การพัฒนาตัวสังเกตอัตราเร็วและโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่ใช้ในงานควบคุมมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์

นายวิโรจน์ แสงธงทอง

วิทยานิพนธ์นี้สำหรับการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ปีการศึกษา 2550

DEVELOPMENT OF AN ADAPTIVE SLIDING-MODE SPEED AND LOAD TORQUE OBSERVER FOR A SENSORLESS VECTOR CONTROLLED INDUCTION MOTOR

Wirote Sangtungtong

A Thesis Submitted in Fulfillment of the Requirements for the Degree

of Doctor of Philosophy in Electrical Engineering

Suranaree University of Technology

Academic Year 2007

การพัฒนาตัวสังเกตอัตราเร็วและโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว
ที่ใช้ในงานควบคุมมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำหรับการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาดุษฎีบัณฑิต

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

_____

(รศ. ดร.กิตติ อัตถกิจมงคล)
ประธานกรรมการ

_____

(ศ. น.ท. ดร.สราวุฒิ สุจิตจร)
กรรมการ (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์)

_____

(ศ. ดร.ไพโรจน์ สัตยธรรม)
กรรมการ

_____

(ผศ. ดร.วรากร เจริญสุข)
กรรมการ

_____

(ผศ. ดร.จิระพล ศรีเสริฐผล)
กรรมการ

_____

(ศ. ดร.ไพโรจน์ สัตยธรรม)
รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

_____

(รศ. น.อ. ดร.วรพจน์ ขำพิศ)
คณบดีสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

วิโรจน์ แสงธงทอง : การพัฒนาตัวสังเกตอัตราเร็วและโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่ใช้ในงานควบคุมมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ (DEVELOPMENT OF AN ADAPTIVE SLIDING-MODE SPEED AND LOAD TORQUE OBSERVER FOR A SENSORLESS VECTOR CONTROLLED INDUCTION MOTOR) อาจารย์ที่ปรึกษา : ศาสตราจารย์ ดร.สราวุฒิ สุจิตจร, 331 หน้า.

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการพัฒนาตัวสังเกตอัตราเร็วและตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่ใช้ในงานควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ ตัวสังเกตทั้งสองมีโครงสร้างชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวและทำหน้าที่แทนตัวตรวจรู้อัตราเร็วและอุปกรณ์วัดทอร์ก ตัวสังเกตอัตราเร็วดังกล่าวที่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกน จะได้รับแรงดันและกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการวัด เพื่อคำนวณเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ และมีกฎการปรับตัวแบบพีไอประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์ ในขณะที่ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กข้างต้นที่มีกฎการปรับตัวแบบพีไอ จะได้รับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าของตัวสังเกตอัตราเร็ว เพื่อประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์ ตัวสังเกตทั้งสองเชื่อมต่อเรียงกันและทำงานในโหมดร่วม การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบนันออโทโนมัสด้วยวิธีการที่สองของเลียปูโนฟ พบว่าตัวสังเกตทั้งสองมีเสถียรภาพแบบสม่ำเสมอ ด้วยการประยุกต์ทฤษฎีเซตไม่ผันแปรของลาแซลเลจะสามารถแสดงถึงการทำงานของตัวสังเกตที่มีแนวโน้มลู่เข้าหาสภาวะสมดุลตั้งแต่ก่อนการสิ้นสุดสถานะชั่วครู่จนถึงสถานะอยู่ตัวที่แน่นอน เมื่อวิธีการอินทิกรัลเชิงเลขของเฮอุนถูกนำมาใช้ดิสครีไตซ์ตัวสังเกตทั้งสองให้อยู่ในรูปแบบของสมการผลต่างสืบเนื่องที่สามารถใช้งานได้ในทางปฏิบัติ ถ้าคาบระยะเวลาการสุ่มวัดสั้นเพียงพอ ตัวสังเกตทั้งสองในเวลาดิสครีตจะยังคงมีเสถียรภาพและมีการทำงานที่ลู่เข้าหาสภาวะสมดุลในสถานะอยู่ตัว นอกจากนี้เมื่อตัวสังเกตที่นำเสนอถูกใช้งานเป็นส่วนหนึ่งของระบบควบคุมอัตราเร็ววงปิดไร้เซ็นเซอร์ที่มีการชดเชยโหลดทอร์กแบบป้อนไปหน้า ผลการจำลองสถานการณ์ได้แสดงถึงสมรรถนะที่น่าพอใจในการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมและโหลดทอร์ก และผลตอบสนองของอัตราเร็วเพลาหมุนที่ติดตามคำสั่งอัตราเร็ว

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า ลายมือชื่อนักศึกษา_____

ปีการศึกษา 2550 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา_____

WIROTE SANGTUNGTONG : DEVELOPMENT OF AN ADAPTIVE SLIDING-MODE SPEED AND LOAD TORQUE OBSERVER FOR A SENSORLESS VECTOR CONTROLLED INDUCTION MOTOR.
THESIS ADVISOR : PROF. SARAWUT SUJITJORN, Ph.D. 331 PP.

SPEED OBSERVER/LOAD TORQUE OBSERVER/INVARIANCE PRINCIPLE/ LYAPUNOV STABILITY/ADAPTIVE SLIDING-MODE OBSERVER/ INDUCTION MOTOR

This thesis presents the development of a novel speed and load torque observer used in a speed-sensorless vector-controlled three-phase induction motor drive. The observers are of the type adaptive sliding-mode and used to replace the speed sensor and the torque transducer. The speed observer incorporating core loss acquires the stator voltages and currents in order to compute the rotor flux while its PI adaptive law simultaneously performs an on-line estimation of the rotor speed. The load torque observer obtains the calculated electromagnetic torque of the motor and the estimated rotor speed from the same speed observer in order to perform the on-line load-torque estimation. Two proposed observers have a cascade configuration and both of them operate in a combined mode. The Lyapunov's second method has been used to guarantee the uniform stability of these observers treated as non-autonomous systems. Applying the LaSalle's theorem of invariant sets, we can confirm that the developed observers' operations converge to the equilibrium status before the end of the transient periods approaching the uniformly stable steady states. Moreover, the discretized observers using Heun's numerical integration method remain stable, and also their

practical operations approach equilibria in steady states under a sufficiently small sampling-period. Additionally, the proposed observers are used in a closed-loop sensorless speed control system with feed-forward load-torque compensation. The simulation results indicate satisfactory performances of speed and load-torque estimations together with good command following speed responses.

School of Electrical Engineering Student's Signature_____

Academic Year 2007 Advisor's Signature_____

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ และขอขอบคุณ บุคคล กลุ่มบุคคล และองค์กรหรือหน่วยงานต่าง ๆ ทั้งโดยตรงและโดยอ้อม ที่มีส่วนทำให้งานเขียนวิทยานิพนธ์เล่มนี้ สามารถสำเร็จลุล่วงได้ด้วยดีดังต่อไปนี้

ศาสตราจารย์ ดร.สราวุฒิ สุจิตจร ผู้ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาเสียสละเวลาให้คำแนะนำ คำตักเตือน การวางกรอบการทำงาน การตรวจทาน การวินิจฉัย และการแก้ไขรายงานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีคุณภาพเพิ่มขึ้น ตลอดจนการค้นหาแหล่งทุนวิจัย และบทความทางวิชาการที่มีเนื้อหาความรู้พื้นฐานสัมพันธ์กับงานวิจัย รวมถึงการจัดส่งบทความถึงงานประชุมทางวิชาการระดับนานาชาติ

อาจารย์ประจำ และงานธุรการสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้าทุกท่าน ที่ได้ติดตามและสอบถามการดำเนินงานวิทยานิพนธ์

บิดา และมารดา ที่ได้เลี้ยงดูผู้วิจัย และอบรมสั่งสอนให้เชื่อฟังและเคารพผู้ใหญ่

กองทุนเพื่อส่งเสริมการอนุรักษ์พลังงาน คณะอนุกรรมการกำกับดูแลแผนงานสนับสนุน สำนักงานคณะกรรมการนโยบายพลังงานแห่งชาติ (สำนักงานนโยบายและแผนพลังงาน) ที่ได้ให้ทุนการศึกษาถึงผู้วิจัย เพื่อเป็นค่าใช้จ่ายในการลงทะเบียนเรียน ค่าตำราและค่าจัดเตรียมเอกสารวิทยานิพนธ์

สำนักส่งเสริมและพัฒนาศักยภาพนักศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา ที่คัดเลือกให้ผู้วิจัย ได้รับทุนอุดหนุนการทำวิจัย/วิทยานิพนธ์จากมูลนิธิการศึกษาเชล 100 ปี

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ที่ได้อนุญาตให้ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลความเร็วสูง เครื่องพิมพ์เอกสาร ยูพีเอส ระบบเครือข่าย (อินเตอร์เน็ต) ความเร็วสูง และสถานที่ทำงานในการทำวิจัย และเขียนบทความและเอกสารวิทยานิพนธ์

นักศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้าทุกท่าน ที่ได้ร่วมมือจัดกิจกรรมสัมมนาทางด้านวิชาการและงานวิจัยเป็นประจำทุกปี

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบคุณอาจารย์ผู้สอนทุกท่านที่ได้สั่งสอนและให้ความรู้ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ขอกราบขอบคุณประเทศชาติที่ได้ให้โอกาสถึงผู้วิจัยในการศึกษาเล่าเรียนในระดับปริญญาโทและปริญญาเอกตามลำดับ และขอขอบคุณผู้ที่เกี่ยวข้องทุกท่านที่ไม่ได้กล่าวถึงในที่นี้

วิโรจน์ แสงธงทอง

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ (ภาษาไทย) ..... ก

บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ) ..... ข

กิตติกรรมประกาศ ..... ง

สารบัญ ..... จ

สารบัญรูป ..... ฌ

คำอธิบายสัญลักษณ์ ..... ท

บทที่

1 บทนำ 1

1.1 กล่าวนำ 1

1.2 ความสำคัญของปัญหา 1

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย 3

1.4 ขอบเขตของการวิจัย 3

1.5 ข้อตกลงเบื้องต้น 4

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 4

1.7 การจัดรูปเล่มของวิทยานิพนธ์ 5

2 ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 7

2.1 กล่าวนำ 7

2.2 ตัวสังเกตอัตราเร็ว 7

2.3 ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก 8

2.4 แนวทางในการดำเนินงานวิจัยต่อไป 9

2.5 สรุป 10

3 ตัวสังเกตอัตราเร็วโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว 12

3.1 กล่าวนำ 12

3.2 แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำ 12

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.3 ตัวสังเกตอัตราเร็วที่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกน 16
3.4 เสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ 24
3.5 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิด 28
3.6 สรุป 32
4 ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว 33
4.1 กล่าวนำ 33
4.2 แบบจำลองพลวัตการหมุนเชิงกลของระบบมอเตอร์และโหลด 33
4.3 ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว 35
4.4 เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ 42
4.5 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิด 45
4.6 สรุป 51
5 การวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วในสถานะชั่วครู่ 52
5.1 กล่าวนำ 52
5.2 การเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟ 53
5.3 เสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ 55
5.4 การหาเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพในสถานะชั่วครู่ 57
5.5 การอธิบายเสถียรภาพโดยใช้ทฤษฎีเซตไม่ผันแปร 60
5.6 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิดในสถานะชั่วครู่ 63
5.7 สรุป 74
6 การวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในสถานะชั่วครู่ 75
6.1 กล่าวนำ 75
6.2 การเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟ 75
6.3 เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ 77
6.4 การหาเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพในสถานะชั่วครู่ 79
6.5 การอธิบายเสถียรภาพโดยใช้ทฤษฎีเซตไม่ผันแปร 82
6.6 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิดในสถานะชั่วครู่ 84

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

6.7 สรุป 95

7 การวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วในเวลาดิสครีต 96

7.1 กล่าวนำ 96

7.2 แบบจำลองของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสในเวลาดิสครีต 96

7.3 ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในเวลาดิสครีต 100

7.4 การตรวจสอบเสถียรภาพโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟในเวลาดิสครีต 112

7.5 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิด 121

7.6 การตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วในสถานะชั่วครู่ 140

7.7 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิดในสถานะชั่วครู่ 147

7.8 สรุป 154

8 การวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในเวลาดิสครีต 155

8.1 กล่าวนำ 155

8.2 แบบจำลองของระบบมอเตอร์และโหลดในเวลาดิสครีต 155

8.3 ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในเวลาดิสครีต 156

8.4 การตรวจสอบเสถียรภาพโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟในเวลาดิสครีต 160

8.5 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิด 164

8.6 การตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในสถานะชั่วครู่ 180

8.7 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิดในสถานะชั่วครู่ 190

8.8 สรุป 201

9 ผลการจำลองสถานการณ์ระบบควบคุมอัตราเร็ววงปิด 202

9.1 กล่าวนำ 202

9.2 ระบบควบคุมวงปิดของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ 202

9.3 ผลการจำลองสถานการณ์ระบบควบคุมวงปิดแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ 207

9.4 ผลการจำลองสถานการณ์ระบบควบคุมวงปิดที่มีการชดเชยแบบป้อนไปหน้า 220

9.5 ผลการจำลองสถานการณ์ระบบควบคุมอัตราเร็ววงปิดในเวลาดิสครีต 225

9.6 สรุป 233

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

10 สรุปและข้อเสนอแนะ 234
10.1 สรุป 234
10.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต 236
รายการอ้างอิง 238
ภาคผนวก
ภาคผนวก ก. ความรู้เบื้องต้นของโหมดการเลื่อน 241
ภาคผนวก ข. วิธีที่สองของเสถียรภาพตามเกณฑ์เลียปูโนฟ 246
ภาคผนวก ค. ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 3 250
ภาคผนวก ง. ที่มาของอนุพันธ์ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ตามสมการที่ (3-17) 256
ภาคผนวก จ. ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 4 261
ภาคผนวก ฉ. ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 5 265
ภาคผนวก ช. ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 6 274
ภาคผนวก ซ. ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 7 280
ภาคผนวก ฌ. ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 8 305
ภาคผนวก ญ. ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ 323
ภาคผนวก ฎ. บทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ 329
ประวัติผู้เขียน 331

สารบัญรูป

รูปที่ **หน้า**

2.1 แผนภาพกรอบเบื้องต้นของระบบควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำวงปิด 11

3.1 แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส..... 15

3.2 แผนภาพโครงสร้างของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) ที่นำเสนอ..... 25

3.3 การเชื่อมต่อส่วนย่อยต่าง ๆ ใน Simulink เพื่อใช้จำลองสถานการณ์ระบบมอเตอร์และโหลดและตัวสังเกตอัตราเร็วโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว..... 29

3.4 การเปรียบเทียบระหว่างปริมาณ $\int_0^t |\omega_r - \hat{\omega}_r| d\tau$ ที่ได้รับจากตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอและตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กในงานวิจัยก่อนหน้านี้ 31

3.5 ความผิดพลาดเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กในงานวิจัยก่อนหน้านี้..... 31

3.6 ความผิดพลาดเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กที่นำเสนอ..... 32

4.1 แผนภาพโครงสร้างของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่นำเสนอ 41

4.2 แผนภาพการต่อเรียงกันของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็ก (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ 43

4.3 การเชื่อมต่อส่วนย่อยต่าง ๆ ใน Simulink เพื่อใช้จำลองสถานการณ์ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว..... 46

4.4 การเปรียบเทียบระหว่างโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ ซึ่งต่อเรียงกันกับตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้และตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ..... 48

4.5 ความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ เมื่อโหลดทอร์กจริงมีการเปลี่ยนแปลงแบบขบวนขั้นบันได 49

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

4.6 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 4.5 ในแกนตั้งในช่วง –2 ถึง 4 เรเดียนต่อวินาที 49

4.7 ความผิดพลาดเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณของตัวสังเกต เส้นแรงแม่เหล็กที่นำเสนอ เมื่อโหลดทอร์กจริงมีการเปลี่ยนแปลงแบบขบวนขั้นบันได 50

4.8 โหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอซึ่งต่อเรียงกันกับตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ เมื่อโหลดทอร์กจริงมีการเปลี่ยนแปลงแบบขบวนขั้นบันได 50

5.1 ดิสครีมิแนนต์ของ $\dot{\omega}_r$ โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$ 65

5.2 อัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ ขอบเขตบน ขอบเขตล่าง และปริมาณกึ่งกลาง โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$ 65

5.3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-21) ในสถานะชั่วครู่ โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$ 66

5.4 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-5) ในสถานะชั่วครู่ โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$ 66

5.5 ขนาดของแนววิถี $[\, e_i \;\; e_\psi \,]^T$ ที่เกิดจากการคำนวณตัวแปรสถานะของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอในสถานะชั่วครู่ โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$ 67

5.6 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-21) โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$ 67

5.7 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-5) โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$ 68

5.8 ขนาดของแนววิถี $[\, e_i \;\; e_\psi \,]^T$ ที่เกิดจากการคำนวณตัวแปรสถานะของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$ 68

5.9 การเปรียบเทียบระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมจริงและอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$ 69

5.10 ดิสครีมิแนนต์ของ $\dot{\omega}_r$ โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$ 69

5.11 อัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ ขอบเขตบน ขอบเขตล่าง และปริมาณกึ่งกลาง โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$ 70

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

5.12 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-21) ในสถานะชั่วครู่
โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$ 70

5.13 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-5) ในสถานะชั่วครู่
โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$ 71

5.14 ขนาดของแนววิถี $[\, e_i \quad e_\psi \,]^T$ ที่เกิดจากการคำนวณตัวแปรสถานะของตัวสังเกต
อัตราเร็วที่นำเสนอในสถานะชั่วครู่ โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$ 71

5.15 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-21) โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$ 72

5.16 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-5) โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$ 72

5.17 ขนาดของแนววิถี $[\, e_i \quad e_\psi \,]^T$ ที่เกิดจากการคำนวณตัวแปรสถานะของ
ตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$ 73

5.18 การเปรียบเทียบระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมจริงและอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์
ที่ได้จากการประมาณค่าของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ
โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$ 73

6.1 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์ 86

6.2 ความผิดพลาดของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ 86

6.3 โหลดทอร์กจริงที่เกิดขึ้นและโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ 87

6.4 ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์ 87

6.5 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (6-18) ในช่วง 0 ถึง 1.4 วินาที 88

6.6 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (6-4) ในช่วง 0 ถึง 1.4 วินาที 88

6.7 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.3 ในแกนตั้งในช่วง 0 ถึง 11 นิวตัน·เมตร 89

6.8 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.4 ในแกนตั้งในช่วง –0.3 ถึง 0.4 นิวตัน·เมตร 89

6.9 ขนาดของความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์
ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง 90

6.10 ดิสครีมิแนนต์ของปริมาณ $2\rho_l \Delta t$ 90

6.11 ปริมาณที่สมมูลกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์ก
ขอบเขตบนและขอบเขตล่าง 91

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

6.12 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.11 ในช่วง 0 ถึง 1.4 วินาที 91
6.13 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.5 ในแกนตั้งในช่วง –1 ถึง 0.8 92
6.14 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.11 ในช่วง 4.9 ถึง 5.9 วินาที 92
6.15 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (6-18) ในช่วง 4.9 ถึง 5.9 วินาที 93
6.16 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.11 ในช่วง 7.9 ถึง 9.4 วินาที 93
6.17 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (6-18) ในช่วง 7.9 ถึง 9.4 วินาที 94
6.18 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (6-4) ในช่วง 0 ถึง 11 วินาที 94
6.19 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.4 ในแกนตั้งในช่วง –0.04 ถึง 0.04 นิวตัน·เมตร 95
7.1 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสถานะชั่วครู่ 123
7.2 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า ในสถานะชั่วครู่ 124
7.3 ความผิดพลาดของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ 125
7.4 อัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสถานะชั่วครู่ 126
7.5 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสถานะอยู่ตัว 127
7.6 ความผิดพลาดของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณและ อัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่ 128
7.7 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าและ อัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่ 129
7.8 ความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณและ อัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่ 130
7.9 ความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณและ อินทิกรัลของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่ 131
7.10 อัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสถานะอยู่ตัว 133
7.11 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า ในสถานะอยู่ตัว 134

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

7.12 ความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณและ
อินทิกรัลของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว 135

7.13 ความผิดพลาดของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณและ
อัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว 136

7.14 ความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณและ
อัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว 137

7.15 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าและ
อัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว 139

7.16 การเปรียบเทียบระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมจริงและอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์
ที่ได้จากการประมาณค่าของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ 149

7.17 ขนาดของแนววิถี $[\ e_i(kT)\quad e_\psi(kT)\ ]^T$ ที่เกิดจากการคำนวณ
ตัวแปรสถานะของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ ในสถานะชั่วครู่ 149

7.18 ดิสครีมิแนนต์ของ $\widetilde{\omega}_r(kT)$ 150

7.19 ปริมาณที่สมมูลกับอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ ขอบเขตบน และขอบเขตล่าง 150

7.20 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 7.19 ในแกนตั้ง
ในช่วง –0.1 ถึง 0.25 เรเดียนต่อวินาที 151

7.21 ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (7-87) ในสถานะชั่วครู่
และในสถานะอยู่ตัว 151

7.22 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (7-69) ในสถานะชั่วครู่และในสถานะอยู่ตัว 152

7.23 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าและ
อินทิกรัลเชิงเลขของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่ 152

7.24 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าและ
อินทิกรัลเชิงเลขของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว 153

7.25 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าและ
อัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่ 153

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

7.26 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าและ
อัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว 154
8.1 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า 166
8.2 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 8.1 167
8.3 การเปรียบเทียบระหว่างโหลดทอร์กจริงและโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่า 168
8.4 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 8.3 169
8.5 ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่า ในสถานะอยู่ตัว 170
8.6 อัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันเลียปูโนฟ 171
8.7 ฟังก์ชันเลียปูโนฟ 172
8.8 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.6 ในช่วง 0 ถึง 0.7 วินาที 173
8.9 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.7 ในช่วง 0 ถึง 0.7 วินาที 174
8.10 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.6 ในช่วง 4.9 ถึง 5.5 วินาที 175
8.11 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.7 ในช่วง 4.9 ถึง 5.5 วินาที 176
8.12 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.6 ในช่วง 7.9 ถึง 8.45 วินาที 177
8.13 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.7 ในช่วง 7.9 ถึง 8.45 วินาที 178
8.14 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 8.6 179
8.15 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง
และอินทิกรัลของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่ 181
8.16 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง
และอินทิกรัลของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว 182
8.17 ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่าและ
อัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่ 183
8.18 ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่าและ
อัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว 184
8.19 โหลดทอร์กจริงที่เกิดขึ้นและโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ 192
8.20 ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์ 192

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

8.21 ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (8-26) ในช่วง 0 ถึง 1.2 วินาที 193
8.22 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (8-22) ในช่วง 0 ถึง 1.2 วินาที 193
8.23 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.19 ในแกนตั้งในช่วง 0 ถึง 11 นิวตัน·เมตร 194
8.24 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.20 ในแกนตั้งในช่วง –0.3 ถึง 0.7 นิวตัน·เมตร 194
8.25 ขนาดของความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์
ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง 195
8.26 ดิสครีมิแนนต์ของ $\widetilde{T}_L(kT)$ 195
8.27 ปริมาณที่สมมูลกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์ก
ขอบเขตบนและขอบเขตล่าง 196
8.28 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.27 ในช่วง 0 ถึง 1.2 วินาที 196
8.29 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.27 ในช่วง 4.9 ถึง 5.8 วินาที 197
8.30 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.21 ในแกนตั้งในช่วง –0.0002 ถึง 0.0002 197
8.31 ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (8-26) ในช่วง 4.9 ถึง 5.8 วินาที 198
8.32 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (8-22) ในช่วง 0 ถึง 11 วินาที 198
8.33 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.27 ในช่วง 7.9 ถึง 9.2 วินาที 199
8.34 ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (8-26) ในช่วง 7.9 ถึง 9.2 วินาที 199
8.35 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.20 ในแกนตั้ง
ในช่วง –0.05 ถึง 0.15 นิวตัน·เมตร 200
8.36 ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (8-26) ในช่วง 0 ถึง 11 วินาที 200
9.1 แผนภาพกรอบของหน่วยต่าง ๆ ที่ประกอบเข้าด้วยกันเป็น
วิธีควบคุมอัตราเร็วแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ 203
9.2 แผนภาพกรอบ (ก) หน่วยควบคุมอัตราเร็วและหน่วยคำนวณฟลักซ์,
(ข) หน่วยควบคุมฟลักซ์, และ (ค) หน่วยคำนวณค่าซายน์และโคซายน์ 205
9.3 แผนภาพกรอบของหน่วยคำนวณอัตราเร็วเชิงมุมของสนามแม่เหล็กโรเตอร์ 206

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

9.4 ผลตอบสนองของอัตราเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับคำสั่งอัตราเร็วและ
อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าของตัวสังเกต
เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ 209

9.5 ผลตอบสนองของอัตราเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับคำสั่งอัตราเร็วและ
อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าของตัวสังเกต
เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ 209

9.6 ฟลักซ์ที่เกิดขึ้นในมอเตอร์เหนี่ยวนำและฟลักซ์ที่ได้จากการคำนวณ
ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ 210

9.7 ฟลักซ์ที่เกิดขึ้นในมอเตอร์เหนี่ยวนำและฟลักซ์ที่ได้จากการคำนวณ
ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ 210

9.8 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.4 ในช่วงเวลา 0 ถึง 0.25 วินาที 211

9.9 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.5 ในช่วงเวลา 0 ถึง 0.25 วินาที 211

9.10 เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงในแกนนอนและเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์
ในแกนนอนที่ได้จากการคำนวณของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ 212

9.11 เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงในแกนตั้งและเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์
ในแกนตั้งที่ได้จากการคำนวณของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ 212

9.12 เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงในแกนนอนและเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ใน
แกนนอนที่ได้จากการคำนวณของตัวสังเกตอัตราเร็วในงานวิจัยก่อนหน้านี้ 213

9.13 เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงในแกนตั้งและเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ใน
แกนตั้งที่ได้จากการคำนวณของตัวสังเกตอัตราเร็วในงานวิจัยก่อนหน้านี้ 213

9.14 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.5 ในช่วงเวลา 0.85 ถึง 1.35 วินาที 214

9.15 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.4 ในช่วงเวลา 0.85 ถึง 1.35 วินาที 214

9.16 ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วและความผิดพลาดของ
อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าของตัวสังเกต
เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ 215

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

9.17 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 9.16
ในช่วง –2.2 ถึง 1.2 เรเดียนต่อวินาที 215
9.18 ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วและความผิดพลาดของ
อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าของตัวสังเกต
เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ 216
9.19 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 9.18
ในช่วง –2 ถึง 1 เรเดียนต่อวินาที 216
9.20 ผลตอบสนองของระบบวงปิด และการประมาณค่าอัตราเร็ว
ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ที่มีต่อคำสั่ง
การเริ่มเดินเครื่องภายใน 0.15 วินาที 217
9.21 ผลตอบสนองของระบบวงปิด และการประมาณค่าอัตราเร็ว
ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ที่มีต่อคำสั่ง
การหมุนกลับทิศทางภายใน 0.3 วินาที 218
9.22 ผลตอบสนองของระบบวงปิด และการประมาณค่าอัตราเร็ว
ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ที่มีต่อคำสั่ง
การเริ่มเดินเครื่องภายใน 0.1 วินาที 218
9.23 ผลตอบสนองของระบบวงปิด และการประมาณค่าอัตราเร็ว
ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ที่มีต่อคำสั่ง
การหมุนกลับทิศทางภายใน 0.2 วินาที 219
9.24 ผลตอบสนองของระบบวงปิด และการประมาณค่าอัตราเร็ว
ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ที่มีต่อคำสั่ง
การเริ่มเดินเครื่องภายใน 0.05 วินาที 219
9.25 ผลตอบสนองของระบบวงปิด และการประมาณค่าอัตราเร็ว
ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ที่มีต่อคำสั่ง
การหมุนกลับทิศทางภายใน 0.1 วินาที 220

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

9.26 ผลตอบสนองของอัตราเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับคำสั่งอัตราเร็ว
และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า
ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ 223
9.27 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.26 ในช่วงเวลา 1.95 ถึง 2.45 วินาที 223
9.28 ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วและความผิดพลาด
ของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าของ
ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ 224
9.29 โหลดทอร์กจริงและโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ 224
9.30 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.29 ในช่วงเวลา 1.95 ถึง 2.45 วินาที 225
9.31 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 9.28 ในช่วง –1.8 ถึง 3 เรเดียนต่อวินาที 225
9.32 ผลตอบสนองของอัตราเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับคำสั่งอัตราเร็วและ
อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าของตัวสังเกต
เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอในเวลาดิสครีต 226
9.33 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.32 ในช่วงเวลา 0.85 ถึง 1.35 วินาที 227
9.34 ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วและความผิดพลาดของ
อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าของตัวสังเกต
เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอในเวลาดิสครีต 227
9.35 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 9.34 ในช่วง –2 ถึง 1 เรเดียนต่อวินาที 228
9.36 ฟลักซ์ที่เกิดขึ้นในมอเตอร์เหนี่ยวนำและฟลักซ์ที่ได้จากการคำนวณของ
ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอในเวลาดิสครีต 228
9.37 เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงในแกนนอนและเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ใน
แกนนอนที่ได้จากการคำนวณของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอในเวลาดิสครีต 229
9.38 เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงในแกนตั้งและเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในแกนตั้ง
ที่ได้จากการคำนวณของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอในเวลาดิสครีต 229

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

9.39 ผลตอบสนองของอัตราเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับคำสั่งอัตราเร็วและ
อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าของตัวสังเกต
เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอในเวลาดิสครีต 230
9.40 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.39 ในช่วงเวลา 1.45 ถึง 1.95 วินาที 230
9.41 ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็ว และความผิดพลาดของ
อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าของตัวสังเกต
เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอในเวลาดิสครีต 231
9.42 โหลดทอร์กจริงและโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่า
แบบออนไลน์ในเวลาดิสครีต 231
9.43 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.42 ในช่วงเวลา 1.45 ถึง 1.95 วินาที 232
9.44 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 9.41 ในช่วง –2 ถึง 3 เรเดียนต่อวินาที 232

คำอธิบายสัญลักษณ์

a , b , c	=	ค่าพารามิเตอร์เชิงกลของระบบมอเตอร์และโหลด
$\hat{a}$, $\hat{b}$	=	ค่าพารามิเตอร์เชิงกลของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์
$\hat{a}_0$, $\hat{b}_0$, $\hat{T}_{L0}$	=	ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลแบบออนไลน์
a_{r1} , a_{r2} , a_{r3} , a_{r4}	=	ค่าพารามิเตอร์ทางไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส
$\hat{a}_{r1}$, $\hat{a}_{r2}$, $\hat{a}_{r3}$, $\hat{a}_{r4}$	=	ค่าพารามิเตอร์ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์
A	=	เมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ 4×4
A_{11} , A_{12} , A_{21} , A_{22}	=	เมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ 2×2
b_l	=	ค่าพารามิเตอร์ทางไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส
B	=	เมตริกซ์อินพุตที่มีมิติ 4×2
B_t	=	สัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานหนืดในระบบ (นิวตัน·เมตร·วินาที/เรเดียน)
B_1	=	เมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ 2×2
C	=	เมตริกซ์เอาต์พุตที่มีมิติ 2×4
$d(\cdot)/dt$	=	อนุพันธ์เทียบกับเวลา
D	=	เมตริกซ์ที่มีมิติ 4×2
D_1 , D_2	=	เมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ 2×2
e_i , e_ψ	=	เวกเตอร์ความผิดพลาดของตัวแปรสถานะที่เกิดจากการคำนวณ
$\bar{e}_\psi$	=	เวกเตอร์คงที่ของความผิดพลาดเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณในสถานะอยู่ตัว
$[\, e_i \quad e_\psi \,]^T$	=	แนววิถีของความผิดพลาดตัวแปรสถานะที่เกิดจากการคำนวณของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์
$\left\| e_i^T \quad e_\psi^T \right\|$	=	ขนาดของแนววิถีความผิดพลาดตัวแปรสถานะที่เกิดจากการคำนวณของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์
$e_{i\alpha}$, $e_{i\beta}$, $e_{\psi\alpha}$, $e_{\psi\beta}$	=	ความผิดพลาดของตัวแปรสถานะที่เกิดจากการคำนวณ

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

e_ω	=	ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง
$\lvert e_\omega \rvert$	=	ขนาดของความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง
f^{rated}	=	ความถี่หลักมูลพิกัดของการกระตุ้นสเตเตอร์ (เฮิรตซ์)
f_s	=	ความถี่หลักมูลของการกระตุ้นสเตเตอร์ (เฮิรตซ์)
f_1 , f_2 , f_3	=	พจน์ที่ไม่ทราบค่า
f_ψ	=	เวกเตอร์ของพจน์ที่ไม่ทราบค่า
h_ω	=	อินทิกรัลของความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง
i_{eq} , $\hat{i}_{eq}$	=	กระแสไฟฟ้าสมมูลที่เป็นสัดส่วนกับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าสมมูลที่ได้จากการคำนวณตามลำดับ
i_s	=	เวกเตอร์กระแสไฟฟ้าสเตเตอร์หรือเวกเตอร์ตัวแปรเอาต์พุตของระบบ
$i_{s\alpha}$, $i_{s\beta}$	=	กระแสไฟฟ้าสเตเตอร์สองเฟส (แอมแปร์) ในแกนนอนและแกนตั้งตามลำดับ
$\hat{i}_{s\alpha}$, $\hat{i}_{s\beta}$, $\hat{\psi}_{r\alpha}$, $\hat{\psi}_{r\beta}$	=	ตัวแปรสถานะที่ได้จากการคำนวณ
I	=	เมตริกซ์เอกลักษณ์การคูณที่มีมิติ 2×2
J	=	เมตริกซ์เฉียงที่มีมิติ 2×2 ซึ่งมีคุณสมบัติ $J^2 = -I$
J_L	=	โมเมนต์ความเฉื่อยของโหลด (กิโลกรัม·ตารางเมตร)
J_m	=	โมเมนต์ความเฉื่อยของโรเตอร์ (กิโลกรัม·ตารางเมตร) ในมอเตอร์เหนี่ยวนำ
J_t	=	โมเมนต์ความเฉื่อยรวมของระบบ (กิโลกรัม·ตารางเมตร)
K	=	เมตริกซ์เกนพื้นผิว
k	=	จำนวนศูนย์หรือสมาชิกของเซตจำนวนเต็มบวก
kT	=	เวลาปัจจุบันในการสุ่มวัดและชักตัวอย่างข้อมูล
k_{ia} , k_{ib} , k_{il}	=	ค่าเกนอินทิกรัลของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก
k_{pa} , k_{pb} , k_{pl}	=	ค่าเกนสัดส่วนของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

k_{si} , k_{ri} , k_{mi} , $k_{\omega i}$	=	ค่าเกนอินทิกรัลของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์
k_{sp} , k_{rp} , k_{mp} , $k_{\omega p}$	=	ค่าเกนสัดส่วนของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์
K_T	=	ค่าคงที่ของทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้า (นิวตัน·เมตร/แอมแปร์)
k_1 , k_2 , k_3	=	ค่าเกนพื้นผิว
L_r	=	ค่าความเหนี่ยวนำเฉพาะตัวโรเตอร์ (เฮนรี)
L_s	=	ค่าความเหนี่ยวนำเฉพาะตัวสเตเตอร์ (เฮนรี)
M	=	ค่าความเหนี่ยวนำร่วม (เฮนรี)
p	=	จำนวนโพล ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส
$\Re$	=	เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกจำนวนจริงใด ๆ
$\Re^4$	=	เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกเวกเตอร์หลักที่มีจำนวนจริงใด ๆ 4 ตัวเลข
R_m	=	ค่าความต้านทาน (โอห์ม) ของตัวต้านทานที่แทนกำลังงานสูญเปล่าในแกนที่เชื่อมต่อแบบอนุกรมกับตัวเหนี่ยวนำร่วม
R_r	=	ค่าความต้านทานของชุดขดลวดโรเตอร์ (โอห์ม)
R_s	=	ค่าความต้านทานของชุดขดลวดสเตเตอร์ (โอห์ม)
$\hat{R}_s$, $\hat{R}_r$, $\hat{R}_m$	=	ค่าพารามิเตอร์ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์
$\hat{R}_{s0}$, $\hat{R}_{r0}$, $\hat{R}_{m0}$, $\hat{\omega}_{r0}$	=	ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์
s , $\hat{s}$	=	สลิปและสลิปที่ได้จากการคำนวณตามลำดับ
S_i , s_ω	=	เวกเตอร์พื้นผิวและสัญญาณพื้นผิวตามลำดับ
$s_{i\alpha}$, $s_{i\beta}$	=	สัญญาณพื้นผิวในแกนนอนและแกนตั้งตามลำดับ
t	=	เวลาที่ผ่านไป (วินาที)
T	=	คาบระยะเวลาคงที่ของการสุ่มวัดและคำนวณ หรือช่วงสั้นของเวลา (วินาที)
T_e	=	ทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้า (นิวตัน·เมตร) ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส
T_L , $\hat{T}_L$	=	โหลดทอร์ก (นิวตัน·เมตร) ที่เกิดขึ้นในระบบและโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ตามลำดับ

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

$\widetilde{T}_L$	=	ปริมาณที่สมมูลกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์ก (นิวตัน·เมตร)
U_o , δ_o	=	เวกเตอร์แก้ไขและสัญญาณแก้ไขตามลำดับ
v_s	=	เวกเตอร์แรงดันกระแสสลับสเตเตอร์หรือตัวแปรอินพุตที่ป้อนให้กับระบบ
$v_{s\alpha}$, $v_{s\beta}$	=	แรงดันกระแสสลับสเตเตอร์สองเฟส (โวลต์) ในแกนนอนและแกนตั้งตามลำดับ
v_{s1} , v_{s2} , v_{s3}	=	แรงดันกระแสสลับสเตเตอร์สามเฟส (โวลต์)
V_1 , V_2	=	ฟังก์ชันเลียปูโนฟ
$\dot{V}_1$, $\dot{V}_2$	=	อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟที่เทียบกับเวลา
$\dot{\bar{V}}_1$	=	อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในกรณีที่อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์มีค่าคงที่
$\dot{\bar{V}}_2$	=	อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในกรณีที่โหลดทอร์กมีขนาดคงที่
$\widetilde{V}_1$, $\widetilde{V}_2$	=	ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในเวลาดิสครีต
$\widetilde{\bar{V}}_1$	=	ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในกรณีที่อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์มีค่าคงที่
$\widetilde{\bar{V}}_2$	=	ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในกรณีที่โหลดทอร์กมีขนาดคงที่
x	=	เวกเตอร์ตัวแปรสถานะของระบบ (มอเตอร์เหนี่ยวนำ)
z_i	=	อินทิกรัลของเวกเตอร์ความผิดพลาดกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ
$z_{i\alpha}$, $z_{i\beta}$	=	อินทิกรัลของความผิดพลาดกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณในแกนนอนและแกนตั้งตามลำดับ
α , β	=	ตัวห้อยที่แสดงถึงปริมาณในแกนนอนและในแกนตั้งของกรอบอ้างอิงหยุดนิ่งหรือกรอบอ้างอิงสเตเตอร์
ε	=	ค่าพารามิเตอร์ทางไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส
Δa , Δb	=	ความผิดพลาดของค่าพารามิเตอร์เชิงกลที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์ในตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

Δi_{eq}	=	ความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสมมูลที่เป็นสัดส่วนกับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้า
ΔR_s , ΔR_r , ΔR_m	=	ความผิดพลาดของค่าพารามิเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์ในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์
Δs	=	ความผิดพลาดของสลิปที่เกิดจากการคำนวณ
Δt	=	ช่วงระยะเวลาสั้น ๆ (วินาที)
ΔT_L	=	ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์
$\Delta \omega_r$	=	ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์
λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4	=	ค่าเกนปรับตัวของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์
λ_5 , λ_6 , λ_7	=	ค่าเกนปรับตัวของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก
Ξ_C^{ω}, Ξ_C^{l}, Ξ_C', Ξ_C''	=	เซตกระชับของระบบ
Ξ_I^{ω}, Ξ_I^{l}, Ξ_I', Ξ_I''	=	เซตไม่ผันแปรที่ใหญ่ที่สุดของระบบ
ρ_l	=	อนุพันธ์ของโหลดทอร์กเทียบกับเวลา ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยภายในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ Δt ใด ๆ (นิวตัน·เมตรต่อวินาที)
σ	=	ตัวประกอบของฟลักซ์รั่วรวม
τ	=	ตัวแปรเวลาที่ใช้ในการอินทิเกรต
Φ_1 , Φ_2 , Λ	=	เมตริกซ์เกนแก้ไข
$\phi_{1\alpha}$, $\phi_{1\beta}$, $\phi_{2\alpha}$, $\phi_{2\beta}$	=	ค่าเกนแก้ไข
ϕ_3 , ϕ_4 , Λ_α , Λ_β , Λ_3	=	ค่าเกนแก้ไข
ψ_r	=	เวกเตอร์ (การคล้อง) ของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์
$\|\psi_r\|$, $\|\hat{\psi}_r\|$	=	ฟลักซ์ (โรเตอร์) ที่เกิดขึ้นในมอเตอร์เหนี่ยวนำ (เวเบอร์, Wb) และฟลักซ์ที่ได้จากการคำนวณตามลำดับ
$\|\psi_r\|^{cmd}$	=	คำสั่งฟลักซ์หรือฟลักซ์อ้างอิง (เวเบอร์, Wb)
$\psi_{r\alpha}$, $\psi_{r\beta}$	=	เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (เวเบอร์, Wb) ในแกนนอนและแกนตั้งตามลำดับ

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

ω_m , $\hat{\omega}_m$	=	อัตราเร็วเชิงมุมทางกลหรืออัตราเร็วเชิงมุมเพลาหมุน (เรเดียนต่อวินาที) และอัตราเร็วเชิงมุมทางกลที่ได้จากการประมาณค่าตามลำดับ
ω_m^{cmd}	=	คำสั่งอัตราเร็วเชิงมุมเพลาหมุนหรืออัตราเร็วเชิงมุมเพลาหมุนอ้างอิง (เรเดียนต่อวินาที)
ω_m^{rated}	=	อัตราเร็วเชิงมุมเพลาหมุนพิกัด (เรเดียนต่อวินาที)
ω_r , $\hat{\omega}_r$	=	อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ (เรเดียนต่อวินาที) และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ตามลำดับ
ω_r^{cmd}	=	คำสั่งอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์หรืออัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์อ้างอิง (เรเดียนต่อวินาที)
$\dot{\omega}_r$	=	อัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ (เรเดียนต่อวินาที^{2})
$\lvert \dot{\omega}_r \rvert$	=	ขนาดของอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์หรืออัตราหน่วงเชิงมุมโรเตอร์ (เรเดียนต่อวินาที^{2})
$\tilde{\omega}_r$	=	ปริมาณที่สมมูลกับอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ (เรเดียนต่อวินาที)
$\lvert \tilde{\omega}_r \rvert$	=	ขนาดของปริมาณที่สมมูลกับอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ (เรเดียนต่อวินาที)
$\hat{\omega}_r''$	=	อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าครั้งที่สอง (เรเดียนต่อวินาที)
ω_s	=	อัตราเร็วเชิงมุมหลักมูลของการกระตุ้นสเตเตอร์ (เรเดียนต่อวินาที)
ω_{sl} , $\hat{\omega}_{sl}$	=	อัตราเร็วเชิงมุมสลิป (เรเดียนต่อวินาที) และอัตราเร็วเชิงมุมสลิปที่ได้จากการคำนวณตามลำดับ
$2\rho_l \Delta t$	=	ปริมาณที่สมมูลกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์กเทียบกับเวลา (นิวตัน·เมตร)
ตัวยก T	=	ทรานสโพสของเมตริกซ์หรือเวกเตอร์
ตัวยก $*$	=	ตัวแปรสถานะ ค่าพารามิเตอร์ ค่าเกนหรือปริมาณที่ได้จากการคำนวณหรือประมาณค่าในขั้นตอนการทำนายของวิธีเฮอุน

บทที่ 1
บทนำ

1.1 กล่าวนำ

ในการสร้างกฎการควบคุม (control law) ในระบบควบคุมวงปิดโดยทั่วไป ตัวแปรสถานะทุกตัวจะถูกสมมุติว่าสามารถวัดและเข้าถึงได้ ทำให้เกิดการป้อนกลับของตัวแปรสถานะถึงกฎการควบคุม แต่ในทางปฏิบัติ เราอาจไม่สามารถเข้าถึงตัวแปรสถานะบางตัวได้โดยใช้ตัวตรวจรู้หรืออุปกรณ์วัด เป็นผลให้เกิดแนวคิดในการใช้แบบจำลองพลวัตของระบบในรูปแบบสมการปริภูมิสถานะ ผสมผสานกับหน่วยชดเชยความผิดพลาด และค่าพารามิเตอร์ของระบบ ทำหน้าที่คำนวณตัวแปรสถานะที่ไม่สามารถวัดได้ และใช้ตัวแปรอินพุตและตัวแปรเอาต์พุต (หรือตัวแปรสถานะ) ที่เข้าถึงได้เป็นข้อมูลในการคำนวณ ซึ่งเรียกการดำเนินงานดังกล่าวนี้ว่าตัวสังเกตสถานะ (state observer) นั่นคือกฎการควบคุมจะถูกนำไปใช้ทำหน้าที่คุมค่าระบบได้ เมื่อพิจารณาผลลัพธ์ของการคำนวณตัวแปรสถานะซึ่งเปรียบเทียบกับตัวแปรสถานะจริงที่สมนัยกันและเกิดขึ้นในระบบ จะได้ว่ามีความผิดพลาดที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาในช่วงสถานะชั่วครู่ ถ้าตัวสังเกตสถานะมีเสถียรภาพ ความผิดพลาดนี้จะมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ในสถานะอยู่ตัว และเมื่อเปรียบเทียบกับตัวตรวจรู้และอุปกรณ์วัดที่มีขอบเขตย่านการวัดปริมาณทางกายภาพที่จำกัดช่วง ในทางทฤษฎี จุดเด่นของตัวสังเกตสถานะคือโครงสร้างที่ไม่มีขอบเขตย่านสูงสุดและต่ำสุดในการคำนวณตัวแปรสถานะ แต่ขีดจำกัดของตัวสังเกตสถานะจะขึ้นอยู่กับ จำนวนบิตและขนาดบัสข้อมูลของหน่วยประมวลผลสัญญาณดิจิตอลที่ทำหน้าที่เป็นตัวสังเกตสถานะ ขอบเขตย่านการวัดของตัวตรวจรู้ที่เข้าถึงตัวแปรอินพุตและตัวแปรเอาต์พุต และความเหมือนกันระหว่างคุณลักษณะของระบบและตัวสังเกตสถานะตลอดย่านการทำงาน เนื่องจากในปัจจุบัน หน่วยประมวลผลสัญญาณดิจิตอลและไมโครคอนโทรลเลอร์มีประสิทธิภาพในการคำนวณเพิ่มขึ้นมาก และมีขนาดบัสข้อมูลและหน่วยความจำภายในที่เพิ่มขึ้น การใช้ตัวสังเกตสถานะจึงเป็นสิ่งดึงดูดใจในการพัฒนาเทคโนโลยีการควบคุมแบบวงปิด เพื่อช่วยลดค่าใช้จ่ายในการใช้และติดตั้งตัวตรวจรู้ต่าง ๆ

1.2 ความสำคัญของปัญหา

เมื่อเปรียบเทียบระหว่างมอเตอร์กระแสตรงที่มีแปรงถ่านและมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสชนิดกรงกระรอก มอเตอร์เหนี่ยวนำดังกล่าวมีจุดเด่นที่เหนือกว่าในด้าน โครงสร้างของสเตเตอร์ที่

แข็งแรง ทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความพลิ้ว (ripple) ต่ำ ขนาดเล็กกว่าที่กำลังพิกัดเดียวกัน การบำรุงรักษาง่าย และราคาถูกกว่า ทำให้มอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสได้รับการใช้งานอย่างกว้างขวางในภาคอุตสาหกรรม เกษตรกรรม ยานพาหนะไฟฟ้าและอาคารสำนักงานขนาดใหญ่ แต่มอเตอร์เหนี่ยวนำมีจุดด้อยในด้านโครงสร้างที่สลับซับซ้อนมากกว่า การไขว้ข้าม (crossfield) ระหว่างทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าและเส้นแรงแม่เหล็กที่สูงกว่า และลักษณะสมบัติที่ไม่เป็นเชิงเส้นมากกว่า เป็นผลให้มีการพัฒนาแนวคิดวิธีควบคุมอัตราเร็วแบบเวกเตอร์ (ธรรมดา) ที่ใช้งานตัวตรวจรู้เชิงกลทำหน้าที่วัดอัตราเร็วหรือตำแหน่งเชิงมุมของเพลาหมุน วิธีควบคุมแบบเวกเตอร์นี้จะกำหนดให้มอเตอร์เหนี่ยวนำในกรอบอ้างอิงสนามแม่เหล็ก (โรเตอร์หรือสเตเตอร์) มีแบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่สมมูลกับแบบจำลองของมอเตอร์กระแสตรงชนิดขดลวดสนามแยกกระตุ้น นั่นคือทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก (ฟลักซ์) ถูกควบคุมแยกออกจากกันได้อย่างอิสระ ทำให้เกิดการปรับปรุงสมรรถนะพลวัตของการหมุนในสถานะชั่วครู่และในสถานะอยู่ตัวที่ดีกว่า และผู้ออกแบบจะขยายขีดความสามารถชดเชยการรบกวนภายนอกที่เกิดขึ้นได้ นั่นคือวิธีควบคุมแบบเวกเตอร์จะถูกประยุกต์ใช้งานเพิ่มขึ้นและแทนที่วิธีควบคุมแบบสเกลาร์หรือโวลต์ต่อเฮิรตซ์ (V/Hz) ในกรณีที่มอเตอร์เหนี่ยวนำถูกติดตั้งในพื้นที่จำกัดหรือในสภาพแวดล้อมที่เสี่ยงต่อความเสียหาย หรือถ้าผู้ใช้งานต้องการเพิ่มความน่าเชื่อถือของการลดทอนสัญญาณรบกวนในระบบขับเคลื่อน ตัวตรวจรู้เชิงกลจะไม่ถูกเชื่อมต่อเข้ากับเพลาหมุนของมอเตอร์

วิธีควบคุมแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์คือวิธีหนึ่งในการคุมค่าอัตราเร็วของมอเตอร์ที่ไม่ใช้งานตัวตรวจรู้ทางกลในการวัดปริมาณอัตราเร็วหรือตำแหน่งเชิงมุมของเพลาหมุนเพื่อเป็นข้อมูลป้อนกลับในวงควบคุม แต่มีการเพิ่มเติมและใช้งานหน่วยคำนวณแบบวงเปิดหรือวงปิดที่ทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ (อัตราเร็วเพลาหมุน) ที่ใช้ป้อนกลับและเปรียบเทียบกับอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์อ้างอิง (อัตราเร็วเพลาหมุนอ้างอิงหรือคำสั่ง) นั่นคือหน่วยคำนวณอัตราเร็วจะรวมเป็นส่วนหนึ่งของระบบควบคุม จุดเด่นของการควบคุมแบบไร้เซ็นเซอร์ คือ ไม่มีค่าใช้จ่ายของตัวตรวจรู้ทางกลแต่แลกด้วยต้นทุนเพียงเล็กน้อยของหน่วยประมวลผล การไม่ใช้สายเคเบิลที่เชื่อมต่อระหว่างตัวตรวจรู้ทางกลและหน่วยประมวลผล ปริมาณป้อนกลับที่มีสัญญาณรบกวนลดลง และการลดความยุ่งยากของภาระงานติดตั้งมอเตอร์ (Holtz, 2002; Vas, 1998) ทำให้ในปัจจุบัน วิธีควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์เริ่มมีการใช้งานกันมากขึ้นในประเทศอุตสาหกรรม นอกจากนี้ในระหว่างการประมวลผลและมอเตอร์กำลังขับเคลื่อนโหลดให้หมุน ถ้าวิธีควบคุมแบบเวกเตอร์ธรรมดามีตัวตรวจรู้ทางกลวัดอัตราเร็ว ที่ทำงานผิดพลาด วิธีควบคุมแบบไร้เซ็นเซอร์อาจจะถูกกำหนดให้เป็นแผนการสำรองและทำงานแทนที่วิธีเวกเตอร์ธรรมดาได้ ในขณะที่จุดด้อยของวิธีควบคุมนี้คือ ความต้องการตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอลหรือ

ไมโครคอนโทรลเลอร์ที่มีความเร็วสูงในการคำนวณ ตลอดจนต้องพัฒนาโปรแกรมที่ซับซ้อน หน่วยคำนวณอัตราเร็วโดยส่วนใหญ่จะใช้กระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัดและแรงดันกระแสสลับสเตเตอร์ที่ได้จากการวัดหรือการสังเคราะห์ขึ้นใหม่ เป็นข้อมูลในการคำนวณเส้นแรงแม่เหล็กและประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ ถ้าหน่วยคำนวณอัตราเร็วแบบวงเปิดประกอบด้วยแบบจำลองแรงดันสเตเตอร์ และผลต่างระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมของสนามแม่เหล็กและอัตราเร็วเชิงมุมสลิป เมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วที่ลดลง ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า จะมีขนาดเพิ่มขึ้นและมากกว่าความผิดพลาดที่ได้รับจากหน่วยคำนวณแบบวงปิดในจุดทำงานเดียวกัน (Holtz, 2002; Vas, 1998)

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

– พัฒนาตัวสังเกตอัตราเร็วหรือตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกนและทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสสมดุล

– พัฒนาตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่ใช้งานร่วมกับตัวสังเกตอัตราเร็ว

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

– ตัวสังเกตอัตราเร็ว (ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็ก) ที่นำเสนอมีโครงสร้างที่พิจารณาพจน์ที่เกิดจากกำลังงานสูญเปล่าในแกนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ และมีกฎการปรับตัวหรือหน่วยย่อยอื่นที่ทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์ โดยใช้แรงดันกระแสสลับสเตเตอร์และกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัดบริเวณปลายขั้วไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสสมดุลเป็นข้อมูลในการประมาณค่า

– ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่ใช้งานร่วมกับตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ มีโครงสร้างบางส่วนที่ทำหน้าที่ชดเชยความผิดพลาดในการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ซึ่งได้รับจากตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็ก และมีกฎการปรับตัวหรือหน่วยย่อยอื่นที่ทำหน้าที่ประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์ โดยใช้อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าและทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์ที่ได้จากการคำนวณ เป็นข้อมูลในการประมาณค่า

– การเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟที่ใช้วิเคราะห์และตรวจสอบเสถียรภาพในเวลาต่อเนื่องและในเวลาเต็มหน่วยหรือเวลาดิสครีต (discrete time) ในการคำนวณตัวแปรสถานะของตัวสังเกตทั้งสองนี้ในสถานะชั่วครู่และในสถานะอยู่ตัว และหาเงื่อนไขที่ทำให้เกิดเสถียรภาพในสถานะต่าง ๆ อย่างสอดคล้องกัน

– การจำลองสถานการณ์การหมุนของระบบมอเตอร์และโหลดพร้อมกับการทำงานของตัวสังเกตอัตราเร็วและตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอในระบบวงเปิด

– การจำลองสถานการณ์ระบบควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์วงปิด โดยที่ระบบควบคุมดังกล่าวประกอบด้วยแบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส แบบจำลองพลวัตการหมุนเชิงกลของระบบมอเตอร์และโหลด ตัวสังเกตอัตราเร็วและตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ วงรอบคุมค่าอัตราเร็วที่มีการชดเชยโหลดทอร์กแบบป้อนไปหน้าและวงรอบคุมค่าฟลักซ์ (เส้นแรงแม่เหล็ก) หน่วยแปลงกรอบอ้างอิงจากพิกัดสนามแม่เหล็กเป็นพิกัดสเตเตอร์และหน่วยแปลงย้อนกลับ และวงจรผกผันสามเฟส

1.5 ข้อตกลงเบื้องต้น

– มอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสที่ใช้งาน มีแบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่อธิบายได้โดยอาศัยวงจรสมมูลในความถี่หลักมูลของการกระตุ้นสเตเตอร์ และมีความสามารถสังเกตได้อย่างสมบูรณ์

– พิจารณาว่า มอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสชนิดกรงกระรอกสมดุลที่ใช้งาน มีคุณสมบัติความเป็นเชิงเส้นของวงจรแม่เหล็ก และมีค่าพารามิเตอร์ทุกตัวในวงจรสมมูลเป็นค่าคงที่ อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์มีอัตราการเปลี่ยนแปลงที่ช้ากว่าพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำ รวมถึงโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นบริเวณเพลาหมุนของระบบมอเตอร์และโหลดมีขนาดคงที่ หรือโหลดทอร์กมีอัตราการเปลี่ยนแปลงที่ช้ามาก

– พิจารณาว่า ความผิดพลาดระหว่างมอเตอร์เหนี่ยวนำและตัวสังเกตอัตราเร็วชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว และความผิดพลาดระหว่างระบบพลวัตการหมุนเชิงกลและตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว มีคุณสมบัติความต่อเนื่องของลิพชิตซ์ (Lipschitz)

– วงจรผกผันสามเฟสไม่มีการประวิงเวลา และพิจารณาว่าแรงดันตกคร่อมสวิตช์สารกึ่งตัวนำกำลังในขณะที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน มีค่าน้อยมาก นั่นคือกำหนดให้สวิตช์สารกึ่งตัวนำดังกล่าวเป็นสวิตช์ในอุดมคติ

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

องค์ความรู้และอัลกอริทึมของตัวสังเกตอัตราเร็วและตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ที่ประยุกต์ใช้งานในวิธีควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์

1.7 การจัดรูปเล่มของวิทยานิพนธ์

แนวคิดของการพัฒนาวิธีควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์เป็นแนวคิดหนึ่งที่มีประโยชน์มากในภาคอุตสาหกรรมและภาคขนส่ง ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาวิธีข้างต้น ดังนี้

บทที่ 2 กล่าวถึง การทบทวนงานวิจัยที่เคยปรากฏมาก่อนและเกี่ยวข้องกับการออกแบบตัวสังเกตอัตราเร็วหรือตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่พิจารณาและไม่พิจารณาพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกนของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสสมดุล การออกแบบตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่ได้รับอัตราเร็วเชิงมุมของเพลาหมุนจากตัวตรวจรู้หรืออุปกรณ์วัด รวมถึงแนวทางในการดำเนินงานวิจัยต่อไป

บทที่ 3 กล่าวถึง การพัฒนาโครงสร้างของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่พิจารณาพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกน และทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำ ค่าความต้านทานชุดขดลวดสเตเตอร์ ค่าความต้านทานชุดขดลวดโรเตอร์ และค่าความต้านทานที่แทนกำลังงานสูญเปล่าในแกน รวมถึงการวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วในกรณีที่มอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่

บทที่ 4 กล่าวถึง การพัฒนาโครงสร้างของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่ต่อเรียงกัน (cascade) กับตัวสังเกตสถานะเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ข้างต้น และการวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในกรณีที่โหลดทอร์กที่เกิดขึ้นในระบบมีขนาดคงที่

บทที่ 5 กล่าวถึง การตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์เมื่อกฎการปรับตัวมีโครงสร้างที่เปลี่ยนแปลงจากอินทิกรัลเป็นแบบพีไอ การวิเคราะห์เสถียรภาพในกรณีที่มอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่กำลังเปลี่ยนแปลงจากเดิมในสถานะชั่วครู่ การหาเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพดังกล่าว และความสมบูรณ์ในการอธิบายเสถียรภาพโดยใช้ทฤษฎีเซตไม่ผันแปร

บทที่ 6 กล่าวถึง การตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กเมื่อกฎการปรับตัวมีโครงสร้างที่เปลี่ยนแปลงจากอินทิกรัลเป็นแบบพีไอ การวิเคราะห์เสถียรภาพในกรณีที่โหลดทอร์กที่เกิดขึ้นในระบบกำลังมีขนาดที่เปลี่ยนแปลงจากเดิมในสถานะชั่วครู่ การหาเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพข้างต้น และความสมบูรณ์ในการอธิบายเสถียรภาพโดยใช้ทฤษฎีเซตไม่ผันแปร

บทที่ 7 กล่าวถึง รูปแบบดิสครีตเชิงเลขของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ การวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในเวลาดิสครีต และการหาเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพดังกล่าวในสถานะชั่วครู่และในสถานะอยู่ตัว

บทที่ 8 กล่าวถึง รูปแบบดิสครีตเชิงเลขของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ การวิเคราะห์เสถียรภาพในเวลาดิสครีต และการหาเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพข้างต้นในสถานะชั่วครู่และในสถานะอยู่ตัว

บทที่ 9 กล่าวถึง การใช้งานตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอซึ่งรวมเป็นส่วนหนึ่งในวิธีควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์วงปิดที่มีและไม่มีการชดเชยโหลดทอร์กแบบป้อนไปหน้า และการเปรียบเทียบผลการจำลองสถานการณ์ระหว่างผลตอบสนองของระบบควบคุมอัตราเร็ววงปิดที่ใช้งานตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ และผลตอบสนองของระบบควบคุมวงปิดที่ใช้งานตัวสังเกตอัตราเร็วในงานวิจัยก่อนหน้านี้

บทที่ 10 กล่าวถึง สรุปเนื้อหาที่ได้ดำเนินงาน และข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

ภาคผนวก ก. ความรู้เบื้องต้นของโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว

ภาคผนวก ข. วิธีที่สองของเสถียรภาพตามเกณฑ์เลียปูโนฟ

ภาคผนวก ค. ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 3

ภาคผนวก ง. ที่มาของอนุพันธ์ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ตามสมการที่ (3-17)

ภาคผนวก จ. ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 4

ภาคผนวก ฉ. ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 5

ภาคผนวก ช. ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 6

ภาคผนวก ซ. ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 7

ภาคผนวก ฌ. ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 8

ภาคผนวก ญ. ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้

ภาคผนวก ฎ. บทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

บทที่ 2
ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 กล่าวนำ

ในการเริ่มต้นดำเนินงานวิทยานิพนธ์ การศึกษาทบทวนงานวิจัยก่อนหน้านี้ คือการทำความเข้าใจทฤษฎีพื้นฐานและขั้นสูงที่เกี่ยวข้อง การค้นหาประเด็นใหม่ที่น่าสนใจซึ่งไม่มีบทความชิ้นใดที่ผ่านมาได้พิจารณา และการคาดคะเนแนวทางของงานพัฒนาในลำดับต่อไป การศึกษาดังกล่าวจะอ้างอิงจากฐานข้อมูลหลัก IEEE/IEE (IEL online explorer) และ Sciencedirect เพราะเป็นฐานข้อมูลที่เข้าถึงแหล่งงานวิจัยได้สะดวกและรวดเร็ว โดยเฉพาะ ฐานข้อมูล IEEE/IEE ได้รวบรวมแหล่งงานวิจัยที่มีคุณภาพและที่เกี่ยวข้องโดยตรงและโดยอ้อม เป็นจำนวนมาก ซึ่งถูกตีพิมพ์ในรูปแบบของบทความที่มีความยาวเนื้อหาปกติ (full paper) และเนื้อหาสั้น (short paper) ในวารสาร และบทความในงานประชุมทางวิชาการระดับนานาชาติ นั่นคือ ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน นักวิชาการ นักวิจัย วิศวกรไฟฟ้า และวิศวกรระบบควบคุม จากทั่วโลก ได้ให้ความสนใจในการออกแบบและพัฒนาตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กหรือแผนการอื่นที่ทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส แบบออนไลน์ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งในวิธีควบคุมแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ และการพัฒนาตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กหรือแผนการอื่นที่ทำหน้าที่ประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์ ซึ่งใช้งานในระบบป้อนกลับเซอร์โวทางตำแหน่งหรืออัตราเร็ว ดังนั้นการทบทวนงานวิจัยก่อนหน้านี้ จึงมุ่งเน้นถึงเนื้อหาของตัวสังเกตทั้งสอง ในขณะที่หัวข้อการวิเคราะห์เสถียรภาพในสถานะชั่วครู่และในเวลาดิสครีตโดยใช้วิธีเลียปูโนฟ คือประเด็นที่ยังไม่ได้รับการพิจารณาในงานวิจัยที่เคยปรากฏมาก่อนแล้ว

2.2 ตัวสังเกตอัตราเร็ว

ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กแบบปรับตัวหรือตัวสังเกตอัตราเร็ว คือ หน่วยคำนวณอัตราเร็วแบบวงปิดที่มีกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์และเส้นแรงแม่เหล็ก (การคล้องฟลักซ์) ที่ได้จากการคำนวณเป็นตัวแปรสถานะ และใช้ความแตกต่างระหว่างกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัดและกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการคำนวณ ในการป้อนกลับถึงโครงสร้างหลัก กฎการปรับตัวหรือหน่วยย่อยอื่นของตัวสังเกตจะทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กนี้จะถูกแบ่งออกเป็น 4 ประเภทคือ ตัวสังเกต Luenberger แบบอันดับเต็มมาตรฐาน

(Kubota, Matsuse, and Nakano, 1993; Maes and Melkebeek, 2000) ที่ใช้ผลคูณระหว่างเมตริกซ์เกนป้อนกลับและความแตกต่างระหว่างกระแสไฟฟ้า ในการลดทอนความผิดพลาดระหว่างตัวสังเกตและมอเตอร์ ตัวสังเกตโหมดการเลื่อน (โครงสร้างแปรผัน) (Chern and Chang, 1998; Kim, Han, and Kim, 2004; Li, Xu, and Zhang, 2005; Tursini, Petrella, and Parasiliti, 2000) ที่ใช้ผลคูณระหว่างค่าเกนป้อนกลับและฟังก์ชันสวิตช์ที่สัมพันธ์กับความแตกต่างระหว่างกระแสไฟฟ้า (หรือกฎทางลอจิกที่สัมพันธ์กับความแตกต่างระหว่างกระแสไฟฟ้า) ในการลดทอนความผิดพลาดระหว่างตัวสังเกตและมอเตอร์ ตัวกรองคาลมานในเวลาดิสครีตที่มีการขยายโครงสร้าง ซึ่งใช้ตัวแปรสถานะที่ได้จากการทำนายและมีการแทรกสอดของสัญญาณรบกวนที่เกิดจากการวัดและการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ เป็นข้อมูลดิบในการคำนวณเมตริกซ์เกนป้อนกลับที่เหมาะสมที่สุด โดยที่ความผิดพลาดกำลังสองระหว่างตัวสังเกตและมอเตอร์มีค่าต่ำที่สุด นอกจากนั้น เป็นการใช้วิธีปัญญาประดิษฐ์ (AI) (Vas, 1998) เมื่อเปรียบเทียบระหว่างตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กในแต่ละประเภท ตัวสังเกตโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวจะมีคุณสมบัติของความคงทนต่อการรบกวนภายนอก และตัวสังเกตแบบอื่นจะได้รับผลกระทบจากสัญญาณรบกวน ภาระการคำนวณที่มีความสลับซับซ้อน ระยะเวลาในการปรับจูนค่าเกนที่ยาวนานกว่า และความต้องการความเชี่ยวชาญในการจัดเตรียมระบบ ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่ไม่รวมพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกนคือโครงสร้างหลักของตัวสังเกตโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว ในขณะที่ผลการจำลองสถานการณ์ (Kubota and Matsuse, 1992) ได้แสดงว่า ในแต่ละค่าของโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นบริเวณเพลาหมุนของมอเตอร์และโหลด ตัวสังเกต Luenberger แบบปรับตัวที่พิจารณาพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกน สามารถประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่มีความถูกต้องมากกว่าการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้รับจากตัวสังเกต Luenberger ที่ไม่รวมพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกน

2.3 ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก

ในงานออกแบบตัวควบคุมอัตราเร็วแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์วัดทอร์กที่มีการชดเชยโหลดทอร์กภายนอกในลักษณะป้อนไปหน้า ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กจะทำหน้าที่ประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์โดยใช้ทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าอ้างอิงและอัตราเร็วเชิงมุมของเพลาหมุนที่ได้จากการวัด เป็นข้อมูลในการประมาณค่า และจ่ายปริมาณที่ได้จากการประมาณค่านี้ถึงเอาต์พุตของตัวควบคุมอัตราเร็ว ถ้าค่าพารามิเตอร์คงที่ของตัวสังเกตสถานะมีตัวเลขที่เท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่สมนัยกันของระบบมอเตอร์และโหลด ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กแบบเชิงเส้นเต็มอันดับ แบบลดอันดับ และตัวกรองคาลมาน จะสามารถประมาณค่าโหลดทอร์กได้อย่างถูกต้อง (Chung, Lee,

Ko, and Youn, 1995; Iwasaki and Matsui, 1993; Kim, Rhew, and Kim, 1997) แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์ของตัวสังเกตมีตัวเลขที่ไม่เท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่สมนัยกันของระบบ ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กแบบปรับตัวจะยังคงรักษาเสถียรภาพในการคำนวณ (Dadeh, Sangtungtong, and Oonsivilai, 2003; Lin, Wai, and Lin, 1999) แต่ตัวสังเกตชนิดนี้อาจจะต้องการตำแหน่งเชิงมุมของเพลาหมุนที่ได้จากการวัด เพื่อใช้เป็นข้อมูลเพิ่มเติมในการคำนวณ (Ko, 1998) ตัวประมาณค่า โหลดทอร์กแบบกำลังสองน้อยที่สุดชนิดเวียนเกิดที่กำหนดให้ตัวประกอบ forgetting เปลี่ยนแปลงค่าได้และเมตริกซ์แปรปรวนร่วม (covariance) ตั้งค่าใหม่ได้ มีภาระงานคำนวณที่สลับซับซ้อนมากในแต่ละครั้งของการสุ่มวัดและควบคุม ทำให้ตัวประมาณค่าแบบนี้ต้องการตัวประมวลผลสมรรถนะสูงที่มีการทำงานแบบขนาน (Tsai and Tzou, 1997) ตัวประมาณค่าโหลดทอร์กแบบประสาทเทียมสองชั้นที่รวมการวนซ้ำลำดับลงเกรเดียนต์ลาดชัน จะให้ผลลัพธ์ของการทำนายปริมาณโหลดทอร์กที่มีความถูกต้องหรือใกล้เคียงกับโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นจริง แต่อัลกอริทึมของการแพร่กระจายแบบย้อนกลับที่ทำหน้าที่ปรับแต่งน้ำหนักเชื่อมต่อ จะมีเสถียรภาพที่สัมพันธ์กับขอบเขตของอัตราการเรียนรู้ (Chen and Sheu, 2001; Huang, Chen, and Huang, 1999) นอกจากนี้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กแบบโหมดการเลื่อนจะมีคุณสมบัติของความคงทนต่อการรบกวนภายนอก (Baik, Kim, Kim, Moon, and Youn, 1996; Yoon, Kim, Kim, and Kim, 1995)

2.4 แนวทางในการดำเนินงานวิจัยต่อไป

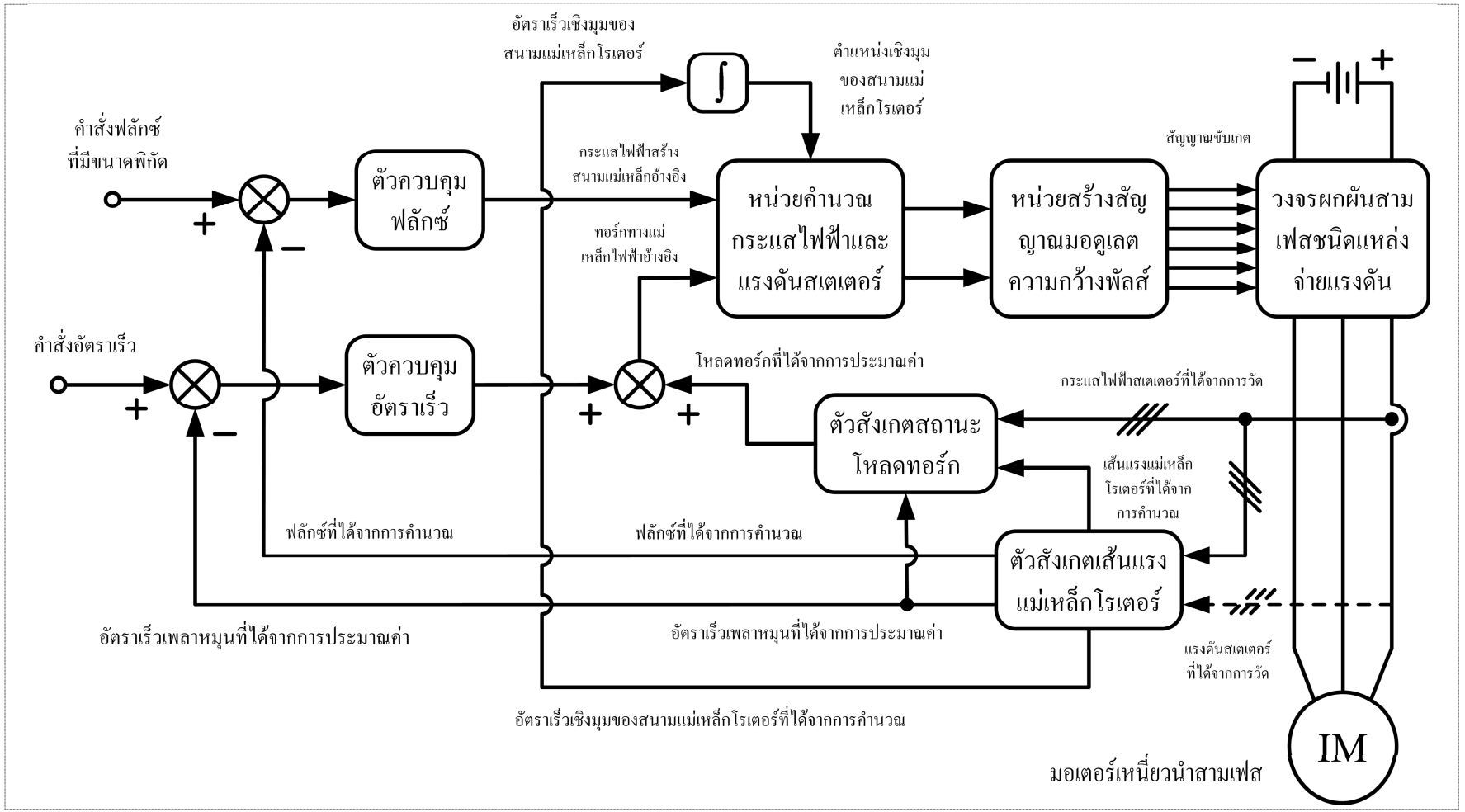
ผลของการสืบค้นเอกสารที่เกี่ยวข้องก่อนหน้านี้ ทำให้ได้ทราบถึงแนวทางของงานวิจัยใหม่ในลำดับต่อไปที่น่าสนใจ กล่าวคือ การพัฒนาตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (หรือตัวสังเกตอัตราเร็ว) โหมดการเลื่อน (โครงสร้างแปรผัน) แบบปรับตัวที่มีโครงสร้างหลักซึ่งพิจารณาพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกน และมีกฎการปรับตัวหรือหน่วยย่อยอื่นที่ทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ (อัตราเร็วเชิงมุมของเพลาหมุน) แบบออนไลน์ โดยใช้แรงดันกระแสสลับสเตเตอร์ที่ได้จากการวัด (หรือการสังเคราะห์ขึ้นใหม่) และกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัดบริเวณปลายขั้วไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสสมดุล เป็นข้อมูลในการประมาณค่า ในขณะที่ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กจะมีโครงสร้างใหม่ในโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวเช่นเดียวกัน และมีกฎการปรับตัวหรือหน่วยย่อยอื่นที่ทำหน้าที่ประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์ โดยใช้อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าและทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์ที่ได้จากการคำนวณ เป็นข้อมูลในการประมาณค่า นั่นคือตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จะป้อนอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้า ถึงตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ซึ่งมีความหมายว่าตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กดังกล่าวจะต่อเรียงกันกับตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอในลักษณะสอง

ตอนหรือสองระยะ รวมถึงการเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟเพื่อใช้วิเคราะห์เสถียรภาพและหาเงื่อนไขที่ทำให้เกิดเสถียรภาพในการทำงานของตัวสังเกตทั้งสองนี้ เมื่อตัวสังเกตทั้งสองมีเสถียรภาพในการคำนวณ จึงมีความเป็นไปได้ที่จะนำตัวสังเกตทั้งสองไปใช้งานจริง ให้เป็นส่วนหนึ่งของวิธีควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ที่รวมพจน์ชดเชยกำลังงานสูญเปล่าในแกนและมีวงป้อนไปหน้าที่ชดเชยการรบกวนของโหลดทอร์กภายนอก ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 2.1

ในส่วนของประเด็นการวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตทั้งสองในกรณีที่อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์หรือโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นในระบบกำลังเปลี่ยนแปลงค่าในสถานะชั่วครู่ และการวิเคราะห์เสถียรภาพในเวลาดิสครีต ฟังก์ชันเลียปูโนฟที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพ คือฟังก์ชันเลียปูโนฟในกรณีที่มอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่ และโหลดทอร์กมีขนาดคงที่ เพราะการระบุเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพ จะมีความชัดเจนเพียงพอในระดับหนึ่ง ซึ่งอาจจะมีโอกาสใช้ทฤษฎีเซตไม่ผันแปรของลาแซลเล ในการอธิบายเพิ่มเติมการเกิดเสถียรภาพดังกล่าวได้อย่างสมบูรณ์ต่อไป

