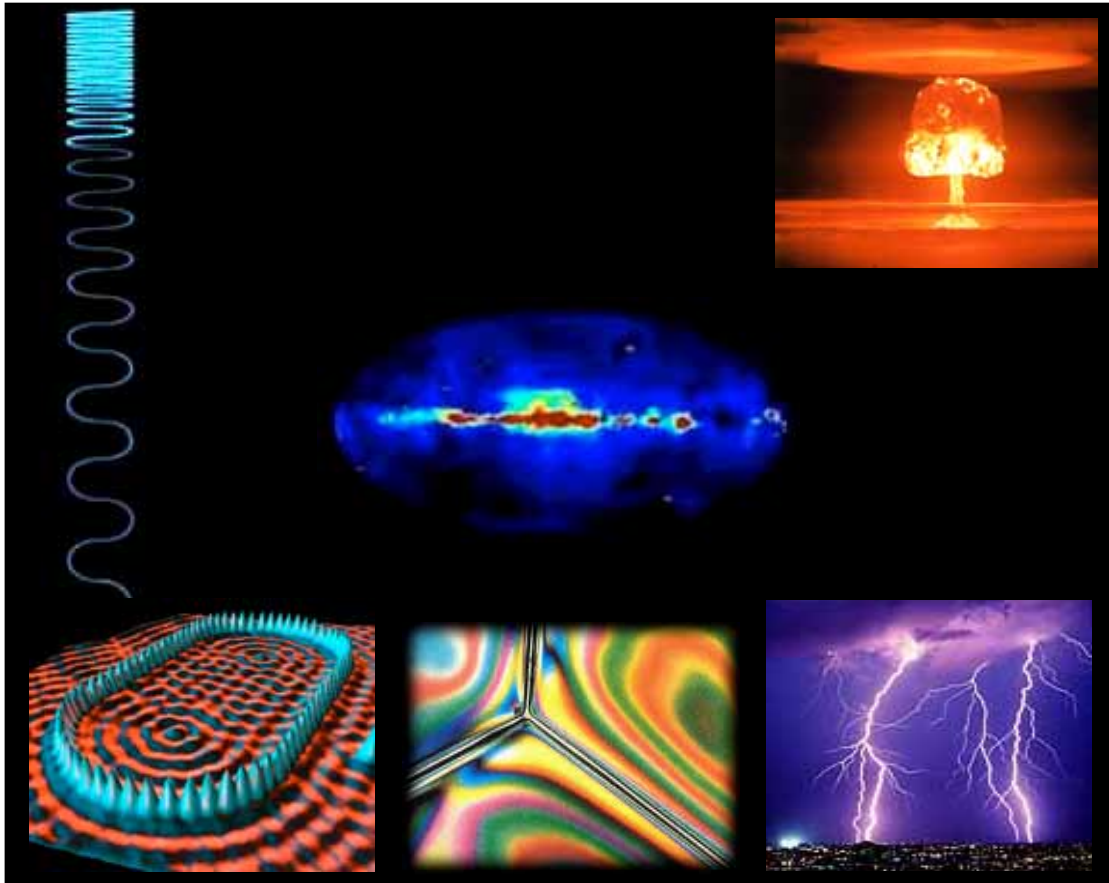




มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
สำนักวิชาวิทยาศาสตร์
สาขาวิชาฟิสิกส์

รหัสวิชา

105 102



ประมวลสาระวิชา
Course Comprehensive Text

ฟิสิกส์ 2

Physics 2



ชื่อ อาจารย์ ดร.พวงรัตน์ ไพเราะ
คุณวุฒิ Ph.D. Physics, 2001 University of Toronto, Canada
ตำแหน่ง อาจารย์ประจำสาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
หน่วยที่เขียน หน่วยที่ 1 หน่วยที่ 2 และหน่วยที่ 3



ชื่อ รองศาสตราจารย์ ดร.ประสพ สืบคำ
คุณวุฒิ Ph.D. Physics, 1984 Arizona State University
ตำแหน่ง รองศาสตราจารย์ประจำสาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
หน่วยที่เขียน หน่วยที่ 4 หน่วยที่ 6 และหน่วยที่ 7



ชื่อ อาจารย์พินเอก ดร.วรศิษย์ อุชัย
คุณวุฒิ Ph.D. Nuclear Physics, 1985 Emory University, Atlanta, Georgia, USA.
ตำแหน่ง อาจารย์ประจำสาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
หน่วยที่เขียน หน่วยที่ 5 หน่วยที่ 11 และหน่วยที่ 12



ชื่อ อาจารย์ ดร.สาโรช รุจิรวรรณ
คุณวุฒิ Ph.D. Physics, 2000 University of Illinois, Chicago, USA.
ตำแหน่ง อาจารย์ประจำสาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
หน่วยที่เขียน หน่วยที่ 8 หน่วยที่ 9 และหน่วยที่ 10

กลุ่มผลิตรายวิชาฟิสิกส์ 2

รองศาสตราจารย์ ดร.ประสพ สืบคำ	ประธาน
อาจารย์ ดร.สาโรช รุจิรวรรณ	บรรณาธิการ
อาจารย์พินเอก ดร.วรศิษย์ อุชัย	นักวิชาการด้านเนื้อหา
อาจารย์ ดร.พวงรัตน์ ไพเราะ	นักวิชาการด้านเนื้อหา
นายกิตติพงษ์ พุ่มพวง	นักเทคโนโลยีการศึกษา
นางสุภัทรา วณู	นักวัดผลการศึกษา
นางสาวสุกัญญา จารุศิริวัฒนา	ผู้จัดการ



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
สำนักวิชาวิทยาศาสตร์
สาขาวิชาฟิสิกส์

ประมวลสาระวิชา
Course Comprehensive Text

105 102

ฟิสิกส์ 2

Physics 2

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

สงวนลิขสิทธิ์

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

จัดพิมพ์โดย

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

พิมพ์ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2546 จำนวน 1,500 เล่ม

ข้อมูลทางบรรณานุกรม

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ สาขาวิชาฟิสิกส์

ประมวลสาระวิชาฟิสิกส์ 2 = Course Comprehensive Text Physics 2 / สาขาวิชาฟิสิกส์

สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. นครราชสีมา : มหาวิทยาลัย, 2546.

522 หน้า

ISBN 974-283-002-9

1. ฟิสิกส์. I. ชื่อเรื่อง.

QC 21.2

กองบรรณาธิการ โครงการการศึกษาไร้พรมแดน

ศิลปะและรูปเล่ม โครงการการศึกษาไร้พรมแดน

จัดพิมพ์ต้นฉบับ โครงการการศึกษาไร้พรมแดน

พิมพ์ที่

คำนำ

เอกสารประมวลสาระวิชาฟิสิกส์ 2 นี้ เป็นตำราวิชาฟิสิกส์พื้นฐานระดับมหาวิทยาลัย เล่มที่ 2 เนื้อหาสาระประกอบด้วยส่วนของฟิสิกส์ดั้งเดิม คือ ไฟฟ้า แม่เหล็ก ทัศนศาสตร์เชิงกายภาพ และส่วนที่เป็นฟิสิกส์ยุคใหม่ ซึ่งเป็นความรู้เบื้องต้นของฟิสิกส์ควอนตัม ฟิสิกส์อะตอม ฟิสิกส์ของแข็ง ฟิสิกส์นิวเคลียร์ และฟิสิกส์อนุภาคมูลฐาน ตำรานี้ได้จัดเนื้อหาไว้เป็น 12 หน่วยการเรียนรู้ เหมาะสมสำหรับใช้เป็นตำราประกอบการเรียนการสอน 48 ชั่วโมงตลอดหนึ่งภาคการศึกษา กล่าวคือ วิชาฟิสิกส์ 2 นี้ เหมาะสมที่จะกำหนดเป็นรายวิชา 4 หน่วยกิตในระบบไตรภาค และกำหนดเป็นรายวิชา 3 หน่วยกิตในระบบทวิภาค

ความรู้วิชาฟิสิกส์พื้นฐานจำเป็นอย่างยิ่งต่อการศึกษาวิทยาการด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีขั้นสูงขึ้นไป เช่น วิทยาการด้านอิเล็กทรอนิกส์ ทัศนอุปกรณ์ โทรคมนาคม รวมไปถึงเทคโนโลยีเลเซอร์ และฟิสิกส์เทคโนโลยีนิวเคลียร์ เทคโนโลยีอวกาศ นาโนเทคโนโลยี เป็นต้น นอกจากนี้ ตำราเล่มนี้ยังเป็นส่วนของภาคทฤษฎีของวิชาปฏิบัติการฟิสิกส์ 2 ด้วย

ตำราเล่มนี้เรียบเรียงขึ้นตามโครงการการศึกษาไร้พรมแดน มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จึงเป็นเอกสารที่เหมาะสมกับนักศึกษาที่ประสงค์จะศึกษาทบทวนเนื้อหาด้วยตนเอง นอกจากนี้ประมวลสาระวิชาเล่มนี้ ยังได้นำเสนอข้อมูลประกอบที่เป็นประโยชน์ต่อการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม และเพื่อความสะดวกในการใช้ ได้จัดทำภาคผนวกและบรรณานุกรมไว้ด้วย

กลุ่มผลิตหวังเป็นอย่างยิ่งว่านิสิต นักศึกษา ผู้อ่าน หรือผู้ใช้โดยทั่วไป จะได้รับความรู้ และประโยชน์จากตำราเล่มนี้

กลุ่มผลิตรายวิชาฟิสิกส์ 2

วันที่ 18 สิงหาคม พ.ศ. 2546

สารบัญ

	หน้า
คำนำ	(3)
รายละเอียดวิชา	(13)
ประมวลสาระ	
หน่วยที่ 1 สนามไฟฟ้า: กฎของคูลอมบ์และกฎของเกาส์	1
ตอนที่ 1.1 กฎของคูลอมบ์	3
เรื่องที่ 1 ประจุไฟฟ้า	4
เรื่องที่ 2 กฎของคูลอมบ์	5
เรื่องที่ 3 สนามไฟฟ้า	13
สรุป	30
ตอนที่ 1.2 กฎของเกาส์	31
เรื่องที่ 1 ฟลักซ์ของสนามเวกเตอร์	31
เรื่องที่ 2 กฎของเกาส์	33
เรื่องที่ 3 การประยุกต์กฎของเกาส์	39
สรุป	49
บรรณานุกรม	51
หน่วยที่ 2 พลังงานศักย์ไฟฟ้า ศักย์ไฟฟ้าและความจุไฟฟ้า	53
ตอนที่ 2.1 พลังงานศักย์ไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า	55
เรื่องที่ 1 พลังงานศักย์ไฟฟ้า	55
เรื่องที่ 2 ศักย์ไฟฟ้า	60
เรื่องที่ 3 ศักย์ไฟฟ้าของระบบประจุแบบต่างๆ	64
เรื่องที่ 4 การคำนวณค่าสนามไฟฟ้าจากศักย์ไฟฟ้า	71
สรุป	75
ตอนที่ 2.2 ความจุไฟฟ้า	77
เรื่องที่ 1 ความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุ	78
เรื่องที่ 2 ความจุไฟฟ้าของระบบตัวเก็บประจุ	83

เรื่องที่ 3 ตัวเก็บประจุกับสารไดอิเล็กทริก	91
สรุป	97
บรรณานุกรม	99
หน่วยที่ 3 กระแสไฟฟ้าและวงจรไฟฟ้ากระแสตรง	101
ตอนที่ 3.1 กระแสไฟฟ้า	103
เรื่องที่ 1 ความหมายของกระแสไฟฟ้า	103
เรื่องที่ 2 ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า	106
เรื่องที่ 3 ความต้านทาน สภาพต้านทาน และสภาพนำไฟฟ้า	110
เรื่องที่ 4 กฎของโอห์ม	117
สรุป	123
ตอนที่ 3.2 วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	125
เรื่องที่ 1 กฎของเคิร์ชฮอฟฟ์สำหรับการคำนวณในวงจรไฟฟ้า	126
เรื่องที่ 2 การถ่ายเทพลังงานในวงจรไฟฟ้า	133
เรื่องที่ 3 วงจรตัวต้านทานและตัวเก็บประจุ	134
สรุป	139
บรรณานุกรม	141
หน่วยที่ 4 สนามแม่เหล็ก : กฎของบีโอด์ - ซาวาร์ต และกฎของแอมแปร์	143
ตอนที่ 4.1 กฎของบีโอด์ - ซาวาร์ต	145
เรื่องที่ 1 ความเป็นมาของความรู้เรื่องสนามแม่เหล็ก	145
เรื่องที่ 2 สนามแม่เหล็กและฟลักซ์แม่เหล็ก	148
เรื่องที่ 3 กฎของบีโอด์ - ซาวาร์ต	152
สรุป	160
ตอนที่ 4.2 กฎของแอมแปร์	161
เรื่องที่ 1 กฎของแอมแปร์	161
เรื่องที่ 2 แรงลอเรนตซ์และการประยุกต์	166
เรื่องที่ 3 แรงบนเส้นลวดที่มีกระแสไฟฟ้า	172
เรื่องที่ 4 โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก	178
เรื่องที่ 5 ความเข้มสนามแม่เหล็กและแมกเนไตเซชัน	179
สรุป	183
บรรณานุกรม	185

หน่วยที่ 5 ความเหนี่ยวนำไฟฟ้าและวงจรกระแสสลับ	187
ตอนที่ 5.1 ความเหนี่ยวนำไฟฟ้า	189
เรื่องที่ 1 กฎของฟาราเดย์	189
เรื่องที่ 2 สมบัติของสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ	192
เรื่องที่ 3 สภาพเหนี่ยวนำตัวเอง	193
เรื่องที่ 4 การคำนวณหาค่าสภาพเหนี่ยวนำของขดเหนี่ยวนำ	195
เรื่องที่ 5 การต่อขดเหนี่ยวนำ	197
เรื่องที่ 6 พลังงานที่สะสมในขดเหนี่ยวนำ	198
เรื่องที่ 7 การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร R-L	199
เรื่องที่ 8 การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร L-C	202
เรื่องที่ 9 การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร R-L-C	204
สรุป	206
ตอนที่ 5.2 วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ	209
เรื่องที่ 1 เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ	209
เรื่องที่ 2 วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีความต้านทานอย่างเดียว	211
เรื่องที่ 3 วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีตัวเก็บประจุอย่างเดียว	212
เรื่องที่ 4 วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีขดเหนี่ยวนำอย่างเดียว	214
เรื่องที่ 5 เฟเซอร์ไดอะแกรม	216
เรื่องที่ 6 วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มี R-L-C ต่อกันอนุกรม	218
เรื่องที่ 7 การสั้นพ้องในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มี R-L-C ต่อแบบอนุกรม	221
เรื่องที่ 8 กำลังไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ	222
สรุป	226
บรรณานุกรม	229
หน่วยที่ 6 การแทรกสอดของคลื่นแสง	231
ตอนที่ 6.1 การแทรกสอดของคลื่นแสงจากแหล่งกำเนิดแสง 2 แหล่ง	233
เรื่องที่ 1 เงื่อนไขของการแทรกสอด	233
เรื่องที่ 2 การทดลองแบบช่องเล็กลูกคู่ของยัง	234
เรื่องที่ 3 การแทรกสอดโดยการสะท้อนจากฟิล์มบาง	239
เรื่องที่ 4 อินเตอร์เฟอริเตอร์ของไมเคลสัน	245
สรุป	247

ตอนที่ 6.2 การแทรกสอดที่เกิดจากแหล่งกำเนิดแสงหลายแหล่ง	249
เรื่องที่ 1 การบวกเฟสอร์ของคลื่น	249
เรื่องที่ 2 รีวแทรกสอดที่เกิดจากช่องเล็กยาว 3 ช่อง	251
เรื่องที่ 3 รีวแทรกสอดที่เกิดจากช่องเล็กยาว N ช่อง	253
สรุป	255
บรรณานุกรม	257
หน่วยที่ 7 การเลี้ยวเบนและโพลาไรเซชัน	259
ตอนที่ 7.1 การเลี้ยวเบน	261
เรื่องที่ 1 การเลี้ยวเบนจากช่องเล็กยาวเดี่ยว	263
เรื่องที่ 2 การเลี้ยวเบนผ่านช่องกลม	269
เรื่องที่ 3 การเลี้ยวเบนเนื่องจากช่องเล็กยาวสองช่อง	271
เรื่องที่ 4 เกรตติงเลี้ยวเบน	272
เรื่องที่ 5 การเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์โดยผลึก	275
สรุป	277
ตอนที่ 7.2 โพลาไรเซชัน	279
เรื่องที่ 1 โพลาไรเซชันโดยการเลือกดูคลื่น	282
เรื่องที่ 2 โพลาไรเซชันโดยการสะท้อน	283
เรื่องที่ 3 โพลาไรเซชันโดยการหักเหสองแนว	285
เรื่องที่ 4 โพลาไรเซชันโดยการกระเจิง	287
เรื่องที่ 5 การประยุกต์แสงโพลาไรซ์	288
สรุป	290
บรรณานุกรม	291
หน่วยที่ 8 ทฤษฎีควอนตัมเบื้องต้น	293
ตอนที่ 8.1 ทฤษฎีควอนตัมแบบเดิม	295
เรื่องที่ 1 การแผ่รังสีของวัตถุดำ	295
เรื่องที่ 2 ปรัชญาการณโฟโตอิเล็กทริก	301
เรื่องที่ 3 การกระเจิงคอมป์ตัน	306
เรื่องที่ 4 สเปกตรัมแบบเส้น	309
เรื่องที่ 5 ทฤษฎีอะตอมของโบร์	311
สรุป	315

ตอนที่ 8.2 ทฤษฎีควอนตัมแบบใหม่	319
เรื่องที่ 1 คลื่นเดอบรอยล์	319
เรื่องที่ 2 การเลี้ยวเบนของลำอิเล็กตรอน	321
เรื่องที่ 3 โอกาสและความไม่แน่นอน	323
เรื่องที่ 4 การแทรกสอดของลำอิเล็กตรอน	326
เรื่องที่ 5 กล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอน	329
เรื่องที่ 6 ฟังก์ชันคลื่นและสมการชเรอดิงเงอร์	330
เรื่องที่ 7 สมการชเรอดิงเงอร์ในมิติเดียว	333
เรื่องที่ 8 ปัญหาในสามมิติ	347
สรุป	349
บรรณานุกรม	351
หน่วยที่ 9 อะตอมและโมเลกุล	353
ตอนที่ 9.1 อะตอมไฮโดรเจน	355
เรื่องที่ 1 อะตอมไฮโดรเจน	355
เรื่องที่ 2 โมเมนตัมเชิงมุมของวงโคจร	360
เรื่องที่ 3 โอกาสในการพบอิเล็กตรอน	363
เรื่องที่ 4 ปรากฏการณ์ซีแมน	369
เรื่องที่ 5 สปินของอิเล็กตรอน	371
สรุป	375
ตอนที่ 9.2 ตารางธาตุและโมเลกุล	377
เรื่องที่ 1 โมเมนตัมเชิงมุมรวม	378
เรื่องที่ 2 อะตอมที่มีอิเล็กตรอนหลายตัว	380
เรื่องที่ 3 โมเลกุล	384
เรื่องที่ 4 การหมุนและการสั่นของโมเลกุล	387
สรุป	390
บรรณานุกรม	391
หน่วยที่ 10 วัสดุอิเล็กทรอนิกส์	393
ตอนที่ 10.1 ผลึกและแถบพลังงาน	395
เรื่องที่ 1 โครงสร้างผลึก	395
เรื่องที่ 2 การปลูกผลึก	402

เรื่องที่ 3 ความบกพร่องในผลึก	403
เรื่องที่ 4 โครงสร้างแถบพลังงาน	407
สรุป	412
ตอนที่ 10.2 โลหะและสารกึ่งตัวนำ	415
เรื่องที่ 1 อิเล็กตรอนอิสระในโลหะ	415
เรื่องที่ 2 อิเล็กตรอนและโฮลในสารกึ่งตัวนำ	419
เรื่องที่ 3 รอยต่อ p - n และไดโอด	424
เรื่องที่ 4 เซลล์แสงอาทิตย์	427
เรื่องที่ 5 ไดโอดเปล่งแสง	430
เรื่องที่ 6 ทรานซิสเตอร์แบบรอยต่อ	432
เรื่องที่ 7 วงจรเบ็ดเสร็จ	436
สรุป	438
บรรณานุกรม	441
หน่วยที่ 11 นิวเคลียสและพลังงานนิวเคลียร์	443
ตอนที่ 11.1 นิวเคลียส	445
เรื่องที่ 1 การค้นพบนิวเคลียส	445
เรื่องที่ 2 สมบัติของนิวเคลียส	446
สรุป	453
ตอนที่ 11.2 การสลายตัวของสารกัมมันตรังสี	455
เรื่องที่ 1 ค่าคงตัวของการสลายตัวและเวลาครึ่งชีวิต	455
เรื่องที่ 2 ขบวนการของการสลายตัว	458
เรื่องที่ 3 การวัดปริมาณรังสี	462
สรุป	465
ตอนที่ 11.3 พลังงานนิวเคลียร์	467
เรื่องที่ 1 ปฏิกิริยาแบ่งแยกตัว	468
เรื่องที่ 2 เตาปฏิกรณ์ปรมาณู	469
เรื่องที่ 3 ปฏิกิริยาหลอมตัว	472
เรื่องที่ 4 เตาปฏิกรณ์ชนิดเทอร์โมนิวเคลียร์ฟิวชัน	475
สรุป	476
บรรณานุกรม	479

หน่วยที่ 12 อนุภาคมูลฐาน	481
ตอนที่ 12.1 อนุภาค	483
เรื่องที่ 1 แรงในธรรมชาติทางฟิสิกส์	483
เรื่องที่ 2 โฟซอนและปฏิยานุภาคชนิดอื่นๆ	485
เรื่องที่ 3 มีซอนและจุดเริ่มต้นของวิชาฟิสิกส์ของอนุภาคมูลฐาน	486
เรื่องที่ 4 การจัดกลุ่มอนุภาค	488
สรุป	489
ตอนที่ 12.2 กฎการอนุรักษ์	491
เรื่องที่ 1 กฎการอนุรักษ์ของเลขแบริออน	491
เรื่องที่ 2 กฎการอนุรักษ์ของเลขเลปตอน	492
เรื่องที่ 3 กฎการอนุรักษ์ของเลขความแปลก	493
สรุป	494
ตอนที่ 12.3 ควาร์ก	497
เรื่องที่ 1 รูปแบบมรรคแปด	497
เรื่องที่ 2 แบบจำลองของควาร์ก	498
เรื่องที่ 3 คำอธิบายการสลายตัวให้อนุภาคบีตาโดยใช้แบบจำลองควาร์ก	501
เรื่องที่ 4 ควาร์กชนิดอื่น	502
เรื่องที่ 5 ความสัมพันธ์ของควาร์กกับรังสีคอสมิก	502
สรุป	504
บรรณานุกรม	507
ภาคผนวก	509
ดัชนี	515

รายละเอียดวิชา

คำอธิบายรายวิชา

รหัส 105 102 ชื่อวิชา ฟิสิกส์ 2 (Physics 2)

สนามไฟฟ้าสถิตและศักย์ไฟฟ้า กระแสและความต้านทาน สนามแม่เหล็กและการเหนี่ยวนำ สภาพนำยวดยิ่ง คลื่นแสง ท่อนำคลื่นไมโครเวฟ เส้นใยนำแสง และการใช้การสื่อสารอะตอม โมเลกุล นิวเคลียส ควาร์ก เลปตอน และบิกแบง

วัตถุประสงค์รายวิชา

1. เพื่อให้ นักศึกษามีความรู้ ความเข้าใจในกฎและทฤษฎีหลักทางฟิสิกส์ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ส่วนที่เกี่ยวข้องกับไฟฟ้าและแม่เหล็ก วงจรไฟฟ้ากระแสตรง วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ คลื่นแสง อิเล็กทรอนิกส์ และฟิสิกส์ยุคใหม่ที่ประกอบด้วยความรู้เบื้องต้นด้านฟิสิกส์อะตอม ฟิสิกส์ของแข็ง นิวเคลียร์ฟิสิกส์ และฟิสิกส์ของอนุภาคมูลฐาน
2. เพื่อให้ นักศึกษาสามารถพัฒนาทักษะการนำความรู้ ความเข้าใจในกฎและทฤษฎีหลักทางฟิสิกส์ไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ทางฟิสิกส์หรือ โจทย์ที่ประยุกต์ในศาสตร์อื่นๆ ได้
3. เพื่อเป็นความรู้ภาคทฤษฎีของวิชาปฏิบัติการ ซึ่งเน้นให้นักศึกษามีความรู้ความเข้าใจ และสามารถพัฒนาทักษะในการทดลองเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของภาคทฤษฎี
4. เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์สาขาวิชาต่างๆ วิศวกรรมศาสตร์ เทคโนโลยีการเกษตร วิทยาศาสตร์สุขภาพ รวมทั้งศาสตร์และเทคโนโลยีสาขาวิชาต่างๆ

รายชื่อหน่วยการสอน

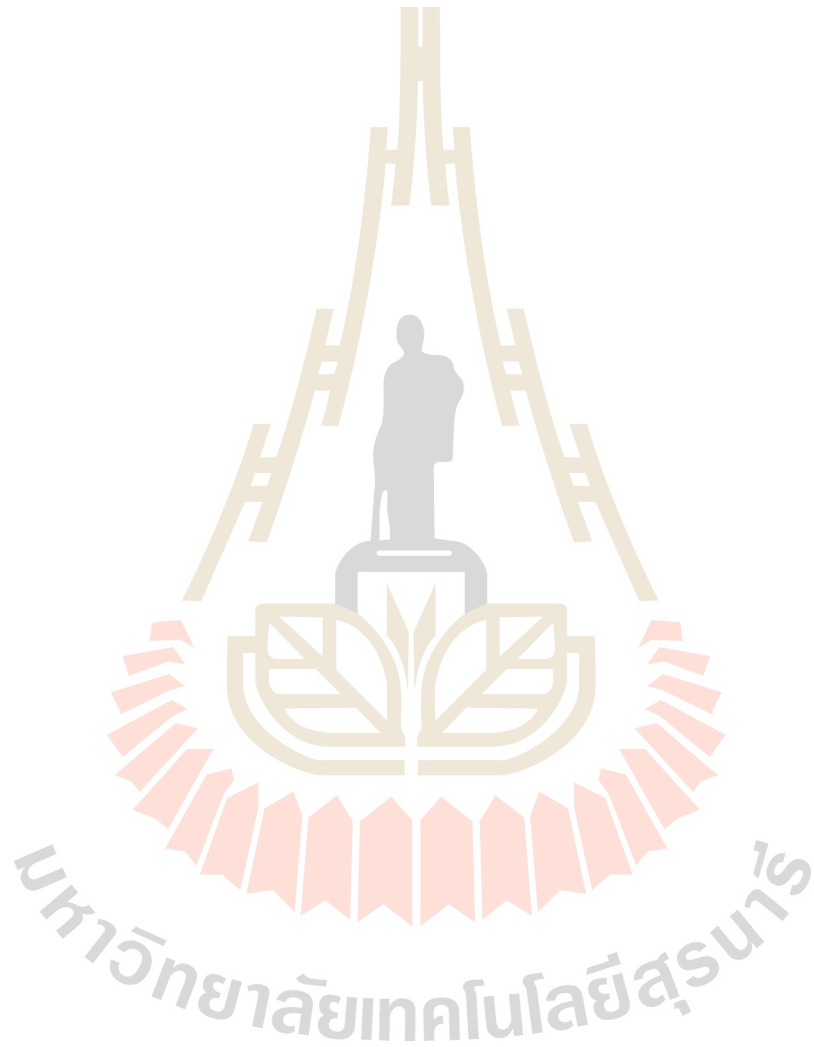
- หน่วยที่ 1 สนามไฟฟ้า: กฎของคูลอมบ์และกฎของเกาส์
- หน่วยที่ 2 พลังงานศักย์ไฟฟ้า ศักย์ไฟฟ้าและความจุไฟฟ้า
- หน่วยที่ 3 กระแสไฟฟ้าและวงจรไฟฟ้ากระแสตรง
- หน่วยที่ 4 สนามแม่เหล็ก : กฎของบีโอด์ - ซาวาร์ต และกฎของแอมแปร์
- หน่วยที่ 5 ความเหนี่ยวนำไฟฟ้าและวงจรกระแสสลับ
- หน่วยที่ 6 การแทรกสอดของคลื่นแสง
- หน่วยที่ 7 การเลี้ยวเบนและโพลาไรเซชัน
- หน่วยที่ 8 ทฤษฎีควอนตัมเบื้องต้น

หน่วยที่ 9 อะตอมและโมเลกุล

หน่วยที่ 10 วัสดุอิเล็กทรอนิกส์

หน่วยที่ 11 นิวเคลียสและพลังงานนิวเคลียร์

หน่วยที่ 12 อนุภาคมูลฐาน



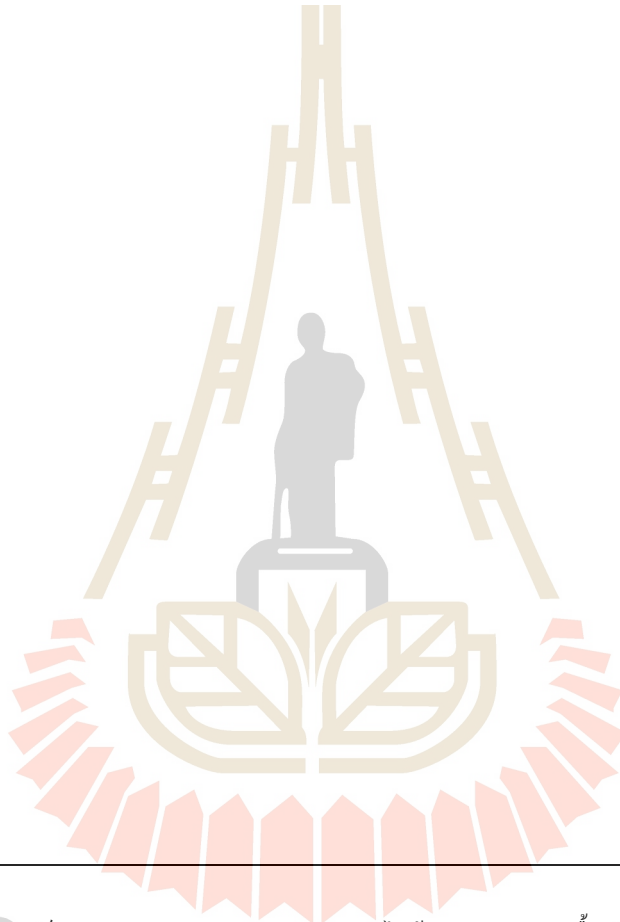
หน่วยที่

1

สนามไฟฟ้า: กฎของคูลอมบ์และกฎของเกาส์



โดย อาจารย์ ดร. พวงรัตน์ ไพเราะ



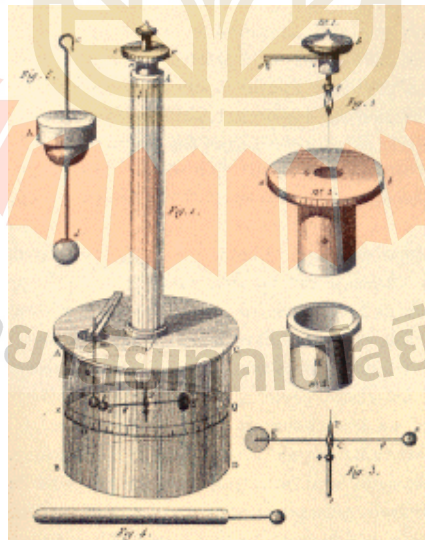
อธิบายรูปจากปกหน่วยที่ 1

สายฟ้าพาดเป็นปรากฏการณ์ทางธรรมชาติเกิดจากการถ่ายเทประจุไฟฟ้าระหว่างเมฆกับพื้นดิน (การถ่ายเทดังกล่าวอาจเกิดระหว่างเมฆกับเมฆ หรือเมฆกับอากาศก็ได้) ในระหว่างพายุฝน ก้อนเมฆซึ่งประกอบด้วย หยดน้ำเล็กๆ หลายขนาด และเม็ดเกล็ดหิมะ (ไม่ใช่เรื่องแปลกที่จะมีเกล็ดหิมะและเกล็ดน้ำแข็งในก้อนเมฆ เพราะที่อุณหภูมิที่ความสูงระดับนี้มีค่าราวๆ -60°F ที่เดียว) เมื่อหยดน้ำและเกล็ดหิมะเหล่านี้เกิดการเสียดสีกันเนื่องจากการเคลื่อนที่อยู่ภายในก้อนเมฆ จะทำให้เกิดการแยกตัวของประจุไฟฟ้า โดยทั่วไปแล้วบริเวณส่วนล่างของก้อนเมฆจะมีประจุลบมารวมตัวกัน ในขณะที่เดียวกัน บนพื้นดินประจุบวกจะเริ่มมีการสะสมตัวขึ้น เมื่อประจุบนก้อนเมฆและพื้นดินมีการสะสมตัวกันจนถึงระดับหนึ่งจนทำให้อากาศระหว่างพื้นกับเมฆเกิดการแตกตัวเป็นไอออนเป็นทาง ซึ่งทางดังกล่าวอาจมีได้มากกว่าหนึ่ง และแต่ละทางจะเป็นเหมือนคู่แข่งกันในแง่ที่ว่า ทางใดจะเป็นทางที่ประจุสามารถเดินทางผ่านได้ดีที่สุด ทางดังกล่าวอาจเป็นทางที่ผ่านต้นไม้ ตึกรามบ้านช่อง เป็นต้น อากาศที่แตกตัวเป็นไอออนเป็นตัวนำที่ดีกว่าอากาศในสภาพปกติ และสภาพเช่นนี้เองทำให้เมื่อประจุบวกและลบเคลื่อนที่มาพบกันตามทางของอากาศที่แตกตัวเป็นไอออนดังกล่าวจะเกิดการระเบิดที่รุนแรงเป็นสายฟ้าที่เราเห็น และการระเบิดดังกล่าวทำให้อากาศได้รับความร้อนและมีอุณหภูมิสูงขึ้นอย่างมหาศาล ซึ่งทำให้อากาศขยายตัวอย่างรวดเร็วเกิดเป็นเสียงดังที่เราเรียกว่าฟ้าร้องนั่นเอง

ตอนที่ 1.1

กฎของคูลอมบ์

ไฟฟ้าสถิตเป็นหัวข้อที่ศึกษาเกี่ยวกับอันตรกิริยาระหว่างประจุไฟฟ้าที่อยู่นิ่งในกรอบอ้างอิงของเรา ปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับไฟฟ้าสถิตที่พบเห็นในชีวิตประจำวันก็ได้แก่ เมื่อรีดผ้าใยสังเคราะห์และนำมาสวมใส่ ในบางครั้งจะพบว่าผ้าดังกล่าวลืบและดูดติดกับตัว หรือเมื่อหิวผมโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่ออากาศค่อนข้างแห้งเช่นในฤดูหนาว จะพบว่าถ้านำหัวนั้นไปเข้าใกล้เศษกระดาษแผ่นเล็กๆ เศษกระดาษเหล่านั้นจะถูกดูดให้ติดกับหัวได้ ซึ่งแรงดึงดูดดังกล่าวนี้เกิดจากการที่ผ้าใยสังเคราะห์และหัว เสียความเป็นกลางทางไฟฟ้าเนื่องจากการเสียดสี และการสูญเสียความเป็นกลางทางไฟฟ้านี้สามารถทำให้เกิดแรงกระทำระหว่างกันได้ แรงระหว่างวัตถุที่มีการสูญเสียความเป็นกลางทางไฟฟ้าดังกล่าวมีการนำไปประยุกต์ใช้ในเชิงอุตสาหกรรมมากมาย อาทิเช่น การพ่นสเปรย์หรือเคลือบด้วยฝุ่นผง การทำให้ขี้เถ้าที่ปลิวอยู่ตกตะกอน และการถ่ายเอกสาร (กระดาษถูกทำให้เสียความเป็นกลางทางไฟฟ้าและสามารถดึงดูดอนุภาคของหมึกให้ติดบนกระดาษได้ และเมื่อติดแล้วความร้อนจากเครื่องจะหลอมเชื่อมให้หมึกติดกับกระดาษให้ดีขึ้น)



รูปที่ 1.1 อุปกรณ์ที่คูลอมบ์ใช้ในการทดลองวัดค่าแรงไฟฟ้าสถิต

ในตอนนี้อเราจะเรียนรู้เกี่ยวกับกฎของคูลอมบ์ ซึ่งเป็นกฎที่อธิบายถึงแรงระหว่างประจุไฟฟ้าที่อยู่นิ่ง กฎนี้มีชื่อตามนักฟิสิกส์ท่านแรกที่ทำการศึกษาแรงดังกล่าวในเชิงปริมาณ ท่านศึกษาแรงไฟฟ้าโดยใช้ อุปกรณ์สำหรับวัดแรงที่ออกแบบเป็นพิเศษโดยใช้หลักการของแรงบิดของเส้นลวด อุปกรณ์นี้ประกอบด้วยส่วนหลักคือเส้นเชือกหรือลวดที่บางมากซึ่งใช้แขวนแกนโลหะซึ่งที่ปลายทั้งสองข้างต่อกับโลหะทรงกลมดังแสดงในรูปที่ 1.1

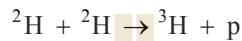
1. ประจุไฟฟ้า

ประจุไฟฟ้านั้นมี 2 ชนิดด้วยกัน คือ ประจุบวก และประจุลบ ในธรรมชาติสารทั่วไปประกอบด้วยทั้งอนุภาคที่ไม่มีประจุ ได้แก่ นิวตรอน และอนุภาคที่มีประจุ ได้แก่ อิเล็กตรอน (มีประจุเป็นลบ) และโปรตอน (มีประจุเป็นบวก ตามธรรมชาติจำนวนของอิเล็กตรอนและโปรตอนภายในอะตอมมีสมดุลกัน) อนุภาคเหล่านี้นอกจากมีแรงดึงดูดระหว่างมวลกระทำซึ่งกันและกันแล้ว ยังมีแรงชนิดอื่นกระทำต่อกันด้วย และแรงหนึ่งที่เราจะได้เรียนรู้กันในตอนนี้ก็คือ แรงไฟฟ้าซึ่งเป็นแรงที่กระทำระหว่างอนุภาคที่มีประจุเท่านั้น (แรงในธรรมชาติมี 4 ชนิดคือ แรงนิวเคลียร์ แรงแม่เหล็กไฟฟ้า แรงอย่างอ่อน และแรงโน้มถ่วง ซึ่งจะกล่าวถึงในหน่วยที่ 12) ข้อสังเกตหนึ่งที่ควรทราบเกี่ยวกับแรงไฟฟ้าก็คือ อันที่จริงแล้วแรงไฟฟ้านั้นมีความแรงกว่าแรงดึงดูดระหว่างมวลหลายเท่า (แรงไฟฟ้าแรงกว่าแรงดึงดูดระหว่างมวล 10^{39} เท่า) เราสามารถเห็นถึงความแรงของแรงไฟฟ้านี้ได้จากเมื่อหิวของเราสามารถดูดเศษกระดาษให้ขึ้นมาติดได้เนื่องจากแรงทางไฟฟ้าระหว่างหิวกับกระดาษ ซึ่งก็หมายความว่าแรงดังกล่าวมีความแรงชนะแรงดึงดูดระหว่างโลกกับกระดาษ)

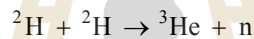
ในธรรมชาติ วัตถุโดยทั่วไปมีความเป็นกลางทางไฟฟ้า ทำให้ไม่มีแรงไฟฟ้ากระทำซึ่งกันและกัน แรงทางไฟฟ้าจะปรากฏก็ต่อเมื่อวัตถุสูญเสียสมดุลของประจุ คงพอเป็นที่ทราบกันแล้วว่า แรงไฟฟ้าระหว่างวัตถุที่มีประจุชนิดเดียวกันจะผลัดกัน และแรงระหว่างวัตถุที่มีประจุต่างชนิดกันจะดึงดูดกัน ประจุไฟฟ้ามีหน่วยเป็นคูลอมบ์ตามชื่อนักฟิสิกส์ท่านแรกที่ศึกษาแรงไฟฟ้าในเชิงปริมาณ

ประจุไฟฟ้าของอนุภาคหรือวัตถุใดๆ ไม่ได้มีค่าใดก็ได้ แต่จะมีค่าเป็นจำนวนเต็มเท่าของประจุของอิเล็กตรอน e เท่านั้น กล่าวคือ อนุภาคจะมีประจุเป็น 0 หรือ $+5e$ หรือ $-30e$ แต่จะไม่สามารถมีประจุ $-1.25e$ ได้ ในการทดลองวัดขนาดของประจุของอิเล็กตรอนพบว่ามีความเท่ากับ $e = 1.60217733 \times 10^{-19}$ คูลอมบ์ เมื่อปริมาณทางฟิสิกส์ใดๆ ก็ตามมีค่าเป็นห้วงๆ แทนที่จะเป็นค่าที่ต่อเนื่อง เราเรียกปริมาณทางฟิสิกส์นั้นๆ ว่าเป็น ปริมาณที่ควอนไทซ์ (quantized) และประจุก็เป็นปริมาณหนึ่งที่ควอนไทซ์

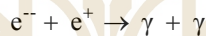
ประจุเป็นปริมาณอนุรักษ์ กล่าวคือ ประจุไม่มีการสูญเสียหรือถูกสร้างขึ้นมาได้ เช่น ถ้าเราดูแท่งแก้วซึ่งเดิมเป็นกลางทางไฟฟ้าด้วยผ้าไหมซึ่งเดิมก็เป็นกลางเช่นกัน แท่งแก้วจะกลายเป็นมีประจุบวกและหากวัดประจุลบที่เกิดขึ้นบนผ้าไหม จะพบว่ามิมีขนาดเท่ากับประจุบวกบนแท่งแก้ว นอกจากนี้ตัวอย่างของการอนุรักษ์ในระดับใหญ่ เช่น ในแท่งแก้วกับผ้าไหมแล้ว ในระดับเล็กๆ เช่น ในปฏิกิริยาที่เกี่ยวข้องกับนิวเคลียสของธาตุ (ซึ่งมีประจุเป็นบวกเท่ากับ $+Ze$ โดย Z คือ จำนวนโปรตอน) อิเล็กตรอน (ซึ่งมีประจุ $-e$) หรือ โพสิตรอน (ซึ่งมีประจุ $+e$) ตัวอย่างก็ได้แก่



นิวเคลียสของดิวเทอเรียม 2 ตัว ซึ่งแต่ละตัวประกอบด้วย นิวตรอนและโปรตอนอย่างละตัว (เลข 2 ที่เขียนอยู่ด้านหน้าของ H แสดงถึงจำนวนของโปรตอนรวมกับจำนวนนิวตรอน ที่นิวเคลียสของไฮโดรเจนมีอยู่) รวมกันกลายเป็นนิวเคลียสของดิวเทอเรียม 1 ตัวกับโปรตอน 1 ตัว ประจุกรวมก่อนและหลังปฏิกิริยาเท่ากับ $+2e$



นิวเคลียสของดิวเทอเรียม 2 ตัวรวมกันกลายเป็นนิวเคลียสของฮีเลียมไอโซโทป -3 (ประกอบด้วยโปรตอน 2 ตัวกับนิวตรอน 1 ตัว) กับนิวตรอน ประจุกรวมก่อนและหลังปฏิกิริยายังคงเท่ากับ $+2e$



อิเล็กตรอนรวมตัวกับโพสิตรอนกลายเป็นรังสีแกมมา ประจุกรวมก่อนและหลังมีค่าเป็นศูนย์ เป็นต้น

2. กฎของคูลอมบ์

นักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศส ชาร์ล เดอ กูลง (Charles de Coulomb) ได้ทำการวัดแรงกระทำระหว่างประจุไฟฟ้า และได้บทสรุปเป็นกฎที่อธิบายแรงดังกล่าวในเชิงปริมาณ คูลอมบ์พบว่าแรงไฟฟ้าที่กระทำระหว่างประจุจุด 2 ตัวมีขนาดแปรผันตามผลคูณของขนาดของประจุแต่ละตัว และแปรผกผันกับระยะห่างระหว่างประจุจุดทั้งสองยกกำลังสอง หรือเขียนเป็นภาษาคณิตศาสตร์ได้ว่า

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.1)$$

โดยที่ F คือขนาดของแรงที่กระทำบนแต่ละประจุ q_1, q_2 คือขนาดของประจุแต่ละตัว และ r คือระยะห่างระหว่างประจุทั้งสอง แรงกระทำนี้กระทำบนแนวเส้นตรงที่เชื่อมต่อระหว่างประจุจุดทั้งสอง แรงกระทำนี้มีขนาดเท่ากันบนแต่ละประจุแต่มีทิศตรงกันข้าม

เมื่อเปลี่ยนการแปรผันดังกล่าวเป็นสมการ เราจะมีค่าคงตัวของการแปรผันเพิ่มขึ้นมา ซึ่งให้เป็นตัว k ดังนั้นกฎของคูลอมบ์สามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.2)$$

โปรดสังเกตว่ากฎของคูลอมบ์นี้ใช้ได้ในกรณีที่ระยะระหว่างประจุมิขนาดมากกว่าขนาดของตัวประจุมากๆ หรือคือในกรณีของประจุจุดเท่านั้น

กฎของคูลอมบ์มีความคล้ายคลึงกับกฎการแปรผกผันกับระยะกำลังสองของแรงดึงดูดระหว่างมวล ($F = Gm_1 m_2 / r^2$) ผลของขนาดของประจุมิบทบาทเหมือนกับขนาดมวล จะต่างก็เพียงว่าแรงระหว่างมวลเป็นแรงดึงดูดกันเท่านั้น แต่แรงทางไฟฟ้ามีได้ทั้งแรงผลักและแรงดูด

ความแตกต่างอีกข้อหนึ่งระหว่างกฎของแรงสองชนิดนี้ก็คือ การนิยามค่าคงตัวของการแปรผัน จากกฎของแรงดึงดูดระหว่างมวลเราสามารถนิยามมวลในกฎข้อที่สองของนิวตัน $F = ma$ ได้ และจากการใช้กฎของแรงดังกล่าวกับมวลที่ทราบค่า เราสามารถระบุค่า G ได้ แต่สำหรับค่า k ในกฎของคูลอมบ์นั้น เรานิยามให้มีค่าเท่ากับค่าคงตัวค่าหนึ่ง และเราก็ใช้กฎของคูลอมบ์เพื่อหา 1 หน่วยพื้นฐานของประจุก็คือจำนวนของประจุที่ทำให้เกิดแรงในหน่วยมาตรฐาน 1 หน่วย ตัวอย่างเช่น พิจารณาแรงระหว่างประจุนขนาดเท่ากันเท่ากับ q สองตัว เราสามารถปรับค่าประจุ q ดังกล่าวจนเราได้แรงกระทำระหว่างประจุทั้งสองมีค่าเท่ากับ 1 นิวตันที่ระยะห่างระหว่างกันเท่ากับ 1 เมตร และเราก็ให้ค่า q นั้นคือค่า 1 หน่วยมาตรฐานของประจุ อย่างไรก็ตาม การวัดขนาดของแรงนั้น เราสามารถวัดแรงแม่เหล็กที่กระทำระหว่างเส้นลวดสองเส้นซึ่งมีกระแสไหลได้อย่างแม่นยำดีกว่าเราวัดแรงทางไฟฟ้าระหว่างประจุสองตัว ดังนั้นหน่วยพื้นฐานในระบบ SI ของปริมาณทางไฟฟ้าคือหน่วยของกระแสไฟฟ้าแทนที่จะเป็นหน่วยของประจุไฟฟ้า ซึ่งเรานิยามหน่วยของประจุไฟฟ้าจากกระแสนี้ หน่วยของกระแสไฟฟ้าในระบบ SI ก็คือ แอมแปร์ (ตัวย่อคือ A) เราจะกล่าวถึงกระแสไฟฟ้าในหน่วยต่อไป หน่วยของประจุในระบบ SI นี้คือ คูลอมบ์ (ตัวย่อคือ C) ซึ่งมีนิยามว่าเป็นปริมาณของประจุที่ไหลในเวลา 1 วินาทีเมื่อกระแสไฟฟ้าคงตัวขนาด 1 แอมแปร์ไหลผ่าน ตัวอย่างเช่น ลวดที่มีกระแสคงตัวไหลผ่าน 2 แอมแปร์จะให้ประจุ 2×10^{-6} คูลอมบ์ภายในเวลา 10^{-6} วินาที

ในระบบ SI ค่าคงตัว k เท่ากับ

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (1.3)$$

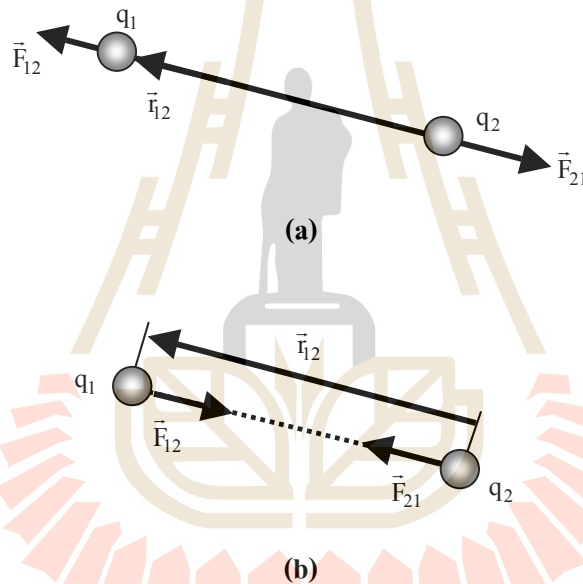
โดยที่ ϵ_0 ซึ่งเรียกว่า ค่าสภาพยอมของสุญญากาศ (vacuum permittivity) มีค่าเท่ากับ $8.85418781762 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$ ซึ่งก็หมายความว่าค่า k มีค่าเท่ากับ

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2 \quad (1.4)$$

ดังนั้น ด้วยตัวเลขของค่าคงตัว k นี้ เราสามารถเขียนกฎของคูลอมบ์ใหม่ในอีกรูปแบบหนึ่งดังนี้

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.5)$$

โดยในที่นี้ q มีหน่วยเป็นคูลอมบ์ และ r มีหน่วยเป็นเมตร



รูปที่ 1.2 (a) กรณีที่ประจุทั้งสองเป็นชนิดเดียวกัน

(b) กรณีที่ประจุทั้งสองต่างชนิดกัน

เวกเตอร์ \hat{r}_{12} เป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่งของประจุ q_1 เทียบกับประจุ q_2

จนถึงบัดนี้เรากล่าวถึงเฉพาะขนาดของแรงกระทำระหว่างประจุเท่านั้น แต่แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ ซึ่งหมายความว่าเราต้องกล่าวถึงทิศทางด้วยจึงจะสมบูรณ์ สมมติว่ามีประจุจุด 2 ตัว คือ q_1 และ q_2 อยู่ห่างกันเป็นระยะ r_{12} ถ้าประจุทั้งสองเป็นประจุนชนิดเดียวกัน (มีเครื่องหมายเหมือนกัน) แรงระหว่างประจุทั้งสองจะเป็นแรงผลัก และเมื่อพิจารณา \vec{F}_{12} หรือแรงบนประจุตัวที่ 1 ซึ่งกระทำโดยประจุตัวที่ 2 เราพบว่า แรง \vec{F}_{12} ดังกล่าวมีทิศทางเดียวกับ \hat{r}_{12} หรือเวกเตอร์ตำแหน่งของประจุตัวที่ 1 เมื่อเทียบกับ

ประจุตัวที่ 2 ซึ่งมีทิศเริ่มจากประจุตัวที่ 2 และชี้ไปยังประจุตัวที่ 1 ดังในรูปที่ 1.2 (a) แต่หากประจุทั้งสองเป็นชนิดตรงข้ามกัน (มีเครื่องหมายตรงข้ามกัน) แรงแ \vec{F}_{12} ดังกล่าวจะเป็นแรงดูดและมีทิศเดียวกับ $-\hat{r}_{12}$ ดังในรูปที่ 1.2 (b) ดังนั้น โดยทั่วไปเราสามารถสรุปสถานการณ์ต่างๆ ดังที่ได้กล่าวมานี้เป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ว่า

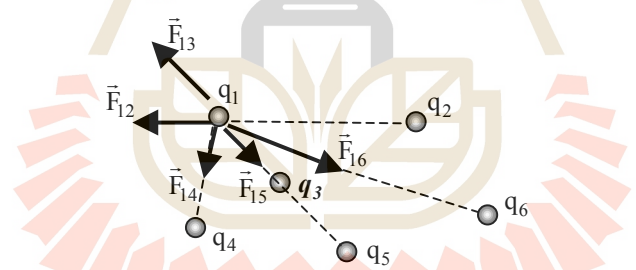
$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} \quad (1.6)$$

โดยในที่นี้ r_{12} เป็นขนาดของเวกเตอร์ \vec{r}_{12} และ \hat{r}_{12} คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางเดียวกับ \vec{r}_{12} หรือ $\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$ นั่นเอง สมการ 1.6 นี้ก็คือกฎของคูลอมบ์ในรูปของเวกเตอร์ จะเห็นได้ว่าเครื่องหมายของประจุทั้งสองจะเป็นตัวกำหนดทิศทางที่ถูกต้องของแรง \vec{F}_{12} เอง

ลักษณะสำคัญที่ควรแก่การกล่าวถึงก็คือ แรงแ \vec{F}_{21} หรือแรงบนประจุตัวที่ 2 ซึ่งกระทำโดยประจุตัวที่ 1 นั้นจะมีขนาดเท่ากับแรงแ \vec{F}_{12} แต่มีทิศทางตรงข้ามกันตามกฎข้อที่ 3 ของนิวตัน ดังนั้น

$$\vec{F}_{21} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} \quad (1.7)$$

ในที่นี้ \hat{r}_{21} คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศชี้จาก q_1 ถึง q_2



รูปที่ 1.3 ระบบที่มีประจุ 6 ตัว

แรงลัพธ์บนประจุตัวที่ 1 เท่ากับผลรวมแบบเวกเตอร์ของแรงกระทำบนประจุตัวที่ 1 เนื่องจากประจุตัวที่ 2, 3, 4, 5 และ 6 ในที่นี้สมมติว่า q_3 และ q_2 มีประจุชนิดเดียวกับ q_1 และ q_4 , q_5 และ q_6 มีประจุต่างชนิดกับ q_1

กฎของคูลอมบ์ในรูปเวกเตอร์นี้ให้ข้อมูลทั้งขนาดและทิศทางของแรงกระทำระหว่างประจุ 2 ตัว ในกรณีที่มิใช่ประจุมากกว่า 2 ตัว ดังตัวอย่างในรูปที่ 1.3 แรงที่กระทำบนประจุหนึ่งๆ สามารถหาได้จากผลรวมแบบเวกเตอร์ของแรงที่เกิดจากประจุนั้นๆ ที่เหลือ เช่นแรงที่กระทำบนประจุตัวที่ 1 ในรูปจะเท่ากับ

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \vec{F}_{15} + \vec{F}_{16} \quad (1.8)$$

โดยที่ \vec{F}_{ij} คือแรงที่กระทำบนประจุ i โดย ประจุ j สมการ 1.8 นี้คือภาษาคณิตศาสตร์ของหลักการซ้อนทับ (principle of superposition) ที่ใช้กับแรงไฟฟ้า ลักษณะสำคัญของหลักการนี้ก็คือ เราสามารถคิดแรงระหว่างประจุแต่ละคู่โดยไม่ต้องคำนึงถึงประจุตัวอื่นๆ ว่าจะมีผลต่อแรงระหว่างประจุคู่ที่เรา กำลังสนใจ ตัวอย่างเช่น แรง \vec{F}_{13} ซึ่งเป็นแรงบนประจุที่ 1 โดยประจุที่ 3 จะมีขนาดและทิศทางเช่นที่แสดงให้เห็นในรูปที่ 1.4 เสมอไม่ว่าประจุที่ 2 หรือ 3 หรือ 4 หรือ 5 หรือ 6 จะอยู่ ณ ตำแหน่งดังในรูปหรือไม่ก็ตาม หลักการซ้อนทับนี้ไม่ได้เป็นสิ่งที่เห็นได้ชัดแต่อย่างใด อีกทั้งไม่ได้เป็นจริงในทุกสถานการณ์ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ในกรณีที่แรงไฟฟ้ามีขนาดใหญ่มากๆ

ความสำคัญของกฎของคูลอมบ์นั้นไม่ใช่เป็นแต่เพียงกฎที่บรรยายแรงที่กระทำระหว่างประจุแต่ละคู่เท่านั้น กฎนี้เมื่อนำไปใช้ร่วมกับควอนตัมฟิสิกส์ สามารถใช้อธิบายแรงที่ยึดเหนี่ยวระหว่างอิเล็กตรอนกับนิวเคลียส แรงที่ทำให้อะตอมยึดเหนี่ยวด้วยกันเป็นโมเลกุล และแรงที่ยึดเหนี่ยวอะตอมหรือโมเลกุลให้เป็นของเหลวหรือของแข็งได้อย่างถูกต้อง ซึ่งก็หมายความว่า แรงที่ไม่ใช่แรงดึงดูดระหว่างมวลซึ่งเราประสบพบเห็นในชีวิตประจำวันมากที่สุด ก็คือแรงไฟฟ้า นอกจากนี้กฎของคูลอมบ์ยังต่างไปจากกฎของแรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตันซึ่งอันที่จริงแล้วเป็นกฎที่ประมาณของทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปคือ กฎของคูลอมบ์นั้นอธิบายแรงกระทำระหว่างประจุที่อยู่นิ่งได้ตรงกับความจริงและไม่ใช้กฎประมาณของกฎอื่น กฎของคูลอมบ์ใช้ได้ทั้งกับวัตถุทั่วไปและกับอนุภาคพื้นฐาน เช่น อิเล็กตรอนและควาร์ก (quark) กฎของคูลอมบ์ใช้ได้ในระดับควอนตัม เช่น ในการคิดแรงไฟฟ้าสถิตระหว่างอิเล็กตรอนกับโปรตอนในอะตอมไฮโดรเจน แต่อย่างไรก็ดี เมื่ออนุภาคที่มีประจุวิ่งด้วยอัตราเร็วที่ใกล้เคียงกับอัตราเร็วของแสง เช่น ในเครื่องเร่งอนุภาค กฎของคูลอมบ์ไม่สามารถบรรยายอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคเหล่านั้นได้อย่างสมบูรณ์ เราต้องนำสมการของแมกซ์เวลล์มาใช้ในการบรรยายด้วย

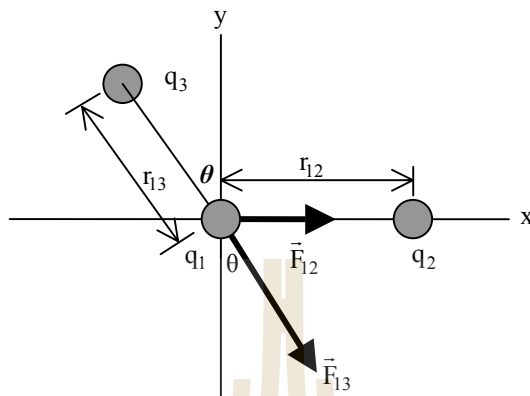
ตัวอย่างที่ 1.1 ประจุ 3 ตัวอยู่ ณ ตำแหน่งดังแสดงในรูปที่ 1.4 จงคำนวณหาแรงไฟฟ้าสถิตรวมที่กระทำบนประจุ q_1 เนื่องจากประจุ q_2 และ q_3 กำหนดให้ $q_1 = -1.2 \mu\text{C}$, $q_2 = +3.7 \mu\text{C}$, $q_3 = -2.3 \mu\text{C}$, $r_{12} = 15 \text{ cm}$, $r_{13} = 10 \text{ cm}$ และ $\theta = 32^\circ$

วิธีทำ เราสามารถคำนวณหาแรงลัพธ์บนประจุ q_1 ได้หลายวิธี แต่ละวิธีจะใช้หลักการเดียวกันหมดคือการรวมแรงแบบเวกเตอร์จากหลักการซ้อนทับ สำหรับในกรณีนี้ เราจะเริ่มต้นจากการหาขนาดของแรงแต่ละแรงบน q_1 เนื่องจากประจุแต่ละตัวดังนี้

ขนาดของแรงคูลอมบ์ที่ q_2 กระทำบน q_1 คือ

$$\begin{aligned} F_{12} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \\ &= \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)(1.2 \times 10^{-6} \text{ C})(3.7 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.15 \text{ m})^2} \\ &= 1.77 \text{ N} \end{aligned}$$

เนื่องจากประจุทั้งสองเป็นชนิดตรงข้ามกัน แรงระหว่างประจุนี้จึงเป็นแรงดึงดูด ดังนั้น \vec{F}_{12} จึงมีทิศดังแสดงในรูปที่ 1.4



รูปที่ 1.4 รูปสำหรับตัวอย่างที่ 1.1

ประจุแต่ละคู่มิแรงกระทำซึ่งกันและกัน แต่ในรูปนี้แสดงให้เห็นเฉพาะแรงที่กระทำบนประจุ q_1 เท่านั้น

ขนาดของแรงคูลอมบ์ที่ q_3 กระทำบน q_1 คือ

$$\begin{aligned} F_{13} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \\ &= \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)(1.2 \times 10^{-6} \text{ C})(2.3 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.10 \text{ m})^2} \\ &= 2.48 \text{ N} \end{aligned}$$

เนื่องจากประจุทั้งสองเป็นชนิดเดียวกัน แรงระหว่างประจุนี้จึงเป็นแรงผลัก ดังนั้น \vec{F}_{13} จึงมีทิศดังในรูปที่ 1.4 เพื่อความสะดวกในการรวมแรง เราจะแตกแรงไปตามแนว x และ y จะเห็นได้ว่าแรง \vec{F}_{12} อยู่ในแนว x อยู่แล้ว แต่แรง \vec{F}_{13} ทำมุม 32° กับแนว $-y$ เราจึงต้องแตกแรงดังกล่าว และจะได้ว่า

$$(F_{12})_x = 1.77 \text{ N}$$

$$(F_{12})_y = 0$$

และ

$$(F_{13})_x = 2.48 \cos(32^\circ) = 1.31 \text{ N}$$

$$(F_{13})_y = -2.48 \sin(32^\circ) = -2.10 \text{ N}$$

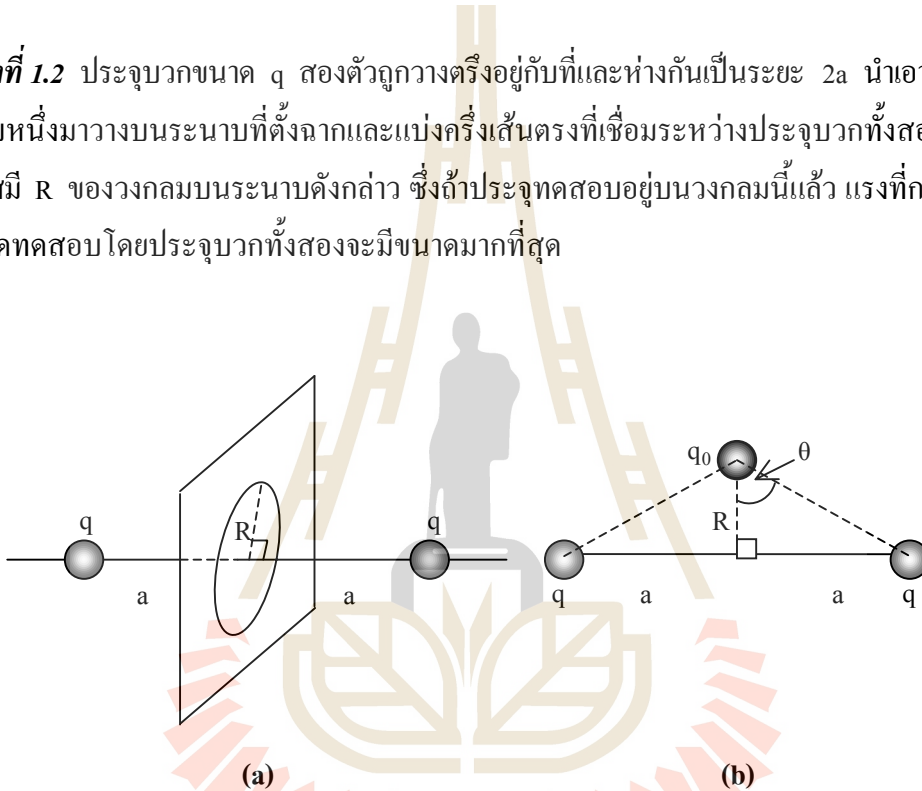
แรงรวมในแนว x และ y บนประจุ q_1 จึงมีค่าเท่ากับ

$$F_{1x} = (F_{12})_x + (F_{13})_x = 1.77 \text{ N} + 1.31 \text{ N} = 3.08 \text{ N}$$

$$F_{1y} = (F_{12})_y + (F_{13})_y = 0 + (-2.10 \text{ N}) = -2.10 \text{ N}$$

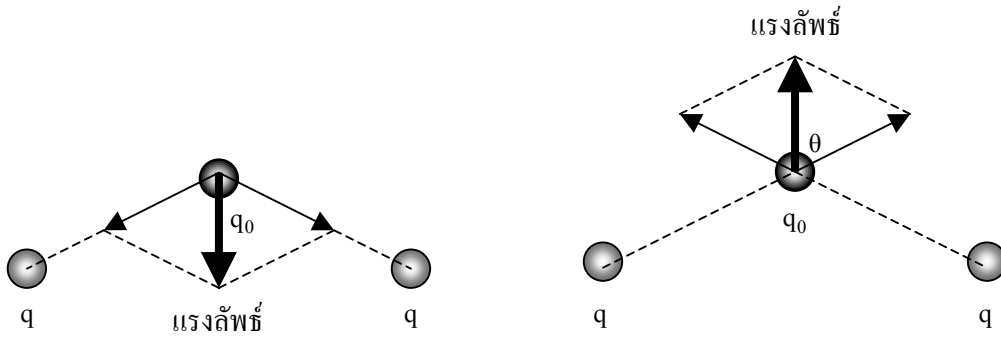
ดังนั้นขนาดของแรง \vec{F}_1 จึงมีค่าเท่ากับ $\sqrt{F_{1x}^2 + F_{1y}^2} = 3.73 \text{ N}$ และมีทิศทางมุม $\tan^{-1}(F_{1y}/F_{1x}) = -34^\circ$ กับแนว x

ตัวอย่างที่ 1.2 ประจุบวกขนาด q สองตัวถูกวางตรึงอยู่กับที่และห่างกันเป็นระยะ $2a$ นำเอาประจุจุดทดสอบหนึ่งมาวางบนระนาบที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างประจุบวกทั้งสอง จงหาระยะรัศมี R ของวงกลมบนระนาบดังกล่าว ซึ่งถ้าประจุทดสอบอยู่บนวงกลมนี้แล้ว แรงที่กระทำบนประจุจุดทดสอบโดยประจุบวกทั้งสองจะมีขนาดมากที่สุด



รูปที่ 1.5 (a) รูปของระบบในตัวอย่างที่ 2 (b) ระนาบที่ประจุทั้งสามอยู่ร่วมกัน

วิธีทำ ให้ q_0 คือประจุทดสอบ จะเห็นได้ว่าไม่ว่าประจุทดสอบจะอยู่ ณ ตำแหน่งใดก็ตามบนวงกลมรัศมี R บนระนาบดังกล่าว แรงลัพธ์บนประจุทดสอบจะมีขนาดเท่ากัน แต่ทิศทางจะแตกต่างกันไป (คือมีทิศไปตามแนวรัศมีนั่นเอง) ชนิดของประจุทดสอบไม่มีความสำคัญในการคำนวณระยะ R ที่ต้องการ เนื่องจากว่าขนาดของแรงไม่ขึ้นกับชนิดของประจุ จะมีก็แต่ทิศของแรงเท่านั้นที่ขึ้นกับชนิดของประจุ ดังแสดงในรูปที่ 1.6



แรงเนื่องจากประจุแต่ละตัวบนประจุทดสอบ

(a)

(b)

รูปที่ 1.6 (a) กรณีที่ q_0 เป็นลบบ แรงไฟฟ้าลัพท์ที่กระทำจะมีทิศพุ่งเข้าสู่เส้นตรงที่เชื่อมระหว่างประจุทั้งสอง

(b) กรณีที่ q_0 เป็นบวก แรงไฟฟ้าลัพท์ที่กระทำจะมีทิศพุ่งออกจากเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างประจุทั้งสอง ขนาดของแรงลัพท์ทั้งสองมีค่าเท่ากัน

ดังนั้นเราจะคิดเสียว่า q_0 เป็นประจวบวงเพื่อความสะดวก กำหนดให้แนวตามเส้นตรงที่เชื่อมสองประจุเป็นแนว x และแนวที่ตั้งฉากกับเส้นดังกล่าวเป็นแนว y ขนาดของแรงระหว่าง q กับ q_0 (ทั้งสองแรง) มีค่าเท่ากับ

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{R^2 + a^2}$$

แรงลัพท์บน q_0 มาจากการรวมแรงแบบเวกเตอร์ของแรงไฟฟ้าจากประจุ q ทั้งสองตัว จะเห็นได้ชัดว่า เมื่อเราแตกแรงนี้ออกเป็น 2 แนวคือ x และ y แรงในแนว x จะหักล้างกันเป็นศูนย์ไปเหลือเฉพาะแรงในแนว y ดังนั้นขนาดของแรงลัพท์มีค่าเท่ากับ

$$F_{\text{total}} = (F_y)_{\text{total}} = F \cos \theta + F \cos \theta = 2F \cos \theta$$

$$= \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{R^2 + a^2} \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right)$$

$$= \frac{2qq_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{R}{(R^2 + a^2)^{3/2}}$$

เราสามารถหาระยะ R ที่ทำให้แรงนี้มีขนาดมากที่สุด โดยการหาอนุพันธ์ของแรงลัพท์เทียบกับระยะ R ค่า R ที่ทำให้ได้ขนาดของแรงมากที่สุด จะทำให้ค่าอนุพันธ์เป็นศูนย์

$$\begin{aligned} \frac{dF_{\text{total}}}{dR} &= \frac{2qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{(R^2 + a^2)^{3/2}} - \frac{3R^2}{(R^2 + a^2)^{5/2}} \right] \\ &= \frac{2qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{R^2 + a^2 - 3R^2}{(R^2 + a^2)^{5/2}} \right] = 0 \end{aligned}$$

ดังนั้น $R^2 + a^2 - 3R^2 = 0$ หรือ $R = a/\sqrt{2}$ นั่นเอง

3. สนามไฟฟ้า

ก่อนจะพิจารณาสนามไฟฟ้า เราจะกล่าวถึงสนามโดยทั่วไปและสนามโน้มถ่วงสักเล็กน้อย สนามเป็นปริมาณทางฟิสิกส์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามตำแหน่ง ตัวอย่างเช่น สนามอุณหภูมิ สนามความดัน ซึ่งตัวอย่างทั้งสองนี้เป็นตัวอย่างของสนามสเกลาร์ ตัวอย่างของสนามเวกเตอร์ก็ได้แก่ สนามโน้มถ่วงของโลก สนามความเร็ว เป็นต้น สนามที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเรียกว่าสนามสถิต (static fields) ส่วนสนามที่ไม่ใช่สนามสถิตเรียกว่าสนามที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (time-varying fields)

สนามโน้มถ่วง \vec{g} มีนิยามว่าเป็น แรงโน้มถ่วง \vec{F}_g ต่อหนึ่งหน่วยมวลทดสอบ (test mass) m_0 หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m_0} \tag{1.9}$$

สนามโน้มถ่วงนี้ตามปกติ ถ้าการกระจายตัวของมวลที่เป็นต้นกำเนิดของสนามมีค่าคงตัว สนามโน้มถ่วงจะเป็นสนามสถิต ที่บริเวณใกล้ผิวโลก สนามโน้มถ่วงของโลกสามารถถือได้ว่าเป็นสนามเอกกรูปล (uniform field) กล่าวคือ มีขนาดและทิศทางคงตัวในบริเวณดังกล่าว

จากนิยามของสนามโน้มถ่วงในสมการที่ 1.9 นี้ เราสามารถนำมาใช้ในการหาค่าของสนามที่บริเวณต่างๆ ได้ นั่นคือ เราจะนำเอามวลทดสอบขนาดเล็ก m_0 มาวาง ณ ตำแหน่งที่เราต้องการทราบค่าของสนาม จากนั้นเราปล่อยให้มวลทดสอบดังกล่าวเคลื่อนที่ภายใต้สนามและวัดค่าความเร่งของมวลทดสอบ $\vec{a} = \vec{F}/m_0$ ซึ่งก็เท่ากับ \vec{g} ณ ตำแหน่งนั้นนั่นเอง การที่เราบอกได้ว่าเราต้องนำเอามวลทดสอบที่มีขนาดเล็กนั้นก็เนื่องจากว่า เราไม่ต้องการให้มวลทดสอบรบกวนการกระจายตัวของมวลต้นกำเนิดของสนามที่เราต้องการวัด เพราะถ้าการกระจายตัวของมวลต้นกำเนิดถูกรบกวน ก็หมายความว่าสนามโน้มถ่วงจะมีการเปลี่ยนแปลงไปด้วย ไม่ใช่สนามเดิมที่เราต้องการทราบ ตัวอย่างของขนาดมวลที่ทำให้เกิดการรบกวนของการกระจายตัวของมวลเช่นมวลของโลก ได้แก่ มวลของดวงจันทร์ (ซึ่งมีขนาดใหญ่พอที่จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของระดับน้ำบนโลกได้ ซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดน้ำขึ้นน้ำลง นั่นก็หมายความว่ามวลขนาดดวงจันทร์ไม่สามารถนำมาใช้เป็นมวลทดสอบสำหรับการหาค่าของสนามโน้มถ่วงของโลกได้) เป็นต้น

ก่อนที่แนวคิดเรื่องสนามจะเป็นที่ยอมรับ เราเคยคิดกันว่าแรงระหว่างมวลสองก้อนเป็นอันตรกิริยาทันทีทันใดระหว่างมวลทั้งสอง กล่าวคือ ผลของการเคลื่อนที่ของมวลก้อนหนึ่งจะมีผลต่อมวลอีกก้อนหนึ่งในทันที ซึ่งเป็นแนวคิดที่ค้านกับทฤษฎีสัมพัทธภาพในส่วนที่กล่าวว่ายัตราเร็วของการส่งข้อมูลใดก็ตามมีค่าได้เร็วที่สุดไม่เกินอัตราเร็วของแสง สำหรับในแนวคิดเกี่ยวกับสนามนั้น อันตรกิริยาระหว่างมวลเกิดจากการที่มวลก้อนแรกให้สนาม ณ บริเวณต่างๆ และมวลก้อนที่สองมีอันตรกิริยากับสนามนี้ของมวลก้อนแรกที่ตั้งาแหน่งนั้น แรงบนมวลก้อนที่สองหาได้จากสมการที่ 1.9 และสถานการณ์ก็มีลักษณะเดียวกัน ถ้าเรามองแรงบนมวลก้อนแรกเนื่องจากสนามของมวลก้อนที่สอง การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของมวลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของสนาม และการเปลี่ยนแปลงนี้เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่ากับอัตราเร็วแสง

สนามไฟฟ้ามีลักษณะเช่นเดียวกับสนามโน้มถ่วง กล่าวคือ ประจุไฟฟ้าจะให้สนามไฟฟ้าออกมา ณ บริเวณต่างๆ และประจุตัวอื่นจะทำอันตรกิริยากับสนามของประจุตัวแรก เราต้องการเรียนรู้เกี่ยวกับอันตรกิริยาดังกล่าว ซึ่งเราก็ต้องทราบค่าของสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งที่ประจุตัวที่สองอยู่เนื่องจากประจุตัวแรก และคำนวณหาค่าของแรงจากค่าสนามนั้น ก็เช่นเดียวกับสนามโน้มถ่วง เรานิยามสนามไฟฟ้า \vec{E} ของประจุหรือกลุ่มประจุที่มารวมตัวกัน ในเทอมของแรงไฟฟ้าที่กระทำหารด้วยค่าประจุทดสอบบวก q_0 นั่นคือ

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \tag{1.10}$$

ทิศทางของสนาม \vec{E} มีทิศเดียวกับทิศของแรง \vec{F} เนื่องจากเราให้ประจุทดสอบเป็นประจุบวก ในเชิงมิติสัมพันธ์ สนามไฟฟ้าคือแรงต่อหน่วยประจุ หน่วยในระบบ SI คือ นิวตันต่อคูลอมบ์ (N/C) อย่างไรก็ตาม บ่อยครั้งที่เดียว เราจะเห็นหน่วยของสนามไฟฟ้าเป็น โวลต์ต่อเมตร (V/m) ซึ่งเราจะพูดถึงในรายละเอียดเกี่ยวกับหน่วยนี้มากขึ้นในหน่วยต่อไป

เมื่อเราต้องการวัดค่าสนามจากนิยามในสมการ 1.10 เราต้องระมัดระวังในการเลือกประจุทดสอบ เช่นเดียวกับการเลือกมวลทดสอบ โดยหลักการแล้วขนาดของประจุทดสอบควรมีขนาดเล็กมากๆ เพื่อไม่ให้สนามที่เกิดจากประจุทดสอบเองไปรบกวนการกระจายตัวของประจุหรือกลุ่มประจุที่เรากำลังสนใจ ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการ 1.10 ได้ใหม่เพื่อให้รัดกุมยิ่งขึ้นดังนี้

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q_0} \tag{1.11}$$

อันที่จริงแล้ว เมื่อเราทำการคำนวณค่าของสนามไฟฟ้าของระบบประจุใดๆ ก็ตาม ขนาดและชนิดของประจุทดสอบจะไม่มีผลสำคัญเท่าใดนัก ความจริงข้อนี้จะเห็นได้ชัดเจนขึ้นเมื่อเราได้เห็นตัวอย่างการคำนวณค่าสนามของระบบประจุต่างๆ

ตัวอย่างที่ 1.3 ในสนามไฟฟ้าคงตัวใกล้กับผิวของโลก อนุภาคหนึ่งมีประจุ -2.0×10^{-9} C ซึ่งมีแรงกระทำเนื่องจากสนามดังกล่าวขนาดเท่ากับ 3.0×10^{-6} N และมีทิศชี้ลงสู่ผิวโลก

- (1) จงหาขนาดของสนามไฟฟ้านี้
- (2) จงหาขนาดและทิศทางของแรงไฟฟ้าที่กระทำบนโปรตอนตัวหนึ่งที่อยู่ในบริเวณที่มีสนามนี้
- (3) แรงโน้มถ่วงของโลกที่กระทำบนโปรตอนตัวนี้มีค่าเท่าใด
- (4) จงหาอัตราส่วนระหว่างแรงไฟฟ้ากับแรงโน้มถ่วงของโปรตอนตัวนี้

วิธีทำ (1) ขนาดของสนามหาได้จาก

$$E = \frac{F}{|q|} = \frac{3.0 \times 10^{-6} \text{ N}}{2.0 \times 10^{-9} \text{ C}} = 1,500 \text{ N/C}$$

ทิศทางของสนามมีทิศเดียวกับทิศของแรงที่กระทำบนประจุบวก แต่มีทิศตรงข้ามกับแรงที่กระทำบนประจุลบ ดังนั้นสนามไฟฟ้าที่ผิวโลกมีทิศชี้ออกจากผิวโลก

- (2) แรงไฟฟ้าที่กระทำบนโปรตอนที่อยู่ในสนามมีขนาดเท่ากับ

$$F_q = q_p E = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 1,500 \text{ N/C} = 2.4 \times 10^{-16} \text{ N}$$

ทิศของแรงบนโปรตอนมีทิศเดียวกับทิศของสนามคือชี้ออกจากผิวโลก

- (3) แรงโน้มถ่วงของโลกที่กระทำต่อโปรตอนตัวนี้มีขนาดเท่ากับ

$$F_g = mg = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 = 1.64 \times 10^{-26} \text{ N}$$

- (4) อัตราส่วนของแรงไฟฟ้าต่อแรงโน้มถ่วงของโลกมีค่าเท่ากับ

$$\frac{F_q}{F_g} = \frac{2.4 \times 10^{-16} \text{ N}}{1.64 \times 10^{-26} \text{ N}} = 1.46 \times 10^{11}$$

3.1 สนามไฟฟ้าของประจุจุด

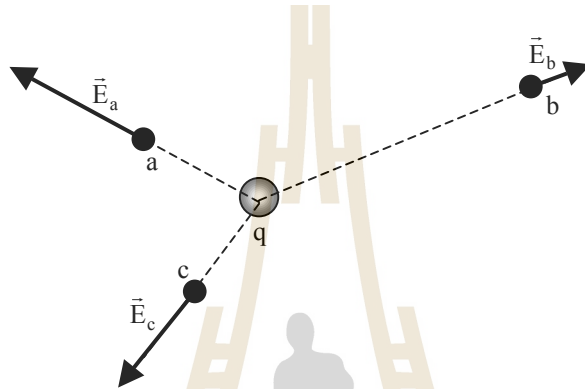
ให้ประจุทดสอบ q_0 ซึ่งเป็นบวกอยู่ห่างจากประจุจุด q เป็นระยะ r จากกฎของคูลอมบ์ขนาดของแรงที่กระทำบนประจุทดสอบมีค่าเท่ากับ

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2}$$

ขนาดของสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งที่ประจุทดสอบอยู่มีค่าตามนิยามในสมการ 1.10 คือ

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \tag{1.12}$$

ทิศทางของสนามไฟฟ้ามีทิศเดียวกับแรงซึ่งอยู่ในแนวเส้นรัศมีจากประจุจุด q ทิศของสนามจะพุ่งออก ถ้าประจุ q เป็นบวกและพุ่งเข้า ถ้าประจุ q เป็นลบ รูปที่ 1.7 แสดงสนามไฟฟ้าของประจุบวก q ที่ตำแหน่งต่างๆ



รูปที่ 1.7 สนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งต่างๆ ใกล้เคียงประจุบวก q

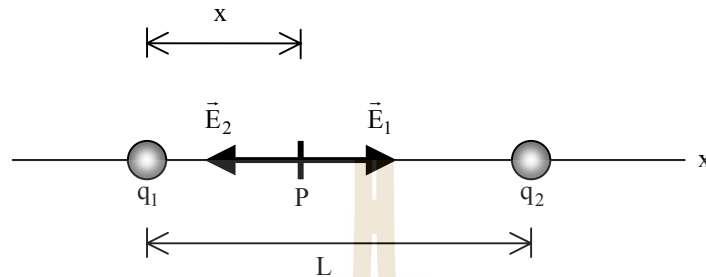
สังเกตว่าสนามมีทิศชี้ออกจากประจุ q ตามแนวรัศมี ที่ตำแหน่งที่อยู่ใกล้กับประจุ ขนาดของสนามซึ่งแทนด้วยความยาวของเส้นลูกศรจะมีค่ามากกว่าขนาดของสนามที่ตำแหน่งห่างออกไป

ในการหาค่าสนามไฟฟ้า \vec{E} ของกลุ่มของประจุจุด N ตัว เราจะคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้า \vec{E}_i จากประจุจุดตัวที่ i ณ ตำแหน่งที่เราสนใจเหมือนกับว่าไม่มีประจุตัวอื่นๆ อยู่ และเมื่อได้ค่าสนามไฟฟ้าเนื่องจากแต่ละประจุแล้ว ให้นำค่าสนามดังกล่าวมารวมกันแบบเวกเตอร์ หรือเขียนเป็นรูปสมการได้ว่า

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \tag{1.13}$$

สมการ 1.13 นี้ นำเอาหลักการซ้อนทับมาใช้ กล่าวคือ ณ ตำแหน่งหนึ่งๆ เราสามารถหาค่าสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุ หรือกลุ่มประจุที่แยกกันอยู่โดยการรวมค่าสนามเนื่องจากแต่ละส่วน โดยที่แต่ละส่วนไม่ขึ้นต่อกัน หลักการนี้จะใช้ไม่ได้ในกรณีที่สนามมีค่าใหญ่มากๆ แต่ใช้ได้ในทุกกรณีที่เราจะพิจารณาในเอกสารประกอบการเรียนนี้

ตัวอย่างที่ 1.4 ในรูปที่ 1.8 มีประจุ q_1 และประจุ q_2 อยู่ซึ่งประจุทั้งสองเป็นประจุบวก ถ้ากำหนดให้ประจุ q_1 อยู่ที่จุดกำเนิดของแกน x และประจุ q_2 อยู่ที่ตำแหน่ง $x = L$ จงหาว่า ณ ตำแหน่ง P ที่ใดบนแกน x ที่ค่าสนามไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์



รูปที่ 1.8 รูปสำหรับตัวอย่างที่ 1.4 ที่จุด P สนามไฟฟ้าเนื่องจากทั้งสองประจุหักล้างกัน

วิธีทำ บนแกน x จะมีเฉพาะบริเวณระหว่างประจุทั้งสองเท่านั้นที่สนามจากทั้งสองประจุมิติตรงข้ามกัน (ลองวาดทิศทางของสนามจากทั้งสองประจุที่ตำแหน่งทางขวาของประจุ q_2 และทางซ้ายของประจุ q_1 ดู) ดังนั้นขนาดของสนามจากทั้งสองประจุที่จุด P จะต้องมีความเท่ากัน

$$E_1 = E_2$$

จากสมการ 1.12 เมื่อเราแทนค่าประจุและระยะห่างระหว่างจุด P กับแต่ละประจุจะได้

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{(L-x)^2}$$

แก้สมการจะได้ 2 คำตอบแต่เนื่องจากว่า $L-x$ เป็นบวก ดังนั้น

$$x = \frac{L}{1 + \sqrt{q_2/q_1}}$$

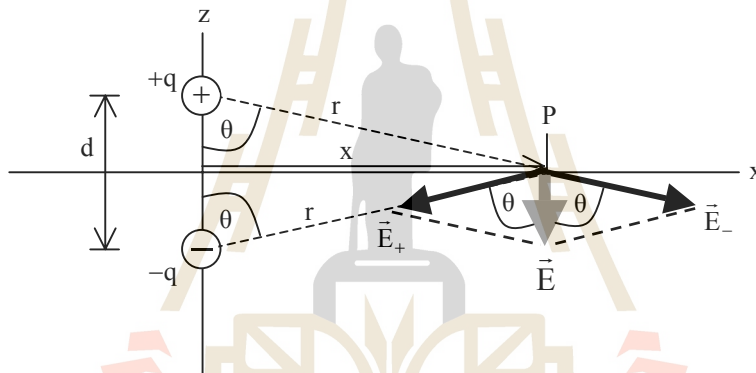
ลองพิจารณาว่า จุด P ควรอยู่ใกล้กับประจุที่มีขนาดมากกว่าหรือน้อยกว่า และเป็นไปตามคำตอบที่เราได้หรือไม่

3.2 สนามจากขั้วคู่ไฟฟ้า

ขั้วคู่ไฟฟ้า (electric dipole) ประกอบด้วยประจุบวกและประจุลบที่มีขนาดประจุเท่ากัน q และอยู่ห่างกันเป็นระยะหนึ่งให้เท่ากับ d เราจะคำนวณหาค่าของสนามไฟฟ้าเนื่องจากขั้วคู่ไฟฟ้านี้ ณ จุด P ซึ่งอยู่ห่างจากจุดกึ่งกลางระหว่างประจุทั้งสองเป็นระยะ x บนเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นที่เชื่อมประจุทั้งสอง (ดูรูปที่ 1.9)

กำหนดให้ \vec{E}_+ และ \vec{E}_- เป็นค่าของสนามไฟฟ้าที่จุด P เนื่องจากประจุที่เป็นบวกและลบตามลำดับขนาดของสนามทั้งสองนี้มีขนาดเท่ากันที่จุด P เนื่องจากจุด P อยู่ห่างจากประจุทั้งสองเท่ากัน ส่วนทิศทางของสนามทั้งสองเป็นดังแสดงให้เห็นในรูปที่ 1.9 จะเห็นได้ว่าทิศทางของสนามทั้งสองนั้นเป็นทิศทางเดียวกับแรงไฟฟ้าที่กระทำบนประจุทดสอบที่เป็นบวกหากนำมันไปไว้ที่จุด P ดังนั้นสนามไฟฟ้ารวมที่จุด P คือ

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$



รูปที่ 1.9 ขั้วคู่ไฟฟ้าประกอบด้วยประจุบวกกับประจุลบซึ่งมีขนาดประจุเท่ากัน

สนามลัพท์เนื่องจากขั้วคู่ไฟฟ้า ณ จุดใดๆ มีค่าเท่ากับผลรวมแบบเวกเตอร์ของสนามเนื่องจากประจุแต่ละตัว ณ จุดนั้น ที่จุด P ในรูป สนามลัพท์มีทิศชี้ลงในแนวแกน z

จากสมการ 1.12 เราจะได้ว่าขนาดของสนามทั้งสองคือ

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2 + (d/2)^2}$$

เนื่องจากสนามทั้งสองมีขนาดเท่ากันและทำมุม θ กับแกน z ดังในรูปที่ 1.8 ผลรวมของส่วนประกอบในแนวแกน x ของสนามทั้งสองจะมีค่าเป็นศูนย์ (นั่นคือ $E_+ \sin\theta - E_- \sin\theta = 0$) ดังนั้นสนามรวมที่จุด P จึงมีเฉพาะส่วนประกอบในแนวแกน z เท่านั้น ซึ่งมีขนาด

$$E = E_+ \cos\theta + E_- \cos\theta = 2E_+ \cos\theta$$

โดยที่

$$\cos\theta = \frac{d/2}{\sqrt{x^2 + (d/2)^2}}$$

นั่นคือ

$$E = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{x^2 + (d/2)^2} \right) \left(\frac{d/2}{\sqrt{x^2 + (d/2)^2}} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{[x^2 + (d/2)^2]^{3/2}} \quad (1.14)$$

สมการ 1.14 นี้เป็นขนาดของสนามไฟฟ้าเนื่องจากขั้วคู่ไฟฟ้าที่จุด P จะเห็นได้ว่าสนามมีค่าแปรผันตรงกับ qd ซึ่งเป็นขนาดของประจุกับระยะห่างระหว่างสองประจุ ค่า qd นี้เป็นขนาดของโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า (electric dipole moment) p นั่นคือ

$$p = qd \quad (1.15)$$

โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าเป็นสมบัติพื้นฐานของโมเลกุลต่างๆ โมเลกุลโดยทั่วไปจะประกอบด้วยประจุบวกและลบในปริมาณที่เท่ากันและอยู่ห่างจากกันและกันเป็นระยะหนึ่งๆ เช่น เกลือ NaCl ซึ่งประกอบด้วยไอออนของ Na^+ (อิเล็กตรอนหายไปหนึ่งตัว) และ Cl^- (ได้อิเล็กตรอนมาหนึ่งตัว) แต่ละตัวมีประจุ $\pm e$ รวมตัวกันเป็นผลึก แต่ละคู่ของไอออนอยู่ห่างกันประมาณ 0.236 nm ดังนั้นขนาดของโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าของ NaCl คำนวณได้จาก

$$p = ed = (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(0.236 \times 10^{-9} \text{ m}) = 3.78 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}$$

ขนาดของโมเมนต์ขั้วคู่ที่วัดได้จากการทดลองมีค่าเท่ากับ $3.00 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}$ น้อยกว่าค่าจากการคำนวณ ซึ่งชี้ให้เห็นว่า อิเล็กตรอนไม่ได้หนีไปจากอะตอม Na และไปอยู่กับอะตอมของ Cl โดยสิ้นเชิง อาจกล่าวได้ว่า อันที่จริงแล้วอะตอมทั้งสองมีการแบ่งใช้อิเล็กตรอนดังกล่าวในระดับหนึ่ง ซึ่งทำให้ระยะ d ที่ควรเป็นสั้นกว่าระยะห่างระหว่างไอออน และทำให้ขนาดโมเมนต์ขั้วคู่มีน้อยกว่าที่คำนวณได้

บ่อยครั้งที่เดียวที่เราสนใจค่าของสนามไฟฟ้าเนื่องจากขั้วคู่ไฟฟ้า ที่ตำแหน่งซึ่งห่างออกไปมากๆ เมื่อเทียบกับระยะระหว่างประจุ d ในกรณีเช่นนี้ เราสามารถประมาณค่าที่ได้จากสมการ 1.14 ได้โดยใช้การกระจายแบบทวินามต่อไปนี้

$$(1 + b)^n = 1 + nb + \frac{n(n-1)}{2!} b^2 + \dots \approx 1 + nb \quad \text{สำหรับ } b \ll 1$$

จากสมการ 1.14 เราเขียนเสียใหม่ได้ว่า

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3} \frac{1}{[1 + (d/2x)^2]^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3} [1 + (d/2x)^2]^{-3/2}$$

ดังนั้นเมื่อ $x \gg d$ (เรียดัดเทอมที่มี $(d/x)^2$ หรือที่ยกกำลังสูงกว่าออก) ขนาดของสนามไฟฟ้าในกรณีนี้มีค่าประมาณ

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3} \tag{1.16}$$

จะเห็นได้ว่าขนาดของสนามจากคู่ขั้วไฟฟ้ามีค่าลดลงตามระยะทาง (ยกกำลัง -3) เร็วกว่าขนาดของสนามจากประจุจุด (ยกกำลัง -2)

3.3 สนามไฟฟ้าจากประจุที่กระจายตัวอย่างต่อเนื่อง

แม้ว่าประจุจะเป็นปริมาณที่ควอนไตซ์ (คือค่าไม่ต่อเนื่อง เป็นจำนวนเต็มเท่าของประจุของอิเล็กตรอน) แต่เราสามารถพิจารณาได้ว่าประจุจำนวนมากๆ ที่กระจายตัวอยู่รวมกันมีลักษณะที่มีความต่อเนื่องได้ กล่าวคือ เราสามารถแบ่งประจุที่กระจายตัวอยู่รวมกันนั้นเป็นส่วนเล็กๆ dq ซึ่งแต่ละส่วนเล็กๆ เหล่านี้ให้ค่าสนามไฟฟ้า $d\vec{E}$ ที่จุด P และเมื่อรวมสนามไฟฟ้าเนื่องจากทุกๆ ส่วนเล็ก dq ที่ประกอบกันเป็นประจุทั้งหมดแล้ว เราจะได้สนามไฟฟ้าสุทธิที่จุด P เนื่องจากประจุทั้งหมดคือ

$$\vec{E} = \int d\vec{E} \tag{1.17}$$

การอินทิเกรตในสมการ 1.17 นี้ ก็เหมือนกับการบวกกันแบบเวกเตอร์ในสมการ 1.13 โดยทั่วไปแล้วเมื่อเรากำหนดค่าของสนามไฟฟ้าของประจุที่กระจายตัวอย่างต่อเนื่องนั้น เรามักจะแยกหาค่าของสนามไฟฟ้าในแต่ละแนว เช่น ในระบบพิกัด x, y, z สมการ 1.17 จะแยกเป็น

$$E_x = \int dE_x, E_y = \int dE_y, \text{ และ } E_z = \int dE_z$$

ในการคำนวณปัญหาของประจุที่กระจายตัวอย่างต่อเนื่องส่วนใหญ่ เราสามารถใช้การมีสมมาตรของระบบมาช่วยลดความยุ่งยากในการคำนวณได้ เพราะสนามในบางแนวอาจเป็นศูนย์หรืออาจมีขนาดเท่ากัน

โดยมากเมื่อเรากำหนดปัญหาเช่นนี้ เรามักเลือกประจุส่วนเล็กๆ dq แล้วคำนวณหาค่าของสนาม $d\vec{E}$ ณ จุดที่เราสนใจ แล้วทำการอินทิเกรตเพื่อหาความสนามสุทธิ \vec{E} ที่เกิดจากประจุทั้งหมด เรามักจะคิดว่าประจุส่วนเล็กๆ นี้ประพฤติตัวเหมือนประจุจุดและให้สนามไฟฟ้าขนาดเท่ากับ

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \tag{1.18}$$

ที่ตำแหน่งซึ่งอยู่ห่างจากประจุ dq เป็นระยะ r ในบางกรณีเราสามารถเลือก dq ให้เป็นส่วนประกอบที่ไม่เล็กมากแต่เป็นรูปร่างซึ่งเราทราบค่าของสนามไฟฟ้าที่มันให้ออกมาได้

ประจุที่กระจายตัวอยู่อย่างต่อเนื่องนั้น เรามักบอกลักษณะของมันโดยใช้ความหนาแน่นของประจุ ในกรณีของประจุที่กระจายตัวอยู่กันเป็นเชิงเส้น ความหนาแน่นที่ใช้บอกลักษณะการกระจายตัวของประจุจะเป็นความหนาแน่นเชิงเส้น หรือคือประจุต่อหน่วยความยาวนั่นเอง ดังนั้นถ้าให้ λ คือความหนาแน่นเชิงเส้น และ dl เป็นความยาวของประจุส่วนเล็กๆ dq เราจะได้ว่า

$$dq = \lambda dl \tag{1.19}$$

โดยทั่วไปแล้ว λ ไม่จำเป็นต้องเป็นค่าคงตัว แต่ถ้าเป็นค่าคงตัวแล้ว λ ก็จะเท่ากับค่าของประจุทั้งหมด (q) ที่กระจายตัวอยู่หารด้วยความยาวของประจุ (L)

ถ้าประจุกระจายตัวบนพื้นผิวหรือเป็นแผ่นบาง และให้ σ คือความหนาแน่นเชิงพื้นผิวของประจุ และ dA คือพื้นที่เล็กๆ แล้ว เราจะได้ว่า ประจุส่วนเล็กๆ ของเรามีค่าเท่ากับ

$$dq = \sigma dA \tag{1.20}$$

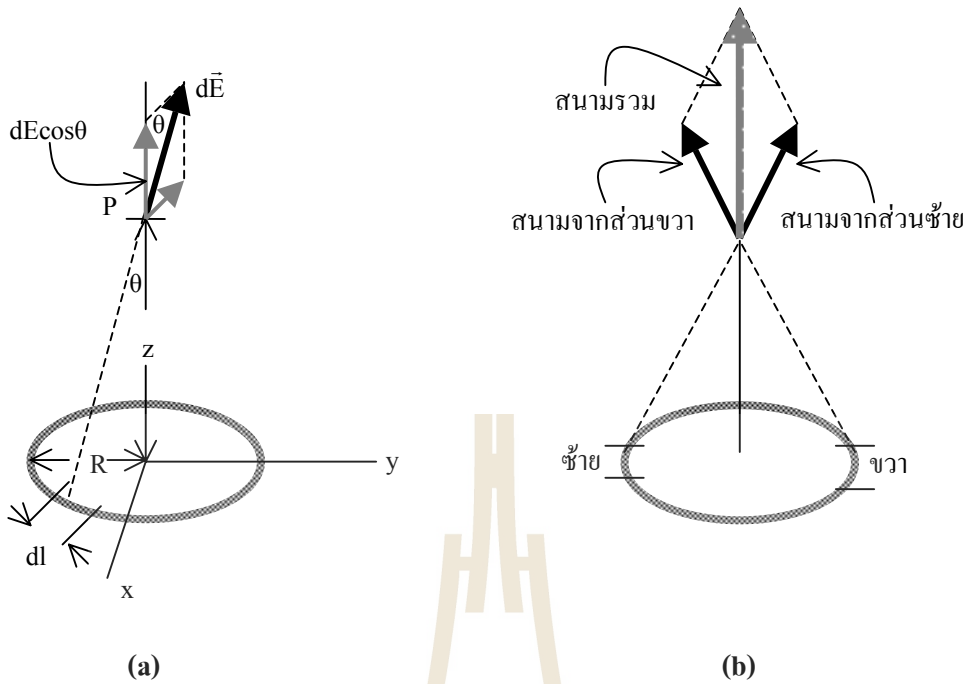
หากประจุ q มีการกระจายตัวสม่ำเสมอบนพื้นที่ทั้งหมด A ดังนั้น $\sigma = q/A$ ในทำนองเดียวกัน ถ้าประจุมีการกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอในปริมาตรทั้งหมด V

$$dq = \rho dV \tag{1.21}$$

โดยที่ ρ คือความหนาแน่นของประจุในเชิงปริมาตร และ dV คือปริมาตรขนาดเล็กที่ dq กระจายอยู่ และ $\rho = q/V$ ถ้าสำหรับกรณีที่ประจุ q กระจายตัวอย่างสม่ำเสมอในปริมาตรทั้งหมด V

ตัวอย่างที่ 1.5 ประจุบวก q กระจายตัวอย่างสม่ำเสมอเป็นรูปร่างแหวนบางมากมีรัศมี R จงหาค่าของสนามไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงแหวนในทิศตั้งฉากกับระนาบของวงแหวนเป็นระยะเท่ากับ z

วิธีทำ พิจารณาประจุส่วนเล็กๆ dq ซึ่งยาว dl บนวงแหวนดังในรูปที่ 1.10 (a) ถ้า λ คือความหนาแน่นประจุเชิงเส้น ขนาดของสนามไฟฟ้าที่จุด P เนื่องจากประจุส่วนเล็กๆ นี้มีค่าเท่ากับ



รูปที่ 1.10 (a) วงแหวนของประจุ q รัศมี R ซึ่งระนาบของวงแหวนเป็นระนาบ xy

(b) ส่วนของประจุเล็กๆ ‘ซ้าย’ กับ ‘ขวา’ ซึ่งอยู่ตรงข้ามกันบนวงแหวน

จะเห็นได้ว่าสนามรวมจากทั้งสองส่วนมีทิศไปในแนว z เท่านั้น
เนื่องจากสนามในแนวตั้งฉากกับแนว z ของประจุทั้งสองส่วนหักล้างกันพอดี

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)}$$

ระบบประจุนี้มีสมมาตรคือเมื่อเราหมุนวงแหวนรอบแกนหมุนที่ผ่านจุดศูนย์กลางและตั้งฉากกับระนาบของวงแหวนเป็นมุมใดๆ ก็ตาม เราจะพบว่าวงแหวนไม่มีการเปลี่ยนแปลงแต่อย่างใด ดังนั้นเราน่าจะสามารถลดขั้นตอนของการคำนวณ (อินทิเกรต) ลงได้บ้าง

พิจารณาส่วนประจุเล็กๆ ที่อยู่ตรงข้ามกัน เราจะพบว่าค่าของสนามรวมเนื่องจากประจุส่วนเล็กๆ ทั้งสองนี้มีทิศชี้ขึ้นไปตามแนวแกน z ดังแสดงในรูปที่ 1.10 (b) ซึ่งก็หมายความว่าเราทราบทิศของสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจวงแหวนนี้แล้วคือ มันมีทิศชี้ไปในแนว z และขนาดของมันมีค่าเท่ากับ

$$E = E_z = \int dE \cos \theta$$

$$= \int \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)} \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}$$

จะเห็นได้ว่า λ, z และ R เป็นค่าคงตัวไม่เปลี่ยนแปลงไปตามตัวแปรของการอินทิเกรตซึ่งคือ l ดังนั้นเราจะได้

$$E = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \int dl = \frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

$\int dl$ คือเส้นรอบวงของวงแหวน สังเกตว่า $\lambda(2\pi R)$ มีค่าเท่ากับ q ดังนั้นเราสามารถเขียนขนาดของสนามไฟฟ้า ณ จุด P ใหม่ได้ว่า

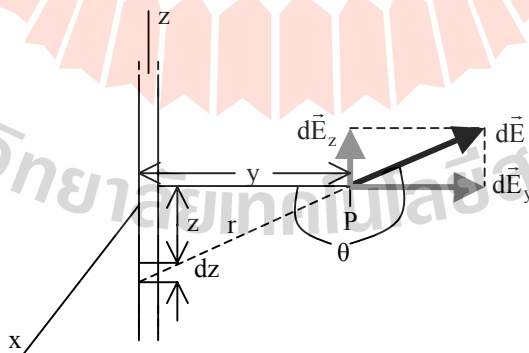
$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

พิจารณากรณีที่ระยะ z มีค่ามากกว่า R มากๆ ได้

$$E \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}$$

ซึ่งกลับไปสู่กรณีสนามของประจุดนั่นเอง เพราะที่ระยะไกลจากประจุวงแหวนมากๆ เราสามารถประมาณวงแหวนได้ว่าเป็นเหมือนประจุด (ถ้าถามเพิ่มเติม ลองคิดว่าถ้าจุด P อยู่ใต้ระนาบ xy ทิศทางของสนามจะเป็นอย่างไร จะยังคงมีทิศชี้ขึ้นไปตามแกน z อยู่หรือไม่ และหากประจุ q กลายเป็นชนิดลบทิศทางของสนามจะเป็นอย่างไร)

ตัวอย่างที่ 1.6 ประจุบวก q กระจายตัวอย่างสม่ำเสมอเป็นเส้นยาวมาก จงหาค่าสนามไฟฟ้าที่ระยะห่างจากเส้นประจุเท่ากับ y



รูปที่ 1.11 สนามไฟฟ้าที่เกิดจากส่วน dz ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของเส้นประจุยาวมากวางอยู่ในแนวแกน z

วิธีทำ ให้ λ เป็นความหนาแน่นประจุเชิงเส้น ขนาดของสนามเนื่องจากส่วนเล็กๆ ยาว dz เท่ากับ

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dz}{y^2 + z^2}$$

เวกเตอร์ $d\vec{E}$ ดังแสดงในรูปที่ 1.11 ประกอบด้วยส่วนประกอบในแนว y และ z เท่านั้น (เนื่องจากเราให้จุด P อยู่บนระนาบ yz) โดยที่

$$dE_y = dE \cos \theta \quad \text{และ} \quad dE_z = dE \sin \theta$$

ดังนั้นสนามสุทธิเนื่องจากเส้นประจุในแนว y และ z หาได้จาก

$$E_y = \int_{z=-\infty}^{z=\infty} \cos \theta dE \quad \text{และ} \quad E_z = \int_{z=-\infty}^{z=\infty} \sin \theta dE$$

เนื่องจากทุกส่วนเล็กๆ dz ที่ตำแหน่ง z จะมีคู่ของมันที่ตำแหน่ง $-z$ ที่ให้ค่า dE_z ที่มีขนาดเท่ากันแต่ทิศตรงกันข้าม ดังนั้น E_z จึงมีค่าสุทธิเป็นศูนย์ หรือไม่มีองค์ประกอบของ \vec{E} ตามแนว z เราอาจดูได้จากค่าของ $\sin \theta$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันคี่คือมีค่าเป็นบวกเมื่อ $z > 0$ และค่าเป็นลบเมื่อ $z < 0$ ดังนั้นเมื่ออินทิเกรตจากติดลบค่าอนันต์ถึงบวกค่าอนันต์ค่า E_z จึงเป็นศูนย์

และเนื่องจากประจุส่วนที่ $z > 0$ และ $z < 0$ ให้ค่าสนาม dE_y เท่ากัน ดังนั้นเราสามารถหาค่าของสนาม E_y จากครึ่งบนของเส้นประจุแล้วนำผลที่ได้คูณสอง ดังนั้น

$$E = E_y = 2 \int_{z=0}^{z=\infty} \cos \theta dE = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{z=0}^{z=\infty} \cos \theta \frac{dz}{y^2 + z^2}$$

เนื่องจาก (ดูรูปที่ 1.11 ประกอบ) $\tan \theta = z/y$ เราทำการเปลี่ยนตัวแปรของการอินทิเกรตจาก z เป็น θ โดยที่ $dz = y \sec^2 \theta d\theta$ เมื่อ $z = 0, \theta = 0$ เมื่อ $z = \infty, \theta = \pi/2$ ดังนั้น

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y} \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y}$$

ลักษณะของเส้นประจุขนาดยาวเป็นอนันต์นี้มีความเป็นสมมาตรในเชิงทรงกระบอก (cylindrical symmetry) กล่าวคือ ที่ทุกจุดในระนาบ xy ที่ห่างจากเส้นประจุเป็นระยะเท่ากัน r ขนาดของสนามจะมีค่าเท่ากัน ดังนั้น เราสามารถเขียนได้ว่า

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

เมื่อ $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ทิศทางของสนามมีทิศพุ่งออกไปในแนวรัศมีในระนาบ xy เนื่องจากเส้นประจุมีความยาวอนันต์ มีแกนสมมาตรอยู่จำนวนอนันต์ ดังนั้นกรณีทั่วไปสนามไฟฟ้าจึงเขียนได้เป็น

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r}$$

เมื่อ r คือระยะห่างจากเส้นประจุความยาวอนันต์ และ \hat{r} เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยชี้ออกจากเส้นประจุในแนวรัศมี

3.4 ประจุกจุดในสนามไฟฟ้า

เราได้เรียนรู้แล้วว่าประจุกจุด กลุ่มประจุ และประจุที่กระจายตัวอย่างต่อเนื่องทำให้เกิดสนามไฟฟ้า เช่นไร ในส่วนต่อไปเราจะกล่าวถึงนี่เป็นการตอบคำถามที่ว่า ถ้าเรามีสนามไฟฟ้าอยู่แล้วในบริเวณหนึ่ง จะเกิดอะไรขึ้นเมื่อมีประจุกจุดอยู่ในบริเวณนั้น

จากสมการที่ 1.10 เราได้ว่า

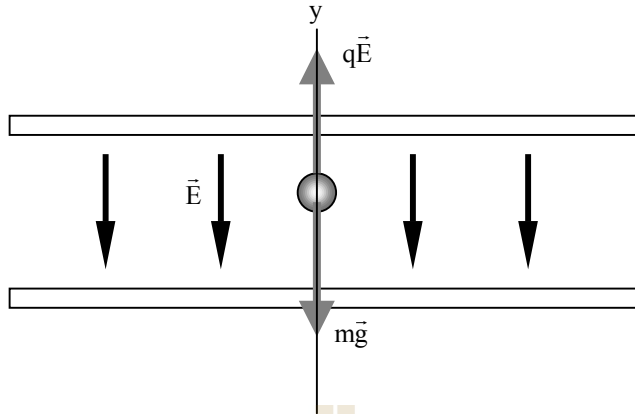
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

ซึ่งหมายความว่าเมื่อเราทราบสนามไฟฟ้าในบริเวณนั้น เราสามารถหาแรงที่กระทำบนประจุกจุด q ได้ และเมื่อเราใช้ความรู้นี้คู่กับกฎข้อที่สองของนิวตัน $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ เราจะสามารถหาสมการการเคลื่อนที่ของประจุ q และข้อมูลอื่นที่เกี่ยวข้องได้

เมื่อเราพิจารณาการเคลื่อนที่ของนิวตัน กรณีที่ง่ายที่สุดก็คือกรณีที่แรงลัพธ์มีค่าคงตัว ซึ่งสำหรับกรณีของแรงไฟฟ้าบนประจุกจุดในสนามนี้หมายความว่า สนามไฟฟ้าต้องมีค่าคงตัว เราสามารถสร้างสนามไฟฟ้าคงตัวได้โดยการนำเอาแผ่นโลหะสองแผ่นมาต่อกับขั้วของแบตเตอรี่และนำมาวางให้ขนานกัน หากระยะระหว่างแผ่นคู่ขนานดังกล่าวมีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับขนาดของแผ่นคู่ขนาน สนามไฟฟ้าที่บริเวณตรงกลางระหว่างแผ่นทั้งสองจะมีค่าคงตัวไม่เปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่ง ที่บริเวณขอบของแผ่นโลหะสนามไฟฟ้าจะไม่คงตัว แต่ปัญหาที่เราพิจารณาในระดับนี้ ประจุกจุดจะอยู่เฉพาะบริเวณกลางแผ่นเท่านั้น

ตัวอย่างที่ 1.7 หยกน้ำมันทรงกลมรัศมี $R = 2.75 \mu\text{m}$ ความหนาแน่น $\rho = 920 \text{ kg/m}^3$ มีประจุไฟฟ้าอยู่จำนวนหนึ่งซึ่งทำให้หยกน้ำมันนี้สามารถอยู่นิ่งในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้าคงตัวและมีทิศชี้ลงตามแนวตั้งของโลก โดยสนามนี้มีขนาด $E = 1.65 \times 10^6 \text{ N/C}$

- (1) จงหาว่ามีประจุนิดใดและขนาดเท่าไรบนหยกน้ำมันนี้ ให้ตอบในรูปของจำนวนเท่าของประจุของอิเล็กตรอน $-e$
- (2) หลังจากนั้นฉายแหล่งกำเนิดที่ปลดปล่อยอิเล็กตรอนได้บนหยกน้ำมัน ปรากฏว่ามีอิเล็กตรอนจำนวน 2 ตัวที่ถูกปลดปล่อยออกมาจากแหล่งกำเนิดเกาะติดบนหยกน้ำมันเพิ่มขึ้น ถ้าสนามไฟฟ้ายังคงไม่มีการเปลี่ยนแปลง จงหาความเร่งของหยกน้ำมันในตอนนี้



รูปที่ 1.12 แรงกระทำบนหยดน้ำมัน

ในรูปให้ทิศขึ้นเป็นทิศ +y สนามไฟฟ้ามีทิศลงแต่แรงไฟฟ้าต้องมีทิศขึ้น เพื่อให้สมดุลกับน้ำหนักของหยดน้ำ ดังนั้นชนิดของประจุที่อยู่บนหยดน้ำมันต้องเป็นลบ (ประจุบวกทิศของแรงกับทิศของสนามมีทิศเดียวกัน แต่ประจุลบแรงกับสนามมีทิศตรงข้ามกัน)

วิธีทำ (1) หยดน้ำมันอยู่นิ่งในบริเวณดังกล่าวได้ แสดงว่าแรงสองแรงที่กระทำบนหยดน้ำมันคือแรงโน้มถ่วงของโลกซึ่งมีทิศลงสู่พื้นโลก $m\vec{g}$ สมดุลกับแรงเนื่องจากสนามไฟฟ้า $q\vec{E}$ ดังนั้น

$$\sum \vec{F} = m\vec{g} + q\vec{E} = 0$$

กำหนดให้ทิศพุ่งขึ้นจากผิวโลกเป็นทิศ + \hat{y} (ดังแสดงในรูปที่ 1.12) นั่นคือ

$$mg(-\hat{y}) + qE(-\hat{y}) = 0$$

และจะได้ว่า

$$q = -\frac{mg}{E} = -\frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g}{E}$$

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi (2.76 \times 10^{-6} \text{ m})^3 (920 \text{ kg/m}^3) (9.8 \text{ m/s}^2)}{1.65 \times 10^6 \text{ N/C}}$$

$$= -4.8 \times 10^{-19} \text{ C}$$

เป็นประจุลบ ในรูปของจำนวนเท่าของประจุของอิเล็กตรอน เราจะได้ว่ามีอิเล็กตรอน

บนหยดน้ำมันดังกล่าวเป็นจำนวน $n = \frac{q}{-e} = \frac{-4.8 \times 10^{-19} \text{ C}}{-1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 3$ ตัว

(2) เมื่อมีจำนวนอิเล็กตรอนเพิ่มขึ้น 2 ตัว ประจุรวมในตอนนี้ของหยดน้ำมันกลายเป็น

$$q' = (n + 2)(-e) = 5(-1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) = -8.0 \times 10^{-19} \text{ C}$$

จากกฎข้อที่สองของนิวตัน $\sum \vec{F} = m\vec{g} + q'\vec{E} = m\vec{a}$ เราจะได้ว่า

$$mg(-\hat{y}) + qE(-\hat{y}) = m\vec{a}$$

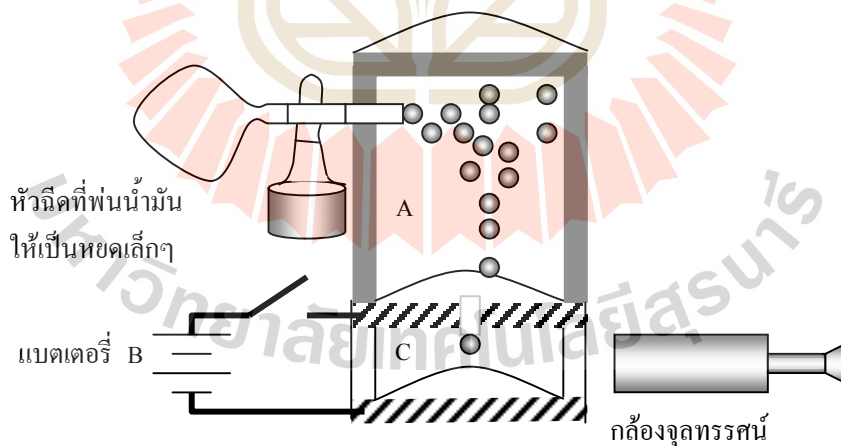
และ

$$\vec{a} = \left(-g - \frac{q'E}{m}\right)\hat{y}$$

$$= \left[-9.8 \text{ m/s}^2 - \frac{(-8.0 \times 10^{-19} \text{ C})(1.65 \times 10^6 \text{ N/C})}{\frac{4}{3}\pi(2.76 \times 10^{-6} \text{ m})^3(920 \text{ kg/m}^3)}\right]\hat{y}$$

$$= (-9.80 \text{ m/s}^2 + 16.3 \text{ m/s}^2)\hat{y} = 6.5 \text{ m/s}^2\hat{y}$$

นั่นคือ หยดน้ำมันมีความเร่งในทิศขึ้น ในการคำนวณนี้ เราไม่ได้คิดแรงต้านอากาศที่มีต่อหยดน้ำมัน แรงต้านนี้มีค่าแปรตามอัตราเร็วของหยดน้ำมัน แรงต้านอากาศมีทิศตรงข้ามการเคลื่อนที่ และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่ออัตราเร็วของหยดน้ำมันเพิ่มขึ้น ดังนั้นแม้ว่าในตอนเริ่มต้นอัตราเร่งของหยดน้ำมันนี้จะมีค่า 6.5 m/s² แต่จะมีค่าลดลงจนเป็นศูนย์เมื่อทุกแรง (รวมแรงต้านอากาศ) อยู่ในสมดุลกัน ซึ่งหมายความว่าในตอนสุดท้าย หยดน้ำมันจะมีความเร็วคงตัวเรียกว่าความเร็วสุดท้าย (terminal velocity)



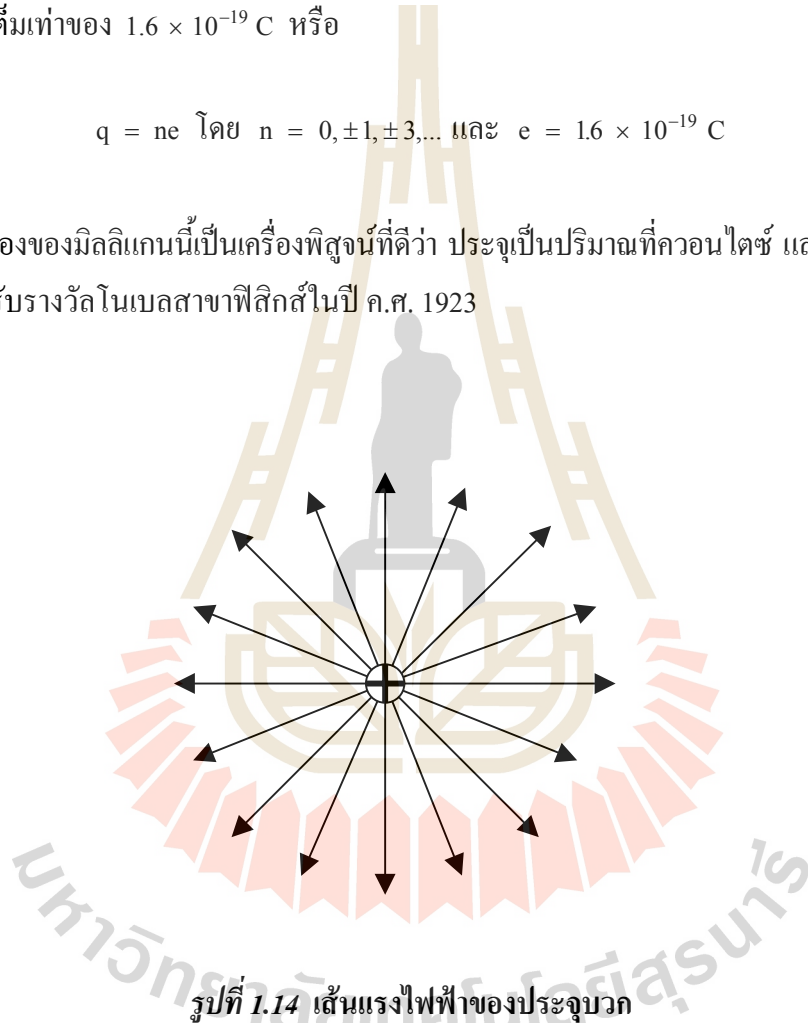
รูปที่ 1.13 แผนภาพของชุดอุปกรณ์ที่ใช้วัดค่าประจุมูลฐานของมิลลิแกน

หัวฉีดน้ำมันพ่นหยดน้ำมันขนาดเล็กมากๆ เข้าสู่ส่วน A ซึ่งการพ่นนี้ทำให้เกิดการเสียดสีและก่อให้เกิดการมีประจุบนหยดน้ำมัน ในส่วน C ซึ่งมีสนามเอกรูปอยู่ (มาจากแบตเตอรี่ในส่วน B) ผู้ทดลองจะสังเกตและบันทึกผลการเคลื่อนที่ของหยดน้ำมัน

ตัวอย่างที่ 1.7 นี้เป็นหลักการที่ใช้วัดค่าของประจุมูลฐาน (e) ของนักฟิสิกส์ชาวอเมริกัน รอเบิร์ต มิลลิแกน (Robert Millikan) ในช่วงปี ค.ศ. 1910 - 1913 รูปที่ 1.13 แสดงแผนภาพของอุปกรณ์ที่ มิลลิแกนใช้ มิลลิแกนสังเกตการเคลื่อนที่ของหยดน้ำมัน และพบว่าหยดน้ำมันเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว คงตัวซึ่งเป็นความเร็วปลาย (อาจมีหยดน้ำมันบางหยดที่อยู่นิ่งกับที่ ในกรณีนี้จะมีเพียง 2 แรงที่สมดุล กันเหมือนกับในกรณีของตัวอย่างที่ 1.7) เพราะแรง 3 แรง คือ น้ำหนักของหยดน้ำมัน แรงไฟฟ้า และแรงต้านอากาศสมดุลกัน เมื่อวัดความเร็วตัวนี้และค่าอื่นๆ เช่น รัศมีของหยดน้ำมันที่ถูกพ่นออกมา จากหัวฉีด เขาสามารถคำนวณหาค่าของประจุที่อยู่บนหยดน้ำมันแต่ละหยดได้และพบว่า มันมีค่า เป็นจำนวนเต็มเท่าของ $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ หรือ

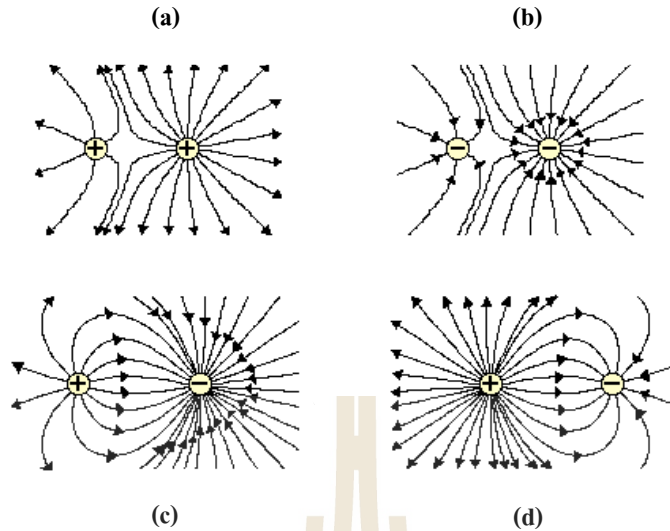
$$q = ne \text{ โดย } n = 0, \pm 1, \pm 3, \dots \text{ และ } e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

การทดลองของมิลลิแกนนี้เป็นเรื่องพิสูจน์ที่ดีว่า ประจุเป็นปริมาณที่ควอนไทซ์ และการค้นพบนี้ ทำให้เขาได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์ในปี ค.ศ. 1923



รูปที่ 1.14 เส้นแรงไฟฟ้าของประจุบวก

เมื่อพิจารณาเส้นแรงเช่นในรูปนี้ เนื่องจากว่าเราไม่สามารถแสดงความเป็น 3 มิติ ลงบนแผ่นกระดาษได้ จึงขอให้ระลึกไว้เสมอว่า เส้นแรงพุ่งออกไปทุกทิศทางเป็น 3 มิติ



รูปที่ 1.15 เส้นแรงของประจุ 2 ตัวในกรณีต่างๆ และในทุกกรณีขนาดของประจุทั้งสองไม่เท่ากัน กรณี (c) ประจุลบมีขนาดใหญ่กว่าประจุบวก และ (d) ประจุบวกมีขนาดใหญ่กว่าประจุลบ

3.5 เส้นแรงไฟฟ้า

ไมเคิล ฟาราเดย์ (Michael Faraday) เป็นผู้แรกที่ใช้แนวคิดเกี่ยวกับเส้นแรง (lines of force) ไฟฟ้า แนวคิดนี้เป็นแนวคิดที่ง่ายในการช่วยให้เห็นภาพของสนามไฟฟ้าว่าเป็นเช่นไร รูปที่ 1.13 แสดงให้เห็นถึงเส้นแรงไฟฟ้ารอบประจุบวก เราสามารถหาเส้นแรงได้จากกรณีที่เราวางประจุทดสอบ (ซึ่งเป็นบวก) ไว้ที่หลายๆ ตำแหน่งในบริเวณที่เราต้องการทราบลักษณะของเส้นแรง เส้นทางการเคลื่อนที่ของประจุทดสอบคือเส้นแรง

เส้นแรงไฟฟ้ามีลักษณะต่อไปนี้ (1) ทิศทางของเส้นแรงจะพุ่งออกจากประจุบวกและพุ่งเข้าประจุลบ หากเส้นแรงไฟฟ้าไม่เป็นเส้นตรง เช่น ในกรณีของรูปที่ 1.15 ทิศทางของสนามไฟฟ้าลัพธ์จะเป็นทิศของเส้นสัมผัสของเส้นแรง ณ จุดนั้น (2) เส้นแรงจะมีจุดเริ่มต้นที่ประจุบวกและจะไปสิ้นสุดที่ประจุลบ ในรูปที่ 1.14 ไม่ได้แสดงให้เห็นว่าเส้นแรงไปจบที่ไหน แต่เราสามารถจินตนาการได้ว่าประจุบวกดังกล่าวถูกล้อมรอบด้วยกำแพงประจุลบ ซึ่งเส้นแรงจะไปสิ้นสุดบนกำแพงนี้ (3) ความหนาแน่นต่อพื้นที่ที่ตั้งฉากกับเส้นแรงมีค่าแปรผันตรงกับขนาดของสนามไฟฟ้า

สรุป

ประจุไฟฟ้ามี 2 ชนิด คือบวกและลบ ประจุชนิดเดียวกันจะผลักกัน และประจุต่างชนิดกันจะดึงดูดกัน

กฎของคูลอมบ์บรรยายขนาดของแรงกระทำ F ระหว่างประจุจุด 2 ตัว q_1, q_2 ซึ่งวางอยู่ห่างกัน r ดังนี้

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1q_2}{r^2}$$

โดย ϵ_0 คือสภาพยอมของสุญญากาศ

สนามไฟฟ้า \vec{E} มีนิยามคือ

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

โดย q_0 คือประจุทดสอบ (บวก)

เส้นแรงไฟฟ้าเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้เรานิยามภาพของสนามไฟฟ้าได้ เส้นแรงไฟฟ้าพุ่งออกจากประจุบวกและเข้าหาประจุลบ เส้นแรงไฟฟ้าไม่ตัดกัน และขนาดของสนามไฟฟ้ามีค่าเท่ากับความหนาแน่นของเส้นแรงต่อหน่วยพื้นที่ที่ตั้งฉากกับเส้นแรง

ตอนที่ 1.2

กฎของเกาส์

โดยหลักการแล้ว เราสามารถใช้กฎของคูลอมบ์หาค่าของสนามไฟฟ้าของประจุจุด หรือกลุ่มประจุ หรือประจุที่กระจายตัวเป็นรูปร่างใดๆ ก็ได้ แต่อย่างไรก็ดี ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้าในบางกรณี นั้นอาจเกิดความยุ่งยากจากการหาค่าอินทิเกรต ในตอนนี้เราจะแนะนำกฎของเกาส์ซึ่งเป็นกฎที่ใช้หา สนามไฟฟ้าได้เช่นเดียวกับกฎของคูลอมบ์ แต่มีความง่ายกว่ากฎของคูลอมบ์ในการคำนวณหาค่า สนามไฟฟ้าในบางกรณี โดยเฉพาะอย่างยิ่ง กรณีที่ระบบมีความเป็นสมมาตรอยู่

1. ฟลักซ์ของสนามเวกเตอร์

ก่อนที่เราจะเรียนรู้เกี่ยวกับกฎของเกาส์ (Gauss' law) เราจะต้องรู้ความหมายของปริมาณที่เรียกว่า ฟลักซ์ (flux) เสียก่อน ซึ่งเรามักใช้สัญลักษณ์ Φ แทนค่าฟลักซ์ของสนามเวกเตอร์ใดๆ คือปริมาณ ของการทะลุผ่านของเวกเตอร์นั้นบนพื้นที่หนึ่งๆ ฟลักซ์ของเวกเตอร์ใดๆ มีค่าเท่ากับผลคูณแบบสเกลาร์ ของเวกเตอร์นั้นกับพื้นที่ผิว พื้นที่ผิวเป็นปริมาณเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับพื้นที่ของมัน และมีทิศใน แนวตั้งฉากกับพื้นผิว สำหรับผิวปิดซึ่งหมายถึงพื้นผิวที่กำหนดขอบเขตของปริมาตรหนึ่งๆ จะมีขนาด เท่ากับพื้นที่ของผิวปิดและมีทิศทางตั้งฉากและพุ่งออกจากตัวปริมาตร ซึ่งทิศทางของผิวทั้งชนิดปิด และเปิดอาจมีได้หลายค่าและเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่ง ผิวปิดอาจเป็นผิวเดียว เช่น ผิวปิดทรงกลม หรือมีมากกว่าหนึ่งผิวก็ได้ เช่น ผิวปิดรูปทรงกระบอกซึ่งประกอบด้วยผิวด้านข้างทรงกระบอกและ ผิวแผ่นวงกลม 2 ผิว ด้านหัวและท้าย ผิวรูปลูกบาศก์ซึ่งมีผิวรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 6 หน้า เป็นต้น

จากนิยามของฟลักซ์ที่กล่าวไปแล้วข้างต้นนี้ เราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการคณิตศาสตร์ ได้ว่า

$$\Phi = \vec{v} \cdot \vec{A} = vA \cos\theta \tag{1.22}$$

โดย Φ คือฟลักซ์ของเวกเตอร์ \vec{v} บนพื้นผิว \vec{A} θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ \vec{v} กับทิศของผิว \vec{A} ซึ่งเป็นเวกเตอร์ขนาดเท่ากับพื้นที่ A และมีทิศตั้งฉากกับผิว A ถ้าเวกเตอร์ \vec{v} คือสนามไฟฟ้าฟลักซ์ ไฟฟ้า Φ_E ของสนามไฟฟ้า \vec{E} บนผิว \vec{A} ก็คือ

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} \tag{1.23}$$

และสำหรับฟลักซ์ไฟฟ้าบนพื้นผิวที่ประกอบด้วยผิวย่อยๆ หลายผิว จะมีค่าเท่ากับ

$$\Phi_E = \sum_i \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i \tag{1.24}$$

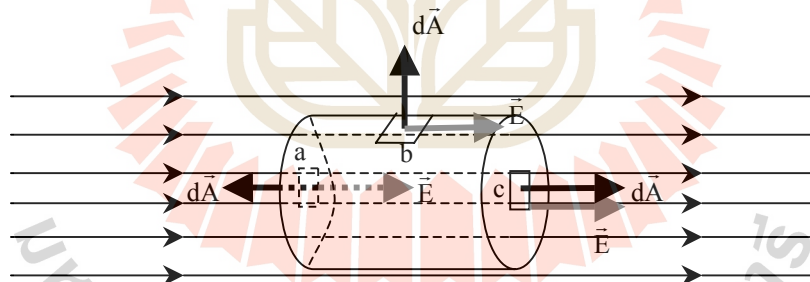
โดยผลบวกเป็นการรวมค่า $\vec{E}_i \cdot \vec{A}_i$ ของทุกผิวย่อย \vec{E}_i คือสนามไฟฟ้าบนผิวที่ i และ \vec{A}_i คือเวกเตอร์พื้นผิวที่ i มีทิศตั้งฉากกับผิว

ในบางกรณีเราสามารถพิจารณาว่าผิวที่เราสนใจนั้นแบ่งออกเป็นผิวย่อยเล็กๆ จำนวนมาก ดังนั้นเราสามารถเปลี่ยนเครื่องหมาย \sum เป็นเครื่องหมาย \int ได้ และเขียนสมการ 1.24 ได้ใหม่ว่า

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \tag{1.25}$$

สำหรับกรณีที่พื้นผิวที่เราสนใจเป็นผิวปิด เราจะใช้สัญลักษณ์ \oint เพื่อแสดงว่าการอินทิเกรตเป็นการอินทิเกรตรอบผิวปิด

ตัวอย่างที่ 1.8 ในรูปที่ 1.16 แสดงผิวปิดสมมติรูปทรงกระบอกรัศมี R ในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้าคงตัวและสม่ำเสมอ \vec{E} โดยที่แกนของทรงกระบอกวางอยู่ในแนวขนานกับทิศของสนามไฟฟ้า จงหาค่าฟลักซ์ไฟฟ้าของผิวปิดนี้



รูปที่ 1.16 ผิวสมมติรูปทรงกระบอกซึ่งอยู่ในสนามไฟฟ้าที่มีขนาดคงตัวและสม่ำเสมอและมีทิศขนานกับแกนของผิวทรงกระบอก

วิธีทำ จากรูปที่ 1.16 จะเห็นว่าผิวปิดประกอบด้วยผิวทั้งหมด 3 ผิว คือ ผิวที่เป็นแผ่นวงกลม a กับ c และผิวที่เป็นรูปทรงกระบอก b จากสมการ 1.25 จะได้ว่า

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_a \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_b \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_c \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

สำหรับอินทิกรัลแรก $d\vec{A}$ ของผิว a ซึ่ง $d\vec{A}$ มีทิศคงตัวและทำมุม 180° กับสนามไฟฟ้า \vec{E} ดังนั้น

$$\int_a \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E dA \cos 180^\circ = -E \int dA = -E(\pi R^2)$$

สำหรับอินทิกรัลที่สอง $d\vec{A}$ ของผิว b แม้ว่าจะไม่ได้มีเพียงทิศเดียว แต่ก็ทำมุม 90° กับสนามไฟฟ้า \vec{E} เสมอไม่ว่าจะเลือก $d\vec{A}$ ณ ตำแหน่งไหนบนผิวนี้นี้ ดังนั้น

$$\int_b \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E dA \cos 90^\circ = 0$$

และสำหรับอินทิกรัลสุดท้าย เราจะได้ว่า

$$\int_c \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E dA \cos 0^\circ = E \int dA = E(\pi R^2)$$

เนื่องจากมุมระหว่าง $d\vec{A}$ กับ \vec{E} มีค่าเป็นศูนย์เสมอของผิว c ดังนั้นฟลักซ์ไฟฟ้าของผิวปิดรูปทรงกระบอกนี้มีค่าเท่ากับ

$$\Phi_E = -E(\pi R^2) + 0 + E(\pi R^2) = 0$$

2. กฎของเกาส์

กฎของเกาส์กล่าวว่า ฟลักซ์ไฟฟ้าของผิวปิดใดๆ มีค่าแปรตามประจุสุทธิภายในผิวปิดนั้น หรือเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ว่า

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{หรือ} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1.26)$$

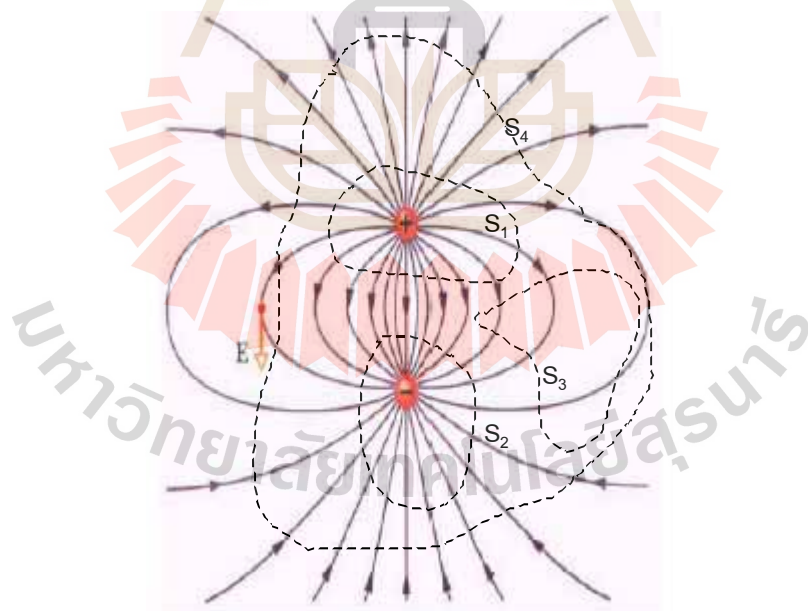
โดยที่ q คือประจุสุทธิภายในผิวปิด และ ϵ_0 คือค่าสภาพยอมของสุญญากาศ จะเห็นได้ว่า ถ้าฟลักซ์ไฟฟ้าของผิวปิด (หรือ $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$) มีค่าเป็นศูนย์ เช่น ในกรณีของตัวอย่างที่ 1.8 กฎของเกาส์ทำนายว่า ประจุสุทธิภายในผิวนั้นมีค่าเป็นศูนย์ หรืออาจกล่าวได้อีกอย่างหนึ่งว่า ภายในผิวปิดนั้นไม่มีแหล่งกำเนิดที่ทำให้เส้นสนามไฟฟ้าพุ่งออก (ประจุบวก) หรือไม่มีสิ่งที่ให้เส้นสนามวิ่งเข้าสู่เลย (ประจุลบ) หรือถ้าทั้งสองอย่าง จำนวนที่มีจะเท่ากัน

เนื่องจากว่าขนาดของสนามไฟฟ้าแปรตามจำนวนของเส้นแรงที่ผ่านผิวที่ตั้งฉากกับเส้นแรง ดังนั้น $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$ ก็คือการนับจำนวนของเส้นแรงที่ผ่านผิวหนึ่งๆ นั่นเอง จำนวนของเส้นแรงที่พุ่งเข้าและออกจากผิวปิดก็แปรตามประจุสุทธิภายในผิว ดังนั้นตามภาษาของเส้นแรง จำนวนของเส้นแรงที่พุ่งเข้าสู่ผิวปิดที่ฟลักซ์เป็นศูนย์เท่ากับจำนวนของเส้นแรงที่พุ่งออกจากผิวนั้น

การเลือกผิวปิดที่ใช้กับกฎของเกาส์นั้น ซึ่งเราเรียกว่า ผิวเกาส์เซียน (Gaussian surface) จะเป็นผิวใดก็ได้ แต่ตามปกติแล้ว เรามักจะเลือกผิวที่สมมาตรของระบบทำให้ค่าของสนามไฟฟ้าบนผิวนั้นคงตัว และทำให้เราสามารถดึงขนาดของสนามไฟฟ้าออกนอกอินทิกรัล $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ ได้ ซึ่งก็หมายความว่าเราสามารถใช้กฎของเกาส์หาค่าของสนามของระบบนี้ได้

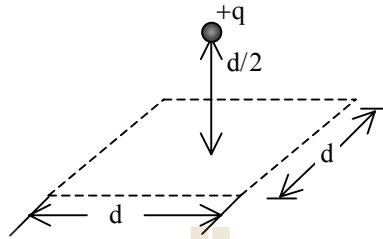
รูปที่ 1.17 แสดงเส้นแรงของขั้วคู่ไฟฟ้าและผิวเกาส์เซียน 4 ผิว บนผิว S_1 สนามไฟฟ้า \mathbf{E} พุ่งออกจากผิวที่ทุกๆ ตำแหน่ง ดังนั้นหากเราคำนวณค่า $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ ของผิวนี้เราจะได้ค่าที่เป็นบวก ซึ่งจากกฎของเกาส์หมายความว่าต้องมีประจุบวกสุทธิอยู่ภายใน (ตามภาษาของเส้นแรง กล่าวคือได้ถืออย่างหนึ่งว่า หากมีจำนวนของเส้นแรงที่พุ่งออกจากผิวมากกว่าที่พุ่งเข้าสู่ผิว ประจุสุทธิภายในผิวเป็นบวก เพราะประจุบวกเป็นแหล่งที่เส้นแรงพุ่งออก) ในทางตรงกันข้าม บนผิว S_2 สนามไฟฟ้าพุ่งเข้าสู่ผิวที่ทุกๆ จุด ดังนั้น $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ จะมีค่าเป็นลบ ซึ่งบ่งบอกว่าประจุสุทธิภายในเป็นลบด้วย (จะเห็นได้ว่ามีเฉพาะเส้นแรงที่พุ่งเข้าเท่านั้น)

ผิวปิด S_3 เป็นผิวที่ไม่คลุมประจุใดไว้เลย ตามกฎของเกาส์ ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผิวนี้ต้องมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งตามรูปก็เป็นไปตามนั้น กล่าวคือ เส้นแรงที่พุ่งเข้าสู่ผิวมีจำนวนเท่ากับที่พุ่งออกจากผิว สถานการณ์นี้เป็นเช่นเดียวกับผิวปิด S_4 ซึ่งคลุมประจุบวกและลบที่มีขนาดเท่ากันไว้ ทำให้ประจุสุทธิภายในผิวเป็นศูนย์ (และจำนวนเส้นแรงที่พุ่งเข้าเท่ากับที่พุ่งออก)



รูปที่ 1.17 ประจุบวกกับลบที่มีขนาดเท่ากัน 2 ตัว พร้อมด้วยเส้นแรงไฟฟ้าของมัน เส้นประ ในรูปแทนภาคตัดของผิวปิดเกาส์เซียน 4 ผิวที่คลุมบริเวณที่ต่างกัน 4 บริเวณ

ตัวอย่างที่ 1.9 ประจุจุด +q อยู่ห่างจากผิวรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสความยาวด้านละ d เป็นระยะ d/2 และอยู่เหนือจุดกึ่งกลางของสี่เหลี่ยมจัตุรัสพอดี จงหาค่าฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผืนนี้



รูปที่ 1.18 รูปสำหรับตัวอย่างที่ 1.9

วิธีทำ แทนที่เราจะหาค่าสนามไฟฟ้าบนผืนนี้ แล้วนำมาหาค่าของฟลักซ์ไฟฟ้าจาก $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$ เราจะหาค่าฟลักซ์ไฟฟ้าบนผืนนี้โดยตรงจากกฎของเกาส์ กล่าวคือ เราจินตนาการสร้างผิวเกาส์เซียนเป็นผิวปิดรูปลูกบาศก์ยาวด้านละ d โดยหน้าหนึ่งเป็นผิวที่อยู่ในตำแหน่งและผิวปิดลูกบาศก์นี้คลุมประจุ +q ซึ่งอยู่ตรงกลางของลูกบาศก์พอดี ดังนั้นจากกฎของเกาส์เราจะได้ว่าฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผืนนี้มีค่าเท่ากับ

$$(\Phi_E)_{\text{Total}} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

เนื่องจาก $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \sum_{i=1}^6 \int_{\text{surface}_i} \vec{E} \cdot d\vec{A}$ และค่าของ $\int_{\text{surface}_i} \vec{E} \cdot d\vec{A}$ ของแต่ละผิวมีค่าเท่ากัน

เพราะประจุอยู่ที่จุดกึ่งกลางของลูกบาศก์ ดังนั้น

$$\sum_{i=1}^6 \int_{\text{surface}_i} \vec{E} \cdot d\vec{A} = 6 \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = 6\Phi_E$$

นั่นคือ $(\Phi_E)_{\text{Total}} = 6\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$ หรือ $\Phi_E = \frac{q}{6\epsilon_0}$ นั่นเอง

2.1 กฎของเกาส์กับกฎของคูลอมบ์

เราสามารถได้มาซึ่งกฎของคูลอมบ์จากกฎของเกาส์โดยใช้กฎของเกาส์ร่วมกับสมมาตรของระบบ กล่าวคือ เมื่อเราพิจารณาประจุจุดบวก q ตามหลักการแล้วเราจะเลือกผิวเกาส์เซียนเป็นผิวใดก็ได้ แต่เนื่องจากว่าระบบมีสมมาตรทรงกลม เราจึงเลือกผิวเกาส์เซียนที่เป็นทรงกลมรัศมี r และจุดศูนย์กลางอยู่ที่ประจุจุด q (ดูรูปที่ 1.19)

สนามไฟฟ้า \vec{E} พุ่งออกจากประจุในแนวรัศมี ดังนั้นบนผิวทรงกลมดังกล่าวสนามมีทิศตั้งฉากกับผิวที่ทุกๆ จุด ดังนั้นมุมระหว่างสนามไฟฟ้า \vec{E} กับ $d\vec{A}$ จึงเท่ากับศูนย์เสมอ นอกจากนี้ขนาดของ \vec{E} ยังมีค่าคงตัวบนผิวทรงกลมนี้อีกด้วย ดังนั้นจากกฎของเกาส์

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

จะได้ว่า

$$\oint E dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

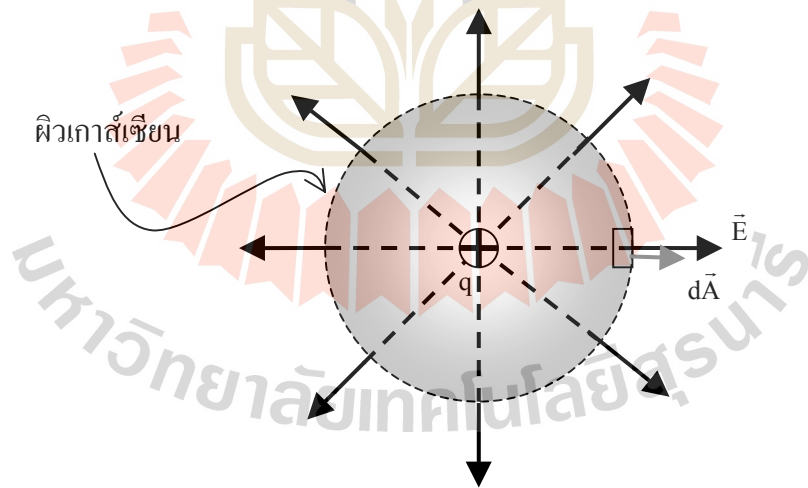
$$E \oint dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

หรือ

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

ซึ่งให้ขนาดของสนามที่ระยะห่างจากประจุเป็นระยะ r สมการนี้เป็นรูปหนึ่งของกฎของคูลอมบ์นั่นเอง

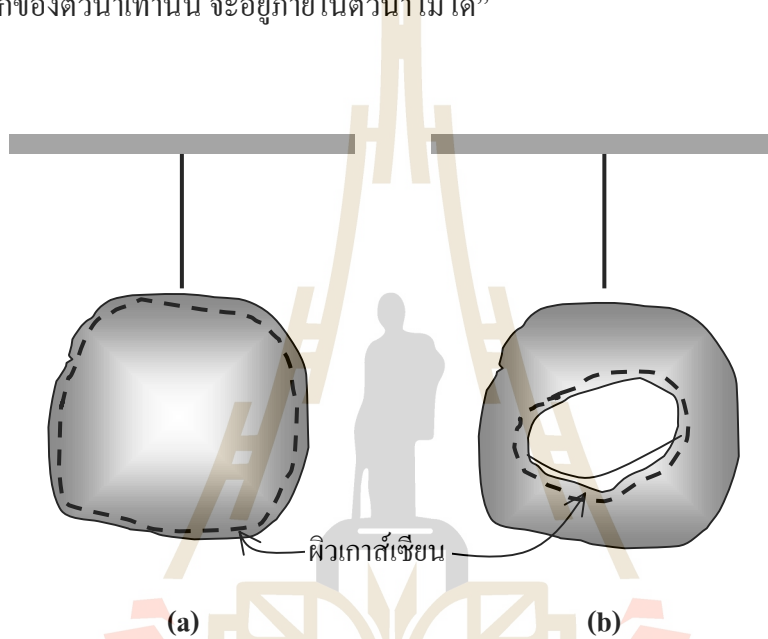


รูปที่ 1.19 ผิวเกาส์เขียนทรงกลมรอบประจุ $+q$

กฎของเกาส์สามารถใช้แทนกฎของคูลอมบ์ได้ อันที่จริงแล้วกฎของเกาส์ใช้ในกรณีทั่วไปได้มากกว่ากฎของคูลอมบ์ เพราะเป็นกฎที่ใช้กับประจุที่วิ่งด้วยความเร็วสูงได้ด้วย ขณะที่กฎของคูลอมบ์ใช้ได้เฉพาะกรณีที่ประจุอยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่อย่างช้าๆ เท่านั้น กฎของเกาส์จึงเป็นส่วนหนึ่งของสมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equations) ซึ่งเป็นทฤษฎีที่ใช้บรรยายฟิสิกส์ของแม่เหล็กไฟฟ้า

2.2 ตัวนำโคดเคี้ยวที่มีประจุอยู่

เราสามารถใช้อีกกฎของเกาส์พิสูจน์ได้ว่า “ประจุส่วนเกินในตัวนำไฟฟ้าโคดเคี้ยวใดๆ จะกระจายอยู่บนผิวด้านนอกของตัวนำเท่านั้น จะอยู่ภายในตัวนำไม่ได้”



รูปที่ 1.20 (a) และ (b) ตัวนำไฟฟ้า ซึ่งแขวนด้วยเชือกที่เป็นฉนวน เส้นประแสดงถึงภาคตัดของผิวเกาส์เซียน ในรูป (b) ตัวนำมีช่องกลวงอยู่ด้านในด้วย

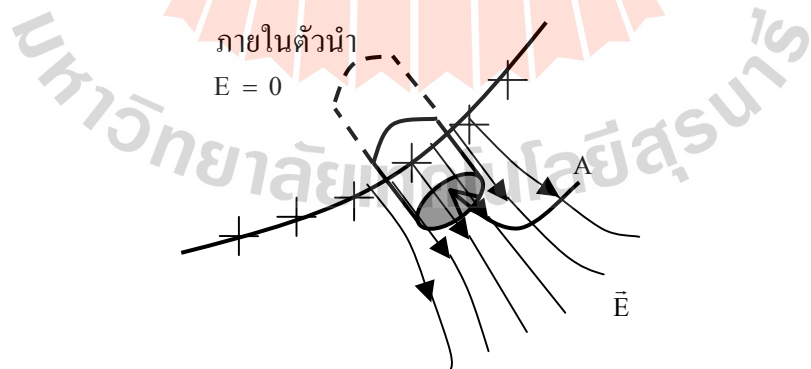
พิจารณาตัวนำโคดเคี้ยวดังในรูปที่ 1.20 (a) ซึ่งเราให้มีประจุ $+q$ อยู่ เส้นประแสดงถึงภาคตัดของผิวเกาส์เซียนที่เราเลือก ซึ่งอยู่ด้านในของผิวดำนำดังกล่าวพอดี เนื่องจากว่าสนามไฟฟ้าภายในตัวนำโคดเคี้ยวที่อยู่ในสภาพสมดุลมีค่าเป็นศูนย์ (เพราะถ้าไม่เป็นเช่นนี้แล้ว สนามที่มีจะทำให้เกิดแรงกระทำบนอิเล็กตรอนอิสระที่อยู่ในตัวนำ ซึ่งหมายความว่ามีการเคลื่อนที่ภายในตัวนำโดยที่ไม่ต้องมีการไล่ความต่างศักย์เลย ซึ่งสภาพเช่นนี้ไม่ได้เกิดขึ้นในขณะที่ตัวนำอยู่ในสมดุล) เมื่อมีการอัดประจุให้แก่ตัวนำโคดเคี้ยว จะมีสนามไฟฟ้าเกิดขึ้นแต่สนามนี้จะไม่คงอยู่นานนัก เนื่องจากว่าสนามก่อให้เกิดกระแสไหลภายในและกระแสนี้ช่วยปรับการกระจายตัวของประจุส่วนเกิน เพื่อที่ว่าสนามภายในตัวนำมีค่าเป็นศูนย์เหมือนเดิมและตัวนำกลับสู่สภาพสมดุล

ถ้าสนามไฟฟ้าเป็นศูนย์ภายในตัวนำ ค่าสนามไฟฟ้าบนผิวเกาส์เซียนที่เราเลือกดังในรูปที่ 1.20 (a) นี้ก็มีค่าเป็นศูนย์ด้วย ซึ่งก็หมายความว่า $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$ หรือฟลักซ์ไฟฟ้าของผิวนี้มีค่าเป็นศูนย์ และตามกฎของเกาส์ประจุสุทธิภายในผิวนี้ต้องเป็นศูนย์ ดังนั้นถ้าเราเพิ่มประจุไฟฟ้าให้แก่ตัวนำที่เป็นกลางประจุเหล่านี้ต้องอยู่ที่ผิวด้านนอกของตัวนำ

ต่อไปเราจะพิจารณากรณีที่ตัวนำมีช่องกลวงอยู่ด้านใน ดังในรูปที่ 1.20 (b) เลือกผิวเกาส์เซียนให้ใกล้กับผนังของช่องว่างดังกล่าวแต่ยังอยู่ในเนื้อตัวนำ เนื่องจากสนามภายในเนื้อตัวนำเป็นศูนย์ ค่าฟลักซ์ไฟฟ้าบนผิวนี้จึงเป็นศูนย์ด้วย ซึ่งหมายความว่าไม่มีประจุสุทธิภายในผิวเกาส์เซียน แต่หากเรานำประจุไปไว้ที่ด้านในของช่องกลวงนี้ ประจุเหล่านี้จะดึงเอาประจุขนาดตรงข้ามมาที่ผิวด้านในของช่องว่างนี้เพื่อทำให้ประจุสุทธิกลายเป็นศูนย์ และทั้งประจุขนาดเท่ากันและชนิดเดียวกับประจุที่อยู่ภายในช่องกลวงไว้ที่ผิวด้านนอกของตัวนำนี้

เมื่อประจุส่วนเกินบนตัวนำใดใดเดียวกระจายอยู่เฉพาะที่ผิวนอกของตัวนำ การกระจายตัวดังกล่าวไม่จำเป็นต้องสม่ำเสมออย่างบนผิวของตัวนำทรงกลม นั่นคือ โดยทั่วไปแล้ว ความหนาแน่นของประจุเชิงพื้นผิว $\sigma = \frac{dq}{dA}$ บนผิวตัวนำมีค่าแปรตามตำแหน่ง เราสามารถใช้กฎของเกาส์หาความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นของประจุเชิงพื้นผิวนี้กับสนามไฟฟ้าได้ พิจารณารูปที่ 1.21 ซึ่งเป็นรูปขยายของผิวตัวนำ เลือกผิวเกาส์เซียนเป็นผิวปิดรูปทรงกระบอกพื้นที่หน้าตัด A ถ้าพื้นที่นี้เล็กพอสมควร เราสามารถประมาณได้ว่าสนามไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ A นี้มีค่าคงตัวและตั้งฉากพื้นที่ A นี้ ดังนั้น

$$\begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} &= \int_{\text{outer cap}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{inner cap}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{side walls}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \\ &= EA + 0 + 0 \end{aligned}$$



รูปที่ 1.21 รูปขยายของผิวตัวนำที่มีประจุบวกส่วนเกินอยู่ ผิวทรงกระบอกเป็นผิวเกาส์เซียนที่ใช้ในการคำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับความหนาแน่นประจุ

และจากกฎของเกาส์ $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = EA = \frac{q}{\epsilon_0}$

ดังนั้น เราจะได้ว่า $E = \frac{q}{A\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (1.27)

ตัวอย่างที่ 1.10 สนามไฟฟ้าเหนือแผ่นตัวนำหนึ่งมีขนาดเป็น 2.3×10^5 N/C จงคำนวณหาความหนาแน่นของประจุเชิงพื้นที่บนแผ่นตัวนำนี้

วิธีทำ จากสมการ 1.27 เราได้ว่า $\sigma = \epsilon_0 E$

$$= (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(2.3 \times 10^5 \text{ N/C})$$

$$= 2.0 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2 = 2.0 \text{ } \mu\text{C/m}^2$$

3. การประยุกต์กฎของเกาส์

เราใช้กฎของเกาส์ในการหาค่าของสนามไฟฟ้าของระบบประจุที่มีสมมาตรสูง เราได้เห็นตัวอย่างหนึ่งของการใช้กฎนี้ไปแล้วในหัวเรื่องที่แล้วคือสนามไฟฟ้าของประจุดูด ในหัวเรื่องนี้เราจะแสดงให้เห็นถึงการประยุกต์กฎนี้สำหรับระบบประจุ 4 ระบบ คือ เส้นประจุยาวอนันต์ แผ่นประจุขนาดอนันต์ ประจุที่กระจายตัวเป็นเปลือกทรงกลมบาง และประจุที่กระจายตัวโดยมีสมมาตรเป็นทรงกลม

3.1 เส้นประจุยาวอนันต์

รูปที่ 1.22 แสดงเส้นประจุขนาดอนันต์ที่มีความหนาแน่นประจุเชิงเส้นคงตัว λ เราต้องการหาค่าของสนามไฟฟ้าที่ระยะ r ห่างจากเส้นประจุ ระบบนี้มีสมมาตรทรงกระบอกซึ่งทำให้สนามไฟฟ้ามีทิศในแนวรัศมีตั้งฉากกับแนวเส้นประจุ และมีขนาดเท่ากันที่ระยะห่างเท่ากันจากเส้นประจุ ดังนั้นผิวเกาส์เชิงพื้นที่ควรเลือกใช้สำหรับกรณีนี้ก็คือ ผิวปิดทรงกระบอกรัศมี r ยาว h ดังนั้น

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{top cap}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{bottom cap}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{side wall}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$= 0 + 0 + \int_{\text{side wall}} E dA$$

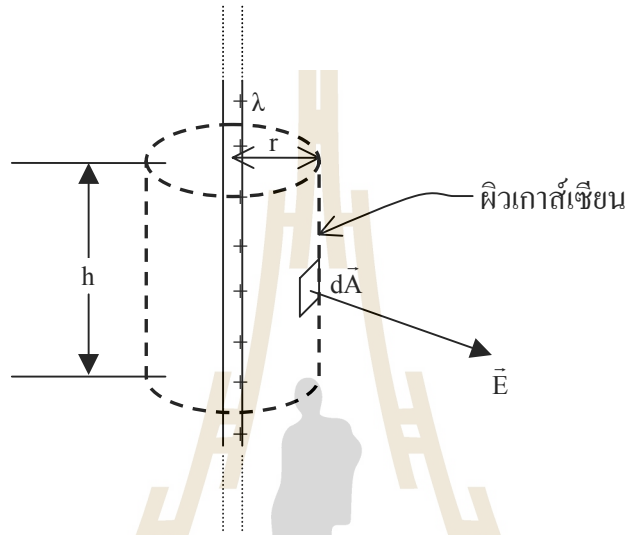
$$= E \int_{\text{side wall}} dA = E(2\pi rh)$$

จากกฎของเกาส์เราจะได้ว่า

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

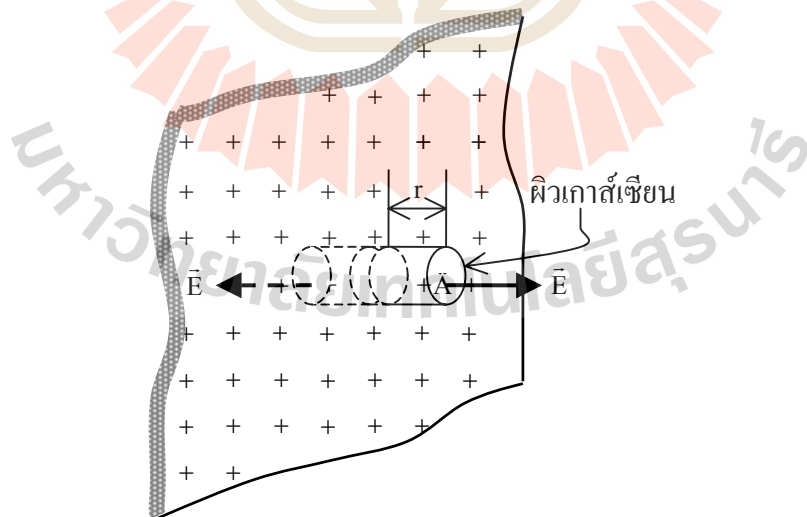
$$E(2 \pi r h) = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \quad \text{หรือ} \quad E = \frac{\lambda}{2 \pi \epsilon_0 r} \quad (1.28)$$

ซึ่งเป็นคำตอบเดียวกับที่คำนวณได้จากกฎของคูลอมบ์ในตอนที่แล้ว



รูปที่ 1.22 เส้นประจุดความหนาแน่นสม่ำเสมอและยาวอนันต์

ผิวเส้นประทรงกระบอกเป็นผิวเกาส์เซียน เนื่องจากสนามมีทิศพุ่งออกในแนวรัศมีที่ตั้งฉากกับแนวเส้นประ จุด $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ ของผิวแผ่นวงกลมทั้งด้านบนและด้านล่างจึงมีค่าเป็นศูนย์



รูปที่ 1.23 ส่วนหนึ่งของประจุบวกที่กระจายตัวเป็นแผ่นขนาดอนันต์ ผิวทรงกระบอกในรูปเป็นผิวเกาส์เซียน สนามไฟฟ้ามีทิศพุ่งออกและตั้งฉากกับแผ่นประจุ

3.2 แผ่นประจุขนาดอนันต์

รูปที่ 1.23 แสดงส่วนหนึ่งของประจุที่กระจายตัวเป็นแผ่นขนาดอนันต์ สนามไฟฟ้ามีทิศตั้งฉากกับแผ่นประจุ ให้ผิวเกาส์เขียนเป็นผิวปิดทรงกระบอกยาว $2r$ พื้นที่ส่วนที่เป็นแผ่นวงกลมมีค่า A และแกนของทรงกระบอกตั้งฉากกับแผ่นประจุซึ่งแบ่งทรงกระบอกที่กึ่งกลางพอดี ค่าฟลักซ์ไฟฟ้าบนผิวข้างเป็นศูนย์เนื่องจากทิศของผิวตั้งฉากกับทิศของสนามเสมอ ดังนั้น

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = EA + EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$
$$E = \frac{q}{2A\epsilon_0} \quad \text{หรือ} \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

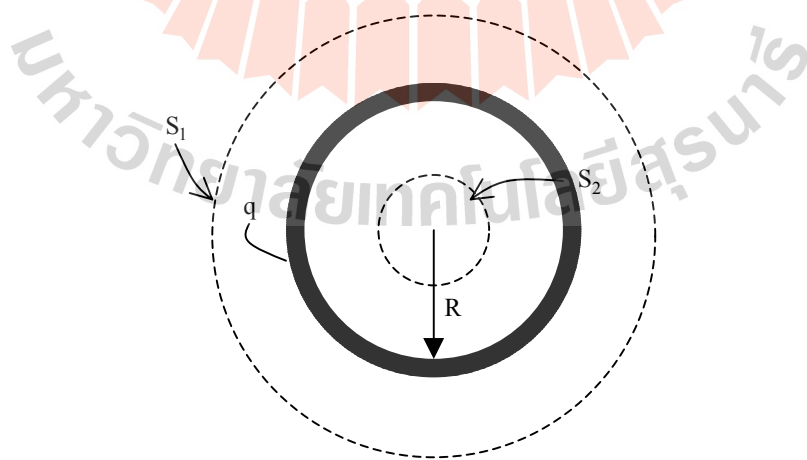
โดยที่ σ คือความหนาแน่นประจุของแผ่น

จะเห็นได้ว่าสนามไฟฟ้าของประจุที่กระจายตัวสม่ำเสมอเป็นแผ่นขนาดอนันต์มีค่าคงตัวไม่ขึ้นกับระยะห่างจากแผ่น ขอให้สังเกตว่า สำหรับความหนาแน่นของประจุที่เท่ากันกับประจุส่วนเกินบนแผ่นตัวนำ สนามไฟฟ้าของประจุที่กระจายตัวเป็นแผ่น มีค่าน้อยกว่าสนามไฟฟ้าของแผ่นตัวนำถึง 2 เท่า ทราบหรือไม่ว่าเป็นเพราะเหตุใด (คำอธิบายอยู่ที่ท้ายตอน ก่อนเปิดดูขอให้ลองคิดดูก่อน)

3.3 ประจุที่กระจายตัวสม่ำเสมอเป็นเปลือกทรงกลมบาง

รูปที่ 1.24 แสดงภาคตัดของประจุที่กระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ (σ มีค่าคงตัว) เป็นเปลือกทรงกลมบางรัศมี R โดยที่ประจรรวมมีค่าเท่ากับ $q = (4\pi R^2)\sigma$ จากกฎของเกาส์เราสามารถแสดงได้ว่า

1. ประจุที่กระจายตัวอย่างสม่ำเสมอเป็นเปลือกทรงกลมบาง ให้ค่าสนามไฟฟ้าที่ระยะมากกว่ารัศมีของเปลือก เช่นเดียวกับของประจุดจุดที่มีประจุเท่ากัน
2. หากวางประจุไว้ในเปลือกของประจุ จะไม่มีแรงทางไฟฟ้ากระทำต่อประจุนั้นเลย



รูปที่ 1.24 ภาคตัดของประจุที่กระจายตัวอย่างสม่ำเสมอเป็นเปลือกทรงกลมบาง และภาคตัดผิวทรงกลม S_1 และ S_2 ซึ่งเป็นผิวเกาส์เขียนที่ใช้ในการคำนวณ

พิจารณาผิวเกาส์เซียน S_1 ซึ่งเป็นผิวทรงกลมรัศมี $r > R$ คลุมประจุทั้งหมดเอาไว้ จากกฎของเกาส์ จะได้ว่า

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

หรือ
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ สำหรับ } r > R \tag{1.29}$$

ซึ่งเหมือนกับสนามไฟฟ้าของประจุจุด q

พิจารณาผิวเกาส์เซียน S_2 ซึ่งเป็นผิวทรงกลมรัศมี $r < R$ ซึ่งไม่คลุมประจุเลย ดังนั้นจากกฎของเกาส์ เราจะได้ว่า

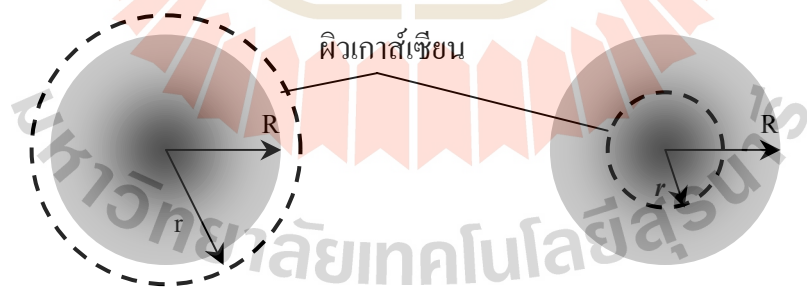
$$E = 0 \text{ สำหรับ } r < R \tag{1.30}$$

ดังนั้น แรงเป็นศูนย์ด้วย

สมการ 1.28 และ 1.29 ใช้ได้เฉพาะกรณีของเปลือกของประจุที่กระจายตัวอย่างสม่ำเสมอสำหรับทุกมุมรอบจุดศูนย์กลางของเปลือกทรงกลมเท่านั้น ถ้าประจุไม่กระจายตัวสม่ำเสมอรอบจุดศูนย์กลางแล้ว เราจะใช้ผิวเกาส์เซียนรูปทรงกลมไม่ได้

3.4 ประจุที่กระจายตัวโดยมีสมมาตรเป็นทรงกลม

รูปที่ 1.25 แสดงตัวอย่างหนึ่งของประจุที่กระจายตัวโดยมีสมมาตรทรงกลมและมีรัศมี R สังเกตว่าความหนาแน่นประจุ ρ ไม่จำเป็นต้องมีค่าคงตัว แต่ต้องมีค่าเท่ากันที่ระยะ r เดียวกัน



รูปที่ 1.25 ภาคตัดขวางของประจุที่กระจายตัวโดยมีสมมาตรทรงกลม เส้นประรูปวงกลมเป็นภาคตัดขวางของผิวเกาส์เซียนที่มีรัศมี (a) มากกว่าและ (b) น้อยกว่ารัศมีของประจุ

ในทำนองเดียวกับกรณีของค่าสนามไฟฟ้าของเปลือกประจุทรงกลมบางที่ระยะมากกว่ารัศมีของเปลือกประจุ ค่าสนามไฟฟ้าของประจุที่กระจายตัวดังในรูปที่ 1.25 ที่ระยะ $r > R$ คือ

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

แต่เมื่อเราพิจารณาค่าสนามไฟฟ้าที่ระยะ $r < R$ ผิวเกาส์เซียนที่ใช้จะเป็นผิวทรงกลม ซึ่งจะครอบคลุมประจุขนาด $q' < q$ ดังนั้นเราจะได้ว่า

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E(4\pi r^2) = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2}$$

เราจะหาค่าสนามที่ระยะ $r < R$ ได้ก็ต่อเมื่อเราทราบจำนวนประจุ q' ภายในรัศมี r นั้นเอง ในที่นี้เราจะพิจารณากรณีที่ความหนาแน่นประจุ ρ มีค่าคงตัว กล่าวคือ

$$\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{q'}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

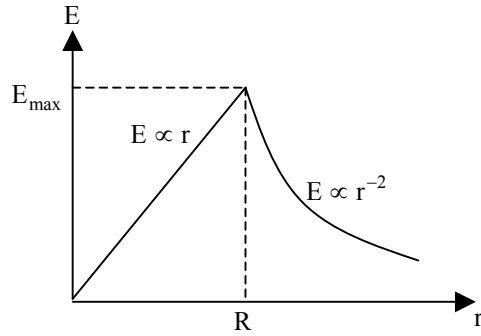
ดังนั้น

$$q' = q \left(\frac{r}{R}\right)^3$$

และค่าสนามไฟฟ้าที่ระยะ $r < R$ มีค่าเท่ากับ

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr}{R^3} \tag{1.31}$$

ซึ่งมีค่าแปรตามระยะ r จากจุดศูนย์กลาง รูปที่ 1.26 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของสนามไฟฟ้าที่ระยะต่างๆ ของประจุไฟฟ้าที่กระจายตัวอย่างคงตัวและสม่ำเสมอเป็นรูปทรงกลมรัศมี R



รูปที่ 1.26 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของสนามไฟฟ้าที่ระยะต่างๆ ของประจุไฟฟ้าที่กระจายเป็นรูปทรงกลมรัศมี R โดยที่ค่าความหนาแน่นของประจุมีค่าคงตัว

ตัวอย่างที่ 1.11 แท่งพลาสติกยาว 220 cm มีรัศมี R เป็น 3.6 mm มีประจุลบขนาด 3.8×10^{-7} C กระจายตัวอย่างสม่ำเสมอบนผิวของแท่งพลาสติก จงหาค่าสนามไฟฟ้าบนผิวของแท่งพลาสติกที่บริเวณกึ่งกลางของแท่ง

วิธีทำ แม้ว่าแท่งพลาสติกนี้ไม่ได้มีความยาวเป็นอนันต์ แต่ที่ตำแหน่งที่โจทย์ต้องการทราบค่าสนามไฟฟ้านั้น เราสามารถใช้สมการ 1.28 ได้ โดยที่ความหนาแน่นประจุมีค่าเป็น

$$\lambda = \frac{q}{L} = \frac{-3.8 \times 10^{-7} \text{ C}}{2.2 \text{ m}} = -1.73 \times 10^{-7} \text{ C/m}$$

ดังนั้นสนามไฟฟ้าบนผิวของแท่งพลาสติกที่บริเวณกึ่งกลางมีค่าเป็น

$$\begin{aligned} E &= \frac{\lambda}{2 \pi \epsilon_0 R} \\ &= \frac{-1.73 \times 10^{-7} \text{ C/m}}{2\pi(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0.0036 \text{ m})} \\ &= -8.6 \times 10^5 \text{ N/C} \end{aligned}$$

เครื่องหมายลบเป็นตัวบอกเราว่าทิศทางของสนามที่บริเวณนี้พุ่งเข้าสู่แท่งพลาสติกในแนวรัศมี เนื่องจากประจุบนแท่งพลาสติกเป็นชนิดลบ

ตัวอย่างที่ 1.12 รูปที่ 1.27 แสดงส่วนหนึ่งของแผ่นประจุขนาดใหญ่ 2 แผ่นที่มีความหนาแน่นประจุเป็น $\sigma_+ = +6.8 \mu\text{C}/\text{m}^2$ และ $\sigma_- = -4.3 \mu\text{C}/\text{m}^2$ จงหาค่าสนามไฟฟ้าที่บริเวณ

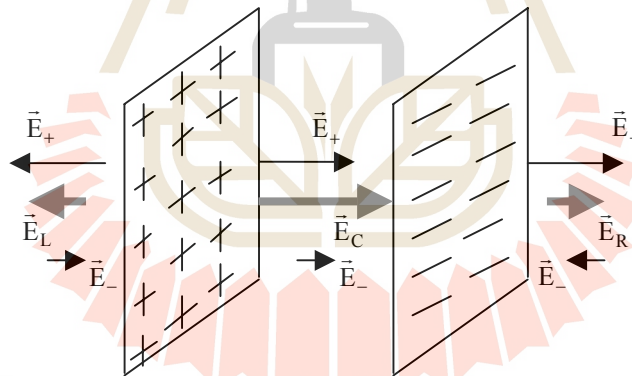
- (1) ด้านซ้ายของแผ่นประจุทั้งสอง
- (2) ระหว่างแผ่นทั้งสอง และ
- (3) ด้านขวาของแผ่นทั้งสอง

วิธีทำ เราจะหาขนาดของสนามไฟฟ้าเนื่องจากแผ่นประจุแต่ละแผ่นก่อน แล้วจึงหาสนามลัพธ์ที่ทั้ง 3 บริเวณ สนามไฟฟ้าเนื่องจากแผ่นประจุบวกมีขนาดเท่ากับ

$$E_+ = \frac{\sigma_+}{2\epsilon_0} = \frac{6.8 \times 10^{-6} \text{ C}/\text{m}^2}{2(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)} = 3.84 \times 10^5 \text{ N/C}$$

ในทำนองเดียวกัน ขนาดของสนามไฟฟ้าเนื่องจากแผ่นประจุลบคือ

$$E_- = \frac{|\sigma_-|}{2\epsilon_0} = \frac{4.3 \times 10^{-6} \text{ C}/\text{m}^2}{2(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)} = 2.43 \times 10^5 \text{ N/C}$$



รูปที่ 1.27 สนามไฟฟ้าจากแผ่นประจุขนาดใหญ่

ลูกศรสีดำที่เป็นเส้นบางแสดงสนามไฟฟ้าในแต่ละบริเวณเนื่องจากแผ่นประจุบวก (\vec{E}_+) และลบ (\vec{E}_-) ลูกศรที่เป็นเส้นหนาสีเทาเป็นสนามไฟฟ้าลัพธ์ในแต่ละบริเวณ (ขวา: \vec{E}_R , ซ้าย: \vec{E}_L , กลาง: \vec{E}_C)

จะเห็นได้ว่าสนามไฟฟ้าลัพธ์ทางด้านซ้ายและขวาของแผ่นทั้งสองมีขนาดเท่ากันแต่ทิศทางตรงกันข้าม คือในบริเวณด้านซ้ายสนามลัพธ์ชี้ไปทางด้านซ้าย และบริเวณด้านขวาสนามลัพธ์ชี้ไปทางด้านขวา โดยขนาดของทั้งคู่มีค่าเท่ากับ

$$E_L = E_R = |E_+ - E_-| = |(3.84 \times 10^5 \text{ N/C}) - (2.43 \times 10^5 \text{ N/C})| = 1.4 \times 10^5 \text{ N/C}$$

สนามลัพท์ในบริเวณตรงกลางระหว่างแผ่นทั้งสองมีทิศไปทางขวาและมีขนาดเท่ากับ

$$E_C = E_+ + E_- = 3.84 \times 10^5 \text{ N/C} + 2.43 \times 10^5 \text{ N/C} = 6.3 \times 10^5 \text{ N/C}$$

อันที่จริงแล้ว สนามไฟฟ้าลัพท์ในบริเวณซ้ายและขวาของแผ่นประจุทั้งสองมีลักษณะเหมือนกับสนามของแผ่นประจุที่มีความหนาแน่นประจุเท่ากับ $\sigma_+ + \sigma_- = +2.5 \mu\text{C}/\text{m}^2$ ลองคิดว่าสนามไฟฟ้าใน 3 บริเวณจะเป็นเช่นไร ในกรณีที่แผ่นประจุทั้งสองมีความหนาแน่นประจุเท่ากันแต่เป็นชนิดตรงกันข้าม และในกรณีที่ความหนาแน่นประจุเท่ากันและเป็นประจุชนิดเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 1.13 ประจุกระจายตัวเป็นรูปทรงกลมอย่างสม่ำเสมอ โดยมีค่าความหนาแน่นประจุเป็น ρ กำหนดให้ \vec{r} เป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุด P ใดๆ ภายในทรงกลมจากจุดศูนย์กลางของทรงกลมนี้

- (1) จงแสดงให้เห็นว่าสนามไฟฟ้าที่จุด P มีค่าเป็น $\vec{E} = \rho\vec{r}/3\epsilon_0$
- (2) หากช่องกลวงรูปทรงกลมถูกสร้างขึ้นมาภายในประจุที่กระจายตัวเป็นรูปทรงกลมนี้ ดังแสดงให้ดูในรูปที่ 1.28 (a) จงแสดงให้เห็นว่าสนามไฟฟ้าภายในช่องกลวงดังกล่าวมีค่าเป็น $\vec{E} = \rho\vec{a}/3\epsilon_0$ โดยที่ \vec{a} คือเวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของช่องกลวงภายในประจุทรงกลมนี้

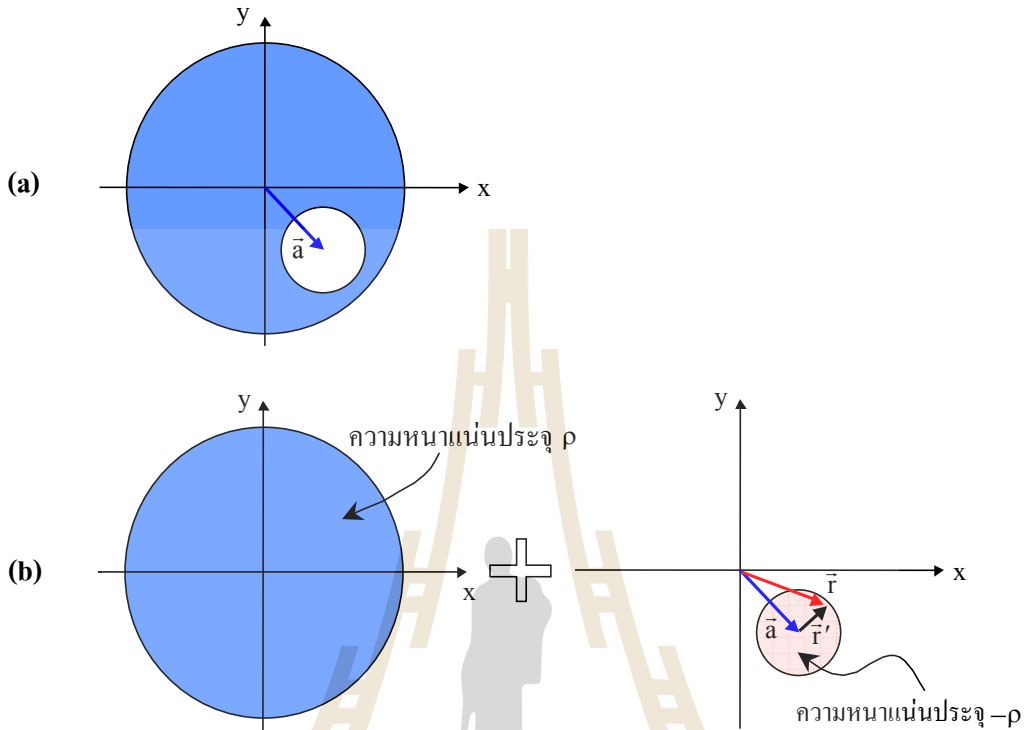
วิธีทำ เราได้ทำการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าในกรณีของประจุที่กระจายตัวสม่ำเสมอเป็นรูปทรงกลมแล้ว โดยใช้กฎของเกาส์ และที่ตำแหน่งภายในทรงกลมขนาดของสนามไฟฟ้ามีขนาดเป็นไปตามสมการ 1.31 คือ

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr}{R^3}$$

โดยที่ q คือประจุทั้งหมดและ R คือรัศมีของทรงกลมนี้ เนื่องจากประจุกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ ความหนาแน่นของประจุจึงมีค่าเท่ากับ $\rho = q/\frac{4}{3}\pi R^3$ ดังนั้นขนาดของสนามไฟฟ้าภายในประจุทรงกลมเขียนได้ในรูปของความหนาแน่นของประจุได้ว่า $E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$ ทิศทางของสนามไฟฟ้ามีแนวเดียวกับแนวรัศมีของทรงกลม ถ้าประจุเป็นประจุลบสนามไฟฟ้าจะมีทิศพุ่งเข้าสู่ศูนย์กลาง แต่หากประจุเป็นประจุบวกสนามไฟฟ้าจะพุ่งออก ดังนั้นสนามไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งอยู่ภายในทรงกลมคือ

$$\vec{E} = \frac{\rho\vec{r}}{3\epsilon_0}$$

โดยที่เครื่องหมายของ ρ จะเป็นตัวกำหนดว่าสนามไฟฟ้าพุ่งเข้าสู่หรือออกจากจุดศูนย์กลางของทรงกลม



รูปที่ 1.28 (a) ภาคตัดของประจุทรงกลมที่มีช่องกลวงรูปทรงกลมอยู่

(b) ประจุทรงกลมที่มีช่องว่างรูปทรงกลมอยู่ดังในรูป (a)

เราสามารถคิดได้ว่าการนำเอาประจุทรงกลมสองอันมารวมกันโดยที่แต่ละอันมีประจุชนิดตรงข้ามกัน

ในการหาค่าสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งภายในช่องกลวงนั้นเราหาได้โดยใช้หลักการซ้อนทับ กล่าวคือสนามไฟฟ้าภายในช่องกลวงมีค่าเท่ากับ ผลบวกแบบเวกเตอร์ระหว่างสนามไฟฟ้าในบริเวณช่องกลวงดังกล่าวเนื่องจากประจุทรงกลมที่ไม่มีช่องกลวง กับสนามไฟฟ้าในบริเวณเดียวกันเนื่องจากประจุทรงกลมความหนาแน่นประจุเท่ากันกับประจุทรงกลมอันแรกแต่ชนิดตรงข้ามซึ่งอยู่ที่ตำแหน่งของช่องกลวงและมีรัศมีเท่ากับช่องกลวงพอดี (ดูรูปที่ 1.28 (b))

กำหนดให้ \vec{r}' เป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดใดๆ ที่อยู่ในช่องกลวงโดยวัดจากจุดศูนย์กลางของช่องกลวง เราจะได้ว่าสนามไฟฟ้าในบริเวณช่องกลวง ถ้าที่ช่องกลวงดังกล่าวมีประจุที่กระจายอย่างสม่ำเสมอเป็นรูปทรงกลมและเป็นชนิดตรงข้ามกับประจุทรงกลมคือ

$$\vec{E}_{-p} = \frac{-\rho\vec{r}'}{3\epsilon_0}$$

ดังนั้นค่าสนามไฟฟ้าสุทธิในบริเวณช่องกลวงมีค่าเป็น

$$\vec{E}_{\text{cavity}} = \vec{E} + \vec{E}_{-p} = \frac{\rho\vec{r}}{3\epsilon_0} + \frac{-\rho\vec{r}'}{3\epsilon_0}$$

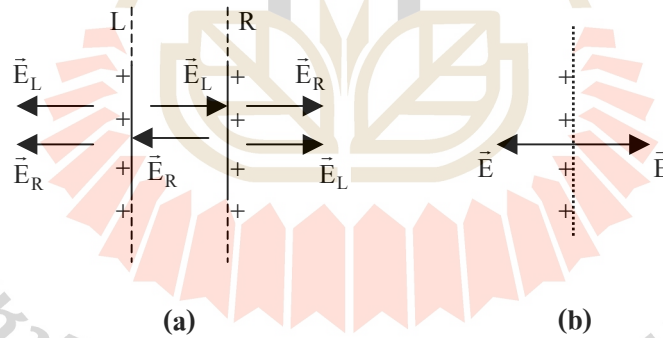
แต่เนื่องจากว่า $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{a}$ ดังนั้นสนามไฟฟ้าในช่องว่างจึงมีค่าเท่ากับ

$$\vec{E}_{\text{cavity}} = \frac{\rho\vec{a}}{3\epsilon_0}$$

สังเกตว่าสนามไฟฟ้ามีค่าไม่ขึ้นกับรัศมีของประจุทรงกลมหรือรัศมีของช่องกลวงแต่อย่างใด

เหตุใดแผ่นตัวนำจึงมีค่าสนามไฟฟ้าเป็นสองเท่าของประจุที่กระจายตัวเป็นแผ่น แม้ว่ามีความหนาแน่นของประจุ σ เท่ากัน

แผ่นตัวนำบางมีผิว 2 ผิว ซึ่งประจุที่เป็นส่วนเกินจะกระจายตัวอยู่ ดังนั้นหากเราต้องการให้ตัวนำมีความหนาแน่นของประจุที่แต่ละผิวมีค่าเท่ากับความหนาแน่นของประจุที่กระจายตัวเป็นแผ่น จำนวนประจุบนแผ่นตัวนำจะเป็นสองเท่าของแผ่นประจุ



รูปที่ 1.29 (a) ค่าสนามไฟฟ้าเนื่องจากแต่ละผิว ในแต่ละบริเวณของแผ่นตัวนำ
ขนาดของสนามไฟฟ้ามีขนาดเท่ากันทุกบริเวณ
(b) แผ่นประจุที่มีความหนาแน่นประจุเท่ากับแผ่นตัวนำ

เราสามารถเข้าใจค่าของสนามไฟฟ้าในกรณีทั้งสองเปรียบเทียบกันได้จากการพิจารณารูปที่ 1.29 เราสามารถคิดว่าแต่ละผิวของแผ่นตัวนำเป็นเหมือนแผ่นประจุซึ่งแต่ละผิวจะให้ค่าสนามไฟฟ้า $\sigma/2\epsilon_0$ ดังนั้น สนามไฟฟ้าที่ด้านซ้ายและขวาของแผ่นตัวนำจึงมีค่าสุทธิเป็น $\sigma/2\epsilon_0 + \sigma/2\epsilon_0 = \sigma/\epsilon_0$ แต่

สำหรับภายในแผ่นตัวนำ (ระหว่างผิวทั้งสอง) สนามเนื่องจากแต่ละผิวมีขนาดเท่ากันแต่ทิศตรงกันข้าม ดังนั้นสนามในบริเวณนี้จึงมีค่าเป็นศูนย์อย่างที่ควรจะเป็นสำหรับตัวนำ

สรุป

ฟลักซ์ไฟฟ้า Φ_E บนผิว S มีค่าเท่ากับ

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

โดยที่ \vec{E} คือสนามไฟฟ้า

กฎของเกาส์กล่าวว่า ฟลักซ์ไฟฟ้าภายในผิวปิดใดๆ มีค่าแปรตามประจุสุทธิภายในผิวนั้น

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

สนามไฟฟ้าในเนื้อของตัวนำไฟฟ้าในสถานะคงตัวมีค่าเป็นศูนย์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



บรรณานุกรม

Resnick, Robert., Halliday, David., and Krane, Kenneth S. 1992. **Physics** (4th ed.). New York: Wiley.

Serway, R.A. 1992. **Physics for scientists and engineers with modern physics** (3rd ed.). Philadelphia: Saunders College Publishing.





