

การวิเคราะห์ผลกระทบของการกระจายสนามไฟฟ้าที่มีผลมาจากการทำงาน  
ของโทรศัพท์มือถือใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง

นายรัฐรงค์ บุญวุฒิวัฒน์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า  
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี  
ปีการศึกษา 2550

**ANALYSIS OF ELECTRIC FIELD DISTRIBUTION  
RESULTING FROM MOBILE PHONE OPERATION  
USED NEAR A HIGH-VOLTAGE POWER  
TRANSMISSION LINE**

**Rattarong Bonwutiwiwat**

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the  
Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering  
Suranaree University of Technology  
Academic Year 2007**

การวิเคราะห์ผลกระทบของการกระจายสนามไฟฟ้าที่มีผลมาจากการทำงาน  
ของโทรศัพท์มือถือใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อนุมัติให้นักวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

---

(รศ. ดร.กิตติ อัครกิจมงคล)

ประธานกรรมการ

---

(ผศ. ดร.ธนาชัย กุลสุวรรณิชพงษ์)

กรรมการ (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์)

---

(อ. ดร.เผด็จ เผ่าละออ)

กรรมการ

---

(ผศ. ดร.อนันต์ อุ่นศิริไทย์)

กรรมการ

---

(อ. ดร.นิมิต ชมนาวัง)

กรรมการ

---

(ศ. ดร.ไพโรจน์ สัตยธรรม)

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

---

(รศ. น.อ. ดร.วราภรณ์ จำพิศ)

คณบดีสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

รัฐรงค์ บุญวุฒิวิวัฒน์ : การวิเคราะห์ผลกระทบของการกระจายสนามไฟฟ้าที่มีผลมาจากการทำงานของโทรศัพท์มือถือใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง (ANALYSIS OF ELECTRIC FIELD DISTRIBUTION RESULTING MOBILE PHONE OPERATION USED NEAR A HIGH-VOLTAGE POWER TRANSMISSION LINE) อาจารย์ที่ปรึกษา : ผศ. ดร. ธนัตถ์ชัย กุลวรรณิพงษ์, 212 หน้า

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส 3 เฟสสมดุล และ 3 เฟสไม่สมดุล เพื่อศึกษาผลกระทบของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นกับมนุษย์ ในขณะที่ใช้งานอุปกรณ์สื่อสาร และแนวทางการป้องกันอันตรายจากการใช้งานโทรศัพท์มือถือในบริเวณดังกล่าว โดยระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสเป็นระบบขนาด 220 V 22 kV และ 115 kV ส่วนระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลและระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุลเป็นระบบขนาด 69 kV 115 kV 230 kV และ 500 kV การจำลองผลได้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ โดยตรวจสอบความถูกต้องในการคำนวณด้วยการเปรียบเทียบผลการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ จากการจำลองผลของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นเองกับผลที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL ซึ่งเป็น TOOLBOX ของโปรแกรม MATLAB™ มีความเชื่อถือได้กับได้รับความนิยมน้อยกว่าหลายในงานวิจัยทางด้านวิศวกรรม ผลลัพธ์ที่ได้จากการเปรียบเทียบความถูกต้องกับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL ปรากฏว่ามีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน โดยระบบที่มีความเสี่ยงต่อความปลอดภัยของมนุษย์ คือ ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล และ 3 เฟสไม่สมดุล เพราะเนื่องจากปริมาณสนามไฟฟ้ามีค่าสูงเกิน 5 kV/m ตามมาตรฐาน IRPA จึงไม่สมควรอย่างยิ่งในการใช้งานอุปกรณ์สื่อสารในบริเวณดังกล่าว นอกจากนี้ในงานวิจัยได้ทำการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส และ 3 เฟสสมดุล ในขณะที่ใช้งานโทรศัพท์มือถือในบริเวณระบบสายส่งแบบ 3 มิติด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป COMSOL™ Multiphysics Version 3.4 ซึ่งโปรแกรมนี้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ในการหาผลเฉลย และแสดงค่าผลเฉลยเชิงกราฟฟิกของระบบสายส่งไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ ทำให้การวิเคราะห์ผลการจำลองง่ายและเป็นมิตรกับผู้ใช้โปรแกรม

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

ปีการศึกษา 2550

ลายมือชื่อนักศึกษา \_\_\_\_\_

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา \_\_\_\_\_

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา \_\_\_\_\_

RATTARONG BOONWUTIWIWAT : ANALYSIS OF ELECTRIC FIELD  
DISTRIBUTION RESULTING FROM MOBILE PHONE OPERATION  
USED NEAR A HIGH-VOLTAGE POWER TRANSMISSION LINE.  
THESIS ADVISOR : ASST. PROF. THANATCHAI  
KULWORAWANICHPONG, Ph.D. 212 PP.

FINITE DIFFERENCE METHOD/FINITE ELEMENT METHOD/TRANSMISSION  
LINE/MOBILE PHONE/ELECTRIC FIELD

The thesis proposes the mathematical modeling and simulation of electric field resulting from operation of single-phase, balanced and unbalanced three-phase overhead power transmission lines. The main objective is to study effect of electric field distribution on human located nearby the power transmission line, especially while using a communication device. It also includes recommendation to prevent people from harm that may happen due to excessive electric field strength acting across human body. This work is based on two widely-used numerical methods of solving partial differential equations, namely, finite different method (FDM) and finite element method (FEM). The study can be divided into two main categories according to its domain dimension. The first category is the two dimensional (2D) problem in which satisfactory results obtained by using the FDM and the FEM can be compared with those obtained by the PDETOOL, a partial differential equation TOOLBOX of MATLAB<sup>TM</sup>. The simulation results show that the most harmful cases are the balanced and unbalanced three-phase power systems due to their electric field strength over 5 kV/m, according to the IRPA standard. It strongly recommends that use of any communication device underneath an overhead high-voltage power transmission line

should be avoidable. The second category involves the three-dimensional (3D) problem. Commercial finite element software, COMSOL™ Multiphysics Version 3.4, is employed to perform 3D electric field simulation. With its approximate solution and graphical presentation features, simulation and analysis of 3D electric field distribution are simplified and user-friendly.

School of Electrical Engineering

Academic Year 2007

Student's Signature \_\_\_\_\_

Advisor's Signature \_\_\_\_\_

Co-advisor's Signature \_\_\_\_\_

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี เนื่องจากได้รับความช่วยเหลืออย่างดียิ่ง ทั้งด้านวิชาการ และด้านดำเนินงานวิจัย จากบุคคลและกลุ่มบุคคลต่าง ๆ ได้แก่

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนัดชัช กุลวรวาณิชพงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำปรึกษา แนะนำ และแนะแนวทางอันเป็นประโยชน์แก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด และเป็นแบบอย่างที่ดีในการดำเนินชีวิต พร้อมดูแลเอาใจใส่ ให้กำลังใจ ช่วยเหลือผู้วิจัยด้วยดีเสมอมา

ดร.เผด็จ เผ่าละอ ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ และให้ความรู้ทางด้านวิชาการที่จำเป็นสำหรับงานวิจัยอย่างดียิ่งมาโดยตลอด รวมถึงได้ช่วยตรวจทาน และแก้ไขรายงานวิทยานิพนธ์ นอกจากนี้ยังมีความเป็นกันเองแก่ผู้วิจัย และเป็นທີ່ปรึกษาที่ดีในทุกเรื่อง พร้อมดูแลเอาใจใส่ ให้กำลังใจ ช่วยเหลือผู้วิจัยด้วยดีเสมอมา

รองศาสตราจารย์ ดร.กิตติ อรรถกัจจวมงคล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อาทิตย์ ศรีแก้ว และอาจารย์ ดร.นิมิต ชมนาวัง อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ที่ให้กำลังใจ และปรึกษาได้ในทุก ๆ เรื่อง

ขอขอบคุณ นายศุภกร วิศวภัทรธนธร และ นส.สุกัญญา ทัพศิริ ที่ได้ให้ความช่วยเหลือดูแล และเป็นกำลังใจอย่างใกล้ชิดแก่ผู้วิจัยเสมอมา และขอบคุณ พี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ บัณฑิตศึกษาทุกท่าน ที่ให้กำลังใจในการทำวิจัยมาโดยตลอด

สุดท้ายนี้ ผู้เขียนขอขอบคุณอาจารย์ผู้สอนทุกท่านที่ให้ความรู้ทางด้านวิชาการทั้งในอดีต และปัจจุบัน ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่ออดิศักดิ์ บุญวุฒิวิวัฒน์ และคุณแม่อัจฉรา บุญวุฒิวิวัฒน์ ที่ให้ความรัก กำลังใจ การอบรมเลี้ยงดู และดูแลส่งเสริมทางการศึกษาอย่างดีมาโดยตลอด จนทำให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จในชีวิตเรื่อยมา

รัฐรงค์ บุญวุฒิวิวัฒน์

# สารบัญ

## หน้า

บทคัดย่อ (ภาษาไทย).....	ก
บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ).....	ข
กิตติกรรมประกาศ .....	ง
สารบัญ .....	จ
สารบัญตาราง .....	ฉ
สารบัญรูป.....	ญ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ .....	ป
<b>บทที่</b>	
<b>1 บทนำ .....</b>	<b>1</b>
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา .....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย .....	3
1.3 ขอบเขตของเบื้องต้น .....	3
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	4
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	4
1.6 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์.....	4
<b>2 ปรัชญาวรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....</b>	<b>6</b>
2.1 บทนำ.....	6
2.2 ปรัชญาวรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	6
2.3 สรุป.....	10
<b>3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง .....</b>	<b>11</b>
3.1 บทนำ.....	11
3.2 สนามไฟฟ้า.....	11
3.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับศักย์ไฟฟ้า .....	11
3.2.2 สมการปัวส์ซองและสมการลาปลาซ .....	13



## สารบัญ (ต่อ)

### หน้า

3.3	สายส่งกำลังไฟฟ้า.....	15
3.3.1	โครงสร้างระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟส.....	15
3.3.2	หลักการเหนี่ยวนำสนามไฟฟ้าภายในระบบสายส่ง.....	19
3.4	โทรศัพท์มือถือ .....	25
3.5	ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	27
3.6	ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	33
3.7	สรุป.....	41
<b>4</b>	<b>การคำนวณสนามไฟฟ้าของสายส่งโดยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ .....</b>	<b>42</b>
4.1	บทนำ.....	42
4.2	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง.....	42
4.3	การคำนวณสนามไฟฟ้าโดยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	47
4.3.1	การออกแบบกริดของพื้นที่ศึกษา.....	47
4.3.2	การประกอบสมการ โนดขึ้นเป็นระบบ .....	51
4.3.3	เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขค่าขอบเขต .....	53
4.3.4	คำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ภายในระบบ .....	54
4.4	สรุป.....	55
<b>5</b>	<b>การคำนวณสนามไฟฟ้าของสายส่งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ .....</b>	<b>56</b>
5.1	บทนำ.....	56
5.2	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง.....	57
5.3	การคำนวณค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	58
5.3.1	การออกแบบกริดของพื้นที่ศึกษา.....	58
5.3.2	ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์.....	59
5.3.3	การสร้างสมการของอิลิเมนต์ .....	67
5.3.4	การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ.....	76
5.3.5	ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย.....	77

## สารบัญ (ต่อ)

### หน้า

5.4	สรุป.....	77
6	โปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้าและผลการจำลองของระบบสายส่งแบบ 2 มิติ.....	78
6.1	บทนำ.....	78
6.2	ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	79
6.2.1	โปรแกรมออกแบบกริดรูปสี่เหลี่ยมให้กับระบบ.....	80
6.2.2	กำหนดค่าเริ่มต้น.....	80
6.2.3	การสร้างสมการค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละโนด.....	81
6.2.4	การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม.....	82
6.2.5	กำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต.....	84
6.2.6	แก้ระบบสมการรวมเพื่อหาผลเฉลย.....	88
6.3	ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	88
6.3.1	โปรแกรมออกแบบกริดรูปสามเหลี่ยมให้กับระบบ.....	88
6.3.2	กำหนดค่าเริ่มต้น.....	95
6.3.3	การสร้างสมการค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละอิลิเมนต์.....	95
6.3.4	การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม.....	95
6.3.5	กำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต.....	96
6.3.6	แก้ระบบสมการรวมเพื่อหาผลเฉลย.....	96
6.4	ผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	97
6.4.1	ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส.....	97
6.4.2	ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล.....	101
6.4.3	ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล.....	111
6.5	ผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	121
6.5.1	ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส.....	121
6.5.2	ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล.....	124
6.5.3	ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล.....	134

## สารบัญ (ต่อ)

### หน้า

6.6	ผลการจำลองเมื่อพิจารณาสายส่งในสภาวะตกท้องช้าง.....	144
6.7	เปรียบเทียบผลการจำลองแบบ 2 มิติกับโปรแกรมสำเร็จรูป .....	153
6.7	สรุป .....	163
7	การจำลองสนามไฟฟ้าของสายส่งโดยระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ .....	164
7.1	บทนำ.....	164
7.2	การกำหนดพารามิเตอร์และเงื่อนไขขอบเขต.....	164
7.3	ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส.....	167
7.4	ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล.....	180
7.5	สรุป .....	195
8	สรุปและข้อเสนอแนะ .....	196
8.1	สรุป .....	196
8.2	ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต.....	198
	รายการอ้างอิง .....	199
	ภาคผนวก	
	ภาคผนวก ก. การพิสูจน์สมการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่ง .....	203
	ภาคผนวก ข. การประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต.....	208
	ภาคผนวก ค. บทความที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ .....	210
	ประวัติผู้เขียน .....	212

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1	ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ..... 6
3.1	ค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดในแต่ละด้านของ โทรศัพท์มือถือในระหว่างการรับสาย (Incoming call phase) โทรออก (Outgoing call phase) และสนทนา (Talking phase) ..... 26
3.2	ลักษณะข้อมูลของ โหนด ..... 28
3.3	ลักษณะพิกัดในแต่ละ โหนด ..... 29
3.4	ลักษณะข้อมูลของอิลิเมนต์..... 35
3.5	ลักษณะข้อมูลของตำแหน่ง โหนด ..... 35
4.1	การประมาณค่าระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ณ ตำแหน่งโหนดบริเวณค่าขอบ ..... 46
6.1	ค่าพารามิเตอร์สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ..... 81
6.2	กำหนดค่าพารามิเตอร์สำหรับ โปรแกรม PDETOOL ..... 154
6.3	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าระหว่างการใช้งานกับไม่ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ..... 160
6.4	ผลต่างค่าสนามไฟฟ้าระหว่างการใช้งานกับไม่ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ..... 161
6.5	ระดับสูงสุดของสนามไฟฟ้าที่มนุษย์สามารถสัมผัสได้อย่างปลอดภัย..... 162
7.1	การกำหนดค่าพารามิเตอร์โครงสร้างของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ ..... 164
7.2	ค่าพารามิเตอร์การวางตำแหน่งตัวนำของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ ..... 166

## สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
3.1	สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กบริเวณรอบตัวนำ 2 เส้น ที่มีความต่างศักย์ไฟฟ้าและกระแสไหลผ่าน ..... 15
3.2	โครงสร้างระบบสายส่ง 1 เฟสขนาด 220 V ..... 16
3.3	โครงสร้างระบบสายส่ง 1 เฟสขนาด 22 kV ..... 16
3.4	โครงสร้างระบบสายส่ง 1 เฟสขนาด 69 kV ..... 17
3.5	โครงสร้างระบบสายส่ง 3 เฟสขนาด 69 kV ..... 17
3.6	โครงสร้างระบบสายส่ง 3 เฟสขนาด 115 kV ..... 18
3.7	โครงสร้างระบบสายส่ง 3 เฟสขนาด 230 kV ..... 18
3.8	โครงสร้างระบบสายส่ง 3 เฟสขนาด 500 kV ..... 19
3.9	ความเข้มสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 1 เฟส ..... 20
3.10	ความเข้มสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล ..... 21
3.11	ความเข้มสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล ..... 24
3.12	การตีกริดรูปสี่เหลี่ยมของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ 2 มิติ ..... 28
3.13	รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วยกริดสี่เหลี่ยมจำนวน 9 โหนด ..... 29
3.14	การประมาณค่าอนุพันธ์แบบต่าง ๆ ..... 31
3.15	โครงสร้างโนดย่อยสำหรับปัญหา 2 มิติ ..... 32
3.16	การแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ ..... 34
3.17	รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 3 อิลิเมนต์ 4 โหนด ..... 35
3.18	การประมาณภายในแบบเชิงเส้นบนอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม ..... 36
4.1	โครงสร้างของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ..... 45
4.2	โครงสร้างของระบบไฟฟ้าขนาด 220 V ..... 48
4.3	โครงสร้างของระบบไฟฟ้าขนาด 22 kV ..... 49
4.4	โครงสร้างของระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV ..... 50
4.5	แบบจำลองมนุษย์สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ..... 52

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.6	บริเวณรอยประสานระหว่างบริเวณที่มีค่าสภาพยอม ทางไฟฟ้าที่แตกต่างกัน..... 53
4.7	เงื่อนไขค่าขอบเขตของโทรศัพท์มือถือสำหรับระเบียบวิธี ไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์..... 54
5.1	โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ..... 60
5.2	โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV ..... 61
5.3	โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ..... 62
5.4	โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ..... 63
5.5	โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV ..... 64
5.6	โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ..... 65
5.7	โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ..... 66
6.1	แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมคำนวณสนามไฟฟ้า ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ..... 79
6.2	โครงสร้างของระเบียบไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ..... 81
6.3	การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม..... 83
6.4	ลักษณะการวางตัวของสมาชิกภายในเมทริกซ์ของระบบสมการรวม..... 83
6.5	แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมคำนวณสนามไฟฟ้า ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ..... 89
6.6	การแบ่งพื้นที่เป็นหมวดหมู่ตามลักษณะความแตกต่างของวัตถุ..... 91
6.7	ลักษณะการสร้างกริดภายในระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ..... 92
6.8	ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นอากาศ ..... 93
6.9	ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นตัวนำสายส่งตัวที่ 1 และ 3..... 93
6.10	ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นตัวนำสายส่งตัวที่ 2..... 94
6.11	ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นมนุษย์..... 94
6.12	ลักษณะการวางตัวของสมาชิกภายในเมทริกซ์ของระบบสมการรวม..... 96

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.13	การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V เมื่อนุญย์ใช้งาน โทศัพทมือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 1$ m..... 98
6.14	การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V เมื่อนุญย์ใช้งาน โทศัพทมือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 4$ m..... 98
6.15	การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V เมื่อนุญย์ใช้งาน โทศัพทมือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 7$ m..... 99
6.16	การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV เมื่อนุญย์ใช้งาน โทศัพทมือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 4$ m..... 100
6.17	การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV เมื่อนุญย์ใช้งาน โทศัพทมือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 4$ m..... 100
6.18	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ณ ตำแหน่ง $x = 2$ m..... 101
6.19	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ณ ตำแหน่ง $x = 5$ m..... 102
6.20	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ณ ตำแหน่ง $x = 8$ m..... 102
6.21	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทศัพทมือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ..... 103
6.22	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 115 kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m..... 104
6.23	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 115 kV ณ ตำแหน่ง $x = 7$ m..... 104
6.24	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 115 kV ณ ตำแหน่ง $x = 11$ m..... 105
6.25	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทศัพทมือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 115 kV ..... 105

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.26	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m..... 106
6.27	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m..... 107
6.28	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m..... 107
6.29	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ..... 108
6.30	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 2$ m..... 109
6.31	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m..... 109
6.32	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 22$ m..... 110
6.33	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ..... 110
6.34	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....111
6.35	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m ..... 112
6.36	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m ..... 112
6.37	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m ..... 113
6.38	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m ..... 113



## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.39	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m ..... 114
6.40	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m ..... 114
6.41	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m ..... 115
6.42	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m ..... 115
6.43	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 1 ..... 116
6.44	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 2 ..... 116
6.45	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 3 ..... 117
6.46	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -150^\circ$ kV $V_C = 230\angle 150^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m ..... 117
6.47	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 90^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m ..... 118
6.48	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle -30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -90^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m ..... 118
6.49	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 1 ..... 119
6.50	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 2 ..... 120
6.51	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 3 ..... 120

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.52	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 1$ m..... 121
6.53	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 4$ m..... 122
6.54	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 7$ m..... 122
6.55	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 4$ m..... 123
6.56	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 4$ m..... 124
6.57	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ณ ตำแหน่ง $x = 2$ m..... 125
6.58	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ณ ตำแหน่ง $x = 5$ m..... 125
6.59	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ณ ตำแหน่ง $x = 8$ m..... 126
6.60	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ..... 126
6.61	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 115 kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m..... 127
6.62	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 115 kV ณ ตำแหน่ง $x = 7$ m..... 128
6.63	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 115 kV ณ ตำแหน่ง $x = 11$ m..... 128
6.64	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 115 kV ..... 129

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
6.65	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	130
6.66	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	130
6.67	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m.....	131
6.68	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV .....	131
6.69	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 2$ m.....	132
6.70	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	133
6.71	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 22$ m.....	133
6.72	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV .....	134
6.73	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	135
6.74	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	135
6.75	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	136
6.76	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	136
6.77	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	137

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.78	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m..... 137
6.79	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m..... 138
6.80	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m..... 138
6.81	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m..... 139
6.82	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 1 ..... 139
6.83	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 2 ..... 140
6.84	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 3 ..... 140
6.85	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -150^\circ$ kV $V_C = 230\angle 150^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m..... 141
6.86	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 90^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m..... 141
6.87	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle -30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -90^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m..... 142
6.88	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 1 ..... 143
6.89	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 2 ..... 143
6.90	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 3 ..... 144

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.91	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 69 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 100% ..... 145
6.92	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 69 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 75% ..... 145
6.93	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 69 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 50% ..... 146
6.94	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ที่เปลี่ยนแปลงตามระดับความสูงของตัวนำ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 69 kV ..... 146
6.95	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 115 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 100%.....147
6.96	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 115 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 75% ..... 147
6.97	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 115 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 50% ..... 148
6.98	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ที่เปลี่ยนแปลงตามระดับความสูงของตัวนำ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 115 kV ..... 148
6.99	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 230 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 100% ..... 149
6.100	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 230 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 75% ..... 149
6.101	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 230 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 50% ..... 150
6.102	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ที่เปลี่ยนแปลงตามระดับความสูงของตัวนำ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลง 230 kV ..... 150
6.103	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 500 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 100% ..... 151

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.104	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 500 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 75% ..... 151
6.105	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 500 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 50% ..... 152
6.106	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ที่เปลี่ยนแปลงตามระดับความสูงของตัวนำ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูล 500 kV ..... 152
6.107	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ในแต่ละระบบ ตามระดับความสูงของตัวนำ ..... 153
6.108	การออกแบบกริดด้วย PDETOOL ของระบบสายส่งไฟฟ้าขนาด 230 kV ..... 155
6.109	การกระจายสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ด้วย PDETOOL ..... 155
6.110	การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ..... 156
6.111	การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ..... 156
6.112	คำตอบ โหนดต่อ โหนดภายในช่วง โหนด 1-847 ..... 158
6.113	คำตอบ โหนดต่อ โหนดภายในช่วง โหนด 100-300 ..... 158
6.114	คำตอบ โหนดต่อ โหนดภายในช่วง โหนด 200-450 ..... 159
6.115	คำตอบ โหนดต่อ โหนดภายในช่วง โหนด 550-847 ..... 159
7.1	ลักษณะการกำหนดค่าพารามิเตอร์โครงสร้างของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ ..... 165
7.2	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V (x = 2 m) ..... 167
7.3	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V (x = 2 m) ..... 167
7.4	คอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส ขนาด 220 V (x = 2 m) ..... 168
7.5	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส ขนาด 220 V (x = 2 m) ..... 168

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.6	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 2$ m)..... 169
7.7	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 5$ m) ..... 169
7.8	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 5$ m)..... 170
7.9	คอนทักต์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 5$ m) ..... 170
7.10	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 5$ m) ..... 171
7.11	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 5$ m)..... 171
7.12	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 8$ m) ..... 172
7.13	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 8$ m)..... 172
7.14	คอนทักต์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 8$ m) ..... 173
7.15	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 8$ m) ..... 173
7.16	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 8$ m)..... 174
7.17	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV ( $x = 7.5$ m) ..... 175
7.18	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV ( $x = 7.5$ m)..... 175
7.19	คอนทักต์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV ( $x = 7.5$ m)..... 176
7.20	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV ( $x = 7.5$ m)..... 176
7.21	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV ( $x = 7.5$ m)..... 177

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.22	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV (x = 7.5 m)..... 177
7.23	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV (x = 7.5 m)..... 178
7.24	คอนทอร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV (x = 7.5 m)..... 178
7.25	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV (x = 7.5 m)..... 179
7.26	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของ ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV (x = 7.5 m)..... 179
7.27	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV (x = 4.5 m)..... 180
7.28	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV (x = 4.5 m)..... 181
7.29	คอนทอร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV เมื่อ $V_A = 69\angle 0^\circ$ kV $V_B = 69\angle -120^\circ$ kV $V_C = 69\angle 120^\circ$ kV (x = 4.5 m) ..... 181
7.30	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV เมื่อ $V_A = 69\angle 0^\circ$ kV $V_B = 69\angle -120^\circ$ kV $V_C = 69\angle 120^\circ$ kV (x = 4.5 m) ..... 182
7.31	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 69 kV เมื่อ $V_A = 69\angle 0^\circ$ kV $V_B = 69\angle -120^\circ$ kV $V_C = 69\angle 120^\circ$ kV (x = 4.5 m) ..... 182
7.32	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV (x = 7.5 m)..... 183
7.33	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV (x = 7.5 m)..... 183
7.34	คอนทอร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV เมื่อ $V_A = 69\angle 0^\circ$ kV $V_B = 69\angle -120^\circ$ kV $V_C = 69\angle 120^\circ$ kV (x = 7.5 m) ..... 184
7.35	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV เมื่อ $V_A = 69\angle 0^\circ$ kV $V_B = 69\angle -120^\circ$ kV $V_C = 69\angle 120^\circ$ kV (x = 7.5 m) ..... 184
7.36	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 69 kV เมื่อ $V_A = 69\angle 0^\circ$ kV $V_B = 69\angle -120^\circ$ kV $V_C = 69\angle 120^\circ$ kV (x = 7.5 m) ..... 185
7.37	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV (x = 10.5 m)..... 185
7.38	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV (x = 10.5 m)..... 186



## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.39	คอนทอร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV เมื่อ $V_A = 69\angle 0^\circ$ kV $V_B = 69\angle -120^\circ$ kV $V_C = 69\angle 120^\circ$ kV ( $x = 10.5$ m) ..... 186
7.40	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV เมื่อ $V_A = 69\angle 0^\circ$ kV $V_B = 69\angle -120^\circ$ kV $V_C = 69\angle 120^\circ$ kV ( $x = 10.5$ m) ..... 187
7.41	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 69 kV เมื่อ $V_A = 69\angle 120^\circ$ kV $V_B = 69\angle 0^\circ$ kV $V_C = 69\angle -120^\circ$ kV ( $x = 10.5$ m) ..... 187
7.42	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV ( $x = 10$ m)..... 188
7.43	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV ( $x = 10$ m)..... 188
7.44	คอนทอร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV เมื่อ $V_A = 115\angle 0^\circ$ kV $V_B = 115\angle -120^\circ$ kV $V_C = 115\angle 120^\circ$ kV ( $x = 10$ m) ..... 189
7.45	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115kV เมื่อ $V_A = 115\angle 0^\circ$ kV $V_B = 115\angle -120^\circ$ kV $V_C = 115\angle 120^\circ$ kV ( $x = 10$ m) ..... 189
7.46	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอก ของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 115 kV เมื่อ $V_A = 115\angle 0^\circ$ kV $V_B = 115\angle -120^\circ$ kV $V_C = 115\angle 120^\circ$ kV ( $x = 10$ m) ..... 190
7.47	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ( $x = 10$ m)..... 190
7.48	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ( $x = 10$ m)..... 191
7.49	คอนทอร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ( $x = 10$ m) ..... 191
7.50	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายใน ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ( $x = 10$ m) ..... 192
7.51	ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอก ของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 230 kV เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ( $x = 10$ m) ..... 192
7.52	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ( $x = 12.5$ m)..... 193

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.53	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ( $x = 12.5$ m)..... 193
7.54	คอนทอร์ค่านามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV เมื่อ $V_A = 500\angle 0^\circ$ kV $V_B = 500\angle -120^\circ$ kV $V_C = 500\angle 120^\circ$ kV ( $x = 12.5$ m) ..... 194
7.55	ลักษณะค่านามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV เมื่อ $V_A = 500\angle 120^\circ$ kV $V_B = 500\angle 0^\circ$ kV $V_C = 500\angle -120^\circ$ kV ( $x = 12.5$ m) ..... 194
7.56	ลักษณะค่านามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 500 kV เมื่อ $V_A = 500\angle 0^\circ$ kV $V_B = 500\angle -120^\circ$ kV $V_C = 500\angle 120^\circ$ kV ( $x = 12.5$ m) ..... 195
ก.1	ประจุตัวนำและประจุตัวนำเทียมที่เป็นเส้นยาวอนันต์..... 204
ก.2	ประจุตัวนำและประจุตัวนำเทียมในระบบสายส่ง..... 206

## คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

$A$	=	ค่าสัมประสิทธิ์ของระบบรวม
$A_e$	=	พื้นที่ภายในแต่ละอิลิเมนต์
$b$	=	ค่าแรงภายนอกที่มากกระทำ ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ
$D_{1n}$	=	ค่าไดอิเล็กทริกของบริเวณที่ 1
$D_{2n}$	=	ค่าไดอิเล็กทริกของบริเวณที่ 2
$D_x$ $D_y$ $G$ และ $Q$	=	ค่าคงที่สัมประสิทธิ์
$E$	=	ค่าสนามไฟฟ้า
$E_1$	=	ค่าสนามไฟฟ้าในตัวนำที่ 1
$E_2$	=	ค่าสนามไฟฟ้าในตัวนำที่ 2
$E_3$	=	ค่าสนามไฟฟ้าในตัวนำที่ 3
$E_n$	=	ผลลัพธ์ของค่าสนามไฟฟ้าเชิงเวกเตอร์ในแต่ละโนดของอิลิเมนต์
$[f]_e$	=	เมทริกซ์ค่าแรงภายนอกที่มากกระทำในแต่ละอิลิเมนต์
$f$	=	ความถี่
$gv$	=	เวกเตอร์เกรเดียนต์
$h$	=	ระยะห่างระหว่างโนด
$i, j$ และ $k$	=	หมายเลขของโนดที่ $i, j$ และ $k$ ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา
$[K]_{sys}$	=	เมทริกซ์ของระบบรวม
$[N]^T$	=	เวกเตอร์เมทริกซ์แนวตั้งของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์
$N_n$	=	ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์
$n_{11}$	=	ค่า self potential-coefficient ของสายส่ง
$n_{1p}$	=	ค่า mutual potential-coefficient ระหว่างจุด $P(x,y)$ กับสายส่งเส้นที่ 1
$n_{2p}$	=	ค่า mutual potential-coefficient ระหว่างจุด $P(x,y)$ กับสายส่งเส้นที่ 2
$P_1$	=	ค่าสนามไฟฟ้าบริเวณขอบบนซ้ายของโทรศัพท์มือถือ
$P_2$	=	ค่าสนามไฟฟ้าบริเวณขอบบนขวาของโทรศัพท์มือถือ

### คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

$P_3$	=	ค่าสนามไฟฟ้าบริเวณขอบด้านซ้ายของโทรศัพท์มือถือ
$P_4$	=	ค่าสนามไฟฟ้าบริเวณขอบด้านขวาของโทรศัพท์มือถือ
$P_5$	=	ค่าสนามไฟฟ้าบริเวณขอบล่างซ้ายของโทรศัพท์มือถือ
$P_6$	=	ค่าสนามไฟฟ้าบริเวณขอบล่างขวาของโทรศัพท์มือถือ
$q$	=	ประจุทดสอบ
$R$	=	เศษตกค้าง
$r$	=	รัศมีของสายส่ง
$t$	=	เวลา
$[u]_e$	=	เมทริกซ์ตัวไม่ทราบค่าในแต่ละอิลิเมนต์ของระบบ
$U_1$	=	ค่าแรงดันของสายส่ง
$v$	=	ความเร็วในการแพร่กระจาย
$v_x$	=	ค่าศักย์ไฟฟ้าตามแนวแกน $x$
$v_y$	=	ค่าศักย์ไฟฟ้าตามแนวแกน $y$
$W$	=	ฟังก์ชันน้ำหนัก
$x$	=	ค่าสนามไฟฟ้าที่ยังไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ
$\Delta x$	=	ระยะห่างระหว่างโนดตามแนวแกน $x$
$\Delta y$	=	ระยะห่างระหว่างโนดตามแนวแกน $y$
$\rho$	=	ความหนาแน่นประจุเชิงปริมาตรการกระจายตัวประจุไฟฟ้า
$\sigma$	=	สภาพนำทางไฟฟ้า
$\nabla^2$	=	ลาปลาเซียน
$\varphi$	=	ค่าศักย์ไฟฟ้า ณ ตำแหน่งใด ๆ
$\phi$	=	ฟังก์ชันใด ๆ ที่ต้องการทราบค่า
$\Delta_e$	=	พื้นที่ของแต่ละอิลิเมนต์
$\epsilon_0$	=	สภาพยอมของอวกาศว่าง
$\epsilon_1$	=	สภาพยอมของบริเวณที่ 1
$\epsilon_2$	=	สภาพยอมของบริเวณที่ 2

### คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

$\epsilon_r$	=	สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์
$\mu$	=	สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็ก
$\mu_r$	=	สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์
$\omega$	=	อัตราเร็วเชิงมุม

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้ามีการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า 2 แบบ คือ การส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูง กระแสตรงและการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงกระแสสลับ การส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงกระแสตรง ถูกนำมาใช้ในกรณีที่สายส่งมีระยะทางไกลมาก ๆ หรือถูกใช้เป็นสายส่งเชื่อมโยงเมื่อระบบทั้งสองมีความถี่ที่แตกต่างกัน ส่วนการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงกระแสสลับจะผ่านหม้อแปลงเพื่อลดทอนระดับแรงดันกลายเป็นไฟฟ้ากระแสสลับแรงต่ำ เพื่อนำไปใช้โดยทั่วไปตามบ้านเรือน และเนื่องจากการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้ากระแสสลับส่วนใหญ่จะมีการติดตั้งสายส่งไฟฟ้าแรงสูงใกล้บริเวณแหล่งชุมชน ดังนั้นสิ่งที่จะต้องคำนึงถึง คือ ผลกระทบที่เกิดขึ้นจากการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้า ซึ่งอาจก่อให้เกิดอันตรายแก่ประชาชนที่อาศัยในแหล่งชุมชนนั้น ๆ ได้

สำหรับระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงกระแสสลับ สนามไฟฟ้าเกิดขึ้นจากแรงดันไฟฟ้าในตัวนำสายส่งทำให้เกิดประจุไฟฟ้าบวกและประจุไฟฟ้าลบ กระจายอยู่ทั่วบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ตามลักษณะการเปลี่ยนแปลงของแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ 50 Hz การที่มนุษย์ในแหล่งชุมชนที่มีสายส่งไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่านได้รับอันตรายจากการอยู่ใกล้สายส่งแรงสูงสามารถแบ่งได้เป็น 3 กรณี คือ กรณีสนามไฟฟ้าจากระบบไฟฟ้า 1 เฟส กรณีสนามไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล และกรณีสนามไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล ซึ่งค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลกระทบต่อมนุษย์สามารถเกิดขึ้นได้จากค่าสนามไฟฟ้าที่มีค่าสูงขึ้นเนื่องจากความต่างศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างพื้นดินกับสายส่ง ตำแหน่งของมนุษย์ที่อยู่ใกล้สายส่ง เมื่อเทียบกับพื้นดินซึ่งสามารถทำให้เกิดความไม่สมดุลของสายส่งได้ และความไม่สมดุลของแรงดันภายในสายส่งแต่ละเส้น ก่อให้เกิดอันตรายจากสายส่งแรงสูงที่มีผลต่อมนุษย์ได้ในที่สุด นอกจากนี้การใช้อุปกรณ์สื่อสาร เช่น โทรศัพท์มือถือใกล้บริเวณสายส่งแรงสูงอาจทำให้ผู้ใช้โทรศัพท์มือถือได้รับอันตรายเช่นกัน เนื่องจากหลักการการทำงานของโทรศัพท์มือถือ คือ การเปลี่ยนแปลงอากาศบริเวณรอบ ๆ โทรศัพท์มือถือจากที่มีสภาพเป็นฉนวน (dielectric) ให้มีสภาพกลายเป็นตัวนำ เพื่อให้สามารถรับข้อมูลการติดต่อสื่อสารจากดาวเทียมหรือสถานีส่งสัญญาณได้ โดยอาศัยหลักการการเหนี่ยวนำสนามไฟฟ้า ถ้าการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้าเกิดขึ้นบริเวณใกล้ ๆ สายส่งไฟฟ้าแรงสูงอาจทำให้เกิดการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้ากันเอง ระหว่างโทรศัพท์มือถือกับ

สายส่งไฟฟ้าแรงสูง เพราะปกติแล้วอาณาบริเวณรอบ ๆ เสาไฟฟ้าแรงสูงมีการก่อดำของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากความเครียดสนามไฟฟ้า (electric field stress) หรืออาจเรียกว่าความคงทนของฉนวนต่อแรงดันไฟฟ้า (dielectric strength) ส่งผลให้ประจุไฟฟ้ากระจายตัวอยู่ทั่วบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ถ้าการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้าระหว่างโทรศัพท์มือถือถือกับสายไฟฟ้าแรงสูงมีค่าสูงเกินกว่าค่าความเครียดสนามไฟฟ้าวิกฤตของอากาศโดยรอบ ก่อให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่สามารถไหลผ่านอากาศทำให้อากาศเปลี่ยนสถานะจากการเป็นฉนวนไฟฟ้ามาเป็นตัวนำได้ในช่วงเวลาสั้น ๆ ทำอันตรายต่อโทรศัพท์มือถือและส่งผลให้เกิดอันตรายถึงชีวิตแก่ผู้ใช้งานได้ในที่สุด อย่างไรก็ตาม ณ ปัจจุบันสำหรับประเทศไทย ปัญหาเรื่องอันตรายจากสายส่งแรงสูงที่มีผลต่อมนุษย์ อันเนื่องมาจากการกระจายตัวของสนามไฟฟ้ารอบ ๆ สายส่ง ขาดการละเลยเนื่องจากเหตุการณ์นี้ไม่ได้เกิดขึ้นบ่อยนัก แต่ทุกครั้งที่เกิดจะนำมาซึ่งการสูญเสียถึงแก่ชีวิตของผู้ประสบอุบัติเหตุ

ปัญหาสนามไฟฟ้าในทางวิศวกรรม โดยปกติสามารถอธิบายได้ในรูปของสมการอนุพันธ์ (differential equation) หรือสมการปริพันธ์ (integral equation) อาจจะมีลักษณะความไม่เป็นเชิงเส้น (non-linear) ปรากฏอยู่ จึงเป็นไปได้ยากที่จะหาผลเฉลยแม่นยำตรง (exact solution) ได้ ดังนั้น จำเป็นต้องใช้วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ (approximate solution) อีกทั้งสมรรถนะของคอมพิวเตอร์ที่สูงขึ้นทำให้การคำนวณเชิงตัวเลขสามารถทำได้อย่างรวดเร็ว สำหรับวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ ได้แก่ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (finite difference method : FDM) และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ (finite element method : FEM) การหาผลเฉลยดังกล่าวได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ถูกนำมาใช้ในการแก้ปัญหาสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย เนื่องจากง่ายต่อการทำความเข้าใจ ซึ่งถูกพัฒนาขึ้น (Thoum, 1920) โดยใช้ชื่อระเบียบวิธีสี่เหลี่ยม (method of squares) จนถูกพัฒนาอย่างต่อเนื่องจนกระทั่งถึงปัจจุบัน เนื่องจากระเบียบวิธีนี้จะจัดแบ่งพื้นที่ของปัญหาเป็นโนด (vertices) ย่อยต่าง ๆ ตามรูปสี่เหลี่ยม และเชื่อมโยงโนดด้วยเส้นต่อกันด้วยกริด (grid) เป็นชิ้นส่วนย่อย (element) ทำให้บางครั้งไม่สะดวกในการแก้ผลเฉลยของระบบที่มีรูปร่างซับซ้อน แต่สำหรับการศึกษาสนามไฟฟ้ารอบ ๆ สายส่งไฟฟ้าแรงสูงจะเป็นระบบที่มีรูปร่างไม่ซับซ้อน เนื่องจากการศึกษาในพื้นที่โล่งจึงสามารถกำหนดขอบเขตพื้นที่ในการพิจารณาได้อย่างอิสระและสอดคล้องตามงานนั้น ๆ ดังนั้น การคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าจึงสามารถคำนวณได้ง่าย ส่วนระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ได้ถูกพัฒนา (Courant, 1943) และเริ่มนำมาประยุกต์กับปัญหาสนามไฟฟ้าในปี 1968 ซึ่งระเบียบวิธีนี้จะจัดแบ่งพื้นที่ของปัญหาเป็นชิ้นส่วนย่อยที่ประกอบขึ้นจากโนด โดยเชื่อมต่อกันด้วยกริด ซึ่งจะไม่จำกัดอยู่ในเฉพาะรูปร่างของชิ้นส่วนย่อยที่เป็นสี่เหลี่ยมสำหรับปัญหา 2 มิตินิยมใช้ชิ้นส่วนย่อยที่เป็นรูปสามเหลี่ยม ในการประมาณโดเมนของปัญหาได้ ซึ่งข้อดีของระเบียบวิธีนี้ คือ สามารถหาผลเฉลยของระบบที่มีรูปร่างซับซ้อน ทั้งยัง

เหมาะกับปัญหาที่มีการแปรเปลี่ยนตามเวลา (time-varying) ปัญหาที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งปัญหาทางสนามไฟฟ้ามักจะมีผลเฉลยที่ไม่เป็นเชิงเส้นจึงเหมาะสมกับการใช้ระเบียบวิธีดังกล่าวในการหาค่าผลเฉลย นอกจากนี้ยังง่ายต่อการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่อาจมีหลายลักษณะผสมกันอยู่ในระบบ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์มาใช้ในการดำเนินการ

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- พัฒนาโปรแกรมด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ทั้งแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ เพื่อคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าในระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 1 เฟส 3 เฟส สมดุล และ 3 เฟสไม่สมดุล
- คำนวณการกระจายตัวของค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างมนุษย์กับระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง
- วิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ เพื่อคำนวณหาระยะห่างที่เหมาะสมของมนุษย์ที่อาศัยอยู่ใกล้บริเวณที่มีเสาไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่าน
- ศึกษาการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างอุปกรณ์สื่อสารกับระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง
- วิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อคำนวณระยะห่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์สื่อสารที่อยู่ใกล้บริเวณที่มีเสาไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่าน

## 1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

- พื้นที่ในการจำลองระบบเป็นพื้นที่โล่ง ปราศจากการกีดขวางของอาคาร และสิ่งปลูกสร้างต่าง ๆ
- พิจารณาการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้าระหว่างสายส่งไฟฟ้าแรงสูงจำนวน 1 ต้นกับมนุษย์ หรืออุปกรณ์สื่อสารที่สามารถก่อให้เกิดการเหนี่ยวนำขึ้นได้
- สำหรับในระบบที่พิจารณาจะกำหนดให้ค่าสภาพยอม (permittivity) ของอากาศมีค่าคงที่ตลอดพื้นที่ที่ใช้ในการพิจารณา
- กำหนดให้แรงดันในสายส่งแต่ละเส้นมีค่าแรงดันคงที่สม่ำเสมอตลอดทั้งเส้น
- กำหนดให้สภาพพื้นดินในระบบที่พิจารณาเป็นพื้นดินในสภาพทั่วไปปราศจากน้ำขังหรือความชื้นบนหน้าดินสูง



## 1.4 ขอบเขตของการวิจัย

- สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าเพื่อจำลองผลการทำงานของอุปกรณ์สื่อสารที่ถูกนำมาใช้งานใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง

- ใช้ MATLAB™ เพื่อเขียนโปรแกรมระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ทั้ง 2 มิติ และ 3 มิติ สำหรับวิเคราะห์ปัญหาสนามไฟฟ้าในสายส่งไฟฟ้าแรงสูงขนาดต่าง ๆ

- พิจารณาระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 2 ประเภท คือ ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 1 เฟสขนาด 220 V, 22 kV และ 69 kV กับระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 3 เฟสขนาด 69 kV, 115 kV, 230 kV และ 500 kV

- ดำเนินการหาระยะห่างที่เหมาะสมสำหรับมนุษย์ เพื่อป้องกันอันตรายที่เกิดขึ้นได้จากบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่านตามค่าระยะห่างมาตรฐานสากล IRPA (international radiation protection association)

## 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- ได้แบบจำลองของอุปกรณ์สื่อสารและสายส่งไฟฟ้าแรงสูงที่สามารถใช้ได้กับระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า 22 kV และ 115 kV ของการไฟฟ้าภูมิภาค และระบบ 230 kV ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิต

- ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าในบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูง

- ช่วยเพิ่มความปลอดภัยให้กับมนุษย์ในแหล่งชุมชนที่อาศัยอยู่ใกล้บริเวณที่มีสายส่งไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่าน

- ได้ลิขสิทธิ์จากการศึกษาผลกระทบของสนามไฟฟ้าจากการใช้งานโทรศัพท์มือถือบริเวณใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง

## 1.6 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วย 8 บท และ 3 ภาคผนวก โดยที่บทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์และเป้าหมายของงานวิจัยวิทยานิพนธ์ รวมทั้งขอบเขตของงานส่วนบทอื่น ๆ ประกอบด้วยเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 2 กล่าวถึงการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้ทราบถึงแนวทาง และระเบียบวิธีการดำเนินการวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยผลจากการสำรวจสืบค้น จะใช้เป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์ และพัฒนาเข้ากับงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้

บทที่ 3 นำเสนอทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยวิทยานิพนธ์ โดยเนื้อหาประกอบไปด้วย 5 หัวข้อหลัก ๆ ได้แก่ สนามไฟฟ้า สายส่งกำลังไฟฟ้า โทรศัพทที่มีมือถือ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

บทที่ 4 มีเนื้อหาว่าด้วยการคำนวณสนามไฟฟ้าของสายส่งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์แบบ 2 มิติ และขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ เพื่อคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบ ๆ บริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ขณะมนุษย์ใช้อุปกรณ์สื่อสาร

บทที่ 5 มีเนื้อหาว่าด้วยการคำนวณสนามไฟฟ้าของสายส่งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 2 มิติ และขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ เพื่อคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบ ๆ บริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ขณะมนุษย์ใช้อุปกรณ์สื่อสารในทำนองเดียวกับบทที่ 4

บทที่ 6 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้า ผลการจำลองของระบบสายส่งแบบ 2 มิติ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงการอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล ประกอบกับเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าจากการจำลองผลแบบ 2 มิติ กับโปรแกรมสำเร็จรูป

บทที่ 7 กล่าวถึงการจำลองสนามไฟฟ้าของสายส่งโดยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติโดยการกำหนดพารามิเตอร์ และเงื่อนไขขอบเขตตามโครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส และ 3 เฟสแบบ 3 มิติ เพื่อการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่ง ภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล และระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล

บทที่ 8 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะ พร้อมงานวิจัยที่จะดำเนินการต่อ

ภาคผนวกประกอบด้วยเนื้อหา 3 ส่วน ได้แก่ ภาคผนวก ก. การพิสูจน์สมการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่งที่ใช้สำหรับประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต ภาคผนวก ข. กล่าวถึงการรวบรวมผลงานที่ได้รับการเผยแพร่ของงานวิจัยวิทยานิพนธ์ในขณะดำเนินการศึกษา และภาคผนวก ค. เป็นการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต โดยยกตัวอย่างการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต ด้วยการนำหลักการการตัดแปลงระบบสมการรวม ก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม เพื่อให้เห็นภาพการทำงาน of โปรแกรมภายในงานวิจัยนี้

## บทที่ 2

### ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 บทนำ

วัตถุประสงค์หลักของงานวิจัยนี้ คือ การแสวงหาการกระจายของค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงกับมนุษย์ ณ ขณะที่ใช้อุปกรณ์สื่อสารใกล้บริเวณสายส่งดังกล่าว โดยเลือกใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ และระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ มาเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องดำเนินการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้ทราบถึงแนวทางการวิจัย ระเบียบวิธีที่เคยมีการใช้งานมาก่อน ผลการดำเนินงาน ข้อเสนอแนะต่าง ๆ จากคณะนักวิจัยตั้งแต่อดีตเป็นต้นมา โดยใช้ฐานข้อมูลที่เป็นแหล่งสะสมรายงานวิจัยและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี อันได้แก่ ฐานข้อมูลจาก IEEE IEE และ ScienceDirect เป็นต้น ผลการสำรวจสืบค้นงานวิจัยดังกล่าวจะใช้เป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์ และพัฒนาเข้ากับงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้

#### 2.2 ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การนำเสนอปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จากเรื่องการวิเคราะห์การกระจายตัวของค่าสนามไฟฟ้าบริเวณใกล้สายส่งตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน สามารถสรุปโดยย่อเป็นตารางได้ดังตารางที่ 2.1 ซึ่งสามารถจัดลำดับการเรียบเรียงผลงานที่มีผู้ได้ดำเนินการก่อนไปสู่งานที่ใหม่กว่าได้ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
1997	Krajewski	อธิบายถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และสมการอินทิกรัล ที่ใช้สำหรับวิเคราะห์สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงที่เกิดขึ้นบริเวณใกล้สายส่งด้วยระเบียบวิธีสมาชิกค่าขอบ (boundary element method : BEM)

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2000	Farzaneh and Volat	อธิบายถึงการจำลองผลของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบริเวณลูกถ้วยหลัก (post insulator) ในกรณีที่มีน้ำแข็งปกคลุมอยู่บนลูกถ้วยหลักนั้น ส่งผลทำให้เกิดการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่แตกต่างไปจากในสภาวะปกติ ซึ่งผู้ทำการวิจัยได้แบ่งลูกถ้วยหลักออกเป็น 3 ประเภท ตามการเกาะของน้ำแข็งที่ปกคลุมลูกถ้วยหลักในบริเวณต่าง ๆ ในการศึกษาี้ยังได้ทำการพิจารณาผลการเปลี่ยนแปลงของค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้น เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของความหนาของชั้นน้ำแข็งที่มาปกคลุม ชนิดของวัสดุที่ใช้ทำลูกถ้วย และปริมาณของน้ำในอากาศบริเวณรอบ ๆ ลูกถ้วยที่ถูกควบแน่นให้กลายเป็นหยดน้ำ และเกาะอยู่บนผิวของลูกถ้วยฉนวน
2000	Ohchi and Furukawa	ศึกษาค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลกระทบต่อสมองของมนุษย์ โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ ทำนายการแพร่กระจายสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบริเวณศีรษะของมนุษย์ ซึ่งจะคำนึงถึงค่าสภาพยอมที่แตกต่างกันภายในสมอง
2002	Elhirbawy, Nguyen, Jennings, and Keerthipala	คำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่กระจายรอบ ๆ สายส่งไฟฟ้าแรงสูง 3 เฟส โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์ แบบ 2 มิติในการหาผลเฉลย
2004	Desideri, Guarnieri, and Enrico Poli	คำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าที่ปรากฏรอบ ๆ สายส่งที่มีโครงสร้างเสาแบบคอนกรีต 3 เฟส โดยใช้ระเบียบ

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2006	Zhang, Han, and He	วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ กับระเบียบวิธีการจำลองประจุ (charge simulation method : CSM)  ศึกษาการวิเคราะห์เชิงตัวเลขของค่าสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบบริเวณลูกถ้วยที่ทำจากวัสดุผสม รวมถึงการวิเคราะห์บริเวณยอดเสาสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ซึ่งทำการวิเคราะห์ภายใต้ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 330 kV ด้วยระเบียบวิธีสมาชิกค่าขอบ
2006	Zhao and Cui	จำลองผลค่าสนามไฟฟ้าสำหรับระบบสายส่งไฟฟ้าแบบแรงดันสูงกระแสตรง (high voltage direct current : HVDC) ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ
2007	Leandros and Athanasios	ศึกษาอิทธิพลผลกระทบของระบบสายดิน กับกระแสคอโรนาที่มีต่อค่าความเข้มสนามไฟฟ้าของการเกิดคอโรนา และแรงดันเบรกดาวน์ ณ บริเวณช่องว่างเล็ก ๆ (air-gap) โดยทำการทดสอบภายในระบบที่มีขั้วอิเล็กโทรดที่แตกต่างกัน เพื่อเปรียบเทียบผลการทดสอบการหาค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดที่ก่อให้เกิดคอโรนา และการเบรกดาวน์กับการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
2546 (พ.ศ.)	นุชิต ทิพย์เจริญ, พิทักษ์ ปิ่นอนงค์ และ ศิริวัฒน์ โพธิเวชกุล	การวิเคราะห์ผลกระทบจากสนามไฟฟ้าที่เกิดจากสายส่งไฟฟ้ากระแสตรง $\pm 300$ kV และสายส่งไฟฟ้ากระแสสลับวงจรคู่ 500 kV โดยคำนึงความแตกต่างระหว่างผลกระทบจากการเหนี่ยวนำที่เกิดจากมนุษย์สัมผัสกับวัตถุขนาดใหญ่ใกล้สายส่ง

จะเห็นได้ว่าจากการสืบค้นปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ไม่เคยปรากฏงานวิจัยที่เน้นอันตรายที่เกิดจากผลกระทบของสนามไฟฟ้าระหว่างการใช้งานโทรศัพท์มือถือถือใกล้บริเวณที่มีสายส่งไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่าน จากวรรณกรรมและงานวิจัยที่ได้สรุปผ่านมา สามารถช่วยให้ผู้ที่จะดำเนินการศึกษาหรือพัฒนาเกี่ยวกับงานวิจัยนี้ พอมองภาพออกอย่างกว้างได้ว่า มีคณานักวิจัยผู้ใดได้ศึกษาสิ่งใดไปแล้วบ้าง แต่ยังไม่สามารถแยกเป็นหมวดหมู่ตามวิธีการดำเนินงานศึกษาได้อย่างชัดเจน ดังนั้น ในส่วนถัดไปนี้จึงได้ทำการเรียบเรียงและคัดสรรงานวิจัยหลัก ๆ ที่สำคัญ และมีความแตกต่างกันอย่างเด่นชัด จากหลาย ๆ ผลงานที่ได้สรุปไว้ในตารางที่ 2.1 โดยจะได้อีกกล่าวถึงโดยย่อ ดังนี้

Krajewski (1997) ได้อธิบายถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และสมการปริพันธ์ ที่ใช้สำหรับวิเคราะห์สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงที่เกิดขึ้นบริเวณใกล้สายส่งด้วยระเบียบวิธีสมาชิกค่าขอบ (boundary element method: BEM) นอกจากนี้ยังศึกษาผลกระทบของสนามไฟฟ้าจากเสาไฟฟ้าแรงสูงกับวัสดุสิ่งก่อสร้างประเภทต่าง ๆ ที่ใช้สร้างอาคารบ้านเรือน ซึ่งสามารถพิจารณาผลกระทบที่เกิดจากความแตกต่างของวัสดุได้จากค่าสภาพยอมไฟฟ้าสัมพัทธ์ (relative permittivity) และค่าสภาพนำไฟฟ้า (conductivity) โดยวัสดุที่นำมาพิจารณาได้แก่ ไม้ แก้ว และซีเมนต์ เป็นต้น Farzaneh and Volat (2000) อธิบายถึงการจำลองผลของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบริเวณลูกถ้วยหลัก (post insulator) ในกรณีที่มีน้ำแข็งปกคลุมอยู่บนลูกถ้วยหลักนั้น ส่งผลให้เกิดการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่แตกต่างไปจากในสภาวะปกติ ซึ่งผู้ทำการวิจัยได้แบ่งลูกถ้วยหลักออกเป็น 3 ประเภท ตามการเกาะของน้ำแข็งที่ปกคลุมลูกถ้วยหลักในบริเวณต่าง ๆ ในการศึกษาครั้งนี้ยังได้ทำการพิจารณาผลการเปลี่ยนแปลงของค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้น เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของความหนาของชั้นน้ำแข็งที่มาปกคลุม ชนิดของวัสดุที่ใช้ทำลูกถ้วย และปริมาณของน้ำในอากาศบริเวณรอบ ๆ ลูกถ้วยที่ถูกควมแน่นให้กลายเป็นหยดน้ำ และเกาะอยู่บนผิวของลูกถ้วยจนวน นูซิด ทิพย์เจริญ, พิทักษ์ ปิ่นอนงค์ และ ศิริวัฒน์ โภธิเวชกุล (2546) อธิบายถึงการวิเคราะห์ผลกระทบจากสนามไฟฟ้าที่เกิดจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูงกระแสตรง  $\pm 300$  kV และสายส่งไฟฟ้าแรงสูงกระแสสลับวงจรคู่ 500 kV โดยศึกษาถึงความแตกต่างระหว่างผลกระทบจากการเหนี่ยวนำที่เกิดจากมนุษย์สัมผัสกับวัตถุขนาดใหญ่ใกล้สายส่งไฟฟ้าสูงทั้งสองชนิด เพื่อเปรียบเทียบความรุนแรงที่เกิดขึ้นระหว่างสนามไฟฟ้าจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูงทั้งสองชนิด สำหรับการวัดความรุนแรงของผลกระทบที่เกิดขึ้นจะพิจารณาจากพลังงานสะสมที่เกิดจากการเข้าไปสัมผัสกับวัตถุขนาดใหญ่ภายใต้การวิเคราะห์ในเงื่อนไขต่าง ๆ เป็นต้น

## 2.3 สรุป

บทที่ 2 นี้ ได้นำเสนอรายงานผลการสืบค้นวรรณกรรมและงานวิจัยย้อนหลังที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยที่จะดำเนินการ จากฐานข้อมูล IEEE IEE ScienceDirect และอื่น ๆ ซึ่งทำให้ทราบถึงแนวทางการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ระเบียบวิธีที่ผู้วิจัยอื่น ๆ ได้นำมาใช้ ผลการดำเนินงาน ข้อเสนอแนะต่าง ๆ จากคณบดีนักวิจัยตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน จากการสืบค้นปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ไม่เคยปรากฏงานวิจัยที่มุ่งเน้นอันตรายที่เกิดจากผลกระทบของสนามไฟฟ้าระหว่างการใช้งานโทรศัพท์มือถือใกล้บริเวณที่มีสายส่งไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่านมาก่อน สำหรับงานวิจัยจะอาศัย MATLAB<sup>TM</sup> ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าด้วยวิธีระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ เพื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้กับโปรแกรมสำเร็จรูป ด้วยเหตุนี้งานวิจัยชิ้นนี้จึงพัฒนาขึ้นเพื่อแสวงหาแนวทางการจำลองผลของสนามไฟฟ้าต่อการทำงานของโทรศัพท์มือถือใกล้บริเวณที่มีสายส่งไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่านภายใต้วัตถุประสงค์ของการป้องกันอันตรายที่อาจเกิดขึ้นกับมนุษย์ด้วยสาเหตุดังกล่าว

## บทที่ 3

### ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

#### 3.1 บทนำ

การศึกษาและเข้าใจถึงทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย นับว่ามีความสำคัญ และเป็นประโยชน์อย่างมากในการดำเนินงาน ทั้งนี้เพื่อเป็นพื้นฐานความรู้ และความเข้าใจในงาน นำไปเป็นแหล่งอ้างอิงในการดำเนินงานวิจัย ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ ซึ่งประกอบไปด้วย 5 หัวข้อหลัก ได้แก่ สนามไฟฟ้า สายส่งกำลังไฟฟ้า โทรศัพทที่มีต่อระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ โดยจะกล่าวถึงเฉพาะส่วนที่เป็นประโยชน์ หรือถูกกล่าวอ้างถึงการดำเนินงานวิจัย ทั้งนี้เพื่อให้เนื้อหามีความกระชับและชัดเจน

#### 3.2 สนามไฟฟ้า

##### 3.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับศักย์ไฟฟ้า

จากความรู้เรื่องสนามไฟฟ้าที่ผ่านมาได้กล่าวถึง สนามไฟฟ้าของประจุไฟฟ้าในลักษณะของเวกเตอร์ที่สามารถกำหนดค่าได้ด้วยฟังก์ชันเวกเตอร์  $\mathbf{E}$  นอกจากสนามเวกเตอร์ดังกล่าวแล้ว ยังมีปริมาณไฟฟ้าอีกแบบหนึ่งที่เป็นฟังก์ชันสเกลาร์ หรือ สนามสเกลาร์ โดยสนามสเกลาร์นี้เป็นฟังก์ชันของตำแหน่งในปริภูมิเช่นเดียวกับสนามไฟฟ้า  $\mathbf{E}$  แตกต่างกันที่ค่าดังกล่าวนี้เป็นปริมาณสเกลาร์ ซึ่งถูกเรียกว่า ศักย์ไฟฟ้า สามารถแทนสัญลักษณ์ได้ด้วย  $v$  และสามารถวัดออกมาในรูปหน่วยของแรงดัน (volt) โดยความสัมพันธ์ระหว่าง  $v$  และ  $\mathbf{E}$  ในรูปปริพันธ์สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-1)

$$v_x - v_y = -\frac{1}{q} \int_y^x q\mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$
$$= -\int_y^x \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$



$$= -\left(\int_R^x \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} - \int_R^y \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}\right) \quad (3-1)$$

จากสมการที่ (3-1) ทำให้สามารถได้สูตรคำนวณศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดจุดหนึ่งในสนามไฟฟ้า  $\mathbf{E}$  ได้ดังสมการที่ (3-2)

$$v_x = -\int_R^x \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad (3-2)$$

เมื่อ  $R$  คือ จุดอ้างอิง

เป็นที่ทราบไว้แล้วว่าศักย์ไฟฟ้าเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระบบพิกัดฉากจะใช้สัญลักษณ์  $v(x,y,z)$  ซึ่งการศึกษาการเปลี่ยนแปลงฟังก์ชันสเกลาร์  $v$  ในปริภูมิสามมิติสามารถทำได้โดยอาศัยทฤษฎีอนุพันธ์ย่อย

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \quad (3-3)$$

หรือในรูปการกำหนดตัวดำเนินการอนุพันธ์ที่เรียกว่า เดล ( $\nabla$ ) ดังสมการที่ (3-4)

$$dv = \nabla v \cdot d\mathbf{r} \quad (3-4)$$

จากสมการที่ (3-2) สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างเกรเดียนต์ศักย์ไฟฟ้า และสนามไฟฟ้าได้ดังนี้

$$v_{xy} = v_x - v_y = -\int_y^x \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

สามารถเขียนในรูปใหม่ของระบบพิกัดฉากได้เป็น

$$\begin{aligned}
-\int_y^x (\mathbf{E}_x dx + \mathbf{E}_y dy + \mathbf{E}_z dz) &= v(x_x, y_x, z_x) - v(x_y, y_y, z_y) \\
&= \int_y^x dv(x, y, z) \\
&= \int_y^x \left( \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \right) \quad (3-5)
\end{aligned}$$

เมื่อทำการเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์ของพจน์ทางซ้ายเทียบกับขวาของสมการที่ (3-5) จะได้

$$\mathbf{E}_x = -\frac{\partial v}{\partial x}, \mathbf{E}_y = -\frac{\partial v}{\partial y}, \mathbf{E}_z = -\frac{\partial v}{\partial z} \quad (3-6)$$

หรือ

$$\mathbf{E} = -\nabla v \quad (3-7)$$

### 3.2.2 สมการปัวส์ซองและสมการลาปลาซ

จากสมการที่ (3-7) จะเห็นว่าสนามไฟฟ้าสามารถเขียนอยู่ในรูปของเกรเดียนต์ของฟังก์ชันสเกลาร์  $v$  ได้ และจากกฎของเกาส์ในรูปอนุพันธ์ คือ

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3-8)$$

เมื่อ  $\rho$  คือ ความหนาแน่นประจุเชิงปริมาตรการกระจายของประจุไฟฟ้า (volume charge density)

$\epsilon_0$  คือ สภาพยอมของอวกาศว่าง (permittivity of free space)

สมการปัวส์ซอง (poisson's equation) จากไดเวอร์เจนซ์ของ  $\mathbf{E}$  สามารถเขียนในรูปของพจน์  $v$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \nabla \cdot (-\nabla v) \\ &= -\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \\ &= -\nabla^2 v\end{aligned}\tag{3-9}$$

จากสมการที่ (3-9) จะเห็นว่าสมการดังกล่าว คือ สมการที่มีการดำเนินการเคลสองครั้ง เพื่อให้ได้อนุพันธ์อันดับสองซึ่งเรียกว่า ลาปลาเซียน (laplacian :  $\nabla^2$ ) และจากสมการข้างต้นสามารถจัดรูปตามกฎของเกาส์ในรูปอนุพันธ์ใหม่ได้เป็น

$$\nabla^2 v = -\frac{\rho}{\epsilon_0}\tag{3-10}$$

และจะเรียกสมการ (3-10) นี้ว่า สมการปัวส์ซอง

สมการลาปลาซ (laplace's equation) บริเวณใด ๆ ในปริภูมิที่ไม่มีประจุ นั่นคือ  $\rho = 0$  ดังนั้น สมการปัวส์ซองจะกลายเป็น

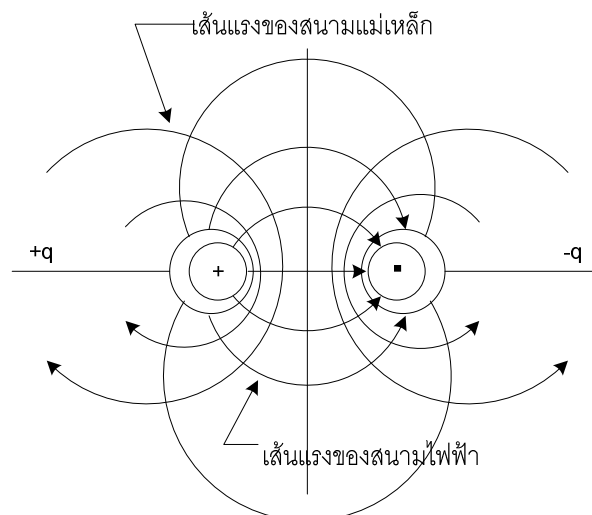
$$\nabla^2 v = 0\tag{3-11}$$

ซึ่งสมการดังกล่าวสามารถเรียกได้ว่า สมการลาปลาซ

ทั้งสองสมการ คือ สมการปัวส์ซองและสมการลาปลาซจะถูกนำไปใช้ในการคำนวณ ศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าในบริเวณสายส่งแรงสูงภายใต้สภาวะขอบเขต (boundary condition) ตามระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์และระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งจะได้กล่าวต่อไปในบทที่ 4 และ 5 ตามลำดับ

### 3.3 สายส่งกำลังไฟฟ้า

ตัวนำในสายส่งไฟฟ้าแรงสูงใด ๆ ก็ตามที่มีความต่างศักย์ไฟฟ้าจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้า  $E$  และเมื่อมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวนำ จะมีสนามแม่เหล็ก  $B$  เกิดขึ้นรอบตัวนำนั้น ณ จุดใด ๆ สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะตั้งฉากกันเสมอ ดังแสดงในรูปที่ 3.1

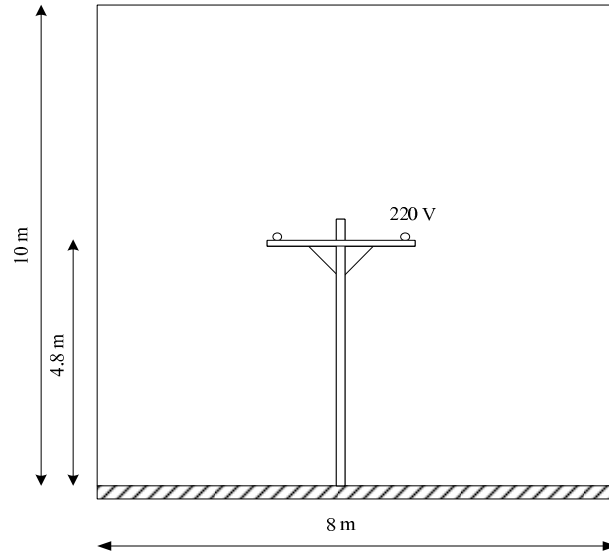


รูปที่ 3.1 สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กบริเวณรอบตัวนำ 2 เส้น  
ที่มีความต่างศักย์ไฟฟ้าและกระแสไหลผ่าน