2.5 สรุป

การศึกษางานวิจัยที่เคยปรากฏมาก่อน ทำให้ทราบความรู้เบื้องต้นที่เป็นประโยชน์ ได้แก่ แบบจำลองพลวัตการหมุนเชิงกลของระบบมอเตอร์และโหลดที่มีอันดับหนึ่ง แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสสมดุลที่มีอันดับสี่ซึ่งพิจารณาพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกน และตัวสังเกตสถานะชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว ในขณะที่ความรู้ที่ยังไม่ชัดเจน คือการเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะเมื่อกฎการปรับตัวเปลี่ยนโครงสร้างจากอินทิกรัลเป็นแบบพีไอ (PI) รวมถึงหัวข้อการวิเคราะห์เสถียรภาพในสถานะชั่วครู่และในเวลาดิสครีตโดยใช้วิธีเลียปูโนฟ คือประเด็นที่ยังไม่ได้รับการพิจารณาและอธิบายในบทความชิ้นใดจากการสืบค้น ดังนั้นความรู้และประเด็นดังกล่าว จึงมีความใหม่และเป็นแนวทางในการดำเนินงานวิทยานิพนธ์ต่อไป เพื่อพัฒนาตัวสังเกตอัตราเร็วและตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่มีความเป็นไปได้ในการประยุกต์ใช้งานในวิธีควบคุมแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์วงปิด



รูปที่ 2.1 แผนภาพกรอบเบื้องต้นของระบบควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำวงปิด

บทที่ 3
ตัวสังเกตอัตราเร็วโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว

3.1 กล่าวนำ

เนื่องจากวิธีควบคุมมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ ไม่ใช้งานตัวตรวจรู้เชิงกล เช่น มาตรวัดอัตราเร็ว เอนโค้ดเดอร์ (encoder) รีโซลเวอร์ (resolver) เป็นต้น ที่ทำหน้าที่วัดและป้อนกลับอัตราเร็วรอบเพลาหมุน ทำให้ต้องสร้างหน่วยคำนวณหรือหน่วยประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ โดยมีจุดประสงค์ในการแทนที่ตัวตรวจรู้เชิงกลดังกล่าว ดังนั้นในบทนี้ จึงอธิบายถึงการปรับปรุงหน่วยประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบวงปิดที่มีโครงสร้างของตัวสังเกตสถานะโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว (adaptive sliding-mode) โดยที่แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าสเตเตอร์และโรเตอร์ของมอเตอร์ที่พิจาณากำลังงานสูญเปล่าในแกน จะเป็นส่วนหนึ่งของตัวสังเกตสถานะ ในขณะที่ตัวแปรสถานะคือกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ ตัวสังเกตสถานะข้างต้นต้องการแรงดันสเตเตอร์และกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัด เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการคำนวณตัวแปรสถานะและประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์ นอกจากนี้กฎการปรับตัวและกฎทางลอจิกที่เป็นส่วนสำคัญในเวกเตอร์แก้ไข จะได้รับการสังเคราะห์ขึ้นโดยอาศัยฟังก์ชันเลียปูโนฟ (Lyapunov) ในการตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะ และผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิด จะแสดงถึงความเป็นไปได้ในการประยุกต์ใช้งานตัวสังเกตอัตราเร็ว

3.2 แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำ

ในการพิจารณาใช้แบบจำลองพลวัตของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส ที่มีรูปแบบเป็นสมการปริภูมิสถานะ เรามีข้อสมมุติทางวิศวกรรมว่า มอเตอร์เหนี่ยวนำเป็นชนิดกรงกระรอก มีขดลวดภายในต่อแบบวาย (Y) การกระจายตัวของขดลวดเป็นแบบไซนูซอยด์อย่างสม่ำเสมอ พร้อมกับมีระยะห่างเชิงมุมในแต่ละแกนของขดลวดเท่ากับ 120 องศา รวมถึงวงจรแม่เหล็กมีความเป็นเชิงเส้น ดังนั้นแบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกน สามารถเขียนแสดงในรูปสมการปริภูมิสถานะตามกรอบอ้างอิง (พิกัด) หยุดนิ่ง (fixed reference frame) หรือกรอบอ้างอิงสเตเตอร์ ที่มีการแปลงจากสามเฟสไปเป็นสองเฟสได้ดังนี้ (Kubota and Matsuse, 1992)

$$\dot{x} = Ax + Bv_s + D\psi_r \tag{3-1}$$

$$i_s = Cx \tag{3-2}$$

โดยที่ $x = [\, i_{s\alpha} \;\; i_{s\beta} \;\; \psi_{r\alpha} \;\; \psi_{r\beta} \,]^T$ คือ เวกเตอร์ตัวแปรสถานะของระบบ (มอเตอร์เหนี่ยวนำ) ,

$v_s = [\, v_{s\alpha} \;\; v_{s\beta} \,]^T$ คือ เวกเตอร์แรงดันกระแสสลับสเตเตอร์หรือเวกเตอร์ตัวแปรอินพุตที่ป้อนให้กับระบบ (โวลต์) ,

$i_s = [\, i_{s\alpha} \;\; i_{s\beta} \,]^T$ คือ เวกเตอร์กระแสไฟฟ้าสเตเตอร์หรือเวกเตอร์ตัวแปรเอาต์พุตของระบบ (แอมแปร์) ,

$\psi_r = [\, \psi_{r\alpha} \;\; \psi_{r\beta} \,]^T$ คือ เวกเตอร์ (การคล้อง) ของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (เวเบอร์, Wb) ,

α , β คือ ตัวห้อยที่แสดงถึงปริมาณในแกนนอนและในแกนตั้งของกรอบอ้างอิงหยุดนิ่งตามลำดับ ,

$C = [\, I \;\; 0 \,]$,

I คือ เมตริกซ์เอกลักษณ์การคูณที่มีมิติ 2×2 ,

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} ,$$

$B = [\, B_1 \;\; 0 \,]^T$,

$D = [\, D_1 \;\; D_2 \,]^T$,

$$A_{11} = a_{r11} I = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(R_s + \frac{M^2 R_r}{L_r^2} \right) I \ ,$$

$$A_{12} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{R_r}{L_r} I - \omega_r J \right) ,$$

$$A_{21} = \frac{M R_r}{L_r} I \ ,$$

$$A_{22} = -\varepsilon A_{12} = -\frac{R_r}{L_r} I + \omega_r J \ ,$$

$$B_1 = \frac{1}{\sigma L_s} I \ ,$$

$$D_1 = -\frac{R_m \left(L_r - sM \right)}{\varepsilon M L_r} I \ ,$$

$$D_2 = -\frac{s R_m}{L_r} I \ ,$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r} > 0 \ ,$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma L_s L_r}{M} > 0 \ ,$$

$$s = \frac{\omega_{sl}}{\omega_s} = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \ ,$$

$$\omega_m = \frac{2\omega_r}{p} \ ,$$

$$\omega_s = 2\pi f_s \ ,$$

R_s คือ ค่าความต้านทานของชุดขดลวดสเตเตอร์ (โอห์ม) ,

R_r คือ ค่าความต้านทานของชุดขดลวดโรเตอร์ (โอห์ม) ,

L_s คือ ค่าความเหนี่ยวนำเฉพาะตัวสเตเตอร์ (เฮนรี) ,

L_r คือ ค่าความเหนี่ยวนำเฉพาะตัวโรเตอร์ (เฮนรี) ,

M คือ ค่าความเหนี่ยวนำร่วม (เฮนรี) ,

R_m คือ ค่าความต้านทาน (โอห์ม) ของตัวต้านทานที่แทนกำลังงานสูญเปล่าในแกนที่เชื่อมต่อแบบอนุกรมกับตัวเหนี่ยวนำร่วม ,

σ คือ ตัวประกอบของฟลักซ์รั่วรวม ,

s คือ สลิป ,

ω_s คือ อัตราเร็วเชิงมุมหลักมูลของการกระตุ้นสเตเตอร์ (เรเดียนต่อวินาที) ,

f_s คือ ความถี่หลักมูลของการกระตุ้นสเตเตอร์ (เฮิรตซ์) ,

ω_{sl} คือ อัตรา เร็วเชิงมุมสลิป (เรเดียนต่อวินาที) ,

ω_r คือ อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ (เรเดียนต่อวินาที) ,

ω_m คือ อัตราเร็วเชิงมุมทางกลหรืออัตราเร็วเชิงมุมเพลาหมุน (เรเดียนต่อวินาที) , และ

p คือ จำนวนโพล ของมอเตอร์เหนี่ยวนำ

พจน์สุดท้ายทางด้านขวามือของสมการที่ (3-1) เป็นพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกน ค่าความต้านทานของชุดขดลวดสเตเตอร์และค่าความต้านทานของชุดขดลวดโรเตอร์อาจเปลี่ยนแปลงไปตามอุณหภูมิภายในมอเตอร์และปรากฏการณ์ทางผิวของตัวนำ (skin effect) รวมถึงค่าความต้านทานที่แทนกำลังงานสูญเปล่าในแกน อาจจะเปลี่ยนแปลงไปตามความถี่หลักมูลของการกระตุ้น

สเตเตอร์และขนาดของเส้นแรงแม่เหล็กที่เกิดขึ้นภายในมอเตอร์ จากนั้นแบ่งสมการที่ (3-1) ออกเป็นส่วนสเตเตอร์และส่วนโรเตอร์ จะได้ว่า

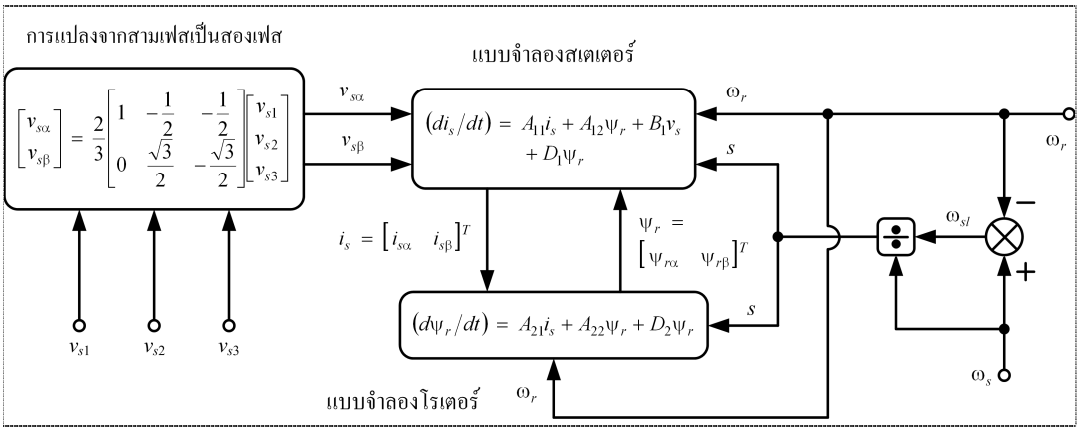
$$\left(di_s/dt\right) = A_{11}i_s + A_{12}\psi_r + B_1 v_s + D_1\psi_r \tag{3-3}$$

$$\left(d\psi_r/dt\right) = A_{21}i_s + A_{22}\psi_r + D_2\psi_r \tag{3-4}$$

โดยที่ t คือ เวลาที่ผ่านไป (วินาที)

แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส จะแสดงได้ในรูปที่ 3.1 และแรงดันกระแสสลับสเตเตอร์สามเฟส v_{s1} , v_{s2} , v_{s3} (โวลต์) จะถูกแปลงเป็นแรงดันสเตเตอร์สองเฟส $v_{s\alpha}$, $v_{s\beta}$ (โวลต์) ได้ดังนี้ (Holtz, 2002)

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{s1} \\ v_{s2} \\ v_{s3} \end{bmatrix} \tag{3-5}$$



รูปที่ 3.1 แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส

3.3 ตัวสังเกตอัตราเร็วที่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกน

ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ (Chern and Chang, 1998) ตัวสังเกตอัตราเร็วหรือตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์โหมดการเลื่อนแบบปรับตัวไม่มีการพิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ ทำให้เกิดแนวคิดในการปรับปรุงตัวสังเกตสถานะดังกล่าวในโครงสร้างใหม่ให้พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกน เพื่อเพิ่มความถูกต้องในการคำนวณเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ ตลอดจนให้มีความคงทนต่อการรบกวนภายนอก

สมมุติว่ามอเตอร์เหนี่ยวนำมีพลวัตของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เปลี่ยนแปลงช้ากว่าการเปลี่ยนแปลงของพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้า อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์สามารถพิจารณาให้เป็นค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ เมื่อกำหนดให้แรงดันสเตเตอร์และกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์คือปริมาณที่สามารถวัดได้เท่านั้น ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) ชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกนและมีหน้าที่คำนวณกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในเวลาเดียวกัน จะมีโครงสร้างหลักที่เหมือนกับแบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าในสมการที่ (3-3) และ (3-4) ซึ่งเขียนแสดงได้เป็น

$$\left(d\hat{i}_s/dt\right) = \hat{A}_{11}\hat{i}_s + \hat{A}_{12}\hat{\psi}_r + B_1 v_s + \hat{D}_1\hat{\psi}_r + U_o \tag{3-6}$$

$$\left(d\hat{\psi}_r/dt\right) = \hat{A}_{21}\hat{i}_s + \hat{A}_{22}\hat{\psi}_r + \hat{D}_2\hat{\psi}_r \tag{3-7}$$

โดยที่ เครื่องหมาย '^' มีความหมายถึงค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์หรือเวกเตอร์ตัวแปรสถานะที่ได้จากการคำนวณ ,

$\hat{i}_s = \left[\hat{i}_{s\alpha} \;\; \hat{i}_{s\beta}\right]^T$,

$\hat{\psi}_r = \left[\hat{\psi}_{r\alpha} \;\; \hat{\psi}_{r\beta}\right]^T$,

$\hat{A}_{11} = \hat{a}_{r11} I = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(\hat{R}_s + \frac{M^2 \hat{R}_r}{L_r^2}\right) I$,

$\hat{A}_{12} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\hat{R}_r}{L_r} I - \hat{\omega}_r J\right)$,

$\hat{A}_{21} = \frac{M\hat{R}_r}{L_r} I$,

$\hat{A}_{22} = -\varepsilon\hat{A}_{12} = -\frac{\hat{R}_r}{L_r} I + \hat{\omega}_r J$,

$$\hat{D}_1 = -\frac{\hat{R}_m\left(L_r - \hat{s}M\right)}{\varepsilon M L_r} I \ ,$$

$$\hat{D}_2 = -\frac{\hat{s}\hat{R}_m}{L_r} I \ ,$$

$$\hat{s} = \frac{\hat{\omega}_{sl}}{\omega_s} = \frac{\omega_s - \hat{\omega}_r}{\omega_s} \ ,$$

$$\hat{\omega}_m = \frac{2\hat{\omega}_r}{p} \ , \text{ และ}$$

U_o คือ เวกเตอร์แก้ไข (correction vector) เพื่อชดเชยความผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณตัวแปรสถานะ

ต่อมาแสดงความผิดพลาดระหว่างเวกเตอร์ของระบบและเวกเตอร์ที่ได้จากการคำนวณ และความผิดพลาดระหว่างค่าพารามิเตอร์ของระบบและค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า กล่าวคือ $e_i = \begin{bmatrix} e_{i\alpha} \\ e_{i\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} - \hat{i}_{s\alpha} \\ i_{s\beta} - \hat{i}_{s\beta} \end{bmatrix}$, $e_\psi = \begin{bmatrix} e_{\psi\alpha} \\ e_{\psi\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{r\alpha} - \hat{\psi}_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} - \hat{\psi}_{r\beta} \end{bmatrix}$, $\Delta R_s = R_s - \hat{R}_s$, $\Delta R_r = R_r - \hat{R}_r$, $\Delta R_m = R_m - \hat{R}_m$, และ $\Delta\omega_r = \omega_r - \hat{\omega}_r$ และสมการที่อธิบายความผิดพลาดระหว่างระบบและตัวสังเกตสถานะอาจเขียนแสดงได้ว่า

$$\dot{e}_i = A_{11} e_i + \left(A_{12} + D_1\right) e_\psi + \Delta A_{11} \hat{i}_s + \left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right) \hat{\psi}_r - U_o \tag{3-8}$$

$$\dot{e}_\psi = A_{21} e_i + \left(A_{22} + D_2\right) e_\psi + \Delta A_{21} \hat{i}_s + \left(\Delta A_{22} + \Delta D_2\right) \hat{\psi}_r \tag{3-9}$$

โดยที่ $A_{12} + D_1 = \frac{1}{\varepsilon}\left\{\left[\frac{R_r}{L_r} - \frac{R_m\left(L_r - sM\right)}{ML_r}\right] I - \omega_r J\right\}$,

$$\Delta A_{11} = \left(a_{r11} - \hat{a}_{r11}\right) I = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(\Delta R_s + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r\right) I \ ,$$

$$\Delta A_{12} + \Delta D_1 = \frac{1}{\varepsilon}\left\{\left[\frac{\Delta R_r}{L_r} - \frac{L_r - \hat{s}M}{ML_r}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right] I - \Delta\omega_r J\right\} \ ,$$

$$A_{22} + D_2 = -\frac{1}{L_r}\left(R_r + sR_m\right) I + \omega_r J \ ,$$

$$\Delta A_{21} = \frac{M}{L_r}\Delta R_r I \ , \text{ และ}$$

$$\Delta A_{22} + \Delta D_2 = -\frac{1}{L_r}\left(\Delta R_r + \hat{s}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s}\Delta\omega_r\right)I + \Delta\omega_r J$$

ต่อมานิยามอินทิกรัลของเวกเตอร์ความผิดพลาดกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ในสมการที่ (3-10) และเวกเตอร์พื้นผิว (surface vector) ในรูปแบบเวกเตอร์ความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์และอินทิกรัลของเวกเตอร์ความผิดพลาดกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ ในสมการที่ (3-11) ได้ดังนี้ (Chern and Chang, 1998)

$$\dot{z}_i = -e_i \tag{3-10}$$

$$S_i = e_i - K z_i \tag{3-11}$$

โดยที่ $z_i = [\, z_{i\alpha} \;\; z_{i\beta} \,]^T$,

$S_i = [\, s_{i\alpha} \;\; s_{i\beta} \,]^T$,

$K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}$, และ

K คือ เมตริกซ์เกนพื้นผิวที่มีคุณสมบัติจำกัดบวก ($k_1 > 0$ และ $k_2 > 0$)

จากนั้นดำเนินการหาอนุพันธ์ของเวกเตอร์พื้นผิวเทียบกับเวลาในสมการที่ (3-11) และแทนค่าจากสมการที่ (3-8) และสมการที่ (3-10) ลงในสมการของอนุพันธ์เวกเตอร์พื้นผิว จะได้ว่า

$$\dot{S}_i = \left(A_{11} + K\right)e_i + \left(A_{12} + D_1\right)e_\psi + \Delta A_{11}\hat{i}_s + \left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r - U_o \tag{3-12}$$

โดยที่ $(A_{12} + D_1)e_\psi$ คือ พจน์ที่ไม่ทราบค่า เพราะเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดขึ้นภายในมอเตอร์เหนี่ยวนำ $\psi_{r\alpha}$, $\psi_{r\beta}$ เป็นปริมาณที่ไม่สามารถเข้าถึงได้ รวมถึงการไม่ใช้งานตัวตรวจรู้วัดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และการคำนวณสลิป ทำให้พจน์นี้ถูกขยายได้เป็น

$$\left(A_{12} + D_1\right)e_\psi = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{R_r}{L_r} - \frac{R_m\left(L_r - sM\right)}{ML_r}\right\}e_{\psi\alpha} + \frac{\omega_r}{\varepsilon}e_{\psi\beta} \\ \frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{R_r}{L_r} - \frac{R_m\left(L_r - sM\right)}{ML_r}\right\}e_{\psi\beta} - \frac{\omega_r}{\varepsilon}e_{\psi\alpha} \end{bmatrix} \tag{3-13}$$

กำหนดให้เวกเตอร์แก้ไขถูกแยกออกเป็นส่วนประกอบดังนี้

$$U_o = \Phi_1 e_i + \Phi_2 K z_i + \Lambda \tag{3-14}$$

โดยที่ $\Phi_1 = \begin{bmatrix} \phi_{1\alpha} & 0 \\ 0 & \phi_{1\beta} \end{bmatrix}$,

$\Phi_2 = \begin{bmatrix} \phi_{2\alpha} & 0 \\ 0 & \phi_{2\beta} \end{bmatrix}$, และ

$\Lambda = [\ \Lambda_\alpha \quad \Lambda_\beta\ ]^T$ คือ เมตริกซ์เกนแก้ไข

ต่อมาเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟที่ใช้หาค่าเกนแก้ไขและกฎการปรับตัวที่ทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์ เพื่อรักษาเสถียรภาพในการคำนวณของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) กล่าวคือ

$$V_1 = \frac{1}{2} S_i^T S_i + \frac{\Delta R_s^2}{2\sigma L_s \lambda_1} + \frac{\Delta R_r^2}{2\varepsilon L_r \lambda_2} + \frac{\Delta R_m^2}{2\varepsilon M L_r \lambda_3} + \frac{\Delta \omega_r^2}{2\varepsilon \lambda_4} \geq 0 \tag{3-15}$$

โดยที่ λ_1 , λ_2 , λ_3 , และ λ_4 คือ ค่าเกนปรับตัวคงที่ที่มีค่าบวก

จากนั้นดำเนินการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ที่เทียบกับเวลา จะเขียนได้เป็น

$$\dot{V}_1 = S_i^T \dot{S}_i - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_s}{\lambda_1}\right) - \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_r}{\lambda_2}\right) - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_m}{\lambda_3}\right) - \frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{\lambda_4}\right) \tag{3-16}$$

ต่อมาแทนค่าจากสมการที่ (3-12) และสมการที่ (3-14) ลงในสมการที่ (3-16) และพิจารณาให้ค่าพารามิเตอร์ R_s , R_r , R_m และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ ω_r มีค่าคงที่โดยประมาณเมื่อเปรียบเทียบกับพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำ ($\dot{R}_s \approx 0$, $\dot{R}_r \approx 0$, $\dot{R}_m \approx 0$, และ $\dot{\omega}_r \approx 0$) นั่นคืออนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ที่เทียบกับเวลา จะถูกเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_1 \;=\; & \left(a_{r11} + k_1 - \phi_{1\alpha} \right) s_{i\alpha} e_{i\alpha} + \left(a_{r11} + k_2 - \phi_{1\beta} \right) s_{i\beta} e_{i\beta} \\
& + \left(f_1 - \Lambda_\alpha \right) s_{i\alpha} + \left(f_2 - \Lambda_\beta \right) s_{i\beta} - \phi_{2\alpha} k_1 s_{i\alpha} z_{i\alpha} - \phi_{2\beta} k_2 s_{i\beta} z_{i\beta} \\
& - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s} \left[\frac{\dot{\hat{R}}_s}{\lambda_1} + \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) \right] \\
& - \frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon} \left[\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{\lambda_4} + \left(s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\beta} \right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r} \left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right] \\
& - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r} \left[\frac{\dot{\hat{R}}_m}{\lambda_3} + \left(L_r - \hat{s} M \right) \left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right] \\
& - \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r} \left\{ \frac{\dot{\hat{R}}_r}{\lambda_2} - \left[\left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) - M \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) \right] \right\}
\end{aligned}
\tag{3-17}
$$

เงื่อนไขสำคัญที่ทำให้ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์มีเสถียรภาพในการทำงาน คือ $\dot{V}_1$ ต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ทำให้สี่พจน์สุดท้ายทางด้านขวามือในสมการที่ (3-17) ต้องมีค่าเท่ากับศูนย์ ในขณะที่พจน์ที่เหลือทุกพจน์ต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา กล่าวคือ

$$
\frac{\Delta R_s}{\sigma L_s} \left[\frac{\dot{\hat{R}}_s}{\lambda_1} + \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) \right] = 0 \tag{3-18}
$$

$$
\frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r} \left\{ \frac{\dot{\hat{R}}_r}{\lambda_2} - \left[\left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) - M \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) \right] \right\} = 0 \tag{3-19}
$$

$$
\frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r} \left[\frac{\dot{\hat{R}}_m}{\lambda_3} + \left(L_r - \hat{s} M \right) \left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right] = 0 \tag{3-20}
$$

$$
\frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon} \left[\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{\lambda_4} + \left(s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\beta} \right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r} \left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right] = 0 \tag{3-21}
$$

เนื่องจาก ΔR_s , ΔR_r , ΔR_m , และ $\Delta\omega_r$ อาจจะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ จึงกำหนดให้พจน์ที่อยู่ในวงเล็บต่าง ๆ นั้นเป็นศูนย์ นั่นคือ

$$\frac{\dot{\hat{R}}_s}{\lambda_1} + \left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) = 0 \tag{3-22}$$

$$\frac{\dot{\hat{R}}_r}{\lambda_2} - \left[\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) - M\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right)\right] = 0 \tag{3-23}$$

$$\frac{\dot{\hat{R}}_m}{\lambda_3} + \left(L_r - \hat{s}M\right)\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) = 0 \tag{3-24}$$

$$\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{\lambda_4} + \left(s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}\right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) = 0 \tag{3-25}$$

ต่อมาจัดรูปสมการที่ (3-22) , (3-23) , (3-24) , และ (3-25) ใหม่ จะได้ว่า

$$\left(d\hat{R}_s/dt\right) = \dot{\hat{R}}_s = -\lambda_1\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) \tag{3-26}$$

$$\left(d\hat{R}_r/dt\right) = \dot{\hat{R}}_r = \lambda_2\left[\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) - M\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right)\right] \tag{3-27}$$

$$\left(d\hat{R}_m/dt\right) = \dot{\hat{R}}_m = -\lambda_3\left(L_r - \hat{s}M\right)\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) \tag{3-28}$$

$$\left(d\hat{\omega}_r/dt\right) = \dot{\hat{\omega}}_r = \lambda_4\left[\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta} - s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha}\right) - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)\right] \tag{3-29}$$

เป็นผลให้ได้รับกฎการปรับตัวที่มีรูปแบบอินทิกรัลในครั้งแรก

$$\hat{R}_s = \hat{R}_{s0} - \lambda_1 \int_0^t \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) d\tau \tag{3-30}$$

$$\hat{R}_r = \hat{R}_{r0} + \lambda_2 \int_0^t \left\{ s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} - M \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) \right\} d\tau \tag{3-31}$$

$$\hat{R}_m = \hat{R}_{m0} - \lambda_3 \int_0^t \left\{ \left(L_r - \hat{s}M \right) \left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right\} d\tau \tag{3-32}$$

$$\hat{\omega}_r = \hat{\omega}_{r0} + \lambda_4 \int_0^t \left\{ s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\beta} - s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\alpha} - \frac{R_m}{\omega_s L_r} \left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right\} d\tau \tag{3-33}$$

ต่อมาแก้ไขกฎการปรับตัวนี้ให้มีรูปแบบของตัวควบคุมพีไอ เพื่อเพิ่มสมรรถนะของการประมาณค่าพารามิเตอร์และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ (Vas, 1998) นั่นคือ

$$\hat{R}_s = \hat{R}_{s0} - k_{sp} \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) - k_{si} \int_0^t \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) d\tau \tag{3-34}$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_r = {} & \hat{R}_{r0} + k_{rp} \left\{ s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} - M \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) \right\} \\ & + k_{ri} \int_0^t \left\{ s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} - M \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) \right\} d\tau \end{aligned} \tag{3-35}$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_m = {} & \hat{R}_{m0} - k_{mp} \left(L_r - \hat{s}M \right) \left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \\ & - k_{mi} \int_0^t \left\{ \left(L_r - \hat{s}M \right) \left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right\} d\tau \end{aligned} \tag{3-36}$$

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_r &= \hat{\omega}_{r0} + k_{\omega p}\left\{ s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta} - s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)\right\} \\ &\quad + k_{\omega i}\int_0^t \left\{ s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta} - s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)\right\} d\tau\end{aligned} \tag{3-37}$$

โดยที่ k_{sp} , k_{rp} , k_{mp} , $k_{\omega p}$ คือ ค่าเกนสัดส่วนที่มีค่าเป็นบวก ,

k_{si} , k_{ri} , k_{mi} , $k_{\omega i}$ คือ ค่าเกนอินทิกรัลที่มีค่าเป็นบวก , และ

$\hat{R}_{s0}$, $\hat{R}_{r0}$, $\hat{R}_{m0}$, $\hat{\omega}_{r0}$ คือ ค่าเริ่มต้นในการประมาณ $\hat{R}_s$, $\hat{R}_r$, $\hat{R}_m$, $\hat{\omega}_r$ ตามลำดับ

(หัวข้อ 5.1 ในบทที่ 5 จะอธิบายว่า เมื่อกฎการปรับตัวมีรูปแบบที่เปลี่ยนแปลงจากอินทิกรัลเป็นตัวควบคุมพีไอ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ยังคงมีเสถียรภาพ) เมื่อพิจารณาตามลำดับพัฒนาการที่ผ่านมา สมการที่ (3-17) อาจเขียนแสดงได้ว่า

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \left(a_{r11} + k_1 - \phi_{1\alpha}\right)s_{i\alpha}e_{i\alpha} + \left(a_{r11} + k_2 - \phi_{1\beta}\right)s_{i\beta}e_{i\beta} + \\ &\quad + \left(f_1 - \Lambda_\alpha\right)s_{i\alpha} + \left(f_2 - \Lambda_\beta\right)s_{i\beta} - \phi_{2\alpha}k_1 s_{i\alpha}z_{i\alpha} - \phi_{2\beta}k_2 s_{i\beta}z_{i\beta}\end{aligned} \tag{3-38}$$

เมื่อฟังก์ชันเลียปูโนฟมีเงื่อนไข $V_1 \geq 0$ และ $\dot{V}_1 \leq 0$ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จะมีเสถียรภาพในการคำนวณ และถ้าต้องการให้ $\dot{V}_1 \leq 0$ ตลอดเวลา จะกำหนดให้พจน์ทุกพจน์ทางด้านขวามือของสมการที่ (3-38) มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\begin{aligned}&(a_{r11} + k_1 - \phi_{1\alpha})\, s_{i\alpha}e_{i\alpha} \leq 0\,, \quad (a_{r11} + k_2 - \phi_{1\beta})\, s_{i\beta}e_{i\beta} \leq 0\,, \\ &-\phi_{2\alpha}k_1 s_{i\alpha}z_{i\alpha} \leq 0\,, \qquad -\phi_{2\beta}k_2 s_{i\beta}z_{i\beta} \leq 0\,, \\ &(f_1 - \Lambda_\alpha)\, s_{i\alpha} \leq 0\,, \quad \text{และ} \quad (f_2 - \Lambda_\beta)\, s_{i\beta} \leq 0\end{aligned} \tag{3-39}$$

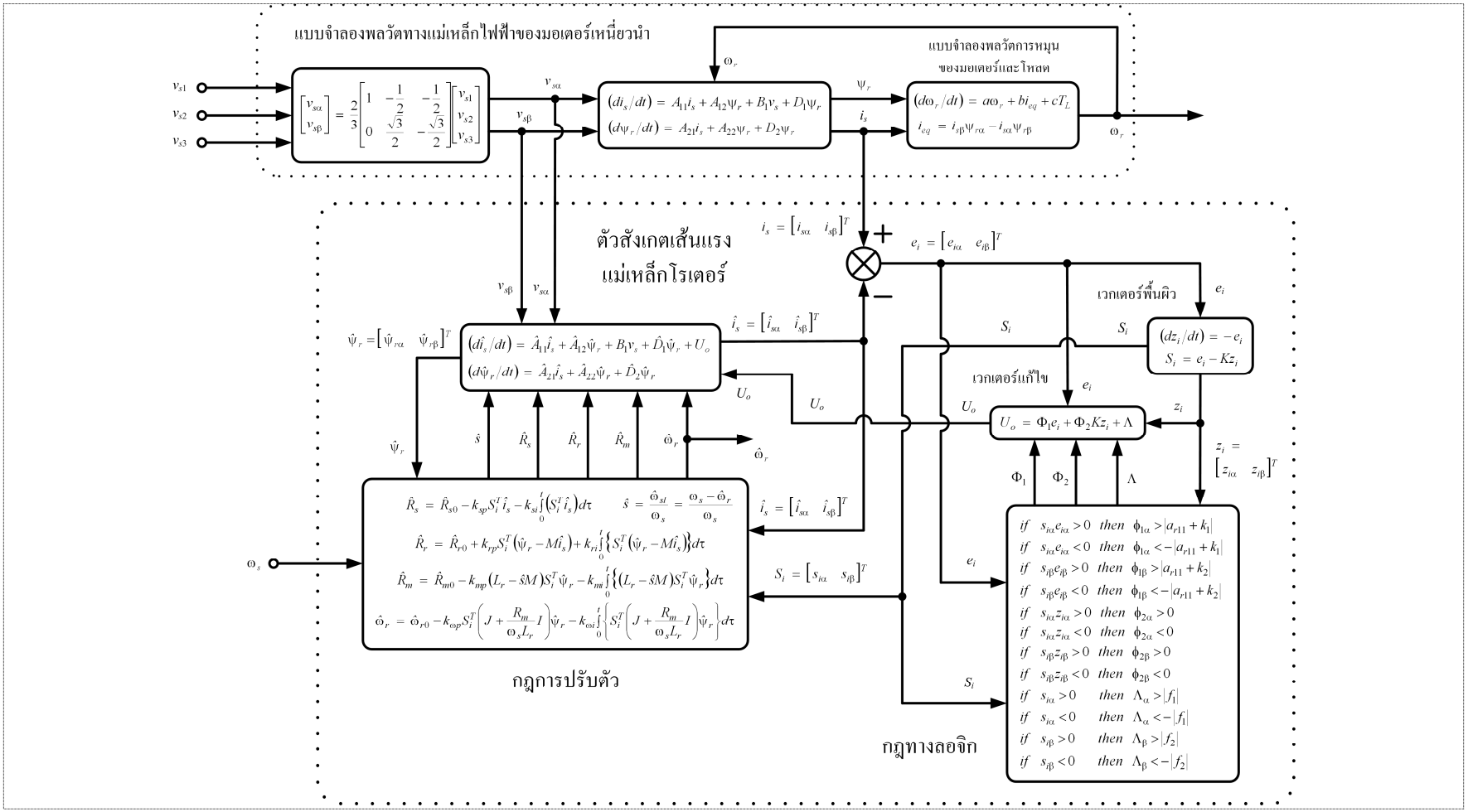
จากนั้นเขียนและกระจายรูปแบบของอสมการที่ (3-39) เสียใหม่ จะได้กฎทางลอจิกจำนวนหนึ่งซึ่งทำให้เวกเตอร์พื้นผิว S_i มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ในสถานะอยู่ตัว ดังต่อไปนี้

$$
\begin{aligned}
&\text{ถ้า } s_{i\alpha}e_{i\alpha} > 0 \quad \text{แล้ว } \phi_{1\alpha} = \phi_{1\alpha+} > |a_{r11} + k_1|, \\
&\text{ถ้า } s_{i\alpha}e_{i\alpha} < 0 \quad \text{แล้ว } \phi_{1\alpha} = \phi_{1\alpha-} < -|a_{r11} + k_1|, \\
&\text{ถ้า } s_{i\beta}e_{i\beta} > 0 \quad \text{แล้ว } \phi_{1\beta} = \phi_{1\beta+} > |a_{r11} + k_2|, \\
&\text{ถ้า } s_{i\beta}e_{i\beta} < 0 \quad \text{แล้ว } \phi_{1\beta} = \phi_{1\beta-} < -|a_{r11} + k_2|, \\
&\text{ถ้า } s_{i\alpha}z_{i\alpha} > 0 \quad \text{แล้ว } \phi_{2\alpha} = \phi_{2\alpha+} > 0, \\
&\text{ถ้า } s_{i\alpha}z_{i\alpha} < 0 \quad \text{แล้ว } \phi_{2\alpha} = \phi_{2\alpha-} < 0, \\
&\text{ถ้า } s_{i\beta}z_{i\beta} > 0 \quad \text{แล้ว } \phi_{2\beta} = \phi_{2\beta+} > 0, \\
&\text{ถ้า } s_{i\beta}z_{i\beta} < 0 \quad \text{แล้ว } \phi_{2\beta} = \phi_{2\beta-} < 0, \\
&\text{ถ้า } s_{i\alpha} > 0 \quad \text{แล้ว } \Lambda_{\alpha} = \Lambda_{\alpha+} > |f_1|, \\
&\text{ถ้า } s_{i\alpha} < 0 \quad \text{แล้ว } \Lambda_{\alpha} = \Lambda_{\alpha-} < -|f_1|, \\
&\text{ถ้า } s_{i\beta} > 0 \quad \text{แล้ว } \Lambda_{\beta} = \Lambda_{\beta+} > |f_2|, \text{ และ} \\
&\text{ถ้า } s_{i\beta} < 0 \quad \text{แล้ว } \Lambda_{\beta} = \Lambda_{\beta-} < -|f_2|
\end{aligned}
\tag{3-40}
$$

ในทางปฏิบัติ การเลือกค่าเกนแก้ไขใช้วิธีลองผิดลองถูก (trials and errors) เพื่อให้ได้รับ $s_{i\alpha}$, $s_{i\beta}$, $z_{i\alpha}$, $z_{i\beta}$, $e_{i\alpha}$, และ $e_{i\beta}$ มีขนาดลดลงลู่เข้าหาศูนย์ภายในช่วงระยะเวลาที่กำหนดช่วงหนึ่ง โครงสร้างของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์โหมดการเลื่อนแบบปรับตัวแสดงได้ดังรูปที่ 3.2 ซึ่งอธิบายได้ว่า ถ้าหน่วยประมวลผลดิจิตอล เช่น ไมโครคอนโทรลเลอร์หรือดีเอสพี ทำหน้าที่เป็นตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ดังกล่าว ในแต่ละครั้งของการสุ่มวัด เวกเตอร์ความผิดพลาดระหว่างกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัดและกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการคำนวณ จะถูกอินทิเกรตในลำดับแรก เพื่อคำนวณเวกเตอร์พื้นผิวในลำดับต่อไป จากนั้นกฎทางลอจิกจะตัดสินใจเลือกค่าเกนแก้ไขที่ตรงกับเงื่อนไขที่เป็นจริง และป้อนค่าเกนแก้ไขนี้ถึงเวกเตอร์แก้ไข ในขณะที่กฎการปรับตัวจะได้รับเวกเตอร์พื้นผิว กระแสไฟฟ้าสเตเตอร์และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ ต่อมาโครงสร้างหลักของตัวสังเกตสถานะนี้จะได้รับแรงดันสเตเตอร์จากการวัด เวกเตอร์แก้ไข ค่าพารามิเตอร์ อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ และสลิปที่เกิดจากการประมาณค่า เพื่อคำนวณกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ของการสุ่มวัดในครั้งถัดไป

3.4 เสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ

เมื่อพิจารณาตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวเป็นระบบพลวัตที่มีรูปแบบของระบบนันออโทโนมัส (non-autonomous systems) ทฤษฎีบทที่ปรากฏใน



รูปที่ 3.2 แผนภาพโครงสร้างของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) ที่นำเสนอ

เอกสารอ้างอิง (Kalman and Bertram, 1960) จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพ โดยที่ภาคผนวก ข ได้นำเสนอทฤษฎีบทบางส่วนที่เกี่ยวข้อง การวิเคราะห์เสถียรภาพนี้จึงเริ่มต้นจากการจัดรูปสมการที่ (3-11) ใหม่ได้ดังนี้

$$e_i = S_i + Kz_i \tag{3-41}$$

เมื่อแทนค่า e_i จากสมการที่ (3-41) ลงในอนุพันธ์ของเวกเตอร์พื้นผิวในสมการที่ (3-12) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\dot{S}_i = {} & (A_{11}+K)S_i + (A_{11}+K)Kz_i + (A_{12}+D_1)e_\psi \\ & + \Delta A_{11}\hat{i}_s + (\Delta A_{12}+\Delta D_1)\hat{\psi}_r - U_o\end{aligned} \tag{3-42}$$

ต่อมาพิจารณากฎทางลอจิกที่ (3-40) ทำให้เขียนค่าเกนแก้ไขในอีกรูปแบบหนึ่งได้เป็น

$$\phi_{1\alpha} = |\phi_{1\alpha}|\mathrm{sgn}(s_{i\alpha}e_{i\alpha}) = |\phi_{1\alpha}|\frac{s_{i\alpha}e_{i\alpha}}{|s_{i\alpha}e_{i\alpha}|}\ , \quad \phi_{1\beta} = |\phi_{1\beta}|\mathrm{sgn}(s_{i\beta}e_{i\beta}) = |\phi_{1\beta}|\frac{s_{i\beta}e_{i\beta}}{|s_{i\beta}e_{i\beta}|}\ ,$$

$$\phi_{2\alpha} = |\phi_{2\alpha}|\mathrm{sgn}(s_{i\alpha}z_{i\alpha}) = |\phi_{2\alpha}|\frac{s_{i\alpha}z_{i\alpha}}{|s_{i\alpha}z_{i\alpha}|}\ , \quad \phi_{2\beta} = |\phi_{2\beta}|\mathrm{sgn}(s_{i\beta}z_{i\beta}) = |\phi_{2\beta}|\frac{s_{i\beta}z_{i\beta}}{|s_{i\beta}z_{i\beta}|}\ ,$$

$$\Lambda_\alpha = |\Lambda_\alpha|\mathrm{sgn}(s_{i\alpha}) = |\Lambda_\alpha|\frac{s_{i\alpha}}{|s_{i\alpha}|}\ , \text{ และ } \quad \Lambda_\beta = |\Lambda_\beta|\mathrm{sgn}(s_{i\beta}) = |\Lambda_\beta|\frac{s_{i\beta}}{|s_{i\beta}|}$$

จากนั้นแทนค่าเกนแก้ไขชุดนี้ ลงในเวกเตอร์แก้ไขในสมการที่ (3-14) จะได้ว่า

$$U_o(S_i) = \begin{bmatrix} |\phi_{1\alpha}|\frac{s_{i\alpha}e_{i\alpha}}{|s_{i\alpha}e_{i\alpha}|}e_{i\alpha} + |\phi_{2\alpha}|\frac{s_{i\alpha}z_{i\alpha}}{|s_{i\alpha}z_{i\alpha}|}k_1 z_{i\alpha} + |\Lambda_\alpha|\frac{s_{i\alpha}}{|s_{i\alpha}|} \\ |\phi_{1\beta}|\frac{s_{i\beta}e_{i\beta}}{|s_{i\beta}e_{i\beta}|}e_{i\beta} + |\phi_{2\beta}|\frac{s_{i\beta}z_{i\beta}}{|s_{i\beta}z_{i\beta}|}k_2 z_{i\beta} + |\Lambda_\beta|\frac{s_{i\beta}}{|s_{i\beta}|} \end{bmatrix}$$

$$U_o(S_i) = \begin{bmatrix} \varphi_\alpha & 0 \\ 0 & \varphi_\beta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s_{i\alpha} \\ s_{i\beta} \end{bmatrix} = \varphi_u S_i \tag{3-43}$$

โดยที่ $\varphi_\alpha = \frac{|\phi_{1\alpha}|}{|s_{i\alpha}e_{i\alpha}|}e_{i\alpha}^2 + \frac{k_1|\phi_{2\alpha}|}{|s_{i\alpha}z_{i\alpha}|}z_{i\alpha}^2 + \frac{|\Lambda_\alpha|}{|s_{i\alpha}|} \geq 0$,

$$\varphi_\beta = \frac{\left|\phi_{1\beta}\right|}{\left|s_{i\beta}e_{i\beta}\right|}e_{i\beta}^2 + \frac{k_2\left|\phi_{2\beta}\right|}{\left|s_{i\beta}z_{i\beta}\right|}z_{i\beta}^2 + \frac{\left|\Lambda_\beta\right|}{\left|s_{i\beta}\right|} \geq 0 \text{ , และ}$$

$$\varphi_u = \begin{bmatrix} \varphi_\alpha & 0 \\ 0 & \varphi_\beta \end{bmatrix}$$

เมื่อแทนค่า U_o จากสมการที่ (3-43) ลงในสมการที่ (3-42) และเขียนอนุพันธ์ของเวกเตอร์พื้นผิว พร้อมกับกฎการปรับตัวในสมการที่ (3-26) ถึง (3-29) ใหม่อีกครั้งหนึ่ง จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\dot{S}_i &= \left(A_{11} + K - \varphi_u\right)S_i + \left(A_{11} + K\right)Kz_i \\ &\quad + \left(A_{12} + D_1\right)e_\psi + \Delta A_{11}\hat{i}_s + \left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r\end{aligned} \tag{3-44}$$

$$\Delta\dot{R}_s = -\dot{\hat{R}}_s = \lambda_1 S_i^T \hat{i}_s \tag{3-45}$$

$$\Delta\dot{R}_r = -\dot{\hat{R}}_r = -\lambda_2 S_i^T\left(\hat{\psi}_r - M\hat{i}_s\right) \tag{3-46}$$

$$\Delta\dot{R}_m = -\dot{\hat{R}}_m = \lambda_3\left(L_r - \hat{s}M\right)S_i^T\hat{\psi}_r \tag{3-47}$$

$$\Delta\dot{\omega}_r = -\dot{\hat{\omega}}_r = \lambda_4 S_i^T\left(J + \frac{R_m}{\omega_s L_r}I\right)\hat{\psi}_r \tag{3-48}$$

ต่อมาเขียนสมการที่ (3-44) ถึง (3-48) ในรูปแบบที่สั้นลงได้เป็น

$$\dot{\chi}_\omega = F_\omega\left(t,\ \chi_\omega\right) \tag{3-49}$$

โดยที่ $\chi_\omega^T = \left[S_i^T \ \ \Delta R_s \ \ \Delta R_r \ \ \Delta R_m \ \ \Delta\omega_r\right]^T$ จากนั้น เลือก

$\gamma_1^{\min} = \min\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2\sigma L_s\lambda_1},\ \frac{1}{2\varepsilon L_r\lambda_2},\ \frac{1}{2\varepsilon M L_r\lambda_3},\ \frac{1}{2\varepsilon\lambda_4}\right)$ และ

$\gamma_1^{\max} = \max\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2\sigma L_s\lambda_1},\ \frac{1}{2\varepsilon L_r\lambda_2},\ \frac{1}{2\varepsilon M L_r\lambda_3},\ \frac{1}{2\varepsilon\lambda_4}\right)$ รวมถึงพิจารณาฟังก์ชันเลียปูโนฟ

ในสมการที่ (3-15) จะได้ว่า

$$\gamma_1^{\min}\| \chi_\omega\|^2 \le V_1 \le \gamma_1^{\max}\| \chi_\omega\|^2 \tag{3-50}$$

โดยที่ $\| \chi_\omega\| = \sqrt{\chi_\omega^T \chi_\omega} \ge 0$
นั่นคือ $\| \chi_\omega\|^2$ เป็นฟังก์ชันสเกลาร์กำลังสองที่มีคุณสมบัติไม่ลดลง (nondecreasing) ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 บรรจุอยู่ในเซกเตอร์ $\gamma_1^{\min}\| \chi_\omega\|^2$ และ $\gamma_1^{\max}\| \chi_\omega\|^2$ ตลอดเวลา ต่อมาเขียนอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (3-38) ใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = & -\left\{|\phi_{1\alpha}\|s_{i\alpha}e_{i\alpha}| - (a_{r11}+k_1)s_{i\alpha}e_{i\alpha}\right\} - \left\{|\phi_{1\beta}\|s_{i\beta}e_{i\beta}| - (a_{r11}+k_2)s_{i\beta}e_{i\beta}\right\} \\ & -\left(|\Lambda_\alpha\|s_{i\alpha}| - f_1 s_{i\alpha}\right) - \left(|\Lambda_\beta\|s_{i\beta}| - f_2 s_{i\beta}\right) - k_1|\phi_{2\alpha}\|s_{i\alpha}z_{i\alpha}| - k_2|\phi_{2\beta}\|s_{i\beta}z_{i\beta}| \le 0\end{aligned}$$

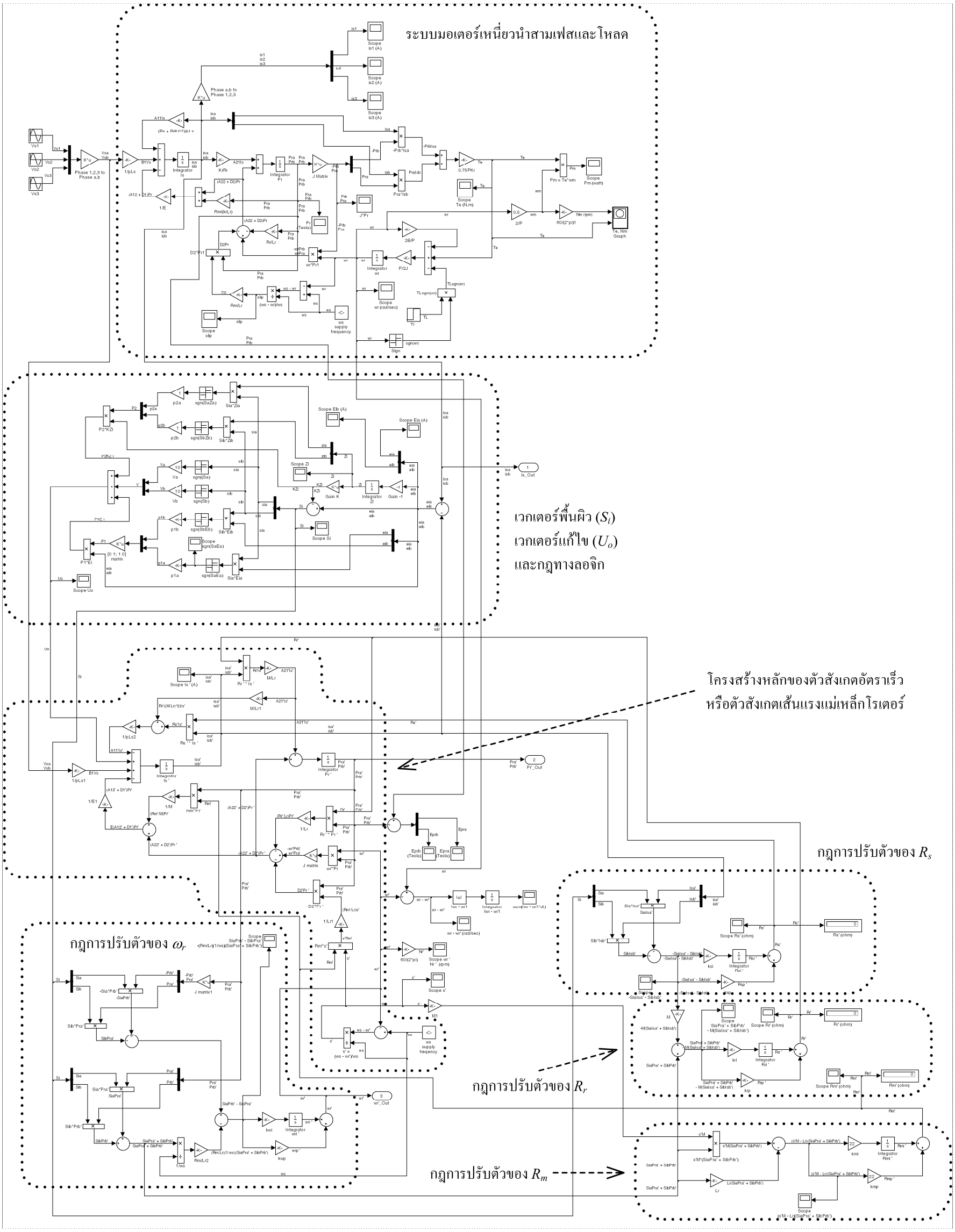
$$\dot{V}_1 \le -\left(|\Lambda_\alpha\|s_{i\alpha}| - f_1 s_{i\alpha}\right) - \left(|\Lambda_\beta\|s_{i\beta}| - f_2 s_{i\beta}\right) \le 0 \tag{3-51}$$

ดังนั้นตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอมีเสถียรภาพแบบสม่ำเสมอ (uniform stability)

3.5 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิด

ส่วนย่อยต่าง ๆ ในโปรแกรม MATLAB/Simulink จะถูกเชื่อมต่อเข้าด้วยกันในลักษณะที่เหมือนกับรูปที่ 3.2 เพื่อทำหน้าที่เป็นระบบมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลด และตัวสังเกตอัตราเร็วโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 3.3 ส่วนย่อยที่ทำหน้าที่สร้างเวกเตอร์พื้นผิว เวกเตอร์แก้ไข และกฎทางลอจิก จะถูกวางรวมในกรอบเดียวกัน ในขณะที่กฎการปรับตัว 4 กฎ จะถูกวางแยกออกจากกัน ส่วนที่อยู่ด้านล่างของระบบมอเตอร์และโหลด คือตัวสังเกตอัตราเร็วช่วงเวลาที่สั้นมาก (fixed stepsize) คงที่ในแต่ละช่วงของการจำลองสถานการณ์ มีค่าเท่ากับ 0.001 วินาที

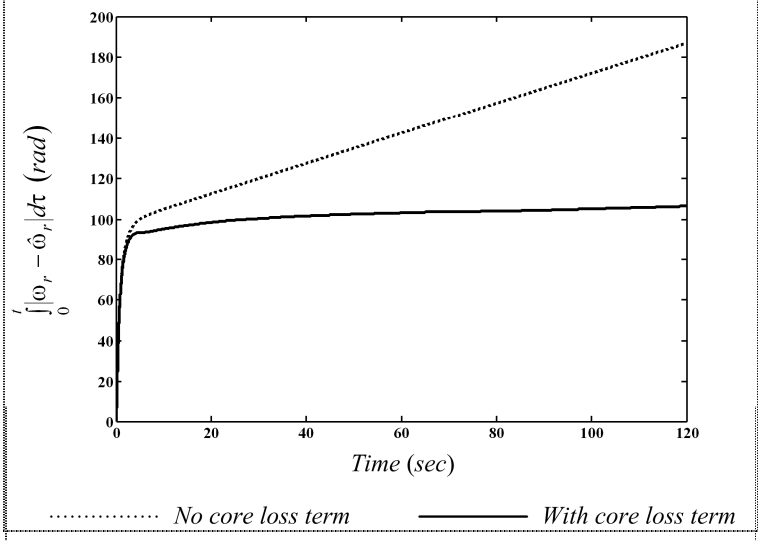
ขั้นตอนการจำลองสถานการณ์ได้กำหนดให้มอเตอร์ชนิดกรงกระรอกมีแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับไซนูซอยด์สามเฟสสมดุล 220 โวลต์ 50 เฮิรตซ์ แหล่งจ่ายดังกล่าวต่อตรงเมื่อเวลาเริ่มต้น $t = 0$ เพื่อขับเคลื่อนโหลดให้เริ่มต้นหมุนจากตำแหน่งหยุดนิ่ง ตัวสังเกตอัตราเร็ว (ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์) ได้รับแรงดันสเตเตอร์และกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ เพื่อคำนวณเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์ มอเตอร์เหนี่ยวนำมีโหลดต่อ



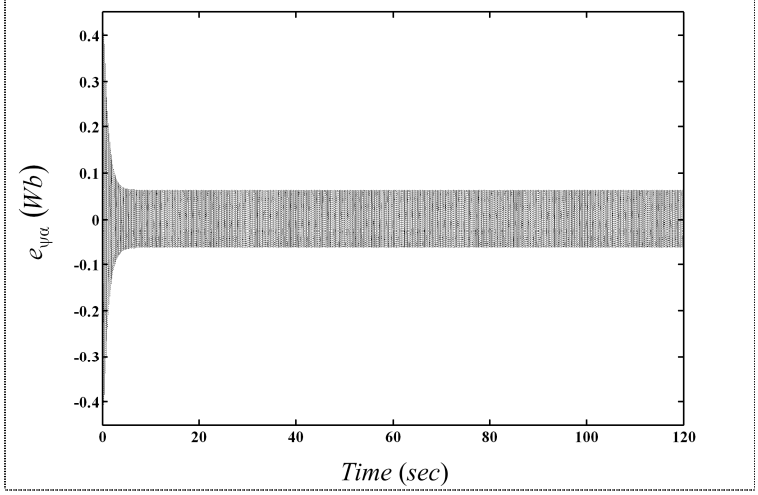
รูปที่ 3.3 การเชื่อมต่อส่วนย่อยต่าง ๆ ใน Simulink เพื่อใช้จำลองสถานการณ์ระบบมอเตอร์และโหลด และตัวสังเกตอัตราเร็วโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว

คู่ควบอยู่ด้วย นั่นคือ ตัวสังเกตอัตราเร็ว และระบบมอเตอร์และโหลดมีลักษณะของการเชื่อมต่อแบบระบบวงเปิด แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำ 3 กิโลวัตต์ มีค่าพารามิเตอร์ที่ระบุดังนี้ (Maes and Melkebeek, 2000) R_s = 2.15 โอห์ม , R_r = 2.33 โอห์ม , $L_s = L_r$ = 0.21 เฮนรี , M = 0.2025 เฮนรี , R_m = 4.48 โอห์ม , p = 4 , J_m = 0.008 กิโลกรัม·ตารางเมตร , f^{rated} = 50 เฮิรตซ์ , และ ω_m^{rated} = 1420 รอบต่อนาที โดยที่ J_m คือโมเมนต์ความเฉื่อยของโรเตอร์ในมอเตอร์ โหลดที่มีโมเมนต์ความเฉื่อยเท่ากับ J_L = 0.084 กิโลกรัม·ตารางเมตร ถูกเชื่อมต่อเข้ากับเพลาหมุนของมอเตอร์ ในขณะที่สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานหนืดรวมของระบบมอเตอร์และโหลดเท่ากับ B_t = 0.0697 นิวตัน·เมตร·วินาที/เรเดียน ตัวแปรสถานะเริ่มต้นของมอเตอร์และตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ มีค่าเท่ากับศูนย์ แต่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของค่าความต้านทานชุดขดลวดสเตเตอร์ ค่าความต้านทานชุดขดลวดโรเตอร์ และค่าความต้านทานที่แทนกำลังงานสูญเปล่าในแกน มีค่าตัวเลขเป็นครึ่งหนึ่งของค่าพารามิเตอร์ที่ระบุสมนัยกัน ในขณะที่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์มีค่าเท่ากับศูนย์ ($\hat{\omega}_{r0}$ = 0) เราสามารถกำหนดค่าต่าง ๆ ด้วยการเลือก (arbitrarily chosen) สำหรับตัวสังเกตให้ทำงานได้ในระดับที่พึงพอใจ ค่าต่าง ๆ เหล่านี้ได้แก่ ค่าเกนพื้นผิว $k_1 = k_2 = 5$ ค่าเกนแก้ไขในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ $|\phi_{1\alpha}| = |\phi_{1\beta}| = 290$, $|\phi_{2\alpha}| = |\phi_{2\beta}| = 1$, และ $|\Lambda_\alpha| = |\Lambda_\beta| = 10$ ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในกฎการปรับตัว $k_{sp} = k_{si} = 0.00329$, $k_{rp} = k_{ri} = 0.0178$, $k_{mp} = k_{mi} = 22$, และ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$ ตามลำดับ

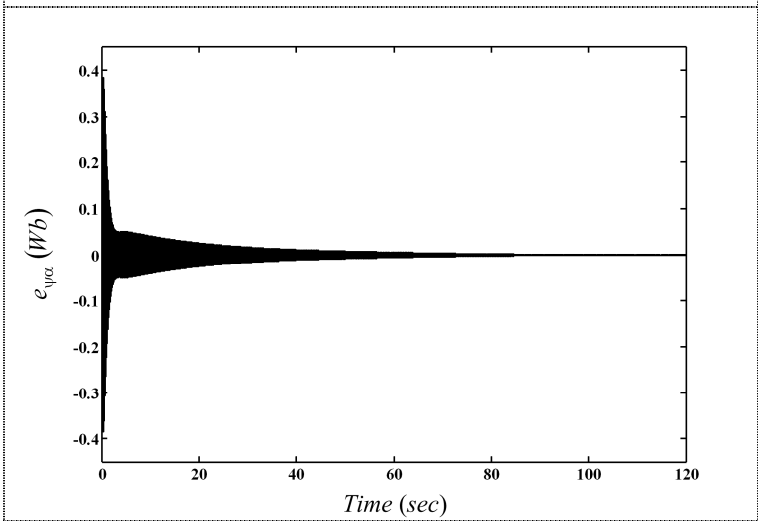
เนื่องจากตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์แบบใหม่นี้มีโครงสร้างที่พิจารณาและรวมพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกนในมอเตอร์เหนี่ยวนำ และได้รับการปรับปรุงจากตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) ในงานวิจัยของ Chern and Chang, (1998) ที่ไม่พิจารณาพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกน ขั้นตอนการจำลองสถานการณ์จะเปรียบเทียบการคำนวณระหว่างตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ทั้งสองนี้ รูปที่ 3.4 แสดงอินทิกรัลของขนาดความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า ($\int_0^t |\omega_r - \hat{\omega}_r| d\tau$) เพื่อความสะดวกในการเปรียบเทียบผลลัพธ์เชิงเลขของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ทั้งสอง โดยที่โหลดทอร์กจริงที่เกิดขึ้นในระบบมอเตอร์และโหลดมีขนาดคงที่เท่ากับ 5 นิวตัน·เมตร รูปที่ 3.5 และ 3.6 แสดงความผิดพลาดของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในแกนนอนของกรอบอ้างอิงหยุดนิ่ง ($e_{\psi\alpha}$) ที่เกิดจากการคำนวณกล่าวคือในสถานะอยู่ตัว ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอนี้จะให้ความถูกต้องในการคำนวณตัวแปรสถานะและการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ มากกว่าตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ไม่พิจารณาพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกน



รูปที่ 3.4 การเปรียบเทียบระหว่างปริมาณ $\int_0^t |\omega_r - \hat{\omega}_r| d\tau$ ที่ได้รับจากตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอและตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กในงานวิจัยก่อนหน้านี้ (Chern and Chang, 1998)



รูปที่ 3.5 ความผิดพลาดเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กในงานวิจัยก่อนหน้านี้ (Chern and Chang, 1998)



รูปที่ 3.6 ความผิดพลาดเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กที่นำเสนอ

3.6 สรุป

ตัวสังเกตอัตราเร็วหรือตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์โหมดการเลื่อนแบบปรับตัวในกรอบอ้างอิงสเตเตอร์ ที่ได้จากการปรับปรุงนี้ จะมีหน้าที่คำนวณเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ พิจารณาและรวมการชดเชยพจน์ที่ไม่ทราบค่าซึ่งเกิดจากเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ไม่สามารถเข้าถึงได้และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ไม่สามารถวัดได้ (ในสมการที่ (3-13)) รวมถึงมีกฎการปรับตัวในลักษณะของตัวควบคุมพีไอที่ประมาณค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์ซึ่งประกอบด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ ค่าความต้านทานของชุดขดลวดสเตเตอร์ ค่าความต้านทานของชุดขดลวดโรเตอร์ และค่าความต้านทานที่แทนกำลังงานสูญเปล่าในแกน คุณสมบัติของตัวสังเกตสถานะดังกล่าวคือการสวิตช์ของกฎทางลอจิกที่ทำให้เกิดเสถียรภาพในการทำงาน ดังนั้นจึงมีความเป็นไปได้ถึงการประยุกต์ใช้งานในวิธีควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ โดยผ่านขั้นตอนการจำลองสถานการณ์เบื้องต้นในระบบวงเปิด

บทที่ 4
ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว

4.1 กล่าวนำ

ในวิธีควบคุมอัตราเร็วรอบของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ที่ต้องการความคงทนต่อการผันแปรในโหลดทอร์ก การชดเชยโหลดทอร์กแบบป้อนไปหน้าเป็นแนวทางหนึ่งที่ใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิผล การดำเนินงานจำเป็นต้องทราบปริมาณของโหลดทอร์กขณะหนึ่ง แต่เนื่องจากตัวตรวจรู้โหลดทอร์กมีราคาแพงและการติดตั้งต้องใช้ความละเอียดที่ค่อนข้างยุ่งยาก ทำให้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กเป็นที่ได้รับความสนใจในการใช้งานจริงทดแทนตัวตรวจรู้โหลดทอร์ก ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กจะได้รับอัตราเร็วเชิงมุมทางกลของเพลาหมุน (อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์) ที่ได้จากการวัด และได้รับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณ เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการประมาณค่าโหลดทอร์ก นั่นคือตัวสังเกตสถานะดังกล่าวจะใช้ประโยชน์จากตัวตรวจรู้ที่ทำหน้าที่วัดอัตราเร็วเชิงมุมของเพลาหมุน อย่างไรก็ตาม เราอาจใช้ตัวสังเกตทำงานแทนตัวตรวจรู้อัตราเร็ว ดังนั้นในบทนี้ จึงกล่าวถึงตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่ต่อเรียงกันกับตัวสังเกตอัตราเร็ว (ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์) ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในโครงสร้างใหม่นี้จะได้รับกระแสไฟฟ้าสลับสเตเตอร์ที่ได้จากการวัด อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าและเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้จากการคำนวณ เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการประมาณค่าโหลดทอร์ก โดยที่แบบจำลองพลวัตการหมุนของมอเตอร์และโหลด เป็นส่วนหนึ่งของตัวสังเกตสถานะนี้ การทำงานของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอคงเสถียรอยู่เสมอ จะถูกตรวจสอบด้วยการสังเคราะห์กฎการปรับตัวและกฎทางลอจิกที่เป็นส่วนสำคัญในสัญญาณแก้ไขที่ชดเชยความผิดพลาดของการประมาณค่าด้วยการอ้างอิงทฤษฎีเสถียรภาพของเลียปูโนฟในกระบวนการสังเคราะห์ และผลการจำลองสถานการณ์จะแสดงถึงความเป็นไปได้ในการประยุกต์ใช้งานตัวสังเกตอัตราเร็วและตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในโครงสร้างใหม่แบบต่อเรียงกัน

4.2 แบบจำลองพลวัตการหมุนเชิงกลของระบบมอเตอร์และโหลด

เมื่อมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสได้รับแรงดันและกระแสไฟฟ้าจากแหล่งจ่ายหรือวงจรผกผันปฏิกิริยาระหว่างกระแสไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กภายในมอเตอร์ จะสร้างทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่

เขียนแสดงได้ดังนี้

$$T_e = (3p/4)(M/L_r)(i_{s\beta}\psi_{r\alpha} - i_{s\alpha}\psi_{r\beta}) \quad (4\text{-}1)$$

ในการใช้งานโดยส่วนใหญ่ โหลดจะถูกเชื่อมต่อเข้ากับเพลาหมุนของมอเตอร์ที่เรียกว่าระบบมอเตอร์และโหลด ในขณะที่มอเตอร์และโหลดเริ่มเดินเครื่องและหมุนด้วยอัตราเร็วรอบที่มีการเปลี่ยนแปลงหรืออาจคงที่ค่าหนึ่ง ระบบจะแสดงพลวัตเชิงกลของการหมุนได้ว่า (Chung, Lee, Ko, and Youn, 1995)

$$\dot{\omega}_r = a\omega_r + bi_{eq} + cT_L \quad (4\text{-}2)$$

โดยที่ $i_{eq} = i_{s\beta}\psi_{r\alpha} - i_{s\alpha}\psi_{r\beta}$ คือ กระแสไฟฟ้าสมมูลที่เป็นสัดส่วนกับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้า

และ T_L คือ โหลดทอร์ก (นิวตัน·เมตร) ที่เกิดขึ้น ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงช้ามากเมื่อเปรียบเทียบกับพลวัตเชิงกลของการหมุนหรือมีค่าคงที่ภายในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ ($\dot{T}_L \approx 0$)

นอกจากนั้น

$a = -(B_t/J_t) < 0$,

$b = (p/2J_t)K_T > 0$, และ

$c = -(p/2J_t) < 0$

โดยที่ B_t คือ สัมประสิทธิ์รวมของแรงเสียดทานหนืดในระบบมอเตอร์และโหลด (นิวตัน·เมตร·วินาที/เรเดียน) ,

$K_T = (3p/4)(M/L_r)$ คือ ค่าคงที่ทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้า (นิวตัน·เมตร/แอมแปร์) ,

และ J_t คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรวมของระบบ (กิโลกรัม·ตารางเมตร)

ในขณะที่ระบบมอเตอร์และโหลดกำลังหมุน B_t อาจจะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปบ้างตามอุณหภูมิแวดล้อม ความชื้น ความสึกหรอ และจุดทำงาน แต่ถือว่าการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวมีปริมาณที่น้อยมาก และ K_T อาจจะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปบ้างตามความร้อน ขนาดของเส้นแรงแม่เหล็ก อายุการใช้งาน และจุดทำงานของมอเตอร์ แต่ J_t มีค่าคงที่ตลอดระยะเวลาการหมุนของระบบในแต่ละครั้ง

ถ้ารูปทรงของโหลดหรือน้ำหนักของโหลดเปลี่ยนแปลง โมเมนต์ความเฉื่อยรวมของระบบจึงจะมีค่าเปลี่ยนแปลงจากเดิม

4.3 ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว

เมื่อพิจารณาแบบจำลองพลวัตการหมุนของระบบมอเตอร์และโหลดในสมการที่ (4-2) การปรับปรุงตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในโครงสร้างใหม่จะมีแนวคิดพื้นฐานจากการต่อเรียงกัน (cascade) ระหว่างตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์หรือตัวสังเกตอัตราเร็วดังการนำเสนอที่ผ่านมาในบทที่ 3 และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กดังกล่าว โดยที่ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จะให้เอาต์พุตเป็นค่าประมาณของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ ซึ่งจะป้อนค่าเหล่านี้ให้แก่ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กอีกต่อหนึ่ง ต่อมาหาอนุพันธ์เทียบกับเวลาของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ ซึ่งเขียนได้ว่า

$$\dot{\hat{\omega}}_r = \dot{\omega}_r - \left[d\left(\Delta\omega_r\right)/dt\right] \tag{4-3}$$

จากนั้นแทนค่าสมการที่ (4-2) ลงในสมการที่ (4-3) จะได้รับแบบจำลองพลวัตของระบบมอเตอร์และโหลดที่ปรากฏทางด้านอินพุตของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก นั่นคือ

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a\hat{\omega}_r + b\hat{i}_{eq} + cT_L + f_3 \tag{4-4}$$

โดยที่ $f_3 = a\Delta\omega_r + b\Delta i_{eq} - \left[d\left(\Delta\omega_r\right)/dt\right]$,

$\Delta i_{eq} = i_{s\beta}e_{\psi\alpha} - i_{s\alpha}e_{\psi\beta}$ คือ สองพจน์ที่ไม่ทราบค่า เพราะ $\Delta\omega_r$, $e_{\psi\alpha}$, $e_{\psi\beta}$ คือความผิดพลาดของปริมาณที่เกิดจากการประมาณค่าและการคำนวณซึ่งไม่สามารถเข้าถึงได้,

$\hat{i}_{eq} = i_{s\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - i_{s\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}$ คือ กระแสไฟฟ้าสมมูลที่เป็นสัดส่วนกับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำซึ่งได้จากการคำนวณ, และ

$i_{s\alpha}, i_{s\beta}$ คือ กระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัด

ขั้นตอนในการสร้างตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กจะเหมือนกับขั้นตอนของการปรับปรุงตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในบทที่ 3 แต่ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กจะได้รับปริมาณ $\hat{i}_{eq}$, $\hat{\omega}_r$ จากตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ และมีโครงสร้างหลักคือ

$$\dot{\hat{\omega}}_r'' = \hat{a}\hat{\omega}_r'' + \hat{b}\hat{i}_{eq} + c\hat{T}_L + \delta_o \tag{4-5}$$

โดยที่ $\hat{\omega}_r''$ คือ อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าครั้งที่สอง (double estimated rotor speed) ,

$\hat{a}$, $\hat{b}$ คือ ค่าพารามิเตอร์เชิงกลที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ,

$\hat{T}_L$ คือ โหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ , และ

δ_o คือ สัญญาณแก้ไข (correction signal) ให้การชดเชยความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่า

ต่อมาเราสามารถแสดงความผิดพลาดระหว่างตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในสมการที่ (4-5) และระบบมอเตอร์และโหลดในสมการที่ (4-4) ได้ว่า

$$\dot{e}_\omega = ae_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r'' + \Delta b\hat{i}_{eq} + c\Delta T_L + f_3 - \delta_o \tag{4-6}$$

โดยที่ $e_\omega = \hat{\omega}_r - \hat{\omega}_r''$,

$\Delta a = a - \hat{a}$,

$\Delta b = b - \hat{b}$, และ

$\Delta T_L = T_L - \hat{T}_L$

จากนั้นนิยามอินทิกรัลของความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สองในสมการที่ (4-7) และสัญญาณพื้นผิว (surface signal) ในรูปแบบความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สองและอินทิกรัลของความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง ในสมการที่ (4-8) ดังนี้ (Chern and Chang, 1998)

$$\dot{h}_\omega = -e_\omega = \hat{\omega}_r'' - \hat{\omega}_r \tag{4-7}$$

$$s_\omega = e_\omega - k_3 h_\omega \tag{4-8}$$

โดยที่ $k_3 > 0$ คือ ค่าเกนพื้นผิวเป็นค่าบวกคงที่

ต่อมาดำเนินการหาอนุพันธ์ของสัญญาณพื้นผิวเทียบกับเวลาในสมการที่ (4-8) และแทนค่าจากสมการที่ (4-6) และสมการที่ (4-7) ลงในสมการของอนุพันธ์สัญญาณพื้นผิว จะได้ว่า

$$\dot{s}_\omega = (a + k_3)e_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r'' + \Delta b\hat{i}_{eq} + c\Delta T_L + f_3 - \delta_o \tag{4-9}$$

กำหนดให้สัญญาณแก้ไขถูกแยกออกเป็นส่วนประกอบดังนี้

$$\delta_o = \phi_3 e_\omega + \phi_4 k_3 h_\omega + \Lambda_3 \tag{4-10}$$

โดยที่ ϕ_3 , ϕ_4 และ Λ_3 คือ ค่าเกนแก้ไข
จากนั้นเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 ที่ใช้หาค่าเกนแก้ไขและกฎการปรับตัวที่ทำหน้าที่ประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลและโหลดทอร์กแบบออนไลน์ เพื่อรักษาเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก นั่นคือ

$$V_2 = \frac{1}{2}s_\omega^2 + \frac{1}{2\lambda_5}\Delta a^2 + \frac{1}{2\lambda_6}\Delta b^2 + \frac{c}{2\lambda_7}\Delta T_L^2 \geq 0 \tag{4-11}$$

โดยที่ λ_5 , λ_6 คือ ค่าเกนปรับตัวที่มีค่าบวกคงที่ และ
λ_7 คือ ค่าเกนปรับตัวที่มีค่าลบคงที่
ต่อมาดำเนินการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 ที่เทียบกับเวลา จะได้ว่า

$$\dot{V}_2 = s_\omega\dot{s}_\omega - \frac{1}{\lambda_5}\Delta a\dot{\hat{a}} - \frac{1}{\lambda_6}\Delta b\dot{\hat{b}} - \frac{c}{\lambda_7}\Delta T_L\dot{\hat{T}}_L \tag{4-12}$$

จากนั้นแทนค่าจากสมการที่ (4-9) และสมการที่ (4-10) ลงในสมการที่ (4-12) และพิจารณาให้ค่าพารามิเตอร์เชิงกล a และ b มีค่าเกือบคงที่เมื่อเปรียบเทียบกับพลวัตการหมุนของระบบมอเตอร์และโหลด ($\dot{a} \approx 0$ และ $\dot{b} \approx 0$) นั่นคืออนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 ที่เทียบกับเวลาจะถูกเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 = {} & (a + k_3 - \phi_3)s_\omega e_\omega - \phi_4 k_3 s_\omega h_\omega + (f_3 - \Lambda_3)s_\omega \\ & - \Delta a\left(\frac{\dot{\hat{a}}}{\lambda_5} - \hat{\omega}_r'' s_\omega\right) - \Delta b\left(\frac{\dot{\hat{b}}}{\lambda_6} - \hat{i}_{eq}s_\omega\right) - c\Delta T_L\left(\frac{\dot{\hat{T}}_L}{\lambda_7} - s_\omega\right)\end{aligned} \tag{4-13}$$

เนื่องจากเงื่อนไขสำคัญที่ทำให้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กมีเสถียรภาพในการทำงาน คือ $\dot{V}_2 \leq 0$ ทำให้สามพจน์สุดท้ายทางด้านขวามือในสมการที่ (4-13) ต้องมีค่าเท่ากับศูนย์ ในขณะที่พจน์ที่เหลือทุกพจน์ต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา กล่าวคือ

$$\Delta a\left(\frac{\dot{\hat{a}}}{\lambda_5} - \hat{\omega}_r'' s_\omega\right) = 0 \tag{4-14}$$

$$\Delta b\left(\frac{\dot{\hat{b}}}{\lambda_6} - \hat{i}_{eq} s_\omega\right) = 0 \tag{4-15}$$

$$c\Delta T_L\left(\frac{\dot{\hat{T}}_L}{\lambda_7} - s_\omega\right) = 0 \tag{4-16}$$