หน่วยที่

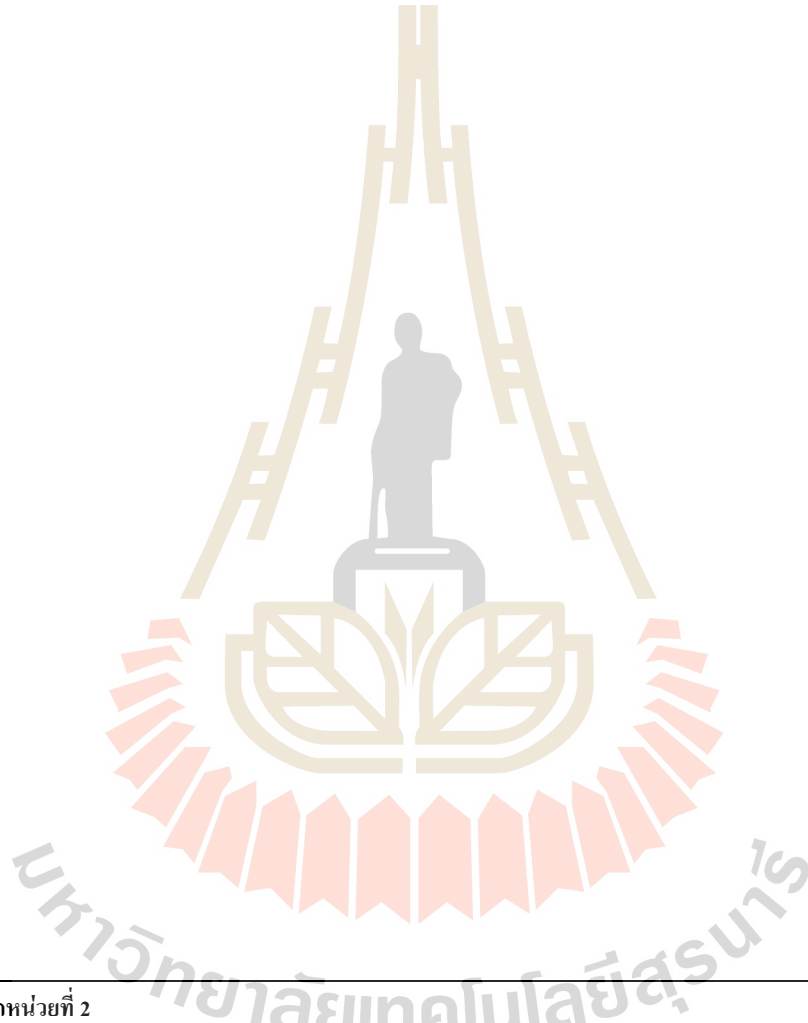
2

พลังงานศักย์ไฟฟ้า ศักย์ไฟฟ้าและความจุไฟฟ้า



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

โดย อาจารย์ ดร. พวงรัตน์ ไพเราะ



อธิบายรูปจากปกหน่วยที่ 2

กระปุกเลย์เดน (Leyden jar) เป็นอุปกรณ์ที่นักทดลองไฟฟ้าสถิตในยุคแรกๆ ใช้กักเก็บพลังงานไฟฟ้า ในตอนนั้นกระปุกเลย์เดน ถูกคิดว่าเป็นเหมือนอุปกรณ์ควบแน่น (condenser) เนื่องจากในขณะนั้นมีความคิดว่าไฟฟ้าเป็นเหมือนของเหลวที่สามารถควบแน่นได้ แต่ในปัจจุบันเราจะเรียกกระปุกเลย์เดนว่าเป็นตัวเก็บประจุมากกว่า กระปุกเลย์เดนนี้ประกอบด้วยภาชนะทรงกระบอกที่ทำมาจากพลาสติกหรือวัสดุอื่นที่เป็นสารไดอิเล็กทริกกับแผ่นโลหะที่ด้านนอกและด้านใน โดยที่ด้านในถูกทำให้มีประจุและด้านนอกต่อกับสายดินไว้ ซึ่งหมายความว่าเมื่อนำสายดินออก ด้านนอกจะถูกเหนี่ยวนำให้มีประจุปริมาณเท่ากันแต่ชนิดตรงข้ามกับด้านใน เมื่อด้านนอกและด้านในถูกต่อให้ถึงกันด้วยตัวนำ เราจะเห็นประกายไฟฟ้าวิ้งและทุกอย่างก็กลับสู่สภาพปกติคือด้านนอกและด้านในเป็นกลางตามเดิม ปริมาณประจุที่อุปกรณ์ชิ้นนี้สามารถกักเก็บมีค่าแปรตามความต่างศักย์ที่ใช้ในการทำให้ประจุอยู่บนผิวด้านในและค่าความจุของกระปุกเลย์เดนซึ่งขึ้นกับพื้นที่ของแผ่นโลหะและชนิดกับความหนาของภาชนะที่ใช้ (อิงบางยี่ห้อ)

ตอนที่ 2.1

พลังงานศักย์ไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า

เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่จากจุด a ไปยังจุด b ภายใต้อิทธิพลของแรง \vec{F} พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนแปลงไปมีค่าเท่ากับ

$$\Delta U = -W_{ab} \tag{2.1}$$

โดยที่ W_{ab} คืองานที่กระทำโดยแรง \vec{F} ขณะที่อนุภาคเคลื่อนที่จากจุด a ไปยังจุด b ซึ่งสมการนี้ใช้ได้เฉพาะกรณีของแรงอนุรักษ์เท่านั้น เราสามารถเขียนสมการ 2.1 ได้ในอีกรูปหนึ่งดังนี้

$$U_a - U_b = -\int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s} \tag{2.2}$$

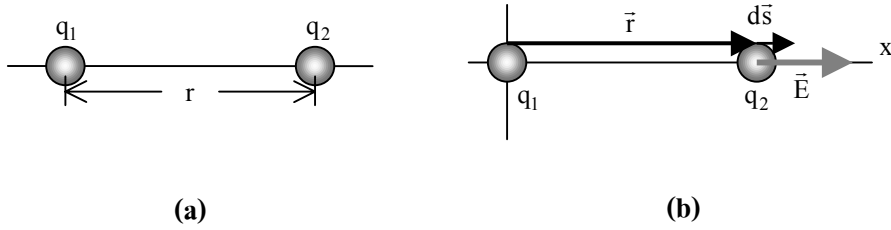
เราทราบว่า แรงดึงดูดระหว่างมวลเป็นแรงอนุรักษ์ และแรงไฟฟ้าสถิตก็มีสมบัติคล้ายคลึงกับแรงดึงดูดระหว่างมวล กล่าวคือทั้งคู่มีขนาดแปรผกผันกับระยะระหว่างอนุภาคยกกำลังสอง เราจึงสรุปได้ว่าแรงไฟฟ้าสถิตก็เป็นแรงอนุรักษ์เช่นเดียวกัน ดังนั้นในการทำงานเดียวกับแรงดึงดูดระหว่างมวล เราสามารถนิยามพลังงานศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากแรงไฟฟ้าได้

1. พลังงานศักย์ไฟฟ้า

พลังงานศักย์ไฟฟ้า (electric potential energy) ของประจุ q ที่เคลื่อนที่จากจุด a ไปยังจุด b ภายใต้สนามไฟฟ้า \vec{E} มีค่าเป็น

$$U_a - U_b = -\int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s} = -q \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{2.3}$$

เนื่องจากแรงไฟฟ้าเป็นแรงอนุรักษ์ ไม่ว่าเส้นทางจากจุด a ไปยังจุด b จะเป็นเส้นทางใดก็ตาม ค่าที่ได้จากการอินทิเกรตสมการ 2.3 จะมีค่าเดียวกันเสมอ และขึ้นกับตำแหน่งตั้งต้น a กับตำแหน่งสุดท้าย b เท่านั้น



รูปที่ 2.1 (a) ประจุสองตัว q_1 และ q_2 และอยู่ห่างกันเป็นระยะ r
 (b) เวกเตอร์บอกตำแหน่ง \vec{r} ของประจุ q_2 เทียบกับประจุ q_1
 เวกเตอร์ของการเปลี่ยนแปลงของตำแหน่ง $d\vec{s}$ และสนามไฟฟ้า \vec{E} ของประจุ q_1 ที่ตำแหน่งของประจุ q_2

พิจารณานอนุภาค 2 ตัว ซึ่งมีประจุ q_1 และ q_2 และอยู่ห่างกันเป็นระยะ r ดังในรูปที่ 2.1 (a) กรณีแรกให้ประจุทั้งสองเป็นชนิดตรงข้ามกันซึ่งทำให้แรงดึงดูดระหว่างประจุเป็นแรงดึงดูด ถ้าเราเคลื่อนประจุ q_2 ไปทางขวา สนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุ q_1 จะทำงานเป็นลบ (หรือ $\int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s}$ เป็นลบ) และได้ว่า $U_b - U_a$ เป็นค่าบวก นั่นคือ พลังงานศักย์ไฟฟ้าของระบบจะมีค่าเพิ่มขึ้นนั่นเอง หรืออีกนัยหนึ่งก็คือ ถ้าเราปล่อยประจุทั้งสองจากระยะห่างระหว่างกันเป็น r เมื่อประจุเคลื่อนที่เข้าหากันเนื่องจากแรงดึงดูด พลังงานศักย์ของระบบจะมีค่าลดลง ในขณะที่พลังงานจลน์มีค่าเพิ่มขึ้น สำหรับกรณีที่ประจุทั้งสองเป็นประจุชนิดเดียวกัน ถ้าเราต้องการให้พลังงานศักย์ของระบบมีค่าเพิ่มขึ้น เราต้องเคลื่อนประจุ q_2 ไปทางซ้าย

ต่อไปนี้เราจะคำนวณหาค่าของพลังงานศักย์ของระบบของประจุสองตัวนี้ โดยที่พิจารณาประจุ q_2 ให้เคลื่อนในแนว x (ตามรูปที่ 2.1 (b)) ดังนั้นส่วนประกอบในแนว x (E_x) ของสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุ q_1 มีค่าเป็น $q_1/4\pi\epsilon_0 r^2$ ซึ่งจะมีค่าเป็นบวกหรือลบขึ้นอยู่กับชนิดของประจุของเวกเตอร์ $\vec{r} = r\hat{i}$ เป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่งของประจุ q_2 เทียบกับ q_1 และเวกเตอร์ $d\vec{s} = dr\hat{i}$ เป็นระยะเล็กๆ ที่เคลื่อนที่ไปในแนว $+x$ ดังนั้น $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E_x \hat{i} \cdot dr\hat{i} = E_x dr$ ดังนั้นถ้าประจุ q_2 เคลื่อนที่จากระยะห่างระหว่างประจุ r_a เป็น r_b พลังงานศักย์ของระบบจะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปเท่ากับ

$$\begin{aligned}
 U_b - U_a &= -q_2 \int_{r_a}^{r_b} E_x dr = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r^2} \\
 &= \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right) \tag{2.4}
 \end{aligned}$$

ซึ่งเป็นจริงทุกกรณีของชนิดประจุ โดยเราต้องแทนเครื่องหมายของประจุทั้งสองด้วย นอกจากนี้ เนื่องจากสำหรับแรงอนุรักษ์ การเปลี่ยนแปลงของพลังงานศักย์ ΔU ไม่ขึ้นกับเส้นทางของการเคลื่อนที่ สมการ 2.4 จึงเป็นจริง ไม่ว่า q_2 จะเคลื่อนที่ด้วยเส้นทางใดก็ตาม ระหว่างจุด a กับ b ด้วย เหตุที่เราเลือกเส้นทางเคลื่อนที่ตามแนว r ในการคำนวณก็เพื่อความง่าย แต่ผลที่ได้นั้นใช้ได้กับทุกเส้นทางเคลื่อนที่

เราสามารถเลือกจุดอ้างอิง a ในลักษณะที่ทำให้ r_a มีค่าเป็นอนันต์ และเราจะนิยามให้พลังงานศักย์ที่จุดนี้ (U_a) เป็นศูนย์ ดังนั้นจากสมการ 2.4 พลังงานศักย์ไฟฟ้าระหว่างประจุ 2 ตัว q_1 และ q_2 ซึ่งอยู่ห่างกันเป็นระยะ r มีค่าเท่ากับ

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \tag{2.5}$$

เครื่องหมายของ $U(r)$ ขึ้นกับชนิดของประจุทั้งสอง สังเกตว่า พลังงานศักย์ไฟฟ้ามีค่าเป็นบวกหรือลบก็ได้ ซึ่งต่างจากพลังงานศักย์ของแรงดึงดูดระหว่างมวลที่มีค่าเป็นลบเท่านั้น $\left(U_G(r) = -\frac{Gm_1 m_2}{r} \right)$

ตัวอย่างที่ 2.1 โปรตอน 2 ตัว ในนิวเคลียสของอะตอม ^{238}U อยู่ห่างกันเป็นระยะ 6.0 fm จงหาพลังงานศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากแรงไฟฟ้าสถิตระหว่างอนุภาคทั้งสอง

วิธีทำ ประจุของโปรตอนเท่ากับ $+1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ เราหาค่าของพลังงานศักย์ไฟฟ้าของโปรตอน 2 ตัวนี้ได้จากสมการ 2.5 โดยที่ $q_1 = q_2 = +1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ และ $r = 6.0 \times 10^{-15} \text{ m}$

$$\begin{aligned} U(r) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} = \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{6.0 \times 10^{-15} \text{ m}} \\ &= 3.8 \times 10^{-14} \text{ J} = 240 \text{ keV} \end{aligned}$$

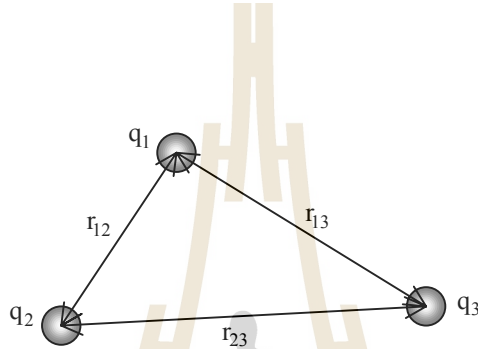
อิเล็กตรอนโวลต์ (eV) เป็นอีกหน่วยหนึ่งของพลังงาน โดยที่ $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$

โปรตอน 2 ตัวอยู่ร่วมกันได้ในนิวเคลียสโดยที่ไม่วิ่งหนีจากกันไปเพราะแรงผลัทางไฟฟ้า (พลังงานศักย์เป็นบวก) เนื่องจากมีแรงดึงดูดขนาดใหญ่กว่าดึงมันเอาไว้ แรงนี้เรียกว่าแรงอย่างแรง ซึ่งพลังงานศักย์เนื่องจากแรงนี้เป็นฟังก์ชันที่ซับซ้อนกว่าพลังงานศักย์ไฟฟ้า

ศักย์ไฟฟ้าของระบบประจุจุด

หากประจุจุดจำนวนหนึ่งถูกยึดไว้ให้อยู่ที่ตำแหน่งต่างๆ ในบริเวณบริเวณหนึ่ง เราสามารถคำนวณหาค่าพลังงานศักย์ไฟฟ้าของระบบประจุจุดนี้ได้โดยใช้สมการ 2.5 เราจะหาค่าพลังงานศักย์ของประจุแต่ละคู่ก่อน แล้วจึงนำเอามันมาบวกกัน ตัวอย่างเช่น ประจุ 3 ตัวดังในรูปที่ 2.2 พลังงานศักย์ของระบบประจุดนี้มีค่าเท่ากับ

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2q_3}{r_{23}} \quad (2.6)$$



รูปที่ 2.2 ระบบประจุที่ประกอบด้วยประจุ 3 ตัว

จากตัวอย่างของระบบประจุ 3 ตัวนี้ จะเห็นได้ว่า การใช้พลังงานศักย์เป็นปริมาณในการวิเคราะห์ระบบมีความได้เปรียบเหนือการใช้สนามไฟฟ้า เพราะพลังงานเป็นปริมาณสเกลาร์ทำให้การคำนวณที่เกี่ยวข้องกับมัน ง่ายกว่าการคำนวณที่เกี่ยวกับสนามไฟฟ้าซึ่งเป็นปริมาณเวกเตอร์

เราสามารถเข้าใจที่มาของสมการ 2.6 ได้โดยการพิจารณาว่า ในตอนแรกประจุทั้ง 3 อยู่ที่ตำแหน่งที่ทำให้ระยะห่างระหว่างกันเป็นอนันต์ จากนั้นนำประจุ q_1 จากตำแหน่งเริ่มต้นนั้นมาวางที่ตำแหน่งสุดท้ายดังในรูปที่ 2.2 เนื่องจากว่ายังไม่มีประจุอื่นอยู่ในบริเวณดังกล่าว ระบบจึงไม่มีการเปลี่ยนแปลงของพลังงานศักย์ จากนั้นนำประจุ q_2 มาวางห่างจาก q_1 เป็นระยะ r_{12} ซึ่งทำให้ระบบมีพลังงานศักย์ $q_1q_2/4\pi\epsilon_0r_{12}$ และท้ายสุด เมื่อเอาประจุ q_3 มาวาง ระบบจะมีค่าพลังงานศักย์เปลี่ยนแปลงไปอีกเท่ากับ $q_1q_3/4\pi\epsilon_0r_{13} + q_2q_3/4\pi\epsilon_0r_{23}$ โดยเทอมแรกและเทอมที่สองคือพลังงานศักย์ของ q_3 ในสนามของ q_1 และ q_2 ตามลำดับ สังเกตว่าอันที่จริงแล้วเราไม่จำเป็นต้องนำประจุ q_1 มาวางก่อน เราจะนำประจุ q_2 หรือ q_3 มาวางก่อนก็ได้ ผลลัพธ์ของพลังงานศักย์ของระบบในตอนสุดท้ายจะมีค่าดังในสมการ 2.6 เสมอ

เมื่อประจุดูกทำให้เคลื่อนตัวจากระยะที่ห่างกันเป็นอนันต์ จนมาอยู่ในลักษณะดังในรูปที่ 2.2 สิ่งที่ทำให้ประจุเคลื่อนตัวนั้นต้องทำงานด้านแรงทางไฟฟ้าระหว่างประจุ เช่น การนำเอาประจุบวกหลายๆ ตัวมาวางอยู่ด้วยกัน เนื่องจากประจุเหล่านี้จะออกแรงผลักซึ่งกันและกัน อิทธิพลจากภายนอกจึงต้องทำงานด้านแรงนี้ ซึ่งหมายความว่าสิ่งภายนอกต้องให้พลังงานแก่ระบบประจุ พลังงานนี้ถูกเก็บ

ในสนามไฟฟ้าของระบบและเราพิจารณาพลังงานนี้ในรูปของพลังงานศักย์ไฟฟ้า หากเราเอาสิ่งที่บังคับให้ประจุเหล่านี้มาอยู่ด้วยกันออก ประจุทุกตัวจะเริ่มเคลื่อนที่และมีพลังงานจลน์เพิ่มขึ้น พลังงานจลน์รวมของระบบประจุเมื่อประจุทุกตัวอยู่ห่างเป็นระยะอนันต์จะต้องมีค่าเท่ากับพลังงานที่สิ่งบังคับให้กับระบบเพื่อให้มาอยู่ด้วยกันในตอนแรก ตามกฎการอนุรักษ์พลังงาน

ถ้าระบบประจุประกอบด้วยประจุชนิดต่างๆ กัน และทำให้พลังงานศักย์ของระบบเป็นค่าลบ ประจุเหล่านี้มีแนวโน้มที่จะเคลื่อนตัวเข้าหากันเมื่อเราเอาสิ่งบังคับออก ในกรณีนี้สิ่งบังคับต้องให้พลังงานเพื่อให้ประจุแยกออกจากกันจนอยู่ห่างกันเป็นระยะอนันต์

ในกรณีของประจุที่กระจายตัวอย่างต่อเนื่อง เมื่อเราต้องการทราบพลังงานศักย์ของมัน เราจะคำนวณโดยใช้เทคนิคเดียวกับที่เราใช้ในการหาค่าสนามไฟฟ้า คือแบ่งประจุออกเป็นส่วนเล็กๆ และคิดว่ามันมีลักษณะเหมือนประจุดจุดแล้วอินทิเกรตเพื่อหาค่าพลังงานศักย์สุทธิ ในที่นี้เราจะไม่แสดงการคำนวณพลังงานศักย์ของระบบประจุที่กระจายตัวอย่างต่อเนื่องให้คุณ

ตัวอย่างที่ 2.2 ระบบประจุหนึ่งประกอบด้วยประจุ 3 ตัว และแต่ละตัวอยู่ห่างกันเป็นระยะ $r_{12} = r_{13} = r_{23} = d = 12 \text{ cm}$ และประจุแต่ละตัวมีค่าเป็น $q_1 = +q, q_2 = -4q, q_3 = +2q$ โดยที่ $q = 150 \text{ nC}$ จงหาพลังงานศักย์ของระบบประจุนี้

วิธีทำ จากสมการ 2.6 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(+q)(-4q)}{d} + \frac{(+q)(+2q)}{d} + \frac{(+2q)(-4q)}{d} \right) \\
 &= -\frac{10q^2}{4\pi\epsilon_0 d} = -\frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(10)(150 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{0.12 \text{ m}} \\
 &= -1.7 \times 10^{-2} \text{ J} = -17 \text{ mJ}
 \end{aligned}$$

เครื่องหมายลบแสดงว่า ระบบนี้ชอบที่จะอยู่ใกล้กัน และดึงบังคับจากภายนอกทำงานเป็นลบ ในการเคลื่อนประจุ 3 ตัวนี้จากระยะอนันต์จนมาอยู่ด้วยกันเช่นนี้ หรืออีกนัยหนึ่งคือเราต้องทำงาน $+17 \text{ mJ}$ ในการแยกประจุ 3 ตัวนี้ออก

2. ศักย์ไฟฟ้า

แรงระหว่างประจุ 2 ตัวขึ้นกับขนาดและชนิดของประจุ เรานิยามสนามไฟฟ้าขึ้นมาซึ่งคือแรงไฟฟ้าต่อหน่วยประจุทดสอบ เพื่อที่ว่าเราสามารถพูดถึงปริมาณทางไฟฟ้าที่เกี่ยวข้องกับประจุเพียงประจุเดียวเท่านั้น ในทำนองเดียวกับการที่เราจะนิยามปริมาณใหม่ที่เรียกว่าศักย์ไฟฟ้า (electric potential) ซึ่งคือพลังงานศักย์ไฟฟ้าต่อหน่วยประจุทดสอบ

ถ้าเรามีระบบประจุนั้นหนึ่งและเราต้องการทราบศักย์ไฟฟ้าของระบบนี้ที่จุด P เราหาได้จาก การนำเอาประจุทดสอบ q_0 จากระยะห่างอนันต์ มาวางที่จุด P ซึ่งจะทำให้พลังงานศักย์ของระบบ มีค่าเปลี่ยนไป U_P ศักย์ไฟฟ้าที่จุด P นี้มีนิยามว่า

$$V_P = \frac{U_P}{q_0} \quad (2.7)$$

ซึ่งเป็นปริมาณสเกลาร์เช่นเดียวกับพลังงานศักย์ จะเห็นได้ว่าศักย์ไฟฟ้าไม่ขึ้นกับขนาดของประจุทดสอบเช่นเดียวกับในกรณีของสนามไฟฟ้า แต่อย่างไรก็ดี เราจะต้องใช้ประจุทดสอบ q_0 ที่มีขนาดเล็กพอที่จะไม่รบกวนระบบประจุที่เราสนใจ สมการ 2.7 นี้เป็นการนิยามวิธีการวัดค่าศักย์ไฟฟ้า ส่วนการคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าของระบบประจุในแบบต่างๆ นั้น เราจะได้เห็นต่อไปว่ามีความคล้ายคลึงกับการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าแต่เราไม่ต้องคำนึงถึงทิศทางอีกต่อไป

ศักย์ไฟฟ้าของระบบหนึ่งๆ มีค่าเป็นบวก ลบ หรือศูนย์ก็ได้ ขึ้นกับการกระจายตัวของประจุ ศักย์ไฟฟ้าจะเป็นบวกก็ต่อเมื่อ เมื่อเราเคลื่อนประจุทดสอบจากระยะอนันต์มาสู่ตำแหน่งที่เราสนใจ สนามไฟฟ้าของระบบทำงานเป็นลบ (หรือกล่าวได้อีกนัยหนึ่งคือ โดยเฉลี่ยประจุทดสอบรู้สึกถึงแรงผลักจากสนามไฟฟ้าของระบบนั่นเอง) ดังนั้นศักย์ไฟฟ้าใกล้ประจุบวกที่อยู่โดดเดี่ยวจะมีค่าเป็นบวก และศักย์ไฟฟ้าใกล้ประจุลบโดดเดี่ยวมีค่าเป็นลบ

ถ้าศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์ที่จุดใดจุดหนึ่ง แสดงว่าไม่มีงานสุทธิกระทำต่อประจุทดสอบโดยสนาม เมื่อมันเคลื่อนที่จากระยะอนันต์มาจนถึงจุดนั้นแม้ว่ามันอาจต้องเคลื่อนที่ผ่านบริเวณที่มีแรงผลักและบริเวณที่มีแรงดึง อย่างไรก็ตาม เมื่อศักย์ไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์ สนามไฟฟ้าที่จุดนั้นไม่จำเป็นต้องมีค่าเป็นศูนย์ด้วย เช่น ในกรณีของประจุ 2 ตัวที่มีขนาดเท่ากันแต่ชนิดตรงกันข้าม ที่ทุกตำแหน่งบนระนาบที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับเส้นตรงที่เชื่อมประจุ 2 ตัว ศักย์ไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์ เนื่องจากทุกจุดบนระนาบนี้ที่อยู่ห่างจากประจุทั้งสองเท่ากัน และประจุทั้งสองมีขนาดเท่ากันแต่เครื่องหมายตรงกันข้าม แต่สนามไฟฟ้ามีค่าไม่เป็นศูนย์บนระนาบนี้ เนื่องจากสนามจากแต่ละประจุมีทิศเสริมกันบนระนาบดังกล่าว

ในกรณีของศักย์ไฟฟ้า ตามปกติเราให้ความสำคัญกับความแตกต่างของค่าศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุด 2 จุด a กับ b มากกว่าค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดจุดหนึ่ง และเราหาค่าความต่างศักย์นี้ได้โดยการนำเอาประจุทดสอบ q_0 ให้เคลื่อนที่จากจุด a ไปยังจุด b ความต่างศักย์ไฟฟ้ามีค่าเป็น

$$\Delta V = V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q_0} \tag{2.8}$$

หน่วยของศักย์ไฟฟ้าคือ จูลต่อคูลอมบ์ (J/C) ซึ่งเราเรียกหน่วยนี้ว่า โวลต์ (V) โดยที่ 1 โวลต์มีค่าเท่ากับ 1 จูลต่อคูลอมบ์ เมื่อเราต้องการวัดค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้า เราใช้อุปกรณ์ที่เรียกว่า โวลต์มิเตอร์ (voltmeter) ซึ่งมีปลาย 2 ปลายไว้สำหรับแตะจุด 2 จุดในวงจรที่เราต้องการทราบค่าความต่างศักย์

สมการ 2.8 เขียนได้ใหม่ว่า

$$\Delta U = q\Delta V \tag{2.9}$$

ซึ่งหมายความว่าประจุ q ใดๆ ที่เคลื่อนที่ระหว่างจุด 2 จุดที่มีความต่างศักย์ไฟฟ้า ΔV ระบบจะมีพลังงานศักย์เปลี่ยนแปลงไป $\Delta U = q\Delta V$ จากสมการ 2.9 นี้ เราสามารถใช้หน่วยพลังงานเป็น อิเล็กตรอนโวลต์ (eV) ได้ กล่าวคือเราแสดงหน่วยของ ΔV เป็นโวลต์และหน่วยของประจุเป็น อิเล็กตรอนซึ่งเป็นประจุพื้นฐาน หน่วยอิเล็กตรอนโวลต์นี้ให้ความสะดวกกับเรา เมื่อคำนวณพลังงานในระดับอะตอมและนิวเคลียส

ตัวอย่างที่ 2.3 อนุภาคอัลฟา ($q = +2e$) ในเครื่องเร่งอนุภาคเคลื่อนที่จากส่วนที่มีค่าศักย์ไฟฟ้า $V_a = +6.5 \times 10^6 \text{ V}$ ไปยังส่วนที่มีค่าศักย์ไฟฟ้า $V_b = 0 \text{ V}$

- (1) จงหาค่าพลังงานศักย์ไฟฟ้าของระบบเปลี่ยนแปลงไปเท่าใด
- (2) ถ้าส่วนต่างๆ ของเครื่องเร่งไม่เคลื่อนที่และไม่มีแรงจากภายนอกมากระทำต่อระบบ พลังงานจลน์ของอนุภาคอัลฟาเปลี่ยนแปลงไปเท่าใด

วิธีทำ (1) จากสมการ 2.9

$$\begin{aligned} \Delta U &= U_b - U_a = q(V_b - V_a) \\ &= (+2)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0 - 6.5 \times 10^6 \text{ V}) \\ &= -2.1 \times 10^{-12} \text{ J} \end{aligned}$$

(2) หากไม่มีแรงภายนอกมากระทำ พลังงานกลของระบบ $E = K + U$ มีค่าไม่เปลี่ยนแปลง นั่นคือ $\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0$ ดังนั้น

$$\Delta K = -\Delta U = +2.1 \times 10^{-12} \text{ J}$$

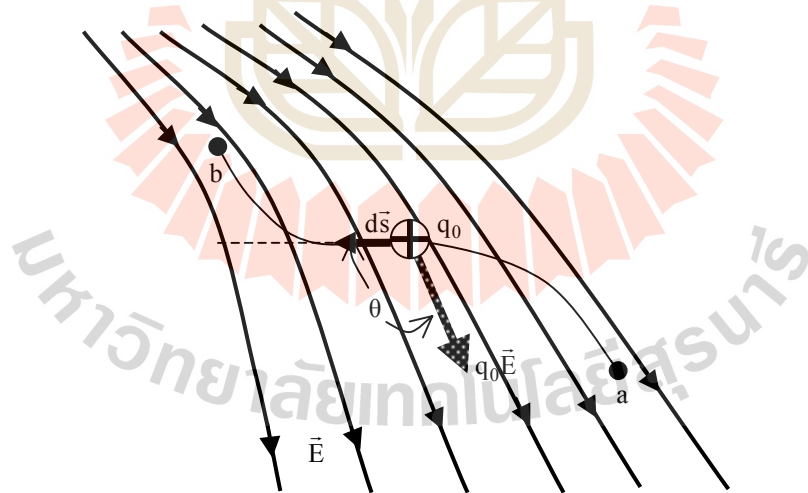
นั่นคืออนุภาคอัลฟาที่มีพลังงานจลน์เพิ่มขึ้น

การคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าจากสนามไฟฟ้า

เมื่อทราบสนามไฟฟ้า \vec{E} เราสามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้า V ได้ พิจารณารูปที่ 2.3 ให้ประจุทดสอบ q_0 เคลื่อนที่จากจุด a ไปยังจุด b ภายใต้อิทธิพลของสนามไฟฟ้า \vec{E} บนเส้นทางในรูป สนามไฟฟ้าออกแรงกระทำต่อประจุเท่ากับ $q_0\vec{E}$ ถ้าให้ $d\vec{s}$ เป็นการกระจัดเล็กๆ ตามเส้นทางนี้ งานสุทธิ W_{ab} ที่กระทำต่อประจุโดยสนามไฟฟ้าเมื่อมันเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางจากจุด a ไปยังจุด b หาได้จาก

$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

ซึ่งอินทิกรัลเป็นอินทิกรัลตามเส้น



รูปที่ 2.3 เส้นทางเคลื่อนที่ของประจุทดสอบ q_0 จากจุด a ไปยังจุด b ภายใต้สนามไฟฟ้า \vec{E}

จาก $V_b - V_a = (U_b - U_a)/q_0 = -W_{ab}/q_0$ (ใช้นิยามของพลังงานศักย์ $\Delta U = -W$) เราจะได้ว่า

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{2.10}$$

ในบางกรณีเราเลือกให้จุด a อยู่ที่ระยะอนันต์ และให้ค่าศักย์ไฟฟ้าที่ตำแหน่งนี้เป็นศูนย์ สมการ 2.10 จะเป็น

$$V_p = -\int_{\infty}^p \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{2.11}$$

เราสามารถใช้อัตถสมการ 2.10 และ 2.11 ในการคำนวณค่าความต่างศักย์ระหว่าง 2 จุดใดๆ ในบริเวณที่เราทราบค่าสนามไฟฟ้า

ตัวอย่างที่ 2.4 ตามรูปที่ 2.4 ประจุทดสอบ q_0 เคลื่อนที่จากจุด a ไปยังจุด b ไปตามเส้นทาง abc จงคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุด a กับ b

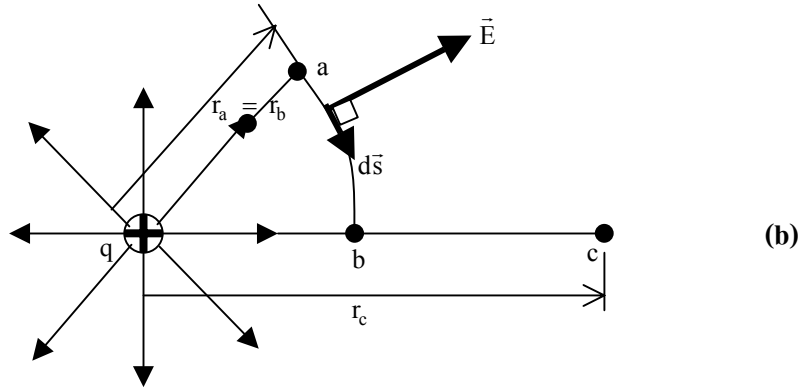
วิธีทำ จากสมการ 2.10 ตามเส้นทาง ac เราจะได้ความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุด a กับ c เท่ากับ

$$\begin{aligned} V_c - V_a &= -\int_a^c \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_a^c E ds \cos(\pi - \theta) \\ &= E \cos \theta \int_a^c ds \end{aligned}$$

อินทิกรัล $\int_a^c ds$ มีค่าเท่ากับความยาวของเส้นตรงจากจุด a ไปยังจุด c ซึ่งเท่ากับ $L/\cos \theta$ ดังนั้น

$$V_c - V_a = E \cos \theta \frac{L}{\cos \theta} = EL$$

จากเส้นทางจากจุด c ไปยังจุด b งานที่กระทำโดยสนามบนประจุทดสอบมีค่าเป็นศูนย์ (สนามไฟฟ้ามีทิศตั้งฉากกับเส้นทางโดยตลอด) ดังนั้นศักย์ไฟฟ้ามีค่าไม่เปลี่ยนแปลง



รูปที่ 2.5 (a) ประจุทดสอบ q_0 เคลื่อนที่จากจุด a ไปยัง b ตามเส้นทางในแนวรัศมีจากประจุจุด q
 (b) ประจุทดสอบเคลื่อนที่จากจุด a ไปยัง c ตามเส้นทาง abc โดย ab เป็นเส้นรอบวงของวงกลมรัศมีเท่ากับ r_a และ bc เป็นเส้นตามแนวรัศมี

3.1 ประจุมุม

รูปที่ 2.5 (a) แสดงจุด a และ b ซึ่งอยู่ในบริเวณใกล้กับประจุบวกโคดเดี่ยว q เพื่อความง่ายในการพิจารณา ให้ทั้ง 2 จุดนี้อยู่บนแนวของเส้นตรงที่เป็นเส้นรัศมี ให้ประจุทดสอบ q_0 เคลื่อนที่จากจุด a ไปยังจุด b ตามเส้นตรงนี้ ดังนั้นทั้งสนามไฟฟ้า \vec{E} และ $d\vec{s}$ ($= d\vec{r}$) มีเฉพาะส่วนประกอบในแนวรัศมีเท่านั้น ความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุดนี้คือ

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_{r_a}^{r_b} E dr$$

แทนค่า $E = q/4\pi\epsilon_0 r^2$ จะได้

$$V_b - V_a = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right) \quad (2.12)$$

สมการ 2.12 ให้ค่าความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุด แม้ว่าเราจะได้สมการนี้โดยการเลือกเส้นทางตามแนวรัศมี แต่ไม่ว่าประจุทดสอบจะเคลื่อนที่โดยเส้นทางใดก็ตาม ค่าความต่างศักย์ที่ได้จะเท่ากันเสมอ นอกจากนี้สมการ 2.12 ยังใช้ได้กับ 2 จุดใดๆ แม้ว่า 2 จุดนั้นจะไม่ได้อยู่บนแนวเส้นรัศมีเดียวกัน เช่น ระหว่างจุด a กับ c ในรูปที่ 2.5 (b) เนื่องจากความต่างศักย์ไม่ขึ้นกับเส้นทาง ในที่นี้เพื่อให้เห็นความจริงข้อนี้ง่ายขึ้น เราเลือกเส้นทาง abc โดยที่ตั้งแต่จุด a เป็นเส้นตามเส้นรอบวงของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ประจุจุด q และมีรัศมีเป็น r_a และ bc เป็นเส้นตามแนวรัศมี จะเห็นว่าสนามไฟฟ้า

มีทิศตั้งฉากกับ ds บน ac เสมอ ดังนั้นงานที่สนามกระทำตามเส้นทางนี้จึงเป็นศูนย์ และเราจะได้ค่าศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุด 2 จุดนี้เช่นเดียวกับสมการ 2.12

เมื่อเราต้องการทราบค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดๆ (แทนที่จะเป็นค่าความต่างศักย์) เราก็ใช้สมการ 2.12 นี้เพื่อหาศักย์นั้น โดยที่เราเลือกจุดอ้างอิงที่ระยะห่างจากประจุจุดเป็นอนันต์ นั่นคือให้ $r_a \rightarrow \infty$ และนิยามให้ศักย์ไฟฟ้าที่จุดนี้มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นศักย์ไฟฟ้าที่จุด b เทียบกับจุดอ้างอิงจะมีค่าเป็น

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \tag{2.13}$$

โดย r คือระยะจากประจุจุดถึงจุด b ค่าศักย์ไฟฟ้าตามสมการ 2.13 นี้ใช้ได้กับประจุ q ทุกชนิดที่มีสมมาตรแบบทรงกลม โดยที่ q คือประจุทั้งหมด และ r คือระยะห่างที่มากกว่ารัศมีของประจุนั้น ตามสมการ 2.13 ศักย์ไฟฟ้าของประจุจุดเป็นบวกหรือลบขึ้นกับชนิดของประจุเท่านั้น

ตัวอย่างที่ 2.5 จงหาขนาดของประจุจุดบวกที่จะทำให้ค่าศักย์ไฟฟ้าที่ระยะห่างออกไป 15 cm มีค่าเป็น +120 V

วิธีทำ จาก 2.13 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} q &= 4\pi\epsilon_0 rV \\ &= (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0.15 \text{ m})(120 \text{ V}) \\ &= 2.0 \times 10^{-9} \text{ C} = 2.0 \text{ nC} \end{aligned}$$

ซึ่งประจุนานนี้ทำให้เกิดขึ้นได้โดยการถู เช่น ถูผิวลูกโป่ง เป็นต้น

3.2 ระบบประจุจุด

ศักย์ไฟฟ้า ณ จุดใดๆ เนื่องจากระบบประจุจุด N ตัว หาได้จากการรวมในเชิงตัวเลขของศักย์ไฟฟ้าที่จุดนั้นเนื่องจากประจุแต่ละตัว (ที่คำนวณราวกับว่าประจุตัวอื่นๆ ไม่ได้อยู่ในบริเวณนั้น)

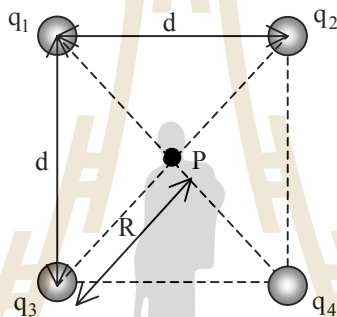
$$V = \sum_{i=1}^N V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i} \tag{2.14}$$

โดยที่ q_i คือค่าประจุของประจุตัวที่ i (เอาทั้งขนาดและเครื่องหมาย) และ r_i คือระยะห่างระหว่างจุดที่เราสนใจกับประจุตัวที่ i

เช่นเดียวกับพลังงานศักย์ไฟฟ้า จะเห็นได้ว่าการคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าของระบบประจุจุดนั้นง่ายกว่าการหาค่าสนามไฟฟ้า เพราะศักย์ไฟฟ้าหาได้จากการบวกเลขธรรมดาและไม่ต้องคำนึงถึงทิศทางเช่นการรวมแบบเวกเตอร์

ศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดจุดหนึ่งเนื่องจากประจุหนึ่งของระบบประจุไม่ได้รับผลกระทบจากการที่มีประจุนั้นๆ แต่อย่างไร

ตัวอย่างที่ 2.6 จงคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งอยู่ที่ตำแหน่งศูนย์กลางของสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีประจุอยู่ที่มุมทั้งสี่ดังในรูปที่ 2.6 โดยที่ $d = 1.3 \text{ m}$ และ $q_1 = +12 \text{ nC}$, $q_2 = -24 \text{ nC}$, $q_3 = +31 \text{ nC}$, $q_4 = +17 \text{ nC}$



รูปที่ 2.6 ตำแหน่งของประจุไฟฟ้าบนสี่เหลี่ยมจัตุรัสสำหรับการคำนวณ

วิธีทำ จากสมการ 2.14 ศักย์ไฟฟ้าที่จุด P มีค่าเท่ากับ

$$V_P = \sum_{i=1}^4 V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 + q_2 + q_3 + q_4}{R} \right)$$

โดย R คือระยะจากจุด P ถึงแต่ละมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่ง $R = d/\sqrt{2} = 0.919 \text{ m}$ ดังนั้น

$$V_P = \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(12 - 24 + 31 + 17) \times 10^{-9} \text{ C}}{0.919 \text{ m}} = 3.5 \times 10^2 \text{ V}$$

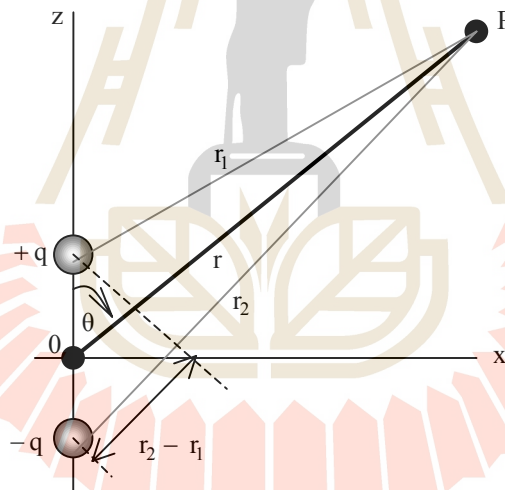
3.3 ขั้วคู่ไฟฟ้า

ขั้วคู่ไฟฟ้าประกอบด้วยประจุ 2 ตัว $\pm q$ ซึ่งอยู่ห่างกันเป็นระยะๆ หนึ่ง ถ้าระยะนั้นมีค่าเท่ากับ d ค่าโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า ซึ่งเป็นปริมาณเวกเตอร์ \vec{p} มีขนาดเท่ากับ qd และมีทิศชี้จากประจุลบไปยังประจุบวก เราสามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุด P เนื่องจากขั้วคู่ไฟฟ้าได้ดังนี้

ให้ \vec{p} มีทิศในแนวแกน z และจุดกำเนิดอยู่ที่จุดกึ่งกลางระหว่างประจุทั้งสอง ตำแหน่งของจุด P ระบุโดยการบอกระยะ r จากจุดกำเนิดและมุม θ ซึ่งทำกับแกน $+z$ จากสมมาตรของระบบ เราบอกได้ทันทีว่า ศักย์ไฟฟ้ามีค่าไม่เปลี่ยนแปลงไปตามมุมรอบแกน z กล่าวคือ เมื่อเราหมุนจุด P รอบแกน z ด้วยมุมใดๆ ก็ตาม ศักย์ไฟฟ้าจะมีค่าเท่าเดิม ดังนั้นถ้าเราทราบค่าศักย์ไฟฟ้า V ที่ทุกจุดบนระนาบ xz ในรูปที่ 2.7 เราจะทราบค่า V ที่ทุกๆ จุด

จากสมการ 2.14 เราจะได้

$$V_P = \sum_{i=1}^2 V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_1} + \frac{-q}{r_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \tag{2.15}$$



รูปที่ 2.7 ขั้วคู่ไฟฟ้าที่วางตัวอยู่ในแนว z บนระนาบ xz

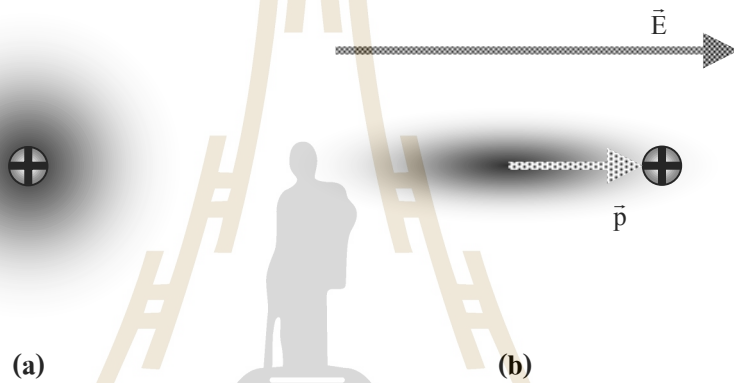
ในธรรมชาติ ระยะ r ของจุด P (จุดที่เราสนใจค่าศักย์ไฟฟ้า) เมื่อเทียบกับระยะ d ของขั้วคู่ไฟฟ้าแล้วมีค่ามากกว่า d มาก ($r \gg d$) ซึ่งทำให้เราสามารถทำการประมาณต่อไปนี้ได้

$$r_2 - r_1 \approx d \cos \theta \quad \text{และ} \quad r_1 r_2 \approx r^2$$

ดังนั้นสมการ 2.15 กลายเป็น

$$V_p \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos \theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2} \quad (2.16)$$

จาก 2.16 นี้จะเห็นได้ว่า V_p เป็นศูนย์บนระนาบที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งแกน z ($\theta = 90^\circ$) ซึ่งหมายความว่าสนามของขั้วคู่ไฟฟ้าจะไม่ทำงานต่อประจุทดสอบที่เคลื่อนที่ไปบนระนาบนี้ นอกจากนี้จะเห็นได้ว่า ที่ระยะ r เดียวกัน ศักย์ไฟฟ้ามีค่าบวกสูงสุดเมื่อ $\theta = 0^\circ$ และค่าลบสูงสุดเมื่อ $\theta = 180^\circ$ และขึ้นกับผลคูณของ q กับ d ไม่ใช่ q หรือ d ปริมาณใดปริมาณหนึ่งเท่านั้น



รูปที่ 2.8 อะตอมซึ่งประกอบด้วยนิวเคลียสซึ่งมีประจุเป็นบวกอยู่ตรงกลางและอิเล็กตรอน จำนวนที่มีขนาดประจุเท่ากับขนาดประจุของนิวเคลียส (a) เมื่อไม่มีสนามไฟฟ้า (b) เมื่อมีสนามไฟฟ้า อิเล็กตรอนเหล่านี้จะกระจายอยู่รอบๆ นิวเคลียส เมื่อไม่มีสนามไฟฟ้า จุดศูนย์กลางของประจุบวกกับลบอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน อะตอมจึงไม่มีค่าโมเมนต์ขั้วคู่ จุดศูนย์กลางของประจุบวกกับลบแยกออกจากกันและทำให้อะตอมมีค่าโมเมนต์ขั้วคู่

โมเลกุลบางอย่าง เช่น น้ำมีค่าโมเมนต์ขั้วคู่ เนื่องจากจุดศูนย์กลางของประจุบวกกับประจุลบของมันอยู่คนละตำแหน่งกัน แต่อะตอมหรือโมเลกุลบางชนิดไม่มีค่าโมเมนต์ขั้วคู่ในยามปกติ อย่างไรก็ตาม เราสามารถทำให้อะตอมหรือโมเลกุลเหล่านี้มีโมเมนต์ขั้วคู่ขึ้นมาได้โดยการใส่สนามไฟฟ้าเข้าไป สนามไฟฟ้าจะแยกประจุบวกและประจุลบออกและทำให้อะตอมหรือโมเลกุลนั้นอยู่ในสภาพที่เรียกว่ามีขั้ว (polarized) ดังแสดงในรูปที่ 2.8

3.4 ประจุที่กระจายตัวอย่างต่อเนื่อง

หลักการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุที่กระจายตัวอย่างต่อเนื่องก็เป็นหลักการเดียวกับการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าของมัน เพียงแต่มีความง่ายกว่า เนื่องจากศักย์ไฟฟ้าเป็นปริมาณสเกลาร์ เราจึงไม่ต้องคำนึงถึงทิศทางแต่อย่างใด เราจะแบ่งประจุออกเป็นส่วนเล็กๆ dq โดยที่

$$dq = \lambda dl, dq = \sigma dA \quad \text{หรือ} \quad dq = \rho dv$$

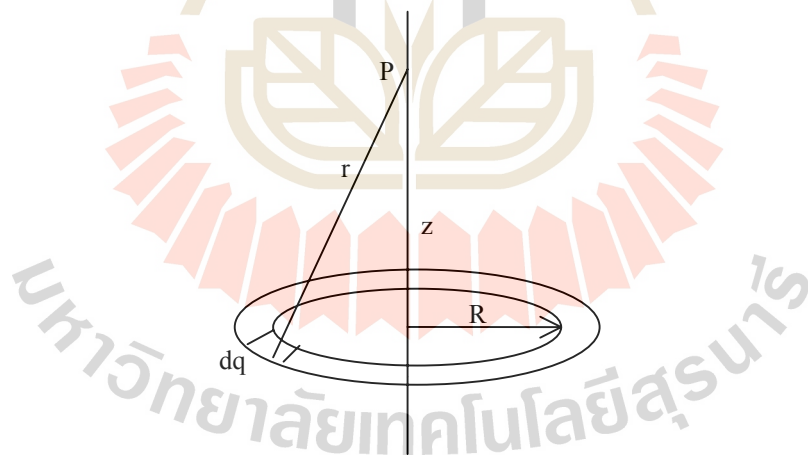
ขึ้นกับลักษณะของระบบ (ในที่นี้เราใช้ v แทนปริมาตรเนื่องจากได้ใช้ V แทนศักย์ไฟฟ้าในหน่วยนี้) เราหาค่าศักย์ไฟฟ้า dV เนื่องจากประจุส่วนเล็กๆ นี้ได้โดยคิดว่ามันประจุติดตัวเหมือนเป็นประจุด นั่นคือ

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r}$$

ซึ่งเราได้จะค่าศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุทั้งหมดเท่ากับ

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \tag{2.17}$$

ในที่นี้เราจะยกเฉพาะตัวอย่างการคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าของประจุที่กระจายตัวเป็นรูปวงแหวนบางเท่านั้น



รูปที่ 2.9 ประจูปวงแหวนที่มีความหนาแน่นประจุดังตัว

ให้ระนาบประจูปวงแหวนซึ่งมีความหนาแน่นเชิงเส้นคงตัว มีรัศมี R และมีความหนาแน่นเป็นศูนย์ เป็นระนาบ xy โดยที่แกน z ตั้งฉากกับระนาบและผ่านจุดศูนย์กลางของวงแหวน เราจะแสดงวิธีคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าของจุด P ซึ่งอยู่บนแกน z (ดูรูปที่ 2.9)

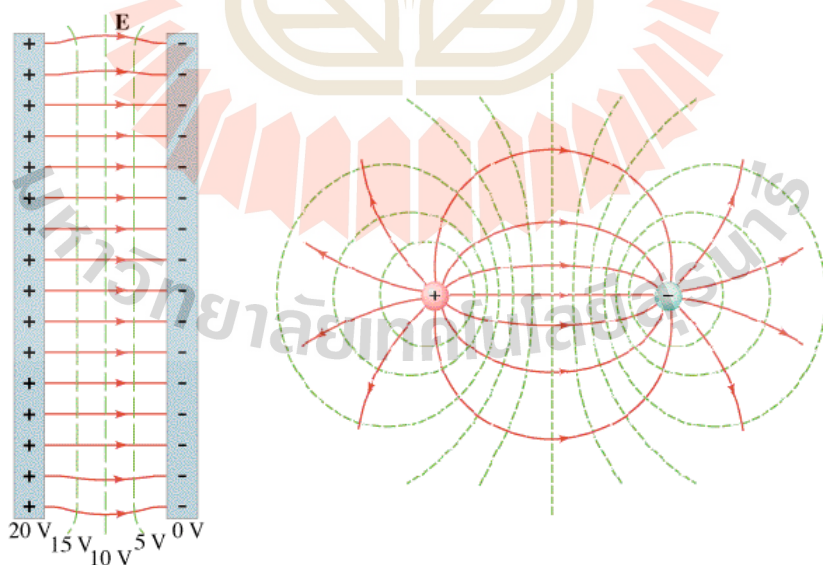
จาก 2.17 เราจะได้

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{\sqrt{R^2 + z^2}} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{\sqrt{R^2 + z^2}} \int dl \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda(2\pi R)}{\sqrt{R^2 + z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{R^2 + z^2}}
 \end{aligned}$$

4. การคำนวณค่าสนามไฟฟ้าจากศักย์ไฟฟ้า

ถ้าเราทราบค่าสนามไฟฟ้าเราสามารถคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าได้ ดังที่ได้แสดงให้เห็นแล้วในหัวเรื่องที่แล้ว ในตอนนี้เราจะแสดงในทางกลับกันว่า หากเราทราบว่า ศักย์ไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงอย่างไร ในบริเวณหนึ่งๆ เราสามารถหาค่าของสนามไฟฟ้าในบริเวณนั้นได้ แต่ก่อนที่เราจะเรียนรู้ว่า หาค่าสนามไฟฟ้าจากศักย์ไฟฟ้าอย่างไร เราจะทำความรู้จักกับผิวสมศักย์ (equipotential surfaces) เสียก่อน

เส้นแรงไฟฟ้าช่วยให้เราเข้าใจและเห็นภาพสนามไฟฟ้าเนื่องจากระบบประจุต่างๆ ได้ง่าย ในกรณีของศักย์ไฟฟ้าเราก็มีสิ่งที่คล้ายคลึงกันเรียกว่า ผิวสมศักย์ ผิวนี้เป็นผิวที่ศักย์ไฟฟ้ามีค่าเท่ากัน นั่นคือเมื่อประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ไปบนเป็นผิวนี้ งานที่สนามไฟฟ้ากระทำบนประจุจะมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งก็หมายความว่าผิวสมศักย์ต้องตั้งฉากกับเส้นแรงไฟฟ้าเสมอ (สนามไฟฟ้ามีทิศขนานกับเส้นสัมผัสของเส้นแรงไฟฟ้า) รูปที่ 2.10 แสดงเส้นแรงไฟฟ้าและผิวสมศักย์ของแผ่นประจุคู่ขนานกับของขั้วคู่ไฟฟ้า



รูปที่ 2.10 ภาคตัดของผิวสมศักย์ (เส้นประ) กับเส้นแรงไฟฟ้า (เส้นลูกศรทึบ) ของแผ่นประจุคู่ขนาน (ซ้าย) กับขั้วคู่ไฟฟ้า (ขวา)

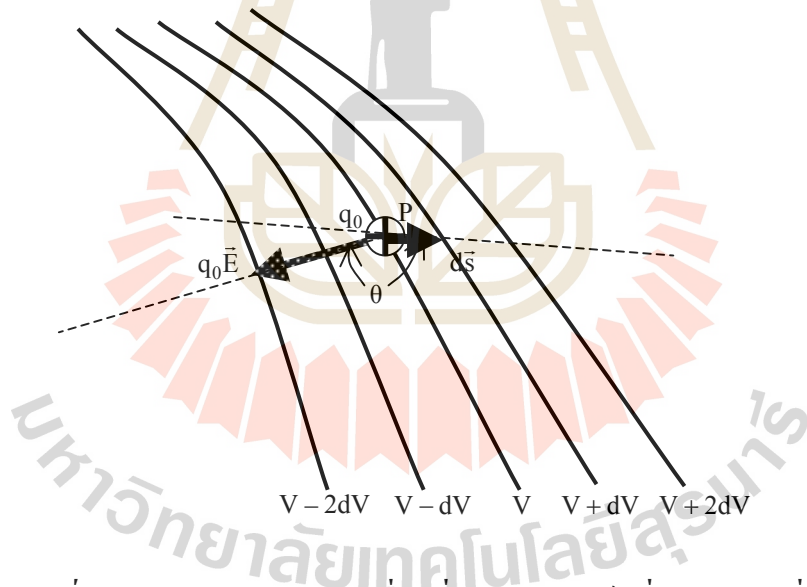
พิจารณารูปที่ 2.11 ประจุทดสอบ q_0 เคลื่อนที่จากจุด P เป็นระยะกระจัด $d\vec{s}$ จากผิวสมศักย์ V ไปยังจุดที่อยู่บนผิวสมศักย์ $V + dV$ งานที่กระทำโดยสนามไฟฟ้าบนประจุทดสอบมีค่าเป็น $-q_0 dV$ (เครื่องหมายลบแสดงว่า เราให้งานที่ทำจากจุดที่มีศักย์ต่ำกว่าไปยังจุดที่มีศักย์สูงกว่ามีค่าติดลบ) ซึ่งเท่ากับ $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 E ds \cos \theta$ ดังนั้น $-q_0 dV = q_0 E ds \cos \theta$ หรือ

$$E \cos \theta = -\frac{dV}{ds}$$

$E \cos \theta$ เป็นส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าในทิศของ $d\vec{s}$ นั่นคือ

$$E_s = -\frac{dV}{ds} \tag{2.18}$$

ส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าในทิศทางใดๆ เท่ากับค่าลบของค่าศักย์ที่เปลี่ยนแปลงไปเทียบกับระยะทางในทิศนั้นๆ เครื่องหมายลบแสดงให้เห็นว่าสนามไฟฟ้าชี้ไปในทิศที่ค่าศักย์ไฟฟ้าลดลง สมการ 2.18 นี้ให้หน่วยของสนามไฟฟ้าเป็น โวลต์ต่อเมตร (V/m)



รูปที่ 2.11 ประจุทดสอบ q_0 เคลื่อนที่จากผิวสมศักย์หนึ่งไปอีกผิวหนึ่ง

ค่าของ $\frac{dV}{ds}$ เปลี่ยนแปลงตามทิศทาง แต่จะมีอยู่ทิศทางหนึ่งที่มีมันจะมีค่าสูงสุด ค่าสูงสุดนี้เรียกว่า เกรเดียนท์ศักย์ไฟฟ้าในจุดนั้น ซึ่งทิศทางของ $d\vec{s}$ ที่ให้ค่าเกรเดียนท์ศักย์ไฟฟ้า อันที่จริงก็คือ ทิศทางที่ตั้งฉากกับผิวสมศักย์เสมอ ซึ่งก็คือทิศของ \vec{E} นั่นเอง

ใน 3 มิติเราจะบอกค่าของเวกเตอร์ได้สมบูรณ์นั้น เราต้องทราบส่วนประกอบใน 3 แนวที่ไม่ขึ้น
 แก่กัน ซึ่งปกติเราจะใช้แนว x, y, z ดังนั้นเราจึงมักคำนวณหาส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าใน 3
 แนวนี้ นั่นคือ $\vec{E} = -\nabla V$ หรือ

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (2.19)$$

ตัวอย่างที่ 2.7 จงคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าของขั้วคู่ไฟฟ้าตามรูปที่ 2.7 โดยหาจากศักย์ไฟฟ้าใน
 สมการ 2.16

วิธีทำ จากรูปที่ 2.7 เราสามารถเขียนระยะและมุมต่างๆ ในเทอมของ x กับ z ได้ดังนี้

$$r = \sqrt{x^2 + z^2} \quad \text{และ} \quad \cos \theta = \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}}$$

ดังนั้นจากสมการ 2.16 เราสามารถเขียนค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดๆ บนระนาบ xz ได้ใหม่ว่า

$$V(x,z) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

จาก 2.19 เราจะได้ว่า $E_y = 0$ เพราะศักย์ไฟฟ้าไม่ขึ้นกับ y

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{x^2 - 2z^2}{(x^2 + z^2)^{5/2}} \right)$$

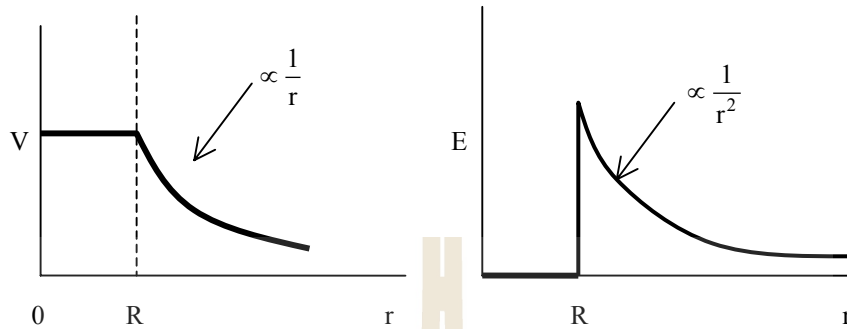
(ถ้าเราให้ $z = 0$ เราจะได้สมการ 1.16 ของในหน่วยที่แล้ว) และ

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{3p}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{xz}{(x^2 + z^2)^{5/2}} \right]$$

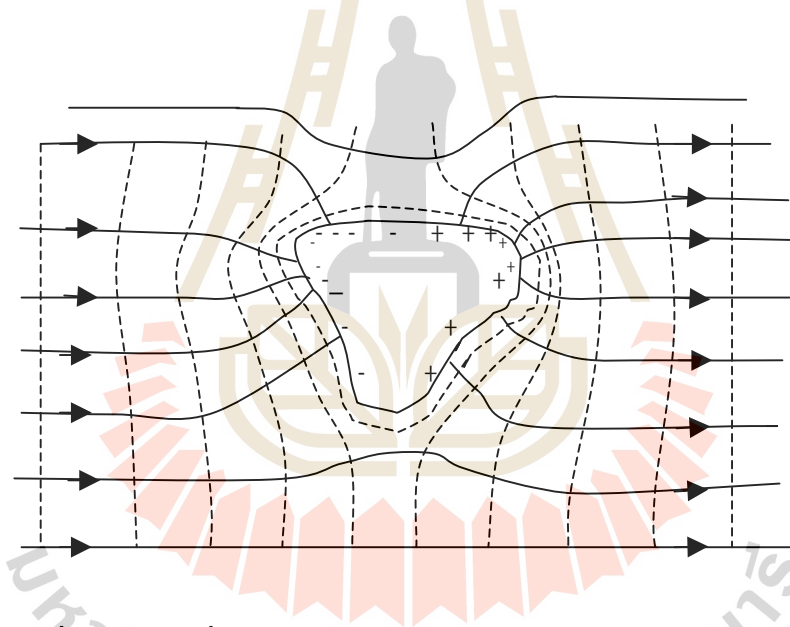
ตัวนำโดดเดี่ยว

จากกฎของเกาส์เราทราบว่าประจุส่วนเกินในตัวนำจะกระจายตัวอยู่เฉพาะบนผิวเท่านั้น เราสามารถ
 กล่าวถึงสมบัติของตัวนำข้อนี้ได้โดยใช้ภาษาของศักย์ไฟฟ้า กล่าวคือ ประจุส่วนเกินจะกระจายตัว
 มันเองเพื่อให้ทุกจุดในตัวนำมีค่าศักย์ไฟฟ้าเดียวกัน (เพราะถ้ามีความต่างศักย์ จะมีกระแสไหล)
 ซึ่งเป็นจริงทั้งกรณีของตัวนำกลวงและตัน ผิวของตัวนำจึงเป็นผิวสมศักย์และสนามไฟฟ้าที่พุ่งออกหรือ

เข้าสู่ผิวจะมีทิศตั้งฉากกับผิวเสมอ รูปที่ 2.12 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและ ศักย์ไฟฟ้ากับระยะจากจุดศูนย์กลางของตัวนำทรงกลม



รูปที่ 2.12 กราฟของขนาดของสนามไฟฟ้า E และศักย์ไฟฟ้า V ของตัวนำทรงกลมรัศมี R ที่มีประจุส่วนเกินอยู่



รูปที่ 2.13 ตัวนำที่เป็นกลางในสนามไฟฟ้า เส้นทึบแสดงเส้นแรงไฟฟ้า ของระบบ และเส้นประแสดงภาคตัดของผิวสมศักย์

เมื่อตัวนำอยู่ในสนามไฟฟ้าและอยู่ในสมดุล (ไม่มีกระแสไหล) ทุกจุดในตัวนำยังคงต้องมีศักย์ไฟฟ้าเท่ากันอยู่ ดังนั้นเมื่ออยู่ในสนามไฟฟ้าประจุในตัวนำโดยเฉพาะอย่างยิ่งอิเล็กตรอนซึ่งสามารถเคลื่อนที่ได้ดีในตัวนำ จะเคลื่อนตัวและจัดเรียงตัวจนทำให้ความต่างศักย์ในตัวนำเป็นศูนย์ที่ทุกจุด รูปที่ 2.13 แสดงตัวอย่างของตัวนำไฟฟ้าที่เป็นกลางในสนามไฟฟ้า

สรุป

พลังงานศักย์ไฟฟ้ามีนิยามคือ

$$U_a - U_b = -q \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

ศักย์ไฟฟ้าคือพลังงานศักย์ไฟฟ้าต่อหน่วยประจุ $V = \frac{U}{q_0}$

ความสัมพันธ์ระหว่างศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าเป็นดังนี้

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

ผิวสมศักย์คือผิวที่มีค่าศักย์ไฟฟ้าคงตัว ดังนั้นสนามไฟฟ้าบนผิวสมศักย์จะตั้งฉากกับผิวสมศักย์เสมอ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



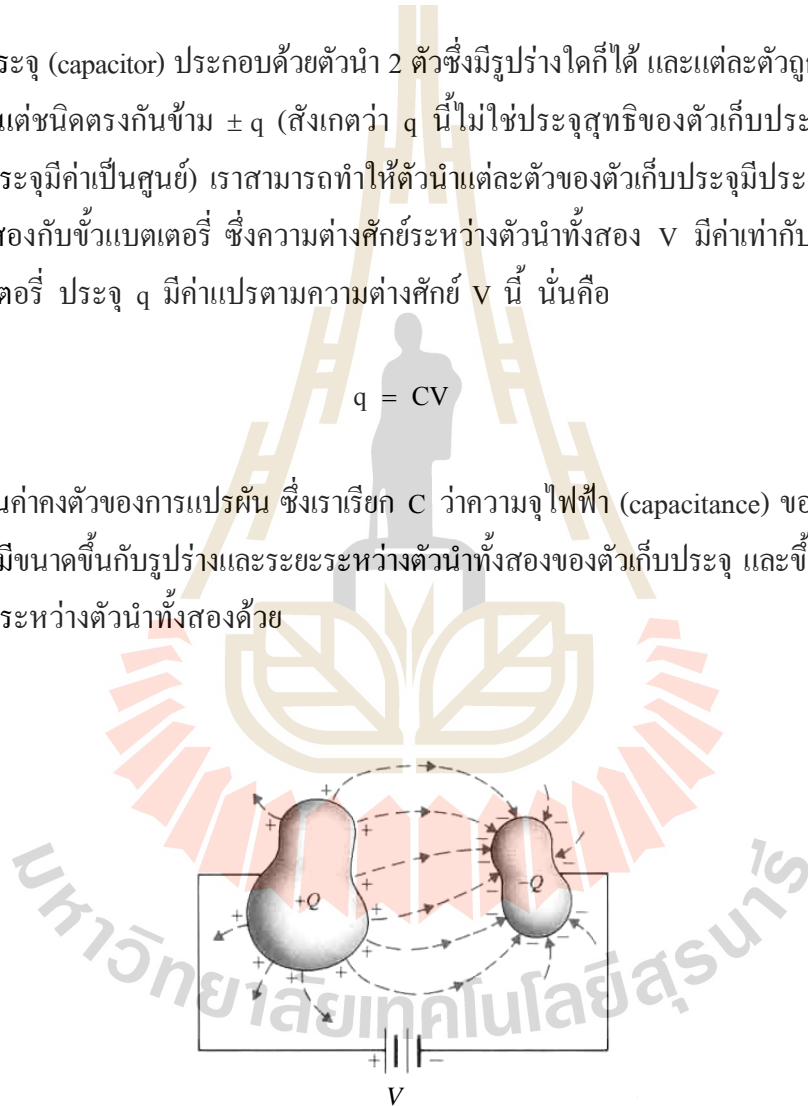
ตอนที่ 2.2

ความจุไฟฟ้า

ตัวเก็บประจุ (capacitor) ประกอบด้วยตัวนำ 2 ตัวซึ่งมีรูปร่างใดก็ได้ และแต่ละตัวถูกทำให้มีประจุขนาดเท่ากันแต่ชนิดตรงกันข้าม $\pm q$ (สังเกตว่า q นี้ไม่ใช่ประจุสุทธิของตัวเก็บประจุ ประจุสุทธิของตัวเก็บประจุมีค่าเป็นศูนย์) เราสามารถทำให้ตัวนำแต่ละตัวของตัวเก็บประจุมีประจุได้ โดยการต่อตัวนำทั้งสองกับขั้วแบตเตอรี่ ซึ่งความต่างศักย์ระหว่างตัวนำทั้งสอง V มีค่าเท่ากับความต่างศักย์ของขั้วแบตเตอรี่ ประจุ q มีค่าแปรตามความต่างศักย์ V นี้ นั่นคือ

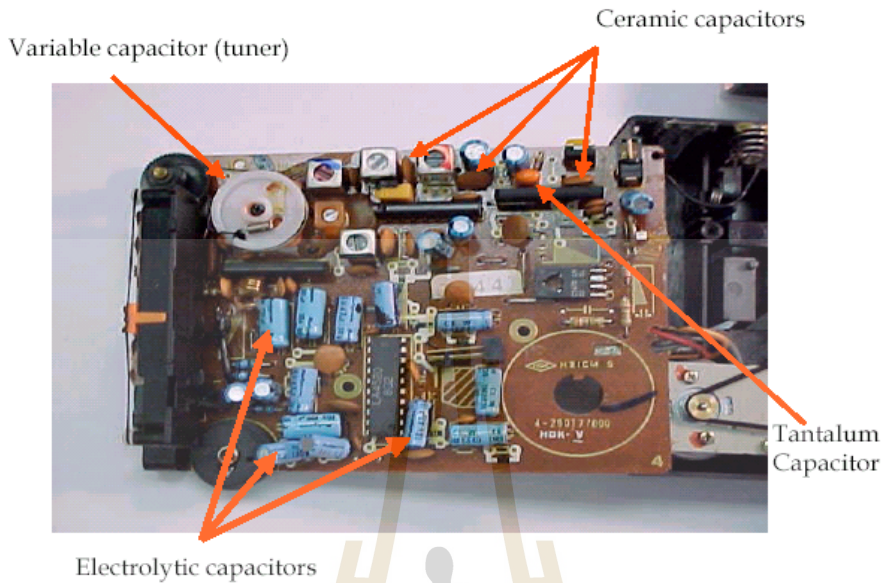
$$q = CV \tag{2.20}$$

โดยที่ C เป็นค่าคงตัวของการแปรผัน ซึ่งเราเรียก C ว่าความจุไฟฟ้า (capacitance) ของตัวเก็บประจุ ความจุไฟฟ้ามีขนาดขึ้นกับรูปร่างและระยะระหว่างตัวนำทั้งสองของตัวเก็บประจุ และขึ้นกับวัสดุหรือตัวกลางที่อยู่ระหว่างตัวนำทั้งสองด้วย



รูปที่ 2.14 ระบบตัวเก็บประจุ ตัวเก็บประจุประกอบด้วยตัวนำ 2 ตัวที่ถูกทำให้มีประจุขนาดเท่ากัน แต่ชนิดตรงกันข้ามโดยแบตเตอรี่ ซึ่งมีความต่างศักย์ V

หน่วยในระบบ SI ของความจุตามสมการ 2.20 คือ คูอมบ์ต่อโวลต์ (C/V) ซึ่งเรียกว่า ฟารัด (F) ตามชื่อของไมเคิล ฟาราเดย์ โดยที่ $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$



รูปที่ 2.15 ภายในของ Walkman ยี่ห้อ Sanyo รุ่นปี 1980 ลูกศรชี้ตัวเก็บประจุแบบต่างๆ

1. ความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุ

ในหัวเรื่องนี้เราจะเรียนรู้วิธีการคำนวณหาค่าความจุของตัวเก็บประจุที่มีรูปร่างต่างๆ ตามปกติเราจะใช้ขั้นตอนต่อไปนี้เป็นหลัก

- (1) เราจะสมมติว่ามีประจุ $\pm q$ อยู่บนตัวนำแต่ละตัว
- (2) คำนวณค่าสนามไฟฟ้า \vec{E} ในบริเวณระหว่างตัวนำทั้งสองตัวโดยใช้กฎของเกาส์
- (3) คำนวณความต่างศักย์ V จากสนามไฟฟ้า \vec{E}
- (4) หาค่าความจุ C จากสมการ 2.20 $C = q/V$

ค่าของสนามไฟฟ้ามีความสัมพันธ์กับประจุ q โดยกฎของเกาส์ดังนี้ $\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$ โดยที่ q คือประจุภายในผิวเกาส์เซียน (ซึ่งคลุมประจุทั้งหมดของตัวนำตัวใดตัวหนึ่ง โดยมากเราจะเลือกให้คลุมตัวนำที่มีประจุบวกอยู่) และอินทิเกรตเป็นการอินทิเกรตรอบผิวเกาส์เซียนนั้น ค่าของอินทิกรัลนี้จะเท่ากับผลบวกของอินทิกรัลบนผิวย่อยๆ ที่ประกอบกันเป็นผิวเกาส์เซียน และอินทิกรัลย่อยนี้จะไม่เป็นศูนย์เมื่อผิวนั้นมีสนามไฟฟ้าผ่านและสนามต้องไม่มีทิศตั้งฉากกับผิว เรามักเลือกผิวเกาส์เซียนที่มีค่าสนามไฟฟ้า \vec{E} คงตัวและมีทิศขนานกับ $d\vec{A}$ ของผิวย่อยๆที่ไม่ให้ค่าอินทิกรัลเป็นศูนย์ ซึ่งจะทำได้ว่า

$$\epsilon_0 EA = q \tag{2.21}$$

โดยที่ A คือพื้นที่ของผิวข่อยนั้น
ความต่างศักย์สัมพันธ์กับสนาม E โดยสมการ

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{2.22}$$

อินทิกรัล \int_i^f คิดตามเส้นทางใดก็ได้ ซึ่งเริ่มต้นจากตัวนำตัวหนึ่งของตัวเก็บประจุไปยังอีกตัวหนึ่งตามปกติแล้ว เรามักเลือกเส้นทางที่ขนานกับเส้นแรงจากตัวนำที่มีประจุบวกไปยังตัวนำที่มีประจุลบเพื่อความสะดวกในการคำนวณ อันที่จริงแล้ว ถ้าเราเลือกเส้นทางนี้สนาม E จะชี้ไปในทิศเดียวกับ d \vec{s} ตลอดเวลา ซึ่งหมายความว่า ค่าของ $V_f - V_i$ ในสมการ 2.22 จะมีค่าเป็นลบ แต่เนื่องจากเราต้องการทราบค่า V ซึ่งเป็นค่าสัมบูรณ์ของความต่างศักย์ระหว่างตัวนำทั้งสอง ดังนั้นเราจะให้ $V_f - V_i = -V$ และได้ว่า

$$V = \int_+^- E ds \tag{2.23}$$

เครื่องหมาย + และ - หมายถึงจุดเริ่มต้นซึ่งอยู่ที่ตัวนำที่มีประจุเป็นบวก และจุดสุดท้ายซึ่งอยู่ที่ตัวนำที่มีประจุเป็นลบ

สนามไฟฟ้าระหว่างตัวนำ 2 ตัวของตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับผลรวมของสนามเนื่องจากตัวนำทั้งสอง หรือ $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$ โดยที่ \vec{E}_+ คือสนามเนื่องจากตัวนำที่มีประจุบวก และ \vec{E}_- คือสนามเนื่องจากตัวนำที่มีประจุลบ ตามกฎของเกาส์ E_+ และ E_- แปรตามประจุ q ดังนั้นจาก 2.23 ความต่างศักย์ V จะแปรตามประจุ q ด้วย และจะได้ว่าอัตราส่วน q/V เท่ากับค่าคงตัว ไม่ขึ้นกับประจุ ซึ่งเราได้นิยามค่าคงตัวนี้เป็นความจุ C

1.1 ตัวเก็บประจุแบบแผ่นคู่ขนาน

เราจะพิจารณากรณีที่ตัวนำ 2 ตัวมีรูปร่างเป็นแผ่นที่มีขนาดใหญ่ และวางขนานกันเป็นระยะห่างที่น้อยกว่าขนาดของแผ่นมาก จนเราไม่ต้องคำนึงถึงผลของสนามไฟฟ้าที่บริเวณขอบของแผ่นทั้งสอง สนามไฟฟ้าที่บริเวณกลางๆ ระหว่างแผ่นตัวนำ มีขนาดคงตัวและมีทิศชี้จากแผ่นบวกไปยังแผ่นลบ รูปที่ 2.16 แสดงภาคตัดขวางของตัวเก็บประจุแบบแผ่นคู่ขนาน

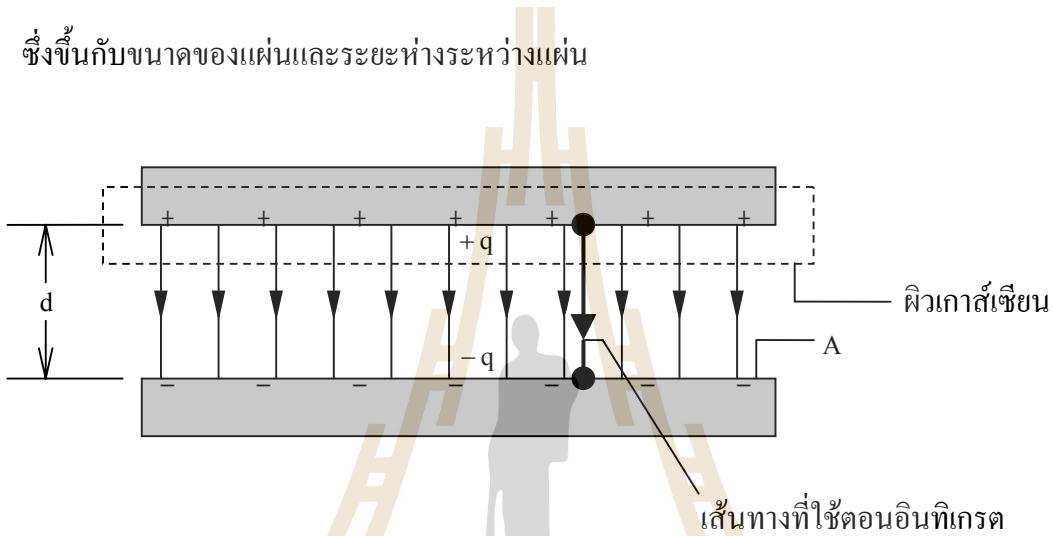
ตามรูปที่ 2.16 สร้างผิวเกาส์เขียนคลุมประจุ q หาสนามไฟฟ้าจากสมการ 2.21 ได้ $E = q/\epsilon_0 A$ โดยที่ A คือพื้นที่ของแผ่นตัวนำ จากสมการ 2.23 จะได้ความต่างศักย์ระหว่างแผ่นทั้งสองเป็น

$$V = \int_+^- E ds = \frac{q}{\epsilon_0 A} \int_0^d ds = \frac{qd}{\epsilon_0 A} \quad (2.24)$$

โดยที่ d คือระยะระหว่างแผ่นทั้งสอง เรานำ E ออกมานอกอินทิกรัลได้เพราะมันมีค่าคงตัว (เราไม่สนใจสนามไฟฟ้าที่ขอบของแผ่น เราจุประมาณว่ามันเท่ากับสนามที่บริเวณกลางแผ่น) จะเห็นว่า V เท่ากับค่าคงตัวคูณอยู่กับ q ดังนั้น ความจุของตัวเก็บประจุแบบแผ่นคู่ขนานมีค่า

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (2.25)$$

ซึ่งขึ้นกับขนาดของแผ่นและระยะห่างระหว่างแผ่น



รูปที่ 2.16 ภาคตัดขวางของตัวเก็บประจุแบบแผ่นคู่ขนานที่มีพื้นที่ A และวางห่างกัน d เส้นประแสดงภาคตัดขวางของผิวเกาส์เซียน และลูกศรแสดงเส้นแรง

สังเกตว่า สมการ 2.25 ให้นหน่วยของ ϵ_0 เป็นฟารัดต่อเมตร (F/m ซึ่งเท่ากับ $C^2/N \cdot m^2$) ดังนั้น

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m} = 8.85 \text{ pF/m}$$

ซึ่งหน่วยนี้สะดวกกว่าหน่วย $C^2/N \cdot m^2$ เมื่อเราคำนวณเกี่ยวกับตัวเก็บประจุ

1.2 ตัวเก็บประจุทรงกระบอก

รูปที่ 2.17 แสดงภาคตัดขวางของตัวเก็บประจูปรูปทรงกระบอกยาว L ซึ่งประกอบด้วยทรงกระบอกที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน 2 อัน โดยอันในเป็นทรงกระบอกตันมีรัศมี a และอันนอกเป็นเปลือกทรงกระบอกบางรัศมี b ถ้า $L \gg b$ เราไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงผลของสนามไฟฟ้าที่ปลายทั้งสองของทรงกระบอก

เราสร้างผิวเกาส์เซียนรูปทรงกระบอกยาว L รัศมี r โดย $a < r < b$ จากสมการ 2.21 เราจะได้ว่า

$$q = \epsilon_0 EA = \epsilon_0 E (2\pi r L)$$

ซึ่ง $2\pi r L$ คือพื้นที่ด้านข้างของผิวเกาส์เซียนทรงกระบอก (ซึ่งเป็นผิวเดียวที่ค่าฟลักซ์บนผิวไม่เป็นศูนย์) ดังนั้นขนาดของสนามไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L r}$$

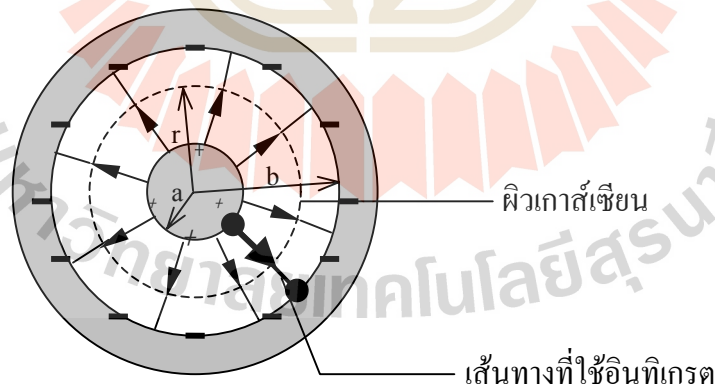
แทนค่าสนามนี้ใน 2.23 จะได้

$$V = \int_+^- E ds = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

และจาก $C = q/V$ ค่าความจุของตัวเก็บประจุทรงกระบอกมีค่าเท่ากับ

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \tag{2.26}$$

ซึ่งก็เช่นเดียวกับตัวเก็บประจุแบบแผ่นคู่ขนาน ความจุของตัวเก็บประจุทรงกระบอกขึ้นกับรูปร่างและขนาดของตัวเก็บประจุ



รูปที่ 2.17 ภาคตัดขวางของตัวเก็บประจุทรงกระบอกรัศมีใน a รัศมีนอก b
เส้นประเป็นภาคตัดขวางของผิวเกาส์เซียนรูปทรงกระบอก

1.3 ตัวเก็บประจุทรงกลม

รูปที่ 2.17 สามารถแทนภาคตัดขวางของตัวเก็บประจุที่ประกอบด้วยตัวนำทรงกลม 2 อัน ซึ่งมีจุดศูนย์กลางร่วมกันได้ โดยตัวใน เป็นทรงกลมตันรัศมี a และตัวนอกเป็นเปลือกทรงกลมบางรัศมี b จากสมการ 2.21

$$q = \epsilon_0 EA = \epsilon_0 E (4\pi r^2)$$

โดยที่ $4\pi r^2$ คือพื้นที่ผิวของทรงกลมเกาส์เซียนรัศมี r โดย $a < r < b$ ดังนั้น สนามไฟฟ้ามีขนาดเท่ากับ

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

แทนค่าลงในสมการ 2.23 จะได้

$$V = \int_+^- E ds = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{b-a}{ab} \right)$$

ดังนั้น ความจุของตัวเก็บประจุทรงกลมมีค่าเป็น

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} \tag{2.27}$$

1.4 ทรงกลมที่อยู่โดดเดี่ยว

ตัวนำทรงกลมโดดเดี่ยวรัศมี R สามารถประพฤติตัวเป็นตัวเก็บประจุได้เหมือนกับตัวเก็บประจุทรงกลม โดยเราคิดว่า ตัวนำเปลือกทรงกลมบางตัวนอกมีรัศมีเป็นอนันต์ นั่นคือ $b \rightarrow \infty$ ในสมการ 2.27 และ $a = R$ ดังนั้นความจุของตัวนำทรงกลมมีค่าเป็น

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \tag{2.28}$$

ตัวอย่างที่ 2.8 ตัวเก็บประจุแบบแผ่นคู่ขนานอันหนึ่งมีระยะห่างระหว่างกัน $d = 1.0 \text{ mm}$ จงหาว่าแผ่นตัวนำต้องมีพื้นที่เท่าใดเพื่อที่จะให้ตัวเก็บประจุมีความจุ 1.0 F

วิธีทำ จากสมการ 2.25 เราจะได้ว่า

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{(1.0 \text{ F})(1.0 \times 10^{-3} \text{ m})}{8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}} = 1.1 \times 10^8 \text{ m}^2$$

ซึ่งเป็นพื้นที่ที่มีขนาดใหญ่มาก หมายความว่าขนาดความจุ 1.0 F เป็นค่ามหาศาล เทคโนโลยีสมัยใหม่ช่วยให้การสร้างตัวเก็บประจุขนาด 1.0 F ที่มีขนาดโดยย่อมาได้ ตัวเก็บประจุขนาดใหญ่เหล่านี้ใช้เป็นแหล่งกำเนิดไฟฟ้าสำรองสำหรับคอมพิวเตอร์ มันช่วยรักษาหน่วยความจำคอมพิวเตอร์ให้อยู่ได้เป็นเวลาถึง 30 วันหากเครื่องคอมพิวเตอร์ต้องสูญเสียพลังงานไฟฟ้า

ตัวอย่างที่ 2.9 ระยะระหว่างตัวนำของตัวเก็บประจุที่เป็นสายเคเบิลร่วมแกนที่เรียกว่า coaxial cable ซึ่งใช้สำหรับส่งสัญญาณโทรทัศน์ มีรัศมีด้านใน $a = 0.15 \text{ mm}$ และรัศมีด้านนอก $b = 2.1 \text{ mm}$ จงหาความจุต่อหน่วยความยาวของเคเบิลเส้นนี้

วิธีทำ จากสมการ 2.26 ได้ว่า

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)} = \frac{(2\pi)(8.85 \text{ pF/m})}{\ln(2.1 \text{ mm}/0.15 \text{ mm})} = 21 \text{ pF}$$

ตัวอย่างที่ 2.10 โลกของเรามีความจุไฟฟ้าเท่าใด (เมื่อพิจารณาว่าโลกเป็นตัวนำทรงกลมที่มีรัศมี 6,370 km)

วิธีทำ จากสมการ 2.28 ได้ว่า

$$C = 4\pi\epsilon_0 R = (4\pi)(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(6.37 \times 10^6 \text{ m})$$
$$7.1 \times 10^{-4} \text{ F} = 710 \text{ }\mu\text{F}$$

2. ความจุไฟฟ้าของระบบตัวเก็บประจุ

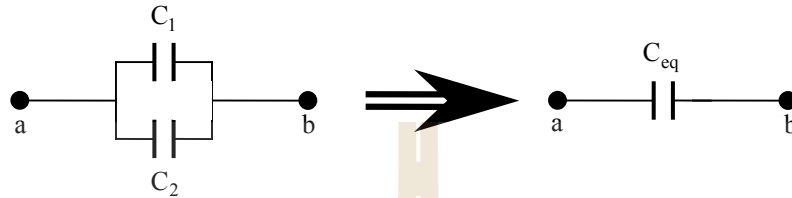
สัญลักษณ์ของตัวจุในวงจรไฟฟ้าคือ  เมื่อวงจรไฟฟ้ามีตัวเก็บประจุต่อกันมากกว่า 1 ตัว เรามักต้องการทราบค่าความจุไฟฟ้าสมมูลของตัวจุทั้งหมดนี้

2.1 ตัวเก็บประจุที่ต่อกันแบบขนาน

รูปที่ 2.18 แสดงตัวเก็บประจุ 2 ตัวที่ต่อกันแบบขนาน (parallel) การต่อกันแบบขนานมีสมบัติดังต่อไปนี้

- (1) เมื่อต้องการเดินทางจาก a ไป b เรามีเส้นทางให้เลือกเดินมากกว่า 1 เส้นทางซึ่งขนานกัน และแต่ละเส้นทาง เราจะต้องเดินผ่านตัวเก็บประจุเพียงตัวเดียว

- (2) เมื่อนำแบตเตอรี่ความต่างศักย์ V มาต่อคร่อมตัวเก็บประจุที่ต่อขนานกัน ความต่างศักย์ V เท่ากัน จะตกคร่อมตัวเก็บประจุแต่ละตัว
- (3) ประจุรวมที่แบตเตอรี่ให้แก่ตัวเก็บประจุที่ต่อขนานกัน จะถูกแบ่งให้กับตัวเก็บประจุแต่ละตัว (มากหรือน้อยขึ้นกับความจุของตัวเก็บประจุนั้นๆ)



รูปที่ 2.18 ตัวเก็บประจุ 2 ตัวต่อกันแบบขนาน เราสามารถคิดว่าตัวเก็บประจุ 2 ตัวนี้เป็นเหมือนตัวเก็บประจุเพียงตัวเดียวที่มีค่าความจุเท่ากับตัวเก็บประจุทั้งสองรวมกันแบบขนาน

เราใช้สมบัติเหล่านี้มาคำนวณหาค่าความจุไฟฟ้าสมมูล C_{eq} ของระบบตัวเก็บประจุอย่างในรูปที่ 2.18 ได้ดังนี้ ตามสมบัติข้อที่ 2 จะได้ว่า ประจุแต่ละตัวมีค่าเป็น

$$q_1 = C_1V \quad \text{และ} \quad q_2 = C_2V \quad (2.29)$$

แบตเตอรี่ดึงประจุ q จากด้านหนึ่งของตัวเก็บประจุไปไว้ที่อีกด้านหนึ่งของมัน ซึ่งประจุนี้จะแบ่งให้ตัวเก็บประจุแต่ละตัวตามสมบัติข้อที่ 3 นั่นคือ

$$q = q_1 + q_2 \quad (2.30)$$

ถ้าระบบตัวเก็บประจุนี้ถูกแทนที่ด้วยตัวเก็บประจุเพียงตัวเดียวที่มีความจุเป็น C_{eq} (ต่อกับแบตเตอรี่ตัวเดียวกันนี้) และทำให้มีประจุเท่ากับ q อยู่บนตัวเก็บประจุนั้น นั่นคือ

$$q = C_{eq}V \quad (2.31)$$

จากสมการ 2.30 เราแทนค่าประจุแต่ละตัวจากสมการ 2.29 และสมการ 2.31 จะได้

$$C_{eq}V = C_1V + C_2V$$

หรือ
$$C_{eq} = C_1 + C_2 \quad (2.32)$$

ถ้าเรามีตัวเก็บประจุมากกว่า 2 ตัวที่ต่อขนานกัน เราสามารถทำได้วิธีเดียวกันนี้ และจะได้ว่า สำหรับตัวเก็บประจุ N ตัวที่ต่อขนานกัน ความจุไฟฟ้าสมมูลของตัวเก็บประจุชุดนี้มีค่าเท่ากับ

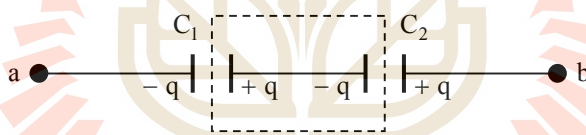
$$C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i \quad (2.33)$$

นั่นคือ ความจุไฟฟ้าสมมูลของตัวเก็บประจุที่ต่อกันแบบขนานมีค่าเท่ากับค่าความจุของตัวเก็บประจุแต่ละตัวบวกกัน สังเกตว่า ความจุไฟฟ้าสมมูลของตัวเก็บประจุที่ต่อกันแบบขนานมีค่ามากกว่าค่าความจุที่มากที่สุดของตัวเก็บประจุในชุดนั้นๆ ดังนั้นการนำเอาตัวเก็บประจุมาต่อขนานกันจะทำให้เราเก็บประจุได้มากขึ้น

2.2 ตัวเก็บประจุที่ต่อกันแบบอนุกรม

รูปที่ 2.19 แสดงตัวเก็บประจุ 2 ตัวที่ต่อแบบอนุกรมกัน ระบบตัวเก็บประจุที่ต่อกันอย่างอนุกรมนี้มีสมบัติต่อไปนี้

- (1) เมื่อเราต้องการเดินทางจาก a ไป b เราจะผ่านตัวเก็บประจุทุกตัว
- (2) เมื่อนำแบตเตอรี่ความต่างศักย์ V มาต่อกับชุดตัวเก็บประจุที่ต่อกันแบบอนุกรม ความต่างศักย์ที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุแต่ละตัวเมื่อรวมกันแล้ว จะมีค่าเท่ากับ V
- (3) ประจุ q จะอยู่บนตัวเก็บประจุแต่ละตัวเท่ากันหมด



รูปที่ 2.19 ตัวเก็บประจุ 2 ตัวที่ต่ออนุกรมกัน

เราสามารถเข้าใจที่มาของสมบัติข้อสุดท้าย โดยพิจารณารูปที่ 2.19 ในบริเวณที่ปิดด้วยเส้นประ ถ้าแบตเตอรี่ให้ประจุ $-q$ แก่ด้านซ้ายของตัวเก็บประจุ C_1 ดังนั้นด้านขวาของ C_1 จะมีประจุ $+q$ อยู่ จะเห็นได้ว่าตัวนำรูปตัว H ที่อยู่ในกรอบเส้นประอยู่อย่างโดดเดี่ยวไม่ติดกับส่วนอื่นๆ ของวงจร ในตอนต้นก่อนที่ชุดตัวเก็บประจุต่อกับแบตเตอรี่ตัวนำส่วนนี้เป็นกลางและเมื่อต่อชุดตัวเก็บประจุนี้เข้ากับแบตเตอรี่ ประจุก็ไม่ได้ถูกถ่ายเทแต่อย่างใด ดังนั้น ถ้ามีประจุ $+q$ อยู่ที่ด้านขวาของ C_1 จะต้องมีประจุ $-q$ ที่ด้านซ้ายของตัวเก็บประจุ C_2 และถ้ามีตัวเก็บประจุมากกว่า 2 ตัว เราก็สามารถใช้คำอธิบายนี้และได้ข้อสรุปว่า ตัวเก็บประจุทุกตัวที่ต่อกับแบบอนุกรม จะมีประจุอยู่เป็นจำนวนเท่ากันหมด

สำหรับตัวเก็บประจุแต่ละตัว เราได้ว่า

$$V_1 = \frac{q}{C_1} \quad \text{และ} \quad V_2 = \frac{q}{C_2} \tag{2.34}$$

จากสมบัติที่ว่า ตัวเก็บประจุ 2 ตัวมีประจุเท่ากัน แต่ความต่างศักย์ต่างกัน และสมบัติข้อที่ 2 เราได้ว่า

$$V = V_1 + V_2 \tag{2.35}$$

ความจุไฟฟ้าสมมูลของตัวเก็บประจุ 2 ตัวนี้ หาได้โดยการหาตัวเก็บประจุ 1 ตัว ซึ่งมีความจุ C_{eq} และเมื่อนำตัวเก็บประจุนี้มาต่อกับแบตเตอรี่ จะได้ประจุนตัวเก็บประจุเท่ากับ q และค่าความจุ C_{eq} ของตัวเก็บประจุนี้ ก็คือความจุไฟฟ้าสมมูลของตัวเก็บประจุ 2 ตัวที่ต่ออนุกรมกันนั่นเอง ดังนั้น

$$V = \frac{q}{C_{eq}} \tag{2.36}$$

จากสมการ 2.35 เราแทนค่าความต่างศักย์แต่ละตัวจากสมการ 2.34 และ 2.36 ซึ่งเราจะได้

$$\frac{q}{C_{eq}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}$$

หรือ

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \tag{2.37}$$

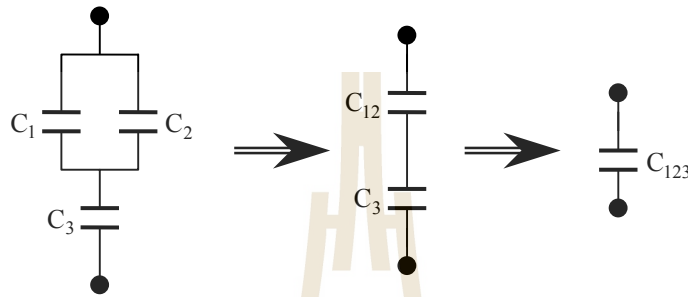
ในทำนองเดียวกับระบบตัวเก็บประจุที่ต่อกับแบบขนาน ถ้าเรามีตัวเก็บประจุ N ตัว ซึ่งต่อกันแบบอนุกรม เราสามารถขยายสมการ 2.37 ให้ใช้ได้กับตัวเก็บประจุทั้ง N ตัวนี้ คือ

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \tag{2.38}$$

ส่วนกลับของความจุไฟฟ้าสมมูลของตัวเก็บประจุที่ต่อกันแบบอนุกรมเท่ากับ ผลบวกของส่วนกลับของความจุของตัวเก็บประจุแต่ละตัว สังเกตว่าความจุไฟฟ้าสมมูลนี้มีค่าเล็กกว่าค่าความจุที่เล็กที่สุดของตัวเก็บประจุชุดนั้นๆ เสมอ

ตัวอย่างที่ 2.11

- (1) จงหาค่าความจุไฟฟ้าสมมูลของระบบตัวเก็บประจุในรูปที่ 2.20 โดยที่ $C_1 = 12.0 \mu\text{F}$, $C_2 = 5.3 \mu\text{F}$ และ $C_3 = 4.5 \mu\text{F}$
- (2) ถ้าให้ความต่างศักย์ตกคร่อมระบบตัวเก็บประจุนี้ $V = 12.5 \text{ V}$ จงหาว่ามีประจุบนตัวจุ C_1 เป็นปริมาณเท่าใด



รูปที่ 2.20 ระบบตัวเก็บประจุ 3 ตัวสำหรับตัวอย่างที่ 2.11

วิธีทำ

- (1) ตัวเก็บประจุ C_1 และ C_2 ต่อกันแบบขนาน ดังนั้นความจุไฟฟ้าสมมูลตามสมการ 2.32 เท่ากับ

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 12.0 \mu\text{F} + 5.3 \mu\text{F} = 17.3 \mu\text{F}$$

- C_{12} นี้ต่ออนุกรมกับ C_3 ดังนั้นความจุไฟฟ้าสมมูลของสองตัวนี้มีค่าตามสมการ 2.37

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{17.3 \mu\text{F}} + \frac{1}{4.5 \mu\text{F}} = 0.280 (\mu\text{F})^{-1}$$

หรือ
$$C_{123} = \frac{1}{0.280 (\mu\text{F})^{-1}} = 3.57 \mu\text{F}$$

- (2) ประจุบนตัวเก็บประจุ C_{123} มีค่าเท่ากับ

$$q_{123} = C_{123}V = (3.57 \mu\text{F})(12.5 \text{ V}) = 44.6 \mu\text{C}$$

ซึ่งเป็นค่าเดียวกับประจุบนตัวเก็บประจุ C_{12} และเราใช้ค่านี้หาความต่างศักย์คร่อมตัวจุ C_{12} นี้ได้เท่ากับ

$$V_{12} = \frac{q_{12}}{C_{12}} = \frac{44.6 \mu\text{C}}{17.3 \mu\text{F}} = 2.58 \text{ V}$$

ความต่างศักย์ขนาดเท่ากันนี้ ตกคร่อมตัวเก็บประจุ C_1 เช่นกัน ดังนั้น

$$q_1 = C_1 V_1 = (12 \mu\text{F})(2.58 \text{ V}) = 31 \mu\text{C}$$

2.3 พลังงานสะสมในสนามไฟฟ้า

ความสำคัญของตัวเก็บประจุคือ เป็นสิ่งที่เก็บพลังงานไฟฟ้าได้ เราได้แสดงให้เห็นแล้วว่า ระบบของประจุจุด มีค่าพลังงานศักย์ค่าหนึ่ง U ซึ่งเท่ากับงานที่สิ่งภายนอกกระทำให้ได้มาซึ่งระบบประจุจุดที่อยู่กันเช่นนั้น เช่น เมื่อแยกแผ่นประจุสองแผ่นขนาดประจุเท่ากันแต่เป็นชนิดตรงข้ามกันออกจากกัน จะมีงานที่สิ่งภายนอกต้องใส่เข้าไป และงานนี้สามารถได้คืนมาในรูปของพลังงานจลน์ เมื่อเราเอาสิ่งที่ตรงแผ่นประจุทั้งสองไว้ ออก ในทำนองเดียวกัน ตัวเก็บประจุก็มีพลังงานศักย์ U ซึ่งเท่ากับงาน W ที่กระทำโดยสิ่งภายนอก (เช่น แบตเตอรี่) เพื่อให้ตัวเก็บประจุมีประจุอยู่บนตัวนำแต่ละตัว พลังงานนี้จะคืนมาเมื่อเราให้ตัวเก็บประจุคายประจุ

สมมติว่า ที่เวลา t หนึ่งๆ ประจุ q' ได้เคลื่อนย้ายจากตัวนำตัวหนึ่งของตัวเก็บประจุไปยังอีกตัวหนึ่ง พลังงานศักย์ V' ระหว่างตัวนำทั้งสองที่ขณะนั้น มีค่าเป็น $V' = q'/C$ ถ้าประจุจำนวน dq' ถูกใส่ให้กับตัวเก็บประจุเพิ่มขึ้น พลังงานศักย์ของตัวเก็บประจุจะมีค่าเปลี่ยนไปเป็น dU ซึ่งเท่ากับ

$$dU = V'dq' = \frac{q'}{C}dq'$$

ถ้ากระบวนการเพิ่มประจุนี้เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องจนประจุ q ไปอยู่บนตัวนำตัวใดตัวหนึ่งของตัวเก็บประจุ เราจะได้ว่า พลังงานศักย์มีค่าเปลี่ยนไปทั้งหมด

$$U = \int dU = \int_0^q \frac{q'}{C}dq' \tag{2.39}$$

หรือ
$$U = \frac{q^2}{2C} \tag{2.40}$$

เราเขียนสมการ 2.40 ได้อีกรูปหนึ่งได้ โดยใช้ความสัมพันธ์ $q = CV$ นั่นคือ

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \tag{2.41}$$

เราสามารถพิจารณาว่า พลังงานนี้อยู่ในสนามไฟฟ้าระหว่างตัวนำของตัวเก็บประจุ ซึ่งเมื่อประจุหรือความต่างศักย์มีค่าเพิ่มขึ้น ขนาดของสนามไฟฟ้าก็มีค่าเพิ่มขึ้นเช่นกัน

สำหรับตัวเก็บประจุแบบแผ่นคู่ขนาน สนามไฟฟ้ามีค่าเดียวกันหมดไม่ว่าที่ตำแหน่งใดระหว่างแผ่นตัวนำ ดังนั้นความหนาแน่นพลังงาน u ซึ่งคือ พลังงานศักย์สะสมต่อหน่วยปริมาตร จะมีค่าเท่ากันหมดที่ทุกจุด ความหนาแน่นพลังงานนี้จึงเท่ากับ U หารด้วยปริมาตรของตัวเก็บประจุ Ad หรือ

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad}$$

แทนค่าความจุของตัวเก็บประจุแบบแผ่น $C = \epsilon_0 A/d$ และได้ว่า

$$u = \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{V}{d} \right)^2$$

เนื่องจาก ขนาดของสนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นตัวนำเท่ากับ $E = V/d$ เราจะได้ว่าความหนาแน่นพลังงานเท่ากับ

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \tag{2.42}$$

แม้ว่าเราจะได้สมการ 2.42 โดยการพิจารณากรณีเฉพาะ แต่สมการนี้ก็ใช้ได้กับทุกกรณี ซึ่งในกรณีต่างๆ ไป ค่าสนามไฟฟ้าอาจเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่ง และจึงทำให้ความหนาแน่นพลังงานมีค่าขึ้นกับตำแหน่งไปด้วย

ตัวอย่างที่ 2.12 ทรงกลมตัวนำรัศมี R เท่ากับ 6.85 cm มีประจุ q เท่ากับ 1.25 nC

- (1) จงหาว่ามีพลังงานศักย์สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวนำนี้เท่าใด
- (2) ความหนาแน่นพลังงานที่ผิวของทรงกลมนี้มีค่าเท่าใด
- (3) จงหาระยะจากจุดศูนย์กลางทรงกลม R_0 ที่ทำให้พลังงานศักย์สะสมภายในผิวทรงกลมรัศมีเท่านี้ มีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของพลังงานศักย์สะสมทั้งหมด

วิธีทำ (1) จากสมการ 2.40 กับ 2.28 จะได้ว่า

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} = \frac{(1.25 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{(8\pi)(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(0.0685 \text{ m})}$$

$$= 1.03 \times 10^{-7} \text{ J} = 103 \text{ nJ}$$

(2) จากสมการ 2.42 และเนื่องจากค่าสนามไฟฟ้าบนผิวทรงกลมมีค่าเท่ากับ

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$$

ค่าความหนาแน่นพลังงานบนผิวทรงกลมนี้ จึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{q^2}{32\pi^2\epsilon_0 R^4} \\ &= \frac{(1.25 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{(32\pi^2)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0.0685 \text{ m})^4} \\ &= 2.54 \times 10^{-5} \text{ J/m}^3 = 2.54 \text{ } \mu\text{J/m}^3 \end{aligned}$$

(3) พลังงานที่สะสมอยู่ภายในเปลือกทรงกลมที่มีรัศมีใน r และรัศมีนอก $r + dr$ มีค่าเป็น

$$dU = u dV = u(4\pi r^2 dr)$$

โดยที่ $4\pi r^2 dr$ เป็นปริมาตรของเปลือกทรงกลมดังกล่าว ซึ่งเมื่อเราแทนค่า u จากที่คำนวณได้ จะได้ว่า

$$dU = \left(\frac{q^2}{32\pi^2\epsilon_0 r^4} \right) 4\pi r^2 dr = \left(\frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \right) \frac{dr}{r^2}$$

ซึ่งจากเงื่อนไขที่โจทย์ต้องการ เราแปลงเป็นสมการได้ดังนี้

$$\int_R^{R_0} dU = \frac{1}{2} \int_R^\infty dU$$

(ไม่มีพลังงานศักย์สะสมภายในทรงกลมตัวนำ เพราะสนามไฟฟ้าเป็นศูนย์ภายใน)
เมื่อแทนค่า dU แล้วจะได้

$$\int_R^{R_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{2} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2}$$

ซึ่งจะกลายเป็น
$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} = \frac{1}{2R}$$

เมื่อแก้สมการจะได้
$$R_0 = 2R = 2(6.85 \text{ cm}) = 13.7 \text{ cm}$$

3. ตัวเก็บประจุกับสารไดอิเล็กทริก

ตัวเก็บประจุที่เราพิจารณามาจนถึงบัดนี้ เป็นตัวเก็บประจุที่ระหว่างตัวนำทั้งสองเป็นสุญญากาศ เมื่อมีวัสดุระหว่างตัวนำทั้งสอง ค่าความจุไฟฟ้าจะเปลี่ยนไป ในหัวข้อนี้ เราจะพิจารณาวัสดุที่เรียกว่า สารไดอิเล็กทริก (dielectrics)

ในปี ค.ศ. 1837 ไมเคิล ฟาราเดย์ เป็นผู้แรกที่ศึกษาผลของการใส่สารไดอิเล็กทริกที่ระหว่างตัวนำทั้งสองของตัวเก็บประจุ ฟาราเดย์ได้สร้างตัวเก็บประจุที่เหมือนกันขึ้นมา 2 ตัว และให้ตัวหนึ่งไม่มีสารใดๆ (นอกจากอากาศ) ระหว่างตัวนำ แต่อีกตัวหนึ่งใส่สารไดอิเล็กทริกไว้ เมื่อต่อตัวเก็บประจุทั้งสองกับแหล่งกำเนิดศักย์ไฟฟ้าที่มีความต่างศักย์เท่ากัน ฟาราเดย์พบว่า ประจุบนตัวเก็บประจุที่มีสารไดอิเล็กทริกอยู่มากกว่าตัวที่ไม่มี เนื่องจากความต่างศักย์มีค่าเท่ากัน แต่ประจุไฟฟ้าของตัวที่มีสารไดอิเล็กทริกมีค่ามากกว่า ดังนั้นความจุของตัวเก็บประจุที่มีสารไดอิเล็กทริกจะมีค่ามากกว่าเมื่อไม่มี

อัตราส่วนระหว่างค่าความจุของตัวเก็บประจุที่มีสารไดอิเล็กทริกกับค่าความจุของตัวเก็บประจุตัวเดียวกันที่ไม่มีสารไดอิเล็กทริกอยู่ เรียกว่า ค่าคงตัวไดอิเล็กทริก (dielectric constant) κ_e ของสารไดอิเล็กทริกตัวนั้น หรือบางที่เรียกว่า relative permittivity ϵ_r

$$\kappa_e = \epsilon_r = C / C_0 \quad (2.43)$$

ค่าคงตัวไดอิเล็กทริกนี้เป็นสมบัติเฉพาะตัวของสารไม่ขึ้นกับขนาดหรือรูปร่างของตัวเก็บประจุ สารไดอิเล็กทริกเพิ่มความสามารถในการเก็บประจุของตัวเก็บประจุ เพราะประจุบนตัวเก็บประจุมีค่าเพิ่มขึ้น κ_e เท่าที่ความต่างศักย์เดียวกัน อย่างไรก็ตาม สารไดอิเล็กทริกนี้ทำให้มีขีดจำกัดของขนาดของความต่างศักย์ที่ใช้ ถ้าความศักย์มีค่าเกินขีดจำกัดนี้ จะเกิดการชอร์ตและทำให้มีเส้นทางที่ประจุจะเคลื่อนตัวได้จากตัวนำหนึ่งไปยังตัวนำอีกตัวหนึ่งโดยผ่านสารไดอิเล็กทริกนี้

ตัวเก็บประจุแบบแผ่นคู่ขนานที่มีสารไดอิเล็กทริกอยู่ จะมีขนาดความจุเท่ากับ

$$C = \frac{\kappa_e \epsilon_0 A}{d} \quad (2.44)$$

และสำหรับความจุของตัวเก็บประจุแบบอื่นๆ เราสามารถเขียนได้ใหม่ในทำนองเดียวกับสมการ 2.44 นี้ โดยแทน ϵ_0 ด้วย $\kappa_e \epsilon_0$ นอกจากนี้แล้ว เราสามารถเปลี่ยนแปลงสมการที่เกี่ยวข้องกับไฟฟ้าสถิต ซึ่งจนถึงบัดนี้ เราพิจารณาเฉพาะเมื่อประจุ หรือระบบประจุอยู่ในสุญญากาศเท่านั้น กล่าวคือ ถ้าประจุ หรือระบบประจุที่เราสนใจอยู่ในสารไดอิเล็กทริก สมการเหล่านั้นยังมีรูปร่างเหมือนเดิม เพียงแต่เราแทนที่ ϵ_0 ในสมการเหล่านั้นด้วย $\kappa_e \epsilon_0$ เท่านั้นเอง

ตัวอย่างที่ 2.13 ตัวเก็บประจุแบบแผ่นคู่ขนานตัวหนึ่ง ซึ่งมีค่า C_0 เท่ากับ 13.5 pF มีความต่างศักย์ตกคร่อม V เท่ากับ 12.5 V เมื่อนำเอาความต่างศักย์นี้ออก และนำเอาแผ่นเซรามิกส์ ($\kappa_c = 6.5$) ใส่วางไว้ให้เต็มตรงกลางตัวเก็บประจุตัวนี้ จงหาค่าของพลังงานสะสมของตัวเก็บประจุทั้งในตอนก่อนและหลังจากที่นำเอาแผ่นเซรามิกส์ไปใส่

วิธีทำ จากสมการ 2.41 เราจะได้พลังงานก่อนใส่มีค่าเท่ากับ

$$U_i = \frac{1}{2} C_0 V^2 = \frac{1}{2} (13.5 \times 10^{-12} \text{ F})(12.5 \text{ V})^2$$

$$= 1.055 \times 10^{-9} \text{ J} = 1,055 \text{ pJ}$$

พลังงานในตอนหลัง เราหาจากสมการ 2.40 เนื่องจากประจุของระบบมีค่าไม่เปลี่ยนแปลง แต่ความต่างศักย์เปลี่ยน ค่าความจุของระบบในตอนหลังนี้เท่ากับ $C = \kappa_c C_0$ ดังนั้นพลังงานในตอนท้ายมีค่าเป็น

$$U_f = \frac{q^2}{2\kappa_c C_0} = \frac{U_i}{\kappa_c} = \frac{1,055 \text{ pJ}}{6.5} = 162 \text{ pJ}$$

พลังงานที่เหมือนกับว่าหายไป อันที่จริงแล้วได้กลายเป็นงานที่กระทำต่อแผ่นเซรามิกส์โดยตัวเก็บประจุในตอนแผ่นเซรามิกส์ดังกล่าวถูกใส่เข้าไป (ผู้ที่ใส่แผ่นดังกล่าวจะรู้สึกถึงงานนี้) ถ้าไม่มีการบังคับให้แผ่นเซรามิกส์อยู่กับที่และถ้าไม่มีความเสียดทาน มันจะเคลื่อนที่กลับไปกลับมาอยู่ภายในแผ่นตัวเก็บประจุ และพลังงานรวมของระบบจะมีค่าเท่ากับ 1055 pJ ซึ่งจะเปลี่ยนรูประหว่างพลังงานจลน์กับพลังงานศักย์ที่เก็บในสนามไฟฟ้า โดยที่ขณะที่แผ่นเซรามิกส์เคลื่อนที่จนทำให้ที่ว่างระหว่างแผ่นตัวนำเต็มพอดี พลังงานจลน์ของแผ่นเซรามิกส์จะมีค่าเท่ากับ $1055 - 162 = 893 \text{ pJ}$

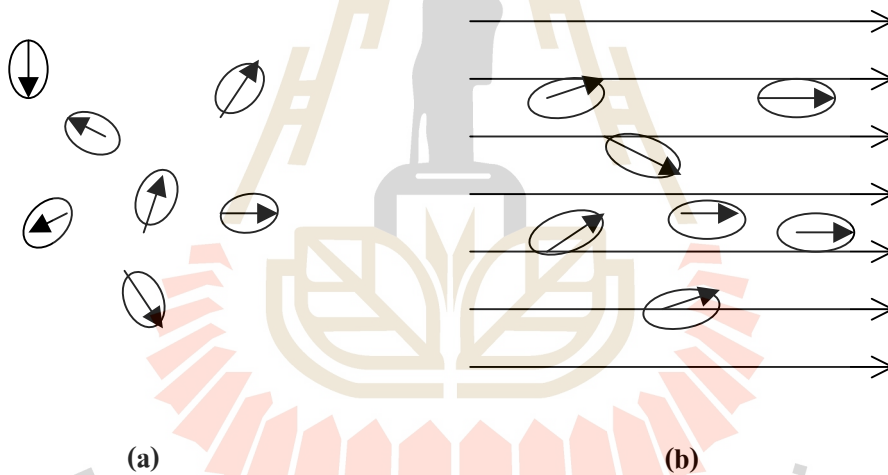
สารไดอิเล็กทริกในมุมมองระดับอะตอม

เราจะมาพิจารณาว่า เมื่อนำสาร ไดอิเล็กทริกไปไว้ในสนามไฟฟ้า เกิดอะไรขึ้นกับอะตอมหรือโมเลกุลของสารเหล่านี้

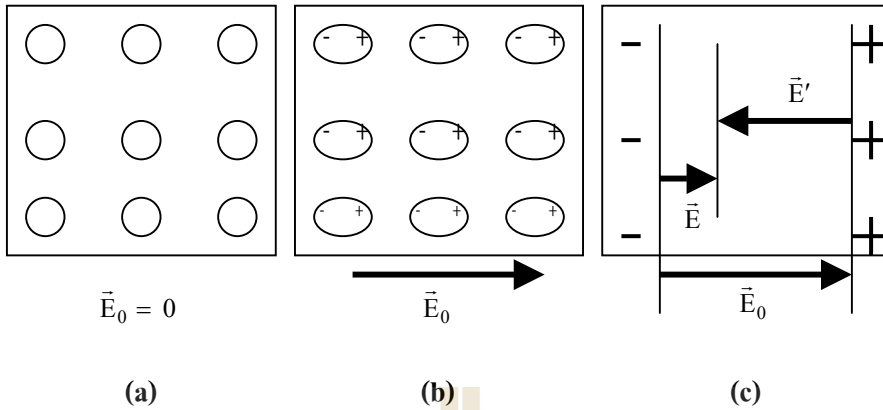
สำหรับสารไดอิเล็กทริกที่มีขั้ว คือสารที่โมเลกุลของมันมีค่าโมเมนต์ขั้วคู่ เช่น น้ำ เป็นต้น เมื่อไม่มีสนามไฟฟ้าโมเลกุลของสารพวกนี้จะเรียงตัวกันในลักษณะที่ค่าโมเมนต์ขั้วคู่รวมของระบบเป็นศูนย์ (ขั้วคู่ไฟฟ้าวางตัวกันอย่างสเปสะปะไม่มีทิศทางที่แน่นอน ดังในรูปที่ 2.21 (a)) เมื่อมีสนามไฟฟ้าโมเลกุลเหล่านี้จะวางตัวในลักษณะที่ทำให้ขั้วคู่ไฟฟ้าของมันมีทิศทางตามสนาม ดังในรูปที่ 2.21 (b)

สำหรับสารที่ไม่มีขั้ว เมื่อไม่มีสนามไฟฟ้าโมเลกุลของสารพวกนี้จะไม่มีความโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า เมื่อมีสนามไฟฟ้า สนามนี้จะทำให้โมเลกุลเกิดมีขั้วขึ้นมาและมีความโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าซึ่งจะแปรตามความแรงของสนาม ดูรูปที่ 22.2 (a) และ (b)

พิจารณาตัวเก็บประจุแบบแผ่นซึ่งมีประจุ q และไม่ได้ต่อกับแบตเตอรี่ ตัวเก็บประจุนี้จะให้สนามคงตัว E_0 ระหว่างแผ่นตัวนำ (ดังสนามในรูปที่ 22.2 (b)) เมื่อเราใส่สารไดอิเล็กทริกเข้าไปในบริเวณนี้ ผลลัพธ์ของการเหนี่ยวนำและเรียงตัวกันของโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า ก็คือการแยกกันของศูนย์กลางของประจุบวกและลบของสารไดอิเล็กทริก แม้ว่าสารไดอิเล็กทริกจะเป็นกลาง แต่ในตอนนี้มันจะมีขั้วไฟฟ้า กล่าวคือประจุบวกจะไปออกันอยู่ที่ด้านขวาของแผ่นสารไดอิเล็กทริก และประจุลบจะไปออกันอยู่ที่ด้านซ้าย ตามรูปที่ 2.22 (c) ประจุที่ถูกเหนี่ยวนำในสารไดอิเล็กทริกโดยสนาม E_0 นี้ จะทำให้มีสนามไฟฟ้า E' ซึ่งมีทิศตรงข้ามกับ E_0 ดังนั้นสนามรวม E จึงมีค่าน้อยกว่า E_0 และมีทิศเดียวกัน



รูปที่ 2.21 อะตอมหรือโมเลกุลที่มีขั้วคู่ไฟฟ้าขณะที่ (a) ไม่มีสนามไฟฟ้า (b) มีสนามไฟฟ้า



รูปที่ 2.22 สารไดอิเล็กทริก (a) เมื่อไม่มีสนามไฟฟ้า (b) เมื่อมีสนามไฟฟ้า \vec{E}_0 (c) สนามไฟฟ้า \vec{E}' ที่เกิดขึ้นจากประจุที่สนาม \vec{E}_0 เหนี่ยวนำ

เมื่อไม่มีสนามไฟฟ้าอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน สารไดอิเล็กทริกจึงไม่มีขั้วไฟฟ้า เมื่อมีสนามภายนอก \vec{E}_0 จุดศูนย์กลางของประจุบวกและประจุลบจะแยกออกจากกันและทำให้สารไดอิเล็กทริกมีขั้วไฟฟ้า สนามลัพธ์ \vec{E} ภายในสารไดอิเล็กทริกจึงมีขนาดน้อยกว่า \vec{E}_0

ตัวอย่างที่ 2.14 ตามรูปที่ 2.23 ตัวเก็บประจุแบบแผ่นมีพื้นที่ A และระยะระหว่างแผ่นตัวนำ d และมีความต่างศักย์ตกคร่อมอยู่ V_0 เมื่อนำเบ็ดเตล็ดที่ให้ความต่างศักย์ออก เรานำเอาแผ่นไดอิเล็กทริกหนา b ซึ่งมีค่าคงตัวไดอิเล็กทริก κ_e ไปใส่ไว้ระหว่างแผ่นตัวนำ ถ้า

$$A = 115 \text{ cm}^2, d = 1.24 \text{ cm}, b = 0.78 \text{ cm}, \kappa_e = 2.61, V_0 = 85.5 \text{ V}$$

- (1) จงหาความจุของตัวเก็บประจุก่อนใส่แผ่น ไดอิเล็กทริก
- (2) ประจุอิสระที่ปรากฏบนผิวตัวนำมีค่าเท่าใด
- (3) สนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นตัวนำกับแผ่น ไดอิเล็กทริกมีค่าเท่าใด
- (4) สนามไฟฟ้าในแผ่น ไดอิเล็กทริกมีค่าเท่าใด
- (5) ความต่างศักย์ของตัวเก็บประจุในตอนหลังนี้มีค่าเท่าใด
- (6) จงหาความจุของตัวเก็บประจุหลังจากใส่แผ่น ไดอิเล็กทริก

วิธีทำ (1) จาก 2.25

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{1.24 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

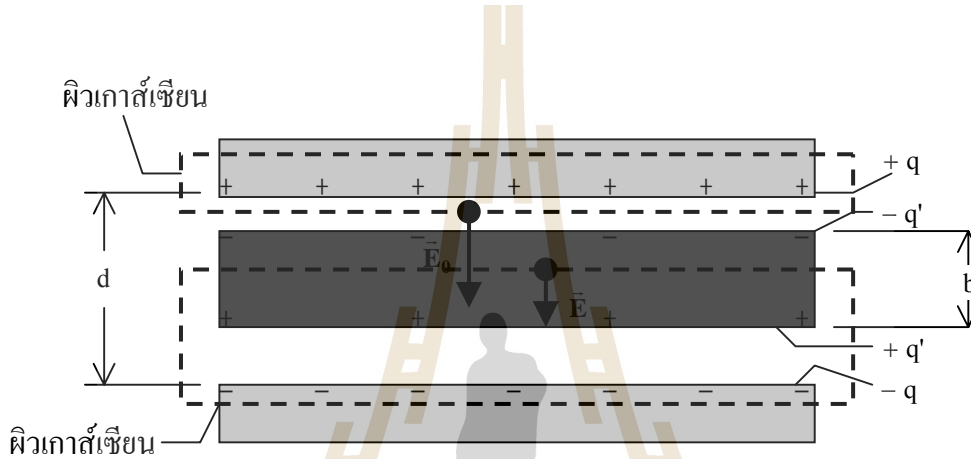
$$= 8.21 \times 10^{-12} \text{ F} = 8.21 \text{ pF}$$

(2) ประจุอิสระซึ่งหมายถึงประจุบนแผ่นตัวนำ (ไม่ใช่ประจุเหนี่ยวนำในสารไดอิเล็กทริก) มีค่าเป็น

$$q_0 = C_0 V_0 = (8.21 \times 10^{-12} \text{ F})(85.5 \text{ V})$$

$$= 7.02 \times 10^{-10} \text{ C} = 702 \text{ pC}$$

เนื่องจากเมื่อเอาแบตเตอรี่ออกก่อนที่จะนำเอาแผ่นไดอิเล็กทริกเข้ามา ประจุอิสระนี้จึงมีค่าไม่เปลี่ยนแปลง



รูปที่ 2.23 รูปสำหรับตัวอย่างที่ 2.14 ซึ่งเป็นภาคตัดขวางของตัวเก็บประจุแบบแผ่น

(3) ใช้กฎของเกาส์ โดยใช้ผิวเกาส์เซียนผิวบนในรูปที่ 2.23 ซึ่งคลุมเฉพาะประจุอิสระจะได้ว่า

$$\epsilon_0 \oint \kappa_e \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 (1) E_0 A = q$$

หรือ

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{7.02 \times 10^{-10} \text{ C}}{(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}$$

$$= 6,900 \text{ V/m}$$

ค่า κ_e เท่ากับ 1 เนื่องจากผิวเกาส์เซียนไม่ได้อยู่ในแผ่นไดอิเล็กทริก (สังเกตว่าค่าสนามไฟฟ้า E_0 มีค่าเท่ากับตอนก่อนที่จะใส่แผ่นไดอิเล็กทริกเข้าไป)

(4) เราใช้กฎของเกาส์อีก โดยที่ผิวเกาส์เขียนที่ใช้เป็นผิวล่างซึ่งคลุมประจุอิสระ $-q$ อยู่ ดังนั้น

$$\epsilon_0 \oint \kappa_e \vec{E} \cdot d\vec{A} = -\epsilon_0 \kappa_e EA = -q$$

หรือ
$$E = \frac{q}{\kappa_e \epsilon_0 A} = \frac{E_0}{\kappa_e} = \frac{6,900 \text{ V/m}}{2.61} = 2,640 \text{ V/m}$$

เครื่องหมายลบของ $-\epsilon_0 \kappa_e EA$ นั้น เนื่องจากสนาม \vec{E} มีทิศตรงข้ามกับ $d\vec{A}$ ซึ่งพุ่งออกจากผิวเกาส์เขียน

(5) ความต่างศักย์หาได้จากสมการ 2.23

$$\begin{aligned} V &= \int_+^- E ds = E_0(d-b) + Eb \\ &= (6,900 \text{ V/m})(0.0124 \text{ m} - 0.0078 \text{ m}) + (2,640 \text{ V/m})(0.0078 \text{ m}) \\ &= 52.3 \text{ V} \end{aligned}$$

ซึ่งน้อยกว่าค่าในตอนเริ่มต้น

(6) จากสมการ 2.20 ความจุไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} C &= \frac{q}{V} = \frac{7.02 \times 10^{-10} \text{ C}}{52.3 \text{ V}} \\ &= 1.34 \times 10^{-11} \text{ F} = 13.4 \text{ pF} \end{aligned}$$

สรุป

ตัวเก็บประจุประกอบด้วยตัวนำไฟฟ้า 2 ชั้น ซึ่งแต่ละชั้นจะมีประจุขนาดเท่ากัน แต่คนละชนิดกัน

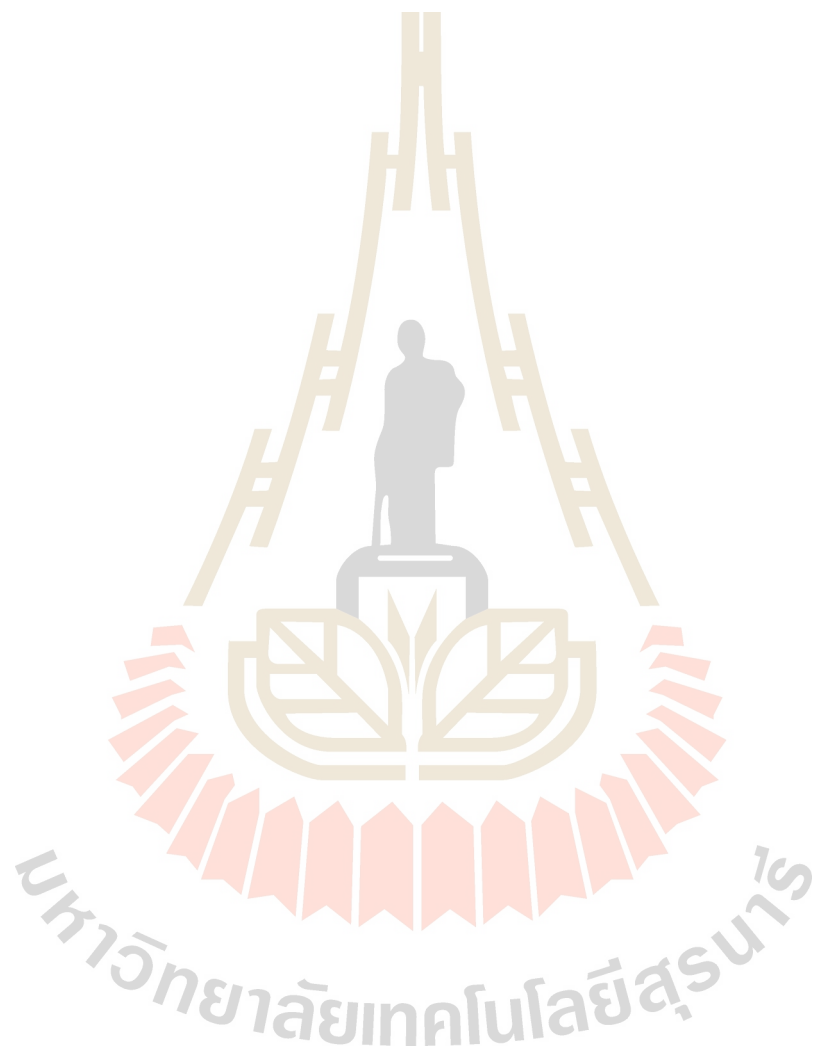
ความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุ $C = \frac{q}{V}$ โดย q คือขนาดของประจุบนชั้นตัวนำ และ V คือความต่างศักย์ตกร่อมตัวเก็บประจุ

เมื่อนำตัวเก็บประจุ N ตัวมาต่อขนานกัน ความจุไฟฟ้าสมมูลจะมีค่า $C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$ แต่ถ้านำมาต่ออนุกรมกัน $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$

พลังงานสะสมในตัวเก็บประจุมีค่า $U = \frac{1}{2} CV^2$

ความหนาแน่นพลังงานสะสม $u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



บรรณานุกรม

Resnick, Robert., Halliday, David., and Krane, Kenneth S. 1992. **Physics** (4th ed.). New York: Wiley.

Serway, R.A. 1992. **Physics for scientists and engineers with modern physics** (3rd ed.). Philadelphia: Saunders College Publishing.

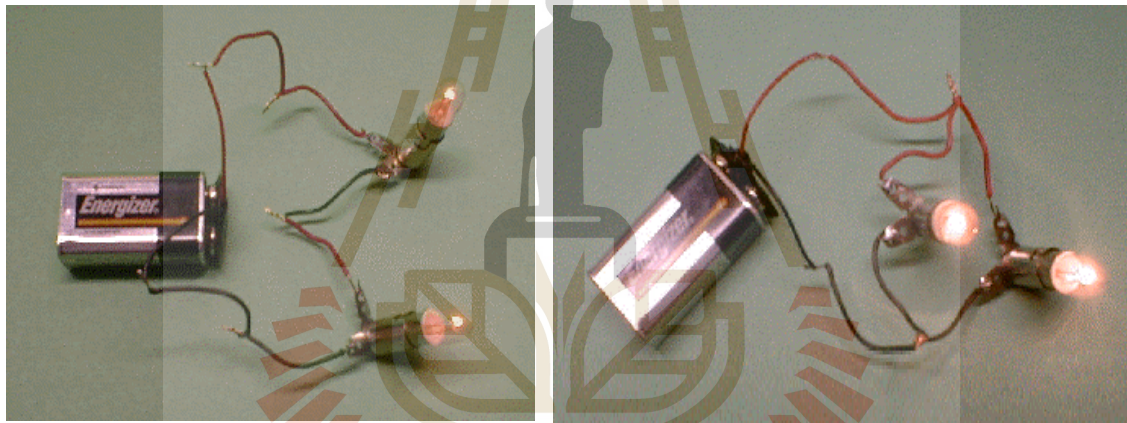




หน่วยที่

3

กระแสไฟฟ้าและวงจรไฟฟ้ากระแสตรง



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

โดย อาจารย์ ดร. พวงรัตน์ ไพเราะ



อธิบายรูปจากปกหน่วยที่ 3

วงจรไฟฟ้ากระแสตรง 2 วงจร ในรูปหน้าปกหน่วยที่ 3 ประกอบด้วยถ่านแบตเตอรี่ขนาด 9 โวลต์ 1 ก้อน ซึ่งทำหน้าที่เป็นแหล่งจ่ายกระแสภายในวงจรและหลอดไฟ 2 ดวง จะเห็นได้ว่าเมื่อนำหลอดไฟมาต่อกันแบบอนุกรม ความสว่างของหลอดไฟจะน้อยกว่าเมื่อนำมาต่อกันแบบขนาน เนื่องจากการต่อแบบอนุกรมจะให้ความต้านทานรวมที่มีค่ามากกว่าและทำให้มีกระแสไหลในวงจรน้อยกว่าการต่อแบบขนาน (ความสว่างของหลอดไฟนั้นขึ้นกับกระแสไฟที่ไหลผ่าน)

ตอนที่ 3.1

กระแสไฟฟ้า

ในหน่วยก่อนๆ เราได้ศึกษาไฟฟ้าสถิตซึ่งเป็นการศึกษาเกี่ยวกับประจุไฟฟ้าที่อยู่นิ่ง ในหน่วยนี้เราจะมาทำความรู้จักกับกระแสไฟฟ้า (electric current) ซึ่งคือประจุที่เคลื่อนที่ต่อหน่วยเวลา กระแสไฟฟ้าที่เราคุ้นเคยก็ได้แก่ ไฟฟ้าที่เราใช้ในชีวิตประจำวันซึ่งเป็นกระแสไฟฟ้าสลับ กระแสไฟสลับนี้ถูกป้อนไปตามโรงงาน บ้านเรือนหรือตามสถานที่ต่างๆ โดยวิ่งผ่านเส้นลวดตัวนำ (conductors) ซึ่งเป็นโลหะ และนอกจากกระแสที่วิ่งผ่านตัวนำแล้ว ก็ยังมีกระแสไฟที่วิ่งผ่านสารกึ่งตัวนำ (semiconductors) เช่น ภายในวงจร IC (integrated circuit) ในเครื่องคอมพิวเตอร์หรืออุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์อื่นๆ กระแสไฟที่วิ่งผ่านก๊าซ เช่น ในหลอดไฟฟลูออเรสเซนต์ (fluorescent lamp) สายฟ้าผ่าหรือฟ้าแลบที่มักจะเกิดขึ้นเมื่อฝนตก ซึ่งเป็นกระแสไฟฟ้าที่วิ่งผ่านอากาศ หรือแม้แต่กระแสไฟที่วิ่งผ่านของเหลว เช่น ในแบตเตอรี่รถยนต์ นอกจากกระแสเหล่านี้แล้ว ยังมีตัวอย่างของกระแสไฟฟ้าที่ค่อนข้างจะไกลตัวของเราไปสักหน่อย เช่น กระแสของโปรตอน อิเล็กตรอน และไอออนต่างๆ ที่มาจากดวงอาทิตย์ของเรา ที่เรียกว่า ลมสุริยะ (solar wind) เป็นต้น

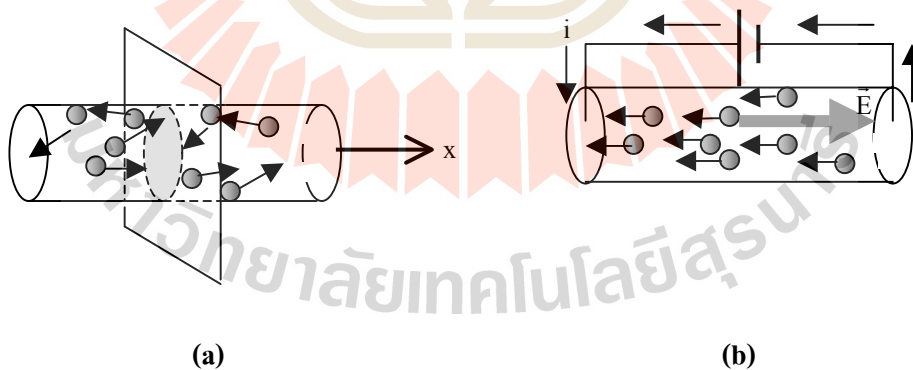
ในหน่วยนี้เราจะมาทำความรู้จักและเรียนรู้นิยามเบื้องต้นของกระแสไฟฟ้า ความต้านทานไฟฟ้า (resistance) ของวัสดุ กฎของโอห์ม (Ohm's law) ซึ่งกล่าวถึงสมบัติการนำไฟฟ้าของวัสดุประเภทหนึ่ง แรงเคลื่อนไฟฟ้าซึ่งเป็นที่จ่ายไฟฟ้าภายในวงจร เมื่อเราทำความรู้จักกับส่วนประกอบบางส่วนของพื้นฐานแล้ว เราจะมาศึกษาวงจรไฟฟ้ากระแสตรงแบบง่ายๆ เช่น วงจรที่ประกอบด้วยตัวต้านทานหรือตัวเก็บประจุ

1. ความหมายของกระแสไฟฟ้า

กระแสไฟฟ้าคืออัตราการเปลี่ยนแปลงสุทธิของประจุที่เคลื่อนที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดหนึ่งๆ ในหัวเรื่องนี้เราจะพิจารณากระแสภายในเส้นลวดตัวนำเป็นหลัก (ซึ่งอันที่จริงแล้ว กระแสไฟฟ้าที่วิ่งในวัสดุหรือตัวกลางอื่นๆ ก็จะมีลักษณะเช่นเดียวกัน) เส้นลวดตัวนำโดยทั่วไปทำมาจากโลหะ เช่น ทองแดง (Cu) อลูมิเนียม (Al) เป็นต้น โลหะเหล่านี้มีลักษณะที่คล้ายคลึงกันคือ ประกอบด้วยไอออนบวกเรียงตัวกันอยู่อย่างเป็นระเบียบ และมีอิเล็กตรอนอิสระวิ่งอยู่รอบๆ อิเล็กตรอนเหล่านี้สามารถวิ่งไปได้ทั่วทั้งเนื้อของโลหะ

ในขณะที่ไม่มีสนามไฟฟ้าภายในโลหะ พฤติกรรมของอิเล็กตรอนอิสระเหล่านี้มีความคล้ายคลึงกับก๊าซภายในภาชนะปิด กล่าวคือ พวกมันจะวิ่งไปวิ่งมาอย่างไม่เป็นระเบียบหรืออย่างสุ่ม (randomly) ซึ่งการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในขณะที่ไม่มีสนามไฟฟ้านี้ เกิดขึ้นเนื่องจากพวกมันได้รับพลังงานจลน์จากการที่อุณหภูมิมีค่าไม่เป็นศูนย์ ถ้าพิจารณาการเคลื่อนที่ของพวกมันในแต่ละแนวแกนหลัก เช่น ในแนว x ตามรูปที่ 3.1 (a) จะพบว่า สำหรับระนาบหนึ่งๆ ที่วางตั้งฉากกับแนว x อิเล็กตรอนที่วิ่งไปในแนว $-x$ มีจำนวนเท่ากับอิเล็กตรอนที่วิ่งไปในแนว $+x$ ซึ่งก็หมายความว่า กระแสไฟฟ้าซึ่งเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงสุทธิของประจุที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดหนึ่งๆ มีค่าเป็นศูนย์ในขณะที่ไม่มีสนามไฟฟ้า

แต่หากเรานำแบตเตอรี่มาต่อเข้ากับโลหะชิ้นดังกล่าว (ดูรูปที่ 3.1 (b)) แบตเตอรี่จะทำให้เกิดความต่างศักย์คร่อมชิ้นโลหะ ซึ่งก็หมายความว่า เกิดสนามไฟฟ้าภายในชิ้นโลหะ และสนามนี้จะทำให้อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ไปในทิศตรงข้ามกับทิศของสนาม (เนื่องจากอิเล็กตรอนมีประจุเป็นลบ) ความเร็วของอิเล็กตรอนในโลหะเมื่อถูกเร่งด้วยสนามไฟฟ้านั้นจะมีค่าไม่เพิ่มขึ้นตามเวลา (หรือไม่มีอัตราเร่งตามสมการ $F = ma = eE$) เหมือนกับประจุในสุญญากาศที่ถูกเร่งด้วยสนามไฟฟ้า เนื่องจากอิเล็กตรอนดังกล่าวจะวิ่งชนไอออนซึ่งตั้งอยู่รอบๆ ตำแหน่งสมดุลของมัน และเมื่อคิดผลลัพธ์ของการชนดังกล่าวภายใต้สนามไฟฟ้าแล้วจะพบว่า มีการถ่ายเทพลังงานจากพลังงานจลน์ที่มาจากแรงของอิเล็กตรอนในสนามไฟฟ้าไปเป็นพลังงานการสั่นรอบตำแหน่งสมดุลของไอออน ซึ่งการถ่ายเทพลังงานในรูปแบบนี้มีผลทำให้การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนมีลักษณะที่เหมือนกับว่าพวกมันวิ่งผ่านเนื้อโลหะด้วยความเร็วเฉลี่ยที่มีค่าคงตัวและมีทิศสวนทางกับสนามไฟฟ้า เราเรียกความเร็วเฉลี่ยของอิเล็กตรอนอิสระในโลหะภายใต้อิทธิพลของสนามไฟฟ้านี้ว่า ความเร็วลอยเลื่อน (drift velocity, \vec{v}_d)



รูปที่ 3.1 (a) ลักษณะการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนอิสระในโลหะในขณะที่ไม่มีสนามไฟฟ้า

(b) เมื่อมีสนามไฟฟ้า E อิเล็กตรอนจะวิ่งในทิศสวนกับ E

ความเร็วเฉลี่ยคงตัวเรียกว่าความเร็วลอยเลื่อน ทำให้มีกระแสไฟฟ้า i ไหลในวงจร ซึ่งมีทิศการเคลื่อนที่ตามลูกศร (สวนทางกับทิศการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน)

แม้ว่าไอออนในเนื้อโลหะซึ่งมีประจุเป็นบวกจะได้รับแรงกระทำจากสนามไฟฟ้าด้วย แต่ไอออนเหล่านี้จะไม่เคลื่อนที่ เนื่องจากถูกตรึงให้อยู่ในตำแหน่งของมันเอง ซึ่งประกอบกันเป็นโครงสร้างผลึกและเป็นผลให้โลหะมีสมบัติเป็นของแข็งนั่นเอง ทั้งนี้เป็นเพราะเมื่อไอออนมาอยู่รวมกันอย่างเป็นระเบียบ แรงระหว่างไอออนแต่ละตัวซึ่งเกิดจากไอออนตัวอื่นๆ และอิเล็กตรอนอิสระที่วิ่งอยู่รอบๆ จะมีลักษณะคล้ายกับแรงของสปริง นั่นคือไอออนพวกนี้ชอบที่จะอยู่กับที่มากกว่าที่จะเคลื่อนตัวออกจากตำแหน่งสมดุลของมัน เพราะต้องใช้พลังงานมากเพื่อที่จะทำให้ไอออนเหล่านี้มีตำแหน่งเคลื่อนออกห่างไปจากตำแหน่งสมดุล ซึ่งพลังงานดังกล่าวมีค่าแปรผันตรงกับกำลังสองของระยะห่างจากตำแหน่งสมดุล แต่อย่างไรก็ดี เมื่อมันมีการเคลื่อนที่ก็จะอยู่ในรูปของการสั่นรอบตำแหน่งสมดุล ดังนั้นกระแสไฟฟ้าในโลหะจึงมาจากการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนอิสระเท่านั้น แต่สำหรับของเหลวหรือก๊าซ กระแสไฟฟ้าที่วิ่งในสารพวกนี้จะมาจากทั้งไอออนบวกและไอออนลบ ไอออนในสารเหล่านี้สามารถเคลื่อนที่ได้ในสนามไฟฟ้า ไม่ถูกตรึงให้อยู่กับที่ ดังนั้นโดยทั่วไปแล้ว กระแสไฟฟ้าเกิดจากการเคลื่อนที่ของทั้งประจุบวกและลบ และเพื่อไม่ให้เกิดความสับสนเกี่ยวกับทิศทางของกระแสไฟฟ้า เราจะให้ทิศของกระแสไฟฟ้ามีทิศตามการวิ่งของประจุบวก และสวนทางกับการวิ่งของประจุลบ

ต่อไปนี้จะเขียนความหมายของกระแสไฟฟ้าในภาษาคณิตศาสตร์ พิจารณาช่วงเวลา Δt ใดๆ หากมีประจุไฟฟ้าปริมาณ Δq ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดหนึ่งในอัตราที่คงตัวในช่วงเวลาดังกล่าว กระแสไฟฟ้าจะมีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงของประจุ หรือ $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ นั่นเอง แต่ในบางกรณีจำนวนประจุที่ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดหนึ่งๆ นั้น มีค่าไม่คงตัวตามเวลา ดังนั้น โดยทั่วไปกระแสไฟฟ้าจะมีค่าเท่ากับ

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (3.1)$$

หน่วยของกระแสไฟฟ้าคือคูลอมบ์ต่อวินาที (C/s) ซึ่งเราตั้งชื่อหน่วยนี้ว่าแอมแปร์ (ampere, A) เพื่อระลึกถึงนักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศส อองเดร อองแปร์ (Andre Ampere) ผู้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้า $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$

จากสมการ 3.1 เราสามารถคำนวณหาจำนวนประจุสุทธิที่ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดหนึ่งๆ ในช่วงเวลา t จากกระแสไฟฟ้า I ได้เช่นกัน คือ

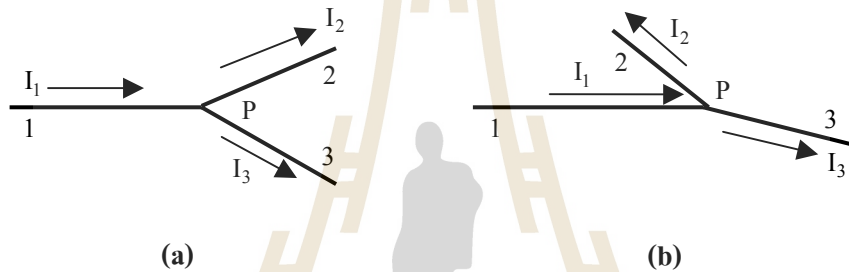
$$q = \int I dt \quad (3.2)$$

หรือหากกระแสมีค่าคงตัว $q = I \cdot t$

เราตั้งสมมติฐานว่าภายใต้สภาพที่คงตัว ประจุที่วิ่งภายในตัวนำจะไม่มีการสะสม ไม่มีการสูญหาย และไม่มีการเกิดขึ้นใหม่ ณ ที่ใดๆ ภายในตัวนำ ซึ่งก็หมายความว่า กระแสไฟฟ้ามีค่าคงตัวไม่เปลี่ยนแปลงตามขนาดของพื้นที่หน้าตัด เหมือนกับการไหลของของเหลวที่อัดไม่ได้ (incompressible fluids) กล่าวคือ

อัตราการไหลของของเหลวประเภทนี้จะมีค่าคงตัว ไม่ขึ้นกับขนาดของพื้นที่หน้าตัด ซึ่งทำให้ของเหลวที่ไหลผ่านบริเวณที่มีพื้นที่หน้าตัดขนาดเล็กไหลเร็วกว่าเมื่อไหลผ่านบริเวณที่มีพื้นที่หน้าตัดขนาดใหญ่

สังเกตว่า แม้เราจะมีการกำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าให้มีทิศตามการวิ่งของประจุบวก กระแสไฟฟ้านั้นไม่ใช่ปริมาณเวกเตอร์ การวาดลูกศรแสดงทิศทางการไหลนั้น ก็เพื่อความเข้าใจและให้เห็นทิศทางการไหลของกระแสเท่านั้น ดังนั้นการรวมกระแสไฟฟ้าจึงไม่เป็นไปตามกฎการรวมกันแบบเวกเตอร์ ดังแสดงให้เห็นในรูปที่ 3.2 (a) และ (b) กระแสในลวดเส้นที่ 1 (I_1) ถูกแบ่งให้ไหลไปตามลวดเส้นที่ 2 (I_2) และ 3 (I_3) ณ จุด P จะเห็นว่า ไม่ว่าลวดเส้นที่ 2 และ 3 จะมีการวางตัวเช่นใดก็ตาม ผลรวมของกระแสในลวดเส้นที่ 2 และ 3 จะเท่ากับกระแสในลวดเส้นที่ 1 เสมอ ($I_1 = I_2 + I_3$)



รูปที่ 3.2 (a) กระแส I_1 ที่ไหลในลวดเส้นที่ 1 ถูกแบ่งให้ไหลในลวดเส้นที่ 2 I_2 และเส้นที่ 3 I_3 ที่จุด P โดยที่ $I_1 = I_2 + I_3$ และแม้ว่าจะจัดให้ลวดเส้นที่ 2 และเส้นที่ 3 มีลักษณะดังในรูป (b) ผลรวมข้างต้นก็ยังเท่าเดิม ($I_1 = I_2 + I_3$) ไม่ได้เป็นการรวมกันแบบเวกเตอร์แต่อย่างใด

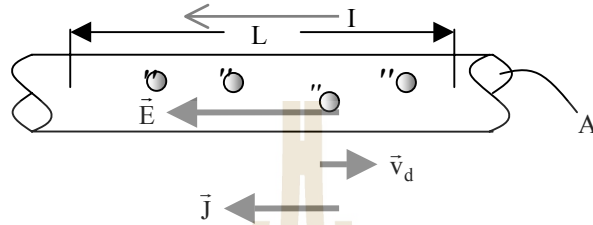
2. ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า

กระแสไฟฟ้าเป็นปริมาณมหภาค (macroscopic quantity) เช่นเดียวกับมวลสาร ปริมาตร หรือขนาดของวัตถุ และปริมาณในระดับจุลภาค (microscopic quantity) ที่เกี่ยวข้องกับกระแสไฟฟ้าก็คือความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า (current density) J ซึ่งเป็นปริมาณเวกเตอร์ และเป็นปริมาณที่บ่งบอกถึงค่ากระแสไฟฟ้า ณ จุดใดจุดหนึ่งในตัวนำ

หากมีกระแส I ไหลผ่านอย่างสม่ำเสมอทั่วทั้งพื้นที่หน้าตัด A ของตัวนำ ขนาดของความหนาแน่นกระแสมีค่าเท่ากับ

$$J = \frac{I}{A} \quad (3.3)$$

ส่วนทิศทางของความหนาแน่นกระแส \mathbf{J} จุดดังกล่าวนี้ จะมีทิศตามการเคลื่อนที่ของประจุบวก หากนำประจุบวกมาวาง ณ จุดนั้น ดังตัวอย่างในรูปที่ 3.3 ซึ่งเป็นกรณีของกระแสไฟฟ้าในเส้นลวด ตัวนำที่มีพื้นที่หน้าตัด A จะเห็นว่าเวกเตอร์ความหนาแน่นกระแส \mathbf{J} มีทิศตามสนามไฟฟ้า \mathbf{E} ในขณะที่อิเล็กตรอนมีความเร็วลอยเลื่อน \mathbf{v}_d ซึ่งมีทิศ $-\mathbf{J}$ (ในกรณีนี้ \mathbf{J} เป็นเวกเตอร์คงตัวมีทิศชี้ไปทางซ้าย)



รูปที่ 3.3 ทิศทางของสนามไฟฟ้า ความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอน ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า และการไหลของกระแสไฟฟ้าในลวดตัวนำ พื้นที่หน้าตัด A วงกลมแทนอิเล็กตรอนอิสระที่วิ่งในลวดตัวนำ

ในกรณีทั่วไป สำหรับพื้นผิวหนึ่งๆ ที่ตัดผ่านตัวนำ (ไม่จำเป็นต้องเป็นแผ่นระนาบ) กระแสไฟฟ้า I ก็คือ ฟลักซ์ของเวกเตอร์ความหนาแน่นกระแส \mathbf{J} บนพื้นผิวนั้นนั่นเอง กล่าวคือ

$$I = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.4)$$

โดยที่ $d\mathbf{A}$ นั้นเป็นพื้นที่เล็กๆ ของพื้นผิวดังกล่าว และการอินทิเกรตก็กระทำบนพื้นผิวนั้นด้วย ทิศทางของ $d\mathbf{A}$ นั้นให้เป็นทิศที่ตั้งฉากกับพื้นที่ dA และต้องทำให้ปริมาณ $\mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}$ มีค่าเป็นบวกเมื่อ I มีค่าเป็นบวก สมการ 3.3 นั้น จริงๆ แล้วเป็นกรณีพิเศษของสมการ 3.4 กล่าวคือ สมการ 3.3 ใช้กับกรณีที่พื้นผิวที่ต้องอินทิเกรตเป็นแผ่นระนาบที่ตัดผ่านตัวนำและความหนาแน่นกระแสที่ผ่านระนาบนั้นมีค่าคงตัวและตั้งฉากกับระนาบ จากสมการ 3.4 จะเห็นได้ว่ากระแสไฟฟ้าเป็นปริมาณสเกลาร์ เพราะ $\mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}$ เป็นปริมาณสเกลาร์

โปรดสังเกตว่าแม้เราจะเรียก \mathbf{J} ว่าเป็นความหนาแน่นกระแส ซึ่งอาจทำให้เข้าใจผิดได้ เพราะคำว่าความหนาแน่น มักทำให้นึกถึงปริมาณใดก็ตามต่อหน่วยปริมาตร แต่ความหนาแน่นกระแสนั้นเป็นปริมาณกระแสดต่อหน่วยพื้นที่

จากค่ากระแสไฟฟ้า เราสามารถคำนวณหาขนาดของความเร็วลอยเลื่อน \mathbf{v}_d ได้ดังนี้ (ขอให้ดูรูปที่ 3.3 ประกอบ) ขนาดประจุที่อยู่ในปริมาตร $A \cdot L$ ของลวดตัวนำมีค่าเท่ากับ $q =$ (จำนวนของอิเล็กตรอน) \cdot (ประจุของอิเล็กตรอน) $= (nAL)e$ โดยที่ n คือความหนาแน่นของอิเล็กตรอนอิสระในลวดตัวนำ

(จำนวนต่อหน่วยปริมาตร) A คือพื้นที่หน้าตัด L คือความยาวของช่วงที่เราสนใจ และ e คือขนาดของประจุของอิเล็กตรอน ขนาดประจุ $q = (nAL)e$ นี้เป็นขนาดประจุที่วิ่งผ่านช่วงความยาว L ดังกล่าวในช่วงเวลา t ซึ่งมีค่าเท่ากับ $t = L/v_d$ ดังนั้นกระแสไฟฟ้าจึงเท่ากับ

$$I = \frac{q}{t} = \frac{nALe}{L/v_d} = nev_dA \quad (3.5)$$

ดังนั้นขนาดของความเร็วลอยเลื่อนคือ

$$v_d = \frac{I}{nAe} = \frac{J}{ne} \quad (3.6)$$

เนื่องจากทั้งความหนาแน่นกระแสและความเร็วลอยเลื่อนเป็นปริมาณเวกเตอร์ เราสามารถเขียนสมการ 3.6 ได้ใหม่ และเนื่องจากตามที่เราได้กำหนดไว้เกี่ยวกับทิศทางของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าว่ามีทิศตามแนวการวิ่งของประจุบวก เราจึงเขียนสมการ 3.6 ให้เป็นสมการของปริมาณเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\vec{J} = -ne \vec{v} \quad (3.7)$$

ดังที่จะได้เห็นในตัวอย่างต่อไปว่า ความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอนในโลหะทั่วไปนั้นมีขนาดค่อนข้างต่ำ คืออยู่ในระดับของ cm/s เท่านั้น ซึ่งต่ำกว่าขนาดของความเร็วของอิเล็กตรอนในโลหะที่เคลื่อนที่เนื่องจากอุณหภูมิหรือความร้อน ซึ่งมีค่าอยู่ในระดับ 10^6 m/s ความจริงข้อนี้ อาจทำให้เกิดข้อสงสัยว่า ถ้าอิเล็กตรอน “ลอยเลื่อน” หรือเหมือนกับว่าจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่ต่ำมากในโลหะภายใต้สนามไฟฟ้า แต่เหตุใดเมื่อเราปิดสวิตช์ไฟ หลอดไฟจึงสว่างในทันที เราจะอธิบายถึงเหตุผลนี้หลังจากตัวอย่างการคำนวณต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3.1 ที่ปลายของเส้นลวดอลูมิเนียมซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.5 mm ถูกนำมาหล่อให้ต่อกับลวดทองแดงซึ่งมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.8 mm ลวดผสมดังกล่าวมีกระแสไหลผ่าน 1.3 A จงหาความหนาแน่นกระแสในลวดแต่ละส่วน และขนาดของความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอนในลวดทองแดง

วิธีทำ ความหนาแน่นกระแสของลวดแต่ละส่วนมีค่าคงตัว แต่มีขนาดต่างกัน (ไม่คิดตรงส่วนที่เป็นรอยต่อ) ดังนั้นเราจะใช้สมการ 3.3 หาความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าของแต่ละบริเวณได้

$$J = \frac{I}{A}$$

พื้นที่หน้าตัดของส่วนที่เป็นลวดอลูมิเนียม และลวดทองแดงคือ

$$A_{Al} = \frac{1}{4} \pi d^2 = \frac{\pi}{4} (2.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 4.91 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A_{Cu} = \frac{\pi}{4} (1.8 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 2.54 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

ดังนั้น

$$J_{Al} = \frac{1.3 \text{ A}}{4.91 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 2.6 \times 10^5 \text{ A/m}^2 = 26 \text{ A/cm}^2$$

$$J_{Cu} = \frac{1.3 \text{ A}}{2.54 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 5.1 \times 10^5 \text{ A/m}^2 = 51 \text{ A/cm}^2$$

จะเห็นได้ว่าชนิดของเส้นลวดไม่ได้เข้ามามีส่วนทำให้ค่าความหนาแน่นกระแสของแต่ละลวดมีค่าต่างกัน ตัวที่ทำให้ค่าความหนาแน่นกระแสมีค่าต่างกันคือ ขนาดของพื้นที่หน้าตัด

ขนาดความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอนอิสระในลวดทองแดงขณะที่มีกระแส 1.3 A ไหลผ่านหาได้จาก

$$v_d = J/(ne)$$

อะตอมทองแดงเมื่อมาอยู่รวมกันเป็นผลึกของโลหะทองแดง แต่ละอะตอมจะให้อิเล็กตรอนอิสระโดยเฉลี่ย 1 ตัว ดังนั้นความหนาแน่นของอิเล็กตรอนอิสระของลวดทองแดงจะมีค่าเท่ากับจำนวนของอะตอมทองแดงต่อหน่วยปริมาตร

$$\begin{aligned} n &= \frac{\# \text{ mol} \cdot N_A}{\text{Vol.}} = \frac{\frac{m_{Cu}}{M_{Cu}} N_A}{\text{Vol.}} = \frac{\rho_{m,Cu} N_A}{M_{Cu}} \\ &= \frac{(8.96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(6.02 \times 10^{23} \text{ electrons/mol})}{63.5 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}} \\ &= 8.49 \times 10^{28} \text{ electrons/m}^3 \end{aligned}$$

โดยที่ # mol คือจำนวนโมลของทองแดง N_A คือเลขอาโวกาโดร Vol. คือปริมาตร m_{Cu} คือมวล M_{Cu} คือ มวลต่อโมล และ $\rho_{m,Cu}$ คือความหนาแน่นโดยมวลของทองแดง

ดังนั้นขนาดของความเร็วลอยเลื่อนในลวดทองแดงของปัญหาข้อนี้คือ

$$v_d = \frac{5.1 \times 10^5 \text{ A/m}^2}{(8.49 \times 10^{28} \text{ electrons/m}^3)(1.60 \times 10^{-19} \text{ C/electron})}$$
$$= 3.8 \times 10^{-5} \text{ m/s} = 14 \text{ cm/h}$$

ขนาดความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอนอิสระในลวดอลูมิเนียมหาได้ในทำนองเดียวกันซึ่งเท่ากับ $v = 2.7 \times 10^{-5} \text{ m/s} = 9.7 \text{ cm/h}$ (ใช้ $M_{\text{Al}} = 26.98 \text{ g/mol}$ และ $\rho_{\text{m,Al}} = 2.7 \times 10^3 \text{ g/m}^3$) จะเห็นว่าขนาดของความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอนอิสระของอลูมิเนียมมีค่าน้อยกว่าของทองแดงในกรณีนี้ทราบหรือไม่ว่า เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้นในเชิงฟิสิกส์

แม้ว่าความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอนอิสระในโลหะจะมีค่าน้อย แต่เมื่อเราปิดสวิตช์ไฟเพื่อเปิดไฟ หลอดไฟจะสว่างขึ้นในทันทีก็เพราะว่า หลอดไฟไม่ได้รอให้อิเล็กตรอนอิสระที่อยู่บริเวณสวิตช์ไฟเดินทางไปถึงหลอดไฟก่อน อิเล็กตรอนอิสระมีอยู่ทั่วไปในเส้นลวด ดังนั้นเมื่อเปิดสวิตช์ การเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้า (จากที่ไม่มีสนามไฟฟ้าเป็นมี) นั้นวิ่งไปสู่หลอดไฟจากสวิตช์ไฟด้วยความเร็วเกือบเท่ากับความเร็วแสง (อันที่จริงแล้ว เราสามารถเปรียบเทียบสถานการณ์นี้กับตอนที่เรารดน้ำต้นไม้ด้วยสายยาง เมื่อเราเปิดก๊อกน้ำ น้ำจะไหลที่ปลายสายยางเกือบจะทันที เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงความดันน้ำนั้นเคลื่อนที่จากจุดที่เราเปิดน้ำไปถึงปลายสายยางเร็วกว่าความเร็วของการไหลของน้ำมาก ...แต่เนี่ยก็ต้องตั้งสมมติฐานว่ามีน้ำอนนิ่งอยู่ในสายยางดังกล่าวอยู่แล้ว เหมือนกับที่เรารู้ว่าอิเล็กตรอนอิสระวิ่งอยู่ทั่วไปในเส้นลวดตัวนำอยู่แล้ว)

3. ความต้านทาน สภาพต้านทาน และสภาพนำไฟฟ้า

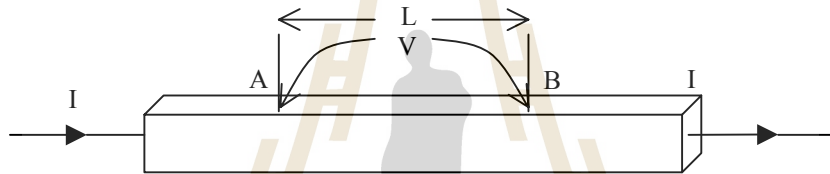
เมื่อเราให้ความต่างศักย์เท่าๆ กันต่อคร่อมของต่างชิ้นกัน (แม้ว่าจะทำมาจากวัสดุเดียวกัน) กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านแต่ละวัสดุจะมีขนาดต่างกันไป ตัวอย่างเช่น ทองแดงกับแก้วที่มีขนาดใกล้เคียงกัน หรือทองแดงสองชิ้นที่มีขนาดต่างกัน ด้วยความต่างศักย์ที่เท่ากันกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านทองแดงจะมีค่ามากกว่ากระแสที่ไหลผ่านแก้วมาก และกระแสจะไหลผ่านชิ้นทองแดงที่มีพื้นที่หน้าตัดใหญ่กว่า มากกว่าชิ้นที่มีความยาวเท่ากันแต่มีพื้นที่หน้าตัดเล็กกว่าที่มีความยาวเท่ากัน

ปริมาณทางฟิสิกส์ที่เราวัดและใช้เป็นตัวแบ่งแยกว่าวัสดุใดจะมีกระแสไหลผ่านมากหรือน้อยเมื่อมีความต่างศักย์ตกคร่อมเท่ากันคือความต้านทาน (resistance, R) เราวัดค่าความต้านทานระหว่างจุด 2 จุดของชิ้นวัสดุโดยให้ความต่างศักย์ V ตกคร่อมระหว่างจุดทั้งสอง และวัดค่ากระแสไฟฟ้า I ที่ไหลผ่าน ความต้านทานดังกล่าวจะมีค่าเท่ากับ

$$R = \frac{V}{I} \tag{3.8}$$

หน่วยความต้านทานคือ โวลต์ต่อแอมแปร์ (V/A) เราเรียกชื่อหน่วยนี้ใหม่ว่า โอห์ม (ohm, Ω) ตามชื่อของนักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน เกอร์เก โอห์ม (George Ohm) ผู้ค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าภายในวัสดุกับความหนาแน่นกระแส (ดูสมการ 3.10)

การไหลของกระแสไฟฟ้ามักจะถูกเปรียบเทียบกับการไหลของน้ำในท่อ ความต่างศักย์ที่ตกคร่อมระหว่างจุด 2 จุดในวงจรไฟฟ้า (ซึ่งอาจเกิดจากถ่านไฟฉาย เป็นต้น) มีความคล้ายคลึงกับความแตกต่างระหว่างความดันของจุด 2 จุดของน้ำในท่อ (โดยความดันน้ำที่ทำให้น้ำไหลนั้นเกิดจากปั๊มน้ำ เป็นต้น) กระแสไฟฟ้ามีความคล้ายคลึงกับอัตราการไหลของน้ำซึ่งเป็นปริมาตรของน้ำที่ไหลผ่านพื้นที่หนึ่งต่อหน่วยเวลา อัตราการไหลของน้ำในท่อนั้นขึ้นอยู่กับความดันน้ำ และลักษณะของท่อซึ่งได้แก่ ความยาว ขนาดพื้นที่หน้าตัดและสิ่งที่จะอยู่ในท่อ เช่น ก้อนกรวด ลักษณะของท่อน้ำดังกล่าวก็มีความคล้ายคลึงกับความต้านทานในวงจรไฟฟ้านั่นเอง



รูปที่ 3.4 ชิ้นวัสดุชิ้นหนึ่ง เราให้ความต่างศักย์ V ตกคร่อมระหว่างจุด A และ B ทำให้มีกระแส I ไหลผ่านชิ้นวัสดุ ความต้านทานของวัสดุ $R = I/V$ เป็นค่าความต้านทานของวัสดุในช่วงความยาว L จากจุด A ถึง B เท่านั้น

ปริมาณอีกปริมาณหนึ่งที่มีความเกี่ยวข้องกับความต้านทาน คือค่าสภาพต้านทาน (resistivity, ρ) สภาพต้านทานมีนิยามว่า

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (3.9)$$

หน่วยของสภาพต้านทาน คือ $(V/m)/(A/m^2)$ หรือคือ $\Omega \cdot m$ แต่เนื่องจาก \vec{E} และ \vec{J} เป็นปริมาณเวกเตอร์ เราเขียนสมการ 3.9 ใหม่ว่า

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad (3.10)$$

อันที่จริงแล้วสมการ 3.9 และ 3.10 นี้ใช้ได้เฉพาะกรณีของการนำไฟฟ้าของวัสดุสมลักษณะ (isotropic materials) ซึ่งหมายความว่าเมื่อมีสนามไฟฟ้าภายในวัสดุ ทิศทางของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าจะเป็นทิศเดียวกับทิศของสนามไฟฟ้า ถ้าเป็นเช่นนี้ ρ เป็นค่าคงตัวค่าหนึ่ง แต่หากเราพิจารณาวัสดุที่มีการนำไฟฟ้าไม่เหมือนกันในแต่ละทิศทาง จะเป็นเมตริกซ์คงตัวแทนคือ

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} & \rho_{xz} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} & \rho_{yz} \\ \rho_{zx} & \rho_{zy} & \rho_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}$$

สภาพต้านทานของทองแดงซึ่งเป็นตัวนำที่ดีมีค่าประมาณ $1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ ขณะที่แก้วซึ่งเป็นฉนวนมีค่าสภาพต้านทานอยู่ระหว่าง 10^{10} ถึง $10^{14} \Omega \cdot m$ จะเห็นได้ว่าขนาดของสภาพนำไฟฟ้าของสิ่งต่างๆ ซึ่งเราสามารถวัดได้ในโลกของเรานั้นมีช่วงที่กว้างมาก (อย่างน้อยที่สุดจากตัวอย่างที่ยกมานี้ ค่าสภาพต้านทานมีค่าต่างกันถึง 10^{22} เท่า... เลข 1 ที่มีเลขศูนย์ตามถึง 22 ตัว!) ลองคิดดูว่า มีปริมาณใดอีกบ้างที่มีช่วงของขนาดใหญ่เท่าหรือมากกว่านี้

สภาพต้านทานต่างไปจากความต้านทานคือ ในขณะที่ความต้านทานเป็นค่าเฉพาะตัวของวัสดุแต่ละชิ้น ซึ่งมักจะมีค่าต่างกันไป แม้ว่าวัสดุต่างชิ้นกันนั้นจะมาจากวัสดุอย่างเดียวกัน แต่สำหรับค่าสภาพต้านทานนั้นวัสดุที่ทำมาจากวัสดุชนิดเดียวกันจะมีค่าเท่ากัน หรือกล่าวได้ว่าสภาพต้านทานเป็นสมบัติของวัสดุแต่ละชนิด เช่น ลวดทองแดงสองเส้นพื้นที่หน้าตัดเท่ากันแต่ยาวไม่เท่ากัน จะมีความต้านทานไม่เท่ากัน แต่มีสภาพต้านทานเท่ากัน

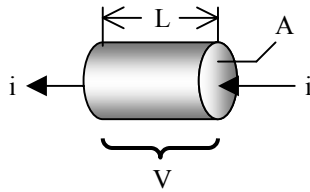
ในบางครั้งเราอาจจะพูดถึงสภาพนำไฟฟ้า (conductivity, σ) แทนสภาพต้านทานไฟฟ้า ซึ่งปริมาณทั้งสองนี้เป็นส่วนกลับของกันและกัน

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \tag{3.11}$$

ดังนั้นหน่วยของสภาพนำไฟฟ้าจึงเป็น $(\Omega \cdot m)^{-1}$ และสมการ 3.10 สามารถเขียนในเทอมของ σ ได้ดังนี้

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \tag{3.12}$$

ต่อไปนี้จะมาดูว่าความต้านทานและสภาพต้านทานมีความสัมพันธ์กันอย่างไร พิจารณาวัตถุที่มีรูปร่างเป็นรูปทรงกระบอกยาว L พื้นที่หน้าตัด A มีกระแสไฟฟ้า I คงตัวไหลผ่าน และความต่างศักย์ V คร่อมปลายทั้งสอง (ดูรูปที่ 3.5)



รูปที่ 3.5 ชิ้นวัสดุรูปทรงกระบอกมีขนาดดังแสดงให้เห็น V และ i เป็นค่าความต่างศักย์ระหว่างปลายทั้งสองของชิ้นวัสดุ และกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตามลำดับ

ถ้าสนามไฟฟ้าและความหนาแน่นกระแสมีค่าคงตัวตลอดชิ้นวัสดุ เราจะได้ว่า

$$E = \frac{V}{L}, \quad J = \frac{I}{A}$$

ดังนั้น จากนิยามของสภาพต้านทานไฟฟ้าเราเขียนได้ว่า (เราใช้นิยามของความต้านทานไฟฟ้า $R = V/I$ ด้วย)

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/L}{I/A} = R \frac{A}{L} \quad (3.13)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานและสภาพต้านทานนี้ใช้ได้ในกรณีที่ตัวนำมีความเป็นเนื้อเดียว (homogeneous) และมีกรนำไฟฟ้าที่เหมือนกันในทุกทิศทาง

ตัวอย่างที่ 3.2 ลวดทองแดงเส้นผ่านศูนย์กลางขนาด 1.02 mm มีกระแสไหลผ่าน 1.67 A จงหาว่า

- (1) ขนาดของสนามไฟฟ้าในเส้นลวดทองแดงนี้มีค่าเท่าใด
- (2) ความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุดบนเส้นลวดที่อยู่ห่างกัน (ตามแนวเส้นลวด) เป็นระยะ 50 m
- (3) ความต้านทานของเส้นลวดนี้ซึ่งยาว 50 m

วิธีทำ (1) พื้นที่หน้าตัดของลวดเส้นนี้มีค่า $A = \pi d^2/4 = 8.17 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ จากความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและความหนาแน่นกระแส เราจะได้ขนาดของสนามไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ (ใช้สภาพต้านทานไฟฟ้าของทองแดง $\rho_{\text{Cu}} = 1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$)

$$E = \rho J = \rho \frac{I}{A} = (1.72 \times 10^{-8} \Omega \text{m}) \frac{1.67 \text{ A}}{8.17 \times 10^{-7} \text{ m}^2} = 0.035 \text{ V/m}$$

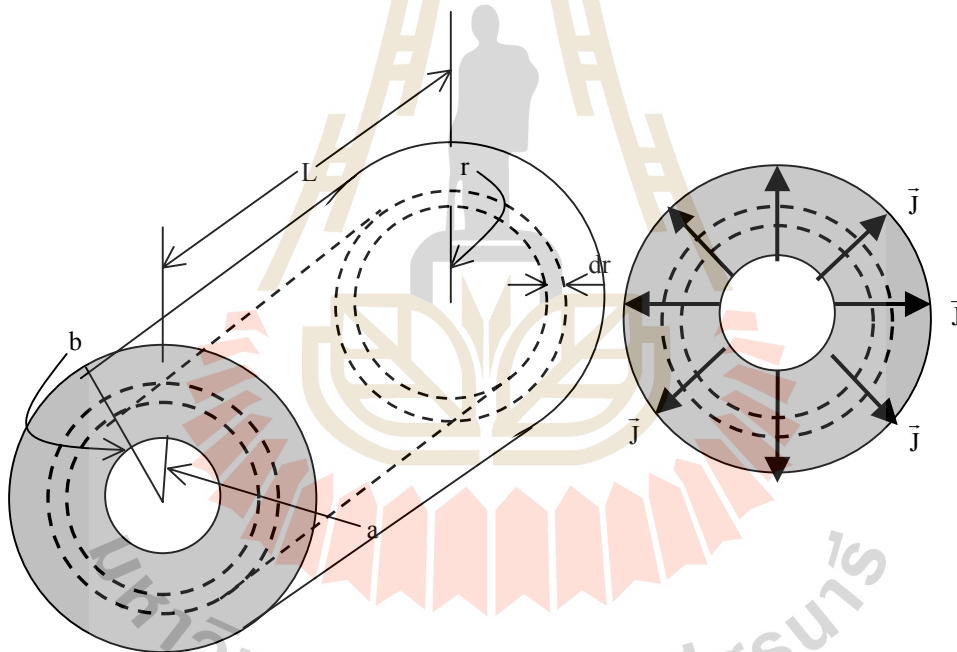
(2) ความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุดบนเส้นลวดที่อยู่ห่างกัน 50 m มีค่าเท่ากับ

$$V = EL = (0.035 \text{ V/m})(50 \text{ m}) = 1.7 \text{ V}$$

(3) เราสามารถคำนวณหาความต้านทานได้จาก 2 สมการ ($R = V/I$ หรือ $R = \rho L/A$) ซึ่งจะ
ให้คำตอบเดียวกันคือ

$$R = 1.0 \Omega$$

เราสามารถใช้การเปรียบเทียบความต้านทานไฟฟ้ากับความต้านทานการไหลของน้ำผ่านท่อได้
ซึ่งความต้านทานการไหลของน้ำนั้นจะแปรผันตรงกับความยาวของท่อ (ท่อยิ่งยาวยิ่งมีความต้านทาน
ต่อการไหลมาก) แต่แปรผกผันกับขนาดของพื้นที่หน้าตัด (ท่อยิ่งกว้างน้ำยิ่งไหลผ่านได้ง่าย)



รูปที่ 3.6 ลักษณะของทรงกระบอกที่ต้องการทราบค่าความต้านทานในตัวอย่างที่ 3.3
รูปด้านขวามือแสดงพื้นที่หน้าตัดของทรงกระบอกดังกล่าว ทิศของลูกศร
แสดงทิศของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านทรงกระบอก

ตัวอย่างที่ 3.3 ทรงกระบอกกึ่งยาว L มีรัศมีด้านใน a และด้านนอก b ทำมาจากวัสดุที่มีค่าสภาพต้านทาน ρ ให้ความต่างศักย์กับทรงกระบอกดังกล่าว โดยให้ตกร่อมระหว่างผิวด้านในกับผิวด้านนอกเพื่อให้มีกระแสไหลผ่านทรงกระบอกในลักษณะตามแนวเส้นรัศมีจากด้านในไปด้านนอก (โปรดดูรูปที่ 3.6 ประกอบ) จงหาความต้านทานไฟฟ้าของทรงกระบอกนี้

วิธีทำ ในปัญหานี้เราไม่สามารถใช้สมการ 3.12 มาคำนวณหา R ได้โดยตรง เพราะสนามไฟฟ้าในทรงกระบอกในกรณีนี้มีค่าขึ้นกับตำแหน่ง อีกทั้งพื้นที่หน้าตัดที่กระแสไหลผ่านมีค่าเปลี่ยนแปลงตามแนวรัศมีด้วย กล่าวคือ พื้นที่หน้าตัดดังกล่าวมีค่าเปลี่ยนแปลงจาก $2\pi aL$ (ด้านใน) ถึง $2\pi bL$ (ด้านนอก) ซึ่งก็หมายความว่ากระแสไฟฟ้ามีค่าเปลี่ยนแปลงด้วย

ดังนั้นเราจึงต้องพิจารณาทรงกระบอกกึ่งยาวรัศมีด้านใน r หนา dr ซึ่งเป็นความหนาที่น้อยมากจนเราสามารถคิดได้ว่า สนามไฟฟ้าและกระแสที่วิ่งผ่านพื้นที่หน้าตัดของทรงกระบอกกึ่งยาวที่มีความหนา dr นี้มีค่าคงตัว

เนื่องจากพื้นที่หน้าตัด (ที่กระแสไหลผ่าน) ของทรงกระบอกกึ่งยาวหนา dr นี้เท่ากับ $A = 2\pi rL$ และความยาวที่กระแสไหล $L = dr$ ดังนั้นความต้านทานมีค่า

$$dR = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{dr}{2\pi rL}$$

เนื่องจากกระแสไหลในแนวรัศมีจากผิวด้านในสู่ผิวด้านนอก ความต้านทานของทรงกระบอกกึ่งยาวจึงเท่ากับความต้านทานรวมจึงคิดได้จากการนำเอา dR เล็กๆ เหล่านี้มารวมกัน (จาก $r = a$ ถึง $r = b$) หรือ

$$R = \int dR = \frac{\rho}{2\pi L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln \frac{b}{a}$$

อันที่จริงแล้วสภาพต้านทานมีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามอุณหภูมิด้วย สภาพต้านทานของโลหะในช่วงอุณหภูมิที่ไม่กว้างจนเกินไป แปรผันตรงกับอุณหภูมิ และจากการทดลองพบว่า สภาพต้านทานของโลหะที่อุณหภูมิ T มีค่าเป็น

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \bar{\alpha} (T - T_0) \tag{3.14}$$

โดยที่ ρ_0 คือสภาพความต้านทานอ้างอิงที่อุณหภูมิอ้างอิง T_0 และ $\bar{\alpha}$ คือความสัมประสิทธิ์อุณหภูมิของสภาพต้านทานไฟฟ้าเฉลี่ย (average temperature coefficient of resistivity)

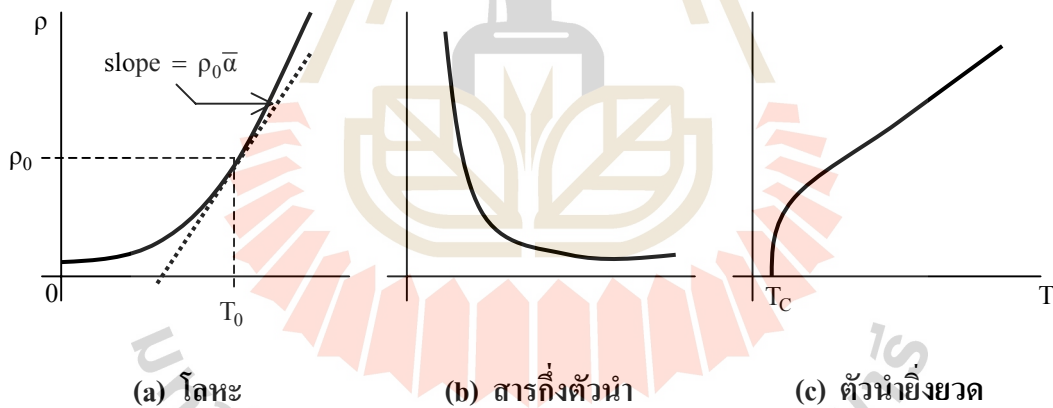
$$\bar{\alpha} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\rho - \rho_0}{T - T_0} \tag{3.15}$$

ค่า $\bar{\alpha}$ นี้เป็นค่าคงตัวของ การขึ้นกับอุณหภูมิของสภาพต้านทานในช่วงอุณหภูมิหนึ่ง (เช่น ในทองแดง สมการนี้สามารถใช้ได้ในช่วงอุณหภูมิจากประมาณ -200°C ถึงราวๆ 500°C ที่เดียว) และจากสมการ 3.15 นี้ เราสามารถนิยามค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิได้ใหม่ เพื่อให้ใช้ได้ในกรณีทั่วไป ได้คือ

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} \quad (3.16)$$

ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิของสภาพต้านทานนี้เป็นค่าที่อุณหภูมิหนึ่งๆ

โดยทั่วไปแล้ว สภาพต้านทานไม่ได้แปรผันตรงกับอุณหภูมิ ในโลหะมีเฉพาะบางช่วงของ อุณหภูมิเท่านั้นที่สภาพต้านทานมีค่าแปรตามอุณหภูมิ สำหรับสารประเภทอื่น เช่น สารกึ่งตัวนำ และตัวนำยิ่งยวดนั้น การเปลี่ยนแปลงของสภาพต้านทานตามอุณหภูมิ มีลักษณะที่ต่างไป (ดูกราฟ ในรูปที่ 3.7 (b) และ (c) ประกอบ) คำอธิบายถึงลักษณะการขึ้นกับอุณหภูมิของสารเหล่านี้หาอ่านได้จากหนังสือเกี่ยวกับฟิสิกส์ของสสารควบแน่น (Condensed Matter Physics) หรือฟิสิกส์ของแข็ง (Solid State Physics) ทั่วๆ ไป



รูปที่ 3.7 การเปลี่ยนแปลงของค่าสภาพต้านทานของวัสดุประเภทต่างๆ ตามอุณหภูมิ

จะเห็นได้ว่าอันที่จริงแล้วสภาพต้านทานของโลหะ (a) ไม่ได้เปลี่ยนแปลงแบบเส้นตรงกับอุณหภูมิในทุกช่วง สมการ 3.14 และ 3.15 นั้นใช้ได้เฉพาะช่วงอุณหภูมิหนึ่งเท่านั้น สภาพต้านทานของสารกึ่งตัวนำมีค่าลดลงเมื่ออุณหภูมิมากขึ้น (b) และสภาพต้านทานของตัวนำยิ่งยวดกลายเป็นศูนย์ (มีค่าน้อยมากจนวัดด้วยเครื่องวัดใดไม่ได้) ที่อุณหภูมิกำหนดหนึ่ง คำอธิบายของสมบัตินี้ของสารสองตัวหลังนี้หาอ่านได้ในช่วงท้ายของตอนนี้ หรือหนังสือทางฟิสิกส์ของสสารควบแน่นทั่วไป

ตัวอย่างที่ 3.4 สมมติว่าความต้านทานของลวดทองแดงเส้นหนึ่งที่ 20°C มีความต้านทาน $1.05\ \Omega$ จงประมาณความต้านทานของลวดเส้นดังกล่าวที่อุณหภูมิ 0°C และ 100°C

วิธีทำ แม้ว่าคำถามนี้จะถามค่าความต้านทานไม่ใช่สภาพต้านทาน แต่เราสามารถสรุปได้ว่า หากความต้านทานขึ้นอยู่กับสภาพต้านทานยกกำลังหนึ่ง (ซึ่งมักเป็นสมมติฐานที่ถูกต้องสำหรับเส้นลวดโลหะ) ความต้านทานจะมีการขึ้นกับอุณหภูมิเหมือนกับในสมการ 3.14 หรือ (หลังจากจัดรูปเล็กน้อย) คือ

$$R(T) = R_0[1 + \bar{\alpha}(T - T_0)] \quad (3.17)$$

$T_0 = 20^{\circ}\text{C}$, $R_0 = 1.05\ \Omega$, และ $\bar{\alpha}$ ของทองแดงที่ 20°C มีค่าเท่ากับ $0.00393\ (\text{C}^{-1})^{-1}$ ดังนั้นที่ $T = 0^{\circ}\text{C}$

$$R = (1.05\ \Omega)(1 + [0.00393\ (\text{C}^{-1})^{-1}][0^{\circ}\text{C} - 20^{\circ}\text{C}]) = 0.97\ \Omega$$

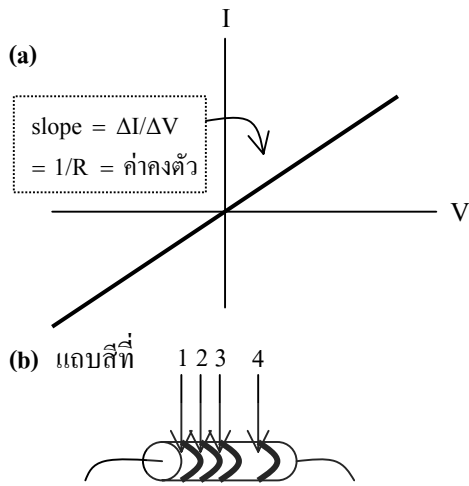
และที่ $T = 100^{\circ}\text{C}$

$$R = (1.05\ \Omega)(1 + [0.00393\ (\text{C}^{-1})^{-1}][100^{\circ}\text{C} - 20^{\circ}\text{C}]) = 1.38\ \Omega$$

จากตัวเลขที่เราเห็นนี้ ทำให้ทราบว่าในการออกแบบวงจรไฟฟ้าใดก็ตามที่ต้องมีการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิมาก ผู้ออกแบบต้องคำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงของค่าความต้านทานของวัสดุด้วย

4. กฎของโอห์ม

เมื่อเราศึกษาสมบัติทางไฟฟ้าของชิ้นวัสดุชิ้นหนึ่ง เช่น เราวัดค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวัสดุชิ้นนั้นเมื่อเราเปลี่ยนแปลงค่าความต่างศักย์ที่ตกคร่อม และหากเรานำความสัมพันธ์ดังกล่าวมาเขียนกราฟ เราจะพบว่าวัสดุบางประเภทให้ความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นเส้นตรง ซึ่งวัสดุเหล่านี้เป็นวัสดุที่มีสมบัติทางไฟฟ้าเป็นไปตามกฎของโอห์มคือสมการ 3.8 : $V = IR$ หรือสมการ 3.10 : $\vec{E} = \rho\vec{J}$



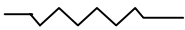
สี	ค่าตัวเลข	ค่าตัวคูณ
ดำ	0	1
น้ำตาล	1	10
แดง	2	10 ²
ส้ม	3	10 ³
เหลือง	4	10 ⁴
เขียว	5	10 ⁵
น้ำเงิน	6	10 ⁶
ม่วง	7	10 ⁷
เทา	8	10 ⁸
ขาว	9	10 ⁹

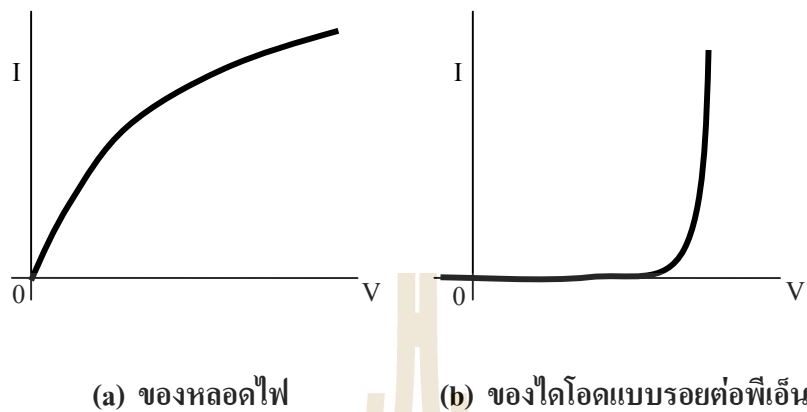
ถ้าแถบที่สี่ไม่มีสีหมายถึงความต้านทานที่อ่านได้มีช่วงกว้าง $\pm 20\%$ ถ้าเป็นสีเงินจะเป็น $\pm 10\%$ และสีทอง $\pm 5\%$

รูปที่ 3.8 (a) ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านกับความต่างศักย์ตกคร่อมวัสดุที่เป็นไปตามกฎของโอห์ม

(b) ลักษณะของตัวต้านทานที่มีความต้านทานคงตัว (ตามกฎของโอห์ม) ตารางด้านขวามือแสดงตัวเลขที่แถบสีบนตัวต้านทานแทน

เนื่องจากความต้านทานคืออัตราส่วนระหว่างความต่างศักย์ที่ตกคร่อมกับกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน ดังนั้น เราสามารถพูดได้ว่า วัสดุที่มีสมบัติตามกฎของโอห์มนี้มีค่าความต้านทานคงตัวไม่ขึ้นกับกระแสที่ไหลผ่าน หรือแม้แต่นำขนาดและความเป็นบวกหรือลบของความต่างศักย์ที่ตกคร่อม ตัวอย่างของวัสดุที่เป็นไปตามกฎของโอห์มนี้ได้แก่ โลหะและตัวต้านทานที่เราเห็นในห้องปฏิบัติการฟิสิกส์ หรือในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง เช่น ในวิทยุแบบที่ใช้ถ่านก้อน รูปร่างของตัวต้านทานเหล่านี้คล้ายกับที่แสดงให้เห็นในรูปที่ 3.8 (b) คือเป็นรูปทรงกระบอกมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 1 mm และยาวประมาณนั้นด้วย ตัวต้านทานพวกนี้มักมีแถบสี 4 แถบ ซึ่งแต่ละแถบจะแทนตัวเลข ดังนี้ 2 แถบแรกแทนจำนวนเลข 2 หลัก แถบที่ 3 แทนเลขยกกำลังของ 10 ซึ่งเป็นตัวคูณกับเลข 2 หลักดังกล่าว แถบสุดท้ายเป็นแถบที่บอกถึงช่วงกว้าง (tolerance) ของค่าความต้านทานของตัวต้านทาน และความต้านทานที่อ่านได้มีหน่วยเป็นโอห์ม ตัวอย่างเช่น ถ้าแถบทั้ง 4 มีสีต่อไปนี้ แดง-เขียว-ม่วง-ทอง ความต้านทานของตัวต้านทานตัวนี้มีค่าเท่ากับ $25 \times 10^7 \pm 5\% \Omega$

สัญลักษณ์ในวงจรไฟฟ้า ของตัวต้านทานที่มีสมบัติตามกฎของโอห์มคือ 



รูปที่ 3.9 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าและความต่างศักย์ตกคร่อมของ
(a) หลอดไฟแบบไส้ทั้งสแตน (b) ไดโอดแบบรอยต่อพีเอ็น

ลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้ากับความต่างศักย์ (I-V characteristics) ของวัสดุ อุปกรณ์ หรือส่วนประกอบในวงจรทางอิเล็กทรอนิกส์อื่นๆ ไม่ได้เป็นไปตามกฎของโอห์มเสมอไป ตัวอย่างเช่น หลอดไฟที่มีไส้หลอดทำจากขดทั้งสแตน ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้ากับความต่างศักย์ของมัน มีลักษณะเป็นเส้นโค้งอย่างการยกกำลัง (power law) ดังในรูปที่ 3.9 (a) และอีกตัวอย่างหนึ่งคือ ไดโอดแบบรอยต่อพีเอ็น (pn junction diode) ซึ่งมีลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้ากับความต่างศักย์เป็นดังในรูปที่ 3.9 (b)

อันที่จริงแล้วกฎของโอห์มนั้น แม้ว่าจะเป็นกฎที่ง่าย แต่ก็ไม่ได้เป็นกฎพื้นฐานในทางแม่เหล็กไฟฟ้า เนื่องจากเป็นกฎที่ขึ้นกับสมบัติของตัวกลางที่นำไฟฟ้านั้น อย่างไรก็ตาม เป็นที่น่าแปลกว่ามีสิ่งของจำนวนมาก เช่น โลหะต่างๆ ที่มีสมบัติเป็นไปตามกฎนี้ แต่ก็มีอีกมากอยู่เหมือนกันที่ไม่เป็นไปตามกฎนี้เลย ในสองถึงสามย่อหน้าต่อไปนี้จะมาพิจารณาโดยเฉพาะว่า เหตุใดโลหะจึงมีสมบัติเป็นไปตามกฎของโอห์ม

ในเทอมของปริมาณในระดับจุลภาค กฎของโอห์มเขียนได้ว่า $E = \rho j$ (ให้เทียบกับ $V = RI$) โดยที่เป็นค่าคงตัวไม่ขึ้นกับความหนาแน่นกระแสหรือสนามไฟฟ้า (และ R ไม่ขึ้นกับกระแสหรือความต่างศักย์) ดังที่ได้กล่าวไปบ้างแล้วในตอนต้นของหน่วยนี้ว่า อะตอมของธาตุโลหะมีเวเลนซ์อิเล็กตรอน (valence electrons) ซึ่งเป็นอิเล็กตรอนที่หลุดเป็นอิสระออกจากอะตอมได้ง่าย และเมื่ออะตอมเหล่านี้มาอยู่รวมกันเป็นผลึก (crystal) เวเลนซ์อิเล็กตรอนของอะตอมแต่ละตัวก็จะหลุดออกมา และสามารถเคลื่อนที่ได้ทั่วทั้งเนื้อผลึกของโลหะ อิเล็กตรอนเหล่านี้เป็นตัวที่รับผิดชอบความสามารถในการนำไฟฟ้าได้ของโลหะ เราจึงเรียกอิเล็กตรอนพวกนี้ว่า อิเล็กตรอนตัวนำ (conduction electrons)

ตัวอย่างเช่น อะตอมทองแดงมีนิวเคลียสและอิเล็กตรอนอยู่ทั้งหมด 29 ตัว ในจำนวนนี้มีเวเลนซ์อิเล็กตรอนอยู่ 1 ตัว ซึ่งกลายเป็นอิเล็กตรอนตัวนำเมื่ออะตอมทองแดงจำนวนมากมาอยู่รวมกันเป็นผลึกโลหะทองแดง อิเล็กตรอนที่เหลือ 28 ตัวยังคง “ผูกติด” อย่างเหนียวแน่นกับนิวเคลียสของอะตอมทองแดง และทั้งหมดนี้ (นิวเคลียสกับอิเล็กตรอน 28 ตัว) จะเป็นไอออนที่มีประจุสุทธิ + e และอยู่กับที่ในโครงสร้างผลึกทองแดง

