

การออกแบบอุปกรณ์กำลังสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีผลต่อผู้ปฏิบัติงาน
ที่ทำงานใต้สายส่งกำลังไฟฟ้าด้วยวิธีไฟในท์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ

นายอานนท์ อิศรมงคลรักษ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ปีการศึกษา 2552

**DESIGN OF ELECTROMAGNETIC FIELD SHIELDING
DEVICES RESULTING IN OPERATORS WORKING
UNDERNEATH A POWER TRANSMISSION LINE
BY USING 3D-FEM**

Arnon Isaramongkolrak

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering**

Suranaree University of Technology

Academic Year 2009

การออกแบบอุปกรณ์กำลังสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีผลต่อผู้ปฏิบัติงาน
ที่ทำงานได้สายส่งกำลังไฟฟ้าด้วยวิธีไฟในท้อลิเมนต์แบบ 3 มิติ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยเป็นหน่วยงานหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

(ผศ. ดร.อนันต์ อุ่นศิริไธย)

ประธานกรรมการ

(ผศ. ดร.เผด็จ เฝ้าละอ)

กรรมการ (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์)

(รศ. ดร.ชนัดชย์ กุลวรรณิพงษ์)

กรรมการ

(รศ. ดร.กิตติ อุตถกิจมงคล)

กรรมการ

(ผศ. ดร.ทองพล อารีรักษ์)

กรรมการ

(ศ. ดร.ชูกิจ ลิมปิจำนงค์)

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

(รศ. น.อ. ดร.วราภรณ์ จำพิศ)

คณบดีสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

อานนท์ อิศรมงคลรักษ์ : การออกแบบอุปกรณ์กำบังสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีผลต่อ
ผู้ปฏิบัติงานที่ทำงานใต้สายส่งกำลังไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ
(DESIGN OF ELECTROMAGNETIC FIELD SHIELDING DEVICES RESULTING
IN OPERATORS WORKING UNDERNEATH A POWER TRANSMISSION LINE
BY USING 3D-FEM) อาจารย์ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ, 248 หน้า

การตรวจสอบบำรุงรักษาและงานซ่อมแซมระบบสายส่งกำลังไฟฟ้าเป็นหน้าที่หลักของวิศวกร
ไฟฟ้ากำลังซึ่งต้องปฏิบัติงานดังกล่าวเป็นประจำทุกวัน สำหรับระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าในเขต
ภูมิภาคและพื้นที่ชนบท งานดังกล่าวจะอยู่ในความรับผิดชอบของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค (PEA)
ด้วยเหตุผลทางเศรษฐศาสตร์ ระบบสายส่งไฟฟ้าสองวงจรหรือมากกว่านั้นจะถูกติดตั้งอยู่บน
เสาไฟฟ้าต้นเดียวกัน โดยปกติระบบที่มีแรงดันสูงกว่าจะอยู่ในส่วนบนสุดของเสา ซึ่งในทางปฏิบัติ
รูปแบบที่พบเห็นคือสายส่ง 115 kV ถูกติดตั้งร่วมกับสายจำหน่าย 22 kV ในแง่ความปลอดภัยของ
เจ้าหน้าที่ที่ปฏิบัติงานเกี่ยวข้องกับระบบสายส่งในลักษณะดังกล่าวนี้ต้องใช้ความระมัดระวังเพื่อ
หลีกเลี่ยงความเสี่ยงทุกรูปแบบที่อาจเกิดขึ้นได้ โดยเฉพาะระบบสายส่งที่อยู่ร่วมกันสองวงจรหรือ
มากกว่า แม้ว่าจะทำการตัดวงจรใดวงจรหนึ่งออกไปแล้วก็ตาม จำเป็นต้องมีการคำนึงถึงผลของการ
เหนี่ยวนำเนื่องจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจากวงจรที่อยู่ใกล้เคียงด้วย งานวิทยานิพนธ์นี้ได้ใช้ระเบียบ
วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ เพื่อใช้เป็นเครื่องมือวิเคราะห์สำหรับจำลองสภาพสนามแม่เหล็ก
ไฟฟ้าที่กระจายตัวรอบสายส่งกำลังไฟฟ้า พร้อมศึกษาอุปกรณ์กำบังสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเพื่อใช้ในการ
ลดผลของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นเนื่องจากสายส่งที่อยู่ใกล้เคียง โดยได้
ทำการศึกษาและรายงานผลโครงสร้างของมูมหลังคากระเช้ารถยกในรูปแบบต่าง ๆ ที่มีผลต่อการ
กำบังสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
ปีการศึกษา 2552

ลายมือชื่อนักศึกษา _____
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา _____
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม _____

ARNON ISARAMONGKOLRAK : DESIGN OF ELECTROMAGNETIC
FIELD SHIELDING DEVICES RESULTING IN OPERATORS WORKING
UNDERNEATH A POWER TRANSMISSION LINE BY USING 3D-FEM
THESIS ADVISOR : ASST. PROF. PADEJ PAO-LA-OR, Ph.D., 248 PP.

SHIELDING/ELECTROMAGNETIC FIELD/3D FINITE ELEMENT METHOD

Monitoring, maintenance and repairing works of electric power transmission systems are main functions of power engineers in their daily schedule. Provincial Electric Authority of Thailand (PEA), state own organization in which regional power transmission systems and rural electric power distribution systems are its major services. For economic purposes, two or more circuits are normally hung on the same towers. Typically, a circuit of higher voltage is on the top of the tower. A practice of this configuration is a combination of a 115-kV power transmission line and a 22-kV distribution feeder. Safety of operators working in this circumstance depends on carefulness of all possible risks. Even when one circuit is disconnected from the supply source, electromagnetic induction becomes a serious issue where two or more circuits are located close enough to each other. In this thesis, three-dimensional finite element analysis is exploited as a tool for visualizing electromagnetic field distribution around a power transmission line. In addition, electromagnetic shielding devices are investigated in order to reduce the electromagnetic induction on the nearby circuit. Several configurations of a crane's cabin roof angle are studied and reported.

School of Electrical Engineering

Academic Year 2009

Student's Signature _____

Advisor's Signature _____

Co-advisor's Signature _____

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดีเนื่องจากได้รับความช่วยเหลืออย่างยิ่ง ทั้งด้านวิชาการ และด้านดำเนินงานวิจัย จากบุคคลและกลุ่มบุคคลต่าง ๆ ได้แก่

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ ผู้ช่วยอธิการบดีฝ่ายกิจการนักศึกษา ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้ให้คำปรึกษา แนะนำ และแนะแนวทางอันเป็นประโยชน์แก่ผู้วิจัยมาโดยตลอดรวมถึงได้ช่วยตรวจทานและแก้ไขรายงานวิทยานิพนธ์ นอกจากนี้ยังมีความเป็นกันเองแก่ผู้วิจัย และเป็นທີ່ปรึกษาที่ดีในทุกเรื่อง เป็นแบบอย่างที่ดีในการดำเนินชีวิตหลาย ๆ ด้าน

รองศาสตราจารย์ ดร.ชนัดชัช กุลวรรณิษฐพงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ และให้ความรู้ทางด้านวิชาการที่จำเป็นสำหรับงานวิจัยอย่างดียิ่งมาโดยตลอดและดูแลเอาใจใส่ ช่วยเหลือผู้วิจัยด้วยดีเสมอมา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อนันท์ อุ่นศิริวิไลย์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญเรือง มะรังศรี และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทองพล อารีรักษ์ อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ทำให้กำลังใจและปรึกษาได้ในทุก ๆ เรื่อง

ขอขอบคุณ คุณสุนิสา สอนเมือง คุณชินพัฒน์ ชนะถาวรลักษณ์ และ คุณสุกัญญา ทัพศรี ที่ได้ให้ความช่วยเหลือดูแล และเป็นกำลังใจอย่างใกล้ชิดแก่ผู้วิจัยเสมอมา และขอบคุณพี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ บัณฑิตศึกษาทุกท่าน ที่ให้กำลังใจในการทำวิจัยมาโดยตลอด

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอขอบคุณอาจารย์ผู้สอนทุกท่านที่ให้ความรู้ทางด้านวิชาการทั้งในอดีตและปัจจุบัน ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่ออดิศักดิ์ อิศรมงคลรักษ์ และคุณแม่ניתยา อิศรมงคลรักษ์ ที่ให้ความรัก กำลังใจ การอบรมเลี้ยงดู และดูแลส่งเสริมทางการศึกษาอย่างดีมาโดยตลอดจนทำให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จในชีวิตเรื่อยมา

อานนท์ อิศรมงคลรักษ์

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ (ภาษาไทย).....	ก
บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ).....	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญตาราง	ช
สารบัญรูป.....	ญ
บทที่	
1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย.....	2
1.3 ข้อยกเว้นเบื้องต้น	2
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
1.6 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์	3
2 ปรัชญาบรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	6
2.1 บทนำ	6
2.2 ปรัชญาบรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	6
2.3 สรุป.....	9
3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	11
3.1 บทนำ	11
3.2 การคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยวิธีพื้นฐาน	11
3.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีพื้นฐาน	14
3.4 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	16
3.4.1 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ	16

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.4.2	ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ.....	22
3.5	การป้องกันสนามแม่เหล็กไฟฟ้า.....	26
3.5.1	กลไกการกำบังด้วยการแบ่งฟลักซ์.....	27
3.5.2	กลไกการกำบังด้วยกระแสเหนี่ยวนำ.....	27
3.6	สรุป.....	28
4	การคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของสายส่งด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์.....	29
4.1	บทนำ.....	29
4.2	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของสายส่งกำลังไฟฟ้า.....	30
4.2.1	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้า 2 มิติ.....	30
4.2.2	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้า 3 มิติ.....	31
4.2.3	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก 2 มิติ.....	33
4.2.4	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก 3 มิติ.....	34
4.3	การคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์.....	36
4.3.1	การออกแบบอิลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา.....	36
4.3.2	ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์.....	40
4.3.2.1	ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ 2 มิติ.....	40
4.3.2.2	ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ 3 มิติ.....	41
4.3.3	การสร้างสมการอิลิเมนต์.....	42
4.3.4	การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ.....	59
4.3.5	การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย.....	60
4.4	สรุป.....	62
5	โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและผลการจำลองแบบ 2 มิติ.....	63
5.1	บทนำ.....	63
5.2	โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล.....	63
5.2.1	โปรแกรมการสร้างกริด.....	63
5.2.2	โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้า.....	68

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

5.3 ผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติพร้อมวิเคราะห์ผล.....	69
5.4 การเปรียบเทียบผลการจำลองแบบ 2 มิติกับโปรแกรมสำเร็จรูป.....	76
5.5 สรุป.....	81
6 โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและผลการจำลองแบบ 3 มิติ.....	82
6.1 บทนำ.....	82
6.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล.....	82
6.2.1 โปรแกรมการสร้างกริด.....	82
6.2.2 โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้า.....	86
6.3 ผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติพร้อมวิเคราะห์ผล.....	88
6.4 การเปรียบเทียบผลการจำลองแบบ 3 มิติกับผลการจำลองแบบ 2 มิติ.....	93
6.5 สรุป.....	100
7 การป้องกันอันตรายจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยการออกแบบมุมหลังคา	
 กระเช้ารถยนต์ยกของไฟฟ้า.....	101
7.1 บทนำ.....	101
7.2 การปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยนต์ยกของไฟฟ้า.....	101
7.3 การออกแบบมุมหลังคากระเช้ารถยนต์ยกของไฟฟ้าพร้อมผลการจำลอง.....	110
7.4 การประมวลผลการจำลองพร้อมเปรียบเทียบผล.....	163
7.5 สรุป.....	165
8 สรุปและข้อเสนอแนะ.....	166
8.1 สรุป.....	166
8.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต.....	168
รายการอ้างอิง.....	169
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก. การคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยวิธีพื้นฐานเพื่อใช้ประยุกต์	
เงื่อนไขค่าขอบเขต.....	175

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

ภาคผนวก ข. การประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต	196
ภาคผนวก ค. การเผยแพร่ผลงานในขณะศึกษา	201
ประวัติผู้เขียน	248

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	6
3.1 ลักษณะข้อมูลของอิลิเมนต์.....	17
3.2 ลักษณะข้อมูลของตำแหน่งโหนด.....	18
3.3 ลักษณะข้อมูลของอิลิเมนต์.....	24
3.4 ลักษณะข้อมูลของตำแหน่งโหนด.....	24
4.1 ค่าสนามไฟฟ้าที่บริเวณผิวของตัวนำ	61
4.2 ค่าสนามแม่เหล็กที่บริเวณผิวของตัวนำ	61
5.1 สนามไฟฟ้า(kV/m) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV	75
5.2 สนามแม่เหล็ก(μ T) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV.....	75
5.3 การเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าที่ได้จากโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์ แบบ 2 มิติที่พัฒนาขึ้นเองและโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL.....	78
5.4 การเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามแม่เหล็กที่ได้จากโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์ แบบ 2 มิติที่พัฒนาขึ้นเองและโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL.....	79
6.1 สนามไฟฟ้า(kV/m) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV เมื่อพิจารณาที่ระดับภาคตัดขวางต่าง ๆ	92
6.2 สนามแม่เหล็ก(μ T) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV เมื่อพิจารณาที่ระดับภาคตัดขวางต่าง ๆ	92
6.3 การเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าที่ได้จากโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์ แบบ 3 มิติและ 2 มิติ	97
6.4 การเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามแม่เหล็กที่ได้จากโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์ แบบ 3 มิติและ 2 มิติ	98
7.1 คุณสมบัติต่าง ๆ ทางไฟฟ้าของวัสดุที่ใช้จำลองผลในระบบ.....	105
7.2 ค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัสดุวิศวกรรม	110

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
7.3	ค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเฉลี่ยที่ตกกระทบบนตัวมนุษย์เมื่อพิจารณา หลังคาโค้งทำมุมต่างๆ 163
7.4	ค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามมาตรฐาน ICNIRP สำหรับระบบความถี่ 50 Hz 164
ก.1	พิกัดของตัวนำในระบบที่ใช้คำนวณค่าสนามไฟฟ้า..... 177
ก.2	แรงดันของสายส่งกำลังไฟฟ้า..... 177
ก.3	พิกัดของตัวนำในระบบที่ใช้คำนวณค่าสนามแม่เหล็ก 191
ก.4	กระแสของสายส่งกำลังไฟฟ้า..... 191

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
3.1	การแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์..... 17
3.2	รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 3 อิลิเมนต์ 4 โหนด..... 17
3.3	การประมาณภายในแบบเชิงเส้นบนอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม..... 18
3.4	รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 6 อิลิเมนต์ 8 โหนด เมื่อพิจารณา อิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า..... 23
3.5	การประมาณภายในแบบเชิงเส้นบนอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า..... 25
4.1	ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า 115 kV พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค..... 37
4.2	การแบ่งอิลิเมนต์ของระบบไฟฟ้า 115 kV ที่พาดผ่านระบบไฟฟ้าขนาด 22 kV ในแบบ 2 มิติ..... 38
4.3	การแบ่งอิลิเมนต์ของระบบไฟฟ้า 115 kV ที่พาดผ่านระบบไฟฟ้าขนาด 22 kV ในแบบ 3 มิติ..... 39
5.1	การแบ่งพื้นที่ของปัญหาเป็นหมวดหมู่ตามลักษณะความแตกต่างของชิ้นงาน..... 65
5.2	ลักษณะการสร้างกริดรวมของระบบส่งจ่ายไฟฟ้า 115 kV และ 22 kV ในงานวิจัย..... 66
5.3	ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดในบริเวณตัวนำ 115 kV..... 66
5.4	ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดในบริเวณตัวนำ 22 kV..... 67
5.5	ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดในบริเวณสายดินเหนือศีรษะ..... 67
5.6	แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 2 มิติ..... 68
5.7	การกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่าน ระบบจำหน่าย 22 kV..... 71
5.8	การกระจายสนามแม่เหล็ก(μT) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่าน ระบบจำหน่าย 22 kV..... 71

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.9 การกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) ทั้งระบบเมื่อตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเกิดแรงดันเหนี่ยวนำที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 0%.....	72
5.10 การกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) ทั้งระบบเมื่อตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเกิดแรงดันเหนี่ยวนำที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 0.5%.....	72
5.11 การกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) ทั้งระบบเมื่อตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเกิดแรงดันเหนี่ยวนำที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 1%.....	73
5.12 การกระจายสนามแม่เหล็ก(μ T) ทั้งระบบเมื่อตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเกิดกระแสเหนี่ยวนำที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 0%	73
5.13 การกระจายสนามแม่เหล็ก(μ T) ทั้งระบบเมื่อตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเกิดกระแสเหนี่ยวนำที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 0.5%	74
5.14 การกระจายสนามแม่เหล็ก(μ T) ทั้งระบบเมื่อตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเกิดกระแสเหนี่ยวนำที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 1%	74
5.15 การกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ด้วยโปรแกรม PDETOOL	77
5.16 การกระจายสนามแม่เหล็ก(μ T) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ด้วยโปรแกรม PDETOOL	77
5.17 การเปรียบเทียบผลเฉลยของค่าสนามไฟฟ้าเมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งความสูงต่าง ๆ	80
5.18 การเปรียบเทียบผลเฉลยของค่าสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งความสูงต่าง ๆ	80
6.1 โครงสร้างแบบ 3 มิติของระบบที่ศึกษา.....	83
6.2 ลักษณะการสร้างกริดรูปทรงสี่หน้าของระบบส่งจ่ายไฟฟ้า 115 kV และ 22 kV ในงานวิจัย.....	84
6.3 ลักษณะการสร้างกริดรูปสามเหลี่ยมของระบบส่งจ่ายไฟฟ้า 115 kV และ 22 kV ในงานวิจัย.....	84
6.4 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติในบริเวณตัวนำ 115 kV.....	85

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.5 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติในบริเวณตัวนำ 22 kV.....	85
6.6 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติในบริเวณสายดินเหนือศีรษะ	86
6.7 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ	87
6.8 การกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณขอบของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV	88
6.9 การกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV	89
6.10 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่าน ระบบจำหน่าย 22 kV.....	89
6.11 การกระจายสนามแม่เหล็ก(μ T) แบบ 3 มิติบริเวณขอบของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV	90
6.12 การกระจายสนามแม่เหล็ก(μ T) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV	90
6.13 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก(μ T) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่าน ระบบจำหน่าย 22 kV.....	91
6.14 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) ที่ระยะ $z = 5$ m ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ	93
6.15 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) ที่ระยะ $z = 10$ m ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ	94
6.16 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) ที่ระยะ $z = 15$ m ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ	94
6.17 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก(μ T) ที่ระยะ $z = 5$ m ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ	95
6.18 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก(μ T) ที่ระยะ $z = 10$ m ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ	95

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.19 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะ $z = 15$ m ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ	96
6.20 การเปรียบเทียบผลเฉลยของค่าสนามไฟฟ้าเมื่อพิจารณาที่ตำแหน่ง ความสูงต่าง ๆ	99
6.21 การเปรียบเทียบผลเฉลยของค่าสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาที่ตำแหน่ง ความสูงต่าง ๆ	99
7.1 การปฏิบัติงานของบุคลากรทางไฟฟ้าด้วยกระเช้ารอกของการไฟฟ้า	102
7.2 บริเวณที่มีฉนวนหุ้มของรอกของการไฟฟ้า	102
7.3 โครงสร้างกระเช้ารอกของการไฟฟ้าที่ใช้ในการจำลองผล	103
7.4 โครงสร้างของระบบทั้งหมดที่ใช้ในการจำลองผลแบบ 3 มิติ.....	104
7.5 ลักษณะการสร้างกริดรูปทรงสี่หน้าของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน ด้วยกระเช้ารอก	105
7.6 ลักษณะการสร้างกริดรูปสามเหลี่ยมของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน ด้วยกระเช้ารอก	106
7.7 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน ด้วยกระเช้ารอก	106
7.8 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก	107
7.9 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก	107
7.10 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก	108
7.11 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก	108
7.12 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก	109

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.13 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัศยก	109
7.14 โครงสร้างกระแสรัศยกพร้อมการติดตั้งหลังคา	111
7.15 การพิจารณามุมของหลังคาเพื่อใช้ในการออกแบบ	112
7.16 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 45°	112
7.17 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 40°	113
7.18 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 35°	113
7.19 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 30°	114
7.20 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 25°	114
7.21 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 20°	115
7.22 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 15°	115
7.23 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 10°	116
7.24 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 5°	116
7.25 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 0°	117
7.26 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 90°	117
7.27 โครงสร้างกระแสรัศยกพร้อมการติดตั้งหลังคาทำมุม 45°	118
7.28 โครงสร้างกระแสรัศยกพร้อมการติดตั้งหลังคาทำมุม 40°	118
7.29 โครงสร้างกระแสรัศยกพร้อมการติดตั้งหลังคาทำมุม 35°	119
7.30 โครงสร้างกระแสรัศยกพร้อมการติดตั้งหลังคาทำมุม 30°	119
7.31 โครงสร้างกระแสรัศยกพร้อมการติดตั้งหลังคาทำมุม 25°	120
7.32 โครงสร้างกระแสรัศยกพร้อมการติดตั้งหลังคาทำมุม 20°	120
7.33 โครงสร้างกระแสรัศยกพร้อมการติดตั้งหลังคาทำมุม 15°	121
7.34 โครงสร้างกระแสรัศยกพร้อมการติดตั้งหลังคาทำมุม 10°	121
7.35 โครงสร้างกระแสรัศยกพร้อมการติดตั้งหลังคาทำมุม 5°	122
7.36 โครงสร้างกระแสรัศยกพร้อมการติดตั้งหลังคาทำมุม 0°	122
7.37 โครงสร้างกระแสรัศยกพร้อมการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°	123

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.38 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงาน ด้วยกระเช้ารอกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°	124
7.39 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°	124
7.40 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°	125
7.41 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°	125
7.42 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°	126
7.43 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°	126
7.44 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°	127
7.45 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงาน ด้วยกระเช้ารอกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°	127
7.46 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°	128
7.47 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°	128
7.48 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°	129

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.49 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนุคลาการ ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°	129
7.50 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระแสเข้าเมื่อนุคลาการ ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°	130
7.51 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อนุคลาการขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัยก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°	130
7.52 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อนุคลาการขึ้น ไปปฏิบัติงาน ด้วยกระแสรัยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°	131
7.53 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนุคลาการ ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°	131
7.54 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระแสเข้าเมื่อนุคลาการ ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°	132
7.55 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อนุคลาการขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัยก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°	132
7.56 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนุคลาการ ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°	133
7.57 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระแสเข้าเมื่อนุคลาการ ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°	133
7.58 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อนุคลาการขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัยก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°	134
7.59 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อนุคลาการขึ้น ไปปฏิบัติงาน ด้วยกระแสรัยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°	134

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.60 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัศยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°	135
7.61 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระแสเข้าเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัศยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°	135
7.62 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัศยก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°	136
7.63 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัศยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°	136
7.64 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) แบบ 3 มิติบริเวณกระแสเข้าเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัศยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°	137
7.65 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัศยก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°	137
7.66 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน ด้วยกระแสรัศยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°	138
7.67 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัศยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°	138
7.68 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระแสเข้าเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัศยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°	139
7.69 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัศยก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°	139
7.70 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัศยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°	140

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.71 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อนुकลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°	140
7.72 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อนुकลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°	141
7.73 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อนुकลากรขึ้น ไปปฏิบัติงาน ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°	141
7.74 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนुकลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°	142
7.75 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อนुकลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°	142
7.76 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อนुकลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°	143
7.77 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนुकลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°	143
7.78 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อนुकลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°	144
7.79 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อนुकลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°	144
7.80 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อนुकลากรขึ้น ไปปฏิบัติงาน ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15°	145
7.81 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนुकลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15°	145

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.82	กระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15° 146
7.83	ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15° 146
7.84	การกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15° 147
7.85	การกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15° 147
7.86	ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15° 148
7.87	ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10° 148
7.88	การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10° 149
7.89	กระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10° 149
7.90	ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10° 150
7.91	การกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10° 150
7.92	การกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10° 151

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.93 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรบกวน ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10°	151
7.94 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงาน ด้วยกระแสรบกวนที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°	152
7.95 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรบกวนที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°	152
7.96 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรบกวนที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°	153
7.97 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรบกวน ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°	153
7.98 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรบกวนที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°	154
7.99 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรบกวนที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°	154
7.100 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรบกวน ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°	155
7.101 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงาน ด้วยกระแสรบกวนที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°	155
7.102 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรบกวนที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°	156
7.103 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรบกวนที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°	156

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.104 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสร่ายก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°	157
7.105 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสร่ายกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°	157
7.106 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) แบบ 3 มิติบริเวณกระแสเข้าเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสร่ายกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°	158
7.107 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสร่ายก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°	158
7.108 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงาน ด้วยกระแสร่ายกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°	159
7.109 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสร่ายกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°	159
7.110 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระแสเข้าเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสร่ายกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°	160
7.111 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสร่ายก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°	160
7.112 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสร่ายกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°	161
7.113 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) แบบ 3 มิติบริเวณกระแสเข้าเมื่อบุคลากร ขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสร่ายกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°	161
7.114 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระแสร่ายก ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°	162

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
ก.1 ระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้า ส่วนภูมิภาค	176
ข.1 ตัวอย่างปัญหาสำหรับประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต	197

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การตรวจสอบ บำรุง และซ่อมแซม สายส่งไฟฟ้าเป็นหน้าที่อย่างหนึ่งที่วิศวกรหรือบุคลากรทางด้านไฟฟ้าต้องดำเนินการอย่างต่อเนื่องเป็นประจำ ซึ่งการทำงานในลักษณะเช่นนี้กับสายส่งในระบบจำหน่ายอย่างเช่นระบบ 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค ที่มีสายส่งในระบบส่งจ่ายอย่างเช่นระบบ 115 kV พาดผ่านอยู่ด้านบนในเสาต้นเดียวกันนั้น โดยทั่วไปแล้วจะทำการตัดกระแสไฟฟ้าเฉพาะของสายส่งในระบบจำหน่ายในช่วงที่ต้องการจะปฏิบัติงานออก โดยที่กระแสไฟฟ้าของสายส่งในระบบส่งจ่ายที่อยู่ด้านบนก็ยังคงไหลในสายเพื่อทำการจ่ายกำลังไฟฟ้าต่อไป ซึ่งการดำเนินงานเช่นนี้ก็มักจะมีความปลอดภัยต่อบุคลากรที่จะปฏิบัติหน้าที่ แต่ในความเป็นจริงนั้นผลของกระแสและแรงดันไฟฟ้าในระบบส่งจ่ายที่อยู่เหนือศีรษะของผู้ปฏิบัติงาน ได้มีการเหนี่ยวนำให้เกิดสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าขึ้นที่สายส่งในระบบจำหน่ายทั้งที่ได้หยุดการจ่ายไฟแล้วก็ตาม จึงส่งผลให้บุคลากรที่ปฏิบัติงานอยู่ในระบบจำหน่ายได้รับอันตราย

ปัญหาสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในทางวิศวกรรมศาสตร์ โดยปกติจะสามารถอธิบายได้ในรูปของสมการอนุพันธ์ (Differential equation) หรือสมการอินทิกรัล (Integral equation) เป็นไปได้ยากที่จะหาผลเฉลยแน่นอนตรง (Exact solution) ได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ (Approximate solution) ด้วยวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข อีกทั้งสมรรถนะของคอมพิวเตอร์ที่สูงขึ้น จึงทำให้การคำนวณเชิงตัวเลขสามารถทำได้อย่างรวดเร็ว สำหรับวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณของสมการที่อยู่ในรูปอนุพันธ์ย่อย (Partial differential equation : PDE) วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและได้รับความนิยมแพร่หลายในปัจจุบัน ได้แก่วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ (Finite element method : FEM) โดยเฉพาะงานวิจัยนี้ซึ่งต้องอาศัยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติมาช่วยดำเนินการ

ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์เริ่มวิวัฒนาการมาตั้งแต่ต้นปี ค.ศ. 1950 ปัจจุบันเป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ได้รับนิยมนิยมมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่าง ๆ ด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ในปัจจุบันได้มีการนำวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์มาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมทุกสาขา และเริ่มนำมาประยุกต์กับปัญหาสนามไฟฟ้าในปี ค.ศ. 1968 ซึ่งระเบียบวิธีนี้ได้แบ่งพื้นที่

ของปัญหาเป็นชิ้นส่วนย่อยที่ประกอบขึ้นจากโหนด โดยเชื่อมต่อกันด้วยกริด สำหรับปัญหา 2 มิติ นิยมใช้ชิ้นส่วนย่อยที่เป็นรูปสามเหลี่ยม สามจุดต่อ (Linear triangle) และสำหรับปัญหา 3 มิติ นิยมใช้ชิ้นส่วนย่อยที่เป็นรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ (Linear tetrahedral) เพื่อประมาณ โดเมนของปัญหาได้ ซึ่งข้อดีของระเบียบวิธีนี้คือ สามารถหาผลเฉลยของระบบที่มีรูปร่างซับซ้อนได้ นอกจากนี้ยังง่ายต่อการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่อาจมีหลายลักษณะผสมกันอยู่ในระบบ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำวิธี FEM มาใช้ในการดำเนินการ โดยงานวิจัยนี้ได้ศึกษาถึงค่าสนามแม่เหล็ก และค่าสนามไฟฟ้าที่กระจายตัวในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าขนาด 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาคเพื่อใช้ในการออกแบบอุปกรณ์ต้นแบบเพื่อป้องกันอันตรายที่เกิดกับบุคลากรที่ปฏิบัติงานที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเนื่องจากปัญหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้านั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ซึ่งยากในการหาผลเฉลย ดังนั้นระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จึงเป็นวิธีเชิงตัวเลขที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการจำลองผลเพื่อหาผลเฉลยในงานวิจัยนี้

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

- พัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ทั้ง 2 มิติ และ 3 มิติ สำหรับคำนวณค่าการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า ให้สามารถคำนวณได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ

- ศึกษาและออกแบบอุปกรณ์ต้นแบบสำหรับป้องกันสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าที่ส่งผลกระทบต่อมนุษย์ที่ทำงานบริเวณสายส่งกำลังไฟฟ้า

- พัฒนาองค์ความรู้เพื่อออกแบบหลังคากระเช้าให้แก่รถยกของการไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ เพื่อป้องกันอันตรายจากผลของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค ในขณะที่บุคลากรปฏิบัติหน้าที่อยู่กับระบบจำหน่าย 22 kV

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

- พื้นที่ในการทดสอบระบบเป็นพื้นที่โล่ง ปราศจากการกีดขวางของอาคารและสิ่งปลูกสร้างต่าง ๆ

- สายตัวนำเป็นสายเปลือย (Bared wire) รูปทรงกระบอกตัน และมีผิวเรียบ

- กำหนดให้แรงดันและกระแสในสายตัวนำแต่ละเส้นมีค่าแรงดันและกระแสคงที่สม่ำเสมอตลอดทั้งเส้น

- กำหนดให้สภาพพื้นดินในระบบที่พิจารณาเป็นพื้นดินในสภาพทั่วไปปราศจากน้ำขังหรือความชื้นบนหน้าดินสูง

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

- พัฒนาโปรแกรมไฟไนท์เอลิเมนต์สำหรับวิเคราะห์ปัญหาสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า

- พิจารณาสายส่งไฟฟ้าแรงสูงในระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งไฟฟ้าในระบบจำหน่ายขนาด 22 kV ที่อยู่บนเสาต้นเดียวกันของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค

- วิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าเป็นทั้งแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ

- ดำเนินการคำนวณเพื่อพัฒนาองค์ความรู้ในการออกแบบอุปกรณ์ต้นแบบ โดยเน้นไปที่การออกแบบมุมหลังคากระเช้ารถยกของการไฟฟ้าที่เหมาะสมเพื่อป้องกันอันตราย ผลของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในสายส่งระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV เมื่อบุคลากรปฏิบัติหน้าที่กับสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ที่ตัดไฟออก โดยสายส่งในระบบส่งจ่าย 115 kV ยังคงมีกระแสไหลได้ตามปกติ

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- ได้หลักการและแนวความคิดสำหรับการศึกษาการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า

- ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์เอลิเมนต์ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เข้ากับปัญหาจริงในการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในสายส่ง ตลอดจนสามารถนำไปใช้ประกอบกรเรียนการสอนด้านสนามแม่เหล็ก สนามไฟฟ้าและสายส่งกำลังไฟฟ้า

- ได้ผลการออกแบบอุปกรณ์สำหรับป้องกันอันตรายจากผลของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า

1.6 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วย 8 บท และ 3 ภาคผนวก โดยในบทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์และเป้าหมายของงานวิจัยวิทยานิพนธ์ รวมทั้งขอบเขตของงาน ส่วนบทอื่น ๆ ประกอบด้วยเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 2 กล่าวถึงการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้ทราบถึงแนวทาง และระเบียบวิธีการดำเนินการวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยผลจากการสำรวจสืบค้นจะใช้เป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์ และพัฒนาเข้ากับงานวิจัยวิทยานิพนธ์

บทที่ 3 นำเสนอทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยวิทยานิพนธ์ โดยเนื้อหาประกอบด้วยหัวข้อหลัก ๆ ได้แก่ วิธีคำนวณสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กด้วยวิธีพื้นฐาน ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทั้งแบบ 2 มิติและ 3 มิติ และการป้องกันสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

บทที่ 4 มีเนื้อหาว่าด้วยการคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของสายส่งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทั้ง 2 มิติและ 3 มิติ โดยได้อธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระจายรอบ ๆ บริเวณระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่ายขนาด 22 kV ที่อยู่บนเสาต้นเดียวกันของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค

บทที่ 5 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าพร้อมผลการจำลองของระบบสายส่งแบบ 2 มิติ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล ประกอบกับเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแบบ 2 มิติจากการจำลองผลแบบ 2 มิติกับโปรแกรมสำเร็จรูป

บทที่ 6 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าพร้อมผลการจำลองของระบบสายส่งแบบ 3 มิติ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล ประกอบกับเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแบบ 3 มิติจากการจำลองผลแบบ 2 มิติในบทก่อนหน้า

บทที่ 7 มีเนื้อหาว่าด้วยการออกแบบอุปกรณ์ดินแบบ โดยเน้นไปที่การออกแบบมุมหลังคากระเช้ารถยกของการไฟฟ้าที่เหมาะสมสำหรับป้องกันอันตรายที่เกิดจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระจายตัวรอบสายส่งกำลังไฟฟ้าขนาด 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งกำลังไฟฟ้าขนาด 22 kV เมื่อมีผู้ปฏิบัติงานที่สายส่งกำลังไฟฟ้า 22 kV ที่ตัดไฟออกโดยที่สายส่ง 115 kV ยังคงมีกระแสไหลปกติ ประกอบกับเปรียบเทียบผลการออกแบบเมื่อมีการติดตั้งอุปกรณ์ดินแบบและไม่มีการติดตั้งอุปกรณ์ดินแบบ

บทที่ 8 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะ พร้อมงานวิจัยที่จะดำเนินการต่อ

ภาคผนวกประกอบด้วยเนื้อหา 3 ส่วน ได้แก่ ภาคผนวก ก. การคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่งที่ใช้สำหรับประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตโดยยกตัวอย่างการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าด้วยวิธีพื้นฐาน

ภาคผนวก ข. กล่าวถึงการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต โดยยกตัวอย่างการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต ด้วยการนำหลักการการตัดแปลงระบบสมการรวม ก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม เพื่อให้เห็นภาพการทำงานของโปรแกรมภายในงานวิจัยนี้

ภาคผนวก ค. กล่าวถึงการรวบรวมผลงานที่ได้รับการเผยแพร่ของงานวิจัยวิทยานิพนธ์
ในขณะดำเนินการศึกษา

บทที่ 2

ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

วัตถุประสงค์หลักของงานวิจัยนี้ คือ การออกแบบอุปกรณ์ต้นแบบในการป้องกันอันตรายที่เกิดจากผลของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระจายตัวจากสายส่งกำลังไฟฟ้าโดยเลือกใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติมาเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องดำเนินการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรม และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้ทราบถึงแนวทางการวิจัย ระเบียบวิธีที่เคยมีการใช้งานมาก่อน ผลการดำเนินงานข้อเสนอแนะต่าง ๆ จากคณະนักวิจัยตั้งแต่อดีตเป็นต้นมา โดยใช้ฐานข้อมูลที่เป็นแหล่งสะสมรายงานวิจัยและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้แก่ ฐานข้อมูลจาก IEEE IEE และ ScienceDirect เป็นต้น งานวิจัยดังกล่าวจะใช้เป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์ และพัฒนาเข้ากับงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้

2.2 ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การนำเสนอปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จากเรื่องการวิเคราะห์การกระจายตัวของค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าบริเวณใกล้สายส่งที่เป็นผลจากการก่อบ้าง ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน สามารถสรุปโดยย่อเป็นตารางได้ดังตารางที่ 2.1 ซึ่งสามารถจัดเรียงลำดับได้ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ค.ศ.	คณະผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
1985	Takuma, et al.	ได้ดำเนินการศึกษาการวิเคราะห์ผลของการก่อบ้างสายไฟที่มีผลต่อสนามไฟฟ้า โดยศึกษาเฉพาะการจัดเรียงตัวในแบบ 3 มิติเมื่อสายไฟ มีการวางตัวพาดผ่านสายส่งไฟฟ้าแรงสูงตามแนวตั้งฉากหรือตามแนวทแยงมุม การวัดค่าสนามไฟฟ้าจะวัดที่สายส่งที่ก่อบ้าง ซึ่งได้วิเคราะห์ด้วยการคำนวณเชิงตัวเลขและการคำนวณแบบประมาณ

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
1992	Kaune and Zaffanella	ได้วิเคราะห์สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในสายส่ง โดยได้เปรียบเทียบระยะทางในตำแหน่งที่สนใจกับช่องว่างของตัวนำเฟสในสาย พร้อมทั้งออกแบบสายส่งไฟฟ้าเพื่อจำกัดระดับของสนามแม่เหล็กให้มีค่าน้อยกว่า $\pm 10\%$ ตรงบริเวณผิวของสายส่ง
1996	Pettersson	ได้ศึกษาสายส่งกำลังไฟฟ้าที่มีลำดับเฟสสูง 6 เฟส และ 12 เฟสซึ่งถูกใช้ในการส่งกำลังไฟฟ้าและออกแบบตามทฤษฎี โดยทดสอบกับระบบที่เป็นสนามแม่เหล็กโดยกำหนดสนามแม่เหล็กจากสายส่งลำดับเฟส 6 เฟสเปรียบเทียบกับสายส่งลำดับเฟส 12 เฟสโดยนำข้อดีของลำดับเฟสสูงมาช่วยในการลดผลสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้น
1998	Hernandez and Karady	ได้ศึกษาวิเคราะห์ถึงการกำบังแบบแอกทีฟเพื่อทำให้สนามแม่เหล็กที่ความถี่ 60 Hz ซึ่งเกิดจากสายส่งกำลังไฟฟ้าที่ส่งผลต่ออุปกรณ์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์ในห้องทำงานมีค่าลดลง โดยจำลองระบบเป็นห้องสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ที่มีการกำบังที่ผนังห้องตั้งวางไว้ตรงกึ่งกลางใต้สายส่งไฟฟ้าแรงสูงซึ่งการกำบังแบบแอกทีฟจะทำให้สนามแม่เหล็กที่ได้มีการกระจายตัวในทิศทางตรงกันข้าม
1998	Karim, Vasondara, and Vijay	ได้ศึกษาถึงผลของรูปทรงและวัสดุป้องกันที่อยู่รอบ ๆ สายไฟฟ้า โดยใช้การวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบ 2 มิติ เนื่องจากสายไฟฟ้ามีความยาวมากเมื่อเทียบกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางผลที่ได้มีความแตกต่างอย่างชัดเจนเมื่อมีและไม่มี การป้องกันรวมถึงค่าของความเข้มสนามแม่เหล็กมีค่าแตกต่างกันด้วย ตลอดจนศึกษาถึงการป้องกันแบบย่อยเพื่อออกแบบอุปกรณ์ป้องกันให้เหมาะสม

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
1998	Lindberg	ได้ดำเนินการศึกษาการลดทอนสนามแม่เหล็กจากกำลังไฟฟ้าที่ไหลในสายส่งและลักษณะของการติดตั้งสายส่ง พบว่าในการแบ่งตัวของทุกเฟสนั้น ควรจะมีจุดร่วมตรงกลาง และระยะในแต่ละเฟสก็ควรมีความแตกต่างกัน
2000	Zhang	ได้ศึกษาโดยใช้การหักล้างของฟลักซ์แม่เหล็กเข้ามาประยุกต์ใช้เพื่อออกแบบ โครงสร้างในการกำบังสายเพื่อการลดค่าสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจากสายส่งกำลังไฟฟ้า 1 เฟส 2 สาย โดยอาศัยความสมมาตรของวัสดุที่เป็นแม่เหล็ก กระแสที่มีขนาดเท่ากันไหลผ่านขดลวดแม่เหล็ก 2 ชุด ในทิศทางตรงกันข้าม แรงเคลื่อนเหนี่ยวนำทั้งหมดจะเป็นศูนย์ แสดงว่าฟลักซ์ที่เกิดขึ้นจากขดลวดทั้งสองมีการหักล้างกัน

จะเห็นได้ว่าจากการสืบค้นปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ไม่เคยปรากฏงานวิจัยที่เน้นศึกษาและออกแบบอุปกรณ์ต้นแบบเพื่อป้องกันสนามแม่เหล็กไฟฟ้าต่อมนุษย์ที่ทำงานบริเวณสายส่งกำลังไฟฟ้าที่พาดผ่านกันอยู่บนเสาต้นเดียวกันด้วยการพัฒนาวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ เพื่อให้เห็นถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอย่างละเอียดและชัดเจนมาก่อน จากวรรณกรรมและงานวิจัยที่ได้สรุปผ่านมา สามารถช่วยให้ผู้ที่ดำเนินการศึกษาหรือพัฒนาเกี่ยวกับงานวิจัยนี้ พอมองภาพออกอย่างกว้างได้ว่า มีคณะนักวิจัยผู้ใดได้ศึกษาสิ่งใดไปแล้วบ้าง แต่ยังไม่สามารถแยกเป็นหมวดหมู่ตามวิธีการดำเนินงานศึกษาได้อย่างชัดเจน ดังนั้นในส่วนถัดไปนี้ จึงได้ทำการเรียบเรียงและคัดสรรงานวิจัยหลัก ๆ ที่สำคัญ และมีความแตกต่างกันอย่างเด่นชัด จากหลาย ๆ ผลงานที่ได้สรุปไว้ในตารางที่ 2.1 โดยจะได้กล่าวถึงโดยย่อ ดังนี้

Kaune and Zaffanella (1992) ได้วิเคราะห์สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในสายส่งกำลังไฟฟ้า โดยได้เปรียบเทียบระยะทางในตำแหน่งที่สนใจกับช่องว่างของตัวนำเฟสในสาย พร้อมทั้งออกแบบสายส่งไฟฟ้าเพื่อจำกัดระดับของสนามแม่เหล็กให้มีค่าน้อยกว่า $\pm 10\%$ ตรงบริเวณผิวของสายส่ง โดยการออกแบบได้คำนึงถึงระยะห่างระหว่างตัวนำเฟสด้วย งานวิจัยของ Lindberg (1998) ได้ดำเนินการศึกษาการลดทอนสนามแม่เหล็กจากกำลังไฟฟ้าที่ไหลในสายส่งและลักษณะของการ

ติดตั้งสายส่ง พบว่าในการแบ่งตัวนำของทุกเฟสนั้น ควรจะมีจุดร่วมตรงกลาง และระยะในแต่ละเฟสก็ควรมีความแตกต่างกันเนื่องจากจุดร่วมตรงกลางจะทำให้สนามแม่เหล็กที่ได้หักล้างกัน งานวิจัยของ Takuma, et al. (1985) ได้ดำเนินการศึกษาการวิเคราะห์ผลของสายไฟที่ถูกชิลด์ (Shielding) ที่มีผลต่อสนามไฟฟ้าในระดับพื้นดิน โดยศึกษาการจัดเรียงตัวในแบบ 3 มิติเมื่อสายไฟมีการวางตัวพาดผ่านสายส่งไฟฟ้าแรงสูงตามแนวตั้งฉากหรือแนวทแยงมุม การวัดค่าสนามไฟฟ้าจะวัดที่สายส่งที่มีการชิลด์ซึ่งอยู่ใต้สายส่งกำลังไฟฟ้าแรงสูงที่ทดสอบ ซึ่งได้วิเคราะห์ด้วยการคำนวณสนามไฟฟ้าเชิงตัวเลขและการคำนวณแบบประมาณ งานวิจัยของ Hernandez and Karady (1998) ได้ศึกษาวิเคราะห์ถึงการชิลด์แบบแอกทิฟเพื่อทำให้สนามแม่เหล็กที่ความถี่ 60 Hz ซึ่งเกิดจากสายส่งกำลังไฟฟ้าซึ่งส่งผลกระทบต่ออุปกรณ์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์ในห้องทำงานมีค่าลดลง โดยจำลองระบบเป็นห้องสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ที่มีการชิลด์ที่ผนังห้องตั้งวางไว้ตรงกึ่งกลางใต้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง ซึ่งการชิลด์แบบแอกทิฟจะทำให้สนามแม่เหล็กที่ได้มีทิศทางตรงกันข้าม งานวิจัยของ Zhang (2000) ได้ศึกษาโดยใช้การหักล้างของฟลักซ์แม่เหล็กเข้ามาประยุกต์ใช้เพื่อออกแบบโครงสร้างในการชิลด์สายเพื่อการลดค่าสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจากสายส่งกำลังไฟฟ้า 1 เฟส 2 สายโดยอาศัยความสมมาตรของวัสดุที่เป็นแม่เหล็ก กระแสที่มีขนาดเท่ากันไหลผ่านขดลวดแม่เหล็ก 2 ชุด ในทิศทางตรงกันข้าม แรงเคลื่อนเหนี่ยวนำทั้งหมดจะเป็นศูนย์ แสดงว่าฟลักซ์ที่เกิดขึ้นจากขดลวดทั้งสองมีการหักล้างกันและงานวิจัยของ Karim, Vasondara, and Vijay (1998) ได้ศึกษาถึงผลของรูปทรงและวัสดุป้องกันที่อยู่รอบ ๆ สายไฟ โดยใช้การวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ เนื่องจากสายส่งมีความยาวมากเทียบกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของสาย ผลที่ได้มีความชัดเจนที่แตกต่างเมื่อมีและไม่มี การป้องกันรวมถึงเมื่อความเข้มสนามแม่เหล็กมีค่าแตกต่างกัน และศึกษาถึงการออกแบบอุปกรณ์การป้องกันให้เหมาะสมในการป้องกัน

2.3 สรุป

บทที่ 2 นี้ ได้นำเสนอรายงานผลการสืบค้นวรรณกรรมและงานวิจัยย้อนหลังที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยที่จะดำเนินการ จากฐานข้อมูล IEEE IEE ScienceDirect และอื่น ๆ ซึ่งทำให้ทราบถึงแนวทางการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ระเบียบวิธีที่ผู้วิจัยอื่น ๆ ได้นำมาใช้ ผลการดำเนินงาน ข้อเสนอแนะต่าง ๆ จากคณบดีนักวิจัยตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน จากการสืบค้นปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ไม่เคยปรากฏงานวิจัยที่มุ่งเน้นการศึกษาและออกแบบอุปกรณ์ดินแบบเพื่อป้องกันสนามแม่เหล็กไฟฟ้าต่อมนุษย์ที่ทำงานบริเวณสายส่งกำลังไฟฟ้าที่พาดผ่านกันอยู่บนเสาต้นเดียวกัน ด้วยการพัฒนาวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ เพื่อให้เห็นถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอย่างละเอียดและชัดเจนมาก่อน ด้วยเหตุนี้งานวิจัยชิ้นนี้จึงพัฒนาขึ้นเพื่อแสวงหาแนวทางการออกแบบอุปกรณ์ดินแบบด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติเพื่อป้องกันอันตรายจากผลของ

สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในสายส่งระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV เมื่อ
บุคลากรปฏิบัติหน้าที่กับสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV โดยสายส่งในระบบส่งจ่าย 115 kV ยังคงมี
กระแสไหลได้ตามปกติ

บทที่ 3

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.1 บทนำ

การศึกษาและเข้าใจถึงทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย นับว่ามีความสำคัญ และเป็นประโยชน์อย่างมากในการดำเนินงาน ทั้งนี้เพื่อเป็นพื้นฐานความรู้ และความเข้าใจในงานสำหรับนำไปเป็นแหล่งอ้างอิงในการดำเนินงานวิจัย ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ ซึ่งประกอบไปด้วย 4 หัวข้อหลัก ได้แก่ (1) การคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยวิธีพื้นฐาน (2) การคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีพื้นฐาน (3) ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และ (4) การป้องกันสนามแม่เหล็กไฟฟ้า โดยจะกล่าวถึงเฉพาะส่วนที่เป็นประโยชน์หรือถูกกล่าวอ้างถึงต่อการดำเนินงานวิจัย ทั้งนี้เพื่อให้เนื้อหา มีความกระชับและชัดเจนยิ่งขึ้น

3.2 การคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยวิธีพื้นฐาน (พิทักษ์ ปิ่นอนงค์, 2545)

สนามไฟฟ้าเป็นแรงในการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าที่มีทั้งขนาดและทิศทางเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ E และถูกวัดออกมาเป็นหน่วยแรงดันต่อระยะทาง (kV/m) โดยที่ขนาดของสนามไฟฟ้าเกิดจากความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุดสองจุดใด ๆ ค่าความเข้มสนามไฟฟ้าจะแปรผันกับแรงดันไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูงและจะแปรผกผันกับระยะห่างจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูง สนามไฟฟ้า ณ จุดใด ๆ ในอากาศจะประกอบด้วยองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าตามแนวแกน x , y และ z ตามลำดับ การคำนวณสนามไฟฟ้าที่กระจายอยู่บริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงได้ตั้งสมมติฐานในการคำนวณไว้ดังนี้ ไม่มีประจุไฟฟ้าใด ๆ นอกจากประจุที่เกิดจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูง พื้นดินบริเวณที่พิจารณามีค่าความต้านทานน้อยมาก ๆ และมีค่าสภาพยอม (Permeability) ของตัวกลางอากาศคงที่ ($\epsilon = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m) ค่าประจุ (Q) ที่เกิดขึ้นสามารถหาได้จากค่าแรงดันไฟฟ้า (V) และค่าสัมประสิทธิ์ของ Maxwell potential coefficient (P) ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$[Q] = [P]^{-1} [V] \tag{3.1}$$

ในการคำนวณได้พิจารณาผลของประจุเงา (Image charge) ด้วยคั้งนั้นค่าของประจุไฟฟ้าจะประกอบ ด้วยส่วนที่เป็นจำนวนจริง (Real part) และส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพ (Imaginary part) สามารถ เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$[Q]=[Q_{real}]+[Q_{imag}] \quad (3.2)$$

ค่าประจุที่เกิดจากสายไฟฟ้าเฟส a,b,c,\dots,m สามารถหาได้จากสมการ

$$\begin{bmatrix} Q_{ra} \\ Q_{rb} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_{rm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{aa} & P_{ab} & \cdot & \cdot & \cdot & P_{am} \\ P_{ba} & P_{bb} & \cdot & \cdot & \cdot & P_{bm} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{ma} & P_{mb} & \cdot & \cdot & \cdot & P_{mm} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{ra} \\ V_{ab} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_{rm} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{ia} \\ Q_{ib} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_{im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{aa} & P_{ab} & \cdot & \cdot & \cdot & P_{am} \\ P_{ba} & P_{bb} & \cdot & \cdot & \cdot & P_{bm} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{ma} & P_{mb} & \cdot & \cdot & \cdot & P_{mm} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_{im} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

ค่าอิติเมนทในเมตริกซ์ P สามารถหาได้จาก

$$P_{aa} = \frac{I}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{4y_a}{D_{eq}(a)} \right] \quad (3.5)$$

$$P_{ab} = \frac{I}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_a - x_b)^2 + (y_a + y_b)^2}{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2} \right]^{1/2} \quad (3.6)$$

โดยที่ $P_{ab} = P_{ba}$

เมื่อ $D_{eq}(a)$ คือ เส้นผ่านศูนย์กลางสมมูลของสายควมเฟส a (m) เท่ากับ $D \times \sqrt{\frac{nd}{D}}$

D คือ ระยะห่างของสายควม (m)

n คือ จำนวนของสายควม

d คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของสายย่อย (m)

y_a, y_b คือ ความสูงจากพื้นดินของสายไฟฟ้าเฟส a, b ตามลำดับ (m)

x_a, x_b คือ ระยะห่างจากแนวสายส่งของสายไฟฟ้าเฟส a, b ตามลำดับ (m)

ค่าสนามไฟฟ้า (\mathbf{E}) ที่เกิดจากสายไฟฟ้าเฟส a ณ จุด x, y ใด ๆ (x_N, y_N) ในแนวแกน x และ y จะหาได้จากสมการ

$$\mathbf{E}_{x,a} = \frac{(Q_{ra} + jQ_{ia})(x_N - x_a)}{2\pi\epsilon [(x_a - x_N)^2 + (y_a - y_N)^2]} - \frac{(Q_{ra} + jQ_{ia})(x_N - x_a)}{2\pi\epsilon [(x_a - x_N)^2 + (y_a + y_N)^2]} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{E}_{y,a} = \frac{(Q_{ra} + jQ_{ia})(y_N - y_a)}{2\pi\epsilon [(x_a - x_N)^2 + (y_a - y_N)^2]} - \frac{(Q_{ra} + jQ_{ia})(y_N - y_a)}{2\pi\epsilon [(x_a - x_N)^2 + (y_a + y_N)^2]} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{E}_x = \mathbf{E}_{x,a} + \mathbf{E}_{x,b} + \mathbf{E}_{x,c} + \dots \quad (3.9)$$

$$\mathbf{E}_y = \mathbf{E}_{y,a} + \mathbf{E}_{y,b} + \mathbf{E}_{y,c} + \dots \quad (3.10)$$

$$\text{โดยที่ } E_x = \sqrt{\mathbf{E}_{x,real}^2 + \mathbf{E}_{x,imag}^2} \quad \text{และ} \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{\mathbf{E}_{x,imag}}{\mathbf{E}_{x,real}} \right)$$

$$E_y = \sqrt{\mathbf{E}_{y,real}^2 + \mathbf{E}_{y,imag}^2} \quad \text{และ} \quad \varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\mathbf{E}_{y,imag}}{\mathbf{E}_{y,real}} \right)$$

ค่าสนามไฟฟ้ารวม ณ จุด x, y ใด ๆ (x_N, y_N) คือ

$$E^2 = E_x^2 \cos^2(\omega t + \theta) + E_y^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \quad (3.11)$$

ค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดจะเกิดขึ้นเมื่อ $\frac{dE^2}{dt} = 0$ ดังนั้น

$$\tan(2\omega t) = -\frac{E_x^2 \sin 2\theta + E_y^2 \sin 2\phi}{E_x^2 \cos 2\theta + E_y^2 \cos 2\phi} \quad (3.12)$$

เมื่อ $\omega t_1 = \omega t + (m-1)\frac{\pi}{2}; m = 1, 2, 3, 4$

$$E_{max} = \sqrt{(E_x \cos(\omega t_1 + \theta))^2 + (E_y \cos(\omega t_1 + \phi))^2} \quad (3.13)$$

$$\text{angle} = \tan^{-1} \left[\frac{E_y \cos(\omega t_1 + \phi)}{E_x \cos(\omega t_1 + \theta)} \right] \quad (3.14)$$

3.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีพื้นฐาน (พิทักษ์ ปั่นอนงค์, 2545)

สนามแม่เหล็กเกิดจากกระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวนำของสายส่งไฟฟ้าแรงสูงทำให้เกิดความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก (Magnetic flux density) ขึ้นเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ B และถูกวัดออกมาในหน่วยของเวเบอร์ต่อตารางเมตร wb/m^2 หรือเทสลา (Tesla) สนามแม่เหล็กเป็นเวกเตอร์ของความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กที่มีทั้งขนาดและทิศทางเหมือนสนามไฟฟ้า สำหรับขนาดของสนามแม่เหล็กเกิดจากแรงในการเคลื่อนตัวของประจุหรือเกิดจากค่าของกระแสไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงค่าตามเวลา ซึ่งจะมีค่าแปรผันกับกระแสไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูงและแปรผกผันกับระยะห่างจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูง การคำนวณสนามแม่เหล็กที่เกิดจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูงได้พิจารณาจากความเข้มสนามแม่เหล็ก (H) ซึ่งมีความสัมพันธ์กับค่ากระแสไฟฟ้า (I) และระยะห่างจากสายไฟฟ้าไปยังจุดที่พิจารณา (R)

$$H = \frac{I}{2\pi R} \quad (3.15)$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลในสายไฟฟ้าจะประกอบด้วยส่วนที่เป็นจำนวนจริง (Real part) และส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพ (Imaginary part) ดังนั้น $I = I_{real} + I_{imag}$ และค่าความเข้มสนามแม่เหล็กที่เกิดจากสายไฟเฟส a, b, c, \dots ณ จุด x, y ใดๆ (x_N, y_N) สามารถหาได้จาก

$$\mathbf{H}_x = \sum_{j=1}^n \frac{I_{real(j)}}{2\pi} \frac{y_j - y_N}{R_{jN}^2} + j \sum_{j=1}^n \frac{I_{imag(j)}}{2\pi} \frac{y_j - y_N}{R_{jN}^2} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{H}_y = \sum_{j=1}^n \frac{I_{real(j)}}{2\pi} \frac{x_N - x_j}{R_{jN}^2} + j \sum_{j=1}^n \frac{I_{imag(j)}}{2\pi} \frac{x_N - x_j}{R_{jN}^2} \quad (3.17)$$

$$R_{jN} = \sqrt{(x_N - x_j)^2 + (y_N - y_j)^2} \quad (3.18)$$

โดยที่ $H_x = \sqrt{\mathbf{H}_{x,real}^2 + \mathbf{H}_{x,imag}^2}$ และ $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\mathbf{H}_{x,imag}}{\mathbf{H}_{x,real}} \right)$

$H_y = \sqrt{\mathbf{H}_{y,real}^2 + \mathbf{H}_{y,imag}^2}$ และ $\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\mathbf{H}_{y,imag}}{\mathbf{H}_{y,real}} \right)$

ค่าสนามแม่เหล็กรวม ณ จุด x, y ใดๆ (x_N, y_N) คือ

$$H^2 = H_x^2 \cos^2(\omega t + \theta) + H_y^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \quad (3.19)$$

ค่าสนามแม่เหล็กสูงสุดจะเกิดขึ้นเมื่อ $\frac{dH^2}{dt} = 0$

$$\tan(2\omega t) = - \frac{H_x^2 \sin 2\theta + H_y^2 \sin 2\varphi}{H_x^2 \cos 2\theta + H_y^2 \cos 2\varphi} \quad (3.20)$$

เมื่อ $\omega t_1 = \omega t + (m - 1) \frac{\pi}{2}$; $m = 1, 2, 3, 4$

$$H_{max} = \sqrt{(H_x \cos(\omega t_1 + \theta))^2 + (H_y \cos(\omega t_1 + \phi))^2} \quad (3.21)$$

$$angle = \tan^{-1} \left[\frac{H_y \cos(\omega t_1 + \phi)}{H_x \cos(\omega t_1 + \theta)} \right] \quad (3.22)$$

และความเข้มสนามแม่เหล็ก (H) กับสนามแม่เหล็ก (B) จะมีความสัมพันธ์กันตามสมการ $B = \mu H$

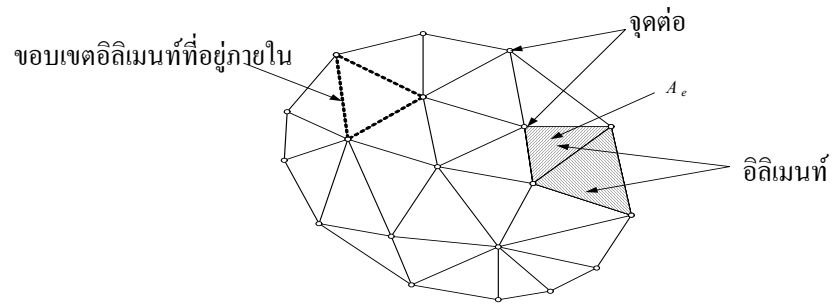
3.4 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อใช้คำนวณหาผลเฉลยโดยประมาณของปัญหาที่อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ โดยการแบ่งรูปร่างขอบเขตของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ แล้วสร้างสมการของแต่ละเอลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ และเอลิเมนต์ต่าง ๆ จะเชื่อมต่อกันด้วยจุดต่อซึ่งเป็นตำแหน่งที่คำนวณค่าผลเฉลย สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิจัยนี้จะดำเนินการคำนวณทั้งแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ

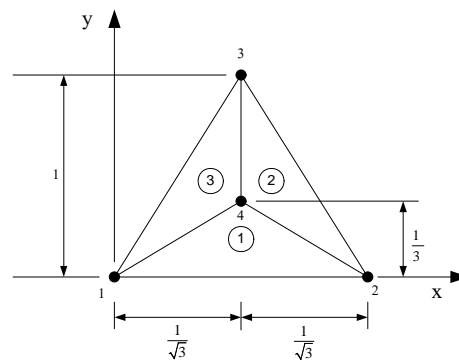
3.4.1 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ (เผด็จ เผ่าละออ, 2549)

หลักการของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ คือ เริ่มจากการแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นพื้นที่หลาย ๆ ส่วนที่เรียกว่าเอลิเมนต์ โดยที่การกระจัด และแรงภายในของแต่ละเอลิเมนต์ ณ จุดที่เอลิเมนต์ต่อโงกันจะต้องเข้ากันได้และสมดุล ซึ่งเอลิเมนต์ต่าง ๆ นี้ จะขึ้นอยู่กับความละเอียดของแต่ละงานว่าต้องการรูปร่างลักษณะใกล้เคียงกับของจริงดั้งเดิมมากเท่าใด ซึ่งถ้าพิจารณาแบบ 2 มิติอาจอยู่ในรูปลักษณะของสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าก็ได้ โดยค่าผลเฉลยโดยประมาณที่มีจำนวนที่นับได้ที่จะคำนวณออกมานั้นจะมีความแม่นยำขึ้นอยู่กับขนาด และจำนวนของเอลิเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้น ซึ่งขั้นตอนโดยทั่วไปของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ประกอบไปด้วยขั้นตอนใหญ่ ๆ ทั้งหมด 6 ขั้นตอน (ปราโมทย์ เตชะอำไพ, 2542) โดยมีรายละเอียดดังนี้ คือ

1. แบ่งเอลิเมนต์ย่อยให้กับระบบ (Discretization) แบ่งขอบเขตรูปร่างของระบบปัญหาที่ต้องการหาผลลัพธ์ออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย ๆ โดยแต่ละเอลิเมนต์จะมีพื้นที่ A_e ดังแสดงในรูปที่ 3.1 ซึ่งเป็นรูปแสดงการแบ่งเอลิเมนต์ของรูปร่างปัญหาแบบ 2 มิติ (ระนาบ xy) โดยใช้เอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ ซึ่งประกอบไปด้วยโหนด (Nodes) เอลิเมนต์ (Elements) และขอบเขตของเอลิเมนต์ที่อยู่ภายใน (Interelement boundaries) และเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างโปรแกรมการคำนวณสำหรับการป้อนข้อมูลของทุก ๆ เอลิเมนต์ จึงขอยกตัวอย่างรูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วยเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 3 เอลิเมนต์ 4 โหนด ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.1 การแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์



รูปที่ 3.2 รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 3 อิลิเมนต์ 4 โหนด

ข้อมูลเบื้องต้นสำหรับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ต้องการ คือ หมายเลขของอิลิเมนต์ และหมายเลขของโหนด พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละ โหนด ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.2 พร้อมทั้งสรุปเป็นตารางได้ดังตารางที่ 3.1 และ 3.2 ตามลำดับ

ตารางที่ 3.1 ลักษณะข้อมูลของอิลิเมนต์

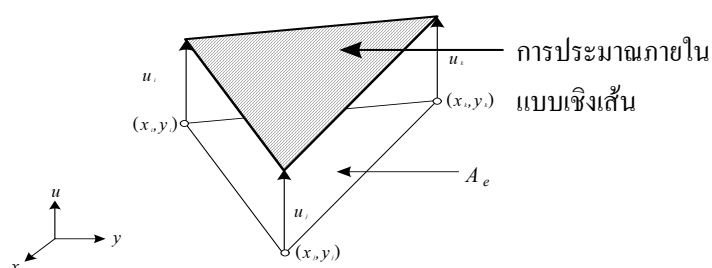
หมายเลขอิลิเมนต์	หมายเลขโหนด		
	โหนด i	โหนด j	โหนด k
1	1	2	4
2	4	2	3
3	1	4	3

หมายเหตุ : โหนด i j และ k คือหมายเลขของโหนดที่ i j และ k ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

ตารางที่ 3.2 ลักษณะข้อมูลของตำแหน่งโหนด

หมายเลขโหนด	พิกัดแกน x	พิกัดแกน y
1	0	0
2	$2/\sqrt{3}$	0
3	$1/\sqrt{3}$	1
4	$1/\sqrt{3}$	$1/3$

2. เลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ (Element interpolation function) อย่างในกรณีอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมจะประกอบด้วย 3 โหนดที่มีตัวห้อย i j และ k ซึ่งวนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.3 (Bickford, 1994) ซึ่งเป็นการประมาณค่าภายในอิลิเมนต์แบบเชิงเส้น (Linear representation)



รูปที่ 3.3 การประมาณภายในแบบเชิงเส้นบนอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม

ตำแหน่งของโหนด (x_n, y_n) $n = i, j$ และ k เป็นตำแหน่งของตัวที่ไม่ทราบค่า u_n โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์ $u_e(x, y)$ เป็นแบบเชิงเส้น ดังนี้

$$u_e(x, y) = \alpha + \beta x + \gamma y \quad (3.23)$$

โดยที่ α, β, γ เป็นค่าคงที่ ซึ่งสามารถหาได้จากโหนดทั้งสามดังนี้

$$u_e(x_i, y_i) = u_i = \alpha + \beta x_i + \gamma y_i$$

$$u_e(x_j, y_j) = u_j = \alpha + \beta x_j + \gamma y_j$$

$$u_e(x_k, y_k) = u_k = \alpha + \beta x_k + \gamma y_k$$

นำค่า α β γ ที่ได้จากการแก้สมการทั้งสามข้างต้น แทนค่ากลับไปในสมการที่ (3.23) จะได้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์เป็น

$$u_e(x, y) = u_i N_i + u_j N_j + u_k N_k \quad (3.24)$$

ซึ่ง N_n , $n = i, j, k$ คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2A_e} \quad (3.25)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j & b_i &= y_j - y_k & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k & b_j &= y_k - y_i & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i & b_k &= y_i - y_j & c_k &= x_j - x_i \end{aligned}$$

และ A_e คือ พื้นที่ของแต่ละอิลิเมนต์ ซึ่ง $2A_e$ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$2A_e = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} = x_j(y_k - y_i) + x_i(y_j - y_k) + x_k(y_i - y_j) \quad (3.26)$$

ความแม่นยำของผลเฉลยจะขึ้นอยู่กับฟังก์ชันการประมาณภายในที่สมมติขึ้นมาที่มีความใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหามากน้อยเพียงใดด้วย

3. สร้างสมการของอิลิเมนต์ (Element formulation) ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหา ซึ่งขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ อย่างเช่นกรณีสมการของอิลิเมนต์สามเหลี่ยมที่ได้ยกมาเป็นตัวอย่างดังแสดงในรูปที่ 3.3 จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}_e \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} f_i \\ f_j \\ f_k \end{bmatrix}_e \quad (3.27)$$

ซึ่งเขียนโดยย่อได้ว่า $[K]_e [u]_e = [f]_e$ โดย $[u]_e$ คือ เมทริกซ์ตัวไม่ทราบค่าที่โหนด และตัวห้อย e แสดงให้ทราบว่า เป็นเมทริกซ์ระดับอีลิเมนต์ ซึ่งสมการของอีลิเมนต์ดังกล่าว จำเป็นต้องถูกสร้างขึ้นมาให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้น ๆ การสร้างสมการของอีลิเมนต์ซึ่งอยู่ในรูปแบบของสมการที่ (3.27) สามารถทำได้โดย

- วิธีการโดยตรง (Direct approach) วิธีนี้สามารถใช้ได้เฉพาะกับปัญหาที่เข้าใจได้ง่าย ๆ อย่างเช่น ปัญหาต่าง ๆ ในรูปทรง 1 มิติ เท่านั้น ซึ่งไม่สามารถขยายเปลี่ยนแปลงเพื่อนำไปใช้กับปัญหาใน 2 หรือ 3 มิติโดยทั่วไปได้

- วิธีการแปรผัน (Variational approach) หลักการสำคัญของวิธีการนี้คือ จำเป็นจะต้องทำการหาหรือสร้างฟังก์ชัน ซึ่งเมื่อทำการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันนั้นแล้ว จะเป็นผลให้เกิดสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขตที่สอดคล้องกับปัญหาที่กำลังสนใจอยู่ อย่างไรก็ตามวิธีการแปรผันเป็นวิธีการดั้งเดิมที่ใช้กันในช่วงต้น ๆ ของการพัฒนาวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทางด้านโครงสร้าง และยังมีจุดอ่อนอีกคือ จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้น ๆ ซึ่งปัญหาหลาย ๆ ชนิดในทางปฏิบัติสามารถสร้างสมการอนุพันธ์ขึ้นมาได้ แต่ไม่สามารถหาฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกันนั้นได้

- วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Method of weighted residuals) วิธีนี้จะใช้วิธีการสร้างสมการไฟไนต์อีลิเมนต์จากสมการเชิงอนุพันธ์โดยตรง โดยไม่จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้อง ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการสร้างสมการไฟไนต์อีลิเมนต์สำหรับปัญหาโดยทั่ว ๆ ไป และถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ ในปัจจุบัน

4. นำสมการของแต่ละอีลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกัน (Assembly) เป็นสมการรวมของระบบจากขั้นตอนที่ 1 หากแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอีลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n โหนด จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ โดยแสดงได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdot & \cdot & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdot & \cdot & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdot & \cdot & K_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \cdot & \cdot & K_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (3.28)$$

หรือเขียนโดยย่อได้ดังนี้ $[K]_{sys} [u]_{sys} = [f]_{sys}$ จากสมการที่ (3.28) เมทริกซ์ $[K]_{sys}$ จะมีคุณสมบัติของความเป็นเมทริกซ์สมมาตร กล่าวคือ $[K]_{sys} = [K]_{sys}^T$ และมีคุณสมบัติของการจับกลุ่มกันของค่าที่ไม่เท่ากับศูนย์บริเวณแนวทแยงมุมของเมทริกซ์ ซึ่งจะมีลักษณะอยู่รวมกันเป็นแถบ (Banded matrix) จากคุณสมบัติดังกล่าวนี้ จะก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในทางปฏิบัติที่จำเป็นต้องใช้จำนวนโหนดเป็นจำนวนมากเพื่อที่จะก่อให้เกิดผลเฉลยที่เที่ยงตรง โดยสามารถพัฒนาให้เก็บเฉพาะค่าที่ไม่เท่ากับศูนย์ไว้ในหน่วยความจำเพื่อใช้ในการคำนวณเท่านั้น

การนำสมการย่อยของแต่ละอิเลเมนต์มาประกอบกันเข้าเป็นสมการรวมของระบบ จำเป็นต้องมีหลักการ ซึ่งหลักการที่จะกล่าวนี้ เป็นหลักการที่ง่าย สามารถทำได้โดยสะดวก เหมาะกับรูปร่างของปัญหาที่มีอิเลเมนต์ย่อยจำนวนมาก ๆ และหลักการนี้จะถูกนำไปใช้ในการพัฒนาโปรแกรมด้วย โดยสามารถทำความเข้าใจได้จากตัวอย่างรูปร่างของปัญหาดังรูปที่ 3.2 กล่าวคือจะทำการสร้างสมการรวมของระบบซึ่งประกอบด้วย 3 อิเลเมนต์ 4 โหนด โดยจะแสดงการรวมของเมทริกซ์ $[K]_{sys}$ เพื่อเป็นตัวอย่าง

วิธีการนี้ทำได้โดยเขียนสมการของอิเลเมนต์ต่าง ๆ พร้อมทั้งกำกับหมายเลขของโหนดทางแฉวนอนและแฉวดิ่งของแต่ละอิเลเมนต์ให้ถูกต้อง โดยจากรูปที่ 3.2 $[K]_e$ ของอิเลเมนต์ที่ 1 ประกอบด้วยโหนดหมายเลข 1 2 และ 4 ส่วน $[K]_e$ ของอิเลเมนต์ที่ 2 ประกอบด้วยโหนดหมายเลข 2 3 และ 4 และ $[K]_e$ ของอิเลเมนต์ที่ 3 ซึ่งเป็นอิเลเมนต์สุดท้ายประกอบด้วยโหนดหมายเลข 1 3 และ 4 โดยสามารถเขียนแสดงให้เห็นได้ดังนี้

$$[K]_{e1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.29)$$

$$[K]_{e2} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (2) & (3) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} d_1 & e_1 & f_1 \\ d_2 & e_2 & f_2 \\ d_3 & e_3 & f_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.30)$$

$$[K]_{e3} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (3) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (3) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} g_1 & h_1 & i_1 \\ g_2 & h_2 & i_2 \\ g_3 & h_3 & i_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.31)$$

เมื่อมีหมายเลขกำกับทั้งทางแถวอนและแถวตั้งกำกับสัมประสิทธิ์ทุกตัวของเมทริกซ์ของทุกอิลิเมนต์แล้ว จากนั้นนำสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ เหล่านี้มาใส่ลงในเมทริกซ์ระบบรวม $[K]_{sys}$ เช่น ค่าสัมประสิทธิ์ b_3 ซึ่งอยู่ในแถวอนที่ 4 แถวตั้งที่ 2 ของอิลิเมนต์ย่อยที่ 1 จะไปปรากฏอยู่ในแถวอนที่ 4 แถวตั้งที่ 2 ของเมทริกซ์ระบบรวมดังแสดงในสมการ เป็นต้น

$$[K]_{sys} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (3) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_1 + g_1 & b_1 & h_1 & c_1 + i_1 \\ a_2 & b_2 + d_1 & e_1 & c_2 + f_1 \\ g_2 & d_2 & e_2 + h_2 & f_2 + i_2 \\ a_3 + g_3 & b_3 + d_3 & e_3 + h_3 & c_3 + f_3 + i_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.32)$$

5. ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต (Boundary conditions) ที่สอดคล้องกับปัญหาลงในสมการรวมของระบบเพื่อหาค่าผลเฉลย โดยการแก้สมการรวมของระบบเพื่อหาตัวไม่ทราบค่าที่โหนด

6. คำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่ต้องการต่อไป เมื่อทราบค่าผลลัพธ์ที่โหนดต่าง ๆ แล้วสามารถคำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กับผลลัพธ์นี้ต่อไปได้

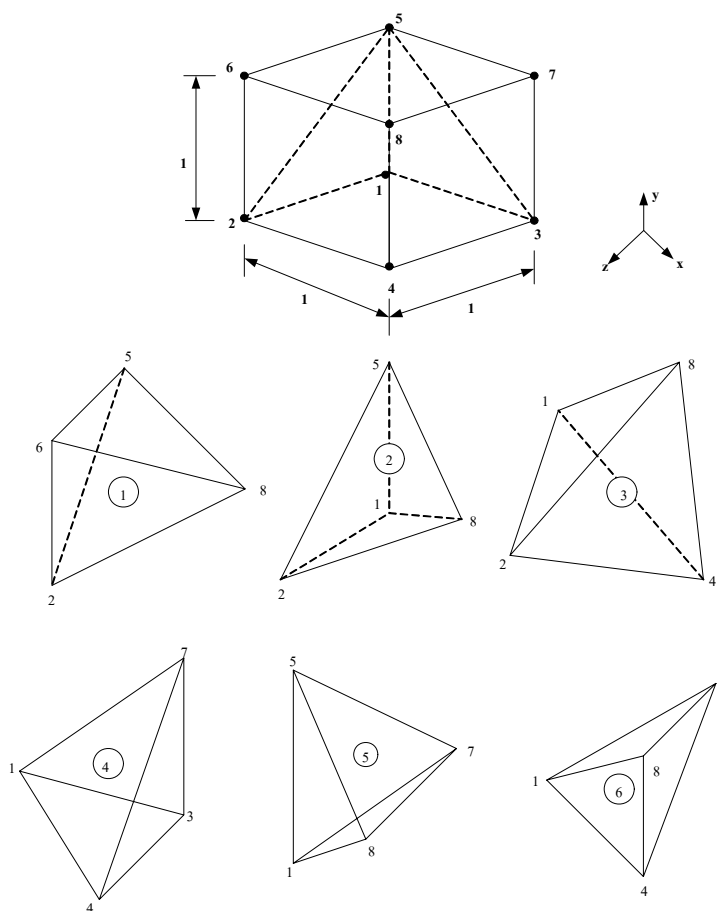
จากขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอน จะเห็นได้ว่าระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์เป็นวิธีที่มีแบบแผนเป็นขั้นเป็นตอน โดยมีส่วนที่สำคัญที่สุดคือการสร้างสมการของอิลิเมนต์ในขั้นตอนที่ 3 ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาที่กำหนด และในขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอนนี้จะนำไปพัฒนาขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการคำนวณต่อไป

3.4.2 ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ

หลักการของระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติจะดำเนินการคล้ายกับระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 2 มิติ ที่กล่าวมาข้างต้น ซึ่งขั้นตอนโดยทั่วไปของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติก็ยังประกอบไปด้วยขั้นตอนใหญ่ ๆ ทั้งหมด 6 ขั้นตอนเช่นกัน โดยมีรายละเอียดดังนี้ คือ

1. แบ่งอิลิเมนต์ย่อยให้กับระบบ แบ่งขอบเขตรูปร่างของระบบปัญหาที่ต้องการหาผลลัพธ์ออกเป็นอิลิเมนต์ย่อย ๆ โดยแต่ละอิลิเมนต์จะมีความเป็นปริมาตร ดังแสดงใน

รูปที่ 3.4 ซึ่งเป็นรูปแสดงการแบ่งอิลิเมนต์ของรูปร่างปัญหาแบบ 3 มิติ (ระนาบ xyz) โดยใช้ อิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า (tetrahedral) และเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างโปรแกรมการคำนวณสำหรับการป้อนข้อมูลของทุก ๆ อิลิเมนต์ จึงขอยกตัวอย่างรูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วยอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าทั้งหมด 6 อิลิเมนต์ 8 โหนด ซึ่งข้อมูลเบื้องต้นสำหรับ โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ที่ต้องการ คือ หมายเลขของอิลิเมนต์และหมายเลขของโหนด พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละโหนด ซึ่งสรุปเป็นตารางได้ดังตารางที่ 3.3 และ 3.4 ตามลำดับ



รูปที่ 3.4 รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 6 อิลิเมนต์ 8 โหนด เมื่อพิจารณาอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า

ตารางที่ 3.3 ลักษณะข้อมูลของอิเลิเมนต์

หมายเลข อิเลิเมนต์	หมายเลขโหนด			
	โหนด i	โหนด j	โหนด k	โหนด l
1	2	8	5	6
2	1	2	8	5
3	1	2	4	8
4	1	3	4	7
5	1	7	8	5
6	1	8	4	7

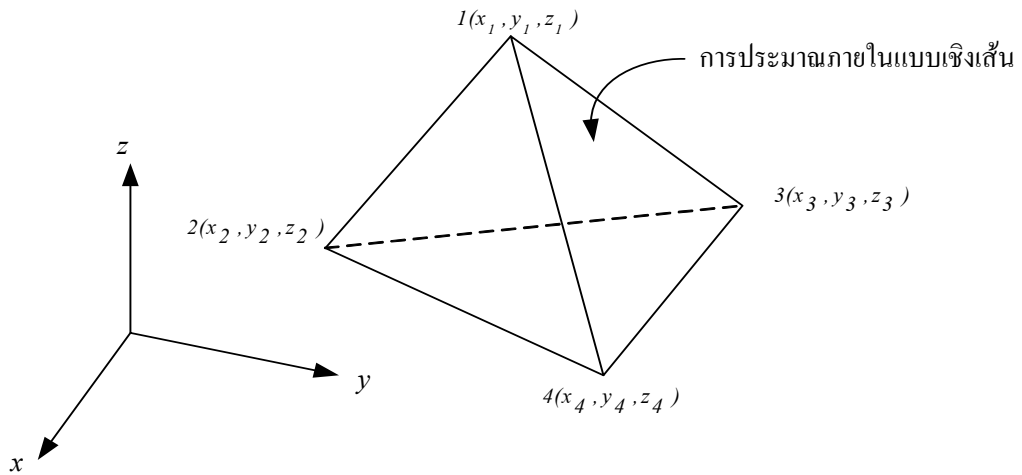
ตารางที่ 3.4 ลักษณะข้อมูลของตำแหน่งโหนด

หมายเลขโหนด	พิกัดแกน x	พิกัดแกน y	พิกัดแกน z
1	0	0	0
2	0	0	1
3	1	0	0
4	1	0	1
5	0	1	0
6	0	1	1
7	1	1	0
8	1	1	1

2. เลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิเลิเมนต์ อย่างในกรณีอิเลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าจะประกอบด้วย 4 โหนดที่มีตัวห้อย 1 2 3 และ 4 ซึ่งเป็นการประมาณค่าภายในอิเลิเมนต์แบบเชิงเส้นดังแสดงในรูป 3.5 ตำแหน่งของโหนด (x_n, y_n, z_n) , $n = 1, 2, 3, 4$ เป็นตำแหน่งของตัวที่ไม่ทราบค่า u_n โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิเลิเมนต์ $u_e(x, y, z)$ เป็นแบบเชิงเส้น ดังนี้

$$u_e(x, y, z) = \alpha + \beta x + \gamma y + \lambda z \quad (3.33)$$

โดยที่ α β γ λ เป็นค่าคงที่ ซึ่งสามารถหาได้จากโหนดทั้งสี่ดังนี้



รูปที่ 3.5 การประมาณภายในแบบเชิงเส้นบนอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า

$$u_e(x_1, y_1, z_1) = u_1 = \alpha + \beta x_1 + \gamma y_1 + \lambda z_1$$

$$u_e(x_2, y_2, z_2) = u_2 = \alpha + \beta x_2 + \gamma y_2 + \lambda z_2$$

$$u_e(x_3, y_3, z_3) = u_3 = \alpha + \beta x_3 + \gamma y_3 + \lambda z_3$$

$$u_e(x_4, y_4, z_4) = u_4 = \alpha + \beta x_4 + \gamma y_4 + \lambda z_4$$

นำค่า α β γ λ ที่ได้จากการแก้สมการทั้งสี่ข้างต้น แทนค่ากลับลงไปในสมการที่ (3.33) จะได้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์เป็น

$$u_e(x, y, z) = u_1 N_1 + u_2 N_2 + u_3 N_3 + u_4 N_4 \quad (3.34)$$

ซึ่ง N_n , $n = 1, 2, 3, 4$ คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์

$$N_n = \frac{1}{6V} (a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \quad (3.35)$$

โดยที่

$$a_1 = x_4(y_2 z_3 - y_3 z_2) + x_3(y_4 z_2 - y_2 z_4) + x_2(y_3 z_4 - y_4 z_3)$$

$$a_2 = x_4(y_3 z_1 - y_1 z_3) + x_3(y_1 z_4 - y_4 z_1) + x_1(y_4 z_3 - y_3 z_4)$$

$$a_3 = x_4(y_1 z_2 - y_2 z_1) + x_2(y_4 z_1 - y_1 z_4) + x_1(y_2 z_4 - y_4 z_2)$$

$$a_4 = x_3(y_2 z_1 - y_1 z_2) + x_2(y_1 z_3 - y_3 z_1) + x_1(y_3 z_2 - y_2 z_3)$$

$$b_1 = y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3)$$

$$\begin{aligned}
b_2 &= y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1) \\
b_3 &= y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2) \\
b_4 &= y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1) \\
c_1 &= x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2) \\
c_2 &= x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3) \\
c_3 &= x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1) \\
c_4 &= x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2) \\
d_1 &= x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3) \\
d_2 &= x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1) \\
d_3 &= x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2) \\
d_4 &= x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)
\end{aligned}$$

และ V คือปริมาตรของแต่ละอะลิเมนต์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$6V = \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

ความแม่นยำของผลเฉลยจะขึ้นอยู่กับฟังก์ชันการประมาณภายในที่สมมติขึ้นมา
มีความใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหามากน้อยเพียงใดด้วย

สำหรับในขั้นตอนที่ 3-6 จะดำเนินการในทำนองเดียวกันกับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
แบบ 2 มิติที่กล่าวมาแล้วข้างต้นทุกประการ

3.5 การป้องกันสนามแม่เหล็กไฟฟ้า (ชัยรัตน์ วิเชียรมงคลกุล, 2544)

การลดผลกระทบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากสายส่งกำลังไฟฟ้าวิธีการหนึ่งคือ
การลดระดับความเข้มสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระจายออกมาจากสายส่งไฟฟ้า เนื่องจากความเข้ม
ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะเปลี่ยนแปลงตามแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้า โครงสร้างของสายส่ง
ไฟฟ้า และสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ บริเวณสายส่งไฟฟ้า

การลดระดับความเข้มสนามแม่เหล็กไฟฟ้ามีหลายวิธีเช่น การทำระบบกราวด์ให้กับวัตถุ
ที่ได้รับผลกระทบเพื่อลดผลของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ การใช้โลหะที่มีคุณสมบัติของค่าซึมซาบ
ของแม่เหล็กสูงเพื่อป้องกันการรบกวนจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้า การเพิ่มความสูงของสายส่ง
การจัดเรียงลำดับเฟส และการชิลด์ เป็นต้น

การชิลด์ (Shielding) โดยทั่วไปนิยมกระทำ ณ ตำแหน่งแหล่งกำเนิดสนามแม่เหล็กไฟฟ้า เช่นตำแหน่งสายส่งไฟฟ้าแรงสูง หรือกระทำที่ตำแหน่งอุปกรณ์ที่ได้รับผลกระทบจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเช่น คอมพิวเตอร์ หรืออุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ต่าง ๆ การชิลด์ที่นิยมกระทำ มี 2 วิธี คือ กลไกการกำบังด้วยการแบ่งฟลักซ์ (Flux shunting shielding mechanism) และ กลไกการกำบังด้วยกระแสเหนี่ยวนำ (Induced current shielding mechanism)

3.5.1 กลไกการกำบังด้วยการแบ่งฟลักซ์

การลดสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามกลไกนี้จะเกิดขึ้นกับวัสดุแม่เหล็กหรือวัสดุที่มีความซาบซึมได้สูง (High permeability) เมื่อวางวัสดุแม่เหล็กลงในสนามแม่เหล็กที่อยู่ภายในบริเวณอากาศว่างพฤติกรรมของความเข้มสนามแม่เหล็ก และความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กที่บริเวณผิวของวัสดุแม่เหล็กจะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต 2 ประการ ดังต่อไปนี้

1. องค์ประกอบในทิศทางแนวสัมผัสของเวกเตอร์ความเข้มสนามแม่เหล็กต้องต่อเนื่องกันตลอดในวัสดุแม่เหล็กและในอากาศเพื่อที่จะสอดคล้องกับกฎของแอมแปร์
2. องค์ประกอบในทิศทางแนวตั้งฉากของเวกเตอร์ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กต้องต่อเนื่องกันตลอดในวัสดุแม่เหล็กและในอากาศเพื่อที่จะสอดคล้องกับกฎของเกาส์

เนื่องจากความแตกต่างของความซาบซึมได้ระหว่างวัสดุแม่เหล็กและอากาศมีมาก จึงเป็นสาเหตุให้ทิศทางของความเข้มสนามแม่เหล็กและทิศทางของความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กที่บริเวณผิวรอยต่อจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วเพื่อที่จะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต โดยทิศทางของความเข้มสนามแม่เหล็ก และความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กในวัสดุแม่เหล็กจะมีทิศทางในลักษณะคู่ขนานไปกับผิวรอยต่อ ขณะเดียวกันทิศทางของความเข้มสนามแม่เหล็กในอากาศจะมีทิศทางลักษณะคู่ตั้งฉากกับผิวรอยต่อ

3.5.2 กลไกการกำบังด้วยกระแสเหนี่ยวนำ

การปิดกั้นหรือลดสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามกลไกนี้จะเกิดขึ้นกับวัสดุตัวนำ หรือวัสดุที่มีสภาพนำไฟฟ้าสูง อาทิเช่น เงิน ทองแดง อลูมิเนียม เป็นต้น กลไกนี้จะเกิดขึ้นเมื่อวางวัสดุตัวนำลงในสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา จะทำให้เกิดการเหนี่ยวนำให้เกิดสนามไฟฟ้าขึ้นในวัสดุตัวนำทั้งนี้เป็นไปตามกฎของฟาราเดย์ (Faraday's law) สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในวัสดุตัวนำนี้จะทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าไหลบนผิวตัวนำ กระแสเหนี่ยวนำนี้มีชื่อเรียกว่า กระแสไหลวน (Eddy current) กระแสไหลวนนี้จะสร้างสนามแม่เหล็กขึ้นมาหักล้างกับสนามแม่เหล็กเดิม ทำให้สนามแม่เหล็กภายในบริเวณนั้นมีค่าลดลง โดยข้อดีการปิดกั้นสนามแม่เหล็กตามกลไกนี้ คือ ปิดกั้นหรือลดสนามแม่เหล็กได้ดีกับวัตถุปิดกั้นสนามแม่เหล็กที่มีขนาดเล็ก ส่วนข้อเสียการปิดกั้นสนามแม่เหล็กตามกลไกนี้ คือ ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนและการดูดกลืนคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นมีค่าน้อย (Schulz, Plantz, and Brush, 1998)

การชิลด์ที่เหมาะสมจะทำให้ความเข้มของสนามแม่เหล็ก ณ บริเวณที่ชิลด์มีค่าลดลง ซึ่งประสิทธิภาพการชิลด์ (Shielding efficiency : SE) ซึ่งถูกกำหนดโดยอัตราส่วนการลดทอนของสนามแม่เหล็กขณะที่มีสนามแม่เหล็กแพร่ออกมาจากแหล่งกำเนิดสนามแม่เหล็ก โดยจะวัดความเข้มสนามแม่เหล็กที่จุดสังเกตจุดใดจุดหนึ่งก่อน โดยยังไม่มีการนำวัตถุปิดกั้นสนามแม่เหล็กมาถ่มกันในบริเวณนั้น จากนั้นนำวัตถุมาปิดกั้นแล้ววัดความเข้มสนามแม่เหล็กที่จุดสังเกตเดิมอีกครั้งหนึ่ง จากนั้นนำมาเขียนในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$SE = \frac{H_{unshield}}{H_{shield}} \quad (3.37)$$

หรือ

$$SE(dB) = 20 \log \left[\frac{H_{unshield}}{H_{shield}} \right] \quad (3.38)$$

จากนิยามของค่าประสิทธิภาพการชิลด์ จึงกล่าวได้ว่า ถ้าค่าประสิทธิภาพการชิลด์ที่คำนวณได้มีค่าสูงหมายความว่า วัตถุปิดกั้นสนามแม่เหล็กสามารถทำหน้าที่ลดสนามแม่เหล็กได้ดี หรือสนามแม่เหล็กแพร่ผ่านวัตถุปิดกั้นไปได้น้อย ขณะเดียวกัน ถ้าค่าประสิทธิภาพการชิลด์ที่คำนวณได้มีค่าน้อยหมายความว่า วัตถุปิดกั้นสนามแม่เหล็กสามารถทำหน้าที่ลดสนามแม่เหล็กได้ไม่ดี หรือสนามแม่เหล็กแพร่ผ่านวัตถุปิดกั้นไปได้มาก

3.6 สรุป

บทนี้ได้นำเสนอทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย อันได้แก่ ทฤษฎีการคำนวณสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กด้วยวิธีพื้นฐาน ระเบียบวิธีไฟในทอพลิเมนต์ทั้งแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ และการป้องกันสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยได้กล่าวเฉพาะส่วนที่จะนำมาใช้หรือส่วนที่จะถูกกล่าวอ้างถึงในบทต่อ ๆ ไปทั้งนี้เพื่อเป็นประโยชน์และเป็นแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้แก่ผู้ดำเนินงานวิจัย

บทที่ 4

การคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของสายส่งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

4.1 บทนำ

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element method : FEM) เป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยแบบประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์หรือสมการอินทิกรัลดังเช่น สมการสนามไฟฟ้า สนามแม่เหล็ก และสมการการกระจายของอุณหภูมิ เป็นต้น และเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถวิเคราะห์งานที่มีโครงสร้างซับซ้อน หรือรูปร่างที่มีลักษณะโค้งมนได้ อีกทั้งประสิทธิภาพและการประมวลผลที่สูงขึ้นของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันสามารถรองรับการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ นอกจากนี้ในบางระบบที่มีบริเวณที่ต้องการวิเคราะห์มีพื้นที่ขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับปัญหาหรรวมของระบบที่เป็นพื้นที่ขนาดใหญ่ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็สามารถแบ่งกริดขนาดเล็กหรือใหญ่ ที่สามารถเชื่อมความสัมพันธ์ของ 2 บริเวณที่มีขนาดแตกต่างกันได้อย่างครอบคลุมและอิสระ อย่างเช่น งานวิจัยนี้ที่พิจารณาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ปรากฏขึ้นรอบตัวนำภายในสายส่ง 115 kV และค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ปรากฏรอบ ๆ บุคลากรที่ปฏิบัติหน้าที่ในสายส่งกำลังไฟฟ้า 22 kV ซึ่งพื้นที่บริเวณทั้งสองเป็นพื้นที่ขนาดเล็ก ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็สามารถตีกริดรูปสามเหลี่ยมสำหรับการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ และสามารถตีกริดรูปทรงสี่เหลี่ยมสำหรับการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติให้มีขนาดเล็กเหมาะสมเพื่อการวิเคราะห์ภายในบริเวณดังกล่าวให้ได้ค่าผลเฉลยที่มีความแม่นยำได้ ในขณะที่บริเวณส่วนใหญ่เป็นอากาศและไม่มีความจำเป็นสำหรับการศึกษามากนัก ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็สามารถตีกริดให้มีขนาดใหญ่เพื่อลดปริมาณของกริดบริเวณที่ไม่จำเป็นเพื่อช่วยย่นระยะเวลาในการหาผลเฉลยแต่ยังสามารถรักษาความแม่นยำของผลเฉลยได้เช่นกัน ซึ่งการดำเนินการแบบนี้จะก่อให้เกิดจำนวนเอลิเมนต์ที่ใช้ในระบบที่ศึกษามีจำนวนไม่มาก และสามารถคำนวณหาผลเฉลย ณ บริเวณที่ต้องการได้อย่างรวดเร็ว รวมทั้งยังสามารถจำลองผลระบบที่มีความแตกต่างกันทางด้านวัสดุได้ ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและไฟฟ้าของสายส่งกำลังไฟฟ้า และขั้นตอนการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทั้งแบบ 2 มิติและ 3 มิติเพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและไฟฟ้าที่กระจายตัวรอบสายส่งต่อไป

4.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของสายส่งกำลังไฟฟ้า

4.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติ

สำหรับปัญหาค่าสนามไฟฟ้าใน 2 มิติในระบบพิกัดฉาก ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์นิยมจัดรูปสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปสมการที่ (4.1)

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q = 0 \quad (4.1)$$

โดยที่ ϕ คือ พังก์ชันใด ๆ ที่ต้องการทราบค่า

D_x D_y G และ Q คือ ค่าคงที่สัมประสิทธิ์

แบบจำลองของสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงในรูปแบบ 2 มิติสามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (4.2) (Christopoulos, 1995)

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \left(\frac{1}{v^2}\right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) = 0 \quad (4.2)$$

โดยที่ \mathbf{E} คือ สนามไฟฟ้า (Electric field)

t คือ เวลา (Time)

μ คือ สภาพขั้วซึมได้ทางแม่เหล็ก (Permeability)

v คือ ความเร็วในการแพร่กระจาย (Propagation velocity)

σ คือ สภาพนำทางไฟฟ้า (Conductivity)

ความเร็วในการแพร่กระจายของสนามไฟฟ้าสามารถอธิบายได้ในรูปความสัมพันธ์ระหว่างสภาพยอมทางไฟฟ้า (Permittivity : ϵ) กับสภาพขั้วซึมได้ทางแม่เหล็ก (μ) ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังสมการที่ (4.3)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (4.3)$$

โดยที่ $\mu = \mu_0\mu_r$ และ $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ เมื่อ μ_r คือ สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็ก สัมพัทธ์และ ε_r คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ ซึ่ง $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m, $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m และ แทนค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ กับสมการที่ (4.3) ลงในสมการที่ (4.2) จะได้

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\varepsilon \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = 0 \quad (4.4)$$

จากคุณสมบัติของระบบที่เป็น time-harmonic อย่างเช่นในระบบสายส่งไฟฟ้าจะได้

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \approx j\omega \mathbf{E} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \approx -\omega^2 \mathbf{E} \quad (4.6)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (4.4) เมื่อพิจารณาปัญหาเป็นแบบ 2 มิติจึงได้

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + (\mu\varepsilon\omega^2 - j\mu\sigma\omega)E = 0 \quad (4.7)$$

เปรียบเทียบกับสมการที่ (4.1) กับ (4.7) เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ D_x D_y G และ Q จะได้

$$\begin{aligned} D_x &= D_y = 1 \\ G &= -\mu\varepsilon\omega^2 + j\mu\sigma\omega \\ Q &= 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

4.2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติ

ปัญหาสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติ ในระบบพิกัดฉากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะเป็นเทอมเดียวกันกับปัญหาสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติ ซึ่งจะแตกต่างกันอย่างชัดเจนที่ฟังก์ชันการประมาณ

ภายในอิลิเมนต์ที่จะกล่าวถึงต่อไปเพียงแต่จะทำการพิจารณาสนามไฟฟ้าครบถ้วนทั้ง 3 แนวแกน x , y และ z ดังนั้นจึงได้

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - G\phi + Q = 0 \quad (4.9)$$

โดยที่ ϕ คือ ฟังก์ชันใด ๆ ที่ต้องการทราบค่า
 D_x D_y D_z G และ Q คือ ค่าคงที่สัมประสิทธิ์

แบบจำลองของสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงในรูปแบบ 3 มิติสามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (4.10)

$$\left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} \right) - \mu\epsilon \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = 0 \quad (4.10)$$

แทนความเป็นคุณสมบัติของระบบที่เป็น time harmonics อย่างที่ได้กล่าวมาแล้ว เมื่อพิจารณาระบบแบบ 2 มิติลงในสมการที่ (4.10) จะได้

$$\left(\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 E}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} \right) + (j\mu\omega\sigma - \mu\omega^2\epsilon)E = 0 \quad (4.11)$$

เปรียบเทียบสมการที่ (4.9) กับ (4.11) เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ D_x D_y D_z G และ Q จะได้

$$\begin{aligned} D_x &= D_y = D_z = 1 \\ G &= -\mu\epsilon\omega^2 + j\mu\sigma\omega \\ Q &= 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

4.2.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กแบบ 2 มิติ

สำหรับปัญหาค่าสนามแม่เหล็กใน 2 มิติในระบบพิกัดฉาก ระเบียบวิธีไฟไนท์ อลิเมนต์นิยมจัดรูปสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาค่าต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปสมการที่ (4.13)

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q = 0 \quad (4.13)$$

โดยที่ ϕ คือ ฟังก์ชันใด ๆ ที่ต้องการทราบค่า

D_x D_y G และ Q คือ ค่าคงที่สัมประสิทธิ์

แบบจำลองของสนามแม่เหล็กที่กระจายรอบบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ในรูปแบบ 2 มิติสามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (4.14) (Christopoulos, 1995)

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \left(\frac{1}{v^2}\right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}\right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\right) = 0 \quad (4.14)$$

โดยที่ \mathbf{H} คือ สนามแม่เหล็ก (Magnetic field)

t คือ เวลา (Time)

μ คือ สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็ก (Permeability)

v คือ ความเร็วในการแพร่กระจาย (Propagation velocity)

σ คือ สภาพนำทางไฟฟ้า (Conductivity)

ความเร็วในการแพร่กระจายของสนามแม่เหล็กสามารถอธิบายได้ในรูป ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพยอมทางไฟฟ้า (ϵ) กับสภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็ก (μ) ซึ่งสามารถ อธิบายได้ดังสมการที่ (4.15)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (4.15)$$

โดยที่ $\mu = \mu_0\mu_r$ และ $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ เมื่อ μ_r คือ สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็ก สัมพัทธ์และ ε_r คือสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ ซึ่ง $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m, $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m และ แทนค่าพารามิเตอร์ต่างๆกับสมการที่ (4.15) ลงในสมการที่ (4.14) จะได้

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu\varepsilon \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) = 0 \quad (4.16)$$

จากคุณสมบัติของระบบที่เป็น time-harmonic อย่างเช่นในระบบสายส่งไฟฟ้าจะได้

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \approx j\omega \mathbf{H} \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \approx -\omega^2 \mathbf{H} \quad (4.18)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (4.18) เมื่อพิจารณาปัญหาเป็นแบบ 2 มิติจึงได้

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + (\mu\varepsilon\omega^2 - j\mu\sigma\omega)H = 0 \quad (4.19)$$

เปรียบเทียบกับสมการที่ (4.13) กับ (4.19) เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ D_x , D_y , G และ Q จะได้

$$\begin{aligned} D_x &= D_y = 1 \\ G &= -\mu\varepsilon\omega^2 + j\mu\sigma\omega \\ Q &= 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

4.2.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กแบบ 3 มิติ

สำหรับปัญหาสนามแม่เหล็กใน 3 มิติในระบบพิกัดฉากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะเป็นเทอมเดียวกันกับในแบบ 2 มิติ ซึ่งจะแตกต่างกันอย่างชัดเจนที่ฟังก์ชันการ

ประมาณภายในอิลิเมนต์ที่จะกล่าวถึงต่อไป เพียงแต่จะทำการพิจารณาสนามแม่เหล็กครบถ้วน ทั้ง 3 แนวแกน x y z คำนึงถึงได้

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - G\phi + Q = 0 \quad (4.21)$$

โดยที่ ϕ คือ ฟังก์ชันใด ๆ ที่ต้องการทราบค่า
 D_x D_y D_z G และ Q คือ ค่าคงที่สัมประสิทธิ์

แบบจำลองของสนามแม่เหล็กที่กระจายรอบบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงในรูปแบบ 3 มิติ สามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (4.22)

$$\left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} \right) - \mu\epsilon \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) = 0 \quad (4.22)$$

แทนความเป็นคุณสมบัติของระบบที่เป็น time harmonics อย่างที่ได้กล่าวมาแล้ว เมื่อพิจารณาระบบแบบ 2 มิติลงในสมการที่ (4.22) จะได้

$$\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right) + (j\mu\omega\sigma - \mu\omega^2\epsilon)H = 0 \quad (4.23)$$

เปรียบเทียบสมการที่ (4.21) กับ (4.23) เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ D_x D_y D_z G และ Q จะได้

$$\begin{aligned} D_x &= D_y = D_z = 1 \\ G &= -\mu\epsilon\omega^2 + j\mu\sigma\omega \\ Q &= 0 \end{aligned} \quad (4.24)$$

4.3 การคำนวณค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์

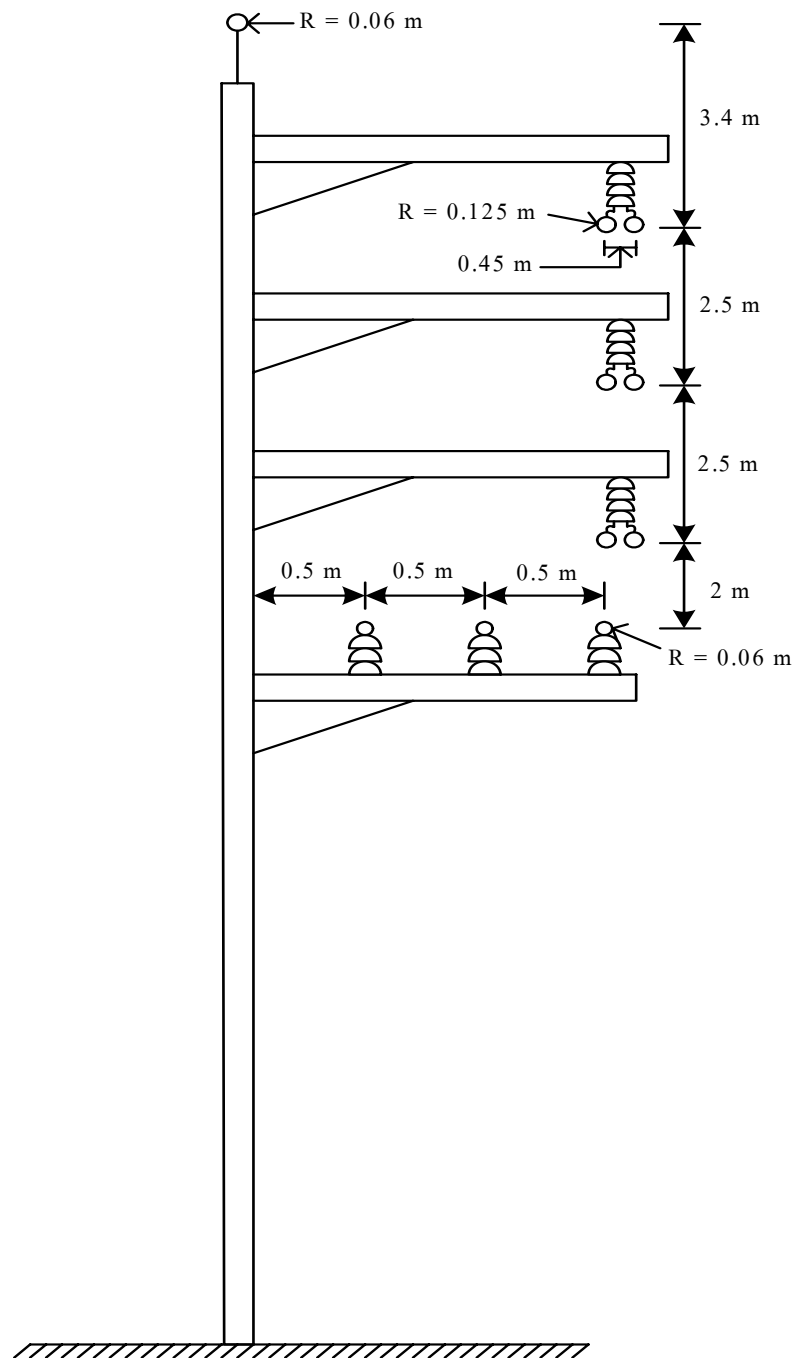
สืบเนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงดังแสดงในสมการที่ (4.7) และ สมการที่ (4.19) สำหรับปัญหาในรูปแบบ 2 มิติ และสมการที่ (4.11) และ (4.23) สำหรับปัญหาในรูปแบบ 3 มิตินั้นหาผลเฉลยแม่นยำได้ยากเพราะด้วยเหตุที่ติดอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยขนาด 2 มิติ และ 3 มิติตามลำดับ ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

4.3.1 การออกแบบอิลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา

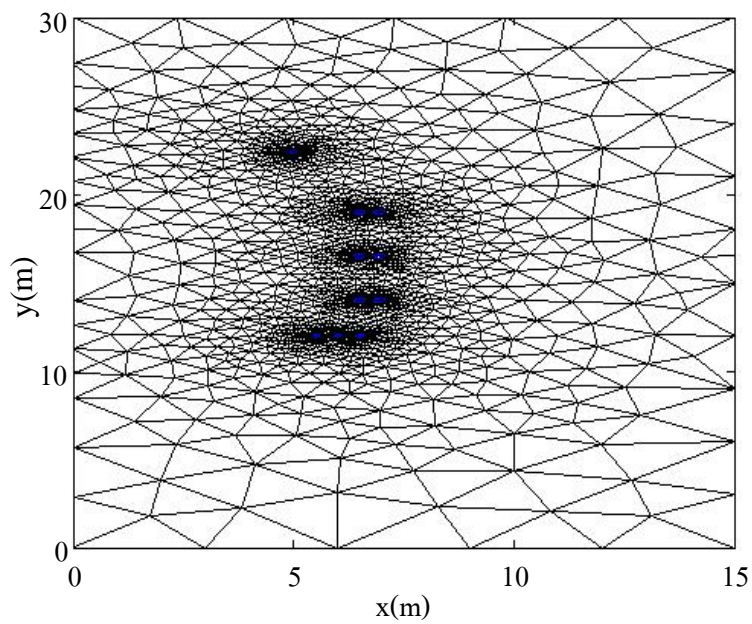
สำหรับงานวิจัยนี้ได้ศึกษาระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าขนาด 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาคดังแสดงในรูปที่ 4.1 ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ศึกษาทั้งในรูปแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ เพื่อให้เห็นการออกแบบอิลิเมนต์ที่แตกต่างกันในแต่ละรูปแบบ โดยสิ่งที่แตกต่างกันอย่างชัดเจนระหว่างระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 2 มิติ และแบบ 3 มิติ ที่เห็นได้ชัด คือ การจำลองผลสำหรับปัญหาที่รูปร่างมีความลึกหรือความหนา เช่น ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าที่คำนึงถึงระยะหย่อนของสายไฟ เป็นต้น การออกแบบกริดให้มีขนาดเล็กหรือใหญ่ นั้นจะแปรเปลี่ยนตามความต้องการในการวิเคราะห์บริเวณพื้นที่ที่สนใจภายในส่วนต่าง ๆ ของระบบ

ขั้นตอนแรก เริ่มจากการแบ่งพื้นที่ของระบบสายส่งออกเป็นอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม (Triangular elements) สำหรับปัญหาในแบบ 2 มิติ โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งผ่านการเชื่อมต่อกันระหว่างโหนดและอิลิเมนต์ต่าง ๆ การออกแบบกริดเป็นรูปอิลิเมนต์ต่าง ๆ ได้ใช้กล่องเครื่องมือที่ชื่อว่า PDETOOL ของโปรแกรม MATLAB™ โดยจะมีจำนวนโหนดและอิลิเมนต์ที่ใช้ภายในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่ายกำลังไฟฟ้าขนาด 22 kV ในขณะที่ไม่มีอุปสรรคป้องกันติดตั้งอยู่เป็น 1,817 โหนดและ 3,593 อิลิเมนต์ ตัวอย่างการออกแบบกริดของปัญหาในแบบ 2 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 4.2

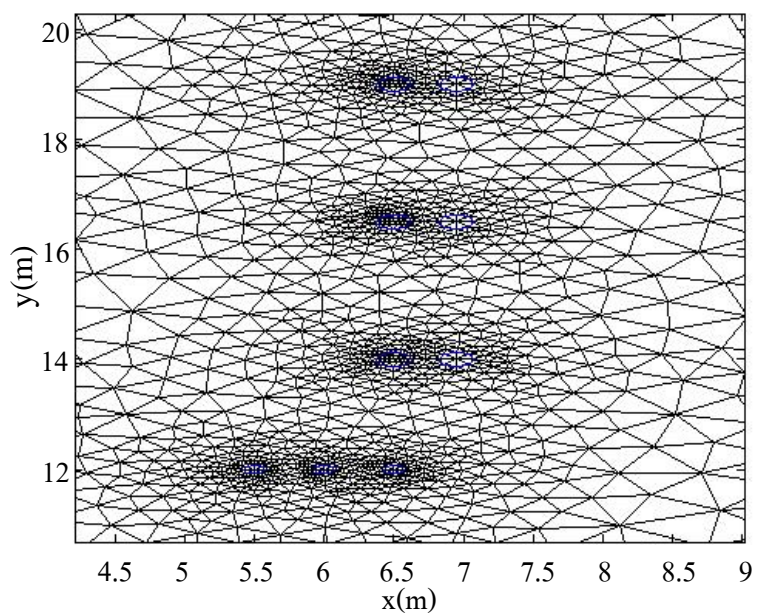
สำหรับปัญหาในแบบ 3 มิติจะเริ่มจากการแบ่งพื้นที่ของระบบสายส่งออกเป็นอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า (Tetrahedral elements) การออกแบบกริดเป็นรูปอิลิเมนต์ต่าง ๆ ได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่ชื่อว่า Gmesh ซึ่งเป็นโปรแกรม freeware โดยจะมีจำนวนโหนดและอิลิเมนต์ที่ใช้ภายในระบบ ในขณะที่ไม่มีอุปสรรคป้องกันติดตั้งอยู่เป็นจำนวน 29,576 โหนด และ 194,503 อิลิเมนต์ สำหรับตัวอย่างการออกแบบกริดของปัญหาในแบบ 3 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 4.3 นอกจากนี้ภายในแต่ละรูปยังได้แสดงภาพขยาย เพื่อให้เห็นถึงความละเอียดในการออกแบบกริดและการเชื่อมต่อระหว่างโหนดได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น



รูปที่ 4.1 ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า 115 kV พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค

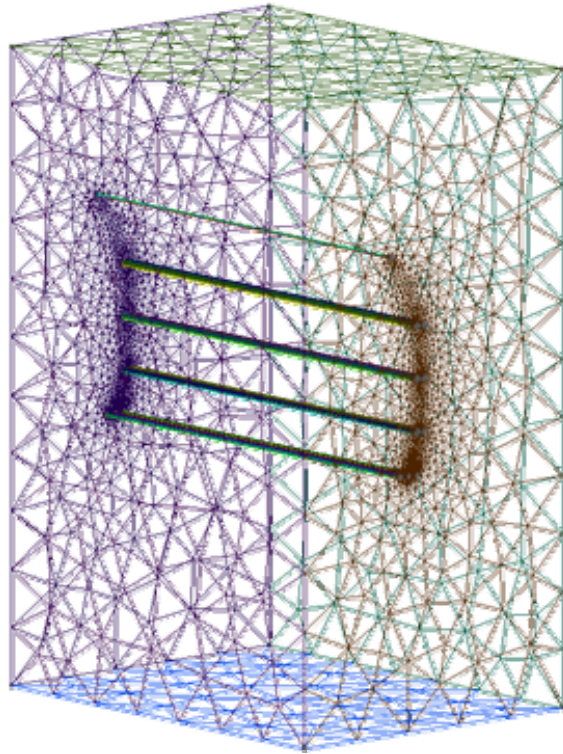


ก) การแบ่งอิเลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างอิเลิเมนต์ภายในโครงสร้าง

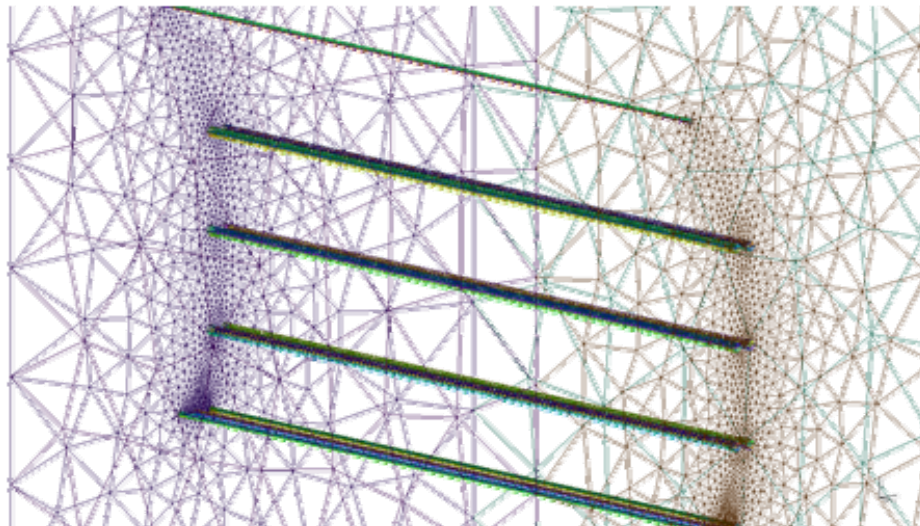


ข) ภาพการขยายการแบ่งอิเลิเมนต์และการเชื่อมต่ออิเลิเมนต์บนบริเวณที่สำคัญ

รูปที่ 4.2 การแบ่งอิเลิเมนต์ของระบบไฟฟ้า 115 kV ที่พาดผ่านระบบไฟฟ้าขนาด 22 kV ในแบบ 2 มิติ



ก) การแบ่งอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าและการเชื่อมต่อระหว่างอิลิเมนต์ภายใน โครงสร้าง



ข) ภาพการขยายการแบ่งอิลิเมนต์และการเชื่อมต่ออิลิเมนต์บนบริเวณที่สำคัญ

รูปที่ 4.3 การแบ่งอิลิเมนต์ของระบบไฟฟ้า 115 kV ที่พาดผ่านระบบไฟฟ้าขนาด 22 kV ในแบบ 3 มิติ

4.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์

จากการออกแบบอิลิเมนต์ในขั้นตอนที่ 4.3.1 ที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้าทำให้เห็นข้อแตกต่างของปัญหาใน 2 มิติและ 3 มิติ คือรูปแบบของอิลิเมนต์ที่มีรูปร่างที่แตกต่างกัน โดยรูปแบบของอิลิเมนต์ที่ต่างกันนี้นำมาซึ่งการเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ ในหัวข้อนี้มีความแตกต่างกันด้วยดังนั้นในขั้นตอนนี้จึงทำการแยกพิจารณาฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ออกเป็นแบบ 2 มิติและ 3 มิติ เพื่อให้เห็นถึงกระบวนการดำเนินงานในการเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ที่ถูกต้องตามรูปร่างของอิลิเมนต์ที่เลือกใช้

4.3.2.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์แบบ 2 มิติ

ขั้นตอนนี้เป็นการเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น ในที่นี้จะขอยกตัวอย่างของสนามไฟฟ้าจากสายส่งกำลังไฟฟ้าจะได้

$$E(x, y) = E_i N_i + E_j N_j + E_k N_k \quad (4.25)$$

โดยที่ N_n , $n = i, j, k$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ และ E_n , $n = i, j, k$ คือผลลัพธ์ของค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละโหนด i, j, k ของอิลิเมนต์ ซึ่งในกรณีอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อจะ

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่} \quad a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i \end{aligned}$$

และ Δ_e คือ พื้นที่ของแต่ละอิลิเมนต์ ซึ่งหาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\Delta_e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (4.27)$$

4.3.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์แบบ 3 มิติ

กรณีทีพิจารณาาระบบเป็น 3 มิติ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$E(x, y, z) = E_1 N_1 + E_2 N_2 + E_3 N_3 + E_4 N_4 \quad (4.28)$$

โดยที่ $N_n, n = 1, 2, 3, 4$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ และ $E_n, n = 1, 2, 3, 4$ คือผลลัพธ์ของค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละโหนด 1, 2, 3, 4 ของอิลิเมนต์ ซึ่งในกรณีอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อจะได้

$$N_i = \frac{1}{6V} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, 4 \quad (4.29)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} a_1 &= x_4(y_2 z_3 - y_3 z_2) + x_3(y_4 z_2 - y_2 z_4) + x_2(y_3 z_4 - y_4 z_3) \\ a_2 &= x_4(y_3 z_1 - y_1 z_3) + x_3(y_1 z_4 - y_4 z_1) + x_1(y_4 z_3 - y_3 z_4) \\ a_3 &= x_4(y_1 z_2 - y_2 z_1) + x_2(y_4 z_1 - y_1 z_4) + x_1(y_2 z_4 - y_4 z_2) \\ a_4 &= x_3(y_2 z_1 - y_1 z_2) + x_2(y_1 z_3 - y_3 z_1) + x_1(y_3 z_2 - y_2 z_3) \\ b_1 &= y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3) \\ b_2 &= y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1) \\ b_3 &= y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2) \\ b_4 &= y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1) \\ c_1 &= x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2) \\ c_2 &= x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3) \\ c_3 &= x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1) \\ c_4 &= x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2) \\ d_1 &= x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3) \\ d_2 &= x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1) \\ d_3 &= x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2) \\ d_4 &= x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) \end{aligned}$$

และ V คือปริมาตรของแต่ละอิลิเมนต์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (4.30)$$

4.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ สำหรับปัญหาของระบบ 2 มิติ ทางระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จะต้องจัดสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป ดังแสดงในสมการที่ (4.1) ก่อนที่จะเข้าสู่การสร้างสมการของอิลิเมนต์ต่อไป (Larry, 1984)

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q = 0$$

$$-\int_{\Delta_e} W_n R d\Delta_e = 0 \quad (4.31)$$

ประยุกต์ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์เพื่อหาระบบสมการเชิงเส้น โดยอาศัยการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Weighting functions) ดังสมการที่ (4.31) ในปัจจุบันการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างถือเป็นวิธีที่ถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ และวิธีนี้ยังสามารถจำแนกออกไปได้อีก เช่น วิธีของกาเลอร์กิน (Galerkin) ซึ่งเมทริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ปกติแล้วจะมีความสมมาตร จึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหามิติขนาดใหญ่ สำหรับกรณีระบบปัญหา 2 มิติการสร้างสมการของอิลิเมนต์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้ คือ การแทนค่าผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (4.1) จะไม่ก่อให้เกิดค่าเท่ากับศูนย์ หากแต่จะมีค่าเท่ากับ R แทนดังแสดงด้วยสมการที่ (4.32)

$$R = D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q \quad (4.32)$$

โดยที่ ϕ คือ ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า

ซึ่ง R เรียกว่าเศษตกค้าง (Residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหา เศษตกค้าง R ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าที่เที่ยงตรงมากที่สุด และในงานวิจัยนี้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างได้ใช้วิธีของกาลเลอร์กิน (Preston, Reece, and Sangha, 1988; Kim, Kwon, and Park, 1999) ซึ่งวิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (Weighting function : W) แล้วอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของอีลิเมนต์ (Δ_e) และกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$-\int_{\Delta_e} W_n R d\Delta_e = 0, \quad n = 1, 2, 3 \quad (4.33)$$

สำหรับอีลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม จุดที่ไม่ทราบค่ามี 3 จุด ซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสาม ดังนั้นจึงต้องการ 3 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (4.33) จะต้องมีค่า $n = 1 \quad 2 \quad 3$ และโดยปกติเราจะเลือก $W_n = N_n$ ซึ่งเรียกว่า บับโนฟ-กาลเลอร์กิน (Bubnov-Galerkin) ดังนั้นเมื่อแทน R ด้วยสมการที่ (4.32) ลงในสมการที่ (4.33) จะได้

$$0 = -\int_{\Delta_e} [N]^T \left(D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q \right) d\Delta_e \quad (4.34)$$

โดยที่ $[N]^T$ คือ เวกเตอร์เมทริกซ์แนวตั้งของฟังก์ชันการประมาณภายในอีลิเมนต์

เนื่องจากฟังก์ชันที่ต้องการประมาณ $\phi(x, y)$ ไม่มีความต่อเนื่องของอนุพันธ์ระหว่างแต่ละอีลิเมนต์ ดังนั้นสมการอนุพันธ์อันดับที่ 2 ตามสมการที่ (4.34) จึงสามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับที่ 1 ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) &= [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \end{aligned} \quad (4.35)$$

จากสมการที่ (4.34) จะได้

$$0 = -\underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e}_{(A)} - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} d\Delta_e}_{(B)} + \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T G \phi d\Delta_e}_{(C)} - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T Q d\Delta_e}_{(D)} \quad (4.36)$$

ส่วนเทอม A ในสมการที่ (4.36) จะสามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง โดยอาศัยสมการที่ (4.35) จะได้สมการใหม่ดังสมการที่ (4.37)

$$-\int_{\Delta_e} [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e = -\int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e + \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Delta_e \quad (4.37)$$

นอกจากนี้ยังสามารถประมาณพจน์ $-\int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e$ โดยอาศัยสมการที่ (4.38) ได้ดังนี้

$$\int_{\Delta_e} \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e = \int_{\Gamma} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma \quad (4.38)$$

โดยที่ θ คือ มุมที่กระทำกับพื้นผิวอิลิเมนต์

Γ คือ พื้นที่ขอบเขตของอิลิเมนต์

แทนค่าสมการที่ (4.38) ใน (4.37) จึงได้เทอม A เป็น

$$-\int_{\Delta_e} D_x [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e = -\int_{\Gamma} D_x [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma + \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Delta_e \quad (4.39)$$

ในทำนองเดียวกันเทอม B เมื่อแทนด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งจะได้ดังสมการที่ (4.40)

$$-\int_{\Delta_e} [N]^T D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} d\Delta_e = -\int_{\Delta_e} D_y \frac{\partial}{\partial y} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Delta_e + \int_{\Delta_e} D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} d\Delta_e \quad (4.40)$$

สามารถประมาณพจน์ $-\int_{\Delta_e} D_y \frac{\partial}{\partial y} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Delta_e$ โดยอาศัยสมการที่ (4.41) ได้ดังนี้

$$\int_{\Delta_e} \frac{\partial}{\partial y} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Delta_e = \int_{\Gamma} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta d\Gamma \quad (4.41)$$

แทนค่าสมการที่ (4.41) ใน (4.40) จึงได้เทอม B เป็น

$$-\int_{\Delta_e} D_y [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} d\Delta_e = -\int_{\Gamma} D_y [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta d\Gamma + \int_{\Delta_e} D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} d\Delta_e \quad (4.42)$$

แทนค่าสมการที่ (4.39) และ (4.42) ในสมการที่ (4.36) จะได้

$$\begin{aligned} 0 = & -\int_{\Gamma} [N]^T \left(D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma + \int_{\Delta_e} \left(D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Delta_e \\ & + \int_{\Delta_e} G [N]^T \phi d\Delta_e - \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e \end{aligned} \quad (4.43)$$

จาก $\phi^{(e)} = [N]\{\Phi^{(e)}\}$ แทนค่าในสมการที่ (4.43) จะได้

$$\begin{aligned}
 0 = & -\int_{\Gamma} [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta) d\Gamma \\
 & + \left(\int_{\Delta_e} (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y}) d\Delta_e \right) \{\Phi^{(e)}\} \\
 & + \left(\int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e \right) \{\Phi^{(e)}\} - \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e
 \end{aligned} \tag{4.44}$$

และสามารถเขียนให้อยู่รูปทั่วไปได้เป็น

$$0 = \{I^{(e)}\} + [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} - \{f^{(e)}\} \tag{4.45}$$

$$\begin{aligned}
 \text{โดยที่ } \{I^{(e)}\} &= -\int_{\Gamma} [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta) d\Gamma \\
 [K^{(e)}] &= \int_{\Delta_e} (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y}) d\Delta_e + \int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e \\
 \{f^{(e)}\} &= \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e
 \end{aligned}$$

โดยที่ $[K^{(e)}]$ สามารถจัดรูปใหม่โดยการดำเนินการต่อไปนี้

$$[D] = \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix} \tag{4.46}$$

และเวกเตอร์เกรเดียนต์ (Gradient vector : gv)

$$\{gv\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} = [B] \{\Phi^{(e)}\}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial[N]}{\partial x} \\ \frac{\partial[N]}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$[B]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial[N]^T}{\partial x} & \frac{\partial[N]^T}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

จาก $[B]$, $[B]^T$ และ $[D]$ สามารถเขียน $[K^{(e)}]$ ใหม่ได้เป็น

$$[K^{(e)}] = \int_{\Delta_e} [B]^T [D] [B] d\Delta_e + \int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e$$

$$[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}] \quad (4.48)$$

สำหรับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ งานวิจัยนี้เลือกกริดรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ ในการคำนวณ ดังนั้นค่า ϕ ในรูปสามเหลี่ยมจึงสามารถกำหนดได้เป็น

$$\phi^{(e)} = [N_i \quad N_j \quad N_k] \{\Phi^{(e)}\} \quad (4.49)$$

$$N_i = \frac{1}{2\Delta_e} (a_i + b_i x + c_i y)$$

$$N_j = \frac{1}{2\Delta_e} (a_j + b_j x + c_j y) \quad (4.50)$$

$$N_k = \frac{1}{2\Delta_e} (a_k + b_k x + c_k y)$$

และจะได้เวกเตอร์เกรเดียนต์สำหรับเอลิเมนต์นี้เป็น

$$\{gv\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_k}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_k}{\partial y} \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} \quad (4.51)$$

แทนค่าสมการที่ (4.50) ในสมการที่ (4.51) จะได้

$$\{gv\} = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} = [B]\{\Phi^{(e)}\}$$

$$[B] = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

จากสมการที่ (4.48) จะสังเกตเห็นได้ว่า

$$[K_D^{(e)}] = \int_{\Delta_e} [B]^T [D] [B] d\Delta_e$$

เนื่องจาก $[B]$ และ $[D]$ เป็นค่าคงที่ที่จะได้

$$[K_D^{(e)}] = [B]^T [D] [B] \int_{\Delta_e} d\Delta_e$$

$$[K_D^{(e)}] = [B]^T [D] [B] \Delta_e \quad (4.53)$$

แทนค่า $[B]$ และ $[D]$ จัดอยู่ในรูปสมการ $[K_D^{(e)}]$ ใหม่ได้เป็น

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} b_i & c_i \\ b_j & c_j \\ b_k & c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \Delta_e \left(\frac{1}{2\Delta_e} \right) \left(\frac{1}{2\Delta_e} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} D_x b_i & D_y c_i \\ D_x b_j & D_y c_j \\ D_x b_k & D_y c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \left(\frac{1}{4\Delta_e} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} D_x b_i^2 + D_y c_i^2 & D_x b_i b_j + D_y c_i c_j & D_x b_i b_k + D_y c_i c_k \\ D_x b_i b_j + D_y c_i c_j & D_x b_j^2 + D_y c_j^2 & D_x b_j b_k + D_y c_j c_k \\ D_x b_i b_k + D_y c_i c_k & D_x b_j b_k + D_y c_j c_k & D_x b_k^2 + D_y c_k^2 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{4\Delta_e} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \frac{D_x}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

จากสมการที่ (4.48) ถ้ากำหนดให้ G เป็นค่าคงที่ ภายในแต่ละอิลิเมนต์จะได้

$$\begin{aligned}
 [K_G^{(e)}] &= \int_{\Delta_e} G[N]^T [N] d\Delta_e \\
 &= G \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} d\Delta_e \\
 &= G \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i^2 & N_i N_j & N_i N_k \\ N_j N_i & N_j^2 & N_j N_k \\ N_i N_k & N_j N_k & N_k^2 \end{bmatrix} d\Delta_e \quad (4.55)
 \end{aligned}$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (Factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ดังสมการที่ (4.56) โดยที่ $N_i = L_1$, $N_j = L_2$ และ $N_k = L_3$ จะได้

$$\int_{\Delta_e} L_1^a L_2^b L_3^c d\Delta_e = \frac{a!b!c!}{(a+b+c+2)!} 2\Delta_e \quad (4.56)$$

จากสมการที่ (4.55) สามารถพิจารณาแยกเป็น 2 กรณี คือ $L_n = L_m$ และ $L_n \neq L_m$ ในกรณี $L_n = L_m$ จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 ของรูปสามเหลี่ยมจะได้ $a=2$, $b=c=0$ ดังนั้นจากสมการที่ (4.56) จะได้

$$\begin{aligned}
 \int_{\Delta_e} L_1^2 d\Delta_e &= \frac{2!0!0!}{(2+0+0+2)!} 2\Delta_e \\
 &= \frac{4\Delta_e}{4!} = \frac{2\Delta_e}{12}
 \end{aligned}$$

ในกรณีที่ $L_n \neq L_m$ จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 และ 2 ของรูปสามเหลี่ยมจะได้ $a=b=1$, $c=0$ ดังนั้นจากสมการที่ (4.56) จะได้

$$\begin{aligned}
 \int_{\Delta_e} L_1^1 L_2^1 d\Delta_e &= \frac{1!1!0!}{(1+1+0+2)!} 2\Delta_e \\
 &= \frac{2\Delta_e}{4!} = \frac{\Delta_e}{12}
 \end{aligned}$$

ที่จุดต่ออื่น ๆ ของรูปสามเหลี่ยมก็พิจารณาในลักษณะเช่นเดียวกัน ดังนั้นจากสมการที่ (4.55) จะได้

$$[K_G^{(e)}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{2}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{2}{12} \end{bmatrix} G\Delta_e$$

$$\therefore [K_G^{(e)}] = \frac{G\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

จาก $[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}]$

$$[K^{(e)}] = \frac{D_x}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} + \frac{G\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

จากสมการที่ (4.45) สำหรับการหาค่า $\{f^{(e)}\}$ แสดงได้ดังนี้

$$\{f^{(e)}\} = \int_{\Delta_e} Q[N]^T d\Delta_e$$

$$\{f^{(e)}\}_e = Q \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} d\Delta_e$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ดังสมการที่ (4.56)

โดยที่ $N_i = L_1$ $N_j = L_2$ และ $N_k = L_3$ และสำหรับกรณีนี้ $Q \neq 0$ จะได้

$$\{f^{(e)}\} = Q \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} d\Delta_e$$

$$\{f^{(e)}\} = \frac{Q\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

จากสมการที่ (4.45) สำหรับการหาค่า $\{I^{(e)}\}$ แสดงได้ดังนี้

$$\{I^{(e)}\} = -\int_{\Gamma} [N]^T \left(D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma$$

โดยที่ค่าขอบเขตของแต่ละอิเลเมนต์ Γ ได้ทำการประยุกต์เงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann condition) โดยกำหนดให้ $\frac{\partial \phi}{\partial \bar{n}} = 0$ เมื่อ \bar{n} คือ เวกเตอร์ตั้งฉากกับขอบเขตของเวกเตอร์ตั้งนั้นจึงได้

$$\{I^{(e)}\} = 0 \quad (4.60)$$

เมื่อแทนสมการที่ (4.59) และ (4.60) ในสมการที่ (4.45) จะได้ดังนี้

$$0 = [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} - \frac{Q\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

เมื่อพิจารณาปัญหาสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติ โดยการแทนค่าสัมประสิทธิ์จากสมการที่ (4.8) ลงในสมการที่ (4.61) จะได้

$$0 = [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} \quad (4.62)$$

$$\text{โดยที่} \quad [K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{(-\mu \epsilon \omega^2 + j \mu \sigma \omega) \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

ในการทำงานเดียวกันเมื่อพิจารณาปัญหาสนามแม่เหล็กแบบ 2 มิติโดยการแทนค่าสัมประสิทธิ์จากสมการที่ (4.20) ลงในสมการที่ (4.61) จะได้ดังสมการที่ (4.62) เช่นเดียวกันทุกประการ

สำหรับวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ ก็ยังคงประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างด้วยวิธีกาลิเลอ์คินเช่นเดียวกันกับแบบ 2 มิติดังสมการที่ (4.31) แต่จะเปลี่ยนเป็นการอินทิเกรตรอบปริมาตรแทนดังนั้นจะได้ดังสมการที่ (4.63)

$$-\int_v W_n R dv = 0 \quad (4.63)$$

โดยเมื่อพิจารณาปัญหาเป็นแบบ 3 มิติจะได้เศษตกค้าง R ดังสมการที่ (4.64)

$$R = D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - G\phi + Q \quad (4.64)$$

งานวิจัยนี้เลือกกริดรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อในการคำนวณ ดังนั้นจุดที่ไม่ทราบค่าจะมี 4 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 4 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นจากสมการที่ (4.63) จะต้องมีค่า $n = 1, 2, 3, 4$ และโดยปกติจะเลือก $W_n = N_n$ ดังนั้นเมื่อแทนค่า R ด้วยสมการ (4.64) ลงในสมการที่ (4.63) จะได้

$$0 = -\int_v [N]^T (D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - G\phi + Q) dv \quad (4.65)$$

เนื่องจากฟังก์ชันที่ต้องการประมาณ $\phi(x, y, z)$ ไม่มีความต่อเนื่องของอนุพันธ์ระหว่างแต่ละอิลิเมนต์ ดังนั้นสมการอนุพันธ์อันดับที่ 2 ตามสมการที่ (4.65) สามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับที่ 1 ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.35) ที่ผ่านมา ดังนั้นจึงได้

$$0 = \underbrace{-\int_v [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dv}_{\text{Term 1}} - \underbrace{\int_v [N]^T D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} dv}_{\text{Term 2}} - \underbrace{\int_v [N]^T D_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} dv}_{\text{Term 3}} + \underbrace{\int_v [N]^T G \phi dv}_{\text{Term 4}} - \underbrace{\int_v [N]^T Q dv}_{\text{Term 5}}$$

(4.66)

ในการจัดรูปเทอม A B และ C ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งจะกระทำการเช่นเดียวกันกับแบบ 2 มิติทุกประการ เมื่อแทนค่าเทอม A B และ C ในสมการที่ (4.66) จะได้ (Fagan, M. J., 1992)

$$0 = \int_{\Gamma} [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \cos \theta + D_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \cos \theta) d\Gamma + \int_v (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} + D_z \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial z}) dv + \int_v G [N]^T \phi dv - \int_v Q [N]^T dv$$

(4.67)

จาก $\phi^{(e)} = [N]\{\Phi^{(e)}\}$ แทนค่าในสมการที่ (4.67) จะได้

$$0 = \int_{\Gamma} [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \cos \theta + D_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \cos \theta) d\Gamma + \left(\int_v (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} + D_z \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \frac{\partial [N]}{\partial z}) dv \right) \{\Phi^{(e)}\} + \left(\int_v G [N]^T [N] dv \right) \{\Phi^{(e)}\} - \int_v Q [N]^T dv$$

(4.68)

และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้เป็น

$$0 = \{I^{(e)}\} + [K^{(e)}]\{\Phi^{(e)}\} - \{f^{(e)}\}$$

(4.69)

โดยที่

$$\{I^{(e)}\} = \int_{\Gamma} [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \cos \theta + D_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \cos \theta) d\Gamma$$

$$[K^{(e)}] = \int_v (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} + D_z \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \frac{\partial [N]}{\partial z}) dv + \int_v G [N]^T [N] dv$$

$$\{f^{(e)}\} = \int_v Q[N]^T dv$$

โดยที่ $[K^{(e)}]$ สามารถจัดรูปใหม่โดยการดำเนินการต่อไปนี้

$$[D] = \begin{bmatrix} D_x & 0 & 0 \\ 0 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_z \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

และเวกเตอร์เกรเดียนต์ (Gradient vector : gv)

$$\{gv\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \\ \frac{\partial [N]}{\partial z} \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} = [B]\{\Phi^{(e)}\}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \\ \frac{\partial [N]}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$[B]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]^T}{\partial x} & \frac{\partial [N]^T}{\partial y} & \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

จาก $[B]$, $[B]^T$ และ $[D]$ สามารถเขียน $[K^{(e)}]$ ใหม่ได้เป็น

$$[K^{(e)}] = \int_v [B]^T [D] [B] dv + \int_v G [N]^T [N] dv$$

$$[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}] \quad (4.72)$$

สำหรับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ งานวิจัยนี้เลือกกริดรูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสในการคำนวณ ดังนั้นค่า ϕ ในรูปทรงสี่เหลี่ยมจึงสามารถกำหนดได้เป็น

$$\phi^{(e)} = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] \{\Phi^{(e)}\} \quad (4.73)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{6V} (a_1 + b_1x + c_1y + d_1z) \\ N_2 &= \frac{1}{6V} (a_2 + b_2x + c_2y + d_2z) \\ N_3 &= \frac{1}{6V} (a_3 + b_3x + c_3y + d_3z) \\ N_4 &= \frac{1}{6V} (a_4 + b_4x + c_4y + d_4z) \end{aligned} \quad (4.74)$$

และจะได้เวกเตอร์เกรเดียนต์สำหรับโวลูเมนที่นี้เป็น

$$\{gv\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial z} \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} \quad (4.75)$$

แทนค่าสมการที่ (4.74) ในสมการที่ (4.75) จะได้

$$\{gv\} = \frac{1}{6V} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_1 & d_1 & d_1 \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} = [B] \{\Phi^{(e)}\}$$

$$[B] = \frac{1}{6V} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_1 & d_1 & d_1 \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

จากสมการที่ (4.72) จะสังเกตเห็นได้ว่า

$$[K_D^{(e)}] = \int_v [B]^T [D] [B] dv$$

เนื่องจาก $[B]$ และ $[D]$ เป็นค่าคงที่ที่จะได้

$$[K_D^{(e)}] = [B]^T [D][B] \int_v dv$$

$$[K_D^{(e)}] = [B]^T [D][B]V \quad (4.77)$$

แทนค่า $[B]$ และ $[D]$ จัดอยู่ในรูปสมการ $[K_D^{(e)}]$ ใหม่ได้เป็น

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x & 0 & 0 \\ 0 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix} V \left(\frac{1}{6V} \right) \left(\frac{1}{6V} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \frac{1}{36V} \begin{bmatrix} D_x b_1 & D_y c_1 & D_z d_1 \\ D_x b_2 & D_y c_2 & D_z d_2 \\ D_x b_3 & D_y c_3 & D_z d_3 \\ D_x b_4 & D_y c_4 & D_z d_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix}$$

$$[K_D^{(e)}] = \frac{1}{36V} \begin{bmatrix} D_x b_1^2 + D_y c_1^2 + D_z d_1^2 & D_x b_1 b_2 + D_y c_1 c_2 + D_z d_1 d_2 & D_x b_1 b_3 + D_y c_1 c_3 + D_z d_1 d_3 & D_x b_1 b_4 + D_y c_1 c_4 + D_z d_1 d_4 \\ D_x b_2 b_1 + D_y c_2 c_1 + D_z d_2 d_1 & D_x b_2^2 + D_y c_2^2 + D_z d_2^2 & D_x b_2 b_3 + D_y c_2 c_3 + D_z d_2 d_3 & D_x b_2 b_4 + D_y c_2 c_4 + D_z d_2 d_4 \\ D_x b_3 b_1 + D_y c_3 c_1 + D_z d_3 d_1 & D_x b_3 b_2 + D_y c_3 c_2 + D_z d_3 d_2 & D_x b_3^2 + D_y c_3^2 + D_z d_3^2 & D_x b_3 b_4 + D_y c_3 c_4 + D_z d_3 d_4 \\ D_x b_4 b_1 + D_y c_4 c_1 + D_z d_4 d_1 & D_x b_4 b_2 + D_y c_4 c_2 + D_z d_4 d_2 & D_x b_4 b_3 + D_y c_4 c_3 + D_z d_4 d_3 & D_x b_4^2 + D_y c_4^2 + D_z d_4^2 \end{bmatrix}$$

$$[K_D^{(e)}] = \frac{D_x}{36V} \begin{bmatrix} b_1^2 & b_1 b_2 & b_1 b_3 & b_1 b_4 \\ b_2 b_1 & b_2^2 & b_2 b_3 & b_2 b_4 \\ b_3 b_1 & b_3 b_2 & b_3^2 & b_3 b_4 \\ b_4 b_1 & b_4 b_2 & b_4 b_3 & b_4^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{36V} \begin{bmatrix} c_1^2 & c_1 c_2 & c_1 c_3 & c_1 c_4 \\ c_2 c_1 & c_2^2 & c_2 c_3 & c_2 c_4 \\ c_3 c_1 & c_3 c_2 & c_3^2 & c_3 c_4 \\ c_4 c_1 & c_4 c_2 & c_4 c_3 & c_4^2 \end{bmatrix} + \frac{D_z}{36V} \begin{bmatrix} d_1^2 & d_1 d_2 & d_1 d_3 & d_1 d_4 \\ d_2 d_1 & d_2^2 & d_2 d_3 & d_2 d_4 \\ d_3 d_1 & d_3 d_2 & d_3^2 & d_3 d_4 \\ d_4 d_1 & d_4 d_2 & d_4 d_3 & d_4^2 \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

จากสมการที่ (4.72) ถ้ากำหนดให้ G เป็นค่าคงที่ ภายในแต่ละอิลิเมนต์ที่จะได้

$$[K_G^{(e)}] = \int_v G [N]^T [N] dv$$

$$[K_G^{(e)}] = G \int_v \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{bmatrix} [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] dv$$

$$[K_G^{(e)}] = G \int_v \begin{bmatrix} N_1^2 & N_1 N_2 & N_1 N_3 & N_1 N_4 \\ N_2 N_1 & N_2^2 & N_2 N_3 & N_2 N_4 \\ N_3 N_1 & N_3 N_2 & N_3^2 & N_3 N_4 \\ N_4 N_1 & N_4 N_2 & N_4 N_3 & N_4^2 \end{bmatrix} dv \quad (4.79)$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (Factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรตตลอด ปริมาตรดังสมการที่ (4.80) เพราะเนื่องจาก $N_1 = L_1$ $N_2 = L_2$ $N_3 = L_3$ และ $N_4 = L_4$ จะได้

$$\int_v L_1^a L_2^b L_3^c L_4^d dv = \frac{a!b!c!d!}{(a+b+c+d+3)!} 6V \quad (4.80)$$

จากสมการที่ (4.79) สามารถแบ่งการพิจารณาเป็น 2 กรณีคล้ายในทำนองเดียวกัน กับแบบ 2 มิติ ดังนั้นจากสมการที่ (4.79) เมื่อประยุกต์ใช้สมการที่ (4.80) จะได้

$$[K_G^{(e)}] = \frac{GV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

จาก $[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}]$ จะได้ว่า

$$[K^{(e)}] = \frac{D_x}{36V} \begin{bmatrix} b_1^2 & b_1 b_2 & b_1 b_3 & b_1 b_4 \\ b_2 b_1 & b_2^2 & b_2 b_3 & b_2 b_4 \\ b_3 b_1 & b_3 b_2 & b_3^2 & b_3 b_4 \\ b_4 b_1 & b_4 b_2 & b_4 b_3 & b_4^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{36V} \begin{bmatrix} c_1^2 & c_1 c_2 & c_1 c_3 & c_1 c_4 \\ c_2 c_1 & c_2^2 & c_2 c_3 & c_2 c_4 \\ c_3 c_1 & c_3 c_2 & c_3^2 & c_3 c_4 \\ c_4 c_1 & c_4 c_2 & c_4 c_3 & c_4^2 \end{bmatrix} \quad (4.82)$$

$$+ \frac{D_z}{36V} \begin{bmatrix} d_1^2 & d_1 d_2 & d_1 d_3 & d_1 d_4 \\ d_2 d_1 & d_2^2 & d_2 d_3 & d_2 d_4 \\ d_3 d_1 & d_3 d_2 & d_3^2 & d_3 d_4 \\ d_4 d_1 & d_4 d_2 & d_4 d_3 & d_4^2 \end{bmatrix} + \frac{GV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

จากสมการที่ (4.69) สำหรับการหาค่า $\{f^{(e)}\}$ แสดงได้ดังนี้

$$\{f^{(e)}\} = \int_v Q[N]^T dv$$

$$\{f^{(e)}\}_e = Q \int_v \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{bmatrix} dv$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรดังสมการที่ (4.80) โดยที่ $N_1 = L_1$ $N_2 = L_2$ $N_3 = L_3$ และ $N_4 = L_4$ และสำหรับกรณีนี้ $Q \neq 0$ จะได้

$$\{f^{(e)}\} = Q \int_v \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{bmatrix} dv$$

$$\{f^{(e)}\} = \frac{QV}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.83)$$

จากสมการที่ (4.69) สำหรับการหาค่า $\{I^{(e)}\}$ แสดงได้ดังนี้

$$\{I^{(e)}\} = - \int_{\Gamma} [N]^T \left(D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \cos \theta + D_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \cos \theta \right) d\Gamma$$

โดยที่ค่าขอบเขตของแต่ละอิลิเมนต์ Γ ได้ทำการประยุกต์เงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann condition) โดยกำหนดให้ $\frac{\partial \phi}{\partial \bar{n}} = 0$ เมื่อ \bar{n} คือ เวกเตอร์ตั้งฉากกับขอบเขตของเวกเตอร์ตั้งนั้นจึงได้

$$\{I^{(e)}\} = 0 \quad (4.84)$$

เมื่อแทนสมการที่ (4.83) และ (4.84) ในสมการที่ (4.69) จะได้ดังนี้

$$0 = [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} - \frac{QV}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

เมื่อพิจารณาปัญหาสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติ โดยการแทนค่าสัมประสิทธิ์จากสมการที่ (4.12) ลงในสมการที่ (4.85) จะได้

$$0 = [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} \quad (4.86)$$

โดยที่

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{36V} \begin{bmatrix} b_1^2 & b_1b_2 & b_1b_3 & b_1b_4 \\ b_2b_1 & b_2^2 & b_2b_3 & b_2b_4 \\ b_3b_1 & b_3b_2 & b_3^2 & b_3b_4 \\ b_4b_1 & b_4b_2 & b_4b_3 & b_4^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{36V} \begin{bmatrix} c_1^2 & c_1c_2 & c_1c_3 & c_1c_4 \\ c_2c_1 & c_2^2 & c_2c_3 & c_2c_4 \\ c_3c_1 & c_3c_2 & c_3^2 & c_3c_4 \\ c_4c_1 & c_4c_2 & c_4c_3 & c_4^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{36V} \begin{bmatrix} d_1^2 & d_1d_2 & d_1d_3 & d_1d_4 \\ d_2d_1 & d_2^2 & d_2d_3 & d_2d_4 \\ d_3d_1 & d_3d_2 & d_3^2 & d_3d_4 \\ d_4d_1 & d_4d_2 & d_4d_3 & d_4^2 \end{bmatrix} \\ + \frac{(-\mu\epsilon\omega^2 + j\mu\sigma\omega)V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

ในทำนองเดียวกันเมื่อพิจารณาปัญหาสนามแม่เหล็กแบบ 3 มิติ โดยการแทนค่าสัมประสิทธิ์จากสมการที่ (4.24) ลงในสมการที่ (4.85) จะได้ดังสมการที่ (4.86) เช่นเดียวกันทุกประการ

4.3.4 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นกรนำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 4.3.1 หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการดังนั้นก็จะได้สมการรวมสำหรับการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าของงานวิจัยนี้ในรูปสมการเชิงเส้นคือ

$$[K]\{E\} = \{f\}$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdot & \cdot & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdot & \cdot & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdot & \cdot & K_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \cdot & \cdot & K_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ E_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (4.87)$$

เมื่อ	K	คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของระบบรวม
	E	คือ ค่าสนามไฟฟ้าที่ไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งโหนดต่าง ๆ
	f	คือ ค่าแรงภายนอกที่มากระทำ ณ ตำแหน่งโหนดต่าง ๆ

ในทำนองเดียวกันจะได้สมการรวมสำหรับการจำลองผลค่าสนามแม่เหล็กของงานวิจัยนี้ในรูปแบบสมการเชิงเส้น คือ

$$[K]\{H\} = \{f\}$$

เมื่อ H คือ ความเข้มสนามแม่เหล็ก

เนื่องจากงานวิจัยนี้มีความแตกต่างกันของเนื้อวัสดุที่มีอยู่ภายในระบบ เมื่อมีความแตกต่างกันระหว่างวัสดุเกิดขึ้นนั้น หมายถึงสมการของระเบียบวิธีไฟไนต์อิเลเมนต์จะต้องเกิดการเปลี่ยนแปลงตามคุณสมบัติของวัสดุแต่ละชนิด สำหรับงานวิจัยนี้มีวัสดุที่แตกต่างกันอยู่ เช่น อากาศ และเหล็ก เป็นต้น ซึ่งวัสดุที่แตกต่างกันทั้งสองมีค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์เท่ากับ 1 และ 3.5 ตามลำดับ ค่าความนำไฟฟ้า (σ) เท่ากับ 0 และ 0.8×10^7 S/m ตามลำดับ และค่าความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ (μ_r) เท่ากับ 1 และ 300 ตามลำดับ

4.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย

สำหรับขั้นตอนการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตในงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้จะมีทั้งหมดอยู่ 2 บริเวณที่กำหนดเงื่อนไขค่าขอบ คือ บริเวณขอบตัวนำของสายส่งและพื้นดิน ซึ่งค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่ป้อนให้กับระบบบริเวณขอบของตัวนำสามารถคำนวณได้จากบทที่ 3 ที่ได้กล่าวมาแล้วโดยสิ่งที่ต้องทราบสำหรับใช้คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าบริเวณขอบของตัวนำ คือ ขนาดแรงดันและกระแสไฟฟ้าที่ไหลในตัวนำ ระยะห่างระหว่างตัวนำ รัศมีตัวนำ ค่าความสูงระหว่างตัวนำกับพื้นดินและค่าพิกัดที่ต้องการคำนวณ โดยค่าขอบเขตของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของงานวิจัยนี้สามารถสรุปได้ดังตารางที่ 4.1 และ 4.2 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.1 ค่าสนามไฟฟ้าที่บริเวณผิวของตัวนำ

ตำแหน่งผิวของตัวนำ	ค่าสนามไฟฟ้า (kV/m)
115 kV เฟส A1	$76.8192 \angle 0.5972^\circ$
115 kV เฟส A2	$76.8775 \angle -1.6258^\circ$
115 kV เฟส B1	$86.5803 \angle -7.1082^\circ$
115 kV เฟส B2	$86.6616 \angle 10.1435^\circ$
115 kV เฟส C1	$84.0464 \angle 7.1522^\circ$
115 kV เฟส C2	$82.9595 \angle -12.1602^\circ$
22 kV เฟส A	$4.2147 \angle 87.6353^\circ$
22 kV เฟส B	$5.6390 \angle -76.8926^\circ$
22 kV เฟส C	$7.9585 \angle -45.9062^\circ$
Overhead Ground Wire (OHGW)	$0 \angle 0^\circ$
พื้นดิน	$0 \angle 0^\circ$

ตารางที่ 4.2 ค่าสนามแม่เหล็กที่บริเวณผิวของตัวนำ

ตำแหน่งผิวของตัวนำ	ค่าสนามแม่เหล็ก (μT)
115 kV เฟส A1	$102.2829 \angle 86.4787^\circ$
115 kV เฟส A2	$102.2829 \angle -86.4787^\circ$
115 kV เฟส B1	$101.7424 \angle -81.9398^\circ$
115 kV เฟส B2	$101.7424 \angle 81.9398^\circ$
115 kV เฟส C1	$102.2830 \angle -77.2734^\circ$
115 kV เฟส C2	$102.2830 \angle 77.2734^\circ$
22 kV เฟส A	$6.2588 \angle 49.2607^\circ$
22 kV เฟส B	$6.9940 \angle -0.4702^\circ$
22 kV เฟส C	$7.4435 \angle 6.7152^\circ$
Overhead Ground Wire (OHGW)	$0 \angle 0^\circ$
พื้นดิน	$0 \angle 0^\circ$

หลังจากประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตให้กับระบบแล้ว จากสมการที่ (4.87) จะสามารถหาค่าสนามไฟฟ้า (E) ณ โหนดต่าง ๆ ได้ดังสมการที่ (4.88)

$$E = K^{-1}f$$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ E_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdot & \cdot & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdot & \cdot & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdot & \cdot & K_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \cdot & \cdot & K_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)}^{-1} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (4.88)$$

ในทำนองเดียวกันก็สามารถหาค่าความเข้มสนามแม่เหล็ก (H) ณ โหนดต่าง ๆ ได้เป็น

$$H = K^{-1}f$$

และสามารถหาค่าสนามแม่เหล็ก (B) ต่อได้จากความสัมพันธ์ $B = \mu H$

4.4 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ประกอบด้วยค่านึงถึงคุณสมบัติต่าง ๆ ทางไฟฟ้าของวัสดุที่แตกต่างกันในระบบ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง การประยุกต์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทั้งแบบ 2 มิติและ 3 มิติเพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลเลอร์คิน รายละเอียดต่าง ๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 5 และบทที่ 6 ต่อไป

บทที่ 5

โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและผลการจำลองแบบ 2 มิติ

5.1 บทนำ

การจำลองผลของงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อออกแบบอุปกรณ์ต้นแบบ โดยเน้นไปที่การออกแบบมุมของหลังคาถกของการไฟฟ้าที่เหมาะสมเพื่อป้องกันอันตรายจากผลของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ภายในระบบ ภายในบทที่ 5 จึงได้กล่าวถึงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของระบบที่ใช้ในการจำลองผลและอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ รวมถึงการดำเนินการเปรียบเทียบผลของค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้ากับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL เพื่อใช้ในการตรวจสอบความถูกต้อง ซึ่งโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานการใช้งานของ MATLAB™ และภายในงานวิจัยนี้ได้ใช้คอมพิวเตอร์ Intel Pentium IV core 2 duo 1.6 GHz 2GB ในการประมวลผล

5.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

การคำนวณค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่จะได้กล่าวถึงต่อไปนี้ งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อนำข้อมูลของโหนดและเอลิเมนต์มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเอง โดยอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลแบบ 2 มิติ ได้ดังนี้

5.2.1 โปรแกรมการสร้างกริด

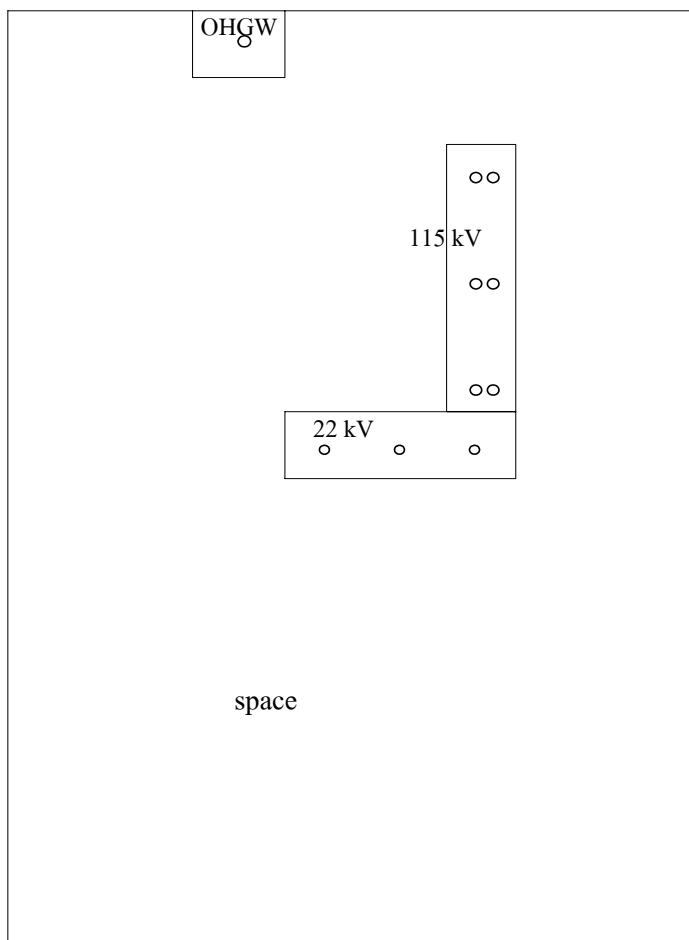
โปรแกรมการสร้างกริดในงานวิจัยนี้ จะใช้การสร้างกริดจากกล่องเครื่องมือสำเร็จรูปที่ชื่อว่า PDETOOL ของโปรแกรม MATLAB™ ซึ่งสามารถสร้างกริดได้เฉพาะปัญหาแบบ 2 มิติ เท่านั้น โดยสามารถเลือกความละเอียดของกริดให้เหมาะสมกับระบบได้ จากนั้นจึงนำข้อมูลของการสร้างกริดที่จำเป็นมาพัฒนาเป็น โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ต่อไป ข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริดได้แก่ ข้อมูลบอกระยะพิกัดในแนวแกน x และ y ข้อมูลบอกหมายเลขโหนด ข้อมูลบอกหมายเลขเอลิเมนต์ ข้อมูลบอกหมายเลขที่แบ่งชนิดของวัสดุในระบบ และข้อมูลบอกหมายเลขของ

ขอบเขตชิ้นงานเพื่อกำหนดเงื่อนไขขอบเขตส่วนข้อจำกัดของกล่องเครื่องมือสำเร็จรูปนี้คือไม่สามารถระบุค่าเงื่อนไขขอบเขตให้กับระบบที่มีหลากหลายเนื้อวัสดุในชิ้นเดียวกันได้ ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้จึงได้นำประโยชน์ของกล่องเครื่องมือนี้มาเพื่อช่วยในการสร้างกริดแต่เพียงเท่านั้น ส่วนขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์อื่น ๆ อันได้แก่ การสร้างสมการของแต่ละอิลิเมนต์ การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม การกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต และการแก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยนั้น จะทำการพัฒนาด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเองเพื่อจำลองผลต่อไป

งานวิจัยนี้ได้แบ่งพื้นที่ศึกษาออกเป็นพื้นที่ย่อย ๆ ได้แก่ พื้นที่ที่เป็นตัวนำและพื้นที่ที่เป็นอากาศ (Space) โดยพื้นที่ตัวนำประกอบไปด้วย

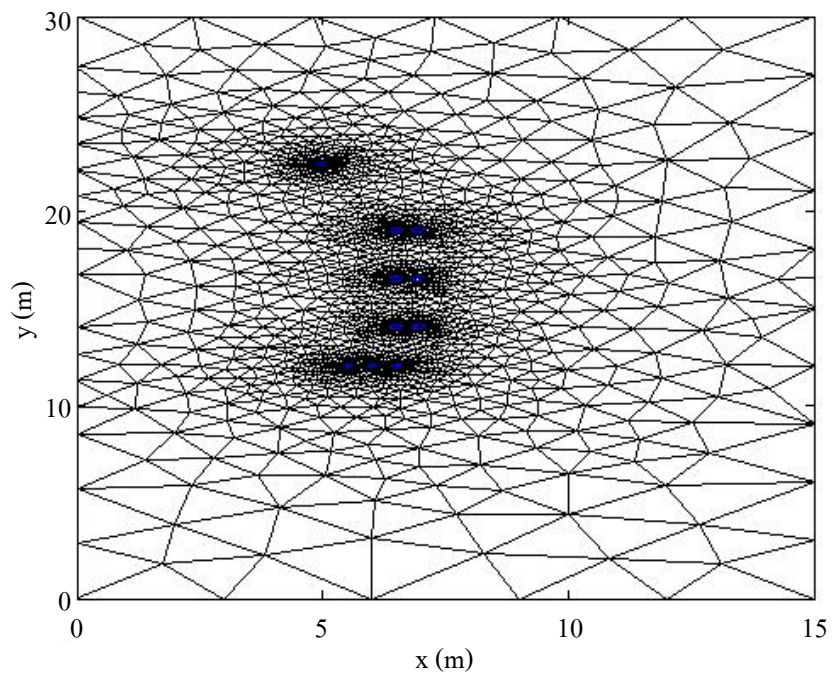
- ระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV วงจรเดี่ยว เฟส A, 2 bundle
- ระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV วงจรเดี่ยว เฟส B, 2 bundle
- ระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV วงจรเดี่ยว เฟส C, 2 bundle
- ระบบส่งจ่ายขนาด 22 kV วงจรเดี่ยว เฟส A, 1 bundle
- ระบบส่งจ่ายขนาด 22 kV วงจรเดี่ยว เฟส B, 1 bundle
- ระบบส่งจ่ายขนาด 22 kV วงจรเดี่ยว เฟส C, 1 bundle
- สายดินเหนือศีรษะ (Overhead ground wire : OHGW)

ในกล่องเครื่องมือ PDETOOL ที่ใช้ในการสร้างกริดนั้น ได้กำหนดพื้นที่ของปัญหาให้มีความกว้าง 15 เมตร และความสูงจากพื้นดิน 30 เมตรดังแสดงในรูปที่ 5.1 ซึ่งเป็นพื้นที่ของปัญหาที่มีความเหมาะสมต่องานวิจัย