เนื่องจาก Δa , Δb , และ ΔT_L อาจจะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ จึงกำหนดให้พจน์ที่อยู่ในวงเล็บต่าง ๆ นั้นเป็นศูนย์ นั่นคือ

$$\frac{\dot{\hat{a}}}{\lambda_5} - \hat{\omega}_r'' s_\omega = 0 \tag{4-17}$$

$$\frac{\dot{\hat{b}}}{\lambda_6} - \hat{i}_{eq} s_\omega = 0 \tag{4-18}$$

$$\frac{\dot{\hat{T}}_L}{\lambda_7} - s_\omega = 0 \tag{4-19}$$

ต่อมาจัดรูปสมการที่ (4-17) , (4-18) , และ (4-19) ใหม่ จะได้ว่า

$$\left(d\hat{a}/dt\right) = \dot{\hat{a}} = \lambda_5 \hat{\omega}_r'' s_\omega \tag{4-20}$$

$$\left(d\hat{b}/dt\right) = \dot{\hat{b}} = \lambda_6 \hat{i}_{eq} s_\omega \tag{4-21}$$

$$\left(d\hat{T}_L/dt\right) = \dot{\hat{T}}_L = \lambda_7 s_\omega \tag{4-22}$$

เป็นผลให้ได้รับกฎการปรับตัวที่มีรูปแบบอินทิกรัลในลำดับแรก กล่าวคือ

$$\hat{a}(t) = \hat{a}_0 + \lambda_5 \int_0^t \left(\hat{\omega}_r'' s_\omega\right) d\tau \tag{4-23}$$

$$\hat{b}(t) = \hat{b}_0 + \lambda_6 \int_0^t \left(\hat{i}_{eq} s_\omega\right) d\tau \tag{4-24}$$

$$\hat{T}_L(t) = \hat{T}_{L0} + \lambda_7 \int_0^t s_\omega d\tau \tag{4-25}$$

ต่อมาแก้ไขกฎการปรับตัวนี้ให้มีรูปแบบของตัวควบคุมพีไอ เพื่อเพิ่มสมรรถนะของการประมาณค่าพารามิเตอร์และโหลดทอร์ก (Vas, 1998) นั่นคือ

$$\hat{a}(t) = \hat{a}_0 + k_{pa} \hat{\omega}_r'' s_\omega + k_{ia} \int_0^t \left(\hat{\omega}_r'' s_\omega\right) d\tau \tag{4-26}$$

$$\hat{b}(t) = \hat{b}_0 + k_{pb} \hat{i}_{eq} s_\omega + k_{ib} \int_0^t \left(\hat{i}_{eq} s_\omega\right) d\tau \tag{4-27}$$

$$\hat{T}_L(t) = \hat{T}_{L0} - k_{pl} s_\omega - k_{il} \int_0^t s_\omega d\tau \tag{4-28}$$

โดยที่ k_{pa}, k_{pb}, k_{pl} คือ ค่าเกนสัดส่วนที่มีค่าเป็นบวก ,

k_{ia} , k_{ib} , k_{il} คือ ค่าเกนอินทิกรัลที่มีค่าเป็นบวก ,

$\hat{a}_0$, $\hat{b}_0$, และ $\hat{T}_{L0}$ คือ ค่าเริ่มต้นในการประมาณ $\hat{a}$, $\hat{b}$, และ $\hat{T}_L$ ตามลำดับ

(หัวข้อ 6.1 ในบทที่ 6 จะอธิบายว่า เมื่อกฎการปรับตัวมีรูปแบบที่เปลี่ยนแปลงจากอินทิกรัลเป็นตัวควบคุมพีไอ ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กยังคงมีเสถียรภาพ) เมื่อพิจารณาตามลำดับพัฒนาการที่ผ่านมา สมการที่ (4-13) อาจเขียนแสดงได้ว่า

$$\dot{V}_2 = (a + k_3 - \phi_3) s_\omega e_\omega - \phi_4 k_3 s_\omega h_\omega + (f_3 - \Lambda_3) s_\omega \tag{4-29}$$

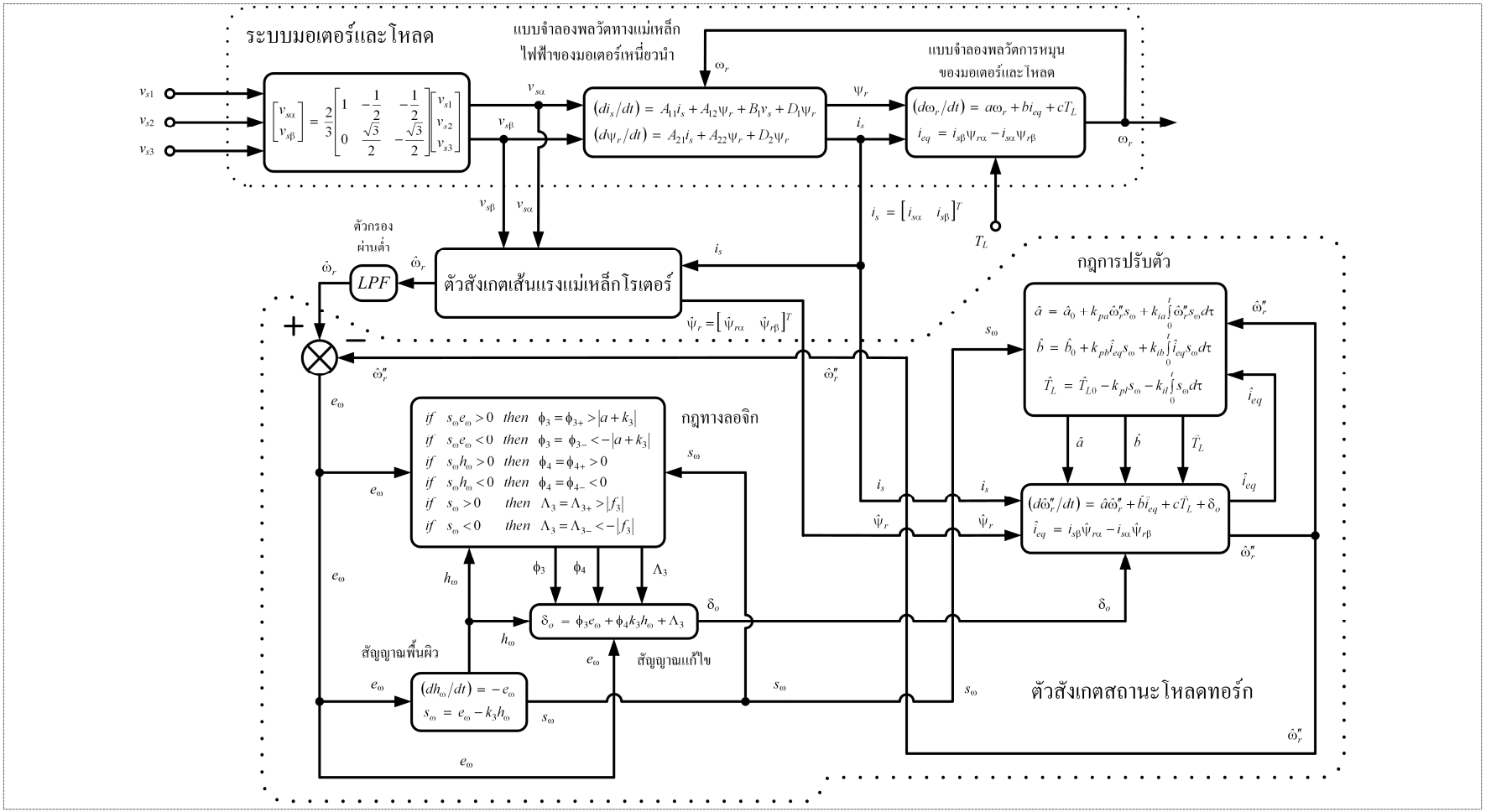
เมื่อฟังก์ชันเลียปูโนฟมีเงื่อนไข $V_2 \geq 0$ และ $\dot{V}_2 \leq 0$ ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กจะมีเสถียรภาพ และถ้าต้องการให้อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 เทียบกับเวลามีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา จะกำหนดให้พจน์ทุกพจน์ทางด้านขวามือของสมการที่ (4-29) มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ กล่าวคือ

$$(a + k_3 - \phi_3) s_\omega e_\omega \leq 0 , \quad -\phi_4 k_3 s_\omega h_\omega \leq 0 , \text{ และ } \quad (f_3 - \Lambda_3) s_\omega \leq 0 \tag{4-30}$$

จากนั้นเขียนและกระจายรูปแบบของอสมการที่ (4-30) ใหม่ จะได้กฎทางลอจิกจำนวนหนึ่งซึ่งทำให้สัญญาณพื้นผิว s_ω มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ในสถานะอยู่ตัว ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
&\text{ถ้า } s_\omega e_\omega > 0 \quad &&\text{แล้ว } \phi_3 = \phi_{3+} > |a + k_3| , \\
&\text{ถ้า } s_\omega e_\omega < 0 \quad &&\text{แล้ว } \phi_3 = \phi_{3-} < -|a + k_3| , \\
&\text{ถ้า } s_\omega h_\omega > 0 \quad &&\text{แล้ว } \phi_4 = \phi_{4+} > 0 , \\
&\text{ถ้า } s_\omega h_\omega < 0 \quad &&\text{แล้ว } \phi_4 = \phi_{4-} < 0 , \\
&\text{ถ้า } s_\omega > 0 \quad &&\text{แล้ว } \Lambda_3 = \Lambda_{3+} > |f_3| , \text{ และ} \\
&\text{ถ้า } s_\omega < 0 \quad &&\text{แล้ว } \Lambda_3 = \Lambda_{3-} < -|f_3|
\end{aligned} \tag{4-31}$$

ในทางปฏิบัติ การเลือกค่าเกนแก้ไขใช้วิธีลองผิดลองถูก เพื่อให้ได้รับ s_ω , h_ω , และ e_ω มีขนาดลดลงลู่เข้าหาศูนย์ภายในช่วงระยะเวลาที่กำหนดช่วงหนึ่ง โครงสร้างของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวแสดงได้ดังรูปที่ 4.1 ซึ่งอธิบายได้ว่า ถ้าหน่วยประมวลผลดิจิตอล เช่น ไมโครคอนโทรลเลอร์หรือดีเอสพี ทำหน้าที่เป็นตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กดังกล่าว



รูปที่ 4.1 แผนภาพโครงสร้างของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่นำเสนอ

ในแต่ละครั้งของการสุ่มวัด ความผิดพลาดระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าครั้งที่สอง จะถูกอินทิเกรตในลำดับแรก เพื่อคำนวณสัญญาณพื้นผิวในลำดับต่อไป จากนั้นกฎทางลอจิกจะตัดสินใจเลือกค่าเกนแก้ไขที่ตรงกับเงื่อนไขที่เป็นจริง และป้อนค่าเกนแก้ไขนี้ถึงสัญญาณแก้ไข ในขณะที่กฎการปรับตัวจะได้รับสัญญาณพื้นผิว อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าครั้งที่สอง และกระแสไฟฟ้าสมมูลกับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณ เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลและโหลดทอร์กแบบออนไลน์ ต่อมาโครงสร้างหลักของตัวสังเกตสถานะนี้จะได้รับกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัด เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้จากการคำนวณของตัวสังเกตอัตราเร็ว สัญญาณแก้ไข ค่าพารามิเตอร์เชิงกลและโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่า เพื่อประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ครั้งที่สองของการสุ่มวัดในครั้งถัดไป แนวคิดของการต่อเรียงกันระหว่างตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในโครงสร้างใหม่ จะแทนได้ด้วยแผนภาพในรูปที่ 4.2

4.4 เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ

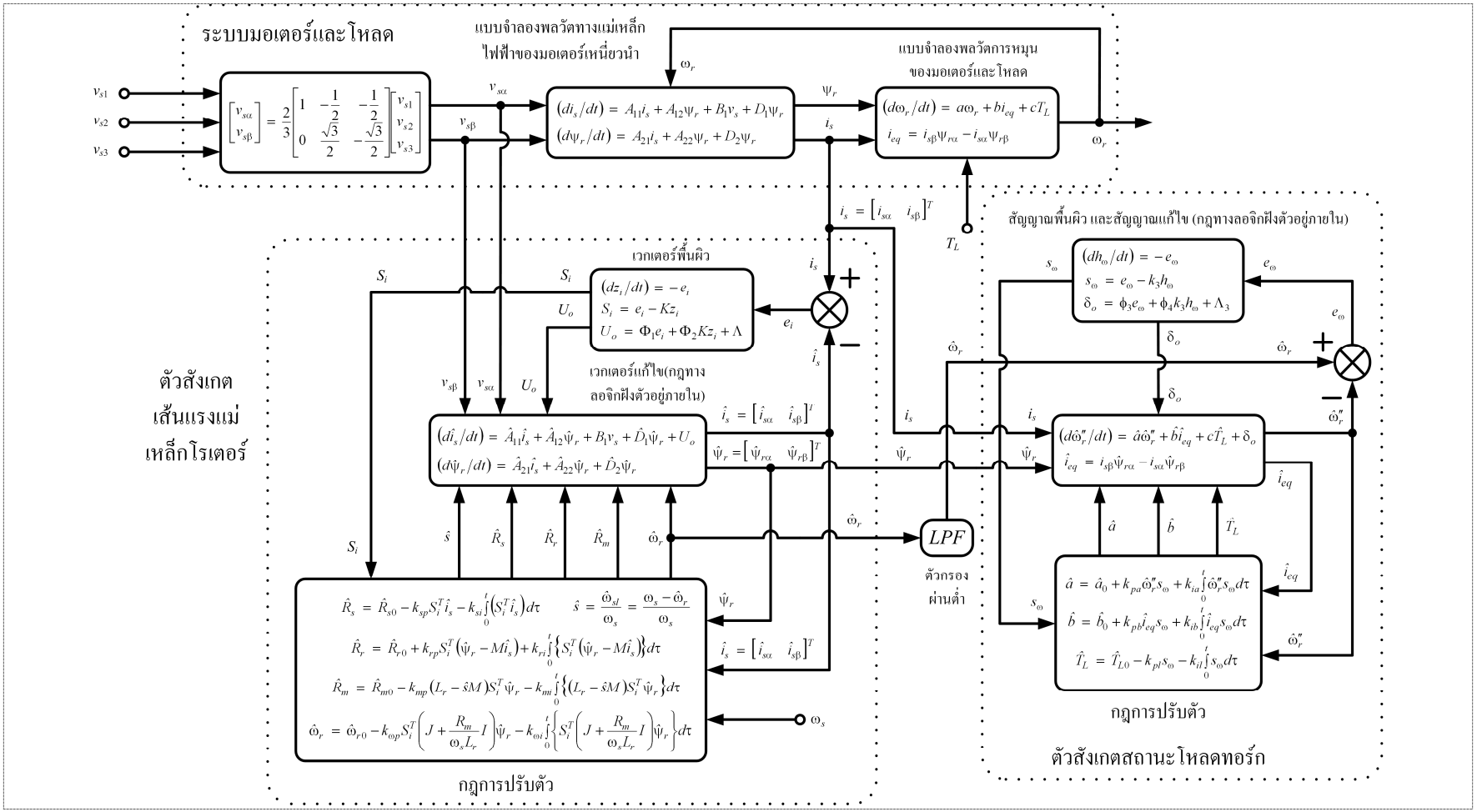
เมื่อพิจารณาตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวเป็นระบบพลวัตที่มีรูปแบบของระบบนันออโทโนมัส ทฤษฎีบทที่ปรากฏในเอกสารอ้างอิง (Kalman and Bertram, 1960) จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพ โดยที่ภาคผนวก ข ได้นำเสนอทฤษฎีบทบางส่วนที่เกี่ยวข้อง การวิเคราะห์เสถียรภาพนี้จึงเริ่มต้นจากการจัดรูปสมการที่ (4-8) ใหม่ได้ดังนี้

$$e_\omega = s_\omega + k_3 h_\omega \tag{4-32}$$

เมื่อแทนค่า e_ω จากสมการที่ (4-32) ลงในอนุพันธ์ของสัญญาณพื้นผิวในสมการที่ (4-9) จะได้ว่า

$$\dot{s}_\omega = (a + k_3) s_\omega + (a + k_3) k_3 h_\omega + \Delta a \hat{\omega}_r'' + \Delta b \hat{i}_{eq} + c\Delta T_L + f_3 - \delta_o \tag{4-33}$$

ต่อมาพิจารณากฎทางลอจิกที่ (4-31) ทำให้เขียนค่าเกนแก้ไขในอีกรูปแบบหนึ่งได้เป็น $\phi_3 = |\phi_3| \operatorname{sgn}(s_\omega e_\omega) = |\phi_3| \frac{s_\omega e_\omega}{|s_\omega e_\omega|}$, $\phi_4 = |\phi_4| \operatorname{sgn}(s_\omega h_\omega) = |\phi_4| \frac{s_\omega h_\omega}{|s_\omega h_\omega|}$, และ



รูปที่ 4.2 แผนภาพการต่อเรียงกันของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็ก (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ

$\Lambda_3 = |\Lambda_3|\text{sgn}(s_\omega) = |\Lambda_3|\frac{s_\omega}{|s_\omega|}$ จากนั้นแทนค่าเกนแก้ไขชุดนี้ ลงในสัญญาณแก้ไขในสมการที่ (4-10) จะได้ว่า

$$\delta_o(s_\omega) = |\phi_3|\frac{s_\omega e_\omega}{|s_\omega e_\omega|}e_\omega + |\phi_4|\frac{s_\omega h_\omega}{|s_\omega h_\omega|}k_3 h_\omega + |\Lambda_3|\frac{s_\omega}{|s_\omega|} = \varphi_\delta s_\omega \tag{4-34}$$

โดยที่ $\varphi_\delta = \frac{|\phi_3|}{|s_\omega e_\omega|}e_\omega^2 + \frac{k_3|\phi_4|}{|s_\omega h_\omega|}h_\omega^2 + \frac{|\Lambda_3|}{|s_\omega|} \geq 0$

เมื่อแทนค่า δ_o จากสมการที่ (4-34) ลงในสมการที่ (4-33) และเขียนอนุพันธ์ของสัญญาณพื้นผิวพร้อมกับกฎการปรับตัวในสมการที่ (4-20) ถึง (4-22) ใหม่อีกครั้งหนึ่ง จะได้ว่า

$$\dot{s}_\omega = (a + k_3 - \varphi_\delta)s_\omega + (a + k_3)k_3 h_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r'' + \Delta b\hat{i}_{eq} + c\Delta T_L + f_3 \tag{4-35}$$

$$\Delta\dot{a} = -\dot{\hat{a}} = -\lambda_5\hat{\omega}_r'' s_\omega \tag{4-36}$$

$$\Delta\dot{b} = -\dot{\hat{b}} = -\lambda_6\hat{i}_{eq}s_\omega \tag{4-37}$$

$$\Delta\dot{T}_L = -\dot{\hat{T}}_L = -\lambda_7 s_\omega \tag{4-38}$$

ต่อมาเขียนสมการที่ (4-35) ถึง (4-38) ในรูปแบบที่สั้นลงได้เป็น

$$\dot{\chi}_l = F_l(t,\ \chi_l) \tag{4-39}$$

โดยที่ $\chi_l^T = [s_\omega\ \ \Delta a\ \ \Delta b\ \ \Delta T_L]^T$

จากนั้นเลือก $\gamma_2^{\min} = \min\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2\lambda_5}, \frac{1}{2\lambda_6}, \frac{c}{2\lambda_7}\right)$ และ

$\gamma_2^{\max} = \max\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2\lambda_5}, \frac{1}{2\lambda_6}, \frac{c}{2\lambda_7}\right)$ รวมถึงพิจารณาฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (4-11) จะได้ว่า

$$\gamma_2^{\min}\| \chi_l\|^2 \le V_2 \le \gamma_2^{\max}\| \chi_l\|^2 \tag{4-40}$$

โดยที่ $\| \chi_l\| = \sqrt{\chi_l^T \chi_l} \ge 0$

นั่นคือ $\| \chi_l\|^2$ เป็นฟังก์ชันสเกลาร์กำลังสองที่มีคุณสมบัติไม่ลดลง ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 บรรจุอยู่ในเซกเตอร์ $\gamma_2^{\min}\| \chi_l\|^2$ และ $\gamma_2^{\max}\| \chi_l\|^2$ ตลอดเวลา ต่อมาเขียนอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (4-29) ใหม่ได้ดังนี้

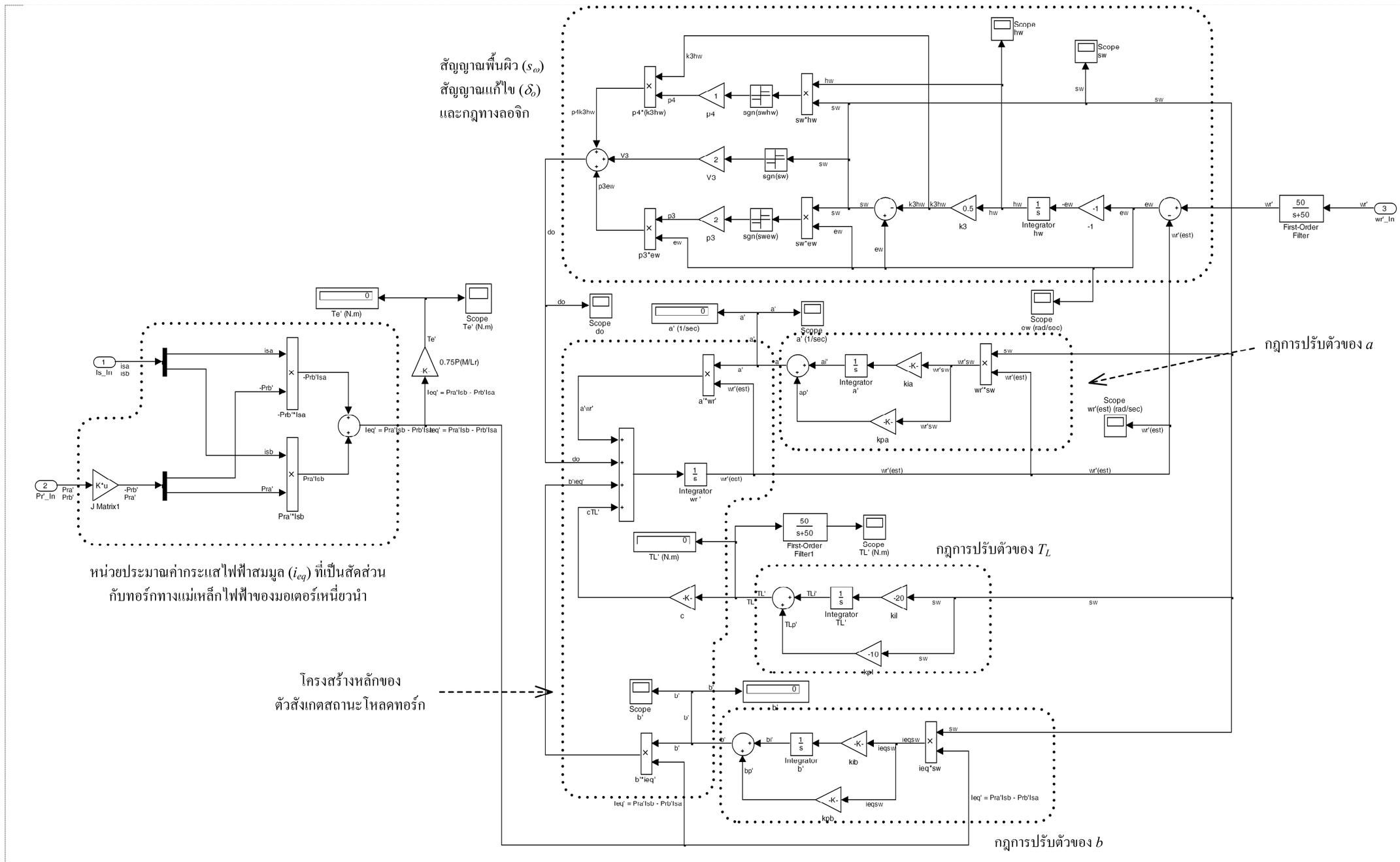
$$\dot{V}_2 = -\left\{|\phi_3\|s_\omega e_\omega| - (a+k_3)s_\omega e_\omega\right\} - \left(|\Lambda_3\|s_\omega| - f_3 s_\omega\right) - k_3|\phi_4\|s_\omega h_\omega| \le 0$$

$$\dot{V}_2 \le -\left(|\Lambda_3\|s_\omega| - f_3 s_\omega\right) \le 0 \tag{4-41}$$

ดังนั้นตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอมีเสถียรภาพแบบสม่ำเสมอ

4.5 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิด

ส่วนย่อยต่าง ๆ ในโปรแกรม MATLAB/Simulink จะถูกเชื่อมต่อเข้าด้วยกันในลักษณะของระบบวงเปิดที่เหมือนกับรูปที่ 4.2 เพื่อทำหน้าที่เป็นระบบมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลด ตัวสังเกตอัตราเร็ว และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว แผนภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในรูปที่ 4.2 จะมีรายละเอียดของการเชื่อมต่อที่แสดงได้ในรูปที่ 4.3 โดยที่ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในรูปที่ 4.3 จะได้รับกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการวัด เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้จากการคำนวณและอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าในรูปที่ 3.3 นั่นคือช่องทางเอาต์พุต Is_Out, Pr′_Out และ wr′_Out ในรูปที่ 3.3 จะเชื่อมต่อถึงช่องทางอินพุต Is_In, Pr′_In และ wr′_In ตามลำดับในรูปที่ 4.3 ส่วนย่อยที่ทำหน้าที่สร้างสัญญาณพื้นผิว สัญญาณแก้ไข และกฎทางลอจิก จะถูกวางรวมในกรอบเดียวกัน ในขณะที่กฎการปรับตัว 3 กฎ จะถูกวางแยกออกจากกัน ช่วงเวลาที่สั้นมาก (fixed stepsize) คงที่ในแต่ละช่วงของการจำลองสถานการณ์ มีค่าเท่ากับ 0.001 วินาที

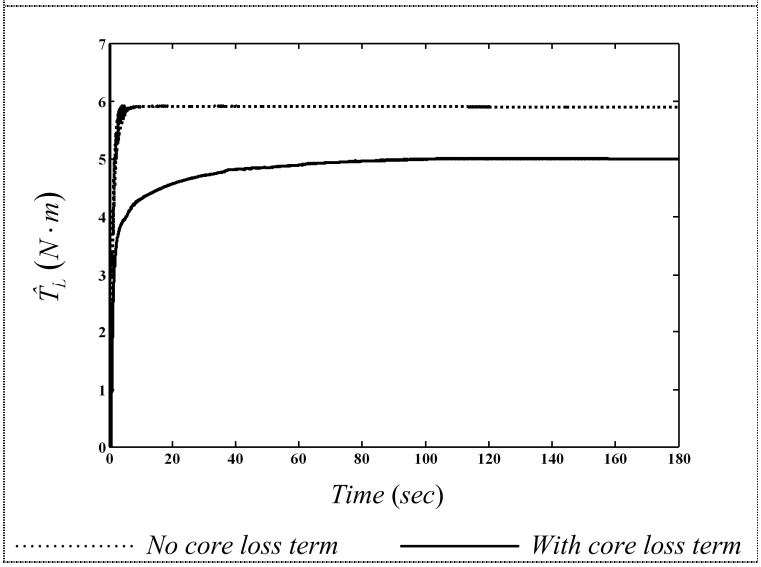


หน่วยประมาณค่ากระแสไฟฟ้าสมมูล (i_{eq}) ที่เป็นสัดส่วน
กับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำ

รูปที่ 4.3 การเชื่อมต่อส่วนย่อยต่าง ๆ ใน Simulink เพื่อใช้จำลองสถานการณ์ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว

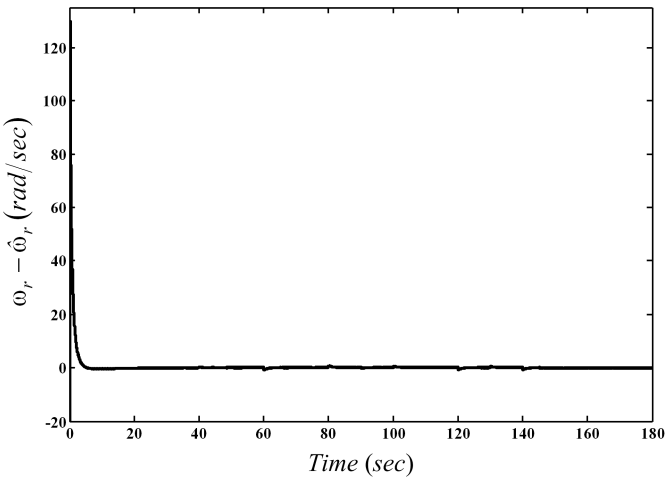
จุดประสงค์หนึ่งของการจำลองสถานการณ์คือการศึกษาความเป็นไปได้ในการใช้งานและการหาจุดบกพร่องของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) ในบทที่ 3 และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กข้างต้นที่ต่อเรียงกันในทางทฤษฎี แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสชนิดกรงกระรอก 3 กิโลวัตต์ มีค่าพารามิเตอร์ที่ระบุไว้ในบทที่ 3 (หัวข้อ 3.4) แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับไซนูซอยด์สามเฟสสมดุล 220 โวลต์ 50 เฮิรตซ์ จะเชื่อมต่อโดยตรงเข้ากับปลายขั้วไฟฟ้าสเตเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่เวลา $t = 0$ นั่นคือมอเตอร์และโหลดจะเริ่มเดินเครื่องหมุนจากตำแหน่งหยุดนิ่ง และตัวแปรสถานะเริ่มต้นของมอเตอร์ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กทุกตัว มีค่าเท่ากับศูนย์ แต่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของค่าความต้านทานทุกค่า มีตัวเลขเท่ากับครึ่งหนึ่งของค่าพารามิเตอร์ที่สมนัยกันของมอเตอร์เหนี่ยวนำ รวมถึงค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลแบบออนไลน์ มีตัวเลขเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่สมนัยกันของระบบมอเตอร์และโหลด ในขณะที่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และโหลดทอร์กมีค่าเท่ากับศูนย์ ($\hat{\omega}_{r0} = 0$ และ $\hat{T}_{L0} = 0$) ตัวกรองผ่านต่ำ (low-pass filter: LPF) อันดับหนึ่งที่มีความถี่หักมุม (corner frequency) เท่ากับ 7.95 เฮิรตซ์ จะทำหน้าที่ลดทอนปริมาณของสัญญาณรบกวนที่ปะปนในอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าก่อนการป้อนถึงตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ค่าเกนพื้นผิว k_3 มีตัวเลขที่ได้จากการเลือกซึ่งเท่ากับ 0.5 ค่าเกนแก้ไขในตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก คือ $|\phi_3| = 2$, $|\phi_4| = 1$, และ $|\Lambda_3| = 2$ ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในกฎการปรับตัวที่ได้จากการปรับจูนคือ $k_{pa} = k_{ia} = 0.00001$, $k_{pb} = k_{ib} = 0.001$, $k_{pl} = 10$, และ $k_{il} = 20$ ในขณะที่ค่าเกนพื้นผิว ค่าเกนแก้ไข ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ มีตัวเลขเดียวกับที่ระบุไว้ในบทที่ 3

เนื่องจากตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์แบบใหม่นี้มีโครงสร้างที่พิจารณาและรวมพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกนในมอเตอร์เหนี่ยวนำ และได้รับการปรับปรุงจากตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) ในงานวิจัยของ Chern and Chang, (1998) ที่ไม่พิจารณาพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกน ทำให้ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอนี้ มีความถูกต้องในการคำนวณตัวแปรสถานะและประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ มากกว่าตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ไม่พิจารณาพจน์ของกำลังงานสูญเปล่าในแกน เมื่อตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กได้รับเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณและอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า ซึ่งมีความผิดพลาดน้อยกว่า โหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าและแสดงได้ในรูปที่ 4.4 จะมีความผิดพลาดน้อยกว่าเช่นเดียวกัน โดยที่โหลดทอร์กจริงที่เกิดขึ้นในระบบมอเตอร์และโหลดมีขนาดคงที่เท่ากับ 5 นิวตัน·เมตร

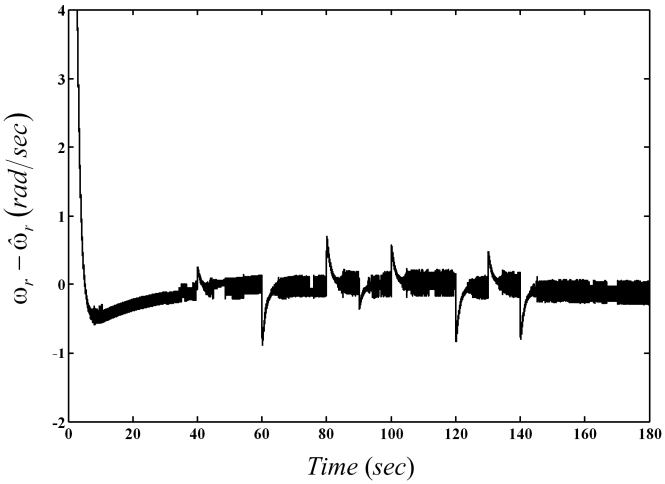


รูปที่ 4.4 การเปรียบเทียบระหว่างโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ ซึ่งต่อเรียงกันกับตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ (Chern and Chang, 1998) และตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ

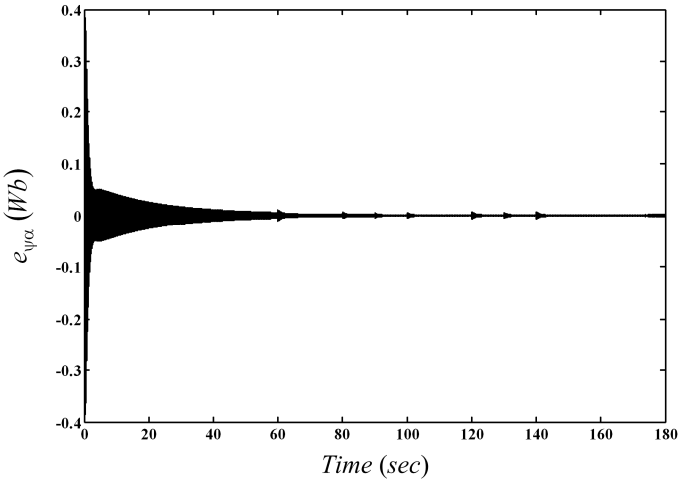
ต่อมาโหลดทอร์กจริงที่เกิดขึ้นในระบบมีขนาดเพิ่มขึ้นและลดลงอย่างฉับพลันในลักษณะของการรบกวนแบบขบวนขั้นบันไดที่ประกอบด้วย 5 นิวตัน·เมตร ในวินาทีที่ 0 , 2 นิวตัน·เมตร ในวินาทีที่ 40 , 9 นิวตัน·เมตร ในวินาทีที่ 60 , 3 นิวตัน·เมตร ในวินาทีที่ 80 , 6 นิวตัน·เมตร ในวินาทีที่ 90 , 1 นิวตัน·เมตร ในวินาทีที่ 100 , 8 นิวตัน·เมตร ในวินาทีที่ 120 , 4 นิวตัน·เมตร ในวินาทีที่ 130 , และ 10 นิวตัน·เมตร ในวินาทีที่ 140 ตามลำดับ เมื่อเวลาผ่านไป ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในโครงสร้างใหม่ จะคำนวณเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ และประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และโหลดทอร์ก ที่ลู่เข้าหาค่าจริงที่ตรงกัน โดยที่ตัวสังเกตสถานะทั้งสองนี้กำลังปรับตัวให้มีการคำนวณที่ถูกต้องตามสภาวะที่มีการเปลี่ยนแปลงในช่วงระยะเวลาจำกัดสองช่วงแรกในการรบกวนของโหลดทอร์ก ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 4.5, 4.6, 4.7, และ 4.8 ดังนั้นการทดลองใช้งานตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอนี้ในวิธีควบคุมแบบเวกเตอร์หรือทอร์กโดยตรงไร้เซ็นเซอร์ จึงมีความเป็นไปได้ในการสร้างและปรับปรุงการขับเคลื่อนมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลด



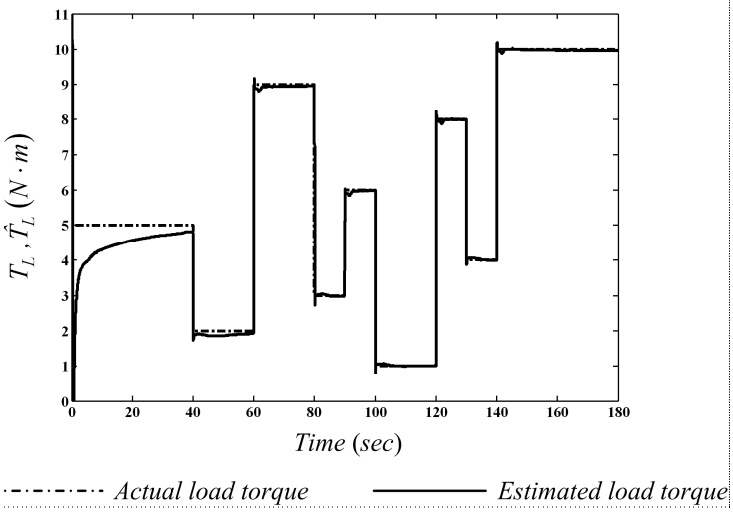
รูปที่ 4.5 ความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ เมื่อโหลดทอร์กจริงมีการเปลี่ยนแปลงแบบขบวนขั้นบันได



รูปที่ 4.6 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 4.5 ในแกนตั้งในช่วง –2 ถึง 4 เรเดียนต่อวินาที



รูปที่ 4.7 ความผิดพลาดเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กที่นำเสนอ เมื่อโหลดทอร์กจริงมีการเปลี่ยนแปลงแบบขบวนขั้นบันได



รูปที่ 4.8 โหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอซึ่งต่อเรียงกันกับตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ เมื่อโหลดทอร์กจริงมีการเปลี่ยนแปลงแบบขบวนขั้นบันได

4.6 สรุป

ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่ได้จากการปรับปรุงนี้ จะพิจารณาและรวมการชดเชยพจน์ที่ไม่ทราบค่า (f_3) ซึ่งเกิดจากเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ไม่สามารถเข้าถึงได้ และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่ไม่สามารถวัดได้ รวมถึงมีกฎการปรับตัวในลักษณะของตัวควบคุมพีไอที่ทำหน้าที่ประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลและโหลดทอร์กแบบออนไลน์ คุณสมบัติของตัวสังเกตสถานะดังกล่าวคือการสวิตช์ของกฎทางลอจิกที่ทำให้เกิดเสถียรภาพในการทำงาน ผลการจำลองสถานการณ์การทำงานของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในโครงสร้างใหม่ที่ต่อเรียงกัน จะแสดงถึงความเป็นไปได้ในการใช้งานแทนที่ตัวตรวจรู้อัตราเร็วและอุปกรณ์วัดทอร์ก เพื่อประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และโหลดทอร์กแบบออนไลน์ในวิธีควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ที่มีส่วนป้อนไปหน้าชดเชยการรบกวนของโหลดทอร์ก

บทที่ 5
การวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วในสถานะชั่วครู่

5.1 กล่าวนำ

ในการสร้างและพัฒนาตัวสังเกตอัตราเร็วหรือตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว ที่ทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ (หรืออัตราเร็วเชิงมุมเพลาหมุน) ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสสมดุล ที่ผ่านมา มอเตอร์เหนี่ยวนำดังกล่าวจะถูกสมมุติว่าหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์เกือบคงที่ ซึ่งเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจริงในสถานะอยู่ตัวของระบบเท่านั้น เพราะในสถานะชั่วครู่ มอเตอร์จะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ ที่มีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม นั่นคืออัตราเร่งหรืออัตราหน่วงเชิงมุมโรเตอร์มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ทำให้ในช่วงระยะเวลานี้ เสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วอาจไม่สามารถสรุปได้หรือตัวสังเกตอาจมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟ แต่เมื่อเวลาผ่านไป ถ้าระบบมอเตอร์และโหลดเริ่มหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์เกือบคงที่ (อัตราเร่งหรืออัตราหน่วงเชิงมุมโรเตอร์มีขนาดลดลงถึงค่าหนึ่ง) ตัวสังเกตอัตราเร็วจึงจะเริ่มต้นมีเสถียรภาพ ซึ่งอาจมีความหมายว่า ถ้ามอเตอร์ขับเคลื่อนโหลดที่ต้องการอัตราเร็วเชิงมุมเพลาหมุนคงที่ในช่วงระยะเวลาที่ยาวนานเกือบตลอดเวลาการใช้งาน และโหลดมีอัตราเร็วเชิงมุมที่เปลี่ยนแปลงในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ เท่านั้นและไม่บ่อยครั้ง ตัวสังเกตอัตราเร็วอาจถูกประยุกต์ใช้งานแทนที่ตัวตรวจรู้เชิงกลวัดอัตราเร็วในระบบได้อย่างเหมาะสม ทำให้ผู้ผลิตระบบขับเคลื่อนทางไฟฟ้า ต้องมีความรู้และความเข้าใจในขีดจำกัดและความเป็นไปได้ในการนำตัวสังเกตอัตราเร็วไปใช้งาน เพื่อเป็นข้อมูลในการเพิ่มเติมเทคนิคหรืออัลกอริทึมอื่นที่เสริมและป้องกันความผิดพลาดในการทำงานของตัวสังเกตอัตราเร็วให้มีความสมบูรณ์มากขึ้น ดังนั้นเนื้อหาในบทนี้ จะกล่าวถึง การตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์เมื่อกฎการปรับตัวมีโครงสร้างที่เปลี่ยนแปลงจากอินทิกรัลเป็นแบบพีไอ การวิเคราะห์เสถียรภาพในกรณีที่มอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดกำลังหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงจากเดิม (ในสถานะชั่วครู่) การหาเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพดังกล่าวในรูปคำตอบของอสมการกำลังสอง และความสมบูรณ์ในการอธิบายเสถียรภาพโดยใช้ทฤษฎีเซตไม่ผันแปรของลาแซลเล

5.2 การเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟ

ในการพัฒนาตัวสังเกตอัตราเร็วชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่ผ่านมา กฎการปรับตัวที่มีโครงสร้างแบบอินทิกรัล จะทำให้ตัวสังเกตดังกล่าวเกิดเสถียรภาพในการทำงาน จากนั้นเพื่อปรับปรุงสมรรถนะในการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ และค่าความต้านทานทุกตัวของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบออนไลน์ จึงได้เปลี่ยนแปลงโครงสร้างของกฎการปรับตัว ไปเป็นแบบสัดส่วนอินทิกรัล (proportional plus integral) หรือตัวควบคุมพีไอ (PI) จึงจำเป็นต้องวิเคราะห์เสถียรภาพซ้ำใหม่ และต้องเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟให้เหมาะสม ก่อนการเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟข้างต้น กฎการปรับตัวในสมการที่ (3-34) , (3-35) , (3-36) , และ (3-37) ที่ทำงานพร้อมกับโครงสร้างหลักของตัวสังเกตอัตราเร็ว จะถูกเขียนในรูปแบบที่สั้นลง โดยการหาอนุพันธ์เทียบกับเวลาได้ดังนี้

$$\dot{\hat{R}}_s = -k_{sp}\dot{\Theta}_S - k_{si}\Theta_S \tag{5-1}$$

$$\dot{\hat{R}}_r = k_{rp}\dot{\Theta}_R + k_{ri}\Theta_R \tag{5-2}$$

$$\dot{\hat{R}}_m = -k_{mp}\dot{\Theta}_m - k_{mi}\Theta_m \tag{5-3}$$

$$\dot{\hat{\omega}}_r = -k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega - k_{\omega i}\Theta_\omega \tag{5-4}$$

โดยที่ $\Theta_S = \Theta_S\left(S_i, \hat{i}_s\right) = S_i^T\hat{i}_s = s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}$,

$\Theta_R = \Theta_R\left(S_i, \hat{\psi}_r, \hat{i}_s\right) = S_i^T\left(\hat{\psi}_r - M\hat{i}_s\right)$ หรือ

$\Theta_R = s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta} - M\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right)$,

$\Theta_m = \Theta_m\left(\hat{s}, S_i, \hat{\psi}_r\right) = \left(L_r - \hat{s}M\right)S_i^T\hat{\psi}_r = \left(L_r - \hat{s}M\right)\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)$, และ

$\Theta_\omega = \Theta_\omega\left(S_i, \hat{\psi}_r\right) = S_i^T\left(J + \dfrac{R_m}{\omega_s L_r}I\right)\hat{\psi}_r$ หรือ

$\Theta_\omega = s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta} + \dfrac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)$

เนื่องจากกฎการปรับตัวมีรูปแบบเป็นตัวควบคุมพีไอ ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ในสมการที่ (3-15) จะถูกเลือกและเขียนแสดงได้ว่า

$$\begin{aligned} V_1 \;=\; & \frac{1}{2}S_i^T S_i + \frac{1}{2\sigma L_s k_{si}}\left(\Delta R_s - k_{sp}\Theta_S\right)^2 + \frac{1}{2\varepsilon L_r k_{ri}}\left(\Delta R_r + k_{rp}\Theta_R\right)^2 \\ & + \frac{1}{2\varepsilon M L_r k_{mi}}\left(\Delta R_m - k_{mp}\Theta_m\right)^2 + \frac{1}{2\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r - k_{\omega p}\Theta_\omega\right)^2 \;\geq\; 0 \end{aligned} \tag{5-5}$$

ในการจัดรูปสมการของอนุพันธ์ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ให้สั้นลง ผลคูณระหว่างทรานโพส (transpose) ของเวกเตอร์พื้นผิว S_i และอนุพันธ์ของเวกเตอร์พื้นผิวดังกล่าว จะถูกเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i \;=\; & S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o\right\} \\ & - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\Theta_S + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\Theta_R - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\Theta_m - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\Theta_\omega \end{aligned} \tag{5-6}$$

ต่อมาดำเนินการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-5) เทียบกับเวลา จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \;=\; & S_i^T \dot{S}_i + \frac{1}{\sigma L_s k_{si}}\left(\Delta R_s \Delta\dot{R}_s - k_{sp}\dot{\Theta}_S \Delta R_s - k_{sp}\Theta_S \Delta\dot{R}_s + k_{sp}^2 \Theta_S \dot{\Theta}_S\right) \\ & + \frac{1}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left(\Delta R_r \Delta\dot{R}_r + k_{rp}\dot{\Theta}_R \Delta R_r + k_{rp}\Theta_R \Delta\dot{R}_r + k_{rp}^2 \Theta_R \dot{\Theta}_R\right) \\ & + \frac{1}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left(\Delta R_m \Delta\dot{R}_m - k_{mp}\dot{\Theta}_m \Delta R_m - k_{mp}\Theta_m \Delta\dot{R}_m + k_{mp}^2 \Theta_m \dot{\Theta}_m\right) \\ & + \frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r \Delta\dot{\omega}_r - k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega \Delta\omega_r - k_{\omega p}\Theta_\omega \Delta\dot{\omega}_r + k_{\omega p}^2 \Theta_\omega \dot{\Theta}_\omega\right) \end{aligned} \tag{5-7}$$

เมื่อแทนค่าผลคูณ $S_i^T \dot{S}_i$ จากสมการที่ (5-6) และกฎการปรับตัวจากสมการที่ (5-1) ถึง (5-4) ลงในสมการที่ (5-7) และจัดรูปสมการใหม่ โดยที่สมมุติว่าค่าความต้านทาน R_s , R_r , R_m , และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ ω_r มีค่าคงที่ในการเปรียบเทียบกับพลวัตของตัวแปรสถานะระบบ ทำให้อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 มีรูปแบบที่ลดลงเป็น

$$\dot{V}_1 = S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i+\left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o\right\}$$
$$-\frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S^2-\frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R^2-\frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m^2-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2 \le 0 \quad (5\text{-}8)$$

โดยที่นิพจน์ $S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i+\left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o\right\} \le 0$

สมการที่ (5-5) และ (5-8) มีความหมายว่า ถ้ามอเตอร์เหนี่ยวนำที่ต่อคู่ควบโหลด หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่ ตัวสังเกตอัตราเร็วหรือตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ จะมีเสถียรภาพในการทำงาน เพราะ $\dot{V}_1$ มีคุณสมบัติกึ่งจำกัดลบ (negative semidefinite) ตลอดเวลา แต่ในสถานะชั่วครู่ ระบบมอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นหรือลดลง ($\dot{\omega}_r \neq 0$) เป็นผลให้ไม่สามารถสรุปเสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วได้ภายในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ เพราะ $\dot{V}_1$ อาจมีค่าบวกภายในช่วงระยะเวลานี้

5.3 เสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ

เมื่อพิจารณาตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวเป็นระบบพลวัตที่มีรูปแบบของระบบนันออโทโนมัส ทฤษฎีบทที่ปรากฏในเอกสารอ้างอิง (Kalman and Bertram, 1960) จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพ โดยที่ภาคผนวก ข ได้นำเสนอทฤษฎีบทบางส่วนที่เกี่ยวข้อง การวิเคราะห์เสถียรภาพในส่วนนี้จึงคล้ายคลึงกับการวิเคราะห์เสถียรภาพที่นำเสนอในหัวข้อ 3.4 แต่เขียนความผิดพลาดของค่าพารามิเตอร์ และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta R_s = \Delta R_s - k_{sp}\Theta_S + k_{sp}\Theta_S \quad (5\text{-}9)$$

$$\Delta R_r = \Delta R_r + k_{rp}\Theta_R - k_{rp}\Theta_R \quad (5\text{-}10)$$

$$\Delta R_m = \Delta R_m - k_{mp}\Theta_m + k_{mp}\Theta_m \quad (5\text{-}11)$$

$$\Delta \omega_r = \Delta \omega_r - k_{\omega p}\Theta_\omega + k_{\omega p}\Theta_\omega \quad (5\text{-}12)$$

จากนั้นแทนค่า $\Delta R_s, \Delta R_r, \Delta R_m$, และ $\Delta\omega_r$ จากสมการที่ (5-9) ถึง (5-12) ลงในอนุพันธ์ของเวกเตอร์พื้นผิวในสมการที่ (3-44) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\dot{S}_i &= \left(A_{11}+K-\varphi_u+\varphi_\theta\right)S_i+\left(A_{11}+K\right)Kz_i \\ &\quad +\left(A_{12}+D_1\right)e_\psi+\Delta A_{11}^{\theta}\hat{i}_s+\left(\Delta A_{12}^{\theta}+\Delta D_1^{\theta}\right)\hat{\psi}_r\end{aligned} \tag{5-13}$$

โดยที่ $\Delta A_{11}^{\theta} = -\dfrac{1}{\sigma L_s}\left\{\Delta R_s - k_{sp}\Theta_S + \dfrac{M^2}{L_r^2}\left(\Delta R_r + k_{rp}\Theta_R\right)\right\}I$,

$$\Delta A_{12}^{\theta}+\Delta D_1^{\theta} = \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{\Delta R_r + k_{rp}\Theta_R - \frac{L_r-\hat{s}M}{M}\left(\Delta R_m - k_{mp}\Theta_m\right)\right\}I$$

$$-\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{R_m}{\omega_s L_r}I+J\right)\left(\Delta\omega_r - k_{\omega p}\Theta_\omega\right)$$

, และ

$$\begin{aligned}\varphi_\theta &= -\frac{1}{\sigma L_s}\hat{i}_s\left\{k_{sp}\hat{i}_s^T - k_{rp}\frac{M^2}{L_r^2}\left(\hat{\psi}_r^T - M\hat{i}_s^T\right)\right\} - \frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\hat{\psi}_r\left(\hat{\psi}_r^T - M\hat{i}_s^T\right) \\ &\quad -\frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\left(L_r-\hat{s}M\right)^2\hat{\psi}_r\hat{\psi}_r^T - \frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\left(\frac{R_m}{\omega_s L_r}I+J\right)\hat{\psi}_r\hat{\psi}_r^T\left(\frac{R_m}{\omega_s L_r}I-J\right)\end{aligned}$$

ต่อมาเขียนกฎการปรับตัวในสมการที่ (5-1) ถึง (5-4) ใหม่อีกครั้งหนึ่ง จะได้ว่า

$$\Delta\dot{R}_s - k_{sp}\dot{\Theta}_S = -\dot{\hat{R}}_s - k_{sp}\dot{\Theta}_S = k_{si}\Theta_S \tag{5-14}$$

$$\Delta\dot{R}_r + k_{rp}\dot{\Theta}_R = -\dot{\hat{R}}_r + k_{rp}\dot{\Theta}_R = -k_{ri}\Theta_R \tag{5-15}$$

$$\Delta\dot{R}_m - k_{mp}\dot{\Theta}_m = -\dot{\hat{R}}_m - k_{mp}\dot{\Theta}_m = k_{mi}\Theta_m \tag{5-16}$$

$$\Delta\dot{\omega}_r - k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega = -\dot{\hat{\omega}}_r - k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega = k_{\omega i}\Theta_\omega \tag{5-17}$$

จากนั้นเขียนสมการที่ (5-13) ถึง (5-17) ในรูปแบบที่สั้นลงได้เป็น

$$\dot{\chi}_\omega = F_\omega(t,\ \chi_\omega) \tag{5-18}$$

โดยที่ $\chi_\omega^T = \left[S_i^T \ \ \Delta R_s - k_{sp}\Theta_S \ \ \Delta R_r + k_{rp}\Theta_R \ \ \Delta R_m - k_{mp}\Theta_m \ \ \Delta\omega_r - k_{\omega p}\Theta_\omega \right]^T$

ต่อมาเลือก $\gamma_1^{\min} = \min\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2\sigma L_s k_{si}},\ \frac{1}{2\varepsilon L_r k_{ri}},\ \frac{1}{2\varepsilon M L_r k_{mi}},\ \frac{1}{2\varepsilon k_{\omega i}}\right)$ และ $\gamma_1^{\max} = \max\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2\sigma L_s k_{si}},\ \frac{1}{2\varepsilon L_r k_{ri}},\ \frac{1}{2\varepsilon M L_r k_{mi}},\ \frac{1}{2\varepsilon k_{\omega i}}\right)$ รวมถึง พิจารณาฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-5) จะได้ว่า

$$\gamma_1^{\min}\| \chi_\omega\|^2 \le V_1 \le \gamma_1^{\max}\| \chi_\omega\|^2 \tag{5-19}$$

ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 บรรจุอยู่ในเซกเตอร์ $\gamma_1^{\min}\| \chi_\omega\|^2$ และ $\gamma_1^{\max}\| \chi_\omega\|^2$ ตลอดเวลา จากนั้นเขียนอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-8) ใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = & -\left\{|\phi_{1\alpha}\|s_{i\alpha}e_{i\alpha}| - (a_{r11}+k_1)s_{i\alpha}e_{i\alpha}\right\} - \left\{|\phi_{1\beta}\|s_{i\beta}e_{i\beta}| - (a_{r11}+k_2)s_{i\beta}e_{i\beta}\right\} \\ & -\left(|\Lambda_\alpha\|s_{i\alpha}| - f_1 s_{i\alpha}\right) - \left(|\Lambda_\beta\|s_{i\beta}| - f_2 s_{i\beta}\right) - k_1|\phi_{2\alpha}\|s_{i\alpha}z_{i\alpha}| \\ & - k_2|\phi_{2\beta}\|s_{i\beta}z_{i\beta}| - \frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S^2 - \frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R^2 - \frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m^2 - \frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2 \le 0\end{aligned}$$

$$\dot{V}_1 \le -\left(|\Lambda_\alpha\|s_{i\alpha}| - f_1 s_{i\alpha}\right) - \left(|\Lambda_\beta\|s_{i\beta}| - f_2 s_{i\beta}\right) \le 0 \tag{5-20}$$

ดังนั้นตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอมีเสถียรภาพแบบสม่ำเสมอ

5.4 การหาเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพในสถานะชั่วครู่

เมื่อมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดกำลังหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ (rotor angular acceleration) หรืออัตราหน่วงเชิงมุมโรเตอร์ที่ไม่เท่ากับศูนย์ พลวัตเชิงกลในการหมุนของระบบจะปรากฏเพิ่มเติมในอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-8) นั่นคือ

$$\dot{V}_1 = S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i+\left(A_{12}+D_1\right)e_\psi-U_o\right\}-\frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S^2-\frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R^2 - \frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m^2-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2+\frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\dot{\omega}_r \tag{5-21}$$

และ เพลาหมุนของมอเตอร์และโหลด มีอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เปลี่ยนแปลงไปตาม

$$\omega_r = -\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r+\frac{pK_T}{2B_t}i_{eq}-\frac{p}{2B_t}T_L \tag{5-22}$$

ทำให้ ในช่วงระยะเวลาใดที่ $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) มีค่ามากกว่าศูนย์ เสถียรภาพของตัวสังเกตไม่สามารถสรุปได้ แต่ถ้าในช่วงระยะเวลาใดที่ $\dot{V}_1$ มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์มีเสถียรภาพ ต่อมาแทนค่า ω_r จากสมการที่ (5-22) ลงในสมการที่ (5-21) จะได้ว่า

$$\dot{V}_1 = -\frac{J_t}{\varepsilon k_{\omega i}B_t}\dot{\omega}_r^2+\frac{\Omega_E}{\varepsilon k_{\omega i}B_t}\dot{\omega}_r+\dot{\bar{V}}_1 \tag{5-23}$$

โดยที่ $\Omega_E = \Omega_E\left(T_e, T_L, \hat{\omega}_r, \Theta_\omega\right) = \frac{p}{2}\left(T_e-T_L\right)-B_t\left(\hat{\omega}_r+k_{\omega p}\Theta_\omega\right)$ และ

$$\dot{\bar{V}}_1 = S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i+\left(A_{12}+D_1\right)e_\psi-U_o\right\} - \frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S^2-\frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R^2-\frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m^2-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2$$

สมการที่ (5-23) มีความหมายว่า ในขณะที่มอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลด กำลังหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่มีค่าเปลี่ยนแปลงจากเดิมในสถานะชั่วครู่ ปัจจัยที่มีผลกระทบถึงเสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟ จะประกอบด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ($\hat{\omega}_r$) อัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ ($\dot{\omega}_r$) ค่าพารามิเตอร์เชิงกลของระบบ J_t , B_t ผลต่างระหว่างทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้า ($T_e = K_T i_{eq}$) และโหลดทอร์ก (T_L) และการประมาณค่าตัวแปรสถานะและการกำหนดค่าเกนต่าง ๆ ในตัวสังเกตอัตราเร็ว จากนั้นจัดรูปสมการที่ (5-23) ให้เป็นอสมการที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ เพื่อหาเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพในสถานะชั่วครู่ที่สัมพันธ์กับปัจจัยดังกล่าว

$$-J_t\dot{\omega}_r^2 + \Omega_E\dot{\omega}_r + \varepsilon k_{\omega i}B_t\dot{\bar{V}}_1 \le 0 \qquad (5\text{-}24)$$

โดยที่ $\dot{\omega}_r$ คือตัวแปรในอสมการกำลังสอง (5-24) ที่ต้องการหาคำตอบ
เมื่อเขียนอสมการนี้ที่มีสัมประสิทธิ์ของ $\dot{\omega}_r^2$ เท่ากับหนึ่ง จะได้ว่า

$$\dot{\omega}_r^2 - \frac{\Omega_E}{J_t}\dot{\omega}_r - \frac{\varepsilon k_{\omega i}B_t}{J_t}\dot{\bar{V}}_1 \ge 0 \qquad (5\text{-}25)$$

นั่นคือ ภายในช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่ง ถ้า $\dot{\omega}_r \ge \frac{\Omega_E}{2J_t} + \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$ หรือ $\dot{\omega}_r \le \frac{\Omega_E}{2J_t} - \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$ แล้ว อสมการที่ (5-25) เป็นจริง และ $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) มีค่าลบ ดังนั้นตัวสังเกตอัตราเร็วมีเสถียรภาพ

แต่ถ้า $\frac{\Omega_E}{2J_t} - \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \le \dot{\omega}_r \le \frac{\Omega_E}{2J_t} + \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$ แล้ว อสมการที่ (5-25) เป็นเท็จ และ $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) มีค่าบวก ดังนั้นจึงไม่สามารถดำเนินการสรุปเสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วได้ โดยที่ $\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1 \ge 0$

ต่อมากำหนดให้

$\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1$ คือ ดิสคริมิแนนต์ (discriminant) ,

$\frac{\Omega_E}{2J_t} + \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$ คือ ขอบเขตบน (upper bound) ของ $\dot{\omega}_r$,

$\frac{\Omega_E}{2J_t} - \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$ คือ ขอบเขตล่าง (lower bound) ของ $\dot{\omega}_r$, และ

$\frac{\Omega_E}{2J_t}$ คือ ปริมาณกึ่งกลาง (mid-point quantity) ระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่าง

ถ้า $\dot{\omega}_r$ เท่ากับศูนย์อย่างต่อเนื่อง ขอบเขตบน ขอบเขตล่างและปริมาณกึ่งกลางนี้ จะไม่มีความหมายใด ๆ

เมื่อมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดเริ่มเดินเครื่องและหมุนออกจากตำแหน่งหยุดนิ่ง หรืออัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ของเพลาหมุนกำลังมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม ซึ่งเกิดจากการ

เปลี่ยนแปลงของทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าหรือการรบกวนของโหลดทอร์กภายนอกในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ ถ้าดิสคริมิแนนต์มีค่าบวก ขอบเขตบน ขอบเขตล่างและปริมาณกึ่งกลางของ $\dot{\omega}_r$ จะปรากฏขึ้นและเปลี่ยนแปลงไปตามอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์พลวัตเชิงกล และการทำงานของตัวสังเกตอัตราเร็ว นั่นคือตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) อาจมีเสถียรภาพหรือเสถียรภาพของตัวสังเกตอาจไม่สามารถสรุปได้ในสถานะชั่วครู่ เพราะอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ของเพลาหมุน อาจมีค่าอยู่ภายนอกหรือภายในขอบเขตบนและขอบเขตล่างในขณะใดขณะหนึ่ง หลังจากเวลาผ่านไปนานเพียงพอ เมื่อระบบมอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์หรืออัตราหน่วงเชิงมุมโรเตอร์ ($|\dot{\omega}_r|$) ที่มีขนาดลดลงอย่างต่อเนื่องจนน้อยกว่าค่าหนึ่ง ($d|\dot{\omega}_r|/dt < 0$) ดิสคริมิแนนต์จะมีตัวเลขบวกที่ลดลง ทำให้ขอบเขตบนและขอบเขตล่างมีระยะห่างที่ลดลงจากเดิม (มีค่าใกล้เคียงกันมากขึ้น) ในขณะที่ $\dot{\omega}_r$ อาจมีค่าอยู่ภายนอกหรือภายในสองขอบเขตดังกล่าว ถ้า $\dot{\omega}_r$ มีค่าอยู่นอกสองขอบเขตนี้ $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) มีค่าลบทำให้ตัวสังเกตอัตราเร็วมีเสถียรภาพ และต่อมาถ้าดิสคริมิแนนต์เริ่มมีค่าลบอย่างต่อเนื่อง ขอบเขตบนและขอบเขตล่างจะมีค่าเท่ากันที่เวลาหนึ่ง ก่อนการไม่มีความหมายของสองขอบเขตนี้ เป็นผลให้ $\dot{V}_1$ มีค่าลบและตัวสังเกตอัตราเร็วมีเสถียรภาพ เพราะอสมการที่ (5-26)

$$\left(\dot{\omega}_r - \frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2 - \frac{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} J_t B_t \dot{V}_1}{4J_t^2} \geq 0 \tag{5-26}$$

เป็นจริง โดยที่การจัดรูปกำลังสองสมบูรณ์ในอสมการที่ (5-25) ได้ให้อสมการที่ (5-26) เมื่ออัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์หรืออัตราหน่วงเชิงมุมโรเตอร์ของเพลาหมุน มีขนาดลดลงต่อไปอีกจนเท่ากับศูนย์ (อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์เริ่มคงที่) และต่อมามอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลด หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่อย่างต่อเนื่องในสถานะอยู่ตัว $\dot{V}_1$ จะมีค่าลบและมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ตัวสังเกตจึงมีเสถียรภาพที่แน่นอน

5.5 การอธิบายเสถียรภาพโดยใช้ทฤษฎีเซตไม่ผันแปร

เนื่องจากตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนออาจมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟ หรือเสถียรภาพของตัวสังเกตอาจไม่สามารถสรุปได้ในสถานะชั่วครู่ และตัวสังเกตดังกล่าวมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว คุณสมบัติของเซตไม่ผันแปรจึงสามารถอธิบายการเกิดเสถียรภาพข้างต้นได้อย่างสมบูรณ์ ก่อนการประยุกต์ใช้เซตไม่ผันแปร ทฤษฎีของลาแซลเล (LaSalle) จะได้รับการทบทวนอย่างสั้น ๆ ดังนี้ (Khalil, 2000) เมื่อพิจารณาระบบพลวัต

$$\dot{\vec{x}} = f(\vec{x}) \tag{5-27}$$

โดยที่ $\vec{x}$ คือเวกเตอร์หลักของตัวแปรสถานะในระบบ
กำหนดให้ V คือฟังก์ชันเลียปูโนฟของระบบในสมการที่ (5-27) ซึ่งมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์และมีอนุพันธ์อันดับหนึ่ง , Ξ_C คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก $\vec{x}$ ซึ่งทำให้ $\dot{V} \le 0$, Ξ_O คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก $\vec{x}$ ซึ่งทำให้ $\dot{V} = 0$, และ Ξ_I คือเซตไม่ผันแปรที่ใหญ่ที่สุดซึ่งบรรจุอยู่ภายในเซต Ξ_O

เนื่องจาก $\Xi_I \subset \Xi_O \subset \Xi_C$ เมื่อเวลาผ่านไปนานเพียงพอ ($t \to \infty$) แนววิถีของ $\vec{x}$ ที่เริ่มต้นภายในเซต Ξ_C จะเคลื่อนที่เข้าไปอยู่ภายในเซต Ξ_I

ในการอธิบายเสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็ว เวกเตอร์หลักของตัวแปรสถานะคือเวกเตอร์ของความผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ทำให้เขียนสมการที่แสดงความผิดพลาดระหว่างมอเตอร์เหนี่ยวนำและตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอได้ดังนี้

$$\dot{e}_i = A_{11}e_i + \left(A_{12} + D_1\right)e_\psi + \Delta A_{11}\hat{i}_s + \left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r - U_o \tag{5-28}$$

$$\dot{e}_\psi = A_{21}e_i + \left(A_{22} + D_2\right)e_\psi + \Delta A_{21}\hat{i}_s + \left(\Delta A_{22} + \Delta D_2\right)\hat{\psi}_r \tag{5-29}$$

สมมุติว่ากฎทางลอจิกในเวกเตอร์แก้ไข U_o ที่มีคุณลักษณะการทำงานเหมือนกับฟังก์ชัน signum ได้ถูกปรับเปลี่ยนเป็นรูปแบบของฟังก์ชันการอิ่มตัวที่มีส่วนเชิงเส้นแคบเพียงพอ เวกเตอร์แก้ไข U_o จึงมีคุณสมบัติของความต่อเนื่อง และนิพจน์ทางด้านขวามือของสมการที่ (5-28) และ (5-29) มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขของลิพชิตซ์ (Lipschitz) ในวงกว้าง (Khalil, 2000) เมื่อมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่กำลังเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม ($\dot{\omega}_r \neq 0$) แต่อัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ (หรืออัตราหน่วงเชิงมุมโรเตอร์) มีขนาดลดลงอย่างต่อเนื่องในสถานะชั่วครู่ ($d|\dot{\omega}_r|/dt < 0$) ถ้า $\dot{\omega}_r$ มีค่าอยู่ภายนอกขอบเขตบนและขอบเขตล่าง หรือถ้าดิสครีมิแนนต์มีค่าลบอย่างต่อเนื่อง $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) จะมีค่าลบ ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ในสมการที่ (5-5) มีค่าที่ลดลงหรือไม่เพิ่มขึ้นจากเดิม และ $\left\| e_i^T \;\; e_\psi^T \right\|$ มีแนวโน้มลดลง ต่อมามอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่ ($\dot{\omega}_r = 0$ และ $\ddot{\omega}_r = 0$) อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_1$

มีค่าลบต่อไปอีกและมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ในสถานะอยู่ตัว นั่นคือเซตที่มีขอบเขต (bounded) Ξ_C^{ω} ถูกเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned}\Xi_C^{\omega} = \Big\{ & \left[e_i \;\; e_{\psi} \right]^T \in \Re^4 \mid \exists \Delta R_s, \exists \Delta R_r, \exists \Delta R_m, \exists \Delta \omega_r, \; \dot{\omega}_r \neq 0, \\ & d\left|\dot{\omega}_r\right|/dt < 0, \left| \dot{\omega}_r - \frac{\Omega_E}{2J_t} \right| \geq \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \Big\} \cup \\ & \Big\{ \left[e_i \;\; e_{\psi} \right]^T \in \Re^4 \mid \exists \Delta R_s, \exists \Delta R_r, \exists \Delta R_m, \exists \Delta \omega_r, \; \dot{\omega}_r \neq 0, \\ & d\left|\dot{\omega}_r\right|/dt < 0, \; \Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1 \leq 0 \Big\} \cup \\ & \Big\{ \left[e_i \;\; e_{\psi} \right]^T \in \Re^4 \mid \exists \Delta R_s, \exists \Delta R_r, \exists \Delta R_m, \exists \Delta \omega_r, \; \dot{\omega}_r = 0, \\ & \ddot{\omega}_r = 0, \; \dot{V}_1 \leq 0 \Big\}\end{aligned} \tag{5-30}$$

โดยที่ $\Re^4$ คือเซตของเวกเตอร์หลักที่ประกอบด้วยจำนวนจริงใด ๆ 4 จำนวน

เซต Ξ_C^{ω} ในสมการที่ (5-30) คือเซตปิด (closed set) เพราะถ้าแนววิถีของ $[\, e_i \quad e_{\psi} \,]^T$ เคลื่อนที่เข้ามาถึงเซต Ξ_C^{ω} แนววิถีดังกล่าวจะยังคงเคลื่อนที่อยู่ภายในเซต Ξ_C^{ω} นี้เมื่อเวลาผ่านไป โดยที่โหลดทอร์ก (การรบกวนภายนอก) และตัวแปรอินพุต (แรงดันสเตเตอร์) ต้องไม่มีขนาดหรือไม่มีค่าอาร์เอ็มเอส (RMS) และความถี่หลักมูลที่เปลี่ยนแปลงจากเดิม ทำให้เซต Ξ_C^{ω} คือเซตกระชับ (compact set) เนื่องจากแนววิถีของ $[\, e_i \;\; e_{\psi} \,]^T$ มีขอบเขต เซต Ξ_C^{ω} จะมีเซตย่อยที่กระชับไม่ผันแปร และไม่เป็นเซตว่าง บรรจุอยู่ภายใน ในขณะที่มอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่ สมการที่ (5-5) และ (5-8) จะถูกใช้อธิบายได้ว่า ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 มีค่าที่ลดลงหรือไม่เพิ่มขึ้นจากเดิม ($V_1(t) \leq V_1(0)$) และเมื่อเวลาผ่านไปนานเพียงพอ ($t \to \infty$) $S_i \to 0$, $e_i \to 0$, $\Theta_S \to 0$, $\Theta_R \to 0$, $\Theta_m \to 0$, และ $\Theta_{\omega} \to 0$ ในขณะที่ e_{ψ}, ΔR_s, ΔR_r, ΔR_m, และ $\Delta \omega_r$ มีค่าลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งในสถานะอยู่ตัว ทำให้เขียนเซตที่ไม่เป็นเซตว่าง Ξ_I^{ω} ได้ว่า

$$\begin{aligned}\Xi_I^{\omega} = \Big\{ & \left[e_i \;\; e_{\psi} \right]^T \in \Re^4 \mid \exists \Delta R_s, \exists \Delta R_r, \exists \Delta R_m, \exists \Delta \omega_r, \; \dot{\omega}_r = 0, \\ & \ddot{\omega}_r = 0, \; e_i \to 0, \; \dot{e}_i \to 0, \; \dot{e}_{\psi} \to 0, \; \dot{V}_1 \to 0^- \Big\}\end{aligned} \tag{5-31}$$

เมื่อแนววิถีของ $[\, e_i \quad e_{\psi} \,]^T$ เคลื่อนที่เข้ามาภายในเซต Ξ_I^{ω} ทำให้ $\dot{V}_1 = 0$, V_1 มีค่าคงที่ค่าหนึ่ง และแนววิถีดังกล่าวคือ $[\, 0 \quad \bar{e}_{\psi} \,]^T$ โดยที่ $\bar{e}_{\psi}$ คือเวกเตอร์คงที่ของความผิดพลาดเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้จากการคำนวณ เป็นผลให้แนววิถีข้างต้นหยุดการเคลื่อนที่และค้างติดอยู่

ภายในเซต Ξ_I^{ω} จนกว่ามอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดจะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโหลดทอร์ก อาจกล่าวได้ว่าเซต Ξ_I^{ω} คือเซตไม่ผันแปร ต่อมาอสมการที่ (5-25) ใช้อธิบายได้ว่า เมื่อมอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมหรืออัตราหน่วงเชิงมุมโรเตอร์ที่มีขนาดลดลงอย่างต่อเนื่อง และ $\dot{\omega}_r^2 - \frac{\Omega_E}{J_t}\dot{\omega}_r - \frac{\varepsilon k_{\omega i} B_t}{J_t}\dot{\bar{V}}_1 = 0$ ในขณะใดขณะหนึ่ง $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ในขณะนั้น และในสถานะอยู่ตัว อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_1$ มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ทำให้เขียนเซต Ξ_O^{ω} ได้เป็น

$$\Xi_O^{\omega} = \left\{ \begin{bmatrix} e_i & e_{\psi} \end{bmatrix}^T \in \Re^4 \;\middle|\; \exists \Delta R_s, \exists \Delta R_r, \exists \Delta R_m, \exists \Delta \omega_r,\ \dot{\omega}_r \neq 0, \right. \\ \left. d|\dot{\omega}_r|/dt < 0,\ \left| \dot{\omega}_r - \frac{\Omega_E}{2J_t} \right| = \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \right\} \cup \Xi_I^{\omega} \tag{5-32}$$

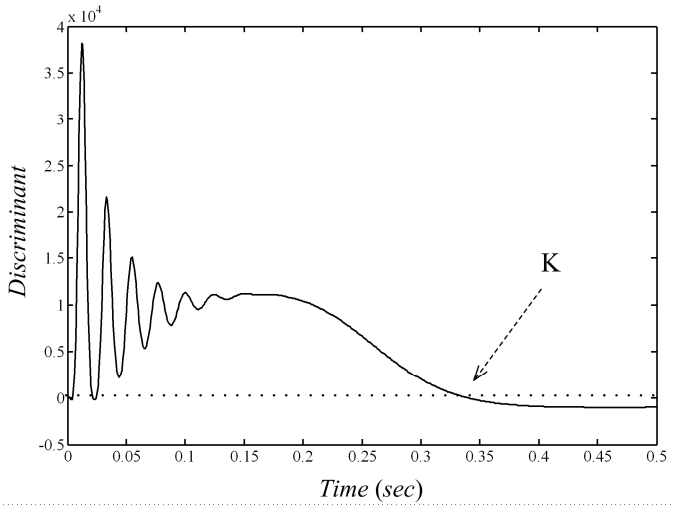
ในการอ้างอิงถึงทฤษฎีเซตไม่ผันแปรของลาแซลเล เนื่องจาก $\Xi_I^{\omega} \subset \Xi_O^{\omega} \subset \Xi_C^{\omega}$ ดังนั้น เมื่อเวลาผ่านไปนานเพียงพอ ($t \to \infty$) แนววิถีของ $[\, e_i \;\; e_{\psi} \,]^T \in \Xi_C^{\omega}$ จะเคลื่อนที่เข้าหา $[\, e_i \;\; e_{\psi} \,]^T \in \Xi_I^{\omega}$ ซึ่งให้ความหมายว่า ตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอมีเสถียรภาพตั้งแต่ใกล้การสิ้นสุดสถานะชั่วครู่ จนเข้าสู่การมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว

5.6 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิดในสถานะชั่วครู่

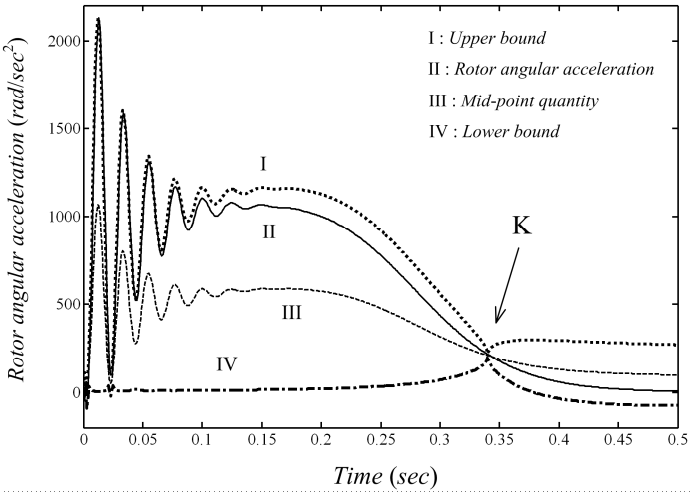
ขั้นตอนการจำลองสถานการณ์ได้กำหนดให้มอเตอร์เหนี่ยวนำชนิดกรงกระรอกมีแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับไซนูซอยด์สามเฟสสมดุล 220 โวลต์ 50 เฮิรตซ์ แหล่งจ่ายดังกล่าวเชื่อมต่อตรงเมื่อเวลาเริ่มต้น $t = 0$ เพื่อขับเคลื่อนมอเตอร์และโหลดที่ต่อคู่ควบ ให้เริ่มต้นหมุนออกจากตำแหน่งหยุดนิ่ง ตัวสังเกตอัตราเร็ว (ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์) ได้รับแรงดันสเตเตอร์และกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ เพื่อคำนวณเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์ นั่นคือ ตัวสังเกตอัตราเร็ว และระบบมอเตอร์และโหลด มีลักษณะของการเชื่อมต่อแบบระบบวงเปิด แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสสมดุล 3 กิโลวัตต์ มีค่าพารามิเตอร์ที่ระบุดังนี้ (Maes and Melkebeek, 2000) $R_s = 2.15$ โอห์ม, $R_r = 2.33$ โอห์ม, $L_s = L_r = 0.21$ เฮนรี, $M = 0.2025$ เฮนรี, $R_m = 4.48$ โอห์ม, $p = 4$, $J_m = 0.008$ กิโลกรัม·ตารางเมตร, $f^{rated} = 50$ เฮิรตซ์, และ $\omega_m^{rated} = 1420$ รอบต่อนาที โดยที่ J_m คือโมเมนต์ความเฉื่อยของโรเตอร์ในมอเตอร์ โหลดที่มีโมเมนต์ความเฉื่อยเท่ากับ $J_L = 0.084$ กิโลกรัม·ตาราง

เมตร ถูกเชื่อมต่อเข้ากับเพลาหมุนของมอเตอร์ ในขณะที่สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานหนืดรวมของระบบมอเตอร์และโหลดเท่ากับ $B_t = 0.0697$ นิวตัน·เมตร·วินาที/เรเดียน ตัวแปรสถานะเริ่มต้นของมอเตอร์และตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ มีค่าเท่ากับศูนย์ แต่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของค่าความต้านทานชุดขดลวดสเตเตอร์ ค่าความต้านทานชุดขดลวดโรเตอร์ และค่าความต้านทานที่แทนกำลังงานสูญเปล่าในแกน มีค่าตัวเลขเป็นครึ่งหนึ่งของค่าพารามิเตอร์ที่ระบุที่สมนัยกัน ในขณะที่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์มีค่าเท่ากับศูนย์ ($\hat{\omega}_{r0} = 0$) เราสามารถกำหนดค่าต่าง ๆ ด้วยการเลือกสำหรับตัวสังเกตให้ทำงานได้ในระดับที่พึงพอใจ ค่าต่าง ๆ เหล่านี้ได้แก่ ค่าเกนพื้นผิว $k_1 = k_2 = 5$ ค่าเกนแก้ไขในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ $|\phi_{1\alpha}| = |\phi_{1\beta}| = 290$, $|\phi_{2\alpha}| = |\phi_{2\beta}| = 1$, และ $|\Lambda_\alpha| = |\Lambda_\beta| = 10$ ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในกฎการปรับตัว $k_{sp} = k_{si} = 0.00329$, $k_{rp} = k_{ri} = 0.0178$, $k_{mp} = k_{mi} = 22$, และ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$ ตามลำดับ และโหลดทอร์กจริงที่เกิดขึ้นบริเวณเพลาหมุนของระบบมอเตอร์และโหลด มีขนาดคงที่เท่ากับ 5 นิวตัน·เมตร

ในช่วงเวลาแรกของการเริ่มเดินเครื่องมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลด และการทำงานของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ เพลาหมุนของระบบมีอัตราเร็วเชิงมุมเพิ่มขึ้น ดิสคริมิแนนต์มีค่าบวกเกือบตลอดช่วงระยะเวลานี้ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.1 ขอบเขตบน ขอบเขตล่าง และปริมาณกึ่งกลางของ $\dot{\omega}_r$ จึงปรากฏขึ้นและมีค่าเปลี่ยนแปลงในลักษณะแกว่งกวัด ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.2 อัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นและลดลงในลักษณะแกว่งกวัดเช่นเดียวกัน ทำให้ $\dot{\omega}_r$ มีค่าอยู่ภายในระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่าง และมีค่าอยู่ภายนอกสองขอบเขตดังกล่าวเล็กน้อย เป็นผลให้อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) มีค่าบวกและลบสลับกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.3 ต่อมา $\dot{\omega}_r$ มีค่าอยู่ภายในระหว่างสองขอบเขตข้างต้นอย่างต่อเนื่อง $\dot{V}_1$ จึงมีค่าบวก ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.2 และ 5.3 และฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ในสมการที่ (5-5) มีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิม ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.4 ทำให้ไม่สามารถสรุปเสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วได้ ($[\, e_i \quad e_\psi \,]^T \notin \Xi_C^\omega$) เมื่อมอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ที่มีขนาดลดลงอย่างต่อเนื่องในสถานะชั่วครู่ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.2 ดิสคริมิแนนต์มีค่าบวกที่ลดลง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.1 ทำให้ขอบเขตบนและขอบเขตล่างมีระยะห่างที่ลดลงเช่นเดียวกัน ต่อมา $\dot{\omega}_r$ มีขนาดลดลงจนถึงค่าหนึ่งในขณะที่ดิสคริมิแนนต์เริ่มมีค่าลบตั้งแต่จุดเวลา 'K' (ที่เวลา 0.34 วินาที) ขอบเขตบนและขอบเขตล่างจึงมีค่าเท่ากันก่อนจะเข้าสู่สภาวะการไม่มีความหมายใด ๆ ทำให้ $\dot{V}_1$ มีค่าลบ และฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 มีค่าลดลงจากค่ามากที่สุดตั้งแต่จุดเวลา 'K' เดียวกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.3 และ 5.4 นั่นคือก่อนการสิ้นสุดสถานะชั่วครู่ ตัวสังเกตอัตราเร็วเริ่มมีเสถียรภาพ ($[\, e_i \quad e_\psi \,]^T \in \Xi_C^\omega$) และเซต Ξ_C^ω มีเซตย่อย Ξ_I^ω เพราะ $\left\| e_i^T \quad e_\psi^T \right\|$ มีแนวโน้มลดลงและมีขอบเขต ซึ่งแสดงได้ใน

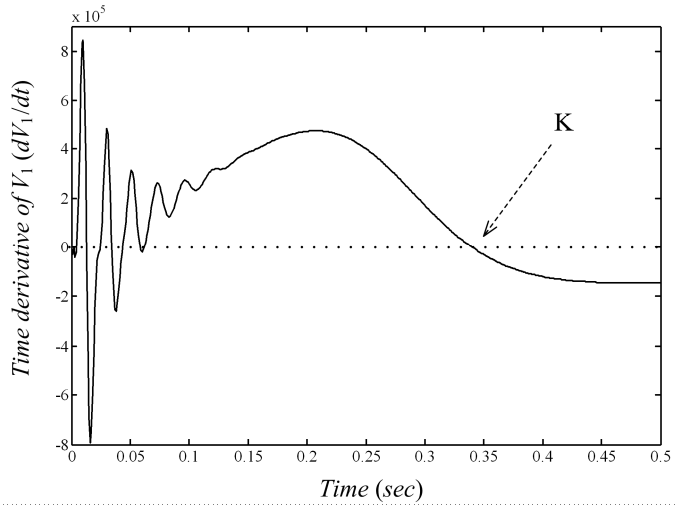


รูปที่ 5.1 ดิสคริมิแนนต์ของ $\dot{\omega}_r$ โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$

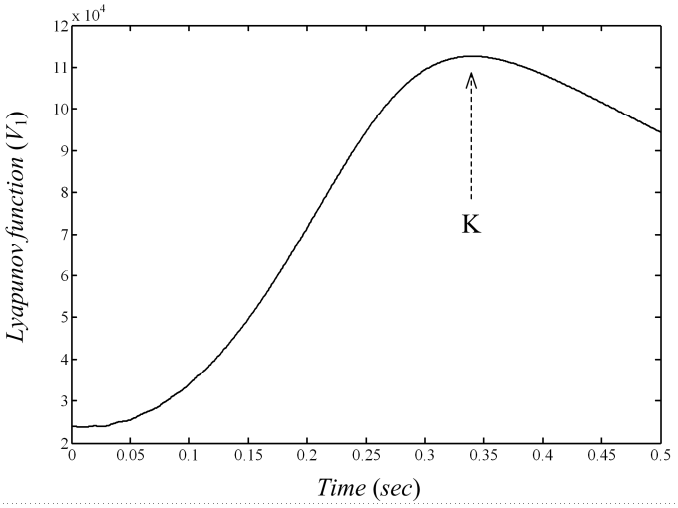


รูปที่ 5.2 อัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ ($\dot{\omega}_r$) ขอบเขตบน ขอบเขตล่าง และปริมาณกึ่งกลาง โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$

รูปที่ 5.5 เมื่อมอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่ $\dot{V}_1$ มีค่าลบอย่างต่อเนื่องและมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.6 ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 มีค่าลดลงและมีค่าลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.7 เป็นผลให้ตัวสังเกตอัตราเร็วมีเสถียรภาพที่แน่นอน และ $\left\| e_i^T \quad e_\psi^T \right\|$ มีขนาดลดลงและลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งที่มากกว่าศูนย์เล็กน้อยในสถานะอยู่ตัว

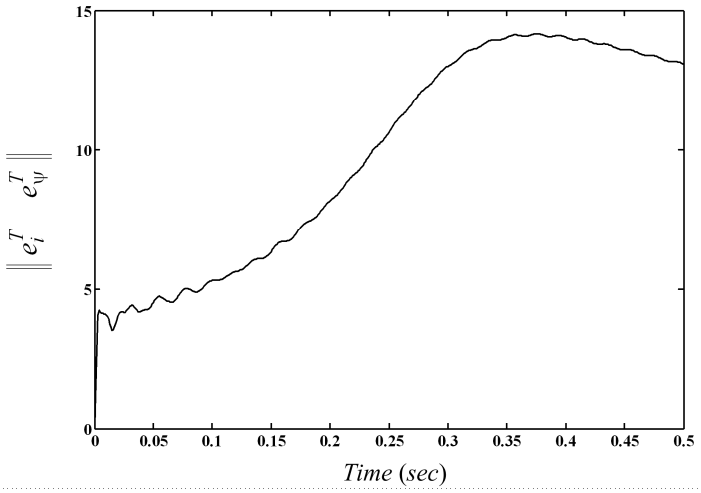


รูปที่ 5.3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) ในสถานะชั่วครู่ โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$

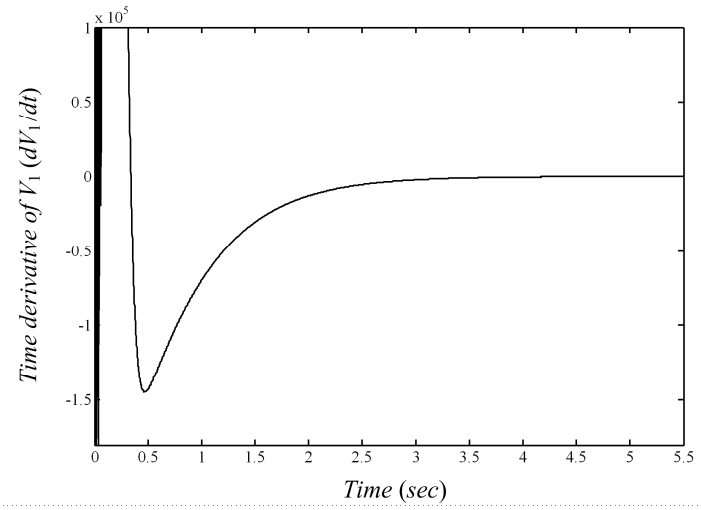


รูปที่ 5.4 ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ในสมการที่ (5-5) ในสถานะชั่วครู่ โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$

($[\, e_i \quad e_\psi \,]^T \rightarrow [\, 0 \quad \bar{e}_\psi \,]^T \in \Xi_I^\omega$) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.8 นอกจากนี้ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ใช้เวลา 4.5 วินาทีโดยประมาณ เพื่อประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ให้มีค่าเท่ากับอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์จริงของมอเตอร์เหนี่ยวนำ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.9

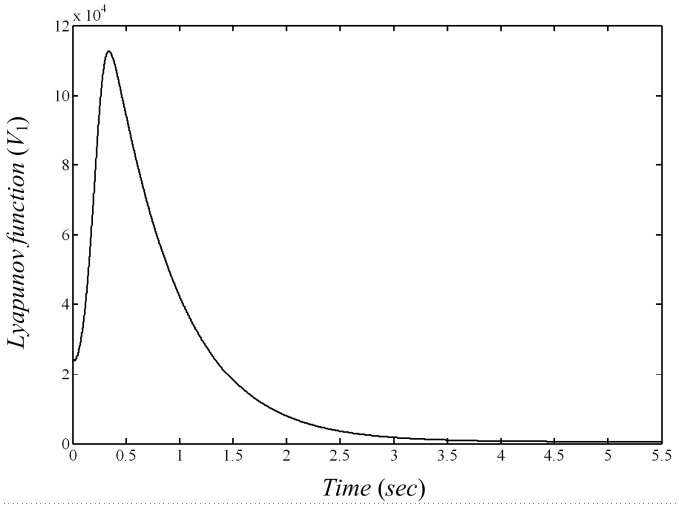


รูปที่ 5.5 ขนาดของแนววิถี $[\, e_i \quad e_\psi \,]^T$ ที่เกิดจากการคำนวณตัวแปรสถานะของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอในสถานะชั่วครู่ โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$

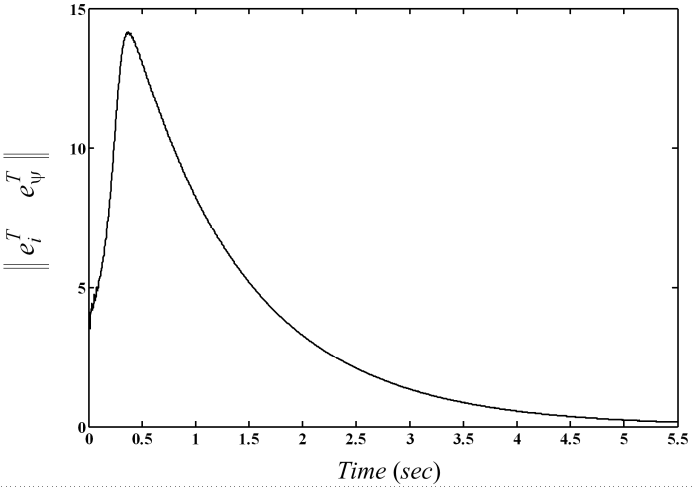


รูปที่ 5.6 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$

เมื่อค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในกฎการปรับตัวถูกปรับเปลี่ยนเป็น $k_{mp} = 0.2$, $k_{mi} = 2$, $k_{\omega p} = 2$, และ $k_{\omega i} = 80$ แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับไซนูซอยด์จะเชื่อมต่อเข้ากับปลายขั้วไฟฟ้าสเตเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำอีกครั้งหนึ่ง ทำให้มอเตอร์ดังกล่าวและโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเพิ่มขึ้นจากศูนย์ หลังจากช่วงเวลาแรกของการเดินเครื่องมอเตอร์และโหลด

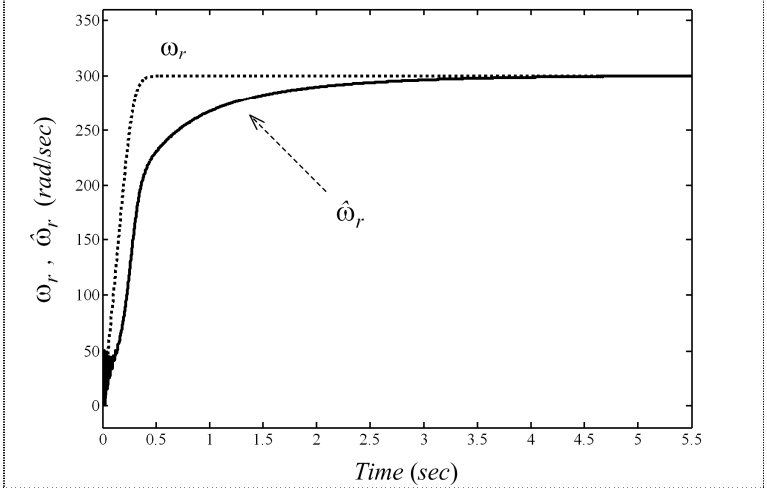


รูปที่ 5.7 ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ในสมการที่ (5-5) โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$

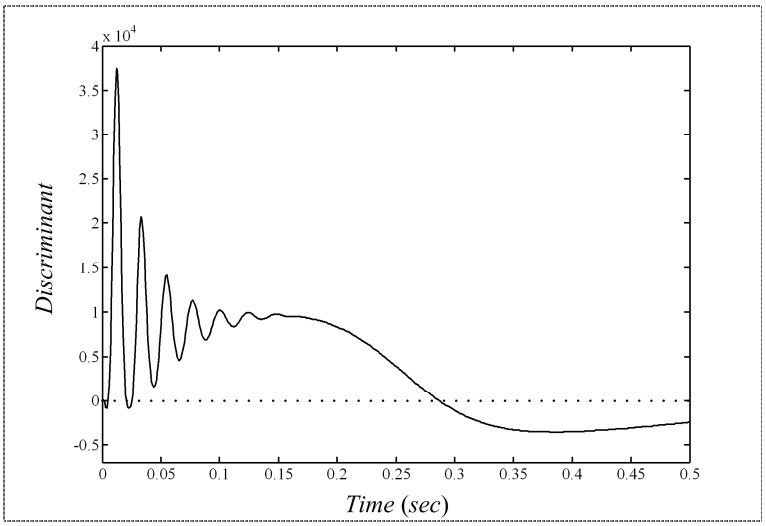


รูปที่ 5.8 ขนาดของแนววิถี $[\, e_i \quad e_\psi \,]^T$ ที่เกิดจากการคำนวณตัวแปรสถานะของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$

ผ่านไป $\dot{\omega}_r$ มีค่าอยู่ภายในระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างอย่างต่อเนื่องในสถานะชั่วครู่ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.10 และ 5.11 เมื่ออัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์มีขนาดลดลงอย่างต่อเนื่อง และดิสคริมิแนนต์มีค่าบวกที่ลดลง เป็นผลให้ขอบเขตบนและขอบเขตล่างมีระยะห่างที่ลดลงเช่นเดียวกัน ต่อมา $\dot{\omega}_r$ มีขนาดลดลงจนถึงค่าหนึ่งและเริ่มมีค่าอยู่ภายนอกสองขอบเขตนี้ตั้งแต่

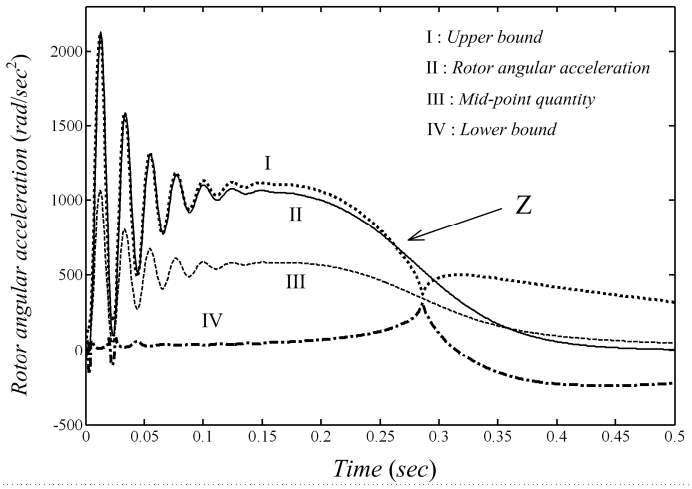


รูปที่ 5.9 การเปรียบเทียบระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมจริง (ω_r) และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า ($\hat{\omega}_r$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ โดยที่ $k_{\omega p} = k_{\omega i} = 22.8$

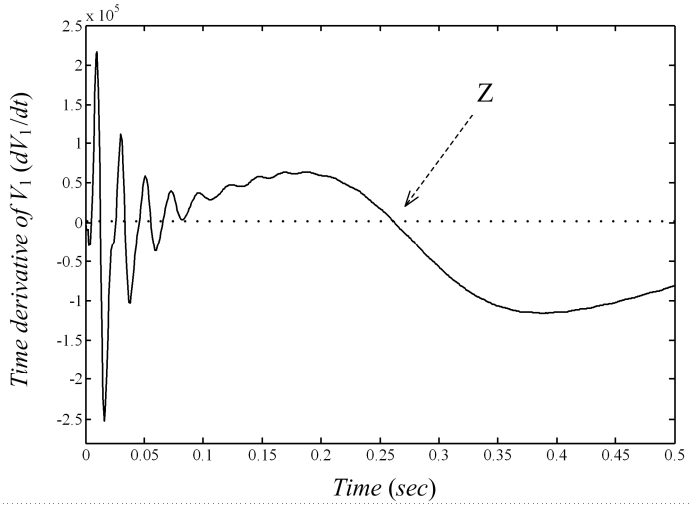


รูปที่ 5.10 ดิสคริมิแนนต์ของ $\dot{\omega}_r$ โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$

จุดเวลา 'Z' (ที่เวลา 0.26 วินาที) ก่อนการมีค่าลบของดิสคริมิแนนต์ ($[\ e_i \quad e_\psi\ ]^T \in \Xi_C^\omega$) ทำให้ $\dot{V}_1$ มีค่าเปลี่ยนจากบวกเป็นลบ และฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 มีค่าลดลงจากค่ามากที่สุด ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.12 และ 5.13 นั่นคือตัวสังเกตอัตราเร็วเริ่มมีเสถียรภาพตั้งแต่สถานะชั่วครู่จนถึงการมีเสถียรภาพ

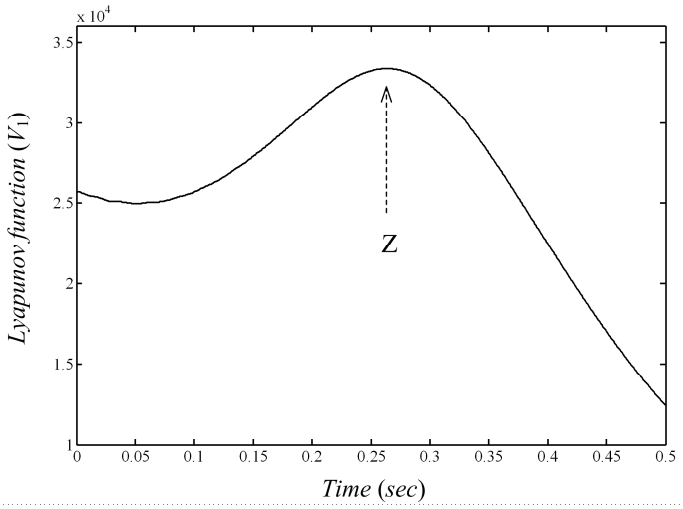


รูปที่ 5.11 อัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ ($\dot{\omega}_r$) ขอบเขตบน ขอบเขตล่าง และปริมาณกึ่งกลาง โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$

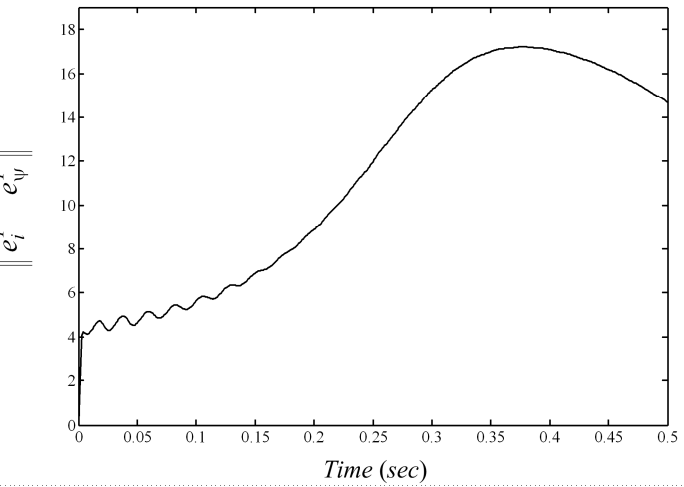


รูปที่ 5.12 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) ในสถานะชั่วครู่ โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$

ที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 5.14 ถึง 5.18 นอกจากนี้ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ดังกล่าว ใช้เวลา 1 วินาทีโดยประมาณ เพื่อประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ให้มีค่าเท่ากับอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์จริงของมอเตอร์

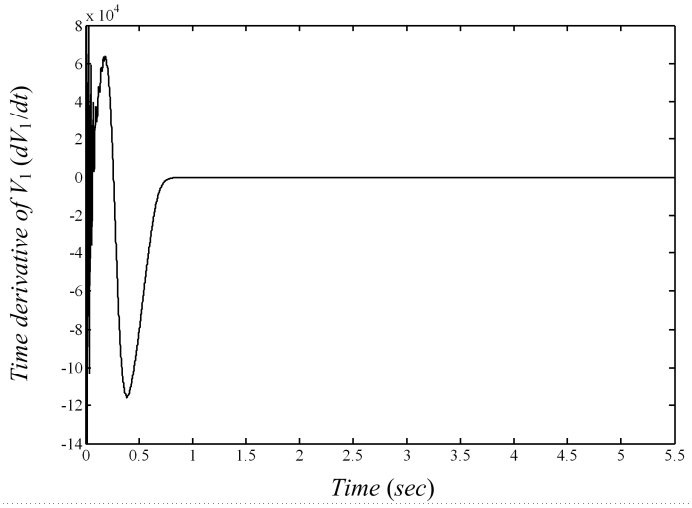


รูปที่ 5.13 ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ในสมการที่ (5-5) ในสถานะชั่วครู่ โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$

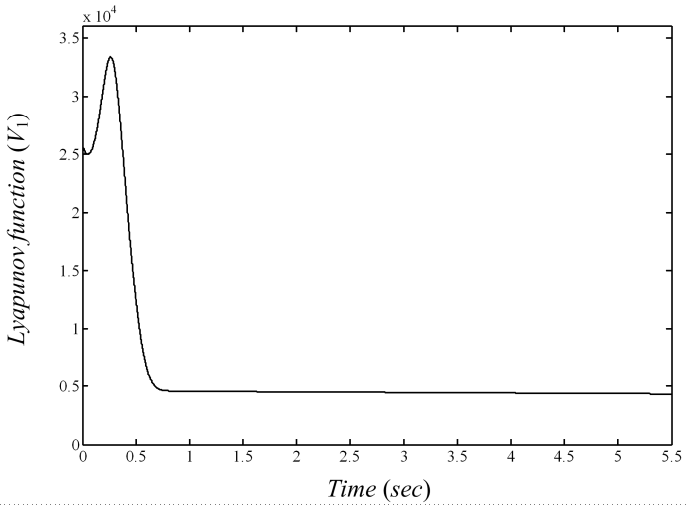


รูปที่ 5.14 ขนาดของแนววิถี $[\, e_i \quad e_\psi \,]^T$ ที่เกิดจากการคำนวณตัวแปรสถานะของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอในสถานะชั่วครู่ โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$

“ดังนั้นเมื่อระบบมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมที่มีการเปลี่ยนแปลงจากเดิม ตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอจะเริ่มมีเสถียรภาพตั้งแต่ก่อนการสิ้นสุดสถานะชั่วครู่ และหลังจากเพลาหมุนของระบบมีอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ ตัวสังเกตดังกล่าวจะมีเสถียรภาพที่แน่นอนใน

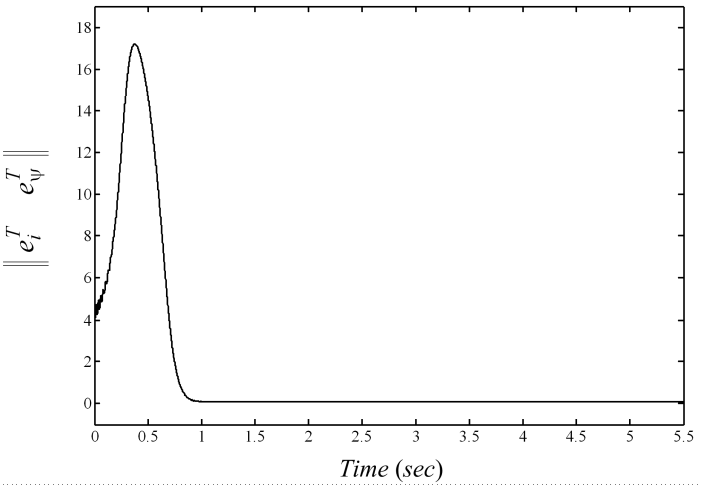


รูปที่ 5.15 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$

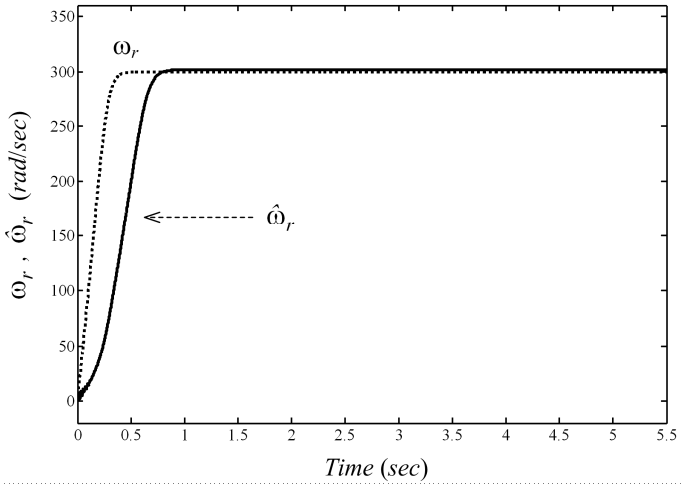


รูปที่ 5.16 ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ในสมการที่ (5-5) โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$

สถานะอยู่ตัว" ถ้าค่าเกนอินทิกรัล $k_{\omega i}$ ในกฎการปรับตัว ถูกจูนค่าเพิ่มขึ้น ($k_{\omega i} >> 0$) ช่วงระยะเวลาที่ไม่สามารถสรุปเสถียรภาพได้ของตัวสังเกต จะลดสั้นลง ทำให้เสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟเกิดได้เร็วขึ้นในสถานะชั่วครู่ โดยที่ $k_{\omega i} >> k_{\omega p}$



รูปที่ 5.17 ขนาดของแนววิถี $[\, e_i \quad e_\psi \,]^T$ ที่เกิดจากการคำนวณตัวแปรสถานะของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$



รูปที่ 5.18 การเปรียบเทียบระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมจริง (ω_r) และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า ($\hat{\omega}_r$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ โดยที่ $k_{\omega p} = 2$ และ $k_{\omega i} = 80$

5.7 สรุป

เมื่อตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอได้รับกฎการปรับตัวในรูปแบบของตัวควบคุมพีไอที่เกิดจากการขยายรูปแบบอินทิกรัล ตัวสังเกตดังกล่าวยังคงมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟ และในเหตุการณ์จริง มอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดอาจหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม ซึ่งมีสาเหตุจากการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์กหรือทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่ขับเคลื่อนระบบ ในขณะที่เพลาหมุนของระบบกำลังมีอัตราเร็วเชิงมุมไม่คงที่ในสถานะชั่วครู่ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์นี้อาจมีเสถียรภาพหรือเสถียรภาพของตัวสังเกตอาจไม่สามารถสรุปได้ เพราะตัวสังเกตข้างต้นได้รับการออกแบบให้มีเสถียรภาพในการทำงานในกรณีที่อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์มีค่าคงที่เท่านั้น ถ้ามอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุม (หรืออัตราหน่วงเชิงมุม) โรเตอร์ที่มีขนาดลดลงอย่างต่อเนื่องจนถึงค่าหนึ่ง (อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์มีแนวโน้มคงที่) ตัวสังเกตจะมีเสถียรภาพเกิดขึ้นในสถานะชั่วครู่จนถึงการมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว การเกิดเสถียรภาพได้เร็วหรือช้าในสถานะชั่วครู่ จะสัมพันธ์กับการปรับจูนค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลของกฎการปรับตัวที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ การเลือกค่าเกนอินทิกรัลที่มีค่ามาก ๆ และค่าเกนสัดส่วนที่มีค่าน้อย จะทำให้เสถียรภาพของตัวสังเกตเกิดได้เร็วขึ้น และเพิ่มสมรรถนะในการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ แต่ในทางปฏิบัติ ค่าเกนอินทิกรัลมีค่ามากที่สุดได้ในค่าหนึ่งเท่านั้น เพราะค่าเกนที่เพิ่มขึ้นนี้ จะขยายสัญญาณรบกวนที่ปะปนในแรงดันและกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัด อาจทำให้ตัวสังเกตมีการทำงานที่ไม่ถูกต้องได้

บทที่ 6
การวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในสถานะชั่วครู่

6.1 กล่าวนำ

ในการสร้างตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่ผ่านมาในบทที่ 4 และการพัฒนาตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กแบบปรับตัวในงานวิจัยที่เคยปรากฏมาก่อนในฐานข้อมูลบทความ IEEE/IEE และ Sciencedirect ตัวสังเกตดังกล่าวมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟในกรณีที่โหลดทอร์กที่เกิดขึ้นบริเวณเพลาหมุนของระบบมอเตอร์และโหลด มีขนาดคงที่เท่านั้น แต่ถ้าโหลดทอร์กกำลังมีขนาดเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิมในสถานะชั่วครู่ เสถียรภาพของตัวสังเกตข้างต้นจะไม่สามารถสรุปได้ เพราะอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟอาจมีค่าบวกหรือค่าลบในช่วงระยะเวลานี้ เนื่องจากในเหตุการณ์จริง พลวัตของโหลดทอร์กในสถานะชั่วครู่ คือข้อมูลที่ไม่ทราบคุณลักษณะที่แน่นอน ทำให้ต้องสมมุติว่าการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์กเกิดขึ้นภายในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ และโหลดทอร์กมีขนาดคงที่ตลอดช่วงระยะเวลาที่ยาวนานในสถานะอยู่ตัว เป็นผลให้ได้รับแนวคิดที่ใช้ออกแบบตัวสังเกตสถานะที่ทำหน้าที่ประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์ และมีเสถียรภาพในการทำงาน ถ้าไม่ใช้แนวคิดนี้ในการสร้างตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก การออกแบบจะมีความยุ่งยากและซับซ้อน และอาจไม่สามารถตรวจสอบเสถียรภาพได้ เมื่อเอกสารของงานวิจัยที่ผ่านมาไม่มีเนื้อหาการวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในสถานะชั่วครู่ ในบทนี้จึงกล่าวถึงการตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโดยที่กฎการปรับตัวมีโครงสร้างที่เปลี่ยนแปลงจากอินทิกรัลเป็นแบบพีไอ เงื่อนไขของคำตอบอสมการกำลังสองที่ทำให้เกิดเสถียรภาพในขณะที่โหลดทอร์กมีขนาดไม่คงที่ และทฤษฎีเซตไม่ผันแปรของลาแซลเลที่ใช้อธิบายการเกิดเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะได้อย่างสมบูรณ์

6.2 การเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟ

ในการพัฒนาตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่ผ่านมา กฎการปรับตัวที่มีโครงสร้างแบบอินทิกรัล จะทำให้เกิดเสถียรภาพในการทำงาน จากนั้นโครงสร้างของกฎการปรับตัวนี้ จะถูกเปลี่ยนแปลงเป็นแบบสัดส่วนอินทิกรัลหรือตัวควบคุมพีไอ เพื่อปรับปรุงสมรรถนะในการประมาณค่าโหลดทอร์ก และค่าพารามิเตอร์เชิงกลของระบบมอเตอร์และโหลดแบบออนไลน์ ทำให้มีความไม่ชัดเจนในการเกิดเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก

และจำเป็นต้องเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟชุดใหม่สำหรับการวิเคราะห์เสถียรภาพ ก่อนการเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟดังกล่าว กฎการปรับตัวแบบสัดส่วนและอินทิกรัลในสมการที่ (4-26) , (4-27) , และ (4-28) ที่ทำงานพร้อมกับโครงสร้างหลักของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก จะถูกเขียนในรูปแบบที่สั้นลง โดยการหาอนุพันธ์เทียบกับเวลาได้ดังนี้

$$\dot{\hat{a}} = k_{pa}\dot{\Theta}_a + k_{ia}\Theta_a \tag{6-1}$$

$$\dot{\hat{b}} = k_{pb}\dot{\Theta}_b + k_{ib}\Theta_b \tag{6-2}$$

$$\dot{\hat{T}}_L = -k_{pl}\dot{s}_\omega - k_{il}s_\omega \tag{6-3}$$

โดยที่ $\Theta_a = \Theta_a\left(s_\omega, \hat{\omega}_r''\right) = \hat{\omega}_r'' s_\omega$ และ
$\Theta_b = \Theta_b\left(s_\omega, \hat{i}_{eq}\right) = \hat{i}_{eq} s_\omega$

เนื่องจากกฎการปรับตัวมีรูปแบบเป็นตัวควบคุมพีไอ ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 ในสมการที่ (4-11) จะถูกเลือกและเขียนแสดงได้ว่า

$$\begin{aligned} V_2 = {} & \frac{1}{2}s_\omega^2 + \frac{1}{2k_{ia}}\left(\Delta a + k_{pa}\Theta_a\right)^2 + \frac{1}{2k_{ib}}\left(\Delta b + k_{pb}\Theta_b\right)^2 \\ & - \frac{c}{2k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)^2 \geq 0 \end{aligned} \tag{6-4}$$

ในการจัดรูปสมการของอนุพันธ์ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 ให้สั้นลง ผลคูณระหว่างสัญญาณพื้นผิว s_ω และอนุพันธ์ของสัญญาณพื้นผิวดังกล่าว จะถูกเขียนได้เป็น

$$s_\omega\dot{s}_\omega = s_\omega\left\{\left(a + k_3\right)e_\omega + f_3 - \delta_o\right\} + \Delta a\Theta_a + \Delta b\Theta_b + c\Delta T_L s_\omega \tag{6-5}$$

ต่อมา ดำเนินการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (6-4) เทียบกับเวลา จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= s_\omega \dot{s}_\omega + \frac{1}{k_{ia}}\left(\Delta a + k_{pa}\Theta_a\right)\left(\Delta \dot{a} + k_{pa}\dot{\Theta}_a\right) \\ &\quad + \frac{1}{k_{ib}}\left(\Delta b + k_{pb}\Theta_b\right)\left(\Delta \dot{b} + k_{pb}\dot{\Theta}_b\right) - \frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\left(\Delta \dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega\right)\end{aligned} \tag{6-6}$$

เมื่อแทนค่าผลคูณ $s_\omega \dot{s}_\omega$ จากสมการที่ (6-5) และกฎการปรับตัวจากสมการที่ (6-1) ถึง (6-3) ลงในอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (6-6) และจัดรูปสมการใหม่ โดยที่สมมุติว่าค่าพารามิเตอร์เชิงกล a , b และโหลดทอร์ก T_L มีค่าคงที่ในการเปรียบเทียบกับพลวัตของตัวแปรสถานะระบบ ทำให้อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 มีรูปแบบที่ลดลงเป็น

$$\dot{V}_2 = s_\omega\left\{\left(a + k_3\right)e_\omega + f_3 - \delta_o\right\} - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2 \leq 0 \tag{6-7}$$

โดยที่นิพจน์ $s_\omega\{(a + k_3)e_\omega + f_3 - \delta_o\} \leq 0$

สมการที่ (6-4) และ (6-7) มีความหมายว่า ถ้าโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นบริเวณเพลาหมุนของระบบมอเตอร์และโหลด มีขนาดคงที่ ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กจะมีเสถียรภาพในการทำงาน เพราะ $\dot{V}_2$ มีคุณสมบัติกึ่งจำกัดลบตลอดเวลา แต่ในสถานะชั่วครู่ โหลดทอร์กอาจเกิดการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม ($\dot{T}_L \neq 0$) เป็นผลให้ไม่สามารถสรุปเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กได้ภายในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ เพราะ $\dot{V}_2$ อาจมีค่าบวกภายในช่วงระยะเวลานี้

6.3 เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ

เมื่อพิจารณาตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวเป็นระบบพลวัตที่มีรูปแบบของระบบนันออโทโนมัส ทฤษฎีบทที่ปรากฏในเอกสารอ้างอิง (Kalman and Bertram, 1960) จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพ โดยที่ภาคผนวก ข ได้นำเสนอทฤษฎีบทบางส่วนที่เกี่ยวข้อง การวิเคราะห์เสถียรภาพนี้จึงคล้ายคลึงกับการวิเคราะห์เสถียรภาพที่นำเสนอในหัวข้อ 4.4 แต่เขียนความผิดพลาดของค่าพารามิเตอร์เชิงกล และโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta a = \Delta a + k_{pa}\Theta_a - k_{pa}\Theta_a \tag{6-8}$$

$$\Delta b \;=\; \Delta b + k_{pb}\Theta_b - k_{pb}\Theta_b \tag{6-9}$$

$$\Delta T_L \;=\; \Delta T_L - k_{pl}s_\omega + k_{pl}s_\omega \tag{6-10}$$

จากนั้นแทนค่าความผิดพลาดของค่าพารามิเตอร์ Δa , Δb , และ ΔT_L จากสมการที่ (6-8) ถึง (6-10) ลงในอนุพันธ์ของสัญญาณพื้นผิวในสมการที่ (4-35) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\dot{s}_\omega \;=\; &\left\{a + k_3 - \varphi_\delta - k_{pa}\left(\hat{\omega}_r''\right)^2 - k_{pb}\hat{i}_{eq}^2 + ck_{pl}\right\}s_\omega + \left(a + k_3\right)k_3 h_\omega \\ &+ \left(\Delta a + k_{pa}\Theta_a\right)\hat{\omega}_r'' + \left(\Delta b + k_{pb}\Theta_b\right)\hat{i}_{eq} + c\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right) + f_3\end{aligned} \tag{6-11}$$

ต่อมาเขียนกฎการปรับตัวในสมการที่ (6-1) ถึง (6-3) ใหม่อีกครั้งหนึ่ง จะได้ว่า

$$\Delta\dot{a} + k_{pa}\dot{\Theta}_a \;=\; -\dot{\hat{a}} + k_{pa}\dot{\Theta}_a \;=\; -k_{ia}\Theta_a \tag{6-12}$$

$$\Delta\dot{b} + k_{pb}\dot{\Theta}_b \;=\; -\dot{\hat{b}} + k_{pb}\dot{\Theta}_b \;=\; -k_{ib}\Theta_b \tag{6-13}$$

$$\Delta\dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega \;=\; -\dot{\hat{T}}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega \;=\; k_{il}s_\omega \tag{6-14}$$

จากนั้นเขียนสมการที่ (6-11) ถึง (6-14) ในรูปแบบที่สั้นลงได้เป็น

$$\dot{\chi}_l \;=\; F_l\left(t\,,\;\chi_l\right) \tag{6-15}$$

โดยที่ $\chi_l^T \;=\; \left[\, s_\omega \;\; \Delta a + k_{pa}\Theta_a \;\; \Delta b + k_{pb}\Theta_b \;\; \Delta T_L - k_{pl}s_\omega \,\right]^T$

ต่อมาเลือก $\gamma_2^{\min} \;=\; \min\left(\frac{1}{2},\, \frac{1}{2k_{ia}},\, \frac{1}{2k_{ib}},\, -\frac{c}{2k_{il}}\right)$ และ

$\gamma_2^{\max} \;=\; \max\left(\frac{1}{2},\, \frac{1}{2k_{ia}},\, \frac{1}{2k_{ib}},\, -\frac{c}{2k_{il}}\right)$ รวมถึง พิจารณาฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (6-4)

จะได้ว่า

$$\gamma_2^{\min}\| \chi_l\|^2 \le V_2 \le \gamma_2^{\max}\| \chi_l\|^2 \tag{6-16}$$

ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 บรรจุอยู่ในเซกเตอร์ $\gamma_2^{\min}\| \chi_l\|^2$ และ $\gamma_2^{\max}\| \chi_l\|^2$ ตลอดเวลา จากนั้นเขียนอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (6-7) ใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= -\{|\phi_3\|s_\omega e_\omega| - (a+k_3)s_\omega e_\omega\} - (|\Lambda_3\|s_\omega| - f_3 s_\omega) \\ &\quad - k_3|\phi_4\|s_\omega h_\omega| - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2 \le 0\end{aligned}$$

$$\dot{V}_2 \le -(|\Lambda_3\|s_\omega| - f_3 s_\omega) \le 0 \tag{6-17}$$

ดังนั้นตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอมีเสถียรภาพแบบสม่ำเสมอ

6.4 การหาเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพในสถานะชั่วครู่

เมื่อการรบกวนภายนอกของโหลดทอร์กกำลังมีขนาดที่เปลี่ยนแปลงจากเดิม พลวัตของโหลดทอร์กดังกล่าวจะปรากฏเพิ่มเติมในอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (6-7) นั่นคือ

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= s_\omega\{(a+k_3)e_\omega + f_3 - \delta_o\} - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2 \\ &\quad - \frac{c}{k_{il}}(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega)\dot{T}_L\end{aligned} \tag{6-18}$$

เนื่องจากพลวัตของโหลดทอร์กในสถานะชั่วครู่ คือข้อมูลที่ไม่ทราบคุณลักษณะที่แน่นอน จึงพิจารณาช่วงระยะเวลาสั้น ๆ ตั้งแต่ t ใด ๆ ถึง $t+\Delta t$ โดยที่ค่าบวก $\Delta t \to 0$ และสมมุติว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์กในช่วงระยะเวลานี้มีค่าคงที่ กล่าวคือ $\dot{T}_L \approx \rho_l$ หรือ $T_L(t+\Delta t) = T_L(t) + \rho_l \Delta t$ โดยที่ ρ_l คือค่าเฉลี่ยของอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์กในช่วงระยะเวลา t ถึง $t+\Delta t$ ดังกล่าวเท่านั้น ($\dot{T}_L(t+\Delta t) \approx \rho_l$ และ $\dot{T}_L(t) \approx \rho_l$) ทำให้เขียนอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟที่จุดเวลา $t+\Delta t$ ใด ๆ ได้เป็น

$$\dot{V}_2(t+\Delta t) = \dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) - \frac{c}{k_{il}}\left[T_L(t+\Delta t) - \hat{T}_L(t+\Delta t) - k_{pl}s_\omega(t+\Delta t)\right]\dot{T}_L(t+\Delta t) \quad (6\text{-}19)$$

โดยที่ $\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) = \dot{\bar{V}}_2 = s_\omega\{(a+k_3)e_\omega + f_3 - \delta_o\} - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2 \le 0$

คือ อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในกรณีที่โหลดทอร์กมีขนาดคงที่

ต่อมาแทนค่าพจน์ $\dot{T}_L(t+\Delta t) \approx \rho_l$ และ $T_L(t+\Delta t)$ ลงในสมการที่ (6-19) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\dot{V}_2(t+\Delta t) = -\frac{c\Delta t}{k_{il}}\rho_l^2 - \frac{c\Omega_L}{k_{il}}\rho_l + \dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) \quad (6\text{-}20)$$

โดยที่ $\Omega_L = \Omega_L\left(T_L(t), \hat{T}_L, s_\omega\right) = T_L(t) - \hat{T}_L(t+\Delta t) - k_{pl}s_\omega(t+\Delta t)$

สมการที่ (6-20) มีความหมายว่า ในขณะที่โหลดทอร์กที่เกิดขึ้นบริเวณเพลาหมุนของระบบมอเตอร์และโหลด กำลังมีขนาดที่เปลี่ยนแปลงจากเดิมในสถานะชั่วครู่ ปัจจัยที่มีผลกระทบถึงเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟ จะประกอบด้วยโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ($\hat{T}_L(t+\Delta t)$) โหลดทอร์กจริง ($T_L(t)$) พลวัตของโหลดทอร์ก (ρ_l) ค่าพารามิเตอร์เชิงกลของระบบ $c = -(p/2J_t)$ สัญญาณพื้นผิว ($s_\omega(t+\Delta t)$) และการกำหนดค่าเกนต่าง ๆ ในตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก จากนั้นจัดรูปสมการที่ (6-20) ให้เป็นอสมการที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ เพื่อหาเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพในสถานะชั่วครู่ที่สัมพันธ์กับปัจจัยดังกล่าว

$$-c\Delta t\rho_l^2 - c\Omega_L\rho_l + k_{il}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) \le 0 \quad (6\text{-}21)$$

โดยที่ ρ_l คือ ตัวแปรในอสมการกำลังสอง (6-21) ที่ต้องการหาคำตอบ

เมื่อเขียนอสมการนี้ที่มีสัมประสิทธิ์ของ ρ_l^2 เท่ากับหนึ่ง จะได้ว่า

$$\rho_l^2 + \frac{\Omega_L}{\Delta t}\rho_l - \frac{k_{il}}{c\Delta t}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) \le 0 \quad (6\text{-}22)$$

นั่นคือ ภายในช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่ง ถ้า

$$-\Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t\dot{\bar{V}}_2}{c}} \le 2\rho_l\Delta t \le -\Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t\dot{\bar{V}}_2}{c}}$$

แล้ว อสมการที่ (6-22) เป็นจริง และอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_2$ ในสมการที่ (6-18) มีค่าลบ ดังนั้นตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กมีเสถียรภาพ แต่ถ้า $2\rho_l\Delta t \ge -\Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t\dot{\bar{V}}_2}{c}}$ หรือ $2\rho_l\Delta t \le -\Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t\dot{\bar{V}}_2}{c}}$ แล้ว อสมการที่ (6-22) เป็นเท็จ และอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_2$ ในสมการที่ (6-18) มีค่าบวก ดังนั้นจึงไม่สามารถสรุปเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กได้ โดยที่ $\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t\dot{\bar{V}}_2}{c} \ge 0$

ต่อมากำหนดให้

$2\rho_l\Delta t$ คือ ปริมาณที่สมมูลกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์กในช่วงระยะเวลา t ถึง $t+\Delta t$,

$\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t\dot{\bar{V}}_2}{c}$ คือ ดิสคริมิแนนต์ (discriminant) ของ $2\rho_l\Delta t$,

$-\Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t\dot{\bar{V}}_2}{c}}$ คือ ขอบเขตบน (upper bound) ของ $2\rho_l\Delta t$, และ

$-\Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t\dot{\bar{V}}_2}{c}}$ คือ ขอบเขตล่าง (lower bound) ของ $2\rho_l\Delta t$

ถ้าโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นมีขนาดคงที่อย่างต่อเนื่อง ปริมาณ $2\rho_l\Delta t$ จะมีค่าเท่ากับศูนย์ และขอบเขตบนและขอบเขตล่างดังกล่าวจะไม่มีความหมายใด ๆ นอกจากนี้ถ้าดิสคริมิแนนต์มีค่าลบอย่างต่อเนื่อง $\dot{V}_2$ ในสมการที่ (6-18) จะมีค่าบวก และเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กไม่สามารถสรุปได้ เพราะอสมการที่ (6-23)

$$\left(\rho_l + \frac{\Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \frac{1}{4(\Delta t)^2}\left\{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t)\right\} \le 0 \qquad (6\text{-}23)$$

เป็นเท็จ โดยที่การจัดรูปกำลังสองสมบูรณ์ในอสมการที่ (6-22) ได้ให้อสมการที่ (6-23) เมื่อโหลดทอร์กกำลังมีขนาดเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม และถ้าดิสคริมิแนนต์มีค่าบวก ขอบเขตบนและขอบเขตล่างของ $2\rho_l\Delta t$ จะปรากฏขึ้นและเปลี่ยนแปลงไปตามโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ คุณลักษณะของโหลดทอร์กจริง และการทำงานของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก

นั่นคือตัวสังเกตสถานะดังกล่าวอาจมีเสถียรภาพหรือเสถียรภาพของตัวสังเกตอาจไม่สามารถสรุปได้ในสถานะชั่วครู่ เพราะปริมาณ $2\rho_l\Delta t$ อาจมีค่าอยู่ภายนอกหรือภายในระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างในขณะใดขณะหนึ่ง เมื่อการรบกวนภายนอกของโหลดทอร์กมีขนาดคงที่อย่างต่อเนื่องในสถานะอยู่ตัว $\dot{V}_2$ จะมีค่าลบและมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กข้างต้นจึงมีเสถียรภาพที่แน่นอน

6.5 การอธิบายเสถียรภาพโดยใช้ทฤษฎีเซตไม่ผันแปร

เนื่องจากตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนออาจมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟหรือเสถียรภาพของตัวสังเกตอาจไม่สามารถสรุปได้ในสถานะชั่วครู่ และตัวสังเกตดังกล่าวมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว คุณสมบัติของเซตไม่ผันแปรจึงสามารถอธิบายการเกิดเสถียรภาพข้างต้นได้อย่างสมบูรณ์ ก่อนการประยุกต์ใช้ทฤษฎีเซตไม่ผันแปร สมการที่แสดงความผิดพลาดระหว่างระบบมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลด และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ถูกเขียนได้ดังนี้

$$\dot{e}_\omega = ae_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r'' + \Delta b\hat{i}_{eq} + c\Delta T_L + f_3 - \delta_o \tag{6-24}$$

โดยที่ ตัวแปรสถานะ คือ ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง

สมมุติว่ากฎทางลอจิกในสัญญาณแก้ไข δ_o ที่มีคุณลักษณะการทำงานเหมือนกับฟังก์ชัน signum ได้ถูกปรับเปลี่ยนเป็นรูปแบบของฟังก์ชันการอิ่มตัวที่มีส่วนเชิงเส้นแคบเพียงพอ สัญญาณแก้ไข δ_o จึงมีคุณสมบัติของความต่อเนื่อง และนิพจน์ทางด้านขวามือของสมการที่ (6-24) มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขของลิพชิตซ์ในวงกว้าง (Khalil, 2000) เมื่อโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นบริเวณเพลาหมุนของระบบมอเตอร์และโหลด กำลังมีขนาดเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม ($\rho_l \neq 0$) ในสถานะชั่วครู่ ถ้าปริมาณ $2\rho_l\Delta t$ มีค่าอยู่ภายในระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่าง และดิสครีมิแนนต์มีค่าบวกอย่างต่อเนื่อง $\dot{V}_2$ ในสมการที่ (6-18) จะมีค่าลบ ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 ในสมการที่ (6-4) มีค่าที่ลดลงหรือไม่เพิ่มขึ้นจากเดิม และ $|e_\omega|$ มีแนวโน้มลดลง ต่อมาเมื่อโหลดทอร์กมีขนาดคงที่ ($\dot{T}_L = 0$ และ $\ddot{T}_L = 0$) อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_2$ จะมีค่าลบและมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ในสถานะอยู่ตัว นั่นคือเซตที่มีขอบเขต (bounded) Ξ_C^l ถูกเขียนได้ว่า

$$\Xi_C^l = \left\{ e_\omega \in \Re \;\middle|\; \exists \Delta a, \exists \Delta b, \exists \Delta T_L, \exists \Delta t,\ \rho_l \neq 0,\ \Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t\dot{\overline{V}}_2}{c} \geq 0, \right.$$
$$\left. \left| 2\rho_l \Delta t + \Omega_L \right| \leq \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t\dot{\overline{V}}_2}{c}} \right\} \cup \tag{6-25}$$
$$\left\{ e_\omega \in \Re \;\middle|\; \exists \Delta a, \exists \Delta b, \exists \Delta T_L,\ \dot{T}_L = 0,\ \ddot{T}_L = 0,\ \dot{V}_2 \leq 0 \right\}$$

โดยที่ $\Re$ คือ เซตที่ประกอบด้วยจำนวนจริงใด ๆ

เนื่องจากแนววิถีของ e_ω มีขอบเขต เซต Ξ_C^l จึงมีเซตย่อยที่กระชับ ไม่ผันแปร และไม่เป็นเซตว่าง บรรจุอยู่ภายใน ในขณะที่การรบกวนภายนอกของโหลดทอร์กมีขนาดคงที่อย่างต่อเนื่อง และมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่ สมการที่ (6-4) และ (6-7) จะถูกใช้อธิบายได้ว่า ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 มีค่าที่ลดลงหรือไม่เพิ่มขึ้นจากเดิม ($V_2(t) \leq V_2(0)$) และเมื่อเวลาผ่านไปนานเพียงพอ ($t \to \infty$) $s_\omega \to 0$, $e_\omega \to 0$, $\Theta_a \to 0$, และ $\Theta_b \to 0$ ในขณะที่ Δa, Δb, และ ΔT_L มีค่าลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งในสถานะอยู่ตัว ทำให้เขียนเซตที่ไม่เป็นเซตว่าง Ξ_I^l ได้ว่า

$$\Xi_I^l = \left\{ e_\omega \in \Re \;\middle|\; \exists \Delta a, \exists \Delta b, \exists \Delta T_L,\ \dot{T}_L = 0, \right.$$
$$\left. \ddot{T}_L = 0,\ e_\omega \to 0,\ \dot{e}_\omega \to 0,\ \dot{V}_2 \to 0^- \right\} \tag{6-26}$$

เมื่อแนววิถีของ e_ω เคลื่อนที่เข้ามาภายในเซต Ξ_I^l ทำให้ $\dot{V}_2 = 0$, และ V_2 มีค่าคงที่ค่าหนึ่ง เป็นผลให้แนววิถีดังกล่าวหยุดการเคลื่อนที่และค้างติดอยู่ภายในเซต Ξ_I^l จนกว่ามอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดจะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโหลดทอร์ก (เซต Ξ_I^l คือเซตไม่ผันแปร) ต่อมาอสมการที่ (6-22) ใช้อธิบายได้ว่า เมื่อ $\rho_l^2 + \frac{\Omega_L}{\Delta t}\rho_l - \frac{k_{il}}{c\Delta t}\dot{\overline{V}}_2(t+\Delta t) = 0$ ในขณะใดขณะหนึ่ง $\dot{V}_2$ ในสมการที่ (6-18) จะมีค่าเท่ากับศูนย์ในขณะนั้น และในสถานะอยู่ตัว อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_2$ มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ทำให้เขียนเซต Ξ_O^l ได้เป็น

$$\Xi_O^l = \left\{ e_\omega \in \Re \;\middle|\; \exists \Delta a, \exists \Delta b, \exists \Delta T_L, \exists \Delta t,\ \rho_l \neq 0,\ \Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t\dot{\overline{V}}_2}{c} \geq 0, \right.$$
$$\left. \left| 2\rho_l \Delta t + \Omega_L \right| = \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t\dot{\overline{V}}_2}{c}} \right\} \cup \Xi_I^l \tag{6-27}$$

ในการอ้างอิงถึงทฤษฎีเซตไม่ผันแปรของลาแซลเล (Khalil, 2000) เนื่องจาก $\Xi_I^l \subset \Xi_O^l \subset \Xi_C^l$ ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไปนานเพียงพอ ($t \to \infty$) แนววิถีของ $e_\omega \in \Xi_C^l$ จะเคลื่อนที่เข้าหา $e_\omega \in \Xi_I^l$ ซึ่งมีความหมายว่า ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนออาจมีเสถียรภาพหรืออาจไม่สามารถสรุปเสถียรภาพได้ในสถานะชั่วครู่ และตัวสังเกตดังกล่าวมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว

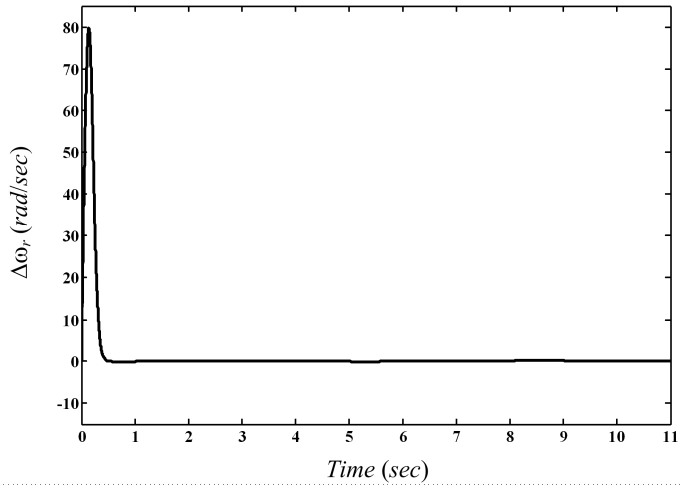
6.6 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิดในสถานะชั่วครู่

ขั้นตอนการจำลองสถานการณ์ได้กำหนดให้แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสชนิดกรงกระรอก 3 กิโลวัตต์ มีค่าพารามิเตอร์ที่ระบุไว้ในบทที่ 3 (หัวข้อ 3.4) แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับไซนูซอยด์สามเฟสสมดุล 220 โวลต์ 50 เฮิรตซ์ จะเชื่อมต่อโดยตรงเข้ากับปลายขั้วไฟฟ้าสเตเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่เวลา $t = 0$ นั่นคือมอเตอร์และโหลดจะเริ่มเดินเครื่องออกจากตำแหน่งหยุดนิ่ง และตัวแปรสถานะเริ่มต้นของมอเตอร์ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กทุกตัว มีค่าเท่ากับศูนย์ แต่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของค่าความต้านทานทุกค่า มีตัวเลขเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่สมนัยกันของมอเตอร์เหนี่ยวนำ รวมถึงค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลแบบออนไลน์ มีตัวเลขเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่สมนัยกันของระบบมอเตอร์และโหลด ในขณะที่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และโหลดทอร์กมีค่าเท่ากับศูนย์ ($\hat{\omega}_{r0} = 0$ และ $\hat{T}_{L0} = 0$) ค่าเกนต่าง ๆ ในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ถูกเลือก เพื่อทำให้เกิดการทำงานได้ในระดับที่พึงพอใจ ค่าต่าง ๆ เหล่านี้ได้แก่ ค่าเกนพื้นผิว $k_1 = k_2 = 5$ ค่าเกนแก้ไข $|\phi_{1\alpha}| = |\phi_{1\beta}| = 290$, $|\phi_{2\alpha}| = |\phi_{2\beta}| = 1$, และ $|\Lambda_\alpha| = |\Lambda_\beta| = 10$ ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในกฎการปรับตัว $k_{sp} = k_{si} = 0.00001$, $k_{rp} = k_{ri} = 0.00001$, $k_{mp} = k_{mi} = 0.00001$, $k_{\omega p} = 10$, และ $k_{\omega i} = 800$ ตามลำดับ ตัวกรองผ่านต่ำอันดับหนึ่งที่มีความถี่หักมุมเท่ากับ 7.95 เฮิรตซ์ จะทำหน้าที่ลดทอนปริมาณของสัญญาณรบกวนที่ปะปนในอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าก่อนการป้อนถึงตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ค่าเกนพื้นผิว k_3 มีตัวเลขที่ได้จากการเลือกซึ่งเท่ากับ 5 ค่าเกนแก้ไขในตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กคือ $|\phi_3| = 6$, $|\phi_4| = 1$, และ $|\Lambda_3| = 0.2$ ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในกฎการปรับตัวที่ได้จากการปรับจูนคือ $k_{pa} = k_{ia} = 0.000001$, $k_{pb} = k_{ib} = 0.001$, $k_{pl} = 2$, และ $k_{il} = 40$

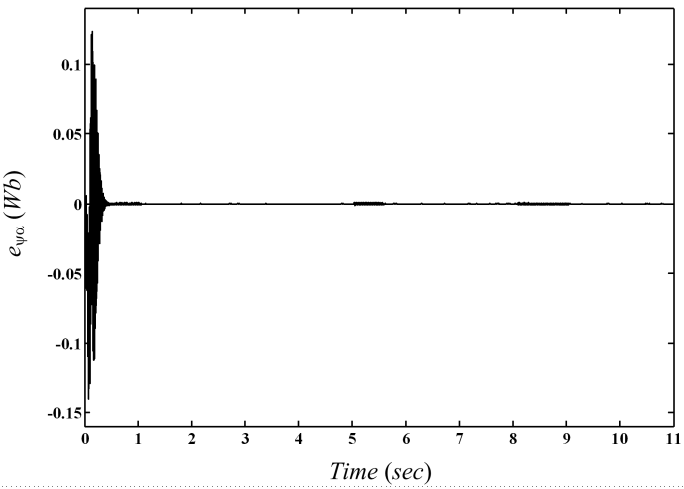
โหลดทอร์กจริง (T_L) ที่เกิดขึ้นในระบบมอเตอร์และโหลด มีขนาดที่เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นและลดลงในลักษณะลาดเอียงในบางช่วงระยะเวลา และมีขนาดคงที่ กล่าวคือในช่วง 0 ถึง 1 วินาที โหลดทอร์กมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยความชัน 5 นิวตัน·เมตร/วินาที ในช่วง 1 ถึง 5 วินาที โหลดทอร์กมีขนาดคงที่เท่ากับ 5 นิวตัน·เมตร ในช่วง 5 ถึง 5.5 วินาที โหลดทอร์กมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยความชัน 10

นิวตัน·เมตร/วินาที ในช่วง 5.5 ถึง 8 วินาที โหลดทอร์กมีขนาดคงที่เท่ากับ 10 นิวตัน·เมตร ในช่วง 8 ถึง 9 วินาที โหลดทอร์กมีค่าลดลงด้วยความชัน –3 นิวตัน·เมตร/วินาที และในช่วง 9 ถึง 11 วินาที โหลดทอร์กมีขนาดคงที่เท่ากับ 7 นิวตัน·เมตร ตามลำดับ

ในช่วงแรกของการเดินเครื่องมอเตอร์และโหลดให้เริ่มต้นหมุนออกจากตำแหน่งหยุดนิ่ง ตัวสังเกตอัตราเร็วจะคำนวณเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ได้แต่มีความผิดพลาดมาก ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.1 และ 6.2 ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กซึ่งรับปริมาณดังกล่าว ไปเป็นข้อมูลในการประมาณค่าโหลดทอร์ก ผลการประมาณค่าโหลดทอร์กจึงมีความผิดพลาดมากเช่นเดียวกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.3 และ 6.4 เป็นผลให้อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_2$ มีค่าบวกและค่าลบสลับกัน ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 จึงมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงสลับกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.5 และ 6.6 เพราะความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่า มีขนาดเพิ่มขึ้นและลดลงสลับกันในช่วงเวลาแรกนี้ ทำให้เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กไม่สามารถสรุปได้และตัวสังเกตสถานะมีเสถียรภาพในลักษณะสลับกัน แต่เมื่อตัวสังเกตอัตราเร็วคำนวณตัวแปรสถานะและประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่มีความถูกต้อง (ความผิดพลาดน้อยมาก) ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กข้างต้น จะประมาณค่าโหลดทอร์กที่มีขนาดใกล้เคียงกับโหลดทอร์กจริง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.7 $\dot{V}_2$ มีค่าลบอย่างต่อเนื่อง (หลังจากเวลา 0.3 วินาทีโดยประมาณ) V_2 จึงมีค่าลดลง และตัวสังเกตสถานะมีเสถียรภาพ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.5 และ 6.6 ในช่วงระยะเวลาที่โหลดทอร์กจริงกำลังมีขนาดเพิ่มขึ้นจากเดิม ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กประมาณค่าโหลดทอร์กที่มีความผิดพลาดเพิ่มขึ้น แต่ในช่วงระยะเวลาที่โหลดทอร์กจริงมีขนาดคงที่ โหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ มีความผิดพลาดลดลง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.8 เนื่องจากขนาดของความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง (e_ω) มีขอบเขต ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.9 เซต Ξ_C^l จะมีเซตย่อย Ξ_I^l การเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์กจริงและการทำงานของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กได้ให้ดิสครีมิแนนต์ที่มีค่าบวกตลอดช่วงระยะเวลาที่ $\dot{T}_L \neq 0$ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.10 นั่นคือขอบเขตบนและขอบเขตล่างมีความหมายในช่วงระยะเวลานี้ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.11 แต่ในช่วงแรกของการเดินเครื่องมอเตอร์และการคำนวณของตัวสังเกตทั้งสองนี้ ดิสครีมิแนนต์มีค่าลบในช่วงเวลาสั้น ๆ เมื่อปริมาณ $2\rho_l\Delta t$ มีค่าอยู่นอกขอบเขตบนและขอบเขตล่างในช่วง 0.57 ถึง 0.62 วินาที, ในช่วง 5 ถึง 5.12 วินาที, และในช่วง 8 ถึง 8.1 วินาที ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.12, 6.14, และ 6.16 ตามลำดับ อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_2$ มีค่าบวก ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.13, 6.15, และ 6.17 และฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 มีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิม ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.18 ทำให้ไม่สามารถสรุปเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กได้ ($e_\omega \notin \Xi_C^l$) และเมื่อปริมาณ $2\rho_l\Delta t$ มีค่าอยู่ในระหว่างสองขอบเขตนี้ในช่วง 5.15 ถึง 5.22 วินาที และในช่วง 8.12 ถึง 8.19 วินาที

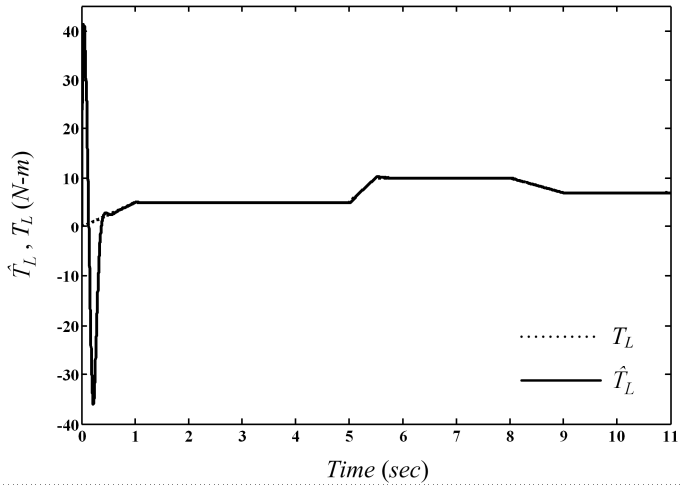


รูปที่ 6.1 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ($\Delta\omega_r$)

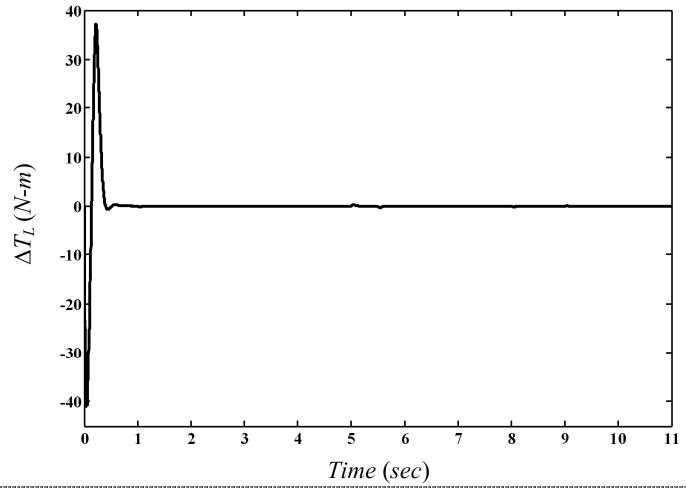


รูปที่ 6.2 ความผิดพลาดของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ ($e_{\psi\alpha}$)

ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.14 และ 6.16 ตามลำดับ $\dot{V}_2$ มีค่าลบ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.15 และ 6.17 ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 มีค่าลดลงจากเดิม ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.18 เป็นผลให้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กมีเสถียรภาพ $(e_\omega \in \Xi_C^l)$ และหลังจากโหลดทอร์กเริ่มมีขนาดคงที่ $(\dot{T}_L = 0)$ ขอบเขตบนและขอบเขตล่างไม่มีความหมาย อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_2$ มีค่าลบที่ชัดเจน และมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.13, 6.15, และ 6.17 ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 มีค่า

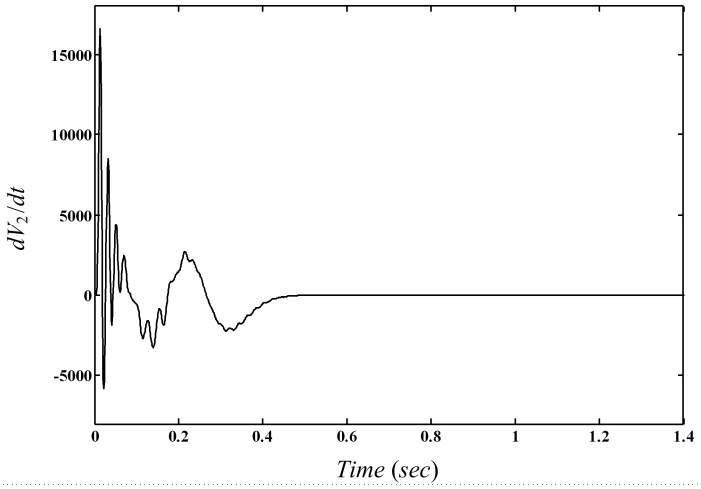


รูปที่ 6.3 โหลดทอร์กจริง (T_L) ที่เกิดขึ้นและโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ($\hat{T}_L$)

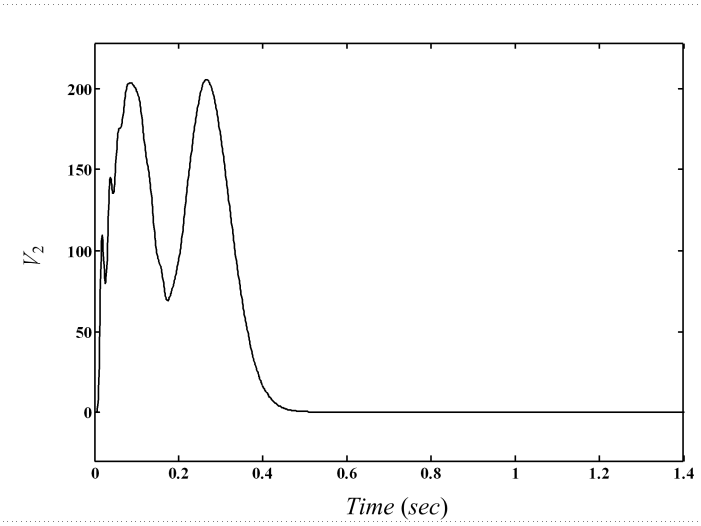


รูปที่ 6.4 ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์ (ΔT_L)

ลดลงจากเดิมและมีค่าลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งในสถานะอยู่ตัว ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.18 เป็นผลให้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กมีเสถียรภาพ ($e_\omega \in \Xi_C^l \rightarrow e_\omega \in \Xi_I^l$) ในขณะที่โหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ มีขนาดของความผิดพลาดน้อยกว่า 0.04 นิวตัน·เมตร ซึ่งแสดงได้

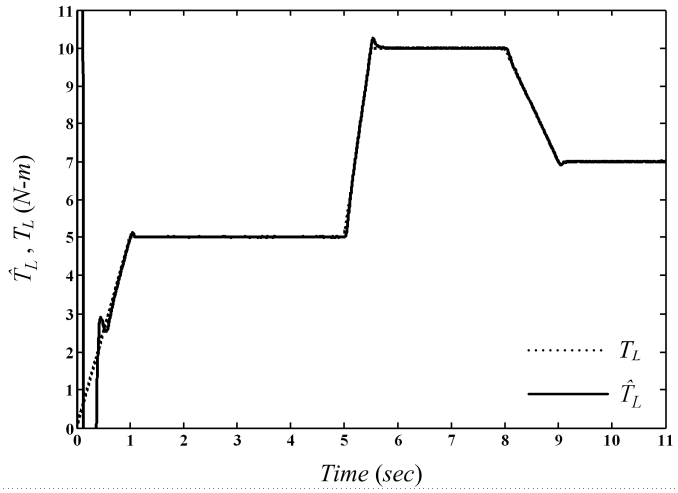


รูปที่ 6.5 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ (dV_2/dt) ในสมการที่ (6-18) ในช่วง 0 ถึง 1.4 วินาที

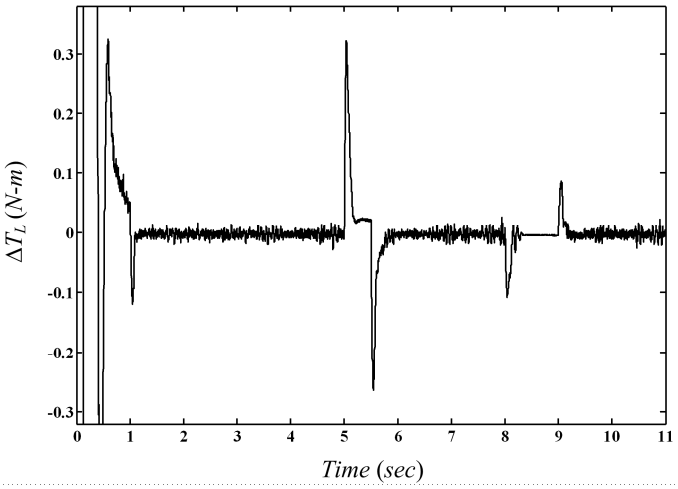


รูปที่ 6.6 ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 ในสมการที่ (6-4) ในช่วง 0 ถึง 1.4 วินาที