ทฤษฎีที่มักนำมาใช้อธิบายการนำไฟฟ้าของโลหะนั้นมีพื้นฐานมาจากแบบจำลองอิเล็กตรอนอิสระ (free-electron model) ซึ่งใช้ข้อสมมติฐานที่ว่า อิเล็กตรอนตัวนำสามารถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระตลอดทั่วเนื้อโลหะคล้ายที่โมเลกุลก๊าซในภาชนะปิดหนึ่งๆ ซึ่งสมมติฐานข้อนี้ทำให้ในบางครั้ง เราเรียกอิเล็กตรอนตัวนำว่าก๊าซอิเล็กตรอนอิสระ

ในขณะที่ไม่มีสนามไฟฟ้าอิเล็กตรอนตัวนำจะวิ่งเป็นเส้นตรงอย่างเสเปะสะปะ (ตัวใครตัวมัน) ด้วยอัตราเร็วสูง กล่าวคือ โดยเฉลี่ยประมาณ \bar{v} ($\bar{v} = 1.6 \times 10^6$ m/s ในกรณีของทองแดง) อิเล็กตรอนเหล่านี้จะวิ่งชนกับไอออน ซึ่งสันอยู่กับที่บางครั้ง การชนดังกล่าวทำให้ทิศทางการวิ่งของอิเล็กตรอนเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหัน ช่วงระยะทางที่อิเล็กตรอนวิ่งโดยที่ไม่มีการชนกับไอออนเลยเรียกว่า ระยะทางเฉลี่ยอิสระ (mean free path) ใช้สัญลักษณ์ λ แทน และระยะเวลาที่วิ่งโดยที่ไม่มีการชนกับไอออนเลยเรียกว่า ระยะเวลาเฉลี่ยอิสระ (mean free time) ใช้สัญลักษณ์ τ แทน การชนกันกับไอออนนี้ เป็นต้นเหตุของการเกิดความต้านทานไฟฟ้าในโลหะ ในกรณีที่ผลึกโลหะประกอบด้วยไอออนที่เรียงตัวกันอย่างเป็นระเบียบสมบูรณ์แบบ อยู่นิ่งไม่สั่น และไม่มีสิ่งเจือปนอื่นอยู่เลย อิเล็กตรอนไม่ชนกันกับไอออนเลย เมื่ออุณหภูมิลดลง การสั่นของไอออนจะลดลงด้วย นั่นคือ $T \rightarrow 0$ K, $\lambda \rightarrow \infty$

โดยสรุป ปัจจัยที่ทำให้เกิดการชนของอิเล็กตรอน คือ

- 1) การที่อุณหภูมิมียุคค่าสูงกว่า 0 K ซึ่งทำให้ไอออนสั่นรอบตำแหน่งสมดุลของมัน
- 2) ความไม่สมบูรณ์ของผลึก เช่น อาจมีไอออนหายไปจากตำแหน่งที่ควรจะมีไอออนอยู่ หรือมีไอออนไปอยู่ในตำแหน่งที่ไม่ควรอยู่
- 3) ปริมาณของสิ่งแปลกปลอมอื่นที่หลงเข้ามาอยู่ในผลึก

ซึ่งก็หมายความว่าสภาพต้านทานของโลหะมีค่าเพิ่มขึ้นได้ตาม

- 1) การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิ
- 2) การทำให้เกิดความไม่สมบูรณ์ของผลึกมากขึ้น
- 3) จำนวนสิ่งแปลกปลอมที่เพิ่มขึ้น

เมื่อเราใส่สนามไฟฟ้า \vec{E} เข้าไป อิเล็กตรอนอิสระที่เคยวิ่งแบบตัวใครตัวมันก็จะเริ่ม “ลอยเลื่อน” ไปในทิศทางเดียวกัน คือสวนทางกับทิศของสนามไฟฟ้า ด้วยอัตราเร็วลอยเลื่อนเฉลี่ย v_d (ดูรูปที่ 3.10 ประกอบ) ซึ่งมีค่าไม่มากนักเมื่อเทียบกับ \bar{v} เราสามารถคำนวณหา v_d ได้ในเทอมของ \vec{E} , λ , \bar{v} และ τ ดังนี้ เมื่อมีสนามไฟฟ้าอิเล็กตรอนแต่ละตัวจะรู้สึกว่ามีแรงขนาด eE มากระทำ ซึ่งหมายความว่ามันจะวิ่งด้วยอัตราเร่ง $a = eE/m$ เมื่อพิจารณาอิเล็กตรอนที่เพิ่งชนกับไอออน มันจะเปลี่ยนแปลงทิศทางการเคลื่อนที่อย่างกะทันหัน ซึ่งถือเป็นการทำลายการลอยเลื่อนของมันในสนามไฟฟ้าด้วย ในช่วงเวลา ก่อนที่มันจะมีการชนอีกครั้งนั้น การเปลี่ยนแปลงของอัตราเร็วของมันโดยเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ $a\tau = a(\lambda/\bar{v})$ ซึ่งเป็นค่าที่บ่งบอกถึงอัตราเร็วลอยเลื่อนตามสนามไฟฟ้า ดังนั้น

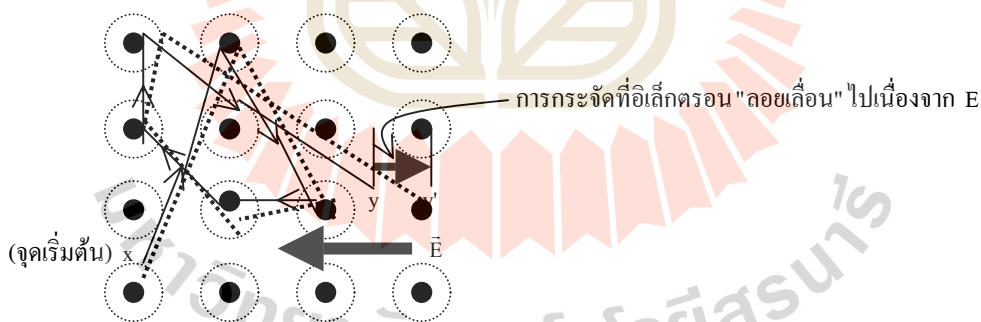
$$v_d = a\tau = \frac{eE}{m} \tau$$

จากสมการ 3.7 เราจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วลอยเลื่อนกับขนาดความหนาแน่นกระแส คือ

$$v_d = \frac{J}{ne}, \quad \therefore \frac{J}{ne} = \frac{eE}{m} \tau$$

แทนค่าจาก $E = \rho J$ เราจะได้

$$\rho = \frac{m}{ne^2 \tau} \tag{3.18}$$



รูปที่ 3.10 ลักษณะการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนตัวหนึ่งในขณะที่ไม่มีสนามไฟฟ้า (ตามเส้นทึบ จากจุด x ถึง y) และลักษณะการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนตัวเดียวกัน หากมีสนามไฟฟ้า \vec{E} ซึ่งมีทิศตั้งในรูป (ตามเส้นประจากจุด x ถึง y') จะเห็นว่าอิเล็กตรอนมีการลอยเลื่อนไปในทิศสวนทางกับสนามไฟฟ้า (อันที่จริงแล้วแนวการเคลื่อนที่ตามเส้นประควรจะเป็นแนวโค้งเล็กน้อยเพราะอิทธิพลของสนามไฟฟ้า)

จะเห็นได้ว่า m , n และ e เป็นค่าคงตัว ρ จะเป็นค่าคงตัวไม่ขึ้นกับสนามไฟฟ้าตามกฎของโอห์มก็ต่อเมื่อ τ มีค่าไม่ขึ้นกับขนาดของสนามไฟฟ้า เนื่องจาก $\tau = \lambda/\bar{v}$ ซึ่งมีค่าขึ้นอยู่กับ \bar{v} เท่านั้น (λ เป็นค่าคงตัว) ค่า \bar{v} นี้เป็นอัตราเร็วเฉลี่ยของการกระจายตัวของอัตราเร็วของอิเล็กตรอนอิสระในโลหะ ซึ่งมีค่าขึ้นกับการกระจายตัวของอัตราเร็วดังกล่าว สนามไฟฟ้าไม่มีผลต่อการกระจายตัวของอัตราเร็วนี้มากนัก ซึ่งทำให้ค่า ρ เป็นปริมาณที่ไม่ขึ้นกับสนามไฟฟ้าในโลหะ

ตัวอย่างที่ 3.5 จงคำนวณหาช่วงเวลา τ และระยะเฉลี่ยอิสระ λ ระหว่างการชนของอิเล็กตรอนในทองแดง ใช้อัตราเร็ว $\bar{v} = 1.6 \times 10^6$ m/s

วิธีทำ จากสมการ 3.18 เราได้ว่า

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{m}{ne^2\rho} \\ &= \frac{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}}{(8.49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2(1.72 \times 10^{-8} \text{ }\Omega\text{m})} \\ &= 2.43 \times 10^{-14} \text{ s}\end{aligned}$$

ค่า n นำมาจากตัวอย่างที่ 3.1

ระยะเฉลี่ยอิสระจึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}\lambda &= \bar{v}\tau = (2.43 \times 10^{-14} \text{ s})(1.6 \times 10^6 \text{ m/s}) \\ &= 3.9 \times 10^{-8} \text{ m} = 39 \text{ nm}\end{aligned}$$

ระยะระหว่างไอออนในผลึกโลหะมีค่าประมาณ 2 – 3 อังสตรอม ดังนั้นระยะเฉลี่ยอิสระจึงมีค่ามากกว่าระยะระหว่างไอออนประมาณ 130 เท่า

สรุป

กระแสไฟฟ้าคืออัตราการไหลของประจุ $I = \frac{dq}{dt}$

ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า

$$J = \frac{I}{A} = nev$$

โดย n คือความหนาแน่นของอิเล็กตรอน

e คือขนาดของประจุของอิเล็กตรอน

v คืออัตราเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอน

กฎของโอห์มกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้า I กับความต่างศักย์ตกคร่อม V ของวัสดุบางอย่าง

$$V = IR$$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

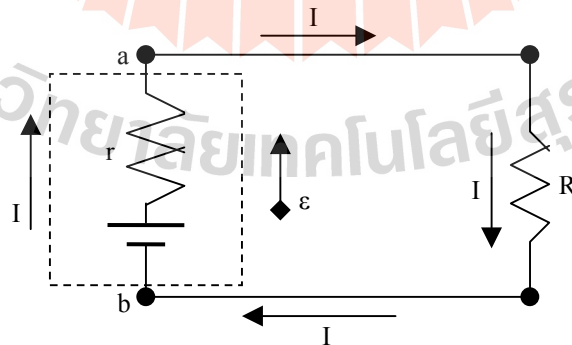


ตอนที่ 3.2

วงจรไฟฟ้ากระแสตรง

ในตอนนี้เราจะมาศึกษาพฤติกรรมของวงจรไฟฟ้ากระแสตรง (direct current circuits) ซึ่งหมายถึงวงจรไฟฟ้าที่มีทิศทางกระแสไฟฟ้าไหลของกระแสไฟฟ้าไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (หรือกระแสไฟฟ้าไหลไปในทางเดียวกันตลอดเวลา นั่นเอง) วงจรที่เราให้ความสนใจในตอนนี้ก็ได้แก่ วงจรที่ประกอบด้วยตัวต้านทาน เส้นลวด (ซึ่งเรามักประมาณว่ามีความต้านทานน้อยมาก และไม่นำมาคิดในวงจร) และแบตเตอรี่เท่านั้น วงจรประเภทนี้เราจะถือว่าขนาดของกระแสไฟฟ้าไม่เปลี่ยนแปลงกับเวลา นอกจากนี้แล้ว เราจะศึกษาวงจรไฟฟ้ากระแสตรงที่มีขนาดของกระแสเปลี่ยนแปลงไปกับเวลาด้วย คือวงจรที่มีตัวต้านทานและตัวเก็บประจุ

เมื่อเราต้องการให้มีกระแสไฟฟ้าไหลในวงจรหนึ่งๆ เราต้องมีแหล่งกำเนิดไฟฟ้าซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่สามารถรักษาความต่างศักย์ระหว่างสองจุดใดๆ ในวงจรให้มีขนาดเท่าเดิมได้ เราสามารถเปรียบเทียบอุปกรณ์ดังกล่าวของวงจรไฟฟ้ากับปั๊มน้ำที่เราใช้ในระบบของท่อน้ำประปา เราเรียกอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่ดังกล่าวในวงจรไฟฟ้าว่า แหล่งกำเนิดแรงเคลื่อนไฟฟ้า (source of electromotive force) เราใช้สัญลักษณ์ ϵ และตัวย่อที่มักใช้คือ emf ตัวอย่างของแหล่งกำเนิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าก็ได้แก่ แบตเตอรี่ หรือถ่านไฟฉาย เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ใช้ในโรงงานต่างๆ เซลล์แสงอาทิตย์ หัวใจของมนุษย์ เป็นต้น



รูปที่ 3.11 วงจรไฟฟ้า 1 วงที่ประกอบด้วยแหล่งจ่ายไฟ (กรอบเส้นประ) ซึ่งมีความต้านทานภายใน r และตัวต้านทาน R

1. กฎของเคิร์ชฮอฟฟ์สำหรับการคำนวณในวงจรไฟฟ้า

พิจารณาวงจรไฟฟ้าลูปเดียวหรือวงเดียวดังในรูปที่ 3.11 ซึ่งมีแหล่งกำเนิด emf ขนาด ϵ และตัวต้านทาน R หนึ่งตัว ในช่วงเวลาสั้นๆ dt จะมีพลังงานขนาด $dE = \text{power} \cdot \text{time} = I^2 R dt$ เกิดขึ้นภายในตัวต้านทานดังกล่าว ซึ่งในช่วงเวลาดังกล่าวจะมีประจุ $dq = Idt$ ไหลผ่านแหล่งกำเนิด emf ซึ่งหมายความว่า แหล่งกำเนิดดังกล่าวทำงานบนประจุ dq เท่ากับ (จาก $W = qV$) $dW = \epsilon dq = \epsilon Idt$ เนื่องจากการเป็นปริมาณอนุรักษ์ งานที่ทำโดยแหล่งกำเนิด emf ในวงจรนี้ต้องมีค่าเท่ากับพลังงานภายในที่เพิ่มขึ้นของตัวต้านทาน ดังนั้น $\epsilon Idt = I^2 R dt$ และเราจะได้ว่า $I = \epsilon/R$ นั่นเอง อันที่จริงแล้วเราสามารถได้มาซึ่งสมการ $I = \epsilon/R$ โดยพิจารณาว่าหากศักย์ไฟฟ้าเป็นปริมาณที่มีความหมายแล้วละก็ ณ จุดใดจุดหนึ่งในวงจร ค่าศักย์ไฟฟ้าควรจะมียกค่าเดียว ณ เวลาใดๆ ดังนั้นถ้าเราเริ่มเดินจากจุดหนึ่งในวงจรจนครบรอบและกลับมาที่ๆ เราเริ่มต้น เมื่อเรารวมค่าการเปลี่ยนแปลงของศักย์ไฟฟ้าของการเดินนี้ เราควรจะพบว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงของศักย์ไฟฟ้าเลย หรือกล่าวได้ว่า “ผลรวมทางเรขาคณิตของการเปลี่ยนแปลงของศักย์ไฟฟ้าที่พบในการเดินจรครบวงในวงจรปิดใดๆ มีค่าเป็นศูนย์” นี่คือกฏข้อที่ 2 ของเคิร์ชฮอฟฟ์ (Kirchhoff's 2nd rule) หรือ Loop rule ผู้อ่านอาจจะยังมีความสับสนต่อกฏข้อนี้ แต่ก็ขอให้อ่านต่อไป ความเข้าใจกฏข้อนี้จะดีขึ้นเมื่อเห็นตัวอย่างประกอบ ตามรูปที่ 3.11 ถ้าเราเริ่มต้นที่จุด a ซึ่งสมมติว่ามีศักย์ไฟฟ้า V_a (ค่าศักย์ไฟฟ้า V_a นี้อันที่จริงแล้วไม่มีความสำคัญเนื่องจากเราสนใจค่าความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุดในวงจร) และเดินไปในวงจรในทิศตามเข็มนาฬิกา หรือตามทิศการไหลของกระแสไฟฟ้า I เมื่อเดินผ่านตัวต้านทาน R ความต่างศักย์มีค่าเปลี่ยนแปลง $-IR$ เครื่องหมายลบแสดงให้เห็นว่า เราเดินผ่านจากจุดที่มีศักย์ไฟฟ้าสูงกว่าไปยังจุดที่มีศักย์ไฟฟ้าต่ำกว่า และเมื่อเราเดินผ่านแบตเตอรี่ ศักย์ไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น $+\epsilon$ (เดินจากจุดศักย์ต่ำกว่าไปยังจุดที่มีศักย์สูงกว่า) เมื่อรวมการเปลี่ยนแปลงของค่าศักย์ไฟฟ้าทั้งหมดนี้ ก่อนจะเดินกลับไปยังจุด a ศักย์รวมนี้ต้องมีค่าเท่ากับ V_a หรือ

$$V_a + (-IR) + \epsilon = V_a$$

หรือเขียนใหม่ว่า

$$IR - \epsilon = 0$$

นั่นเอง จะเห็นได้ว่าค่าของ V_a ไม่มีความสำคัญต่อผลสุดท้ายแม้แต่น้อย

เมื่อเรานำเอากฏข้อนี้มาใช้จริงในการคำนวณปัญหาวงจรไฟฟ้ากระแสตรง เราสามารถดำเนินการตามที่แสดงให้เห็นในย่อหน้าที่แล้ว หรือจะใช้บทสรุปต่อไปนี้ในการทำก็ได้ กล่าวคือเราจะทำการเดินในวงจร โดยเริ่มจากจุดใดก็ได้ในวงจรและเดินให้ครบวงจนกลับมาที่เดิมที่เราเริ่มต้น ถ้าเราเดินตามทิศทางกระแสไฟฟ้าผ่านตัวต้านทาน R เราจะบันทึกการเปลี่ยนแปลงศักย์เป็น $+IR$

(และ $-IR$ เมื่อเราเดินสวนกระแส) และเมื่อเราเดินผ่านแบตเตอรี่หรือแหล่งกำเนิด emf ถ้าขั้วของแบตเตอรี่ที่เราพบเมื่อเดินไปถึงเป็นขั้วบวก ก็ให้เขียน $+e$ แต่ถ้าพบขั้วลบก็ให้ใส่ $-e$ เมื่อเดินจนครบวงแล้วรวมค่าการเปลี่ยนแปลงของศักย์ไฟฟ้าทั้งหมดมีค่าเท่ากับศูนย์ ผู้อ่านจะเข้าใจการประยุกต์กฎข้อนี้มากขึ้นเมื่อเห็นตัวอย่างการคำนวณในหัวข้อถัดไป

ก่อนที่เราจะขึ้นหัวเรือถัดไป สิ่งที่เราควรพูดถึงก็คือแบตเตอรี่หรือแหล่งกำเนิด emf นั้นอันที่จริงแล้วก็มีความต้านทานในตัวเองเช่นกัน แต่ขนาดของความต้านทานดังกล่าวมักมีค่าไม่มากนักซึ่งบางครั้งทำให้เราไม่นำมันมาคิด เรามักใช้สัญลักษณ์ r แทนความต้านทานภายในของแบตเตอรี่ ด้วยเหตุนี้เมื่อเราใช้กฎข้อที่ 2 ของเคิร์ชฮอฟฟ์ และเมื่อเราเดินผ่านแบตเตอรี่ที่มีความต้านทานภายใน r และค่า emf เท่ากับ e เราจะบันทึกความต่างศักย์ที่เปลี่ยนแปลง $+e + Ir$ ถ้าเราเดินไปพบกับขั้วบวกของแบตเตอรี่และเดินตามกระแส และบันทึกเป็น $-e + Ir$ ถ้าเราเดินไปพบกับขั้วลบของแบตเตอรี่และเดินตามกระแส เป็นต้น

1.1 ความต่างศักย์ในวงจร

เมื่อเราต้องการทราบความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุดในวงจร ตัวอย่างเช่นจุด a กับ b ในวงจรในรูปที่ 3.11 เราจะใช้กฎข้อที่ 2 ของเคิร์ชฮอฟฟ์โดยการเดินในวงจรเช่นเคย แต่เราจะไม่เดินจนครบวงดังในหัวเรื่องที่แล้ว เราจะเดินจากจุด a ไปยังจุด b และค่าการเปลี่ยนแปลงของศักย์ไฟฟ้าจะเท่ากับความต่างศักย์ (potential differences) ระหว่างจุด 2 จุด $V_{ab} = V_a - V_b$ ดังนั้นตามรูปที่ 3.11 เราจะได้ว่า $V_{ab} = IR$ ถ้าเราเดินตามกระแส และได้ว่า $V_{ab} = -Ir + e$ ถ้าเราเดินสวนกระแส เรามักจะเขียน V_{ab} ในรูปของแรงเคลื่อนไฟฟ้าและความต้านทาน ดังนั้นเราแทนค่า $I = V_{ab}/R$ จากสมการแรกลงในสมการหลังและได้ $V_{ab} = -V_{ab}r/R + e$ หรือ $V_{ab} = e[R/(R+r)]$

ตัวอย่างที่ 3.6 จงคำนวณหากระแสไฟฟ้าและความต่างศักย์ระหว่างจุด a กับ b และจุด a กับ c ในวงจรตามรูปที่ 3.12 โดยที่ค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าและค่าความต้านทานต่างๆ ในวงจรมีค่าดังนี้ $\epsilon_1 = 2.1 \text{ V}$, $\epsilon_2 = 4.4 \text{ V}$, $r_1 = 1.8 \Omega$, $r_2 = 2.3 \Omega$, $R = 5.5 \Omega$

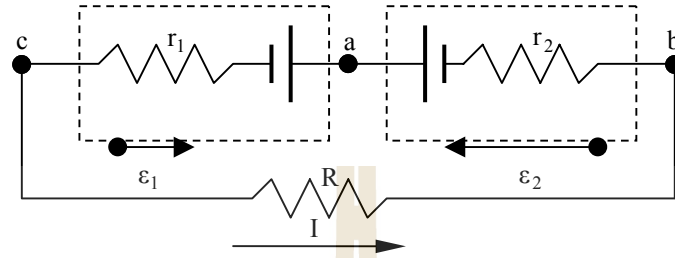
วิธีทำ เลือกให้กระแส I ไหลในทิศทางเข็มนาฬิกา เริ่มเดินตามทิศทางไหลของกระแส จากจุด a จะได้ว่า

$$+e_1 + Ir_1 + IR + Ir_2 - e_2 = 0$$

แก้สมการหาค่ากระแสได้

$$I = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{R + r_1 + r_2} = \frac{4.4 \text{ V} - 2.1 \text{ V}}{5.5 \Omega + 1.8 \Omega + 2.3 \Omega} = 0.24 \text{ A}$$

เครื่องหมายของ I เป็นบวกลบหมายความว่าเราเลือกทิศการไหลสอดคล้องกับความเป็นจริง หากเราเลือกให้กระแสไหลตามเข็มนาฬิกาแทน เราจะได้คำตอบที่มีค่าเป็นลบ (ไม่น่าแปลกใจที่ กระแสไหลไปในทิศวนเข็มนาฬิกา สังเกตว่า $\epsilon_2 > \epsilon_1$)



รูปที่ 3.12 วงจรไฟฟ้าอย่างง่ายสำหรับการคำนวณ

ความต่างศักย์ระหว่างจุด a กับ b หาได้จากการเดินจาก a ไปยัง b โดยเลือกเดินไปทางขวา เนื่องจากการเดินนี้เป็นการเดินสวนกับทิศของกระแส เราจะได้เครื่องหมายลบหน้าเทอมที่มี I ดังนั้น

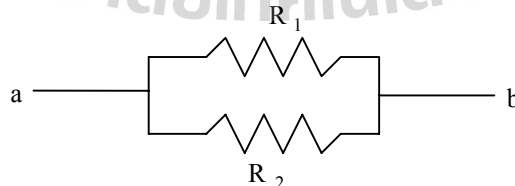
$$V_a - V_b = + \epsilon_2 - Ir_2 = 4.4 \text{ V} - (0.24 \text{ A})(2.3 \Omega) = +3.8 \text{ V}$$

ในทำนองเดียวกัน ความต่างศักย์ระหว่างจุด a กับ c หาได้จากการเดินจาก a ไปยัง c โดยเลือกเดินไปทางซ้าย ซึ่งเป็นทิศเดียวกับกระแส

$$V_a - V_c = + \epsilon_1 - Ir_1 = 2.1 \text{ V} + (0.24 \text{ A})(1.8 \Omega) = +2.5 \text{ V}$$

1.2 การต่อตัวต้านทานแบบขนานและแบบอนุกรม

ถ้าเรามีตัวต้านทานหลายๆ ตัวต่อรวมกัน เราสามารถคำนวณหาความต้านทานสุทธิของตัวต้านทานเหล่านั้นได้ การนำตัวต้านทานมาต่อกันนั้นมีลักษณะการต่อ 2 แบบ คือ



รูปที่ 3.13 ตัวต้านทาน 2 ตัวต่อกันแบบขนาน

1.2.1 การต่อแบบขนาน (parallel) ความหมายของการต่อแบบขนานก็คือ ความต่างศักย์ที่ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวมีค่าเท่ากัน และกระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวจะแบ่งกันไป ตัวอย่างเช่น ตัวต้านทาน 2 ตัว R_1 กับ R_2 ที่ต่อขนานกันดังในรูปที่ 3.13 ความต่างศักย์ตกคร่อมตัวต้านทานทั้งสองมีค่าเท่ากับ V กระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวมีค่า $I_1 = V/R_1$ และ $I_2 = V/R_2$ กระแสรวม I จะแบ่งไหลผ่านตัวต้านทานทั้งสองโดย $I = I_1 + I_2$ ถ้าให้ R_{eq} คือความต้านทานสุทธิของชุดตัวต้านทาน เราจะได้ว่า $I = V/R_{eq}$ แต่ $I_1 + I_2 = I = V/R_{eq}$ แทนค่า I_1 และ I_2 จะได้ว่า $V/R_1 + V/R_2 = V/R_{eq}$ ดังนั้น $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2$ ในทำนองเดียวกันนี้ เราสามารถหาความต้านทานสุทธิของชุดตัวนำที่มาต่อขนานกัน N ตัวได้

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \tag{3.19}$$

จะเห็นได้ว่าความต้านทานสมมูลของตัวต้านทานที่นำมาต่อกันแบบขนานนั้น เป็นการบวกกันแบบส่วนกลับ ดังนั้นค่า R_{eq} จึงมีค่าน้อยกว่าความต้านทานต่ำสุดของตัวต้านทานในชุดนั้นเสมอ (เนื่องจากความต่างศักย์มีค่าเท่าเดิม แต่เราสามารถเพิ่มทางเดินให้กระแสไฟฟ้าซึ่งเป็นการลดค่าความต้านทานของระบบ)



รูปที่ 3.14 ตัวต้านทาน 2 ตัวต่อกันแบบอนุกรม

1.2.2 การต่อแบบอนุกรม (series) เป็นการต่อกันโดยที่กระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวมีค่าเท่ากัน และผลรวมของความต่างศักย์ที่ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัว มีค่าเท่ากับความต่างศักย์ที่ตกคร่อมทั้งชุด ตัวอย่างเช่น ตัวต้านทาน 2 ตัว R_1 กับ R_2 ดังในรูปที่ 3.14 ถ้ามีความต่างศักย์ V ตกคร่อมจุด a กับ b และทำให้มีกระแส I ไหลผ่านตัวต้านทานทั้งสอง ความต่างศักย์ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัว จะมีค่าเป็น $V_1 = IR_1$ และ $V_2 = IR_2$ ผลรวมของความต่างศักย์ทั้งสองนี้ ต้องมีค่าเท่ากับความต่างศักย์ตกคร่อมจุด a กับ b นั่นคือ $V = V_1 + V_2$ ถ้าความต้านทานรวมของตัวต้านทานชุดนี้มีค่าเป็น R_{eq} เราจะได้ว่า $V = IR_{eq}$ ดังนั้น เมื่อแทนค่าความต่างศักย์แต่ละตัวในสมการผลรวมของความต่างศักย์ จะได้ $IR_{eq} = IR_1 + IR_2$ หรือ $R_{eq} = R_1 + R_2$ นั่นเอง เมื่อเราขยายความสัมพันธ์นี้ให้ใช้ได้กับตัวต้านทาน N ตัวที่ต่อกันแบบอนุกรม จะได้ว่า

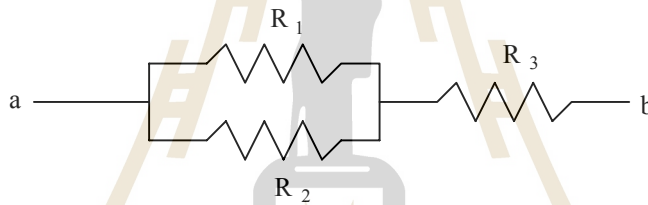
$$R_{eq} = \sum_{i=1}^N R_i \quad (3.20)$$

นั่นคือ ความต้านทานสมมูลของชุดตัวต้านทานที่ต่ออนุกรมกัน มีค่าเท่ากับผลบวกของความต้านทานของตัวต้านทานแต่ละตัว สังเกตว่าความต้านทานของชุดตัวต้านทานที่ต่ออนุกรมกัน มีค่ามากกว่าค่าความต้านทานสูงสุดของตัวต้านทานในชุดนั้น (เนื่องจากเราได้กระแสน้อยลงแต่ความต่างศักย์เท่าเดิม)

เปรียบเทียบผลที่ได้จากทั้งสองกรณีนี้กับการต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรมและแบบขนานที่ได้กล่าวแล้วในหน่วยที่แล้ว

ตัวอย่างที่ 3.7 จากรูปที่ 3.15

- (1) จงหาความต้านทานรวมของชุดตัวต้านทานชุดนี้ โดยที่ $R_1 = 4.6 \, \Omega$, $R_2 = 3.5 \, \Omega$, $R_3 = 2.8 \, \Omega$
- (2) ถ้านำแบตเตอรี่ความต่างศักย์ 12.0 V มาต่อคร่อมจุด a กับ b จะมีกระแสไหลผ่าน R_1 เท่าใด



รูปที่ 3.15 การต่อชุดตัวต้านทานแบบผสม

วิธีทำ (1) เราหาความต้านทานรวมของ R_1 กับ R_2 ก่อน ตัวต้านทานทั้งสองนี้ต่อแบบขนานกัน ดังนั้น

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(4.6 \, \Omega)(3.5 \, \Omega)}{4.6 \, \Omega + 3.5 \, \Omega} = 2.0 \, \Omega$$

และ R_{12} ต่อกับ R_3 แบบอนุกรม ดังนั้นความต้านทานรวมของตัวต้านทานชุดนี้จึงมีค่าเป็น

$$R_{123} = R_{12} + R_3 = 2.0 \, \Omega + 2.8 \, \Omega = 4.8 \, \Omega$$

(2) ความต่างศักย์ 12.0 V จะทำให้มีกระแสไหลจากจุด a ไปยังจุด b มีค่าเป็น

$$I = \frac{V}{R_{123}} = \frac{12.0 \text{ V}}{4.8 \Omega} = 2.5 \text{ A}$$

จากค่ากระแสนี้ เราจะได้ว่าค่าความต่างศักย์ตกคร่อม R_1 กับ R_2 เป็น

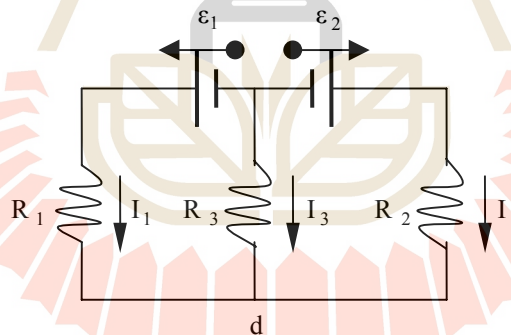
$$V_{12} = IR_{12} = (2.5 \text{ A})(2.0 \Omega) = 5.0 \text{ V}$$

ดังนั้นกระแสที่ไหลผ่าน R_1 จะมีค่าเท่ากับ

$$I_1 = \frac{V_{12}}{R_1} = \frac{5.0 \text{ V}}{4.6 \Omega} = 1.1 \text{ A}$$

1.3 วงจรไฟฟ้าหลายวง

ในวงจรไฟฟ้าวงเดียว กระแสที่ไหลในวงจรมีเพียงค่าเดียว แต่ในวงจรไฟฟ้าที่มีหลายวง ดังในรูปที่ 3.16 นี้ ในแต่ละส่วนจะมีกระแสไฟฟ้าขนาดต่างๆ กันไปไหลผ่านได้ ซึ่งเราอาจต้องการทราบค่ากระแสเหล่านี้

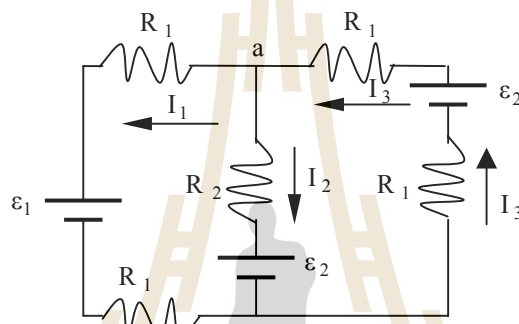


รูปที่ 3.16 วงจรที่มี 2 วง

ในวงจรในรูปที่ 3.16 มีกระแส 3 ค่าไหลในวงจร I_1 , I_2 และ I_3 ในการคำนวณหาค่ากระแสเหล่านี้ เรามักต้องตั้งสมมติฐานก่อนว่า กระแสแต่ละค่าไหลไปในทิศทางใด แม้ว่าเราอาจจะสมมติทิศทางของกระแสที่ได้จะถูกต้อง แต่เครื่องหมายที่ออกมาจะติดลบเท่านั้นเอง ซึ่งหมายความว่า กระแสนั้นต้องไหลในทิศตรงข้ามกับที่เราสมมตินั่นเอง

สำหรับการคำนวณเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้ามากกว่า 1 วงนี้ นอกจากเราจะใช้กฎข้อที่ 2 ของเคิร์ชฮอฟฟ์แล้ว เรายังต้องอาศัยกฎข้อที่ 1 ของเคิร์ชฮอฟฟ์ด้วย ซึ่งกฎนี้กล่าวว่า ที่จุดใดๆ ในวงจรไฟฟ้า กระแสที่ไหลเข้าที่จุดนั้นจะเท่ากับกระแสที่ไหลออก ถ้าไม่เช่นนั้นแล้ว จะมีการสะสมของกระแสที่จุดนั้น กฎนี้มีชื่อเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า Junction rule เช่น วงจรในรูปที่ 3.16 ที่จุด d กระแสที่ไหลเข้า $I_1 + I_2$ จะเท่ากับกระแสที่ไหลออก I_3

ตัวอย่างที่ 3.8 รูปที่ 3.17 แสดงวงจรไฟฟ้าที่มี 2 วง จงหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจรทั้ง 3 ค่า กำหนดให้ $\varepsilon_1 = 2.1 \text{ V}$, $\varepsilon_2 = 6.3 \text{ V}$, $R_1 = 1.7 \Omega$, $R_2 = 3.5 \Omega$



รูปที่ 3.17 วงจรไฟฟ้าที่มี 2 วง สำหรับการคำนวณ

วิธีทำ ให้ทิศทางของกระแสเป็นดังในรูป ที่จุด a เราจะได้ว่า

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (3.21)$$

จากนั้นเราเริ่มเดินจากจุด a วนในวงจรด้านซ้ายมือในทิศทางเข็มนาฬิกา จะได้

$$I_1 R_1 + \varepsilon_1 + I_1 R_1 - \varepsilon_2 - I_2 R_2 = 0$$

จัดรูปใหม่จะได้

$$2I_1 R_1 - I_2 R_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \quad (3.22)$$

ในทำนองเดียวกัน เดินเริ่มจากจุด a วนในวงจรด้านขวามือในทิศทางเข็มนาฬิกา จะได้

$$-I_3 R_1 + \varepsilon_2 - I_3 R_1 - \varepsilon_2 - I_2 R_2 = 0$$

จัดรูปใหม่จะได้

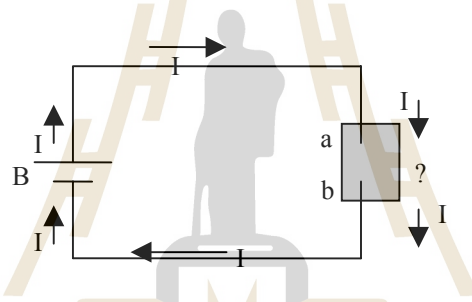
$$I_2 R_2 + 2I_3 R_1 = 0 \tag{3.23}$$

จากสมการ 3.21 ถึง 3.23 แทนค่า emf กับความต้านทานลงไป แล้วแก้หาค่ากระแสทั้ง 3 และคำตอบดังต่อไปนี้

$$I_1 = 0.82 \text{ A}, I_2 = -0.40 \text{ A} \text{ และ } I_3 = 0.42 \text{ A}$$

เครื่องหมายลบของ I_2 หมายความว่าทิศของมันที่แท้จริงนั้น ตรงข้ามกับที่เราสมมติไว้ในตอนต้น

2. การถ่ายเทพลังงานในวงจรไฟฟ้า



รูปที่ 3.18 แบตเตอรี่ B ให้กระแสไฟ I แก่วงจรซึ่งมี “กล่องดำ” อยู่

พิจารณาวงจรไฟฟ้าในรูปที่ 3.18 ซึ่งประกอบด้วยแบตเตอรี่ B และ “กล่องดำ” กล่องหนึ่ง ให้มีกระแสไฟ I ไหลอย่างคงตัวในวงจร และความต่างศักย์ตกคร่อมกล่องดำดังกล่าวมีค่า V_{ab} กล่องดำนี้อาจจะประกอบด้วยตัวต้านทาน หรืออะไรก็ได้ ปลาย a ต่ออยู่กับขั้วบวกของแบตเตอรี่ ซึ่งมีศักย์ไฟฟ้าสูงกว่าปลาย b ดังนั้น พลังงานศักย์ของประจุ dq ที่เคลื่อนที่ผ่านกล่องดำจากจุด a ถึงจุด b จะมีค่าลดลง $V_{ab}dq$ (เนื่องจากมันสูญเสียให้กับกล่องดำ) จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน เราสามารถสรุปได้ว่า พลังงานที่ประจุเสียไปนั้นต้องเปลี่ยนเป็นพลังงานในรูปแบบอื่น และจะเป็นพลังงานในรูปแบบใดนั้นก็ขึ้นอยู่กับว่ากล่องดำดังกล่าวเป็นอะไร ถ้าให้ในช่วงเวลา dt พลังงานปริมาณ dU มีการถ่ายเทภายในกล่องดำดังกล่าว เราสามารถเขียนได้ว่า

$$dU = V_{ab}dq = Idt V_{ab}$$

เราสามารถหาอัตราการถ่ายโอนพลังงาน หรือกำลังงาน P ได้จาก

$$P = \frac{dU}{dt} = IV_{ab} \quad (3.24)$$

ถ้ากล่องดำเป็นมอเตอร์พลังงานไฟฟ้าที่ถ่ายเทให้กับกล่องดำก็จะกลายเป็นพลังงานกลที่ใช้หมุนมอเตอร์ ถ้าเป็นแบตเตอรี่ที่ถูกนำมาอัดไฟ พลังงานที่ถ่ายจะกลายเป็นพลังงานเคมีเก็บไว้ในแบตเตอรี่ที่ถูกอัดไฟนั้น

ถ้ากล่องดำเป็นตัวต้านทานพลังงานที่ถูกถ่ายเทให้กับมัน จะกลายเป็นพลังงานภายในซึ่งเกี่ยวข้องกับ การเคลื่อนที่หรือการสั่นของอะตอมของตัวต้านทาน เราสามารถเห็นผลของการเคลื่อนที่นี้จากการที่ อุณหภูมิของตัวต้านทานมีค่าเพิ่มขึ้น อิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ผ่านตัวต้านทานโดยเฉลี่ยแล้วจะวิ่งด้วย อัตราเร็วลอยเลื่อนที่คงตัว จึงถือว่าไม่มีพลังงานจลน์เพิ่มขึ้นอย่างที่ควรจะเป็นภายใต้สนามไฟฟ้า อิเล็กตรอนเหล่านี้สูญเสียพลังงานผ่านการชนกับอะตอมในตัวต้านทาน ซึ่งเป็นผลให้อะตอมดังกล่าว มีการสั่นมากขึ้น ผลของการสั่นที่เพิ่มขึ้นนี้ ในระดับมหภาคเราเห็นได้จากอุณหภูมิที่สูงขึ้น ดังนั้น การถ่ายเทพลังงานจากพลังงานไฟฟ้าของวงจรสู่ตัวต้านทาน จึงเป็นในรูปของความร้อน (และแน่นอน ความร้อนจะถูกถ่ายเทสู่ภายนอกตัวต้านทานได้ ก็ต่อเมื่ออุณหภูมิภายนอก มีค่าต่ำกว่าตัวต้านทาน)

ดังนั้นสำหรับตัวต้านทาน เราสามารถเขียนสมการ 3.24 ได้ใหม่ว่า (โดยใช้ความสัมพันธ์ $I = V/R$)

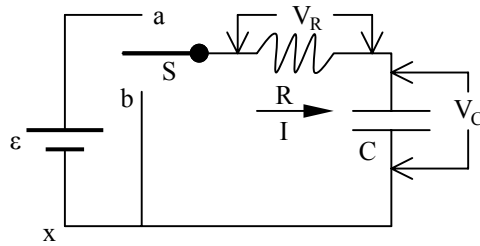
$$P = \frac{V^2}{R} = I^2R \quad (3.25)$$

สมการนี้มีชื่อเรียกว่า กฎของจูล (Joule's law) พลังงานที่ถ่ายเทสู่ตัวต้านทานหรือบริเวณภายนอก เรียกว่า Joule heating

จากสมการ 3.24 จะเห็นได้ว่าหน่วยของกำลังงานเป็น โวลต์ · แอมแปร์ ซึ่งก็คือหน่วยเดียวกับ วัตต์ (W) นั่นเอง

3. วงจรตัวต้านทานและตัวเก็บประจุ

ในวงจรที่มีตัวต้านทานเท่านั้น กระแสไฟฟ้าในวงจรจะมีค่าไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา แต่เมื่อเรานำตัวเก็บประจุมาไว้ในวงจรด้วย กระแสที่ไหลจะขึ้นกับเวลา ในหัวเรื่องนี้ เราจะศึกษากระแสใน วงจรที่ประกอบด้วยตัวต้านทานและตัวเก็บประจุ (RC circuits)



รูปที่ 3.19 วงจร RC

3.1 วงจรอัดประจุ

ถ้าเราอัดประจุให้กับตัวเก็บประจุในวงจรในรูปที่ 3.19 โดยการปิดสวิตช์ S ไปที่ตำแหน่ง a เราต้องการทราบว่ากระแสจะไหลในวงจรอย่างไร จากกฎข้อที่ 2 ของเคิร์ชฮอฟฟ์ เราจะได้ว่า (โดยเราเริ่มเดินในวงจรจากจุด x ในทิศตามเข็มนาฬิกา)

$$\varepsilon - IR - \frac{q}{C} = 0 \tag{3.26}$$

แทนค่ากระแสเป็น $I = \frac{dq}{dt}$ ในสมการ 3.26 จะได้

$$\varepsilon = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

จัดรูปต่อจะได้

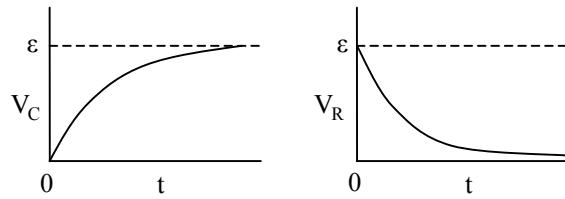
$$\frac{dq}{q - \varepsilon C} = -\frac{dt}{RC}$$

อินทิเกรตทั้งสองข้าง โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้น $q = 0$ ที่ $t = 0$ จะได้

$$q(t) = \varepsilon C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \tag{3.27}$$

และกระแสที่ไหลในวงจรคือ

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \tag{3.28}$$



รูปที่ 3.20 กราฟความสัมพันธ์ของความต่างศักย์ของตัวเก็บประจุและตัวต้านทาน กับเวลาสำหรับวงจร RC ที่ต่อในลักษณะอัดประจุ

รูปที่ 3.20 แสดงกราฟของความต่างศักย์ตกคร่อมตัวต้านทาน และความต่างศักย์ตกคร่อมตัวเก็บประจุที่เวลาต่างๆ สังเกตว่า

- (1) ที่ $t = 0$ ความต่างศักย์ตกคร่อมตัวต้านทานมีค่าเท่ากับค่า emf ของแบตเตอรี่ แต่ไม่มี ความต่างศักย์ตกคร่อมตัวเก็บประจุเลย (ตัวเก็บประจุยังไม่มีประจุอยู่เลย)
- (2) เมื่อเวลาผ่านไปนานมาก ($t \rightarrow \infty$) ความต่างศักย์ตกคร่อมตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับค่า emf ของแบตเตอรี่ (ตัวเก็บประจุถูกอัดประจุจนเต็ม) แต่ความต่างศักย์ตกคร่อมตัวต้านทานเป็นศูนย์ (ไม่มีกระแสไหล)
- (3) ที่เวลาใดๆ เราจะได้ว่าความต่างศักย์ตกคร่อมตัวต้านทานและตัวเก็บประจุ มีค่าบวกกันเท่ากับค่า emf ของแบตเตอรี่เสมอ

ปริมาณ RC ในสมการ 3.27 และ 3.28 มีมิติเวลา (เพราะเลขยกกำลังมีมิติเป็น 1) เราเรียกปริมาณนี้ว่า ค่าคงตัวเวลาของการเก็บประจุ (capacitive time constant) ของวงจร เรามักใช้สัญลักษณ์ τ_C ดังนั้น

$$\tau_C = RC \quad (3.29)$$

ค่า τ_C นี้ คือช่วงเวลาที่ประจุบนตัวเก็บประจุเปลี่ยนแปลงจากไม่มีประจุเลย จนมีประจุเป็นปริมาณเท่ากับ $1 - e^{-1}$ หรือ 63% ของค่าในตอนสุดท้าย ($t \rightarrow \infty$) ตัวต้านทานทำให้การอัดประจุแก่ตัวเก็บประจุล่าช้าไป

ตัวอย่างที่ 3.9 ตัวต้านทานขนาด $R = 6.3 \text{ M}\Omega$ ต่อแบบอนุกรมอยู่กับตัวเก็บประจุ $C = 2.4 \text{ }\mu\text{F}$ และแบตเตอรี่ 12 V จงหาค่าคงตัวเวลาของการเก็บประจุ และจงหาว่าจะใช้เวลาเท่าใด ที่ความศักย์ตกคร่อมตัวเก็บประจุจะเปลี่ยนแปลงจากศูนย์จนมีค่าเท่ากับ 5.6 V

วิธีทำ จากสมการ 3.29

$$\tau_C = RC = (6.2 \times 10^6 \Omega)(2.4 \times 10^{-6} \text{ F}) = 15 \text{ s}$$

ความต่างศักย์ของตัวเก็บประจุเท่ากับ

$$V_C = \frac{q}{C} = \varepsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

แก้สมการนี้หา t จะได้

$$\begin{aligned} t &= -\tau_C \ln \left(1 - \frac{V_C}{\varepsilon} \right) \\ &= -(15 \text{ s}) \ln \left(1 - \frac{5.6 \text{ V}}{12 \text{ V}} \right) = 9.4 \text{ s} \end{aligned}$$

3.2 วงจรคายประจุ

เมื่อปิดสวิตช์ S ไปที่ตำแหน่ง b ในวงจรในรูปที่ 3.19 หลังจากทีปิดไปที่ a เป็นระยะเวลา นานมากซึ่งตัวเก็บประจุได้ถูกอัดประจุจนเต็มแล้ว ตัวเก็บประจุจะเริ่มคายประจุผ่านตัวต้านทาน ในขณะที่ไม่มีแบตเตอรี่อยู่ในวงจร ดังนั้น สมการ 3.26 จะกลายเป็น

$$IR + \frac{q}{C} = 0 \tag{3.30}$$

แทนค่ากระแสเป็น $I = \frac{dq}{dt}$ ในสมการ 3.30 จะได้

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

ซึ่งคำตอบของสมการนี้คือ (หาได้จากการอินทิเกรต $\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$ ทั้งสองข้าง)

$$q(t) = q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \tag{3.31}$$

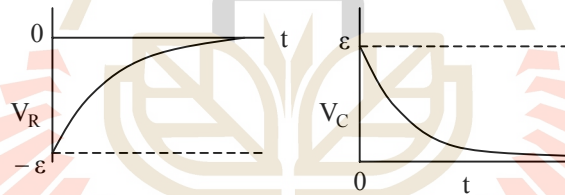
ซึ่ง q_0 คือประจุในตอนเริ่มต้น ซึ่งในที่นี้เท่ากับ ϵC ช่วงเวลา τ_C ตัวเก็บประจุได้คายประจุจนเหลือเท่ากับ 37% ($q = q_0 e^{-1}$) ของประจุในตอนแรก กระแสของวงจรมีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลาดังนี้

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = -I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (3.32)$$

เมื่อ $I_0 = \frac{q_0}{RC}$ เครื่องหมายลบแสดงว่า กระแสในตอนนี้ไหลสวนทางกับในตอนที่วงจรนี้เป็นวงจรอัดประจุ ถ้า $q_0 = \epsilon C$ จะได้

$$I(t) = -\frac{\epsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = -I_0 e^{-\frac{t}{RC}} ; I_0 = \frac{q}{RC} = \frac{\epsilon C}{RC} = \frac{\epsilon}{R}$$

รูปที่ 3.21 แสดงกราฟของความต่างศักย์ตกคร่อมตัวต้านทาน และความต่างศักย์ตกคร่อมตัวเก็บประจุที่เวลาต่างๆ สำหรับวงจรคายประจุ ความต่างศักย์ตกคร่อมตัวเก็บประจุมีค่าลดลงอย่างรวดเร็ว จากค่าสูงสุดในตอนเริ่มต้น ขณะที่ความต่างศักย์ตกคร่อมตัวต้านทานมีค่าติดลบและเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว จนกลายเป็นศูนย์เมื่อผ่านไปเป็นเวลานาน จะเห็นได้ว่า ที่เวลาขณะใดๆ ก็ตาม ผลบวกของความต่างศักย์ทั้งสอง มีค่าเป็นศูนย์



รูปที่ 3.21 กราฟความสัมพันธ์ของความต่างศักย์ของตัวเก็บประจุ และตัวต้านทาน กับเวลาสำหรับวงจร RC ที่ต่อในลักษณะคายประจุ

ตัวอย่างที่ 3.10 ตัวเก็บประจุ C คายประจุผ่านตัวต้านทาน R

- (1) จงหาว่าต้องใช้เวลาเป็นกี่เท่าของค่าคงตัวเวลาของการเก็บประจุ ที่ประจุบนตัวเก็บประจุจะมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของในตอนเริ่มต้น
- (2) จงหาว่าต้องใช้เวลาเป็นกี่เท่าของค่าคงตัวเวลาของการเก็บประจุ ที่พลังงานสะสมของตัวเก็บประจุจะมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของในตอนเริ่มต้น

วิธีทำ (1) จากสมการ 3.31

$$q(t) = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

แทนค่า $q = \frac{1}{2}q_0$ และ $\tau_C = RC$ จะได้

$$\frac{1}{2}q_0 = q_0 e^{-\frac{t}{\tau_C}}$$

แก้สมการจะได้คำตอบเป็น $t = (\ln 2) \tau_C = 0.69 \tau_C$

(2) พลังงานสะสมของตัวเก็บประจุมีค่า

$$U(t) = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2 e^{-\frac{2t}{\tau_C}}}{2C} = U_0 e^{-\frac{2t}{\tau_C}}$$

แทนค่า $U = \frac{1}{2}U_0$ จะได้

$$\frac{1}{2}U_0 = U_0 e^{-\frac{2t}{\tau_C}}$$

แก้สมการจะได้คำตอบเป็น $t = \left(\frac{\ln 2}{2}\right) \tau_C = 0.35 \tau_C$

ซึ่งเร็วกว่าเวลาที่ใช้สำหรับที่ประจุจะลดลงเป็นครึ่งหนึ่งของค่าเริ่มต้น

สรุป

ในการคำนวณเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้า เราอาศัยกฎของเคิร์ชฮอฟฟ์ข้อที่ 1 กล่าวว่า ที่จุดใดๆ ในวงจร กระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้ามีค่าเท่ากับกระแสไฟฟ้าที่ไหลออก

กฎข้อที่ 2 กล่าวว่า ผลรวมทางเรขาคณิตของการเปลี่ยนแปลงของศักย์ไฟฟ้าในวงจรปิดใดๆ มีค่าเป็นศูนย์

ค่าคงตัวเวลาของวงจรที่ประกอบด้วยตัวต้านทาน R และตัวเก็บประจุ C มีค่าเป็น $\tau_C = RC$



บรรณานุกรม

Resnick, Robert., Halliday, David., and Krane, Kenneth S. 1992. **Physics** (4th ed.). New York: Wiley.

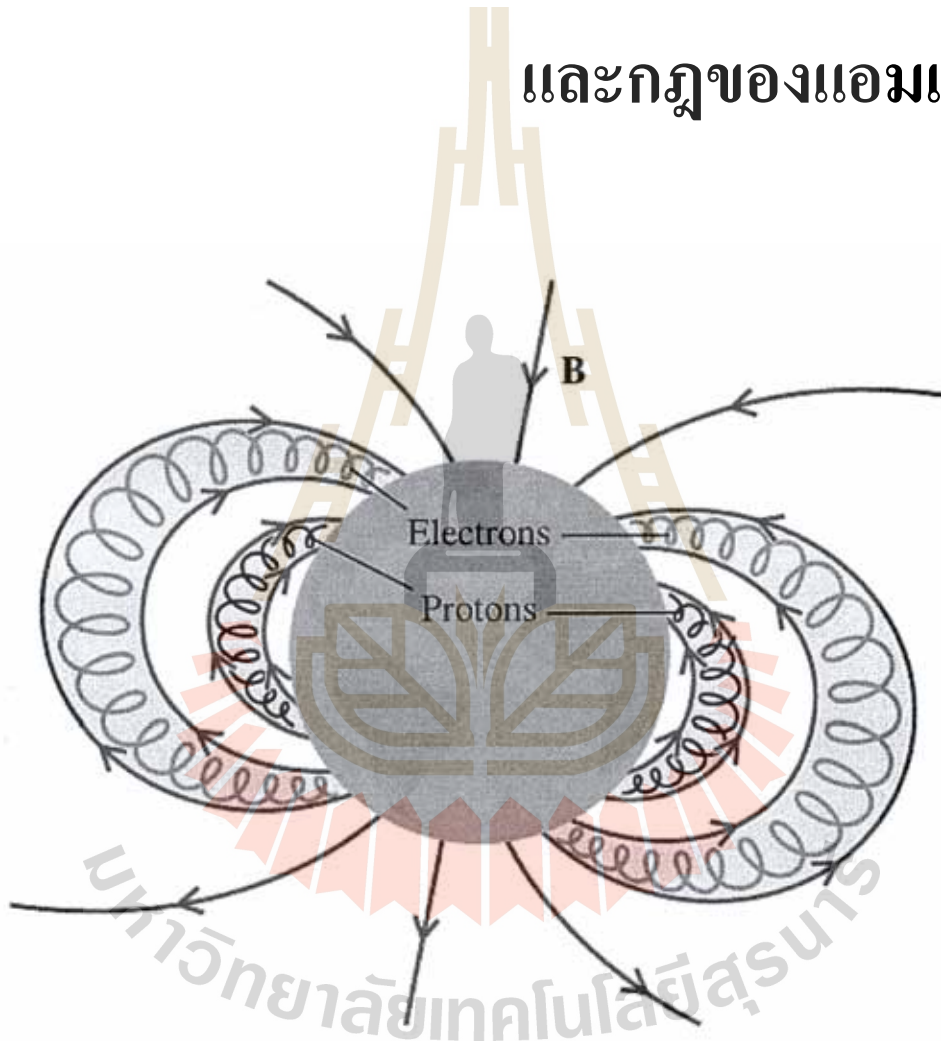
Serway, R.A. 1992. **Physics for scientists and engineers with modern physics** (3rd ed.). Philadelphia: Saunders College Publishing.





สนามแม่เหล็ก : กฎของบีโอด์ - ซาวาร์ต

และกฎของแอมแปร์



โดย รองศาสตราจารย์ ดร.ประสพ สืบคำ



อธิบายรูปจากปกหน่วยที่ 4

วงแถบรังสีแวน แอลเลน เป็นปรากฏการณ์ธรรมชาติที่สนามแม่เหล็กโลกช่วยทำหน้าที่เป็นโล่กำบังไม่ให้อนุภาคที่มีประจุที่ป้อนมาจากรังสีคอสมิกหรือลมสุริยะเคลื่อนที่มากระทบผิวโลกตามแนวการเคลื่อนที่เดิมในอวกาศ โดยอนุภาคมีประจุเหล่านั้นเมื่อเคลื่อนที่เข้ามาในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กโลกซึ่งมีลักษณะไม่เอกรูป แต่มีความเข้มพอที่จะทำให้เกิดแรงแม่เหล็กบนอนุภาคมีประจุดังกล่าว ทำให้เส้นทางการเคลื่อนที่มีลักษณะเป็นเกลียวส่ว่านไปสู่อบริเวณที่เป็นขั้วเหนือ - ใต้แม่เหล็กโลก ชั้นบรรยากาศที่มีอำนาจสนามแม่เหล็กกักกันไม่ให้อนุภาคมีประจุเคลื่อนที่มากระทบผิวโลกมีลักษณะคล้ายรูปโคนัทเรียกว่า วงแถบรังสีแวน แอลเลน

ตอนที่ 4.1

กฎของบิโอต์ - ซาวาร์ต

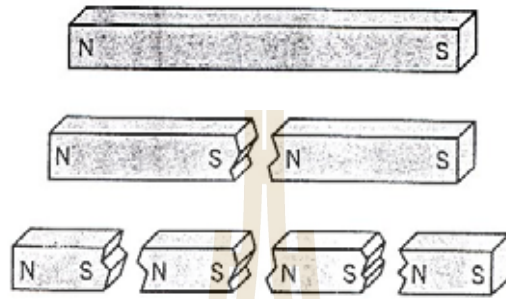
คนทั่วไปที่มีโอกาสได้ศึกษาทางวิทยาศาสตร์มาบ้าง จะรู้พฤติกรรมของแท่งแม่เหล็กดี ไม่ว่าจะเป็นการดูดเศษเหล็ก หรือการดูด - ผลักกับเข็มทิศ สิ่งของเครื่องใช้ในบ้านหลายอย่างอาจจะเป็นแม่เหล็ก เช่น กรรไกรตัดผ้า เข็มทิศ แม่เหล็กที่ประดิษฐ์เป็นรูปต่างๆ ติดตู้เย็น ติดไวท์บอร์ดที่เป็นแม่เหล็ก เป็นต้น ตั้งแต่ปลายคริสต์ศตวรรษที่ 19 และในคริสต์ศตวรรษที่ 20 มีการนำความรู้ทางแม่เหล็กไปประยุกต์มากมาย เช่น การสร้างแม่เหล็กขนาดใหญ่ติดกับปืนจั่นเพื่อยกสารที่เป็นเศษเหล็ก แม่เหล็กนำไปเป็นส่วนประกอบเครื่องวัดชนิดต่างๆ หม้อแปลงไฟฟ้า มอเตอร์ ลำโพง เทปแม่เหล็ก รวมทั้งอุปกรณ์และเครื่องมือทางเทคโนโลยีขั้นสูงด้วย การศึกษาความรู้เบื้องต้นวิชาแม่เหล็ก จึงมีความจำเป็นต่อผู้ที่ศึกษาทางวิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ และเทคโนโลยีแขนงต่างๆ เนื้อหาสาระในตอนที่ 4.1 นี้จะนำเสนอความรู้ต่างๆ ไปเกี่ยวกับแม่เหล็ก โดยเฉพาะอย่างยิ่งการหาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าโดยใช้กฎของบิโอต์ - ซาวาร์ต (Biot - Savart's law)

1. ความเป็นมาของความรู้เรื่องสนามแม่เหล็ก

ปรากฏการณ์ทั้งทางไฟฟ้าและทางแม่เหล็กได้ถูกค้นพบมานานแล้ว ตัวอย่างเช่น คำอธิบายการเกิดปรากฏการณ์ทางธรรมชาติจะพบได้ในข้อเขียนของ ทาเลส (Thales) ซอกเรตีส (Socrates) และเพลโต (Plato) อย่างไรก็ตามการอธิบายดังกล่าวเป็นการให้ความรู้เชิงคุณภาพ (qualitative) เสียเป็นส่วนใหญ่ จนกระทั่งในปี ค.ศ 1600 วิลเลียม กิลเบิร์ต (William Gilbert) ได้รวบรวมความจริงต่างๆ เกี่ยวกับแม่เหล็กไว้ในหนังสือของเขาชื่อ De Magnete นอกจากนั้น กิลเบิร์ต ยังได้เสนอความคิดว่าโลกของเรามีลักษณะเป็นแม่เหล็กขนาดใหญ่ด้วย หลังจากยุคของกิลเบิร์ตเป็นเวลามากกว่า 150 ปี การศึกษาทางด้านไฟฟ้าและการศึกษาทางด้านแม่เหล็กยังแยกกันและเป็นอิสระต่อกันและกัน

ในช่วงหลังของคริสต์ศตวรรษที่ 18 เริ่มมีการศึกษาทางแม่เหล็กในเชิงปริมาณ (quantitative) มากขึ้น เช่น ผลงานการศึกษาทดลองของ จอห์น มิเชลล์ (John Michell) และชาร์ล เดอ กูลง พบว่า แรงระหว่างขั้วแม่เหล็กมี 2 ชนิด คือแรงดูด เป็นแรงระหว่างขั้วแม่เหล็กต่างชนิดกัน และแรงผลักเป็นแรงระหว่างขั้วแม่เหล็กที่เหมือนกัน ขนาดของแรงเป็นไปตามกฎกำลังสองผกผันเช่นเดียวกับแรงไฟฟ้าสถิต

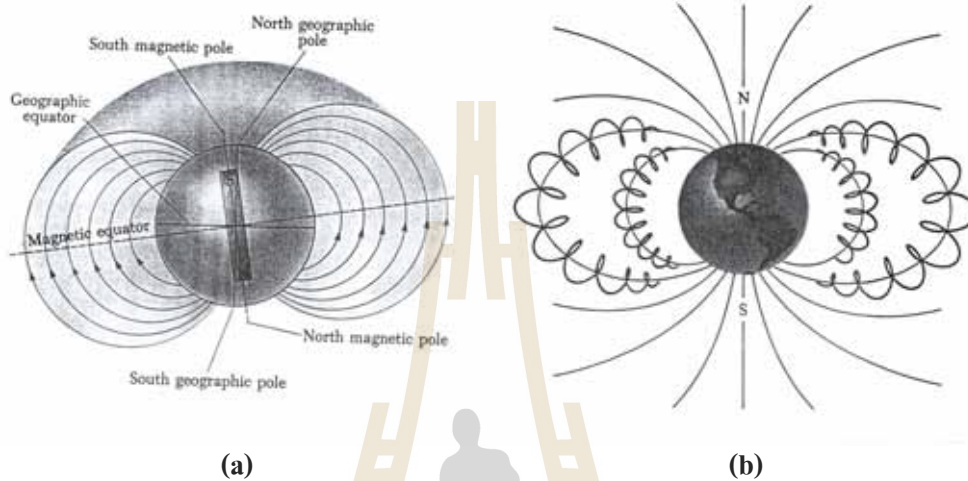
นอกจากนั้นยังได้อธิบายความแตกต่างระหว่างไฟฟ้ากับแม่เหล็กไว้ว่าประจุไฟฟ้าสามารถเกิดเป็นขั้วเดี่ยว (monopole) ได้ แต่แม่เหล็กไม่สามารถทำให้เกิดเป็นขั้วเดี่ยวๆ ได้ จะเกิดเป็นคู่ ไม่ว่าเราจะแบ่งแท่งแม่เหล็กให้เล็กลงไปถึงระดับอะตอมก็ตาม มันก็จะยังประกอบด้วยขั้วเหนือและขั้วใต้เสมอ ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แสดงให้เห็นว่าการแบ่งแท่งแม่เหล็ก จะเกิดขั้วเหนือ และขั้วใต้เสมอ ไม่สามารถทำให้เกิดเป็นขั้วเดี่ยวได้

การเรียกชื่อขั้วแม่เหล็กนั้น ขั้วที่ชี้ไปทางทิศเหนือเรียกว่า ขั้วเหนือ ดังนั้น ขั้วโลกเหนือทางภูมิศาสตร์ (geographic north pole) จะมีอำนาจทางแม่เหล็กเป็นขั้วใต้แม่เหล็ก (magnetic south pole) จากการศึกษาค้นคว้าพบว่า บริเวณที่เป็นขั้วใต้แม่เหล็กโลก (ขั้วเหนือของเข็มทิศจะชี้ดังลง) อยู่ห่างจากบริเวณที่เป็นขั้วโลกเหนือทางภูมิศาสตร์ประมาณ 2,000 กิโลเมตร และบริเวณที่เป็นขั้วเหนือแม่เหล็กโลก อยู่ห่างจากบริเวณขั้วโลกใต้ ภูมิศาสตร์ประมาณ 1,900 กิโลเมตร ดังรูปที่ 4.2(a) สำหรับสาเหตุที่ทำให้เกิดอำนาจแม่เหล็กโลกนั้น เชื่อว่าเกิดจากการหมุนรอบตัวเองของโลก ทำให้ธาตุหรือสารที่เป็นส่วนประกอบชั้นในของโลกโดยเฉพาะอย่างยิ่งองค์ประกอบที่มีประจุไฟฟ้า เมื่อเคลื่อนที่ตามการหมุนของโลกทำให้เกิดกระแสไฟฟ้า เป็นแหล่งที่มาของสนามแม่เหล็กโลก ทั้งนี้จะเห็นได้จากดาวเคราะห์ที่มีคาบการหมุนรอบตัวเองสั้น (ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าค่อนข้างสูง) จะมีสนามแม่เหล็กเช่นเดียวกับโลกของเรา เช่น ดาวพฤหัสบดี ซึ่งมีคาบการหมุนรอบตัวเองเพียง 9 ชั่วโมง 50 นาที ขณะที่ของโลกเท่ากับ 23 ชั่วโมง 56 นาที เป็นต้น การมีสนามแม่เหล็กโลกในธรรมชาติจะช่วยทำหน้าที่เป็นเสมือนโล่กำบัง ไม่ให้อนุภาคมีประจุที่ปนมากับรังสีคอสมิก (cosmic rays) หรือลมสุริยะ (solar wind) กระทบผิวโลก โดยอนุภาคมีประจุเหล่านั้นเมื่อเคลื่อนที่เข้ามาในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กโลกที่มีลักษณะไม่เอกรูปและมีความเข้มพอจะถูกแรงแม่เหล็กกระทำ ทำให้เส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคดังกล่าวมีลักษณะเป็นเกลียวส่ววนไปสู่บริเวณที่เป็นขั้วเหนือ - ใต้แม่เหล็กโลก ชั้นบรรยากาศที่มีอำนาจสนามแม่เหล็กกักกันไม่ให้อนุภาคมีประจุเคลื่อนที่ผ่านมากระทบผิวโลก ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปโดนัท มีชื่อเรียกว่า วงแถบรังสีแวน แอลเลน (Van Allen's belts) ดังรูปที่ 4.2 (b) เพื่อเป็นเกียรติแก่

ผู้ค้นพบ คือ เจมส์ แวน แอลเลน (James van Allen) บางครั้ง อนุภาคมีประจุที่เข้าไปบริเวณขั้วแม่เหล็กโลกก็สามารถรั่วไหลออกไปได้อีก จากธรรมชาติที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้เกิดปรากฏการณ์ที่เรียกว่าแสงเหนือแสงใต้ (aurora) ที่บริเวณขั้วโลกเหนือ - ใต้



รูปที่ 4.2 (a) ขั้วโลกภูมิศาสตร์และขั้วแม่เหล็กโลก
(b) วงแถบรังสีแวน แอลเลน

การศึกษาทดลองทางแม่เหล็กและการประยุกต์มีอย่างกว้างขวางขึ้นในคริสต์ศตวรรษที่ 19 - 20 กล่าวคือ ปี ค.ศ.1820 ฮันส์ เออร์สเทด (Hans Oersted) พบว่า กระแสไฟฟ้าทำให้เข็มทิศเบี่ยงเบนทิศทางได้ นับเป็นการค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างไฟฟ้าและแม่เหล็ก หลังจากการค้นพบความจริงข้อนี้ไม่นาน อองเดร อองแปร์ ได้ตั้งทฤษฎีว่าสมบัติทางแม่เหล็กของสารทุกชนิดจะเนื่องมาจากการหมุนเวียนของกระแสเล็กๆ ในเนื้อสาร กระแสเหล่านี้มีชื่อว่า กระแสแอมแปร์ (amperian current) ต่อมา มีนักวิทยาศาสตร์ที่ได้ศึกษาค้นคว้าทางแม่เหล็กไฟฟ้าอีกหลายคน เช่น ฟาราเดย์ เฮนรี สแตซ์ แมกซ์เวลล์ และไอสไตน์ เป็นต้น ในปี ค.ศ. 1927 พอล ดิแรก (Paul Dirac) แสดงว่า สนามแม่เหล็กไม่เพียงแต่จะเกิดจากประจุที่เคลื่อนที่ (กระแสไฟฟ้า) เท่านั้น แต่อาจเกิดจากอิเล็กตรอนที่อยู่กับที่ ซึ่งอำนาจแม่เหล็กถาวรของอิเล็กตรอนมีผลมาจากประจุและสปิน (spin) สปินเป็นปริมาณประจำตัวของอนุภาคมูลฐาน หน่วยของสปินเหมือนหน่วยของโมเมนตัมเชิงมุม บางทีจึงเรียกสปินว่า โมเมนตัมเชิงมุมในตัว (intrinsic angular momentum)

2. สนามแม่เหล็กและฟลักซ์แม่เหล็ก

จากหน่วยที่ 1 จะเห็นว่า การให้คำจำกัดความสนามไฟฟ้าในเทอมของแรงไฟฟ้ามีรูปแบบง่ายๆ โดยกำหนดว่า สนามไฟฟ้าหมายถึงแรงต่อหนึ่งหน่วยประจุ ($\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$) เนื่องจากแม่เหล็กมีข้อแตกต่างจากไฟฟ้า เช่น แม่เหล็กไม่มีขั้วเดี่ยวเหมือนไฟฟ้า เป็นต้น การให้คำจำกัดความสนามแม่เหล็ก (magnetic field) จึงไม่ง่ายเหมือนสนามไฟฟ้า จากการทดลองศึกษา แรงที่กระทำกับประจุชนิดและขนาดต่างๆ ที่เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก สามารถสรุปผลได้ดังนี้

1) ขนาดของแรงแปรผันตรงกับประจุ และอัตราเร็ว กล่าวคือ

$$F \propto qv$$

2) ถ้าความเร็วของประจุ \vec{v} ทำมุม θ กับสนามแม่เหล็ก \vec{B} ขนาดของแรงจะแปรผันตรงกับ $\sin\theta$ กล่าวคือ $F \propto \sin\theta$ เมื่อรวมผลจากข้อ 1 ด้วย จะกลายเป็น

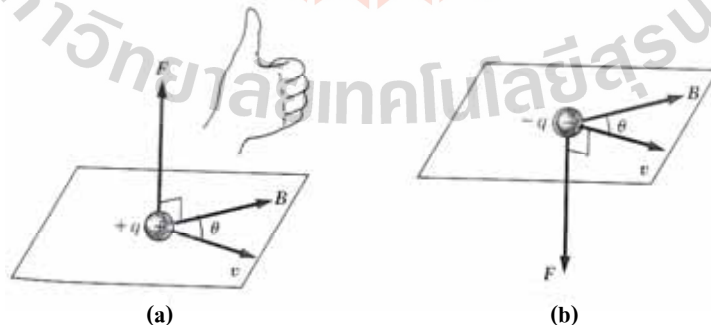
$$F \propto qv\sin\theta$$

และแน่นอนที่สุดที่ขนาดของแรงขึ้นอยู่กับความเข้มของสนามแม่เหล็กด้วย เมื่อรวมกับการแปรผันข้างบน ขนาดของแรงแม่เหล็กเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$F = Bqv\sin\theta \quad (4.1)$$

3) ทิศทางของแรง \vec{F} จะตั้งฉากกับทิศทางของทั้ง \vec{v} และ \vec{B} และความสัมพันธ์ของทิศทางเป็นไปตามกฎมือขวา ดังรูปที่ 4.3 เขียนเป็นสมการได้เป็น

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (4.2)$$



รูปที่ 4.3 แรงแม่เหล็กบนอนุภาคมีประจุเคลื่อนที่มีทิศทางตามกฎมือขวา

(a) แรงบนประจุบวก

(b) แรงบนประจุลบ

นั่นคือ งานที่กระทำบนอนุภาคโดยแรงแม่เหล็กมีค่าเป็นศูนย์ เนื่องจากแรงตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ ผลก็คือ แรงแม่เหล็กไม่สามารถใช้เปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของอนุภาคได้ แรงแม่เหล็กทำให้ทิศทางของความเร็วเปลี่ยนแปลง แต่ขนาด (อัตราเร็ว) ไม่เปลี่ยนแปลง

สนามแม่เหล็ก B บางทีเรียกว่าความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก (magnetic flux density) ในระบบเอส ไอ สนามแม่เหล็ก (B) มีหน่วยเป็น เวเบอร์ต่อตารางเมตร (weber/meter², Wb/m²) ซึ่งนิยมเรียกหน่วยนี้ว่า เทสลา (tesla, T) ความสัมพันธ์เขียนได้ ดังนี้

$$1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2 = \frac{1 \text{ N}}{\text{C} \cdot \text{m/s}} = \frac{1 \text{ N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \quad (4.3)$$

ในระบบ ซี จี เอส (c.g.s.) สนามแม่เหล็กมีหน่วยเป็น เกาส์ (gauss, G) โดยมีความสัมพันธ์กับเทสลา ดังนี้

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$$

สนามแม่เหล็กโลกที่ใกล้ๆ ผิวโลกมีค่าประมาณ 0.5 เกาส์หรือ 0.5×10^{-4} เทสลา มาตรวัดสนามแม่เหล็กเรียกว่า แมกนีโตมิเตอร์ (magnetometer)

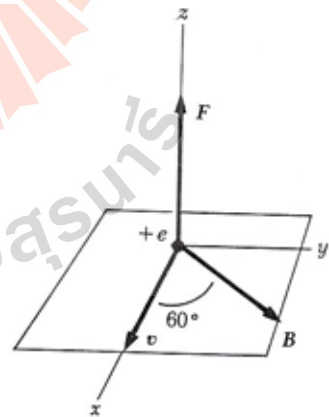
ตัวอย่างที่ 4.1 อนุภาคโปรตอนเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 8×10^6 เมตร/วินาที ในทิศ + x เข้าไปในย่านที่มีสนามแม่เหล็ก 2.5 เทสลา สนามแม่เหล็กอยู่ในระนาบ xy โดยมีทิศทำมุม 60 องศา กับแกน x ดังรูปที่ 4.4 จงหาแรงแม่เหล็กและอัตราเร่งของโปรตอนเมื่อเริ่มเคลื่อนที่เข้าไปในย่านที่มีสนามแม่เหล็ก

วิธีทำ จากสมการ 4.1 เราได้ $F = qvB\sin\theta$ แทนค่าแล้วได้

$$\begin{aligned} F &= (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(8 \times 10^6 \text{ m/s})(2.5 \text{ T})(\sin 60^\circ) \\ &= 2.77 \times 10^{-12} \text{ N} \end{aligned}$$

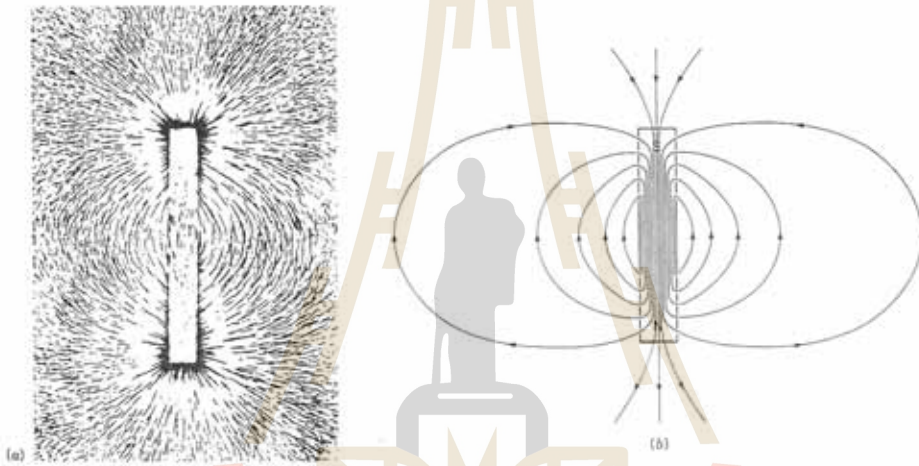
แรง \vec{F} จะมีทิศ \hat{k} ดังรูป และค่าอัตราเร่งหาได้จาก

$$\begin{aligned} a &= F/m = (2.77 \times 10^{-12} \text{ N}) / (1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}) \\ &= 1.66 \times 10^{15} \text{ m/s}^2 \text{ ในทิศ } \hat{k} \text{ (ทิศ } + z \text{)} \end{aligned}$$



รูปที่ 4.4 แรงกระทำกับโปรตอนที่เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก

สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กต่างก็เป็นสนามเวกเตอร์ เพื่อช่วยให้เห็นภาพพจน์ของสนาม ไมเคิล ฟาราเดย์ ได้เสนอการใช้เส้นสนาม (lines of field) อธิบายสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก โดยทิศทางของสนาม ณ ตำแหน่งใดๆ จะมีทิศตามแนวเส้นสัมผัสกับเส้นสนาม ณ ตำแหน่งนั้น ความเข้มของสนามพิจารณาเปรียบเทียบได้จากจำนวนเส้นสนามที่ผ่านพื้นที่หนึ่งหน่วย ซึ่งตั้งได้ฉากกับเส้นสนามนั้น นี่เป็นเหตุผลที่สนามแม่เหล็ก B มีชื่ออีกอย่างหนึ่งว่า ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก ดังได้กล่าวมาแล้วข้างต้น เส้นสนามแม่เหล็กอาจจะทดลองให้เห็นได้ง่ายๆ โดยทาบบัณเฑาะว์ลงบนแท่งแม่เหล็ก โปรมขตะไบเหล็กลงบนแผ่นกระดาษ แล้วเกาะเบาๆ เพื่อให้ขตะไบเหล็กจัดตัวตามเส้นสนามแม่เหล็ก ดังรูปที่ 4.5 (a) และถ้านำมาเขียนเป็นภาพเส้นสนามแม่เหล็กของแท่งแม่เหล็กที่อยู่ใต้แผ่นกระดาษ จะได้ดังรูปที่ 4.5 (b)



รูปที่ 4.5 (a) การเรียงตัวของขตะไบเหล็ก
(b) เส้นสนามของแท่งแม่เหล็ก

มีข้อสังเกตคือ การเปรียบเทียบเส้นสนามไฟฟ้ากับเส้นสนามแม่เหล็ก ไฟฟ้านั้นมีประจุเดี่ยวได้ เส้นสนามไฟฟ้าของประจุเดี่ยวจะชี้ออกจากประจุบวกและชี้เข้าหาประจุลบ (คูหน่วยที่ 1) ในกรณีที่มี 2 ประจุ เส้นสนามจะแสดงภาพพจน์ของสนามไฟฟ้าลัพธ์ของ 2 ประจุนั้น แต่แม่เหล็กไม่มีขั้วเดี่ยวภายนอกแท่งแม่เหล็กเส้นสนามจะวนจากบริเวณส่วนที่เป็นขั้วเหนือวนเข้าที่บริเวณส่วนที่เป็นขั้วใต้ของแท่งแม่เหล็ก แต่ภายในแท่งแม่เหล็กเส้นสนามจะวนจากทางด้านขั้วใต้ไปทางด้านขั้วเหนือ เส้นสนามแม่เหล็กวนกันเป็นวง ไม่มีจุดเกิดและจุดสิ้นสุดซึ่งต่างจากเส้นสนามไฟฟ้า

ฟลักซ์แม่เหล็ก (magnetic flux) เป็นปริมาณสเกลาร์ แทนด้วยสัญลักษณ์ Φ มีหน่วยเป็น เวเบอร์ (weber, Wb) ฟลักซ์แม่เหล็กในรูปการอินทิเกรตมีค่าจำกัดความว่า

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (4.5)$$

เมื่อ S คือพื้นที่ผิวที่อินทิเกรต และ $d\vec{A}$ มีทิศตั้งฉากกับพื้นที่ผิวเล็กๆ dA สมการ 4.5 เป็นฟลักซ์แม่เหล็กผ่านผิวเปิด S ในกรณีที่ S เป็นผิวปิด เช่น ผิวเกาส์เซียน (gaussian surface) ลักษณะของฟลักซ์ผ่านผิวปิดเขียนได้เป็น

$$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (4.6)$$

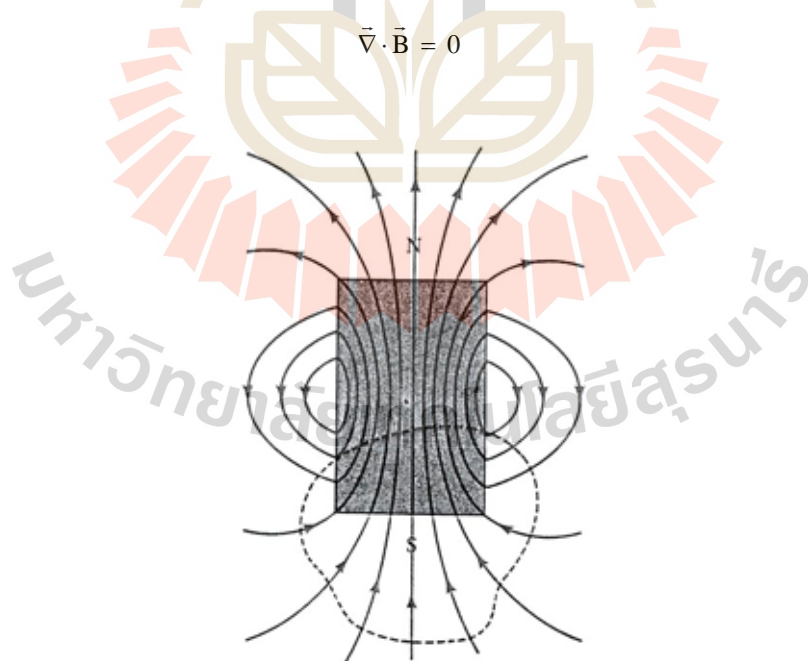
ในกรณีนี้ $d\vec{A}$ มีทิศชี้ออกจากปริมาตรที่ผิวนั้นล้อมอยู่

เนื่องจากแม่เหล็กไม่มีขั้วเดี่ยว และเส้นสนามแม่เหล็กมีลักษณะเป็นวงปิด ไม่มีจุดเกิดและไม่มีจุดสิ้นสุด ดังนั้น หากสร้างผิวปิดใดๆ ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก ($\vec{B} \neq 0$) ดังรูปที่ 4.6 จะพบว่าไม่มีขั้วแม่เหล็กขั้วเดี่ยวอยู่ภายในผิวปิดนั้น และถ้าพิจารณาฟลักซ์ จะพบว่ามีทั้งฟลักซ์ที่ผ่านออก (มีเครื่องหมายเป็นบวก เส้นสนามแม่เหล็กชี้ออกจากผิวปิด) และฟลักซ์ที่ผ่านเข้า (มีเครื่องหมายเป็นลบ เส้นสนามแม่เหล็กชี้เข้าไปในผิวปิด) มีค่าเท่ากันแต่เครื่องหมายต่างกัน รวมกันแล้วจะได้ศูนย์ ดังนั้น สมการ 4.6 เขียนได้เป็น

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (4.7)$$

เมื่อเปรียบเทียบกับกฎของเกาส์ทางไฟฟ้า $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$ สมการ 4.7 บางทีเรียกว่า กฎของเกาส์สำหรับแม่เหล็ก ในรูปอนุพันธ์ สมการ 4.7 เขียนได้เป็น

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (4.8)$$



รูปที่ 4.6 ฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กผ่านผิวปิดมีค่าเป็นศูนย์

3. กฎของบีโตร์ - ซาวาร์ต

หลังจากเออร์สเตดค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างไฟฟ้ากับแม่เหล็ก คือ ลวดนำกระแสสามารถทำให้เข็มทิศเบี่ยงเบนได้ไม่นานนัก ซอง บีโตร์ (Jean Biot) และเฟลิกซ์ ซาวาร์ต (Felix Savart) ได้รายงานผลการทดลองของพวกเขาว่า ลวดนำกระแสสามารถทำให้เกิดแรงบนแท่งแม่เหล็ก และเขาทั้งสองได้สรุปว่า สนามแม่เหล็กเป็นไปตามสมการ

$$d\vec{B} = k_m I \frac{d\vec{\ell} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (4.9)$$

เมื่อค่าคงตัว k_m ในสุญญากาศมีค่าดังนี้

$$k_m = \mu_0 / (4\pi) = 10^{-7} \text{ Wb/(A.m)} \quad (4.10)$$

หรือ

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb/(A.m)} \quad (4.11)$$

และ \vec{r} คือ เวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดที่จะหาสนามแม่เหล็ก

\vec{r}' คือ เวกเตอร์บอกตำแหน่งของส่วนเล็ก $d\vec{\ell}$ ของวงจรรไฟฟ้า

$|\vec{r} - \vec{r}'|$ คือ ระยะทางระหว่างจุดที่จะหา \vec{B} กับจุดของ $d\vec{\ell}$

จากสมการ 4.9 ค่าสนามแม่เหล็ก \vec{B} คือ

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{\ell} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (4.12)$$

สมการ 4.9 และ 4.12 เรียกว่า กฎของบีโตร์ - ซาวาร์ต ซึ่งเปรียบเทียบกับสมการที่หาสนามไฟฟ้าจากกฎของคูลอมบ์

สนามแม่เหล็กเนื่องจากลวดตัวนำเส้นตรงนำกระแส

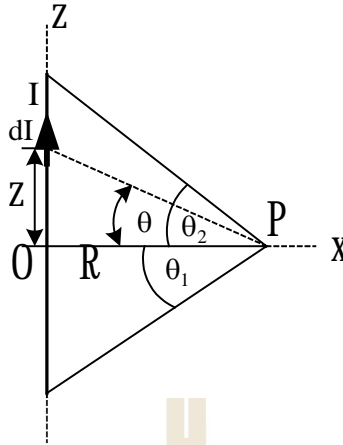
3.1 สนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่งด้านข้างเส้นลวดนำกระแส

รูปที่ 4.7 ลวดตัวนำเส้นตรงอยู่ตามแนวแกน z ให้ O เป็นจุดกำเนิด ใช้กฎของ บีโตร์ - ซาวาร์ต หาสนาม ณ ตำแหน่งห่างจากแนวเส้นลวดนำกระแสในแนวตั้งฉาก R จากรูป เวกเตอร์บอกตำแหน่งจุดที่จะหาสนามแม่เหล็ก คือ $\vec{r} = R\hat{i}$

เวกเตอร์บอกตำแหน่งของ $d\vec{\ell}$ คือ $\vec{r}' = z\hat{k}$ และ $d\vec{\ell} = dz\hat{k}$

ระยะห่างระหว่าง $d\vec{\ell}$ ไปยังจุดที่จะหาสนามคือ $|\vec{r} - \vec{r}'| = [z^2 + R^2]^{\frac{1}{2}}$

ผลคูณเวกเตอร์ $d\vec{\ell} \times (\vec{r} - \vec{r}') = dz\hat{k} \times (R\hat{i} - z\hat{k}) = Rdz\hat{j}$



รูปที่ 4.7 สนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่งด้านข้างแนวเส้นตรงของลวดนำกระแส

แทนค่าในสมการ 4.12 ได้

$$\vec{B} = \hat{j} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{R dz}{[z^2 + R^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.13)$$

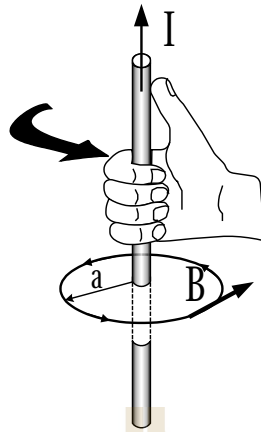
จากรูป $z = R \tan \theta$, $dz = R \sec^2 \theta d\theta$

$$\text{และ } [z^2 + R^2]^{\frac{3}{2}} = [R^2 \tan^2 \theta + R^2]^{\frac{3}{2}} = R^3 \sec^3 \theta$$

แทนค่าในสมการ 4.13 ได้

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \hat{j} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{R^2 \sec^2 \theta d\theta}{R^3 \sec^3 \theta} \\ &= \hat{j} \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta \end{aligned} \quad (4.14)$$

จากสมการ 4.14 จะพบว่าทิศทางของสนามแม่เหล็ก B ณ จุดที่อยู่บนระนาบ xz คือทิศ \hat{j} ซึ่งมีทิศทางพุ่งเข้าหน้ากระดาษ ดังได้กล่าวข้างต้นแล้วว่า เส้นสนามแม่เหล็กมีลักษณะเป็นวงและทิศทางของสนามแม่เหล็กคือทิศที่สัมผัสกับวงนี้โดยสอดคล้องกับกฎมือขวา ดังรูปที่ 4.8 ซึ่งต่อจากนี้ไปจะใช้ $\hat{\phi}$ เป็นเวกเตอร์หน่วยชี้ในทิศดังกล่าว ในระบบพิกัดทรงกลม ϕ คือมุมที่เวกเตอร์บอกตำแหน่งทำกับแกน x กวาดไปบนระนาบที่ตั้งฉากกับแกน z (ระนาบ xy) เรียกว่า มุมแอสซิมีทัล (azimuthal angle) เวกเตอร์หน่วย $\hat{\phi}$ ชี้ในทิศการเพิ่ม ϕ คือตามแนวสัมผัสกับเส้นรอบวงนั่นเอง



รูปที่ 4.8 ทิศของสนามแม่เหล็กจากลวดนำกระแสตรง

ดังนั้น สมการสนามแม่เหล็กในกรณีนี้ เขียนในฟอร์มทั่วไปได้เป็น

$$\vec{B} = \hat{\phi} \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta d\theta \quad (4.15)$$

หรือ

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [\sin\theta_2 - \sin\theta_1] \hat{\phi} \quad (4.16)$$

ในสมการ 4.16 มีข้อสังเกตดังนี้ มุมที่เป็นมุมก้ม คือ วัดต่ำลงมาจากระดับของแกน x จะมีค่าเป็นลบ และมุมที่เป็นมุมเงย คือ วัดขึ้นไปจากระดับแกน x จะมีค่าเป็นบวก นอกจากนั้นฟังก์ชันไซน์อาจจะเขียนในรูปอัตราส่วนของด้านก็ได้

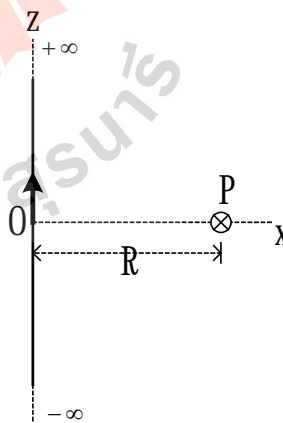
ตัวอย่างที่ 4.2 จงหาสนามแม่เหล็กเนื่องจากลวดตัวนำตรงความยาวอนันต์มีกระแส I ฅ ตำแหน่งห่างจากแนวเส้นลวด R ดังรูปที่ 4.9

วิธีทำ จากสมการ 4.16 ถ้าลวดนำกระแสมีความยาวอนันต์

นั่นคือ $\theta_1 = -\pi/2$ หรือ -90 องศา

และ $\theta_2 = +\pi/2$ หรือ $+90$ องศา

แทนค่าในสมการ 4.16 ได้ $\vec{B} = \hat{\phi} \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

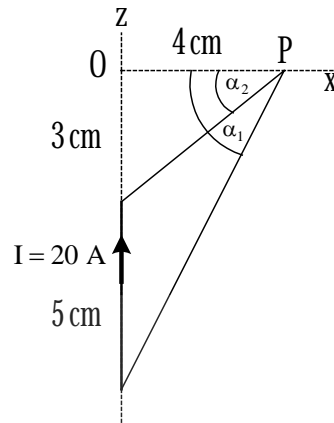


รูปที่ 4.9 สนามแม่เหล็กเนื่องจากลวดนำกระแสตรงความยาวอนันต์

ตัวอย่างที่ 4.3 ส่วนหนึ่งของวงจรไฟฟ้าเป็นเส้นตรง มีกระแส I ดังรูปที่ 4.10 จงหาสนามแม่เหล็ก ณ จุด P

วิธีทำ จากสมการ 4.16 จะเห็นว่าในกรณีนี้ θ_1 และ θ_2 มีเครื่องหมายเป็นลบทั้งคู่คือ $\theta_1 = -\alpha_1$ และ $\theta_2 = -\alpha_2$ เมื่อ α_1 และ α_2 คือขนาดของมุมมีเครื่องหมายเป็นบวก ดังนั้น

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \hat{\phi} \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [\sin(-\alpha_2) - \sin(-\alpha_1)] \\ &= \hat{\phi} \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2] \\ &= \hat{\phi} \frac{(10^{-7})(20)}{(4 \times 10^{-2})} \left[\frac{8}{\sqrt{80}} - \frac{3}{5} \right] \\ &= 1.47 \times 10^{-5} \text{ เทสลา} \end{aligned}$$

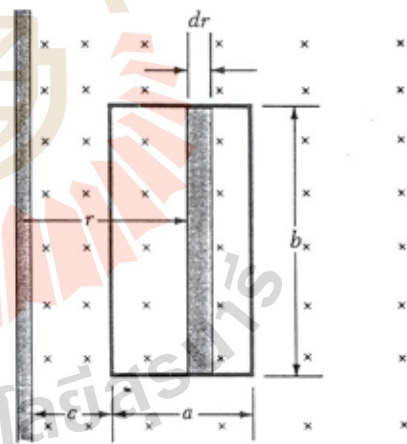


รูปที่ 4.10 สนามแม่เหล็กเนื่องจากลวดนำกระแสตรงความยาวจำกัด

ตัวอย่างที่ 4.4 ลวดตัวนำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง a ยาว b ถูกนำมาวางไว้ที่ระยะทาง c จากลวดตัวนำยาวมากนำกระแส I โดยด้านของสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนานตามยาวกับลวดนำกระแสดังที่รูปที่ 4.11 จงหาฟลักซ์แม่เหล็กทั้งหมดที่ผ่านสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้

วิธีทำ จากตัวอย่างที่ 4.2 เราได้สนามแม่เหล็กจากลวดตัวนำยาวมาก (สมมติว่าความยาวอนันต์) คือ $\vec{B} = \hat{\phi} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ ซึ่งในระนาบของหน้ากระดาษเวกเตอร์หน่วย $\hat{\phi}$ ชี้ตั้งฉากเข้าหาหน้ากระดาษและเนื่องจากสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นผิวเปิด ฟลักซ์แม่เหล็กหาได้จากสมการ 4.5 โดยเลือกเวกเตอร์หน่วย \hat{n} ชี้เข้าหาหน้ากระดาษและขนานกับเวกเตอร์หน่วย $\hat{\phi}$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} \Phi &= \int \vec{B} \cdot \hat{n} da = \left[\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \right] \int_c^{c+a} \frac{dr}{r} \\ &= \left[\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \right] [\ln(a+c) - \ln c] \\ &= \left[\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \right] \ln \left[\frac{(a+c)}{c} \right] \end{aligned}$$



รูปที่ 4.11 การหาฟลักซ์แม่เหล็กผ่านผิวเปิดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

3.2 สนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่งตรงปลายเส้นลวดนำกระแสตรง



เส้นลวดนำกระแสเป็นส่วนหนึ่งของวงจรไฟฟ้ามีกระแส I จงหาสนามแม่เหล็ก ณ จุด P ซึ่งอยู่ห่างจากจุดกำเนิดเป็นระยะทาง R ดังรูปที่ 4.12

ในกรณีนี้

$$\vec{r} = R \hat{j}, \vec{r}' = y \hat{j} \quad \text{และ} \quad d\vec{\ell} = dy \hat{j}$$

ดังนั้น

$$d\vec{\ell} \times (\vec{r} - \vec{r}') = dy \hat{j} \times (R\hat{j} - y\hat{j}) = 0$$

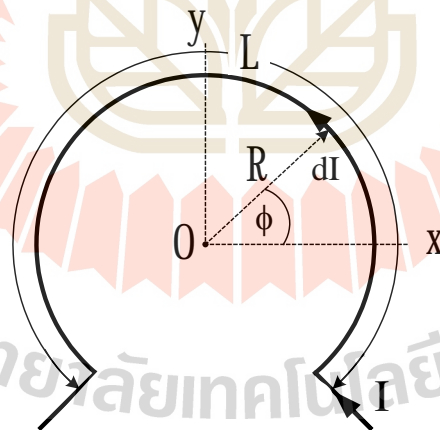
แทนค่าในสมการ 4.12 ได้

$$\vec{B} = 0 \quad (4.17)$$

รูปที่ 4.12 สนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่งตรงปลายลวดนำกระแสตรง

3.3 สนามแม่เหล็ก ณ จุดศูนย์กลางลวดนำกระแสที่เป็นส่วนโค้งของวงกลม

พิจารณาส่วนของวงจรไฟฟ้าที่เป็นส่วนของวงกลม ดังรูปที่ 4.13 ต้องการหาสนามแม่เหล็ก ณ จุดกำเนิด O ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลาง



รูปที่ 4.13 การหาสนามแม่เหล็กเนื่องจากลวดนำกระแสที่เป็นส่วนหนึ่งของวงกลม

ในกรณีนี้ $\vec{r} = 0, \vec{r}' = R \hat{R}$ และ $d\vec{\ell} = d\ell \hat{\phi}$ ดังนั้น

$$d\vec{\ell} \times (\vec{r} - \vec{r}') = d\ell \hat{\phi} \times R \hat{R} = R d\ell \hat{k} \quad (\hat{k} \text{ ชี้ออกจากหน้ากระดาษ})$$

แทนค่าในสมการ 4.12 ได้

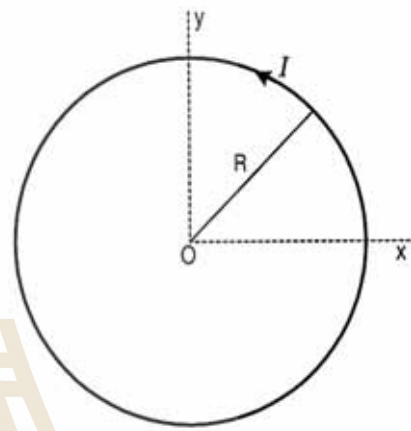
$$\vec{B} = \hat{k} \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_L dl \tag{4.18}$$

จะเห็นว่า ทิศของสนามแม่เหล็ก สมการ 4.18 สอดคล้องกับกฎมือขวา

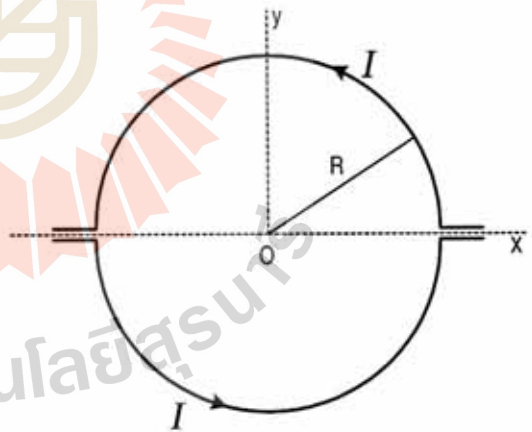
ตัวอย่างที่ 4.5 วงจรกระแสไฟฟ้ารูปวงกลม รัศมี R มีกระแส I ไหลวนทวนเข็มนาฬิกาดังรูปที่ 4.14 จงหาสนามแม่เหล็ก ณ จุดศูนย์กลางของวงกลมนี้

วิธีทำ

จากสมการ 4.18 ในกรณีนี้ $\int dl = 2\pi R$
 ดังนั้น $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ มีทิศ +z คือชี้ออกจากหน้ากระดาษดังรูปที่ 4.14 (a) หากเราพิจารณาว่าวงกลมนี้สามารถแยกออกได้เป็นครึ่งวงกลมสองอัน โดยมีกระแสดังรูปที่ 4.14 (b) ใช้กฎมือขวา จะพบว่าสนามแม่เหล็กที่เกิดจากครึ่งวงกลมบน ทุกๆ จุดภายในวงกลมจะมีทิศออกจากหน้ากระดาษ สำหรับภายนอกวงกลม ถ้า $y > 0$ สนามแม่เหล็กมีทิศชี้เข้าหาหน้ากระดาษ แต่ถ้า $y < 0$ สนามแม่เหล็กชี้ออกจากหน้ากระดาษ และถ้าพิจารณาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากครึ่งวงกลมล่าง พบว่าทุกๆ จุดภายในวงกลม สนามแม่เหล็กชี้ออกจากหน้ากระดาษ สำหรับภายนอกวงกลม ถ้า $y > 0$ สนามแม่เหล็กชี้ออกจากหน้ากระดาษ แต่ถ้า $y < 0$ สนามแม่เหล็กมีทิศชี้เข้าหาหน้ากระดาษ ดังนั้นเมื่อพิจารณาขนาดของสนามแม่เหล็กจากครึ่งวงกลมบนและล่างร่วมกันจะพบว่าขนาดของสนามแม่เหล็กภายในวงกลม (ทิศของสนามแม่เหล็กเสริมกัน) มีค่ามากกว่าขนาดของสนามแม่เหล็กภายนอกวงกลม (ทิศของสนามสวนกัน) ถ้ากระแสมีค่ามากและรัศมีมีค่าน้อยๆ ค่าสนามแม่เหล็กภายในก็จะมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กภายนอกวงกลมมากๆ จนบางครั้งอาจจะไม่ต้องนำสนามภายนอกมาคิดก็ได้ ดังจะเห็นได้จากตัวอย่างที่ 4.9



(a)

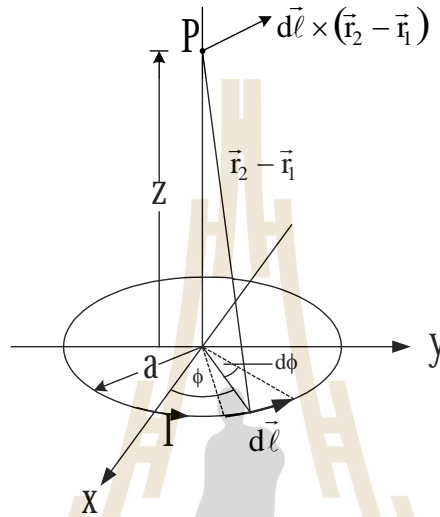


(b)

รูปที่ 4.14 สนามแม่เหล็ก เนื่องจากลวดนำกระแสรูปวงกลม

3.4 สนามแม่เหล็กบนแกนของขดลวดวงกลม

มีวงจรรไฟฟ้าเป็นรูปวงกลม ดังรูปที่ 4.15 รัศมี a กระแสไหล I ระนาบของมันอยู่ในระนาบ xy และให้แกนที่ผ่านจุดกึ่งกลางและตั้งฉากกับวงกลมอยู่ตามแกน z สนามแม่เหล็ก ณ จุดใดๆ บนแกน z หาได้จากสมการ 4.12



รูปที่ 4.15 สนามแม่เหล็กของขดลวดวงกลมบนแกนที่ตั้งฉากและผ่านศูนย์กลาง

ใช้ระบบพิกัดทรงกระบอกกลม (r, ϕ, z) โดยให้จุดกำเนิดอยู่ที่จุดศูนย์กลางวงกลม สำหรับแก้ปัญหานี้ จากรูปที่ 4.15

$$d\vec{\ell} = a d\phi \hat{\phi}, \text{ ให้ } \vec{r} = r\hat{r} \text{ และ } \vec{r}' = r'\hat{r}'$$

$$\vec{r}_1 = a\hat{r}, \vec{r}_2 = z\hat{z}$$

$$d\vec{\ell} \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = a d\phi \hat{\phi} \times [z\hat{z} - a\hat{r}]$$

$$= a z d\phi \hat{r} + a^2 d\phi \hat{z}$$

$$|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3 = [a^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}$$

แทนค่าในสมการ 4.12 แล้วอินทิเกรต เราได้

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{[a z d\hat{r} + a^2 d\phi \hat{z}]}{[z^2 + a^2]^{\frac{3}{2}}}$$

เนื่องจาก \hat{r} เป็นฟังก์ชันของ ϕ คือ

$$\hat{r} = \hat{i} \cos \phi + \hat{j} \sin \phi$$

ดังนั้น

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} [\hat{i} a z \cos \phi + \hat{j} a z \sin \phi + \hat{k} a^2] d\phi \quad (4.19)$$

ผลการอินทิเกรตเทอมที่หนึ่งและเทอมที่สองทางซ้ายมือของสมการ 4.19 เท่ากับศูนย์ เทอมสุดท้ายอินทิเกรตได้โดยง่าย ผลลัพธ์คือ

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{k} \quad (4.20)$$

ถ้าให้ $z = 0$ ก็จะได้คำตอบเหมือนตัวอย่างที่ 4.5

ตัวอย่างที่ 4.6 กระแสไฟฟ้า I ไหลวนในวงจรถูกประกอบด้วยครึ่งวงกลม รัศมี R_1 และ R_2 มีจุดศูนย์กลางร่วมกันและส่วนที่เป็นเส้นตรงดังรูปที่ 4.16 จงหาสนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลาง

วิธีทำ จากสมการ 4.17 สนามแม่เหล็กที่เกิดจากลวดนำกระแสส่วนที่เป็นเส้นตรงมีค่าเท่ากับศูนย์และจากสมการ 4.18 สนามแม่เหล็กของครึ่งวงกลมเล็ก

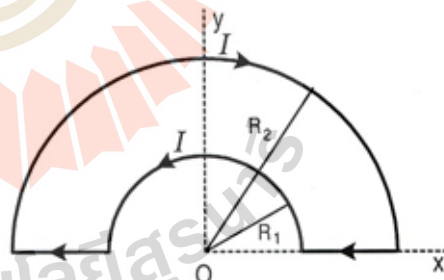
$$\vec{B} = \hat{k} \frac{\mu_0 I}{4R_1}$$

สนามแม่เหล็กของครึ่งวงกลมใหญ่

$$\vec{B} = -\hat{k} \frac{\mu_0 I}{4R_2}$$

ดังนั้นสนามแม่เหล็กรวม ณ จุดศูนย์กลาง

กลางคือ $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \hat{k} \frac{\mu_0 I}{4} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$



รูปที่ 4.16 สนามแม่เหล็กจากวงจรไฟฟ้ารูปครึ่งวงกลมสองเส้นรัศมีต่างกัน

สรุป

1. แรงแม่เหล็ก \vec{F} บนประจุ $+q$ มีความเร็ว \vec{v} ในสนามแม่เหล็ก \vec{B} คือ

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

ขนาดของแรง $F = qvB\sin\theta$ และทิศของแรงตั้งฉากกับทิศของ \vec{v} และ \vec{B} เสมอ นั่นคือแรงแม่เหล็กทำให้เกิดความเร่งบนอนุภาคมีประจุได้ แต่ไม่สามารถทำงานบนอนุภาคมีประจุได้

2. ฟลักซ์แม่เหล็กผ่านผิวเปิดใดๆ นิยามว่า

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

ฟลักซ์แม่เหล็กผ่านผิวปิดมีค่าเป็นศูนย์เสมอ นั่นคือ

$$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

ฟลักซ์มีหน่วยเป็นเวเบอร์

3. กฎของบีโอดี-ซาวาร์ต กล่าวว่า สนามแม่เหล็ก \vec{B} ณ ตำแหน่ง \vec{r} ที่เกิดจากกระแส I ในส่วนของวงจร $d\vec{l}$ ซึ่งมีตำแหน่ง \vec{r}' มีค่าดังนี้

$$\vec{B} = \left[\frac{\mu_0 I}{4\pi} \right] \int d\vec{l} \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

ตอนที่ 4.2

กฎของแอมแปร์

สนามแม่เหล็กของวงจรไฟฟ้าที่มีลักษณะสมมาตรสูงอาจหาได้โดยใช้กฎของแอมแปร์ (Ampere's law) ความรู้เรื่องแรงแม่เหล็กนำไปประยุกต์สร้างอุปกรณ์อำนวยความสะดวกแก่มนุษย์มากมาย การศึกษาสนามแม่เหล็กนั้นมีความจำเป็นทั้งกรณีที่ระบบอยู่ในตัวกลางที่เป็นสุญญากาศและระบบที่ตัวกลางไม่เป็นสุญญากาศ ในตอนที่ 4.2 นี้ จะได้ศึกษาสมบัติทางแม่เหล็กของสารที่เป็นไดอะแมกเนติก พาราแมกเนติก และเฟอร์โรแมกเนติก ด้วย

1. กฎของแอมแปร์

หลังจากเออร์สเตดได้ค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างไฟฟ้ากับแม่เหล็กแล้ว แอมแปร์ก็เป็นอีกผู้หนึ่งที่ศึกษาเรื่องสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสในตัวนำ แอมแปร์นั้นไม่ค่อยจะเห็นด้วยกับบิโอต์-ซาวาร์ตนัก โดยเฉพาะอย่างยิ่งการกำหนดสนามแม่เหล็กตามสมการ 4.9 แอมแปร์เห็นว่าค่า $I d\vec{\ell}$ ไม่สามารถเกิดขึ้นโดยอิสระได้ ต้องเป็นส่วนหนึ่งของวงจรไฟฟ้า

เราได้แสดงวิธีหาสนามแม่เหล็ก \vec{B} เนื่องมาจากกระแสในลวดตัวนำตามแนวแกน z และมีความยาวอนันต์มาแล้ว พบว่า

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi} \quad (4.21)$$

ถ้าเราสร้างวงกลมรัศมี r รอบเส้นลวดตัวนำ โดยให้จุดศูนย์กลางวงกลมอยู่ที่เส้นลวดแล้วอินทิเกรต $\vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ ไปตามเส้นรอบวงจนครบรอบ เราจะได้

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint \frac{\hat{\phi} \cdot d\vec{\ell}}{r} \quad (4.22)$$

ถ้าเลือกทิศทางของ $d\vec{\ell}$ ตามกฎมือขวา

$$d\vec{\ell} = d\ell \hat{\phi} = rd\phi \hat{\phi}$$

แล้วสมการ 4.22 จะกลายเป็น

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{rd\phi}{r}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \quad ; \text{ (ไม่ขึ้นอยู่กับ } r \text{)} \quad (4.23)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (4.24)$$

เมื่อ I คือกระแสที่ถูกล้อมรอบด้วยเส้นปิด (closed loop) สมการ 4.24 มีชื่อเรียกว่า กฎของแอมแปร์อินทิกรัลฟอร์ม หรือรู้จักดีในนาม กฎวงจรของแอมแปร์ (Ampere's circuital law) หรือเรียกสั้นๆ ว่า กฎของแอมแปร์

มีข้อนำสังเกตเกี่ยวกับกฎของแอมแปร์ สมการ 4.24 ดังนี้

1. แม้ว่าสมการ 4.24 จะหาจากเส้นปิดที่เป็นรูปวงกลมก็ตาม แต่โดยความจริงแล้ว เส้นปิดมีรูปร่างอย่างไรก็ได้ขอให้มันเป็นเส้นปิด แต่ในทางปฏิบัติเรามักเลือกเส้นปิดที่มีรูปทรงเรขาคณิตต่างๆ เพื่อช่วยในการคำนวณ

2. กระแส I ในสมการ 4.24 หมายถึงกระแสที่อยู่ภายในเส้นปิดเท่านั้น หากมีลวดนำกระแสหลายเส้นที่อยู่ภายในเส้นปิด กระแส I หมายถึง

$$I = \sum_i I_i \quad (4.25)$$

สมการ 4.25 เป็นผลรวมทางพีชคณิต (algebraic sum) ต้องนำเครื่องหมายมาคิดด้วย เช่น ถ้าให้กระแสไหลเข้าเป็นบวก กระแสไหลออกต้องเป็นลบ นอกจากนี้ กระแส I ในสมการ 4.24 อาจจะเขียนในเทอมของความหนาแน่นกระแส \vec{J} คือ

$$I = \int_s \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (4.26)$$

เมื่อ s คือพื้นที่ผิวที่ถูกล้อมรอบด้วยเส้นปิด

3. กฎของบิโอต์ - ซาวาร์ต ใช้หาสนามแม่เหล็กได้ทั่วไป แม้จะมีความซับซ้อนทางคณิตศาสตร์ แต่กฎของแอมแปร์จะใช้หาสนามแม่เหล็กของวงจรไฟฟ้าที่มีลักษณะสมมาตรสูง

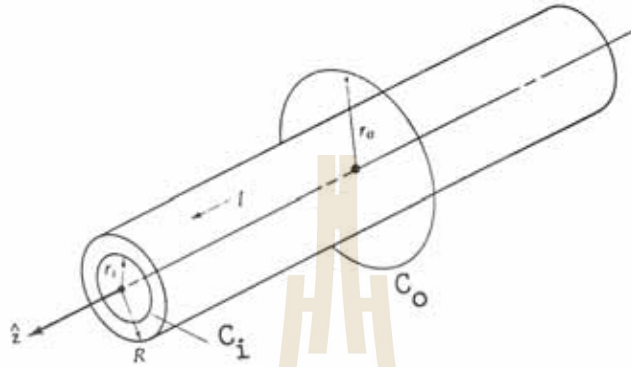
4. กฎของแอมแปร์จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อกฎของบิโอต์ - ซาวาร์ต เป็นจริง หมายความว่าเราสามารถหากฎของแอมแปร์ได้โดยตรงจากกฎของบิโอต์ - ซาวาร์ต แต่ต้องใช้คณิตศาสตร์ที่ยุ่งยากพอควร

5. จากสมการ 4.24 และสมการ 4.26 กฎของแอมแปร์เขียนให้อยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (4.27)$$

ตัวอย่างที่ 4.7 สนามแม่เหล็กของกระแสที่ไหลในตัวนำทรงกระบอก

ทรงกระบอกกลม รัศมี R ความยาวอนันต์วางอยู่บนแกน z มีกระแส I ในทิศทาง +z ดังรูปที่ 4.17 หาสนาม ณ จุดภายในและภายนอกทรงกระบอก



รูปที่ 4.17 ลวดตัวนำทรงกระบอกกระแส I รัศมี R

จากรูปที่ 4.17 สนามแม่เหล็กภายในหาได้โดยใช้กฎวงจรของแอมแปร์

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I'$$

เมื่อ I' คือกระแสที่ถูกล้อมรอบด้วย C_1 ซึ่ง $I' = \frac{Ir^2}{R^2}$, $\vec{B} = B\hat{\phi}$, $d\vec{\ell} = d\ell\hat{\phi} = rd\phi\hat{\phi}$ โดยการแทนค่าในสมการแล้วอินทิเกรตได้

$$B 2\pi r = \mu_0 I \frac{r^2}{R^2}$$

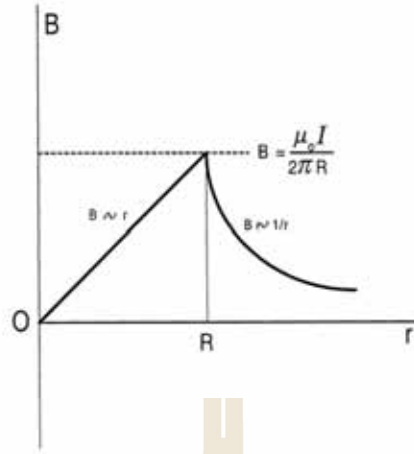
หรือ

$$\vec{B}(r \leq R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r \hat{\phi}$$

ในทำนองคล้ายกัน

$$\vec{B}(r \geq R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$$

เขียนกราฟได้ดังรูปที่ 4.18



รูปที่ 4.18 สนามแม่เหล็กภายในลวดและภายนอกลวดนำกระแส

ตัวอย่างที่ 4.8 สนามแม่เหล็กของเคเบิลที่มีแกนร่วมกัน

ทรงกระบอก 2 อัน ความยาวอนันต์ สวมกันอยู่ เพื่อให้เป็นกรณีทั่วไป เราจะให้ทรงกระบอกกลวงอันนอกมีความหนาด้วย ดังรูปที่ 4.19 ที่เห็นคือ ภาคตัดขวางของสายเคเบิล กระแส I เข้าที่ลวดเส้นในและกระแสนอกที่ลวดเส้นนอก จะหาสนามทุกๆ บริเวณโดยใช้กฎวงจรของแอมแปร์

$$0 < r < r_1$$

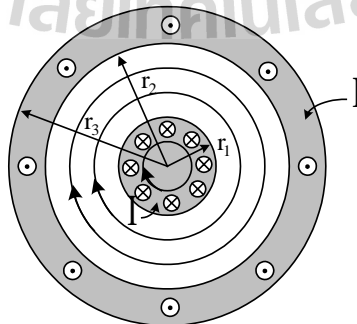
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I' ; I' = I \frac{r^2}{r_1^2}$$

$$B(0 < r \leq r_1) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi r_1^2}$$

$$r_1 < r < r_2$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

I คือกระแสของทรงกระบอกอันใน



รูปที่ 4.19 รูปทรงกระบอกกลวง 2 อัน ซ้อนกันมีกระแส I ผ่าน

$$B(r_1 < r < r_2) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$r_2 < r < r_3$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I''$$

เมื่อ $I'' = I - \left(\frac{r^2 - r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} \right) I$ (เครื่องหมายลบ เพราะว่า กระแสไหลสวนทางกัน)

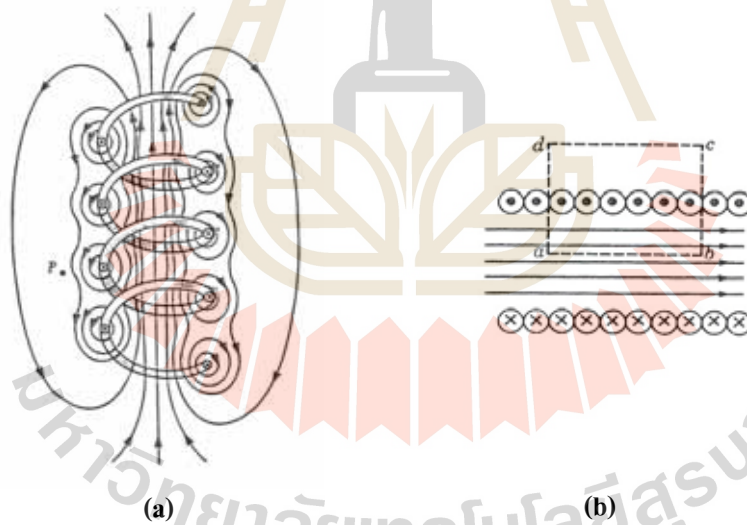
$$B(r_2 < r < r_3) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left[\frac{r_3^2 - r^2}{r_3^2 - r_2^2} \right]$$

$$r > r_3$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (I - I) = 0$$

$$\vec{B}(r > r_3) = 0$$

ตัวอย่างที่ 4.9 โซลีนอยด์เกิดจากนำลวดตัวนำมาขดเป็นวงเกลียว (helix) รัศมีเท่ากัน เรียงกันหลายๆ ขด โดยทั่วไปความยาวของโซลีนอยด์จะมีค่ามากกว่าเส้นผ่านศูนย์กลางของขดลวดมาก สมมติให้โซลีนอยด์มีจำนวน n ขดต่อหนึ่งหน่วยความยาวดังรูปที่ 4.20 จงหาสนามแม่เหล็กของโซลีนอยด์นี้



รูปที่ 4.20 (a) เส้นสนามแม่เหล็กจากลวดวงเกลียว

(b) การหาสนามแม่เหล็กของโซลีนอยด์โดยใช้กฎของแอมแปร์

วิธีทำ ก่อนอื่นลองพิจารณาลวดตัวนำที่ขดเป็นเกลียวต่างๆ ดังรูปที่ 4.20 (a) ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ด้านนอกของโซลีนอยด์มีสนามแม่เหล็กอ่อนมาก เมื่อเปรียบเทียบกับสนามภายในโซลีนอยด์ตามเหตุผลที่กล่าวถึงในตัวอย่างที่ 4.5 ยิ่งถ้าโซลีนอยด์มีขดถี่และยาวมากเมื่อเปรียบเทียบกับรัศมีสนามแม่เหล็กภายนอกโซลีนอยด์จะมีค่าน้อยมากๆ เมื่อเปรียบเทียบกับสนามภายใน จนสามารถให้มีค่าเป็นศูนย์ได้

2. ณ บริเวณระหว่างขดที่ประชิดกัน พบว่าเส้นสนามแม่เหล็กวนสวนทางกัน ดังนั้นสนามลัพท์เท่ากับศูนย์

3. เส้นสนามแม่เหล็กภายในโซเลนอยด์มีทิศเกือบขนานกันและมีค่าค่อนข้างคงตัว หากโซเลนอยด์ขดถี่ๆ และยาวมากๆ เราจะถือว่า เส้นสนามภายในขนานกันและค่าของสนามมีค่าเอกรูป

ใช้กฎของแอมแปร์หาสนามแม่เหล็กภายในโซเลนอยด์ดังรูปที่ 4.20 (b)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

ในกรณีนี้เส้นปิดคือสี่เหลี่ยมผืนผ้า abcd การอินทิเกรตรอบเส้นปิดอาจแยกเป็น 4 ส่วน ดังนี้

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

เทอมที่ 2 และเทอมที่ 4 เท่ากับศูนย์ เนื่องจาก \vec{B} ตั้งฉากกับ $d\vec{l}$ บริเวณภายในโซเลนอยด์ และ $\vec{B}=0$ ณ ตำแหน่งระหว่างขดและภายนอกโซเลนอยด์ ดังที่กล่าวถึงในข้อที่ 1 และข้อที่ 2 เทอมที่ 3 เท่ากับศูนย์ตามเหตุผลในข้อที่ 1 ดังนั้นยังเหลือ

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} = BL \quad (\text{ตามเหตุผลในข้อที่ 3 และให้ระยะ } ab \text{ ยาว } L)$$

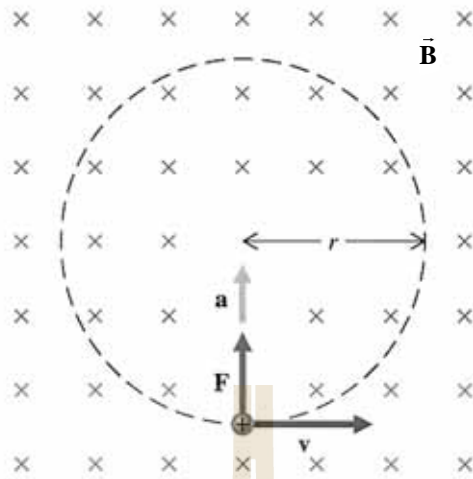
กระแส I ในกฎของแอมแปร์ หมายถึง กระแสทั้งหมดในเส้นปิด ในที่นี้มีค่าเท่ากับ $\sum_i I_i = nLI$ แทนความสัมพันธ์ข้างต้นในกฎของแอมแปร์ได้

$$BL = \mu_0(nLI) \quad \text{หรือ} \quad B = \mu_0 n I$$

2. แรงโลเร็นตซ์และการประยุกต์

2.1 แรงโลเร็นตซ์

การเคลื่อนที่ของอนุภาคมีประจุในสนามแม่เหล็ก แรงแม่เหล็กที่กระทำบนอนุภาคจะเป็นไปตามสมการ 4.2 คือ $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ หากเราพิจารณากรณีพิเศษที่อนุภาคมีประจุบวก q มีมวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว \vec{v} เข้าไปในย่านที่มีสนามแม่เหล็กเอกรูป \vec{B} โดยให้ความเร็วเริ่มต้นมีทิศตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก ในกรณีนี้จะเห็นว่าแรงแม่เหล็กกระทำกับอนุภาคมีขนาดสม่ำเสมอและมีทิศตั้งฉากกับแนวการเคลื่อนที่ ผลก็คืออนุภาคที่มีประจุนี้จะเคลื่อนที่เป็นวงกลม รัศมี r อัตราเร็วศูนย์กลาง a ดังรูปที่ 4.21



รูปที่ 4.21 การเคลื่อนที่ของประจุในสนามแม่เหล็กเอกรูป

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน เราได้ความสัมพันธ์แรงลัพธ์ในกรณีนี้ คือ

แรงแม่เหล็ก = แรงสู่ศูนย์กลาง

หรือ

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \quad (4.28)$$

จากสมการ 4.28 สามารถหาความสัมพันธ์ของปริมาณต่างๆ ได้ ดังนี้

$$v = \frac{rqB}{m} \quad \text{และ} \quad r = \frac{mv}{qB} \quad (4.29)$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \quad (4.30)$$

ปริมาณ ω นี้บางทีเรียกว่า ความถี่ไซโคลตรอน (cyclotron frequency) ซึ่งจะได้กล่าวถึงต่อไป ในทอมของ ความถี่ f ได้ความสัมพันธ์

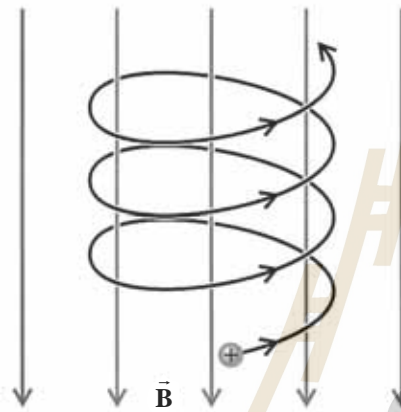
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m} \quad (4.31)$$

และคาบ (เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ) คือ

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} = \frac{2\pi m}{qB} \quad (4.32)$$

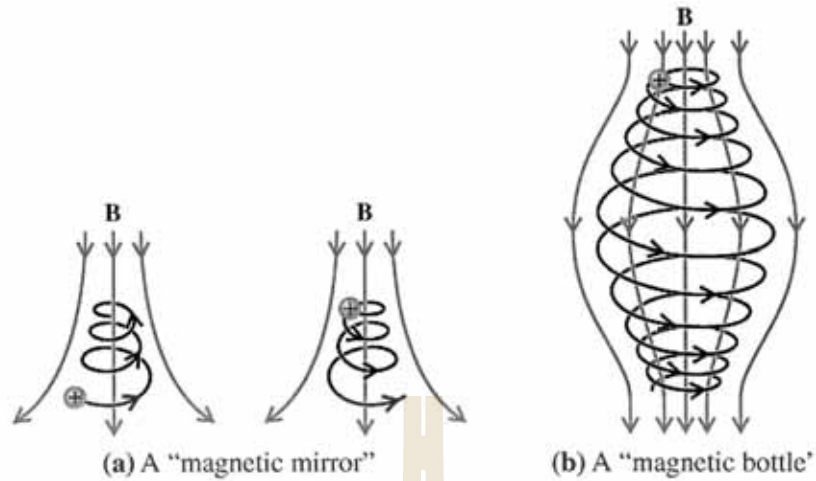
นอกจากนี้ยังมีกรณีที่น่าสนใจอีก 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 อนุภาคมีประจุเคลื่อนที่เข้าไปในย่านสนามแม่เหล็กเอกกรุป (uniform) \vec{B} โดยความเร็ว \vec{v} ทำมุม θ กับสนามแม่เหล็ก \vec{B} เราสามารถแยก \vec{v} ออกเป็นสององค์ประกอบ คือ องค์ประกอบที่ตั้งฉากกับ \vec{B} องค์ประกอบนี้ทำให้เกิดแรงแม่เหล็กกระทำบนอนุภาค ทำให้เส้นทางการเคลื่อนที่เป็นส่วนโค้งของวงกลม และองค์ประกอบที่ขนานกับ \vec{B} องค์ประกอบนี้จะไม่ทำให้เกิดแรงแม่เหล็กกระทำบนอนุภาค แต่จะให้อนุภาคเคลื่อนที่ไปในแนวของทิศทาง \vec{B} เมื่อรวมผลการเคลื่อนที่ทั้งสององค์ประกอบของ \vec{v} ดังได้กล่าวมาแล้ว ทำให้อนุภาคเคลื่อนที่เป็นวงเกลียว (helix) รัศมีเท่ากัน ดังรูปที่ 4.22



รูปที่ 4.22 อนุภาคเคลื่อนที่เป็นรูปวงเกลียว
ในสนามแม่เหล็กเอกกรุป

กรณีที่ 2 ความเร็วของอนุภาคเหมือนกรณีที่ 1 แต่สนามแม่เหล็กมีค่าเปลี่ยนแปลงหรือไม่คงตัว ถ้าอนุภาคมีประจุเคลื่อนที่จากย่านที่มีสนามแม่เหล็กน้อยไปสู่ย่านที่มีสนามแม่เหล็กมากขึ้นเรื่อยๆ รัศมีของเกลียวจะน้อยลงๆ เวียนเป็นก้นหอย (ดูสมการ 4.29 แล้วเคลื่อนที่ย้อนกลับ เราเรียกว่ากระจกแม่เหล็ก (magnetic mirror) ดังรูปที่ 4.23 (a) และถ้าสนามแม่เหล็กเริ่มจากความเข้มมากแล้วค่อยๆ ลดลงเรื่อยๆ ไปถึงค่าหนึ่งจะกลับมีความเข้มเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ผลก็คืออนุภาคจะเคลื่อนที่เป็นเกลียว ดังรูปที่ 4.23 (b) ซึ่งหากความเข้มหัว – ท้าย มีค่าสูงพอ จะทำให้อนุภาคมีประจุนี้เคลื่อนที่กลับไปกลับมา ระหว่างด้านหัวท้าย เราเรียกว่า ขวดแม่เหล็ก (magnetic bottle) การเกิดวงแถบรังสีแวนแอลเลน ก็เป็นไปตามหลักการที่กล่าวถึงในกรณีที่ 2 นี้



รูปที่ 4.23 (a) กระจกแม่เหล็ก (b) ขวดแม่เหล็ก

การรวมแรงไฟฟ้าและแรงแม่เหล็ก

จากหน่วยที่ 1 เราได้แรงไฟฟ้า $\vec{F} = q\vec{E}$ และจากหัวข้อที่ 2 ในตอนที่ 4.1 เราได้แรงแม่เหล็ก $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ ดังนั้นหากประจุเคลื่อนที่ในย่านที่มีสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก อนุภาคนั้นจะถูกทั้งแรงไฟฟ้าและแรงแม่เหล็กกระทำ แรงรวมคือ

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) = q[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})] \quad (4.33)$$

แรงในสมการ 4.33 เรียกว่า แรงโลเร็นตซ์ (the Lorentz force)

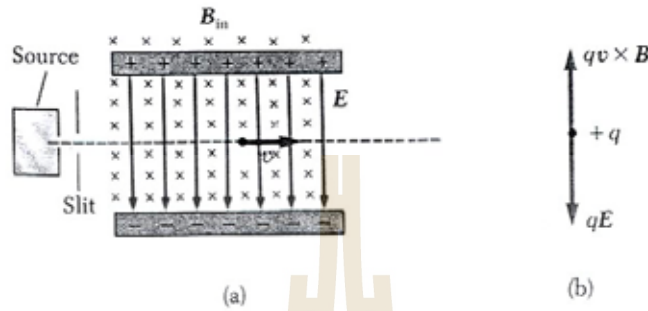
2.2 การประยุกต์แรงโลเร็นตซ์

แรงโลเร็นตซ์นำไปประยุกต์ในการสร้างเครื่องมือและอุปกรณ์หลายชนิด เช่น

2.2.1 เครื่องเลือกความเร็ว (velocity selector) จากรูปที่ 4.24 (a) อนุภาคมีประจุบวก เคลื่อนที่จากแหล่งกำเนิดเข้าไปในย่านที่มีสนามไฟฟ้ามีทิศจากบนลงล่างและย่านเดียวกันนี้มีสนามแม่เหล็กชี้เข้าหาหน้ากระดาษ แรงที่กระทำกับอนุภาคมี 2 แรง คือ แรงไฟฟ้า $F_e = qE$ มีทิศชี้จากบนลงล่าง และแรงแม่เหล็ก $F_m = qvB$ มีทิศชี้ขึ้นบนดังรูปที่ 4.24 (b) เพื่อให้อนุภาคนี้อาจมีความเร็วเท่าเดิม (ทั้งขนาดและทิศทางไม่เปลี่ยนแปลง) แรงลัพธ์ต้องเท่ากับศูนย์ นั่นคือ ขนาดของ $F_e =$ ขนาดของ F_m หรือ $qE = qvB$ ดังนั้น

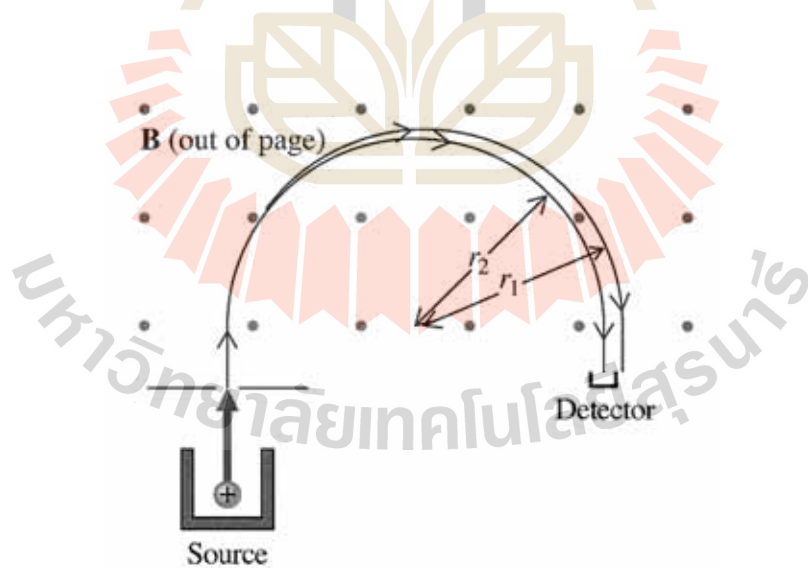
$$v = E/B \quad (4.34)$$

หมายความว่า อนุภาคมีประจุ จะต้องม้อัตราเร็วตามสมการ 4.34 เท่านั้น ที่ทางเดินจะเป็นเส้นตรงไม่เปลี่ยนแปลง ถ้า v มากกว่านี้ เส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคจะเบี่ยงเบนขึ้น ($F_m > F_e$) ถ้า v น้อยกว่านี้ เส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคจะเบี่ยงเบนลง $F_m < F_e$



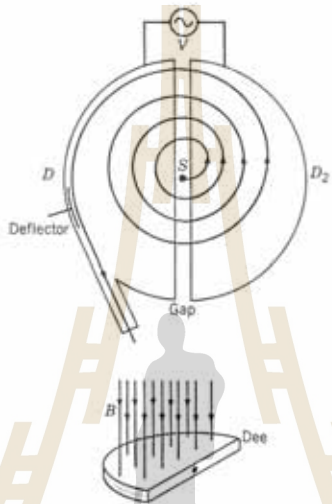
รูปที่ 4.24 เครื่องเลือกความเร็ว

2.2.2 เครื่องแยกมวล (mass spectrometer) เป็นเครื่องมือใช้สำหรับแยกชนิดของนิวเคลียสอะตอม หรือโมเลกุลตามค่ามวลของมัน จากรูปที่ 4.25 อนุภาคมีประจุเท่ากัน แต่มวลไม่เท่ากัน เมื่อเคลื่อนที่ผ่านสนามแม่เหล็ก รัศมีเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นส่วนของวงกลม รัศมี $r_2 < r_1$ จากสมการ 4.29 แสดงว่า $m_1 > m_2$



รูปที่ 4.25 เครื่องแยกมวล

2.2.3 ไซโคลตรอน (cyclotron) เป็นเครื่องเร่งอนุภาค มีลักษณะดังรูปที่ 4.26 ทั้งสองซีกของเครื่องมีรูปร่างคล้ายตัว D จะมีสนามแม่เหล็กเอกรูป ทั้งสองซีกนี้ต่ออยู่กับไฟฟ้ากระแสสลับแรงเคลื่อนสูง เมื่ออนุภาคมีประจุเคลื่อนที่ผ่านช่องว่าง (gap) ในแต่ละรอบ จะมีอัตราเร็วสูงขึ้นเนื่องจากพลังงานศักย์ที่เพิ่มให้กับอนุภาคมีประจุขณะที่ผ่านช่องว่างจะเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ของอนุภาค จากรูปที่ 4.26 และสมการ 4.29 เมื่อ v มากขึ้น รัศมี r จะมากขึ้นด้วย ขณะที่คาบ (สมการ 4.32) และ ω (สมการ 4.30) มีค่าคงเดิม นี่เป็นที่มาของการเรียก ω ว่า ความถี่ไซโคลตรอน



รูปที่ 4.26 แผนภาพของไซโคลตรอน

ตัวอย่างที่ 4.10 จงหาพลังงานจลน์สูงสุดของอนุภาคโปรตอนในเครื่องไซโคลตรอน รัศมี 0.50 เมตร ในสนามแม่เหล็ก 0.35 เทสลา

วิธีทำ จากสมการ 4.29 และพลังงานจลน์ $= \frac{1}{2}mv^2$ ประจุและมวลของโปรตอนมีค่า 1.6×10^{-19} C และ 1.67×10^{-27} kg และใช้ความสัมพันธ์ $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ และ $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$ จะได้

$$\begin{aligned}
 \text{พลังงานจลน์} &= \frac{q^2 B^2 r^2}{2m} \\
 &= \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2 (0.35)^2 (0.50)^2}{(2 \times 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})} \\
 &= 2.34 \times 10^{-13} \text{ J} \\
 &= 1.46 \text{ MeV}
 \end{aligned}$$

3. แรงบนเส้นลวดที่มีกระแสไฟฟ้า

แรงที่กระทำบนเส้นลวดที่มีกระแสไฟฟ้าคือผลรวมทั้งหมดของแรงที่กระทำบนทุกๆ ส่วนของเส้นลวด พิจารณาความยาวเล็กๆ $d\vec{l}$ ซึ่งมีกระแส I

n เป็นความหนาแน่นของพาหะนำประจุซึ่งแต่ละตัวมีประจุ q

v เป็นอัตราเร็วเฉลี่ยของพาหะมีทิศทางเดียวกับ $d\vec{l}$

A คือพื้นที่หน้าตัดของเส้นลวดตั้งฉากกับ $d\vec{l}$ ประจุในส่วน $d\vec{l}$ นี้คือ $nqAdl$ โดยทั่วไปในกรณีที่ประจุสุทธิบนลวดตัวนำเป็นศูนย์ แรงไฟฟ้า qE จะเท่ากับศูนย์ ดังนั้นจากสมการ 4.33 แรงที่กระทำบนส่วนเล็กๆ $d\vec{l}$ ของลวดซึ่งมีกระแส I คือ

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= nqAdl \vec{v} \times \vec{B} \\ &= nqAv d\vec{l} \times \vec{B} \end{aligned} \quad (4.35)$$

$nqAv$ คือกระแสที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของพาหะนำประจุ เพราะฉะนั้น

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} \quad (4.36)$$

ถ้าเส้นลวดตัวนำเป็นเส้นปิด แรงทั้งหมดที่กระทำบนเส้นลวดปิดหาได้โดยการอินทิเกรต สมการ 4.36 ซึ่งผลก็คือ

$$\vec{F} = \oint_C Id\vec{l} \times \vec{B} \quad (4.37)$$

ถ้า \vec{B} เป็นสนามเอกรูปที่ไม่ขึ้นอยู่กับการจัดตำแหน่งสมการ 4.37 กลายเป็น

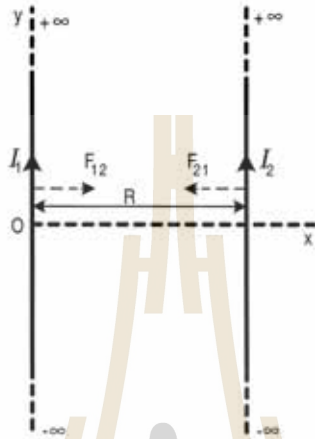
$$\begin{aligned} \vec{F} &= I \left[\oint d\vec{l} \right] \times \vec{B} \\ &= -I\vec{B} \times \oint d\vec{l} \end{aligned} \quad (4.38)$$

$\oint d\vec{l}$ เท่ากับศูนย์ เพราะมันเป็นผลรวมทางเวกเตอร์ของการจัดของจุดจุดหนึ่งที่เกิดขึ้นที่ไปตามทางเดินปิด (closed path) แล้วกลับมาหยุดที่จุดเริ่มต้น

$$\text{ดังนั้น} \quad \vec{F} = I \oint d\vec{l} \times \vec{B} = 0 ; \vec{B} = \text{คงตัว} \quad (4.39)$$

ตัวอย่างที่ 4.11 ลวดนำกระแสความยาวอนันต์สองเส้นมีเส้นมีกระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2 อยู่ในระนาบ $x-y$ ขนานกันและขนานกับแกน y ระยะห่างกันเท่ากับ R ดังรูปที่ 4.27 จงหาแรงแม่เหล็กระหว่างลวดนำกระแสสองเส้นนี้

วิธีทำ



รูปที่ 4.27 แรงระหว่างลวดนำกระแสตรง

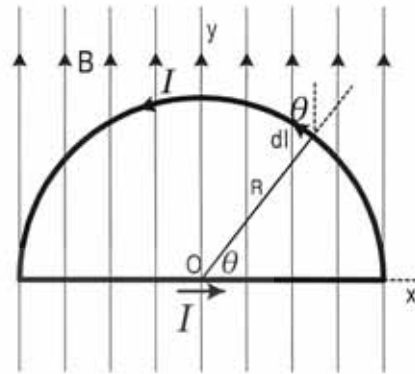
ให้ \vec{F}_{21} เป็นแรงบนลวดนำกระแสเส้นที่สอง เนื่องจากสนามแม่เหล็กที่เกิดจากลวดเส้นที่หนึ่ง และ \vec{F}_{12} เป็นแรงบนลวดเส้นที่หนึ่ง เนื่องจากสนามแม่เหล็กที่เกิดจากลวดเส้นที่สอง

จากตัวอย่างที่ 4.2 สนามแม่เหล็กที่เกิดจากลวดเส้นที่หนึ่ง ณ ตำแหน่งของลวดเส้นที่สอง คือ $\vec{B} = (-\hat{k}) \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}$ และในกรณีนี้ $d\vec{l} = dy \hat{j}$ จากสมการ 4.36 ได้ $\vec{F}_{21} = \frac{I_2 dy \hat{j} \times (-\hat{k}) \mu_0 I_1}{2\pi R}$ ให้ f เป็นแรงต่อหนึ่งหน่วยความยาว ดังนั้น $\vec{f}_{21} = \frac{\vec{F}_{21}}{L} = (-\hat{i}) \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}$ ทิศของ \vec{f}_{21} เหมือนกับทิศของ \vec{F}_{21} ดังรูปที่ 4.27 ในทำนองคล้ายกัน $\vec{F}_{12} = \frac{I_1 dy \hat{j} \times \hat{k} \mu_0 I_2}{2\pi R}$ และ $\vec{f}_{12} = \frac{\vec{F}_{12}}{L} = (\hat{i}) \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}$ ทิศของ \vec{f}_{12} เหมือนกับทิศของ \vec{F}_{12} ดังรูปที่ 4.27

สรุปได้ว่าลวดนำกระแสสองเส้นขนานกันกระแสไหลทางเดียวกันจะมีแรงดูดซึ่งกันและกัน ขนาดของแรงต่อหนึ่งหน่วยความยาวเท่ากับ $\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}$ ในทำนองคล้ายกันนี้ หากพิจารณาลวดขนานสองเส้นที่กระแสไหลสวนทางกันจะเกิดแรงผลักซึ่งกันและกัน ขนาดของแรงต่อหนึ่งหน่วยความยาวเท่ากับ $\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}$

ตัวอย่างที่ 4.12 วงจรรูปครึ่งวงกลม รัศมี R มีกระแส I อยู่ในสนามแม่เหล็กเอกรูป $\vec{B} = B\hat{j}$ ดังรูปที่ 4.28 จงหาแรงลัพธ์ที่กระทำกับวงจรนี้

วิธีทำ หาแรงที่กระทำกับส่วนที่เป็นเส้นตรง ซึ่ง $d\vec{\ell} = dx\hat{i}$ ให้เป็น \vec{F}_1 จากสมการ 4.36 ได้ $\vec{F}_1 = kI2RB$ และแรงที่กระทำกับส่วนที่เป็นครึ่งวงกลม ซึ่ง $d\vec{\ell} = R d\theta\hat{\theta}$ ให้เป็น \vec{F}_2 จากสมการ 4.36 ได้



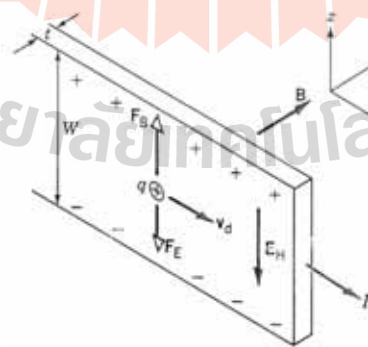
รูปที่ 4.28 แรงบนวงจรปิด
ในสนามเอกรูป

$$\begin{aligned} \vec{F}_2 &= (-\hat{k})IBR \int_0^\pi \sin\theta d\theta \\ &= (-\hat{k})IBR [\cos 0 - \cos \pi] \\ &= (-\hat{k})2IRB \end{aligned}$$

แรงลัพธ์ $\vec{F}_x = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$ เป็นไปตามคาดจากสมการ 4.39

ปรากฏการณ์ฮอลล์

กระแสไฟฟ้าเกิดจากการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้า ในกรณีสารนำกระแสที่เป็นของแข็งซึ่งอาจเป็นได้ทั้งลวดตัวนำและสารกึ่งตัวนำ อนุภาคที่เป็นพาหะ (carrier) นำประจุก็นอาจเป็นได้ทั้งพาหะนำประจุบวกและพาหะนำประจุลบ นอกจากนั้นความหนาแน่นของพาหะ (จำนวนพาหะต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร) ของสารต่างชนิดก็มีความแตกต่างกันด้วย พิจารณาแผ่นโลหะบางมีความกว้าง w และความหนา t มีกระแส I อยู่ในสนามแม่เหล็ก \vec{B} สมมติให้อนุภาคนำประจุเป็นอนุภาคประจุบวก ดังรูปที่ 4.29



รูปที่ 4.29 ปรากฏการณ์ฮอลล์ในแผ่นโลหะนำกระแสอยู่ในสนามแม่เหล็ก

เมื่อประจุ $+q$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็วลอยเลื่อน (drift velocity) \vec{v}_d จะถูกแรงแม่เหล็กกระทำ $\vec{F}_B = qv_d B \hat{j}$ ในแนวจี้น ผลก็คือ จะมีประจุบวกไปสะสมอยู่ที่ขอบบนและประจุลบสะสมอยู่ที่ขอบล่าง ทำให้เกิดสนามไฟฟ้ามีทิศจากบนลงล่าง จึงมีแรงไฟฟ้ากระทำต่อประจุในทิศจากบนลงล่าง มีขนาด $F_E = qE$ ปรากฏการณ์แบบนี้จะเป็นไปจนกว่าขนาดของแรงไฟฟ้าเท่ากับแรงแม่เหล็ก (ทิศตรงกันข้าม) กล่าวคือ แรงลัพธ์เท่ากับศูนย์ เรียกปรากฏการณ์นี้ว่า ปรากฏการณ์ฮอลล์ (the Hall effect) ซึ่งค้นพบในปี ค.ศ.1879 โดย เอ็ดวิน ฮอลล์ (Edwin Hall) เมื่อแรงลัพธ์เป็นศูนย์ ความสัมพันธ์ที่ได้คือ

$$qE = q v_d B \quad \text{หรือ} \quad E = v_d B \quad (4.40)$$

ความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างขอบบนและขอบล่าง ซึ่งเรียกว่า ความต่างศักย์ฮอลล์ (the Hall potential difference) แทนด้วยสัญลักษณ์ V_H มีความสัมพันธ์กับสนาม ดังนี้

$$V_H = EW = v_d BW \quad (4.41)$$

ซึ่งศักย์ที่ขอบบนสูงกว่าศักย์ที่ขอบล่าง จากสมการ $I = nqv_d A$ เมื่อ $A = Wt$ คือพื้นที่หน้าตัดของแผ่นโลหะ สมการ 4.41 เขียนได้ใหม่เป็น

$$V = \frac{IB}{nqt} \quad (4.42)$$

สมการ 4.42 ช่วยให้นักวิทยาศาสตร์ศึกษาสารได้หลายประเด็น เช่น ถ้าพาหะเป็นประจุลบ ศักย์ไฟฟ้าจะกลับขั้วกับที่กล่าวมาแล้ว คือ ศักย์ที่ขอบล่างจะสูงกว่าศักย์ที่ขอบบน จากการศึกษาพบว่า โลหะ เช่น ทองคำ (Au) ทองแดง (Cu) เงิน (Ag) ทองคำขาวหรือแพลาตินัม (Pt) และอลูมิเนียม (Al) พาหะเป็นประจุลบ ส่วนโคบอลต์ (Co) สังกะสี (Zn) ตะกั่ว (Pb) เหล็ก (Fe) และสารกึ่งตัวนำบางชนิด พาหะเป็นประจุบวก นอกจากนี้ยังพบว่าสำหรับโลหะ ค่า V_H จะอยู่ในช่วงไมโครโวลต์ (μV) แต่ถ้าเป็นสารกึ่งตัวนำค่า V_H อยู่ในช่วงมิลลิโวลต์ (mV)

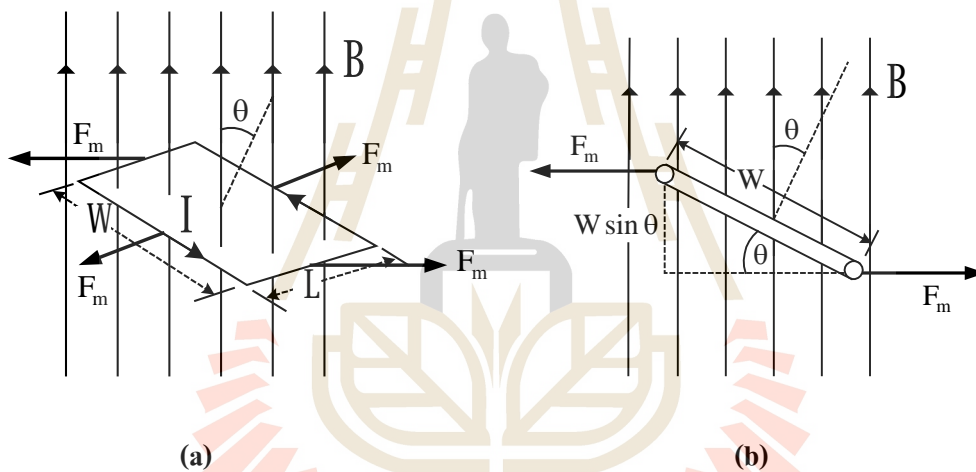
ตัวอย่างที่ 4.13 แผ่นโลหะมีความกว้าง 1 เซนติเมตร หนา 2 มิลลิเมตร อยู่ในสนามแม่เหล็กเอกรูป กระแสไฟฟ้าในแผ่นตัวนำเท่ากับ 10 แอมแปร์ และ $V_H = 4$ ไมโครโวลต์ กำหนดให้ความหนาแน่นพาหะเท่ากับ 5×10^{28} อนุภาคต่อลูกบาศก์เมตร จงหาสนามแม่เหล็ก

วิธีทำ จากสมการ 4.42 ;

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{nqt V_H}{I} \\
 &= \frac{(5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1.9 \times 10^{-19} \text{ C})(2 \times 10^{-3} \text{ m})(4 \times 10^{-7} \text{ V})}{10 \text{ A}} \\
 &= 0.64 \text{ T}
 \end{aligned}$$

ทอร์กบนวงจรีปิด

ปริมาณอีกปริมาณหนึ่งที่น่าสนใจคือทอร์กบนวงจรีปิด พิจารณาขดลวดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีด้านเป็น w และ L และมีกระแส I วางอยู่ในสนามเอกรูป \vec{B} ให้ θ เป็นมุมระหว่างสนาม \vec{B} กับเส้นตั้งฉากกับระนาบของสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูปที่ 4.30



รูปที่ 4.30 (a) วงจรรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าในสนามแม่เหล็ก

(b) แรงจากสองด้านทำให้เกิดทอร์ก

แรงลัพธ์ที่กระทำบนวงจรถัดด้านมีค่าเท่ากับศูนย์ตามสมการ 4.39 จากรูปที่ 4.30 แรงที่กระทำบนด้านที่มีความยาว w จะอยู่ในแนวเดียวกันแต่ทิศตรงกันข้าม แต่แรงที่กระทำบนด้านที่มีความยาว L ไม่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน จึงทำให้เกิดทอร์ก จากคำจำกัดความของทอร์กคือ โมเมนต์ของแรง

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \tag{4.43}$$

ถ้าเราเลือกแกนหมุนเป็นแกนที่ผ่านกึ่งกลางด้านที่มีความยาว w

แรงบนด้านที่มีความยาว L หาได้จากสมการ 4.36 ได้

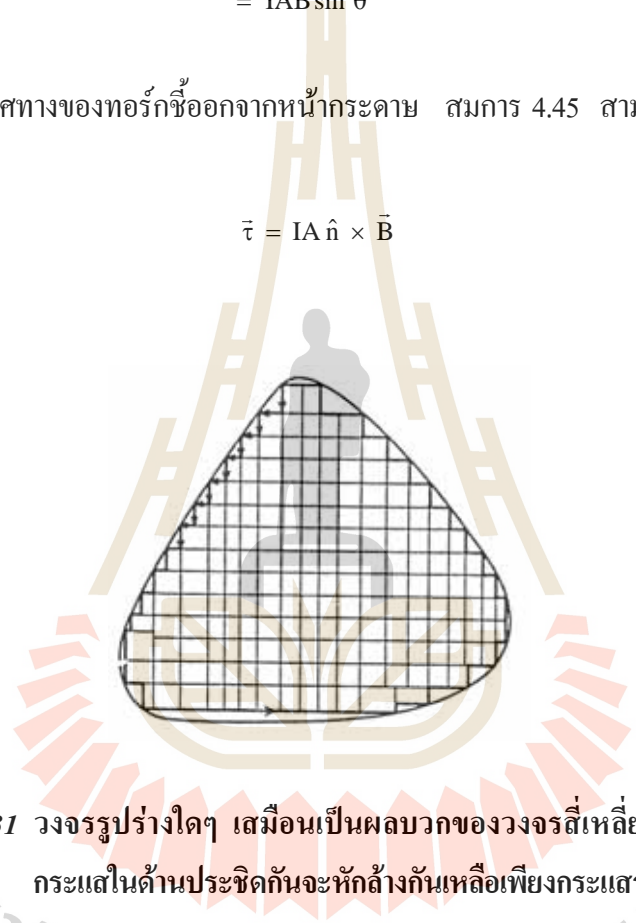
$$F = ILB \quad (4.44)$$

และขนาดของทอร์ก จากสมการ 4.43 หาได้เป็น

$$\begin{aligned} \tau &= (W \sin \theta) (ILB) \\ &= IAB \sin \theta \end{aligned} \quad (4.45)$$

จากรูปที่ 4.30 ทิศทางของทอร์กที่ออกจากหน้ากระดาษ สมการ 4.45 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเวกเตอร์ได้เป็น

$$\vec{\tau} = IA \hat{n} \times \vec{B} \quad (4.46)$$



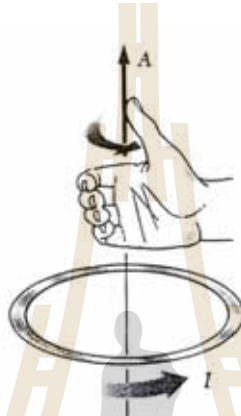
รูปที่ 4.31 วงจรรูปปร่างใดๆ เสมือนเป็นผลบวกของวงจรสี่เหลี่ยมผืนผ้า กระแสในด้านประชิดกันจะหักล้างกันเหลือเพียงกระแสรอบนอก

เราได้รับความสัมพันธ์สมการ 4.46 โดยสมมติว่า วงจรไฟฟ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แต่สมการ 4.46 จะเป็นจริงไม่ว่าวงจรจะมีรูปร่างอย่างไร ดังแสดงในรูปที่ 4.31 วงจรใหญ่จะเกิดจากผลรวมของวงจรสี่เหลี่ยมผืนผ้าเล็กๆ หลายๆ อัน ถ้าให้กระแสในสี่เหลี่ยมเล็กๆ มีทิศทางในทำนองเดียวกัน กระแสภายในจะถูกหักล้างกันหมด คงเหลือแต่กระแสในวงจรรอบนอกซึ่งประมาณได้ว่าเป็นวงจรรูปใหญ่ๆ ทอร์กของวงจรรูปใหญ่ก็คือผลรวมของทอร์กของวงจรสี่เหลี่ยมผืนผ้าเล็กๆ ทุกตัว ในกรณีนี้ A ในสมการ 4.46 จึงหมายถึงพื้นที่ของวงจรรูปใหญ่

4. โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก

ในทฤษฎีทางแม่เหล็กจะได้พบปริมาณ $IA \hat{n}$ บ่อยครั้ง ปริมาณนี้เรียกว่า โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก (magnetic dipole moment) เรียกย่อๆ ว่า โมเมนต์แม่เหล็ก (magnetic moment) แทนด้วยสัญลักษณ์ \vec{m} และมีหน่วยเป็นแอมแปร์เมตร² เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{m} = IA \hat{n} \quad (4.47)$$



รูปที่ 4.32 การกำหนดทิศโมเมนต์แม่เหล็กของวงจรโดยใช้กฎมือขวา

ในกรณีนี้ เวกเตอร์หน่วย \hat{n} มีทิศตามกฎมือขวาดังรูปที่ 4.32 และสมการ 4.46 จะกลายเป็น

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (4.48)$$

เมื่อโมเมนต์แม่เหล็ก \vec{m} อยู่ในสนามแม่เหล็ก \vec{B} พลังงานศักย์แม่เหล็ก (เปรียบเทียบกับ $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ ทางไฟฟ้า) เท่ากับ

$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B} \quad (4.49)$$

นอกจากนั้น สนามแม่เหล็ก \vec{B} ที่เกิดจากโมเมนต์แม่เหล็ก \vec{m} สามารถเปรียบเทียบฟอร์มได้กับการหาสนามไฟฟ้า \vec{E} จากขั้วคู่ไฟฟ้า \vec{p} ดังนี้

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{3\vec{r}(\vec{r} \cdot \vec{m})}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3} \right] \quad (4.50)$$

เมื่อ \vec{r} คือเวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดที่จะหาสนามแม่เหล็ก \vec{B} และโมเมนต์แม่เหล็กอยู่ที่จุดกำเนิด

ตัวอย่างที่ 4.14 วงจรไฟฟ้ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ด้านยาว 20 เซนติเมตร ประกอบด้วยขดลวดตัวนำ 5 ขด มีกระแส 2 แอมแปร์ เวกเตอร์หน่วย \hat{n} ทำมุม 37 องศา กับสนามแม่เหล็กเอกรูป $\vec{B} = 0.5\hat{j}$ เทสลา ดังรูปที่ 4.33 จงหา

- (a) โมเมนต์แม่เหล็ก
- (b) ทอร์กบนวงจรไฟฟ้า
- (c) งานที่ต้องใช้ในการหมุนวงจรนี้ จากตำแหน่งที่มีพลังงานต่ำสุดมาอยู่ในตำแหน่งนี้

วิธีทำ (a) จากสมการ 4.47

$$\vec{m} = IA \hat{n} ; A \text{ คือพื้นที่ของขดลวดทั้ง 5 ขด}$$

$$= (2 \text{ A})[5 \text{ turns} \times (0.2 \text{ m})^2] \hat{n} = 0.4 \hat{n} \text{ A.m}^2$$

เมื่อ $\hat{n} = [\sin 37^\circ (-\hat{i}) + \cos 37^\circ \hat{j}]$ ดังนั้น

$$\vec{m} = -0.24 \hat{i} + 0.32 \hat{j} \text{ A.m}^2$$

(b) จากสมการ 4.46

$$\vec{\tau} = (-0.24 \hat{i} + 0.32 \hat{j}) \times (0.5 \hat{j})$$

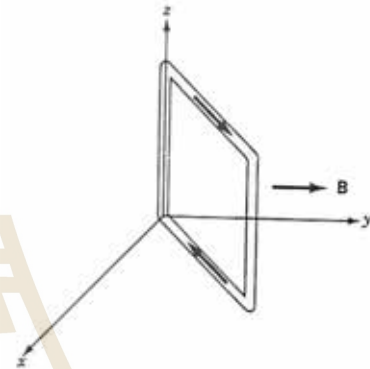
$$= -0.12 \hat{k} \text{ tesla}$$

(c) จากสมการ 4.49

$$U_f - U_i = (-mB \cos 37^\circ) - (-mB \cos 0^\circ)$$

$$= (0.4)(0.5)(1 - 0.8)$$

$$= 0.04 \text{ J}$$



รูปที่ 4.33 วงจรไฟฟ้ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในสนามแม่เหล็ก

5. ความเข้มสนามแม่เหล็กและแมกเนไตเซชัน

สสารประกอบด้วยอะตอม และในแต่ละอะตอมประกอบด้วยอิเล็กตรอนที่กำลังเคลื่อนที่ ทำให้เกิดเป็นวงจรไฟฟ้า ซึ่งวงจรนี้จำกัดอยู่เฉพาะภายในอะตอม เรียกกระแสนี้ว่า กระแสไฟฟ้าอะตอม (atomic current) หรือกระแสแอมแปร์ดังได้กล่าวถึงแล้วในตอนต้นที่ 4.1 ด้วยเหตุนี้จึงทำให้มีกระแสสองชนิดด้วยกัน คือกระแสจริงที่เกิดจากพาหะนำประจุ (อิสระ) เคลื่อนที่ และกระแสไฟฟ้าอะตอม หรือกระแสแอมแปร์ กระแสทั้งสองชนิดทำให้เกิดสนามแม่เหล็กทั้งคู่ กระแสไฟฟ้าอะตอมจะวนอยู่

ในวงจรถ็องๆ เท่ากับขนาดของอะตอม จึงมีลักษณะเป็นโมเมนต์แม่เหล็กเล็กๆ ถ้าให้ \vec{m}_i เป็นโมเมนต์แม่เหล็กของอะตอม i^{th} และนิยามปริมาณ แมกเนไตเซชันเวกเตอร์หรือเรียกสั้นๆ ว่า แมกเนไตเซชัน (magnetization, \vec{M}) หมายถึง โมเมนต์แม่เหล็กต่อหน่วยปริมาตร เขียนเป็นสมการได้

$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \sum_i \frac{\vec{m}_i}{\Delta V} = \frac{d\vec{m}}{dV} \quad (4.51)$$

ดังนั้น \vec{M} จะเป็นสนามเวกเตอร์ซึ่งมีค่าแปรไปตามตำแหน่งต่างๆ ในเนื้อของสารหรือตัวกลาง ขณะที่ยังไม่มีสนามแม่เหล็กผ่านเข้ามาในตัวกลาง ผลรวมของ \vec{m}_i จะมีค่าเป็นศูนย์ ทั้งนี้เพราะการเรียงตัวของ \vec{m}_i ในตัวกลางเป็นไปอย่างไม่เป็นระเบียบ จึงมีแนวโน้มที่จะหักล้างกันหมดไป ต่อเมื่อมีสนามแม่เหล็กผ่านเข้ามา ผลรวมของ \vec{m}_i จึงจะไม่เป็นศูนย์ กระบวนการเช่นนี้เรียกว่าตัวกลางถูกแมกเนไตซ์ (magnetized) ดังนั้น จะเห็นว่า \vec{M} ขึ้นอยู่กับสนามแม่เหล็กที่ผ่านเข้ามาในตัวกลาง

กำหนดให้ \vec{B}_0 คือสนามแม่เหล็กที่เกิดจากแหล่งกำเนิดภายนอก และ \vec{B}_M คือสนามแม่เหล็กที่เกิดจากสาร ดังนั้นสนามแม่เหล็กรวม \vec{B} คือ

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_M \quad (4.52)$$

ให้ความสัมพันธ์ระหว่าง \vec{M} กับ \vec{B}_M เขียนเป็นสมการได้เป็น

$$\vec{M} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B}_M \quad \text{หรือ} \quad \vec{B}_M = \mu_0 \vec{M} \quad \text{หรือ} \quad \vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M} \quad (4.53)$$

กำหนดให้ \vec{H} เป็นปริมาณเวกเตอร์ เรียกว่า ความเข้มสนามแม่เหล็ก (magnetic field strength) มีความสัมพันธ์กับ \vec{B} และ \vec{M} ดังนี้

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad \text{หรือ} \quad \vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (4.54)$$

สำหรับสารเชิงเส้น (linear) และสมลักษณะ (isotropic) ความสัมพันธ์ระหว่าง \vec{M} กับ \vec{H} คือ

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (4.55)$$

แทนค่าในสมการ 4.54 ได้

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} \quad (4.56)$$

ให้
$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m) \quad (4.57)$$

และ
$$\kappa_m = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi_m \quad (4.58)$$

ปริมาณทางฟิสิกส์ที่บอกสมบัติทางแม่เหล็กของสารมีชื่อเรียก ดังนี้

χ_m เรียกว่าสภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็ก (magnetic susceptibility)

μ เรียกว่าสภาพให้ซึมได้ (permeability) μ_0 เป็นสภาพให้ซึมได้ของสุญญากาศ

κ_m เรียกว่าสภาพให้ซึมได้สัมพัทธ์ (relative permeability)

เราแบ่งสารต่างๆ ออกได้หลายประเภท ขึ้นอยู่กับสมบัติการตอบสนองต่อสนามแม่เหล็กภายนอกที่กระทำต่อสารนั้น สมบัติดังกล่าวกำหนดได้จากค่า χ_m , μ และ κ_m สารสามารถแยกประเภทได้ดังนี้

1. สารไดอะแมกเนติก (diamagnetic substance) คือ สารที่มีค่า $-1 < \chi_m < 0$ หรือ $\mu < \mu_0$ หรือ $\kappa_m < 1$ สารประเภทนี้เมื่อนำไปใกล้แม่เหล็กจะถูกแรงผลักอ่อนๆ ตัวอย่างสารประเภทนี้ เช่น ทองคำ เงิน ทองแดง ตะกั่ว เป็นต้น

2. สารพาราแมกเนติก (paramagnetic substance) คือสารที่มีค่า $\chi_m > 0$ เล็กน้อย หรือ $\mu > \mu_0$ เล็กน้อย หรือ $\kappa_m > 1$ เล็กน้อย สารประเภทนี้ เมื่อนำไปใกล้แม่เหล็กจะถูกแรงดูดอ่อนๆ เท่านั้น ตัวอย่างสารประเภทนี้ เช่น อลูมิเนียม พลาตินัม เป็นต้น

3. สารเฟอร์โรแมกเนติก (ferromagnetic substance) คือสารที่มี $\chi_m \gg 0$ หรือ $\mu \gg \mu_0$ หรือ $\kappa_m \gg 1$ เมื่อนำสารประเภทนี้เข้าใกล้แม่เหล็กจะถูกแรงดูด สารประเภทนี้หรืออัลลอยด์ของสารประเภทนี้สามารถนำไปทำเป็นแม่เหล็กถาวรได้ ตัวอย่างสารประเภทนี้ เช่น เหล็ก นิกเกิล โคบอลต์ กาโดลิเนียม (Gd) ดิสโพรเซียม (Dy) เป็นต้น

ค่า χ_m ของสารไดอะแมกเนติกและสารพาราแมกเนติกบางชนิด ณ อุณหภูมิห้อง แสดงไว้ในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 สภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็กของสารพาราแมกเนติกและสารไดอะแมกเนติกบางชนิดที่อุณหภูมิห้อง

สารพาราแมกเนติก	χ_m	สารไดอะแมกเนติก	χ_m
อลูมิเนียม	2.3×10^{-5}	บิสมัท	-1.66×10^{-5}
แคลเซียม	1.9×10^{-5}	ทองแดง	-9.8×10^{-6}
โครเมียม	2.7×10^{-4}	เพชร	-2.2×10^{-5}
ลิเทียม	2.1×10^{-5}	ทองคำ	-3.6×10^{-5}
แมกนีเซียม	1.2×10^{-5}	ตะกั่ว	-1.7×10^{-5}
ไนโอเบียม	2.6×10^{-4}	ปรอท	-2.9×10^{-5}
ออกซิเจน (STP)	2.1×10^{-6}	ไนโตรเจน (STP)	-5.0×10^{-9}
พลาตินัม	2.9×10^{-4}	เงิน	-2.6×10^{-5}
ทังสเตน	6.8×10^{-5}	ซิลิคอน	-4.2×10^{-6}

ในเทอมของ \mathbf{H} กฎของแอมแปร์ สมการ 4.24 และสมการ 4.27 เขียนได้ใหม่ ดังนี้

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \tag{4.59}$$

และ

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \tag{4.60}$$

เมื่อ I และ \mathbf{J} คือกระแสและความหนาแน่นกระแสจริง ไม่รวมกระแสแอมแปร์
อนึ่ง กฎของแอมแปร์ที่กล่าวมาตั้งแต่ต้นในตอนต้นที่ 4.2 นี้ เป็นจริงเฉพาะกรณีที่มีสนามไฟฟ้าและ
สนามแม่เหล็กเป็นสนามสถิตคือไม่ขึ้นอยู่กับเวลา หากสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเป็นฟังก์ชัน
ของเวลา เจมส์ แมกซ์เวลล์ (James Maxwell) ได้ปรับปรุงกฎของแอมแปร์เป็นดังนี้

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 [I + \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \mathbf{E} \cdot \hat{n} da] \tag{4.61}$$

$$= \mu_0 [I + I_d] \tag{4.62}$$

เมื่อ

$$I_d = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \mathbf{E} \cdot \hat{n} da \tag{4.63}$$

กระแส I_d เรียกว่า กระแสกระจัด (displacement current) ในรูปอนุพันธ์สมการ 4.61 เขียนได้เป็น

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left[\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right] \tag{4.64}$$

สมการ 4.63 และ 4.64 เรียกว่ากฎของแอมแปร์ - แมกซ์เวลล์ (the Ampere - Maxwell law)
ในเทอมของ \mathbf{H} เขียนได้ดังนี้

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = [I + \frac{d}{dt} \int \mathbf{D} \cdot \hat{n} da] \tag{4.65}$$

หรือ

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{4.66}$$

เมื่อ \mathbf{D} คือการกระจัดทางไฟฟ้า (electric displacement) ในสุญญากาศ $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$

สรุป

1. กฎของแอมแปร์ คือ

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I \quad \text{หรือ} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

ใช้สำหรับหาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากวงจรไฟฟ้าที่มีลักษณะสมมาตรสูง

2. แรงไฟฟ้ารวมกับแรงแม่เหล็กที่กระทำกับประจุที่กำลังเคลื่อนที่ เรียกว่า แรงโลเร็นตซ์ มีค่าดังนี้

$$\vec{F} = q[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}]$$

ตัวอย่างการประยุกต์แรงโลเร็นตซ์ คือ เครื่องเลือกความเร็ว เครื่องแยกมวล และไซโคลตรอน

3. แรงแม่เหล็ก $d\vec{F}$ บนส่วนของวงจร $d\vec{\ell}$ นำกระแส I อยู่ในสนามแม่เหล็ก \vec{B} คือ

$$d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

4. โมเมนต์แม่เหล็กนิยามว่า

$$\vec{m} = IA \hat{n}$$

ถ้าโมเมนต์แม่เหล็ก \vec{m} อยู่ในสนามแม่เหล็ก \vec{B} ทอร์กและพลังงานศักย์ของโมเมนต์แม่เหล็กมีค่าดังนี้

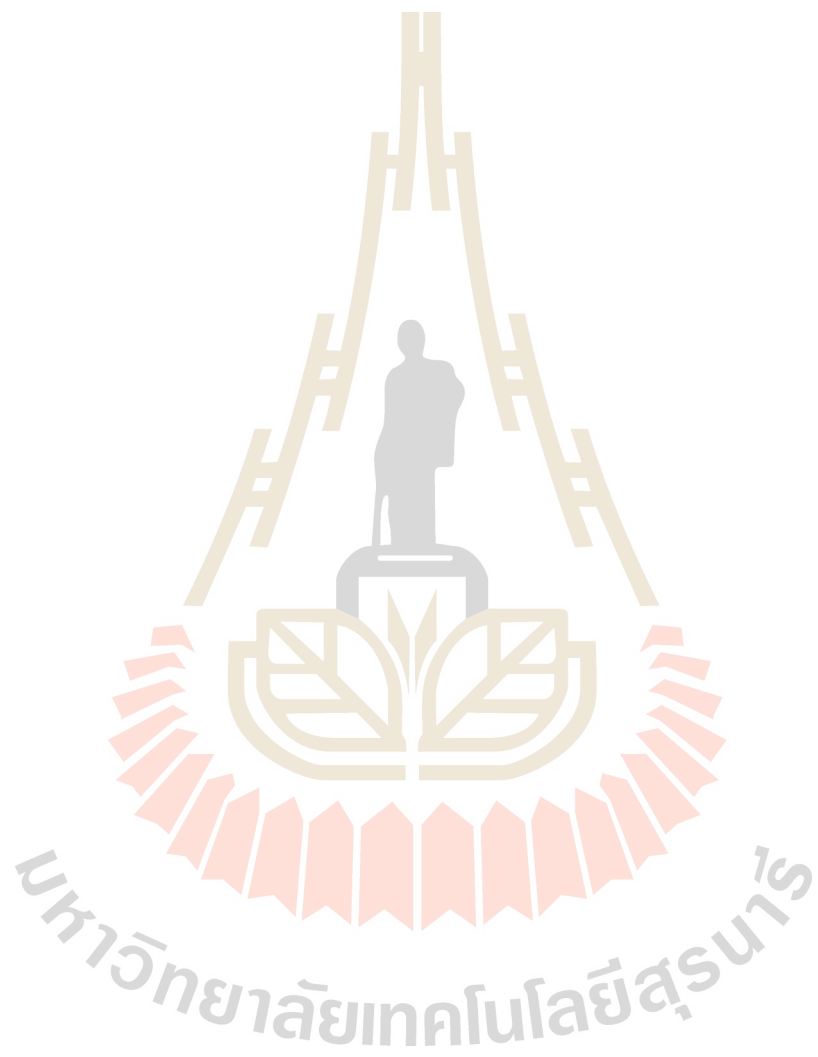
$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} \quad \text{และ} \quad U_m = -\vec{m} \cdot \vec{B}$$

5. ความเข้มสนามแม่เหล็ก \vec{H} นิยามว่า

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

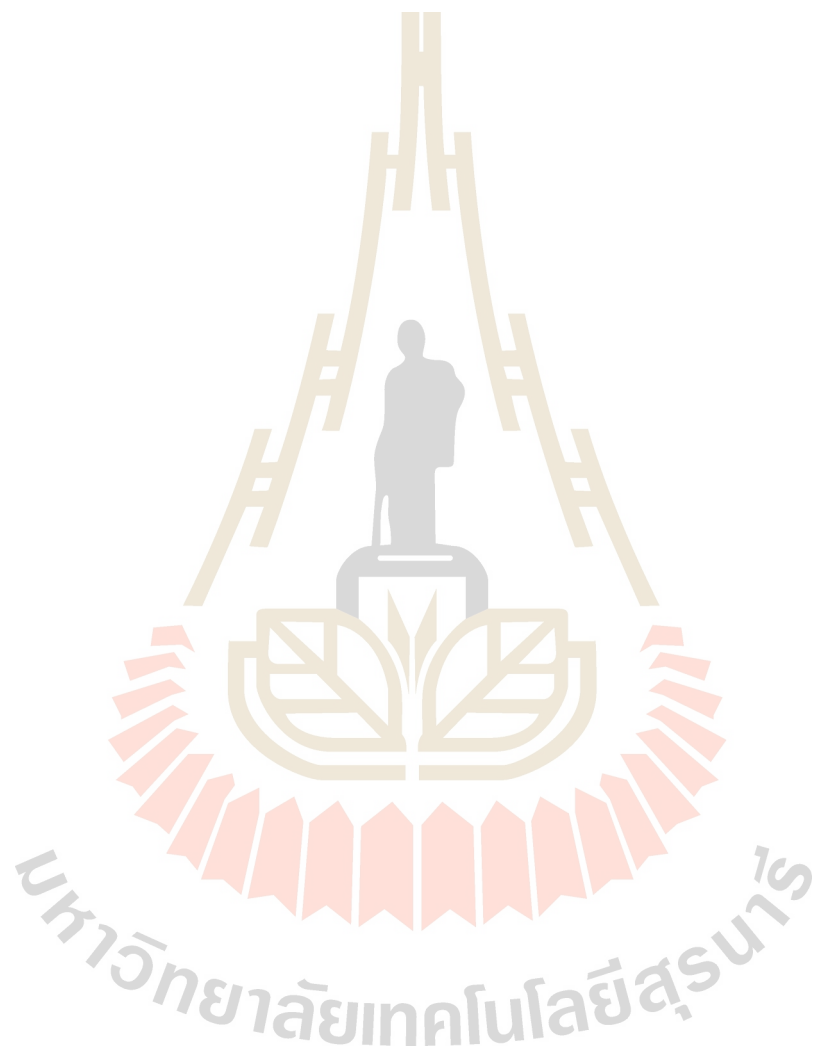
กฎของแอมแปร์ในเทอมของ \vec{H} เขียนได้เป็น

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$$

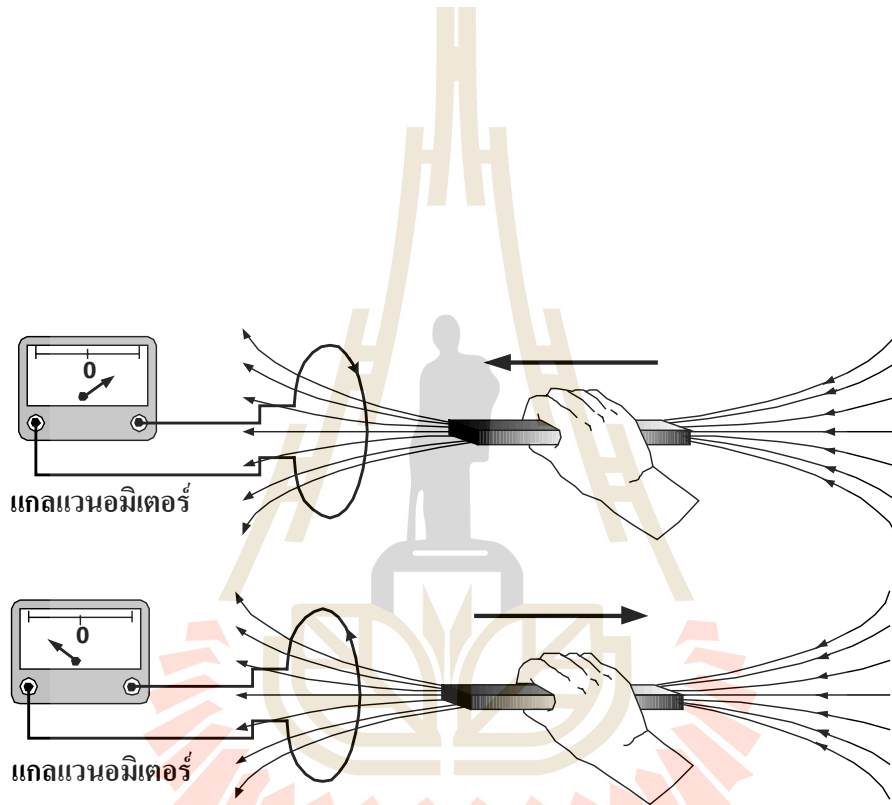


บรรณานุกรม

- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. สำนักวิชาวิทยาศาสตร์. สาขาวิชาฟิสิกส์. 2542. **ฟิสิกส์ 2**. พิมพ์ครั้งที่ 3.
นนทบุรี: เอส.อาร์.พรีนติ้ง แมสโปรดักส์.
- Benson, Harris. 1991. **University physics**. New York: John Wiley & Sons.
- Blatt, F. J. 1983. **Principles of physics**. Boston: Allyn and Bacon.
- Bueche, Frederick J. 1986. **Introduction to physics for scientists and engineers** (4th ed.).
Singapore: McGraw-Hill.
- Giancoli, Douglas C. 1999. **Physics: principles and applications** (5th ed.). Englewood Cliffs,
New Jersey: Prentice-Hall.
- Halliday, David., Resnick, Robert., and Walker, Jearl. 2000. **Fundamentals of physics** (6th ed.).
New York: John Wiley & Sons.
- Miller, Franklin Jr., and Schroeder, Dietrich. 1987. **College physics** (6th ed.). New York: Harcourt
Brace Jovanovich.
- Resnick, Robert., Halliday, David., and Krane, Kenneth S. 1992. **Physics** (4th ed.). New York:
John Wiley & Sons.
- Sears, Francis W., Zemansky, Mark W., and Young, Hugh D. 1987. **University physics** (7th ed.).
Reading, Mass: Addison-Wesley Publishing.
- Serway, R., and Beichner, R. 2000. **Physics for scientists and engineers** (5th ed.). Philadelphia:
Saunders College Publishing.
- Shortley, George., and Williams, Dudley. 1967. **Principles of college physics** (2nd ed.).
Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Smith, Alpheus W., and Cooper, John N. 1979. **Elements of physics**. New York: McGraw-Hill.
- Tippler, Paul A. 1998. **Physics for scientists and engineers**. New York: Worth Publishers.
- Weidner, Richard T., and Sells, Robert L. 1973. **Elementary classical physics** (2nd ed.). Boston:
Allyn and Bacon.