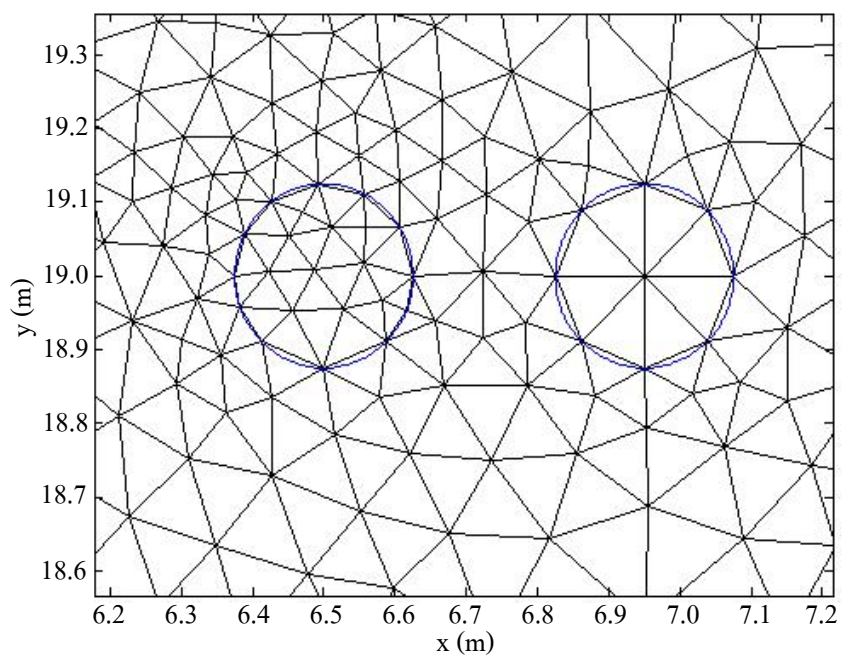


รูปที่ 5.1 การแบ่งพื้นที่ของปัญหาเป็นหมวดหมู่ตามลักษณะความแตกต่างของชิ้นงาน

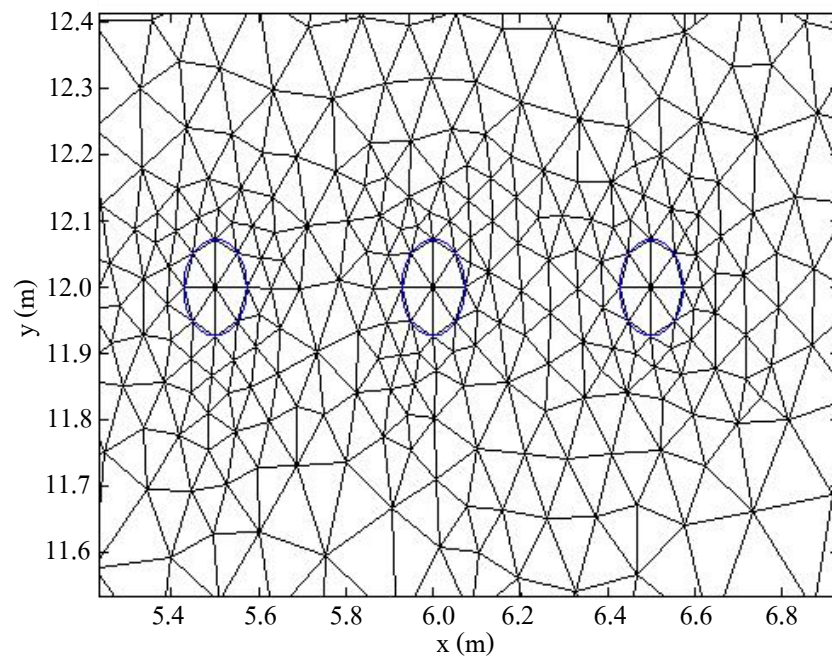
หลังจากแบ่งพื้นที่ของปัญหาเป็นหมวดหมู่แล้ว จึงสั่งให้ PDETOOL สร้างกริดให้โดยอัตโนมัติ โดยสามารถแสดงภาพการสร้างกริดรวมของปัญหาระบบส่งจ่ายไฟฟ้า 115 kV และ 22 kV ในงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้ดังรูปที่ 5.2 และแสดงการขยายให้เห็นกริดอย่างชัดเจนเฉพาะบริเวณที่เป็นตัวนำของระบบ 115 kV ตัวนำของระบบ 22 kV และสายดินเหนือศีรษะได้ดังรูปที่ 5.3-5.5 ตามลำดับ



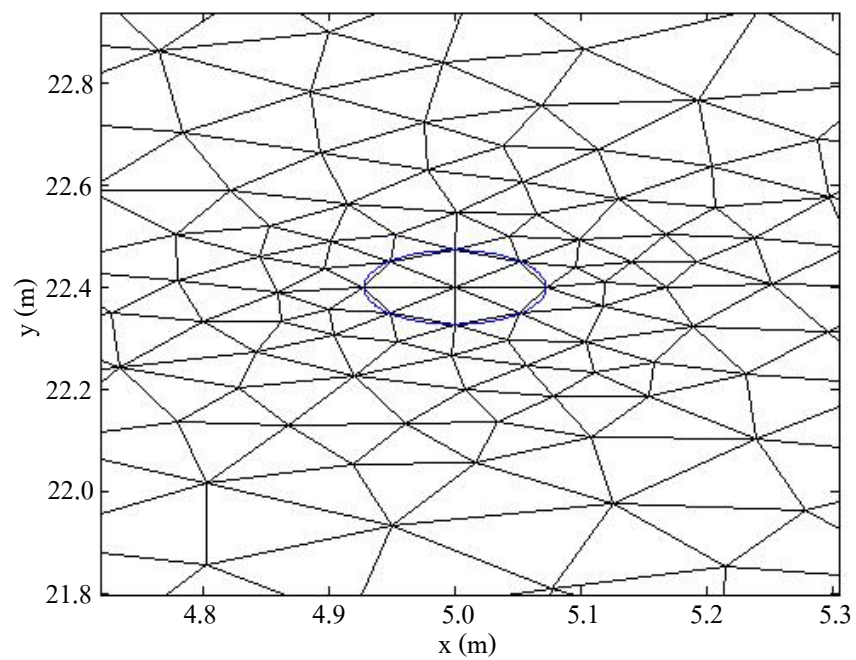
รูปที่ 5.2 ลักษณะการสร้างกริดรวมของระบบส่งจ่ายไฟฟ้า 115 kV และ 22 kV ในงานวิจัย



รูปที่ 5.3 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดในบริเวณตัวนำ 115 kV



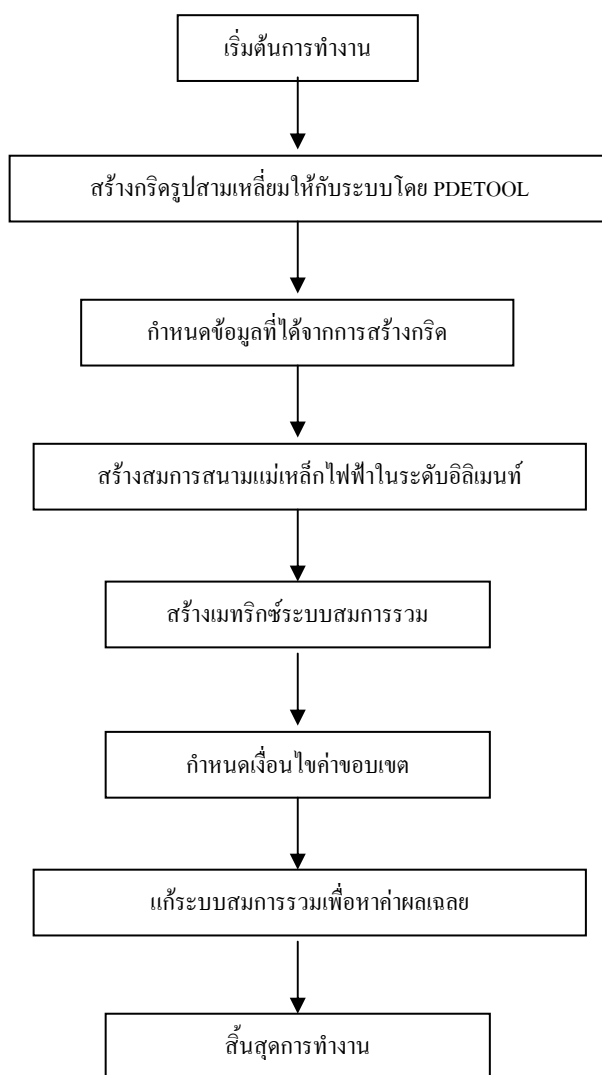
รูปที่ 5.4 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดในบริเวณตัวนำ 22 kV



รูปที่ 5.5 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดในบริเวณสายดินเหนือศีรษะ

5.2.2 โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประติษฐ์ขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 2 มิติ โดยข้อมูลที่จำเป็นในการประติษฐ์โปรแกรมนั้นได้จากในหัวข้อ 5.2.1 ที่อธิบายไว้ก่อนหน้านี้ โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 5.6



รูปที่ 5.6 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 2 มิติ

จากแผนภูมิในรูปที่ 5.6 ซึ่งแสดง โครงสร้าง โปรแกรมจำลองผลของระบบแบบ 2 มิติ เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละขั้นตอนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของ โหนดและอิติเมนต์จากโปรแกรมการสร้างกริด PDETOOL ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลประกอบด้วย จำนวนและตำแหน่งของ โหนด หมายเลข โหนดที่ประกอบขึ้นเป็นอิติเมนต์ จำนวนและหมายเลขของอิติเมนต์ เป็นต้น

ขั้นตอนการสร้างสมการสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในระดับอิติเมนต์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้างสมการอิติเมนต์เมทริกซ์ในรูปแบบของสามเหลี่ยมสามจุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 2 มิติ ของทุก ๆ อิติเมนต์ เนื่องจากภายในระบบมีชิ้นงานที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันอยู่ 2 ชนิด คือ อากาศ และสายส่งค้ำนำ ซึ่งวัตถุทั้งสองมีค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าที่แตกต่างกันออกไป ได้แก่ ค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ (ϵ_r) เท่ากับ 1 และ 3.5 ตามลำดับ ค่าความนำไฟฟ้า (σ) เท่ากับ 0 และ 0.8×10^7 ตามลำดับ และ ค่าความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ (μ_r) เท่ากับ 1 และ 300 ตามลำดับ โดยการสร้างสมการอิติเมนต์เมทริกซ์ของแต่ละอิติเมนต์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัตถุที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิติเมนต์นั้น ๆ ด้วย

ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมสมการของอิติเมนต์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมดังแสดงรายละเอียดอยู่ในหัวข้อที่ 3.4 ของบทที่ 3 ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิติเมนต์ทั้งหมด n โหนดจะก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการทั้งสิ้น n สมการ

ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตดังตารางที่ 4.1 ในบทที่ 4 สำหรับปัญหาสนามไฟฟ้า และดังตารางที่ 4.2 สำหรับปัญหาสนามแม่เหล็ก

ขั้นตอนการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : ในขั้นตอนสุดท้ายนี้โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ประจำ โหนดโดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

5.3 ผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิติเมนต์แบบ 2 มิติพร้อมวิเคราะห์ผล

สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและค่าสนามแม่เหล็กของระบบสายส่งไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิติเมนต์แบบ 2 มิติ โดยจะทำการจำลองระบบ

ส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค โดยจะแยกการจำลองออกเป็น 4 กรณีเพื่อให้เห็นถึงลักษณะของการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและค่าสนามแม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของค่าแรงดันและกระแสเหนี่ยวนำดังนี้

1. ผลการจำลองสนามไฟฟ้าของระบบส่งจ่าย 115kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.7

2. ผลการจำลองสนามแม่เหล็กของระบบส่งจ่าย 115kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.8

3. ผลการจำลองสนามไฟฟ้าของระบบส่งจ่าย 115kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV โดยตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV

- เกิดแรงดันเหนี่ยวนำจากระบบส่งจ่าย 115 kV มาที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 0% ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.9

- เกิดแรงดันเหนี่ยวนำจากระบบส่งจ่าย 115 kV มาที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 0.5% ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.10

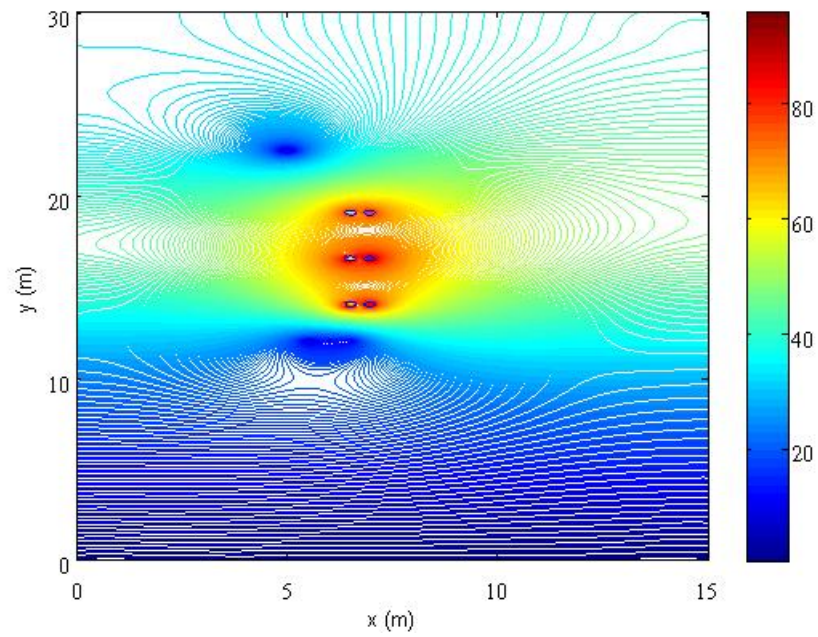
- เกิดแรงดันเหนี่ยวนำจากระบบส่งจ่าย 115 kV มาที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 1% ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.11

4. ผลการจำลองสนามแม่เหล็กของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV โดยตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV

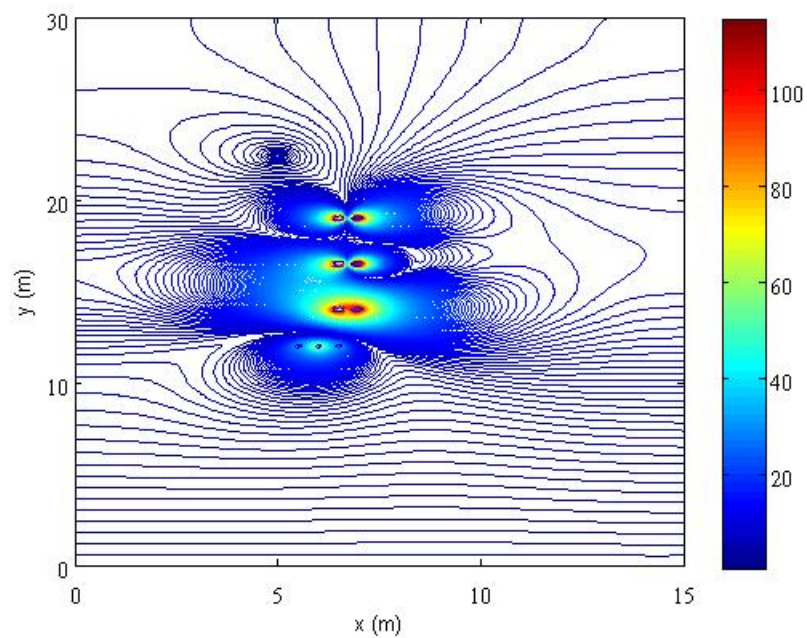
- เกิดกระแสเหนี่ยวนำจากระบบส่งจ่าย 115 kV มาที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 0% ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.12

- เกิดกระแสเหนี่ยวนำจากระบบส่งจ่าย 115 kV มาที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 0.5% ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.13

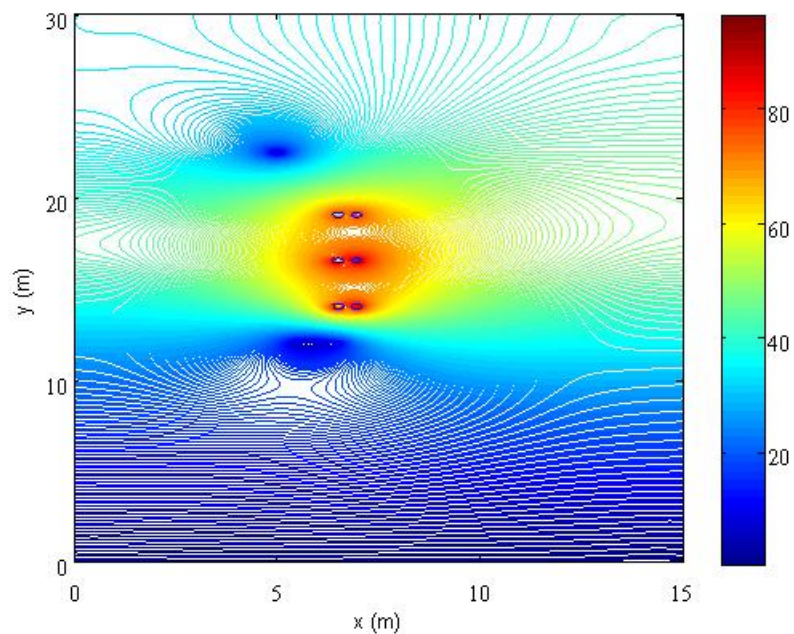
- เกิดกระแสเหนี่ยวนำจากระบบส่งจ่าย 115 kV มาที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 1% ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.14



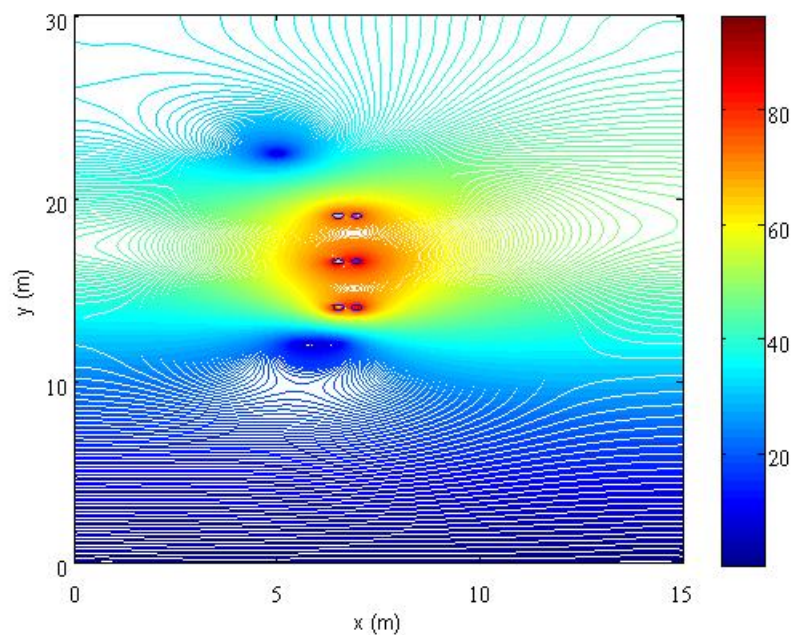
รูปที่ 5.7 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ของระบบส่งจ่าย 115 kV
ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV



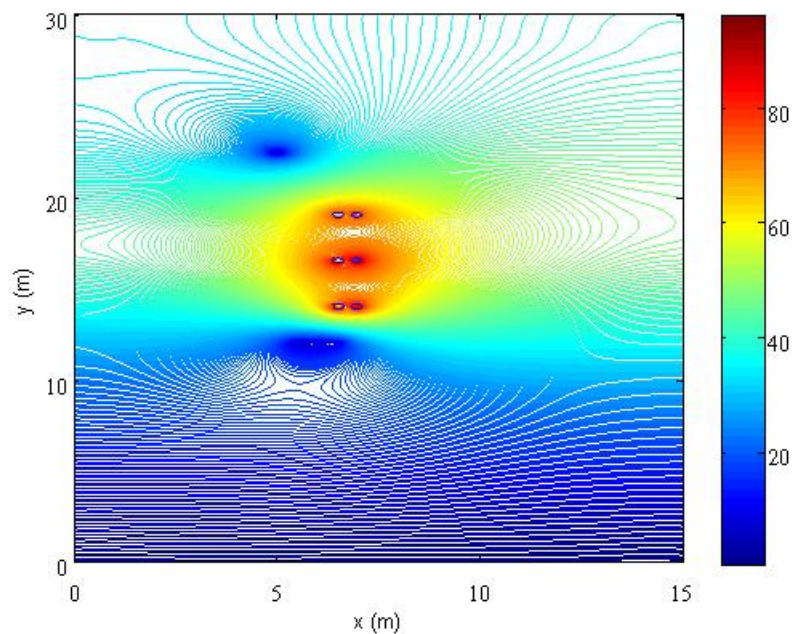
รูปที่ 5.8 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ของระบบส่งจ่าย 115 kV
ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV



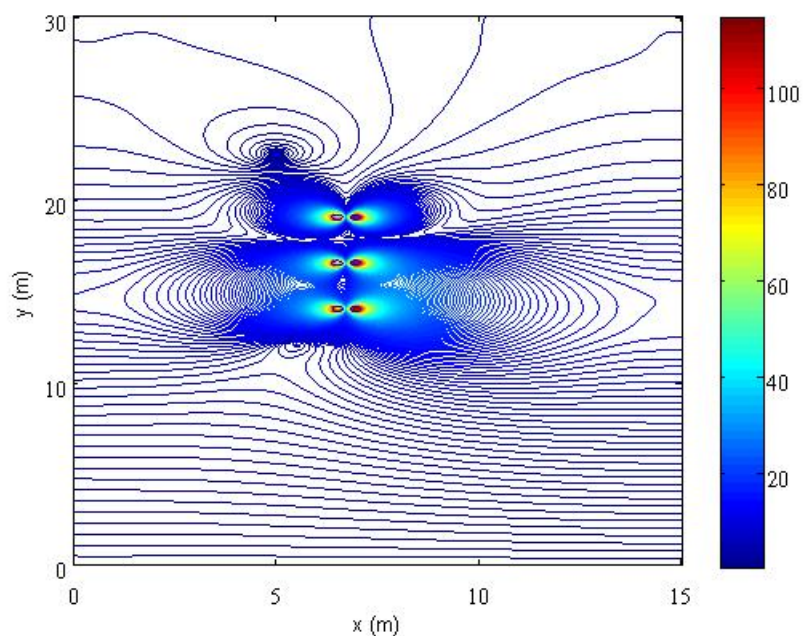
รูปที่ 5.9 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ทั้งระบบเมื่อตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเกิดแรงดันเหนี่ยวนำที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 0%



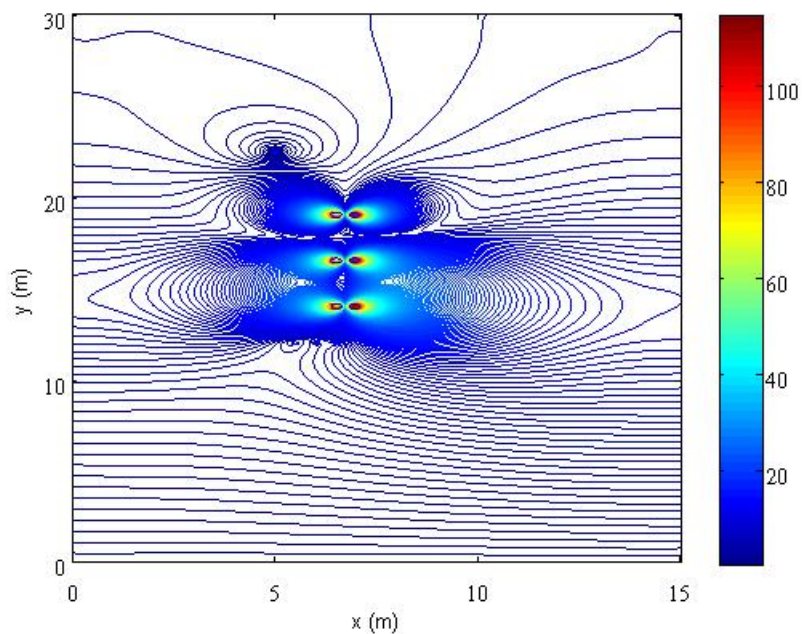
รูปที่ 5.10 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ทั้งระบบเมื่อตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเกิดแรงดันเหนี่ยวนำที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 0.5%



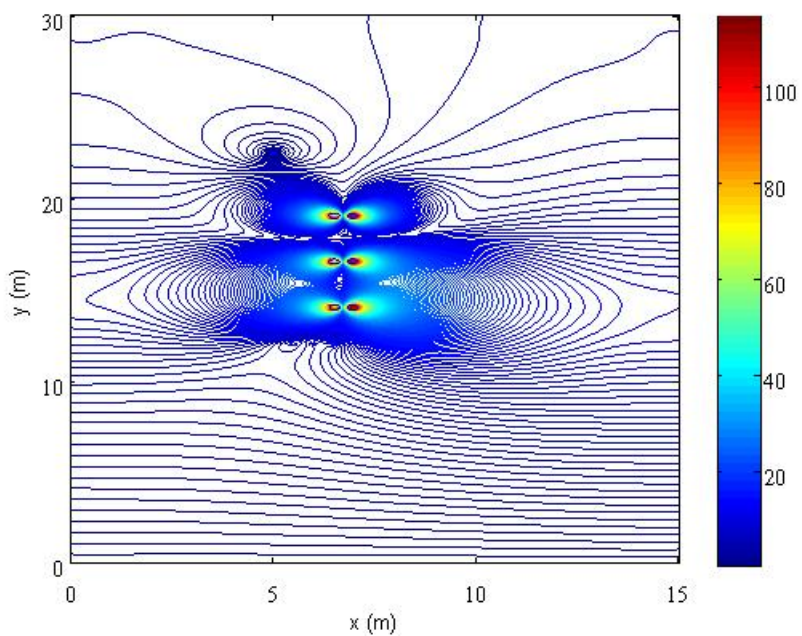
รูปที่ 5.11 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ทั้งระบบเมื่อตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเกิดแรงดันเหนี่ยวนำที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 1%



รูปที่ 5.12 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ทั้งระบบเมื่อตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเกิดกระแสเหนี่ยวนำที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 0%



รูปที่ 5.13 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ทั้งระบบเมื่อตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเกิดกระแสเหนี่ยวนำที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 0.5%



รูปที่ 5.14 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ทั้งระบบเมื่อตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV และเกิดกระแสเหนี่ยวนำที่ระบบจำหน่าย 22 kV ปริมาณ 1%

จากผลการจำลองเชิงกราฟที่แสดงด้วยรูปที่ 5.7-5.14 ที่ตำแหน่งตัวนำของสายส่งจะมีค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในปริมาณสูง และจะมีค่าน้อยลงเมื่อระยะห่างจากตำแหน่งตัวนำมีค่ามากขึ้นโดยค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะมีค่าน้อยที่สุดที่ตรงบริเวณพื้นดิน และจากการจำลองผลในรูปที่ 5.7-5.14 สามารถสรุปเพื่อให้เห็นความแตกต่างในเชิงตัวเลขอย่างชัดเจนของการกระจายตัวสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่แสดงด้วยตารางที่ 5.1 และ 5.2 ตามลำดับ

ตารางที่ 5.1 สนามไฟฟ้า (kV/m) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV

ความสูง y (m)	ไม่ตัดไฟระบบ 22 kV	ตัดไฟระบบ 22 kV และเกิดแรงดันเหนี่ยวนำที่ ระบบ 22 kV		
		0%	0.5%	1%
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	2.5638	2.4599	2.5138	2.4924
5	12.4271	11.9108	12.1776	12.0720
10	24.9490	23.9222	24.4519	24.2419
15	50.0357	49.8782	50.1557	50.0409
20	48.0962	48.0809	48.1890	48.1454
25	37.3526	37.3573	37.4371	37.4058
30	37.2884	37.2935	37.3729	37.3418

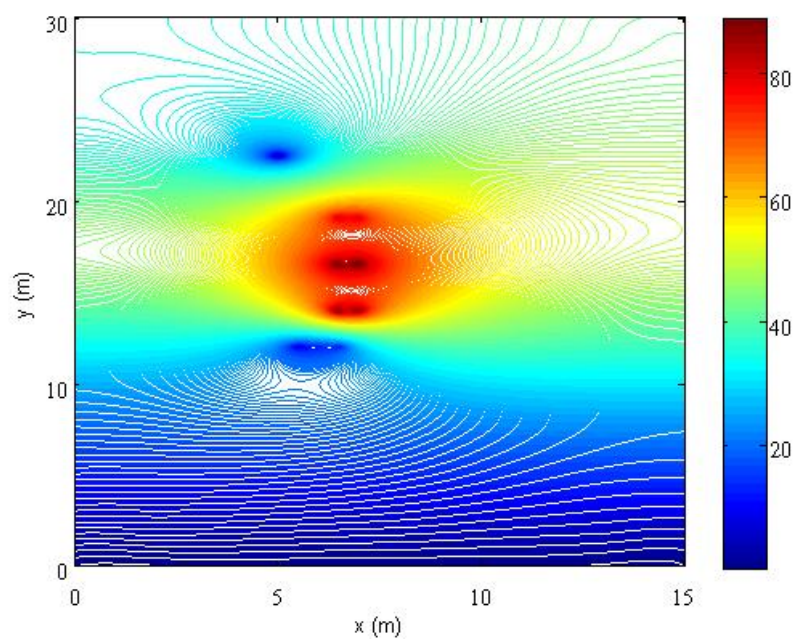
ตารางที่ 5.2 สนามแม่เหล็ก (μ T) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV

ความสูง y (m)	ไม่ตัดไฟระบบ 22 kV	ตัดไฟระบบ 22 kV และเกิดกระแสเหนี่ยวนำที่ ระบบ 22 kV		
		0%	0.5%	1%
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.6473	0.7972	0.8071	0.8095
5	3.2082	3.9426	3.9895	4.0016
10	7.5254	8.3987	8.4676	8.4905
15	18.6718	16.3592	16.3518	16.3531
20	11.1432	8.7543	8.7566	8.7584
25	7.4563	5.4582	5.4563	5.4577

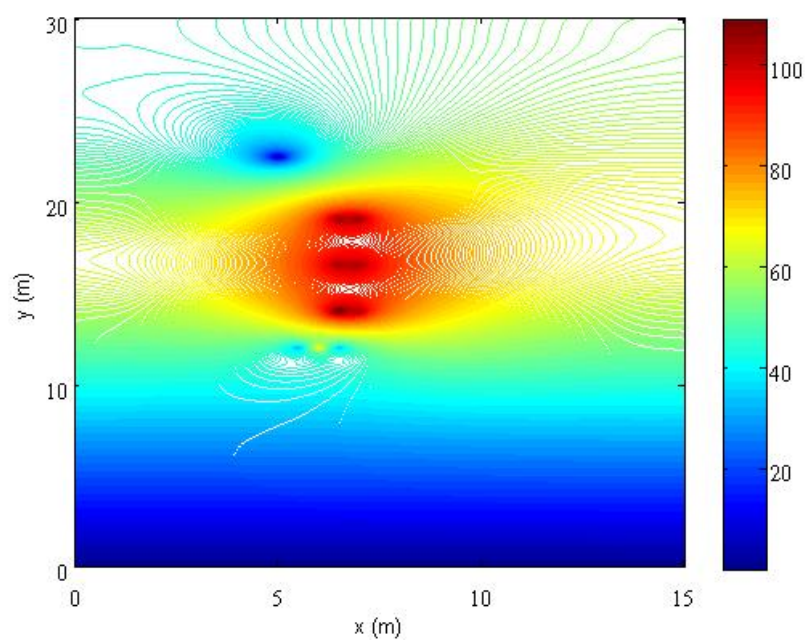
จากตารางที่ 5.1 และ 5.2 จะเห็นว่าค่าสนามไฟฟ้าและค่าสนามแม่เหล็กจะมีค่ามากที่สุดที่ช่วงตำแหน่งของตัวนำสายส่งและจะมีค่าน้อยลงเมื่อระยะห่างจากตัวนำสายส่งมากขึ้น โดยจะมีค่าน้อยที่สุดที่ตำแหน่งพื้นดิน และเมื่อพิจารณาผลของแรงดันเหนี่ยวนำจะเห็นว่าค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากแรงดันเหนี่ยวนำจะมีผลที่ระยะความสูงที่อยู่สูงกว่ากลุ่มตัวนำ และเมื่อพิจารณาผลของกระแสเหนี่ยวนำจะเห็นว่าค่าสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจากกระแสเหนี่ยวนำจะมีผลที่ระยะความสูงที่อยู่ต่ำกว่ากลุ่มตัวนำ ดังนั้นผลของสนามแม่เหล็กจึงส่งผลกระทบต่อมนุษย์ที่อยู่ใต้กลุ่มตัวนำได้มากกว่าสนามไฟฟ้าเมื่อเกิดการเหนี่ยวนำของแรงดันและกระแส

5.4 การเปรียบเทียบผลการจำลองแบบ 2 มิติกับโปรแกรมสำเร็จรูป

เพื่อเป็นการยืนยันความถูกต้องของโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติที่ได้พัฒนาขึ้น จะทำการเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าและค่าสนามแม่เหล็กกับ โปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL โดยจะขอยกตัวอย่างเพียงการจำลองผลระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ในกรณีที่ไม่มีการตัดไฟที่ระบบจำหน่าย 22 kV เท่านั้น ซึ่งลักษณะกริดที่ปรากฏจะเป็นลักษณะเดียวกันกับที่ใช้ในโปรแกรม PDETOOL ส่วนการกำหนดค่าพารามิเตอร์เงื่อนไขขอบเขตจะนำค่าจากตารางที่ 4.1 และ 4.2 ที่ผ่านมาในบทที่ 4 โดยใช้เพียงขนาดเท่านั้น เนื่องจากข้อจำกัดของโปรแกรม PDETOOL ไม่สามารถรับค่าเงื่อนไขขอบเขตที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนได้ โดยผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.15 และ 5.16 ตามลำดับ



รูปที่ 5.15 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ด้วยโปรแกรม PDETOOL



รูปที่ 5.16 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ด้วยโปรแกรม PDETOOL

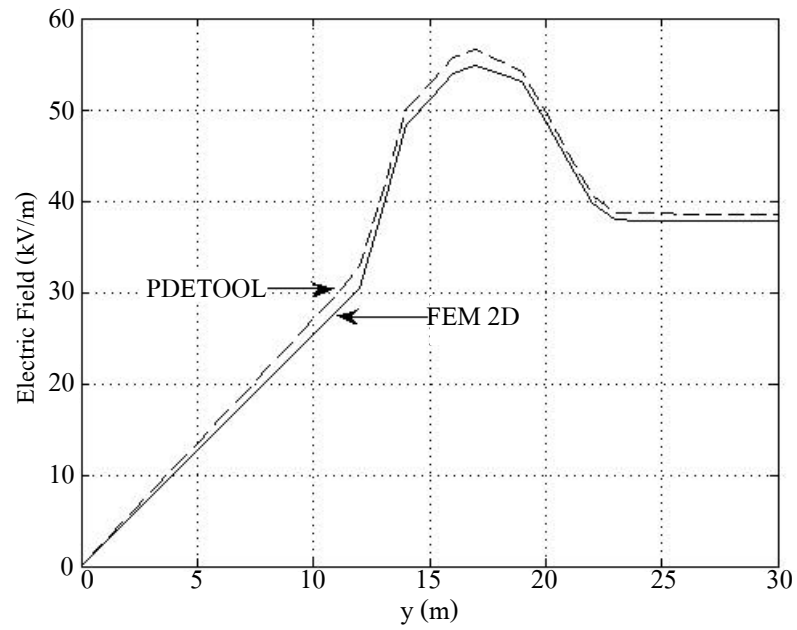
จากผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่ได้จากโปรแกรม PDETOOL จะสังเกตเห็นว่าลักษณะการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่ได้จากรูปที่ 5.15 และ 5.16 จะมีลักษณะเช่นเดียวกันกับโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์ที่ได้พัฒนาขึ้น ดังที่แสดงในรูปที่ 5.7 และ 5.8 ที่ผ่านมาทุกประการ และเพื่อให้เห็นถึงความใกล้เคียงกันของค่าผลเฉลยจึงได้ทำการเปรียบเทียบค่าผลเฉลยของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งความสูงต่าง ๆ จากพื้นดิน ดังแสดงด้วยตารางที่ 5.3 และ 5.4 ตามลำดับ พร้อมทั้งเปรียบเทียบเป็นรูปภาพเพื่อให้เห็นถึงความใกล้เคียงกันของค่าผลเฉลยอย่างชัดเจนดังแสดงด้วยรูปที่ 5.17 และ 5.18

ตารางที่ 5.3 การเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าที่ได้จากโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ ที่พัฒนาขึ้นเองและโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL

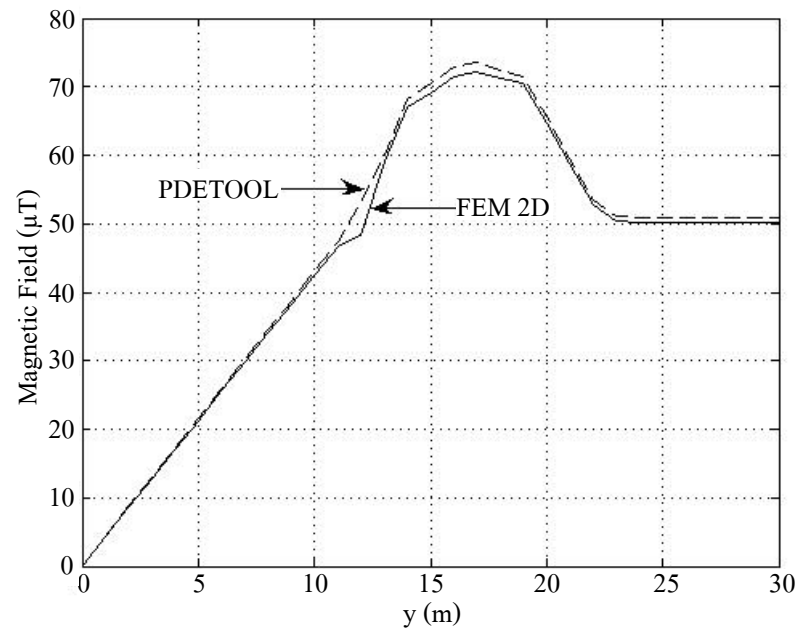
ระยะความสูง y (m)	FEM 2 D (kV/m)	PDETOOL (kV/m)
0	0.0000	0.0000
1	2.7301	2.7825
2	5.3196	5.4216
4	10.5880	10.7910
6	15.9040	16.2090
8	21.2190	21.6270
10	26.5610	27.0720
12	31.5730	32.9160
14	49.0300	50.1390
16	54.4940	55.7040
18	54.2740	55.3660
20	48.9300	49.6970
22	39.9260	40.5460
24	38.0760	38.6630
26	38.0000	38.5850
28	37.9760	38.5600
30	37.9560	38.5400

ตารางที่ 5.4 การเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามแม่เหล็กที่ได้จากโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์
แบบ 2 มิติที่พัฒนาขึ้นเองและโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL

ระยะความสูง y (m)	FEM 2 D (μT)	PDETOOL (μT)
0	0.0000	0.0000
1	4.3671	4.4258
2	8.5437	8.6580
4	17.0150	17.2430
6	25.5330	25.8760
8	34.0380	34.4950
10	42.5330	43.1060
12	48.3710	53.2960
14	66.9040	68.1030
16	71.4880	72.8350
18	71.2850	72.5140
20	64.6490	65.5070
22	52.7210	53.4150
24	50.2670	50.9260
26	50.1650	50.8210
28	50.1330	50.7880
30	50.1070	50.7620



รูปที่ 5.17 การเปรียบเทียบผลเฉลยของค่าสนามไฟฟ้าเมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งความสูงต่าง ๆ



รูปที่ 5.18 การเปรียบเทียบผลเฉลยของค่าสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งความสูงต่าง ๆ

จากการเปรียบเทียบผลเฉลยของค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กดังปรากฏในรูปที่ 5.17 และ 5.18 จะสังเกตเห็นว่าเส้นกราฟจากโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์ที่ได้พัฒนาขึ้น และโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL มีลักษณะใกล้เคียงกันมากและเกือบทับกันพอดีเกือบทุกช่วงความสูงเพียงแต่ในช่วงความสูง 12-19 m ซึ่งเป็นช่วงความสูงของตำแหน่งสายส่งตัวนำ จะเห็นได้ว่ากราฟที่ได้มีการเหลื่อมล้ำกันอยู่ ทั้งนี้อาจเกิดขึ้นเนื่องจากโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL มีข้อจำกัดในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตคือ ไม่สามารถสร้างกริดข้างในตัวนำเมื่อต้องการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่ผิวของสายส่งตัวนำได้ ดังนั้นจึงต้องทำการละทิ้งกริดในตัวนำของสายส่งไป จึงอาจเป็นสาเหตุให้เกิดความแตกต่างของค่าผลเฉลยได้

5.5 สรุป

บทที่ 5 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผลพร้อมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ ซึ่งโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 5.6 พร้อมทั้งเปรียบเทียบโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นกับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL ซึ่งผลเฉลยที่ได้จากการเปรียบเทียบจะมีความคล้ายคลึงกันทุกประการ ดังนั้นจึงเป็นการยืนยันความถูกต้องของโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติที่ได้พัฒนาขึ้น

บทที่ 6

โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและผลการจำลองแบบ 3 มิติ

6.1 บทนำ

ในบทที่ 5 เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลพร้อมผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ สำหรับบทที่ 6 จะเป็นการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติแทนทั้งนี้เพื่อให้เห็นถึงลักษณะการกระจายตัวของค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่สอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น โดยโปรแกรมการจำลองผลของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่พัฒนาขึ้นเองโดยส่วนใหญ่จะมีการดำเนินการในลักษณะที่คล้ายกันกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ แต่จะแตกต่างกันที่ขั้นตอนการสร้างกริด เนื่องจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ จะใช้กริดรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อแทนการใช้กริดแบบสามเหลี่ยมสามจุดต่อ และเนื่องจากกล่องเครื่องมือ PDETOOL ดำเนินการสร้างกริดได้เฉพาะแบบ 2 มิติ ดังนั้นระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ จึงใช้การสร้างกริดจากโปรแกรมสำเร็จรูปที่ชื่อว่า Gmesh ซึ่งเป็นโปรแกรม Freeware และเนื่องจากลักษณะกริดที่แตกต่างกันไป ทำให้รูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ที่เลือกใช้จึงมีความแตกต่างจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติที่ผ่านมาอย่างเห็นได้ชัด

6.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

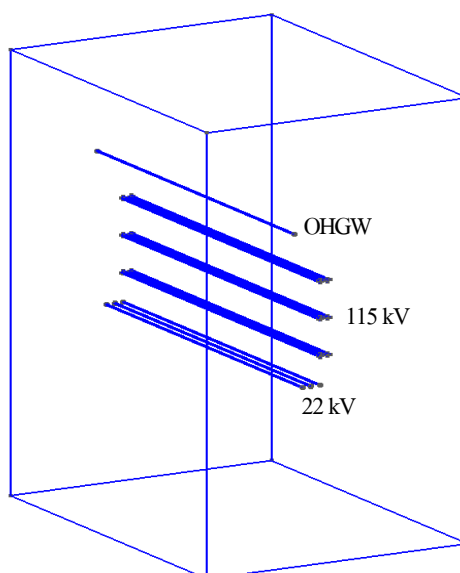
การคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่ได้กล่าวถึงต่อไปนี้ งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อนำข้อมูลของโหนดและเอลิเมนต์มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเอง โดยอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลแบบ 3 มิติได้ดังนี้

6.2.1 โปรแกรมการสร้างกริด

โปรแกรมการสร้างกริดสำหรับปัญหา 3 มิติในงานวิจัยนี้ จะใช้การสร้างกริดจากโปรแกรมสำเร็จรูปที่ชื่อว่า Gmesh ซึ่งเป็นโปรแกรม Freeware และประโยชน์ของโปรแกรมสำเร็จรูปนี้จะใช้สำหรับเพียงเพื่อสร้างกริดเช่นเดียวกับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL เท่านั้น โดยโปรแกรม Gmesh นี้สามารถสร้างกริดได้ทั้งปัญหาแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ ในขณะที่

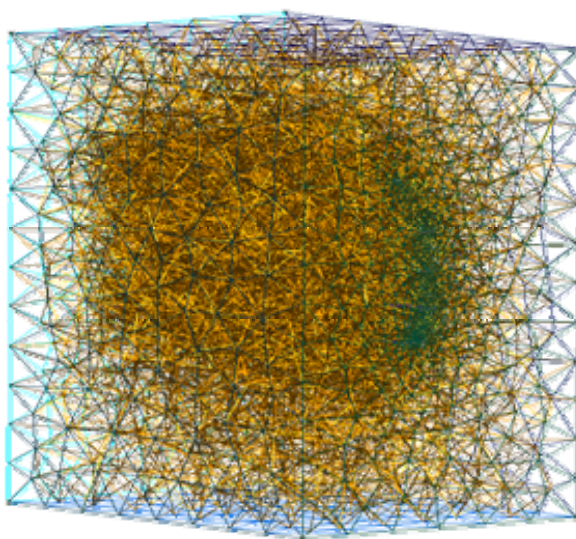
โปรแกรม PDETOOL สามารถสร้างกริดได้เฉพาะปัญหาแบบ 2 มิติเท่านั้น สำหรับข้อมูลจากโปรแกรม Gmesh ที่จำเป็นต่อการนำไปพัฒนาเป็นโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ ได้แก่ ข้อมูลบอกระยะพิกัดในแนวแกน x , y และ z ข้อมูลบอกหมายเลขโหนด ข้อมูลบอกหมายเลขอิลิเมนต์ ข้อมูลบอกหมายเลขที่แบ่งชนิดของวัสดุในระบบ และข้อมูลบอกหมายเลขของขอบเขต ซึ่งงานเพื่อกำหนดเงื่อนไข ส่วนขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์อื่น ๆ อันได้แก่ การสร้างสมการของแต่ละอิลิเมนต์ การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม การกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต และการแก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยนั้น จะทำการพัฒนาด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเองเพื่อจำลองผลต่อไป

สำหรับขอบเขตของระบบที่ศึกษายังเป็นขอบเขตเดียวกันกับเมื่อพิจารณาในกรณี 2 มิติทุกประการเพียงแต่เมื่อพิจารณาแบบ 3 มิติ จะมีความลึกเข้าไป ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ใช้การวาดภาพของระบบที่ศึกษาแบบ 3 มิติ โดยการใช้โปรแกรม Solid work ทั้งนี้เพราะโปรแกรม Solid work สามารถวาดภาพที่มีความซับซ้อนในรูปแบบ 3 มิติ ได้สะดวกกว่าการวาดลงที่โปรแกรม Gmesh โดยตรง อีกทั้งคุณสมบัติของโปรแกรม Gmesh ก็สามารถนำเข้าไฟล์จากโปรแกรม Solid work ได้โดยบันทึกไฟล์ที่จะนำเข้าจากโปรแกรม Solid work ด้วยนามสกุล STEP ดังแสดงภาพรวมของระบบที่ศึกษาเป็นแบบ 3 มิติ ได้ดังรูปที่ 6.1 ซึ่งเป็นการแสดงสายส่งในระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV

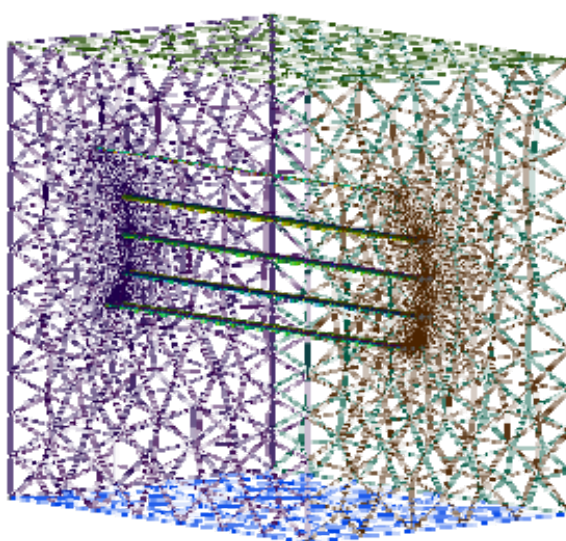


รูปที่ 6.1 โครงสร้างแบบ 3 มิติ ของระบบที่ศึกษา

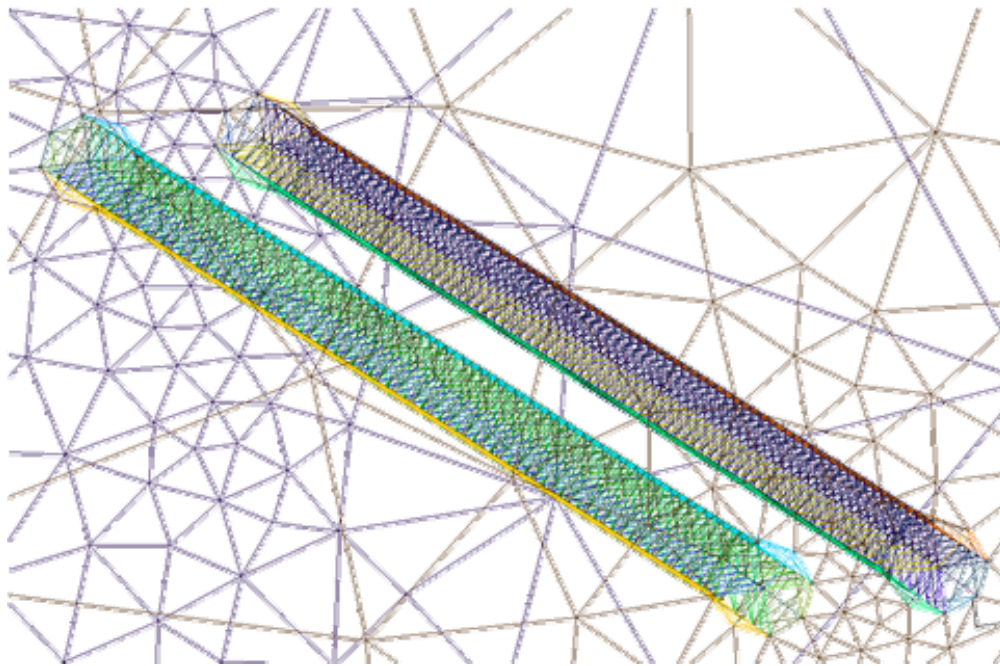
หลังจากแบ่งขอบเขตของปัญหาออกเป็นหมวดหมู่แล้ว จึงทำการสร้างกริดจากโปรแกรม Gmesh เป็นรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อดังแสดงด้วยรูปที่ 6.2 และยังสามารถแสดงภาพการสร้างกริดเป็นรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ (กริดเฉพาะบริเวณพื้นผิว) ของระบบดังกล่าวได้ดังรูปที่ 6.3 พร้อมแสดงการขยายให้เห็นกริดอย่างชัดเจนเฉพาะบริเวณที่เป็นตัวนำของระบบ 115 kV ตัวนำของระบบ 22 kV และสายดินเหนือศีรษะได้ดังรูปที่ 6.4–6.6 ตามลำดับ



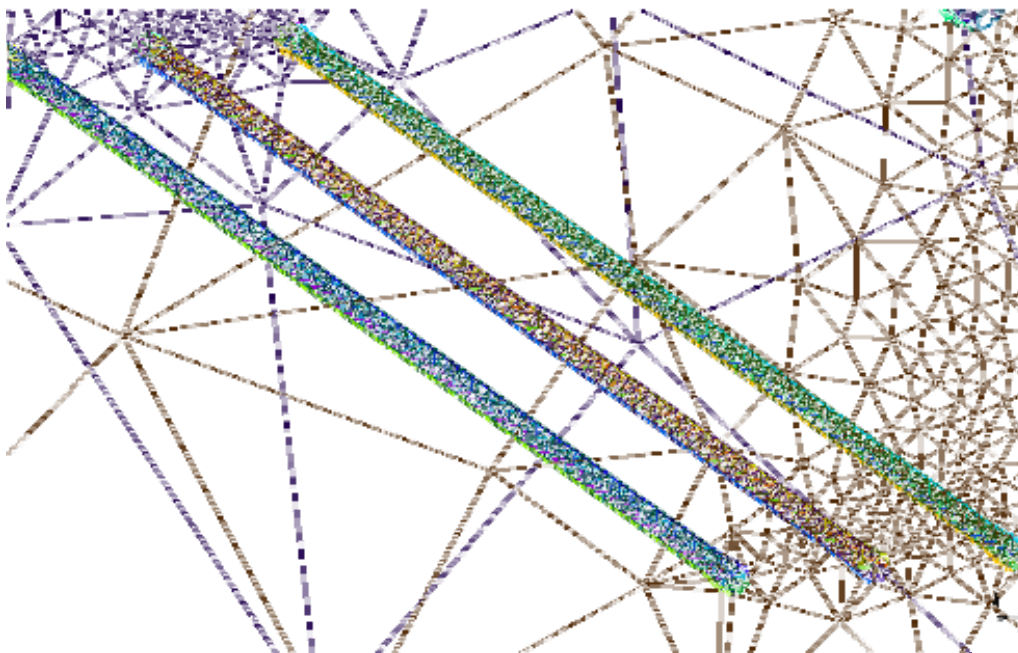
รูปที่ 6.2 ลักษณะการสร้างกริดรูปทรงสี่หน้าของระบบส่งจ่ายไฟฟ้า 115 kV และ 22 kV ในงานวิจัย



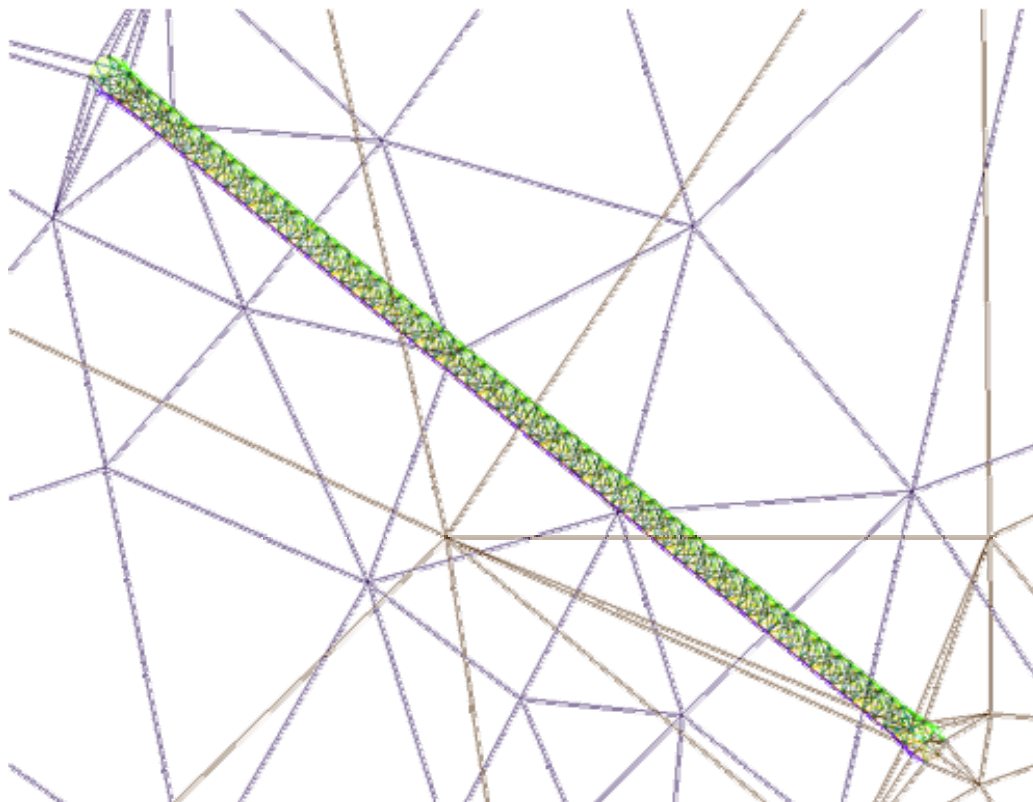
รูปที่ 6.3 ลักษณะการสร้างกริดรูปสามเหลี่ยมของระบบส่งจ่ายไฟฟ้า 115 kV และ 22 kV ในงานวิจัย



รูปที่ 6.4 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติ ในบริเวณตัวนำ 115 kV



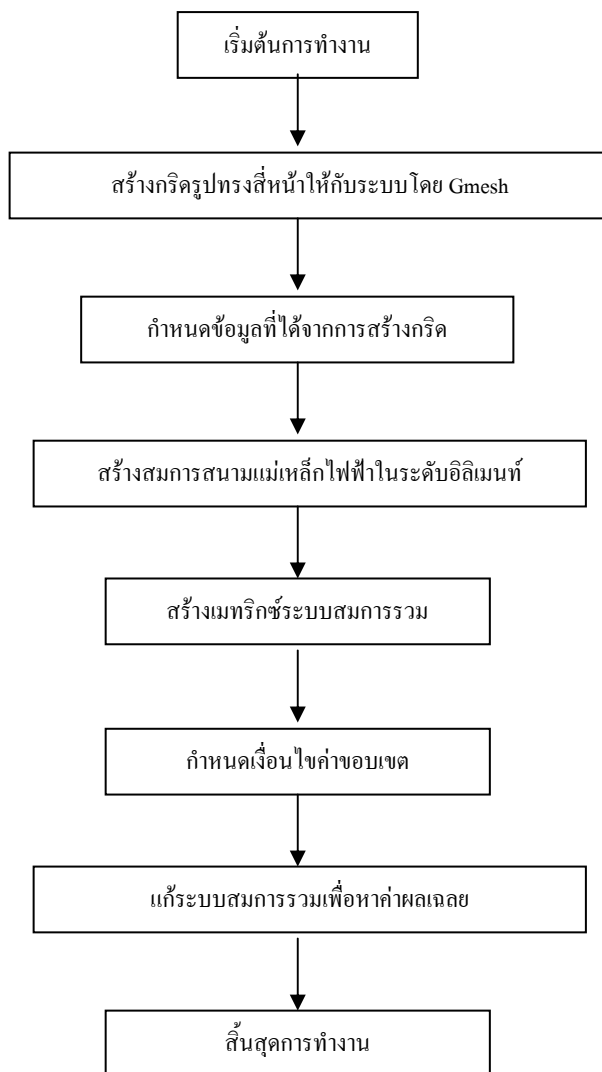
รูปที่ 6.5 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติ ในบริเวณตัวนำ 22 kV



รูปที่ 6.6 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติ ในบริเวณสายดินเหนือศีรษะ

6.2.2 โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยข้อมูลที่จำเป็นในการประดิษฐ์โปรแกรมนั้นได้จากในหัวข้อ 6.2.1 ที่อธิบายไว้ก่อนหน้านี้ โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 6.7



รูปที่ 6.7 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้า
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ

จากแผนภูมิในรูปที่ 6.7 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลของระบบแบบ 3 มิติ เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละขั้นตอนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

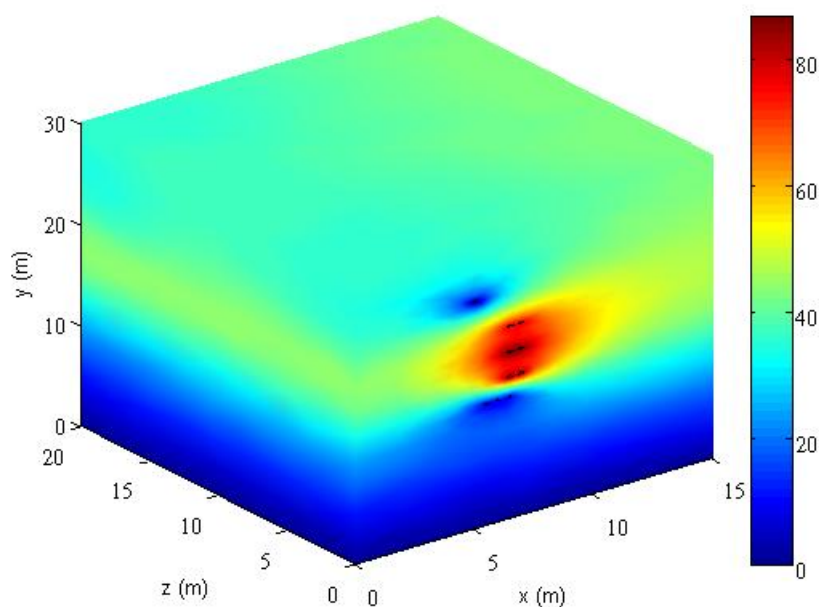
ขั้นตอนการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของโหนดและอิลิเมนต์จากโปรแกรมการสร้างกริด Gmesh ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลประกอบด้วย จำนวนและตำแหน่งของโหนด หมายเลขโหนดที่ประกอบขึ้นเป็นอิลิเมนต์ จำนวนและหมายเลขของอิลิเมนต์ เป็นต้น

ขั้นตอนการสร้างสมการสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในระดับอิลิเมนต์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ในรูปแบบของทรงสี่หน้าสี่จุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ ของทุก ๆ อิลิเมนต์ โดยการสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนต์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัตถุที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลิเมนต์นั้น ๆ ด้วย

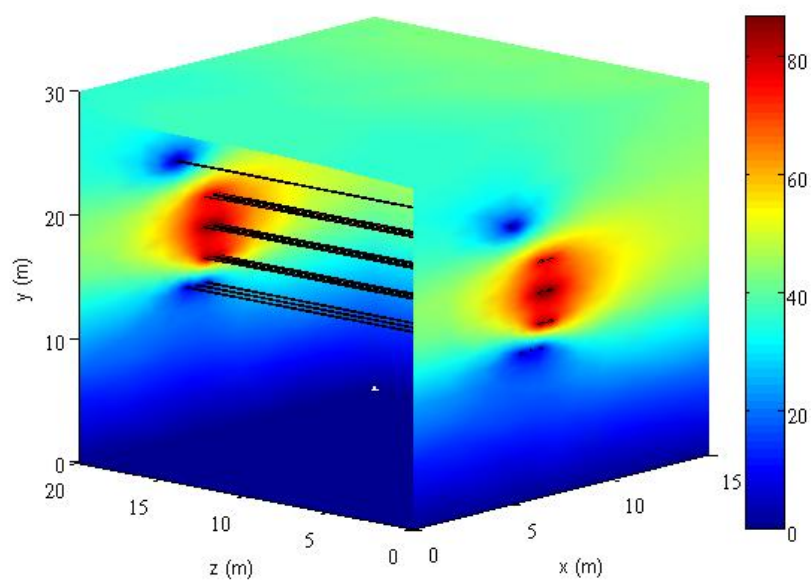
ส่วนขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขตและขั้นตอนการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลยนั้น โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแบบ 3 มิติ นี้ดำเนินการเช่นเดียวกันกับโปรแกรมจำลองผลแบบ 2 มิติ ที่ผ่านมามากทุกประการ

6.3 ผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติพร้อมวิเคราะห์ผล

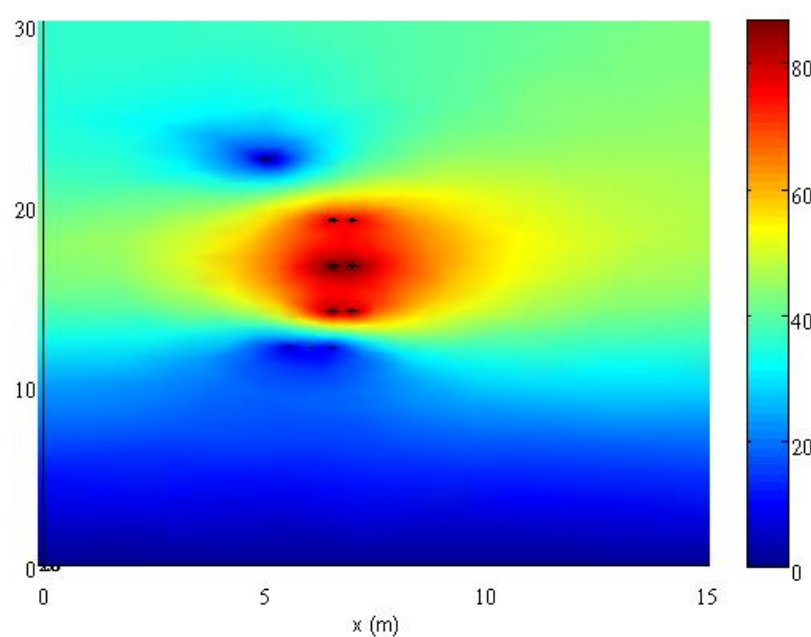
สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและค่าสนามแม่เหล็กของระบบสายส่งไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยจะทำการจำลองระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาคโดยสามารถแสดงผลทางกราฟิกได้ดังรูปที่ 6.8-6.13



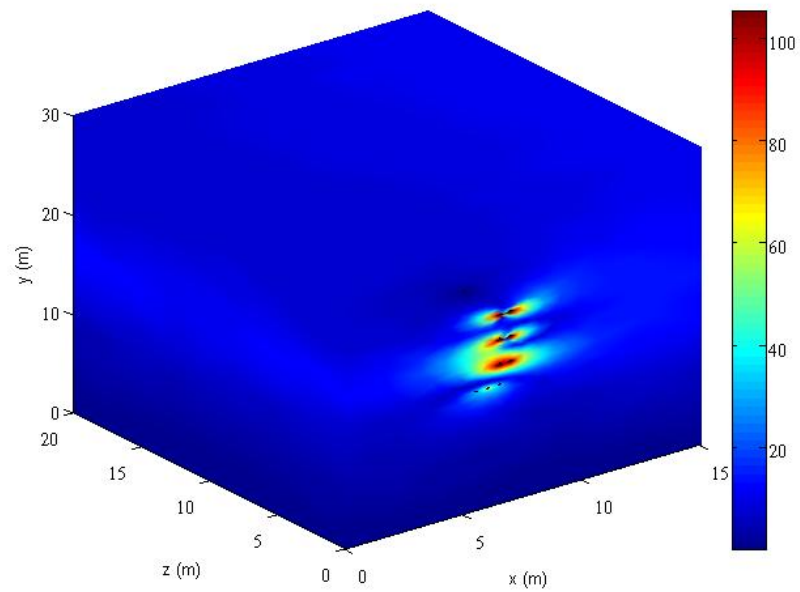
รูปที่ 6.8 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณขอบของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV



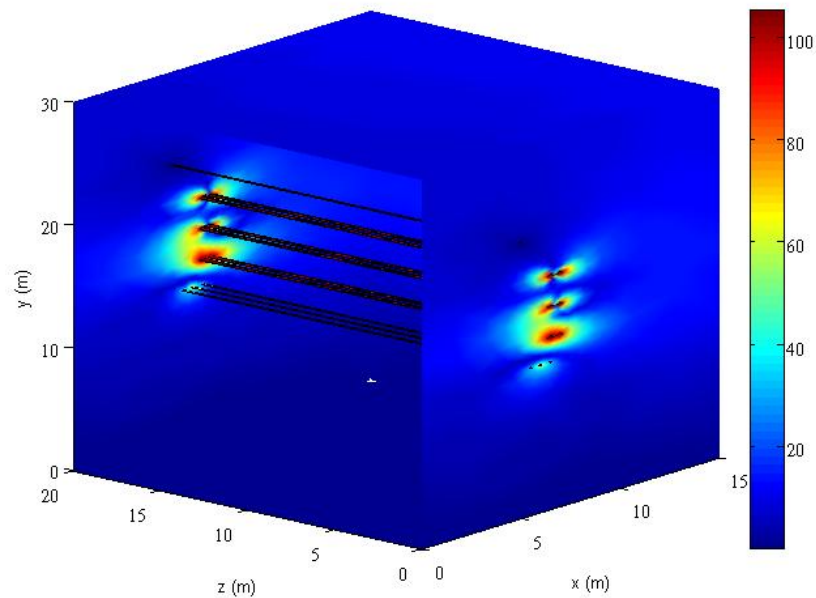
รูปที่ 6.9 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติ บริเวณภายในของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV



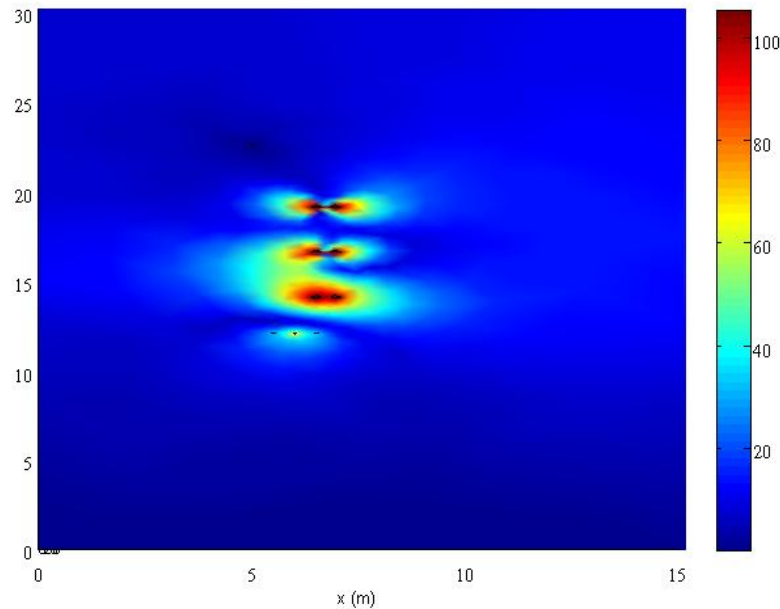
รูปที่ 6.10 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV



รูปที่ 6.11 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติ บริเวณขอบของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV



รูปที่ 6.12 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติ บริเวณภายในของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV



รูปที่ 6.13 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ของระบบส่งจ่าย 115 kV
ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV

จากผลการจำลองเชิงกราฟิกดังแสดงด้วยรูปที่ 6.8-6.13 ค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก จะมีปริมาณสูงที่ตำแหน่งสายส่งตัวนำและจะมีค่าน้อยลงเมื่อระยะห่างจากสายส่งตัวนำมีค่ามากขึ้น โดยจะมีค่าน้อยสุดที่บริเวณพื้นดิน และเมื่อพิจารณาภาพตัดขวางในช่วงความถี่ใด ๆ ค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะกระจายตัวในลักษณะคล้ายคลึงกันในทุก ๆ ช่วงความถี่ ทั้งนี้เพราะลักษณะของปัญหามีรูปแบบเดียวกันตลอดช่วงความถี่และจากผลการจำลองผลทางกราฟิกข้างต้น สามารถสรุปเป็นตารางเพื่อให้เห็นความแตกต่างในเชิงตัวเลขอย่างชัดเจนของการกระจายตัวสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ดังแสดงด้วยตารางที่ 6.1 และ 6.2 ตามลำดับ

ตารางที่ 6.1 สนามไฟฟ้า (kV/m) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV
เมื่อพิจารณาที่ระดับภาคตัดขวางต่าง ๆ

ความสูง y (m)	z = 1 m	z = 5 m	z = 10 m	z = 15 m	z = 20 m
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	2.5312	2.5673	2.5981	2.5673	2.5473
5	12.5813	12.8488	13.0396	12.8811	12.6894
10	24.2928	26.2552	26.4997	26.0123	24.9503
15	51.7148	48.9594	47.5166	47.6246	52.297
20	48.4726	48.2287	48.3686	47.903	48.5463
25	37.8757	39.6346	40.6815	39.4862	37.7115
30	38.8293	39.3872	39.8971	39.3176	38.6812

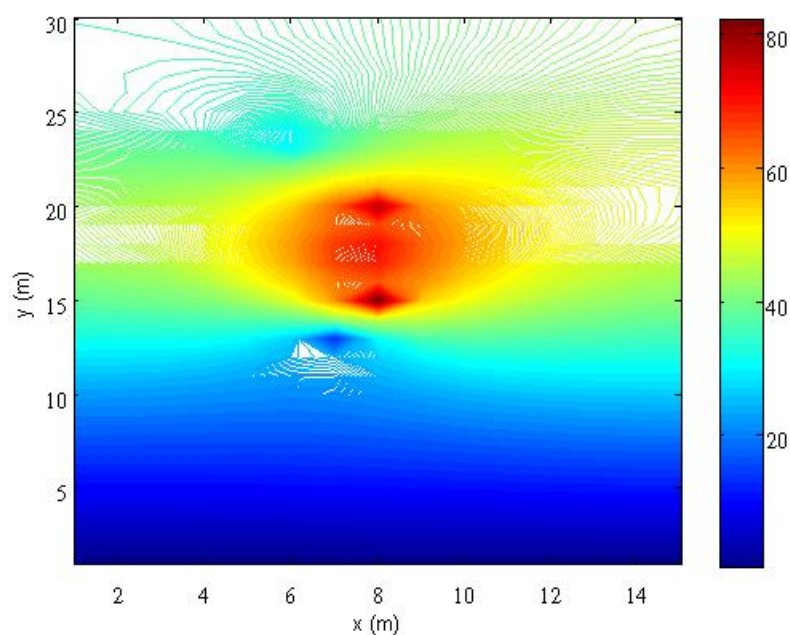
ตารางที่ 6.2 สนามแม่เหล็ก (μ T) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV
เมื่อพิจารณาที่ระดับภาคตัดขวางต่าง ๆ

ความสูง y (m)	z = 1 m	z = 5 m	z = 10 m	z = 15 m	z = 20 m
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.6163	0.6254	0.6397	0.6387	0.6411
5	3.1365	3.1707	3.243	3.2475	3.257
10	8.2404	7.1069	7.0457	7.1698	7.8904
15	22.5336	18.8718	17.0578	16.9379	24.8453
20	13.2992	11.209	11.2864	11.5584	14.958
25	8.8108	9.1443	9.4638	9.4354	9.2853
30	8.9804	9.1131	9.313	9.3455	9.3099

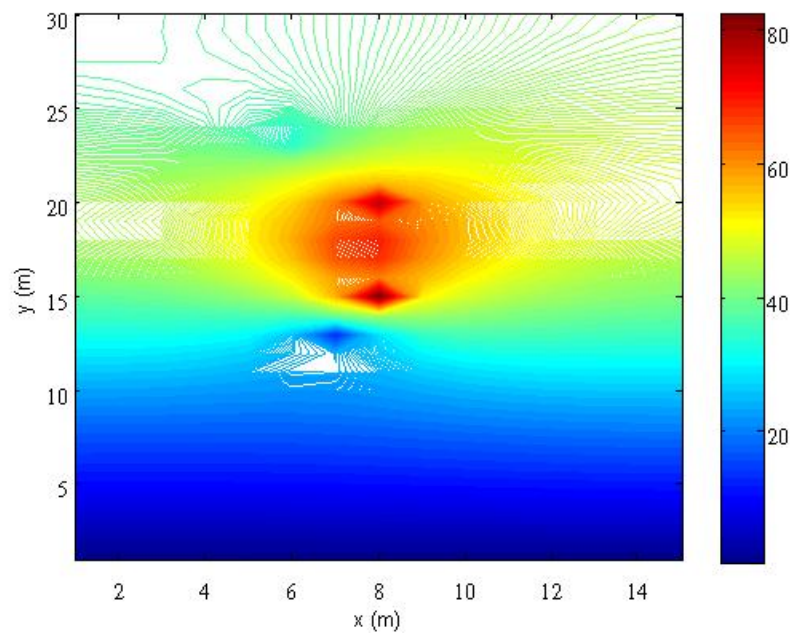
จากตารางที่ 6.1 และ 6.2 จะสังเกตเห็นว่าค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะมีค่ามากที่สุดที่ช่วงตำแหน่งของสายส่งตัวนำและค่าจะลดน้อยลงไปเมื่อห่างจากสายส่งตัวนำมากขึ้น โดยจะมีค่าน้อยสุดที่ตำแหน่งพื้นดิน และเมื่อพิจารณาที่ช่วงความถี่ระดับ 1 5 10 15 และ 20 m จะเห็นว่าค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีค่าใกล้เคียงกันมากในทุก ๆ ช่วง

6.4 การเปรียบเทียบผลการจำลองแบบ 3 มิติกับผลการจำลองแบบ 2 มิติ

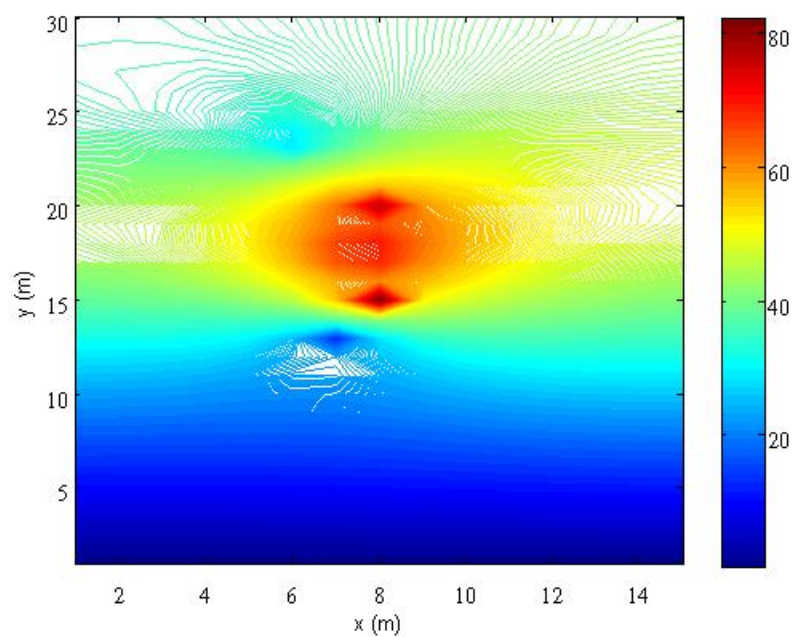
เพื่อเป็นการยืนยันความถูกต้องของโปรแกรมไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่ได้พัฒนาขึ้น จะทำการเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าและค่าสนามแม่เหล็กกับโปรแกรมไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติที่ได้ทำการตรวจสอบความถูกต้องมาแล้วในบทที่ 5 โดยปัญหาแบบ 3 มิติจะพิจารณาเป็นปัญหาแบบ 2 มิติได้โดยการพิจารณาระยะแนวแกน z ที่ระยะหนึ่ง ๆ โดยจะขอยกตัวอย่างเพียงการจำลองผลสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV เฉพาะในแนวแกน z ที่ระยะ 5, 10 และ 15 m ซึ่งรูปที่ 6.14-6.19 เป็นการแสดงภาพตัดขวางของการกระจายสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาระยะแนวแกน z ต่าง ๆ ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ



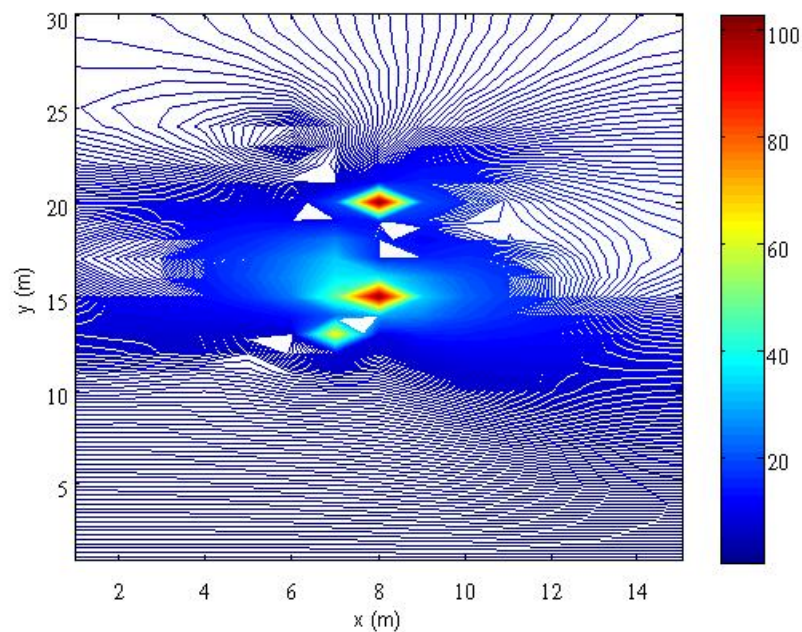
รูปที่ 6.14 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะ $z=5$ m ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ



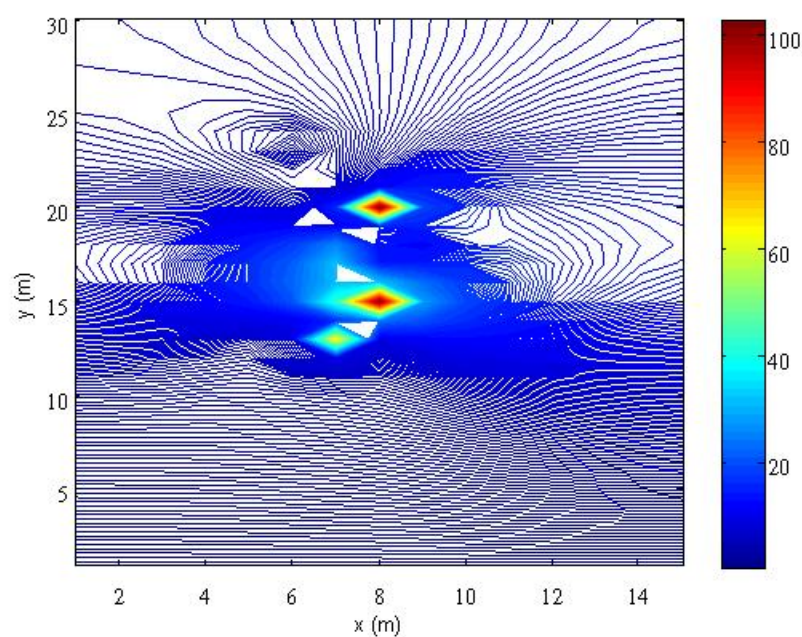
รูปที่ 6.15 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะ $z=10$ m ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ



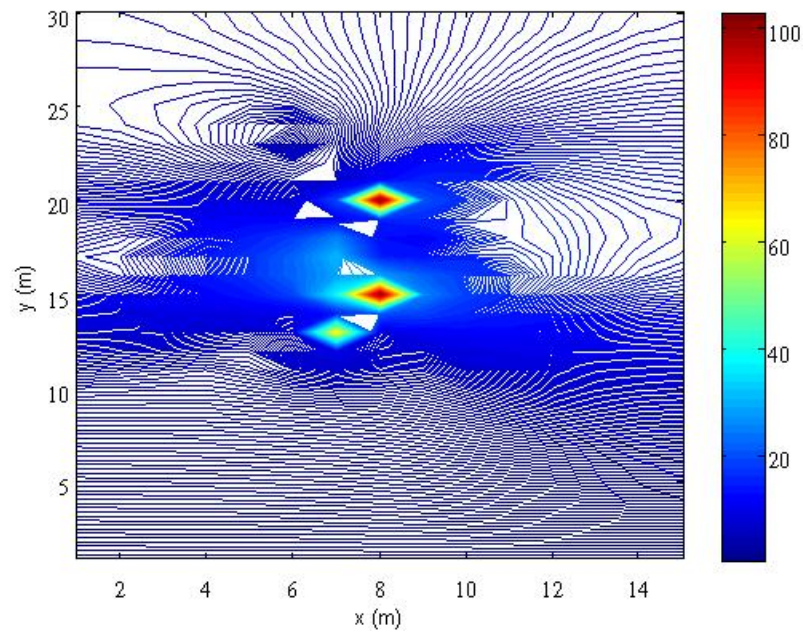
รูปที่ 6.16 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะ $z=15$ m ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ



รูปที่ 6.17 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μ T) ที่ระยะ $z=5$ m ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ



รูปที่ 6.18 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะ $z=10$ m ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ



รูปที่ 6.19 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะ $z=15$ m ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่ได้จากการจำลองผลแบบ 3 มิติ

จากภาพตัดขวางของผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ เมื่อพิจารณาที่ระดับภาพตัดขวางต่าง ๆ ดังแสดงในรูปที่ 6.14-6.19 จะได้ลักษณะการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีลักษณะเช่นเดียวกันกับโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.7 และ 5.8 ในบทที่ 5 ที่ผ่านมาทุกประการ และเพื่อให้เห็นถึงความใกล้เคียงกันของค่าผลเฉลยจึงได้ทำการเปรียบเทียบค่าผลเฉลยของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งความสูงต่าง ๆ จากพื้นดิน ดังแสดงด้วยตารางที่ 6.3 และ 6.4 ตามลำดับ พร้อมทั้งเปรียบเทียบเป็นรูปกราฟเพื่อให้เห็นถึงความใกล้เคียงกันของค่าผลเฉลยอย่างชัดเจนดังแสดงด้วยรูปที่ 6.20 และ 6.21

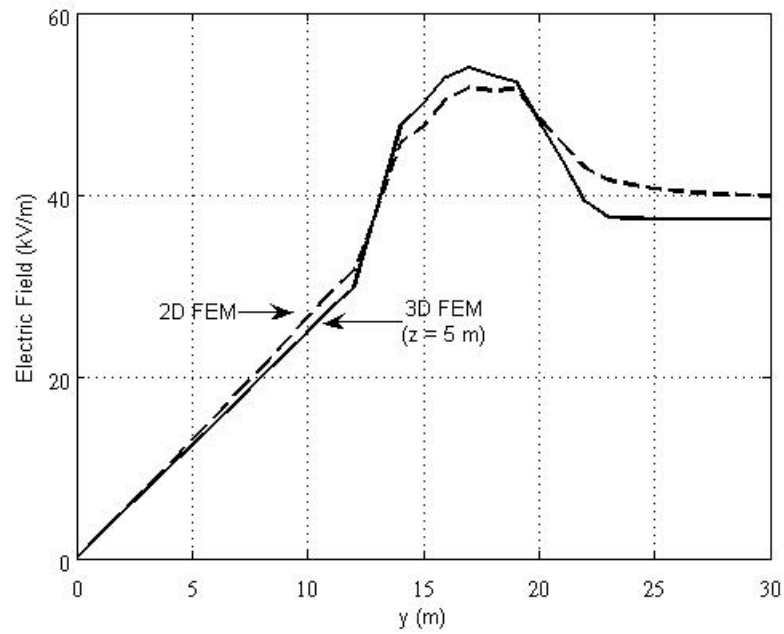
ตารางที่ 6.3 การเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าที่ได้จากโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์

แบบ 3 มิติและ 2 มิติ

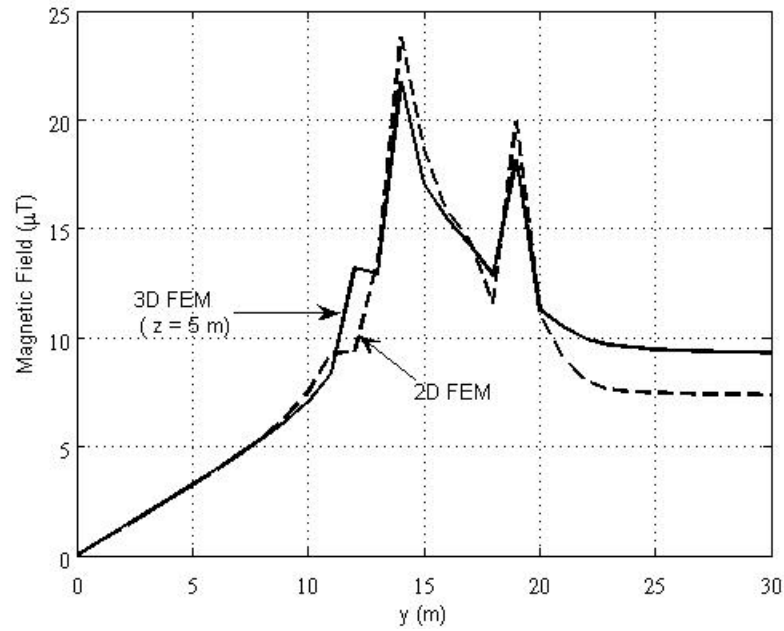
ระยะความสูง y (m)	FEM 3 D (kV/m)			FEM 2 D (kV/m)
	z = 5 m	z = 10 m	z = 15 m	
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	2.5673	2.5981	2.5673	2.5638
2	5.1291	5.1955	5.1435	4.9905
4	10.2664	10.4158	10.3008	9.9317
6	15.4376	15.685	15.4693	14.9223
8	20.6921	21.0385	20.6798	19.9160
10	26.2552	26.4997	26.0123	24.9490
12	32.2065	31.7039	31.4837	29.8608
14	46.9032	45.7935	45.6435	47.4585
16	51.7892	50.4389	50.8396	53.0038
18	52.2385	51.4122	51.7229	53.1572
20	48.2287	48.3686	47.903	48.0962
22	41.7693	42.9044	41.4429	39.2241
24	39.8723	41.0854	39.6825	37.4037
26	39.5058	40.3974	39.4276	37.3308
28	39.4231	40.0325	39.3242	37.3072
30	39.3872	39.8971	39.3176	37.2884

ตารางที่ 6.4 การเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามแม่เหล็กที่ได้จากโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์
แบบ 3 มิติและ 2 มิติ

ระยะความสูง y (m)	FEM 3 D (μ T)			FEM 2 D (μ T)
	z = 5 m	z = 10 m	z = 15 m	
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.6254	0.6397	0.6387	0.6473
2	1.2486	1.2802	1.2827	1.2646
4	2.5155	2.5811	2.5854	2.5428
6	3.8349	3.9235	3.9266	3.8948
8	5.2847	5.3518	5.373	5.4186
10	7.1069	7.0457	7.1698	7.5254
12	13.6328	13.202	13.235	9.3266
14	23.4373	21.7276	21.3991	23.799
16	16.2325	15.4041	15.7143	15.8138
18	12.9669	12.8351	13.2373	11.6091
20	11.209	11.2864	11.5584	11.1432
22	9.5804	9.9282	9.9331	8.0201
24	9.1922	9.5452	9.5098	7.5140
26	9.1215	9.4106	9.4121	7.4246
28	9.1173	9.3388	9.3578	7.3917
30	9.1131	9.313	9.3455	7.3788



รูปที่ 6.20 การเปรียบเทียบผลเฉลยของค่าสนามไฟฟ้าเมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งความสูงต่าง ๆ



รูปที่ 6.21 การเปรียบเทียบผลเฉลยของค่าสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งความสูงต่าง ๆ

จากการเปรียบเทียบผลเฉลยของค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ดังปรากฏในรูปที่ 6.20 และ 6.21 จะสังเกตเห็นว่าเส้นกราฟจากโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติที่ได้พัฒนาขึ้น และโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติที่ได้ตรวจสอบความถูกต้องในบทที่ 5 แล้วมีลักษณะใกล้เคียงกันมาก และเกือบทับกันพอดีเกือบทุกช่วงความสูง เพียงแต่ในบางช่วงจะมีความเหลื่อมล้ำกันอยู่ ทั้งนี้อาจเกิดขึ้นจากลักษณะกริดที่ได้จากโปรแกรม Gmesh เป็นกริดรูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัส ในขณะที่กริดที่ได้จากโปรแกรม PDETOOL เป็นกริดรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ จึงอาจเป็นสาเหตุให้เกิดความแตกต่างของผลเฉลยได้

6.5 สรุปผล

บทที่ 6 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผลพร้อมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 6.7 พร้อมทั้งเปรียบเทียบโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นกับโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติที่ตรวจสอบความถูกต้องแล้วในบทที่ 5 ซึ่งผลเฉลยที่ได้จากการเปรียบเทียบจะมีความคล้ายคลึงกันทุกประการ ดังนั้นจึงเป็นการยืนยันความถูกต้องของโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติที่ได้พัฒนาขึ้น ทำให้ผลการจำลองในแบบ 3 มิติมีความเชื่อถือได้ และสามารถนำไปสู่การออกแบบอุปกรณ์ต้นแบบเพื่อป้องกันสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 7 ต่อไป

บทที่ 7

การป้องกันอันตรายจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยการออกแบบ มุมหลังคากระเช้ารถยกของการไฟฟ้า

7.1 บทนำ

ในบทที่ 6 ที่ผ่านมาเป็นการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ เพื่อได้ความสมจริงของระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้องเพื่อแสดงความเชื่อถือได้ของโปรแกรม โดยผลการจำลองในบทที่ 6 นั้น เป็นการจำลองในสภาวะทั่วไปที่ยังไม่มีบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกของการไฟฟ้า สำหรับในบทที่ 7 นี้เป็นการป้องกันสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่ายขนาด 22 kV เมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติหน้าที่กับสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ที่ตัดไฟออก ด้วยกระเช้ารถยกของการไฟฟ้า โดยสายส่งในระบบส่งจ่าย 115 kV ยังคงมีกระแสไหลได้ตามปกติ ซึ่งงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้พัฒนาอุปกรณ์ต้นแบบเพื่อป้องกันอันตรายจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยเน้นไปที่การออกแบบมุมหลังคากระเช้ารถยกของการไฟฟ้าที่เหมาะสมในการลดทอนค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้า โดยได้ทำการจำลองผลค่าสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ เพื่อเปรียบเทียบผลเฉลยทั้งก่อนและหลังที่มีการพัฒนาอุปกรณ์ต้นแบบ

7.2 การปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกของการไฟฟ้า

การดำเนินการตรวจสอบ ซ่อมแซม และบำรุงสายส่งกำลังไฟฟ้าของบุคลากรทางไฟฟ้าที่ปฏิบัติงานในการเข้าถึงสายส่งกำลังไฟฟ้ามีอยู่หลายวิธี วิธีการหนึ่งที่นิยมปฏิบัติคือการใช้กระเช้ารถยกของการไฟฟ้าขึ้นไปปฏิบัติงาน ณ ตำแหน่งสายส่งกำลังไฟฟ้าดังแสดงด้วยรูปที่ 7.1 ซึ่งการปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกลักษณะนี้ผู้ปฏิบัติงานไม่ได้คำนึงถึงอันตรายของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่มองด้วยตาเปล่าไม่เห็นที่อาจเกิดขึ้นต่อผู้ปฏิบัติงานที่อยู่บนกระเช้านั้น ซึ่งโดยทั่วไปแล้วกระเช้ารถยกของการไฟฟ้าจะมีส่วนที่เป็นฉนวนหุ้มที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังแสดงด้วยรูปที่ 7.2 ทั้งนี้เพื่อให้สามารถทนต่อกระแสและแรงดันไฟฟ้าได้ แต่ยังไม่มีการรายงานถึงความสามารถในการลดทอนค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้า งานวิจัยนี้จึงได้ทำการจำลองหาค่าสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้ากับระบบของบทที่ 6 ที่ผ่านมาเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกของการไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธี

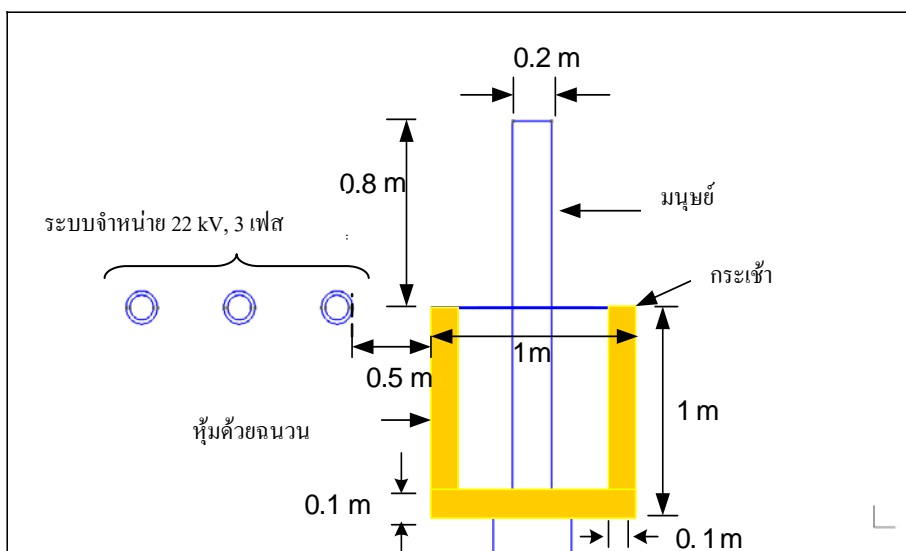
ไฟไลน์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งสามารถแสดงภาพโดยเน้นให้เห็นถึงโครงสร้างของกระเช้ารถยกของการไฟฟ้าที่ใช้ในการจำลองในระบบได้ดังรูปที่ 7.3 และเนื่องจากระบบที่พิจารณาในงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้มีฉนวน ซึ่งมีผลต่อขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตในกระบวนการไฟไลน์อิลลิเมนต์ โดยบริเวณฉนวนค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะไม่มีเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ตั้งฉาก ซึ่งคือการกำหนดเงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann) นั่นเองโดยรายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขแบบนอยมันน์ได้อธิบายไว้ในภาคผนวก ข.



รูปที่ 7.1 การปฏิบัติงานของบุคลากรทางไฟฟ้าด้วยกระเช้ารถยกของการไฟฟ้า



รูปที่ 7.2 บริเวณที่มีฉนวนหุ้มของรถยกของการไฟฟ้า



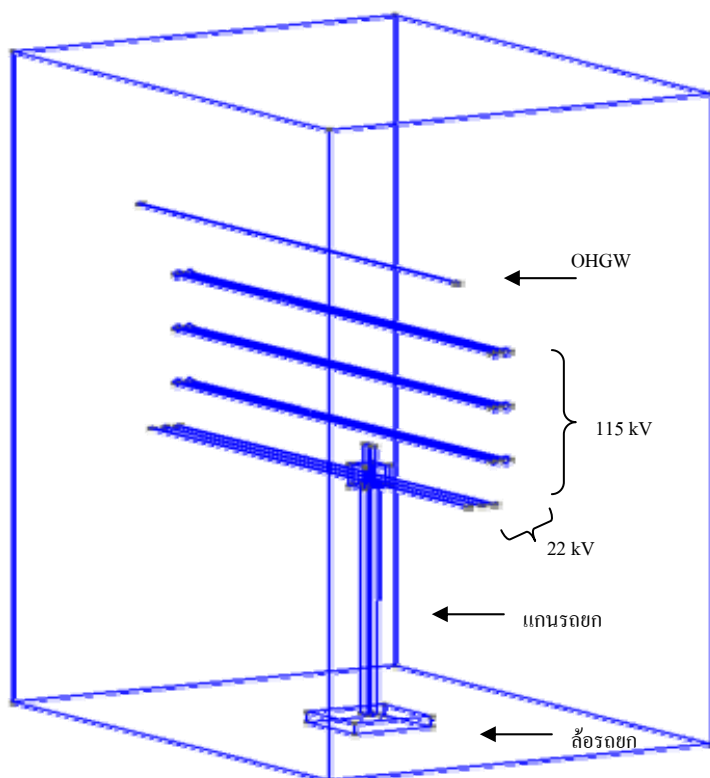
รูปที่ 7.3 โครงสร้างกระเช้ารถยกของการไฟฟ้าที่ใช้ในการจำลองผล

จากรูปที่ 7.3 ซึ่งเน้นให้เห็นถึงโครงสร้างของกระเช้ารถยกที่ใช้จำลองในระบบจะเห็นว่า ระบบประกอบด้วย

- กระเช้าที่มีขนาดความกว้าง 1 m สูง 1 m และ ยาว 1 m โดยที่กระเช้าจะหุ้มด้วยฉนวนหนา 0.1 m โดยสมมติให้ฉนวนที่หุ้มเหล็กมีความหนาว่าเหล็กมาก ดังนั้นจึงไม่นำเหล็กมาพิจารณา ซึ่งแทนด้วยแผ่นสี่เหลี่ยมที่ปิดล้อมรอบด้านทั้ง 5 โดยแต่ละแผ่นมีความกว้าง 1 m ยาว 1 m และ สูง 0.1 m โดยวางตัวตามแนวลึทห่างจากเสาไฟเข้าไปตามแนวแกน z ถึงตรงกลางกระเช้าเป็นระยะ 10.5 m และตัวกระเช้ารถยกมีระยะความสูงจากพื้นดินเท่ากับ 12 m ซึ่งตรงกับตำแหน่งกึ่งกลางของตัวนำสายส่งระบบจำหน่าย 22 kV พอดีดังแสดงในรูป โดยมีระยะห่างจากสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV 0.5 m

- บุคลากรที่ปฏิบัติงานอยู่บนกระเช้าซึ่งแทนด้วยแท่งลูกบาศก์สี่เหลี่ยมที่มีความกว้าง 0.2 m สูง 1.8 m และหนา 0.5 m ยืนอยู่ที่ตำแหน่งกึ่งกลางกระเช้าพอดี

ส่วนรูปที่ 7.4 เป็นการแสดงโครงสร้างภาพรวมของระบบทั้งหมดที่ใช้ในการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ



รูปที่ 7.4 โครงสร้างของระบบทั้งหมดที่ใช้ในการจำลองผลแบบ 3 มิติ

ซึ่งจากรูปที่ 7.4 รายละเอียดของด็อรชยกและแกนรชยกในระบบใหญ่ที่ใช้ในการจำลองผล มีรายละเอียดดังนี้

- ด็อรชยกซึ่งแทนด้วยกล่องลูกบาศก์สี่เหลี่ยมที่มีขนาดความกว้าง 3 m ยาว 3 m และสูง 0.5 m จากพื้นดิน

- แกนรชยกซึ่งถูกแทนด้วยแท่งลูกบาศก์สี่เหลี่ยมเช่นกันที่มีขนาดความกว้าง 0.4 m ยาว 0.4 m และสูง 10.5 m จากพื้นดินโดยสมมติให้แกนตั้งตรงไม่มีความโค้งงอเหยียดขึ้นมาตรงกึ่งกลางของฐานล้อ

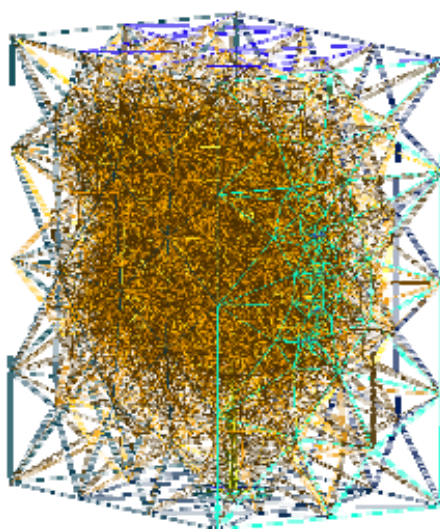
ส่วนค่าคุณสมบัติต่าง ๆ ทางไฟฟ้าของวัสดุแต่ละชนิดที่ใช้ในการจำลองผลแสดงได้ดังตารางที่ 7.1

ตารางที่ 7.1 คุณสมบัติต่าง ๆ ทางไฟฟ้าของวัสดุที่ใช้จำลองผลในระบบ

ประเภทชิ้นส่วน	ความนำไฟฟ้า (S/m)	สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์	ความซึมซาบทางแม่เหล็กสัมพัทธ์
ลึอรถยก	0.004	7.0	1.089
แกนรถยก	0.1	1.17	8.0
กระเช้ารถยก	0.1	1.17	8.0
มนุษย์	0.21	5.0	18.8
อากาศ	0	1.0	1.0
ตัวนำไฟฟ้า	0.8×10^7	3.5	300

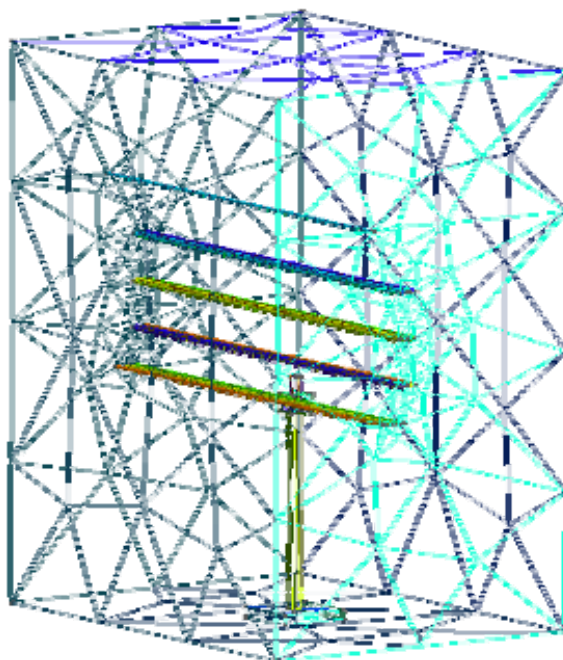
หมายเหตุ : แหล่งที่มาของพารามิเตอร์เหล่านี้ได้จากการรวบรวมข้อมูลจากหนังสือและบทความวิชาการจากหลายแหล่งที่ปรากฏในรายการอ้างอิง เพื่อให้ได้มาซึ่งค่าพารามิเตอร์ที่สมบูรณ์ต่อการจำลองผล

จากรูปที่ 7.4 และข้อมูลในตารางที่ 7.1 สามารถแสดงการสร้างกริดและผลการจำลองเชิงกราฟด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ เมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติหน้าที่บนรถกระเช้ากับสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ที่ตัดไฟออกโดยที่สายส่งในระบบส่งจ่าย 115 kV ยังคงมีกระแสไหลได้ตามปกติได้ดังรูปที่ 7.5-7.13

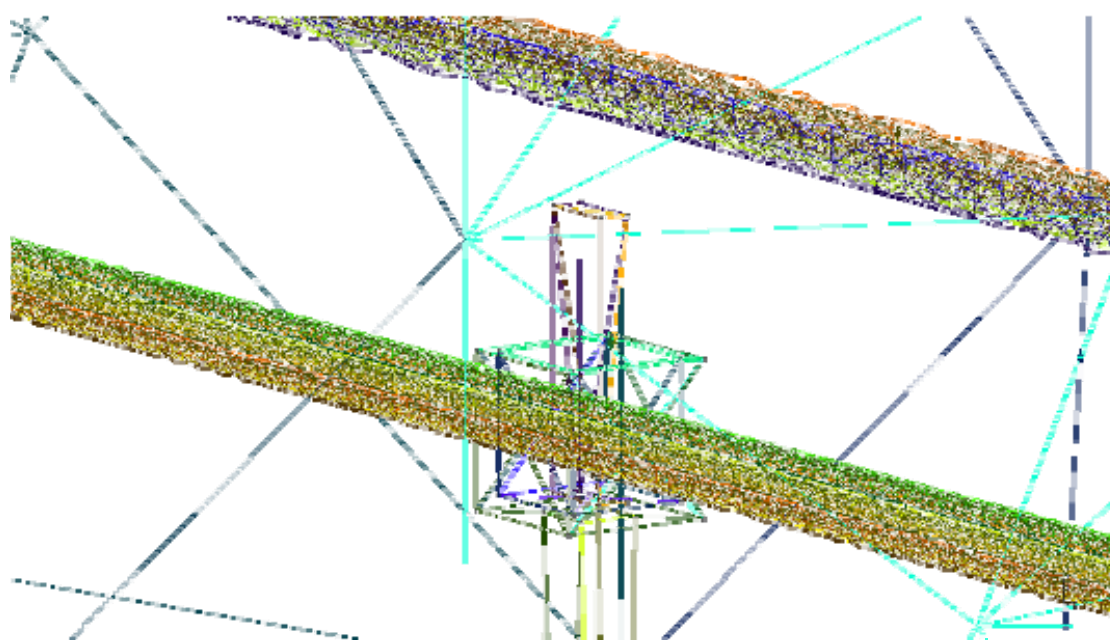


รูปที่ 7.5 ลักษณะการสร้างกริดรูปทรงสี่หน้าของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน

ด้วยกระเช้ารตยก

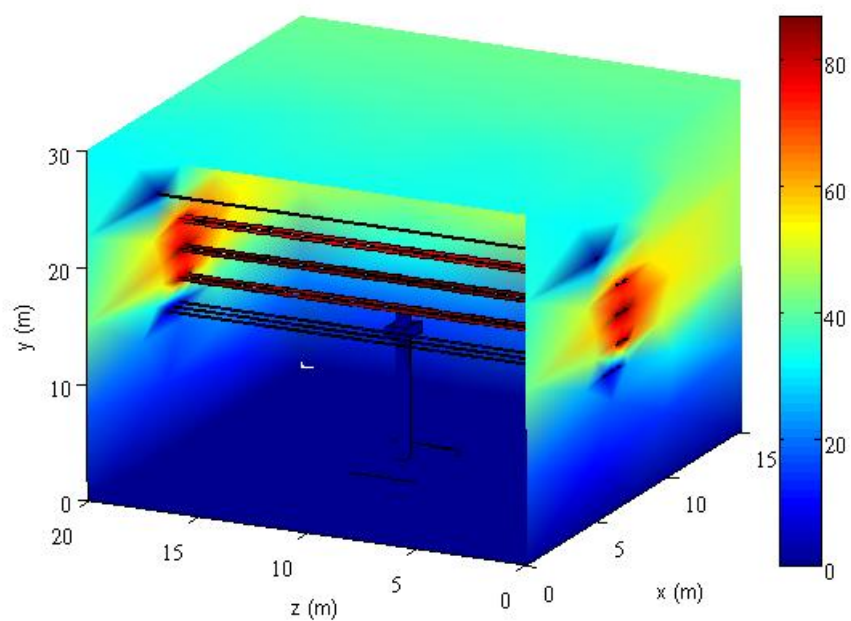


รูปที่ 7.6 ลักษณะการสร้างกริดรูปสามเหลี่ยมของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารตยก

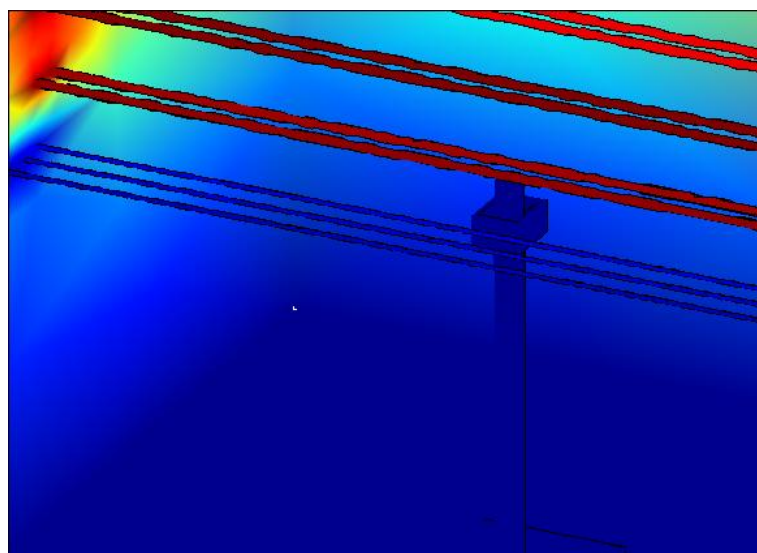


รูปที่ 7.7 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน

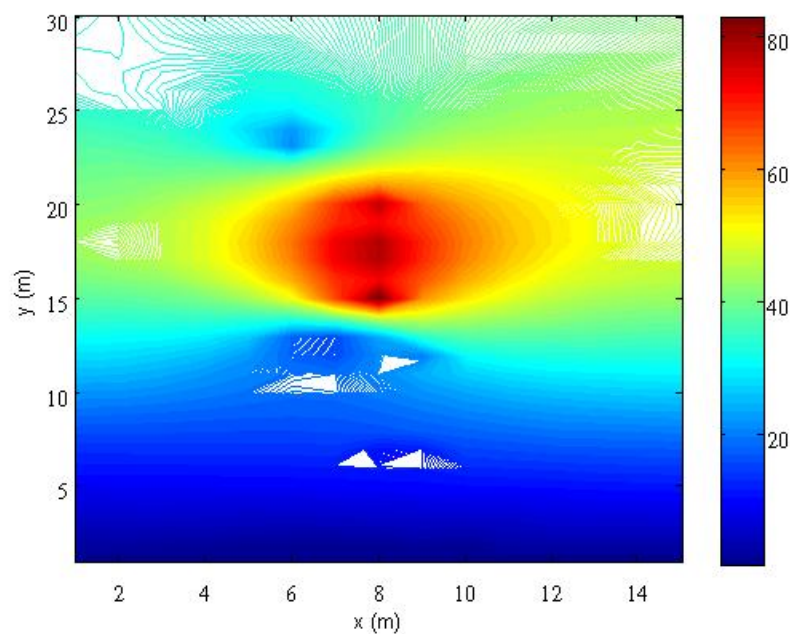
ด้วยกระเช้ารดยก



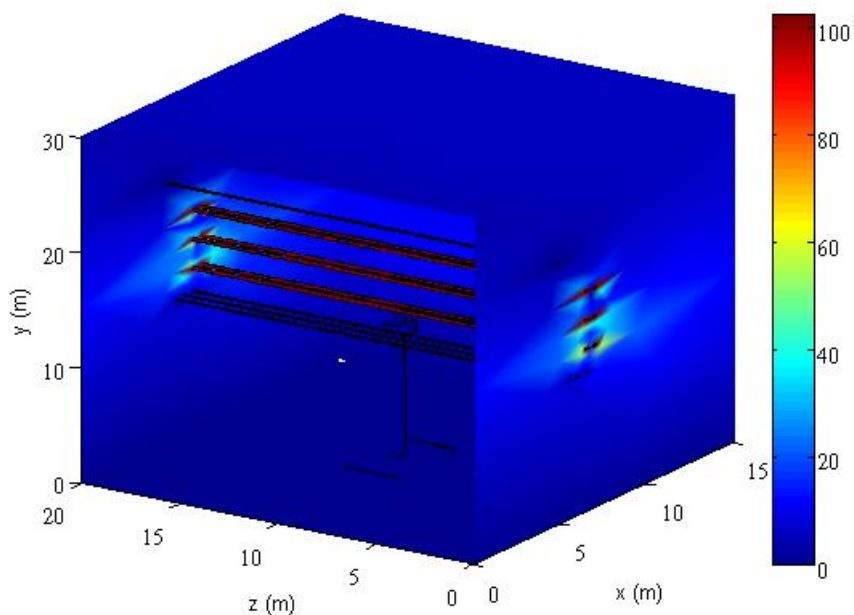
รูปที่ 7.8 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบ
เมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารดยก



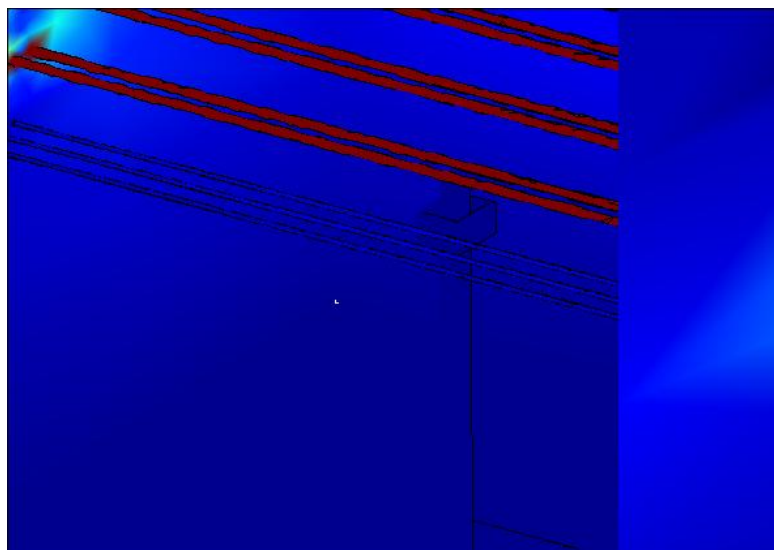
รูปที่ 7.9 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้า
เมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารดยก



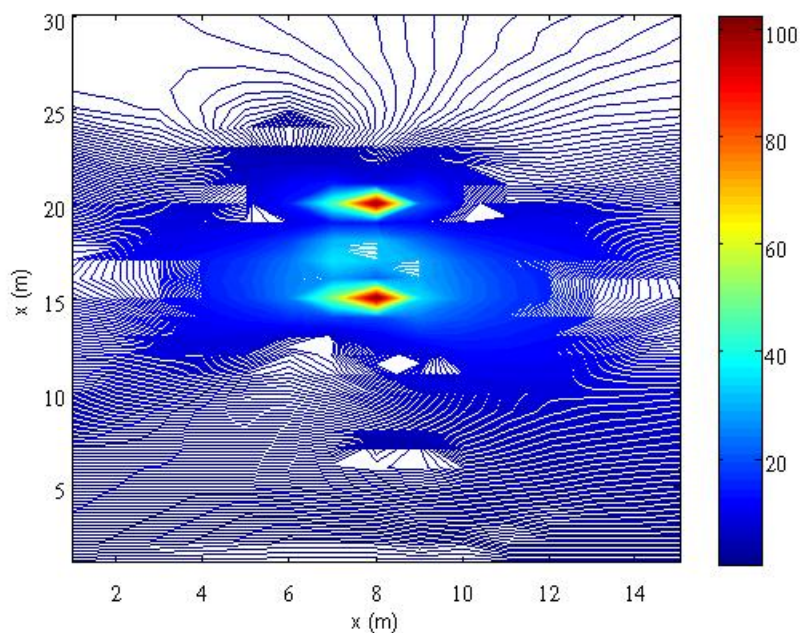
รูปที่ 7.10 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก



รูปที่ 7.11 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก



รูปที่ 7.12 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากร
ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอยก



รูปที่ 7.13 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอยก

จากการจำลองผลในระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอกของการไฟฟ้า ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยที่สายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ถูกตัดไฟออก ในขณะที่สายส่งในระบบส่งจ่าย 115 kV ยังคงมีกระแสไหลได้ตามปกติ จะได้ค่าสนามไฟฟ้าเฉลี่ยที่ตัวมนุษย์มีค่า 25.7123 kV/m และสนามแม่เหล็กเฉลี่ยที่ตัวมนุษย์มีค่า 22.6136 μ T

จากทฤษฎีการป้องกันสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 ที่ผ่านมา ถ้างานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ดำเนินการติดตั้งหลังคากระเช้าของรอกด้วยวัสดุวิศวกรรมที่มีคุณสมบัติความนำไฟฟ้าสูงจะทำให้ค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในวัสดุตัวนำเกิดการเหนี่ยวนำหักล้างกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเดิมส่งผลให้ความเข้มสนามแม่เหล็กไฟฟ้าบริเวณที่มีการหักล้างเบาบางลงได้ ซึ่งจะนำไปสู่การออกแบบอุปกรณ์ต้นแบบ โดยเน้นไปที่การออกแบบหม้อหลังคากระเช้ารอกที่เหมาะสมเพื่อลดค่าสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

7.3 การออกแบบหม้อหลังคากระเช้ารอกของการไฟฟ้าพร้อมผลการจำลอง

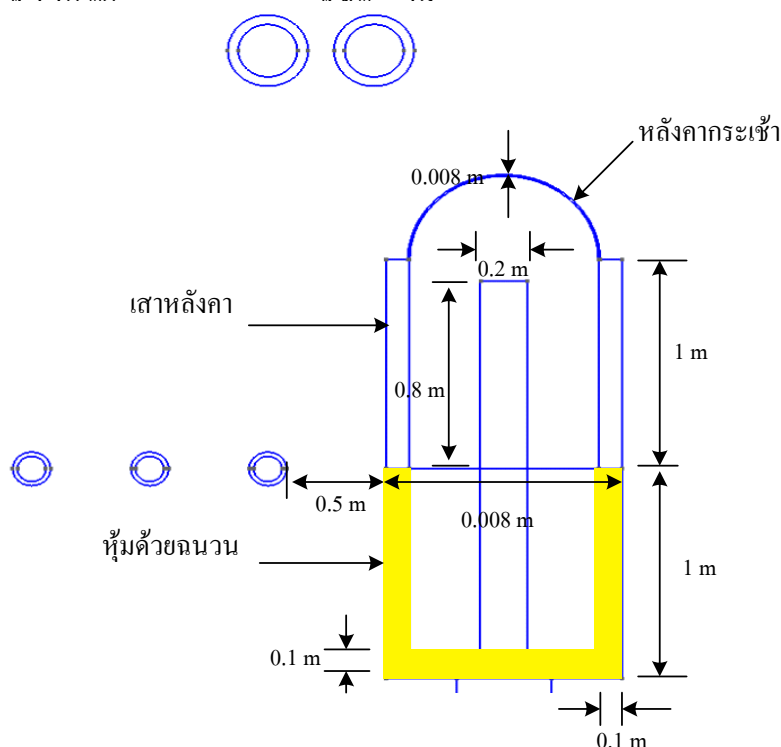
วัสดุวิศวกรรมที่นิยมใช้กำบังเพื่อลดค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าได้แก่ เหล็ก (Steel) อลูมิเนียม (Aluminum) และซิลิกอน (Silicon) (Lopez, D., and Dular, P., 2003) โดยวัสดุวิศวกรรมเหล่านี้จะมีค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าที่แตกต่างกันออกไป ซึ่งได้แสดงค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัสดุวิศวกรรมแต่ละชนิดได้ดังตารางที่ 7.2

ตารางที่ 7.2 ค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัสดุวิศวกรรม

วัสดุวิศวกรรม	ความนำไฟฟ้า (S/m)	สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์	ความซึมซาบทางแม่เหล็กสัมพัทธ์
เหล็ก	0.8×10^7	3.5	300
อลูมิเนียม	3.82×10^7	8.8	1.00000065
ซิลิกอน	2300	11.8	3500

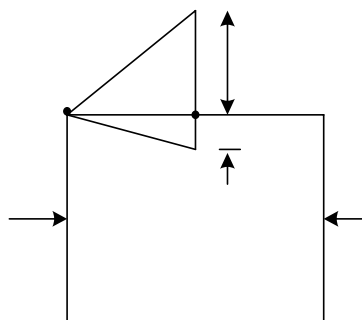
จากทฤษฎีการป้องกันสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 ที่ผ่านมา วัสดุที่มีคุณสมบัติการนำไฟฟ้าได้สูงจะทำให้ค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้ามีค่าลดลง ดังนั้นจากข้อมูลที่ได้ในตารางที่ 7.2 ทำให้งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกใช้วัสดุวิศวกรรมคือ อลูมิเนียม เนื่องจากในตารางที่ 7.2 อลูมิเนียมเป็นวัสดุวิศวกรรมที่มีคุณสมบัติความนำไฟฟ้าสูงที่สุดเมื่อเทียบกับเหล็กและซิลิกอน และนอกจากนี้ยังหาได้ง่ายและมีราคาถูก โดยอลูมิเนียมที่เลือกใช้ในการจำลองผลสำหรับ

เป็นหลังคากระเช้าจะมีลักษณะเป็นแผ่นที่มีความหนา 0.008 m ซึ่งเป็นค่าความหนาที่ได้จากการวัดจริงของหลังคาโดยทั่วไปวางตัวโค้งสอดรับกับกระเช้า เนื่องจากแผ่นอลูมิเนียมตามท้องตลาดมีขนาดความหนาอยู่ที่ไม่เกิน 0.004 m (บริษัท ไลเกอร์ มีเดีย) ดังนั้นจะใช้แผ่นอลูมิเนียมหนา 0.008 m ซ้อนกันเป็นจำนวน 2 แผ่น โดยมีเสาหลังคาทำจากอลูมิเนียมเช่นกัน ทั้ง 4 ต้นที่ตำแหน่งมุมของกระเช้าเหยียดตั้งตรงขึ้นเป็นฐานซึ่งแทนด้วยแท่งสี่เหลี่ยมที่มีความกว้าง 0.1 m ยาว 0.1 m และสูง 1 m โดยโครงสร้างของกระเช้ารถยกที่ติดตั้งด้วยหลังคาซึ่งมี



รูปที่ 7.14 โครงสร้างกระเช้ารถยกพร้อมการติดตั้งหลังคา

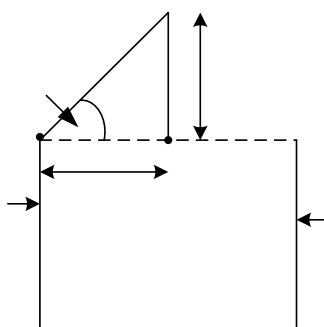
การป้องกันอันตรายจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในงานวิจัยนี้จะเน้นที่การออกแบบหลังคากระเช้ารถยกของรถไฟฟ้า โดยทำการพิจารณาหามุมของหลังคาที่เหมาะสมเพื่อลดค่าสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าโดยอาศัยการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งจะทำให้การพิจารณาเปรียบเทียบหลังคาที่มีความโค้งทำมุมองศาตามแนวระนาบ โดยการพิจารณามุมในแต่ละกรณีจะยึดตำแหน่งของจุดที่ติดตั้งหลังคาให้คงที่ไว้ที่ตำแหน่งขอบของหลังคา โดยมีระยะห่างจากจุดกึ่งกลางของกระเช้าไปยังขอบหลังคาเป็นระยะ 0.5 m และมุมที่เปลี่ยนไปนั้นเกิดจากการเลื่อนจุดศูนย์กลางของวงกลมให้ได้ระยะห่างระหว่างจุดโค้งที่สุดของหลังคาเทียบกับแนวระนาบมีค่าเท่ากับ y สามารถอธิบายได้ดังรูปที่ 7.15



รูปที่ 7.15 การพิจารณามุมของหลังคากระเช้าเพื่อใช้ในการออกแบบ

- โดยที่ AC คือ ระยะห่างจากขอบหลังคาไปยังจุดกึ่งกลางของกระเช้ามีค่าเป็น 0.5 m
 D คือ จุดศูนย์กลางวงกลม
 BC คือ ระยะจากจุดโค้งที่สุดของวงกลมเทียบกับระนาบอ้างอิงในแนวราบ
 $BC+CD = 0.5 \text{ m}$

โดยเริ่มการคำนวณออกแบบจากมุม 45° โดยการออกแบบจะคำนวณมุมลดลงไปที่ละ 5° ทำให้ได้มุมในการออกแบบเป็น 40° 35° 30° 25° 20° 15° 10° 5° สำหรับมุม 0° จะออกแบบให้เป็นแผ่นเรียบวางบนเสาทั้ง 4 ต้น ในกรณีของมุม 90° นั้นจะออกแบบโดยให้หลังคามีความสูงเท่ากับรัศมีความโค้งโดยอ้างอิงจากมุม 45° สามารถแสดงขั้นตอนการคำนวณเพื่อออกแบบมุมของหลังคาในแต่ละกรณีได้ดังนี้

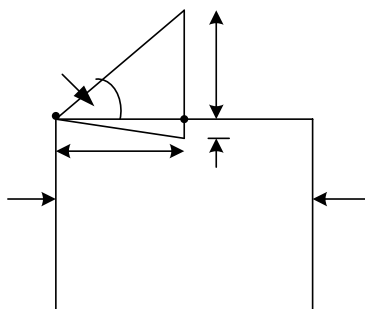


รูปที่ 7.16 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 45°

กรณีหลังคาทำมุมโค้ง 45° พิจารณาดังรูปที่ 7.16 สามารถคำนวณค่า y ได้ดังนี้

$$y = (\tan 45^\circ) \times (0.5)$$

$$y = 0.5$$

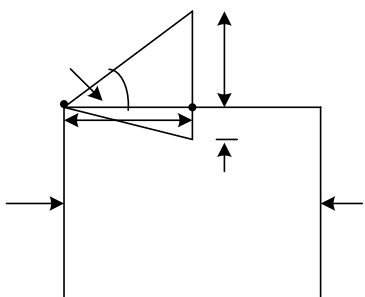


รูปที่ 7.17 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 40°

กรณีหลังคาทำมุมโค้ง 40° พิจารณาดังรูปที่ 7.17 สามารถคำนวณค่า y ได้ดังนี้

$$y = (\tan 40^\circ) \times (0.5)$$

$$y = 0.4195$$

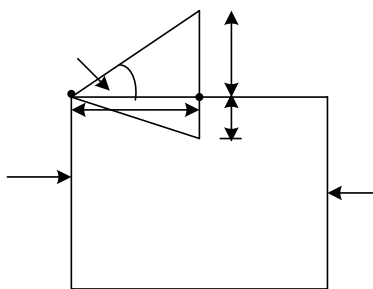


รูปที่ 7.18 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 35°

กรณีหลังคาทำมุมโค้ง 35° พิจารณาดังรูปที่ 7.18 สามารถคำนวณค่า y ได้ดังนี้

$$y = (\tan 35^\circ) \times (0.5)$$

$$y = 0.3501$$

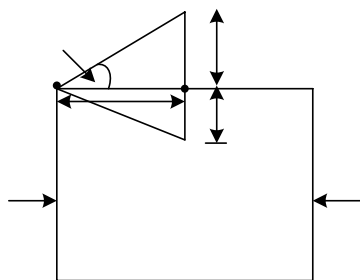


รูปที่ 7.19 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 30°

กรณีหลังคาทำมุมโค้ง 30° พิจารณาดังรูปที่ 7.19 สามารถคำนวณค่า y ได้ดังนี้

$$y = (\tan 30^\circ) \times (0.5)$$

$$y = 0.2887$$

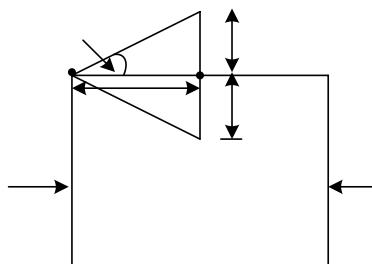


รูปที่ 7.20 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 25°

กรณีหลังคาทำมุมโค้ง 25° พิจารณาดังรูปที่ 7.20 สามารถคำนวณค่า y ได้ดังนี้

$$y = (\tan 25^\circ) \times (0.5)$$

$$y = 0.2332$$

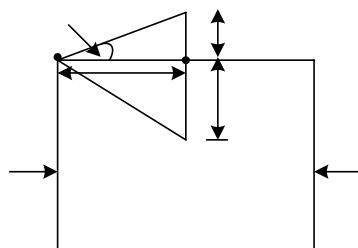


รูปที่ 7.21 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 20°

กรณีหลังคาทำมุมโค้ง 20° พิจารณาจากรูปที่ 7.21 สามารถคำนวณค่า y ได้ดังนี้

$$y = (\tan 20^\circ) \times (0.5)$$

$$y = 0.1820$$

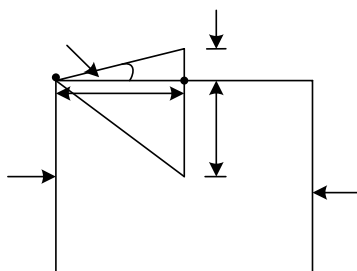


รูปที่ 7.22 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 15°

กรณีหลังคาทำมุมโค้ง 15° พิจารณาจากรูปที่ 7.22 สามารถคำนวณค่า y ได้ดังนี้

$$y = (\tan 15^\circ) \times (0.5)$$

$$y = 0.1340$$

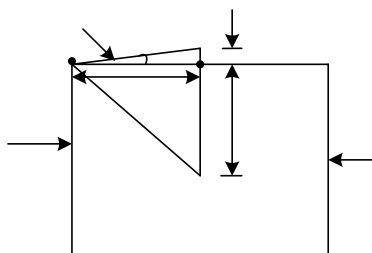


รูปที่ 7.23 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 10°

กรณีหลังคาทำมุมโค้ง 10° พิจารณาดังรูปที่ 7.23 สามารถคำนวณค่า y ได้ดังนี้

$$y = (\tan 10^\circ) \times (0.5)$$

$$y = 0.0882$$

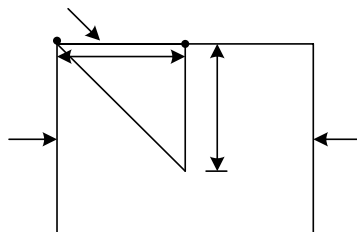


รูปที่ 7.24 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 5°

กรณีหลังคาทำมุมโค้ง 5° พิจารณาดังรูปที่ 7.24 สามารถคำนวณค่า y ได้ดังนี้

$$y = (\tan 5^\circ) \times (0.5)$$

$$y = 0.0437$$

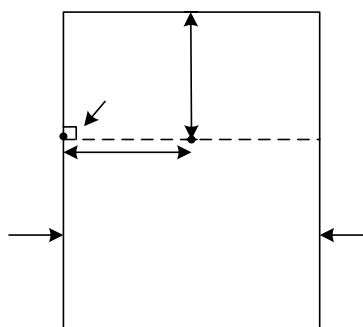


รูปที่ 7.25 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 0°

กรณีหลังคาทำมุมโค้ง 0° พิจารณาจากรูปที่ 7.25 สามารถคำนวณค่า y ได้ดังนี้

$$y = (\tan 0^\circ) \times (0.5)$$

$$y = 0$$



รูปที่ 7.26 พิจารณามุมของหลังคากระเช้าเมื่อทำการออกแบบด้วยมุม 90°

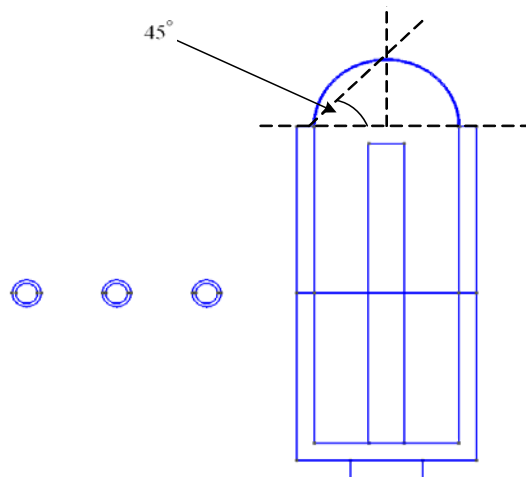
กรณีหลังคาทำมุมโค้ง 90° พิจารณาจากรูปที่ 7.26 สามารถคำนวณค่า y ได้ดังนี้

$$y = (\tan 90^\circ) \times (0.5)$$

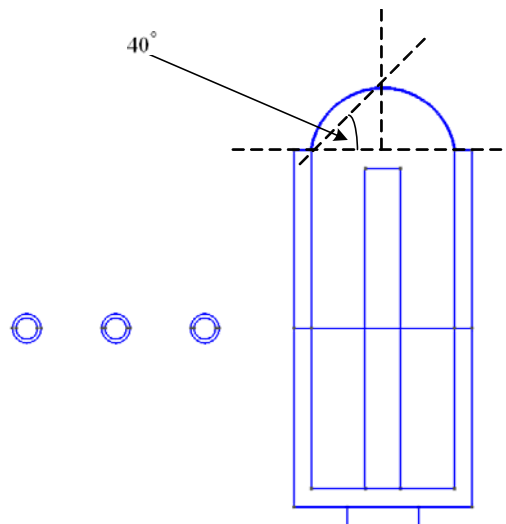
$$y = \infty$$

เนื่องจากค่า y มีค่าเป็น ∞ จะทำให้ความยาวของหลังคามีค่ามากไม่สามารถทำการครอบปิดกระเช้าได้ จึงกำหนดให้หลังคาในกรณีนี้มีความสูงเท่ากับความโค้งของหลังคาในมุม 45° ดังรูปที่ 7.26

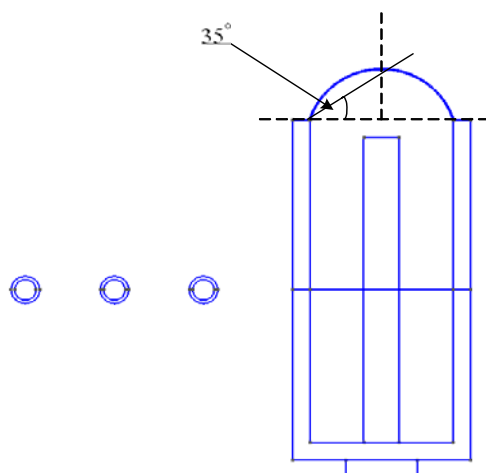
จากการออกแบบมุมของหลังคาโดยการคำนวณที่ผ่านมาสามารถแสดงภาพกระเช้าที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุมต่าง ๆ ได้ดังรูปที่ 7.27-7.37 ตามลำดับ



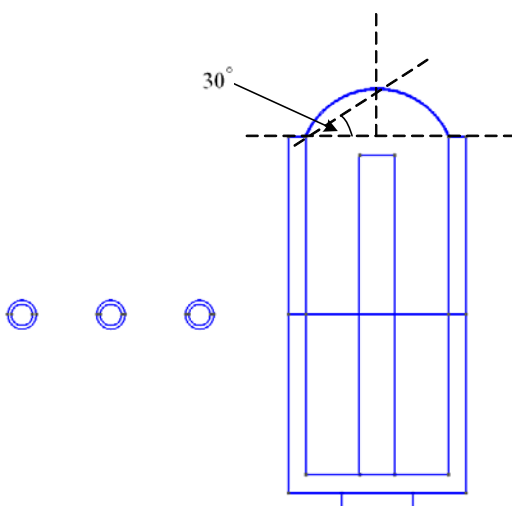
รูปที่ 7.27 โครงสร้างกระเช้ารถยกพร้อมการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°



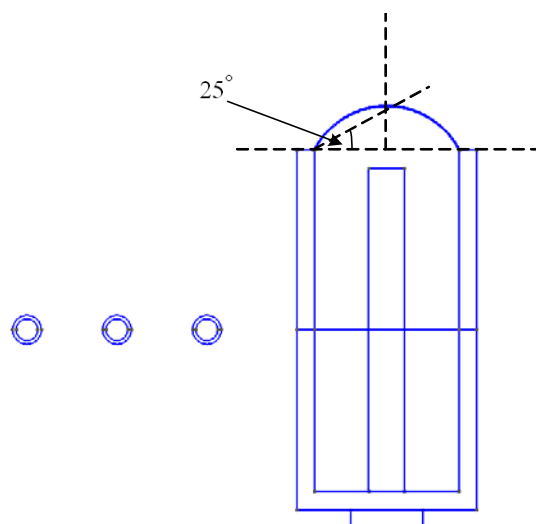
รูปที่ 7.28 โครงสร้างกระเช้ารถยกพร้อมการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°



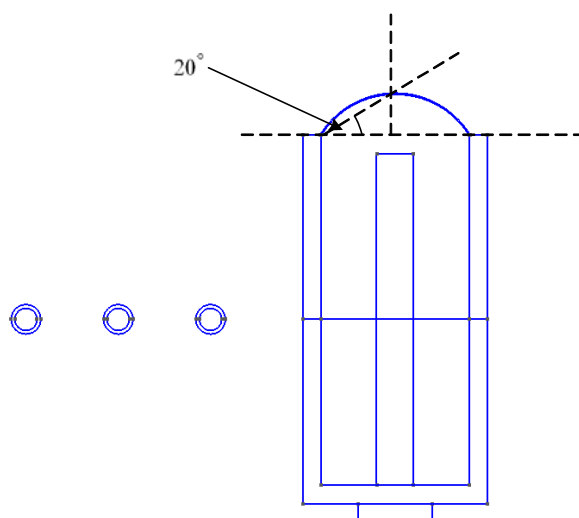
รูปที่ 7.29 โครงสร้างกระเช้ารถยกพร้อมการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°



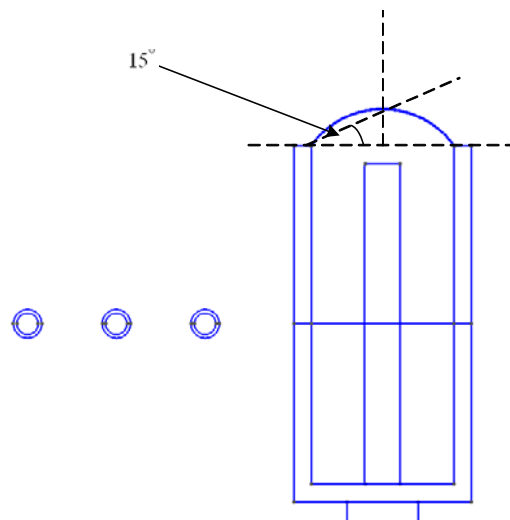
รูปที่ 7.30 โครงสร้างกระเช้ารถยกพร้อมการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°



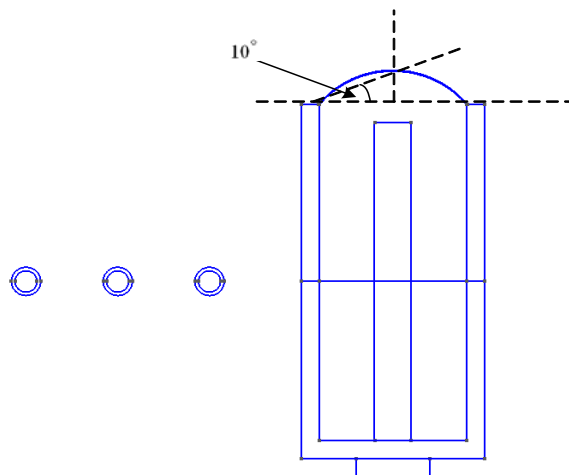
รูปที่ 7.31 โครงสร้างกระเช้ารถยกพร้อมการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°



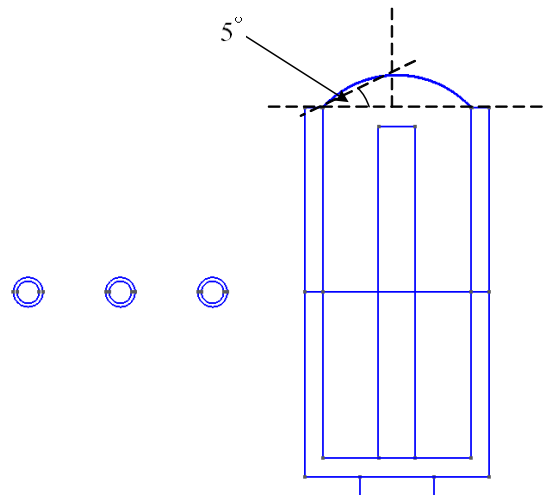
รูปที่ 7.32 โครงสร้างกระเช้ารถยกพร้อมการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°



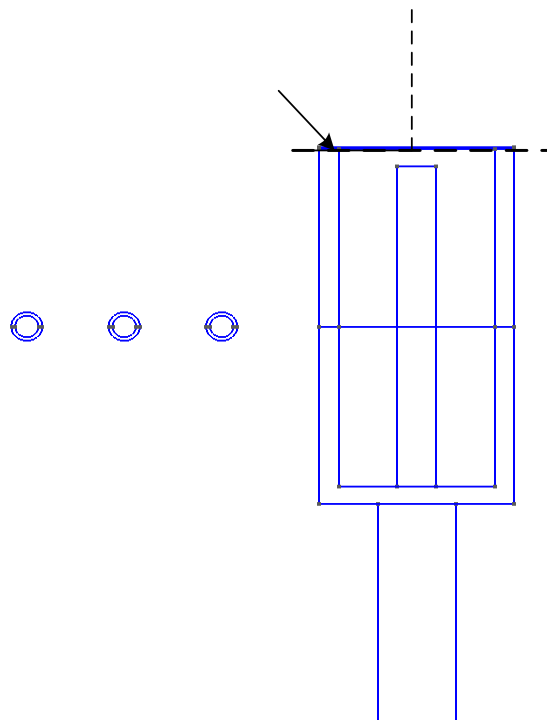
รูปที่ 7.33 โครงสร้างกระเช้ารถยกพร้อมการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15°



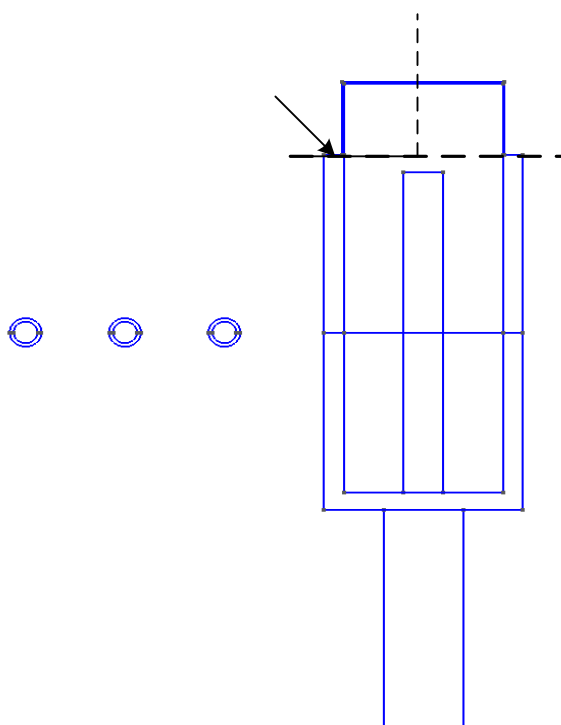
รูปที่ 7.34 โครงสร้างกระเช้ารถยกพร้อมการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10°



รูปที่ 7.35 โครงสร้างกระเช้ารถยกพร้อมการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°

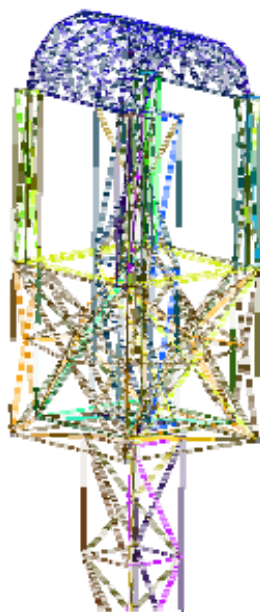


รูปที่ 7.36 โครงสร้างกระเช้ารถยกพร้อมการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°

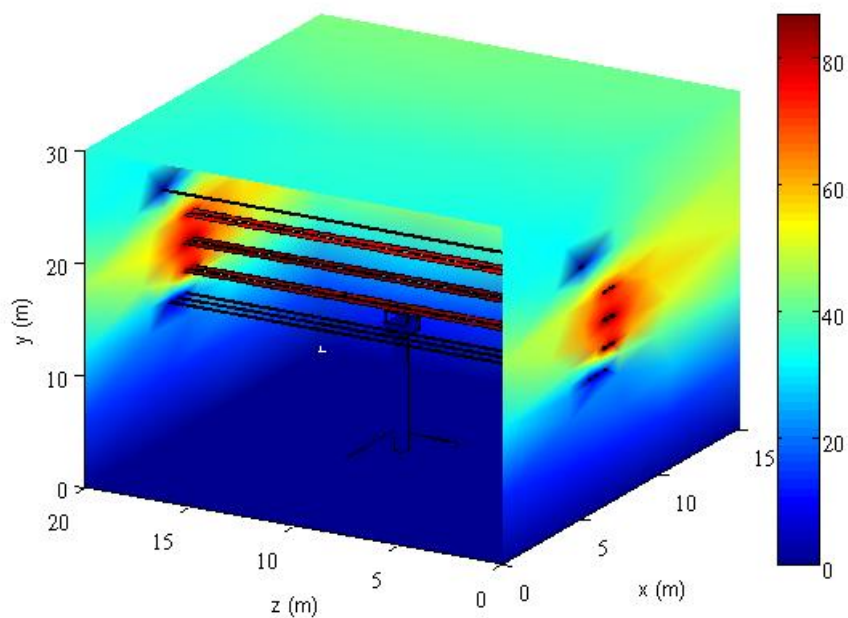


รูปที่ 7.37 โครงสร้างกระเช้ารถยกพร้อมการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°

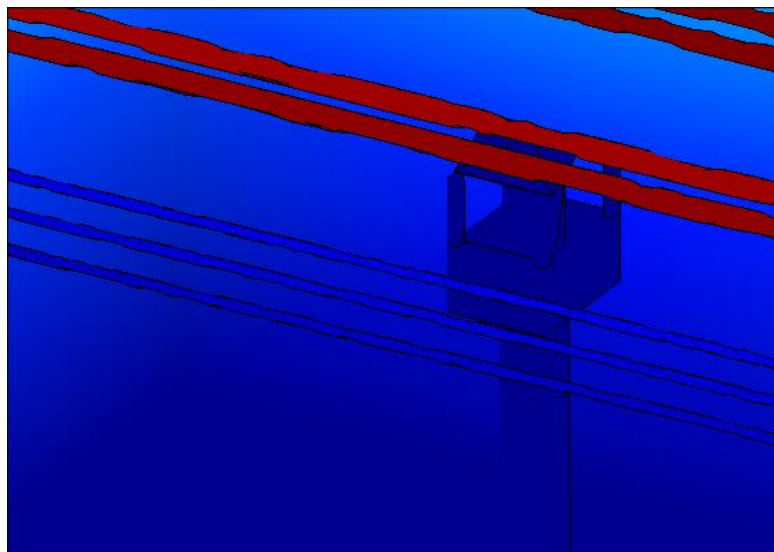
โดยสามารถแสดงภาพขยายการสร้างกริดและผลการจำลองเชิงกราฟิกด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ เมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติหน้าที่บนรถกระเช้าที่ติดตั้งด้วยหลังคา กับสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ที่ตัดไฟออกโดยที่สายส่งในระบบส่งจ่าย 115 kV ยังคงมีกระแสไหลได้ตามปกติได้ดังรูปที่ 7.38-7.44 เมื่อพิจารณากรณีหลังคาโค้งทำมุม 45° ดังรูปที่ 7.45-7.51 เมื่อพิจารณากรณีหลังคาโค้งทำมุม 40° ดังรูปที่ 7.52-7.58 เมื่อพิจารณากรณีหลังคาโค้งทำมุม 35° ดังรูปที่ 7.59-7.65 เมื่อพิจารณากรณีหลังคาโค้งทำมุม 30° ดังรูปที่ 7.66-7.72 เมื่อพิจารณากรณีหลังคาโค้งทำมุม 25° ดังรูปที่ 7.73-7.79 เมื่อพิจารณากรณีหลังคาโค้งทำมุม 20° ดังรูปที่ 7.80-7.86 เมื่อพิจารณากรณีหลังคาโค้งทำมุม 15° ดังรูปที่ 7.87-7.93 เมื่อพิจารณากรณีหลังคาโค้งทำมุม 10° ดังรูปที่ 7.94-7.100 เมื่อพิจารณากรณีหลังคาโค้งทำมุม 5° เมื่อพิจารณากรณีหลังคาโค้งทำมุม 0° ดังรูปที่ 7.101-7.107 และ ดังรูปที่ 7.108-7.114 เมื่อพิจารณาหลังคาโค้งทำมุม 90°



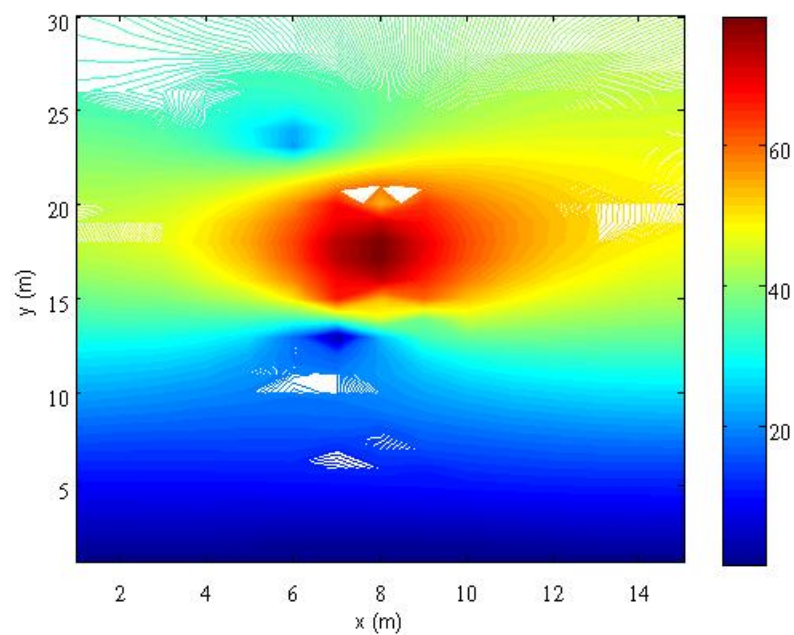
รูปที่ 7.38 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°



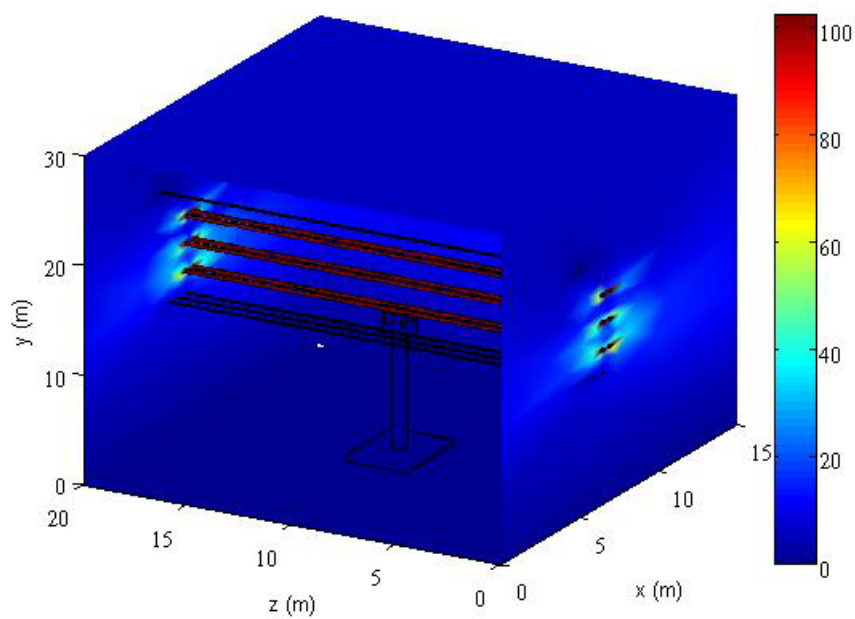
รูปที่ 7.39 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไป
ปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°



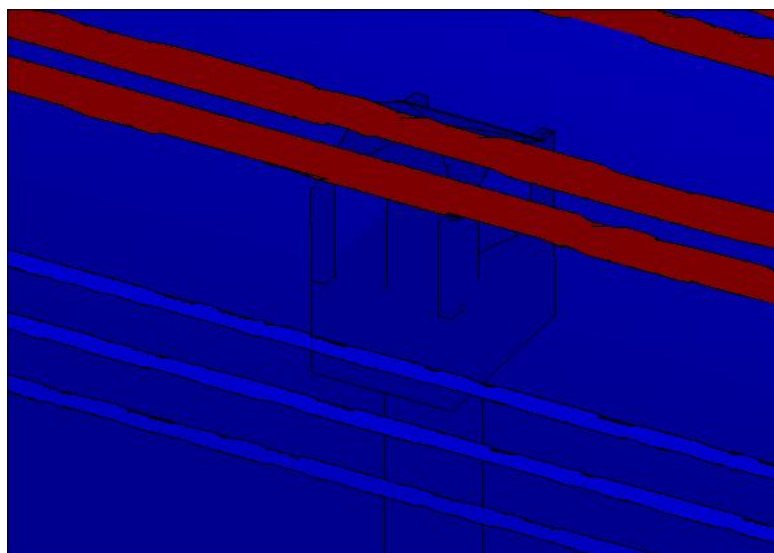
รูปที่ 7.40 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารอกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°



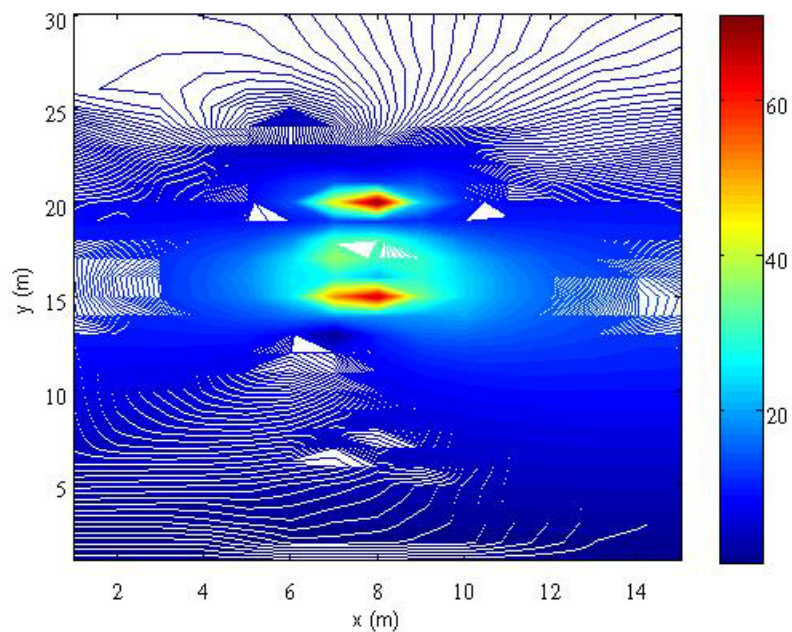
รูปที่ 7.41 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°



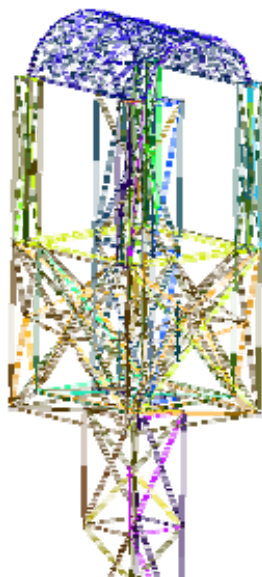
รูปที่ 7.42 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนุคลลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°



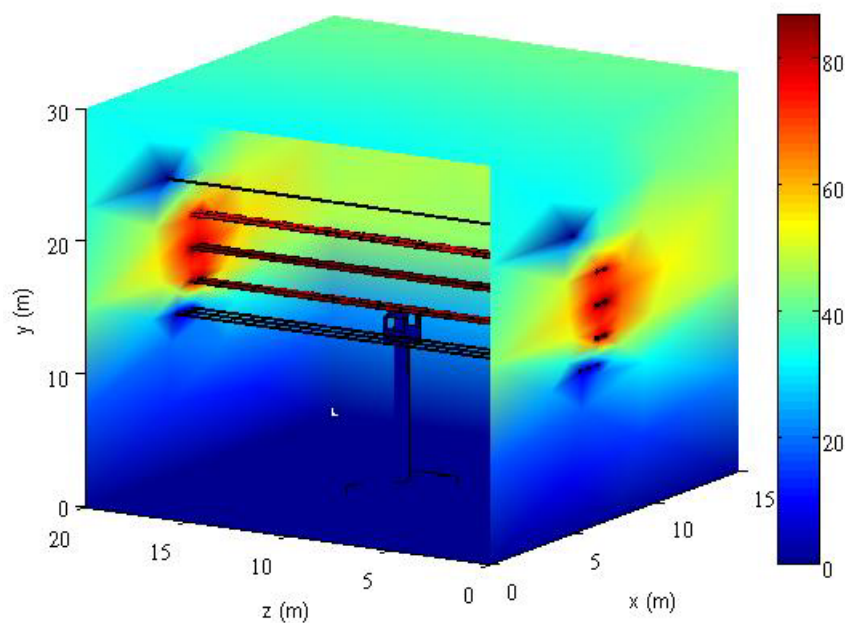
รูปที่ 7.43 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อนุคลลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°



รูปที่ 7.44 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 45°



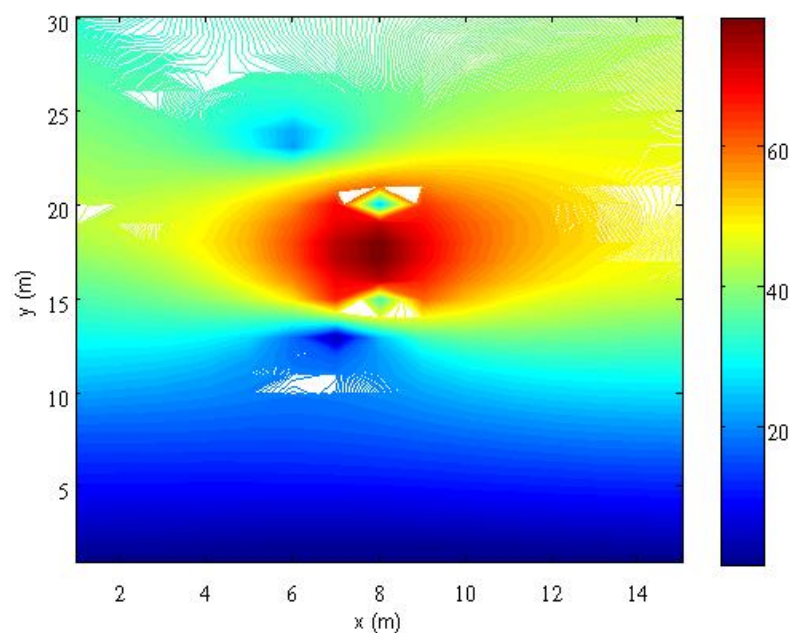
รูปที่ 7.45 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°



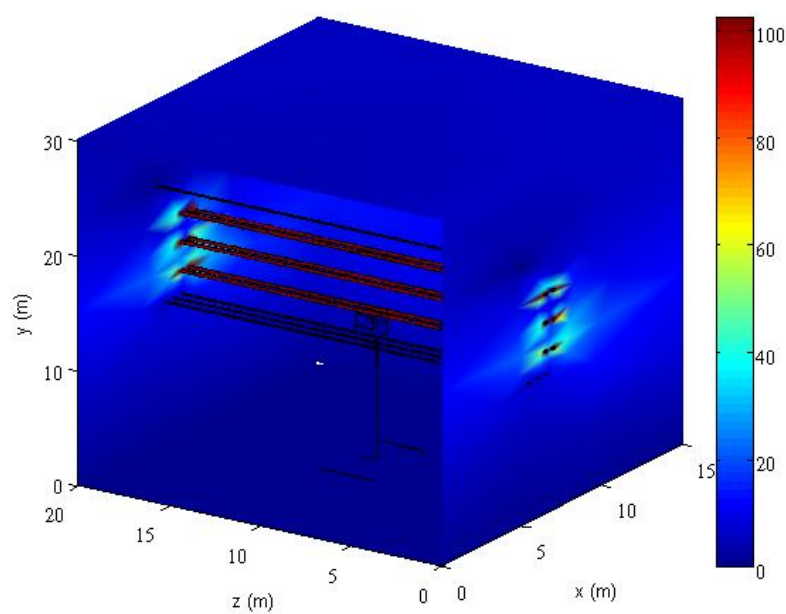
รูปที่ 7.46 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°



รูปที่ 7.47 กระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°

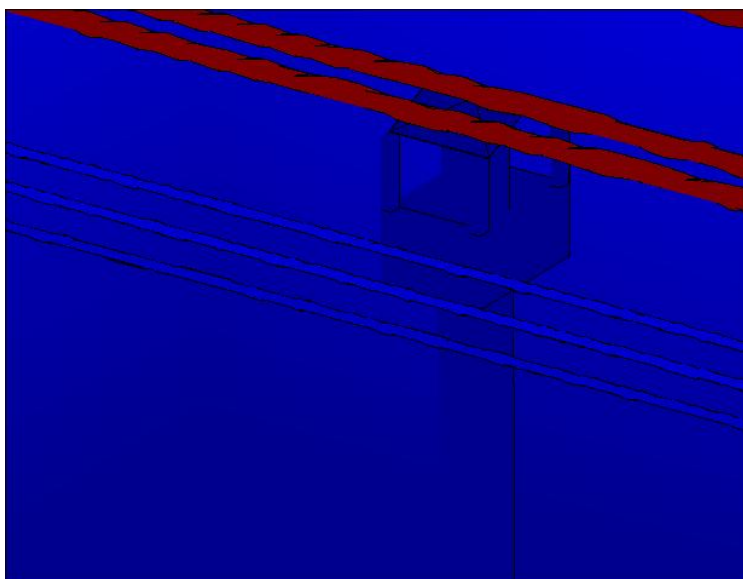


รูปที่ 7.48 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อนุคลาตรจีนขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°