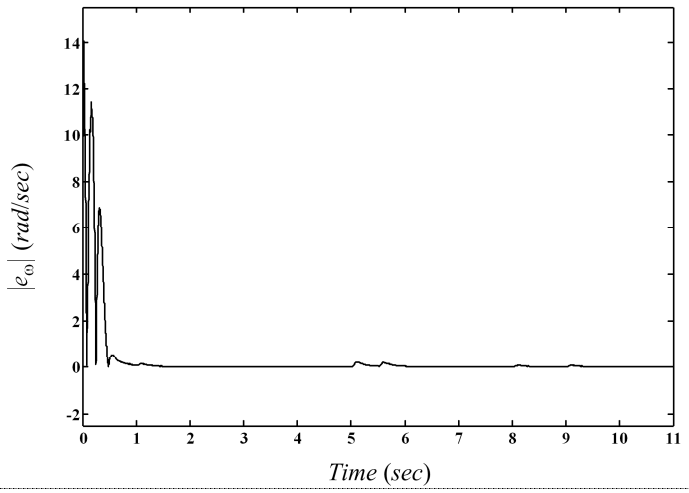
ในรูปที่ 6.19 *"ดังนั้นตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนออาจมีเสถียรภาพในช่วงระยะเวลาหนึ่งในสถานะชั่วครู่ และมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว"*



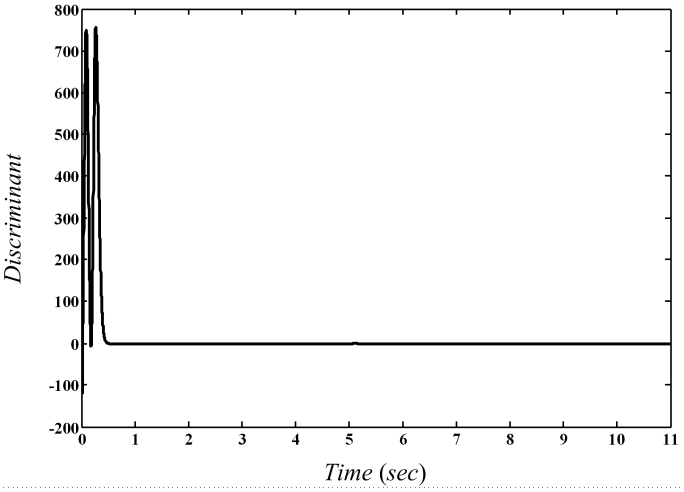
รูปที่ 6.7 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.3 ในแกนตั้งในช่วง 0 ถึง 11 นิวตัน·เมตร



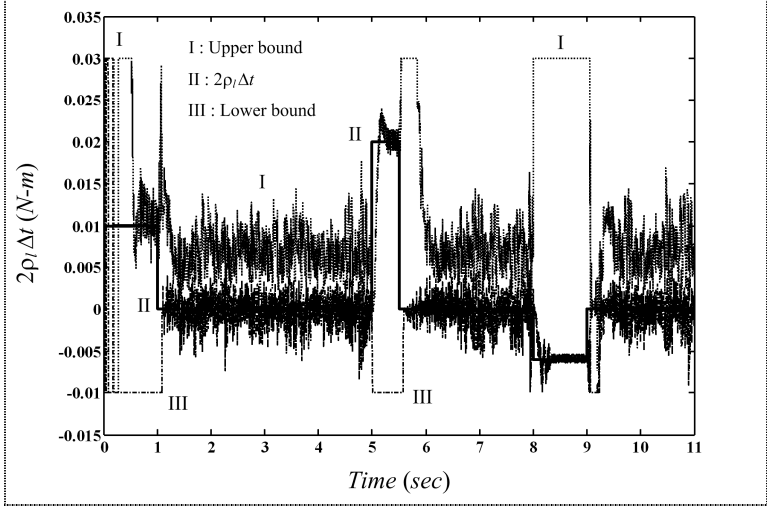
รูปที่ 6.8 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.4 ในแกนตั้งในช่วง –0.3 ถึง 0.4 นิวตัน·เมตร



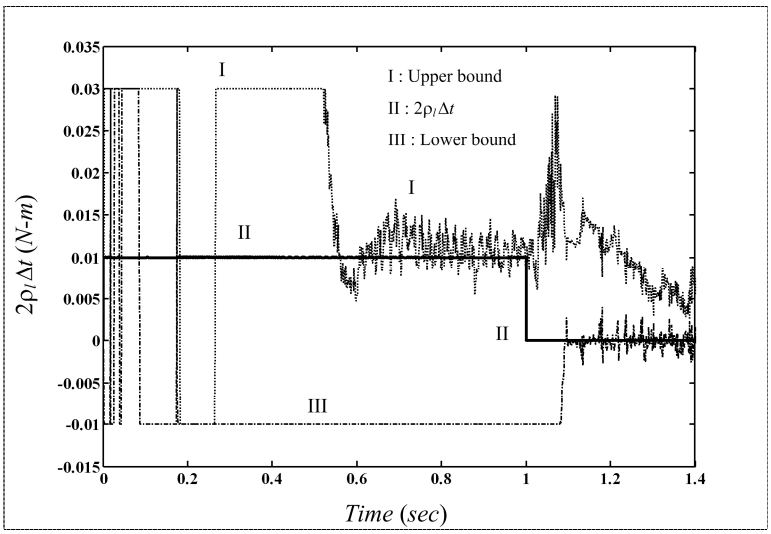
รูปที่ 6.9 ขนาดของความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง ($|e_\omega|$)



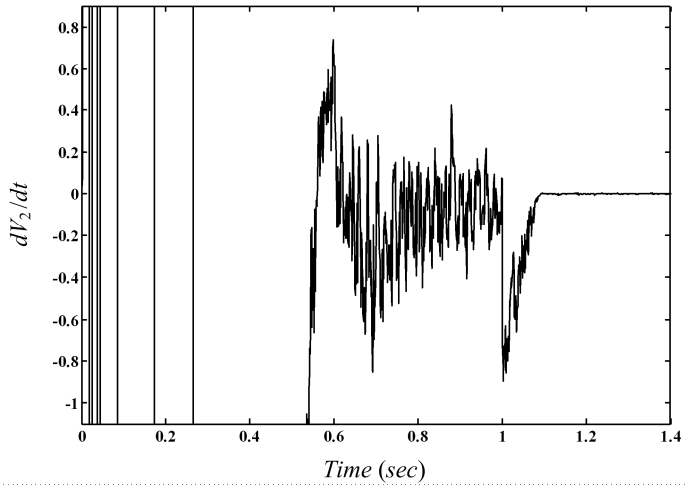
รูปที่ 6.10 ดิสคริมิแนนต์ของปริมาณ $2\rho_i\Delta t$



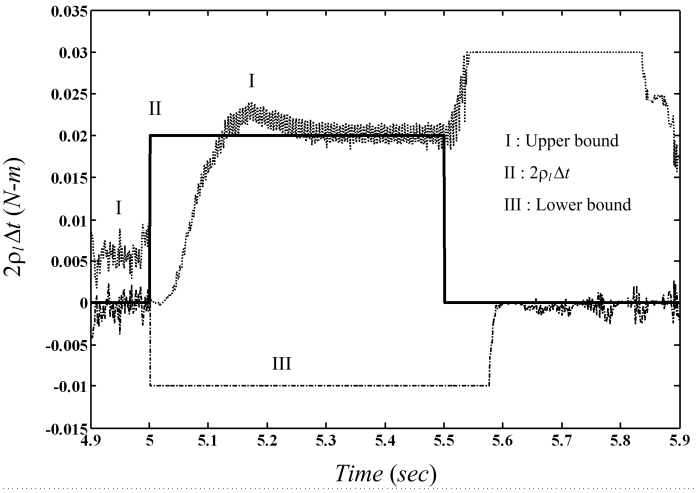
รูปที่ 6.11 ปริมาณที่สมมูลกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์ก ขอบเขตบนและขอบเขตล่าง



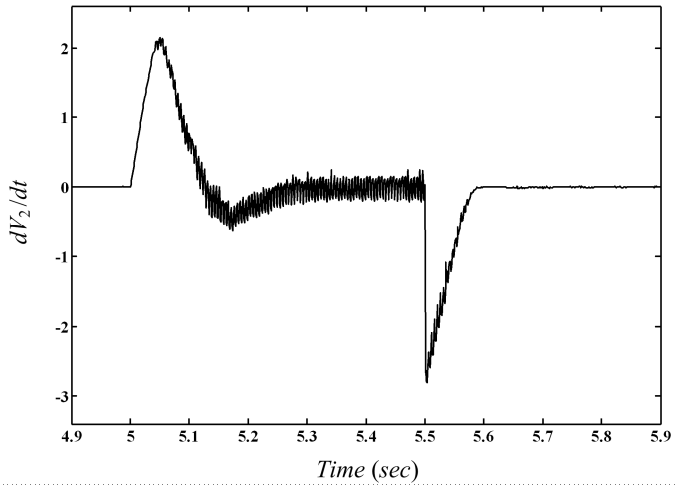
รูปที่ 6.12 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.11 ในช่วง 0 ถึง 1.4 วินาที



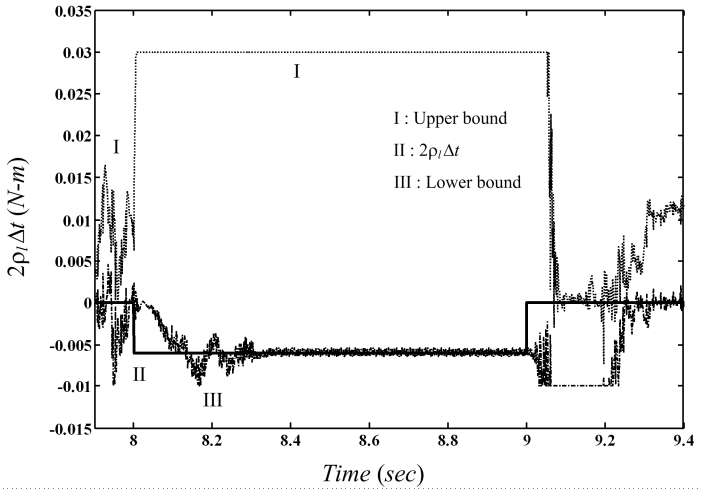
รูปที่ 6.13 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.5 ในแกนตั้งในช่วง –1 ถึง 0.8



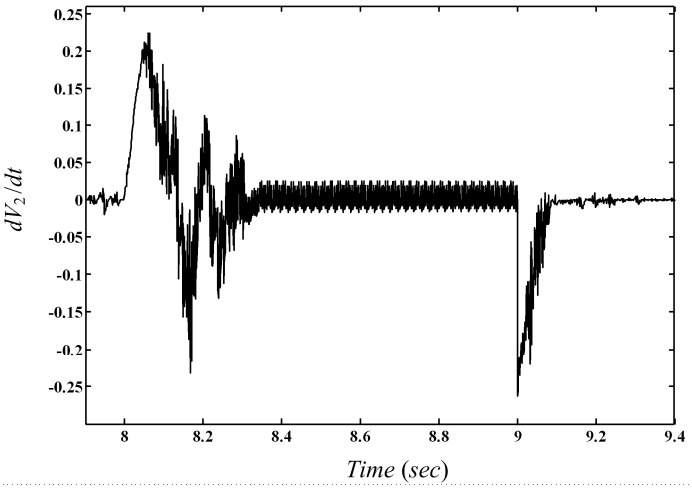
รูปที่ 6.14 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.11 ในช่วง 4.9 ถึง 5.9 วินาที



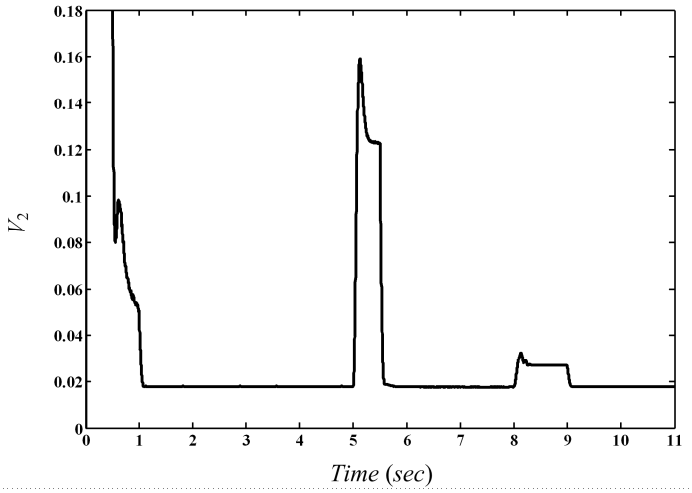
รูปที่ 6.15 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ (dV_2/dt) ในสมการที่ (6-18) ในช่วง 4.9 ถึง 5.9 วินาที



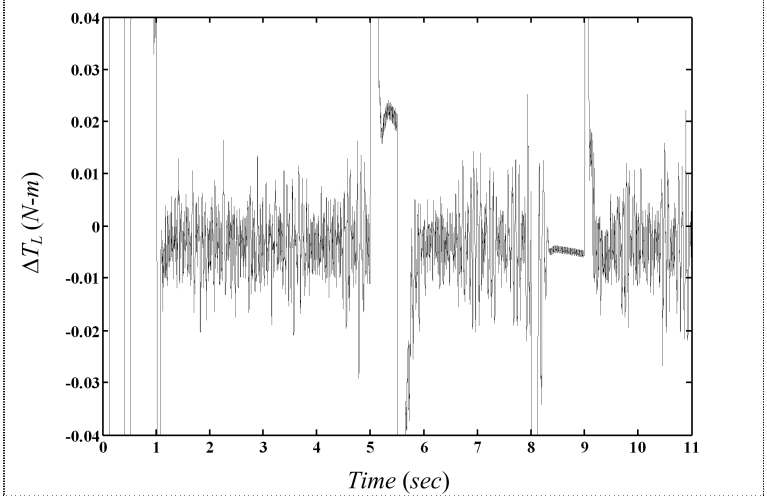
รูปที่ 6.16 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.11 ในช่วง 7.9 ถึง 9.4 วินาที



รูปที่ 6.17 อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ (dV_2/dt) ในสมการที่ (6-18) ในช่วง 7.9 ถึง 9.4 วินาที



รูปที่ 6.18 ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 ในสมการที่ (6-4) ในช่วง 0 ถึง 11 วินาที



รูปที่ 6.19 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 6.4 ในแกนตั้งในช่วง –0.04 ถึง 0.04 นิวตัน·เมตร

6.7 สรุป

เมื่อตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอได้รับกฎการปรับตัวในรูปแบบของตัวควบคุมพีไอที่เกิดจากการขยายรูปแบบอินทิกรัล ตัวสังเกตสถานะดังกล่าวยังคงมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟ และในเหตุการณ์จริง โหลดทอร์กที่เกิดขึ้นบริเวณเพลาหมุนของระบบมอเตอร์และโหลด อาจมีขนาดเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม ทำให้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กนี้อาจมีเสถียรภาพหรืออาจไม่สามารถสรุปเสถียรภาพของตัวสังเกตได้ในสถานะชั่วครู่ เพราะตัวสังเกตข้างต้นได้รับการออกแบบให้มีเสถียรภาพในการทำงานในกรณีที่โหลดทอร์กมีขนาดคงที่เท่านั้น ดังนั้นตัวสังเกตสถานะนี้จึงมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว และช่วงระยะเวลาของการเกิดเสถียรภาพในสถานะชั่วครู่ สัมพันธ์กับพลวัตของโหลดทอร์ก และการปรับจูนค่าเกนต่าง ๆ ของตัวสังเกต แต่ยังไม่สามารถระบุความสัมพันธ์ได้ชัดเจนในรูปแบบพีชคณิต เพราะเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพในสถานะชั่วครู่ได้อธิบายว่า ปริมาณที่สมมูลกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์กต้องมีค่าอยู่ภายในระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างเท่านั้น โดยที่ดิสคริมิแนนต์มีค่าบวก นอกจากนี้การเขียนเซตไม่ผันแปรได้แสดงถึงเงื่อนไขในการเกิดเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในสถานะชั่วครู่และในสถานะอยู่ตัวได้อย่างสมบูรณ์

บทที่ 7
การวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วในเวลาดิสครีต

7.1 กล่าวนำ

การสืบค้นในฐานข้อมูลของงานวิจัย IEEE/IEE และ Sciencedirect พบว่าตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กหรือตัวสังเกตอัตราเร็วที่ประยุกต์ใช้งานเป็นส่วนหนึ่งในระบบควบคุมความเร็วรอบของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ ได้รับการออกแบบในเวลาต่อเนื่องโดยมิได้กล่าวถึงแง่มุมในทางปฏิบัติที่จะต้องใช้หน่วยประมวลผลคำนวณตัวสังเกต ซึ่งทำให้ธรรมชาติของมันเปลี่ยนไป จากที่เป็นเวลาต่อเนื่องกลายเป็นแบบเวลาเต็มหน่วยหรือเวลาดิสครีต (discrete time) สิ่งที่น่าสนใจและเป็นคำถามคือ ถ้าอินทิกรัลเชิงเลขที่ใช้ในการดิสครีไตซ์ มีอัลกอริทึมที่ไม่สลับซับซ้อน เช่น วิธีของเฮอุน (Heun) และคาบระยะเวลาการสุ่มมีขนาดเล็กมาก ตัวสังเกตอัตราเร็วที่อยู่ในรูปแบบเวลาดิสครีต จะยังคงมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟอยู่หรือไม่ เนื่องจากในงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและที่เคยปรากฏมาก่อน ขั้นตอนการออกแบบตัวสังเกตจะสิ้นสุดในเวลาต่อเนื่องเท่านั้น ทำให้ไม่มีการวิเคราะห์เสถียรภาพในเวลาดิสครีต ดังนั้นในบทนี้จึงกล่าวถึงการตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวในเวลาดิสครีตในกรณีที่มอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่และไม่คงที่ โดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟและผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ เพื่อเปรียบเทียบกับสมการของอนุพันธ์ฟังก์ชันเลียปูโนฟในเวลาต่อเนื่อง

7.2 แบบจำลองของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสในเวลาดิสครีต

ในงานวิจัยที่เคยปรากฏมาก่อน อัลกอริทึมอินทิกรัลเชิงเลขรุง-กุตตา (Runge-Kutta) อันดับสี่ (Xepapas, Kaletsanos, Xepapas, and Manias, 2003) และออยเลอร์ (Euler) แบบไปหน้า (Kubota, Matsuse, and Nakano, 1993) ได้ถูกใช้ดิสครีไตซ์ตัวสังเกตอัตราเร็วหรือตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ชนิดโหมดการเลื่อนและปรับตัวที่ไม่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกนของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสแบบกรงกระรอกตามลำดับ เนื่องจากอินทิกรัลเชิงเลขหนึ่งขั้น (one-step) วิธีอื่น ๆ เช่น วิธีออยเลอร์แบบย้อนกลับ (backward) และวิธีสี่เหลี่ยมคางหมู (trapezoidal rule) ต้องการอัลกอริทึมเพิ่มเติมที่ใช้หารากของสมการไม่เชิงเส้น (เช่น วิธีของนิวตัน-ราฟสัน) เพื่อคำนวณตัวแปรสถานะในการสุ่มวัดครั้งถัดไป จึงทำให้ไม่สามารถประยุกต์ใช้งานในการประมาณค่า

แบบเวลาจริง (real time) ได้ เพราะการหาคำตอบของสมการไม่เชิงเส้นนี้กินเวลานานในการคำนวณ นอกจากนี้การเลือกใช้วิธีการเชิงเลขใด ๆ ยังต้องระมัดระวังอย่างมากถึงเสถียรภาพของวิธีการนั้น ๆ ด้วย

วิธีอินทิกรัลเชิงเลขของเฮอุนเป็นวิธีแบบไปหน้าที่มีความชัดเจน (explicit) ในการหาคำตอบและ เป็นวิธีที่ดัดแปลงแก้ไขจากวิธีสี่เหลี่ยมคางหมูที่เสถียรแต่มีความไม่ชัดเจน (implicit) ในการหาคำตอบ ทำให้วิธีของเฮอุนนี้เสถียรและไม่ต้องการอัลกอริทึมอื่น ๆ เพิ่มเติมในการคำนวณตัวแปรสถานะ และมีความถูกต้องในการคำนวณที่เทียบเท่ากับวิธีสี่เหลี่ยมคางหมู ในวรรณกรรมด้านการคำนวณเชิงเลข วิธีของเฮอุนมีชื่อเรียกหลายชื่อ เช่น วิธีของออยเลอร์ที่ได้รับการปรับปรุงความถูกต้อง (improved Euler) วิธีของรุง-กุตตาอันดับสอง หรือบางครั้งอาจเรียกว่าวิธีสี่เหลี่ยมคางหมู วิธีของเฮอุนประกอบด้วยสองขั้นตอนย่อย กล่าวคือ ขั้นตอนแรกเป็นการทำนายค่า (prediction stage) และขั้นตอนที่สองเป็นการแก้ไขเพิ่มความถูกต้อง (correction stage) ในการดำเนินงานตามขั้นตอนเหล่านี้ ต้องการตัวแปรสถานะ (เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการคำนวณ) ค่าพารามิเตอร์ อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ค่าเกน (ในเวกเตอร์แก้ไข) ของตัวสังเกต ตัวแปรอินพุต (แรงดันสเตเตอร์) และตัวแปรเอาต์พุต (กระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัด) ในการสุ่มวัดปัจจุบัน เป็นข้อมูลในการคำนวณขั้นตอนการทำนายค่าคือการใช้วิธีออยเลอร์แบบไปหน้าทำหน้าที่คำนวณตัวแปรสถานะ (หรือคำตอบในสมการเชิงอนุพันธ์) ค่าเกน ค่าพารามิเตอร์และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ในการสุ่มวัดครั้งถัดไป โดยประมาณ ในส่วนของขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องคือการใช้วิธีสี่เหลี่ยมคางหมู ทำหน้าที่คำนวณคำตอบและปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในการสุ่มวัดครั้งถัดไปซ้ำอีกครั้งหนึ่งเพื่อเพิ่มความถูกต้องให้มากขึ้น โดยที่ขั้นตอนที่สองต้องการคำตอบและปริมาณต่าง ๆ ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนแรก ตัวแปรอินพุตและตัวแปรเอาต์พุตของระบบ (มอเตอร์เหนี่ยวนำ) ในการสุ่มวัดครั้งถัดไป

เมื่อสมมุติว่าคาบระยะเวลาการชักตัวอย่างสั้นมากอย่างเพียงพอ (ความถี่การชักตัวอย่างข้อมูลมีค่าสูงมาก) และใช้วิธีของเฮอุน (Mathews and Fink, 2004) ในการดิสครีไตซ์แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสที่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกน ดังสมการที่ (3-3) และ (3-4) สามารถเขียนขั้นตอนการทำนายค่าได้ว่า

$$i_{s\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) = i_{s\alpha}(kT) + T\Big[\, a_{r1} i_{s\alpha}(kT) + a_{r2}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) + \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}\psi_{r\beta}(kT) + b_1 v_{s\alpha}(kT)\Big] \tag{7-1}$$

$$i^*_{s\beta}\big((k+1)T\big) = i_{s\beta}(kT) + T\Big[\, a_{r1} i_{s\beta}(kT) + a_{r2}(kT)\psi_{r\beta}(kT) - \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}\psi_{r\alpha}(kT) + b_l v_{s\beta}(kT)\Big] \tag{7-2}$$

$$\psi^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) = \psi_{r\alpha}(kT) + T\Big[\, a_{r3} i_{s\alpha}(kT) + a_{r4}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - \omega_r(kT)\psi_{r\beta}(kT)\Big] \tag{7-3}$$

$$\psi^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) = \psi_{r\beta}(kT) + T\Big[\, a_{r3} i_{s\beta}(kT) + a_{r4}(kT)\psi_{r\beta}(kT) + \omega_r(kT)\psi_{r\alpha}(kT)\Big] \tag{7-4}$$

โดยที่ $a_{r1} = -\dfrac{1}{\sigma L_s}\left(R_s + \dfrac{M^2 R_r}{L_r^2} \right)$,

$a_{r2}(kT) = \dfrac{1}{\varepsilon L_r}\left\{ R_r - \dfrac{R_m\big[\, L_r - s(kT) M \big]}{M} \right\}$,

$a_{r3} = \dfrac{M R_r}{L_r}$,

$a_{r4}(kT) = -\dfrac{1}{L_r}\big[\, R_r + s(kT) R_m \big]$,

$b_l = \dfrac{1}{\sigma L_s}$,

$\sigma = 1 - \dfrac{M^2}{L_s L_r} > 0$,

$\varepsilon = \dfrac{\sigma L_s L_r}{M} > 0$,

$s(kT) = \dfrac{\omega_{sl}(kT)}{\omega_s(kT)} = \dfrac{\omega_s(kT) - \omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}$,

$\omega_s(kT) = 2\pi f_s(kT)$,

T คือ คาบระยะเวลาคงที่ของการสุ่มวัดหรือการชักตัวอย่าง (วินาที) ,

k คือ ครั้งที่ของการสุ่มวัดและการวนซ้ำในการคำนวณของตัวสังเกต (k = 0, 1, 2, 3, 4, …) ทำให้เวลาปัจจุบัน $t = kT$, และ

ปริมาณใด ๆ ที่ปรากฏตัวยก $*$ กำกับ หมายถึง ปริมาณเหล่านั้นที่ได้จากการคำนวณ หรือการประมาณค่าในขั้นตอนการทำนาย

ในส่วนของขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้อง แบบจำลองของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสถูกดิสครีไตซ์ได้เป็น

$$\begin{aligned} i_{s\alpha}((k+1)T) = {} & i_{s\alpha}(kT) + 0.5T\Big[a_{r1}i_{s\alpha}(kT) + a_{r2}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) \\ & + \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}\psi_{r\beta}(kT) + b_l v_{s\alpha}(kT) + a_{r1}i^*_{s\alpha}((k+1)T) \\ & + a^*_{r2}((k+1)T)\psi^*_{r\alpha}((k+1)T) + \frac{\omega^*_r((k+1)T)}{\varepsilon}\psi^*_{r\beta}((k+1)T) \\ & + b_l v_{s\alpha}((k+1)T)\Big] \end{aligned} \tag{7-5}$$

$$\begin{aligned} i_{s\beta}((k+1)T) = {} & i_{s\beta}(kT) + 0.5T\Big[a_{r1}i_{s\beta}(kT) + a_{r2}(kT)\psi_{r\beta}(kT) \\ & - \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}\psi_{r\alpha}(kT) + b_l v_{s\beta}(kT) + a_{r1}i^*_{s\beta}((k+1)T) \\ & + a^*_{r2}((k+1)T)\psi^*_{r\beta}((k+1)T) - \frac{\omega^*_r((k+1)T)}{\varepsilon}\psi^*_{r\alpha}((k+1)T) \\ & + b_l v_{s\beta}((k+1)T)\Big] \end{aligned} \tag{7-6}$$

$$\begin{aligned} \psi_{r\alpha}((k+1)T) = {} & \psi_{r\alpha}(kT) + 0.5T\Big[a_{r3}i_{s\alpha}(kT) + a_{r4}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) \\ & - \omega_r(kT)\psi_{r\beta}(kT) + a_{r3}i^*_{s\alpha}((k+1)T) \\ & + a^*_{r4}((k+1)T)\psi^*_{r\alpha}((k+1)T) - \omega^*_r((k+1)T)\psi^*_{r\beta}((k+1)T)\Big] \end{aligned} \tag{7-7}$$

$$\begin{aligned} \psi_{r\beta}((k+1)T) = {} & \psi_{r\beta}(kT) + 0.5T\Big[a_{r3}i_{s\beta}(kT) + a_{r4}(kT)\psi_{r\beta}(kT) \\ & + \omega_r(kT)\psi_{r\alpha}(kT) + a_{r3}i^*_{s\beta}((k+1)T) \\ & + a^*_{r4}((k+1)T)\psi^*_{r\beta}((k+1)T) + \omega^*_r((k+1)T)\psi^*_{r\alpha}((k+1)T)\Big] \end{aligned} \tag{7-8}$$

โดยที่ $a^*_{r2}((k+1)T) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{R_r - \frac{R_m\left[L_r - s^*((k+1)T)M\right]}{M}\right\}$,

$a^*_{r4}((k+1)T) = -\frac{1}{L_r}\left[R_r + s^*((k+1)T)R_m\right]$,

$s^*((k+1)T) = \frac{\omega^*_{sl}((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)} = \frac{\omega_s((k+1)T) - \omega^*_r((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}$, และ

$\omega_s((k+1)T) = 2\pi f_s((k+1)T)$

7.3 ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในเวลาดิสครีต

ในขั้นตอนการทำนายค่าของวิธีเฮอุน ส่วนย่อยในเวกเตอร์แก้ไขของตัวสังเกตอัตราเร็วชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว สามารถคำนวณได้จากความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ ส่วนย่อยในเวกเตอร์พื้นผิว และกฎทางลอจิกในการสุ่มวัดปัจจุบัน เรียงตามลำดับดังต่อไปนี้

$$e_{i\alpha}(kT) = i_{s\alpha}(kT) - \hat{i}_{s\alpha}(kT) \tag{7-9}$$

$$e_{i\beta}(kT) = i_{s\beta}(kT) - \hat{i}_{s\beta}(kT) \tag{7-10}$$

$$s_{i\alpha}(kT) = e_{i\alpha}(kT) - k_1 z_{i\alpha}(kT) \tag{7-11}$$

$$s_{i\beta}(kT) = e_{i\beta}(kT) - k_2 z_{i\beta}(kT) \tag{7-12}$$

$$\begin{aligned}
&\text{ถ้า } s_{i\alpha}(kT)\,e_{i\alpha}(kT) > 0 && \text{แล้ว } \phi_{1\alpha}(kT) = \phi_{1\alpha+} > |a_{r1} + k_1|,\\
&\text{ถ้า } s_{i\alpha}(kT)\,e_{i\alpha}(kT) < 0 && \text{แล้ว } \phi_{1\alpha}(kT) = \phi_{1\alpha-} < -|a_{r1} + k_1|,\\
&\text{ถ้า } s_{i\beta}(kT)\,e_{i\beta}(kT) > 0 && \text{แล้ว } \phi_{1\beta}(kT) = \phi_{1\beta+} > |a_{r1} + k_2|,\\
&\text{ถ้า } s_{i\beta}(kT)\,e_{i\beta}(kT) < 0 && \text{แล้ว } \phi_{1\beta}(kT) = \phi_{1\beta-} < -|a_{r1} + k_2|,\\
&\text{ถ้า } s_{i\alpha}(kT)\,z_{i\alpha}(kT) > 0 && \text{แล้ว } \phi_{2\alpha}(kT) = \phi_{2\alpha+} > 0,\\
&\text{ถ้า } s_{i\alpha}(kT)\,z_{i\alpha}(kT) < 0 && \text{แล้ว } \phi_{2\alpha}(kT) = \phi_{2\alpha-} < 0,\\
&\text{ถ้า } s_{i\beta}(kT)\,z_{i\beta}(kT) > 0 && \text{แล้ว } \phi_{2\beta}(kT) = \phi_{2\beta+} > 0,\\
&\text{ถ้า } s_{i\beta}(kT)\,z_{i\beta}(kT) < 0 && \text{แล้ว } \phi_{2\beta}(kT) = \phi_{2\beta-} < 0,\\
&\text{ถ้า } s_{i\alpha}(kT) > 0 && \text{แล้ว } \Lambda_{\alpha}(kT) = \Lambda_{\alpha+} > |f_1(kT)|,\\
&\text{ถ้า } s_{i\alpha}(kT) < 0 && \text{แล้ว } \Lambda_{\alpha}(kT) = \Lambda_{\alpha-} < -|f_1(kT)|,\\
&\text{ถ้า } s_{i\beta}(kT) > 0 && \text{แล้ว } \Lambda_{\beta}(kT) = \Lambda_{\beta+} > |f_2(kT)|, \text{ และ}\\
&\text{ถ้า } s_{i\beta}(kT) < 0 && \text{แล้ว } \Lambda_{\beta}(kT) = \Lambda_{\beta-} < -|f_2(kT)|
\end{aligned} \tag{7-13}$$

โดยที่ $f_1(kT) = a_{r2}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \dfrac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}e_{\psi\beta}(kT)$,

$$f_2(kT) = a_{r2}(kT)e_{\psi\beta}(kT) - \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}e_{\psi\alpha}(kT)\ ,$$
$$e_{\psi\alpha}(kT) = \psi_{r\alpha}(kT) - \hat{\psi}_{r\alpha}(kT)\ ,\ \text{และ}$$
$$e_{\psi\beta}(kT) = \psi_{r\beta}(kT) - \hat{\psi}_{r\beta}(kT)$$

$$U_{o\alpha}(kT) = \phi_{1\alpha}(kT)\, e_{i\alpha}(kT) + \phi_{2\alpha}(kT)\, k_1\, z_{i\alpha}(kT) + \Lambda_\alpha(kT) \tag{7-14}$$

$$U_{o\beta}(kT) = \phi_{1\beta}(kT)\, e_{i\beta}(kT) + \phi_{2\beta}(kT)\, k_2\, z_{i\beta}(kT) + \Lambda_\beta(kT) \tag{7-15}$$

และตัวสังเกตอัตราเร็วชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว มีโครงสร้างหลักในสมการที่ (3-6) และ (3-7) ที่ถูกดิสครีไตซ์ในขั้นตอนนี้ ได้เป็น

$$\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) = \hat{i}_{s\alpha}(kT) + T\Big[\hat{a}_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \hat{a}_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + \frac{\hat{\omega}_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\beta}(kT) + b_l v_{s\alpha}(kT) + U_{o\alpha}(kT)\Big] \tag{7-16}$$

$$\hat{i}^*_{s\beta}\big((k+1)T\big) = \hat{i}_{s\beta}(kT) + T\Big[\hat{a}_{r1}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT) + \hat{a}_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - \frac{\hat{\omega}_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + b_l v_{s\beta}(kT) + U_{o\beta}(kT)\Big] \tag{7-17}$$

$$\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) = \hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + T\Big[\hat{a}_{r3}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \hat{a}_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT)\Big] \tag{7-18}$$

$$\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) = \hat{\psi}_{r\beta}(kT) + T\Big[\hat{a}_{r3}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT) + \hat{a}_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) + \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT)\Big] \tag{7-19}$$

โดยที่ $\hat{a}_{r1}(kT) = -\dfrac{1}{\sigma L_s}\left[\hat{R}_s(kT) + \dfrac{M^2\hat{R}_r(kT)}{L_r^2}\right]$,

$$\hat{a}_{r1}(kT) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left[\hat{R}_s(kT) + \frac{M}{L_r}\hat{a}_{r3}(kT)\right],$$

$$\hat{a}_{r2}(kT) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{\hat{R}_r(kT) + \left[\hat{s}(kT) - \frac{L_r}{M}\right]\hat{R}_m(kT)\right\},$$

$$\hat{a}_{r2}(kT) = -\frac{1}{\varepsilon}\left[\hat{a}_{r4}(kT) + \frac{\hat{R}_m(kT)}{M}\right],$$

$$\hat{a}_{r3}(kT) = \frac{M\hat{R}_r(kT)}{L_r},$$

$$\hat{a}_{r4}(kT) = -\frac{1}{L_r}\left[\hat{R}_r(kT) + \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT)\right], \text{ และ}$$

$$\hat{s}(kT) = \frac{\hat{\omega}_{sl}(kT)}{\omega_s(kT)} = \frac{\omega_s(kT) - \hat{\omega}_r(kT)}{\omega_s(kT)}$$

ต่อมาส่วนย่อยในเวกเตอร์แก้ไขของตัวสังเกตในการสุ่มวัดครั้งถัดไป ถูกคำนวณหรือทำนายค่าได้จากความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ อินทิกรัลของความผิดพลาดดังกล่าว ส่วนย่อยในเวกเตอร์พื้นผิว และกฎทางลอจิกที่ได้จากการทำนายค่าเช่นเดียวกัน เรียงตามลำดับดังนี้

$$e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) = i^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) \tag{7-20}$$

$$e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) = i^*_{s\beta}\big((k+1)T\big) - \hat{i}^*_{s\beta}\big((k+1)T\big) \tag{7-21}$$

$$z^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) = z_{i\alpha}(kT) - Te_{i\alpha}(kT) \tag{7-22}$$

$$z^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) = z_{i\beta}(kT) - Te_{i\beta}(kT) \tag{7-23}$$

$$s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) = e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) - k_1 z^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) \tag{7-24}$$

$$s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) = e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) - k_2 z^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) \tag{7-25}$$

$$
\begin{aligned}
&\text{ถ้า } s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) > 0 \text{ แล้ว } \phi^*_{1\alpha}\big((k+1)T\big) = \phi_{1\alpha+} > |a_{r1}+k_1|,\\
&\text{ถ้า } s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) < 0 \text{ แล้ว } \phi^*_{1\alpha}\big((k+1)T\big) = \phi_{1\alpha-} < -|a_{r1}+k_1|,\\
&\text{ถ้า } s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) > 0 \text{ แล้ว } \phi^*_{1\beta}\big((k+1)T\big) = \phi_{1\beta+} > |a_{r1}+k_2|,\\
&\text{ถ้า } s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) < 0 \text{ แล้ว } \phi^*_{1\beta}\big((k+1)T\big) = \phi_{1\beta-} < -|a_{r1}+k_2|,\\
&\text{ถ้า } s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)z^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) > 0 \text{ แล้ว } \phi^*_{2\alpha}\big((k+1)T\big) = \phi_{2\alpha+} > 0,\\
&\text{ถ้า } s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)z^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) < 0 \text{ แล้ว } \phi^*_{2\alpha}\big((k+1)T\big) = \phi_{2\alpha-} < 0,\\
&\text{ถ้า } s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)z^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) > 0 \text{ แล้ว } \phi^*_{2\beta}\big((k+1)T\big) = \phi_{2\beta+} > 0, \qquad (7\text{-}26)\\
&\text{ถ้า } s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)z^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) < 0 \text{ แล้ว } \phi^*_{2\beta}\big((k+1)T\big) = \phi_{2\beta-} < 0,\\
&\text{ถ้า } s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) > 0 \text{ แล้ว } \Lambda^*_{\alpha}\big((k+1)T\big) = \Lambda_{\alpha+} > \left| f_1^*\big((k+1)T\big)\right|,\\
&\text{ถ้า } s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) < 0 \text{ แล้ว } \Lambda^*_{\alpha}\big((k+1)T\big) = \Lambda_{\alpha-} < -\left| f_1^*\big((k+1)T\big)\right|,\\
&\text{ถ้า } s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) > 0 \text{ แล้ว } \Lambda^*_{\beta}\big((k+1)T\big) = \Lambda_{\beta+} > \left| f_2^*\big((k+1)T\big)\right|, \text{ และ}\\
&\text{ถ้า } s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) < 0 \text{ แล้ว } \Lambda^*_{\beta}\big((k+1)T\big) = \Lambda_{\beta-} < -\left| f_2^*\big((k+1)T\big)\right|
\end{aligned}
$$

โดยที่

$$
\begin{aligned}
f_1^*\big((k+1)T\big) &= a^*_{r2}\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) + \frac{\omega_r^*\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big),\\
f_2^*\big((k+1)T\big) &= a^*_{r2}\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) - \frac{\omega_r^*\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big),\\
e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) &= \psi^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big), \text{ และ}\\
e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) &= \psi^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) - \hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
U^*_{o\alpha}\big((k+1)T\big) = {}& \phi^*_{1\alpha}\big((k+1)T\big)e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\\
&+ \phi^*_{2\alpha}\big((k+1)T\big)k_1 z^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) + \Lambda^*_{\alpha}\big((k+1)T\big)
\end{aligned} \qquad (7\text{-}27)
$$

$$
\begin{aligned}
U^*_{o\beta}\big((k+1)T\big) = {}& \phi^*_{1\beta}\big((k+1)T\big)e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\\
&+ \phi^*_{2\beta}\big((k+1)T\big)k_2 z^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) + \Lambda^*_{\beta}\big((k+1)T\big)
\end{aligned} \qquad (7\text{-}28)
$$

จากนั้นส่วนย่อยในเวกเตอร์พื้นผิว และตัวแปรสถานะ (กระแสไฟฟ้าสเตเตอร์และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์) ที่ได้จากการทำนายค่าในการสุ่มวัดครั้งถัดไป ถูกส่งถึงกฎการปรับตัว เพื่อประมาณหรือทำนายค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ และค่าความต้านทานแต่ละตัวของมอเตอร์เหนี่ยวนำ

$$\hat{R}_s^*\big((k+1)T\big) = \hat{R}_s(kT) - k_{sp}\Big[\Theta_S^*\big((k+1)T\big) - \Theta_S(kT)\Big] - k_{si}T\Theta_S(kT) \qquad (7\text{-}29)$$

$$\hat{R}_r^*\big((k+1)T\big) = \hat{R}_r(kT) + k_{rp}\Big[\Theta_R^*\big((k+1)T\big) - \Theta_R(kT)\Big] + k_{ri}T\Theta_R(kT) \qquad (7\text{-}30)$$

$$\hat{R}_m^*\big((k+1)T\big) = \hat{R}_m(kT) - k_{mp}\Big[\Theta_m^*\big((k+1)T\big) - \Theta_m(kT)\Big] - k_{mi}T\Theta_m(kT) \qquad (7\text{-}31)$$

$$\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r(kT) - k_{\omega p}\Big[\Theta_\omega^*\big((k+1)T\big) - \Theta_\omega(kT)\Big] - k_{\omega i}T\Theta_\omega(kT) \qquad (7\text{-}32)$$

โดยที่ $\Theta_S(kT) = s_{i\alpha}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT)$,

$$\Theta_R(kT) = s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - M\Big[s_{i\alpha}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT)\Big],$$

$$\Theta_m(kT) = \big[L_r - \hat{s}(kT)M\big]\Big[s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT)\Big],$$

$$\Theta_\omega(kT) = s_{i\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) + \frac{R_m}{\omega_s(kT)L_r}\Big[s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT)\Big],$$

$$\Theta_S^*\big((k+1)T\big) = s_{i\alpha}^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{s\alpha}^*\big((k+1)T\big) + s_{i\beta}^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{s\beta}^*\big((k+1)T\big),$$

$$\Theta_R^*\big((k+1)T\big) = s_{i\alpha}^*\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^*\big((k+1)T\big) + s_{i\beta}^*\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\beta}^*\big((k+1)T\big) - M\Big[s_{i\alpha}^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{s\alpha}^*\big((k+1)T\big) + s_{i\beta}^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{s\beta}^*\big((k+1)T\big)\Big],$$

$$\Theta_m^*\big((k+1)T\big) = \Big[L_r - \hat{s}^*\big((k+1)T\big)M\Big] \times \Big[s_{i\alpha}^*\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^*\big((k+1)T\big) + s_{i\beta}^*\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\beta}^*\big((k+1)T\big)\Big],$$

$$\Theta_\omega^*\big((k+1)T\big) = s_{i\beta}^*\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^*\big((k+1)T\big) - s_{i\alpha}^*\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\beta}^*\big((k+1)T\big) + \frac{R_m}{\omega_s\big((k+1)T\big)L_r}\Big[s_{i\alpha}^*\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^*\big((k+1)T\big) + s_{i\beta}^*\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\beta}^*\big((k+1)T\big)\Big],$$

และ $$\hat{s}^*\big((k+1)T\big) = \frac{\hat{\omega}_{sl}^*\big((k+1)T\big)}{\omega_s\big((k+1)T\big)} = \frac{\omega_s\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big)}{\omega_s\big((k+1)T\big)}$$

ในส่วนของขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องในวิธีเฮอุน โครงสร้างหลักของตัวสังเกตอัตราเร็ว ถูกดิสครีไตซ์ได้เป็น

$$\begin{aligned}\hat{i}_{s\alpha}((k+1)T) = \hat{i}_{s\alpha}(kT) + 0.5T\Big[& \hat{a}_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \hat{a}_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\ & + \frac{\hat{\omega}_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\beta}(kT) + b_l v_{s\alpha}(kT) + U_{o\alpha}(kT) \\ & + \hat{a}^*_{r1}((k+1)T)\hat{i}^*_{s\alpha}((k+1)T) + \hat{a}^*_{r2}((k+1)T)\hat{\psi}^*_{r\alpha}((k+1)T) \\ & + \frac{\hat{\omega}^*_r((k+1)T)}{\varepsilon}\hat{\psi}^*_{r\beta}((k+1)T) + b_l v_{s\alpha}((k+1)T) + U^*_{o\alpha}((k+1)T)\Big]\end{aligned} \tag{7-33}$$

$$\begin{aligned}\hat{i}_{s\beta}((k+1)T) = \hat{i}_{s\beta}(kT) + 0.5T\Big[& \hat{a}_{r1}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT) + \hat{a}_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\ & - \frac{\hat{\omega}_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + b_l v_{s\beta}(kT) + U_{o\beta}(kT) \\ & + \hat{a}^*_{r1}((k+1)T)\hat{i}^*_{s\beta}((k+1)T) + \hat{a}^*_{r2}((k+1)T)\hat{\psi}^*_{r\beta}((k+1)T) \\ & - \frac{\hat{\omega}^*_r((k+1)T)}{\varepsilon}\hat{\psi}^*_{r\alpha}((k+1)T) + b_l v_{s\beta}((k+1)T) + U^*_{o\beta}((k+1)T)\Big]\end{aligned} \tag{7-34}$$

$$\begin{aligned}\hat{\psi}_{r\alpha}((k+1)T) = \hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + 0.5T\Big[& \hat{a}_{r3}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \hat{a}_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\ & - \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) + \hat{a}^*_{r3}((k+1)T)\hat{i}^*_{s\alpha}((k+1)T) \\ & + \hat{a}^*_{r4}((k+1)T)\hat{\psi}^*_{r\alpha}((k+1)T) - \hat{\omega}^*_r((k+1)T)\hat{\psi}^*_{r\beta}((k+1)T)\Big]\end{aligned} \tag{7-35}$$

$$\begin{aligned}\hat{\psi}_{r\beta}((k+1)T) = \hat{\psi}_{r\beta}(kT) + 0.5T\Big[& \hat{a}_{r3}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT) + \hat{a}_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\ & + \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + \hat{a}^*_{r3}((k+1)T)\hat{i}^*_{s\beta}((k+1)T) \\ & + \hat{a}^*_{r4}((k+1)T)\hat{\psi}^*_{r\beta}((k+1)T) + \hat{\omega}^*_r((k+1)T)\hat{\psi}^*_{r\alpha}((k+1)T)\Big]\end{aligned} \tag{7-36}$$

โดยที่ $\hat{a}^*_{r1}((k+1)T) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left[\hat{R}^*_s((k+1)T) + \frac{M^2}{L_r^2}\hat{R}^*_r((k+1)T)\right]$,

$\hat{a}^*_{r1}((k+1)T) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left[\hat{R}^*_s((k+1)T) + \frac{M}{L_r}\hat{a}^*_{r3}((k+1)T)\right]$,

$\hat{a}^*_{r2}((k+1)T) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{\hat{R}^*_r((k+1)T) + \left[\hat{s}^*((k+1)T) - \frac{L_r}{M}\right]\hat{R}^*_m((k+1)T)\right\}$,

$\hat{a}^*_{r2}((k+1)T) = -\frac{1}{\varepsilon}\left[\hat{a}^*_{r4}((k+1)T) + \frac{\hat{R}^*_m((k+1)T)}{M}\right]$,

$\hat{a}^*_{r3}((k+1)T) = \frac{M}{L_r}\hat{R}^*_r((k+1)T)$, และ

$$\hat{a}^*_{r4}\big((k+1)T\big) = -\frac{1}{L_r}\Big[\hat{R}^*_r\big((k+1)T\big) + \hat{s}^*\big((k+1)T\big)\hat{R}^*_m\big((k+1)T\big)\Big]$$

ต่อมากฎการปรับตัวจะประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ และค่าความต้านทานแต่ละตัวของมอเตอร์เหนี่ยวนำ ให้มีความถูกต้องเพิ่มขึ้นอีกครั้งหนึ่งในการสุ่มวัดครั้งถัดไป นั่นคือ

$$\begin{aligned}\hat{R}_s\big((k+1)T\big) = \; & \hat{R}_s(kT) - k_{sp}\Big[\Theta^*_S\big((k+1)T\big) - \Theta_S(kT)\Big] \\ & - 0.5k_{si}T\Big[\Theta^*_S\big((k+1)T\big) + \Theta_S(kT)\Big]\end{aligned} \tag{7-37}$$

$$\begin{aligned}\hat{R}_r\big((k+1)T\big) = \; & \hat{R}_r(kT) + k_{rp}\Big[\Theta^*_R\big((k+1)T\big) - \Theta_R(kT)\Big] \\ & + 0.5k_{ri}T\Big[\Theta^*_R\big((k+1)T\big) + \Theta_R(kT)\Big]\end{aligned} \tag{7-38}$$

$$\begin{aligned}\hat{R}_m\big((k+1)T\big) = \; & \hat{R}_m(kT) - k_{mp}\Big[\Theta^*_m\big((k+1)T\big) - \Theta_m(kT)\Big] \\ & - 0.5k_{mi}T\Big[\Theta^*_m\big((k+1)T\big) + \Theta_m(kT)\Big]\end{aligned} \tag{7-39}$$

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_r\big((k+1)T\big) = \; & \hat{\omega}_r(kT) - k_{\omega p}\Big[\Theta^*_\omega\big((k+1)T\big) - \Theta_\omega(kT)\Big] \\ & - 0.5k_{\omega i}T\Big[\Theta^*_\omega\big((k+1)T\big) + \Theta_\omega(kT)\Big]\end{aligned} \tag{7-40}$$

และอินทิกรัลของความผิดพลาดกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ ที่มีความถูกต้องเพิ่มขึ้นในการสุ่มวัดครั้งถัดไป คำนวณได้จาก

$$z_{i\alpha}\big((k+1)T\big) = z_{i\alpha}(kT) - 0.5T\Big[e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) + e_{i\alpha}(kT)\Big] \tag{7-41}$$

$$z_{i\beta}\big((k+1)T\big) = z_{i\beta}(kT) - 0.5T\Big[e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) + e_{i\beta}(kT)\Big] \tag{7-42}$$

ทำให้สามารถเขียนแสดงความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ และส่วนย่อยในเวกเตอร์พื้นผิวในขั้นตอนการทำนายค่าในการสุ่มวัดครั้งถัดไป ได้ว่า

$$e_{i\alpha}\big((k+1)T\big) = i_{s\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{i}_{s\alpha}\big((k+1)T\big) \tag{7-43}$$

$$e_{i\beta}((k+1)T) = i_{s\beta}((k+1)T) - \hat{i}_{s\beta}((k+1)T) \tag{7-44}$$

$$s_{i\alpha}((k+1)T) = e_{i\alpha}((k+1)T) - k_1 z_{i\alpha}((k+1)T) \tag{7-45}$$

$$s_{i\beta}((k+1)T) = e_{i\beta}((k+1)T) - k_2 z_{i\beta}((k+1)T) \tag{7-46}$$

นั่นคือ ผลต่างระหว่างมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสและตัวสังเกตอัตราเร็วในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้อง (ผลต่างระหว่างสมการที่ (7-5) และ (7-33) และผลต่างระหว่างสมการที่ (7-6) และ (7-34)) จะถูกเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned} e_{i\alpha}((k+1)T) = {} & e_{i\alpha}(kT) + 0.5T\Big[a_{r1}e_{i\alpha}(kT) + a_{r2}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) \\ & + \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}e_{\psi\beta}(kT) + \Delta a_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \Delta a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\ & + \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - U_{o\alpha}(kT) + a_{r1}e^*_{i\alpha}((k+1)T) \\ & + a^*_{r2}((k+1)T)e^*_{\psi\alpha}((k+1)T) + \frac{\omega^*_r((k+1)T)}{\varepsilon}e^*_{\psi\beta}((k+1)T) \\ & + \Delta a^*_{r1}((k+1)T)\hat{i}^*_{s\alpha}((k+1)T) + \Delta a^*_{r2}((k+1)T)\hat{\psi}^*_{r\alpha}((k+1)T) \\ & + \frac{\Delta\omega^*_r((k+1)T)}{\varepsilon}\hat{\psi}^*_{r\beta}((k+1)T) - U^*_{o\alpha}((k+1)T)\Big] \end{aligned} \tag{7-47}$$

$$\begin{aligned} e_{i\beta}((k+1)T) = {} & e_{i\beta}(kT) + 0.5T\Big[a_{r1}e_{i\beta}(kT) + a_{r2}(kT)e_{\psi\beta}(kT) \\ & - \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}e_{\psi\alpha}(kT) + \Delta a_{r1}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT) + \Delta a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\ & - \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - U_{o\beta}(kT) + a_{r1}e^*_{i\beta}((k+1)T) \\ & + a^*_{r2}((k+1)T)e^*_{\psi\beta}((k+1)T) - \frac{\omega^*_r((k+1)T)}{\varepsilon}e^*_{\psi\alpha}((k+1)T) \\ & + \Delta a^*_{r1}((k+1)T)\hat{i}^*_{s\beta}((k+1)T) + \Delta a^*_{r2}((k+1)T)\hat{\psi}^*_{r\beta}((k+1)T) \\ & - \frac{\Delta\omega^*_r((k+1)T)}{\varepsilon}\hat{\psi}^*_{r\alpha}((k+1)T) - U^*_{o\beta}((k+1)T)\Big] \end{aligned} \tag{7-48}$$

โดยที่ $\Delta a_{r1}(kT) = a_{r1} - \hat{a}_{r1}(kT)$,

$\Delta a_{r2}(kT) = a_{r2}(kT) - \hat{a}_{r2}(kT)$,

$\Delta a^*_{r1}((k+1)T) = a_{r1} - \hat{a}^*_{r1}((k+1)T)$, และ

$\Delta a^*_{r2}((k+1)T) = a^*_{r2}((k+1)T) - \hat{a}^*_{r2}((k+1)T)$

นั่นคือ $\Delta a_{r1}(kT) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left[\Delta R_s(kT) + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r(kT)\right]$,

$\Delta a_{r2}(kT) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\left[\Delta R_r(kT) - \frac{L_r}{M}\Delta R_m(kT) + \hat{s}(kT)\Delta R_m(kT) - \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}R_m\right]$,

$\Delta a^*_{r1}((k+1)T) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left[\Delta R^*_s((k+1)T) + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R^*_r((k+1)T)\right]$, และ

$\Delta a^*_{r2}((k+1)T) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\left[\Delta R^*_r((k+1)T) - \frac{L_r}{M}\Delta R^*_m((k+1)T)\right.$

$\left. + \hat{s}^*((k+1)T)\Delta R^*_m((k+1)T) - \frac{\Delta\omega^*_r((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}R_m\right]$

โดยที่ $\Delta R_s(kT) = R_s - \hat{R}_s(kT)$,

$\Delta R_r(kT) = R_r - \hat{R}_r(kT)$,

$\Delta R_m(kT) = R_m - \hat{R}_m(kT)$,

$\Delta\omega_r(kT) = \omega_r(kT) - \hat{\omega}_r(kT)$,

$\Delta R^*_s((k+1)T) = R_s - \hat{R}^*_s((k+1)T)$,

$\Delta R^*_r((k+1)T) = R_r - \hat{R}^*_r((k+1)T)$,

$\Delta R^*_m((k+1)T) = R_m - \hat{R}^*_m((k+1)T)$, และ

$\Delta\omega^*_r((k+1)T) = \omega^*_r((k+1)T) - \hat{\omega}^*_r((k+1)T)$

และผลต่างระหว่างส่วนย่อยในเวกเตอร์พื้นผิวในการสุ่มวัดครั้งถัดไปและในการสุ่มวัดปัจจุบัน (ผลต่างระหว่างสมการที่ (7-45) และ (7-11) และผลต่างระหว่างสมการที่ (7-46) และ (7-12)) จะถูกเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned} s_{i\alpha}((k+1)T) - s_{i\alpha}(kT) &= e_{i\alpha}((k+1)T) - e_{i\alpha}(kT) \\ &\quad - k_1[z_{i\alpha}((k+1)T) - z_{i\alpha}(kT)] \end{aligned} \tag{7-49}$$

$$\begin{aligned} s_{i\beta}((k+1)T) - s_{i\beta}(kT) &= e_{i\beta}((k+1)T) - e_{i\beta}(kT) \\ &\quad - k_2[z_{i\beta}((k+1)T) - z_{i\beta}(kT)] \end{aligned} \tag{7-50}$$

อินทิกรัลของความผิดพลาดกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณในสมการที่ (7-41) และ (7-42) จะให้

$$\begin{aligned} s_{i\alpha}\big((k+1)T\big) - s_{i\alpha}(kT) = {} & e_{i\alpha}\big((k+1)T\big) - e_{i\alpha}(kT) \\ & + 0.5k_1T\Big[e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) + e_{i\alpha}(kT)\Big] \end{aligned} \tag{7-51}$$

$$\begin{aligned} s_{i\beta}\big((k+1)T\big) - s_{i\beta}(kT) = {} & e_{i\beta}\big((k+1)T\big) - e_{i\beta}(kT) \\ & + 0.5k_2T\Big[e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) + e_{i\beta}(kT)\Big] \end{aligned} \tag{7-52}$$

ต่อมาแทนค่า $e_{i\alpha}((k+1)T)$ จากสมการที่ (7-47) และ $e_{i\beta}((k+1)T)$ จากสมการที่ (7-48) ลงในสมการที่ (7-51) และ (7-52) ตามลำดับ และจัดรูปสมการที่ได้รับ ให้ง่ายขึ้น จะได้ว่า

$$\tilde{s}_{i\alpha}(kT) = 0.5T\Big[\Gamma_\alpha(kT) + \Gamma^*_\alpha\big((k+1)T\big)\Big] \tag{7-53}$$

$$\tilde{s}_{i\beta}(kT) = 0.5T\Big[\Gamma_\beta(kT) + \Gamma^*_\beta\big((k+1)T\big)\Big] \tag{7-54}$$

โดยที่ $\tilde{s}_{i\alpha}(kT) = s_{i\alpha}\big((k+1)T\big) - s_{i\alpha}(kT)$,

$\tilde{s}_{i\beta}(kT) = s_{i\beta}\big((k+1)T\big) - s_{i\beta}(kT)$,

$$\begin{aligned} \Gamma_\alpha(kT) = {} & (a_{r1}+k_1)e_{i\alpha}(kT) + a_{r2}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}e_{\psi\beta}(kT) \\ & + \Delta a_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \Delta a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - U_{o\alpha}(kT) \end{aligned},$$

$$\begin{aligned} \Gamma_\beta(kT) = {} & (a_{r1}+k_2)e_{i\beta}(kT) + a_{r2}(kT)e_{\psi\beta}(kT) - \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}e_{\psi\alpha}(kT) \\ & + \Delta a_{r1}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT) + \Delta a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - U_{o\beta}(kT) \end{aligned},$$

$$\begin{aligned} \Gamma^*_\alpha\big((k+1)T\big) = {} & (a_{r1}+k_1)e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) + a^*_{r2}\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) \\ & + \frac{\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r1}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) \\ & + \Delta a^*_{r2}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) + \frac{\Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) \\ & - U^*_{o\alpha}\big((k+1)T\big) \end{aligned},$$

$$\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big) = \big(a_{r1}+k_2\big)e_{i\beta}^{*}\big((k+1)T\big) + a_{r2}^{*}\big((k+1)T\big)e_{\psi\beta}^{*}\big((k+1)T\big)$$
$$-\frac{\omega_r^{*}\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}e_{\psi\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) + \Delta a_{r1}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{i}_{s\beta}^{*}\big((k+1)T\big)$$

และ

$$+\Delta a_{r2}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\beta}^{*}\big((k+1)T\big) - \frac{\Delta\omega_r^{*}\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)$$
$$-U_{o\beta}^{*}\big((k+1)T\big)$$

เป็นผลให้ ผลคูณ $s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT)$ และ $s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT)$ อาจถูกเขียนได้ว่า

$$s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) = 0.5T\Big[s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) + s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) - \widetilde{s}_{i\alpha}^{*}(kT)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Big] \tag{7-55}$$

$$s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT) = 0.5T\Big[s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) + s_{i\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big) - \widetilde{s}_{i\beta}^{*}(kT)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\Big] \tag{7-56}$$

โดยที่ $\widetilde{s}_{i\alpha}^{*}(kT) = s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) - s_{i\alpha}(kT)$ และ
$\widetilde{s}_{i\beta}^{*}(kT) = s_{i\beta}^{*}\big((k+1)T\big) - s_{i\beta}(kT)$

จากนั้น ผลต่างระหว่างมอเตอร์เหนี่ยวนำและตัวสังเกตอัตราเร็วในขั้นตอนการทำนายค่า (ผลต่างระหว่างสมการที่ (7-1) และ (7-16) และผลต่างระหว่างสมการที่ (7-2) และ (7-17)) จะถูกเขียนได้ว่า

$$e_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) = e_{i\alpha}(kT) + T\Big[a_{r1}e_{i\alpha}(kT) + a_{r2}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}e_{\psi\beta}(kT) + \Delta a_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \Delta a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - U_{o\alpha}(kT)\Big] \tag{7-57}$$

$$e_{i\beta}^{*}\big((k+1)T\big) = e_{i\beta}(kT) + T\Big[a_{r1}e_{i\beta}(kT) + a_{r2}(kT)e_{\psi\beta}(kT) - \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}e_{\psi\alpha}(kT) + \Delta a_{r1}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT) + \Delta a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - U_{o\beta}(kT)\Big] \tag{7-58}$$

และผลต่างระหว่างส่วนย่อยในเวกเตอร์พื้นผิวที่ได้จากการทำนายค่าและในการสุ่มวัดปัจจุบัน (ผลต่างระหว่างสมการที่ (7-24) และ (7-11) และผลต่างระหว่างสมการที่ (7-25) และ (7-12)) จะถูกเขียนได้ว่า

$$s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) - s_{i\alpha}(kT) = e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) - e_{i\alpha}(kT) - k_1\Big[z^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) - z_{i\alpha}(kT)\Big] \tag{7-59}$$

$$s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) - s_{i\beta}(kT) = e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) - e_{i\beta}(kT) - k_2\Big[z^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) - z_{i\beta}(kT)\Big] \tag{7-60}$$

อินทิกรัลของความผิดพลาดกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณในสมการที่ (7-22) และ (7-23) จะให้

$$s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) - s_{i\alpha}(kT) = e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) - e_{i\alpha}(kT) + k_1 T e_{i\alpha}(kT) \tag{7-61}$$

$$s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) - s_{i\beta}(kT) = e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) - e_{i\beta}(kT) + k_2 T e_{i\beta}(kT) \tag{7-62}$$

ต่อมา แทนค่า $e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)$ จากสมการที่ (7-57) และ $e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)$ จากสมการที่ (7-58) ลงในสมการที่ (7-61) และ (7-62) ตามลำดับ และจัดรูปสมการที่ได้รับ ให้ง่ายขึ้น จะได้ว่า

$$\tilde{s}^*_{i\alpha}(kT) = T\,\Gamma_\alpha(kT) \tag{7-63}$$

$$\tilde{s}^*_{i\beta}(kT) = T\,\Gamma_\beta(kT) \tag{7-64}$$

แทนค่า $\tilde{s}^*_{i\alpha}(kT)$ และ $\tilde{s}^*_{i\beta}(kT)$ จากสมการที่ (7-63) และ (7-64) ลงในสมการที่ (7-55) และ (7-56) ตามลำดับ จะได้ว่า

$$s_{i\alpha}(kT)\tilde{s}_{i\alpha}(kT) = 0.5T\left[s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) + s^{*}_{i\alpha}\left((k+1)T\right)\Gamma^{*}_{\alpha}\left((k+1)T\right)\right] - 0.5T^{2}\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma^{*}_{\alpha}\left((k+1)T\right) \tag{7-65}$$

$$s_{i\beta}(kT)\tilde{s}_{i\beta}(kT) = 0.5T\left[s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) + s^{*}_{i\beta}\left((k+1)T\right)\Gamma^{*}_{\beta}\left((k+1)T\right)\right] - 0.5T^{2}\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma^{*}_{\beta}\left((k+1)T\right) \tag{7-66}$$

ทำให้ เขียนผลรวมระหว่างสมการที่ (7-65) และ (7-66) ได้เป็น

$$\begin{aligned}
\frac{2}{T}\left[s_{i\alpha}(kT)\tilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\tilde{s}_{i\beta}(kT)\right] &= \left(a_{r1}+k_{1}\right)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) \\
&+ \left(a_{r1}+k_{2}\right)s_{i\beta}(kT)e_{i\beta}(kT) + \left[f_{1}(kT) - U_{o\alpha}(kT)\right]s_{i\alpha}(kT) \\
&+ \left[f_{2}(kT) - U_{o\beta}(kT)\right]s_{i\beta}(kT) + \left(a_{r1}+k_{1}\right)s^{*}_{i\alpha}\left((k+1)T\right)e^{*}_{i\alpha}\left((k+1)T\right) \\
&+ \left(a_{r1}+k_{2}\right)s^{*}_{i\beta}\left((k+1)T\right)e^{*}_{i\beta}\left((k+1)T\right) - \frac{\Delta R_{s}(kT)}{\sigma L_{s}}\Theta_{S}(kT) \\
&+ \left[f^{*}_{1}\left((k+1)T\right) - U^{*}_{o\alpha}\left((k+1)T\right)\right]s^{*}_{i\alpha}\left((k+1)T\right) + \frac{\Delta R_{r}(kT)}{\varepsilon L_{r}}\Theta_{R}(kT) \\
&+ \left[f^{*}_{2}\left((k+1)T\right) - U^{*}_{o\beta}\left((k+1)T\right)\right]s^{*}_{i\beta}\left((k+1)T\right) - \frac{\Delta R_{m}(kT)}{\varepsilon M L_{r}}\Theta_{m}(kT) \\
&- \frac{\Delta\omega_{r}(kT)}{\varepsilon}\Theta_{\omega}(kT) - \frac{\Delta R^{*}_{s}\left((k+1)T\right)}{\sigma L_{s}}\Theta^{*}_{S}\left((k+1)T\right) \\
&+ \frac{\Delta R^{*}_{r}\left((k+1)T\right)}{\varepsilon L_{r}}\Theta^{*}_{R}\left((k+1)T\right) - \frac{\Delta R^{*}_{m}\left((k+1)T\right)}{\varepsilon M L_{r}}\Theta^{*}_{m}\left((k+1)T\right) \\
&- \frac{\Delta\omega^{*}_{r}\left((k+1)T\right)}{\varepsilon}\Theta^{*}_{\omega}\left((k+1)T\right) \\
&- T\,\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma^{*}_{\alpha}\left((k+1)T\right) - T\,\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma^{*}_{\beta}\left((k+1)T\right)
\end{aligned} \tag{7-67}$$

7.4 การตรวจสอบเสถียรภาพโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟในเวลาดิสครีต

ฟังก์ชันเลียปูโนฟในเวลาดิสครีต จะถูกเลือกให้มีรูปแบบสมการที่เหมือนกับฟังก์ชันเลียปูโนฟในเวลาต่อเนื่อง เพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างผลต่างฟังก์ชันเลียปูโนฟและอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ ช่วยให้สามารถวิเคราะห์ถึงผลของคาบระยะเวลาการสุ่มวัดและชักตัวอย่างที่มีต่อเสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วที่มีรูปแบบในเวลาดิสครีต ฟังก์ชันเลียปูโนฟในการสุ่มวัดครั้งถัดไปและในการสุ่มวัดปัจจุบัน จะถูกเขียนตามลำดับได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
V_1\big((k+1)T\big) = \; & 0.5\Big[s_{i\alpha}^2\big((k+1)T\big) + s_{i\beta}^2\big((k+1)T\big)\Big] \\
& + \frac{0.5}{\sigma L_s k_{si}}\Big[\Delta R_s\big((k+1)T\big) - k_{sp}\Theta_S^*\big((k+1)T\big)\Big]^2 \\
& + \frac{0.5}{\varepsilon L_r k_{ri}}\Big[\Delta R_r\big((k+1)T\big) + k_{rp}\Theta_R^*\big((k+1)T\big)\Big]^2 \\
& + \frac{0.5}{\varepsilon k_{\omega i}}\Big[\Delta \omega_r\big((k+1)T\big) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*\big((k+1)T\big)\Big]^2 \\
& + \frac{0.5}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\Big[\Delta R_m\big((k+1)T\big) - k_{mp}\Theta_m^*\big((k+1)T\big)\Big]^2 \;\geq\; 0
\end{aligned}
\tag{7-68}
$$

โดยที่ $\Delta R_s\big((k+1)T\big) = R_s - \hat{R}_s\big((k+1)T\big)$,

$\Delta R_r\big((k+1)T\big) = R_r - \hat{R}_r\big((k+1)T\big)$,

$\Delta R_m\big((k+1)T\big) = R_m - \hat{R}_m\big((k+1)T\big)$, และ

$\Delta \omega_r\big((k+1)T\big) = \omega_r\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}_r\big((k+1)T\big)$

รวมถึง สมมุติว่า

$\Theta_S^*\big((k+1)T\big) \approx \Theta_S\big((k+1)T\big)$,

$\Theta_R^*\big((k+1)T\big) \approx \Theta_R\big((k+1)T\big)$,

$\Theta_m^*\big((k+1)T\big) \approx \Theta_m\big((k+1)T\big)$, และ

$\Theta_\omega^*\big((k+1)T\big) \approx \Theta_\omega\big((k+1)T\big)$

$$
\begin{aligned}
V_1(kT) = \; & 0.5\Big[s_{i\alpha}^2(kT) + s_{i\beta}^2(kT)\Big] + \frac{0.5}{\sigma L_s k_{si}}\Big[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT)\Big]^2 \\
& + \frac{0.5}{\varepsilon L_r k_{ri}}\Big[\Delta R_r(kT) + k_{rp}\Theta_R(kT)\Big]^2 + \frac{0.5}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\Big[\Delta R_m(kT) - k_{mp}\Theta_m(kT)\Big]^2 \\
& + \frac{0.5}{\varepsilon k_{\omega i}}\Big[\Delta \omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\Big]^2 \;\geq\; 0
\end{aligned}
\tag{7-69}
$$

ต่อมา สามารถหาผลต่างระหว่างฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (7-68) และ (7-69) ได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) = {} & 0.5\left[s_{i\alpha}^2\left((k+1)T\right) - s_{i\alpha}^2(kT)\right] + 0.5\left[s_{i\beta}^2\left((k+1)T\right) - s_{i\beta}^2(kT)\right] \\
& + \frac{0.5}{\sigma L_s k_{si}}\left\{\left[\Delta R_s\left((k+1)T\right) - k_{sp}\Theta_S^*\left((k+1)T\right)\right]^2 \right. \\
& \qquad \left. - \left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT)\right]^2\right\} \\
& + \frac{0.5}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left\{\left[\Delta R_r\left((k+1)T\right) + k_{rp}\Theta_R^*\left((k+1)T\right)\right]^2 \right. \\
& \qquad \left. - \left[\Delta R_r(kT) + k_{rp}\Theta_R(kT)\right]^2\right\} \\
& + \frac{0.5}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left\{\left[\Delta R_m\left((k+1)T\right) - k_{mp}\Theta_m^*\left((k+1)T\right)\right]^2 \right. \\
& \qquad \left. - \left[\Delta R_m(kT) - k_{mp}\Theta_m(kT)\right]^2\right\} \\
& + \frac{0.5}{\varepsilon k_{\omega i}}\left\{\left[\Delta \omega_r\left((k+1)T\right) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2 \right. \\
& \qquad \left. - \left[\Delta \omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]^2\right\}
\end{aligned}
\tag{7-70}
$$

โดยที่ $\widetilde{V}_1(kT) = V_1\left((k+1)T\right) - V_1(kT)$

เมื่อใช้สูตรผลต่างกำลังสอง จะเขียนผลต่างฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_1(kT)$ ในสมการที่ (7-70) ได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) = {} & s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT) + 0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT) + 0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT) \\
& - \frac{1}{\sigma L_s k_{si}}\left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_s(kT) + k_{sp}\widetilde{\Theta}_S^*(kT)\right] \\
& - \frac{1}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left[\Delta R_r(kT) + k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_r(kT) - k_{rp}\widetilde{\Theta}_R^*(kT)\right] \\
& - \frac{1}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left[\Delta R_m(kT) - k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_m(kT) + k_{mp}\widetilde{\Theta}_m^*(kT)\right] \\
& - \frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left[\Delta \omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right] \\
& + \frac{0.5}{\sigma L_s k_{si}}\left[\hat{\bar{R}}_s(kT) + k_{sp}\widetilde{\Theta}_S^*(kT)\right]^2 + \frac{0.5}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left[\hat{\bar{R}}_r(kT) - k_{rp}\widetilde{\Theta}_R^*(kT)\right]^2 \\
& + \frac{0.5}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left[\hat{\bar{R}}_m(kT) + k_{mp}\widetilde{\Theta}_m^*(kT)\right]^2 + \frac{0.5}{\varepsilon k_{\omega i}}\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]^2
\end{aligned}
\tag{7-71}
$$

โดยที่ $\omega_r((k+1)T) \approx \omega_r(kT)$,

$$\hat{\bar{R}}_s(kT) = \hat{R}_s\big((k+1)T\big) - \hat{R}_s(kT)\,,$$
$$\hat{\bar{R}}_r(kT) = \hat{R}_r\big((k+1)T\big) - \hat{R}_r(kT)\,,$$
$$\hat{\bar{R}}_m(kT) = \hat{R}_m\big((k+1)T\big) - \hat{R}_m(kT)\,,$$
$$\hat{\bar{\omega}}_r(kT) = \hat{\omega}_r\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}_r(kT)\,,$$
$$\tilde{\Theta}^*_S(kT) = \Theta^*_S\big((k+1)T\big) - \Theta_S(kT)\,,$$
$$\tilde{\Theta}^*_R(kT) = \Theta^*_R\big((k+1)T\big) - \Theta_R(kT)\,,$$
$$\tilde{\Theta}^*_m(kT) = \Theta^*_m\big((k+1)T\big) - \Theta_m(kT)\,,\ \text{และ}$$
$$\tilde{\Theta}^*_\omega(kT) = \Theta^*_\omega\big((k+1)T\big) - \Theta_\omega(kT)$$

จากนั้น จัดรูปกฎการปรับตัวในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องในสมการที่ (7-37) , (7-38) , (7-39) , และ (7-40) ใหม่ จะเขียนได้เป็น

$$\hat{\bar{R}}_s(kT) + k_{sp}\tilde{\Theta}^*_S(kT) = -0.5k_{si}T\Big[\Theta^*_S\big((k+1)T\big) + \Theta_S(kT)\Big] \tag{7-72}$$

$$\hat{\bar{R}}_r(kT) - k_{rp}\tilde{\Theta}^*_R(kT) = 0.5k_{ri}T\Big[\Theta^*_R\big((k+1)T\big) + \Theta_R(kT)\Big] \tag{7-73}$$

$$\hat{\bar{R}}_m(kT) + k_{mp}\tilde{\Theta}^*_m(kT) = -0.5k_{mi}T\Big[\Theta^*_m\big((k+1)T\big) + \Theta_m(kT)\Big] \tag{7-74}$$

$$\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\tilde{\Theta}^*_\omega(kT) = -0.5k_{\omega i}T\Big[\Theta^*_\omega\big((k+1)T\big) + \Theta_\omega(kT)\Big] \tag{7-75}$$

ต่อมา แทนค่านิพจน์ $s_{i\alpha}(kT)\tilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\tilde{s}_{i\beta}(kT)$ จากสมการที่ (7-67) และกฎการปรับตัวจากสมการที่ (7-72) ถึง (7-75) ลงในสมการที่ (7-71) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) = {} & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT) + f_\psi(kT) - U_o(kT)\right] \\
& + 0.5T\left[S_i^*\left((k+1)T\right)\right]^T \times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*\left((k+1)T\right) + f_\psi^*\left((k+1)T\right) - U_o^*\left((k+1)T\right)\right] \\
& - \frac{k_{sp}T}{2\sigma L_s}\Theta_S^2(kT) + \frac{0.5T}{\sigma L_s}\left[\hat{\bar{R}}_s^*(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\Theta_S^*\left((k+1)T\right) \\
& - \frac{k_{rp}T}{2\varepsilon L_r}\Theta_R^2(kT) - \frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\left[\hat{\bar{R}}_r^*(kT) + k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\Theta_R^*\left((k+1)T\right) \\
& - \frac{k_{mp}T}{2\varepsilon ML_r}\Theta_m^2(kT) + \frac{0.5T}{\varepsilon ML_r}\left[\hat{\bar{R}}_m^*(kT) - k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\Theta_m^*\left((k+1)T\right) \\
& - \frac{k_{\omega p}T}{2\varepsilon}\Theta_\omega^2(kT) + \frac{0.5T}{\varepsilon}\left[\hat{\bar{\omega}}_r^*(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right) \\
& + \frac{k_{si}T^2}{8\sigma L_s}\left[\Theta_S^*\left((k+1)T\right) + \Theta_S(kT)\right]^2 + 0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT) \\
& + \frac{k_{ri}T^2}{8\varepsilon L_r}\left[\Theta_R^*\left((k+1)T\right) + \Theta_R(kT)\right]^2 + 0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT) \\
& + \frac{k_{mi}T^2}{8\varepsilon ML_r}\left[\Theta_m^*\left((k+1)T\right) + \Theta_m(kT)\right]^2 - 0.5T^2\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*\left((k+1)T\right) \\
& + \frac{k_{\omega i}T^2}{8\varepsilon}\left[\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right) + \Theta_\omega(kT)\right]^2 - 0.5T^2\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*\left((k+1)T\right)
\end{aligned}
\tag{7-76}
$$