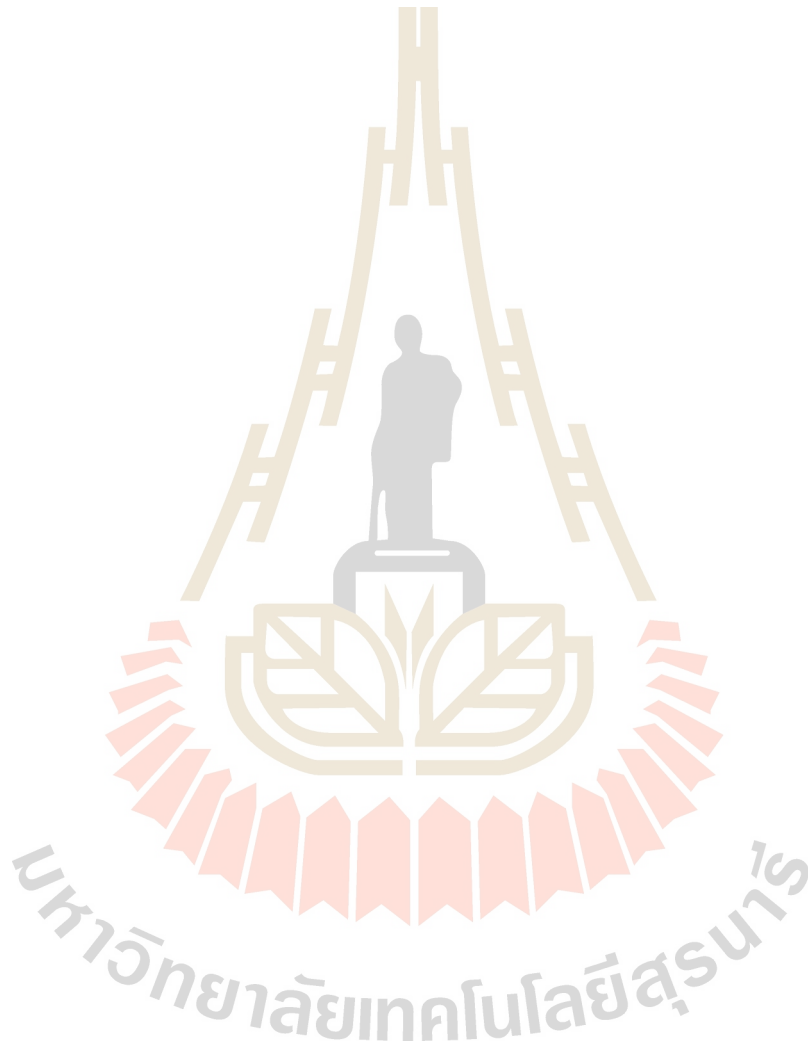


ความเหนี่ยวนำไฟฟ้าและวงจรกระแสสลับ



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

โดย อาจารย์พิเศษ ดร.วรศิษย์ อุทัย



อธิบายรูปจากปกหน่วยที่ 5

การเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กหรือจำนวนเส้นแรงแม่เหล็กในขดลวดจะเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสไฟฟ้าขึ้นในขดลวดนั้น โดยทิศทางของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นจะขึ้นอยู่กับทิศทางของการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กในขดลวด เช่น ในรูปบน ฟลักซ์แม่เหล็กในขดลวดเพิ่มขึ้นเมื่อเคลื่อนแท่งแม่เหล็กเข้าหาขดลวดแล้วทำให้มีกระแสไหลในทิศตามเข็มนาฬิกาในขดลวด (เข็มแกลวนอมิเตอร์กระดิกไปทางขวา) แต่ในรูปล่าง ฟลักซ์แม่เหล็กลดลงเมื่อเคลื่อนแท่งแม่เหล็กออกจากขดลวดแล้วทำให้กระแสในขดลวดไหลในทิศทวนเข็มนาฬิกา (เข็มแกลวนอมิเตอร์กระดิกไปทางซ้าย)

ตอนที่ 5.1

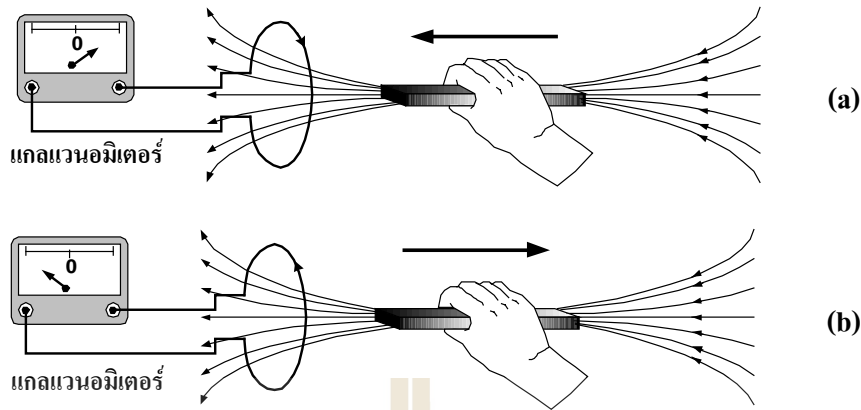
ความเหนี่ยวนำไฟฟ้า

หลังจากที่อันส์ เออร์สเตด พบในปี ค.ศ.1819 ว่าจะเกิดแรงกระทำต่อเข็มทิศแม่เหล็ก ถ้าวางเข็มทิศอยู่ในบริเวณที่มีกระแสไฟฟ้า หลายๆ คนก็เชื่อว่าจะมีความสัมพันธ์กันระหว่างกระแสไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ทั้งคู่สามารถเหนี่ยวนำให้เกิดอีกสิ่งหนึ่งได้หรือสนามแม่เหล็กสามารถเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสไฟฟ้าได้ และกระแสไฟฟ้าก็สามารถเหนี่ยวนำให้เกิดสนามแม่เหล็กได้เช่นเดียวกัน และก็เป็นเช่นนั้นจริงๆ ในเวลาต่อมาเมื่อในปี ค.ศ.1831 ไมเคิล ฟาราเดย์ ซึ่งเป็นชาวอังกฤษ และโจเซฟ เฮนรี (Joseph Henry) ซึ่งเป็นชาวอเมริกัน ได้ทำการทดลองและพบเหมือนกันว่าสนามแม่เหล็กสามารถเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสไฟฟ้าได้ การค้นพบดังกล่าวนำมาซึ่ง “กฎของฟาราเดย์”

1. กฎของฟาราเดย์

การทดลองของฟาราเดย์และการทดลองของโจเซฟนั้นเป็นการทดลองที่ทำให้มีการเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็กภายในขดลวด ดังแสดงในรูปที่ 5.1 ถ้าเส้นแรงแม่เหล็กเข้าไปใกล้ขดลวดซึ่งต่ออยู่กับแกลแวนอมิเตอร์ (galvanometer) จะทำให้เข็มของแกลแวนอมิเตอร์กระดิกไปทางขวามือ ดังแสดงในรูปที่ 5.1 (a) แต่ถ้าเส้นแรงแม่เหล็กออกจากขดลวดจะทำให้เข็มของแกลแวนอมิเตอร์กระดิกไปทางซ้าย ดังแสดงในรูปที่ 5.1 (b) เนื่องจากการเคลื่อนแรงแม่เหล็กเข้าหาหรือออกจากขดลวดเป็นการเพิ่มหรือลดสนามแม่เหล็กภายในขดลวดตามลำดับ ดังนั้นแสดงว่าการเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็กภายในขดลวดจะทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นในขดลวด ซึ่งทำให้เข็มของแกลแวนอมิเตอร์กระดิกได้ และเป็นที่น่าสนใจว่าเข็มของแกลแวนอมิเตอร์กระดิกไปคนละทางเมื่อเส้นแรงแม่เหล็กไปคนละทาง จากการทดลองดังกล่าวเราอาจสรุปเป็นกฎของฟาราเดย์ได้ดังนี้

“แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในวงจรใดๆ มีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กภายในวงจรมานั้น”



รูปที่ 5.1 (a) เมื่อเลื่อนแท่งแม่เหล็กเข้าหาขดลวดที่ต่ออยู่กับแกลแวนอมิเตอร์ เข็มของ
จะกระดิกไปทางขวามือ
(b) เมื่อเลื่อนแท่งแม่เหล็กออกจากขดลวด เข็มของแกลแวนอมิเตอร์จะกระดิก
ไปทางซ้ายมือ

เนื่องจากค่าสนามแม่เหล็กมีความสัมพันธ์กับจำนวนเส้นแรงแม่เหล็กซึ่งเราเรียกว่า ฟลักซ์แม่เหล็ก (magnetic flux) จึงอาจเขียนกฎของฟาราเดย์เป็นสมการได้ดังนี้

$$\mathcal{E} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (5.1)$$

เมื่อ \mathcal{E} คือแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

N คือจำนวนรอบของขดลวด

$\Delta\Phi$ คือการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กของขดลวด 1 ขด

Δt คือเวลาที่เปลี่ยนไป

เครื่องหมายลบที่ปรากฏอยู่ในสมการ 5.1 นั้น เป็นการแสดงทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้น โดยจะมีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางที่ฟลักซ์แม่เหล็กเปลี่ยนแปลง หรือทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นจะเป็นไปในลักษณะที่ต่อต้านการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็ก หรือแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะพยายามรักษาสภาพเดิมของฟลักซ์แม่เหล็กในขดลวดนั่นเอง

การค้นพบทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในกฎของฟาราเดย์นั้นเป็นการค้นพบโดยไฮน์ริช เลนซ์ (Heinrich Lenz) ในปี ค.ศ. 1834 จึงเรียกกฎเกี่ยวกับทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำว่า กฎของเลนซ์ (Lenz's law)

ตัวอย่างที่ 5.1 ขดลวดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอันหนึ่งพันด้วยลวดจำนวน 200 รอบ และแต่ละขดมีด้านยาว 18 เซนติเมตร ถ้าขดลวดนี้วางอยู่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กขนาดสม่ำเสมอ โดยหน้าตัดของขดลวดตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก จงหาขนาดของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในขดลวด ถ้าสนามแม่เหล็กเปลี่ยนแปลงอย่างสม่ำเสมอจาก 0 ถึง 0.5 เทสลา ภายในเวลา 0.8 วินาที

วิธีทำ ขนาดของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในขดลวดหาได้จากสมการ 5.1

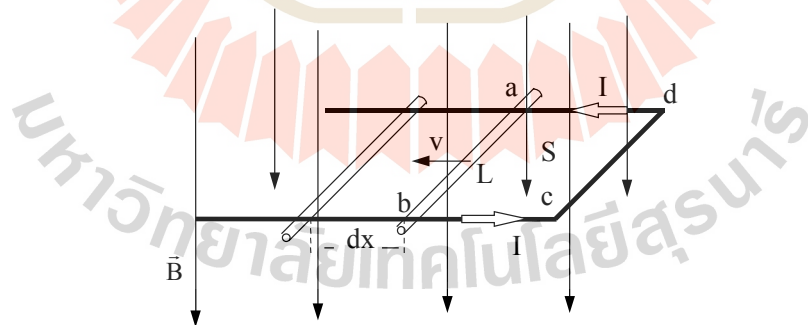
$$|\mathcal{E}| = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

ในที่นี้ $N = 200$ รอบ $\Delta t = 0.8$ วินาที และ $\Delta\Phi = \Phi_f - \Phi_i$ เมื่อ Φ_i และ Φ_f คือฟลักซ์ในตอนเริ่มต้นและตอนสุดท้ายตามลำดับ ซึ่งมีค่า $\Phi_i = 0$ และ $\Phi_f = BA = (0.5 \text{ T})(18 \times 10^{-2} \text{ m})^2 = 0.0162 \text{ T}\cdot\text{m}^2 = 0.0162 \text{ V}\cdot\text{s}$

ดังนั้น $\Delta\Phi = 0.0162 - 0 \text{ T}\cdot\text{m}^2 = 0.0162 \text{ T}\cdot\text{m}^2$ เมื่อแทนค่า $\Delta\Phi$ ในสมการข้างบน จะได้

$$\begin{aligned} |\mathcal{E}| &= \frac{(200 \text{ รอบ})(0.0162 \text{ T}\cdot\text{m}^2)}{0.8 \text{ s}} \\ &= 4.05 \text{ V} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5.2 ตัวนำ ab ยาว L เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v ไปทางซ้ายมือบนรางที่วางนิ่งในแนวระดับในสนามแม่เหล็ก \vec{B} ที่มีทิศดังรูป



จงหา

- (a) แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในวงจรนี้
- (b) ทิศการไหลของกระแสไฟฟ้าในตัวนำ ab

วิธีทำ (a) ตามรูป abcda คือเส้นวงปิดรูปสี่เหลี่ยมที่ล้อมรอบสนามแม่เหล็กด้วยพื้นที่ S ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านพื้นที่ S นี้มีค่า $\Phi_B = BS$ ถ้าให้ตัวนำ ab เคลื่อนไปเป็นระยะ dx ในเวลา dt จะทำให้พื้นที่ของวงจรมีเพิ่มขึ้น $dS = Ldx$ ดังนั้นฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่วงจรมีเพิ่มขึ้นด้วย อัตราการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{BdS}{dt} = \frac{BLdx}{dt} = BLv$$

จากกฎของฟาราเดย์ แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในวงจรมีค่า

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -BLv$$

(b) แรงเคลื่อนไฟฟ้านี้ทำให้กระแสไฟฟ้าไหลในวงจรมุ่งไปในทิศทางที่ต้านการเปลี่ยนแปลงการเปลี่ยนแปลงในที่นี้คือฟลักซ์ในวงจรมีค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นกระแสไฟฟ้าต้องไหลไปในทิศทางที่ทำให้ฟลักซ์ลดลงคือ ทำให้สนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำเนื่องจากกระแสในวงจรมีทิศทางข้ามกับสนามเดิมนั่นคือ ต้องไหลวนจาก a ไป b

อนึ่ง ถ้ารู้ความต้านทานของวงจรมีค่า abcda จะสามารถหากระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในวงจรมีได้จากสมการ $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{BLv}{R}$

2. สมบัติของสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

สนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะมีสมบัติ ดังนี้

1. หมุนวนเป็นวงโดยไม่มีจุดเริ่มต้นและจุดจบ
2. งานเนื่องจากสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำรอบวงปิดใดๆ ไม่เป็นศูนย์
3. เป็นสนามไฟฟ้าที่ไม่อนุรักษ์

สมบัติของสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำดังกล่าวจะแตกต่างจากสมบัติของสนามไฟฟ้าสถิต ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยเหตุผลต่อไปนี้

ดังที่ทราบจากตอนที่ 1.1 แล้วว่าประจุไฟฟ้าที่อยู่โดดเดี่ยวจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้ารอบๆ ประจุนั้นและถ้าประจุ 2 ชนิด (ประจุบวกและลบ) วางอยู่ในบริเวณเดียวกัน จะเกิดสนามไฟฟ้าสถิตในบริเวณนั้นโดยมีทิศทางออกจากประจุบวกและสิ้นสุดที่ประจุลบโดยไม่วนเป็นวง จากสมบัติดังกล่าวจะทำให้งานเนื่องจากสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้ารอบวงปิด L ใดๆ มีค่าเป็นศูนย์หรือ

$$\oint_L \mathbf{E}_Q \cdot d\vec{\ell} = 0 \text{ เมื่อ } \mathbf{E}_Q \text{ คือสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้า } Q$$

แต่ในกรณีของสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำนั้น ถึงแม้จะเป็นสนามไฟฟ้าเช่นเดียวกัน แต่เนื่องจากมีลักษณะวนเป็นวงไม่มีจุดเริ่มต้นและไม่มีจุดจบ งานที่เกิดจากสนามไฟฟ้างดล่าวรอบวงปิด L ใดๆ จะไม่เป็นศูนย์ แต่จะมีค่า

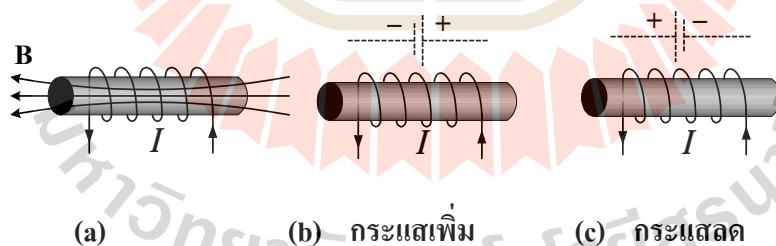
$$\oint_L \mathbf{E}_M \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \quad (5.2)$$

เมื่อ \mathbf{E}_M คือสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้น และ Φ_B คือฟลักซ์แม่เหล็กที่เหนี่ยวนำให้เกิดสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ \mathbf{E}_M

เนื่องจากคำจำกัดความอันหนึ่งของสนามอนุรักษ์ คืองานของสนามนั้นรอบวงปิดใดๆ ต้องเท่ากับศูนย์ แต่งานของสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ \mathbf{E}_M รอบวงปิดใดๆ ไม่เป็นศูนย์ ดังนั้น แสดงว่าสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำไม่ใช่สนามอนุรักษ์

3. สภาพเหนี่ยวนำตัวเอง

สภาพเหนี่ยวนำตัวเอง (self inductance) เป็นปรากฏการณ์ที่เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นในขดลวดที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน เราอาจอธิบายปรากฏการณ์ดังกล่าวโดยอาศัยรูปที่ 5.2 ข้างล่างนี้



- รูปที่ 5.2 (a) ลักษณะของฟลักซ์แม่เหล็กที่ถูกเหนี่ยวนำให้เกิดขึ้นในขดลวดที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน ซึ่งทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นโดยมีทิศทางเครื่องหมายขั้วไฟฟ้า (จากขั้วบวกสู่ขั้วลบ)
(b) ทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้น (ขวาไปซ้าย) เมื่อกระแสเพิ่มขึ้น
(c) ทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้น (ซ้ายไปขวา) เมื่อกระแสลดลง

ถ้ากระแสไฟฟ้าที่ไหลในขดลวดเปลี่ยนแปลงตามเวลาจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำ B ขึ้นตามกฎของฟาราเดย์ ดังแสดงในรูปที่ 5.2 (a) และสนามดังกล่าวจะทำให้เกิดฟลักซ์แม่เหล็ก Φ ขึ้นโดยจำนวนฟลักซ์แม่เหล็ก (จำนวนเส้นแรงแม่เหล็ก) จะเป็นปฏิภาคโดยตรงกับสนามแม่เหล็ก ดังนั้นถ้ากระแสที่ไหลผ่านขดลวดมีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ฟลักซ์แม่เหล็กเพิ่มขึ้นด้วย การเพิ่มขึ้นของฟลักซ์แม่เหล็กนี้จะเหนี่ยวนำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าขึ้นในลักษณะที่ต่อต้านการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก ดังนั้นจากกฎของเลนซ์จะได้ว่ากระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นจากแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะมีทิศตรงกันข้ามกับทิศการไหลของกระแสไฟฟ้าเดิมหรือไหลในทิศจากขวาไปซ้าย ดังแสดงในรูปที่ 5.2 (b) ในทางตรงกันข้ามถ้ากระแสเดิมมีค่าลดลงจะทำให้เกิดกระแสเหนี่ยวนำไหลจากซ้ายไปขวา ดังแสดงในรูปที่ 5.2 (c) ผลลัพธ์ก็คือในขณะที่กระแสไฟฟ้าเดิมกำลังเพิ่มขึ้น กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำก็จะเพิ่มขึ้นด้วยและทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของกระแสรวมลดลง (เพราะว่าทิศทางของกระแสทั้งสองตรงกันข้าม) ดังนั้น ค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นจึงลดลงไปด้วย และมีผลทำให้กระแสในขดลวดเพิ่มขึ้นอย่างช้าๆ เนื่องจากฟลักซ์แม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลงในขดลวดดังกล่าวเกิดขึ้นจากการไหลของกระแสในขดลวดเอง จึงเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า “สภาพเหนี่ยวนำตัวเอง”

เนื่องจากค่าฟลักซ์แม่เหล็กเหนี่ยวนำเป็นปฏิภาคโดยตรงกับกระแสไฟฟ้า จึงอาจเขียนสมการของฟลักซ์แม่เหล็กเหนี่ยวนำได้เป็น

$$\Phi_B = LI \quad (5.3)$$

เมื่อ L คือสภาพเหนี่ยวนำตัวเอง ซึ่งเป็นค่าคงตัวของขดลวดเหนี่ยวนำโดยมีหน่วยในระบบ SI เป็นเฮนรี (henry) ซึ่งมีสัญลักษณ์ H ($1 \text{ H} = 1 \text{ Wb/A}$)

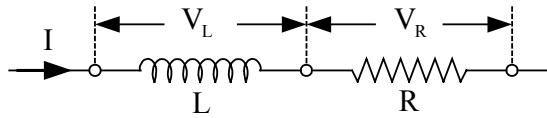
เนื่องจากแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ \mathcal{E} เป็นปฏิภาคโดยตรงกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็กตามสมการ 5.1 จึงอาจเขียนสมการของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำได้เป็น

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (5.4)$$

จากสมการ 5.3 จะได้

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \quad (5.5)$$

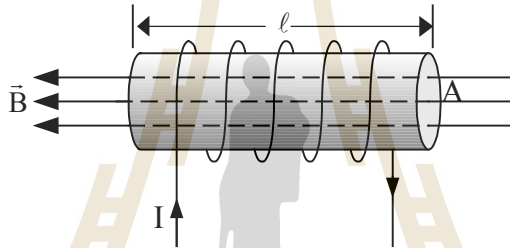
ในวงจรที่มีกระแสไฟฟ้าเปลี่ยนแปลง ขดลวดเหนี่ยวนำจะประพฤติตัวเสมือนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้าตามสมการ 5.5 และมีความต้านทานภายใน R ดังนั้น จึงมักเขียนขดลวดเหนี่ยวนำในวงจรเป็นความเหนี่ยวนำแท้ๆ ต่อกันกับมีความต้านทาน R ดังรูปที่ 5.3 โดย $V_L = L \frac{dI}{dt}$ และ $V_R = RI$ เป็นค่าศักย์ลด (voltage drop) ใน L และ R ตามลำดับ



รูปที่ 5.3 ขดลวดเหนี่ยวนำในวงจรไฟฟ้าที่มีกระแสไฟฟ้าเปลี่ยนแปลง ซึ่งประกอบด้วย
ขดลวดเหนี่ยวนำที่เป็นความเหนี่ยวนำแท้ๆ ต่ออยู่กับความต้านทาน R

4. การคำนวณหาค่าสภาพเหนี่ยวนำของขดเหนี่ยวนำ

สมมติให้ขดเหนี่ยวนำโซเลนอยด์ยาว l มีพื้นที่หน้าตัด A และมีขดลวดจำนวน n รอบต่อหน่วย
ความยาว ดังแสดงในรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 ขดลวดเหนี่ยวนำโซเลนอยด์ยาว l พื้นที่หน้าตัด A
จำนวน n รอบต่อหน่วยความยาว

ถ้ามีกระแสไฟฟ้า I ไหลผ่านขดเหนี่ยวนำดังกล่าวจะได้สนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำมีค่าตามตัวอย่าง
ที่ 4.9 หรือ

$$B = \mu_0 n I$$

เนื่องจาก $\Phi = BA$ จะได้ฟลักซ์แม่เหล็กในขดลวด 1 รอบ มีค่า $\Phi_{\text{รอบ}} = \mu_0 n I A$ ดังนั้นฟลักซ์แม่เหล็ก
ทั้งหมดในขดลวดโซเลนอยด์มีค่า $\Phi = \mu_0 n I A (n l)$

จากสมการ 5.3 หรือ $\Phi = LI$ จะได้ค่าสภาพเหนี่ยวนำตัวเองเป็น

$$L = \mu_0 n^2 A l \tag{5.6}$$

จะเห็นจากสมการ 5.6 ว่าค่าสภาพเหนี่ยวนำตัวเองของขดเหนี่ยวนำขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุที่ทำ
เป็นแกน จำนวนรอบของขดลวดต่อหน่วยความยาวพื้นที่หน้าตัดและความยาวของขดลวด

ตัวอย่างที่ 5.3 จงคำนวณหาค่าสภาพเหนี่ยวนำตัวเองของขดลวดโซเลนอยด์ที่ประกอบด้วยขดลวดจำนวน 300 รอบ ความยาว 25 เซนติเมตร และพื้นที่หน้าตัด 4 ตารางเซนติเมตร และถ้ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดนี้ลดลง 50 A/s จงหาค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในขดลวด

วิธีทำ จากสมการ 5.6 ถ้า N คือจำนวนขดลวดทั้งหมดของโซเลนอยด์ จะได้

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

เมื่อ $N = 300$ รอบ

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

$$A = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\ell = 25 \times 10^{-2} \text{ m}$$

แทนค่าในสมการข้างบน จะได้ค่าสภาพเหนี่ยวนำตัวเองเป็น

$$\begin{aligned} L &= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(300)^2(4 \times 10^{-4})}{25 \times 10^{-2}} \text{ H} \\ &= 1.81 \times 10^{-4} \text{ H} \text{ หรือ } 0.181 \text{ mH} \end{aligned}$$

แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำสามารถหาได้จากสมการ 5.5 หรือ

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

ในที่นี้ $\frac{dI}{dt} = 50 \text{ A/s}$

ดังนั้น $\mathcal{E} = -(1.81 \times 10^{-4} \text{ H})(50 \text{ A/s})$

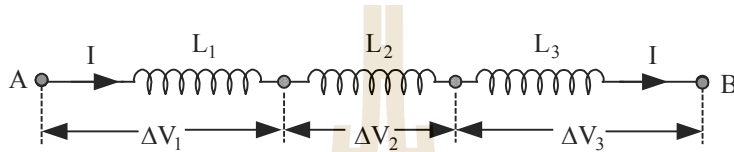
$$= 9.05 \times 10^{-3} \text{ V} \text{ หรือ } 9.05 \text{ mV}$$

5. การต่อขดเหนี่ยวนำ

การต่อขดเหนี่ยวนำสามารถต่อได้ 2 แบบเช่นเดียวกับการต่อความต้านทานคือ แบบอนุกรม และแบบขนาน ซึ่งสามารถหาค่าสภาพเหนี่ยวนำรวมได้ดังต่อไปนี้

5.1 ต่ออนุกรม

คือการนำปลายของแต่ละขดมาต่อกันแบบต่อเนื่อง ดังรูปที่ 5.5



รูปที่ 5.5 การต่อขดเหนี่ยวนำแบบอนุกรม

ให้ความต่างศักย์ระหว่างปลายของ L_1, L_2, L_3, \dots เป็น $\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_3, \dots$ ตามลำดับ ถ้าความต่างศักย์รวมระหว่าง A กับ B เป็น ΔV จะได้

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3$$

จาก

$$\Delta V = L_{eq} \frac{dI}{dt}$$

จะได้

$$L_{eq} \frac{dI}{dt} = L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} + L_3 \frac{dI}{dt}$$

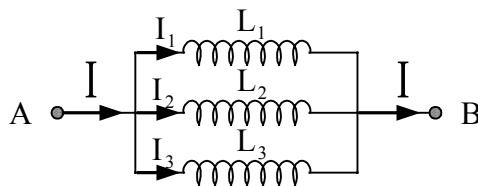
$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3$$

(5.7)

หรือ $L_{eq} = \sum_i L_i$ ซึ่งหมายถึงการรวมค่า L ของแต่ละขดเข้าด้วยกัน

5.2 ต่อขนาน

คือการนำปลายใดปลายหนึ่งของแต่ละขดมาต่อรวมกัน ดังรูปที่ 5.6



รูปที่ 5.6 การต่อขดเหนี่ยวนำแบบขนาน

ให้กระแสไฟฟ้าที่ผ่านขดเหนี่ยวนำแต่ละขดเป็น I_1, I_2, I_3 ตามลำดับ ความต่างศักย์ระหว่างปลายของทุกขดจะเท่ากัน และถ้าให้เป็น ΔV จะได้

$$\Delta V = L \frac{dI}{dt} = L_1 \frac{dI_1}{dt} = L_2 \frac{dI_2}{dt} = L_3 \frac{dI_3}{dt}$$

เนื่องจาก
$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

ดิฟเฟอเรนเชียลสมการข้างบนเทียบกับเวลา จะได้
$$\frac{dI}{dt} = \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} + \frac{dI_3}{dt}$$

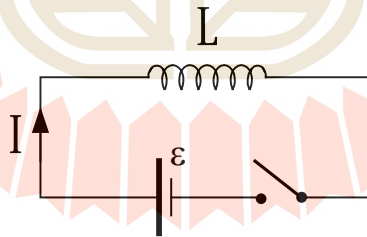
แทนค่าจะได้
$$\frac{\Delta V}{L} = \frac{\Delta V}{L_1} + \frac{\Delta V}{L_2} + \frac{\Delta V}{L_3}$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} \quad (5.8)$$

หรือ $\frac{1}{L_{eq}} = \sum_i \frac{1}{L_i}$ ซึ่งหมายถึงการรวมค่า $\frac{1}{L}$ ของแต่ละขดเข้าด้วยกัน

6. พลังงานที่สะสมในขดเหนี่ยวนำ

6.1 พลังงานที่สะสมในเทอมของกระแสไฟฟ้า



รูปที่ 5.7 ขดลวดเหนี่ยวนำที่ต่ออยู่กับวงจรไฟฟ้า

เมื่อมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านขดเหนี่ยวนำที่ต่ออยู่กับวงจรดังรูปที่ 5.7 ขดเหนี่ยวนำจะเก็บสะสมพลังงานเอาไว้ลักษณะเดียวกับตัวเก็บประจุและพลังงานที่เก็บสะสมไว้นี้สามารถทำงานได้ ยกตัวอย่างเช่น ถ้าเราต่อแบตเตอรี่เข้ากับวงจร แบตเตอรี่จะไม่สามารถสร้างกระแสไฟฟ้าในวงจรได้อย่างทันทีทันใด เพราะเหตุว่าค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในขดเหนี่ยวนำจะขัดขวางการเกิดเช่นนั้น ดังนั้นแบตเตอรี่ต้องทำงานเพื่อสร้างกระแสไฟฟ้าขึ้นในวงจร โดยที่การทำงานดังกล่าวก็คืองานที่เก็บสะสมไว้ในขดเหนี่ยวนำนั่นเอง

พลังงานที่สะสมในขดเหนี่ยวนำจะหาได้โดยพิจารณาวงจรในรูปที่ 5.7 ซึ่งเมื่อสับสวิทช์ลงเมื่อเวลา $t = 0$ จะเกิดกระแสไฟฟ้าในวงจรโดยเริ่มต้นจาก 0 จนเป็น I_0 ในเวลา t ถ้าให้ U เป็นพลังงานที่สะสมในขดเหนี่ยวนำจะได้

$$U = \int P dt = \int IV dt \tag{5.9}$$

เมื่อ V คือความต่างศักย์ที่ตกคร่อมขดเหนี่ยวนำ ซึ่งมีค่าเท่ากับแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นตามสมการ 5.5

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad U &= \int I \left(L \frac{dI}{dt} \right) dt = L \int_0^{I_0} I dI \\ &= \frac{1}{2} LI_0^2 \end{aligned} \tag{5.10}$$

สมการ 5.10 เป็นพลังงานสะสมในขดเหนี่ยวนำที่อยู่ในรูปของกระแสไฟฟ้า I_0

6.2 พลังงานที่สะสมในเทอมของสนามแม่เหล็ก

เนื่องจากการเหนี่ยวนำทำให้เกิดสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำขึ้นด้วยเช่นกัน และค่าสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำดังกล่าวคือ $B = \mu_0 n I_0$ ดังนั้นเราอาจหาค่าพลังงานสะสมในขดเหนี่ยวนำในรูปของสนามแม่เหล็กได้เป็น (โดยใช้ $L = \mu_0 n^2 \ell A$)

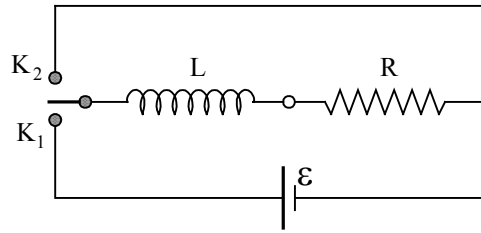
$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} LI_0^2 = U = \frac{1}{2} (\mu_0 n^2 \ell A) \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 \\ U &= \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} (\ell A) \end{aligned} \tag{5.11}$$

เนื่องจาก ℓA ในสมการ 5.11 คือปริมาตรของขดเหนี่ยวนำ ดังนั้นถ้าให้ u เป็นพลังงานสะสมในขดเหนี่ยวนำต่อปริมาตรของขดเหนี่ยวนำ จะได้พลังงานสะสมต่อปริมาตรของขดเหนี่ยวนำเป็น

$$u = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \tag{5.12}$$

7. การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร R-L

สมมติมีขดเหนี่ยวนำ L และความต้านทาน R ซึ่งรวมทั้งความต้านทานภายในของขดด้วยแล้ว ต่ออนุกรมกันในวงจร ดังรูปที่ 5.8 เมื่อสับสวิทช์ให้ครบวงจรจะเกิดการแกว่งกวัดของกระแสในวงจร โดยกระแสดังกล่าวอาจมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงขึ้นอยู่กับตำแหน่งของสวิทช์ที่สับ ซึ่งมีรายละเอียดดังหัวข้อต่อไป



รูปที่ 5.8 วงจร R-L กระแสตรง

7.1 เมื่อกระแสไฟฟ้าในวงจรเพิ่มขึ้น

ถ้าเมื่อเวลา $t = 0$ สับสวิตช์ไปที่ K_1 กระแสจะเริ่มไหลเพิ่มขึ้นจากศูนย์ ถ้าที่เวลา t ใดๆ ให้กระแสไฟฟ้าเป็น I

จาก $V_L + V_R = \epsilon \Rightarrow L \frac{dI}{dt} + IR = \epsilon$

$$\frac{L}{R} \frac{dI}{dt} + I = \frac{\epsilon}{R}$$

ให้ $I_0 = \frac{\epsilon}{R} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{R}{L} (I_0 - I)$

$$\frac{dI}{I_0 - I} = \frac{R}{L} dt$$

$$\ln(I_0 - I) = -\frac{R}{L} t + k$$

เมื่อ k คือค่าคงตัว

เมื่อเวลา $t = 0, I = 0$ ดังนั้น $k = -\ln I_0$ จึงทำให้

$$\ln(I_0 - I) = -\frac{R}{L} t + \ln I_0$$

$$\ln \frac{I_0 - I}{I_0} = -\frac{R}{L} t$$

$$\frac{I_0 - I}{I_0} = e^{-\frac{Rt}{L}}$$

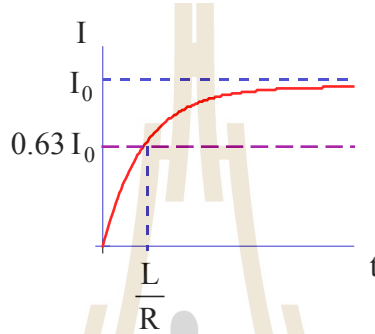
$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right) \tag{5.13}$$

$\tau_L = \frac{L}{R}$ เรียกว่าค่าคงตัวเวลาของการเหนี่ยวนำ (inductive time constant)

เมื่อเวลา $t = \tau_L = \frac{L}{R}$ กระแสไฟฟ้า $I = I_0 \left(1 + \frac{1}{e}\right) = 0.63I_0$

เมื่อ $t = \infty$ กระแส $I = I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$

นั่นคือ เมื่อเวลา $t = \infty$ กระแสไฟฟ้าในวงจรเท่ากับกระแสไฟฟ้าเมื่อมี R อย่างเดียว เขียนกราฟของกระแสไฟฟ้าเป็นฟังก์ชันของเวลาตามสมการ (5.13) จะได้ดังรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.9 การเพิ่มกระแสในวงจร R-L

7.2 เมื่อกระแสไฟฟ้าในวงจรลดลง

ต่อจากหัวข้อ 7.1 ถ้าปล่อยให้มียุทธศาสตร์ไหลในขดลวดจนมีค่าคงตัว I_0 ซึ่งจะเกิดสนามไฟฟ้าภายในขดมากที่สุดแล้วสับสวิตช์กลับมาที่ K_2 สนามแม่เหล็กในขดลวดจะลดลง ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำไหลในวงจรล่าง

จาก $V_L + V_R = 0 \Rightarrow L \frac{dI}{dt} + IR = 0$

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt$$

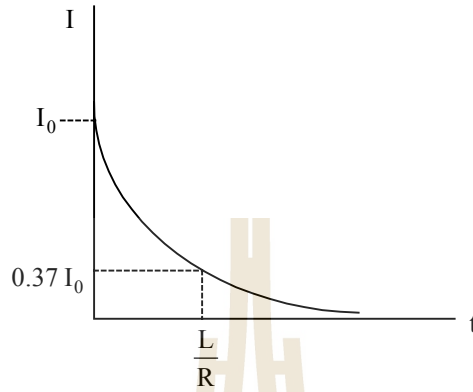
$$\ln I = -\frac{R}{L} t + k$$

เมื่อ k คือค่าคงตัว

เมื่อเวลา $t = 0, I = I_0$ ดังนั้น $k = \ln I_0 \Rightarrow \ln \frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L} t$

$$I = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}} \tag{5.14}$$

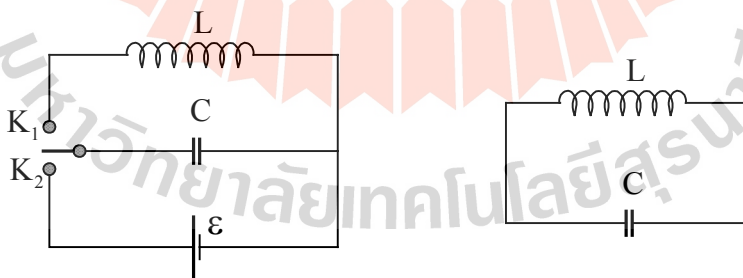
เมื่อเวลา $t = \tau_L = \frac{L}{R}$ กระแสไฟฟ้าเหลือ $I = \frac{I_0}{e} = 0.37I_0$ ซึ่งเขียนกราฟสมการ 5.14 ได้ ดังรูปที่ 5.10



รูปที่ 5.10 การลดลงของกระแสในวงจร $R-L$ ซึ่งมีทิศทางตรงข้ามกับการเพิ่มกระแส

ปรากฏการณ์ของการสปาร์กสามารถอธิบายได้ดังนี้ ในวงจรใดๆ ก็ตามจะมีการเหนี่ยวนำตัวเองเกิดขึ้นเสมอ ดังนั้นถ้ามีรอยต่อหรือช่องว่างๆ เช่น เมื่อกดสวิตช์ขึ้น หรือเมื่อเส้นลวดตอนใดตอนหนึ่งในวงจรขาดเล็กน้อยขณะที่มีกระแสไหล จะทำให้เกิดความต้านทานตรงรอยขาดนั้นสูงมาก ค่า $\frac{L}{R}$ ของวงจรลดลงอย่างรวดเร็ว อัตราการลดของกระแสไฟฟ้าก็จะสูงมาก แม้กระแสไฟฟ้ามักมีค่าน้อยก็ตาม จึงทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำสูงมาก พอที่จะทำให้เกิดสปาร์กกระหว่างช่องว่างของรอยขาดได้

8. การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร $L-C$



รูปที่ 5.11 วงจร $L-C$ กระแสตรง

ต่อวงจรตามรูปซ้าย เริ่มต้นสับสวิตช์ไปที่ K_2 ให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุ C จนเต็ม สมมติให้มีค่าเป็น q_0 แล้วยกสวิตช์ขึ้นไปที่ K_1 ซึ่งเป็นการตัดเบตเตอร์ออกจากวงจร จึงเหลือวงจรเป็นดังรูปขวา เมื่อไม่มีเบตเตอร์จ่ายประจุนอีกต่อไป ตัวเก็บประจุจะคายประจุผ่านขดเหนี่ยวนำ ถ้าให้

ประจุในตัวเก็บประจุที่เวลา t ใดๆ เป็น q จะเกิดกระแสไฟฟ้า I ไหลในวงจรซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลาเช่นเดียวกับ q ซึ่งจะหาค่าได้ดังนี้

ความต่างศักย์ตลอดวงจรคือ $V_L + V_C = 0$

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$$

ให้ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

จะได้ $\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$

จะเห็นว่าสมการนี้เป็นสมการฮาร์มอนิกเชิงเดี่ยว (simple harmonic) ซึ่งมีผลเฉลยของสมการ คือ

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t) \tag{5.15}$$

เมื่อ q คือค่าประจุที่เหลือในตัวเก็บประจุซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา

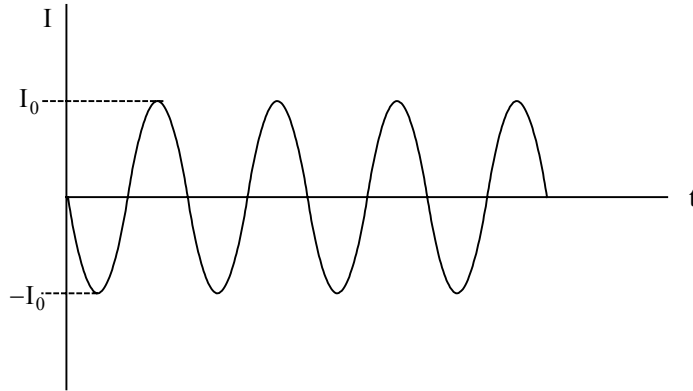
q_0 คือประจุสูงสุดเมื่อเริ่มต้นเวลา $t = 0$

สมการ 5.15 แสดงให้เห็นว่าประจุจะไหลกลับไปกลับมาในวงจรด้วยความถี่ ω_0 เรเดียน/วินาที และถ้าดิฟเฟอเรนเชียลสมการ 5.15 เทียบกับเวลา จะได้กระแสไฟฟ้าในวงจรมีค่าเป็น

$$\begin{aligned} I &= \frac{dq}{dt} = -q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t) \\ &= -I_0 \sin(\omega_0 t) \end{aligned} \tag{5.16}$$

สมการ 5.16 บอกให้ทราบว่า กระแสไฟฟ้าจะไหลกลับไปกลับมาเป็นฮาร์มอนิกเชิงเดี่ยว โดยเครื่องหมายลบบอกทิศการไหลของกระแสไฟฟ้าเมื่อเริ่มต้นออกจากตัวเก็บประจุ

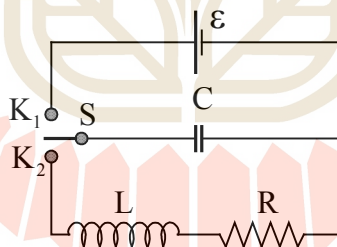
พลังงานรวมของวงจรจะมีค่าคงตัว แต่ถ่ายเทไปมาอยู่ระหว่างตัวเก็บประจุและขดเหนี่ยวนำ ดังนั้น ถ้าเขียนกราฟของสมการ 5.16 จะได้กราฟการแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้า ดังรูปที่ 5.12



รูปที่ 5.12 การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสตรงที่ประกอบด้วย L และ C

9. การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร $R-L-C$

ตามปกติคิดเหนี่ยวนำจะมีความต้านทานรวมอยู่ด้วยเสมอ จึงทำให้วงจรที่มี L และ C นั้น จะมี R อยู่ด้วยเสมอ จึงเป็นวงจรที่มีทั้ง R, L และ C ในวงจรดังกล่าวกระแสไฟฟ้าจะไม่แกว่งแบบฮาร์มอนิกเชิงเดียว โดยมีค่าสูงสุดคงตัวตลอดไปเช่นที่กล่าวแล้วในหัวข้อแล้ว แต่แอมพลิจูดของกระแสไฟฟ้าจะลดลงเป็นฮาร์มอนิกแบบหน่วง (damped harmonic) การแกว่งกวัดของกระแสดังกล่าวสามารถพิจารณาได้จากวงจรในรูปที่ 5.13



รูปที่ 5.13 วงจร $L-R-C$ กระแสตรง

เริ่มต้นสับสวิทช์ S ไปที่ K_1 เพื่อให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุจนเต็ม แล้วโยกสวิทช์มาที่ K_2 ถ้าเริ่มนับเวลาเมื่อ $t = 0$ ในตัวเก็บประจุจะมีประจุเต็ม Q_0 และตัวเก็บประจุเริ่มคายประจุให้วงจร ถ้าที่เวลา t ใดๆ ให้ตัวเก็บประจุมีประจุ q กระแสในวงจรเป็น I จะได้ความต่างศักย์ตลอดวงจร

$$V_L + V_R + V_C = 0$$

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0$$

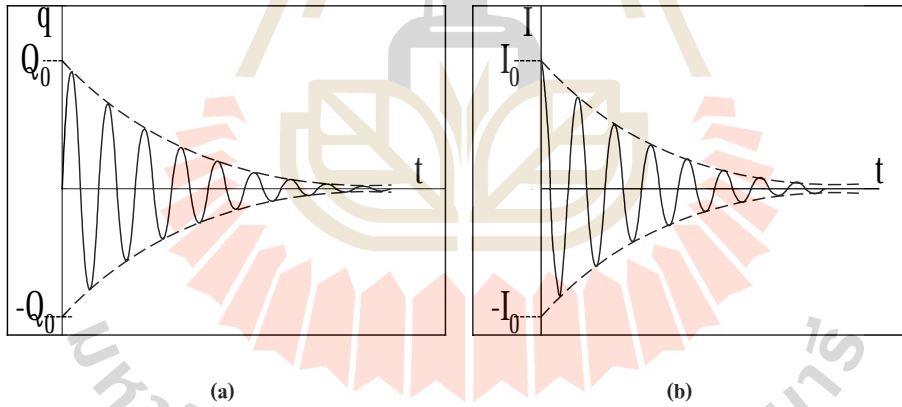
ให้ $\gamma = \frac{R}{2L}$ และ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ จะเขียนสมการข้างบนได้เป็น

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\gamma \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0 \quad (5.17)$$

จะเห็นว่าสมการ 5.17 นี้เป็นสมการฮาร์มอนิกแบบหน่วง ถ้าให้ $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$ จะหาผลเฉลยของสมการ 5.17 ได้เป็น

$$q = Q_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega t) \quad (5.18)$$

ถ้าเขียนกราฟระหว่างประจุไฟฟ้าในตัวเก็บประจุและเวลาจะได้กราฟดังรูปที่ 5.14 (a)



รูปที่ 5.14 การแกว่งกวัดแบบหน่วงของประจุและกระแสในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง R-L-C

ดิฟเฟอเรนเชียลสมการ 5.18 เทียบกับเวลา จะได้กระแสไฟฟ้ามีค่า

$$I = I_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t) \quad (5.19)$$

เมื่อ I_0 เป็นกระแสไฟฟ้าเมื่อเริ่มต้น

ถ้าเขียนกราฟระหว่างกระแสไฟฟ้ากับเวลา ตามสมการ 5.19 จะได้กราฟดังรูปที่ 5.14 (b)

สรุป

1. กฎของฟาราเดย์กล่าวว่า “แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในวงจรใดๆ มีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กภายในวงจรมานั้น” ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\mathcal{E} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

เมื่อ \mathcal{E} คือแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้น

N คือจำนวนรอบของขดลวด

$\Delta\Phi$ คือการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กผ่านขดลวด 1 ขด

Δt คือเวลาที่เปลี่ยนไป

เครื่องหมายลบแสดงทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นว่ามีทิศตรงข้ามกับทิศทางที่ฟลักซ์แม่เหล็กเปลี่ยนแปลง

2. สมบัติของสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

สนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีสมบัติดังนี้

2.1 หมุนวนเป็นวงโดยไม่มีจุดเริ่มต้นและจุดจบ

2.2 งานเนื่องจากสนามรอบวงปิดใดๆ ไม่เป็นศูนย์

2.3 เป็นสนามไฟฟ้าที่ไม่อนุรักษ์

3. แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำของขดเหนี่ยวนำ

ขดลวดที่มีกระแสไฟฟ้า dI ไหลผ่านในเวลา dt จะเกิดสภาพเหนี่ยวนำตัวเอง ทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้น ซึ่งมีค่า

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

เมื่อ \mathcal{E} คือค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

L คือค่าสภาพเหนี่ยวนำตัวเอง

4. สภาพเหนี่ยวนำตัวเองของขดลวดโซเลนอยด์

ขดลวดโซเลนอยด์ซึ่งยาว l พื้นที่หน้าตัด A จำนวน n รอบต่อหน่วยความยาว ถ้ามีกระแส I ไหลผ่านจะเกิดสภาพเหนี่ยวนำตัวเองมีค่า

$$L = \mu_0 n^2 A l$$

เมื่อ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$

5. การต่อขดเหนี่ยวนำแบบอนุกรม

ค่าสภาพเหนี่ยวนำตัวเองรวม : $L_{\text{eq}} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$

6. การต่อขดเหนี่ยวนำแบบขนาน

ค่าสภาพเหนี่ยวนำรวม : $\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots$

7. พลังงานที่สะสมในขดเหนี่ยวนำ

ในเทอมของกระแสไฟฟ้า (I_0) : $U = \frac{1}{2} L I_0^2$

ในเทอมของสนามแม่เหล็ก (B) : $u = \frac{1}{2} \mu_0 B^2$

8. การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร R-L

เมื่อกระแสเพิ่มขึ้น : $I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right)$

เมื่อกระแสลดลง : $I = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$

เมื่อ $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$ คือค่ากระแสสูงสุดในวงจร

$\tau_L = \frac{L}{R}$ เรียกว่าค่าคงตัวเวลาของการเหนี่ยวนำ

9. การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร L-C

$$I = -I_0 \sin(\omega_0 t)$$

เมื่อ I_0 คือค่ากระแสไฟฟ้าในตอนเริ่มต้น

ω_0 คือค่าความถี่ของการแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในหน่วยเรเดียน/วินาที

10. การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร R-L-C

$$I = I_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t)$$

เมื่อ I_0 คือค่ากระแสไฟฟ้าในตอนเริ่มต้น

γ คือค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงของวงจร

$\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$ คือค่าความถี่ของการแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้า



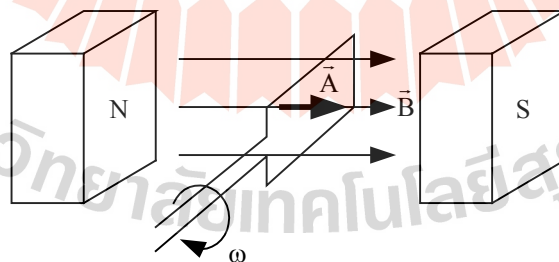
ตอนที่ 5.2

วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

ในปัจจุบันนี้ไฟฟ้ากระแสสลับมีความจำเป็นต่อชีวิตประจำวันของมนุษย์เป็นอย่างยิ่ง เครื่องใช้ไฟฟ้าเกือบทุกชนิด เช่น เครื่องเล่นสเตอริโอ โทรทัศน์ และตู้เย็น ต่างก็อาศัยไฟฟ้ากระแสสลับเป็นแหล่งพลังงานในการขับเคลื่อนให้อุปกรณ์เหล่านี้ทำงานได้ ดังนั้นเราจึงควรศึกษาวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ โดยศึกษาสมบัติของวงจรที่ประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากับองค์ประกอบอื่นๆ ของวงจร เช่น ความต้านทาน ขดเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ ทีละอย่าง หลังจากนั้นค่อยศึกษาสมบัติของวงจรที่ประกอบด้วยทั้งความต้านทาน ขดเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุพร้อมๆ กัน โดยให้องค์ประกอบทั้งสามอย่างนี้ต่ออย่างอนุกรมกับแรงเคลื่อนไฟฟ้าของวงจร

1. เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

ไดนาโม (dynamo) เป็นเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับอย่างง่ายที่สุด ซึ่งประกอบด้วยขดลวดหมุนตัดสนามแม่เหล็กดังแสดงในรูปที่ 5.15



รูปที่ 5.15 องค์ประกอบของไดนาโม ซึ่งประกอบด้วยขดลวดหมุนตัดสนามแม่เหล็ก

สมมติขดลวดพื้นที่หน้าตัด A หมุนในสนามแม่เหล็ก B ด้วยความเร็ว ω เรเดียน/วินาที โดยเมื่อเริ่มต้น $t = 0$ ระนาบของขดลวดตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก ดังนั้นจะได้ \vec{A} อยู่ในแนวเดียวกับ \vec{B} ดังรูป

ณ เวลา t ใดๆ ขดลวดหมุนไปเป็นมุม ωt เรเดียน ซึ่งทำให้ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดของขดลวดมีค่า

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos(\omega t)$$

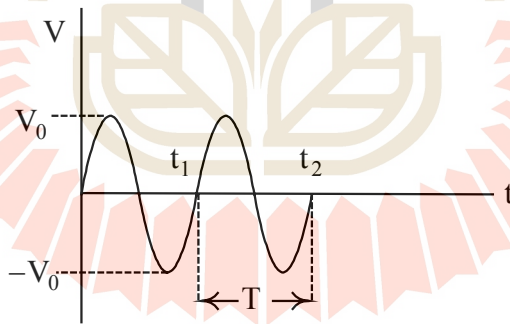
เนื่องจากแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นจะเท่าอัตราการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กตามกฎของฟาราเดย์ จึงได้

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = BA\omega \sin(\omega t)$$

หรือ
$$V = V_0 \sin(\omega t) \tag{5.20}$$

เมื่อ $V_0 = BA\omega$ คือแรงเคลื่อนไฟฟ้าสูงสุดซึ่งเป็นแอมพลิจูดของแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้น ขนาดของแรงเคลื่อนไฟฟ้า V_0 จะขึ้นอยู่กับขนาดของสนามแม่เหล็ก พื้นที่หน้าตัดของขดลวดและความเร็วเชิงมุมของการหมุนของขดลวด ซึ่งทั้งหมดเป็นค่าคงตัวของไดนาโม ผลคูณ ωt มีชื่อเรียกว่า มุมเฟส (phase angle) ซึ่งเป็นมุมในหน่วยเรเดียน (radian) ที่ขดลวดหมุนไปในเวลา t วินาที

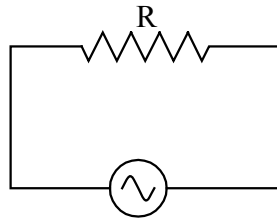
ถ้าเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงเคลื่อนไฟฟ้ากับเวลา จะได้กราฟเป็นฟังก์ชันไซน์ดังแสดงในรูปที่ 5.16



รูปที่ 5.16 ความสัมพันธ์ระหว่าง V กับ t ของไดนาโม ซึ่งเป็นฟังก์ชันไซน์

จะสังเกตเห็นว่ากราฟจะซ้ำรอยเดิมเมื่อมุมเฟสเปลี่ยนไป 2π เรเดียน ซึ่งแสดงว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้ามีความถี่เชิงมุมเป็น ω เรเดียน/วินาที ซึ่งมีค่าเท่ากับความเร็วเชิงมุมของไดนาโม ถ้าให้ f เป็นความถี่ของการหมุนของไดนาโมในหน่วยรอบ/วินาที หรือเฮิรตซ์ (hertz, Hz) จะได้ความเร็วเชิงมุมมีค่า $\omega = 2\pi f$ และคาบ $T = \frac{2\pi}{\omega}$ วินาที ในประเทศไทยไฟฟ้ากระแสสลับในบ้านมีความถี่เป็น 50 Hz ซึ่งแตกต่างกับประเทศในยุโรปและสหรัฐอเมริกาที่มีความถี่เป็น 60 Hz

2. วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีความต้านทานอย่างเดียว



$$V = V_0 \sin \omega t$$

รูปที่ 5.17 วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีความต้านทาน R ต่ออยู่ในวงจร

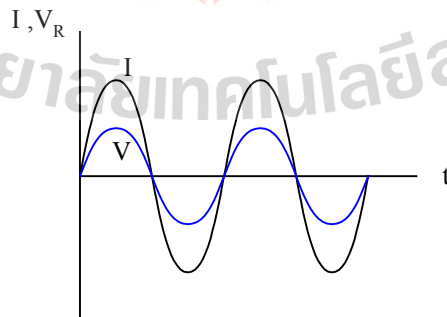
ถ้าต่อความต้านทาน R เข้ากับแหล่งกำเนิดไฟสลับที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้า $V = V_0 \sin(\omega t)$ ดังรูปที่ 5.17 เมื่อเวลา t ใดๆ ให้กระแสไฟฟ้าในวงจรเป็น I ความต่างศักย์ระหว่างปลายความต้านทานจะมีค่า $V_R = IR$

จากกฎของเคิร์ชฮอฟฟ์
$$\sum V = 0 \Rightarrow V_0 \sin(\omega t) - IR = 0$$

ดังนั้น
$$I = \frac{V_0}{R} \sin(\omega t) \tag{5.21}$$

ในสมการ 5.21 $\frac{V_0}{R}$ คือค่ากระแสไฟฟ้าสูงสุดหรือแอมพลิจูดของกระแสไฟฟ้า ถ้าเปรียบเทียบรูปของสมการ I กับ V จะเห็นว่าในวงจรที่มีความต้านทานอย่างเดียว กระแสไฟฟ้าจะมีเฟสเดียวกับความต่างศักย์

เขียนกราฟของกระแสไฟฟ้าและความต่างศักย์เทียบกับเวลา จะได้ดังรูปที่ 5.18



รูปที่ 5.18 กราฟความสัมพันธ์ของ I และ V_R เทียบกับเวลา t ในวงจรความต้านทานอย่างเดียว แสดงให้เห็นว่า I และ V มีเฟสเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 5.4 ถ้าแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับอันหนึ่งมีแรงเคลื่อนไฟฟ้าเป็น $V = (200 \text{ V}) \sin 2\pi ft$ และต่ออยู่กับความต้านทานภายนอกที่มีค่า 100 โอห์ม ดังรูปที่ 5.17 จงหากระแสสูงสุดในวงจร

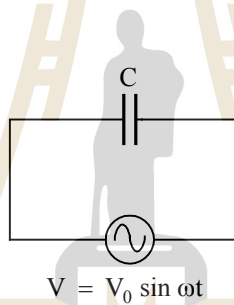
วิธีทำ จากแรงเคลื่อนไฟฟ้าในวงจร $V = (200 \text{ V}) \sin 2\pi ft$

เมื่อเปรียบเทียบกับค่านี้กับ $V = V_0 \sin \omega t$ จะได้ $V_0 = 200 \text{ V}$

เนื่องจากกระแสสูงสุดในวงจร คือ $I = \frac{V_0}{R}$

ดังนั้น $I = \frac{200 \text{ V}}{100 \Omega} = 2 \text{ A}$

3. วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีตัวเก็บประจุอย่างเดียว



รูปที่ 5.19 วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีตัวเก็บประจุต่ออยู่ในวงจร

ถ้าต่อตัวเก็บประจุในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้า $V = V_0 \sin \omega t$ ดังรูปที่ 5.19 ที่เวลา t ใดๆ ความต่างศักย์ระหว่างขั้วตัวเก็บประจุจะมีค่า $V_c = \frac{q}{C}$

จากกฎของเคิร์ชฮอฟฟ์ $\sum V = 0 \Rightarrow V_0 \sin(\omega t) - \frac{q}{C} = 0$

จะได้ประจุมีค่า $q = CV_0 \sin(\omega t)$

และกระแสไฟฟ้ามี่ค่า $I = \frac{dq}{dt} = \omega CV_0 \cos(\omega t)$

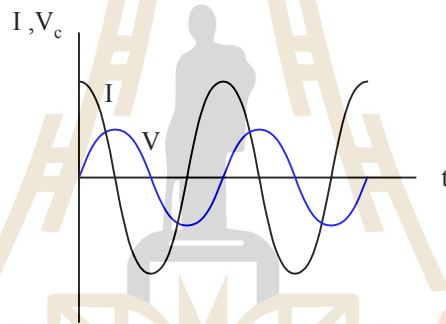
$$I = \frac{V_0}{X_C} \cos(\omega t) \tag{5.22}$$

ในสมการ 5.22 $X_c = \frac{1}{\omega C}$ คือความต้านทานจินตภาพของตัวเก็บประจุ (capacitive reactance) มีหน่วยเป็นโอห์มเช่นเดียวกับความต้านทานของตัวต้านทาน ค่าความต้านทานจินตภาพของตัวเก็บประจุนี้เป็นตัวกำหนดแอมพลิจูดของกระแสไฟฟ้า ทำนองเดียวกับความต้านทานในวงจรความต้านทาน ถ้าเขียนสมการ 5.22 ในรูปฟังก์ชันไซน์เหมือนความต่างศักย์จะได้

$$I = \frac{V_0}{X_c} \cos(\omega t)$$

$$I = \frac{V_0}{X_c} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (5.23)$$

ถ้าเปรียบเทียบเฟสของกระแสไฟฟ้ากับความต่างศักย์ระหว่างขั้วตัวเก็บประจุ จะเห็นว่าเฟสของ I นำหน้า V เป็นมุม $\frac{\pi}{2}$ เรเดียน ซึ่งถ้าเขียนกราฟของ I และ V ในฟังก์ชันเวลาจะได้ดังรูปที่ 5.20



รูปที่ 5.20 ความสัมพันธ์ของ I และ V กับเวลา t ในวงจรตัวเก็บประจุอย่างเดียว แสดงให้เห็นว่า I นำหน้า V เป็นมุม $\frac{\pi}{2}$ เรเดียน

ตัวอย่างที่ 5.5 จงหาความต้านทานจินตภาพของตัวประจุที่มี $C = 2\mu\text{F}$

(a) ที่ความถี่ 60 Hz

(b) ที่ความถี่ 1 MHz

วิธีทำ (a) $f = 60\text{s}^{-1}$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 377 \text{ rad/s}$$

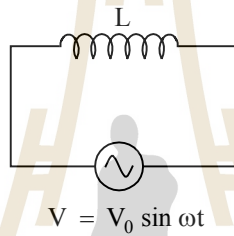
$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(377 \Omega)(2 \times 10^{-6}\text{F})} = 1,326 \Omega$$

(b) $f = 1 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi (1 \times 10^6)(2 \times 10^{-6})} = 0.0796 \Omega$$

จะเห็นว่าความต้านทานจินตภาพของตัวเก็บประจุลดลงเมื่อความถี่สูงขึ้น สำหรับไฟฟ้ากระแสตรง จะมีความถี่เป็นศูนย์ ค่าความต้านทานจินตภาพจึงเป็นอนันต์ ตัวเก็บประจุจึงเสมือนเป็นตัวกั้นกระแสไฟตรงไม่ให้ผ่านไป

4. วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีขดเหนี่ยวนำอย่างเดียว



รูปที่ 5.21 วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีขดเหนี่ยวนำต่ออยู่ในวงจร

ถ้าต่อขดเหนี่ยวนำในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้า $V = V_0 \sin \omega t$ ที่เวลา t ใดๆ ให้กระแสไฟฟ้าในวงจรเป็น I ความต่างศักย์ระหว่างปลายของขดเหนี่ยวนำจะมีค่า

$$V_L = L \frac{dI}{dt}$$

จากกฎของเคิร์ชฮอฟฟ์ $\sum V = 0 \Rightarrow V_0 \sin \omega t - L \frac{dI}{dt} = 0$

ดังนั้น $dI = \frac{V_0}{L} \sin \omega t dt$

$$I = \frac{V_0}{\omega L} \int \sin \omega t d(\omega t)$$

$$I = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t + \text{const.}$$

ค่าคงตัวจากการอินทิเกรต คือค่ากระแสไฟฟ้าเมื่อความถี่ $\omega = 0$ หรือเมื่อกระแสไฟฟ้าเป็น
กระแสตรง แต่วงจรนี้เป็นวงจรไฟฟ้ากระแสสลับจึงไม่มีกระแสตรง ค่าคงตัวจึงเป็นศูนย์

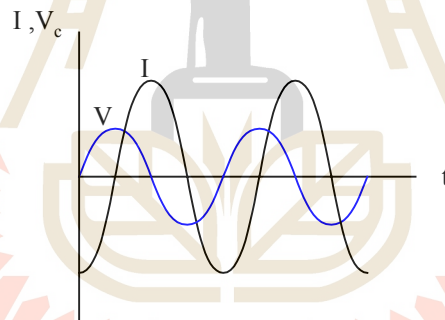
ดังนั้นกระแสไฟฟ้าในวงจรขดเหนี่ยวนำคือ $I = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t$ หรือ

$$I = -\frac{V_0}{X_L} \cos \omega t \quad (5.24)$$

เมื่อ $X_L = \omega L$ เรียกว่าค่าความต้านทานจินตภาพของขดเหนี่ยวนำ (inductive reactance) ซึ่งมี
หน่วยเป็น โอห์ม ถ้าเขียนสมการ 5.24 ให้เป็นฟังก์ชันไซน์เหมือนสัจย์ไฟฟ้า จะได้

$$I = \frac{V_0}{X_L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (5.25)$$

ดังนั้นกระแสไฟฟ้าจึงมีเฟสตามหลังความต่างศักย์เป็นมุม $\frac{\pi}{2}$ ถ้าเขียนกราฟของกระแสไฟฟ้า
ที่ผ่านขดเหนี่ยวนำกับสัจย์ไฟฟ้าระหว่างปลายขดเป็นฟังก์ชันของเวลา จะได้กราฟดังรูปที่ 5.22



รูปที่ 5.22 กราฟความสัมพันธ์ของ I และ V กับเวลา t ของวงจรขดเหนี่ยวนำอย่างเดียว

จาก $X_L = \omega L$ เมื่อความถี่มีค่าสูง ค่าความต้านทานจินตภาพของขดเหนี่ยวนำจะสูงด้วย ไฟฟ้า
กระแสตรงซึ่งมีความถี่เป็นศูนย์ จะมีค่าความต้านทานจินตภาพของขดเหนี่ยวนำเป็นศูนย์ ในวงจร
ไฟฟ้ากระแสตรง ขดเหนี่ยวนำจึงไม่มีความต้านทานเลย เหมือนต่อตัวนำเข้าในวงจร ซึ่งไม่ควรต่อ
เพราะจะเกิดไฟฟาลัดวงจร และไหม้

ตัวอย่างที่ 5.6 ขดเหนี่ยวนำ 30 mH ต่อในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับความถี่ 60 Hz และมีแอมพลิจูดของ ศักย์ 15 V จงเขียนสมการของกระแสไฟฟ้าในวงจร

วิธีทำ สมการของกระแสไฟฟ้าในวงจรที่มีขดเหนี่ยวนำคือ

$$I = \frac{V_0}{X_L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

ความต้านทานจินตภาพของขดลวดในวงจรมีค่า

$$X_L = \omega L = 2\pi fL = 2\pi(60)(30 \times 10^{-3}) \Omega$$

เนื่องจาก $V_0 = 15 \text{ V}$ และ $\omega = 2\pi f = 120\pi$ เมื่อแทนค่าจะได้

$$\begin{aligned} I &= \frac{15 \text{ V}}{2\pi(60)(30 \times 10^{-3}) \Omega} \sin(120\pi t - \frac{\pi}{2}) \\ &= 1.33 \sin(120\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ A} \end{aligned}$$

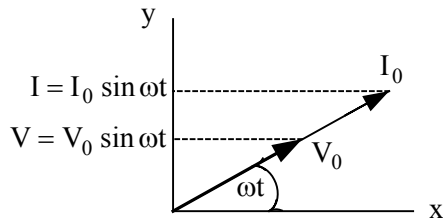
5. เฟเซอร์ไดอะแกรม

จากหัวข้อที่แล้วจะเห็นว่าค่าความต่างศักย์ที่เกิดขึ้นในตัวต้านทาน ตัวเก็บประจุ และขดเหนี่ยวนำ มีเฟส ไม่เหมือนกันและต่างก็เป็นฟังก์ชันของเวลา ซึ่งจะทำให้ค่าความต่างศักย์ ณ เวลาใดๆ ของวัสดุทั้ง 3 ชนิดนี้แตกต่างกันไปด้วย ดังนั้น ถ้านำวัสดุทั้ง 3 ชนิดนี้มาต่อกันในวงจรเดียวกัน การหาค่า ความต่างศักย์รวมของวงจรโดยอาศัยวิธีพีชคณิตนั้นจะยุ่งยากมาก วิธีที่ง่ายสำหรับการรวมค่าความ ต่างศักย์ดังกล่าวคือ การรวมกันโดยอาศัยเฟเซอร์ไดอะแกรม (phasor diagram) ซึ่งมีหลักการรวมกัน โดยให้คิดเสมือนหนึ่งว่าค่าความต่างศักย์ในความต้านทาน ตัวเก็บประจุ และขดเหนี่ยวนำนั้นเป็น ปริมาณเวกเตอร์ (ทั้งๆ ที่ปริมาณเหล่านี้เป็นปริมาณสเกลาร์) ดังนั้น การรวมกันจึงเป็นการรวมโดย วิธีเวกเตอร์ ซึ่งจะพิจารณาทีละชนิดดังต่อไปนี้

5.1 เฟเซอร์ไดอะแกรมของตัวต้านทาน

เนื่องจากในตัวต้านทานนั้น V_0 และ I_0 มีเฟสเดียวกัน จึงสามารถเขียนไดอะแกรมเป็นเวกเตอร์ที่มี รัศมีซ้อนกันดังรูปที่ 5.23 เมื่อเวลาผ่านไปเวกเตอร์นี้จะหมุนไปด้วยความถี่เชิงมุม ω เรเดียน/วินาที ทวนเข็มนาฬิกา ดังนั้นในเวลา t วินาที รัศมีจะกวาดมุม ωt เรเดียน

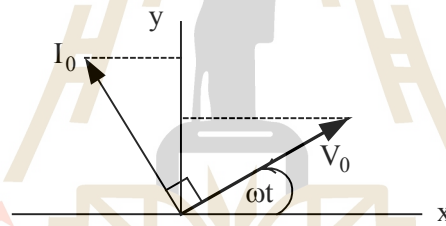
องค์ประกอบบนแกน y ของเวกเตอร์ V_0 และ I_0 จะแทนความต่างศักย์และกระแสไฟฟ้าที่เวลา t ใดๆ หรือ $I = I_0 \sin \omega t$ หรือ $V = V_0 \sin \omega t$



รูปที่ 5.23 เฟเซอร์ไดอะแกรมของ V_0 และ I_0 ในตัวต้านทานในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

5.2 เฟเซอร์ไดอะแกรมของตัวเก็บประจุ

เนื่องจากในวงจรตัวเก็บประจุ I_0 นำหน้า V_0 เป็นมุม 90° จึงสามารถเขียนไดอะแกรมของ I_0 อยู่ข้างหน้า V_0 ดังรูปที่ 5.24

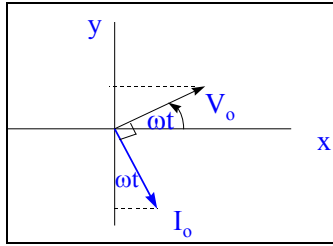


รูปที่ 5.24 เฟเซอร์ไดอะแกรมของ V_0 และ I_0 ในตัวเก็บประจุในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

ให้เวกเตอร์ V_0 และ I_0 หมุนทวนเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วเชิงมุม ω ที่เวลา t ใดๆ V_0 ทำมุม ωt กับแกน x องค์ประกอบของ V_0 และ I_0 บนแกน y ที่เวลา t ใดๆ จึงเป็นความต่างศักย์และกระแสไฟฟ้าของวงจรซึ่งมีค่า $V = V_0 \sin \omega t$ และ $I = I_0 \cos \omega t = I_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$ ซึ่งแสดงว่า I นำหน้า V เป็นมุม 90°

5.3 เฟเซอร์ไดอะแกรมของขดเหนี่ยวนำ

เนื่องจาก I_0 ตามหลัง V_0 เป็นมุม 90° จึงสามารถเขียนไดอะแกรมของ I_0 อยู่ข้างหลัง V_0 ดังรูปที่ 5.25



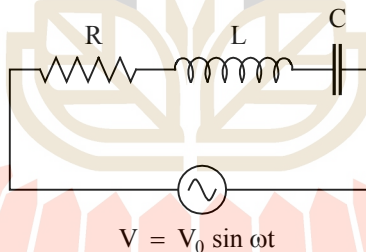
รูปที่ 5.25 เฟเซอร์ไดอะแกรมของ I_0 และ V_0 ในขดเหนี่ยวนำในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

เช่นเดียวกับกรณีของตัวต้านทานในหัวข้อ 5.1 และตัวเก็บประจุในหัวข้อ 5.2 จะได้ความต่างศักย์และกระแสไฟฟ้า ณ เวลา t ใดๆ เป็น $V = V_0 \sin \omega t$ และ $I = -I_0 \cos \omega t = I_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$

การรวมกระแสไฟฟ้าที่ต่างเฟสกันหรือศักย์ไฟฟ้าที่ต่างเฟสกัน จึงทำได้โดยการเขียนเฟเซอร์ไดอะแกรม แล้วรวมกันตามวิธีการรวมเวกเตอร์

6. วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มี R-L-C ต่อกันอย่างอนุกรม

สมมติให้ R L และ C ต่อกันอยู่อย่างอนุกรมกับแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับในวงจรที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้า $V = V_0 \sin \omega t$ ดังรูปที่ 5.26



รูปที่ 5.26 วงจรไฟฟ้าที่มี R L และ C ต่อกันอย่างอนุกรมกับแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้า $V = V_0 \sin \omega t$

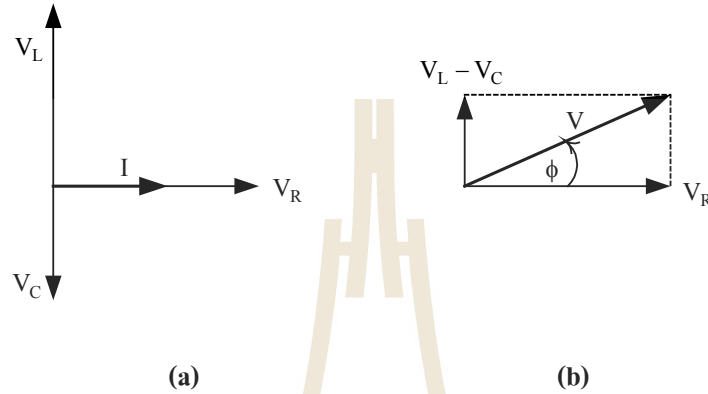
ถ้า V_R, V_L, V_C คือความต่างศักย์ระหว่างปลายของ R, L และ C ตามลำดับจะได้

$$V_R = IR, V_L = IX_L, V_C = IX_C$$

เมื่อ I คือกระแสไฟฟ้าในวงจร ซึ่งมีค่า $I = I_0 \sin (\omega t - \phi)$

จากหัวข้อที่ 5 เราทราบว่า V_R มีเฟสเดียวกับ I V_L มีเฟสหน้า I เท่ากับ $\frac{\pi}{2}$ เรเดียน และ V_C มีเฟสตามหลัง I เท่ากับ $\frac{\pi}{2}$ เรเดียน

ดังนั้นถ้าให้เวกเตอร์ของ I ชี้ในแนวแกน x เราจะสามารถเขียนเฟเซอร์ไดอะแกรมของ V_R, V_L และ V_C ได้ดังรูปที่ 5.27 (a)



รูปที่ 5.27 เฟเซอร์ไดอะแกรมของ V_R, V_L และ V_C ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

ขั้นตอนการรวมกันเพื่อหาความต่างศักย์รวมในวงจรนั้นจะรวม V_L และ V_C เข้าด้วยกันก่อน เนื่องจากเป็นเวกเตอร์ในแนวแกนเดียวกันแล้วค่อยรวมกับ V_R ซึ่งจะเขียนเป็นไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 5.27 (b) จากความสัมพันธ์ของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากจะได้ความต่างศักย์รวม V มีค่า

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{V_R^2 - (V_L - V_C)^2} \\ &= \sqrt{(IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2} \\ &= I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \end{aligned} \quad (5.26)$$

ถ้าให้ $X = X_L - X_C$ เป็นความต้านทานจินตภาพ (reactance) รวมของ L และ C สมการ 5.26 จะกลายเป็น

$$V = I\sqrt{R^2 + X^2} \quad (5.27)$$

ถ้าให้ $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ เป็นความต้านทานเชิงซ้อน (impedance) จะได้ความต่างศักย์รวมของวงจรกระแสสลับเป็น

$$V = IZ \quad (5.28)$$

กระแสสูงสุด (I_0) ของวงจรก็คือกระแสเมื่อ $V = V_0$ หรือ

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} \tag{5.29}$$

จากรูปที่ 5.27 (b) จะเห็นว่าความต่างศักย์รวมของวงจรมีเฟสนำหน้ากระแสเป็น

$$\begin{aligned} \phi &= \tan^{-1} \frac{(V_L - V_C)}{V_R} \\ &= \tan^{-1} \frac{(X_L - X_C)}{R} \\ &= \tan^{-1} \frac{X}{R} \end{aligned} \tag{5.30}$$

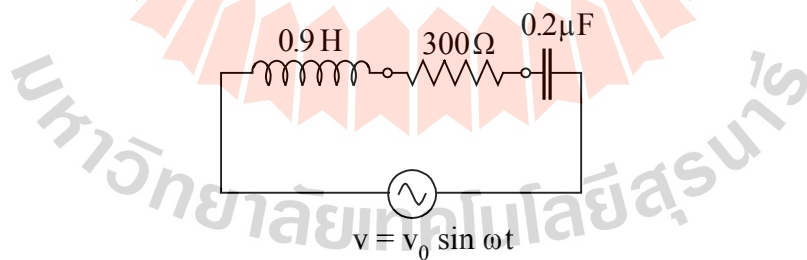
เนื่องจาก

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

ดังนั้นจะได้

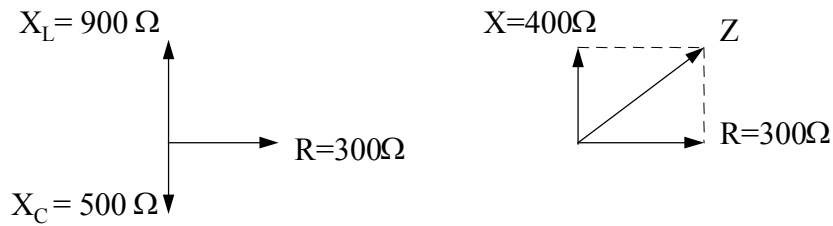
$$Z = \sqrt{R^2 + \left[\omega L - \frac{1}{\omega C} \right]^2} \quad \text{โอห์ม} \tag{5.31}$$

ตัวอย่างที่ 5.7 ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มี R-L-C ต่อกันอย่างอนุกรม ถ้า $R = 300 \Omega$, $L = 0.9 \text{ H}$, $C = 2.0 \mu\text{f}$ ต่อระหว่างปลายเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ซึ่งมีแอมพลิจูดของความต่างศักย์ 50 โวลต์ ความถี่ 1,000 เเรียน/วินาที ดังรูป จงหาแอมพลิจูดของความต่างศักย์ระหว่างปลาย R, L และ C



วิธีทำ $X_L = \omega L = 1,000 \times 0.9 = 900 \Omega$, $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1,000 \times 2 \times 10^{-6}} = 500 \Omega$

ถ้าเขียนไดอะแกรมของความสัมพันธ์ของ R , X_L และ X_C จะได้ดังรูป



$$X = X_L - X_C = 900 - 500 = 400 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 \Omega$$

แอมพลิจูดของกระแสไฟฟ้าในวงจร $I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{50}{500} = 0.10$ แอมแปร์

แอมพลิจูดของความต่างศักย์ระหว่างปลายตัวต้านทาน

$$V_{R0} = I_0 R = 0.1 \times 300 = 30 \text{ โวลต์}$$

แอมพลิจูดของความต่างศักย์ระหว่างปลายตัวขดเหนี่ยวนำ

$$V_{L0} = I_0 X_L = 0.1 \times 900 = 90 \text{ โวลต์}$$

แอมพลิจูดของความต่างศักย์ระหว่างปลายตัวเก็บประจุ

$$V_{C0} = I_0 X_C = 0.1 \times 500 = 50 \text{ โวลต์}$$

ข้อควรสังเกต

$$V_{ab} \neq V_R + V_L + V_C$$

7. การสั่นพ้องในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มี R-L-C ต่อแบบอนุกรม

เมื่อเกิดการสั่นพ้อง (resonance) ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ จะทำให้มีกระแสสูงสุดในวงจรและเนื่องจากกระแสสูงสุดในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับหาได้จาก $I_0 = \frac{V_0}{Z}$ ดังนั้น จะได้กระแสสูงสุดเมื่อ

Z มีค่าต่ำสุด จากสมการ 5.31 $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ จะได้เงื่อนไขที่ทำให้เกิดกระแสสูงสุด

คือ เมื่อ $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ หรือ $\omega^2 = \frac{1}{LC}$

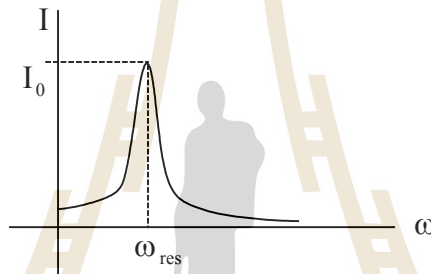
ถ้า ω_{res} คือความถี่ที่ทำให้เกิดการสั่นพ้อง จะได้

$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5.32)$$

ณ ความถี่ของการสั่นพ้องนั้น กระแสไฟฟ้าในวงจรจะมีค่าเสมือนหนึ่งว่าในวงจรมีเพียงความต้านทาน R เท่านั้นซึ่งจะเขียนกระแส I ได้เป็น

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_0}{R} \sin(\omega_{res}t) \quad (5.33)$$

กราฟของกระแสในวงจรจะเป็นฟังก์ชันของความถี่ ω ดังรูปที่ 5.28



รูปที่ 5.28 การสั่นพ้องของกระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแส
สลับที่มี R-L-C ต่อกันอย่างอนุกรม

จากรูปที่ 5.28 กระแสสูงสุดจะเกิดขึ้นเมื่อ $\omega = \omega_{res}$ ซึ่งมีค่า

$$I_0 = \frac{V_0}{R} \quad (5.34)$$

8. กำลังไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่ประกอบด้วยตัวเก็บประจุและขดเหนี่ยวนำที่บริสุทธิ์ (ไม่มีค่าความต้านทาน) จะไม่เกิดการสูญเสียพลังงานงานไฟฟ้าขึ้น ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้

ในกรณีที่วงจรประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้าและตัวเก็บประจุนั้น เมื่อกระแสไฟฟ้าเริ่มไหลในวงจรจะเกิดการสะสมประจุในแผ่นขั้วของตัวเก็บประจุและเกิดศักย์ลด (voltage drop) ระหว่างขั้วขึ้นเมื่อศักย์ลดนี้เพิ่มสู่ค่าสูงสุดจะเกิดพลังงานสะสมไว้ในตัวเก็บประจุจำนวนหนึ่ง ต่อมาเมื่อกระแสไฟฟ้า

กลับทิศ ประจุที่สะสมอยู่ในแผ่นขั้วตัวเก็บประจุจะกลับสู่แหล่งกำเนิด จึงเสมือนหนึ่งว่าตัวเก็บประจุส่งพลังงานกลับสู่แหล่งกำเนิดไฟฟ้า ทำให้ค่าเฉลี่ยของพลังงานที่เกิดจากแหล่งกำเนิดไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์ใน 1 รอบของการไหลของกระแสไฟฟ้า

ในทำนองเดียวกันถ้าวงจรประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้าและขดเหนี่ยวนำจะเกิดการสะสมพลังงานในขดเหนี่ยวนำขึ้นเมื่อมีกระแสไหลและพลังงานนี้จะมีค่าสูงสุดเมื่อกระแสเพิ่มสู่ค่าสูงสุด แต่เมื่อกระแสไฟฟ้าเริ่มลดลงพลังงานที่สะสมอยู่จะถูกส่งกลับไปยังแหล่งกำเนิดไฟฟ้าทำให้ภายใน 1 รอบของการไหลของกระแสไฟฟ้ามีค่าเฉลี่ยของพลังงานที่เกิดจากแหล่งกำเนิดไฟฟ้าเป็นศูนย์เช่นกัน

ดังนั้นในวงจรกระแสไฟฟ้ากระแสสลับ แหล่งกำเนิดไฟฟ้าจะไม่สูญเสียพลังงานถ้ามีเฉพาะตัวเก็บประจุและขดเหนี่ยวนำในวงจร แต่ถ้าวงจรประกอบด้วยตัวต้านทานจะเกิดการสูญเสียพลังงานขึ้นในแหล่งกำเนิดไฟฟ้าซึ่งสามารถหาค่าได้ดังนี้

ในกรณีที่ความต่างศักย์และกระแสไฟฟ้าในวงจรมีเฟสต่างกันเท่ากับ ϕ หรือ $V = V_0 \sin \omega t$ และ $I = I_0 \sin (\omega t - \phi)$ ตามลำดับ กำลังของวงจรในขณะใดๆ มีค่า

$$\begin{aligned}
 P &= IV \\
 &= I_0 V_0 \sin \omega t \sin (\omega t - \phi) \\
 &= I_0 V_0 \sin \omega t (\sin \omega t \cos \phi - \cos \omega t \sin \phi) \\
 &= I_0 V_0 (\sin^2 \omega t \cos \phi - \sin \omega t \cos \omega t \sin \phi)
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

กำลังเฉลี่ยในหนึ่งรอบของวงจรไฟฟ้าจะหาได้จากค่าเฉลี่ยของสมการ 5.35 ซึ่งมีค่า

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T P dt = I_0 V_0 [\langle \sin^2 \omega t \rangle \cos \phi - \langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle \sin \phi] \tag{5.36}$$

ค่าเฉลี่ยของเทอมที่อยู่ในเครื่องหมาย $\langle \dots \rangle$ ในสมการ 5.36 จะสามารถหาได้โดยการอินทิเกรตซึ่งมีค่า

$$\langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2} \text{ และ} \tag{5.37}$$

$$\langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0$$

ดังนั้น สมการ 5.36 จะกลายเป็น

$$P_{av} = \frac{1}{2} I_0 V_0 \cos \phi \tag{5.38}$$

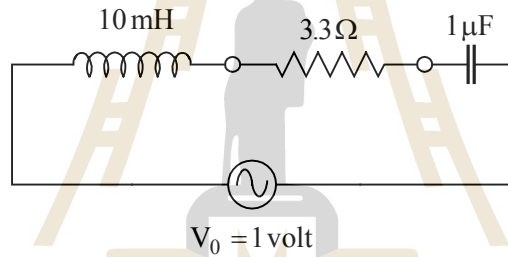
ในสมการข้างบนนี้ $\cos \phi$ มีชื่อเรียกว่าแฟกเตอร์กำลัง (power factor) และค่าของ I_0 และ V_0 เป็นค่าสูงสุดซึ่งสัมพันธ์กับค่ารากที่สองกำลังสองเฉลี่ย (root mean square value) ดังสมการ

$$I_{\text{rms}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad (5.39)$$

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \quad (5.40)$$

ค่า P_{av} ในสมการ 5.38 จะมีค่าสูงสุดเมื่อ $\cos \phi = 1$ ทำให้ $\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = 0$ หรือ $\phi = 0$ เนื่องจาก $X_L = X_C$ จะได้ว่า $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ เมื่อ $\omega = \omega_{\text{res}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

ตัวอย่างที่ 5.8 ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มี $L = 10 \text{ mH}$, $C = 1 \mu\text{F}$, $R = 3.3 \Omega$, $V_0 = 1 \text{ V}$ ต่อกันแบบอนุกรมดังรูป



จงหา

- (a) ความถี่เรโซแนนซ์
- (b) แอมพลิจูดของกระแสไฟฟ้าที่เรโซแนนซ์
- (c) กำลังเฉลี่ยใน 1 คาบที่เรโซแนนซ์
- (d) แอมพลิจูดของกระแสไฟฟ้าเมื่อมีความถี่ต่ำกว่าความถี่เรโซแนนซ์ 5%
- (e) กำลังเฉลี่ยใน 1 คาบ เมื่อความถี่มีค่าตามข้อ (d)

วิธีทำ (a) ความถี่เรโซแนนซ์

$$\begin{aligned} \omega_{\text{res}} &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(10 \times 10^{-3})(1 \times 10^{-6})}} = 10^4 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

(b) แอมพลิจูดของกระแสไฟฟ้าที่เรโซแนนซ์

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{1}{3.3} = 0.3 \text{ A}$$

(c) กำลังเฉลี่ยใน 1 คาบ ที่ความถี่เรโซแนนซ์

$$P_{av} = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{R} = \frac{1}{2 \times 3.3} = 0.15 \text{ W}$$

(d) เมื่อความถี่ $\omega = 95\%$ ของ ω_0

$$\omega = 0.95 \omega_0 = 0.95 \times 10^4 = 9,500 \text{ rad/s}$$

$$\begin{aligned} X &= X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} \\ &= 9,500 \times 10^{-2} - \frac{1}{9,500 \times 10^{-6}} = -10.3 \Omega \end{aligned}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{(3.3)^2 + (-10.3)^2} = 10.8 \Omega$$

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{1}{10.8} = 0.093 \text{ A}$$

ค่า I_0 นี้ลดลงเหลือประมาณ $\frac{1}{3}$ เท่าของกระแสไฟฟ้าที่เรโซแนนซ์

(e) กำลังเฉลี่ยใน 1 คาบเมื่อ $\omega = 9,500$ เรเดียน/วินาที

$$\begin{aligned} P_{av} &= I_{rms}^2 R = \frac{1}{2} I_0^2 R = \frac{1}{2} (0.093)^2 \times 3.3 \\ &= 0.014 \text{ W} \end{aligned}$$

สรุป

1. เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับคือ ไดนาโม (dynamo) ซึ่งประกอบด้วยขดลวดหมุนตัดสนามแม่เหล็กแล้วทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นมา โดยแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีค่า

$$V = V_0 \sin(\omega t)$$

โดย $V_0 = BA\omega$ เป็นแอมพลิจูดของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

เมื่อ B คือสนามแม่เหล็ก

A คือพื้นที่หน้าตัดของขดลวด

ω คือความเร็วเชิงมุมของขดลวด

2. กระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีความต้านทานอย่างเดียว

กระแสไฟฟ้าจะมีเฟสเดียวกับความต่างศักย์และมีค่า

$$I = \frac{V_0}{R} \sin(\omega t)$$

เมื่อ R คือความต้านทานของวงจร

3. กระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีตัวเก็บประจุอย่างเดียว

กระแสไฟฟ้าจะมีเฟสนำหน้าความต่างศักย์ 90° และมีค่า

$$I = \frac{V_0}{X_C} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

เมื่อ $X_C = \frac{1}{\omega C}$ คือค่าความต้านทานจินตภาพของตัวเก็บประจุ

4. กระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีขดเหนี่ยวนำอย่างเดียว

กระแสไฟฟ้าจะมีเฟสตามหลังความต่างศักย์ 90° และมีค่า

$$I = \frac{V_0}{X_L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

เมื่อ $X_L = \omega L$ คือความต้านทานจินตภาพของขดเหนี่ยวนำ

5. เฟเซอร์ไคอะแกรม

เฟเซอร์ไคอะแกรมเป็นกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ของเฟสของกระแสไฟฟ้ากับความต่างศักย์ของวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีความต้านทาน ตัวเก็บประจุ และขดเหนี่ยวนำต่ออยู่กับวงจร (ดูรายละเอียดในหัวข้อที่ 5)

6. วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มี R-L-C ต่ออย่างอนุกรม

ความต่างศักย์ระหว่างปลาย R : $V_R = IR$

ความต่างศักย์ระหว่างปลาย L : $V_L = IX_L$

ความต่างศักย์ระหว่างปลาย C : $V_C = IX_C$

ความต่างศักย์ของวงจร : $V = IZ$

ความต้านทานเชิงซ้อน : $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

กระแสของวงจร : $I = I_0 \sin(\omega t - \phi)$

กระแสสูงสุดของวงจร : $I_0 = \frac{V_0}{Z}$

เฟสของกระแสของวงจร : $\phi = \tan^{-1} \frac{(X_L - X_C)}{R}$

7. การสั่นพ้องในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มี R-L-C ต่อแบบอนุกรม

ความถี่ของการสั่นพ้อง : $\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

กระแสของวงจร : $I = \frac{V}{R} = \frac{V_0}{R} \sin(\omega_{res} t)$

กระแสสูงสุดของวงจร : $I_0 = \frac{V_0}{R}$ (เกิดเมื่อ $\omega = \omega_{res}$)

8. กำลังในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

กำลังเฉลี่ยที่สูญเสียในตัวต้านทานของวงจรที่มีความต้านทาน R คือ

$$P_{av} = IV \cos \phi \quad \text{เมื่อ } \cos \phi \text{ คือค่าแฟกเตอร์กำลัง}$$

I และ V คือค่ารากที่สองกำลังสองเฉลี่ย (root mean square value) ซึ่งสัมพันธ์กับค่าสูงสุดตามสมการ

$$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

$$V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$



บรรณานุกรม

- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. สำนักวิชาวิทยาศาสตร์. สาขาวิชาฟิสิกส์. 2542. ฟิสิกส์ 2. พิมพ์ครั้งที่ 3.
นนทบุรี: เอส.อาร์.พรีนติ้ง แมสโปรดักส์.
- Halliday, David., and Resnick, Robert. 1978. **Physics** (3rd ed.). New York: Wiley.
- Serway, Raymond A., and Faughn, Jerry S. 1991. **College physics** (3rd ed.). Philadelphia:
Sunder College Publishing.

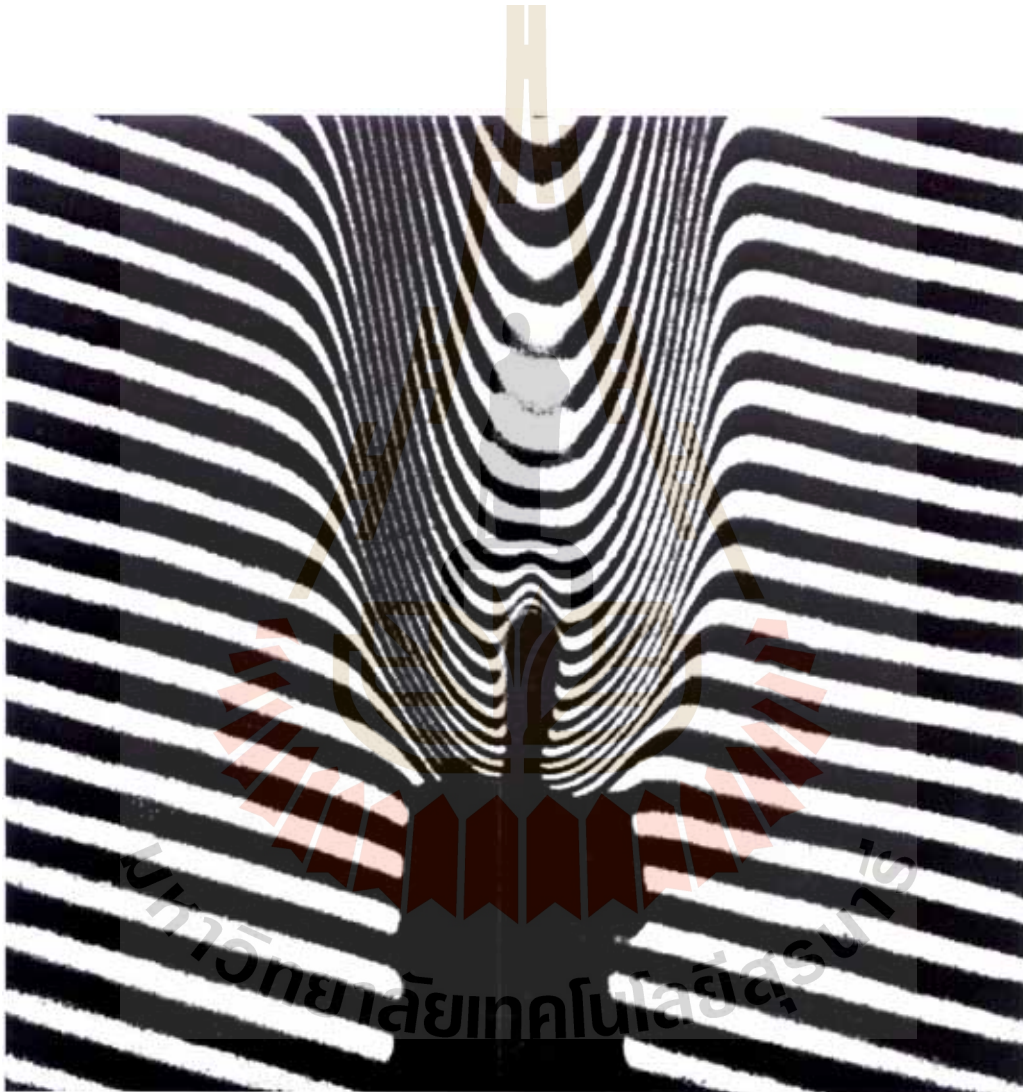




หน่วยที่

6

การแทรกสอดของคลื่นแสง



โดย รองศาสตราจารย์ ดร.ประสพ สืบคำ



อธิบายรูปจากปกหน่วยที่ 6

การแทรกสอดเป็นปรากฏการณ์ที่เกิดจากการซ้อนทับกันของคลื่นจากแหล่งกำเนิดแสงอาพันธ์ตั้งแต่สองขบวนขึ้นไป ถ้าความเข้มของคลื่นลัพธ์มีค่ามากกว่าความเข้มของแต่ละคลื่น เราเรียกว่าการแทรกสอดแบบเสริมกันเกิดเป็นริ้วแสงสว่าง ถ้าความเข้มของคลื่นลัพธ์มีค่าน้อยกว่าความเข้มของแต่ละคลื่น เราเรียกว่าการแทรกสอดแบบหักล้างกันเกิดเป็นริ้วมืด แหล่งกำเนิดแสงอาพันธ์นั้นแหล่งหนึ่งอาจจะเป็นแหล่งกำเนิดแสงเสมือน เช่น แหล่งกำเนิดแสงที่เกิดจากการสะท้อนของกระจกนูน การสะท้อนที่ผิวรอยต่อของฟิล์มบางหรือแหล่งกำเนิดแสงอาพันธ์อาจเกิดตามหลักของฮอยเกนส์ที่ว่า เมื่อคลื่นผ่านช่องเล็กยาวหรือเคลื่อนที่ไปกระทบขอบคม ที่ขอบคมจะทำหน้าที่เหมือนแหล่งกำเนิดคลื่นอีกต่อหนึ่ง รูปแบบการแทรกสอดมีหลายแบบ รูปหน้าปกเป็นรูปแบบหนึ่งของการแทรกสอดของแสงอาพันธ์ผ่านปลวเทียน

ตอนที่ 6.1

การแทรกสอดของคลื่นแสงจากแหล่งกำเนิดแสง 2 แหล่ง

ทัศนศาสตร์ (optics) เป็นศาสตร์ที่ศึกษาปรากฏการณ์ต่างๆ ของแสงช่วงที่ตามองเห็น แต่เนื่องจากแสงช่วงที่ตามองเห็นนั้น เป็นส่วนหนึ่งของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนั้นความรู้เกี่ยวกับปรากฏการณ์ดังกล่าวจึงสามารถนำมาประยุกต์กับปรากฏการณ์ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในช่วงความยาวคลื่นอื่นๆ ได้

การศึกษาปรากฏการณ์ของแสงโดยใช้สมบัติที่แสงเดินทางเป็นเส้นตรงในตัวกลางเอกพันธ์ และใช้การเขียนเส้นรังสีตามแนวการเคลื่อนที่ของแสงนั้นสามารถอธิบายปรากฏการณ์ได้บางอย่างเท่านั้น เช่น การสะท้อน การหักเห และการกระจาย เป็นต้น ซึ่งเรียกแขนงวิชาทัศนศาสตร์นี้ว่า **ทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิต (Geometrical Optics)** ซึ่งอยู่ในหลักสูตรมัธยมศึกษา จะไม่กล่าวถึงในหนังสือนี้ แต่อาจนำกฎหรือหลักการบางข้อมาใช้ประกอบคำอธิบายในเนื้อหาบางส่วน ปรากฏการณ์อีกหลายอย่างของแสง เช่น การแทรกสอด (interference) การเลี้ยวเบน (diffraction) และโพลาไรเซชัน (polarization) จำเป็นต้องอาศัยสมบัติการเป็นคลื่นของแสงมาอธิบาย แขนงวิชาทัศนศาสตร์ที่ใช้สมบัติการเป็นคลื่นของแสงมาอธิบายปรากฏการณ์ของแสง เรียกว่า **ทัศนศาสตร์เชิงกายภาพ (Physical Optics)**

1. เงื่อนไขของการแทรกสอด

การแทรกสอดเป็นปรากฏการณ์ที่เกิดจากการซ้อนทับกันของคลื่นตั้งแต่สองขบวนขึ้นไป โดยอาศัยหลักการรวมคลื่น ทำให้สามารถทราบถึงลักษณะของคลื่นรวมหรือคลื่นลัพธ์ได้ ถ้าความเข้มของคลื่นลัพธ์มีค่ามากกว่าความเข้มของแต่ละคลื่น เราเรียกว่า การแทรกสอดแบบเสริมกัน (constructive interference) ซึ่งปรากฏเป็นแถบสว่าง ถ้าความเข้มของคลื่นลัพธ์มีค่าน้อยกว่าความเข้มของแต่ละคลื่น เราเรียกว่า การแทรกสอดแบบหักล้างกัน (destructive interference) หรือปรากฏเป็นแถบมืด ในวิชาฟิสิกส์ 1 ได้กล่าวถึงการแทรกสอดของคลื่นกลที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์บีตส์ และคลื่นนิ่ง ในหน่วยการเรียนนี้จะกล่าวถึงการแทรกสอดของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

ดังได้กล่าวแล้วว่าแสงเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งประกอบด้วยสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กซึ่งตั้งฉากกัน และตั้งฉากกับทิศทางการแผ่ของคลื่นด้วย ออกโต วีเนอร์ (Otto Wiener) ได้ทดลองพบว่าสนามไฟฟ้ามีผลต่อฟิล์มมากกว่าสนามแม่เหล็ก ดังนั้นการพิจารณาปรากฏการณ์ที่เกิดจากแสง อาจ

พิจารณาได้จากผลการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าโดยตรง อย่างไรก็ตามปรากฏการณ์การแทรกสอดสังเกตได้ไม่ถนัด ทั้งนี้เพราะมีความยาวคลื่นสั้นมาก (แสงที่สายตามองเห็นมีความยาวคลื่นประมาณ 400 นาโนเมตร - 750 นาโนเมตร หรือมีความถี่ในช่วง 4×10^{14} เฮิรตซ์ - 7.5×10^{14} เฮิรตซ์) ดังนั้นปรากฏการณ์การแทรกสอดของแสงจะสังเกตเห็นได้ ต้องสอดคล้องกับเงื่อนไข 3 ข้อ ดังนี้

1. แหล่งกำเนิดแสงต้องเป็นแหล่งกำเนิดอาพันธ์ (coherent source) กล่าวคือ คลื่นแสงที่มาจากตำแหน่งที่ต่างกัน ผลต่างของเฟสจะต้องคงที่ตลอดเวลา

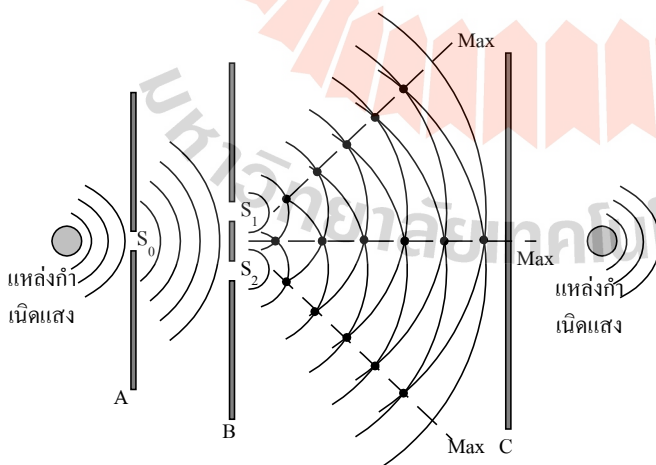
แหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์อาจได้จากแสงเลเซอร์ ซึ่งเป็นแสงขนานความเข้มสูง หรืออาจได้จากแหล่งกำเนิดแสงอันเดียวกัน แล้วให้แสงผ่านช่องเล็กๆ 2 ช่อง ซึ่งช่องเล็กๆ 2 ช่องนี้จะทำหน้าที่คล้ายเป็นแหล่งกำเนิดแสงอาพันธ์

2. แหล่งกำเนิดแสงต้องให้แสงสีเดียว (monochromatic light) นั่นคือ มีความถี่เดียว หรือความยาวคลื่นเดียว

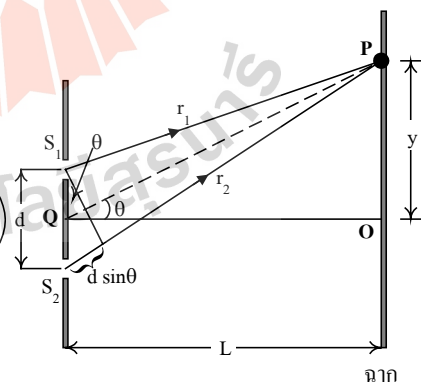
3. การรวมกันของคลื่นแสงต้องเป็นไปตามหลักการซ้อนทับของคลื่น (superposition principle of waves) ซึ่งกล่าวว่า “คลื่นลัพธ์ คือ ผลรวมของคลื่น ซึ่ง ณ ตำแหน่งหนึ่งตำแหน่งใดในตัวกลาง จะเป็นผลบวกทางพีชคณิตของแต่ละคลื่นที่มารวมกัน หรือซ้อนกันที่ตำแหน่งนั้น”

2. การทดลองแบบช่องเล็กยาวคู่ของยัง

ทอมัส ยัง (Thomas Young) นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษได้ทำการทดลองในปี ค.ศ.1801 แสดงให้เห็นว่าแสงสามารถเกิดปรากฏการณ์การแทรกสอดได้ เครื่องมือที่ใช้ทดลองของยังมีลักษณะดังรูปที่ 6.1



รูปที่ 6.1 เครื่องมือทดลองการแทรกสอดของยัง



รูปที่ 6.2 แผนภาพประกอบคำอธิบายการทดลองของยัง

แสงจากแหล่งกำเนิด ตกกระทบฉากกั้น A และมีช่องเล็กๆ S_0 เพื่อให้แสงผ่านไปตกกระทบบนฉากกั้น B ซึ่งกั้นขนานกับ A และมีช่องเล็กยาว (slit) 2 ช่อง คือ S_1 และ S_2 ห่างจาก S_0 เท่ากัน, ช่องเล็กยาว S_1 และ S_2 จะทำหน้าที่คล้ายเป็นแหล่งกำเนิดแสง (ตามหลักของฮอยเกนส์) ซึ่งมีความถี่และเฟส ตรงกัน เนื่องจากอยู่บนหน้าคลื่น (wave front) อันเดียวกัน ดังนั้น S_1 และ S_2 จึงเป็นแหล่งคลื่นอาพันธ์ ห่างจากฉาก B ออกไปไกลมาก เมื่อเทียบกับระยะทาง S_1 ถึง S_2 เป็นฉาก C ซึ่งเป็นฉากจะใช้สังเกตปรากฏการณ์การแทรกสอด

เพื่อให้เข้าใจการทดลองของยังง่ายขึ้น พิจารณารูปที่ 6.2 โดยแหล่งกำเนิดแสงเป็นแหล่งกำเนิดจุดให้แสงสีเดียว มีความยาวคลื่น λ ระยะระหว่าง S_1 ถึง S_2 เท่ากับ d ระยะทางระหว่างฉาก B กับ C เท่ากับ L เมื่อ L มีค่ามาก เมื่อเปรียบเทียบกับ d และขนาดของช่องเล็กยาว ($L \gg d$) ความเข้มของแสงที่จุด P ใดๆ บนฉาก C คือความเข้มของคลื่นลัพธ์ที่เกิดจากการรวมของคลื่นที่มาจาก S_1 และ S_2 จากรูปที่ 6.2 จะเห็นว่าระยะทาง S_2P ยาวกว่า S_1P ให้ δ คือผลต่างนั้น ซึ่งเรียกว่า ความต่างวิถี (path difference, δ) ซึ่ง $\delta = r_2 - r_1$ จากรูป

$$\delta = d \sin \theta \quad (6.1)$$

δ จะเป็นตัวบอกให้ทราบว่า จุด P จะเกิดการแทรกสอดแบบใด กล่าวคือ ถ้า δ มีค่าเท่ากับเลขจำนวนเต็ม (รวมศูนย์ด้วย) คูณกับความยาวคลื่น แสดงว่าที่ตำแหน่ง P คลื่นทั้งสองมีเฟสเดียวกัน จะเกิดการแทรกสอดแบบเสริมกัน จะสังเกตเห็นแถบสว่าง แต่ δ มีค่าเท่ากับเลขจำนวนเต็มคูณกับความยาวคลื่น แสดงว่าที่ตำแหน่ง P คลื่นมีเฟสตรงกันข้าม จะเกิดการแทรกสอดแบบหักล้างกัน จะสังเกตเห็นเป็นแถบมืด นั่นคือ เงื่อนไขการเกิดแถบสว่างและแถบมืดบนฉากเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\text{เงื่อนไขสำหรับแถบสว่าง : } \delta = d \sin \theta = m\lambda \quad (6.2)$$

$$\text{เงื่อนไขสำหรับแถบมืด : } \delta = d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (6.3)$$

เมื่อ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ แถบสว่างและแถบมืดจะมีลักษณะสมมาตร (symmetry) เทียบกับเส้นตรงที่ตำแหน่ง $\delta = 0$ ตัวเลขธรรมชาติ m เรียกว่า เลขอันดับ (order number) ของแถบ, แถบสว่างตรงกลาง (จุด 0) ตรงกับค่า $m = 0$ เรียกว่า แถบสว่างอันดับศูนย์ และแถบสว่างถัดไปทั้งสองข้างเรียกว่า แถบสว่างอันดับหนึ่ง, อันดับสอง, อันดับสาม, ... ในกรณีที่ d มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ L ($L \gg d$), พิจารณาจุด P ใดๆ ที่ใกล้จุด 0 จะเห็นว่า θ มีค่าน้อยๆ จึงสามารถใช้ค่าประมาณ $\sin \theta \cong \tan \theta$, โดยพิจารณาสามเหลี่ยม OPQ ในรูปที่ 6.2 จะได้

$$\sin \theta \cong \tan \theta = \frac{y}{L} \quad (6.4)$$

ถ้าให้ y เป็นระยะทางบนฉากที่วัดจากตำแหน่ง 0 จะได้

$$y_{\text{bright}} = \frac{\lambda L}{d} m \quad (6.5)$$

$$y_{\text{dark}} = \frac{\lambda L}{d} \left(m + \frac{1}{2} \right) \quad (6.6)$$

ระยะห่างระหว่างแถบสว่าง (แถบมืด) ไปยังแถบสว่าง (แถบมืด) ถัดไป คือ

$$y_{\text{bright}, m+1} - y_{\text{bright}, m} = \frac{\lambda L}{d} (m+1) - \frac{\lambda L}{d} m = \frac{\lambda L}{d} \quad (6.7)$$

$$y_{\text{dark}, m+1} - y_{\text{dark}, m} = \frac{\lambda L}{d} \left(m+1 + \frac{1}{2} \right) - \frac{\lambda L}{d} \left(m + \frac{1}{2} \right) = \frac{\lambda L}{d} \quad (6.8)$$

ในทางปฏิบัติ ค่า L และ d สามารถวัดได้ ดังนั้น ถ้าเรารู้ค่าระยะห่างระหว่างแถบแล้วใช้สมการ 6.7 หรือ 6.8 สามารถหาค่าความยาว λ ได้ ทอมัส ยัง ก็ได้ใช้เทคนิคนี้ในการวัดความยาวคลื่นของแสงในการทดลองครั้งแรกของเขา

ตัวอย่างที่ 6.1 ในการทดลองของยัง ถ้าระยะห่างระหว่างช่องเล็กยาวเป็น 0.1 มิลลิเมตร และระยะห่างจากระนาบของช่องเล็กยาวคู่ถึงระนาบฉากเป็น 50 เซนติเมตร จงคำนวณหาระยะห่างบนฉากระหว่างริ้วสว่างอันดับ n ใดๆ ของแสงสีม่วง $\lambda = 400$ นาโนเมตร และแสงสีแดง $\lambda = 700$ นาโนเมตร

วิธีทำ จาก

$$y_n = \frac{L}{d} n \lambda$$

ของแสงสีม่วงตำแหน่งบนฉากของริ้วสว่างที่ n มีค่าเป็น

$$y_{Vn} = \frac{(500 \text{ mm})}{0.1 \text{ mm}} n (400 \times 10^{-9} \text{ m})$$

$$= 2 n \text{ มิลลิเมตร}$$

สำหรับแสงสีแดงตำแหน่งบนฉากของริ้วสว่างที่ n มีค่าเป็น

$$y_{Rn} = \frac{(500 \text{ mm})}{(0.1 \text{ mm})} n (700 \times 10^{-9} \text{ m})$$

$$= 3.5 n \text{ มิลลิเมตร}$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างริ้วที่ n เดียวกันบนฉากของแสงสีแดงและแสงสีม่วงคือ

$$\begin{aligned} y_{Rn} - y_{Vn} &= 3.5 n - 2 n \text{ มิลลิเมตร} \\ &= 1.5 n \text{ มิลลิเมตร} \end{aligned}$$

นั่นคือ อันดับที่ 1, 2, 3, 4, 5 ระยะห่างระหว่างริ้วทั้งสองที่อันดับเดียวกันมีค่าเป็น 1.5, 3.0, 4.5, 6.0, 7.5 มิลลิเมตร ตามลำดับ

หากพิจารณาแสงในรูปของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า โดยเรากำหนดให้ต้นกำเนิดคลื่น S_1 และ S_2 มีความถี่เชิงมุม ω และมีแอมพลิจูด E_{01} และ E_{02} และจุด P ห่างจาก S_1 และ S_2 เป็นระยะ r_1 และ r_2 ตามลำดับ เราอาจเขียนสมการแทนคลื่นของ S_1 และ S_2 ได้ดังนี้

$$E_1 = E_{01} \sin(\omega t - kr_1) \quad (6.9)$$

$$E_2 = E_{02} \sin(\omega t - kr_2) \quad (6.10)$$

เมื่อ

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (6.11)$$

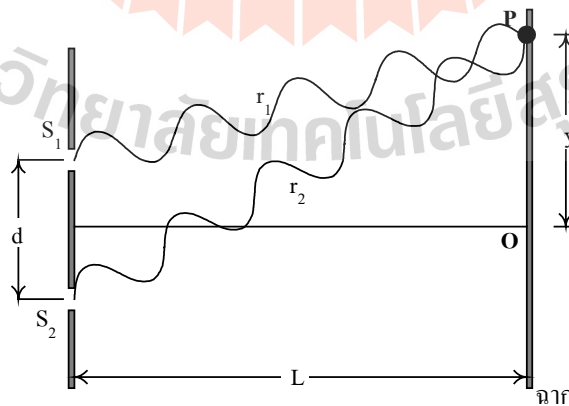
เพื่อความสะดวกให้ E_1 และ E_2 อยู่ในระนาบเดียวกัน ฉะนั้นเราอาจรวม E_1 และ E_2 แบบสเกลาร์ได้ โดยใช้ความสัมพันธ์ (ดูรูปที่ 6.3)

$$r_1 = r - \frac{1}{2} d \sin \theta \quad (6.12)$$

$$r_2 = r + \frac{1}{2} d \sin \theta \quad (6.13)$$

และ

$$E_{01} = E_{02} = E_0 \quad (6.14)$$



รูปที่ 6.3 การแทรกสอดที่เกิดจากแหล่งกำเนิดคลื่น S_1 และ S_2

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
E_p &= E_1 + E_2 = E_0 \sin\left(\omega t - kr + \frac{1}{2} kd \sin \theta\right) + E_0 \sin\left(\omega t - kr - \frac{1}{2} kd \sin \theta\right) \\
&= 2E_0 \cos\left(\frac{1}{2} kd \sin \theta\right) \sin(\omega t - kr)
\end{aligned} \tag{6.15}$$

กำหนดให้ $\phi = kd \sin \theta$ เป็นความต่างเฟส (phase difference)

จากสมการ
$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta \tag{6.16}$$

$$E_p = 2E_0 \cos(\phi/2) \sin(\omega t - kr) \tag{6.17}$$

จะเห็นว่าคลื่นรวมมีแอมพลิจูด $2E_0 \cos(\phi/2)$ และจะมีค่าเท่ากับ $2E_0$ เมื่อ $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ ซึ่งตรงกับตำแหน่งที่เกิดการแทรกสอดแบบเสริมกัน และมีค่าเท่ากับศูนย์ เมื่อ $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ ซึ่งตรงกับตำแหน่งที่เกิดการแทรกสอดแบบหักล้างกัน

เนื่องจากความเข้มของแสงเป็นปฏิภาคกับกำลังสองของแอมพลิจูด ดังนั้นจากสมการ 6.17 จะได้ความเข้ม

$$I \propto E_p^2 = 4E_0^2 \cos^2(\phi/2) \sin^2(\omega t - kr) \tag{6.18}$$

หรือ
$$I = 4I_0 \cos^2(\phi/2) \sin^2(\omega t - kr) \tag{6.19}$$

เมื่อ I_0 เป็นปฏิภาคกับ E_0^2 หมายถึง ความเข้มเนื่องจากแหล่งกำเนิดแสงอันเดียว และเนื่องจากเครื่องมือวัดจะวัดค่าเฉลี่ยเวลาของความเข้มแสงซึ่งค่าเฉลี่ยเวลาของ $\sin^2(\omega t - kr)$ ในหนึ่งวัฏจักร (cycle) คือ $\frac{1}{2}$ ดังนั้นความเข้มแสงเฉลี่ย ณ จุด P คือ

$$I_{ave} = 2I_0 \cos^2(\phi/2) \tag{6.20}$$

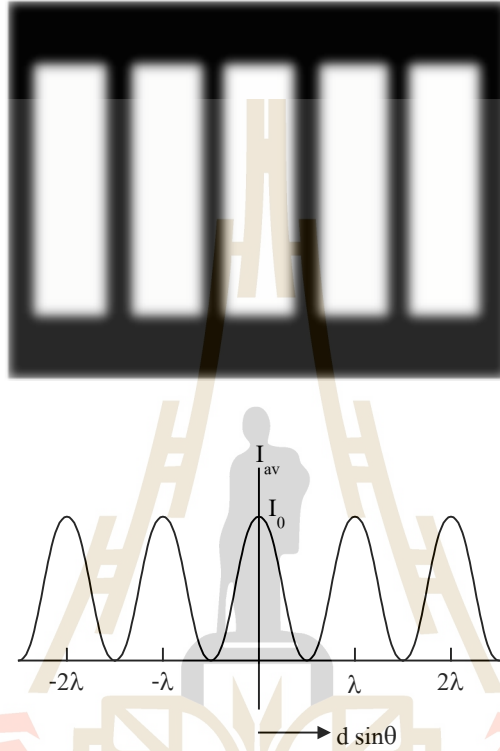
ถ้าใช้ความสัมพันธ์ $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{y}{L}$ ในสมการ 6.16

จะได้
$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{dy}{L} \tag{6.21}$$

ดังนั้น ความเข้มแสงเฉลี่ย คือ

$$I_{ave} = 2I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda L} y\right) \tag{6.22}$$

จากสมการ 6.22 จะเห็นว่า ค่าความเข้มแสงเฉลี่ยจะมีค่ามากที่สุด เมื่อ $\frac{\pi d}{\lambda L} y$ มีค่าเท่ากับเลขจำนวนเต็ม (m) คูณกับ 2π หรือ $y_n = \frac{\lambda L}{d} m$ ที่ได้กล่าวถึงมาแล้ว การกระจายรั้วของความเข้มตามสมการ 6.22 แสดงไว้ดังรูปที่ 6.4 ผู้อ่านควรตระหนักว่าผลลัพธ์ที่ได้ตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ให้ $L \gg d$ และ θ มีค่าน้อยๆ



รูปที่ 6.4 ความเข้มการแทรกสอดเนื่องจากแหล่งกำเนิดแสง 2 แหล่ง

3. การแทรกสอดโดยการสะท้อนจากฟิล์มบาง

ปรากฏการณ์การแทรกสอดที่เกิดจากการสะท้อนจากฟิล์มบางมีให้เห็นในชีวิตประจำวันทั่วไป เช่น การเห็นสีบนผิวของน้ำมันที่ราดบนถนน การเห็นสีบนฟองสบู่ หรือการเห็นสีบนขนนกยูง เป็นต้น ก่อนจะศึกษารายละเอียดปรากฏการณ์การแทรกสอดโดยการสะท้อนจากฟิล์มบาง ควรต้องตระหนักในความจริง 2 ข้อต่อไปนี้ คือ

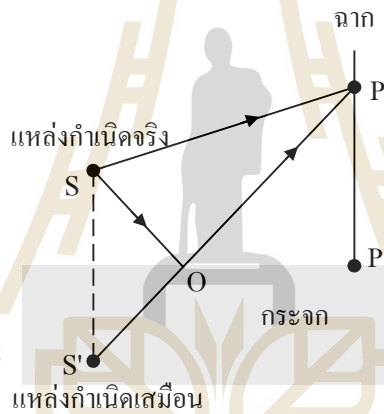
1. การเปลี่ยนเฟสอันเนื่องจากการสะท้อนของแสงที่ผิวของตัวกลาง จากการศึกษาการแทรกสอดที่เกิดจากแหล่งกำเนิดแสงสองแหล่งคล้ายกับการทดลองแบบช่องเล็กรูของยัง โดยใช้เครื่องมือที่เรียกว่า กระจกLOYD (Lloyd's mirror) ดังรูปที่ 6.5 พบว่าการแทรกสอดจะเกิดขึ้นตามกฎเกณฑ์ที่กล่าวมาแล้ว เมื่อ

แสงสะท้อน แสงที่เดินทางในตัวกลางที่มีดัชนีหักเหต่ำกว่าไปกระทบกับผิวของตัวกลางที่มีดัชนีหักเหสูงกว่า แสงสะท้อนจะมีเฟสเปลี่ยนไป π เรเดียน หรือ 180 องศาเมื่อเทียบกับแสงตกกระทบ แต่ถ้าแสงเดินทางในตัวกลางที่มีดัชนีหักเหสูงกว่าไปกระทบกับผิวของตัวกลางที่มีดัชนีหักเหต่ำกว่า แสงสะท้อนจะมีเฟสคงเดิม เมื่อเทียบกับแสงตกกระทบ แสงที่หักเหทะลุผ่านผิวของตัวกลางจะมีเฟสเหมือนกับแสงตกกระทบไม่ว่ากรณีใดๆ

2. ความยาวคลื่นแสงในตัวกลางที่มีดัชนีหักเห n มีค่าเท่ากับ

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n} \quad (6.23)$$

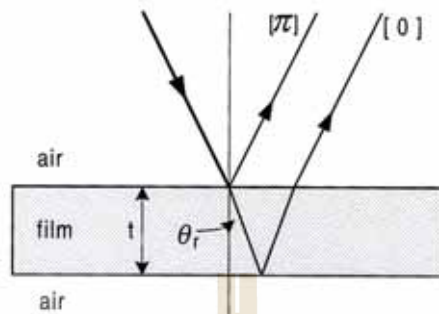
เมื่อ λ คือความยาวคลื่นในสุญญากาศ



รูปที่ 6.5 กระจกลอยด์กับการเกิดการแทรกสอดของคลื่นแสง

การแทรกสอดโดยการสะท้อนจากฟิล์มบางเกี่ยวข้องกับตัวกลาง 3 ตัวกลาง โดยให้ตัวกลางที่สองหมายถึงฟิล์มบาง จึงจะแยกพิจารณาตามความสัมพันธ์ระหว่างดัชนีหักเหของตัวกลาง n_1 , n_2 และ n_3 เป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ครรชนีหักเห n_1 และ n_3 มีค่าน้อยกว่า n_2 การเปลี่ยนแปลงเฟสเป็นไปดังรูปที่ 6.6



รูปที่ 6.6 การเกิดการแทรกสอดในกรณีที่ n_1 และ n_3 มีค่าน้อยกว่า n_2 ในกรณีนี้ให้ตัวกลางที่หนึ่งและที่สามเป็นอากาศ (n_1 และ n_3 เท่ากับ 1 และ $n_2 = n$)

เมื่อนำผลต่างของระยะทางเดินของแสงและการเปลี่ยนเฟสเนื่องจากการสะท้อนเงื่อนไขการเกิดการแทรกสอดในกรณีนี้เป็นดังนี้

ถ้าแสงตกกระทบผิวฟิล์มในแนวตั้งฉาก (มุมตกกระทบและมุมหักเหเท่ากับศูนย์)

$$\text{เสริมกัน : } 2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_n \quad \text{หรือ} \quad 2nt = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad ; \quad n_2 = n \quad (6.24)$$

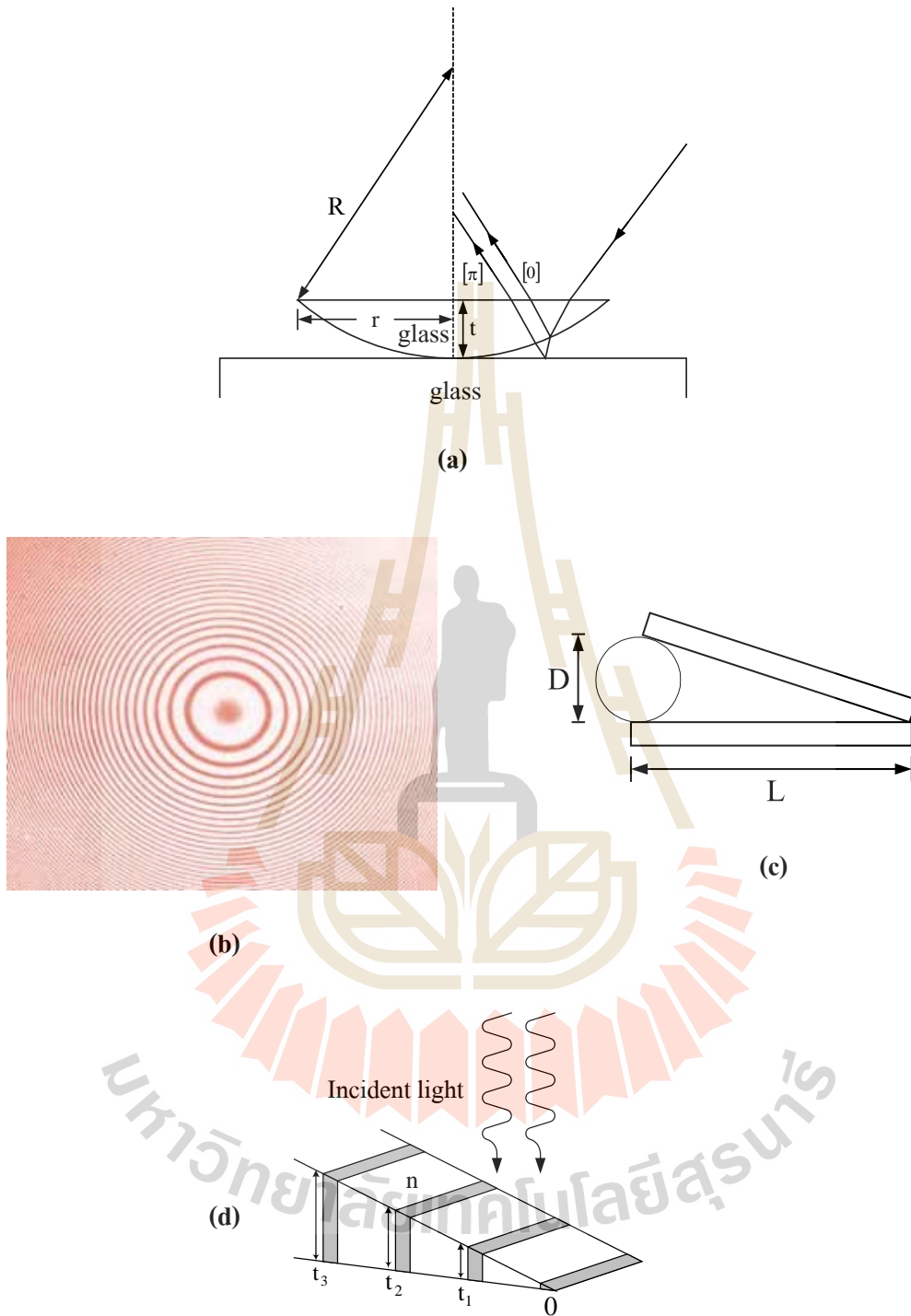
$$\text{หักล้างกัน : } 2nt = m\lambda \quad \text{เมื่อ} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (6.25)$$

ถ้ามุมหักเหเท่ากับ θ_r ไม่เท่ากับศูนย์ สมการ 6.24 และ 6.25 จะกลายเป็น

$$\text{เสริมกัน : } \frac{2t}{\cos \theta_r} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_n \quad \text{หรือ} \quad \frac{2nt}{\cos \theta_r} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (6.26)$$

$$\text{หักล้างกัน : } \frac{2nt}{\cos \theta_r} = m\lambda \quad \text{เมื่อ} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (6.27)$$

กรณีที่ 2 ครรชนีหักเห n_1 และ n_3 มีค่ามากกว่า n_2 การเปลี่ยนแปลงเฟสเป็นไปดังรูปที่ 6.7 (a)



รูปที่ 6.7 (a) เลนส์นูนผิวเรียบหนึ่งด้านวางอยู่บนแก้วเพื่อทดลองการเกิดวงแหวนนิวตัน
(b) การเกิดวงแหวนนิวตัน
(c) ฟิล์มอากาศรูปลิ้ม
(d) การเกิดการแทรกสอดที่ฟิล์มอากาศรูปลิ้ม

เมื่อนำผลต่างของระยะทางเดินของแสงและการเปลี่ยนเฟสเนื่องจากการสะท้อน โดยสมมติว่าแสงตกกระทบบนผิวตั้งฉากกับผิว เงื่อนไขการเกิดการแทรกสอดในกรณีนี้เป็นดังนี้

เสริมกัน : $2t = (m + \frac{1}{2})\lambda$ เมื่อ $n_2 = 1$ (อากาศ) (6.28)

หักล้างกัน : $2t = m\lambda$ เมื่อ $m = 0, 1, 2, \dots$ (6.29)

โดยทั่วไปต้นกำเนิดจะให้แสงแบบกระจาย แสงจึงตกกระทบบนผิวหน้าเลนส์ทำมุมต่างๆ กัน การรวมของแสงสะท้อนคู่หนึ่งๆ อาจจะมีผลต่างของระยะทางเดินของแสงต่างกัน เนื่องจากมีมุมหักเหที่ต่างกัน ผลก็คือ จะได้ริ้วสว่างสลับริ้วมืด ริ้วใดริ้วหนึ่งไม่ว่าสว่างหรือมืด จะเกิดจากการรวมของแสงดังกล่าวหลายๆ คู่ ถ้าต้นกำเนิดให้แสงหลายสี เช่น ต้นกำเนิดแสงสีขาว แสงแต่ละสีมีมุมหักเหต่างกัน ดังนั้น จะเกิดการแทรกสอดเป็นริ้วสีต่างๆ การแทรกสอดที่เกิดจากเลนส์ในรูปที่ 6.7 (a) จะเป็นแถบวงกลม โดยมีแถบมืด ($m = 0$) อยู่ตรงกลาง ริ้วการแทรกสอดนี้มีชื่อว่า วงแหวนนิวตัน (Newton's ring) ดังรูปที่ 6.7 (b) เราอาจใช้ความรู้เรื่องการแทรกสอดที่กล่าวถึงนี้ไปใช้หาขนาดของวัสดุเล็กๆ เช่น ขนาดของเส้นผม หรือหาความหนาของแผ่นวัสดุบางๆ เช่น ความหนาของกระดาษได้ดังรูปที่ 6.7 (c) ซึ่งริ้วแทรกสอดที่เกิดจากลิ้มอากาศจะมีลักษณะดังรูปที่ 6.7 (d)

ตัวอย่างที่ 6.2 การทดลองเพื่อสังเกตวงแหวนนิวตันดังรูปที่ 6.7 (a) โดยใช้แสงความยาวคลื่น 600 นาโนเมตร เลนส์มีรัศมีหักเห 1.5 และมีรัศมีของความโค้งเท่ากับ 2.50 เมตร จงหารัศมีของริ้วสว่างที่ 5 ของวงแหวนนิวตัน

วิธีทำ จากรูปที่ 6.7 (a) เราจะเห็นว่า $r^2 = R^2 - [R - t]^2$ เมื่อ r คือรัศมีของริ้ว เพราะว่า t มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ R เราจึงสามารถตัดเทอม t^2 ที่ทิ้งได้ ผลก็คือ

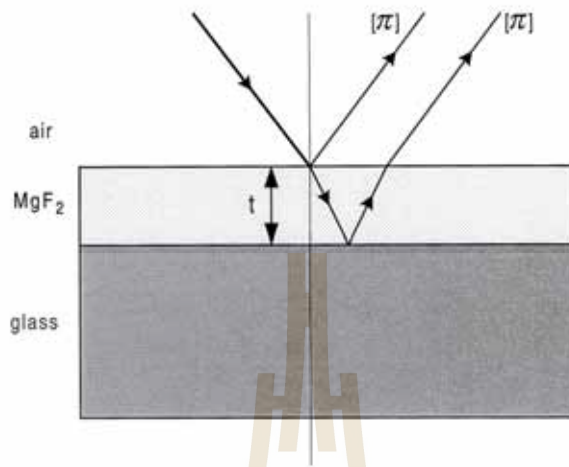
$$r^2 = 2Rt$$

จากเงื่อนไขการเกิดริ้วสว่าง สมการ 6.28 และริ้วสว่างที่ 5 จะตรงกับค่า $m = 4$ ดังนั้น

$$t = \frac{(4.5)(6 \times 10^{-7} \text{ m})}{2} = 1.35 \times 10^{-6} \text{ m}$$

หารัศมีของริ้วสว่างที่ 5 ได้ $r = [2Rt]^{\frac{1}{2}} = 2.6 \times 10^{-3} \text{ m}$

กรณีที่ 3 ครรชนีหักเห $n_1 < n_2 < n_3$ เป็นกรณีของฟิล์มไม่สะท้อนแสง การเปลี่ยนแปลงเฟสเป็นไปดังรูปที่ 6.8



รูปที่ 6.8 การฉาบด้วยฟิล์มไม่สะท้อนแสง

เมื่อนำผลต่างของระยะทางเดินของแสงและการเปลี่ยนแปลงเฟสเนื่องจากการสะท้อนเงื่อนไขการเกิดการแทรกสอดในกรณีนี้เป็นดังนี้ (ให้ $n_1 = 1, n_2 = n$)

หักล้างกัน :

$$2tn = (m + \frac{1}{2})\lambda \tag{6.30}$$

ค่าความหนาน้อยที่สุดเกิดขึ้นเมื่อ $m = 0$ ดังนั้น

$$t = \frac{\lambda}{4n} \tag{6.31}$$

หรือ

$$t = \frac{\lambda n}{4} \tag{6.32}$$

โดยปกติถ้าเป็นแก้ววางในอากาศ แสงจะสะท้อนที่ผิวแก้วด้านบนประมาณ 4% และที่ผิวด้านล่างอีกประมาณ 4% รวมแล้วความเข้มจะลดลงประมาณ 8% เลนส์ที่ดีต้องไม่สูญเสียความเข้มแสงถึงเพียงนี้ เราเลือกสารบางอย่างมาฉาบบางๆ ที่ผิวแก้ว โดยให้ดัชนีหักเหของสารนั้นอยู่ระหว่างอากาศและแก้วพบว่าถ้าฉาบด้วยสารประเภทนี้หนาเพียง $\frac{1}{4}$ ของความยาวคลื่นของแสงในสารนั้น จะทำให้แสงสะท้อนที่ผิวบนของแผ่นฟิล์ม และผิวล่างของแผ่นฟิล์ม เกิดการแทรกสอดแบบหักล้าง นั่นคือแสงส่วนใหญ่จะทะลุผ่านไปเลนส์

พบว่าสารที่เหมาะสมที่สุดที่จะนำมาใช้เคลือบ (coat) แก้ว ซึ่งมีดัชนีหักเหอยู่ระหว่างอากาศและแก้วควรมีดัชนีหักเห

$$n_c = \sqrt{n_a n_g} \tag{6.33}$$

เมื่อ $n_a = 1$, $n_g = 1.5$ จะได้ $n_c = 1.22$ พบว่าสารที่โปร่งแสงและมีดัชนีหักเหใกล้เคียงคือ MgF_2 ซึ่งมีดัชนีหักเห 1.38

ตัวอย่างที่ 6.3 จะต้องฉาบฟิล์มบางครรชนีหักเห 1.4 ให้หนาน้อยที่สุดเท่าใดบนผิวแก้วซึ่งมีดัชนีหักเห 1.6 จึงจะให้แสงสีม่วงซึ่งมีความยาวคลื่น 400 nm ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) ไม่สะท้อน

วิธีทำ จะต้องฉาบด้วยความหนาน้อย $t = \frac{\lambda_n}{4}$

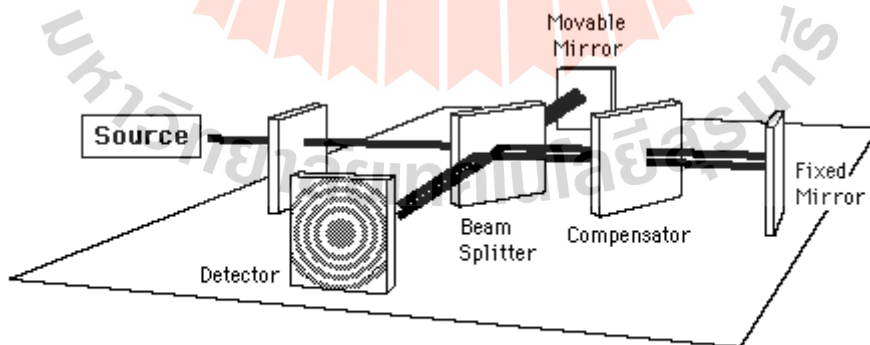
เมื่อ $\lambda_n =$ ความยาวคลื่นในสารที่ฉาบ

แต่ $\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$

$$\begin{aligned} t &= \frac{\lambda}{4n} = \frac{400 \times 10^{-9} \text{ m}}{4 \times 1.4} \\ &= 71.4 \times 10^{-9} \text{ m} \\ &= 71.4 \text{ nm} \end{aligned}$$

4. อินเตอร์เฟอริมิเตอร์ของไมเคิลสัน

เครื่องมือที่ใช้ศึกษาการแทรกสอดของแสงเรียกว่า อินเตอร์เฟอริมิเตอร์ (interferometer) ซึ่งนักฟิสิกส์ชาวอเมริกันชื่อ อัลเบิร์ต ไมเคิลสัน (Albert Michelson) เป็นผู้หนึ่งที่คิดประดิษฐ์เครื่องมือชนิดนี้ อินเตอร์เฟอริมิเตอร์มีหลายรูปแบบ รูปแบบหนึ่งมีส่วนประกอบ ดังรูปที่ 6.9



รูปที่ 6.9 อินเตอร์เฟอริมิเตอร์ของไมเคิลสัน

ลำแสงจากแหล่งกำเนิดแสง (source) ซึ่งให้แสงสีเดียว ผ่านมายังแผ่นแก้วที่ตรงกลางซึ่งเป็นแผ่นแก้วที่ถึงฉากเงินทางด้านหลังทำให้มีสมบัติในการแยกลำแสง (สะท้อนและทะลุผ่าน) จึงเรียกแผ่นแก้วนี้ว่า ตัวแยกลำแสง (beam splitter) แผ่นแก้วตัวแยกลำแสงติดตั้งไว้ทำมุม 45° กับแนวลำแสงที่ผิวด้านหลังของแผ่นแก้วนี้ ลำแสงจะถูกแยกออกเป็นสองส่วน คือ ลำแสงที่หนึ่งสะท้อนและหักเหเดินทางไปยังกระจกเงาราบซึ่งเคลื่อนที่ได้ (movable mirror) ติดตั้ง ณ ตำแหน่ง l_m จากตัวแยกลำแสง โดยระนาบของกระจกตั้งฉากกับลำแสง ส่วนลำแสงที่สองทะลุผ่านไปยังกระจกเงาราบซึ่งตรึงอยู่กับที่ (fixed mirror) ณ ตำแหน่ง l_f จากตัวแยกลำแสงโดยระนาบของกระจกตั้งฉากกับลำแสง ระหว่างตัวแยกลำแสงกับกระจกที่ตรึง มีแผ่นแก้วใสซึ่งทำด้วยแก้วชนิดเดียวกันและมีความหนาเท่ากับแผ่นแก้วตัวแยกลำแสงโดยติดตั้งให้ระนาบของแผ่นแก้วนี้ขนานกับระนาบของตัวแยกลำแสง แผ่นแก้วใสนี้ติดตั้งไว้เพื่อให้ลำแสงที่สองได้เดินทางผ่านเนื้อแก้วชนิดเดียวกันและมีความหนาเท่ากันกับการเดินทางของลำแสงที่หนึ่ง กล่าวคือ ลำแสงที่หนึ่งจะเดินทางผ่านเนื้อแก้วของตัวแยกลำแสงสามครั้ง หากไม่มีแผ่นแก้วใสลำแสงที่สองจะเดินทางผ่านเนื้อแก้วของตัวแยกเพียงครั้งเดียว ดังนั้น จึงเรียกแผ่นแก้วใสนี้ว่า ตัวทดแทน (compensator) สุดท้ายลำแสงที่หนึ่งและลำแสงที่สองจะเดินทางมาแทรกสอดกันบนฉากวัด (detector) ในการทดลองกระจกเงาราบที่เคลื่อนที่ได้มีไมโครมิเตอร์ติดอยู่ ถ้าปรับระยะ l_m จนกระทั่งเกิดริ้วแทรกสอดที่ชัดเจนบนฉากวัด ซึ่งริ้วแทรกสอดจะมีลักษณะเป็นวงกลมคล้ายวงแหวนนิวตันคิงรูป ถ้าจุดกึ่งกลางเป็นริ้วมืดก็แสดงว่าเกิดการแทรกสอดแบบหักล้างกัน หลังจากนั้นค่อยๆ ปรับเปลี่ยนระยะของกระจกเงาราบนี้เพื่อสังเกตรูปแบบการเปลี่ยนแปลงของการแทรกสอดบนฉากวัด หากปรับระยะของกระจกเงาราบนี้ออกไป $\frac{\lambda}{4}$ เส้นทางเดินของลำแสงที่หนึ่งจะยาวขึ้นเท่ากับ $2\frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$ ที่ตำแหน่งกึ่งกลางที่เดิมเคยเป็นริ้วมืดก็จะกลายเป็นริ้วสว่าง (การแทรกสอดแบบเสริมกัน) ถ้าเคลื่อนกระจกเงาราบนี้ออกไปอีก $\frac{\lambda}{4}$ ที่ตำแหน่งกึ่งกลางจะกลายเป็นริ้วมืดอีกเป็นดังนี้เรื่อยไป ดูคล้ายกับว่ามีคลื่นเคลื่อนที่ผ่านจุดอ้างอิงจุดหนึ่งไป ดังนั้น ถ้าเรานับจำนวนคลื่นที่เคลื่อนผ่านจุดอ้างอิงไปเท่ากับ m คลื่น (การเปลี่ยนแปลงริ้วจากมืด \rightarrow สว่าง \rightarrow มืดนับเป็น 1 คลื่น) เมื่อเคลื่อนกระจกเงาราบออกไปเป็นระยะทาง Δl ความยาวคลื่นแสง λ ระยะทาง Δl และจำนวนคลื่น m มีความสัมพันธ์ตามสมการ

$$\Delta l = m \frac{\lambda}{2} \quad \text{หรือ} \quad \lambda = 2 \frac{\Delta l}{m} \quad (6.34)$$

สรุป

1. เงื่อนไขการเกิดการแทรกสอดของยังที่เกิดจากคลื่น 2 แหล่งที่มีเฟสตรงกัน คือ

เสริมกัน : $\delta = m\lambda$; $m = 0, 1, 2, \dots$

หักล้างกัน : $\delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$

เมื่อ δ และ ϕ มีความสัมพันธ์กัน ดังนี้

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda}$$

2. การทดลองการแทรกสอดจากช่องเดี่ยวยาว 2 ช่องของยัง ได้ผลดังนี้

ริ้วสว่าง : $d \sin \theta = m\lambda$; $m = 0, 1, 2, \dots$

ริ้วมืด : $d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$

ความเข้มของริ้วจากช่องเดี่ยวยาว 2 ช่อง คือ

$$I_{\text{ave}} = 2I_0 \cos^2(\phi/2)$$

เมื่อ I_0 เป็นความเข้มเนื่องจากแหล่งกำเนิดคลื่น 1 อัน (จากช่องเดี่ยวยาว 1 ช่อง)

3. การแทรกสอดโดยการสะท้อนจากฟิล์มบาง อาศัยหลักเกณฑ์ 2 ประการ คือ

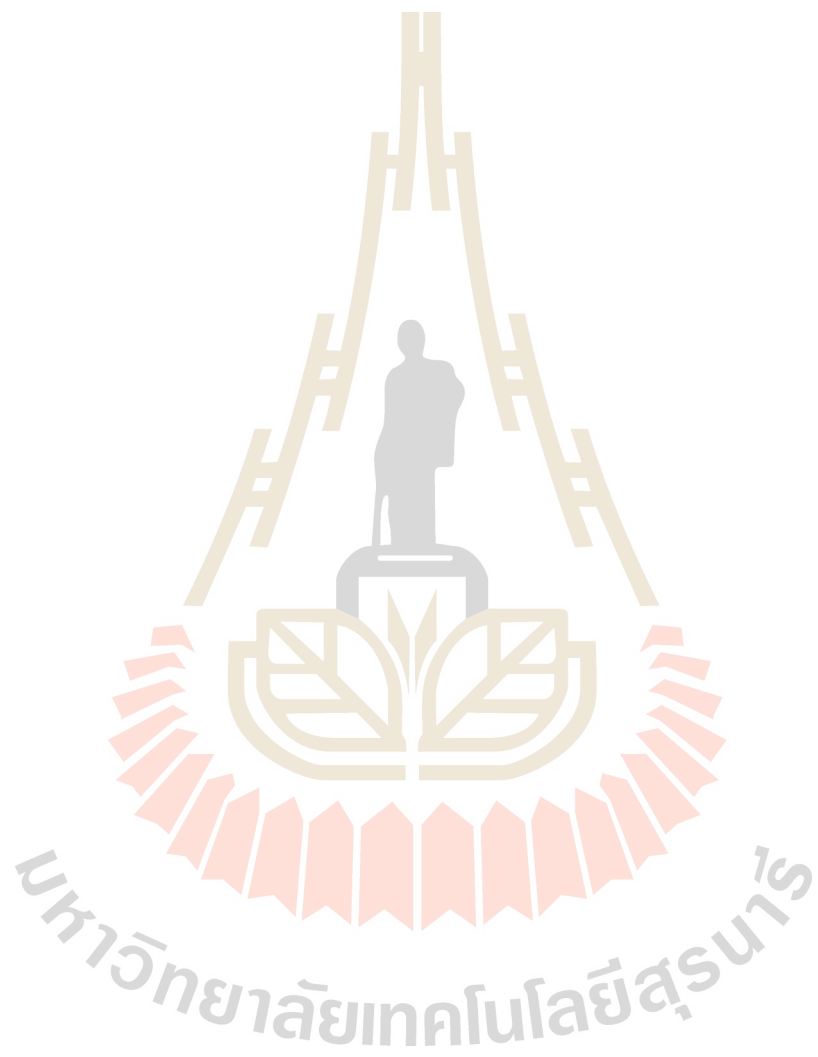
3.1 แสงสะท้อนจะเปลี่ยนเฟส π เรเดียน ถ้าสะท้อนจากตัวกลางที่มีดัชนีหักเหแสงมากกว่า

3.2 ความยาวของคลื่นแสงในฟิล์มที่มีดัชนีหักเหแสง n คือ

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

4. ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางที่เลื่อนกระจก ($\Delta \ell$) จำนวนริ้วที่ผ่านตำแหน่งอ้างอิง (m) และความยาวคลื่นแสงที่ใช้ทดลองคือ

$$\Delta \ell = m \cdot \frac{\lambda}{2}$$



ตอนที่ 6.2

การแทรกสอดที่เกิดจากแหล่งกำเนิดแสงหลายแหล่ง

ในตอนที 6.1 เราได้พิจารณาการรวมคลื่นสองคลื่นโดยใช้ผลรวมทางพีชคณิต ซึ่งวิธีดังกล่าวจะมีความยุ่งยากยิ่งขึ้นมีแหล่งกำเนิดแสงมากกว่าสองแหล่งขึ้นไป เทคนิคการบวกเฟเซอร์ของคลื่นจึงเป็นวิธีการที่เหมาะสมกว่าสำหรับกรณีที่มีแหล่งกำเนิดแสงจำนวนมาก

1. การบวกเฟเซอร์ของคลื่น

ถ้าพิจารณาการรวมคลื่นในหัวข้อที่ 2 ตอนที่ 6.1 อีกครั้งหนึ่ง โดยใช้ความสัมพันธ์ของค่าต่างๆ ที่กล่าวแล้ว จะเขียนได้เป็น

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t - kr_1)$$

$$\begin{aligned} E_2 &= E_0 \sin(\omega t - kr_2) = E_0 \sin(\omega t - kr_1 - kd \sin \theta) \\ &= E_0 \sin(\omega t - kr_1 - \phi) \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} E_p &= 2E_0 \cos(\phi/2) \sin(\omega t - kr) \\ &= 2E_0 \cos(\phi/2) \sin(\omega t - kr_1 - \phi/2) \end{aligned}$$

ซึ่งจะเห็นว่า ผลรวมของคลื่นขึ้นอยู่กับความต่างเฟส ϕ ดังนั้น ในการหาคคลื่นรวม เราอาจจะไม่ต้องนำส่วนที่เป็นโคออร์ดิเนตมาพิจารณาได้ดังนี้

ถ้า $E_1 = E_0 \sin \omega t$ (6.35)

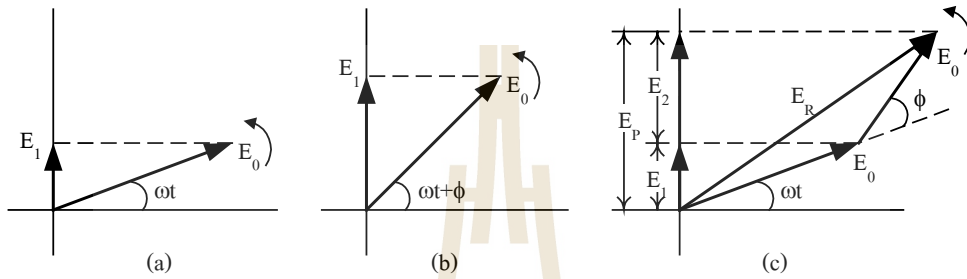
$$E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi) \quad (6.36)$$

แล้ว $E_p = 2E_0 \cos(\phi/2) \sin(\omega t + \phi/2)$ (6.37)

หรือ $E_p = E_R \sin(\omega t + \phi/2)$ (6.38)

เมื่อ $E_R = 2E_0 \cos(\phi/2)$ (6.39)

ซึ่งการรวมคลื่นสามารถนำมาวิเคราะห์แบบการบวกเฟเซอร์ได้ดังรูปที่ 6.10 (a) (สมการ 6.35), รูปที่ 6.10 (b) (สมการ 6.36) และรูปที่ 6.10 (c) (สมการ 6.38)

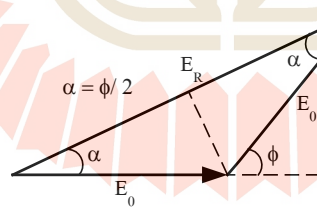


รูปที่ 6.10 (a) แผนภาพเฟเซอร์สำหรับ E_1

(b) แผนภาพเฟเซอร์สำหรับ E_2

(c) แผนภาพเฟเซอร์สำหรับ E_p

จะเห็นว่าคลื่น E_2 มีแอมพลิจูดเท่ากับคลื่น E_1 แต่มีเฟสเท่ากับ ϕ เมื่อเปรียบเทียบกับ E_1 และ E_p คือองค์ประกอบในแนวแกนตั้งของ E_R การวิเคราะห์จะง่ายขึ้นถ้าเราเขียนเฟเซอร์ ณ เวลา $t = 0$ ดังรูปที่ 6.11



รูปที่ 6.11 การสร้างเฟเซอร์ E_R โดยวิธีทางเรขาคณิต

จากรูปจะเห็นว่า

$$\alpha = \frac{\phi}{2} \quad \text{และ}$$

$$E_R = E_0 \cos \alpha + E_0 \cos \alpha$$

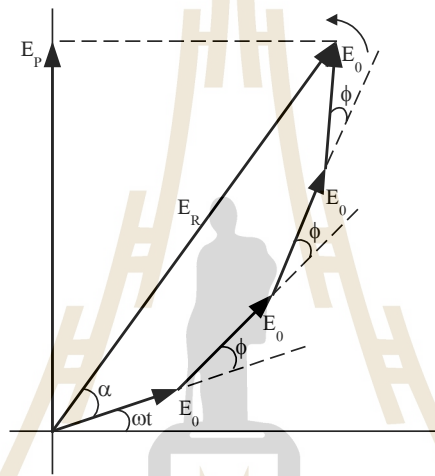
$$= 2E_0 \cos \alpha \quad (6.40)$$

ดังนั้น องค์ประกอบของเฟเซอร์ E_R ตามแกนตั้ง ณ เวลา t ใดๆ มีค่าดังนี้

$$E_p = E_R \sin(\omega t + \phi/2) = 2E_0 \cos(\phi/2) \sin(\omega t + \phi/2) \quad (6.41)$$

จะเห็นว่าค่าที่ได้ตรงกับวิธีที่หาเชิงพีชคณิตที่กล่าวแล้วในหัวข้อที่ 6.12 ในกรณีที่จะหาค้นลัพธ์จากการรวมกันของคลื่นมากกว่า 2 คลื่นขึ้นไป มีความถี่เท่ากัน โดยการรวมเฟเซอร์จะสรุปได้ดังนี้

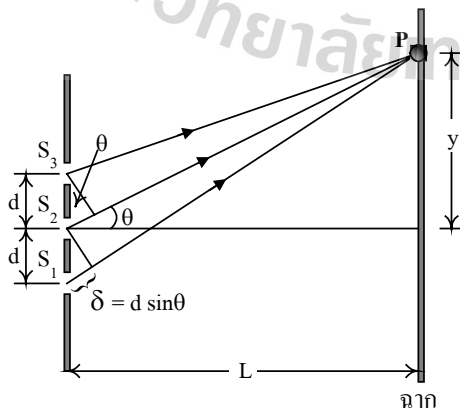
1. เขียนรูปเฟเซอร์ต่อกัน หางต่อหัว (ดังรูปที่ 6.12) โดยวัดมุมเฟสระหว่างคลื่นให้ถูกต้อง
2. ผลลัพธ์ E_R หาได้โดยลากเส้นจากหางของเฟเซอร์ของคลื่นแรกไปยังหัวของเฟเซอร์ของคลื่นสุดท้ายมุมเฟส α ของคลื่นลัพธ์ คือมุมระหว่าง E_R กับเฟเซอร์แรก รูปที่ 6.12 แสดงการบวกเฟเซอร์ของ 4 คลื่น



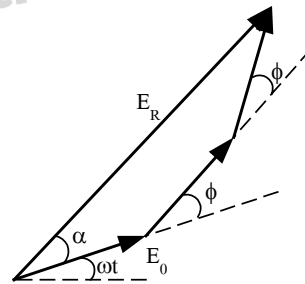
รูปที่ 6.12 การบวกเฟเซอร์ของ 4 คลื่น

2. รีแวกสอดที่เกิดจากช่องเล็กยาว 3 ช่อง

ช่องเล็กยาว 3 ช่อง ระยะห่างระหว่างช่องเท่ากัน ดังรูปที่ 6.13 การบวกเฟเซอร์ของคลื่นทำได้ดังรูปที่ 6.14



รูปที่ 6.13 ช่องเล็กยาว 3 ช่องระยะห่างเท่ากัน



รูปที่ 6.14 การบวกเฟเซอร์ของ 3 คลื่น

ความต่างวิถีและความต่างเฟสระหว่าง 2 ช่องที่ติดกันคือ $\delta = d \sin \theta$ และ $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$ ในกรณีที่ θ มีค่าน้อยๆ และ $y \ll L$ จะเห็นว่า $\delta / d \cong y / L$ ดังนั้นจึงสามารถเขียน ϕ ในเทอมของ y ได้เป็น

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta \cong \left(\frac{2\pi d}{\lambda L} \right) y \quad (6.42)$$

ซึ่งจะเห็นว่าความต่างเฟส ϕ ขึ้นอยู่กับตำแหน่ง y บนฉากเช่นเดียวกับช่องเลี้ยวสองช่อง

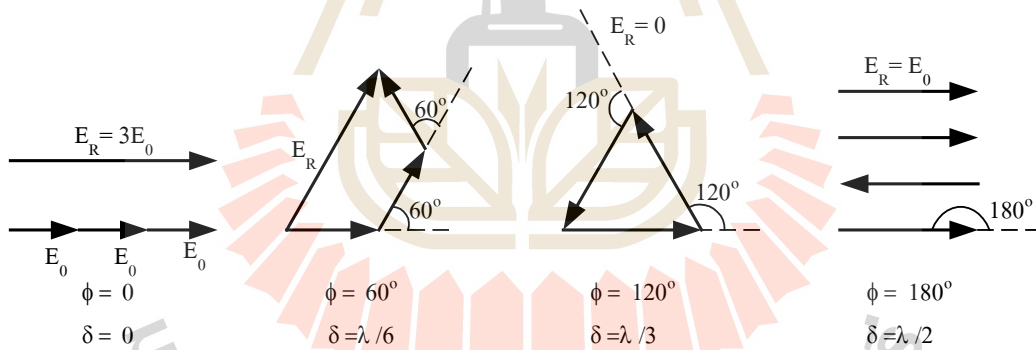
สนามไฟฟ้าลัพธ์ที่จุด P เกิดจากผลรวมของ 3 คลื่น คือ

$$E_1 = E_0 \sin \omega t$$

$$E_2 = E_0 \sin (\omega t + \phi)$$

$$E_3 = E_0 \sin (\omega t + 2\phi)$$

ดังนั้น ผลลัพธ์หาได้จากแผนภาพของเฟเซอร์ที่แสดงในรูปที่ 6.15

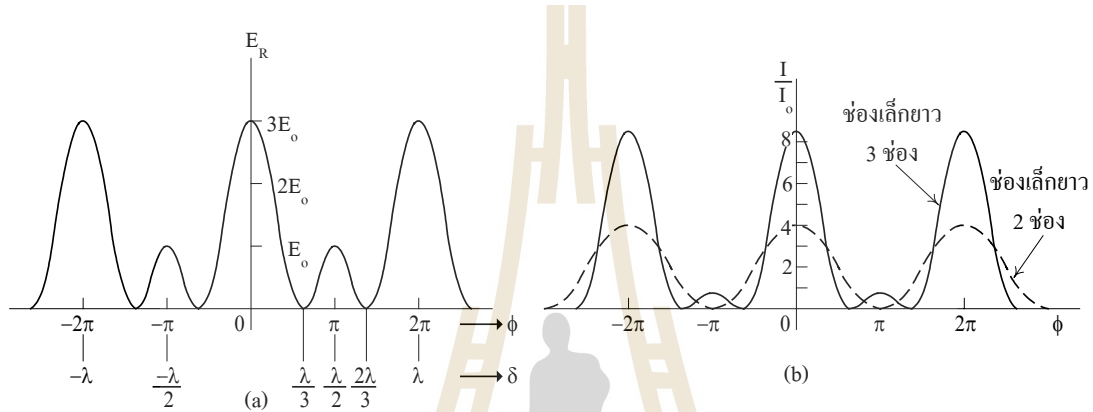


รูปที่ 6.15 การบวกเฟเซอร์ของ 3 คลื่น ในกรณีที่

- (a) $\phi = 0^\circ$ (b) $\phi = 60^\circ$ (c) $\phi = 120^\circ$ (d) $\phi = 180^\circ$

รูปที่ 6.15 แสดงการรวมคลื่นจากช่องเลี้ยวสามช่อง เมื่อ ϕ (หรือ δ) มีค่าต่างกัน จะเห็นว่าค่าแอมพลิจูดสูงสุดเท่ากับ $3E_0$ เรียกว่า ค่าสูงสุดปฐมภูมิ (primary maximum) เกิดขึ้นเมื่อ $\phi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$ ซึ่งคล้ายกับของช่องเลี้ยวสองช่อง และเรายังพบว่ามีค่าสูงสุดอันดับรองเรียกว่า ค่าสูงสุดทุติยภูมิ (secondary maximum) ซึ่งมีแอมพลิจูดเท่ากับ E_0 เกิดขึ้นระหว่างค่าสูงสุดปฐมภูมิ คือเมื่อ $\phi = \pm \pi, \pm 3\pi, \dots$ (ดูรูปที่ 6.16 (a))

ในกรณีของค่าสูงสุดทุติยภูมินั้นเกิดขึ้นเมื่อคลื่นจากช่องหนึ่งหักล้างกับคลื่นอีกช่องหนึ่ง แอมพลิจูดของคลื่นลัพธ์จึงมีค่าเท่ากับ E_0 ซึ่งก็คือแอมพลิจูดของคลื่นที่เหลือนั่นเอง ดังนั้นความเข้มของค่าสูงสุดปฐมภูมิมีค่าเป็น 9 เท่าของความเข้มของค่าสูงสุดทุติยภูมิ การแทรกสอดแบบหักล้างกันหมดจะเกิดขึ้นเมื่อเฟเซอร์ทั้งสาม เมื่อลากต่อกันแล้วเป็นสามเหลี่ยมปิด (ดังรูปที่ 6.15 (c)) ค่า $E_R = 0$ จะสมนัยกับ $\phi = \pm 2\frac{\pi}{3}, \pm 4\frac{\pi}{3}, \dots$ รูปที่ 6.16 (b) เป็นการเปรียบเทียบความเข้มของการแทรกสอดที่เกิดจากช่องเล็กยาว 2 ช่อง และช่องเล็กยาว 3 ช่อง



รูปที่ 6.16 (a) การแจกแจงรั้วความเข้มจากช่องเล็กยาว 3 ช่อง

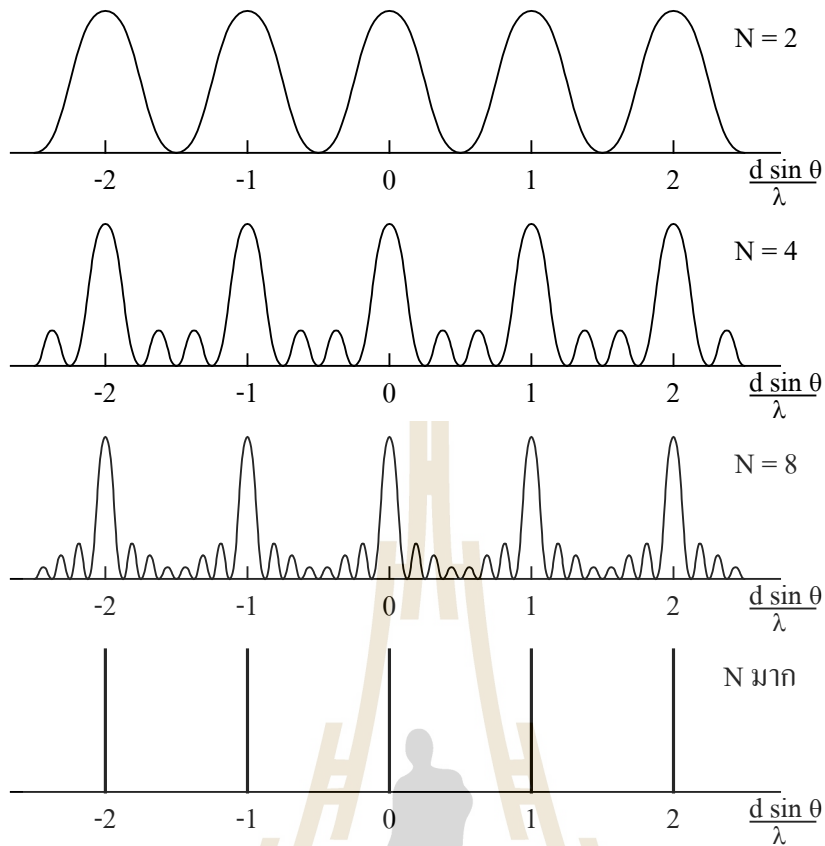
(b) การเปรียบเทียบรั้วความเข้มระหว่างช่องเล็กยาว 2 ช่องกับช่องเล็กยาว 3 ช่อง

3. รั้วแทรกสอดที่เกิดจากช่องเล็กยาว N ช่อง

ถ้ามีต้นกำเนิดแสงมากกว่าสองจุด (มีช่องเล็กยาวมากกว่าสองช่อง) โดยมีระยะห่างเท่าๆ กัน (เท่ากับ d) ความเข้มที่จุดใดๆ บนฉากโดยคำนึงถึงผลต่างของเฟสของแต่ละต้นกำเนิด และใช้วิธีการบวกเฟเซอร์ของคลื่น จะได้ความเข้มของคลื่นลัพธ์

$$I = \frac{I_0 \sin^2(N\phi/2)}{(\phi/2)^2} \quad (6.43)$$

เมื่อ $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$ และ I_0 คือความเข้มของแต่ละแหล่งกำเนิดแสง รูปที่ 6.17 แสดงการแจกแจงความเข้มเมื่อต้นกำเนิดแสงจำนวน N ต่างๆ กัน ($N = 2, 4, 8$ และ N มากๆ) จะสังเกตเห็นว่า เมื่อ N มีค่ามาก แถบสว่างจะเป็นแถบแคบชัดเจนขึ้น



รูปที่ 6.17 การแจกแจงรั้วความเข้มกรณีช่องเล็กยาวมี $N = 2, 4, 8$ มากตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 6.4 จงแสดงให้เห็นว่า ความเข้มของคลื่นลัพธ์สมการ 6.43 ในกรณีที่ $N = 2$ สอดคล้องกับสมการ 6.19

วิธีทำ จากสมการ 6.43 เมื่อ $N = 2$

$$I = I_0 \frac{\sin^2 (2\phi/2)}{\sin^2 (\phi/2)}$$

$$= I_0 \frac{[\sin (2\phi/2)]^2}{\sin^2 (\phi/2)}$$

$$= I_0 \frac{[2 \sin (\phi/2) \cos (\phi/2)]^2}{\sin^2 (\phi/2)}$$

$$= 4 I_0 \cos^2 (\phi/2) \quad \text{สอดคล้องกับสมการ 6.19}$$

สรุป

1. สนามไฟฟ้ารวมของแหล่งกำเนิดคลื่นจำนวนมากสามารถหาได้ง่ายโดยใช้เทคนิคการบวกเฟเซอร์ ซึ่งง่ายกว่าการรวมแอมพลิจูดทางพีชคณิต

2. รั้วแทรกสอดที่เกิดจากช่องเล็กยาว 3 ช่อง จะมีค่าสูงสุด 2 ชนิด คือ

ค่าสูงสุดปฐมภูมิ เกิดขึ้นเมื่อ $\phi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$

ค่าสูงสุดทุติยภูมิ เกิดขึ้นเมื่อ $\phi = \pm \pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots$

3. ความเข้มของรั้วแทรกสอดที่เกิดจากช่องเล็กยาว N ช่อง คือ

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(N\phi/2)}{(\phi/2)} \right]^2 = I_0 \left[\frac{\sin[(N\pi d \sin \theta)/\lambda]}{(\pi d \sin \theta)/\lambda} \right]^2$$

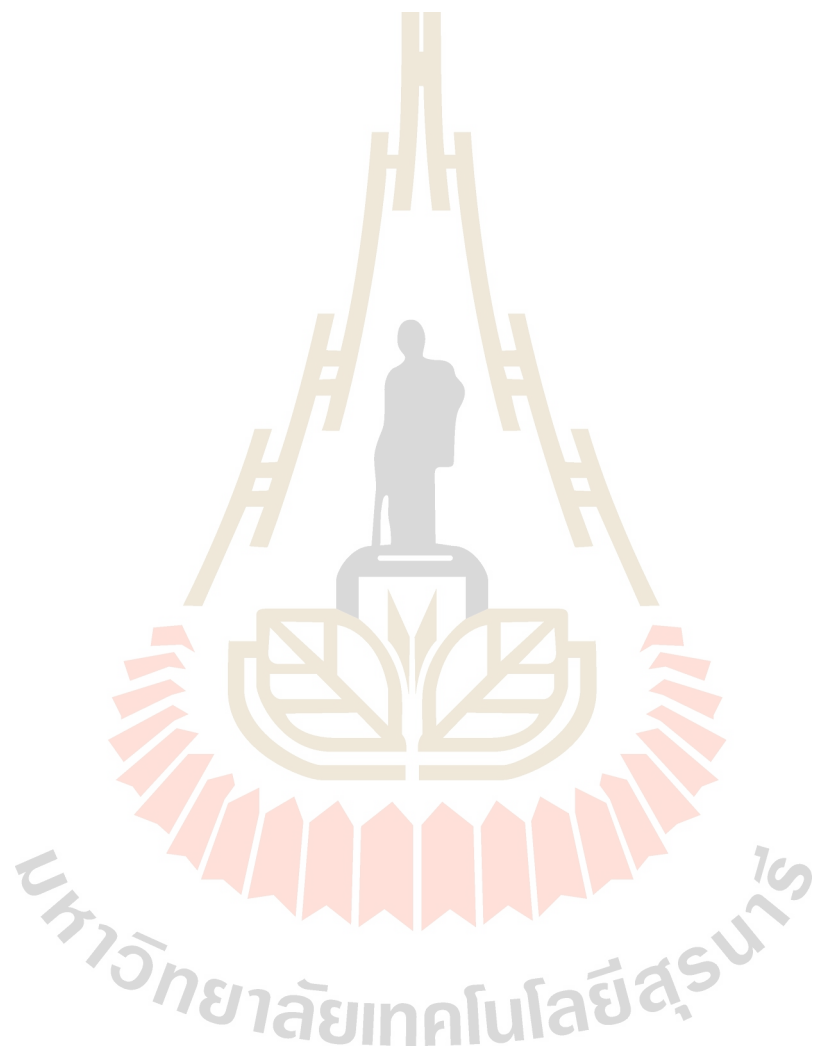
เมื่อ I_0 คือความเข้มแต่ละต้นกำเนิดแสง

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

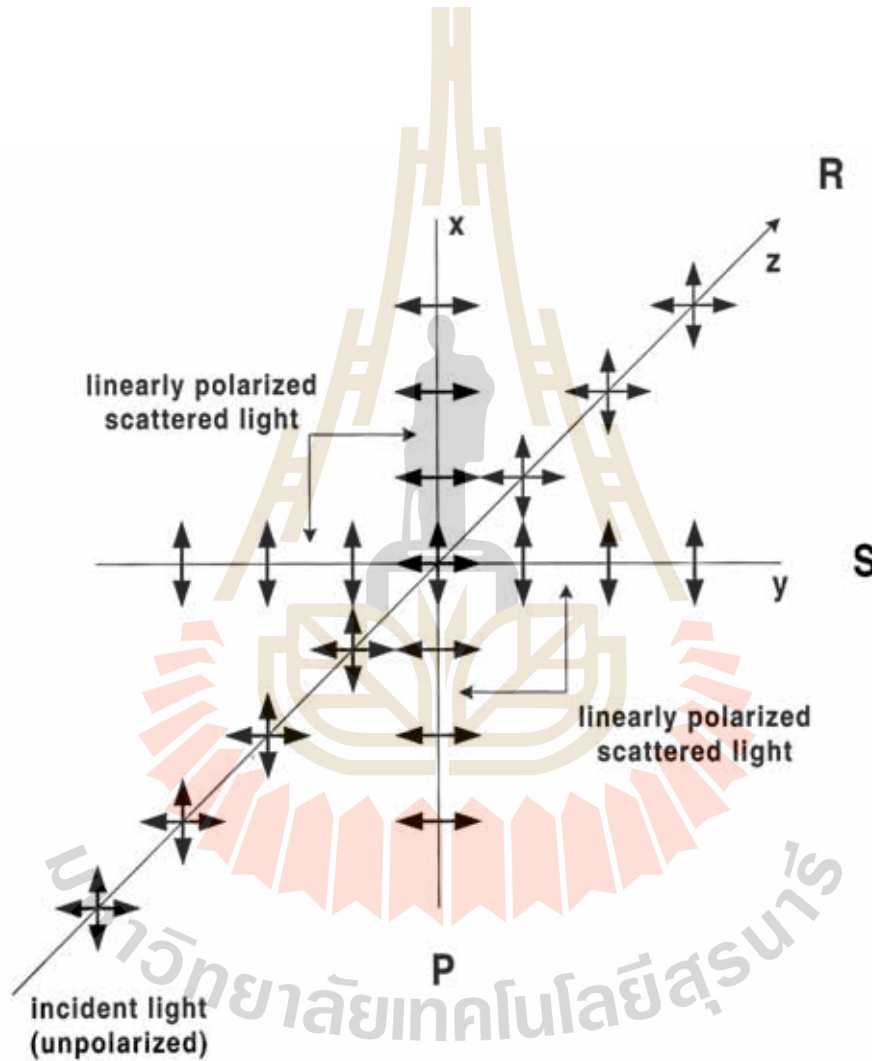


บรรณานุกรม

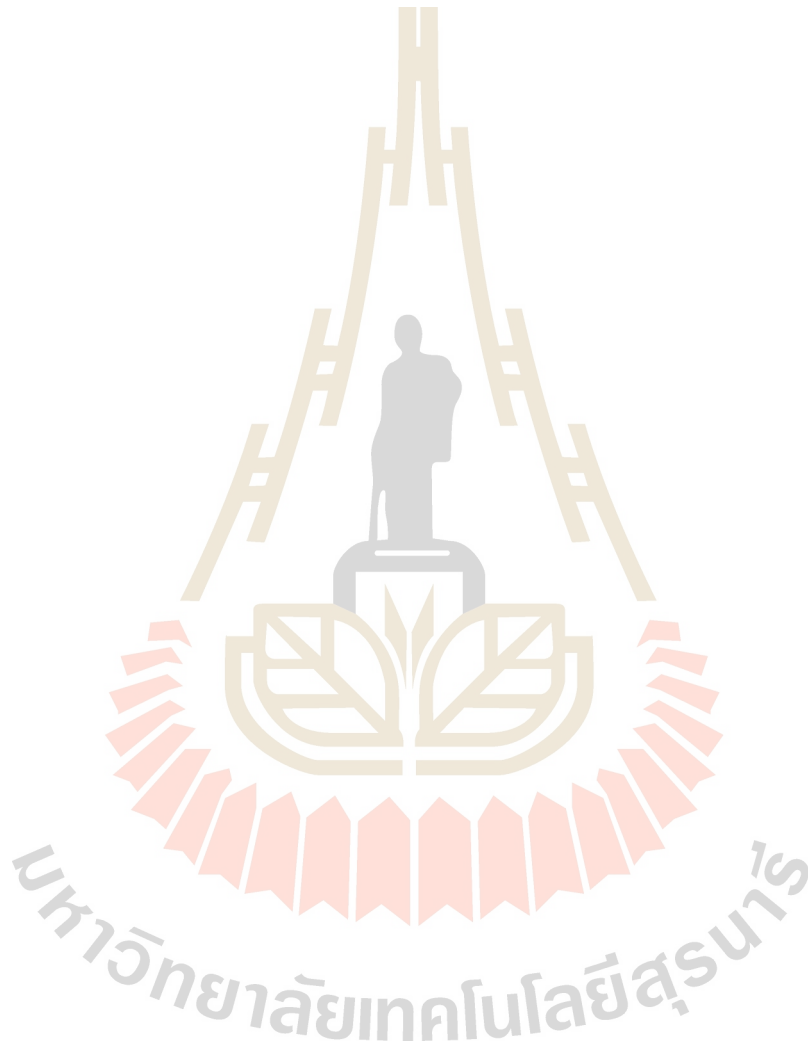
- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. สำนักวิชาวิทยาศาสตร์. สาขาวิชาฟิสิกส์. 2542. **ฟิสิกส์ 2**. พิมพ์ครั้งที่ 3.
นนทบุรี: เอส.อาร์.พรีนติ้ง แมสโปรดักส์.
- Benson, Harris. 1991. **University physics**. New York: John Wiley & Sons.
- Blatt, F. J. 1983. **Principles of physics**. Boston: Allyn and Bacon.
- Bueche, Frederick J. 1986. **Introduction to physics for scientists and engineers** (4th ed.).
Singapore: McGraw-Hill.
- Giancoli, Douglas C. 1999. **Physics: principles and applications** (5th ed.). Englewood Cliffs,
New Jersey: Prentice-Hall.
- Halliday, David., Resnick, Robert., and Walker, Jearl. 2000. **Fundamentals of physics** (6th ed.).
New York: John Wiley & Sons.
- Miller, Franklin Jr., and Schroeder, Dietrich. 1987. **College physics** (6th ed.). New York: Harcourt
Brace Jovanovich.
- Resnick, Robert., Halliday, David., and Krane, Kenneth S. 1992. **Physics** (4th ed.). New York:
John Wiley & Sons.
- Sears, Francis W., Zemansky, Mark W., and Young, Hugh D. 1987. **University physics** (7th ed.).
Reading, Mass: Addison-Wesley Publishing.
- Serway, R., and Beichner, R. 2000. **Physics for scientists and engineers** (5th ed.). Philadelphia:
Saunders College Publishing.
- Shortley, George., and Williams, Dudley. 1967. **Principles of college physics** (2nd ed.).
Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Smith, Alpheus W., and Cooper, John N. 1979. **Elements of physics**. New York: McGraw-Hill.
- Tippler, Paul A. 1998. **Physics for scientists and engineers**. New York: Worth Publishers.
- Weidner, Richard T., and Sells, Robert L. 1973. **Elementary classical physics** (2nd ed.). Boston:
Allyn and Bacon.