#### 3.3.1 โครงสร้างระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟส

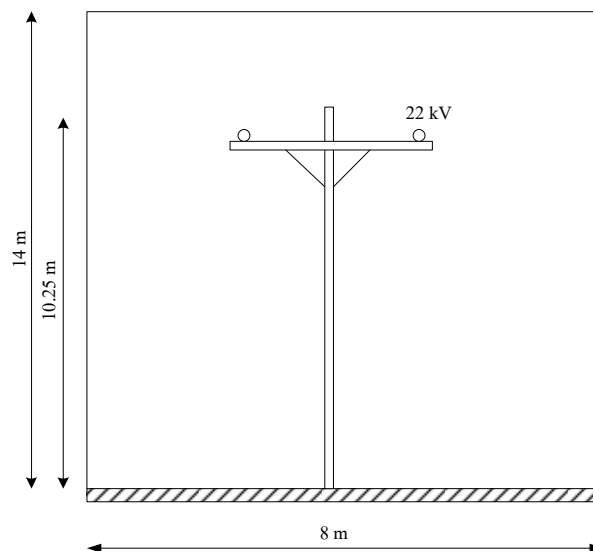
สำหรับในงานวิจัยจะทำการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบตัวนำ ตามระบบ สายส่งไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟส โดยระบบไฟฟ้า 1 เฟสจะคำนึงถึงระบบไฟฟ้าที่มีพิคัดขนาด 220 V, 22 kV และ 69 kV ส่วนระบบไฟฟ้า 3 เฟสจะคำนึงถึงระบบไฟฟ้าที่มีพิคัดตั้งแต่ 69 kV, 115 kV, 230 kV และ 500 kV ซึ่งแต่ละระบบมีรายละเอียดและ โครงสร้าง อันได้แก่ ตำแหน่งตัวนำ ระยะห่าง ระหว่างตัวนำ เป็นต้น ดังนี้

- ระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V



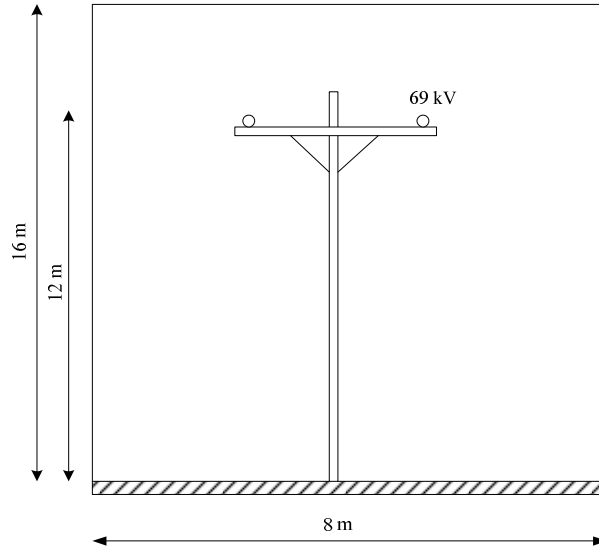
รูปที่ 3.2 โครงสร้างระบบสายส่ง 1 เฟสขนาด 220 V

- ระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV



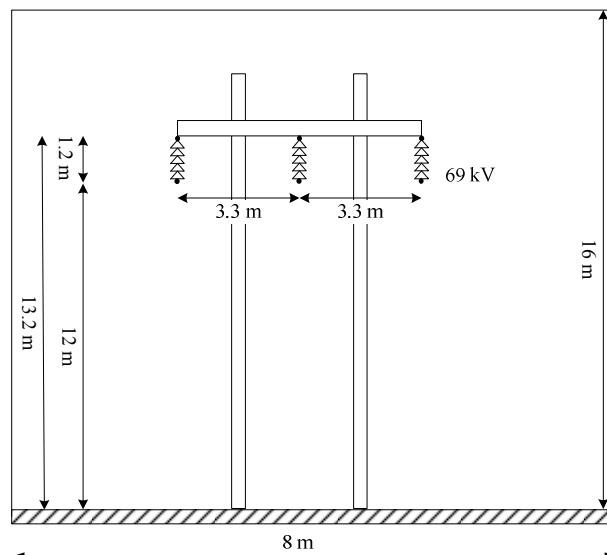
รูปที่ 3.3 โครงสร้างระบบสายส่ง 1 เฟสขนาด 22 kV

- ระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV



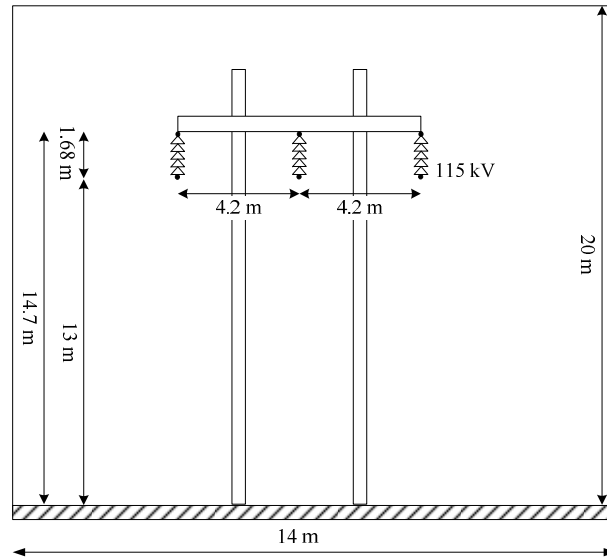
รูปที่ 3.4 โครงสร้างระบบสายส่ง 1 เฟสขนาด 69 kV

- ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV



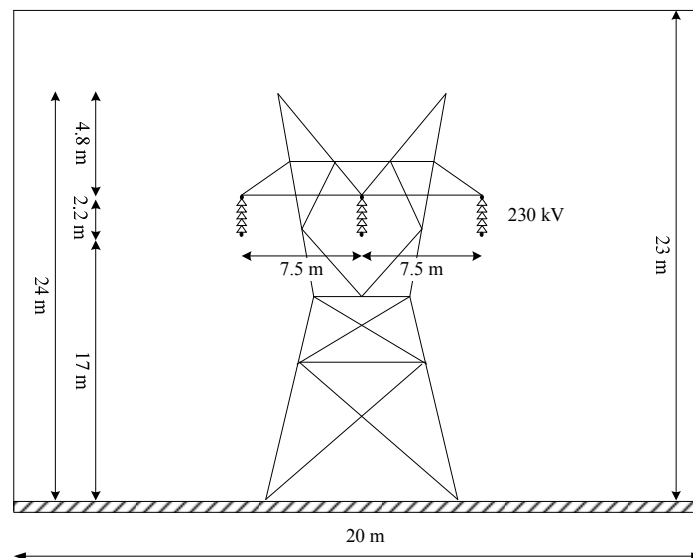
รูปที่ 3.5 โครงสร้างระบบสายส่ง 3 เฟสขนาด 69 kV

- ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV



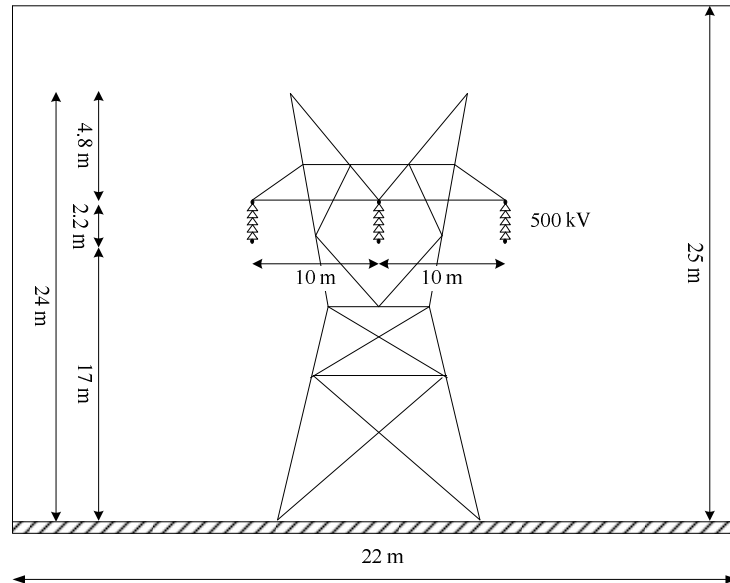
รูปที่ 3.6 โครงสร้างระบบสายส่ง 3 เฟสขนาด 115 kV

- ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV



รูปที่ 3.7 โครงสร้างระบบสายส่ง 3 เฟสขนาด 230 kV

- ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV



รูปที่ 3.8 โครงสร้างระบบสายส่ง 3 เฟสขนาด 500 kV

### 3.3.2 หลักการเหนี่ยวนำสนามไฟฟ้าภายในระบบสายส่ง

ค่าความเข้มสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งต่าง ๆ รอบตัวนำนี้จะขึ้นอยู่กับระยะห่างจากตัวนำ ขนาดแรงดันและกระแสในตัวนำ ฉะนั้นตัวนำของระบบสายส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูง จึงถือได้ว่าเป็นแหล่งกำเนิดของสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กได้ประเภทหนึ่ง เพราะเนื่องจากตัวนำในสายส่งภายในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า ประกอบไปด้วยผลคูณของแรงดัน  $V$  และกระแส  $I$  เมื่อใช้สายส่งจ่ายในการส่งกำลังไฟฟ้า ก็จะมีกระแสไหลในตัวนำ นั้นก็คือจะมีสนามแม่เหล็กโดยรอบตัวนำสายส่งจ่าย ถ้าส่งกำลังไฟฟ้ามาก ๆ หากไม่เพิ่มแรงดัน ก็จะทำให้เกิดกระแสในสายส่งมีค่ามาก เป็นผลให้เกิดกำลังไฟฟ้าสูญเสียเนื่องจากความต้านทาน  $R$  ในสายส่ง คือ  $I^2R$  ฉะนั้นการส่งกำลังไฟฟ้าปริมาณมาก ๆ เป็นระยะทางไกล ๆ จึงต้องส่งจ่ายด้วยระบบแรงดันสูง เมื่อตัวนำสายส่งมีแรงดันสูง ก็จะก่อให้เกิดความเครียดสนามไฟฟ้าโดยรอบตัวนำมีค่าสูงขึ้น ความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุดเกิดขึ้นที่ผิวตัวนำไฟฟ้าที่ยังมีค่าสูงขึ้นด้วย ในสภาวะแวดล้อมที่เลวร้าย เช่น ความชื้นสูง มีฝุ่นละอองมาก เป็นต้น ความเครียดสนามไฟฟ้าที่ผิวตัวนำเปลือยซึ่งในอากาศ อาจจะทำให้เกิดการคายประจุบางส่วนแบบคอโรนา (partial discharge corona) ได้ง่ายขึ้น ซึ่งการที่มนุษย์อยู่ใกล้บริเวณที่มีสายส่งไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่านหรือการใช้อุปกรณ์สื่อสาร เช่น โทรศัพท์มือถือก็อาจทำให้ได้รับอันตรายจากการใช้งานใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูงได้เช่นกัน อันตราย

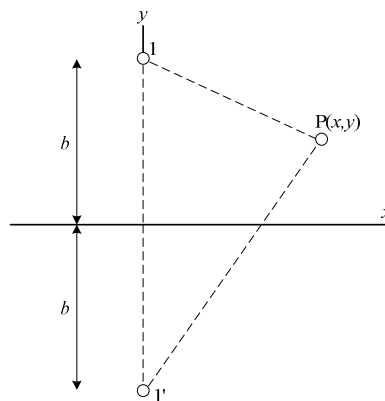


จากการอยู่ใกล้สายส่งแรงสูงสามารถแบ่งได้เป็น 3 กรณี คือ กรณีสนามไฟฟ้าจากระบบไฟฟ้า 1 เฟส กรณีสนามไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล และกรณีสนามไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล ซึ่งค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลกระทบต่อมนุษย์สามารถเกิดขึ้นได้จากค่าสนามไฟฟ้าที่มีค่าสูงขึ้นเนื่องจากความต่างศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างพื้นดินกับสายส่ง ตำแหน่งของมนุษย์ที่อยู่ใกล้สายส่ง เมื่อเทียบกับพื้นดินซึ่งสามารถทำให้เกิดความไม่สมดุลของสายส่งได้ และความไม่สมดุลของแรงดันภายในสายส่งแต่ละเส้นก็สามารถก่อให้เกิดอันตรายจากสายส่งแรงสูงที่มีผลต่อมนุษย์ได้ในที่สุด

จากการศึกษาค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นรอบ ๆ สายส่งไฟฟ้าแรงสูงทั้งกรณีระบบไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟส จะเห็นว่าค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นมีปริมาณสูงมากพอที่จะทำให้เกิดอันตรายต่อวัตถุที่เคลื่อนเข้าใกล้สายส่งได้ โดยเฉพาะมนุษย์ ดังนั้น การหาพื้นที่ปลอดภัยหรือระยะห่างน้อยสุดระหว่างสายส่งแรงสูงกับมนุษย์ จึงเป็นสิ่งสำคัญ โดยในที่นี้จะทำการศึกษาค่าความเข้มสนามไฟฟ้าทั้งหมด 3 กรณี ได้แก่

- ความเข้มสนามไฟฟ้าเมื่อพิจารณา 1 เฟส
  - ความเข้มสนามไฟฟ้าเมื่อพิจารณา 3 เฟสไม่สมดุล
  - ความเข้มสนามไฟฟ้าเมื่อพิจารณา 3 เฟสสมดุล
- ความเข้มสนามไฟฟ้าเมื่อพิจารณา 1 เฟส จากสายส่งที่ส่งผลกระทบต่อร่างกายมนุษย์

จากรูปที่ 3.9 สามารถแทนตำแหน่งตัวนำสายส่งได้ด้วย 1 และ 1' จากสมการแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equation) สามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้า (electric potential:  $\varphi$ ) ที่จุด  $P(x,y)$  ณ ตำแหน่งใด ๆ (Gao, and Yu, 1998) ได้ดังสมการที่ (3-12)



รูปที่ 3.9 ความเข้มสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 1 เฟส

$$\varphi(x, y) = \frac{U_1}{n_{11}} n_{1p} \text{ (V)} \quad (3-12)$$

และสามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่จุด  $P(x,y)$  ณ ตำแหน่งใด ๆ ดังสมการที่ (3-13)

$$\mathbf{E} = \frac{2bU_1}{n_{11}\sqrt{x^4 + y^4 + b^4 + 2b^2x^2 + 2x^2y^2 - 2b^2y^2}} \text{ (V/m)} \quad (3-13)$$

โดยที่  $U_1$  คือ ค่าแรงดันของสายส่ง (V)

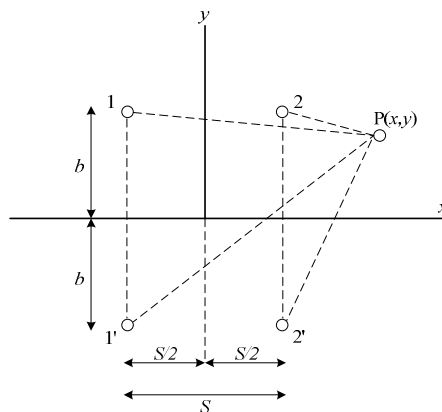
$n_{11} = \ln \frac{2b}{r}$  เป็นค่า self potential-coefficient ของสายส่ง

$r$  คือ รัศมีของสายส่ง

$n_{1p} = \ln \sqrt{\frac{x^2 + (b+y)^2}{x^2 + (b-y)^2}}$  เป็นค่า mutual potential-coefficient

- ความเข้มสนามไฟฟ้าของไฟ 3 เฟสไม่สมดุล จากสายส่งที่ส่งผลกระทบต่อร่างกายมนุษย์

เนื่องจากเฟสหนึ่งของสายส่ง 3 เฟสไม่สมดุล จะเปรียบเสมือนเป็นสายกราวด์ ดังนั้น จะเหลือสายส่งเพียง 2 เฟสเท่านั้นที่จะส่งผลกระทบต่อร่างกายมนุษย์ ดังรูปที่ 3.10 จากสมการแมกซ์เวลล์สามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุด  $P(x,y)$  ณ ตำแหน่งใด ๆ (Gao, and Yu, 1998) ดังสมการที่ (3-14)



รูปที่ 3.10 ความเข้มสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล

$$\varphi(x, y) = \frac{\sqrt{3}(n_{1p} + n_{2p})U_1}{2(n_{11} + n_{12})} + j \frac{(n_{1p} - n_{2p})U_1}{2(n_{11} - n_{12})} \quad (3-14)$$

จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = & \frac{\sqrt{3}U_1}{4(n_{11} + n_{12})} \left\{ \begin{aligned} & \frac{S+2x}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b+y)^2} - \frac{S+2x}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b-y)^2} \\ & - \frac{S-2x}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b+y)^2} + \frac{S-2x}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b-y)^2} \end{aligned} \right\} \\ & + j \frac{U_1}{4(n_{11} - n_{12})} \left\{ \begin{aligned} & \frac{S+2x}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b+y)^2} - \frac{S+2x}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b-y)^2} \\ & + \frac{S-2x}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b+y)^2} - \frac{S-2x}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b-y)^2} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (3-15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = & \frac{\sqrt{3}U_1}{2(n_{11} + n_{12})} \left\{ \begin{aligned} & \frac{b+y}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b+y)^2} - \frac{b-y}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b-y)^2} \\ & - \frac{b+y}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b+y)^2} + \frac{b-y}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b-y)^2} \end{aligned} \right\} \\ & + j \frac{U_1}{2(n_{11} - n_{12})} \left\{ \begin{aligned} & \frac{b+y}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b+y)^2} - \frac{b-y}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b-y)^2} \\ & - \frac{b+y}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b+y)^2} - \frac{b-y}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b-y)^2} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (3-16)$$

โดยที่

$$n_{1p} = \ln \sqrt{\frac{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b+y)^2}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b-y)^2}} \text{ เป็นค่า mutual potential-coefficient ระหว่างจุด } P(x,y) \text{ กับสายส่งเส้นที่ 1}$$

$$n_{2p} = \ln \sqrt{\frac{\frac{S}{2} - x)^2 + (b+y)^2}{(\frac{S}{2} - x)^2 + (b-y)^2}}$$

เป็นค่า mutual potential-coefficient ระหว่างจุด P(x,y) กับสายส่งเส้นที่ 2

$$n_{11} = \ln \frac{2b}{r}$$

เป็นค่า self potential-coefficient ของสายส่ง

$$n_{12} = \ln \sqrt{1 + \frac{4b^2}{S^2}}$$

เป็นค่า mutual potential-coefficient ระหว่างสายส่งเส้นที่ 1 กับสายส่งเส้นที่ 2

ซึ่งจากการหาค่า  $\frac{\partial \phi}{\partial x}$  และ  $\frac{\partial \phi}{\partial y}$  สามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่จุด P(x,y) ณ ตำแหน่งใด ๆ ได้ดังสมการที่ (3-17)

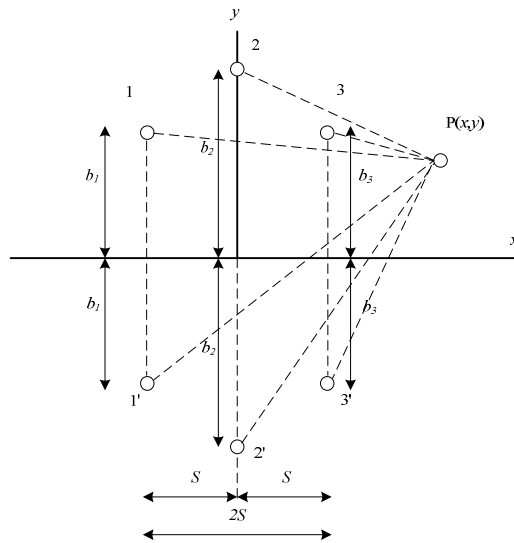
$$\mathbf{E} = \sqrt{\left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|^2} \quad (3-17)$$

- ความเข้มสนามไฟฟ้าของไฟ 3 เฟสสมดุล จากสายส่งที่ส่งผลกระทบ

ต่อร่างกายมนุษย์

จากการศึกษาค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลกระทบต่อมนุษย์ทั้ง 2 กรณีที่ผ่านมา จะเห็นว่าเนื่องจากความไม่สมดุลของแรงดันภายในสายส่งแต่ละเส้นเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดอันตรายต่อมนุษย์ ดังนั้น ในการศึกษาผลกระทบของสนามไฟฟ้าระหว่างสายส่งแรงสูงกับมนุษย์อาจจะเลยการศึกษาค่าสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลได้ อย่างไรก็ตาม ผลกระทบจากสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลอาจจะส่งผลกระทบต่อมนุษย์ได้เพราะค่าสนามไฟฟ้าจะมีค่าสูงได้เนื่องจากความแตกต่างของค่าศักย์ไฟฟ้าระหว่างพื้นดินกับสายส่ง 3 เฟสที่มีความแตกต่างกันมาก และตำแหน่งของมนุษย์ที่อยู่ใกล้สายส่ง เมื่อเทียบกับพื้นดินจึงทำให้เกิดความไม่สมดุลของสายส่งได้ ซึ่งถ้าร่างกายมนุษย์อยู่ในตำแหน่งนั้นเป็นเวลานานอาจจะทำให้เกิดอันตรายจากสายส่งได้เช่นกัน

ในระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.11 ซึ่งเป็นการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าได้ในทำนองเดียวกับกรณีความเข้มสนามไฟฟ้าของไฟ 3 เฟสไม่สมดุล



รูปที่ 3.11 ความเข้มสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล

จากสมการแมกซ์เวลล์สามารถหาค่า  $\frac{\partial \phi}{\partial x}$  และ  $\frac{\partial \phi}{\partial y}$  ได้ดังสมการที่ (3-18) และ (3-19) ดังนี้

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{U_1}{\sqrt{3}(n_{11} - n_{12})} \left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{S+x}{(S+x)^2 + (b_1+y)^2} - \frac{S+x}{(S+x)^2 + (b_1-y)^2} \right] \\ + (0.5 + j0.866) \left[ \frac{x}{x^2 + (b_2-y)^2} - \frac{x}{x^2 + (b_2+y)^2} \right] \\ + (0.5 - j0.866) \left[ \frac{x-S}{(x-S)^2 + (b_3-y)^2} - \frac{x-S}{(x-S)^2 + (b_3+y)^2} \right] \end{array} \right\} \quad (3-18)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{U_1}{\sqrt{3}(n_{11} - n_{12})} \left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{b_1+y}{(S+x)^2 + (b_1+y)^2} - \frac{b_1-y}{(S+x)^2 + (b_1-y)^2} \right] \\ + (0.5 + j0.866) \left[ \frac{b_2-y}{x^2 + (b_2-y)^2} - \frac{b_2+y}{x^2 + (b_2+y)^2} \right] \\ + (0.5 - j0.866) \left[ \frac{b_3-y}{(x-S)^2 + (b_3-y)^2} - \frac{b_3+y}{(x-S)^2 + (b_3+y)^2} \right] \end{array} \right\} \quad (3-19)$$

ซึ่งจากการหาค่า  $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$  และ  $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$  สามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่จุด  $P(x,y)$  ณ ตำแหน่งใด ๆ ได้ดังสมการที่ (3-20)

$$\mathbf{E} = \sqrt{\left| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|^2} \quad (3-20)$$

### 3.4 โทศัพท์มือถือ

จากการศึกษาผลกระทบของสนามไฟฟ้าที่มีต่อมนุษย์เมื่ออยู่ใกล้บริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงที่อาจทำให้ได้รับอันตรายจากการเหนี่ยวนำระหว่างมนุษย์กับสายส่งนั้น ยังสามารถพิจารณาอีกสาเหตุหนึ่งที่จะส่งผลให้เกิดอันตรายระหว่างมนุษย์กับสายส่งไฟฟ้าแรงสูงได้อีก นั่นคือ การใช้งานอุปกรณ์สื่อสารใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง เพราะเนื่องจากหลักการทำงานของโทศัพท์มือถือ คือ การเปลี่ยนแปลงอากาศบริเวณรอบ ๆ โทศัพท์มือถือจากที่มีสภาพเป็นฉนวนให้มีสภาพกลายเป็นตัวนำ เพื่อให้สามารถรับข้อมูลการติดต่อสื่อสารจากดาวเทียมหรือสถานีส่งสัญญาณได้ โดยอาศัยหลักการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้า ถ้าการใช้งานโทศัพท์มือถือเกิดขึ้นบริเวณใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูงอาจทำให้เกิดการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้ากันเองระหว่างโทศัพท์มือถือกับสายไฟฟ้าแรงสูง ถ้าการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้าระหว่างโทศัพท์มือถือกับสายไฟฟ้าแรงสูงมีค่าสูงเกินกว่าค่าความเครียดสนามไฟฟ้าวิกฤตของอากาศโดยรอบ จะก่อให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่สามารถไหลผ่านอากาศเข้ามาผ่านโทศัพท์มือถือ และส่งผลให้เกิดอันตรายถึงชีวิตแก่ผู้ใช้งานได้ ในที่สุด ด้วยเหตุนี้ จะทำการศึกษาค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบนโทศัพท์มือถือ และศึกษาผลกระทบที่เกิดขึ้นจากการใช้งาน โทศัพท์มือถือใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง โดยพิจารณาจากการเปลี่ยนแปลงค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในระบบ

สำหรับการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าระหว่างระบบไฟฟ้าแรงสูงกับโทศัพท์มือถือ จะกำหนดให้โทศัพท์มือถือเปรียบเสมือนเป็นแหล่งกำเนิดค่าสนามไฟฟ้าเพียงจุดเดียว (monopole) ซึ่งสามารถทราบค่าสนามไฟฟ้าได้จากตารางที่ 3.1 (Selim, Apaydm, and Celik, 2003)

ตารางที่ 3.1 ค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดในแต่ละด้านของโทรศัพท์มือถือในระหว่างการรับสาย

(Incoming call phase) โทรออก (Outgoing call phase) และสนทนา (Talking phase)

Phone			
PANASONIC GD90			
	Outgoing call	Incoming call	Talking phase
Front side	30.5 V/m	26.1 V/m	23.5 V/m
Back side	30.5 V/m	25.2 V/m	23.1 V/m
Left side	34.5 V/m	30.5 V/m	22.3 V/m
Right side	32.5 V/m	26.2 V/m	20.5 V/m
ERICSSON GH688			
	Outgoing call	Incoming call	Talking phase
Front side	68.0 V/m	47.5 V/m	38.3 V/m
Back side	68.2 V/m	46.3 V/m	34.5 V/m
Left side	69.2 V/m	48.5 V/m	36.4 V/m
Right side	58.1 V/m	40.2 V/m	28.3 V/m
ALCATEL			
	Outgoing call	Incoming call	Talking phase
Front side	40.5 V/m	33.2 V/m	22.5 V/m
Back side	33.5 V/m	31.2 V/m	21.5 V/m
Left side	27.5 V/m	23.5 V/m	17.5 V/m
Right side	25.6 V/m	21.5 V/m	15.6 V/m
NOKIA 3210			
	Outgoing call	Incoming call	Taking phase
Front side	45.5 V/m	37.2 V/m	26.3 V/m
Back side	48.5 V/m	47.2 V/m	35.1 V/m
Left side	33.5 V/m	27.2 V/m	18.6 V/m
Right side	48.2 V/m	47.6 V/m	30.2 V/m

จากการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าดังกล่าว สามารถนำค่าสนามไฟฟ้าจากโทรศัพท์มือถือ nokia 3210 ที่เกิดขึ้นในบริเวณ Front side, Back side, Left side และ Right side มาใช้ในการกำหนดสภาวะขอบเขต (boundary condition) ตามระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ได้ ซึ่งจะได้กล่าวต่อไปในบทที่ 4 และ 5 ตามลำดับ

### 3.5 ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

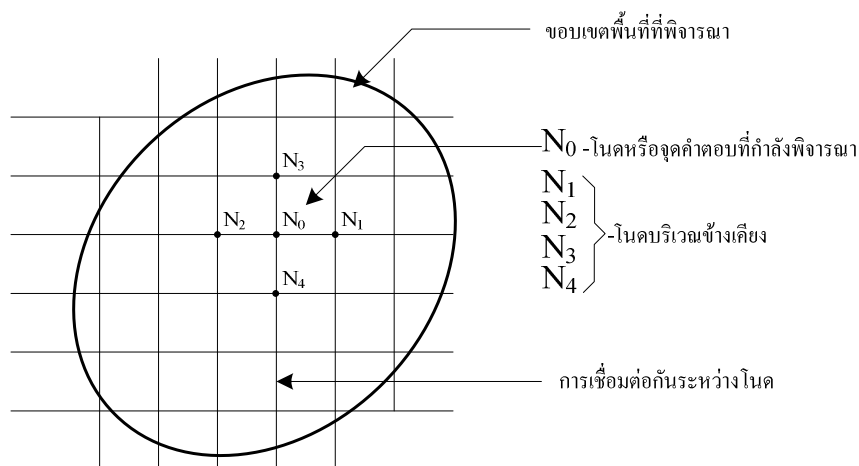
เนื่องจากปัญหาทางวิศวกรรมศาสตร์โดยส่วนมากแล้ว จะมีแบบจำลองคณิตศาสตร์อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์หรือสมการอินทิกรัล สำหรับในกรณีที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation: PDE) โดยส่วนมากมักจะต้องหาผลเฉลยด้วยวิธีประมาณ เพราะเนื่องจากความซับซ้อนของสมการเชิงอนุพันธ์นั่นเอง วิธีการหาผลเฉลยด้วยวิธีประมาณในปัจจุบันมีหลายวิธีซึ่งมีอยู่วิธีหนึ่งที่ได้รับคามนิยมน้อยกว่าจากอดีตจนถึงปัจจุบัน คือ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (finite different method: FDM) โดยวิธีนี้จะแบ่งวัตถุของระบบปัญหาที่สนใจออกเป็นช่องตารางสี่เหลี่ยม ซึ่งตารางสี่เหลี่ยมเหล่านี้จะมีโนด (nodes) ที่เชื่อมต่อกันแบบจุดต่อจุดตามมุมของสี่เหลี่ยมต่าง ๆ และจะมีตัวแปรไม่ทราบค่าขึ้นอยู่กับจำนวน โนดตามขนาดของปัญหานั้น ในการแบ่งตารางสี่เหลี่ยมหรือออกแบบกริดให้กับระบบจะไม่มีหลักการตายตัวสำหรับการออกแบบขึ้นอยู่กับความต้องการของผู้คำนวณว่าต้องการอยากทราบจุดคำตอบที่มีความละเอียดมากน้อยเพียงใด ถ้าหากต้องการทราบจุดคำตอบที่มีความละเอียดสูง ก็ต้องใช้ขนาดตารางสี่เหลี่ยมที่มีขนาดเล็กลงนั่นคือ การเพิ่มจำนวนตารางสี่เหลี่ยมให้มากขึ้น และจะส่งผลให้สามารถจำลองรูปร่างลักษณะดั้งเดิมของระบบดังกล่าวได้ใกล้เคียงมากยิ่งขึ้น แต่ในขณะเดียวกันจำนวนโนดที่พิจารณาจะเพิ่มมากขึ้นจนทำให้จำนวนสมการของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์มีจำนวนมากขึ้นด้วย และจะทำให้กระบวนการแก้สมการจะต้องอาศัยระยะเวลาในการหาผลเฉลยที่มากขึ้น แต่อย่างไรก็ตามระเบียบวิธีดังกล่าวก็เป็นระเบียบวิธีที่ง่ายต่อการศึกษาและทำความเข้าใจ รวมถึงมีความสะดวกในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการหาผลเฉลยของปัญหานั้น ๆ สำหรับขั้นตอนโดยทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จะประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอน ซึ่งสามารถอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ได้ดังต่อไปนี้

#### 1) การออกแบบกริดให้กับระบบ

การแบ่งขอบเขตรูปร่างปัญหาของระบบที่ต้องการหาผลเฉลยออกเป็นตารางสี่เหลี่ยมย่อย ๆ โดยสี่เหลี่ยมแต่ละช่องจะมีการเชื่อมต่อกันโดยอาศัยโนดต่าง ๆ เป็นตัวเชื่อม ดังสามารถแสดงในรูปที่ 3.12



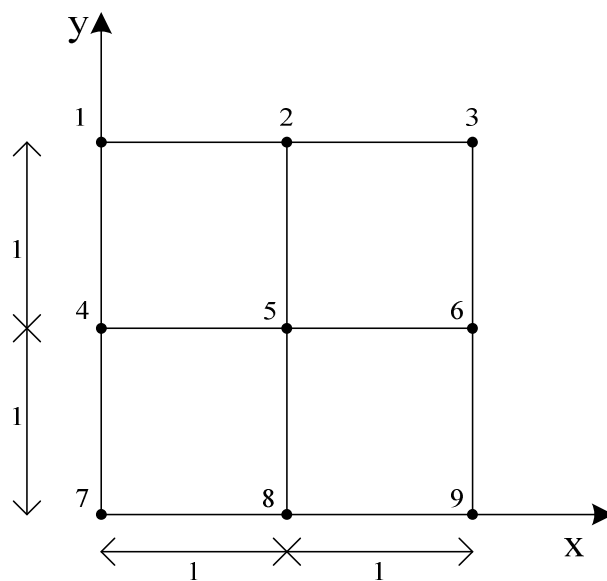
จากขั้นตอนที่ 1) เมื่อออกแบบกริดให้กับระบบเรียบร้อยแล้ว สิ่งที่สำคัญและจำเป็นในการโปรแกรมด้วยคอมพิวเตอร์ คือ ความสัมพันธ์ระหว่างหมายเลขโนดที่พิจารณากับหมายเลขโนดบริเวณข้างเคียงตามรูปที่ 3.12 รวมถึงค่าตำแหน่งพิกัดของแต่ละโนดภายในระบบ ซึ่งสามารถยกตัวอย่างตามรูปที่ 3.13 โดยสามารถสรุปได้เป็นตารางที่ 3.2 และตารางที่ 3.3 ตามลำดับ



รูปที่ 3.12 การตีกริดรูปสี่เหลี่ยมของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ 2 มิติ

ตารางที่ 3.2 ลักษณะข้อมูลของโนด

หมายเลขโนด ( $N_0$ )	หมายเลขโนดรอบข้าง			
	( $N_1$ )	( $N_2$ )	( $N_3$ )	( $N_4$ )
1	2	-	-	4
2	3	1	-	5
3	-	2	-	6
4	5	-	1	7
5	6	4	2	8
6	-	5	3	9
7	8	-	4	-
8	9	7	5	-
9	-	8	6	-



รูปที่ 3.13 รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วยกริดสี่เหลี่ยมจำนวน 9 โหนด

ตารางที่ 3.3 ลักษณะพิกัดในแต่ละ โหนด

หมายเลข โหนด	พิกัดแกน $x$	พิกัดแกน $y$
1	0	2
2	1	2
3	2	2
4	0	1
5	1	1
6	2	1
7	0	0
8	1	0
9	2	0

2) ฟังก์ชันการประมาณภายในแต่ละโนด

เนื่องจากกริดที่ใช้ในการคำนวณเป็นรูปสี่เหลี่ยม ดังนั้นในการพิจารณา 1 ครั้งจึงประกอบไปด้วยโนดทั้งหมด 5 โหนด คือ โหนดที่พิจารณา 1 โหนดกับโนดบริเวณข้างเคียงอีก 4 โหนด ซึ่งในการประมาณค่าปัญหา 2 มิติจะต้องอาศัยการประมาณแบบ 1 มิติเป็นพื้นฐาน ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

การหาอนุพันธ์อันดับ 1 ของฟังก์ชัน  $f$  ใด ๆ สามารถหาได้ดังสมการที่ (3-21)

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (3-21)$$

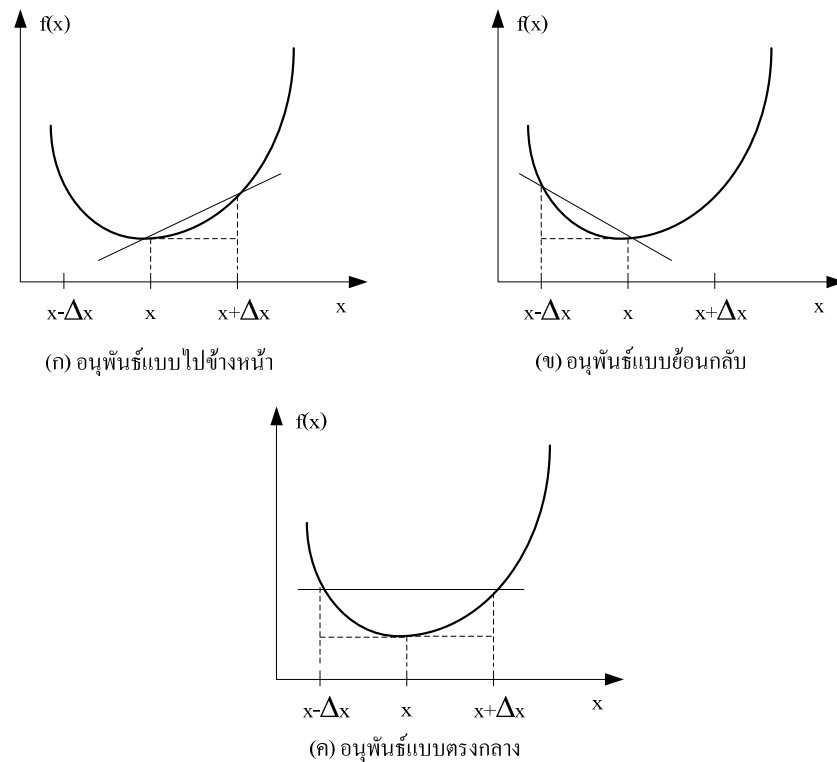
จากสมการที่ (3-21) ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์สามารถประมาณสมการใหม่ได้เป็น

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (3-22)$$

การที่สามารถประมาณค่าจากสมการที่ (3-21) ไปเป็นสมการที่ (3-22) ได้ เป็นเพราะอาศัยทฤษฎีอนุกรมเทเลอร์ (Taylor series) นั่นคือ การละเลยตั้งแต่เทอมที่ 3 ของอนุกรมเทเลอร์เป็นต้นไป ซึ่งจากการดำเนินการและอาศัยสมการที่ (3-22) ดังกล่าว ทำให้สามารถสร้างฟังก์ชันในการประมาณค่าได้ 3 รูปแบบ คือ อนุพันธ์แบบไปข้างหน้า (forward scheme) อนุพันธ์แบบย้อนหลัง (backward scheme) และอนุพันธ์แบบตรงกลาง (central scheme) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-23), (3-24) และ (3-25) ตามลำดับ

อนุพันธ์แบบไปข้างหน้า:

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (3-23)$$



รูปที่ 3.14 การประมาณค่าอนุพันธ์แบบต่าง ๆ

อนุพันธ์แบบย้อนหลัง:

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} \quad (3-24)$$

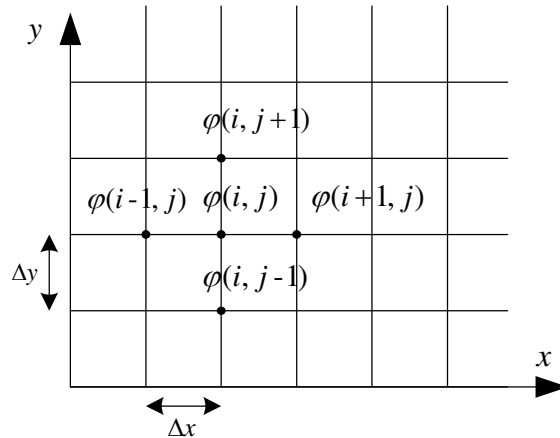
อนุพันธ์แบบตรงกลาง:

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (3-25)$$

จากความรู้เรื่องการประมาณแบบ 1 มิติ เมื่อทำการพิจารณาปัญหา 2 มิติจะได้ค่า ณ ตำแหน่งโนดใด ๆ ซึ่งเกิดจากผลรวมเชิงเส้นของค่า ณ ตำแหน่งโนดรอบข้างนั้น ๆ โดยสำหรับปัญหาระบบ 2 มิติ ที่มีระนาบ  $xy$  ตามรูปที่ 3.15 จะถูกกำหนดให้ระบบมีแหล่งจ่ายอิสระ และมีค่า

ขอบเขต (boundary condition) อยู่ในรูปศักย์ไฟฟ้าที่สามารถจัดให้อยู่ในรูปอนุพันธ์ ซึ่งปัญหาดังกล่าวสามารถแสดงได้ในรูปสมการลาปลาซ

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (3-26)$$



รูปที่ 3.15 โครงสร้างโนดย่อยสำหรับปัญหา 2 มิติ

โดยที่  $\varphi$  คือ ค่าศักย์ไฟฟ้าที่ไม่ทราบค่าภายในระบบที่พิจารณา

สำหรับปัญหาระบบ 2 มิติในระบบพิกัดฉาก สามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้าได้ตามสมการที่ (3-27)

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \quad (3-27)$$

จากสูตรอนุพันธ์แบบตรงกลาง กับอนุพันธ์อันดับ 2 จะได้

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\varphi(i+1, j) - 2\varphi(i, j) + \varphi(i-1, j)}{(\Delta x)^2} \quad (3-28)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\varphi(i, j+1) - 2\varphi(i, j) + \varphi(i, j-1)}{(\Delta y)^2} \quad (3-29)$$

แทนค่าสมการที่ (3-28) กับ (3-29) ในสมการลาปลาซที่ (3-27) จะได้สูตรการคำนวณตามสมการที่ (3-30)

$$\varphi(i, j) = \frac{1}{4}[\varphi(i+1, j) + \varphi(i-1, j) + \varphi(i, j+1) + \varphi(i, j-1)] \quad (3-30)$$

### 3) สร้างสมการรวมของระบบ

นำสมการของแต่ละโหนดที่ได้ภายในระบบมาประกอบรวมกัน (assembly) เป็นสมการรวมของระบบ จากขั้นตอนที่ 1 ถ้าทำการแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นโนดย่อย ๆ ทั้งหมด  $n$  โหนด จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบไปด้วยสมการย่อยทั้งหมด  $n$  สมการ

### 4) เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขค่าขอบเขต

ประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขค่าขอบเขตที่เกี่ยวข้อง ให้สอดคล้องและเหมาะสมกับปัญหา ใส่ลงในสมการรวมของระบบเพื่อหาค่าผลเฉลย โดยการแก้สมการรวมของระบบเพื่อหาตัวแปรไม่ทราบค่าที่โหนดต่าง ๆ

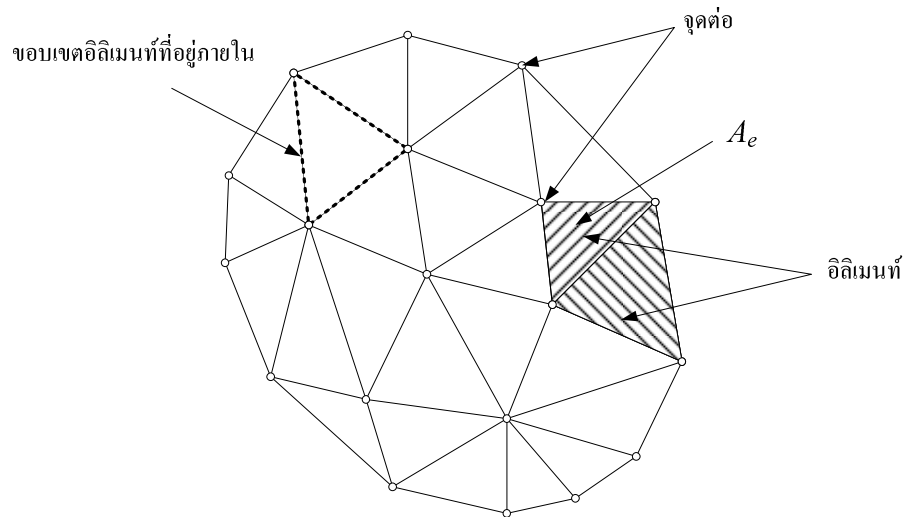
### 5) คำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ภายในระบบ

จากขั้นตอนทั้ง 5 ขั้นตอนจะเห็นว่า ถึงแม้วิธีดังกล่าวจะทำความเข้าใจง่าย แต่ถ้าระบบที่พิจารณามีรูปร่างโค้งมน หรือ โครงสร้างที่ซับซ้อน เช่น ชิ้นส่วนของเครื่องจักรกลไฟฟ้า เป็นต้น จึงทำให้ระเบียบวิธีดังกล่าวไม่ค่อยได้รับความนิยมในภายหลัง แต่เนื่องจากงานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยที่มุ่งเน้นการวิเคราะห์สนามไฟฟ้ารอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง บริเวณโดยรอบเป็นพื้นที่โล่ง ไม่มีสิ่งกีดขวาง ทำให้ระบบดังกล่าวเป็นระบบเปิดกว้าง และไม่มี ความซับซ้อน จึงสามารถออกแบบกริดของระบบที่พิจารณาได้อย่างอิสระ ซึ่งจะไม่ก่อให้เกิดปัญหาจากการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

## 3.6 ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

หลักการของระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ในขั้นต้นจะคล้ายกับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ คือ เริ่มจากการแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นพื้นที่หลาย ๆ ส่วนที่เรียกว่า “อิลิเมนต์” โดยที่การกระจัด และแรงภายในของแต่ละอิลิเมนต์ ณ จุดที่อิลิเมนต์ต่อโงกันจะต้องเข้ากันได้และสมดุล ซึ่งอิลิเมนต์ต่าง ๆ นี้ จะขึ้นอยู่กับความละเอียดของแต่ละงานว่าต้องการรูปร่างลักษณะใกล้เคียงกับของจริงดั้งเดิมมากเท่าใด ซึ่งอาจอยู่ในรูปลักษณะของสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าก็ได้ ดังนั้นค่าผลเฉลยโดยประมาณที่มีจำนวนที่นับได้ที่จะคำนวณออกมา จึงมีความแม่นยำ

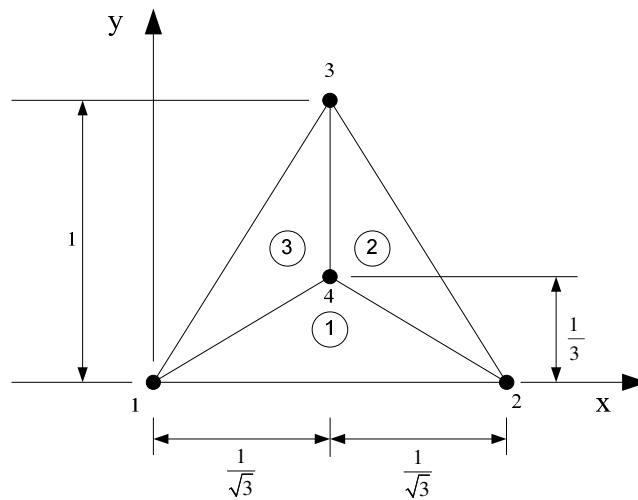
มากขึ้น ซึ่งความแม่นยำขึ้นอยู่กับขนาด และจำนวนของอิเลเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้น ซึ่งขั้นตอนโดยทั่วไปของวิธีไฟไนต์อิเลเมนต์ประกอบไปด้วยขั้นตอนใหญ่ ๆ ทั้งหมด 6 ขั้นตอน (ปราโมทย์ เฑาะอำไพ, 2542) โดยมีรายละเอียดดังนี้ คือ



รูปที่ 3.16 การแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิเลเมนต์

1) การออกแบบอิเลเมนต์ย่อยให้กับระบบ (discretization) แบ่งขอบเขตรูปร่างของระบบปัญหาที่ต้องการหาผลลัพธ์ออกเป็นอิเลเมนต์ย่อย ๆ โดยแต่ละอิเลเมนต์จะมีพื้นที่  $A_e$  ดังแสดงในรูปที่ 3.16 ซึ่งเป็นรูปแสดงการแบ่งอิเลเมนต์ของรูปร่างปัญหาแบบ 2 มิติ (ระนาบ  $xy$ ) โดยใช้อิเลเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ ซึ่งประกอบไปด้วย โหนด (nodes) อิเลเมนต์ (elements) และขอบเขตของอิเลเมนต์ที่อยู่ภายใน (interelement boundaries) และเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างโปรแกรมการคำนวณสำหรับการป้อนข้อมูลของทุก ๆ อิเลเมนต์ จึงขอยกตัวอย่างรูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วยอิเลเมนต์รูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 3 อิเลเมนต์ 4 โหนด ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.17

ข้อมูลเบื้องต้นสำหรับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ต้องการ คือ หมายเลขของอิเลเมนต์ และหมายเลขของโหนด พร้อมทั้งค่าพิคคของแต่ละ โหนด ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.18 พร้อมทั้งสรุปเป็นตารางได้ดังตารางที่ 3.4 และ 3.5 ตามลำดับ



รูปที่ 3.17 รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 3 อลิเมนต์ 4 โหนด

ตารางที่ 3.4 ลักษณะข้อมูลของอิลิเมนต์

หมายเลข อิลิเมนต์	หมายเลขโหนด		
	โหนด $i$	โหนด $j$	โหนด $k$
1	1	2	4
2	4	2	3
3	1	4	3

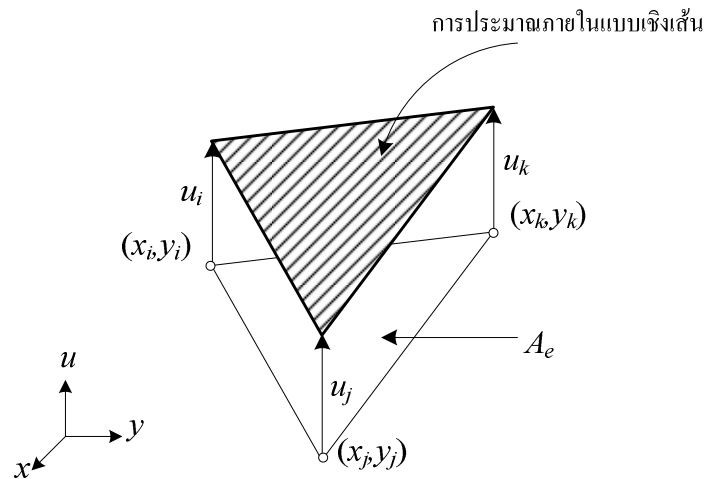
หมายเหตุ : โหนด  $i$ ,  $j$  และ  $k$  คือหมายเลขของโหนดที่  $i$ ,  $j$  และ  $k$  ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

ตารางที่ 3.5 ลักษณะข้อมูลของตำแหน่งโหนด

หมายเลขโหนด	พิกัดแกน $x$	พิกัดแกน $y$
1	0	0
2	$2/\sqrt{3}$	0
3	$1/\sqrt{3}$	1
4	$1/\sqrt{3}$	$1/3$



2) ฟังก์ชันการประมาณภายในแต่ละอิลิเมนต์ เลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ (element interpolation function) อย่างในกรณีอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมจะประกอบด้วย 3 โหนดที่มีตัวห้อย  $i, j$  และ  $k$  ซึ่งวนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาตามลำดับ ดังรูปที่ 3.18 (Bickford, 1994) ซึ่งเป็นการประมาณค่าภายในอิลิเมนต์แบบเชิงเส้น (linear representation)



รูปที่ 3.18 การประมาณภายในแบบเชิงเส้นบนอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม

ตำแหน่งของโหนด  $(x_n, y_n)$   $n = i, j, k$  เป็นตำแหน่งของตัวที่ไม่ทราบค่า  $u_n$  โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์  $u_e(x, y)$  เป็นแบบเชิงเส้นดังนี้

$$u_e(x, y) = \alpha + \beta x + \gamma y \quad (3-31)$$

โดยที่  $\alpha, \beta, \gamma$  เป็นค่าคงที่ ซึ่งสามารถหาได้จากโหนดทั้งสามดังนี้

$$u_e(x_i, y_i) = u_i = \alpha + \beta x_i + \gamma y_i$$

$$u_e(x_j, y_j) = u_j = \alpha + \beta x_j + \gamma y_j$$

$$u_e(x_k, y_k) = u_k = \alpha + \beta x_k + \gamma y_k$$

นำค่า  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  ที่ได้จากการแก้สมการทั้งสามข้างต้น แทนค่ากลับลงไปในสมการที่ (3-31) จะได้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์เป็น

$$u_e(x, y) = u_i N_i + u_j N_j + u_k N_k \quad (3-32)$$

ซึ่ง  $N_n$ ,  $n = i, j, k$  คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2A_e} \quad (3-33)$$

$$\begin{array}{lll} \text{โดยที่} & a_i = x_j y_k - x_k y_j & b_i = y_j - y_k & c_i = x_k - x_j \\ & a_j = x_k y_i - x_i y_k & b_j = y_k - y_i & c_j = x_i - x_k \\ & a_k = x_i y_j - x_j y_i & b_k = y_i - y_j & c_k = x_j - x_i \end{array}$$

และ  $A_e$  คือ พื้นที่ของแต่ละอิลิเมนต์ ซึ่ง  $2A_e$  หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$2A_e = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} = x_j(y_k - y_i) + x_i(y_j - y_k) + x_k(y_i - y_j) \quad (3-34)$$

ความแม่นยำของผลเฉลยจะขึ้นอยู่กับฟังก์ชันการประมาณภายในที่สมมติขึ้นมาี้ มีความใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหามากน้อยเพียงใดด้วย

3) สร้างสมการของอิลิเมนต์ (element formulation) ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหา ซึ่งขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ อย่างเช่นกรณีสมการของอิลิเมนต์สามเหลี่ยมที่ได้ยกมาเป็นตัวอย่าง ดังแสดงในรูปที่ 3.18 จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}_e \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} f_i \\ f_j \\ f_k \end{bmatrix}_e \quad (3-35)$$

ซึ่งเขียนโดยย่อได้ว่า  $[K]_e [u]_e = [f]_e$  โดย  $[u]_e$  คือ เมทริกซ์ตัวไม่ทราบค่าที่โนด และตัวห้อย  $e$  แสดงให้ทราบว่าเป็นเมทริกซ์ระดับอิลิเมนต์ ซึ่งสมการของอิลิเมนต์ดังกล่าว จำเป็นต้องถูกสร้างขึ้นมาให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้น ๆ การสร้างสมการของอิลิเมนต์ซึ่งอยู่ในรูปแบบของสมการที่ (3-35) สามารถทำได้โดย

- วิธีการโดยตรง (direct approach) วิธีนี้สามารถใช้ได้เฉพาะกับปัญหาที่เข้าใจได้ง่าย ๆ อย่างเช่น ปัญหาต่าง ๆ ในรูปทรง 1 มิติ เท่านั้น ซึ่งไม่สามารถขยายเปลี่ยนแปลงเพื่อนำไปใช้กับปัญหาใน 2 หรือ 3 มิติ โดยทั่วไปได้

- วิธีการแปรผัน (variational approach) หลักการสำคัญของวิธีนี้คือ จำเป็นจะต้องทำการหาหรือสร้างฟังก์ชัน ซึ่งเมื่อทำการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันนั้นแล้ว จะเป็นผลให้เกิดสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขตที่สอดคล้องกับปัญหาที่กำลังสนใจอยู่ อย่างไรก็ตามวิธีการแปรผันเป็นวิธีการดั้งเดิมที่ใช้กันในช่วงต้น ๆ ของการพัฒนาวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทางด้านโครงสร้าง และยังมีจุดอ่อนอีก คือ จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้น ๆ ซึ่งปัญหาหลาย ๆ ชนิดในทางปฏิบัติสามารถสร้างสมการอนุพันธ์ขึ้นมาได้ แต่ไม่สามารถหาฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกันนั้นได้

- วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (method of weighted residuals) วิธีนี้จะใช้วิธีการสร้างสมการไฟไนต์อิลิเมนต์จากสมการเชิงอนุพันธ์โดยตรง โดยไม่จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้อง ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการสร้างสมการไฟไนต์อิลิเมนต์สำหรับปัญหาโดยทั่ว ๆ ไป และถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ ในปัจจุบัน

4) นำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกัน (assembly) เป็นสมการรวมของระบบ จากขั้นตอนที่ 1 หากแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย  $n$  โหนด จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น  $n$  สมการ โดยแสดงได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdot & \cdot & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdot & \cdot & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdot & \cdot & K_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \cdot & \cdot & K_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (3-36)$$

หรือเขียนโดยย่อได้ดังนี้  $[K]_{\text{sys}} [u]_{\text{sys}} = [f]_{\text{sys}}$  จากสมการที่ (3-36) เมทริกซ์  $[K]_{\text{sys}}$  จะมีคุณสมบัติของความเป็นเมทริกซ์สมมาตร กล่าวคือ  $[K]_{\text{sys}} = [K]_{\text{sys}}^T$  และมีคุณสมบัติของการจับกลุ่มกันของค่าที่ไม่เท่ากับศูนย์บริเวณแนวทแยงมุมของเมทริกซ์ ซึ่งจะมีลักษณะอยู่รวมกันเป็นแถบ (banded matrix) จากคุณสมบัติดังกล่าวนี้ จะก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในทางปฏิบัติที่จำเป็นต้องใช้จำนวน โหนดเป็นจำนวนมาก เพื่อที่จะก่อให้เกิดผลเฉลยที่เที่ยงตรง โดยสามารถพัฒนาให้เก็บเฉพาะค่าที่ไม่เท่ากับศูนย์ไว้ในหน่วยความจำเพื่อใช้ในการคำนวณเท่านั้น

การนำสมการย่อยของแต่ละอิเลเมนต์มาประกอบกันเข้าเป็นสมการรวมของระบบ จำเป็นต้องมีหลักการ ซึ่งหลักการที่จะกล่าวนี้ เป็นหลักการที่ง่าย สามารถทำได้โดยสะดวก เหมาะกับรูปร่างของปัญหาที่มีอิเลเมนต์ย่อยจำนวนมาก ๆ และหลักการนี้จะถูกนำไปใช้ในการพัฒนาคอมพิวเตอร์โปรแกรมด้วย โดยสามารถทำความเข้าใจได้จากตัวอย่างรูปร่างของปัญหาดังรูปที่ 3.18 กล่าวคือ เราจะทำการสร้างสมการรวมของระบบซึ่งประกอบด้วย 3 อิเลเมนต์ 4 โหนด โดยจะแสดงการรวมของเมทริกซ์  $[K]_{\text{sys}}$  เพื่อเป็นตัวอย่าง

วิธีการนี้ทำได้โดย เขียนสมการของอิเลเมนต์ต่าง ๆ พร้อมทั้งกำกับหมายเลขของ โหนดทางแฉนวนอนและแฉกตั้งของแต่ละอิเลเมนต์ให้ถูกต้อง โดยจากรูปที่ 3.17  $[K]_e$  ของอิเลเมนต์ที่ 1 ประกอบด้วย โหนดหมายเลข 1, 2 และ 4 ส่วน  $[K]_e$  ของอิเลเมนต์ที่ 2 ประกอบด้วย โหนดหมายเลข 2, 3 และ 4 และ  $[K]_e$  ของอิเลเมนต์ที่ 3 ซึ่งเป็นอิเลเมนต์สุดท้ายประกอบด้วย โหนดหมายเลข 1, 3 และ 4 โดยสามารถเขียนแสดงให้เห็นได้ดังนี้

$$[K]_{e1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3-37)$$

$$[K]_{e2} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (2) & (3) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} d_1 & e_1 & f_1 \\ d_2 & e_2 & f_2 \\ d_3 & e_3 & f_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3-38)$$

$$[K]_{e3} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (3) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (3) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} g_1 & h_1 & i_1 \\ g_2 & h_2 & i_2 \\ g_3 & h_3 & i_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3-39)$$

เมื่อมีหมายเลขกำกับทั้งทางแถวอนและแถวตั้งกำกับสัมประสิทธิ์ทุกตัวของเมทริกซ์ของทุกอิลิเมนต์แล้ว จากนั้นนำสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ เหล่านี้ มาใส่ลงในเมทริกซ์ระบบรวม  $[K]_{\text{sys}}$  เช่น ค่าสัมประสิทธิ์  $b_3$  ซึ่งอยู่ในแถวอนที่ 4 แถวตั้งที่ 2 ของอิลิเมนต์ย่อยที่ 1 จะไปปรากฏอยู่ในแถวอนที่ 4 แถวตั้งที่ 2 ของเมทริกซ์ระบบรวมดังแสดงในสมการ เป็นต้น

$$[K]_{\text{sys}} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (3) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_1 + g_1 & b_1 & h_1 & c_1 + i_1 \\ a_2 & b_2 + d_1 & e_1 & c_2 + f_1 \\ g_2 & d_2 & e_2 + h_2 & f_2 + i_2 \\ a_3 + g_3 & b_3 + d_3 & e_3 + h_3 & c_3 + f_3 + i_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3-40)$$

5) ประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต (initial and boundary conditions) ที่มีความสอดคล้องกับปัญหาในสมการรวมของระบบเพื่อหาค่าผลเฉลย โดยการแก้สมการรวมของระบบเพื่อหาตัวไม่ทราบค่าที่โนด

6) คำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่ต้องการต่อไป เมื่อทราบค่าผลลัพธ์ที่โนดต่าง ๆ แล้วสามารถคำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กับผลลัพธ์นี้ต่อไปได้

จากขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอน จะเห็นได้ว่า ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์เป็นวิธีที่มีแบบแผนเป็นขั้นเป็นตอน โดยมีส่วนที่สำคัญที่สุดคือการสร้างสมการของอิลิเมนต์ในขั้นตอนที่ 3 ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาที่กำหนด และในขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอนนี้จะนำไปพัฒนาขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการคำนวณต่อไป

### 3.7 สรุป

บทนี้ได้นำเสนอทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย อันได้แก่ ทฤษฎีของสนามไฟฟ้า สายส่งกำลังไฟฟ้า โทรศัพท่มือถือ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ที่อธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ภายในการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ โดยได้กล่าวเฉพาะส่วนที่จะนำมาใช้หรือส่วนที่จะถูกกล่าวอ้างถึงในบทต่อ ๆ ไป ทั้งนี้เพื่อเป็นประโยชน์และเป็นแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้แก่ผู้ดำเนินงานวิจัย

## บทที่ 4

### การคำนวณสนามไฟฟ้าของสายส่งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

#### 4.1 บทนำ

จากความรู้พื้นฐานเรื่องระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ในบทที่ 3 เมื่อเข้าใจหลักการและขั้นตอนของระเบียบวิธีดังกล่าวแล้ว ภายในบทที่ 4 นี้จะเป็นการอธิบายถึงการประยุกต์ใช้สมการของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้ารอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง เมื่อมีมนุษย์ใช้อุปกรณ์สื่อสารใกล้บริเวณสายส่ง ดังนั้นในบทนี้จึงได้เสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าภายในตัวนำสายส่งไฟฟ้าแรงสูง และประยุกต์ปัญหาค่าขอบเขตตามระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้า

#### 4.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง

สำหรับปัญหาค่าศักย์ไฟฟ้าแบบ 2 มิติในระบบพิกัดฉาก สมการเชิงอนุพันธ์แบบปัวส์ซองสามารถเขียนได้ตามสมการที่ (4-1)

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = g(x, y) \quad (4-1)$$

จากสูตรอนุพันธ์แบบตรงกลางและอนุพันธ์อันดับที่ 2 จะได้

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\varphi(i+1, j) - 2\varphi(i, j) + \varphi(i-1, j)}{(\Delta x)^2} \quad (4-2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\varphi(i, j+1) - 2\varphi(i, j) + \varphi(i, j-1)}{(\Delta y)^2} \quad (4-3)$$

เนื่องจากระบบภายในงานวิจัยนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ( $\Delta x = \Delta y = h$ ) แทนค่าสมการที่ (4-2) และ (4-3) ในสมการที่ (4-1) จะได้

$$\frac{\varphi(i+1, j) - 2\varphi(i, j) + \varphi(i-1, j)}{(\Delta x)^2} + \frac{\varphi(i, j+1) - 2\varphi(i, j) + \varphi(i, j-1)}{(\Delta y)^2} = g(x, y)$$

$$\varphi(i+1, j) - 2\varphi(i, j) + \varphi(i-1, j) + \varphi(i, j+1) - 2\varphi(i, j) + \varphi(i, j-1) = h^2 g(x, y)$$

$$4\varphi(i, j) = \varphi(i+1, j) + \varphi(i-1, j) + \varphi(i, j+1) + \varphi(i, j-1) - h^2 g(x, y)$$

$$\therefore \varphi(i, j) = \frac{1}{4}[\varphi(i+1, j) + \varphi(i-1, j) + \varphi(i, j+1) + \varphi(i, j-1) - h^2 g(x, y)] \quad (4-4)$$

แบบจำลองสายส่งไฟฟ้าแรงสูง : ค่าสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงสามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (4-5) (Christopoulos, 1995)

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \left(\frac{1}{v^2}\right)\left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right) - \mu\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) = 0 \quad (4-5)$$

โดยที่  $\mathbf{E}$  คือ สนามไฟฟ้า (electric field)

$t$  คือ เวลา (time)

$\mu$  คือ สภาพขั้วซึมได้ทางแม่เหล็ก (permeability)

$v$  คือ ความเร็วในการแพร่กระจาย (propagation velocity)

$\sigma$  คือ สภาพนำทางไฟฟ้า (conductivity)

ความเร็วในการแพร่กระจายของสนามไฟฟ้าสามารถอธิบายได้ในรูปความสัมพันธ์ระหว่างสภาพยอมทางไฟฟ้า (permittivity :  $\epsilon$ ) กับสภาพขั้วซึมได้ทางแม่เหล็กดังสมการที่ (4-6)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (4-6)$$



โดยที่  $\mu = \mu_0\mu_r$  และ  $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$  เมื่อ  $\mu_r$  คือ สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ และ  $\varepsilon_r$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ เนื่องจากในระบบที่พิจารณาจะกำหนดให้มีสถานะอากาศทั่วไปซึ่ง  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m,  $\mu_r = 1.00000037$ ,  $\varepsilon_r = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$  F/m และ  $\sigma = 0$  แทนค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ กับสมการที่ (4-6) ลงในสมการที่ (4-5) จะได้

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\varepsilon \left( \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \right) - \mu \times (0) \left( \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = 0$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\varepsilon \left( \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \right) = 0 \quad (4-7)$$

จากคุณสมบัติของระบบที่เป็น time-harmonic จะได้

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \approx j\omega \mathbf{E} \quad (4-8)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \approx -\omega^2 \mathbf{E} \quad (4-9)$$

แทนค่าสมการที่ (4-9) ในสมการที่ (4-7) จะได้สมการอธิบายค่าสนามไฟฟ้าของโนดที่ต้องการพิจารณาดังสมการที่ (4-11)

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \mu\varepsilon\omega^2 \mathbf{E}(i, j) = 0 \quad (4-10)$$

จากที่กล่าวมาข้างต้นจึงได้

$$\frac{\mathbf{E}(i+1, j) - 2\mathbf{E}(i, j) + \mathbf{E}(i-1, j)}{(h)^2} + \frac{\mathbf{E}(i, j+1) - 2\mathbf{E}(i, j) + \mathbf{E}(i, j-1)}{(h)^2} = -(\mu\varepsilon\omega^2)\mathbf{E}(i, j)$$

$$\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j+1) + \mathbf{E}(i, j-1) - 4\mathbf{E}(i, j) = -h^2(\mu\varepsilon\omega^2)\mathbf{E}(i, j)$$

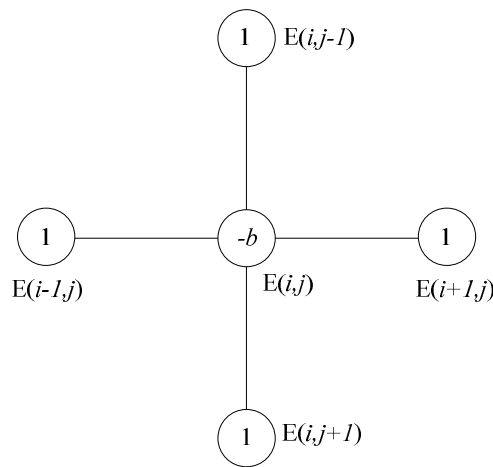
$$\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j+1) + \mathbf{E}(i, j-1) - (4 - h^2(\mu\epsilon\omega^2))\mathbf{E}(i, j) = 0$$

$$(4 - h^2(\mu\epsilon\omega^2))\mathbf{E}(i, j) = \mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j+1) + \mathbf{E}(i, j-1)$$

ท้ายสุดจะได้

$$\mathbf{E}(i, j) = \frac{1}{(4 - \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j+1) + \mathbf{E}(i, j-1)] \quad (4-11)$$

จากสมการที่ (4-11) เพื่อให้เห็นภาพการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ สมการดังกล่าวจะเป็นตัวแทนค่าสนามไฟฟ้าของโนดที่ต้องการพิจารณาเพียง 1 จุด และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปโนดภายในโครงสร้างระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ได้ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 โครงสร้างของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

จากรูปที่ 4.1 จะได้ว่า  $b = 4 - \mu\epsilon\omega^2 h^2$  1, 1, 1 และ 1 คือ ค่าสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรของสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งพิกัด  $E(i,j)$ ,  $E(i+1,j)$ ,  $E(i-1,j)$ ,  $E(i,j+1)$  และ  $E(i,j-1)$  ที่ปรากฏภายในสมการที่ (4-11) ตามลำดับ นอกจากนี้สำหรับบางบริเวณที่อยู่ตามขอบและมุมของระบบจะมีลักษณะโครงสร้างโนดที่แตกต่างไปจากรูปที่ 4.1 ซึ่งสามารถแสดงโครงสร้างและสมการที่ใช้อธิบายค่าสนามไฟฟ้า ณ บริเวณขอบแบบต่าง ๆ ดังมีรายละเอียดตามตารางที่ 4.1 ดังนี้

ตารางที่ 4.1 การประมาณค่าระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ณ ตำแหน่งโนดบริเวณค่าขอบ