โดยที่ $\omega_r^*\left((k+1)T\right) \approx \omega_r(kT)$,

$\hat{\bar{R}}_s^*(kT) = \hat{R}_s^*\left((k+1)T\right) - \hat{R}_s(kT)$,

$\hat{\bar{R}}_r^*(kT) = \hat{R}_r^*\left((k+1)T\right) - \hat{R}_r(kT)$,

$\hat{\bar{R}}_m^*(kT) = \hat{R}_m^*\left((k+1)T\right) - \hat{R}_m(kT)$,

$\hat{\bar{\omega}}_r^*(kT) = \hat{\omega}_r^*\left((k+1)T\right) - \hat{\omega}_r(kT)$,

$A_{11}+K = \begin{bmatrix} a_{r1}+k_1 & 0 \\ 0 & a_{r1}+k_2 \end{bmatrix}$,

$e_i(kT) = [\, e_{i\alpha}(kT) \;\; e_{i\beta}(kT) \,]^T$,

$S_i(kT) = [\, s_{i\alpha}(kT) \;\; s_{i\beta}(kT) \,]^T$,

$f_\psi(kT) = [\, f_1(kT) \;\; f_2(kT) \,]^T$,

$U_o(kT) = [\, U_{o\alpha}(kT) \;\; U_{o\beta}(kT) \,]^T$,

$e_i^*\left((k+1)T\right) = \left[e_{i\alpha}^*\left((k+1)T\right) \;\; e_{i\beta}^*\left((k+1)T\right)\right]^T$,

$S_i^*\left((k+1)T\right) = \left[s_{i\alpha}^*\left((k+1)T\right) \;\; s_{i\beta}^*\left((k+1)T\right)\right]^T$,

$f_{\psi}^{*}\left((k+1)T\right) = \left[\, f_{1}^{*}\left((k+1)T\right)\ f_{2}^{*}\left((k+1)T\right)\right]^{T}$,

$U_{o}^{*}\left((k+1)T\right) = \left[\, U_{o\alpha}^{*}\left((k+1)T\right)\ U_{o\beta}^{*}\left((k+1)T\right)\right]^{T}$,

และตัวยก T หมายถึงทรานสโพส (transpose) ของเมตริกซ์ จากนั้นจัดรูปกฎการปรับตัวในขั้นตอนการทำนายค่าในสมการที่ (7-29) , (7-30) , (7-31) , และ (7-32) ใหม่ จะเขียนได้เป็น

$$\hat{\bar{R}}_{s}^{*}\left(kT\right) - k_{sp}\Theta_{S}\left(kT\right) = -k_{sp}\Theta_{S}^{*}\left((k+1)T\right) - k_{si}T\Theta_{S}\left(kT\right) \tag{7-77}$$

$$\hat{\bar{R}}_{r}^{*}\left(kT\right) + k_{rp}\Theta_{R}\left(kT\right) = k_{rp}\Theta_{R}^{*}\left((k+1)T\right) + k_{ri}T\Theta_{R}\left(kT\right) \tag{7-78}$$

$$\hat{\bar{R}}_{m}^{*}\left(kT\right) - k_{mp}\Theta_{m}\left(kT\right) = -k_{mp}\Theta_{m}^{*}\left((k+1)T\right) - k_{mi}T\Theta_{m}\left(kT\right) \tag{7-79}$$

$$\hat{\bar{\omega}}_{r}^{*}\left(kT\right) - k_{\omega p}\Theta_{\omega}\left(kT\right) = -k_{\omega p}\Theta_{\omega}^{*}\left((k+1)T\right) - k_{\omega i}T\Theta_{\omega}\left(kT\right) \tag{7-80}$$

ต่อมาแทนค่าพจน์ $\tilde{s}_{i\alpha}\left(kT\right)$ จากสมการที่ (7-53) , พจน์ $\tilde{s}_{i\beta}\left(kT\right)$ จากสมการที่ (7-54) และกฎการปรับตัวจากสมการที่ (7-77) ถึง (7-80) ลงในสมการที่ (7-76) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) = {} & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT) + f_\psi(kT) - U_o(kT)\right] \\
& + 0.5T\left[S_i^*((k+1)T)\right]^T \times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T) + f_\psi^*((k+1)T) - U_o^*((k+1)T)\right] \\
& - \frac{4k_{sp}-k_{si}T}{8\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT) + \left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& - \frac{4k_{rp}-k_{ri}T}{8\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT) + \left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& - \frac{4k_{mp}-k_{mi}T}{8\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT) + \left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& - \frac{4k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{8\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT) + \left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& - \frac{k_{si}T^2}{4\sigma L_s}\Theta_S(kT)\Theta_S^*((k+1)T) - \frac{k_{ri}T^2}{4\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)\Theta_R^*((k+1)T) \\
& - \frac{k_{mi}T^2}{4\varepsilon ML_r}\Theta_m(kT)\Theta_m^*((k+1)T) - \frac{k_{\omega i}T^2}{4\varepsilon}\Theta_\omega(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T) \\
& + 0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\alpha^*(kT)\right]^2 + 0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT)\right]^2
\end{aligned}
\tag{7-81}
$$

โดยที่ $\widetilde{\Gamma}_\alpha^*(kT) = \Gamma_\alpha^*((k+1)T) - \Gamma_\alpha(kT)$ และ

$\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT) = \Gamma_\beta^*((k+1)T) - \Gamma_\beta(kT)$

เนื่องจาก $\pm\Theta_X(kT)\Theta_X^*((k+1)T) \le 0.5\left\{\Theta_X^2(kT) + \left[\Theta_X^*((k+1)T)\right]^2\right\}$ โดยที่ตัวห้อย X ใช้แทนตัวห้อย S, R, m, หรือ ω ดังนั้น

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) \le {} & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT) + f_\psi(kT) - U_o(kT)\right] \\
& + 0.5T\left[S_i^*((k+1)T)\right]^T \times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T) + f_\psi^*((k+1)T) - U_o^*((k+1)T)\right] \\
& - \frac{2k_{sp}-k_{si}T}{4\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT) + \left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\} + 0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\alpha^*(kT)\right]^2 \\
& - \frac{2k_{rp}-k_{ri}T}{4\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT) + \left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\} + 0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT)\right]^2 \\
& - \frac{2k_{mp}-k_{mi}T}{4\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT) + \left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& - \frac{2k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{4\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT) + \left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\}
\end{aligned}
\tag{7-82}
$$

โดยที่ $S_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right] \le 0$ และ

$$\left[S_i^*((k+1)T)\right]^T\left[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T)+f_\psi^*((k+1)T)-U_o^*((k+1)T)\right] \le 0$$

เพราะ $[a_{r1}+k_1-\phi_{1\alpha}(kT)]\,s_{i\alpha}(kT)\,e_{i\alpha}(kT) \le 0$,

$[a_{r1}+k_2-\phi_{1\beta}(kT)]\,s_{i\beta}(kT)\,e_{i\beta}(kT) \le 0$,

$-\phi_{2\alpha}(kT)\,k_1\,s_{i\alpha}(kT)\,z_{i\alpha}(kT) \le 0$,

$-\phi_{2\beta}(kT)\,k_2\,s_{i\beta}(kT)\,z_{i\beta}(kT) \le 0$,

$[f_1(kT)-\Lambda_\alpha(kT)]\,s_{i\alpha}(kT) \le 0$,

$[f_2(kT)-\Lambda_\beta(kT)]\,s_{i\beta}(kT) \le 0$,

และ $\left[a_{r1}+k_1-\phi_{1\alpha}^*((k+1)T)\right]s_{i\alpha}^*((k+1)T)\,e_{i\alpha}^*((k+1)T) \le 0$,

$\left[a_{r1}+k_2-\phi_{1\beta}^*((k+1)T)\right]s_{i\beta}^*((k+1)T)\,e_{i\beta}^*((k+1)T) \le 0$,

$-\phi_{2\alpha}^*((k+1)T)\,k_1 s_{i\alpha}^*((k+1)T)\,z_{i\alpha}^*((k+1)T) \le 0$,

$-\phi_{2\beta}^*((k+1)T)\,k_2 s_{i\beta}^*((k+1)T)\,z_{i\beta}^*((k+1)T) \le 0$,

$\left[f_1^*((k+1)T)-\Lambda_\alpha^*((k+1)T)\right]s_{i\alpha}^*((k+1)T) \le 0$,

$\left[f_2^*((k+1)T)-\Lambda_\beta^*((k+1)T)\right]s_{i\beta}^*((k+1)T) \le 0$

และเลือกค่าเกนสัดส่วนกฎการปรับตัว $k_{sp} > 0.5k_{si}T$, $k_{rp} > 0.5k_{ri}T$, $k_{mp} > 0.5k_{mi}T$, และ $k_{\omega p} > 0.5k_{\omega i}T$ นั่นคือถ้าผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในอสมการที่ (7-82) มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ $\left(\widetilde{V}_1(kT) \le 0\right)$ ตัวสังเกตอัตราเร็วจะมีเสถียรภาพในการทำงานในเวลาดิสครีต เมื่อเปรียบเทียบระหว่างผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟดังกล่าว และอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ ในเวลาต่อเนื่อง พจน์ที่ปรากฏเพิ่มเติมคือพจน์ที่ไม่ทราบค่าตัวเลข $0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\alpha^*(kT)\right]^2$ และ $0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT)\right]^2$ ถ้าคาบระยะเวลาการชักตัวอย่างไม่สั้นพอหรือค่าความถี่การชักตัวอย่างสัญญาณต่ำเกินไป สองพจน์นี้อาจเป็นสาเหตุที่ทำให้ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่ามากกว่าศูนย์ นั่นคือไม่สามารถสรุปเสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วได้ ต่อมาจัดรูปอสมการที่ (7-82) และกำหนดให้คาบระยะเวลาการสุ่มวัดมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ $(T \to 0)$ จะเขียนได้ว่า

$$
\begin{aligned}
&\frac{V_1\big((k+1)T\big)-V_1(kT)}{T} \le \\
&\quad 0.5S_i^T(kT)\big[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\big] \\
&\quad +0.5\big[S_i^*\big((k+1)T\big)\big]^T\times \\
&\qquad \big[(A_{11}+K)e_i^*\big((k+1)T\big)+f_\psi^*\big((k+1)T\big)-U_o^*\big((k+1)T\big)\big] \\
&\quad -\frac{2k_{sp}-k_{si}T}{4\sigma L_s}\Big\{\Theta_S^2(kT)+\big[\Theta_S^*\big((k+1)T\big)\big]^2\Big\}+0.125T\big[\widetilde{\Gamma}_\alpha^*(kT)\big]^2 \\
&\quad -\frac{2k_{rp}-k_{ri}T}{4\varepsilon L_r}\Big\{\Theta_R^2(kT)+\big[\Theta_R^*\big((k+1)T\big)\big]^2\Big\}+0.125T\big[\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT)\big]^2 \\
&\quad -\frac{2k_{mp}-k_{mi}T}{4\varepsilon ML_r}\Big\{\Theta_m^2(kT)+\big[\Theta_m^*\big((k+1)T\big)\big]^2\Big\} \\
&\quad -\frac{2k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{4\varepsilon}\Big\{\Theta_\omega^2(kT)+\big[\Theta_\omega^*\big((k+1)T\big)\big]^2\Big\}
\end{aligned}
\tag{7-83}
$$

$$
\begin{aligned}
&\lim_{T\to 0}\frac{V_1\big((k+1)T\big)-V_1(kT)}{T} = \\
&\quad 0.5S_i^T(kT)\big[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\big] \\
&\quad +0.5\big[S_i^*\big((k+1)T\big)\big]^T\times \\
&\qquad \big[(A_{11}+K)e_i^*\big((k+1)T\big)+f_\psi^*\big((k+1)T\big)-U_o^*\big((k+1)T\big)\big] \\
&\quad -\frac{k_{sp}}{2\sigma L_s}\Big\{\Theta_S^2(kT)+\big[\Theta_S^*\big((k+1)T\big)\big]^2\Big\} \\
&\quad -\frac{k_{rp}}{2\varepsilon L_r}\Big\{\Theta_R^2(kT)+\big[\Theta_R^*\big((k+1)T\big)\big]^2\Big\} \\
&\quad -\frac{k_{mp}}{2\varepsilon ML_r}\Big\{\Theta_m^2(kT)+\big[\Theta_m^*\big((k+1)T\big)\big]^2\Big\} \\
&\quad -\frac{k_{\omega p}}{2\varepsilon}\Big\{\Theta_\omega^2(kT)+\big[\Theta_\omega^*\big((k+1)T\big)\big]^2\Big\} \le 0
\end{aligned}
\tag{7-84}
$$

โดยที่ $\lim_{T\to 0} 0.125T\big[\widetilde{\Gamma}_\alpha^*(kT)\big]^2 \approx 0$ และ

$\lim_{T\to 0} 0.125T\big[\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT)\big]^2 \approx 0$

ซึ่งมีความหมายว่า ถ้ามอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสและโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่และคาบระยะเวลาการชักตัวอย่างสั้นเพียงพอ ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในอสมการที่ (7-82) มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ และมีรูปแบบของสมการที่คล้ายคลึงกับอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ

ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (7-69) มีค่าที่ลดลงหรือไม่เพิ่มขึ้นจากเดิม และตัวสังเกตอัตราเร็วในเวลาดิสครีต จะมีเสถียรภาพ

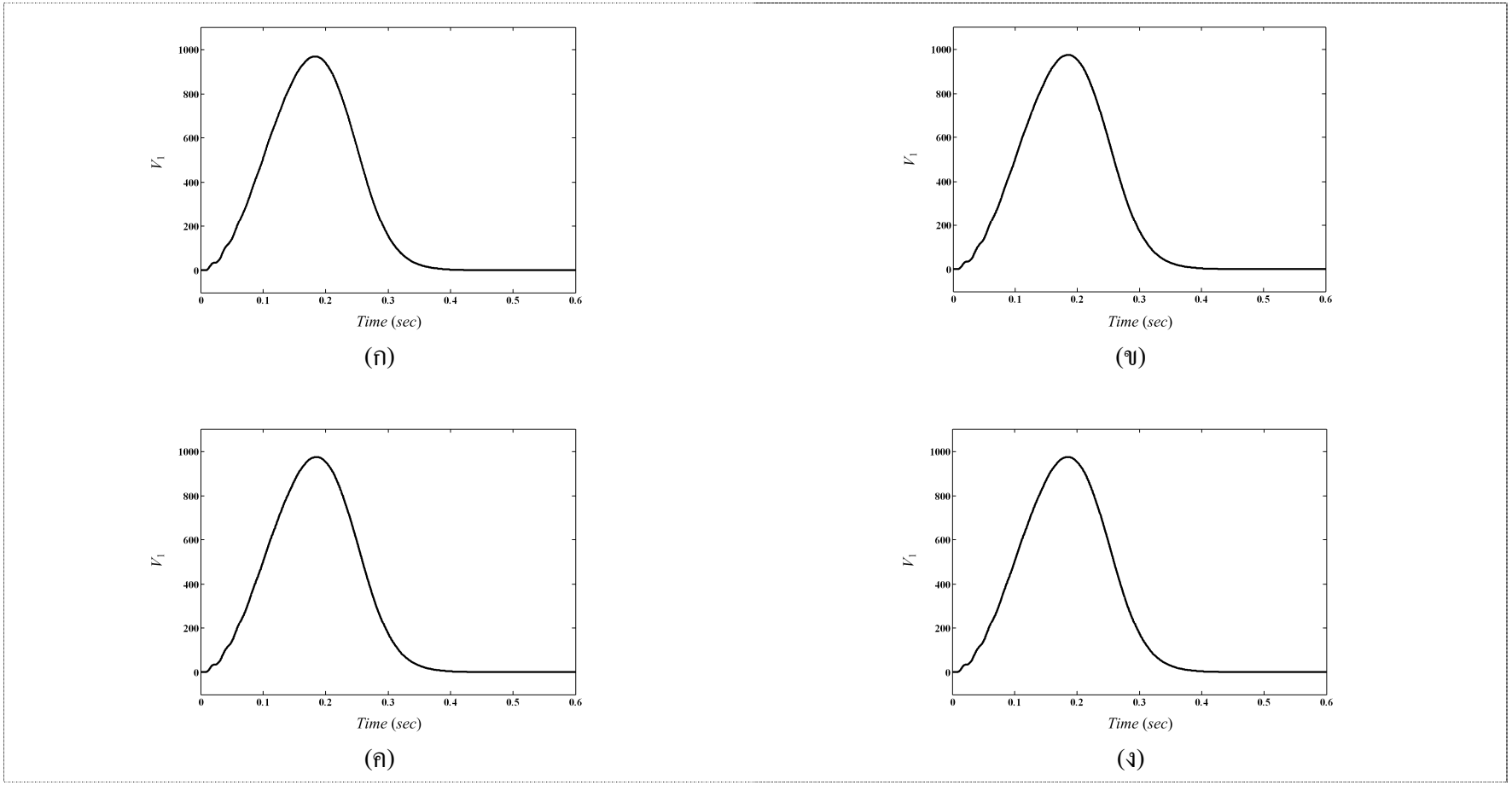
7.5 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิด

ในการจำลองสถานการณ์ ระบบย่อยและส่วนต่าง ๆ ในโปรแกรม MATLAB/Simulink ที่ประกอบด้วยแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสไซนูซอยด์ 220 โวลต์ (RMS) 50 เฮิรตซ์ แบบจำลองของมอเตอร์เหนี่ยวนำ แบบจำลองพลวัตการหมุนเชิงกลของมอเตอร์และโหลด และตัวสังเกตอัตราเร็ว (ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์) ที่นำเสนอ จะถูกเชื่อมต่อเข้าด้วยกันในลักษณะระบบวงเปิดที่เหมือนกับรูปที่ 3.3 แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำ 3 กิโลวัตต์ มีค่าพารามิเตอร์ที่ระบุดังนี้ (Maes and Melkebeek, 2000) $R_s = 2.15$ โอห์ม , $R_r = 2.33$ โอห์ม , $L_s = L_r = 0.21$ เฮนรี , $M = 0.2025$ เฮนรี , $R_m = 4.48$ โอห์ม , $p = 4$, $J_m = 0.008$ กิโลกรัม·ตารางเมตร , $f^{rated} = 50$ เฮิรตซ์ , และ $\omega_m^{rated} = 1420$ รอบต่อนาที โดยที่ J_m คือโมเมนต์ความเฉื่อยของโรเตอร์ในมอเตอร์ โหลดที่มีโมเมนต์ความเฉื่อยเท่ากับ $J_L = 0.084$ กิโลกรัม·ตารางเมตร ถูกเชื่อมต่อเข้ากับเพลาหมุนของมอเตอร์ ในขณะที่สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานหนืดรวมของระบบมอเตอร์และโหลดเท่ากับ $B_t = 0.0697$ นิวตัน·เมตร·วินาที/เรเดียน ตัวแปรสถานะเริ่มต้นของมอเตอร์และตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ มีค่าเท่ากับศูนย์ ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของค่าความต้านทานชุดขดลวดสเตเตอร์ ค่าความต้านทานชุดขดลวดโรเตอร์ และค่าความต้านทานที่แทนกำลังงานสูญเปล่าในแกน มีค่าตัวเลขเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่ระบุที่สมนัยกัน ในขณะที่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์มีค่าเท่ากับศูนย์ ($\hat{\omega}_{r0} = 0$) เราสามารถกำหนดค่าต่าง ๆ ด้วยการเลือก สำหรับตัวสังเกตให้ทำงานได้ในระดับที่พึงพอใจ ค่าต่าง ๆ เหล่านี้ได้แก่ ค่าเกนพื้นผิว $k_1 = k_2 = 5$ ค่าเกนแก้ไขในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ $|\phi_{1\alpha}| = |\phi_{1\beta}| = 290$, $|\phi_{2\alpha}| = |\phi_{2\beta}| = 1$, และ $|\Lambda_\alpha| = |\Lambda_\beta| = 60$ ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในกฎการปรับตัว $k_{sp} = k_{si} = 0.00001$, $k_{rp} = k_{ri} = 0.00001$, $k_{mp} = k_{mi} = 0.00001$, และ $k_{\omega p} = 10$, $k_{\omega i} = 400$ ตามลำดับ โหลดทอร์กจริงที่เกิดขึ้นในระบบมอเตอร์และโหลดมีขนาดคงที่เท่ากับ 5 นิวตัน·เมตร และอัลกอริทึมที่ใช้ในอินทิกรัลเชิงเลขเพื่อหาคำตอบของระบบวงเปิด คือ ode2 (Heun)

เนื่องจากสมการที่ (7-84) ไม่ได้อธิบายว่าคาบระยะเวลาการชักตัวอย่าง ต้องมีค่าน้อยกว่าตัวเลขบวกที่แน่นอนค่าหนึ่ง ตัวสังเกตอัตราเร็วในเวลาดิสครีต จึงจะมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟ ทำให้ต้องตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตดังกล่าว ความผิดพลาดของตัวแปรสถานะ (เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์) ที่เกิดจากการคำนวณ และอัตราเร็วเชิงมุม

โรเตอร์ ในคาบระยะเวลาคงที่ของการวัดและชักตัวอย่าง ที่มีค่าต่าง ๆ กัน เมื่อแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสเชื่อมต่อเข้ากับปลายขั้วไฟฟ้าสเตเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำ ที่เวลาเริ่มต้น $t = 0$ โรเตอร์ของมอเตอร์และโหลดถูกขับเคลื่อนให้หมุนจากตำแหน่งหยุดนิ่ง ในขณะที่ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ทำหน้าที่คำนวณตัวแปรสถานะและประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์ ผลการจำลองสถานการณ์ในคาบระยะเวลาคงที่ของการชักตัวอย่าง (T) ที่มีค่าต่าง ๆ เท่ากับ 0.0005 , 0.0001 , 0.00005 , และ 0.00002 วินาที ตามลำดับ ได้แสดงถึงฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วงระยะเวลาเริ่มต้นของการทำงาน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.1 (ก) - (ง) นั่นคือไม่สามารถสรุปเสถียรภาพของตัวสังเกตได้ในช่วงระยะเวลานี้ และความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ มีขนาดเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.2 (ก) - (ง) และ 7.3 (ก) - (ง) เพราะมอเตอร์และโหลดกำลังหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่มีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิม (หรือไม่คงที่) แต่เมื่อเวลาผ่านไป ฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่าลดลงจากค่ามากที่สุด อัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันเลียปูโนฟ ($\widetilde{V}_1(kT)/T$) (สมมูลกับอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ) มีค่าลบ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.4 (ก) - (ง) ตัวสังเกตมีเสถียรภาพ และความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ มีขนาดลดลงเช่นเดียวกัน ในสถานะอยู่ตัว ฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่าลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.5 (ก) - (ง)

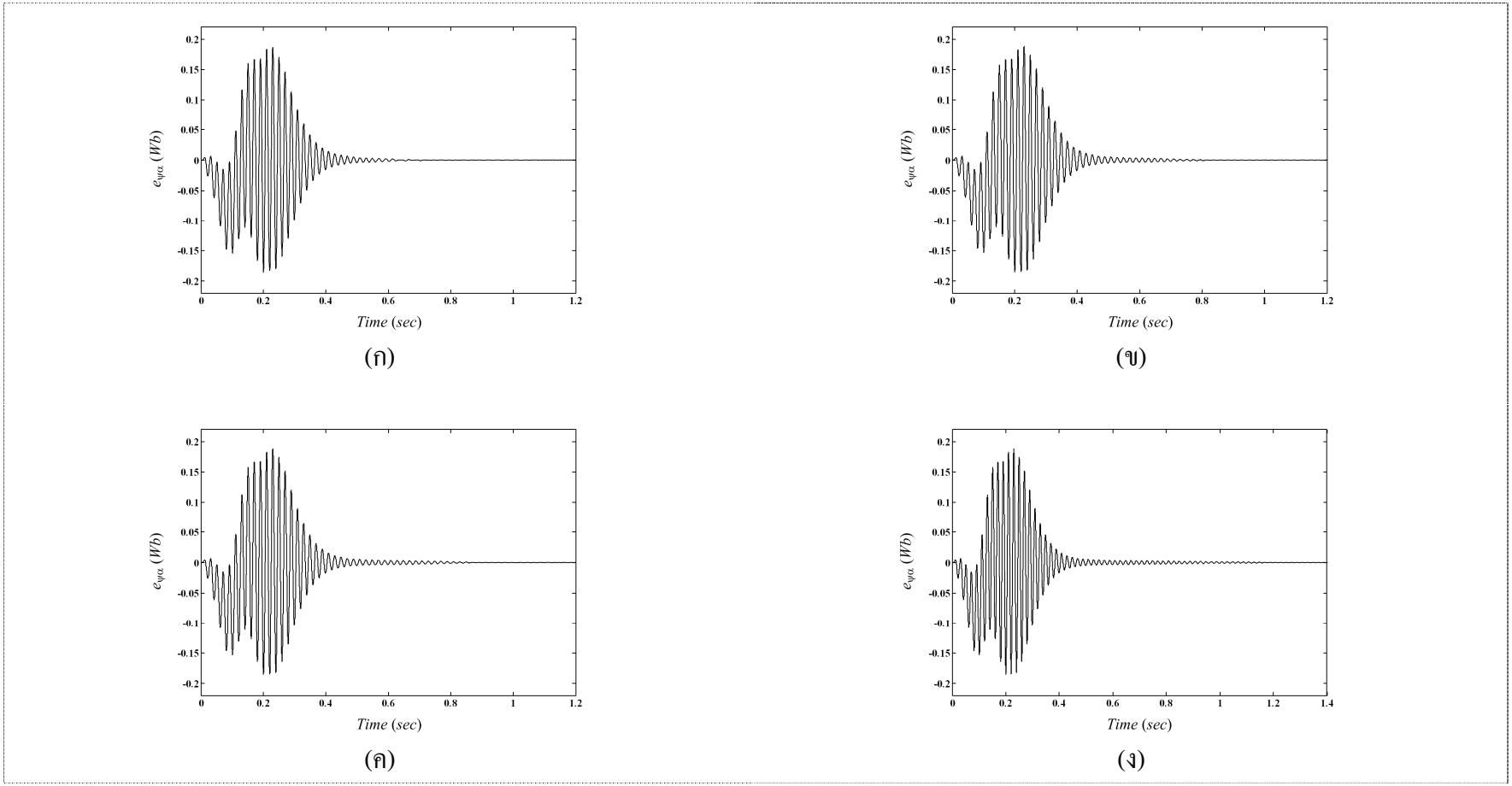
เมื่อ $T = 0.0005$ วินาที และ $T = 0.0001$ วินาที ในช่วงระยะเวลาเริ่มต้นของการทำงาน $\widetilde{V}_1(kT)/T$ มีค่าบวกและลบสลับกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.4 (ก) และ 7.4 (ข) ทำให้ไม่สอดคล้องกับการเพิ่มขึ้นของฟังก์ชันเลียปูโนฟที่แสดงได้ในรูปที่ 7.1 (ก) และ 7.1 (ข) แต่เมื่อ $T = 0.00005$ วินาที และ $T = 0.00002$ วินาที ในช่วงระยะเวลานี้ $\widetilde{V}_1(kT)/T$ มีค่าบวก ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.4 (ค) และ 7.4 (ง) ทำให้สอดคล้องกับการเพิ่มขึ้นของฟังก์ชันเลียปูโนฟที่แสดงได้ในรูปที่ 7.1 (ค) และ 7.1 (ง) ในสถานะชั่วครู่ เมื่อช่วงเวลาการชักตัวอย่างสั้นลง ความผิดพลาดของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ มีเส้นกราฟที่เหมือนกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.6 (ก) - (ง) ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า มีเส้นกราฟที่เหมือนกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.7 (ก) - (ง) แต่ความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ มีเส้นกราฟที่แตกต่างกันเล็กน้อย ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.8 (ก) - (ง) และ 7.9 (ก) - (ง) เมื่อเปรียบเทียบรูปที่ 7.2 (ก) - (ง) และ 7.7 (ก) - (ง) จะได้ว่า คาบระยะเวลาการชักตัวอย่างที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.0005 วินาที มีผลกระทบถึง $\Delta\omega_r(kT)$ ไม่มากนัก และเมื่อเปรียบเทียบรูปที่ 7.3 (ก) - (ง) และ 7.6 (ก) - (ง) จะได้ว่า คาบระยะเวลาการชักตัวอย่างที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.0005 วินาที มีผลกระทบถึง $e_{\psi\alpha}(kT)$ เพียงเล็กน้อย



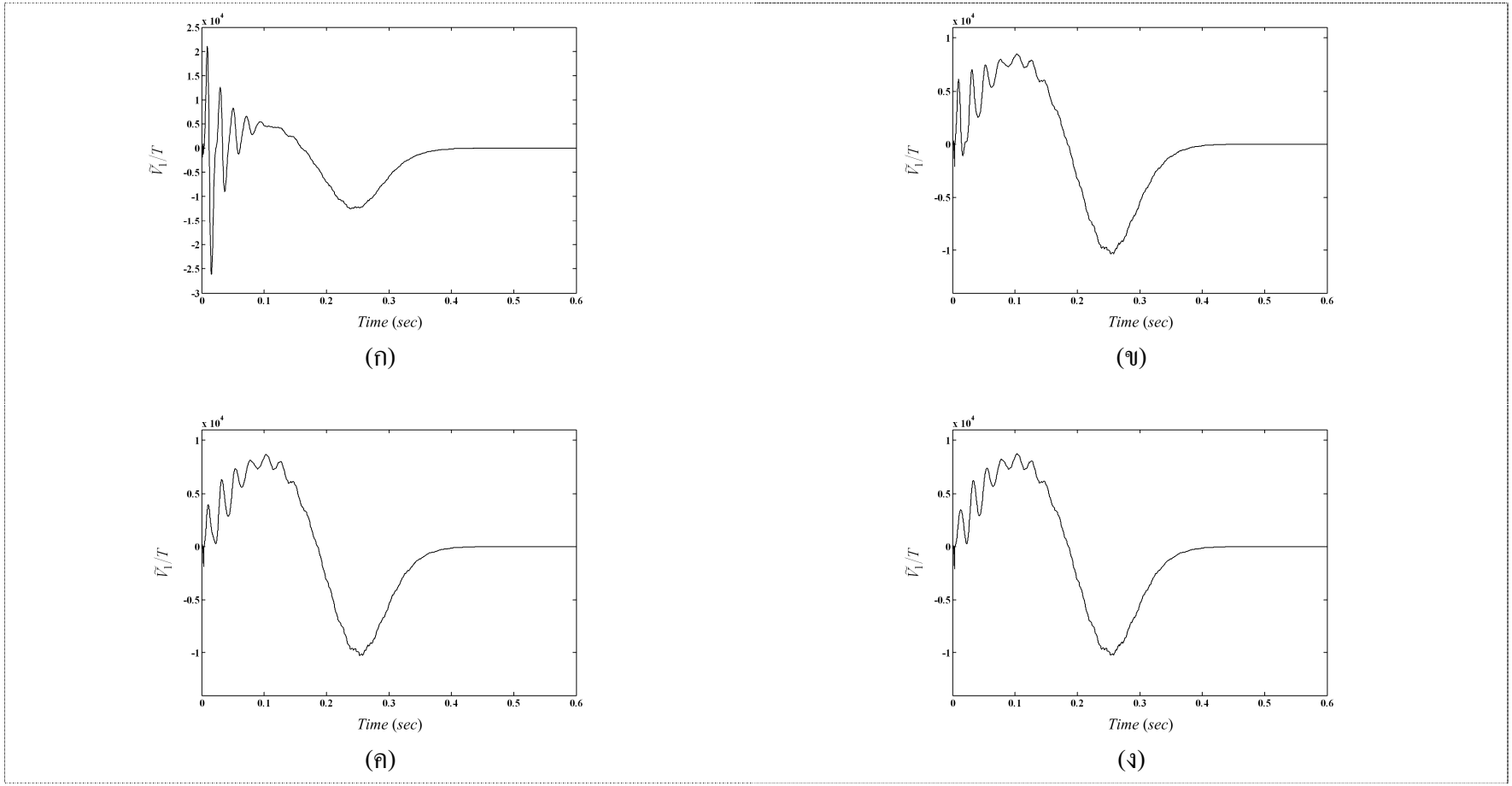
รูปที่ 7.1 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสถานะชั่วครู่ (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที



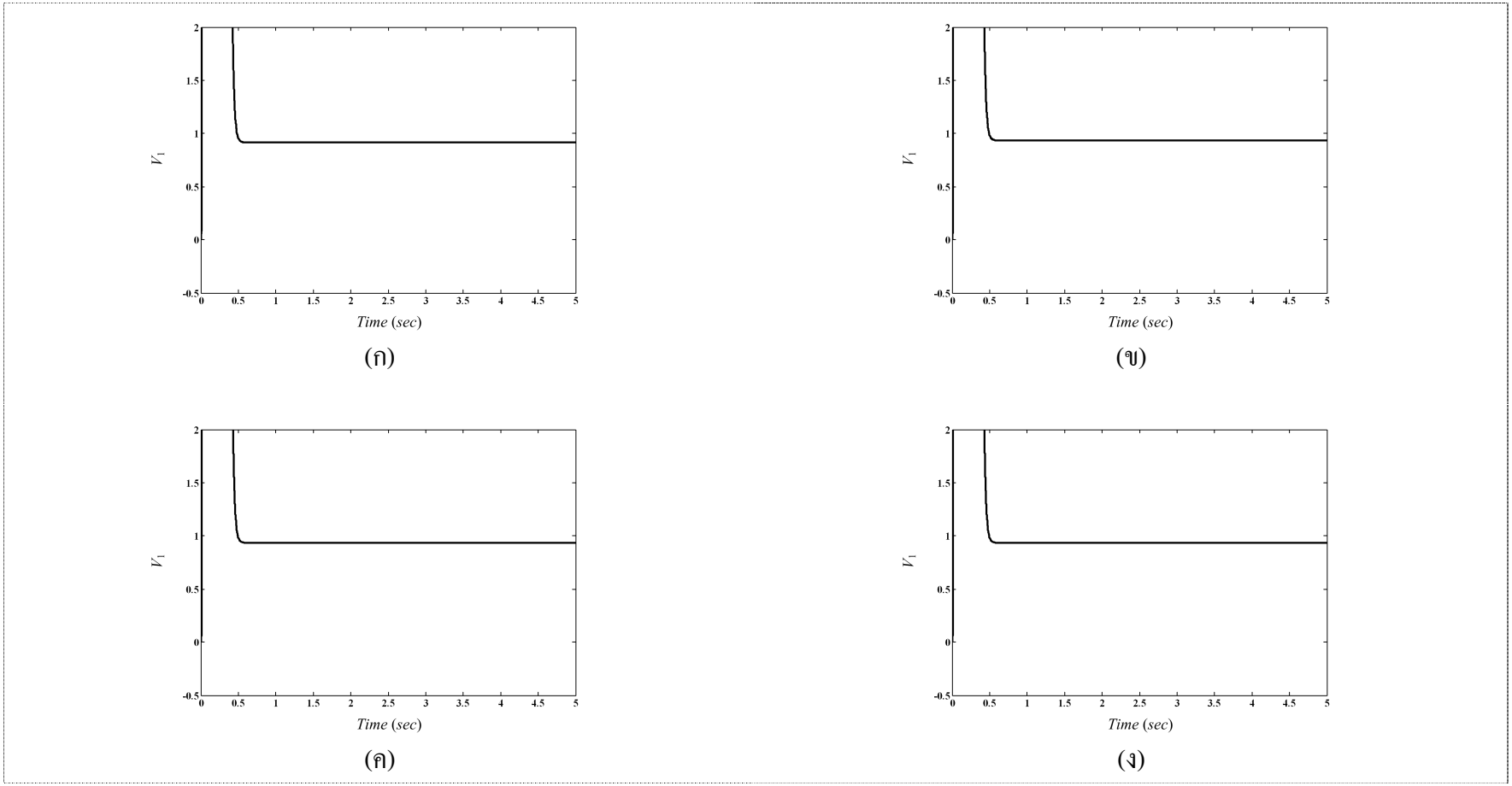
รูปที่ 7.2 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า ในสถานะชั่วครู่ (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที



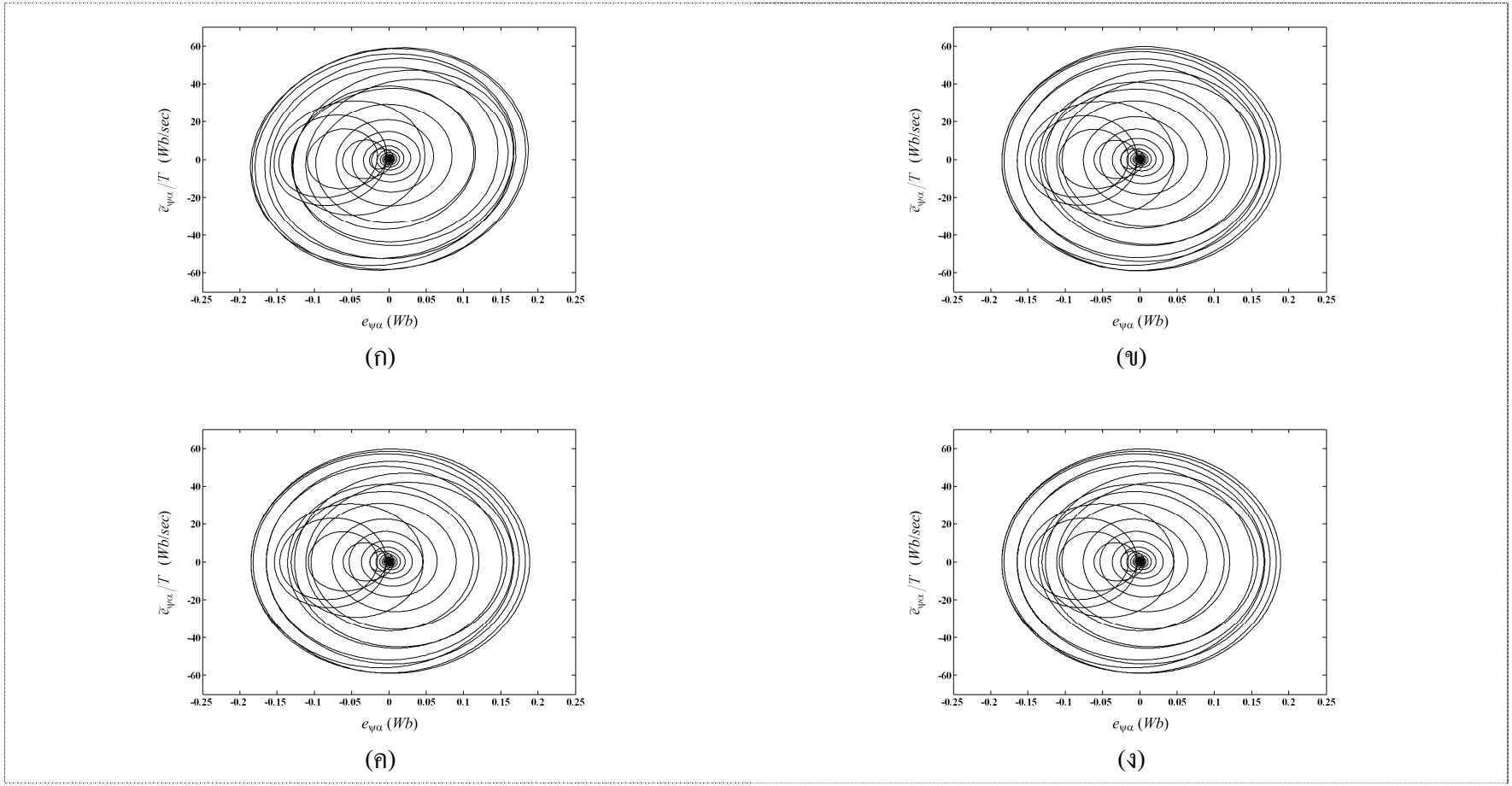
รูปที่ 7.3 ความผิดพลาดของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที



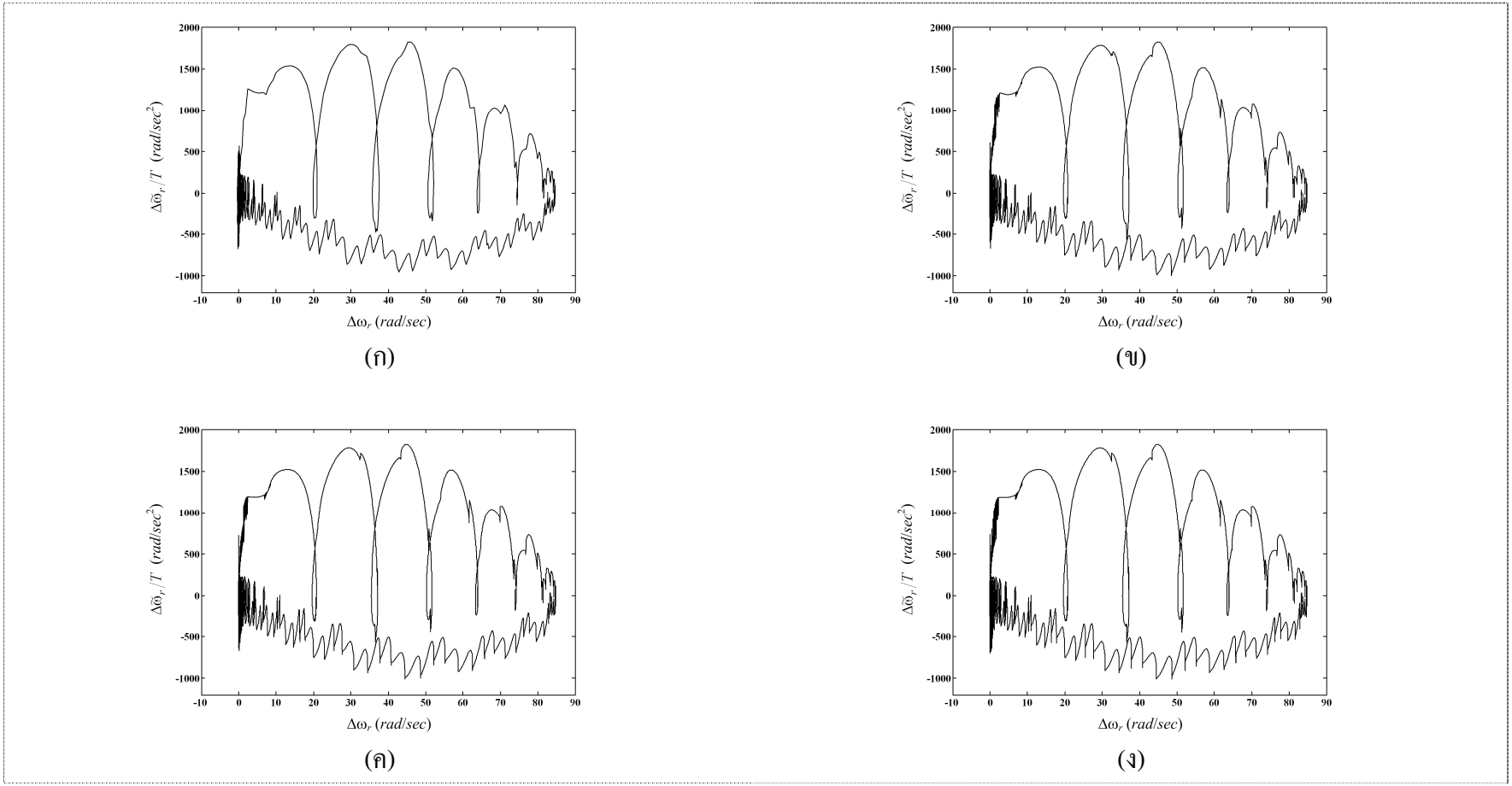
รูปที่ 7.4 อัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสถานะชั่วครู่ (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที



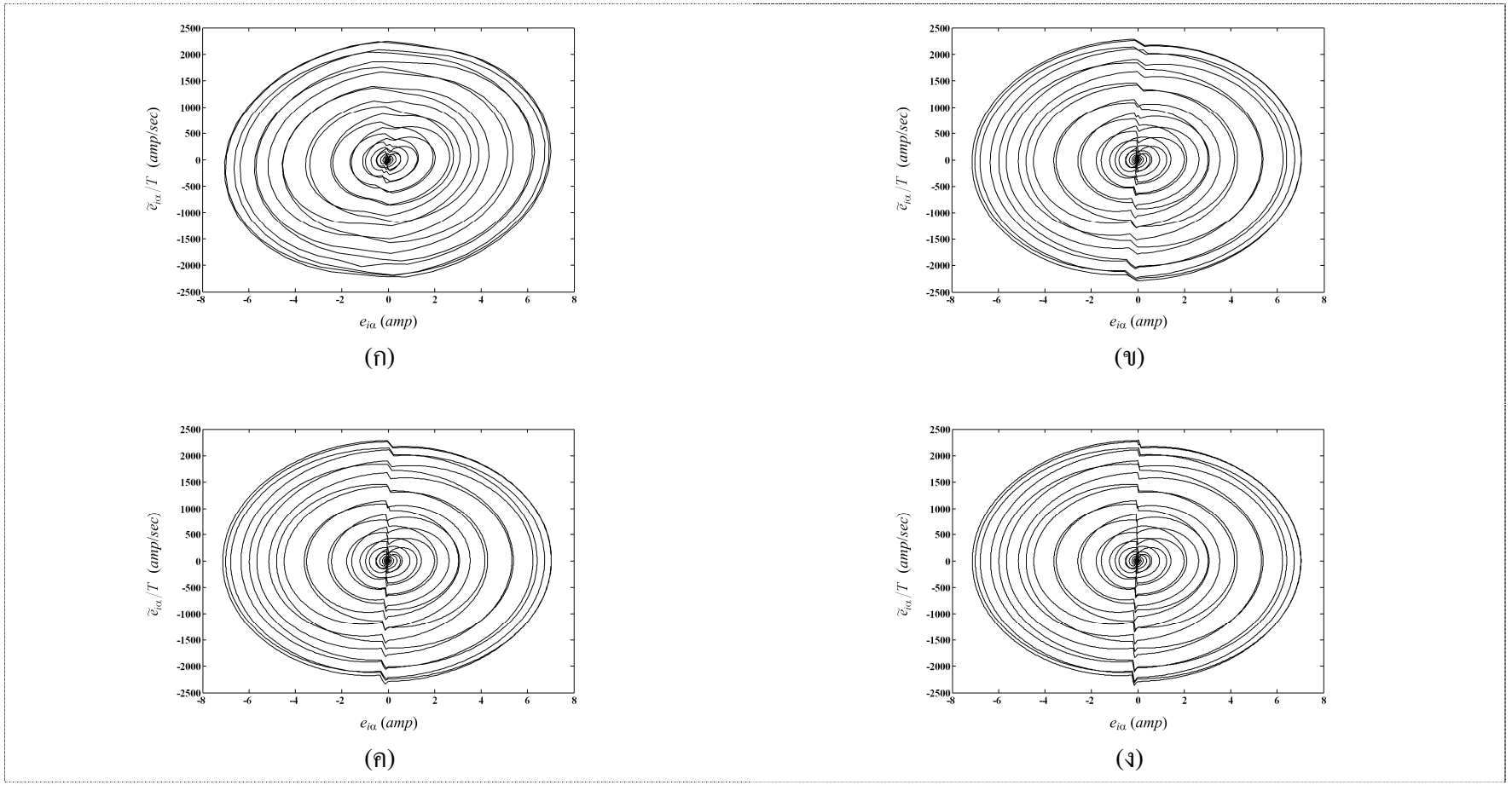
รูปที่ 7.5 ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสถานะอยู่ตัว (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที



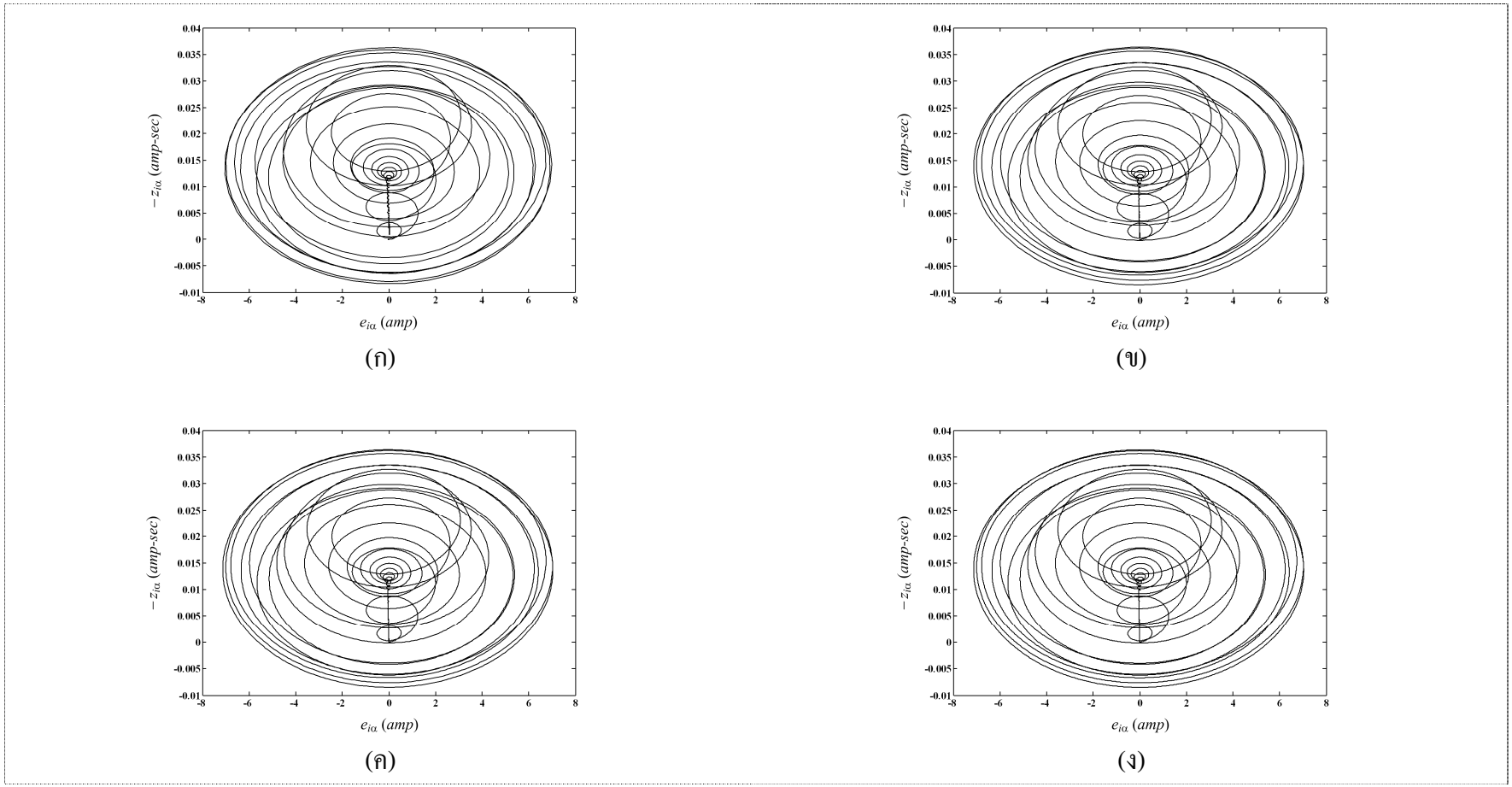
รูปที่ 7.6 ความผิดพลาดของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่
(ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที



รูปที่ 7.7 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่ (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที



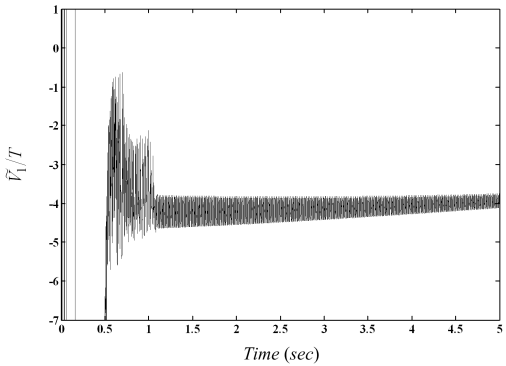
รูปที่ 7.8 ความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่ (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที



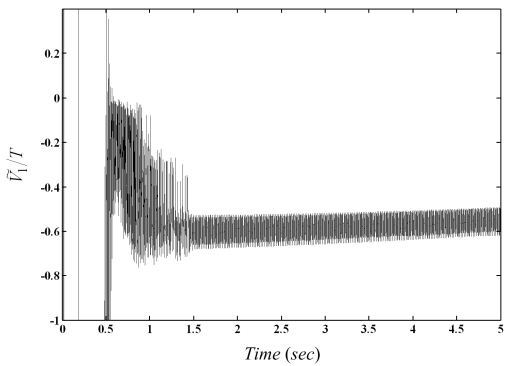
รูปที่ 7.9 ความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ และอินทิกรัลของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่ (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที

ในสถานะอยู่ตัว เมื่อช่วงเวลาการชักตัวอย่างสั้นลง $\widetilde{V}_1(kT)/T$ มีค่าลบที่เข้าใกล้ศูนย์มากขึ้น (ใกล้เคียงกับค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในอุดมคติ) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.10 (ก) - (ง) นั่นคือตัวสังเกตอัตราเร็วมีเสถียรภาพ ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า มีขนาดของการกวัดแกว่งด้วยความถี่ค่าหนึ่ง ลดลง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.11 (ก) - (ง) การกวัดแกว่งของความผิดพลาดนี้มีขนาดเท่ากับ 0.134, 0.024, 0.011, และ 0.006 เปอร์เซ็นต์ โดยประมาณตามลำดับ พื้นผิว (เส้นตรง) การเลื่อน (sliding surface) ที่เป็นคุณลักษณะของโหมดการเลื่อน มีความชัดเจนมากขึ้น และมีบริเวณสมดุลใกล้กับจุด (0 , 0) มากขึ้น (บริเวณที่หัวลูกศรชี้) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.12 (ก) - (ง) ทำให้ตัวสังเกตมีการทำงานในโหมดการเลื่อนที่ชัดเจนเพิ่มขึ้นหรือใกล้เคียงกับโหมดการเลื่อนในอุดมคติมากขึ้น ความผิดพลาดของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ($\widetilde{e}_{\psi\alpha}(kT)/T$) มีขนาดลดลง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.13 (ก) - (ง) โดยที่ $\widetilde{e}_{\psi\alpha}(kT) = e_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) - e_{\psi\alpha}(kT)$ ความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดนี้ ($\widetilde{e}_{i\alpha}(kT)/T$) มีขนาดลดลง (ใกล้กับจุด (0 , 0) มากขึ้น) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.14 (ก) - (ง) โดยที่ $\widetilde{e}_{i\alpha}(kT) = e_{i\alpha}\big((k+1)T\big) - e_{i\alpha}(kT)$ และความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดนี้ ($\Delta\widetilde{\omega}_r(kT)/T$) มีขนาดลดลงเช่นเดียวกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.15 (ก) - (ง) และเปรียบเทียบได้ในรูปที่ 7.11 (ก) - (ง) โดยที่ $\Delta\widetilde{\omega}_r(kT) = \Delta\omega_r\big((k+1)T\big) - \Delta\omega_r(kT)$ วงปิดที่มีหัวลูกศรชี้ในรูปที่ 7.15 (ก) คือ $\Delta\widetilde{\omega}_r(kT)/T$ และ $\Delta\omega_r(kT)$ ในสถานะอยู่ตัว รูปด้านขวามือในรูปที่ 7.15 (ข) - (ค) คือภาพขยายในบริเวณสี่เหลี่ยมเล็กของรูปด้านซ้ายมือ แต่เส้นกราฟในช่วงระยะเวลาก่อนสถานะอยู่ตัวในรูปที่ 7.15 (ง) ปิดบังเส้นกราฟในสถานะอยู่ตัว อย่างแน่นหนา ทำให้ไม่สามารถระบุปริมาณ $\Delta\widetilde{\omega}_r(kT)/T$ และ $\Delta\omega_r(kT)$ ได้อย่างชัดเจน

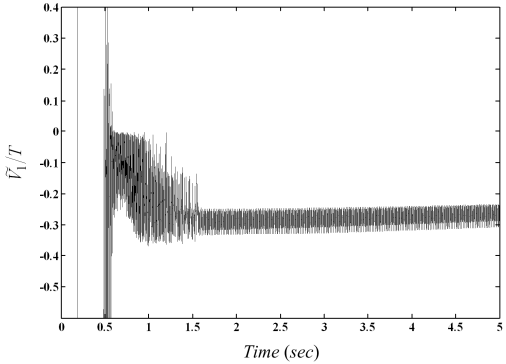
ดังนั้นถ้าคาบระยะเวลาการสุ่มวัดและชักตัวอย่าง มีค่าลดลงเข้าใกล้ศูนย์ ตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอในเวลาดิสครีต จะมีพื้นผิวการเลื่อนที่เป็นเส้นตรงอย่างชัดเจน และมีบริเวณสมดุลเข้าใกล้จุด (0 , 0) นั่นคือตัวสังเกตมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟ ซึ่งเหมือนกับตัวสังเกตในเวลาต่อเนื่อง และมีการทำงานที่ถูกต้องมากขึ้น (ค่าผิดพลาดลดลง) เนื่องจากแรงดันกระแสสลับสเตเตอร์มีความถี่หลักมูลเท่ากับ 50 เฮิรตซ์หรือมีคาบระยะเวลาเท่ากับ 0.02 วินาที คาบระยะเวลาการชักตัวอย่างที่เหมาะสมอาจมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.0001 วินาที (หรือ 100 ไมโครวินาที) ทำให้เกิดการสุ่มวัดแรงดันและกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ เป็นจำนวน 100 ครั้ง ในครึ่งคาบระยะเวลา (0.01 วินาที) ถ้าแรงดันสเตเตอร์มีความถี่หลักมูลมากกว่า 50 เฮิรตซ์ คาบระยะเวลาการชักตัวอย่างที่เหมาะสมอาจมีค่าน้อยกว่า 0.0001 วินาที



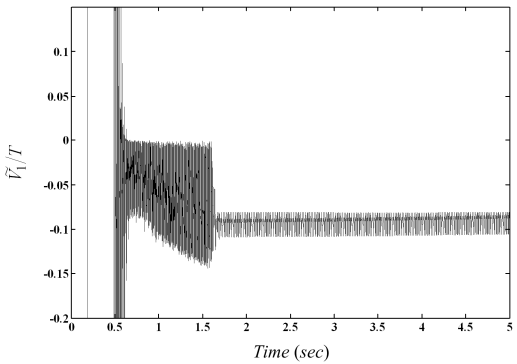
(ก)



(ข)

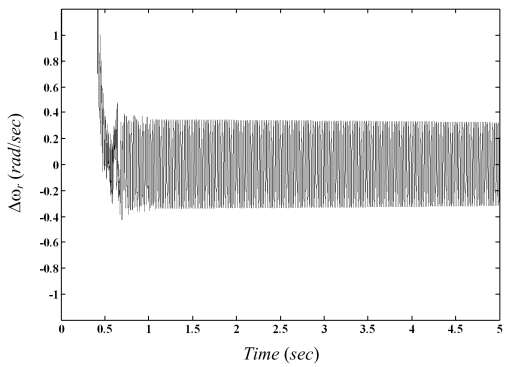


(ค)

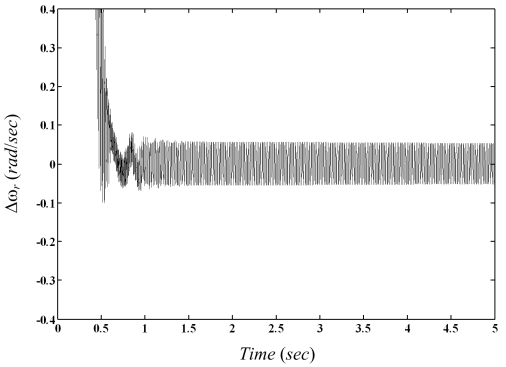


(ง)

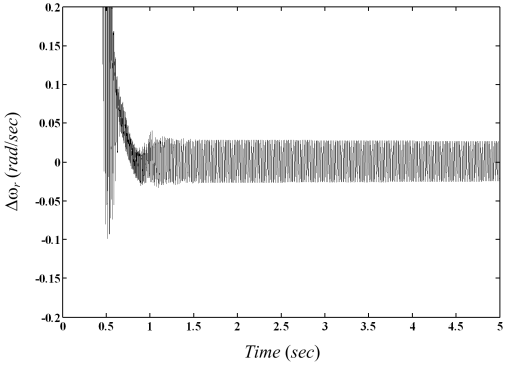
รูปที่ 7.10 อัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสถานะอยู่ตัว (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที



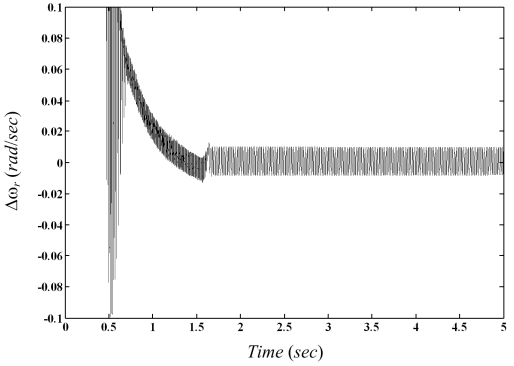
(ก)



(ข)

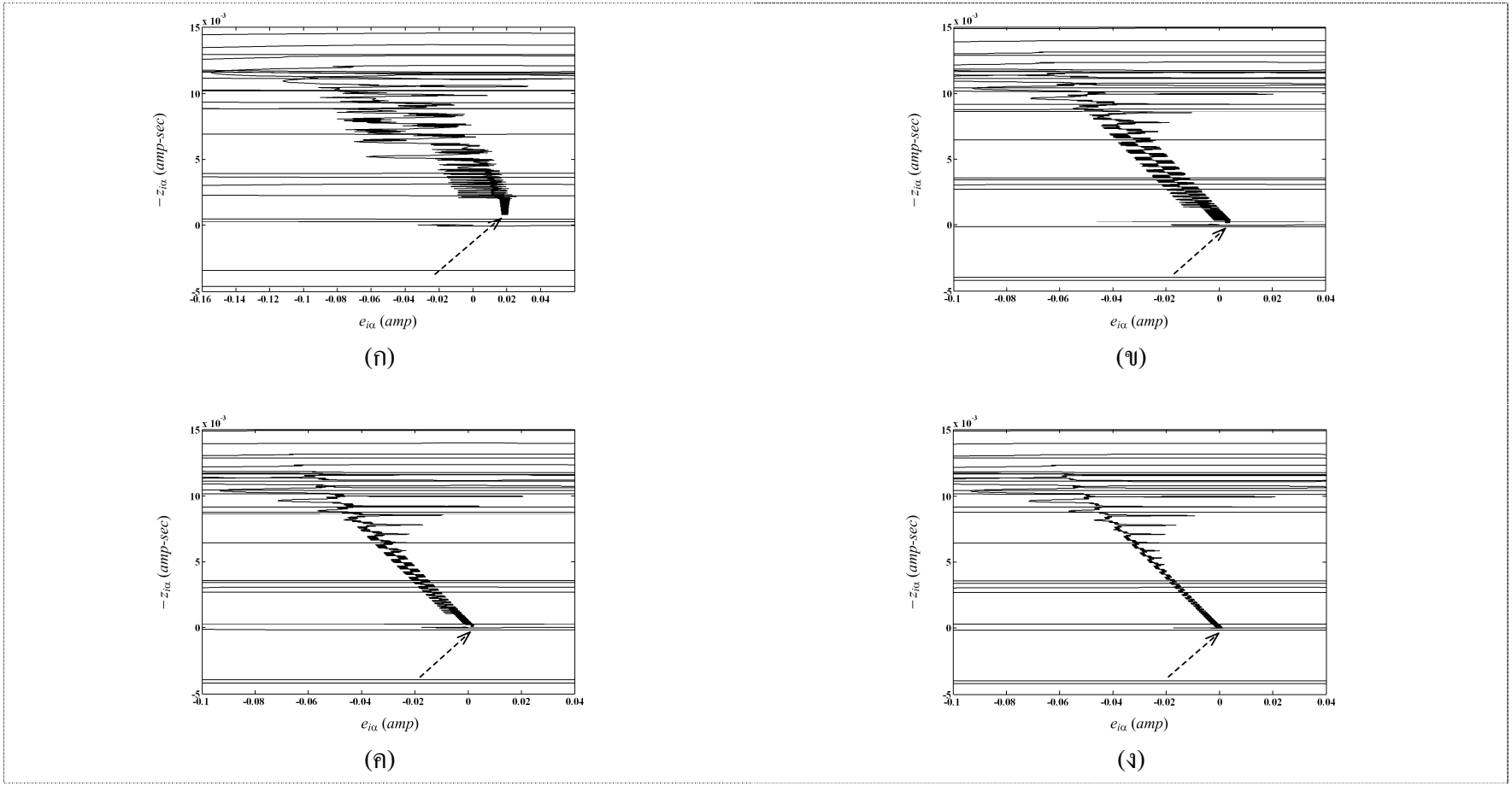


(ค)

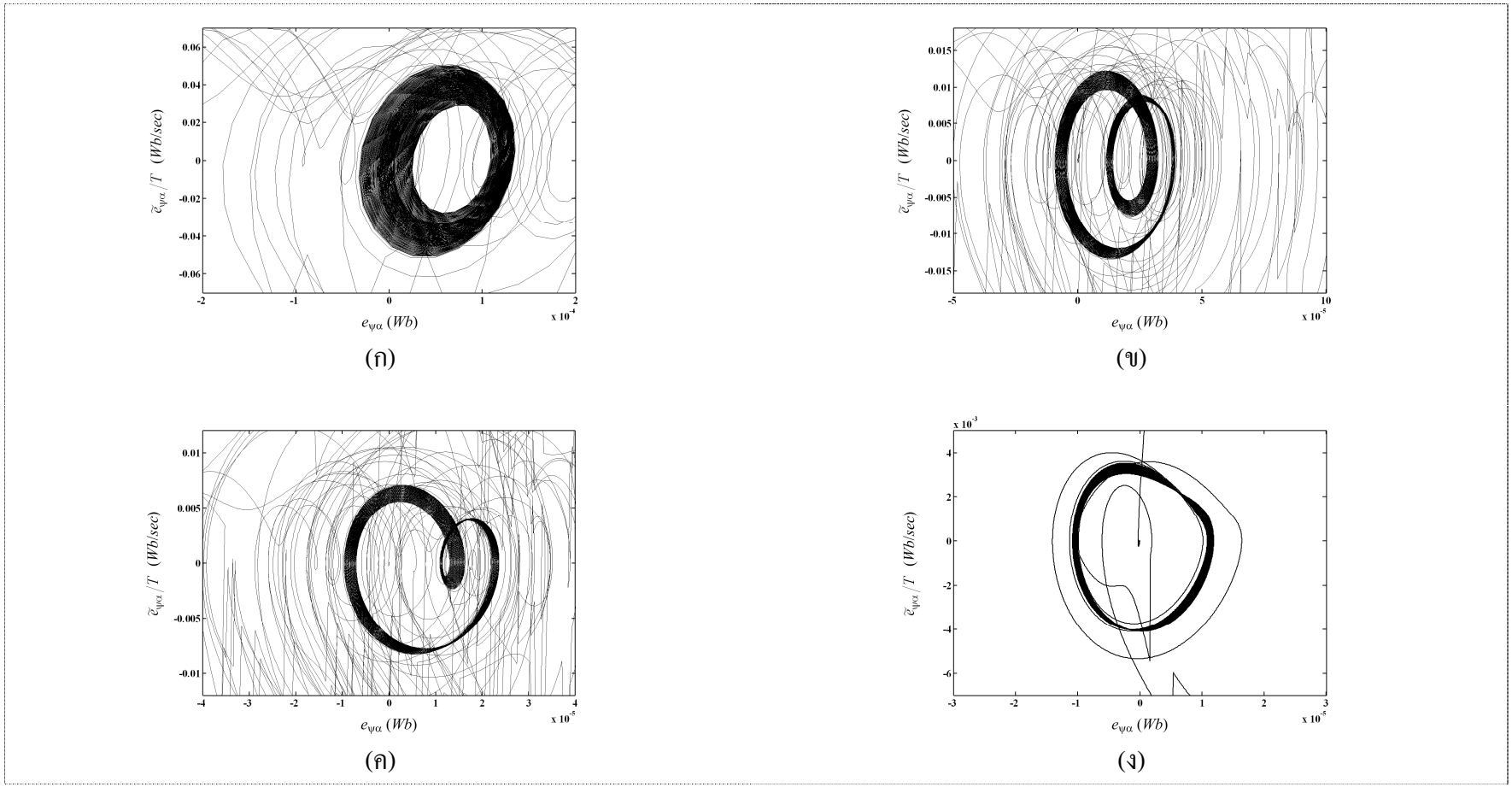


(ง)

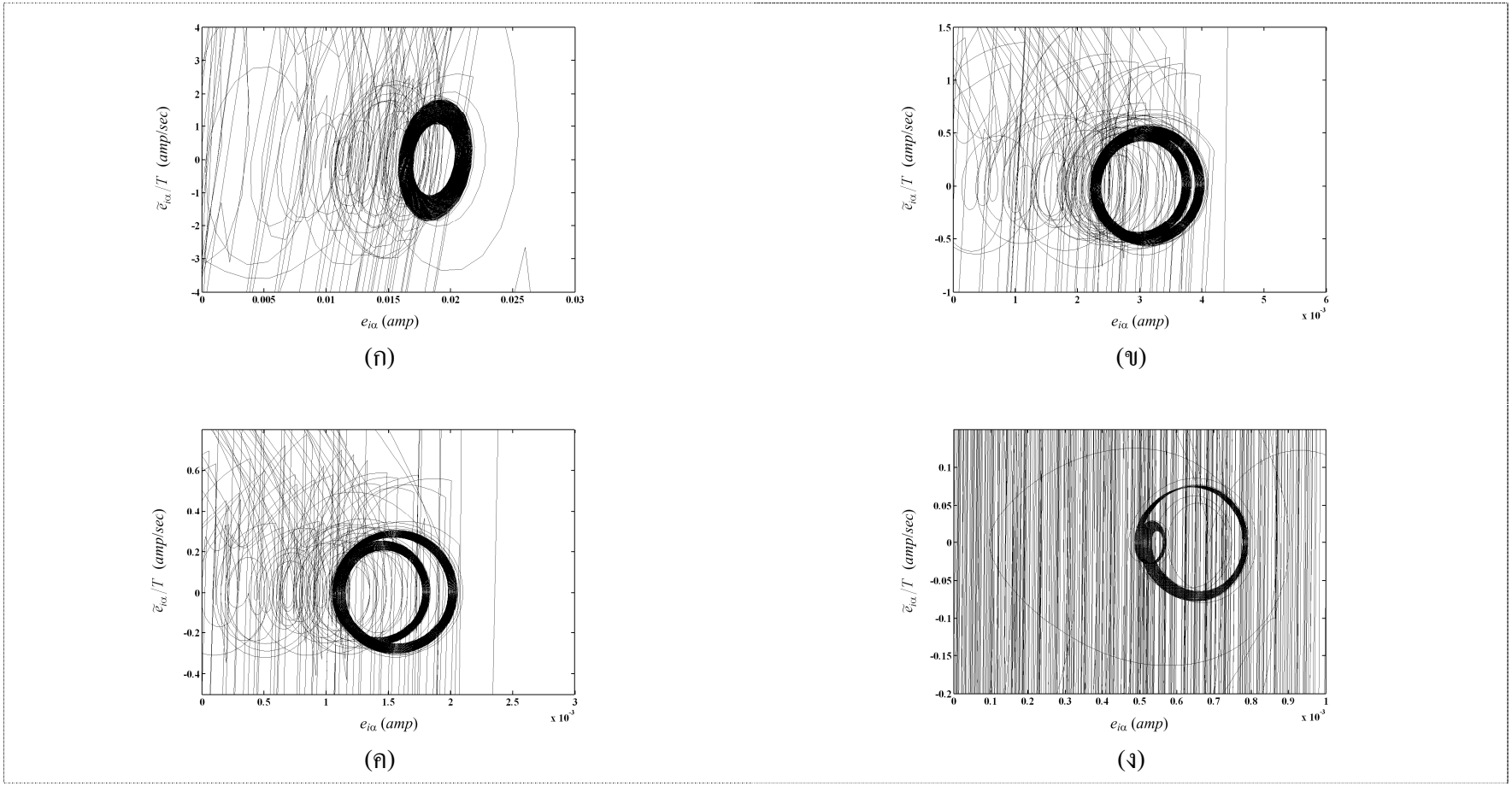
รูปที่ 7.11 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า ในสถานะอยู่ตัว (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที



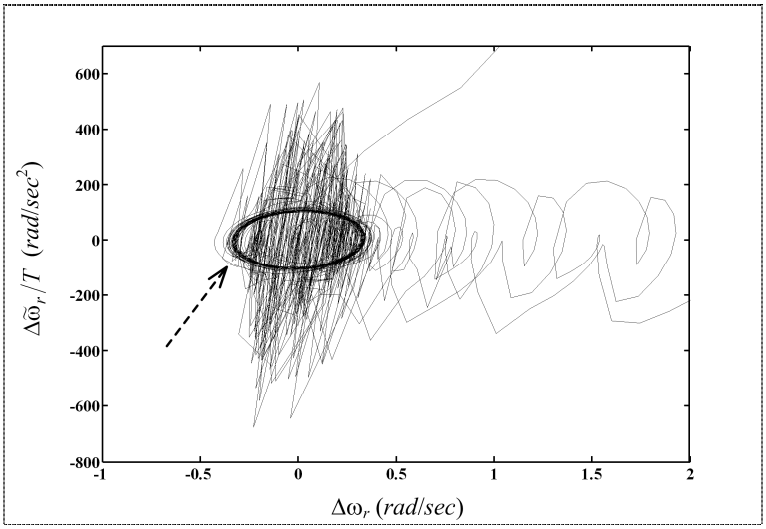
รูปที่ 7.12 ความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ และอินทิกรัลของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที



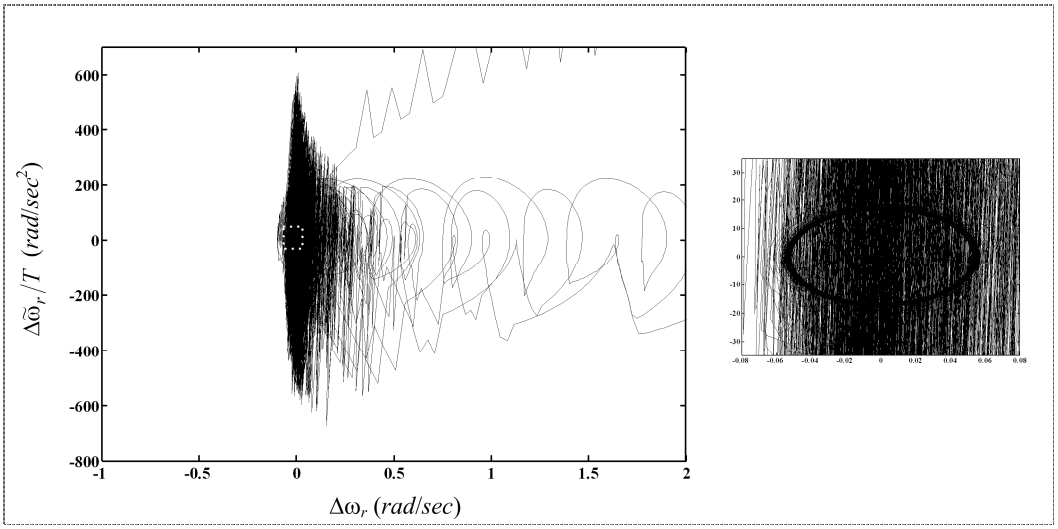
รูปที่ 7.13 ความผิดพลาดของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที



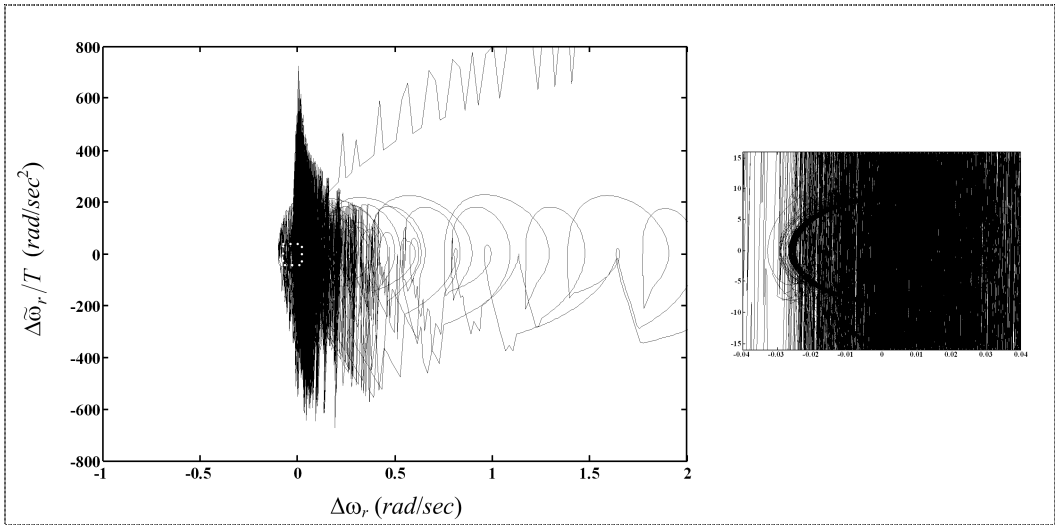
รูปที่ 7.14 ความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที


600
400
200
0
-200
-400
-600
-800
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
$\Delta\tilde{\omega}_r/T$ (rad/sec^2)
$\Delta\omega_r$ (rad/sec)

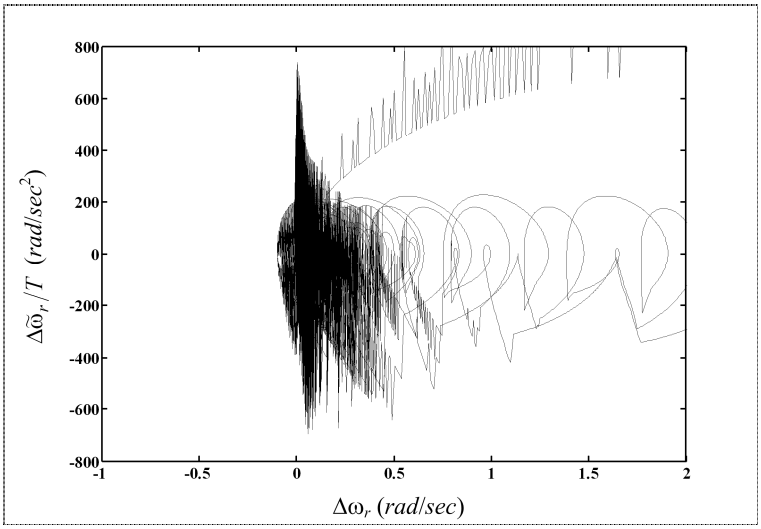
(ก)


600
400
200
0
-200
-400
-600
-800
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
$\Delta\tilde{\omega}_r/T$ (rad/sec^2)
$\Delta\omega_r$ (rad/sec)
30
20
10
0
-10
-20
-30
-0.08
-0.06
-0.04
-0.02
0
0.02
0.04
0.06
0.08

(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 7.15 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00005$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00002$ วินาที

7.6 การตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วในสถานะชั่วครู่

ในเหตุการณ์จริง เมื่อมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสและโหลดกำลังหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ที่มีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม (อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์มีค่าไม่คงที่) หรือกำลังเริ่มเดินเครื่องหรือเริ่มถูกเบรก ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ อาจมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟ หรืออาจไม่สามารถสรุปเสถียรภาพได้ เพราะ $\omega_r((k+1)T) \neq \omega_r(kT)$ และ $\omega_r^*((k+1)T) \neq \omega_r(kT)$ ทำให้ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (7-81) มีพจน์อื่นที่เกี่ยวข้องกับอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ (หรือพลวัตเชิงกลของระบบ) ปรากฏเพิ่มเติม นั่นคือในสถานะชั่วครู่ ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟอาจมีค่าบวกหรือค่าลบอย่างใดอย่างหนึ่ง เมื่อกำหนดให้คาบระยะเวลาการสุ่มวัดมีขนาดเล็กมาก ใช้วิธีของเฮอุนในการดิสครีไตซ์แบบจำลองพลวัตการหมุนของระบบมอเตอร์และโหลดในสมการที่ (4-2) จะเขียนแบบจำลองพลวัตเชิงกลดังกล่าวในขั้นตอนการทำนายค่าและในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องตามลำดับ ได้ว่า

$$\omega_r^*\big((k+1)T\big) = \omega_r(kT) + T\left\{-\frac{B_t}{J_t}\omega_r(kT) + \frac{p}{2J_t}\big[T_e(kT) - T_L(kT)\big]\right\} \tag{7-85}$$

$$\begin{aligned}\omega_r\big((k+1)T\big) = \omega_r(kT) + 0.5T\Bigg\{&-\frac{B_t}{J_t}\omega_r(kT) + \frac{p}{2J_t}\big[T_e(kT) - T_L(kT)\big] \\ &-\frac{B_t}{J_t}\omega_r^*\big((k+1)T\big) + \frac{p}{2J_t}\big[T_e^*\big((k+1)T\big) - T_L\big((k+1)T\big)\big]\Bigg\}\end{aligned} \tag{7-86}$$

โดยที่ $T_e(kT) = \dfrac{3pM}{4L_r}\big[i_{s\beta}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - i_{s\alpha}(kT)\psi_{r\beta}(kT)\big]$ และ

$$T_e^*\big((k+1)T\big) = \frac{3pM}{4L_r}\times \big[i_{s\beta}^*\big((k+1)T\big)\psi_{r\alpha}^*\big((k+1)T\big) - i_{s\alpha}^*\big((k+1)T\big)\psi_{r\beta}^*\big((k+1)T\big)\big]$$

เนื่องจาก $\omega_r((k+1)T) \neq \omega_r(kT)$ และ $\omega_r^*\big((k+1)T\big) \neq \omega_r(kT)$ ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (7-81) จะถูกขยนใหม่ได้เป็น

$$\widetilde{V}_1(kT) = \widetilde{\widetilde{V}}_1(kT) - \frac{\widetilde{\omega}_r^2(kT)}{2\varepsilon k_{\omega i}} - \frac{T}{2\varepsilon}\widetilde{\omega}_r^*(kT)\Theta_\omega^*\big((k+1)T\big) + \frac{\widetilde{\omega}_r(kT)}{\varepsilon k_{\omega i}}\Big[\Delta\omega_r\big((k+1)T\big) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*\big((k+1)T\big)\Big] \tag{7-87}$$

โดยที่ $\widetilde{\omega}_r(kT) = \omega_r\big((k+1)T\big) - \omega_r(kT)$,

$\widetilde{\omega}_r^*(kT) = \omega_r^*\big((k+1)T\big) - \omega_r(kT)$,

$$\begin{aligned}
\widetilde{\widetilde{V}}_1(kT) &= 0.5TS_i^T(kT)\Big[(A_{11}+K)e_i(kT) + f_\psi(kT) - U_o(kT)\Big] \\
&\quad + 0.5T\Big[S_i^*\big((k+1)T\big)\Big]^T \times \\
&\qquad \Big[(A_{11}+K)e_i^*\big((k+1)T\big) + f_\psi^*\big((k+1)T\big) - U_o^*\big((k+1)T\big)\Big] \\
&\quad - \frac{4k_{sp}-k_{si}T}{8\sigma L_s}T\Big\{\Theta_S^2(kT) + \Big[\Theta_S^*\big((k+1)T\big)\Big]^2\Big\} - \frac{k_{si}T^2}{4\sigma L_s}\Theta_S(kT)\Theta_S^*\big((k+1)T\big) \\
&\quad - \frac{4k_{rp}-k_{ri}T}{8\varepsilon L_r}T\Big\{\Theta_R^2(kT) + \Big[\Theta_R^*\big((k+1)T\big)\Big]^2\Big\} - \frac{k_{ri}T^2}{4\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)\Theta_R^*\big((k+1)T\big) \quad , \\
&\quad - \frac{4k_{mp}-k_{mi}T}{8\varepsilon ML_r}T\Big\{\Theta_m^2(kT) + \Big[\Theta_m^*\big((k+1)T\big)\Big]^2\Big\} - \frac{k_{mi}T^2}{4\varepsilon ML_r}\Theta_m(kT)\Theta_m^*\big((k+1)T\big) \\
&\quad - \frac{4k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{8\varepsilon}T\Big\{\Theta_\omega^2(kT) + \Big[\Theta_\omega^*\big((k+1)T\big)\Big]^2\Big\} - \frac{k_{\omega i}T^2}{4\varepsilon}\Theta_\omega(kT)\Theta_\omega^*\big((k+1)T\big) \\
&\quad + 0.125T^2\Big[\widetilde{\Gamma}_\alpha^*(kT)\Big]^2 + 0.125T^2\Big[\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT)\Big]^2
\end{aligned}$$

$\widetilde{\omega}_r(kT)$ คือ ผลต่างที่ให้ความหมายถึงการเปลี่ยนแปลงของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ในแต่ละครั้งของการสุ่มวัดและคำนวณของตัวสังเกต (หรือปริมาณที่สมมูลกับอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์) (เรเดียนต่อวินาที) , และ

$\widetilde{\widetilde{V}}_1(kT)$ คือ ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในกรณีที่มอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่ (อัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์มีค่าเท่ากับศูนย์)

ต่อมาหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวสังเกตอัตราเร็วชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว มีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟในสถานะชั่วครู่ในเวลาดิสครีต นั่นคือพิจารณาว่าผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (7-87) มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์

$$\widetilde{V}_1(kT) = -\frac{\widetilde{\omega}_r^2(kT)}{2\varepsilon k_{\omega i}} + \frac{\widetilde{\omega}_r(kT)}{\varepsilon k_{\omega i}}\Big[\Delta\omega_r\big((k+1)T\big) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*\big((k+1)T\big)\Big] - \frac{T}{2\varepsilon}\widetilde{\omega}_r^*(kT)\Theta_\omega^*\big((k+1)T\big) + \widetilde{\widetilde{V}}_1(kT) \le 0 \tag{7-88}$$

จากนั้นจัดรูปอสมการที่ (7-88) ใหม่ ให้มีความง่ายในการหาคำตอบของอสมการกำลังสอง

$$\widetilde{\omega}_r^2(kT) - 2\widetilde{\omega}_r(kT)\Omega_\omega((k+1)T) + \Omega_{V1}(kT) \geq 0 \qquad (7\text{-}89)$$

โดยที่ $\Omega_\omega((k+1)T) = \Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)$ และ

$\Omega_{V1}(kT) = k_{\omega i}\left[T\widetilde{\omega}_r^*(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T) - 2\varepsilon\widetilde{\overline{V}}_1(kT)\right]$

นั่นคือในช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่ง ถ้า

$\widetilde{\omega}_r(kT) \geq \Omega_\omega((k+1)T) + \sqrt{\Omega_\omega^2((k+1)T) - \Omega_{V1}(kT)}$

หรือ ถ้า $\widetilde{\omega}_r(kT) \leq \Omega_\omega((k+1)T) - \sqrt{\Omega_\omega^2((k+1)T) - \Omega_{V1}(kT)}$

อสมการที่ (7-89) จะเป็นจริง ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_1(kT)$ ในสมการที่ (7-87) มีค่าลบ และตัวสังเกตอัตราเร็วมีเสถียรภาพ แต่ถ้า

$$\Omega_\omega((k+1)T) - \sqrt{\Omega_\omega^2((k+1)T) - \Omega_{V1}(kT)} \leq \widetilde{\omega}_r(kT) \leq \Omega_\omega((k+1)T) + \sqrt{\Omega_\omega^2((k+1)T) - \Omega_{V1}(kT)}$$

อสมการที่ (7-89) จะเป็นเท็จ ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_1(kT)$ มีค่าบวก และเสถียรภาพของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) ไม่สามารถสรุปได้ และในช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่ง ถ้า $\Omega_\omega^2((k+1)T) - \Omega_{V1}(kT) \leq 0$ จะได้ว่าอสมการที่ (7-90)

$$\left[\widetilde{\omega}_r(kT) - \Omega_\omega((k+1)T)\right]^2 - \left[\Omega_\omega^2((k+1)T) - \Omega_{V1}(kT)\right] \geq 0 \qquad (7\text{-}90)$$

เป็นจริง ทำให้ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_1(kT)$ มีค่าลบ และตัวสังเกตอัตราเร็วมีเสถียรภาพ โดยที่อสมการที่ (7-90) เกิดจากการจัดรูปอสมการที่ (7-89) เป็นกำลังสองสมบูรณ์

กำหนดให้

$\Omega_\omega^2((k+1)T) - \Omega_{V1}(kT)$ คือ ดิสคริมิแนนต์ (discriminant) ,

$\Omega_\omega((k+1)T) + \sqrt{\Omega_\omega^2((k+1)T) - \Omega_{V1}(kT)}$ คือ ขอบเขตบน (upper bound) ของ $\widetilde{\omega}_r(kT)$, และ

$\Omega_\omega((k+1)T) - \sqrt{\Omega_\omega^2((k+1)T) - \Omega_{V1}(kT)}$ คือ ขอบเขตล่าง (lower bound) ของ $\widetilde{\omega}_r(kT)$

ถ้าดิสคริมิแนนต์มีค่าลบ $\widetilde{\omega}_r(kT)$ จะไม่มีขอบเขตบนและขอบเขตล่าง และถ้า $\widetilde{\omega}_r(kT) = 0$ อย่างต่อเนื่อง ดิสคริมิแนนต์ ขอบเขตบนและขอบเขตล่าง จะไม่มีความหมายใด ๆ เมื่อมอเตอร์

เหนี่ยวนำสร้างทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีขนาดเปลี่ยนแปลงจากเดิม เพื่อขับเคลื่อนโหลดให้เกิดการหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมตามที่ต้องการ หรือเมื่อโหลดทอร์กมีขนาดเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม มอเตอร์และโหลดจะเริ่มหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงจากค่าหนึ่งไปเป็นอีกค่าหนึ่ง (โรเตอร์ของมอเตอร์และโหลดถูกเร่งให้หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมที่เพิ่มขึ้นหรือถูกหน่วงให้หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมที่ลดลง) ในขณะที่อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์กำลังเปลี่ยนแปลงค่าจากเดิม (หรือปริมาณที่สมมูลกับอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ($\widetilde{\omega}_r(kT) \neq 0$) และอาจมีค่าไม่คงที่) ถ้าดิสคริมิแนนต์ของ $\widetilde{\omega}_r(kT)$ มีค่าบวก ขอบเขตบนและขอบเขตล่างจะปรากฏขึ้น และมีค่าที่เปลี่ยนแปลงไปตามพลวัตเชิงกลการหมุนของระบบ ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ($\Delta\omega_r((k+1)T)$ และผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{\widetilde{V}}_1(kT)$ ทำให้ปริมาณที่สมมูลกับอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์อาจมีค่าอยู่ในระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่าง หรืออาจมีค่าอยู่นอกสองขอบเขตนี้ นั่นคือในสถานะชั่วครู่ ตัวสังเกตอัตราเร็วอาจมีเสถียรภาพหรืออาจไม่สามารถสรุปเสถียรภาพได้ แต่ถ้าดิสคริมิแนนต์ของ $\widetilde{\omega}_r(kT)$ มีค่าลบ ตัวสังเกตอัตราเร็วจะมีเสถียรภาพ เมื่อมอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมหรืออัตราหน่วงเชิงมุมโรเตอร์ที่มีขนาดลดลงอย่างต่อเนื่อง ($|\widetilde{\omega}_r((k+1)T)| < |\widetilde{\omega}_r(kT)|$) จนถึงค่าหนึ่ง ดิสคริมิแนนต์อาจมีขนาดที่ลดลง ทำให้ขอบเขตบนและขอบเขตล่างอาจมีระยะห่างที่ลดลง เป็นผลให้ปริมาณที่สมมูลกับอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์อาจมีค่าอยู่นอกขอบเขตบนและขอบเขตล่าง และตัวสังเกตอัตราเร็วอาจมีเสถียรภาพอย่างต่อเนื่องจนกระทั่งมอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่ และยังคงมีเสถียรภาพต่อไปในสถานะอยู่ตัว

เมื่อตัวสังเกตอัตราเร็ว (ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์) อาจมีเสถียรภาพ หรือเสถียรภาพของตัวสังเกตอาจไม่สามารถสรุปได้ในสถานะชั่วครู่ และตัวสังเกตมีเสถียรภาพที่แน่นอนตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟในสถานะอยู่ตัว ทฤษฎีเซตไม่ผันแปรของลาแซลเลในเวลาดิสครีต (Zak, 2003) จะอธิบายเสถียรภาพที่เกิดขึ้นได้อย่างสมบูรณ์ ก่อนการเขียนเซตไม่ผันแปร ผลต่างระหว่างสมการที่ (7-7) และ (7-35) และผลต่างระหว่างสมการที่ (7-8) และ (7-36) จะถูกเขียนได้เป็น

$$
\begin{aligned}
e_{\psi\alpha}((k+1)T) = {} & e_{\psi\alpha}(kT) + 0.5T\big[\, a_{r3}\, e_{i\alpha}(kT) + a_{r4}(kT) e_{\psi\alpha}(kT) \\
& - \omega_r(kT) e_{\psi\beta}(kT) + \Delta a_{r3}(kT) \hat{i}_{s\alpha}(kT) + \Delta a_{r4}(kT) \hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\
& - \Delta\omega_r(kT) \hat{\psi}_{r\beta}(kT) + a_{r3} e^*_{i\alpha}((k+1)T) + a^*_{r4}((k+1)T) e^*_{\psi\alpha}((k+1)T) \\
& - \omega^*_r((k+1)T) e^*_{\psi\beta}((k+1)T) + \Delta a^*_{r3}((k+1)T) \hat{i}^*_{s\alpha}((k+1)T) \\
& + \Delta a^*_{r4}((k+1)T) \hat{\psi}^*_{r\alpha}((k+1)T) - \Delta\omega^*_r((k+1)T) \hat{\psi}^*_{r\beta}((k+1)T)\big]
\end{aligned}
\qquad (7\text{-}91)
$$

$$
\begin{aligned}
e_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) = e_{\psi\beta}(kT) + 0.5T\big[& a_{r3}\, e_{i\beta}(kT) + a_{r4}(kT)e_{\psi\beta}(kT) \\
& + \omega_r(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \Delta a_{r3}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT) + \Delta a_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\
& + \Delta\omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + a_{r3}e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big) + a^*_{r4}\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) \\
& + \omega^*_r\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r3}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\beta}\big((k+1)T\big) \\
& + \Delta a^*_{r4}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) + \Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big)\big]
\end{aligned}
\tag{7-92}
$$

โดยที่ $\Delta a_{r3}(kT) = \dfrac{M}{L_r}\Delta R_r(kT)$,

$\Delta a^*_{r3}\big((k+1)T\big) = \dfrac{M}{L_r}\Delta R^*_r\big((k+1)T\big)$,

$\Delta a_{r4}(kT) = -\dfrac{1}{L_r}\left[\Delta R_r(kT) + \hat{s}(kT)\Delta R_m(kT) - \dfrac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}R_m\right]$, และ

$$
\begin{aligned}
\Delta a^*_{r4}\big((k+1)T\big) = -\frac{1}{L_r}\big[& \Delta R^*_r\big((k+1)T\big) + \hat{s}^*\big((k+1)T\big)\Delta R^*_m\big((k+1)T\big) \\
& - \frac{\Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\omega_s\big((k+1)T\big)}R_m \ \big]
\end{aligned}
$$

ในขณะที่ผลต่างระหว่างสมการที่ (7-3) และ (7-18) และผลต่างระหว่างสมการที่ (7-4) และ (7-19) จะถูกเขียนได้เป็น

$$
\begin{aligned}
e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) = e_{\psi\alpha}(kT) + T\big[& a_{r3}\, e_{i\alpha}(kT) + a_{r4}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) \\
& - \omega_r(kT)e_{\psi\beta}(kT) + \Delta a_{r3}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) \\
& + \Delta a_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - \Delta\omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT)\big]
\end{aligned}
\tag{7-93}
$$

$$
\begin{aligned}
e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) = e_{\psi\beta}(kT) + T\big[& a_{r3}\, e_{i\beta}(kT) + a_{r4}(kT)e_{\psi\beta}(kT) \\
& + \omega_r(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \Delta a_{r3}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT) \\
& + \Delta a_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) + \Delta\omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT)\big]
\end{aligned}
\tag{7-94}
$$

เมื่อกฎทางลอจิกใน (7-13) และ (7-26) ที่มีคุณลักษณะการทำงานเหมือนกับฟังก์ชัน signum ถูกปรับเปลี่ยนเป็นรูปแบบของฟังก์ชันการอิ่มตัวที่มีส่วนเชิงเส้นแคบเพียงพอ ทำให้เวกเตอร์แก้ไขในสมการที่ (7-14), (7-15), (7-27), และ (7-28) มีคุณสมบัติของความต่อเนื่อง เป็นผลให้สมมุติได้ว่า นิพจน์ทางด้านขวามือของสมการที่แสดงความผิดพลาดระหว่างมอเตอร์

เหนี่ยวนำและตัวสังเกตอัตราเร็วในสมการที่ (7-47), (7-48), (7-57), (7-58), (7-91), (7-92), (7-93), และ (7-94) มีความต่อเนื่องเช่นเดียวกัน เมื่อกำหนดให้คาบระยะเวลาการสุ่มวัดมีขนาดเล็กมาก และมอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมหรืออัตราหน่วงเชิงมุมโรเตอร์ ($\omega_r((k+1)T) \neq \omega_r(kT)$) ที่มีขนาดลดลงจนถึงค่าหนึ่ง และมีขนาดลดลงต่อไปอีกอย่างต่อเนื่องจนกระทั่งเท่ากับศูนย์ ปริมาณที่สมมูลกับอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ $\widetilde{\omega}_r(kT)$ อาจมีค่าอยู่นอกขอบเขตบนและขอบเขตล่าง หรือ ดิสครีมิแนนต์อาจมีค่าลบ ทำให้ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_1(kT)$ ในสมการที่ (7-87) อาจมีค่าลบอย่างต่อเนื่องในสถานะชั่วครู่ เป็นผลให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_1(kT)$ ในสมการที่ (7-69) อาจมีค่าที่ลดลงหรือไม่เพิ่มขึ้นจากเดิม ต่อมามอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่ ($\omega_r((k+1)T) = \omega_r(kT)$ และ $\widetilde{\omega}_r((k+1)T) = \widetilde{\omega}_r(kT)$) ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ จะมีค่าลบต่อไปอีกและมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ในสถานะอยู่ตัว ทำให้ $\left\| e_i^T(kT)\ e_\psi^T(kT) \right\|$ มีค่าที่ลดลงจากเดิม นั่นคือ เซตที่มีขอบเขต (bounded set) Ξ'_C ถูกเขียนได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\Xi'_C = \Big\{ & \left[e_i(kT)\ e_\psi(kT) \right]^T \in \Re^4 \mid \exists T, \exists \Delta R_s(kT), \exists \Delta R_r(kT), \\
& \exists \Delta R_m(kT), \exists \Delta \omega_r(kT), \exists \Delta R_s^*((k+1)T), \exists \Delta R_r^*((k+1)T), \\
& \exists \Delta R_m^*((k+1)T), \exists \Delta \omega_r^*((k+1)T),\ \omega_r((k+1)T) \neq \omega_r(kT), \\
& |\widetilde{\omega}_r((k+1)T)| < |\widetilde{\omega}_r(kT)|, \\
& |\widetilde{\omega}_r(kT) - \Omega_\omega((k+1)T)| \geq \sqrt{\Omega_\omega^2((k+1)T) - \Omega_{V1}(kT)} \Big\} \cup \\
\Big\{ & \left[e_i(kT)\ e_\psi(kT) \right]^T \in \Re^4 \mid \exists T, \exists \Delta R_s(kT), \exists \Delta R_r(kT), \\
& \exists \Delta R_m(kT), \exists \Delta \omega_r(kT), \exists \Delta R_s^*((k+1)T), \exists \Delta R_r^*((k+1)T), \\
& \exists \Delta R_m^*((k+1)T), \exists \Delta \omega_r^*((k+1)T),\ \omega_r((k+1)T) \neq \omega_r(kT), \\
& |\widetilde{\omega}_r((k+1)T)| < |\widetilde{\omega}_r(kT)|, \\
& \Omega_\omega^2((k+1)T) - \Omega_{V1}(kT) \leq 0 \Big\} \cup \\
\Big\{ & \left[e_i(kT)\ e_\psi(kT) \right]^T \in \Re^4 \mid \exists T, \exists \Delta R_s(kT), \exists \Delta R_r(kT), \\
& \exists \Delta R_m(kT), \exists \Delta \omega_r(kT), \exists \Delta R_s^*((k+1)T), \exists \Delta R_r^*((k+1)T), \\
& \exists \Delta R_m^*((k+1)T), \exists \Delta \omega_r^*((k+1)T),\ \omega_r((k+1)T) = \omega_r(kT), \\
& \widetilde{\omega}_r((k+1)T) = \widetilde{\omega}_r(kT),\ \widetilde{V}_1(kT) \leq 0 \Big\}
\end{aligned}
\tag{7-95}
$$

โดยที่ $e_\psi(kT) = [\, e_{\psi\alpha}(kT)\ \ e_{\psi\beta}(kT)\,]^T$ และ

$\Re^4$ คือ เซตของเวกเตอร์หลักที่ประกอบด้วยจำนวนจริงใด ๆ 4 จำนวน

เซต Ξ'_C ในสมการที่ (7-95) คือเซตปิด (closed set) เพราะถ้าแนววิถี (trajectory) ของ $[\, e_i(kT)\ \ e_\psi(kT)\,]^T$ เคลื่อนที่เข้ามาถึงเซต Ξ'_C แนววิถีดังกล่าวจะยังคงเคลื่อนที่อยู่ภายในเซต Ξ'_C

เมื่อเวลาผ่านไป โดยที่โหลดทอร์ก (การรบกวนภายนอก) และตัวแปรอินพุต (แรงดันสเตเตอร์) ต้องไม่มีขนาดหรือค่าอาร์เอ็มเอส หรือความถี่หลักมูลที่เปลี่ยนแปลงจากเดิม ทำให้เซต Ξ'_C คือเซตกระชับ (compact set) เนื่องจากแนววิถีของ $[\ e_i(kT)\ \ e_\psi(kT)\ ]^T$ มีขอบเขต เซต Ξ'_C จะมีเซตย่อยที่กระชับ ไม่ผันแปร และไม่เป็นเซตว่าง บรรจุอยู่ภายใน ในขณะที่มอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์คงที่ สมการที่ (7-69) และ (7-84) จะถูกใช้อธิบายได้ว่า ฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_1(kT)$ มีค่าที่ลดลงหรือไม่เพิ่มขึ้นจากเดิม ($V_1((k+1)T) \le V_1(kT)$) และเมื่อเวลาผ่านไปนานเพียงพอ ($kT \to \infty$)

$S_i(kT) \to 0$, $e_i(kT) \to 0$, $\Theta_S(kT) \to 0$, $\Theta_R(kT) \to 0$,
$\Theta_m(kT) \to 0$, $\Theta_\omega(kT) \to 0$, $e_\psi((k+1)T) \to e_\psi(kT)$,
$\Delta R_s((k+1)T) \to \Delta R_s(kT)$, $\Delta R_r((k+1)T) \to \Delta R_r(kT)$,
$\Delta R_m((k+1)T) \to \Delta R_m(kT)$, และ $\Delta\omega_r((k+1)T) \to \Delta\omega_r(kT)$

ในสถานะอยู่ตัว ทำให้เขียนเซตที่ไม่เป็นเซตว่าง Ξ'_I ได้ว่า

$$\begin{aligned}\Xi'_I = \Big\{ \big[e_i(kT)\ e_\psi(kT)\big]^T \in \Re^4 \mid\ & \exists T, \exists\Delta R_s(kT), \exists\Delta R_r(kT),\\ & \exists\Delta R_m(kT), \exists\Delta\omega_r(kT), \exists\Delta R_s^*((k+1)T), \exists\Delta R_r^*((k+1)T),\\ & \exists\Delta R_m^*((k+1)T), \exists\Delta\omega_r^*((k+1)T),\ \omega_r((k+1)T) = \omega_r(kT),\\ & \widetilde{\omega}_r((k+1)T) = \widetilde{\omega}_r(kT),\ S_i(kT) \to 0,\ e_i(kT) \to 0,\\ & e_i((k+1)T) \to e_i(kT),\ e_\psi((k+1)T) \to e_\psi(kT),\\ & \widetilde{V}_1(kT) \to 0^- \Big\}\end{aligned} \tag{7-96}$$

เมื่อแนววิถีของ $[\ e_i(kT)\ \ e_\psi(kT)\ ]^T$ เคลื่อนที่เข้ามาภายในเซต Ξ'_I ทำให้ $\widetilde{V}_1(kT) = 0$, $V_1(kT)$ มีค่าคงที่ค่าหนึ่ง และแนววิถีดังกล่าวคือ $[\ 0\ \ \bar{e}_\psi\ ]^T$ โดยที่ $\bar{e}_\psi$ คือเวกเตอร์คงที่ของความผิดพลาดเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ เป็นผลให้แนววิถีข้างต้นหยุดการเคลื่อนที่และค้างติดอยู่ภายในเซต Ξ'_I จนกว่ามอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดจะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโหลดทอร์ก อาจกล่าวได้ว่าเซต Ξ'_I คือเซตไม่ผันแปร ต่อมาอสมการที่ (7-89) จะใช้อธิบายได้ว่า เมื่อมอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมหรืออัตราหน่วงเชิงมุมโรเตอร์ที่มีขนาดลดลงอย่างต่อเนื่อง และ $\widetilde{\omega}_r^2(kT) - 2\widetilde{\omega}_r(kT)\Omega_\omega((k+1)T) + \Omega_{V1}(kT) = 0$ ในขณะใดขณะหนึ่ง $\widetilde{V}_1(kT)$ ในสมการที่ (7-87) จะมีค่าเท่ากับศูนย์ในขณะนั้น และในสถานะอยู่ตัว ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_1(kT)$ มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ทำให้เขียนเซต Ξ'_O ได้เป็น

$$
\begin{aligned}
\Xi'_O \;=\; \Big\{ & \left[e_i(kT)\;\; e_\psi(kT) \right]^T \in \Re^4 \;\Big|\; \exists T, \exists \Delta R_s(kT), \exists \Delta R_r(kT), \\
& \exists \Delta R_m(kT), \exists \Delta \omega_r(kT), \exists \Delta R_s^*\big((k+1)T\big), \exists \Delta R_r^*\big((k+1)T\big), \\
& \exists \Delta R_m^*\big((k+1)T\big), \exists \Delta \omega_r^*\big((k+1)T\big),\; \omega_r\big((k+1)T\big) \neq \omega_r(kT), \\
& \left| \widetilde{\omega}_r\big((k+1)T\big) \right| < \left| \widetilde{\omega}_r(kT) \right|, \\
& \left| \widetilde{\omega}_r(kT) - \Omega_\omega\big((k+1)T\big) \right| = \sqrt{\Omega_\omega^2\big((k+1)T\big) - \Omega_{V1}(kT)} \Big\} \\
\cup\; & \Xi'_I
\end{aligned}
\tag{7-97}
$$

ในการอ้างอิงถึงทฤษฎีเซตไม่ผันแปรของลาแซลเล เนื่องจาก $\Xi'_I \subset \Xi'_O \subset \Xi'_C$ ดังนั้น เมื่อเวลาผ่านไปนานเพียงพอ ($kT \;\rightarrow\; \infty$) แนววิถีของ $\left[e_i(kT)\;\; e_\psi(kT) \right]^T \in \Xi'_C$ จะเคลื่อนที่เข้าหา $\left[e_i(kT)\;\; e_\psi(kT) \right]^T \in \Xi'_I$ ซึ่งมีความหมายว่า ถ้าตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ มีคาบระยะเวลาการสุ่มวัดและการคำนวณที่สั้นมาก ตัวสังเกตอัตราเร็วอาจมีเสถียรภาพตั้งแต่ก่อนการสิ้นสุดสถานะชั่วครู่ จนถึงการมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว

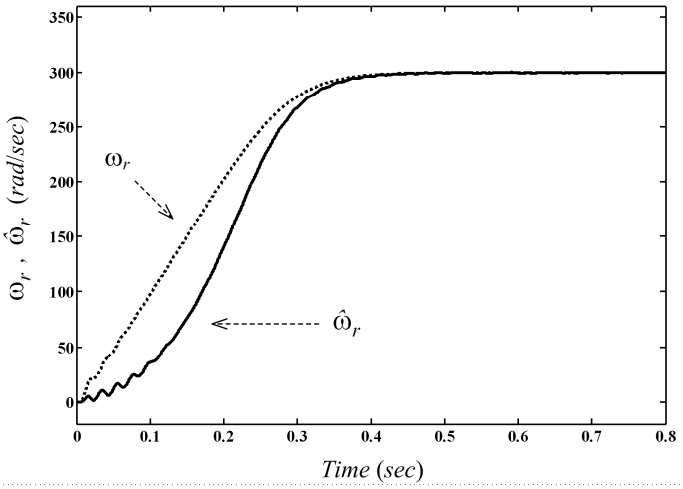
7.7 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิดในสถานะชั่วครู่

ในการจำลองสถานการณ์ ค่าดิสครีมิแนนต์ ขอบเขตบน ขอบเขตล่างของ $\widetilde{\omega}_r(kT)$ และผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ จะถูกคำนวณได้จากตัวแปรสถานะและอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ในขั้นตอนการทำนายค่าและในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องของวิธีเฮอุน ในการดำเนินงาน ได้ใช้อัลกอริทึมอินทิกรัลเชิงเลขเฮอุนดิสครีไตซ์ระบบวงเปิดที่ประกอบด้วย แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสไซนูซอยด์ 220 โวลต์ (RMS) 50 เฮิรตซ์ แบบจำลองของมอเตอร์เหนี่ยวนำ แบบจำลองพลวัตการหมุนเชิงกลของมอเตอร์และโหลด และตัวสังเกตอัตราเร็ว (ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์) ที่นำเสนอ และได้โปรแกรม MATLAB ในรูปแบบ M File ขึ้นจากแบบจำลองดิสครีตเหล่านั้น

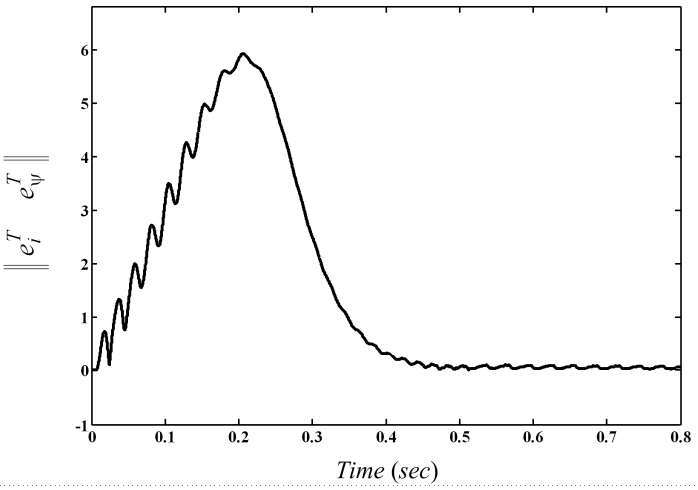
แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำ 3 กิโลวัตต์ มีค่าพารามิเตอร์ที่ระบุดังนี้ (Maes and Melkebeek, 2000) R_s = 2.15 โอห์ม , R_r = 2.33 โอห์ม , $L_s = L_r$ = 0.21 เฮนรี , M = 0.2025 เฮนรี , R_m = 4.48 โอห์ม , p = 4 , J_m = 0.008 กิโลกรัม·ตารางเมตร , f^{rated} = 50 เฮิรตซ์ , และ ω_m^{rated} = 1420 รอบต่อนาที โดยที่ J_m คือโมเมนต์ความเฉื่อยของโรเตอร์ในมอเตอร์ โหลดที่มีโมเมนต์ความเฉื่อยเท่ากับ J_L = 0.084 กิโลกรัม·ตารางเมตร ถูกเชื่อมต่อเข้ากับเพลาหมุนของมอเตอร์ ในขณะที่สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานหนืดรวมของระบบมอเตอร์และโหลดเท่ากับ B_t = 0.0697 นิวตัน·เมตร·วินาที/เรเดียน ตัวแปรสถานะเริ่มต้นของมอเตอร์และตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ มีค่าเท่ากับศูนย์ ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของค่าความ

ต้านทานชุดขดลวดสเตเตอร์ ค่าความต้านทานชุดขดลวดโรเตอร์ และค่าความต้านทานที่แทนกำลังงานสูญเปล่าในแกน มีค่าตัวเลขเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่ระบุที่สมนัยกัน ในขณะที่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์มีค่าเท่ากับศูนย์ ($\hat{\omega}_{r0} = 0$) เราสามารถกำหนดค่าต่าง ๆ ด้วยการเลือก สำหรับตัวสังเกตให้ทำงานได้ในระดับที่พึงพอใจ ค่าต่าง ๆ เหล่านี้ได้แก่ ค่าเกนพื้นผิว $k_1 = k_2 = 5$ ค่าเกนแก้ไขในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ $|\phi_{1\alpha}| = |\phi_{1\beta}| = 290$, $|\phi_{2\alpha}| = |\phi_{2\beta}| = 1$, และ $|\Lambda_\alpha| = |\Lambda_\beta| = 10$ ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในกฎการปรับตัว $k_{sp} = k_{si} = 0.00001$, $k_{rp} = k_{ri} = 0.00001$, $k_{mp} = k_{mi} = 0.00001$, และ $k_{\omega p} = 10$, $k_{\omega i} = 400$ ตามลำดับ โหลดทอร์กจริงที่เกิดขึ้นในระบบมอเตอร์และโหลดมีขนาดคงที่เท่ากับ 5 นิวตัน·เมตร และคาบระยะเวลาของการสุ่มวัดและชักตัวอย่างในการจำลองสถานการณ์ มีค่าคงที่เท่ากับ 0.0001 วินาที (100 ไมโครวินาที)

หลังจากการเชื่อมต่อแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับ เข้ากับปลายขั้วไฟฟ้าสเตเตอร์สามเฟสของมอเตอร์เหนี่ยวนำ ที่เวลาเริ่มต้น $t = 0$ มอเตอร์และโหลดจะเริ่มเดินเครื่องและหมุนจากตำแหน่งหยุดนิ่ง ในขณะที่ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ จะประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์ และคำนวณตัวแปรสถานะ (กระแสไฟฟ้าสเตเตอร์และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์) อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า แสดงการติดตามและลู่เข้าหาอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ของมอเตอร์และโหลด ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.16 และขนาดของแนววิถี $[\, e_i(kT) \;\; e_\psi(kT) \,]^T$ ที่มีขอบเขต จะแสดงได้ในรูปที่ 7.17 นั่นคือเซต Ξ'_C จะมีเซตย่อย Ξ'_I ผลการจำลองสถานการณ์ในสถานะชั่วครู่ ได้แสดงถึง พลวัตเชิงกลการหมุนของระบบ และการทำงานของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ จะให้ดิสครีมิแนนต์ที่มีค่าบวก ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.18 และปริมาณที่สมมูลกับอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ $\widetilde{\omega}_r(kT)$ มีค่าอยู่ในขอบเขตบนและขอบเขตล่างในช่วงระยะเวลาเริ่มต้น ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.19 และ 7.20 นั่นคือผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_1(kT)$ มีค่าบวก ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.21 และฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_1(kT)$ มีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.22 ทำให้ไม่สามารถสรุปเสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วได้ในช่วงระยะเวลานี้ แต่เมื่อ $\widetilde{\omega}_r(kT)$ เริ่มมีขนาดลดลง และมีค่าอยู่นอกขอบเขตบนและขอบเขตล่าง ตั้งแต่จุดเวลา ‘W’ (ที่เวลา 0.18 วินาทีโดยประมาณ) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.20 ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_1(kT)$ จึงมีค่าลบอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่จุดเวลา ‘W’ เดียวกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.21 นั่นคือฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_1(kT)$ มีค่าที่ลดลงจากค่ามากที่สุด ตั้งแต่จุดเวลา ‘W’ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.22 และตัวสังเกตอัตราเร็วมีเสถียรภาพ ต่อมาดิสครีมิแนนต์จะมีขนาดที่ลดลง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.18 ทำให้ขอบเขตบนและขอบเขตล่างมีระยะห่างที่ลดลงและเข้าใกล้กันมากขึ้น ในขณะที่ $\widetilde{\omega}_r(kT)$ มีขนาดที่ลดลงและลู่เข้าหาศูนย์ (มอเตอร์และโหลดเริ่มหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.20 เป็นผลให้

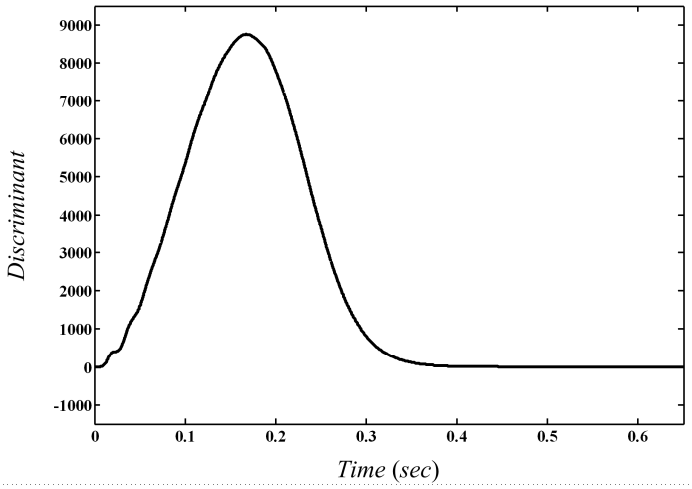


รูปที่ 7.16 การเปรียบเทียบระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมจริง ($\omega_r(kT)$) และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า ($\hat{\omega}_r(kT)$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ

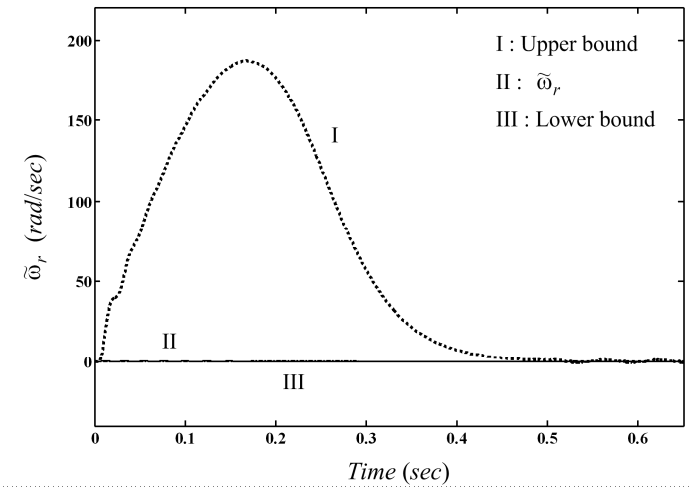


รูปที่ 7.17 ขนาดของแนววิถี [$e_i(kT) \quad e_\psi(kT)$]^T ที่เกิดจากการคำนวณตัวแปรสถานะของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ ในสถานะชั่วครู่

ดิสครีมิแนนต์ ขอบเขตบนและขอบเขตล่างไม่มีความหมาย และผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_1(kT)$ มีค่าลบที่ลู่เข้าหาศูนย์ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.21 นั่นคือฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_1(kT)$ ไม่มีค่าที่เพิ่มขึ้นจากเดิมและมีค่าลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง (มีค่าลดลดลงในอัตราที่น้อยมาก) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่

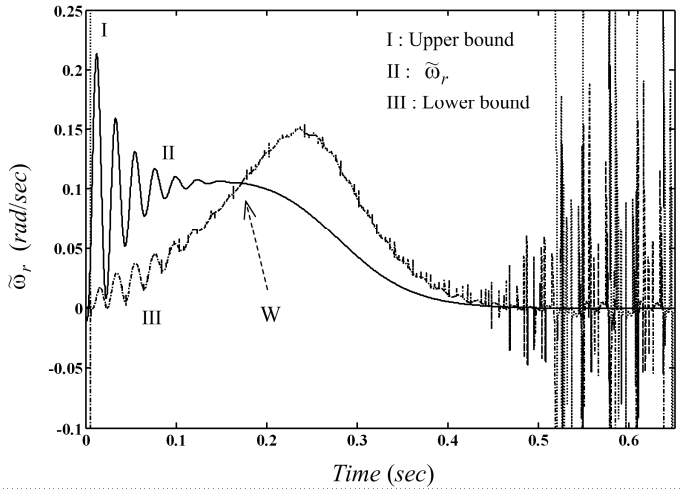


รูปที่ 7.18 ดิสคริมิแนนต์ของ $\tilde{\omega}_r(kT)$

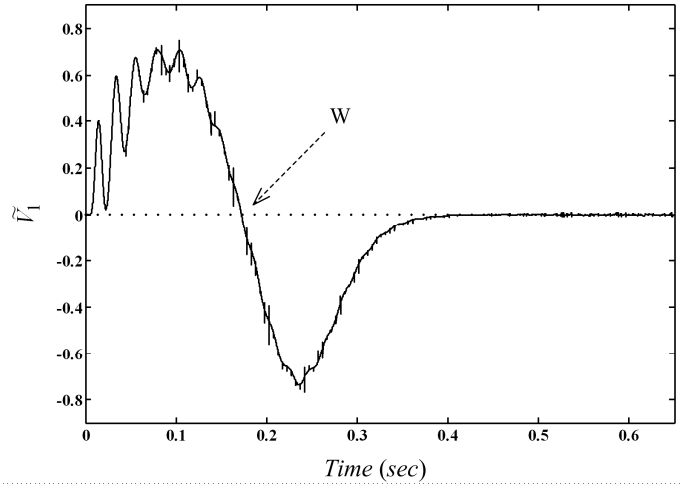


รูปที่ 7.19 ปริมาณที่สมมูลกับอัตราเร่งเชิงมุมโรเตอร์ ขอบเขตบน และขอบเขตล่าง

7.22 ดังนั้น “*ตัวสังเกตอัตราเร็วเริ่มมีเสถียรภาพตั้งแต่ระยะเวลาหนึ่งในสถานะชั่วครู่เรื่อยไปจนมีเสถียรภาพอย่างมั่นคงในสถานะอยู่ตัว*” นอกจากนี้ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอไม่มีความเหมาะสมในการทำหน้าที่ประมาณค่าตำแหน่งเชิงมุมโรเตอร์ (หรือตำแหน่งเชิงมุมของเพลาหมุน) ของมอเตอร์เหนี่ยวนำ เพราะผลลัพธ์การอินทิกรัลเชิงเลขของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่

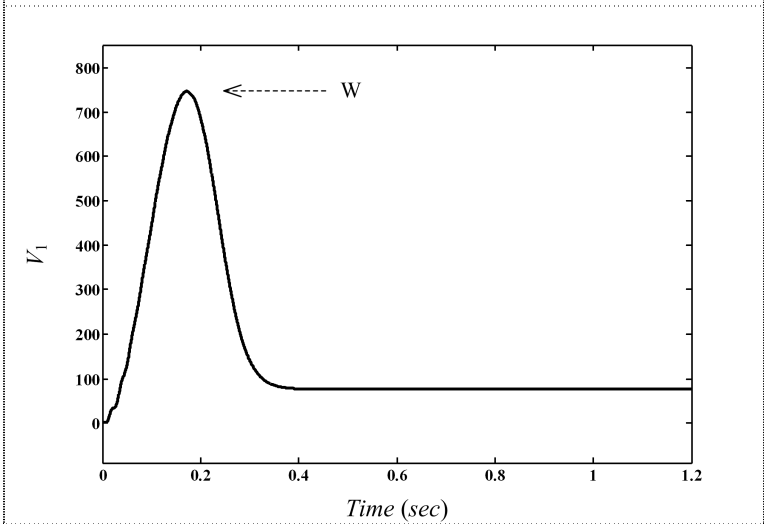


รูปที่ 7.20 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 7.19 ในแกนตั้งในช่วง –0.1 ถึง 0.25 เรเดียนต่อวินาที

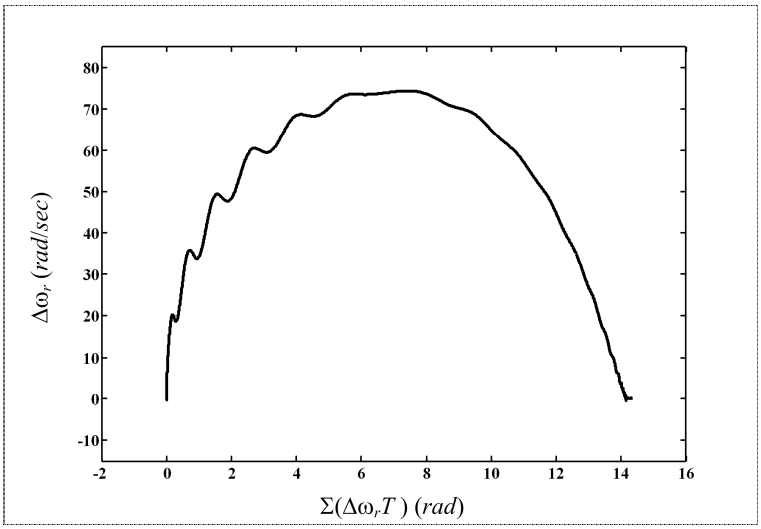


รูปที่ 7.21 ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_1(kT)$ ในสมการที่ (7-87) ในสถานะชั่วครู่ และในสถานะอยู่ตัว

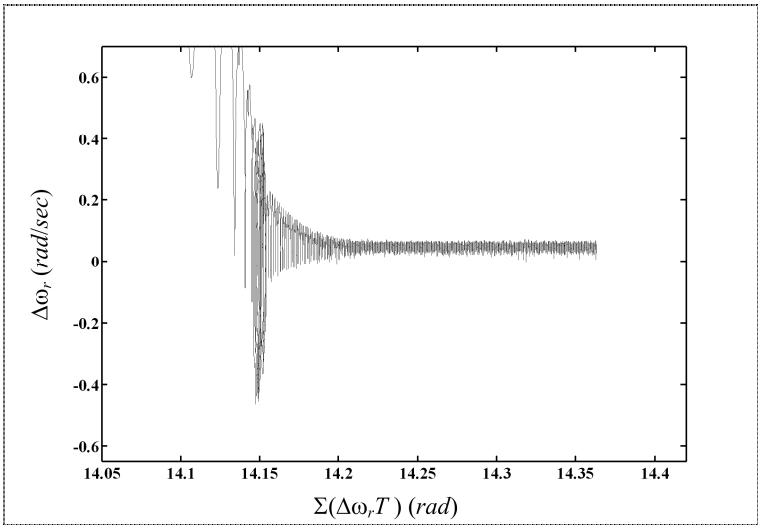
ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ($\sum_{k=0}^{t/T}[T\Delta\omega_r(kT)]$) มีความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.23 และ 7.24 ในขณะที่ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า มีขนาดเพียงเล็กน้อยในสถานะอยู่ตัว ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 7.25 และ 7.26



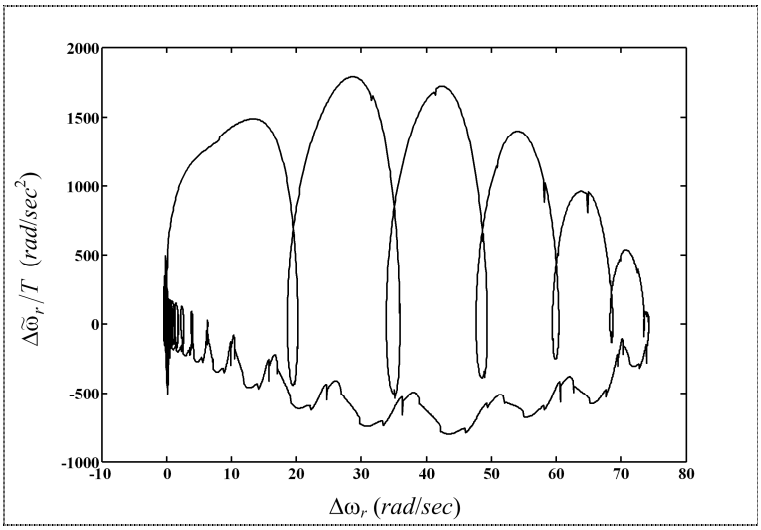
รูปที่ 7.22 ฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_1(kT)$ ในสมการที่ (7-69) ในสถานะชั่วครู่และในสถานะอยู่ตัว



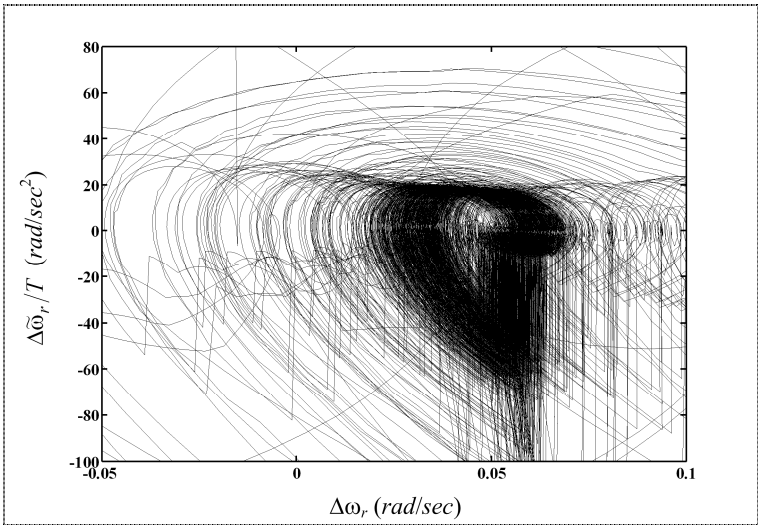
รูปที่ 7.23 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า และอินทิกรัลเชิงเลขของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่



รูปที่ 7.24 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าและอินทิกรัลเชิงเลขของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว



รูปที่ 7.25 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่



รูปที่ 7.26 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าและอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว

7.8 สรุป

ในการนำตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอไปใช้งาน โดยมีตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอลหรือไมโครคอนโทรลเลอร์ ทำหน้าที่คำนวณตัวแปรสถานะ และประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบออนไลน์ อัลกอริทึมอินทิกรัลเชิงเลขของวิธีเฮอุน จึงถูกนำมาดิสครีไตซ์รูปแบบเวลาต่อเนื่องของตัวสังเกตข้างต้น ให้อยู่ในรูปแบบเวลาดิสครีตของสมการผลต่างสืบเนื่องที่มีคาบระยะเวลาการสุ่มวัดคงที่ค่าหนึ่ง ข้อจำกัดหนึ่งของการทำงานของตัวสังเกตอัตราเร็วในเวลาดิสครีต คือคาบระยะเวลาการสุ่มวัดและคำนวณต้องสั้นเพียงพอ เพื่อทำให้ระบบ (มอเตอร์และตัวสังเกต) เกิดเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟ และพบว่า เสถียรภาพของตัวสังเกตที่นำเสนอไม่สามารถสรุปได้ในช่วงเริ่มต้นเป็นเวลาสั้น ๆ ของสถานะชั่วครู่ แล้วตัวสังเกตจึงเริ่มมีเสถียรภาพตั้งแต่ระยะเวลาหนึ่งในสถานะชั่วครู่ จนมีเสถียรภาพที่แน่นอนมั่นคงในสถานะอยู่ตัว โดยที่ค่าเกนสัดส่วนในกฎการปรับตัว ต้องถูกเลือกให้มีค่ามากกว่าครึ่งหนึ่งของผลคูณระหว่างค่าเกนอินทิกรัลและคาบระยะเวลาการสุ่มวัด ดังนั้นตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอลที่ใช้งาน ต้องมีความถี่สัญญาณนาฬิกาสูงมาก และมีสถาปัตยกรรมภายใน บัสข้อมูล หน่วยความจำรีจิสเตอร์ภายใน และอุปกรณ์รอบนอก ที่รองรับการคำนวณและตรรกะที่สลับซับซ้อนในจำนวนหลายล้านคำสั่งต่อวินาที เพื่อเปิดโอกาสให้ตัวสังเกตมีการทำงานในเวลาจริงกับกระบวนการที่ต้องมีความถี่การสุ่มวัดสูงถึง 10 กิโลเฮิรตซ์ หรือมากกว่า

บทที่ 8
การวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในเวลาดิสครีต

8.1 กล่าวนำ

ในงานวิจัยที่เคยปรากฏมาก่อนในฐานข้อมูล IEEE/IEE และ Sciencedirect ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่ใช้งานในระบบควบคุมความเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ ได้ถูกพัฒนา ออกแบบและตรวจสอบเสถียรภาพในเวลาต่อเนื่องเท่านั้น ในทางปฏิบัติเมื่อกำหนดให้ตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอลหรือไมโครคอนโทรลเลอร์ทำหน้าที่เป็นตัวสังเกตดังกล่าว อัลกอริทึมอินทิกรัลเชิงเลขอย่างง่าย เช่น วิธีของออยเลอร์แบบไปหน้า ถูกใช้ดิสครีไตซ์ตัวสังเกตนี้ให้อยู่ในรูปแบบสมการผลตางสืบเนื่อง เพื่อคำนวณตัวแปรสถานะและประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์ แต่ไม่มีขั้นตอนการวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตข้างต้นโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟในเวลาดิสครีต เพราะผู้ใช้งานได้สมมุติว่า ถ้าคาบระยะเวลาคงที่ของการสุ่มวัดและการชักตัวอย่าง มีขนาดสั้นเพียงพอ ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในเวลาดิสครีต จะมีความถูกต้องในการทำงานที่เหมือนกับตัวสังเกตในเวลาต่อเนื่อง และถ้าโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นบริเวณเพลาหมุนของระบบมอเตอร์และโหลด มีขนาดคงที่ ตัวสังเกตนี้มีเสถียรภาพ ดังนั้นในบทนี้ จะกล่าวถึงการตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวในเวลาดิสครีต ในกรณีที่โหลดทอร์กมีขนาดคงที่และไม่คงที่ การเลือกฟังก์ชันเลียปูโนฟ และการอธิบายผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟที่มีรูปแบบสมการเหมือนกับอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ

8.2 แบบจำลองของระบบมอเตอร์และโหลดในเวลาดิสครีต

เนื่องจากตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ ต่อเรียงกันกับตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์โหมดการเลื่อนแบบปรับตัว และไม่มีการวัดอัตราเร็วเชิงมุมจริงของเพลาหมุนเชิงกล ทำให้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กนี้ ได้รับอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ และกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัด เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการประมาณค่าโหลดทอร์ก เป็นผลให้แบบจำลองพลวัตการหมุนของมอเตอร์และโหลดมีอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า เป็นตัวแปรสถานะ ซึ่งแทนที่อัตราเร็วเชิงมุมจริงเมื่อสมมุติว่าคาบระยะเวลาการสุ่มวัดมีขนาดเล็กเพียงพอ (ความถี่ในการสุ่มวัดมีค่าสูงมาก) และใช้วิธีอินทิกรัลเชิงเลขอย่างง่ายของเฮอุน (Mathews and Fink, 2004) ดิสครีไตซ์แบบจำลองในเวลา

ต่อเนื่องในสมการที่ (4-4) จะเขียนพลวัตเชิงกลการหมุนของระบบในขั้นตอนการทำนายค่าและการแก้ไขเพิ่มความถูกต้อง ได้ดังนี้

$$\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r(kT) + T\Big[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT) + f_3(kT)\Big] \tag{8-1}$$

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_r\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r(kT) + 0.5T\Big[&a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT) + f_3(kT)\\ &+ a\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) + b\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big) + f_3^*\big((k+1)T\big)\Big]\end{aligned} \tag{8-2}$$

โดยที่ $a = -(B_t/J_t) < 0$,

$b = (p/2J_t)K_T > 0$,

$c = -(p/2J_t) < 0$,

$K_T = (3p/4)(M/L_r)$,

$\hat{i}_{eq}(kT) = i_{s\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - i_{s\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT)$,

$\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) = i_{s\beta}^*\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^*\big((k+1)T\big) - i_{s\alpha}^*\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\beta}^*\big((k+1)T\big)$,

$\Delta i_{eq}(kT) = i_{s\beta}(kT)\,e_{\psi\alpha}(kT) - i_{s\alpha}(kT)\,e_{\psi\beta}(kT)$,

$f_3(kT) = a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT) - \dfrac{\Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)}{T}$,

$\Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT) = \Delta\omega_r^*\big((k+1)T\big) - \Delta\omega_r(kT)$,

$\Delta\widetilde{\omega}_r(kT) = \Delta\omega_r\big((k+1)T\big) - \Delta\omega_r(kT)$,

$\Delta i_{eq}^*\big((k+1)T\big) = i_{s\beta}^*\big((k+1)T\big)e_{\psi\alpha}^*\big((k+1)T\big) - i_{s\alpha}^*\big((k+1)T\big)e_{\psi\beta}^*\big((k+1)T\big)$, และ

$f_3^*\big((k+1)T\big) = a\Delta\omega_r^*\big((k+1)T\big) + b\Delta i_{eq}^*\big((k+1)T\big) - \dfrac{2\Delta\widetilde{\omega}_r(kT) - \Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)}{T}$

สมการที่ (8-1) และ (8-2) คือพลวัตเชิงกลของระบบมอเตอร์และโหลดที่ปรากฏทางด้านอินพุตของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ

8.3 ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในเวลาดิสครีต

ในขั้นตอนการทำนายค่าของวิธีเฮอุน วิธีของออยเลอร์แบบไปหน้าถูกใช้ในการคำนวณปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในการสุ่มวัดครั้งถัดไป กล่าวคือ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ ส่งและป้อนอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ ถึงตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ทำให้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กนี้ ได้รับอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าในการ

สุ่มวัดปัจจุบัน ($\hat{\omega}_r(kT)$) (ตัวแปรเอาต์พุต) และกระแสไฟฟ้าสมมูลที่เป็นสัดส่วนกับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำ ซึ่งเกิดจากการคำนวณในการสุ่มวัดปัจจุบัน ($\hat{i}_{eq}(kT)$) (ตัวแปรอินพุต) นอกเหนือจากค่าเกน ค่าพารามิเตอร์ และโหลดทอร์ก ($\hat{T}_L(kT)$) ในการสุ่มวัดปัจจุบัน เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ครั้งที่สอง ($\hat{\omega}_r''^*((k+1)T)$) และประมาณค่าพารามิเตอร์และโหลดทอร์ก ($\hat{T}_L^*((k+1)T)$) ในการสุ่มวัดครั้งถัดไป โดยประมาณ ก่อนการคำนวณของโครงสร้างหลักตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง สัญญาณพื้นผิว กฎทางลอจิก และสัญญาณแก้ไขในการสุ่มวัดปัจจุบัน สามารถคำนวณตามลำดับได้ดังนี้

$$e_\omega(kT) = \hat{\omega}_r(kT) - \hat{\omega}_r''(kT) \tag{8-3}$$

$$s_\omega(kT) = e_\omega(kT) - k_3 h_\omega(kT) \tag{8-4}$$

$$\begin{aligned}
&\text{ถ้า } s_\omega(kT)\,e_\omega(kT) > 0 \quad \text{แล้ว} \quad \phi_3(kT) = \phi_{3+} > |a + k_3|, \\
&\text{ถ้า } s_\omega(kT)\,e_\omega(kT) < 0 \quad \text{แล้ว} \quad \phi_3(kT) = \phi_{3-} < -|a + k_3|, \\
&\text{ถ้า } s_\omega(kT)\,h_\omega(kT) > 0 \quad \text{แล้ว} \quad \phi_4(kT) = \phi_{4+} > 0, \\
&\text{ถ้า } s_\omega(kT)\,h_\omega(kT) < 0 \quad \text{แล้ว} \quad \phi_4(kT) = \phi_{4-} < 0, \\
&\text{ถ้า } s_\omega(kT) > 0 \qquad\quad \text{แล้ว} \quad \Lambda_3(kT) = \Lambda_{3+} > |f_3(kT)|, \text{ และ} \\
&\text{ถ้า } s_\omega(kT) < 0 \qquad\quad \text{แล้ว} \quad \Lambda_3(kT) = \Lambda_{3-} < -|f_3(kT)|
\end{aligned} \tag{8-5}$$

$$\delta_o(kT) = \phi_3(kT)\,e_\omega(kT) + \phi_4(kT)\,k_3\,h_\omega(kT) + \Lambda_3(kT) \tag{8-6}$$

ต่อมา ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ให้การคำนวณตัวแปรสถานะในการสุ่มวัดครั้งถัดไป นั่นคือ

$$\begin{aligned}
\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r''(kT) + T\Big[&\hat{a}(kT)\,\hat{\omega}_r''(kT) + \hat{b}(kT)\,\hat{i}_{eq}(kT) \\
&+ c\hat{T}_L(kT) + \delta_o(kT)\Big]
\end{aligned} \tag{8-7}$$

ในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องของวิธีเฮอุน วิธีสี่เหลี่ยมคางหมูถูกใช้คำนวณปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในการสุ่มวัดครั้งถัดไปอีกครั้งหนึ่ง ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ได้รับอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าในการสุ่มวัดครั้งถัดไป ($\hat{\omega}_r^*((k+1)T)$) และกระแสไฟฟ้าสมมูลที่เป็นสัดส่วนกับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งเกิดจากการคำนวณในการสุ่มวัดครั้งถัดไป ($\hat{i}_{eq}^*((k+1)T)$) นอกเหนือจากค่าเกน ค่าพารามิเตอร์ และโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่าในการสุ่มวัดครั้งถัดไป ($\hat{T}_L^*((k+1)T)$) เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ครั้งที่สองในการสุ่มวัดครั้งถัดไป ($\hat{\omega}_r''((k+1)T)$) และประมาณค่าพารามิเตอร์และโหลดทอร์ก ($\hat{T}_L((k+1)T)$) ในการสุ่มวัดครั้งถัดไป ขั้นตอนดังกล่าวจะเริ่มต้นจากการคำนวณความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง อินทิกรัลของความผิดพลาดนี้ สัญญาณพื้นผิว กฎทางลอจิก และสัญญาณแก้ไขในการสุ่มวัดครั้งถัดไป ตามลำดับ กล่าวคือ

$$e_\omega^*((k+1)T) = \hat{\omega}_r^*((k+1)T) - \hat{\omega}_r''^*((k+1)T) \tag{8-8}$$

$$h_\omega^*((k+1)T) = h_\omega(kT) - Te_\omega(kT) \tag{8-9}$$

$$s_\omega^*((k+1)T) = e_\omega^*((k+1)T) - k_3 h_\omega^*((k+1)T) \tag{8-10}$$

$$\begin{aligned}
&\text{ถ้า } s_\omega^*((k+1)T)e_\omega^*((k+1)T) > 0 \text{ แล้ว } \phi_3^*((k+1)T) = \phi_{3+} > |a+k_3|,\\
&\text{ถ้า } s_\omega^*((k+1)T)e_\omega^*((k+1)T) < 0 \text{ แล้ว } \phi_3^*((k+1)T) = \phi_{3-} < -|a+k_3|,\\
&\text{ถ้า } s_\omega^*((k+1)T)h_\omega^*((k+1)T) > 0 \text{ แล้ว } \phi_4^*((k+1)T) = \phi_{4+} > 0,\\
&\text{ถ้า } s_\omega^*((k+1)T)h_\omega^*((k+1)T) < 0 \text{ แล้ว } \phi_4^*((k+1)T) = \phi_{4-} < 0,\\
&\text{ถ้า } s_\omega^*((k+1)T) > 0 \text{ แล้ว } \Lambda_3^*((k+1)T) = \Lambda_{3+} > \left| f_3^*((k+1)T) \right|, \text{ และ}\\
&\text{ถ้า } s_\omega^*((k+1)T) < 0 \text{ แล้ว } \Lambda_3^*((k+1)T) = \Lambda_{3-} < -\left| f_3^*((k+1)T) \right|
\end{aligned} \tag{8-11}$$

$$\begin{aligned}
\delta_o^*((k+1)T) = {} & \phi_3^*((k+1)T)e_\omega^*((k+1)T)\\
& + \phi_4^*((k+1)T)k_3 h_\omega^*((k+1)T) + \Lambda_3^*((k+1)T)
\end{aligned} \tag{8-12}$$

กฎการปรับตัวประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลและโหลดทอร์กแบบออนไลน์ในการสุ่มวัดครั้งถัดไป สามารถเขียนแสดงได้ดังนี้

$$\hat{a}^*\big((k+1)T\big) = \hat{a}(kT) + k_{pa}\Big[\Theta_a^*\big((k+1)T\big) - \Theta_a(kT)\Big] + k_{ia}T\Theta_a(kT) \tag{8-13}$$

$$\hat{b}^*\big((k+1)T\big) = \hat{b}(kT) + k_{pb}\Big[\Theta_b^*\big((k+1)T\big) - \Theta_b(kT)\Big] + k_{ib}T\Theta_b(kT) \tag{8-14}$$

$$\hat{T}_L^*\big((k+1)T\big) = \hat{T}_L(kT) - k_{pl}\Big[s_\omega^*\big((k+1)T\big) - s_\omega(kT)\Big] - k_{il}Ts_\omega(kT) \tag{8-15}$$

โดยที่ $\Theta_a(kT) = \hat{\omega}_r''(kT)s_\omega(kT)$,

$\Theta_b(kT) = \hat{i}_{eq}(kT)s_\omega(kT)$,

$\Theta_a^*\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big)s_\omega^*\big((k+1)T\big)$, และ

$\Theta_b^*\big((k+1)T\big) = \hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big)s_\omega^*\big((k+1)T\big)$

โครงสร้างหลักของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ ทำการคำนวณตัวแปรสถานะในการสุ่มวัดครั้งถัดไป ตามความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_r''\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r''(kT) + 0.5T\Big[&\hat{a}(kT)\hat{\omega}_r''(kT) + \hat{b}(kT)\hat{i}_{eq}(kT) \\ &+ c\hat{T}_L(kT) + \delta_o(kT) + \hat{a}^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) \\ &+ \hat{b}^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) + c\hat{T}_L^*\big((k+1)T\big) + \delta_o^*\big((k+1)T\big)\Big]\end{aligned} \tag{8-16}$$

กฎการปรับตัวประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลและโหลดทอร์กแบบออนไลน์ในการสุ่มวัดครั้งถัดไป อีกครั้งหนึ่ง สามารถเขียนแสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\hat{a}\big((k+1)T\big) = \hat{a}(kT) &+ k_{pa}\Big[\Theta_a^*\big((k+1)T\big) - \Theta_a(kT)\Big] \\ &+ 0.5k_{ia}T\Big[\Theta_a^*\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\Big]\end{aligned} \tag{8-17}$$

$$\begin{aligned}\hat{b}\big((k+1)T\big) = \hat{b}(kT) + k_{pb}\big[\Theta_b^*\big((k+1)T\big) - \Theta_b(kT)\big] \\ + 0.5k_{ib}T\big[\Theta_b^*\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\big]\end{aligned} \tag{8-18}$$

$$\begin{aligned}\hat{T}_L\big((k+1)T\big) = \hat{T}_L(kT) - k_{pl}\big[s_\omega^*\big((k+1)T\big) - s_\omega(kT)\big] \\ - 0.5k_{il}T\big[s_\omega^*\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\big]\end{aligned} \tag{8-19}$$

อินทิกรัลของความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สองในการสุ่มวัดครั้งถัดไป จะถูกคำนวณอีกครั้งหนึ่ง ตามความสัมพันธ์ (8-20)

$$h_\omega\big((k+1)T\big) = h_\omega(kT) - 0.5T\big[e_\omega^*\big((k+1)T\big) + e_\omega(kT)\big] \tag{8-20}$$

ปริมาณต่าง ๆ ที่ได้จากการคำนวณและประมาณค่าในสมการที่ (8-16) ถึง (8-20) จะถูกนำไปใช้ในขั้นตอนการทำนายค่าและการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องของวิธีเฮอุนในการสุ่มวัดครั้งถัดไป และการคำนวณตั้งแต่สมการที่ (8-3) ถึง (8-20) คือการทำงานเชิงเลขของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในหนึ่งรอบ

8.4 การตรวจสอบเสถียรภาพโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูโนฟในเวลาดิสครีต

ในกรณีที่โหลดทอร์กที่เกิดขึ้นบริเวณเพลาหมุนในระบบมอเตอร์และโหลดมีขนาดคงที่ การวิเคราะห์เสถียรภาพตามเกณฑ์เลียปูโนฟของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในเวลาดิสครีต จะมีขั้นตอนต่าง ๆ ที่เหมือนกับการวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวสังเกตอัตราเร็วในเวลาดิสครีต ทำให้ในหัวข้อนี้ ไม่กล่าวถึงรายละเอียดการหาผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ แต่จะอธิบายประเด็นที่สำคัญ (ภาคผนวก ฌ. กล่าวถึงรายละเอียดของเนื้อหานี้) กล่าวคือ ฟังก์ชันเลียปูโนฟในเวลาดิสครีต ถูกเลือกให้เหมือนกับฟังก์ชันเลียปูโนฟในเวลาต่อเนื่อง และการเปรียบเทียบระหว่างผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟและอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ เป็นผลให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟในการสุ่มวัดครั้งถัดไปและในการสุ่มวัดปัจจุบัน สามารถเขียนตามลำดับได้ดังนี้

$$V_2((k+1)T) = \frac{1}{2}s_\omega^2((k+1)T) + \frac{1}{2k_{ia}}\left[\Delta a((k+1)T) + k_{pa}\Theta_a^*((k+1)T)\right]^2 + \frac{1}{2k_{ib}}\left[\Delta b((k+1)T) + k_{pb}\Theta_b^*((k+1)T)\right]^2 - \frac{c}{2k_{il}}\left[\Delta T_L((k+1)T) - k_{pl}s_\omega^*((k+1)T)\right]^2 \geq 0 \quad (8\text{-}21)$$

โดยที่ $\Delta a((k+1)T) = a - \hat{a}((k+1)T)$,

$\Delta b((k+1)T) = b - \hat{b}((k+1)T)$,

$\Delta T_L((k+1)T) = T_L((k+1)T) - \hat{T}_L((k+1)T)$,

$s_\omega((k+1)T) = e_\omega((k+1)T) - k_3 h_\omega((k+1)T)$,

$e_\omega((k+1)T) = \hat{\omega}_r((k+1)T) - \hat{\omega}_r''((k+1)T)$,

และกำหนดให้

$\Theta_a^*((k+1)T) \approx \Theta_a((k+1)T)$,

$\Theta_b^*((k+1)T) \approx \Theta_b((k+1)T)$, และ

$s_\omega^*((k+1)T) \approx s_\omega((k+1)T)$

$$V_2(kT) = \frac{1}{2}s_\omega^2(kT) + \frac{1}{2k_{ia}}\left[\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\right]^2 + \frac{1}{2k_{ib}}\left[\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\right]^2 - \frac{c}{2k_{il}}\left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]^2 \geq 0 \quad (8\text{-}22)$$

โดยที่ $\Delta a(kT) = a - \hat{a}(kT)$,

$\Delta b(kT) = b - \hat{b}(kT)$, และ

$\Delta T_L(kT) = T_L(kT) - \hat{T}_L(kT)$

เมื่อหาผลต่างระหว่างสมการที่ (8-21) และ (8-22) และจัดรูปความสัมพันธ์ให้แสดงในรูปอสมการได้ดังต่อไปนี้

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) \le\ & 0.5Ts_\omega(kT)\left[\left(a+k_3\right)e_\omega(kT)+f_3(kT)-\delta_o(kT)\right] \\
& +0.5Ts^*_\omega\left((k+1)T\right)\times \\
& \qquad \left[\left(a+k_3\right)e^*_\omega\left((k+1)T\right)+f^*_3\left((k+1)T\right)-\delta^*_o\left((k+1)T\right)\right] \\
& -\frac{2k_{pa}-k_{ia}T}{4}T\left\{\ \Theta^2_a(kT)+\left[\Theta^*_a\left((k+1)T\right)\right]^2\right\} \\
& -\frac{2k_{pb}-k_{ib}T}{4}T\left\{\ \Theta^2_b(kT)+\left[\Theta^*_b\left((k+1)T\right)\right]^2\right\} \\
& +\frac{2k_{pl}-k_{il}T}{4}cT\left\{\ s^2_\omega(kT)+\left[s^*_\omega\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}+0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}^*_\omega(kT)\right]^2
\end{aligned}
\qquad (8\text{-}23)
$$

โดยที่ $\widetilde{V}_2(kT) = V_2\left((k+1)T\right) - V_2(kT)$,

$\widetilde{\Gamma}^*_\omega(kT) = \Gamma^*_\omega\left((k+1)T\right) - \Gamma_\omega(kT)$,

$$
\begin{aligned}
\Gamma_\omega(kT) = & \left(a+k_3\right)e_\omega(kT)+\Delta a(kT)\hat{\omega}''_r(kT)+\Delta b(kT)\hat{i}_{eq}(kT) \\
& +c\Delta T_L(kT)+f_3(kT)-\delta_o(kT)
\end{aligned}
\ ,
$$

$$
\begin{aligned}
\Gamma^*_\omega\left((k+1)T\right) = & \left(a+k_3\right)e^*_\omega\left((k+1)T\right)+\Delta a^*\left((k+1)T\right)\hat{\omega}''^*_r\left((k+1)T\right) \\
& +\Delta b^*\left((k+1)T\right)\hat{i}^*_{eq}\left((k+1)T\right)+c\Delta T^*_L\left((k+1)T\right) \\
& +f^*_3\left((k+1)T\right)-\delta^*_o\left((k+1)T\right)
\end{aligned}
\ ,
$$

$\Delta a^*\left((k+1)T\right) = a - \hat{a}^*\left((k+1)T\right)$,

$\Delta b^*\left((k+1)T\right) = b - \hat{b}^*\left((k+1)T\right)$,

$\Delta T^*_L\left((k+1)T\right) = T_L\left((k+1)T\right) - \hat{T}^*_L\left((k+1)T\right)$,

$s_\omega(kT)[(a+k_3)e_\omega(kT)+f_3(kT)-\delta_o(kT)] \le 0$, และ

$s^*_\omega\left((k+1)T\right)\left[\left(a+k_3\right)e^*_\omega\left((k+1)T\right)+f^*_3\left((k+1)T\right)-\delta^*_o\left((k+1)T\right)\right] \le 0$,