การเลี้ยวเบนและโพลาไรเซชัน



โดย รองศาสตราจารย์ ดร.ประสพ สืบคำ



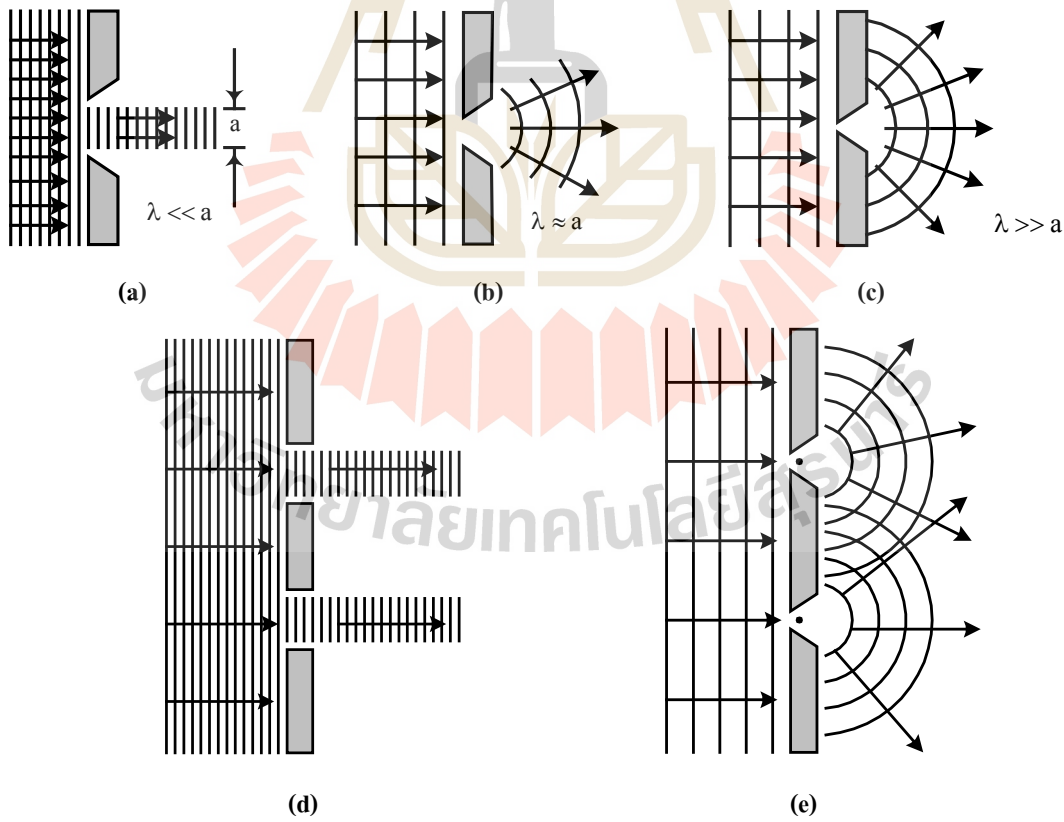
อธิบายรูปจากปกหน่วยที่ 7

แสงอาทิตย์ซึ่งเป็นแสงไม่โพลาไรซ์เมื่อตกกระทบอนุภาคขนาดเล็ก เช่น โมเลกุลของอากาศจะเกิดการกระเจิงขึ้น เนื่องจากแสงอาทิตย์เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าอิเล็กตรอนในโมเลกุลจะเคลื่อนที่ในระนาบเดียวกับระนาบของการแกว่งกวัดของสนามไฟฟ้ามีลักษณะคล้ายกับการแกว่งกวัดของขั้วไฟฟ้าหรือสายอากาศของสถานีส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า การแกว่งกวัดของอิเล็กตรอนทำให้เกิดคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแผ่ออกมาทุกทิศทางยกเว้นทิศทางการแกว่งกวัด ดังนั้น ผู้สังเกตที่ตำแหน่งต่างๆ จะสังเกตเห็นแสงมีลักษณะต่างกันไป เช่น ผู้สังเกตที่ตำแหน่ง R จะสังเกตเห็นแสงไม่โพลาไรซ์ แต่ผู้สังเกตที่ตำแหน่ง P และ S จะสังเกตเห็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นแบบสมบูรณ์ ที่ตำแหน่งอื่นๆ จะสังเกตเห็นแสงโพลาไรซ์บางส่วน

ตอนที่ 7.1

การเลี้ยวเบน

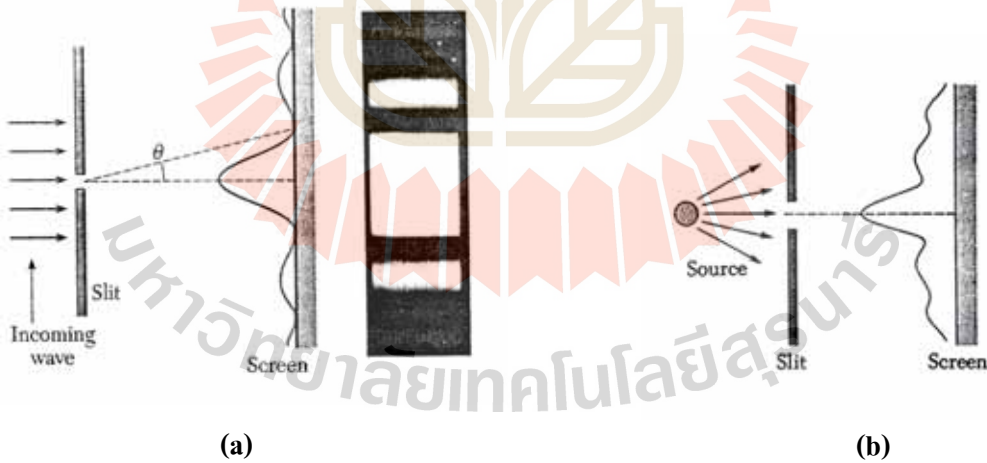
สมบัติอย่างหนึ่งของคลื่นคือ การเลี้ยวเบน (diffraction) เกิดขึ้นเมื่อคลื่นเคลื่อนที่ผ่านช่องเล็กยาวหรือรูเล็ก หรือเคลื่อนที่ไปกระทบขอบคม ซึ่งที่ขอบคมจะทำหน้าที่เป็นเสมือนแหล่งกำเนิดคลื่นอีกต่อหนึ่งตามหลักของฮอยเกนส์ (the Huygens principle) คลื่นน้ำ คลื่นเสียง ก็เกิดการเลี้ยวเบนได้เช่นกัน ในกรณีของคลื่นแสง การเลี้ยวเบนมากน้อยขึ้นอยู่กับขนาดของช่องหรือรูเทียบกับความยาวคลื่น เช่น ถ้าขนาดของช่องมีความยาวมากกว่าความยาวคลื่นมากๆ การเลี้ยวเบนเกิดขึ้นน้อยมากดังรูปที่ 7.1 (a) และถ้าขนาดของช่องมีค่าประมาณเท่ากับความยาวคลื่น การเลี้ยวเบนจะมีมากขึ้น ดังรูปที่ 7.1 (b) และถ้าขนาดของช่องมีค่าน้อยกว่าความยาวคลื่นมากๆ การเลี้ยวเบนก็จะยังมีค่ามากขึ้น ช่องจะมีพฤติกรรมเป็นแหล่งกำเนิดคลื่นที่เป็นจุดดังรูปที่ 7.1 (c)



รูปที่ 7.1 การเลี้ยวเบนของคลื่นผ่านช่องขนาดต่างๆ เมื่อเทียบกับความยาวคลื่น

เราจะเรียกสองกรณีหลังว่าช่องเล็กลึกหรือรูลึก ถ้าพิจารณาคลื่นเคลื่อนที่ผ่าน 2 ช่อง ที่มีการเลี้ยวเบน น้อยมาก โอกาสที่คลื่นจะรวมกันเกิดการแทรกสอดมีน้อยมากดังรูปที่ 7.1 (d) แต่ถ้าช่องที่คลื่นเคลื่อนที่ผ่านเป็นช่องแคบหรือรูเล็กคม คลื่นที่ผ่านช่องที่ต่างกันมีโอกาสเลี้ยวเบนไปรวมกันและเกิดการแทรกสอดได้ ดังรูปที่ 7.1 (e)

โจเซฟ วอน ฟราน์โฮเฟอร์ (Joseph von Fraunhofer) และ ชอง เฟรส์เนล (Jean Fresnel) เป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการศึกษาและให้คำอธิบายรูปแบบการเลี้ยวเบน รูปแบบการเลี้ยวเบนจึงได้ชื่อตามนักวิทยาศาสตร์สองท่านนี้ รูปแบบการเลี้ยวเบนขึ้นอยู่กับระยะห่างจากแหล่งกำเนิดคลื่นแสงกับตำแหน่งของช่องเล็กและระยะทางระหว่างตำแหน่งของช่องเล็กกับฉาก ในกรณีที่แหล่งกำเนิดคลื่นอยู่ไกลจากสิ่งกีดขวางที่มีช่องเล็กมากจนอาจถือว่าคลื่นที่มาถึงช่องเล็กเป็นคลื่นระนาบ และเมื่อคลื่นเลี้ยวเบนผ่านช่องเล็กไปแล้วถ้าฉากรับภาพมาตั้งไว้ห่างๆ จะได้รูปแบบการเลี้ยวเบนดังรูปที่ 7.2 (a) ในทางปฏิบัติเราอาจใช้เลนส์รวมแสงมาช่วยทำให้ระยะระหว่างช่องเล็กกับฉากสั้นขึ้นก็ได้ การเลี้ยวเบนแบบนี้มีชื่อเรียกว่า การเลี้ยวเบนแบบฟราน์โฮเฟอร์ (Fraunhofer's diffraction) แต่ถ้าแหล่งกำเนิดคลื่นที่เป็นจุดอยู่ใกล้สิ่งกีดขวางที่มีช่องเล็กยาวและฉากรับภาพก็อยู่ในระยะทางที่จำกัดไม่ห่างจากสิ่งกีดขวางนัก จะได้รูปแบบการเลี้ยวเบน ดังรูปที่ 7.2 (b) เรียกการเลี้ยวเบนแบบนี้ว่า การเลี้ยวเบนเฟรส์เนล (Fresnel's diffraction) เราจะศึกษาเฉพาะการเลี้ยวเบนแบบฟราน์โฮเฟอร์เท่านั้น

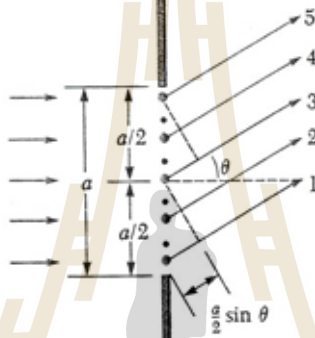


รูปที่ 7.2 (a) การเลี้ยวเบนฟราน์โฮเฟอร์ (b) การเลี้ยวเบนแบบเฟรส์เนล

1. การเลี้ยวเบนจากช่องเล็กยาวเดี่ยว

คลื่นระนาบเคลื่อนที่มากระทบสิ่งกีดขวางซึ่งมีช่องเล็กยาวเดี่ยวเป็นช่องแคบเล็กกว้าง a และยาวมากจนไม่ต้องนำผลจากขอบ (edge effect) มาคิด ตามหลักของฮอยเกนส์ ถือได้ว่าทุกๆ จุดบนหน้าคลื่นที่มาเจอช่องเล็กเป็นต้นกำเนิดคลื่นเล็กๆ ใหม่ได้ และคลื่นเล็กๆ นี้จะมีโอกาสรวมกันเกิดการแทรกสอดได้

เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์รูปแบบริ้ว เราจะพิจารณาการเกิดการแทรกสอด ณ ตำแหน่งบนฉากที่ทำมุม θ กับเส้นกึ่งกลางของช่องเล็กยาว ดังรูปที่ 7.3 โดยเริ่มพิจารณาตามลำดับ ดังนี้



รูปที่ 7.3 การเลี้ยวเบนของคลื่นแสงผ่านช่องเล็กยาวกว้าง a

แบ่งช่องเล็กยาวออกเป็นสองส่วน จากรูปที่ 7.3 จะเห็นว่า ความแตกต่างระยะทางระหว่างคลื่น 1 กับคลื่น 3 และคลื่น 2 กับคลื่น 4 เท่ากับ $\frac{a}{2} \sin \theta$ และถ้า $\frac{a}{2} \sin \theta$ เท่ากับ $(1) \times \frac{\lambda}{2}$ (สมนัยกับความต่างเฟส π เรเดียน หรือ 180 องศา) จะเกิดการแทรกสอดแบบหักล้างกัน เขียนเงื่อนไขได้เป็น

$$\text{หักล้างกัน : } \frac{a}{2} \sin \theta = (1) \frac{\lambda}{2} \quad (7.1)$$

$$\sin \theta = (1) \frac{\lambda}{a} \quad (7.2)$$

ถ้าเราแบ่งช่องเล็กยาวออกเป็นสี่ส่วนแทนที่จะเป็นสองส่วน และใช้การวิเคราะห์ตามแนวที่กล่าวมาแล้ว จะพบว่าเงื่อนไขการเกิดการแทรกสอดแบบหักล้างกันเกิดริ้วมืด คือ

$$\sin \theta = (2) \frac{\lambda}{a}$$

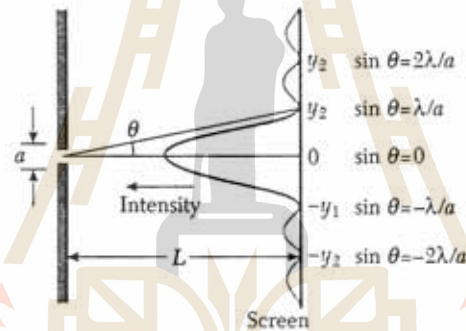
และถ้าเราแบ่งช่องเล็กน้อยออกเป็นหกส่วน จะพบว่าเงื่อนไขการเกิดริ้วมืด คือ

$$\sin \theta = (3) \frac{\lambda}{a}$$

ถ้าทำต่อไปเรื่อยๆ จะได้ข้อสรุปเงื่อนไขการเกิดริ้วมืดของช่องเล็กน้อยเดี่ยว คือ

$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{a} \quad \text{เมื่อ} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (7.3)$$

สมการ 7.3 ไม่รวม $m = 0$ ซึ่งหมายถึงแถบสว่างที่ตรงกลาง สมการนี้เป็นเงื่อนไขกำหนดมุม θ ที่ทำให้การเลี้ยวเบนเกิดแถบมืดหรือความเข้มของริ้วเท่ากับศูนย์บนฉาก แต่ไม่ได้บอกอะไรเกี่ยวกับการกระจายริ้วของความเข้ม อย่างไรก็ตามจากการสังเกตและนำสมการ 7.3 ไปพลอตจะได้ดังรูปที่ 7.4



รูปที่ 7.4 การเลี้ยวเบนแบบฟราวน์โฮเฟอร์จากช่องเล็กน้อยเดี่ยว

ตัวอย่างที่ 7.1 แสงความยาวคลื่น 600 นาโนเมตร ตกกระทบบนตั้งฉากที่มีช่องเล็กน้อยความกว้าง 0.1 มิลลิเมตร จงหา

- (a) มุมของตำแหน่งมืดแรก
- (b) ตำแหน่งมืดที่สองอยู่ห่างจากจุดกึ่งกลางริ้วสว่างที่ตรงกลางเท่าไร กำหนดให้ช่องเล็กน้อยและฉากห่างกัน 3 เมตร

วิธีทำ (a) จากสมการ 7.3 ในกรณีนี้

$$\begin{aligned}\sin\theta_1 &= \frac{\lambda}{a} \\ &= \frac{(6 \times 10^{-7} \text{ m})}{(1 \times 10^4 \text{ m})} = 6 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

$$\theta_1 = \sin^{-1}(6 \times 10^{-3}) = 0.34 \text{ องศา}$$

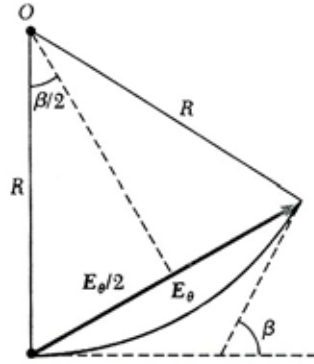
(b) เนื่องจาก $\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{y}{L}$ สำหรับ $m = 2$ จะได้

$$\begin{aligned}y &= L \sin\theta_2 = L 2 \frac{\lambda}{a} \\ &= (3 \times \text{m})(2)(6 \times 10^{-3}) \\ &= 3.6 \text{ เซนติเมตร}\end{aligned}$$

การหาความเข้มของริ้วเลี้ยวเบน เราจะใช้เทคนิคการบวกเฟเซอร์ของคลื่นดังที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 1 ตอนที่ 6.2 เพียงแต่ในกรณีนี้ จำนวนแหล่งกำเนิดแสงอาพันธ์มีค่าอนันต์ แต่ละแหล่งกำเนิดแสงจะสร้างคลื่นเล็กๆ มีแอมพลิจูดน้อยๆ ค่าความต่างเฟสจึงพิจารณาได้เฉพาะความต่างเฟสระหว่างคลื่นที่ออกจากขอบบนกับคลื่นที่ออกจากขอบล่าง กำหนดให้เป็นมุม β ดังรูปที่ 7.5 และจากรูปที่ 7.3 ความต่างวิถีเท่ากับ $\delta = a \sin\theta$ ความสัมพันธ์ระหว่าง β กับ δ คล้ายกับสมการ 6.16 คือ

$$\frac{\beta}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} \quad \text{หรือ} \quad \beta = \frac{(2\pi a \sin\theta)}{\lambda} \quad (7.4)$$

แอมพลิจูดรวมของคลื่นซึ่งเกิดจากเขียนหางต่อหัวของเวกเตอร์เล็กๆ จำนวนมากคล้ายกับรูปที่ 6.12 จะเป็นเส้นโค้งของวงกลมความยาวเท่ากับ E_0 และให้ E_0 เป็นแอมพลิจูดลัพธ์ จากรูปที่ 7.5 E_0 คือ คอร์ดของวงกลม



รูปที่ 7.5 แผนภาพเฟเซอร์สำหรับแหล่งกำเนิดคลื่นแสงอาพันธ์จำนวนมาก
ปลายของเฟเซอร์แต่ละตัวจะอยู่ตามแนวเส้นโค้งรัศมี R

จากรูป จะเห็นว่า
$$\frac{[E_0/2]}{R} = \sin(\beta/2) \quad (7.5)$$

หรือ
$$E_0 = 2R \sin(\beta/2) \quad (7.6)$$

ส่วนโค้งของวงกลม :
$$E_0 = R\beta \quad (7.7)$$

แทนค่าสมการ 7.7 ในสมการ 7.6 ได้

$$E_0 = \frac{2E_0 \sin(\beta/2)}{\beta} \quad (7.8)$$

$$= E_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right] \quad (7.9)$$

ความเข้มของริ้วเลี้ยวเบน ณ ตำแหน่งทำมุม θ กับเส้นผ่านกึ่งกลางช่องเลี้ยว กำหนดให้เป็น I_θ ซึ่ง $I_\theta \propto E_0^2$ นั่นคือ

$$I_\theta = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \quad (7.10)$$

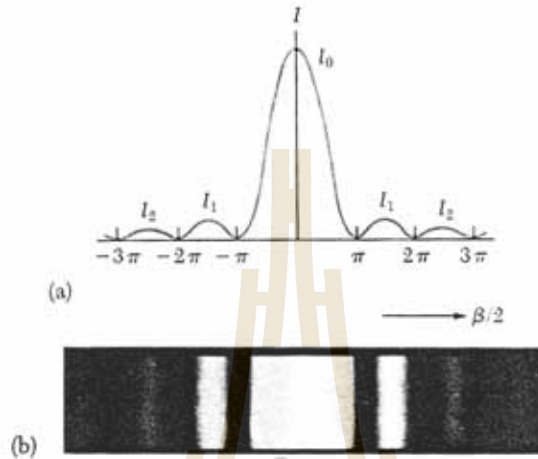
เมื่อ I_0 คือความเข้มสูงสุดที่ริ้วกึ่งกลาง ($\beta = 0$) แทนค่า β จากสมการ 7.4 ในสมการ 7.10 ได้

$$I_\theta = I_0 \left[\frac{\sin[(\pi \sin \theta)/\lambda]}{(\pi \sin \theta)/\lambda} \right]^2 \quad (7.11)$$

จากสมการ 7.11 จะเห็นว่า ตำแหน่งที่ทำให้ I_θ มีค่าน้อยที่สุด (เท่ากับศูนย์) เมื่อ

$$(\pi a \sin \theta) / \lambda = m\pi \tag{7.12}$$

หรือ $\sin \theta = m \lambda / a$; $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ซึ่งสอดคล้องกับสมการ 7.3 ความเข้มของริ้วเดี่ยวเบน (สมการ 7.11) มีลักษณะดังรูปที่ 7.6



รูปที่ 7.6 ความเข้มของริ้วเดี่ยวเบนจากช่องเดี่ยวยาวเดี่ยว

ตัวอย่างที่ 7.2 จงหาอัตราส่วนระหว่างความเข้มของแถบสว่างทุติยภูมิ (secondary maxima) ต่อความเข้มของแถบสว่างตรงกลางจากรูปที่ 7.6

วิธีทำ การเกิดแถบสว่างทุติยภูมิจะเกิดระหว่างริ้วมืดสองริ้วที่ติดกัน จึงจะใช้ค่าประมาณว่า ริ้วสว่างทุติยภูมิเกิด ณ ตำแหน่งกึ่งกลางริ้วมืดที่ติดกัน จากสมการ 7.10 จะเห็นว่าแถบสว่างทุติยภูมิเกิดเมื่อ $\beta/2$ มีค่าเท่ากับ $3\pi/2, 5\pi/2, 7\pi/2, \dots$ แทนค่าในสมการ 7.10 หาอัตราส่วนเฉพาะสองแถบสว่างได้

$$I_1 / I_0 = \left[\frac{\sin(3\pi/2)}{(3\pi/2)} \right]^2 = \frac{1}{(9\pi^2/4)} = 0.045$$

และ

$$I_2 / I_0 = \left[\frac{\sin(5\pi/2)}{(5\pi/2)} \right]^2 = \frac{1}{(25\pi^2/4)} = 0.016$$

หมายความว่าความเข้มของริ้วสว่างทุติยภูมิที่ติดกับริ้วกลางมีค่าเท่ากับ 4.5 เปอร์เซ็นต์ของความเข้มของริ้วกลาง และริ้วสว่างถัดไปมีความเข้ม 1.6 เปอร์เซ็นต์

กำลังแยกของช่องเล็กลำเดี่ยว

ผลแห่งการเกิดการเลี้ยวเบน สามารถสรุปได้ว่าแม่แหล่งกำเนิดคลื่นแสงจะเป็นจุด แต่ภาพของแหล่งกำเนิดแสงเมื่อผ่านช่องเล็กลำเดี่ยวไปตกบนฉากไม่ได้เป็นจุด จากรูปที่ 7.4 และสมการ 7.3 จะเห็นว่าลักษณะการแจกแจงความเข้มของริ้วเลี้ยวเบนขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ระหว่างความกว้างของช่องเล็กลำ a และความยาวคลื่น λ เช่น ถ้า $a \approx \lambda$ ตำแหน่งมีดอันแรกที่สอดคล้องกับ $\sin\theta = \pm 1$ คือ $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ เรเดียน หรือ $\theta = \pm 90$ องศา ซึ่งแสดงว่าริ้วตรงกลางกินเนื้อที่กว้างมาก แต่ถ้า $\lambda \ll a$ ตำแหน่งมีดอันแรกจะเกิดขึ้นสองข้างของริ้วสว่างตรงกลาง โดยที่มุม θ หาได้ดังนี้

$$\sin\theta = \pm \frac{\lambda}{a} \tag{7.13}$$

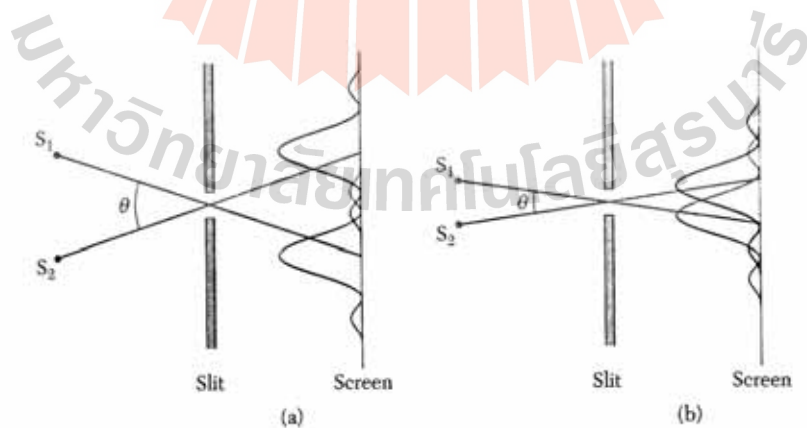
ถ้า θ มีค่าน้อยมาก เพราะว่า $\lambda \ll a$ ค่า $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$ ดังนั้น

$$\theta = \pm \frac{\lambda}{a} \tag{7.14}$$

มุม θ รองรับด้านที่เกิดด้านที่ลากจากตำแหน่งกึ่งกลางริ้วสว่างไปถึงตำแหน่งมีดอันแรก ในที่นี้ θ มีหน่วยเป็นเรเดียน

ลอร์ด เรย์ลี (Lord Rayleigh) ได้ให้คำนิยาม กำลังแยก (resolving power) ว่าเป็นมุมที่เล็กที่สุดที่รองรับคลื่นสองขบวนที่มาจากจุดกำเนิดที่อยู่ไกลมากสองจุด แล้วเกิดริ้วเลี้ยวเบนที่แยกกัน ซึ่งมุมนี้ก็คือ มุมเล็กที่สุดรองรับด้านที่ลากจากตำแหน่งกึ่งกลางริ้วสว่างจากแหล่งกำเนิดแสงอันหนึ่งไปยังตำแหน่งมีดแรกของแหล่งกำเนิดแสงอีกอันหนึ่งดังรูปที่ 7.7 จากสมการ 7.14 มุม θ นี้คือ

$$\theta = \frac{\lambda}{a} \tag{7.15}$$

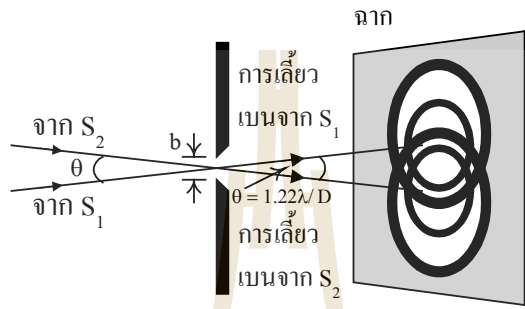


รูปที่ 7.7 (a) แหล่งกำเนิดคลื่นแสงอยู่ห่างกันริ้วสว่างตรงกลางแยกออกจากกันได้
 (b) แหล่งกำเนิดคลื่นแสงอยู่ใกล้กันริ้วสว่างซ้อนทับกัน

เมื่อ R และ D คือ รัศมีและเส้นผ่านศูนย์กลางของกลมตามลำดับ โดยการเปรียบเทียบกับกรณีของช่องเล็กยาว กำลังแยกของช่องกลม คือ

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} \tag{7.17}$$

การเลี้ยวเบนของแหล่งกำเนิดคลื่นแสงสองจุดผ่านช่องกลมที่มีกำลังแยก θ มีลักษณะดังรูปที่ 7.9



รูปที่ 7.9 กำลังแยกของการเลี้ยวเบนจากช่องเล็กกลม

ตัวอย่างที่ 7.3 เลนส์มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.04 เมตร มีทางยาวโฟกัส 0.04 เมตร ให้แสงซึ่งมีความยาวคลื่น 5.9×10^{-7} เมตร ผ่านเลนส์จึงหารัศมีของวงสว่างวงกลางของการเลี้ยวเบน และหากำลังแยกของเลนส์ที่ความยาวช่วงคลื่นนี้

วิธีทำ จาก

$$\begin{aligned} \theta &= 1.22 \frac{\lambda}{D} \\ &= \frac{1.22 \times 5.9 \times 10^{-7} \text{ เมตร}}{4 \times 10^{-2} \text{ เมตร}} \\ &= 1.80 \times 10^{-5} \text{ เรเดียน} \end{aligned}$$

มุม θ นี้ก็คือ กำลังแยกของเลนส์ $= 1.8 \times 10^{-5}$ เรเดียน รัศมีของวงสว่างวงกลาง หาได้จาก

$$r = f \theta = 0.04 \text{ (เมตร)} \times 1.80 \times 10^{-5} \text{ (เรเดียน)}$$

$$= 7.2 \times 10^{-2} \text{ เมตร}$$

ดังนั้นเราอาจถือได้ว่ารูปเป็นจุด

3. การเลี้ยวเบนเนื่องจากช่องเดี่ยวยาวสองช่อง

การศึกษาการแทรกสอดในหัวข้อที่ 1 ตอนที่ 6.1 เราได้ข้อสรุปว่าการแจกแจงความเข้มของริ้วแทรกสอดจากช่องเดี่ยวคู่สมการ 6.19 คือ

$$I = 4I_0 \cos^2 [(\pi d \sin \theta) / \lambda]$$

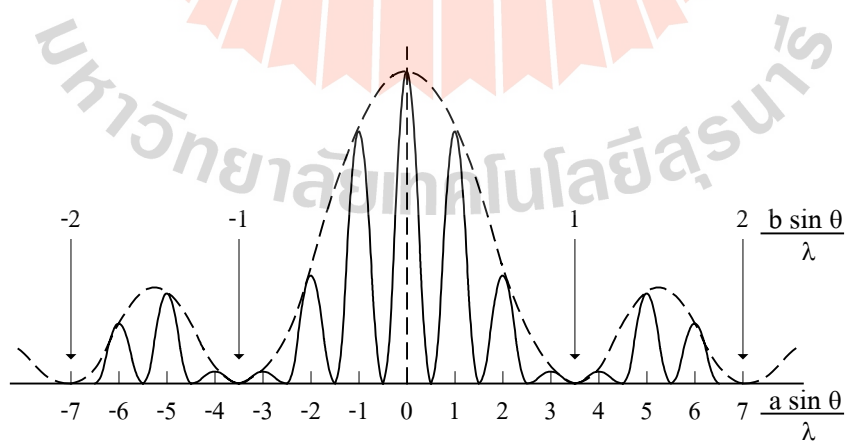
ซึ่งเรายังไม่ได้นำเอาปรากฏการณ์เรื่องการเลี้ยวเบนมาร่วมพิจารณา และในหัวข้อที่ 1 ตอนที่ 7.1 การศึกษาริ้วเลี้ยวเบนจากช่องเดี่ยวพบว่า

$$I_\theta = I_0 \left[\frac{\sin [(\pi a \sin \theta) / \lambda]}{(\pi a \sin \theta) / \lambda} \right]^2$$

ต่อไปนี้จะพิจารณาทั้งการแทรกสอดและการเลี้ยวเบนควบคู่กันไป ในกรณีของช่องเดี่ยวคู่ หากหากอยู่ไกลจากช่องเดี่ยว ริ้วเลี้ยวเบนของช่องเดี่ยวทั้งสองช่องจะซ้อนทับกัน ริ้วเลี้ยวเบนของช่องเดี่ยวคู่จึงมีลักษณะเหมือนริ้วเลี้ยวเบนของช่องเดี่ยวเพียงแต่ความเข้มของริ้วจะมากขึ้น และถ้าช่องเดี่ยวกว้าง a อยู่ห่างกัน d เมื่อ $a < d$ การแทรกสอดจะสังเกตเห็นเป็นริ้วลาดภายในริ้วเลี้ยวเบน การแจกแจงความเข้มของช่องเดี่ยวคู่เกิดจากการนำผลจากสมการ 6.19 และสมการ 7.11 มาพิจารณาพร้อมกัน ผลก็คือ

$$I = I_0 \left[\frac{\sin [(\pi a \sin \theta) / \lambda]}{(\pi a \sin \theta) / \lambda} \right]^2 \cdot \cos^2 [(\pi d \sin \theta) / \lambda] \tag{7.18}$$

เมื่อ I_0 คือค่าความเข้มสูงสุด เมื่อนำสมการ 7.18 ไปพลอตจะได้กราฟมีลักษณะดังรูปที่ 7.10



รูปที่ 7.10 การแจกแจงความเข้มของการเลี้ยวเบนจากช่องเดี่ยวคู่

จากรูปจะสังเกตเห็นว่ามีริ้วแทรกสอดที่สอดคล้องกับสมการ 6.19 คือ เสริมกันเมื่อ $\sin \theta = n \frac{\lambda}{d}$ เมื่อ $n = 0, 1, 2, \dots$ และตำแหน่งมืดของการเลี้ยวเบนเป็นไปตามเงื่อนไขสมการ 7.3 คือ $\sin \theta = m \frac{\lambda}{a}$ เมื่อ $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ เนื่องจาก $d > a$ ดังนั้น ตำแหน่งมืด (ความเข้มเป็นศูนย์) ของริ้วเลี้ยวเบนจะยัดห่างกันกว่าตำแหน่งสว่างต่างๆ ของริ้วแทรกสอด จำนวนริ้วแทรกสอดในริ้วเลี้ยวเบนขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของ $d:a$ นอกจากนั้นหาก $\frac{d}{a}$ เป็นเลขจำนวนเต็ม ตำแหน่งมืดของริ้วเลี้ยวเบนมีโอกาสซ้อนทับบนตำแหน่งสว่างของริ้วแทรกสอด ทำให้ริ้วแทรกสอดที่ถูกซ้อนทับหายไป

ตัวอย่างที่ 7.4 ช่องเล็กยาวคู่มีความกว้างของช่อง 0.25 มิลลิเมตร ตำแหน่งกึ่งกลางช่องเล็กยาวห่างกัน 1 มิลลิเมตร จงหาว่าริ้วสว่างแทรกสอดใดบ้างที่หายไป

วิธีทำ ริ้วสว่างแทรกสอดจะหายไป ถ้าถูกซ้อนทับโดยริ้วมืดเลี้ยวเบน จากเงื่อนไข

$$\text{ริ้วสว่างแทรกสอด} \quad \sin \theta = n \left(\frac{\lambda}{d} \right) ; n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{ริ้วมืดเลี้ยวเบน} \quad \sin \theta = m \left(\frac{\lambda}{a} \right) ; m = 1, 2, 3, \dots$$

ดังนั้นเราจะได้ความสัมพันธ์ $\frac{d}{a} = \frac{n}{m} = k$ เมื่อ k คือเลขจำนวนเต็ม จากโจทย์ $\frac{d}{a} = 4$ เพราะฉะนั้นริ้วสว่างแทรกสอดที่หายไปคือ $n = km = 4m = 4, 8, 12, \dots$

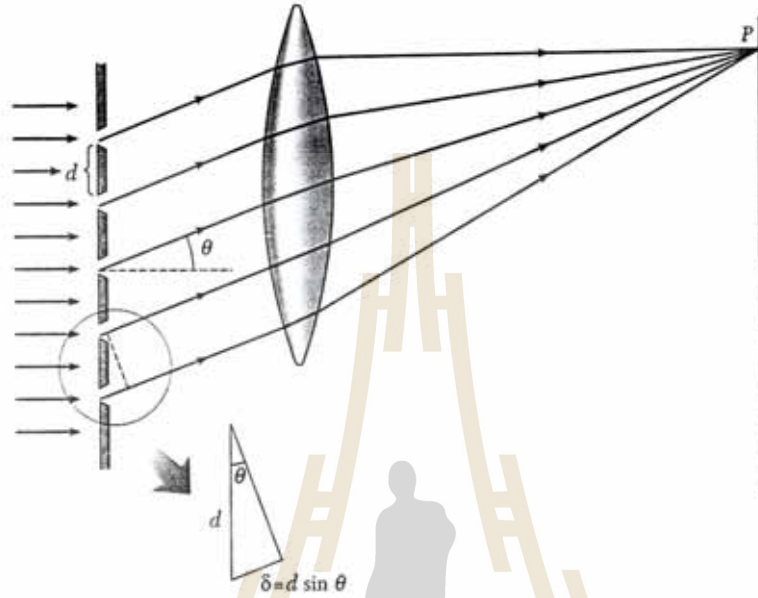
4. เกรตติงเลี้ยวเบน

เกรตติงเลี้ยวเบน (diffraction grating) เป็นเครื่องมือวิเคราะห์แหล่งกำเนิดแสง สร้างจากการกรีดรอยเป็นช่องเล็กยาวเล็กๆ ขนาดเท่ากัน มีระยะห่างระหว่างรอยเท่ากันลงบนวัสดุโปร่งใส เช่น แก้วและพลาสติกเพื่อให้แสงทะลุผ่านหรือวัสดุทึบแสง เพื่อให้แสงส่วนทะลุผ่านหรือแสงส่วนสะท้อนรวมกันทำให้เกิดริ้วเลี้ยวเบน จำนวนรอยหรือช่องเล็กยาวบนเกรตติงอาจมีมากถึงหลายพันช่องต่อความยาว 1 เซนติเมตร

เราจะศึกษาเฉพาะเกรตติงชนิดทะลุผ่าน (transmission grating) โดยให้แต่ละช่องมีความกว้าง a เท่ากัน และระยะห่างระหว่างช่อง d เท่ากัน ให้ N เป็นจำนวนช่องเล็กยาวทั้งหมด ถ้าช่องเล็กยาวกว้าง W ความสัมพันธ์ระหว่าง d, N และ W คือ

$$N = Wd \quad (7.19)$$

พิจารณาคลื่นระนาบตกระทบตั้งฉากบนเกรตติง ใช้เลนส์รวมแสงเพื่อศึกษาการเลี้ยวเบนแบบฟราวน์โฮเฟอร์ที่จุด P ดังรูปที่ 7.11 ระยะห่างระหว่างช่องเท่ากับ d ความต่างระยะทางระหว่างช่องเล็กยาวที่ติดกัน $\delta = d \sin \theta$



รูปที่ 7.11 รูปด้านข้างของเกรตติงเลี้ยวเบน

ดังได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่แล้วว่า ความเข้มของรั้วที่สังเกตบนฉากจะประกอบด้วยผลรวมของการแทรกสอดและการเลี้ยวเบน กล่าวคือ เมื่อคลื่นผ่านช่องเล็กยาวแต่ละช่องก็จะเกิดการเลี้ยวเบนคลื่นที่เลี้ยวเบนเหล่านี้ก็จะแทรกสอดซึ่งกันและกัน ได้ผลเป็นรูปแบบของรั้วสุดท้าย ดังนั้น เราจึงพิจารณาได้ว่า แต่ละช่องเล็กยาวเป็นแหล่งกำเนิดคลื่น คลื่นที่เกิดจากช่องเล็กยาวทั้งหมดจะมีเฟสเดียวกัน อย่างไรก็ตาม หากเราพิจารณาดำแหน่ง P ซึ่งอยู่ตามแนวทำมุม θ วัดจากแนวราบดังรูปที่ 7.11 คลื่นจะเคลื่อนที่จากช่องเล็กยาวจะมีระยะทางถึงจุด P ที่แตกต่างกัน ความต่างระยะทางระหว่างช่องเล็กยาวที่ติดกัน คือ $\delta = d \sin \theta$ ดังนั้น เงื่อนไขที่จะเกิดรั้วสว่าง คือ

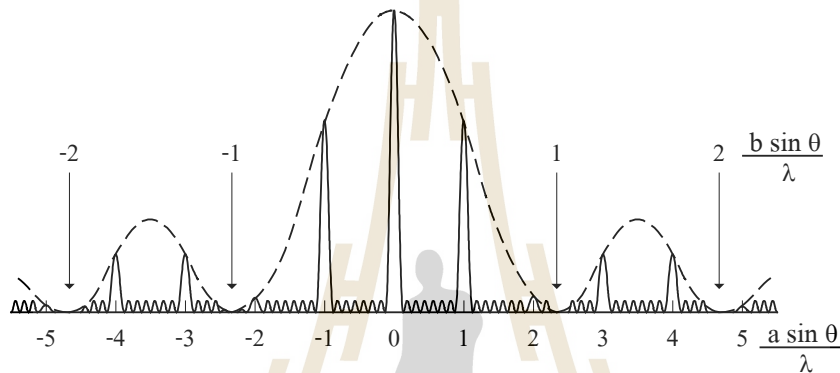
$$d \sin \theta = m \lambda ; m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (7.20)$$

เมื่อ m คือ เลขอันดับของรั้วเลี้ยวเบน ถ้าแหล่งกำเนิดให้แสงหลายความยาวคลื่น (หลายสี) ตำแหน่งรั้วสว่างตรงกลาง $m = 0$ จะซ้อนทับกัน แต่ตำแหน่งสว่างอันดับที่ $m \neq 0$ ของคลื่นแต่ละสีจะเกิดที่มุม θ ต่างกัน เช่น ถ้า $m = 1$ มุม θ จะสอดคล้องกับ $\sin \theta = \lambda / d$ เมื่อ λ ต่างกัน θ จึงต่างกันด้วย การแจกแจงความเข้มเลี้ยวเบนจากเกรตติงมีลักษณะดังรูปที่ 7.12 ที่น่าสังเกตก็คือ การเกิด

ริ้วสว่างหลัก (principal maxima) จะเด่นชัด และริ้วมืดจะกว้าง ซึ่งแตกต่างจากกรณีการแจกแจงความเข้มของช่องเดี่ยวยาวคู่ ความเข้มของริ้วเดี่ยวเบนของเกรตติงซึ่งมี N เส้น (ช่อง) สามารถทำได้คล้ายกับการหาความเข้มริ้วเดี่ยวเบนจากช่องเดี่ยวยาวคู่ สมการ 7.18 คือนำสมการ 6.43 และสมการ 7.10 มาพิจารณา ผลก็คือ

$$I = I_0 \left[\frac{\sin [(\pi a \sin \theta) / \lambda]}{(\pi a \sin \theta) / \lambda} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin [(N \pi d \sin \theta) / \lambda]}{(\pi d \sin \theta) / \lambda} \right]^2 \quad (7.21)$$

การแจกแจงความเข้มริ้วเดี่ยวเบนกรณีที่มี $N = 8$ มีลักษณะดังรูปที่ 7.12



รูปที่ 7.12 การแจกแจงความเข้มของเกรตติงเดี่ยวเบน กรณีที่มี $N = 8$

กำลังแยกของเกรตติงเดี่ยวเบน

ดังที่ได้กล่าวแล้วว่าเกรตติงเดี่ยวเบนใช้ประโยชน์ในการวิเคราะห์คลื่นแสงจากแหล่งกำเนิดและริ้วสว่างที่เกิดจากการเดี่ยวเบนผ่านเกรตติงของแสง ความยาวคลื่นต่างกัน จะเกิดที่ตำแหน่งมุม θ ต่างกัน ในทางปฏิบัติเราจะสังเกตเห็นริ้วสว่างของแสงความยาวคลื่นต่างกันแยกออกจากกันได้พอดี ตำแหน่งความเข้มสูงสุดจากคลื่นหนึ่งจะต้องอยู่ที่ตำแหน่งความเข้มศูนย์หรือริ้วมืดจากอีกคลื่นหนึ่ง สำหรับการเดี่ยวเบนอันดับเดียวกัน ซึ่งหมายถึงค่าวิกฤตของเรย์ลี (Rayleigh's criterion) ถ้าให้ λ_1 และ λ_2 เป็นความยาวคลื่นที่มีค่าใกล้เคียงกันที่สุด $\Delta\lambda = |\lambda_2 - \lambda_1|$ คือค่าความแตกต่างความยาวคลื่นน้อยที่สุดที่เกรตติงแยกได้หรือเป็นขีดจำกัดการแยกและค่าเฉลี่ยความยาวคลื่น $\lambda = \frac{[\lambda_1 + \lambda_2]}{2}$ กำลังแยกของเกรตติงเดี่ยวเบน R กำหนดได้จากสมการ

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (7.22)$$

ค่ากำลังแยก R สมการ 7.22 อาจเขียนได้ในเทอมของเลขอันดับ m และจำนวนเส้น (ช่อง) N ของเกรตติง คือ

$$R = mN \quad (7.23)$$

ตัวอย่างที่ 7.5 จงหาว่าเกรตติงเลี้ยวเบนที่มีจำนวน 20,000 เส้น ต่อความยาว 4 เซนติเมตร จะสามารถแยกเส้นสีเหลืองของเส้นของแสงโซเดียมซึ่งมีความยาวคลื่น 5.890×10^{-7} เมตร และ 5.896×10^{-7} เมตร ได้หรือไม่

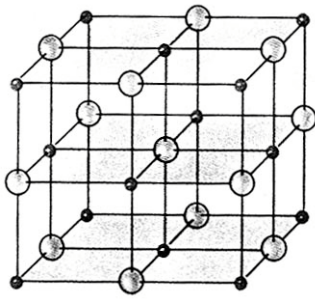
วิธีทำ ความยาวคลื่นเฉลี่ยของเส้นสีเหลืองทั้งสอง $\lambda = 5.893 \times 10^{-7}$ m
ผลต่างของความยาวคลื่นของเส้นสีเหลืองทั้งสอง $= 6 \times 10^{-10}$ m
กำลังแยกของเกรตติง $R = Nm = 2 \times 10^4$ m
ถ้าคิดลำดับที่หนึ่งของสเปกตรัม $R = 2 \times 10^4$

$$\text{จาก } \Delta\lambda = \frac{\lambda}{R} = \frac{5.893 \times 10^{-7}}{2 \times 10^4} = 2.947 \times 10^{-11} \text{ m}$$

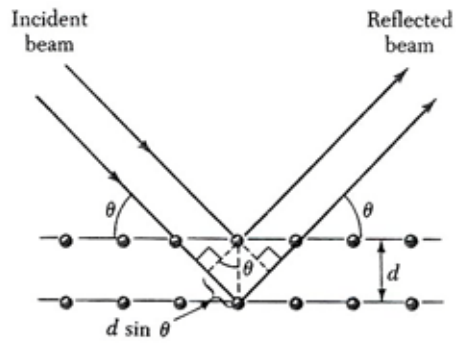
จะเห็นว่า $\Delta\lambda$ ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่า 6×10^{-10} m ดังนั้น โดยใช้เกรตติงเลี้ยวเบนดังกล่าว สังเกตดูการเลี้ยวเบนที่ลำดับหนึ่งเท่านั้นก็สามารถจะแยกเส้นสีเหลืองทั้งสองของโซเดียมได้

5. การเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์โดยผลึก

ในทางทฤษฎีการศึกษาการเลี้ยวเบนของคลื่นแสงหรือคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าโดยใช้เกรตติงเลี้ยวเบน ที่ได้กล่าวถึงมาแล้วในหัวข้อที่ 4 สามารถใช้ได้กับคลื่นทุกความยาวคลื่น แต่ในทางปฏิบัติความสามารถในการประดิษฐ์เกรตติงมีข้อจำกัด เช่น เกรตติงที่มีความเหมาะสมสำหรับการศึกษาคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ในช่วงแสงที่สายตามองเห็น (visible light) ซึ่งความยาวคลื่นอยู่ในช่วง 400 นาโนเมตร (สีม่วง) ถึง 750 นาโนเมตร (สีแดง) ต้องใช้เกรตติงที่มีความละเอียดระยะห่างระหว่างเส้น (d) ประมาณ 1,000 นาโนเมตร หรือน้อยกว่านี้ แต่ถ้าจะศึกษาการเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์ซึ่งมีความยาวคลื่นในช่วง 0.01 ถึง 10 นาโนเมตร เกรตติงที่มีความเหมาะสมใช้ศึกษาต้องมีระยะห่างระหว่างเส้นในระดับนาโนเมตรเช่นกัน ในทางเทคนิคประดิษฐ์ขึ้นได้ยาก ในปี ค.ศ. 1913 แมกซ์ วอน เลือ (Max von Laue) จึงได้เสนอว่า อาจใช้ผลึกของแข็งที่มีอะตอมเรียงเป็นระเบียบและมีระยะห่างระหว่างอะตอม 0.2 – 0.3 นาโนเมตร มีลักษณะเป็นเกรตติงสามมิติศึกษาการเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์ได้ ตัวอย่างของผลึกที่ใช้คือผลึกเกลือแกง (โซเดียมคลอไรด์) ซึ่งอะตอมของโซเดียมและคลอรีนจะจับกันในลักษณะรูปลูกบาศก์ มีสมบัตินสมมาตรลูกบาศก์ (cubic symmetry) ดังรูปที่ 7.1.3 (a)



(a)



(b)

รูปที่ 7.13 (a) ผลึกเกลือแกง (b) การเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์โดยผลึกเกลือแกง

เมื่อรังสีเอกซ์ตกกระทบทำมุม θ กับระนาบของผลึกดังรูปที่ 7.13 (b) ระยะห่างระหว่างสองระนาบที่ประชิดกันเท่ากับ d ลำแสงที่สะท้อนที่ระนาบชั้นล่างจะมีค่าความต่างระยะทางเมื่อเทียบกับลำแสงที่สะท้อนจากระนาบชั้นบนที่อยู่ประชิดกัน $\delta = 2d \sin \theta$ ดังนั้นลำแสงสะท้อนทั้งสองจะรวมกันเกิดการแทรกสอดแบบเสริมกันตามเงื่อนไข

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad ; \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (7.24)$$

เงื่อนไขนี้เรียกว่า กฎของแบรกก์ (Bragg's law) หรือเรียกสมการ 7.24 ว่า สมการของแบรกก์ (Bragg's equation) ในการนำเทคนิคนี้ไปใช้ศึกษาโครงสร้างของผลึกของแข็ง จะเห็นว่า ถ้าเรารู้ θ และ λ เราสามารถหาระยะห่างระหว่างระนาบหรือระหว่างอะตอมได้

ตัวอย่างที่ 7.6 ในการหาค่าเลขอโวกาโดร (Avogadro's number) โดยอาศัยการเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์จากผลึก เมื่อใช้รังสีเอกซ์ขนาดความยาวคลื่น 0.13922 nm สะท้อนจากผลึก NaCl ในการทดลองสังเกตได้ว่าการเลี้ยวเบนลำดับที่ 1 (first order diffraction) ที่มุม $\theta = 14^\circ 17' 16''$ จึงคำนวณหาระยะทางระหว่างอะตอมในผลึกและเลขอโวกาโดร กำหนดให้ NaCl มีน้ำหนักโมเลกุล = 58.454 และความหนาแน่น = $2.163 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

วิธีทำ กรณี $m = 1$ หรือการหักเหลำดับที่ 1 ระยะห่างระหว่างอะตอมในผลึก

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{0.13922 \text{ nm}}{2 (\sin 14^\circ 17' 26'')}$$

$$= \frac{0.13922 \times 10^{-9} \text{ m}}{2 \times 0.2468}$$
$$= 0.282 \text{ nm}$$

ถ้า ρ คือความหนาแน่น N_A คือเลขอโวกาโดร และ M คือน้ำหนักโมเลกุล จะได้จำนวนโมเลกุลต่อ 1 หน่วยปริมาตร $= \frac{\rho N_A}{M}$ ดังรูปที่ 10.32 ในปริมาตร d^3 หน่วยมี NaCl $\frac{1}{2}$ โมเลกุล หรือใน 1 หน่วยปริมาตรมี NaCl $\frac{1}{2d^3}$ โมเลกุล

$$\frac{1}{2d^3} = \frac{\rho N_A}{M}$$
$$N_A = \frac{M}{2\rho d^3}$$
$$= \frac{(58.454 \text{ kg / kg mole})}{2(2.163 \times 10^3 \text{ kg / m}^3)}$$
$$= 6.02 \times 10^{26} \text{ molecules / kg mole}$$

สรุป

1. การเบี่ยงเบนของลำแสงหรือการเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่ของหน้าคลื่นที่ขอบของช่องเล็กยาวหรือรูเล็ก หรือขอบของสิ่งกีดขวางเรียกว่า การเลี้ยวเบน ตำแหน่งริ้วมืดของการเลี้ยวเบนจากช่องเล็กยาวเดี่ยว ความกว้าง a แสงมีความยาวคลื่น λ คือ

$$a \sin \theta = m\lambda \quad ; \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

ค่า $m = 0$ หมายถึงริ้วสว่างที่บริเวณตรงกลาง

2. จากค่าวิกฤตของเรย์ลี กำหนดค่ากำลังแยกได้ดังนี้

$$\text{กำลังแยกของช่องเล็กยาวเดี่ยว} : \theta = \frac{\lambda}{a}$$

$$\text{กำลังแยกของช่องกลม} : \theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

$$\text{กำลังแยกของเกรตติงเลี้ยวเบน} : R = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = Nm$$

3. ความเข้มเฉลี่ยเบนจากช่องเดี่ยวคือ

$$I_{\theta} = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 = I_0 \left[\frac{\sin[(\pi a \sin \theta)/\lambda]}{(\pi a \sin \theta)/\lambda} \right]^2$$

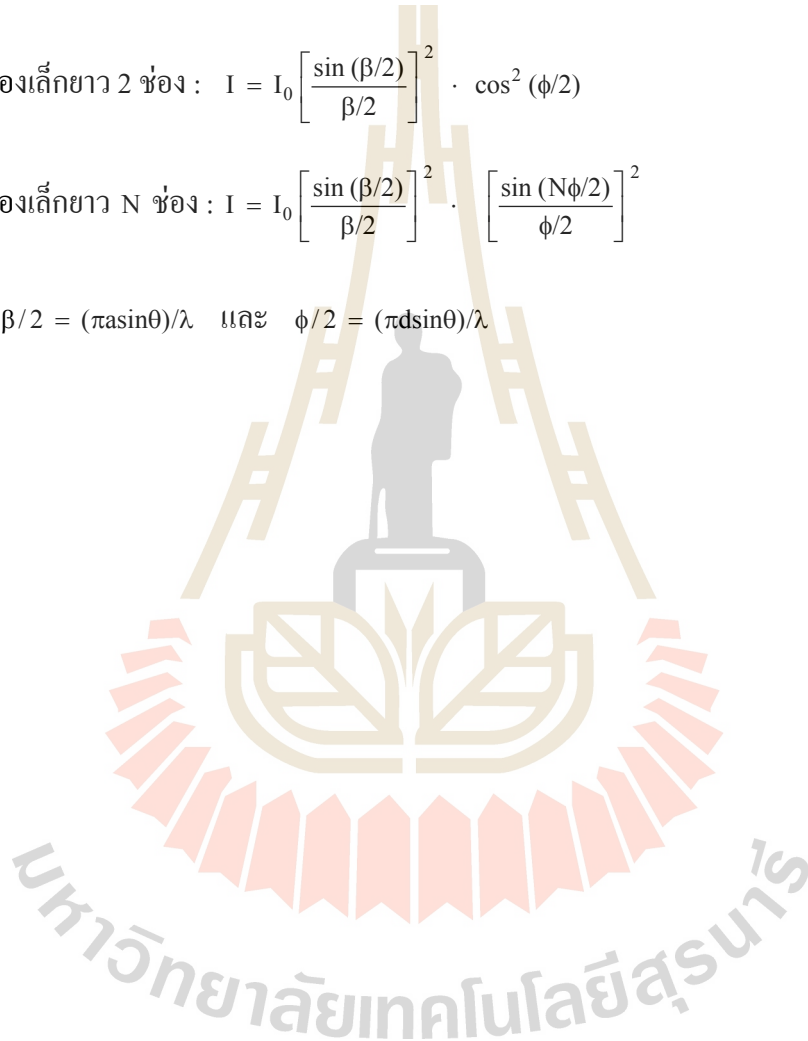
เมื่อ I_0 คือความเข้มเมื่อ $\beta = 0$

4. เมื่อนำการแทรกสอดและการเลี้ยวเบนมาพิจารณาด้วยกัน ความเข้มเขียนได้ดังนี้

$$\text{จากช่องเดี่ยว 2 ช่อง : } I = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \cdot \cos^2(\phi/2)$$

$$\text{จากช่องเดี่ยว N ช่อง : } I = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin(N\phi/2)}{\phi/2} \right]^2$$

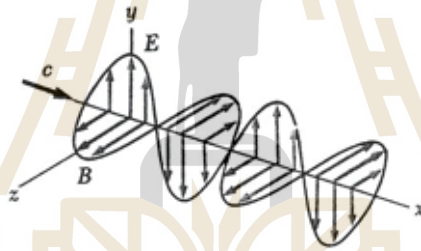
เมื่อ $\beta/2 = (\pi a \sin \theta)/\lambda$ และ $\phi/2 = (\pi d \sin \theta)/\lambda$



ตอนที่ 7.2

โพลาริเซชัน

คลื่นแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ คลื่นตามยาวและคลื่นตามขวาง คลื่นโดยทั่วไปมีสมบัติ 5 อย่าง คือ การสะท้อน การหักเห การแทรกสอด การเลี้ยวเบน และการสั่นพ้อง ที่เราได้ศึกษามาแล้วคือ การแทรกสอดและการเลี้ยวเบนเป็นที่ยืนยันว่าแสงเป็นคลื่น แสงเป็นคลื่นตามขวางประกอบด้วยสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กแกว่งกวัดในทิศที่ตั้งฉากกันและตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่นดังรูปที่ 7.14 สมบัติที่เป็นจริงเฉพาะคลื่นตามขวางคือโพลาริเซชัน (polarization) แสงมีสมบัติอันนี้และเป็นที่ยืนยันว่าแสงเป็นคลื่นตามขวาง



รูปที่ 7.14 คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าประกอบด้วยสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กแกว่งกวัดในระนาบที่ตั้งฉากกันและตั้งฉากกับทิศที่คลื่นเคลื่อนที่

โพลาริเซชันของแสงที่น่าสนใจมี 3 ภาวะ (state) คือ โพลาริเซชันระนาบ (plane polarized) หรือ โพลาริเซชันเชิงเส้น (linearly polarized) โพลาริเซชันวงกลม (circularly polarized) และโพลาริเซชันวงรี (elliptically polarized) เราเรียกว่าแสงมีการโพลาริเซชันระนาบหรือโพลาริเซชันเชิงเส้น ถ้าสนามไฟฟ้าแกว่งกวัดในระนาบเดิมตลอดไม่ว่า ณ ตำแหน่งใดๆ การศึกษาโพลาริเซชันของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เราอาจจะพิจารณาเฉพาะเวกเตอร์ E (เวกเตอร์ B ซึ่งแทนสนามแม่เหล็กก็ยังมีอยู่เหมือนเดิม) โดยแยกการแกว่งกวัดของสนามไฟฟ้าออกเป็นสององค์ประกอบที่ตั้งฉากกันและมีความถี่เดียวกัน ดังนี้

$$E_x = E_{ox} \sin(\omega t + \phi_1) \tag{7.25}$$

$$E_y = E_{oy} \sin(\omega t + \phi_2) \tag{7.26}$$

ผลต่างเฟส ($\Delta\phi$) และความสัมพันธ์ระหว่าง E_{ox} และ E_{oy} จะกำหนดภาวะของการโพลาไรซ์ เพื่อให้ง่ายต่อการอธิบายเราจะสมมติว่า $\phi_1 = 0$ ดังนั้น $\Delta\phi = \phi_2$ เราจะพิจารณา 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้า $\Delta\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ สมการ 7.25 และ 7.26 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$E_x = E_{ox} \sin \omega t \quad \text{และ} \quad E_y = E_{oy} \sin \omega t$$

นั่นคือ
$$E_y = \left[\frac{E_{oy}}{E_{ox}} \right] \cdot E_x \quad (7.27)$$

สมการ 7.27 เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้น ความชันของเส้นมีค่าเป็นบวก ถ้า $\Delta\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots, \pi, \dots$ สมการ 7.25 และ 7.26 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$E_x = E_{ox} \sin \omega t \quad \text{และ} \quad E_y = -E_{oy} \sin \omega t$$

นั่นคือ
$$E_y = - \left[\frac{E_{oy}}{E_{ox}} \right] \cdot E_x \quad (7.28)$$

สมการ 7.28 เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้น ความชันของเส้นมีค่าเป็นลบ

ในกรณีนี้เรียกว่าแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น ถ้า $E_{oy} = 0$ แสดงว่าระนาบของการโพลาไรซ์อยู่ตามแนวแกน x แต่ถ้า $E_{ox} = 0$ ระนาบของการโพลาไรซ์อยู่ตามแนวแกน y

กรณีที่ 2 $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$ และ $E_{ox} = E_{oy} = E_0$ สมการ 7.25 และ 7.26 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$E_x = E_{ox} \sin \omega t \quad \text{และ} \quad E_y = \pm E_{oy} \cos \omega t$$

นั่นคือ
$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2 \quad (7.29)$$

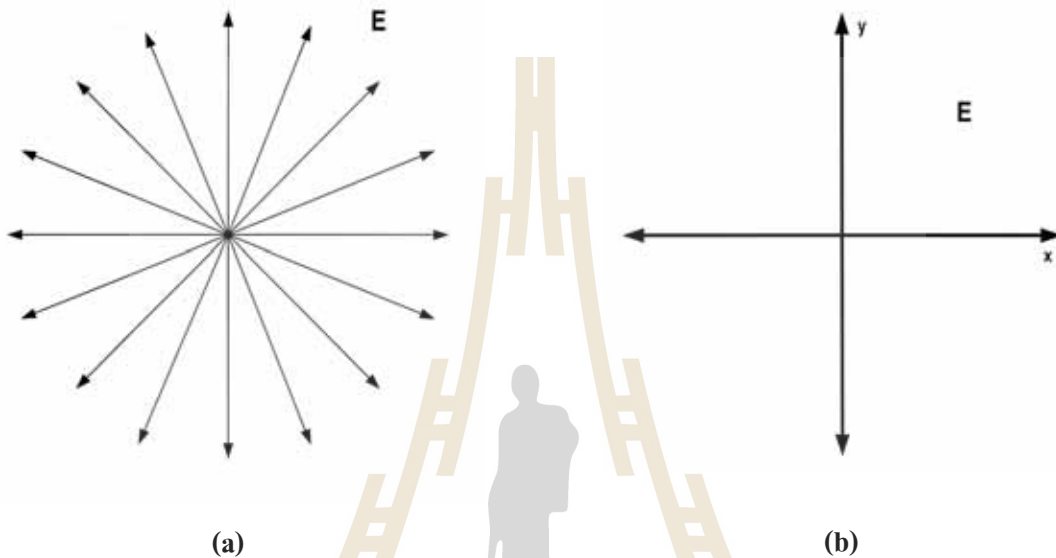
สมการ 7.29 เป็นสมการของวงกลม ในกรณีนี้เรียกว่าแสงโพลาไรซ์วงกลม

กรณีที่ 3 ถ้า $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$ เหมือนกรณีที่ 2 แต่ $E_{ox} \neq E_{oy}$ สมการ 7.25 และ 7.26 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{E_x^2}{E_{ox}^2} + \frac{E_y^2}{E_{oy}^2} = 1 \quad (7.30)$$

สมการ 7.30 เป็นสมการของวงรี แสงที่มีภาวะเช่นนี้เรียกว่าแสงโพลาไรซ์วงรี

แสงในธรรมชาติโดยทั่วไปเป็นแสงไม่โพลาไรซ์ (unpolarized light) กล่าวคือ ระนาบการแกว่งกวัดของสนามไฟฟ้ามีโอกาสเท่าๆ กันที่จะอยู่ในแนวใดก็ได้ ดังรูปที่ 7.15 (a) อย่างไรก็ตามเราสามารถจัดแสงไม่โพลาไรซ์นี้ให้อยู่ในสององค์ประกอบ E_x และ E_y ได้ สรุปก็คือ แสงไม่โพลาไรซ์ประกอบด้วยแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นสององค์ประกอบที่ตั้งฉากกัน ดังรูปที่ 7.15 (b)



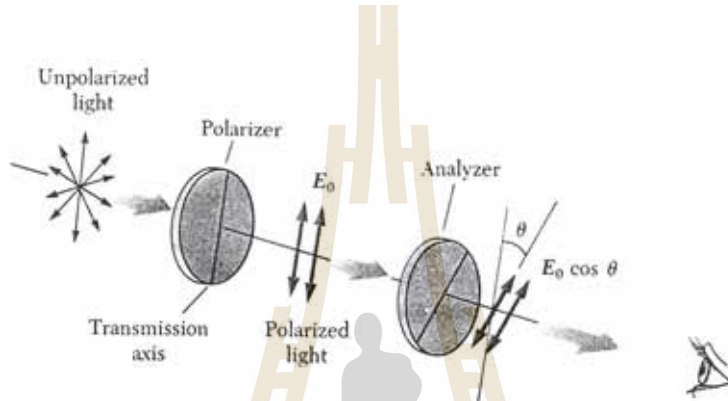
รูปที่ 7.15 (a) แสงไม่โพลาไรซ์ประกอบด้วยแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นจำนวนมาก
(b) แสงไม่โพลาไรซ์สามารถแยกแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นสององค์ประกอบที่มีความต่างเฟสไม่คงตัว

ในทางฟิสิกส์มีความเป็นไปได้ที่จะได้แสงโพลาไรซ์เชิงเส้นจากแสงที่ไม่โพลาไรซ์ โดยกระบวนการที่ทำให้องค์ประกอบของ E ที่แกว่งกวัดในระนาบที่กำหนดออกจากแสงที่ไม่โพลาไรซ์ ให้เหลือเฉพาะแสงที่มีองค์ประกอบของ E แกว่งกวัดในระนาบที่กำหนดเพียงอย่างเดียว แสงที่ได้นี้เป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น เราจะศึกษาการทำแสงที่ไม่โพลาไรซ์เป็นแสงที่โพลาไรซ์ 4 กระบวนการ ดังนี้

1. การเลือกดูดกลืน (selective absorption)
2. การสะท้อน (reflection)
3. การหักเหสองแนว (double refraction) และ
4. การกระเจิง (scattering)

1. โพลาริเซชันโดยการเลือกดูดกลืน

เทคนิคที่ง่ายที่สุดที่ทำให้แสงโพลาริซ์คือการใช้สารที่มีสมบัติให้แสงที่แกว่งกวัดในระนาบใดระนาบหนึ่งเพียงระนาบเดียวผ่านได้ ส่วนที่แกว่งกวัดในระนาบอื่นจะถูกดูดกลืน สารที่มีสมบัติดังกล่าวเรียกว่า สารไดโครอิก (dichroic substance) ดังนั้น การโพลาริเซชันโดยการเลือกดูดกลืนจึงมีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การโพลาริเซชันโดยวิธีไดโครอิก (polarization by dichroism) เอ็ดวิน แลนด์ (Edwin Land) เป็นผู้พบสารที่มีสมบัติดังกล่าวในปี ค.ศ. 1938 เขาเรียกชื่อสารนั้นว่า โพลารอยด์ (polaroid)

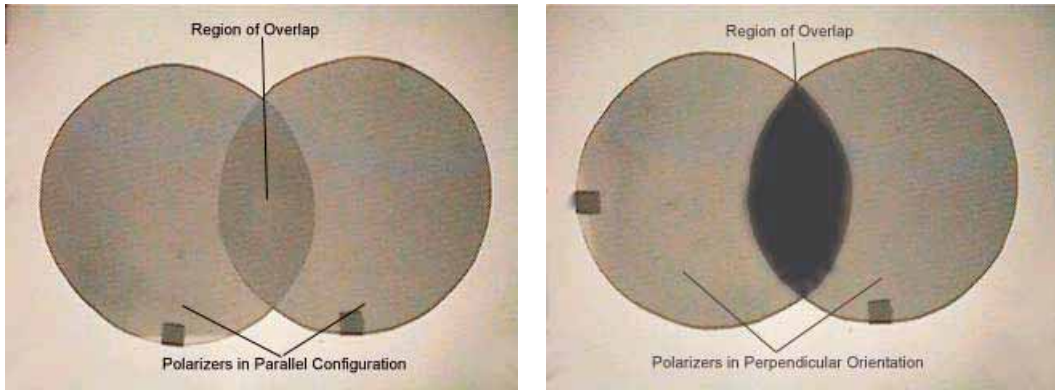


รูปที่ 7.16 แสงไม่โพลาริซ์เดินทางผ่านตัวโพลาริซ์และตัววิเคราะห์

รูปที่ 7.16 แสดงแสงไม่โพลาริซ์ตกกระทบแผ่นสารโพลาริซ์แผ่นแรกที่เรียกว่า ตัวโพลาริซ์ (polarizer) แกนที่ยอมให้แสงทะลุผ่านเรียกว่า แกนส่งผ่าน (transmission axis) อยู่ในแนวตั้ง แสงที่ผ่านตัวโพลาริซ์แล้วจะเป็นแสงโพลาริซ์เชิงเส้น มีแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าเท่ากับ E_0 เคลื่อนที่ไปกระทบแผ่นสารโพลาริซ์อีกแผ่นที่สองจะเรียกว่า ตัววิเคราะห์ (analyzer) ซึ่งแกนส่งผ่านทำมุม θ กับแกนของตัวโพลาริซ์ องค์ประกอบของ E_0 ที่ตั้งฉากกับแกนของตัววิเคราะห์จะถูกดูดกลืนไม่สามารถผ่านตัววิเคราะห์ได้ องค์ประกอบของ E_0 ที่ขนานกับแกนของตัววิเคราะห์คือ $E_0 \cos \theta$ จะทะลุผ่าน เนื่องจากความเข้มของแสงแปรผันตรงกับแอมพลิจูดกำลังสองของสนามไฟฟ้า ดังนั้น สมการของความเข้มที่ผ่านตัววิเคราะห์แล้ว คือ

$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (7.31)$$

เมื่อ I_0 คือความเข้มของแสงโพลาริซ์ที่ตกกระทบตัววิเคราะห์ สมการ 7.31 เรียกว่า กฎของมาลุส (Malus's law) เพื่อให้เกียรติแก่ เอเตียง มาลุส (Etienne Malus) จากกฎนี้จะเห็นว่า ถ้า θ เท่ากับ 0 หรือ 180 องศา ความเข้มจะมีค่าสูงสุด คือ $I = I_0$ ดังรูปที่ 7.17 (a) ถ้า θ เท่ากับ 90 องศา ความเข้มจะเท่ากับศูนย์ $I = 0$ ดังรูปที่ 7.17 (b)



(a)

(b)

รูปที่ 7.17 (a) ตัวโพลาไรซ์สองตัว แขนงส่งผ่านขนานกัน

(b) ตัวโพลาไรซ์สองตัว แขนงส่งผ่านตั้งได้ฉากกัน

ตัวอย่างที่ 7.7 ถ้าแกนของตัวโพลาไรซ์และตัววิเคราะห์ขนานกัน แสงที่ผ่านตัววิเคราะห์จะมีความเข้ม I_m จงหาว่า จะต้องทำมุมกันเท่าใดจึงจะทำให้ความเข้มของแสงเมื่อผ่านตัววิเคราะห์ลดลงเหลือครึ่งหนึ่งของแสงที่ตกบนตัววิเคราะห์

วิธีทำ

$$I = \frac{1}{2} I_m$$

ดังนั้นจะได้

$$\frac{1}{2} I_m = I_m \cos^2 \theta$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

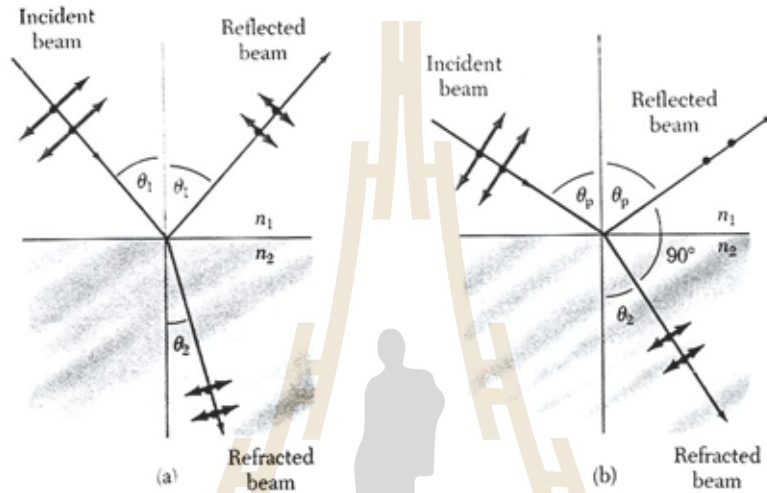
$$= \pm 45^\circ, \pm 135^\circ$$

จะเห็นว่าการหมุนตัววิเคราะห์ไปทางขวาหรือซ้ายให้ผลเช่นเดียวกัน

2. โพลาไรเซชันโดยการสะท้อน

เมื่อแสงตกกระทบผิวของตัวกลาง แสงสะท้อนจะมีภาวะเป็นแสงโพลาไรซ์สมบูรณ์ (completely polarized) 100 เปอร์เซ็นต์ เป็นแสงโพลาไรซ์บางส่วน (partially polarized) หรือเป็นแสงไม่โพลาไรซ์ ขึ้นอยู่กับมุมตกกระทบ โดยธรรมชาติ ถ้าแสงตกกระทบตั้งฉากกับผิวของตัวกลาง (มุมตกกระทบเท่ากับศูนย์) และตกกระทบเฉียงผิว (มุมตกกระทบเท่ากับ 90 องศา) แสงสะท้อนจะเป็นแสงไม่โพลาไรซ์ แต่ถ้ามุมตกกระทบมีค่าระหว่าง 0 องศา กับ 90 องศา แสงสะท้อนจะเป็นแสงที่โพลาไรซ์อย่างน้อยก็

โพลาไรซ์บางส่วน และที่มุมตกกระทบค่าหนึ่งสำหรับตัวกลางอันหนึ่ง แสงสะท้อนจะเป็นแสงโพลาไรซ์สมบูรณ์ จากรูปที่ 7.18 (a) แสงตกกระทบเป็นแสงไม่โพลาไรซ์ ซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบที่ตั้งฉากกับระนาบของหน้ากระดาษหรือขนานกับผิว (แทนด้วยจุด) กับองค์ประกอบที่ขนานกับระนาบของหน้ากระดาษ (แทนด้วยลูกศร) จะเห็นว่าที่มุมตกกระทบ θ_1 ใดๆ องค์ประกอบที่ตั้งฉากกับระนาบสะท้อนมากกว่าองค์ประกอบอื่น นั่นคือ แสงสะท้อนเป็นแสงโพลาไรซ์บางส่วน นอกจากนี้ แสงหักเหก็เป็นแสงโพลาไรซ์บางส่วนด้วยเช่นกัน



รูปที่ 7.18 (a) แสงไม่โพลาไรซ์ตกกระทบผิวของตัวกลางที่มุมตกกระทบ θ_1 ใดๆ
(b) แสงไม่โพลาไรซ์ตกกระทบผิวของตัวกลางที่มุมตกกระทบเท่ากับมุมโพลาไรซ์

ถ้าเราเปลี่ยนมุม θ_1 ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งแสงสะท้อนและแสงหักเหทำมุม 90° องศา ดังรูปที่ 7.18 (b) จากการทดลองพบว่าที่มีมุมตกกระทบนี้ แสงสะท้อนเป็นแสงโพลาไรซ์สมบูรณ์ โดยระนาบการแกว่งกวัดของสนามไฟฟ้าตั้งฉากกับระนาบของหน้ากระดาษ ขณะที่แสงหักเหเป็นแสงโพลาไรซ์บางส่วน มุมตกกระทบที่ทำให้เกิดภาวะเช่นนี้ เรียกว่า มุมโพลาไรซ์ (polarizing angle) แทนด้วยสัญลักษณ์ θ_p ความสัมพันธ์ระหว่างมุมโพลาไรซ์ θ_p กับดัชนีหักเห n ของตัวกลางหาได้จากกฎของสเนลล์ (Snell's law) ที่บอกว่า

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \quad (7.32)$$

ถ้าให้ตัวกลางที่หนึ่งคืออากาศ $n_1 = 1$ และให้ดัชนีหักเหของตัวกลางที่สอง $n_2 = n$ สมการ 7.32 จะกลายเป็น

$$n = \sin\theta_1 / \sin\theta_2 \quad (7.33)$$

ถ้ามุมตกกระทบ $\theta_1 = \theta_p$ เราได้ความสัมพันธ์ (ดูรูปประกอบ) $\theta_p + \theta_2 = 90^\circ$ หรือ $\theta_2 = 90^\circ - \theta_p$ หรือรังสีสะท้อนทำมุมฉากกับรังสีหักเห เนื่องจาก $\sin(90^\circ - \theta_p) = \cos\theta_p$ ดังนั้น

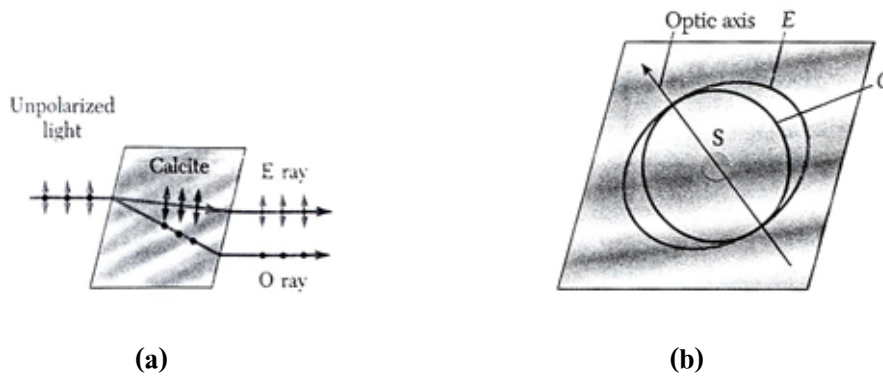
$$n = \sin\theta_p / \cos\theta_p = \tan\theta_p \quad (7.34)$$

สมการ 7.34 เรียกว่ากฎของบราวสเตอร์ (Brewster's law) และมุม θ_p บางทีเรียกว่า มุมบราวสเตอร์ (Brewster's angle) แทนด้วยสัญลักษณ์ θ_B เพื่อเป็นเกียรติแก่ เซอร์ เดวิด บราวสเตอร์ (Sir David Brewster) ถ้าตัวกลางคือแก้ว ซึ่ง $n = 1.52$ มุม $\theta_p = \theta_B = 56.7^\circ$ อย่างไรก็ตาม ควรตระหนักว่า มุม θ_p หรือ θ_B ขึ้นอยู่กับความยาวคลื่นของแสง

ในธรรมชาติแสงที่สะท้อนจากผิวน้ำ ผิวแก้ว หรือผิวหิมะ เป็นแสงโพลาไรซ์บางส่วน ถ้าผิวอยู่ในแนวราบ แสงสะท้อนจะมีองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าในแนวราบมาก ดังนั้น แวนกันแดดจึงทำจากสารที่ลดความสว่างของแสงสะท้อนคือให้แกนส่งผ่านของเลนส์ตั้งฉากกับแนวราบ

3. โพลาไรเซชันโดยการหักเหสองแนว

เมื่อแสงเดินทางในตัวกลางอสัณฐาน (amorphous) เช่น แก้ว แสงจะเดินทางด้วยอัตราเร็วเท่ากันในทุกทิศทาง เราเรียกสารที่มีสมบัติเช่นนี้ว่า ตัวกลางสมลักษณะ (isotropic media) ซึ่งตัวกลางประเภทนี้จะมีค่าดัชนีหักเหแสงแต่ละความยาวคลื่นเพียงค่าเดียว อย่างไรก็ตาม ยังมีตัวกลางอีกประเภทหนึ่งซึ่งตกผลึกได้ เช่น แคลไซต์ (calcite) ควอตซ์ (quartz) มีลักษณะเป็นตัวกลางอสมลักษณะ (anisotropic media) อัตราเร็วของแสงในตัวกลางประเภทนี้จะมีค่าแตกต่างกัน ถ้าทิศทางการเคลื่อนที่ต่างกัน จึงกล่าวได้ว่า สารประเภทนี้มีดัชนีหักเหแสงแต่ละความยาวคลื่นสองค่า เมื่อแสงผ่านเข้าไปในตัวกลาง จะเกิดปรากฏการณ์หักเหสองแนว (birefringence) เช่น ถ้าแสงไม่โพลาไรซ์หักเหเข้าไปในตัวกลางแคลไซต์ จะเกิดการหักเหออกเป็น 2 แนวดังรูปที่ 7.19 (a) โดยแนวที่ 1 เรียกว่ารังสีธรรมดา (ordinary ray) หรือเรียกสั้นๆ ว่ารังสี O แนวการหักเหของรังสีนี้จะสอดคล้องกับกฎของสเนลล์ หน้าคลื่นของรังสี O คือเส้นที่ลากสัมผัสกับผิวทรงกลม ดรรชนีหักเหเท่ากับ n_o องค์ประกอบของสนามไฟฟ้าจะแกว่งกวัดในระนาบที่ตั้งฉากกับระนาบของกระดาษ แนวที่ 2 เรียกว่ารังสีพิศดาร (extraordinary ray) หรือเรียกสั้นๆ ว่ารังสี E แนวการหักเหของรังสี E ไม่เป็นไปตามกฎของสเนลล์ หน้าคลื่นของรังสี E คือ เส้นที่ลากสัมผัสกับรูปทรงรี ดรรชนีหักเหเท่ากับ n_e องค์ประกอบของสนามไฟฟ้าของรังสีนี้จะแกว่งกวัดในระนาบที่ขนานกับระนาบของกระดาษ



รูปที่ 7.19 (a) การหักเหสองแนวในตัวกลางแคลไซต์
 (b) แกนทัศนคือเส้นที่ลากต่อจุดสัมผัสของทรงกลมและทรงรี

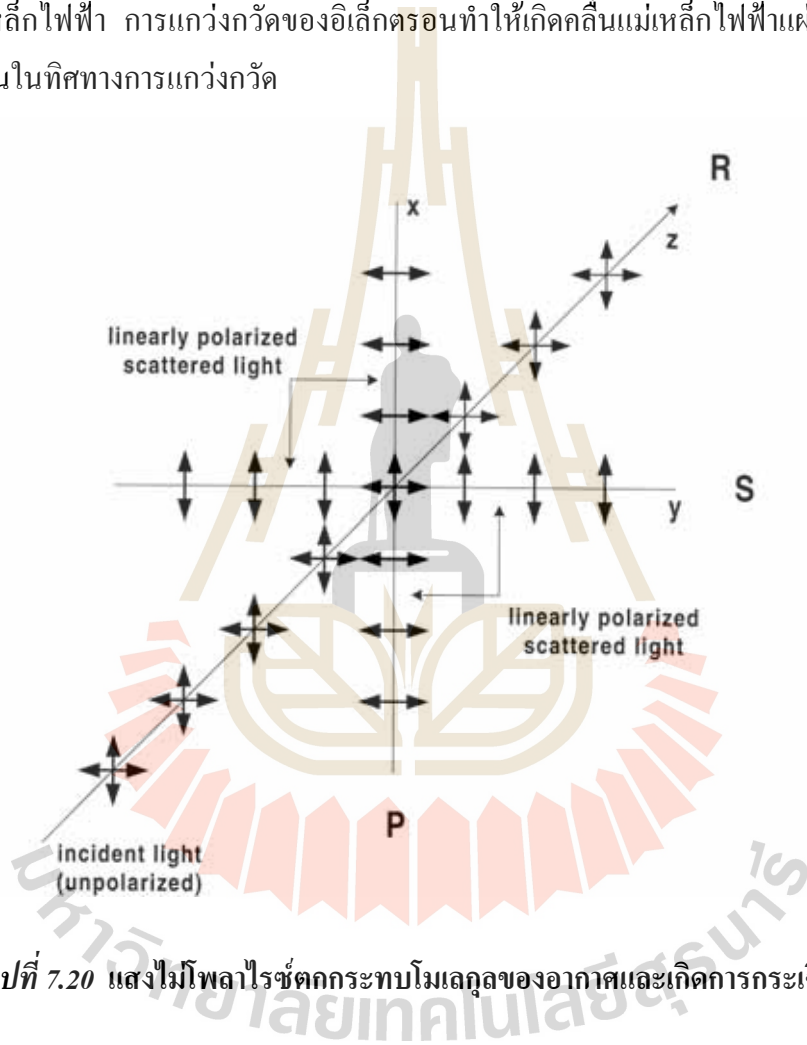
อย่างไรก็ตาม จะมีอยู่ที่ทิศทางหนึ่งในตัวกลางที่รังสี O และรังสี E เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่ากัน เส้นที่ลากในทิศทางนี้ (เชื่อมต่อด้านสัมผัสของทรงกลมและทรงรี) เรียกว่า แกนทัศน (optic axis) ดังรูปที่ 7.19 (b) ดังนั้นในแนวแกนทัศน $n_O = n_E$ ความแตกต่างระหว่าง n_E และ n_O มากที่สุดก็คือในแนวที่ตั้งฉากกับแกนทัศน เช่น สำหรับแสงความยาวคลื่น 589.3 นาโนเมตร ตัวกลางแคลไซต์มี $n_O = 1.658$ และ n_E มีค่าจาก $n_E = 1.486$ ในแนวตั้งฉากกับแกนทัศน จนถึง $n_E = 1.658 = n_O$ ในแนวแกนทัศน ค่า n_O และ n_E ของผลึกบางชนิดได้แสดงไว้ในตารางที่ 7.1

ตารางที่ 7.1 ค่าดัชนีหักเหของผลึกบางชนิดสำหรับแสง ความยาวคลื่น 589.3 นาโนเมตร

ชื่อผลึก	n_O	n_E	n_O / n_E
แคลไซต์ (CaCO_3)	1.658	1.486	1.116
ควอทซ์ (SiO_2)	1.544	1.553	0.994
โซเดียม ไนเตรท (NaNO_3)	1.587	1.336	1.188
โซเดียม ซัลไฟต์ (NaSO_3)	1.565	1.515	1.033
ซิงค์ คลอไรด์ (ZnCl_2)	1.687	1.713	0.985
ซิงค์ ซัลไฟด์ (ZnS)	2.356	2.378	0.991

4. โพลาริเซชันโดยการกระเจิง

เมื่อแสงตกกระทบบนอนุภาคขนาดเล็กจะเกิดการกระเจิงขึ้น อนุภาคเหล่านี้อาจเป็นฐูลีในอากาศ หรือ โมเลกุลของอากาศที่มีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับความยาวคลื่นแสง ผลของการกระเจิงทำให้แสงที่กระเจิงเป็นแสงโพลาริซ์เชิงเส้นได้ ดังได้กล่าวแล้วว่าแสงจากดวงอาทิตย์เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เมื่อแสงไม่โพลาริซ์ตกกระทบบนโมเลกุลของอากาศ อิเล็กตรอนในโมเลกุลจะเคลื่อนที่ตามการแกว่งกวัดของสนามไฟฟ้า มีลักษณะคล้ายการแกว่งกวัดของขั้วคู่ไฟฟ้า หรือสายอากาศของสถานีส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า การแกว่งกวัดของอิเล็กตรอนทำให้เกิดคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแผ่ออกมาทุกทิศ ทุกทางยกเว้นในทิศทางการแกว่งกวัด



รูปที่ 7.20 แสงไม่โพลาริซ์ตกกระทบบนโมเลกุลของอากาศและเกิดการกระเจิง

ถ้าลำแสงอาทิตย์ซึ่งเป็นแสงไม่โพลาริซ์มีทางเดินตามแนวแกน z ในทิศ $(+z)$ ขนานกับผิวโลกกระทบบนโมเลกุลของอากาศ ณ จุดกำเนิด นั่นคือ สนามไฟฟ้าแกว่งกวัดในระนาบ xy และอิเล็กตรอนก็จะเคลื่อนที่ในระนาบ xy ด้วย ซึ่งสามารถแยกออกได้เป็นสององค์ประกอบ คือ แกว่งกวัดตามแกน x และแกว่งกวัดตามแกน y ดังรูปที่ 7.20 แสงที่กระเจิงตามแนวแกน x เกิดจากการแกว่งกวัดของอิเล็กตรอนตามแนวแกน y แสงที่กระเจิงตามแนวแกน y เกิดจากการแกว่งกวัดของอิเล็กตรอนตามแนวแกน x และแสงที่กระเจิงตามแนวแกน z เกิดจากการแกว่งกวัดของอิเล็กตรอน

ตามแนวแกน x และแกน y ผสมกัน เพราะฉะนั้น ถ้าผู้สังเกตอยู่ที่จุด P จะเห็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นซึ่งสนามไฟฟ้าแกว่งกวัดในแนว y ถ้าผู้สังเกตอยู่ที่จุด S จะเห็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นซึ่งสนามไฟฟ้าแกว่งกวัดในแนว x แต่ถ้าผู้สังเกตอยู่ที่จุด R จะเห็นแสงไม่โพลาไรซ์เช่นเดียวกับแสงตกกระทบและถ้าตำแหน่งที่สังเกตมีแนวไม่เป็นมุมฉากกับแกน z ผู้สังเกตจะเห็นแสงโพลาไรซ์บางส่วน ในธรรมชาติดวงอาทิตย์แผ่คลื่นหลายความยาวคลื่นมายังโลก เมื่อแสงมากระทบกับโมเลกุลของอากาศในชั้นบรรยากาศของโลกซึ่งโมเลกุลมีขนาด $d \ll \lambda$ เช่น ขนาดโมเลกุลของออกซิเจน (O_2) และไนโตรเจน (N_2) มีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 0.2 นาโนเมตร ความหนาแน่นสัมพัทธ์ของแสงกระเจิงแปรผันกับ $1/\lambda^4$ ดังนั้นแสงที่มีความยาวคลื่นสั้นกว่า (แสงสีน้ำเงิน) จึงกระเจิงได้ดีกว่าแสงที่มีความยาวคลื่นยาวกว่า (สีแดง) ในเวลากลางวันที่ดวงอาทิตย์สูงจากขอบฟ้าเราเห็นท้องฟ้าเป็นสีฟ้าเนื่องจากการกระเจิงของกลุ่มแสงสีน้ำเงิน ในเวลาเช้าและเวลาเย็นแสงเดินทางผ่านบรรยากาศเป็นระยะไกลกว่าในเวลากลางวัน แสงสีฟ้าส่วนใหญ่จะกระเจิงออกไป จึงเหลือแต่แสงสีแดงหรือสีแดงปนเหลืองซึ่งเป็นแสงที่มีความยาวคลื่นยาวกว่าผ่านเข้ามายังผิวโลก นอกจากนั้นเรายังอธิบายได้ว่าในอวกาศนอกชั้นบรรยากาศของโลกจะมีคเนื่องจากไม่มีโมเลกุลของอากาศไปทำให้เกิดการกระเจิงของแสง เราสามารถสังเกตภาวะโพลาไรซ์ชั้นของแสงกระเจิงง่าย ๆ โดยใช้แผ่นโพลาไรซ์สองคู่ที่ท้องฟ้าที่ตำแหน่งต่างๆ และหมุนแกนของโพลาไรซ์ให้ทำมุมต่างๆ กัน ผู้สังเกตจะเห็นว่าความเข้มของแสงที่ผ่านโพลาไรซ์มีค่าเปลี่ยนแปลงไป

5. การประยุกต์แสงโพลาไรซ์

5.1 การสร้างแสงโพลาไรซ์วงกลมและแสงโพลาไรซ์ระนาบ

แสงโพลาไรซ์วงกลมและแสงโพลาไรซ์ระนาบหรือเชิงเส้น สร้างได้จากการรวมแสงโพลาไรซ์ระนาบ 2 ชุด ที่มีการสั่นของเวกเตอร์ E ในทิศตั้งฉากกัน ความต่างเฟสทำให้เกิดโพลาไรซ์ภาวะต่างๆ ได้กล่าวไว้ในช่วงต้นๆ ของตอนที่ 7.2 การประยุกต์อย่างหนึ่งของโพลาไรซ์ชั้นโดยการหักเหสองแนวคือ การสร้างแสงโพลาไรซ์วงกลมและแสงโพลาไรซ์ระนาบ โดยวิธีการสรุปได้ดังนี้ หากจะทดลองกับแสงสีใดสีหนึ่งต้องเลือกชนิดของผลึกที่เหมาะสมคือ มีค่าดัชนีหักเหของแสง n_o และ n_e ที่เหมาะสมขึ้นผลึกให้ได้ความหนา " t " วางชั้นผลึกให้ผิวหน้าขนานกับแกนทัศน เมื่อมีลำแสงไม่โพลาไรซ์ตกกระทบในแนวตั้งฉากกับผิวหน้า จากสมบัติของผลึกแสงจะแยกออกเป็นรังสี O และรังสี E ผ่านออกมาทางผิวด้านหลังของชิ้นผลึกซึ่งต่างก็เป็นแสงที่โพลาไรซ์เชิงเส้นและตั้งฉากกัน แต่มีเฟสต่างกัน อันเป็นผลมาจากรังสี O และรังสี E มีความเร็วในเนื้อผลึกต่างกัน ดังนั้น หากตัดความหนาของชิ้นผลึก " t " ที่มีความเหมาะสม จะทำให้ผลรวมของรังสี O กับรังสี E เป็นแสงโพลาไรซ์ภาวะต่างๆ กัน ขึ้นอยู่กับความหนา ดังนี้

ถ้าความหนา "t" มีค่าพอดีที่ทำให้ความต่างเฟส $\Delta\phi$ ระหว่างรังสี O กับรังสี E เท่ากับ $\frac{\pi}{2}$ (ซึ่งสมนัยกับค่าความต่างวิถี $\delta = \frac{\lambda}{4}$) แสงที่ผ่านผิวด้านหลังของชิ้นผลึกรวมกันแล้วได้แสงโพลาไรซ์วงกลม เรียกแผ่นผลึกนี้ว่า **แผ่นเลี้ยวคลื่น** (quarter - wave plate)

ถ้าความหนา "t" มีค่าพอดีที่ทำให้ความต่างเฟส $\Delta\phi$ ระหว่างรังสี O กับรังสี E เท่ากับ π (ซึ่งสมนัยกับค่าความต่างวิถี $\delta = \frac{\lambda}{2}$) แสงที่ผ่านผิวด้านหลังของชิ้นผลึกรวมกันแล้วได้แสงโพลาไรซ์ระนาบหรือโพลาไรซ์เชิงเส้นทำมุม 45° กับแนวโพลาไรเซชันของรังสี O และรังสี E เรียกแผ่นผลึกนี้ว่า **แผ่นครึ่งคลื่น** (half - wave plate)

5.2 กิจกรรมเชิงทัศนศาสตร์

กิจกรรมเชิงทัศนศาสตร์ (optical activity) เป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นเมื่อแสงโพลาไรซ์ระนาบผ่านเข้าไปในสารหรือตัวกลางบางชนิด ซึ่งสารนั้นจะมีสมบัติหมุนระนาบโพลาไรเซชันของแสงได้ การหมุนบิตของระนาบจะเป็นมุมเท่าใดขึ้นอยู่กับชนิดและสมบัติทางกายภาพของสารนั้น มาตรฐานสำหรับวัดมุมบิดที่เกิดจากกิจกรรมเชิงทัศนศาสตร์เรียกว่า **โพลาริมิเตอร์** (polarimeter) สารที่มีสมบัติทำให้เกิดกิจกรรมเชิงทัศนศาสตร์มีทั้งสารที่อยู่ในสถานะของแข็งและของเหลว

ในกรณีของสารที่เป็นของแข็ง มีตัวอย่างการประยุกต์ดังนี้ สมมติว่าเราใช้แสงไม่โพลาไรซ์ผ่านตัวโพลาไรซ์กลายเป็นแสงโพลาไรซ์ หลังจากนั้นให้แสงไปตกกระทบตัววิเคราะห์โดยให้แกนของตัววิเคราะห์ตั้งฉากกับแกนของตัวโพลาไรซ์ จากกฎของมาลุสจะไม่มีแสงผ่านตัววิเคราะห์ต่อไป ถ้าเรานำตัวกลางออสถฐาน เช่น แก้วหรือพลาสติกมาขึ้นกลางระหว่างตัวโพลาไรซ์และตัววิเคราะห์ หากแก้วหรือพลาสติกอยู่ในสภาพปกติและไม่มีตำหนิ ก็จะไม่มีการทะลุผ่านตัววิเคราะห์เช่นกัน เนื่องจากแก้วและพลาสติกเป็นสารสมมาตร แต่ถ้าแก้วหรือพลาสติกถูกอัดจนเกิดความเค้น (stress) จะปรากฏว่ามีแสงผ่านออกมาจากตัววิเคราะห์ นั่นแสดงว่าแก้วหรือพลาสติกภายใต้ความเค้นแสดงสมบัติกิจกรรมเชิงทัศนศาสตร์ คือจากการเป็นสารสมมาตรก็จะเปลี่ยนเป็นสารอสมมาตรอ่อนๆ บริเวณที่มีความเค้นสูงสุด ระนาบโพลาไรเซชันจะหมุนไปมากที่สุด หลักการนี้นำมาใช้ตรวจสอบคุณภาพของแก้วหรือพลาสติกได้ ทำให้เราทราบว่าส่วนของแก้วได้รับแรงอัดมากหรือน้อย หรือมีรอยร้าวเพื่อการแก้ไขให้เหมาะสมต่อไป นอกจากนี้วิศวกรมักจะเรียกการนำหลักการนี้ไปใช้กับงานด้านวิศวกรรมว่า การวิเคราะห์ความเค้นเชิงทัศนศาสตร์ (optical stress analysis) เพื่อการออกแบบโครงสร้างต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นโครงสร้างขนาดใหญ่ เช่น สะพาน หรือโครงสร้างขนาดเล็ก เช่น เครื่องมือหรือชิ้นส่วนจักรกล โดยการสร้างรูปแบบจำลองของสิ่งก่อสร้างด้วยพลาสติก ทดลองใส่แรงหรือน้ำหนักขนาดต่างๆ ศึกษา วิเคราะห์หาจุดอ่อนของโครงสร้างภายใต้ความเค้นได้

สำหรับสารละลาย เช่น น้ำตาลกลูโคส การวัดการหมุนของระนาบโพลาไรเซชัน สามารถหาความเข้มข้น (concentration) ของสารละลายได้ เทคนิคนี้ยังใช้วิเคราะห์โปรตีนได้ด้วย เพราะว่าโปรตีนมีสมบัติกิจกรรมเชิงทัศนศาสตร์ เนื่องจากรูปทรงที่เป็นเกลียวของมัน

สรุป

1. การทำแสงไม่โพลาไรซ์เป็นแสงโพลาไรซ์ มีกระบวนการ ดังนี้

- การเลือกดูดกลืนหรือวิธีไดโครอิก
- การสะท้อน
- การหักเหสองแนว
- การกระเจิง

2. กฎของมาลุส คือ

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

เมื่อ θ คือมุมระหว่างแกนของตัวโพลาไรซ์กับแกนของตัววิเคราะห์

3. สำหรับการสะท้อน มุมตกกระทบที่เรียกว่ามุมโพลาไรซ์ θ_p หรือมุมบริวสเตอร์ มีความสัมพันธ์กับดัชนีหักเห ดังนี้

$$n = \tan \theta_p$$

4. การหักเหสองแนวทำให้เกิดแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น โดยรังสี O และรังสี E ต่างก็เป็นแสงโพลาไรซ์ ซึ่งระนาบการแกว่งกวัดของสนามไฟฟ้าตั้งฉากกัน

5. การประยุกต์แสงโพลาไรซ์มีหลายอย่าง เช่น การสร้างแสงโพลาไรซ์วงกลมทำได้โดยใช้แผ่นผลึกที่เรียกว่าแผ่นเลี้ยวคลื่น การสร้างแสงโพลาไรซ์ระนาบทำได้โดยใช้แผ่นผลึกที่เรียกว่าแผ่นครึ่งคลื่น กิจกรรมเชิงทัศนศาสตร์นำไปประยุกต์ทางด้านวิศวกรรมคือ การวิเคราะห์ความเค้นเชิงทัศนศาสตร์ นอกจากนี้ กิจกรรมเชิงทัศนศาสตร์ใช้ในการหาความเข้มข้นของสารละลายได้

บรรณานุกรม

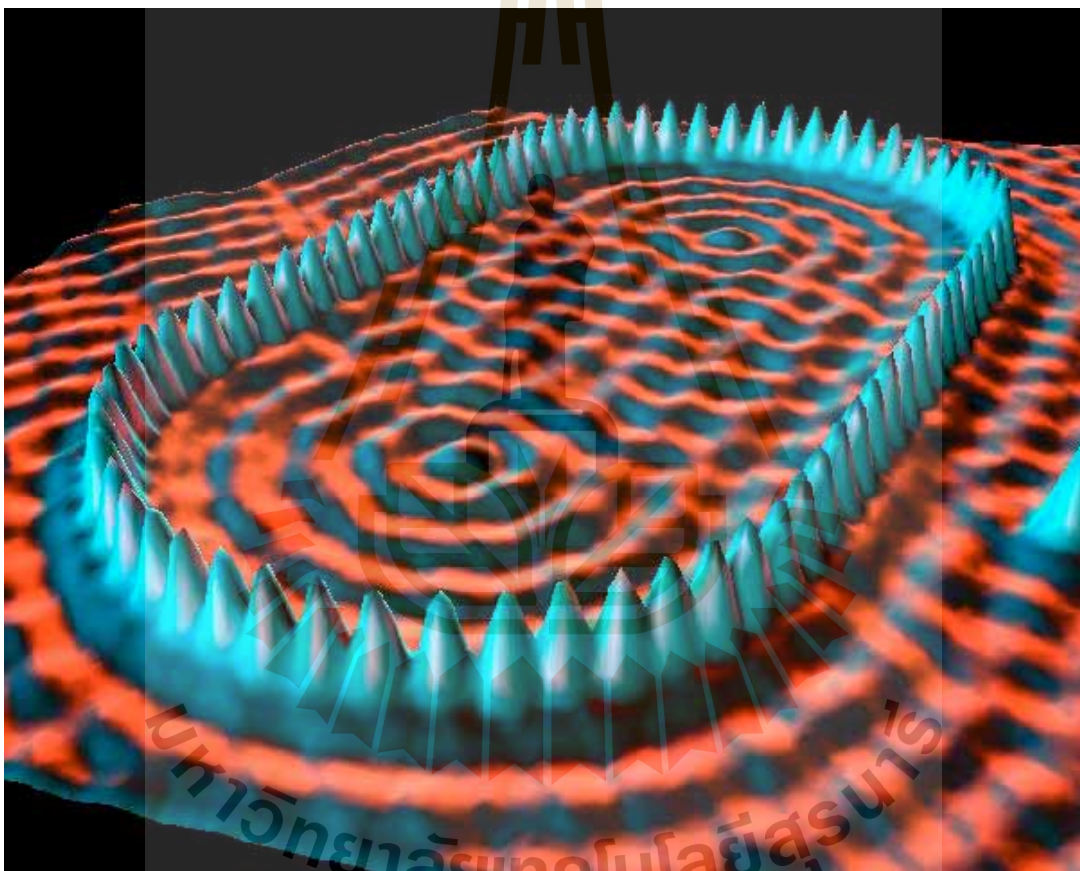
- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. สำนักวิชาวิทยาศาสตร์. สาขาวิชาฟิสิกส์. 2542. ฟิสิกส์ 2. พิมพ์ครั้งที่ 3.
นนทบุรี: เอส.อาร์.พรีนติ้ง แมสโปรดักส์.
- Benson, Harris. 1991. **University physics**. New York: John Wiley & Sons.
- Blatt, F. J. 1983. **Principles of physics**. Boston: Allyn and Bacon.
- Bueche, Frederick J. 1986. **Introduction to physics for scientists and engineers** (4th ed.).
Singapore: McGraw-Hill.
- Giancoli, Douglas C. 1999. **Physics: principles and applications** (5th ed.). Englewood Cliffs,
New Jersey: Prentice-Hall.
- Halliday, David., Resnick, Robert., and Walker, Jearl. 2000. **Fundamentals of physics** (6th ed.).
New York: John Wiley & Sons.
- Miller, Franklin Jr., and Schroeder, Dietrich. 1987. **College physics** (6th ed.). New York: Harcourt
Brace Jovanovich.
- Resnick, Robert., Halliday, David., and Krane, Kenneth S. 1992. **Physics** (4th ed.). New York:
John Wiley & Sons.
- Sears, Francis W., Zemansky, Mark W., and Young, Hugh D. 1987. **University physics** (7th ed.).
Reading, Mass: Addison-Wesley Publishing.
- Serway, R., and Beichner, R. 2000. **Physics for scientists and engineers** (5th ed.). Philadelphia:
Saunders College Publishing.
- Shortley, George., and Williams, Dudley. 1967. **Principles of college physics** (2nd ed.).
Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Smith, Alpheus W., and Cooper, John N. 1979. **Elements of physics**. New York: McGraw-Hill.
- Tippler, Paul A. 1998. **Physics for scientists and engineers**. New York: Worth Publishers.
- Weidner, Richard T., and Sells, Robert L. 1973. **Elementary classical physics** (2nd ed.). Boston:
Allyn and Bacon.



หน่วยที่

8

ทฤษฎีควอนตัมเบื้องต้น



โดย อาจารย์ ดร. ศาโรช รุจิรวรรณ



อธิบายรูปจากหน่วยที่ 8

นักวิทยาศาสตร์ได้ใช้ปลายเข็มลากอะตอมของเหล็ก (Fe) มาต่อกันเป็นวงบนผิวหน้าของผลึกทองแดง (Cu) เกิดเป็นวงขึ้น ทำให้เห็นการแทรกสอดของคลื่นอิเล็กตรอนบนผิวผลึกทองแดงอย่างชัดเจน อุปกรณ์ที่ใช้ในการเคลื่อนอะตอมดังกล่าวได้นำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีควอนตัมมาประยุกต์ใช้ในการสร้างภาพ ซึ่งให้รายละเอียดในระดับที่เล็กกว่าอะตอมได้

(ที่มา: รูปจาก www.almaden.ibm.com/vis/stm/)

ตอนที่ 8.1

ทฤษฎีควอนตัมแบบเดิม

เมื่อเราทำการศึกษาสารที่เล็กลงไปถึงระดับอะตอมและโมเลกุล เราไม่อาจที่จะใช้ทฤษฎีกลศาสตร์และแม่เหล็กไฟฟ้าแบบเดิมมาใช้อธิบายพฤติกรรมของอนุภาคเล็กๆ เหล่านั้นได้ นักวิทยาศาสตร์พบว่าจะต้องใช้แนวคิดแบบใหม่ที่ต่างไปจากเดิมเพื่อที่จะทำความเข้าใจธรรมชาติในระดับจุลภาคนั้น ซึ่งแนวคิดดังกล่าวทำให้เกิดการพัฒนาทฤษฎีควอนตัม (Quantum Theory) ขึ้น ซึ่งปัจจุบันมีความสำคัญและถูกนำไปใช้เป็นพื้นฐานเบื้องต้นในการวิจัยและพัฒนาความรู้ใหม่ๆ ในสาขาต่างๆ มากมาย

ในบทนี้จะกล่าวถึงแนวคิดและความรู้เบื้องต้นของทฤษฎีควอนตัมที่ควรทราบ โดยหัวข้อที่ยกมาศึกษาในส่วนของบทนี้คือ การแผ่รังสีของวัตถุดำ ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก การกระเจิงคอมป์ตัน สเปกตรัมแบบเส้น และทฤษฎีอะตอมเบื้องต้นของโบร์ ในส่วนหลังของหน่วยนี้จะกล่าวถึงคลื่นเดอบรอยล์ การเลี้ยวเบนของอิเล็กตรอน โอกาสและหลักความไม่แน่นอน การแทรกสอดของลำอิเล็กตรอน ฟังก์ชันคลื่นและสมการคลื่นชเรอดิงเงอร์ เพื่อให้ทราบเป็นพื้นฐานเบื้องต้น

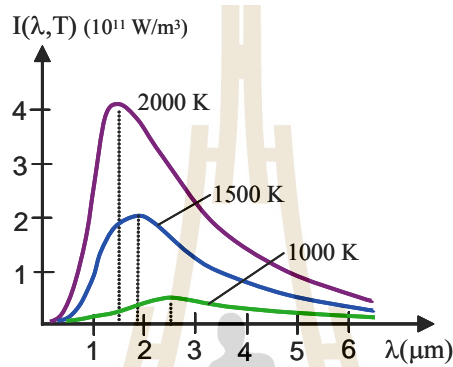
1. การแผ่รังสีของวัตถุดำ

วัตถุต่างๆ จะมีการปลดปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในปริมาณที่สัมพันธ์กับอุณหภูมิของวัตถุนั้น ซึ่งเรียกว่า การแผ่รังสีความร้อน (thermal radiation) ที่อุณหภูมิต่ำ (เช่นอุณหภูมิห้อง) จะมีการแผ่รังสีส่วนใหญ่ในช่วงรังสีอินฟราเรด (IR) ซึ่งเราไม่สามารถมองเห็นได้ แต่เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นวัตถุอาจจะเริ่มเปล่งแสงออกมาให้มองเห็นได้ เช่น เมื่อเราค่อยๆ เผลาแท่งเหล็กให้ร้อน เหล็กจะเริ่มปรากฏเป็นสีแดงเรื่อๆ เมื่อเพิ่มอุณหภูมิขึ้นอีก สีจะเปลี่ยนเป็นเหลืองสุกและเมื่อเหล็กร้อนจัดจะเปล่งแสงขาวสว่างสุดใสในที่สุด นักวิทยาศาสตร์ได้พบว่าวัตถุต่างๆ มีการแผ่รังสีความร้อนเป็นสเปกตรัมต่อเนื่องครอบคลุมช่วงคลื่นต่างๆ ทั้งรังสีอินฟราเรด แสงปกติ ไปจนถึงย่านรังสีเหนือม่วง ซึ่งความเข้มของแสงในช่วงคลื่นต่างๆ จะแตกต่างกันไป

เพื่อที่จะทำความเข้าใจธรรมชาติของการแผ่รังสีความร้อนของสารต่างๆ นักวิทยาศาสตร์ได้ทำการศึกษาการแผ่รังสีจากตัวแผ่รังสีในอุดมคติซึ่งรังสีที่แผ่ออกมานั้นขึ้นอยู่กับอุณหภูมิของตัวแผ่รังสีเท่านั้น วัตถุในอุดมคติที่ดูดกลืนคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้ในทุกย่านความถี่จะสามารถปลดปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้ดีในทุกย่านความถี่เช่นเดียวกัน เราเรียกวัตถุในอุดมคตินั้นว่า วัตถุดำ (blackbody)

และเรียกปรากฏการณ์ที่วัตถุดำที่ร้อนปลดปล่อยแสงสว่างออกมาว่า การแผ่รังสีของวัตถุดำ (Blackbody radiation) ในการทดลองอาจแทนวัตถุดำด้วยโพรง โลหะที่ภายในกลวงและสังเกตการแผ่รังสีผ่านรูที่เจาะไว้ด้านหนึ่ง

เรานิยามให้ $I(\lambda, T) d\lambda$ หมายถึงกำลังต่อหน่วยพื้นที่ที่เกิดจากคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในช่วงความยาวคลื่นระหว่าง λ ถึง $\lambda + d\lambda$ ซึ่งผลการทดลองวัดความเข้มของการแผ่รังสีของวัตถุดำในช่วงความยาวคลื่นต่างๆ แสดงได้ดังรูปที่ 8.1



รูปที่ 8.1 สเปกตรัมการแผ่รังสีของวัตถุดำที่อุณหภูมิบางค่า

วัตถุดำจะปลดปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในช่วงความยาวคลื่นที่ต่อเนื่องเป็นแถบกว้างแต่จะมีความเข้มสูงสุดที่ความยาวคลื่นค่าหนึ่งในแต่ละอุณหภูมิ ที่อุณหภูมิเพิ่มขึ้นปริมาณพลังงานที่ปลดปล่อยออกมาจากวัตถุดำยิ่งเพิ่มมากขึ้น เมื่อเรารวมพื้นที่ใต้กราฟแต่ละเส้นในรูปที่ 8.1 จะได้ความเข้มรวมหรือกำลังรวมต่อหน่วยพื้นที่ $I(T)$ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับอุณหภูมิ T ตาม กฎของชเตฟาน-โบลต์ซมันน์ (Stefan-Boltzmann law) ดังสมการ

$$I(T) = \int_0^{\infty} I(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4 \quad (8.1)$$

ค่าคงตัว $\sigma = 5.6705 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$ เรียกว่า ค่าคงตัวของชเตฟาน-โบลต์ซมันน์

นอกจากความเข้มรวมจะเพิ่มขึ้นเมื่อวัตถุร้อนขึ้นแล้ว ตำแหน่งของจุดสูงสุดของ $I(\lambda, T)$ ยังเลื่อนไปตามทิศทางที่ความยาวคลื่นลดลง จากการทดลองพบว่า ความยาวคลื่น λ_m ซึ่งเป็นความยาวคลื่นที่ความเข้มของการแผ่รังสี $I(\lambda, T)$ มีค่าสูงสุด จะมีความสัมพันธ์กับและอุณหภูมิ T ของวัตถุในหน่วยเคลวิน ตามสมการ

$$\lambda_m T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \quad (8.2)$$

ความสัมพันธ์ดังกล่าวเรียกว่า กฎการกระจัดของวิน (Wien's displacement law) ซึ่งปัจจุบันนักวิทยาศาสตร์ได้ใช้ความสัมพันธ์นี้บอกอุณหภูมิของวัตถุร้อนที่อยู่ไกลออกไปมากๆ ได้โดยการวิเคราะห์สเปกตรัมการแผ่รังสีความร้อนของวัตถุนั้น เช่น สามารถกำหนดได้ว่าดาวฤกษ์สีน้ำเงินเช่น ดาวไรเจล ในกลุ่มดาวนายพราน มีอุณหภูมิสูงกว่าดาวฤกษ์สีแดงเช่น ดาวอัลดิบาห์เรน ในกลุ่มดาววัว เป็นต้น หรือสามารถบอกถึงอุณหภูมิพื้นหลังของจักรวาลได้

มีผู้ใช้ทฤษฎีกลศาสตร์และแม่เหล็กไฟฟ้าแบบเดิมทำนายว่าความเข้มของแสงที่ปล่อยออกมาจะเพิ่มขึ้นเมื่อสังเกตแสงในย่านความยาวคลื่นที่ลดลง ตามกฎของเรย์ลี-จินส์ (Rayleigh-Jeans' law) ดังสมการ

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi ck_B T}{\lambda^4} \tag{8.3}$$

$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ คือค่าคงตัวของโบลต์ซมันน์

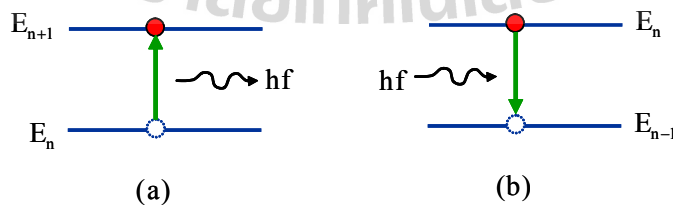
ตามกฎของเรย์ลี-จินส์ $I(\lambda, T)$ ควรจะมีค่าเพิ่มมากขึ้นในช่วงความยาวคลื่นสั้น แต่จากการทดลองตามรูปที่ 8.1 กลับมีค่าลดลงในช่วงที่ความยาวคลื่นน้อยกว่า λ_m นอกจากนี้ถ้าคำนวณความเข้มรวม $I(T)$ จากสมการ 8.3 จะได้ผลลัพธ์เป็นอนันต์ซึ่งไม่ตรงกับความเป็นจริง

จากความขัดแย้งระหว่างทฤษฎีแบบเดิมกับผลการทดลองการแผ่รังสีความร้อนของวัตถุทำให้ นักวิทยาศาสตร์จำเป็นต้องใช้แนวคิดใหม่ในการสร้างแบบจำลองเชิงทฤษฎีสำหรับการแก้ปัญหา ดังกล่าว

ในปี ค.ศ. 1900 มักซ์ พลังค์ (Max Planck) สามารถทำการคำนวณเพื่ออธิบายการแผ่รังสีของ วัตถุได้สำเร็จ โดยใช้สมมติฐานว่ามีตัวแผ่รังสี (อิเล็กตรอน) กระจายอยู่บนผนังของวัตถุโดยตัวแผ่รังสีที่สั่นด้วยความถี่ f จะมีพลังงาน E ได้เป็นขั้นๆ บางค่าเท่านั้น หรือ

$$E = nhf; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \tag{8.4}$$

$h \approx 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ เป็นค่าคงตัวปัจจุบันเรียกว่า ค่าคงตัวของพลังค์ (Planck's constant)



รูปที่ 8.2 (a) เมื่อตัวแผ่รังสีดูดกลืนโฟตอนจะมีระดับพลังงานเพิ่มขึ้น

(b) เมื่อปลดปล่อยโฟตอนจะมีระดับพลังงานลดลง

ในเบื้องต้นนั้นพลังค์แนะนำค่าคงตัว h เข้ามาเพื่อให้สามารถใช้คณิตศาสตร์หาความสัมพันธ์ $I(\lambda, T)$ ให้สอดคล้องกับผลการทดลองและพบว่าจำเป็นต้องคงค่าดังกล่าวไว้จึงจะสามารถอธิบายผลการทดลองได้ตรง จากสมการ 8.4 ค่าของ n เป็นจำนวนเต็มหมายความว่าค่าพลังงานของตัวแผ่รังสีมีค่าไม่ต่อเนื่อง แต่จะต่างกันเป็นขั้นๆ ตามค่าของ n ตามรูปที่ 8.2 เมื่อตัวแผ่รังสีปลดปล่อยพลังงานออกมาระดับพลังงานของมันจะลดลง และในทางกลับกันเมื่อตัวแผ่รังสีดูดกลืนพลังงานเข้าไประดับพลังงานของมันจะเพิ่มขึ้น ซึ่งการที่พลังงานมีค่าต่างกันเป็นขั้นเล็กๆ และไม่ต่อเนื่องนี้เรียกว่าควอนไทเซชัน (quantization) และก้อนพลังงานเล็กๆ ที่ตัวแผ่รังสีดูดกลืนหรือปลดปล่อยออกมานั้นเรียกว่า ควอนตา (quanta) ซึ่งเป็นที่มาของชื่อทฤษฎีควอนตัมในที่สุด

พลังงานที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงของตัวแผ่รังสีนั้นปัจจุบันเรียกว่าเป็นพลังงานของโฟตอน (photon) ซึ่งเป็นควอนตาของแสงมีค่าแปรผันตามความถี่ของแสงดังสมการ

$$\Delta E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad (8.5)$$

$c \approx 3 \times 10^8$ m/s เป็นค่าอัตราเร็วของแสง f และ λ เป็นความถี่และความยาวคลื่นของแสงตามลำดับ

จากสมมติฐานว่าพลังงานมีค่าเป็นขั้นๆ และไม่ต่อเนื่อง พลังค์สามารถพิสูจน์ได้ว่า

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1} \quad (8.6)$$

สมการ 8.5 เรียกว่ากฎการแผ่รังสีของพลังค์ (Planck radiation law) ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลองตามรูปที่ 8.1 ได้เป็นอย่างดี โดยใช้ข้อเสนอดังกล่าวเราสามารถพิสูจน์กฎการเคลื่อนที่ของวินได้โดยสังเขปดังนี้

ความเข้มของการแผ่รังสีมีค่าสูงสุดที่ตำแหน่ง $\lambda = \lambda_m$ หรือ $\frac{d}{d\lambda} I(\lambda, T) = 0$

เมื่อใช้การคำนวณเชิงตัวเลขจะได้ว่า $\lambda_m = \frac{hc}{4.965 k_B T}$ หรือ $\frac{hc}{4.965 k_B} = 2.90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$

สามารถหากฎของสเตฟาน-โบลต์ซมันน์ หาได้จาก

$$I(T) = \int_0^\infty I(\lambda, T) d\lambda = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3} T^4 \quad \text{หรือ} \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$$

ในช่วงสเปกตรัมที่ความยาวคลื่น λ มีค่ามากๆ เราอาจประมาณ $e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} \approx 1 + \frac{hc}{\lambda k_B T}$ ซึ่งทำให้

สมการ 8.6 ลดรูปลงคล้ายกันกับกฎของเรย์ลี-จินส์ตามสมการ 8.3 หรือไม่มีค่าคงตัว h เข้ามาเกี่ยวข้อง นั่นคือในช่วงความยาวคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามากๆ ซึ่งสมมูลกับค่าพลังงานของโฟตอนที่น้อยมากๆ ทฤษฎีแบบเดิมกับทฤษฎีควอนตัมจะให้ผลที่คล้ายกัน

ตัวอย่างที่ 8.1 นักวิทยาศาสตร์สามารถบอกอุณหภูมิของวัตถุต่างๆ ได้โดยการวัดสเปกตรัมการแผ่รังสีความร้อน จึงบอกอุณหภูมิของวัตถุต่างๆ ดังต่อไปนี้จากค่า λ_m ที่กำหนดให้ : ดวงอาทิตย์ (500 nm), เครื่องยนต์ไอพ่น (3.6 μm), มนุษย์ (9.5 μm), จักรวาล(1.06 mm)

วิธีทำ ใช้สมการ 8.2 คำนวณหาอุณหภูมิได้คือ

$$\text{ดวงอาทิตย์ } T_{\text{sun}} = \frac{0.0029 \text{ m} \cdot \text{K}}{500 \times 10^{-9} \text{ m}} = 5,800 \text{ K}$$

ในเวลาประมาณห้าพันล้านปีข้างหน้าเมื่อเชื้อเพลิงในดวงอาทิตย์ถูกเผาผลาญจนใกล้หมด ดวงอาทิตย์จะมีอุณหภูมิลดลงและขยายตัวเป็นดาวยักษ์สีแดง (red giant star) ในที่สุด

$$\text{เครื่องยนต์ไอพ่น } T_{\text{jet}} = \frac{0.0029 \text{ m} \cdot \text{K}}{3.6 \times 10^{-6} \text{ m}} = 806 \text{ K} = 533 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

ชิปนาฬิกาอากาศสู่อวกาศมักจะมีตัวตรวจจับรังสีความร้อน (infrared detector) เล็งไปยังไอร้อนจากเครื่องยนต์ไอพ่นนักบินอาจหลบหลีกได้โดยบินตรงในแนวเข้าหาดวงอาทิตย์ซึ่งแผ่รังสีมากกว่า อย่างไรก็ตามชิปนาฬิการุ่นใหม่สามารถวัดความยาวคลื่น λ_m ได้โดยตรงทำให้โอกาสพลาดเป๋ามีน้อยขึ้น

$$\text{มนุษย์ } T_{\text{human}} = \frac{0.0029 \text{ m} \cdot \text{K}}{9.5 \times 10^{-6} \text{ m}} = 305 \text{ K} = 33 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

ผิวหนังของมนุษย์จะมีอุณหภูมิที่ต่ำกว่าอุณหภูมิภายในร่างกาย อุณหภูมิดังกล่าวอาจสูงกว่าอุณหภูมิของสิ่งแวดล้อมในเวลากลางคืนซึ่งจะสามารถมองเห็นได้อย่างเด่นชัดในช่วงคลื่นอินฟราเรด ซึ่งกล้องมองกลางคืน (night vision) จะใช้มองแสงในช่วงคลื่นนี้

$$\text{จักรวาล } T_{\text{universe}} = \frac{0.0029 \text{ m} \cdot \text{K}}{1.06 \times 10^{-3} \text{ m}} = 2.7 \text{ K} \approx -270 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

จากการวัดในช่วงคลื่นไมโครเวฟ จักรวาลหรือเอกภพของเรามีอุณหภูมิประมาณ 2.73 K ซึ่งเป็นการสนับสนุนทฤษฎีการระเบิดครั้งใหญ่ (Big Bang) ซึ่งเป็นจุดกำเนิดของจักรวาลปัจจุบันในเวลาประมาณ 1.4×10^{10} ปี (หนึ่งหมื่นสี่พันล้านปี) มาแล้ว

ตัวอย่างที่ 8.2

- (a) จงหาค่ากำลังรวมของการแผ่รังสีต่อพื้นที่ $I(T)$ บนผิวดวงอาทิตย์
- (b) กำหนดให้รัศมีของดวงอาทิตย์ $r_{\text{sun}} = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$ และรัศมีวงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ $R = 1.50 \times 10^{11} \text{ m}$ จงหาความเข้มของแสงอาทิตย์บนผิวโลก I_{earth}

วิธีทำ (a) ใช้สมการ 8.1 และ อุณหภูมิของผิวดวงอาทิตย์จากตัวอย่างที่ 8.1 คำนวณได้คือ

$$I(T) = \sigma T^4 = (5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4})(5,992 \text{ K})^4 = 64.2 \text{ MWm}^{-2}$$

- (b) ความเข้มบนผิวดวงอาทิตย์จะกระจายออกเป็นสัดส่วนตามพื้นที่ผิวของทรงกลม

$$I(T)/4\pi r_{\text{sun}}^2 = I_{\text{earth}}/4\pi R^2$$

$$I_{\text{earth}} = I(T)(r_{\text{sun}}^2/R^2) = (64.2 \times 10^6 \text{ Wm}^{-2})(6.96 \times 10^8 \text{ m})^2/(1.50 \times 10^{11} \text{ m})^2$$

$$I_{\text{earth}} = 1.28 \text{ kWm}^{-2}$$

นอกจากนี้ความเข้มของแสงอาทิตย์บนผิวโลกอาจแปรเปลี่ยนไปตามตำแหน่งละติจูดและฤดูกาลด้วย

ตัวอย่างที่ 8.3 จงประมาณความเข้มแสงบนผิวของดวงอาทิตย์ในช่วงความยาวคลื่น 500 nm ถึง 505 nm

วิธีทำ ใช้สมการ 8.6 และตัวเลขจากตัวอย่างก่อนๆ

$$\frac{hc}{\lambda k_B T} \approx \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ Js})(3.0 \times 10^8 \text{ ms}^{-1})}{(500 \times 10^{-9} \text{ nm})(1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1})(5,800 \text{ K})} \approx 4.97$$

$$I(\lambda, T) \approx \frac{2\pi(6.63 \times 10^{-34} \text{ Js})(3.0 \times 10^8 \text{ ms}^{-1})^2}{(500 \times 10^{-9} \text{ nm})^5(e^{4.97} - 1)} \approx 8.4 \times 10^{13} \text{ Wm}^{-3}$$

$$I(\lambda, T)\Delta\lambda \approx (8.4 \times 10^{13} \text{ Wm}^{-3})(5 \times 10^{-9} \text{ m}) \approx 4.2 \times 10^5 \text{ Wm}^{-2} \approx 0.42 \text{ MWm}^{-2}$$

ค่าความเข้มแสงในช่วงดังกล่าวคิดเป็นประมาณ 0.65% ของความเข้มแสงรวมทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 8.4 จงคำนวณหาความยาวคลื่นของโฟตอนต่อไปนี้

- (a) รังสีแกมมา พลังงาน 1 MeV
- (b) รังสีเอกซ์ พลังงาน 1 keV
- (c) รังสีเหนือม่วง พลังงาน 4 eV
- (d) แสงสีแดง พลังงาน 2 eV
- (e) รังสีใต้แดง 1 eV

วิธีทำ ใช้ความสัมพันธ์ 8.5 จะได้ $\lambda = \frac{hc}{E}$ และ $hc \approx 1,242 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ จะได้

- (a) รังสีแกมมา $\lambda = 1.24 \text{ pm}$
- (b) รังสีเอกซ์ $\lambda = 1.24 \text{ nm}$
- (c) รังสีเหนือม่วง $\lambda = 310 \text{ nm}$
- (d) แสงสีแดง $\lambda = 620 \text{ nm}$
- (e) รังสีใต้แดง $\lambda = 1.24 \text{ }\mu\text{m}$

2. ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก

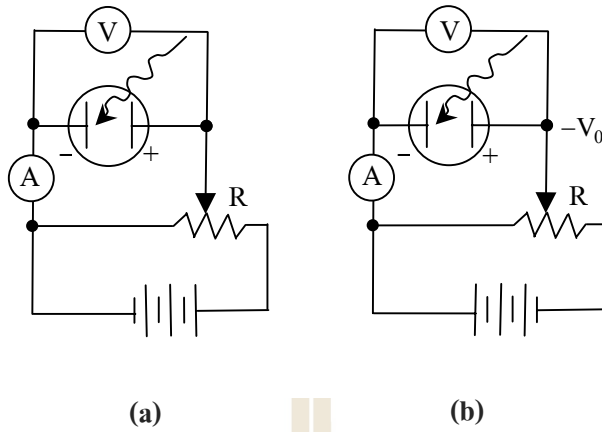
ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก (photoelectric effect) คือการที่มีอิเล็กตรอนหลุดออกมาจากผิวโลหะเมื่อมีแสงตกกระทบ ซึ่งอิเล็กตรอนที่หลุดออกมานั้นมีพลังงานขึ้นกับความถี่ของแสงที่ตกกระทบ

ในปี ค.ศ. 1886 ทอมัส เอดิสัน (Thomas Edison) พบปรากฏการณ์ thermionic emission กล่าวคือเมื่อทำให้โลหะร้อนมากๆ จะเกิดมีอิเล็กตรอนหลุดออกจากผิวโลหะ ซึ่งค่าพลังงานของโฟตอนที่น้อยที่สุดที่ทำให้อิเล็กตรอนหลุดออกจากโลหะได้ เรียกว่าฟังก์ชันงาน (work function, ϕ) ซึ่งจะต่างกันไปตามชนิดของโลหะต่างๆ

ในปี ค.ศ. 1887 ไฮน์ริช แอสตซ์ (Heinrich Hertz) พบปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก เมื่อสังเกตเห็นว่าแสงสว่างที่เกิดขึ้นจากการสปาร์ก (spark) ระหว่างขั้วไฟฟ้าคู่หนึ่งเมื่อส่องไปยังขั้วไฟฟ้าโลหะคู่อื่นทำให้เกิดการสปาร์กของขั้วไฟฟ้านั้นได้

ในระหว่างปี ค.ศ. 1887-1900 วิลเฮล์ม ฮอลล์วอคค์ (Wilhelm Hallwachs) และฟิลลิปส์ เลนาร์ด (Philipp Lenard) ต่างก็ทำการทดลองศึกษาปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริกอย่างละเอียด และได้ผลการทดลองที่ไม่สามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎีแบบดั้งเดิมในขณะนั้น อุปกรณ์การทดลองปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริกอย่างง่ายอาจแสดงได้ดังแผนภูมิในรูปที่ 8.3

ตามรูปที่ 8.3 (a) หลอดโฟโตเซลล์ประกอบด้วยขั้วไฟฟ้าโลหะแอโนด (+) และแคโทด (-) ซึ่งต่อเชื่อมกับแบตเตอรี่ เพื่อสร้างความต่างศักย์ V หรือทำให้เกิดสนามไฟฟ้าระหว่างขั้วไฟฟ้าทั้งสอง เมื่อจัดให้มีแสงตกกระทบขั้วไฟฟ้าโลหะจะทำให้เกิดมีโฟโตอิเล็กตรอนหลุดจากผิวโลหะ และอิเล็กตรอนจะถูกเร่งด้วยสนามไฟฟ้าจากขั้วไฟฟ้าจากขั้วแคโทด (cathode) ไปยังขั้วแอโนด (anode) ทำให้เกิดการนำไฟฟ้าระหว่างขั้วไฟฟ้าซึ่งวัดได้ด้วยแอมมิเตอร์ A



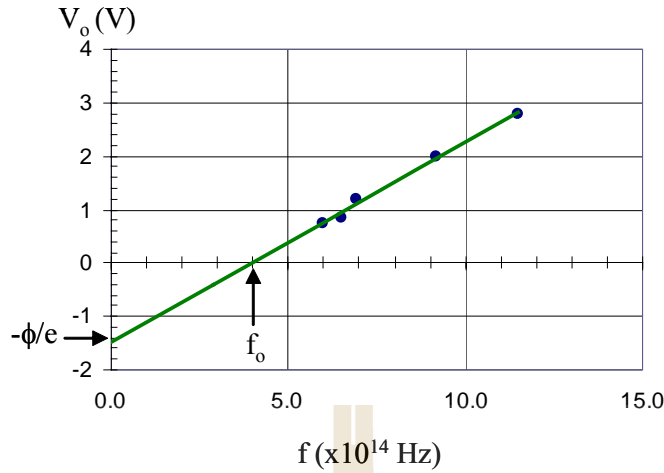
รูปที่ 8.3 แผนภูมิอุปกรณ์การทดลองปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริกอย่างง่าย

(a) Forward Bias (b) Reverse Bias

ฮอลล์วอคส์ และเลนาร์ด พบว่าจะไม่มีโฟโตอิเล็กตรอนเกิดขึ้นเมื่อความถี่ของแสงที่ตกกระทบแคโทดน้อยกว่าความถี่ขั้นต่ำ f_0 ที่เรียกว่า threshold frequency โดยค่าของ f_0 จะแตกต่างกันไปตามชนิดของโลหะที่ใช้ทำแคโทด เมื่อความถี่ของแสงมากกว่า f_0 จะมีโฟโตอิเล็กตรอนเกิดขึ้นและทำให้เกิดกระแสไหลผ่านระหว่างขั้วไฟฟ้า และถ้าจะหยุดไม่ให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านหลอดโฟโตเซลล์จะต้องกลับขั้วแบตเตอรี่และปรับให้ศักย์ไฟฟ้าที่แอโนดต่ำกว่า V_0 ตามรูปที่ 8.3 (b) ค่า V_0 เรียกว่า ศักย์หยุดยั้ง (stopping potential) และพลังงานจลน์สูงสุดของอิเล็กตรอนที่หลุดจากแคโทด K_{\max} สามารถคำนวณได้โดย

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eV_0 \quad (8.7)$$

ค่า $e \approx 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ เป็นค่าประจุไฟฟ้าของอิเล็กตรอน ซึ่งจากผลการทดลองพบว่าสำหรับโลหะแต่ละชนิดที่ใช้ทำแคโทดจะมีค่า K_{\max} ขึ้นกับความถี่ของแสงที่ตกกระทบและไม่ขึ้นกับความเข้มของแสง ซึ่งผลการทดลองอาจแสดงได้ตามรูปที่ 8.4



รูปที่ 8.4 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างศักย์หยุดยั้ง V_0 และความถี่ของแสง f ที่ตกกระทบแคโทด

ในปี ค.ศ. 1900 พลังค์ประสบความสำเร็จในการอธิบายการเปล่งแสงของวัตถุที่ร้อน หรือรู้จักกันในนามการแผ่รังสีของวัตถุดำ โดยเสนอว่ามีความจำเป็นในการสมมติว่าการปลดปล่อยแสงหรือดูดกลืนพลังงานจากแสงของตัวแผ่รังสี (radiator) มีค่าไม่ต่อเนื่อง ซึ่งเป็นจุดเริ่มของการค้นพบข้อเท็จจริงที่ว่าโดยทั่วไปแล้วพลังงานในระดับจุลภาคมีค่าไม่ต่อเนื่อง

ในปี ค.ศ. 1905 แอลเบิร์ต ไอน์สไตน์ (Albert Einstein) ได้รับแนวคิดของพลังค์เรื่องควอนตาของแสงเพื่ออธิบายปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก นอกจากนี้ยังได้เสนอทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ (Special Relativity) ในปีเดียวกันนั้นด้วย ซึ่งทฤษฎีควอนตัมและสัมพัทธภาพเมื่อรวมกันแล้วได้กลายเป็นหัวใจของการพัฒนาวิชาฟิสิกส์ส่วนที่เรียกว่าฟิสิกส์ยุคใหม่ (Modern Physics) ในที่สุด

ข้อมูลจากการทดลองบ่งชี้ว่า K_{\max} มีความสัมพันธ์เชิงเส้นเมื่อเทียบกับความถี่ของแสงที่ตกกระทบ (f) ซึ่งไอน์สไตน์ได้เสนอความสัมพันธ์

$$hf = K_{\max} + \phi \quad \text{หรือ} \quad K_{\max} = hf - \phi \quad (8.8)$$

อธิบายได้ว่า โฟตอนแต่ละตัวมีพลังงาน hf ซึ่งเมื่อมีแสงตกกระทบโลหะอาจทำให้โฟตอนถูกดูดกลืนโดยอิเล็กตรอนในโลหะซึ่งถ้าพลังงาน hf นั้นมากกว่า ฟังก์ชันงาน ϕ จะทำให้อิเล็กตรอนอิสระสามารถเอาชนะการยึดเหนี่ยวและหลุดออกจากโลหะได้ ซึ่งพลังงานของอิเล็กตรอนที่เหลือจะอยู่ในรูปของพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนนั้นและเมื่อใช้ความสัมพันธ์ 8.7 ผลการทดลองตามรูปที่ 8.4 จะสามารถอธิบายได้โดยสมการ

$$eV_0 = hf - \phi \quad (8.9)$$

ความชันของกราฟในรูปที่ 8.4 มีค่าเท่ากับ $\frac{h}{e}$ ซึ่งเป็นผลการทดลองที่ยืนยันโดย โรเบิร์ต มิลลิแกน (Robert Millikan) ในปี ค.ศ.1909 ซึ่งเป็นการสนับสนุนแนวคิดควอนตัมได้เป็นอย่างดี นั่นคือตามปกติแล้วอิเล็กตรอนตัวหนึ่งจะรับพลังงานได้จากโฟตอนแต่เพียงตัวเดียวซึ่งพลังงานที่รับไปนั้นจะขึ้นกับความถี่ของแสงและไม่ขึ้นกับความเข้มของแสงแต่อย่างใด

เนื่องจากเราวัดศักย์หยุดยั้งในหน่วยของโวลต์ (V) จากความสัมพันธ์ 8.9 เราอาจวัดค่าพลังงานของแสง และฟังก์ชันงานในหน่วยของอิเล็กตรอนโวลต์ (eV) หรือ

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

ค่าคงตัวของพลังค์มีค่าเป็น

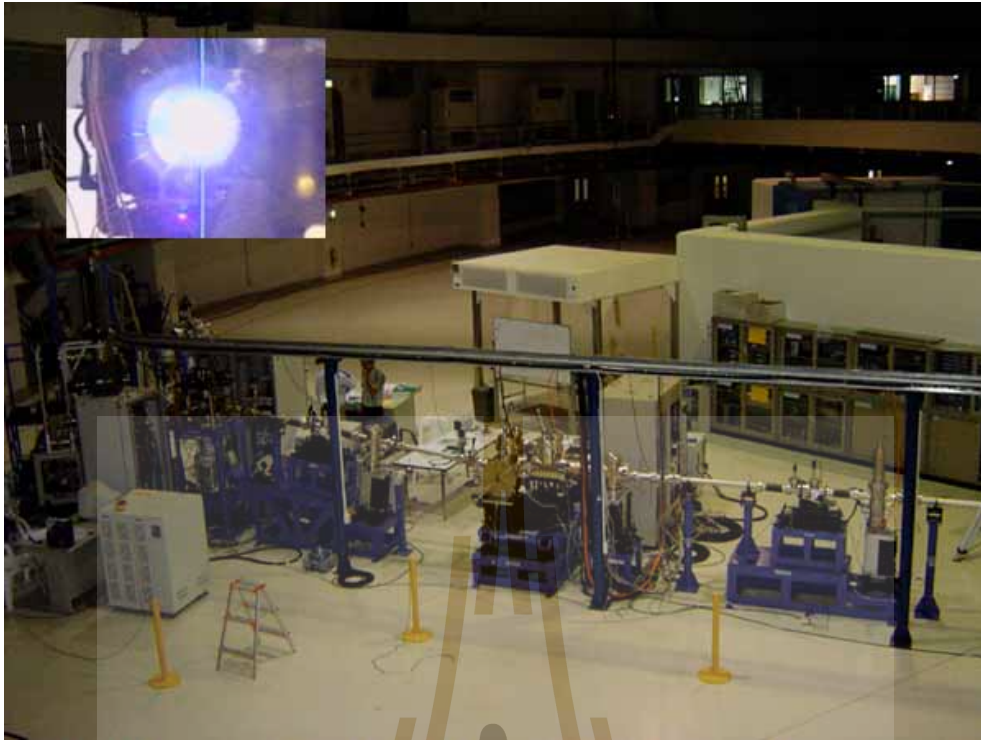
$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = 4.136 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$$

ค่าฟังก์ชันงานของสารบางชนิดแสดงในตารางที่ 8.1 โดยค่าดังกล่าวอาจเปลี่ยนแปลงตามสภาพของพื้นผิวได้ด้วย

ตารางที่ 8.1 ฟังก์ชันงานของสารบางชนิด

โลหะ	ฟังก์ชันงาน (eV)	โลหะ	ฟังก์ชันงาน (eV)
อลูมิเนียม (Al)	4.3	ทอง (Au)	5.1
คาร์บอน(C)	5.0	เงิน (Ag)	4.3
ซิลิกอน(Si)	4.8	ทองแดง (Cu)	4.7
สังกะสี (Zn)	4.3	โซเดียม (Na)	2.3
โพตัสเซียม (K)	2.3	ซีเซียม (Cs)	2.0

ค่าฟังก์ชันงานของสารในตารางที่ 8.1 ส่วนใหญ่มีค่าอยู่ในช่วงพลังงานของแสงเหนือม่วง (ultraviolet) ดังนั้นในการวิจัยเพื่อหาโครงสร้างแถบพลังงานของสารหลายๆ ชนิด มักใช้แสงเหนือม่วงในการตรวจวัด เทคนิคการทดลองหนึ่งที่มีพื้นฐานเบื้องต้นจากการทดลองโฟโตอิเล็กทริกปัจจุบันเรียกว่า photoemission spectroscopy ซึ่งอุปกรณ์การทดลองแสดงดังรูปที่ 8.5



รูปที่ 8.5 อุปกรณ์การทดลอง photoemission spectroscopy โดยใช้แสงซินโครตรอน (รูปเล็ก) ติดตั้ง ณ ห้องปฏิบัติการแสงสยาม ที่ตั้งในบริเวณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อ.เมือง จ.นครราชสีมา

โดยทั่วไปโลหะอัลคาไลจะมีฟังก์ชันงานที่ต่ำโดยเฉพาะซีเซียม (Cs) เมื่อเคลือบเป็นฟิล์มบาง อาจมีฟังก์ชันงานได้ต่ำลงถึง 1.0 eV จึงมีผู้นำโลหะกลุ่มดังกล่าวมาใช้ในการทำหลอดโฟโตเซลล์ หรือใช้เป็นหัววัดที่ไวต่อแสงใช้ในวงจรเปิด-ปิดไฟแสงสว่างอัตโนมัติ หรือเคลือบในหลอดขยายสัญญาณแสง (photomultiplier tube) เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 8.5 เมื่อใช้แสงสีหนึ่งทำการทดลองโฟโตอิเล็กทริก จำเป็นต้องใช้ค่าศักย์หยุดยั้ง $V_0 = 1.5$ V

- (a) จงหาพลังงานจลน์สูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอน
- (b) จงหาความเร็วสูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอน

วิธีทำ (a) $K_{\max} = eV_0 = 1.5 \text{ eV} = 2.4 \times 10^{-19} \text{ J}$

$$(b) v_{\max} \approx \sqrt{\frac{2K_{\max}}{m}} = \sqrt{\frac{2(2.4 \times 10^{-19} \text{ J})}{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 7.26 \times 10^5 \text{ m/s}$$

ตัวอย่างที่ 8.6 จงหาค่าฟังก์ชันงานและค่าคงตัวของพลังค์จากข้อมูลที่กำหนดตามรูปที่ 8.4

วิธีทำ ข้อมูลในรูปที่ 8.4 มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตามสมการ $V_0 = \frac{h}{e}f - \frac{\phi}{e}$

$$\text{จุดตัดแกนตั้ง} = -\frac{\phi}{e} = -1.5 \text{ V} \Rightarrow \text{work function} = \phi = 1.5 \text{ eV}$$

$$\text{ความชัน} = \approx \frac{4.5 \text{ V}}{1.1 \times 10^{15} \text{ Hz}} \approx 4.09 \times 10^{-15} \frac{\text{Js}}{\text{C}} = \frac{h}{e}$$

$$h = (4.09 \times 10^{-15} \text{ Js})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C}) = 6.55 \times 10^{-34} \text{ eV}$$

ตัวอย่างที่ 8.7 ทองคำ (Au) มีค่าฟังก์ชันงาน 5.1 eV

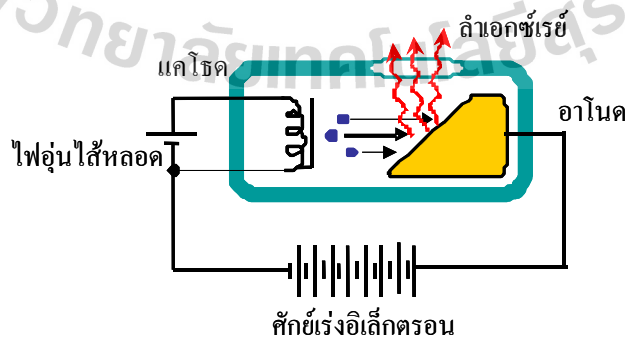
- (a) ถ้าใช้แสงความยาวคลื่น 200 nm ทำการทดลองโฟโตอิเล็กทริก จงหาพลังงานจลน์สูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอน
- (b) จงหาความยาวคลื่นแสงที่สัมพันธ์กับความถี่ขั้นต่ำ f_0

วิธีทำ (a) $K_{\max} = eV_0 = \frac{hc}{\lambda} - \phi = \frac{(1,242 \text{ eV} \cdot \text{nm})}{200 \text{ nm}} - 5.1 \text{ eV} = 1.1 \text{ eV}$

(b) $f_0 = \frac{\phi}{h} \Rightarrow \lambda_c = \frac{c}{f_0} = \frac{hc}{\phi} = \frac{(1,242 \text{ eV} \cdot \text{nm})}{5.1 \text{ eV}} = 243.5 \text{ nm}$ อยู่ในช่วงแสงเหนือม่วง

3. การกระเจิงคอมป์ตัน

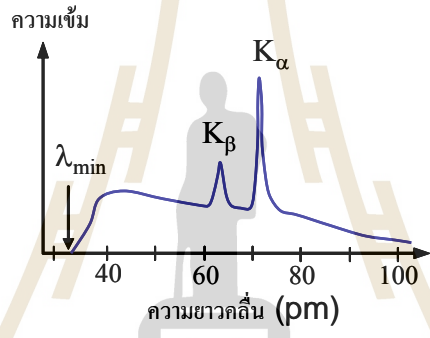
ในปี ค.ศ. 1895 วิลเฮล์ม เรินต์เกน (Wilhelm Röntgen) ได้ประดิษฐ์เครื่องมือที่สามารถผลิตรังสีเอกซ์ (X-rays) โดยมีส่วนประกอบที่คล้ายกับอุปกรณ์ที่แสดงในรูปที่ 8.6



รูปที่ 8.6 อุปกรณ์ผลิตรังสีเอกซ์

เมื่ออุ่นแผ่นแคโทดภายในหลอดให้ร้อนจะมีอิเล็กตรอนอิสระหลุดออกมาจากแผ่นแคโทดและอิเล็กตรอนดังกล่าวจะถูกเร่งด้วยสนามไฟฟ้าที่สร้างโดยจากศักย์ไฟฟ้าแรงสูง $10^3 - 10^4$ V เนื่องจากในหลอดเป็นสุญญากาศ อิเล็กตรอนจึงสามารถถูกเร่งไปจนกระทั่งกระทบเป้าโลหะที่เป็นขั้วแอโนดและทำให้เกิดรังสีเอกซ์ปลดปล่อยออกมาจากเป้าโลหะ เนื่องรังสีเอกซ์มีสามารถทะลุทะลวงผ่านสสารได้ดี ทำให้มีผู้นำมาใช้ประโยชน์ในสาขาต่างๆ มากมาย เช่น การถ่ายภาพรังสีเอกซ์ทางการแพทย์ การตรวจสอบรอยร้าวในอุตสาหกรรม หรือการวิเคราะห์โครงสร้างของผลึก เป็นต้น

รังสีเอกซ์ที่ปลดปล่อยจากหลอดรังสีเอกซ์มีสเปกตรัมที่อาจแสดงได้ดังรูปที่ 8.7 สเปกตรัมที่ได้แยกเป็นสองแบบคือ สเปกตรัมต่อเนื่องเบรึมสตราลิ่ง (bremsstrahlung) ซึ่งพลังงานกำหนดโดยศักย์ไฟฟ้า ΔV ที่ใช้เร่งอิเล็กตรอน และสเปกตรัมเส้นที่เป็นลักษณะเฉพาะตัว(characteristic X-ray) ของเป้าโลหะแต่ละชนิด



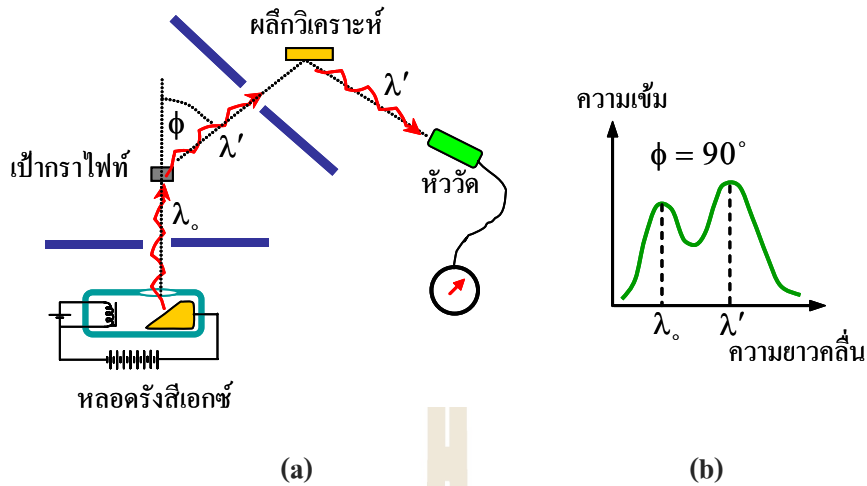
รูปที่ 8.7 สเปกตรัมของรังสีเอกซ์เมื่อใช้เป้าโมลิบดีนัม (Mo) และศักย์ไฟฟ้า 40 kV

สำหรับกรณีของสเปกตรัมต่อเนื่อง พลังงานสูงสุดของโฟตอนกำหนดโดย

$$E_{\max} = e\Delta V = hf_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \tag{8.10}$$

ซึ่งต่อมาทราบว่าโฟตอนดังกล่าวเป็นปลดปล่อยออกมาเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่ไปใกล้นิวเคลียสของอะตอมที่เป็นเป้าโลหะและเกิดการสูญเสียพลังงานได้ในช่วงที่กว้างเกิดเป็นสเปกตรัมต่อเนื่องดังกล่าวขึ้น การเลือกพลังงานของเอกซ์เรย์สามารถทำได้โดยการกำหนดมุมเลี้ยวเบนจากผลึกที่ทราบโครงสร้างที่แน่นอน

ในปี ค.ศ. 1923 อาร์เทอร์ คอมป์ตัน (Arthur Compton) ได้อธิบายผลการทดลองการกระเจิงของรังสีเอกซ์จากเป้ากราไฟท์ (graphite) ซึ่งแผนผังอุปกรณ์การทดลองอาจแสดงได้ดังรูปที่ 8.8 (a)



รูปที่ 8.8 (a) แผนผังการทดลองการกระเจิงคอมป์ตัน
(b) ผลการทดลองที่มุมกระเจิง 90°

รังสีเอกซ์สามารถกระเจิงได้ในลักษณะเดียวกับการกระเจิงของแสงที่ตกกระทบผิวขรุขระ ซึ่งจะกระเจิงในทุกๆ ทิศทาง เมื่อจัดให้รังสีเอกซ์ความยาวคลื่น λ_0 ตกกระทบเป้ากราฟไฟท์แล้ววัดความยาวคลื่นของเอกซ์เรย์ที่กระเจิงเป็นมุม ϕ พบว่าค่าเอกซ์เรย์ที่กระเจิงส่วนหนึ่งจะมีความยาวคลื่นเพิ่มขึ้นเป็น λ' เช่นผลการทดลองที่แสดงในรูปที่ 8.8 (b)

คอมป์ตันให้เหตุผลว่าความยาวคลื่นของรังสีเอกซ์ที่เปลี่ยนไปเกิดจากการที่โฟตอนของรังสีเอกซ์ถ่ายเทพลังงานส่วนหนึ่งให้แก่อิเล็กตรอนหลังจากการชน และสามารถแสดงได้ว่าความยาวคลื่นที่เพิ่มขึ้นเป็นไปตามสมการ

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{mc} (1 - \cos\phi) \quad (8.11)$$

ค่า $\frac{h}{mc} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{(9.109 \times 10^{-31} \text{ kg})(2.998 \times 10^8 \text{ m/s})} = 2.426 \times 10^{-12} \text{ m}$ คือ ความยาวคลื่นคอมป์ตัน

(Compton wavelength)

ผลการทดลองของคอมป์ตันเป็นการยืนยันทฤษฎีควอนตัมได้เป็นอย่างดี

ตัวอย่างที่ 8.8 สเปกตรัมรังสีเอกซ์ต่อเนื่อง ตามรูปที่ 8.7 มีค่า λ_{\min} เป็นเท่าใด

วิธีทำ $\lambda_{\min} = \frac{hc}{e\Delta V} = \frac{1.24 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{eV}}{40 \times 10^3 \text{ eV}} = 31 \times 10^{-12} \text{ m}$

ค่าความยาวคลื่นดังกล่าวนี้ไม่ขึ้นกับชนิดของโลหะที่ใช้ทำเป้าแอโนดแต่อย่างใด

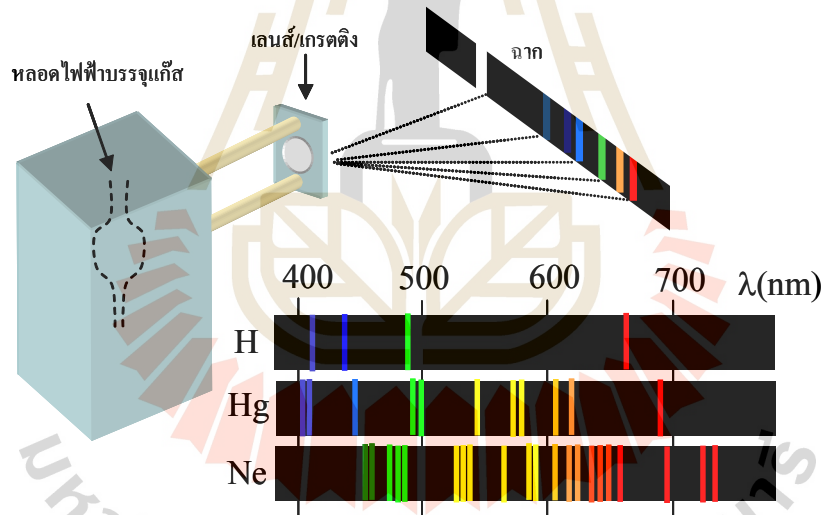
ตัวอย่างที่ 8.9 ในการกระเจิงแบบคอมป์ตัน รังสีเอกซ์ความยาวคลื่น 1.2×10^{-9} m ที่กระทบเป้าและกระเจิงที่มุม 60° จะมีความยาวคลื่นเปลี่ยนไปเท่าใด

วิธีทำ $\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos\phi) = (2.426 \times 10^{-12} \text{ m})(1 - \cos 60^\circ) = 1.213 \times 10^{-12} \text{ m}$

หรือความยาวคลื่นเพิ่มขึ้นประมาณ 1%

4. สเปกตรัมแบบเส้น

เพื่อที่จะทราบถึงธรรมชาติของอะตอมนักวิทยาศาสตร์ได้ทำการศึกษาการดูดกลืนและคายพลังงานของอะตอมชนิดต่างๆ โดยวิเคราะห์แสงที่ปลดปล่อยออกมาจากหลอดไฟฟ้าบรรจุแก๊สชนิดต่างๆ และพบว่าแสงที่ปลดปล่อยออกมามีเฉพาะความยาวคลื่นบางค่าหรือเป็นสเปกตรัมแบบเส้น (line spectra) ซึ่งมีลักษณะดังรูปที่ 8.9



รูปที่ 8.9 สเปกตรัมแบบเส้นของแก๊สบางชนิด

เส้นสเปกตรัมดังกล่าวแนะนำว่าอะตอมจะดูดกลืนหรือคายพลังงานได้เพียงบางค่าเท่านั้น ซึ่งตำแหน่งของเส้นสเปกตรัมต่างๆ เป็นลักษณะเฉพาะตัวของแต่ละธาตุ ซึ่งนักวิทยาศาสตร์ต้องการที่จะหาทฤษฎีที่จะมาอธิบายเส้นสเปกตรัมดังกล่าว โดยเริ่มจากธาตุที่ง่ายที่สุดคือไฮโดรเจน (H)

ในปี ค.ศ. 1885 โยฮันน์ บัลเมอร์ (Johann Balmer) พบสูตรที่ให้ตัวเลขสอดคล้องกับตำแหน่งของเส้นสเปกตรัมไฮโดรเจนในช่วงคลื่นแสงที่ตามองเห็น ซึ่งสูตรดังกล่าวอาจเขียนอยู่ในรูปสมการที่เรียกว่าอนุกรมบัลเมอร์ (Balmer series)

$$\text{Visible} \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (8.12)$$

ค่าคงตัว $R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ เรียกว่า ค่าคงตัวริดเบิร์ก (Rydberg's constant)

สำหรับเส้นสเปกตรัมไฮโดรเจนในอนุกรมบัลเมอร์ กำหนดโดย H_α (แดง 656.3 nm) $n = 3$, H_β (เขียว 486.1 nm) $n = 4$, H_γ (น้ำเงิน 434.1 nm) $n = 5$ และ H_δ (ม่วง 410.2 nm) $n = 6$ ตามลำดับ

ต่อมาเมื่อผู้ค้นพบเส้นสเปกตรัมไฮโดรเจนในช่วงคลื่นแสงเหนือม่วงและแสงใต้แดง ซึ่งกำหนดโดย

อนุกรมไลมาน (Lyman's series)

$$UV \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (8.13)$$

อนุกรมปาเชน (Paschen series)

$$IR \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad (8.14)$$

อนุกรมแบรคเกตต์ (Brackett series)

$$IR \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad n = 5, 6, 7, \dots \quad (8.15)$$

อนุกรมฟุนด์ (Pfund series)

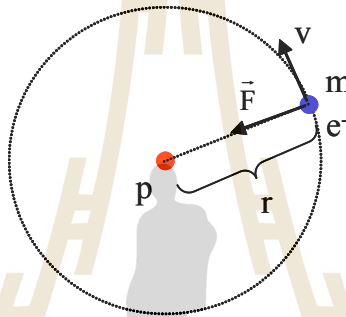
$$IR \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad n = 6, 7, 8, \dots \quad (8.16)$$

เส้นสเปกตรัมไฮโดรเจนจากอนุกรมต่างๆ เหล่านี้สามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎีของโบร์

5. ทฤษฎีอะตอมของโบร์

ในปี ค.ศ. 1913 นีลส์ โบร์ (Niels Bohr) ได้เสนอทฤษฎีที่อธิบายสเปกตรัมแบบเส้นของอะตอมไฮโดรเจนได้สำเร็จ โดยได้พื้นฐานจากทฤษฎีของพลังค์ ข้อเสนอเกี่ยวกับโฟตอนของไอน์สไตน์ และข้อเสนอเรื่องนิวเคลียสของรัทเทอร์ฟอร์ดรวมกัน ซึ่งสมมติฐานเกี่ยวกับอะตอมไฮโดรเจนของโบร์อาจสรุปได้คือ

1. ในอะตอมไฮโดรเจนอิเล็กตรอนโคจรเป็นวงกลมรอบนิวเคลียส (โปรตอน) โดยดึงดูดกันด้วยแรงคูลอมบ์ และมีวงโคจรบางวงที่เสถียรและอิเล็กตรอนสามารถโคจรอยู่ได้โดยไม่สูญเสียพลังงานตามรูปที่ 8.10 ดังนั้นอาจใช้วิธีวิเคราะห์ทางกลศาสตร์แบบเดิมมาวิเคราะห์วงโคจรได้



รูปที่ 8.10 แบบจำลองอะตอมไฮโดรเจนของโบร์

2. อิเล็กตรอนสามารถเปลี่ยนตำแหน่งระหว่างวงโคจรที่เสถียรได้โดยจะมีการดูดกลืนหรือคายพลังงานในรูปของโฟตอน ซึ่งพลังงานของโฟตอนมีค่าเท่ากับผลต่างของระดับพลังงานในแต่ละวงโคจร หรือเงื่อนไขความถี่ คือ

$$hf = E_i - E_f \quad (8.17)$$

สำหรับกรณีปลดปล่อยโฟตอน E_i คือระดับพลังงานในสถานะเริ่มต้นและ E_f คือระดับพลังงานในสถานะท้าย

3. วงโคจรที่เสถียรกำหนดโดยขนาดของโมเมนตัมเชิงมุม L โดยโบร์เสนอว่าเงื่อนไขควอนตัม คือ

$$L = mvr = n\hbar = n \frac{h}{2\pi}; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (8.18)$$

นั่นคือในวงโคจรที่เสถียรขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมจะเป็นจำนวนเท่าของ \hbar ตามค่าของ n n เป็นเลขจำนวนเต็ม ภายหลังเรียกว่า เลขควอนตัมหลัก (principal quantum number)

จากสมมติฐานของโบร์ดังกล่าว เราอาจหาพลังงานของวงโคจรต่างๆ ได้ โดยเริ่มจากพลังงานรวม

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (8.19)$$

เนื่องจากในกรณีนี้ แรงคูลอมบ์เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2r} \quad (8.20)$$

ดังนั้น

$$E = K + U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (8.21)$$

ค่าพลังงานรวมเป็นลบหมายถึงอิเล็กตรอนถูกโปรตอนดึงดูดไว้ให้โคจรในที่จำกัด (bound system) หรือจะใช้พลังงาน $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$ เพื่อที่จะดึงอิเล็กตรอนให้หลุดจากอะตอม

โดยใช้สมการ 8.20 และเงื่อนไข 8.18 เราหารัศมีของวงโคจรลำดับที่ n ได้เป็น

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{n^2 \hbar^2}{me^2} = a_0 n^2 \quad (8.22)$$

วงโคจรที่เล็กที่สุดคือ $n = 1$ หรือเรียก a_0 ว่า รัศมีโบร์ (Bohr radius)

$$r_1 = a_0 = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2} = 0.529 \text{ \AA} \quad (8.23)$$

แทนค่ารัศมีของวงโคจรในสมการ 8.22 และให้ $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ จะได้ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนคือ

$$E_n = -\frac{k_e e^2}{2a_0 n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (8.24)$$

วงโคจร $n = 1$: $E_1 = -13.6 \text{ eV}$ เรียกว่า พลังงานสถานะพื้น (ground state energy)

วงโคจร $n = 2$: $E_2 = -3.40 \text{ eV}$ เรียกว่า พลังงานสถานะกระตุ้นที่หนึ่ง (first excited state energy)

วงโคจร $n = 3$: $E_3 = -1.51 \text{ eV}$ เรียกว่า พลังงานสถานะกระตุ้นที่สอง (second excited state energy) ตามลำดับ

เมื่ออิเล็กตรอนเปลี่ยนวงโคจรจากวงที่ n_i ไปยังวงที่ n_f ; ($n_f < n_i$) จะปลดปล่อยโฟตอนที่มีความถี่

$$f = \frac{(E_i - E_f)}{h} = \frac{k_e e^2}{2a_0 h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (8.25)$$

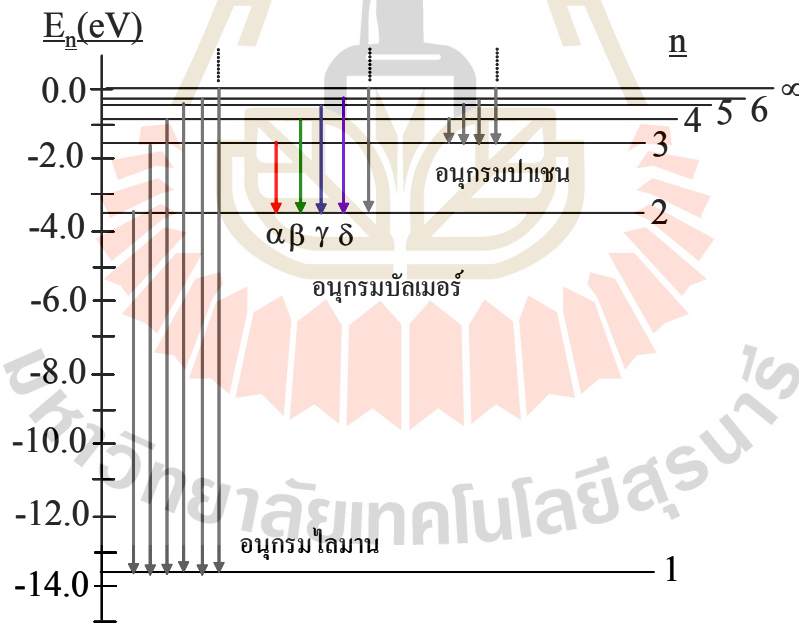
หรือ

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c} = \frac{(E_i - E_f)}{hc} = \frac{k_e e^2}{2a_0 hc} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (8.26)$$

จากสมการ 8.26 สามารถทำนายเส้นสเปกตรัมไฮโดรเจนในอนุกรมต่างๆ ได้เป็นอย่างดี โดยที่ค่าคงตัวริดเบิร์กอาจคำนวณได้จาก

$$R = \frac{k_e e^2}{2a_0 hc} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี ซึ่งแผนภูมิของการเปลี่ยนระดับพลังงานของอิเล็กตรอนในวงโคจรต่างๆ ที่สัมพันธ์กับสเปกตรัมบางอนุกรมแสดงในรูปที่ 8.11



รูปที่ 8.11 การเปลี่ยนระดับพลังงานของอิเล็กตรอนที่สัมพันธ์กับสเปกตรัมไฮโดรเจนอนุกรมต่างๆ

แบบจำลองอะตอมของโบร์ดังกล่าวยังสามารถใช้ได้กับอะตอมที่คล้ายกับไฮโดรเจน เช่น He^+ , Li^{++} หรือ Be^{+++} เป็นต้น ซึ่งถ้ากำหนดให้เมื่อ Z เป็นจำนวนโปรตอนที่อยู่ในนิวเคลียสมวล m_N และ $m_r = \frac{mm_N}{m + m_N}$ เป็นมวลลดทอนรัศมีวงโคจร และระดับพลังงานอาจกำหนดโดย

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{m_r k_e Z e^2} = \frac{a_0}{Z} n^2 \quad (8.27)$$

และ

$$E_n = -\frac{k_e e^2}{2a_0} \left(\frac{Z^2}{n^2} \right) = -(13.6 \text{ eV}) \frac{Z^2}{n^2} \quad (8.28)$$

ต่อมาในปี ค.ศ. 1916 อาร์โนลด์ ซอมเมอร์เฟลด์ (Arnold Sommerfeld) ได้ปรับปรุงทฤษฎีของโบร์ โดยเพิ่มให้อิเล็กตรอนสามารถมีวงโคจรเป็นวงรีรอบนิวเคลียสได้ซึ่งทำให้มีการเพิ่มเลขควอนตัมที่เกี่ยวข้องกับโมเมนตัมเชิงมุมขึ้นมาอีกด้วย อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาอะตอมที่มีจำนวนอิเล็กตรอนเพิ่มมากขึ้น ทฤษฎีอะตอมเบื้องต้นของโบร์-ซอมเมอร์เฟลด์ ให้คำตอบที่ไม่ถูกต้องซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งของการปรับปรุงทฤษฎีควอนตัมจนเข้าสู่รูปแบบที่เราใช้กันอยู่ในปัจจุบัน

ตัวอย่างที่ 8.10 อิเล็กตรอนตัวหนึ่งอยู่ที่ระดับพลังงาน $n_i = 2$ จงหา

- (a) พลังงานรวม
- (b) พลังงานศักย์
- (c) พลังงานจลน์
- (d) ถ้าอิเล็กตรอนตัวนี้เปลี่ยนระดับพลังงานไปที่ $n_f = 1$ จะปลดปล่อยโฟตอนที่ความยาวคลื่นเท่าใด

วิธีทำ (a) พลังงานรวม $E_n = K_n + U_n = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} = -3.4 \text{ eV}$

(b) พลังงานศักย์ยึดเหนี่ยว $U_n = -2 \left(\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \right) = -6.8 \text{ eV}$

(c) พลังงานจลน์ $K_n = \frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} = 3.4 \text{ eV}$

(d) $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R$

$$\lambda = \frac{4}{3R} = 121.5 \text{ nm}$$

ตัวอย่างที่ 8.11 จงหารัศมีของวงโคจรในสถานะกระตุ้นที่สอง

วิธีทำ $n = 3 \Rightarrow r_3 = a_0(3)^2 = 4.761 \text{ \AA}$

ตัวอย่างที่ 8.12 โฟตอนที่มีความยาวคลื่นน้อยที่สุดจากสเปกตรัมในอนุกรมไลมานมีพลังงานเท่าใด

วิธีทำ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$
ความยาวคลื่นน้อยที่สุดในกรณีนี้ที่ $n_i \rightarrow \infty$
 $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = R \Rightarrow E = \frac{hc}{\lambda} = hcR = 13.6 \text{ eV}$

สรุป

- 1. ตามทฤษฎีของพลังค์ ตัวแผ่รังสีจะรับหรือคายพลังงานเป็นขั้นๆ

$$\Delta E = nhf ; n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

$$h \approx 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \text{ เรียกว่าค่าคงตัวของพลังค์}$$

ซึ่งอธิบายสเปกตรัมการแผ่รังสีของวัตถุดำได้ตามสมการ

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

สเปกตรัมการแผ่รังสีของวัตถุดำจะขึ้นกับอุณหภูมิสัมบูรณ์

$$\lambda_m T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}$$

$$I(T) = \int_0^\infty I(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4$$

2. พลังงานของโฟตอนขึ้นกับความถี่ของแสง

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

นั่นคืออนุภาคควอนตัมอาจรับหรือคายพลังงานในรูปของโฟตอน
ในปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริกสามารถอธิบายได้โดยสมการ

$$K_{\max} = eV_0 = hf - \phi$$

3. ในการกระเจิงแบบคอมป์ตันความยาวคลื่นของรังสีเอกซ์ที่เปลี่ยนไปเกิดจากการที่โฟตอนของรังสีเอกซ์ถ่ายเทพลังงานส่วนหนึ่งให้แก่อิเล็กตรอนหลังจากการชน และความยาวคลื่นที่เพิ่มขึ้นเป็นไปตามสมการ

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi)$$

โดยค่าคงตัว $\frac{h}{mc} = \lambda_C = 2.426 \times 10^{-12} \text{ m}$ เรียกว่าความยาวคลื่นคอมป์ตัน

4. เส้นสเปกตรัมไฮโดรเจน สอดคล้องกับสมการ

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right); \quad n_i > n_f$$

ค่าคงตัว $R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ เรียกว่า ค่าคงตัวริดเบิร์ก

5. ตามแบบจำลองอะตอมไฮโดรเจนของโบร์ อิเล็กตรอนโคจรเป็นวงกลมรอบนิวเคลียส (โปรตอน) โดยดึงดูดกันด้วยแรงคูลอมบ์ และมีวงโคจรบางวงที่เสถียรและอิเล็กตรอนสามารถโคจรอยู่ได้โดยไม่สูญเสียพลังงาน เมื่อมีการเปลี่ยนตำแหน่งระหว่างวงโคจรที่เสถียรจะมีการดูดกลืนหรือคายพลังงานในรูปของโฟตอน ซึ่งพลังงานของโฟตอนมีค่าเท่ากับผลต่างของระดับพลังงานในแต่ละวงโคจร

$$hf = E_i - E_f$$

โมเมนตัมเชิงมุมของอิเล็กตรอนในวงโคจรที่เสถียรคือ

$$L = mvr = n\hbar = n \frac{h}{2\pi}; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

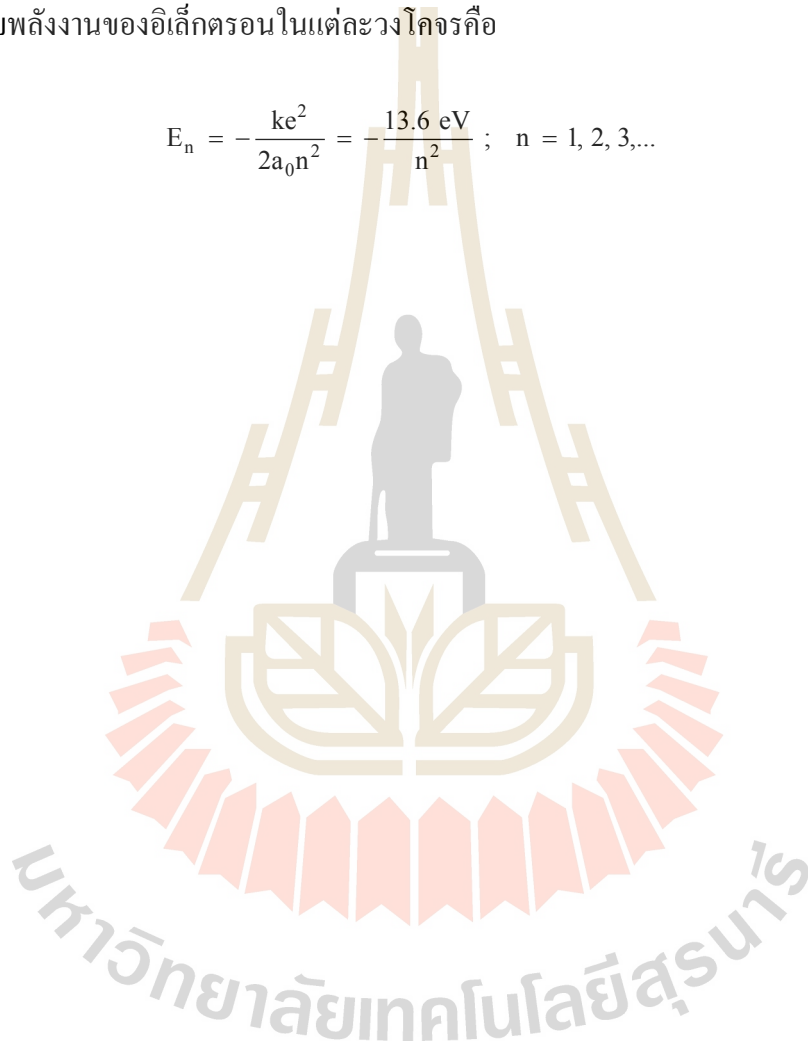
n เป็นเลขจำนวนเต็ม เรียกว่า เลขควอนตัมหลัก
รัศมีของวงโคจรกำหนดโดย

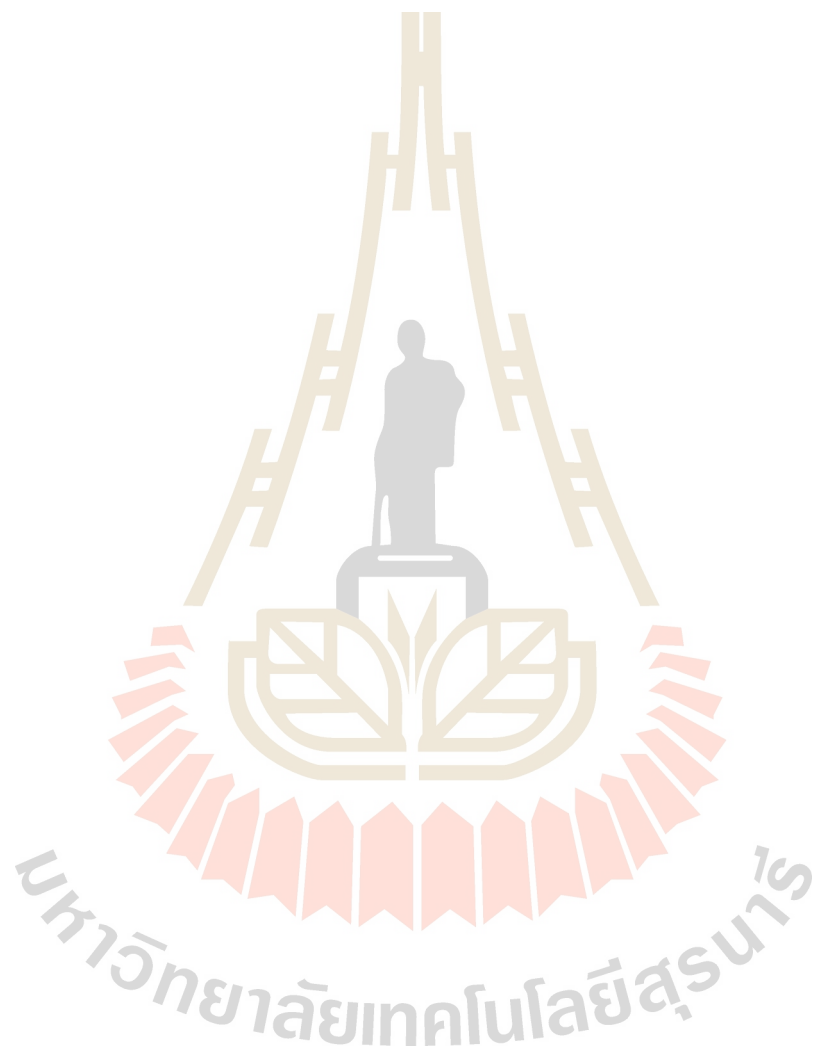
$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{mke^2} = a_0 n^2$$

$$r_1 = a_0 = \frac{\hbar^2}{mke^2} = 0.529 \text{ \AA} \quad \text{เรียกว่า รัศมีโบร์}$$

ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนในแต่ละวงโคจรคือ

$$E_n = -\frac{ke^2}{2a_0 n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$





ตอนที่ 8.2

ทฤษฎีควอนตัมแบบใหม่

หลังจากที่แนวคิดของทฤษฎีควอนตัมได้ถูกเริ่มโดย พลังค์ ไอน์สไตน์ และโบร์ รวมทั้งนักวิทยาศาสตร์ท่านอื่นๆ เพื่อที่จะทำความเข้าใจปรากฏการณ์ที่ไม่สามารถอธิบายได้ด้วยวิชาฟิสิกส์แบบแผนเดิม รวมทั้งการเสนอแนวคิดใหม่หลายประการ เช่น การเสนอค่าคงตัว h หรือความไม่ต่อเนื่องของระดับพลังงาน เป็นต้น หลังจากนั้นทฤษฎีควอนตัมได้ถูกปรับปรุงโดยนักวิทยาศาสตร์อีกหลายท่าน เช่น เดอเบรย ไฮเซนแบร์ก ชเรอดิงเงอร์ ดิแรก บอร์น และเพาลี เป็นต้น ให้มีความเที่ยงตรงและถูกต้องในการทำนายพฤติกรรมของอนุภาคควอนตัมอย่างประสบความสำเร็จ ในตอนนี้เราจะศึกษาทฤษฎีควอนตัมเพิ่มเติม ในส่วนที่เรียกว่าทฤษฎีควอนตัมแบบใหม่ (New Quantum Theory) ซึ่งอาจเริ่มนับจากการเสนอแนวคิดโดย เดอเบรย ไฮเซนแบร์ก ชเรอดิงเงอร์ และดิแรก เป็นหลัก

1. คลื่นเดอบรอยล์

โดยข้อสรุปจากการทดลองและคำอธิบายตามทฤษฎีควอนตัมในเบื้องต้น เราทราบว่าแสงหรือคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถประพฤติตนได้เหมือนอนุภาคในหลายๆ กรณี ขึ้นกับการจัดการทดลอง ซึ่งข้อเท็จจริงดังกล่าวเป็นจุดเริ่มต้นของแนวคิดที่ว่าตามธรรมชาติอนุภาคควอนตัมอาจประพฤติตนเป็นคลื่นหรือเป็นอนุภาคก็ได้ อย่างไรก็ตาม แต่เราไม่อาจทำการทดลองให้อนุภาคควอนตัมแสดงสมบัติของคลื่นและอนุภาคในเวลาเดียวกันได้ หลักการดังกล่าวเรียกว่า ทวิภาวะของคลื่นและอนุภาค (wave-particle duality)

ในปี ค.ศ. 1923 ลุย เดอ เบรย (Louis de Broglie) เสนอว่าอนุภาคที่มีโมเมนตัม p จะมีความยาวคลื่น λ ซึ่งเป็นไปตามความสัมพันธ์

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\gamma mv} \quad (8.29)$$

เมื่อ h เป็นค่าคงตัวของพลังค์

$\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ เป็นผลแก้ไขจากทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ

ปัจจุบันเราเรียกความยาวคลื่นตามความสัมพันธ์ 8.29 ว่า ความยาวคลื่นเดอบรอยล์ (de Broglie's wavelength) ความยาวคลื่นดังกล่าวอาจจะไม่ปรากฏชัดเจนสำหรับวัตถุที่มีขนาดใหญ่ที่เราพบเห็นในชีวิตประจำวัน แต่จะปรากฏให้เห็นผลเด่นชัดขึ้นเมื่อพิจารณาพฤติกรรมของอนุภาคควอนตัมต่างๆ เช่น อิเล็กตรอน อะตอม หรือ โฟตอน

ข้อเสนอของเดอ เบรอย อาจใช้ประกอบคำอธิบายในทฤษฎีอะตอมไฮโดรเจนของโบร์ได้คือ จะมีคลื่นนิ่งเกิดขึ้นบนวงโคจรที่เสถียร หรือความยาวคลื่นของอิเล็กตรอนบนวงโคจรดังกล่าวจะเป็นจำนวนเท่าของความยาวเส้นรอบวง

$$n\lambda = 2\pi R_n = 2\pi a_0 n^2 \quad (8.30)$$

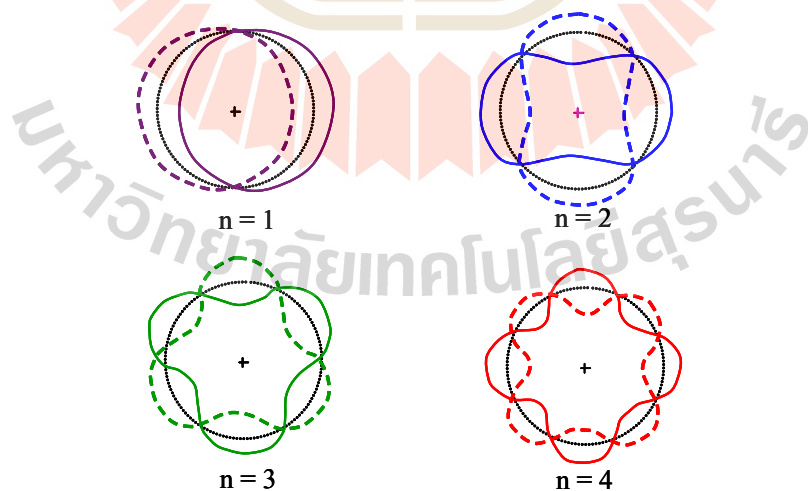
นั่นคือโมเมนตัมของอิเล็กตรอนในแต่ละวงโคจรมีค่าเป็น

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{nh}{2\pi R_n} \quad (8.31)$$

ซึ่งคำนวณขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมได้เป็น

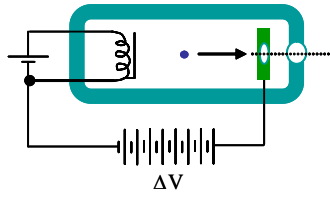
$$L = pR_n = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar \quad (8.32)$$

ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของโบร์เป็นอย่างดี แบบจำลองคลื่นเดอบรอยล์ในอะตอมอาจแสดงได้ดังรูปที่ 8.12



รูปที่ 8.12 คลื่นเดอบรอยล์ของอิเล็กตรอนในวงโคจร $n = 1, 2, 3$ และ 4

ตัวอย่างที่ 8.13 อิเล็กตรอนหลังจากที่ถูกเร่งจากหยุดนิ่งด้วยความต่างศักย์ไฟฟ้า 100 V จะมีโมเมนตัมเท่าใด และมีความยาวคลื่นตามข้อเสนอเดอ เบรย เป็นเท่าใด



รูปที่ 8.13 แผนภาพแสดงการเร่งอิเล็กตรอนในปืนอิเล็กตรอน

วิธีทำ พลังงาน $E = q\Delta V = e\Delta V = (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(100 \text{ V}) = 1.6 \times 10^{-17} \text{ J}$

$$\text{โมเมนตัม } p \approx mv \approx \sqrt{2mE} = \sqrt{2(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.6 \times 10^{-17} \text{ J})} = 5.4 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

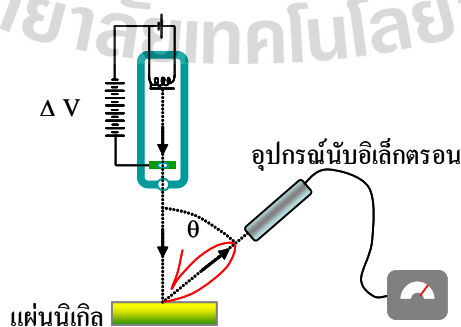
$$\text{ความยาวคลื่น } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{5.4 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} = 1.2 \times 10^{-10} \text{ m}$$

โดยปกติปืนอิเล็กตรอนที่ใช้ในการทดลองจะใช้ความต่างศักย์ในช่วงตั้งแต่ $10-10^5 \text{ V}$ หรือผลิตลำอิเล็กตรอนที่พลังงาน 10 eV จนถึง 100 keV

2. การเลี้ยวเบนของลำอิเล็กตรอน

หลังจากเดอ เบรย เสนอแนวคิดพฤติกรรมเชิงคลื่นของอนุภาค ได้มีผู้ทำการทดลองที่แสดงให้เห็นว่าอนุภาคควอนตัมสามารถแสดงสมบัติของคลื่นและมีความยาวคลื่นที่สอดคล้องกับสมการ 8.29

ในปี ค.ศ. 1927 คลินตัน เดวิสสัน (Clinton Davisson) และเลสเตอร์ เจอร์เมอร์ (Lester Germer) ทำการศึกษาการสะท้อนของลำอิเล็กตรอนจากผิวของโลหะนิกเกิล โดยการจัดอุปกรณ์การทดลองคล้ายกับที่แสดงในรูปที่ 8.14



รูปที่ 8.14 การจัดอุปกรณ์การทดลองการเลี้ยวเบนของอิเล็กตรอนโดยเดวิสสันและเจอร์เมอร์

ในระหว่างการทดลองได้มีการให้ความร้อนแก่โลหะนิเกิล (Ni) เพื่อที่จะขจัดออกไซด์ออกจากผิวหน้าของนิเกิล ซึ่งในเวลาเดียวกันเป็นการทำให้อะตอมนิเกิลเกิดการจัดเรียงตัวอย่างเป็นระเบียบ เกิดเป็นผลึกเดี่ยวขึ้นในบริเวณหนึ่งโดยบังเอิญ ปรากฏว่าลำอิเล็กตรอนมีการเลี้ยวเบนได้ดีที่มุมหนึ่ง คล้ายกับการเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์ตามกฎของแบร็กก์ (Bragg's law) โดยมุมเลี้ยวเบน θ สอดคล้องกับสมการ

$$d \sin \theta = n\lambda = n \frac{h}{\sqrt{2m(e\Delta V)}} ; n = 1, 2, \dots \quad (8.33)$$

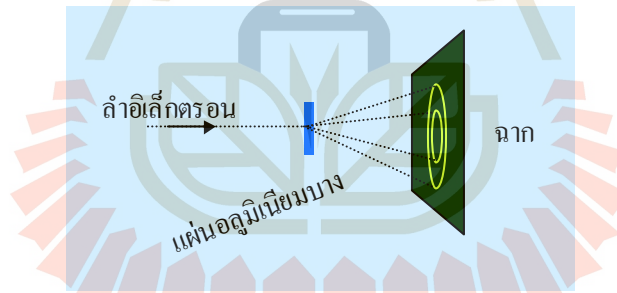
d เป็นระยะห่างระหว่างอะตอมบนผิวผลึกนิเกิล

n เป็นลำดับของการเลี้ยวเบน

ΔV เป็นศักย์ที่ใช้เร่งอิเล็กตรอน

ซึ่งผลที่ได้จากการทดลองของเดวิสสันและเจอร์เมอร์ สนับสนุนสมมติฐานของเดอ เบรอย ได้เป็นอย่างดี

ต่อมาในปี ค.ศ. 1928 จอร์จ ทอมสัน (George P. Thomson) ได้รายงานผลจากการทดลองอีกวิธีหนึ่ง ซึ่งสนับสนุนข้อเสนอของเดอ เบรอย โดยจัดอุปกรณ์การทดลองคล้ายกับที่แสดงในรูปที่ 8.14



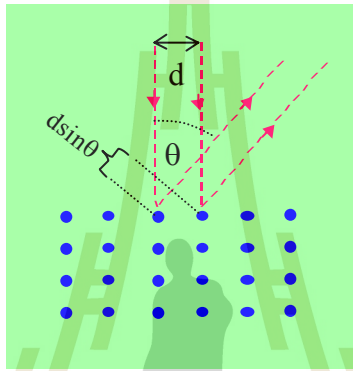
รูปที่ 8.15 การจัดอุปกรณ์การทดลองการเลี้ยวเบนของอิเล็กตรอนโดยทอมสัน

ทอมสันได้ยิงลำอิเล็กตรอนพลังงานประมาณ 15 eV ผ่านแผ่นอลูมิเนียมบางซึ่งประกอบด้วยผลึกอลูมิเนียมจำนวนมากโดยการขึ้นรูปจากผงอลูมิเนียม ลำอิเล็กตรอนสามารถเกิดการเลี้ยวเบนผ่านผลึกเล็กๆ ดังกล่าวเกิดกลายเป็นวงขึ้นบนฉากรังสี ซึ่งทอมสันพบว่า เป็นรูปแบบที่เหมือนกับสอดคล้องกับผลของการเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์ที่มีความยาวคลื่นใกล้เคียงกัน นั่นคือพิสูจน์ได้ว่าลำอิเล็กตรอนแสดงสมบัติที่เป็นคลื่นได้เช่นเดียวกับรังสีเอกซ์

นอกจากอิเล็กตรอนแล้วอนุภาคอื่นๆ เช่น อนุภาคแอลฟา ไอออน หรือนิวตรอน ก็สามารถแสดงสมบัติการเลี้ยวเบนได้เช่นเดียวกัน ซึ่งทำให้ข้อเสนอเรื่องคลื่นเดอบรอยล์ได้รับการยอมรับในที่สุด

ในปี ค.ศ. 1937 ทอมสันได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์ร่วมกับเดวิสสัน จากผลงานการทดลองการเลี้ยวเบนของอิเล็กตรอน ซึ่งก่อนหน้านั้นในปี ค.ศ. 1906 บิดาของเขาชื่อ เจ. เจ. ทอมสัน (J. J. Thomson) ได้รับรางวัลโนเบลจากการวัดค่าประจุต่อมวล e/m ของอิเล็กตรอน ซึ่งมีผู้กล่าวว่า “อาจนับเป็นเรื่องแปลกที่ทอมสันผู้เป็นบิดาได้รับรางวัลจากการพิสูจน์ว่าอิเล็กตรอนเป็นอนุภาค ในขณะที่ทอมสันผู้เป็นบุตรกลับได้รับรางวัลจากการพิสูจน์ว่าอิเล็กตรอนเป็นคลื่น”

ตัวอย่างที่ 8.14 ในการทดลองของเดวิสสันและเจอร์เมอร์ ถ้าอิเล็กตรอนที่ถูกเร่งด้วยความต่างศักย์ไฟฟ้า 54 V จะเลี้ยวเบนที่มุมเท่าใด ถ้าระยะห่างระหว่างอะตอมบนผิวผลึกนิเกิลเป็น 2.15 Å



รูปที่ 8.16 การเลี้ยวเบนของลำอิเล็กตรอนจากผิวผลึกนิเกิล

วิธีทำ โมเมนตัม

$$p \approx \sqrt{2me\Delta V} = \sqrt{2(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(54 \text{ V})}$$

$$p = 4.0 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

ความยาวคลื่น $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4.0 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} = 1.66 \times 10^{-10} \text{ m}$

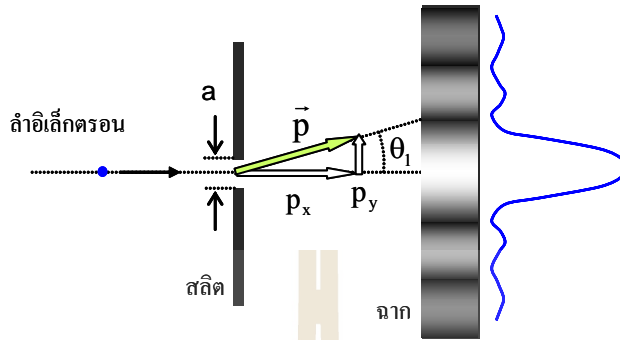
มุมเลี้ยวเบน ($n = 1$) $\sin \theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{1.66}{2.15} = 0.77$

$$\theta = 50^\circ$$

3. โอกาสและความไม่แน่นอน

พฤติกรรมวิภาวะของคลื่นและอนุภาค ทำให้นักฟิสิกส์ต้องเปลี่ยนวิธีการบรรยายพฤติกรรมของอนุภาคควอนตัมใหม่โดยการใช้ระบุนตำแหน่ง และโมเมนตัมของอนุภาคในระดับจุลภาคไม่สามารถทำได้โดยละเอียดถูกต้องทุกประการเนื่องจากมีข้อจำกัดมูลฐานในการวัดเข้ามาเกี่ยวข้อง จึงจำเป็นที่จะต้องใช้ออกาส หรือความน่าจะเป็น (probability) ในการบรรยายพฤติกรรมของอนุภาคในหลายกรณีด้วยกัน

เมื่อเราพิจารณาทวิภาวะคลื่นและอนุภาคของอิเล็กตรอนในการทดลองการเลี้ยวเบนผ่านช่องเปิด ดังรูปที่ 8.17



รูปที่ 8.17 การทดลองการเลี้ยวเบนของอิเล็กตรอนผ่านช่องเปิด

เราอาจผลิตอิเล็กตรอนให้เคลื่อนที่เป็นลำเล็กๆ ในทิศทางเดียวกันด้วยโมเมนตัม $p = h/\lambda$ เดินทางไปที่ช่องเปิดกว้าง a เมื่อจัดให้ความยาวคลื่นของอิเล็กตรอนมีค่าน้อยกว่าขนาดของช่องเปิดมากๆ $\lambda \ll a$ ทำให้เกิดสวดลายการเลี้ยวเบนของลำอิเล็กตรอนปรากฏบนฉากดังรูป โดยอาจประมาณค่ามุม $\theta_1 \approx \lambda/a$ เมื่อคำนวณความเข้มของสวดลายการเลี้ยวเบนอาจประมาณได้ว่า 85% ของอิเล็กตรอนทั้งหมดมีการเลี้ยวเบนอยู่ระหว่างมุม $\pm\theta_1$ ซึ่งสอดคล้องกับการเลี้ยวเบนของคลื่นแสง

เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแต่ละตัวเรากลับไม่สามารถกำหนดได้ว่าอิเล็กตรอนแต่ละตัวจะเคลื่อนที่ไปในทิศทางใดถึงแม้ว่าจะทราบสถานะเริ่มต้นในการเคลื่อนที่ เริ่มต้นอิเล็กตรอนโมเมนตัม p มีตำแหน่งอยู่ภายในช่องเปิดกว้าง a แต่เราอาจบอกได้เพียงอิเล็กตรอนแต่ละตัวมีความน่าจะเป็น 0.85 ในการที่จะเลี้ยวเบนเป็นมุมระหว่าง $\pm\theta_1$ นอกจากนี้ยังมีข้อจำกัดมูลฐานคือความไม่แน่นอน (uncertainty) ของตำแหน่งและโมเมนตัมของอิเล็กตรอนแต่ละตัว ซึ่งแยกออกจากกันไม่ได้

ตามรูปที่ 8.17 อิเล็กตรอนที่ตกกระทบฉากที่มุม θ_1 จะมีโมเมนตัม p_x และ p_y ในแนว x และ y ตามลำดับ เราอาจประมาณว่า $p_y = p_x \tan \theta_1 \approx p_x \theta_1$ นั่นคือ $p_y \approx p_x \lambda/a$

ประมาณ 85% ของอิเล็กตรอนทั้งหมดกระจายออกบนฉากในระหว่างมุม $\pm\theta_1 \approx \pm\lambda/a$ หรือโมเมนตัมในแนวแกน y มีค่าอยู่ระหว่าง $\pm p_x \lambda/a$ นั่นคือจะมีความไม่แน่นอนของโมเมนตัมในแนวแกน y โดยประมาณ $p_x \lambda/a$ เป็นอย่างน้อย

$$\Delta p_y \geq p_x \lambda/a \tag{8.34}$$

หมายความว่าถ้าลดความกว้างของช่องเปิดให้น้อยลง จะยิ่งทำให้ลำอิเล็กตรอนกระจายออกหรือโมเมนตัมในแนวแกน y มีค่าความไม่แน่นอนมากขึ้น เราอาจประมาณ $\lambda \approx h/p_x$ และ $a \approx 2\Delta y$ ในสมการ 8.34 จะได้ว่า

$$\Delta p_y \Delta y \geq h/2 \quad (8.35)$$

นั่นคือถ้าเราต้องการทราบตำแหน่งของอิเล็กตรอนให้ถูกต้องน้อยกว่า Δy เราต้องลดความกว้างของช่องเปิด และผลที่ตามมาคือค่าความไม่แน่นอนของโมเมนตัม Δp_y เพิ่มมากขึ้น

ในปี ค.ศ. 1927 แวร์เนอร์ ไฮเซนเบิร์ก (Werner Heisenberg) ได้เสนอว่าผลคูณระหว่างความไม่แน่นอนในการวัดตำแหน่ง Δx และความไม่แน่นอนในการวัดโมเมนตัม Δp_x มีค่าไม่น้อยกว่า $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar \quad (8.36)$$

สมการ 8.36 เรียกว่า หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก ซึ่งหมายความว่า เป็นไปไม่ได้ที่จะทราบตำแหน่งและโมเมนตัมของอนุภาคหนึ่งให้ได้อย่างแม่นยำในเวลาเดียวกัน

หลักความไม่แน่นอนไฮเซนเบิร์กทำให้เราทำความเข้าใจพฤติกรรมทวิภาวะคลื่นและอนุภาคได้ดีมากขึ้น นั่นคือถ้าการทดลองใดออกแบบให้แสดงพฤติกรรมแบบอนุภาค (เช่น การทดลองโฟโตอิเล็กทริก) พฤติกรรมแบบคลื่นก็จะไม่ปรากฏเด่นชัด ในทางกลับกันถ้าการทดลองออกแบบให้แสดงพฤติกรรมแบบคลื่น (เช่น การเลี้ยวเบนของอิเล็กตรอนจากผลึก) พฤติกรรมแบบอนุภาคก็จะปรากฏไม่เด่นชัด ในทำนองเดียวกันอาจพิสูจน์หลักความไม่แน่นอนของปริมาณคู่อื่นๆ ได้อีกเช่น หลักความไม่แน่นอนของพลังงานและเวลา

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar \quad (8.37)$$

หมายความว่าถ้าเราต้องการทราบพลังงานของอนุภาคควอนตัมใดๆ ให้ละเอียดภายใน ΔE จะต้องใช้เวลาในวัดพลังงานนั้นไม่น้อยกว่า Δt

ในธรรมชาติอนุภาคที่อยู่ในสถานะที่เสถียร (Δt มาก) จะมีระดับพลังงานที่แน่นอนคมชัด (ΔE น้อย) ในทางกลับกัน สถานะที่ไม่เสถียรหรือช่วงชีวิตสั้น (Δt น้อย) จะมีระดับพลังงานที่ไม่แน่นอนเป็นช่วงกว้างมากขึ้น (ΔE มาก)

ตัวอย่างที่ 8.15 ถ้าอิเล็กตรอนถูกจำกัดตำแหน่งให้อยู่ในบริเวณแคบๆ $\Delta x = 1 \text{ \AA}$

- (a) จงหาความไม่แน่นอนของโมเมนตัม
- (b) ถ้าอิเล็กตรอนมีโมเมนตัมโดยประมาณเท่ากับความไม่แน่นอนในข้อ (a) จงหาพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนดังกล่าว

วิธีทำ (a) ความไม่แน่นอนของโมเมนตัม $\Delta p \geq \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{1.1 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{1 \times 10^{-10} \text{ m}} = 1.1 \times 10^{-24} \text{ kgm/s}$

(b) พลังงานจลน์ $K = \frac{p^2}{2m} \approx \frac{(1.1 \times 10^{-24} \text{ kgm/s})^2}{2(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})} = 6.1 \times 10^{-19} \text{ J} = 3.8 \text{ eV}$

พลังงานดังกล่าวอยู่ในลำดับที่ใกล้เคียงกับพลังงานของอิเล็กตรอนในอะตอม

ตัวอย่างที่ 8.16 เมื่ออิเล็กตรอนอยู่ในระดับพลังงานที่ไม่เสถียรจะคายพลังงานออกมาและอาจเปลี่ยนสถานะไปเป็นสถานะที่เสถียรขึ้นซึ่งการเปลี่ยนสถานะอาจเกิดขึ้นในช่วงเวลาใดๆ ก็ได้ เวลาเฉลี่ยที่อิเล็กตรอนอยู่ที่สถานะไม่เสถียรเรียกว่า ช่วงชีวิต (lifetime)

- (a) ถ้าช่วงชีวิต $\tau = 10^{-8} \text{ s}$ จงประมาณความไม่แน่นอนของความถี่ของแสงที่ปลดปล่อยออกมา (line width) Δf
- (b) ถ้าความยาวคลื่นของแสงที่ปลดปล่อยออกมาคือ 500 nm จงหาอัตราส่วน $\Delta E/E$

วิธีทำ (a) เราประมาณ $\Delta E \Delta t \approx \hbar \Rightarrow \Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = h \Delta f$
นั่นคือ $\Delta f = \frac{1}{2\pi \Delta t} \approx \frac{1}{2\pi \tau} = \frac{1}{2\pi(10^{-8} \text{ s})} = 15.9 \text{ MHz}$

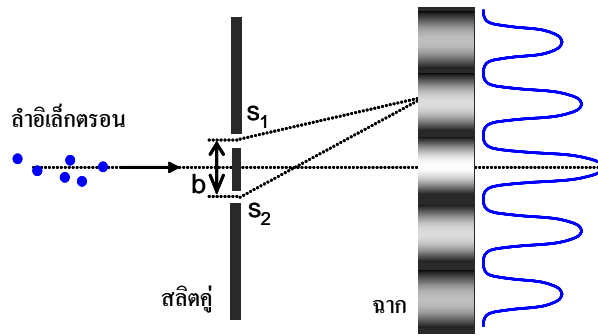
(b) $f = c/\lambda = (3 \times 10^8 \text{ m/s})/(500 \times 10^{-9} \text{ m}) = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{h \Delta f}{hf} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{15.9 \times 10^6 \text{ Hz}}{6 \times 10^{14} \text{ Hz}} = 2.7 \times 10^{-8}$$

เส้นสเปกตรัมใดๆ จะมีความกว้างไม่น้อยกว่าค่าที่เรียกว่า natural line width

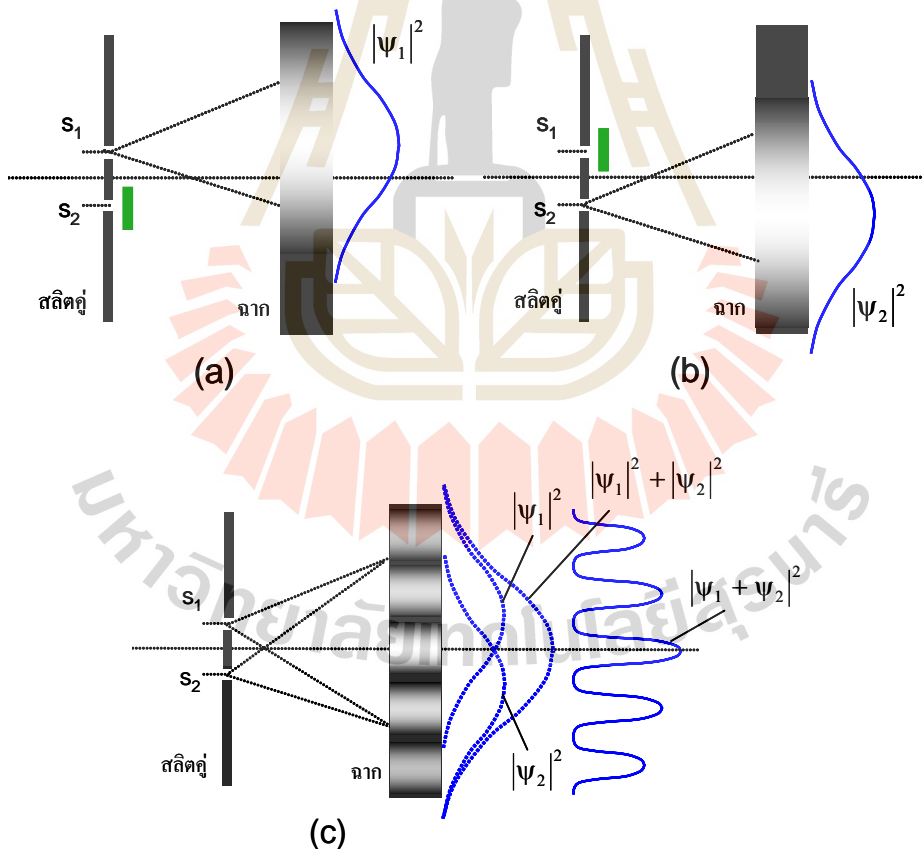
4. การแทรกสอดของลำอิเล็กตรอน

เราอาจพิจารณาพฤติกรรมทวิภาวะของคลื่นและอนุภาคของอนุภาคเพิ่มเติมจากการทดลองการแทรกสอดโดยใช้สลิตคู่สำหรับลำอิเล็กตรอนตามการจัดอุปกรณ์ดังรูปที่ 8.18 เมื่อฉายลำอิเล็กตรอนความยาวคลื่น λ ผ่านสลิตคู่ให้ไปตกกระทบบนฉากที่อยู่ห่างออกไปปรากฏว่าเกิดลวดลายการแทรกสอดแบบเดียวกับลวดลายการแทรกสอดเมื่อใช้แสงความยาวคลื่น λ



รูปที่ 8.18 การแทรกสอดของลำอิเล็กตรอนผ่านสลิตคู่

ในทางปฏิบัติเราสามารถลดความเข้มของลำอิเล็กตรอนลงจนกระทั่งโดยเฉลี่ยแล้วมีอิเล็กตรอนเพียงตัวเดียวเดินทางผ่านช่องเปิดบนสลิตในขณะเวลาหนึ่งๆ ซึ่งลดทลายการแทรกสอดของลำอิเล็กตรอนบนฉากโดยเฉลี่ยยังคงเหมือนเดิม แต่อย่างไรก็ตามเราไม่สามารถทราบได้ว่าอิเล็กตรอนที่เดินทางผ่านสลิตไปปรากฏบนฉากนั้นตัวใดเดินทางผ่านช่องเปิด s_1 หรือ s_2



รูปที่ 8.19 ลวดลายของลำอิเล็กตรอนบนฉากในกรณีต่างๆ

(a) ผ่าน s_1 เพียงช่องเดียว (b) ผ่าน s_2 เพียงช่องเดียว (c) เปิดช่อง s_1 และ s_2 พร้อมกัน

หากเราต้องการทราบเส้นทางของอิเล็กตรอนแต่ละตัวด้วยเราต้องเพิ่มอุปกรณ์รบกวนที่จะวัดตำแหน่งของอิเล็กตรอนในขณะที่เดินทางผ่านช่องเปิด s_1 หรือ s_2 หรือมีการบังคับแนวทางการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน ดังรูปที่ 8.19

เมื่อเราทราบเส้นทางเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแล้วความน่าจะเป็นจะเปลี่ยนแปลงไป ในกรณีที่เรากำลังพิจารณาเฉพาะอิเล็กตรอนที่เดินทางผ่าน s_1 ซึ่งทำให้เกิดความเข้ม I_1 ของความน่าจะเป็นอันเป็นสัดส่วนกับ $|\psi_1|^2$ (รูปที่ 8.19(a))

$$I_1 \propto |\psi_1|^2 = \psi_1 \psi_1^* \quad (8.38)$$

เมื่อ ψ_1 เป็นฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนที่เดินทางมาจากสลิต s_1 และ ψ_1^* เป็นสังยุคเชิงซ้อน (complex conjugate) ของ ψ_1 ซึ่งเราจะพิจารณาเรื่องของฟังก์ชันคลื่นเพิ่มเติมในหัวข้อต่อไป ในทำนองเดียวกัน อิเล็กตรอนที่เดินทางผ่าน s_2 ซึ่งทำให้เกิดความเข้ม I_2 (รูปที่ 8.19 (b))

$$I_2 \propto |\psi_2|^2 = \psi_2 \psi_2^* \quad (8.39)$$

เมื่อเปรียบเทียบกับความเข้ม I_R ซึ่งเป็นกรณีที่เปิดสลิตพร้อมกันทั้งสองช่อง (รูปที่ 8.19 (c)) จากการวิเคราะห์พบว่า

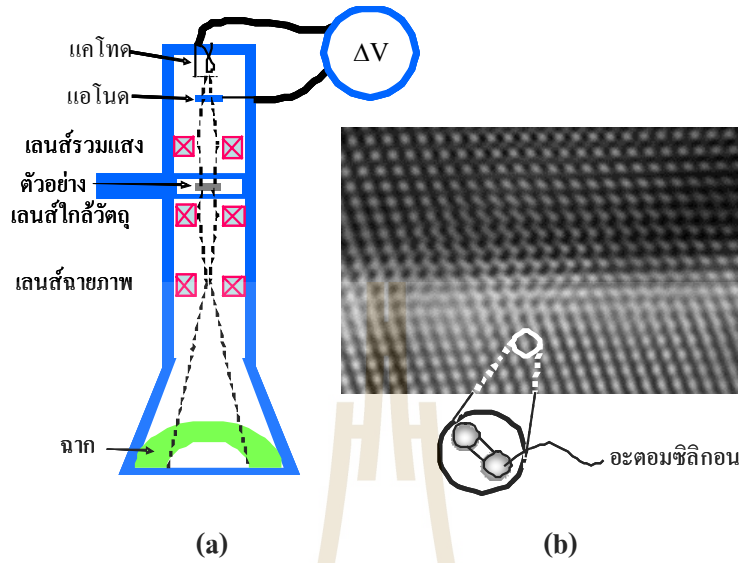
$$I_R = |\psi_1 + \psi_2|^2 = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + \psi_1^* \psi_2 + \psi_2^* \psi_1 \quad (8.40)$$

ในขณะที่ผลรวมของ I_1 และ I_2 ไม่เหมือนกับ I_R หรือไม่มีเทอมที่ทำให้เกิดการแทรกสอด

$$I_1 + I_2 = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 \neq |\psi_1 + \psi_2|^2 \quad (8.41)$$

หมายความว่าถ้าเราทราบเส้นทางของอิเล็กตรอนได้แน่นอน ผลรบกวนเนื่องจากการวัดตำแหน่งของอิเล็กตรอนบนสลิต จะทำให้ความน่าจะเป็นการแทรกสอดบนฉากหายไป และไม่สามารถทำให้เกิดการแทรกสอดของคลื่นอิเล็กตรอนบนฉากในเวลาเดียวกันได้ นั่นคือไม่สามารถทำการทดลองให้เห็นว่าอิเล็กตรอนแสดงสมบัติการเป็นอนุภาคหรือคลื่นไปพร้อมๆ กันได้ ซึ่งเป็นพฤติกรรมวิหิภาวะคลื่นและอนุภาคของอิเล็กตรอนหรืออนุภาคควอนตัมนั่นเอง

5. กล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอน



รูปที่ 8.20 (a) แผนภาพแสดงส่วนประกอบของกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบ TEM
(b) ตัวอย่างภาพถ่ายจาก TEM แสดงการจัดเรียงตัวของอะตอมซิลิกอนใน
อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ชนิดหนึ่ง

ได้มีผู้ศึกษาทัศนศาสตร์ของลำอิเล็กตรอน และพบว่าสามารถโฟกัสลำอิเล็กตรอนได้โดยใช้เลนส์แม่เหล็ก นั่นคือสามารถที่จะสร้างอุปกรณ์ทัศนศาสตร์ได้โดยเปลี่ยนจากการใช้แสงมาเป็นการใช้ลำอิเล็กตรอนแทน ซึ่งข้อได้เปรียบที่ชัดเจนคือหากทำให้มีโมเมนตัมที่สูงเพียงพอต่อลำอิเล็กตรอนนั้น จะมีความยาวคลื่นที่สั้นกว่าความยาวคลื่นของแสงมาก และส่งผลให้อุปกรณ์มีกำลังแยกมากขึ้น ทำให้สามารถแยกแยะรายละเอียดของวัตถุที่เล็กมากๆ จนกระทั่งถึงระดับอะตอมได้ ด้วยหลักการเดียวกันนี้ กล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนได้ถูกประดิษฐ์ขึ้นโดย เอิร์นสต์ รัสคา (Ernst Ruska) ในช่วงเวลาประมาณปี ค.ศ.1935-1940 และได้ถูกพัฒนาอย่างต่อเนื่องจนในปัจจุบันเป็นอุปกรณ์ที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในห้องวิจัยต่างๆ ทั่วโลก รูปที่ 8.20 แสดงส่วนประกอบของกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบส่องผ่าน (Transmission Electron Microscope, TEM) และตัวอย่างรูปถ่ายที่มีรายละเอียดในระดับอะตอม

ตัวอย่างที่ 8.17 เราสามารถเพิ่มโมเมนตัมของอิเล็กตรอนในกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนได้โดยการให้ความต่างศักย์ไฟฟ้าสูงคร่อมขั้วแคโทดและแอโนด จงหาว่าถ้าต้องการใช้อิเล็กตรอนที่มีความยาวคลื่น 0.01 \AA จะต้องใช้ความต่างศักย์ไฟฟ้าเท่าใด

วิธีทำ ความยาวคลื่น $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2me\Delta V}} \Rightarrow \Delta V = \frac{h^2}{2me\lambda^2}$

ความต่างศักย์ $\Delta V = \frac{h^2}{2me\lambda^2} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})^2}{2(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.01 \times 10^{-10} \text{ m})^2}$

$\Delta V = 60.4 \times 10^3 \text{ V} = 60.4 \text{ kV}$

โดยทั่วไปกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนจะใช้ความต่างศักย์ไฟฟ้าประมาณ 50 kV ถึง 200 kV ในกรณีที่ใช้ความต่างศักย์ที่สูงมากๆ จำเป็นต้องนำผลจากทฤษฎีสัมพัทธภาพมาพิจารณาด้วย

6. ฟังก์ชันคลื่นและสมการชเรอดิงเงอร์

เนื่องอนุภาคควอนตัมสามารถแสดงพฤติกรรมทวิภาวะคลื่น-อนุภาค เราอาจใช้ฟังก์ชันคลื่น $\Psi(x, t)$ ในการอธิบายพฤติกรรมของอนุภาคที่ตำแหน่ง x และ เวลา t ใดๆ ในกรณีของอนุภาคอิสระที่ไม่มีแรงภายนอกมากระทำเราอาจใช้ฟังก์ชัน

$$\Psi(x, t) = Ae^{i(kx - \omega t)} \tag{8.42}$$

เมื่อ k คือเลขคลื่น ω คือความถี่เชิงมุม และ $i \equiv \sqrt{-1}$ ซึ่งฟังก์ชันคลื่นจะสอดคล้องกับสมการ