บริเวณ	โครงสร้าง	สมการ
1) ขอบล่าง (Bottom edge)		$\mathbf{E}(i, j) = \frac{1}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + 2\mathbf{E}(i, j-1)]$
2) ขอบบน (Top edge)		$\mathbf{E}(i, j) = \frac{1}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + 2\mathbf{E}(i, j+1)]$
3) ขอบซ้าย (Left edge)		$\mathbf{E}(i, j) = \frac{1}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [2\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i, j-1) + 2\mathbf{E}(i, j+1)]$
4) ขอบขวา (Right edge)		$\mathbf{E}(i, j) = \frac{1}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [2\mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j-1) + 2\mathbf{E}(i, j+1)]$
5) มุมล่างซ้าย (Bottom left-corner point)		$\mathbf{E}(i, j) = \frac{2}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i, j-1)]$
6) มุมล่างขวา (Bottom right-corner point)		$\mathbf{E}(i, j) = \frac{2}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j-1)]$

ตารางที่ 4.1 การประมาณค่าระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ณ ตำแหน่งโนดบริเวณค่าขอบ (ต่อ)

บริเวณ	โครงสร้าง	สมการ
7) มุมบนซ้าย (Top left-corner point)		$\mathbf{E}(i, j) = \frac{2}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i, j+1)]$
8) มุมบนขวา (Top right-corner point)		$\mathbf{E}(i, j) = \frac{2}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j+1)]$

### 4.3 การคำนวณค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

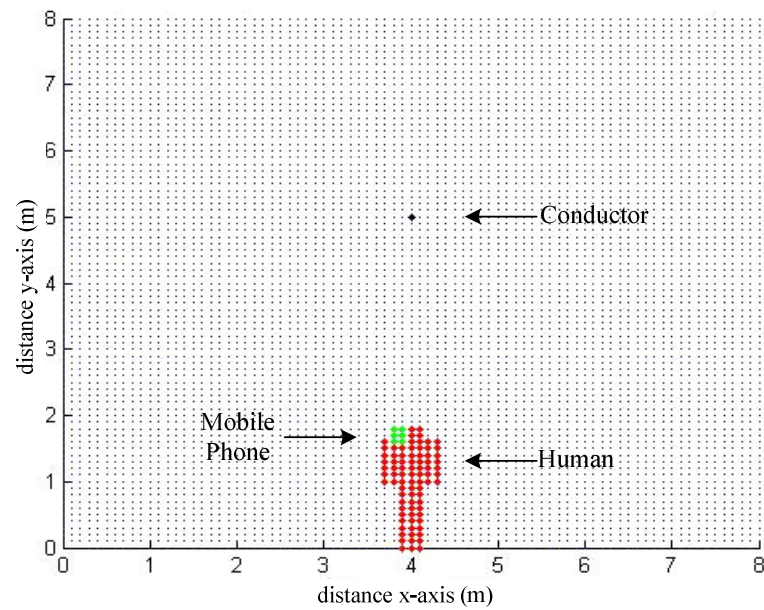
เนื่องจากสมการสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงเป็นสมการที่อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ ซึ่งเป็นการยากที่จะหาผลเฉลยแบบแม่นยำ ดังนั้น เพื่อให้สามารถคำนวณค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในระบบได้ จึงมีความจำเป็นที่จะต้องอาศัยการหาค่าผลเฉลยแบบประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

#### 4.3.1 การออกแบบกริดของพื้นที่ศึกษา

สำหรับงานวิจัยนี้ระบบที่ใช้ศึกษามีระบบหลายขนาด เริ่มจากระบบไฟฟ้า 1 เฟสจะประกอบไปด้วยระบบไฟฟ้าขนาด 220 V, 22 kV และ 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟส จะประกอบไปด้วยระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV, 115 kV, 230 kV และ 500 kV ซึ่งในหัวข้อเรื่องการออกแบบกริดของพื้นที่ศึกษานี้ จะขอยกตัวอย่างเฉพาะระบบไฟฟ้า 1 เฟสเท่านั้น เพื่อให้พอเห็นภาพการออกแบบกริดให้กับระบบ

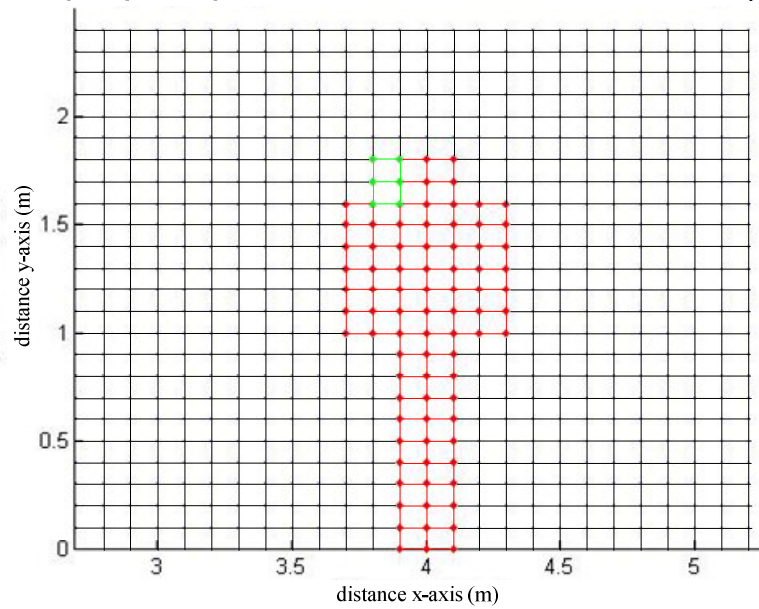
ขั้นตอนแรกเริ่มจากการแบ่งพื้นที่ของระบบสายส่งออกเป็นกริดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยผ่านการเชื่อมต่อกันระหว่างโนดต่าง ๆ ภายในระบบ การออกแบบกริดและจุดต่อเชื่อมโนดต่าง ๆ ได้ใช้โปรแกรม MATLAB™ ที่พัฒนาขึ้น โดยจะมีจำนวนโนดที่ใช้ภายในระบบ 1 เฟส ดังนี้ ระบบขนาด 220 V มีจำนวนโนดทั้งหมด 6,561 โหนด ระบบขนาด 22 kV มีจำนวนโนดทั้งหมด 11,421 โหนด และ ระบบขนาด 69 kV มีจำนวนโนดทั้งหมด 13,041 โหนด ตัวอย่างการออกแบบกริดของระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V, 22 kV และ 69 kV สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 4.2, 4.3 และ 4.4 ตามลำดับ นอกจากนี้ภายในแต่ละรูปยังได้แสดงภาพขยาย เพื่อให้เห็นถึงความละเอียดในการออกแบบกริดและการเชื่อมต่อระหว่างโนดได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

Rectangular grid design for calculation FDM in 220 V Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสี่เหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างโนดภายในโครงสร้าง

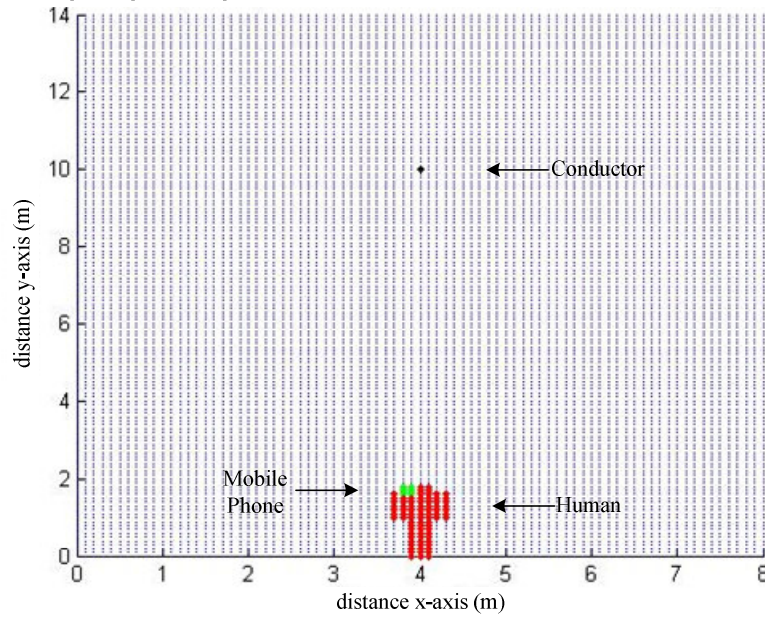
Rectangular grid design for calculation FDM in 220 V Transmission line system



(ข) ภาพขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่อ โหนดบนบริเวณที่สำคัญ

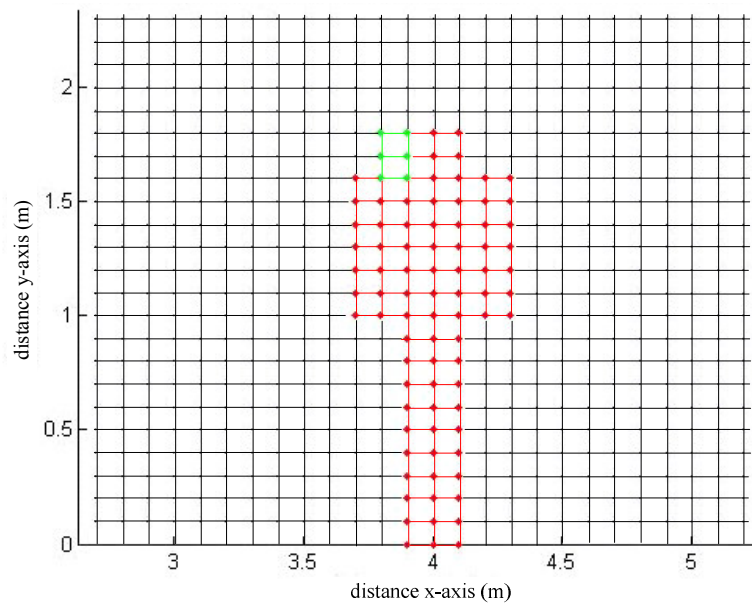
รูปที่ 4.2 โครงสร้างของระบบไฟฟ้าขนาด 220 V

Rectangular grid design for calculation FDM in 22 kV Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสี่เหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างโนดภายในโครงสร้าง

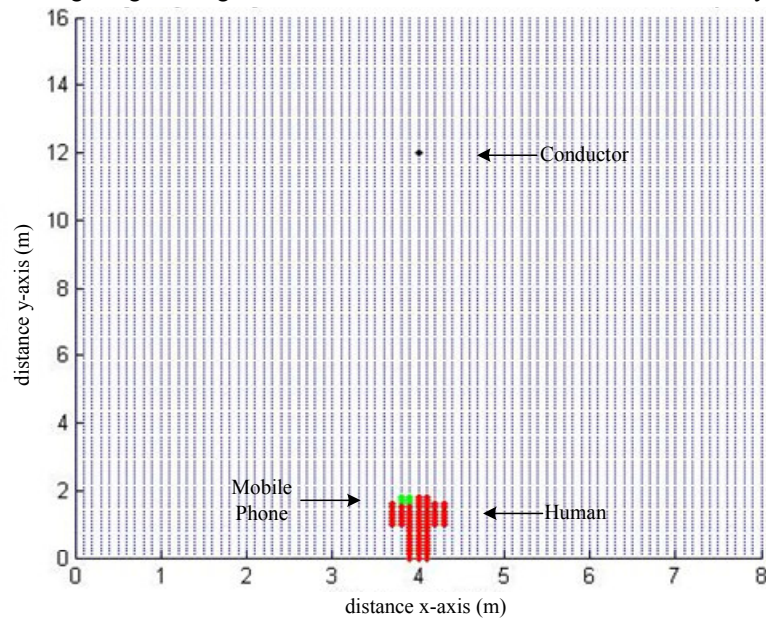
Rectangular grid design for calculation FDM in 22 kV Transmission line system



(ข) ภาพขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่อ โนดบนบริเวณที่สำคัญ

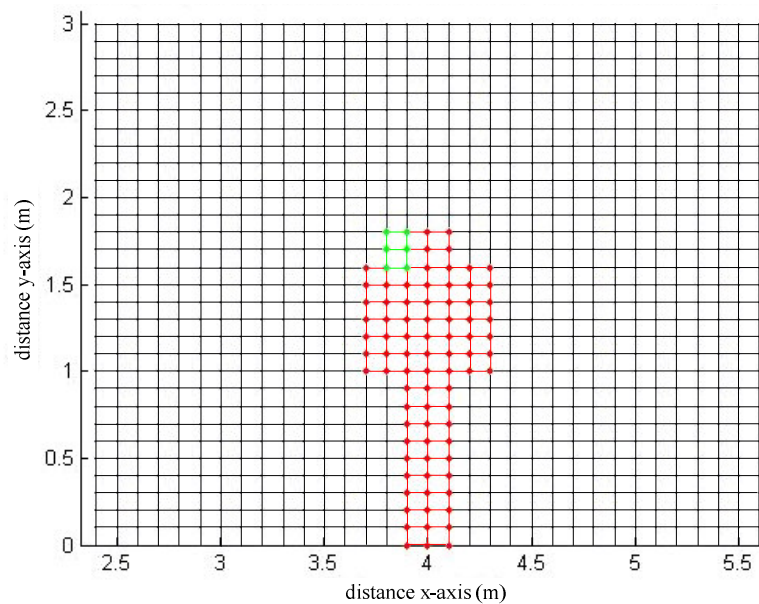
รูปที่ 4.3 โครงสร้างของระบบไฟฟ้าขนาด 22 kV

Rectangular grid design for calculation FDM in 69 kV Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสี่เหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างโนดภายในโครงสร้าง

Rectangular grid design for calculation FDM in 69 kV Transmission line system



(ข) ภาพขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่อโนดบนบริเวณที่สำคัญ

รูปที่ 4.4 โครงสร้างของระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV

### 4.3.2 การประกอบสมการโนดขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นการนำสมการของแต่ละโนดที่มีภายในระบบทั้งหมดมาประกอบรวมกัน จนได้สมการรวมของระบบ จากขั้นตอนในหัวข้อที่ 4.3.1 ถ้าทำการแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นโนดย่อยทั้งหมด  $n$  โหนด จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบไปด้วยสมการย่อยทั้งหมด  $n$  สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้ คือ

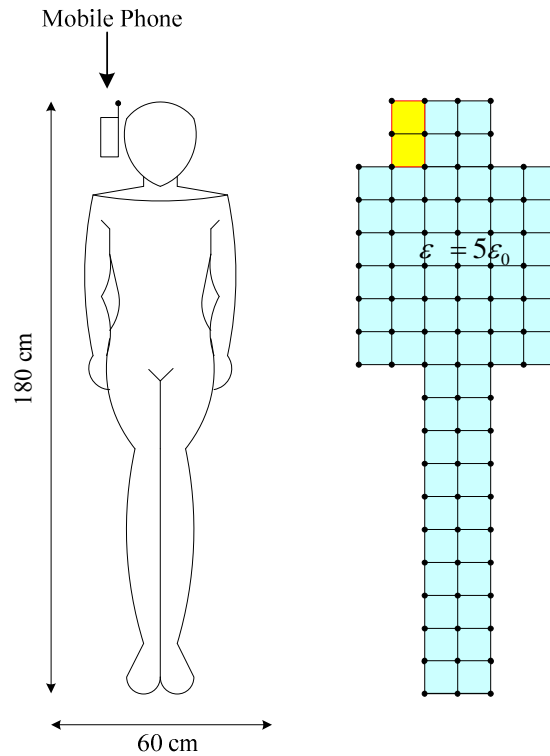
$$Ax = b \quad (4.12)$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdot & \cdot & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdot & \cdot & A_{2n} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdot & \cdot & A_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \cdot & \cdot & A_{nm} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (4.13)$$

- เมื่อ  $A$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของระบบรวม  
 $x$  คือ ค่าสนามไฟฟ้าที่ยังไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ  
 $b$  คือ ค่าแรงภายนอกที่มากระทำ ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ

จากหัวข้อที่ 4.3.1 เมื่อพิจารณาภาพในการแบ่งกริดของระบบไฟฟ้า 1 เฟส จะเห็นว่าภายในภาพมีโนดที่มีสีแตกต่างกัน โดยสีที่แตกต่างกันนั้นบ่งบอกถึงความแตกต่างที่เกิดขึ้นของเนื้อวัตถุที่มีอยู่ภายในระบบ เมื่อมีความแตกต่างกันระหว่างวัตถุเกิดขึ้น นั้นหมายถึงสมการของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จะต้องเกิดการเปลี่ยนแปลงใหม่ตามค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าของวัตถุแต่ละชนิด เพื่อให้ผลการคำนวณค่าสนามไฟฟ้ามีค่าการจำลองผลใกล้เคียงเหตุการณ์จริงมากที่สุด สำหรับภายในงานวิจัยนี้จะเห็นว่าวัตถุที่แตกต่างกันเพียง 2 ชนิดเท่านั้น คือ อากาศ กับ ร่างกายของมนุษย์ ขณะยืนใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ซึ่งทั้งสองมีค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ ( $\epsilon_r$ ) เท่ากับ 1 และ 5 ตามลำดับ จากสมการที่ (4-11) เมื่อคำนึงถึงค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าจะได้สมการในแต่ละโนดที่คำนึงคุณลักษณะทางเนื้อวัตถุระหว่างอากาศ กับ ร่างกายมนุษย์ บริเวณที่คำนึงเฉพาะอากาศจะได้ตามสมการที่ (4-14) และส่วนบริเวณที่คำนึงเฉพาะร่างกายมนุษย์ จะนำเสนอได้ดังสมการที่ (4-15) ซึ่งการระบุสมการตามรูปร่างมนุษย์จะทำการระบุตามรูปที่ 4.5





รูปที่ 4.5 แบบจำลองมนุษย์สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

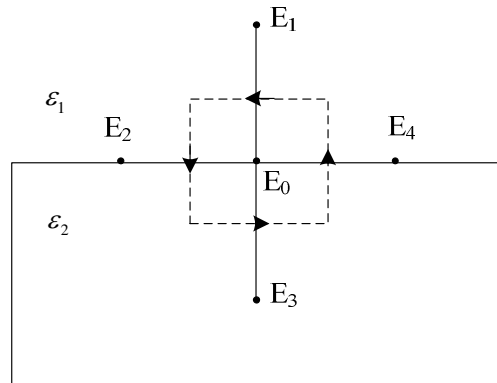
$$\mathbf{E}(i, j) = \frac{1}{(4 - \epsilon_0 \mu \omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j+1) + \mathbf{E}(i, j-1)] \quad (4-14)$$

$$\mathbf{E}(i, j) = \frac{1}{(4 - 5\epsilon_0 \mu \omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j+1) + \mathbf{E}(i, j-1)] \quad (4-15)$$

นอกจากนี้จะสังเกตได้ว่า ภายในโครงสร้างของระบบจะมีบริเวณหนึ่งที่โนดมีการเชื่อมต่อระหว่างอากาศกับมนุษย์ ที่มีความแตกต่างกันของสภาพยอมทางไฟฟ้า ซึ่งบริเวณดังกล่าวสามารถประมาณสมการโนดใหม่ ณ บริเวณรอยประสานระหว่างเนื้อวัตถุที่แตกต่างกันได้ดังนี้

จากกฎของเกาส์บริเวณรอยประสานระหว่างบริเวณที่มีค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าแตกต่างกันจะก่อให้เกิดค่าไดอิเล็กทริกของสองบริเวณมีค่าเท่ากัน ( $\mathbf{D}_{1n} = \mathbf{D}_{2n}$ ) จากรูปที่ 4.6 สามารถเขียนสมการที่ (4-16) ได้ดังสมการที่ (4-17)

$$\oint_1 D \times dl = \oint_1 \epsilon E \times dl = 0 \quad (4-16)$$



รูปที่ 4.6 บริเวณรอยประสานระหว่างบริเวณที่มีค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าที่แตกต่างกัน

$$4 \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2)}{2} \mathbf{E}_0 = \epsilon_1 \mathbf{E}_1 + \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2)}{2} \mathbf{E}_2 + \epsilon_2 \mathbf{E}_3 + \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2)}{2} \mathbf{E}_4$$

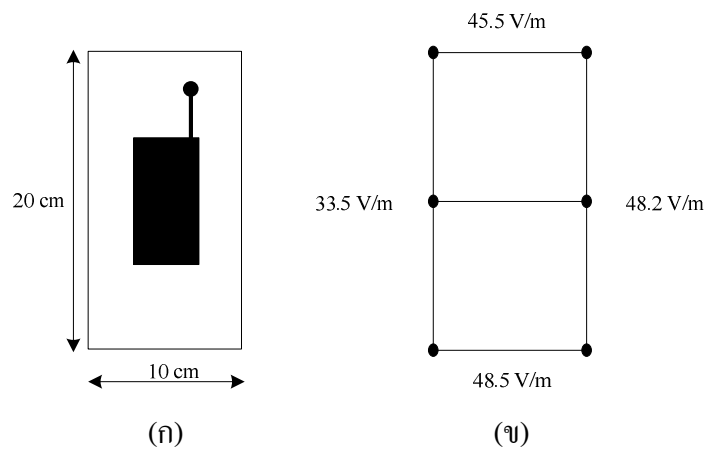
$$2(\epsilon_1 + \epsilon_2) \mathbf{E}_0 = \epsilon_1 \mathbf{E}_1 + \epsilon_2 \mathbf{E}_3 + \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2)}{2} (\mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_4)$$

$$\mathbf{E}_0 = \frac{\epsilon_1}{2(\epsilon_1 + \epsilon_2)} \mathbf{E}_1 + \frac{1}{4} \mathbf{E}_2 + \frac{\epsilon_2}{2(\epsilon_1 + \epsilon_2)} \mathbf{E}_3 + \frac{1}{4} \mathbf{E}_4 \quad (4-17)$$

### 4.3.3 เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขค่าขอบเขต

สำหรับขั้นตอนการประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขค่าขอบเขตที่เกี่ยวข้อง จะมี 2 บริเวณที่กำหนดเงื่อนไขค่าขอบ คือ ตัวนำในสายส่งกับโทรศัพท์มือถือ โดยค่าที่กำหนดให้ตัวนำในสายส่งจะเป็นค่าสนามไฟฟ้า ซึ่งค่าสนามไฟฟ้าที่ป้อนใส่ให้กับระบบสามารถคำนวณได้จากสมการที่ 3.31 ในบทที่ 3 โดยสิ่งที่ต้องทราบสำหรับใช้คำนวณหาค่าสนามไฟฟ้า คือ ค่าศักย์ไฟฟ้าของตัวนำ รัศมีตัวนำ ค่าความสูงระหว่างตัวนำกับพื้นดิน และค่าพิกัดที่ต้องการคำนวณ เมื่อคำนวณค่าดังกล่าวได้แล้วก็นำค่านั้นไปใส่ในเวกเตอร์  $b$  ณ ตำแหน่งแฉกโนดที่มีค่าตัวเลขลำดับแฉกเป็นค่าเดียวกับค่า  $a$  ณ ตำแหน่งโนดของตัวนำนั้น เพื่อเตรียมสำหรับหาค่าผลเฉลยต่อไป

ส่วนค่าสนามไฟฟ้าจากโทรศัพท์มือถือจะกำหนดให้โทรศัพท์มือถือเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาด  $5 \times 10 \text{ cm}^2$  ที่มีสนามไฟฟ้าคงที่กระจายรอบบริเวณโทรศัพท์มือถือโดยรอบขนาด  $10 \times 20 \text{ cm}^2$  (nokia3210) ดังรูปที่ 4.7 (ก) และสามารถออกแบบกริดสำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ได้ดังรูปที่ 4.7 (ข) และนำค่าคงที่ทั้ง 6 จุดของโทรศัพท์มือถือไปใส่ยังเวกเตอร์  $b$  ณ ตำแหน่งแถว โหนด เพื่อเตรียมสำหรับหาค่าผลเฉลยต่อไปเหมือนในทำนองเดียวกับการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบภายในตัวนำสายส่ง



รูปที่ 4.7 เงื่อนไขค่าขอบเขตของโทรศัพท์มือถือสำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

#### 4.3.4 คำนวณหาค่าตัวแปรต่างๆ ภายในระบบ

หลังจากออกแบบกริดและทำการประกอบสมการโหนดขึ้นเป็นระบบ (A) กับประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขค่าขอบเขตให้กับระบบ (b) แล้ว จะสามารถคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งที่โหนดต่างๆ ที่ต้องการทราบค่า (x) ได้ดังนี้

จากสมการที่ (4-12) จะสามารถหาค่าสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งที่โหนดต่างๆ ได้ดังสมการที่ (4-18)

$$x = A^{-1}b$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdot & \cdot & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdot & \cdot & A_{2n} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdot & \cdot & A_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \cdot & \cdot & A_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (4-18)$$

เมื่อ  $A$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของระบบรวม

$x$  คือ ค่าสนามไฟฟ้าที่ยังไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ

$b$  คือ ค่าแรงภายนอกที่มากระทำ ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ

#### 4.4 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าภายในตัวนำสายส่งไฟฟ้าแรงสูง และการประยุกต์ปัญหาค่าขอบเขตตามระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง นอกจากนี้ยังคำนึงถึงค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าที่แตกต่างกันของวัตถุต่าง ๆ การประยุกต์ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์เพื่อคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายในบทนี้จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 6 ต่อไป

## บทที่ 5

### การคำนวณสนามไฟฟ้าของสายส่งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

#### 5.1 บทนำ

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method: FEM) เป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยแบบประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์และเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เพราะเนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถวิเคราะห์งานที่มีโครงสร้างซับซ้อน หรือรูปร่างที่มีลักษณะโค้งมนได้ อีกทั้งประสิทธิภาพและการประมวลผลที่สูงขึ้นของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบัน นอกจากนี้สำหรับบางงานที่มีจุดที่ต้องการวิเคราะห์ที่มีพื้นที่ขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับปัญหาของระบบที่เป็นพื้นที่ขนาดใหญ่ ซึ่งระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะสามารถออกแบบกริดขนาดเล็กหรือใหญ่ ที่สามารถเชื่อมความสัมพันธ์ของ 2 บริเวณที่มีขนาดแตกต่างกันได้อย่างอิสระ

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยแบบประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์ และเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เพราะด้วยเหตุที่เป็นระเบียบวิธีที่มีความสามารถในการออกแบบกริดให้เหมาะสมกับระบบที่มีรูปร่างโค้งมนหรือมีโครงสร้างที่ซับซ้อนได้ นอกจากนี้สำหรับบางระบบที่มีปัญหาในเรื่องสิ่งที่ต้องการพิจารณาในระบบมีขนาดแตกต่างกันมาก เมื่อเทียบกับขนาดของโครงสร้างรวมทั้งระบบ เช่น งานวิจัยนี้ที่พิจารณาค่าสนามไฟฟ้าที่ปรากฏขึ้นรอบตัวนำภายในสายส่ง และค่าสนามไฟฟ้าที่ปรากฏรอบ ๆ มนุษย์ ณ ขณะมีการใช้อุปกรณ์สื่อสาร ซึ่งพื้นที่บริเวณทั้งสองเป็นพื้นที่ขนาดเล็ก ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็สามารถดัดกริดรูปสามเหลี่ยมให้มีขนาดเล็กเพื่อการวิเคราะห์ภายในบริเวณดังกล่าวได้ ในขณะที่บริเวณส่วนใหญ่เป็นอากาศและไม่มีความจำเป็นสำหรับการศึกษามากนัก ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็สามารถดัดกริดรูปสามเหลี่ยมให้มีขนาดใหญ่ได้เช่นกัน ซึ่งการดำเนินการแบบนี้จะก่อให้เกิดจำนวนเอลิเมนต์ที่ใช้ในระบบที่ศึกษามีจำนวนไม่มาก และสามารถคำนวณหาผลเฉลย ณ บริเวณที่ต้องการได้อย่างรวดเร็ว ในขณะที่การคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จะสามารถดัดกริดรูปสี่เหลี่ยมได้เพียงขนาดเดียวกัน จึงทำให้บริเวณที่ต้องการวิเคราะห์กับบริเวณอื่น ๆ ที่นอกเหนือความสนใจภายในระบบต้องดัดกริดขนาดเดียวกัน ส่งผลให้จำนวน โหนดที่ใช้ในการวิเคราะห์มีปริมาณมากและส่งผลให้การคำนวณใช้ระยะเวลานาน อีกทั้งระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ใช้ได้กับงานที่มีรูปร่างเหลี่ยมหรืองานที่มีลักษณะโครงสร้างไม่ซับซ้อนเกินไปเท่านั้น

## 5.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง

สำหรับปัญหาค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติในระบบพิกัดฉาก ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ นิยมจัดรูปสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปสมการที่ (5-1)

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q = 0 \quad (5-1)$$

โดยที่  $\phi$  คือ พังก์ชันใด ๆ ที่ต้องการทราบค่า

$D_x, D_y, G$  และ  $Q$  คือ ค่าคงที่สัมประสิทธิ์

จากสมการที่ (4-5) แบบจำลองสายส่งไฟฟ้าแรงสูงค่าสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงสามารถเทียบเคียงและจัดรูปใหม่ เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์หน้าพารามิเตอร์ตัวแปรต่าง ๆ ( $D_x, D_y, G$  และ  $Q$ ) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \left(\frac{1}{v^2}\right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) = 0$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} - \left(\frac{1}{v^2}\right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) = 0 \quad (5-2)$$

เนื่องจากสภาวะอากาศทั่วไปของระบบที่พิจารณากำหนดให้  $\sigma = 0$  จะได้

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} - \left(\frac{1}{v^2}\right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right) = 0 \quad (5-3)$$

จาก  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$  และคุณสมบัติของระบบที่เป็น time-harmonic ค่า  $\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \approx -\omega^2 \mathbf{E}$  แทนค่าลงในสมการที่ (5-3) จะได้

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \mu\epsilon\omega^2 \mathbf{E} = 0 \quad (5-4)$$

เปรียบเทียบสมการที่ (5-1) กับ (5-4) เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $G$  และ  $Q$  จะได้

$$\begin{aligned} D_x &= D_y = 1 \\ G &= -\mu\epsilon\omega^2 \\ Q &= 0 \end{aligned} \quad (5-5)$$

### 5.3 การคำนวณค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

สืบเนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ดังแสดงในสมการที่ (5-4) หาผลเฉลยแม่นยำได้ยากเพราะด้วยเหตุที่ติดอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยขนาด 2 มิติ ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

#### 5.3.1 การออกแบบกริดของพื้นที่ศึกษา

สำหรับงานวิจัยนี้ระบบที่ใช้ศึกษามีระบบหลายขนาด เริ่มจากระบบไฟฟ้า 1 เฟสจะประกอบไปด้วยระบบไฟฟ้าขนาด 220 V, 22 kV และ 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสจะประกอบไปด้วยระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV, 115 kV, 230 kV และ 500 kV ซึ่งในหัวข้อการออกแบบกริดของพื้นที่ศึกษานี้ จะขอยกตัวอย่างระบบไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟส เพื่อให้เห็นการออกแบบกริดที่แตกต่างกันภายในแต่ละระบบ โดยสิ่งที่แตกต่างกันอย่างชัดเจนระหว่างระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์กับระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ที่เห็นได้ชัด คือ การตีกริดรูปสามเหลี่ยมด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กหรือใหญ่ที่แปรเปลี่ยนตามความต้องการในการวิเคราะห์บริเวณพื้นที่ที่สนใจภายในส่วนต่าง ๆ ของระบบ

ขั้นตอนแรกเริ่มจากการแบ่งพื้นที่ของระบบสายส่งออกเป็นกริดรูปสามเหลี่ยมโดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งผ่านการเชื่อมต่อกันระหว่างโนดและอิลิเมนต์ต่าง ๆ การออกแบบกริดเป็นรูปอิลิเมนต์ต่าง ๆ ได้ใช้โปรแกรม MATLAB<sup>TM</sup> ที่พัฒนาขึ้น โดยจะมีจำนวนโนดและอิลิเมนต์ที่ใช้ภายในระบบไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟส โดยมีรายละเอียดดังนี้ ระบบไฟฟ้า 1 เฟส ระบบขนาด 220 V มีจำนวนโนดทั้งหมด 1,776 โนดและจำนวนอิลิเมนต์เท่ากับ 3,388 อิลิเมนต์ ระบบขนาด 22 kV มีจำนวนโนดทั้งหมด 3,006 โนด และจำนวนอิลิเมนต์เท่ากับ 5,788 อิลิเมนต์ ระบบขนาด 69 kV มีจำนวนโนดทั้งหมด

3,416 โหนดและจำนวนอิลิเมนต์เท่ากับ 6,588 อิลิเมนต์ ตัวอย่างการออกแบบกริดของระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V, 22 kV และ 69 kV สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 5.1-5.3 ตามลำดับ ส่วนระบบไฟฟ้า 3 เฟสจะเริ่มจากระบบขนาด 69 kV มีจำนวน โหนดทั้งหมด 495 โหนดและจำนวนอิลิเมนต์เท่ากับ 924 อิลิเมนต์ ระบบขนาด 115 kV มีจำนวน โหนดทั้งหมด 628 โหนด และจำนวนอิลิเมนต์เท่ากับ 1,176 อิลิเมนต์ ระบบขนาด 230 kV มีจำนวน โหนดทั้งหมด 847 โหนดและจำนวนอิลิเมนต์เท่ากับ 1,592 อิลิเมนต์ สำหรับตัวอย่างการออกแบบกริดของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV, 115 kV, 230 kV และ 500 kV สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 5.4-5.7 ตามลำดับ นอกจากนี้ภายในแต่ละรูปยังได้แสดงภาพขยาย เพื่อให้เห็นถึงความละเอียดในการออกแบบกริดและการเชื่อมต่อระหว่าง โหนดได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

### 5.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้เป็นทางเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$\mathbf{E}(x, y) = \mathbf{E}_i N_i + \mathbf{E}_j N_j + \mathbf{E}_k N_k \quad (5-6)$$

โดยที่  $N_n$   $n = i, j, k$  คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ และ  $\mathbf{E}_n$   $n = i, j, k$  คือ ผลลัพธ์ของค่าสนามไฟฟ้าเชิงเวกเตอร์ในแต่ละ โหนด ( $i, j, k$ ) ของอิลิเมนต์ ซึ่ง

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \quad (5-7)$$

โดยที่

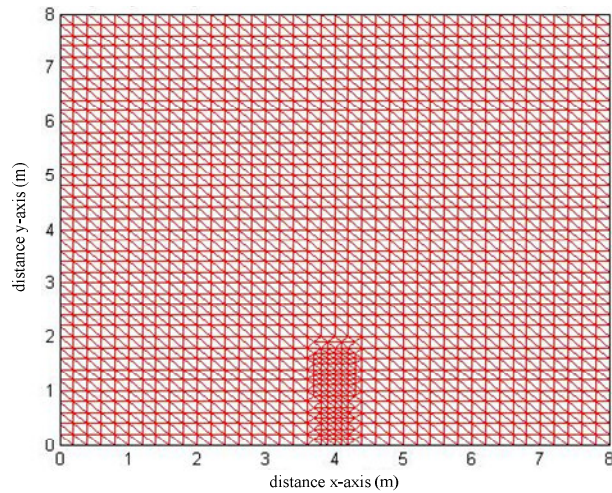
$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i \end{aligned} \quad (5-8)$$

และ  $\Delta_e$  คือ พื้นที่ของแต่ละอิลิเมนต์ ซึ่งหาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้



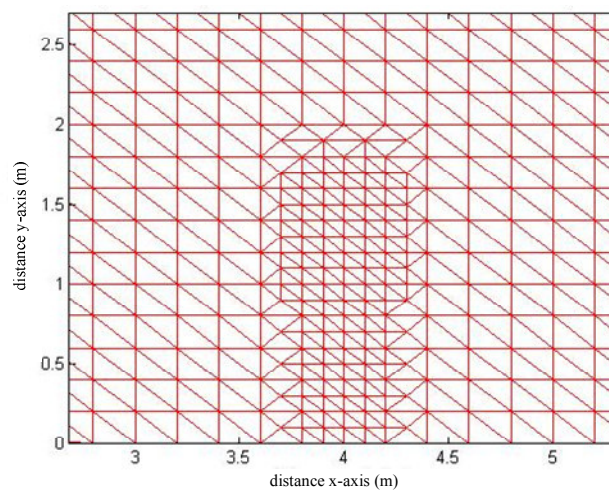
$$\Delta_e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (5-9)$$

Triangular grid design for calculation FEM in 220 V Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสามเหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างอิลิเมนต์ภายในโครงสร้าง

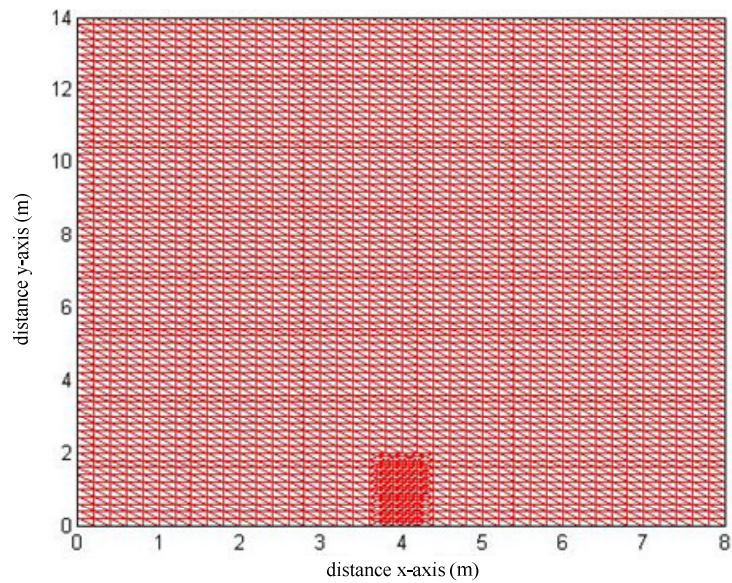
Triangular grid design for calculation FEM in 220 V Transmission line system



(ข) ภาพการขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่ออิลิเมนต์บนบริเวณที่สำคัญ

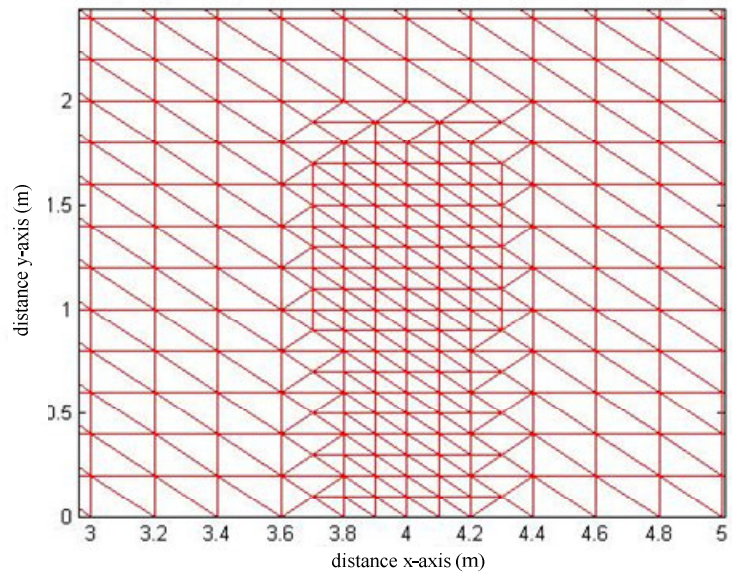
รูปที่ 5.1 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V

Triangular grid design for calculation FEM in 22 kV Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสามเหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างอิเลิเมนต์ภายในโครงสร้าง

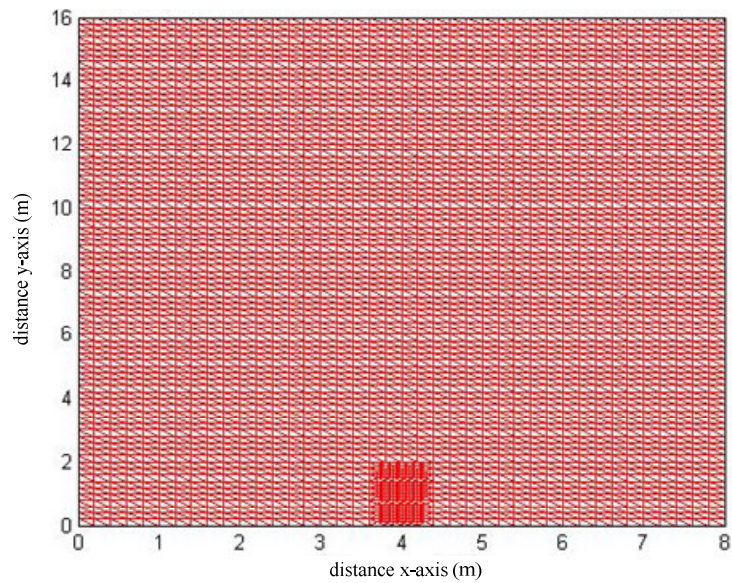
Triangular grid design for calculation FEM in 22 kV Transmission line system



(ข) ภาพการขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่ออิเลิเมนต์บนบริเวณที่สำคัญ

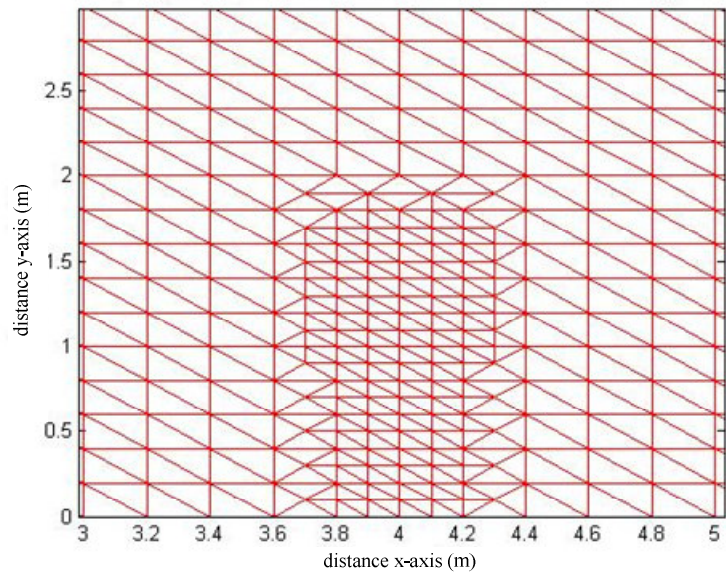
รูปที่ 5.2 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV

Triangular grid design for calculation FEM in 69 kV Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสามเหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างอิเลิเมนต์ภายในโครงสร้าง

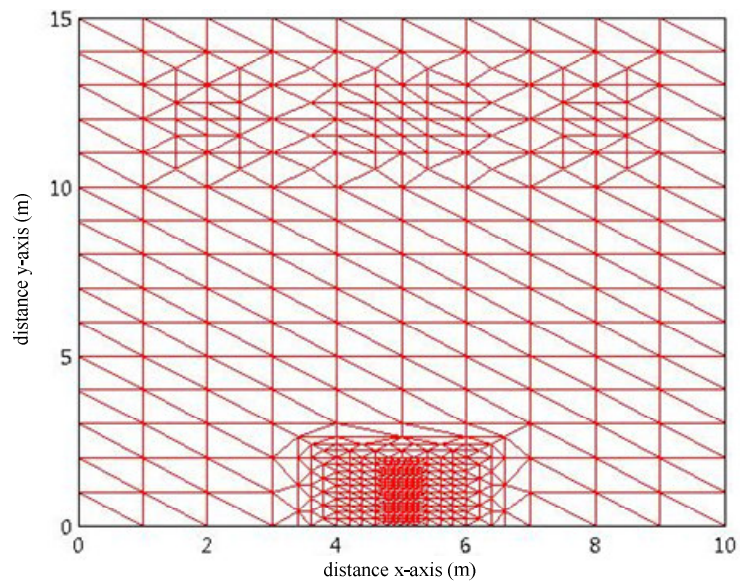
Triangular grid design for calculation FEM in 69 kV Transmission line system



(ข) ภาพการขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่ออิเลิเมนต์บนบริเวณที่สำคัญ

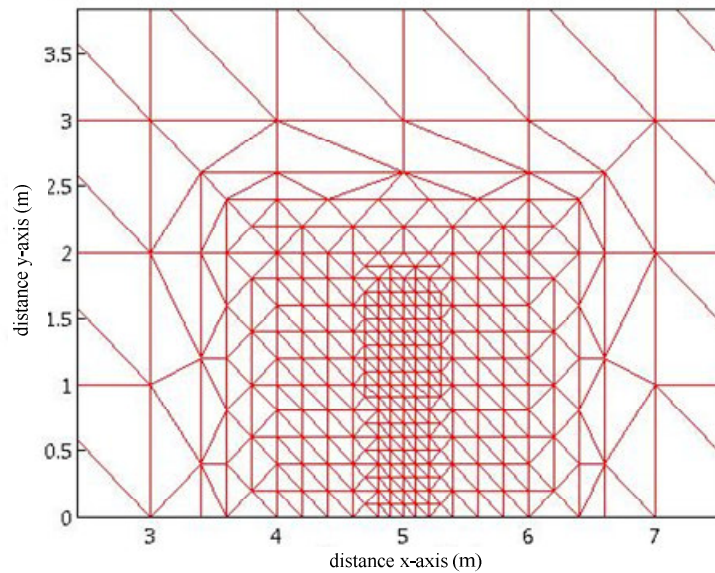
รูปที่ 5.3 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV

Triangular grid design for calculation FEM in 69 kV Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสามเหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างอิเลิเมนต์ภายในโครงสร้าง

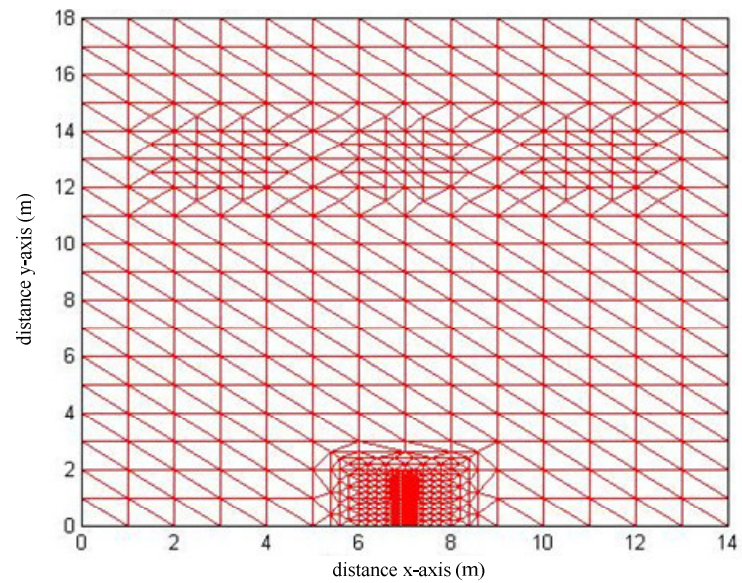
Triangular grid design for calculation FEM in 69 kV Transmission line system



(ข) ภาพการขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่ออิเลิเมนต์บนบริเวณที่สำคัญ

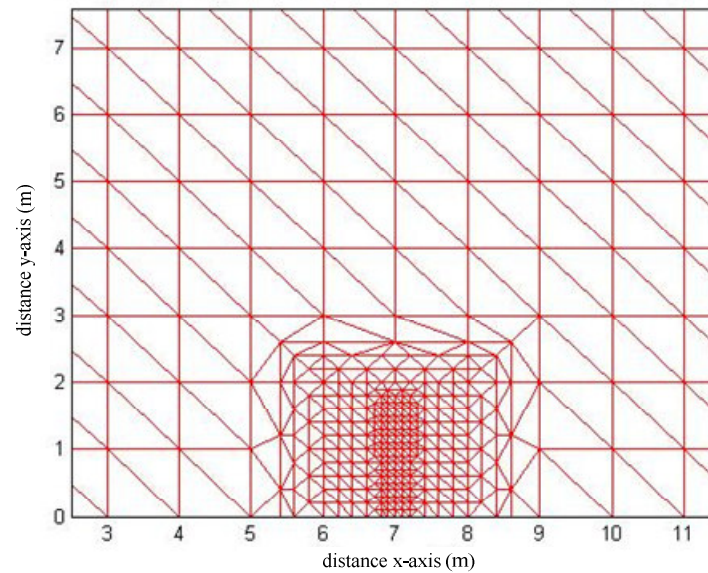
รูปที่ 5.4 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV

Triangular grid design for calculation FEM in 115 kV Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสามเหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างอิติเม้นท์ภายในโครงสร้าง

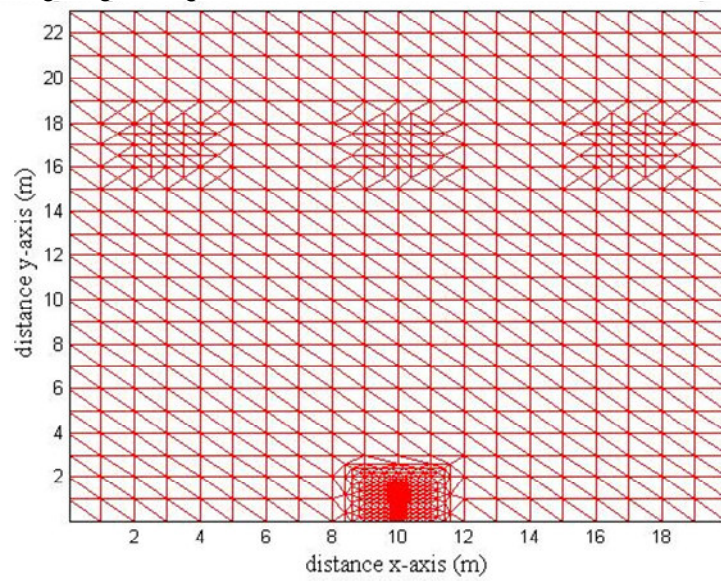
Triangular grid design for calculation FEM in 115 kV Transmission line system



(ข) ภาพการขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่ออิติเม้นท์บนบริเวณที่สำคัญ

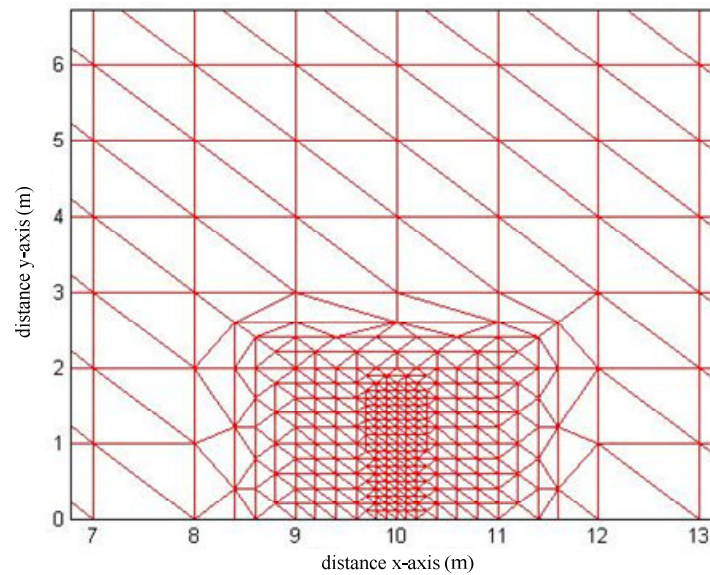
รูปที่ 5.5 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV

Triangular grid design for calculation FEM in 230 kV Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสามเหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างอิติเม้นท์ภายในโครงสร้าง

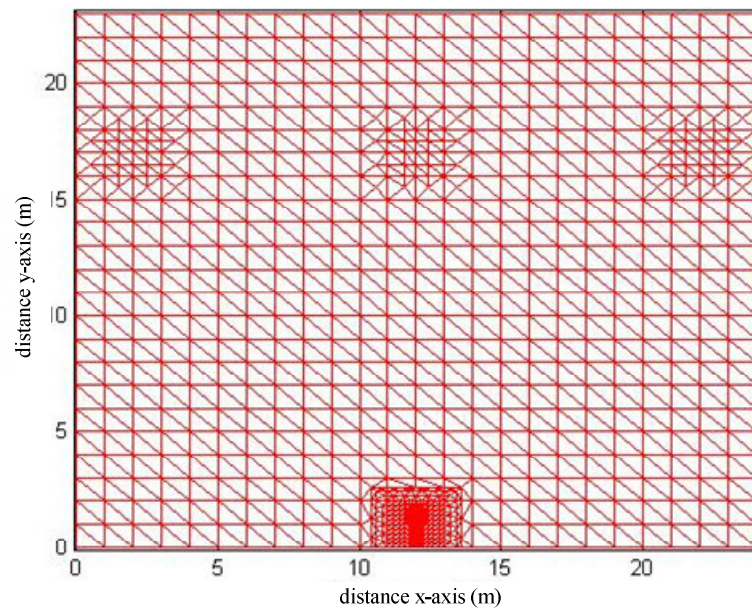
Triangular grid design for calculation FEM in 230 kV Transmission line system



(ข) ภาพการขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่ออิติเม้นท์บนบริเวณที่สำคัญ

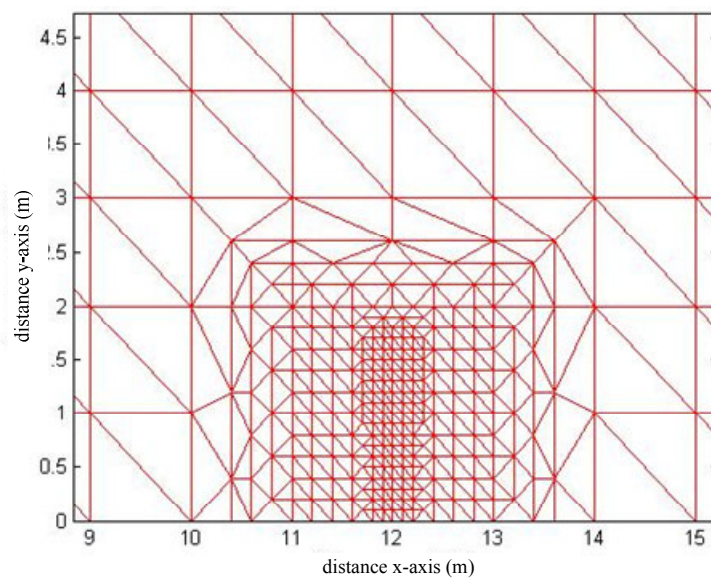
รูปที่ 5.6 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV

Triangular grid design for calculation FEM in 500 kV Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสามเหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างอิลิเมนต์ภายในโครงสร้าง

Triangular grid design for calculation FEM in 500 kV Transmission line system



(ข) ภาพการขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่ออิลิเมนต์บนบริเวณที่สำคัญ

รูปที่ 5.7 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV

### 5.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ สำหรับปัญหาของระบบ 2 มิติ ทางระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จะต้องจัดสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป ดังแสดงในสมการที่ (5-1) ก่อนที่จะเข้าสู่การสร้างสมการของอิลิเมนต์ต่อไป (Larry, 1984)

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q = 0$$

$$-\int_{\Delta_e} W_n R d\Delta_e = 0 \quad (5-10)$$

ในระบบของสมการเชิงเส้นสามารถคำนวณหาค่าได้ โดยอาศัยการประมาณของการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (weighting functions) ดังสมการที่ (5-10) ในปัจจุบันการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างถือเป็นวิธีที่ถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ และวิธีนี้ยังสามารถจำแนกแยกย่อยออกไปได้อีก เช่น วิธีของกาเลอร์คิน (Galerkin) ซึ่งเมทริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ ปกติแล้วจะมีความสมมาตร จึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหาขนาดใหญ่ สำหรับกรณีระบบปัญหา 2 มิติการสร้างสมการของอิลิเมนต์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้ คือ การแทนค่าผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (5-1) จะไม่ก่อให้เกิดค่าเท่ากับศูนย์ หากแต่จะมีค่าเท่ากับ  $R$  แทน ดังแสดงด้วยสมการที่ (5-11)

$$R = D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q \quad (5-11)$$

โดยที่  $\phi$  คือตัวแปรที่ไม่ทราบค่า

ซึ่ง  $R$  เรียกว่าเศษตกค้าง (residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหา เศษตกค้าง  $R$  ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าที่เที่ยงตรงมากที่สุด และในงานวิจัยนี้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง



ได้ใช้วิธีของกาเลอร์กิน (Preston, Reece, and Sangha, 1988) และ (Kim, Kwon, and Park, 1999) ซึ่งวิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง  $R$  ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (weighting function:  $W$ ) แล้วอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของอีลิเมนต์ ( $\Delta_e$ ) และกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$-\int_{\Delta_e} W_n R d\Delta_e = 0, \quad n = 1, 2, 3 \quad (5-12)$$

สำหรับอีลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม จุดที่ไม่ทราบค่ามี 3 จุด ซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสาม ดังนั้นจึงต้องการ 3 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (5-11) จะต้องมามีค่า  $n = 1, 2, 3$  และโดยปกติเราจะเลือก  $W_n = N_n$  ซึ่งเรียกว่า บับโนฟ-กาเลอร์กิน (Bubnov-Galerkin) ดังนั้นเมื่อแทน  $R$  ด้วยสมการที่ (5-11) ลงในสมการที่ (5-12) จะได้

$$0 = -\int_{\Delta_e} [N]^T \left( D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q \right) d\Delta_e \quad (5-13)$$

โดยที่  $[N]^T$  คือ เวกเตอร์เมทริกซ์แนวตั้งของฟังก์ชันการประมาณภายในอีลิเมนต์

เนื่องจากฟังก์ชันที่ต้องการประมาณ ( $\phi(x, y)$ ) ไม่มีความต่อเนื่องของอนุพันธ์ระหว่างแต่ละอีลิเมนต์ ดังนั้นสมการอนุพันธ์อันดับที่ 2 ตามสมการที่ (5-13) จึงสามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับที่ 1 ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) &= [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \end{aligned} \quad (5-14)$$

จากสมการที่ (5-13) จะได้

$$0 = - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e}_{(A)} - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} d\Delta_e}_{(B)} + \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T G \phi d\Delta_e}_{(C)} - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T Q d\Delta_e}_{(D)} \quad (5-15)$$

ส่วนเทอม A ในสมการที่ (5-15) จะสามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง โดยอาศัยสมการที่ (5-14) จะได้สมการใหม่ดังสมการที่ (5-16)

$$- \int_{\Delta_e} [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e = - \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial}{\partial x} \left( [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e + \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Delta_e \quad (5-16)$$

นอกจากนี้ยังสามารถประมาณพจน์  $-\int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial}{\partial x} \left( [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e$  โดยอาศัยสมการที่ (5-17) ได้ดังนี้

$$\int_{\Delta_e} \frac{\partial}{\partial x} \left( [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e = \int_{\Gamma} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma \quad (5-17)$$

โดยที่  $\theta$  คือ มุมที่กระทำกับพื้นผิวอีลิเมนต์

$\Gamma$  คือ พื้นที่ขอบเขตของอีลิเมนต์

แทนค่าสมการที่ (5-17) ใน (5-16) จึงได้พจน์ A เป็น

$$- \int_{\Delta_e} D_x [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e = - \int_{\Gamma} D_x [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma + \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Delta_e \quad (5-18)$$

ในการทำงานเดียวกันเทอม B ในสมการที่ (5-15) จึงได้

$$-\int_{\Delta_e} D_y [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} d\Delta_e = -\int_{\Gamma} D_y [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta d\Gamma + \int_{\Delta_e} D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} d\Delta_e \quad (5-19)$$

แทนค่าสมการที่ (5-18) และ (5-19) ในสมการที่ (5-15) จะได้

$$\begin{aligned} 0 = & -\int_{\Gamma} [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta) d\Gamma + \int_{\Delta_e} (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y}) d\Delta_e \\ & + \int_{\Delta_e} G [N]^T \phi d\Delta_e - \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e \end{aligned} \quad (5-20)$$

จาก  $\phi^{(e)} = [N] \{\Phi^{(e)}\}$  แทนค่าในสมการที่ (5-20) จะได้

$$\begin{aligned} 0 = & -\int_{\Gamma} [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta) d\Gamma \\ & + \left( \int_{\Delta_e} (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y}) d\Delta_e \right) \{\Phi^{(e)}\} \\ & + \left( \int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e \right) \{\Phi^{(e)}\} - \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e \end{aligned} \quad (5-21)$$

และสามารถเขียนให้อยู่รูปทั่วไปได้เป็น

$$0 = \{I^{(e)}\} + [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} - \{f^{(e)}\} \quad (5-22)$$

โดยที่

$$\{I^{(e)}\} = -\int_{\Gamma} [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta) d\Gamma$$

$$[K^{(e)}] = \int_{\Delta_e} (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y}) d\Delta_e + \int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e$$

$$\{f^{(e)}\} = \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e$$

โดยที่  $[K^{(e)}]$  สามารถจัดรูปใหม่โดยการดำเนินการต่อไปนี้

$$[D] = \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix} \quad (5-23)$$

และเวกเตอร์เกรเดียนต์ (gradient vector : gv)

$$\{gv\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \end{bmatrix} \{\phi^{(e)}\} = [B] \{\Phi^{(e)}\}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$[B]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]^T}{\partial x} & \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (5-24)$$

จาก  $[B]$ ,  $[B]^T$  และ  $[D]$  สามารถเขียน  $[K^{(e)}]$  ใหม่ได้เป็น

$$[K^{(e)}] = \int_{\Delta_e} [B]^T [D] [B] d\Delta_e + \int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e$$

$$[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}] \quad (5-25)$$

เนื่องจากงานวิจัยนี้เลือกกริดรูปสามเหลี่ยมในการคำนวณ ดังนั้นค่า  $\phi$  ในรูปสามเหลี่ยมจึงสามารถกำหนดได้เป็น

$$\phi^{(e)} = [N_i \quad N_j \quad N_k] \{\Phi^{(e)}\} \quad (5-26)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{1}{2\Delta_e} (a_i + b_i x + c_i y) \\ N_j &= \frac{1}{2\Delta_e} (a_j + b_j x + c_j y) \\ N_k &= \frac{1}{2\Delta_e} (a_k + b_k x + c_k y) \end{aligned} \quad (5-27)$$

และจะได้เวกเตอร์เกรเดียนต์สำหรับอิลิเมนต์นี้เป็น

จาก

$$\{gv\} = \begin{bmatrix} \frac{d[N]}{dx} \\ \frac{d[N]}{dy} \end{bmatrix} \{\phi^{(e)}\}$$

จะได้

$$\{gv\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_k}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_k}{\partial y} \end{bmatrix} \{\phi^{(e)}\} \quad (5-28)$$

แทนค่าสมการที่ (5-27) ในสมการที่ (5-28) จะได้

$$\{gv\} = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \{\phi^{(e)}\} = [B]\{\phi^{(e)}\}$$

$$\therefore [B] = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \quad (5-29)$$

จากสมการที่ (5-25) จะสังเกตเห็นได้ว่า

$$[K_D^{(e)}] = \int_{\Delta_e} [B]^T [D] [B] d\Delta_e$$

เนื่องจาก  $[B]$  และ  $[D]$  เป็นค่าคงที่จะได้

$$[K_D^{(e)}] = [B]^T [D] [B] \int_{\Delta_e} d\Delta_e$$

$$\therefore [K_D^{(e)}] = [B]^T [D] [B] \Delta_e \quad (5-30)$$

แทนค่า  $[B]$  และ  $[D]$  จัดอยู่ในรูปสมการ  $[K_D^{(e)}]$  ใหม่ได้เป็น

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} b_i & c_i \\ b_j & c_j \\ b_k & c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \Delta_e \left( \frac{1}{2\Delta_e} \right) \left( \frac{1}{2\Delta_e} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} D_x b_i & D_y c_i \\ D_x b_j & D_y c_j \\ D_x b_k & D_y c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \left( \frac{1}{4\Delta_e} \right)$$

$$\begin{aligned}
[K_D^{(e)}] &= \begin{bmatrix} D_x b_i^2 + D_y c_i^2 & D_x b_i b_j + D_y c_i c_j & D_x b_i b_k + D_y c_i c_k \\ D_x b_i b_j + D_y c_i c_j & D_x b_j^2 + D_y c_j^2 & D_x b_j b_k + D_y c_j c_k \\ D_x b_k b_i + D_y c_k c_i & D_x b_k b_j + D_y c_k c_j & D_x b_k^2 + D_y c_k^2 \end{bmatrix} \left( \frac{1}{4\Delta_e} \right) \\
\therefore [K_D^{(e)}] &= \frac{D_x}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} \quad (5-31)
\end{aligned}$$

จากสมการที่ (5-25) ถ้ากำหนดให้  $G$  เป็นค่าคงที่ ภายในแต่ละอีลิเมนต์จะได้

$$\begin{aligned}
[K_G^{(e)}] &= \int_{\Delta_e} G[N]^T [N] d\Delta_e \\
&= G \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} d\Delta_e \\
&= G \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i^2 & N_i N_j & N_i N_k \\ N_j N_i & N_j^2 & N_j N_k \\ N_i N_k & N_j N_k & N_k^2 \end{bmatrix} d\Delta_e \quad (5-32)
\end{aligned}$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรตในสมการที่ (5-32) เพราะเนื่องจาก  $N_i = L_1$ ,  $N_j = L_2$  และ  $N_k = L_3$  จะได้

$$\int_{\Delta_e} L_1^a L_2^b L_3^c d\Delta_e = \frac{a!b!c!}{(a+b+c+2)!} 2\Delta_e \quad (5-33)$$

$$[K_G^{(e)}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{2}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{2}{12} \end{bmatrix} G\Delta_e$$

$$\therefore [K_G^{(e)}] = \frac{G\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5-34)$$

จาก  $[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}]$

$$= \frac{D_x}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} + \frac{G\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5-35)$$

สำหรับกรณีที่มี  $Q \neq 0$  จะได้

$$\int_{\Delta_e} Q[N]^T d\Delta_e = Q \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} d\Delta_e = Q \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} d\Delta_e$$

$$\therefore \{f^{(e)}\} = \frac{Q\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

แต่ในงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้  $Q = 0$  จากสมการที่ (5-22) จึงได้

$$\{R^{(e)}\} = \{I^{(e)}\} + [K^{(e)}]\{\phi^{(e)}\} \quad (5-36)$$



และที่ค่าขอบเขตของแต่ละอิเลเมนต์  $\Gamma$  ได้ประยุกต์เงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann condition) โดยกำหนดให้  $\frac{\partial \phi}{\partial \bar{n}} = 0$  เมื่อ  $\bar{n}$  คือ เวกเตอร์ตั้งฉากกับขอบเขตของเวกเตอร์

$$0 = [K^{(e)}]\{\phi^{(e)}\} \quad (5-37)$$

โดยที่

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{\mu \varepsilon \omega^2 \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

### 5.3.4 การประกอบสมการอิเลเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นกรนำสมการของแต่ละอิเลเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 4.3.1 หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิเลเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย  $n$  จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น  $n$  สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้ตามสมการที่ (4-12) ดังที่ได้ผ่านมาในบทที่ 4 คือ

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdot & \cdot & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdot & \cdot & A_{2n} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdot & \cdot & A_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \cdot & \cdot & A_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)}$$

เมื่อ

$A$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของระบบรวม

$x$  คือ ค่าสนามไฟฟ้าที่ยังไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ

$b$  คือ ค่าแรงภายนอกที่มากระทำ ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ

เนื่องจากมีวัตถุที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันภายในงานวิจัยนี้อยู่ 2 ชนิด คือ อากาศกับร่างกายของมนุษย์ ซึ่งทั้งสองมีค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพันธ์เท่ากับ 1 และ 5 ตามลำดับ จากสมการที่ (5-35) ส่วนที่มีผลต่อค่าสภาพยอมทางไฟฟ้า คือ  $[K_G^{(e)}]$  ถ้าคำนึงถึงค่าดังกล่าวจะได้สมการในแต่ละอิลิเมนต์ที่มีคุณลักษณะทางเนื้อวัตถุระหว่างอากาศกับร่างกายมนุษย์จะได้  $[K^{(e)}]$  ตามสมการที่ (5-38) และ (5-39) ตามลำดับ

อากาศ:

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5-38)$$

มนุษย์:

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{5\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5-39)$$

### 5.3.5 ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย

ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของค่าสนามไฟฟ้า เริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้แก่สายส่งไฟฟ้ากับ โทรัสที่มีมือถือ โดยขั้นตอนส่วนนี้จะทำในทำนองเดียวกับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

## 5.4 สรุป

บทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าในสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 1 เฟส และ 3 เฟส ประกอบกับคำนึงถึงคุณสมบัติของวัตถุที่แตกต่างกันในระบบ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์อันดับสอง การประยุกต์วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์เพื่อคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาเลอร์คิน รายละเอียดต่าง ๆ ในบทนี้จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์อิลิเมนต์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่ได้กล่าวถึงในบทที่ 6 ต่อไป

## บทที่ 6

### โปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้าและผลการจำลองของระบบสายส่งแบบ 2 มิติ

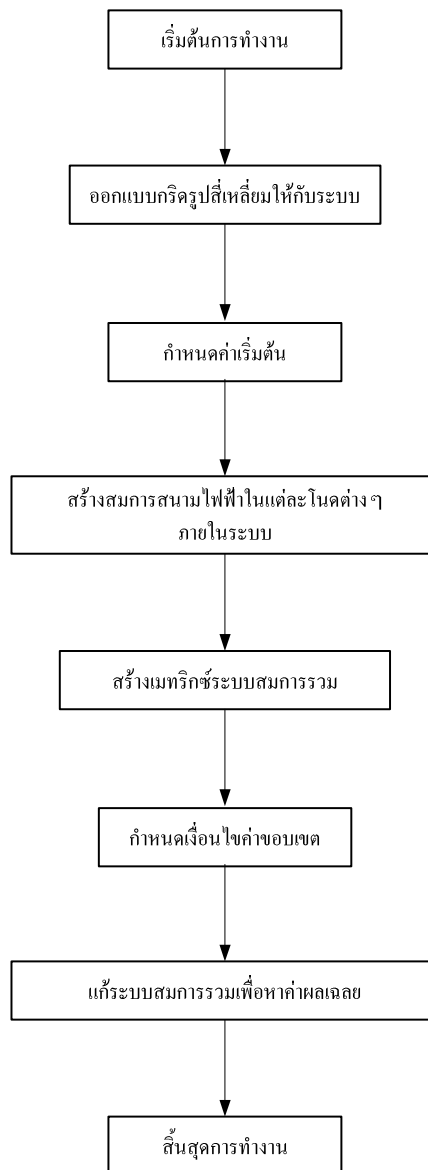
#### 6.1 บทนำ

การจำลองผลของงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาถึงการกระจายค่าสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ภายในระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ดังนั้นภายในบทที่ 6 จึงกล่าวถึงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของระบบที่ใช้ในการจำลองผลและอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และโปรแกรมจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ รวมถึงการดำเนินการเปรียบเทียบผลค่าสนามไฟฟ้ากับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL โปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานการใช้งานของ MATLAB™ ภายในงานวิจัยนี้ได้ใช้คอมพิวเตอร์ Intel Pentium IV dual cores 3.0 GHz 1GB เพื่อประมวลผลหาค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟสแบบ 2 มิติ

การจำลองผลมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของค่าสนามไฟฟ้า ซึ่งภายในงานวิจัยนี้ได้ใช้ระเบียบวิธี 2 วิธี คือ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นพื้นฐานสำคัญในการเขียนโปรแกรมหาค่าผลเฉลยของค่าสนามไฟฟ้า โดยหลักการเขียนโปรแกรมทั้ง 2 วิธีจะมีหลักการคล้ายคลึงกัน คือ เริ่มจากการออกแบบกริดตามขนาดรูปร่างของระบบ โดยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จะใช้กริดรูปสี่เหลี่ยม และระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะใช้กริดรูปสามเหลี่ยม จากนั้นสร้างสมการสนามไฟฟ้า สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จะดำเนินการสร้างสมการในลักษณะตามโนดต่าง ๆ ภายในระบบ ในขณะที่ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะสร้างสมการตามแต่ละเอลิเมนต์ที่ปรากฏขึ้นในระบบแทน เมื่อได้สมการที่อธิบายคุณสมบัติตามโนดหรือเอลิเมนต์ตามแต่ละวิธีแล้ว จากนั้นจะทำการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม โดยนำสมการที่ได้จากการพัฒนาตามโนดหรือเอลิเมนต์ต่าง ๆ ตามแต่ละวิธีมารวมกันเป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดใหญ่ หลังจากได้เมทริกซ์ระบบสมการรวมจะทำการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต และแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาผลเฉลยอันเป็นการสิ้นสุดการทำงาน สำหรับรายละเอียดของโปรแกรม 2 วิธีดังกล่าวสามารถแสดงขั้นตอนการคำนวณได้ดังนี้

## 6.2 ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

การคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงสามารถดำเนินการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ตามขั้นตอนภายในโครงสร้างโปรแกรมของแผนภูมिरูปที่ 6.1



รูปที่ 6.1 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

### 6.2.1 โปรแกรมออกแบบกริดรูปสี่เหลี่ยมให้กับระบบ

โปรแกรมสร้างกริดของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จะมีโครงสร้างของโปรแกรมที่ไม่ซับซ้อนมากนัก โดยจุดประสงค์หลักของโปรแกรมส่วนนี้ คือ การสร้างเมทริกซ์ที่มีสมาชิกภายในเป็นหมายเลขโนดต่าง ๆ ตามการกำหนดขนาดของระบบที่ต้องการศึกษา เช่น งานวิจัยนี้ต้องการศึกษาระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV โดยระบบมีความกว้าง 8 m และความสูง 12 m กำหนดให้สมาชิกภายในเมทริกซ์ของระบบรวม คือ หมายเลขโนดต่าง ๆ ของระบบ โดยระยะห่างระหว่างโนดแทนระยะห่างเท่ากับ 0.1 m นั้นหมายความว่าถ้าระบบมีความกว้าง 8 m จะมีจำนวนโนดปรากฏตามแนวแถวของเมทริกซ์ระบบรวมเท่ากับ  $(8 \times 0.1) + 1 = 81$  โนด และถ้าความสูง 12 m จะมีจำนวน โนด ปรากฏตามแนวหลักของเมทริกซ์ระบบรวม คือ  $(12 \times 0.1) + 1 = 121$  โนด และท้ายสุดจะได้เมทริกซ์หมายเลขโนด ( $N_{node}$ ) ขนาด  $81 \times 121$  ตามสมการที่ (6-1)

$$N_{node} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 79 & 80 & 81 \\ 82 & 83 & 84 & \dots & \dots & \dots & \dots & 160 & 161 & 162 \\ 163 & 164 & 165 & \dots & \dots & \dots & \dots & 241 & 242 & 243 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \ddots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 9559 & 9560 & 9561 & \dots & \dots & \dots & \dots & 9637 & 9638 & 9639 \\ 9640 & 9641 & 9642 & \dots & \dots & \dots & \dots & 9718 & 9719 & 9720 \\ 9721 & 9722 & 9723 & \dots & \dots & \dots & \dots & 9799 & 9800 & 9801 \end{bmatrix} \quad (6-1)$$

หลังจากได้เมทริกซ์หมายเลขโนด สิ่งที่ต้องพัฒนาเพิ่ม คือ เมทริกซ์ที่แสดงการจัดกลุ่มพื้นที่ของโนดต่าง ๆ ให้เป็นหมวดหมู่ เพื่อให้ง่ายสำหรับการบ่งชี้ถึงวัตถุแต่ละกลุ่มพื้นที่ที่มีค่าพารามิเตอร์แตกต่างกัน และสะดวกต่อการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต

### 6.2.2 กำหนดค่าเริ่มต้น

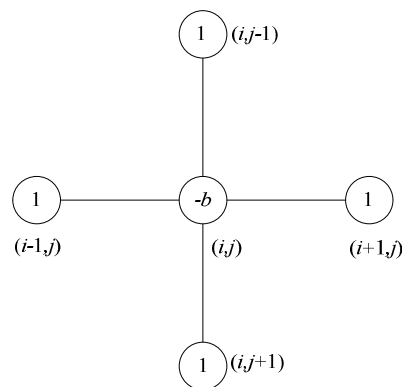
การจำลองผลสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส และ 3 เฟสภายในบทนี้ได้กำหนดค่าพารามิเตอร์ที่จำเป็นสำหรับการกำหนดค่าเริ่มต้นของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ซึ่งได้รับการรวบรวมไว้ในตารางที่ 6.1 ดังมีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 6.1 ค่าพารามิเตอร์สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

พารามิเตอร์	ค่า
ความถี่ ( $f$ )	50 Hz
สภาพขั้วซึมได้ทางแม่เหล็กในสุญญากาศ ( $\mu_0$ )	$4\pi \times 10^{-7}$ H/m
สภาพขั้วซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ในอากาศ ( $\mu_r$ )	1.00000037
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าในสุญญากาศ ( $\epsilon_0$ )	$8.854 \times 10^{-12}$ F/m
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ในอากาศ ( $\epsilon_r$ )	1
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ในมนุษย์ ( $\epsilon_r$ )	5

### 6.2.3 การสร้างสมการค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละโนด

ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ที่ใช้กริดรูปสี่เหลี่ยม ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ จากสมการที่ (6-1) จะเห็นว่าตำแหน่งสมาชิกภายในเมทริกซ์ดังกล่าวมีการวางตัวเป็นรูปสี่เหลี่ยม ดังนั้นจากความรู้ในบทที่ 4 โครงสร้างทั่วไปของระบบจะมีลักษณะตามรูปที่ 4.1 หรือถูกนำเสนอใหม่ในรูปที่ 6.2



รูปที่ 6.2 โครงสร้างของระเบียบไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

แต่เนื่องจากงานวิจัยนี้ คำนึงถึงค่าสภาพยอมของวัตถุที่มีค่าแตกต่างกัน ดังนั้นการสร้างสมการค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละ โหนดจึงสามารถสร้างได้ 3 ลักษณะ คือ บริเวณที่เป็นอากาศ หรือ บริเวณที่เป็นร่างกายของมนุษย์แต่เพียงอย่างเดียว กับ บริเวณเนื้อผสมระหว่างวัตถุทั้ง 2 ชนิด ซึ่งเคย

แสดงสมการทั้ง 3 ลักษณะภายในบทที่ 4 โดยขอนำเสนอสมการดังกล่าวมาแสดงใหม่ในสมการที่ (6-2) (6-3) และ (6-4) ตามลำดับ

อากาศ:

$$\mathbf{E}(i, j) = \frac{1}{(4 - \epsilon_0 \mu \omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j+1) + \mathbf{E}(i, j-1)] \quad (6-2)$$

มนุษย์:

$$\mathbf{E}(i, j) = \frac{1}{(4 - 5\epsilon_0 \mu \omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j+1) + \mathbf{E}(i, j-1)] \quad (6-3)$$

รอยต่อระหว่างมนุษย์กับอากาศ:

$$\mathbf{E}(i, j) = \frac{\epsilon_1}{2(\epsilon_1 + \epsilon_2)} \mathbf{E}(i, j-1) + \frac{\epsilon_2}{2(\epsilon_1 + \epsilon_2)} \mathbf{E}(i, j+1) + \frac{1}{4} \mathbf{E}(i-1, j) + \frac{1}{4} \mathbf{E}(i+1, j) \quad (6-4)$$

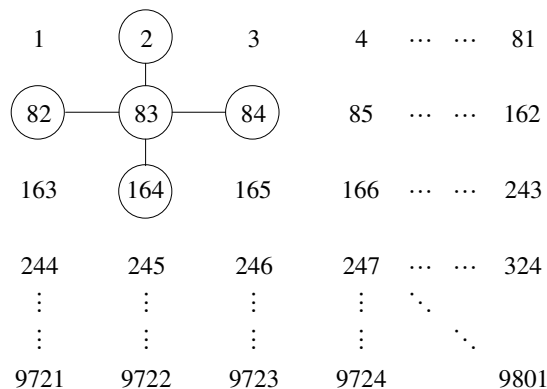
นอกจากนี้บางบริเวณที่อยู่ตามขอบและมุมของระบบจะมีลักษณะโครงสร้างที่แตกต่างกันไปโดยสามารถแสดงโครงสร้างและสมการที่ใช้อธิบายค่าสนามไฟฟ้า ณ บริเวณขอบแบบต่าง ๆ ดังมีรายละเอียดตามตารางที่ 4.1 ดังที่ได้นำเสนอผ่านมาในบทที่ 4

#### 6.2.4 การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม

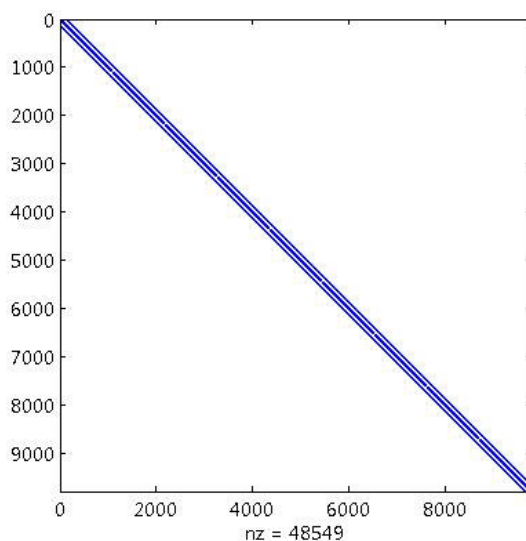
หลังจากได้สมการที่ใช้อธิบายโนดต่าง ๆ อย่างเหมาะสมภายในระบบ โปรแกรมย่อยส่วนนี้จะทำหน้าที่รวบรวมสมการแต่ละโนดที่คำนวณจากขั้นตอนก่อนหน้านี้ เข้ามาเป็นเมทริกซ์ขนาดใหญ่ของระบบสมการดังแสดงด้วยสมการที่ (4-12) การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวมของระเบียบวิธีนี้มีหลักการ คือ หาหมายเลขโนดที่แท้จริงที่อยู่รอบ ๆ โหนดที่กำลังพิจารณาอยู่ แล้วใส่ค่าสัมประสิทธิ์ของโนดนั้นลงในเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมให้ถูกต้อง ถ้าลักษณะของปัญหาถูกแบ่งออกเป็นโนดทั้งหมด  $n$  โหนด จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยทั้งสิ้น  $n$  สมการ เช่น ในรูปที่ 6.3 โหนดที่พิจารณา คือ ตำแหน่งโนดที่ 83 โดยมีตำแหน่งโนดรอบข้าง คือ ตำแหน่งโนดที่ 2 ตำแหน่งโนดที่ 82 ตำแหน่งโนดที่ 84 และตำแหน่งโนด

ที่ 164 สมมติให้บริเวณตำแหน่งที่พิจารณาเป็นบริเวณที่มีอากาศอย่างเดียวนั้น สัมประสิทธิ์ของตำแหน่งโนดรอบข้างจะมีค่าเท่ากับ 1 1 1 และ 1 ตามลำดับ ในขณะที่โนดที่พิจารณาจะมีสัมประสิทธิ์เท่ากับ  $4 - \epsilon_0 \mu \omega^2 h^2$  จากสมการที่ (6-2) จะได้

$$-(4 - \epsilon_0 \mu \omega^2 h^2) \mathbf{E}(i, j) + (1) \mathbf{E}(i+1, j) + (1) \mathbf{E}(i-1, j) + (1) \mathbf{E}(i, j+1) + (1) \mathbf{E}(i, j-1) = 0 \quad (6-5)$$



รูปที่ 6.3 การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม



รูปที่ 6.4 ลักษณะการวางตัวของสมาชิกภายในเมทริกซ์ของระบบสมการรวม



จากนั้นนำค่าสัมประสิทธิ์หน้า  $E(i, j)$   $E(i+1, j)$   $E(i-1, j)$   $E(i, j+1)$  และ  $E(i, j-1)$  จากสมการที่ (6-5) มาแทนค่าใส่เมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมในแถวที่ 83 โดยค่าสัมประสิทธิ์ของ  $E(i, j)$   $E(i+1, j)$   $E(i-1, j)$   $E(i, j+1)$  และ  $E(i, j-1)$  จะถูกป้อนลงในหลักที่ 2 82 84 และ 164 ของแถวนั้น จึงเป็นการรวมสมการของระบบสมการรวมเสร็จเพียง 1 โหนด ถ้าระบบที่ทำการคำนวณถูกแบ่งออกเป็นโหนดทั้งหมด  $n$  โหนด จะต้องทำการรวมสมการของระบบสมการรวมทั้งหมด  $n$  ครั้ง เมื่อทำสำเร็จจะได้ลักษณะการวางตัวของสมาชิกที่มีค่าไม่เป็นศูนย์ของระบบสมการรวมดังรูปที่ 6.4

### 6.2.5 กำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต

ขั้นตอนส่วนนี้จะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยมีหลักการ คือ คัดแปลงระบบสมการรวมตามสมการที่ (4-12) ให้สอดคล้องกับค่าเงื่อนไขขอบเขต โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตของตัวนำสายส่งในรูปของสนามไฟฟ้าทั้งกรณี 1 เฟสและ 3 เฟส กับโทรศัพท์มือถือที่มีการกระจายค่าสนามไฟฟ้าคงที่โดยรอบขนาด  $10 \times 20 \text{ cm}^2$  (nokia3210) ดังรูปที่ 4.6(a) ในบทที่ 4 ซึ่งสามารถสรุปรายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขตของระบบไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ ได้ดังนี้

#### ระบบไฟฟ้า 1 เฟส

- ระบบไฟฟ้าขนาด 220V:

$$v = 220 \text{ V} \quad E = 323.748 \text{ V/m}$$

- ระบบไฟฟ้าขนาด 22kV:

$$v = 22 \text{ kV} \quad E = 5.756 \times 10^4 \text{ V/m}$$

- ระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV:

$$v = 69 \text{ kV} \quad E = 8.8284 \times 10^4 \text{ V/m}$$

#### ระบบไฟฟ้า 3 เฟส (เฟสสมดุล)

- ระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV:

เฟส A ( $0^\circ$ )

$$v = 69 \text{ kV} \quad E = 8.8284 \times 10^4 \text{ V/m}$$

เฟส B ( $-120^\circ$ )

$$v = 69 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -4.4142 \times 10^4 - j7.6462 \times 10^4 \text{ V/m}$$

เฟส C ( $120^\circ$ )

$$v = 69\angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -4.4142 \times 10^4 + j7.6462 \times 10^4 \text{ V/m}$$

- ระบบไฟฟ้าขนาด 115 kV:

เฟส A ( $0^\circ$ )

$$v = 115 \text{ kV} \quad E = 1.4569 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B ( $-120^\circ$ )

$$v = 115\angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -7.2845 \times 10^4 - j1.2617 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C ( $120^\circ$ )

$$v = 115\angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -7.2845 \times 10^4 + j1.2617 \times 10^5 \text{ V/m}$$

- ระบบไฟฟ้าขนาด 230 kV:

เฟส A ( $0^\circ$ )

$$v = 230 \text{ kV} \quad E = 2.8202 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B ( $-120^\circ$ )

$$v = 230\angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.4101 \times 10^5 - j2.4425 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C ( $120^\circ$ )

$$v = 230\angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.4101 \times 10^5 + j2.4425 \times 10^5 \text{ V/m}$$

- ระบบไฟฟ้าขนาด 500 kV:

เฟส A ( $0^\circ$ )

$$v = 500 \text{ kV} \quad E = 6.0134 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B ( $-120^\circ$ )

$$v = 500\angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -3.0067 \times 10^5 - j5.2077 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C ( $120^\circ$ )

$$v = 500\angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -3.0067 \times 10^5 + j5.2077 \times 10^5 \text{ V/m}$$

### ระบบไฟฟ้า 3 เฟส (เฟสไม่สมดุล)

สำหรับกรณีระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุลจะทำการศึกษาเฉพาะระบบไฟฟ้าขนาด 230 kV เพื่อให้พอเห็นภาพลักษณะการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าเมื่อระบบไม่มีความสมดุล ซึ่ง

ลักษณะความไม่สมดุลของระบบไฟฟ้า 3 เฟส สามารถแยกศึกษาได้ 2 กรณี คือ กรณีขนาดไม่สมดุล (เฟสคงที่) กับกรณีมุมเฟสไม่สมดุล (ขนาดคงที่) ซึ่งมีรายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขตของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล ได้ดังนี้

ขนาดไม่สมดุล ( $\pm 10\%$  ของขนาดเฟสอ้างอิง)

- กรณีเฟส A (เฟสอ้างอิง)

$$v = 230 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad E = 2.8202 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B (-10%)

$$v = 207 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.269 \times 10^5 - j2.1981 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C (+10%)

$$v = 253 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.5511 \times 10^5 + j2.6865 \times 10^5 \text{ V/m}$$

- กรณีเฟส B (เฟสอ้างอิง)

$$v = 230 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.4101 \times 10^5 - j2.4424 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C (-10%)

$$v = 207 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.269 \times 10^5 + j2.1981 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส A (+10%)

$$v = 253 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad E = 3.1022 \times 10^5 \text{ V/m}$$

- กรณีเฟส C (เฟสอ้างอิง)

$$v = 230 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.4101 \times 10^5 + j2.4424 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส A (-10%)

$$v = 207 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad E = 2.5382 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B (+10%)

$$v = 253 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.5511 \times 10^5 - j2.6865 \times 10^5 \text{ V/m}$$

มุมเฟสไม่สมดุล ( $\pm 30^\circ$  ของมุมเฟสอ้างอิง)

- กรณีเฟส A (เฟสอ้างอิง)

$$v = 230 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad E = 2.8202 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B (-30°)

$$v = 230\angle -150^\circ \text{ kV} \quad E = 2.4424 \times 10^5 - j1.4101 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C (+30°)

$$v = 230\angle 150^\circ \text{ kV} \quad E = -2.4424 \times 10^5 + j1.4101 \times 10^5 \text{ V/m}$$

- กรณีเฟส B (เฟสอ้างอิง)

$$v = 230\angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.4101 \times 10^5 - j2.4424 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C (-30°)

$$v = 230\angle 90^\circ \text{ kV} \quad E = j2.8202 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส A (+30°)

$$v = 230\angle 30^\circ \text{ kV} \quad E = 2.4424 \times 10^5 + j1.4101 \times 10^5 \text{ V/m}$$

- กรณีเฟส C (เฟสอ้างอิง)

$$v = 230\angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.4101 \times 10^5 + j2.4424 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส A (-30°)

$$v = 230\angle -30^\circ \text{ kV} \quad E = 2.4424 \times 10^5 - j1.4101 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B (+30°)

$$v = 230\angle -90^\circ \text{ kV} \quad E = -j2.8202 \times 10^5 \text{ V/m}$$

### โทรศัพท์มือถือ

ตำแหน่งบนซ้ายและตำแหน่งบนขวา

$$E = 45.5 \text{ V/m}$$

ตำแหน่งกลางซ้าย

$$E = 33.5 \text{ V/m}$$

ตำแหน่งกลางขวา

$$E = 48.2 \text{ V/m}$$

ตำแหน่งล่างซ้ายและตำแหน่งบนขวา

$$E = 48.5 \text{ V/m}$$

### 6.2.6 แก้ระบบสมการรวมเพื่อหาผลเฉลย

ขั้นตอนสุดท้ายส่วนนี้จะทำหน้าที่แก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของระบบสมการรวมโดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน (matrix inverse) เนื่องจากเมทริกซ์มีลักษณะสมมาตร และค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ระบบสมการรวมไม่เป็นศูนย์จึงสามารถคำนวณหาค่าผลเฉลยด้วยวิธีนี้ได้ดังสมการที่ (4.17) ในบทที่ 4

## 6.3 ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

การคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์สามารถดำเนินการคำนวณ ตามขั้นตอนภายในโครงสร้างโปรแกรมของแผนภูมिरูปที่ 6.5

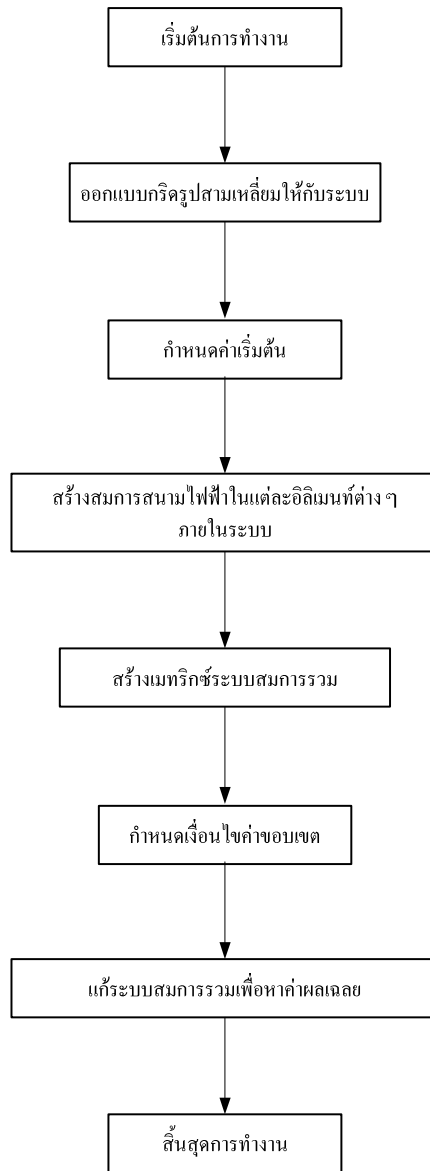
### 6.3.1 โปรแกรมออกแบบกริดรูปสามเหลี่ยมให้กับระบบ

โครงสร้างโปรแกรมสร้างกริดของขั้นตอนนี้ประกอบด้วยโปรแกรมหลักและโปรแกรมย่อยต่าง ๆ ซึ่งทำหน้าที่แตกต่างกัน ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมสามารถอธิบายรายละเอียดได้ดังนี้

โปรแกรมสร้างกริดเริ่มต้นทำงานจากการรับค่าอินพุตเป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดต่าง ๆ กันซึ่งเป็นตัวแทนของโครงสร้างรูปร่างมนุษย์ ตัวนำในสายส่ง โทศัพท์มือถือ และพื้นที่โล่งบริเวณที่เป็นอากาศ โดยเมทริกซ์ดังกล่าวถือเป็นการรับข้อมูลที่สำคัญในการดำเนินการช่วงแรกของโปรแกรมหลัก

จากนั้นจะเข้าสู่ขั้นตอนการระบุหมายเลขของอิลิเมนต์ และหมายเลขของโนด พร้อมทั้งตำแหน่งค่าพิกัดของแต่ละโนดในส่วนของวัตถุต่าง ๆ ภายในระบบ เช่น การหาตำแหน่งค่าพิกัดของแต่ละโนดของโครงสร้างร่างกายมนุษย์ ตัวนำในสายส่ง โทศัพท์มือถือ และบริเวณอากาศรอบ ๆ วัตถุ เพื่อให้ง่ายต่อการระบุถึงวัตถุแต่ละชนิดที่มีค่าพารามิเตอร์แตกต่างกันจะทำการจัดกลุ่มพื้นที่ของแต่ละอิลิเมนต์ และโนดต่าง ๆ ให้เป็นหมวดหมู่ นอกจากนี้ยังง่ายต่อการกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตซึ่งขั้นตอนดังกล่าวสามารถแสดงได้ดังมีรายละเอียดในโปรแกรมย่อย

ขั้นตอนการระบุหมายเลขของอิลิเมนต์และหมายเลขของโนด พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละโนดในส่วนของพื้นที่ที่เป็นอากาศ จากรูปที่ 6.6 จะเห็นว่าระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV จะมีบริเวณที่เป็นอากาศทั้งหมด 6 บริเวณ โดยสิ่งที่สำคัญที่สุด คือ ภายในอากาศแต่ละบริเวณจะต้องทราบหมายเลขโนดของเมทริกซ์ในแต่ละบริเวณดังกล่าวให้ถูกต้อง เช่น อากาศบริเวณที่ 2 เป็นเมทริกซ์ขนาด  $9 \times 2$  มีสมาชิกภายในเมทริกซ์เป็นหมายเลขโนดต่าง ๆ ดังสมการที่ (6-6)



รูปที่ 6.5 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมคำนวณสนามไฟฟ้า  
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิเลเมนต์

$$N_{sp2} = \begin{bmatrix} 12 & 13 \\ 0 & 0 \\ 31 & 32 \\ 0 & 0 \\ 61 & 62 \\ 0 & 0 \\ 91 & 92 \\ 0 & 0 \\ 116 & 117 \end{bmatrix} \quad (6-6)$$

ซึ่งโปรแกรมส่วนนี้จะดำเนินการหาเมทริกซ์ที่แทนหมายเลข โหนดของแต่ละบริเวณ จำนวนทั้งหมด 6 บริเวณที่มีขนาดแตกต่างกันี้ คือ อากาศบริเวณที่ 1 เป็นเมทริกซ์ขนาด 2×51 อากาศบริเวณที่ 2 กับ 3 เป็นเมทริกซ์ขนาด 9×2 อากาศบริเวณที่ 4 เป็นเมทริกซ์ขนาด 8×51 และ อากาศบริเวณที่ 5 กับ 6 เป็นเมทริกซ์ขนาด 31×6

หลังจากได้เมทริกซ์หมายเลข โหนดของบริเวณทั้งหมด 6 บริเวณ จากนั้นนำเมทริกซ์ดังกล่าวเข้าโปรแกรมย่อยที่คำนวณหาหมายเลขของอิเลิเมนต์ หมายเลขลำดับ โหนด และ ค่าพิกัดของแต่ละ โหนด เช่น อากาศบริเวณที่ 2 ซึ่งสามารถแสดงด้วยเมทริกซ์ที่แทนหมายเลขของอิเลิเมนต์ หมายเลขลำดับ โหนด และค่าพิกัดของแต่ละ โหนดดังนี้

$$N_{space\_zone2} = \begin{bmatrix} 21 & 12 & 31 & 32 \\ 22 & 12 & 32 & 13 \\ 23 & 31 & 61 & 62 \\ 24 & 31 & 62 & 32 \\ 25 & 61 & 91 & 92 \\ 26 & 61 & 92 & 62 \\ 27 & 91 & 116 & 117 \end{bmatrix} \quad (6-7)$$

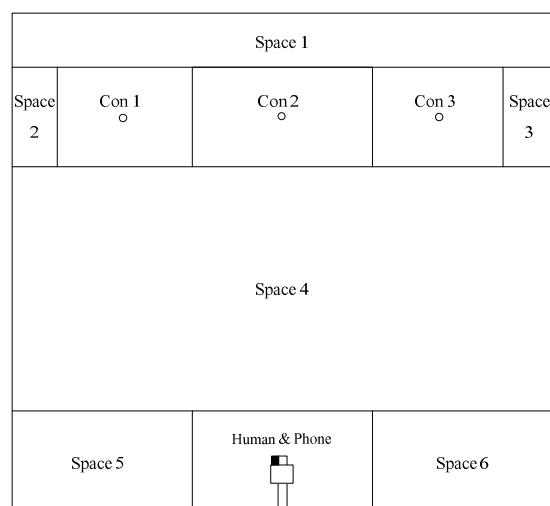
โดยที่หลักที่ 1 ของเมทริกซ์  $N_{space\_zone2}$  แทนหมายเลขของอิเลิเมนต์ และ หลักที่ 2-4 แทนหมายเลขลำดับ โหนดของแต่ละอิเลิเมนต์

จากสมการที่ (6-8) หลักที่ 1 ของเมทริกซ์  $node\_s2$  แทนหมายเลข โหนดของอากาศ บริเวณที่ 2 และหลักที่ 2 ถึง 3 แทนตำแหน่งค่าพิกัดแกน  $x$  และ แกน  $y$  ของแต่ละ โหนดตามลำดับ

$$\text{node\_s2} = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 14 \\ 13 & 1 & 14 \\ 31 & 0 & 13 \\ 32 & 1 & 13 \\ 61 & 0 & 12 \\ 62 & 1 & 12 \\ 91 & 0 & 11 \\ 92 & 1 & 11 \\ 116 & 0 & 10 \\ 117 & 1 & 10 \end{bmatrix} \quad (6-8)$$

ขั้นตอนการระบุหมายเลขของอิเลิเมนต์และหมายเลขของโนด พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละโนดในส่วนของโครงสร้างร่างกายมนุษย์ เมื่อขณะใช้อุปกรณ์สื่อสาร ซึ่งสามารถทำได้ในลักษณะเดียวกับการคำนวณหาหมายเลขของอิเลิเมนต์ หมายเลขลำดับโนด และค่าพิกัดของแต่ละโนดในส่วนของตัวนำภายในสายส่ง

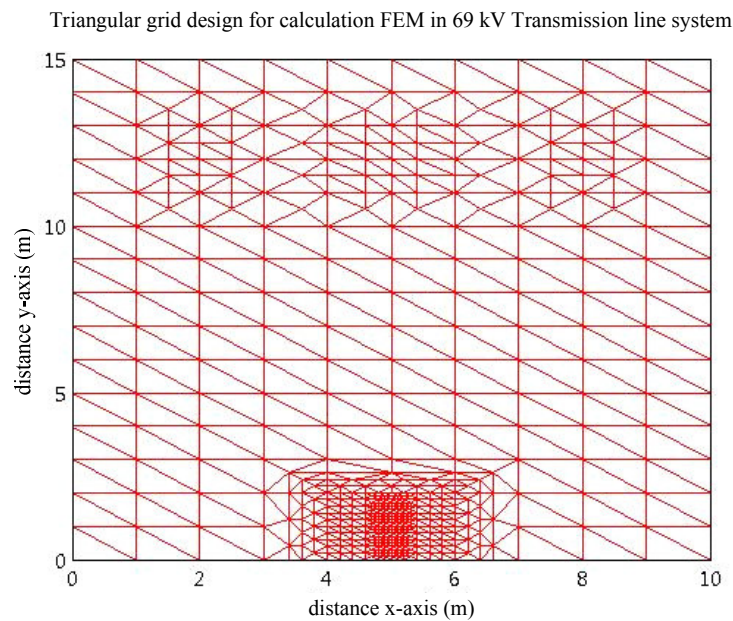
สำหรับ ขั้นตอนการระบุหมายเลขของอิเลิเมนต์และหมายเลขของโนด พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละโนดในส่วนของตัวนำภายในสายส่ง จากรูปที่ 6.6 จะเห็นได้ว่าระบบไฟฟ้า 3 เฟส ขนาด 69 kV จะมีบริเวณตัวนำทั้งหมด 3 บริเวณ ซึ่งสามารถทำได้ในลักษณะเดียวกับการคำนวณหาหมายเลขของอิเลิเมนต์ หมายเลขลำดับโนด และค่าพิกัดของแต่ละโนดในส่วนของตัวนำภายในสายส่ง และรูปร่างของมนุษย์ขณะใช้อุปกรณ์สื่อสาร



รูปที่ 6.6 การแบ่งพื้นที่เป็นหมวดหมู่ตามลักษณะความแตกต่างของวัตถุ

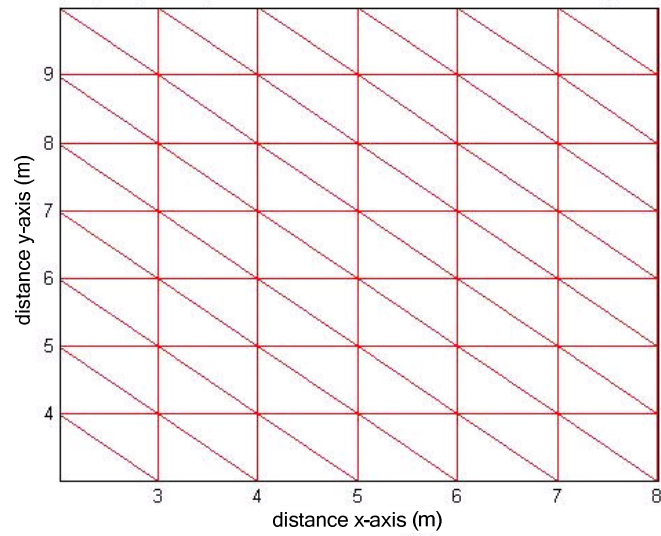


หลังจากคำนวณหาหมายเลขของอิเลิเมนต์ หมายเลขลำดับ โหนด และค่าพิกัดของแต่ละ โหนดของแต่ละวัตถุภายในระบบ ขั้นตอนต่อไปจะนำข้อมูลที่คำนวณได้มาวาดภาพแสดงการวางตัวของแต่ละอิเลิเมนต์ตลอดทั้งพื้นที่ของระบบที่พิจารณาด้วยคำสั่ง `trimesh` ในโปรแกรม MATLAB™ โดยขั้นตอนนี้จะนำเสนอตำแหน่งการวางตัวของแต่ละ โหนดในบริเวณต่าง ๆ เช่น บริเวณอากาศโดยรอบ ตัวนำในสายส่ง และ มนุษย์ ซึ่งสามารถแสดงภาพรวมของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ได้ดังรูปที่ 6.7 และสามารถแสดงการตีกริดเฉพาะที่เป็นอากาศ ตัวนำในสายส่ง และ มนุษย์ได้ดังรูปที่ 6.8-6.11



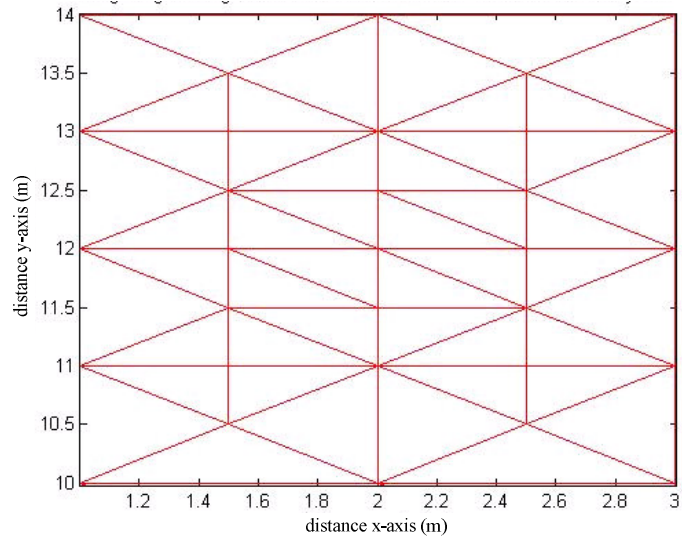
รูปที่ 6.7 ลักษณะการสร้างกริดภายในระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV

Triangular grid design for Calculation FEM in 69 kV Transmission line system

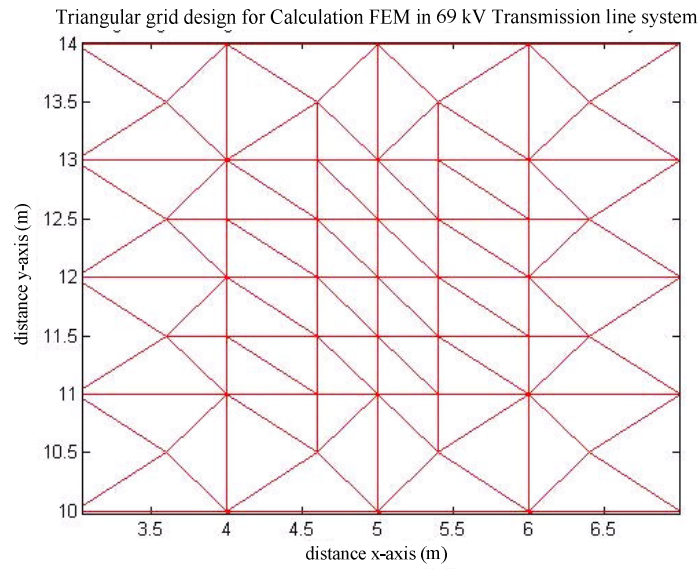


รูปที่ 6.8 ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นอากาศ

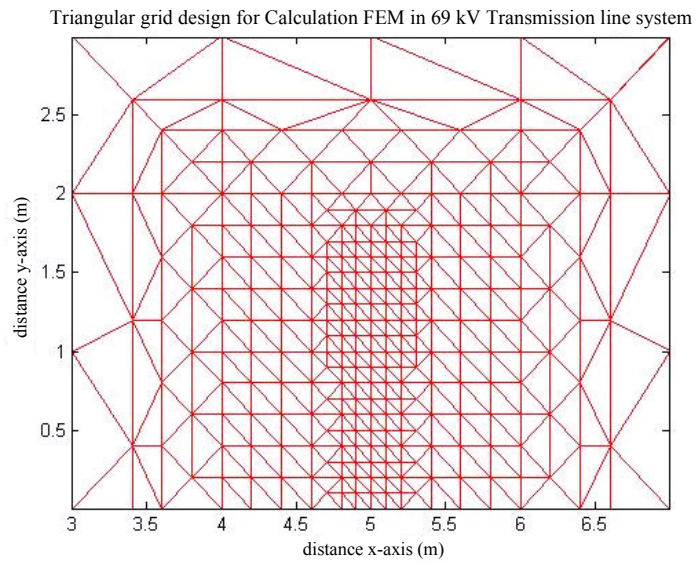
Triangular grid design for Calculation FEM in 69 kV Transmission line system



รูปที่ 6.9 ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นตัวนำสายส่งตัวที่ 1 และ 3



รูปที่ 6.10 ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นตัวนำสายส่งตัวที่ 2



รูปที่ 6.11 ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นมนุษย์

### 6.3.2 กำหนดค่าเริ่มต้น

การจำลองผลสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส และ 3 เฟส สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะใช้ค่าพารามิเตอร์ที่จำเป็นสำหรับการกำหนดค่าเริ่มต้นเช่นเดียวกับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ซึ่งได้รับการรวบรวมไว้ในตารางที่ 6.1

### 6.3.3 การสร้างสมการค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละเอลิเมนต์

ขั้นตอนนี้ของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ใช้กริดรูปสามเหลี่ยม ในการพัฒนาสมการที่ใช้สำหรับคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละเอลิเมนต์ เนื่องจากภายในระบบมีวัตถุที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันอยู่ 2 ชนิด คือ อากาศกับร่างกายของมนุษย์ ซึ่งทั้งสองมีค่าสภาพยอมสัมพัทธ์เท่ากับ 1 และ 5 ตามลำดับ จากสมการที่ (5-35) เป็นสมการสนามไฟฟ้าในเอลิเมนต์ที่อยู่ในบริเวณอากาศ กับสมการที่ (5-36) เป็นสมการสนามไฟฟ้าในเอลิเมนต์ที่อยู่ในโครงสร้างรูปร่างมนุษย์ ซึ่งทั้งสองสมการสามารถนำมาเสนอใหม่ดังสมการที่ (6-9) และ (6-10) ตามลำดับ

อากาศ:

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (6-9)$$

มนุษย์:

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{5\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (6-10)$$

### 6.3.4 การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม

หลังจากได้สมการที่ใช้อธิบายเอลิเมนต์ต่าง ๆ อย่างเหมาะสมภายในระบบโปรแกรมย่อยส่วนนี้จะทำหน้าที่รวบรวมสมการแต่ละเอลิเมนต์ที่คำนวณจากขั้นตอนก่อนหน้านี้นี้เข้ามาเป็นเมทริกซ์ขนาดใหญ่ของระบบสมการดังแสดงด้วยสมการที่ (4-12) การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวมของระเบียบวิธีนี้มีหลักการ คือ หาหมายเลขโนดที่แท้จริงของเอลิเมนต์ที่กำลังพิจารณาอยู่ แล้วใส่ค่าสัมประสิทธิ์ของเอลิเมนต์นั้นลงในเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมให้ถูกต้อง

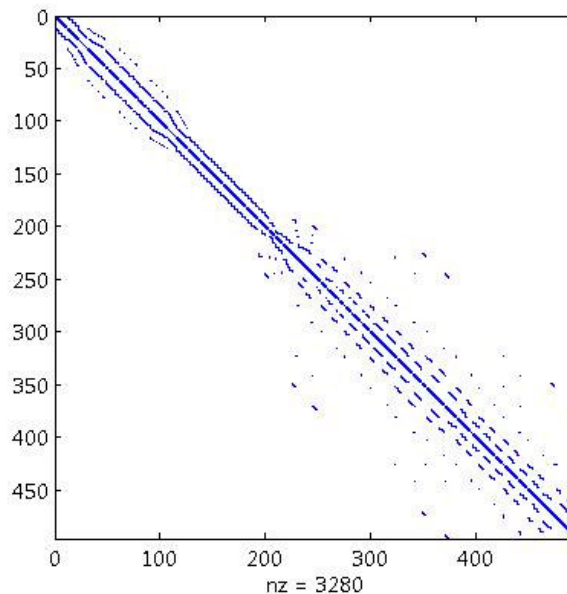
ถ้าลักษณะของปัญหาถูกแบ่งออกเป็นอีลิเมนต์ย่อย  $n$  โหนด จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยทั้งสิ้น  $n$  สมการ เมื่อทำสำเร็จจะได้ลักษณะการวางตัวของสมาชิกที่มีค่าไม่เป็นศูนย์ของระบบสมการรวมดังรูปที่ 6.12

### 6.3.5 กำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต

ขั้นตอนส่วนนี้จะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยมีหลักการ คือ ตัดแปลงระบบสมการรวมตามสมการที่ (4-12) ให้สอดคล้องกับค่าเงื่อนไขขอบเขต โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตของตัวนำสายส่งในรูปของสนามไฟฟ้าทั้งกรณี 1 เฟสและ 3 เฟส กับโทรศัพท์มือถือที่มีการกระจายค่าสนามไฟฟ้าคงที่โดยรอบขนาด  $10 \times 20 \text{ cm}^2$  (nokia3210) ดังรูปที่ 4.6(a) ในบทที่ 4 ซึ่งสามารถสรุปรายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขตของระบบไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ ตามหัวข้อที่ 6.2.5 ที่ผ่านมาข้างต้น

### 6.3.6 แก้ระบบสมการรวมเพื่อหาผลเฉลย

ขั้นตอนสุดท้ายส่วนนี้จะทำหน้าที่แก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของระบบสมการรวมโดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน เนื่องจากเมทริกซ์มีลักษณะสมมาตรและค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ระบบสมการรวมไม่เป็นศูนย์จึงสามารถคำนวณหาค่าผลเฉลยด้วยวิธีนี้ได้ดังสมการที่ (4-17) ตามบทที่ 4 ในทำนองเดียวกับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์



รูปที่ 6.12 ลักษณะการวางตัวของสมาชิกภายในเมทริกซ์ของระบบสมการรวม

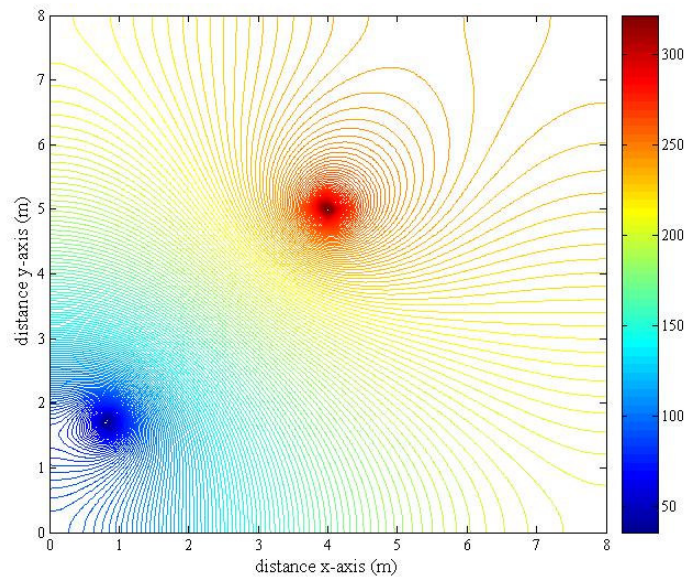
หลังจากทราบขั้นตอนและหลักการทำงานของโปรแกรมระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ต่อไปจะนำเสนอการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าจากระเบียบวิธี ทั้ง 2 วิธี โดยทำการจำลองผลของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส ขนาด 220 V 22 kV และ 69 kV ส่วนระบบไฟฟ้า 3 เฟสจะประกอบไปด้วยระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV 115 kV 230 kV และ 500 kV นอกจากนี้ในการจำลองผลของระบบแต่ละขนาดทั้งกรณี 1 เฟส และ 3 เฟส ยังทำการเลื่อนตำแหน่งของมนุษย์ ณ ขณะใช้งานโทรศัพท์มือถือในการสื่อสาร เพื่อให้เห็นลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเลื่อนตำแหน่งของมนุษย์

#### 6.4 ผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

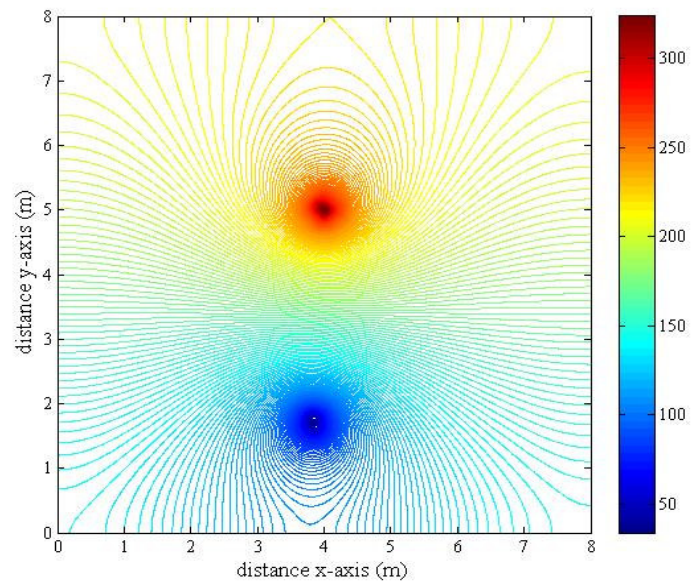
หัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส ขนาด 220 V 22 kV และ 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV 115 kV 230 kV และ 500 kV ที่เกิดจากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ โดยการจำลองผลของระบบแต่ละขนาดทั้งกรณี 1 เฟส และ 3 เฟส จะทำการเลื่อนตำแหน่งของมนุษย์ ณ ขณะใช้งานโทรศัพท์มือถือ 3 ตำแหน่งด้วยกัน เพื่อให้เห็นความแตกต่างของลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไป ซึ่งสามารถแสดงผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส และระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสตามหัวข้อต่อไปนี้

##### 6.4.1 ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส

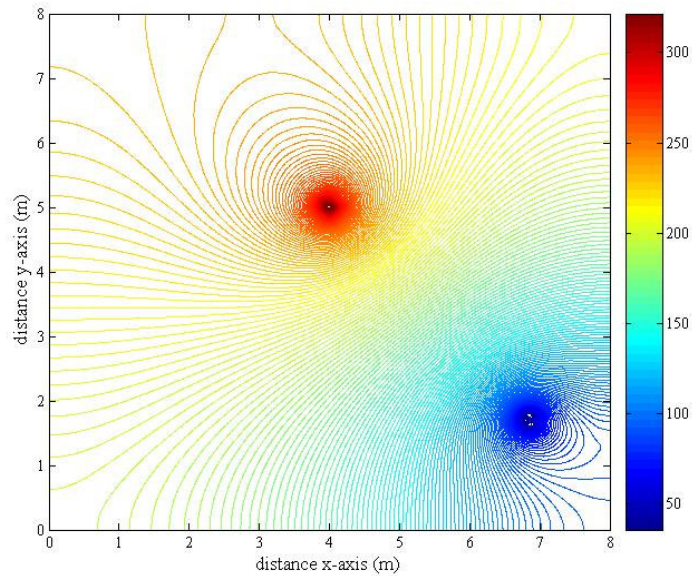
- ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V



รูปที่ 6.13 การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V  
เมื่อนุญย์ใช้งาน โทศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 1$  m



รูปที่ 6.14 การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V  
เมื่อนุญย์ใช้งาน โทศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 4$  m

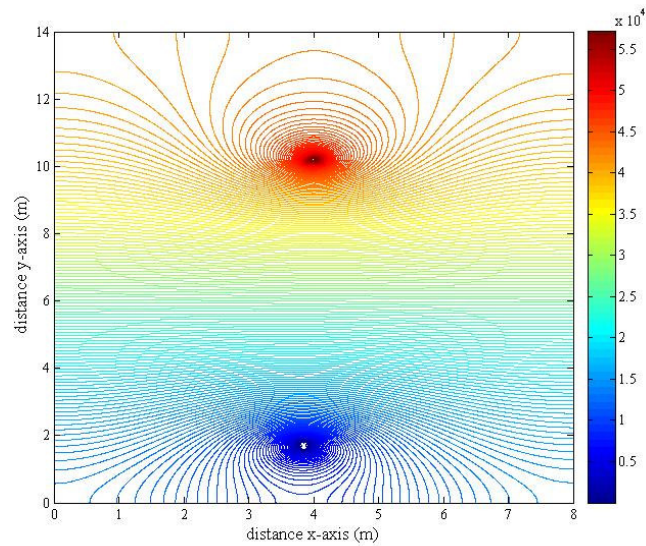


รูปที่ 6.15 การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V  
เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 7$  m

- ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV

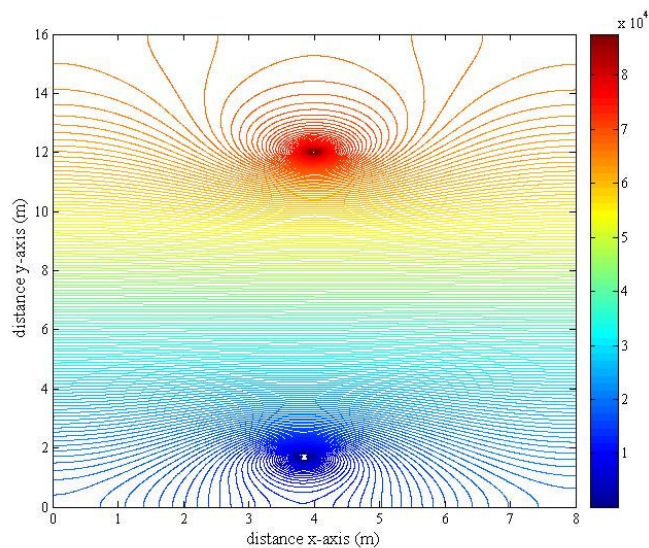
เนื่องจากการจำลองผลการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV และ 69 kV มีลักษณะคล้ายคลึงกับระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V แตกต่างที่ค่าสนามไฟฟ้าของตัวนำในสายส่ง กับขนาดพื้นที่ทดสอบของระบบ ดังนั้นจึงขอนำเสนอลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้าขนาด 22 kV และ 69 kV เพียง 1 กรณี คือ การใช้งาน โทรศัพท์มือถือของมนุษย์ ณ ตำแหน่งกึ่งกลางของระบบเท่านั้น เพื่อให้เนื้อหาที่นำเสนอภายในวิทยานิพนธ์มีความกระชับมากยิ่งขึ้น





รูปที่ 6.16 การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV  
เมื่อนุญย์ใช้งาน โทศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 4$  m

- ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV



รูปที่ 6.17 การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV  
เมื่อนุญย์ใช้งาน โทศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 4$  m

### 6.4.2 ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล

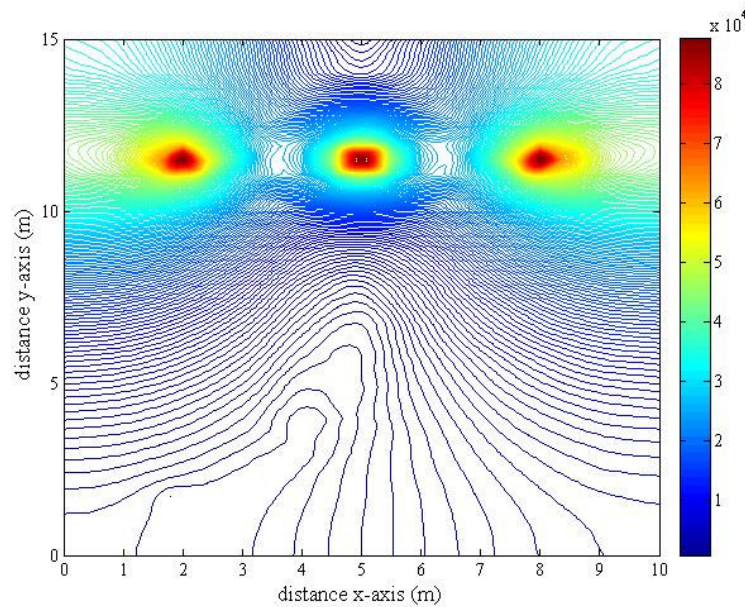
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ นั้น ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลออกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 69\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 69\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 69\angle 120^\circ \text{ kV}$$

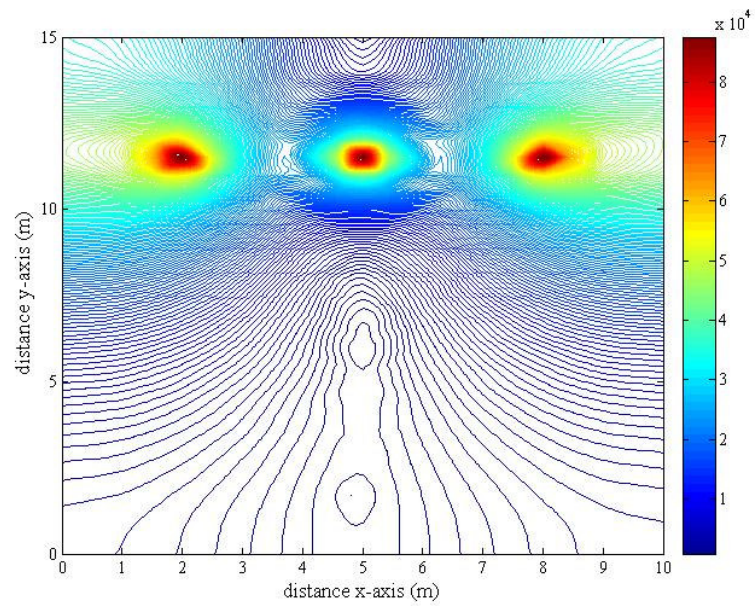
$$\text{เมื่อ } V_A = 69\angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 69\angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 69\angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 69\angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 69\angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 69\angle 0^\circ \text{ kV}$$

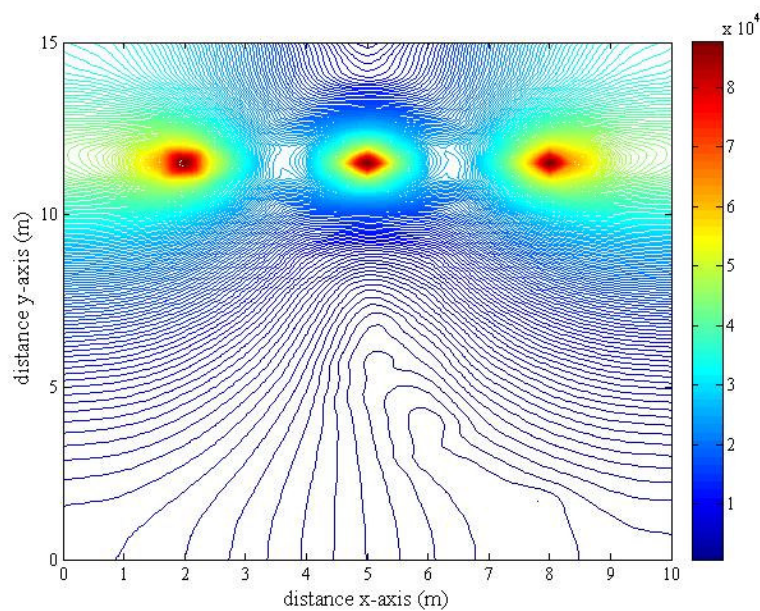
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะที่เหมือนกันในทุกกรณี แม้ว่าจะพิจารณาดำเน่งที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใดก็ตาม โดยได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 2 \text{ m}$ ,  $5 \text{ m}$  และ  $8 \text{ m}$  ตามลำดับ พร้อมทั้งแสดงการเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าว ซึ่ง IRPA คือ ค่ามาตรฐานของสนามไฟฟ้าสูงสุด ที่มนุษย์สามารถสัมผัสได้อย่างปลอดภัยไม่เกิน  $5 \text{ kV/m}$



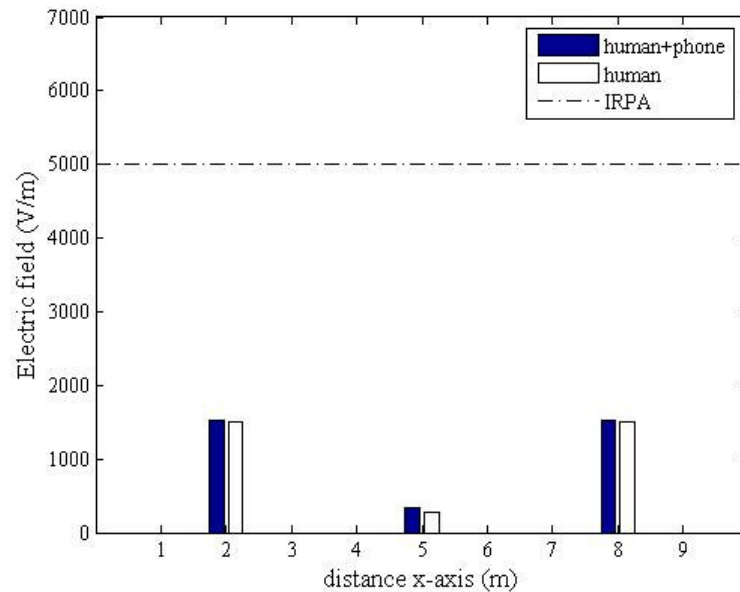
รูปที่ 6.18 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 2 \text{ m}$



รูปที่ 6.19 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 5$  m



รูปที่ 6.20 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 8$  m



รูปที่ 6.21 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 69 kV

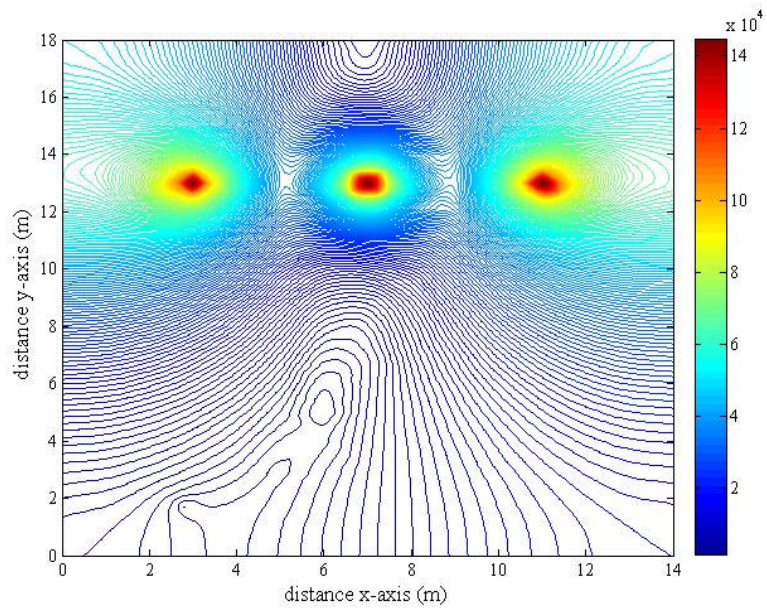
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 115 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ นั้น ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลออกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 115 \angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 115 \angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 115 \angle 120^\circ \text{ kV}$$

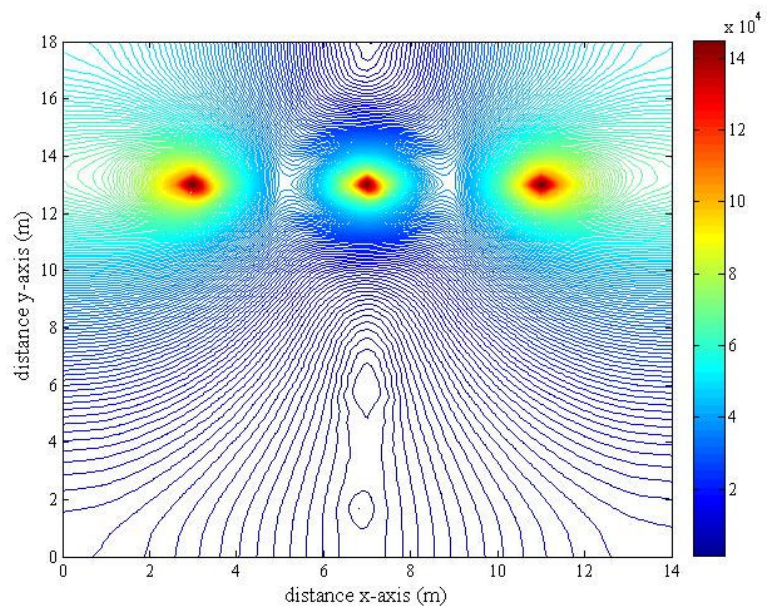
$$\text{เมื่อ } V_A = 115 \angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 115 \angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 115 \angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 115 \angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 115 \angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 115 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

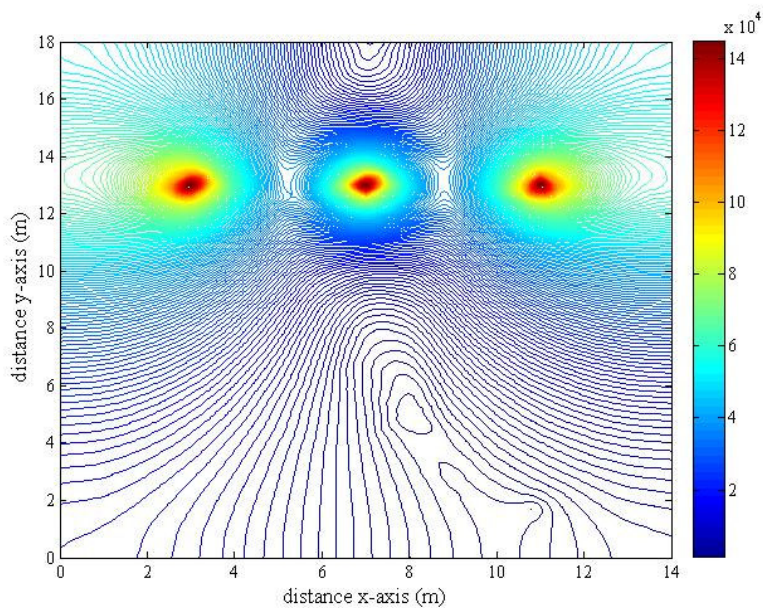
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะที่เหมือนกันในทุกกรณี แม้ว่าพิจารณาตำแหน่งที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใดก็ตาม โดยได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 3 \text{ m}$ ,  $7 \text{ m}$  และ  $11 \text{ m}$  ตามลำดับ พร้อมทั้งแสดงการเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าว



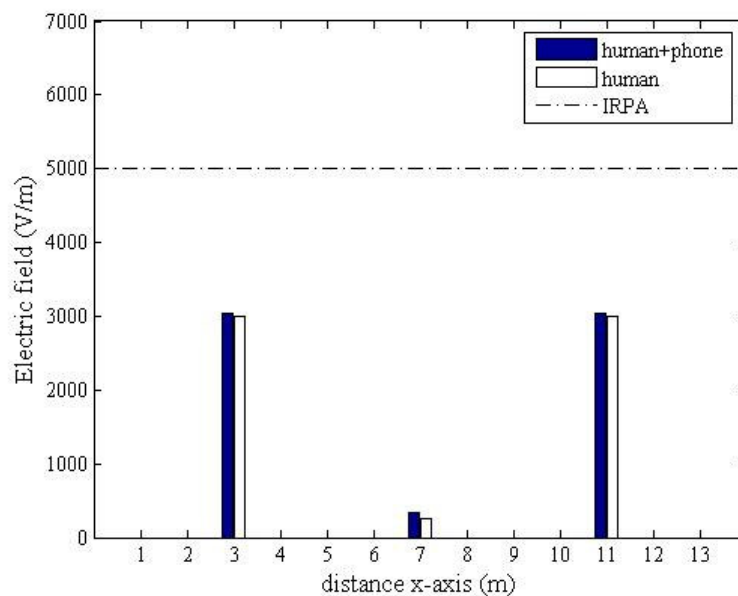
รูปที่ 6.22 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 3$  m



รูปที่ 6.23 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 7$  m



รูปที่ 6.24 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 115 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 11$  m



รูปที่ 6.25 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 115 kV

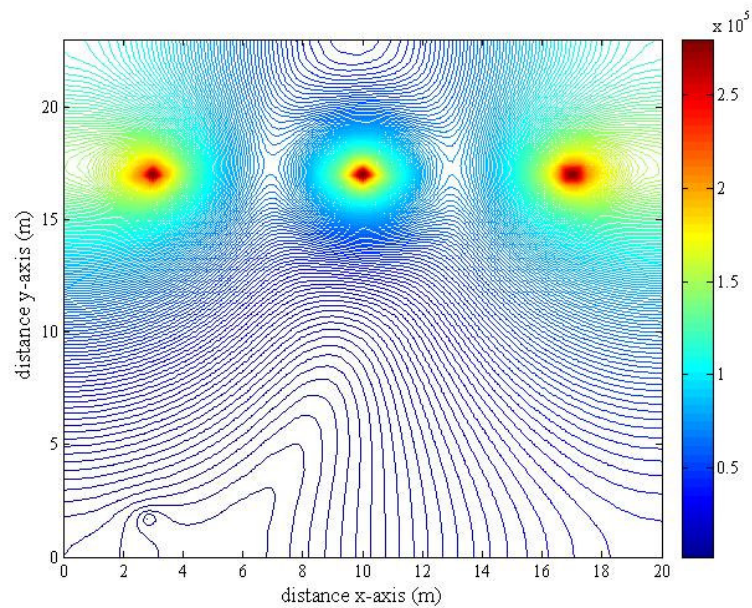
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ นั้น ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลออกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 120^\circ \text{ kV}$$

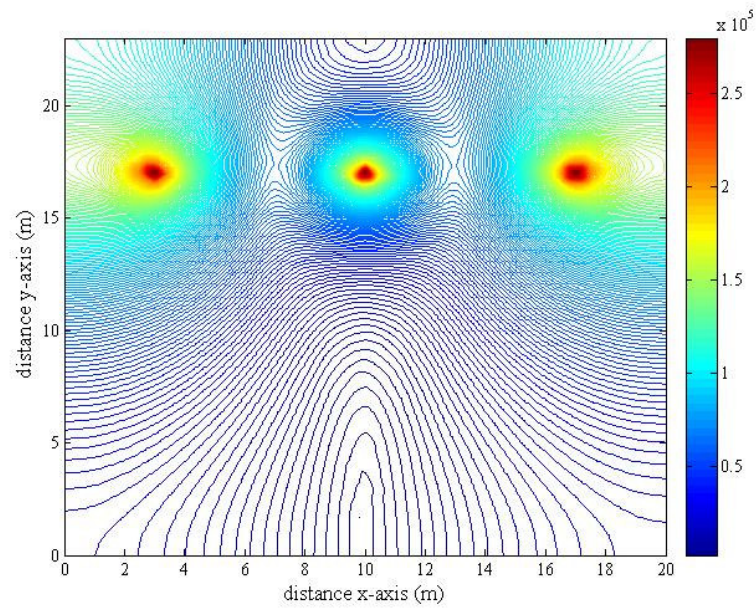
$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 0^\circ \text{ kV}$$