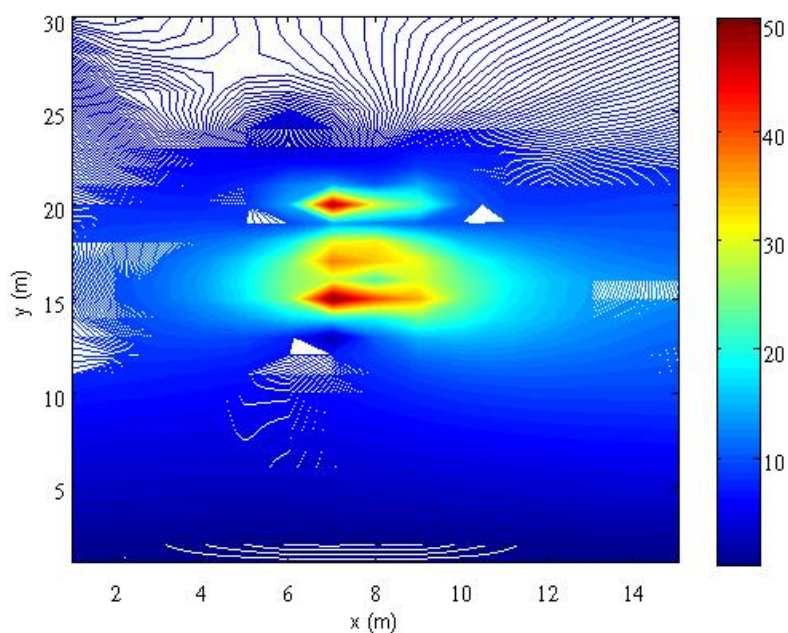


รูปที่ 7.49 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนุคลาตรจีน

ปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°

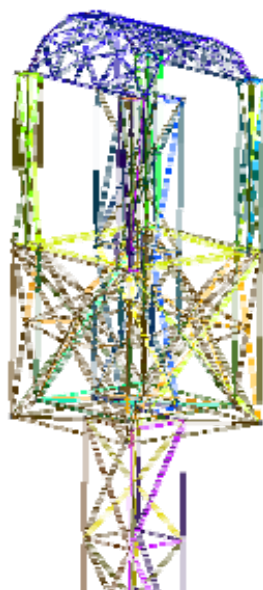


รูปที่ 7.50 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°

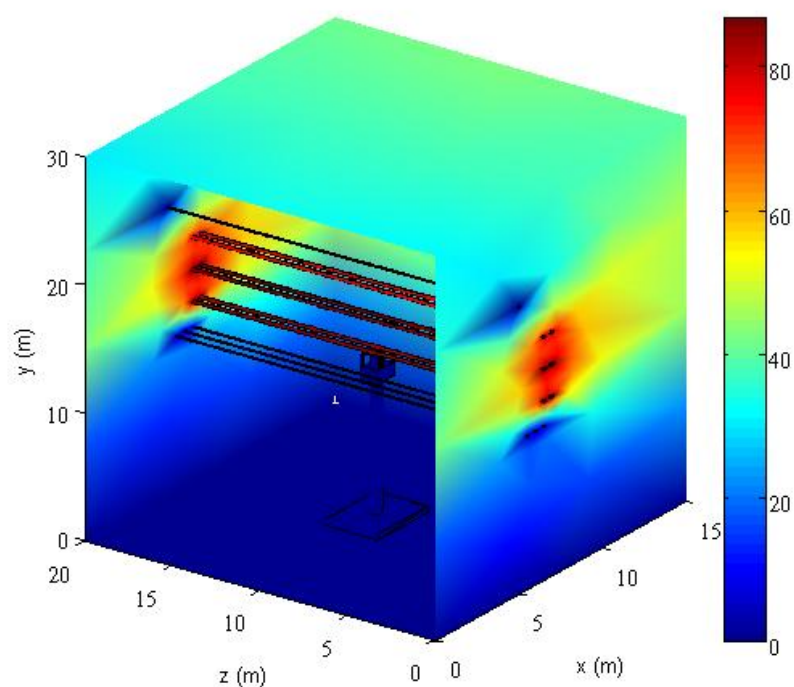


รูปที่ 7.51 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก

ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 40°

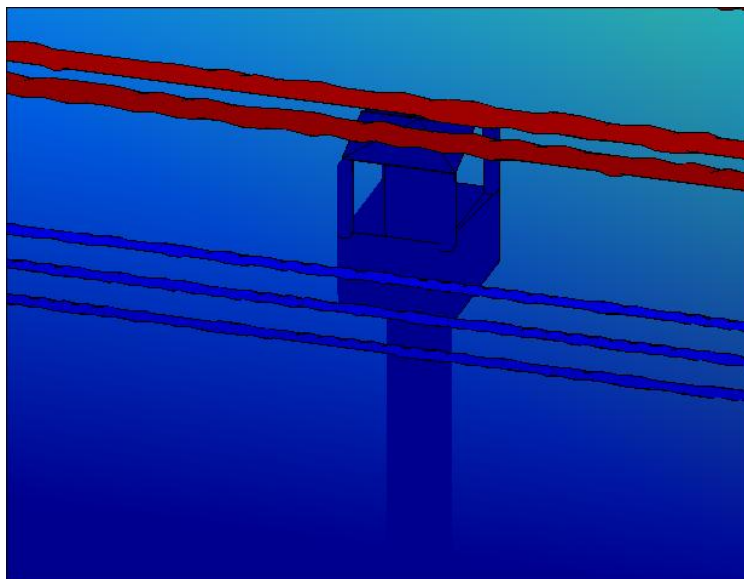


รูปที่ 7.52 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°

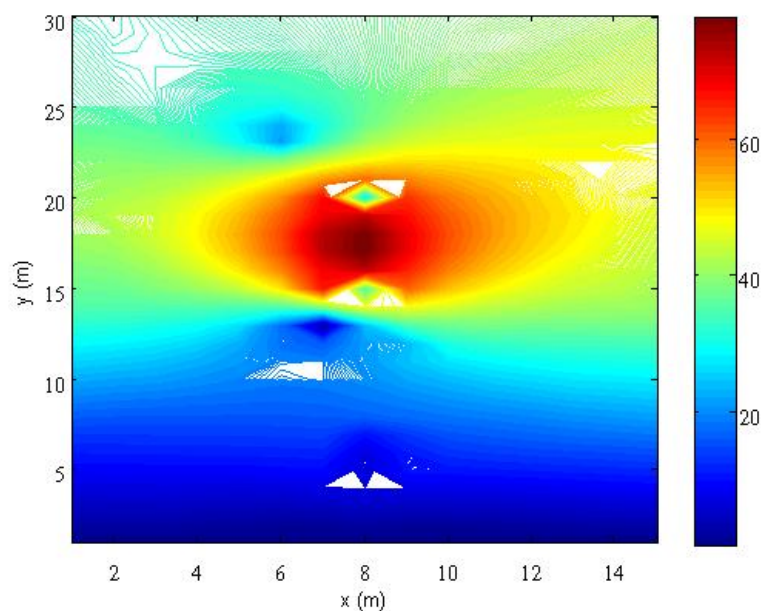


รูปที่ 7.53 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไป

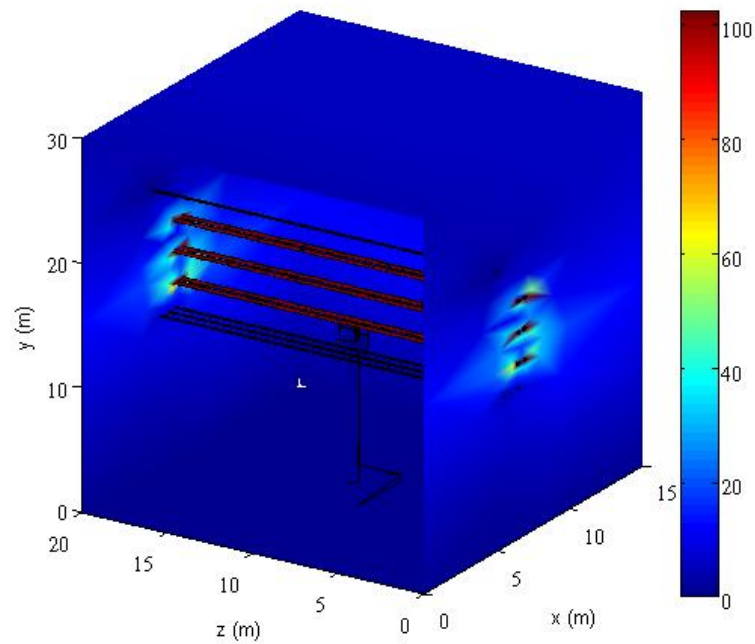
ปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°



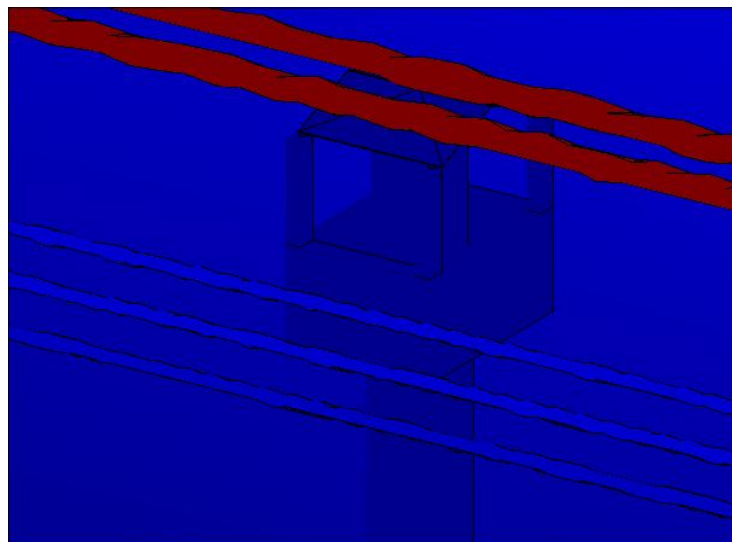
รูปที่ 7.54 กระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อนุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°



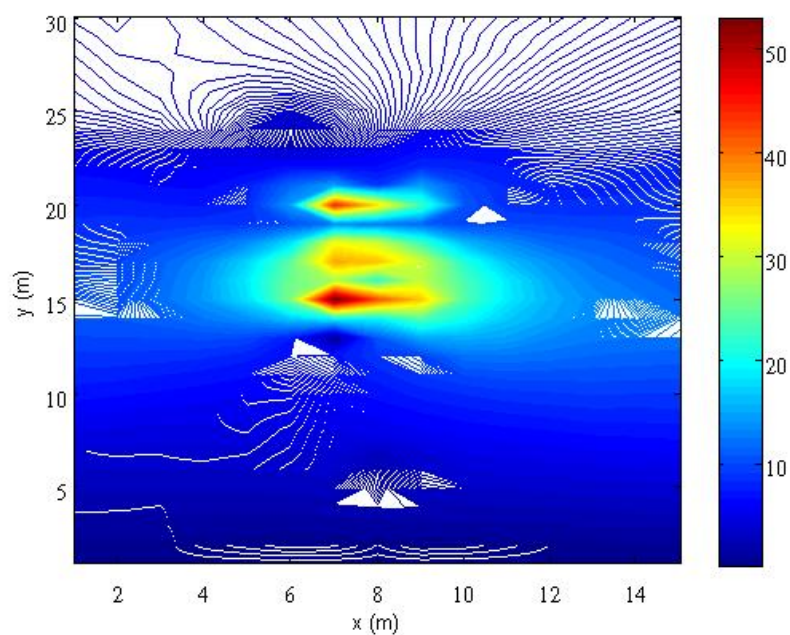
รูปที่ 7.55 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ของระบบเมื่อนุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°



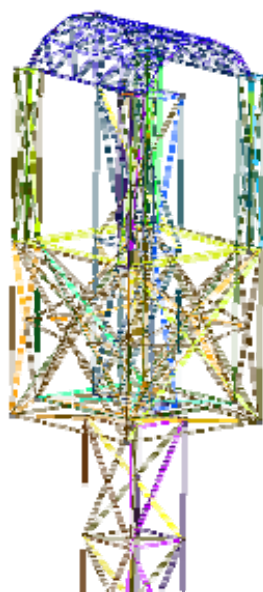
รูปที่ 7.56 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°



รูปที่ 7.57 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°

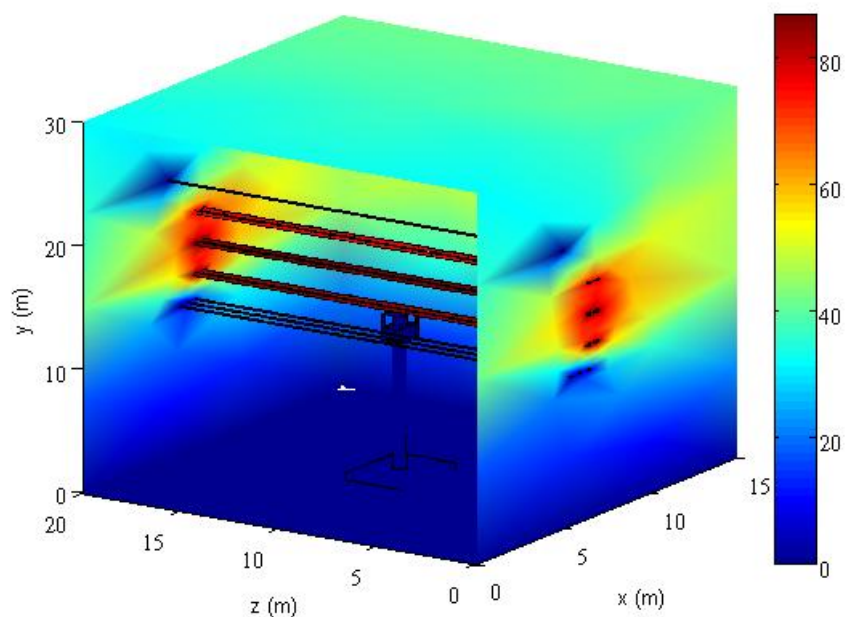


รูปที่ 7.58 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อนุคลาตรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 35°

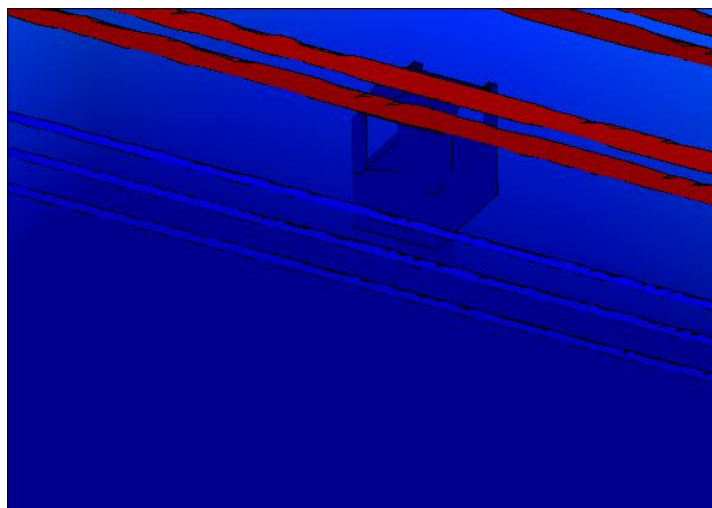


รูปที่ 7.59 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อนุคลาตรขึ้น ไปปฏิบัติงาน

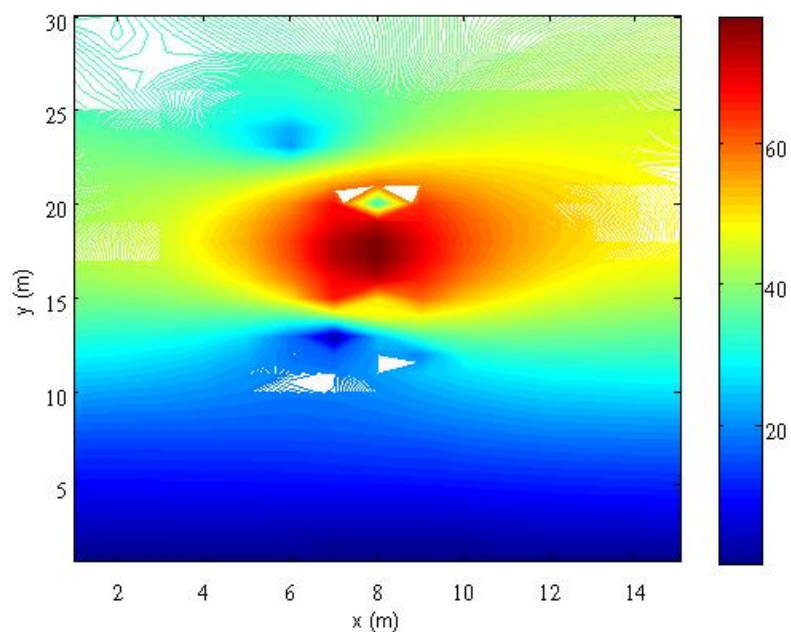
ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°



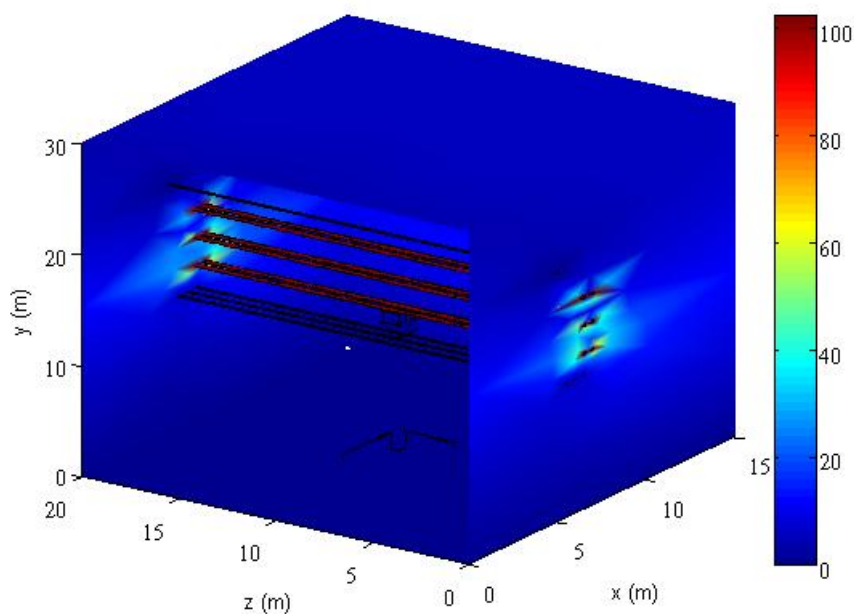
รูปที่ 7.60 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°



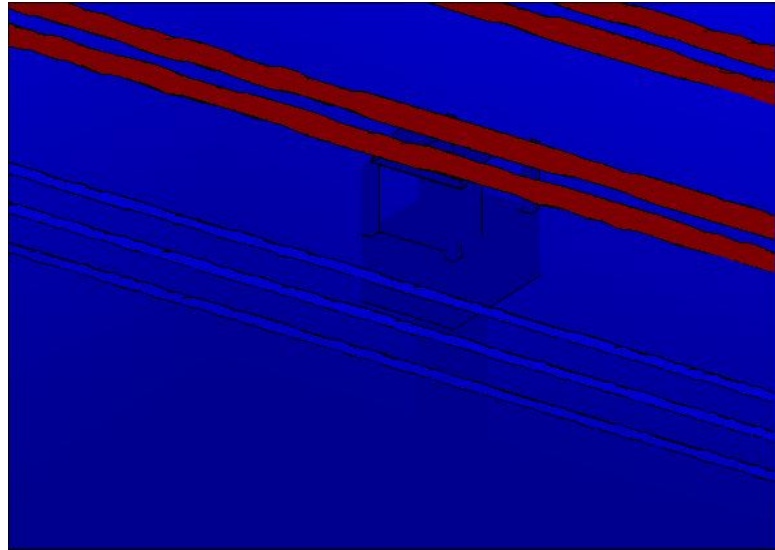
รูปที่ 7.61 กระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°



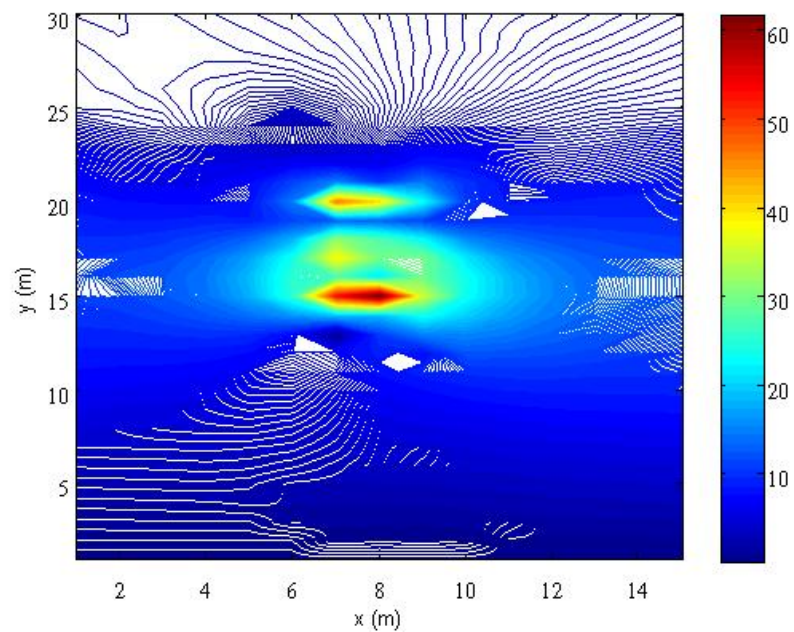
รูปที่ 7.62 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อนุคลาตรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°



รูปที่ 7.63 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนุคลาตรขึ้นไป
ปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°

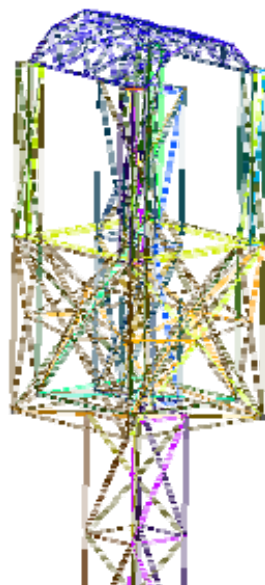


รูปที่ 7.64 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารอกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°

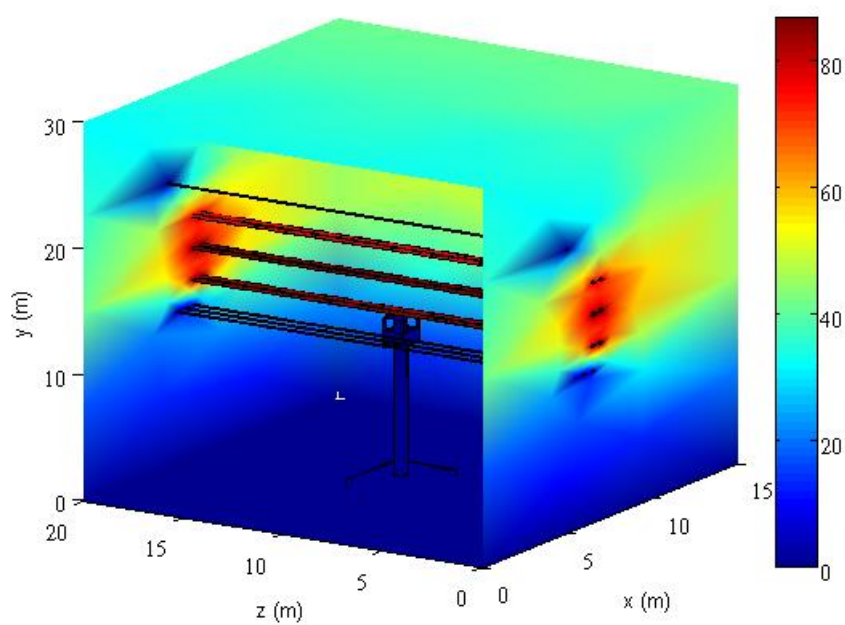


รูปที่ 7.65 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก

ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 30°

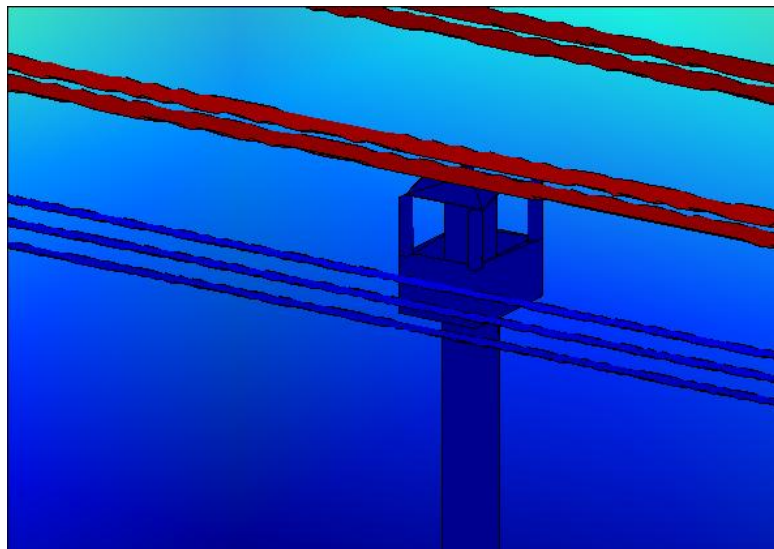


รูปที่ 7.66 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารถยนต์ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°

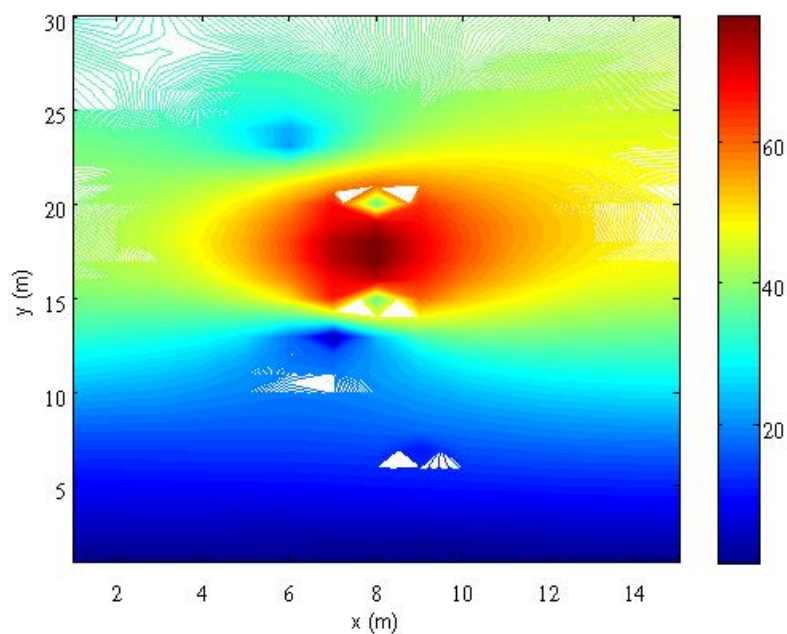


รูปที่ 7.67 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไป

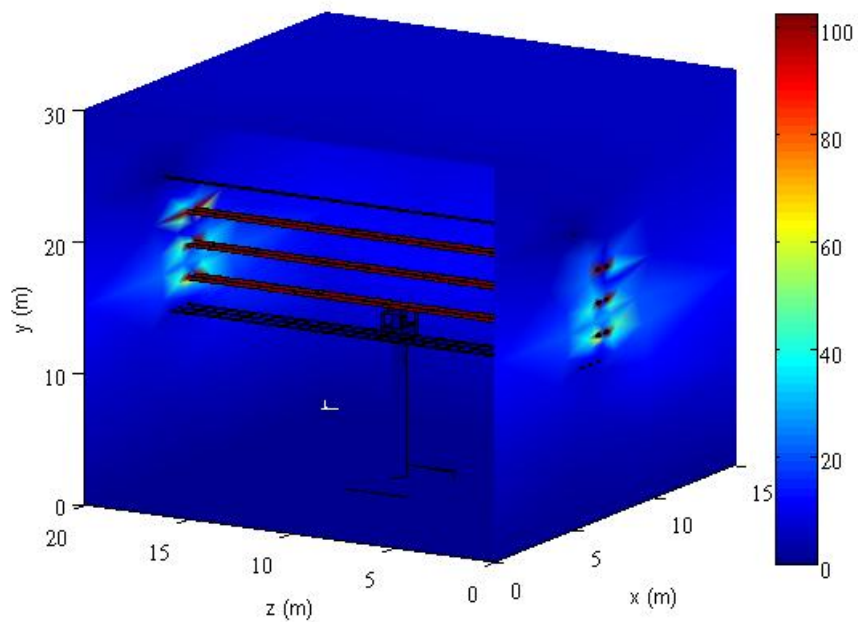
ปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°



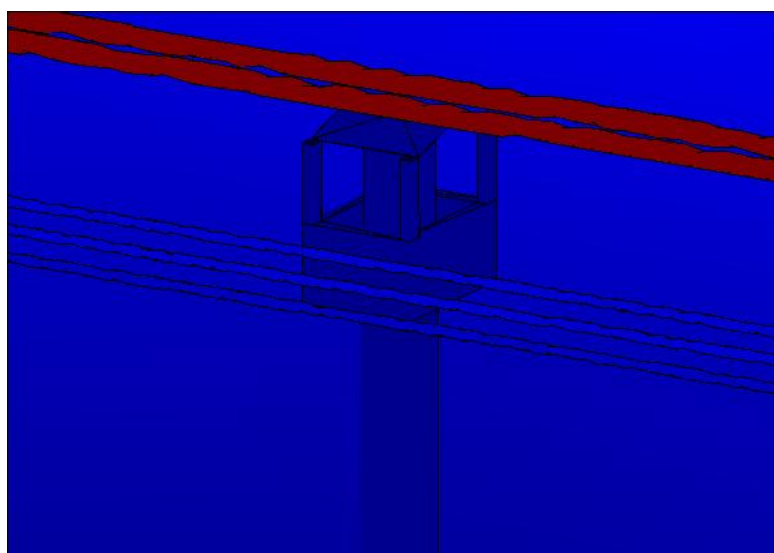
รูปที่ 7.68 กระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°



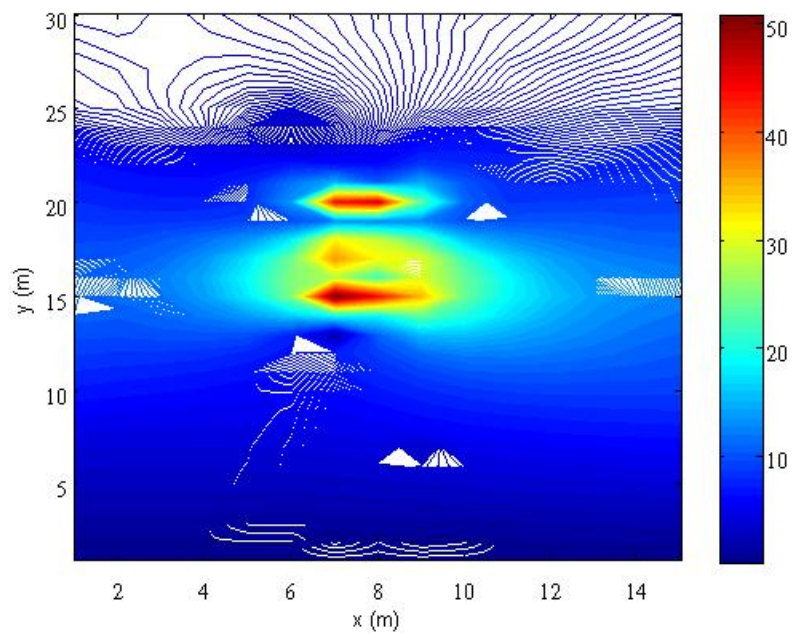
รูปที่ 7.69 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°



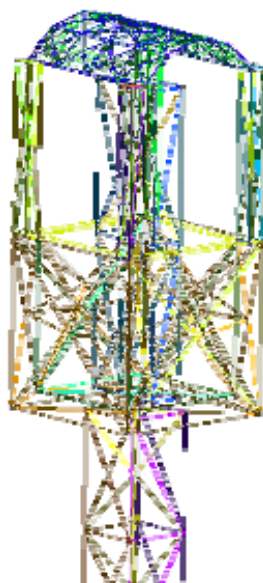
รูปที่ 7.70 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนุคลาตรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°



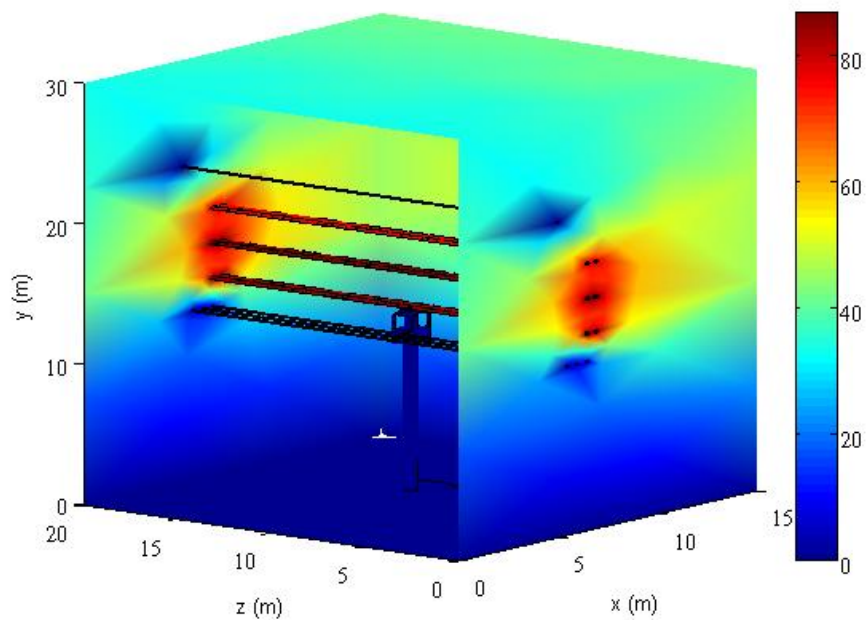
รูปที่ 7.71 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อนุคลาตรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°



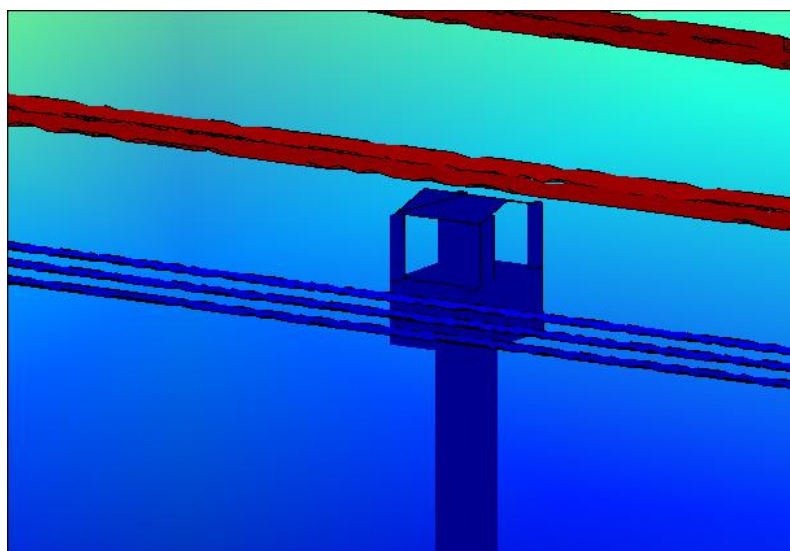
รูปที่ 7.72 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 25°



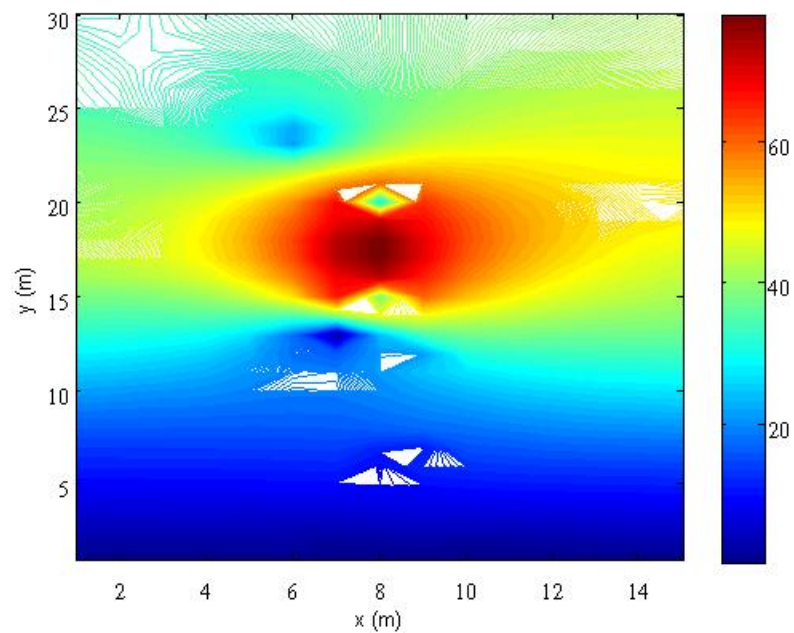
รูปที่ 7.73 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วย
กระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°



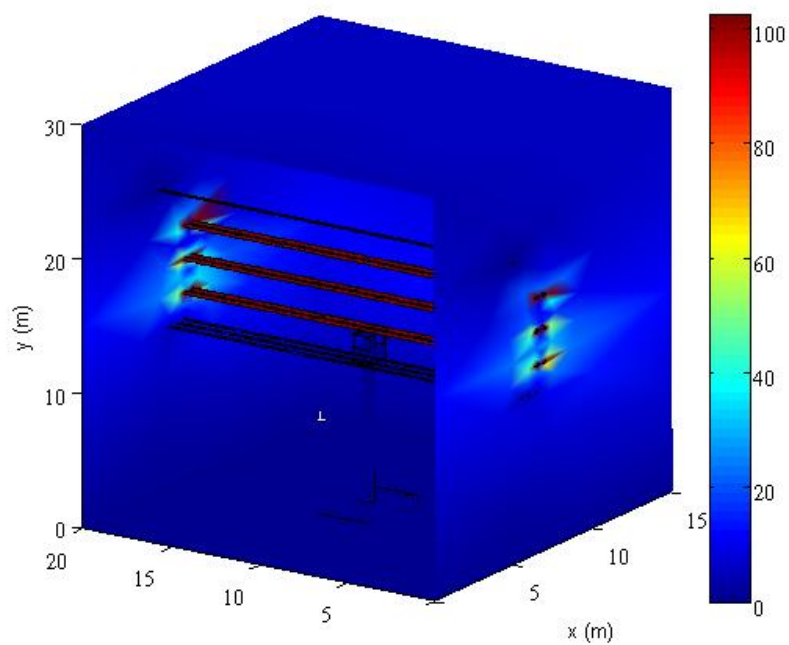
รูปที่ 7.74 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไป
ปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°



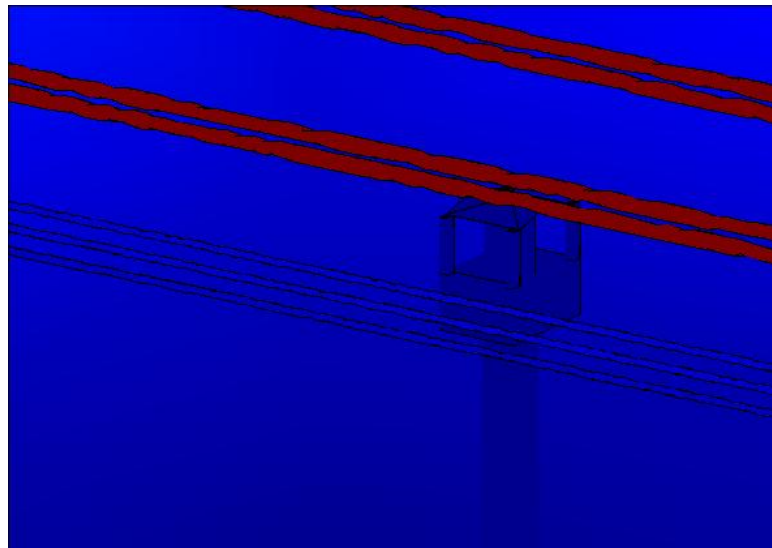
รูปที่ 7.75 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°



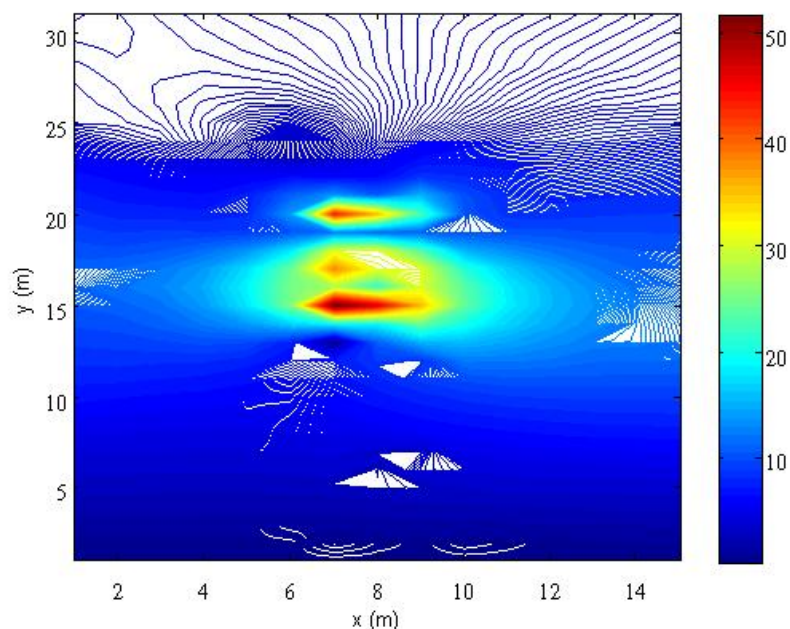
รูปที่ 7.76 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอกยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°



รูปที่ 7.77 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°

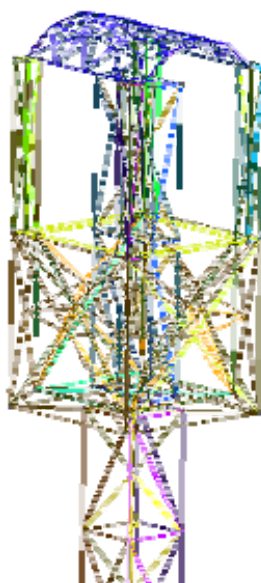


รูปที่ 7.78 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°

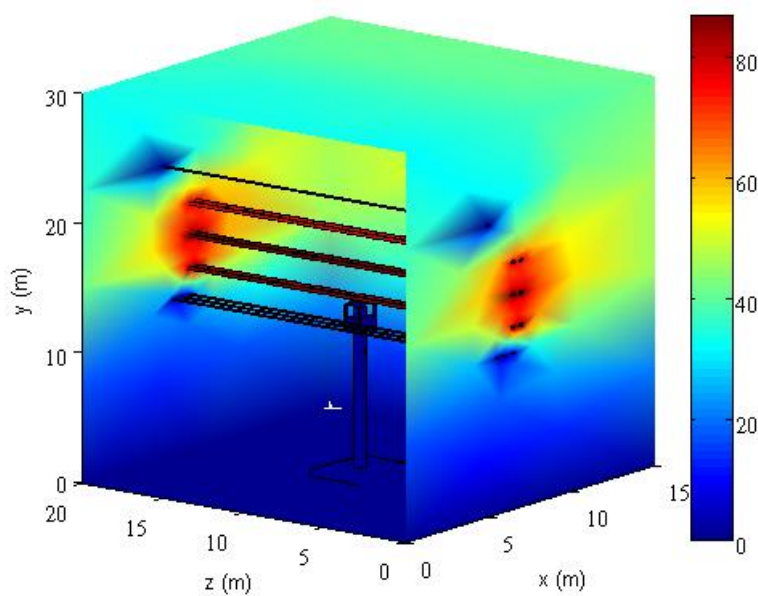


รูปที่ 7.79 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก

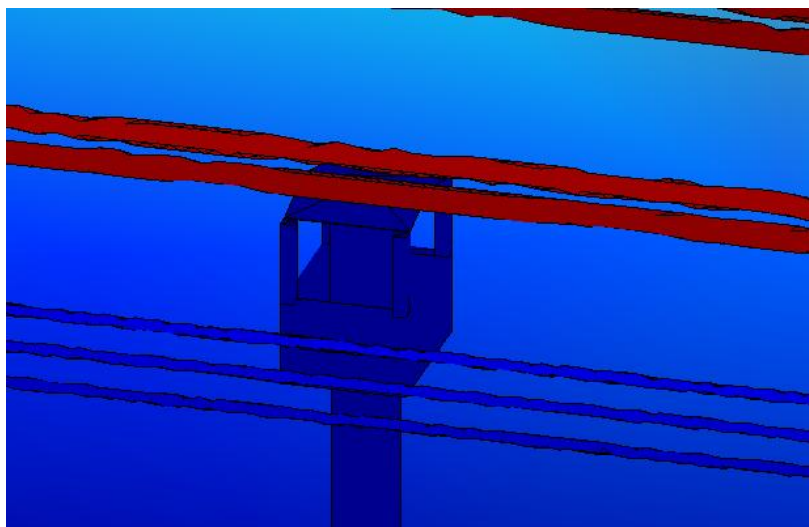
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 20°



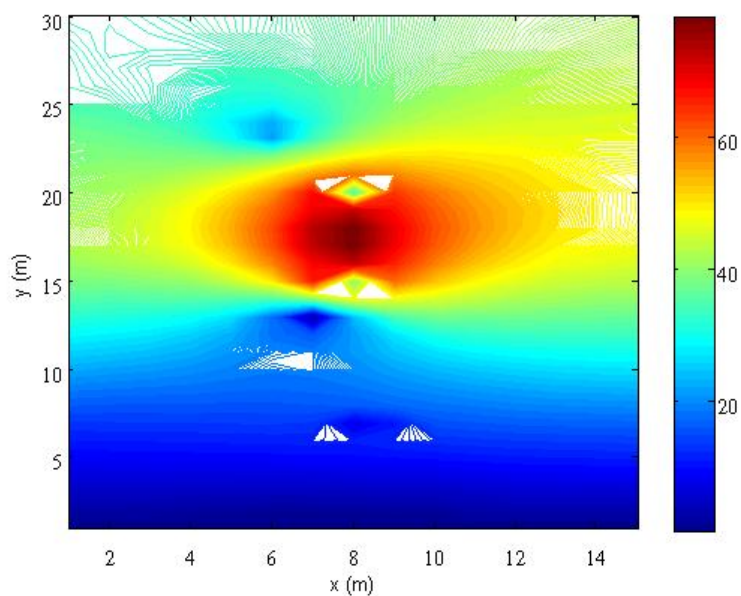
รูปที่ 7.80 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15°



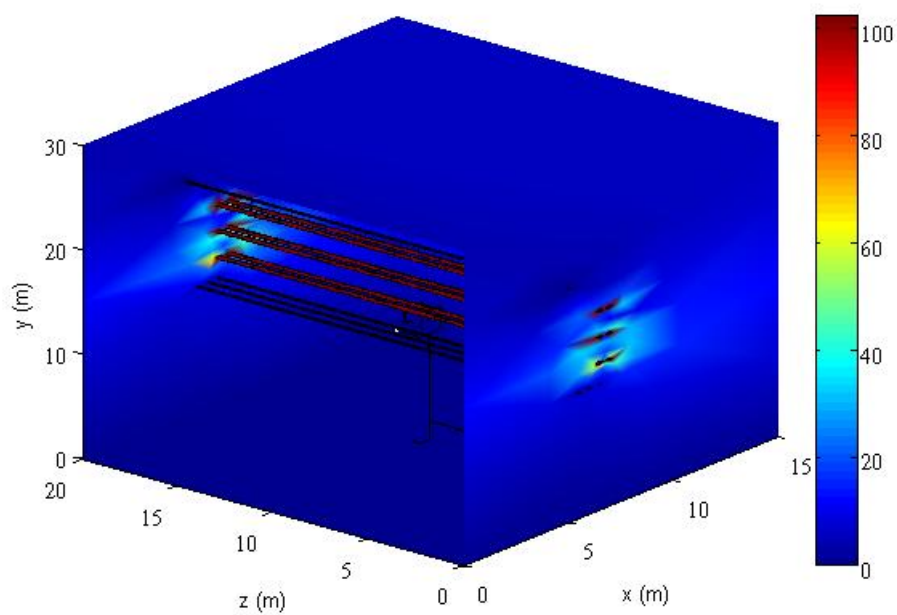
รูปที่ 7.81 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไป
ปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15°



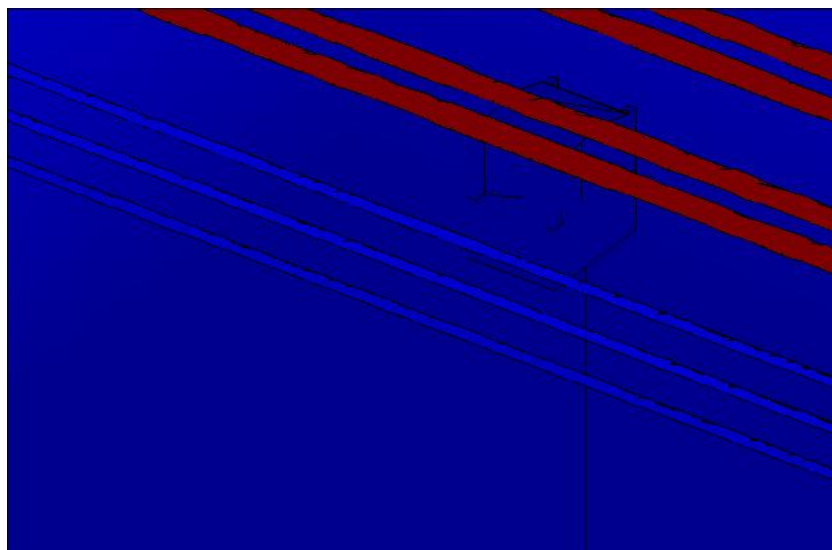
รูปที่ 7.82 กระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อนुकลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารอกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15°



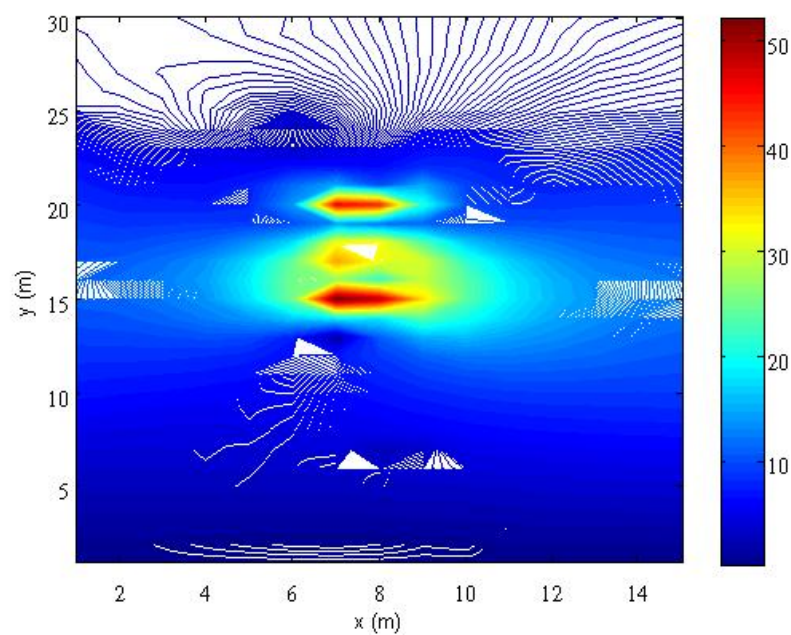
รูปที่ 7.83 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อนुकลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอก
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15°



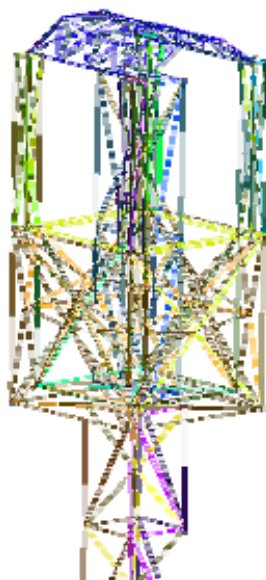
รูปที่ 7.84 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15°



รูปที่ 7.85 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15°

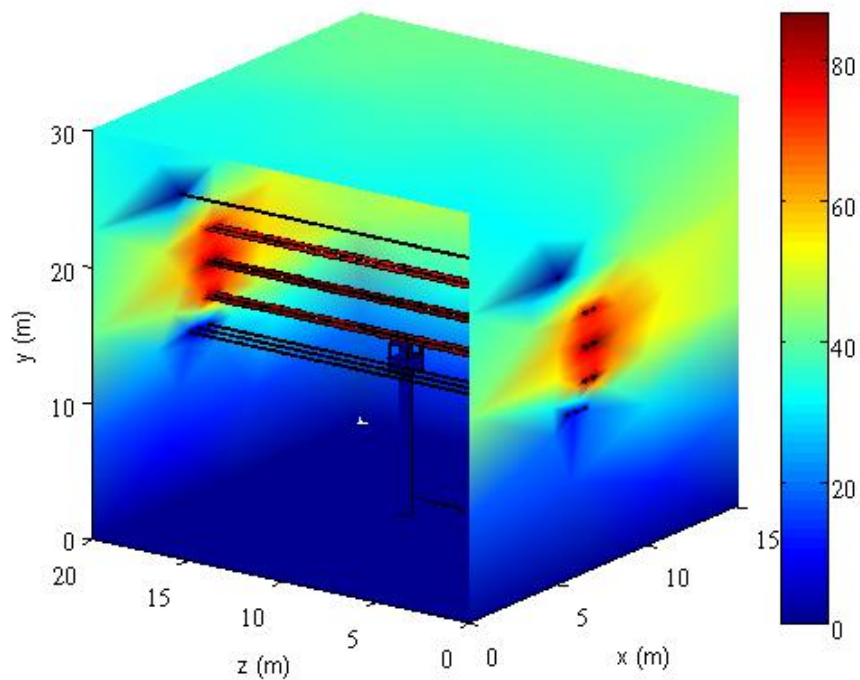


รูปที่ 7.86 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อนุคลาตรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอยก
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 15°

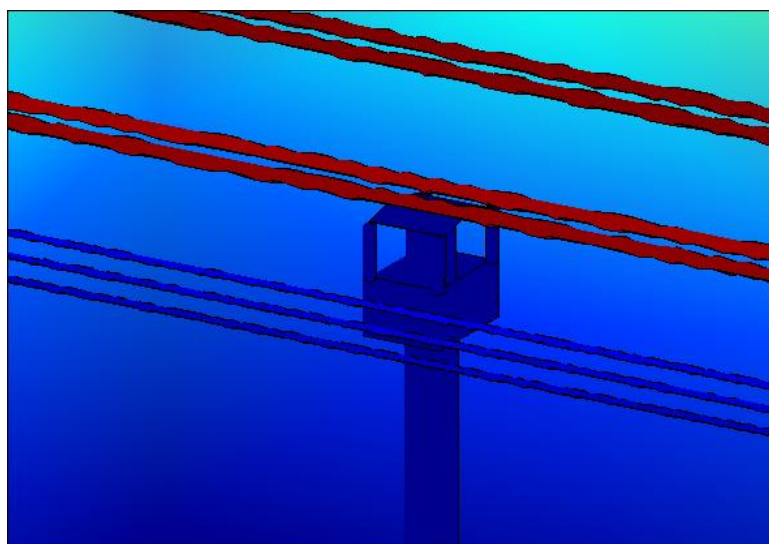


รูปที่ 7.87 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อนุคลาตรขึ้นไปปฏิบัติงาน

ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10°

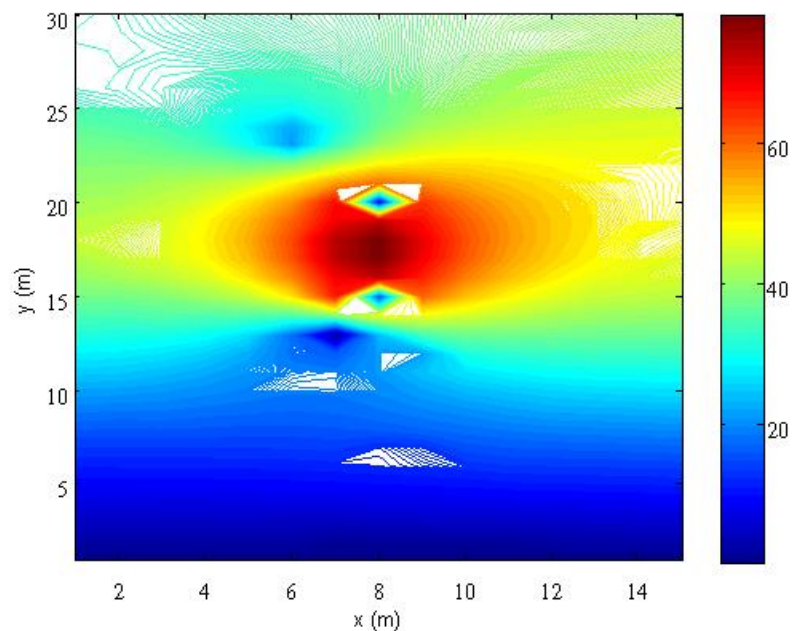


รูปที่ 7.88 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10°

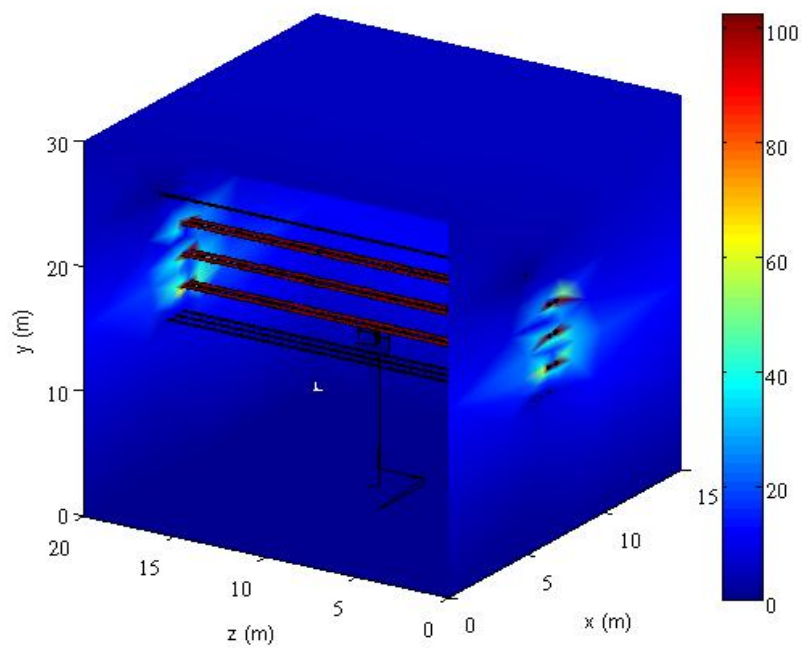


รูปที่ 7.89 กระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อนุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน

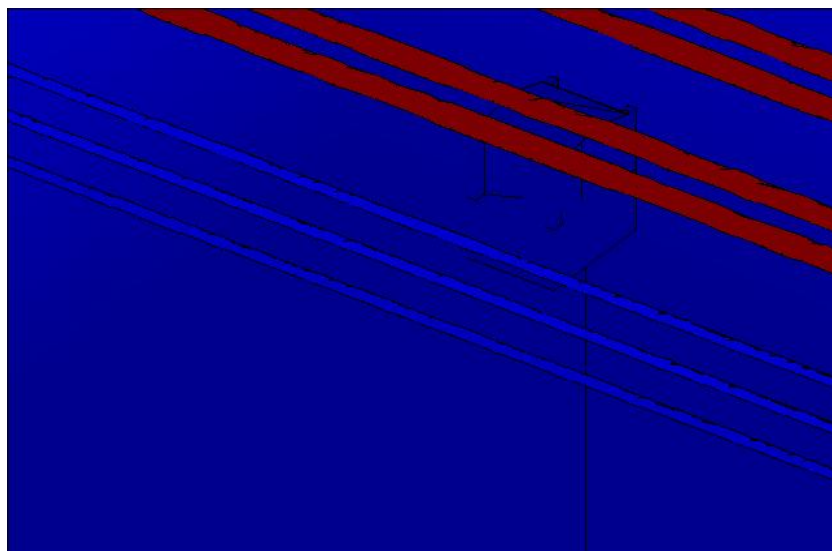
ด้วยกระแสรัศยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10°



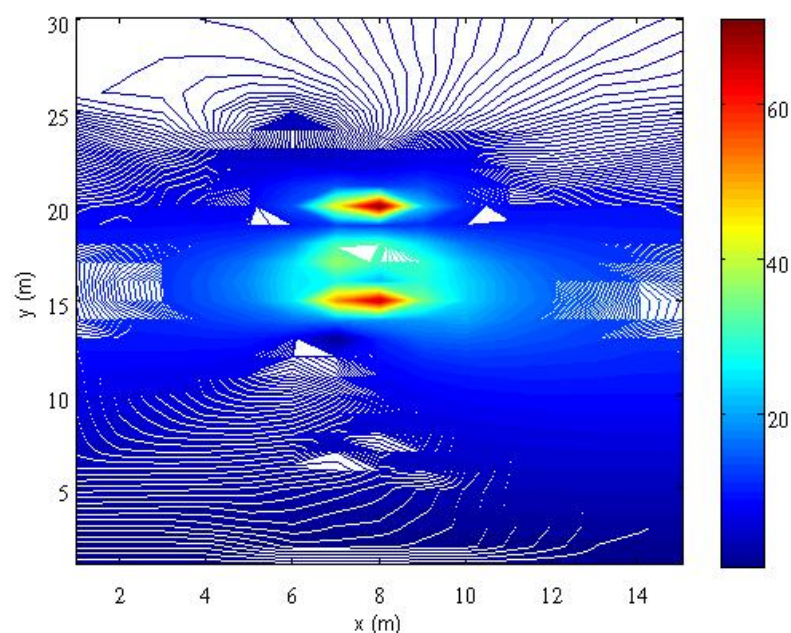
รูปที่ 7.90 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระแสรัศยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10°



รูปที่ 7.91 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนุคลาการขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10°

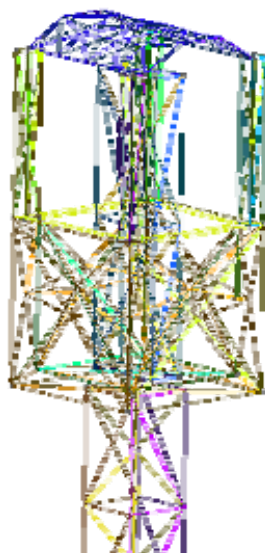


รูปที่ 7.92 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อนุคลาการขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10°

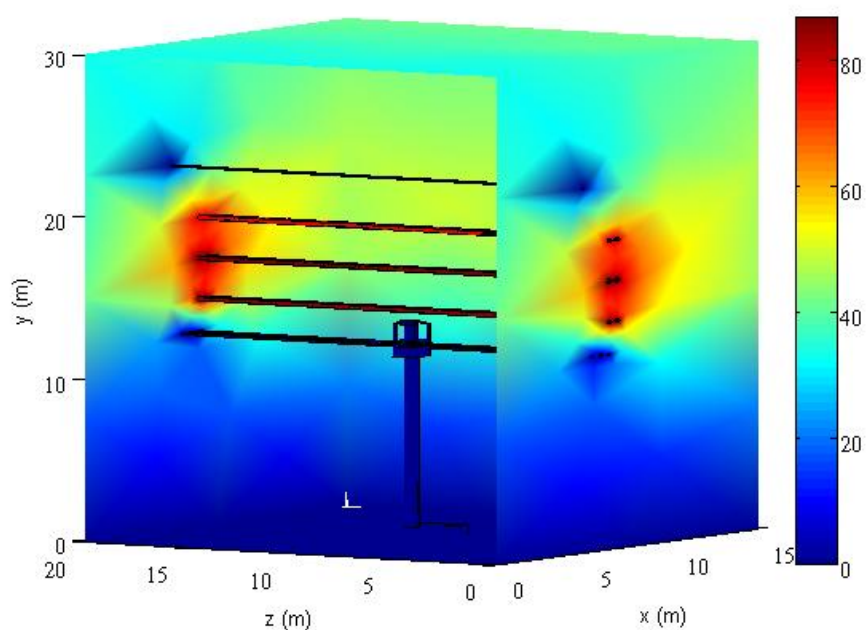


รูปที่ 7.93 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ของระบบเมื่อนุคลาการขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก

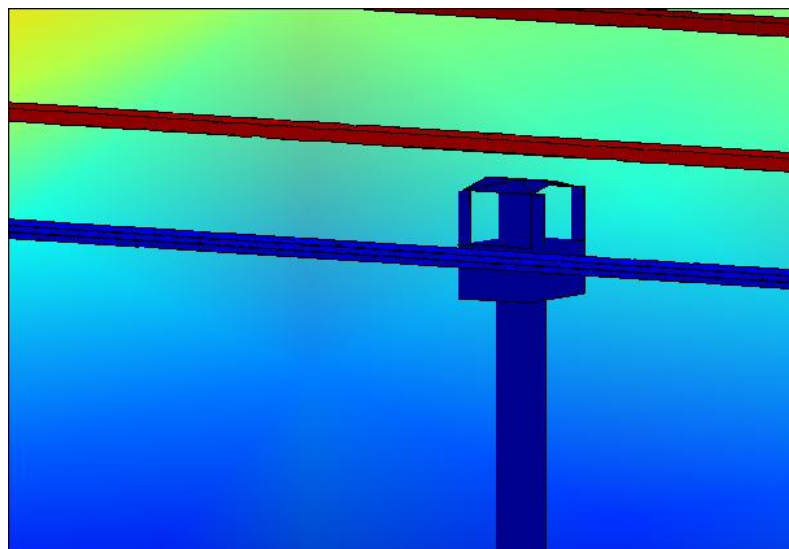
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 10°



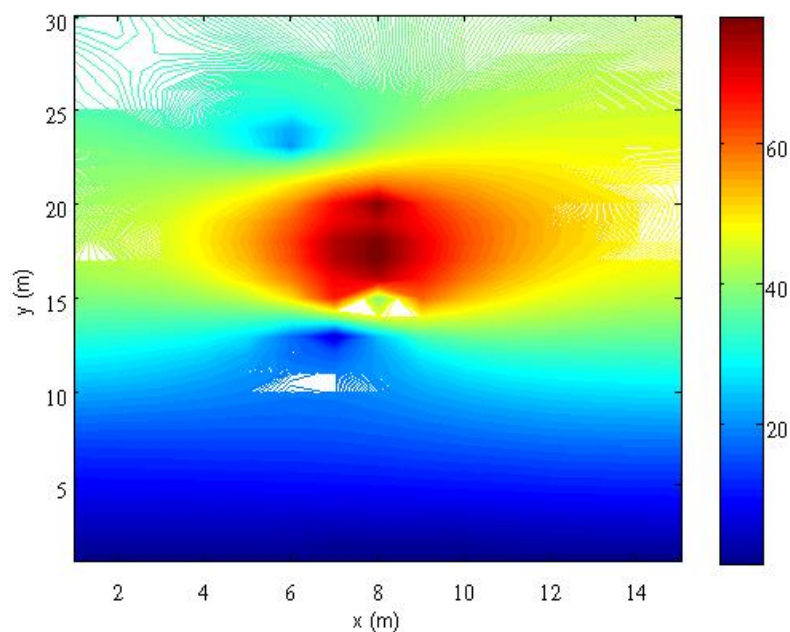
รูปที่ 7.94 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°



รูปที่ 7.95 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไป
ปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°

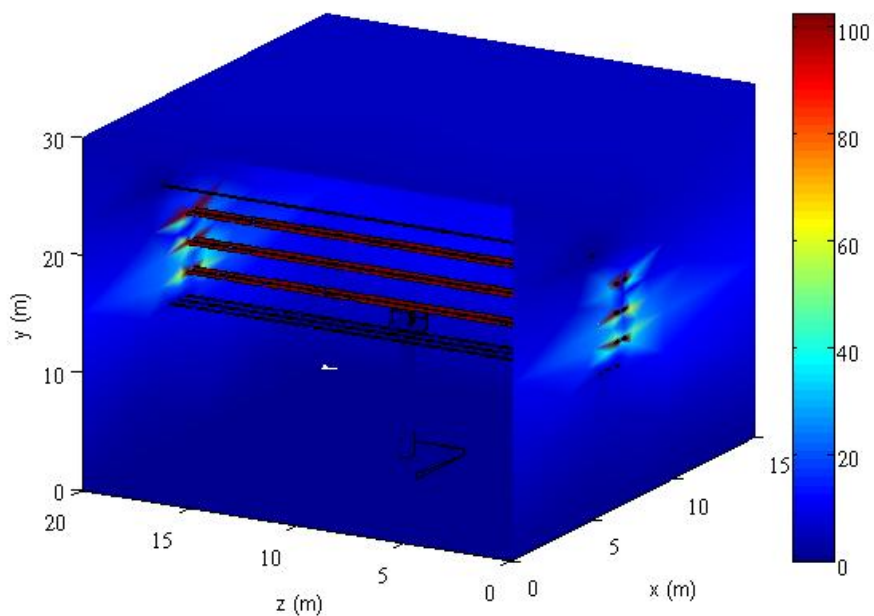


รูปที่ 7.96 กระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน ด้วยกระเช้ารถยนต์ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°

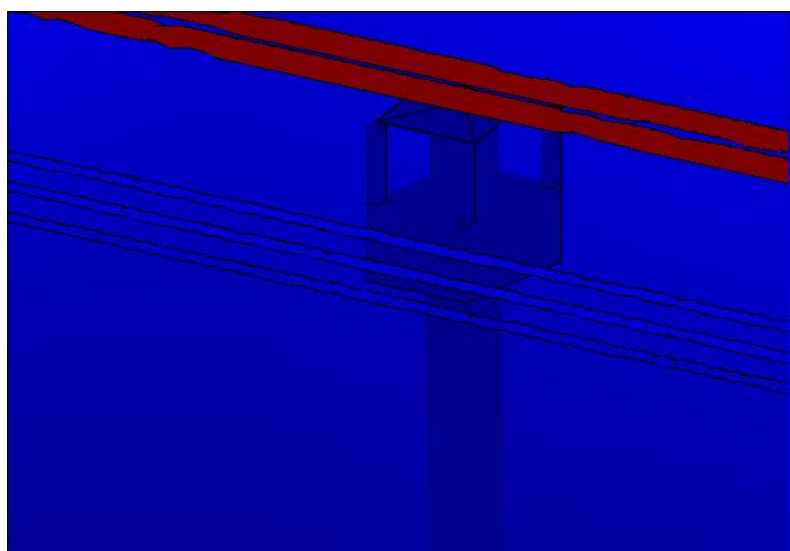


รูปที่ 7.97 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์ ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยนต์

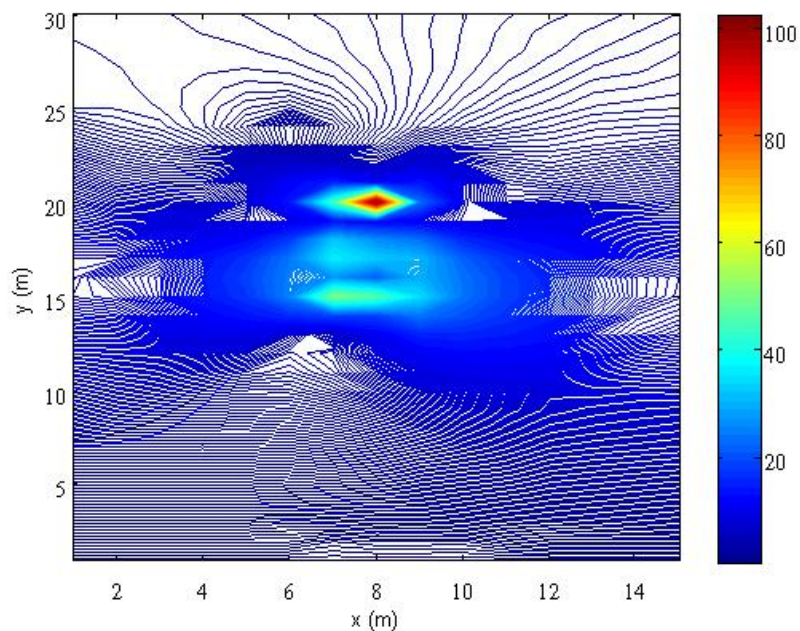
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°



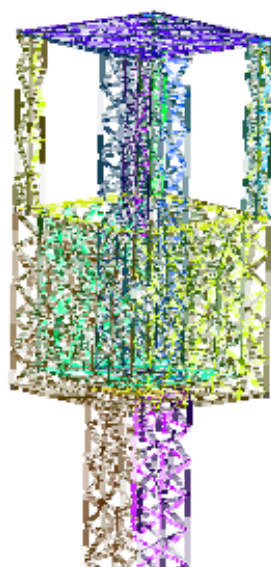
รูปที่ 7.98 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°



รูปที่ 7.99 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°

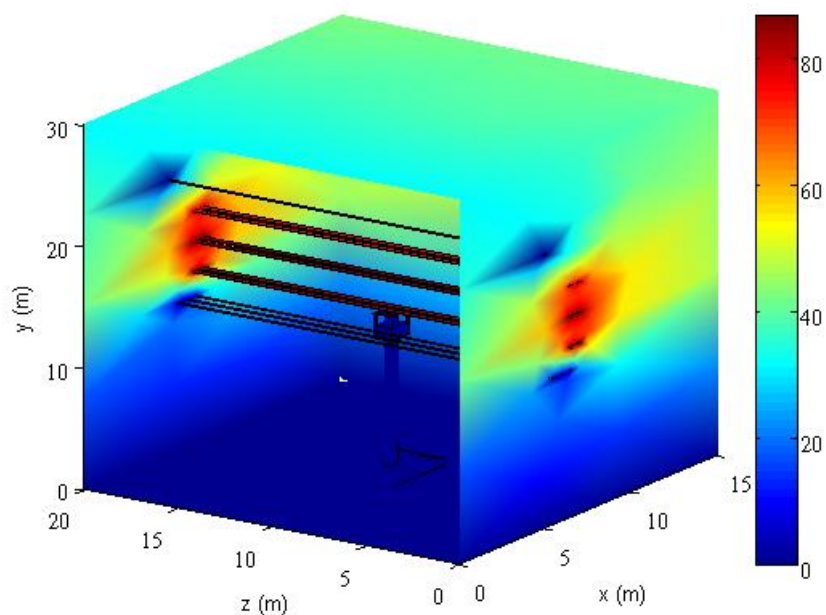


รูปที่ 7.100 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 5°

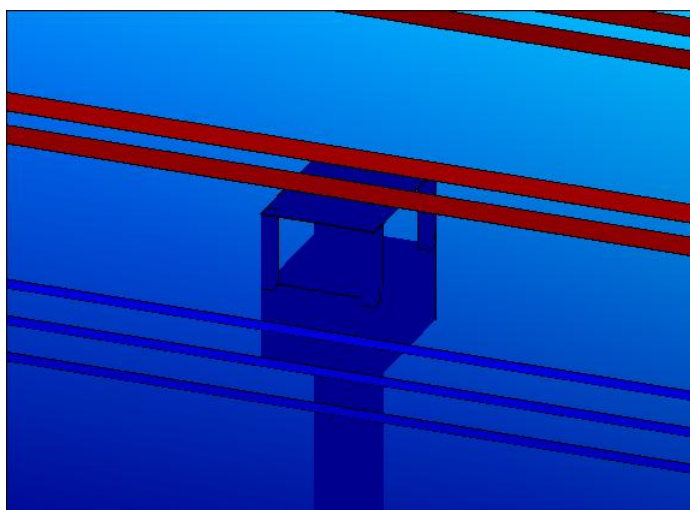


รูปที่ 7.101 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน

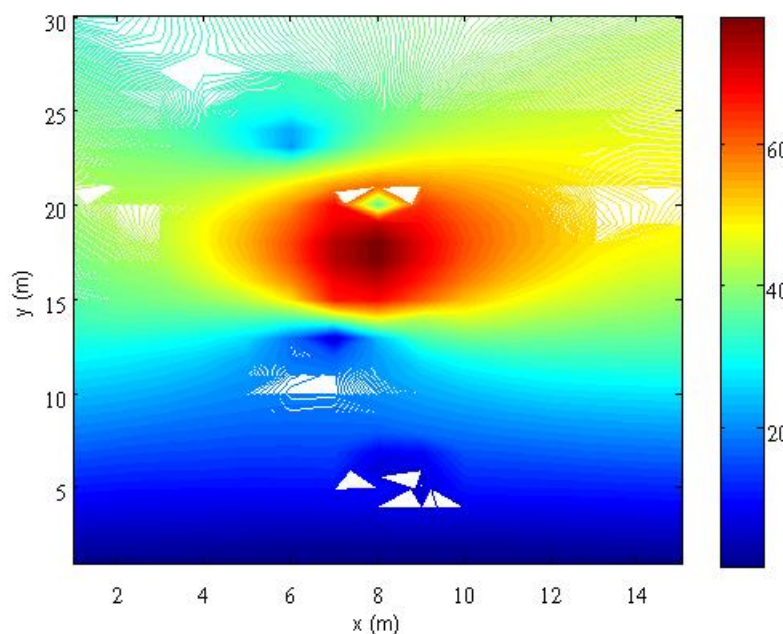
ด้วยกระเช้ารถยนต์ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°



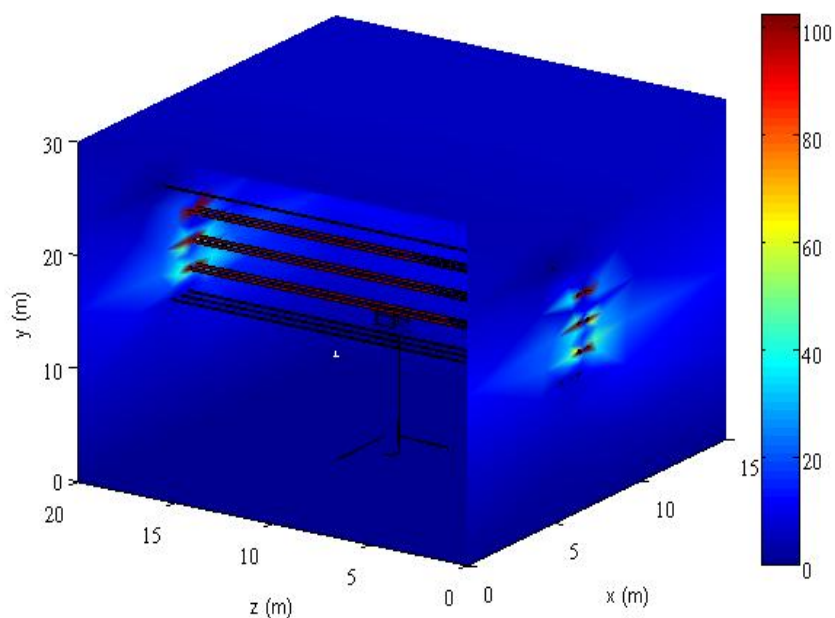
รูปที่ 7.102 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยนต์ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°



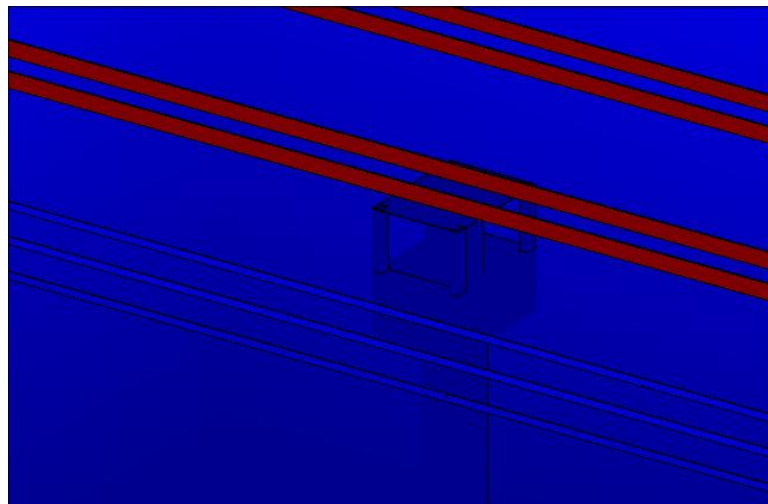
รูปที่ 7.103 กระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อนุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยนต์ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°



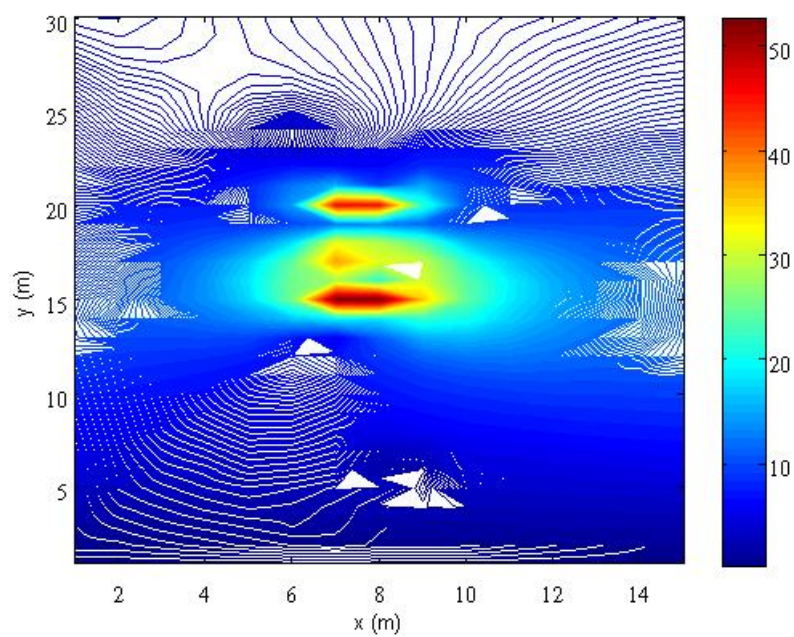
รูปที่ 7.104 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อนุคลาตรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°



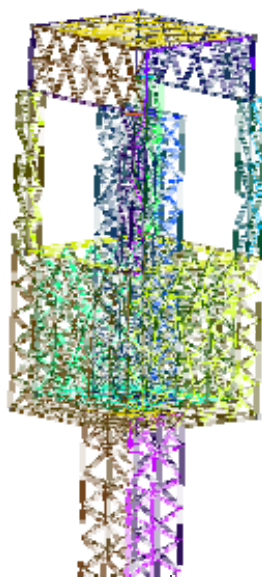
รูปที่ 7.105 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนุคลาตรขึ้นไป
ปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°