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} \tag{8.43}$$

สมการ 8.43 เป็นรูปแบบหนึ่งของสมการชเรอดิงเงอร์ (Schrödinger equation) ซึ่งพบโดย แอร์วิน ชเรอดิงเงอร์ (Erwin Schrödinger) ในปี ค.ศ. 1926 ซึ่งสมการดังกล่าวสามารถนำไปสู่บทประยุกต์ได้ในหลายๆ ประการ

ในขั้นแรกนี้เราแทนค่า $\Psi(x, t)$ จากสมการ 8.42 เข้าไปในสมการ 8.43

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 Ae^{i(kx - \omega t)}}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial Ae^{i(kx - \omega t)}}{\partial t}$$

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} Ae^{i(kx - \omega t)} = \hbar\omega Ae^{i(kx - \omega t)} \Rightarrow \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \hbar\omega$$

เนื่องจาก $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k$ และ $E = hf = \frac{h}{2\pi} 2\pi f = \hbar\omega$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\frac{p^2}{2m} = \hbar\omega = E \quad (8.44)$$

เป็นพลังงานของอนุภาคอิสระที่ไม่มีแรงภายนอกมากระทำนั่นเอง
 นั่นคือถ้าเราทราบค่าฟังก์ชันคลื่น $\Psi(x, t)$ ของอนุภาคควอนตัมใดๆ เราจะสามารถหาสมบัติ
 หลายๆ ประการของอนุภาคนั้นได้ โดยอาศัยตัวดำเนินการ (operator) เช่น

โมเมนตัม $p = \hbar k \rightarrow \mathbf{p}_{op} \Psi = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \Psi = p\Psi \quad (8.45)$

พลังงาน $E = \hbar\omega \rightarrow \mathbf{H}_{op} \Psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = E\Psi \quad (8.46)$

เนื่องจากฟังก์ชันคลื่นที่สอดคล้องกับสมการ 8.43 เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่งประกอบด้วยส่วนที่เป็น
 จำนวนจริงและส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพ จึงมีความลำบากในการเชื่อมโยงความหมายของฟังก์ชัน
 คลื่นกับการทดลอง ในปี ค.ศ.1927 แมกซ์ บอร์น (Max Born) ได้เสนอวิธีการตีความหมายของ
 ฟังก์ชันคลื่น โดยแนวคิดเรื่องโอกาสหรือความน่าจะเป็นในการพบอนุภาคที่ตำแหน่งต่างๆ โดยเสนอว่า
 โอกาสในการที่จะพบอนุภาคที่อธิบายด้วยฟังก์ชันคลื่น $\Psi(x, t)$ ในบริเวณที่มีปริมาตร dV คือ

$$dP(x, t) = \Psi(x, t)\Psi^*(x, t)dV = |\Psi(x, t)|^2 dV \quad (8.47)$$

เมื่อ $\Psi^*(x, t)$ เป็นสังยุคเชิงซ้อนของ $\Psi(x, t)$ ซึ่งทำให้ $\Psi^*(x, t)\Psi(x, t) = |\Psi(x, t)|^2$ เป็นจำนวนจริง
 โดยจะมีโอกาสมากพบอนุภาคในบริเวณที่ $|\Psi(x, t)|^2$ มีค่ามาก หากเรารวมโอกาสในการพบอนุภาค
 ในบริเวณต่างๆ ทุกบริเวณจะมีความน่าจะเป็นในการพบอนุภาคเป็น 1

$$\int dP(x, t) = \int |\Psi(x, t)|^2 dV = 1 \quad (8.48)$$

โดยทั่วไป $|\Psi(x, t)|^2$ ที่บริเวณต่างๆ อาจจะมีค่าเปลี่ยนไปตามเวลา เปรียบเสมือนอนุภาคที่กำลัง
 เคลื่อนที่ แต่ในบางกรณีเช่น อิเล็กตรอนที่มีระดับพลังงานในอะตอมที่แน่นอน จะมีค่า $|\Psi(x, t)|^2$
 คงตัวในแต่ละบริเวณ นั่นคือโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนในแต่ละบริเวณมีค่าคงตัวไม่ขึ้นกับเวลา ซึ่งเรา
 เรียกสถานะที่มีพลังงานคงตัวที่แน่นอนนั้นว่า สถานะคงตัว (stationary state) ซึ่งฟังก์ชันคลื่นที่มี
 สถานะดังกล่าวอาจมีรูปแบบคือ

$$\Psi(x, t) = \psi(x)e^{i\omega t} \quad (8.49)$$

ตัวอย่างที่ 8.18 อนุภาคหนึ่งมีฟังก์ชันคลื่นกำหนดโดย $\Psi(x,t) = Ae^{i[(1.6 \times 10^{12} \text{ m}^{-1})x - (8.0 \times 10^{16} \text{ s}^{-1})t]}$ จงหาค่าโมเมนตัม พลังงาน และมวลของอนุภาคนี้

วิธีทำ $\Psi(x,t) = Ae^{i[kx - \omega t]}$

โมเมนตัม $p = \hbar k = (1.1 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(1.6 \times 10^{12} \text{ m}^{-1}) = 1.8 \times 10^{-22} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$

พลังงาน $E = \hbar\omega = (1.1 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(8.0 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}) = 8.8 \times 10^{-18} \text{ J}$

$$E = \frac{p^2}{2m} \rightarrow m = \frac{p^2}{2E}$$

มวล $m = \frac{(1.8 \times 10^{-22} \text{ kg}\cdot\text{m/s})^2}{2(8.8 \times 10^{-18} \text{ J})} = 1.8 \times 10^{-27} \text{ kg}$

ตัวอย่างที่ 8.19 จงแสดงว่า $\Psi(x,t) = Ae^{i(kx - \omega t)}$ เป็นฟังก์ชันคลื่นที่มีสถานะคงตัว

วิธีทำ $|\Psi(x,t)|^2 = \Psi^*(x,t)\Psi(x,t) = Ae^{-i(kx - \omega t)}Ae^{i(kx - \omega t)} = A^2$

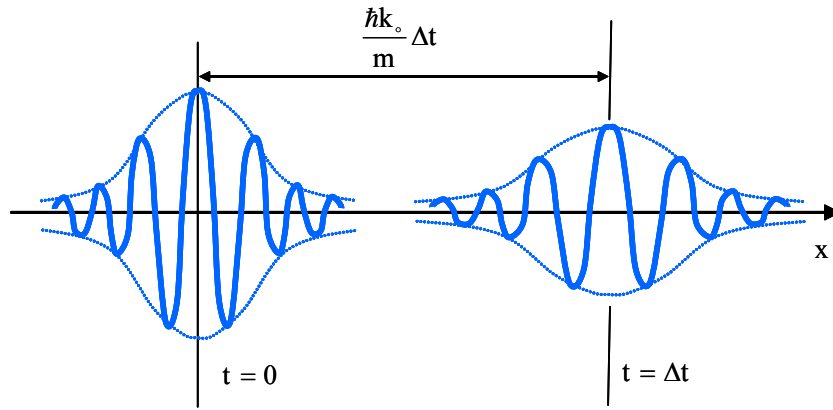
เนื่องจาก $|\Psi(x,t)|^2$ ไม่ขึ้นกับเวลา ดังนั้น ฟังก์ชันคลื่นนี้เป็นฟังก์ชันคลื่นของสถานะคงตัว นอกจากนี้ $|\Psi(x,t)|^2$ มีค่าคงตัว หมายถึงมีโอกาสที่จะพบอนุภาคนี้เท่าๆ กันในทุกบริเวณ

ในการที่จะใช้ฟังก์ชันคลื่นบรรยายพฤติกรรมของอนุภาคหนึ่งๆ เราจะต้องพิจารณาข้อจำกัดในหลายๆ ประการ เช่น ฟังก์ชัน $\Psi(x,t) = Ae^{i(kx - \omega t)}$ บรรยายคลื่นอนุภาคที่มีค่าเลขคลื่น k คงตัว เพียงค่าเดียวทำให้ทราบค่าโมเมนตัม p ที่แน่นอน นั่นคือ $\Delta p = 0$ ทำให้เมื่อใช้หลักความไม่แน่นอน $\Delta x \Delta p \geq \hbar$ จะได้ว่า $\Delta x \rightarrow \infty$ นั่นคือเราไม่สามารถบอกตำแหน่งของอนุภาคนี้ได้แน่นอน

ฟังก์ชันคลื่นที่ใช้บรรยายคลื่นอนุภาคจึงควรที่จะประกอบด้วยการรวมเลขคลื่นต่างๆ ที่แอมพลิจูดที่แตกต่างกันเข้าไว้ด้วยกันเปรียบเสมือนการเกิด กลุ่มคลื่น (wave packet) ขึ้นรอบๆ บริเวณที่มีโอกาสพบอนุภาคมากที่สุด ตัวอย่างของฟังก์ชันคลื่นดังกล่าวเช่น

$$\Psi(x,t) = (2\pi)^{-1/4} \left(\Delta x + \frac{i\hbar t}{2m\Delta x} \right)^{-1/2} \exp \left\{ \frac{-x^2/4\Delta x^2 + ik_0x - (i\hbar k_0^2/2m)t}{1 + i\hbar t/2m\Delta x^2} \right\} \quad (8.50)$$

สมการ 8.50 แสดงกลุ่มคลื่นที่เคลื่อนที่ในหนึ่งมิติไปทางขวามือด้วยความเร็ว $v = \hbar k_0/m$ ดังรูปที่ 8.21



รูปที่ 8.21 กลุ่มคลื่น-อนุภาคที่เคลื่อนที่ไปทางขวามือ จะเห็นว่ามีแผ่การกระจายตัวออกเมื่อเวลาผ่านไป

7. สมการชเรอดิงเงอร์ในมิติเดียว

พิจารณาตัวดำเนินการ
$$\mathbf{H}_{op} = \left(\frac{\mathbf{p}_{op}^2}{2m} + U(x) \right) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (8.51)$$

โดยที่ตัวดำเนินการที่ใช้หาพลังงานจลน์คือ $\frac{\mathbf{p}_{op}^2}{2m}$ และ $U(x)$ เป็นพลังงานศักย์ซึ่งขึ้นกับตำแหน่ง และเราเรียก \mathbf{H}_{op} ว่า ตัวดำเนินการแฮมิลโทเนียน (Hamiltonian operator) ซึ่งใช้หาพลังงานรวม พิจารณาพฤติกรรมของอนุภาคควอนตัมในมิติเดียว ในกรณีของสถานะคงตัวเราอาจอนุมานให้ $\Psi(x,t) = \psi(x) e^{-i\omega t}$ ซึ่งฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคที่มีพลังงานรวม $E = \hbar\omega$ จะสอดคล้องกับสมการ

$$\mathbf{H}_{op} \Psi(x,t) = \left(\frac{\mathbf{p}_{op}^2}{2m} + U(x) \right) \psi(x) e^{-i\omega t} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x) e^{-i\omega t} = E\psi(x) e^{-i\omega t} \quad (8.52)$$

หรืออาจเขียนสมการชเรอดิงเงอร์ในหนึ่งมิติที่ไม่ขึ้นกับเวลาได้เป็น

$$\mathbf{H}_{op} \psi(x) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) \right) \psi(x) = E\psi(x) \quad (8.53)$$

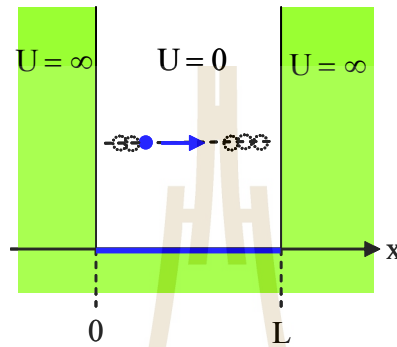
เนื่องจากความน่าจะเป็นในการพบอนุภาคเมื่อรวมแล้วจะต้องเท่ากับ 1 และเหตุผลเรื่องความต่อเนื่อง ฟังก์ชันคลื่น $\psi(x)$ ที่เป็นคำตอบของสมการ 8.53 จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไข

- (I) $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx = 1$ normalized wave function
- (II) $\psi(x)$ จะต้องมีความต่อเนื่องในทุกบริเวณ และ
- (III) $\frac{d\psi(x)}{dx}$ ควรมีความต่อเนื่องด้วย ซึ่งทำให้ $\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}$ หาค่าได้

ในที่นี้เราจะพิจารณาตัวอย่างฟังก์ชันคลื่นที่ได้จากสมการชเรอดิงเงอร์ในบางกรณี

7.1 อนุภาคในกล่อง

พิจารณาอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ในหนึ่งมิติอยู่ภายในกล่องที่มีผนังแข็งแรงหนาทั้งสองด้านอยู่ห่างกันเป็นระยะ L โดยที่เราอนุมาณให้พลังงาน E และโมเมนตัม p ของอนุภาคคงตัว พลังงานศักย์ในบริเวณถัดจากฝาผนังออกไปเป็นอนันต์ $U \rightarrow \infty$ ซึ่งทำให้อนุภาคนี้ถูกจำกัดให้อยู่ในบริเวณ $0 \leq x \leq L$ ดังรูปที่ 8.22 เราเรียกกรณีนี้ว่า อนุภาคในกล่องหนึ่งมิติ (particle in one dimension box)



รูปที่ 8.22 อนุภาคเคลื่อนที่กลับไปมาในกล่องความยาว L

เนื่องจาก $U = \infty$ นอกกล่อง $\psi(x) = 0$ และจะพบอนุภาคอยู่ได้เฉพาะในกล่องที่อนุมาณให้ $U = 0$ ซึ่งเราอาจเขียนสมการชเรอดิงเงอร์ได้เป็น

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) = E\psi(x) \quad (0 \leq x \leq L) \tag{8.54}$$

ซึ่งสามารถหาคำตอบได้คือ

$$\psi(x) = A \sin(kx) \tag{8.55}$$

โดยเงื่อนไขความต่อเนื่องที่ผนังกล่อง $\psi(0) = 0 = \psi(L)$ เราจะพบว่า $kL = n\pi$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots$ นั่นคือ เลขคลื่น ความยาวคลื่น และโมเมนตัมของอนุภาคในกล่องจะมีค่าได้ไม่ต่อเนื่อง

$$k = \frac{n\pi}{L} \quad \text{และ} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \tag{8.56}$$

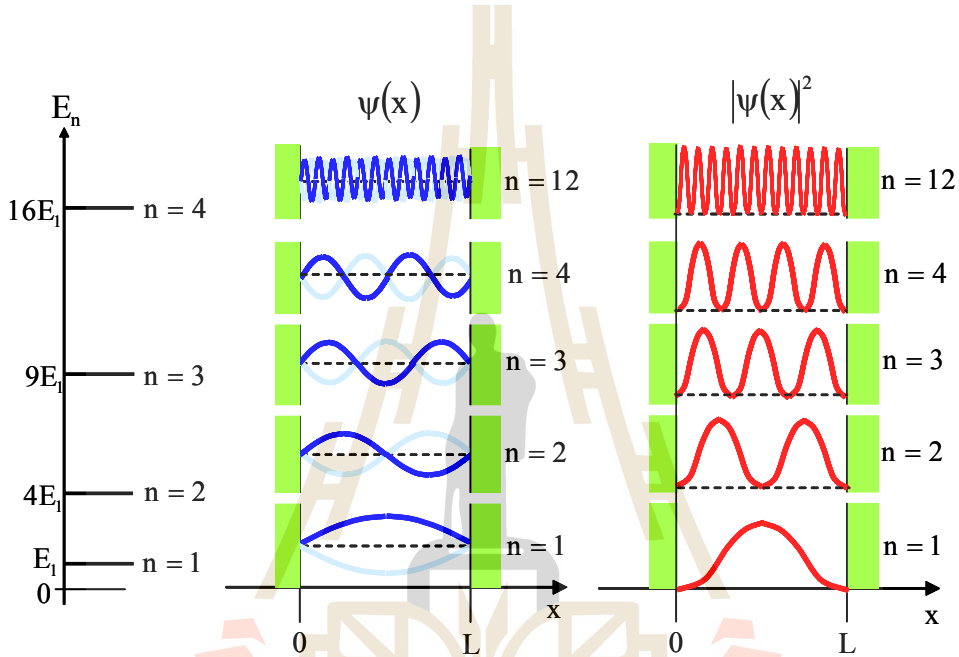
$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k = \frac{nh}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \tag{8.57}$$

นั่นคือพลังงานของอนุภาคที่ถูกจำกัดบริเวณในกล่องจะมีค่าไม่ต่อเนื่อง

$$E_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (8.58)$$

เมื่อเราใช้เงื่อนไข $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$ พบว่า $A = \sqrt{\frac{2}{L}}$ ทำให้เราทราบค่าฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคในกล่องเป็น

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (8.59)$$



รูปที่ 8.23 แผนภาพแสดงพลังงาน E_n ฟังก์ชันคลื่น ψ_n และโอกาสในการพบ $|\psi_n|^2$ ของอนุภาคในกล่อง

แผนภาพแสดงพลังงาน E_n ฟังก์ชันคลื่น ψ_n และโอกาสในการพบ $|\psi_n|^2$ ของอนุภาคในกล่องแสดงในรูปที่ 8.23 จะเห็นว่าระดับพลังงาน E_n ขึ้นกับเลขจำนวนเต็ม n ซึ่งเรียกได้ว่าเป็นเลขควอนตัมในกรณีนี้ ซึ่งระดับพลังงานที่แยกเป็นชั้นๆ ในกรณีนี้เกิดจากการที่อนุภาคถูกจำกัดที่ในบริเวณแคบๆ นั้นเอง

สำหรับกรณีของอนุภาคในกล่องนี้ระดับพลังงานต่ำสุดที่เป็นไปได้ หรือที่สถานะพื้น (ground state) $n = 1$ คือ

$$E_1 = \frac{h^2}{8mL^2} \quad (8.60)$$

เราเรียกระดับพลังงานต่ำสุดที่เป็นไปได้ว่า พลังงานจุดศูนย์ (zero point energy) ซึ่งพลังงานจุดศูนย์ของอนุภาคควอนตัมใดๆ ที่ถูกจำกัดบริเวณจะมีค่ามากกว่าศูนย์ หรืออาจมองได้อนุภาคจะมีการเคลื่อนที่อยู่ตลอดเวลาจะไม่หยุดนิ่งกับที่

จากรูปที่ 8.23 จะเห็นว่าที่ระดับพลังงานต่ำสุด $|\psi_1|^2$ มีค่าสูงสุดที่เดี่ยตรงกลางกล่อง นั่นคือจะมีโอกาสพบอนุภาคได้มากที่สุดที่ $x = L/2$ เมื่อระดับพลังงานเพิ่มขึ้น $|\psi_2|^2$ จะมีค่ามากที่สุดที่ $x = L/4$ และ $3L/4$ และในกรณีของ $|\psi_3|^2$ ค่ามากที่สุดอยู่ที่ $x \approx L/6, L/2$ และ $5L/6$ ตามลำดับ นั่นคือเมื่อ n มีค่ามากขึ้นโอกาสในการพบอนุภาคมากจะกระจายตัวออกไปทั่วกล่อง เมื่อ $n \rightarrow \infty$ จะมีโอกาสพบอนุภาคเท่ากันในทุกจุดในกล่อง ซึ่งเป็นค่าที่ควรจะเป็นเมื่อใช้กลศาสตร์แบบแผนเดิมในการคำนวณ

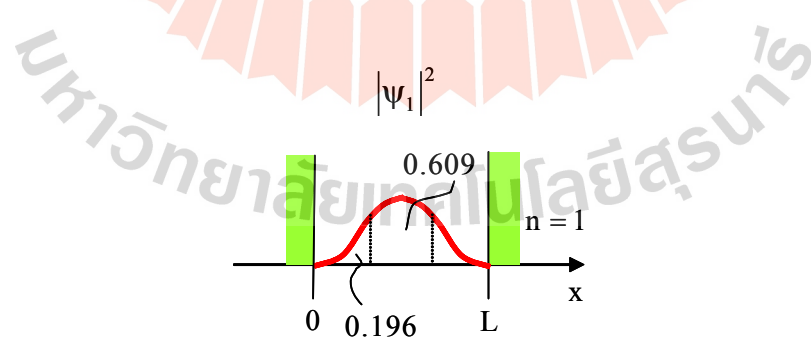
กรณีที่เมื่อเลขควอนตัมมีค่ามาก หรือ $n \rightarrow \infty$ กลศาสตร์ควอนตัมให้ผลการคำนวณเทียบได้กับกลศาสตร์แบบแผนเดิมนี่เรียกว่า หลักการสมนัย (correspondence principle)

เมื่อเราอนุมานว่าฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคในกล่องเป็นสถานะคงตัว จึงสามารถเขียนฟังก์ชันคลื่นที่แปรผันตามเวลาได้เป็น $\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$ หรือจะได้ว่า

$$\Psi_n(x,t) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} e^{-i\frac{E_n}{\hbar}t} \quad (n = 1,2,3,\dots) \tag{8.61}$$

ตัวอย่างที่ 8.20 อิเล็กตรอนถูกจำกัดบริเวณให้อยู่ในกล่องหนึ่งมิติขนาด $L = 1 \text{ nm}$

- (a) จงหาพลังงานในสถานะพื้น
- (b) ถ้าอิเล็กตรอนอยู่ในสถานะพื้นหาโอกาสในการที่จะพบอิเล็กตรอนระหว่าง $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$ และ $\frac{L}{3} \leq x \leq \frac{2L}{3}$



รูปที่ 8.24 โอกาสที่จะพบอนุภาคในกล่องที่สถานะพื้น ณ บริเวณต่างๆ

วิธีทำ (a) พลังงาน $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} \Rightarrow E_1 = \frac{(1)^2 (6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})^2}{8(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(2 \times 10^{-10} \text{ m})^2} = 6.03 \times 10^{-20} \text{ J}$

พลังงานสถานะพื้น $E_1 = 6.03 \times 10^{-20} \text{ J} = 0.38 \text{ eV}$

(b) $|\psi_n|^2 = \psi_n^* \psi_n = \left(\sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \right)^* \left(\sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \right) = \frac{2}{L} \sin^2 \frac{n\pi x}{L}$

โอกาสในการพบในช่วง $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$

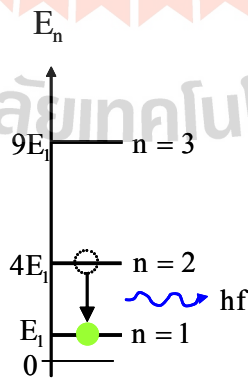
$$\begin{aligned} \Rightarrow \int_0^{L/3} |\psi_1|^2 dx &= \int_0^{L/3} \frac{2}{L} \sin^2 \frac{\pi x}{L} dx = \frac{2}{L} \left[\frac{x}{2} - L \frac{\sin 2\pi x/L}{4\pi} \right]_0^{L/3} \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{3} = 0.196 \end{aligned}$$

โอกาสในการพบในช่วง $\frac{L}{3} \leq x \leq \frac{2L}{3}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int_{L/3}^{2L/3} |\psi_1|^2 dx &= \int_{L/3}^{2L/3} \frac{2}{L} \sin^2 \frac{\pi x}{L} dx = \frac{2}{L} \left[\frac{x}{2} - L \frac{\sin 2\pi x/L}{4\pi} \right]_{L/3}^{2L/3} \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{2\pi} \left(\sin \frac{4\pi}{3} - \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 0.609 \end{aligned}$$

จะเห็นว่ามีโอกาสพบอนุภาคที่อยู่ในสถานะพื้นในบริเวณตรงกลางกล่องมากกว่าในบริเวณอื่น

ตัวอย่างที่ 8.21 ถ้าอิเล็กตรอนในตัวอย่างที่ 8.20 เปลี่ยนสถานะจากสถานะกระตุ้นที่ 1 ($n = 2$) ไปยังสถานะพื้น ($n = 1$) จะปลดปล่อยโฟตอนที่มีความยาวคลื่นเท่าใด



รูปที่ 8.25 อนุภาคในกล่องปลดปล่อยโฟตอนเมื่อลดระดับพลังงานลง

วิธีทำ ผลต่างระดับพลังงาน $\Delta E = E_i - E_f = E_2 - E_1 = 4E_1 - E_1 = 3E_1$

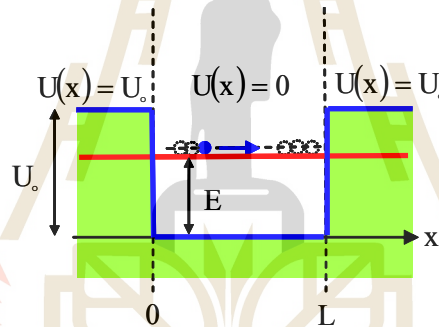
$$\Delta E = 3(0.38 \text{ eV}) = 1.14 \text{ eV}$$

โฟตอน $\Delta E \Rightarrow E = hf = \frac{hc}{\lambda}$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1.24 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{eV}}{1.14 \text{ eV}} = 1.09 \text{ } \mu\text{m}$$

7.2 อนุภาคในบ่อศักย์

พิจารณาอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ในหนึ่งมิติอยู่ภายในบริเวณที่มีพลังงานศักย์ $U(x) = U_0$ เมื่อ $x > L$ และ $U(x) = 0$ เมื่อ $0 \leq x \leq L$ ดังแผนภาพที่แสดงในรูปที่ 8.26 โดยเราเรียกกรณีนี้ว่า อนุภาคในบ่อศักย์ (particle in finite well) ซึ่งคล้ายกับกรณีของอิเล็กตรอนที่อยู่ระหว่างชั้นของสารกึ่งตัวนำสองชนิดในอุปกรณ์ที่เรียกว่า บ่อควอนตัม (quantum well)



รูปที่ 8.26 แผนภาพแสดงอนุภาคในบ่อศักย์ ในกรณีนี้ $E < U_0$

เราพิจารณากรณีที่พลังงานรวมของอนุภาคน้อยกว่าพลังงานศักย์นอกบ่อ ($E < U_0$) ซึ่งตามกลศาสตร์แบบเดิมแล้วอนุภาคจะไม่สามารถอยู่ในบริเวณที่ $E < U$ เนื่องจากพลังงานจลน์ต้องมีค่าไม่น้อยกว่าศูนย์

ภายในบ่อศักย์ $U(x) = 0$ สมการชเรอดิงเงอร์ในกรณีนี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi(x) = -\frac{2mE}{\hbar^2} \psi(x) \quad (0 \leq x \leq L) \tag{8.62}$$

ซึ่งมีผลเฉลยทั่วไปคือ $\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$ เมื่อ $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ (8.63)

ภายนอกบ่อศักย์ $U(x) = U_0$ ซึ่งสามารถเขียนสมการชเรอดิงเงอร์ได้เป็น

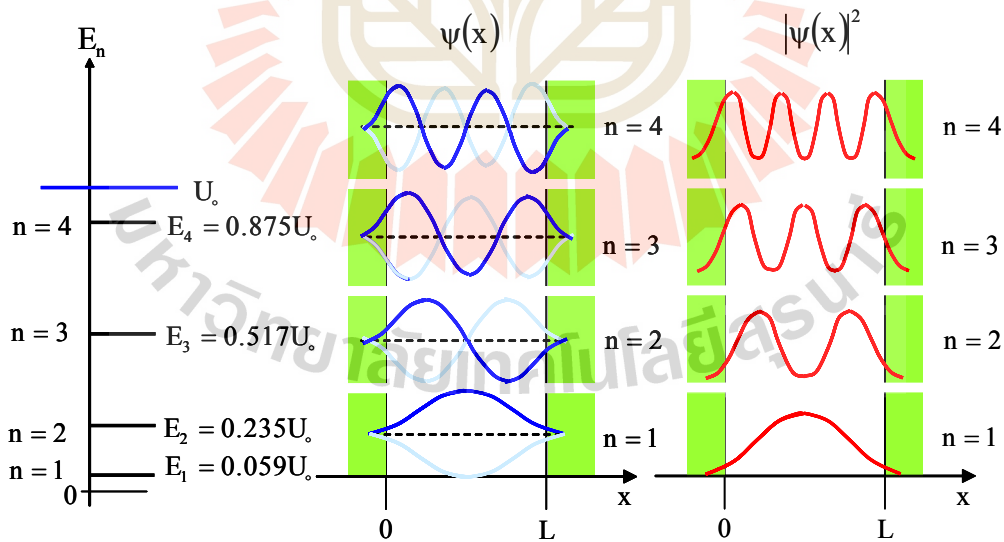
$$\frac{d^2}{dx^2} \psi(x) = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2} \psi(x) \quad (x < 0) \text{ และ } (x > L) \quad (8.64)$$

ซึ่งมีผลเฉลยทั่วไปเป็น $\psi(x) = Ce^{kx} + De^{-kx}$ เมื่อ $k = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$ (8.65)

เนื่องจากฟังก์ชันคลื่นจำเป็นต้องหาค่าได้และต่อเนื่องในทุกบริเวณเราต้องจัดให้ $C = 0$ ในบริเวณ $x > L$ และจัดให้ $D = 0$ ในบริเวณ $x < 0$ ซึ่งทำให้โดยรวมแล้วฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคในบ่อศักย์เขียนได้เป็น

$$\psi(x) = \begin{cases} Ce^{kx} & (x < 0) \\ A \sin kx + B \cos kx & (0 \leq x \leq L) \\ De^{-kx} & (x > L) \end{cases} \quad (8.66)$$

เมื่อใช้เงื่อนไขความต่อเนื่องในกรณีต่างๆ และวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขช่วยก็จะสามารถหาค่าคลื่น k และพลังงาน E ที่เป็นไปได้สำหรับอนุภาคในบ่อศักย์ ซึ่งหาก $U_0 \gg \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$ จะสามารถมีระดับพลังงานภายในบ่อศักย์ได้หลายระดับ สำหรับกรณีที่แสดงในรูปที่ 8.27 ซึ่งเป็นกรณีที่ $U_0 = 12 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$ ซึ่งภายในบ่อศักย์มีได้ 4 ระดับพลังงาน



รูปที่ 8.27 แผนภาพแสดงระดับพลังงาน E_n ฟังก์ชัน $\psi(x)$ และ $|\psi(x)|^2$ ของอนุภาคในบ่อศักย์ เมื่อ $U_0 = 12 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$

นอกจากมีจำนวนระดับพลังงานที่จำกัดแล้วข้อแตกต่างอีกประการหนึ่งคือสามารถมีค่าฟังก์ชันคลื่นนอกบ่อศักย์ที่ไม่เป็นศูนย์ได้ หรือ $|\psi(x)|^2$ มีค่าไม่เป็นศูนย์ได้ภายนอกบ่อศักย์ หรือฟังก์ชันคลื่นสามารถซึมเข้าไปในบริเวณที่ $E < U$ ได้ซึ่งเป็นบริเวณต้องห้ามสำหรับอนุภาคใดๆ เมื่อพิจารณาโดยใช้กลศาสตร์แบบแผนเดิม

พิจารณาฟังก์ชันคลื่นในบริเวณที่ $E < U$

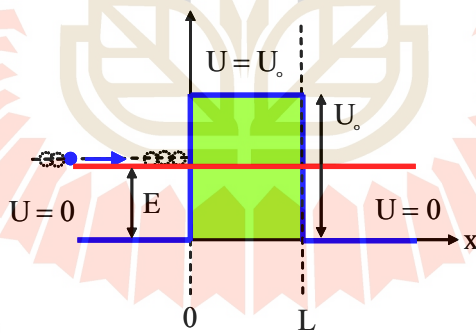
$$\psi(x) \propto e^{-\kappa|x|} \quad \text{เมื่อ} \quad \kappa = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar} \quad (8.67)$$

ค่าของ $\psi(x)$ จะลดลงจนเหลือ $1/e$ เท่าภายในระยะทาง $|x| = 1/\kappa$ จากขอบบ่อ ซึ่งเราอาจเรียก δ เป็น penetration depth

$$\delta = \frac{1}{\kappa} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U_0 - E)}} \quad (8.68)$$

ซึ่งจะเห็นว่าเมื่อระดับพลังงานของอนุภาคมีค่ามาก ฟังก์ชันคลื่นจะสามารถซึมเข้าไปในผนังบ่อศักย์ได้มากขึ้นด้วย

7.3 อนุภาคที่เคลื่อนที่ผ่านกำแพงศักย์



รูปที่ 8.28 อนุภาคเคลื่อนที่เข้าหากำแพงศักย์ที่ $U_0 > E$

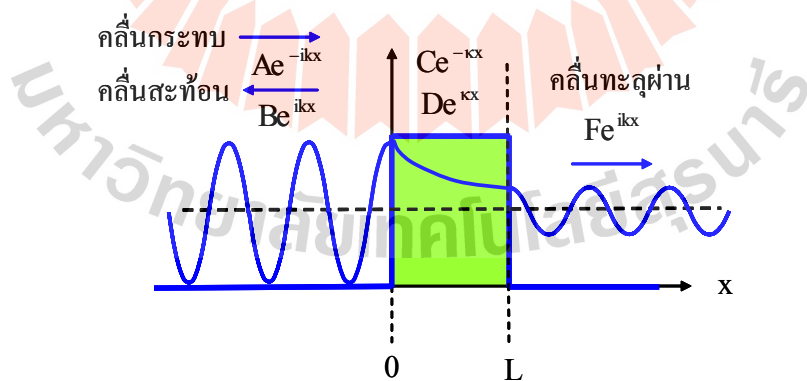
กำแพงศักย์ (potential wall) เป็นกรณีที่กลับกันกับกรณีของอนุภาคในบ่อศักย์ เราพิจารณาอนุภาคมวล m เคลื่อนที่มาจาก $x = -\infty$ โดยมีค่าพลังงานศักย์

$$U(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ U_0 & (0 \leq x \leq L) \\ 0 & (x > L) \end{cases} \quad (8.69)$$

ในกรณีที่ $E < U_0$ ตามฟิสิกส์แบบแผนเดิม อนุภาคที่เคลื่อนที่มาจากทางซ้ายมือจะวกกลับที่จุด $x = 0$ และไม่สามารถเดินทางผ่านกำแพงศักย์ไปได้ แต่สำหรับในมุมมองของทฤษฎีควอนตัมแล้ว อนุภาคอาจมีโอกาที่จะทะลุผ่านกำแพงศักย์ไปได้ หากเราพิจารณาผลเฉลยของสมการชเรอดิงเงอร์ ในกรณีที่พลังงานศักย์เป็นไปตามสมการ 8.69 พบว่าฟังก์ชันคลื่นในกรณีนี้อยู่ในรูปของ

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{-ikx} + Be^{ikx} & (x < 0) \\ Ce^{-\kappa x} + De^{\kappa x} & (0 \leq x \leq L) \\ Fe^{ikx} & (x > L) \end{cases} \quad \text{เมื่อ } k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad \text{และ } \kappa = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar} \quad (8.70)$$

Ae^{-ikx} เป็นฟังก์ชันคลื่นอนุภาคเริ่มต้นที่เคลื่อนที่มาจากซ้ายไปขวาเข้าหากำแพงศักย์ Be^{ikx} เป็นฟังก์ชันคลื่นที่สะท้อนจากกำแพงศักย์กลับไปจากขวาไปซ้าย ด้วยพฤติกรรมที่คล้ายกับอนุภาคในบ่อศักย์ฟังก์ชันคลื่นจะสามารถซึมเข้าไปในบริเวณที่ $E < U_0$ ได้ นั่นคือ $Ce^{-\kappa x}$ และ $De^{\kappa x}$ เป็นฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคภายในกำแพง และถ้าความกว้าง L ของกำแพงศักย์ไม่ต่างจากค่า δ จนเกินไปฟังก์ชันคลื่นก็จะสามารถซึมผ่านกำแพงศักย์ทะลุไปออกอีกข้างหนึ่งของกำแพงศักย์ได้ หรือจะมีโอกาสพบอนุภาคอีกฟากหนึ่งของกำแพง ซึ่ง Fe^{ikx} คือฟังก์ชันคลื่นในส่วนที่ทะลุผ่านกำแพงมาได้ นอกจากนี้แล้วพลังงานของอนุภาคยังคงเท่าเดิมอีกด้วย ซึ่งปรากฏการณ์ที่อนุภาคที่พลังงาน $E < U_0$ สามารถทะลุผ่านกำแพงศักย์ได้นี้เรียกว่า ปรากฏการณ์ทะลุผ่าน (tunneling effect)



รูปที่ 8.29 ฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคเทียบกับกำแพงศักย์ ($E < U_0$)

จากการวิเคราะห์พบว่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน R (reflection coefficient) และสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน T (transmission coefficient) เป็นฟังก์ชันของ L/δ และ E/U_0 หรือ

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \frac{\sinh^2[L/\delta]}{\sinh^2[L/\delta] + 4(E/U_0)(1 - E/U_0)} \quad (8.71)$$

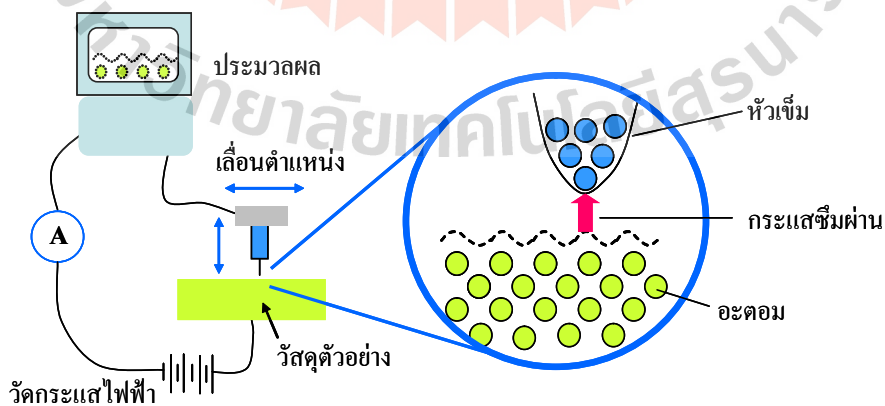
$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \frac{4(E/U_0)(1 - E/U_0)}{\sinh^2[L/\delta] + 4E/U_0(1 - E/U_0)} \quad (8.72)$$

เมื่อ $\delta = \hbar/\sqrt{2m(U_0 - E)}$ เป็น penetration depth ซึ่งในกรณีที่ค่าแอมพลิจูดมาก $L/\delta \gg 1$ สมการ 8.72 จะมีค่าประมาณ

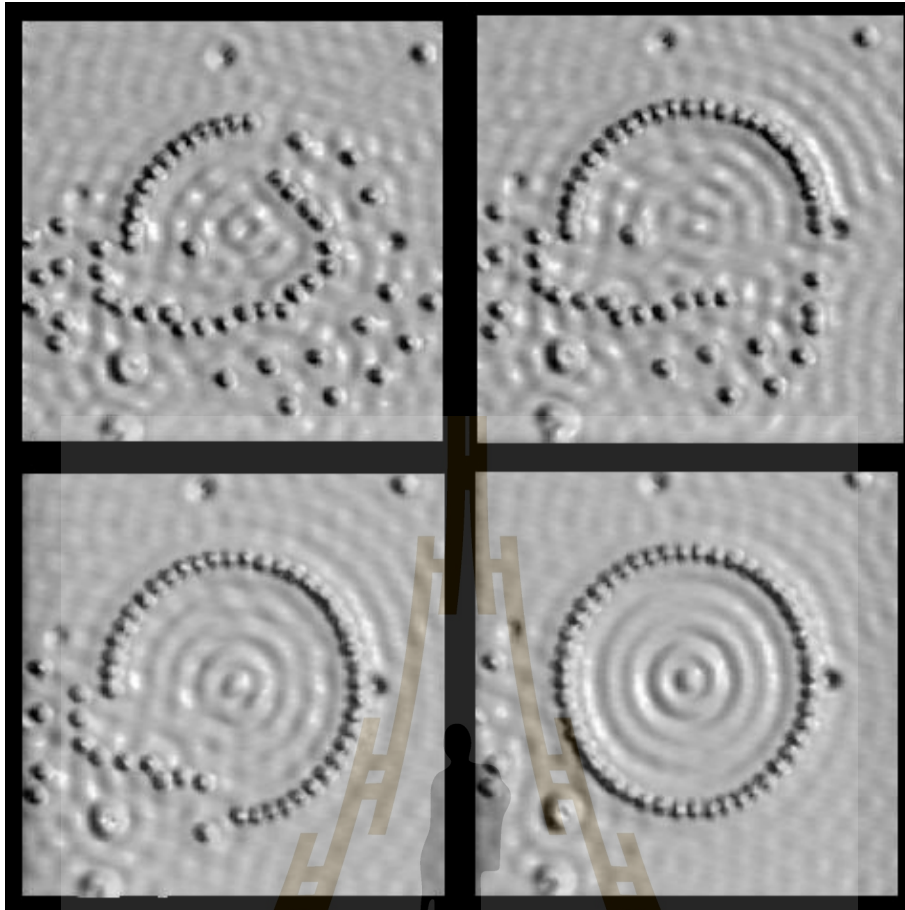
$$T \cong 16(E/U_0)(1 - E/U_0)e^{-2\delta L} \quad (8.73)$$

ได้มีการใช้ความเป็นไปได้ในการทะลุผ่านกำแพงศักย์ในการอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ อย่างประสบผลสำเร็จหลายประการ ดังจะเห็นได้จากในปี ค.ศ. 1973 รางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์มอบให้กับ ลีโอ เอสากิ (Leo Esaki) สำหรับการอธิบายปรากฏการณ์ทะลุผ่านในสารกึ่งตัวนำมอบีให้ อิวาร์ จีเอเวอร์ (Ivar Giaever) สำหรับการทดลองปรากฏการณ์ทะลุผ่านในตัวนำยวดยิ่งมอบีให้ ไบรอัน โจเซฟสัน (Brian Josephson) สำหรับทฤษฎีการทะลุผ่านระหว่างรอยต่อโจเซฟสัน

ในปี ค.ศ.1986 รางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์มอบให้กับ เกร็ด บินนิก (Gerd Binnig) และไฮน์ริค โรฮ์เรอร์ (Heinrich Rohrer) สำหรับการประดิษฐ์กล้องจุลทรรศน์แบบ STM (Scanning Tunneling Microscope) ซึ่งเป็นกล้องจุลทรรศน์ที่มีกำลังแยกที่สูงจนกระทั่งสามารถใช้ดูรายละเอียดของผิวหน้าวัสดุ (คลื่นอิเล็กตรอน) ในระดับที่เล็กกว่าอะตอมได้ ซึ่งแผนภาพส่วนประกอบของ STM และตัวอย่างรูปถ่ายที่ได้จาก STM ได้แสดงไว้ในรูปที่ 8.30 และ 8.31 ตามลำดับ



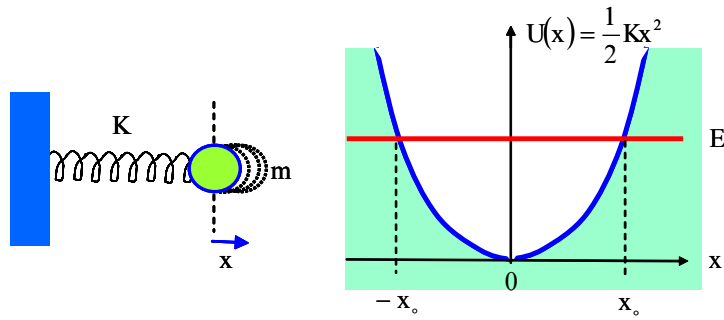
รูปที่ 8.30 แผนภาพแสดงส่วนประกอบโดยย่อของ STM



รูปที่ 8.31 รูปถ่ายกลุ่มอะตอมของเหล็ก (Fe) บนผิวหน้าของผลึกทองแดง (Cu) ที่อุณหภูมิต่ำ (STM นอกจากจะสามารถใช้ถ่ายภาพอะตอมได้แล้วยังสามารถที่ใช้จะเคลื่อนย้ายอะตอมได้อีกด้วย ในรูปนักวิทยาศาสตร์จากบริษัท IBM ทำการลากอะตอมเหล็กแต่ละตัวมาประกอบกันเป็นวง และทำให้เกิดคลื่นนิ่งของอิเล็กตรอนในวงแหวนบนผิวทองแดงได้อย่างชัดเจน)
ที่มา : รูปจาก www.almaden.ibm.com/vis/stm/

7.4 ตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิก

ในหัวข้อนี้เราพิจารณาตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิก (harmonic oscillator) ที่มีพลังงานศักย์คล้ายกับกรณีของมวล m ติดที่ปลายสปริงที่มีค่าคงตัวของสปริง k_s หรือ $U(x) = \frac{1}{2} k_s x^2$ ซึ่งแผนภาพพลังงานแสดงดังในรูปที่ 8.32



รูปที่ 8.32 แผนภาพพลังงานของตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกเมื่อจุดวกกลับคือ $\pm x_0$

ตัวดำเนินการแฮมิลโทเนียนของตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกในหนึ่งมิติคือ

$$H_{op} = \frac{p_{op}^2}{2m} + U(x) = \frac{p_{op}^2}{2m} + \frac{1}{2}Kx^2 \quad (8.74)$$

ทำให้สมการชเรอดิงเงอร์สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการ

$$H_{op}\psi(x) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2 \right) \psi(x) = E\psi(x) \quad (8.75)$$

โดยที่ $\omega_0 \equiv \sqrt{\frac{k_s}{m}}$ เพื่อให้สะดวกในการจัดรูปกำหนดให้ $\xi \equiv \left(\sqrt{\frac{m\omega_0}{\hbar}} \right) x$ สมการ 8.75 จะให้ผลเฉลยคือ

$$\psi_n(\xi) = A_n H_n(\xi) e^{-\xi^2/2} \quad (8.76)$$

โดยที่ $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ เป็นเลขควอนตัม และ $A_n = (2^n n! \sqrt{\pi})^{-1/2}$ และฟังก์ชัน H_n เรียกว่า พหุนามแอร์มีต (Hermite polynomial) $H_n(\xi) = (-1)^n e^{\xi^2} \frac{d^n e^{-\xi^2}}{d\xi^n}$ และพบว่าพลังงานของตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกมีค่าตามเลขควอนตัม n

$$E_n = \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (8.77)$$

ซึ่งทำให้พลังงานจุดศูนย์คือ $E_0 = \hbar\omega_0/2$ นั่นคือตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกยังคงสั่นอยู่ได้ ถึงแม้ว่าจะอยู่ในสถานะพื้นก็ตาม เช่นเดียวกันในธรรมชาติอะตอมของสสารต่างๆ ก็ยังมีการสั่นรอบจุดสมดุล ถึงแม้ว่าจะมีอุณหภูมิ $T = 0$ K ก็ตาม

ฟังก์ชันคลื่น และพลังงานของตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกสำหรับเลขควอนตัมบางตัวได้แสดงไว้ในตารางที่ 8.2

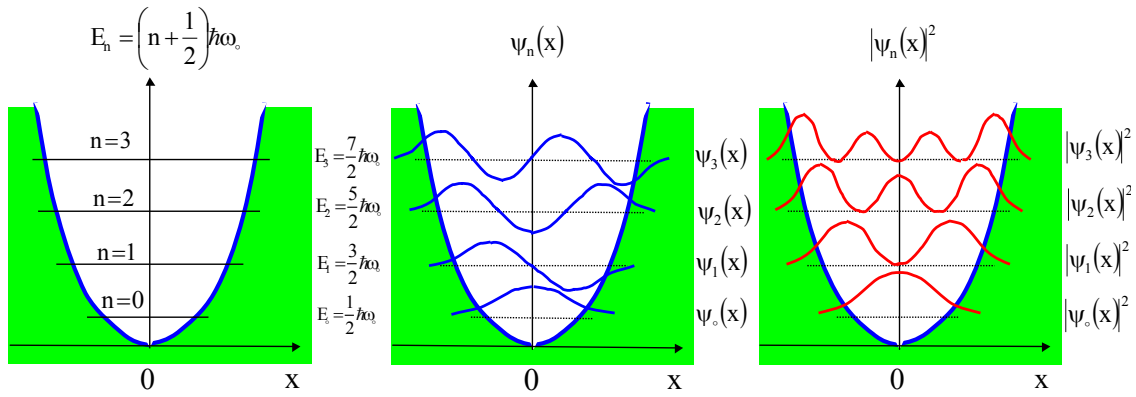
ตารางที่ 8.2 ฟังก์ชันคลื่นและพลังงานของตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกสำหรับเลขควอนตัมบางค่าเมื่อ $b \equiv \sqrt{\frac{m\omega_0}{\hbar}}$

n	E_n	Ψ_n
0	$\hbar\omega_0/2$	$\left(\frac{b}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} e^{-\xi^2/2}$
1	$3\hbar\omega_0/2$	$\left(\frac{b}{2\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} 2\xi e^{-\xi^2/2}$
2	$5\hbar\omega_0/2$	$\left(\frac{b}{8\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} (4\xi^2 - 2) e^{-\xi^2/2}$
3	$7\hbar\omega_0/2$	$\left(\frac{b}{48\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} (8\xi^3 - 12\xi) e^{-\xi^2/2}$
4	$9\hbar\omega_0/2$	$\left(\frac{b}{384\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} (16\xi^4 - 48\xi^2 + 12) e^{-\xi^2/2}$
5	$11\hbar\omega_0/2$	$\left(\frac{b}{3,840\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} (32\xi^5 - 160\xi^3 + 120\xi) e^{-\xi^2/2}$
n	$(n+1/2)\hbar\omega_0$	$\left(\frac{b}{2^n n! \sqrt{\pi}}\right)^{1/2} H_n(\xi) e^{-\xi^2/2}$

เนื่องจากผลต่างของพลังงานของตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกในสถานะที่ติดกันคือ

$$\Delta E = (E_{n+1} - E_n) = \hbar\omega_0 \left(n + 1 + \frac{1}{2} \right) - \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right) = \hbar\omega_0 \quad (8.78)$$

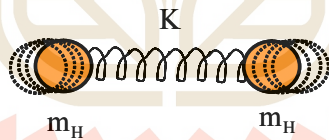
นั่นคือตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกมีพลังงานเป็นขั้นๆ ผลต่างของพลังงานในระดับพลังงานที่ติดกันมีค่าเป็น $\Delta E = \hbar\omega_0$ หรือพลังงานใช้ในการเปลี่ยนระดับพลังงานมีค่าคงตัวขึ้นกับความถี่ ω_0 ซึ่งสัมพันธ์กับมวล m ของตัวแกว่งกวัด และค่าคงตัวของสปริง K นั่นเอง แผนภาพระดับพลังงานฟังก์ชันคลื่น และ $|\Psi_n|^2$ ของตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกในบางสถานะแสดงในรูปที่ 8.33



รูปที่ 8.33 แผนภาพพลังงาน ฟังก์ชันคลื่น และ $|\psi|^2$ ของตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกในหนึ่งมิติ

แบบจำลองตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกในหนึ่งมิติสามารถใช้ได้ดีกับการสั่นของโมเลกุลแก๊สที่มีสองอะตอม เช่น H_2 หรือ CO โดยที่ใช้ $m \rightarrow m_r$ เมื่อ $m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ เรียกว่า มวลลดทอน (reduced mass) ซึ่งทำให้ได้ $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_s}{m_r}}$ และ $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0$ ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 8.22 โมเลกุลของแก๊สไฮโดรเจนประกอบด้วยอะตอมไฮโดรเจนสองอะตอมมวล $m_H = 1.67 \times 10^{-27}$ kg สร้างพันธะยึดเหนี่ยวกันไว้ถ้าค่าคงตัวของสปริงระหว่างอะตอมทั้งสองเป็น $k_s = 573$ N/m จงหาพลังงานสถานะพื้นในการสั่นของอะตอมไฮโดรเจนเข้าออกจากกัน



รูปที่ 8.34 การสั่นของโมเลกุล H_2

วิธีทำ มวลลดทอน $m_r = \frac{m_H m_H}{m_H + m_H} = \frac{m_H}{2} = 8.35 \times 10^{-28}$ kg

ความถี่มูลฐาน $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_s}{m_r}} = \sqrt{\frac{573 \text{ N/m}}{8.35 \times 10^{-28} \text{ kg}}} = 8.28 \times 10^{14}$ rad/s

พลังงานสถานะพื้น

$$E_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2} = (1.055 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(8.28 \times 10^{14} \text{ rad/s})/2 = 4.37 \times 10^{-20} \text{ J}$$

8. ปัญหาในสามมิติ

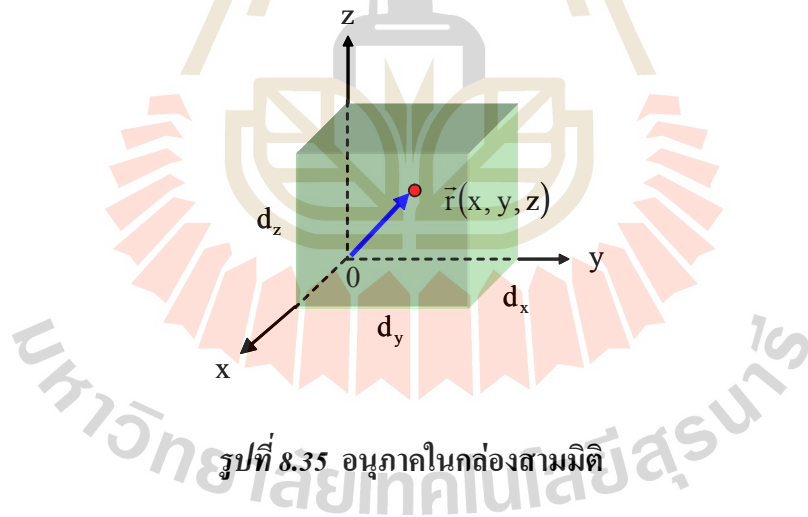
จากการพิจารณาผลเฉลยของสมการชเรอดิงเงอร์ในมิติเดียว ตามกรณีต่างๆ ที่ผ่านมามีพบว่าจะมีเลขควอนตัมเข้ามาเกี่ยวข้องหนึ่งตัวคือ n ซึ่งเป็นตัวกำหนดสถานะของอนุภาคควอนตัมในมิติเดียว

เมื่อเราพิจารณาจำนวนมิติที่เพิ่มมากขึ้นเราจำเป็นต้องเพิ่มจำนวนเลขควอนตัมมากขึ้นด้วย เพื่อใช้อธิบายสถานะของอนุภาคในจำนวนมิติที่เพิ่มมากขึ้น โดยในสามมิติ เวกเตอร์บอกตำแหน่งของอนุภาคคือ $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ และมีโมเมนตัมของอนุภาคคือ $\vec{p} = \hbar\vec{k} = \hbar(k_x\hat{i} + k_y\hat{j} + k_z\hat{k})$ ซึ่งเรากำหนดตัวดำเนินการสำหรับหาพลังงานจลน์ในระบบพิกัดฉากสามมิติ เป็น

$$\frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \tag{8.79}$$

∇^2 เรียกว่า ตัวดำเนินการลาปลาเซียน (Laplacian operator) เราสามารถเขียนสมการชเรอดิงเงอร์ในสามมิติได้เป็น

$$\hat{H}\psi(x, y, z) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(x, y, z)\right)\psi(x, y, z) = E\psi(x, y, z) \tag{8.80}$$



พิจารณากรณีของอนุภาคในกล่องในสามมิติ ถ้ากำหนดให้กล่องมีขนาด $(d_x \times d_y \times d_z)$ ดังรูปที่ 8.35 ภายในกล่อง $U(x, y, z) = 0$ และภายนอกกล่อง $U(x, y, z) = \infty$ จะมีผลเฉลยของสมการเป็น

$$\psi_{n_x n_y n_z}(x, y, z) = \sqrt{\frac{8}{d_x d_y d_z}} \sin\left(\frac{n_x \pi x}{d_x}\right) \sin\left(\frac{n_y \pi y}{d_y}\right) \sin\left(\frac{n_z \pi z}{d_z}\right) \tag{8.81}$$

และมีระดับพลังงานเป็น
$$E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{n_x^2}{d_x^2} + \frac{n_y^2}{d_y^2} + \frac{n_z^2}{d_z^2} \right) \quad (8.82)$$

นั่นคือสถานะของอนุภาคในกล่องสามมิติจะถูกกำหนดด้วยเลขควอนตัมสามตัวคือ n_x , n_y และ n_z เมื่อเราพิจารณากรณีพิเศษเมื่อ $d_x = d_y = d_z = d$ ทำให้ได้พลังงานของอนุภาคเป็น

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \quad (8.83)$$

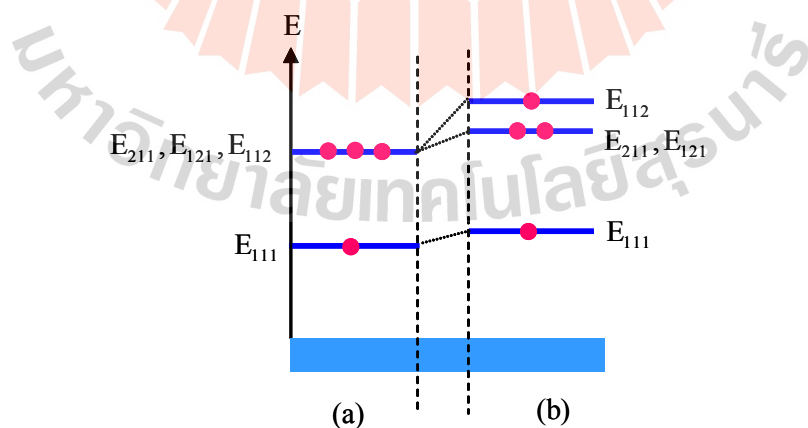
ระดับพลังงานต่ำสุดเกิดขึ้นเมื่อ $(n_x, n_y, n_z) = (1, 1, 1)$ นั่นคือสถานะพื้นมีระดับพลังงานเท่ากับ

$$E_{111} = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{2md^2} \quad (8.84)$$

ที่ระดับพลังงานขึ้นไป $(n_x, n_y, n_z) = (2, 1, 1)$ หรือ $(n_x, n_y, n_z) = (1, 2, 1)$ หรือ $(n_x, n_y, n_z) = (1, 1, 2)$ นั่นคือที่ระดับพลังงานนี้มีสามสถานะที่มีระดับพลังงานเท่ากัน

$$E_{211} = E_{121} = E_{112} = \frac{6\pi^2 \hbar^2}{2md^2} \quad (8.85)$$

การที่สถานะที่กำหนดโดยเลขควอนตัมต่างกันเกิดมีพลังงานเท่ากันเรียกว่า สภาพซ้อนสถานะ (degeneracy state) นั่นคือการพิจารณาระบบควอนตัมในจำนวนมิติที่เพิ่มขึ้นนอกจากจะทำให้ต้องใช้เลขควอนตัมเพิ่มขึ้นแล้วยังอาจสามารถทำให้เกิดการซ้อนทับกันของพลังงานระหว่างสถานะต่างๆ ได้อีกด้วย อย่างไรก็ตามระดับพลังงานที่ซ้อนทับกันนี้อาจแยกออกจากกันได้ถ้ามีความไม่สมมาตรเกิดขึ้น เช่น ถ้าด้าน $d_x = d_y$ แต่ถ้า $d_z < d_x = d_y$ ทำให้ระดับพลังงาน E_{112} แยกออกจาก E_{211} และ E_{121} ได้ดังรูปที่ 8.36



รูปที่ 8.36 (a) ระดับพลังงาน E_{n_x, n_y, n_z} เมื่อ $d_x = d_y = d_z$
 (b) ระดับพลังงานแยกตัวออกเมื่อด้าน $d_z < d_x = d_y$

สรุป

1. อนุภาคที่มีโมเมนตัม p จะมีความยาวคลื่น λ ซึ่งเป็นไปตามความสัมพันธ์

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\gamma mv} \quad \text{เรียกว่า ความยาวคลื่นเดอบรอยล์}$$

2. การแสดงคุณสมบัติการเป็นคลื่นของอนุภาคควอนตัม ได้ถูกแสดงให้เห็นโดยการทดลองการเลี้ยวเบนของลำอิเล็กตรอนของเดวิสสันและเจอร์เมอร์ และการทดลองของทอมสัน

3. ตามธรรมชาติโดยพฤติกรรมทวิภาวะคลื่นและอนุภาค เราไม่สามารถที่จะทราบตำแหน่งและโมเมนตัมของอนุภาคหนึ่งให้ได้อย่างแม่นยำในเวลาเดียวกัน หรือผลคูณระหว่างความไม่แน่นอนในการวัดตำแหน่ง Δx และความไม่แน่นอนในการวัดโมเมนตัม Δp มีค่าไม่น้อยกว่า $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar \quad \text{เรียกว่า หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก}$$

$$\text{ในทำนองเดียวกัน } \Delta E \Delta t \geq \hbar$$

- ถ้าเราต้องการทราบพลังงานของอนุภาคควอนตัมใดๆ ให้ละเอียดภายใน ΔE จะต้องใช้เวลาในการวัดพลังงานนั้นไม่น้อยกว่า Δt

4. เราไม่สามารถทำการทดลองเพื่อแสดงให้เห็นอิเล็กตรอนแสดงคุณสมบัติเป็นคลื่นและเป็นอนุภาคในเวลาเดียวกัน

5. กล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนมีกำลังขยายที่สูงมากเนื่องจากสามารถใช้อิเล็กตรอนที่มีความยาวคลื่นที่สั้นมากได้ โดยที่

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2me\Delta V}} \quad \text{เมื่อ } \Delta V \text{ เป็นความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ใช้}$$

6. ถ้าเราทราบค่าฟังก์ชันคลื่น $\Psi(x, t)$ ของอนุภาคควอนตัมใดๆ เราจะสามารถหาสมบัติหลายๆประการของอนุภาคนั้นได้ โดยอาศัยตัวดำเนินการ

$$\text{โมเมนตัม} \quad p = \hbar k \rightarrow \mathbf{p}_{op} \Psi = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \Psi = p \Psi$$

$$\text{พลังงาน} \quad E = \hbar \omega \rightarrow \mathbf{H}_{op} \Psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = E \Psi$$

7. โอกาสรวมในการพบอนุภาคในทุกบริเวณคือ

$$\int dP(x, t) = \int \Psi^*(x, t) \Psi(x, t) dV = \int |\Psi(x, t)|^2 dV = 1$$

สถานะคงตัวเป็นกรณีโอกาสที่จะพบอนุภาคในแต่ละบริเวณไม่ขึ้นกับเวลา

$$\Psi(x, t) = \psi(x)e^{i\omega t}$$

8. สมการชเรอดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติคือ

$$H_{op}\psi(x) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) \right) \psi(x) = E\psi(x)$$

9. อนุภาคในกล่องหนึ่งมิติมีพลังงานคือ $E_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{n^2\hbar^2}{8mL^2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

10. อนุภาคในบ่อศักย์จะมีระดับพลังงานต่างไปจากอนุภาคในกล่องหนึ่งมิติและฟังก์ชันคลื่นสามารถซึมเข้าไปในขอบบ่อได้โดยมี penetration depth คือ

$$\delta = \frac{1}{\kappa} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U_0 - E)}}$$

11. อนุภาคควอนตัมพลังงาน E อาจเคลื่อนที่ผ่านกำแพงศักย์ที่ $U_0 > E$ ได้

12. กล้องจุลทรรศน์แบบ STM อาศัยปรากฏการณ์ทะลุผ่านในการถ่ายภาพที่มีกำลังขยายสูงมากได้

13. พลังงานของตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกมีค่าตามเลขควอนตัม n

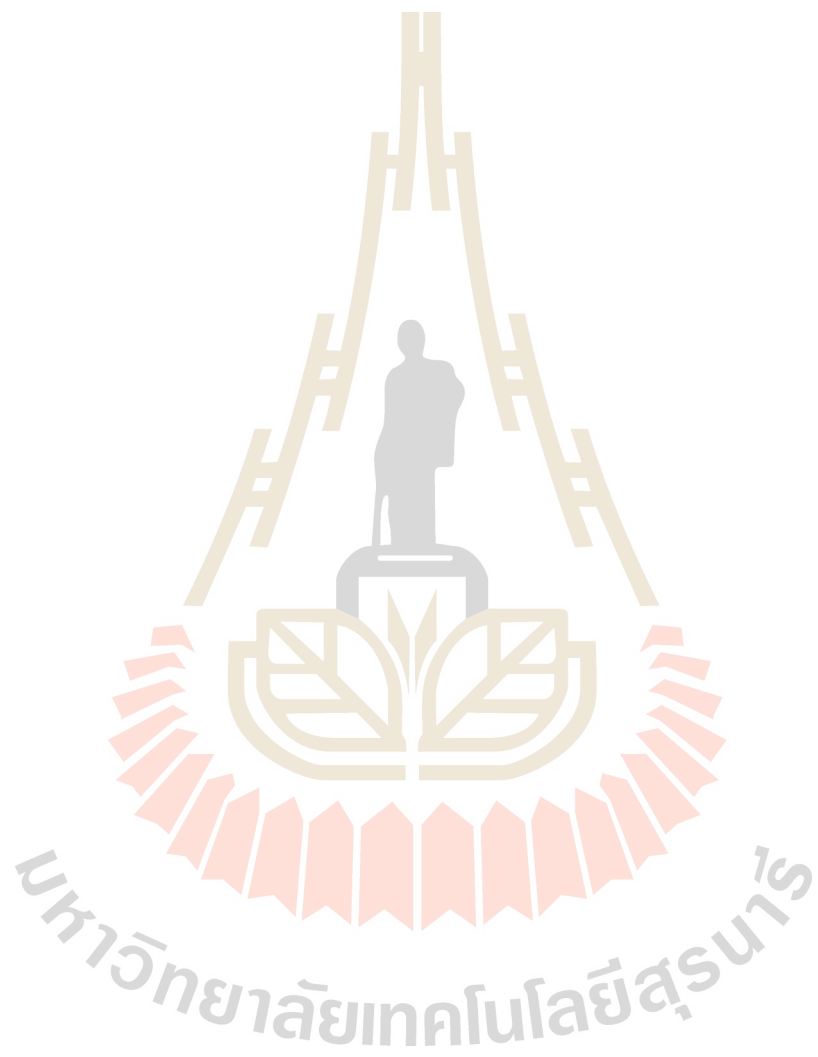
$$E_n = \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

14. เมื่อมีจำนวนมิติเพิ่มมากขึ้น จำเป็นที่จะต้องใช้เลขควอนตัมหลายตัวและอาจเกิดการซ้อนทับกันของพลังงานได้

บรรณานุกรม

- Brown, M.E. 1998. **Schaum's outline of theory and problems of physics for engineering and science**. New York: McGraw-Hill, Inc.
- Feynman, R.P., Leighton, R.B., M.L. Sands. 1965. **The lecture on physics**. Commemorative Issue New York: Addison Wesley, Inc.
- Halliday, D. Resnick, R., and Walker, J. 1993. **Fundamental of physics extended with modern physics** (4th ed.). New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Harris, R. 1998. **Nonclassical physics**. Menlo Park: Addison-Wesley Longman, Inc.
- Liboff, R. L. 1991. **Introductory quantum mechanics** (2nd ed.). New York: Addison Wesley, Inc.
- Pauling, L., Wilson, E.B. 1935. **Introduction to quantum mechanics**. London: McGraw-Hill, Inc.
- Serway, R.A. 1992. **Physics for scientists and engineers with modern physics** (3rd ed.). Philadelphia: Saunders College Publishing.
- Yariv, A. 1982. **An introduction to theory and applications of quantum mechanics**. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Young, H. D., and Freedman, R. A. 2000. **Sears and Zemansky's university physics with modern physics** (10th ed.). San Francisco: Addison-Wesley Longman, Inc.

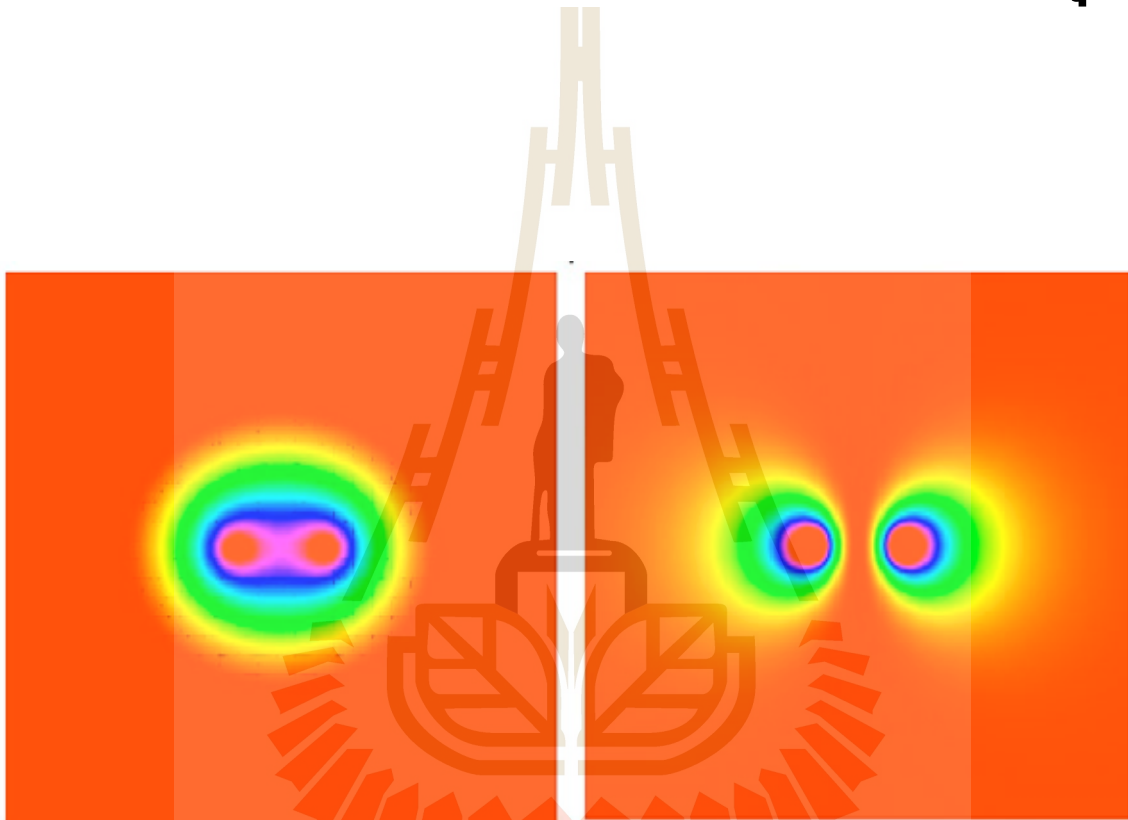
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



หน่วยที่

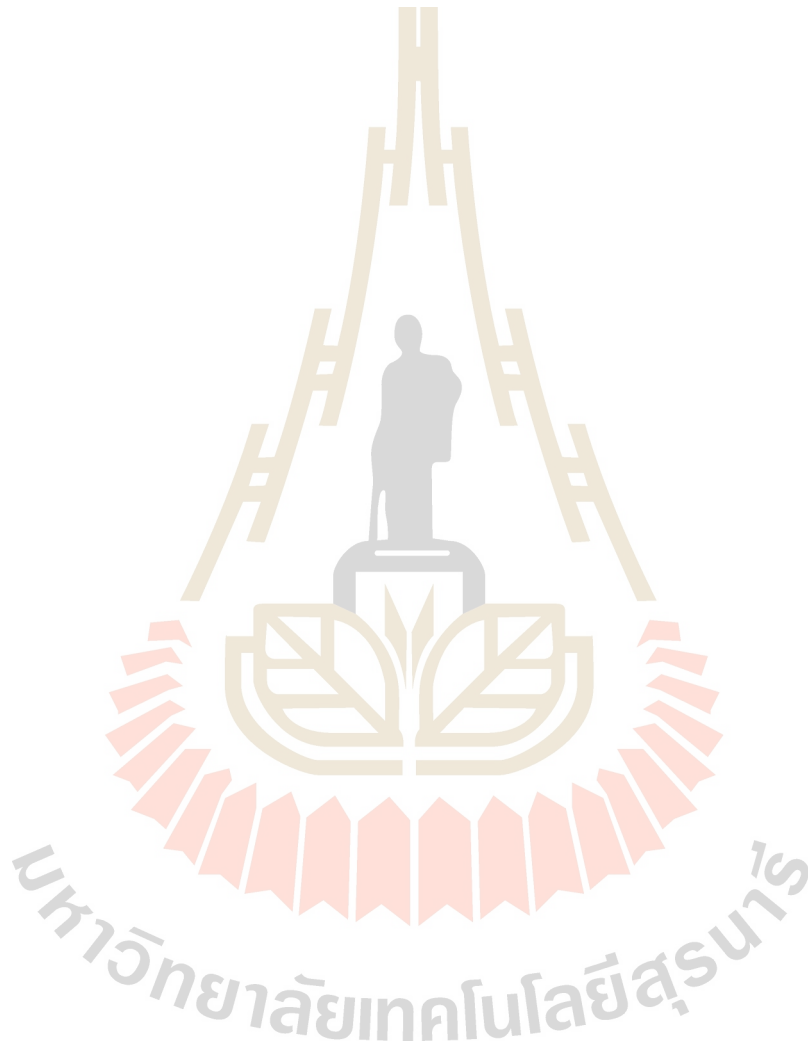
9

อะตอมและโมเลกุล



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

โดย อาจารย์ ดร.สาโรช รุจิรวรรณ



อธิบายรูปจากหน่วยที่ 9

แผนที่โอกาสในการพบอิเล็กทรอนิกส์ในบริเวณต่างๆ บนระนาบของโปรตอนสองตัวซึ่งฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนรอบโปรตอน อาจเป็นแบบสมมาตร (รูปซ้าย) ซึ่งเกิดเป็นพันธะเคมีได้ หรือแบบอสมมาตร (รูปขวา) ซึ่งไม่สร้างพันธะเคมี ซึ่งโดยทั่วไปแล้วพันธะเคมีที่เกิดขึ้นระหว่างอะตอมชนิดต่างๆ สามารถอธิบายได้โดยใช้ความรู้พื้นฐานจากทฤษฎีควอนตัมแทบทั้งสิ้น

ตอนที่ 9.1

อะตอมไฮโดรเจน

เราทราบว่าวัสดุต่างๆ ที่เราพบเห็นหรือสัมผัสในชีวิตประจำวันล้วนโดยพื้นฐานแล้วแต่ประกอบ ด้วยอะตอมชนิดต่างๆ แทบทั้งสิ้น สมบัติที่แตกต่างกันของวัสดุแต่ละชนิด ไม่ว่าจะเป็นสมบัติเชิงกล สมบัติทางไฟฟ้า หรือสมบัติทางเคมี ล้วนแล้วแต่เกี่ยวข้องกับอะตอมและการจัดเรียงตัวของอะตอม ในวัสดุนั้นๆ ดังนั้นเราจึงควรที่จะทราบถึงฟิสิกส์ที่ใช้อธิบายอะตอมตามแนวคิดของทฤษฎีควอนตัม

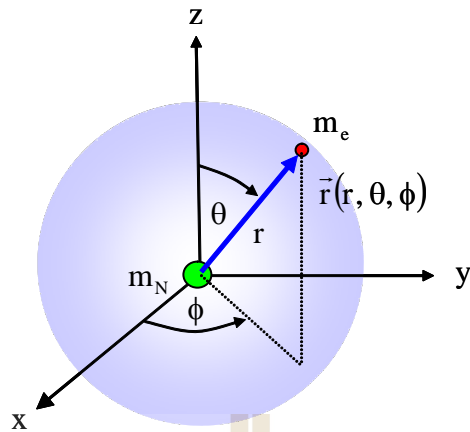
ในส่วนของหน่วยนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีและรายละเอียดบางประการที่ใช้อธิบายอะตอมโดยใช้ สมการชเรอดิงเงอร์ ระดับพลังงานในอะตอม โมเมนตัมเชิงมุม และสปินของอิเล็กตรอน ต่อจากนั้น จะได้กล่าวถึงการจัดเรียงตัวของอิเล็กตรอนในอะตอม ซึ่งนำไปสู่การจัดตารางธาตุ ในส่วนหลังของ หน่วยจะกล่าวถึงการรวมตัวของอะตอมเป็นโมเลกุลในที่สุด เพื่อให้เป็นพื้นฐานเบื้องต้นในการศึกษา ทำความเข้าใจเกี่ยวกับวัสดุที่ใช้ในชีวิตประจำวันต่อไป

1. อะตอมไฮโดรเจน

จากทฤษฎีของโบร์เราทราบว่าภายในอะตอมของไฮโดรเจนประกอบไปด้วยอิเล็กตรอนหนึ่งตัว โคจรรอบรูบนิวเคลียสซึ่งมีประจุบวก โดยที่อิเล็กตรอนและนิวเคลียสยึดเหนี่ยวกันด้วยแรงดึงดูด ทางไฟฟ้า หรืออิเล็กตรอนที่ตำแหน่ง $r(r, \theta, \phi)$ จากนิวเคลียส จะมีพลังงานศักย์ไฟฟ้า

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (9.1)$$

ถ้ามวลของอิเล็กตรอนคือ m_e และมวลของนิวเคลียสคือ m_N เราอาจสรุปของปัญหาสองอนุภาค เป็นการเคลื่อนที่ของมวลลดทอน $m_r = \frac{m_e m_N}{m_e + m_N}$ และเราจะพิจารณาเฉพาะการเคลื่อนที่พลังงานจลน์ ภายในอะตอม เนื่องจากพลังงานศักย์เป็นฟังก์ชันของ $1/r$ เราจึงใช้ระบบพิกัดทรงกลม (r, θ, ϕ) ดังรูปที่ 9.1



รูปที่ 9.1 ระบบพิกัดทรงกลมสำหรับการบอกตำแหน่งในอะตอมไฮโดรเจน

ในระบบพิกัดทรงกลมตัวดำเนินการลาปลาเชียนอยู่ในรูปของ

$$\nabla^2 \equiv \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \quad (9.2)$$

และ ตัวดำเนินการสำหรับพลังงานจลน์ของมวลลดทอนในอะตอมคือ

$$K_{op} = \frac{p_{op}^2}{2m_r} = -\frac{\hbar^2}{2m_r} \nabla^2 \quad (9.3)$$

ทำให้ในกรณีของอะตอมไฮโดรเจนเขียนสมการชเรอดิงเงอร์ส่วนที่ไม่ขึ้นกับเวลาได้เป็น

$$H_{op} \psi(r, \theta, \phi) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m_r} \nabla^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) \psi(r, \theta, \phi) = E \psi(r, \theta, \phi) \quad (9.4)$$

หรือ

$$\frac{1}{m_r} \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \right\} \psi + \frac{2}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) \psi = 0 \quad (9.5)$$

โดยการใช้เทคนิคการแยกตัวแปร พบว่าคำตอบของสมการ 9.5 คือ

$$\Psi_{n\ell m_\ell}(r, \theta, \phi) = R_{n\ell}(r) \Theta_{\ell m_\ell}(\theta) \Phi_{m_\ell}(\phi) \quad (9.6)$$

เมื่อ
$$R_{n\ell}(r) = - \left[\left(\frac{2}{na_0} \right)^3 \frac{(n-\ell-1)!}{2n\{(n+\ell)!\}^3} \right]^{1/2} e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^\ell L_{n+\ell}^{2\ell+1}(\rho) \quad (9.7)$$

โดยที่ $\rho = \frac{2}{na_0}r$ และ $a_0 = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_r e^2}$ เป็นรัศมีโบร์

$L_{n+\ell}^{2\ell+1}$ คือ ฟังก์ชันลาแกร์สมทบ (associated Laguerre function)

$$\Theta_{\ell m_\ell}(\theta) = \left[\frac{2\ell+1}{2} \frac{(\ell-m_\ell)!}{(\ell+m_\ell)!} \right]^{1/2} P_\ell^{|m_\ell|}(\cos\theta) \quad (9.8)$$

$P_\ell^{|m_\ell|}$ คือ ฟังก์ชันเลขชี้ครัสมทบ (associated Legendre function) และ

$$\Phi_{m_\ell}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_\ell\phi} \quad (9.9)$$

นั่นคือ $\psi_{n\ell m_\ell}$ กำหนดโดย เลขควอนตัมสามตัว คือ n, ℓ และ m_ℓ

โดยที่ n เรียกว่า เลขควอนตัมหลัก (principal quantum number)

$$n = 1, 2, 3, \dots \quad (9.10)$$

ℓ เรียกว่า เลขควอนตัมออร์บิทัล (orbital quantum number)

$$\ell = 0, 1, 2, \dots, (n-1) \quad (9.11)$$

m_ℓ เรียกว่า เลขควอนตัมแม่เหล็ก (magnetic quantum number)

$$m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell \quad (9.12)$$

จากผลเฉลยของสมการชเรอดิงเงอร์ 9.4 ระดับพลังงานของอะตอมไฮโดรเจนกำหนดโดย

$$E_n = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_r e^4}{2\hbar^2 n^2} = -\frac{(13.6 \text{ eV})}{n^2} \quad (9.13)$$

นั่นคือระดับพลังงานของอะตอมไฮโดรเจนกำหนดโดยเลขควอนตัมหลัก n ซึ่งปรากฏว่าเท่ากับระดับชั้นพลังงานที่ได้จากแบบจำลองอะตอมของโบร์ อย่างไรก็ตามการชเรอดิงเงอร์ยังให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างจากทฤษฎีของโบร์คือ ขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมของวงโคจร (orbital angular momentum) ของอิเล็กตรอน กำหนดโดย

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar \quad (9.14)$$

ซึ่งในแต่ละชั้นพลังงานอาจมีขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมได้หลายค่าและกำหนดโดย ℓ ในขณะที่ทิศทางการวางตัวของโมเมนตัมเชิงมุมของวงโคจรในแนวแกนอ้างอิงหนึ่งจะมีได้เป็นบางค่า ซึ่งกำหนดโดย m_ℓ

$$L_z = m_\ell \hbar \quad (9.15)$$

โดยที่อิเล็กตรอนเมื่อมีชุดเลขควอนตัม (n, ℓ, m_ℓ) ต่างกันจะมีฟังก์ชันคลื่น $\psi_{n/\ell/m_\ell}$ ที่ต่างกันหรืออยู่ในสถานะที่ต่างกันออกไป เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงระดับพลังงานจะมีการดูดกลืนหรือคาย โฟตอนที่มีพลังงาน $h\omega = \Delta E$ คล้ายกับในทฤษฎีของโบร์ แต่เนื่องจากค่าระดับพลังงานขึ้นอยู่กับเลขควอนตัมหลัก n จึงทำให้มีการซ้อนทับกันของพลังงานได้ ซึ่งสำหรับแต่ละค่าพลังงาน E_n จะมีชุดเลขควอนตัม (n, ℓ, m_ℓ) ที่แตกต่างกันได้เป็นจำนวนเท่ากับ n^2 ชุด เช่น ψ_{200}, ψ_{210} และ $\psi_{21\pm 1}$ เป็นฟังก์ชันคลื่นของสถานะ 4 สถานะที่มีระดับพลังงานเดียวกัน ซึ่งการซ้อนทับของพลังงานนี้ตามทฤษฎีของโบร์ไม่ได้กำหนดไว้

ในแต่ละระดับพลังงาน E_n อาจกล่าวได้ว่าการกระจายตัวของอิเล็กตรอนไปรอบๆ นิวเคลียสมีลักษณะเป็นชั้น (shell) จึงมีชื่อเรียกชั้นพลังงานต่างๆ ตามค่าของ n คือ

- $n = 1$; ชั้น K
- $n = 2$; ชั้น L
- $n = 3$; ชั้น M
- $n = 4$; ชั้น N

ตามประวัติแล้ว ความรู้เกี่ยวกับระดับพลังงานของอะตอมที่แยกเป็นชั้นๆ เป็นผลมาจากการพยายามที่จะค้นหาความหมายของเส้นสเปกตรัมที่ปลดปล่อยออกมาจากอะตอม และได้มีการตั้งชื่อเส้นสเปกตรัมต่างๆ ซึ่งต่อมาได้นำมากำหนดสัญกรณ์ทางสเปกโทรสโกปี (spectroscopic notation) เพื่อใช้เรียกชื่อสถานะของอิเล็กตรอนที่มีเลขควอนตัม ℓ ต่างๆ คือ

- $\ell = 0$; สถานะ s
- $\ell = 1$; สถานะ p
- $\ell = 2$; สถานะ d
- $\ell = 3$; สถานะ f
- $\ell = 4$; สถานะ g

ชื่อเรียกสถานะต่างๆ และฟังก์ชันคลื่นสำหรับบางสถานะได้รวบรวมไว้ใน ตารางที่ 9.1 ส่วนพลังงานและโมเมนตัมเชิงมุมสำหรับสถานะต่างๆ บางสถานะได้รวบรวมไว้ในตารางที่ 9.2

ตารางที่ 9.1 ฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในอะตอมไฮโดรเจนในบางสถานะ $a_0 = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$ เป็นค่ารัศมีโบร์

n	ℓ	m_ℓ	ชั้น	สัญลักษณ์	$\Psi_{n\ell m_\ell}(r, \theta, \phi)$
1	0	0	K	1s	$\Psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$
2	0	0	L	2s	$\Psi_{200} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi a_0^3}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0}$
2	1	0	L	2p _z	$\Psi_{210} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi a_0^3}} \left(\frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0} \cos \theta$
2	1	± 1	L	2p _x	$\Psi_{2px} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi a_0^3}} \left(\frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0} \sin \theta \cos \phi$
				2p _y	$\Psi_{2py} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi a_0^3}} \left(\frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0} \sin \theta \sin \phi$
3	0	0	M	3s	$\Psi_{300} = \frac{1}{81\sqrt{3\pi a_0^3}} \left(27 - 18\frac{r}{a_0} + 2\left(\frac{r}{a_0}\right)^2\right) e^{-r/3a_0}$
3	1	0	M	3p _z	$\Psi_{310} = \frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{\pi a_0^3}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \left(\frac{r}{a_0}\right) e^{-r/3a_0} \cos \theta$
3	2	0	M	3d _z	$\Psi_{320} = \frac{1}{81\sqrt{6\pi a_0^3}} \left(\frac{r}{a_0}\right)^2 e^{-r/3a_0} (3\cos^2 \theta - 1)$

ตารางที่ 9.2 พลังงานและโมเมนตัมเชิงมุมของวงโคจรในอะตอมไฮโดรเจนในบางสถานะ

$E_1 = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e e^4}{2\hbar^2}$ เป็นระดับพลังงานในสถานะพื้น

n	ℓ	m_ℓ	$E_n = \frac{E_1}{n^2}$	$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar$	$L_z = m_\ell \hbar$
1	0	0	E_1	0	0
2	0	0	$\frac{E_1}{4}$	0	0
2	1	0	$\frac{E_1}{4}$	$\sqrt{2}\hbar$	0
2	1	± 1	$\frac{E_1}{4}$	$\sqrt{2}\hbar$	$\pm\hbar$

ตารางที่ 9.2 (ต่อ)

n	ℓ	m_ℓ	$E_n = \frac{E_1}{n^2}$	$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar$	$L_z = m_\ell\hbar$
3	0	0	$\frac{E_1}{9}$	0	0
3	1	0	$\frac{E_1}{9}$	$\sqrt{2}\hbar$	0
3	1	± 1	$\frac{E_1}{9}$	$\sqrt{2}\hbar$	$\pm\hbar$
3	2	0	$\frac{E_1}{9}$	$\sqrt{6}\hbar$	0
3	2	± 1	$\frac{E_1}{9}$	$\sqrt{6}\hbar$	$\pm\hbar$
3	2	± 2	$\frac{E_1}{9}$	$\sqrt{6}\hbar$	$\pm 2\hbar$
4	0	0	$\frac{E_1}{16}$	0	0

2. โมเมนตัมเชิงมุมของวงโคจร

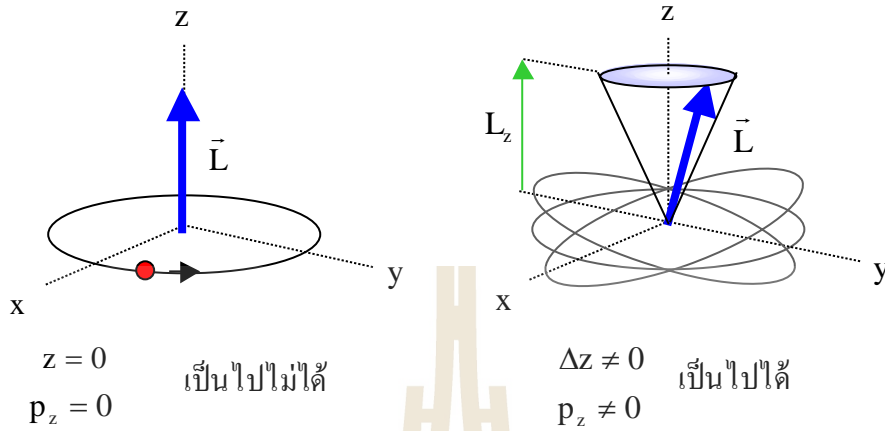
นอกจากการซ้อนทับกันของพลังงานแล้ว ผลที่ได้จากสมการชเรอดิงเงอร์ยังมีความแตกต่างจากทฤษฎีของโบร์อีกคือในแบบจำลองของโบร์มีสมมติฐานว่า $L = n\hbar$ หรืออิเล็กตรอนมีการเคลื่อนที่เป็นวงกลม ซึ่งทำให้โมเมนตัมเชิงมุมของวงโคจรมีขนาดมากกว่าศูนย์เสมอ ซึ่งขัดแย้งกับสมการ 9.14 ที่ว่าขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมของวงโคจรคือ $L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar$ ซึ่งทำให้ สถานะ $\ell = 0$ มีโมเมนตัมเชิงมุมของวงโคจรเป็นศูนย์

จากตารางที่ 9.1 จะเห็นว่า เมื่อ $\ell = 0$ จะทำให้ฟังก์ชันคลื่น ψ_{n00} เป็นฟังก์ชันของ r เท่านั้นและไม่ขึ้นกับ θ หรือ ϕ ทำให้ $|\psi_{n00}|^2$ จะไม่แปรผันตามทิศทาง นั่นคือจะมีโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนที่ตำแหน่ง r ในทิศทางต่างๆ เท่ากัน นั่นคือในสถานะที่ $\ell = 0$ รูปร่างของวงโคจรจะเป็นทรงกลมหรืออิเล็กตรอนมีการกระจายตัวอย่างสมมาตรเป็นชั้นๆ

ถ้า \vec{L} มีทิศทางคงตัวหรือวางตัวในแนวใดแนวหนึ่งเช่นในแนวแกน z จะทำให้วงโคจรอยู่ในระนาบ xy หรือตำแหน่ง $z = 0$ เสมอและทำให้โมเมนตัมในแนวแกน z เป็นศูนย์ด้วย $p_z = 0$ ซึ่งขัดกับหลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์กหรือ $\Delta z \Delta p_z \geq \hbar$ นั่นคือ \vec{L} ไม่อาจวางตัวอย่างเที่ยงตรงในทิศทางตามแนวแกนอ้างอิงใดๆ

สมการ 9.15 บ่งบอกถึงทิศทางที่เป็นไปได้ในการวางตัวของโมเมนตัมเชิงมุม \vec{L} เทียบกับแกนอ้างอิงในแนว z ที่เลือกไว้ ซึ่งจะมีทิศทางที่ตามค่า $L_z = m_\ell\hbar$ เนื่องจาก $|m_\ell| \leq \ell$ ทำให้โปรเจกชันของ \vec{L} ในแนวแกน z มีขนาดน้อยกว่า $\sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar$ เสมอ ซึ่งการที่เรากำหนดค่า L_z ให้แน่นอน

ทำให้เราไม่สามารถบอกค่าของ L_x และ L_y อย่างแน่นอนได้ดังนั้นเราอาจใช้รูปกรวยในการแสดงทิศทางของโมเมนตัมเชิงมุมดังรูปที่ 9.2

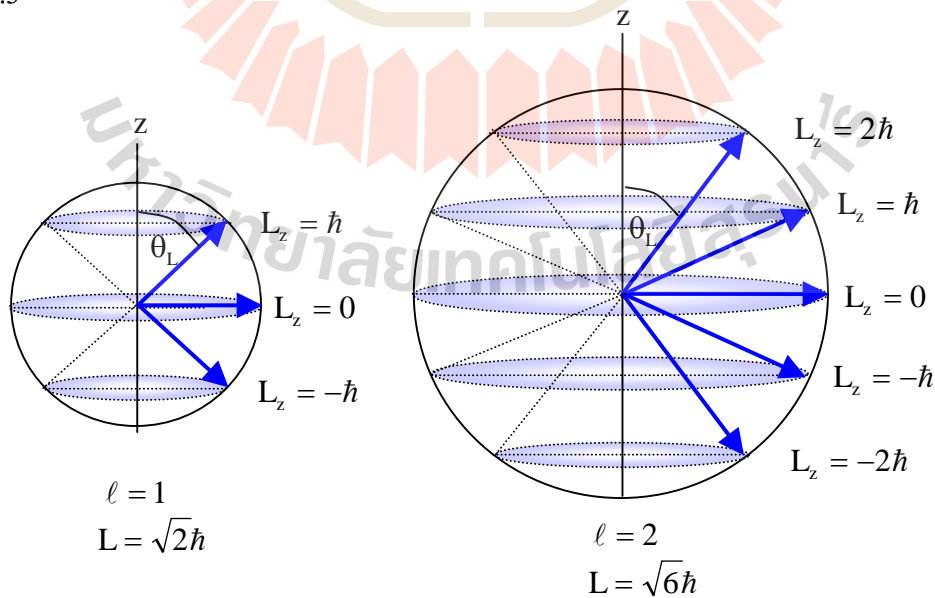


รูปที่ 9.2 โมเมนตัมเชิงมุมของวงโคจร \vec{L} จะมีทิศทางคงตัวไม่ได้

ในกรณีที่ $\ell > 0$ มุมระหว่างกรวยที่ \vec{L} วางตัวบนผิวอยู่กับแกน z กำหนดโดย

$$\theta_L = \arccos\left(\frac{L_z}{L}\right) = \arccos\left(\frac{m_\ell}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}\right) \quad (9.16)$$

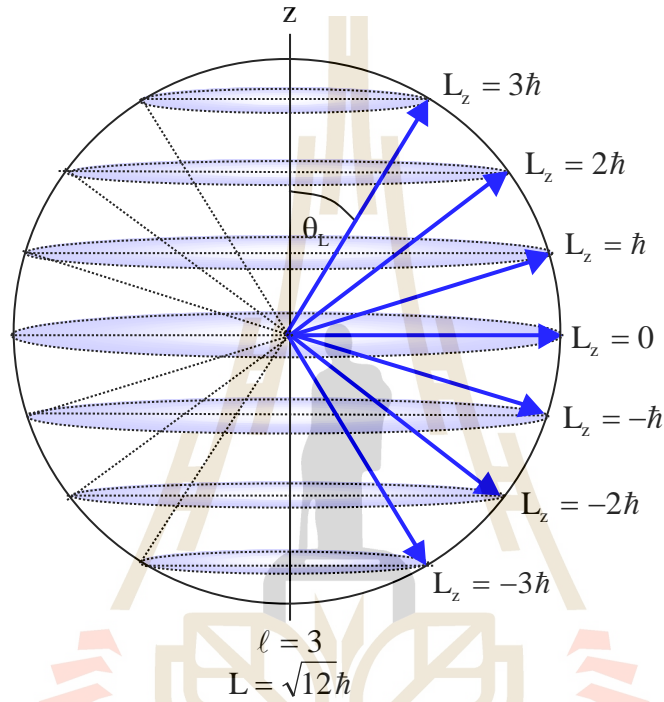
โดยปกติแล้วเราอาจเลือกแกน z ในทิศทางใดก็ได้ แต่สำหรับในกรณีที่ซับซ้อนขึ้น เราอาจเลือกวางแกน z ในทิศทางพิเศษเพื่อให้ง่ายต่อการแก้ปัญหา เช่น เลือกวางแกน z ให้อยู่ในทิศเดียวกับสนามแม่เหล็กจากภายนอก เป็นต้น ซึ่งการวางตัวของ \vec{L} ในกรณีที่ $\ell = 1$ และ $\ell = 2$ แสดงดังรูปที่ 9.3



รูปที่ 9.3 การวางตัวของโมเมนตัมเชิงมุม \vec{L} ในกรณี $\ell = 1$ และ $\ell = 2$

ตัวอย่างที่ 9.1 อะตอมของไฮโดรเจนมีอิเล็กตรอนอยู่ในชั้นพลังงาน N

- จงหาค่าระดับพลังงาน
- ในระดับพลังงานดังกล่าวนี้จะมีเลขควอนตัม (n, ℓ, m_ℓ) ได้กี่ชุด
- จะมีโมเมนตัมเชิงมุมที่เป็นไปได้เท่าใดบ้าง
- จะมีโมเมนตัมเชิงมุมที่เป็นไปได้เท่าใดบ้าง
- ถ้าวัดโมเมนตัมเชิงมุมเทียบกับแกน z จะวัด L_z ได้เท่าใดบ้าง



รูปที่ 9.4 การวางตัวของ \vec{L} เมื่อเทียบแกนอ้างอิง z

วิธีทำ (a) ค่าระดับพลังงาน

ชั้น N $\rightarrow n = 4$ ระดับพลังงานคือ $E_4 = \frac{E_1}{4^2} = -\frac{(13.6 \text{ eV})}{16} = -0.85 \text{ eV}$

(b) จำนวนชุด $(n, \ell, m_\ell) \rightarrow n^2 = 16$ ได้แก่

$(4,0,0) (4,1,0) (4,1,1) (4,1,-1) (4,2,0) (4,2,1) (4,2,-1) (4,2,-2) (4,2,-2)$

$(4,3,0) (4,3,1) (4,3,-1) (4,3,2) (4,3,-2) (4,3,3) (4,3,-3)$

(c) จากสมการ $L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar$

$n = 4 \rightarrow \ell = 0, 1, 2, 3 \rightarrow L = 0, \sqrt{2}\hbar, \sqrt{6}\hbar, \sqrt{12}\hbar$

(d) จากสมการ $L_z = m_\ell \hbar$

$$\ell = 3 \rightarrow m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \rightarrow L_z = 0, \pm \hbar, \pm 2\hbar, \pm 3\hbar$$

$$\ell = 2 \rightarrow m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2 \rightarrow L_z = 0, \pm \hbar, \pm 2\hbar$$

$$\ell = 1 \rightarrow m_\ell = 0, \pm 1, \rightarrow L_z = 0, \pm \hbar$$

$$\ell = 0 \rightarrow m_\ell = 0 \rightarrow L_z = 0$$

(e) จากสมการ $\theta_L = \arccos \frac{m_\ell}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}$

$$\ell = 3 \rightarrow m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \rightarrow \cos(\theta_L) = 0, \pm \frac{1}{\sqrt{12}}, \pm \frac{2}{\sqrt{12}}, \pm \frac{3}{\sqrt{12}}$$

$$\theta_L = 90^\circ, 73.2^\circ, 106.8^\circ, 54.7^\circ, 125.3^\circ, 30^\circ, 150^\circ$$

$$\ell = 2 \rightarrow m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2 \rightarrow \cos(\theta_L) = 0, \pm \frac{1}{\sqrt{6}}, \pm \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$\theta_L = 90^\circ, 65.9^\circ, 114.1^\circ, 35.3^\circ, 144.7^\circ$$

$$\ell = 1 \rightarrow m_\ell = 0, \pm 1 \rightarrow \cos(\theta_L) = 0, \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta_L = 90^\circ, 45^\circ, 135^\circ$$

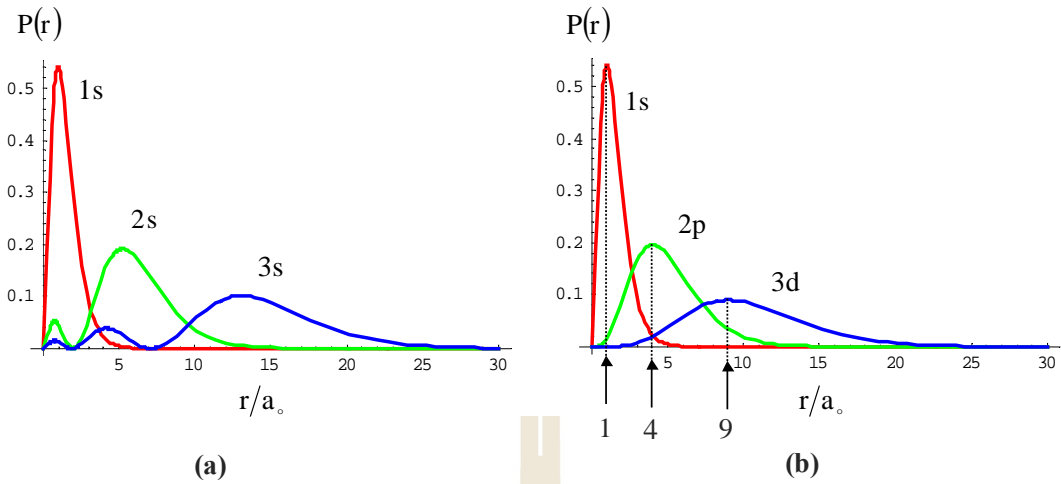
$$\ell = 0 \rightarrow L = 0 \text{ กรณีนี้ไม่มีมุม } \theta_L$$

3. โอกาสในการพบอิเล็กตรอน

ฟังก์ชันคลื่น $\psi_{n\ell m_\ell}$ ที่ได้จากสมการชเรอดิงเงอร์ของอะตอมไฮโดรเจนสามารถบอกถึงโอกาสในการพบอิเล็กตรอนที่ตำแหน่งต่างๆ จากนิวเคลียส ในกรณีของระบบพิกัดทรงกลมความน่าจะเป็นในการพบอิเล็กตรอนภายในปริมาตร dV ที่ตำแหน่ง r รอบนิวเคลียสคือ

$$P = \int |\psi|^2 dV = \int |\psi|^2 4\pi r^2 dr = \int P(r) dr \quad (9.17)$$

$P(r) = 4\pi r^2 |\psi|^2$ เรียกว่า ฟังก์ชันการกระจายความน่าจะเป็นเชิงรัศมี (radial probability distribution function) ซึ่งค่า $P(r)$ สำหรับบางสถานะแสดงในรูปที่ 9.5

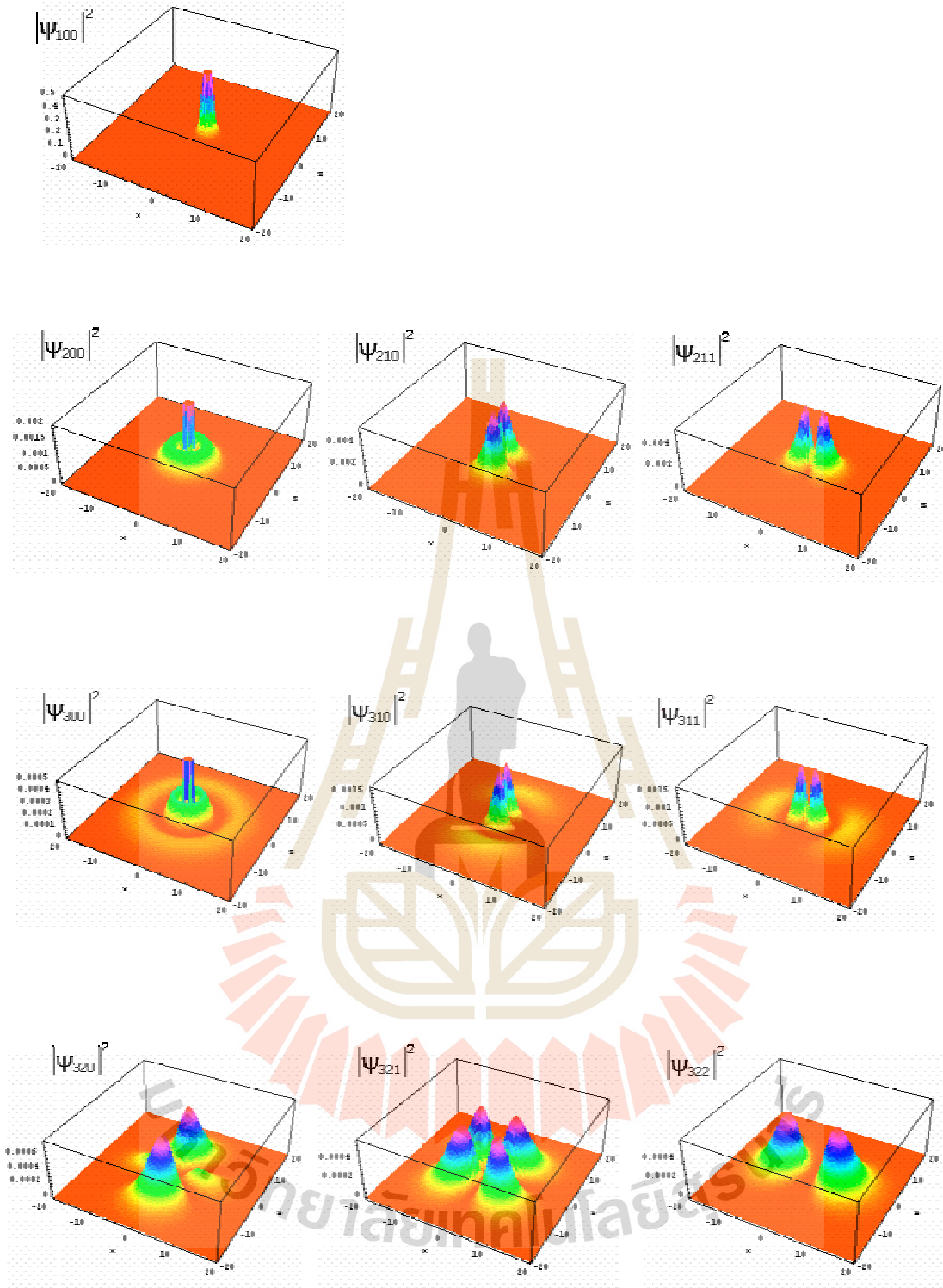


รูปที่ 9.5 (a) ค่า $P(r)$ จากฟังก์ชันคลื่น ψ_{100}, ψ_{200} และ ψ_{300}
 (b) ค่า $P(r)$ จากฟังก์ชันคลื่น ψ_{100}, ψ_{210} และ ψ_{320}

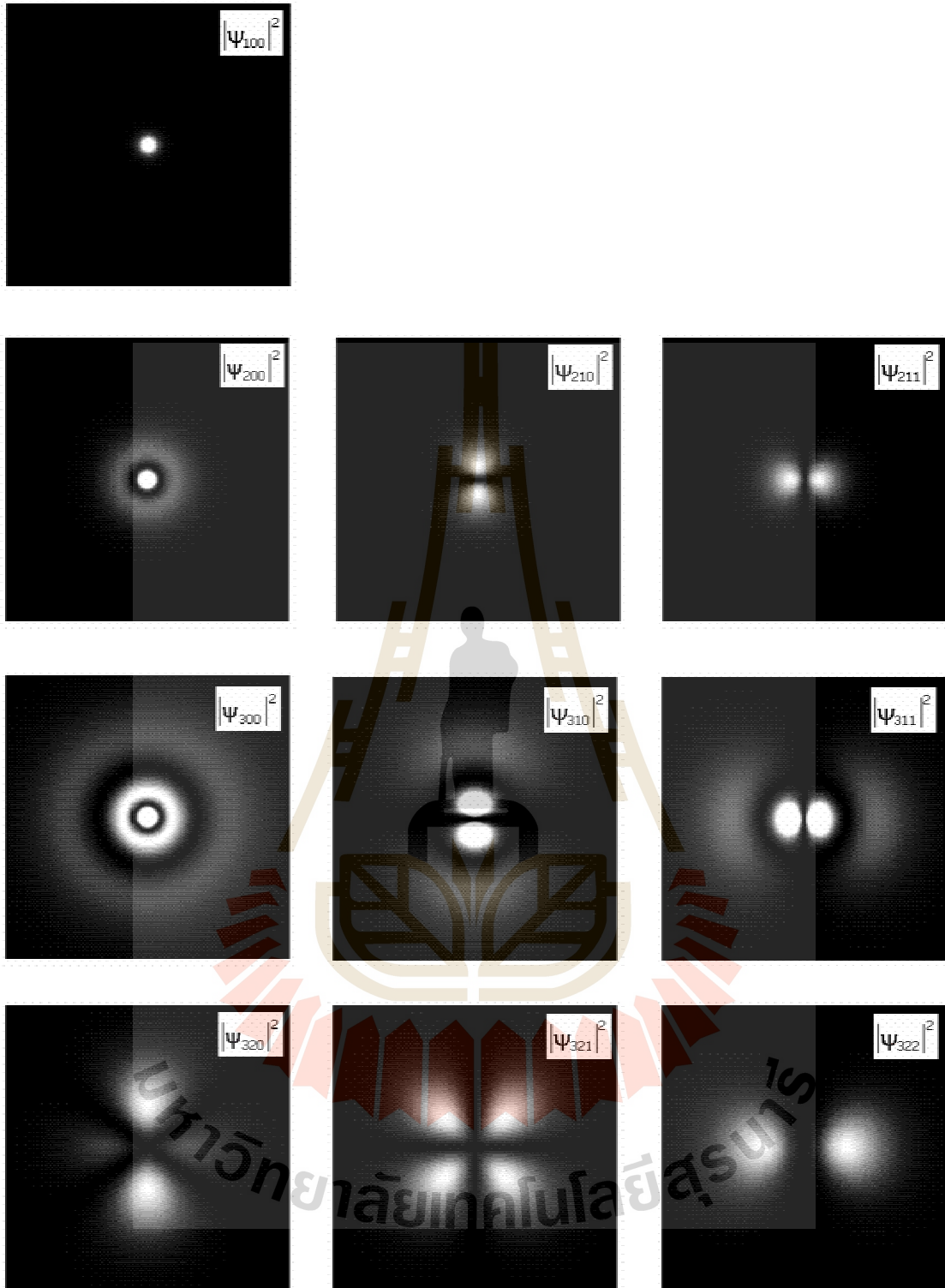
จากรูปที่ 9.5 จะเห็นว่าค่า $P(r)$ ของสถานะ s ($l = 0$) มีจำนวนจุดยอดคลื่นการกระจายโอกาสตามตัวเลข n เช่น $1s$ มีจุด $2s$ มีสองจุด และ $3s$ มีสองมีสามจุด เป็นต้น นั่นคืออิเล็กตรอนมีการกระจายตัวเป็นชั้นๆ ซึ่งมีจำนวนชั้นตามค่าของ n ในขณะที่ค่า $P(r)$ ของสถานะที่มีโมเมนตัมเชิงมุมสูงสุดของแต่ละระดับพลังงานจะมีจุดสูงสุดเพียงจุดเดียว ($l = n - 1$) เช่น สถานะ $1s$ มีจุดสูงสุดที่ $r = a_0$ สถานะ $2p$ มีจุดสูงสุดที่ $r = 4a_0$ สถานะ $3d$ มีจุดสูงสุดที่ $r = 9a_0$ ซึ่งตำแหน่งดังกล่าวสัมพันธ์กับค่า $r_n = a_0 n^2$ ซึ่งเป็นรัศมีวงโคจรที่ n ตามทฤษฎีของโบร์นั่นเอง

นอกจากโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนกระจายตัวต่างกันในแนวรัศมีแล้ว ในกรณีที่ $l \neq 0$ ยังมีการกระจายตัวต่างกันขึ้นกับทิศทางด้วย ซึ่งค่า $|\psi|^2$ ในระนาบ xz สำหรับ (n, l, m_l) บางชุดแสดงในรูปที่ 9.6

เนื่องจาก $\Phi_{m_l}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_l\phi}$ ดังนั้น $|\psi|^2 = \psi^* \psi$ จึงไม่แปรผันตามค่าของ ϕ หรือโอกาสในการพบอิเล็กตรอนจึงมีความสมมาตรรอบแกน z ซึ่งภาคตัดขวางในระนาบ xz สำหรับบางสถานะแสดงในรูปที่ 9.6 ดังนั้นเราสามารถนึกถึงภาพโอกาสการกระจายตัวในสามมิติได้โดยการหมุนภาคตัดขวางในระนาบ xz รอบแกน z ซึ่งจะได้รูปร่างต่างๆ เช่น ทรงกลมซ้อนกันหลายๆ ชั้น สำหรับสถานะ $|\psi_{200}|^2$ และ $|\psi_{300}|^2$ รูปโดนัทสำหรับ $|\psi_{211}|^2$ และ $|\psi_{322}|^2$ หรือรูปดัมเบลสำหรับ $|\psi_{210}|^2$ และ $|\psi_{320}|^2$ เป็นต้น ซึ่งรูปร่างของสถานะต่างๆ นี้จะต้องนำไปพิจารณาเพิ่มเติมในการศึกษาการสร้างพันธะเคมีระหว่างอะตอมในโมเลกุลชนิดต่างๆ



รูปที่ 9.6 การกระจายโอกาสในการพบอิเล็กตรอน $|\psi_{n\ell m}|^2$
ในระนาบ xz ของอะตอมไฮโดรเจนในบางสถานะ



รูปที่ 9.6 (ต่อ) การกระจายโอกาสในการพบอิเล็กตรอน $|\Psi_{n/m}|^2$

ในระนาบ xz ของอะตอมไฮโดรเจนในบางสถานะ

พล็อตโดยใช้ระดับสีเทา (Gray scale) ขนาดของแต่ละรูปคือ $2 \times 2 \text{ nm}^2$

จากรูปที่ 9.6 เราอาจสรุปเกี่ยวกับโอกาสในการพบอิเล็กตรอน $|\psi_{n\ell m_\ell}|^2$ ได้ดังนี้

1. $|\psi_{n\ell m_\ell}|^2$ มีลักษณะคล้ายกับ เมฆ (cloud) ที่กระจายตัวไปทั่วบริเวณ
2. มีการกระจายตัวห่างจากนิวเคลียสมากขึ้นเมื่อค่า n มากขึ้น
3. ในสถานะ $s (\ell = 0)$ การกระจายตัวจะมีสมมาตรเป็นทรงกลม ในสถานะ $p (\ell = 1)$ จะมีวงโคจรได้สามแบบ แบบแรก ($m = 0$) จะมีแนวโคจรเป็นคัมเบลขนานกับแกน z ในขณะที่สองแบบหลัง ($m = \pm 1$) จะเป็นโดนัทที่วางตัวอยู่ระนาบ xy ส่วนในสถานะ $d (\ell = 2)$ รูปร่างการกระจายตัวมีได้ 5 แบบ ซึ่งจะมีความซับซ้อนขึ้น
4. ในสถานะที่ $\ell \neq 0$ จะไม่มีโอกาสพบอิเล็กตรอนที่จุดกำเนิด เนื่องจากอิเล็กตรอนมีโมเมนตัมเชิงมุม $L \neq 0$

ตัวอย่างที่ 9.2 ฟังก์ชันคลื่นสำหรับสถานะพื้นของอะตอมไฮโดรเจนคือ $\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$ จงหาโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนในสถานะพื้นภายในรัศมีที่น้อยกว่า รัศมีโบร์ a_0 .

วิธีทำ ความน่าจะเป็นในการพบอิเล็กตรอนภายในรัศมี a_0 จากนิวเคลียสคือ

$$P = \int_0^{a_0} |\psi|^2 4\pi r^2 dr = \int_0^{a_0} \frac{4r^2}{a_0^3} e^{-2r/a_0} dr$$

กำหนดตัวแปร $\sigma = \frac{2r}{a_0}$ จะได้ว่า

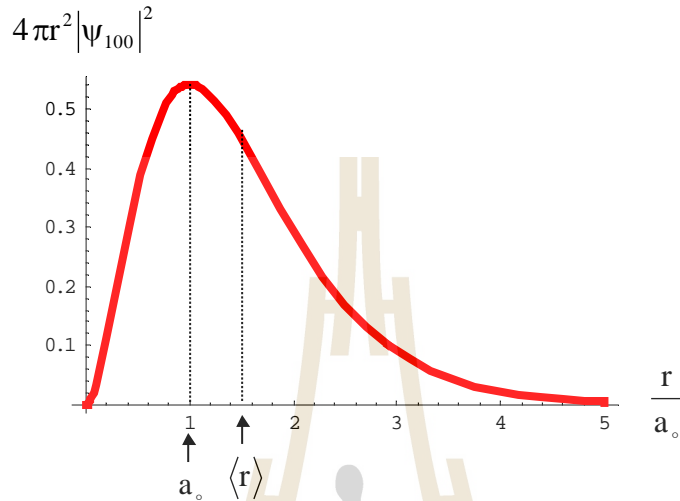
$$P = \frac{1}{2} \int_0^2 \sigma^2 e^{-\sigma} d\sigma = \frac{1}{2} [-e^{-\sigma}(\sigma^2 + 2\sigma + 2)]_0^2 = 1 - 5e^{-2} = 0.323$$

ในทำนองเดียวกันจะมีโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอน $5e^{-2} = 0.677$ ถัดจากรัศมี a_0 ออกไปจากนิวเคลียส

ตัวอย่างที่ 9.3 สำหรับอะตอมไฮโดรเจนในสถานะพื้น

(a) จะมีโอกาสสูงสุดที่จะพบอิเล็กตรอนที่ตำแหน่งใด

(b) จงหาค่าเฉลี่ยของระยะทางจากนิวเคลียส เมื่อ $\langle r \rangle = \int_0^\infty \psi^* r \psi dr$



รูปที่ 9.7 การกระจายโอกาสในการพบอิเล็กตรอนในสถานะพื้นที่ระยะทาง r จากนิวเคลียส

วิธีทำ (a) จากสมการ $P(r) = 4\pi r^2 |\psi_{100}|^2 = \frac{4r^2}{a_0^3} e^{-2r/a_0}$

ให้ r_{\max} เป็นตำแหน่งที่มีค่าความน่าจะเป็นสูงสุด

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} P(r) \right|_{r=r_{\max}} = \left[\frac{8r}{a_0^3} e^{-2r/a_0} - \frac{8r^2}{a_0^4} e^{-2r/a_0} \right]_{r=r_{\max}} = 0$$

$$\left[\frac{r_{\max}}{a_0^3} - \frac{r_{\max}^2}{a_0^4} \right] = 0 \quad \text{หรือ} \quad r_{\max} = a_0$$

(b) จากสมการ $\langle r \rangle = \int_0^\infty \psi^* r \psi dr = \int_0^\infty r P(r) dr = \int_0^\infty \frac{4r^3}{a_0^3} e^{-\frac{2r}{a_0}} dr$

กำหนดตัวแปร $\sigma = \frac{2r}{a_0}$ จะได้ว่า

$$\langle r \rangle = \frac{a_0}{4} \int_0^\infty \sigma^3 e^{-\sigma} d\sigma = \frac{a_0}{4} \left[-e^{-\sigma} (\sigma^3 + 3\sigma^2 + 6\sigma + 6) \right]_0^\infty = 1.5a_0$$

4. ปรากฏการณ์ซีแมน

เนื่องจากการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าภายในอะตอม ดังนั้นสนามแม่เหล็กจากภายนอกอาจทำให้การเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าภายในอะตอมเปลี่ยนไปหรืออาจมีการเคลื่อนที่ของระดับพลังงานในอะตอม ซึ่งนักวิทยาศาสตร์ได้พยายามศึกษาผลกระทบดังกล่าวเพื่อให้ทราบถึงรายละเอียดการจัดเรียงตัวของประจุไฟฟ้า (อิเล็กตรอน) ภายในอะตอม

ในปี ค.ศ. 1862 ไมเคิล ฟาราเดย์ ได้วางแหล่งกำเนิดแสงในสนามแม่เหล็กเพื่อที่จะศึกษาผลกระทบ แต่เนื่องจากกำลังแยกแยะของอุปกรณ์ไม่เพียงพอ จึงไม่สามารถสังเกตเห็นผลได้

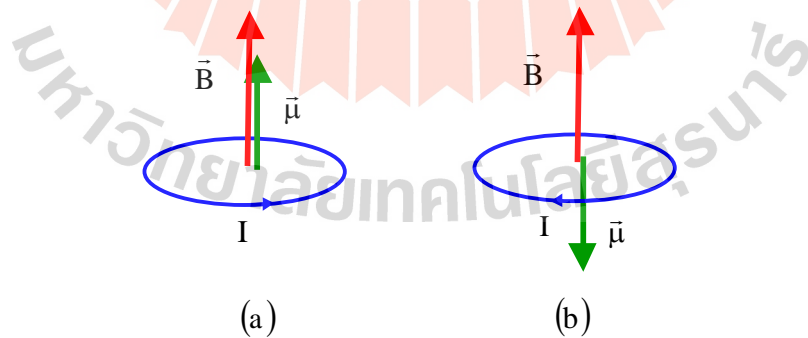
ปี ค.ศ. 1896 ปีเตอร์ ซีแมน (Peiter Zeeman) ได้ปรับปรุงอุปกรณ์การทดลองให้ดีขึ้น และพบว่าเมื่อมีสนามแม่เหล็กภายนอก เส้นสเปกตรัมเส้นเดี่ยวที่อะตอมปลดปล่อยออกมาอาจแยกออกเป็นหลายเส้นอยู่เป็นกลุ่มๆ ซึ่งเราเรียกปรากฏการณ์ดังกล่าวนี้ว่า ปรากฏการณ์ซีแมน (Zeeman's effect)

เพื่อที่จะทำความเข้าใจปรากฏการณ์ซีแมน เราจะพิจารณาการที่กระแสไฟฟ้า I เคลื่อนที่เป็นวง โดยมีเวกเตอร์กำหนดทิศพื้นที่เป็น \vec{A} จะมีโมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก $\vec{\mu}$ คือ

$$\vec{\mu} = I\vec{A} \tag{9.18}$$

เมื่อมีสนามแม่เหล็ก \vec{B} จากภายนอกจะทำให้เกิดทอร์ก $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ ซึ่งทอร์กดังกล่าวทำให้ $\vec{\mu}$ วางตัวในทิศทางขนาน หรือสวนทางกับสนามแม่เหล็ก ดังรูปที่ 9.8 และค่าพลังงานศักย์ที่เกี่ยวข้องคือ

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \tag{9.19}$$



รูปที่ 9.8 การวางตัวของโมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็กในสนามแม่เหล็ก (a) ขนาน (b) สวนทาง

สำหรับในอะตอมไฮโดรเจน หากอิเล็กตรอนมีความเร็ว v เคลื่อนที่เป็นวงรัศมี r เราอาจอนุมานได้ว่า

$$\mu = |\vec{\mu}| = IA = \frac{eV}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{eVr}{2} \quad (9.20)$$

เนื่องจากโมเมนตัมเชิงมุม $L = mvr$ ดังนั้น

$$\mu = \frac{e}{2m} L \quad (9.21)$$

อัตราส่วน $\frac{e}{2m}$ เรียกว่า อัตราส่วนไจโรแมกเนติก (gyromagnetic ratio) ตามทฤษฎีของโบร์ $L = n\hbar$ ซึ่งในกรณีของสถานะพื้น $L = \hbar$ ซึ่งแทนค่าในสมการ 9.21 จะได้

$$\mu_B = \frac{e}{2m} \hbar = 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV/T} = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad (9.22)$$

μ_B เรียกว่า โบร์แมกเนตอน (Bohr magneton)

อย่างไรก็ตามเนื่องจากในสถานะพื้น $\ell=0$ และ $L=0$ ด้วยซึ่งทำให้ μ และ U เป็นศูนย์ จึงไม่ควรมีการเคลื่อนที่ของพลังงานในสถานะพื้น อย่างไรก็ตามเรายังคงใช้ค่าโบร์แมกเนตอน μ_B ตามสมการ 9.22 เช่นเดิม เราจะใช้ผลที่ได้จากฟังก์ชันคลื่นชเรอดิงเงอร์ต่อไปในการพิจารณา

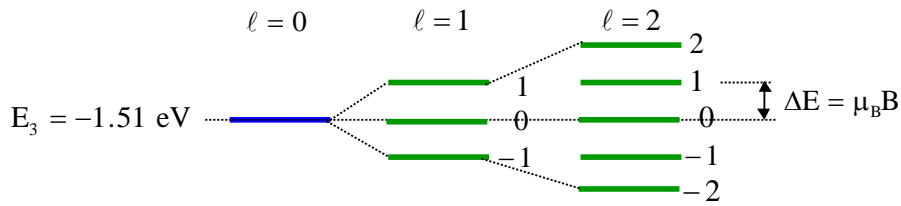
ถ้าเราเลือกให้แกน z อยู่ในแนวเดียวกับสนามแม่เหล็ก $\vec{B} = B\hat{k}$ พลังงานศักย์ของโมเมนต์แม่เหล็กของอะตอมในสนามแม่เหล็กคือ

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z B \quad (9.23)$$

เนื่องจาก $\mu_z = -\frac{e}{2m} L_z$ และ $L_z = m_\ell \hbar$ ดังนั้นพลังงานศักย์ของวงโคจรในสนามแม่เหล็กคือ

$$U = -\mu_z B = m_\ell \frac{e\hbar}{2m} B = m_\ell \mu_B B \quad (9.24)$$

เนื่องจากพลังงาน U แปรผันโดยตรงกับเลขควอนตัม m_ℓ ซึ่งบอกรูปร่างของวงโคจร ดังนั้นจึงเป็นที่มาของชื่อ เลขควอนตัมแม่เหล็ก ในที่สุด เนื่องจากแต่ละค่าของ ℓ จะมี m_ℓ ได้ทั้งหมด $2\ell + 1$ ค่า ดังนั้นเมื่ออะตอมอยู่ในสนามแม่เหล็กจะทำให้ระดับสถานะ $\ell \neq 0$ แยกออกมาจากระดับพลังงานของสถานะ $\ell = 0$ ซึ่งแต่ละระดับพลังงานย่อยอยู่ห่างจากเส้นที่ติดกันเท่ากับ $\mu_B B$ ดังตัวอย่างการแยกของระดับพลังงาน $n = 3$ ในรูปที่ 9.9



รูปที่ 9.9 การแยกของระดับพลังงาน E_3 ของอะตอมไฮโดรเจนในสนามแม่เหล็ก

ในการพิจารณาเส้นสเปกตรัมที่ปลดปล่อยออกมาจากอะตอมจะมีความถี่ $f = \frac{(E_i - E_f)}{h}$ ซึ่งถ้ามีการแยกของระดับพลังงานจะทำให้มีการแยกของเส้นสเปกตรัมออกเป็นหลายเส้นได้ นอกจากนี้เนื่องจากโฟตอนมีโมเมนตัมเชิงมุมเป็น \hbar ดังนั้นการเปลี่ยนระดับพลังงานจะต้องคิดถึงกฎการเลือกเฟ้น (selection rules) เพื่อให้โมเมนตัมเชิงมุมรวมคงตัว นั่นคือ

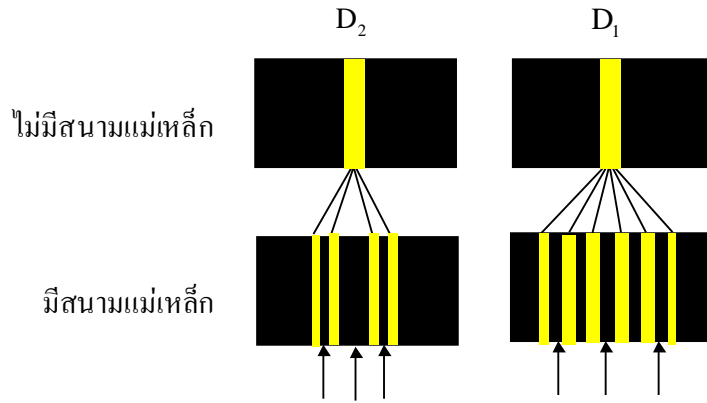
$$\Delta l = \pm 1 \quad \text{และ} \quad \Delta m_l = 0, \pm 1 \quad (9.25)$$

อย่างไรก็ตามพบว่ายังมีเส้นสเปกตรัมอีกหลายชุดที่ยังไม่สามารถอธิบายตามหลักการดังกล่าวได้ ซึ่งเป็นผลมาจากสปินของอิเล็กตรอนจะได้อธิบายถึงในหัวข้อต่อไป

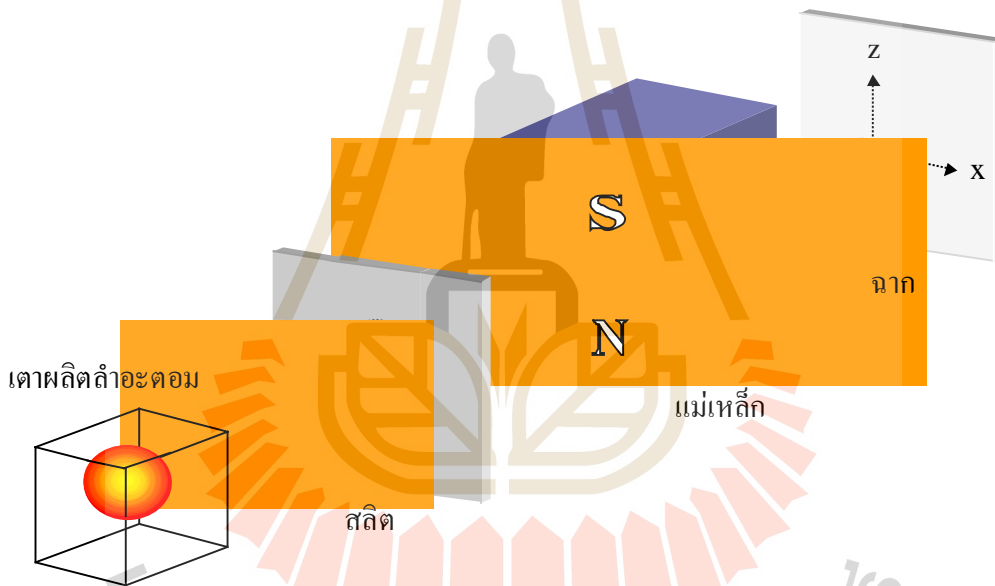
5. สปินของอิเล็กตรอน

จากการวิเคราะห์เส้นสเปกตรัมที่ปลดปล่อยออกมาจากอะตอมชนิดต่างๆ นักวิทยาศาสตร์พบว่ายังมีเส้นสเปกตรัมอีกหลายชุดที่ไม่สามารถอธิบายได้โดยอาศัยกฎการเลือกและการแยกของระดับพลังงานตามปรากฏการณ์ซีแมนแบบปกติ

เมื่ออะตอมโซเดียมเปลี่ยนสถานะจาก $4p \rightarrow 3s$ ทำให้มีการปลดปล่อยแสงสีเหลืองออกมา (Na D-line) ที่ความยาวคลื่น $\lambda = 589.0$ และ 589.6 nm ซึ่งในขณะที่ไม่มีสนามแม่เหล็กภายนอก ระดับพลังงาน $2p$ ได้แยกจากกันออกเป็นสองระดับใกล้เคียงกัน ซึ่งเลขควอนตัม (n, l, m_l) ที่ได้จกสมการชเรอดิงเงอร์ไม่เพียงพอที่จะสามารถอธิบายได้ นอกจากนี้เมื่อมีสนามแม่เหล็กเส้นสเปกตรัมได้แยกออกอย่างไม่ปกติ ดังแสดงในรูปที่ 9.10 ดังนั้นจึงเป็นไปได้ว่าเลขควอนตัม n, l และ m_l อาจจะไม่เพียงพอต่อการอธิบายสถานะของอะตอม



รูปที่ 9.10 การแยกเส้นสเปกตรัมจากอะตอมโซเดียมในสนามแม่เหล็กเส้น D_2 แยกออกเป็นสี่เส้น ในขณะที่ D_1 แยกออกเป็นหกเส้นตำแหน่งที่ ลูกศรชี้คือตำแหน่งที่ควรจะเป็นเมื่อมีการแยกอย่างปกติ

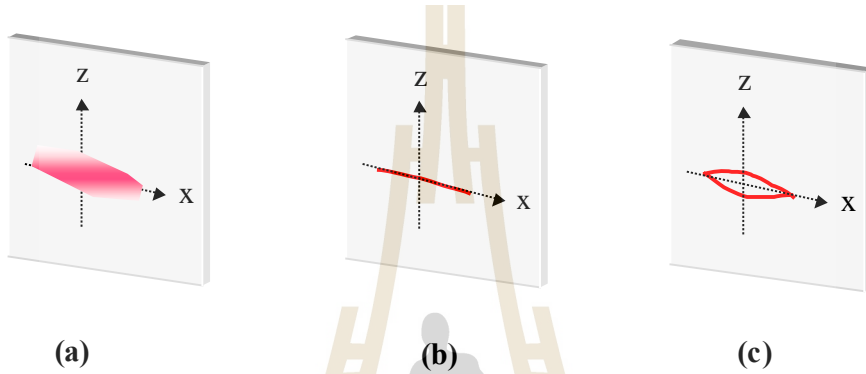


รูปที่ 9.11 อุปกรณ์การทดลองของสเทินและเกอร์ลาจ

ในปี ค.ศ. 1922 ออตโต สเทิน (Otto Stern) และวอลเตอร์ เกอร์ลาจ (Walter Gerlach) ทำการทดลอง เพื่อที่จะศึกษาเกี่ยวกับโมเมนต์เชิงมุมภายในอะตอมโดยจัดอุปกรณ์ดังรูปที่ 9.11 ลำของไออะตอมของโลหะเงินถูกผลิตขึ้นและส่องผ่านสลิตให้เดินทางผ่านสนามแม่เหล็กที่มีความไม่สม่ำเสมอในแนวแกน z หรือมีค่า $\frac{\partial}{\partial z} B_z \neq 0$ เนื่องจากพลังงานศักย์ของโมเมนต์แม่เหล็กในสนามแม่เหล็กคือ $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ ดังนั้น แรงที่กระทำกับโมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็กหาได้จาก

$$F_z = -\frac{\partial}{\partial z} U = -\frac{\partial}{\partial z} (-\vec{\mu} \cdot \vec{B}) \approx \mu_z \frac{\partial}{\partial z} B_z \quad (9.26)$$

เนื่องจาก $\frac{\partial}{\partial z} B_z$ กำหนดโดยแม่เหล็กที่ใช้ทดลอง ดังนั้นแรงที่กระทำต่อลำอะตอมที่เดินทางผ่านสนามแม่เหล็กจึงขึ้นอยู่กับ $\mu_z = -m_l \mu_B$ หรือสามารถทำการวัดค่าเลขควอนตัมแม่เหล็กของอะตอมได้เมื่อสังเกตลำอะตอมที่ไปกระทบบนที่ฉาก ซึ่งผลการทดลองอาจสามารถตีความในกรณีต่างๆ ได้ตามรูปที่ 9.12



รูปที่ 9.12 ลำอะตอมที่กระทบบนฉากหลังจากผ่านอุปกรณ์ของสเทิน-เกอร์ลาจ

- (a) ผลการทำนายเมื่อใช้ทฤษฎีแบบแผนเดิม
- (b) ทำนายโดยใช้ทฤษฎีควอนตัม $\ell = 0 \rightarrow m_\ell = 0$
- (c) ผลการทดลองจริง

ในทฤษฎีแบบแผนเดิม μ_z จะมีค่าต่อเนื่อง ดังนั้นจึงจะมีลาวดลายนฉากแผ่ต่อเนื่องเป็นแถบกว้าง ดังรูปที่ 9.12 (a) เมื่อเราใช้ทฤษฎีควอนตัมมาทำนายผล เนื่องจากอะตอมของเงินมีอิเล็กตรอนวงนอกตัวเดียว โมเมนตัมเชิงมุมของอะตอมจึงเท่ากับโมเมนตัมเชิงมุมของอิเล็กตรอนวงนอก ในกรณีที่ $\ell = 0 \rightarrow m_\ell = 0$ ดังนั้นจึงควรมีลำอะตอมเพียงแถบเดียวบนฉาก ดังรูปที่ 9.12 (b) หรือในกรณีที่ $\ell = 1 \rightarrow m_\ell = 0, \pm 1$ ควรจะมีการแยกของลำอะตอมออกเป็นสามลำหรือ $2\ell + 1 = 3$ แต่อย่างไรก็ตามพบว่าผลการทดลองมีการแยกของลำอะตอมออกเป็นสองลำดังรูปที่ 9.12 (c)

การที่ลำอะตอมแยกเป็นสองลำหมายถึงมีเลขควอนตัมที่ไม่ใช่ ℓ หรือ m_ℓ ในการกำหนดสถานะของอะตอม ซึ่งในที่นี้เราใช้สัญลักษณ์ j หรือ $2j + 1 = 2$ หรือ $j = \frac{1}{2}$ ซึ่งเลขควอนตัมที่เป็นครึ่งจำนวนเต็ม (half-integer) นี้ไม่สามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎีของโบร์หรือสมการชเรอดิงเงอร์

ในปี ค.ศ. 1925 ซามูเอล กาวด์สมิท (Samuel Goudsmidt) และจอร์จ เออเลนเบ็ค (George Uhlenbeck) เสนอว่าอิเล็กตรอนอาจมีโมเมนตัมเชิงมุมอีกชนิดหนึ่งเรียกว่า สปิน (spin) อย่างไรก็ตามไม่สามารถจินตนาการว่า สปินคือสิ่งที่เป็นผลจากอิเล็กตรอนหมุนรอบตัวเอง เนื่องจากความจริงที่ว่าอิเล็กตรอนมีลักษณะเป็นจุดไม่มีขนาด ดังนั้นการหมุนรอบตัวเองของอิเล็กตรอนจึงไม่มีความหมาย

เราทราบว่าเมื่อมีจำนวนมิติเพิ่มขึ้น จำเป็นที่จะต้องเพิ่มจำนวนเลขควอนตัมขึ้นด้วย ในปี ค.ศ. 1928 เมื่อพอล ดิแรก พัฒนาทฤษฎีควอนตัมโดยนำผลจากทฤษฎีสัมพัทธภาพมาร่วมพิจารณาด้วย และพบว่าพฤติกรรมของอิเล็กตรอนสามารถอธิบายด้วยสมการดิแรก เนื่องจากตัวแปรตำแหน่งของอิเล็กตรอนคือ x, y, z และ t ดังนั้นจึงต้องมีเลขควอนตัมตัวที่สี่เพิ่มขึ้นมา และสมการดิแรกให้ค่าสปินของอิเล็กตรอนคือ

$$s = \frac{1}{2} \tag{9.27}$$

เราเรียก s ว่า เลขควอนตัมโมเมนตัมเชิงมุมสปิน (spin angular momentum) โดย s สามารถเปรียบเทียบได้กับเลขควอนตัมโมเมนตัมเชิงมุม l โดยถ้าให้ \vec{S} เป็นโมเมนตัมเชิงมุมสปิน (spin angular momentum) จะมีโปรเจกชันในแนวแกน z คือ

$$S_z = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar \tag{9.28}$$

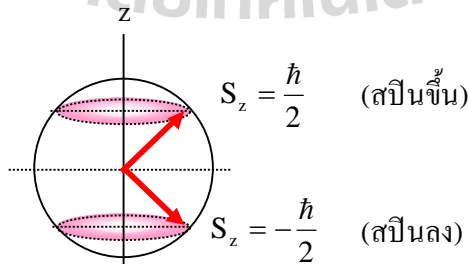
หรือ

$$m_s = \pm \frac{1}{2} \tag{9.29}$$

เช่นเดียวกันกับ L ขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมสปิน \vec{S} กำหนดโดย

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar = \frac{3}{4} \hbar \tag{9.30}$$

เนื่องจาก $m_s = \pm \frac{1}{2}$ ดังนั้น \vec{S} จึงมีโปรเจกชันในแนวแกน z ได้สองทิศทางคือ สปินขึ้นหรือสปินลง ดังแสดงในรูปที่ 9.13



รูปที่ 9.13 การวางตัวของ \vec{S} เทียบกับแกนอ้างอิง z

ในกรณีของอิเล็กตรอนค่าโมเมนต์แม่เหล็กสปินในแนวแกน z มีค่าเป็น

$$\mu_z = -g \frac{e}{2m} S_z = -g \frac{e}{2m} m_s \hbar \quad (9.31)$$

ค่าคงตัว $g \approx 2.00232$ เรียกว่า แฟกเตอร์-จี ของแลนเด (Lande g factor) ซึ่งค่าที่ถูกต้องแม่นยำสามารถคำนวณได้ในภายหลังโดยทฤษฎีที่เรียกว่า QED (Quantum Electrodynamics)

สรุป

1. สมการชเรอดิงเงอร์สำหรับอะตอมไฮโดรเจนมีผลเฉลยคือ

$$\Psi_{n\ell m_\ell}(r, \theta, \phi) = R_{n\ell}(r) \Theta_{\ell m_\ell}(\theta) \Phi_{m_\ell}(\phi)$$

โดยสถานะควอนตัมกำหนดด้วยเลขควอนตัมสามตัว

n เรียกว่า เลขควอนตัมหลัก (principal quantum number)

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

ℓ เรียกว่า เลขควอนตัมออร์บิทัล (orbital quantum number)

$$\ell = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$$

m_ℓ เรียกว่า เลขควอนตัมแม่เหล็ก (magnetic quantum number)

$$m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell$$

ระดับพลังงานของอะตอมไฮโดรเจนกำหนดโดย

$$E_n = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e e^4}{2\hbar^2 n^2} = -\frac{(13.6 \text{ eV})}{n^2}$$

ขนาดของโมเมนต์เชิงมุมของวงโคจรของอิเล็กตรอน กำหนดโดย

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar$$

โปรเจกชันของโมเมนตัมเชิงมุมของวงโคจรในแนวแกนอ้างอิงหนึ่งจะมีได้เป็นบางค่าซึ่งกำหนดโดย m_ℓ

$$L_z = m_\ell \hbar$$

2. ในกรณีที่มี $\ell > 0$ \vec{L} วางตัวบนผิวกรวยทำมุมกับแกน z

$$\theta_L = \arccos\left(\frac{L_z}{L}\right) = \arccos\left(\frac{m_\ell}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}\right)$$

3. โอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนคือ

$$P = \int |\psi|^2 dV = \int |\psi|^2 4\pi r^2 dr = \int P(r) dr$$

4. ปรากฏการณ์ซีแมนเกิดขึ้นเมื่อมีสนามแม่เหล็กภายนอกแล้วทำให้เส้นสเปกตรัมเส้นเดี่ยวที่ปลดปล่อยออกมาจากอะตอมแยกออกเป็นหลายเส้น

5. โบร์แมกนิตอนคือ $\mu_B = \frac{e}{2m} \hbar = 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV/T} = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J/T}$

6. การทดลองของสเทิน-เกอร์ลาจ ซึ่งให้เห็นว่าสปินของอิเล็กตรอนคือ

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar = \frac{3}{4} \hbar \text{ และ } m_s = \pm \frac{1}{2} \text{ เป็นเลขควอนตัมสำหรับสปินของอิเล็กตรอน}$$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ตอนที่ 9.2

ตารางธาตุและโมเลกุล

ปัจจุบันเราทราบว่าสปีนเป็นคุณสมบัติเฉพาะตัวของอนุภาคมูลฐานต่างๆ ซึ่งเราอาจสามารถจำแนกชนิดของอนุภาคต่างๆ เหล่านั้นออกเป็นสองชนิดโดยการพิจารณาค่าของสปีน โดยที่อนุภาคที่มีสปีนเป็นจำนวนเต็ม ($s = 0, 1, 2, \dots$) เรียกว่าโบซอน (boson) ซึ่งประพฤติตนตาม หลักสถิติของโบส-ไอน์สไตน์ (Bose-Einstein statistics) ส่วนอนุภาคที่มีสปีนเป็นครึ่งจำนวนเต็ม ($s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$) เรียกว่าแฟร์มิออน (fermion) ซึ่งประพฤติตนตาม หลักสถิติของแฟร์มี-ดิแรก (Fermi-Dirac statistics) ซึ่งสปีนของอนุภาคบางชนิดได้แสดงไว้ในตารางที่ 9.3

ตารางที่ 9.3 สปีนของอนุภาคบางชนิด

แฟร์มิออน		โบซอน	
อนุภาค	s	อนุภาค	s
อิเล็กตรอน, โพสิตรอน (e^-, e^+)	$\frac{1}{2}$	โฟตอน (γ)	1
มิวออน (μ^-, μ^+)	$\frac{1}{2}$	พายออน (π^0)	0
ควาร์ก (u, d, s, c, t, b)	$\frac{1}{2}$	แอลฟา (${}^4_2\text{He}$)	0
โปรตอน (p)	$\frac{1}{2}$	ดิวเทรอน (d)	0
นิวตรอน (n)	$\frac{1}{2}$	เกจโบซอน (W^\pm, Z^0)	1
โอเมกา (Ω^-)	$\frac{3}{2}$	แกรวิตอน (g)	2

เนื่องจากอิเล็กตรอนมีสปิน ดังนั้นจึงอาจเพิ่มเทอม $\chi_{m_s}(i)$ ที่เป็นฟังก์ชันซึ่งเกี่ยวข้องกับสปิน เข้าไปในฟังก์ชันคลื่นที่ได้จากสมการชเรอดิงเงอร์ ทำให้สถานะของอะตอมไฮโดรเจนกำหนดได้ โดยฟังก์ชัน

$$\Psi_{n\ell m_\ell m_s} = R_{n\ell}(r) \Theta_{\ell m_\ell}(\theta) \Phi_{m_\ell}(\phi) \chi_{m_s}(i) \tag{9.32}$$

เมื่อเลขควอนตัมคือ

$$\begin{aligned} n &= 1, 2, 3, \dots \\ 0 &\leq \ell \leq (n-1) \\ -\ell &\leq m_\ell \leq \ell \\ m_s &= \pm \frac{1}{2} \end{aligned} \tag{9.33}$$

1. โมเมนตัมเชิงมุมรวม

เนื่องจาก \vec{L} และ \vec{S} ต่างก็เป็นโมเมนตัมเชิงมุม ดังนั้นผลรวมของเวกเตอร์ทั้งสองเรียกว่า โมเมนตัมเชิงมุมรวม (total angular momentum) ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ \vec{J}

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \tag{9.34}$$

ขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมรวมคือ

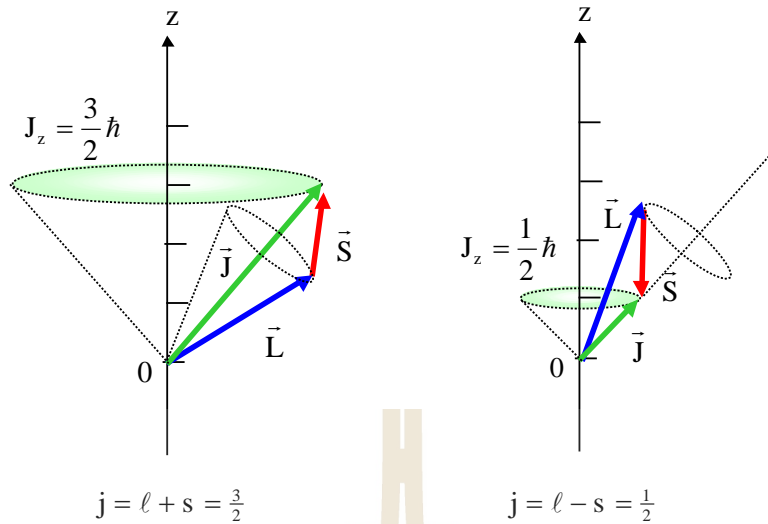
$$J^2 = L^2 + S^2 + 2\vec{L} \cdot \vec{S} \tag{9.35}$$

$$J = \sqrt{j(j+1)} \hbar \tag{9.36}$$

j เป็นเลขควอนตัมของโมเมนตัมเชิงมุมรวม โดยที่ $|l-s| \leq j \leq (l+s)$
โปรเจกชันของ \vec{J} ในแนวแกน z คือ

$$J_z = L_z + S_z \tag{9.37}$$

ตัวอย่างการรวมเวกเตอร์โมเมนตัมเชิงมุมรวมสำหรับอิเล็กตรอนในสถานะ $\ell = 1$ แสดงในรูปที่ 9.14



รูปที่ 9.14 การหาโมเมนตัมเชิงมุมรวมสำหรับสถานะ $l = 1$ ได้ $j = \frac{3}{2}$ หรือ $j = \frac{1}{2}$

จากการควบคู่กันของ \vec{L} และ \vec{S} ทำให้เกิดการแยกของระดับพลังงานเพิ่มขึ้นจากเดิมดังเช่นในกรณีของเส้นสเปกตรัม D-line จากโซเดียมเป็นต้น โดยที่กฎการเลือกเฟ้นคือ $\Delta j = \pm 1$ และ $\Delta m_j = 0, \pm 1$

ในปัจจุบันสัญลักษณ์ทางสเปกโทรสโกปีของสถานะของอะตอมอีกแบบหนึ่งคือ $^{2s+1}\Lambda_j$ โดยที่ Λ เป็นอักษรที่สัมพันธ์กับเลขควอนตัม l เช่น

$$l = 0 \rightarrow S$$

$$l = 1 \rightarrow P$$

$$l = 2 \rightarrow D$$

$$l = 3 \rightarrow F$$

ยกตัวอย่างเช่น $^2P_{1/2}$ หมายถึงสถานะที่ $(l = 1, s = \frac{1}{2}, j = \frac{1}{2})$ หรือ

$^2F_{7/2}$ หมายถึงสถานะที่ $(l = 3, s = \frac{1}{2}, j = \frac{7}{2})$ เป็นต้น

2. อะตอมที่มีอิเล็กตรอนหลายตัว

เมื่อเราทำความเข้าใจเกี่ยวกับอะตอมไฮโดรเจนซึ่งเป็นอะตอมที่ง่ายที่สุดได้เพียงพอในระดับหนึ่งแล้ว เราอาจจะเริ่มที่จะทำความเข้าใจอะตอมชนิดอื่นที่มีอิเล็กตรอนมากกว่าหนึ่งตัว ซึ่งทำให้ปัญหาซับซ้อนขึ้นมาก การพิจารณาจึงอาจจำเป็นต้องลดความซับซ้อนของปัญหาลงโดยการประมาณค่าอย่างเหมาะสม ซึ่งเราอาจพิจารณาการกระจายตัวของเมฆประจุอิเล็กตรอนในอะตอม โดยเฉลี่ยแล้วจะมีสมมาตรเป็นทรงกลม หรือผลเฉลี่ยของการกระจายตัวดังกล่าวทำให้อิเล็กตรอนตัวหนึ่งๆ มีพลังงานศักย์ที่เกิดจากประจุบนนิวเคลียสล้อมรอบด้วยประจุลบทรงกลมเป็นฟังก์ชัน $U(r)$ ซึ่งมีสมมาตรทรงกลมเช่นเดียวกัน ซึ่งการประมาณดังกล่าวนี้เรียกว่า การประมาณสนามกลาง (central field approximation)

เมื่อใช้การประมาณสนามกลาง สมการชเรอดิงเงอร์สำหรับอิเล็กตรอนแต่ละตัวจะแตกต่างกันเฉพาะเทอม $U(r)$ ซึ่งเป็นผลดีคือทำให้สมการที่เกี่ยวกับ $\Theta(\theta)$ และ $\Phi(\phi)$ ยังคงรูปเดิม หรือทำให้ได้ผลเฉลยเท่าเดิมสำหรับฟังก์ชัน $\Theta(\theta)$ และ $\Phi(\phi)$ ดังนั้นตัวเลขควอนตัม l , m_l และ m_s ยังคงสามารถใช้ได้และมีความหมายคงเดิมสำหรับโมเมนตัมเชิงมุมของอิเล็กตรอนตัวใดๆ ในอะตอม

เนื่องจากพลังงานศักย์เปลี่ยนเป็น $U(r)$ ดังนั้นฟังก์ชัน $R(r)$ จึงมีการเปลี่ยนแปลงทำให้ระดับพลังงานมีการเปลี่ยนแปลงไปจากระดับพลังงานของไฮโดรเจน ซึ่งโดยปกติแล้วขึ้นกับค่า n และ l ดังนั้นเราจึงสามารถที่จะคงเลขควอนตัม n ไว้ ซึ่งทำให้อิเล็กตรอนแต่ละตัวถูกกำหนดสถานะโดยเลขควอนตัม n , l , m_l และ m_s เช่นเดิม

ในปี ค.ศ. 1925 โวล์ฟกัง เพาลี (Wolfgang Pauli) ได้เสนอว่าอิเล็กตรอนสองตัวในอะตอมไม่สามารถที่จะมีสถานะควอนตัมเดียวกันได้ หรืออิเล็กตรอนแต่ละตัวจะต้องมีชุดเลขควอนตัม (n , l , m_l , m_s) ที่แตกต่างไปจากตัวอื่น ซึ่งข้อเสนอดังกล่าวนี้เรียกว่า หลักการกีดกันเพาลี (Pauli exclusion principle)

จากหลักการดังกล่าวทำให้มีจำนวนอิเล็กตรอนจำกัดในแต่ละระดับชั้นพลังงานตามจำนวนของสถานะที่เป็นไปได้ในแต่ละชั้น ซึ่งการแจกแจงสถานะควอนตัมสำหรับระดับพลังงานที่ชั้นแรกแสดงในตารางที่ 9.4

ตารางที่ 9.4 สถานะควอนตัมที่เป็นไปได้สำหรับระดับพลังงานสี่ชั้นแรก

n	l	m_l	m_s	สัญลักษณ์	จำนวนสถานะ	รวม
1	0	0	$\pm 1/2$	1s	2	2
2	0	0	$\pm 1/2$	2s	2	8
2	1	0, ± 1	$\pm 1/2$	2p	6	
3	0	0	$\pm 1/2$	3s	2	18
3	1	0, ± 1	$\pm 1/2$	3p	6	
3	2	0, $\pm 1, \pm 2$	$\pm 1/2$	3d	10	
4	0	0	$\pm 1/2$	4s	2	32
4	1	0, ± 1	$\pm 1/2$	4p	6	
4	2	0, $\pm 1, \pm 2$	$\pm 1/2$	4d	10	
4	3	0, $\pm 1, \pm 2, \pm 3$	$\pm 1/2$	4f	14	

ในอะตอมของธาตุต่างๆ อิเล็กตรอนแต่ละตัวจะพยายามวางตัวอยู่ในสถานะที่มีพลังงานน้อยที่สุด แต่จะต้องไม่มีสถานะควอนตัมทับกันกับอิเล็กตรอนที่มีอยู่เดิมแล้ว เมื่อระดับชั้นพลังงานเต็ม อิเล็กตรอนตัวต่อไปจะต้องขยับไปอยู่ที่ระดับพลังงานต่อไป ซึ่งอิเล็กตรอนในชั้นพลังงานนอกสุดนี้ เรียกว่า อิเล็กตรอนเวเลนซ์ (valence electron)

เนื่องจากจำนวนของอิเล็กตรอนวงนอกเป็นปัจจัยหนึ่งที่สำคัญในการพิจารณาการเกิดพันธะเคมี ซึ่งส่งผลให้อะตอมที่มีจำนวนอิเล็กตรอนวงนอกเท่ากันมีสมบัติทางเคมีที่คล้ายกันด้วย ดังนั้นตารางธาตุ จึงมีลักษณะเป็นคาบและมีการจัดเรียงชนิดของธาตุตามสมบัติที่มีจำนวนอิเล็กตรอนวงนอกที่เท่ากัน โดยการจัดเรียงอิเล็กตรอนในอะตอมที่อยู่ในสถานะพื้นของ 30 ธาตุแรกแสดงในตารางที่ 9.5

ตารางที่ 9.5 การจัดเรียงอิเล็กตรอนในสถานะพื้นของ 30 ธาตุแรก

ธาตุ	สัญลักษณ์ ธาตุ	เลขอะตอม, Z	การจัดเรียงอิเล็กตรอน	$^{2s+1}\Lambda_j$
ไฮโดรเจน	H	1	1s	$^2S_{1/2}$
ฮีเลียม	He	2	1s ²	1S_0
ลิเทียม	Li	3	1s ² 2s	$^2S_{1/2}$
เบอริลเลียม	Be	4	1s ² 2s ²	1S_0
โบรอน	B	5	1s ² 2s ² 2p	$^2P_{1/2}$
คาร์บอน	C	6	1s ² 2s ² 2p ²	3P_0
ไนโตรเจน	N	7	1s ² 2s ² 2p ³	$^4S_{3/2}$
ออกซิเจน	O	8	1s ² 2s ² 2p ⁴	3P_2
ฟลูออรีน	F	9	1s ² 2s ² 2p ⁵	$^2P_{3/2}$
นีออน	Ne	10	1s ² 2s ² 2p ⁶	1S_0
โซเดียม	Na	11	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s	$^2S_{1/2}$
แมกนีเซียม	Mg	12	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ²	1S_0
อลูมิเนียม	Al	13	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p	$^2P_{1/2}$
ซิลิกอน	Si	14	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ²	3P_0
ฟอสฟอรัส	P	15	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ³	$^4S_{3/2}$
ซัลเฟอร์	S	16	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁴	3P_2
คลอรีน	Cl	17	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁵	$^2P_{3/2}$
อาร์กอน	Ar	18	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶	1S_0
โพแทสเซียม	K	19	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 4s	$^2S_{1/2}$
แคลเซียม	Ca	20	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 4s ²	1S_0
สแกนเดียม	Sc	21	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d	$^2D_{3/2}$
ไททานเนียม	Ti	22	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d ²	3F_2
วานาเดียม	V	23	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d ³	$^4F_{3/2}$
โครเมียม	Cr	24	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d ⁴	7S_3
มันกานีส	Mn	25	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d ⁵	$^6S_{5/2}$
เหล็ก	Fe	26	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d ⁶	5D_4
โคบอลต์	Co	27	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d ⁷	$^4F_{9/2}$
นิกเกิล	Ni	28	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d ⁸	3F_4
ทองแดง	Cu	29	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d ⁹	$^2S_{1/2}$
สังกะสี	Zn	30	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d ¹⁰	1S_0

เนื่องจากการประมาณสนามกลาง ระดับพลังงานจะขึ้นกับทั้งค่าของ n และ l ตัวอย่างเช่น ในกรณีของโซเดียม ($z=11$) มีอิเล็กตรอนสปีดเต็มชั้น K และ L และจากการทดลองพบว่าระดับพลังงานของอิเล็กตรอนตัวสุดท้ายขึ้นกับสถานะต่างๆ คือ

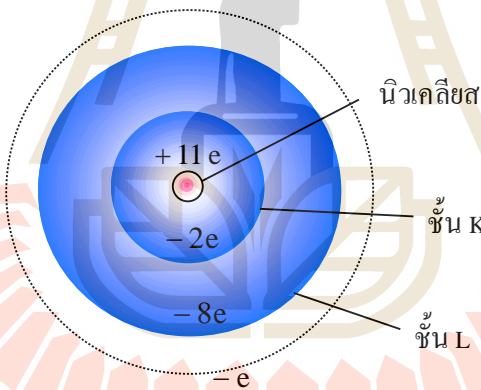
สถานะ 3s มีพลังงาน -5.138 eV (สถานะพื้น)

สถานะ 3p มีพลังงาน -3.035 eV

สถานะ 3d มีพลังงาน -1.521 eV

สถานะ 4s มีพลังงาน -1.947 eV

จะเห็นว่าระดับพลังงาน 4s ของโซเดียมอยู่ต่ำกว่าระดับพลังงาน 3d ซึ่งเราอาจใช้กฎของเกาส์ มาช่วยพิจารณาทำความเข้าใจกรณีดังกล่าว โดยใช้รูปที่ 9.15 เนื่องจากมีอิเล็กตรอนสปีดเต็มชั้น K และ L หรือมีอิเล็กตรอนสปีดประจุ $-10e$ กระจายอย่างสมมาตรรอบนิวเคลียส $+11e$ ถ้าเราให้ผิวเกาส์เซียนเป็นทรงกลมรอบนิวเคลียสและมีรัศมีใหญ่พอที่จะคลุมชั้น L นั่นคือมีประจุรวมภายในผิวเกาส์เซียนเท่ากับ $Q_{in} = -10e + 11e = +e$ ทำให้อิเล็กตรอนวงนอกซึ่งอยู่นอกผิวเกาส์เซียนถูกดึงดูดด้วยประจุสุทธิ $Q_{in} = +e$ จากภายในผิวเกาส์เซียน ปรากฏการณ์ดังกล่าวเรียกว่า การกำบัง (screening)



รูปที่ 9.15 การกำบังในอะตอมของโซเดียม ซึ่งอิเล็กตรอนวงนอก อาจถูกดึงดูดด้วยประจุสุทธิในผิวเกาส์เซียน $Q_{in} = +Z_{eff}e$

ในกรณีทั่วไปเมื่อมีการกำบังเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนวงนอกได้รับแรงดึงดูดจากประจุสุทธิของวงใน $Q_{in} = +Z_{eff}e$ ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนดังกล่าวอาจประมาณได้เป็น

$$E_n = -(13.6 \text{ eV}) \frac{Z_{eff}^2}{n^2} \tag{9.38}$$

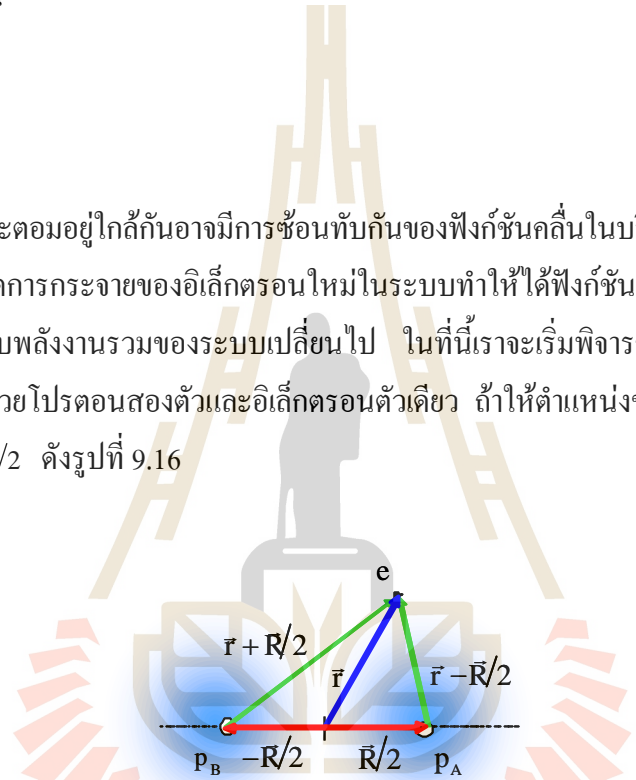
Z_{eff} เรียกว่า ค่าเลขอะตอมยังผล (effective atomic number)

ในกรณีของโซเดียม อิเล็กตรอนในสถานะ $3d$ โดยอาจประมาณจากฟังก์ชันการกระจายโอกาสในการพบได้ว่าโดยส่วนใหญ่อิเล็กตรอนอยู่ในบริเวณนอกชั้น K และ L ดังนั้นจึงมีผลจากการกำบังเกิดขึ้นมากหรือทำให้ $Z_{\text{eff}} \approx 1$ หรือมีระดับพลังงาน $E_{3d} \approx -(13.6 \text{ eV}) \frac{1^2}{3^2} \approx -1.51 \text{ eV}$ ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลอง

ในขณะที่อิเล็กตรอนในสถานะ $4s$ มีการกระจายความน่าจะเป็นส่วนหนึ่งซ้อนทับอยู่ในชั้น K และ L ดังนั้นจึงมีค่า Z_{eff} มากกว่าในกรณีของสถานะ $3d$ หรือถ้าเราใช้ค่า $Z_{\text{eff}} \approx 1.51$ จะได้ค่าระดับพลังงาน E_{4s} ที่สอดคล้องกับการทดลอง

3. โมเลกุล

เมื่ออะตอมสองอะตอมอยู่ใกล้กันอาจมีการซ้อนทับกันของฟังก์ชันคลื่นในบริเวณแนวเส้นระหว่างอะตอม หรือมีการจัดการกระจายของอิเล็กตรอนใหม่ในระบบทำให้ได้ฟังก์ชันคลื่นชุดใหม่ ซึ่งผลที่เกิดขึ้นอาจทำให้ระดับพลังงานรวมของระบบเปลี่ยนไป ในที่นี้เราจะเริ่มพิจารณาโมเลกุล (H_2^+) ซึ่งประกอบไปด้วยโปรตอนสองตัวและอิเล็กตรอนตัวเดียว ถ้าให้ตำแหน่งของโปรตอนแต่ละตัวอยู่ที่ $\bar{R}/2$ และ $-\bar{R}/2$ ดังรูปที่ 9.16



รูปที่ 9.16 ตำแหน่งของอนุภาคในโมเลกุล H_2^+ ที่ใช้พิจารณา

ตัวดำเนินการฮามิลโทเนียนของระบบอาจเขียนได้เป็น

$$H_{\text{op}} = \frac{\mathbf{p}_{\text{op}}^2}{2m} - \frac{k_e e^2}{|\bar{r} - \bar{R}/2|} - \frac{k_e e^2}{|\bar{r} + \bar{R}/2|} + \frac{k_e e^2}{R} \quad (9.39)$$

ในกรณีที่โปรตอนอยู่ห่างกันมากฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในสถานะพื้นรอบโปรตอนแต่ละตัวคือ

$$\psi_{1s}^A = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-|\bar{r}-\bar{R}|/a_0} \quad (9.40)$$

และ

$$\psi_{1s}^B = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-|\bar{r}+\bar{R}|/a_0} \quad (9.41)$$

จากการวิเคราะห์พบว่า โดยประมาณแล้วฟังก์ชันคลื่นที่เป็นไปได้สำหรับตัวดำเนินการฮามิลโทเนียนที่กำหนดโดยสมการ 9.39 คือ

$$\psi_{\sigma_{1s}} = A_1(\psi_{1s}^A + \psi_{1s}^B) \quad (9.42)$$

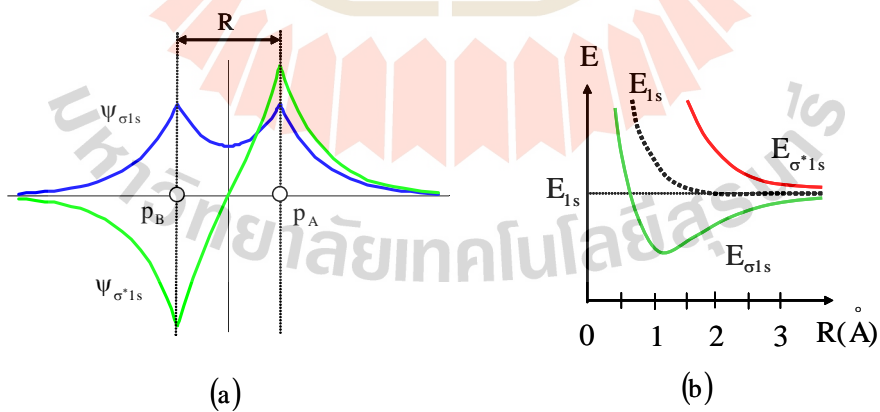
และ

$$\psi_{\sigma^*_{1s}} = A_2(\psi_{1s}^A - \psi_{1s}^B) \quad (9.43)$$

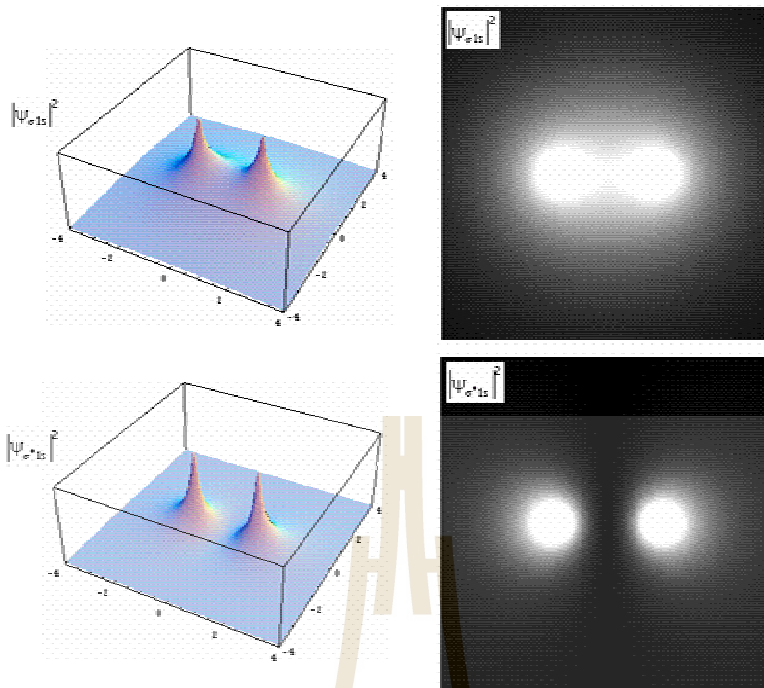
เมื่อ A_1 และ A_2 เป็นค่าคงตัวสำหรับการทำให้เป็นฟังก์ชันปกติ ซึ่งเมื่อกำหนดพลังงานรวมแล้วพบว่า

$$E_{\sigma_{1s}} < E_{1s} < E_{\sigma^*_{1s}} \quad (9.44)$$

นั่นคือเมื่อระบบอยู่ในสถานะ σ_{1s} ฟังก์ชันคลื่นจะเสริมกันอย่างสมมาตรในบริเวณแนวเส้นระหว่างโปรตอนและทำให้ระดับพลังงานรวมลดลงจากระดับพลังงาน $1s$ ของอะตอมเดี่ยว ในขณะที่เมื่อโมเลกุลอยู่ในสถานะ σ^*_{1s} ฟังก์ชันคลื่นจะลบด่างกันในบริเวณระหว่างโปรตอนทั้งสองระดับพลังงานของสถานะนี้เพิ่มมากกว่ากรณีของอะตอมเดี่ยวในสถานะ $1s$ ฟังก์ชันคลื่น และระดับพลังงานของระบบ H_2^+ แสดงในรูปที่ 9.17



รูปที่ 9.17(a) ฟังก์ชันคลื่นของโมเลกุล H_2^+ ในสถานะ σ^*_{1s} และ σ_{1s} เมื่อระยะระหว่างนิวเคลียสเป็น d
 (b) ระดับพลังงานของสถานะ σ^*_{1s} และ σ_{1s} เทียบกับสถานะ $1s$



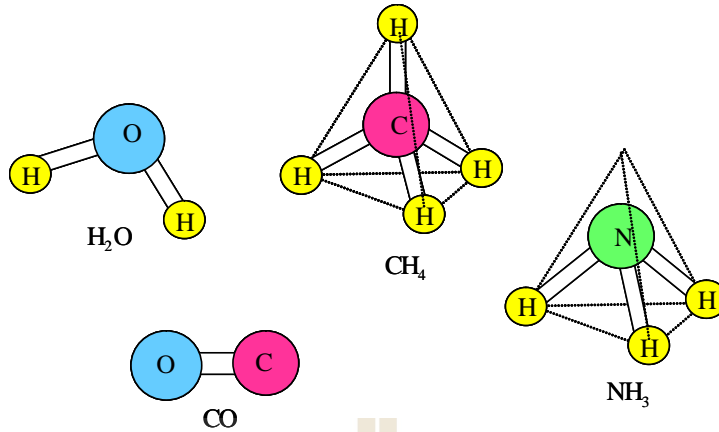
รูปที่ 9.18 การเกิดพันธะซิกมาในโมเลกุล H_2 ในสถานะ σ_{1s}

มีการใช้อิเล็กตรอนร่วมกันระหว่างโปรตอนทั้งสอง ส่วนในสถานะ σ^*_{1s} กลุ่มเมฆอิเล็กตรอนแยกกันอย่างชัดเจนและไม่เกิดพันธะขึ้น

เราเรียกสถานะ σ_{1s} ว่าพันธะซิกมา (sigma bonding) ซึ่งมีโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนมากในแนวระหว่างนิวเคลียสทั้งสองเราอาจมองภาพของโมเลกุล H_2 ในสถานะ σ^*_{1s} และ σ_{1s} ได้ในรูปที่ 9.18

สำหรับในกรณีของโมเลกุล H_2 อิเล็กตรอนที่เพิ่มขึ้นมาอีกหนึ่งตัวจะมีอยู่ในสถานะที่มีสปินสวนทางกับอิเล็กตรอนตัวแรกทำให้อะตอมไฮโดรเจนแต่ละมีอิเล็กตรอนเต็มระดับชั้นพลังงาน $1s$ และทำให้โมเลกุลมีความเสถียรมากยิ่งขึ้น นั่นคืออิเล็กตรอนทั้งสองตัวช่วยในการสร้างพันธะเคมี ซึ่งดึงอะตอมไฮโดรเจนทั้งสองไว้ด้วยกัน ที่สถานะพื้นของ H_2 นิวเคลียสทั้งสองจะอยู่ห่างกันประมาณ 0.74 \AA และจะต้องใช้พลังงาน 4.48 eV ในการแยกอะตอมทั้งสองออกจากกัน

การที่อะตอมมีการใช้อิเล็กตรอนคู่หนึ่งร่วมกันในการสร้างพันธะเคมีและอิเล็กตรอนมีเสถียรภาพอยู่ในวงโคจรของแต่ละอะตอม เราเรียกพันธะนั้นว่า พันธะโคเวเลนต์ (covalent bond) นอกจากพันธะโคเวเลนต์เป็นพันธะที่มีเสถียรภาพแล้วยังมีทิศทางที่แน่นอนอีกด้วยเนื่องจากการวางตัวของวงโคจรที่เป็นไปได้จะต้องไม่ซ้อนทับกันในอะตอมหนึ่งๆ ตามหลักการกีดกันเพาลี ซึ่งตัวอย่างของโมเลกุลที่มีพันธะโคเวเลนต์แสดงอยู่ในรูปที่ 9.19



รูปที่ 9.19 ตัวอย่างโมเลกุลที่มีพันธะโคเวเลนต์

นอกจากพันธะโคเวเลนต์แล้ว ยังมีพันธะเคมีชนิดอื่นที่ยึดอะตอมในโมเลกุลชนิดต่างๆ เข้าด้วยกัน เช่น พันธะเชิงไอออน (ionic bond) พันธะแวนเดอร์วาลส์ (Van der Waals bond) และพันธะไฮโดรเจน (hydrogen bond) เป็นต้น ซึ่งรายละเอียดเกี่ยวกับพันธะเคมีต่างๆ จะไม่กล่าวถึงในหน่วยเรียนนี้

4. การหมุนและการสั่นของโมเลกุล

นอกจากโมเลกุลมีพลังงานจากอันตรกิริยาทางไฟฟ้าระหว่างอิเล็กตรอนและนิวเคลียสแล้ว โมเลกุลยังมีพลังงานที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของอะตอมรอบจุดศูนย์กลางมวลซึ่งก็คือการหมุน (rotation) และการสั่น (vibration) อีกด้วย

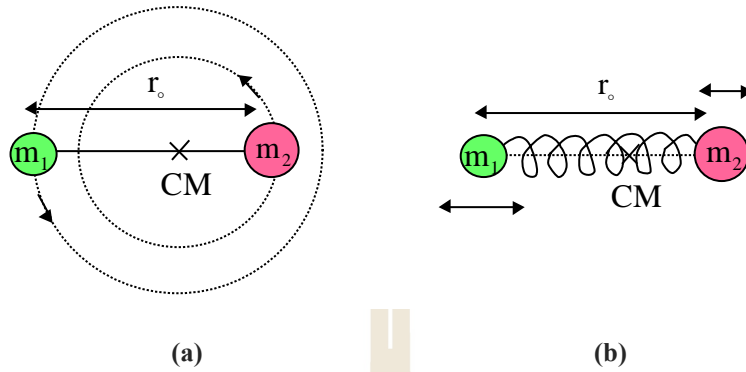
ในที่นี้เราพิจารณาโมเลกุลอะตอมคู่ (diatomic molecule) ซึ่งประกอบด้วยอะตอมมวล m_1 และ m_2 อยู่ห่างกันเป็นระยะทาง r_0 ซึ่งเราอาจพิจารณาการเคลื่อนที่ของมวลทั้งสองเป็นสองกรณีคือการหมุนรอบจุดศูนย์กลางมวล และการสั่นเข้าออกในแนวแกนที่ลากผ่านมวลทั้งสอง ดังรูปที่ 9.20

พลังงานที่เกี่ยวข้องกับการหมุนของ โมเลกุลรอบจุดศูนย์กลางมวลคือ

$$E_r = \frac{L^2}{2I_{rot}} = \frac{L^2}{2m_r r_0^2} \tag{9.45}$$

เมื่อ $m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ เป็นมวลลดทอนของระบบ

ส่วนการสั่นในแนวเข้าออกจากจุดศูนย์กลางมวลพลังงานที่เกี่ยวข้องคือ



รูปที่ 9.20 การหมุนและการสั่นของโมเลกุลอะตอมคู่

$$E_s = \frac{1}{2} k_s (\Delta r)^2 = \frac{1}{2} m_r \omega^2 (\Delta r)^2 \quad (9.46)$$

เมื่อ k_s คือค่าคงตัวของสปริง $\omega = \sqrt{\frac{k_s}{m}}$ และ Δr เป็นแอมพลิจูดในการสั่นของมวลลดทอน เราทราบว่าตามทฤษฎีควอนตัม $L^2 = \ell(\ell+1)\hbar^2$ และ $E_s = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$ เมื่อ n, ℓ คือเลขควอนตัมในแต่ละกรณี ดังนั้นพลังงานรวมที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ภายในระบบโมเลกุลอะตอมคู่ดังกล่าวนี้คือ

$$E = E_\ell + E_s = \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2m_r r_0^2} + \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{k_s}{m_r}} \quad (9.47)$$

โดยปกติค่าความแตกต่างของระดับพลังงานการหมุนของโมเลกุลอยู่ในช่วงเดียวกับพลังงานของโฟตอนในช่วงคลื่นไมโครเวฟ ในขณะที่การสั่นของโมเลกุลจะอยู่ในช่วงคลื่นอินฟราเรด ในการพิจารณาการเปลี่ยนระดับพลังงานเราอาจใช้กฎการเลือกเฟ้นคือ $\Delta\ell = \pm 1$ และ $\Delta n = \pm 1$ เข้ามาช่วยในการพิจารณาด้วย

ตัวอย่างที่ 9.4 ในการเปลี่ยนระดับพลังงานการหมุนของโมเลกุล CO จาก $\ell = 1$ ไปยังสถานะ $\ell = 0$ สัมพันธ์กับความถี่ $f = 1.15 \times 10^{11}$ Hz

- (a) จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยของโมเลกุล CO
- (b) จงคำนวณหาความยาวพันธะของโมเลกุล CO

วิธีทำ (a) จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยของโมเลกุล CO

$$\text{ความแตกต่างระดับพลังงาน } \Delta E = hf = \frac{2\hbar^2}{2I_{\text{rot}}} = \frac{\hbar^2}{I_{\text{rot}}}$$

$$\text{โมเมนต์ความเฉื่อย } I_{\text{rot}} = \frac{h}{4\pi^2 f} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{4\pi^2 (1.15 \times 10^{11} \text{ s}^{-1})} = 1.46 \times 10^{-46} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

(b) จงคำนวณหาความยาวพันธะของโมเลกุล CO

$$\text{มวลลดทอน } m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{(12 \text{ u})(16 \text{ u})}{12 \text{ u} + 16 \text{ u}} = 6.86 \text{ u} = 1.14 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

$$\text{ความยาวพันธะ } r_0 = \sqrt{\frac{I_{\text{rot}}}{m_r}} = \sqrt{\frac{(1.46 \times 10^{-46} \text{ kg}\cdot\text{m}^2)}{(1.14 \times 10^{-26} \text{ kg})}} = 0.113 \text{ nm}$$

ตัวอย่างที่ 9.5 การเปลี่ยนระดับพลังงานไปยังสถานะพื้นในการสั่นของโมเลกุล CO ดูดกลืนพลังงานที่มีความถี่ $f = 1.15 \times 10^{11} \text{ Hz}$

(a) จงหาค่าคงตัวของสปริงของโมเลกุล CO

(b) จงหาว่าในสถานะพื้น โมเลกุล CO จะสั่นด้วยแอมพลิจูดเท่าใด

วิธีทำ (a) จงหาค่าคงตัวของสปริงของโมเลกุล CO

$$\text{ความแตกต่างระดับพลังงาน } \Delta E = hf = \hbar \sqrt{\frac{k_s}{m_r}}$$

$$\text{ค่าคงตัวของสปริง } k_s = 4\pi^2 m_r f^2 = 4\pi^2 (1.14 \times 10^{-26} \text{ kg})(6.42 \times 10^{13} \text{ Hz})^2 = 1.85 \times 10^3 \text{ N/m}$$

(b) จงหาว่าในสถานะพื้น โมเลกุล CO จะสั่นด้วยแอมพลิจูดเท่าใด

$$\text{พลังงานการสั่น } E_s = \frac{1}{2} k_s (\Delta r)^2 = \frac{1}{2} \hbar \sqrt{\frac{k_s}{m_r}}$$

$$(\Delta r)^2 = \frac{\hbar}{\sqrt{k_s m_r}} = \frac{1.055 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{\sqrt{(1.86 \times 10^3 \text{ N/m})(1.14 \times 10^{-26} \text{ kg})}}$$

$$(\Delta r)^2 = 2.29 \times 10^{-23} \text{ m}^2$$

$$\text{แอมพลิจูดในการสั่น } \Delta r = 4.79 \times 10^{-12} \text{ m} = 0.043 r_0$$

สรุป

1. สถานะของอะตอมไฮโดรเจนกำหนดได้โดยฟังก์ชัน

$$\Psi_{n\ell m_\ell m_s} = R_{n\ell}(r) \Theta_{\ell m_\ell}(\theta) \Phi_{m_\ell}(\phi) \chi_{m_s}(i)$$

เมื่อ เลขควอนตัมคือ

$$\begin{aligned} n &= 1, 2, 3, \dots \\ 0 &\leq \ell \leq (n-1) \\ -\ell &\leq m_\ell \leq \ell \\ m_s &= \pm \frac{1}{2} \end{aligned}$$

2. โมเมนตัมเชิงมุมรวมของอิเล็กตรอนคือ

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

ขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมรวมคือ

$$J^2 = L^2 + S^2 + 2\vec{L} \cdot \vec{S}$$

$$J = \sqrt{j(j+1)} \hbar \quad \text{โดยที่ } j \text{ เป็นเลขควอนตัมและ } |\ell-s| \leq j \leq (\ell+s)$$

3. กฎการเลือกเฟ้นในการเปลี่ยนสถานะคือ $\Delta j = \pm 1$ และ $\Delta m_j = 0, \pm 1$
4. ตามหลักการกีดกันเพาลีอิเล็กตรอนแต่ละตัวในอะตอมจะต้องมีชุดเลขควอนตัม (n, ℓ, m_ℓ, m_s) ที่แตกต่างกันจากตัวอื่น ซึ่งเป็นหลักการที่ใช้ในการจัดตารางธาตุ
5. เนื่องจากการก้ำกั้ว ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนในอะตอมอาจประมาณได้เป็น

$$E_n = -(13.6 \text{ eV}) \frac{Z_{\text{eff}}^2}{n^2}$$

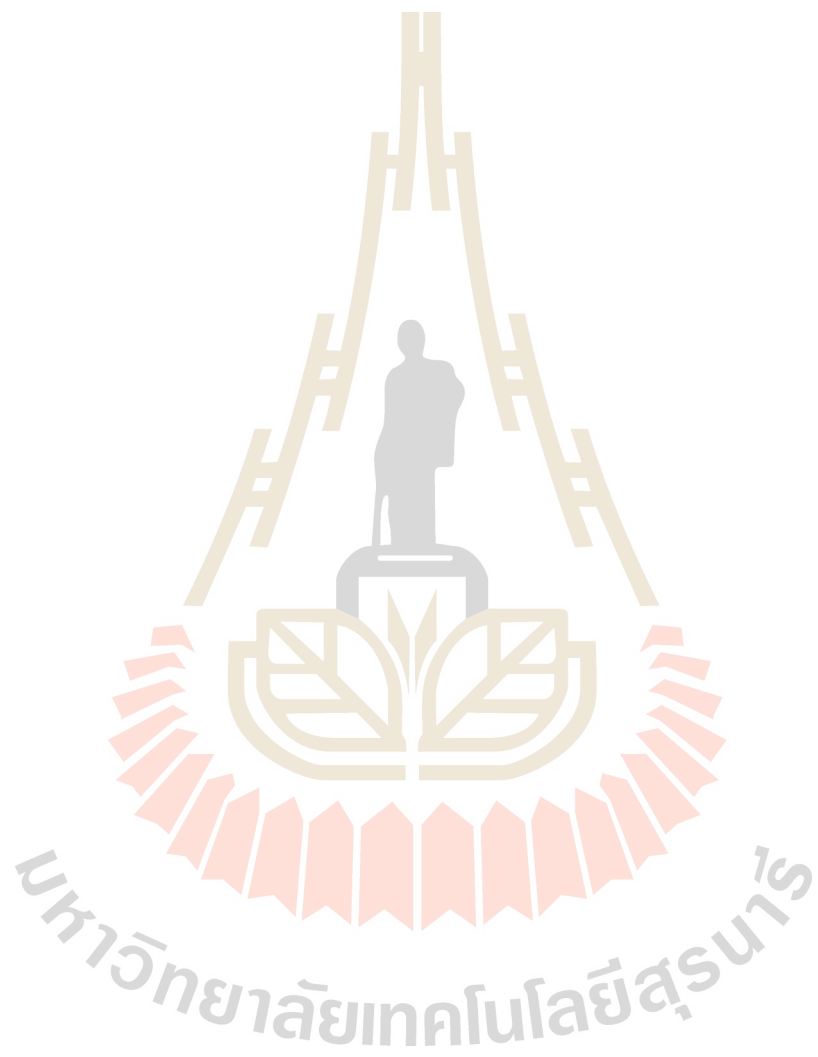
6. ในระหว่างอะตอมสองอะตอมอาจมีการจัดตัวของการกระจายอิเล็กตรอนใหม่ ซึ่งอาจทำให้ระดับพลังงานรวมลดลงและเกิดเป็นโมเลกุลขึ้น ซึ่งพลังงานของสถานะโมเลกุลจะต่ำกว่าระดับพลังงานในสถานะอะตอมเดี่ยว

7. พลังงานรวมที่เกี่ยวข้องกับการหมุนและการสั่นของโมเลกุลอะตอมคู่ คือ

$$E = E_\ell + E_s = \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2m_r r_o^2} + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \sqrt{\frac{\kappa}{m_r}}$$

บรรณานุกรม

- Feynman, R.P., Leighton, R.B., M.L. Sands. 1965. **The lecture on physics**. Commemorative Issue New York: Addison Wesley, Inc.
- Halliday, D. Resnick, R., and Walker, J. 1993. **Fundamental of physics extended with modern physics** (4th ed.). New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Harris, R. 1998. **Nonclassical physics**. Menlo Park: Addison-Wesley Longman, Inc.
- Liboff, R. L. 1991. **Introductory quantum mechanics** (2nd ed.). New York: Addison Wesley, Inc.
- Pauling, L. 1960. **The nature of chemical bond** (3rd ed.). Ithaca: Cornell University Press.
- Pauling, L. 1988. **General chemistry** (3rd ed.). New York: Dover Publication, Inc.
- Pauling, L., Wilson, E.B. 1935. **Introduction to quantum mechanics**. London: McGraw-Hill, Inc.
- Serway, R.A. 1992. **Physics for scientists and engineers with modern physics** (3rd ed.). Philadelphia: Saunders College Publishing.
- Young, H. D., and Freedman, R. A. 2000. **Sears and Zemansky's university physics with modern physics** (10th ed.). San Francisco: Addison-Wesley Longman, Inc.