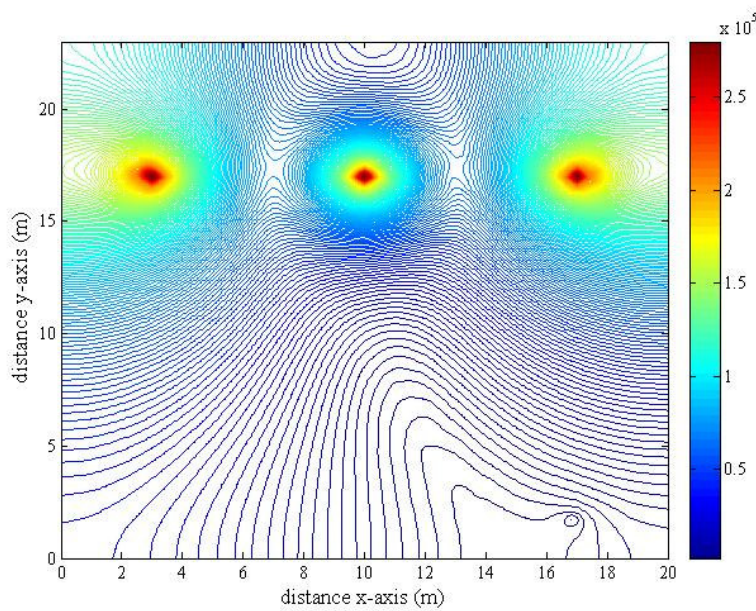
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะที่เหมือนกันในทุกกรณี แม้ว่าจะพิจารณาตำแหน่งที่มนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใดก็ตาม โดยได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 3 \text{ m}$ ,  $10 \text{ m}$  และ  $17 \text{ m}$  ตามลำดับ พร้อมทั้งแสดงการเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าว



รูปที่ 6.26 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 3 \text{ m}$

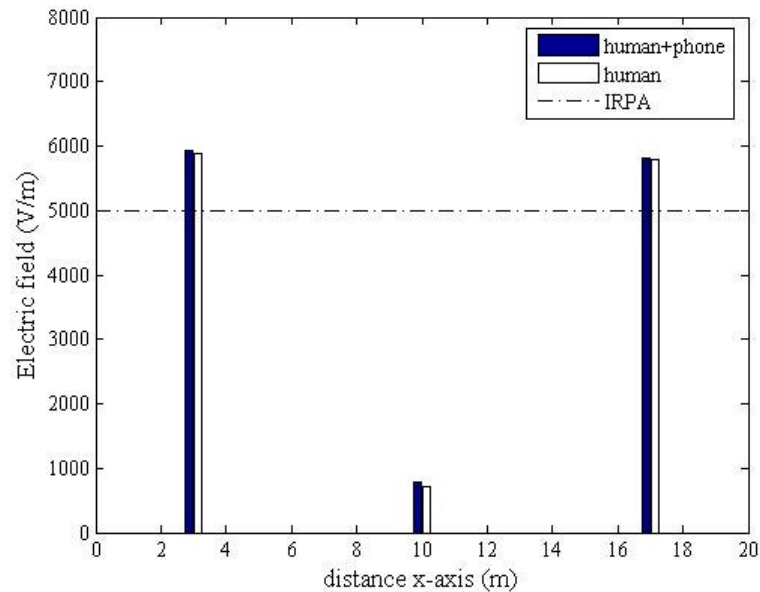


รูปที่ 6.27 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 10$  m



รูปที่ 6.28 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 17$  m





รูปที่ 6.29 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV

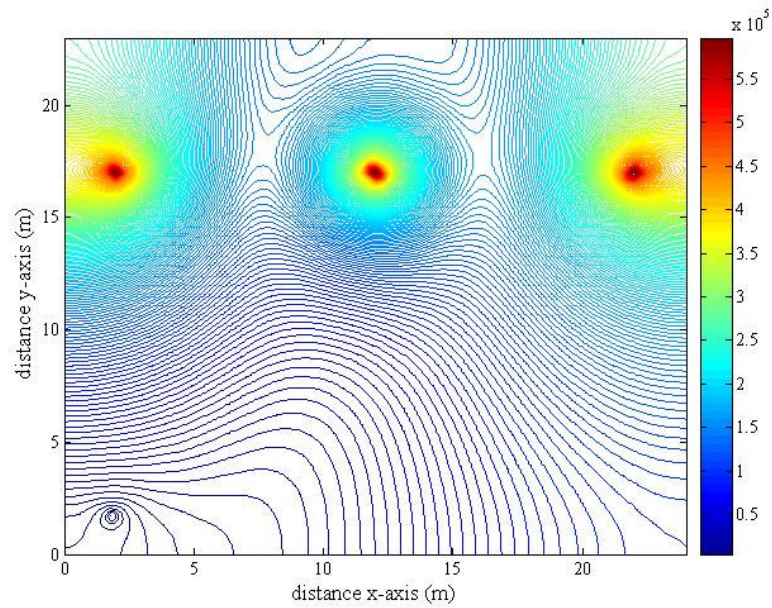
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ นั้น ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาดออกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 500\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 500\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 500\angle 120^\circ \text{ kV}$$

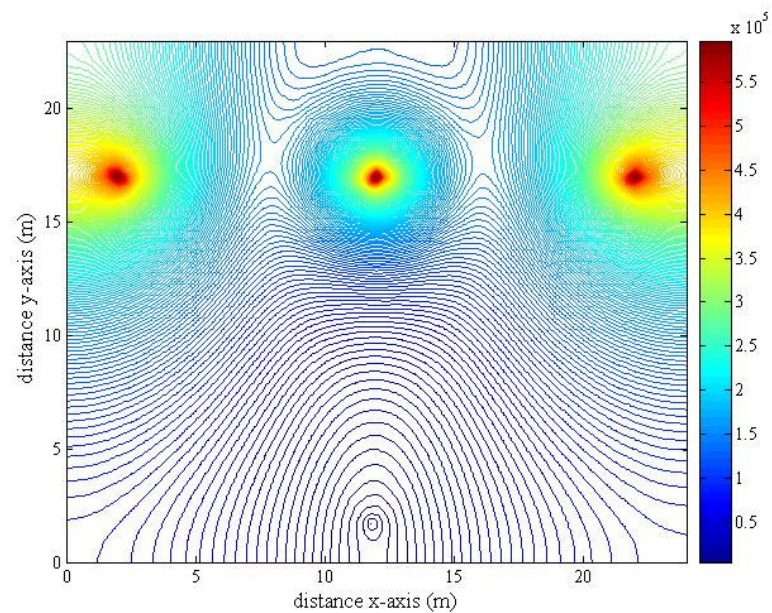
$$\text{เมื่อ } V_A = 500\angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 500\angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 500\angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 500\angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 500\angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 500\angle 0^\circ \text{ kV}$$

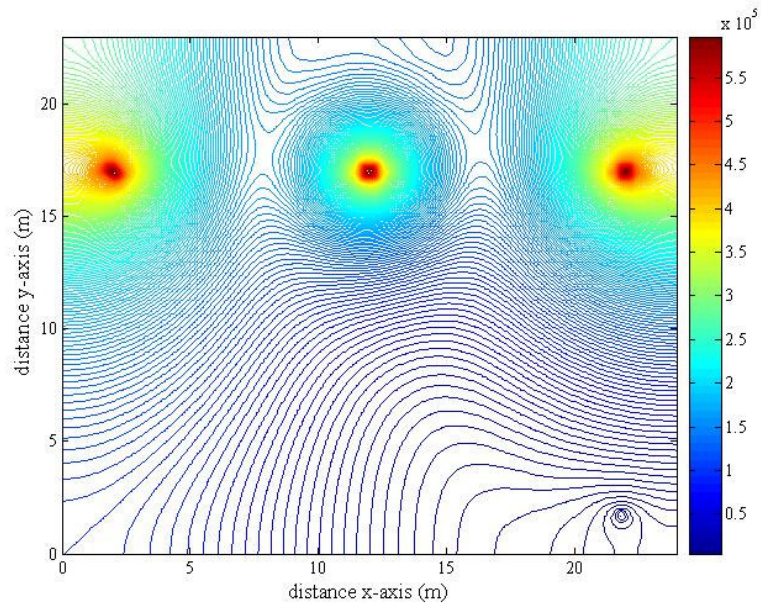
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะที่เหมือนกันในทุกกรณี แม้ว่าจะพิจารณาตำแหน่งที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใดก็ตาม โดยได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 2 \text{ m}$ ,  $12 \text{ m}$  และ  $22 \text{ m}$  ตามลำดับ พร้อมทั้งแสดงการเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าว



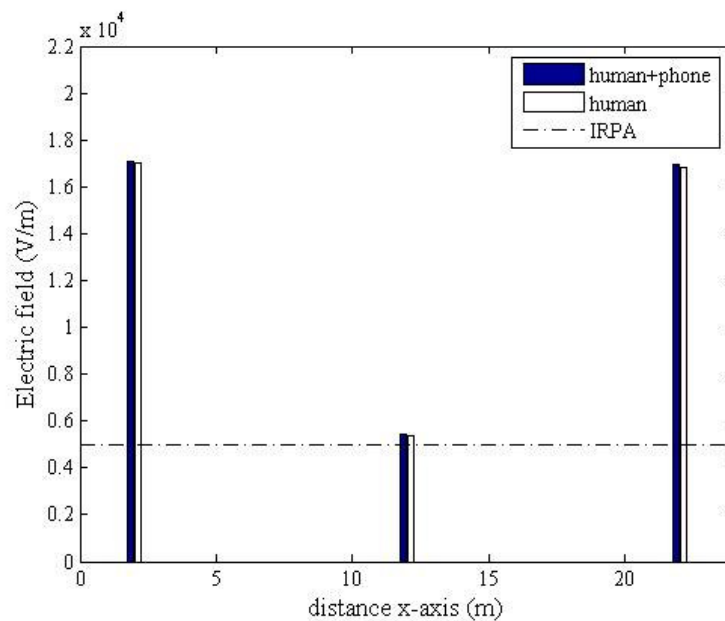
รูปที่ 6.30 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 2$  m



รูปที่ 6.31 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 10$  m



รูปที่ 6.32 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 22$  m



รูปที่ 6.33 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 500 kV

### 6.4.3 ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล

สำหรับระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุลจะเลือกพิจารณาเฉพาะขนาด 230 kV เท่านั้น โดยจะแบ่งการจำลองผลออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีขนาดไม่สมดุล กับ กรณีมุมเฟสไม่สมดุล ซึ่งแต่ละกรณีจะแยกการพิจารณาออกเป็น 3 แบบ เพื่อให้เห็นผลกระทบของสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไป อันเนื่องมาจากความไม่สมดุลที่เกิดจากขนาดและมุมเฟสของแรงดันภายในสายส่ง โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กรณีขนาดไม่สมดุล ( $\pm 10\%$  ของขนาดเฟสอ้างอิง) ประกอบด้วยการพิจารณา 3 แบบ คือ

แบบที่ 1 เมื่อ  $V_A = 230\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 207\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 253\angle 120^\circ$  kV

แบบที่ 2 เมื่อ  $V_A = 253\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 230\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 207\angle 120^\circ$  kV

แบบที่ 3 เมื่อ  $V_A = 207\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 253\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 230\angle 120^\circ$  kV

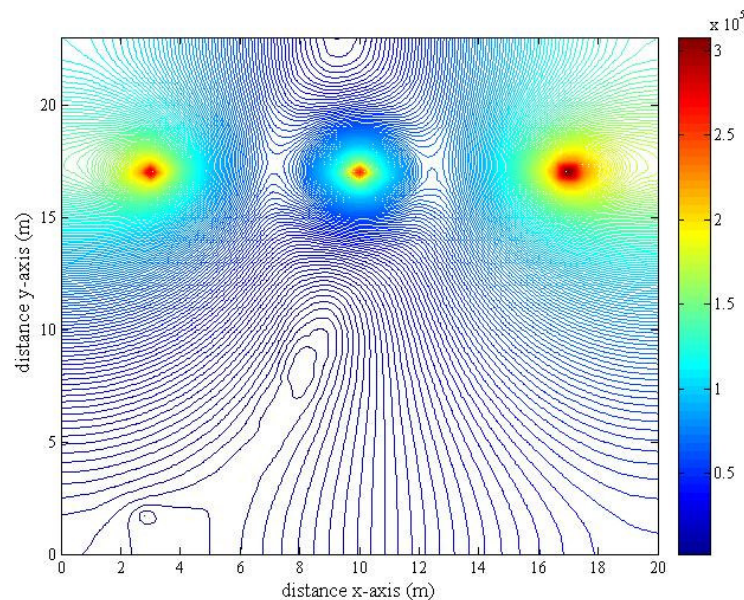
กรณีมุมเฟสไม่สมดุล ( $\pm 30^\circ$  ของมุมเฟสอ้างอิง) ประกอบด้วยการพิจารณา 3 แบบ คือ

แบบที่ 1 เมื่อ  $V_A = 230\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 230\angle -150^\circ$  kV  $V_C = 230\angle 150^\circ$  kV

แบบที่ 2 เมื่อ  $V_A = 230\angle 30^\circ$  kV  $V_B = 230\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 230\angle 90^\circ$  kV

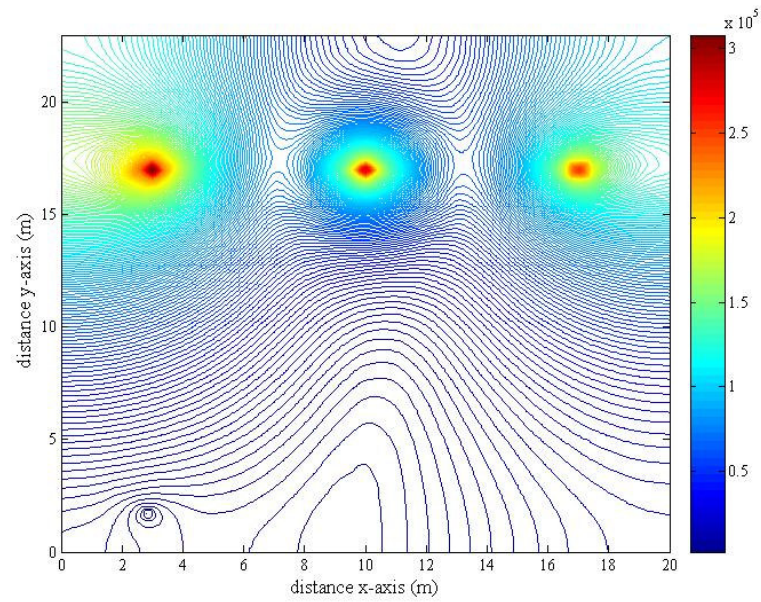
แบบที่ 3 เมื่อ  $V_A = 230\angle -30^\circ$  kV  $V_B = 230\angle -90^\circ$  kV  $V_C = 230\angle 120^\circ$

- กรณีขนาดไม่สมดุล ( $\pm 10\%$  ของขนาดเฟสอ้างอิง)



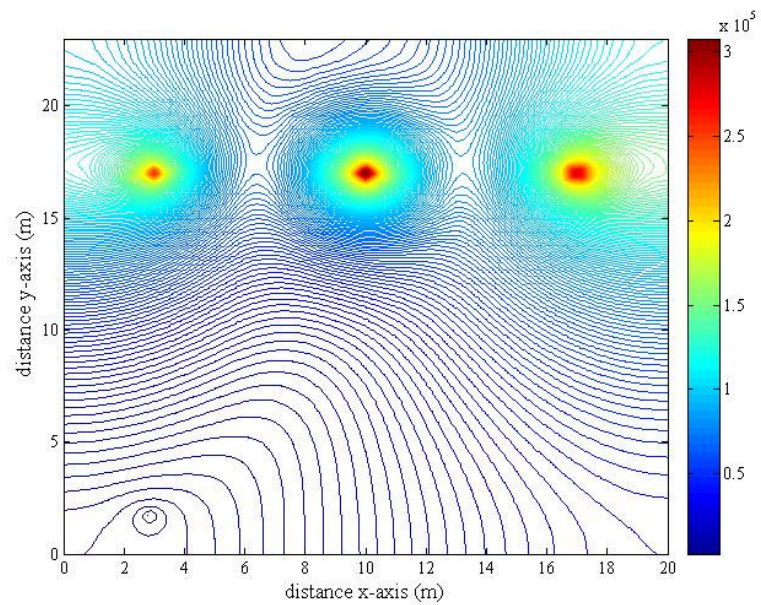
รูปที่ 6.34 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 207\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 253\angle 120^\circ \text{ kV ณ ตำแหน่ง } x=3 \text{ m}$$



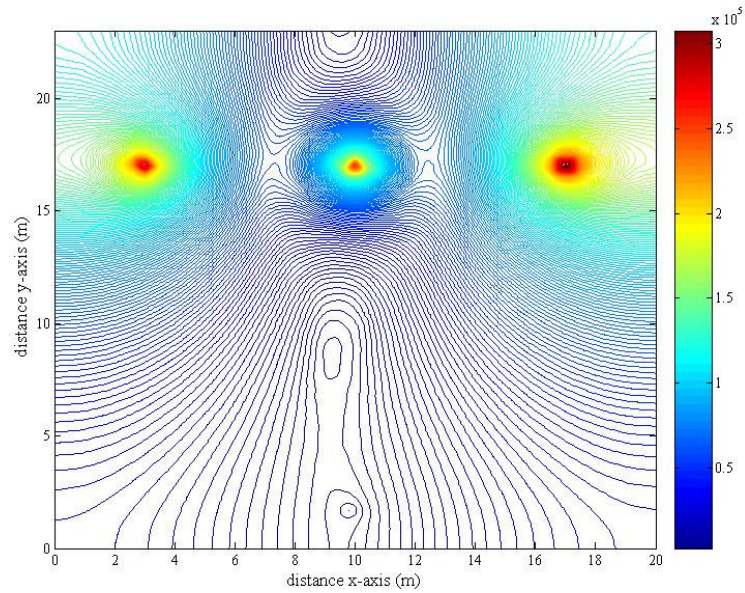
รูปที่ 6.35 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 253\angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 230\angle -120^\circ \text{ kV} \quad V_C = 207\angle 120^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x=3 \text{ m}$$

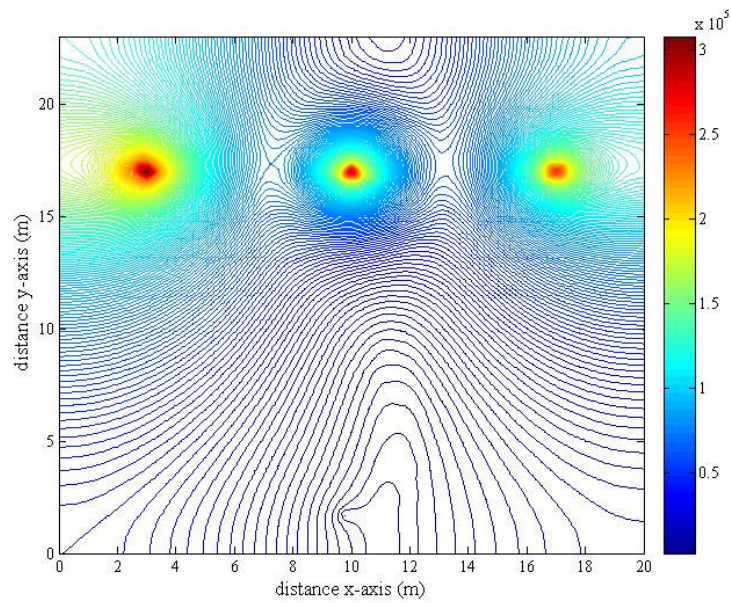


รูปที่ 6.36 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

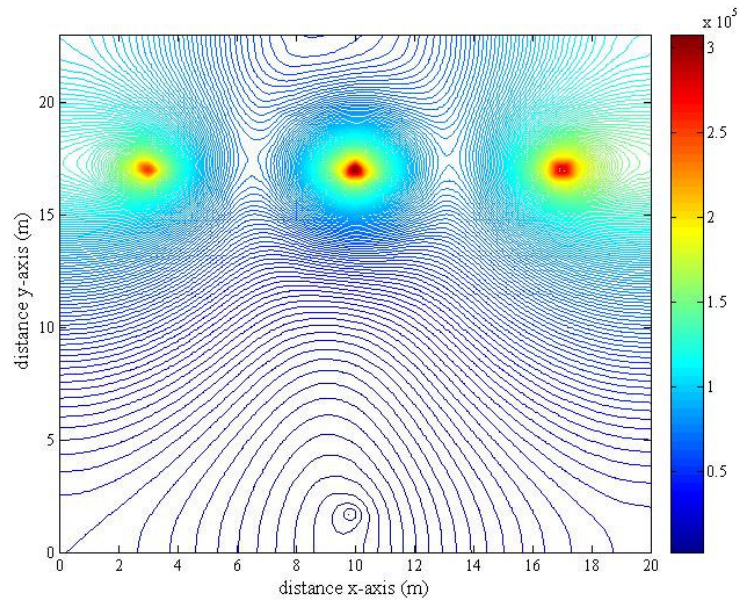
$$V_A = 207\angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 253\angle -120^\circ \text{ kV} \quad V_C = 230\angle 120^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x=3 \text{ m}$$



รูปที่ 6.37 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ  $V_A = 230\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 207\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 253\angle 120^\circ$  kV ณ ตำแหน่ง  $x = 10$  m

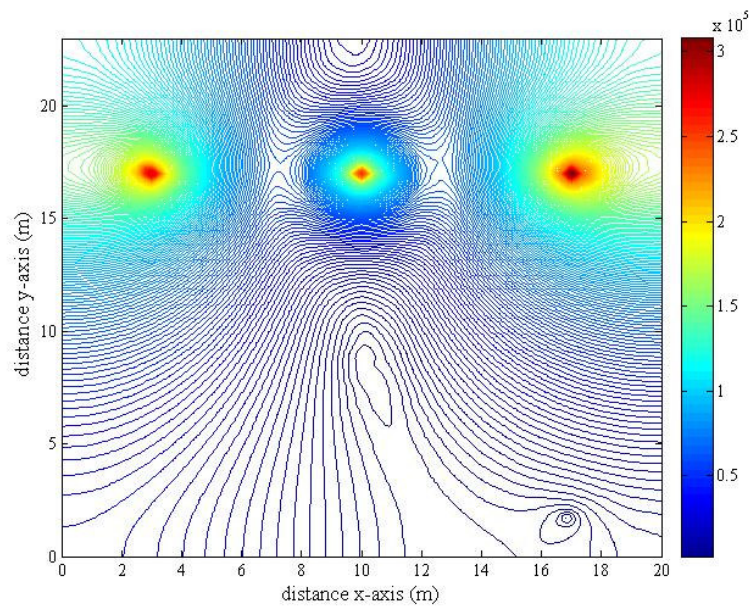


รูปที่ 6.38 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ  $V_A = 253\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 230\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 207\angle 120^\circ$  kV ณ ตำแหน่ง  $x = 10$  m



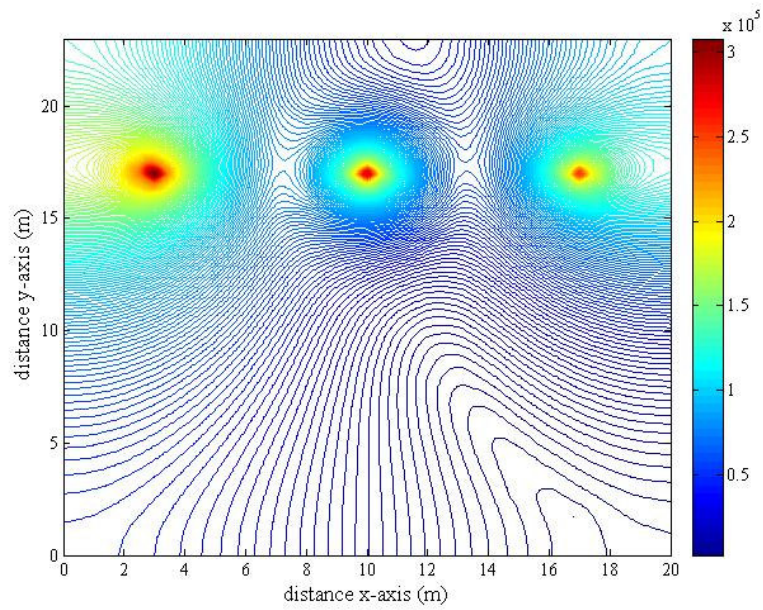
รูปที่ 6.39 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 207\angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 253\angle -120^\circ \text{ kV} \quad V_C = 230\angle 120^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x=10 \text{ m}$$

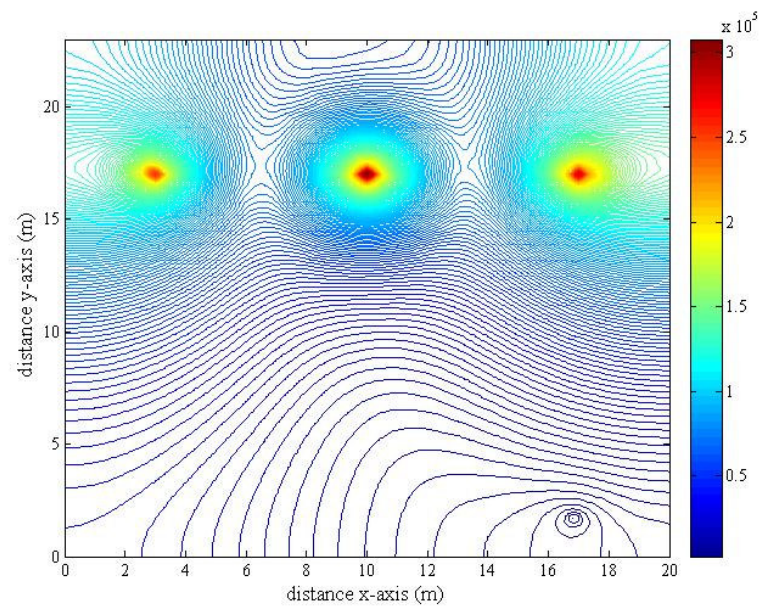


รูปที่ 6.40 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 207\angle -120^\circ \text{ kV} \quad V_C = 253\angle 120^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x=17 \text{ m}$$

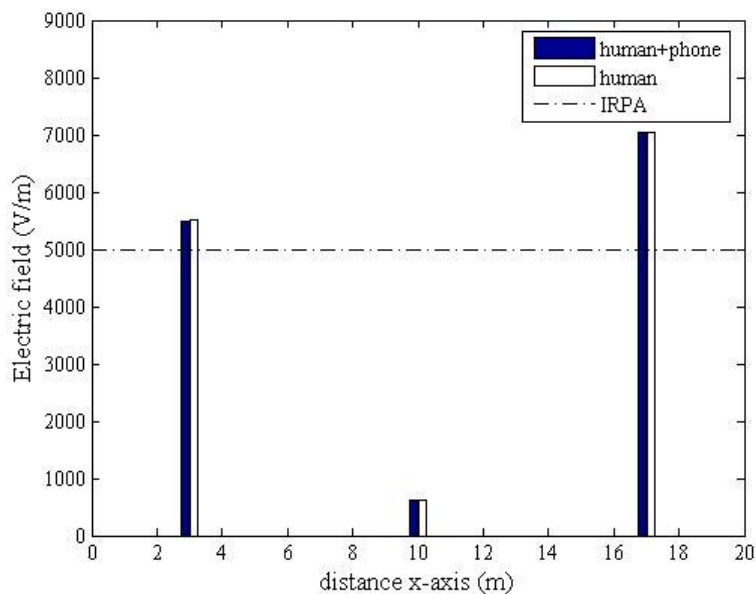


รูปที่ 6.41 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ  $V_A = 253\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 230\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 207\angle 120^\circ$  kV ณ ตำแหน่ง  $x = 17$  m

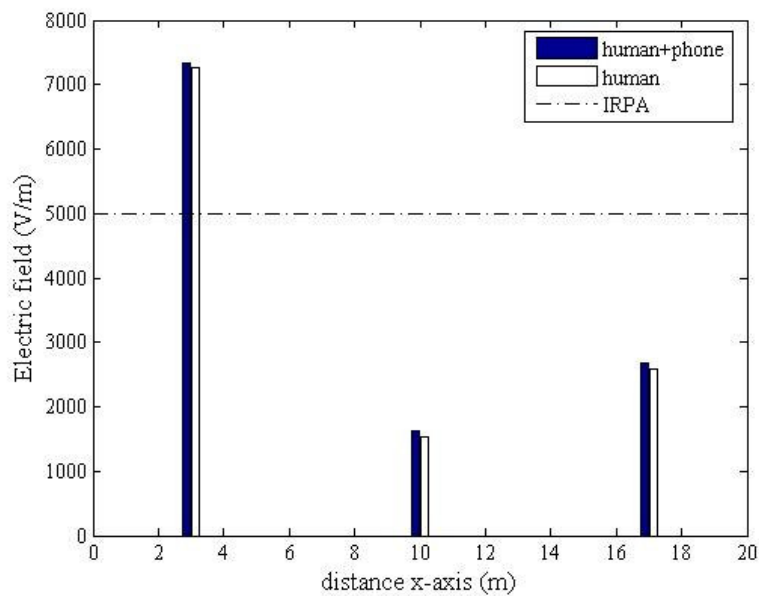


รูปที่ 6.42 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ  $V_A = 207\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 253\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 230\angle 120^\circ$  kV ณ ตำแหน่ง  $x = 17$  m

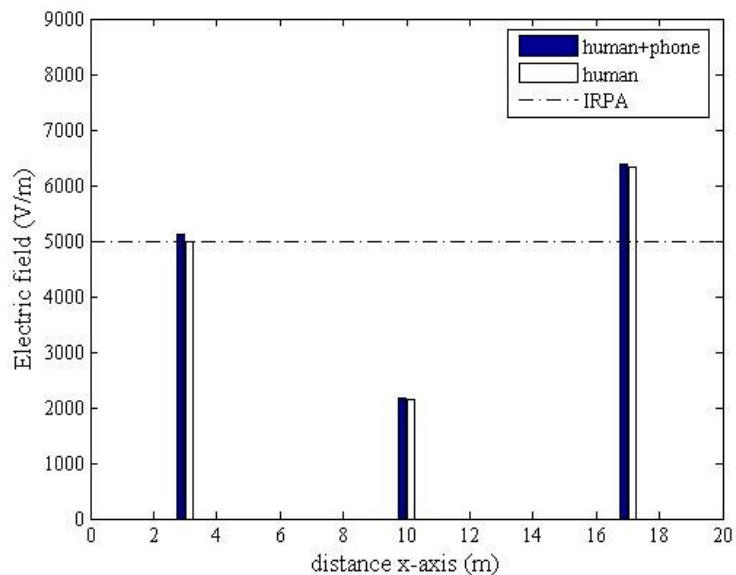




รูปที่ 6.43 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 1

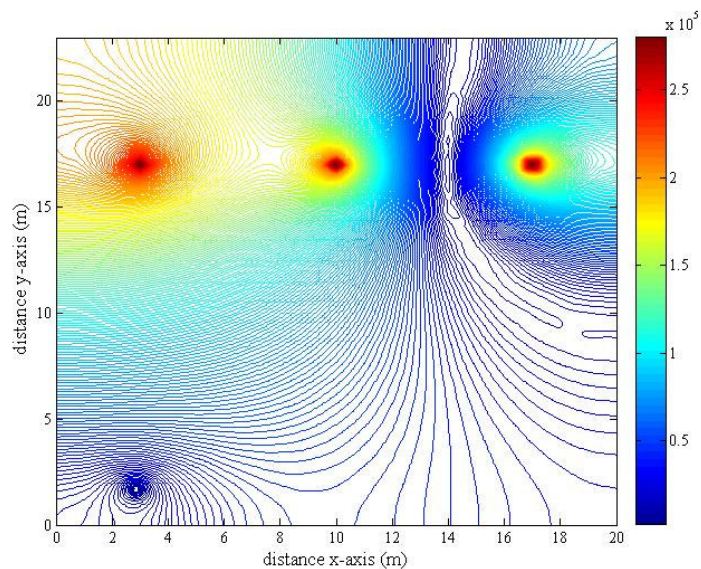


รูปที่ 6.44 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 2



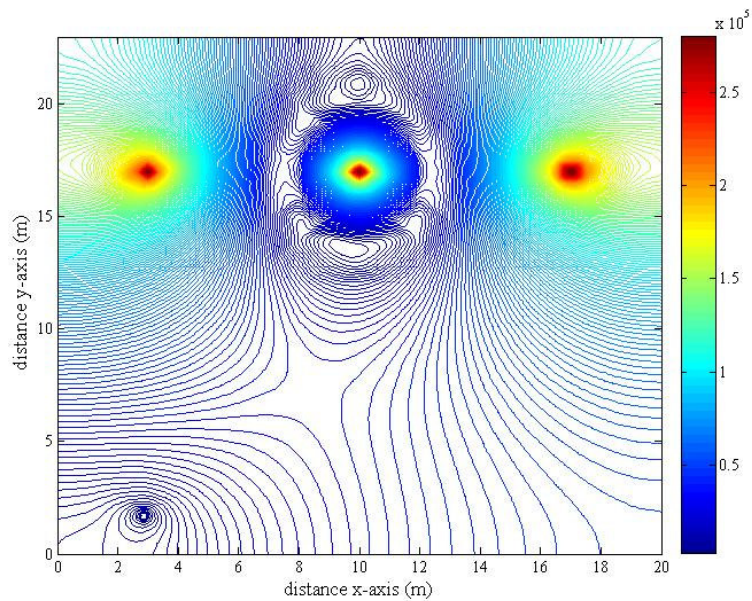
รูปที่ 6.45 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 3

- กรณีมุมเฟสไม่สมดุล ( $\pm 30^\circ$  ของมุมเฟสอ้างอิง)

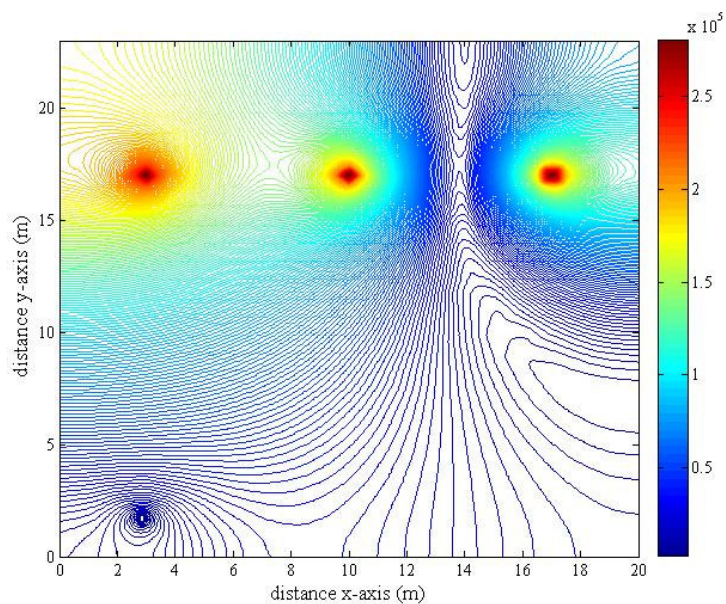


รูปที่ 6.46 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 230 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 230 \angle -150^\circ \text{ kV} \quad V_C = 230 \angle 150^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x = 3 \text{ m}$$

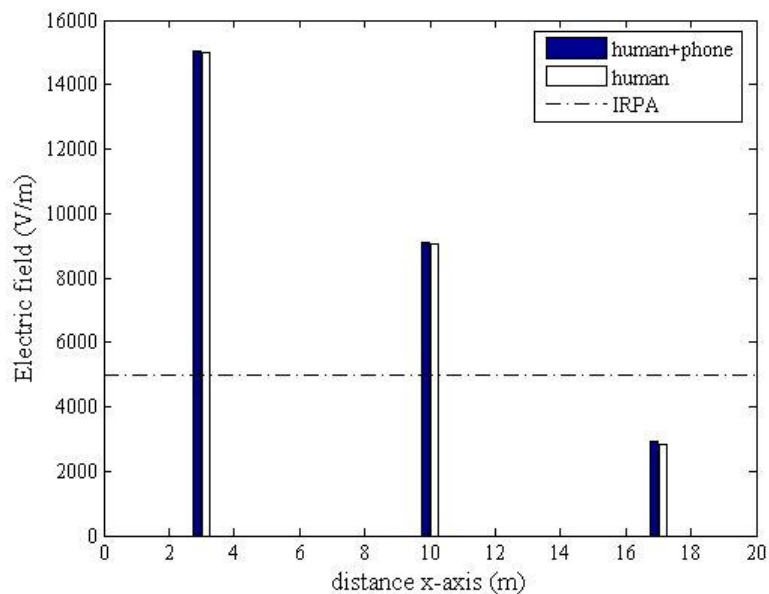


รูปที่ 6.47 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ  $V_A = 230\angle 30^\circ$  kV  $V_B = 230\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 230\angle 90^\circ$  kV ณ ตำแหน่ง  $x=3$  m

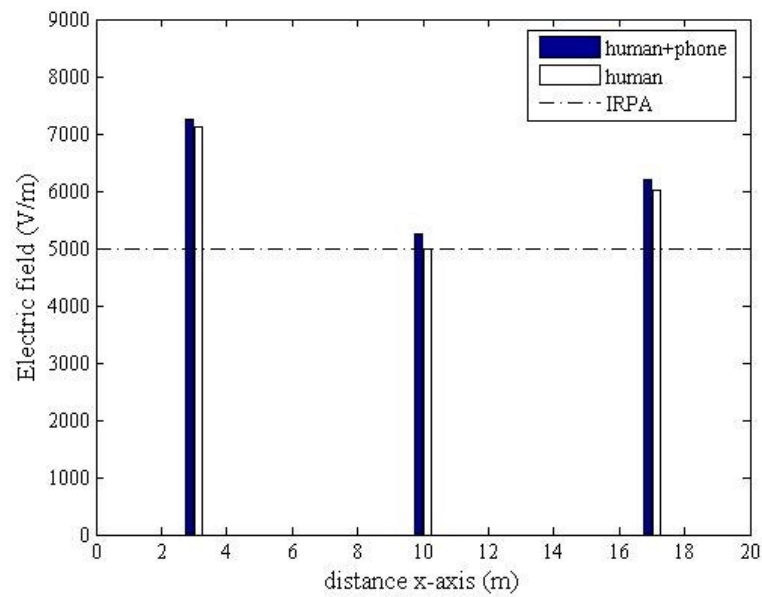


รูปที่ 6.48 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ  $V_A = 230\angle -30^\circ$  kV  $V_B = 230\angle -90^\circ$  kV  $V_C = 230\angle 120^\circ$  kV ณ ตำแหน่ง  $x=3$  m

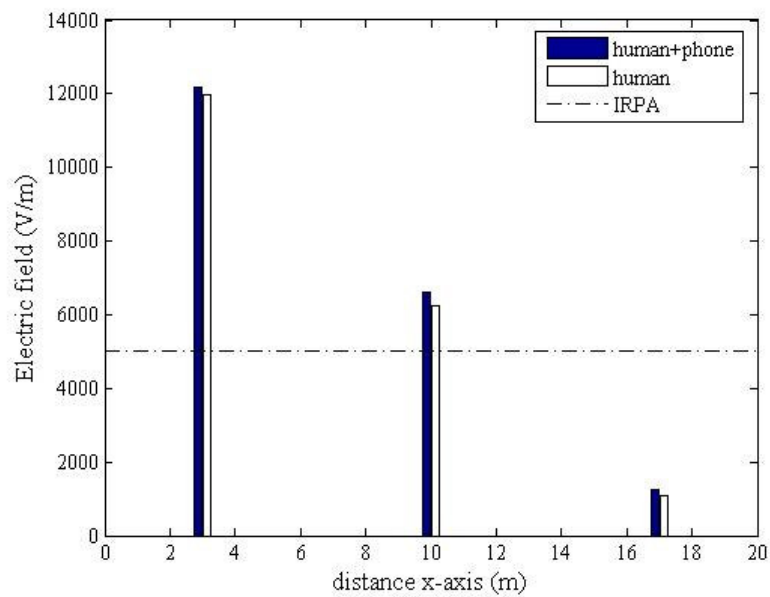
ส่วนการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 10$  m และ 17 m จะมีลักษณะการกระจายตัวคล้ายกันกับ เมื่อพิจารณา ณ ตำแหน่ง  $x = 3$  m ที่ผ่านมาทุกประการ โดยจะมีความแตกต่างกันตรงขนาดเท่านั้น จึงไม่ขอนำเสนอในที่นี้ แต่ได้แสดงเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าวได้ดังรูป



รูปที่ 6.49 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 1



รูปที่ 6.50 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 2



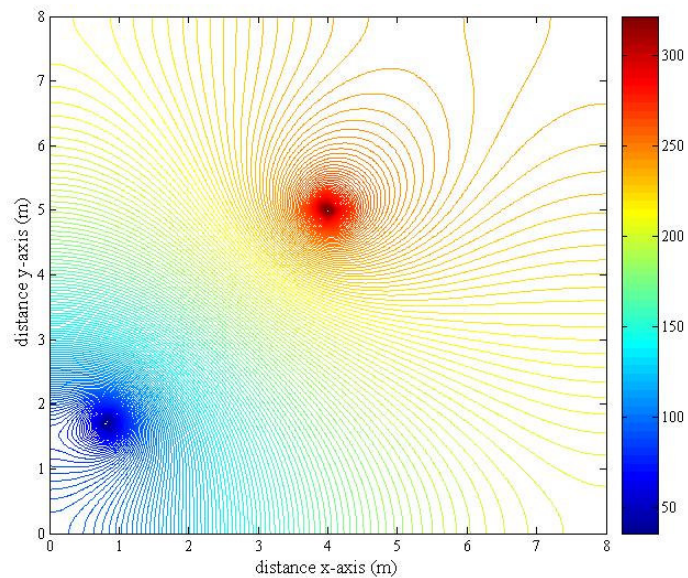
รูปที่ 6.51 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 3

## 6.5 ผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

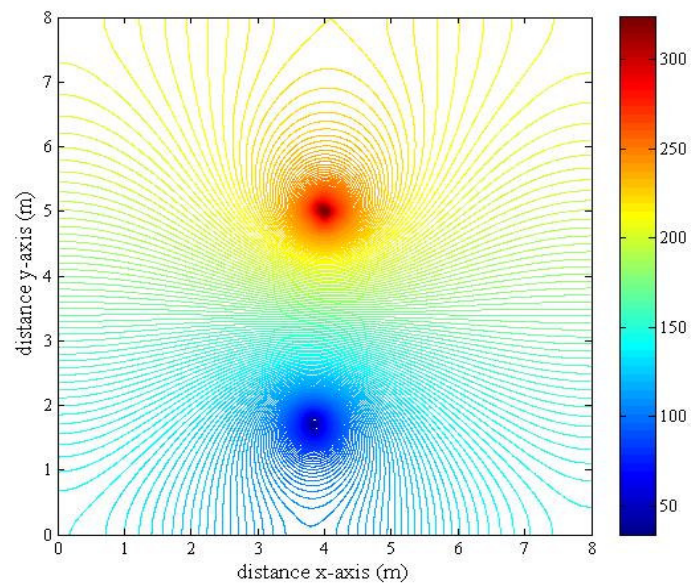
ในหัวข้อนี้เป็นการนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยจะทำการจำลองระบบสายส่งไฟฟ้าทั้งระบบ 1 เฟส และ 3 เฟส พร้อมทั้งทำการเลื่อนตำแหน่งของมนุษย์ ณ ขณะใช้งานโทรศัพท์มือถือ 3 ตำแหน่ง เหมือนในทำนองเดียวกับการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ที่ผ่านมา เพื่อให้เห็นความแตกต่างของลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไป ซึ่งสามารถแสดงผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส และระบบไฟฟ้า 3 เฟสตามหัวข้อต่อไปนี้

### 6.5.1 ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส

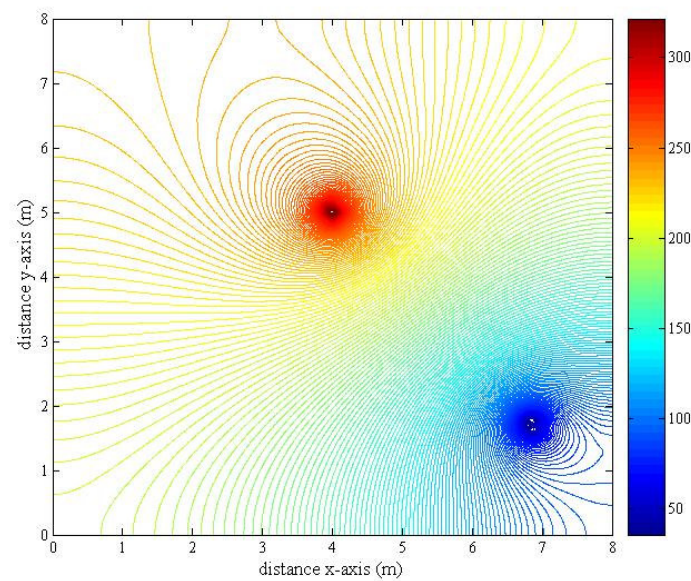
- ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V



รูปที่ 6.52 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V  
เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 1$  m



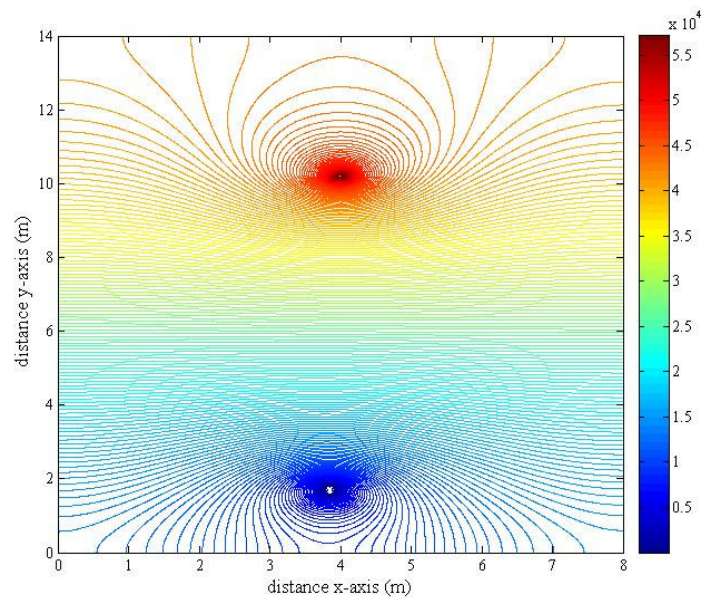
รูปที่ 6.53 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V  
เมื่อนุ้ยใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 4$  m



รูปที่ 6.54 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V  
เมื่อนุ้ยใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 7$  m

- ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV

เนื่องจากการจำลองผลการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV และ 69 kV มีลักษณะคล้ายคลึงกับระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V แตกต่างที่ค่าสนามไฟฟ้าของตัวนำในสายส่ง กับขนาดพื้นที่ทดสอบของระบบ ดังนั้นจึงขอแนะนำสถานการณ์การกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้าขนาด 22 kV และ 69 kV เพียง 1 กรณี คือ การใช้งานโทรศัพท์มือถือของคุณ ตำแหน่งกึ่งกลางของระบบเท่านั้น เพื่อให้เนื้อหาที่นำเสนอภายในวิทยานิพนธ์มีความกระชับมากยิ่งขึ้น

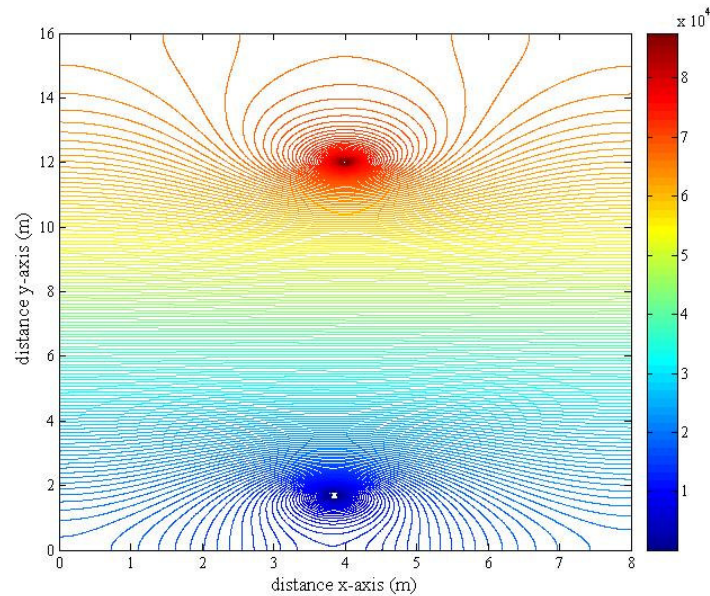


รูปที่ 6.55 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV

เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 4$  m



- ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV



รูปที่ 6.56 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV  
เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 4$  m

### 6.5.2 ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล

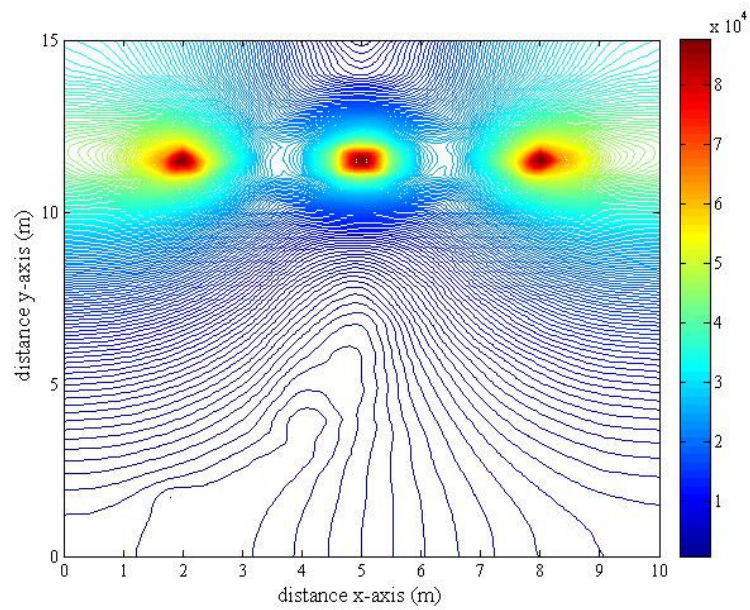
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ นั้น ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลออกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 69\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 69\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 69\angle 120^\circ \text{ kV}$$

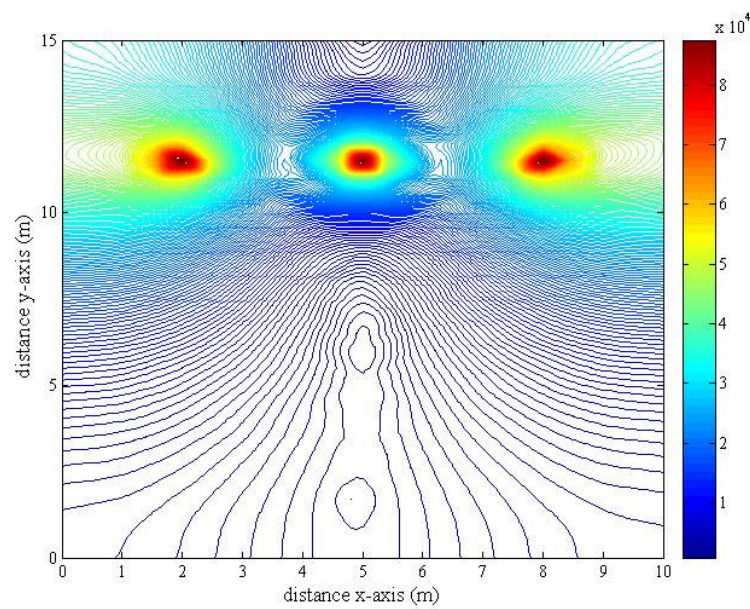
$$\text{เมื่อ } V_A = 69\angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 69\angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 69\angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 69\angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 69\angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 69\angle 0^\circ \text{ kV}$$

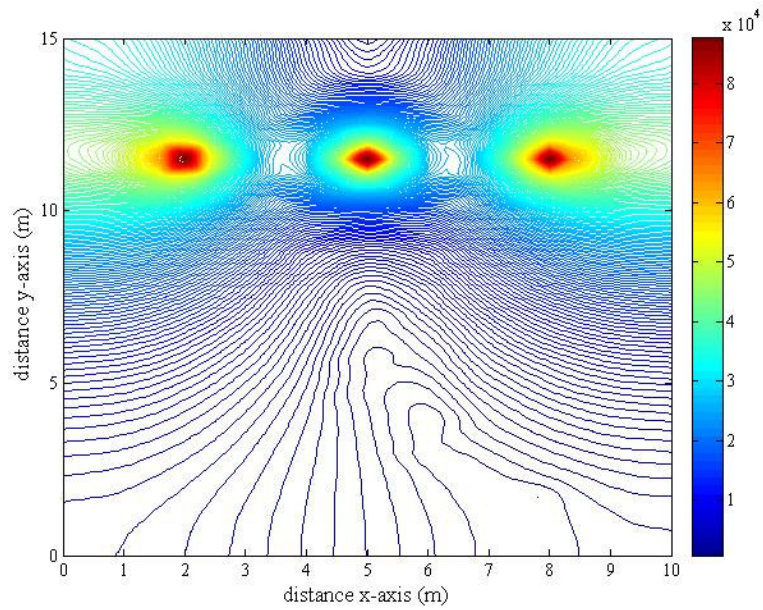
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะที่เหมือนกันในทุกกรณี แม้ว่าพิจารณาตำแหน่งที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใดก็ตาม โดยได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 2$  m,  $5$  m และ  $8$  m ตามลำดับ พร้อมทั้งแสดงการเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าว ซึ่ง IRPA คือ ค่ามาตรฐานของสนามไฟฟ้าสูงสุด ที่มนุษย์สามารถสัมผัสได้อย่างปลอดภัยไม่เกิน 5 kV/m



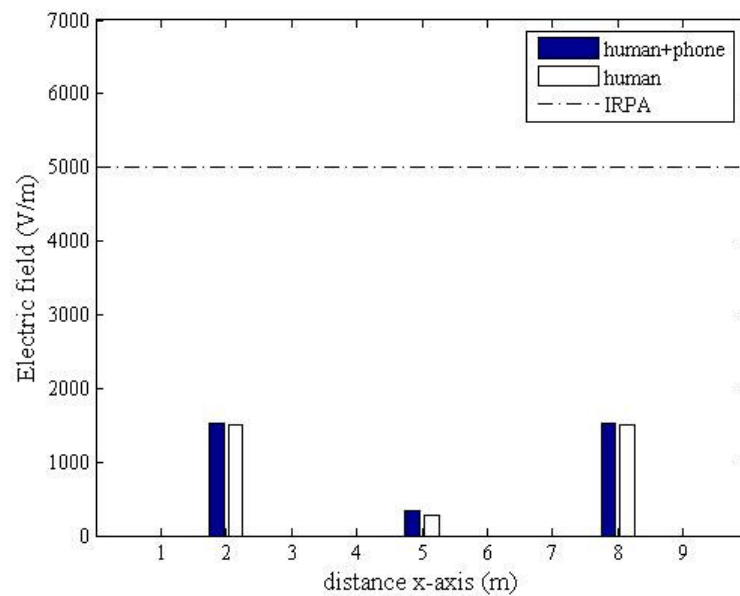
รูปที่ 6.57 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 2$  m



รูปที่ 6.58 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 5$  m



รูปที่ 6.59 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 69 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 8$  m



รูปที่ 6.60 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 69 kV

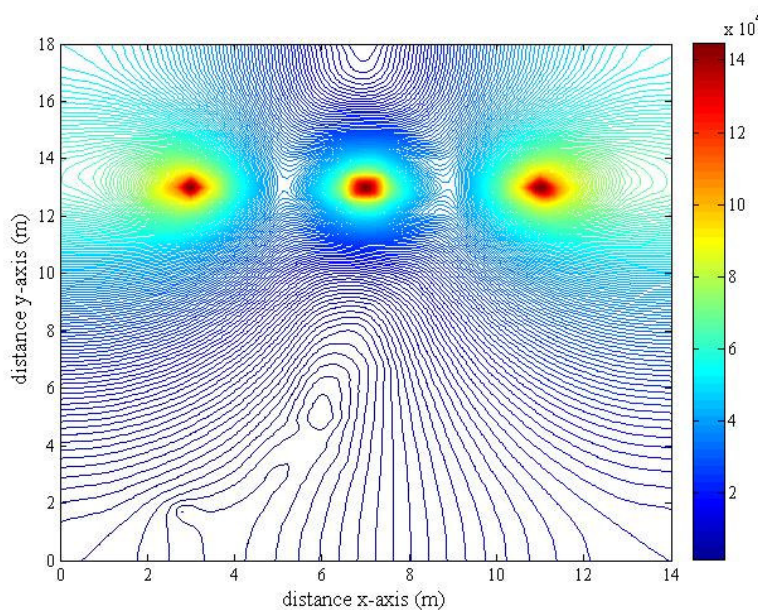
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 115 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ นั้น ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลอกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 115 \angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 115 \angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 115 \angle 120^\circ \text{ kV}$$

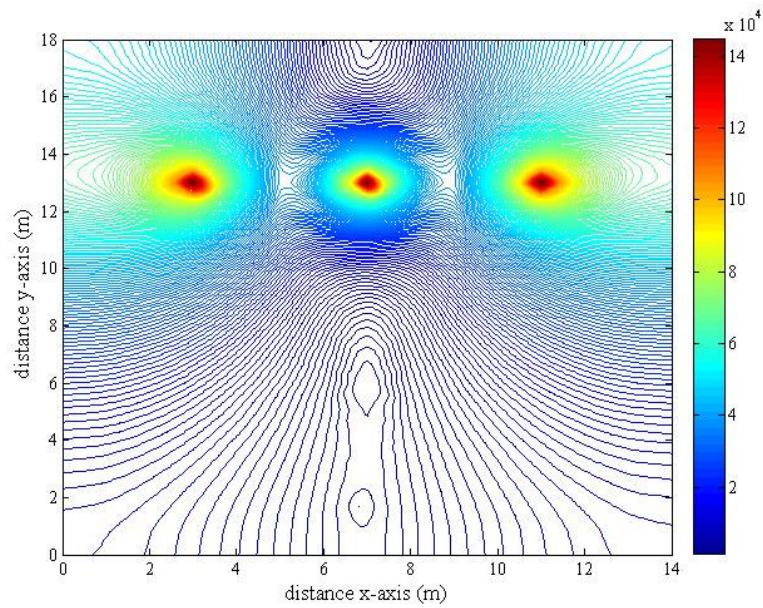
$$\text{เมื่อ } V_A = 115 \angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 115 \angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 115 \angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 115 \angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 115 \angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 115 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

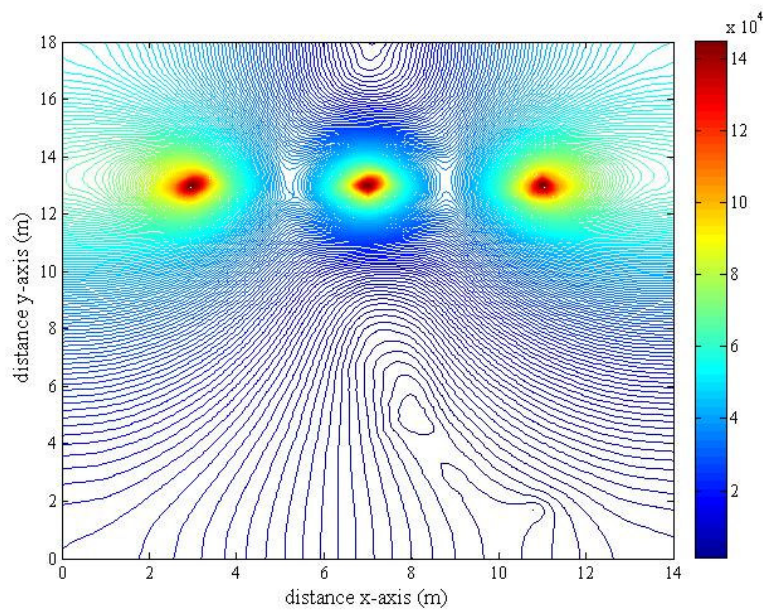
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะที่เหมือนกันในทุกกรณี แม้ว่าจะพิจารณาดำเน่งที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใดก็ตาม โดยได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 3 \text{ m}$ ,  $7 \text{ m}$  และ  $11 \text{ m}$  ตามลำดับ พร้อมทั้งแสดงการเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าว



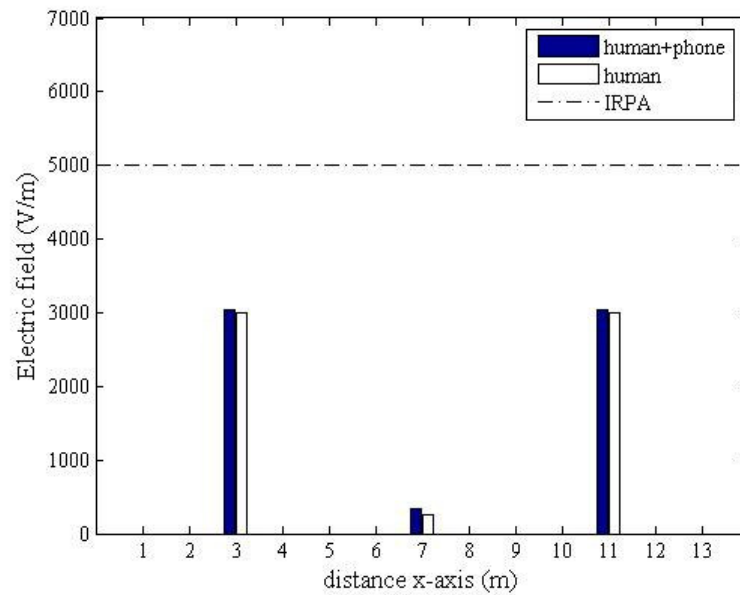
รูปที่ 6.61 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 115 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 3 \text{ m}$



รูปที่ 6.62 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 7$  m



รูปที่ 6.63 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 11$  m



รูปที่ 6.64 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 115 kV

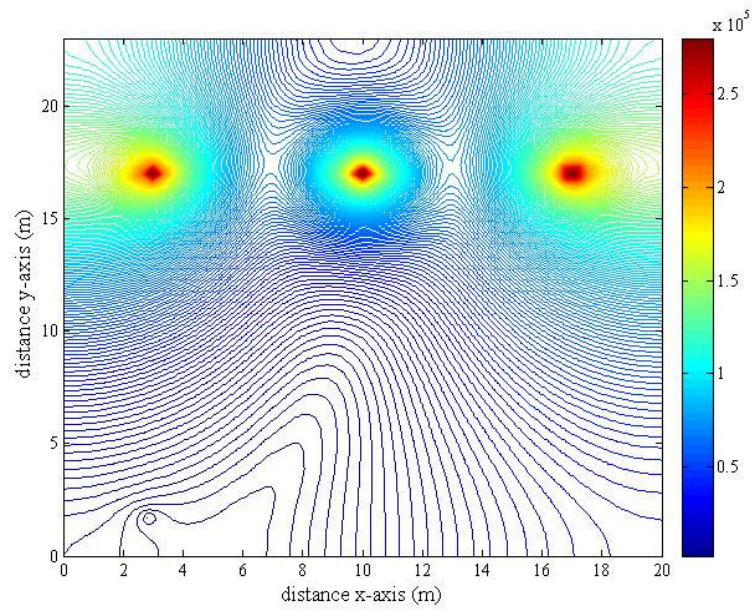
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ นั้น ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุออกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 120^\circ \text{ kV}$$

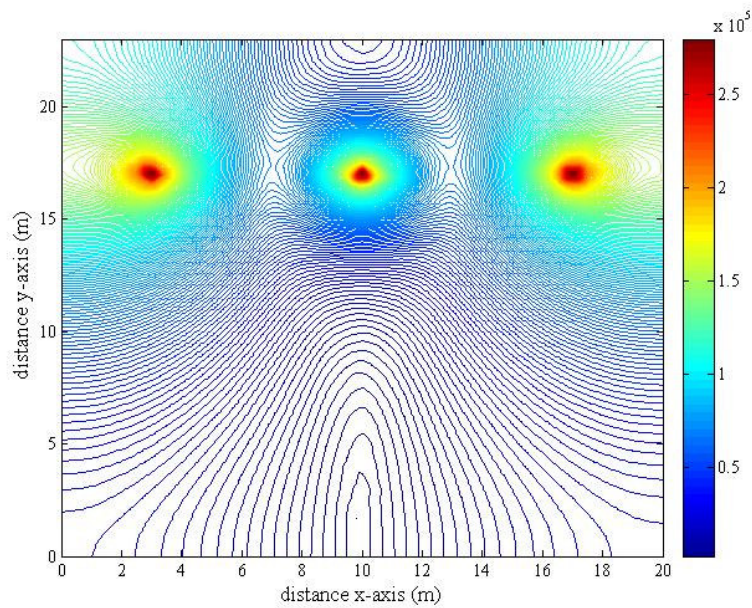
$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 0^\circ \text{ kV}$$

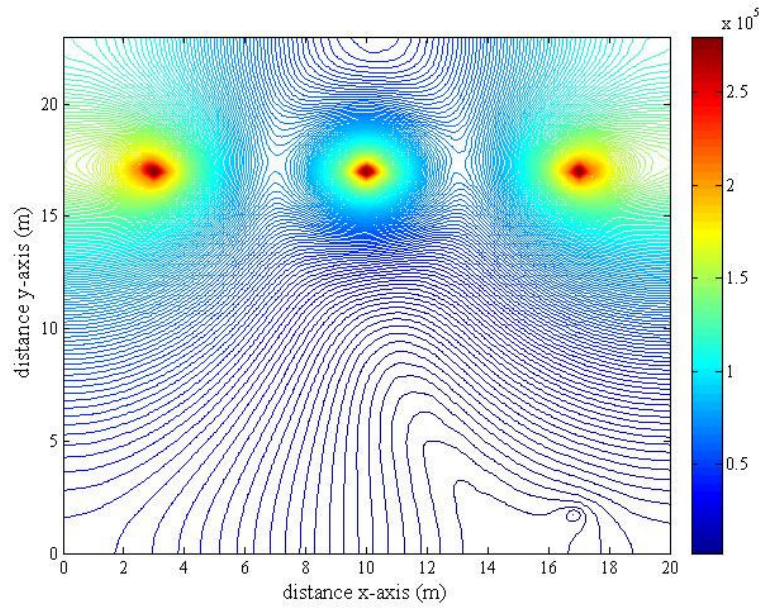
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะที่เหมือนกันในทุกกรณี แม้ว่าจะพิจารณาดำแหน่งที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใดก็ตาม โดยได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 3 \text{ m}$ ,  $10 \text{ m}$  และ  $17 \text{ m}$  ตามลำดับ พร้อมทั้งแสดงการเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าว



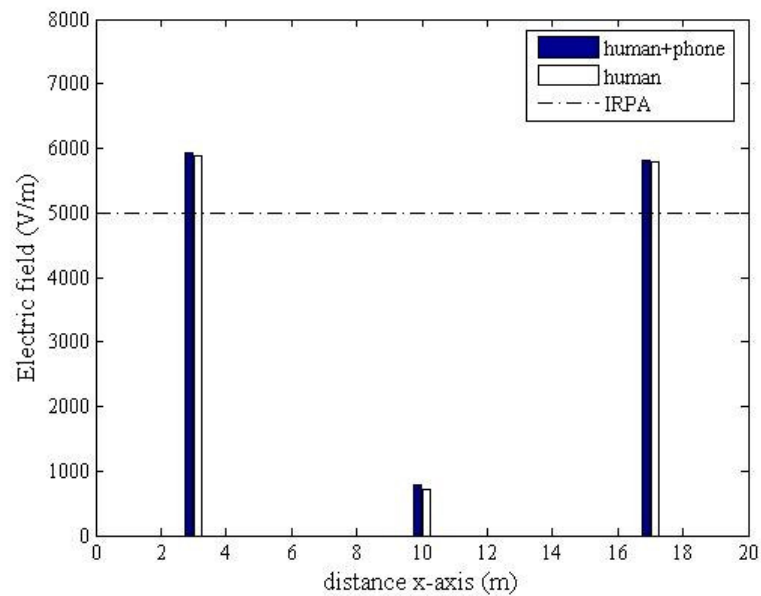
รูปที่ 6.65 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 3$  m



รูปที่ 6.66 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 10$  m



รูปที่ 6.67 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 17$  m



รูปที่ 6.68 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV



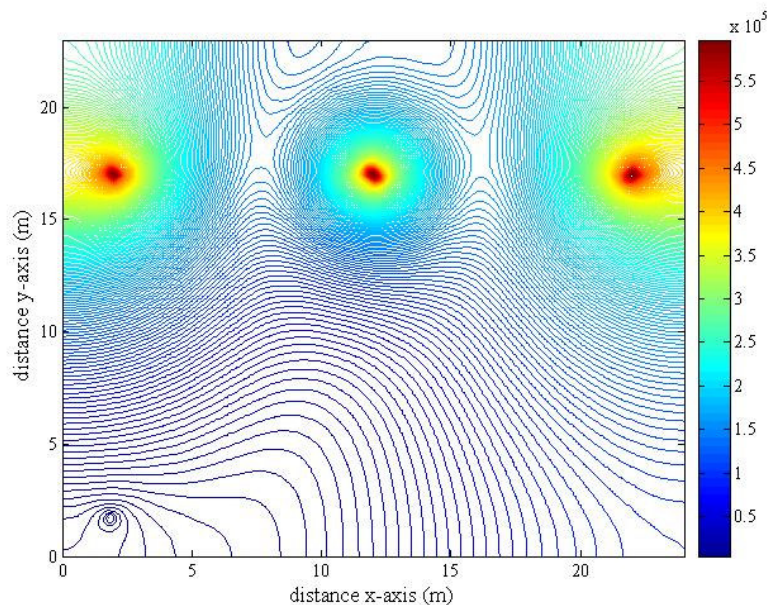
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ นั้น ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลออกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 500\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 500\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 500\angle 120^\circ \text{ kV}$$