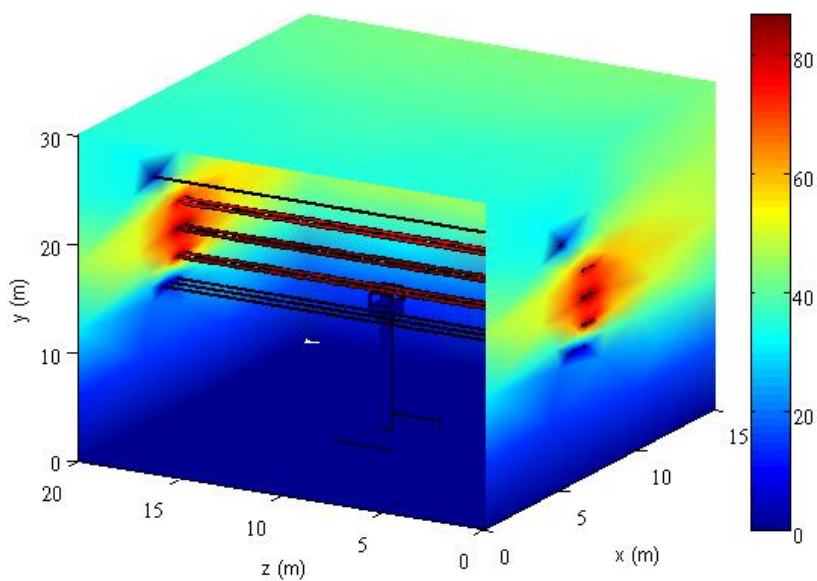
รูปที่ 7.106 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อนุคลาตรขึ้น ไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารถยนต์ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°



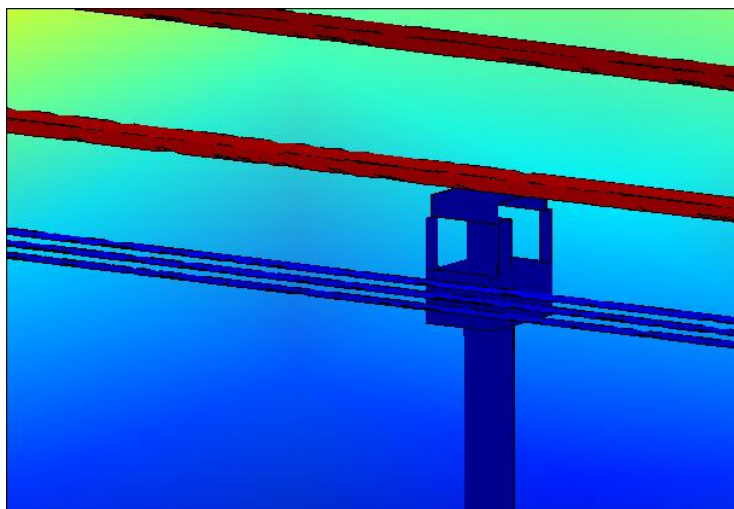
รูปที่ 7.107 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อนุคลาตรขึ้น ไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยนต์
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 0°



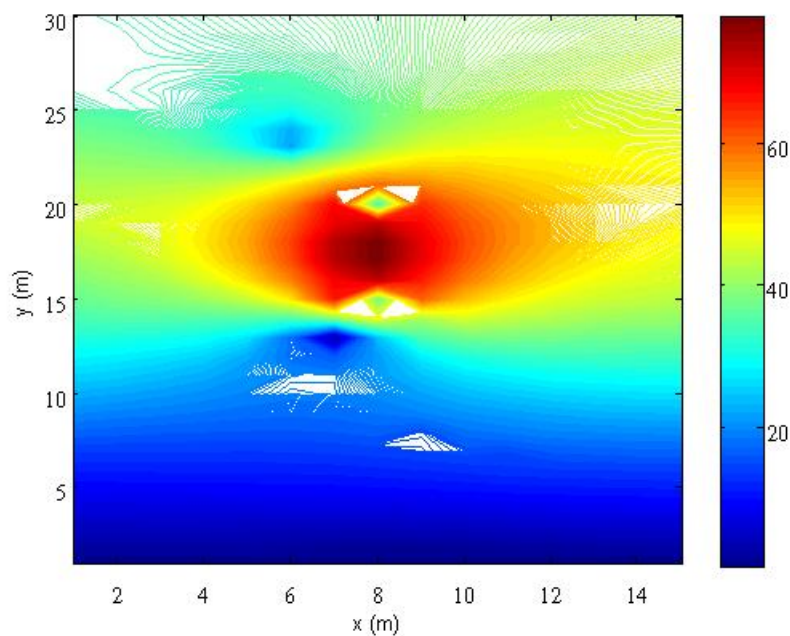
รูปที่ 7.108 ขยายให้เห็นถึงการสร้างกริดแบบ 3 มิติเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°



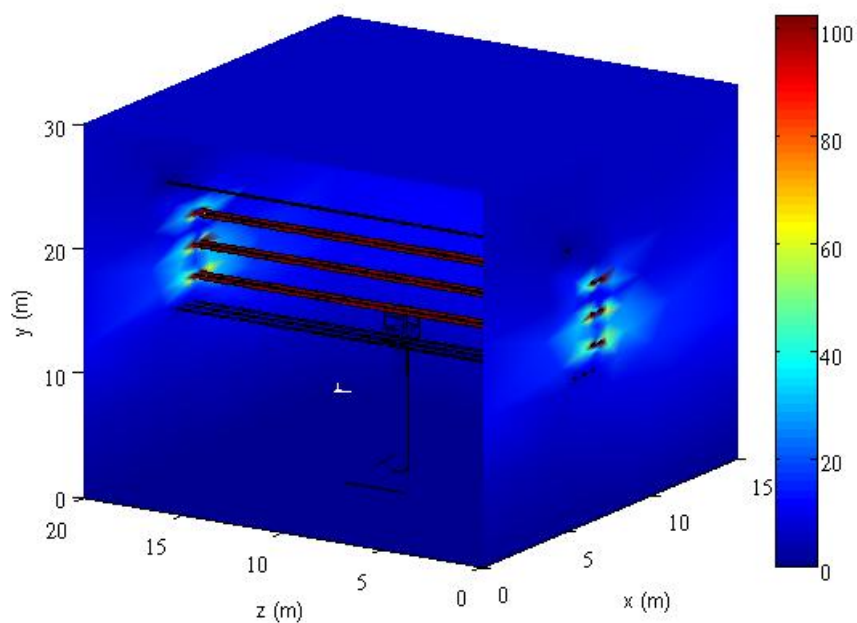
รูปที่ 7.109 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไป
ปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°



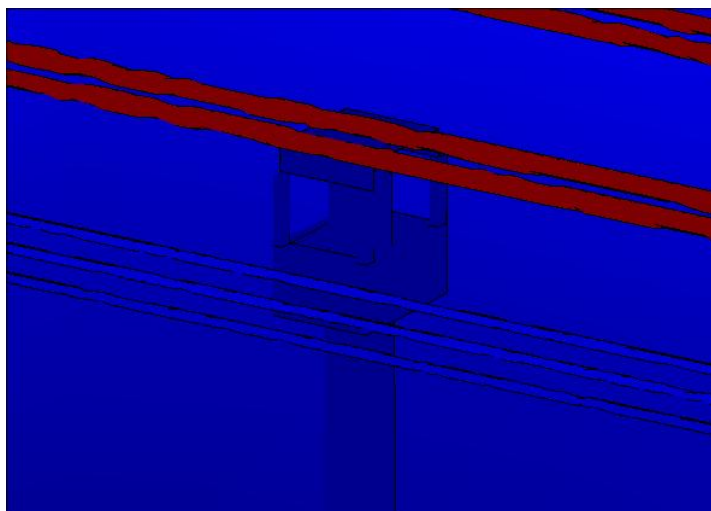
รูปที่ 7.110 กระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงาน
ด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°



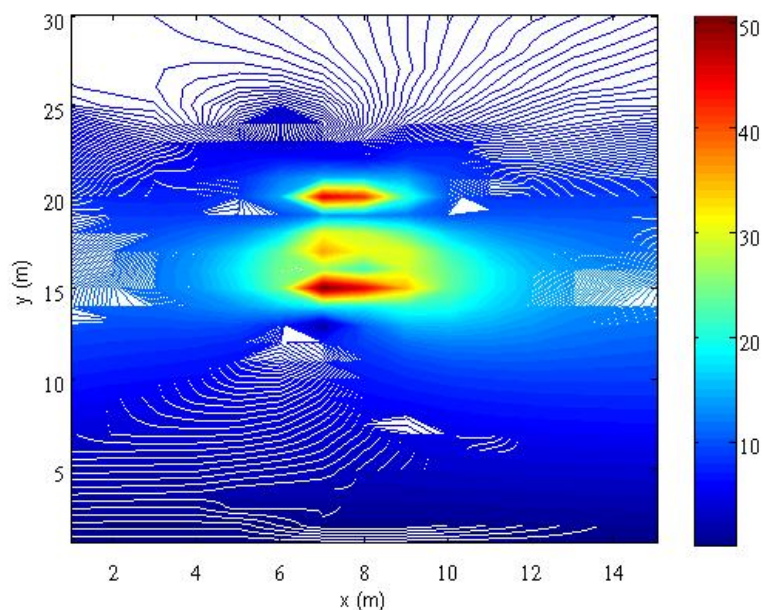
รูปที่ 7.111 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า(kV/m) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°



รูปที่ 7.112 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณภายในของระบบเมื่อนุคลาตรจีนขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°



รูปที่ 7.113 การกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) แบบ 3 มิติบริเวณกระเช้าเมื่อนุคลาตรจีนขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยกที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°



รูปที่ 7.114 ภาพตัดขวางการกระจายสนามแม่เหล็ก (μT) ที่ระยะความลึกตรงกึ่งกลางมนุษย์
ของระบบเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารถยก
ที่ติดตั้งหลังคาโค้งทำมุม 90°

จากผลลัพธ์ทางกราฟิกที่ได้จากการจำลองผลเมื่อพิจารณาการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุมต่าง ๆ ทั้ง 11 กรณี ทำให้ทราบถึงลักษณะการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าที่มีการเปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมุมความโค้งของหลังคา โดยที่ค่าสนามแม่เหล็กและค่าสนามไฟฟ้าจะกระจายตัวมีค่ามากที่สุดที่บริเวณตำแหน่งตัวนำและค่าลดน้อยลงมาเมื่อระยะห่างจากตัวนำมีค่ามากขึ้น และค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะมีค่าน้อยที่สุดที่ตำแหน่งพื้นดิน โดยเมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งของหลังคากระเช้าซึ่งทำจากอลูมิเนียมที่เป็นวัสดุวิศวกรรมที่มีค่าความนำไฟฟ้าสูง จึงทำให้สนามแม่เหล็กกระจายตัวอยู่ในหลังคาอลูมิเนียมมากกว่าที่จะกระจายตัวเข้ามาที่ตำแหน่งบุคลากรที่ปฏิบัติงาน ทำให้ภายในกระเช้ารถยกที่มีหลังคาปิดกั้นมีค่าสนามแม่เหล็กเฉลี่ยน้อยลงส่งผลให้ค่าสนามแม่เหล็กเฉลี่ยที่ตกกระทบบนตัวบุคลากรมีค่าลดน้อยลงไปด้วย สำหรับค่าสนามไฟฟ้านั้นหลังคาที่ทำจากอลูมิเนียมจะไม่ส่งผลต่อการกระจายตัวของสนามไฟฟ้ามากนัก ทำให้ยังมีสนามไฟฟ้าตกกระทบบนตัวบุคลากรที่ปฏิบัติงานบนกระเช้า ทั้งนี้เนื่องจากวัสดุที่ใช้ทำหลังคาไม่ได้เป็นวัสดุที่เคลือบไว้ด้วยฉนวน โดยเฉพาะเมื่อพิจารณาภาพตัดขวางในบริเวณที่มีบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานบนรถกระเช้าจะเห็นถึงการเปลี่ยนแปลงที่ชัดเจนมากยิ่งขึ้น ซึ่งในหัวข้อถัดไปจะได้ทำการเปรียบเทียบผลการจำลองในเชิงตัวเลขจากทั้ง 11 กรณีพร้อมทั้งเปรียบเทียบกับผลเมื่อกระเช้ารถยกยังไม่ได้ติดตั้งหลังคาที่ปรากฏผ่านมาแล้วในหัวข้อที่ 7.2

7.4 การประมวลผลการจำลองพร้อมเปรียบเทียบผล

ในหัวข้อนี้จะทำการเปรียบเทียบผลการจำลองค่าสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าเฉลี่ยที่ตกกระทบบนตัวมนุษย์ที่ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยกระเช้ารอกซึ่งมีการติดตั้งหลังคาโค้งทำมุมต่าง ๆ โดยที่สายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ถูกตัดไฟออก ในขณะที่สายส่งในระบบส่งจ่าย 115 kV ยังคงมีกระแสไหลได้ตามปกติ ซึ่งการเปรียบเทียบผลสามารถแสดงให้เห็นได้ดังตารางที่ 7.3

ตารางที่ 7.3 ค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเฉลี่ยที่ตกกระทบบนตัวมนุษย์เมื่อพิจารณาหลังคาโค้งทำมุมต่าง ๆ

มุม	ค่าเฉลี่ย	สนามไฟฟ้า (kV/m)	สนามแม่เหล็ก (μ T)
0°		21.8489	9.7579
5°		23.0060	10.2067
10°		20.6443	9.7610
15°		26.0283	11.4373
20°		22.4411	9.8859
25°		24.9413	11.0582
30°		25.0001	11.0312
35°		23.1868	10.1973
40°		24.1802	10.7260
45°		22.1313	9.7610
90°		24.7790	10.8781

ตารางที่ 7.4 ค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามมาตรฐาน ICNIRP สำหรับระบบความถี่ 50 Hz

	สนามไฟฟ้า (kV/m)	สนามแม่เหล็ก (μ T)
สถานประกอบการ		
ตลอดทั้งวัน	10	500
ช่วงเวลาสั้น (2 ชม./วัน)	30	5000
สถานที่สาธารณะ		
ตลอดทั้งวัน	5	100
2-3 ชม. /วัน	10	1000

หมายเหตุ : ICNIRP คือ International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection

จากตารางที่ 7.3 จะสังเกตเห็นว่าค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเฉลี่ยที่ตกกระทบบนตัวของมนุษย์เมื่อพิจารณาหลังการระเหี่ยรดยกโค้งทำมุม 10° จะสามารถก้ำบังค่าสนามไฟฟ้าได้มากที่สุด และเมื่อพิจารณาหลังการระเหี่ยรดยกโค้งทำมุม 0° จะสามารถก้ำบังค่าสนามแม่เหล็กได้มากที่สุด ในขณะที่มุม 15° จะก้ำบังทั้งค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กได้น้อยที่สุด แต่ถึงอย่างไรก็ตามการติดตั้งหลังคาให้ก้ำบังรดยกเข้าไม่ว่าจะโค้งทำมุมใดก็ตาม ก็จะก้ำบังค่าสนามแม่เหล็กที่ตกกระทบบนตัวมนุษย์ได้ ส่วนค่าสนามไฟฟ้านั้นก็จะก้ำบังได้เกือบทุกมุมโค้ง และเมื่อพิจารณาผลการก้ำบังจะเห็นว่า การติดตั้งหลังคาจะก้ำบังผลของสนามแม่เหล็กได้ดีกว่าสนามไฟฟ้าโดยเปรียบเทียบผลกับหัวข้อที่ 7.2 ที่ผ่านมา ซึ่งเมื่อยังไม่มีการติดตั้งหลังคา ค่าสนามไฟฟ้าเฉลี่ยที่ตัวมนุษย์จะมีค่า 25.7123 kV/m และสนามแม่เหล็กเฉลี่ยที่ตัวมนุษย์จะมีค่า 22.6136 μ T โดยประสิทธิภาพการชีลด์ (Shielding efficiency : SE) เมื่อพิจารณาการก้ำบังค่าสนามไฟฟ้าด้วยหลังคาที่มีความโค้งทำมุม 10° มีค่าประสิทธิภาพการชีลด์ $SE_E = 20\log(25.7123/20.6443) = 1.9068$ dB และการก้ำบังค่าสนามแม่เหล็กด้วยหลังคาที่มีความโค้งทำมุม 0° มีค่า $SE_B = 20\log(22.6136/9.7579) = 7.3003$ dB ดังนั้นจึงเป็นการยืนยันได้ว่า เมื่อมีการติดตั้งหลังคาเพิ่มเข้าไปที่กระเหี่ยรดยกจะช่วยในการก้ำบังสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าได้จริง และเมื่อพิจารณาตามมาตรฐาน ICNIRP จากตารางที่ 7.4 เทียบเคียงกับผลลัพธ์ที่ปรากฏในตารางที่ 7.3 จะเห็นว่าค่าสนามแม่เหล็กที่ตกกระทบบนตัวมนุษย์นั้นจะไม่เกินมาตรฐานที่กำหนดด้วย ICNIRP ในทุกกรณี ส่วนค่าสนามไฟฟ้าจะมีความปลอดภัยกับมนุษย์เมื่อทำงานในสถานประกอบการไม่เกิน 2 ชั่วโมงต่อวัน

7.5 สรุป

ในบทที่ 7 นี้ ได้ดำเนินการออกแบบมุมหลังคากระเช้ารถยกของการไฟฟ้าที่เหมาะสม ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ เมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานบนกระเช้า โดยที่สายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ถูกตัดไฟออก ในขณะที่สายส่งในระบบส่งจ่าย 115 kV ยังคงมีกระแสไหลได้ตามปกติ ซึ่งการติดตั้งหลังคาให้กับรถกระเช้าจะช่วยกับังค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ตกกระทบบนตัวมนุษย์ได้ โดยการออกแบบหลังคาที่มีความโค้งทำมุม 10° ตามแนวระนาบดังแสดงด้วยรูปที่ 7.22 จะสามารถกับังค่าสนามไฟฟ้าได้ดีที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับความโค้งของหลังคาที่มุมอื่น ๆ และออกแบบหลังคาที่มีความโค้งทำมุม 0° ตามแนวระนาบดังแสดงด้วยรูปที่ 7.22 จะสามารถกับังค่าสนามแม่เหล็กได้ดีที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับความโค้งของหลังคาที่มุมอื่น ๆ โดยค่าสนามแม่เหล็กจะมีความปลอดภัยซึ่งมีค่าไม่เกินมาตรฐาน ICNIRP ในทุกกรณี ส่วนค่าสนามไฟฟ้าจะปลอดภัยสำหรับมนุษย์ที่ขึ้นไปปฏิบัติงานด้วยรถกระเช้าในช่วงเวลาไม่เกิน 2 ชั่วโมงต่อวันเท่านั้น

บทที่ 8

สรุปและข้อเสนอแนะ

8.1 สรุป

งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยและการจำลองผลค่าสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ที่อยู่บนเสาต้นเดียวกันของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค เพื่อพิจารณาผลกระทบของค่าสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นกับบุคลากรที่ปฏิบัติงาน การจำลองผลใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่พัฒนาขึ้นเองพร้อมตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมให้เป็นที่น่าเชื่อถือ ในงานวิจัยวิทยานิพนธ์ได้ทำการศึกษาและออกแบบหลังคากระเช้ารอยกของการไฟฟ้าสำหรับป้องกันค่าสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าที่ส่งผลกระทบต่อบุคลากรที่ขึ้นไปปฏิบัติงานบนกระเช้ารอยก โดยได้เน้นที่การออกแบบมุมหลังคากระเช้ารอยกที่เหมาะสมเพื่อป้องกันสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระจายตัวออกจากระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ซึ่งตัดไฟออกแล้ว ในขณะที่บุคลากรขึ้นไปปฏิบัติหน้าที่ด้วยกระเช้ารอยกอยู่กับระบบจำหน่าย 22 kV

การสำรวจทัศนวิสัยวรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในบทที่ 2 ถือเป็นรากฐานที่สำคัญในการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์และพัฒนาต่อยอดองค์ความรู้ในงานวิจัย การศึกษาทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยในบทที่ 3 ทั้งเรื่องการคำนวณสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กด้วยวิธีพื้นฐาน ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทั้งแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ และการป้องกันสนามแม่เหล็กไฟฟ้าต่างได้ถูกนำมาใช้เป็นพื้นฐานความรู้และความเข้าใจในการดำเนินงานวิจัย ส่วนการดำเนินงานในบทที่ 4 เป็นขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสองและอธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทั้งแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ โดยได้เลือกใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลเลอร์กิน ส่วนในบทที่ 5 เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ พร้อมนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค โดยได้ทำการเปรียบเทียบผลเฉลยทั้งค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กกับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL

เพื่อยืนยันความถูกต้องของโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 2 มิติที่ได้พัฒนาขึ้นเองซึ่งได้ผลออกมาเป็นที่น่าพอใจอย่างยิ่งโดยผลลัพธ์ที่ได้มีความคล้อยคลึงกันทุกประการ ในบทที่ 6 ได้อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลพร้อมนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแบบเดียวกันกับบทที่ 5 ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ ทั้งนี้เพื่อให้เห็นถึงลักษณะการกระจายตัวของค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่สอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงยิ่งขึ้น โดยกระบวนการสร้างกริดแบบ 3 มิติได้เลือกใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่ชื่อว่า Gmesh ซึ่งเป็นโปรแกรม Freeware ในการสร้างและได้ทำการเปรียบเทียบโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นกับโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 2 มิติที่ตรวจสอบความถูกต้องแล้วในบทที่ 5 ซึ่งผลเฉลยที่ได้จากการเปรียบเทียบก็เป็นการยืนยันถึงความถูกต้องของโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติที่ได้พัฒนาขึ้นเป็นอย่างดี

ในบทที่ 7 เป็นการพัฒนาอุปกรณ์ต้นแบบเพื่อป้องกันอันตรายจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเมื่อบุคลากรขึ้นไปปฏิบัติงานบนกระเช้ารถยกของการไฟฟ้า โดยที่สายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ถูกตัดไฟออกในขณะที่สายส่งในระบบส่งจ่าย 115 kV ยังคงมีกระแสไหลได้ตามปกติ โดยเน้นที่การออกแบบหลังคากระเช้ารถยกโดยทำการพิจารณาหามุมความโค้งของหลังคาที่เหมาะสมเพื่อลดค่าสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งการติดตั้งหลังคาให้กับรถกระเช้าจะช่วยก้ำบังค่าสนามแม่เหล็กที่ตกกระทบบนตัวมนุษย์ได้โดยการออกแบบหลังคาที่มีความโค้งทำมุม 0° และ 10° ตามแนวระนาบจะช่วยก้ำบังค่าสนามไฟฟ้าที่ตกกระทบบนตัวมนุษย์ได้ โดยวัสดุที่นำมาใช้ทำหลังคาทำจากอลูมิเนียมที่มีความนำไฟฟ้าสูง ไม่มีฉนวนเคลือบ และขนาดของแผ่นอลูมิเนียมที่ทำการออกแบบมีความกว้าง ความยาว และความหนาเป็น $1 \times 1 \times 0.004$ m จำนวน 2 แผ่นวางซ้อนกัน จะสามารถก้ำบังค่าสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าได้ดีที่สุดตามลำดับเมื่อเปรียบเทียบกับความโค้งของหลังคาที่มุมอื่น ๆ แต่ผลของการก้ำบังจะส่งผลกับค่าสนามแม่เหล็กมากกว่าสนามไฟฟ้าทั้งนี้เนื่องจากวัสดุที่เลือกมาทำหลังคาเป็นวัสดุที่มีความนำไฟฟ้าสูง ประกอบกับไม่มีฉนวนเคลือบ ดังนั้นในการป้องกันสนามไฟฟ้าจะต้องหาวัสดุที่มีความเป็นฉนวนมาเคลือบเพิ่มเติม หรือติดตั้งวัสดุที่เป็นฉนวนเพิ่มเพื่อก้ำบังค่าสนามไฟฟ้า และเมื่อพิจารณาผลของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเปรียบเทียบกับมาตรฐาน ICNIRP นั้นจะเห็นได้ว่าบุคลากรที่ปฏิบัติหน้าที่จะมีความปลอดภัยต่อสนามแม่เหล็กเฉลี่ยที่ตกกระทบบนตัวบุคลากรได้ในสภาวะการปฏิบัติงานในทุกกรณี และบุคลากรที่ปฏิบัติงานจะมีความปลอดภัยต่อสนามไฟฟ้าเฉลี่ยที่ตกกระทบบนตัวบุคลากรได้ในช่วงเวลาการปฏิบัติงานไม่เกิน 2 ชั่วโมงต่อวัน

8.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต

1. โครงสร้างของระบบทั้งหมดที่ใช้ในการจำลองผล อาทิเช่น กระเช้ารถยก ล้อรถยก แคนรถยกมนุษย์ และอื่น ๆ ควรมีความเหมือนจริงมากยิ่งขึ้น เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่ถูกต้องและชัดเจนมากขึ้น แต่ทั้งนี้ก็เป็นกรเพิ่มความยุ่งยากและความซับซ้อนในการพิจารณาตามมา

2. พัฒนาโปรแกรมระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ด้วยโปรแกรมภาษาซี เพื่อเป็นการลดทอนเวลาที่ใช้ในการจำลองผล

3. สร้างอุปกรณ์ต้นแบบในการกำบังผลของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเพื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จริงกับการจำลองผล

รายการอ้างอิง

- เฉลิมพล น้ำค้าง. (2538). **ทฤษฎีสานาไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก**. (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพมหานคร: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- ชวลิต คำรงค์รัตน์. (2533). **การส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า**. กรุงเทพมหานคร: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- ชัยรัตน์ วิเชียรมงคลกุล. (2544). **การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กความถี่ต่ำมากรอบตัวนำบางโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับวิธีบาวนด์การีเอลิเมนต์**. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต. สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- นิรันดร์ คำประเสริฐ. (2545). **วิศวกรรมแม่เหล็กและวิศวกรรมไมโครเวฟ เล่ม2**. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพมหานคร: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- นุชิต ทิพย์เจริญ, พิทักษ์ ปิ่นอนงค์, และศิริวัฒน์ โปธิเวชกุล. (2546). **การวิเคราะห์ผลกระทบจากสนามไฟฟ้า ระหว่างสายส่งไฟฟ้าแรงสูงกระแสตรง และสายส่งไฟฟ้าแรงสูงกระแสสลับ บริเวณใกล้ สายส่งไฟฟ้าแรงสูง. การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่26**.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2542). **ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม**. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2544). **ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม**. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ ๑: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เผด็จ เผ่าละออ. (2548). **การออกแบบแนวใหม่ของมอเตอร์เหนี่ยวนำเพื่อลดการสันสะเทือนโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์**. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี, นครราชสีมา.
- พิทักษ์ ปิ่นอนงค์. (2545). **การวิเคราะห์ผลกระทบจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีผลต่อสิ่งแวดล้อมใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูงเหนือพื้นดินและกรณีศึกษาการลดผลกระทบที่เกิดขึ้น**. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, กรุงเทพมหานคร.
- Bickford, W. B. (1994). **A first course in the finite element method**. (2nd ed.). USA: IRWIN.
- Bo, Z., et al. (2006). Numerical analysis of electric field distribution around composite insulator and head of transmission tower. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 21(2): 959-965.

- Chari, M. V. K., and Silvester, P. P. (1980). **Finite elements in electrical and magnetic field problems**. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Chen, Z., Ney, M. M., and Hoefler, W. J. R. (1991). A new finite-difference time-domain formulation and its equivalence with the TLM symmetrical condense node. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**. 39(12): 2160-2169.
- Christopoulos, C., (1995). **The transmission-line modeling method: TLM**. USA: IEEE Press.
- Christophe, G and Jean, F. R. (2008). **Gmesh** [On-line]. Available: <http://geuz.org/gmsh>.
- Clayton R. P. (2004). **Electromagnetics for engineerins**. (2nd ed.). United State of America: John Wiley & Sons, Inc
- Daniele, D., Massimo, G., and Enrico, P. (2004). MV line electric field evaluation near a concrete pole. **IEEE Transactions on Magnetics**. 40(2): 718-721.
- Dragan, P. (2007). **Advanced modeling in computational electromagnetic compatibility**. (1st ed.). New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- El, S. T. E. D. (2005). A probabilistic approach to exposure assessment of power lines electric field. **IEEE Transactions on power delivery**. 20(2): 887-893.
- Elhirbawy, M. A., Jennings, L. S., Al Dhalaan, S. M., and Keerthipala, W. W. L. (2003). Practical results and finite difference method to analyze the electric and magnetic field coupling between power transmission line and pipeline. **ISCAS'03, Proceeding of the International Symposium, IEEE**. 3: 431-434.
- Elhirbawy, M. A., Jennings, L. S., and Keerthipala, W. W. L. (2002). Variable step size for calculation of electromagnetic fields of power transmission line using finite difference techniques. **Proceeding of IEEE, TENCON'02**. 1830-1833.
- Elhirbawy, M. A., Nguyen, T. T., Jennings, L., and Keerthipala, W. W. L. (2002). Calculation of electromagnetic fields established by power transmission line using finite difference techniques. **Proceedings of the IEEE Canadian Conference on Electrical & Computer Engineering**. 311-316.
- Fagan, M. J. (1992). **Finite element analysis theory and practice**. Singapore: Longman Singapore publishers.

- Farzaneh, M., Volat, C. (2000). Electric Field Modelling Around and Ice-covered Insulator Using Boundary Element Method. **Conference Record of the 2000 IEEE International Symposium on Electrical Insulation.** : 349-355.
- Frazier, M. J., and Dabkowski, J. (1985). Magnetic coupled longitudinal electric field measurements on two transmission lines. **IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems.** 104(4): 933-940.
- Gao, Y., and Yu, L. (1998, October 22-24). Determination of Dangerous Region of the Electromagnetic Pollution Caused by the Electric Fields around Power Line. **1998 International Conference on Communication Technology Proceedings, ICCT'98.** 4(1): 787-791.
- George, A., and Liu, J. W. (1981). **Computer solution of large sparse linear positive definite Systems.** Prentice-Hall.
- Haber, F. (1974). The magnetic field in the vicinity of parallel and twisted three wire cable carrying balanced three-phased current. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility.** 16(2): 76-82.
- Hadi, S. (1999). **Power System Analysis. Senior Consulting Edition.** (3rd ed.). New York: McGraw Hill
- Hagel, R., Gong, L., and Unbehauen, R. (1994). On the magnetic field of an infinitely long helical line current. **IEEE Transactions on Magnetics.** 30(1): 80-84.
- Hernandez, R. M., and Karady., G. G. (1998). Attenuation of low frequency magnetic fields using active shielding. **Electric Power System Research.** 45: 57-63.
- Hossam-Eldin, A. A. (2001). Effect of electromagnetic fields from power lines on living organisms. **International Conference on Solid Dielectrics, IEEE.** 438-441.
- Huebner, K. H., Dewhirst, D. L., Smith, D. E., and Byrom, T. G. (2001). **The finite element method for engineer.** (4th ed.). USA: John Wiley & Sons Inc.
- Janischewskyj, G. G. (1979). Finite element solution for electric fields of coronating DC transmission lines. **IEEE Transactions on PAS.** 98(3): 1000-1012.
- Jinliang, H., et al. (2004). Electromagnetic environment analysis of a software park near transmission lines. **IEEE Transactions on Industry Applications.** 40(4): 995-1002.

- Kaune, W. T., and Zaffanella, L. E. (1992). Analysis of magnetic fields produced far from electric power lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 7(4): 2082-2091.
- Karim.,W., Vasundara, V. V., and Vijay, K. V. (1998). Magnetic field shielding concepts for power transmission lines. **IEEE Transection on Magnetics**. 34(3): 649-654.
- Kay, H., Ronny, M., and Ronnie B. (1995). Numerical method to evaluate the electromagnetic field below overhead transmission lines and their measurement. **Proceedings of the 1995 First IEEE International Caracas Conference on Devices, Circuits and Systems**: 32-36.
- Keikko, T., Kuusiluoma, S., Sauramaki, T., and Korpinen, L. (2002). Comparison of electric and magnetic fields near 400 kV electric substation with exposure recommendations of the european union. **Transmission and Distribution Conference, Asia Pacific, IEEE/PES**. 1230-1234.
- Kirawanich, P., Gleason, D., Cornell, A., and Islam, N. E. (2005). Analysis of field through apertures by applying transmission line matrix method to electromagnetic topology simulations. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**. 883-887.
- Kothari, N. (2003). **Modern Power System Analysis**. (3rd ed.). New Delhi: Mc-Graw Hill.
- Krajewski, W. (1997). BEM analysis of electric field excited by overhead HV lines erected in built-up areas. **IEE Proceedings Sci, Meas, Technol**. 144(2): 81-86.
- Kuusiluoma, S., Keikko, T., Hovila, and Korpinen, L. (2000). Comparison of electric and magnetic fields from electric power systems with exposure recommendations of the european union. **IEEE Proceeding International Conference**. 843-848.
- Kwon, Y. W., and Bang H. (2000). **The finite element method using MATLAB**. (2nd ed.). Boca Raton: CRC Press.
- Larry, J. S. (1984). **Applied finite element analysis**. (2nd ed.). USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Lin, Z. (2000). The Electromagnetic Radiant and Environment Effect Evaluation of The High Voltage Transmission Line. **Electric Environment Protection**, 16(1): 35-38.
- Lindberg, L. (1998). Reduction of magnetic fields from electric power and installation lines. **IEE Proceeding Sci, Meas, Technol**. 145(5): 215-221.

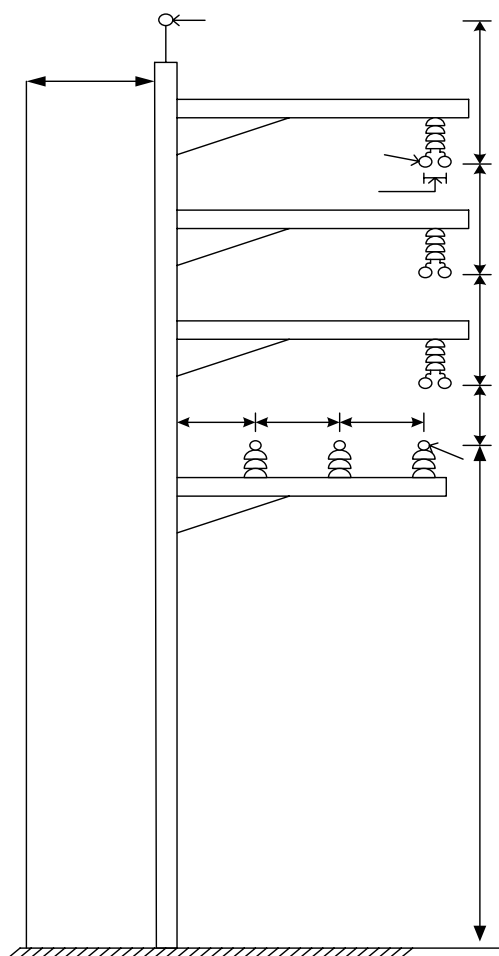
- Lopez, D, and Dular, P. (2003). Parametric analysis of magnetic field mitigation shielding for underground power cables. **International conference on renewable energies and power quality**. 326-333.
- Maruvada, P. S. (1993). Characterization of power frequency magnetic fields in different environments. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 8(2): 598-606.
- Masashi, O., and Tatsuya, F. (2000). Numerical electric field analysis of simulated human brain. **IEEE Transactions on Magnetics**. 36(4): 712-716.
- Moser, J. R., and Spencer, R. F., JR. (1968). Predicting the magnetic fields from a twisted-pair cable. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**. 10(3): 324-329.
- Olsen, R. G., Deno, D., and Baishiki, R. S. (1998). Magnetic fields from electric power lines theory and comparison to measurements. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 3: 2127-2136.
- Pettersson, P. (1996). Principles in transmission line magnetic field reduction. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 11(3): 1587-1593.
- Qiong, W., et al. (2000). Electromagnetic environment of the overhead transmission line and electromagnetic pollution. **High Voltage Engineering**. 26(5): 24-26.
- Sadiku, M. N. O., and Peterson, A. F. (1990). A comparison of numerical methods for computing electromagnetic fields. **Southeastcon'90 proceeding, IEEE**. 42-47.
- Selim, S. S., Gokhan, A., and Cigden, G. C. (2003). Electric field measurements of different mobile handsets in near zone. **2003 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility**: 411-414.
- Shenfeld, S. (1969). Magnetic fields of twisted-wire pairs. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**. 11(4): 164-169.
- Shen, L. C., and Kong, J. A. (1995). **Applied electromagnetism**. (3rd ed.). Boston: PWS Publishing Company.
- Silvester, P. P., and Ferrari, R. L. (1996). **Finite elements for electrical engineers**. (3rd ed.). New York: Cambridge University Press.
- Singiresu, S. R. (2005). **The finite element method in engineering**. (4th ed). Butterworth Heinemann

- Takuma, T., Kawamoto, T., Yasui, M., Morooka, M., and Katoh, J. (1985). Analysis of effect of shield wires on electrostatic induction by ac transmission line. **IEEE Transactions on Power Apparatus and System**. 104(9): 2612-2618.
- Tirupathi, R. C., and Ashok, D. B. (2002). **Introduction to finite elements in engineering**. (3rd ed).New Jersey:Prentice Hall.
- Tomotaka, S. (1995). Calculation of large ion densities under HVDC transmission lines by the finite difference method. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 10(4): 3562-3565.
- Voelker, R. H., and Lomax, R. J. (1990). A finite-difference transmission line matrix method incorporating a nonlinear device model. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**. 38(3): 302-312.
- Weiner, M., (2001). **Electromagnetic analysis using transmission line variables**. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Wikipedia., (2009). **Relative permittivity** [On-line]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Relative_permittivity.
- William, H. H., Jr. (1989). **Engineering electromagnetics**. (5th ed.). Singapore: McGraw-Hill
- Yang, X., and Xu, X. (1996). Interference of nonlinear ferromagnetic pipeline on magnetic field produced by power lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 11(2): 644-649.
- Zhang, D., (2000). Flux-canceling effect and its application to shielding magnetic field from power transmission lines. **IEEE International symposium electromagnetic compatibility**. (2): 681-684.
- Zhao, T., Sebo, S. A., and Kasten D.G. (1996). Calculation of single phase AC and monopolar DC hybrid corona effects. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 11(3): 1454-1463.

ภาคผนวก ก

การคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยวิธีพื้นฐาน
เพื่อใช้ประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต

ในการคำนวณสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กด้วยวิธีพื้นฐานนี้ ได้พิจารณาระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาคดังแสดงด้วยรูปที่ ก.1 ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าในรูปนี้ประกอบด้วย ระบบส่งจ่าย 115 kV แบบสายควบตัวนำ 2 เส้น จำนวน 3 เฟสพาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV จำนวน 3 เฟส พร้อมสายดินเหนือศีรษะจำนวน 1 เส้น



รูปที่ ก.1 ระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค

การคำนวณสนามไฟฟ้า

การคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยวิธีพื้นฐานจำเป็นต้องทราบถึงข้อมูลพิกัดของตัวนำในระบบ รวมทั้งแรงดันที่ป้อนให้กับระบบ โดยสามารถแสดงตำแหน่งพิกัดของตัวนำและแรงดันที่ไหลในตัวนำได้ดังตารางที่ ก.1 และ ก.2 ตามลำดับ

ตารางที่ ก.1 พิกัดของตัวนำในระบบที่ใช้กำหนดค่าสนามไฟฟ้า

ข้อมูลตัวนำ	x (m)	y (m)
115 kV เฟส A1	6.50	19.00
115 kV เฟส A2	6.95	19.00
115 kV เฟส B1	6.50	16.50
115 kV เฟส B2	6.95	16.50
115 kV เฟส C1	6.50	14.00
115 kV เฟส C2	6.95	14.00
22 kV เฟส A	5.50	12.00
22 kV เฟส B	6.00	12.00
22 kV เฟส C	6.50	12.00
สายดินเหนือศีรษะ	5.00	22.40

ตารางที่ ก.2 แรงดันของสายส่งกำลังไฟฟ้า

ข้อมูลตัวนำ	ขนาด (kV)	มุม (Deg)
115 kV เฟส A1	115.0	0
115 kV เฟส A2	115.0	0
115 kV เฟส B1	115.0	120
115 kV เฟส B2	115.0	120
115 kV เฟส C1	115.0	-120
115 kV เฟส C2	115.0	-120
22 kV เฟส A	22.0	0
22 kV เฟส B	22.0	120
22 kV เฟส C	22.0	-120
สายดินเหนือศีรษะ	0	0

เนื่องจากระบบส่งจ่าย 115 kV เป็นสายควบ ดังนั้นเส้นผ่านศูนย์กลางสมมูลแบบสายควบสามารถหาได้จากสมการที่ (ก.1)

$$D_{eq} = D \times n \sqrt{\frac{nd}{D}} \quad (ก.1)$$

- เมื่อ D คือ ระยะห่างสายควบ มีค่าเท่ากับ 0.45 m
 n คือ จำนวนสายควบ มีค่าเท่ากับ 2
 d คือ เส้นผ่าศูนย์กลางกลางของสายส่งตัวนำ มีค่าเท่ากับ 0.025 m

$$D_{eq} = 0.45 \times 2 \sqrt{\frac{(2)(0.025)}{0.45}} = 0.15 \text{ m}$$

ค่าประจุไฟฟ้า (Q) ที่เกิดจากสายส่งกำลังไฟฟ้า สามารถหาได้ดังสมการที่ (ก.2)

$$[Q] = [P]^{-1} [V] \quad (ก.2)$$

โดยที่ประจุไฟฟ้า (Q) และแรงดันไฟฟ้า (V) จะประกอบด้วยส่วนที่เป็นจำนวนจริงและส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพ ดังนั้นสมการที่ (ก.2) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} Q_{r1} \\ Q_{r2} \\ Q_{r3} \\ Q_{r4} \\ Q_{r5} \\ Q_{r6} \\ Q_{r7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} & P_{17} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} & P_{27} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} & P_{37} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} & P_{45} & P_{46} & P_{47} \\ P_{51} & P_{52} & P_{53} & P_{54} & P_{55} & P_{56} & P_{57} \\ P_{61} & P_{62} & P_{63} & P_{64} & P_{65} & P_{66} & P_{67} \\ P_{71} & P_{72} & P_{73} & P_{74} & P_{75} & P_{76} & P_{77} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{r1} \\ V_{r2} \\ V_{r3} \\ V_{r4} \\ V_{r5} \\ V_{r6} \\ V_{r7} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Q_{i1} \\ Q_{i2} \\ Q_{i3} \\ Q_{i4} \\ Q_{i5} \\ Q_{i6} \\ Q_{i7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} & P_{17} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} & P_{27} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} & P_{37} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} & P_{45} & P_{46} & P_{47} \\ P_{51} & P_{52} & P_{53} & P_{54} & P_{55} & P_{56} & P_{57} \\ P_{61} & P_{62} & P_{63} & P_{64} & P_{65} & P_{66} & P_{67} \\ P_{71} & P_{72} & P_{73} & P_{74} & P_{75} & P_{76} & P_{77} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{i1} \\ V_{i2} \\ V_{i3} \\ V_{i4} \\ V_{i5} \\ V_{i6} \\ V_{i7} \end{bmatrix}$$

เมื่อเมทริกซ์ P เป็นค่าสัมประสิทธิ์ซึ่งมีสมาชิกในเมทริกซ์เท่ากับจำนวนตัวนำทั้งหมดที่พิจารณา โดยมีค่า $\mathcal{E} = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ และค่าอิลิเมนต์ภายในเมทริกซ์ P สามารถหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} P_{11} &= \frac{1}{2\pi\mathcal{E}} \ln \left[\frac{4y_1}{D_{eq}} \right] \\ &= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{4(19.00)}{0.15} \right] = 1.1195 \times 10^{11} \\ P_{12} &= \frac{1}{2\pi\mathcal{E}} \ln \left[\frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \right]^{1/2} \\ &= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 6.725)^2 + (19.00 + 16.50)^2}{(6.725 - 6.725)^2 + (19.00 - 16.50)^2} \right]^{1/2} \\ &= 0.4770 \times 10^{11} \\ P_{13} &= \frac{1}{2\pi\mathcal{E}} \ln \left[\frac{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 + y_3)^2}{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2} \right]^{1/2} \\ &= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 6.725)^2 + (19.00 + 14.00)^2}{(6.725 - 6.725)^2 + (19.00 - 14.00)^2} \right]^{1/2} \\ &= 0.3392 \times 10^{11} \\ P_{14} &= \frac{1}{2\pi\mathcal{E}} \ln \left[\frac{(x_1 - x_4)^2 + (y_1 + y_4)^2}{(x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2} \right]^{1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 5.5)^2 + (19.00 + 12.00)^2}{(6.725 - 5.5)^2 + (19.00 - 12.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.2649 \times 10^{11} \\
P_{15} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_1 - x_5)^2 + (y_1 + y_5)^2}{(x_1 - x_5)^2 + (y_1 - y_5)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 6.00)^2 + (19.00 + 12.00)^2}{(6.725 - 6.00)^2 + (19.00 - 12.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.2666 \times 10^{11} \\
P_{16} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_1 - x_6)^2 + (y_1 + y_6)^2}{(x_1 - x_6)^2 + (y_1 - y_6)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 6.50)^2 + (19.00 + 12.00)^2}{(6.725 - 6.50)^2 + (19.00 - 12.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.2674 \times 10^{11} \\
P_{17} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_1 - x_7)^2 + (y_1 + y_7)^2}{(x_1 - x_7)^2 + (y_1 - y_7)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 5.00)^2 + (19.00 + 22.40)^2}{(6.725 - 5.00)^2 + (19.00 - 22.40)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.4289 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $P_{ab} = P_{ba}$ จะได้ว่า

$$P_{12} = P_{21} = 0.4770 \times 10^{11}$$

$$P_{13} = P_{31} = 0.3392 \times 10^{11}$$

$$P_{14} = P_{41} = 0.2649 \times 10^{11}$$

$$P_{15} = P_{51} = 0.2666 \times 10^{11}$$

$$P_{16} = P_{61} = 0.2674 \times 10^{11}$$

$$P_{17} = P_{71} = 0.4289 \times 10^{11}$$

$$\begin{aligned}
P_{22} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{4y_2}{D_{\text{eq}}} \right] \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{4(16.50)}{0.15} \right] = 1.0941 \times 10^{11} \\
P_{23} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 + y_3)^2}{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 6.725)^2 + (16.50 + 14.00)^2}{(6.725 - 6.725)^2 + (16.50 - 14.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.4496 \times 10^{11} \\
P_{24} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_2 - x_4)^2 + (y_2 + y_4)^2}{(x_2 - x_4)^2 + (y_2 - y_4)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 5.50)^2 + (16.50 + 12.00)^2}{(6.725 - 5.50)^2 + (16.50 - 12.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.3255 \times 10^{11} \\
P_{25} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_2 - x_5)^2 + (y_2 + y_5)^2}{(x_2 - x_5)^2 + (y_2 - y_5)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 6.00)^2 + (16.50 + 12.00)^2}{(6.725 - 6.00)^2 + (16.50 - 12.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.3295 \times 10^{11} \\
P_{26} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_2 - x_6)^2 + (y_2 + y_6)^2}{(x_2 - x_6)^2 + (y_2 - y_6)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 6.50)^2 + (16.50 + 12.00)^2}{(6.725 - 6.50)^2 + (16.50 - 12.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.3316 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{27} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_2 - x_7)^2 + (y_2 + y_7)^2}{(x_2 - x_7)^2 + (y_2 - y_7)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 5.00)^2 + (16.50 + 22.40)^2}{(6.725 - 5.00)^2 + (16.50 - 22.40)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.3318 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $P_{ab} = P_{ba}$ จะได้ว่า

$$P_{23} = P_{32} = 0.4496 \times 10^{11}$$

$$P_{24} = P_{42} = 0.3255 \times 10^{11}$$

$$P_{25} = P_{52} = 0.3295 \times 10^{11}$$

$$P_{26} = P_{62} = 0.3316 \times 10^{11}$$

$$P_{27} = P_{72} = 0.3318 \times 10^{11}$$

$$P_{33} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{4y_3}{D_{eq}} \right] = \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{4(14.00)}{0.15} \right] = 1.0646 \times 10^{11}$$

$$\begin{aligned}
P_{34} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_3 - x_4)^2 + (y_3 + y_4)^2}{(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 5.50)^2 + (14.00 + 12.00)^2}{(6.725 - 5.50)^2 + (14.00 - 12.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.4326 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{35} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_3 - x_5)^2 + (y_3 + y_5)^2}{(x_3 - x_5)^2 + (y_3 - y_5)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 6.00)^2 + (14.00 + 12.00)^2}{(6.725 - 6.00)^2 + (14.00 - 12.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.4500 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{36} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_3 - x_6)^2 + (y_3 + y_6)^2}{(x_3 - x_6)^2 + (y_3 - y_6)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 6.50)^2 + (14.00 + 12.00)^2}{(6.725 - 6.50)^2 + (14.00 - 12.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.4599 \times 10^{11} \\
P_{37} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_3 - x_7)^2 + (y_3 + y_7)^2}{(x_3 - x_7)^2 + (y_3 - y_7)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.725 - 5.00)^2 + (14.00 + 22.40)^2}{(6.725 - 5.00)^2 + (14.00 - 22.40)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.2601 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $P_{ab} = P_{ba}$ จะได้ว่า

$$P_{34} = P_{43} = 0.4326 \times 10^{11}$$

$$P_{35} = P_{53} = 0.4500 \times 10^{11}$$

$$P_{36} = P_{63} = 0.4599 \times 10^{11}$$

$$P_{37} = P_{73} = 0.2601 \times 10^{11}$$

$$P_{44} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{4y_4}{d_1} \right] = \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{4(12.00)}{0.025} \right] = 1.3589 \times 10^{11}$$

$$\begin{aligned}
P_{45} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_4 - x_5)^2 + (y_4 + y_5)^2}{(x_4 - x_5)^2 + (y_4 - y_5)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(5.50 - 6.00)^2 + (12.00 + 12.00)^2}{(5.50 - 6.00)^2 + (12.00 - 12.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.6959 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{46} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_4 - x_6)^2 + (y_4 + y_6)^2}{(x_4 - x_6)^2 + (y_4 - y_6)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(5.50 - 6.50)^2 + (12.00 + 12.00)^2}{(5.50 - 6.50)^2 + (12.00 - 12.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.5714 \times 10^{11} \\
P_{47} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_4 - x_7)^2 + (y_4 + y_7)^2}{(x_4 - x_7)^2 + (y_4 - y_7)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(5.50 - 5.00)^2 + (12.00 + 22.40)^2}{(5.50 - 5.00)^2 + (12.00 - 22.40)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.2148 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $P_{ab} = P_{ba}$ จะได้ว่า

$$P_{45} = P_{54} = 0.6959 \times 10^{11}$$

$$P_{46} = P_{64} = 0.5714 \times 10^{11}$$

$$P_{47} = P_{74} = 0.2148 \times 10^{11}$$

$$P_{55} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{4y_5}{d_1} \right] = \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{4(12.00)}{0.025} \right] = 1.3589 \times 10^{11}$$

$$\begin{aligned}
P_{56} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_5 - x_6)^2 + (y_5 + y_6)^2}{(x_5 - x_6)^2 + (y_5 - y_6)^2} \right]^{1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.00 - 6.50)^2 + (12.00 + 12.00)^2}{(6.00 - 6.50)^2 + (12.00 - 12.00)^2} \right]^{1/2} \\
&= 0.6959 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{57} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_5 - x_7)^2 + (y_5 + y_7)^2}{(x_5 - x_7)^2 + (y_5 - y_7)^2} \right]^{1/2} \\
 &= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.00 - 5.00)^2 + (12.00 + 22.40)^2}{(6.00 - 5.00)^2 + (12.00 - 22.40)^2} \right]^{1/2} \\
 &= 0.2143 \times 10^{11}
 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $P_{ab} = P_{ba}$ จะได้ว่า

$$P_{56} = P_{65} = 0.6959 \times 10^{11}$$

$$P_{57} = P_{75} = 0.2143 \times 10^{11}$$

$$P_{66} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{4y_6}{d_1} \right] = \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{4(12.00)}{0.025} \right] = 1.3589 \times 10^{11}$$

$$\begin{aligned}
 P_{67} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_6 - x_7)^2 + (y_6 + y_7)^2}{(x_6 - x_7)^2 + (y_6 - y_7)^2} \right]^{1/2} \\
 &= \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(6.50 - 5.00)^2 + (12.00 + 22.40)^2}{(6.50 - 5.00)^2 + (12.00 - 22.40)^2} \right]^{1/2} \\
 &= 0.2133 \times 10^{11}
 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $P_{ab} = P_{ba}$ จะได้ว่า

$$P_{67} = P_{76} = 0.2133 \times 10^{11}$$

$$P_{77} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{4y_7}{d_2} \right] = \frac{1}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{4(22.40)}{0.0012} \right] = 2.0169 \times 10^{11}$$

ค่าแรงดันไฟฟ้าภายในเวกเตอร์ V สามารถหาได้ดังนี้

$$V_{r1} = \left[\frac{115 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \cos(0) = 66.3953 \text{ kV}$$

$$V_{i1} = \left[\frac{115 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \sin(0) = 0 \text{ kV}$$

$$V_{r2} = \left[\frac{115 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \cos(120) = -33.1976 \text{ kV}$$

$$V_{i2} = \left[\frac{115 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \sin(120) = 57.50 \text{ kV}$$

$$V_{r3} = \left[\frac{115 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \cos(-120) = -33.1976 \text{ kV}$$

$$V_{i3} = \left[\frac{115 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \sin(-120) = -57.50 \text{ kV}$$

$$V_{r4} = \left[\frac{22 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \cos(0) = 12.7017 \text{ kV}$$

$$V_{i4} = \left[\frac{22 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \sin(0) = 0 \text{ kV}$$

$$V_{r5} = \left[\frac{22 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \cos(120) = -6.3509 \text{ kV}$$

$$V_{i5} = \left[\frac{22 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \sin(120) = 11.00 \text{ kV}$$

$$V_{r6} = \left[\frac{22 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \cos(-120) = -6.3509 \text{ kV}$$

$$V_{i6} = \left[\frac{22 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \sin(-120) = -11.00 \text{ kV}$$

$$V_{r7} = \left[\frac{0 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \cos(0) = 0 \text{ kV}$$

$$V_{i7} = \left[\frac{0 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \right] \sin(0) = 0 \text{ kV}$$

$$\begin{bmatrix} Q_{r1} \\ Q_{r2} \\ Q_{r3} \\ Q_{r4} \\ Q_{r5} \\ Q_{r6} \\ Q_{r7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1195 \times 10^{11} & 0.4770 \times 10^{11} & 0.3392 \times 10^{11} & 0.2649 \times 10^{11} & 0.2666 \times 10^{11} & 0.2674 \times 10^{11} & 0.4289 \times 10^{11} \\ 0.4770 \times 10^{11} & 1.0941 \times 10^{11} & 0.4496 \times 10^{11} & 0.3255 \times 10^{11} & 0.3295 \times 10^{11} & 0.3316 \times 10^{11} & 0.3318 \times 10^{11} \\ 0.3392 \times 10^{11} & 0.4496 \times 10^{11} & 1.0646 \times 10^{11} & 0.4326 \times 10^{11} & 0.4500 \times 10^{11} & 0.4599 \times 10^{11} & 0.2601 \times 10^{11} \\ 0.2649 \times 10^{11} & 0.3255 \times 10^{11} & 0.4326 \times 10^{11} & 1.3589 \times 10^{11} & 0.6959 \times 10^{11} & 0.5714 \times 10^{11} & 0.2148 \times 10^{11} \\ 0.2666 \times 10^{11} & 0.3295 \times 10^{11} & 0.4500 \times 10^{11} & 0.6959 \times 10^{11} & 1.3589 \times 10^{11} & 0.6959 \times 10^{11} & 0.2143 \times 10^{11} \\ 0.2674 \times 10^{11} & 0.3316 \times 10^{11} & 0.4599 \times 10^{11} & 0.5714 \times 10^{11} & 0.6959 \times 10^{11} & 1.3589 \times 10^{11} & 0.2133 \times 10^{11} \\ 0.4289 \times 10^{11} & 0.3318 \times 10^{11} & 0.2601 \times 10^{11} & 0.2148 \times 10^{11} & 0.2143 \times 10^{11} & 0.2133 \times 10^{11} & 2.0169 \times 10^{11} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 66.3953 \\ -33.1976 \\ -33.1976 \\ 12.7017 \\ -6.3509 \\ -6.3509 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_{\text{real}} = \begin{bmatrix} 9.5392 \times 10^{-10} \\ -5.7200 \times 10^{-10} \\ -4.2062 \times 10^{-10} \\ 2.2002 \times 10^{-10} \\ -5.4132 \times 10^{-11} \\ -6.0780 \times 10^{-12} \\ -7.1532 \times 10^{-11} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} Q_{i1} \\ Q_{i2} \\ Q_{i3} \\ Q_{i4} \\ Q_{i5} \\ Q_{i6} \\ Q_{i7} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1.1195 \times 10^{11} & 0.4770 \times 10^{11} & 0.3392 \times 10^{11} & 0.2649 \times 10^{11} & 0.2666 \times 10^{11} & 0.2674 \times 10^{11} & 0.4289 \times 10^{11} \\ 0.4770 \times 10^{11} & 1.0941 \times 10^{11} & 0.4496 \times 10^{11} & 0.3255 \times 10^{11} & 0.3295 \times 10^{11} & 0.3316 \times 10^{11} & 0.3318 \times 10^{11} \\ 0.3392 \times 10^{11} & 0.4496 \times 10^{11} & 1.0646 \times 10^{11} & 0.4326 \times 10^{11} & 0.4500 \times 10^{11} & 0.4599 \times 10^{11} & 0.2601 \times 10^{11} \\ 0.2649 \times 10^{11} & 0.3255 \times 10^{11} & 0.4326 \times 10^{11} & 1.3589 \times 10^{11} & 0.6959 \times 10^{11} & 0.5714 \times 10^{11} & 0.2148 \times 10^{11} \\ 0.2666 \times 10^{11} & 0.3295 \times 10^{11} & 0.4500 \times 10^{11} & 0.6959 \times 10^{11} & 1.3589 \times 10^{11} & 0.6959 \times 10^{11} & 0.2143 \times 10^{11} \\ 0.2674 \times 10^{11} & 0.3316 \times 10^{11} & 0.4599 \times 10^{11} & 0.5714 \times 10^{11} & 0.6959 \times 10^{11} & 1.3589 \times 10^{11} & 0.2133 \times 10^{11} \\ 0.4289 \times 10^{11} & 0.3318 \times 10^{11} & 0.2601 \times 10^{11} & 0.2148 \times 10^{11} & 0.2143 \times 10^{11} & 0.2133 \times 10^{11} & 2.0169 \times 10^{11} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 57.50 \\ -57.50 \\ 0 \\ 11.00 \\ -11.00 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 Q_{\text{imag}} &= \begin{bmatrix} -1.4237 \times 10^{-10} \\ 9.3424 \times 10^{-10} \\ -9.5776 \times 10^{-10} \\ 2.9091 \times 10^{-11} \\ 2.3062 \times 10^{-10} \\ -8.4129 \times 10^{-11} \\ -1.8632 \times 10^{-11} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

กำหนดให้พิกัดที่ต้องการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าคือ (6.5, 19) ดังนั้นสามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในแนวแกน x ที่เกิดจากสายส่งตัวนำและสายดินเหนือศีรษะทั้งระบบ ณ จุดที่พิจารณา (x_N, y_N) ได้ดังสมการที่ (ก.3)

$$\mathbf{E}_{x,a} = \frac{(Q_{ra} + jQ_{ia})(x_N - x_a)}{2\pi\epsilon [(x_a - x_N)^2 + (y_a - y_N)^2]} - \frac{(Q_{ra} + jQ_{ia})(x_N - x_a)}{2\pi\epsilon [(x_a - x_N)^2 + (y_a + y_N)^2]} \quad (\text{ก.3})$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_{x,1} &= \frac{(9.5392 \times 10^{-10} - j1.4237 \times 10^{-10})(6.5 - 6.725)}{2\pi\epsilon [(6.725 - 6.5)^2 + (19 - 19)^2]} - \frac{(9.5392 \times 10^{-10} - j1.4237 \times 10^{-10})(6.5 - 6.725)}{2\pi\epsilon [(6.725 - 6.5)^2 + (19 + 19)^2]} \\
 &= -76.2070 + j11.3737 \text{ kV/m} \\
 \mathbf{E}_{x,2} &= \frac{(-5.7200 \times 10^{-10} + j9.3424 \times 10^{-10})(6.5 - 6.725)}{2\pi\epsilon [(6.725 - 6.5)^2 + (16.5 - 19)^2]} - \frac{(-5.7200 \times 10^{-10} + j9.3424 \times 10^{-10})(6.5 - 6.725)}{2\pi\epsilon [(6.725 - 6.5)^2 + (16.5 + 19)^2]} \\
 &= 0.3653 - j0.5997 \text{ kV/m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_{x,3} &= \frac{(-4.2062 \times 10^{-10} - j9.5776 \times 10^{-10})(15 - 6.725)}{2\pi\epsilon \left[(6.725 - 15)^2 + (14 - 1)^2 \right]} - \frac{(-4.2062 \times 10^{-10} - j9.5776 \times 10^{-10})(15 - 6.725)}{2\pi\epsilon \left[(6.725 - 15)^2 + (14 + 1)^2 \right]} \\
&= 0.0663 - j0.1511 \text{ kV/m} \\
\mathbf{E}_{x,4} &= \frac{(2.2002 \times 10^{-10} + j2.9091 \times 10^{-11})(6.5 - 5.5)}{2\pi\epsilon \left[(5.5 - 6.5)^2 + (12 - 19)^2 \right]} - \frac{(2.2002 \times 10^{-10} + j2.9091 \times 10^{-11})(6.5 - 5.5)}{2\pi\epsilon \left[(5.5 - 6.5)^2 + (12 + 19)^2 \right]} \\
&= 0.0750 + j0.0099 \text{ kV/m} \\
\mathbf{E}_{x,5} &= \frac{(-5.4132 \times 10^{-11} + j2.3062 \times 10^{-10})(6.5 - 6)}{2\pi\epsilon \left[(6 - 6.5)^2 + (12 - 19)^2 \right]} - \frac{(-5.4132 \times 10^{-11} + j2.3062 \times 10^{-10})(6.5 - 6)}{2\pi\epsilon \left[(6 - 6.5)^2 + (12 - 19)^2 \right]} \\
&= -0.0094 + j0.0399 \text{ kV/m} \\
\mathbf{E}_{x,6} &= \frac{(-6.0780 \times 10^{-12} - j8.4129 \times 10^{-11})(6.5 - 6.5)}{2\pi\epsilon \left[(6.5 - 6.5)^2 + (12 - 19)^2 \right]} - \frac{(-6.0780 \times 10^{-12} - j8.4129 \times 10^{-11})(6.5 - 6.5)}{2\pi\epsilon \left[(6.5 - 6.5)^2 + (12 + 19)^2 \right]} \\
&= 0.0000 - j0.0000 \text{ kV/m}
\end{aligned}$$

และสามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในแนวแกน y ที่เกิดจากสายส่งตัวนำและสายดินเหนือศีรษะทั้งระบบ ณ จุดที่พิจารณา (x_N, y_N) ได้ดังสมการที่ (ก.4)

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_{y,a} &= \frac{(Q_{ra} + jQ_{ia})(y_N - y_a)}{2\pi\epsilon \left[(x_a - x_N)^2 + (y_a - y_N)^2 \right]} - \frac{(Q_{ra} + jQ_{ia})(y_N - y_a)}{2\pi\epsilon \left[(x_a - x_N)^2 + (y_a + y_N)^2 \right]} \quad (\text{ก.4}) \\
\mathbf{E}_{y,1} &= \frac{(9.5392 \times 10^{-10} - j1.4237 \times 10^{-10})(19 - 19)}{2\pi\epsilon \left[(6.725 - 6.5)^2 + (19 - 19)^2 \right]} - \frac{(9.5392 \times 10^{-10} - j1.4237 \times 10^{-10})(19 - 19)}{2\pi\epsilon \left[(6.725 - 6.5)^2 + (19 + 19)^2 \right]} \\
&= 0.0000 + j0.0000 \text{ kV/m} \\
\mathbf{E}_{y,2} &= \frac{(-5.7200 \times 10^{-10} + j9.3424 \times 10^{-10})(19 - 16.5)}{2\pi\epsilon \left[(6.725 - 6.5)^2 + (16.5 - 19)^2 \right]} - \frac{(-5.7200 \times 10^{-10} + j9.3424 \times 10^{-10})(19 - 16.5)}{2\pi\epsilon \left[(6.725 - 6.5)^2 + (16.5 + 19)^2 \right]} \\
&= -4.0593 + j6.6299 \text{ kV/m} \\
\mathbf{E}_{y,3} &= \frac{(-4.2062 \times 10^{-10} - j9.5776 \times 10^{-10})(19 - 14)}{2\pi\epsilon \left[(6.725 - 6.5)^2 + (14 - 19)^2 \right]} - \frac{(-4.2062 \times 10^{-10} - j9.5776 \times 10^{-10})(19 - 14)}{2\pi\epsilon \left[(6.725 - 6.5)^2 + (14 + 19)^2 \right]} \\
&= -1.4744 - j3.3572 \text{ kV/m} \\
\mathbf{E}_{y,4} &= \frac{(2.2002 \times 10^{-10} + j2.9091 \times 10^{-11})(19 - 12)}{2\pi\epsilon \left[(5.5 - 6.5)^2 + (12 - 19)^2 \right]} - \frac{(2.2002 \times 10^{-10} + j2.9091 \times 10^{-11})(19 - 12)}{2\pi\epsilon \left[(5.5 - 6.5)^2 + (12 + 19)^2 \right]}
\end{aligned}$$

$$= 0.5249 + j0.0694 \text{ kV/m}$$

$$\mathbf{E}_{y,5} = \frac{(-5.4132 \times 10^{-11} + j2.3062 \times 10^{-10})(19-12)}{2\pi\epsilon \left[(6-6.5)^2 + (12-19)^2 \right]} - \frac{(-5.4132 \times 10^{-11} + j2.3062 \times 10^{-10})(19-12)}{2\pi\epsilon \left[(6-6.5)^2 + (12+19)^2 \right]}$$

$$= -0.1312 + j0.5590 \text{ kV/m}$$

$$\mathbf{E}_{y,6} = \frac{(-6.0780 \times 10^{-12} - j8.4129 \times 10^{-11})(19-12)}{2\pi\epsilon \left[(6.5-6.5)^2 + (12-19)^2 \right]} - \frac{(-6.0780 \times 10^{-12} - j8.4129 \times 10^{-11})(19-12)}{2\pi\epsilon \left[(6.5-6.5)^2 + (12+19)^2 \right]}$$

$$= -0.0148 - j0.2050 \text{ kV/m}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\mathbf{E}_x = \mathbf{E}_{x,1} + \mathbf{E}_{x,2} + \mathbf{E}_{x,3} + \mathbf{E}_{x,4} + \mathbf{E}_{x,5} + \mathbf{E}_{x,6}$$

$$\mathbf{E}_x = -75.7079 + j10.9779 \text{ kV/m}$$

$$\mathbf{E}_y = \mathbf{E}_{y,1} + \mathbf{E}_{y,2} + \mathbf{E}_{y,3} + \mathbf{E}_{y,4} + \mathbf{E}_{y,5} + \mathbf{E}_{y,6}$$

$$\mathbf{E}_y = -5.1548 + j3.6961 \text{ kV/m}$$

โดยที่ $E_x = \sqrt{\mathbf{E}_{x,real}^2 + \mathbf{E}_{x,imag}^2}$

$$E_x = \sqrt{(-75.7079)^2 + (10.9779)^2}$$

$$E_x = 76.4996 \text{ kV/m}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\mathbf{E}_{x,imag}}{\mathbf{E}_{x,real}} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{10.9779}{-75.7079} \right)$$

$$\theta = 171.75^\circ$$

$$E_y = \sqrt{\mathbf{E}_{y,real}^2 + \mathbf{E}_{y,imag}^2}$$

$$E_y = \sqrt{(-5.1548)^2 + (3.6961)^2}$$

$$E_y = 6.3429 \text{ kV/m}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\mathbf{E}_{y,imag}}{\mathbf{E}_{y,real}} \right)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{3.6961}{-5.1548} \right)$$

$$\varphi = 144.36^\circ$$

จาก
$$\tan(2\omega t) = -\frac{E_x^2 \sin 2\theta + E_y^2 \sin 2\varphi}{E_x^2 \cos 2\theta + E_y^2 \cos 2\varphi}$$

จะได้
$$\omega t = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(-\frac{E_x^2 \sin 2\theta + E_y^2 \sin 2\varphi}{E_x^2 \cos 2\theta + E_y^2 \cos 2\varphi} \right)$$

$$\omega t = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(-\frac{(76.4996)^2 \sin(2(171.75)) + (6.3429)^2 \sin(2(144.36))}{(76.4996)^2 \cos(2(171.75)) + (6.3429)^2 \cos(2(144.36))} \right)$$

$$\omega t = 8.41^\circ$$

เมื่อ
$$\omega t_1 = \omega t + (m-1)\frac{\pi}{2}; m = 1 \ 2 \ 3 \ 4$$

$$\omega t_1 = 8.41^\circ \ 98.41^\circ \ 188.41^\circ \ 278.41^\circ$$

สามารถหาค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดที่เกิดจาก ωt_1 ที่ทำให้ได้ค่าสูงสุดที่พิกัด (6.5, 19) ได้ดังนี้

$$E_{max} = \sqrt{(E_x \cos(\omega t_1 + \theta))^2 + (E_x \cos(\omega t_1 + \varphi))^2}$$

$$E_{max} = 76.8192 \text{ kV/m}$$

และสามารถหามุมของสนามไฟฟ้าได้ดังนี้

$$angle = \tan^{-1} \left[\frac{E_y \cos(\omega t_1 + \varphi)}{E_x \cos(\omega t_1 + \theta)} \right]$$

$$angle = 0.5972^\circ$$

การคำนวณสนามแม่เหล็ก

การคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีพื้นฐานจำเป็นต้องทราบถึงข้อมูลพิกัดของตัวนำในระบบ รวมทั้งกระแสที่ไหลในระบบ โดยสามารถแสดงตำแหน่งพิกัดของตัวนำและกระแสที่ไหลในตัวนำ ได้ดังตารางที่ ก.3 และ ก.4 ตามลำดับ

ตารางที่ ก.3 พิกัดของตัวนำในระบบที่ใช้คำนวณค่าสนามแม่เหล็ก

ข้อมูลตัวนำ	x (m)	y (m)
115 kV เฟส A1	6.50	19.00
115 kV เฟส A2	6.95	19.00
115 kV เฟส B1	6.50	16.50
115 kV เฟส B2	6.95	16.50
115 kV เฟส C1	6.50	14.00
115 kV เฟส C2	6.95	14.00
22 kV เฟส A	5.50	12.00
22 kV เฟส B	6.00	12.00
22 kV เฟส C	6.50	12.00
สายดินเหนือศีรษะ	5.00	22.40

ตารางที่ ก.4 กระแสของสายส่งกำลังไฟฟ้า

ข้อมูลตัวนำ	ขนาด (A)	มุม (Deg)
115 kV เฟส A1	145.0	0
115 kV เฟส A2	145.0	0
115 kV เฟส B1	145.0	120
115 kV เฟส B2	145.0	120
115 kV เฟส C1	145.0	-120
115 kV เฟส C2	145.0	-120
22 kV เฟส A	110.0	0
22 kV เฟส B	110.0	120
22 kV เฟส C	110.0	-120
สายดินเหนือศีรษะ	0	0

ในการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กจะพิจารณาค่ากระแสไฟฟ้าของสายส่งในส่วนที่เป็นจำนวนจริงและส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพ โดยค่ากระแสไฟฟ้าของสายส่งในแต่ละตัวนำมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned}
 I_{r1} &= [145] \cos(0) = 145 \text{ A} & I_{i1} &= [145] \sin(0) = 0 \text{ A} \\
 I_{r2} &= [145] \cos(120) = -72.50 \text{ A} & I_{i2} &= [145] \sin(120) = 125.57 \text{ A} \\
 I_{r3} &= [145] \cos(-120) = -72.50 \text{ A} & I_{i3} &= [145] \sin(-120) = -125.57 \text{ A} \\
 I_{r4} &= [110] \cos(0) = 110 \text{ A} & I_{i4} &= [110] \sin(0) = 0 \text{ A} \\
 I_{r5} &= [110] \cos(120) = -55.0 \text{ A} & I_{i5} &= [110] \sin(120) = 95.26 \text{ A} \\
 I_{r6} &= [110] \cos(-120) = -55.0 \text{ A} & I_{i6} &= [110] \sin(-120) = -95.26 \text{ A} \\
 I_{r7} &= [0] \cos(0) = 0 \text{ A} & I_{i7} &= [0] \sin(0) = 0 \text{ A}
 \end{aligned}$$

กำหนดให้พิกัดที่ต้องการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กคือ (6.5, 19) ดังนั้นสามารถหาค่าสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในแนวแกน x ที่เกิดจากสายส่งตัวนำและสายดินเหนือศีรษะทั้งระบบ ณ จุดที่พิจารณา (x_N, y_N) ได้ดังสมการที่ (ก.5)

$$\mathbf{H}_x = \sum_{j=1}^n \frac{I_{real(j)}}{2\pi} \frac{y_j - y_N}{R_{jN}^2} + j \sum_{j=1}^n \frac{I_{imag(j)}}{2\pi} \frac{y_j - y_N}{R_{jN}^2} \quad (\text{ก.5})$$

โดยที่
$$R_{jN} = \sqrt{(x_N - x_j)^2 + (y_N - y_j)^2}$$

$$\mathbf{H}_{x,1} = \frac{(145)(19-19)}{2\pi \left[(6.5-6.725)^2 + (19-19)^2 \right]} + j \frac{(0)(19-19)}{2\pi \left[(6.5-6.725)^2 + (19-19)^2 \right]}$$

$$\mathbf{H}_{x,1} = 0 \text{ A/m}$$

$$\mathbf{H}_{x,2} = \frac{(-72.50)(16.5-19)}{2\pi \left[(6.5-6.725)^2 + (19-16.5)^2 \right]} + j \frac{(125.57)(16.5-19)}{2\pi \left[(6.5-6.725)^2 + (19-16.5)^2 \right]}$$

$$\mathbf{H}_{x,2} = 4.5784 - j7.9300 \text{ A/m}$$

$$\mathbf{H}_{x,3} = \frac{(-72.50)(14-19)}{2\pi \left[(6.5-6.725)^2 + (19-14)^2 \right]} + j \frac{(-125.57)(14-19)}{2\pi \left[(6.5-6.725)^2 + (19-14)^2 \right]}$$

$$\mathbf{H}_{x,3} = 2.3031 + j3.9891 \text{ A/m}$$

$$\mathbf{H}_{x,4} = \frac{(110.0)(12-19)}{2\pi \left[(6.5-5.5)^2 + (19-12)^2 \right]} + j \frac{(0)(12-19)}{2\pi \left[(6.5-5.5)^2 + (19-12)^2 \right]}$$

$$\mathbf{H}_{x,4} = -2.4510 \text{ A/m}$$

$$\mathbf{H}_{x,5} = \frac{(-55.0)(12-19)}{2\pi \left[(6.5-6)^2 + (19-12)^2 \right]} + j \frac{(95.26)(12-19)}{2\pi \left[(6.5-6)^2 + (19-12)^2 \right]}$$

$$\mathbf{H}_{x,5} = 1.2442 - j2.1549 \text{ A/m}$$

$$\mathbf{H}_{x,6} = \frac{(-55.0)(12-19)}{2\pi \left[(6.5-6.5)^2 + (19-12)^2 \right]} + j \frac{(-95.26)(12-19)}{2\pi \left[(6.5-6.5)^2 + (19-12)^2 \right]}$$

$$\mathbf{H}_{x,6} = 1.2505 + j2.1659 \text{ A/m}$$

และสามารถหาค่าสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในแนวแกน y ที่เกิดจากสายส่งตัวนำและสายดินเหนือศีรษะทั้งระบบ ณ จุดที่พิจารณา (x_N, y_N) ได้ดังสมการที่ (ก.6)

$$\mathbf{H}_y = \sum_{j=1}^n \frac{I_{real(j)}}{2\pi} \frac{x_N - x_j}{R_{jN}^2} + j \sum_{j=1}^n \frac{I_{imag(j)}}{2\pi} \frac{x_N - x_j}{R_{jN}^2} \quad (\text{ก.6})$$

$$\mathbf{H}_{y,1} = \frac{(145)(6.5-6.725)}{2\pi \left[(6.5-6.725)^2 + (19-19)^2 \right]} + j \frac{(0)(6.5-6.725)}{2\pi \left[(6.5-6.725)^2 + (19-19)^2 \right]}$$

$$\mathbf{H}_{y,1} = -102.5665 \text{ A/m}$$

$$\mathbf{H}_{y,2} = \frac{(-72.50)(6.5-6.725)}{2\pi \left[(6.5-6.725)^2 + (19-16.5)^2 \right]} + j \frac{(125.57)(6.5-6.725)}{2\pi \left[(6.5-6.725)^2 + (19-16.5)^2 \right]}$$

$$\mathbf{H}_{y,2} = 0.4121 - j0.7137 \text{ A/m}$$

$$\mathbf{H}_{y,3} = \frac{(-72.50)(6.5-6.725)}{2\pi \left[(6.5-6.725)^2 + (19-14)^2 \right]} + j \frac{(-125.57)(6.5-6.725)}{2\pi \left[(6.5-6.725)^2 + (19-14)^2 \right]}$$

$$\mathbf{H}_{y,3} = 0.1036 + j0.1795 \text{ A/m}$$

$$\mathbf{H}_{y,4} = \frac{(110.0)(6.5-5.5)}{2\pi \left[(6.5-5.5)^2 + (19-12)^2 \right]} + j \frac{(0)(6.5-5.5)}{2\pi \left[(6.5-5.5)^2 + (19-12)^2 \right]}$$

$$\mathbf{H}_{y,4} = 0.3501 \text{ A/m}$$

$$\mathbf{H}_{y,5} = \frac{(-55.0)(6.5-6)}{2\pi[(6.5-6)^2 + (19-12)^2]} + j \frac{(95.26)(6.5-6)}{2\pi[(6.5-6)^2 + (19-12)^2]}$$

$$\mathbf{H}_{y,5} = -0.0889 + j0.1539 \text{ A/m}$$

$$\mathbf{H}_{y,6} = \frac{(-55.0)(6.5-6.5)}{2\pi[(6.5-6.5)^2 + (19-12)^2]} + j \frac{(-95.26)(6.5-6.5)}{2\pi[(6.5-6.5)^2 + (19-12)^2]}$$

$$\mathbf{H}_{y,6} = 0 \text{ A/m}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\mathbf{H}_x = \mathbf{H}_{x,1} + \mathbf{H}_{x,2} + \mathbf{H}_{x,3} + \mathbf{H}_{x,4} + \mathbf{H}_{x,5} + \mathbf{H}_{x,6}$$

$$\mathbf{H}_x = 6.9252 - j3.9300 \text{ A/m}$$

$$\mathbf{H}_y = \mathbf{H}_{y,1} + \mathbf{H}_{y,2} + \mathbf{H}_{y,3} + \mathbf{H}_{y,4} + \mathbf{H}_{y,5} + \mathbf{H}_{y,6}$$

$$\mathbf{H}_y = -101.7896 - j0.3803 \text{ A/m}$$

โดยที่ $H_x = \sqrt{\mathbf{H}_{x,real}^2 + \mathbf{H}_{x,imag}^2}$

$$H_x = \sqrt{(6.9252)^2 + (-3.9300)^2}$$

$$H_x = 7.9626 \text{ A/m}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\mathbf{H}_{x,imag}}{\mathbf{H}_{x,real}} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-3.9300}{6.9252} \right)$$

$$\theta = -29.57^\circ$$

$$H_y = \sqrt{\mathbf{H}_{y,real}^2 + \mathbf{H}_{y,imag}^2}$$

$$H_y = \sqrt{(-101.7896)^2 + (-0.3803)^2}$$

$$H_y = 101.7903 \text{ A/m}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\mathbf{H}_{y,imag}}{\mathbf{H}_{y,real}} \right)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{-0.3803}{-101.7896} \right)$$

$$\varphi = -179.79^\circ$$

$$\text{จาก } \tan(2\omega t) = -\frac{H_x^2 \sin 2\theta + H_y^2 \sin 2\phi}{H_x^2 \cos 2\theta + H_y^2 \cos 2\phi}$$

$$\omega t = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(-\frac{H_x^2 \sin 2\theta + H_y^2 \sin 2\phi}{H_x^2 \cos 2\theta + H_y^2 \cos 2\phi} \right)$$

$$\omega t = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(-\frac{(7.9626)^2 \sin(2(-29.57)) + (101.7903)^2 \sin(2(-179.79))}{(7.9626)^2 \cos(2(-29.57)) + (101.7903)^2 \cos(2(-179.79))} \right)$$

$$\omega t = -0.06^\circ$$

$$\text{เมื่อ } \omega t_1 = \omega t + (m-1)\frac{\pi}{2}; m = 1 \ 2 \ 3 \ 4$$

$$\omega t_1 = -0.06^\circ \ 89.94^\circ \ 179.94^\circ \ 269.94^\circ$$

สามารถหาค่าความเข้มสนามแม่เหล็กสูงสุดที่เกิดจาก ωt_1 ที่ทำให้ได้ค่าสูงสุดที่พิกัด (6.5, 19) ได้ดังนี้

$$H_{max} = \sqrt{(H_x \cos(\omega t_1 + \theta))^2 + (H_y \cos(\omega t_1 + \phi))^2}$$

$$H_{max} = 102.2829 \text{ A/m}$$

และสามารถหามุมของความเข้มสนามแม่เหล็กได้ดังนี้

$$\text{angle} = \tan^{-1} \left[\frac{H_y \cos(\omega t_1 + \phi)}{H_x \cos(\omega t_1 + \theta)} \right]$$

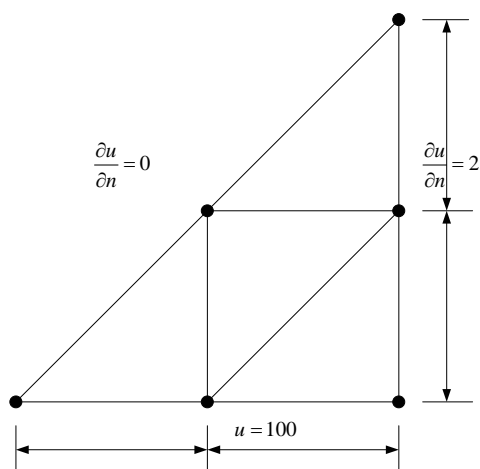
$$\text{angle} = 86.48^\circ$$

และความเข้มสนามแม่เหล็ก (H) กับสนามแม่เหล็ก (B) จะมีความสัมพันธ์กันตามสมการ $B = \mu H$

ภาคผนวก ข

การประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต

การประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตเป็นส่วนสำคัญอีกอย่างหนึ่งในขั้นตอนการจำลองผล ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์โดยในงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้มีการประยุกต์ใช้เงื่อนไขค่าขอบเขตอยู่ 2 แบบด้วยกันคือ การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตแบบนอยมันน์ (Neumann) และการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตแบบดิริเคิล (Dirichlet) ซึ่งจะทำให้การยกตัวอย่างระบบขนาดเล็กเพื่อให้เห็นภาพการประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตทั้ง 2 แบบ โดยสามารถแสดงกริดของปัญหาพร้อมทั้งการระบุขอบเขตของปัญหาทั้งแบบนอยมันน์และดิริเคิลได้ดังรูปที่ ข.1



รูปที่ ข.1 ตัวอย่างปัญหาสำหรับประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต

กำหนดให้เมทริกซ์ $[K_{sys}]$ ของสมการเชิงเส้นระบบรวม $[K_{sys}]\{u\} = \{f_{sys}\}$ เป็นดังสมการที่ (ข.1)

$$[K_{sys}] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 1 & 3 & 4 & 6 \\ 6 & 5 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 6 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.1})$$

กำหนดให้โหนดเวกเตอร์แต่ละอิเลเมนต์เมื่ออิเลเมนต์นั้นไม่มีขอบใดเป็นขอบเขตของปัญหาแสดงได้ดังสมการที่ (ข.2) และเมื่ออิเลเมนต์นั้นมีขอบเป็นขอบเขตของปัญหาแสดงได้ดังสมการที่ (ข.3)

$$\{f^{(e)}\} = \frac{Q\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.2})$$

$$\{f^{(e)}\} = \frac{Qh_{mn}d\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} \quad (\text{ข.3})$$

โดยที่ Q คือ ค่าสัมประสิทธิ์ ซึ่งในที่นี้สมมติให้มีค่าเท่ากับ 1

h_{mn} คือ ระยะห่างระหว่างโนด m และ n

d คือ ค่าเงื่อนไขขอบเขตแบบนอยมันน์

Δ_e คือ พื้นที่ประจำอิเลเมนต์

i, j, k คือ ค่าประจำโนดของแต่ละอิเลเมนต์ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1 เมื่อ โหนดนั้นเป็นโนดที่ติดกับขอบแบบนอยมันน์ที่พิจารณาและมีค่าเท่ากับ 0 เมื่อไม่ติดกับขอบนอยมันน์

เนื่องจากการกำหนดเงื่อนไขแบบนอยมันน์จะมีความสัมพันธ์กับโหนดเวกเตอร์แต่ละอิเลเมนต์โดยตรง ดังนั้นจึงต้องทำการกำหนดเงื่อนไขแบบนอยมันน์ในแต่ละอิเลเมนต์ก่อนที่จะทำการสร้างสมการโหนดเวกเตอร์ระบบรวมแล้วจึงกำหนดเงื่อนไขแบบดริเคิลเพื่อทำการแก้ระบบสมการเชิงเส้นต่อไป

การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตแบบนอยมันน์

การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตแบบนอยมันน์จะกระทำกับอิเลเมนต์ที่อยู่บริเวณขอบของเงื่อนไขซึ่งจากรูปที่ ข.1 ประกอบกับจากสมการที่ (ข.2) และ (ข.3) เมื่อพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตแบบนอยมันน์สามารถเขียนเป็นสมการโหนดเวกเตอร์แต่ละอิเลเมนต์ได้ดังนี้ (เมื่อสมมติให้ $Q = 1$)

$$\{f^{(1)}\} = \frac{(2\sqrt{2})(0)(2)}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\{f^{(2)}\} = \frac{(2)(2)(2)}{3} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2.67 \\ 2.67 \end{bmatrix}$$

$$\{f^{(3)}\} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.67 \\ 0.67 \\ 0.67 \end{bmatrix}$$

$$\{f^{(4)}\} = \frac{(2)(2)(2)}{3} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{(2\sqrt{2})(0)(2)}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2.67 \\ 2.67 \end{bmatrix}$$

จากโหนดเวกเตอร์แต่ละอิลิเมนต์ที่สามารถเขียนเป็นโหนดเวกเตอร์ระบบรวมได้ดังนี้

$$\{f_{sys}\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.67 \\ 0.67 \\ 2.67 \\ 6.01 \\ 2.67 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นจะได้สมการระบบรวมสำหรับปัญหาในรูปแบบที่ ข.1 ดังสมการที่ (ข.4)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 1 & 3 & 4 & 6 \\ 6 & 5 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 6 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.67 \\ 0.67 \\ 2.67 \\ 6.01 \\ 2.67 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.4})$$

การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตแบบดิริคิล

หลังจากได้สมการระบบรวมดังสมการที่ (ข.4) แล้ว จากนั้นจึงทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตแบบดิริคิล โดยจากรูปที่ ข.1 ทราบค่าคำตอบที่โนด 1, 2 และ 4 มีค่าเป็น 100 ดังนั้นเมื่อทำการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตแบบดิริคิลจึงได้ดังสมการที่ (ข.5)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 0.67 - 6(100) - 5(100) - 2(100) \\ 100 \\ 6.01 - 2(100) - 3(100) - 1(100) \\ 2.67 - 3(100) - 6(100) - 2(100) \end{bmatrix} \quad (ข.5)$$

จากสมการที่ (ข.5) สามารถนำไปแก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาผลเฉลยได้ในขั้นตอนถัดไป

ภาคผนวก ค

บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในระหว่างศึกษา

รายชื่อบทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการนานาชาติ

1. Isaramongkolrak, A., Kulworawanichpong, T., and Pao-la-or, P. (2008). Influence of an Overhead Ground Wire on Electric Fields Around the HV Power Transmission Line. **The 8th WSEAS International Conference on Electric Power Systems. Venice, Italy.**: 128-132.