หน่วยที่

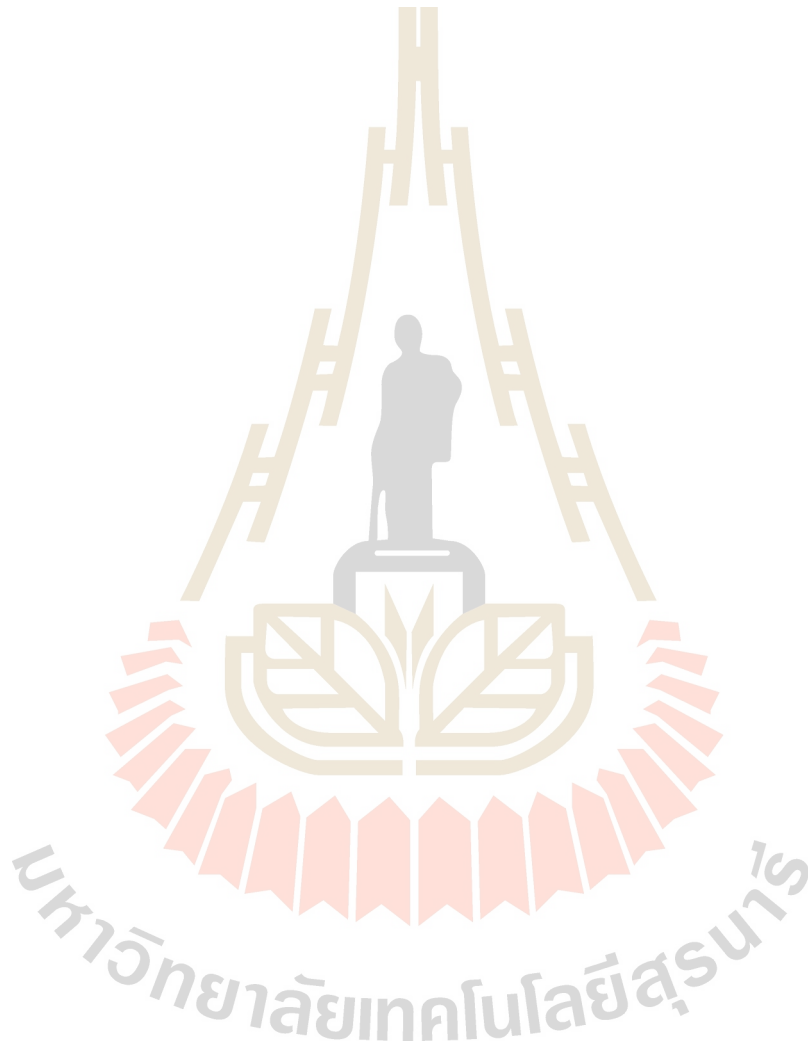
10

วัสดุอิเล็กทรอนิกส์



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

โดย อาจารย์ ดร. ศาโรช รุจิรวรรณ



อธิบายรูปจากปกหน่วยที่ 10

ทรานซิสเตอร์ตัวแรกซึ่งสร้างโดยวอลเตอร์ เบรตเทน (Walter Brattain) และจอห์น บาร์ดีน (John Bardeen) ที่ห้องปฏิบัติการวิจัยเบลล์ (Bell Labs) บริษัท AT&T นับเป็นจุดกำเนิดของอุปกรณ์สารกึ่งตัวนำ และนำไปสู่การปฏิวัติอุตสาหกรรมอิเล็กทรอนิกส์ของโลกในช่วงเวลาครึ่งศตวรรษที่ผ่านมา

(ที่มา : รูปจาก www.lucent.com)

ตอนที่ 10.1

ผลึกและแถบพลังงาน

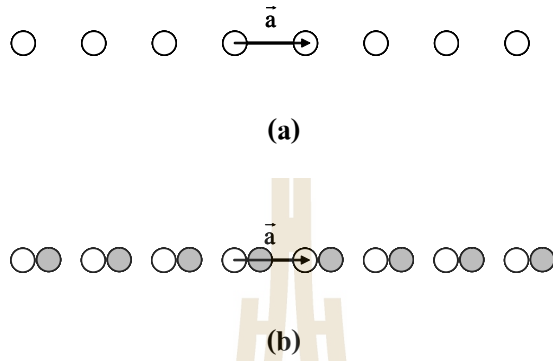
ในปัจจุบันเราสามารถพบเห็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ชนิดต่างๆ ที่กลายเป็นปัจจัยสำคัญที่มีส่วนในการกำหนดวิถีชีวิตประจำวันและวิธีการทำงาน เช่น คอมพิวเตอร์ โทรศัพท์เคลื่อนที่ เครื่องเล่นซีดี วิดีโอ โทรทัศน์ เป็นต้น อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ทั้งหลายเหล่านี้ต่างมีส่วนประกอบในชั้นพื้นฐานที่สำคัญคืออุปกรณ์สารกึ่งตัวนำอันเป็นผลิตผลจากความสำเร็จของการค้นคว้าวิจัยและพัฒนาวัสดุอิเล็กทรอนิกส์ในด้านต่างๆ เช่น การศึกษาการนำไฟฟ้าในโลหะและผลึกสารกึ่งตัวนำ หรือการเจือผลึกสารกึ่งตัวนำ โดยนักวิทยาศาสตร์สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีควอนตัมในการอธิบายสมบัติทางไฟฟ้าของวัสดุอิเล็กทรอนิกส์ชนิดต่างๆ ได้เป็นอย่างดี ซึ่งนับว่าความสำเร็จของอุตสาหกรรมอิเล็กทรอนิกส์และเทคโนโลยีสารสนเทศในปัจจุบันล้วนแล้วแต่เป็นผลสืบเนื่องมาจากความเข้าใจและการประยุกต์ใช้ความรู้ทางฟิสิกส์ในการพัฒนาส่วนประกอบของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ในชั้นพื้นฐานแทบทั้งสิ้น ซึ่งในหน่วยนี้จะกล่าวถึงความรู้พื้นฐานที่ควรทราบเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานเบื้องต้นของโลหะและสารกึ่งตัวนำ ซึ่งเป็นส่วนประกอบพื้นฐานที่สำคัญของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ต่างๆ ที่พบเห็นได้โดยทั่วไป

1. โครงสร้างผลึก

เมื่อเกิดมีการสร้างพันธะเคมีระหว่างอะตอมขึ้น เมื่อระบบเข้าสู่สภาวะสมดุล อะตอมอาจมีการจัดเรียงตัวอยู่ในตำแหน่งที่แน่นอนและมีพลังงานรวมที่ต่ำที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ เนื่องจากในของแข็งประกอบไปด้วยอะตอมเป็นจำนวนมาก ซึ่งหากจะมีพลังงานรวมที่เท่าๆ กัน อะตอมแต่ละตัวจะต้องอยู่ในสภาพแวดล้อมที่คล้ายคลึงกัน ดังนั้นจึงมีความเป็นไปได้ที่อะตอมในของแข็งหลายชนิดมีการจัดเรียงตัวอย่างเป็นระเบียบในสามมิติเกิดเป็นโครงสร้างที่เรียกว่า ผลึก (crystal) ขึ้น

การที่อะตอมที่ประกอบเป็นผลึกมีการเรียงตัวอย่างเป็นระเบียบเกิดเป็นโครงสร้างที่เป็นคาบ (periodic structure) ทำให้ผลึกของแข็งมีสมบัติพิเศษหลายประการ นอกจากนั้นการสร้างทฤษฎีอธิบายสมบัติต่างๆ ของผลึกสามารถอธิบายได้ง่ายขึ้นเมื่อมีการใช้โครงสร้างที่เป็นคาบมาประกอบการพิจารณา ซึ่งในที่สุดสามารถอธิบายสมบัติทางกายภาพหลายประการของผลึกได้

การจัดเรียงตัวแบบเป็นคาบของอะตอมในผลึกทำให้เราสามารถบอกตำแหน่งของอะตอมในผลึกได้ โดยอาศัยการเลื่อนตำแหน่งซ้ำกันเป็นคาบ เราอาจพิจารณาวิธีการบอกตำแหน่งได้โดยพิจารณาผลึกสมมติในมิติเดียวดังรูปที่ 10.1



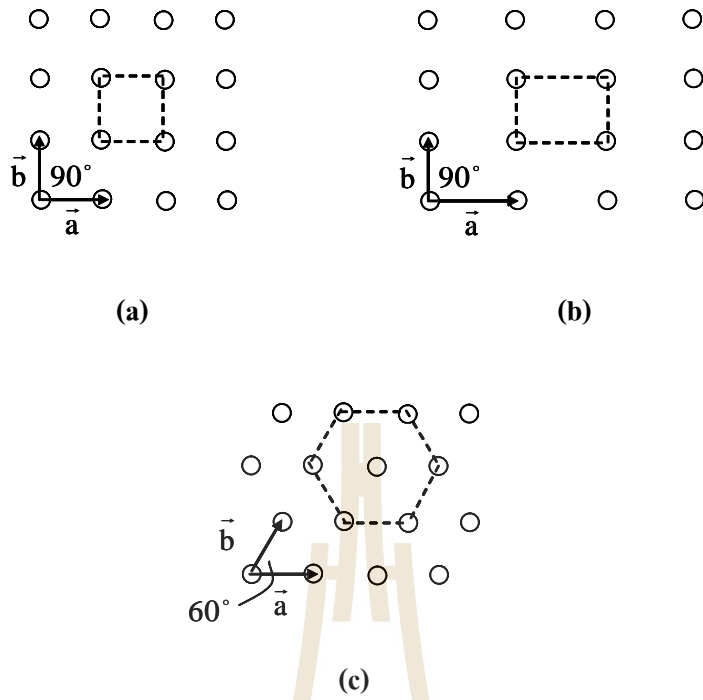
รูปที่ 10.1 ผลึกในมิติเดียว (a) ผลึกที่มีอะตอมชนิดเดียว (b) ผลึกที่มีอะตอมสองชนิด

จากรูปเราสามารถกำหนดตำแหน่งของอะตอมต่างๆ ในผลึกมิติเดียวได้โดยการอ้างอิงจากอะตอมเริ่มต้นด้วยการใช้เวกเตอร์ \vec{a} ในการเลื่อนตำแหน่งของอะตอม นั่นคือแต่ละอะตอมในผลึกหนึ่งมิติจะอยู่ห่างจากอะตอมที่เหมือนกันในตำแหน่งถัดไปเป็นระยะทางเท่ากันคือ $a = |\vec{a}|$ หรืออะตอมใดๆ บนผลึกหนึ่งมิติมีตำแหน่งคือ $r_n = na$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มซึ่งทำให้ผลึกมีโครงสร้างที่ซ้ำกันเป็นคาบๆ และเราเรียกระยะทาง a ว่าค่าคงตัวโครงผลึก (lattice constant) ซึ่งเราอาจพิจารณาดำแหน่งของกลุ่มอะตอมในผลึกที่มีอะตอมหลายชนิดโดยการเลือกตำแหน่งที่เป็นตัวแทนของกลุ่มอะตอมและวางกลุ่มอะตอมไปบนตำแหน่งที่ซ้ำกันเป็นคาบได้เช่นเดียวกัน

ในกรณีของผลึกสมมติที่อะตอมมีการจัดเรียงตัวแบบสองมิติอยู่บนระนาบ เราอาจพิจารณาได้ว่าตำแหน่งของอะตอมใดๆ บนผลึกสองมิติอาจกำหนดได้โดยเวกเตอร์เลื่อนตำแหน่ง

$$\vec{r}_{n_1, n_2} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} \tag{10.1}$$

เมื่อ n_1 และ n_2 เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งตัวอย่างของโครงผลึกในสองมิติอาจแสดงได้ดังรูปที่ 10.2



รูปที่ 10.2 ตัวอย่างของผลึกในสองมิติ (a) ผลึกสี่เหลี่ยมจัตุรัส $a = b$; $\gamma = 90^\circ$
 (b) ผลึกสี่เหลี่ยมผืนผ้า $a \neq b$; $\gamma = 90^\circ$ (c) ผลึกหกเหลี่ยม $a = b$; $\gamma = 60^\circ$

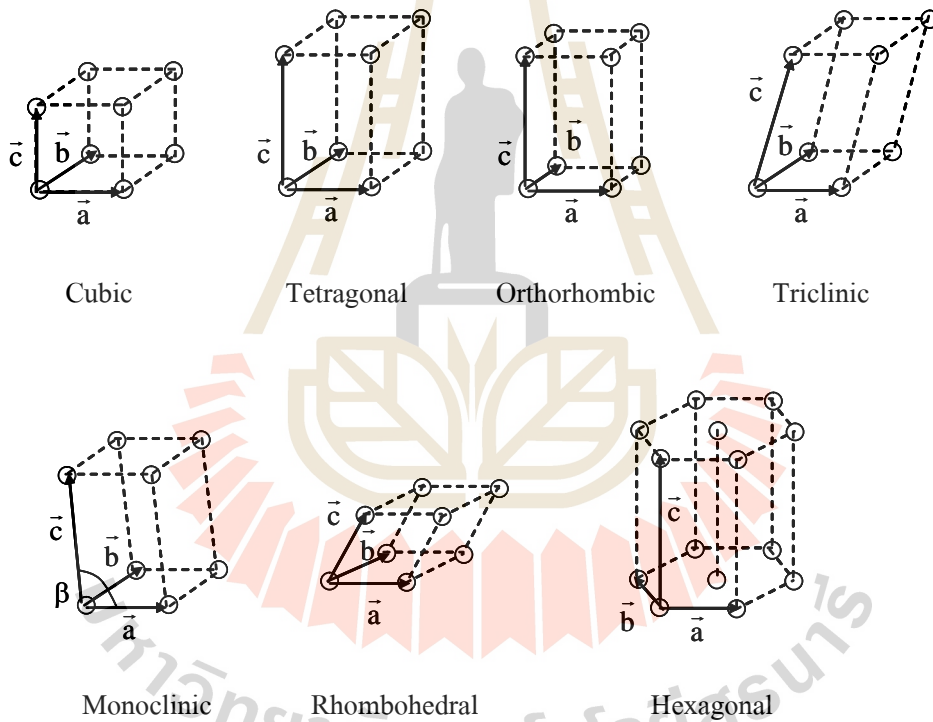
จากรูปที่ 10.2 เราอาจกำหนดโครงสร้างของผลึกได้โดยค่าคงตัวโครงผลึก a, b และมุม γ ที่อยู่ระหว่างเวกเตอร์กำหนดทิศทาง \vec{a} และ \vec{b} ในทำนองเดียวกันในสามมิติ เราอาจกำหนดโครงสร้างของผลึกโดยอาศัยเวกเตอร์เลื่อนตำแหน่งเป็น

$$\vec{r}_{n_1 n_2 n_3} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} + n_3 \vec{c} \tag{10.2}$$

หรือโครงสร้างผลึกกำหนดโดยค่าคงตัวโครงผลึก a, b, c และมุมระหว่างเวกเตอร์หน่วยทั้งสามทิศทาง α, β, γ ซึ่งอาจแบ่งโครงสร้างผลึกออกเป็นระบบใหญ่ๆ ได้ เป็นระบบผลึก (crystal system) ซึ่งจำแนกตามค่าของ a, b, c และมุม α, β, γ ได้เป็นเจ็ดชนิดดังแสดงในตารางที่ 10.1 และรูปโครงผลึกในสามมิติแสดงในรูปที่ 10.3

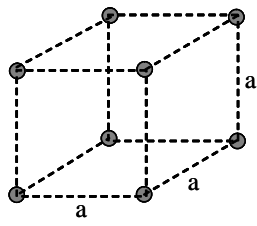
ตารางที่ 10.1 ระบบผลึกพื้นฐานเจ็ดชนิด

ระบบผลึก	ค่าคงตัวผลึก	มุมระหว่างทิศทาง
Cubic	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Rhombohedral	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$
Hexagonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$
Tetragonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Orthorhombic	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Monoclinic	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ, \beta \neq 90^\circ$
Triclinic	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$

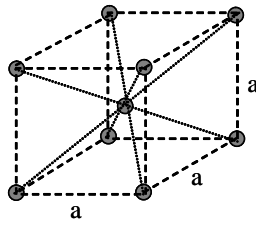


รูปที่ 10.3 โครงผลึกพื้นฐานทั้งเจ็ดระบบในสามมิติ

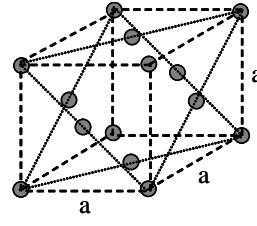
ระบบโครงผลึกพื้นฐานทั้งเจ็ดชนิดสามารถแบ่งแยกย่อยออกเป็นโครงผลึก 14 กลุ่ม ตามการวางตัวของตำแหน่งย่อยภายในโครงผลึกซึ่งรวมแล้วเรียกว่า โครงผลึกบราวส์ (Bravais lattices) เช่น ผลึกพื้นฐานแบบลูกบาศก์ (cubic) สามารถแยกเป็นแบบ Simple Cubic (SC), Body Centered Cubic (BCC) และ Face Centered Cubic (FCC) ดังแสดงในรูปที่ 10.4



Simple Cubic



Body Centered Cubic

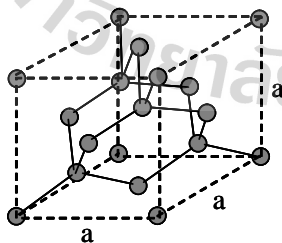


Face Centered Cubic

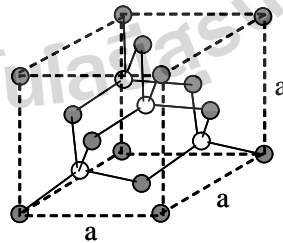
รูปที่ 10.4 หน่วยเซลล์ของโครงผลึกบราวน์แบบ Cubic ทั้งสามแบบ

หน่วยเซลล์ (unit cell) เป็นปริมาตรที่เล็กที่สุดในผลึกที่สามารถใช้เป็นตัวแทนของผลึกทั้งก้อนได้ จากรูปที่ 10.4 จะเห็นว่าจำนวนอะตอมภายในหน่วยเซลล์ของโครงผลึกลูกบาศก์แต่ละแบบมีจำนวนไม่เท่ากัน โดย SC มีเพียงอะตอมเดียวภายในหน่วยเซลล์ (แต่ละมุมมี 1/8 อะตอม) ในขณะที่มีสองอะตอมใน BCC ($8 \times 1/8 + 1$) และมีสี่อะตอมใน FCC ($8 \times 1/8 + 6 \times 1/2$) ซึ่งถ้าแทนอะตอมด้วยทรงกลมตันและนำมาเรียงชิดกันตามโครงผลึกแต่ละแบบจะพบว่าเรียงแบบ FCC จะทำให้ปริมาตรรวม น้อยที่สุด (เท่ากับเรียงแบบ hexagonal) ซึ่งผลึกของธาตุโลหะหลายชนิดเช่น ทอง (Au) ทองแดง (Cu) เงิน (Ag) หรือตะกั่ว (Pb) มีการเรียงตัวเป็นแบบ FCC ในขณะที่ทั้งสแตน (W) ยูเรเนียม (U) ซีเซียม (Cs) หรือโซเดียม (Na) มีการเรียงตัวเป็นแบบ BCC อย่างไรก็ตามโลหะหลายชนิดอาจมีโครงสร้างผลึกได้ทั้งแบบ FCC และ BCC เช่น เหล็ก (Fe) โครเมียม (Cr) หรือโมลิบดีนัม (Mo) เป็นต้น จากรูปแบบของโครงสร้างผลึกและค่าคงตัวของผลึกทำให้เราสามารถคำนวณหาความหนาแน่นของผลึกชนิดต่างๆ ได้โดยตรง

เราอาจกำหนดโครงสร้างผลึกเพิ่มเติมจากโครงผลึกบราวน์ทั้ง 14 ชนิดได้โดยการแทนกลุ่มอะตอมเข้าไปแทนที่ตำแหน่งของอะตอมในโครงผลึกบราวน์ ดังแสดงในรูปที่ 10.5 เป็นโครงสร้างผลึกสองแบบที่แยกย่อยออกมาจากโครงสร้างผลึกแบบ FCC



เพอร์



ซิงค์เบลนด์

รูปที่ 10.5 โครงสร้างผลึกแบบเพอร์และซิงค์เบลนด์

จากรูปโครงสร้างผลึกแบบเพชร (diamond structure) มีอะตอมคาร์บอน (C) สองตัวในแต่ละตำแหน่งบนโครงผลึกแบบ FCC หรืออาจกล่าวได้ว่าโครงสร้างผลึกแบบเพชรมีจำนวนอะตอมทั้งหมด $2 \times 4 = 8$ อะตอมภายในหนึ่งหน่วยเซลล์ ซึ่งธาตุที่สามารถมีโครงสร้างผลึกแบบเพชรได้อีกคือ ซิลิกอน (Si) เจอร์มาเนียม (Ge) หรือดีบุก (Sn) สำหรับในกรณีของโครงสร้างผลึกแบบซิงค์เบลนด์ (zincblend structure) มีอะตอมสองชนิดในแต่ละตำแหน่งบนโครงผลึกแบบ FCC ซึ่งผลึกของสารประกอบที่มีโครงสร้างแบบซิงค์เบลนด์ได้แก่ผลึกสารกึ่งตัวนำ เช่น GaAs, CdTe, ZnS, InSb, InP เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 10.1 ถ้าผลึกทองแดง (Cu) ซิลิกอน (Si) และแกลเลียมอาร์เซไนด์ (GaAs) มีค่าคงตัวของผลึกเป็น $a_{Cu} = 3.62 \text{ \AA}$ $a_{Si} = 5.43 \text{ \AA}$ และ $a_{GaAs} = 5.65 \text{ \AA}$ ตามลำดับ จงคำนวณว่ามีจำนวนอะตอมเท่าใดในผลึกแต่ละชนิดที่มีปริมาตร 1 cm^3

วิธีทำ ทองแดงมีโครงสร้างเป็นแบบ FCC หรือมีจำนวนอะตอม 4 อะตอมในปริมาตร $(a_{Cu})^3$

ดังนั้น
$$N_{Cu} = 4 \frac{(1 \times 10^{-2} \text{ m})^3}{(3.62 \times 10^{-10} \text{ m})^3} = 8.43 \times 10^{22} \text{ อะตอม/cm}^3$$

ซิลิกอนมีโครงสร้างเหมือนเพชร หรือมี 8 อะตอมในปริมาตร $(a_{Si})^3$

ดังนั้น
$$N_{Si} = 8 \frac{(1 \times 10^{-2} \text{ m})^3}{(5.43 \times 10^{-10} \text{ m})^3} = 5.00 \times 10^{22} \text{ อะตอม/cm}^3$$

แกลเลียมอาร์เซไนด์มีโครงสร้างแบบซิงค์เบลนด์หรือมีจำนวนแกลเลียม 4 อะตอม และอาร์เซนิก 4 อะตอมในปริมาตร $(a_{GaAs})^3$

ดังนั้น
$$N_{Ga} = 4 \frac{(1 \times 10^{-2} \text{ m})^3}{(5.65 \times 10^{-10} \text{ m})^3} = 2.22 \times 10^{22} \text{ อะตอม/cm}^3$$

และ
$$N_{As} = N_{Ga} = 2.22 \times 10^{22} \text{ อะตอม/cm}^3$$

ตัวอย่างที่ 10.2 ทองคำ (Au) มีเลขมวลเท่ากับ 197 และค่าคงตัวของผลึกคือ $a_{Au} = 4.08 \text{ \AA}$ จงคำนวณความหนาแน่นของทองคำ

วิธีทำ ทองคำมีโครงสร้างเป็นแบบ FCC หรือมีจำนวนอะตอม 4 อะตอมในปริมาตร $(a_{Au})^3$

ความหนาแน่น
$$\rho_{Au} = 4(197 \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}) / (4.08 \times 10^{-10} \text{ m})^3 = 1.93 \times 10^4 \text{ kgm}^{-3}$$

หรือทองคำปริมาตร 1 cm^3 จะหนักประมาณ $19.3/15 = 1.29$ บาท

ตัวอย่างที่ 10.3 ในแผ่นวงจรรวมที่ใช้เทคโนโลยี VLSI ทรานซิสเตอร์มีขนาดประมาณ $2 \times 2 \times 1 \mu\text{m}$ จงประมาณจำนวนอะตอมของซิลิกอนในทรานซิสเตอร์ดังกล่าว

วิธีทำ จำนวนอะตอมซิลิกอนในทรานซิสเตอร์ $N_{\text{Si}} = 8 \frac{(2 \times 2 \times 1)(10^{-6} \text{ m})^3}{(5.43 \times 10^{-10} \text{ m})^3} = 2.0 \times 10^{11}$ อะตอม

ตัวอย่างที่ 10.4 จงหาว่าผิวผลึกซิลิกอนจะมีจำนวนอะตอมเท่าใดในพื้นที่ 1 cm^2

วิธีทำ ใช้รูปที่ 10.5 จำนวนอะตอมซิลิกอนในพื้นที่ a_{Si}^2 คือ $N_{\text{Si}} = \left(4 \left(\frac{1}{4} \right) + 1 \right) = 2$

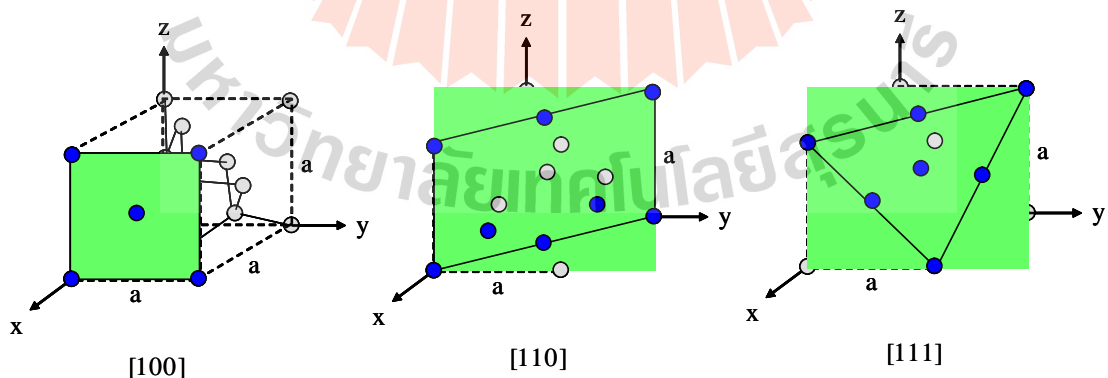
ความหนาแน่นพื้นที่ $\sigma_{\text{Si}} = \frac{N_{\text{Si}}}{a_{\text{Si}}^2} = 2(5.43 \times 10^{-10} \text{ m})^{-2} = 6.78 \times 10^{18} \text{ m}^{-2}$

จำนวนอะตอมใน 1 cm^2 $N = \sigma_{\text{Si}}(1 \times 10^{-2} \text{ m})^2 = 6.78 \times 10^{14}$ อะตอม

อย่างไรก็ตามจำนวนอะตอมต่อพื้นที่จะขึ้นกับทิศทางของแกนผลึกกับผิวหน้าด้วย

เราใช้ดัชนีมิลเลอร์ (Miller index) ในการกำหนดทิศทางของผลึก จากรูปที่ 10.6 สำหรับผลึกแบบลูกบาศก์ใช้สัญลักษณ์ $[hkl]$ เรียกทิศทางในผลึก และใช้ (hkl) แทนระนาบที่ตั้งฉากกับทิศทางดังกล่าว เช่น อาจเรียกทิศทางตามแนว \bar{a} คือ $[100]$ ทิศทางตามแนว b คือ $[010]$ และทิศทางตามแนว c คือ $[001]$ ทิศทางในแนว $\bar{a} + b + c$ อาจเรียกได้เป็น $[111]$

ในอุตสาหกรรมผลิตแผงวงจรรวมโดยมาตรฐานทั่วไปจะใช้แผ่นผลึกซิลิกอนในทิศทาง $[100]$ และ $[111]$ เป็นหลัก รูปที่ 10.6 แสดงบางระนาบในผลึกซิลิกอน



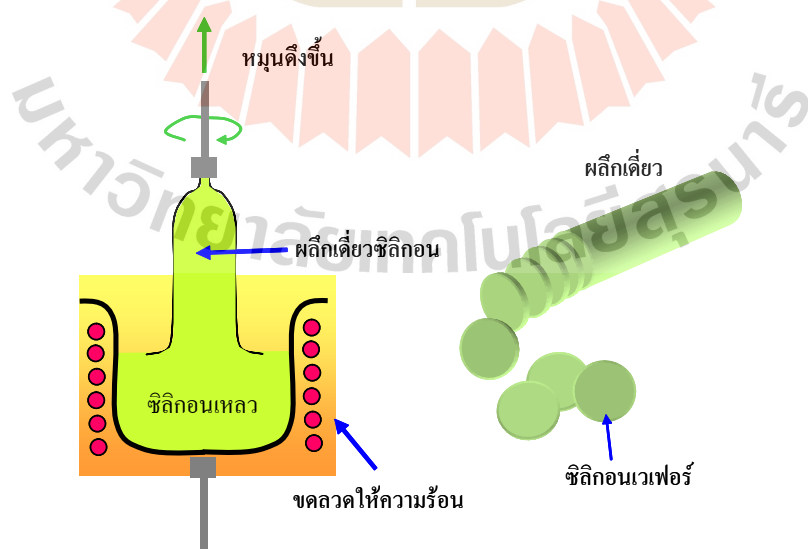
รูปที่ 10.6 ระนาบ $[100]$ $[110]$ และ $[111]$ ในผลึกของซิลิกอน จะเห็นว่าระนาบ $[111]$ มีความหนาแน่นอะตอมมากที่สุด

2. การปลูกผลึก

โดยทั่วไปผลึกที่สมบูรณ์ในธรรมชาติมักจะมีจำนวนไม่มากนัก ดังนั้นการที่จะนำผลึกไปใช้ในอุตสาหกรรมจึงต้องมีการปลูกผลึก (crystal growth) เพื่อให้ได้ผลึกที่มีความสมบูรณ์หรือเป็นผลึกเดี่ยว (single crystal) ที่พร้อมใช้งานได้ ซึ่งวิธีการปลูกผลึกของสารแต่ละชนิดจะมีกระบวนการที่แตกต่างกัน

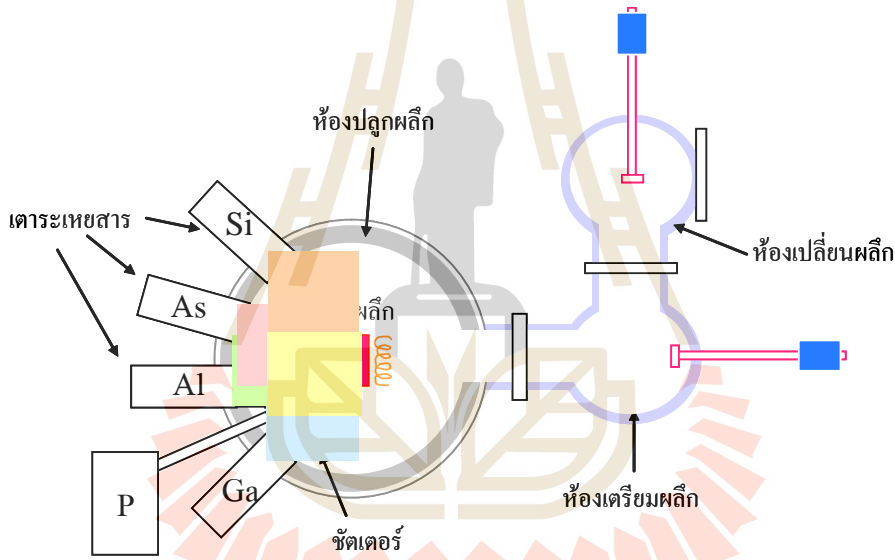
สำหรับกรณีของซิลิกอน จะต้องมีการเตรียมซิลิกอนบริสุทธิ์ก่อนที่จะสามารถปลูกผลึกได้ โดยเริ่มจาก (1) นำเอาซิลิกา (SiO_2) มาเผาพร้อมกับคาร์บอนในเตาเผา ซึ่งคาร์บอนจะช่วยดึงออกซิเจนออกจากซิลิกาได้ ซิลิกอนที่ยังไม่สะอาดนัก (2) ต่อจากนั้นจะทำปฏิกิริยากับสารประกอบคลอรีนได้ SiCl_4 หรือ SiHCl_3 ซึ่งมีสถานะเป็นของเหลวที่อุณหภูมิห้อง (3) สารประกอบในสถานะของเหลวจะถูกทำให้บริสุทธิ์โดยการกลั่นได้ SiCl_4 ที่มีความบริสุทธิ์สูง (4) โดยปฏิกิริยา $\text{SiCl}_4 + 2\text{H}_2 \rightarrow 4\text{HCl} + \text{Si}$ ทำให้ได้ผลิตภัณฑ์ซิลิกอนบริสุทธิ์อยู่ในรูปผลึกขนาดเล็กๆ จับกันเป็นก้อน

ในการปลูกผลึกเพื่อที่จะได้รับผลึกเดี่ยวซิลิกอนขนาดใหญ่นิยมใช้วิธี Czochralski method โดยการหลอมซิลิกอนบริสุทธิ์ให้ละลายในภาชนะบรรจุที่ทำด้วยควอตซ์ภายใต้บรรยากาศของแก๊สอาร์กอน ดังที่แสดงในรูปที่ 10.7 การเริ่มปลูกผลึกเดี่ยวทำได้โดยนำเมล็ดผลึก (seed crystal) ซึ่งเป็นผลึกขนาดเล็กที่ทราบทิศทางแกนที่แน่นอน เช่น [100] หรือ [111] มาติดที่ปลายแท่งโลหะ จากนั้นจุ่มเมล็ดผลึกลงไปทีซิลิกอนบริสุทธิ์ที่กำลังหลอมเหลวจนกระทั่งอยู่ในสมดุลความร้อน จากนั้นจึงค่อยๆ หมุนดึงแท่งโลหะขึ้นอย่างช้าๆ ซึ่งทำให้ซิลิกอนบริสุทธิ์สามารถตกผลึกต่อไปเรื่อยๆ เม็ดผลึกในทิศทางที่แน่นอนและเป็นระเบียบ ในที่สุดจะได้ผลึกเดี่ยวของซิลิกอนที่มีความสมบูรณ์และขนาดใหญ่พอ หลังจากนั้นผลึกเดี่ยวที่ได้จะถูกนำไปตัดและฝานเป็นแว่นและขัดผิวให้เรียบให้อยู่ในรูปแผ่นซิลิกอนเวเฟอร์ (silicon wafer) ซึ่งพร้อมที่จะใช้งาน



รูปที่ 10.7 การปลูกผลึกเดี่ยวของซิลิกอน

ในปัจจุบันอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์สมัยใหม่ที่ใช้โครงสร้างของบ่อศักย์ควอนตัม เช่น ทรานซิสเตอร์ความเร็วสูง (High Electron Mobility Transistor , HEMT) หรือเลเซอร์ไดโอดแบบใหม่ (VCSEL, Quantum Cascade Laser, ...) มีโครงสร้างที่ซับซ้อนบนผิวผลึกของสารกึ่งตัวนำหลายชนิดซึ่งจำเป็นต้องปลูกผลึกของสารกึ่งตัวนำหลายๆ ชนิดให้เป็นชั้นๆ เรียงกัน ซึ่งอาจทำได้โดยใช้วิธีการเคลือบผิวผลึก (epitaxy) ซึ่งทำในสุญญากาศระดับสูง ดังแสดงในรูปที่ 10.8 เป็นอุปกรณ์เคลือบผิวผลึกด้วยลำโมเลกุล (Molecular Beam Epitaxy , MBE) ซึ่งมีหลักการพื้นฐานคือการระเหยไอของธาตุต่างๆ ให้มาเกาะตัวกันเป็นชั้นผลึกของสารประกอบที่ต้องการบนผิวหน้าผลึกที่รักษาอุณหภูมิไว้อย่างเที่ยงตรงซึ่งปริมาณและส่วนผสมของธาตุชนิดต่างๆ สามารถควบคุมได้จากอัตราการระเหยและการเปิดปิดชัตเตอร์ที่หน้าเตาระเหยสารแต่ละชนิด โดยตามปกติจะควบคุมให้อัตราการเติบโตของผลึกอยู่ที่ประมาณ 1 ชั้นอะตอมต่อวินาที ทำให้นักวิทยาศาสตร์สามารถควบคุมความหนาของผลึกได้ละเอียดเที่ยงตรงได้ในระดับชั้นอะตอม



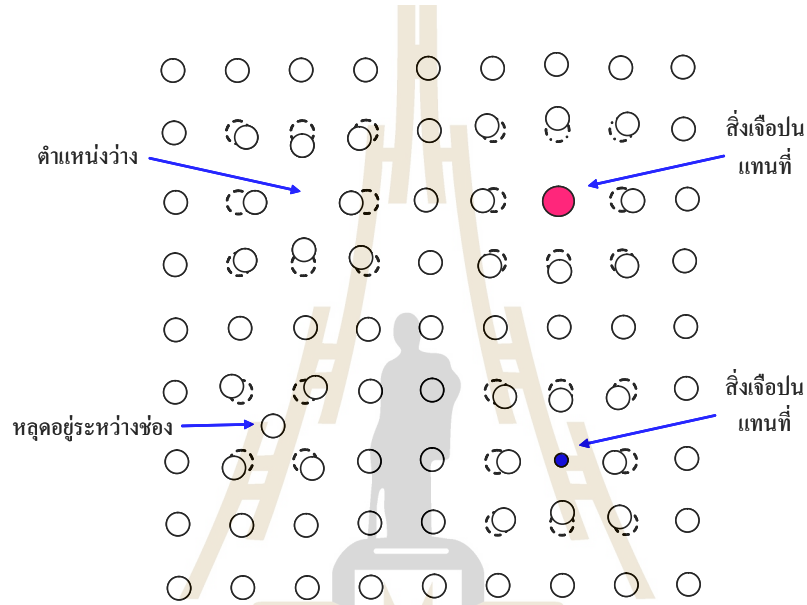
รูปที่ 10.8 อุปกรณ์การปลูกผลึกด้วยลำโมเลกุล

3. ความบกพร่องในผลึก

โดยปกติแล้วเราต้องการผลึกเดี่ยวที่มีความสมบูรณ์ที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ก่อนที่จะนำผลึกไปใช้งาน อย่างไรก็ตามในความเป็นจริงผลึกที่ปลูกได้มักจะมี ความบกพร่อง (defect) เกิดขึ้นอยู่เป็นประจำ ซึ่งอาจเกิดจากสาเหตุหลายประการ เช่น การควบคุมอุณหภูมิในการปลูกผลึกได้ไม่ดี สิ่งเจือปนในผลึกหรือแรงเค้นในเนื้อผลึก ซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้ปลูกผลึกพึงระมัดระวังเพื่อให้เกิดความบกพร่องในเนื้อผลึกให้น้อยที่สุด

โดยทั่วไปความบกพร่องในผลึกอาจแบ่งออกได้เป็นสี่ชนิดคือ ความบกพร่องแบบจุด (point defect) ความบกพร่องแบบเส้น (line defect) ความบกพร่องแบบแผ่น (planar defect) และความบกพร่องแบบปริมาตร (volume defect) ซึ่งความบกพร่องแบบต่างๆ เหล่านี้เมื่อเกิดขึ้นในผลึกจะส่งผลกระทบต่อการทำงานของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่สร้างขึ้นจากผลึกนั้น

ความบกพร่องแบบจุดเป็นความบกพร่องที่เกิดเฉพาะบริเวณ (localized) ซึ่งอาจอยู่ภายในเซลล์ผลึกหนึ่งหน่วย หรือตำแหน่งของอะตอมอันใดอันหนึ่ง ซึ่งอาจแยกออกได้หลายชนิดเช่น ตำแหน่งว่าง (vacancy) อะตอมแทรก (interstitial) หรือมีสิ่งเจือปนแทนที่ (substitutional) ดังแสดงในรูปที่ 10.9



รูปที่ 10.9 ความบกพร่องแบบจุดชนิดต่างๆ ในผลึกสองมิติ

ตำแหน่งว่างในผลึกจะเกิดในผลึกที่ปลูกโดยใช้อุณหภูมิสูง โดยจำนวนของตำแหน่งว่างในผลึกอาจประมาณได้ตามสมการ 10.3

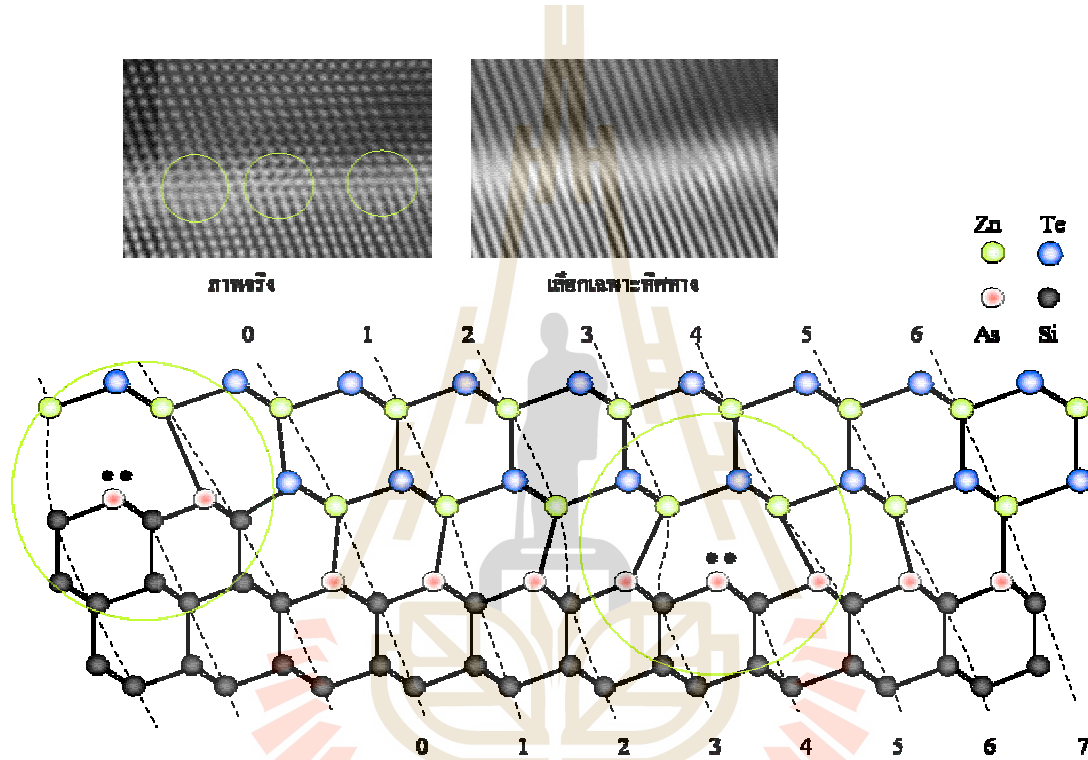
$$N_{vac} = N_{total} e^{-\frac{E_{vac}}{k_B T}} \quad (10.3)$$

เมื่อ N_{vac} เป็นจำนวนตำแหน่งว่าง N_{total} เป็นจำนวนอะตอมทั้งหมด E_{vac} เป็นพลังงานในการสร้างตำแหน่งว่าง และ T เป็นอุณหภูมิในขณะที่ปลูกผลึก

สำหรับในสารประกอบกึ่งตัวนำเช่น GaAs ความบกพร่องแบบจุดอีกแบบหนึ่งที่สำคัญคือการอยู่สลับที่ (anti-site) เช่น การที่อะตอม Ga บางอะตอมไปแทนที่ตำแหน่งของอะตอม As ทำให้สมบัติทางไฟฟ้าของผลึกเปลี่ยนไปได้

ในบางครั้งเราต้องการเปลี่ยนสมบัติทางไฟฟ้าของผลึก จึงอาจใช้สิ่งเจือปนแทนที่ในผลึกสมบัติการนำไฟฟ้าของผลึกอาจเปลี่ยนไปอย่างควบคุมได้ เราเรียกสิ่งเจือปนที่ผสมไปในเนื้อผลึกว่าสารเจือ (impurity)

ในกรณีของความบกพร่องแบบเส้น จะเกี่ยวข้องกับตำแหน่งของอะตอมหลายอะตอมต่อกันเป็นเส้น หรือมีชื่อเรียกว่า การเคลื่อนที่ (dislocation) ซึ่งแยกออกได้เป็นการเคลื่อนที่ในแนวขอบ (edge dislocation) และการเคลื่อนที่แบบสกรูว์ (screw dislocation) ซึ่งตัวอย่างของการเคลื่อนที่ในแนวขอบแสดงในรูปที่ 10.10



รูปที่ 10.10 การเคลื่อนที่แบบขอบในรอยต่อของผลึก ZnTe/Si ตำแหน่งของการเคลื่อนที่แสดงในวงกลม

การเคลื่อนที่ในแนวขอบเกิดขึ้นได้เมื่อมีการเคลื่อนที่ของแนวผลึกไปในทิศทางที่ทำให้ความเครียดในเนื้อผลึกลดลง ทำให้อะตอมในบางแถวไม่สามารถมีพันธะได้ครบเหมือนอะตอมปกติ ซึ่งการเคลื่อนที่ดังกล่าวนี้เป็นสาเหตุที่ทำให้โลหะมีความยืดหยุ่นสูงสามารถเปลี่ยนรูปร่างได้ง่าย แต่สำหรับกรณีของสารกึ่งตัวนำหากพันธะที่ขาดไปมีอิเล็กตรอนไม่ครบคู่อาจทำให้เกิดบริเวณดักอิเล็กตรอนตัวนำทำให้มีสมบัติการนำไฟฟ้าที่ไม่ดี ดังนั้นการปลูกผลึกจึงต้องพยายามลดผลจากการเคลื่อนที่ของผลึกให้กระทบผลึกในส่วนที่สมบูรณ์ให้น้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

สำหรับกรณีของกลุ่มผลึกก้อนเล็ก (polycrystal) ทิศทางการวางตัวของผลึกก้อนต่างๆ อาจไม่เป็นไปในแนวเดียวกัน เช่น ถ้าเคลือบซิลิกอนลงบนผิวแก้วจะไม่สามารถทำให้เกิดผลึกเดี่ยวที่มีขนาดใหญ่ได้ ซึ่งซิลิกอนจะจับตัวกันเป็นผลึกเดี่ยวเม็ดเล็กๆ ที่มีขนาดในช่วงไมโครเมตร ซึ่งวางตัวทิศทางต่างๆ กัน ผลึกเล็กๆ ดังกล่าวเรียกว่า ผลึกไมโคร (microcrystal) รอยต่อระหว่างผลึกดังกล่าวเรียกว่า รอยขอบเม็ด (grain boundary) ซึ่งแผ่ขยายออกไปเป็นความบกพร่องแบบแผ่นชนิดหนึ่งซึ่งมักจะมีพันธะเคมีที่ขาดบนรอยขอบเม็ดทำให้เกิดการนำไฟฟ้าระหว่างผลึกเล็กๆ ได้ไม่ดี และในบางครั้งเราอาจกล่าวได้ว่าผลึกเดี่ยวทุกก้อนมีความบกพร่องแบบแผ่นที่ผิวของผลึกนั่นเอง

ในกรณีของความบกพร่องแบบปริมาตรหรือบริเวณก้อนผลึกเล็กๆ ที่ผิดปกติฝังตัวอยู่ในผลึกเดี่ยว อาจเกิดจากสาเหตุหลายประการ เช่น การผสมตัวของส่วนประกอบไม่ได้สัดส่วน มีสิ่งเจือปนสูงในบางบริเวณ หรืออาจเกิดช่องว่าง (void) ในเนื้อผลึกซึ่งส่วนใหญ่เกิดจากกระบวนการปลูกผลึกบางขั้นตอนยังไม่ได้มาตรฐาน

ความบกพร่องแบบต่างๆ ที่เกิดในเนื้อผลึกดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น เป็นสิ่งสำคัญที่เป็นปัญหาพื้นฐานเบื้องต้นสำหรับอุตสาหกรรมอิเล็กทรอนิกส์ในปัจจุบัน โดยต้องพยายามลดจำนวนความบกพร่องของผลึกลงให้ได้มากที่สุดในการปลูกผลึกเดี่ยวให้ควบคุมได้ เนื่องจากขนาดของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่ลดลงหรือจำนวนอะตอมต่ออุปกรณ์ลดลงทำให้ได้รับผลกระทบมากขึ้นจากความบกพร่องของผลึก

ตัวอย่างที่ 10.5 ถ้ามีพลังงานในการสร้างตำแหน่งว่างในผลึกชนิดหนึ่งเป็น $E_{vac} = 2.0 \text{ eV}$ จงหาอัตราส่วนของจำนวนตำแหน่งว่างต่อจำนวนอะตอมทั้งหมดเมื่อปลูกผลึกในสมดุลความร้อนที่อุณหภูมิ 1,000 K และที่อุณหภูมิ 1,500 K

วิธีทำ ใช้สมการ 10.3 จะได้

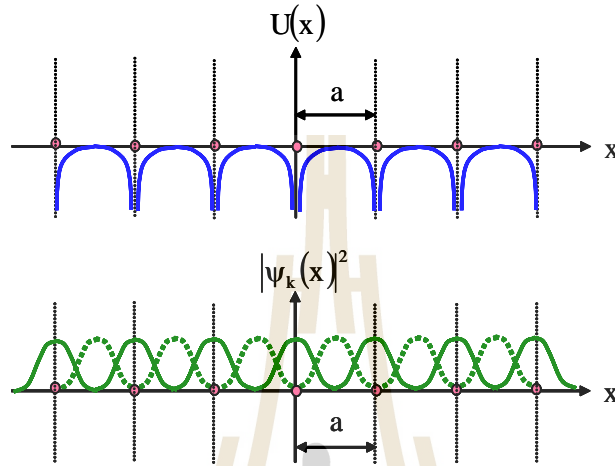
$$\text{ที่ } T = 1,000 \text{ K} \quad \frac{N_{vac}}{N_{total}} = e^{-\frac{E_{vac}}{k_B T}} = e^{-\frac{2.0 \text{ eV}}{(8.62 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1})(1,000 \text{ K})}} = 8.39 \times 10^{-11}$$

$$\text{ที่ } T = 1,500 \text{ K} \quad \frac{N_{vac}}{N_{total}} = e^{-\frac{2.0 \text{ eV}}{(8.62 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1})(1,500 \text{ K})}} = 1.92 \times 10^{-7}$$

โดยปกติผลึกสารกึ่งตัวนำที่ดีควรมีจำนวนจุดบกพร่องไม่เกินหนึ่งในพันล้านส่วน

4. โครงสร้างแถบพลังงาน

เนื่องจากอะตอมในผลึกมีการเรียงตัวซ้ำกันเป็นคาบ ดังนั้นอิเล็กตรอนในผลึกจะอยู่ภายใต้ศักย์ที่ซ้ำกันเป็นคาบๆ ด้วย หรือเราอาจแสดงพลังงานศักย์ไฟฟ้าภายในผลึกหนึ่งมิติได้ดังรูปที่ 10.11



รูปที่ 10.11 พลังงานศักย์ภายในผลึกหนึ่งมิติมีลักษณะซ้ำกันเป็นคาบ ซึ่งทำให้ $|\psi|^2$ มีลักษณะเป็นคาบด้วย

เราอาจกล่าวได้ว่าพลังงานศักย์จะมีค่าเท่าเดิมในแต่ละหน่วยผลึก

$$U(x) = U(x + a) \tag{10.4}$$

เมื่อ a คือค่าคงตัวของผลึก และสมการชเรอดิงเงอร์สำหรับกรณีนี้เขียนได้เป็น

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x) \right] \psi(x) = E\psi(x) \tag{10.5}$$

เนื่องจากพลังงานศักย์มีลักษณะเป็นคาบ ดังนั้น ฟังก์ชันการกระจายโอกาสในการพบอิเล็กตรอน $|\psi|^2$ ควรจะมีค่าเท่ากันในแต่ละหน่วยเซลล์ดังแสดงในรูปที่ 10.11

เฟลิกซ์ บล็อก (Felix Bloch) เสนอว่าฟังก์ชันคลื่นที่เป็นไปได้คือ

$$\psi_k(x) = u_k(x) e^{-ikx} \tag{10.6}$$

เมื่อ
$$k = \frac{2n\pi x}{L}; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{10.7}$$

และ L เป็นขนาดของผลึก

ฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในผลึกจะขึ้นกับผลคูณของคลื่นระนาบ e^{-ikx} กับฟังก์ชัน $u_k(x)$ ซึ่งมีคุณสมบัติการเป็นคาบเช่นเดียวกัน

$$u_k(x) = u_k(x + a) \quad (10.8)$$

ฟังก์ชันคลื่นในแต่ละหน่วยเซลล์จะมีความสัมพันธ์กันโดย

$$\psi_k(x + a) = u_k(x + a)e^{-ik(x+a)} = \psi_k(x)e^{-ika} \quad (10.9)$$

จากสมบัติดังกล่าวสามารถนำไปสู่ข้อสรุปคือ ระดับพลังงาน E ของอิเล็กตรอนขึ้นอยู่กับค่าของเลขคลื่น k ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าวเรียกว่า โครงสร้างแถบพลังงาน (energy band structure) ในหน่วยนี้เราจะพิจารณาการเกิดแถบพลังงานในผลึกโดยสังเขป

เมื่ออะตอมเกิดการรวมตัวกันเป็นผลึกขึ้นเราทราบว่าฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนวงนอกสามารถมีการซ้อนทับกันได้ ซึ่งอาจทำให้ระดับพลังงานมีการเปลี่ยนแปลงไปจากระดับพลังงานเดิมของอะตอมอิสระได้ เราอาจเลือกพิจารณาในบริเวณหนึ่งของผลึกซิลิกอนที่ประกอบด้วยอะตอม Si จำนวน N อะตอม ซึ่งแต่ละอะตอมมีโครงสร้างอิเล็กตรอนิกส์คือ $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$ ถ้าอะตอมต่างๆ อยู่ห่างกันมากจนกระทั่งฟังก์ชันคลื่นไม่ซ้อนทับกันจำนวนสถานะของระบบจะมีจำนวนเท่ากับจำนวนสถานะของอะตอมอิสระ หรือมีอิเล็กตรอนทั้งหมด $2N$ ตัวในสถานะ $3s$ และมีอิเล็กตรอน $2N$ ตัวในสถานะ $3p$ รวมอิเล็กตรอนวงนอกทั้งหมดเป็นจำนวน $4N$ ตัว (สถานะ $3s$ รวมกับ $3p$ อาจมีอิเล็กตรอนได้สูงสุดเป็นจำนวนถึง $2N + 6N = 8N$ ตัวในกรณีของอาร์กอนที่ชั้นพลังงานถูกบรรจุจนเต็ม)

เมื่อเราเลื่อนอะตอมเข้ามาใกล้กันจะทำให้ฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนวงนอก (valence electron) รอบอะตอมมีการซ้อนทับกันหรืออาจมีพันธะเคมีเกิดขึ้น และเนื่องจากหลักการกีดกันเพาลีห้ามไม่ให้อิเล็กตรอนสองตัวในบริเวณเดียวกันมีสถานะเหมือนกันหรือระดับพลังงานของอิเล็กตรอนไม่อาจซ้อนทับกันได้เหมือนเดิมทำให้ระดับพลังงาน $3s$ และ $2p$ ที่เดิมเป็นเส้นคมเกิดการแผ่ขยายออกเป็นแถบพลังงาน (energy band) ดังแสดงในรูปที่ 10.12

ที่ตำแหน่งสมดุลในผลึกซิลิกอน เราอาจพิจารณาได้ว่าแถบพลังงานมีการแยกออกจากกันเป็นสองแถบโดยช่องว่างระหว่างแถบพลังงานที่เรียกว่า ช่องว่างแถบพลังงาน (energy gap) หรือแถบต้องห้าม (forbidden band) ซึ่งอิเล็กตรอนไม่สามารถมีสถานะที่มีพลังงานอยู่ในแถบบังกล่าวได้

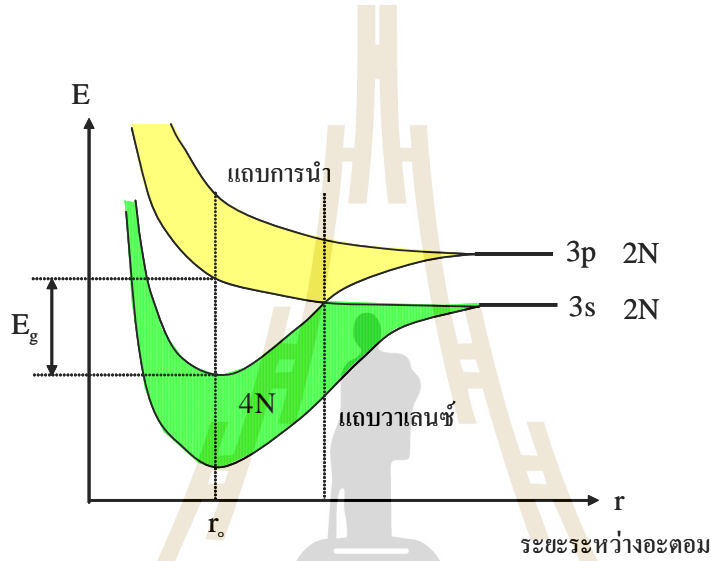
อิเล็กตรอนวงนอกสามารถมีพลังงานอยู่ได้ในช่วงแถบพลังงานสองแถบ โดยแถบบนเรียกว่า แถบการนำ (conduction band) ซึ่งมีที่สำหรับบรรจุอิเล็กตรอนได้ $4N$ ตัว พลังงานต่ำสุดที่เป็นไปได้ของอิเล็กตรอนในแถบการนำแทนด้วย E_c

แถบพลังงานแถบล่างเรียกว่า แถบเวเลนซ์ (valence band) ซึ่งสามารถบรรจุอิเล็กตรอนได้อีก 4 N ตัว เราใช้ E_v แทนพลังงานสูงสุดที่เป็นไปได้ของอิเล็กตรอนในแถบเวเลนซ์

ซึ่งที่อุณหภูมิ 0 K อิเล็กตรอนวงนอกในผลึกซิลิกอนจำนวน 4 N ตัวจะบรรจุอยู่ในแถบเวเลนซ์จนเต็มและไม่มีอิเล็กตรอนบรรจุอยู่ในแถบการนำ

โดยทั่วไปเราใช้ E_g แทนขนาดของช่องว่างแถบพลังงาน

$$E_g = E_c - E_v \quad (10.10)$$



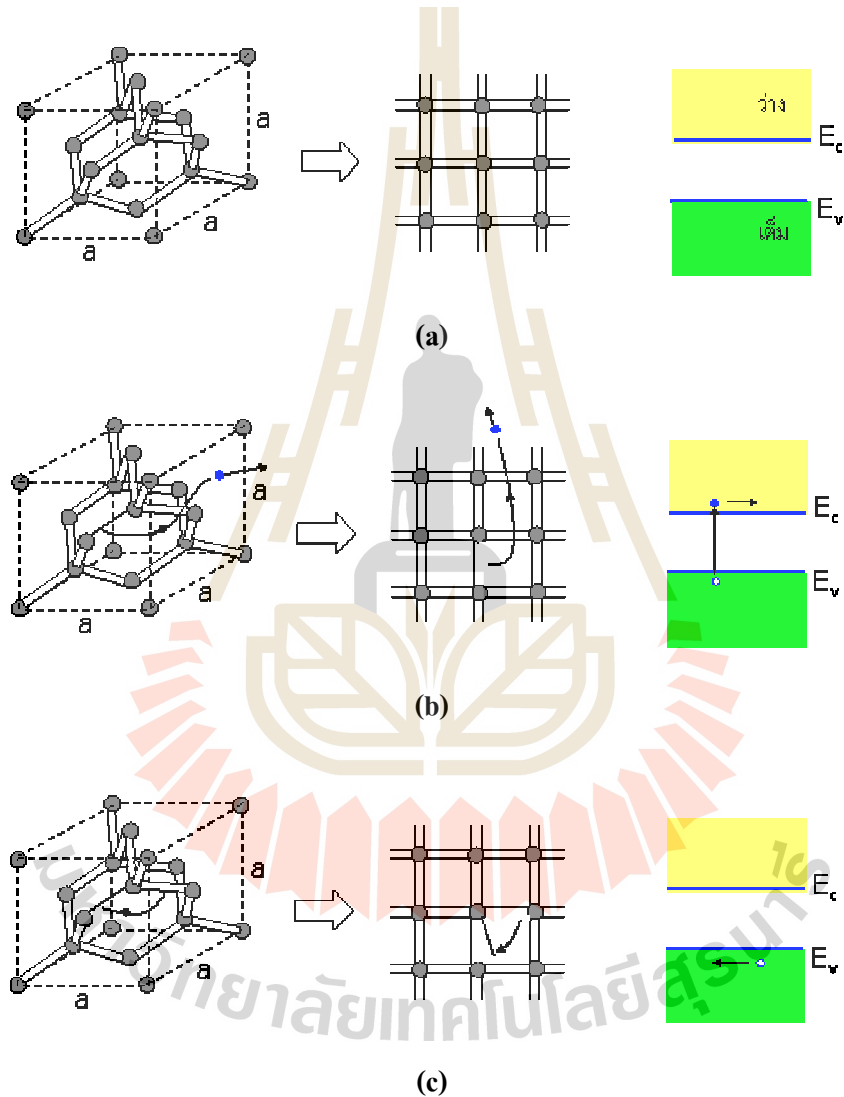
รูปที่ 10.12 เมื่ออะตอมในผลึกเคลื่อนเข้ามาชิดกับระดับพลังงานของอิเล็กตรอนวงนอกจะขยายออกเป็นแถบพลังงานและเกิดช่องว่างแถบพลังงานขึ้นได้

เนื่องจากการใช้อิเล็กตรอนวงนอกร่วมกันในการสร้างพันธะระหว่างอะตอมในผลึกซึ่งอยู่ติดกันไปอย่างต่อเนื่อง ดังนั้นเราจึงไม่อาจกำหนดค่าให้อิเล็กตรอนตัวใดๆ โคจรอยู่รอบเฉพาะอะตอมใดอะตอมหนึ่งได้ ดังนั้นเราจึงต้องมองภาพรวมของผลึกทั้งก้อนทำให้เราใช้แถบพลังงานเป็นตัวแทนในการอธิบายการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในผลึก ซึ่งเกี่ยวข้องกับสมบัติทางไฟฟ้าของผลึกนั่นเอง เพื่อให้ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้นเราอาจใช้แผนภูมิแถบพลังงานอย่างง่ายในรูปที่ 10.13 ประกอบคำอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างพันธะในผลึกและแบบจำลองการนำไฟฟ้าในผลึก

อะตอม Si มีอิเล็กตรอนวงนอก 4 ตัว จึงต้องการอิเล็กตรอนอีก 4 ตัวจากอะตอมอื่นในการบรรจุให้ชั้น M เต็มพอดี ดังนั้นอะตอม Si แต่ละตัวจึงมีการสร้างพันธะโควาเลนต์กับอะตอมข้างเคียงสี่อะตอม หรือแต่ละพันธะจะมีการใช้อิเล็กตรอน 2 ตัวร่วมกันระหว่างอะตอม Si สองอะตอม

เนื่องจากผลึกซิลิกอนมีโครงสร้างแบบเพชรซึ่งบางครั้งอาจไม่สะดวกในการสร้างภาพ ในรูปที่ 10.13 เราอาจมองการจัดเรียงตัวของอะตอมในผลึกซิลิกอนได้อย่างคร่าวๆ โดยเขียนโครงสร้างผลึกให้อยู่ในรูปแผนภูมิแบบสองมิติแทน จากรูปเราใช้วงกลมให้สมมติแทนตำแหน่งของอะตอมซิลิกอน เส้นสองเส้นที่ลากระหว่างตำแหน่งของอะตอมใช้แทนพันธะโคเวเลนต์ที่ประกอบด้วยอิเล็กตรอนสองตัว

จากรูปที่ 10.13 (a) เมื่อพันธะเคมีครบสมบูรณ์จะไม่มีอิเล็กตรอนอิสระเกิดขึ้น แถบการนำจะว่าง ไม่มีพาหะนำไฟฟ้า และแถบเวเลนซ์จะเต็มไปด้วยอิเล็กตรอน และไม่เกิดการนำไฟฟ้าเมื่อแถบพลังงานเต็ม



รูปที่ 10.13 แบบจำลองการนำไฟฟ้าในผลึกโดยอาศัยแผนภูมิแถบพลังงาน

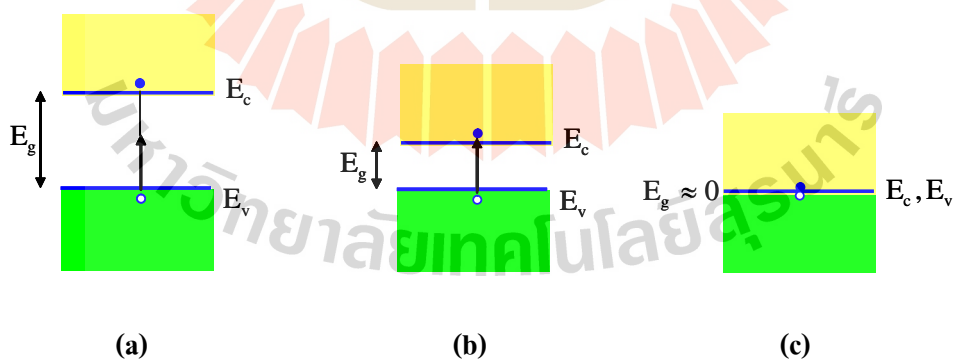
- (a) ไม่มีพาหะ
- (b) อิเล็กตรอนเป็นพาหะนำไฟฟ้า
- (c) โฮลเป็นพาหะนำไฟฟ้า

ในรูปที่ 10.13 (b) เมื่อมีการแยกพันธะ Si-Si บางเส้น โดยการใช้พลังงานเท่ากับ E_g ทำให้เกิดมีอิเล็กตรอนอิสระหลุดออกมาหรืออิเล็กตรอนได้รับพลังงาน E_g ในการกระตุ้นให้สามารถกระโดดข้ามช่องว่างแถบพลังงานจากแถบเวเลนซ์ไปยังแถบการนำได้ ในขณะเดียวกันได้ทิ้งที่ว่างไว้ที่ด้านบนของแถบเวเลนซ์เนื่องจากมีจำนวนสถานะว่างมากมายในแถบการนำทำให้อิเล็กตรอนสามารถเคลื่อนที่ได้โดยอิสระ สามารถนำไฟฟ้าได้ เราเรียกอิเล็กตรอนที่นำไฟฟ้าได้ในแถบการนำว่า พาหะลบ (negative carrier) เนื่องจากประจุ $-e$ ของอิเล็กตรอนนั่นเอง

ในรูปที่ 10.13 (c) พันธะ Si-Si ที่แตกออกสามารถซ่อมแซมได้ โดยการนำอิเล็กตรอนจากพันธะอื่นเข้ามาแทนหรือเปรียบเสมือนกับการเคลื่อนที่ของช่องว่างสวนทางกับอิเล็กตรอนที่เคลื่อนเข้ามาแทนที่ เราเรียกช่องว่างในแถบเวเลนซ์ว่าโฮล (hole) ซึ่งจะเคลื่อนที่สวนทางสลับตำแหน่งกับอิเล็กตรอนที่เข้ามาแทนที่ซึ่งเกิดการนำไฟฟ้าขึ้นได้ เนื่องจากการเคลื่อนที่ของโฮลเปรียบเสมือนการเคลื่อนที่ของประจุ $+e$ ภายในแถบเวเลนซ์ ดังนั้นเราจึงเรียกโฮลที่นำไฟฟ้าในแถบเวเลนซ์ว่า พาหะบวก (positive carrier)

การพิจารณาพฤติกรรมของพาหะทั้งสองชนิดคืออิเล็กตรอนและโฮลมีความสำคัญมากในการศึกษาการทำงานของอุปกรณ์สารกึ่งตัวนำแทบทุกชนิด

ช่องว่างแถบพลังงาน E_g ของผลึกชนิดต่างๆ อาจมีค่าแตกต่างกัน ซึ่งโดยทั่วไปอาจกล่าวได้ว่าเกี่ยวข้องกับพลังงานในการสลายพันธะระหว่างอะตอม เราอาจนำขนาดของ E_g มาพิจารณาแยกประเภทของวัสดุตามสมบัติการนำไฟฟ้าของผลึกชนิดต่างๆ ออกเป็นสามชนิดหลักคือ ฉนวน (insulator) ตัวนำ (conductor) และสารกึ่งตัวนำ (semiconductor) ซึ่งแผนภาพแถบพลังงานของวัสดุทั้งสามกลุ่มแสดงได้ดังรูปที่ 10.14



รูปที่ 10.14 แผนภาพแถบพลังงานสำหรับ (a) ฉนวน (b) สารกึ่งตัวนำ (c) ตัวนำ

ในกรณีฉนวน แถบช่องว่างพลังงานจะมีค่ากว้างมาก เช่น เพชร (C) มีค่า $E_g(C) \approx 5.5 \text{ eV}$ ซึ่งที่อุณหภูมิห้องการกระโดดของอิเล็กตรอนจากแถบเวเลนซ์ไปยังแถบนำไฟฟ้าเป็นไปได้ยาก ดังนั้นจึงมีพาหะนำไฟฟ้าน้อยจึงนำไฟฟ้าได้ไม่ดี ดังนั้นฉนวนที่ดีจึงมักทำจากวัสดุที่มีค่าแถบช่องว่างพลังงานมากๆ ซึ่งต้านทานแรงดันไฟฟ้าได้ดี

สำหรับสารกึ่งตัวนำ เช่น ซิลิกอน $E_g(\text{Si}) \approx 1.1 \text{ eV}$ หรือเจอร์มาเนียม $E_g(\text{Ge}) \approx 0.7 \text{ eV}$ ซึ่งมีค่าแถบช่องว่างพลังงานไม่กว้างมากนักทำให้ที่อุณหภูมิห้องอิเล็กตรอนบางส่วนสามารถดูดกลืนพลังงานความร้อนและกระโดดไปที่แถบการนำได้ ซึ่งเมื่อยิ่งเพิ่มอุณหภูมิมากขึ้นจำนวนพาหะในแถบการนำยิ่งมากขึ้นทำให้สารกึ่งตัวนำมีการนำไฟฟ้าได้ดีมากขึ้น

ในตัวนำหรือโลหะ เราอาจพิจารณาได้ว่าแถบช่องว่างพลังงานมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นจึงมีพาหะนำไฟฟ้าเป็นจำนวนมากทำให้มีสมบัติการนำไฟฟ้าได้ดี มีความต้านทานต่ำ แต่เมื่อเพิ่มอุณหภูมิมากขึ้นอาจนำไฟฟ้าได้ลดลงเนื่องจากสาเหตุอื่นคือมีโอกาสนในการชนของอิเล็กตรอนกับสิ่งกีดขวางบ่อยครั้งมากขึ้น

สำหรับธาตุในหมู่ที่ IV ในตารางธาตุ คาร์บอนในรูปของเพชรเป็นฉนวน ส่วนซิลิกอนและเจอร์มาเนียมเป็นสารกึ่งตัวนำ ในขณะที่ดีบุกเป็นโลหะ ซึ่งอาจบ่งชี้เป็นนัยว่าเมื่อความแข็งแรงของพันธะระหว่างอะตอมลดลง ช่องว่างพลังงานจะลดลงด้วย

สรุป

1. อะตอมในผลึกมีการเรียงตัวอย่างเป็นระเบียบเกิดเป็นโครงสร้างที่เป็นคาบ ซึ่งระบบผลึกอาจแบ่งออกได้เป็นระบบใหญ่เจ็ดระบบ

2. หน่วยเซลล์เป็นปริมาตรที่เล็กที่สุดในผลึกที่สามารถใช้เป็นตัวแทนของผลึกทั้งก้อนได้

BCC มีสองอะตอมต่อหนึ่งหน่วยเซลล์

FCC มีสี่อะตอมในหนึ่งหน่วยเซลล์

เพชร มีแปดอะตอมต่อหน่วยเซลล์

เราสามารถคำนวณความหนาแน่นของผลึกได้โดยใช้หน่วยเซลล์และค่าคงตัวของผลึก

3. เพื่อให้ได้ผลึกเดี่ยวที่สมบูรณ์จำเป็นที่จะต้องมีการปลูกผลึกที่ได้มาตรฐาน

4. ความบกพร่องในผลึกจะทำให้สมบัติของผลึกไม่ถูกต้องตามที่ควรจะเป็น ในกรณีของช่องว่างแบบจุดในเนื้อผลึกอาจหาได้โดยสมการ

$$N_{\text{vac}} = N_{\text{total}} e^{-\frac{E_{\text{vac}}}{k_B T}}$$

5. เมื่อฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนวงนอกมีการซ้อนทับกัน หลักการกีดกันเพาลีห้ามไม่ให้อิเล็กตรอนสองตัวในบริเวณเดียวกันมีสถานะเหมือนกัน ทำให้ระดับพลังงานที่เดิมเป็นเส้นคมเกิดการแผ่ขยายออกเป็นแถบพลังงาน

6. ช่องว่างระหว่างแถบพลังงานที่เรียกว่า ช่องว่างแถบพลังงานซึ่งกำหนดโดย

$$E_g = E_c - E_v$$

E_c เป็นระดับต่ำสุดของแถบการนำ

E_v เป็นระดับสูงสุดของแถบการนำ

7. อิเล็กตรอนเป็นพาหะลบนำไฟฟ้าในแถบการนำ โฮลเป็นพาหะบวกนำไฟฟ้าในแถบเวเลนซ์

8. เมื่อพิจารณาจาก E_g ประเภทของผลึกชนิดต่างๆ แบ่งออกเป็นสามชนิดหลักคือ ฉนวน ตัวนำ และสารกึ่งตัวนำ



ตอนที่ 10.2

โลหะและสารกึ่งตัวนำ

ในตอนนี้เราจะศึกษาเพิ่มเติมในเรื่องเกี่ยวกับการนำไฟฟ้าของวัสดุอิเล็กทรอนิกส์สองประเภทคือ โลหะและสารกึ่งตัวนำ และในตอนท้ายหน่วยเราจะศึกษาการทำงานของไดโอดแบบ p-n ซึ่งเป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์แบบพื้นฐาน

1. อิเล็กตรอนอิสระในโลหะ

สำหรับผลึกโลหะที่มีอิเล็กตรอนเป็นพาหะนำไฟฟ้า เราอาจกล่าวได้ว่าขนาดของช่องว่างพลังงานเป็นศูนย์หรือมีอิเล็กตรอนอิสระอยู่ในแถบการนำได้ง่าย โดยอิเล็กตรอนในแถบการนำสามารถเคลื่อนที่ได้ดีเนื่องจากมีจำนวนสถานะที่ว่างในแถบการนำมาก ซึ่งในหัวข้อนี้เราจะพิจารณาแบบจำลองอิเล็กตรอนอิสระ (free electron model) เพื่อที่จะทำความเข้าใจพฤติกรรมบางประการของอิเล็กตรอนในโลหะ

เพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณา การที่อิเล็กตรอนสามารถเคลื่อนที่ได้โดยอิสระภายในผลึกสามมิติ เราอาจอนุมานให้พลังงานศักย์เป็นศูนย์ภายในผลึกที่มีปริมาตร $V = L \times L \times L = L^3$ และมีค่าเป็นอนันต์ภายนอกผลึก ดังนั้นเมื่อพิจารณาด้วยทฤษฎีควอนตัม ปัญหาจึงลดรูปลงมากคล้ายกับอนุภาคในกล่องสามมิติ ซึ่งฟังก์ชันคลื่นที่เป็นไปได้คือ

$$\psi(x, y, z) = A \sin \frac{n_x \pi x}{L} \sin \frac{n_y \pi y}{L} \sin \frac{n_z \pi z}{L} \chi(m_s) \quad (10.11)$$

เมื่อ $n_x, n_y, n_z = 1, 2, 3, \dots$ เป็นเลขควอนตัมที่กำหนดสถานะ และ $m_s = \pm \frac{1}{2}$ เป็นเลขควอนตัมที่มาจากสปินของอิเล็กตรอน

ฟังก์ชันคลื่นตามสมการ 10.11 ให้ค่าพลังงานของอิเล็กตรอนเป็น

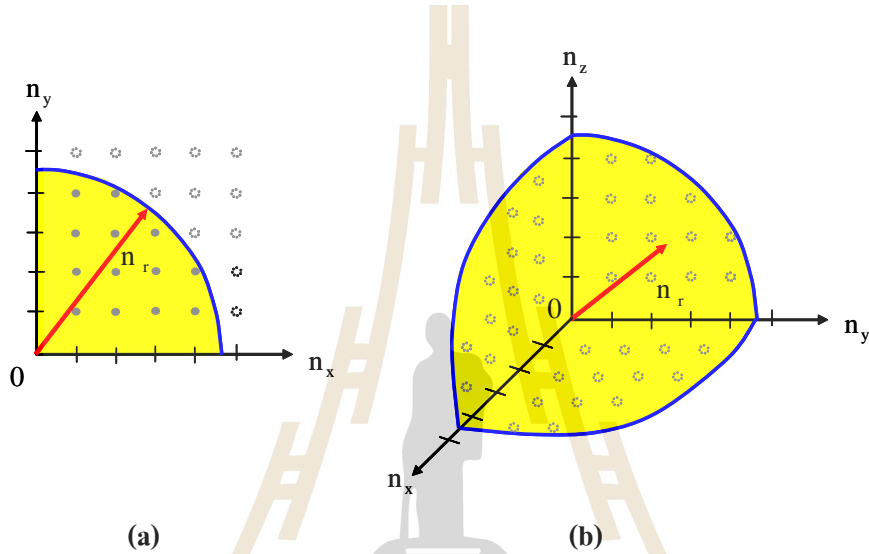
$$E = \frac{(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = \frac{n_r^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (10.12)$$

ซึ่งจะมีการซ้อนทับกันของพลังงานเช่นเดียวกับกรณีของอนุภาคในกล่องสามมิติ

กำหนดให้ $\eta(E)$ แทนจำนวนสถานะที่มีระดับพลังงานน้อยกว่า E เรานิยาม $g(E) = \frac{d\eta(E)}{dE}$ เป็น ความหนาแน่นของจำนวนสถานะ (density of states)

อิเล็กตรอนมีจำนวนสถานะสองสถานะต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรในปริภูมิ n ($m_s = \pm \frac{1}{2}$) หรือเมื่อพิจารณาเฉพาะ $n_x, n_y, n_z \geq 1$ จำนวนสถานะทั้งหมดที่มี $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 \leq n_r^2$ ตามรูปที่ 10.15 คือ

$$\eta(E) = \frac{1}{8}(2) \left(\frac{4}{3} \pi n_r^3 \right) = \frac{\pi n_r^3}{3} = \frac{(2m)^{3/2} L^3 E^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^3} \quad (10.13)$$



รูปที่ 10.15 ปริมาตรในปริภูมิ n ที่มีจำนวนสถานะ $\eta(E)$ (a) ในสองมิติ (b) ในสามมิติ

สมการ 10.11 ทำให้เราสามารถหาความหนาแน่นของจำนวนสถานะของอิเล็กตรอนอิสระในผลึกสามมิติได้เป็น

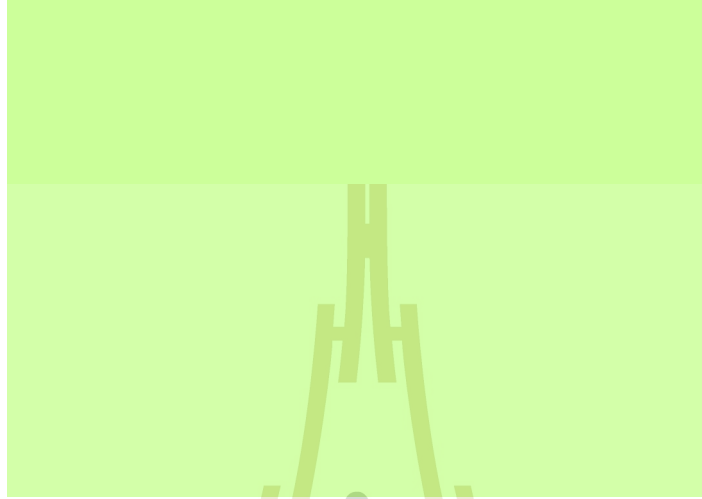
$$g(E) = \frac{d\eta(E)}{dE} = \frac{(2m)^{3/2} V}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E} \quad (10.14)$$

อย่างไรก็ตามการกระจายจำนวนสถานะของอิเล็กตรอนยังขึ้นกับค่าอุณหภูมิสัมบูรณ์ T ด้วย ซึ่งที่อุณหภูมิ $T = 0$ K อิเล็กตรอนจะเรียงตัวอยู่ในสถานะที่พลังงานต่ำสุดเท่าที่จะเป็นไปได้ตามกฎการกีดกันของเพาลี เมื่ออุณหภูมิเพิ่มมากขึ้นอิเล็กตรอนจะสามารถกระโดดขึ้นไปอยู่ในสถานะที่มีพลังงานสูงขึ้นได้

นักวิทยาศาสตร์พบว่าอิเล็กตรอนและอนุภาคเฟอร์มิออนจะประพฤติตนตามหลักสถิติการกระจายแบบเฟอร์มี - ดิแรก (Fermi - Dirac distribution) ซึ่งเป็นไปตามฟังก์ชัน

$$f(E, T) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1} \quad (10.15)$$

ค่าระดับพลังงาน E_F เรียกว่า ระดับเฟอร์มี (Fermi level) ซึ่งนิยามโดย $f(E_F, 0) = \frac{1}{2}$ และที่อุณหภูมิศูนย์องศาเคลวิน $f(E, 0) = 1$ เมื่อ $E < E_F$ และ $f(E, 0) = 0$ เมื่อ $E > E_F$ เมื่ออุณหภูมิเพิ่มมากขึ้น $f(E, T)$ มีการกระจายดังแสดงในรูปที่ 10.16



รูปที่ 10.16 ฟังก์ชันการกระจายแบบเฟอร์มี - ดิแรก ที่อุณหภูมิ T ค่าต่างๆ

โดยรวมจากสมการ 10.12 และ 10.13 จำนวนอิเล็กตรอนที่มีพลังงานอยู่ในช่วง dE คือ

$$dN(E, T) = g(E) f(E, T) dE = \frac{(2m)^{3/2} V \sqrt{E}}{2\pi^2 \hbar^3} \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1} dE \quad (10.16)$$

ฟังก์ชัน $\frac{dN}{dE} = g(E) f(E, T)$ ที่ $k_B T$ บางค่าแสดงในรูปที่ 10.17



รูปที่ 10.17 ฟังก์ชัน $\frac{dN}{dE}$ ที่ $k_B T$ ค่าต่างๆ เมื่อ $v_N = \frac{(2m)^{3/2} V}{2\pi^2 \hbar^3}$

เนื่องจากจำนวนอิเล็กตรอนอิสระทั้งหมดในผลึกคงตัวดังนั้น

$$N = \int_0^N d N(E, T) = \int_0^N d N(E, 0) = \int_0^\infty g(E) f(E, 0) dE \quad (10.17)$$

$$N = \int_0^{E_{F0}} \frac{(2m)^{3/2} \sqrt{E}}{2\pi^2 \hbar^3} dE = \frac{(2m)^{3/2} \sqrt{E_{F0}}}{3\pi^2 \hbar^3} \quad (10.18)$$

ดังนั้นเราจะได้ระดับเฟอร์มิที่อุณหภูมิ $T = 0 \text{ K}$ คือ

$$E_{F0} = \frac{3^{2/3} \pi^{4/3} \hbar^2}{2m} \left(\frac{N}{V} \right)^{2/3} \quad (10.19)$$

หรืออาจสรุปได้ว่าระดับเฟอร์มิเป็นฟังก์ชันของจำนวนอิเล็กตรอนอิสระต่อปริมาตรรวม หรือ $E_{F0} \propto (N/V)^{2/3}$ ซึ่งจะแตกต่างกันไปสำหรับผลึกชนิดต่างๆ ดังที่แสดงในตารางที่ 10.2

ตารางที่ 10.2 ระดับเฟอร์มิ E_{F0} และอุณหภูมิเฟอร์มิ $T_F = E_{F0}/k_B T$ ของโลหะบางชนิด

โลหะ	$N/V (10^{22} \text{ cm}^{-3})$	$E_{F0} (\text{eV})$	$T_F (10^4 \text{ K})$
Li	4.62	4.70	5.45
Na	2.53	3.14	3.64
Cs	0.86	1.53	1.78
Al	18.07	11.65	13.52
Cu	8.47	7.03	8.16
Ag	5.86	5.50	6.38
Au	5.90	5.52	6.41

โดยปกติแล้วจำนวนอิเล็กตรอนอิสระในโลหะจะเท่ากับจำนวนอะตอมในผลึกโลหะ ซึ่งสามารถคำนวณได้โดยตรงจากโครงสร้างผลึก จากตารางจะเห็นว่าอุณหภูมิเฟอร์มิ $T_F = E_{F0}/k_B T$ มีค่ามากเมื่อเทียบกับอุณหภูมิห้อง $T \approx 300 \text{ K}$ ดังนั้นฟังก์ชันการกระจาย $f(E, T)$ จะมีค่าไม่ต่างจาก $f(E, 0)$ มากนัก

นอกจากนี้แล้วเราสามารถแสดงได้ว่าหลักการกีดกันเพาลีทำให้พลังงานรวมของอิเล็กตรอนอิสระที่อุณหภูมิ $T = 0 \text{ K}$ ไม่เป็นศูนย์หรือ

$$E_{\text{tot}} = \int_0^{\infty} E_g(E) f(E, 0) dE = \int_0^{E_{F0}} E_g(E) dE = \int_0^{E_{F0}} E \frac{3N\sqrt{E}}{2E_{F0}} dE \quad (10.20)$$

$$E_{\text{tot}} = \frac{3}{5} E_F \quad (10.21)$$

ตัวนำไฟฟ้าที่ดีจะมีค่า E_F น้อย แต่เนื่องจากโลหะอัลคาไลด์เกิดปฏิกิริยาเคมีได้ง่ายจึงไม่ใช่ทำตัวนำไฟฟ้า ซึ่งตามปกติแล้วนิยมใช้ เงิน (Ag) ทอง (Au) หรือทองแดง (Cu) เป็นตัวนำไฟฟ้าในอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์

นอกจากนี้แล้วโลหะที่เป็นตัวนำไฟฟ้าที่ดีมักจะเป็นตัวนำความร้อนที่ดีด้วย ซึ่งอาจพิสูจน์ได้ว่า ความจุความร้อนจำเพาะต่อหนึ่งโมลในกรณีที่ปริมาตรคงตัวมีค่าประมาณ

$$C_V \approx \frac{\pi^2}{2} R \frac{T}{T_F} \quad (10.22)$$

2. อิเล็กตรอนและโฮลในสารกึ่งตัวนำ

เราทราบว่าพาหะที่นำไฟฟ้าภายในผลึกมีสองชนิดคือ อิเล็กตรอนในแถบการนำซึ่งมีประจุเท่ากับ $-e$ และโฮลในแถบเวเลนซ์ซึ่งเปรียบเสมือนว่ามีประจุเท่ากับ $+e$ ซึ่งเมื่อมีสนามไฟฟ้าจากภายนอก ทั้งอิเล็กตรอนและโฮลจะถูกแรงจากสนามไฟฟ้ากระทำเกิดการเปลี่ยนแปลงความเร็วเกิดขึ้นสำหรับอิเล็กตรอน

$$\vec{F}_e = -e\vec{E} = m_n^* \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (10.23)$$

เมื่อ m_n^* เรียกว่า มวลยังผลของอิเล็กตรอน (electron effective mass) ซึ่งมีค่าไม่เท่ากับ m_0 ซึ่งเป็นมวลนิ่งของอิเล็กตรอนเนื่องจากสิ่งแวดล้อมของอิเล็กตรอนภายในผลึกต่างจากในที่ว่าง

ในทำนองเดียวกันสำหรับโฮล

$$\vec{F}_h = e\vec{E} = m_p^* \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (10.24)$$

เราเรียก m_p^* ว่ามวลยังผลของโฮล (hole effective mass)

จากสมการ 10.23 และ 10.24 อาจกล่าวได้ว่าอิเล็กตรอนเคลื่อนที่ในทิศสวนกับสนามไฟฟ้าและโฮลเคลื่อนที่ในทิศทางตามสนามไฟฟ้า แต่อย่างไรก็ตามค่าของมวลยังผลอาจเปลี่ยนแปลงไปได้ตามเงื่อนไขต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวัด

ที่อุณหภูมิห้องในผลึกบริสุทธิ์จะเกิดพาหะขึ้นได้เมื่ออิเล็กตรอนในแถบเวเลนซ์ได้รับพลังงานและกระโดดข้ามไปยังแถบการนำซึ่งทำให้เกิดโฮลขึ้นในแถบเวเลนซ์ ดังนั้น จำนวนของอิเล็กตรอนอิสระ n_i จะเท่ากับจำนวนของโฮล p_i และเท่ากับจำนวนพาหะภายใน (intrinsic carrier) และเป็นไปตามสมการ

$$n_i = p_i = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_n^* m_p^*)^{3/4} e^{-E_g/2k_B T} \quad (10.25)$$

หรือ

$$n_i = (2.51 \times 10^{19}) \left(\frac{m_n^* m_p^*}{m_0 m_0} \right)^{3/4} \left(\frac{T}{300 \text{ K}} \right)^{3/2} e^{-E_g/2k_B T} \quad (10.26)$$

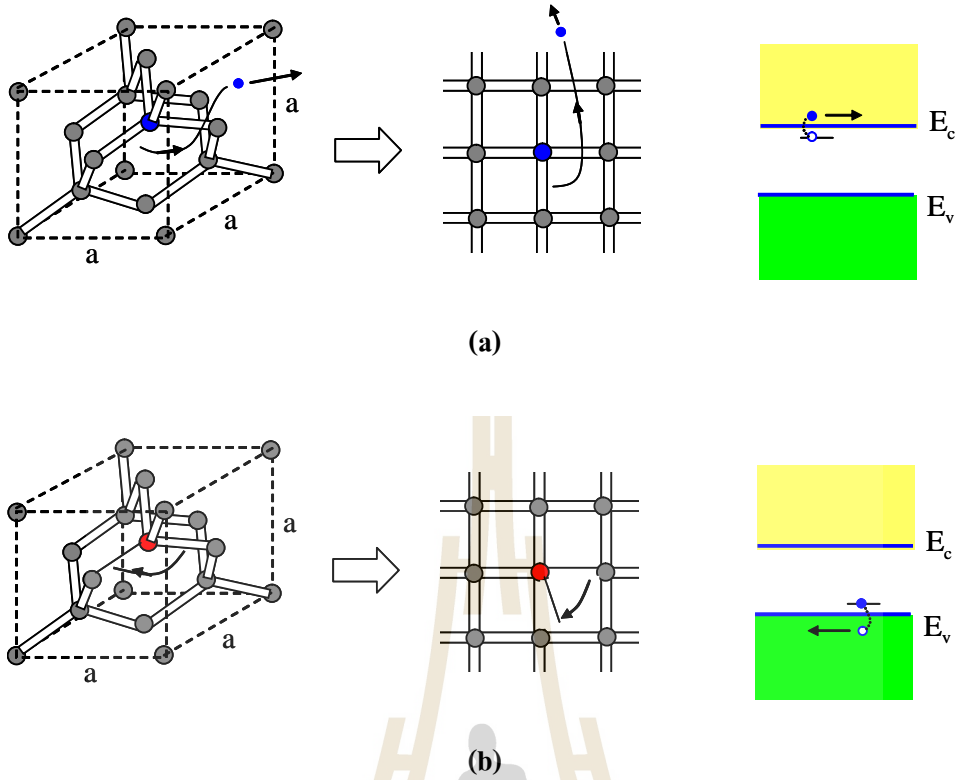
ซึ่งค่าช่องว่างแถบพลังงาน ค่ามวลยังผลของพาหะ และจำนวนพาหะภายในที่อุณหภูมิห้องในสารกึ่งตัวนำบางชนิดแสดงในตารางที่ 10.3

ตารางที่ 10.3 มวลยังผลของพาหะและจำนวนพาหะภายในสำหรับสารกึ่งตัวนำบางชนิด

ชนิด	E_g (eV)	m_n^*/m_0	m_p^*/m_0	n_i (cm ⁻³); T = 300 K
Si	1.12	1.18	0.81	1.5×10^{10}
Ge	0.66	0.55	0.36	2.4×10^{13}
GaAs	1.42	0.066	0.52	5×10^7

จากตารางที่ 10.3 จะเห็นว่าจำนวนพาหะภายในของผลึกสารกึ่งตัวนำบริสุทธิ์ที่อุณหภูมิห้องมีจำนวนน้อยมากเมื่อเทียบกับจำนวนอะตอม (Si มีจำนวนอะตอมประมาณ 5×10^{22} cm⁻³) ดังนั้นผลึกสารกึ่งตัวนำบริสุทธิ์จึงแทบไม่นำไฟฟ้า

เพื่อที่จะทำให้การนำไฟฟ้าดีขึ้น นักวิทยาศาสตร์พบว่าเมื่อมีการเติมสารเจือปน (doping) เช่น เติมฟอสฟอรัส (P) หรือโบรอน (B) เข้าไปในผลึกของซิลิกอนจะทำให้มีจำนวนพาหะนำไฟฟ้ามากขึ้นได้ ซึ่งพาหะนำไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นอาจเป็นอิเล็กตรอนหรือโฮลก็ได้ขึ้นอยู่กับชนิดของอะตอมที่เพิ่มเข้าไปในผลึกซึ่งเรียกว่า สารเจือ (dopant) โดยในรูปที่ 10.18 แสดงแผนภูมิการเข้าไปแทนตำแหน่งอะตอมของซิลิกอนโดยอะตอมของสารเจือที่เป็นธาตุในหมู่ที่ V และ III



รูปที่ 10.18 แผนภูมิแสดงสารเจือปนในผลึกซิลิกอน (a) หมู่ V (b) หมู่ที่ III

จากรูปที่ 10.18 (a) เมื่อนำอะตอมของธาตุในหมู่ V เช่น ฟอสฟอรัส (P) หรืออาร์เซนิก (As) ซึ่งมีอิเล็กตรอนวงนอกรวม 5 ตัว เต็มลงไปผลึกซิลิกอน ซึ่งอะตอมของธาตุดังกล่าวจะเข้าไปแทนที่อะตอมซิลิกอน และสร้างพันธะโคเวเลนต์กับอะตอมซิลิกอนสี่อะตอมทำให้อิเล็กตรอนครบชั้นพลังงาน แต่ยังมีอิเล็กตรอนอีกหนึ่งตัวที่ไม่ได้ใช้ในการสร้างพันธะ ซึ่งอิเล็กตรอนดังกล่าวเมื่อได้รับพลังงานเพิ่มอีกเพียงเล็กน้อยจะสามารถกลายเป็นอิเล็กตรอนตัวนำได้ง่าย นั่นคือจำนวนอิเล็กตรอนตัวนำสามารถเพิ่มขึ้นโดยแปรผันตามจำนวนอะตอมธาตุหมู่ V ซึ่งสารเจือที่ทำให้มีอิเล็กตรอนตัวนำเพิ่มมากขึ้นในผลึกเรียกว่าอะตอมผู้ให้ (donor)

ในทางกลับกันรูปที่ 10.18 (b) แสดงผลของการเติมอะตอมของธาตุในหมู่ที่ III เข้าไป ซึ่งเมื่อมีการสร้างพันธะโคเวเลนต์กับอะตอมซิลิกอนจะขาดอิเล็กตรอนอยู่อีกหนึ่งตัว ซึ่งเปรียบเสมือนมีที่ว่างสำหรับที่จะรับอิเล็กตรอนจากอะตอมอื่นได้ ซึ่งเมื่อมีอิเล็กตรอนจากอะตอมอื่นกระโดดเข้ามาสร้างพันธะให้ครบ จะทำให้ได้ผลคือเกิดโฮลขึ้นในแถบเวเลนซ์ ซึ่งจำนวนของโฮลที่เพิ่มขึ้นจะแปรผันตามจำนวนของอะตอมหมู่ III ที่เติมเข้าไปโดยใช้ชื่อเรียกอะตอมผู้รับ (acceptor) แทน สารเจือชนิดนี้ทำให้มีจำนวนโฮลมากขึ้น

เราอาจใช้แบบจำลองอะตอมไฮโดรเจนของโบร์มาช่วยพิจารณาพลังงานที่จะใช้ในการแยกอิเล็กตรอนจากธาตุหมู่ III ให้กลายเป็นอิเล็กตรอนตัวนำอิสระ โดยการประมาณค่าพลังงานยึดเหนี่ยวเป็น

$$E_B \approx -\frac{m_n^* e^4}{2(4\pi\kappa_{Si}\epsilon_0\hbar)^2} = \frac{m_n^*}{m_0} \frac{1}{\kappa_{Si}^2} (-13.6 \text{ eV}) \approx -0.12 \text{ eV} \quad (10.27)$$

เมื่อ $\kappa_{Si} = 11.8$ เป็นค่าไดอิเล็กทริกสัมพัทธ์สำหรับซิลิกอน

นั่นคือจะต้องใช้พลังงาน $E_d = |E_B|$ ซึ่งมีค่าไม่มากเมื่อเทียบกับ E_g ในการทำให้เกิดอิเล็กตรอนตัวนำในแถบการนำ และด้วยวิธีการที่คล้ายกันเราอาจประมาณพลังงานที่ใช้ในการสร้างโฮล E_a ได้เช่นเดียวกัน

E_d เรียกว่า พลังงานที่ทำให้อะตอมผู้ให้เกิดการไอออไนซ์ (donor ionization energy)

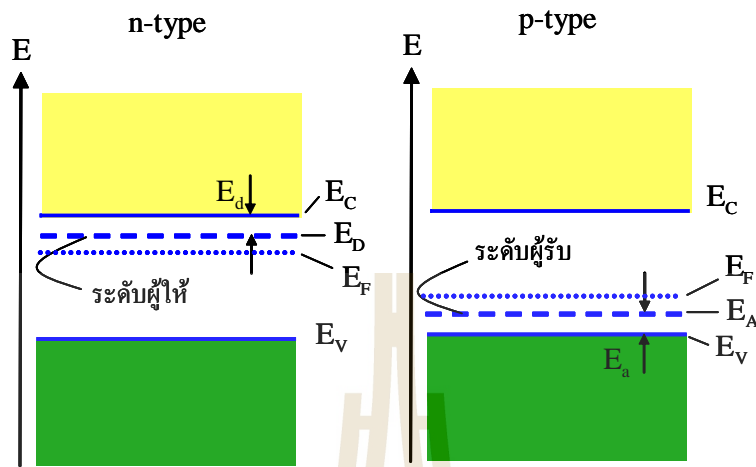
E_a เรียกว่า พลังงานที่ทำให้อะตอมผู้รับเกิดการไอออไนซ์ (acceptor ionization energy) ซึ่งค่าของ E_d และ E_a สำหรับอะตอมสารเจือบางชนิดในซิลิกอนแสดงได้ดังตารางที่ 10.4

ตารางที่ 10.4 พลังงานที่ทำให้เกิดการไอออไนซ์ของสารเจือบางชนิดในซิลิกอน

อะตอมผู้ให้	E_d (meV)	อะตอมผู้รับ	E_a (meV)
P	45	B	45
As	49	Al	57
Sb	39	Ga	65
		In	16

ดังนั้น เราอาจสรุปได้ว่าการเติมสารเจือลงไปในผลึกสารกึ่งตัวนำจะทำให้จำนวนอิเล็กตรอนตัวนำไม่เท่ากับจำนวนโฮล ซึ่งพาหะที่มีจำนวนมากกว่าเรียกว่าพาหะหลัก ซึ่งโดยทั่วไปเราอาจแบ่งชนิดของสารกึ่งตัวนำได้เป็นสองชนิดใหญ่ตามชนิดของพาหะนำไฟฟ้าหลัก สารกึ่งตัวนำที่มีอิเล็กตรอนเป็นพาหะนำไฟฟ้าหลักเรียกว่าสารกึ่งตัวนำชนิด n (n - type) และสารกึ่งตัวนำที่มีโฮลเป็นพาหะนำไฟฟ้าหลักเรียกว่าสารกึ่งตัวนำชนิด p (p - type) อย่างไรก็ตามจำนวนประจุไฟฟ้ารวมภายในผลึกยังคงเป็นศูนย์

เราอาจวาดแผนภูมิแถบพลังงานของสารกึ่งตัวนำชนิด n และชนิด p ได้ดังรูปที่ 10.19



รูปที่ 10.19 แผนภาพแถบพลังงานของสารกึ่งตัวนำแบบ n และ p

จากรูปเราเรียก $E_D = E_C - E_d$ ว่าเป็นระดับพลังงานผู้ให้ (donor level) และเรียก $E_A = E_V + E_a$ ว่าเป็นระดับพลังงานผู้รับ (acceptor level)

ในกรณีของสารกึ่งตัวนำชนิด n เราอาจประมาณจำนวนอิเล็กตรอนตัวนำได้เป็น

$$n \approx N_D \left(1 - \frac{1}{e^{(E_D - E_F)/k_B T} + 1} \right) \quad (10.28)$$

เมื่อ N_D เป็นจำนวนอะตอมผู้ให้

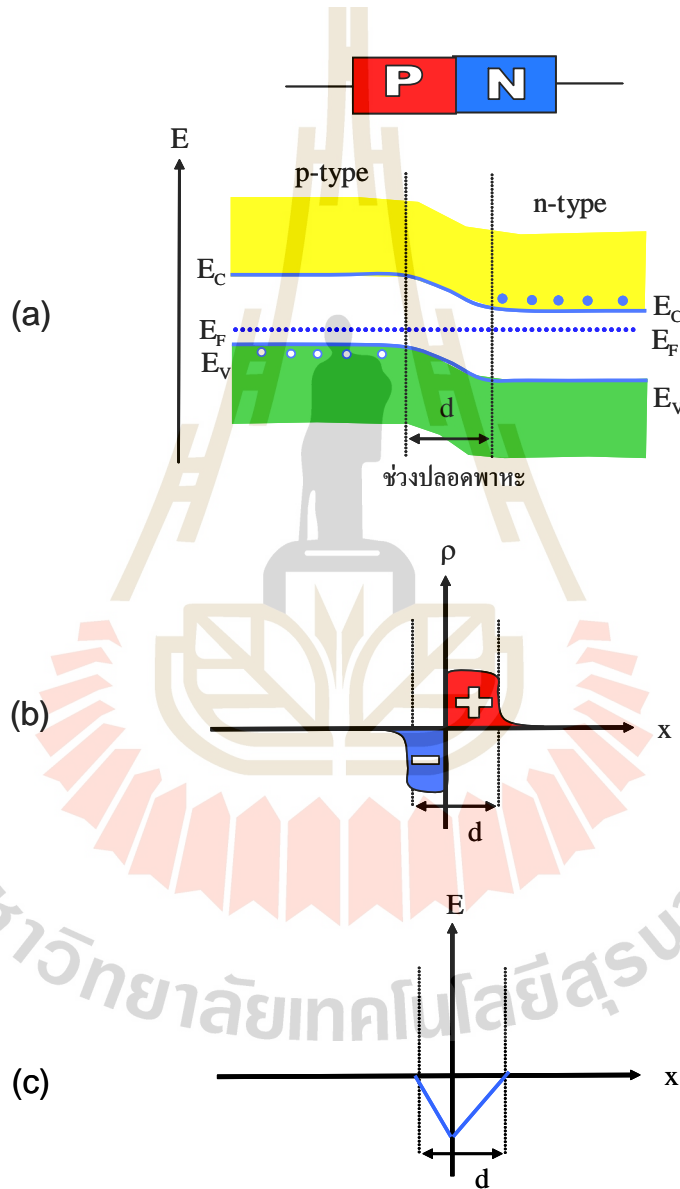
สำหรับสารกึ่งตัวนำชนิด p จำนวนโฮลอาจประมาณได้เป็น

$$p \approx N_A \left(1 - \frac{1}{e^{(E_F - E_A)/k_B T} + 1} \right) \quad (10.29)$$

เมื่อ N_A เป็นจำนวนอะตอมผู้รับ

3. รอยต่อ p - n และไดโอด

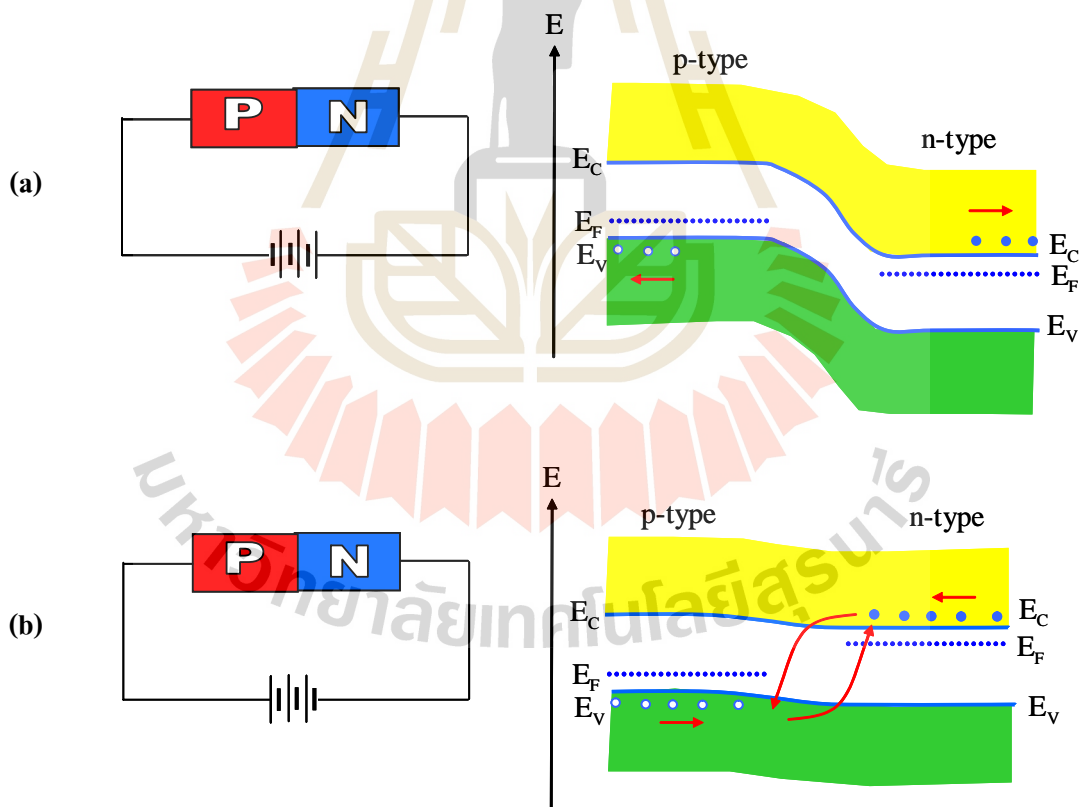
อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ขั้นพื้นฐานอย่างหนึ่งคือไดโอด (diode) ใช้ในการบังคับทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าในวงจร เราอาจสร้างขึ้นจากการสร้างสารกึ่งตัวนำชนิด p ให้ติดกับสารกึ่งตัวนำชนิด n เกิดเป็นรอยต่อ p - n (p - n junction) ซึ่งจะมีพาหะหลักไม่เหมือนกันในสารกึ่งตัวนำแต่ละข้างของรอยต่อ ซึ่งเราอาจใช้รูปที่ 10.20 ในการพิจารณารอยต่อ p - n ของไดโอด โดยในขณะที่ยังไม่มีการต่อวงจรไฟฟ้าภายนอก



รูปที่ 10.20 (a) การจัดวางแถบพลังงานในไดโอด p - n ในสมดุล
(b) ประจุรวมที่เกิดขึ้นรอบรอยต่อ
(c) สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากประจุรวมในบริเวณคร่อมรอยต่อ

ตามรูปที่ 10.20 (a) จะมีการเลื่อนระดับของแถบพลังงานสวนทางกันระหว่างด้าน p และด้าน n เพื่อให้จัดให้ระดับเฟอร์มีต่อกันเป็นเส้นตรงเมื่อเข้าสู่สมดุล โดยในตอนต้นพาหะหลักในแต่ละข้างของไดโอดจะมีการแพร่ผ่านรอยต่อ p - n และอาจมีการรวมตัวกลับของอิเล็กตรอนและโฮลที่บริเวณรอยต่อซึ่งจะทำให้พาหะหายไปบริเวณรอยต่อ รอยต่อ หรือเมื่อไม่มีพาหะในบริเวณดังกล่าว จะทำให้มีประจุรวมที่เป็นบวกเกิดขึ้นในบริเวณด้าน n ที่ติดกับรอยต่อ และประจุรวมที่เป็นลบในบริเวณด้าน p ที่ติดกับรอยต่อ ตามรูปที่ 10.20 (b) ซึ่งในสมดุลจะเกิดสนามไฟฟ้าข้ามรอยต่อ ตามรูปที่ 10.20 (c) ในขนาดที่เพียงพอที่จะหยุดยั้งการไหลของพาหะข้ามรอยต่อในภาพรวมซึ่งทำให้ระบบเข้าสู่สมดุลในที่สุดบริเวณที่ไม่มีพาหะนำไฟฟ้ารอบรอยต่อเรียกว่า บริเวณปลอดพาหะ (depletion zone)

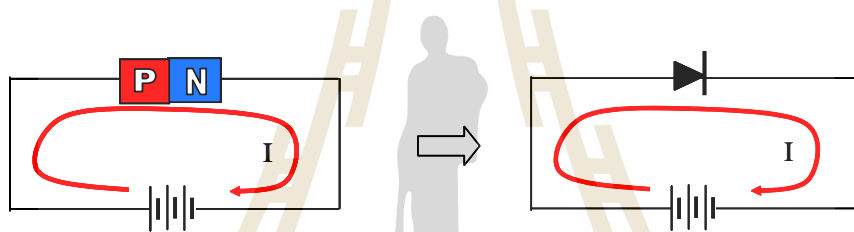
เมื่อต่อไดโอดแบบไบแอสย้อนกลับ (reverse biased) ซึ่งทำให้ทั้งโฮลและอิเล็กตรอนเคลื่อนที่ออกจากรอยต่อ ตามรูปที่ 10.21 (a) ยิ่งทำให้เกิดการเลื่อนของแถบพลังงานมากขึ้นไปอีก ทำให้กระแสไหลผ่านได้ยากยิ่งขึ้นเนื่องจากอิเล็กตรอนตัวนำต้องใช้พลังงานมากขึ้นในการเลื่อนข้ามไปที่ด้าน p ในทำนองเดียวกันกับโฮลที่ต้องการพลังงานมากขึ้นในการข้ามไปที่ด้าน n และทำให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านไดโอดได้น้อยมาก



รูปที่ 10.21 การวางตัวของแถบพลังงานในกรณี (a) ไบแอสย้อนกลับ (b) ไบแอสไปข้างหน้า

ในกรณีของไบแอสไปข้างหน้า (forward biased) ตามรูปที่ 10.21 (b) ในกรณีนี้โฮลในสารชนิด p และอิเล็กตรอนในสารชนิด n ต่างก็ไหลเข้าหารอยต่อ แถบพลังงานด้าน n ได้ถูกเลื่อนขึ้นในขณะที่ แถบพลังงานด้าน p ได้ถูกเลื่อนลง อิเล็กตรอนตัวนำจากด้าน n และโฮลจากด้าน p สามารถข้ามรอยต่อเพื่อทำการรวมตัวกลับ (recombine) โดยมีการคายพลังงานออกมาเป็นจำนวนเท่ากับ E_g ในกรณีของไดโอดเปล่งแสง (LED: Light Emitting Diode) พลังงานที่คายออกมาอยู่ในรูปของโฟตอนซึ่งทำให้เห็นเป็นแสงสว่าง โดยทั่วไปเราต้องใช้ความต่างศักย์ไฟฟ้า $\Delta V \approx \frac{E_g}{e}$ ในการเลื่อนให้แถบพลังงานทั้งสองข้างของรอยต่อเรียงตัวอยู่ในแนวเดียวกัน ซึ่งจะช่วยให้พาหะแพร่ผ่านรอยต่อได้โดยง่าย ซึ่งในการไบแอสไปข้างหน้ากระแสไฟฟ้าสามารถไหลได้อย่างต่อเนื่องโดยที่อิเล็กตรอนถูกเติมเข้ามาทางด้านที่มีศักย์ไฟฟ้าต่ำ และโฮลจะถูกเติมเข้ามาทางศักย์ไฟฟ้าสูงอยู่ตลอดเวลา

เนื่องจากกระแสไฟฟ้าไหลผ่านไดโอดได้ดั่งในทิศทางเดียว จึงใช้สัญลักษณ์คล้ายลูกศรกำหนดทิศทางการไหลของกระแสตามที่แสดงในรูปที่ 10.22 แทนไดโอดในวงจรอิเล็กทรอนิกส์

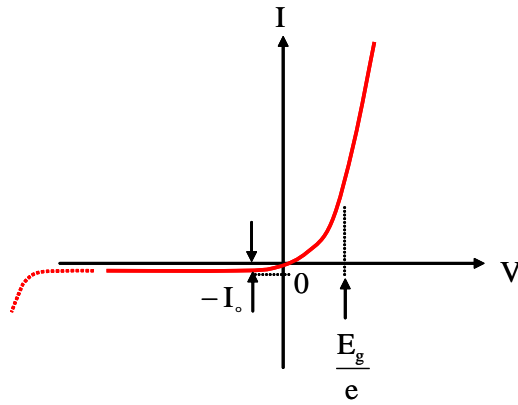


รูปที่ 10.22 สัญลักษณ์ที่ใช้แทนไดโอด

ความสัมพันธ์ระหว่างกระแส I ที่ไหลผ่านไดโอด และความต่างศักย์ที่ป้อนคร่อมไดโอด V เรียกว่าลักษณะ $I-V$ ($I-V$ characteristic) ซึ่งเป็นไปตามสมการ

$$I = I_0 \left(e^{\frac{eV}{k_B T}} - 1 \right) \tag{10.30}$$

เมื่อ I_0 เป็นกระแสอิ่มตัว (saturation current) เมื่อมีการไบแอสย้อนกลับซึ่งเส้นกราฟ $I-V$ ของไดโอดโดยทั่วไปสามารถแสดงในรูปที่ 10.23



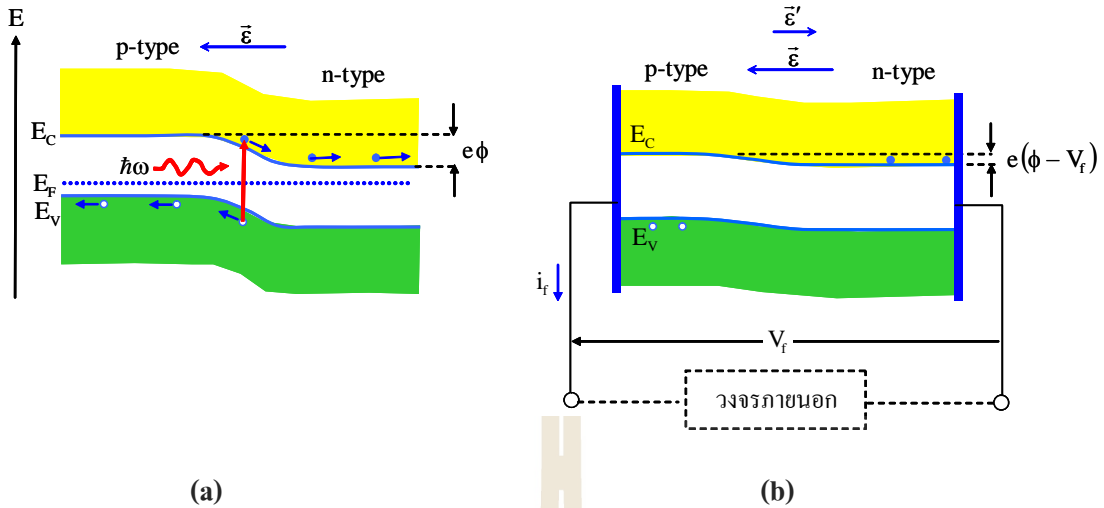
รูปที่ 10.23 I - V characteristic ของไดโอดโดยทั่วไป

4. เซลล์แสงอาทิตย์

เซลล์แสงอาทิตย์ (solar cell) อาจเปรียบเป็นอุปกรณ์รอยต่อ p - n ที่มีพื้นที่กว้าง ซึ่งสามารถเปลี่ยนพลังงานจากแสงที่ตกกระทบให้เป็นพลังงานไฟฟ้าได้

ในปี ค.ศ. 1939 รัสเซลล์ โอห์ล (Russel Ohl) นักวิจัยที่ห้องปฏิบัติการวิจัยเบลล์ของบริษัท AT&T ได้ประดิษฐ์รอยต่อ p - n จากซิลิกอนและพบว่าเมื่อฉายแสงลงบนรอยต่อ จะมีพาหะอิสระเพิ่มมากขึ้น และทำให้การนำไฟฟ้าผ่านรอยต่อได้ดีขึ้น ซึ่งนับเป็นต้นกำเนิดของการประดิษฐ์เซลล์แสงอาทิตย์ ซึ่งในที่นี้เราจะพิจารณาการทำงานโดยย่อ

พิจารณารอยต่อ p - n ในสมดุล เมื่อไม่มีแหล่งจ่ายไฟฟ้าภายนอกต่อคร่อมระดับพลังงาน E_c และ E_v ด้านบนแถบพลังงานด้าน p จะอยู่สูงกว่าด้าน n อยู่เท่ากับ $e\phi$ โดยมีสนามไฟฟ้า \vec{E} ครอบคลุมตลอดพาหะ เมื่อจัดให้แสงความถี่ f ตกกระทบบนรอยต่อในแถบเวเลนซ์จะสามารถรับพลังงานจากโฟตอน ซึ่งถ้า $h\omega \geq E_g$ จะสามารถข้ามไปเป็นอิเล็กตรอนอิสระในแถบการนำและในขณะเดียวกันทำให้เกิดโฮลในแถบเวเลนซ์ ซึ่งเรียกว่าการเกิดคู่อิเล็กตรอน - โฮล (electron - hole pair) พาหะที่เกิดขึ้นจะถูกแยกออกจากกันโดยสนามไฟฟ้า \vec{E} โดยอิเล็กตรอนจะถูกดึงไปทางด้าน n ในขณะที่โฮลจะถูกดึงไปทางด้าน p ซึ่งแผนภูมิแถบพลังงานในกรณีดังกล่าวแสดงได้ดังรูปที่ 10.24 (a) คู่อิเล็กตรอน - โฮลที่เกิดขึ้นเมื่อแยกออกจากกันจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้า \vec{E}' ซึ่งสวนทางกับ ทำให้มีสนามไฟฟ้า $\vec{E} - \vec{E}'$ ครอบรอยต่อ p - n หรือทำให้ระดับพลังงานที่แตกต่างระหว่างด้าน p และ n ลดลงจาก $e\phi$ เหลือ $e(\phi - V_f)$ ซึ่งคล้ายกับกรณีที่มีการไบแอสไปข้างหน้าคร่อมรอยต่อ p - n ด้วยความต่างศักย์ V_f



รูปที่ 10.24 (a) แผนภูมิแถบพลังงานของรอยต่อ p - n เมื่อมีแสงตกกระทบอาจมีการเกิดของคู่อิเล็กตรอน - โฮล
 (b) พาหะที่เกิดขึ้นทำให้เกิดสนามไฟฟ้า \mathcal{E}' ซึ่งทำให้มีศักย์ไฟฟ้า V_f คร่อมอุปกรณ์ซึ่งสามารถนำไปใช้โดยวงจรภายนอกได้

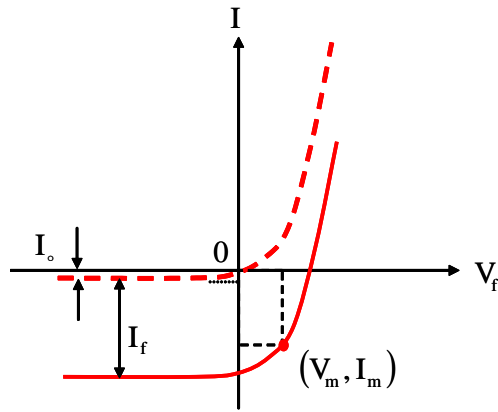
การที่เกิดความต่างศักย์คร่อมอุปกรณ์รอยต่อ p - n เมื่อมีแสงส่องกระทบเรียกว่าปรากฏการณ์โฟโตโวลตาอิก (photovoltaic effect) โดยค่าศักย์ไฟฟ้าสูงสุดที่เป็นไปได้คือ $V_f = \phi \leq E_g/e$ กระแสไฟฟ้า I_f ที่เกิดจากคู่อิเล็กตรอน-โฮลไหลผ่านรอยต่อ p - n เมื่อมีแสงตกกระทบมีค่าเป็น

$$I_f = 2\eta_Q eN_\gamma \tag{10.31}$$

เมื่อ η_Q คือประสิทธิภาพควอนตัม (quantum efficiency) ซึ่งหมายถึงอัตราส่วนการเกิดคู่อิเล็กตรอน - โฮล ต่อจำนวนโฟตอนหนึ่งตัวที่ตกกระทบรอยต่อ และ N_γ คือจำนวนโฟตอนที่ตกกระทบต่อหนึ่งหน่วยเวลา ซึ่งทำให้กระแสรวมเป็น

$$I = I_0 \left(e^{\frac{eV_f}{k_B T}} - 1 \right) - 2\eta_Q eN_\gamma \tag{10.32}$$

จะเห็นว่ากระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นแปรผันตาม P หรือเป็นสัดส่วนกับความเข้มแสงที่ตกกระทบ ซึ่งเส้นโค้ง I - V ของเซลล์แสงอาทิตย์อาจแสดงได้ดังรูปที่ 10.25



รูปที่ 10.25 ลักษณะเส้นโค้ง I-V ของเซลล์แสงอาทิตย์เมื่อมีแสงตกคร่อม

เมื่อมีแสงตกกระทบบนรอยต่อ p-n ของเซลล์แสงอาทิตย์ เส้นโค้ง I-V จะเลื่อนลงด้านล่างเป็นระยะ I_f ซึ่งหมายความว่ามีการเสียดสีไหลผ่านตัวเซลล์โดยไม่ต้องมีแหล่งจ่ายไฟฟ้าภายนอก หรือเซลล์แสงอาทิตย์จะทำหน้าที่เป็นแหล่งกำเนิดไฟฟ้าให้วงจรภายนอก ในกรณีที่ $V_f < 0$ และ $I_f < 0$ จุด (V_m, I_m) เป็นจุดที่เซลล์สามารถจ่ายกำลังได้สูงสุด ซึ่งประสิทธิภาพของเซลล์แสงอาทิตย์อาจนิยามได้เป็น

$$\eta = \frac{I_m V_m}{P_{in}} \tag{10.33}$$

เมื่อ P_{in} คือกำลังของแสงที่ตกกระทบบนเซลล์แสงอาทิตย์ โดยทั่วไปประสิทธิภาพของเซลล์แสงอาทิตย์จะขึ้นกับอัตราส่วนการดูดกลืนโฟตอนโดยวัสดุสารกึ่งตัวนำ และประสิทธิภาพควอนตัม ซึ่งตามปกติสารกึ่งตัวนำที่มีขนาดช่องว่างแถบพลังงานเป็น E_g จะสามารถดูดกลืนโฟตอนได้ดีโดยประมาณในช่วงความยาวคลื่นน้อยกว่า λ_g เล็กน้อย

$$\lambda_g = \frac{hc}{E_g} \approx \frac{1.24 [\mu\text{m} \cdot \text{eV}]}{E_g [\text{eV}]} \tag{10.34}$$

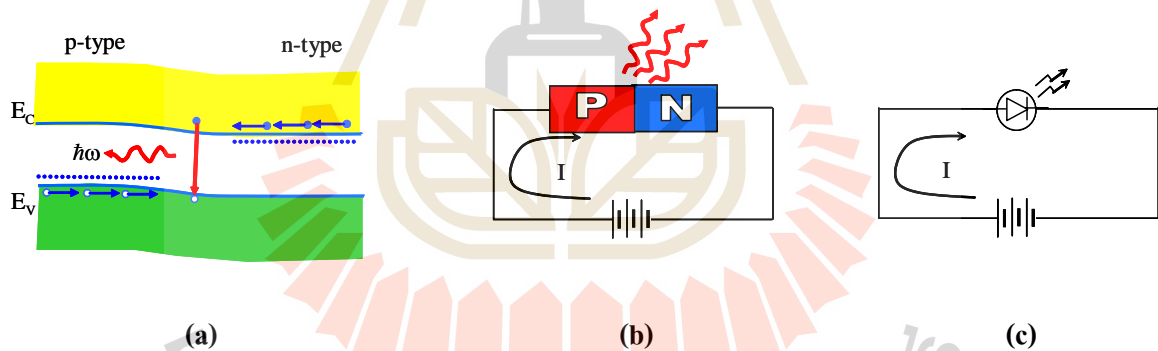
ตามทฤษฎีแล้วเซลล์แสงอาทิตย์ที่ประดิษฐ์โดยใช้ผลึกซิลิกอนจะมีประสิทธิภาพสูงสุดได้ประมาณ 25% ในขณะที่เซลล์ที่ใช้ผลึก GaAs หรือ CdTe จะมีประสิทธิภาพได้สูงถึง 30-35% ซึ่งเซลล์ที่มีประสิทธิภาพสูงมักถูกใช้เป็นแหล่งกำเนิดไฟฟ้าในดาวเทียมสื่อสาร ในขณะที่การใช้ประโยชน์เซลล์แสงอาทิตย์บนพื้นโลกอาจต้องพิจารณาในเรื่องประสิทธิภาพต่อราคาด้วย ซึ่งในปัจจุบันนิยมใช้เซลล์แสงอาทิตย์ที่ทำจากซิลิกอนอสัณฐาน (amorphous silicon) ที่มีประสิทธิภาพประมาณ 10-15% ซึ่งผลิตได้ง่าย มีราคาถูก และสามารถผลิตกระแสไฟฟ้าในท้องที่ทุรกันดารได้อย่างคุ้มทุน

สำหรับอุปกรณ์ตรวจวัดแสง (photodetector) มีหลักการทำงานที่คล้ายคลึงกับเซลล์แสงอาทิตย์ โดยที่ความไวแสงในช่วงคลื่นต่างๆ กำหนดโดย (10.33) และ (10.34) ทำให้มีความจำเป็นที่จะต้องใช้วัสดุสารกึ่งตัวนำที่มีขนาดช่องว่างแถบพลังงานสัมพันธ์กับพลังงานของโฟตอนเพื่อให้มีประสิทธิภาพของหัววัดสูงสุด ซึ่งสารกึ่งตัวนำเช่น $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_y\text{P}_{1-y}$, $\text{Hg}_x\text{Cd}_{1-x}\text{Te}$ หรือ $\text{Ga}_x\text{In}_{1-x}\text{N}$ สามารถปรับค่า E_g ได้ตามอัตราส่วนของธาตุต่างๆ ที่เป็นส่วนประกอบหลัก จึงถูกเลือกใช้เป็นวัสดุในการสร้างอุปกรณ์ตรวจวัดแสงในย่านความยาวคลื่นต่างๆ

5. ไดโอดเปล่งแสง

ไดโอดเปล่งแสง หรือ LED (Light Emitting Diode) เป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์พื้นฐานที่สำคัญที่ใช้ในการแสดงผลการสื่อสารผ่านเส้นใยนำแสง หรือการทำสัญญาณไฟต่างๆ

เราอาจพิจารณาได้ว่า LED เป็นไดโอดชนิดหนึ่ง que เปลี่ยนพลังงานจากกระแสไฟฟ้าเป็นแสงสว่าง ในกรณีที่มีการไบแอสแบบไปข้างหน้าจะมีอิเล็กตรอนอิสระจากด้าน n และโฮลจากด้าน p วิ่งเข้าหารอยต่อ p - n และอาจเกิดการรวมตัวกลับและปลดปล่อยพลังงานออกมาในรูปของโฟตอนที่มีพลังงานใกล้เคียงกับ E_g ทำให้สังเกตเห็นได้ว่าการเปล่งแสงในบริเวณรอยต่อ p - n ดังแสดงในรูปที่ 10.26



รูปที่ 10.26 (a) แผนภูมิแถบพลังงานของ LED เมื่อมีการไบแอสไปข้างหน้าทำให้เกิดการเปล่งแสงที่รอยต่อ p - n (b) ซึ่งใช้สัญลักษณ์ในรูป (c) แทน LED ในวงจรอิเล็กทรอนิกส์

ความยาวคลื่นของโฟตอนที่ปลดปล่อยออกมามีค่าโดยประมาณตามสมการ 10.34 เนื่องจากแสงที่เรามองเห็น $0.4 \mu\text{m} < \lambda_g < 0.7 \mu\text{m}$ ดังนั้นในการประดิษฐ์ LED จึงต้องใช้สารกึ่งตัวนำที่มีขนาดช่องว่างแถบพลังงานอยู่ในช่วง $1.77 \text{ eV} < E_g < 3.10 \text{ eV}$ นอกจากนี้จำเป็นต้องมีแถบช่องว่างพลังงานแบบตรงและสามารถสร้างรอยต่อ p - n ได้ ซึ่งวัสดุสารกึ่งตัวนำที่ใช้ทำ LED และ LED ชนิดต่างๆ ในปัจจุบันแสดงในตารางที่ 10.5 และรูปที่ 10.27

ตารางที่ 10.5 วัสดุสารกึ่งตัวนำที่ใช้ทำ LED ชนิดต่างๆ

วัสดุ	λ_g (μm)	สี
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	0.65	แดง
$\text{Al}_x\text{Ga}_y\text{In}_{1-x-y}\text{P}$	0.58, 0.62	เหลือง, ส้ม
$\text{Ga}_x\text{In}_{1-x}\text{N}$	0.45, 0.52	น้ำเงิน, เขียว
$\text{Ga}_x\text{In}_{1-x}\text{As}$	1.50	NIR
$\text{Hg}_x\text{Cd}_{1-x}\text{Te}$	5.0, 10.0	MWIR, LWIR



รูปที่ 10.27 LED สีต่างๆ ที่มีใช้ในปัจจุบัน

(ที่มา: รูปจาก www.gelcore.com)

เมื่อเพิ่มชั้นสารกึ่งตัวนำที่ทำหน้าที่คล้ายกระจกสะท้อนแสงเข้าไปคู่หนึ่งที่ปลายของด้าน p และด้าน n ในโครงสร้างของ LED แสงที่ปลดปล่อยออกมาจากกระบวนการรวมตัวใหม่ของคู่อิเล็กตรอนและโฮลอาจทำให้เกิดกระบวนการปลดปล่อยโฟตอนแบบถูกกระตุ้น (stimulated emission) ทำให้แสงที่เกิดขึ้นมีเฟสและความถี่ตรงกันและอาจทำให้มีการผลิตแสงเลเซอร์ขึ้น ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นในอุปกรณ์เลเซอร์ไดโอด (laser diode) ที่ปัจจุบันใช้อย่างแพร่หลายในเครื่องเล่น CD และใช้ในการสื่อสารทางเส้นใยนำแสง

6. ทรานซิสเตอร์แบบรอยต่อ

ในช่วงเวลาก่อนการประดิษฐ์ทรานซิสเตอร์ มีความนิยมใช้หลอดสุญญากาศแบบต่างๆ ในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ภาคขยายสัญญาณ ซึ่งหลอดสุญญากาศทั้งหลายมักต้องการกำลังไฟฟ้าที่มากในการทำงานและอีกทั้งมีขนาดใหญ่จึงทำให้อุปกรณ์ไฟฟ้า เช่น เครื่องรับวิทยุ เครื่องคอมพิวเตอร์ในสมัยแรก มีขนาดใหญ่ตามไปด้วย

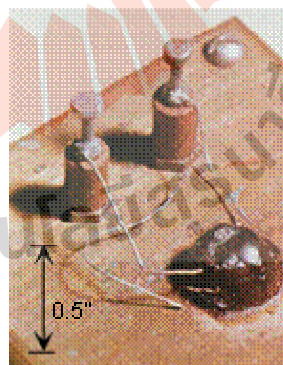
ในปี ค.ศ. 1947 วอลเตอร์ เบรตเทน (Walter Brattain) และ จอห์น บาร์ดีน (John Bardeen) นักวิจัยของห้องทดลองเบลล์ บริษัท AT&T ประสบความสำเร็จในการสร้างอุปกรณ์ขยายสัญญาณที่สร้างจากสารกึ่งตัวนำโดยใช้เส้นลวดทองคำตกลงบนใช้เจอร์มาเนียมเพื่อสร้างจุดต่อ (point contact) ซึ่งต่อมาเรียกว่าทรานซิสเตอร์แบบจุดต่อ (point contact transistor) ซึ่งแสดงในรูปที่ 10.28 (a) โดยอุปกรณ์ที่ประดิษฐ์ขึ้นใหม่นี้สามารถใช้ขยายสัญญาณครอบคลุมความถี่ในช่วงที่กว้าง จึงมีความสามารถในการใช้ประโยชน์ได้หลายอย่าง

อย่างไรก็ตามทรานซิสเตอร์แบบจุดต่อมีปัญหาในเรื่องคุณภาพการผลิต ในปี ค.ศ. 1951 กลุ่มวิจัยของห้องทดลองเบลล์ที่ควบคุมโดยวิลเลียม ชอกลีย์ (William Shockley) ประสบผลสำเร็จในการสร้างทรานซิสเตอร์จากรอยต่อ p-n-p บนผลึกซิลิกอน ซึ่งต่อมาเรียกว่า ทรานซิสเตอร์แบบรอยต่อชนิดสองขั้ว (BJT: Bipolar Junction Transistor) ซึ่งแสดงในรูปที่ 10.28 (b) ทรานซิสเตอร์แบบดังกล่าวนี้สามารถผลิตให้มีคุณภาพสม่ำเสมอและใช้งานได้ดี

หลังจากที่บริษัท AT&T ได้เปิดเผยข้อมูลเกี่ยวกับทรานซิสเตอร์ บริษัทผู้ผลิตอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์ได้ให้ความสนใจแก่สิ่งประดิษฐ์ใหม่ และทรานซิสเตอร์ได้เข้ามาแทนที่หลอดสุญญากาศอย่างรวดเร็ว และในที่สุดอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์เกือบทุกชนิดได้เปลี่ยนมาใช้ทรานซิสเตอร์ นับเป็นการปฏิวัติอุตสาหกรรมอิเล็กทรอนิกส์ครั้งสำคัญ



(a)



(b)

รูปที่ 10.28 (a) ทรานซิสเตอร์ตัวแรกของโลกสร้างโดยเบรตเทนและบาร์ดีน

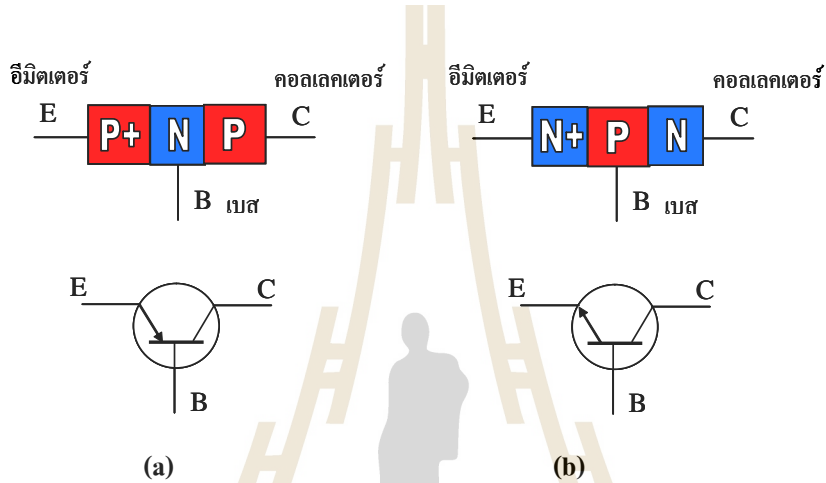
(b) ทรานซิสเตอร์แบบรอยต่อตัวแรกของโลกสร้างโดยกลุ่มวิจัยของชอกลีย์

(ที่มา: รูปจาก smithsonianchips.si.edu)

ในปี ค.ศ. 1955 บริษัทเล็กๆ บริษัทหนึ่งในญี่ปุ่นคือ Sony ได้ผลิตเครื่องรับวิทยุทรานซิสเตอร์ ออกสู่ตลาดโลกและได้รับความนิยมอย่างรวดเร็ว เนื่องจากขนาดเล็กและราคาไม่แพง และในที่สุด Sony กลายเป็นบริษัทผลิตอุปกรณ์เครื่องใช้อิเล็กทรอนิกส์อันดับต้นๆ ของโลก

ในปี ค.ศ. 1957 ชอกลีย์ บาร์ดีน และเบรตเทน ได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์จากผลงานการประดิษฐ์ ทรานซิสเตอร์ (บาร์ดีนเป็นบุคคลเดียวในประวัติศาสตร์ที่ได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์สองครั้ง)

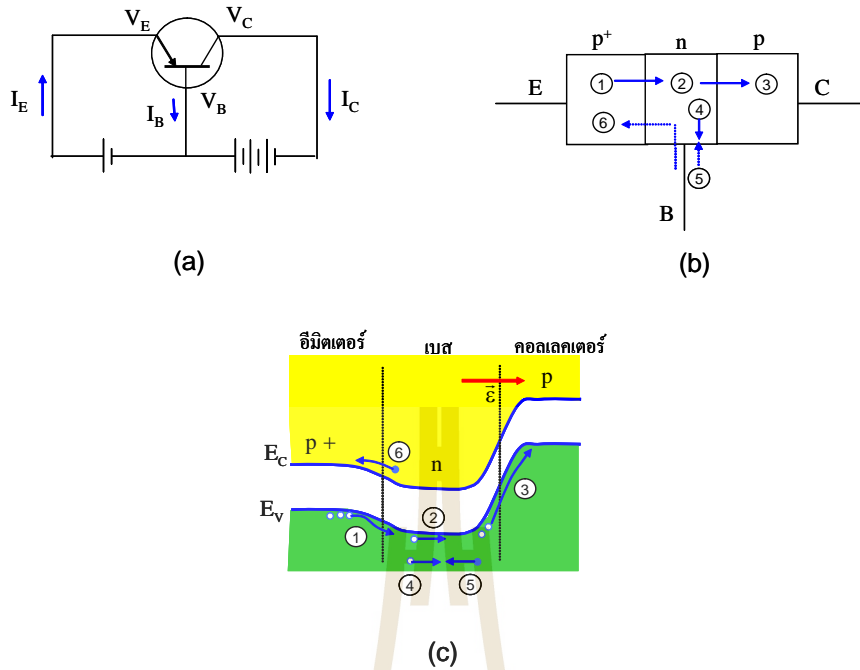
ในรูปที่ 10.29 แสดงโครงสร้างของทรานซิสเตอร์รอยต่อแบบ p-n-p และ n-p-n และสัญลักษณ์ ที่ใช้ในวงจรรีเลย์ทรอนิกส์



รูปที่ 10.29 โครงสร้างและสัญลักษณ์ของทรานซิสเตอร์ (a) p-n-p (b) n-p-n

ในที่นี้เราจะพิจารณาการทำงานของทรานซิสเตอร์แบบรอยต่อแบบ p-n-p ที่ทำจากซิลิกอน แต่พอสังเขป ในรูปที่ 10.30 (a) เป็นวงจรรูปที่ใช้พิจารณา และในรูป 10.30 (b) แสดงบริเวณสามบริเวณ ในทรานซิสเตอร์ บริเวณแรกคืออิมิตเตอร์ (E: emitter) ซึ่งเจือด้วยสารเจือที่เป็นอะตอมผู้รับเช่น โบรอน ให้มีความเข้มข้นของพาหะสูงประมาณ 10^{18} cm^{-3} ซึ่งอาจเรียกว่าบริเวณ p⁺ บริเวณกลางคือเบส (B: base) เจือด้วยอะตอมผู้ให้เช่นฟอสฟอรัส ให้เป็นชนิด n โดยมีความเข้มข้นของพาหะประมาณ 10^{16} cm^{-3} และในบริเวณสุดท้ายคือคอลเลกเตอร์ (C: collector) ซึ่งถูกเจือให้เป็นชนิด p ด้วยความเข้มข้นของพาหะประมาณ 10^{15} cm^{-3} โดยปกติแล้วจะทำให้เบสกว้างประมาณ $1 \mu\text{m}$ ซึ่งพาหะสามารถแพร่ผ่านได้ก่อนที่จะเกิดการรวมตัวใหม่ เมื่อให้ไบแอสไปข้างหน้าคร่อม EB และไบแอสย้อนกลับคร่อม BC ตามรูปที่ 10.30 (a) จะทำให้ศักย์ไฟฟ้าในแต่ละส่วนเปรียบเทียบกันได้คือ

$$V_B - V_C \gg V_E - V_B \geq 0 \tag{10.35}$$



รูปที่ 10.30 (a) วงจรที่ใช้พิจารณาการทำงานของทรานซิสเตอร์แบบ p-n-p
 (b) ทิศทางการเคลื่อนที่ของพาหะนำไฟฟ้า
 (c) การเคลื่อนที่ของพาหะในแผนภูมิแถบพลังงาน

แผนภูมิแถบพลังงานที่บริเวณต่างๆ ในทรานซิสเตอร์ภายใต้ไบแอสดังกล่าวแสดงดังรูปที่ 10.30 (c) ซึ่งเราอาจพิจารณาการเคลื่อนที่ของพาหะนำไฟฟ้าในกรณีนี้ได้คือ จากการไบแอสไปข้างหน้าทำให้โฮลเคลื่อนจากอิมิตเตอร์ไปตามเส้นทางที่ 1 ซึ่งถ้าเบสมีความบาง โฮลจะสามารถแพร่ผ่านต่อไปตามเส้นทางที่ 2 โดยยังไม่มีการรวมตัวกับอิเล็กตรอน และเมื่อโฮลแพร่มาอยู่ภายใต้อิทธิพลของสนามไฟฟ้า \vec{E} จะถูกผลักต่อไปสู่คอลเลกเตอร์ตามเส้นทางที่ 3 อย่างไรก็ตามโฮลบางส่วนที่เคลื่อนที่ผ่านเบสตามเส้นทางที่ 4 จะรวมตัวกับอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่เข้ามาซึ่งเบสตามเส้นทางที่ 5 นอกจากนี้ยังมีอิเล็กตรอนเคลื่อนที่จากเบสไปยังอิมิตเตอร์ตามเส้นทางที่ 6 อย่างไรก็ตามกระแสที่เกิดจากอิเล็กตรอนตามเส้นทางที่ 6 นี้น้อยเมื่อเทียบกับโฮลตามเส้นทางที่ 1 เนื่องจากความเข้มข้นของพาหะแตกต่างกัน

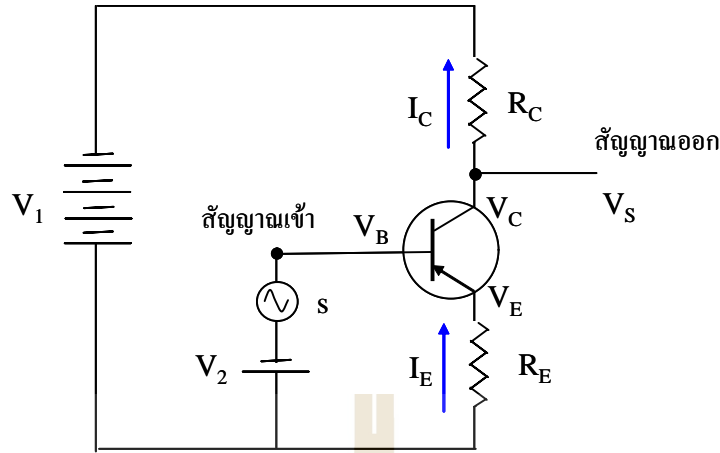
โดยรวมแล้วกระแสไฟฟ้าที่ไหลในบริเวณต่างๆ ตามรูปที่ 10.30 (a) อาจพิจารณาได้จาก

$$I_E = I_C + I_B = I_0 \left(e^{\frac{V_E - V_B}{k_B T}} - 1 \right) \quad (10.36)$$

และ $I_C = \beta I_B \quad (10.37)$

ซึ่งทำให้ $\frac{I_C}{I_E} = \frac{\beta}{\beta + 1} \quad (10.38)$

β เรียกว่า อัตราการขยายกระแส (current gain) มีค่าประมาณ 100 ซึ่งทำให้ I_C น้อยกว่า I_E เพียงเล็กน้อย ต่อไปเราจะพิจารณาการทำงานของทรานซิสเตอร์ p-n-p ในวงจรขยายอย่างง่ายดังรูปที่ 10.31



รูปที่ 10.31 วงจรขยายสัญญาณอย่างง่ายโดยใช้ทรานซิสเตอร์แบบ p-n-p

จากรูปที่ 10.31 ทรานซิสเตอร์แบบ p-n-p ถูกไบแอสด้วยศักย์ V_1 และ V_2 ที่เบสมีสัญญาณ s เป็นคลื่นรูปไซน์ ที่มีแอมพลิจูดขนาดเล็กน้อยถูกป้อนเป็นสัญญาณเข้า เราอาจใช้กฎของโอห์มสำหรับวงจรที่เบสได้เป็น

$$s + V_2 = (V_B - V_E) - R_E I_E \quad (10.39)$$

ตามปกติแล้วในกรณีนี้ $(V_B - V_E)$ จะมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับศักย์ไฟฟ้าค่าอื่นๆ ซึ่งเราอาจใช้สมการ 10.38 ประมาณได้ว่า

$$I_C = \frac{\beta - (s + V_2)}{\beta + 1} \approx -\frac{(s + V_2)}{R_E} \quad (10.40)$$

เนื่องจากกระแสที่คอลเลกเตอร์มีส่วนที่เปลี่ยนไปตามคลื่นรูปไซน์คือ $\Delta I_C \approx -\frac{s}{R_E}$ ดังนั้นสัญญาณไฟฟ้าขาออกที่คอลเลกเตอร์จึงเป็น $\Delta V_C \approx -\frac{sR_C}{R_E}$ หรือมีอัตราขยายสัญญาณเป็น

$$|G| = \frac{|\Delta V_C|}{s} = \frac{R_C}{R_E} \quad (10.41)$$

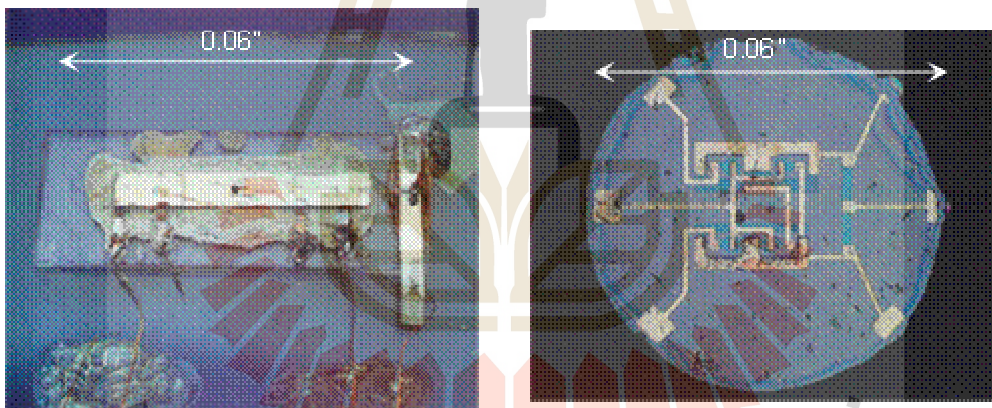
ซึ่งอาจเลือกอัตราขยายได้สูงเป็นร้อยเท่าได้ ปัจจุบันได้มีการใช้ทรานซิสเตอร์อย่างแพร่หลายในการขยายสัญญาณในอุปกรณ์สื่อสารชนิดต่างๆ สำหรับการใช้งานในย่านความถี่สูง เช่น โทรศัพท์ติดตามตัวนิยมใช้ทรานซิสเตอร์ที่ทำจาก GaAs เนื่องจากพาหะนำไฟฟ้ามีการตอบสนองต่อสัญญาณความถี่สูงได้ดีกว่าซิลิกอน

นอกจากทรานซิสเตอร์แบบ BJT แล้วยังมีทรานซิสเตอร์แบบอื่นๆ อีก เช่น MOSFET (Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor) ซึ่งจะไม่กล่าวถึงรายละเอียดในที่นี้

7. วงจรเบ็ดเสร็จ

นอกจากไดโอดและทรานซิสเตอร์แล้วส่วนประกอบอื่นๆ ในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ เช่น ตัวต้านทาน และตัวเก็บประจุ ยังสามารถสร้างได้ด้วยสารกึ่งตัวนำเช่นเดียวกัน ซึ่งมีผู้พบว่าสามารถสร้างวงจรรอิเล็กทรอนิกส์โดยสร้างอุปกรณ์แบบต่างๆ รวมลงบนแผ่นผลึกซิลิกอนแผ่นเดียวกันได้ ซึ่งเรียกว่าวงจรมเบ็ดเสร็จ หรือ IC (Integrated Circuit) ซึ่งวิธีการที่พัฒนาขึ้นได้ช่วยให้สามารถผลิตวงจรรอิเล็กทรอนิกส์ขนาดเล็กได้เป็นจำนวนมากในเวลาเดียวกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ในปีค.ศ. 1958-1959 แจ็ค คิลบี (Jack Kilby) วิศวกรของบริษัท Texas Instrument และโรเบิร์ต นอยซ์ (Robert Noyce) นักวิจัยของบริษัท Fairchild Semiconductor ต่างก็ได้พัฒนาวิธีการผลิต IC ได้เป็นผลสำเร็จ ซึ่ง IC รุ่นแรกแสดงในรูปที่ 10.32 และจากความสำคัญของ IC ในปี ค.ศ. 2000 คิลบีได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์



(a)

(b)

รูปที่ 10.32 (a) IC ตัวแรกที่ประดิษฐ์โดยคิลบี

(b) IC ที่ประดิษฐ์โดยนอยซ์

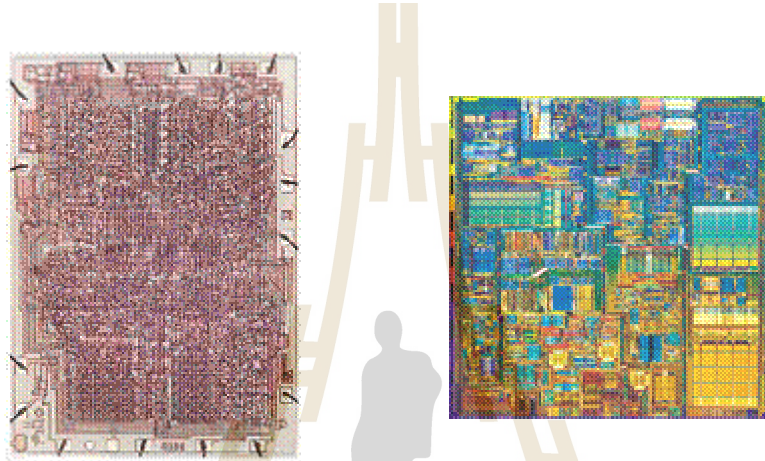
(ที่มา: รูปจาก smithsonianchips.si.edu)

ต่อมาในปี ค.ศ. 1968 โรเบิร์ต นอยซ์ , กอร์ดอน มัวร์ (Gordon Moore) และแอนดรูว์ โกรฟ (Andrew Grove) ได้แยกตัวออกจากบริษัท Fairchild Semiconductor และตั้งบริษัทเล็กๆ ที่ชื่อ Intel เพื่อทำการผลิต IC ที่ใช้ทำหน่วยความจำและที่ใช้ในการคำนวณ ซึ่งในปี ค.ศ. 1971 Intel ผลิต

ไมโครโปรเซสเซอร์รุ่นแรกคือ 4004 ประกอบด้วยทรานซิสเตอร์ 2,250 ตัว ซึ่งทำหน้าที่เหมือนกับกลุ่ม IC หลายตัวรวมกันนับเป็นการปฏิวัติอุตสาหกรรมอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์อีกครั้งหนึ่ง

ในปี ค.ศ. 1981 ไมโครโปรเซสเซอร์ 8088 ของ Intel ที่มีทรานซิสเตอร์ 29,000 ตัวได้ถูกเลือกสำหรับใช้ในเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลของ IBM หลังจากนั้นบริษัท Intel ได้ขยายตัวขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งเป็นบริษัทผลิตรายการสินค้าที่ใหญ่ที่สุดในโลกในปัจจุบัน

รูปที่ 10.33 แสดงไมโครโปรเซสเซอร์รุ่น 4004 เทียบกับรุ่น Pentium 4 ผลิตในปี ค.ศ. 2000 โดยใช้เทคโนโลยี ULSI (Ultra Large Scale Integration) ซึ่งมีจำนวนทรานซิสเตอร์รวม 42,000,000 ตัว



รูปที่ 10.33 วิวัฒนาการของไมโครโปรเซสเซอร์ของ Intel 4004 (ซ้าย) และ Pentium 4 (ขวา) ภายในระยะเวลา 30 ปี จำนวนทรานซิสเตอร์ต่อชิปเพิ่มขึ้น >18,000 เท่า (ที่มา: รูปจาก www.intel.com)

ในปี ค.ศ. 1965 กอร์ดอน มัวร์ได้ตั้งข้อสังเกตว่าอัตราการเพิ่มจำนวนทรานซิสเตอร์ต่อชิปเป็นแบบเลขยกกำลัง ซึ่งปัจจุบันเรียกว่า กฎของมัวร์ (Moore's law) ซึ่งได้ถูกใช้เป็นบรรทัดฐานในการพัฒนาเทคโนโลยี IC โดยในปัจจุบันอัตราการเพิ่มของจำนวนทรานซิสเตอร์ต่อชิปจะเป็นสองเท่าในทุก 18 เดือน ซึ่งคาดว่าในปี ค.ศ. 2007 จำนวนทรานซิสเตอร์ต่อชิปจะเท่ากับหนึ่งพันล้าน (10^9) ตัว

ในทางกลับกันขนาดของทรานซิสเตอร์ลดลงในอัตราเป็นเลขยกกำลังเช่นเดียวกัน โดยที่ในปัจจุบันขนาดของทรานซิสเตอร์หนึ่งตัวในวงจร ULSI กว้างประมาณ 100 nm ซึ่งเล็กกว่าความยาวคลื่นแสงที่เรามองเห็น เมื่อขนาดของทรานซิสเตอร์เล็กลงผลจากทฤษฎีควอนตัมก็จะเริ่มเห็นชัดขึ้น เช่นมีการซ้อนทับกันของฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในทรานซิสเตอร์ที่ติดกัน ทำให้ในการประดิษฐ์ทรานซิสเตอร์ให้มีขนาดเล็กลงไปเรื่อยๆ เช่น เล็กจนกระทั่งมีจำนวนอิเล็กตรอนตัวนำต่อทรานซิสเตอร์เป็นหนึ่งต่อหนึ่ง จำเป็นที่จะต้องอาศัยเทคโนโลยีและความรู้ใหม่ทางฟิสิกส์และสาขาอื่นๆ เข้ามาช่วยพิจารณาเพิ่มเติม ซึ่งมักจะเป็นความรู้ที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีควอนตัม และนาโนเทคโนโลยีอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้

สรุป

1. อิเล็กตรอนและอนุภาคเฟอร์มิออนจะประพฤติตนตามหลักสถิติแบบเฟอร์มี - ดิแรก

$$f(E, T) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1}$$

ซึ่งจะมีจำนวนอิเล็กตรอนอิสระในผลึกเป็น

$$N = \int_0^\infty \frac{(2m)^{3/2} V \sqrt{E}}{2\pi^2 \hbar^3} \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1} dE = \frac{(2m)^{3/2} V E_{F0}^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^3}$$

ซึ่งระดับพลังงานเฟอร์มีที่ $T = 0$ K คือ

$$E_{F0} = \frac{3^{2/3} \pi^{4/3} \hbar^2}{2m} \left(\frac{N}{V} \right)^{2/3}$$

2. ในสารกึ่งตัวนำมีพาหะสองชนิดคือ อิเล็กตรอนในแถบการนำและโฮลในแถบเวเลนซ์ จำนวนพาหะภายในคือ

$$n_i = p_i = (2.51 \times 10^{19}) \left(\frac{m_n^*}{m_0} \frac{m_p^*}{m_0} \right)^{3/4} \left(\frac{T}{(300 \text{ K})} \right)^{3/2} e^{-E_g/2k_B T}$$

เมื่อเติมอะตอมผู้ให้ลงในผลึกสารกึ่งตัวนำจะทำให้จำนวนอิเล็กตรอนตัวนำอิสระเพิ่มขึ้น ในทางกลับกันเมื่อเติมอะตอมผู้รับลงในผลึกจะทำให้จำนวนโฮลเพิ่มขึ้น

3. ไดโอดอาจทำจากสารกึ่งตัวนำชนิดพีและเอ็นมาต่อกัน ซึ่งจะนำไฟฟ้าได้ดีในทิศทางเดียว โดยกระแส (I) ที่ผ่านไดโอดมีความสัมพันธ์กับศักย์ไฟฟ้า (V) คือ

$$I = I_0 \left(e^{\frac{eV}{k_B T}} - 1 \right)$$

4. เซลล์แสงอาทิตย์สามารถเปลี่ยนพลังงานจากแสงที่ตกกระทบให้เป็นพลังงานไฟฟ้าได้โดยประสิทธิภาพของเซลล์กำหนดโดย

$$\eta = \frac{I_m V_m}{P_{in}}$$

สารกึ่งตัวนำที่มีขนาดช่องว่างแถบพลังงานเป็น E_g จะสามารถดูดกลืนโฟตอนได้ดีในช่วงความยาวคลื่นประมาณ λ_g ซึ่งกำหนดโดย

$$\lambda_g = \frac{hc}{E_g} \approx \frac{1.24 [\mu\text{m} \cdot \text{eV}]}{E_g [\text{eV}]}$$

5. ไดโอดเปล่งแสง หรือ LED สามารถทำให้เกิดแสงสว่างได้โดยการคายพลังงานจากการรวมตัวกันระหว่างอิเล็กตรอนและโฮลที่บริเวณใกล้รอยต่อ p-n

6. ทรานซิสเตอร์เป็นอุปกรณ์สารกึ่งตัวนำที่สามารถใช้ขยายสัญญาณทางไฟฟ้าได้โดยกระแสไฟฟ้าที่ไหลในบริเวณต่างๆ ในทรานซิสเตอร์แบบ BJT กำหนดโดย

$$I_C = \beta I_B$$

$$\frac{I_C}{I_E} = \frac{\beta}{\beta + 1}$$

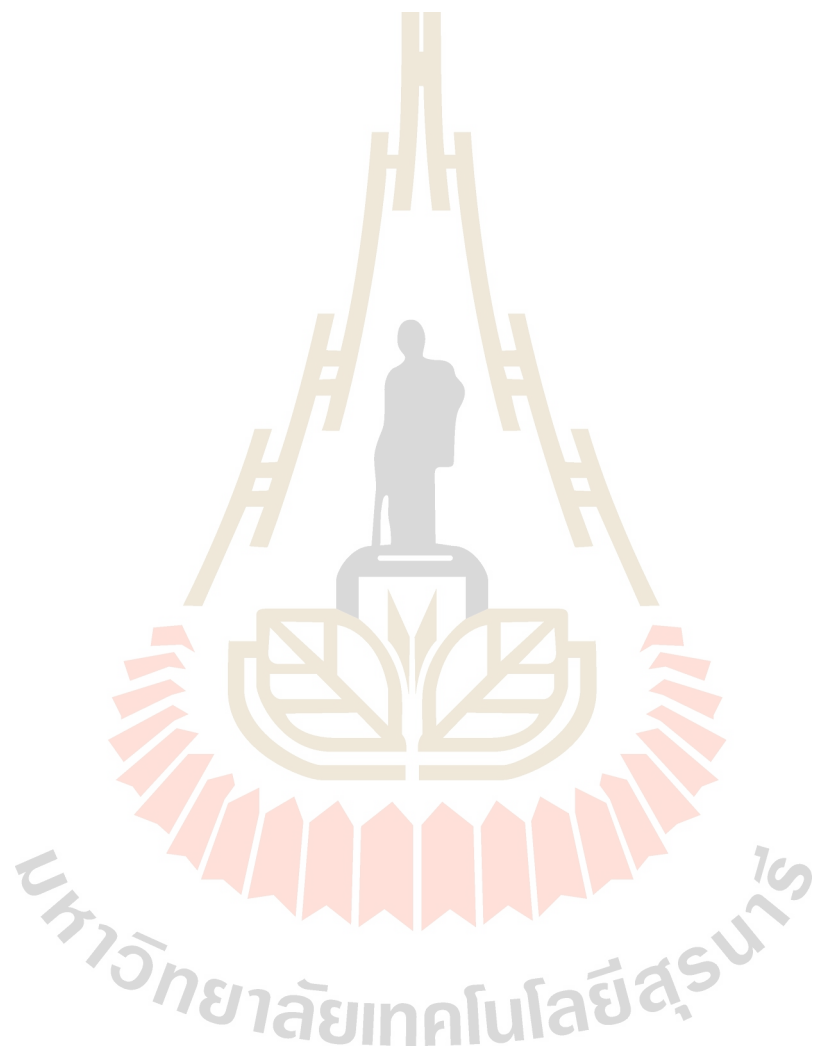
7. วงจรเบ็ดเสร็จหรือ IC มีการสร้างอุปกรณ์ชนิดต่างๆ รวมเข้าด้วยกันบนผลึกแผ่นเดียว ซึ่งสามารถทำให้ขนาดของวงจรรีเลย์ทรานซิสเตอร์เล็กลงและทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยสามารถผลิตได้ครั้งละมากๆ ซึ่งในปัจจุบันมีการใช้ IC ในอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์อย่างแพร่หลาย



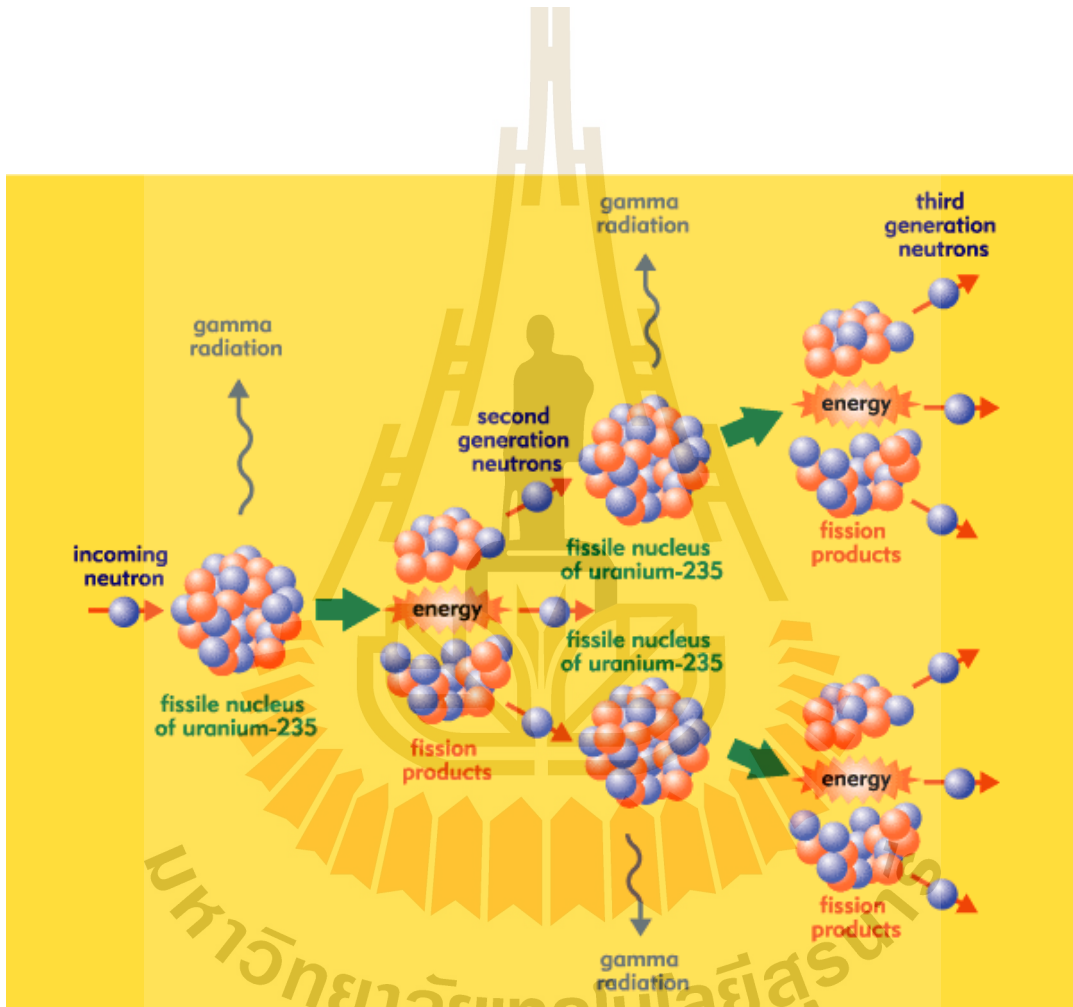
บรรณานุกรม

- Feynman, R.P. 1996. **Fynman lecture on computation**. New York: Addidon Wesley, Inc.
- Halliday, D. Resnick, R., and Walker, J. 1993. **Fundamental of physics extended with modern physics** (4th ed.). New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Harris, R. 1998. **Nonclassical physics**. Menlo Park: Addison-Wesley Longman, Inc.
- Hermann, C., and Sapoval, B. 1993. **Physics of semiconductors**. New York: Springer-Verlag.
- Ibach, H., and Luth H. 1996. **Solid-State physics** (2nd ed.). Berlin: Springer-Verlag.
- Jenkins, T. E. 1994. **Semiconductor science**. New York: Prentice Hall.
- Kaxiras, E. 2003. **Atomic and electronic structure of solids**. Cambridge: Cambridge University Press.
- Marder, M. P. 2000. **Condensed matter physics**. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Pauling, L. 1960. **The nature of chemial bond** (3rd ed.). Ithaca: Cornell University Press.
- Pierret, R. F. 1996. **Semiconductor device fundamentals**. New York: Addidon Wesley, Inc.
- Quééré, Y. 1998. **Physics of materials**. Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers.
- Serway, R.A. 1992. **Physics for scientists and engineers with modern physics** (3rd ed.). Philadelphia: Saunders College Publishing.
- Singh, J. 1996. **Optoelectronics**. New York: McGraw Hill, Inc.
- Young, H. D., and Freedman, R. A. 2000. **Sears and Zemansky's university physics with modern physics** (10th ed.). San Francisco: Addison-Wesley Longman, Inc.

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



นิวเคลียสและพลังงานนิวเคลียร์



โดย อาจารย์พิเศษ ดร.วรศิษย์ อู๋ชัย



อธิบายรูปจากปกหน่วยที่ 11

ปฏิกิริยาแบ่งแยกตัว (fission reaction) ที่เกิดขึ้นเมื่อนิวเคลียสของธาตุยูเรเนียม ($U - 235$) ถูกคลื่นอนุภาคนิวตรอน จะสามารถทำให้เกิดปฏิกิริยาลูกโซ่ (chain reaction) โดยต่อเนื่อง ทั้งนี้เพราะเหตุว่าทุกครั้งที่เกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์ดังกล่าว นอกจากจะเกิดนิวเคลียสผลิตภัณฑ์ (fission product) แล้ว ยังเกิดอนุภาคนิวตรอนอีกประมาณ 2 - 3 อนุภาค และนิวตรอนเหล่านี้เมื่อถูกดูดกลืนโดยนิวเคลียสของธาตุยูเรเนียมตัวอื่นๆ ก็จะทำให้เกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์อีกและเกิดโดยต่อเนื่อง ซึ่งเรียกว่าปฏิกิริยาลูกโซ่

(ที่มา : รูปจาก www.cea.fr/gb/publications/Clefs45/clefs45gb/clefs4503a.htm)

ตอนที่ 11.1

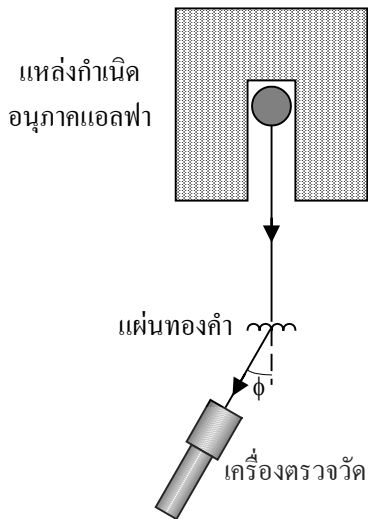
นิวเคลียส

ปี ค.ศ. 1896 นับเป็นการเริ่มต้นของวิชาฟิสิกส์นิวเคลียร์ หลังจากองตวน เบ็กเกอเรล (Antoine Becquerel) ได้ค้นพบกัมมันตภาพรังสีในสารประกอบของยูเรเนียม และในเวลาต่อมาผู้ค้นพบกัมมันตภาพรังสีในสารกัมมันตรังสีชนิดอื่นๆ อีกมากมาย รวมทั้งรัทเทอร์ฟอร์ด (Rutherford) ซึ่งได้แสดงให้เห็นว่ารังสีที่ปลดปล่อยออกมาจากสารกัมมันตรังสีนั้นมี 3 ชนิดคือ รังสีแอลฟา บีตา และแกมมา ซึ่งมีประจุไฟฟ้าและมีความสามารถในการทะลุทะลวงสารแตกต่างกัน การทดลองในเวลาต่อมาพบว่ารังสีแอลฟาก็คือนิวเคลียสของฮีเลียม รังสีบีตาคืออิเล็กตรอน และรังสีแกมมาคือโฟตอนพลังงานสูง รังสีเหล่านี้ปลดปล่อยมาจากนิวเคลียสของสารกัมมันตรังสีนั่นเอง ในตอนนี้จะศึกษาถึงการค้นพบนิวเคลียส สมบัติของนิวเคลียส และพลังงานยึดเหนี่ยวในนิวเคลียส

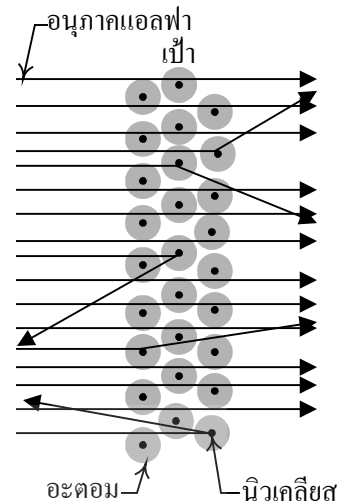
1. การค้นพบนิวเคลียส

ในปี ค.ศ. 1911 รัทเทอร์ฟอร์ดได้ทำการทดลองเพื่อหาตำแหน่งของนิวเคลียสว่าอยู่ในบริเวณใดของอะตอม ทั้งนี้เพราะเหตุว่าในเวลานั้นทราบแล้วว่าอะตอมมีนิวเคลียสและอิเล็กตรอนเป็นองค์ประกอบ และอะตอมของธาตุโดยทั่วไปจะเป็นกลางทางไฟฟ้า ดังนั้นเมื่ออิเล็กตรอนมีประจุลบ นิวเคลียสจะต้องมีประจุบวกและมีขนาดของประจุเท่ากัน แต่ตำแหน่งของนิวเคลียสนั้นยังไม่มีผู้ใดทราบว่าอยู่ที่ใด

ในการทดลองของรัทเทอร์ฟอร์ดดังกล่าวจะทำการยิงอนุภาคแอลฟาที่มีมวลประมาณ 7,300 เท่าของอิเล็กตรอน และมีประจุ $+2e$ เข้าไปยังเป้าที่ทำด้วยแผ่นโลหะบางๆ เช่น แผ่นทองคำ แล้วสังเกตการกระเจิงของอนุภาคแอลฟาหลังจากการกระทบกับเป้าโดยใช้เครื่องตรวจวัดรังสีแอลฟา ดังแสดงในรูปที่ 11.1 รูปที่ 11.2 แสดงถึงการกระเจิงของอนุภาคแอลฟาหลังจากการกระทบกับเป้า ซึ่งจะเห็นว่ามุมกระเจิง (ϕ) นั้น ส่วนใหญ่จะมีขนาดเล็ก (อนุภาคแอลฟาวิ่งตรงไป) แต่บางครั้งจะมีมุมกระเจิงขนาดใหญ่ (อนุภาคแอลฟาสะท้อนกลับ)



รูปที่ 11.1 อุปกรณ์การทดลองของรัทเทอร์ฟอร์ด ซึ่งประกอบด้วยแหล่งกำเนิดอนุภาคแอลฟา แผ่นทองคำเปลว และเครื่องวัดอนุภาคแอลฟา



รูปที่ 11.2 การกระเจิงของอนุภาคแอลฟาซึ่งส่วนใหญ่เป็นมุมเล็กๆ แต่บางครั้งก็เป็นมุมโตมาก

ในการวิเคราะห์ห่มุมกระเจิง รัทเทอร์ฟอร์ดพบว่าการที่ห่มุมกระเจิงส่วนใหญ่เป็นมุมเล็ก แสดงว่าอะตอมประกอบด้วยที่ว่างมากมายซึ่งเป็นบริเวณที่อยู่ของประจุลบ อนุภาคแอลฟาจึงวิ่งตรงไปหรือเบี่ยงเบนเพียงเล็กน้อย แต่เมื่อใดที่ห่มุมกระเจิงมีขนาดใหญ่ แสดงว่าอนุภาคแอลฟาชนกับประจุบวกซึ่งมีความหนาแน่นสูงจึงเกิดการสะท้อนกลับ ทำให้รัทเทอร์ฟอร์ดสรุปว่านิวเคลียสซึ่งมีประจุบวกจะอยู่ตรงกลางของอะตอม และมีขนาดเล็กกว่าอะตอมประมาณ 10^4 เท่า ทำให้อะตอมประกอบด้วยที่ว่างมากมายโดยมีอิเล็กตรอนอาศัยอยู่ในที่ว่างดังกล่าว

2. สมบัติของนิวเคลียส

นิวเคลียสทุกชนิดจะประกอบด้วยอนุภาคโปรตอน (proton) และอนุภาคนิวตรอน (neutron) (ยกเว้นนิวเคลียสของไฮโดรเจนซึ่งมีอนุภาคโปรตอนเพียง 1 ตัว) โดยอาจเรียกทั้งโปรตอนและนิวตรอนรวมๆ กันว่านิวคลีออน (nucleon) ซึ่งในนิวเคลียสชนิดใดๆ จำนวนนิวคลีออนอาจหมายถึงจำนวนของโปรตอนหรือจำนวนของนิวตรอนก็ได้ เพื่อความสะดวกในการอธิบายสมบัติของนิวเคลียส เช่น ประจุ มวล และรัศมีของนิวเคลียสนั้น ปริมาณต่อไปนี้จะเป็นประโยชน์

- เลขอะตอม (atomic number, Z) : คือจำนวนโปรตอนในนิวเคลียส
- จำนวนนิวตรอน (neutron number, N) : คือจำนวนนิวตรอนในนิวเคลียส
- เลขมวล (mass number, A) : คือจำนวนนิวคลีออนในนิวเคลียส
- ดังนั้น $A = Z + N$

หัวข้อต่อไปนี้จะอธิบายสมบัติของนิวเคลียส

2.1 นิวไคลด์

เราอาจใช้คำว่านิวไคลด์ (nuclide) เพื่อแทนนิวเคลียสชนิดต่างๆ และเขียนสัญลักษณ์ของนิวไคลด์เป็น A_ZX โดย X คือสัญลักษณ์ทางเคมีของธาตุ (element) ยกตัวอย่างเช่น ธาตุเหล็ก ซึ่งมีเลขมวลเป็น 56 และเลขอะตอมเป็น 26 จะเขียนสัญลักษณ์ได้เป็น ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ ซึ่งมีความหมายว่า นิวเคลียสของเหล็กจะประกอบด้วยโปรตอน 26 ตัว และนิวตรอน 30 ตัว

2.2 ไอโซโทป

นิวเคลียสของทุกอะตอมของธาตุบางอย่างที่มีจำนวนโปรตอนเท่ากัน แต่มีจำนวนนิวตรอนและนิวคลีออนแตกต่างกัน เราเรียกนิวเคลียสที่มีความสัมพันธ์ดังกล่าวว่าเป็นไอโซโทป (isotope) ซึ่งกันและกัน เช่น คาร์บอน (carbon) เป็นนิวเคลียสที่มี 4 ไอโซโทป คือ ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{13}_6\text{C}$ และ ${}^{14}_6\text{C}$ โดยที่ปริมาณในธรรมชาติ (natural abundant) ของไอโซโทปเหล่านี้จะแตกต่างกัน เช่น จะมี ${}^{12}_6\text{C}$ จำนวน 98.9% แต่มี ${}^{13}_6\text{C}$ เพียง 1.1% ส่วนไอโซโทปที่เหลือไม่มีในธรรมชาติและสามารถผลิตขึ้นได้ในห้องทดลองโดยอาศัยปฏิกิริยานิวเคลียร์

2.3 ประจุและมวล

องค์ประกอบของนิวเคลียสจะมีประจุและมวลดังนี้

โปรตอนมีประจุเป็นบวกและมีขนาดเท่ากับประจุของอิเล็กตรอนคือ $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ แต่นิวตรอนไม่มีประจุทางไฟฟ้าหรือเป็นกลาง

โปรตอนและนิวตรอนมีมวลเกือบเท่ากันและมีค่าสูงกว่ามวลของอิเล็กตรอนประมาณ 1,836 เท่า ในหน่วยของมวลอะตอม (atomic mass unit, u) จะได้

$$\text{มวลของอิเล็กตรอน} = 0.000549 \text{ u}$$

$$\text{มวลของโปรตอน} = 1.007276 \text{ u}$$

$$\text{มวลของนิวตรอน} = 1.008665 \text{ u}$$

$$\text{มวล } 1 \text{ u} = \frac{1}{12} \text{ เท่าของมวลของ } {}^{12}\text{C} \text{ หรือเท่ากับ } 1.660559 \times 10^{-27} \text{ kg} \text{ หรือ } 1 \text{ u} = 932.5 \text{ MeV}$$

2.4 ขนาดของนิวเคลียส

จากข้อมูลการทดลองของรัทเทอร์ฟอร์ดในหัวข้อที่ 1 ทำให้สรุปได้ว่า นิวเคลียสมีลักษณะเป็นทรงกลมที่มีรัศมีเฉลี่ย r มีค่า

$$r = r_0 A^{\frac{1}{3}} \quad (11.1)$$

เมื่อ $r_0 = 1.2 \times 10^{-15} \text{ m}$ หรือ 1.2 fm ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$) และ A คือเลขมวล

จะเห็นจากสมการ 11.1 ว่า นิวเคลียสมีขนาดเป็นปฏิภาคโดยตรงกับเลขมวล หรือจำนวนนิวคลีออน ดังนั้นแสดงว่านิวเคลียสทุกชนิดจะมีความหนาแน่นใกล้เคียงหรือเกือบเท่ากัน ตารางที่ 11.1 แสดงตัวอย่างของสมบัติของนิวเคลียสบางชนิด

ตารางที่ 11.1 สมบัติของนิวเคลียส

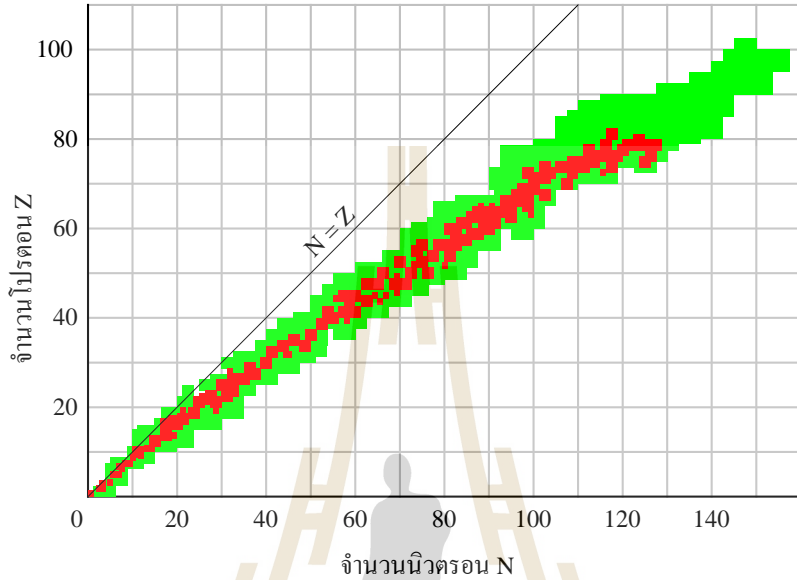
นิวเคลียส	Z	N	A	เสถียรภาพ*	มวล (u)	รัศมี (fm)	พลังงานยึดเหนี่ยว (MeV/nucleon)
¹ H	1	0	1	99.985%	1.007825	-	-
⁷ Li	3	4	7	92.5%	7.016003	2.1	5.60
³¹ P	15	16	31	100%	30.973762	3.36	8.48
⁸¹ Br	35	46	81	49.3%	80.916289	4.63	8.69
¹²⁰ Sn	50	70	120	32.4%	119.902199	5.28	8.51
¹⁵⁷ Gd	64	93	157	15.7%	156.923956	5.77	8.21
¹⁹⁷ Au	79	118	197	100%	196.966543	6.23	7.91
²²⁷ Ac	89	138	227	21.8 ปี	227.027750	6.53	7.65
²³⁹ Pu	94	145	239	24,100 ปี	239.052158	6.64	7.56

* ถ้าเป็นนิวเคลียสเสถียร ค่าในตารางเป็นค่า isotopic abundance ถ้าเป็นสารกัมมันตรังสี ค่าในตารางเป็นค่าครึ่งชีวิต

2.5 เสถียรภาพ

เสถียรภาพ (stability) ของนิวเคลียสเกิดขึ้นได้อย่างไรในเมื่อนิวเคลียสประกอบด้วยนิวคลีออนจำนวนมากมาย เช่น ¹⁹⁷Au ซึ่งถือเป็นนิวเคลียสที่มีเสถียรภาพหรือมีนิวคลีออนภายในนิวเคลียสเกาะกันแน่น ไม่แตกสลายออกจากกัน ทั้งๆ ที่มีโปรตอนจำนวน 79 ตัว ซึ่งจะผลักกันด้วยแรงคูลอมบ์ (Coulomb force) คำอธิบายของการมีเสถียรภาพดังกล่าวของ ¹⁹⁷Au ก็คือมีแรงอีกชนิดหนึ่งซึ่งเรายังไม่รู้มาก่อน แรงแนั้นก็คือ แรงนิวเคลียร์ (nuclear force) ซึ่งเป็นแรงดึงดูดที่เกิดขึ้นระหว่างนิวคลีออน และเป็นแรงที่มีขนาดสูงกว่าแรงคูลอมบ์อย่างมาก แต่จะมีผลเฉพาะนิวคลีออนที่อยู่ใกล้กันเท่านั้น (ไม่ห่างกันเกินกว่าขนาดของนิวเคลียส) ดังนั้น แรงแดังกล่าวซึ่งเกิดขึ้นระหว่างโปรตอนกับโปรตอน โปรตอนกับนิวตรอน และนิวตรอนกับนิวตรอน จะมีขนาดสูงกว่าแรงคูลอมบ์ที่เกิดจากโปรตอนกับโปรตอน จึงทำให้นิวเคลียส ¹⁹⁷Au มีเสถียรภาพ ดังนั้นนิวเคลียสจะมีเสถียรภาพหรือไม่ก็ขึ้นอยู่กับขนาดของแรงทั้งสองชนิดดังกล่าวแล้ว โดยปกติจะมีนิวเคลียสที่เสถียรประมาณ 400 ชนิด และก็มีนิวเคลียสซึ่งไม่เสถียรเป็นจำนวนร้อยเช่นเดียวกัน นิวเคลียสซึ่งไม่เสถียรนี้จะสลายตัวโดยปลดปล่อยรังสีออกมา รูปที่ 11.3 แสดงกราฟของนิวเคลียสชนิดต่างๆ ซึ่งมีจำนวนโปรตอนและนิวตรอนแตกต่างกัน โดยหลักการแล้วนิวเคลียสที่มีเสถียรภาพจะอยู่บนเส้นที่มี $N = Z$ ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นนิวเคลียสของธาตุที่มีขนาดเบา อย่างไรก็ตาม สำหรับธาตุนักเมื่อนิวเคลียสมีจำนวนนิวตรอนมากกว่าจำนวน

โปรตอน นิวเคลียสของธาตุนั้นก็จะมีเสถียรภาพเช่นเดียวกัน เช่น ในกรณีของ $^{197}_{79}\text{Au}$ เป็นต้น รูปที่ 11.4 แสดงถึงปริมาณที่มีอยู่ (เปอร์เซ็นต์) ในธรรมชาติและเวลาครึ่งชีวิต (half-life) ของนิวไคลด์ชนิดต่างๆ นอกจากนั้นยังแสดงการจัดกลุ่มนิวไคลด์ที่เป็นไอโซโทปและไอโซบาร์ (isobar) ต่อกันด้วย (ไอโซบาร์ คือนิวไคลด์ที่มีจำนวนนิวคลีออนเท่ากัน)



รูปที่ 11.3 Nuclidic chart ซึ่งแสดงถึงนิวไคลด์ที่มีเสถียรภาพจะอยู่บนเส้น $N = Z$

82	^{197}Pb 43 min	^{198}Pb 2.4 h	^{199}Pb 1.5 h	^{200}Pb 21.5 h	^{201}Pb 9.33 h	^{202}Pb 53000 y	^{203}Pb 2.16 d
81	^{196}Tl 1.84 h	^{197}Tl 2.83 h	^{198}Tl 5.3 h	^{199}Tl 7.4 h	^{200}Tl 26.1 h	^{201}Tl 72.9 h	^{202}Tl 12.2 d
80	^{195}Hg 9.5 h	^{196}Hg 15%	^{197}Hg 64.1 h	^{198}Hg 10%	^{199}Hg 16.9%	^{200}Hg 23.1%	^{201}Hg 13.2%
79	^{194}Au 39.4 h	^{195}Au 186 d	^{196}Au 6.18 d	^{197}Au 100%	^{198}Au 2.69 d	^{199}Au 3.14 d	^{200}Au 48.4min
78	^{193}Pt 60 y	^{194}Pt 32.9%	^{195}Pt 33.8%	^{196}Pt 25.3%	^{197}Pt 18.3 h	^{198}Pt 7.2%	^{199}Pt 30.8min
77	^{192}Ir 73.8 d	^{193}Ir 62.7%	^{194}Ir 19.2 h	^{195}Ir 2.8 h	^{196}Ir 52 s	^{197}Ir 5.8 min	^{198}Ir ≈ 8 s
76	^{191}Os 15.4 d	^{192}Os 41.0%	^{193}Os 30.5 h	^{194}Os 6.0 y	^{195}Os 6.5 min	^{196}Os 35 min	-
	115	116	117	118	119	120	121

จำนวนนิวตรอน N

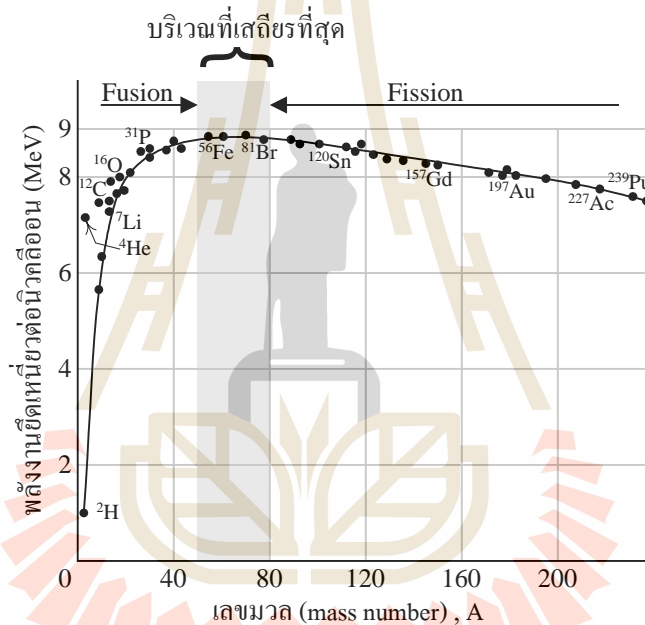
$A = 198$

รูปที่ 11.4 Nuclidic chart ที่แสดงถึงปริมาณที่มีอยู่ในธรรมชาติ เวลาครึ่งชีวิต ไอโซโทป และไอโซบาร์

2.6 พลังงานยึดเหนี่ยว

พลังงานยึดเหนี่ยวเป็นพลังงานที่ยึดองค์ประกอบของนิวเคลียสไว้ด้วยกัน คำนวณค่าได้จากสมการความสัมพันธระหว่างมวลกับพลังงานของไอน์สไตน์ หรือ $E = \Delta mc^2$ เมื่อ Δm คือมวลพร่อง (mass difference) และ c คือความเร็วของแสง เนื่องจากโดยปกติมวลของนิวเคลียสจะน้อยกว่ามวลรวมขององค์ประกอบของมันจึงเกิดมวลพร่องหรือมวลแตกต่าง ดังนั้นจึงเกิดพลังงานยึดเหนี่ยวของนิวเคลียสเสมอ พลังงานดังกล่าวจะมีค่าเท่ากับพลังงานที่ต้องการแยกองค์ประกอบของนิวเคลียสออกจากกัน ดังนั้นถ้าต้องการสลายนิวเคลียสจะต้องให้พลังงานกับนิวเคลียสเท่ากับพลังงานยึดเหนี่ยว

รูปที่ 11.5 แสดงกราฟของพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของนิวเคลียสชนิดต่างๆ ซึ่งหมายถึงพลังงานยึดเหนี่ยวของนิวเคลียสหารด้วยจำนวนนิวคลีออนของนิวเคลียส



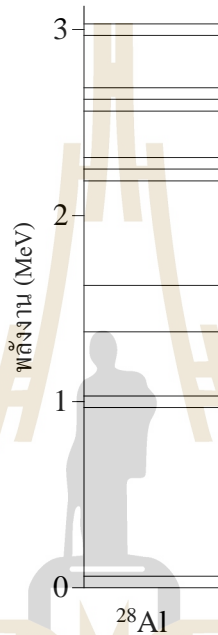
รูปที่ 11.5 เส้นกราฟพลังงานยึดเหนี่ยว ซึ่งจะมีค่าสูงขึ้นเมื่อเลขมวลสูงขึ้น

จนกระทั่งสูงสุดเมื่อเลขมวลมีค่าประมาณเท่ากับ 60

จะสังเกตเห็นจากรูปที่ 11.5 ว่า พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนจะเพิ่มขึ้นเมื่อเลขมวลสูงขึ้น โดยจะมีค่าสูงสุดเมื่อเลขมวลมีค่าประมาณเท่ากับ 60 หลังจากนั้นพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนจะลดลงเมื่อเลขมวลสูงขึ้น ปรากฏการณ์ดังกล่าวแสดงให้เห็นว่านิวเคลียสที่มีเลขมวลประมาณ $A = 60$ จะมีพลังงานยึดเหนี่ยวสูงสุดและนิวเคลียสที่มีขนาดเบาจะมีความสำคัญต่อปฏิกิริยาหลอมตัว (fusion reaction) นิวเคลียสที่มีขนาดหนักจะมีความสำคัญต่อปฏิกิริยาแบ่งแยกตัว (fission reaction)

2.7 ระดับพลังงานของนิวเคลียส

ระดับพลังงานของนิวเคลียสมีลักษณะคล้ายกับระดับพลังงานของอะตอมคือห่างกันเป็นช่วงๆ (discrete) ตามหลักของฟิสิกส์ควอนตัม แต่จะมีขนาดสูงกว่ามากอยู่ในระดับล้านอิเล็กตรอน โวลต์ (MeV) ดังนั้นเมื่อนิวเคลียสเปลี่ยนระดับพลังงานจากระดับสูงสู่ระดับต่ำกว่า นิวเคลียสจะปลดปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีพลังงานสูงมากเรียกว่ารังสีแกมมา รูปที่ 11.6 แสดงระดับพลังงานของนิวเคลียสของธาตุ ^{28}Al



รูปที่ 11.6 ระดับพลังงานของนิวเคลียสของธาตุ ^{28}Al

ตัวอย่างที่ 11.1

- ต้องใช้พลังงานเท่าไรในการแยกนิวเคลียส ^{120}Sn ออกเป็นอนุภาคองค์ประกอบ
- พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของนิวเคลียสนี้มีค่าเท่าไร

วิธีทำ (a) จากสูตร

$$E = \Delta mc^2$$

จากตารางมวล : มวลอะตอมของ ^{120}Sn (มวลนิวเคลียส + มวล 50 อิเล็กตรอน)

$$= 119.902199 \text{ u}$$

อะตอม ^{120}Sn เมื่อแตกออกจะได้ (50 ไฮโดรเจนอะตอม + 50 อิเล็กตรอน) + 70 นิวตรอน

$$\text{มวลของไฮโดรเจนอะตอม} = 1.007825 \text{ u}$$

$$\text{มวลของอนุภาคนิวตรอน} = 1.008665 \text{ u}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{มวลรวมของอนุภาคองค์ประกอบ} &= 50 \times 1.007825 \text{ u} + 70 \times 1.008665 \text{ u} \\ &= 120.99780 \text{ u} \end{aligned}$$

จะเห็นว่ามวลรวมจะมากกว่ามวลอะตอม ^{120}Sn (มวลแตกต่าง) เท่ากับ

$$\begin{aligned} \Delta m &= 120.99780 \text{ u} - 119.902199 \text{ u} \\ &= 1.095601 \text{ u} \approx 1.096 \text{ u} \end{aligned}$$

สังเกตว่ามวลของ อิเล็กตรอน 50 ตัวจะตัดกันเมื่อหามวลแตกต่างกัน ทำให้ค่า Δm เป็นมวลแตกต่างนิวเคลียสที่แท้จริง

$$\begin{aligned} E = \Delta mc^2 &= (1.096 \text{ u})(932 \text{ MeV/u}) \\ &= 1021 \text{ MeV} \end{aligned}$$

(b) ค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวเคลียส

$$E_n = \frac{E}{A} = \frac{1021 \text{ MeV}}{120} = 8.51 \frac{\text{MeV}}{\text{nucleon}}$$

สรุป

1. การทดลองของรัทเทอร์ฟอร์ด

รัทเทอร์ฟอร์ด (Rutherford) ทำการทดลองเพื่อหาตำแหน่งของนิวเคลียสในอะตอม โดยยิงอนุภาคแอลฟาผ่านแผ่นทองคำบางๆ แล้ววัดมุมกระเจิงของอนุภาคแอลฟาโดยใช้หัววัดรังสีแอลฟา จากการวิเคราะห์มุมกระเจิง รัทเทอร์ฟอร์ดสรุปว่านิวเคลียสอยู่ตรงแก่นกลางของอะตอม

2. องค์ประกอบของนิวเคลียส

นิวเคลียสประกอบด้วยโปรตอนและนิวตรอน ซึ่งเรียกชื่อรวมกันว่านิวคลีออน โดยโปรตอนมีประจุบวก มีมวล 1.007276 u และนิวตรอนเป็นกลางทางไฟฟ้า มีมวล 1.008665 u บางครั้งอาจใช้คำว่านิวไคลด์แทนนิวเคลียสชนิดต่างๆ ซึ่งเขียนสัญลักษณ์ได้เป็น A_ZX เมื่อ X คือสัญลักษณ์ทางเคมีของธาตุ A คือจำนวนนิวคลีออน และ Z คือจำนวนโปรตอน

3. ขนาดของนิวเคลียส

นิวเคลียสมีลักษณะเป็นทรงกลม มีรัศมี $r = r_0 A^{1/3}$ เมื่อ $r_0 = 1.2 \times 10^{-15}$ m หรือ 1.2 fm และ A คือเลขมวล

4. แรงแวนิวเคลียร์ (nuclear force)

แรงแวนิวเคลียร์เป็นแรงดึงดูดระหว่างนิวคลีออน ซึ่งอาจเป็นแรงระหว่างโปรตอนกับโปรตอน โปรตอนกับนิวตรอน หรือนิวตรอนกับนิวตรอน แรงชนิดนี้จะมีขนาดสูงมาก (สูงกว่าแรงคูลอมบ์) แต่มีระยะสั้น และเป็นแรงที่เกี่ยวข้องกับเสถียรภาพของนิวเคลียส

5. พลังงานยึดเหนี่ยว

พลังงานยึดเหนี่ยวเป็นพลังงานที่ยึดนิวคลีออนไว้ด้วยกันในนิวเคลียส มีค่าเป็นปฏิภาคโดยตรงกับมวลพร่อง (mass difference) หรือ $E = \Delta mc^2$ เมื่อ c คือความเร็วของแสง พลังงานนี้จะมีค่าเท่ากับพลังงานที่ต้องการแยกองค์ประกอบของนิวเคลียสออกจากกัน ดังนั้นจึงมีค่าเท่ากับพลังงานในการสลายนิวเคลียส