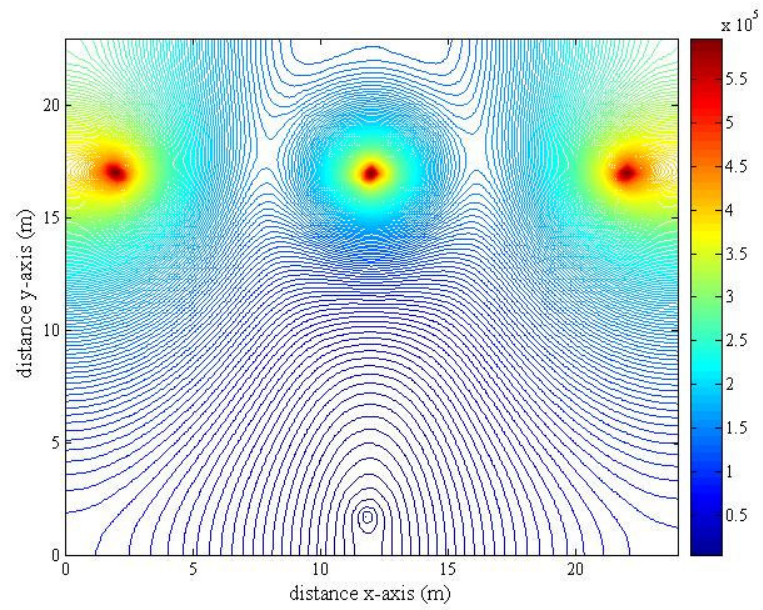
$$\text{เมื่อ } V_A = 500\angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 500\angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 500\angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 500\angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 500\angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 500\angle 0^\circ \text{ kV}$$

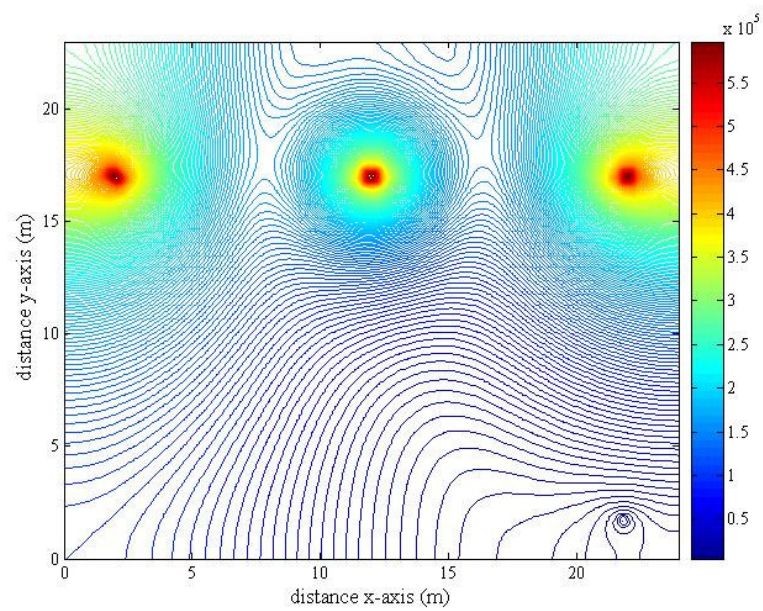
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะที่เหมือนกันในทุกกรณี แม้ว่าจะพิจารณาดำเน่่งที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใดก็ตาม โดยได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 2 \text{ m}$ ,  $12 \text{ m}$  และ  $22 \text{ m}$  ตามลำดับ พร้อมทั้งแสดงการเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าว



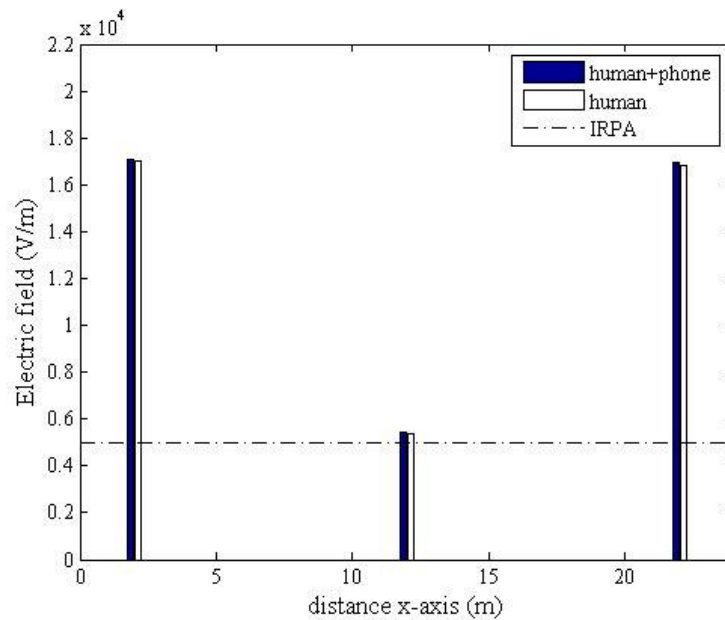
รูปที่ 6.69 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 2 \text{ m}$



รูปที่ 6.70 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 10$  m



รูปที่ 6.71 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง  $x = 22$  m



รูปที่ 6.72 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV

### 6.5.3 ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล

สำหรับระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุลจะเลือกพิจารณาเฉพาะขนาด 230 kV เท่านั้น โดยจะแบ่งการจำลองผลออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีขนาดไม่สมดุล กับ กรณีมุมเฟสไม่สมดุล ซึ่งแต่ละกรณีจะแยกการพิจารณาออกเป็น 3 แบบ เพื่อให้เห็นผลกระทบของสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไป อันเนื่องมาจากความไม่สมดุลที่เกิดจากขนาดและมุมเฟสของแรงดันภายในสายส่ง โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กรณีขนาดไม่สมดุล ( $\pm 10\%$  ของขนาดเฟสอ้างอิง) ประกอบด้วยการพิจารณา 3 แบบ คือ

แบบที่ 1 เมื่อ  $V_A = 230 \angle 0^\circ$  kV  $V_B = 207 \angle -120^\circ$  kV  $V_C = 253 \angle 120^\circ$  kV

แบบที่ 2 เมื่อ  $V_A = 253 \angle 0^\circ$  kV  $V_B = 230 \angle -120^\circ$  kV  $V_C = 207 \angle 120^\circ$  kV

แบบที่ 3 เมื่อ  $V_A = 207 \angle 0^\circ$  kV  $V_B = 253 \angle -120^\circ$  kV  $V_C = 230 \angle 120^\circ$  kV

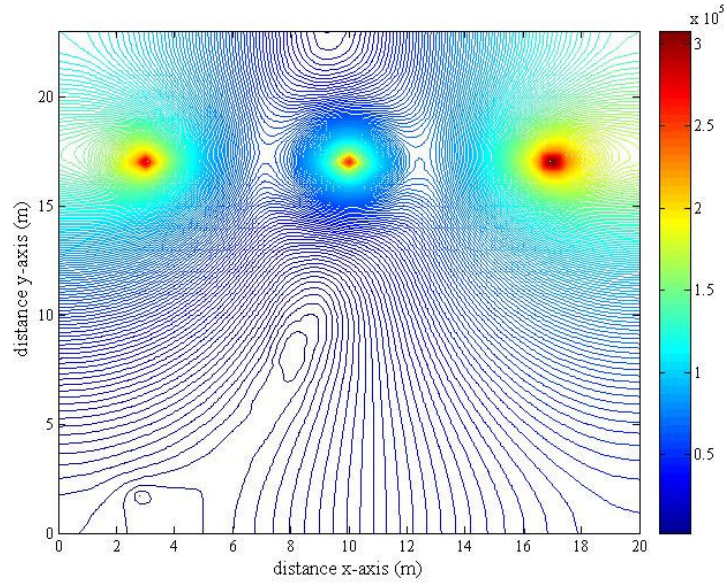
กรณีมุมเฟสไม่สมดุล ( $\pm 30^\circ$  ของมุมเฟสอ้างอิง) ประกอบด้วยการพิจารณา 3 แบบ คือ

แบบที่ 1 เมื่อ  $V_A = 230 \angle 0^\circ$  kV  $V_B = 230 \angle -150^\circ$  kV  $V_C = 230 \angle 150^\circ$  kV

แบบที่ 2 เมื่อ  $V_A = 230 \angle 30^\circ$  kV  $V_B = 230 \angle -120^\circ$  kV  $V_C = 230 \angle 90^\circ$  kV

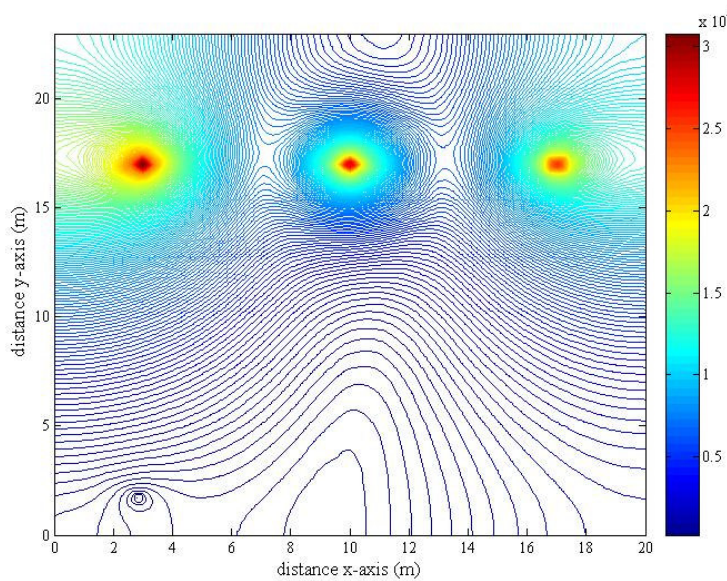
แบบที่ 3 เมื่อ  $V_A = 230 \angle -30^\circ$  kV  $V_B = 230 \angle -90^\circ$  kV  $V_C = 230 \angle 120^\circ$  kV

- กรณีขนาดไม่สมดุล ( $\pm 10\%$  ของขนาดเฟสอ้างอิง)



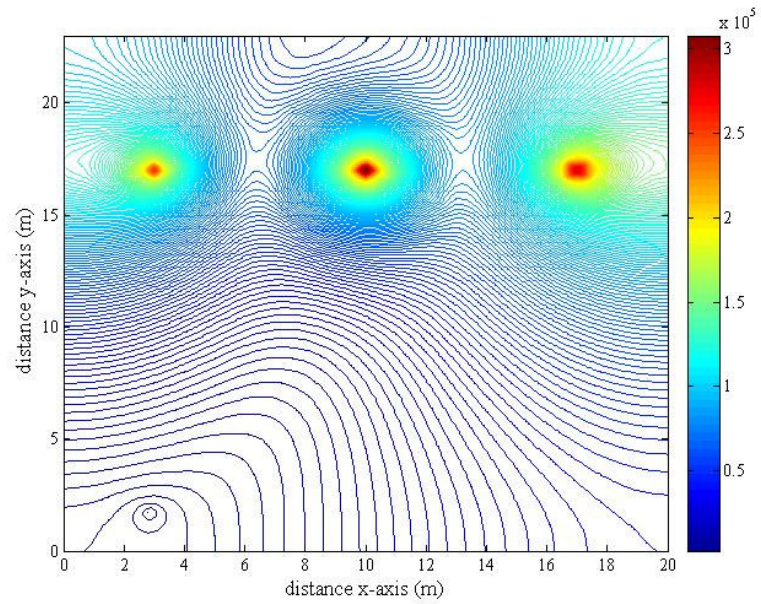
รูปที่ 6.73 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 207\angle -120^\circ \text{ kV} \quad V_C = 253\angle 120^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x = 3 \text{ m}$$



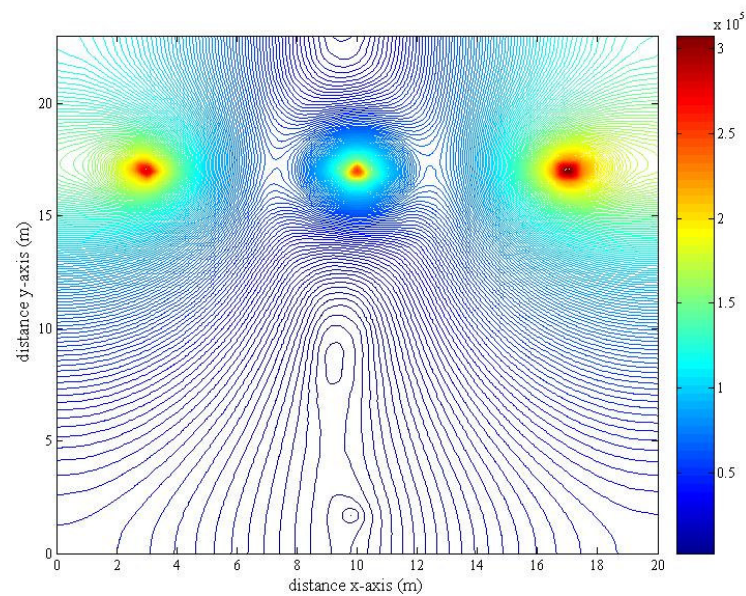
รูปที่ 6.74 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 253\angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 230\angle -120^\circ \text{ kV} \quad V_C = 207\angle 120^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x = 3 \text{ m}$$



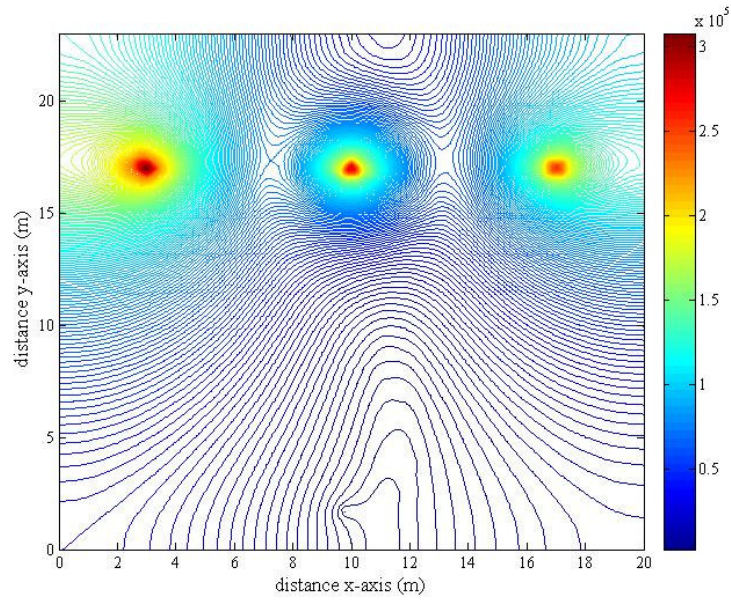
รูปที่ 6.75 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 207 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 253 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad V_C = 230 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x = 3 \text{ m}$$



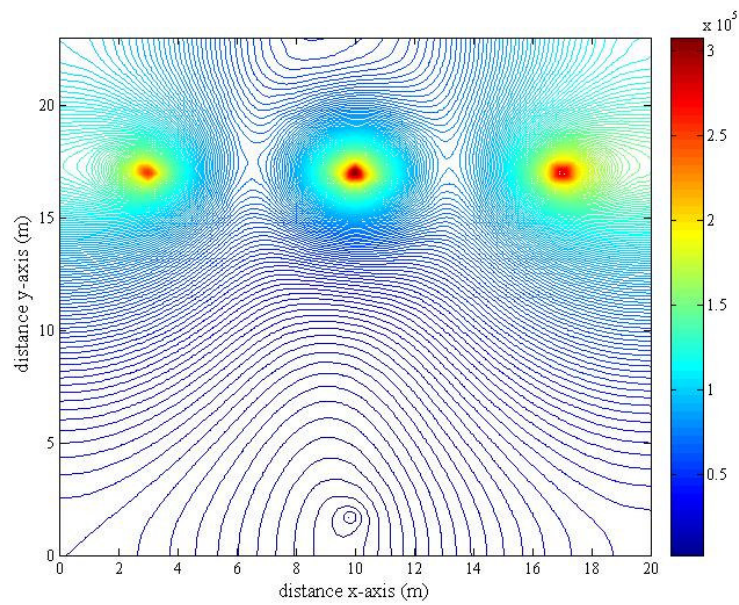
รูปที่ 6.76 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 230 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 207 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad V_C = 253 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x = 10 \text{ m}$$



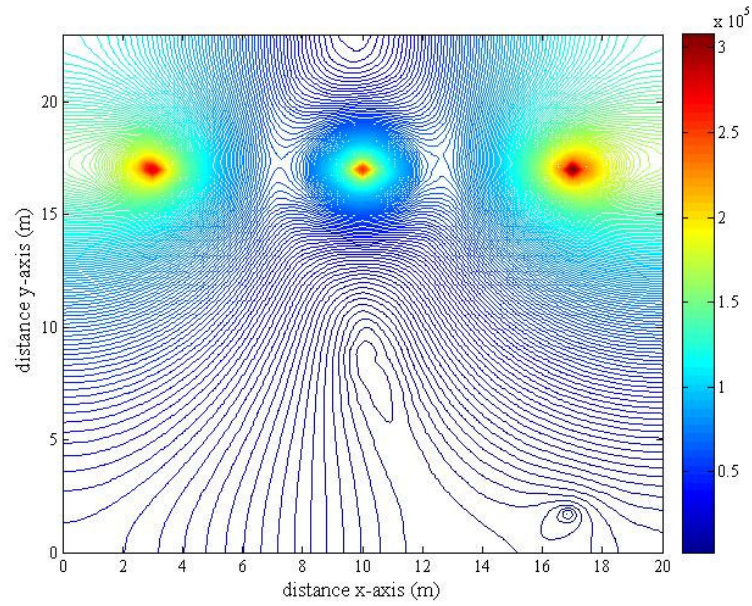
รูปที่ 6.77 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 253 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 230 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad V_C = 207 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x = 10 \text{ m}$$

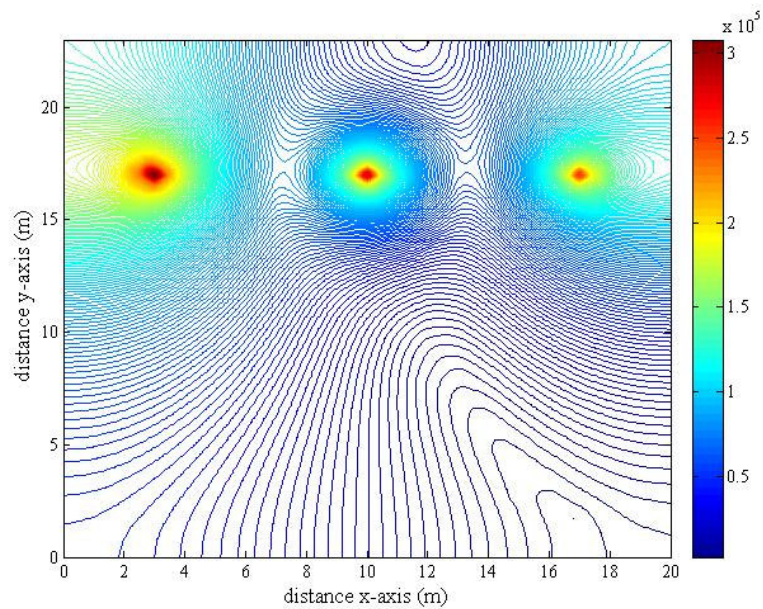


รูปที่ 6.78 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

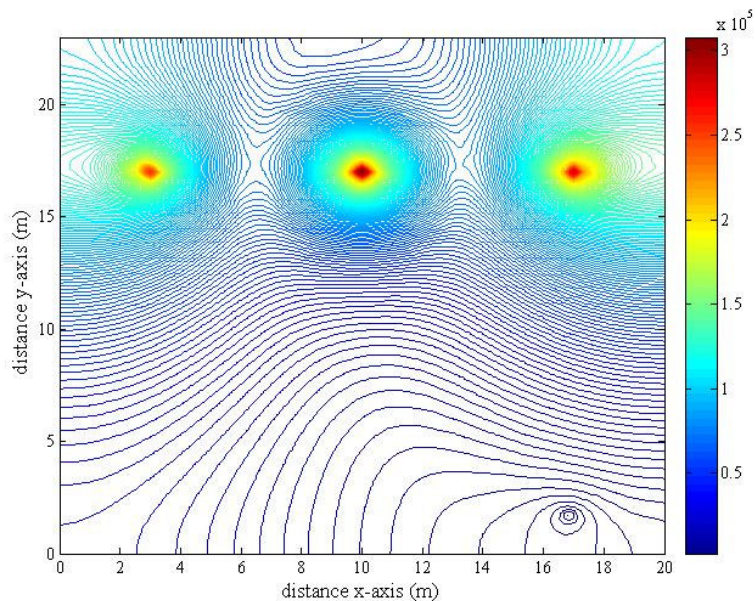
$$V_A = 207 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 253 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad V_C = 230 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x = 10 \text{ m}$$



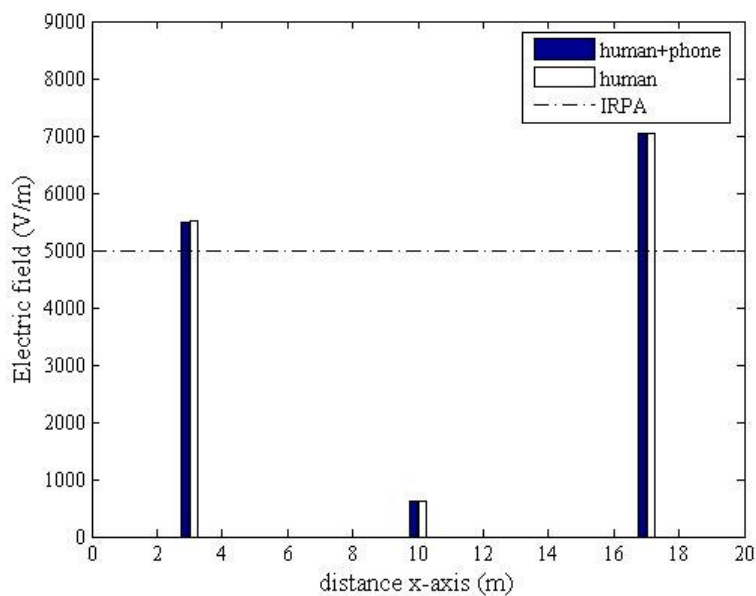
รูปที่ 6.79 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ  $V_A = 230\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 207\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 253\angle 120^\circ$  kV ณ ตำแหน่ง  $x = 17$  m



รูปที่ 6.80 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ  $V_A = 253\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 230\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 207\angle 120^\circ$  kV ณ ตำแหน่ง  $x = 17$  m

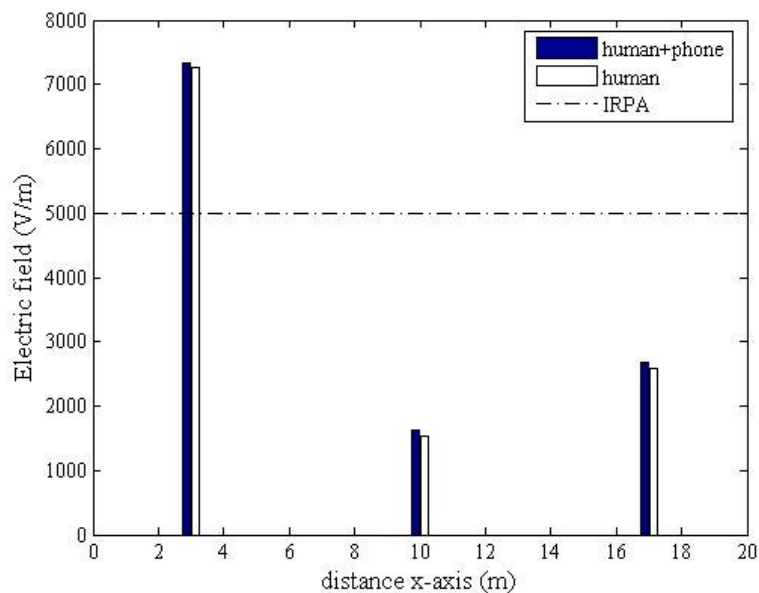


รูปที่ 6.81 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ  $V_A = 207\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 253\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 230\angle 120^\circ$  kV ณ ตำแหน่ง  $x = 17$  m

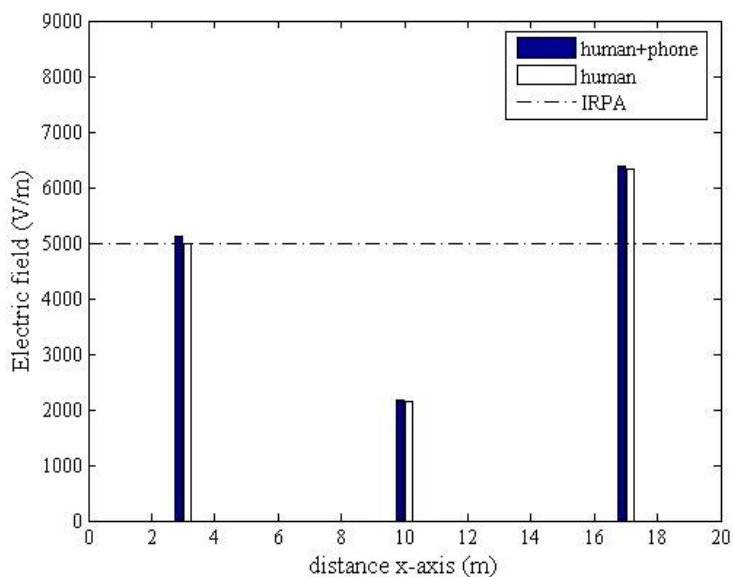


รูปที่ 6.82 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 1



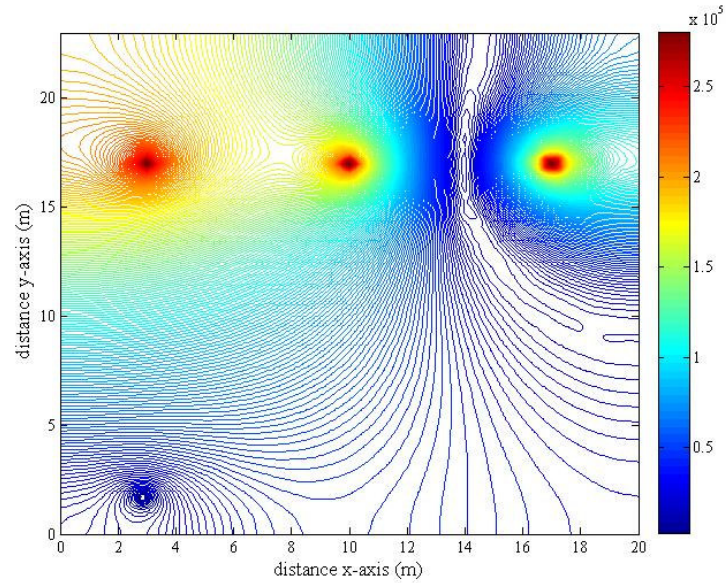


รูปที่ 6.83 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 2



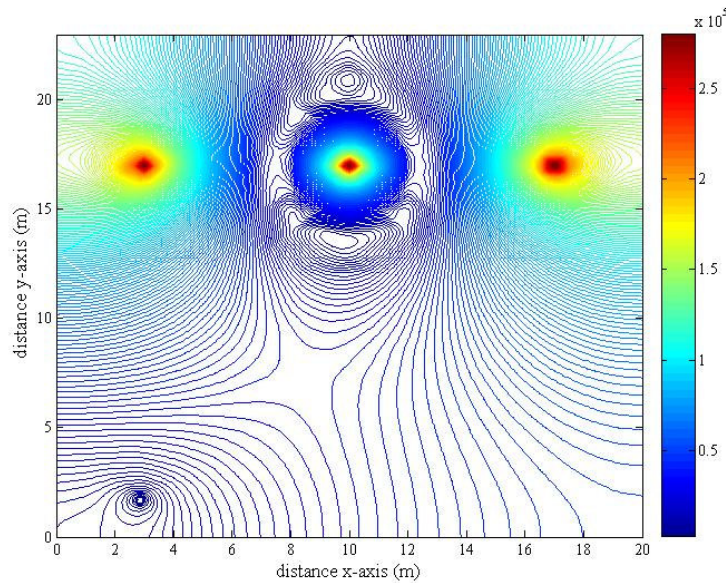
รูปที่ 6.84 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 3

- กรณีมุมเฟสไม่สมดุล ( $\pm 30^\circ$  ของมุมเฟสอ้างอิง)



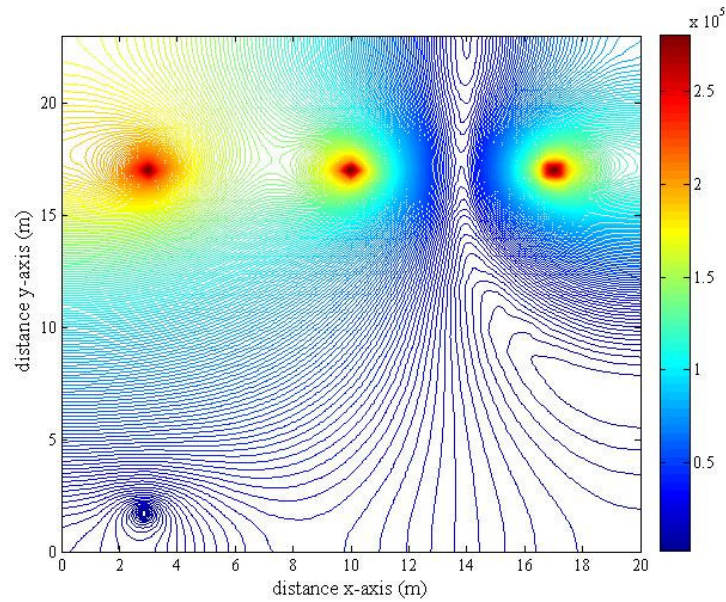
รูปที่ 6.85 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 230\angle -150^\circ \text{ kV} \quad V_C = 230\angle 150^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x=3 \text{ m}$$



รูปที่ 6.86 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

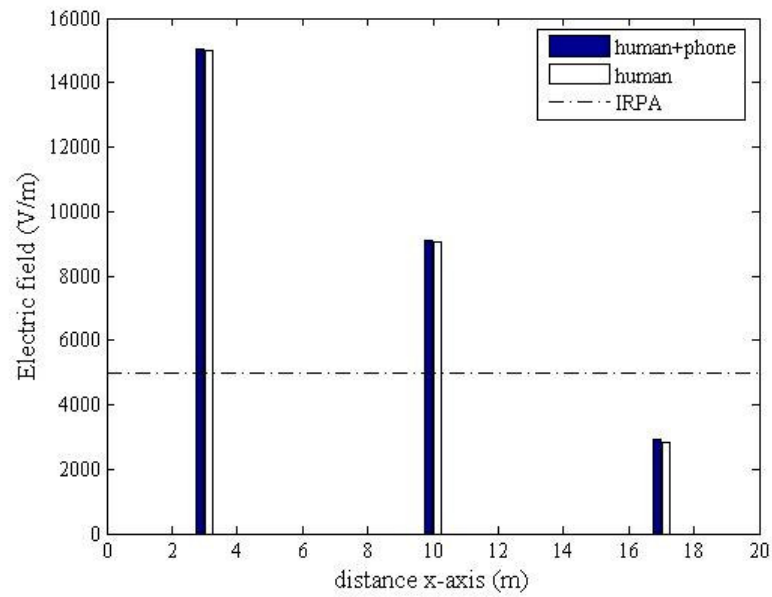
$$V_A = 230\angle 30^\circ \text{ kV} \quad V_B = 230\angle -120^\circ \text{ kV} \quad V_C = 230\angle 90^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x=3 \text{ m}$$



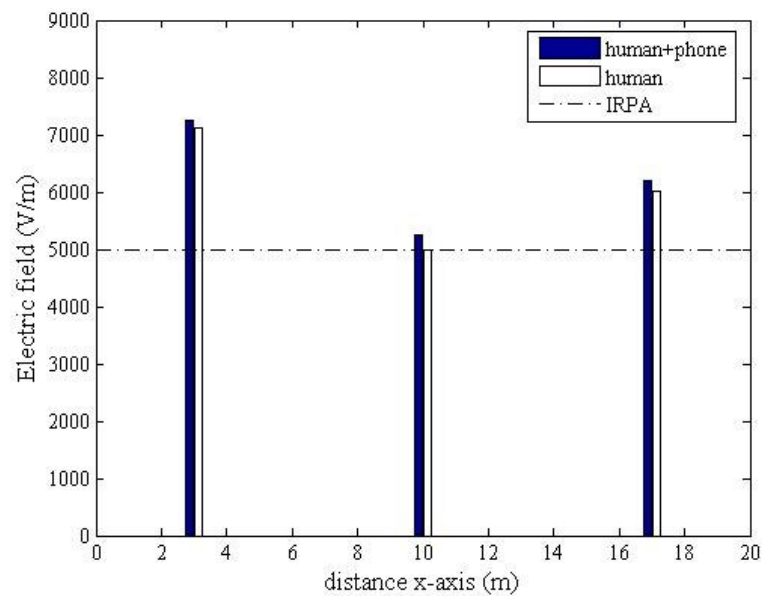
รูปที่ 6.87 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 230\angle -30^\circ \text{ kV} \quad V_B = 230\angle -90^\circ \text{ kV} \quad V_C = 230\angle 120^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x = 3 \text{ m}$$

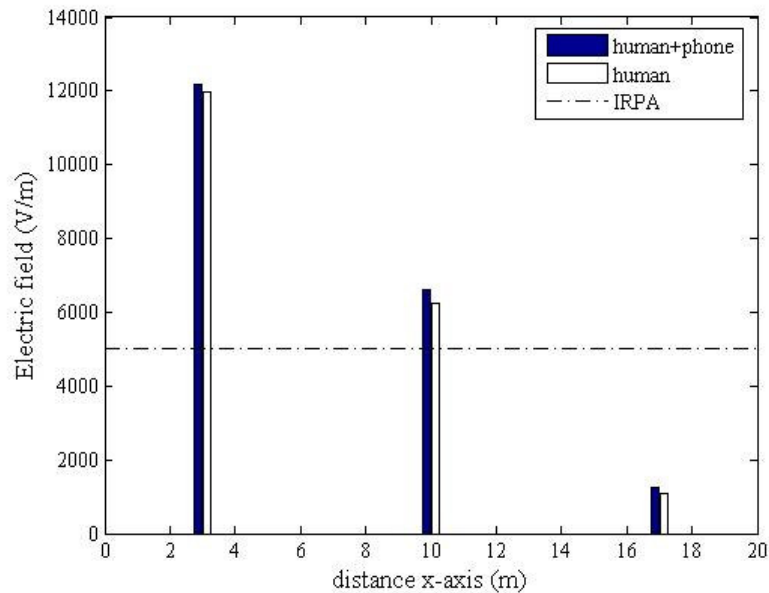
ส่วนการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง  $x = 10 \text{ m}$  และ  $17 \text{ m}$  จะมีลักษณะการกระจายตัวคล้ายกันกับ เมื่อพิจารณา ณ ตำแหน่ง  $x = 3 \text{ m}$  ที่ผ่านมาทุกประการ โดยจะมีความแตกต่างกันตรงขนาดเท่านั้น จึงไม่ขอนำเสนอในที่นี้ แต่ได้แสดงเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าวได้ดังรูป



รูปที่ 6.88 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 1



รูปที่ 6.89 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 2



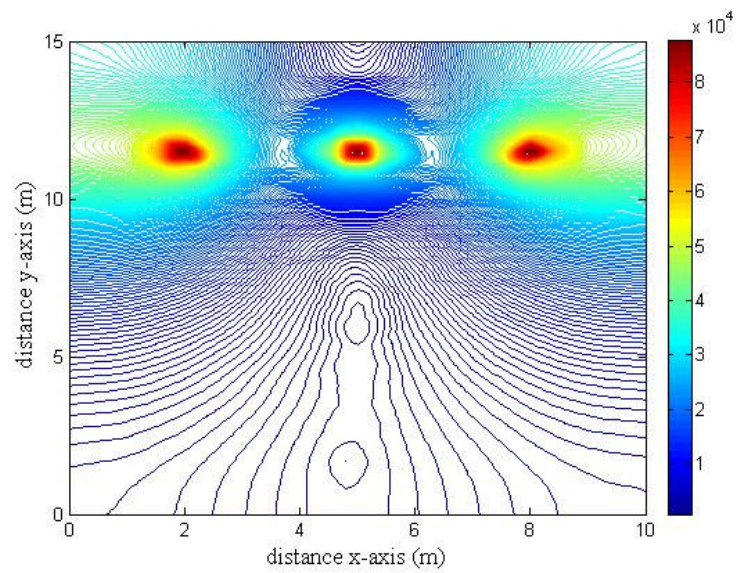
รูปที่ 6.90 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 3

เมื่อสังเกตการณ์เปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบไฟไนต์อีลิเมนต์ จะเห็นว่าภาพลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้า และกราฟเส้นคอนทัวร์จากระเบียบวิธีทั้งสองภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟสขนาดต่าง ๆ มีลักษณะใกล้เคียงกัน และเกือบเหมือนกันทุกภาพการจำลอง ซึ่งสอดคล้องเป็นไปในทำนองเดียวกันตามทฤษฎี

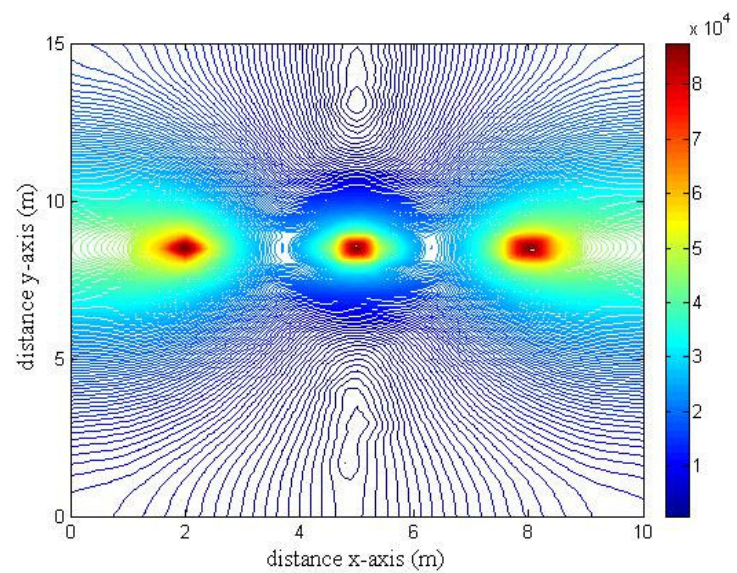
## 6.6 ผลการจำลองเมื่อพิจารณาสายส่งในสถานะตกท้องช้าง

ในแต่ละระบบของสายส่งไฟฟ้าแรงสูงสามารถพิจารณาสถานะการเปลี่ยนแปลงความสูงของตำแหน่งตัวนำตามลักษณะการหย่อนของสายส่งคิดเป็น 3 ระดับ คือ 100% 75% และ 50% ของระดับความสูงตัวนำสายส่ง เนื่องจากผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์และระเบียบไฟไนต์อีลิเมนต์มีลักษณะสอดคล้องเป็นไปในทำนองเดียวกัน เพื่อให้เนื้อหาวิทยานิพนธ์มีความกระชับ จึงขอเสนอผลเฉลยจากระเบียบไฟไนต์อีลิเมนต์เพียงอย่างเดียวเท่านั้น ซึ่งสามารถแสดงค่าสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงของแต่ละระบบ เมื่อคำนึงถึงสถานะตกท้องช้างจากการใช้งานโทรศัพท์มือถือบริเวณศีรษะมนุษย์ได้ดังนี้

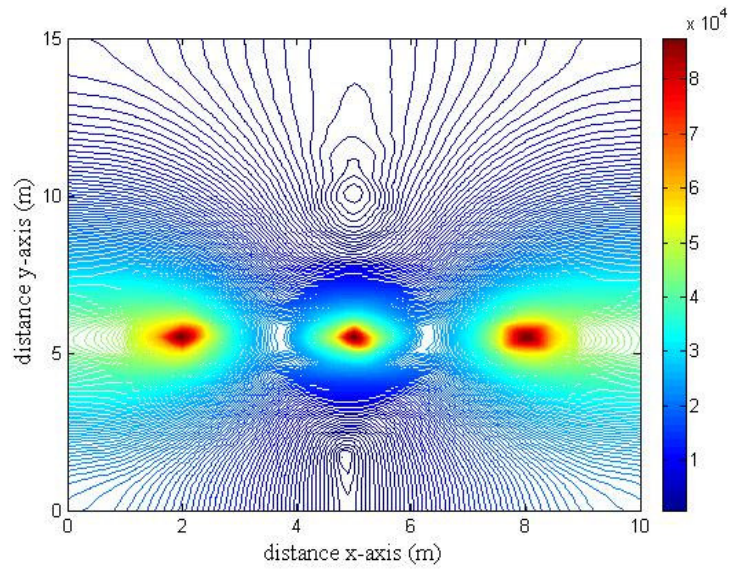
- ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV



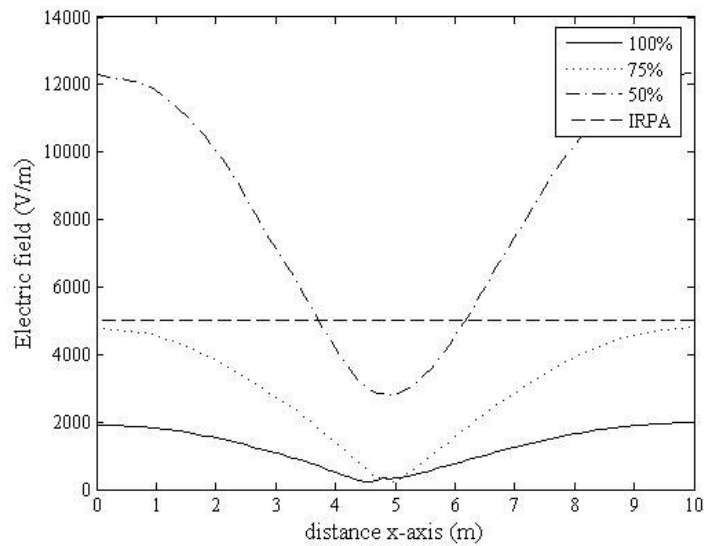
รูปที่ 6.91 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV  
เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 100%



รูปที่ 6.92 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV  
เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 75%

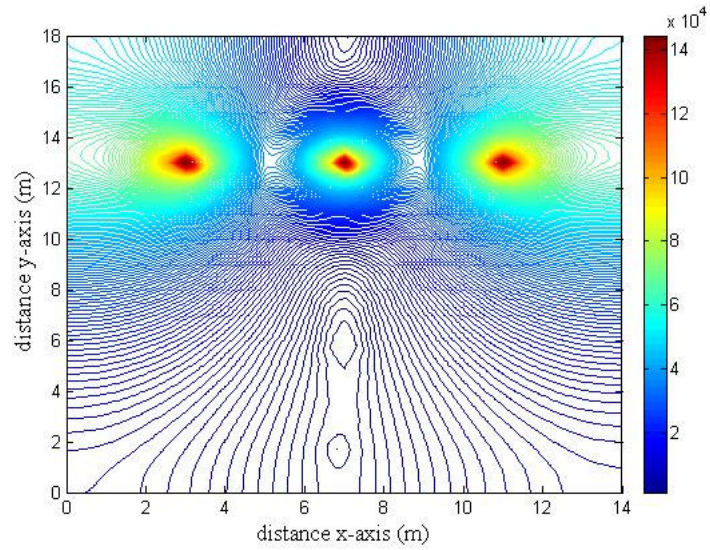


รูปที่ 6.93 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 69 kV  
เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 50%

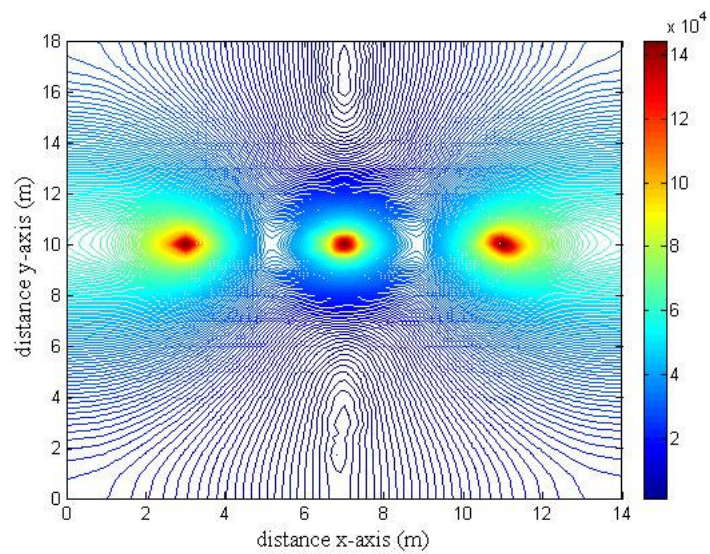


รูปที่ 6.94 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ที่เปลี่ยนแปลงตามระดับความสูงของตัวนำ  
ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 69 kV

- ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 115 kV

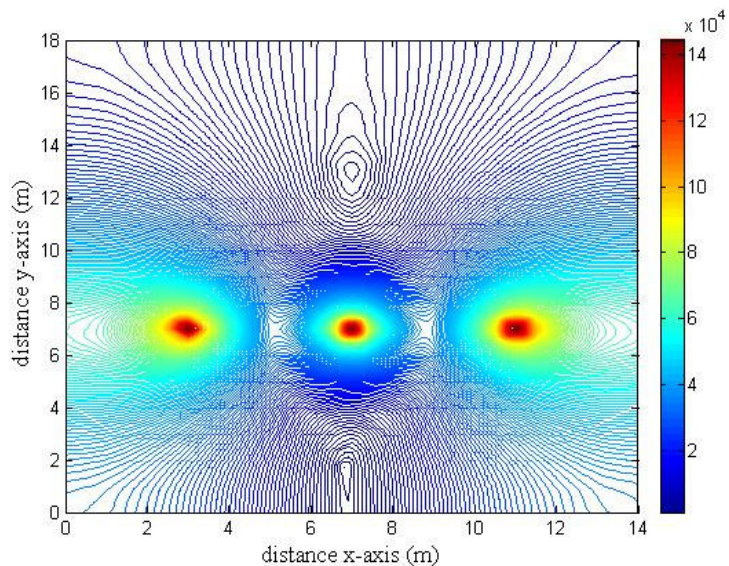


รูปที่ 6.95 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 115 kV  
เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 100%

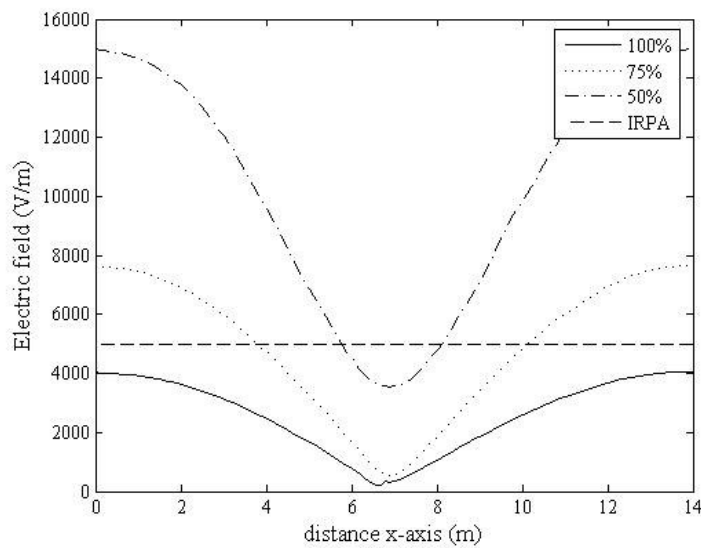


รูปที่ 6.96 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 115 kV  
เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 75%



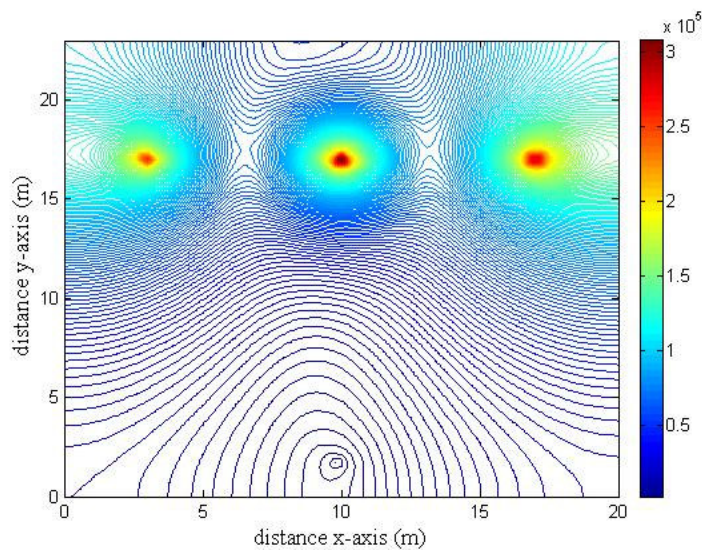


รูปที่ 6.97 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 115 kV  
เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 50%

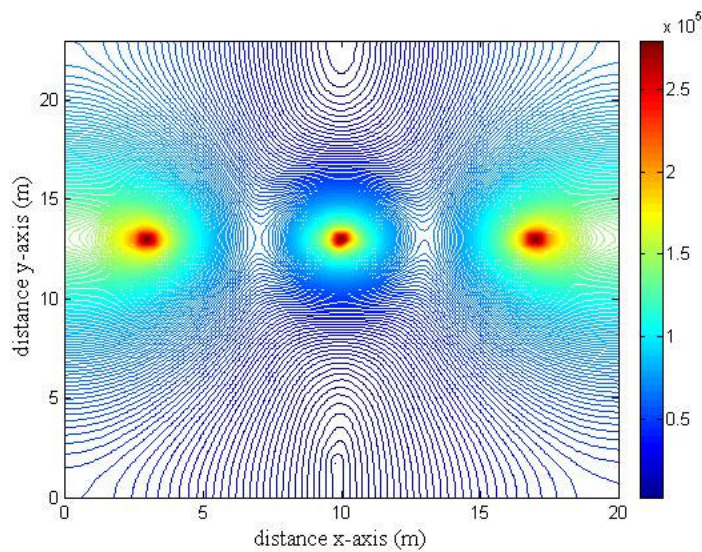


รูปที่ 6.98 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ที่เปลี่ยนแปลงตามระดับความสูงของตัวนำ  
ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 115 kV

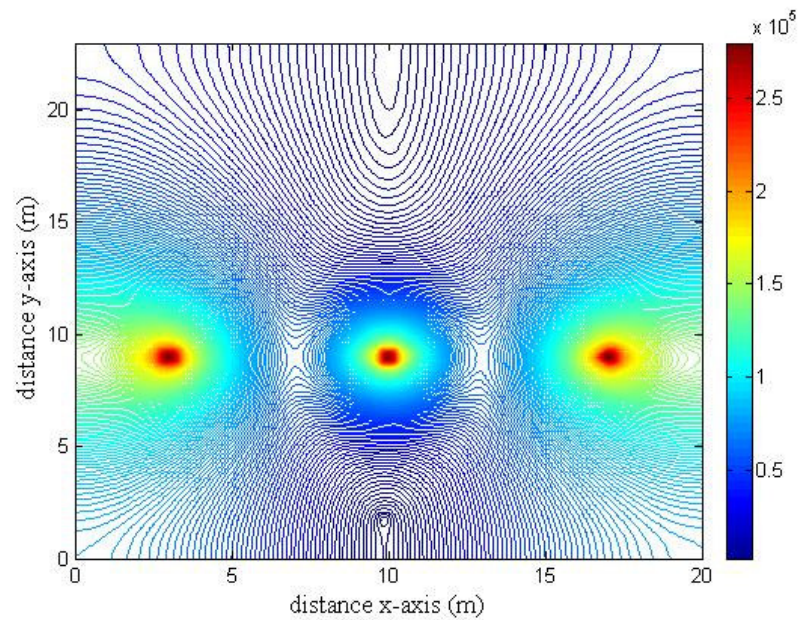
-ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV



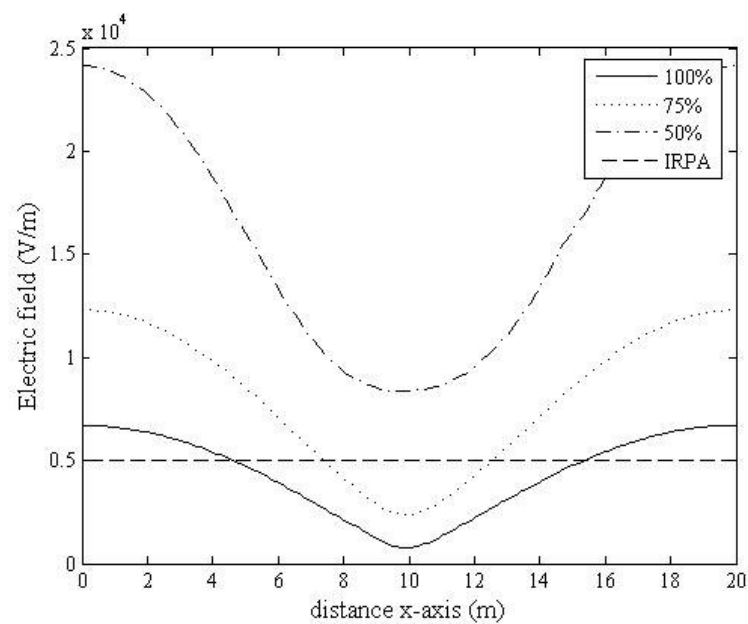
รูปที่ 6.99 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV  
เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 100%



รูปที่ 6.100 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV  
เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 75%

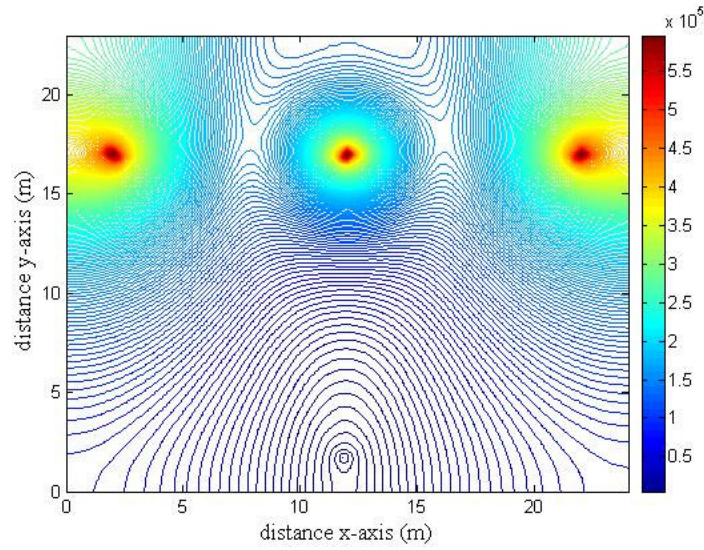


รูปที่ 6.101 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV  
เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 50%

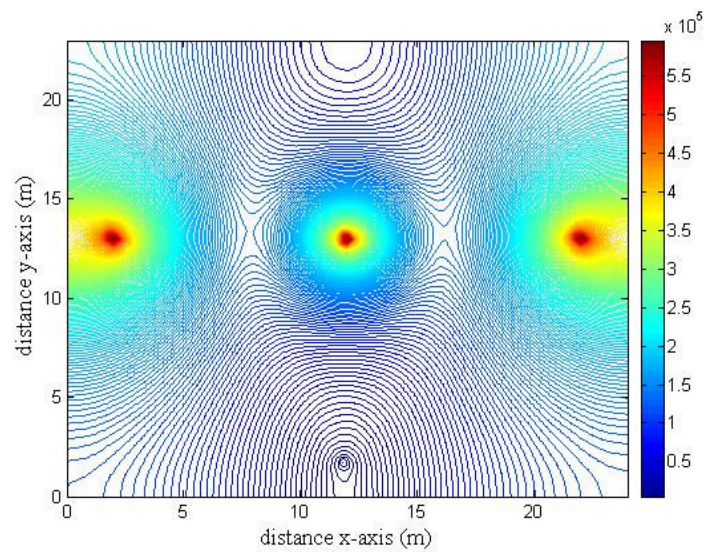


รูปที่ 6.102 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ที่เปลี่ยนแปลงตามระดับความสูงของตัวนำ  
ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูล 230 kV

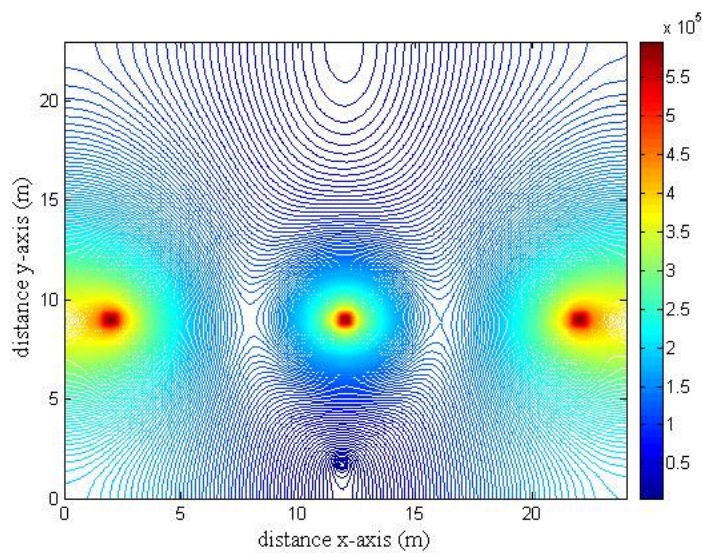
- ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV



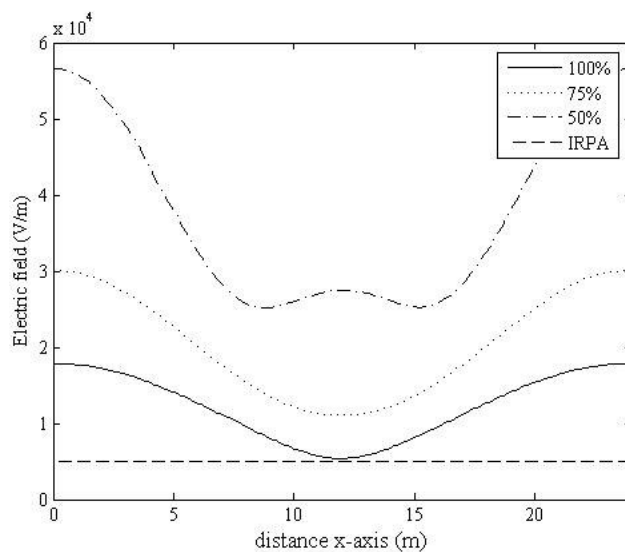
รูปที่ 6.103 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV  
เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 100%



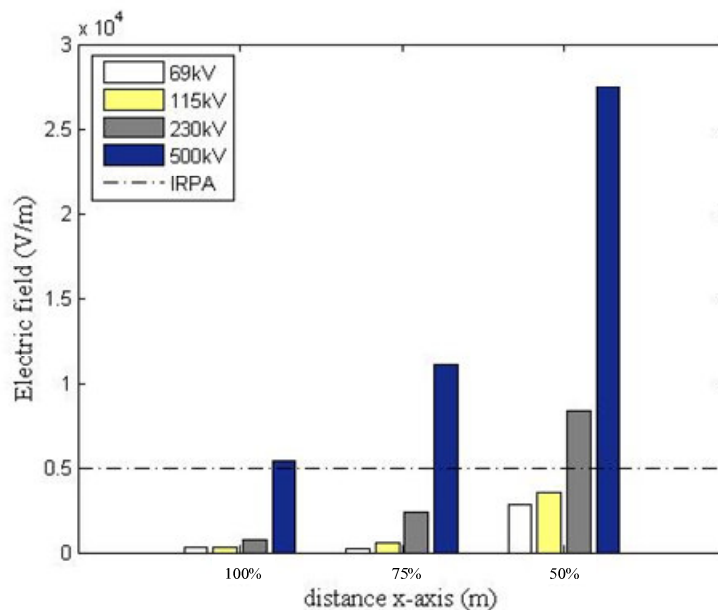
รูปที่ 6.104 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV  
เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 75%



รูปที่ 6.105 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 500 kV เมื่อของระดับความสูงของตัวนำที่ 50%



รูปที่ 6.106 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ที่เปลี่ยนแปลงตามระดับความสูงของตัวนำ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูล 500 kV



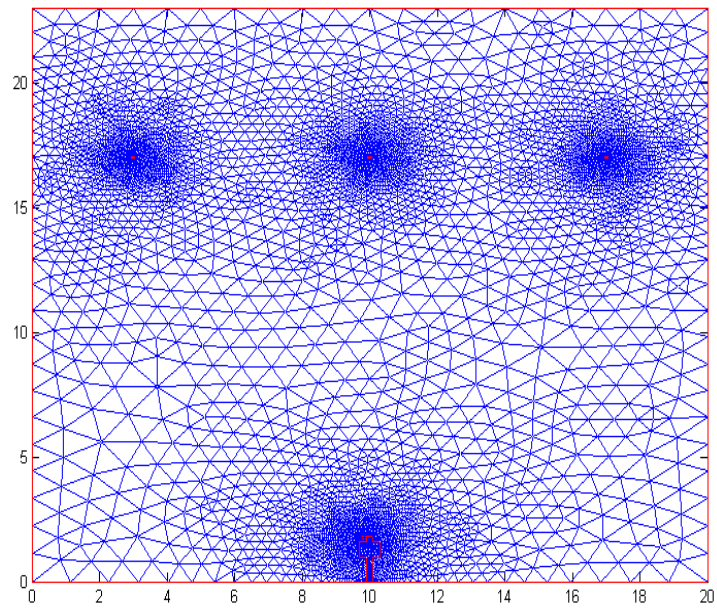
รูปที่ 6.107 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ในแต่ละระบบ ตามระดับความสูงของคาน้ำ

## 6.7 เปรียบเทียบผลการจำลองแบบ 2 มิติกับโปรแกรมสำเร็จรูป

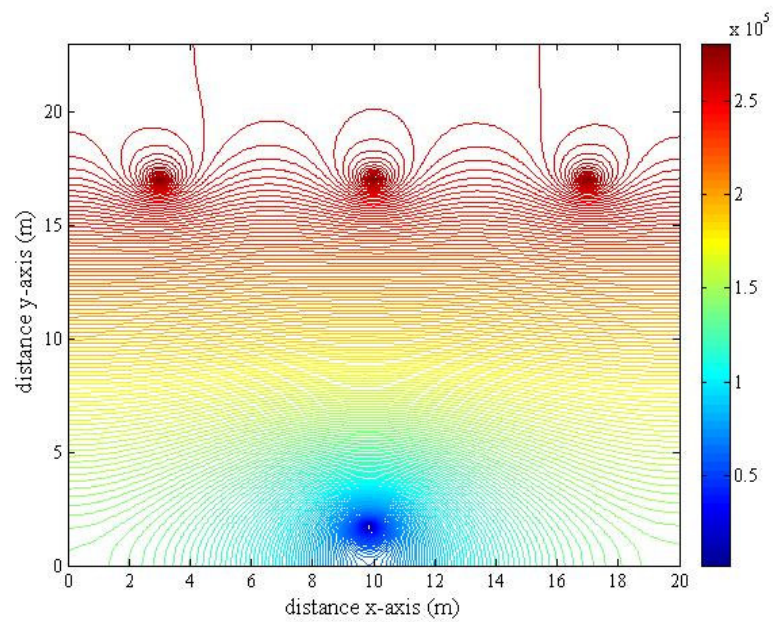
เพื่อยืนยันความถูกต้องของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นทั้งสองวิธี คือ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ จะทำการเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้ากับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL โดยจะขอยกตัวอย่างอย่างง่ายเพื่อเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าด้วยระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV จากโปรแกรม PDETOOL สามารถกำหนดค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของระบบได้ดังนี้ (การเปรียบเทียบผลในครั้งนี้จะพิจารณาเฉพาะขนาดแรงดันของสายส่ง ส่วนมุมเฟสจะไม่นำมาพิจารณา ทั้งนี้เพราะโปรแกรม PDETOOL มีข้อจำกัดในส่วนของจำนวนเชิงซ้อน)

ตารางที่ 6.2 กำหนดค่าพารามิเตอร์สำหรับโปรแกรม PDETOOL

ตัวนำในสายส่ง 230 kV	
พารามิเตอร์	ค่า
ค่าสนามไฟฟ้าในตัวนำที่ 1 ( $E_1$ )	$2.8203 \times 10^5$ V/m
ค่าสนามไฟฟ้าในตัวนำที่ 2 ( $E_2$ )	$2.8203 \times 10^5$ V/m
ค่าสนามไฟฟ้าในตัวนำที่ 3 ( $E_3$ )	$2.8203 \times 10^5$ V/m
ความถี่ ( $f$ )	50 Hz
รัศมีตัวนำ ( $r$ )	0.01 m
อากาศ	
พารามิเตอร์	ค่า
สภาพซึมได้ทางแม่เหล็กในสุญญากาศ ( $\mu_0$ )	$4\pi \times 10^{-7}$ H/m
สภาพซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ในอากาศ ( $\mu_r$ )	1.00000037
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าในสุญญากาศ ( $\epsilon_0$ )	$8.854 \times 10^{-12}$ F/m
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ในอากาศ ( $\epsilon_r$ )	1
มนุษย์	
พารามิเตอร์	ค่า
สภาพซึมได้ทางแม่เหล็กในสุญญากาศ ( $\mu_0$ )	$4\pi \times 10^{-7}$ H/m
สภาพซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ในมนุษย์ ( $\mu_r$ )	1.00000037
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าในสุญญากาศ ( $\epsilon_0$ )	$8.854 \times 10^{-12}$ F/m
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ในมนุษย์ ( $\epsilon_r$ )	5
โทรศัพท์มือถือ	
พารามิเตอร์	ค่า
บริเวณขอบบนซ้ายของตัวเครื่อง ( $P_1$ )	45.5 V/m
บริเวณขอบบนขวาของตัวเครื่อง ( $P_2$ )	45.5 V/m
บริเวณขอบด้านซ้ายของตัวเครื่อง ( $P_3$ )	33.5 V/m
บริเวณขอบด้านขวาของตัวเครื่อง ( $P_4$ )	48.2 V/m
บริเวณขอบล่างซ้ายของตัวเครื่อง ( $P_5$ )	48.5 V/m
บริเวณขอบล่างขวาของตัวเครื่อง ( $P_6$ )	48.5 V/m

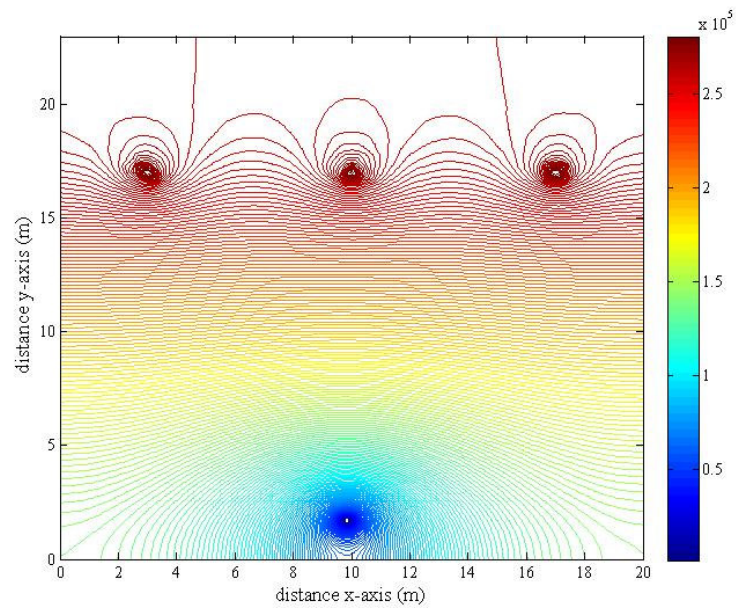


รูปที่ 6.108 การออกแบบกริดด้วย PDETOOL ของระบบสายส่งไฟฟ้าขนาด 230 kV

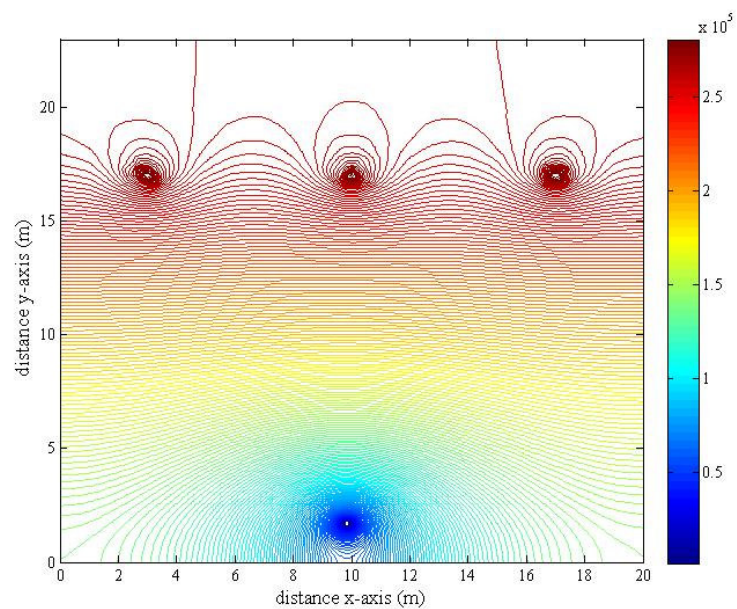


รูปที่ 6.109 การกระจายสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV  
ด้วย PDETOOL