2. Isaramongkolrak, A., Kulworawanichpong, T., and Pao-la-or, P. (2008). Finite Element Approach to Electric Field Distribution Resulting from Phase-Sequence Orientation of a Double-Circuit High Voltage Transmission Line. **The 8th WSEAS International Conference on Electric Power Systems. Venice, Italy.**: 207-211.

3. Tupsie, S., Isaramongkolrak, A., and Pao-la-or, P. (2009). Analysis of Electromagnetic Field Effects Using FEM for Transmission Lines Transposition. **The World Academy of Science Engineering and Technology. Tokyo, Japan.**: 870-874.

รายชื่อบทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในวารสารวิชาการนานาชาติ

1. Pao-la-or, P., Isaramongkolrak, A., Kulworawanichpong, T., (2008). Electromagnetic Fields Distribution of Phase-sequence Orientation of a Double-Circuit Power Transmission Line Based on Finite Element Method. **WSEAS Transaction on Power System**, No. 10, Vol. 3, 2008, pp 653-663.

2. Pao-la-or, P., Isaramongkolrak, A., Kulworawanichpong, T., (2008). Study of Influence of an Overhead Ground Wire on Electric Fields around the HV Transmission Line Using 2D and 3D Finite Element Method. **WSEAS Transaction on Power System**, No. 11, Vol. 3, 2008, pp 675-684.

3. Pao-la-or, P., Isaramongkolrak, A., Kulworawanichpong, T., (2009). Finite Element of Magnetic Field Distribution for 500 kV Power Transmission Systems. **Engineering Letter**, No.1, Vol.18,2009, pp 1-9.

Influence of an Overhead Ground Wire on Electric Fields around the HV Power Transmission Line

A. ISARAMONGKOLRAK, T. KULWORAWANICHPONG, and P. PAO-LA-OR*

Power System Research Unit, School of Electrical Engineering
Institute of Engineering, Suranaree University of Technology
111 University Avenue, Muang District, Nakhon Ratchasima, 30000
THAILAND

*Corresponding author: padej@sut.ac.th

Abstract: - This paper has proposed a mathematical model of electric fields caused by high voltage conductors of electric power transmission systems by using a set of second-order partial differential equations. This study has considered the effect of the overhead ground wire on electric fields emitted around the high voltage transmission line. Comparison among two test cases, with and without the overhead ground wire, has been illustrated. Computer-based simulation utilizing the two dimensional finite element method in the time harmonic mode, instructed in MATLAB programming environment with graphical representation for electric field strength has been investigated. The simulation results show that the transmission system having the overhead ground wire can remarkably reduced the intensity of the electric field strength.

Key-Words: - Overhead Ground Wire (OHGW), Electric Field Strength, Finite Element Method (FEM), Transmission Line, Computer Simulation

1 Introduction

An overhead ground wire (OHGW) is one of key components in electrical power transmission systems. It is a small metal conductor run between the tops of overhead power transmission towers. At each tower, the OHGW is connected to ground through the tower metal frame. It exhibits the protection of high voltage conductors from lightning strokes. Beside the lightning protection, the OHGW also influences electric field distribution around the power transmission lines caused by the high voltage conductors. Finite Element Method (FEM) is one of the most popular numerical methods used for computer simulation. The key advantage of the FEM over other numerical methods in engineering applications is the ability to handle nonlinear, time-dependent and circular geometry problems. Therefore, this method is suitable for solving the problem involving electric field effects around the transmission line caused by circular cross-section of high voltage conductors.

From literature, most research works involving the OHGW mainly devote to put emphasis on reducing the effects of lightning strokes on overhead transmission lines [1-3]. In this paper, the study on the OHGW resulting in electric field distribution around the transmission line is proposed. A 115-kV power transmission line of Provincial Electricity Authority (PEA) in Nakhon Ratchasima province hung over a 22-kV power distribution line on the same tower is selected for test. The computer

simulation based on the FEM in the time harmonic mode with appropriate graphical representation of electric fields is conducted.

2 Modeling of Electric Fields involving Electric Power Transmission Lines

A mathematical model of electric fields (\mathbf{E}) radiating around a transmission line is usually expressed in the wave equation (Helmholtz's equation) as Eq.(1) [4-5] derived from Faraday's law.

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

..., where ε is the dielectric permittivity of media, μ and σ are the magnetic permeability and the conductivity of conductors, respectively.

This paper has considered the system governing by using the time harmonic mode and representing the electric field in complex form, $\mathbf{E} = E e^{j\omega t}$ [6], therefore,

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = j\omega E \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E$$

..., where ω is the angular frequency.

From Eq.(1), by substituting the complex electric field, Eq.(1) can be transformed to an alternative form as follows.

$$\nabla^2 E - j\omega\sigma\mu E + \omega^2 \epsilon\mu E = 0$$

When considering the problem of two dimensions in Cartesian coordinate (x,y) , hence

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial y} \right) - (j\omega\sigma - \omega^2 \epsilon) E = 0 \quad (2)$$

Analytically, there is no simple exact solution of the above equation. Therefore, in this paper the FEM is chosen to be a potential tool for finding approximate electric field solutions for the PDE described in Eq.(2) [7].

3 System Description with the FEM

3.1 Discretization

This paper conducts the simulation study by considering the 115-kV PEA's transmission system in Nakhon Ratchasima province. This type of power transmission systems is common in rural areas in Thailand. The selected test system consists of 2-bundle conductors configuring in vertical conductor arrangement as shown in Fig. 1. Also, a 22-kV power line in horizontal conductor arrangement is hung below the HV transmission line. Fig. 2 depicts the detail of the test system.

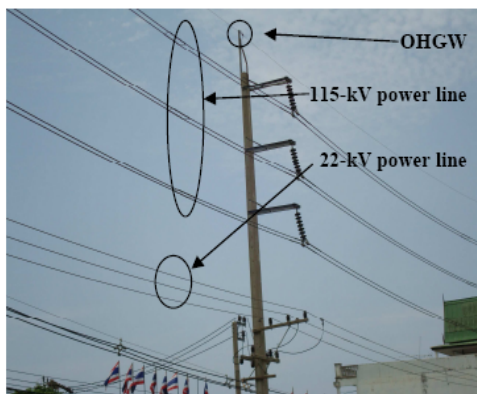


Fig.1 Case study in Nakhon Ratchasima province

The domain of study with the FEM can be discretized by using linear triangular elements. Fig. 3 and 4 show grid representation of the test system with and without the OHGW, respectively.

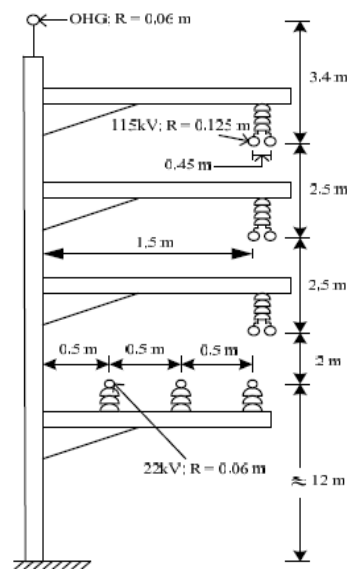


Fig.2 Detail of the test system

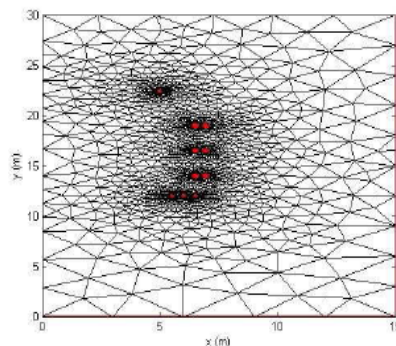


Fig.3 Test system with the OHGW

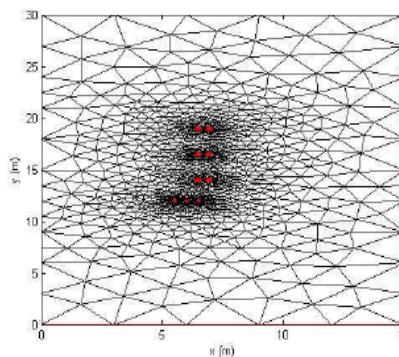


Fig.4 Test system without the OHGW

3.2 Finite Element Formulation

An equation governing each element is derived from the Maxwell's equations directly by using Galerkin approach, which is the particular weighted residual method for which the weighting functions are the same as the shape functions [8-9]. According to the method, the electric field is expressed as follows.

$$E(x, y) = E_i N_i + E_j N_j + E_k N_k \quad (3)$$

..., where N_n , $n = i, j, k$ is the element shape function and the E_n , $n = i, j, k$ is the approximation of the electric field at each node (i, j, k) of the elements, which is

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e}$$

..., where Δ_e is the area of the triangular element and,

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i. \end{aligned}$$

The method of the weighted residue with Galerkin approach is then applied to the differential equation, Eq.(2), where the integrations are performed over the element domain Ω .

$$\int_{\Omega} N_n \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial y} \right) \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_n (j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon) E d\Omega = 0$$

, or in the compact matrix form

$$[M + K]\{E\} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} M &= \int_{\Omega} (j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon) N_n N_m d\Omega \\ &= \frac{(j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon) \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K &= \nu \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial N_m}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial N_m}{\partial y} \right) d\Omega \\ &= \frac{\nu}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ Sym & & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \end{aligned}$$

..., where ν is the material reluctivity ($\nu = 1/\mu$).

For one element containing 3 nodes, the expression of the FEM approximation is a 3×3 matrix. With the account of all elements in the system of n nodes, the system equation is sizable as the $n \times n$ matrix.

3.3 Boundary Conditions and Simulation Parameters

The boundary conditions applied here are that to set zero electric fields at the ground level and the OHGW. In addition, the boundary condition of conductor surface in both 115-kV and 22-kV power lines are assigned as given in [10-11]. This simulation uses the system frequency of 50 Hz. Both power lines are bared conductors of Aluminum Conductor Steel Reinforced (ACSR), having the conductivity (σ) = 0.8×10^7 S/m, the relative permeability (μ_r) = 300, the relative permittivity (ε_r) = 3.5. It notes that the free space permeability (μ_0) is $4\pi \times 10^{-7}$ H/m, and the free space permittivity (ε_0) is 8.854×10^{-12} F/m [12].

4 Results and Discussion

Simulation results obtained by using MATLAB programming can be graphically presented in the contour of electric fields dispersed thoroughly in the cross-sectional area of study. Fig.5 and Fig.6 illustrate the result of electric field distribution for test cases with and without the OHGW, respectively.

The illustrative electric field contours show that the amplitude of the electric field with the OHGW tied at the top of the tower is lower than that of the case without the OHGW. By investigating closer at the height of 1.0-m above the ground ($y = 1.0$ -m), comparative results are put in Table 1. From those results, the average electric field amplitude is essentially reduced by 15%, $(4.0748 - 3.4754)/4.0748 \approx 15\%$, resulting from placing the OHGW at the top of the tower. Table 2 illustrates the average of electric fields for both cases at some specific height level above the ground for comparison.

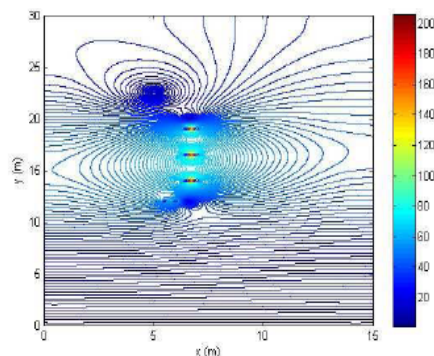


Fig.5 Contour of the electric field (kV/m) with the OHGW

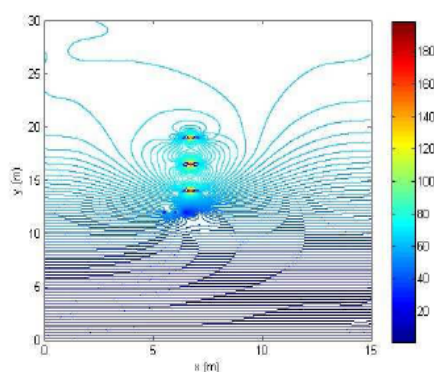


Fig.6 Contour of the electric field (kV/m) without the OHGW

5 Conclusion

This paper presents the study on the OHGW resulting in electric field distribution around the electric power transmission line. A 115-kV power transmission line of Provincial Electricity Authority (PEA) in Nakhon Ratchasima province hung over a 22-kV power distribution line on the same tower is selected for test. The computer simulation based on the FEM in the time harmonic mode with appropriate graphical representation of electric fields is conducted. As a result, it can conclude that the OHGW has the ability to reduce the electric field intensity caused by high voltage conductors. The percentage reduction approximately varies from 15% - 50%, according on the height level above the ground.

Table 1 Comparison of electric field distribution at $y=1.0$ -m above the ground for both test cases

x (m)	With the OHGW (kV/m)	Without the OHGW (kV/m)
1	3.6443	4.2398
2	3.6848	4.2981
3	3.5858	4.1814
4	3.5356	4.1100
5	3.5210	4.0662
6	3.5144	4.0414
7	3.4993	4.0492
8	3.4721	4.0474
9	3.4409	4.0383
10	3.4140	4.0229
11	3.3819	3.9946
12	3.3482	3.9651
13	3.3304	3.9519
14	3.3593	3.9882
15	3.4590	4.1242
Average	3.4754	4.0748

Table 2 Comparison of the electric field averages at specific height above the ground for both cases

y (m)	With the OHGW (kV/m)	Without the OHGW (kV/m)
1	3.4754	4.0748
4	13.5903	15.8359
8	27.1765	31.6780
13	45.8199	53.0955
17	51.9542	64.8553
20	38.2098	65.1495
26	29.3723	65.2769
29	29.3721	65.3529

References:

- [1] Yokoya, M., Katsuragi, Y., Goda, Y., Nagata, Y., and Asano, Y., Development of Lightning-resistant Overhead Ground Wire, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.9, No.3, 1994, pp. 1517-1523.
- [2] He, J., Tu, Y., Zeng, R., Lee, J.B., Chang, S.H., and Guan, Z., Numeral Analysis Model for Shielding Failure of Transmission Line Under Lightning Stroke, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.20, No.2, 2005, pp. 815-822.
- [3] Zeng, R., He, J., Lee, J., Chang, S., Tu, Y., Gao, Y., Zou, J., and Guan, Z., Influence of Overhead Transmission Line on Grounding Impedance Measurement of Substation, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.20, No.2, 2005, pp. 1219-1225.

- [4] Chari, M.V.K., and Salon, S.J., *Numerical Methods in Electromagnetism*, Academic Press, USA, 2000.
- [5] Weiner, M., *Electromagnetic Analysis Using Transmission Line Variables*, World Scientific Publishing, Singapore, 2001.
- [6] Christopoulos, C., *The Transmission-Line Modeling Method: TLM*, IEEE Press, USA, 1995.
- [7] Pao-la-or, P., Kulworawanichpong, T., Sujitjorn, S., and Peaiyoung, S., Distributions of Flux and Electromagnetic Force in Induction Motors: A Finite Element Approach, *WSEAS Transactions on Systems*, Vol.5, No.3, 2006, pp. 617-624.
- [8] Preston, T.W., Reece, A.B.J., and Sangha, P.S., Induction Motor Analysis by Time-Stepping Techniques, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.24, No.1, 1988, pp. 471-474.
- [9] Kim, B.T., Kwon, B.I., and Park, S.C., Reduction of Electromagnetic Force Harmonics in Asynchronous Traction Motor by Adapting the Rotor Slot Number, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.35, No.5, 1999, pp. 3742-3744.
- [10] Iyyuni, G.B., and Sebo, S.A., Study of Transmission Line Magnetic Fields, *Proceedings of the Twenty-Second Annual North American, IEEE Power Symposium*, 1990, pp. 222-231.
- [11] Pin-anong, P., *The Electromagnetic Field Effects Analysis which Interfere to Environment near the Overhead Transmission Lines and Case Study of Effects Reduction*, [M.Eng. thesis], School of Electrical Engineering, Department of Electrical Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand, 2002.
- [12] Hayt, Jr.W.H., and Buck, J.A., *Engineering Electromagnetics (7th edition)*, McGraw-Hill, Singapore, 2006.

Finite Element Approach to Electric Field Distribution Resulting from Phase-sequence Orientation of a Double- Circuit High Voltage Transmission Line

A. ISARAMONGKOLRAK, T. KULWORAWANICHPONG, and P. PAO-LA-OR*

Power System Research Unit, School of Electrical Engineering
Institute of Engineering, Suranaree University of Technology
111 University Avenue, Muang District, Nakhon Ratchasima, 30000
THAILAND

*Corresponding author: padej@sut.ac.th

Abstract: - This paper proposes a mathematical model of electric fields caused by high voltage conductors of electric power transmission systems by using a set of second-order partial differential equations. This study has considered the effect of conductor phase-sequence orientation on electric fields emitted around a double-circuit, extra high-voltage, power transmission line. Six typical-used phase-sequence orientations in Thailand for 500-kV double-circuit transmission lines are investigated. Computer-based simulation utilizing the two dimensional finite element method in the time harmonic mode, instructed in MATLAB programming environment with graphical representation for electric field strength has been evaluated. The simulation results show that the phase-sequence orientation is one among key factors to influence the electric field distribution around the transmission line.

Key-Words: - Phase-sequence, Electric Fields, Finite Element Method (FEM), Transmission Line, Computer Simulation

1 Introduction

For decades, due to the increasing of electrical power demands in Thailand, Electricity Generating Authority of Thailand (EGAT) decides to enlarge transmission capacity by installing 500-kV extra high-voltage power transmission lines in both AC and DC. In the AC system, double-circuit transmission lines consist of six conductors running in parallel. Orientation of the six conductors results in electric field distribution that may cause some serious harm to electronic equipment or living things. From literature, basic electromagnetic theory [1] or image theory [2] are widely used for electric field calculation in high voltage power transmission lines. Even the study by EPRI [3], the basic electromagnetic theory was employed to analyze electric field strength resulting from orientation of conductor phase-sequences. So far, there is no report on electric field calculation in this scope by using Finite Element Method (FEM).

The FEM is one of the most popular numerical methods used for computer simulation. The key advantage of the FEM over other numerical methods in engineering applications is the ability to handle nonlinear, time-dependent and circular geometry problems. Therefore, this method is suitable for solving the problem involving electric field effects around the transmission line caused by circular cross-section of high voltage conductors.

In this paper, 500-kV, double-circuit, extra high-voltage power transmission lines are studied with six conductor phase-sequence orientation. Computer-based simulation utilizing the two dimensional finite element method in the time harmonic mode, instructed in MATLAB programming environment with graphical representation for electric field strength has been evaluated.

2 Modeling of Electric Fields involving Electric Power Transmission Lines

A mathematical model of electric fields (\mathbf{E}) radiating around a transmission line is usually expressed in the wave equation (Helmholtz's equation) as Eq.(1) [4-5] derived from Faraday's law.

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

..., where ε is the dielectric permittivity of media, μ and σ are the magnetic permeability and the conductivity of conductors, respectively.

This paper has considered the system governing by using the time harmonic mode and representing the electric field in complex form, $\mathbf{E} = E e^{j\omega t}$ [6], therefore,

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = j\omega \mathbf{E} \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \mathbf{E}$$

..., where ω is the angular frequency.

From Eq.(1), by substituting the complex electric field, Eq.(1) can be transformed to an alternative form as follows.

$$\nabla^2 E - j\omega\sigma\mu E + \omega^2\epsilon\mu E = 0$$

When considering the problem of two dimensions in Cartesian coordinate (x,y) , hence

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial y} \right) - (j\omega\sigma - \omega^2\epsilon)E = 0 \quad (2)$$

Analytically, there is no simple exact solution of the above equation. Therefore, in this paper the FEM is chosen to be a potential tool for finding approximate electric field solutions for the PDE described in Eq.(2) [7].

3 System Description with the FEM

3.1 Discretization

This paper determines a four-bundled, double-circuit, 500-kV power transmission line. Fig. 1 shows the power transmission line with the low-reactance orientation type. Height of conductors shown in the figure is the maximum sag position. The lowest conductors are C and A' at the height of 13.0 m above the ground level [8]. Each phase conductor is 795 MCM (0.02772 m - diameter). The overhead ground wire has 3/8 inch - diameter. Fig. 2 displays the domain of study discretizing by using linear triangular elements.

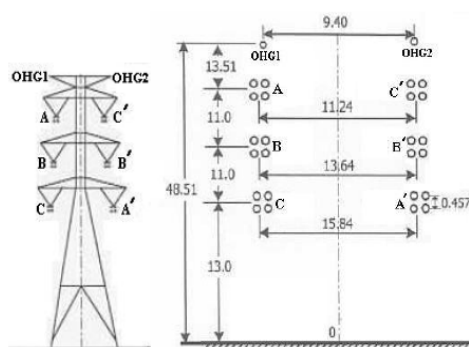


Fig.1 500-kV double-circuit, four-bundled power transmission line with low-reactance orientation

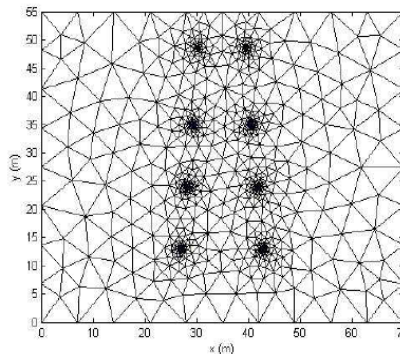


Fig.2 Discretization of the system given in Fig. 1

3.2 Finite Element Formulation

An equation governing each element is derived from the Maxwell's equations directly by using Galerkin approach, which is the particular weighted residual method for which the weighting functions are the same as the shape functions [9-10]. According to the method, the electric field is expressed as follows.

$$E(x, y) = E_i N_i + E_j N_j + E_k N_k \quad (3)$$

..., where N_n , $n = i, j, k$ is the element shape function and the E_n , $n = i, j, k$ is the approximation of the electric field at each node (i, j, k) of the elements, which is

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e}$$

..., where Δ_e is the area of the triangular element and,

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i. \end{aligned}$$

The method of the weighted residue with Galerkin approach is then applied to the differential equation, Eq.(2), where the integrations are performed over the element domain Ω .

$$\int_{\Omega} N_n \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial y} \right) \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_n (j\omega\sigma - \omega^2\epsilon) E d\Omega = 0$$

or in the compact matrix form

$$[M + K]\{E\} = 0 \tag{4}$$

$$M = (j\omega\sigma - \omega^2\epsilon) \int_{\Omega} N_n N_m d\Omega$$

$$= \frac{(j\omega\sigma - \omega^2\epsilon)\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$K = \nu \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial N_m}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial N_m}{\partial y} \right) d\Omega$$

$$= \frac{\nu}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_j + c_j c_j & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_k + c_k c_k & b_k b_k + c_k c_k & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix}$$

..., where ν is the material reluctivity ($\nu = 1/\mu$).

For one element containing 3 nodes, the expression of the FEM approximation is a 3x3 matrix. With the account of all elements in the system of n nodes, the system equation is sizable as the $n \times n$ matrix.

3.3 Boundary Conditions and Simulation Parameters

In this paper, 500-kV, double-circuit, extra high-voltage power transmission lines are studied with six conductor phase-sequence orientation [3] as shown in Table 1. The boundary conditions applied here are that to set zero electric fields at the ground level and the OHGW. In addition, the boundary condition of conductor surface in 500-kV power lines are assigned as given in [3, 8, 11]. This simulation uses the system frequency of 50 Hz. The power lines are bared conductors of Aluminum Conductor Steel Reinforced (ACSR), having the conductivity (σ) = 0.8×10^7 S/m, the relative permeability (μ_r) = 300, the relative permittivity (ϵ_r) = 3.5. It notes that the free space permeability (μ_0) is $4\pi \times 10^{-7}$ H/m, and the free space permittivity (ϵ_0) is 8.854×10^{-12} F/m [12].

Table 1 Six types of phase sequences

type1	type2	type3	type4	type5	type6
A A'	A B'	A A'	A B'	A C'	A G
B B'	B A'	B C'	B C'	B B'	B G
C C'	C C'	C B'	C A'	C A'	C G

4 Results and Discussion

This paper employs MATLAB programming to simulate electric field distribution for six phase-sequence orientations. Electric field simulated for each type can be depicted in Fig. 3 - 8.

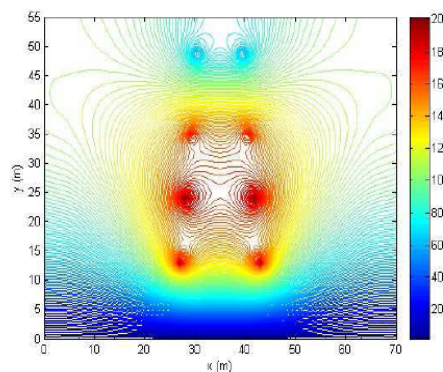


Fig.3 Electric field contour (kV/m) for type 1

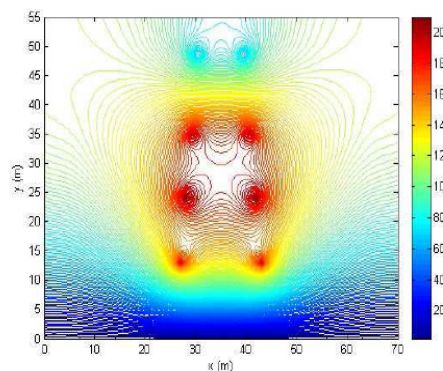


Fig.4 Electric field contour (kV/m) for type 2

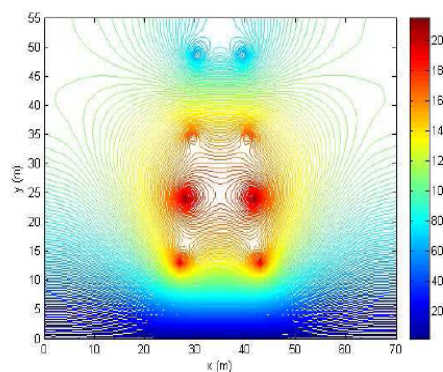


Fig.5 Electric field contour (kV/m) for type 3

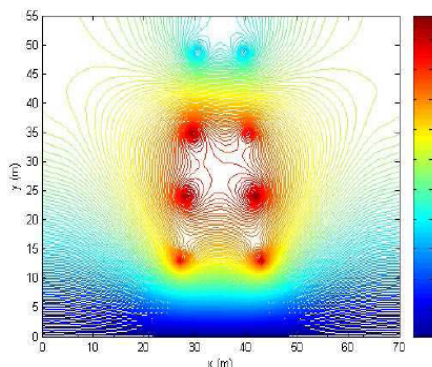


Fig.6 Electric field contour (kV/m) for type 4

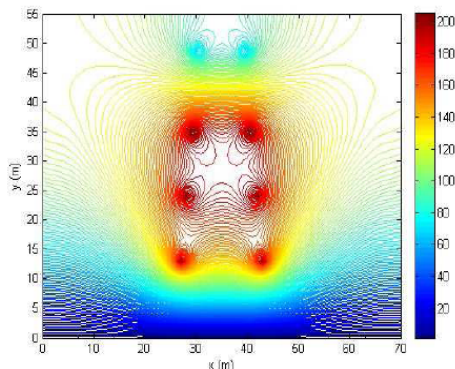


Fig.7 Electric field contour (kV/m) for type 5

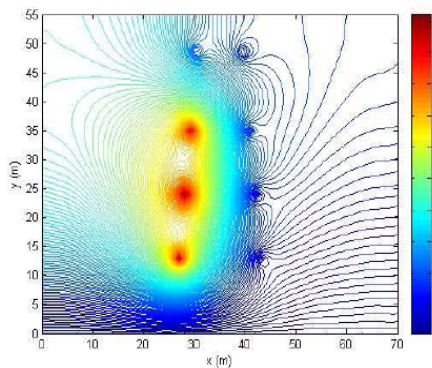


Fig.8 Electric field contour (kV/m) for type 6

From the simulated results, the orientation type has the key effect on electric field distribution around the power transmission line. By observing the electric field strength at a specified height level above the ground with 70-m horizontal span, type 1, 2, 3 and 5 are symmetric in electric field distribution along the vertical axis. Type 4 and 6 are asymmetric

due to unbalanced phase sequencing, especially type 6 with all the ground wires located on the right hand side.

When consider at some selected positions for more detail, symmetry in electric field distribution can be clearly explained. Fig. 9 and 10 show the electric field plot at the height of 0.1 m below the lowest conductor position. Similarly, Fig. 11 and 12 also describe the electric field plot at the height of 0.1 m above the highest conductor position. They confirm that type 1, 2, 3 and 5 are symmetric while type 4 and 6 are asymmetric as concluded by [3].

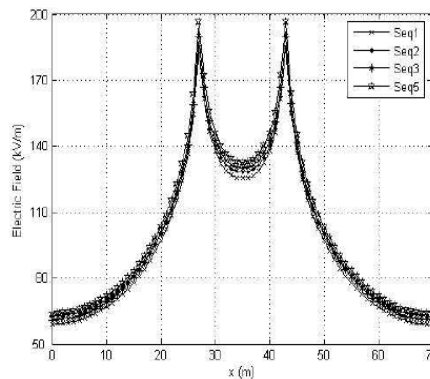


Fig.9 Electric fields of the symmetric orientation at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

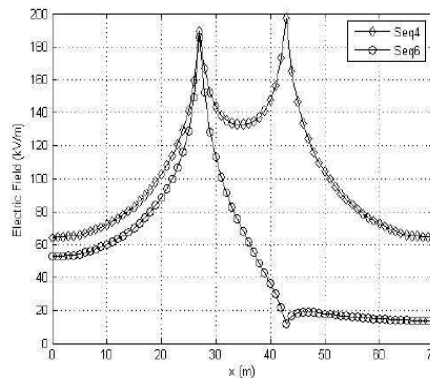


Fig.10 Electric fields of the asymmetric orientation at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

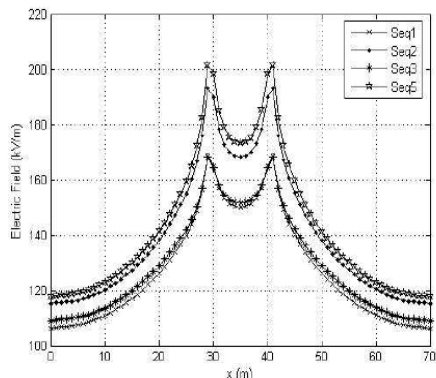


Fig.11 Electric fields of the symmetric orientation at the height of 0.1 m above the highest conductor position

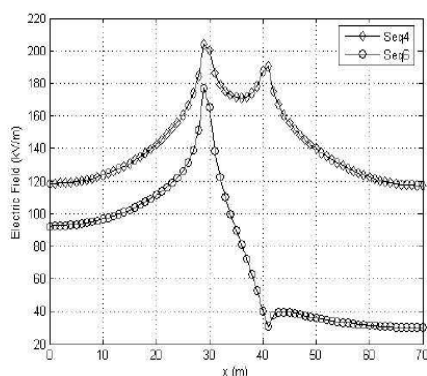


Fig.12 Electric fields of the asymmetric orientation at the height of 0.1 m above the highest conductor position

5 Conclusion

This paper has studied electric field distribution resulting from six typical conductor phase-sequence orientations. 500-kV, double-circuit, four-bundled power transmission lines of Electricity Generating Authority of Thailand (EGAT) are investigated. FEM developed by using MATLAB programming is employed. As a result, phase-sequence orientation is one of key factors to influence electric field distribution in electric power transmission lines. With the orientation of type 1, 2, 3 and 5, the electric field distribution is symmetric, while the left two orientations (type 4 and 6) give asymmetric field distribution.

References:

- [1] Olsen, R.G., Deno, D., Baishiki, R.S., Abbot, J.R., Conti, R., Frazier, M., Jaffa, K., Niles, G.B., Stewart, J.R., Wong, R., and Zavadil, R.M., Magnetic Fields from Electric Power Lines Theory and Comparison to Measurements, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.3, No.4, 1988, pp. 2127-2136.
- [2] Li, L., and Yougang, G., Analysis of Magnetic Field Environment near High Voltage Transmission Lines, *Proceedings of the International Conferences on Communication Technology*, 1998, pp. S26-05-1 - S26-05-5.
- [3] Electric Power Research Institute, *Transmission-Line Reference Book 345 kV and Above*, Fred Weidner & Son Printers, Inc., USA, 1975.
- [4] Chari, M.V.K., and Salon, S.J., *Numerical Methods in Electromagnetism*, Academic Press, USA, 2000.
- [5] Weiner, M., *Electromagnetic Analysis Using Transmission Line Variables*, World Scientific Publishing, Singapore, 2001.
- [6] Christopoulos, C., *The Transmission-Line Modeling Method: TLM*, IEEE Press, USA, 1995.
- [7] Pao-la-or, P., Kulworawanichpong, T., Sujitjorn, S., and Peaiyoung, S., Distributions of Flux and Electromagnetic Force in Induction Motors: A Finite Element Approach, *WSEAS Transactions on Systems*, Vol.5, No.3, 2006, pp. 617-624.
- [8] Pin-anong, P., *The Electromagnetic Field Effects Analysis which Interfere to Environment near the Overhead Transmission Lines and Case Study of Effects Reduction*, [M.Eng. thesis], School of Electrical Engineering, Department of Electrical Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand, 2002.
- [9] Preston, T.W., Reece, A.B.J., and Sangha, P.S., Induction Motor Analysis by Time-Stepping Techniques, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.24, No.1, 1988, pp. 471-474.
- [10] Kim, B.T., Kwon, B.I., and Park, S.C., Reduction of Electromagnetic Force Harmonics in Asynchronous Traction Motor by Adapting the Rotor Slot Number, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.35, No.5, 1999, pp. 3742-3744.
- [11] Iyyuni, G.B., and Sebo, S.A., Study of Transmission Line Magnetic Fields, *Proceedings of the Twenty-Second Annual North American, IEEE Power Symposium*, 1990, pp. 222-231.
- [12] Hayt, Jr.W.H., and Buck, J.A., *Engineering Electromagnetics (7th edition)*, McGraw-Hill, Singapore, 2006.

Analysis of Electromagnetic Field Effects Using FEM for Transmission Lines Transposition

S. Tupsie, A. Isaramongkolrak, and P. Pao-la-or

Abstract—This paper presents the mathematical model of electric field and magnetic field in transmission system, which performs in second-order partial differential equation. This research has conducted analyzing the electromagnetic field radiating to atmosphere around the transmission line, when there is the transmission line transposition in case of long distance distribution. The six types of 500 kV transposed HV transmission line with double circuit will be considered. The computer simulation is applied finite element method that is developed by MATLAB program. The problem is considered to two dimensions, which is time harmonic system with the graphical performance of electric field and magnetic field. The impact from simulation of six types long distance distributing transposition will not effect changing of electric field and magnetic field which surround the transmission line.

Keywords—Transposition, Electromagnetic Field, Finite Element Method (FEM), Transmission Line, Computer Simulation

I. INTRODUCTION

FOR decades, due to the increasing of electrical power demands in Thailand, Electricity Generating Authority of Thailand (EGAT) decides to enlarge transmission capacity by installing 500-kV extra high-voltage power transmission lines in both AC and DC. In the AC system, double-circuit transmission lines consist of 6 conductors running in parallel. Transposition in case of long distance distribution of the 6 conductors results in electric and magnetic field distribution that may cause some serious harm to surround the transmission line. From literature, basic electromagnetic theory [1] or image theory [2] are widely used for electromagnetic field calculation in high voltage power transmission lines. So far, there is no report on electric and magnetic field calculation in this scope by using Finite Element Method (FEM).

The FEM is one of the most popular numerical methods used for computer simulation. The key advantage of the FEM over other numerical methods in engineering applications is the ability to handle nonlinear, time-dependent and circular geometry problems. Therefore, this method is suitable for

solving the problem involving electric and magnetic field effects around the transmission line caused by circular cross-section of high voltage conductors.

In this paper, 500-kV, double-circuit, extra high-voltage power transmission lines are studied with 6 conductors transposition in case of long distance distribution in order to troubleshoot the voltage drop unbalance problem. Computer-based simulation utilizing the two dimensional finite element method in the time harmonic mode, instructed in MATLAB programming environment with graphical representation for electric and magnetic field strength have been evaluated. In general, electric field strength of the system depends on operating voltage level applied to phase conductors. Due to the voltage regulation of the transmission systems, the conductor surface potential does not change to result in remarkable difference of the electric field contours. In the same manner, magnetic field strength of the system depends strongly on the phase currents flowing through the phase conductors. As mentioned where a normal steady-state operation is assumed, the current does not suddenly change its value. Therefore, both field distribution are quasi-static.

II. MODELING OF ELECTROMAGNETIC FIELDS INVOLVING TRANSMISSION LINES

A mathematical model of electric fields (\mathbf{E}) radiating around a transmission line is usually expressed in the wave equation (Helmholtz's equation) as in (1) [3], [4] derived from Faraday's law.

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

..., where ϵ is the dielectric permittivity of media, μ and σ are the magnetic permeability and the conductivity of conductors, respectively.

A mathematical model of magnetic fields (\mathbf{B}) for transmission lines is performed in form of the magnetic field intensity (\mathbf{H}), which related to the equation, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$. This model can be characterized by using the wave equation (Helmholtz's equation) as in (2) [3], [4] derived from the Ampere's law.

S. Tupsie is with the School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima, THAILAND (e-mail: amp_eye@hotmail.com).

A. Isaramongkolrak is with the School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima, THAILAND (e-mail: anone_91@hotmail.com).

P. Pao-la-or is with the School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima, THAILAND (corresponding author to provide phone: 0-4422-4407; fax: 0-4422-4601; e-mail: padej@sut.ac.th).

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

Due to the similarity between (1) and (2), formulation of the FEM used for the magnetic field problems is mathematically the same. One can point out this similarity by replacing the electric field (\mathbf{E}) with the magnetic field intensity (\mathbf{H}).

This paper has considered the system governing by using the time harmonic mode and representing the electric field in complex form, $\mathbf{E} = E e^{j\omega t}$ [5], therefore,

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = j\omega E \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E$$

..., where ω is the angular frequency.

Refer to (1), by employing the complex form of the electric fields and assuming that the system is excited with a single frequency source, Equation (1) can be transformed to an alternative form as follows.

$$\nabla^2 E - j\omega \sigma \mu E + \omega^2 \varepsilon \mu E = 0$$

When considering the problem of two dimensions in Cartesian coordinate (x, y), hence

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial y} \right) - (j\omega \sigma - \omega^2 \varepsilon) E = 0 \quad (3)$$

Analytically, there is no simple exact solution of the above equation. Therefore, in this paper the FEM is chosen to be a potential tool for finding approximate electric field solutions for the PDE described as in (3) [6].

III. SYSTEM DESCRIPTION WITH THE FEM

A. Discretization

This paper determines a four-bundled, double-circuit, 500-kV power transmission line. Fig. 1 shows the power transmission line with the low-reactance orientation type. Height of conductors shown in the figure is the maximum sag position. The lowest conductors are C and A' at the height of 13.0 m above the ground level [7]. Each phase conductor is 795 MCM (0.02772 m - diameter). The overhead ground wire has 3/8 inch - diameter. Fig. 2 displays the domain of study discretizing by using linear triangular elements.

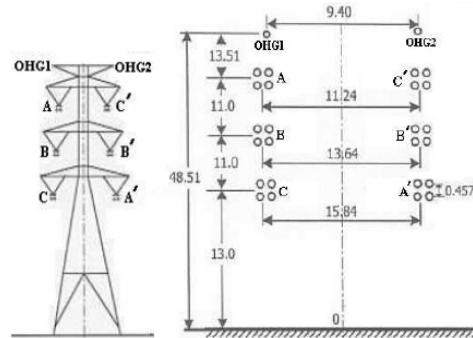


Fig. 1 500-kV double-circuit, four-bundled power transmission line with low-reactance orientation

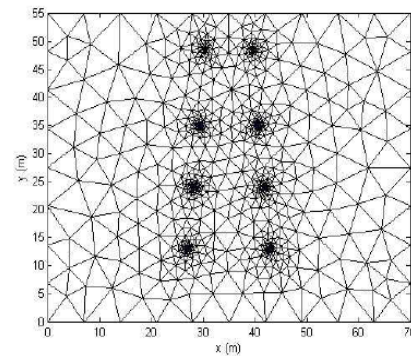


Fig. 2 Discretization of the system given in Fig. 1

B. Finite Element Formulation

An equation governing each element is derived from the Maxwell's equations directly by using Galerkin approach, which is the particular weighted residual method for which the weighting functions are the same as the shape functions [8], [9]. According to the method, the electric field is expressed as follows.

$$E(x, y) = E_i N_i + E_j N_j + E_k N_k \quad (4)$$

..., where N_n , $n = i, j, k$ is the element shape function and the E_n , $n = i, j, k$ is the approximation of the electric field at each node (i, j, k) of the elements, which is

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e}$$

..., where Δ_e is the area of the triangular element and,

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i. \end{aligned}$$

The method of the weighted residue with Galerkin approach is then applied to the differential equation, refer to (3), where the integrations are performed over the element domain Ω .

$$\int_{\Omega} N_n \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial y} \right) \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_n (j\omega\sigma - \omega^2\epsilon) E d\Omega = 0$$

, or in the compact matrix form

$$[M + K]\{E\} = 0 \tag{5}$$

$$M = \int_{\Omega} N_n N_m d\Omega = \frac{(j\omega\sigma - \omega^2\epsilon)\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$K = \nu \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial N_m}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial N_m}{\partial y} \right) d\Omega = \frac{\nu}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_j + c_j c_j & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ Sym & & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix}$$

..., where ν is the material reluctivity ($\nu = 1/\mu$).

For one element containing 3 nodes, the expression of the FEM approximation is a 3x3 matrix. With the account of all elements in the system of n nodes, the system equation is sizable as the $n \times n$ matrix.

IV. BOUNDARY CONDITIONS AND SIMULATION PARAMETERS

In this paper, 500-kV, double-circuit, extra high-voltage power transmission lines are studied with 6 conductors transmission line transposition in case of long distance distribution, indicating in Fig. 3, there are six types of transposition as indicated by Table I. The boundary conditions applied here are that both electric and magnetic fields at the ground level and the OHGW are set as zero. In contrast, the boundary conditions at the conductor surfaces are practically different. They are strongly dependent upon the load current for the magnetic case. However, in this paper, the boundary conditions of both electric and magnetic fields of conductor surfaces in 500-kV power lines are assigned as given in [7], [10] under the maximum loading of 3.15 kA/phase [7]. This simulation uses the system frequency of 50 Hz. The power lines are bared conductors of Aluminum Conductor Steel Reinforced (ACSR), having the conductivity (σ) = 0.8×10^7

S/m, the relative permeability (μ_r) = 300, the relative permittivity (ϵ_r) = 3.5. It notes that the free space permeability (μ_0) is $4\pi \times 10^{-7}$ H/m, and the free space permittivity (ϵ_0) is 8.854×10^{-12} F/m [11].

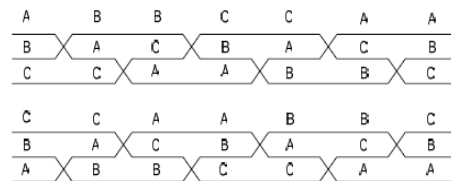


Fig. 3 Transmission lines transposition in case of long distance distribution

TABLE I SIX TYPES OF TRANSPOSITION

type1	type2	type3	type4	type5	type6
A C'	B C'	B A'	C A'	C B'	A B'
B B'	A A'	C C'	B B'	A A'	C C'
C A'	C B'	A B'	A C'	B C'	B A'

Notes for the table, letter A, B and C reserve for each phase of the first conductor circuit, whereas A', B' and C' indicate those of the second circuit.

V. RESULTS AND DISCUSSION

This paper employs MATLAB programming to simulate electric field and magnetic field distribution for six types long distance distributing transposition. Electric field simulated for all six types that same results every type can be depicted in Fig. 4. Also, simulation results of magnetic field distribution for the six types of transposition can be shown in Fig. 5.

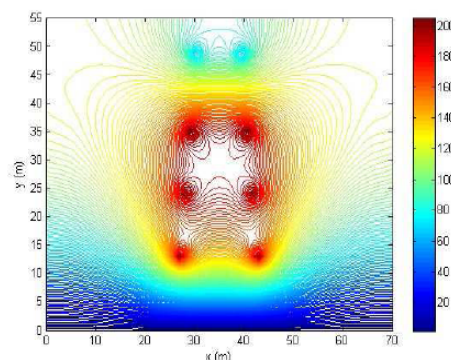


Fig. 4 Electric field distribution (kV/m) for all type transposition

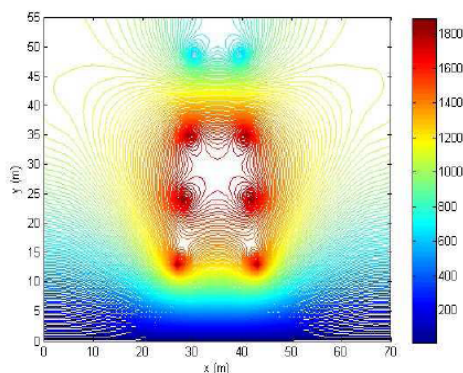


Fig. 5 Magnetic field distribution (μT) for all type transposition

When consider at some selected positions for more detail, Fig. 6-7 show the electric field plot at the height of 1 m and 10 m above the ground for all six types that same results every type, respectively. In addition, Fig. 8-9 show the magnetic field plot at the height of 1 m and 10 m above the ground for all six types, respectively.

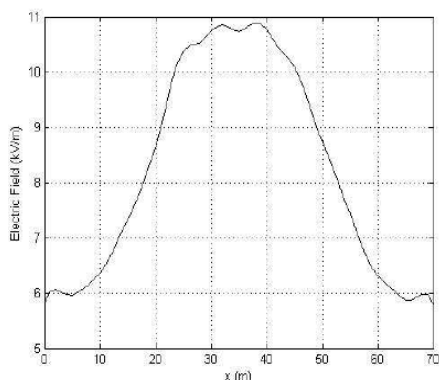


Fig. 6 Electric field distribution at 1 m above the ground for all type

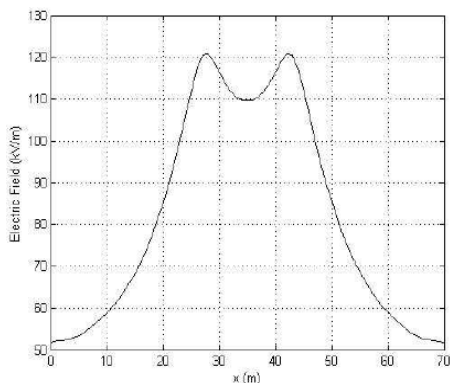


Fig. 7 Electric field distribution at 10 m above the ground for all type

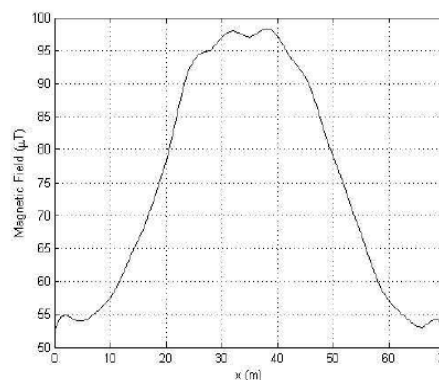


Fig. 8 Magnetic field distribution at 1 m above the ground for all type

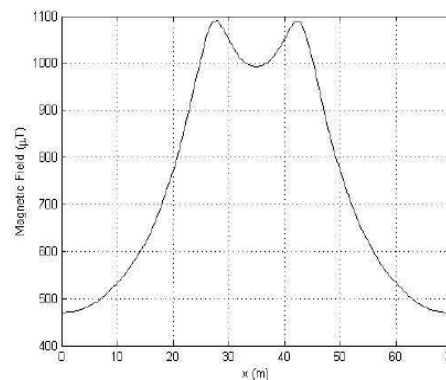


Fig.9Magnetic field distribution at 10 m above the ground for all type

From the simulation results, the six types of transmission lines transposition in case of long distance distribution, it will not affect changing electric field and magnetic field which surround the transmission line.

VI. CONCLUSION

This paper has studied electric and magnetic field distribution resulting from six types long distance distributing transposition. 500-kV, double-circuit, four-bundled power transmission lines of Electricity Generating Authority of Thailand (EGAT) were investigated. FEM developed by using MATLAB programming was employed. As a result, the impact from simulation of six types long distance distributing transposition will not effect changing of electric field and magnetic field which surround the transmission line.

REFERENCES

[1] R.G. Olsen, D. Deno, R.S. Baishiki, J.R. Abbot, R. Conti, M. Frazier, K. Jaffa, G.B. Niles, J.R. Stewart, R. Wong and R.M. Zavadil, "Magnetic Fields from Electric Power Lines Theory and Comparison to Measurements," *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 3, No. 4, pp.2127-2136, 1988.
 [2] L. Li and G. Yougang, "Analysis of Magnetic Field Environment near High Voltage Transmission Lines," *Proceedings of the International*

- Conferences on Communication Technology*, pp.S26-05-1 - S26-05-5, 1998.
- [3] M.V.K. Chari and S.J. Salon, *Numerical Methods in Electromagnetism*, Academic Press, USA, 2000.
 - [4] M. Weiner, *Electromagnetic Analysis Using Transmission Line Variables*, World Scientific Publishing, Singapore, 2001.
 - [5] C. Christopoulos, *The Transmission-Line Modeling Method: TLM*, IEEE Press, USA, 1995.
 - [6] P. Pao-la-or, T. Kulworawanichpong, S. Sujitjom and S. Peaiyoung, "Distributions of Flux and Electromagnetic Force in Induction Motors: A Finite Element Approach," *WSEAS Transactions on Systems*, Vol. 5, No. 3, pp.617-624, 2006.
 - [7] P. Pun-anong, *The Electromagnetic Field Effects Analysis which Interfere to Environment near the Overhead Transmission Lines and Case Study of Effects Reduction*, M. Eng. Thesis, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand, 2002.
 - [8] T.W. Preston, A.B.J. Reece and P.S. Sangha, "Induction Motor Analysis by Time-Stepping Techniques," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 24, No. 1, pp.471-474, 1988.
 - [9] B.T. Kim, B.I. Kwon and S.C. Park, "Reduction of Electromagnetic Force Harmonics in Asynchronous Traction Motor by Adapting the Rotor Slot Number," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 35, No. 5, pp.3742-3744, 1999.
 - [10] G.B. Iyyuni and S.A. Sebo, "Study of Transmission Line Magnetic Fields," *Proceedings of the Twenty-Second Annual North American, IEEE Power Symposium*, pp.222-231, 1990.
 - [11] Jr.W.H. Hayt and J.A. Buck, *Engineering Electromagnetics (7th edition)*, McGraw-Hill, Singapore, 2006.

Electromagnetic Field Distribution of Phase-sequence Orientation of a Double-Circuit Power Transmission Line Based on Finite Element Method

P. PAO-LA-OR*, A. ISARAMONGKOLRAK, and T. KULWORAWANICHPONG

Power System Research Unit, School of Electrical Engineering
Institute of Engineering, Suranaree University of Technology
111 University Avenue, Muang District, Nakhon Ratchasima, 30000
THAILAND

*Corresponding author: padej@sut.ac.th

Abstract: - This paper proposes a mathematical model of electric and magnetic fields caused by high voltage conductors of electric power transmission systems by using a set of second-order partial differential equations. This study has considered the effect of conductor phase-sequence orientation on electromagnetic fields emitted around a double-circuit, extra high-voltage, power transmission line. Five typically-used phase-sequence orientations in Thailand and one three-phase fault for 500-kV double-circuit transmission lines are examined. Computer-based simulation utilizing the two dimensional finite element method in the time harmonic mode, instructed in MATLAB programming environment with graphical representation for electric and magnetic field strength have been evaluated. The simulation results showed that the phase-sequence orientation is one among key factors to influence the electromagnetic field distribution around the transmission line.

Key-Words: - Phase-sequence, Electric Fields, Magnetic Fields, Finite Element Method (FEM), Transmission Line, Computer Simulation

1 Introduction

For decades, due to the increasing of electrical power demands in Thailand, Electricity Generating Authority of Thailand (EGAT) decides to enlarge transmission capacity by installing 500-kV extra high-voltage power transmission lines in both AC and DC. In the AC system, double-circuit transmission lines consist of six conductors running in parallel. Orientation of the six conductors results in electric and magnetic field distribution that may cause some serious harm to electronic equipment or living things. From literature, basic electromagnetic theory [1] or image theory [2] are widely used for electromagnetic field calculation in high voltage power transmission lines. Even the study by EPRI [3], the basic electromagnetic theory was employed to analyze electric field strength resulting from orientation of conductor phase-sequences. So far, there is no report on electric and magnetic field calculation in this scope by using Finite Element Method (FEM).

The FEM is one of the most popular numerical methods used for computer simulation. The key advantage of the FEM over other numerical methods in engineering applications is the ability to handle nonlinear, time-dependent and circular geometry problems. Therefore, this method is suitable for solving the problem involving electric and magnetic

field effects around the transmission line caused by circular cross-section of high voltage conductors.

In this paper, 500-kV, double-circuit, extra high-voltage power transmission lines are studied with six conductor phase-sequence orientation. Computer-based simulation utilizing the two dimensional finite element method in the time harmonic mode, instructed in MATLAB programming environment with graphical representation for electric and magnetic field strength have been evaluated. In general, electric field strength of the system depends on operating voltage level applied to phase conductors. Due to the voltage regulation of the transmission systems, the conductor surface potential does not change to result in remarkable difference of the electric field contours. In the same manner, magnetic field strength of the system depends strongly on the phase currents flowing through the phase conductors. As mentioned where a normal steady-state operation is assumed, the current does not suddenly change its value. Therefore, both field distribution are quasi-static.

2 Modeling of Electric and Magnetic Fields involving Electric Power Transmission Lines

A mathematical model of electric fields (E) radiating around a transmission line is usually expressed in

the wave equation (Helmholtz's equation) as Eq.(1) [4-5] derived from Faraday's law.

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \sigma\mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

..., where ε is the dielectric permittivity of media, μ and σ are the magnetic permeability and the conductivity of conductors, respectively.

A mathematical model of magnetic fields (\mathbf{B}) for transmission lines is performed in form of the magnetic field intensity (\mathbf{H}), which related to the equation, $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$. This model can be characterized by using the wave equation (Helmholtz's equation) as Eq.(2) [4-5] derived from the Ampere's law.

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \sigma\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

Due to the similarity between Eq.(1) and Eq.(2), formulation of the FEM used for the magnetic field problems is mathematically the same. One can point out this similarity by replacing the electric field (\mathbf{E}) with the magnetic field intensity (\mathbf{H}).

This paper has considered the system governing by using the time harmonic mode and representing the electric field in complex form, $\mathbf{E} = Ee^{j\omega t}$ [6], therefore,

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = j\omega E \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E$$

..., where ω is the angular frequency.

From Eq.(1), by employing the complex form of the electric fields and assuming that the system is excited with a single frequency source, Eq.(1) can be transformed to an alternative form as follows.

$$\nabla^2 E - j\omega\sigma\mu E + \omega^2 \varepsilon\mu E = 0$$

When considering the problem of two dimensions in Cartesian coordinate (x,y) , hence

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial y} \right) - (j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon) E = 0 \quad (3)$$

Analytically, there is no simple exact solution of the above equation. Therefore, in this paper the FEM is chosen to be a potential tool for finding

approximate electric field solutions for the PDE described in Eq.(3) [7-9].

3 System Description with the FEM

3.1 Discretization

This paper determines a four-bundled, double-circuit, 500-kV power transmission line. Fig. 1 shows the power transmission line with the low-reactance orientation type. Height of conductors shown in the figure is the maximum sag position. The lowest conductors are C and A' at the height of 13.0 m above the ground level [10]. Each phase conductor is 795 MCM (0.02772 m - diameter). The overhead ground wire has 3/8 inch - diameter. Fig. 2 displays the domain of study discretizing by using linear triangular elements.

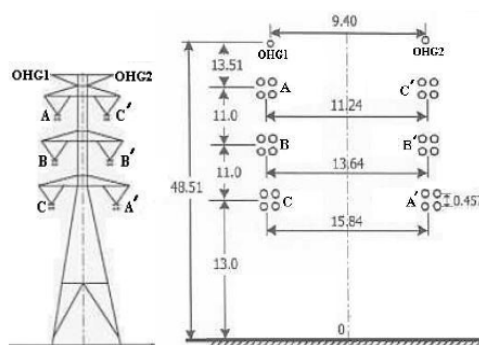


Fig.1 500-kV double-circuit, four-bundled power transmission line with low-reactance orientation

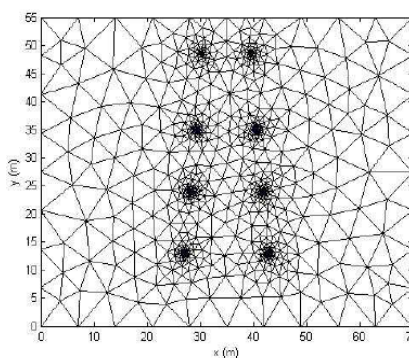


Fig.2 Discretization of the system given in Fig. 1

3.2 Finite Element Formulation

An equation governing each element is derived from the Maxwell's equations directly by using Galerkin approach, which is the particular weighted residual method for which the weighting functions are the

same as the shape functions [11-12]. According to the method, the electric field is expressed as follows.

$$E(x, y) = E_i N_i + E_j N_j + E_k N_k \quad (4)$$

..., where N_n , $n = i, j, k$ is the element shape function and the E_n , $n = i, j, k$ is the approximation of the electric field at each node (i, j, k) of the elements, which is

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e}$$

..., where Δ_e is the area of the triangular element and,

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i. \end{aligned}$$

The method of the weighted residue with Galerkin approach is then applied to the differential equation, Eq.(3), where the integrations are performed over the element domain Ω .

$$\int_{\Omega} N_n \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial y} \right) \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_n (j\omega\sigma - \omega^2 \epsilon) E d\Omega = 0$$

, or in the compact matrix form

$$[M + K]\{E\} = 0 \quad (5)$$

$$M = (j\omega\sigma - \omega^2 \epsilon) \int_{\Omega} N_n N_m d\Omega$$

$$= \frac{(j\omega\sigma - \omega^2 \epsilon) \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} K &= \nu \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial N_m}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial N_m}{\partial y} \right) d\Omega \\ &= \frac{\nu}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k & \\ Sym & & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \end{aligned}$$

..., where ν is the material reluctivity ($\nu = 1/\mu$).

For one element containing 3 nodes, the expression of the FEM approximation is a 3x3 matrix. With the account of all elements in the system of n nodes, the system equation is sizable as the $n \times n$ matrix.

3.3 Boundary Conditions and Simulation Parameters

In this paper, 500-kV, double-circuit, extra high-voltage power transmission lines are studied with six conductor phase-sequence orientation [3] as shown in Table 1. The boundary conditions applied here are that both electric and magnetic fields at the ground level and the OHGW are set as zero. In contrast, the boundary conditions at the conductor surfaces are practically different. They are strongly dependent upon the load current for the magnetic case. However, in this paper, the boundary conditions of both electric and magnetic fields of conductor surfaces in 500-kV power lines are assigned as given in [3, 10, 13] under the maximum loading of 3.15 kA/phase [10]. This simulation uses the system frequency of 50 Hz. The power lines are bared conductors of Aluminium Conductor Steel Reinforced (ACSR), having the conductivity (σ) = 0.8×10^7 S/m, the relative permeability (μ_r) = 300, the relative permittivity (ϵ_r) = 3.5. It notes that the free space permeability (μ_0) is $4\pi \times 10^{-7}$ H/m, and the free space permittivity (ϵ_0) is 8.854×10^{-12} F/m [14].

Table 1 Six cases of phase sequence orientation

type1	type2	type3	type4	type5	fault
A A'	A B'	A A'	A B'	A C'	A G
B B'	B A'	B C'	B C'	B B'	B G
C C'	C C'	C B'	C A'	C A'	C G

Notes for the table, letter A, B and C reserve for each phase of the first conductor circuit, whereas A', B' and C' indicate those of the second circuit. G represents the ground potential (0 V).

4 Results and Discussion

This paper employs MATLAB programming to simulate electric field distribution for five typical phase-sequence orientations and one fault case. Electric field simulated for each type can be depicted in Fig. 3 – 8, respectively. Also, simulation results of magnetic field distribution for the six phase-sequence orientations can be shown in Fig. 9 – 14, respectively.

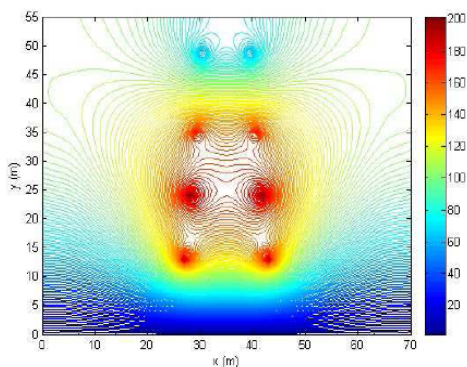


Fig.3 Electric field contour (kV/m) for type 1

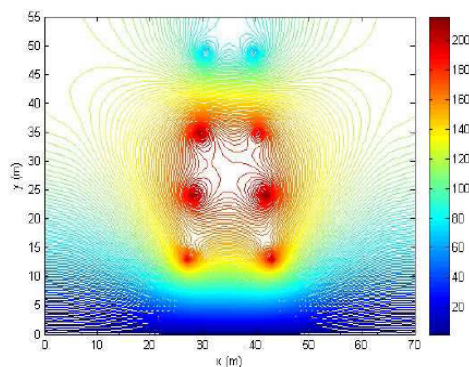


Fig.6 Electric field contour (kV/m) for type 4

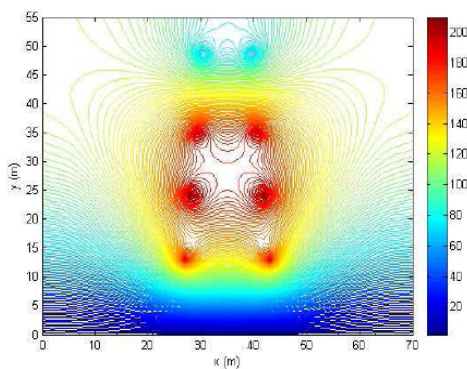


Fig.4 Electric field contour (kV/m) for type 2

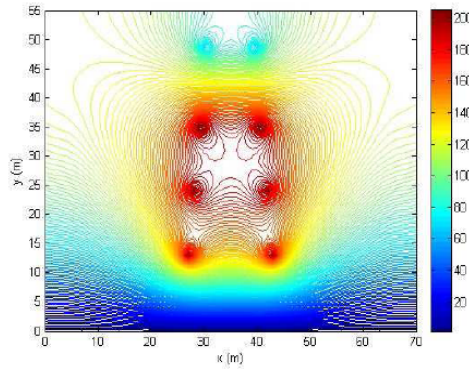


Fig.7 Electric field contour (kV/m) for type 5

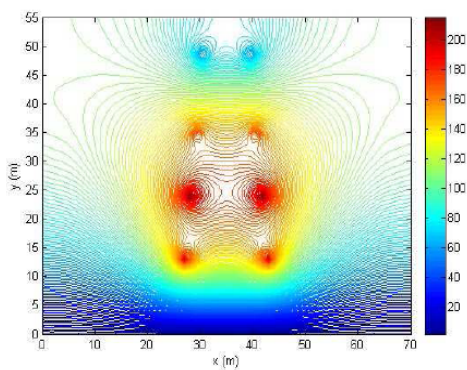


Fig.5 Electric field contour (kV/m) for type 3

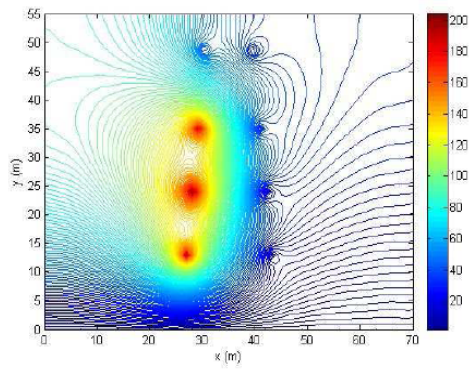


Fig.8 Electric field contour (kV/m) for the fault case

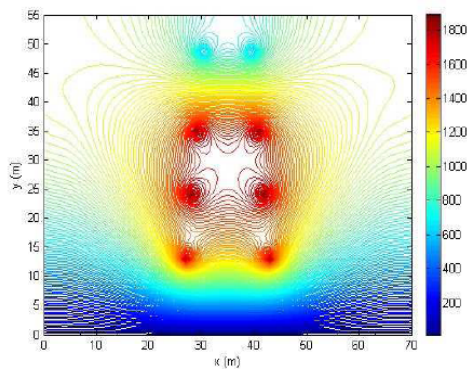


Fig.9 Magnetic field contour (μT) for type 1

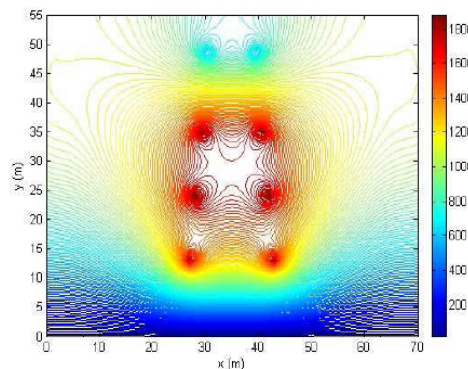


Fig.12 Magnetic field contour (μT) for type 4

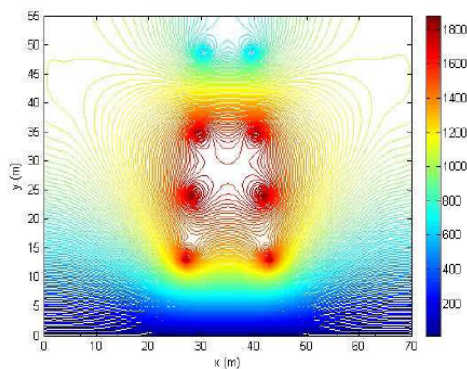


Fig.10 Magnetic field contour (μT) for type 2

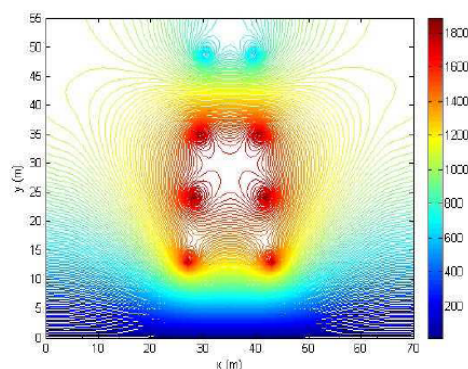


Fig.13 Magnetic field contour (μT) for type 5

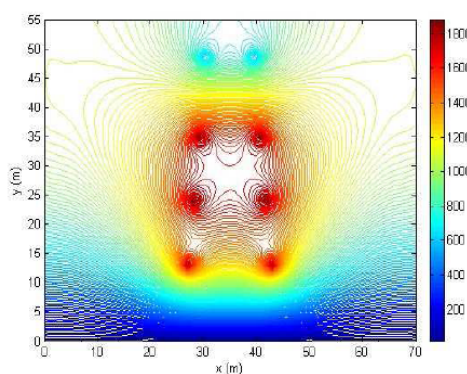


Fig.11 Magnetic field contour (μT) for type 3

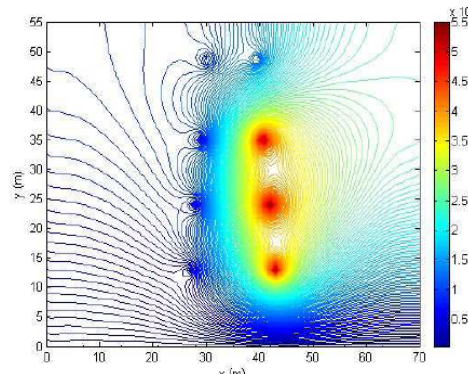


Fig.14 Magnetic field contour (μT) for the fault case

From the simulation results, the orientation type has the key effect on electric and magnetic field distribution around the power transmission line. By observing the electric field strength as shown in Fig. 3 – 8 at a specific height level above the ground with 70-m horizontal span, type 1, 2, 3 and 5 are symmetric in electric field distribution along the vertical axis. Type 4 and the fault are asymmetric due to unbalanced phase sequencing, especially type 6 with all the second circuit phases located on the right hand side shorted to ground as the three-phase fault occurred.

For the magnetic field cases as depicted in Fig. 9 – 14, except the fault case, all five typical phase orientations give symmetrically magnetic field distribution. Even in type 4, the magnetic field is also symmetric. It is because the magnetic flux lines are circular to enclose the conductor core, while the electric flux lines distribute perpendicularly from the conductor surfaces.