6. ระดับพลังงานของนิวเคลียส

ระดับพลังงานของนิวเคลียสมีลักษณะคล้ายระดับพลังงานของอะตอมคือ มีลักษณะเป็นช่วงๆ (discrete) แต่มีขนาดสูงกว่าหรือเป็นล้านอิเล็กตรอนโวลต์ (MeV) ถ้านิวเคลียสเปลี่ยนระดับจากพลังงานสูงสู่พลังงานต่ำจะปลดปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในย่านของรังสีแกมมา



ตอนที่ 11.2

การสลายตัวของสารกัมมันตรังสี

หลังจากการค้นพบรังสีเอกซ์ (X-rays) เพียงหนึ่งปี เบ็กเกอร์เรลได้ค้นพบการสลายตัวของสารกัมมันตรังสี (radioactivity) ในปี ค.ศ. 1896 โดยความบังเอิญ เขาพบว่าเมื่อวางแผ่นฟิล์มที่ห่อหุ้มด้วยกระดาษสีดำไว้ใกล้แร่ชนิดหนึ่งซึ่งมียูเรเนียมอยู่ด้วย จะเกิดร่องรอยบนแผ่นฟิล์มที่แสดงว่ามีแสงหรือรังสีบางอย่างมากระทบแผ่นฟิล์ม หลังจากได้สังเกตเห็นปรากฏการณ์ดังกล่าวหลายครั้ง เขาจึงสรุปว่าต้องมีรังสีเกิดจากสารบางอย่างที่อยู่ในแร่มากระทบกับแผ่นฟิล์มและรังสีดังกล่าวเป็นผลมาจากการสลายตัวของสารกัมมันตรังสีที่อยู่ในแร่นั่นเอง สารกัมมันตรังสีเหล่านี้ก็คือนิวเคลียสที่ไม่มีเสถียรภาพ ซึ่งจะปลดปล่อยรังสีต่างๆ ออกมาแล้วกลายเป็นนิวเคลียสชนิดอื่น รังสีที่ปลดปล่อยออกมาจากนิวเคลียสดังกล่าวก็คือ รังสีแอลฟา รังสีบีตา และรังสีแกมมา นั่นเอง

1. ค่าคงตัวของการสลายตัวและเวลาครึ่งชีวิต

การสลายตัวของสารกัมมันตรังสีนั้นจะเป็นไปตามกฎเกณฑ์ทางสถิติ โดยมีอัตราการสลายตัวเป็นปฏิภาคโดยตรงกับจำนวนนิวเคลียส N หรือ

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad (11.2)$$

เมื่อ λ คือค่าคงตัวของการสลายตัว (decay constant) ซึ่งเป็นค่าเฉพาะของนิวเคลียสที่กำลังสลายตัวนั้น เครื่องหมายลบในสมการ 11.2 แสดงถึงการลดลงของนิวเคลียส ซึ่งเมื่ออินทิเกรตสมการนี้จะได้สมการของการสลายตัวของสารกัมมันตรังสี

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (11.3)$$

เมื่อ N_0 คือจำนวนนิวเคลียสที่เวลา $t = 0$

สมการ 11.3 แสดงให้เห็นว่า N คือจำนวนนิวเคลียสที่เหลืออยู่เมื่อเวลาผ่านไป t ถ้าหาค่าอนุพันธ์ของสมการ 11.3 เทียบกับเวลา จะได้

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \tag{11.4}$$

และถ้าให้อัตราการสลายตัว $-\frac{dN}{dt} = R$ จะสามารถเขียนสมการของอัตราการสลายตัวได้เป็น

$$R = R_0 e^{-\lambda t} \tag{11.5}$$

เมื่อ R_0 คืออัตราการสลายตัวที่เวลา $t = 0$

ค่าอัตราการสลายตัวนี้มักนิยมเรียกว่ากัมมันตภาพ (activity) ของสารกัมมันตรังสี ซึ่งหมายถึงจำนวนนิวเคลียสที่สลายตัวในหนึ่งวินาที และมีหน่วยเป็นคูรี (curie, Ci) โดยกัมมันตภาพ 1 คูรี มีค่าเท่ากับอัตราการสลายตัว 3.70×10^{10} ตัว/วินาที แต่หน่วยในระบบ SI คือ เบ็กเกอเรล (becquerel, Bq) โดย 1 Bq คืออัตราการสลายตัว 1 ตัว/วินาที ดังนั้น $1 \text{ Ci} = 3.70 \times 10^{10} \text{ Bq}$

ปริมาณที่สำคัญอีกอันหนึ่งของการสลายตัวของสารกัมมันตรังสีคือ เวลาครึ่งชีวิต (half-life) ซึ่งหมายถึงเวลาที่สารกัมมันตรังสีสลายตัวไปเหลือครึ่งหนึ่งของจำนวนเริ่มต้น ดังนั้น ถ้า τ คือเวลาครึ่งชีวิตของสารกัมมันตรังสี อัตราการสลายตัวในขณะนั้นจะเป็น $R = \frac{R_0}{2}$ ดังนั้นจากสมการ 11.5 จะได้

$$\frac{R_0}{2} = R_0 e^{-\lambda \tau}$$

หรือ

$$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \tag{11.6}$$

ตัวอย่างที่ 11.2 ในสารกัมมันตรังสีชนิดหนึ่ง ^{128}I ซึ่งใช้ประโยชน์ด้านการแพทย์โดยเป็นตัวตรวจวัดอัตราการดูดกลืนไอโอดีนของต่อมไทรอยด์ จากการทดลองได้ข้อมูลอัตราการสลายตัวของ ^{128}I ดังตาราง

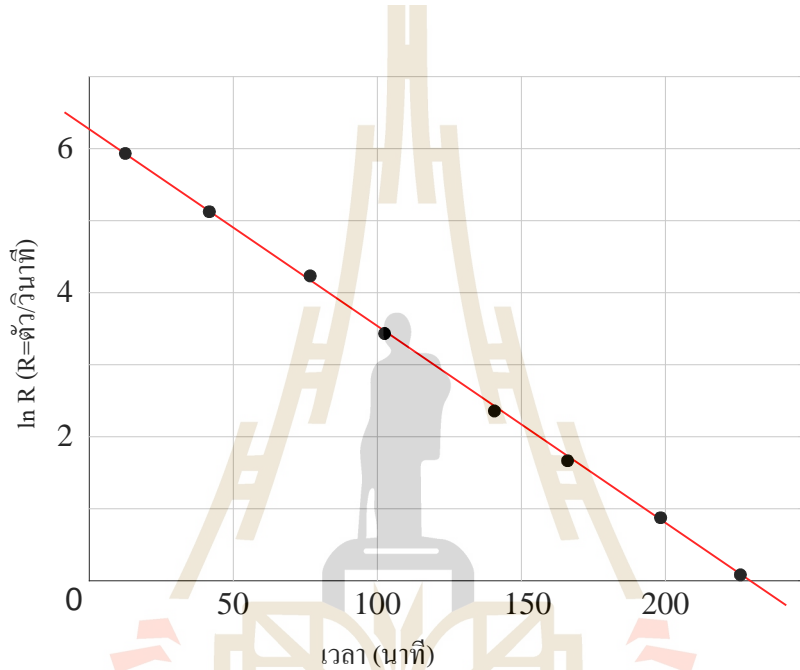
เวลา (นาที)	R (ตัว/วินาที)	เวลา (นาที)	R (ตัว/วินาที)
4	392.2	132	10.9
36	161.4	164	4.56
68	65.5	196	1.86
100	26.8	218	1.00

จงคำนวณหาค่าคงตัวการสลายตัว และเวลาครึ่งชีวิตของสารรังสีนี้

วิธีทำ จากสมการ 11.5 ถ้าเราหาค่า \ln ของปริมาณทั้งสองข้างจะได้

$$\ln R = \ln R_0 - \lambda t$$

ถ้าเขียนความสัมพันธ์ $\ln R$ กับเวลา t จะได้กราฟเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ λ ดังแสดงในรูปที่ 11.7



รูปที่ 11.7 กราฟกึ่งลอการิทึมของการสลายตัวของ ^{128}I โดยมีสเกลของแกนตั้งเป็นลอการิทึม

เนื่องจากความชัน (slope) ของกราฟมีค่าเท่ากับ λ ดังนั้นเมื่อแทนค่าความชันของกราฟจะได้

$$-\lambda = \frac{6.2 - 0}{225 - 0}$$

หรือ $\lambda = 0.0275 \text{ นาที}^{-1}$

จากสูตร $\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0.0275} = 25 \text{ นาที}$

ตัวอย่างที่ 11.3 ถ้า $^{226}_{88}\text{Ra}$ ซึ่งเป็นสารกัมมันตรังสีมีเวลาครึ่งชีวิตเป็น 1.6×10^3 ปี และมีจำนวนนิวเคลียสเท่ากับ 3×10^{16} จงหาค่ากัมมันตภาพของ $^{226}_{88}\text{Ra}$

วิธีทำ ถ้าให้ $N_0 = 3 \times 10^{16}$ เป็นจำนวนนิวเคลียสในตอนเริ่มต้น ($t = 0$) ค่ากัมมันตภาพของ $^{226}_{88}\text{Ra}$ จะหาได้จาก $R_0 = \lambda N_0$ เมื่อ λ คือค่าคงตัวของการสลายตัว ซึ่งสามารถหาค่าได้จากสมการ

$$\lambda = \frac{0.693}{\tau} = \frac{0.693}{(1.6 \times 10^3 \text{ y})(3.15 \times 10^7 \text{ s/y})}$$
$$= 1.4 \times 10^{-11} / \text{s}$$

ดังนั้นค่ากัมมันตภาพของ $^{226}_{88}\text{Ra}$ คือ

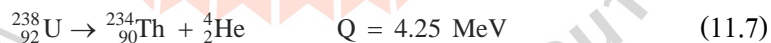
$$R_0 = (1.4 \times 10^{-11} / \text{s})(3 \times 10^{16})$$
$$= 4.2 \times 10^5 \text{ ตัว/s}$$

2. ขบวนการของการสลายตัว

ดังได้กล่าวมาแล้วว่าการสลายตัวของสารกัมมันตรังสีนั้น มีขบวนการของการสลายตัว (decay process) 3 แบบคือ การสลายตัวให้อนุภาคแอลฟา การสลายตัวให้อนุภาคบีตา และการสลายตัวให้อนุภาคแกมมา หัวข้อต่อไปนี้จะบรรยายละเอียดของขบวนการสลายตัวทั้ง 3 แบบ

2.1 การสลายตัวให้อนุภาคแอลฟา

ตัวอย่างหนึ่งของการสลายตัวแบบนี้คือ การสลายตัวของ $^{238}_{92}\text{U}$ ซึ่งเป็นไปตามสมการ



เมื่อ Q คือค่าพลังงานปลดปล่อย (energy liberated) ในการสลายตัว ซึ่งหมายถึงพลังงานที่เกิดขึ้นเนื่องจากการสลายตัว และจะอยู่ในรูปของพลังงานจลน์ของอนุภาคแอลฟา และ $^{234}_{90}\text{Th}$ ซึ่งเป็นนิวเคลียสที่เกิดขึ้นจากการสลายตัว เงื่อนไขของการเกิดการสลายตัวแบบนี้คือ (1) เลขอะตอม (จำนวนโปรตอน) ของทางซ้ายและทางขวาของสมการต้องเท่ากัน ($92 = 90 + 2$) ทั้งนี้เพื่อให้เกิดการอนุรักษ์ของประจุ (2) เลขมวล (จำนวนโปรตอน + นิวตรอน) ทางซ้ายและทางขวาของสมการต้องเท่ากัน ($238 = 234 + 4$) การสลายตัวให้อนุภาคแอลฟาของ $^{238}_{92}\text{U}$ นี้ จะมีเวลาครึ่งชีวิตเท่ากับ 4.47×10^9 ปี พลังงานปลดปล่อยในการสลายตัวจะหาได้จากค่ามวลพร้อมของนิวเคลียสในทางซ้ายและทางขวาของสมการ

ตัวอย่างที่ 11.4 ถ้ามวลอะตอมในปฏิกิริยาการสลายตัวของ ^{238}U ตามสมการ 11.7 มีดังต่อไปนี้

^{238}U	238.05079 u	^4He	4.00260 u
^{234}Th	234.04363 u	^1H	1.00783 u
^{237}Pa	237.05121 u		

(a) จงคำนวณหาพลังงานปลดปล่อยจากปฏิกิริยาการสลายตัว $^{238}\text{U} \rightarrow ^{234}\text{Th} + ^4\text{He}$

(b) จงแสดงว่า ^{238}U ไม่สามารถสลายตัวด้วยตัวเองให้อนุภาคโปรตอน

วิธีทำ (a) มวลอะตอมรวมหลังปฏิกิริยาคือผลรวมของมวลของ ^{234}Th กับ ^4He หรือ

$$= 234.04363 + 4.00260 = 238.04623 \text{ u}$$

ดังนั้น มวลพร่อง $\Delta m = 238.05079 - 238.04623 = 0.00456 \text{ u}$

ดังนั้น $Q = \Delta mc^2 = (0.00450 \text{ u})(932 \text{ MeV/u})$
 $= 4.25 \text{ MeV}$

พลังงาน 4.25 MeV อยู่ในรูปพลังงานจลน์ของอนุภาคแอลฟา และ ^{234}Th หลังปฏิกิริยา

(b) ถ้า ^{238}U สามารถสลายตัวให้อนุภาคโปรตอนได้ จะมีสมการของการสลายตัวเป็น



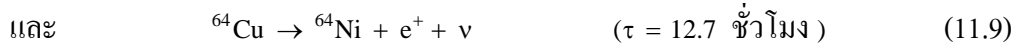
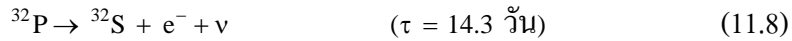
ดังนั้น มวลก่อนการสลายตัว = 238.05079 u และ

มวลหลังการสลายตัว = 237.0521 + 1.00780 = 238.05994 u

เนื่องจากมวลหลังการสลายตัวสูงกว่ามวลก่อนการสลายตัว ดังนั้น ^{238}U จะไม่สลายตัวให้อนุภาคโปรตอน

2.2 การสลายตัวให้อนุภาคบีตา

นิวเคลียสที่สลายตัวโดยการปลดปล่อยอนุภาคอิเล็กตรอน หรืออนุภาคโพซิตรอน (อนุภาคประจุไฟฟ้าบวก มีมวลเท่ากับอนุภาคอิเล็กตรอน) เป็นขบวนการการสลายตัวให้อนุภาคบีตา (beta decay) ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับการสลายตัวให้อนุภาคแอลฟา คือ สลายตัวเอง มีพลังงานปลดปล่อยและเวลาครึ่งชีวิตที่สำคัญเป็นขบวนการที่มีพฤติกรรมทางสถิติโดยสมบูรณ์ ตัวอย่างสมการการสลายตัวชนิดนี้คือ



สัญลักษณ์ ν คือ อนุภาคนิวตริโน (neutrino) เป็นอนุภาคที่ไม่มีมวล เป็นกลางทางไฟฟ้า ซึ่งจะถูกปลดปล่อยออกมาพร้อมกับอนุภาคบีตาในขบวนการสลายตัว อนุภาคนิวตริโนนี้จะทำปฏิกิริยาอย่างอ่อนๆ กับสสารอื่น จึงทำให้การตรวจจับอนุภาคนิวตริโนเป็นไปได้ยากมาก

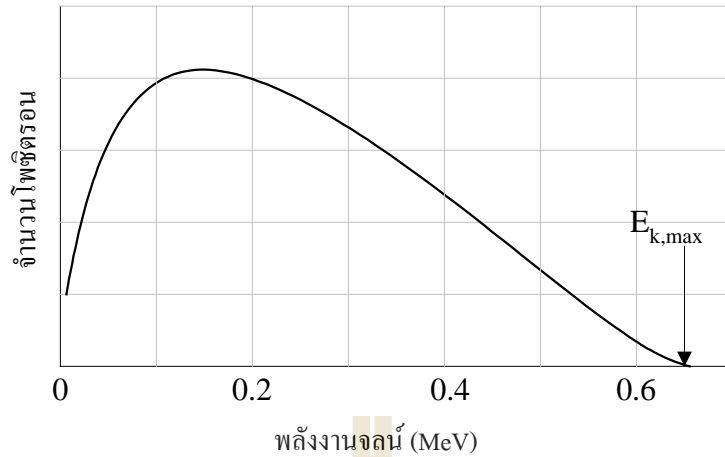
ดูเหมือนจะเป็นเรื่องน่าประหลาดที่นิวเคลียสสามารถปลดปล่อยอนุภาคอิเล็กตรอนและอนุภาคนิวตริโนได้ ทั้งๆ ที่นิวเคลียสไม่มีองค์ประกอบเป็นอนุภาคเหล่านี้อยู่เลย (ไม่ใช่ นิวคลีออน) หรือนิวเคลียสประกอบด้วยอนุภาคโปรตอนและนิวตรอนเท่านั้น อย่างไรก็ตาม เราทราบดีว่าอะตอมสามารถปลดปล่อยอนุภาคโฟตอนได้ แต่เราคงไม่สรุปว่าอะตอมมีองค์ประกอบเป็นอนุภาคโฟตอน ดังนั้นจึงอาจกล่าวได้ว่าอนุภาคโฟตอนถูกสร้างขึ้นในขบวนการแผ่รังสีของอะตอม

ในทำนองเดียวกันอนุภาคอิเล็กตรอน อนุภาคโพซิตรอน และอนุภาคนิวตริโน ก็สามารถถูกปลดปล่อยออกมาในขบวนการสลายตัวได้เช่นกัน อนุภาคเหล่านี้จะถูกสร้างขึ้นในขบวนการปลดปล่อยอนุภาคเช่นในการสลายตัวให้ e^- นั้น นิวตรอนแปลงตัวเองเป็นอนุภาคโปรตอน (ตามสมการ $n \rightarrow p + e^- + \nu$) และปลดปล่อย e^- และ ν

หรือในทางตรงข้ามในการสลายตัวให้ e^+ นั้น อนุภาคโปรตอนแปลงตัวเองเป็นอนุภาคนิวตรอน (ตามสมการ $p \rightarrow n + e^+ + \nu$) และปลดปล่อย e^+ และ ν

ดังนั้นจะเห็นได้ว่า อนุภาคโปรตอนและอนุภาคนิวตรอนไม่ใช่อนุภาคพื้นฐาน (fundamental particles)

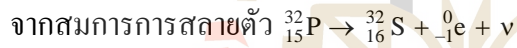
ในขบวนการสลายตัวให้อนุภาคบีตาจะมีพลังงานถูกปลดปล่อยออกมา โดยพลังงานที่ถูกปลดปล่อยนี้จะถูกแบ่งส่วนกันระหว่างอนุภาคบีตาและอนุภาคนิวตริโน ทำให้ค่าพลังงานจลน์ของอนุภาคบีตามีได้ทุกค่า ในลักษณะสเปกตรัมพลังงานต่อเนื่อง (continuous energy spectrum) อย่างไรก็ตาม ผลรวมของพลังงานจลน์ของอนุภาคบีตาและนิวตริโน จะไม่สูงกว่าค่าพลังงานปลดปล่อย Q ในกรณีที่อนุภาคบีตาได้รับพลังงานมาทั้งหมด พลังงานจลน์สูงสุด ($E_{k,max}$) ของอนุภาคจะมีค่าเท่ากับ Q ซึ่งทำให้อนุภาคนิวตริโนจะไม่มีพลังงานจลน์เลย การกระจายค่าพลังงานของอนุภาคบีตาจะเป็นไปดังปรากฏในรูปที่ 11.8



รูปที่ 11.8 การกระจายค่าพลังงานจลน์ของอนุภาคโพซิตรอนในการ
สลายตัวของ ^{64}Cu ค่า $E_{k,max} = 0.653 \text{ MeV}$

ตัวอย่างที่ 11.5 จงคำนวณหาค่าพลังงานปลดปล่อย Q ของการสลายตัวให้อนุภาคบีตาของ ^{32}P เมื่อค่ามวลอะตอมของ ^{32}P เท่ากับ 31.97391 u ของ ^{32}S เท่ากับ 31.97207 u

วิธีทำ เนื่องจากการสลายตัวให้อนุภาคอิเล็กตรอน มีมวลของอิเล็กตรอนเข้ามาเกี่ยวข้อง ต้องมีความชัดเจนระหว่างมวลนิวเคลียสและมวลอะตอม



$$\text{มวลอะตอมคือ } (31.97391 \text{ u}) \rightarrow (31.97207 \text{ u} + m_e + 0)$$

$$\text{มวลพร่องคือ } \Delta m = \text{มวลนิวเคลียส } {}^{32}\text{P} - (\text{มวลนิวเคลียส } {}^{32}\text{S} + m_e)$$

$$\text{หรือ } \Delta m = (\text{มวลนิวเคลียส } {}^{32}\text{P} + 15m_e) - (\text{มวลนิวเคลียส } {}^{32}\text{S} + 16m_e)$$

$$= (\text{มวลอะตอม } {}^{32}\text{P}) - (\text{มวลอะตอม } {}^{32}\text{S})$$

$$= (31.97391 \text{ u} - 31.97207 \text{ u})$$

$$= 0.00184 \text{ u}$$

$$Q = \Delta mc^2 = (0.00184 \text{ u})(932 \text{ MeV/u}) = 1.71 \text{ MeV}$$

ในการทดลองพิสูจน์ได้ว่าค่าพลังงานจลน์สูงสุดของอิเล็กตรอน $E_{k,max}$ มีค่า = 1.71 MeV แต่อิเล็กตรอนที่ถูกปลดปล่อยจะมีค่าพลังงานจลน์น้อยกว่านี้ พลังงานส่วนที่เหลือจะแบ่งสรรให้กับอนุภาคนิวตริโน

2.3 การสลายตัวให้แกมมา

ในการสลายตัวให้อนุภาคแอลฟาและอนุภาคบีตานั้น บางครั้งนิวเคลียสที่สลายตัวจะอยู่ในสถานะกระตุ้น (excited state) ชั่วขณะแล้วจึงกลับสู่สถานะพื้น (ground state) โดยปลดปล่อยอนุภาคโฟตอนออกมาในรูปของรังสีแกมมา ขบวนการดังกล่าวจะคล้ายคลึงกับขบวนการที่เกิดขึ้นในอะตอม เมื่ออิเล็กตรอนจากระดับพลังงานที่สูงกว่ากระโดดไปยังระดับพลังงานที่ต่ำกว่า โดยปลดปล่อยพลังงานส่วนเกินออกมาในรูปของแสง แต่ในกรณีของนิวเคลียสซึ่งสลายตัวให้แกมมา อนุภาคโปรตอนหรือนิวตรอนจะกระโดดจากระดับพลังงานที่สูงกว่าไปยังระดับพลังงานที่ต่ำกว่าแล้วปลดปล่อยรังสีแกมมาออกมาซึ่งมีพลังงานสูงกว่าพลังงานของแสงเป็นอย่างมาก ตัวอย่างของขบวนการสลายตัวให้รังสีแกมมาอาจแสดงได้ดังสมการข้างล่างนี้



สมการ 11.10 a แสดงว่า ${}^{12}\text{B}$ สลายตัวให้ ${}^{12}\text{C}^*$ ซึ่งอยู่ในสถานะกระตุ้นชั่วขณะ แล้วจึงกลับสู่สถานะพื้นกลายเป็น ${}^{12}\text{C}$ พร้อมกับปลดปล่อยรังสีแกมมา (γ -ray) ตามสมการ 11.10 b เราจะเห็นจากสมการ 11.10 ว่าการสลายตัวให้รังสีแกมมาจะไม่มีการเปลี่ยนแปลงทั้งค่า Z และ A

3. การวัดปริมาณรังสี

ผลของรังสีที่ตกกระทบกับสิ่งที่มีชีวิตเป็นหัวข้อสำคัญของการใช้ประโยชน์สารรังสี รังสีแกมมา อนุภาคนิวตรอน และอนุภาคแอลฟา ล้วนเป็นรังสีที่ทำให้เกิดการแตกตัว (ionization) ในเซลล์ของสิ่งมีชีวิตทั้งสิ้น รังสีเหล่านี้มาจากรังสีคอสมิกและสารรังสีที่พบบนผิวโลกของเรา รวมถึงการฉายรังสีในวงการแพทย์โดยใช้รังสีแกมมาและรังสีเอกซ์ การใช้รังสีเป็นตัวตรวจจับ (tracer) นั้นมีทั้งในวงการแพทย์และอุตสาหกรรม

การวัดปริมาณรังสีชนิด ionizing radiation นิยมใช้หน่วยเป็น 4 ระบบหน่วยดังต่อไปนี้

3.1 หน่วยคูรี (curie, Ci)

หน่วยคูรีเป็นหน่วยวัดกัมมันตภาพของสารรังสี เนื่องจาก $1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10}$ ตัว/วินาที ดังนั้นสารกัมมันตภาพรังสีที่มีกัมมันตภาพ 1 คูรี จึงสามารถปล่อยรังสีจำนวน 3.7×10^{10} ครั้งต่อวินาที หน่วยคูรีจึงเป็นหน่วยที่ใช้บอกปริมาณกัมมันตภาพ บอกความแรงของสารรังสี แต่ไม่บอกธรรมชาติของการสลายตัว

3.2 หน่วยเรินต์เกน (röntgen, R)

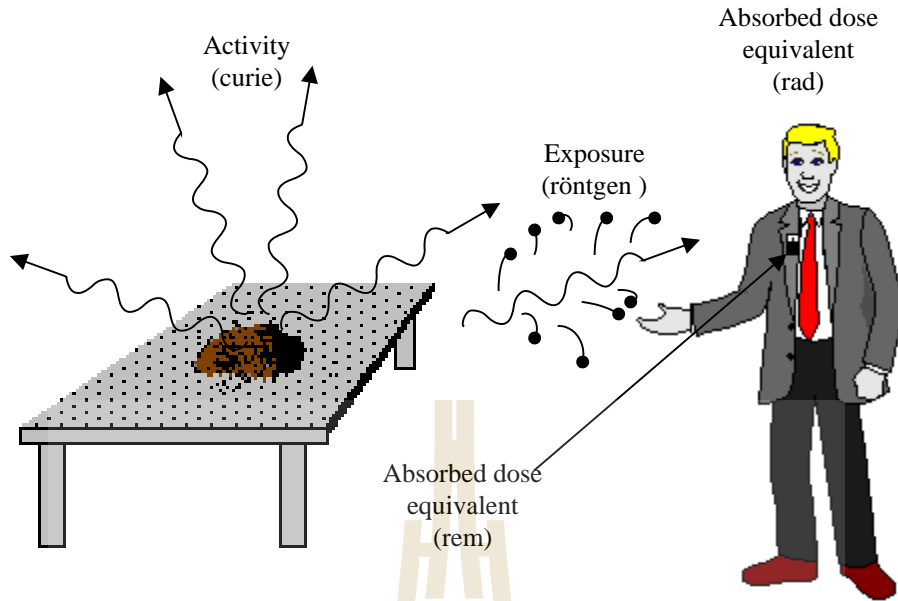
หน่วยเรินต์เกนเป็นหน่วยวัดการตกกระทบ (exposure) ซึ่งจะบอกถึงความสามารถของสารรังสีที่เมื่อตกกระทบกับวัตถุแล้วสามารถถ่ายทอดพลังงานได้มากน้อยแค่ไหน ปริมาณรังสี 1 R นิยามว่าเป็นความสามารถในการถ่ายทอดพลังงานขนาด 8.78 mJ ให้กับอากาศแห้งที่มีมวล 1 kg ที่ความดันปกติ

3.3 หน่วยแรด (rad)

คำว่า rad เป็นตัวย่อของ radiation absorbed dose ซึ่งเป็นหน่วยวัดพลังงานที่ถูกดูดกลืนโดยวัตถุ วัตถุอาจเป็นพวกคนทั้งตัวหรือบางอวัยวะ ถ้าวัตถุได้รับปริมาณรังสี 1 rad หมายถึงพลังงานที่ถูกถ่ายทอดแล้วดูดกลืนโดยก้อนวัตถุมีปริมาณ 10 mJ/kg รังสีแกมมาที่ฉายเข้ากระทบตัวคนทั้งตัวในปริมาณ 300 rad จะทำให้คนตาย 50% จากจำนวนคนทั้งหมดที่ถูกรังสี ในระบบ SI นิยมใช้หน่วย gray (Gy) แทน rad โดย $1 \text{ Gy} = 100 \text{ rad}$

3.4 หน่วยเรม (rem)

คำว่า rem ย่อมาจาก röntgen equivalent in man เป็นหน่วยวัดปริมาณรังสีดูดกลืนเปรียบเทียบความเป็นจริงที่ว่ารังสีต่างชนิด เช่น แกมมา หรือนิวตรอน ถึงแม้จะมีพลังงานถ่ายทอดให้กับก้อนวัตถุเท่ากัน แต่ผลกระทบทางชีววิทยาจะไม่เหมือนกัน ค่าปริมาณ รังสีดูดกลืนเปรียบเทียบได้มาจากผลคูณของปริมาณรังสีดูดกลืน (rad) กับค่าคงตัวที่เรียกว่า Relative Biological Effectiveness (RBE) สำหรับรังสีเอกซ์และอิเล็กตรอน ค่า RBE ประมาณเท่ากับ 1 แต่นิวตรอนความเร็วต่ำ RBE ≈ 5 เป็นต้น เครื่องตรวจวัดปริมาณรังสีประจำตัวจะวัดปริมาณรังสีในหน่วย rem รูปที่ 11.9 แสดงถึงหน่วยวัดปริมาณรังสีชนิดต่างๆ



รูปที่ 11.9 หน่วยวัดปริมาณรังสีชนิดต่างๆ

ตัวอย่างที่ 11.6 เป็นทราบกันดีว่ารังสีแกมมาปริมาณ 300 rad มีอันตรายต่อชีวิต ถ้าปริมาณพลังงานเปรียบเทียบกับที่ถูกดูดกลืนในลักษณะของความร้อน อุณหภูมิของร่างกายจะสูงขึ้นเท่าใด

วิธีทำ พลังงานดูดกลืนปริมาณ 300 rad เทียบกับพลังงานดูดกลืนต่อหน่วยมวล (Q/m) เท่ากับ

$$(300 \text{ rad}) \left(\frac{10 \times 10^{-3} \text{ J/kg}}{1 \text{ rad}} \right) = 3 \text{ J/kg}$$

สมมติว่าความถ่วงจำเพาะ c ของร่างกายเท่ากับของน้ำคือ $4180 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ อุณหภูมิของร่างกายจะสูงขึ้น

$$\Delta T = \frac{Q/m}{c} = \frac{3 \text{ J/kg}}{4180 \text{ J} \cdot \text{K/kg}} = 7.2 \times 10^{-4} \text{ K}$$

สังเกตว่าการเพิ่มอุณหภูมิร่างกายมีค่าน้อยมาก แต่ส่วนอันตรายไม่อยู่ที่การเพิ่มอุณหภูมิอันตรายอยู่ที่ผลของการแตกตัวของโมเลกุลทำให้การทำงานของเซลล์เสียไป

สรุป

1. สมการของการสลายตัวของสารกัมมันตรังสี
การสลายตัวของสารกัมมันตรังสีจะเป็นไปตามสมการ

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

เมื่อ N คือจำนวนนิวเคลียสที่เหลืออยู่ ณ เวลา t ใดๆ

N_0 คือจำนวนนิวเคลียสเริ่มต้น เมื่อ $t = 0$

λ คือค่าคงตัวของการสลายตัว

2. สมการของอัตราการสลายตัว
สารกัมมันตรังสีจะมีอัตราการสลายตัวตามสมการ

$$R = R_0 e^{-\lambda t}$$

เมื่อ R คืออัตราการสลายตัว ณ เวลา t ใดๆ

R_0 คืออัตราการสลายตัว ณ เวลา $t = 0$

3. เวลาครึ่งชีวิต

เวลาครึ่งชีวิตคือเวลาที่สารกัมมันตรังสีสลายตัวไปเหลือครึ่งหนึ่งของจำนวนเริ่มต้น เวลาครึ่งชีวิตจะมีความสัมพันธ์กับค่าคงตัวของการสลายตัวตามสมการ

$$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

4. ขบวนการของการสลายตัว

สารกัมมันตรังสีมีขบวนการของการสลายตัว 3 แบบ คือ

1) การสลายตัวให้อนุภาคแอลฟา เช่น $^{238}\text{U} \rightarrow ^{234}\text{Th} + ^4\text{He}$, $Q = 4.25 \text{ MeV}$

2) การสลายตัวให้อนุภาคบีตา เช่น $^{32}\text{P} \rightarrow ^{32}\text{S} + e^- + \nu$, ($\tau = 14.3$ วัน)

$^{64}\text{Cu} \rightarrow ^{64}\text{Ni} + e^+ + \nu$, ($\tau = 12.7$ ชั่วโมง)

3) การสลายตัวให้แกมมา เช่น $^{12}_5\text{B} \rightarrow ^{12}_6\text{C}^* + ^0_{-1}e$, $^{12}_6\text{C}^* \rightarrow ^{12}_6\text{C} + \gamma$

5. หน่วยวัดปริมาณรังสี

- 1) คูรี (Ci) เป็นหน่วยที่บอกถึงกัมมันตภาพหรือความแรงของสารรังสี โดย $1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10}$ ตัว/วินาที
- 2) เรนต์เกน (R) เป็นหน่วยที่บอกถึงความสามารถในการถ่ายทอดพลังงานของสารรังสี เมื่อปล่อยรังสีตกกระทบกับวัตถุ โดย $1 \text{ R} =$ พลังงานที่ถ่ายทอดขนาด 8.78 mJ ให้กับอากาศแห้งที่มีมวล 1 kg ที่ความดันปกติ
- 3) แร็ด (rad) เป็นหน่วยที่บอกถึงความสามารถในการดูดกลืนรังสีของวัตถุ โดย 1 rad หมายถึงพลังงานที่ดูดกลืนรังสีโดยวัตถุจำนวน 10 mJ/kg
- 4) เรม (rem) เป็นหน่วยวัดปริมาณรังสีดูดกลืนเปรียบเทียบ โดย $\text{rem} = \text{rad} \times \text{RBE}$ (สำหรับรังสีเอกซ์และอิเล็กตรอน $\text{RBE} = 1$ แต่สำหรับนิวตรอนพลังงานต่ำ $\text{RBE} \approx 5$)



ตอนที่ 11.3

พลังงานนิวเคลียร์

เมื่อเราใช้พลังงานจากถ่านหินโดยการเผาในเตาเผา เรากำลังใช้ปฏิกิริยาการสันดาประหว่างอะตอมของคาร์บอนกับออกซิเจนโดยผ่านขบวนการปรับเปลี่ยนตำแหน่งของอิเล็กตรอนวงนอกสุดให้มีเสถียรภาพของโมเลกุลมากขึ้น แต่เมื่อเราใช้พลังงานจากธาตุยูเรเนียมจากปฏิกิริยานิวเคลียร์ในเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู เรากำลังใช้พลังงานจากขบวนการปรับเปลี่ยนนิวคลีออนในนิวเคลียสที่มีเสถียรภาพมากขึ้น

เนื่องจากอนุภาคอิเล็กตรอนถูกจับยึดอยู่ในอะตอมโดยแรงคูลอมบ์ พลังงานเพียงไม่กี่อิเล็กตรอนโวลต์ก็ใช้ดึงอิเล็กตรอนออกจากอะตอมได้ ในทางตรงกันข้ามนิวคลีออนถูกจับยึดอยู่ในนิวเคลียสโดยแรงนิวเคลียร์ ต้องใช้พลังงานขนาดล้านอิเล็กตรอนโวลต์จึงจะดึงนิวคลีออนออกจากนิวเคลียสได้ จะเห็นได้ว่าความแตกต่างของพลังงานจากอะตอมและพลังงานจากนิวเคลียสนั้นมีเป็นอย่างมาก หรืออาจเปรียบเทียบให้เห็นได้ว่าเราสามารถสกัดพลังงานจากหนึ่งกิโลกรัมของยูเรเนียมได้มากกว่าหนึ่งกิโลกรัมของถ่านหินเป็นล้านเท่าทีเดียว

เนื่องจากการปลดปล่อยพลังงานจากนิวเคลียสและจากอะตอมนั้นขึ้นอยู่กับกฎเกณฑ์เดียวกันคือ $E = \Delta mc^2$ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า Δm ของมวลนิวเคลียสนั้นแตกต่างจาก Δm ของมวลของอะตอมเป็นอย่างมาก

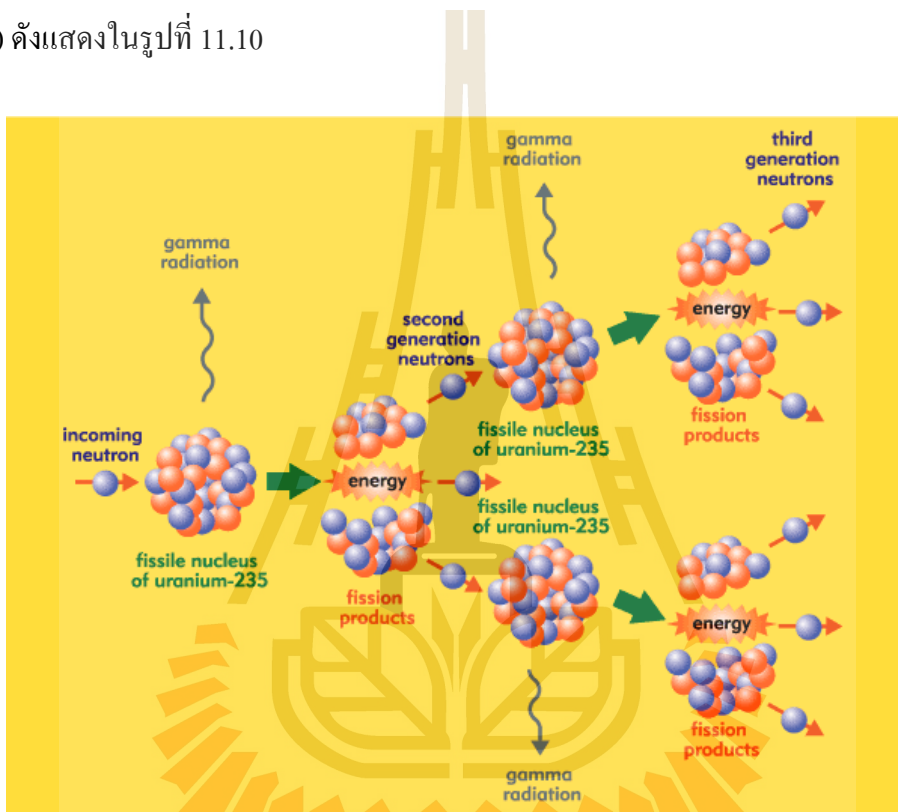
ตารางที่ 11.2 แสดงการเปรียบเทียบพลังงานที่ได้จากการสกัดสารซึ่งมีมวล 1 kg โดยไม่กำหนดอยู่ในหน่วยพลังงาน แต่จะอยู่ในหน่วยของช่วงเวลาการใช้พลังงานของหลอดไฟขนาด 100 วัตต์

ตารางที่ 11.2 พลังงานปลดปล่อยโดยสารมวล 1 kg

รูปแบบมวลสาร	ขบวนการ	เวลา
น้ำ	น้ำตกสูง 50 เมตร	5 นาที
ถ่านหิน	เผา	8 ชั่วโมง
UO ₂ (3%)	แตกตัวในเตาปฏิกรณ์	690 ปี
²³⁵ U	แตกตัวสมบูรณ์	3 × 10 ⁴ ปี
คิวเทอริยม	หลอมตัวสมบูรณ์	3 × 10 ⁴ ปี
matter และ antimatter	การประลัยอย่างสมบูรณ์	3 × 10 ⁷ ปี

1. ปฏิกิริยาแบ่งแยกตัว

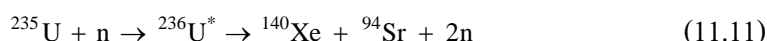
ปฏิกิริยาแบ่งแยกตัว (fission reaction) จะเกิดขึ้นเมื่อนิวเคลียสของธาตุหนักบางชนิดถูกคลื่นนิวตรอน และกลายเป็นนิวเคลียสสารประกอบ (compound nucleus) ที่มีพลังงานในสถานะกระตุ้นค่อนข้างสูง หลังจากนั้นนิวเคลียสสารประกอบจะแตกตัวออกเป็นสองส่วนพร้อมกับปลดปล่อยอนุภาคนิวตรอนออกมา อนุภาคนิวตรอนที่ถูกปลดปล่อยออกมาจะถูกดูดกลืนโดยนิวเคลียสอื่นๆ ของธาตุหนัก แล้วเกิดการแตกตัวอีก การแตกตัวดังกล่าวจะเกิดขึ้นโดยต่อเนื่อง ซึ่งเรียกว่าปฏิกิริยาลูกโซ่ (chain reaction) ดังแสดงในรูปที่ 11.10



รูปที่ 11.10 ปฏิกิริยาแบ่งแยกตัวที่เกิดขึ้นเมื่อนิวเคลียสของธาตุ ^{235}U

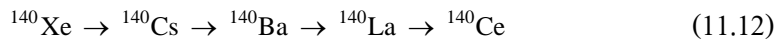
ดูดกลืนนิวตรอนแล้วแตกตัวเป็น ^{92}Kr , ^{141}Ba และ $3n$

ตัวอย่างหนึ่งของปฏิกิริยาแบ่งแยกตัวคือ เมื่อ ^{235}U ดูดกลืนอนุภาคนิวตรอนแล้วกลายเป็นนิวเคลียสเชิงประกอบ $^{236}\text{U}^*$ ซึ่งจะแตกตัวออกเป็นสองส่วน ดังแสดงในสมการข้างล่าง



^{140}Xe และ ^{94}Sr ที่เกิดขึ้นในสมการ 11.11 จะไม่มีเสถียรภาพ จึงสลายตัวให้อนุภาคบีตาได้นิวเคลียสต่างๆ เป็นลำดับ จนกระทั่งได้นิวเคลียสสุดท้ายที่มีเสถียรภาพ ดังแสดงในสมการ 11.12

และ 11.13 ตามลำดับ ค่าที่ปรากฏในตารางใต้สมการนั้นคือ เวลาครึ่งชีวิต (τ) และเลขอะตอม (z) ของนิวเคลียสที่เกี่ยวข้องในปฏิกิริยาแบ่งแยกตัว



τ	14 s	64 s	13 d	40 h	เสถียร
z	54	55	56	57	58

และ



τ	75 s	19 min	เสถียร
Z	38	39	40

ในปฏิกิริยาแบ่งแยกตัวดังกล่าวนอกจากจะได้รับพลังงานปลดปล่อยในรูปของพลังงานจลน์ของนิวเคลียสที่เกิดขึ้นแล้วยังได้อนุภาคนิวตรอนเพิ่มขึ้นด้วย อย่างไรก็ตามปฏิกิริยาแบ่งแยกตัวดังกล่าวจะเกิดขึ้นได้ต่อเมื่อนิวตรอนที่ถูกดูดกลืนนั้นต้องเป็นนิวตรอนพลังงานต่ำ (มีพลังงานจลน์เฉลี่ย 0.04 eV) หรือมีชื่อเรียกว่านิวตรอนอุณหภาพ (thermal neutron) นิวเคลียสที่สามารถทำให้เกิดปฏิกิริยาแบ่งแยกตัวโดยอาศัยนิวตรอนอุณหภาพอีกชนิดหนึ่งก็คือ ^{239}Pu ในกรณีที่เป็นนิวตรอนพลังงานสูง (มีพลังงานจลน์สูงกว่า 1.3 MeV) จะมี ^{238}U และ ^{243}Am ที่สามารถทำให้เกิดปฏิกิริยาการแบ่งแยกตัวได้

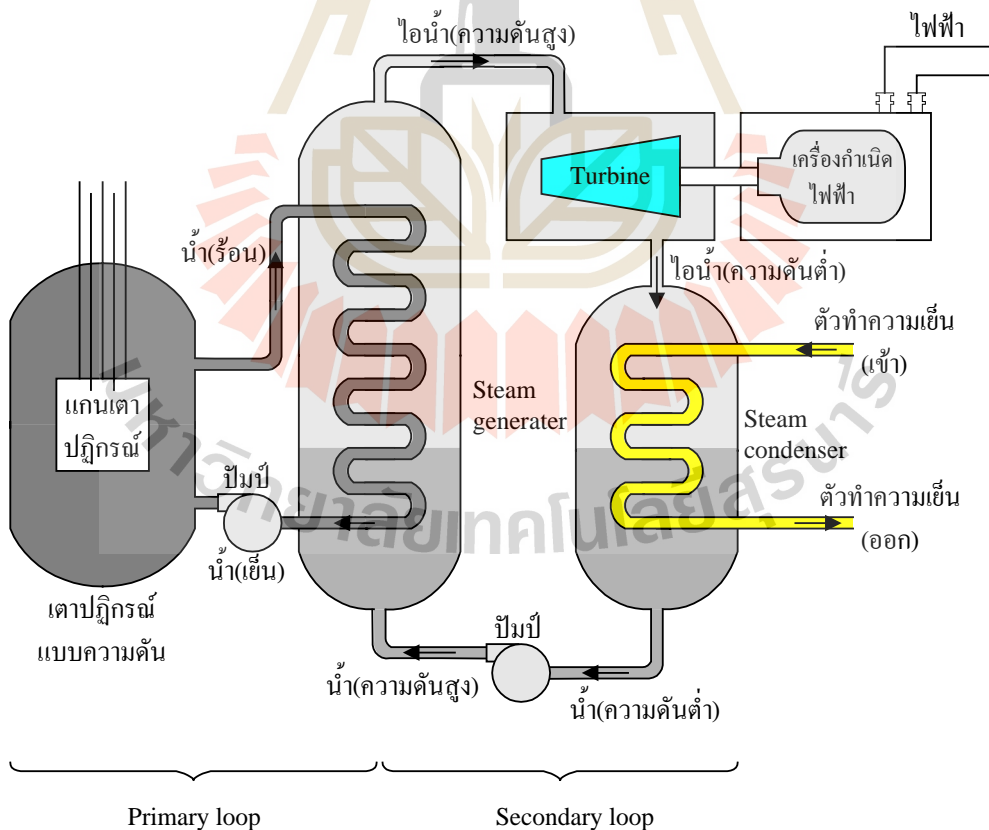
2. เตาปฏิกรณ์ปรมาณู

เตาปฏิกรณ์ปรมาณู (nuclear reactor) เป็นอุปกรณ์ที่สามารถทำให้เกิดปฏิกิริยาฟิชชัน หรือปฏิกิริยาแบ่งแยกตัวอย่างต่อเนื่อง ปฏิกิริยาฟิชชันนี้จะปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว โดยถ้าหากไม่มีการควบคุมก็จะเป็นปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นในระเบิดปรมาณูนั่นเอง แต่ถ้าสามารถควบคุมได้ก็จะกลายเป็นปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นในเตาปฏิกรณ์ปรมาณู ซึ่งสามารถนำมาใช้ในทางสันติได้ เช่น ใช้ในการผลิตกระแสไฟฟ้า เป็นต้น

ชนิดของเตาปฏิกรณ์ปรมาณูอาจมีหลายแบบขึ้นอยู่กับชนิดของเชื้อเพลิงและวัสดุลดทอนพลังงาน (moderator) ที่ใช้ โดยเงื่อนไขที่ทำให้สามารถใช้ประโยชน์จากเตาปฏิกรณ์ปรมาณูได้นั้นอาจแตกต่างกัน เช่น ถ้าใช้ ^{235}U เป็นเชื้อเพลิง จะต้องทำการสกัดยูเรเนียมในธรรมชาติ (ซึ่งมี ^{235}U เพียง 0.7% และมี ^{238}U 99.3%) ให้มีความเข้มข้นของ ^{235}U ถึง 3% ผสมกับ ^{238}U 97% เตาปฏิกรณ์ปรมาณูชนิดนี้จะใช้น้ำ (H_2O) เป็นวัสดุลดทอนพลังงาน

อย่างไรก็ตาม ในการผลิตพลังงานจากปฏิกิริยาแบ่งแยกตัวโดยใช้ยูเรเนียมเป็นเชื้อเพลิงนั้น ยังมีปัญหาและอุปสรรคอีกหลายอย่าง เช่น ปัญหาของการรั่วไหลของนิวตรอนจากเตาปฏิกรณ์ปรมาณู ปัญหาพลังงานของนิวตรอนที่เกิดจากปฏิกิริยาแบ่งแยกตัวมีค่าสูง และปัญหาการดูดกลืนนิวตรอน อุณหภูมิโดย ^{238}U ซึ่งเป็นส่วนผสมของเชื้อเพลิง ปัญหาเหล่านี้จะเป็นการลดอัตราการเกิดปฏิกิริยา ลูกโซ่ในลักษณะที่ไม่เพียงพอต่อการให้พลังงานอย่างต่อเนื่อง

การนำพลังงานที่ได้จากเตาปฏิกรณ์ปรมาณูไปใช้ประโยชน์ในด้านผลิตกระแสไฟฟ้านั้น ก็มีลักษณะเช่นเดียวกันกับการใช้พลังงานจากแหล่งพลังงานอื่นๆ เช่น พลังงานจากเขื่อน และพลังงานจากการเผาไหม้ของถ่านหินและน้ำมัน เป็นต้น นั่นก็คือการนำพลังงานความร้อนไปผลิตไอน้ำภายใต้ความดันสูงเพื่อนำไปหมุนเทอร์ไบน์ (turbine) ที่ต่ออยู่กับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า รูปที่ 11.11 แสดงแผนภาพการทำงานของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังงานปรมาณูชนิด Pressurized - Water Reactor (PWR) เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชนิดนี้ใช้น้ำเป็นวัสดุคูลทอนพลังงาน และทำหน้าที่เป็นตัวส่งผ่านความร้อนด้วย ในวงรอบการทำงานของวงรอบแรก (primary loop) นั้น น้ำที่ความดันสูงและอุณหภูมิสูง (ที่ประมาณ 150 atm และ 600 K) หมุนเวียนผ่านแกนเตาปฏิกรณ์ เพื่อนำความร้อนออกจากเตาถ่ายเทเข้าสู่แหล่งผลิตไอน้ำ (steam generator) ที่แหล่งผลิตไอน้ำนี้จะผลิตไอน้ำที่ความดันสูงเพื่อนำไปหมุนเทอร์ไบน์ที่ต่อติดกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า



รูปที่ 11.11 แผนภาพการทำงานของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าปรมาณูชนิด PWR

ในการทำงานของวงรอบที่สอง (secondary loop) ใช้น้ำความดันต่ำจากเทอร์โมไอน์จะกลั่นตัวเป็นน้ำ และถูกดันกลับโดยปั๊มน้ำเข้าสู่แหล่งผลิตไอน้ำ จากนั้นน้ำจะถูกดันเข้าสู่แกนเตาปฏิกรณ์ประมาณเพื่อเข้าวงรอบแรกอีกครั้งหนึ่ง เครื่องกำเนิดไฟฟ้าขนาดกำลังผลิต 1,000 MW อาจมีความสูงถึง 40 ฟุต และหนักประมาณ 450 ตัน ต้องใช้น้ำหมุนเวียนในวงรอบแรกในอัตราประมาณ 300,000 แกลลอน/นาที

สิ่งที่หลีกเลี่ยงไม่ได้ในการทำงานของเตาปฏิกรณ์ปรมาณูคือ การสะสมของกากกัมมันตรังสี ซึ่งประกอบด้วยนิวเคลียสของธาตุหลังการแตกตัวและพวกธาตุหนัก เช่น พลูโทเนียม (Pu) และอмериเซียม (Am)

ตัวอย่างที่ 11.7 โรงงานไฟฟ้าปรมาณูชนิด PWR ผลิตความร้อนในแกนด้วยกำลัง 3,400 MW เพื่อใช้ผลิตกระแสไฟฟ้าที่กำลัง 1,100 MW เชื้อเพลิงที่ใช้เป็นยูเรเนียมมวล 86,000 kg ในรูป UO_2 มวล 110 ตัน ที่กระจายอยู่ในแท่งเชื้อเพลิงจำนวน 57,000 แท่ง แร่เชื้อเพลิงยูเรเนียมที่ใช้มี ^{235}U อยู่ 3%

- (a) จงหาประสิทธิภาพของโรงงานไฟฟ้านี้
- (b) คำนวณหาอัตราการแตกตัว (R) ในแกนเตาปฏิกรณ์
- (c) คำนวณการใช้เชื้อเพลิง ^{235}U
- (d) ในอัตราการใช้เชื้อเพลิงขนาดนี้ เชื้อเพลิงที่มีอยู่จะใช้หมดในกี่วัน
- (e) จงคำนวณอัตราการเปลี่ยนมวลเป็นพลังงานในแกนของเตาปฏิกรณ์

วิธีทำ (a) ประสิทธิภาพ = $\frac{\text{งานขาเข้า}}{\text{งานขาออก}} = \frac{\text{กำลังขาออก}}{\text{กำลังขาเข้า}}$

$$= \frac{1100 \text{ MW (ไฟฟ้า)}}{3400 \text{ MW (ความร้อน)}}$$

$$= 0.32 \text{ หรือ } 32\%$$

จะเห็นได้ว่าเราต้องสูญเสียพลังงานความร้อนจำนวน $3400 - 1100 = 2300 \text{ MW}$ เข้าสู่สิ่งแวดล้อมในการผลิตกระแสไฟฟ้าด้วยวิธีนี้

(b) ที่สภาวะคงตัวของการทำงานเตาปฏิกรณ์ผลิตความร้อน 3400 MW ในแต่ละปฏิกิริยาการแบ่งแยกตัวจะให้พลังงาน 200 MeV ดังนั้น

$$\text{อัตราการแตกตัว} \quad R = \frac{3.4 \times 10^9 \text{ W}}{200 \text{ MeV/ปฏิกิริยา}}$$

$$= \frac{3.4 \times 10^9}{200} \times \frac{1}{1.6 \times 10^{-13}} = 1.1 \times 10^{20} \frac{\text{fission}}{\text{วินาที}}$$

(c) เชื้อเพลิง ^{235}U จะถูกใช้ในอัตราตามจำนวนการแตกตัวที่คำนวณได้ในข้อ (b) นอกจากนี้ ^{235}U ยังถูกใช้ไปในลักษณะไม่เกิดการแตกตัว เช่น ปฏิริยาการจับนิวตรอนในอัตราประมาณ $\frac{1}{4}$ ของทั้งหมด ดังนั้นการใช้ ^{235}U จะอยู่ในอัตราประมาณ

$$\left(1 + \frac{1}{4}\right)(1.06 \times 10^{20}) = 1.33 \times 10^{20} \text{ ตัว/วินาที}$$

ถ้าคำนวณในรูปอัตราการเสียมวลยูเรเนียม

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} &= (1.33 \times 10^{20}) \left(\frac{0.235 \text{ kg/mole}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atoms/mole}} \right) \\ &= 5.19 \times 10^{-5} \text{ kg/s} = 4.5 \text{ kg/day} \end{aligned}$$

(d) ณ จุดเริ่มผลิตกระแสไฟฟ้ามี ^{235}U อยู่ 3% ในจำนวน 86000 kg ของยูเรเนียม ดังนั้นมี ^{235}U เท่ากับ $(0.030)(86000 \text{ kg}) = 2580 \text{ kg}$

เวลาใช้เชื้อเพลิง $T = \frac{2580 \text{ kg}}{4.5 \text{ kg/day}} = 570 \text{ days}$

ในทางปฏิบัติแท่งเชื้อเพลิงจะถูกเปลี่ยนใหม่ทั้งหมด ก่อนที่ปริมาณ ^{235}U จะถูกใช้จนหมด

(e) จากสูตร

$$E = \Delta mc^2$$

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} &= \frac{dE/dt}{c^2} = \frac{3.4 \times 10^9 \text{ W}}{(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})^2} \\ &= 3.8 \times 10^{-8} \text{ kg/s} = 3.3 \text{ g/day} \end{aligned}$$

3. ปฏิริยาหลอมตัว

ปฏิริยาหลอมตัว (nuclear fusion) เป็นปฏิริยาที่นิวเคลียสเบาสองตัวหลอมรวมกันกลายเป็นนิวเคลียสชนิดใหม่พร้อมกับปลดปล่อยพลังงานออกมา ปฏิริยาดังกล่าวจะเกิดขึ้นได้ต่อเมื่อนิวเคลียสสองตัวดังกล่าวเคลื่อนที่เข้าใกล้กันมากจนกระทั่งแรงดึงดูดซึ่งเกิดจากแรงนิวเคลียร์มีค่ามากกว่าแรงผลักซึ่งเกิดจากแรงคูลอมบ์ ดังนั้นเงื่อนไขที่จะทำให้เกิดปฏิริยาหลอมตัวได้ จะต้องทำให้อุณหภูมิของสาร

ที่มีนิวเคลียสเบาที่มีค่าสูงมากพอที่จะทำให้นิวเคลียสเหล่านั้นเกิดการเคลื่อนที่เจาะทะลุกำแพงพลังงานศักย์ที่เกิดจากแรงผลักรวมกันได้ เราเรียกกระบวนการเช่นนี้ว่า thermonuclear fusion

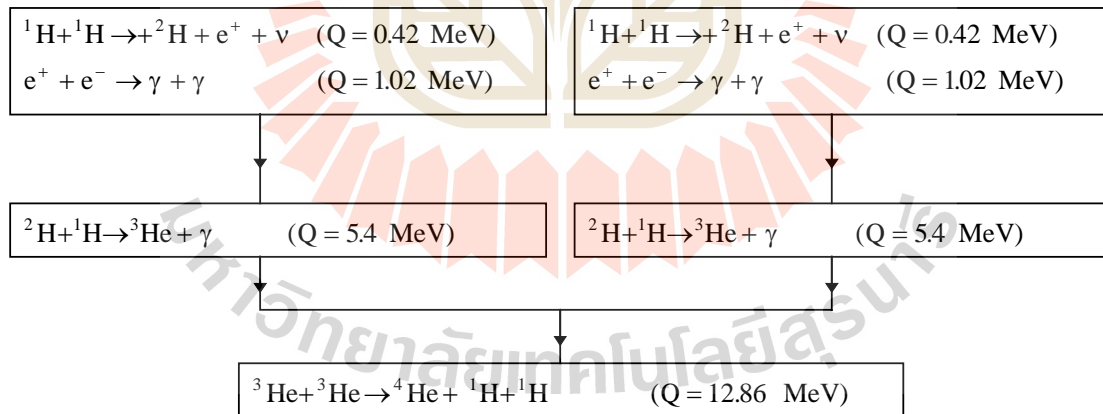
ในการหลอมตัวแบบ thermonuclear fusion นั้น ความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิและค่าพลังงานจลน์ของนิวเคลียสนั้น จะเป็นไปตามสมการ

$$K = k_B T \tag{11.14}$$

เมื่อ k_B คือค่าคงตัวของโบลต์ซมันน์ (Boltzmann's constant)

ในกรณีของอุณหภูมิห้อง (30°C) สมการ 11.14 จะให้ค่า $K = 0.03\text{ eV}$ ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับแรงผลักรวมกัน ซึ่งเกิดจากนิวตรอนสองตัวที่เคลื่อนที่เข้าใกล้กัน (มีค่าประมาณ 200 keV) จะเห็นว่าไม่มีโอกาสเกิดปฏิกิริยาหลอมตัวภายใต้อุณหภูมิของห้องอย่างแน่นอน ถึงแม้ที่จุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์ซึ่งมีอุณหภูมิ $1.5 \times 10^7\text{ K}$ พลังงาน K จากสมการ 11.14 จะมีค่าเท่ากับ 1.3 keV ดังนั้นปฏิกิริยาหลอมตัวระหว่างนิวตรอนจะไม่สามารถเกิดขึ้นในดวงอาทิตย์ได้เช่นกัน

เป็นที่ทราบกันดีแล้วว่าปฏิกิริยาหลอมตัวที่เกิดขึ้นในดวงอาทิตย์นั้นเป็นกระบวนการหลายระดับขั้น โดยเริ่มต้นจากการเผาผลาญไฮโดรเจนกลายเป็นฮีเลียม และเรียกกระบวนการนี้ว่าวัฏจักร p-p (proton-proton cycle) รูปที่ 11.12 แสดงวัฏจักร p-p ซึ่งอนุภาคโปรตอนถูกหลอมตัวเป็นอนุภาคแอลฟา และให้พลังงาน 26.7 MeV ทุกครั้งที่มีการหลอมตัว



รูปที่ 11.12 วัฏจักร p-p (p-p cycle) ซึ่งอนุภาคโปรตอนถูกหลอมตัวกลายเป็นอนุภาคแอลฟา

วัฏจักร p-p เริ่มจากการชนกันของอนุภาคโปรตอน (${}^1\text{H} + {}^1\text{H}$) เพื่อสร้างอนุภาคนิวตรอน (${}^2\text{H}$) พร้อมกับอนุภาคโพสิตรอน (e^+) และอนุภาคนิวตริโน (ν) อนุภาคโพสิตรอนจะจับตัวอย่างรวดเร็วกับอนุภาคอิเล็กตรอนอิสระในดวงอาทิตย์ แล้วสลายตัวเป็นอนุภาคโฟตอนสองตัว การหลอมตัวของ

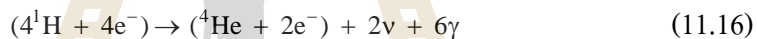
อนุภาคโปรตอนนี้มีโอกาสเกิดก่อนข้างต่ำ ในทุกๆ หนึ่งครั้งจาก 10^{26} ครั้งของการชนกันของอนุภาคโปรตอน การหลอมตัวจึงจะเกิดขึ้น โดยทั่วไปอนุภาคโปรตอนจะสะท้อนกลับในลักษณะการกระเจิงแบบยืดหยุ่น ความเข้มข้นในการหลอมตัวลักษณะนี้มีประโยชน์ช่วยให้ดวงอาทิตย์ไม่ระเบิดตัวออกเนื่องจากมีพลังงานมากเกินไป อย่างไรก็ตามเนื่องจากดวงอาทิตย์มีมวลมากมหาศาล ถึงแม้โอกาสจะต่ำ การหลอมตัวให้อนุภาคควิเทอร์อนก็เกิดขึ้นในอัตรา 10^{12} kg/s

หลังจากอนุภาคควิเทอร์อนถูกสร้างขึ้น จะเคลื่อนที่เข้าชนอนุภาคโปรตอน ทำปฏิกิริยากลายเป็นนิวเคลียสของ ^3He และนิวเคลียสของ ^3He สองตัวจะหลอมรวมกัน (ใช้เวลา 10^5 ปี) สร้างเป็นนิวเคลียสของ ^4He และอนุภาคโปรตอนสองตัว

ถ้าพิจารณาโดยภาพรวมแล้ว วัฏจักร p-p ใช้อนุภาคโปรตอน 4 ตัว และอิเล็กตรอน 2 ตัว ในการรวมตัวผลิตอนุภาคแอลฟา อนุภาคนิวตริโน 2 ตัว และอนุภาคโฟตอน 6 ตัว เขียนสมการในภาพรวมได้เป็น



เมื่อรวมอิเล็กตรอน 2 ตัวทั้งสองข้างเพื่อทำการคำนวณพลังงานปลดปล่อย



พลังงานปลดปล่อยคำนวณจากผลต่างของมวลอะตอม

$$Q = \Delta mc^2 = [(4)(1.007825 \text{ u}) - 4.002603 \text{ u}][932] \\ = 26.7 \text{ MeV}$$

โดยที่มวลของไฮโดรเจนอะตอม = 1.007825 u และมวลของฮีเลียมอะตอม = 4.002603 u

เมื่อรวมค่า Q ในแต่ละขั้นตอนการหลอมตัวในวัฏจักร p-p จะได้ผลลัพธ์เท่ากับ 26.7 MeV เช่นกัน

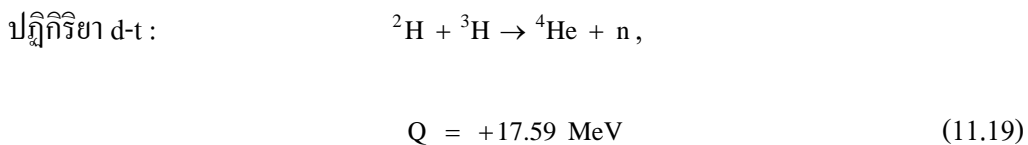
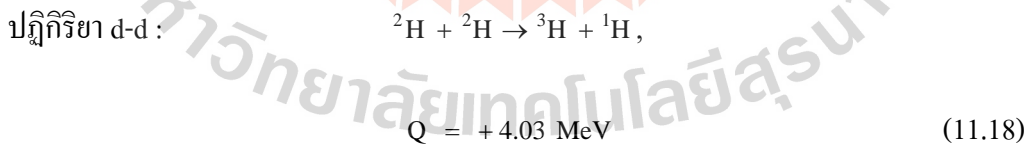
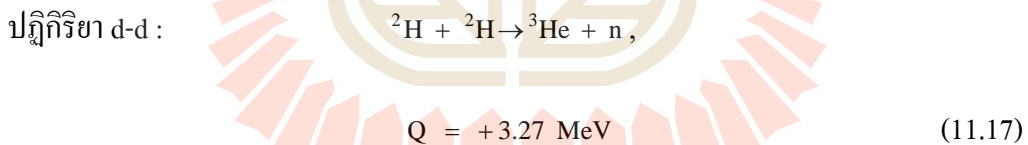
$$Q = (2)(0.42 \text{ MeV}) + (2)(1.02 \text{ MeV}) + (2)(5.49 \text{ MeV}) + 12.86 \text{ MeV} \\ = 26.7 \text{ MeV}$$

ในปริมาณพลังงานปลดปล่อยทั้งหมด 26.7 MeV นี้ ปริมาณพลังงาน 0.5 MeV ถูกแบ่งส่วนให้กับอนุภาคนิวตริโนสองตัวที่เหลือจำนวน 26.2 MeV จะสะสมเป็นพลังงานในแกนของดวงอาทิตย์ในรูปพลังงานความร้อน

การเผาผลาญไฮโดรเจนในดวงอาทิตย์เกิดมาแล้วเป็นเวลา 5×10^9 ปี จากการคำนวณปริมาณไฮโดรเจนในดวงอาทิตย์พบว่า ยังมีปริมาณเพียงพอที่จะใช้ต่อไปอีกถึง 5×10^9 ปี ต่อไปในอนาคตเมื่อเวลานั้นมาถึงบริเวณแกนกลางของดวงอาทิตย์จะมีนิวเคลียสของฮีเลียมมากมาย และจะเริ่มเย็นตัวลง ดวงอาทิตย์จะเริ่มหดตัวลงตามแรงโน้มถ่วงของมวลของตัวเอง ขบวนการนี้ทำให้อุณหภูมิแกนกลางสูงขึ้นและทำให้ขอบด้านนอกของดวงอาทิตย์ขยายตัวออก เปลี่ยนดวงอาทิตย์เป็นดาวยักษ์สีแดง (red giant star)

4. เตาปฏิกรณ์ชนิดเทอร์โมนิวเคลียร์ฟิวชัน

ปฏิกิริยาหลอมตัวแบบ thermonuclear fusion ที่เกิดขึ้นในเตาปฏิกรณ์แบบหลอมตัว (fusion reactor) บนโลกยังไม่ประสบความสำเร็จมากนัก ทั้งๆ ที่นักวิทยาศาสตร์ในหลายๆ ประเทศได้ใช้ความพยายามอย่างหนักในการทดลองและค้นคว้าในเรื่องนี้ วัฏจักร p-p ที่เกิดขึ้นได้ในดวงอาทิตย์นั้นไม่สามารถเกิดขึ้นได้บนโลก ทั้งนี้เพราะขบวนการช้าเกินไป และบนโลกไม่มีโปรตอนจำนวนมากพอที่จะทำให้เกิดปฏิกิริยาได้ ปฏิกิริยาหลอมตัวที่เป็นไปได้บนโลกคือ ปฏิกิริยา deuterium-deuterium (d-d) และ deuterium-tritium (d-t) ซึ่งอาจเขียนสมการได้ดังต่อไปนี้



เนื่องจากธาตุคิวเทอริยมเป็นไอโซโทปของไฮโดรเจนที่มีอยู่ประมาณ 1 ส่วนใน 6,700 ส่วนของน้ำทะเลซึ่งมีอยู่มากมาย จึงดูเหมือนกับธรรมชาติได้เตรียมแหล่งพลังงานให้กับมนุษย์ไว้แล้ว ในปัจจุบันเรากำลังเผาผลาญถ่านหินและน้ำมัน เผาผลาญแร่ยูเรเนียมในรูปปฏิกิริยาการแบ่งแยกตัว และท้ายที่สุดก็จะเผาผลาญน้ำทะเล ถ้าสามารถทำให้ปฏิกิริยาหลอมตัวประสบความสำเร็จได้

ปัจจัยสำคัญในการสร้างเตาปฏิกรณ์แบบหลอมตัวให้ประสบความสำเร็จ

1. ความหนาแน่นอนุภาคเชื้อเพลิง (n) ความหนาแน่นของอนุภาคคิวเทอรอนต้องมีมากพอ เพื่อให้แน่ใจว่าปฏิกิริยา d - d ที่เกิดจากการชนกันของอนุภาคมีมากพอ

2. อุณหภูมิพลาสมา (T) ที่อุณหภูมิสูงธาตุคิวเทอริยมจะแตกตัวออกเป็นอนุภาคคิวเทอรอน และอนุภาคอิเล็กตรอน ประกอบตัวกันเป็นพลาสมา (plasma) ที่อุณหภูมิสูง อุณหภูมิของพลาสมาต้องสูงพอเพื่อทำให้อนุภาคคิวเทอรอนที่วิ่งเข้าชนกันสามารถที่จะเจาะทะลุพลังงานศักย์คูลอมบ์ที่พยายามผลักอนุภาคทั้งสองออกจากกัน พลาสมาที่ประกอบด้วยไอออนที่อุณหภูมิ 23×10^7 K เกิดขึ้นได้จริงแล้วในห้องปฏิบัติการ โดยอุณหภูมินี้สูงกว่าอุณหภูมิตรงกลางของดวงอาทิตย์ประมาณ 5 เท่า (อุณหภูมิตรงกลางดวงอาทิตย์ประมาณ 1.5×10^7 K)

3. ช่วงเวลากักกันที่ยาวนานเพียงพอ (τ) ปัญหาสำคัญมิใช่การผลิตพลาสมา แต่เป็นการรักษาสภาพของพลาสมาให้ยาวนานพอที่จะทำให้อนุภาค และค่าความหนาแน่นอนุภาคสูงพอและคงค่าอยู่ได้ จนกระทั่งเกิดการหลอมตัวของอนุภาค จะเห็นว่าไม่มีภาชนะใดจะทนอุณหภูมิสูงได้ขนาดนี้ ปัญหาการเก็บกักพลาสมาจึงเป็นปัญหาหลักของการผลิตพลังงาน โดยใช้ปฏิกิริยาการหลอมตัวแบบนี้

เงื่อนไขร่วมระหว่างเวลากักกับความหนาแน่นที่กำหนดขบวนการควบคุมปฏิกิริยาหลอมตัวมีชื่อเรียกว่า เกณฑ์ของลอว์สัน (Lawson's criterion) ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$n\tau \geq 10^{20} \text{ s} \cdot \text{m}^{-3} \quad (11.20)$$

สรุป

1. ปฏิกิริยาแบ่งแยกตัว

ปฏิกิริยาแบ่งแยกตัวคือปฏิกิริยาที่ธาตุหนักบางชนิดแตกตัวออกเป็นสองส่วนเมื่อถูกคลื่นอนุภาคนิวตรอน นอกจากนี้ปฏิกิริยายังทำให้เกิดอนุภาคนิวตรอนอีกโดยเฉลี่ยประมาณ 2 ตัว/ปฏิกิริยานิวตรอนดังกล่าวจะถูกดูดกลืนโดยนิวเคลียสอื่นๆ ของธาตุหนักอีก จึงเกิดปฏิกิริยาแบ่งแยกตัวอย่างต่อเนื่อง ตัวอย่างของปฏิกิริยาแบ่งแยกตัวคือ $^{235}\text{U} + n \rightarrow ^{236}\text{U}^* \rightarrow ^{140}\text{Xe} + ^{94}\text{Sr} + 2n$

2. เตาปฏิกรณ์ปรมาณู

เตาปฏิกรณ์ปรมาณูเป็นอุปกรณ์ที่สามารถทำให้เกิดปฏิกิริยาแบ่งแยกตัวแบบต่อเนื่อง ซึ่งเรียกว่า ปฏิกิริยาลูกโซ่ (chain reaction) ปฏิกิริยาลูกโซ่นี้จะเกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว ซึ่งถ้าไม่สามารถควบคุมได้จะเป็นปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นในลูกระเบิดปรมาณูนั่นเอง แต่ถ้าควบคุมได้จะสามารถนำมาใช้ประโยชน์ในทางสันติได้ เช่น ใช้ในการผลิตกระแสไฟฟ้า เป็นต้น

3. ชนิดของเตาปฏิกรณ์ปรมาณู

เตาปฏิกรณ์ปรมาณูมีหลายชนิดขึ้นอยู่กับชนิดของเชื้อเพลิงและวัสดุคดทอนพลังงานที่ใช้ เช่น เตาปฏิกรณ์ปรมาณูชนิด Pressurized - Water Reactor (PWR) จะใช้ ^{235}U เป็นเชื้อเพลิง และใช้น้ำ (H_2O) เป็นวัสดุคดทอนพลังงาน ในเตาปฏิกรณ์ปรมาณูชนิดนี้ ความเข้มข้นของ ^{235}U ต้องมีค่าอย่างน้อย 3%

4. ปฏิกิริยาหลอมตัว

ปฏิกิริยาหลอมตัวเป็นปฏิกิริยาที่นิวเคลียสชนิดเบา 2 นิวเคลียส หลอมรวมกันเป็นนิวเคลียสใหม่ แล้วปลดปล่อยพลังงานออกมา ปฏิกิริยาชนิดนี้จะเกิดขึ้นได้ต้องอยู่ภายใต้อุณหภูมิที่สูงมากถึงประมาณ 10^7 K

5. ปฏิกิริยาหลอมตัวบนดวงอาทิตย์

ปฏิกิริยาหลอมตัวบนดวงอาทิตย์เป็นกระบวนการหลายระดับขึ้น โดยเริ่มต้นจากการเผาผลาญไฮโดรเจนกลายเป็นฮีเลียม ซึ่งเรียกชื่อว่า proton-proton cycle ปฏิกิริยานี้จะให้พลังงานออกมา 26.7 MeV

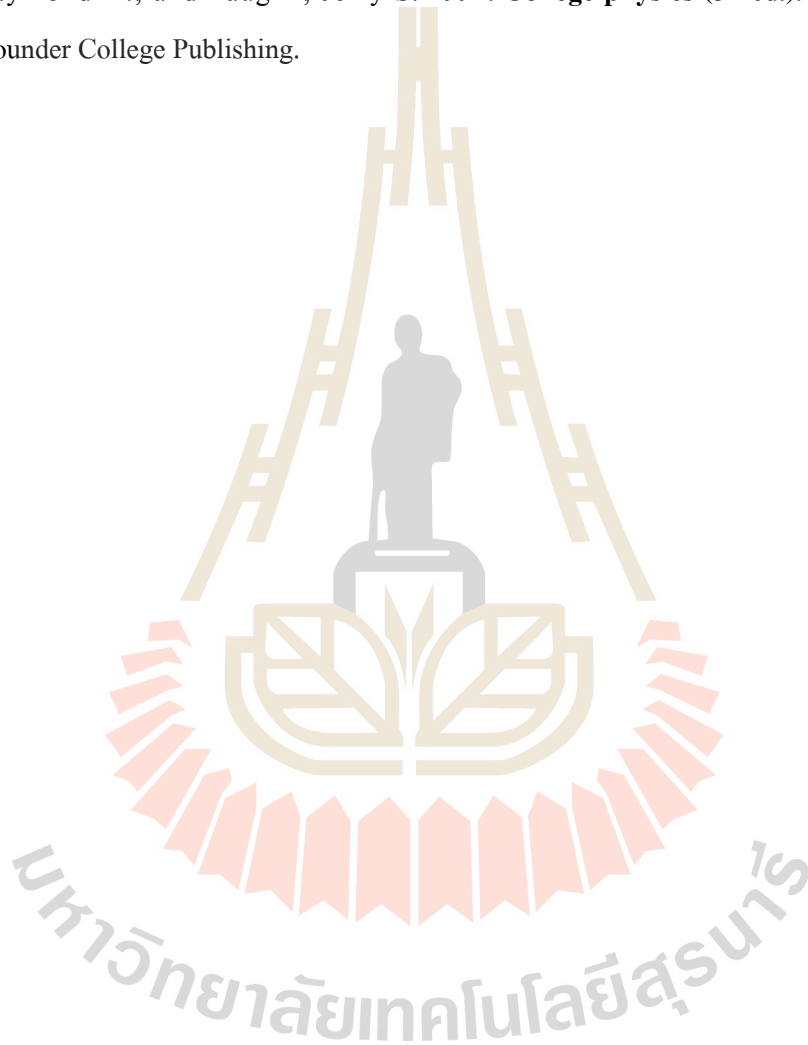
6. ปฏิกิริยาหลอมตัวบนโลก

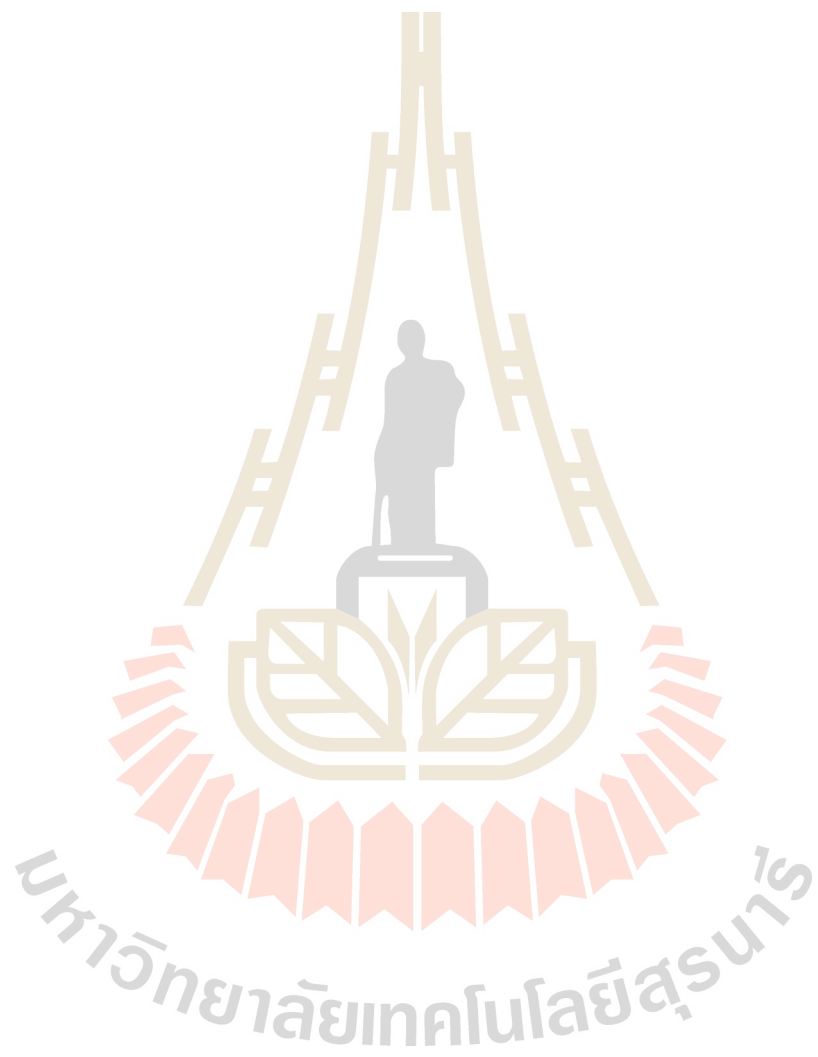
ปฏิกิริยาหลอมตัวบนโลกนั้นเป็นไปได้เฉพาะการหลอมตัวระหว่างควิเทอร์อนด้วยกัน และควิเทอร์อนกับทริทอนเท่านั้น โดยขณะนี้เป็นไปได้เฉพาะในห้องทดลอง ยังไม่สามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้



บรรณานุกรม

- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. สำนักวิชาวิทยาศาสตร์. สาขาวิชาฟิสิกส์. 2542. ฟิสิกส์ 2. พิมพ์ครั้งที่ 3.
นนทบุรี: เอส.อาร์.พรีนติ้ง แมสโปรดักส์.
- Halliday, David., and Resnick, Robert. 1978. **Physics** (3rd ed.). New York: Wiley.
- Serway, Raymond A., and Faughn, Jerry S. 1991. **College physics** (3rd ed.). Philadelphia:
Sunder College Publishing.

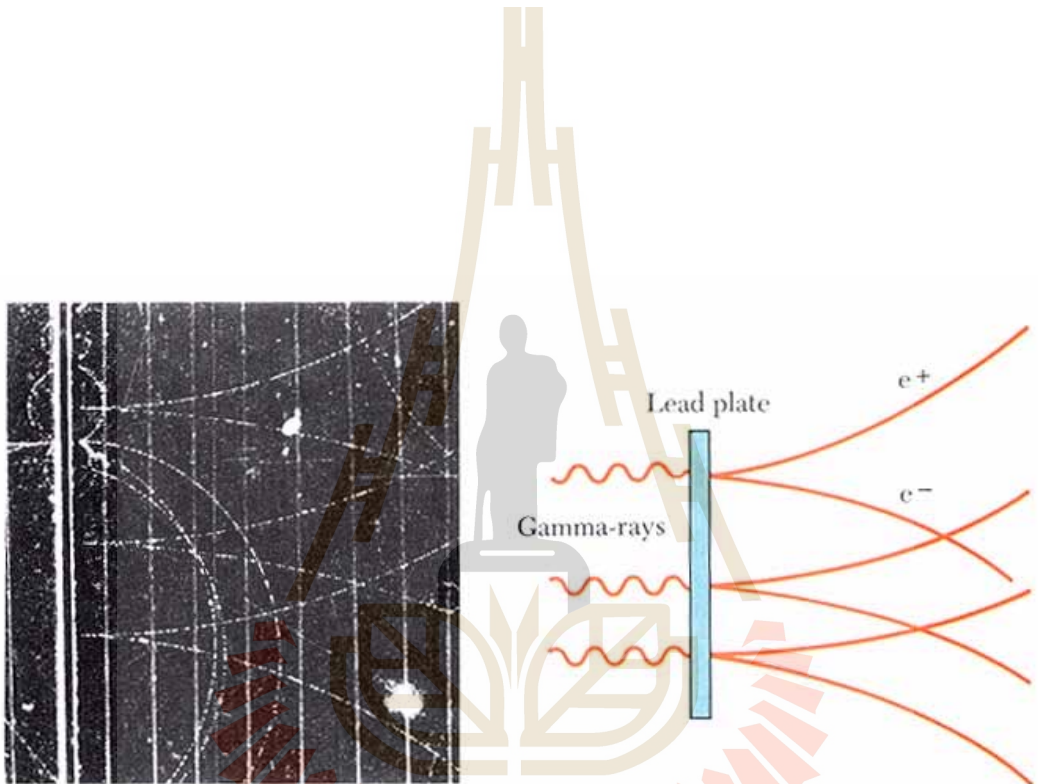




หน่วยที่

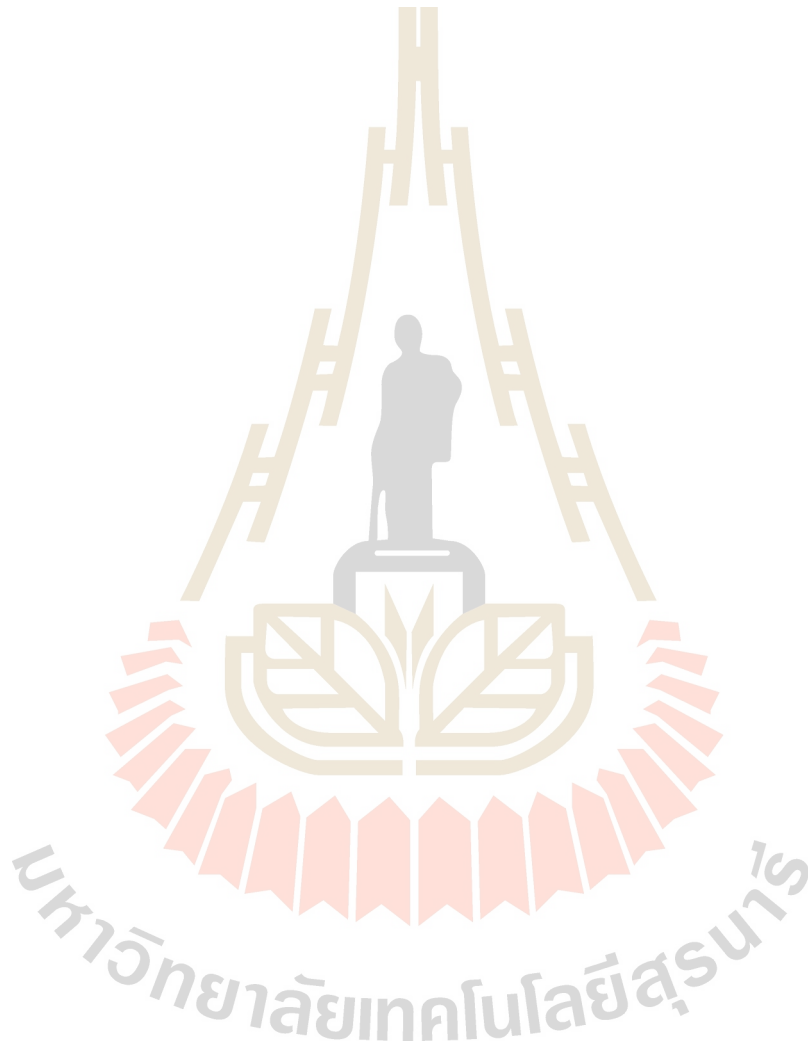
12

อนุภาคมูลฐาน



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

โดย อาจารย์พิเศษ ดร.วรศิษย์ อุษัย



อธิบายรูปจากปกหน่วยที่ 12

ภาพรอยทาง (track) ของอิเล็กตรอนและโพซิตรอนที่เกิดขึ้นในห้องหมอก (cloud chamber) ที่วางอยู่ในสนามแม่เหล็ก เมื่อยิงรังสีแกมมาพลังงาน 300 MeV ไปชนแผ่นตะกั่วที่วางอยู่ในห้องหมอก คาร์ล แอนเดอร์สัน (Carl Anderson) เป็นผู้ทำการทดลองนี้ ในปี ค.ศ. 1932 ได้สังเกตเห็นว่ามีรอยทางเดินที่มีทิศทางตรงกันข้ามกับรอยทางเดินของอิเล็กตรอน จึงสรุปว่าเป็นรอยทางเดินของโพซิตรอน

ตอนที่ 12.1

อนุภาค

นับถึงปี ค.ศ. 1932 นักฟิสิกส์ยังมีความเชื่อว่าอนุภาคมูลฐานนั้นมีเพียง 3 อนุภาค คือ อิเล็กตรอน โปรตอนและนิวตรอน เท่านั้น จนกระทั่งปี ค.ศ. 1945 จึงได้มีการค้นพบอนุภาคใหม่ๆ อีกมากมาย จากการทดลองที่ใช้อนุภาคพลังงานสูงชนิดต่างๆ ชนกัน อนุภาคใหม่ๆ เหล่านี้จะไม่ค่อยมีเสถียรภาพ โดยจะมีเวลาครึ่งชีวิต (half-life) ระหว่าง 10^{-6} ถึง 10^{-23} วินาที และมีเป็นจำนวนมากถึงประมาณกว่า 300 อนุภาค

หลังจากได้มีการสร้างเครื่องเร่งอนุภาคตามภูมิภาคต่างๆ ของโลกเป็นจำนวนมากในช่วงปี ค.ศ. 1960 จึงทำให้นักฟิสิกส์พบเห็นอนุภาคขนาดเล็กๆ เหล่านี้เพิ่มขึ้นอีกอย่างมากมายโดยที่ยังไม่เข้าใจว่ามันมีที่มาที่ไปอย่างไร แต่ด้วยความพยายามอย่างหนักในเวลาต่อมาอีกไม่นาน นักฟิสิกส์ก็สามารถอธิบายได้ว่าอนุภาคขนาดเล็กๆ เหล่านี้มีองค์ประกอบเป็นควาร์ก (quark) ซึ่งย่อมาจากคำว่าอนุภาคขนาดเล็กดังกล่าว เช่น โปรตอน และนิวตรอนไม่ใช่อนุภาคมูลฐาน หัวข้อต่อไปนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของประเด็นต่างๆ ซึ่งเป็นพื้นฐานในการจัดกลุ่มของอนุภาค

1. แรงในธรรมชาติทางฟิสิกส์

ในการที่จะเข้าใจถึงสมบัติของอนุภาคมูลฐานนั้นต้องใช้ความรู้เรื่องแรงในธรรมชาติทางฟิสิกส์ ซึ่งมี 4 ชนิดดังได้กล่าวมาแล้วพอสังเขปในประมวลสาระวิชาฟิสิกส์ 1 ในตอนนี้จะกล่าวถึงแรงเหล่านั้นเพิ่มเติมในรายละเอียด โดยเฉพาะในด้านที่จำเป็นสำหรับการอธิบายถึงสมบัติของอนุภาคมูลฐาน

1.1 แรงนิวเคลียร์ (nuclear force)

แรงนิวเคลียร์เป็นแรงที่มีขนาดสูงที่สุดในบรรดาแรงทั้ง 4 ชนิด ดังนั้นจึงเรียกว่าเป็นแรงอย่างแรง (strong force) แรงนี้เป็นแรงที่ยึดนิวคลีออน (โปรตอนและนิวตรอน) ไว้ด้วยกัน จึงถือเสมือนเป็นกาว (glue) ที่ใช้นิวคลีออนไว้บนนิวเคลียส แรงชนิดนี้จะมีพิสัย (range) สั้น หรือมีผลเฉพาะในระยะเท่ากับขนาดของนิวคลีอัส (10^{-14} m) เท่านั้น

1.2 แรงแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnetic force)

แรงแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นแรงระหว่างอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้า ซึ่งเป็นแรงที่ใช้ยึดอะตอมและโมเลกุลเข้าไว้ด้วยกัน ถ้าอนุภาคมีประจุเหมือนกันจะผลักกัน แต่ถ้าต่างกันจะดูดกัน แรงนี้จะมีพิสัยยาวและมีขนาดประมาณ 10^{-2} เท่าของแรงนิวเคลียร์ เมื่อระยะระหว่างอนุภาคเพิ่มขึ้นขนาดของแรงจะลดลง โดยลดลงเป็นปฏิกิริยาคลับกับระยะทางยกกำลังสองเช่นเดียวกับแรงคูลอมบ์

1.3 แรงอย่างอ่อน (weak force)

แรงอย่างอ่อนเป็นแรงที่มีขนาดต่ำและมีพิสัยสั้น แรงนี้เป็นต้นเหตุของความไม่มีเสถียรภาพของนิวเคลียส ดังนั้นจึงเป็นแรงที่ทำให้เกิดการสลายตัวของสารกัมมันตรังสี เช่น การสลายตัวให้รังสีบีตา แรงชนิดนี้จะมีขนาดประมาณ 10^{-9} เท่าของแรงนิวเคลียร์

1.4 แรงโน้มถ่วง (gravitational force)

แรงโน้มถ่วงเป็นแรงระหว่างมวลซึ่งมีพิสัยยาว ขนาดต่ำมาก ประมาณ 10^{-38} เท่าของแรงนิวเคลียร์ แรงดังกล่าว จะมีผลต่ออนุภาคขนาดเล็กน้อยมากแต่เป็นแรงที่ทำให้อนุภาคขนาดใหญ่ เช่น ดวงดาวต่างๆ ดึงดูดซึ่งกันและกัน

ในวิชาฟิสิกส์ยุคใหม่ (Modern Physics) นั้น การเกิดอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคต่างๆ ก็คือการแลกเปลี่ยนอนุภาคสนาม (field particle) บางอย่าง หรือก้อนพลังงาน (energy quanta) ระหว่างอนุภาคนั้นๆ นั่นเอง เช่น ในกรณีของอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคที่มีประจุ จะมีการแลกเปลี่ยนอนุภาคโฟตอน ในกรณีของอันตรกิริยาจากแรงนิวเคลียร์ จะมีการแลกเปลี่ยนอนุภาคกลูออน (gluon) สำหรับอันตรกิริยาของแรงอย่างอ่อน จะมีการแลกเปลี่ยนอนุภาคโบซอน (W และ Z) และสำหรับแรงโน้มถ่วง จะมีการแลกเปลี่ยนอนุภาคเกรวิตอน (graviton) ตารางที่ 12.1 แสดงถึงชนิดและสมบัติของอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคดังกล่าว

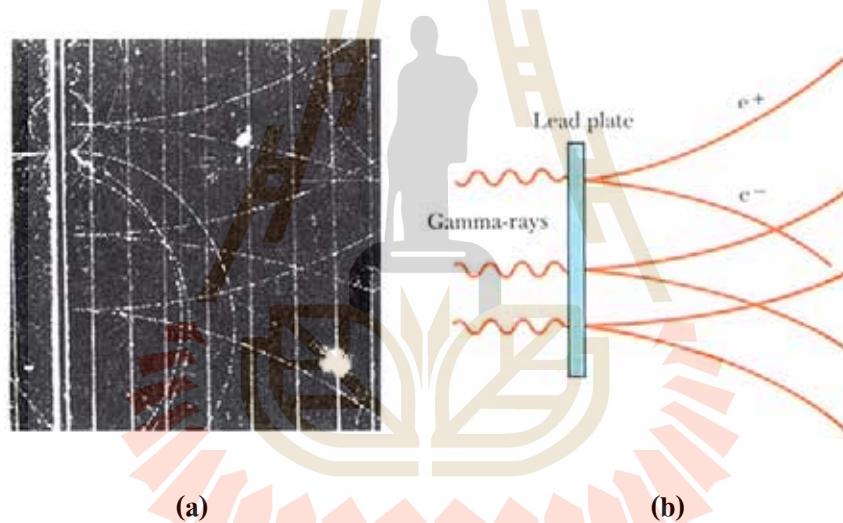
ตารางที่ 12.1 ชนิดและสมบัติของอันตรกิริยาระหว่างอนุภาค

ชนิดของอันตรกิริยา (แรง)	ขนาด	พิสัย	อนุภาคที่แลกเปลี่ยน
แรงนิวเคลียร์	1	สั้น (~1 fm)	กลูออน
แรงแม่เหล็กไฟฟ้า	10^{-2}	ยาว ($\propto 1/r^2$)	โฟตอน
แรงอย่างอ่อน	10^{-9}	สั้น (~1 fm)	โบซอน (W^\pm, Z)
แรงโน้มถ่วง	10^{-38}	ยาว ($\propto 1/r^2$)	เกรวิตอน

2. โพซิตรอนและปฏิยานุภาคชนิดอื่นๆ

ในช่วงปี ค.ศ. 1925 - 1930 พอล ดิแรก ซึ่งเป็นนักฟิสิกส์ทฤษฎีได้พัฒนาวิชาทฤษฎีควอนตัมที่ใช้ทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษขึ้นมา ซึ่งในภายหลังนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า “อนุภาคทุกชนิดจะมีปฏิยานุภาค (antiparticle) เสมอ” โดยปฏิยานุภาคนี้จะมีมวลเท่ากับอนุภาค แต่มีประจุเป็นชนิดตรงข้าม ยกตัวอย่างเช่น โพซิตรอน (positron) จะเป็นปฏิยานุภาคของอิเล็กตรอน โดยมีมวล 0.511 MeV และมีประจุ 1.6×10^{-19} C เพื่อให้เห็นความแตกต่างระหว่างอนุภาคและปฏิยานุภาค เราเขียนสัญลักษณ์ของปฏิยานุภาคให้แตกต่างจากสัญลักษณ์ของอนุภาค เช่น สัญลักษณ์ของโพซิตรอน คือ e^+ และสัญลักษณ์ของปฏิยานุภาคของโปรตอน (antiproton) คือ \bar{p} เป็นต้น

ในปี ค.ศ. 1932 คาร์ล แอนเดอร์สัน (Carl Anderson) ได้ค้นพบโพซิตรอนโดยการตรวจสอบรอยทางเดินในห้องหมอก (cloud chamber) ของอนุภาคที่มีลักษณะคล้ายอิเล็กตรอน แต่มีประจุบวก ซึ่งมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 12.1



รูปที่ 12.1 (a) ภาพถ่ายรอยทางเดินของอนุภาค อิเล็กตรอนและโพซิตรอนในห้องหมอก ซึ่งเกิดจากการยิงรังสีแกมมาพลังงาน 300 MeV ไปชนแผ่นตะกั่ว
(b) ภาพวาดของ (a) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าโพซิตรอนมีรอยทางเดินในทิศตรงกันข้ามกับรอยทางเดินของอิเล็กตรอน

เมื่อวางห้องหมอกในสนามแม่เหล็ก แอนเดอร์สันได้สังเกตเห็นว่าอนุภาคที่มีลักษณะคล้ายอิเล็กตรอน มีรอยทางเดินไปในทิศตรงข้ามกับรอยทางเดินของอิเล็กตรอน เขาจึงสรุปว่าอนุภาคนั้นคือโพซิตรอนนั่นเอง แอนเดอร์สันได้รับรางวัลโนเบลจากการค้นพบโพซิตรอนในปี ค.ศ. 1936 ในเวลาต่อมา มีการค้นพบปฏิยานุภาคอื่นๆ อีกมากมาย เช่น ปฏิยานุภาคของโปรตอน (\bar{p}) และปฏิยานุภาคของนิวตรอน (\bar{n}) เป็นต้น

3. มีซอนและจุดเริ่มต้นของวิชาฟิสิกส์ของอนุภาคมูลฐาน

ในช่วงปี ค.ศ. 1930 นั้น นักฟิสิกส์ยังเชื่ออยู่ว่าสารนั้นประกอบด้วยอนุภาคเพียง 3 ชนิด คือ อิเล็กตรอน โปรตอน และนิวตรอน แต่ในช่วงนั้นก็ยังไม่มีการอธิบายได้ว่าทำไมโปรตอนซึ่งมีประจุบวก จึงเกาะกันแน่นอยู่ภายในนิวเคลียส จนกระทั่งมีการเสนอทฤษฎีเพื่ออธิบายแรงอย่างแรง โดยนักฟิสิกส์ชาวญี่ปุ่นชื่อ ฮิเดกิ ยูคาว่า (Hideki Yukawa) ในปี ค.ศ. 1935 ซึ่งต่อมาภายหลังทำให้เขาได้รับรางวัลโนเบลโดยเชื่อมโยงแนวความคิดของการแลกเปลี่ยนอิเล็กตรอนระหว่างอะตอม 2 อะตอมที่มีพันธะโคเวเลนต์ต่อกัน กับแนวความคิดของการแลกเปลี่ยนโฟตอนในอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคที่มีประจุ ยูคาว่าได้อธิบายลักษณะของแรงอย่างแรงว่าเกิดขึ้นจากการแลกเปลี่ยนอนุภาคบางอย่างระหว่างนิวคลีออนภายในนิวเคลียส เนื่องจากแรงอย่างแรงมีขนาดเป็นปฏิภาคกลับกับมวลของอนุภาคที่แลกเปลี่ยน เขาได้อธิบายว่าอนุภาคดังกล่าวจะต้องมีมวลประมาณ 200 เท่าของมวลของอิเล็กตรอน และเรียกชื่ออนุภาคนี้ว่า มีซอน (meson) ซึ่งเป็นภาษากรีกที่มีความหมายว่า middle ทั้งนี้เพราะอนุภาคดังกล่าวมีมวลอยู่ระหว่างมวลของอิเล็กตรอนและโปรตอน

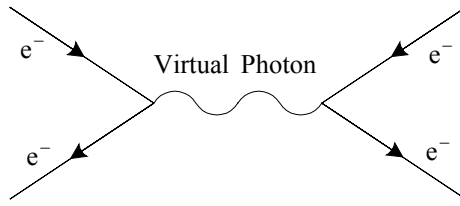
จากการเสนอทฤษฎีของยูคาว่าดังกล่าวแล้ว นักฟิสิกส์ได้ทดลองพยายามค้นหาอนุภาคมีซอน โดยทำการทดลองโดยอาศัยรังสีคอสมิกที่เปลี่ยนมาจากดวงดาวต่างๆ มายังชั้นบรรยากาศของโลก ในปี ค.ศ. 1937 แอนเดอร์สันได้พบอนุภาคหนึ่งซึ่งมีมวลประมาณ 207 เท่าของมวลอิเล็กตรอน แต่เนื่องจากอนุภาคดังกล่าวทำอันตรกิริยาอย่างอ่อนๆ กับสสาร จึงไม่ถือว่าเป็นอนุภาคมีซอนที่ยูคาว่าทำนาย ปัญหาดังกล่าวทำให้นักฟิสิกส์ทฤษฎีคนอื่นๆ เสนอว่าจะต้องมีอนุภาคมีซอน 2 ชนิด ซึ่งมีมวลต่างกันเล็กน้อย และแนวความคิดนี้ได้รับการยืนยันจากการทดลองโดยอาศัยรังสีคอสมิกในปี ค.ศ. 1947 อนุภาคมีซอนดังกล่าวก็คือ พายมีซอน (π) และมิวออน (μ) นั่นเอง โดยที่มิวออนนั้นไม่เกี่ยวกับอันตรกิริยาของแรงอย่างแรง แต่เป็นอันตรกิริยาของแรงอย่างอ่อนและแรงแม่เหล็กไฟฟ้าเท่านั้น

อนุภาคพายออนนั้นมี 3 ชนิด คือ π^+ π^- และ π^0 ซึ่งมีประจุต่างกัน มวลของ π^+ และ π^- มีค่า 139.6 MeV/c² ส่วนมวลของ π^0 มีค่า 135.0 MeV/c² ทั้งพายออนและมิวออนจะไม่มีเสถียรภาพ โดย π^- จะสลายตัวเป็น μ และ $\bar{\nu}$ ภายในเวลา 2.6×10^{-8} วินาที และ μ สลายตัวต่อไปเป็น $e + \nu$ และ $\bar{\nu}$ ภายในเวลา 2.2×10^{-6} วินาที ดังแสดงในสมการข้างล่างนี้

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu} \tag{12.1 a}$$

$$\mu^- \rightarrow e + \nu + \bar{\nu} \tag{12.1 b}$$

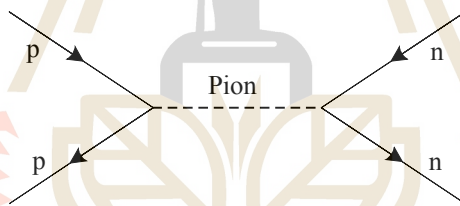
อันตรกิริยาระหว่างอนุภาค 2 อนุภาค อาจเขียนเป็นแผนภาพที่เรียกว่าแผนภาพไฟน์แมน (Feynman diagram) ซึ่งเสนอโดยริชาร์ด ไฟน์แมน (Richard Feynman) ดังแสดงในรูปที่ 12.2



รูปที่ 12.2 แผนภาพไฟน์แมน ซึ่งแสดงถึงอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอน โดยมีโฟตอนเป็นอนุภาคที่แลกเปลี่ยนระหว่างอิเล็กตรอน

รูปที่ 12.2 แสดงให้เห็นว่าอนุภาคโฟตอนทำหน้าที่เป็นพาหะของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แลกเปลี่ยนระหว่างอิเล็กตรอนที่มีอันตรกิริยาต่อกัน โดยโฟตอนจะถ่ายโอนทั้งพลังงานและโมเมนตัมจากอิเล็กตรอนตัวหนึ่งไปสู่อีกตัวหนึ่ง โฟตอนดังกล่าวมีชื่อเรียกว่าโฟตอนเสมือน (virtual photon) ทั้งนี้เพราะเหตุว่ามันไม่สามารถถูกตรวจจับได้ในระหว่างการเกิดอันตรกิริยา โฟตอนตัวนี้จะถูกดูดกลืนโดยอิเล็กตรอนตัวที่ 2 ทันทีที่มันถูกปลดปล่อยออกจากอิเล็กตรอนตัวแรก

ในกรณีของอันตรกิริยาของแรงอย่างแรงนั้น เราอาจเขียนแผนภาพไฟน์แมนได้ดังรูปที่ 12.3



รูปที่ 12.3 แผนภาพไฟน์แมน ของอันตรกิริยาระหว่างโปรตอนกับนิวตรอน โดยมีพายออน ซึ่งเป็นอนุภาคมีซอนเป็นอนุภาคที่ถูกแลกเปลี่ยนระหว่างการเกิดอันตรกิริยา

เราได้เห็นแล้วว่าอนุภาคที่ถูกแลกเปลี่ยนในอันตรกิริยาของแรงอย่างแรง และแรงแม่เหล็กไฟฟ้านั้นคือ พายออนและโฟตอนตามลำดับ ในกรณีของแรงอย่างอ่อนนั้นจะมี W^\pm และ Z^0 เป็นอนุภาคที่ถูกแลกเปลี่ยน แต่ในกรณีของแรงโน้มถ่วงนั้นเชื่อว่าเกรวิตอนคืออนุภาคที่ถูกแลกเปลี่ยน แต่ยังไม่สามารถตรวจพบเกรวิตอนได้

4. การจัดกลุ่มอนุภาค

ถ้าพิจารณาจากชนิดของอันตรกิริยาของอนุภาค เราอาจจัดกลุ่มของอนุภาคออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่ๆ คืออนุภาคฮาดรอน (hadron) และอนุภาคเลปตอน (lepton) ซึ่งอนุภาคฮาดรอนจะมีอันตรกิริยาเป็นแบบแรงอย่างแรง ในขณะที่อนุภาคเลปตอนจะมีอันตรกิริยาเป็นแบบแรงอ่อน หัวข้อต่อไปนี้จะอธิบายถึงรายละเอียดของลักษณะของแต่ละกลุ่มอนุภาค

4.1 อนุภาคฮาดรอน

อนุภาคในกลุ่มฮาดรอนจะถูกแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มย่อยตามลักษณะของมวลและสปินคืออนุภาคมีซอนและอนุภาคแบรีออน (baryon) โดยที่อนุภาคมีซอนจะมีมวลอยู่ระหว่างมวลของอิเล็กตรอนและมวลของโปรตอน สปินของอนุภาคนี้จะเป็น 0 หรือ 1 อนุภาคมีซอนจะสลายตัวให้อิเล็กตรอน โพซิตรอน นิวตริโน และโฟตอน พายออนเป็นอนุภาคในกลุ่มย่อยมีซอนที่มีขนาดเล็กที่สุด โดยมีมวลประมาณ $140 \text{ MeV}/c^2$ และมีสปินเป็น 0 อนุภาค เค-มีซอน (K-meson) ก็จัดอยู่ในกลุ่มย่อยมีซอนซึ่งมีมวลประมาณ $500 \text{ MeV}/c^2$

ในกรณีของอนุภาคในกลุ่มย่อยแบรีออนนั้น จะมีมวลเท่ากับหรือสูงกว่ามวลของโปรตอน (baryon เป็นภาษากรีก ซึ่งแปลว่าหนัก) และมีสปินไม่เป็นเลขจำนวนเต็ม ($\frac{1}{2}$ หรือ $\frac{3}{2}$) ตัวอย่างของอนุภาคในกลุ่มย่อยนี้คือ โปรตอนและนิวตรอน โดยการสลายตัวของอนุภาคกลุ่มนี้จะได้ผลลัพธ์สุดท้ายที่ประกอบด้วยโปรตอนเสมอ (ยกเว้น อนุภาคโปรตอน)

4.2 อนุภาคเลปตอน

อนุภาคในกลุ่มเลปตอนจะมีอันตรกิริยาของแรงอ่อน และมีสปินเป็น $\frac{1}{2}$ ตัวอย่างของอนุภาคในกลุ่มนี้คือ อิเล็กตรอน มิวออน และนิวตริโน ซึ่งล้วนแต่มีมวลน้อยกว่าอนุภาคฮาดรอนที่เล็กที่สุด อนุภาคในกลุ่มเลปตอนนี้จะไม่มีโครงสร้างเช่นในกรณีของอนุภาคในกลุ่มฮาดรอน ในปัจจุบันนี้มีอนุภาคในกลุ่มเลปตอนอยู่ 6 ชนิดคือ อิเล็กตรอน มิวออน และเทา (tau) และนิวตริโนของอนุภาคดังกล่าว เราอาจจัดกลุ่มอนุภาคเหล่านี้ออกเป็น 3 กลุ่มคือ

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

ถึงแม้เราจะอนุมานว่านิวตริโนเป็นอนุภาคที่ไม่มีมวล แต่อาจเป็นไปได้ว่ามวลของนิวตริโนไม่เป็นศูนย์ ตารางที่ 12.2 แสดงกลุ่มของอนุภาคพร้อมทั้งสมบัติของอนุภาคในแต่ละกลุ่ม

ตารางที่ 12.2 กลุ่มอนุภาคต่างๆ และสมบัติของอนุภาค

Category	Particle Name	Symbol	Antiparticle	Rest Mass (MeV/c ²)	B	L _e	L _μ	L _τ	S	Lifetime (s)	Principal Decay Modes ^a	
Photon	Photon	γ	Self	0	0	0	0	0	0	Stable		
Leptons	Electron	e^-	e^+	0.511	0	+1	0	0	0	Stable		
	Neutrino (e)	ν_e	$\bar{\nu}_e$	0(?)	0	+1	0	0	0	Stable		
	Muon	μ^-	μ^+	105.7	0	0	+1	0	0	2.20×10^{-6}	$e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$	
	Neutrino (μ)	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	0(?)	0	0	+1	0	0	Stable		
	Tau	τ^-	τ^+	1784.	0	0	0	-1	0	$< 4 \times 10^{-13}$	$\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau, e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau, \text{hadrons}$	
Hadrons	Neutrino (τ)	ν_τ	$\bar{\nu}_\tau$	0(?)	0	0	0	-1	0	Stable		
	Mesons	Pion	π^+	π^-	139.6	0	0	0	0	0	2.60×10^{-8}	$\mu^+ \nu_\mu$
			π^0	Self	135.0	0	0	0	0	0	0.83×10^{-16}	2γ
		Kaon	K^+	K^-	493.7	0	0	0	0	+1	1.24×10^{-8}	$\mu^+ \nu_\mu, \pi^+ \pi^0$
		K_S^0	\bar{K}_S^0	497.7	0	0	0	0	+1	0.89×10^{-10}	$\pi^+ \pi^-, 2\pi^0$	
		K_L^0	\bar{K}_L^0	497.7	0	0	0	0	+1	5.2×10^{-8}	$\pi^\pm e^\mp \bar{\nu}_e, \pi^\pm \mu^\mp \bar{\nu}_\mu, 3\pi^0$	
	Baryons	Eta	η^0	Self	548.8	0	0	0	0	0	$< 10^{-16}$	$2\gamma, 3\pi$
		Proton	p	\bar{p}	938.3	+1	0	0	0	0	Stable	
		Neutron	n	\bar{n}	939.6	+1	0	0	0	0	920	$p e^- \bar{\nu}_e$
		Lambda	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$	1115.6	+1	0	0	0	-1	2.6×10^{-10}	$p \pi^-, n \pi^0$
Sigma		Σ^+	$\bar{\Sigma}^-$	1189.4	+1	0	0	0	-1	0.80×10^{-10}	$p \pi^0, n \pi^+$	
		Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$	1192.5	+1	0	0	0	-1	6×10^{-20}	$\Lambda^0 \gamma$	
		Σ^-	$\bar{\Sigma}^+$	1197.3	+1	0	0	0	-1	1.5×10^{-10}	$n \pi^-$	
Xi	Ξ^0	$\bar{\Xi}^0$	1315	+1	0	0	0	-2	2.9×10^{-10}	$\Lambda^0 \pi^0$		
	Ξ^-	$\bar{\Xi}^+$	1321	+1	0	0	0	-2	1.64×10^{-10}	$\Lambda^0 \pi^-$		
Omega	Ω^-	$\bar{\Omega}^+$	1672	+1	0	0	0	-3	0.82×10^{-10}	$\Xi^0 \pi^0, \Lambda^0 K^-$		

^a A notation in this column such as $p\pi^-$, $n\pi^0$ means two possible decay modes. In this case, the two possible decays are $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$ or $\Lambda^0 \rightarrow n + \pi^0$.

ที่มา : Serway, Raymond A., and Faughn, Jerry S. 1991. College Physics (3rd ed.). Philadelphia: Sounder College Publishing

สรุป

1. แรงแม่เหล็กไฟฟ้า

แรงแม่เหล็กไฟฟ้ามี 4 แรง คือ (1) แรงแม่เหล็ก (2) แรงแม่เหล็กไฟฟ้า (3) แรงแม่เหล็กไฟฟ้าอย่างอ่อน และ (4) แรงแม่เหล็กไฟฟ้าอย่างเข้ม

2. ปฏิยานุภาค

ดิแรกพบว่าอนุภาคทุกชนิดจะมีปฏิยานุภาค โดยมีมวลเท่ากับมวลของอนุภาค แต่มีประจุตรงกันข้าม เช่น โพซิตรอนเป็นปฏิยานุภาคของอิเล็กตรอน จะมีมวลเท่ากับ 0.511 MeV แต่มีประจุเป็น 1.6×10^{-19} C

3. การค้นพบอนุภาคมีซอน

ในการพยายามอธิบายลักษณะของแรงนิวเคลียร์ซึ่งเป็นแรงอย่างแรงนั้น ยูคาวาได้ทำนายว่า จะต้องมียูออนที่มีมวลประมาณ 200 เท่าของอิเล็กตรอน และอนุภาคนี้คืออนุภาคที่แลกเปลี่ยนกันระหว่างนิวคลีออนของนิวเคลียส เมื่อเกิดในแรงนิวเคลียร์นั่นเอง ซึ่งต่อมาในภายหลังได้มีการค้นพบอนุภาคมีซอน

4. การค้นพบอนุภาคมีวออน

แอนเดอร์สันได้ค้นพบอนุภาคมีวออน ซึ่งมีมวลประมาณ 207 เท่าของอิเล็กตรอน แต่ทำปฏิกิริยาอย่างอ่อนกับสสาร ทำให้นักฟิสิกส์ทฤษฎีสรุปว่า อนุภาคมีซอนมี 2 ชนิด คือ พายมีซอน และมีวออน

5. แผนภาพไฟน์แมน

แผนภาพไฟน์แมนเป็นไดอะแกรมที่ใช้อธิบายอันตรกิริยาระหว่าง 2 อนุภาค เช่นในรูปที่ 12.2 ซึ่งเป็นรูปที่อธิบายถึงอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอน 2 ตัวคือ อันตรกิริยาที่เกิดจากแรงแม่เหล็กไฟฟ้า ในอันตรกิริยานี้จะมีโฟตอนเป็นอนุภาคที่แลกเปลี่ยนระหว่างอิเล็กตรอน

6. กลุ่มอนุภาค

เราอาจจัดแบ่งอนุภาคออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่คือ กลุ่มอนุภาคฮาดรอนและกลุ่มอนุภาคเลปตอน โดยอนุภาคฮาดรอนนั้นจะมีอันตรกิริยาเป็นแบบแรงอย่างแรง และอนุภาคเลปตอนจะมีอันตรกิริยาเป็นแบบแรงอย่างอ่อน

7. อนุภาคฮาดรอน

อนุภาคฮาดรอนแบ่งเป็นกลุ่มย่อย 2 ชนิดคือ อนุภาคมีซอนและอนุภาคแบรีออน โดยอนุภาคมีซอนมีมวลอยู่ระหว่างมวลของอิเล็กตรอนและโปรตอน มีสปินเป็น 0 หรือ 1 แต่อนุภาคแบรีออนมีมวลสูงกว่าโปรตอน และมีสปินไม่เป็นเลขจำนวนเต็ม ($\frac{1}{2}$ หรือ $\frac{3}{2}$)

8. อนุภาคเลปตอน

อนุภาคเลปตอนจะมีอันตรกิริยาของแรงอ่อน และมีสปิน $\frac{1}{2}$ เช่น อิเล็กตรอน มีวออน และ นิวตริโน

ตอนที่ 12.2

กฎการอนุรักษ์

ในวิชาฟิสิกส์นั้นเรารู้ว่ามีกฎการอนุรักษ์ (conservation laws) หลายๆ อย่างที่เป็นเงื่อนไขที่กำหนดให้กระบวนการทางฟิสิกส์บางอย่างเกิดขึ้นได้หรือไม่ เช่น กฎการอนุรักษ์ของพลังงาน กฎการอนุรักษ์ของโมเมนตัมเชิงเส้น และกฎการอนุรักษ์ของโมเมนตัมเชิงมุม เป็นต้น ในการศึกษาถึงการสลายตัวและอันตรกิริยาของอนุภาคมูลฐานก็เช่นเดียวกัน จะมีกฎการอนุรักษ์ต่างๆ เป็นเงื่อนไขที่กำหนดให้กระบวนการดังกล่าวเกิดขึ้นได้หรือไม่ได้ หัวข้อต่อไปนี้จะอธิบายถึงรายละเอียดของกฎการอนุรักษ์ชนิดต่างๆ

1. กฎการอนุรักษ์ของเลขแบริออน

กฎการอนุรักษ์ของเลขแบริออน (conservation of baryon number, B) กล่าวว่า “ในกระบวนการของการเกิดอันตรกิริยาหรือการสลายตัวทางนิวเคลียร์นั้น ผลรวมของเลขแบริออนก่อนกระบวนการจะต้องเท่ากับผลรวมของเลขแบริออนหลังกระบวนการ”

กฎนี้มีความหมายว่าเลขแบริออนของกระบวนการมีค่าคงตัวนั่นเอง หรืออาจกล่าวในอีกนัยหนึ่งได้ว่า ถ้าเกิดอนุภาคแบริออนขึ้นในกระบวนการย่อมต้องเกิดปฏิยานุภาคของแบริออน (antibaryon) ด้วยในการพิจารณาว่ากระบวนการใดๆ จะเกิดขึ้นได้หรือไม่นั้น เราต้องทราบเลขแบริออน ของอนุภาคแต่ละชนิดซึ่งกำหนดไว้แล้วในตารางที่ 12.2 ดังนี้

$$\text{อนุภาคแบริออน : } B = +1$$

$$\text{ปฏิยานุภาคของแบริออน : } B = -1$$

$$\text{อนุภาคอื่นๆ : } B = 0$$

ตัวอย่างที่ 12.1 จงพิสูจน์ว่าอนุภาคโปรตอนสามารถสลายตัวตามสมการข้างล่างนี้ได้หรือไม่

(a) $p \rightarrow e^+ + \gamma$

(b) $p \rightarrow e^+ + \pi^0$

วิธีทำ (a) จากตารางที่ 12.2 จะพบว่าอนุภาคโปรตอน (p) โพซิตรอน (e^+) และโฟตอน (γ) มี $B = +1, 0, 0$ ตามลำดับ
 ดังนั้น $B(\text{ก่อนกระบวนการ}) = 1 \neq B(\text{หลังกระบวนการ}) = 0$
 กระบวนการดังกล่าวจึงไม่สามารถเกิดขึ้นได้

(b) ในทำนองเดียวกัน กระบวนการในข้อ (b) ไม่สามารถเกิดขึ้นได้เพราะ $B(\text{ก่อนกระบวนการ}) = +1 \neq B(\text{หลังกระบวนการ}) = 0$

2. กฎการอนุรักษ์ของเลขเลปตอน

เนื่องจากอนุภาคเลปตอนมี 3 กลุ่มย่อยคือ อิเล็กตรอน มิวออน และเทา และแต่ละกลุ่มจะมี นิวตริโนของตนเอง ดังนั้น จึงแบ่งกฎการอนุรักษ์ของเลขเลปตอนออกเป็น 3 กฎ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

กฎการอนุรักษ์ของเลขอิเล็กตรอน - เลปตอน (conservation of electron lepton number) กล่าวว่า “ผลรวมของเลขอิเล็กตรอน - เลปตอนก่อนกระบวนการต้องเท่ากับผลรวมของเลขอิเล็กตรอน - เลปตอนหลังกระบวนการ”

ในลักษณะเดียวกับกฎการอนุรักษ์ของเลขแบริออน ในการพิจารณาว่ากระบวนการใดจะเกิดขึ้นได้หรือไม่ต้องกำหนดเลขเลปตอน (lepton number) ให้แต่ละอนุภาค ซึ่งตามตารางที่ 12.2 จะได้เลขเลปตอน ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{อิเล็กตรอน } (e^-) \text{ และนิวตริโน } (v_e) : & L_e = +1 \\ \text{โพซิตรอน } (e^+) \text{ และนิวตริโน } (v_{e^+}) : & L_e = -1 \\ \text{อนุภาคอื่นๆ} : & L_e = 0 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 12.2 จงพิสูจน์ว่าอนุภาคนิวตรอน (n) สามารถสลายตัวตามสมการ $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ ได้หรือไม่

วิธีทำ เมื่อใช้เลขเลปตอนของอนุภาคต่างๆ ในสมการ จะได้ผลรวมของเลขอิเล็กตรอน - เลปตอนก่อนกระบวนการและหลังกระบวนการ ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ก่อนกระบวนการ} : & L_e = 0 \\ \text{หลังกระบวนการ} : & L_e = 0 + 1 + (-1) = 0 \end{aligned}$$

ดังนั้นการสลายตัวของอนุภาคนิวตรอนตามสมการจึงเกิดขึ้นได้เพราะผลรวมของเลขอิเล็กตรอน - เลปตอนก่อนกระบวนการเท่ากับหลังกระบวนการ นอกจากนี้จะพิจารณาการอนุรักษ์ของเลขอิเล็กตรอน - เลปตอนแล้ว ต้องพิจารณาการอนุรักษ์ของเลขแบริออนด้วย ซึ่งเมื่อใช้ค่าจากตารางที่ 12.2 จะได้ผลรวมของเลขแบริออนก่อนกระบวนการมีค่าเท่ากับผลรวมของเลขแบริออนหลังกระบวนการ จึงเป็นการยืนยันว่าการสลายตัวในตัวอย่างนี้เป็นไปได้

ในกรณีของอนุภาคเลปตอนในกลุ่มย่อยอื่น (มิวออนและเทา) กระบวนการจะเกิดขึ้นได้ต้องเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์ของเลขเลปตอนเช่นเดียวกัน ในกระบวนการของมิวออนและเทาจะเขียนกฎการอนุรักษ์ของเลขเลปตอนได้ดังนี้

$$\text{กระบวนการของมิวออน : } L_\mu (\text{ก่อนกระบวนการ}) = L_\mu (\text{หลังกระบวนการ})$$

$$\text{กระบวนการของเทา : } L_\tau (\text{ก่อนกระบวนการ}) = L_\tau (\text{หลังกระบวนการ})$$

3. กฎการอนุรักษ์ของเลขความแปลก

ในช่วงปี ค.ศ. 1950 ได้มีการค้นพบอนุภาคประหลาดหลายชนิดที่เกิดขึ้นจากอันตรกิริยาอย่างแรง (strong interaction) ระหว่างพายออนกับโปรตอน และนิวตรอนในชั้นบรรยากาศ เช่น K Λ และ Σ ดังแสดงในรูปที่ 12.4



รูปที่ 12.4 รูปถ่ายจาก bubble - chamber ซึ่งแสดงรอยทางเดินของอนุภาคประหลาดที่เกิดขึ้น (บริเวณด้านล่างของรูป) จากอันตรกิริยาระหว่างพายออนกับโปรตอน ($\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0$) ที่รูปทางขวาเป็นภาพเขียนของรอยทางเดินของอนุภาคประหลาด (K^0 และ Λ^0) ที่เกิดขึ้น (ที่มา : รูปจาก <http://www.hep.fsu.edu/~wahl/phy4822/bubble/bchamb.html>)

ความประหลาดดังกล่าวคืออนุภาคเหล่านี้จะเกิดขึ้นด้วยกันเสมอ ดังสมการข้างล่างนี้



แต่ขณะเดียวกัน อันตรกิริยา $\pi^- + p \rightarrow K^0 + n$ ไม่เคยเกิดขึ้นเลยจริงๆ ที่ไม่มีการขัดแย้งกับกฎการอนุรักษ์ใดๆ ที่มีอยู่ในขณะนั้น ปรากฏการณ์นี้แสดงให้เห็นว่าอาจต้องมีกฎการอนุรักษ์อย่างอื่นมาอธิบาย จึงเป็นที่มาของกฎการอนุรักษ์ของความแปลก (the law of conservation of Strangeness) ซึ่งกล่าวว่า “ในกระบวนการของอันตรกิริยาหรือการสลายตัวทางนิวเคลียร์นั้น ผลรวมของเลขความแปลกก่อนกระบวนการต้องเท่ากับผลรวมของเลขความแปลกหลังกระบวนการ”

เช่นเดียวกับกฎการอนุรักษ์อื่นๆ ที่กล่าวมาแล้ว การพิจารณาว่ากระบวนการใดจะเกิดขึ้นได้หรือไม่ นั่นต้องรู้เลขความแปลก (strangeness number, S) ของอนุภาคที่เกี่ยวข้อง (ดูตารางที่ 12.2) ในกรณีของอันตรกิริยาในสมการ 12.2 นั้น จะเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์ของเลขความแปลก ทั้งนี้เพราะว่าผลรวมของเลขความแปลกก่อนกระบวนการ ($S = 0$) และผลรวมของเลขความแปลกหลังกระบวนการ ($S = +1 + (-1) = 0$) มีค่าเท่ากัน แต่ในอันตรกิริยา $\pi^- + p \rightarrow K^0 + n$ นั้นไม่เป็นไปตามกฎการอนุรักษ์ของเลขความแปลก ทั้งนี้เพราะเลขความแปลกก่อนกระบวนการไม่เท่ากับหลังกระบวนการ หรือ S (ก่อนกระบวนการ) = $0 + 0 = 0$ แต่ S (หลังกระบวนการ) = $+1 + 0 = +1$

สรุป

1. กฎการอนุรักษ์ของเลขแบริออน

เงื่อนไขของกระบวนการการเกิดอันตรกิริยาหรือการสลายตัวนั้นจะต้องเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์ของเลขแบริออน หรือเลขแบริออนก่อนกระบวนการต้องเท่ากับเลขแบริออนหลังกระบวนการ ในการพิจารณากฎการอนุรักษ์ของเลขแบริออนนั้น จำเป็นต้องรู้เลขแบริออนของอนุภาคที่เกี่ยวข้องในอันตรกิริยาหรือการสลายตัว จากตารางที่ 12.2 เลขแบริออนเป็นดังนี้

$$\text{อนุภาคแบริออน} : B = +1$$

$$\text{ปฏิยานุภาคของแบริออน} : B = -1$$

$$\text{อนุภาคอื่นๆ} : B = 0$$

2. กฎการอนุรักษ์ของเลขเลปตอน

เนื่องจากอนุภาคเลปตอนมี 3 กลุ่มย่อย คือ อิเล็กตรอน มิวออน และเทา กฎการอนุรักษ์ของเลขเลปตอนจึงมี 3 กลุ่มย่อยคือ

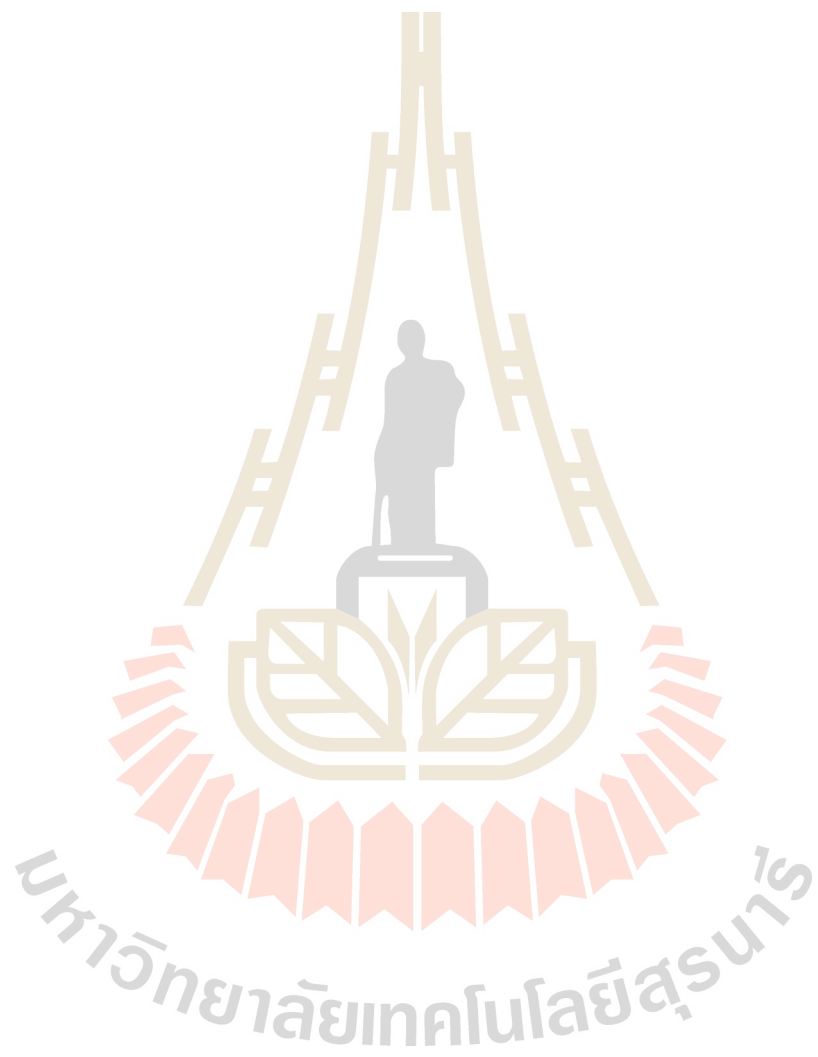
- 1) กฎการอนุรักษ์ของเลขอิเล็กตรอน - เลปตอน ซึ่งกล่าวว่า
“เลขอิเล็กตรอน - เลปตอนก่อนกระบวนการต้องเท่ากับเลขอิเล็กตรอน - เลปตอนหลังกระบวนการ”
- 2) กฎการอนุรักษ์ของเลขมิวออน - เลปตอน ซึ่งกล่าวว่า
“เลขมิวออน - เลปตอนก่อนกระบวนการต้องเท่ากับเลขมิวออน - เลปตอนหลังกระบวนการ”
- 3) กฎการอนุรักษ์ของเลขเทา - เลปตอน ซึ่งกล่าวว่า
“เลขเทา - เลปตอนก่อนกระบวนการต้องเท่ากับเลขเทา - เลปตอนหลังกระบวนการ”

หมายเหตุ : เลขเลปตอนของอนุภาคชนิดต่างๆ สามารถดูได้ในตารางที่ 12.2

3. กฎการอนุรักษ์ของเลขความแปลก

กฎการอนุรักษ์ของเลขความแปลกนี้เกิดขึ้นเนื่องจากการค้นพบอันตรกิริยาบางชนิดที่มีอนุภาคแปลกๆ เกิดขึ้นด้วยกันเสมอ โดยอันตรกิริยาเหล่านี้จะเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์ของเลขความแปลก เช่น $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0$ แต่บางอันตรกิริยาไม่เคยเกิดขึ้นเลย ทั้งนี้เพราะไม่เป็นไปตามกฎการอนุรักษ์ของเลขความแปลก เช่น $\pi^- + p \rightarrow K^0 + n$

หมายเหตุ : เลขความแปลกของอนุภาคต่างๆ สามารถดูได้จากตารางที่ 12.2



ตอนที่ 12.3

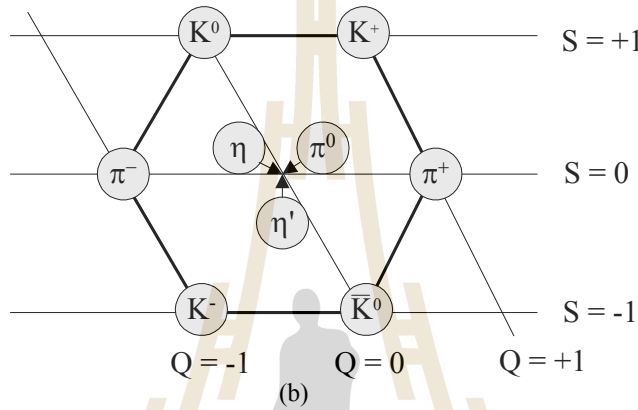
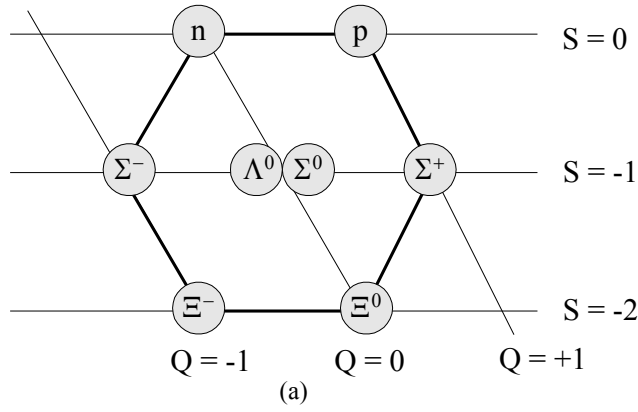
ควาร์ก

ดังที่ทราบกันดีแล้วว่าอนุภาคใหม่ๆ ที่ถูกค้นพบนั้นมีสมบัติที่เกี่ยวข้องกับค่าคงตัวหลายๆ อย่าง เช่น เลขแบริออน เลขเลปตอน และเลขความแปลก เป็นต้น ในช่วงแรกของการค้นพบอนุภาคเหล่านี้ ได้มีความพยายามที่จะจัดอนุภาคให้เป็นกลุ่มๆ โดยอาศัยสมบัติดังกล่าว ในปี ค.ศ. 1961 เมอเรย์ เกลล์มานน์ (Murray Gell - Mann) และยูวาล นีแมน (Yuval Ne'eman) ได้เสนอวิธีการจัดกลุ่มอนุภาคเหล่านี้โดยอิสระต่อกัน โดยเรียกชื่อวิธีการจัดกลุ่มนี้ว่ารูปแบบมรรคแปด (Eightfold Way) โดยตั้งชื่อตามหลักคำสอนในพุทธศาสนา การจัดกลุ่มอนุภาคในลักษณะดังกล่าวทำให้สามารถค้นหาอนุภาคที่ยังขาดหายไปได้ในเวลาต่อมา เฉกเช่นเดียวกันกับสิ่งที่เกิดขึ้นในการจัดตารางธาตุของนักเคมี รูปแบบมรรคแปดทำให้สามารถทำนายถึงโครงสร้างของอนุภาคแบริออนและมีซอน ซึ่งทำให้สามารถอธิบายพฤติกรรมและสมบัติของอนุภาคเหล่านั้นได้อย่างถูกต้องและเป็นจุดกำเนิดของแบบจำลองของควาร์ก (quark model) ในเวลาต่อมา

หัวข้อต่อไปนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของรูปแบบมรรคแปด แบบจำลองของควาร์ก และความสัมพันธ์ของควาร์กกับรังสีคอสมิก

1. รูปแบบมรรคแปด

จากตารางที่ 12.2 จะเห็นว่ามีอนุภาคแบริออนทั้งหมด 9 อนุภาค ประกอบด้วย โปรตอน นิวตรอน และอนุภาคอื่นๆ อีก 7 อนุภาค อนุภาคเหล่านี้จะมีสปินเป็น $\frac{1}{2}$ หรือ $\frac{3}{2}$ และถ้าเราเขียนกราฟระหว่างเลขความแปลก (S) กับประจุ (Q) ของอนุภาคที่มีสปินเท่ากับ $\frac{1}{2}$ (ไม่รวม Ω^-) จะได้รูปหกเหลี่ยมดังแสดงในรูปที่ 12.5 (a) ซึ่งมีอนุภาคแบริออน 6 ตัวบรรจุอยู่ที่มุม และอีก 2 ตัวบรรจุอยู่ตรงกลางของรูปหกเหลี่ยม เราเรียกการจัดกลุ่มอนุภาคแบริออนในรูปหกเหลี่ยมดังกล่าวว่ารูปแบบมรรคแปด ถ้าเขียนกราฟในลักษณะเดียวกัน สำหรับอนุภาคมีซอน 9 ตัว จะได้รูปหกเหลี่ยมดังแสดงในรูปที่ 12.5 (b) ซึ่งมีอนุภาคมีซอน 6 ตัว บรรจุอยู่ที่มุม และอีก 3 ตัว บรรจุอยู่ตรงกลาง อนุภาคมีซอนเหล่านี้จะมีสปินเท่ากับ 0



รูปที่ 12.5 (a) รูปแบบมรรคแปดของอนุภาคเบรียนที่มีสปิน $\frac{1}{2}$
 (b) รูปแบบมรรคแปดของอนุภาคมีซอนที่มีสปิน 0

เป็นที่น่าสังเกตว่าอนุภาคเบรียนตัวสุดท้าย (Ω^-) ในตารางที่ 12.2 ไม่สามารถบรรจุได้ในรูปแบบมรรคแปดของรูปที่ 12.5 (a) ทั้งนี้เพราะ Ω^- มีสปินเป็น $\frac{3}{2}$ ซึ่งแตกต่างจากอนุภาคเบรียนตัวอื่นๆ และยังไม่มีการค้นพบในเวลานั้น อย่างไรก็ตาม เกลล์มานน์ซึ่งเป็นผู้เสนอรูปแบบมรรคแปดได้ทำนายไว้ว่า Ω^- มีสปินเป็น $\frac{3}{2}$ ประจุเป็น -1 ค่าคงตัวความแปลกเป็น -3 และพลังงานมวลนิ่งเป็น 1,680 MeV ในเวลาต่อมา (ค.ศ. 1964) นักวิทยาศาสตร์จากห้องทดลองแห่งชาติบรูคเฮเวน (Brookhaven National Laboratory) ได้ค้นพบ Ω^- ซึ่งมีคุณสมบัติดังคำทำนายของเกลล์มานน์

2. แบบจำลองของควาร์ก

เป็นที่ทราบกันดีว่าอนุภาคเลปตอนมีลักษณะเป็นอนุภาคมูลฐานจริงๆ ทั้งนี้เพราะเหตุว่าอนุภาคเหล่านี้ไม่มีขนาด ไม่มีโครงสร้างภายใน และมีจำนวนจำกัด แต่อนุภาคฮาดรอนมีขนาดและโครงสร้างภายใน นอกจากนั้นยังสามารถสลายตัวเป็นอนุภาคฮาดรอนชนิดอื่นและมีจำนวนมากมายับเป็นร้อยๆ ดังนั้นอนุภาคฮาดรอนจึงน่าจะประกอบขึ้นจากอนุภาคอื่นที่เป็นอนุภาคมูลฐานจริงๆ

ในปี ค.ศ. 1964 เกล็ดมันน์ และจอร์จ ซวิก (George Zweig) ได้เสนอว่าอนุภาคแบริออนและมีซอนต้องถูกสร้างขึ้นจากองค์ประกอบที่เล็กลงไปอีกที่เรียกว่า ควาร์ก (quarks) โดยเสนอในขั้นต้นว่าควาร์กมีสามชนิดคือ up quark (u), down quark (d) และ strange quark (s) ในสมัยต่อมามีการเสนอควาร์กชนิดอื่นอีกสามตัวคือ charm quark (c), bottom quark (b) และ top quark (t) ชื่อของควาร์กนั้นไม่มีความหมายในตัวเป็นเพียงชื่อที่เกล็ดมันน์ยืมมาจากหนังสือของ James Joyce ชื่อ Finnegans Wake ในวลี “Three quarks for Muster Mark” เราสามารถรวมเรียกควาร์กทั้งหมดว่า quark flavors ตารางที่ 12.3 แสดงชนิดของควาร์กและสมบัติเฉพาะตัวของควาร์กแต่ละชนิด

ตารางที่ 12.3 ชนิดและสมบัติของอนุภาคควาร์ก

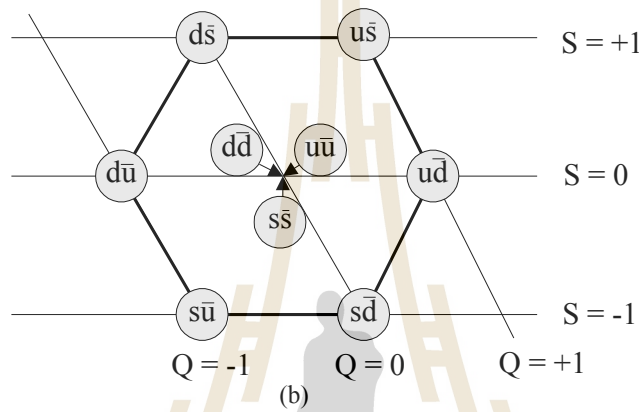
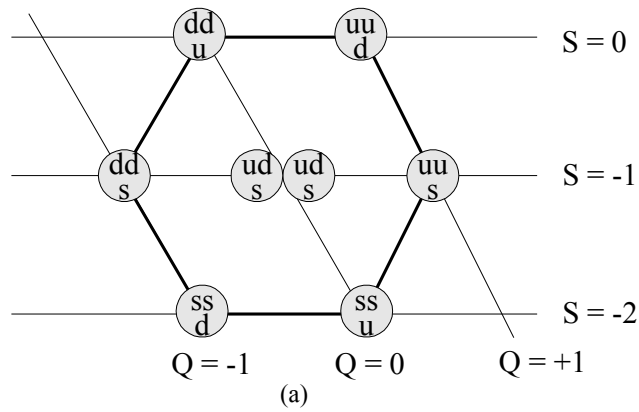
อนุภาค	สัญลักษณ์	มวล (เทียบกับ e^-)	เลขควอนตัม			สปิน	ปฏิยานุภาค
			ประจุ	ความแปลก	เลขแบริออน		
Up	u	10	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{u}
Down	d	20	$-\frac{1}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{d}
Strange	s	200	$-\frac{1}{3}$	-1	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{s}
Charm	c	3,000	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{c}
Bottom	b	9,000	$-\frac{1}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{b}
Top	t	60,000	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{t}

ค่าประจุประจำตัวของอนุภาคควาร์กมีค่าเป็นเศษส่วน อนุภาคควาร์กอิสระยังไม่ถูกค้นพบในห้องปฏิบัติการ แต่นักทฤษฎีก็สามารถอธิบายได้ว่าทำไมอนุภาคควาร์กจึงไม่ปรากฏตัวเป็นอิสระ ทำให้ความเชื่อที่ว่าอนุภาคแบริออนและมีซอนประกอบด้วยควาร์กมิได้เสื่อมถอยลง

เราได้เห็นแล้วว่าอะตอมมีอิเล็กตรอนและนิวเคลียสเป็นองค์ประกอบ ในหัวข้อต่อไปเราจะได้เห็นว่าจะอย่างไรจะสร้างอนุภาคแบริออนและมีซอนจากองค์ประกอบที่เรียกว่าควาร์ก ในปัจจุบันอนุภาคแบริออนและมีซอนทุกตัวที่ค้นพบเป็นส่วนประกอบที่เกิดจากการรวมตัวของอนุภาคควาร์กทั้งสิ้น

2.1 อนุภาคควาร์กประกอบเป็นอนุภาคแบริออน

อนุภาคแบริออนแต่ละตัวประกอบด้วยควาร์กสามชนิด รูปที่ 12.6 (a) แสดงการรวมตัวกันของควาร์กเป็นอนุภาคแบริออนในรูปแบบมรรคแปด



รูปที่ 12.6 (a) ส่วนประกอบควาร์กของอนุภาคเบรียอน
(b) ส่วนประกอบควาร์กของอนุภาคมีซอน

พิจารณาผลรวมของเลขเบรียอน ควาร์กทุกตัวมีเลขเบรียอน (B) ของอนุภาคเท่ากับ $+1/3$ รวมกันสามตัวเป็น $B = +1$ ซึ่งเป็นไปตามค่าเลขเบรียอนของอนุภาคเบรียอน พิจารณาเลขสปินของควาร์กเท่ากับ $1/2$ ควาร์กสามตัวรวมกันเป็นอนุภาคเบรียอนที่มีเลขสปิน $= 1/2$ ควาร์กสองตัวต้องมีสปินขนานกัน อีกตัวหนึ่งมีทิศทางตรงข้าม กรณีอนุภาคเบรียอนที่มีเลขสปิน $= 3/2$ ควาร์กสามตัวที่ประกอบเป็นอนุภาคเบรียอนชนิดนี้ต้องมีสปินขนานกันทั้งหมด

พิจารณาประจุไฟฟ้าของอนุภาคโปรตอน อนุภาคโปรตอนประกอบด้วยควาร์กสามตัว (uud) มีประจุไฟฟ้ารวมเท่ากับ $+1$

$$Q(uud) = (+2/3) + (+2/3) + (-1/3) = +1$$

อนุภาคนิวตรอนประกอบด้วย ควาร์ก udd มีประจุไฟฟ้า $= 0$

$$Q(udd) = (+2/3) + (-1/3) + (-1/3) = 0$$

อนุภาคซิกมา (Σ^-) มีควาร์กสามตัว (dds) มีประจุไฟฟ้า = -1

$$Q(dds) = (-1/3) + (-1/3) + (-1/3) = -1$$

สมบัติอื่น เช่น ค่าตัวเลขความแปลก ผลรวมของเลขเฉพาะเหล่านี้ของควาร์กจะลงตัวตามสมบัติของอนุภาคแบรีออนทุกประการ

2.2 อนุภาคควาร์กประกอบเป็นอนุภาคมีซอน

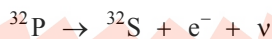
อนุภาคมีซอนประกอบจากคู่ของอนุภาคควาร์กและควาร์กตรงข้าม แผนภาพการรวมของคู่ควาร์กแสดงในรูปที่ 12.6 (b) ค่าสปินของอนุภาคมีซอนทุกตัวมีค่า = 0 ควาร์กและควาร์กตรงข้ามมีเลขสปินเท่ากับ 1/2 การวางตัวของสปินจะวางในทิศตรงกันข้าม ได้ผลรวมสปิน = 0

เลขแบรีออน $B = 0$ เป็นของอนุภาคมีซอน (อนุภาคมีซอนไม่อยู่ในกลุ่มแบรีออน) เลขแบรีออนของควาร์ก = 1/3 และของควาร์กตรงข้าม = -1/3 รวมกันเป็นศูนย์ พิจารณาประจุไฟฟ้าของ π^+ ที่ประกอบด้วยควาร์ก ($u\bar{d}$) ประจุของ $u = +2/3$ ประจุ $\bar{d} = +1/3$ (ตรงข้ามกับของ d) ประจุมรวมของ π^+ เท่ากับ +1 หรือ

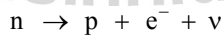
$$Q(u\bar{d}) = (+2/3) + (1/3) = +1$$

3. คำอธิบายการสลายตัวให้อนุภาคบีตาโดยใช้แบบจำลองควาร์ก

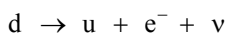
ตัวอย่างปฏิกิริยาการสลายตัวให้อิเล็กตรอนของ ^{32}P



หลังการค้นพบอนุภาคนิวตรอนและจากคำอธิบายของเฟอร์มี ทุกคนเข้าใจตรงกันว่าการสลายตัวให้อิเล็กตรอนมาจากอนุภาคนิวตรอนในนิวเคลียสสลายตัวให้อนุภาคโปรตอน และอิเล็กตรอนตามสมการ



จากแบบจำลองควาร์ก อนุภาคนิวตรอน (udd) สามารถเปลี่ยนเป็นอนุภาคโปรตอน (uud) โดยการเปลี่ยน down quark ไปเป็น up quark เท่านั้น ดังนั้นการสลายตัวอาจเขียนได้เป็น



จะเห็นได้ว่าเรารู้ธรรมชาติของสารสีซึ่งมากขึ้นเรื่อยๆ นอกจากแบบจำลองควาร์กจะบอกให้รู้ถึงองค์ประกอบและโครงสร้างของอนุภาคแล้ว ยังให้ข้อมูลเกี่ยวกับอันตรกิริยาของอนุภาคด้วย

4. ควาร์กชนิดอื่น

ยังมีอนุภาคและรูปแบบมรรคแปดแบบอื่นที่เรายังไม่ได้พูดถึง เพื่อให้การอธิบายครอบคลุมถึงอนุภาคชนิดอื่น ต้องนำเสนอชนิดควาร์กอีกสามชนิด charm quark (c), top quark (t) และ bottom quark (b) ในตารางที่ 12.3 ได้บรรจุควาร์กทั้งสามชนิดนี้ไว้แล้ว สังเกตว่าควาร์กทั้งสามนี้มีมวลค่อนข้างมาก ตัวเบาที่สุดยังหนักเป็นสองเท่าของอนุภาคโปรตอน การที่จะสร้างอนุภาคที่ประกอบด้วยควาร์กขนาดหนักแบบนี้ ต้องใช้เครื่องมือผลิตพลังงานค่อนข้างสูง เหตุผลที่เราไม่นำเสนอควาร์กหนักเหล่านี้ตั้งแต่เริ่มต้น เพราะยังไม่มีอนุภาคขนาดหนักถูกค้นพบ

ถ้าเปรียบเทียบตารางที่ 12.3 (ตระกูลควาร์ก) และตารางที่ 12.4 (ตระกูลเลปตอน) โดยพิจารณาอนุภาคหกตัวของทั้งสองตระกูล ซึ่งจะเห็นว่ามีความคล้ายคลึงกันอยู่ ดูเหมือนว่าอนุภาคเหล่านี้จะเป็นอนุภาคพื้นฐานโดยแท้จริง

ตารางที่ 12.4 กลุ่มอนุภาคเลปตอน

อนุภาค	สัญลักษณ์	พลังงานนิ่ง (Mev)	ประจุไฟฟ้า	อนุภาคตรงข้าม
อิเล็กตรอน	e^-	0.511	-1	e^+
อิเล็กตรอน - นิวตริโน	ν_e	0	0	$\bar{\nu}_e$
มิวออน	μ^-	105.7	-1	μ^+
มิวออน - นิวตริโน	ν_μ	0	0	$\bar{\nu}_\mu$
เทา	τ^-	1,784	-1	τ^+
เทา - นิวตริโน	ν_τ	0	0	$\bar{\nu}_\tau$

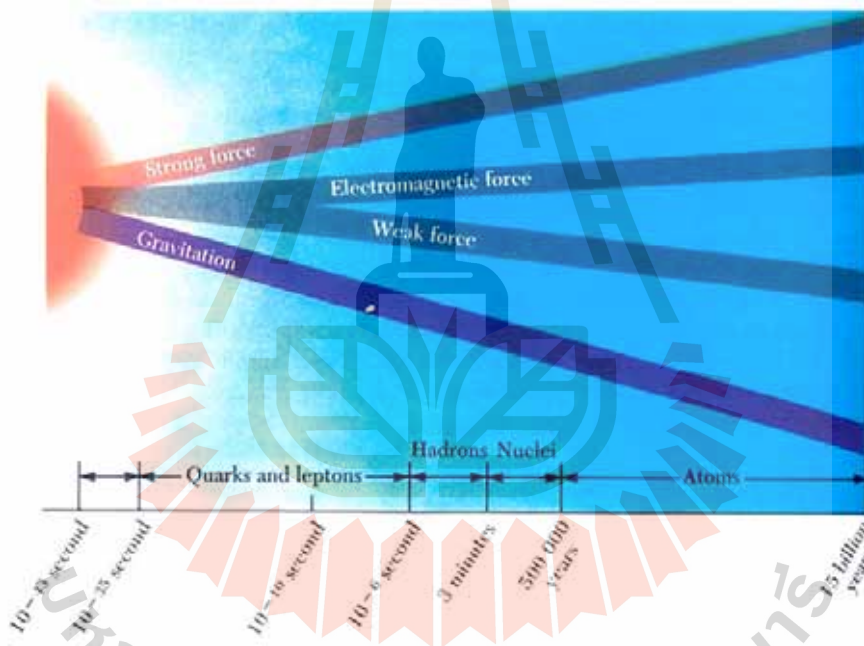
5. ความสัมพันธ์ของควาร์กกับรังสีคอสมิก

เป็นที่ทราบกันดีว่าในปัจจุบันนี้โลกของเราประกอบไปด้วยอนุภาคอิเล็กตรอน โปรตอน นิวตรอน และนิวตริโนเป็นส่วนใหญ่ อนุภาคอื่นๆ ที่กล่าวมาแล้วไม่ค่อยพบเห็นโดยทั่วไปนอกจากในรังสีคอสมิกที่มาจากนอกโลกเท่านั้น อย่างไรก็ตาม อนุภาคเหล่านั้นอาจทำให้เกิดขึ้นได้โดยอาศัยการชนกันของโปรตอนและอิเล็กตรอนในเครื่องเร่งอนุภาคขนาดมหึมาซึ่งมีราคาแพงมาก พลังงานของอิเล็กตรอน

หรือโปรตอนในเครื่องเร่งดังกล่าวจะอยู่ในย่าน GeV หรือ TeV ซึ่งถือว่าสูงมากเมื่อเปรียบเทียบกับพลังงานที่อุณหภูมิอุณหภาพ (kT) ในใจกลางของจักรวาลในปัจจุบันนี้ แต่อุณหภูมิของจักรวาลในตอนเริ่มต้นนั้นสูงมากอาจอยู่ในระดับ TeV เลยทีเดียว

เพื่อให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของควาร์กกับรังสีคอสมิกนั้น เราจะอธิบายถึงทฤษฎีบิกแบง (Big Bang Theory) ซึ่งถือว่าเป็นทฤษฎีที่อธิบายถึงต้นกำเนิดของจักรวาล ซึ่ง ณ เวลานั้น จักรวาลจะประกอบไปด้วยทะเลของควาร์กซึ่งเรียกว่า quark soup

ทฤษฎีบิกแบงนี้ถือว่าจักรวาลเกิดขึ้นจากการระเบิดออกจากจุดอันหนึ่ง (a point - like singularity) ประมาณ 15-20 ล้านล้านปีมาแล้ว หลังจากการระเบิด 2-3 นาทีแรกนั้น จักรวาลประกอบด้วยพลังงานขนาดมหึมาและแรงในธรรมชาติทางฟิสิกส์ 4 ชนิดที่กล่าวมาแล้วนั้น รวมเป็นอันเดียวกันอย่างแยกไม่ออก และสสารทั้งหมดหลอมละลายอยู่ในรูปของทะเลของควาร์ก (quark soup) หลังจากนั้นแรงทั้ง 4 ชนิดก็เกิดวิวัฒนาการ ดังแสดงในรูปที่ 12.7



รูปที่ 12.7 การวิวัฒนาการของแรงในธรรมชาติทางฟิสิกส์ 4 ชนิด จากการเกิดบิกแบงจนถึงปัจจุบันนี้

ตามรูปที่ 12.7 นั้น ในช่วง 10⁻⁴³ วินาทีแรก (อุณหภูมิของใจกลางจักรวาลมีค่าประมาณ 10³² K) แรงทั้ง 4 ชนิดรวมกันเป็นหนึ่งเดียว ต่อมาเมื่อเวลาอยู่ในช่วงประมาณ 10⁻³² วินาที (อุณหภูมิของใจกลางจักรวาลมีค่าประมาณ 10²⁹ K) แรงโน้มถ่วงแยกตัวออกมา แต่แรงที่เหลืออีก 3 แรงยังคงรวมกันอยู่ตามทฤษฎี Grand Unification Theory ณ เวลานั้น เป็นช่วงที่อนุภาคมีพลังงานสูงมาก (> 10¹⁶ GeV) และอนุภาคขนาดหนักรวมทั้งควาร์ก เลปตอน และปฏิยานุภาคยังคงมีอยู่ หลังจากนั้นจักรวาลขยายตัวอย่างรวดเร็วอุณหภูมิลดลงสู่อุณหภูมิตั้งแต่ประมาณ 10²⁹ - 10¹⁵ K (เทียบได้กับพลังงาน

ของอนุภาคประมาณ $10^{16} - 10^2$ GeV) ณ เวลานั้น แรงแอย่างแรงและ electroweak force (แรงแอย่างอ่อนรวมกับแรงแม่เหล็กไฟฟ้า) แยกตัวออกจากกัน ซึ่งทำให้ Grand Unification Theory ใช้การไม่ได้

เมื่ออุณหภูมิของจักรวาลลดลงไปอีกในช่วงเวลา 10^{-10} วินาที หลังจากบิกแบง แรงแอย่าง electroweak force แยกออกเป็น 2 ส่วน ทำให้กลายเป็นแรงแอย่าง 4 ชนิด ดังที่ปรากฏในปัจจุบันนี้

หลังจากการเกิดบิกแบงประมาณ 700,000 ปี จักรวาลเต็มไปด้วยรังสี (radiation) ชนิดต่างๆ ซึ่งทำให้เกิดการสมดุลทางอุณหภูมิระหว่างรังสีกับสสาร นอกจากนี้รังสีพลังงานสูงยังป้องกันไม่ให้สสารแข็งตัวเป็นก้อน และทำให้อะตอมไฮโดรเจนเป็นกลาง ณ เวลานั้นจักรวาลได้มีการขยายตัวและมีอุณหภูมิลงถึงประมาณ 3,000 K แล้ว จึงทำให้อนุภาคโปรตอนรวมตัวกับอิเล็กตรอนกลายเป็นอะตอมไฮโดรเจนที่เป็นกลาง เนื่องจากอะตอมไฮโดรเจนที่เป็นกลางนี้ไม่ค่อยทำให้โฟตอนที่มาชนนั้นเกิดการกระเจิง จึงทำให้จักรวาลเกิดความโปร่งใสต่อโฟตอน พลังงานของโฟตอนจึงลดลงเมื่อเวลาผ่านไปจนกระทั่งมีพลังงานเท่ากับพลังงานของวัตถุดำที่มีอุณหภูมิ 3,000 K ดังนั้น ปริมาณรังสีในจักรวาลจึงลดลงทำให้สสารแข็งตัวเป็นก้อนโตมากขึ้น โดยเริ่มจากการกลายเป็นอะตอมโมเลกุล เป็นกลุ่มหมอกของก๊าซเป็นดวงดาวต่างๆ และเป็นกาแล็กซี่ในที่สุด ในปัจจุบันจักรวาลเย็นตัวลง จนกระทั่งมีอุณหภูมิพื้นหลังของจักรวาลคือ 2.73 K

เชื่อกันว่าในเวลาที่เกิดบิกแบงแรงแอย่างธรรมชาติทั้ง 4 แรงแอย่างได้รวมเข้าด้วยกัน ซึ่งได้มีผู้พยายามคิดทฤษฎีใหม่เพื่อรวมแรงแอย่างทั้งหมดเข้าด้วยกันเรียกว่า Theories of Everything (TOE) ซึ่งใช้แนวคิดที่เรียกว่าทฤษฎีสตริง (String Theory) ซึ่งปัจจุบันยังอยู่ในขั้นการพัฒนา

สรุป

1. รูปแบบมรรคแปด

รูปแบบมรรคแปดคือกราฟรูปหกเหลี่ยมที่บรรจุอนุภาคเบรียออน 8 ตัวเอาไว้ โดยมี 6 ตัวอยู่ที่มุม และอีก 2 ตัวอยู่ที่ตรงกลาง กราฟดังกล่าวเกิดจากการผสมผสานกันระหว่างเลขความแปลก (S) และประจุ (Q) ดังแสดงในรูปที่ 12.5 (a) ถ้าเขียนกราฟลักษณะเดียวกันสำหรับอนุภาคมีซอนจะได้รูปแบบมรรคแปดที่มีอนุภาคมีซอน 9 ตัวบรรจุอยู่ โดยอยู่ที่มุม 6 ตัว และตรงกลาง 3 ตัว

2. แบบจำลองของควาร์ก

แบบจำลองของควาร์กเกิดขึ้นจากความพยายามที่จะอธิบายรูปแบบมรรคแปด โดยเกลล์มันน์ และซวิก ซึ่งกล่าวว่าอนุภาคเบรียออนและอนุภาคมีซอนที่บรรจุบนรูปแบบมรรคแปดนั้นต้องประกอบไปด้วยควาร์ก ซึ่งมี 6 ชนิด คือ up (u), down (d), strange (s), charm (c), bottom (b) และ top (t)

3. โครงสร้างของอนุภาคแบรีออน

อนุภาคแบรีออนประกอบด้วยควาร์ก 3 ตัว โดยเลขแบรีออนและสปินของควาร์กทั้ง 3 ตัวรวมจะเท่ากับเลขแบรีออนและสปินของอนุภาคแบรีออน ตัวอย่างของโครงสร้างของอนุภาคแบรีออนคือ โปรตอนจะประกอบด้วยควาร์ก 3 ตัวผสมกัน (uud) นิวตรอนประกอบด้วยควาร์ก 3 ตัว (udd) เป็นต้น

4. โครงสร้างของอนุภาคมีซอน

อนุภาคมีซอนประกอบด้วยควาร์ก 2 ตัวผสมกัน โดยมีควาร์กและปฏิยานุภาคของควาร์ก เช่น อนุภาค π^+ ประกอบด้วยควาร์ก u และปฏิยานุภาคของควาร์ก \bar{d}





บรรณานุกรม

- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. สำนักวิชาวิทยาศาสตร์. สาขาวิชาฟิสิกส์. 2542. ฟิสิกส์ 2. พิมพ์ครั้งที่ 3.
นนทบุรี: เอส.อาร์.พรีนติ้ง แมสโปรดักส์.
- Halliday, David., and Resnick, Robert. 1978. **Physics** (3rd ed.). New York: Wiley.
- Serway, Raymond A., and Faughn, Jerry S. 1991. **College physics** (3rd ed.). Philadelphia:
Sunder College Publishing.





ภาคผนวก ก

หน่วย SI ของปริมาณพื้นฐาน

ปริมาณ	ชื่อหน่วย	สัญลักษณ์ แทนหน่วย	นิยาม
ความยาว	เมตร (meter)	m	ความยาว 1 เมตร เป็นความยาวที่แสงเดินทางในสุญญากาศในเวลา $1/299,792,458$ วินาที (1983)
มวล	กิโลกรัม (kilogram)	kg	มวล 1 กิโลกรัม คือ มวลที่เท่ากับแท่งคันแบบรูปทรงกระบอกทำจากอัลลอยด์แพลทตินัมอิเรเดียม ซึ่งเก็บไว้ที่ International Bureau of Weights and Measures ในประเทศฝรั่งเศส (1889)
เวลา	วินาที (second)	s	เวลา 1 วินาที คือ ช่วงคาบแผ่รังสีทั้งหมด $9,192,631,770$ รอบ ที่เกิดจากการเปลี่ยนสถานะ hyperfine 2 ระดับของระดับพื้นของอะตอมซีเซียม - 133 (1967)
กระแสไฟฟ้า	แอมแปร์ (ampere)	A	กระแสไฟฟ้า 1 แอมแปร์ คือ กระแสคงที่ที่วิ่งผ่านตัวนำตรง 2 ตัวที่ต่อขนานกัน มีความยาวเท่ากัน มีพื้นที่หน้าตัดวงกลมที่เล็กมาก วางอยู่ห่างกันเป็นระยะ 1 เมตร ในสุญญากาศ และทำให้เกิดแรงกระทำระหว่างตัวนำทั้งสองขนาดเท่ากับ 2×10^{-7} นิวตันต่อเมตร (1946)
อุณหภูมิ	เคลวิน (kelvin)	K	1 เคลวินเท่ากับเศษส่วน $1/273.16$ ของอุณหภูมิที่น้ำ น้ำแข็ง และไอน้ำอยู่กันอย่างสมดุล (1967)
ปริมาณของสาร	โมล (mole)	mol	1 โมล คือ ปริมาณของสารที่มีจำนวนตัว โมเลกุล ไอออน ฯลฯ เท่ากับ จำนวนอะตอมของ คาร์บอน-12 0.012 กิโลกรัม (1971)
ความเข้มแสง	แคนเดลา (candela)	cd	1 แคนเดลา คือ ความเข้มแสงที่เปล่งออกในแนวตั้งฉากกับพื้นผิว $1/600,000$ ตารางเมตรของวัตถุดำแพลทตินัม ณ จุดเยือกแข็งภายใต้ความดัน 101.325 นิวตันต่อตารางเมตร (1967)

ภาคผนวก ข

ค่าคงตัวทางฟิสิกส์บางค่า

Quantity	Symbol	Value	
Speed of light	c	2.998×10^8	m/s
Gravitational constant	G	6.672×10^{-11}	$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$
Avogadro's number	N_A	6.022×10^{23}	mol^{-1}
Universal gas constant	R	8.314	J / mol · K
Boltzmann's constant	k	1.381×10^{-23}	J / K
Planck's constant	h	6.626×10^{-34}	J · s
Elementary charge	e	1.602×10^{-19}	C
Electron-volt	eV	1.602×10^{-19}	J
Permittivity of free space	ϵ_0	8.854×10^{-12}	$\text{C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2$
Permeability of free space	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	N / A^2
Electron rest mass	m_e	9.109×10^{-31}	kg
Proton rest mass	m_p	1.673×10^{-27}	kg
Neutron rest mass	m_n	1.675×10^{-27}	kg

ข้อมูลทางฟิสิกส์บางค่า

Acceleration due to gravity (g)	9.81	m/s^2
Mass of earth	5.98×10^{24}	kg
Mass of moon	7.36×10^{22}	kg
Mass of sun	1.99×10^{30}	kg
Mean radius of earth	6.35×10^6	m
Mean radius of moon	1.74×10^6	m
Mean radius of sun	6.96×10^8	m
Average earth - sun distance	1.496×10^{11}	m
Average earth - moon distance	3.84×10^8	M

ภาคผนวก ก

อักษรกรีก

Capital	Lowercase	Name	ชื่อ
A	α	Alpha	แอลฟา
B	β	Beta	บีตา
Γ	γ	Gamma	แกมมา
Δ	δ	Delta	เดลตา
E	ϵ	Epsilon	เอปไซลอน
Z	ζ	Zeta	ซีตา
H	η	Eta	อีตา
Θ	θ	Theta	ทีตา
I	ι	Iota	ไอโอตา
K	κ	Kappa	แคปปา
Λ	λ	Lambda	แลมบ์ดา
M	μ	Mu	มิว
N	ν	Nu	นิว
Ξ	ξ	Xi	ไซ
O	\omicron	Omicron	โอไมครอน
Π	π	Pi	พาย
P	ρ	Rho	โร
Σ	σ	Sigma	ซิกมา
T	τ	Tau	เทา
Υ	υ	Upsilon	อึปไซลอน
Φ	ϕ	Phi	ฟาย
X	χ	Chi	ไค
Ψ	ψ	Psi	ไซ
Ω	ω	Omega	โอเมกา

ภาคผนวก ง

สูตรทางคณิตศาสตร์บางส่วน

อนุพันธ์และอินทิกรัลที่สำคัญบางค่า

1. $\frac{dx}{dx} = 1$	1. $\int dx = x$
2. $\frac{d}{dx}(au) = a \frac{du}{dx}$	2. $\int au \, dx = a \int u \, dx$
3. $\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$	3. $\int (u+v) \, dx = \int u \, dx + \int v \, dx$
4. $\frac{d}{dx}(x^m) = mx^{m-1}$	4. $\int x^m \, dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1)$
5. $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$	5. $\int \frac{dx}{x} = \ln x $
6. $\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$	6. $\int u \frac{dv}{dx} \, dx = uv + \int v \frac{du}{dx} \, dx$
7. $\frac{d}{dx} e^x = e^x$	7. $\int e^x \, dx = e^x$
8. $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$	8. $\int \sin x \, dx = -\cos x$
9. $\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$	9. $\int \cos x \, dx = \sin x$
10. $\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$	10. $\int \tan x \, dx = \ln \sec x $
11. $\frac{d}{dx} \cot x = -\csc^2 x$	11. $\int \sin^2 x \, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$
12. $\frac{d}{dx} \sec x = \tan x \sec x$	12. $\int e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a}e^{-ax}$
13. $\frac{d}{dx} \csc x = -\cot x \csc x$	13. $\int xe^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a^2}(ax+1)e^{-ax}$
14. $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$	14. $\int x^2 e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a^3}(a^2x^2 + 2ax + 2)e^{-ax}$
15. $\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$	15. $\int_0^\infty x^n e^{-ax} \, dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$
16. $\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$	16. $\int_0^\infty x^{2n} e^{-ax^2} \, dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$

เอกลักษณ์ตรีโกณ

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1 \quad \csc^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

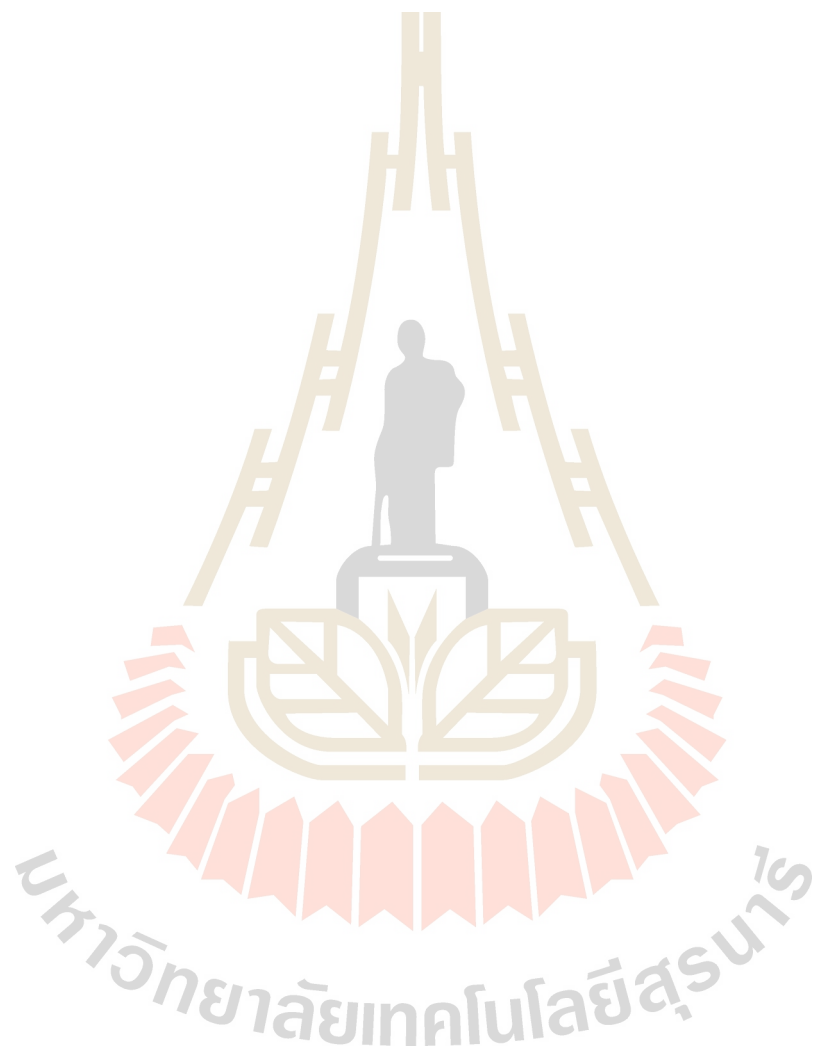
$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left[\frac{1}{2} (\alpha \pm \beta) \right] \cos \left[\frac{1}{2} (\alpha \mp \beta) \right]$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left[\frac{1}{2} (\alpha + \beta) \right] \cos \left[\frac{1}{2} (\alpha - \beta) \right]$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left[\frac{1}{2} (\alpha + \beta) \right] \cos \left[\frac{1}{2} (\beta - \alpha) \right]$$

$$\tan \alpha \pm \tan \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\sin \alpha \cos \beta}$$



ครุชนิ

ก		กระจกแม่เหล็ก	168
กฎการแผ่รังสีของพลังค์	298	กระจกลอยด์	239
กฎการเลือกเฟ้น	371	กระแสกระจัด	182
กฎการอนุรักษ์ของเลขความแปลก	493	กระแสไฟฟ้า	103
กฎการอนุรักษ์ของเลขแบรีออน	491	กระแสไฟฟ้าอะตอม	179
กฎการอนุรักษ์ของเลขเลปตอน	492	กระแสในตัว	426
กฎของเกาส์	31, 33	กระแสแอมแปร์	147, 179
กฎของเกาส์สำหรับแม่เหล็ก	151	กล้องจุลทรรศน์แบบ STM	342
กฎของคูลอมบ์	5, 6	กล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบส่องผ่าน	329
กฎของจูล	134	กลุ่มคลื่น	332
กฎของบรีเวสเตอร์	285	กัมมันตรังสี	455
กฎของบีโอด - ซาวารต์	152	การกระจัดทางไฟฟ้า	182
กฎของแบร์ก	276	การกระจายแบบเฟร์มี - ดิแรก	416
กฎของฟาราเดย์	189	การกระเจิงคอมป์ตัน	306
กฎของมัวร์	437	การกำบัง	383
กฎของมาลุส	282	การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร	
กฎของเลนซ์	190	L - C	202
กฎของสเนลล์	284	การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร	
กฎของแอมแปร์	161, 162	R - L	
กฎของแอมแปร์ - แมกซ์เวลล์	182	199	
กฎของโอห์ม	103, 117	การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้าในวงจร	
กฎข้อที่ 1 ของเคิร์ชฮอฟฟ์	132	R - L - C	204
กฎข้อที่ 2 ของเคิร์ชฮอฟฟ์	126	การค้นพบนิวเคลียส	445
กฎมือขวา	153, 157	การจัดกลุ่มอนุภาค	488
กฎวงจรของแอมแปร์	162	การต่อขดเหนี่ยวนำ	197
กฎการกระจัดของวิน	297	การทดลองของมิลลิแกน	28
กฎของชเตฟาน-โบลต์ซมันน์	296	การทดลองแบบช่องเล็กลูกของยัง	234
กฎของแบร์ก	322	การแทรกสอดของลำอิเล็กตรอน	326
กฎของเรย์ลี-จินส์	297	การแทรกสอดโดยการสะท้อนจาก	

ฟิล์มบาง	239	เกณฑ์ของลอว์สัน	476
การแทรกสอดแบบเสริมกัน	233, 238	เกรตติงชนิดทะลุผ่าน	272
การแทรกสอดแบบหักล้างกัน	233, 238	เกรตติงเดี่ยวเบน	272
การบวกเฟเซอร์	250	เกลล์มันน์, เมอเรีย	497
การบวกเฟเซอร์ของคลื่น	249	เกอร์ลาจ, วอลเตอร์	372
การประมาณสนามกลาง	380	เกาส์	149
การปลูกผลึก	402	แกนพัลสัน	286
การแผ่รังสีของวัตถุดำ	295	แกนส่งผ่าน	282
การโพลาไรเซชันโดยวิธีโคโรอิก	282	โกรฟ, แอนดรูว์	436
การเลี้ยวเบน	261	ข	
การเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์โดยผลึก	275	ขนาดของนิวเคลียส	447
การเลี้ยวเบนของลำอิเล็กตรอน	321	ขวดแม่เหล็ก	168
การเลี้ยวเบนแบบฟราวน์โฮเฟอร์	262, 273	ขั้วคู่ไฟฟ้า	18, 68
การเลี้ยวเบนผ่านช่องกลม	269	ขั้วใต้แม่เหล็กโลก	146
การเลี้ยวเบนเฟรส์เนล	262	ขั้วเหนือแม่เหล็กโลก	146
การเลี้ยวที่	405	ค	
การวัดปริมาณรังสี	462	ความเข้มสนามแม่เหล็ก	180
การวิเคราะห์ความเค้นเชิงทัศนศาสตร์	289	ความจุไฟฟ้า	77
การสลายตัวให้แกมมา	462	ความต่างเฟส	249
การสลายตัวให้อนุภาคบีตา	459	ความต่างศักย์ไฟฟ้า	61
การสลายตัวให้อนุภาคแอลฟา	458	ความต่างศักย์ฮอลล์	175
การสั้นพ้อง	221	ความต้านทาน	103, 110
การสั้นพ้องในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ		ความต้านทานจินตภาพ	219
ที่มี R - L - C ต่อแบบอนุกรม	221	ความต้านทานจินตภาพของขดเหนี่ยวนำ	215
กาวด์ซมิท, ซามูเอล	374	ความต้านทานจินตภาพของตัวเก็บประจุ	213
กำแพงศักย์	340	ความต้านทานเชิงซ้อน	219
กำลังแยก	268	ความถี่ไซโคลตรอน	167
กำลังแยกของเกรตติงเดี่ยวเบน	274	ความบกพร่องในผลึก	403
กิจกรรมเชิงทัศนศาสตร์	289	ความไม่แน่นอน	324
กิลเบิร์ต, วิลเลียม	145	ความยาวคลื่นคอมป์ตัน	308
		ความยาวคลื่นเดอบรอยล์	320

ความเร็วลอยเลื่อน	104, 175	โครงสร้างผลึก	395
ความสัมพันธ์ของควาร์กกับรังสีคอสมิก	502	จ	
ความหนาแน่นกระแส	162	จีโอเวอ์, อิวาร์	342
ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า	106	เจอร์เมอร์, เลสเตอร์	321
ความหนาแน่นของจำนวนสถานะ	416	โจเซฟสัน, ไบรอัน	342
ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก	149, 150	ฉ	
ควาร์ก	483	ฉนวน	411
คอมป์ตัน, อาร์เทอร์	307	ช	
ค่าคงตัวของกาแล็กซี	455	ชเรอดิงเงอร์, แอร์วิน	330
ค่าคงตัวของโบลต์ซมันน์	473	ชอกลีย์, วิลเลียม	432
ค่าคงตัวของพลังค์	297	ช่องว่างแถบพลังงาน	408
ค่าคงตัวโครงสร้างผลึก	396	ซ	
ค่าคงตัวไดอิเล็กทริก	91	ซวิก, จอร์จ	499
ค่าคงตัวริดเบิร์ก	310	ซอมเมอร์เฟลด์, อาร์โนลด์	314
ค่าคงตัวเวลาของการเก็บประจุ	136	ซีแมน, พีเทอร์	369
ค่าเลขอะตอมยังผล	383	เซลล์แสงอาทิตย์	427
ค่าวิกฤตของเรย์ลี	274	โซเลนอยด์	165
ค่าสภาพยอมของสุญญากาศ	7, 33	โซโคตตรอน	171
ค่าสูงสุดทุติยภูมิ	252	ค	
ค่าสูงสุดปฐมภูมิ	252	คัซนิมิตเลอร์	401
คิลบี, แจ็ก	436	คิแรก, พอล	374, 485
คูรี	456	เควิสตัน, คลินตัน	321
เคเบิลที่มีแกนร่วมกัน	164	เคอ กูลง, ชาร์ล	5
เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ	209	เคอ เบรย, ลุย	319
เครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังงานปรมาณูชนิด		ไคนาโม	209
Pressurized - Water Reactor (PWR)		ไคโอด	424
	470	ไคโอดเปล่งแสง	426, 430
เครื่องแยกมวล	170	ค	
เครื่องเลือกความเร็ว	169	ตัวกลางสมลัทธิ	285
โครงสร้างบราวน์	398	ตัวกลางอสัณฐาน	285
โครงสร้างแถบพลังงาน	407	ตัวเก็บประจุ	77

ตัวแกว่งกวดซาร์มอนิก	343	บ	
ตัวดำเนินการ	331	บริเวณปลอดภัย	425
ตัวดำเนินการลาปลาเชียน	347	บล็อก, เฟลิกซ์	407
ตัวดำเนินการฮามิลโทเนียน	333	บ่อควอนตัม	338
ตัวนำ	411	บอร์น, มักซ์	331
ตัวแปรรังสี	303	บัลเมอร์, โยฮันน์	310
ตัวโพลารไรซ์	282	บาร์ดีน, จอห์น	432
ตัววิเคราะห์	282	บินนิค, เกิร์ต	342
เตาปฏิกรณ์ชนิดเทอร์โมนิวเคลียร์ฟิวชัน	475	เบรคเทิน, วอลเตอร์	432
เตาปฏิกรณ์ปรมาณู	469	เบร์มสตราลิ่ง	307
แถบการนำ	408	แบ็กเกอแรล, อองตวน	445
แถบต้องห้าม	408	แบบจำลองของควาร์ก	498
แถบพลังงาน	408	แบบจำลองอะตอมไฮโดรเจนของโบร์	
แถบเวเลนซ์	409		311
ท		แบบจำลองอิเล็กตรอนอิสระ	415
ทรานซิสเตอร์แบบจุดต่อ	432	โบซอน	377
ทรานซิสเตอร์แบบรอยต่อ	432	โบร์, นีลส์	311
ทฤษฎีควอนตัม	298	โบร์แมกนิตอน	370
ทฤษฎีบิกแบง	503	ป	
ทฤษฎีอะตอมของโบร์	311	ปฏิกิริยา deuteron-deuteron (d-d)	475
ทวิภาวะของคลื่นและอนุภาค	319	ปฏิกิริยา deuteron-triton (d-t)	475
ทอมสัน, จอร์จ	322	ปฏิกิริยาแบ่งแยกตัว	468
ทอรัค	176	ปฏิกิริยาหลูกโซ่	468, 469
ทัศนศาสตร์	233	ปฏิกิริยาหลอมตัว	472
ทัศนศาสตร์เชิงกายภาพ	233	ปฏิกิริยานิวเคลียสของโปรตอน	485
เทสลา	149	ประจุของอิเล็กตรอน	4
น		ประจุทดสอบ	14
นอยซ์, โรเบิร์ต	436	ประจุไฟฟ้า	4
นิวคลีออน	446	ประจุและมวล	447
นิวไคลด์	447	ประสิทธิภาพของเซลล์แสงอาทิตย์	429
นิวตรอนอุณหภาพ	469	ประสิทธิภาพควอนตัม	428
นีแมน, ยูวาล	497		

ปรากฏการณ์การแทรกสอด	235	โพซิตรอนและปฏิยานุภาคชนิดอื่นๆ	
ปรากฏการณ์ซีแมน	369	485	
ปรากฏการณ์ทะลุผ่าน	341	โพลารอยด์	282
ปรากฏการณ์โฟโตโวลตาอิก	428	โพลาริมิเตอร์	289
ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก	301	โพลาริซ์เชิงเส้น	279
ปรากฏการณ์หักเหสองแนว	285	โพลาริซ์ระนาบ	279
ปรากฏการณ์ฮอลล์	174, 175	โพลาริซ์วงกลม	279
ผ		โพลาริซ์วงรี	279
ผลจากขอบ	263	โพลาริซ์ชัน	279
ผลรวมทางพีชคณิต	162	โพลาริซ์ชันโดยการกระเจิง	287
ผลึกเดี่ยว	402	โพลาริซ์ชันโดยการเลี้ยวเบน	282
ผิวเกาส์เซียน	34, 151	โพลาริซ์ชันโดยการสะท้อน	283
ผิวสมสัคย์	71	โพลาริซ์ชันโดยการหักเหสองแนว	285
แผ่นครึ่งคลื่น	289	พ	
แผนภาพไพนน์แมน	486	พลักซ์	31
แผ่นเดี่ยวคลื่น	289	พลักซ์แม่เหล็ก	150, 155, 190
พ		ฟังก์ชันคลื่น	330
พลังค์, มักซ์	297	ฟังก์ชันงาน	303, 304
พลังงานจุดศูนย์	336	ฟารัด	78
พลังงานที่สะสมในขดเหนี่ยวนำ	198	ฟาราเดย์, ไมเคิล	29, 78, 91,
พลังงานปลดปล่อย	458	150	
พลังงานยึดเหนี่ยว	450	เฟเซอร์ไดอะแกรม	216
พลังงานศักย์ไฟฟ้า	55	เฟเซอร์ไดอะแกรมของขดเหนี่ยวนำ	
พลังงานศักย์แม่เหล็ก	178	217	
พันธะโคเวเลนต์	386	เฟเซอร์ไดอะแกรมของตัวเก็บประจุ	
พาหะ	174	217	
พาหะบวก	411	เฟเซอร์ไดอะแกรมของตัวต้าน	216
พาหะภายใน	420	ทาน	
พาหะลบ	411	แฟกเตอร์กำลัง	224
เพาลี, วิลล์ฟรัง	380	แฟกเตอร์-จี ของแลนเด	375
โพซิตรอน	485	แฟร์มิออน	377

โฟตอน	298	รอเบิร์ต, มิลลิแกน	28
โฟตอนเสมือน	487	รอยต่อ p - n	119, 424
ไฟฟ้าสถิต	3	ระดับพลังงานของนิวเคลียส	451
ไฟน์แมน, ริชาร์ด	486	ระดับพลังงานผู้รับ	423
ม		ระดับพลังงานผู้ให้	423
มวลทดสอบ	13	ระดับเฟอร์มิ	417
มวลพร้อม	450	ระบบผลึก	397
มวลยังผลของอิเล็กตรอน	419	ระยะทางเฉลี่ยอิสระ	120
มวลยังผลของโฮล	419	ระยะเวลาเฉลี่ยอิสระ	120
มัวร์, กอร์ดอน	436	รังสีคอสมิก	146
มิลลิแกน, รอเบิร์ต	304	รังสีธรรมดา	285
มีซอนและจุดเริ่มต้นของวิชาฟิสิกส์		รังสีพิศธรรมดา	285
ของอนุภาคมูลฐาน	486	รังสีเอกซ์	306
มุบบริวสเตอร์	285	รัทเทอร์ฟอร์ด	445
มุมโปลาไรซ์	284	รัศมีโบร์	312
มุมแอชมันท์	153	รัสคา, เอิร์นสต์	329
เมกนีโตมิเตอร์	149	ริ้วสว่างหลัก	274
เมกเนโตเซชัน	180	รูปแบบมรรคแปด	497
เมกเนโตเซชันเวกเตอร์	180	เรินต์เจน, วิลเฮล์ม	306
โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า	19, 68	แรงเคลื่อนไฟฟ้า	125
โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก	178	แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ	189
โมเมนต์แม่เหล็ก	178, 180	แรงนิวเคลียร์	448, 483
โมเมนต์เชิงมุมของวงโคจร	360	แรงโน้มถ่วง	484
โมเมนต์เชิงมุมในตัว	147	แรงในธรรมชาติทางฟิสิกส์	483
โมเมนต์เชิงมุมรวม	378	แรงบนเส้นลวดที่มีกระแสไฟฟ้า	172
โมเลกุล	384	แรงไฟฟ้า	169
โมเลกุลอะตอมคู่	387	แรงแม่เหล็ก	167, 169
ไมโครโปรเซสเซอร์	437	แรงแม่เหล็กไฟฟ้า	484
ย		แรงลอเรนตซ์	166, 169
ยูคาวา, อิเดกิ	486	แรงคู่ศูนย์กลาง	167
ร		แรงอย่างอ่อน	484
รวมตัวกลับ	426	โรธเรอร์, ไฮน์ริค	342

ด		ศักย์ไฟฟ้า	60
ลมสุริยะ	146	ศักย์หยุดยั้ง	302
ลักษณะสมมาตร	235	ส	
ลักษณะสมมาตรสูง	162	สถานะคงตัว	331
เลขควอนตัมแม่เหล็ก	357	สถานะพื้น	335
เลขควอนตัม โมเมนตัมเชิงมุมสปิน	374	สเทิน, ออกโต	372
เลขควอนตัมหลัก	357	สนามที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา	13
เลขควอนตัมออร์บิทัล	357	สนามไฟฟ้า	13
เลขมวล	446	สนามแม่เหล็ก	148, 149
เลขอะตอม	446	สนามแม่เหล็กเอกรูป	168
เลขอันดับ	235	สนามสถิต	13
ว		สนามเอกรูป	13
วงจร IC	103	สปินของอิเล็กตรอน	371
วงจรเบ็ดเสร็จ	436	สเปกตรัมแบบเส้น	309
วงจรไฟฟ้ากระแสตรง	125	สภาพซ้อนสถานะ	348
วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มี R - L -		สภาพต้านทาน	111
C	218	สภาพนำไฟฟ้า	112
ต่อกันอย่างอนุกรม		สภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็ก	181
วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีขดเหนี่ยวนำ		สภาพเหนี่ยวนำของขดเหนี่ยวนำ	195
อย่างเดียว	214	สภาพเหนี่ยวนำตัวเอง	193, 194
วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีความต้านทาน		สภาพให้ซึมได้	181
อย่างเดียว	211	สภาพให้ซึมได้สัมพัทธ์	181
วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีตัวเก็บประจุ		สมการของแบเรกก์	276
อย่างเดียว	212	สมการชเรอดิงเงอร์	330
วงแถบรังสีแวน แอลเลน	146	สมการชเรอดิงเงอร์ในหนึ่งมิติ	333
วงแหวนนิวตัน	243	สมบัติของนิวเคลียส	446
วิถัจกร p-p	473	สมบัติของสนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ	192
วัสดุลดทอนพลังงาน	469	สมมาตรลูกบาศก์	275
เวเบอร์	149, 150	สัญกรณ์ทางสเปกโตรสโกปี	358
เวลาครึ่งชีวิต	449	สารกึ่งตัวนำ	411
โวลต์มิเตอร์	61	สารกึ่งตัวนำชนิด p (p - type)	422
ศ		สารกึ่งตัวนำชนิด n (n - type)	422

สารเจือ	405, 420	อนุภาคในกล่อง	334
สารไดโครอิก	282	อนุภาคในบ่อสัคย์	338
สารไดอะแมกเนติก	181	อนุภาคแบร็ออน	488
สารไดอิเล็กทริก	91	อนุภาคพายออน	486
สารพาราแมกเนติก	181	อนุภาคโพซิตรอน	460
สารเฟอร์โรแมกเนติก	181	อนุภาคโฟตอน	484
เสถียรภาพ	448	อนุภาคมีซอน	488
เส้นแรงไฟฟ้า	29	อนุภาคเลปตอน	488
เส้นสนาม	150	อนุภาคฮาดรอน	488
แสงโพลาไรซ์บางส่วน	283	อองแปร์, อองเดร	105
แสงโพลาไรซ์สมบูรณ์	283	อะตอมผู้รับ	421
แสงไม่โพลาไรซ์	281	อะตอมผู้ให้	421
แสงเหนือแสงใต้	147	อะตอมไฮโดรเจน	355
ห		อัตราการสลายตัว	456
หน่วยคูรี	463	อัตราเร่งศูนย์กลาง	166
หน่วยเซลล์	399	อัตราส่วนใจโรแม่เหล็ก	370
หน่วยแรม	463	อินเตอร์พีรอมิเตอร์	245
หน่วยเรินต์เกน	463	อินเตอร์พีรอมิเตอร์ของไมเคลสัน	245
หน่วยเรียด	463	อิเล็กตรอนตัวนำ	119
หลักการกีดกันเพาลี	380	อิเล็กตรอนเวเลนซ์	381
หลักการซ้อนทับ	9	อุปกรณ์ตรวจวัดแสง	430
หลักการซ้อนทับของคลื่น	234	เอซากิ, ลีโอ	342
หลักการสมนัย	336	เอคิสัน, ทอมัส	301
หลักของฮอยเกนส์	261, 263	เออเลนเบ็ค, จอร์จ	374
หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก		แอนเดอร์สัน, คาร์ล	485
325		แอมแปร์	6
แหล่งกำเนิดอาพันธ์	234	โอกาสในการพบอิเล็กตรอน	363
อ		ไอหิม	111
อนุภาคกลูออน	484	ไอหิม, เกอร์เก	111
อนุภาคแกรวิตอน	484	ไอหัล, รัสเซลล์	427
อนุภาคนิวตริโน	460	ไอโซโทป	447
		ไอน์สไตน์, แอลเบิร์ต	303

ฮ

ฮอลดีวอคส์, วิลเฮล์ม	301
แฮตซ์, ไฮน์ริช	301
โฮล	411
ไฮเซนเบิร์ก, แวร์เนอร์	325