รูปที่ 6.110 การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV  
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์



รูปที่ 6.111 การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV  
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์

หลังการออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 230 kV ด้วยโปรแกรม PDETOOL จะสามารถออกแบบได้ดังรูปที่ 6.108 จากนั้นทำการหาค่าผลเฉลยที่ได้จาก PDETOOL และนำค่าผลเฉลยที่ได้มาวาดกราฟใหม่ในโปรแกรม MATLAB<sup>TM</sup> โดยรูปที่ 6.109 คือ กราฟการกระจายค่าสนามไฟฟ้ารอบสายส่ง และสามารถแสดงผลเฉลยดังกล่าวด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์กับระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ได้ดังรูปที่ 6.110 และรูปที่ 6.111 ตามลำดับ

จะสังเกตเห็นว่าผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ของโปรแกรม PDETOOL จะมีผลเฉลยใกล้เคียงกันกับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ และเพื่อให้เห็นถึงความถูกต้องในการคำนวณมากยิ่งขึ้น จึงทำการเปรียบเทียบคำตอบระหว่างโนดต่อโนดของแต่ละวิธี โดยอาศัยตำแหน่งพิกัดคำตอบของระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์เป็นหลักในการอ้างอิง (847 โหนด) ซึ่งสามารถสรุปขั้นตอนการดำเนินการได้ดังนี้

#### ดำเนินการที่ PDETOOL:

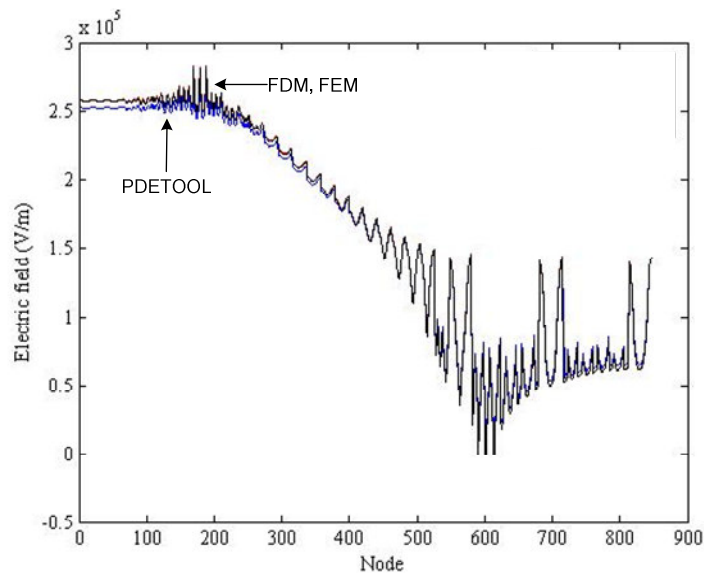
1. สร้างระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV
2. เก็บค่าผลเฉลยจาก PDETOOL และค่าตำแหน่งพิกัดของแต่ละ โหนด
3. ใช้คำสั่ง griddata ของโปรแกรม MATLAB<sup>TM</sup> ในการหาคำตอบตามโนดอ้างอิงของระบบตามระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ โดยอาศัยข้อมูลในการคำนวณจากขั้นตอนที่ 2

#### ดำเนินการที่ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์:

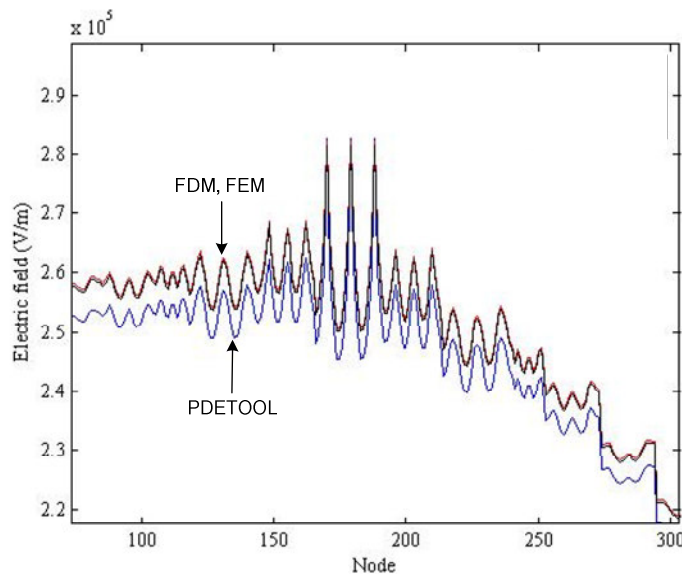
4. สร้างระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV
5. เก็บค่าผลเฉลยจาก ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และค่าตำแหน่งพิกัดของแต่ละ โหนด
6. ใช้คำสั่ง griddata ของโปรแกรม MATLAB<sup>TM</sup> ในการหาคำตอบตามโนดอ้างอิงของระบบตามระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์โดยใช้ข้อมูลในการคำนวณจากขั้นตอนที่ 5
7. เปรียบเทียบคำตอบโนดต่อโนดระหว่างผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระเบียบวิธีทั้งสอง คือ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และ ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ กับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL

จากวิธีดำเนินการตามขั้นตอนดังกล่าวสามารถเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และ ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ กับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL ซึ่งสามารถแสดงได้ตามรูปที่ 6.112 โดยรูปดังกล่าวจะเปรียบเทียบคำตอบแบบโนดต่อโนดทั้งหมดภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV

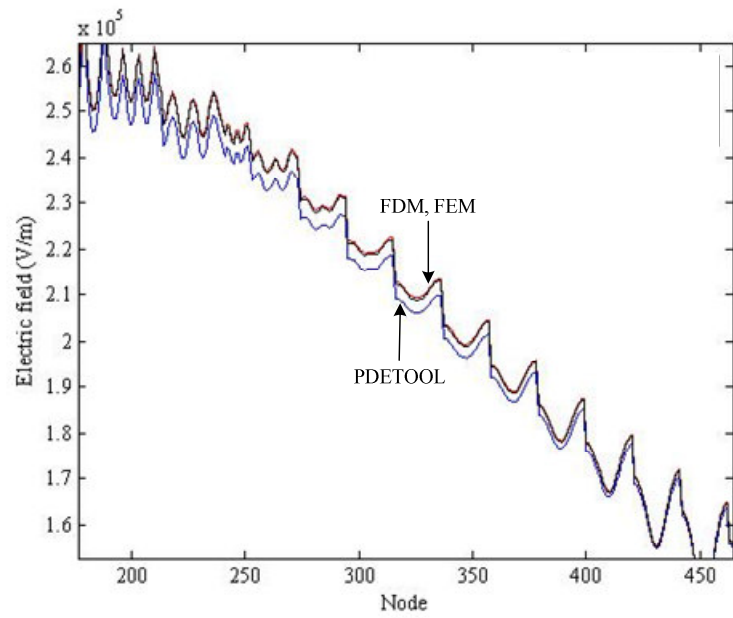
นอกจากนี้ยังสามารถขยายบริเวณที่เปรียบเทียบคำตอบแบบโนดต่อโนดออกเป็นช่วง ๆ ได้ดังรูปที่ 6.113-6.115 เพื่อต้องการให้เห็นถึงความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณที่เกิดขึ้นของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบไฟไนต์อิเลเมนต์ กับโปรแกรม PDETOOL



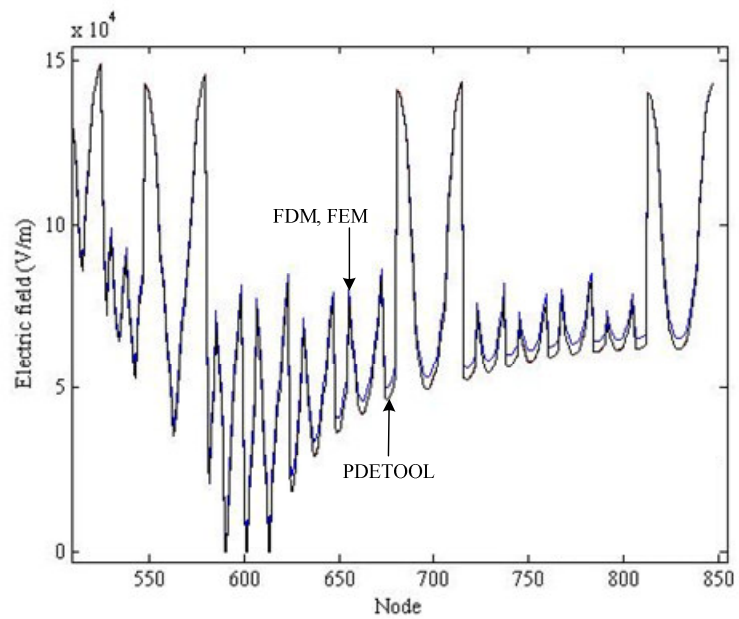
รูปที่ 6.112 คำตอบโนดต่อโนดภายในช่วงโนด 1-847



รูปที่ 6.113 คำตอบโนดต่อโนดภายในช่วงโนด 100-300



รูปที่ 6.114 คำตอบโนดต่อโนดภายในช่วงโนด 200-450



รูปที่ 6.115 คำตอบโนดต่อโนดภายในช่วงโนด 550-847

เมื่อสังเกตการเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบไฟไนต์อิลิเมนต์ กับ โปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL จะเห็นว่าเส้นกราฟจากระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบไฟไนต์อิลิเมนต์มีลักษณะใกล้เคียงกันมากและเกือบทับกันพอดี ตลอดทุกช่วงโนดดังปรากฏในรูปที่ 6.112 ในขณะที่ผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าจาก โปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL จะมีลักษณะเส้นกราฟในทำนองเดียวกับระเบียบวิธีทั้งสองเช่นกัน แต่จะให้ผลเฉลยที่แตกต่างบ้างในบางช่วงคำตอบซึ่งสามารถสังเกตได้จากรูปที่ 6.113-6.115 โดยสาเหตุความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นอาจมาจากการกำหนดค่ารัศมีตัวนำของสายส่งภายใน โปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL เพราะเนื่องจากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และ ระเบียบไฟไนต์อิลิเมนต์จะกำหนดให้ตัวนำมีลักษณะเป็นจุด ในขณะที่โปรแกรม PDETOOL ไม่สามารถกำหนดให้ตัวนำเป็นจุดได้ จะต้องทำการป้อนค่ารัศมีตัวนำทุกครั้งที่ทำกรคำนวณ จึงเป็นสาเหตุให้เกิดความแตกต่างของผลเฉลยที่ได้

ตารางที่ 6.3 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าระหว่างการใช้งานและไม่ใช้งานโทรศัพท์มือถือ

ระบบไฟฟ้า 1 เฟส						
ระบบไฟฟ้า	ค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์ (V/m)					
	ตำแหน่งที่ 1		ตำแหน่งที่ 2		ตำแหน่งที่ 3	
	ใช้งาน	ไม่ใช้งาน	ใช้งาน	ไม่ใช้งาน	ใช้งาน	ไม่ใช้งาน
220V	59.44	57.378	60.345	50.86	59.44	51.47
22kV	711.2	708.2	713.9	709.3	712.9	708.2
69kV	990.59	990.16	999.5	994.97	990.6	990.16
ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล						
ระบบไฟฟ้า	ค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์ (V/m)					
	ตำแหน่งที่ 1		ตำแหน่งที่ 2		ตำแหน่งที่ 3	
	ใช้งาน	ไม่ใช้งาน	ใช้งาน	ไม่ใช้งาน	ใช้งาน	ไม่ใช้งาน
69kV	$1.623 \times 10^3$	$1.509 \times 10^3$	342.83	270.09	$1.4813 \times 10^3$	$1.509 \times 10^3$
115kV	$3.093 \times 10^3$	$3.036 \times 10^3$	337.22	225.16	$3.036 \times 10^3$	$2.964 \times 10^3$
230kV	$5.969 \times 10^3$	$5.877 \times 10^3$	796.597	721.04	$5.775 \times 10^3$	$5.755 \times 10^3$
500kV	$1.713 \times 10^4$	$1.703 \times 10^4$	$5.419 \times 10^3$	$5.357 \times 10^3$	$1.688 \times 10^4$	$1.683 \times 10^4$

ตารางที่ 6.3 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าระหว่างการใช้งานและไม่ใช้งาน โทศัพท์มือถือ (ต่อ)

ระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด)						
ระบบไฟฟ้า	ค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์ (V/m)					
	ตำแหน่งที่ 1		ตำแหน่งที่ 2		ตำแหน่งที่ 3	
	ใช้งาน	ไม่ใช้งาน	ไม่ใช้งาน	ไม่ใช้งาน	ใช้งาน	ไม่ใช้งาน
230kV#1	$5.510 \times 10^3$	$5.646 \times 10^3$	959.28	952.27	$7.039 \times 10^3$	$6.973 \times 10^3$
230kV#2	$7.488 \times 10^3$	$7.344 \times 10^3$	$1.862 \times 10^3$	$1.627 \times 10^3$	$2.812 \times 10^3$	$2.633 \times 10^3$
230kV#3	$5.107 \times 10^3$	$4.993 \times 10^3$	$2.182 \times 10^3$	$2.152 \times 10^3$	$6.378 \times 10^3$	$6.335 \times 10^3$
ระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส)						
ระบบไฟฟ้า	ค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์ (V/m)					
	ตำแหน่งที่ 1		ตำแหน่งที่ 2		ตำแหน่งที่ 3	
	ใช้งาน	ไม่ใช้งาน	ใช้งาน	ไม่ใช้งาน	ใช้งาน	ไม่ใช้งาน
230kV#1	$1.513 \times 10^4$	$1.501 \times 10^4$	$9.131 \times 10^3$	$9.054 \times 10^3$	$3.034 \times 10^3$	$2.911 \times 10^3$
230kV#2	$7.361 \times 10^3$	$7.054 \times 10^3$	$5.493 \times 10^3$	$5.045 \times 10^3$	$6.353 \times 10^3$	$6.154 \times 10^3$
230kV#3	$1.283 \times 10^4$	$1.25 \times 10^4$	$7.072 \times 10^3$	$6.799 \times 10^3$	$1.698 \times 10^3$	$1.629 \times 10^3$

ตารางที่ 6.4 ผลต่างค่าสนามไฟฟ้าระหว่างการใช้งานและไม่ใช้งาน โทศัพท์มือถือ

ระบบไฟฟ้า 1 เฟส			
ระบบไฟฟ้า	ผลต่างค่าสนามไฟฟ้า (V/m)		
	ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	ตำแหน่งที่ 3
220V	2.062	9.485	7.970
22kV	3.000	4.600	4.700
69kV	0.430	4.530	0.440
ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล			
ระบบไฟฟ้า	ผลต่างค่าสนามไฟฟ้า (V/m)		
	ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	ตำแหน่งที่ 3
69kV	$0.114 \times 10^3$	72.740	$0.028 \times 10^3$
115kV	$0.057 \times 10^3$	112.060	$0.072 \times 10^3$

ตารางที่ 6.4 ผลต่างค่าสนามไฟฟ้าระหว่างการใช้งานและไม่ใช้งานโทรศัพท์มือถือ (ต่อ)

ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล			
ระบบไฟฟ้า	ผลต่างค่าสนามไฟฟ้า (V/m)		
	ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	ตำแหน่งที่ 3
230kV	$0.092 \times 10^3$	75.557	$0.020 \times 10^3$
500kV	$0.010 \times 10^4$	$0.062 \times 10^3$	$0.005 \times 10^4$
ระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด)			
ระบบไฟฟ้า	ผลต่างค่าสนามไฟฟ้า (V/m)		
	ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	ตำแหน่งที่ 3
230kV#1	$0.136 \times 10^3$	7.010	$0.066 \times 10^3$
230kV#2	$0.144 \times 10^3$	$0.235 \times 10^3$	$0.179 \times 10^3$
230kV#3	$0.114 \times 10^3$	$0.030 \times 10^3$	$0.043 \times 10^3$
ระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส)			
ระบบไฟฟ้า	ผลต่างค่าสนามไฟฟ้า (V/m)		
	ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	ตำแหน่งที่ 3
230kV#1	$0.0120 \times 10^4$	$0.0770 \times 10^3$	$0.1230 \times 10^3$
230kV#2	$0.3070 \times 10^3$	$0.4480 \times 10^3$	$0.1990 \times 10^3$
230kV#3	$0.033 \times 10^4$	$0.2730 \times 10^3$	$0.0690 \times 10^3$

ตารางที่ 6.5 ระดับสูงสุดของสนามไฟฟ้าที่มนุษย์สามารถสัมผัสได้อย่างปลอดภัย

สถานที่	ค่าสนามไฟฟ้า (E) (kV/m)
<b>สถานประกอบการ</b>	
- ตลอดชั่วโมงการทำงาน	10
- ช่วงเวลาสั้น	30
<b>สาธารณะ</b>	
- ตลอด 24 ชั่วโมง	5
- 2-3 ชั่วโมง	10

จากมาตรฐานขององค์กร International Radiation Protection Association (IRPA) ได้ระบุข้อกำหนดระดับค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดที่มนุษย์สามารถสัมผัสได้อย่างปลอดภัยดังตารางที่ 6.5 จากข้อกำหนดดังกล่าวจะใช้เป็นเกณฑ์ในการตรวจสอบระยะห่างของมนุษย์จากสายส่งที่เหมาะสม โดยดูจากค่าสนามไฟฟ้าที่ปลอดภัยสำหรับมนุษย์ ในที่นี้จะเลือกใช้ระดับสูงสุดของสนามไฟฟ้าที่มนุษย์สัมผัสได้อย่างปลอดภัยเท่ากับ 5 kV/m (สาธารณะ) เพราะเนื่องจากระบบที่ศึกษาเปรียบเสมือนบริเวณพื้นที่โล่งที่มีผู้คนผ่านไปมาอยู่ตลอดเวลา รวมถึงการใช้งานโทรศัพท์มือถือสื่อสารในบริเวณดังกล่าวด้วย จากผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าทั้งหมดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V 22 kV และ 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV 115 kV 230 kV และ 500 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุลขนาด 230 kV และระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลเมื่อคำนึงสถานะตกที่องข้างภายในระบบขนาด 230 kV และ 500kV เพื่อให้เห็นระดับความแตกต่างของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นกับมนุษย์อย่างชัดเจนภายในแต่ละระบบ โดยสามารถนำเสนอในรูปแบบของตารางที่ 6.3 และ 6.4 จะเห็นว่าภายในระบบไฟฟ้า 1 เฟส จะมีค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดไม่เกิน 5 kV/m ด้วยเหตุนี้การใช้งานโทรศัพท์มือถือในบริเวณระบบดังกล่าวจึงไม่ก่อให้เกิดอันตรายแก่มนุษย์ที่ใช้งานโทรศัพท์มือถือในบริเวณนั้น ในขณะที่ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล และ 3 เฟสไม่สมดุลจะมีปริมาณค่าสนามไฟฟ้าเกิน 5 kV/m โดยเฉพาะอย่างยิ่งระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลและ 3 เฟสไม่สมดุลขนาด 230 kV และ 500 kV ที่มีค่าสนามไฟฟ้าสูงถึง  $2.5 \times 10^5$  V/m และ  $5.5 \times 10^6$  V/m ตามลำดับ ซึ่งอาจก่อให้เกิดอันตรายอย่างยิ่งต่อมนุษย์ที่ใช้งานโทรศัพท์มือถือในขณะที่เข้าใกล้บริเวณระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล นอกจากนี้การลดหย่อนของสายส่งไฟฟ้าแรงสูงก็เป็นสาเหตุสำคัญสาเหตุหนึ่งที่สามารถก่อให้เกิดอันตรายต่อมนุษย์ผู้ใช้โทรศัพท์มือถือได้เช่นกัน

## 6.7 สรุป

บทที่ 6 เป็นการจำลองผลเพื่อศึกษาถึงผลกระทบค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้น จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือของมนุษย์ภายใต้บริเวณสายส่งไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ จากการจำลองผลของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V 22 kV และ 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV 115 kV 230 kV และ 500 kV และระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล จะได้ผลเฉลยไปในทิศทางเดียวกัน และมีค่าใกล้เคียงกัน ทั้งสองระเบียบวิธี โดยสามารถตรวจสอบความถูกต้องด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL ที่มีความเชื่อถือได้ ซึ่งให้ผลเฉลยสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกันกับระเบียบวิธีทั้งสอง นอกจากนี้ยังสามารถระบุระบบที่มีความเสี่ยงต่อความปลอดภัยจากการใช้งานโทรศัพท์มือถือของมนุษย์ภายใต้บริเวณสายส่งได้ตามมาตรฐานของ IRPA



## บทที่ 7

### การจำลองสนามไฟฟ้าของสายส่งโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

#### 7.1 บทนำ

บทที่ 5 และ บทที่ 6 เป็นการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ตามลำดับ ซึ่งทั้ง 2 บทเป็นการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติ สำหรับบทที่ 7 จะเป็นบทที่นำเสนอการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติ เพื่อให้เห็นลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าที่สอดคล้องกับเหตุการณ์จริงมากยิ่งขึ้น โดยการวิเคราะห์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติของระบบสายส่ง จะอาศัยโปรแกรมสำเร็จรูป COMSOL™ Multiphysics Version 3.4 ในการหาผลเฉลยของระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V 22 kV และ 69 kV กับระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 69 kV 115 kV 230 kV และ 500 kV ซึ่งโปรแกรมสำเร็จรูปดังกล่าวเป็น โปรแกรมที่ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการหาผลเฉลย

#### 7.2 การกำหนดพารามิเตอร์และเงื่อนไขขอบเขต

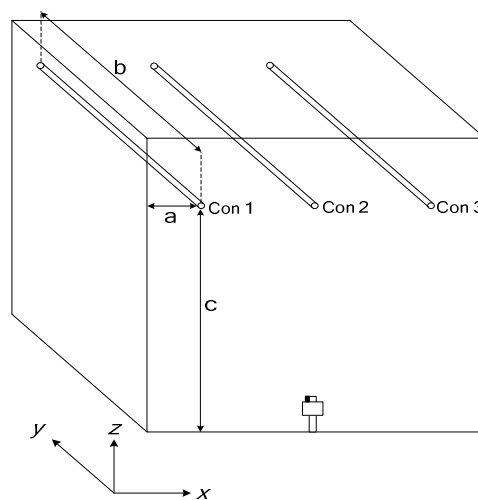
การกำหนดค่าพารามิเตอร์ของโปรแกรมสำเร็จรูป COMSOL™ Multiphysics Version 3.4 ให้กับระบบสายส่งจะประกอบไปด้วย 2 ส่วนประกอบหลัก ๆ คือ พารามิเตอร์การขึ้นรูปโครงสร้างของระบบขนาดต่าง ๆ และค่าพารามิเตอร์ที่แสดงคุณสมบัติทางไฟฟ้า ซึ่งได้แก่ ค่าสนามไฟฟ้าภายในตัวนำสายส่ง ค่าสนามไฟฟ้าของโทรศัพท์มือถือ ค่าสภาพขาคีมทางแม่เหล็ก และค่าสภาพยอมทางไฟฟ้า เป็นต้น เพื่อใช้ในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ที่เคยกล่าวไปแล้วในบทก่อนหน้านี้ ดังนั้นในหัวข้อนี้จะกล่าวเฉพาะรายละเอียดการกำหนดพารามิเตอร์สำหรับการขึ้นรูปโครงสร้างของระบบขนาดต่าง ๆ เท่านั้น โดยสามารถแสดงค่าพารามิเตอร์ได้ดังตารางที่ 7.1 - 7.2 และสามารถพิจารณาภาพประกอบตามรูปที่ 7.1

ตารางที่ 7.1 การกำหนดค่าพารามิเตอร์โครงสร้างของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ

ระบบไฟฟ้า 1 เฟส	มิติของพื้นที่ศึกษา (m)		
	แกน x	แกน y	แกน z
220 V	10	10	10
22 kV	15	15	15

ตารางที่ 7.1 การกำหนดค่าพารามิเตอร์โครงสร้างของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ (ต่อ)

ระบบไฟฟ้า 1 เฟส	มิติของพื้นที่ศึกษา (m)		
	แกน $x$	แกน $y$	แกน $z$
69 kV	15	15	20
ระบบไฟฟ้า 3 เฟส	มิติของพื้นที่ศึกษา (m)		
	แกน $x$	แกน $y$	แกน $z$
69 kV	15	15	15
115 kV	20	20	20
230 kV	20	20	23
500 kV	25	25	25
มนุษย์	มิติของพื้นที่ศึกษา (m)		
	แกน $x$	แกน $y$	แกน $z$
ส่วนที่ 1	0.2	0.2	1.8
ส่วนที่ 2	0.6	0.2	0.6
โทรศัพท์มือถือ	มิติของพื้นที่ศึกษา (m)		
	แกน $x$	แกน $y$	แกน $z$
ส่วนที่ 1	0.1	0.2	0.2



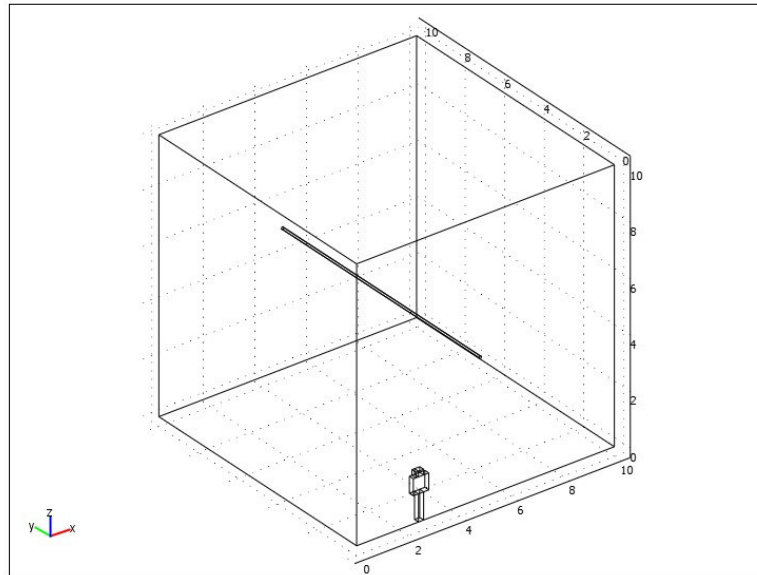
รูปที่ 7.1 ลักษณะการกำหนดค่าพารามิเตอร์โครงสร้างของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ

ตารางที่ 7.2 ค่าพารามิเตอร์การวางตำแหน่งตัวนำของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ

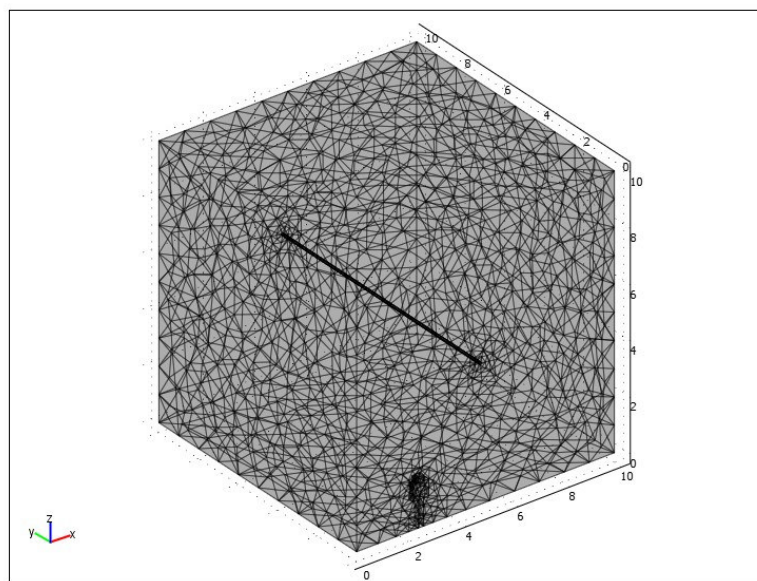
ระบบไฟฟ้า 1 เฟส			
ตัวนำ	ตำแหน่งการวางตัวนำ (m)		
	a	b	c
220 V	5	10	4.8
22 kV	7.5	15	10.5
69 kV	7.5	15	12
ระบบไฟฟ้า 3 เฟส			
69 kV	ตำแหน่งการวางตัวนำ (m)		
	a	b	c
ตัวนำที่ 1	4	15	12
ตัวนำที่ 2	7.5	15	12
ตัวนำที่ 3	11	15	12
115 kV	ตำแหน่งการวางตัวนำ (m)		
	a	b	c
ตัวนำที่ 1	5.5	20	13
ตัวนำที่ 2	10	20	13
ตัวนำที่ 3	14.5	20	13
230 kV	ตำแหน่งการวางตัวนำ (m)		
	a	b	c
ตัวนำที่ 1	3	20	17
ตัวนำที่ 2	10	20	17
ตัวนำที่ 3	17	20	17
500 kV	ตำแหน่งการวางตัวนำ (m)		
	a	b	c
ตัวนำที่ 1	2.5	25	20
ตัวนำที่ 2	12.5	25	20
ตัวนำที่ 3	22.5	25	20

### 7.3 ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส

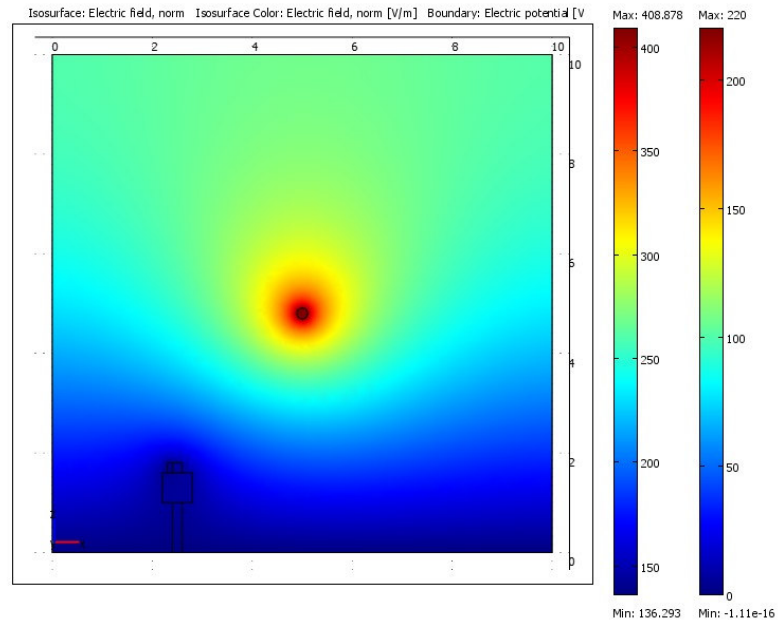
- ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220V



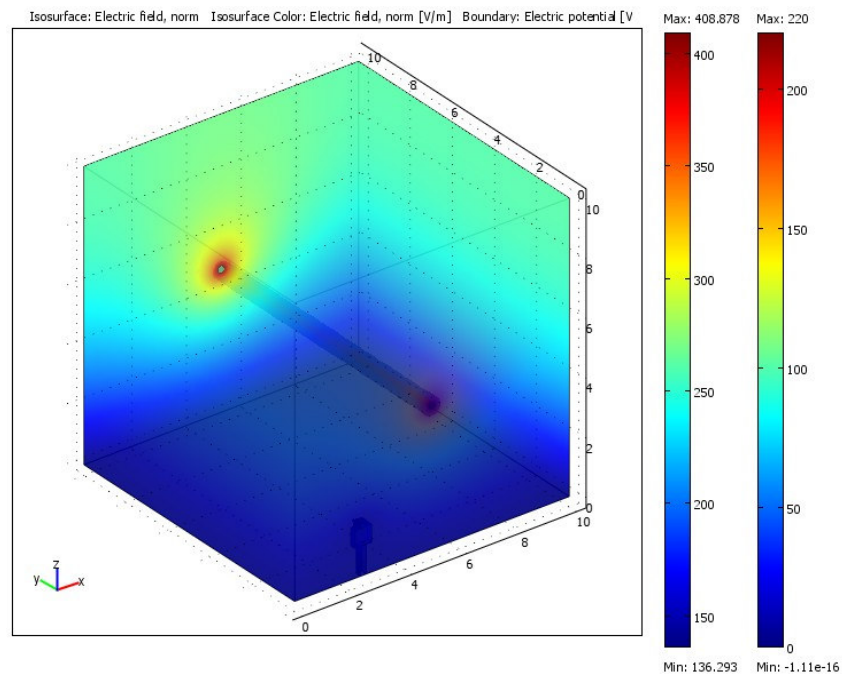
รูปที่ 7.2 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 2$  m)



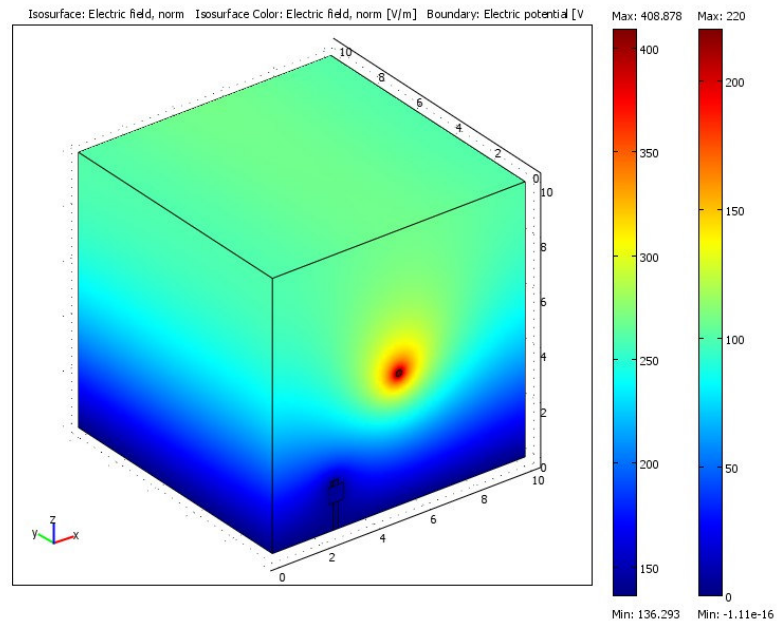
รูปที่ 7.3 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 2$  m)



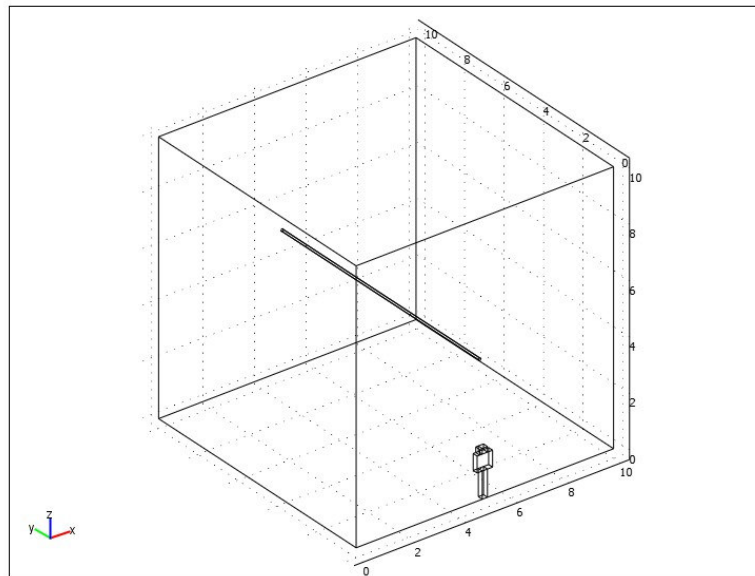
รูปที่ 7.4 คอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 2$  m)



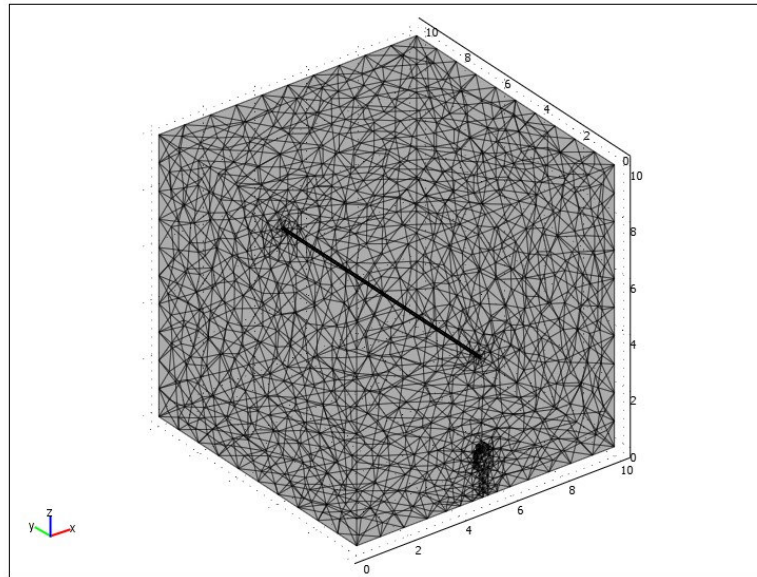
รูปที่ 7.5 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 2$  m)



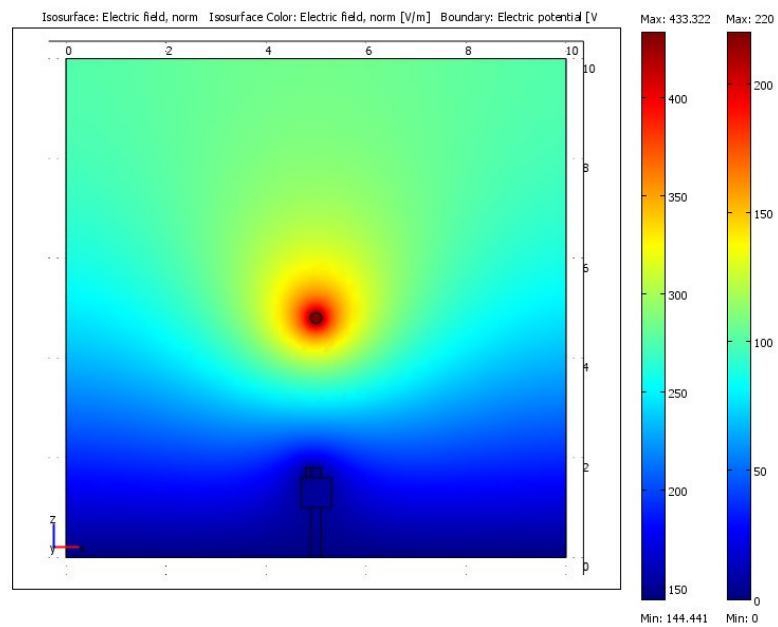
รูปที่ 7.6 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 2$  m)



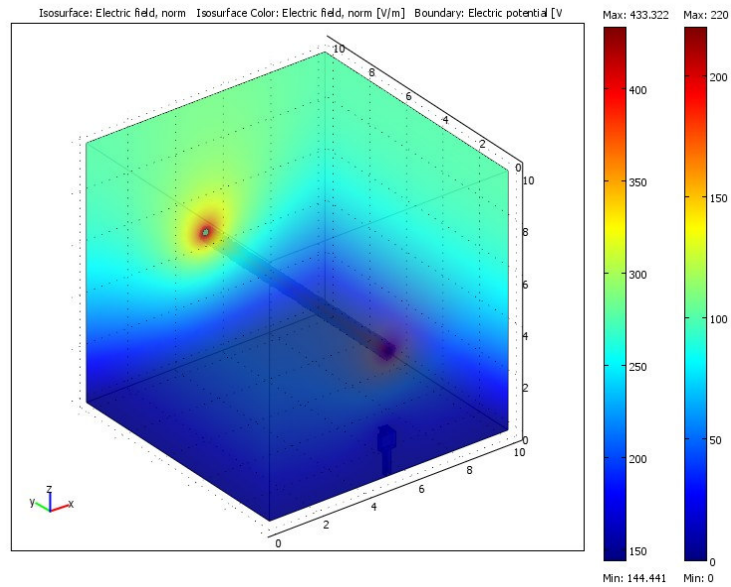
รูปที่ 7.7 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 5$  m)



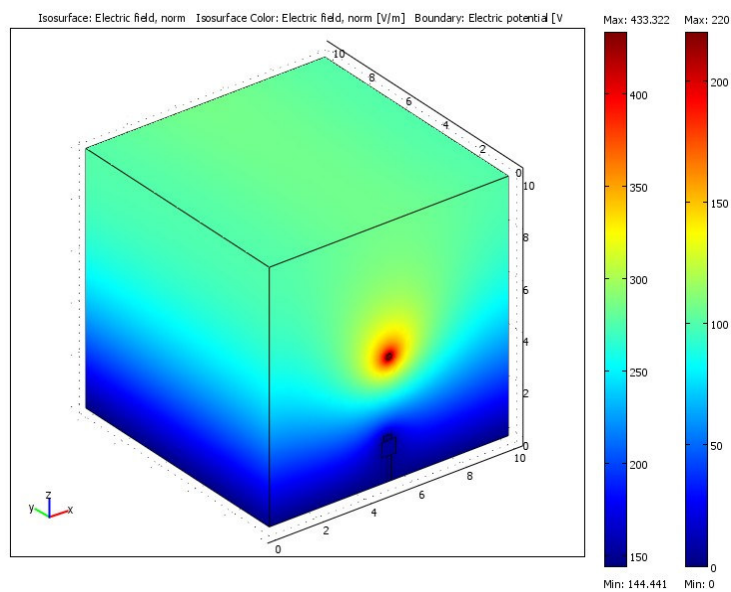
รูปที่ 7.8 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 5$  m)



รูปที่ 7.9 คอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 5$  m)

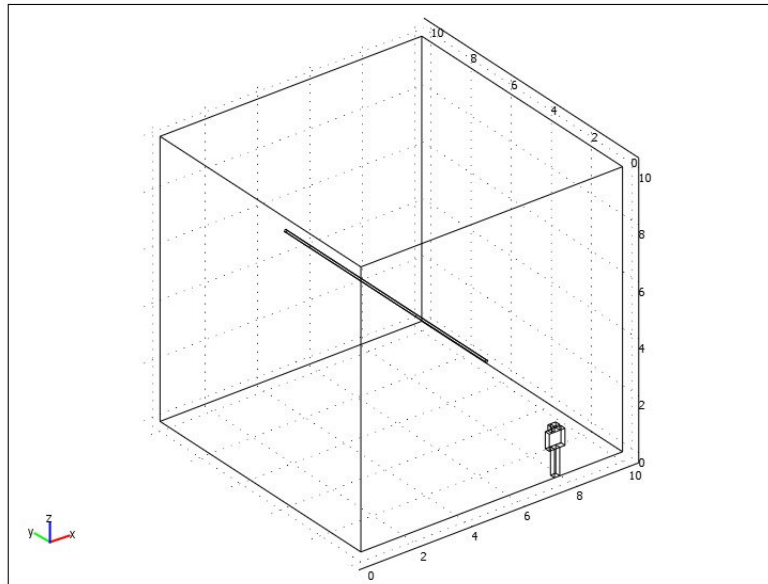


รูปที่ 7.10 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V  
( $x = 5$  m)

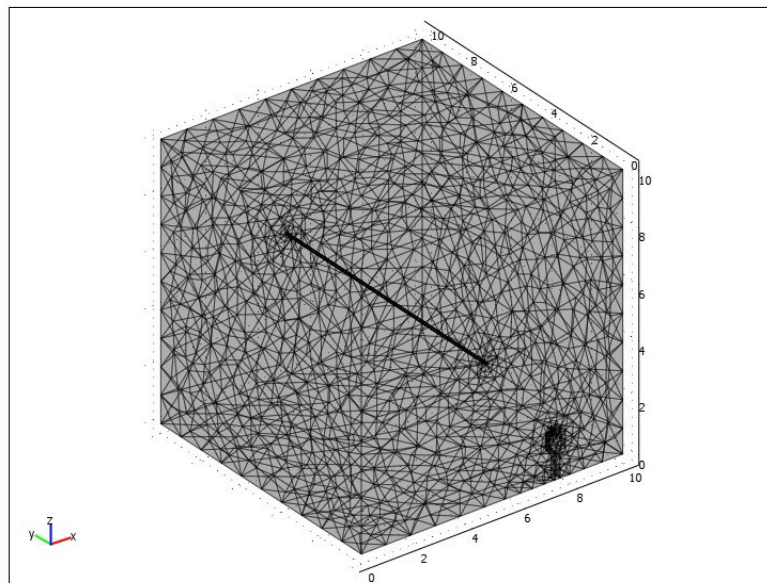


รูปที่ 7.11 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของ  
ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 5$  m)

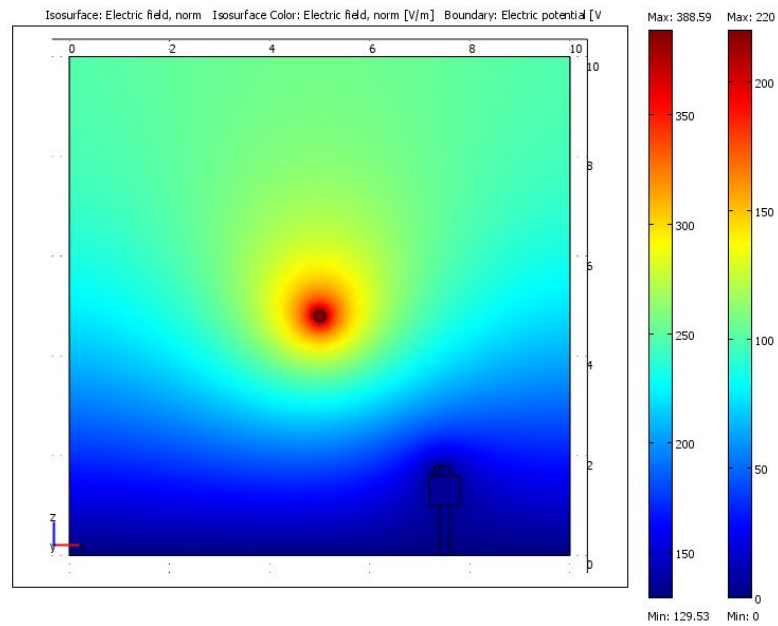




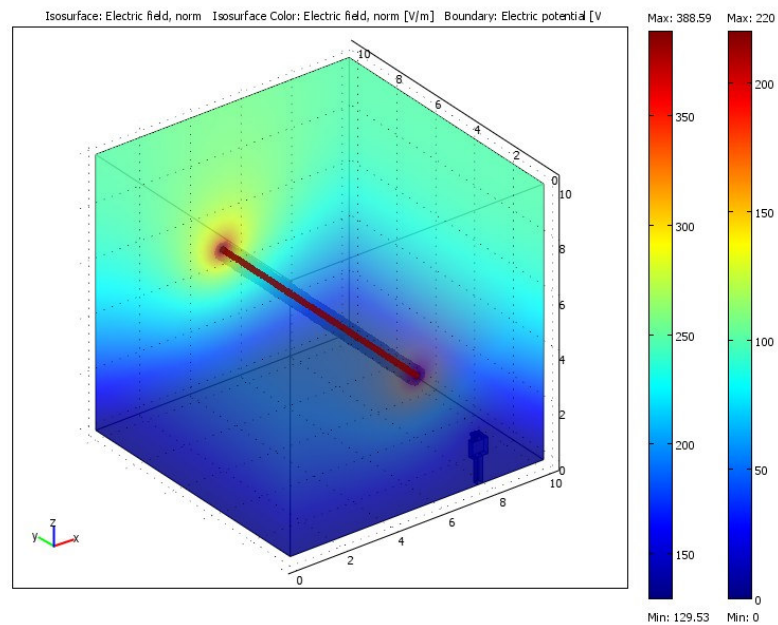
รูปที่ 7.12 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 8$  m)



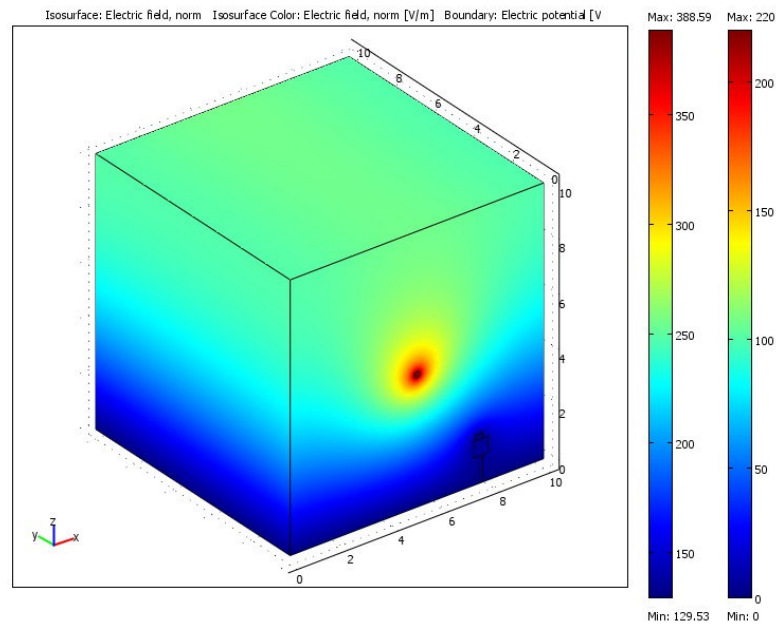
รูปที่ 7.13 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 8$  m)



รูปที่ 7.14 คอนทอร์ค่านามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 8$  m)



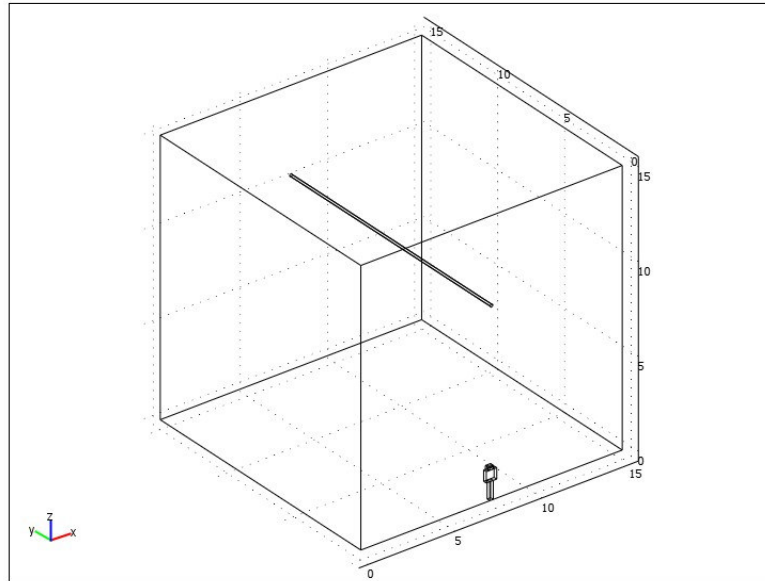
รูปที่ 7.15 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 8$  m)



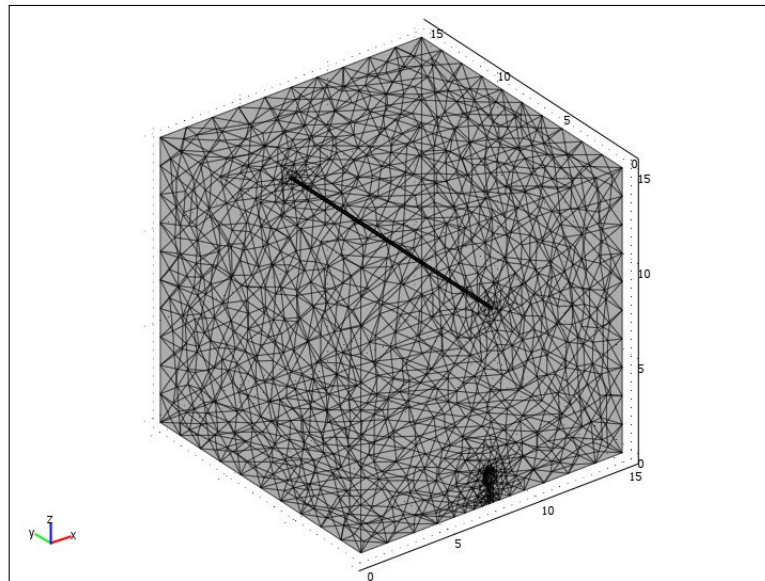
รูปที่ 7.16 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ( $x = 8$  m)

- ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV

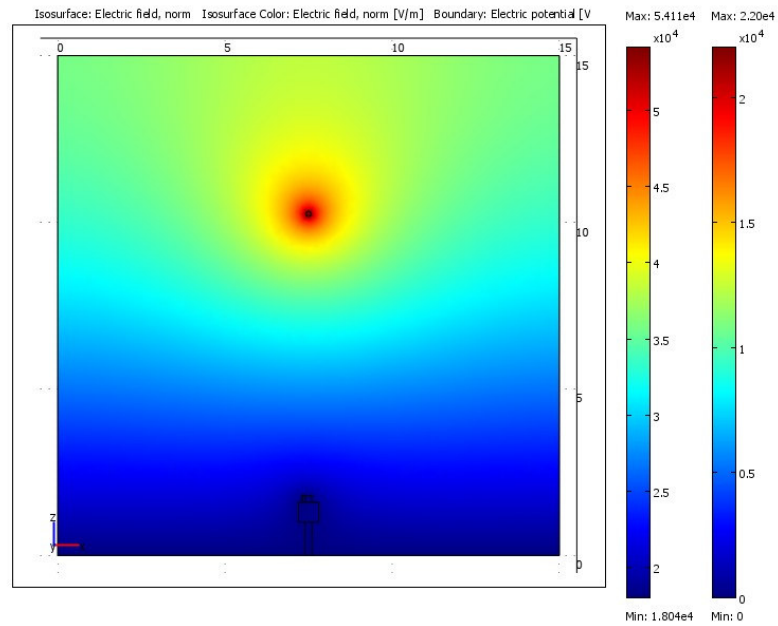
เนื่องจากการจำลองผลการกระจายค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV และ 69 kV มีลักษณะคล้ายคลึงกับระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V ที่กล่าวผ่านมาข้างต้น โดยแตกต่างที่ค่าสนามไฟฟ้าของตัวนำในสายส่ง กับขนาดพื้นที่ทดสอบของระบบ ดังนั้นจึงขอแนะนำเสนอลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้าขนาด 22 kV และ 69 kV เพียง 1 กรณี คือ การใช้งานโทรศัพท์มือถือของมนุษย์ ณ ตำแหน่งกึ่งกลางของระบบเท่านั้น เพื่อให้เนื้อหาที่นำเสนอภายในวิทยานิพนธ์มีความกระชับมากยิ่งขึ้นเหมือนในบทที่ 6 ที่ผ่านมา



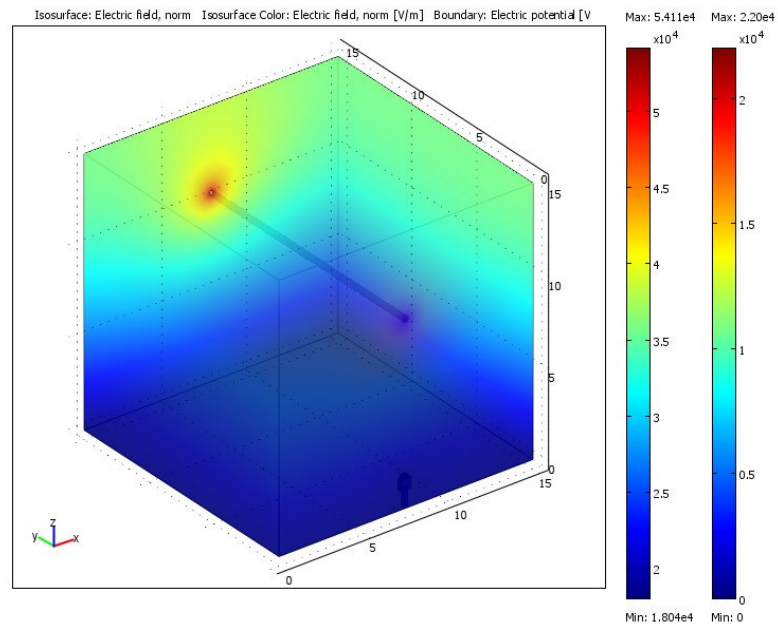
รูปที่ 7.17 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV ( $x = 7.5$  m)



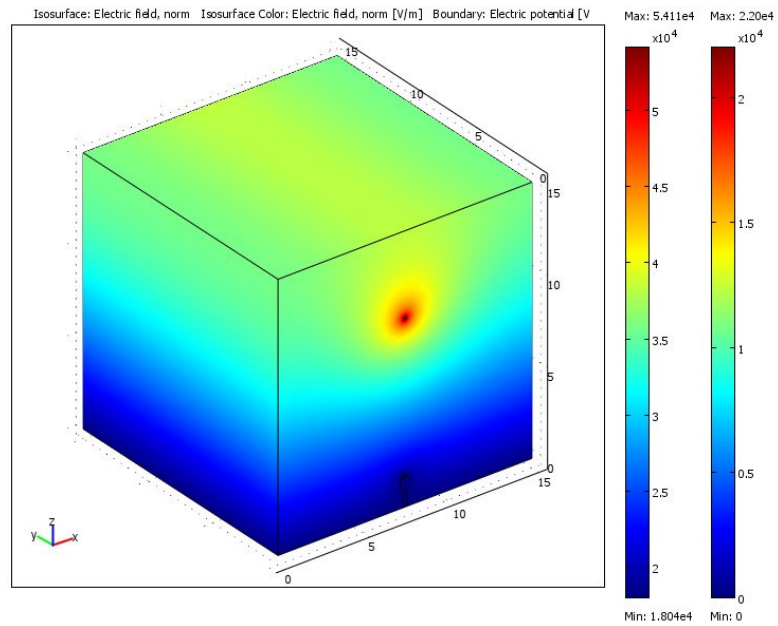
รูปที่ 7.18 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV ( $x = 7.5$  m)



รูปที่ 7.19 คอนทอร์ค่านามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV ( $x = 7.5$  m)

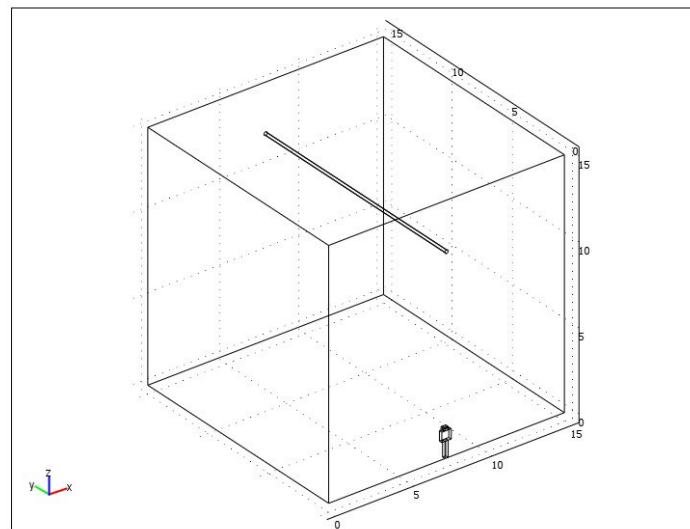


รูปที่ 7.20 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV ( $x = 7.5$  m)

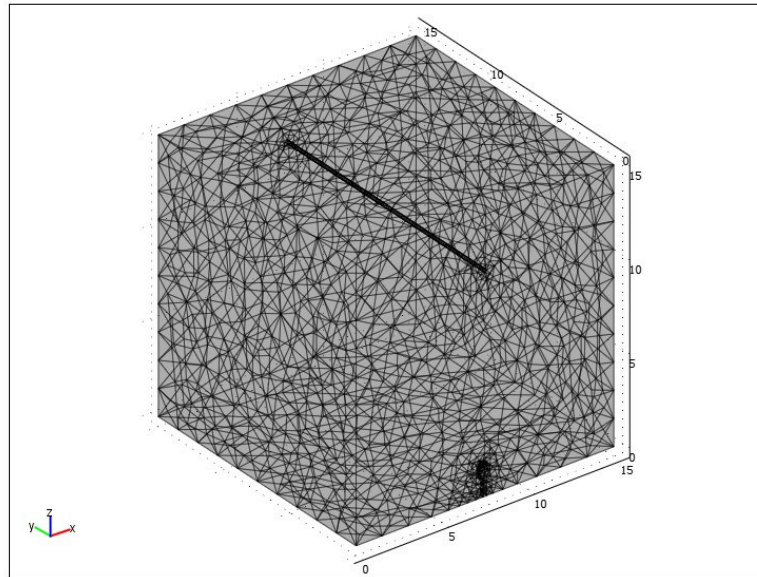


รูปที่ 7.21 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 22 kV ( $x = 7.5$  m)

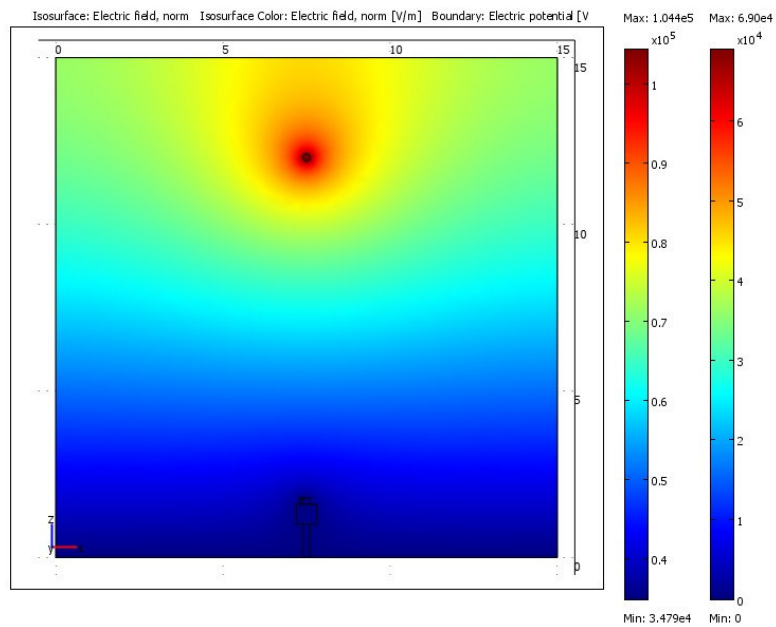
- ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV



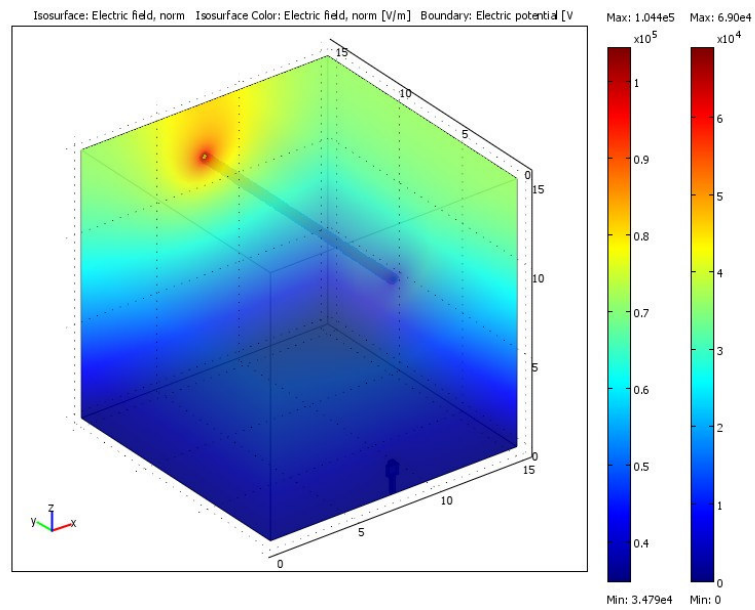
รูปที่ 7.22 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ( $x = 7.5$  m)



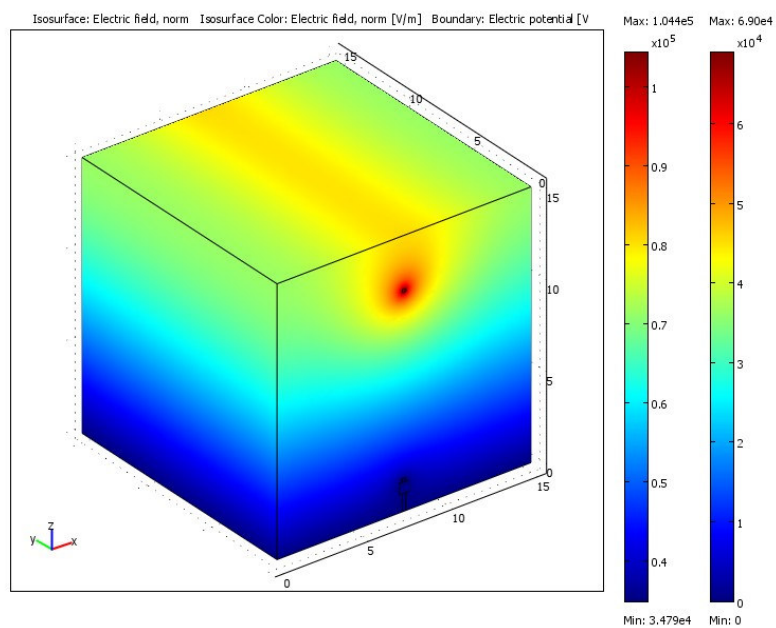
รูปที่ 7.23 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ( $x = 7.5$  m)



รูปที่ 7.24 คอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ( $x = 7.5$  m)



รูปที่ 7.25 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV  
( $x = 7.5$  m)



รูปที่ 7.26 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของ  
ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ( $x = 7.5$  m)



## 7.4 ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล

- ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV

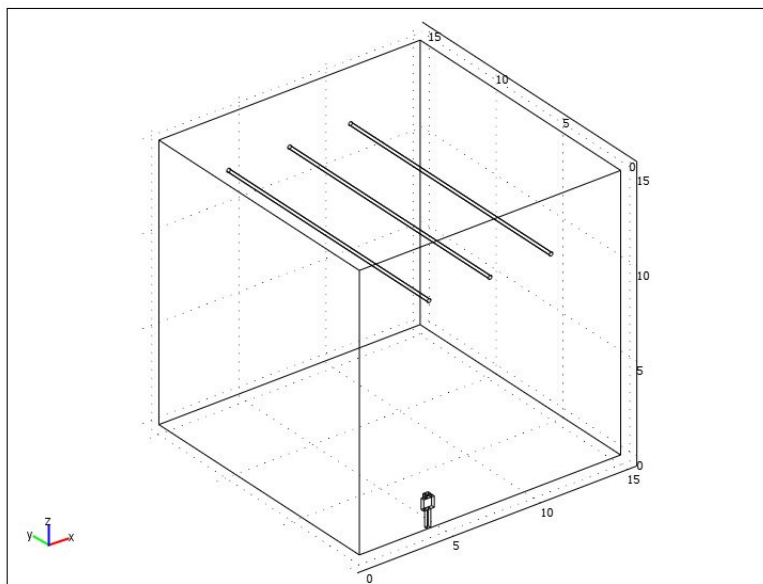
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ๓ ตำแหน่งใด ๆ ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล ออกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 69\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 69\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 69\angle 120^\circ \text{ kV}$$

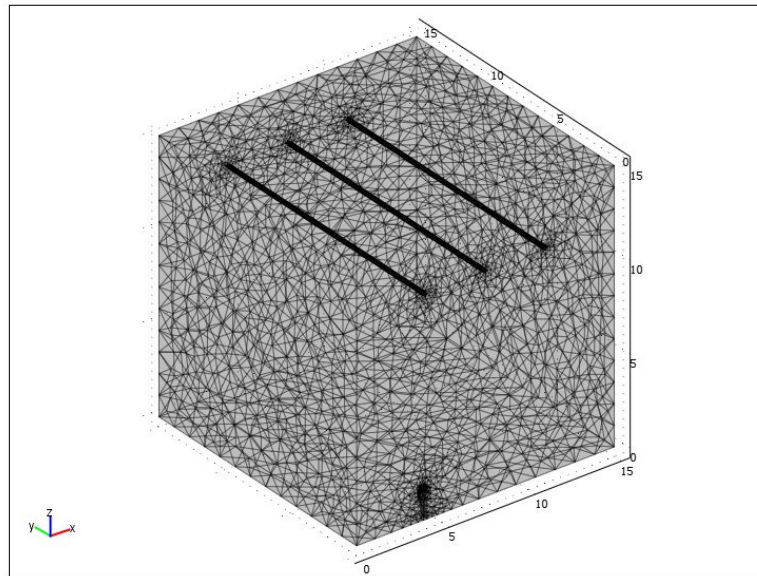
$$\text{เมื่อ } V_A = 69\angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 69\angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 69\angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 69\angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 69\angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 69\angle 0^\circ \text{ kV}$$