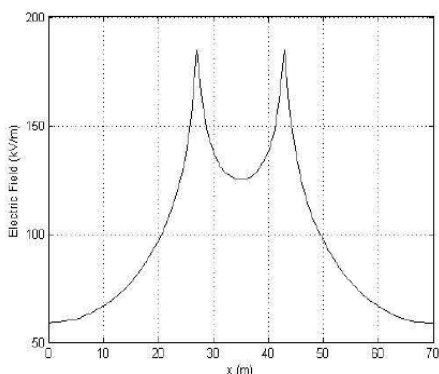


Fig.15 Electric field for type 1 at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

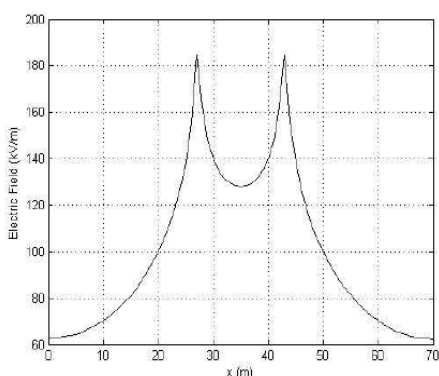


Fig.16 Electric field for type 2 at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

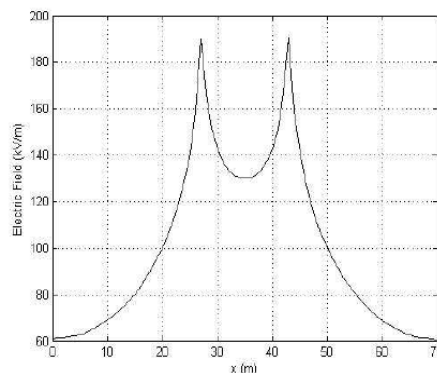


Fig.17 Electric field for type 3 at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

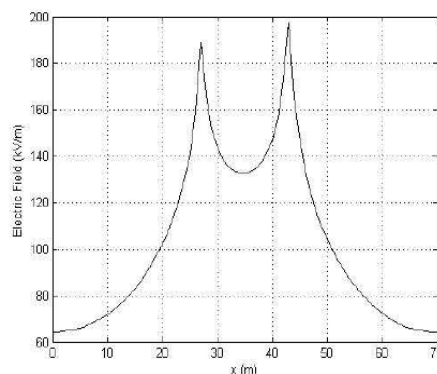


Fig.18 Electric field for type 4 at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

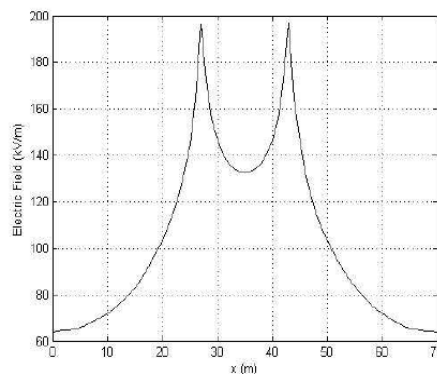


Fig.19 Electric field for type 5 at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

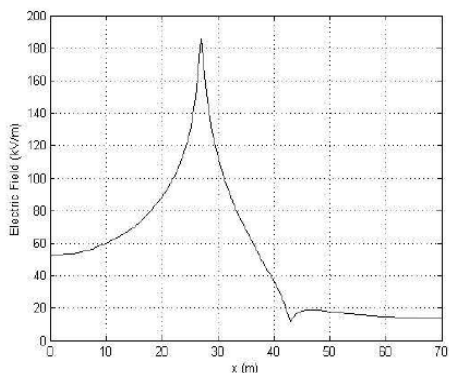


Fig.20 Electric field for the fault case at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

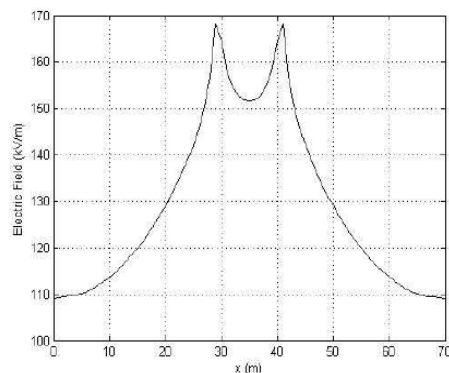


Fig.23 Electric field for type 3 at the height of 0.1 m above the highest conductor position

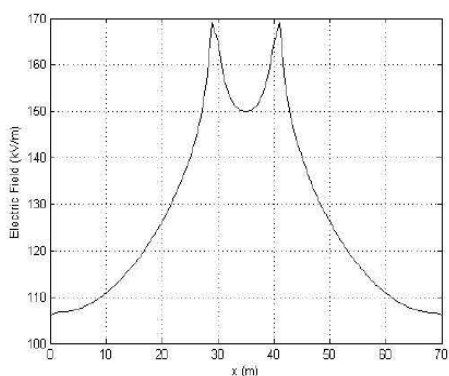


Fig.21 Electric field for type 1 at the height of 0.1 m above the highest conductor position

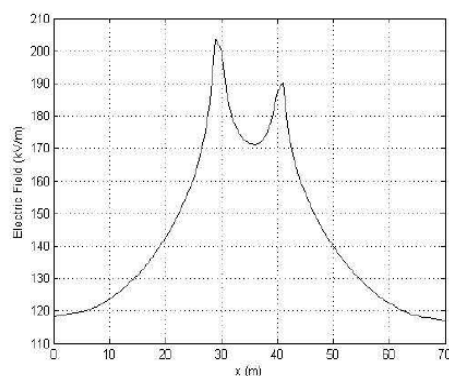


Fig.24 Electric field for type 4 at the height of 0.1 m above the highest conductor position

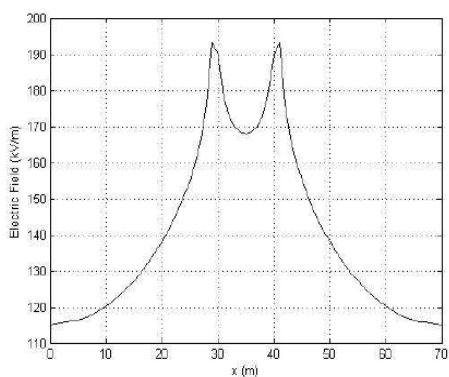


Fig.22 Electric field for type 2 at the height of 0.1 m above the highest conductor position

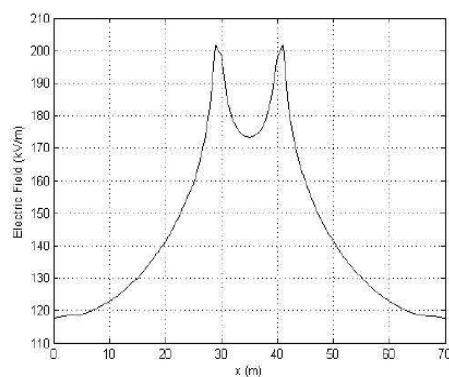


Fig.25 Electric field for type 5 at the height of 0.1 m above the highest conductor position

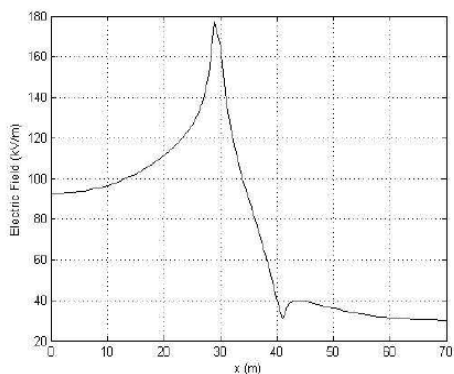


Fig.26 Electric field for the fault case at the height of 0.1 m above the highest conductor position

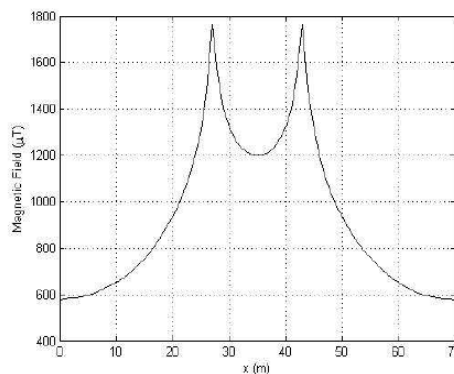


Fig.29 Magnetic field for type 3 at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

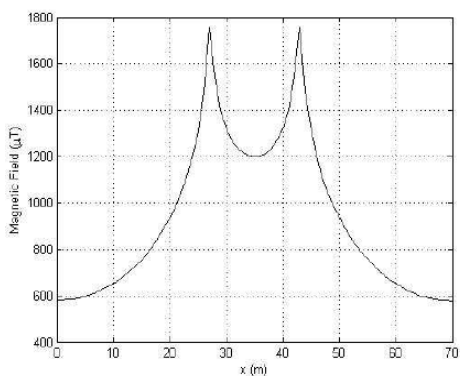


Fig.27 Magnetic field for type 1 at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

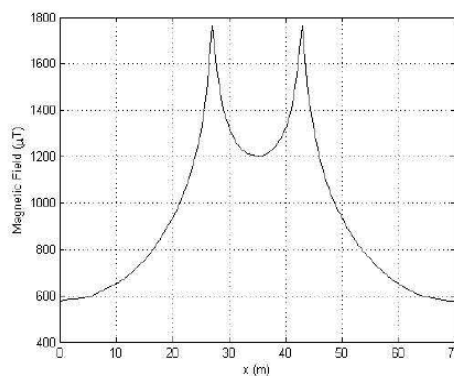


Fig.30 Magnetic field for type 4 at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

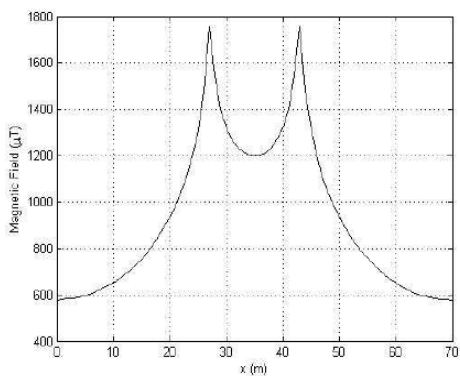


Fig.28 Magnetic field for type 2 at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

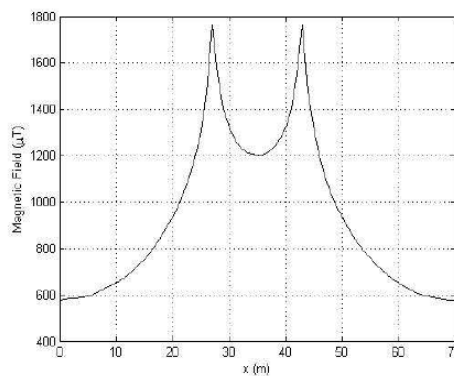


Fig.31 Magnetic field for type 5 at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

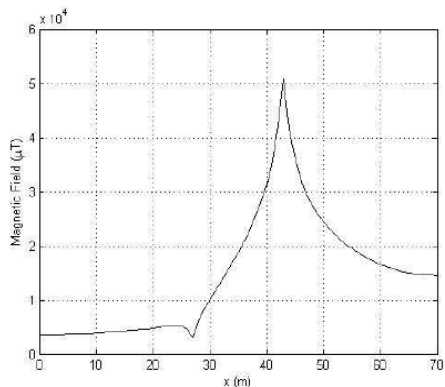


Fig.32 Magnetic field for the fault case at the height of 0.1 m below the lowest conductor position

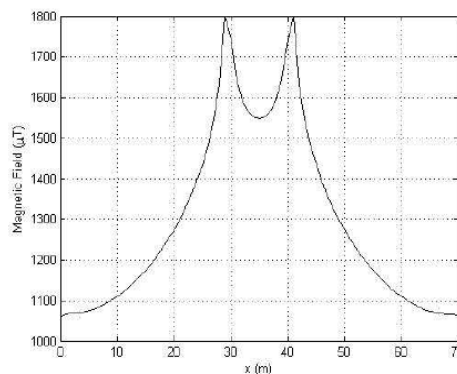


Fig.35 Magnetic field for type 3 at the height of 0.1 m above the highest conductor position

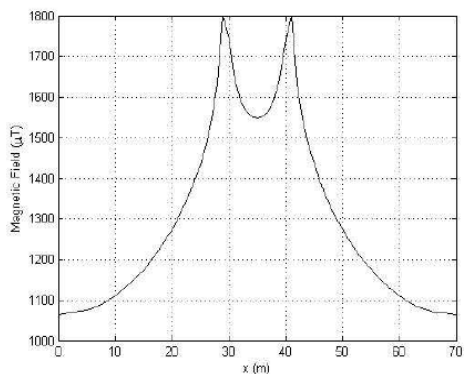


Fig.33 Magnetic field for type 1 at the height of 0.1 m above the highest conductor position

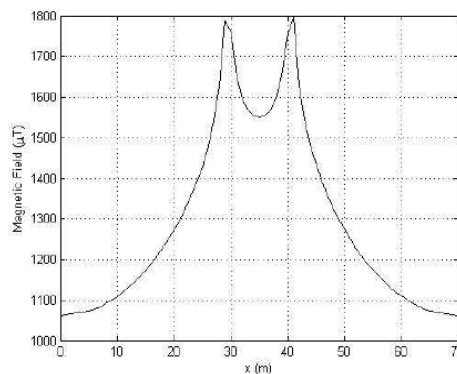


Fig.36 Magnetic field for type 4 at the height of 0.1 m above the highest conductor position

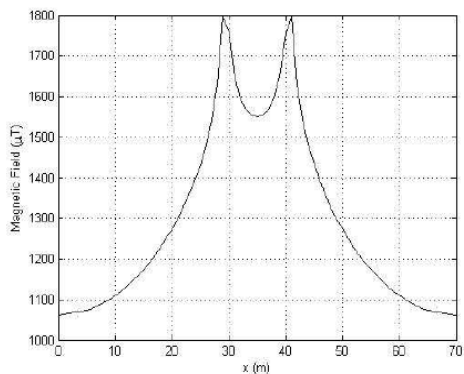


Fig.34 Magnetic field for type 2 at the height of 0.1 m above the highest conductor position

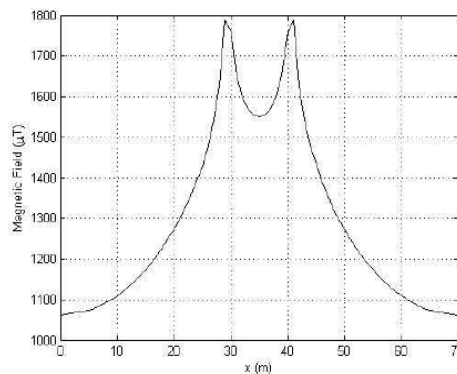


Fig.37 Magnetic field for type 5 at the height of 0.1 m above the highest conductor position

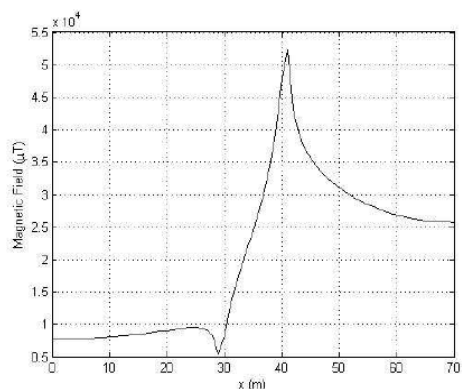


Fig.38 Magnetic field for the fault case at the height of 0.1 m above the highest conductor position

When consider at some selected positions for more detail, symmetry in electric field distribution can be clearly explained. Fig. 15 – 20 show the electric field plot at the height of 0.1 m below the lowest conductor position for each type. Similarly, Fig. 21 – 26 also describe the electric field plot at the height of 0.1 m above the highest conductor position for each type. They confirmed that type 1, 2, 3 and 5 are symmetric while type 4 and the fault are asymmetric as concluded by [3]. In addition, Fig. 27 – 32 show the magnetic field plot at the height of 0.1 m below the lowest conductor position for each type. Also, Fig. 33 – 38 also describe the magnetic field plot at the height of 0.1 m above the highest conductor position for each type.

5 Conclusion

This paper has studied electric and magnetic field distribution resulting from five typical conductor phase-sequence orientations and one three-phase fault case. 500-kV, double-circuit, four-bundled power transmission lines of Electricity Generating Authority of Thailand (EGAT) were investigated. FEM developed by using MATLAB programming was employed. As a result, phase-sequence orientation was one of key factors to influence electric and magnetic field distribution in electric power transmission lines. With the orientation of type 1, 2, 3 and 5, the electric field distribution was symmetric, while the left two cases (type 4 and the fault) gave asymmetric field distribution. For the magnetic field case, the orientation of type 1-5 gave the symmetrical magnetic field distribution, while the orientation of the fault case generated the asymmetric field distribution.

References:

- [1] Olsen, R.G., Deno, D., Baishiki, R.S., Abbot, J.R., Conti, R., Frazier, M., Jaffa, K., Niles, G.B., Stewart, J.R., Wong, R., and Zavadil, R.M., *Magnetic Fields from Electric Power Lines Theory and Comparison to Measurements*, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.3, No.4, 1988, pp. 2127-2136.
- [2] Li, L., and Yougang, G., *Analysis of Magnetic Field Environment near High Voltage Transmission Lines*, *Proceedings of the International Conferences on Communication Technology*, 1998, pp. S26-05-1 - S26-05-5.
- [3] Electric Power Research Institute, *Transmission-Line Reference Book 345 kV and Above*, Fred Weidner & Son Printers, Inc., USA, 1975.
- [4] Chari, M.V.K., and Salon, S.J., *Numerical Methods in Electromagnetism*, Academic Press, USA, 2000.
- [5] Weiner, M., *Electromagnetic Analysis Using Transmission Line Variables*, World Scientific Publishing, Singapore, 2001.
- [6] Christopoulos, C., *The Transmission-Line Modeling Method: TLM*, IEEE Press, USA, 1995.
- [7] Pao-la-or, P., Kulworawanichpong, T., Sujitjorn, S., and Peaiyoung, S., *Distributions of Flux and Electromagnetic Force in Induction Motors: A Finite Element Approach*, *WSEAS Transactions on Systems*, Vol.5, No.3, 2006, pp. 617-624.
- [8] Pao-la-or, P., Sujitjorn, S., Kulworawanichpong, T., and Peaiyoung, S., *Studies of Mechanical Vibrations and Current Harmonics in Induction Motors Using Finite Element Method*, *WSEAS Transactions on Systems*, Vol.7, No.3, 2008, pp. 195-202.
- [9] Chen, R.C., *An Iterative Method for Finite-Element Solutions of the Nonlinear Poisson-Boltzmann Equation*, *WSEAS Transactions on Computers*, Vol.7, No.4, 2008, pp. 165-173.
- [10] Pin-anong, P., *The Electromagnetic Field Effects Analysis which Interfere to Environment near the Overhead Transmission Lines and Case Study of Effects Reduction*, [M.Eng. thesis], School of Electrical Engineering, Department of Electrical Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand, 2002.
- [11] Preston, T.W., Reece, A.B.J., and Sangha, P.S., *Induction Motor Analysis by Time-Stepping Techniques*, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.24, No.1, 1988, pp. 471-474.
- [12] Kim, B.T., Kwon, B.I., and Park, S.C., *Reduction of Electromagnetic Force Harmonics in Asynchronous Traction Motor by Adapting*

- the Rotor Slot Number, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.35, No.5, 1999, pp. 3742-3744.
- [13] Iyyuni, G.B., and Sebo, S.A., Study of Transmission Line Magnetic Fields, *Proceedings of the Twenty-Second Annual North American, IEEE Power Symposium*, 1990, pp. 222-231.
- [14] Hayt, Jr.W.H., and Buck, J.A., *Engineering Electromagnetics (7th edition)*, McGraw-Hill, Singapore, 2006.

Study of Influence of an Overhead Ground Wire on Electric Fields around the HV Power Transmission Line Using 2D and 3D Finite Element Method

P. PAO-LA-OR*, A. ISARAMONGKOLRAK, and T. KULWORAWANICHPONG

Power System Research Unit, School of Electrical Engineering
Institute of Engineering, Suranaree University of Technology
111 University Avenue, Muang District, Nakhon Ratchasima, 30000
THAILAND

*Corresponding author: padej@sut.ac.th

Abstract: - This paper has proposed a mathematical model of electric fields caused by high voltage conductors of electric power transmission systems by using a set of second-order partial differential equations. This study has considered the effect of the overhead ground wire on electric fields emitted around the high voltage transmission line. Comparison among two test cases, with and without the overhead ground wire, has been illustrated. Computer-based simulation utilizing the two-dimensional (2D) and three-dimensional (3D) finite element method in the time harmonic mode, instructed in MATLAB programming environment with graphical representation for electric field strength has been investigated. The simulation results show that the transmission system having the overhead ground wire can remarkably reduced the intensity of the electric field strength.

Key-Words: - Overhead Ground Wire (OHGW), Electric Field Strength, Finite Element Method (FEM), Transmission Line, Computer Simulation

1 Introduction

An overhead ground wire (OHGW) is one of key components in electrical power transmission systems. It is a small metal conductor run between the tops of overhead power transmission towers. At each tower, the OHGW is connected to ground through the tower metal frame. It exhibits the protection of high voltage conductors from lightning strokes. Beside the lightning protection, the OHGW also influences electric field distribution around the power transmission lines caused by the high voltage conductors. Finite Element Method (FEM) is one of the most popular numerical methods used for computer simulation. The key advantage of the FEM over other numerical methods in engineering applications is the ability to handle nonlinear, time-dependent and circular geometry problems. Therefore, this method is suitable for solving the problem involving electric field effects around the transmission line caused by circular cross-section of high voltage conductors. Especially, when the transmission length is taken into account, the region domain is three-dimensional.

From literature, most research works involving the OHGW mainly devote to put emphasis on reducing the effects of lightning strokes on overhead transmission lines [1-3]. In this paper, the study on the OHGW resulting in electric field distribution around the transmission line is proposed. A 115-kV

power transmission line of Provincial Electricity Authority (PEA) in Nakhon Ratchasima province hung over a 22-kV power distribution line on the same tower is selected for test. The computer simulation based on the 2D and 3D-FEM in the time harmonic mode with appropriate graphical representation of electric fields is conducted.

2 Modeling of Electric Fields involving Electric Power Transmission Lines

A mathematical model of electric fields (\mathbf{E}) radiating around a transmission line is usually expressed in the wave equation (Helmholtz's equation) as Eq.(1) [4-5] derived from Faraday's law.

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

..., where ε is the dielectric permittivity of media, μ and σ are the magnetic permeability and the conductivity of conductors, respectively.

This paper has considered the system governing by using the time harmonic mode and representing the electric field in complex form, $\mathbf{E} = E e^{j\omega t}$ [6], therefore,

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = j\omega \mathbf{E} \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \mathbf{E}$$

..., where ω is the angular frequency.

From Eq.(1), by substituting the complex electric field, Eq.(1) can be transformed to an alternative form as follows.

$$\nabla^2 \mathbf{E} - j\omega\sigma\mu\mathbf{E} + \omega^2\varepsilon\mu\mathbf{E} = 0$$

When considering the problem of 2D in Cartesian coordinate (x,y) , hence

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial y} \right) - (j\omega\sigma - \omega^2\varepsilon)\mathbf{E} = 0 \quad (2)$$

In the similar manner, when considering the problem of 3D in Cartesian coordinate (x,y,z) , (2) can be rewritten as follows.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} \right) - (j\omega\sigma - \omega^2\varepsilon)\mathbf{E} = 0 \quad (3)$$

Analytically, there is no simple exact solution of the above equation. Therefore, in this paper the FEM is chosen to be a potential tool for finding approximate electric field solutions for the PDE described in Eq.(2) and Eq.(3) [7-9].

3 System Description with the FEM

3.1 Discretization

This paper conducts the simulation study by considering the 115-kV PEA's transmission system in Nakhon Ratchasima province. This type of power transmission systems is common in rural areas in Thailand. The selected test system consists of 2-bundle conductors configuring in vertical conductor arrangement as shown in Fig. 1. Also, a 22-kV power line in horizontal conductor arrangement is hung below the HV transmission line. Fig. 2 depicts the detail of the test system.

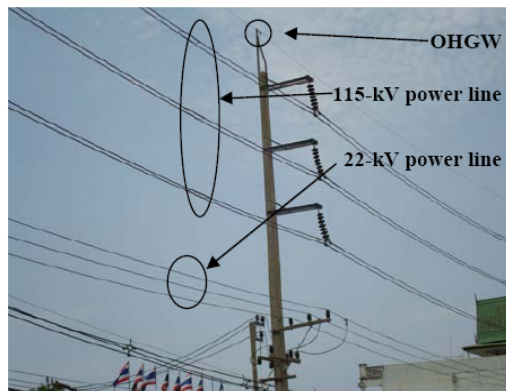


Fig.1 Case study in Nakhon Ratchasima province

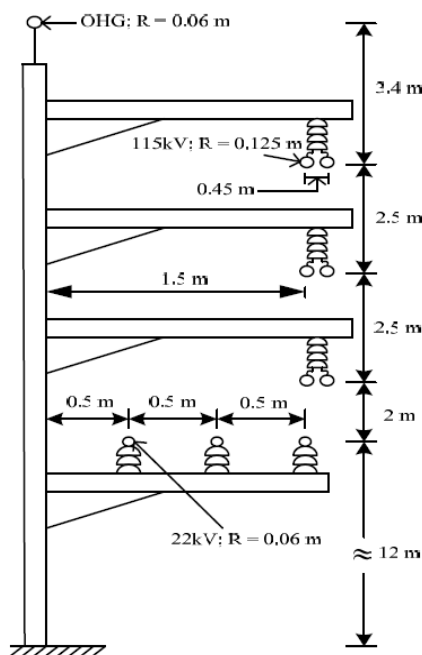


Fig.2 Detail of the test system

The domain of study with the 2D-FEM can be discretized by using linear triangular elements. Fig. 3 and 4 show grid representation of the test system with and without the OHGW, respectively. For Fig. 3, with the appearance of the OHGW, the region domain consists of 1896 nodes and 3751 elements, while in Fig. 4, where the OHGW is not included, the system has the total number of 1391 nodes and 2745 elements. Fig. 5 is just a zoom-in version of Fig. 4 to show how triangular meshes around the conductors are generated.

Also, the domain of study with the 3D-FEM can be discretized by using linear tetrahedron elements. Fig. 6 and 7 show grid representation of the test system with and without the OHGW, respectively. From these figures, a 20-m transmission-line portion of which 115-kV and 22-kV systems is straight and line tension sags are not assumed. For Fig. 6, with the appearance of the OHGW, the region domain consists of 3761 nodes and 21785 elements, while in Fig. 7, where the OHGW is not included, the system has the total number of 3551 nodes and 19271 elements. Fig. 8 is just a zoom-in version of Fig. 7 to show how 3D meshes of the conductors are generated.

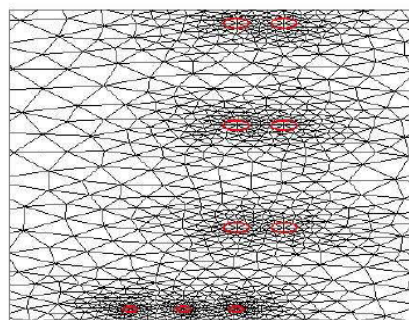


Fig.5 2D grid around the conductors

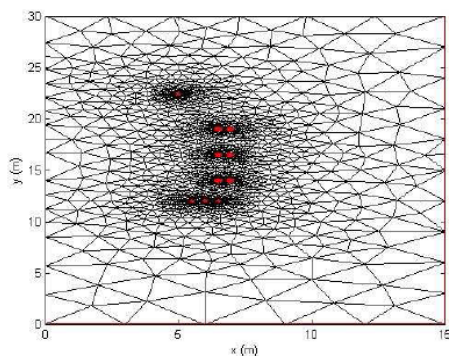


Fig.3 2D test system with the OHGW

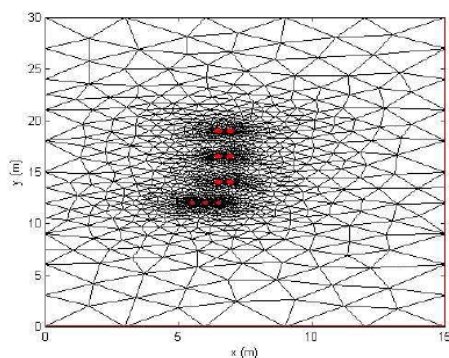


Fig.4 2D test system without the OHGW

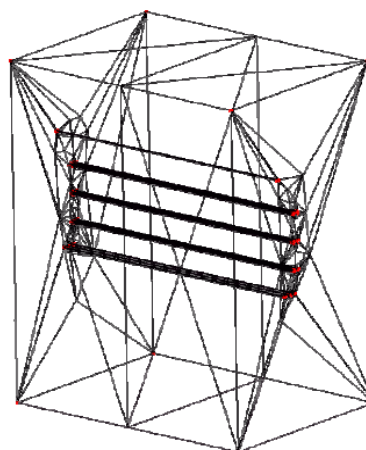


Fig.6 3D test system with the OHGW

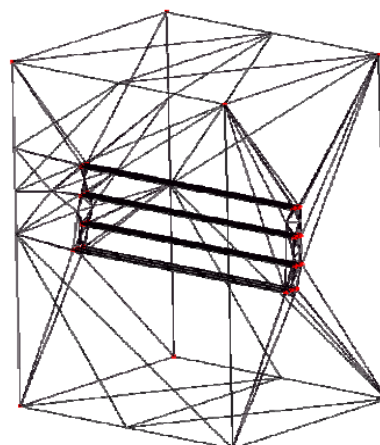


Fig.7 3D test system without the OHGW

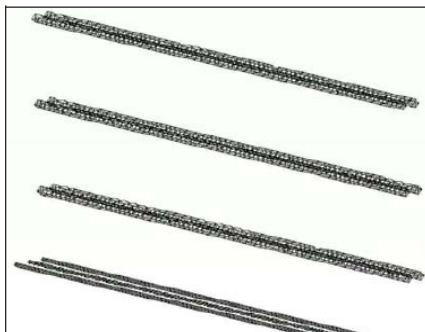


Fig.8 3D meshed of the conductors

3.2 Finite Element Formulation

An equation governing each element is derived from the Maxwell's equations directly by using Galerkin approach, which is the particular weighted residual method for which the weighting functions are the same as the shape function. However, the shape function used for 2D and 3D problems is different.

3.2.1 2D-FEM Formulation

The shape function for 2D-FEM used in this research is the application of 3-node triangular element (two-dimensional linear element) [10-11]. According to the method, the electric field is expressed as follows.

$$E(x, y) = E_i N_i + E_j N_j + E_k N_k \quad (4)$$

..., where N_n , $n = i, j, k$ is the element shape function and the E_n , $n = i, j, k$ is the approximation of the electric field at each node (i, j, k) of the elements, which is

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e}$$

..., where Δ_e is the area of the triangular element and,

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i. \end{aligned}$$

The method of the weighted residue with Galerkin approach is then applied to the differential equation, Eq.(2), where the integrations are performed over the element domain Ω .

$$\int_{\Omega} N_n \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial y} \right) \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_n (j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon) E d\Omega = 0$$

, or in the compact matrix form

$$[M + K]\{E\} = 0 \quad (5)$$

$$M = (j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon) \int_{\Omega} N_n N_m d\Omega$$

$$= \frac{(j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon) \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} K &= \nu \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial N_m}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial N_m}{\partial y} \right) d\Omega \\ &= \frac{\nu}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ & & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \end{aligned}$$

..., where ν is the material reluctivity ($\nu = 1/\mu$).

For one element containing 3 nodes, the expression of the FEM approximation is a 3×3 matrix. With the account of all elements in the system of n nodes, the system equation is sizable as the $n \times n$ matrix.

3.2.2 3D-FEM Formulation

The shape function for 3D-FEM used in this research is the application of 4-node tetrahedron element (three-dimensional linear element) [12-14]. According to the method, the electric field is expressed as follows.

$$E(x, y, z) = E_1 N_1 + E_2 N_2 + E_3 N_3 + E_4 N_4 \quad (6)$$

..., where N_i , $i = 1, 2, 3, 4$ is the element shape function and the E_i , $i = 1, 2, 3, 4$ is the approximation of the electric field at each node (1, 2, 3, 4) of the elements, which is

$$N_i = \frac{1}{6V} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z)$$

..., where V is the volume of the tetrahedron element, which is expressed as

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}$$

and

$$\begin{aligned} a_1 &= x_4(y_2z_3 - y_3z_2) + x_3(y_4z_2 - y_2z_4) + x_2(y_3z_4 - y_4z_3) \\ a_2 &= x_4(y_3z_1 - y_1z_3) + x_3(y_1z_4 - y_4z_1) + x_1(y_4z_3 - y_3z_4) \\ a_3 &= x_4(y_1z_2 - y_2z_1) + x_2(y_4z_1 - y_1z_4) + x_1(y_2z_4 - y_4z_2) \\ a_4 &= x_3(y_2z_1 - y_1z_2) + x_2(y_1z_3 - y_3z_1) + x_1(y_3z_2 - y_2z_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1 &= y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3) \\ b_2 &= y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1) \\ b_3 &= y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2) \\ b_4 &= y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_1 &= x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2) \\ c_2 &= x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3) \\ c_3 &= x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1) \\ c_4 &= x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_1 &= x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3) \\ d_2 &= x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1) \\ d_3 &= x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2) \\ d_4 &= x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) \end{aligned}$$

The method of the weighted residue with Galerkin approach is then applied to the differential equation, Eq.(3), where the integrations are performed over the element domain Ω .

$$\int_{\Omega} N_i \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E}{\partial z} \right) \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_i (j\omega\sigma - \omega^2\varepsilon) E d\Omega = 0$$

, or in the compact matrix form

$$[M + K]\{E\} = 0$$

$$\begin{aligned} M &= (j\omega\sigma - \omega^2\varepsilon) \int_{\Omega} N_i N_j d\Omega \\ &= \frac{(j\omega\sigma - \omega^2\varepsilon)V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K &= \nu \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) d\Omega \\ &= \frac{\nu}{36V} \begin{bmatrix} b_1b_1 + c_1c_1 + d_1d_1 & b_1b_2 + c_1c_2 + d_1d_2 \\ b_1b_2 + c_1c_2 + d_1d_2 & b_2b_2 + c_2c_2 + d_2d_2 \\ b_1b_3 + c_1c_3 + d_1d_3 & b_2b_3 + c_2c_3 + d_2d_3 \\ b_1b_4 + c_1c_4 + d_1d_4 & b_2b_4 + c_2c_4 + d_2d_4 \\ b_1b_3 + c_1c_3 + d_1d_3 & b_1b_4 + c_1c_4 + d_1d_4 \\ b_2b_3 + c_2c_3 + d_2d_3 & b_2b_4 + c_2c_4 + d_2d_4 \\ b_3b_3 + c_3c_3 + d_3d_3 & b_3b_4 + c_3c_4 + d_3d_4 \\ b_3b_4 + c_3c_4 + d_3d_4 & b_4b_4 + c_4c_4 + d_4d_4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

For one element containing 4 nodes, the expression of the FEM approximation is a 4×4 matrix. With the account of all elements in the system of n nodes, the system equation is sizable as the $n \times n$ matrix.

3.3 Boundary Conditions and Simulation Parameters

The boundary conditions applied here are that to set zero electric fields at the ground level and the OHGW. In addition, the boundary condition of conductor surface in both 115-kV and 22-kV power lines are assigned as given in [15-16]. This simulation uses the system frequency of 50 Hz. Both power lines are bared conductors of Aluminum Conductor Steel Reinforced (ACSR), having the conductivity (σ) = 0.8×10^7 S/m, the relative permeability (μ_r) = 300, the relative permittivity (ε_r) = 3.5. It notes that the free space permeability (μ_0) is $4\pi \times 10^{-7}$ H/m, and the free space permittivity (ε_0) is 8.854×10^{-12} F/m [17].

4 Results and Discussion

Simulation results obtained by using MATLAB programming for which 2D and 3D-FEM can be simulated, numerically. Especially, in 2D cases, the

results can be graphically presented in the contour of electric fields dispersed thoroughly the cross-sectional area of study. Fig.9 and Fig.10 illustrate the result of electric field distribution of 2D-FEM for a test case of with and without the OHGW, respectively.

positions are given at $z = 0, 5, 10, 15$ and 20 m, respectively. For the case without the OHGW, Fig.20 – 24 illustrate results of electric field contours as described for the case of the OHGW.

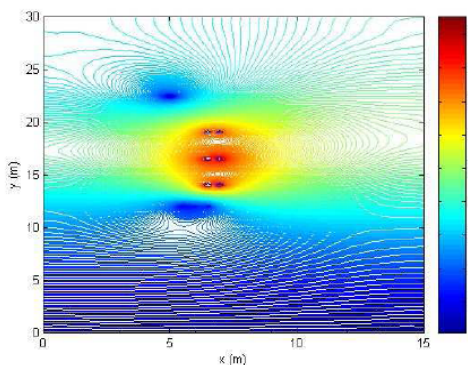


Fig.9 Contour of the electric field (kV/m) with the OHGW

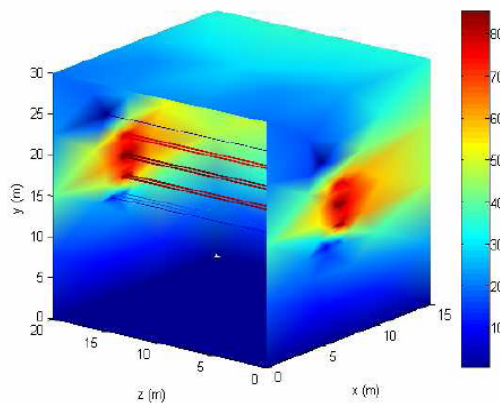


Fig.11 Electric field (kV/m) of the region domain for the OHGW case

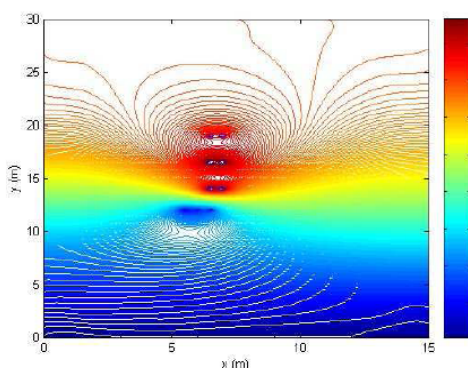


Fig.10 Contour of the electric field (kV/m) without the OHGW

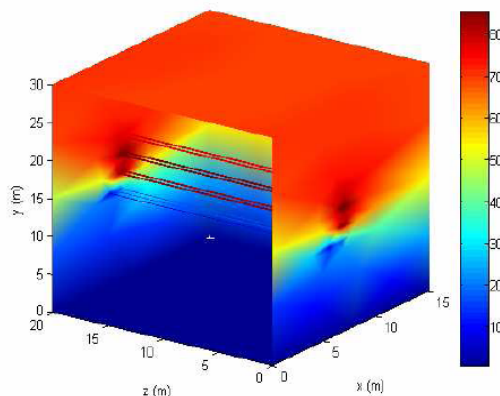


Fig.12 Electric field (kV/m) of the region domain for the case without the OHGW

For which 3D-FEM results, those can be graphically presented in the filled polygon of electric fields dispersed thoroughly the volume of study. Fig.11 and Fig.12 illustrate the result of electric field distribution of 3D-FEM for a test case of with and without the OHGW, respectively. Fig.13 and Fig.14 reveal that electric field distribution around the conductor surfaces for the case with the OHGW is considerably reduced in their valued when compared with those of the same position of the case without the OHGW.

For the OHGW case, Fig.15 – 19 illustrate results of electric field contours on the cross-sectional area perpendicular to the z axis, where the cutaway

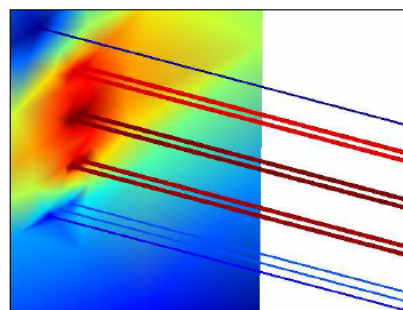


Fig.13 Electric field (kV/m) around the conductor space for the OHGW case

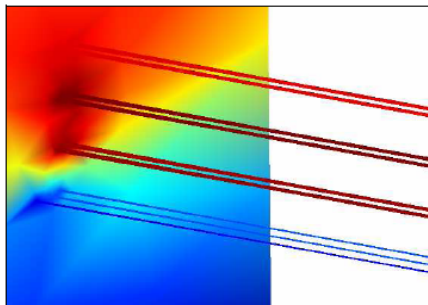


Fig.14 Electric field (kV/m) around the conductor space for the case without the OHGW

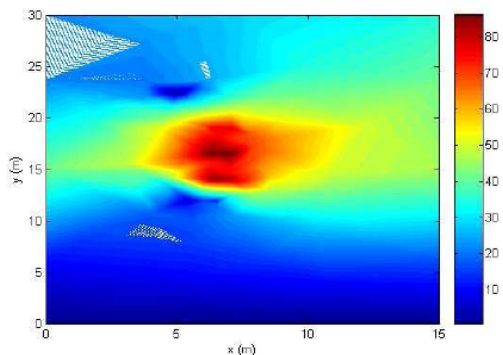


Fig.17 Electric field contour (kV/m) at a cutaway position of 10 m for the OHGW case

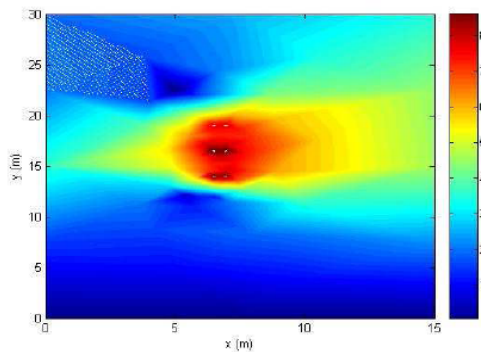


Fig.15 Electric field contour (kV/m) at a cutaway position of 0 m for the OHGW case

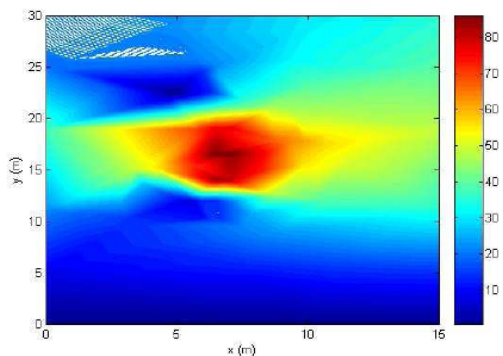


Fig.18 Electric field contour (kV/m) at a cutaway position of 15 m for the OHGW case

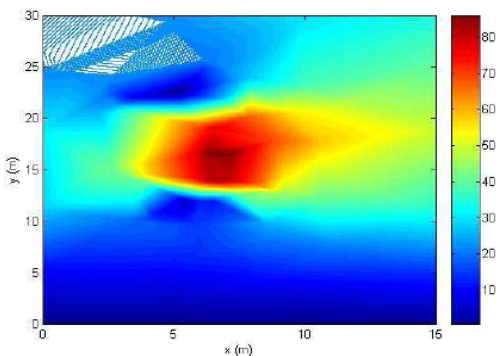


Fig.16 Electric field contour (kV/m) at a cutaway position of 5 m for the OHGW case

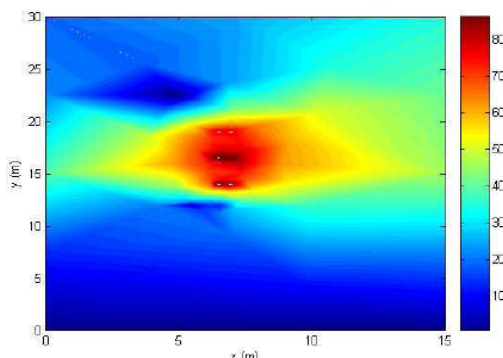


Fig.19 Electric field contour (kV/m) at a cutaway position of 20 m for the OHGW case

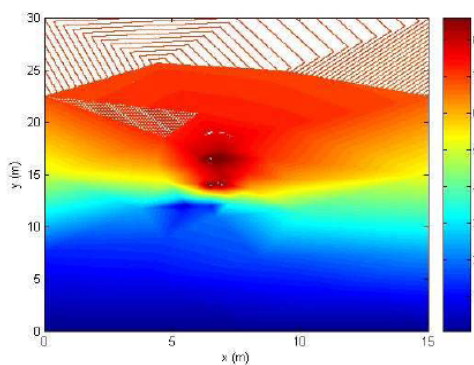


Fig.20 Electric field contour (kV/m) at a cutaway position of 0 m for the case without the OHGW

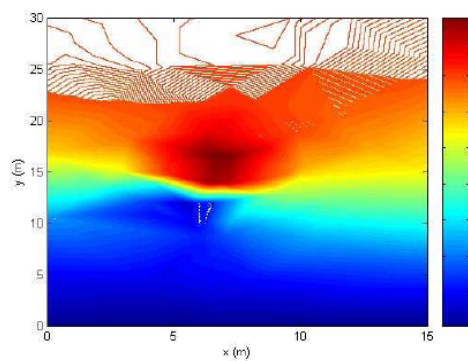


Fig.23 Electric field contour (kV/m) at a cutaway position of 15 m for the case without the OHGW

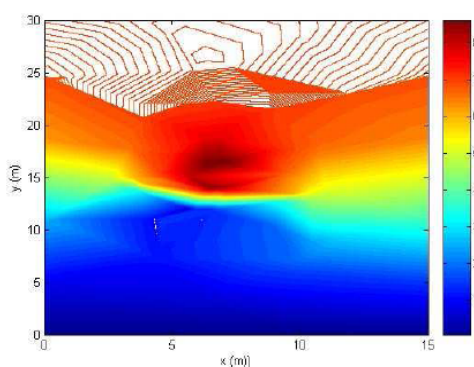


Fig.21 Electric field contour (kV/m) at a cutaway position of 5 m for the case without the OHGW

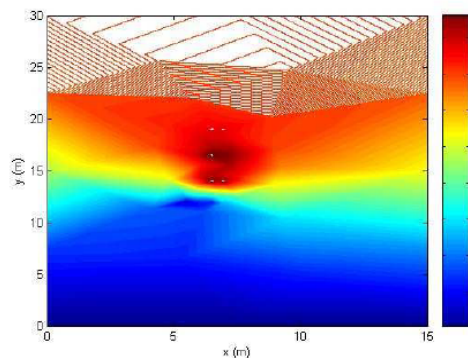


Fig.24 Electric field contour (kV/m) at a cutaway position of 20 m for the case without the OHGW

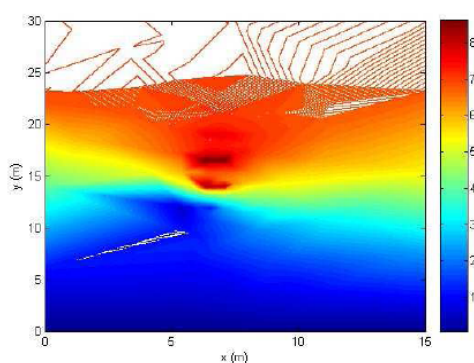


Fig.22 Electric field contour (kV/m) at a cutaway position of 10 m for the case without the OHGW

The illustrative electric field contours show that the amplitude of the electric field with the OHGW tied at the top of the tower is lower than that of the case without the OHGW. By investigating closer at the height of 1.0-m above the ground ($y = 1.0\text{-m}$), results of which 2D and 3D-FEM cases are put in Table 1. From those results, the average electric field magnitude is significantly reduced by 10% for both 2D and 3D calculations. For the 2D-FEM, $(3.0777-2.7304)/3.0777 = 11.28\%$ and, for the 3D-FEM, $(2.8487-2.4986)/2.8487 = 12.29\%$, resulting from placing the OHGW at the top of the tower. Table 2 illustrates the average of electric fields for both cases at some specific height level above the ground for comparison.

Table 1 Comparison of electric field distribution (kV/m) at $y = 1.0$ -m above the ground

x (m)	2D-FEM		3D-FEM	
	With OHGW	Without OHGW	With OHGW	Without OHGW
0	2.6159	2.9923	2.3523	2.6623
1	2.6508	3.0415	2.3624	2.7998
2	2.5596	2.9412	2.2432	2.7543
3	2.5427	2.8964	2.2543	2.6745
4	2.5661	2.8740	2.2448	2.6754
5	2.6066	2.8803	2.3843	2.6832
6	2.6459	2.9410	2.3849	2.6934
7	2.6726	2.9975	2.3926	2.7002
8	2.7002	3.0495	2.4736	2.7069
9	2.7419	3.0966	2.4932	2.8123
10	2.7804	3.1272	2.5511	2.9234
11	2.8125	3.1531	2.7024	2.9476
12	2.8519	3.1953	2.7235	2.9739
13	2.9195	3.2724	2.8012	3.0211
14	3.0249	3.4087	2.8201	3.2825
15	2.9951	3.3768	2.7932	3.2678
Average	2.7304	3.0777	2.4986	2.8487

Table 2 Comparison of the electric field (kV/m) averages at specific height above the ground

y (m)	2D-FEM		3D-FEM	
	With OHGW	Without OHGW	With OHGW	Without OHGW
1	2.7304	3.0777	2.4986	2.8487
5	13.2482	14.8437	12.5620	13.9875
10	26.5636	29.8113	24.7396	28.5248
15	51.7035	59.0658	52.8041	58.5954
20	48.9177	67.6321	46.7814	68.2646
25	38.0124	67.8528	35.7599	69.2985
30	37.9455	67.8902	34.7877	69.3922

5 Conclusion

This paper presents the study on the OHGW resulting in electric field distribution around the electric power transmission line. A 115-kV power transmission line of Provincial Electricity Authority (PEA) in Nakhon Ratchasima province hung over a 22-kV power distribution line on the same tower is selected for test. The computer simulation based on the 2D and 3D-FEM in the time harmonic mode with appropriate graphical representation of electric fields is conducted. As a result, it can conclude that the OHGW has the ability to reduce the electric field intensity caused by high voltage conductors. The percentage reduction approximately varies from

10% - 50%, according on the height level above the ground.

References:

- [1] Yokoya, M., Katsuragi, Y., Goda, Y., Nagata, Y., and Asano, Y., Development of Lightning-resistant Overhead Ground Wire, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.9, No.3, 1994, pp. 1517-1523.
- [2] He, J., Tu, Y., Zeng, R., Lee, J.B., Chang, S.H., and Guan, Z., Numerical Analysis Model for Shielding Failure of Transmission Line Under Lightning Stroke, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.20, No.2, 2005, pp. 815-822.
- [3] Zeng, R., He, J., Lee, J., Chang, S., Tu, Y., Gao, Y., Zou, J., and Guan, Z., Influence of Overhead Transmission Line on Grounding Impedance Measurement of Substation, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.20, No.2, 2005, pp. 1219-1225.
- [4] Chari, M.V.K., and Salon, S.J., *Numerical Methods in Electromagnetism*, Academic Press, USA, 2000.
- [5] Weiner, M., *Electromagnetic Analysis Using Transmission Line Variables*, World Scientific Publishing, Singapore, 2001.
- [6] Christopoulos, C., *The Transmission-Line Modeling Method: TLM*, IEEE Press, USA, 1995.
- [7] Pao-la-or, P., Kulworawanichpong, T., Sujitjorn, S., and Peaiyoung, S., Distributions of Flux and Electromagnetic Force in Induction Motors: A Finite Element Approach, *WSEAS Transactions on Systems*, Vol.5, No.3, 2006, pp. 617-624.
- [8] Pao-la-or, P., Sujitjorn, S., Kulworawanichpong, T., and Peaiyoung, S., Studies of Mechanical Vibrations and Current Harmonics in Induction Motors Using Finite Element Method, *WSEAS Transactions on Systems*, Vol.7, No.3, 2008, pp. 195-202.
- [9] Chen, R.C., An Iterative Method for Finite-Element Solutions of the Nonlinear Poisson-Boltzmann Equation, *WSEAS Transactions on Computers*, Vol.7, No.4, 2008, pp. 165-173.
- [10] Preston, T.W., Reece, A.B.J., and Sangha, P.S., Induction Motor Analysis by Time-Stepping Techniques, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.24, No.1, 1988, pp. 471-474.
- [11] Kim, B.T., Kwon, B.I., and Park, S.C., Reduction of Electromagnetic Force Harmonics in Asynchronous Traction Motor by Adapting the Rotor Slot Number, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.35, No.5, 1999, pp. 3742-3744.

- [12] Lewis, R.W., Nithiarasu, P., and Seetharamu, K.N., *Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow*, John Wiley & Sons, USA, 2004.
- [13] Bhatti M.A., *Advanced Topics in Finite Element Analysis of Structures*, John Wiley & Sons, USA, 2006.
- [14] Kattan P.I., *MATLAB Guide to Finite Elements (2nd edition)*, Springer Berlin Heidelberg, USA, 2007.
- [15] Iyyuni, G.B., and Sebo, S.A., Study of Transmission Line Magnetic Fields, *Proceedings of the Twenty-Second Annual North American, IEEE Power Symposium*, 1990, pp. 222-231.
- [16] Pin-anong, P., *The Electromagnetic Field Effects Analysis which Interfere to Environment near the Overhead Transmission Lines and Case Study of Effects Reduction*, [M.Eng. thesis], School of Electrical Engineering, Department of Electrical Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand, 2002.
- [17] Hayt, Jr.W.H., and Buck, J.A., *Engineering Electromagnetics (7th edition)*, McGraw-Hill, Singapore, 2006.

Finite Element Analysis of Magnetic Field Distribution for 500-kV Power Transmission Systems

P. Pao-la-or, A. Isaramongkolrak, and T. Kulworawanichpong

Abstract—This paper proposes a set of mathematical models presenting magnetic fields caused by operations of an extra high voltage (EHV) transmission line under normal loading and short-circuit conditions. The mathematical models are expressed in second-order partial differential equations derived by analyzing magnetic field distribution around a 500-kV power transmission line. Finite element methods (FEM) for solving wave equations have been exploited. The modification for complex magnetic field analysis and time-harmonic simulation are also utilized. The computer simulation based on the use of the FEM has been developed in MATLAB programming environment. The problem of study is intentionally two-dimensional due to the property of long line field distribution. To verify its use, i) single-circuit and ii) double-circuit, 500-kV power transmission lines have been employed for test. From all test cases, the calculation line of 1.0 m above the ground level is set to investigate the magnetic fields acting on a human in comparative with ICNIRP standard. Moreover, visualization of magnetic fields caused by fault currents flowing through EHV transmission lines is included.

Index Terms—Magnetic Field, Finite Element Method (FEM), Transmission Line, Short-Circuit Faults, Computer Simulation

I. INTRODUCTION

500-kV extra high-voltage (EHV) transmission lines of Electricity Generating Authority of Thailand (EGAT) have been increasingly installed due to electrical demand growth in Thailand. The first 500-kV power lines is a double-circuit configuration linked between Maemoh Power Plant, Lumpang province and Thatako Substation, Nakhon Sawan province. Another 500-kV power link is a single-circuit power transmission line connecting between Thatako Substation and Nongchok Substation, Bangkok. The impact of electric fields surrounding the transmission line depends strongly on conductor surface potentials, while load currents flowing through the transmission line result in magnetic field distribution. For the 500 kV systems, high current density transmission is the main purpose. It can cause electrical

hazards to people or their livestock nearby. Especially when the power system was faulted, the short-circuit current is much higher than the normal current loading. This paper focuses on utilization of efficient computing techniques to estimate the magnetic field distribution. Obtained estimate solutions can lead to assessment of electrical hazards for 500-kV power transmission systems.

Finite Element Method (FEM) is one among popular numerical methods that is able to handle problem complexity in various forms. At present, the FEM has been widely applied in most engineering fields. Even for problems of magnetic field distribution, the FEM is able to estimate solutions of Maxwell's equations governing the 500-kV power transmission systems. Potential and electric field analysis resulting from high voltage conductor potentials of a power transmission lines have been increasingly reported. In contrast, most of magnetic field analyses in high voltage power transmission systems focus on magnetic shielding problems [1]-[3]. There are some works studying effects of magnetic fields on environment surrounding a power line carrying high current. By literature, these research works are conducted based on electromagnetic theory or image theory [4], [5]. With defining a line of calculation and assuming very thin power lines, two-dimensional problems of magnetic field analysis governed by empirical mathematical expressions can be applied. However, these conventional methods are unable to include effects of bundled conductors that are typical for EHV power transmission systems. To provide a potential tool of simulation, the FEM is flexible and suitable to estimate magnetic field distribution. Although the conventional methods are simpler than the use of the FEM, they are limited for the system of simple geometry. In practice, several metallic structures can be found underneath the power transmission line, e.g. steel tower trusts, communication lines nearby, metallic fends or other lower voltage transmission lines. Employing the FEM can include these effects by choosing material magnetic permeability for each additional structure domain. With this feature, the FEM is one of potential numerical simulation tools for analyzing magnetic field problems of combined material regions. Unfortunately, there is no report of exploiting the FEM for magnetic field analysis of electric power transmission systems. To utilize the advantages of the FEM for handling the magnetic field problems, FEM model development and problem formulation need to be defined in magnetic field problems of EHV power transmission systems.

P. Pao-la-or is with the School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima, THAILAND (corresponding author to provide phone: 0-4422-4400; fax: 0-4422-4601; e-mail: padej@sut.ac.th).

A. Isaramongkolrak is with the School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima, THAILAND (e-mail: anone_91@hotmail.com).

T. Kulworawanichpong is with the School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima, THAILAND (e-mail: thanatchai@gmail.com).

In this paper, magnetic field modelling of power transmission lines is briefed in Section II. Section III is to illustrate the utilization of the FEM for the magnetic field modelling described in Section II. Section IV gives simulation results in both normal and faulted conditions, and discussion. Test cases given in this paper is the 500-kV transmission line that has been installed in Thailand. It is currently the highest operating voltage level in this country. The simulation conducted herein is based on the FEM method given in Section III. All the programming instructions are coded in MATLAB program environment. Moreover, due to excessive magnetic fields that might be harmful to people or livestock living nearby, careful investigation of the magnetic phenomena is taken into account. According to the standard of International Commission of Non Ionizing Radiation Protection (ICNIRP), the satisfactory simulation results are also complied with the ICNIRP standard.

II. MAGNETIC FIELD MODELING FOR A POWER TRANSMISSION LINE

The mathematical model representing magnetic fields (**B**) caused by a power transmission line carrying high current is expressed in form of the magnetic field intensity (**H**) in which $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$. Utilizing the wave equation (Helmholtz's equation) as in (1) [6], [7], magnetic field modeling that follows the Ampere's circuital law is defined.

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \sigma\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

where ε is the constant dielectric permittivity, μ is the magnetic permeability, and σ is the conductivity.

This paper has considered the time-harmonic system by representing $\mathbf{H} = H e^{j\omega t}$ [8], therefore

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = j\omega H \text{ and } \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = -\omega^2 H$$

where ω is the angular frequency

Therefore, refer to (1) can be rewritten into the following equation.

$$\nabla^2 H - j\omega\sigma\mu H + \omega^2\varepsilon\mu H = 0$$

Considering the problem in two dimensional (x,y) plane, then

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial H}{\partial y} \right) - (j\omega\sigma - \omega^2\varepsilon)H = 0 \tag{2}$$

As can be seen, to obtain an exact solution of (2) is difficult. In this paper, the FEM has been employed to find an approximate solution [9].

III. FEM FOR THE POWER TRANSMISSION LINE

A. Discretization

This research is to focus on a power transmission system of Electric Generating Authority of Thailand (EGAT), especially single- and double-circuit, 500-kV power transmission line. Both circuits are 4-bundled conductors as illustrated diagrammatically by Fig. 1 and Fig. 2, respectively. The height of the lowest conductors at midspan (maximum sag allowance) for both circuit types is 13.00 m above the ground level [10]. Phase conductors used are 795 MCM (diameter = 0.02772 m) while overhead ground wires (OHG) are 3/8 inch (diameter = 0.009114 m).

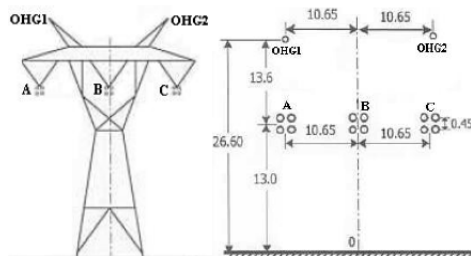


Fig. 1 Single circuit 500 kV transmission system with dimension (m)

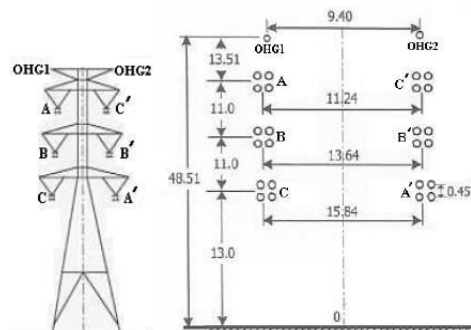


Fig. 2 Double circuit 500 kV transmission system with dimension (m)

The working region for modelling magnetic fields using FEM is defined by Fig. 3 and Fig. 4, which are discretized by using linear triangular elements.

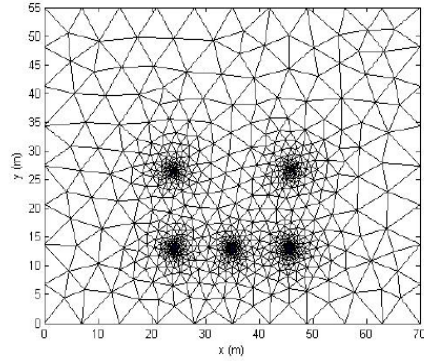


Fig. 3 Discretization of a single circuit transmission system

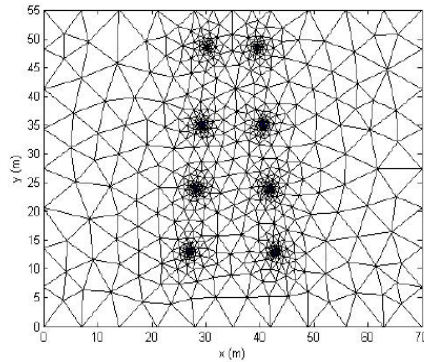


Fig. 4 Discretization of a double circuit transmission system

B. Finite Element Formulation

An equation governing each element is derived from the Maxwell's equations directly by using Galerkin approach, which is the particular weighted residual method for which the weighting functions are the same as the shape functions [11], [12]. According to the method, the electric field is expressed as

$$H(x, y) = H_i N_i + H_j N_j + H_k N_k \quad (3)$$

where N_n , $n = i, j, k$ is the element shape function and the H_n , $n = i, j, k$ is the approximation of the magnetic field intensity at each node (i, j, k) of the elements, which is

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e}$$

where Δ_e is the area of the triangular element and,

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i. \end{aligned}$$

The method of the weighted residual with Galerkin approach is then applied to the differential equation, refer to (2), where the integrations are performed over the element domain Ω .

$$\int_{\Omega} N_n \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial H}{\partial y} \right) \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_n (j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon) H d\Omega = 0$$

or in the compact matrix form

$$[M + K]\{H\} = 0 \quad (4)$$

$$M = (j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon) \int_{\Omega} N_n N_n d\Omega$$

$$= \frac{(j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon) \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial N_m}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial N_m}{\partial y} \right) d\Omega$$

$$= \frac{1}{4\mu\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_i b_j + c_i c_j & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ b_i b_k + c_i c_k & b_j b_k + c_j c_k & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix}$$

For one element containing 3 nodes, the expression of the FEM approximation is a 3×3 matrix. With the account of all elements in the system of n nodes, the system equation is sizeable as an $n \times n$ matrix.

C. Boundary Conditions and Simulation Parameters

The boundary conditions applied here are zero magnetic fields at the ground and the OHG. For the boundary conditions at outer perimeters of 12-single circuit power lines and 24-double circuit power lines has applied with the research of [10], [13], which boundary conditions of magnetic field depends on the load current. Both single and double circuits are considered by the maximum load current of 3.15 kA per phase [10] and assumed to be a balanced load condition. For faulted conditions [14], the single line-to-ground faults is assumed that phase A is shorted to ground so that $I_A = 4.95 \angle -90^\circ$ p.u., $I_B = I_C = 0$. The double line-to-ground faults between phase B and C caused the fault currents of $I_A = 0$, $I_B = 3.36 \angle 151.77^\circ$ p.u., $I_C = 3.36 \angle 28.23^\circ$ p.u. For the line-to-line faults of phase B and C , $I_A = 0$, $I_B = -I_C = 3.34 \angle -180^\circ$ p.u. The last fault case is the balanced three-phase faults in which $I_A = 3.23 \angle -90^\circ$ p.u., $I_B = 3.23 \angle -210^\circ$ p.u., $I_C = 3.23 \angle 30^\circ$ p.u. The conductors used for test are Aluminum Conductor Steel Reinforced (ACSR) having the following properties: conductivity (σ) = 0.8×10^7 S/m, the relative permeability (μ_r) = 300, and the relative permittivity (ε_r) = 3.5. It notes that the permittivity of free

space (ϵ_0) = 8.854×10^{-12} F/m and the permeability of free space (μ_0) = $4\pi \times 10^{-7}$ H/m [15].

IV. RESULT AND DISCUSSION

A. Normal Loading

The FEM-based simulation conducted in this paper is coded with MATLAB programming for calculation of magnetic field dispersion. To utilize a graphical feature of MATLAB, the contour of magnetic field distribution through the cross-sectional area of the working domain for the single- and double-circuit transmission systems are presented in Fig. 5 and Fig. 6, respectively.

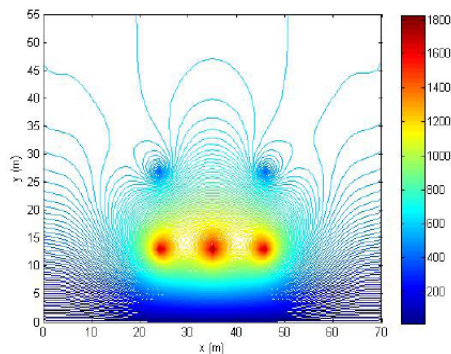


Fig. 5 Magnetic field distribution (μT) for the single-circuit case

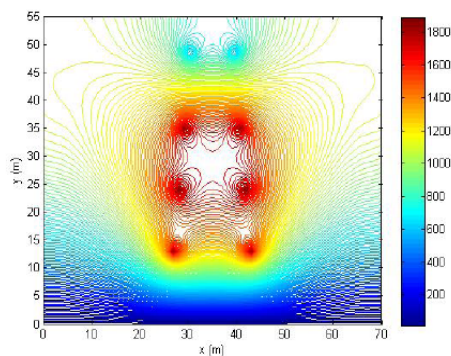


Fig. 6 Magnetic field distribution (μT) for the double-circuit case

The illustration of magnetic field contour for both single- and double-circuit systems is given by a working area of the $70 \times 55 \text{ m}^2$ rectangle as shown in Fig. 3 and Fig. 4, respectively. The magnetic field distributions simulated are determined by balanced carrying currents in the phase conductors. Magnetic field distribution of the double-circuit case is higher than that of the single-circuit case. To describe possible effects of magnetic field strength on human or other living things underneath the power line, the line of

calculation, 1.0 m above the ground ($y = 1 \text{ m}$) is defined. The comparative result of magnetic field for both single- and double-circuit cases is shown in Fig. 7. It notices that each graph has two peaks near the center position.

Table I showed the result of comparison in magnetic field distribution through distance x when consider single and double circuit transmission line that is over from the ground level 1 m that people pass by. An average of magnetic field through distance x of single and double circuit when consider the height of transmission line at midspan and consider at maximum load current are $65.88 \mu\text{T}$ and $74.18 \mu\text{T}$, respectively, which is less than magnetic field level that hazard to human. It is regulated by International Commission of Non Ionizing Radiation Protection [16], which the level of magnetic field safe to human for general public up to 24 hours/day must not greater than $100 \mu\text{T}$ and for occupation whole working day must not over $500 \mu\text{T}$. Fig. 8 - Fig. 18 are graphs representing the magnetic fields of both single and double circuit cases at a position of 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 and 55 m above ground level, respectively. Table II showed comparative results among average magnetic field for all the cases. It is considered that at the same height, the double circuit distributes more intensive magnetic field than the single circuit does due to twice of the conductor number.

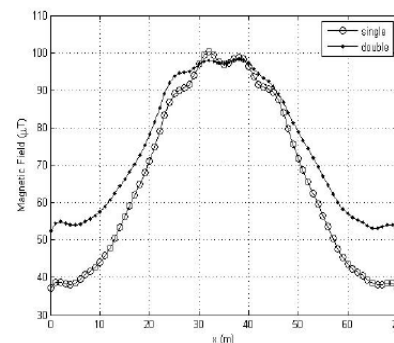


Fig. 7 Magnetic field (T) at high 1 m

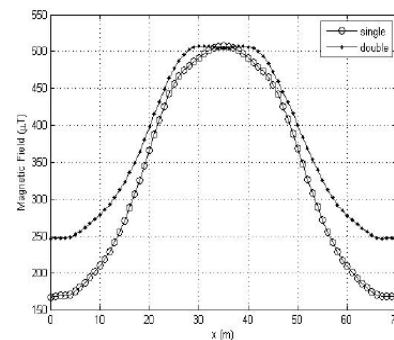


Fig. 8 Magnetic field (T) at high 5 m

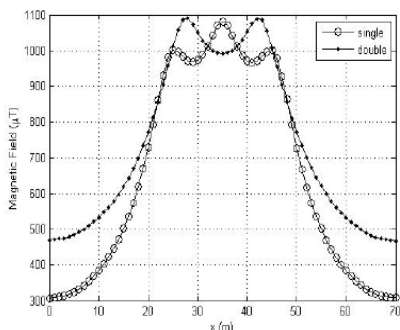


Fig. 9 Magnetic field (T) at high 10 m

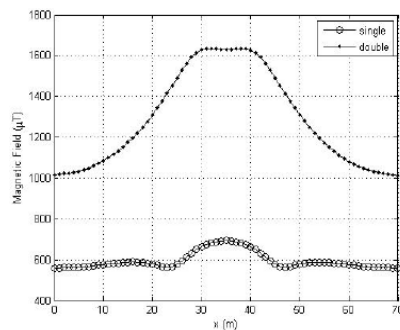


Fig. 13 Magnetic field (T) at high 30 m

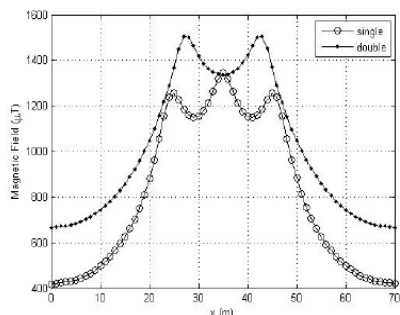


Fig. 10 Magnetic field (T) at high 15 m

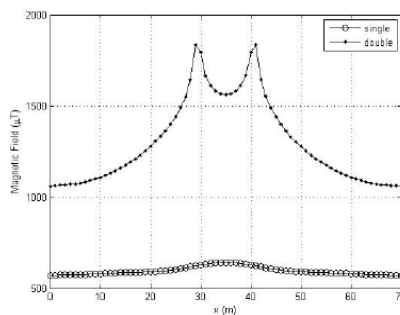


Fig. 14 Magnetic field (T) at high 35 m

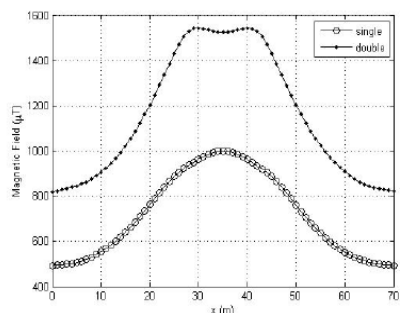


Fig. 11 Magnetic field (T) at high 20 m

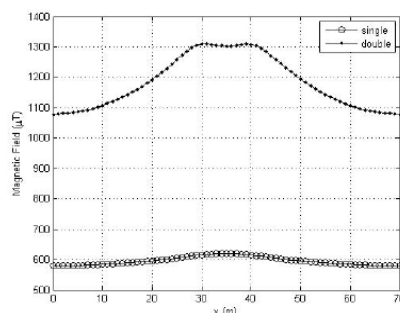


Fig. 15 Magnetic field (T) at high 40 m

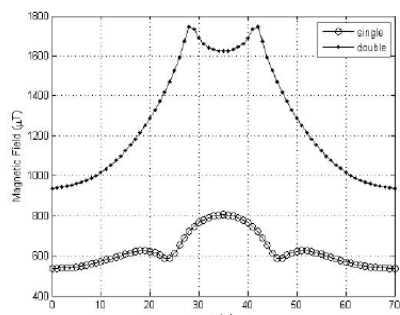


Fig. 12 Magnetic field (T) at high 25 m

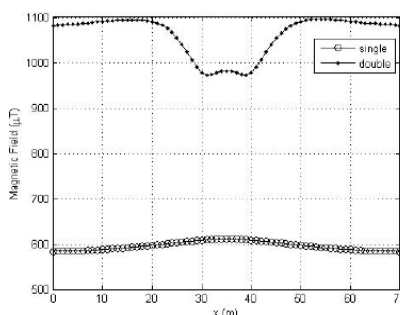


Fig. 16 Magnetic field (T) at high 45 m

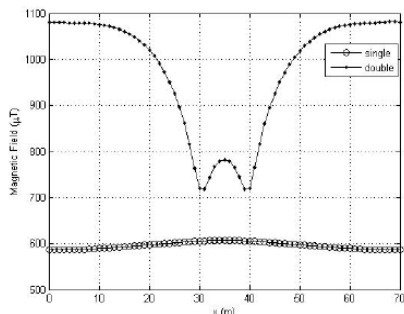


Fig. 17 Magnetic field (T) at high 50 m

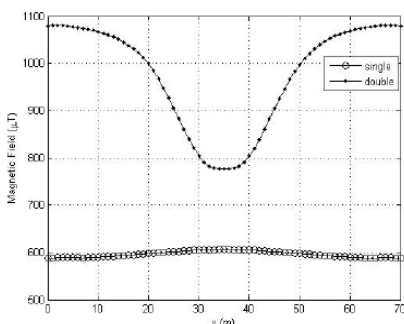


Fig. 18 Magnetic field (T) at high 55 m

B. Fault Conditions

The contour of magnetic field distribution through the cross-sectional area of the working domain for the single-circuit transmission systems for four faulted conditions (single line-to-ground faults, double line-to-ground faults, line-to-line faults and balanced three-phase faults) are presented in Fig. 19 - Fig. 22, respectively. The double-circuit transmission systems for the four faulted cases are presented in Fig. 23 - Fig. 26, respectively.

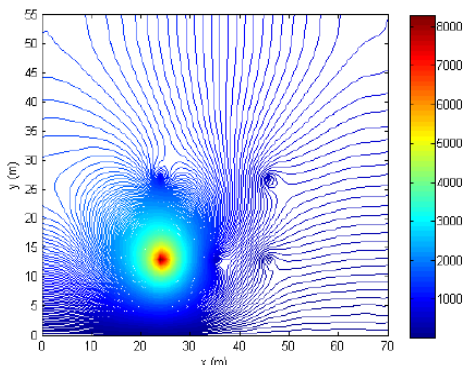


Fig. 19 Magnetic field distribution (μT) for the single-circuit case of the single line-to-ground faults

Table I
Comparing of magnetic field dispersion at high 1 m

x (m)	Single (μT)	Double (μT)	x (m)	Single (μT)	Double (μT)
1	37.11	52.54	36	97.17	97.41
2	38.67	54.57	37	98.28	98.04
3	38.74	54.84	38	98.87	98.36
4	38.34	54.42	39	98.28	98.10
5	38.18	54.00	40	96.38	97.20
6	38.60	53.96	41	93.77	95.79
7	39.56	54.34	42	91.59	94.35
8	40.72	54.98	43	90.74	93.35
9	41.74	55.69	44	90.40	92.39
10	42.77	56.52	45	89.49	91.02
11	44.06	57.59	46	87.40	89.13
12	45.76	58.94	47	84.04	86.75
13	47.95	60.60	48	79.83	84.04
14	50.60	62.52	49	75.54	81.33
15	53.46	64.49	50	71.87	78.94
16	56.25	66.34	51	68.64	76.71
17	59.04	68.23	52	65.57	74.44
18	61.92	70.33	53	62.54	72.07
19	64.88	72.69	54	59.54	69.63
20	67.91	75.33	55	56.58	67.17
21	71.14	78.25	56	53.59	64.72
22	74.83	81.59	57	50.54	62.29
23	79.13	85.38	58	47.72	60.11
24	83.39	89.00	59	45.41	58.36
25	86.83	91.85	60	43.66	57.04
26	89.02	93.68	61	42.39	56.10
27	90.05	94.54	62	41.44	55.37
28	90.52	94.75	63	40.51	54.64
29	91.50	94.99	64	39.40	53.81
30	93.94	95.91	65	38.46	53.18
31	96.97	97.02	66	38.03	53.07
32	99.43	97.78	67	38.18	53.51
33	100.33	98.00	68	38.57	54.12
34	99.47	97.74	69	38.54	54.11
35	97.81	97.24	70	37.03	52.37
		Average		65.88	74.18

Table II
Comparing of average of magnetic field at each height

y (m)	Single (μT)	Double (μT)	y (m)	Single (μT)	Double (μT)
1	66	74	30	596	1288
5	327	371	35	596	1299
10	652	740	40	596	1182
15	810	1016	45	596	1061
20	719	1157	50	596	978
25	627	1269	55	596	977

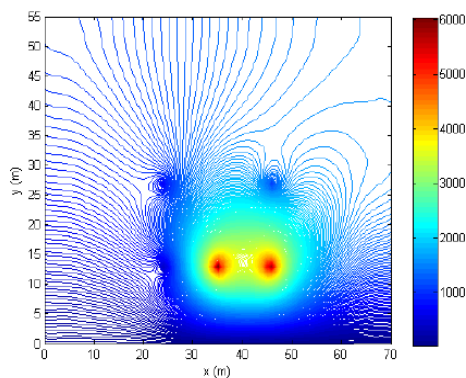


Fig. 20 Magnetic field distribution (μT) for the single-circuit case of the double line-to-ground faults

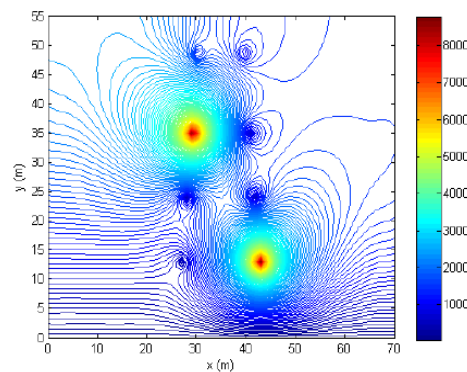


Fig. 23 Magnetic field distribution (μT) for the double-circuit case of the single line-to-ground faults

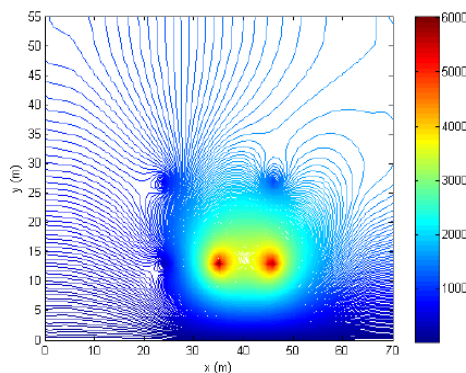


Fig. 21 Magnetic field distribution (μT) for the single-circuit case of the line-to-line faults

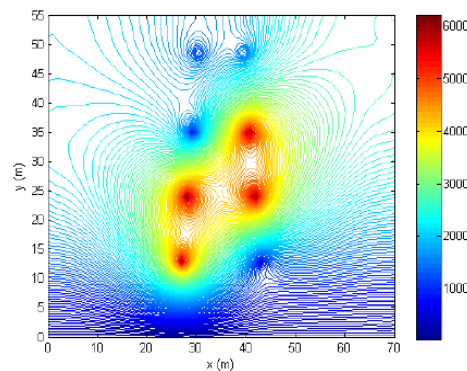


Fig. 24 Magnetic field distribution (μT) for the double-circuit case of the double line-to-ground faults

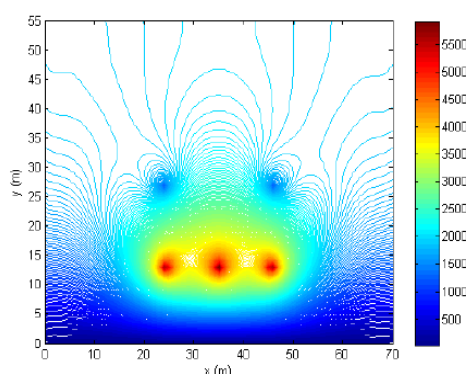


Fig. 22 Magnetic field distribution (μT) for the single-circuit case of the balanced three-phase faults

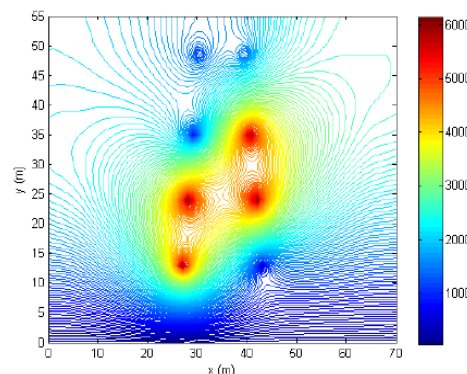


Fig. 25 Magnetic field distribution (μT) for the double-circuit case of the line-to-line faults

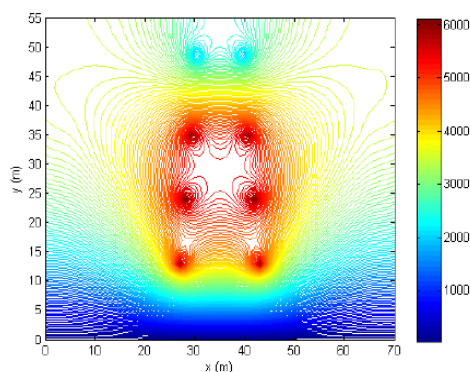


Fig. 26 Magnetic field distribution (μT) for the double-circuit case of the balanced three-phase faults

From Fig. 19 - Fig. 26, magnetic field contour of the faulted cases for both single- and double-circuit systems are presented. Table III – VI show the average of magnetic fields for both single- and double-circuit systems at each height when the single line-to-ground faults, double line-to-ground faults, line-to-line faults and balanced three-phase faults are occurred, respectively. As can be seen, the magnetic field intensity caused by the faulted cases is remarkably higher than that of the normal conditions. However, due to the reliable operation of protective devices in electric power systems this could not harm human or other living things underneath the EHV power lines.

Table III
Average of magnetic field at each height of the single line-to-ground faults

y (m)	Single (μT)	Double (μT)	y (m)	Single (μT)	Double (μT)
1	119	142	30	1091	2086
5	591	715	35	1091	2463
10	1177	1424	40	1091	2241
15	1462	1801	45	1091	2001
20	1307	1699	50	1091	1835
25	1145	1691	55	1091	1834

Table IV
Average of magnetic field at each height of the double line-to-ground faults

y (m)	Single (μT)	Double (μT)	y (m)	Single (μT)	Double (μT)
1	147	160	30	1334	3036
5	727	799	35	1333	2828
10	1450	1593	40	1334	2575
15	1802	2289	45	1334	2319
20	1603	2842	50	1334	2141
25	1402	3233	55	1335	2139

Table V
Average of magnetic field at each height of the line-to-line faults

y (m)	Single (μT)	Double (μT)	y (m)	Single (μT)	Double (μT)
1	145	158	30	1319	3010
5	719	790	35	1318	2801
10	1434	1574	40	1319	2550
15	1782	2265	45	1319	2296
20	1584	2816	50	1319	2120
25	1386	3206	55	1319	2118

Table VI
Average of magnetic field at each height of the balanced three-phase faults

y (m)	Single (μT)	Double (μT)	y (m)	Single (μT)	Double (μT)
1	213	240	30	1949	4159
5	1060	1199	35	1948	4196
10	2113	2390	40	1949	3819
15	2626	3282	45	1949	3428
20	2339	3736	50	1949	3158
25	2047	4098	55	1950	3155

V. CONCLUSION

This paper has studied the magnetic field distribution surrounding EHV transmission line in both normal loadings and faulted conditions in which the single line-to-ground faults, double line-to-ground faults, line-to-line faults and balanced three-phase faults were situated. Single- and double-circuit, 500-kV transmission lines of Electricity Generating Authority of Thailand (EGAT), which is recently the highest voltage level in Thailand, are investigated. The computer simulation is performed by using finite element methods instructed in MATLAB programming codes. The results of the normal loading case revealed that the magnetic fields from both single- and double-circuit, 500-kV transmission lines at a level of 1 m above the ground that are assumed to be the level of human working, do not exceed the maximum allowance when compiled with the ICNIRP standard. Additionally, the results also showed that the magnetic intensity of the double circuit cases is normally stronger than those of the single circuits.

REFERENCES

- [1] Y. Du, T.C. Cheng and A.S. Farag, "Principles of Power-Frequency Magnetic Field Shielding with Flat Sheets in a Source of Long Conductors," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 38, No. 3, pp.450-459, 1996.
- [2] A.R. Memari and W. Janischewskyj, "Mitigation of Magnetic Field near Power Lines," *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 11, No. 3, pp.1577-1586, 1996.
- [3] K. Wassef, V.V. Varadan and V.K. Varadan, "Magnetic Field Shielding Concepts for Power Transmission Lines," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 34, No. 3, pp.649-654, 1998.
- [4] R.G. Olsen, D. Deno, R.S. Baishiki, J.R. Abbot, R. Conti, M. Frazier, K. Jaffa, G.B. Niles, J.R. Stewart, R. Wong and R.M. Zavadil, "Magnetic Fields from Electric Power Lines Theory and Comparison to Measurements," *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 3, No. 4, pp.2127-2136, 1988.

Engineering Letters, 18:1, EL_18_1_01

- [5] L. Li and G. Yougang, "Analysis of Magnetic Field Environment near High Voltage Transmission Lines," *Proceedings of the International Conferences on Communication Technology*, pp.S26-05-1 - S26-05-5, 1998.
- [6] M.V.K. Chari and S.J. Salon, *Numerical Methods in Electromagnetism*, Academic Press, USA, 2000.
- [7] M. Weiner, *Electromagnetic Analysis Using Transmission Line Variables*, World Scientific Publishing, Singapore, 2001.
- [8] C. Christopoulos, *The Transmission-Line Modeling Method: TLM*, IEEE Press, USA, 1995.
- [9] P. Pao-la-or, T. Kulworawanichpong, S. Sujitjorn and S. Peaiyoung, "Distributions of Flux and Electromagnetic Force in Induction Motors: A Finite Element Approach," *WSEAS Transactions on Systems*, Vol. 5, No. 3, pp.617-624, 2006.
- [10] P. Pin-anong, *The Electromagnetic Field Effects Analysis which Interfere to Environment near the Overhead Transmission Lines and Case Study of Effects Reduction*, M. Eng. Thesis, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand, 2002.
- [11] T.W. Preston, A.B.J. Reece and P.S. Sangha, "Induction Motor Analysis by Time-Stepping Techniques," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 24, No. 1, pp.471-474, 1988.
- [12] B.T. Kim, B.I. Kwon and S.C. Park, "Reduction of Electromagnetic Force Harmonics in Asynchronous Traction Motor by Adapting the Rotor Slot Number," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 35, No. 5, pp.3742-3744, 1999.
- [13] G.B. Iyyuni and S.A. Sebo, "Study of Transmission Line Magnetic Fields," *Proceedings of the Twenty-Second Annual North American, IEEE Power Symposium*, pp.222-231, 1990.
- [14] M.E. El-Hawary, *Electrical Energy Systems*, CRC Press, USA, 2000.
- [15] Jr.W.H. Hayt and J.A. Buck, *Engineering Electromagnetics (7th edition)*, McGraw-Hill, Singapore, 2006.
- [16] International Commission of Non Ionizing Radiation Protection (ICNIRP), "Guidelines for Limiting Exposure to Time-Varying Electric, Magnetic and Electromagnetic Fields (up to 300 GHz)," *Health Phys.*, Vol. 74, No. 4, pp.494-522, 1998.

ประวัติผู้เขียน

นายอานนท์ อิศรมงคลรักษ์ เกิดเมื่อวันที่ 5 สิงหาคม พ.ศ. 2526 เกิดที่อำเภอเมือง จังหวัดศรีสะเกษ สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนศรีสะเกษวิทยาลัย เมื่อปี พ.ศ. 2545 ได้เข้าศึกษาต่อระดับปริญญาตรี ที่มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) ในปี พ.ศ. 2549 หลังจากสำเร็จการศึกษาได้เข้าปฏิบัติงานที่บริษัทอิตาซี คอมซูเมอร์โปรดักส์ (ประเทศไทย) จำกัด อำเภอทับปดบุรี จังหวัดปราจีนบุรี ตำแหน่งวิศวกรฝ่ายประกันคุณภาพ ปี พ.ศ. 2551 เข้าศึกษาต่อระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี โดยขณะศึกษาได้ปฏิบัติงานเป็นผู้ช่วยสอนปฏิบัติการของสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีจำนวน 4 รายวิชา ได้แก่ (1) ปฏิบัติการวิศวกรรมไฟฟ้ามูลฐาน (2) ปฏิบัติการวิศวกรรมไฟฟ้า 2 (3) ปฏิบัติการการแปลงผันพลังงานกลไฟฟ้า และ (4) ปฏิบัติการวงจรอิเล็กทรอนิกส์ ทั้งนี้มีความสนใจในด้านการวิเคราะห์ระบบไฟฟ้ากำลัง สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานระบบไฟฟ้ากำลัง ระหว่างศึกษาในระดับปริญญาโท ได้มีผลงานวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่โดยมีปรากฏดังภาคผนวก ก.