

นายชวลิต ปัญญาอิสระ เกิดเมื่อวันที่ 5 สิงหาคม พ.ศ. 2529 เกิดที่อำเภอบางปะอิน จังหวัด พระนครศรีอยุธยา สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนธรรมศาสตร์คลองหลวงวิทยาคม เมื่อปีพ.ศ. 2548 และได้เข้ารับการศึกษต่อในระดับปริญญาตรี ที่มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมาและสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) ในปี พ.ศ. 2551 หลังจากสำเร็จการศึกษาได้เข้ารับการศึกษต่อในระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี โดยขณะศึกษาได้ปฏิบัติงานเป็นผู้ช่วยสอนปฏิบัติการของสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้าสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีจำนวน 5 รายวิชา ได้แก่ (1) ปฏิบัติการการแปลงผันพลังงานทางกลไฟฟ้า (2) ปฏิบัติการวิศวกรรมไฟฟ้ามูลฐาน (3) ปฏิบัติการวงจรอิเล็กทรอนิกส์ (4) ปฏิบัติการวิศวกรรมไฟฟ้า 1 และ (5) ปฏิบัติการเครื่องจักรกลไฟฟ้า ทั้งนี้มีความสนใจในด้านการวิเคราะห์ถึงความร้อน สักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของระบบรวมไปถึงการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ในงานระบบไฟฟ้ากำลัง

ระหว่างศึกษาในระดับปริญญาโท ได้มีผลงานวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ โดยมีปรากฏดังภาคผนวก ข.