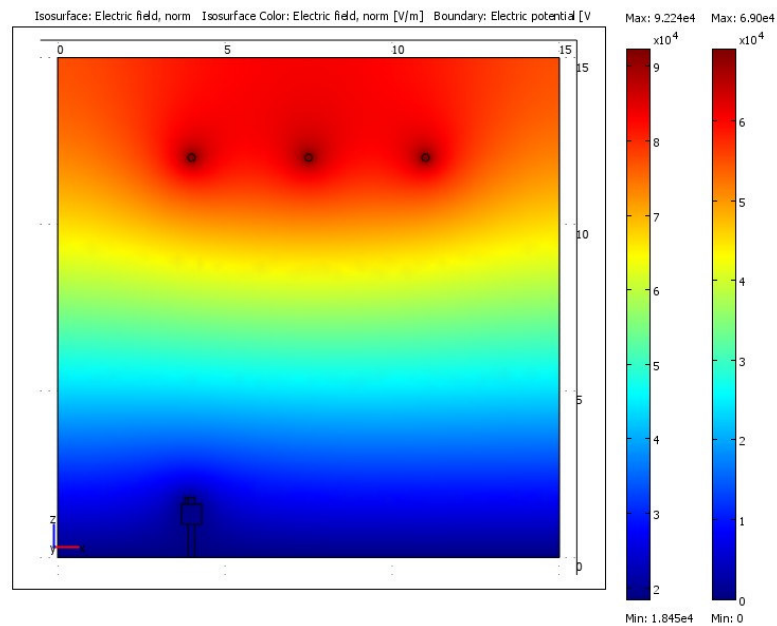
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะการจำลองผลที่เหมือนกัน ในทำนองเดียวกับบทที่ 6 ที่ผ่านมา ดังนั้นการนำเสนอการจำลองผลสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV 230 kV และ 500 kV จะนำเสนอในลักษณะเดียวกับระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ซึ่งมีรายละเอียดการนำเสนอ ดังนี้



รูปที่ 7.27 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ( $x = 4.5 \text{ m}$ )

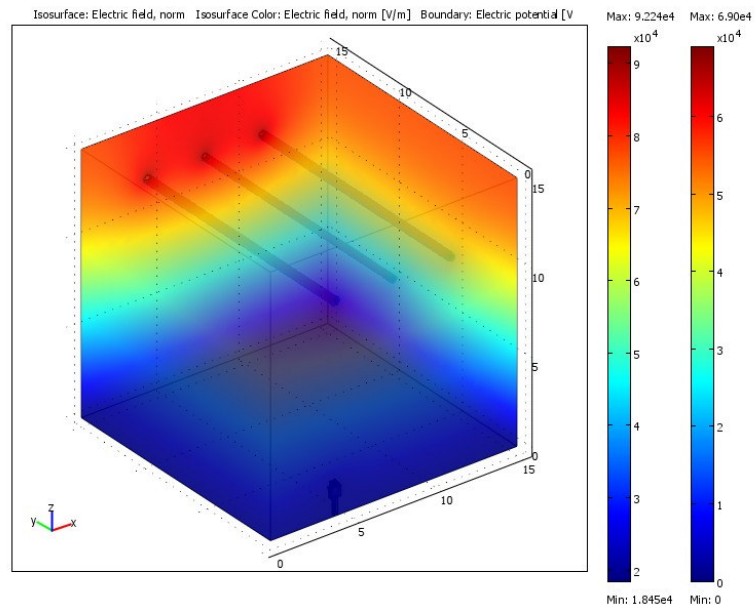


รูปที่ 7.28 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ( $x = 4.5$  m)

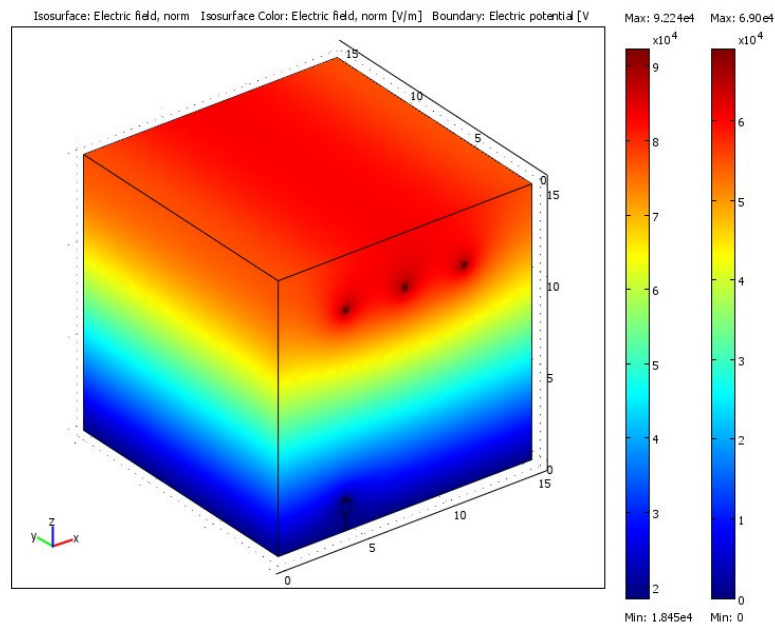


รูปที่ 7.29 คอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV

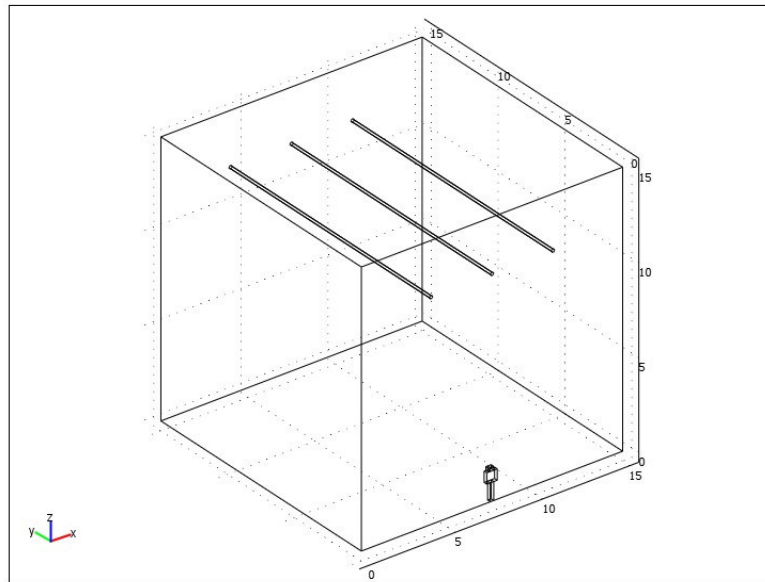
เมื่อ  $V_A = 69\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 69\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 69\angle 120^\circ$  kV ( $x = 4.5$  m)



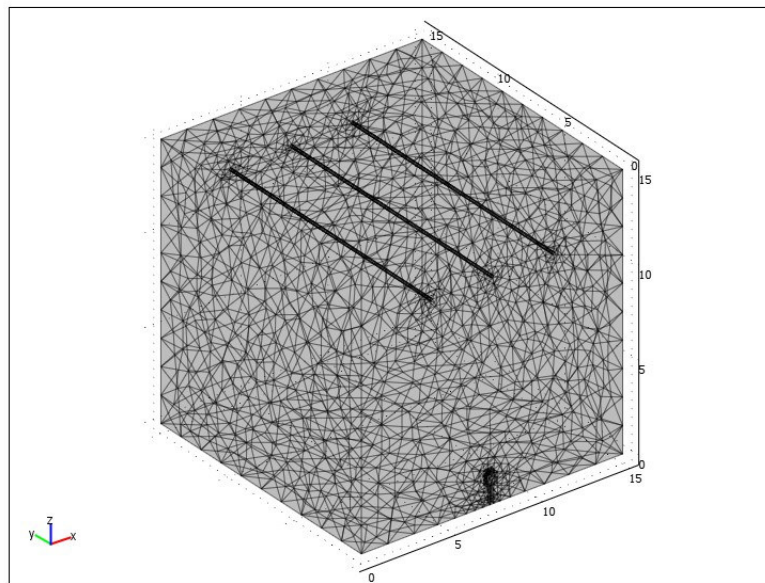
รูปที่ 7.30 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV  
เมื่อ  $V_A = 69\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 69\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 69\angle 120^\circ$  kV ( $x = 4.5$  m)



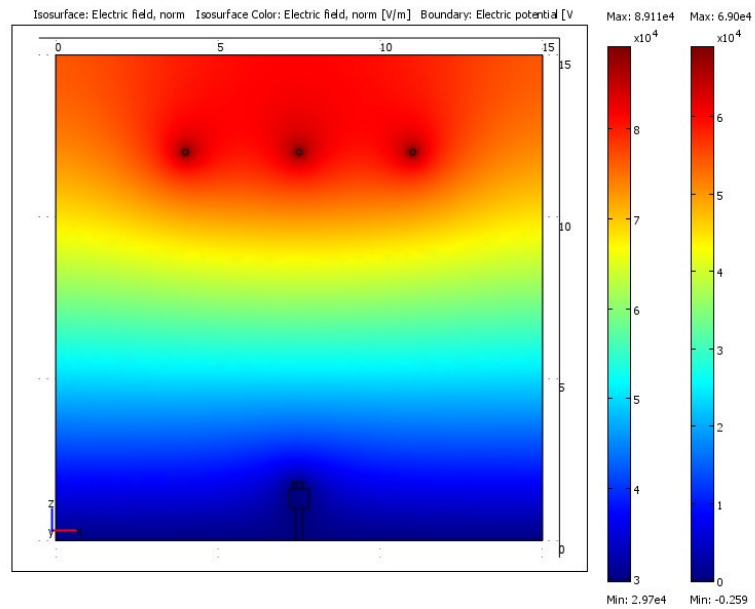
รูปที่ 7.31 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 69 kV  
เมื่อ  $V_A = 69\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 69\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 69\angle 120^\circ$  kV ( $x = 4.5$  m)



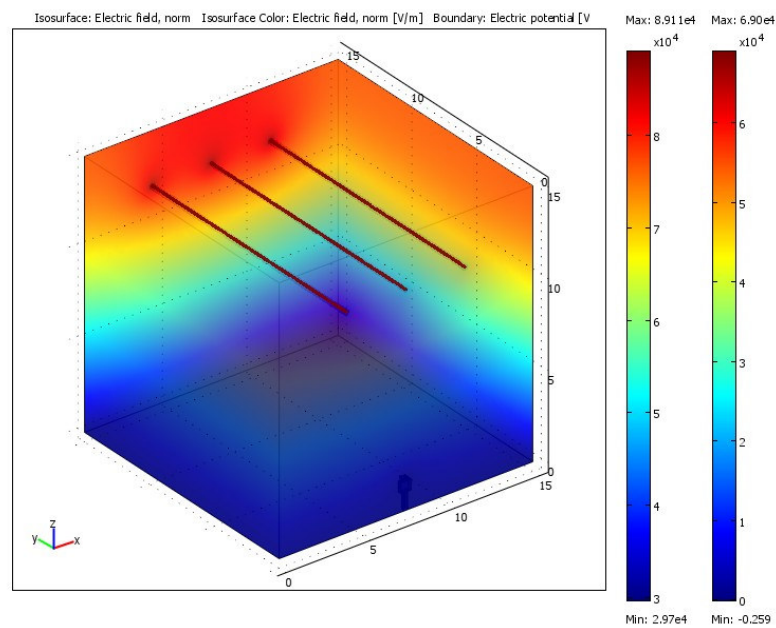
รูปที่ 7.32 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ( $x = 7.5$  m)



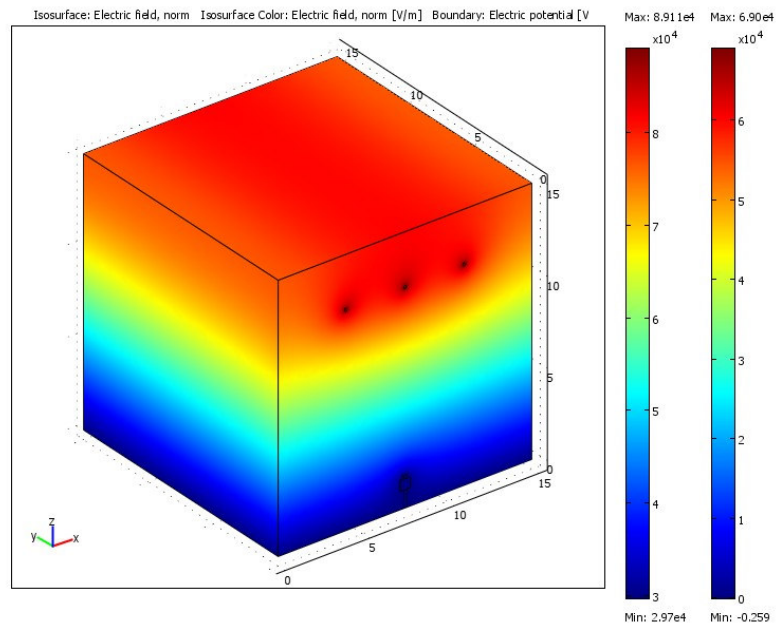
รูปที่ 7.33 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ( $x = 7.5$  m)



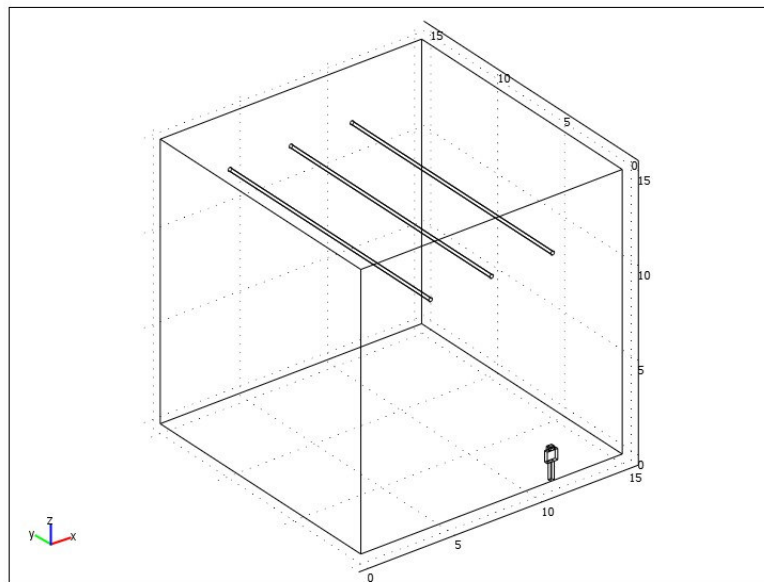
รูปที่ 7.34 คอนทอร์ค่านามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV  
เมื่อ  $V_A = 69\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 69\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 69\angle 120^\circ$  kV ( $x = 7.5$  m)



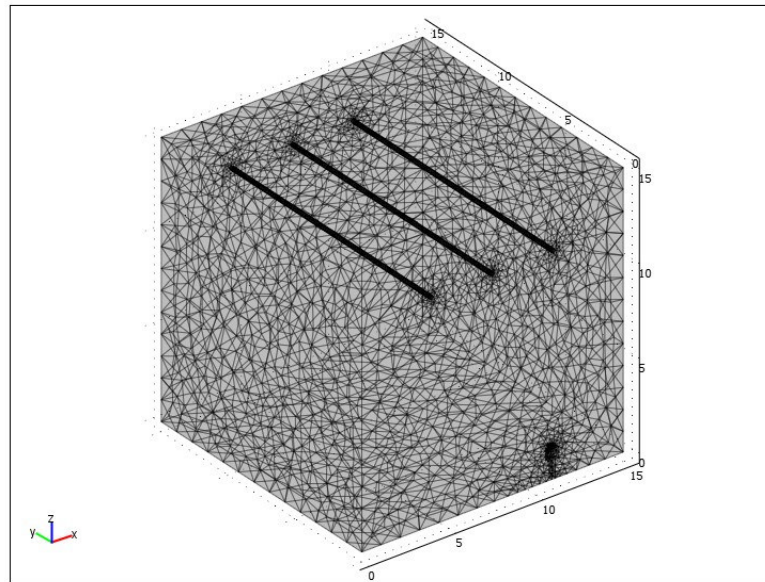
รูปที่ 7.35 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV  
เมื่อ  $V_A = 69\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 69\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 69\angle 120^\circ$  kV ( $x = 7.5$  m)



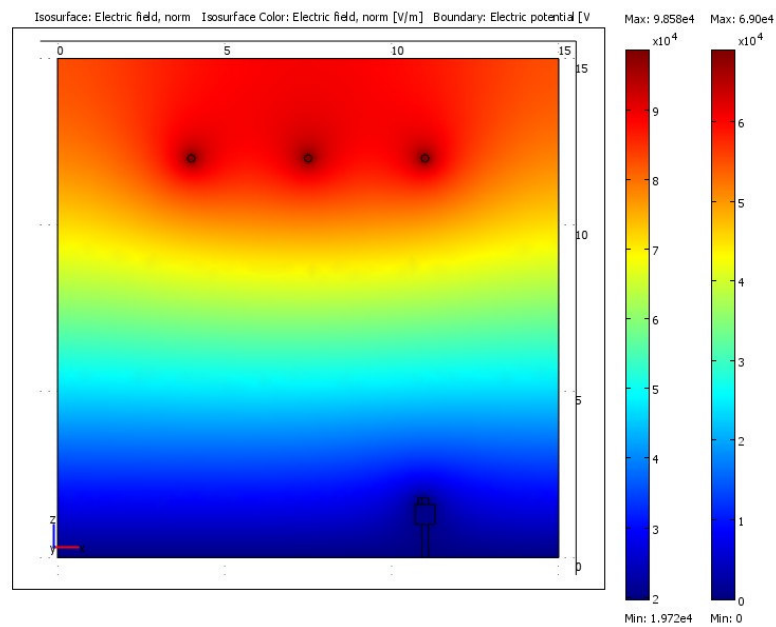
รูปที่ 7.36 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 69 kV  
เมื่อ  $V_A = 69\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 69\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 69\angle 120^\circ$  kV ( $x = 7.5$  m)



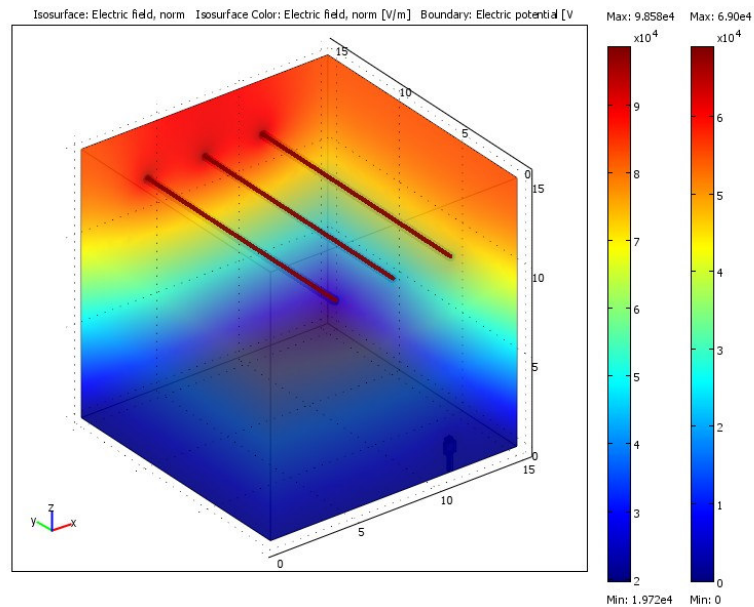
รูปที่ 7.37 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ( $x = 10.5$  m)



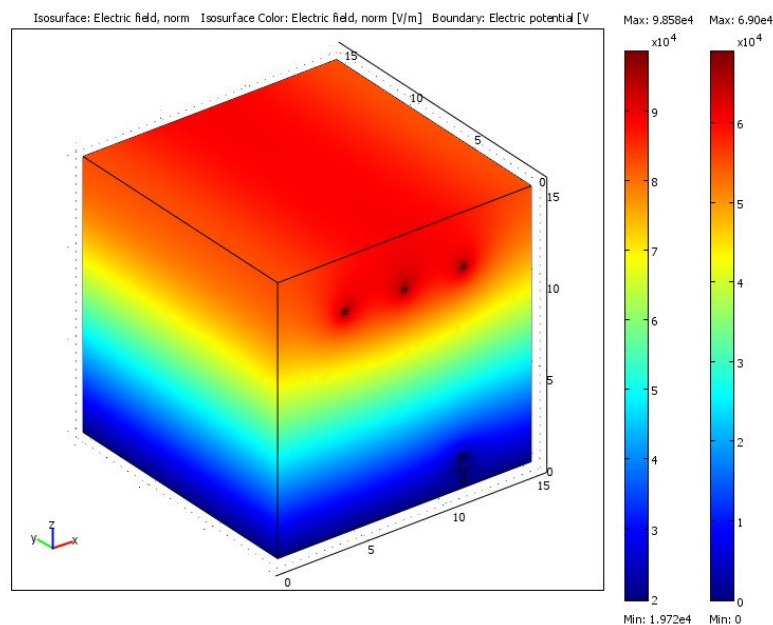
รูปที่ 7.38 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ( $x = 10.5$  m)



รูปที่ 7.39 คอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV  
เมื่อ  $V_A = 69\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 69\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 69\angle 120^\circ$  kV ( $x = 10.5$  m)



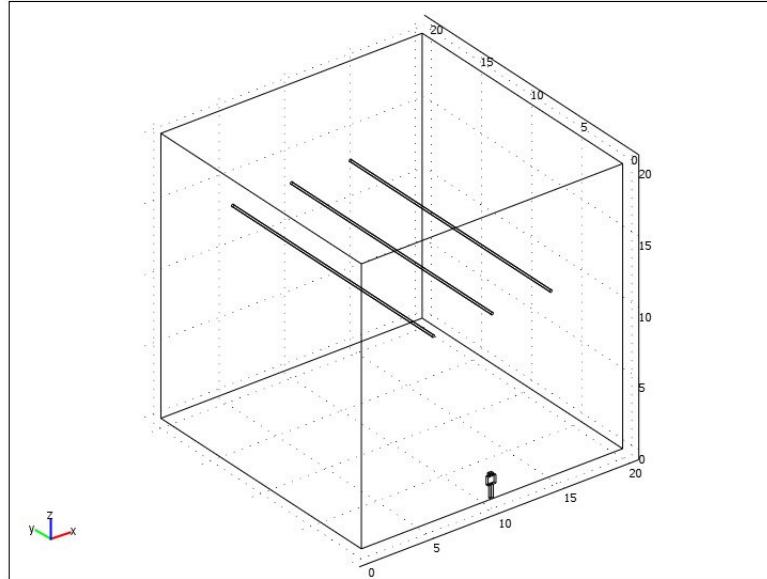
รูปที่ 7.40 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV  
เมื่อ  $V_A = 69\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 69\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 69\angle 120^\circ$  kV ( $x = 10.5$  m)



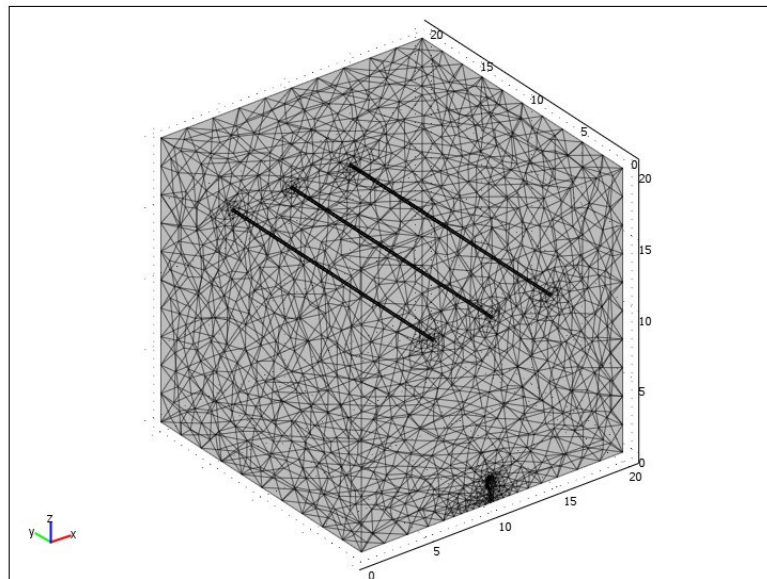
รูปที่ 7.41 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 69 kV  
เมื่อ  $V_A = 69\angle 120^\circ$  kV  $V_B = 69\angle 0^\circ$  kV  $V_C = 69\angle -120^\circ$  kV ( $x = 10.5$  m)



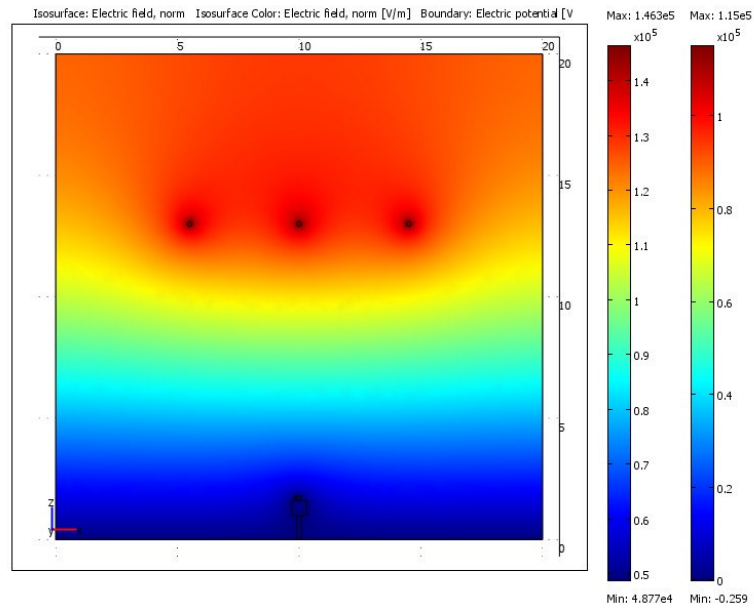
- ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV



รูปที่ 7.42 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV ( $x = 10$  m)

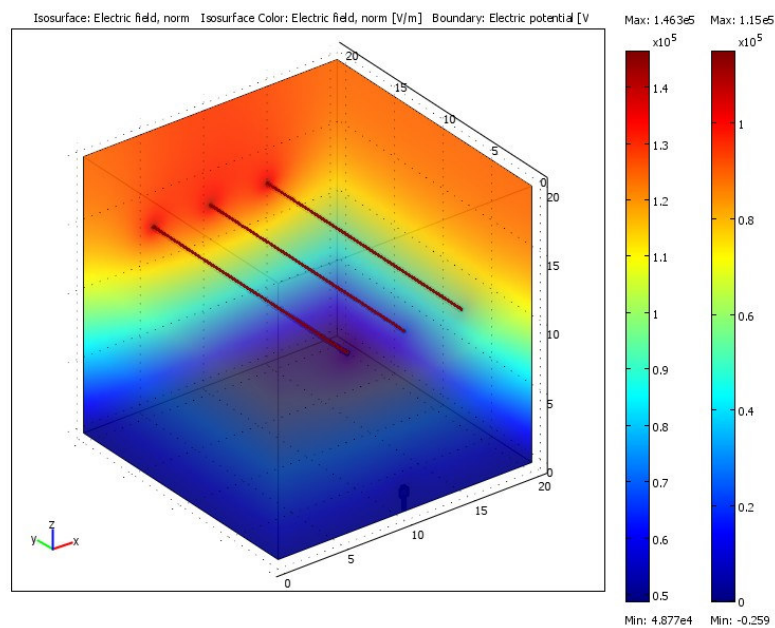


รูปที่ 7.43 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV ( $x = 10$  m)



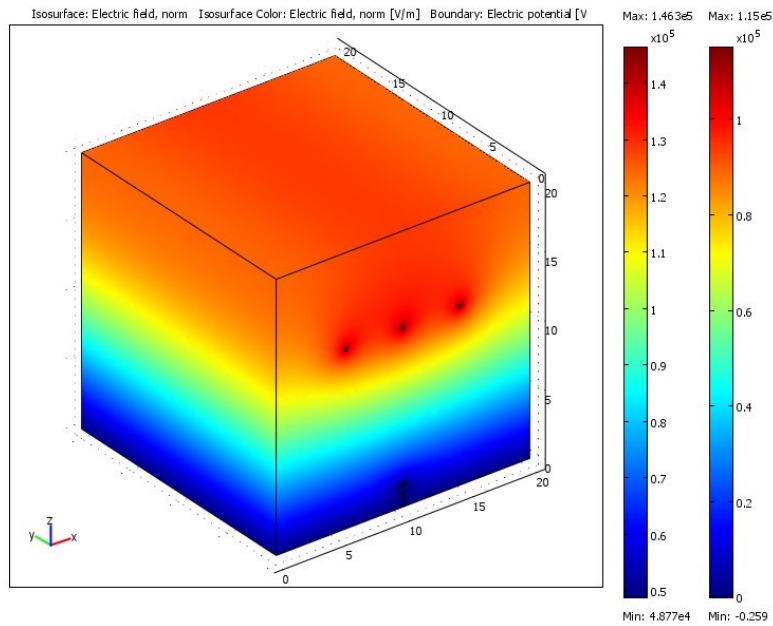
รูปที่ 7.44 คอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115 kV

เมื่อ  $V_A = 115\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 115\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 115\angle 120^\circ$  kV ( $x = 10$  m)

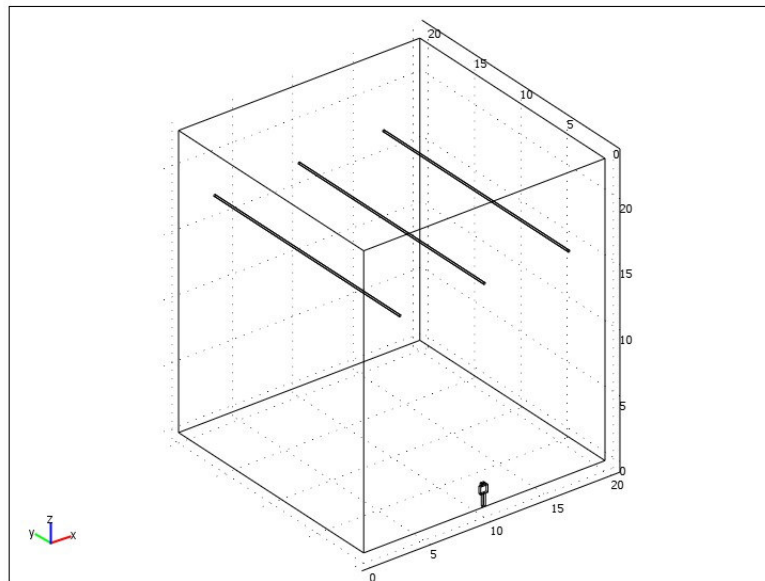


รูปที่ 7.45 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 115kV

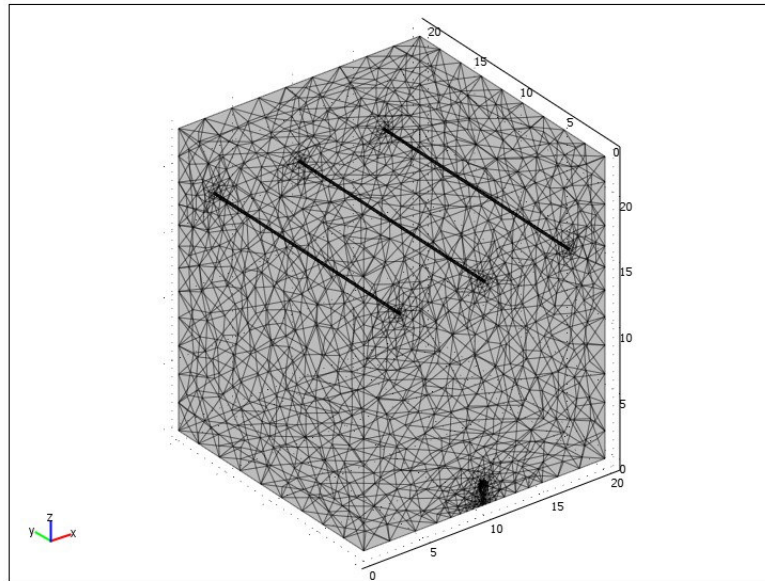
เมื่อ  $V_A = 115\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 115\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 115\angle 120^\circ$  kV ( $x = 10$  m)



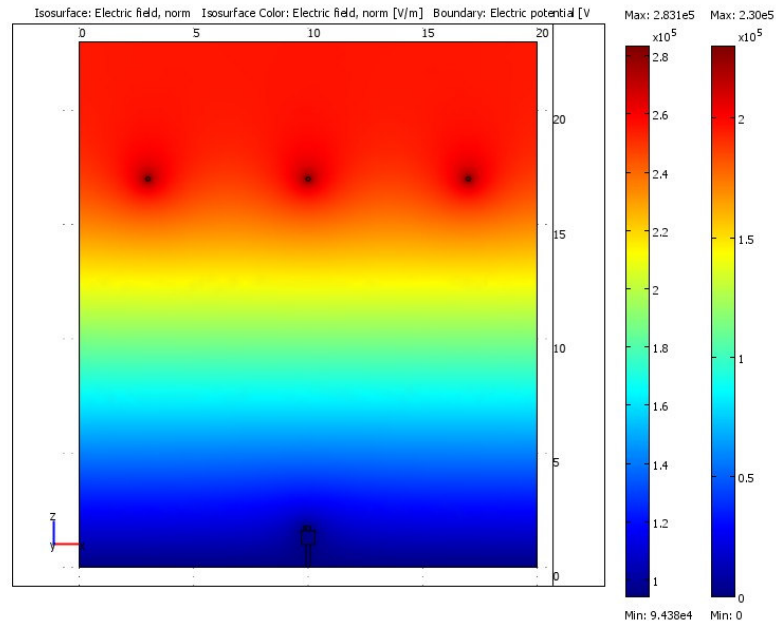
รูปที่ 7.46 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 115 kV  
 เมื่อ  $V_A = 115\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 115\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 115\angle 120^\circ$  kV ( $x = 10$  m)



รูปที่ 7.47 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ( $x = 10$  m)

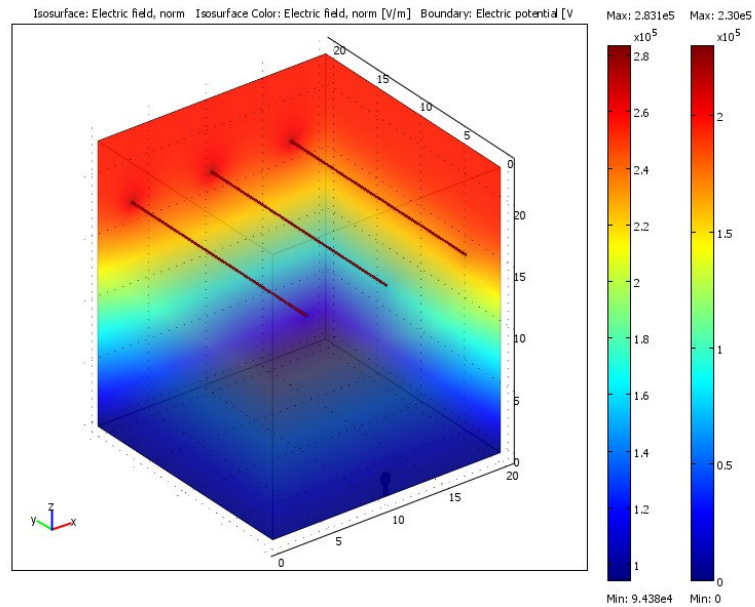


รูปที่ 7.48 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ( $x = 10$  m)



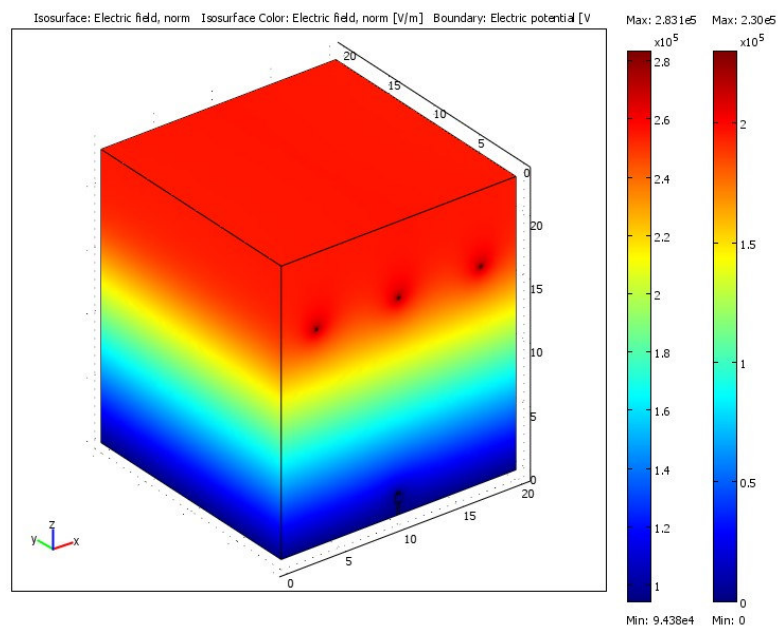
รูปที่ 7.49 คอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV

$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 120^\circ \text{ kV } (x = 10 \text{ m})$$



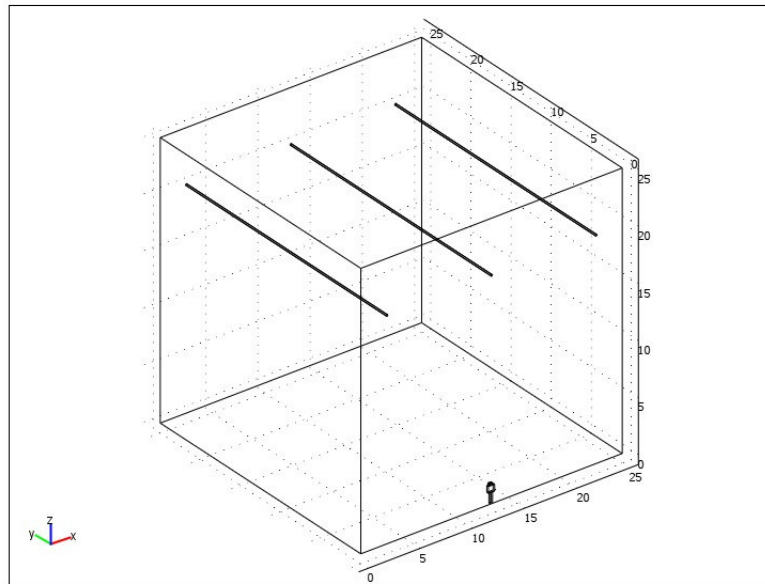
รูปที่ 7.50 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV

$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 120^\circ \text{ kV } (x = 10 \text{ m})$$

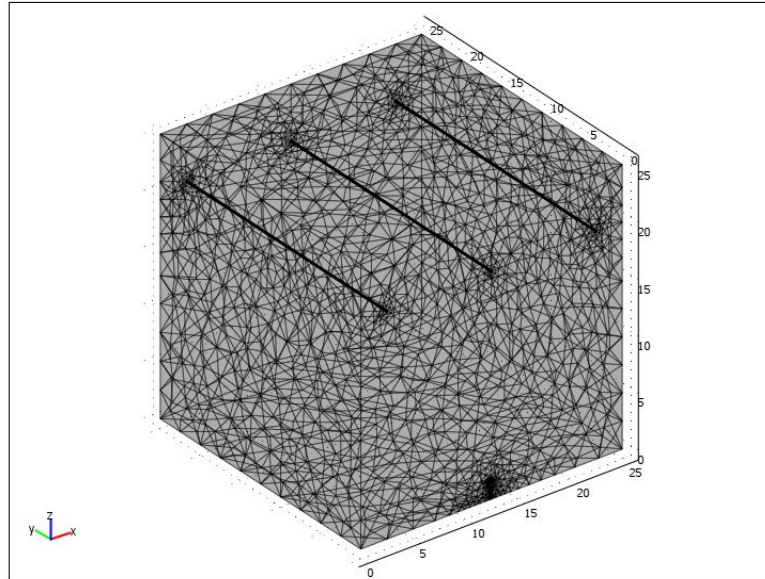


รูปที่ 7.51 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 230 kV

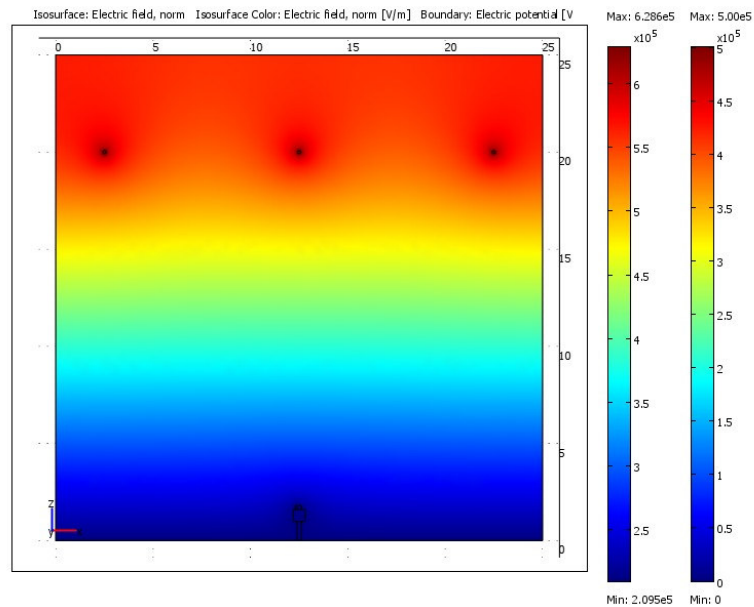
$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 120^\circ \text{ kV } (x = 10 \text{ m})$$



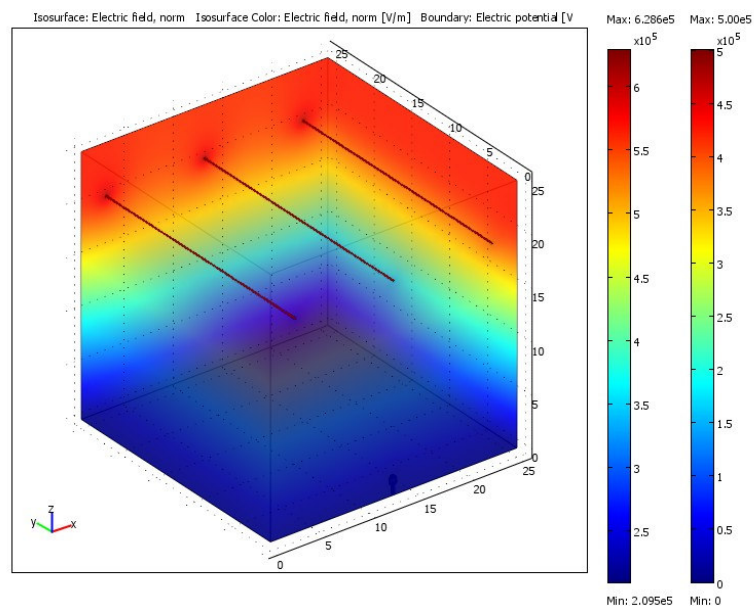
รูปที่ 7.52 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ( $x = 12.5$  m)



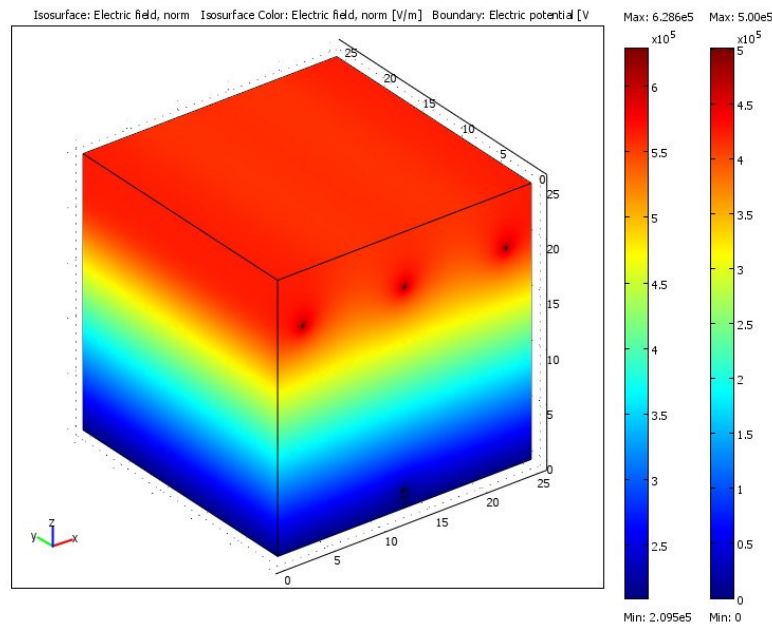
รูปที่ 7.53 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ( $x = 12.5$  m)



รูปที่ 7.54 คอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV  
เมื่อ  $V_A = 500\angle 0^\circ$  kV  $V_B = 500\angle -120^\circ$  kV  $V_C = 500\angle 120^\circ$  kV ( $x = 12.5$  m)



รูปที่ 7.55 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV  
เมื่อ  $V_A = 500\angle 120^\circ$  kV  $V_B = 500\angle 0^\circ$  kV  $V_C = 500\angle -120^\circ$  kV ( $x = 12.5$  m)



รูปที่ 7.56 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 500 kV

$$\text{เมื่อ } V_A = 500\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 500\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 500\angle 120^\circ \text{ kV } (x = 12.5 \text{ m})$$

## 7.5 สรุป

การจำลองผลเพื่อศึกษาผลกระทบค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้น จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือของมนุษย์ภายใต้บริเวณสายส่งไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ แบบ 3 มิติด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป COMSOL<sup>TM</sup> Multiphysics Version 3.4 สามารถแสดงให้เห็นลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นรอบ ๆ โทรศัพท์มือถือ ณ ขณะที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์บริเวณสายส่งไฟฟ้า นอกจากนี้ยังเห็นการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้า เมื่อตัวนำในสายส่งมีการเปลี่ยนขนาดค่าสนามไฟฟ้าไป รวมถึงปริมาณค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดและต่ำสุดของระบบไฟฟ้า โดยเฉพาะอย่างยิ่งระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV และ 500 kV ที่มีปริมาณค่าสนามไฟฟ้าเกิน 5 kV/m ซึ่งผลการจำลองแบบ 3 มิติก็มีผลสอดคล้องเหมือนแบบ 2 มิติในบทที่ 6 ที่ผ่านมาทุกประการ ซึ่งอาจก่อให้เกิดอันตรายอย่างยิ่งต่อมนุษย์ที่ใช้งานโทรศัพท์มือถือในขณะที่เข้าใกล้บริเวณระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล



## บทที่ 8

### สรุปและข้อเสนอแนะ

#### 8.1 สรุป

งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส 3 เฟสสมมูล และ 3 เฟสไม่สมมูล เพื่อต้องการดูผลกระทบของค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นกับมนุษย์ในขณะที่ใช้งานโทรศัพท์มือถือในบริเวณดังกล่าว โดยระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสเป็นระบบขนาด 220 V, 22 kV และ 69 kV ส่วนระบบไฟฟ้า 3 เฟสเป็นระบบขนาด 69 kV, 115 kV, 230 kV และ 500 kV การจำลองผลด้วยโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นเองได้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ โดยตรวจสอบความถูกต้องในการคำนวณด้วยการเปรียบเทียบ กับผลที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL โดย PDETOOL เป็นกล่องเครื่องมืออันหนึ่งภายในโปรแกรม MATLAB™ ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในงานวิจัยทางด้านวิศวกรรม สิ่งที่สำคัญในการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้า คือ การค้นหาสมการเชิงอนุพันธ์ที่สามารถอธิบายพฤติกรรมการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของสายส่งได้อย่างถูกต้อง ในงานวิจัยนี้ยังได้ทำการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูล ขณะที่มนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือในบริเวณดังกล่าวแบบ 3 มิติด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป COMSOL™ Multiphysics Version 3.4 ซึ่งโปรแกรมนี้ก็ได้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ในการหาผลเฉลย

สำหรับการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องภายในบทที่ 2 ถือเป็นรากฐานที่สำคัญในการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ วัตถุประสงค์เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์ และพัฒนาต่อยอดองค์ความรู้ในงานวิจัย นอกจากนี้การศึกษาทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยในบทที่ 3 ทั้งเรื่องสนามไฟฟ้า ระบบสายส่งไฟฟ้า โทรศัพท์มือถือ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ก็ได้ถูกนำมาใช้ในการดำเนินงานวิจัย ส่วนการดำเนินงานในบทที่ 4 เป็นขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าในระบบสายส่งไฟฟ้า และขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ในทำนองเดียวกันสามารถพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าในระบบสายส่งไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ได้เช่นกัน โดยขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ จะสามารถแสดงรายละเอียดไว้ใน บทที่ 5 หลังจากทราบรายละเอียดของระเบียบวิธี

ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งจึงสามารถแสดงผลการคำนวณของระเบียบวิธีทั้งสองแบบ 2 มิติ ได้ภายในบทที่ 6 โดยหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V, 22 kV และ 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV, 115 kV, 230 kV และ 500 kV ที่เกิดจากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ โดยการจำลองผลของระบบแต่ละขนาดทั้งกรณีระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล และระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล จะทำการเลื่อนตำแหน่งของมนุษย์ ในขณะที่ใช้งานโทรศัพท์มือถือด้วยกัน 3 ตำแหน่ง เพื่อให้เห็นความแตกต่างของลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าที่อาจส่งผลกระทบต่อมนุษย์ได้ หลังจากนั้นทำการเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์กับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL เพื่อยืนยันความถูกต้องจากการคำนวณผลดังกล่าว ซึ่งได้ผลออกมาเป็นที่น่าพอใจ โดยผลลัพธ์ที่ได้มีความสอดคล้องไปในทางเดียวกัน การดำเนินการในบทที่ 7 เป็นการโปรแกรมสำเร็จรูป COMSOL Multiphysics Version 3.4 โดยนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V, 22 kV และ 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล และระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV, 115 kV, 230 kV และ 500 kV จากรายละเอียดภายในแต่ละบท ได้ดำเนินการบรรลุดัตถุประสงค์ของงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ทุกประการ โดยสามารถสรุปประเด็นได้ว่า จากผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าทั้งหมดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V, 22 kV และ 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 69 kV, 115 kV, 230 kV และ 500 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุลขนาด 230 kV จะเห็นว่าระบบไฟฟ้า 1 เฟส การใช้งานโทรศัพท์มือถือในบริเวณระบบดังกล่าวไม่ก่อให้เกิดอันตรายแก่มนุษย์ที่ใช้งานโทรศัพท์มือถือ เพราะเนื่องจากค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดของระบบไม่เกินค่ามาตรฐานขององค์กร IRPA (the international radiation protection association) 5 kV/m ในขณะที่ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลและ 3 เฟสไม่สมดุลจะมีปริมาณค่าสนามไฟฟ้าสูงเกิน 5 kV/m จึงอาจเป็นเหตุก่อให้เกิดอันตรายต่อมนุษย์ที่ใช้งานโทรศัพท์มือถือในขณะที่เข้าใกล้บริเวณระบบไฟฟ้า 3 เฟสได้

## 8.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต

1. ปรับเปลี่ยนการแก้สมการเชิงเส้นจากการใช้วิธีเมทริกซ์ผกผัน มาเป็นวิธีไบ-คอนจูเกตเกรเดียนต์ (bi-conjugate gradient: BCG) เพราะเนื่องจากเมทริกซ์ของระบบสมการรวมของงานวิจัยนี้เป็นเมทริกซ์ขนาดใหญ่ ซึ่งวิธีดังกล่าวจะเหมาะสมกับปัญหาที่มีขนาดใหญ่ โดยควรมีขนาดของเมทริกซ์มากกว่า  $1,000 \times 1,000$  ขึ้นไป ซึ่งจะช่วยลดระยะเวลาในการแก้สมการเชิงเส้นของระบบ

2. การแก้สมการเชิงเส้นสามารถพัฒนาการแก้สมการได้โดยอาศัยการแก้สมการเฉพาะช่วงความกว้างแถบ หรือ แบนด์วิดท์ (bandwidth) ของเมทริกซ์ เนื่องจากลักษณะการวางข้อมูลภายในเมทริกซ์ระบบสมการรวมมีความเป็นระเบียบสูง โดยปรากฏค่าที่ไม่เป็นศูนย์ในบริเวณแนวเส้นทแยงมุมเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งจะช่วยให้ประหยัดหน่วยความจำและลดระยะเวลาในการแก้สมการลง

3. พัฒนาการออกแบบกริดของระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ให้เป็นลักษณะอัตโนมัติ เพื่อเพิ่มความสะดวกในการวิเคราะห์ค่าสนามไฟฟ้าหรือในงานวิจัยด้านอื่น ๆ

4. ขยายผลงานวิจัย โดยการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งที่มีการวางตัวนำในลักษณะต่าง ๆ ที่นอกเหนือไปจากงานวิจัย

5. ขยายผลงานวิจัย โดยพิจารณาความไม่เป็นเชิงเส้นของสายส่งตัวนำ ซึ่งต้องพิจารณาพื้นที่หน้าตัดของตัวนำด้วย (พิจารณาตัวนำที่ไม่เป็นจุด)

## รายการอ้างอิง

- เฉลิมพล น้ำค้าง. (2538). **ทฤษฎีสานาไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- นรินทร์ คำประเสริฐ. (2544). **วิศวกรรมแม่เหล็กและวิศวกรรมไมโครเวฟ เล่ม2**. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- นุชิต ทิพย์เจริญ, พิทักษ์ ปิ่นอนงค์, และศิริวัฒน์ โพธิเวชกุล. (2546). การวิเคราะห์ผลกระทบจากสนามไฟฟ้าระหว่างสายส่งไฟฟ้าแรงสูงกระแสตรงและสายส่งไฟฟ้าแรงสูงกระแสสลับบริเวณใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง. **การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่26**.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2542). **ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม** (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2544). **ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม** (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมาคมวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์. (2547). **แนวทางการออกแบบสายส่งและจ่ายไฟฟ้า** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: คณะกรรมการวิชาการสาขาวิศวกรรมไฟฟ้า.
- Bickford, W. B. (1994). **A first course in the finite element method** (2nd ed.). USA: IRWIN.
- Bo, Z., et al. (2006). Numerical analysis of electric field distribution around composite insulator and head of transmission tower. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 21(2): 959-965.
- Chari, M. V. K., and Silvester, P. P. (1980). **Finite elements in electrical and magnetic field problems**. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Clayton R. P. (2004). **Electromagnetics for engineerins** (2nd ed.). United State of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Daniele, D., Massimo, G., and Enrico, P. (2004). MV line electric field evaluation near a concrete pole. **IEEE Transactions on Magnetics**. 40(2): 718-721.
- Dragan, P. (2007). **Advanced modeling in computational electromagnetic compatibility** (1st ed.). New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

- El, S. T. E. D. (2005). A probabilistic approach to exposure assessment of power lines electric field. **IEEE Transactions on power delivery**. 20(2): 887-893.
- Elhirbawy, M. A., Nguyen, T. T., Jennings, L., and Keerthipala, W. W. L. (2002). Calculation of electromagnetic field established by power transmission line using finite difference techniques. **IEEE Transactions on Electrical and Computer Engineering**. 9(2): 311-316.
- Farzaneh, M., Volat, C. (2000). Electric Field Modelling Around and Ice-covered Insulator Using Boundary Element Method. **Conference Record of the 2000 IEEE International Symposium on Electrical Insulation**. : 349-355.
- Gao, Y., and Yu, L. (1998, October 22-24). Determination of Dangerous Region of the Electromagnetic Pollution Caused by the Electric Fields around Power Line. **1998 International Conference on Communication Technology Proceedings, ICCT'98**. 4(1): 787-791.
- George, A., and Liu, J. W. (1981). Computer solution of large sparse linear positive definite Systems. Prentice-Hall.
- Hadi, S. (1999). Power System Analysis. Senior Consulting Edition (3rd ed.). New York: McGraw Hill.
- Huebner, K. H., Dewhirst, D. L., Smith, D. E., and Byrom, T. G. (2001). **The finite element method for engineers** (4th ed.). USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Janischewskyj, G. G. (1979). Finite element solution for electric fields of coronating DC transmission lines. **IEEE Transactions on PAS**. 98(3): 1000-1012.
- Jinliang, H., et al. (2004). Electromagnetic environment analysis of a software park near transmission lines. **IEEE Transactions on Industry Applications**. 40(4): 995-1002.
- Kanya Kumari, M., Rajesh Kumari, O., Nambudiri, P.V.V., and Srinivasan, K.N. (1999). Computation of electrical environmental effects of transmission lines. **1999 Eleventh International Symposium (Conf. Publ. No. 467) on High Voltage Engineering**.: 160-163.

- Kay, H., Ronny, M., and Ronnie B. (1995). Numerical method to evaluate the electromagnetic field below overhead transmission lines and their measurement. **Proceedings of the 1995 First IEEE International Caracas Conference on Devices, Circuits and Systems.**:32-36.
- Kothari, N. (2003). **Modern Power System Analysis** (3rd ed.). New Delhi: Mc-Graw Hill.
- Krajewski, W. (1997). BEM analysis of electric field excited by overhead HV lines erected in built- up areas. **IEEE Proceeding-Science, Measurement and Technology.**: 81-86.
- Kwon, Y. W., and Bang H. (2000). **The finite element method using MATLAB** (2nd ed.). Boca Raton: CRC Press.
- Larry, J. S. (1984). **Applied finite element analysis** (2nd ed.). USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Lin, Z. (2000). The Electromagnetic Radiant and Environment Effect Evaluation of The High Voltage Transmission Line. **Electric Environment Protection**, 16(1): 35-38.
- Masashi, O., and Tatsuya, F. (2000). Numerical electric field analysis of simulated human brain. **IEEE Transactions on Magnetics**. 36(4): 712-716.
- Matthew N.O., Sadiku, Ph.D. (2000). **Numerical Techniques in Electromagnetics** (2nd ed.). New York: CRC.
- Qiong, W., et al. (2000). Electromagnetic environment of the overhead transmission line and electromagnetic pollution. **High Voltage Engineering**. 26(5): 24-26.
- Salon, S. J. (1995). **Finite element analysis of electrical machines**. USA: Kluwer Academic Publishers.
- Selim, S. S., Gokhan, A., and Cigden, G. C. (2003). Electric field measurements of different mobile handsets in near zone. **2003 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility.**:411-414.
- Shen, L. C., and Kong, J. A. (1995). **Applied electromagnetism** (3rd ed.). Boston: PWS Publishing Company.
- Silvester, P. P., and Ferrari, R. L. (1996). **Finite elements for electrical engineers** (3rd ed.). New York: Cambridge University Press.
- Shen, L. C., and Kong, J. A. (1995). **Applied electromagnetism** (3rd ed.). Boston: PWS Publishing Company.

- Silvester, P. P., and Ferrari, R. L. (1996). **Finite elements for electrical engineers** (3rd ed.). New York: Cambridge University Press.
- Tomotaka, S. (1995). Calculation of large ion densities under HVDC transmission lines by the finite difference method. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 10(4): 3562-3565.
- William, H. H., Jr. (1989). **Engineering electromagnetics** (5th ed.). Singapore: McGraw-Hill.
- Zhao, T., Sebo, S. A., and Kasten D.G. (1996). Calculation of single phase AC and monopolar DC hybrid corona effects. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 11(3): 1454-1463.

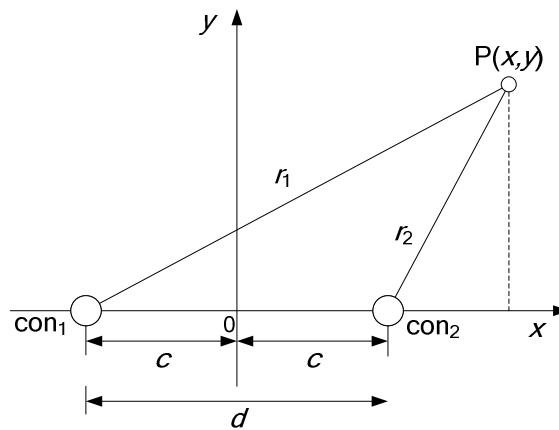
ภาคผนวก ก

การพิสูจน์สมการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่ง



## การพิสูจน์สมการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่ง

จากทฤษฎี: ประจุตัวนำและประจุตัวนำเทียมที่มีลักษณะเป็นเส้นที่มีความยาวอนันต์วางห่างกันเป็นระยะทาง  $d$  ตามรูปที่ ก.1



รูปที่ ก.1 ประจุตัวนำและประจุตัวนำเทียมที่เป็นเส้นยาวอนันต์

- โดยที่  $con_1$  คือ ประจุตัวนำเทียม  
 $con_2$  คือ ประจุตัวนำ  
 $P(x,y)$  คือ จุดที่ต้องการพิจารณา  
 $d$  คือ ระยะห่างระหว่างประจุตัวนำและประจุตัวนำเทียม (m)  
 $c$  คือ ระยะห่างระหว่างตำแหน่งประจุกับแกน  $y$  (m)  
 $r_1$  คือ ระยะห่างระหว่าง  $con_1$  กับ  $P(x,y)$  (m)  
 $r_2$  คือ ระยะห่างระหว่าง  $con_2$  กับ  $P(x,y)$  (m)

จาก

$$\begin{aligned}
 v_p &= -\int_{r_0}^{r_1} \mathbf{E}_r \cdot d\mathbf{r} + \left(-\int_{r_0}^{r_2} \mathbf{E}_r \cdot d\mathbf{r}\right) \\
 &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left( \ln \frac{r_0}{r_1} + \ln \frac{r_2}{r_0} \right) \\
 &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{r_1}{r_2} \right) \tag{ก-1}
 \end{aligned}$$

จากรูปที่ ก.1 สามารถหาค่า  $r_1$  และ  $r_2$  โดยอาศัยความรู้พื้นฐานตรีโกณมิติจะได้สมการที่ (ก-2) และ(ก-3) ตามลำดับ

$$r_1 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2} \tag{ก-2}$$

$$r_2 = \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \tag{ก-3}$$

แทนค่าสมการที่ (ก-2) และ (ก-3) ในสมการที่ (ก-1) จะได้สมการ (ก-4)

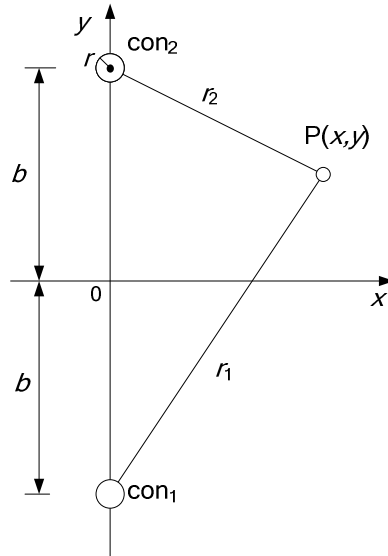
$$v_p = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}} \right) \tag{ก-4}$$

ดังนั้นถ้าระบบสายส่งมีตำแหน่งประจุตัวนำและประจุตัวนำเทียมตามรูปที่ ก.2 จะได้สมการที่ (ก-5) ที่ประดิษฐ์ขึ้นในทำนองเดียวกับสมการที่ (ก-4) เป็น

$$v_p = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{\sqrt{x^2 + (b+y)^2}}{\sqrt{x^2 + (b-y)^2}} \right) \tag{ก-5}$$

เมื่อ

$$r_1 = \sqrt{x^2 + (b+y)^2} \quad \text{และ} \quad r_2 = \sqrt{x^2 + (b-y)^2}$$



รูปที่ ก.2 ประจุตัวนำและประจุตัวนำเทียมในระบบสายส่ง

โดยที่  $B$  คือ ระยะห่างระหว่างตำแหน่งประจุกับแกน  $x$  (m)

$r$  คือ รัศมีภายในตัวนำ (m)

ถ้าพิจารณาค่า self potential ที่เกิดขึ้นเฉพาะตัวนำสายส่งจะได้

$$v = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{2b}{r}\right) \quad (\text{ก-6})$$

นำสมการที่ (ก-5) มารวมด้วย (ก-6) หากกันตลอดทั้งสมการจะได้สมการที่ (ก-7)

$$\frac{v_p}{v} = \frac{\left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\right) \ln\left(\frac{\sqrt{x^2 + (b+y)^2}}{\sqrt{x^2 + (b-y)^2}}\right)}{\left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\right) \ln\left(\frac{2b}{r}\right)}$$

$$v_p = \frac{v}{n_{11}} n_{1p} \quad (\text{ก-7})$$

เมื่อ

$$n_{1p} = \ln\left(\frac{\sqrt{x^2 + (b+y)^2}}{\sqrt{x^2 + (b-y)^2}}\right) \text{ และ } n_{11} = \ln\left(\frac{2b}{r}\right)$$

สามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่จุด  $P(x,y)$  ณ ตำแหน่งใด ๆ ได้ดังสมการที่ (ก-8)

$$\mathbf{E} = \sqrt{\left|\frac{\partial v_p}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial v_p}{\partial y}\right|^2}$$

$$\mathbf{E} = \frac{2bv}{n_{11}\sqrt{x^4 + y^4 + b^4 + 2b^2x^2 + 2x^2y^2 - 2b^2y^2}} \quad (\text{ก-8})$$

ภาคผนวก ข

การประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต

## การประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต

หลังจากได้ระบบสมการรวม ขั้นตอนสำคัญที่ต้องดำเนินการก่อนการแก้สมการหาผลเฉลยทุกครั้ง คือ การประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต โดยในส่วนของภาคผนวกนี้ จะขอยกตัวอย่างเมทริกซ์ของระบบสมการรวมขนาดเล็ก เพื่อให้ได้เห็นภาพการประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตดังกล่าว กำหนดให้ระบบสมการรวมที่เกิดขึ้นประกอบด้วย 4 สมการย่อยตามสมการที่ (ก-1)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \end{bmatrix} \quad (\text{ก-1})$$

โดยสมมติให้ ปัญหาดังกล่าวเป็นปัญหาค่าสนามไฟฟ้าภายในระบบสายส่งซึ่งทราบค่า  $x_3 = 100$  V/m จากสมการที่ (ก-1) สามารถคิดแปลงให้อยู่ในรูปของการประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตได้ดังสมการที่ (ก-2)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 - 3(100) \\ 20 - 4(100) \\ 100 \\ 40 - 2(100) \end{bmatrix} \quad (\text{ก-2})$$

ถ้าระบบที่พิจารณามีการกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตทั้งหมด  $n$  โหนด จะต้องดำเนินการตามขั้นตอนข้างต้นทั้งหมด  $n$  ครั้ง ถึงจะสามารถนำเมทริกซ์ของระบบสมการรวมไปแก้สมการหาผลเฉลยได้

**ภาคผนวก ค**

**การเผยแพร่ผลงานในขณะศึกษา**

## การเผยแพร่ผลงานในขณะศึกษา

### รายชื่อบทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการนานาชาติ

1. R. Boonwutiwiwat, T. Kulworawanichpong, and P. Pao-la-or. (2007). **Electric Field Estimation around an Overhead Power Transmission Line using Neural Network Model.** The 7<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Systems. Crete island, Agios, Greece.: 97-102.

2. R. Boonwutiwiwat, T. Kulworawanichpong, and P. Pao-la-or. (2007). **Electric Field Estimation around an Overhead Power Transmission Line using Neural Network Model.** The 24<sup>th</sup> IASTED International Conference on Applied Simulation and Modelling. Palma de Mallorca, Spain.

3. R. Boonwutiwiwat, T. Kulworawanichpong, and P. Pao-la-or. (2007). **Electric Field Distribution Resulting from a Mobile-Phone-Human Interfacing With an Overhead Power Transmission Line.** The 11<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Systems. Beijing, China.: 300-303.

### รายชื่อบทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการภายในประเทศ

1. รัฐรงค์ บุญวุฒีวิวัฒน์ ชนัคชัย กุลวรวานิชพงษ์ และ เผด็จ เผ่าละออ. (2550). ผลการจำลองเชิงตัวเลขของการกระจายสนามไฟฟ้าจากการใช้งานโทรศัพท์มือถือของมนุษย์. การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 30 (EECON30) ณ โรงแรมเฟลิกซ์ริเวอร์แคว รีสอร์ท จังหวัดกาญจนบุรี วันที่ 25-26 ตุลาคม: 273-276.



## ประวัติผู้เขียน

นายรัฐรงค์ บุญวุฒิววัฒน์ เกิดเมื่อวันที่ 7 มิถุนายน พ.ศ.2525 เกิดที่อำเภอเมือง จังหวัด พิจิตร สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนพิจิตรพิทยาคม เมื่อ พ.ศ. 2544 ภายหลังได้เข้าศึกษาต่อระดับปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จาก มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา เมื่อ พ.ศ.2548 ภายหลังสำเร็จการศึกษาได้เข้าศึกษาต่อระดับบัณฑิตศึกษาลัทธิวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีภายในปีเดียวกัน โดยได้เป็นผู้ช่วยสอนปฏิบัติการของสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีจำนวน 4 รายวิชา ได้แก่ (1) ปฏิบัติการวิศวกรรมไฟฟ้ามูลฐาน (2) ปฏิบัติการวิศวกรรมไฟฟ้า 1 (3) ปฏิบัติการระบบไฟฟ้ากำลัง 2 และ (4) ปฏิบัติการระบบควบคุม ทั้งนี้มีความสนใจในด้านการวิเคราะห์ระบบไฟฟ้ากำลัง และการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ในงานระบบไฟฟ้ากำลัง

### ผลงานวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์ในขณะศึกษา:

1. ผลการจำลองเชิงตัวเลขของการกระจายสนามไฟฟ้าจากการใช้งานโทรศัพท์มือถือของมนุษย์.
2. Electric Field Distribution Resulting from a Mobile-Phone-Human Interfacing With an Overhead Power Transmission Line.
3. Electric Field Estimation around an Overhead Power Transmission Line using Neural Network Model.