เพราะนิพจน์

$[a+k_3-\phi_3(kT)]s_\omega(kT)e_\omega(kT) \le 0$,

$-\phi_4(kT)k_3s_\omega(kT)h_\omega(kT) \le 0$,

$[f_3(kT)-\Lambda_3(kT)]s_\omega(kT) \le 0$,

$\left[a+k_3-\phi^*_3\left((k+1)T\right)\right]s^*_\omega\left((k+1)T\right)e^*_\omega\left((k+1)T\right) \le 0$,

$-\phi^*_4\left((k+1)T\right)k_3s^*_\omega\left((k+1)T\right)h^*_\omega\left((k+1)T\right) \le 0$, และ

$\left[f^*_3\left((k+1)T\right)-\Lambda^*_3\left((k+1)T\right)\right]s^*_\omega\left((k+1)T\right) \le 0$

และเลือกค่าเกนสัดส่วนในกฎการปรับตัว $k_{pa} > 0.5k_{ia}T$, $k_{pb} > 0.5k_{ib}T$, และ $k_{pl} > 0.5k_{il}T$ ถ้าผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในอสมการที่ (8-23) มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ($\widetilde{V}_2(kT) \le 0$) ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กจะมีเสถียรภาพในเวลาดิสครีต เมื่อเปรียบเทียบระหว่างผลต่างของ

ฟังก์ชันเลียปูโนฟดังกล่าว และอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในเวลาต่อเนื่อง พจน์ที่ปรากฏเพิ่มเติมคือพจน์ที่ไม่ทราบค่า $0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_{\omega}^{*}(kT)\right]^2$ ถ้าคาบระยะเวลาการชักตัวอย่างไม่สั้นพอหรือความถี่การชักตัวอย่างสัญญาณต่ำเกินไป พจน์ที่ไม่ทราบค่านี้อาจเป็นสาเหตุที่ทำให้ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่ามากกว่าศูนย์ นั่นคือเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว ไม่สามารถสรุปได้ เมื่อจัดรูปอสมการที่ (8-23) ใหม่ และกำหนดให้คาบระยะเวลาการสุ่มวัดและชักตัวอย่างมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ($T \to 0$) จะเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned}
\frac{V_2\big((k+1)T\big) - V_2(kT)}{T} \le\ & 0.5 s_{\omega}(kT)\left[\left(a + k_3\right) e_{\omega}(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\right] \\
& + 0.5 s_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big) \times \\
& \quad \left[\left(a + k_3\right) e_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big) + f_3^{*}\big((k+1)T\big) - \delta_o^{*}\big((k+1)T\big)\right] \\
& - \frac{2k_{pa} - k_{ia}T}{4}\left\{ \Theta_a^2(kT) + \left[\Theta_a^{*}\big((k+1)T\big)\right]^2 \right\} \\
& - \frac{2k_{pb} - k_{ib}T}{4}\left\{ \Theta_b^2(kT) + \left[\Theta_b^{*}\big((k+1)T\big)\right]^2 \right\} \\
& + \frac{2k_{pl} - k_{il}T}{4} c\left\{ s_{\omega}^2(kT) + \left[s_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big)\right]^2 \right\} + 0.125T\left[\widetilde{\Gamma}_{\omega}^{*}(kT)\right]^2
\end{aligned} \tag{8-24}$$

$$\begin{aligned}
& \lim_{T \to 0} \frac{V_2\big((k+1)T\big) - V_2(kT)}{T} \\
& \quad = 0.5 s_{\omega}(kT)\left[\left(a + k_3\right) e_{\omega}(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\right] \\
& \qquad + 0.5 s_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big) \times \\
& \qquad\quad \left[\left(a + k_3\right) e_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big) + f_3^{*}\big((k+1)T\big) - \delta_o^{*}\big((k+1)T\big)\right] \\
& \qquad - \frac{k_{pa}}{2}\left\{ \Theta_a^2(kT) + \left[\Theta_a^{*}\big((k+1)T\big)\right]^2 \right\} \\
& \qquad - \frac{k_{pb}}{2}\left\{ \Theta_b^2(kT) + \left[\Theta_b^{*}\big((k+1)T\big)\right]^2 \right\} \\
& \qquad + \frac{ck_{pl}}{2}\left\{ s_{\omega}^2(kT) + \left[s_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big)\right]^2 \right\} \le 0
\end{aligned} \tag{8-25}$$

โดยที่ $\lim_{T \to 0} 0.125T\left[\widetilde{\Gamma}_{\omega}^{*}(kT)\right]^2 \approx 0$

ซึ่งมีความหมายว่า ถ้าโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นในระบบมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลด มีขนาดคงที่ และคาบระยะเวลาการชักตัวอย่างสั้นเพียงพอ ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในอสมการที่

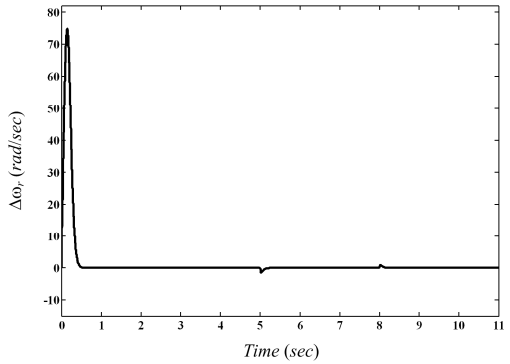
(8-23) มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ และมีรูปแบบของสมการที่คล้ายคลึงกับอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (8-22) มีค่าที่ลดลงหรือไม่เพิ่มขึ้นจากเดิม และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในเวลาดิสครีต จะมีเสถียรภาพ

8.5 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิด

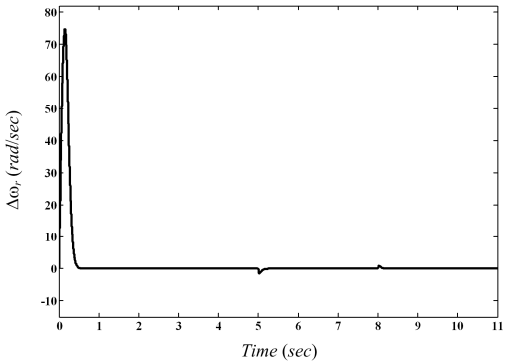
ในการจำลองสถานการณ์ ระบบย่อยต่าง ๆ ในโปรแกรม MATLAB/Simulink ที่ประกอบด้วยแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับไซนูซอยด์สามเฟสสมดุล 220 โวลต์ (RMS) 50 เฮิรตซ์ แบบจำลองของมอเตอร์เหนี่ยวนำ แบบจำลองพลวัตการหมุนเชิงกลของมอเตอร์และโหลด ตัวสังเกตอัตราเร็ว (ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์) และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ จะถูกเชื่อมต่อเข้าด้วยกันในลักษณะระบบวงเปิดที่มีโครงสร้างเช่นเดียวกับระบบที่แทนด้วยแผนภาพในรูปที่ 4.2 แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสชนิดกรงกระรอก 3 กิโลวัตต์ มีค่าพารามิเตอร์ที่ระบุไว้ในบทที่ 7 (หัวข้อ 7.5) แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับเชื่อมต่อโดยตรงเข้ากับปลายขั้วไฟฟ้าสเตเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่เวลา $t = 0$ นั่นคือมอเตอร์และโหลดจะเริ่มเดินเครื่องจากตำแหน่งหยุดนิ่ง และตัวแปรสถานะเริ่มต้นของมอเตอร์ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กทุกตัว มีค่าเท่ากับศูนย์ แต่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของค่าความต้านทานทุกค่า มีตัวเลขเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่สมนัยกันของมอเตอร์เหนี่ยวนำ รวมถึงค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลแบบออนไลน์ มีตัวเลขเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่สมนัยกันของระบบมอเตอร์และโหลด ในขณะที่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และโหลดทอร์กมีค่าเท่ากับศูนย์ ($\hat{\omega}_{r0} = 0$ และ $\hat{T}_{L0} = 0$) ตัวกรองผ่านต่ำอันดับหนึ่งที่มีความถี่หักมุม (corner frequency) เท่ากับ 7.95 เฮิรตซ์ ใช้กำจัดสัญญาณรบกวนที่ปะปนในอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าก่อนการป้อนถึงตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ค่าเกนพื้นผิว k_3 มีตัวเลขที่ได้จากการเลือกซึ่งเท่ากับ 5 ค่าเกนแก้ไขในตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กคือ $|\phi_3| = 6$ และ $|\phi_4| = 1$ ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในกฎการปรับตัวที่ได้จากการปรับจูนคือ $k_{pa} = k_{ia} = 0.000001$, $k_{pb} = k_{ib} = 0.001$, $k_{pl} = 2$, และ $k_{il} = 40$ ในขณะที่ค่าเกนพื้นผิว ค่าเกนแก้ไข ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ทุกค่า มีตัวเลขเดียวกับที่ระบุไว้ในบทที่ 7 ยกเว้น $|\Lambda_\alpha| = |\Lambda_\beta| = 10$ และ $k_{\omega i} = 800$ อัลกอริทึมที่ใช้ในอินทิกรัลเชิงเลขเพื่อหาคำตอบของระบบวงเปิด คือ ode2 (Heun) เมื่อคาบระยะเวลาคงที่ของการชักตัวอย่างมีขนาดลดลง กล่าวคือ $T = 0.0005$, 0.0001 , 0.00008 , และ 0.00005 วินาที ตามลำดับ ค่าเกนแก้ไขที่ได้จากการเลือก จะมีค่า $|\Lambda_3| = 0.5$, 0.2 , 0.1 , และ 0.05 ตามลำดับ ค่าเกนนี้ มีการกำหนดให้ค่าลดลงสอดคล้องกับการสุ่มวัดสัญญาณที่ละเอียดขึ้น การ

กำหนดค่าเกน $|\Lambda_3|$ ให้คงที่ค่าเดียวในคาบระยะเวลาของการวัดและชักตัวอย่างที่มีค่าต่าง ๆ กัน จะทำให้ผลการประมาณค่ามีความผิดพลาดสถานะอยู่ตัวเพิ่มมากขึ้น

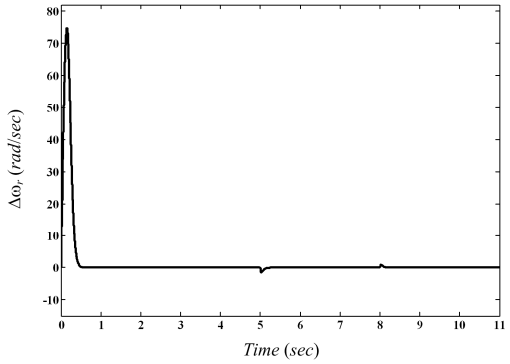
เนื่องจากตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว ต่อเรียงกันกับตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ ทำให้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กดังกล่าวได้รับอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ จากตัวสังเกตอัตราเร็ว เมื่อโหลดทอร์กจริงที่เกิดขึ้นในระบบมีขนาดเพิ่มขึ้นและลดลงอย่างฉับพลันในลักษณะของการรบกวนแบบขั้นบันไดที่ประกอบด้วย 5 นิวตัน·เมตร ในวินาทีที่ 0 , 10 นิวตัน·เมตร ในวินาทีที่ 5 , และ 7 นิวตัน·เมตร ในวินาทีที่ 8 ตามลำดับ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กข้างต้น จะประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ และโหลดทอร์ก ที่ลู่เข้าหาค่าจริงที่สมนัยกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.1, 8.2, 8.3, และ 8.4 เมื่อคาบระยะเวลาคงที่ของการวัดและชักตัวอย่างมีขนาดลดลง การปรับจูนลดลงของค่าเกนแก้ไข $|\Lambda_3|$ จะเป็นสาเหตุให้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์ที่มีความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวจำกัดในย่าน ± 0.01 นิวตัน·เมตร ซึ่งแสดงผลไว้ในรูปที่ 8.5 ในขณะที่มอเตอร์และโหลดเริ่มเดินเครื่องหรือโหลดทอร์กเกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลัน เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กไม่สามารถสรุปได้ภายในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ เพราะอัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันเลียปูโนฟ ($\widetilde{V}_2(kT)/T$) (สมมูลกับอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ) มีค่าบวกและฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.6 และ 8.7 ในช่วงระยะเวลาแรกของการเดินเครื่องมอเตอร์และโหลดมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสจะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมที่มีค่าเพิ่มขึ้นจากตำแหน่งหยุดนิ่ง จนถึงอัตราเร็วเชิงมุมค่าหนึ่ง ในช่วงระยะเวลานี้ $\widetilde{V}_2(kT)/T$ มีค่าบวกและลบสลับกัน ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงสลับกัน ซึ่งหมายความว่า เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กไม่สามารถสรุปได้ และสลับด้วยกันกับการมีเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะ แต่เมื่อเวลาผ่านไป $\widetilde{V}_2(kT)/T$ มีค่าลบอย่างต่อเนื่อง ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่าลดลงจากค่ามากที่สุด ซึ่งหมายความว่า ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กมีเสถียรภาพ ดังแสดงด้วยกราฟรูปที่ 8.8 และ 8.9 เมื่อโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นในระบบ มีการเปลี่ยนแปลงแบบขั้นบันได $\widetilde{V}_2(kT)/T$ มีค่าบวกแบบอิมพัลส์ภายในช่วงเวลาที่สั้นมาก ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิมอย่างฉับพลัน ต่อมา $\widetilde{V}_2(kT)/T$ มีค่าลบอย่างต่อเนื่อง เป็นผลให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่าลดลงจากเดิมและลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง นั่นคือตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กมีเสถียรภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.10, 8.11, 8.12, และ 8.13 ในสถานะอยู่ตัว $\widetilde{V}_2(kT)/T$ มีค่าลบที่เข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.14 ทำให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่าที่ลดลงในอัตราที่น้อยมากหรือไม่เพิ่มขึ้นจากเดิม เมื่อช่วงเวลาการชักตัวอย่างสั้นลง ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง มี



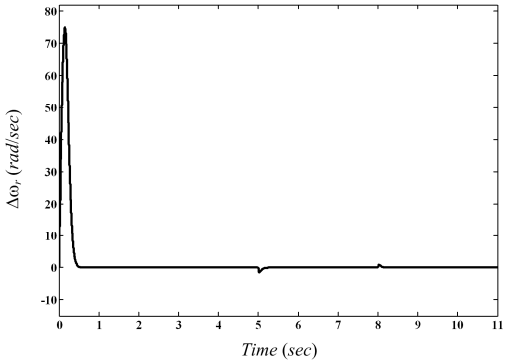
(ก)



(ข)

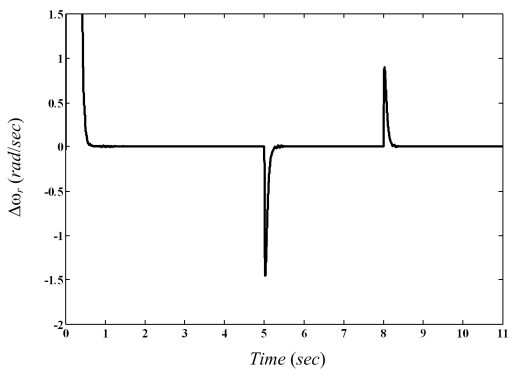


(ค)

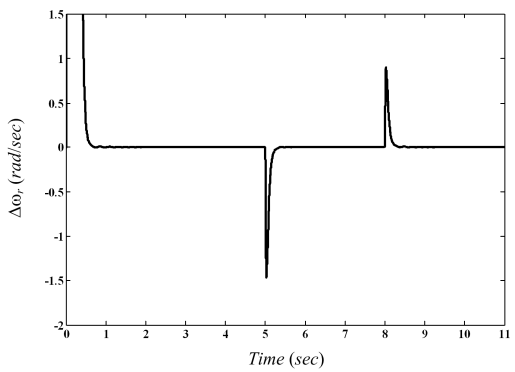


(ง)

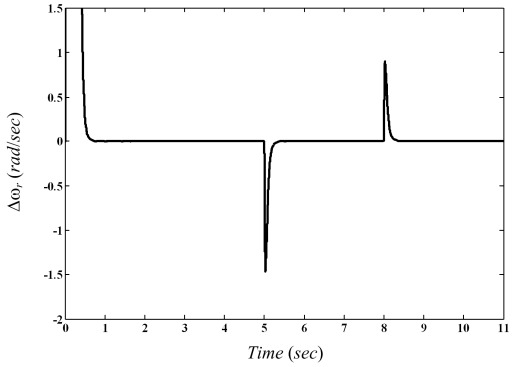
รูปที่ 8.1 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



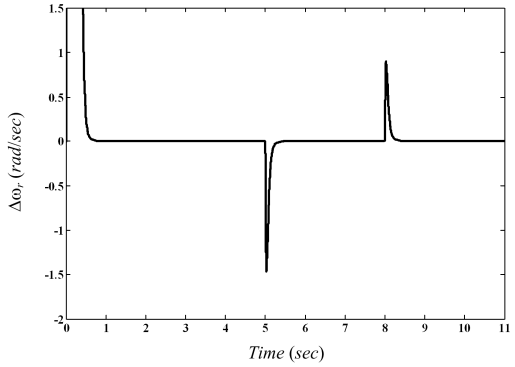
(ก)



(ข)

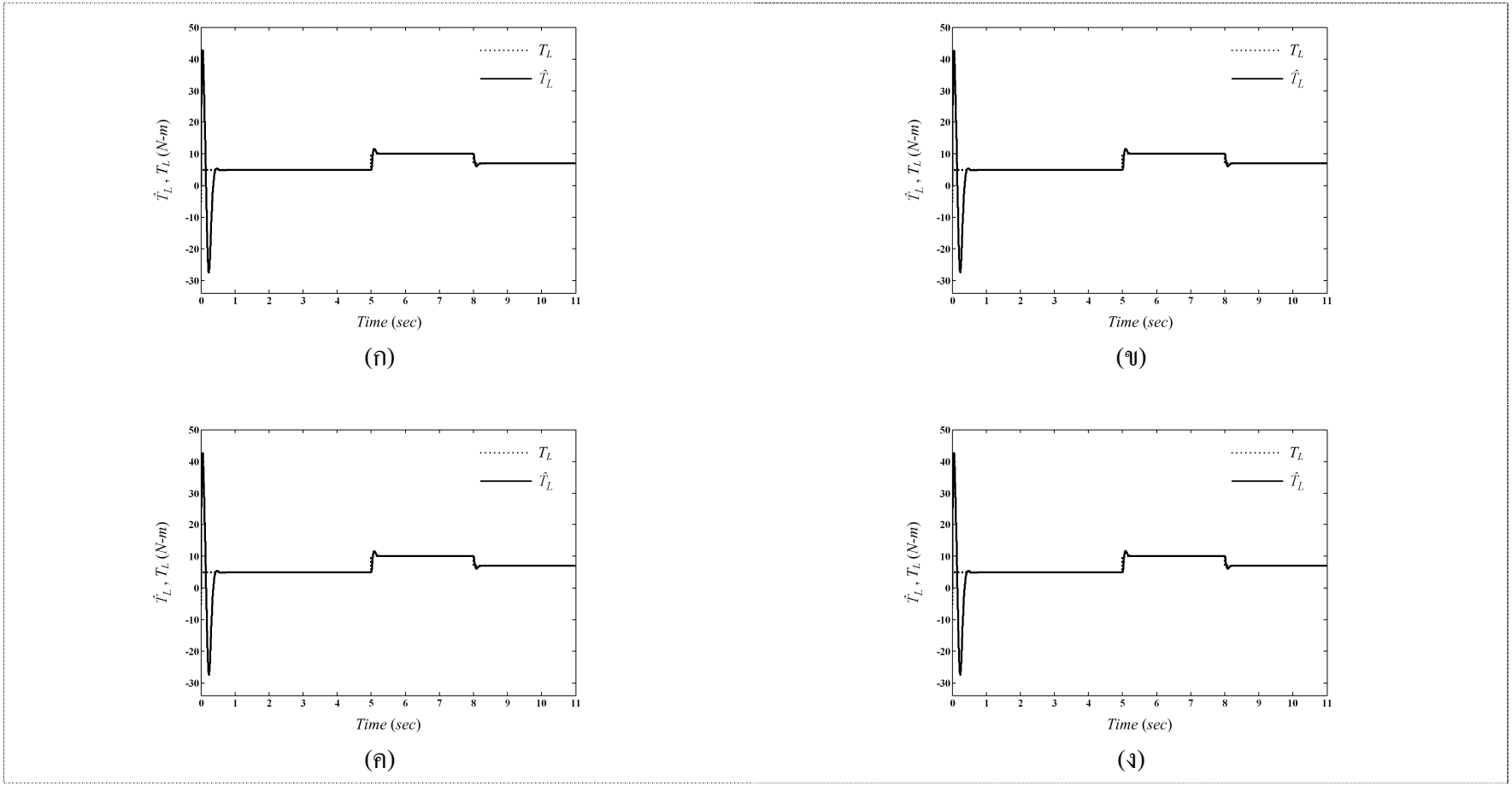


(ค)

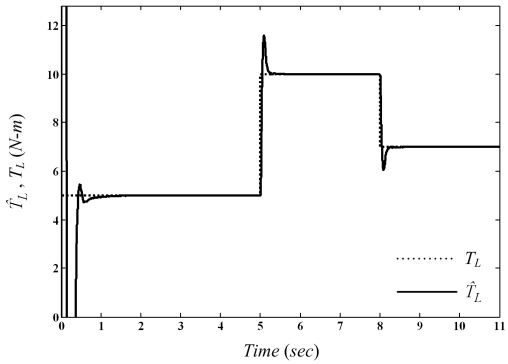


(ง)

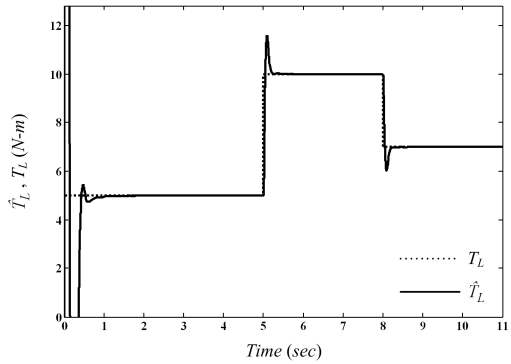
รูปที่ 8.2 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 8.1 (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



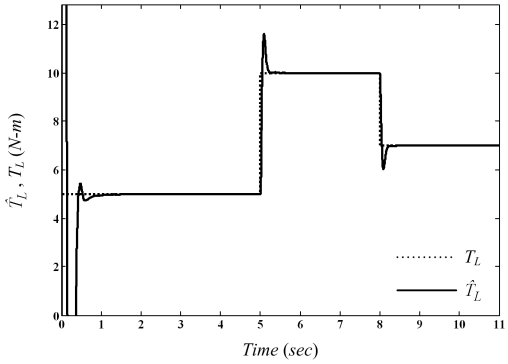
รูปที่ 8.3 การเปรียบเทียบระหว่างโหลดทอร์กจริง (T_L) และโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่า ($\hat{T}_L$) (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



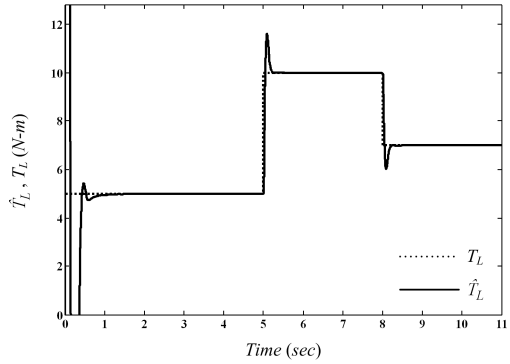
(ก)



(ข)

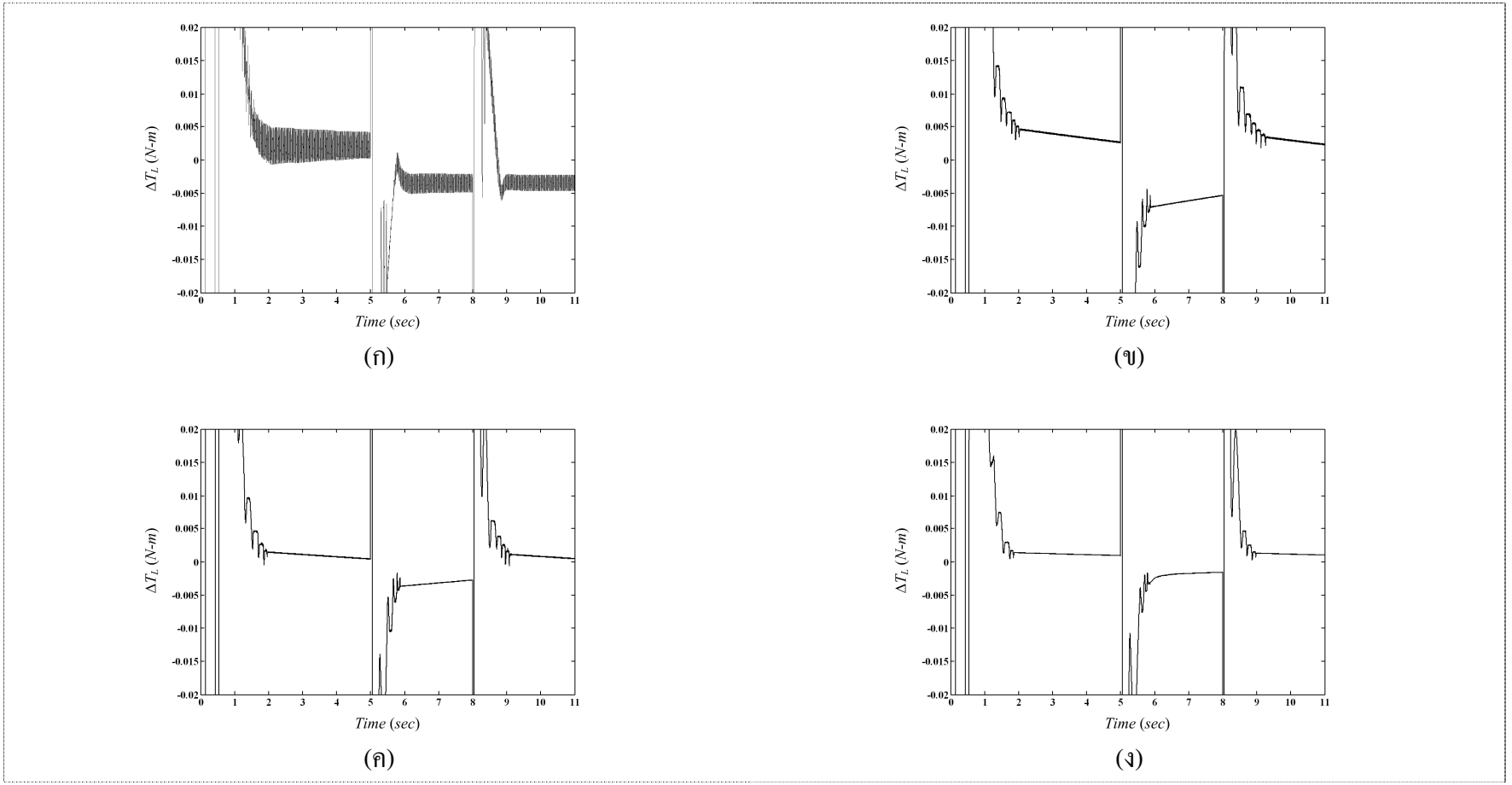


(ค)

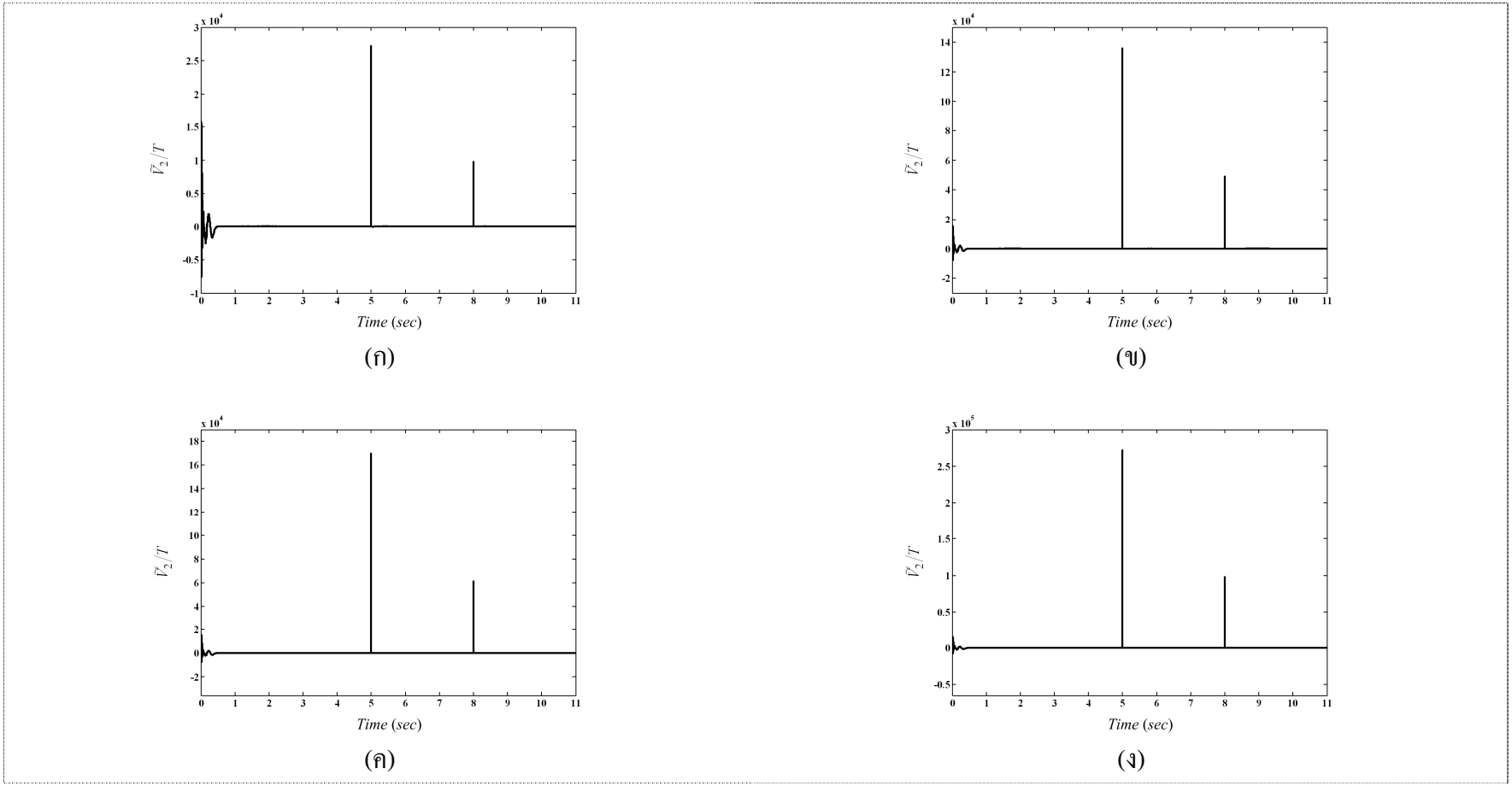


(ง)

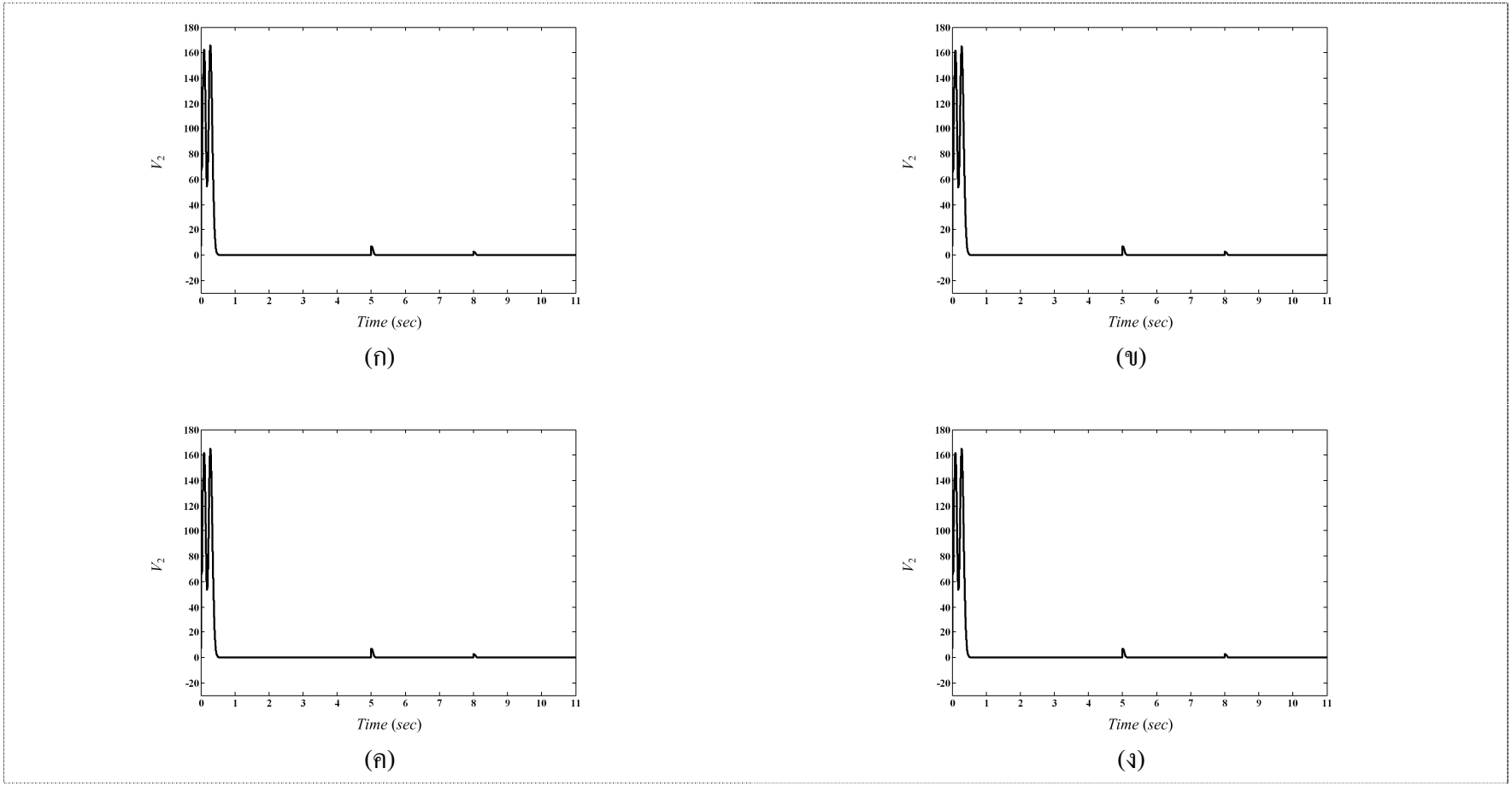
รูปที่ 8.4 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 8.3 (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



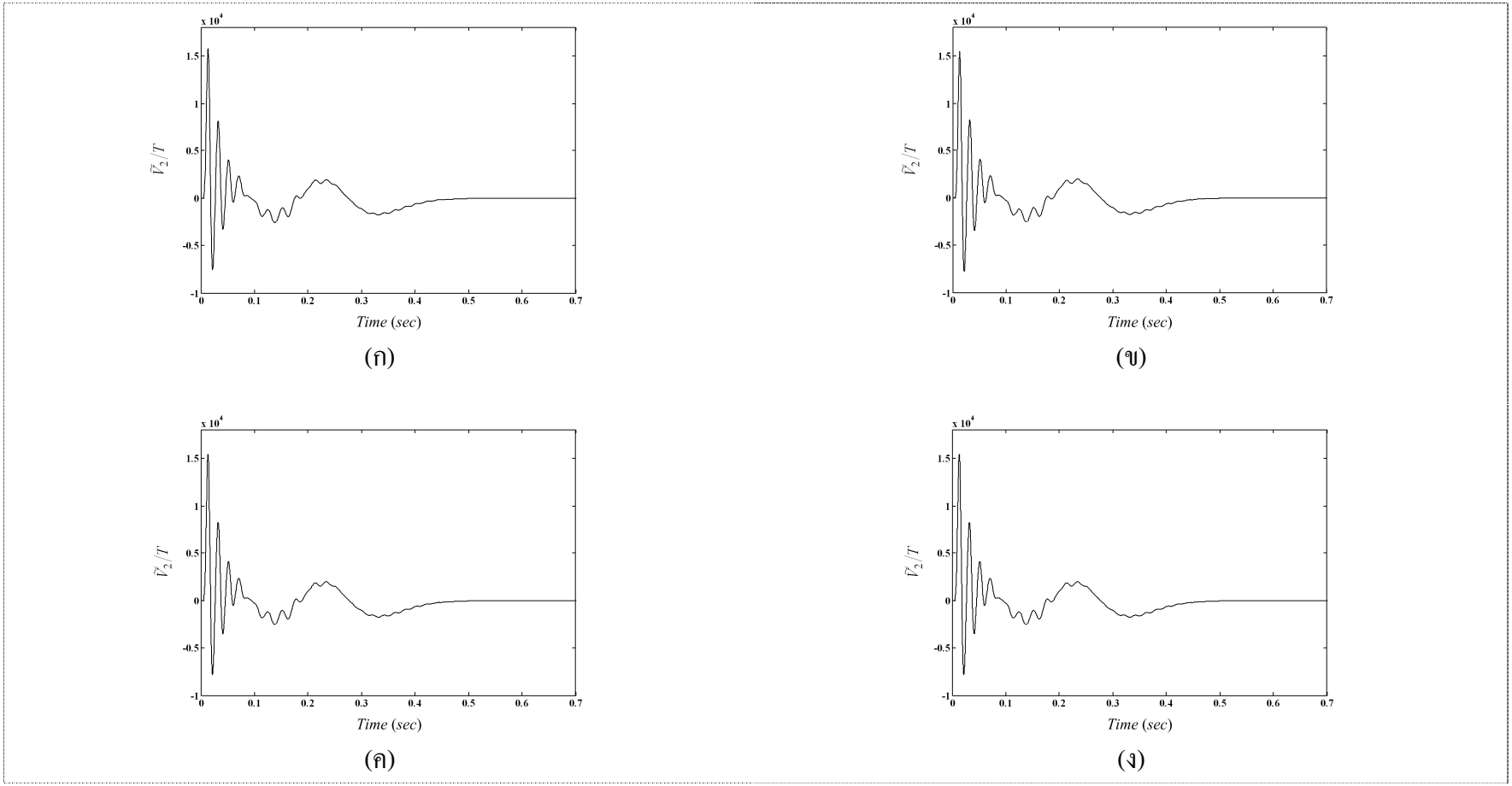
รูปที่ 8.5 ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่า ในสถานะอยู่ตัว (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



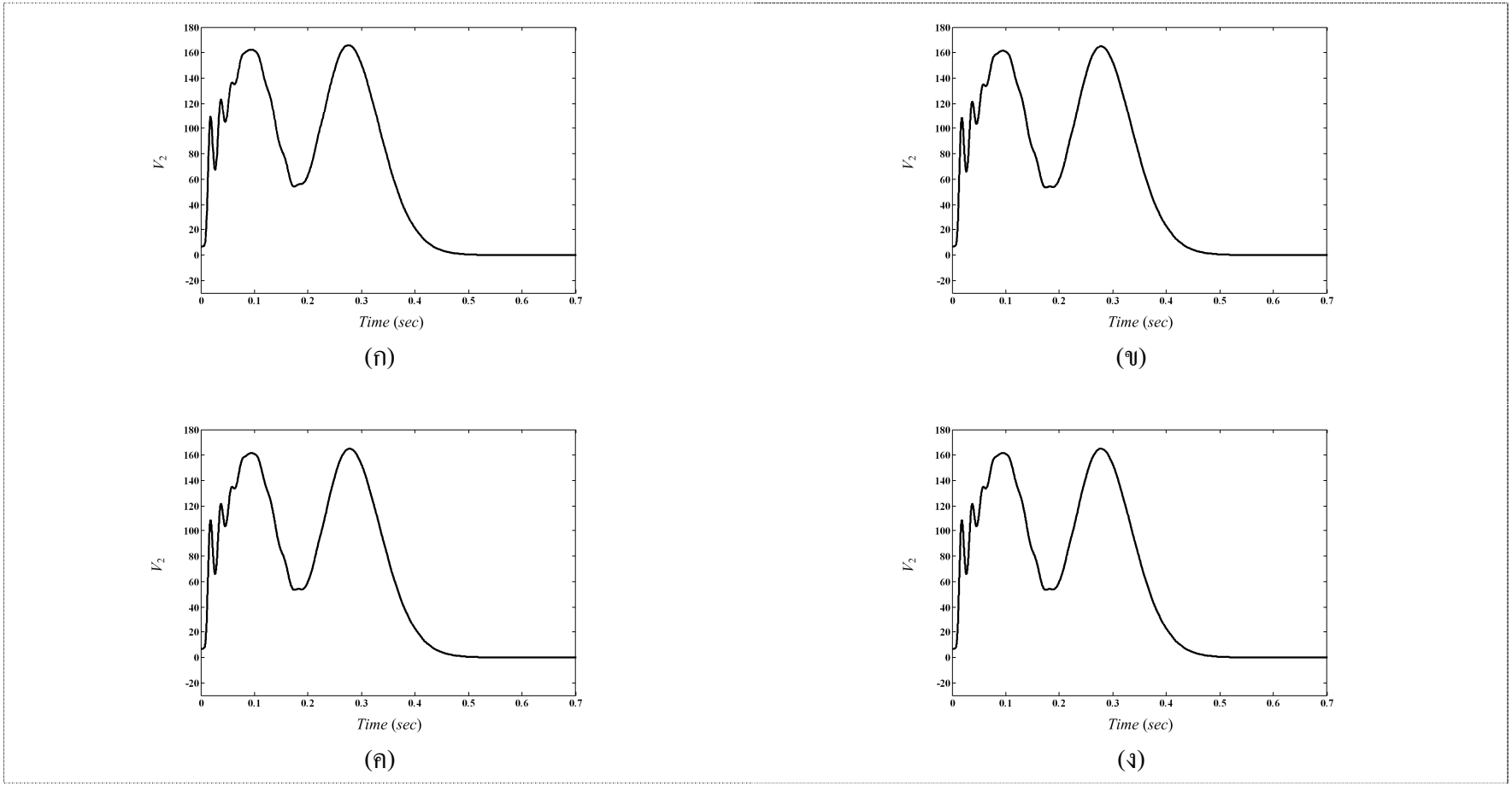
รูปที่ 8.6 อัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันเลียปูโนฟ (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



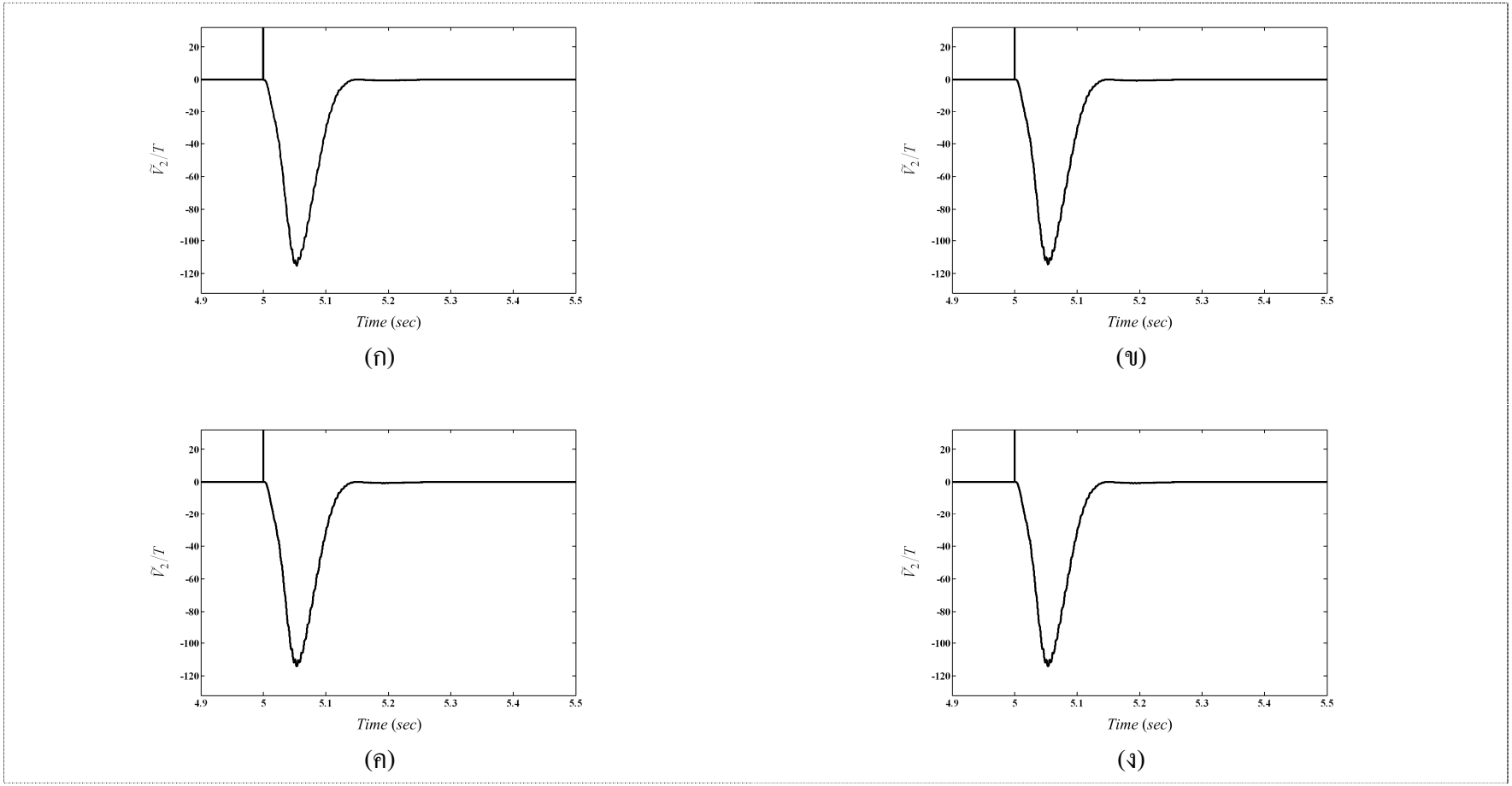
รูปที่ 8.7 ฟังก์ชันเลียปูโนฟ (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



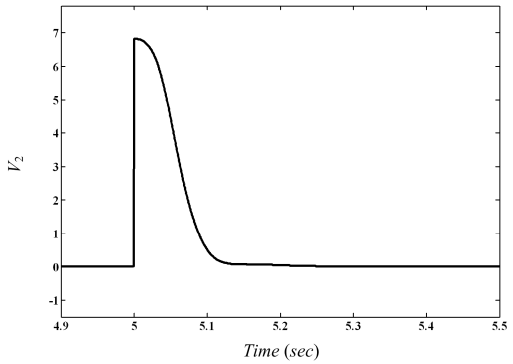
รูปที่ 8.8 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.6 ในช่วง 0 ถึง 0.7 วินาที (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



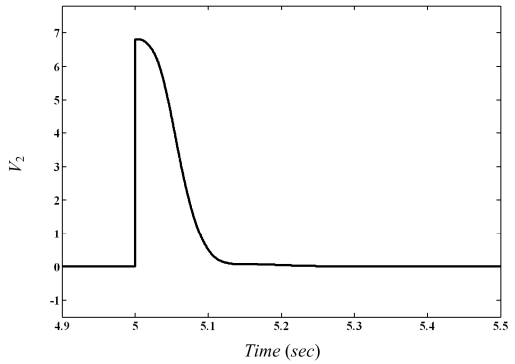
รูปที่ 8.9 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.7 ในช่วง 0 ถึง 0.7 วินาที (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



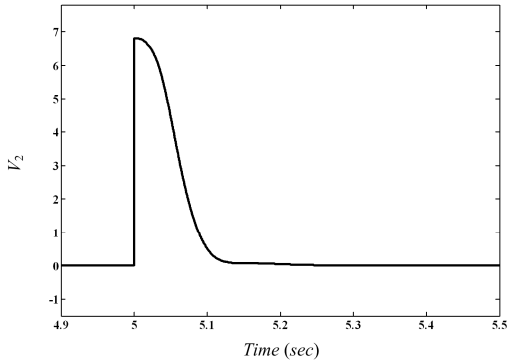
รูปที่ 8.10 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.6 ในช่วง 4.9 ถึง 5.5 วินาที (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



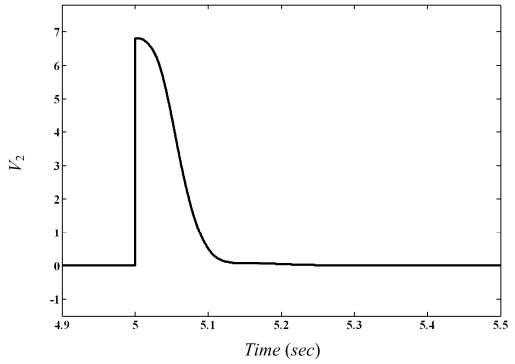
(ก)



(ข)

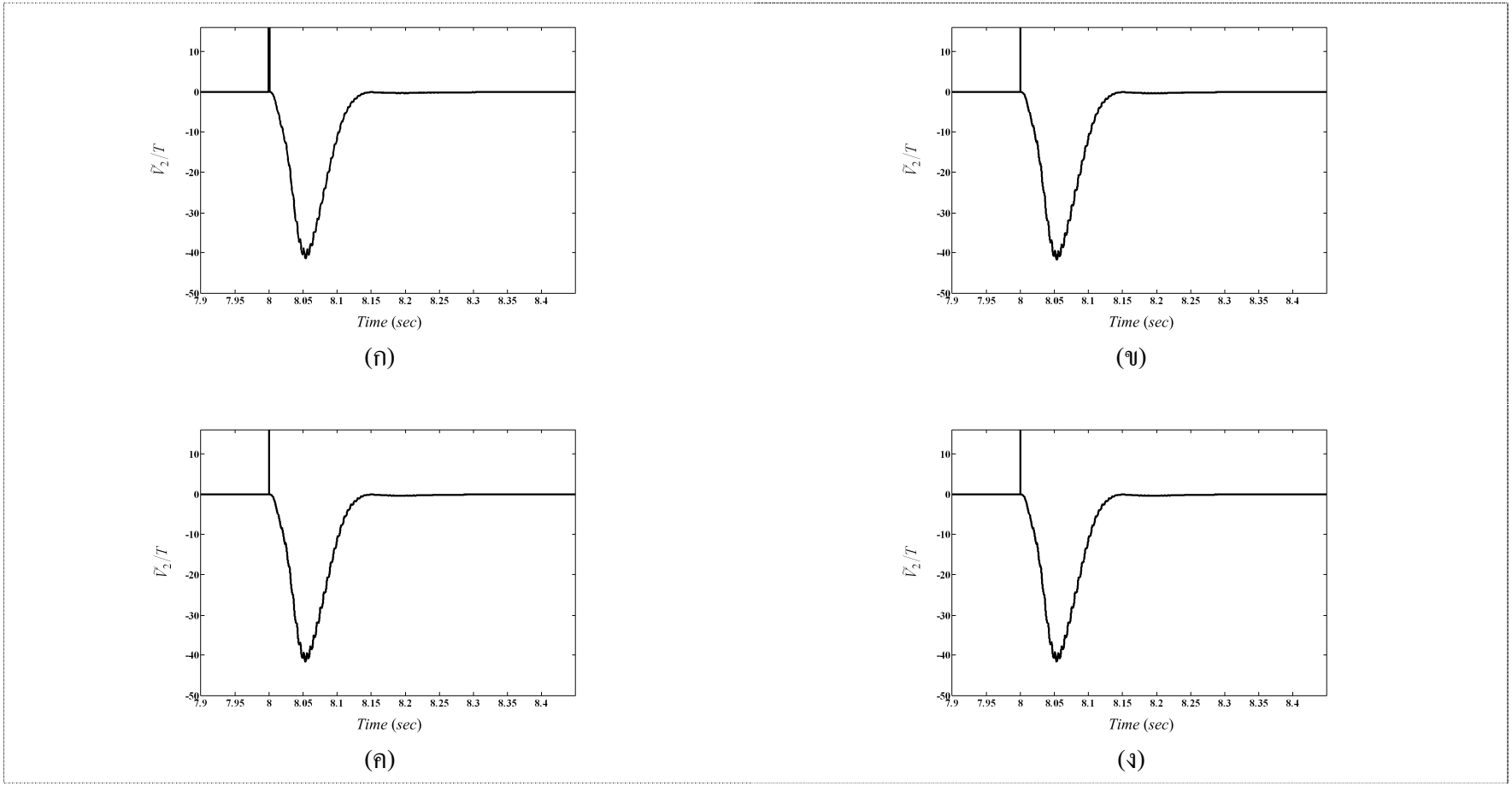


(ค)



(ง)

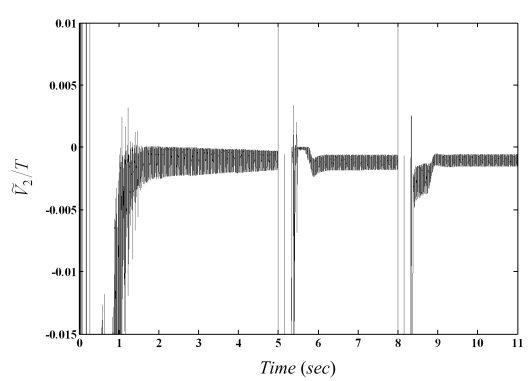
รูปที่ 8.11 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.7 ในช่วง 4.9 ถึง 5.5 วินาที (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



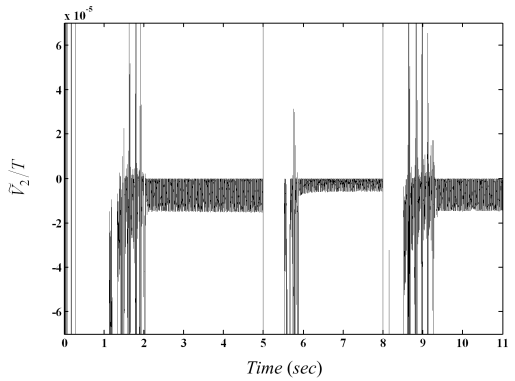
รูปที่ 8.12 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.6 ในช่วง 7.9 ถึง 8.45 วินาที (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



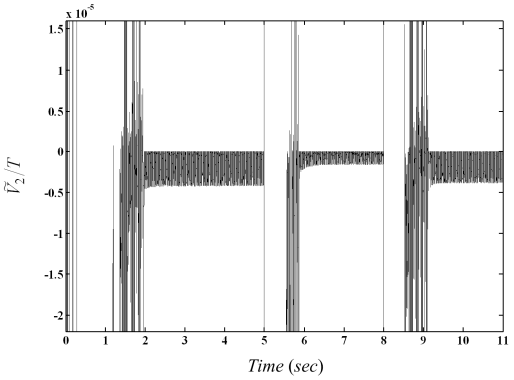
รูปที่ 8.13 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.7 ในช่วง 7.9 ถึง 8.45 วินาที (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



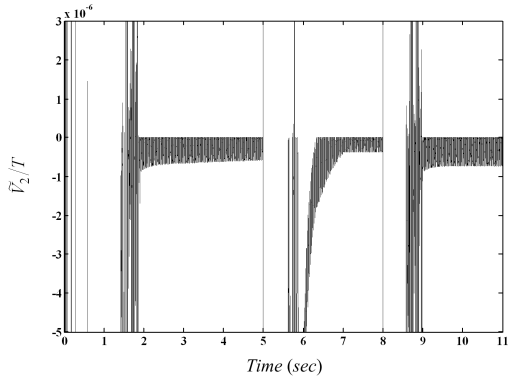
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

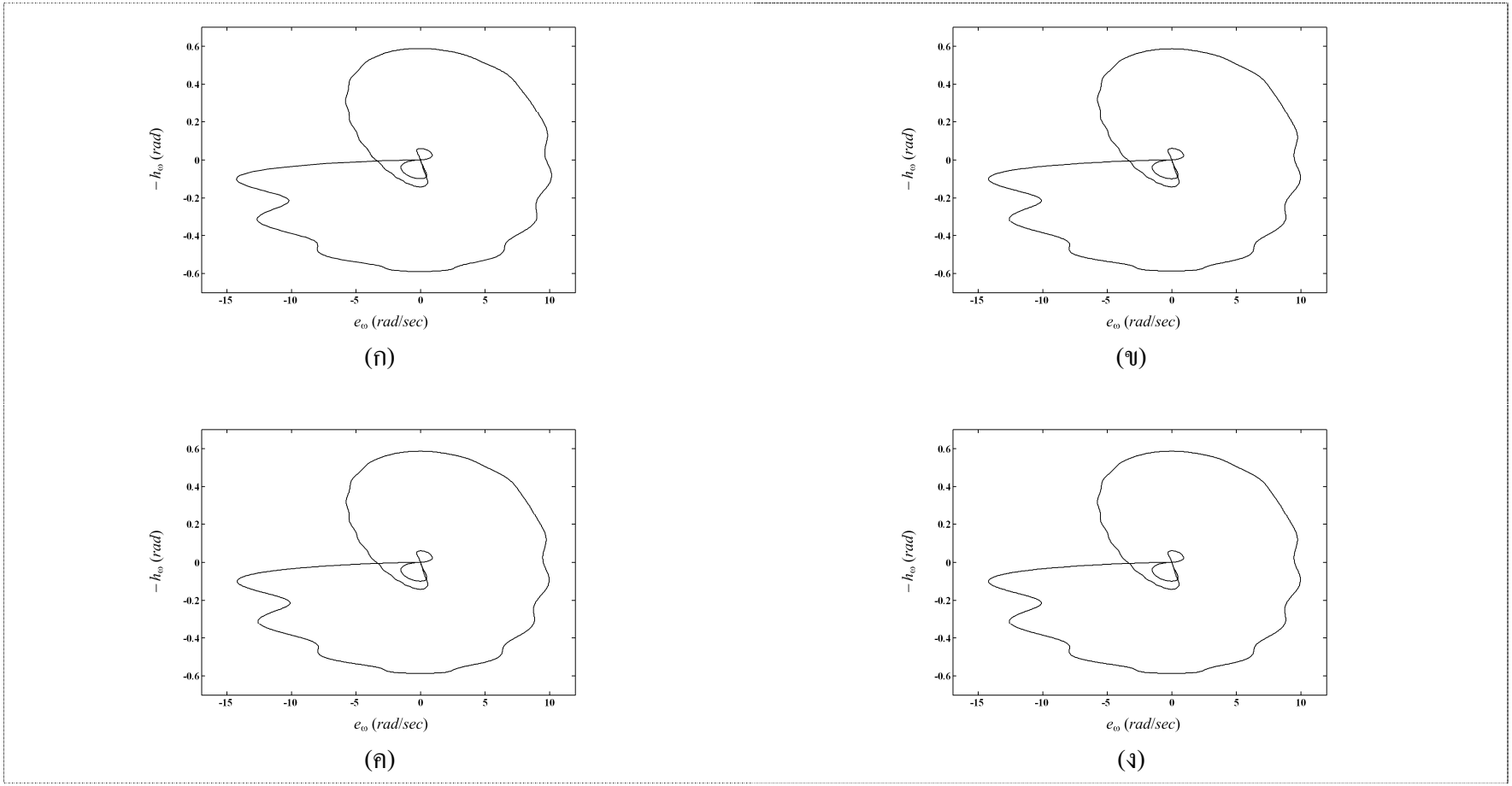
รูปที่ 8.14 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 8.6 (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที

เส้นกราฟที่เหมือนกันในสถานะชั่วครู่ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.15 และพื้นผิว (เส้นตรง) การเลื่อนที่เป็นคุณลักษณะของโหมดการเลื่อน มีความชัดเจนในสถานะอยู่ตัว และบริเวณสมดุล (บริเวณที่หัวลูกศรชี้) ของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก มีตำแหน่งที่ใกล้กับจุด $(0\,,0)$ ยกเว้น $T = 0.0005$ วินาที ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.16 นอกจากนี้ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่า มีเส้นกราฟที่เหมือนกันในสถานะชั่วครู่ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.17 และในสถานะอยู่ตัว ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่า มีขนาดลดลง (บริเวณที่หัวลูกศรชี้) ตามเวลาที่ผ่านไป ยกเว้น $T = 0.0005$ วินาที ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.18 และเปรียบเทียบได้ในรูปที่ 8.5 โดยที่ $\Delta\widetilde{T}_L(kT) = \Delta T_L\big((k+1)T\big) - \Delta T_L(kT)$

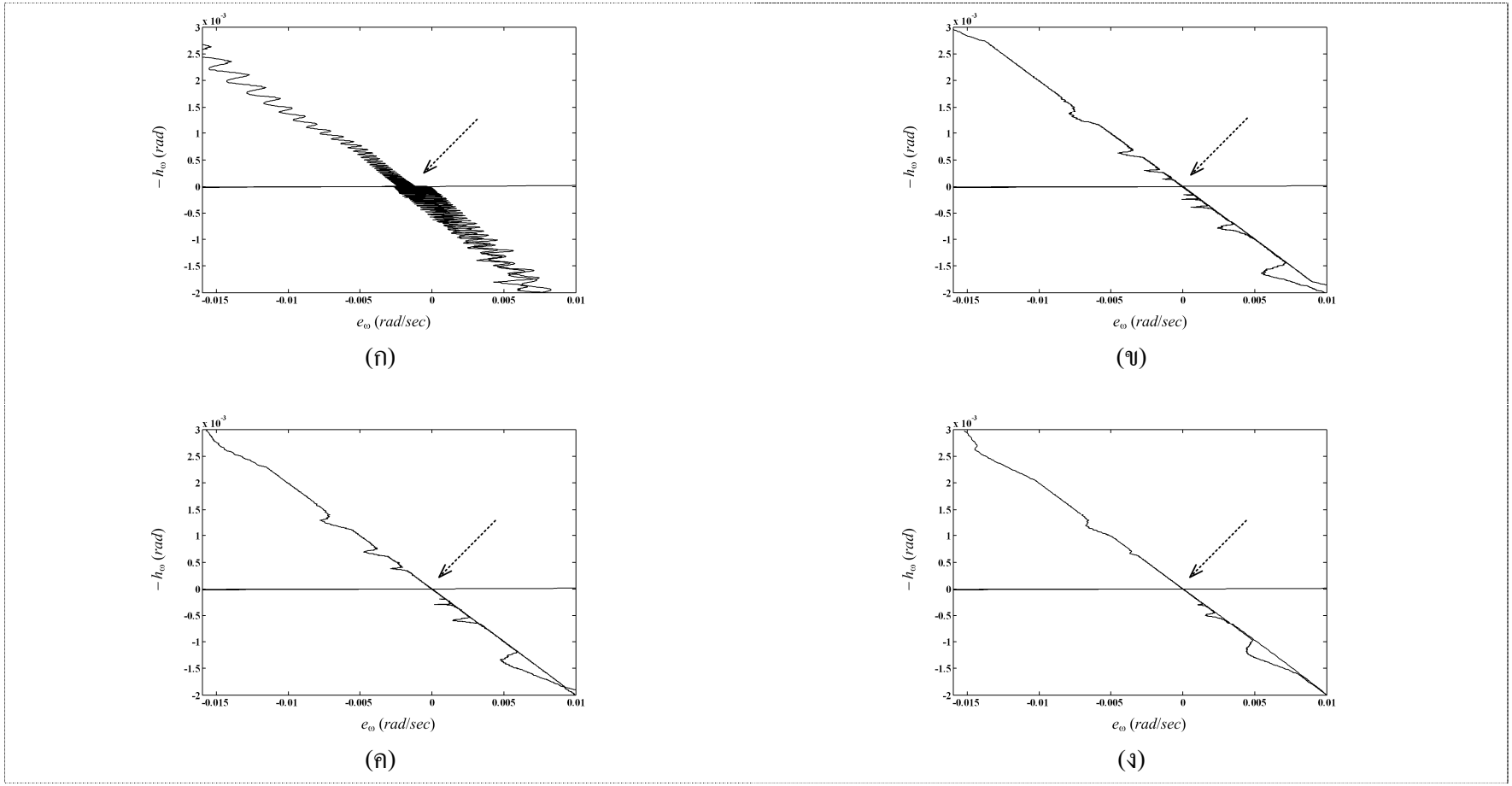
ดังนั้นถ้าคาบระยะเวลาการสุ่มวัดและชักตัวอย่างมีค่าลดลง และค่าเกนแก้ไข $|\Lambda_3|$ มีค่าลดลงตามความเหมาะสม ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอในเวลาดิสครีต จะมีพื้นผิวการเลื่อนที่เป็นเส้นตรงอย่างชัดเจน ทำให้ตัวสังเกตมีการทำงานในโหมดการเลื่อนที่ใกล้เคียงกับโหมดการเลื่อนในอุดมคติ และมีสมดุลที่ประมาณได้ว่าเป็นจุด (0 , 0) นั่นคือตัวสังเกตแบบดิสครีตมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟ เช่นเดียวกับตัวสังเกตในเวลาต่อเนื่อง เนื่องจากตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กดังกล่าว ต่อเรียงกับตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ คาบระยะเวลาการชักตัวอย่างของตัวสังเกตทั้งสองที่เหมาะสมควรมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.0001 วินาที (หรือ 100 ไมโครวินาที)

8.6 การตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในสถานะชั่วครู่

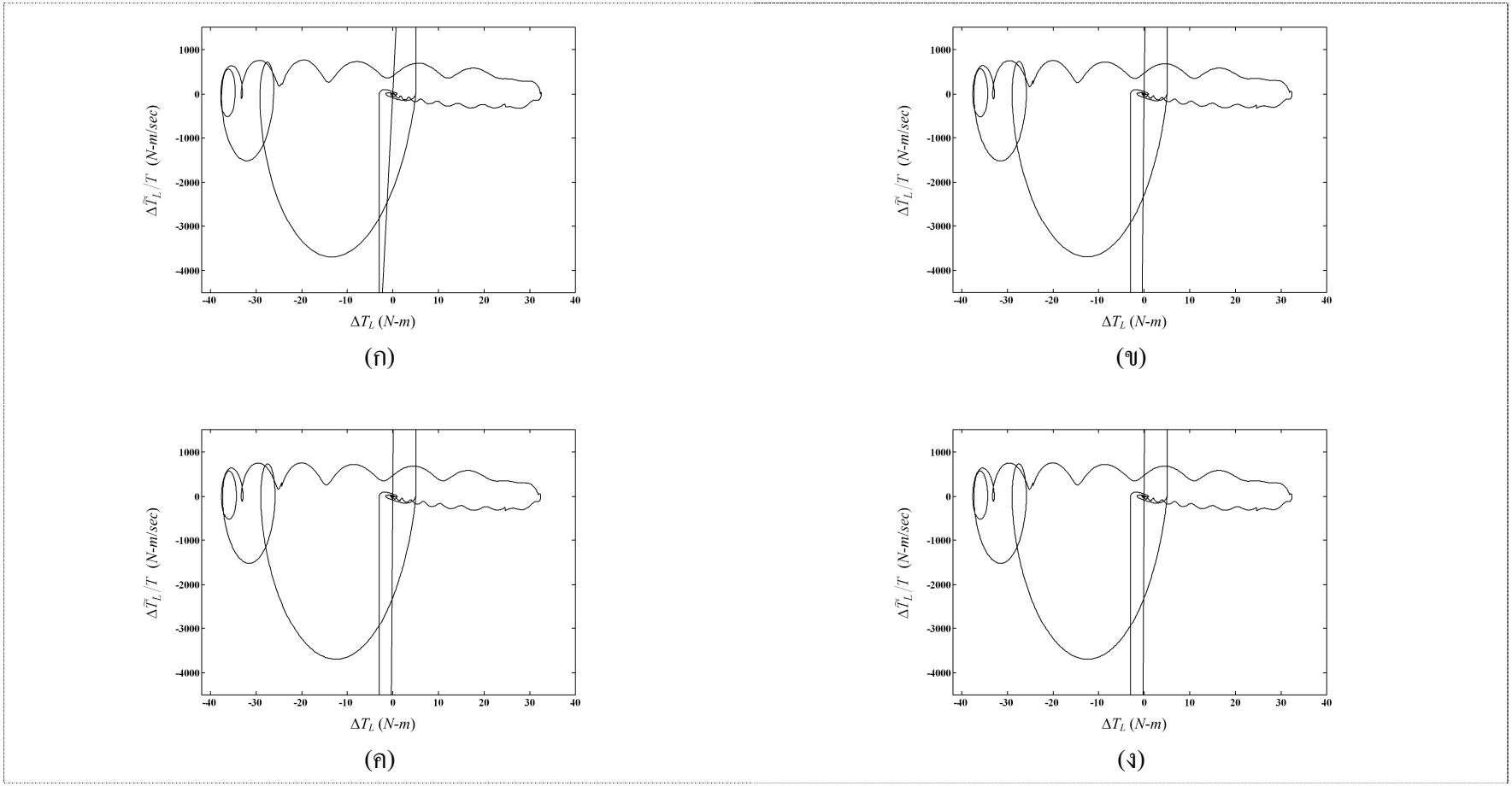
เมื่อโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นในระบบมอเตอร์และโหลดมีขนาดที่เปลี่ยนแปลงจากค่าหนึ่งเป็นอีกค่าหนึ่ง ในช่วงระยะเวลาที่โหลดทอร์กมีขนาดไม่คงที่หรือมีอัตราการเปลี่ยนแปลงไม่เท่ากับศูนย์ ($T_L((k+1)T) \neq T_L(kT)$) เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอนี้อาจไม่สามารถสรุปได้หรือตัวสังเกตสถานะอาจมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟ เพราะตัวสังเกตสถานะดังกล่าวได้รับการออกแบบให้มีเสถียรภาพในกรณีที่โหลดทอร์กมีขนาดคงที่เท่านั้น ประเด็นแรกที่น่าสนใจคือการหาเงื่อนไขที่อธิบายถึงการเกิดเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในเวลาดิสครีตในขณะที่โหลดทอร์กกำลังมีขนาดเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม (ในสถานะชั่วครู่) โดยที่พลวัตของโหลดทอร์กคือคุณลักษณะที่ไม่ทราบข้อมูล และประเด็นที่สองคือการอธิบายเสถียรภาพตั้งแต่สถานะชั่วครู่จนถึงสถานะอยู่ตัวได้อย่างสมบูรณ์ การศึกษาสองประเด็นนี้เริ่มต้นจากการเขียนผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ (ผลต่างระหว่างสมการที่ (8-21) และ (8-22)) ในสถานะชั่วครู่ ได้ว่า



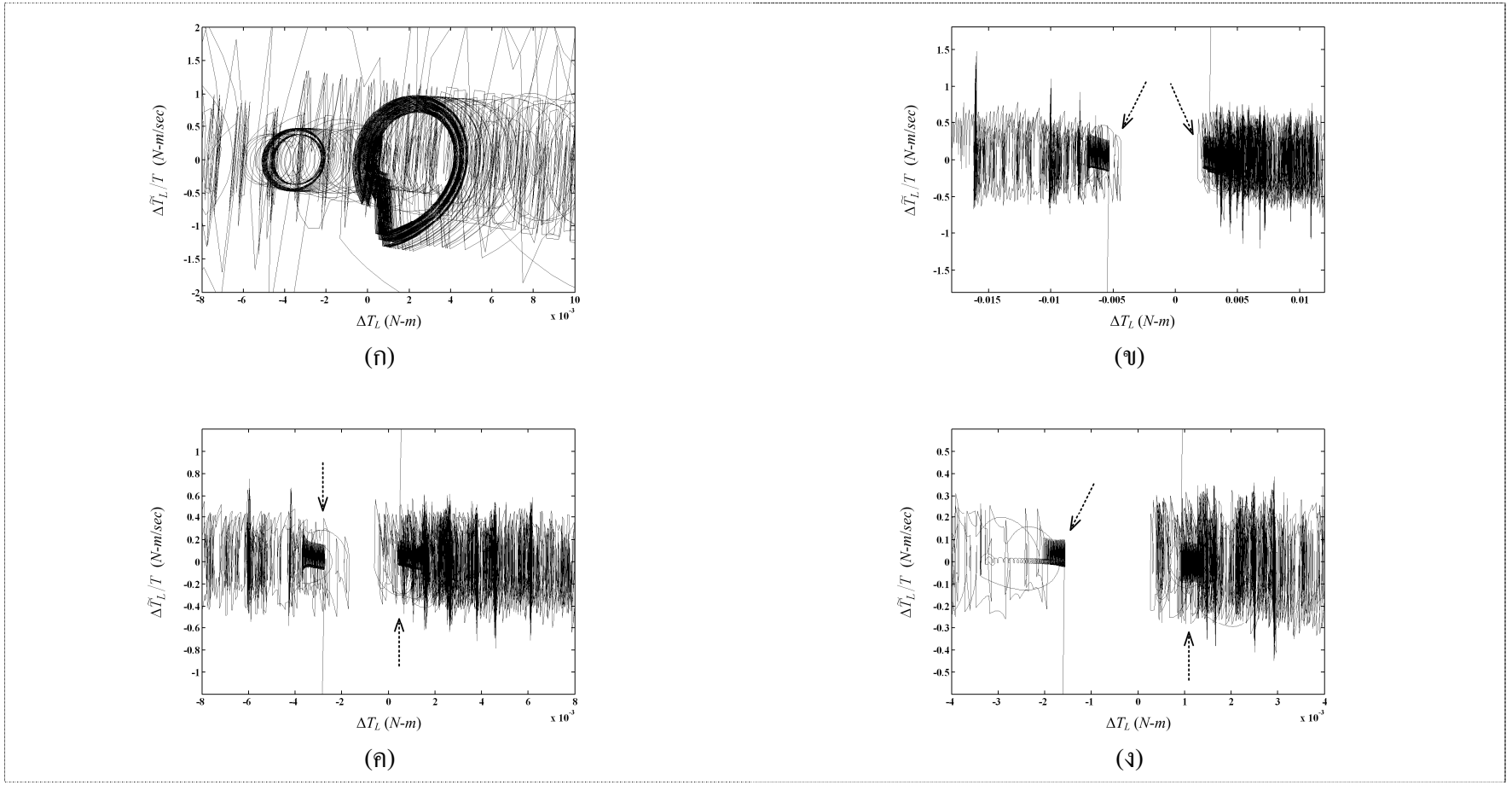
รูปที่ 8.15 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง และอินทิกรัลของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่
(ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



รูปที่ 8.16 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง และอินทิกรัลของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



รูปที่ 8.17 ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่า และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะชั่วครู่ (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที



รูปที่ 8.18 ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่า และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดดังกล่าว ในสถานะอยู่ตัว (ก) $T = 0.0005$ วินาที , (ข) $T = 0.0001$ วินาที , (ค) $T = 0.00008$ วินาที , และ (ง) $T = 0.00005$ วินาที

$$\begin{aligned}\widetilde{V}_2(kT) &= \widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) - \frac{c}{2k_{il}}\widetilde{T}_L^2(kT) + \frac{cT}{2}\widetilde{T}_L(kT)s_\omega^*((k+1)T) \\ &\quad + \frac{c}{k_{il}}\widetilde{T}_L(kT)\left[\hat{T}_L((k+1)T) - T_L(kT) + k_{pl}s_\omega^*((k+1)T)\right]\end{aligned} \tag{8-26}$$

โดยที่ $\widetilde{T}_L(kT) = T_L((k+1)T) - T_L(kT)$,

$$\begin{aligned}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) &= 0.5Ts_\omega(kT)\left[(a+k_3)e_\omega(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\right] \\ &\quad + 0.5Ts_\omega^*((k+1)T)\times \\ &\qquad \left[(a+k_3)e_\omega^*((k+1)T) + f_3^*((k+1)T) - \delta_o^*((k+1)T)\right] \\ &\quad - \frac{4k_{pa}-k_{ia}T}{8}T\left\{\Theta_a^2(kT) + \left[\Theta_a^*((k+1)T)\right]^2\right\} - \frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta_a^*((k+1)T) \ , \\ &\quad - \frac{4k_{pb}-k_{ib}T}{8}T\left\{\Theta_b^2(kT) + \left[\Theta_b^*((k+1)T)\right]^2\right\} - \frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta_b^*((k+1)T) \\ &\quad + \frac{4k_{pl}-k_{il}T}{8}cT\left\{s_\omega^2(kT) + \left[s_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\} + \frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*((k+1)T) \\ &\quad + 0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\omega^*(kT)\right]^2\end{aligned}$$

$\widetilde{T}_L(kT)$ คือ ผลต่างที่ให้ความหมายถึงการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นบริเวณเพลาหมุนของมอเตอร์และโหลดในแต่ละครั้งของการสุ่มวัดและคำนวณของตัวสังเกตสถานะ (หรือปริมาณที่สมมูลกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์ก) (นิวตัน·เมตร) , และ

$\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)$ คือ ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในกรณีที่โหลดทอร์กมีขนาดคงที่

ต่อมาหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว มีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟในสถานะชั่วครู่ในเวลาดิสครีต นั่นคือพิจารณาว่าผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (8-26) มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์

$$\begin{aligned}\widetilde{V}_2(kT) &= -\frac{c}{2k_{il}}\widetilde{T}_L^2(kT) + \widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \\ &\quad + \frac{c}{k_{il}}\widetilde{T}_L(kT)\left\{\hat{T}_L((k+1)T) - T_L(kT) + \left[k_{pl} + 0.5Tk_{il}\right]s_\omega^*((k+1)T)\right\} \ \le \ 0\end{aligned} \tag{8-27}$$

จากนั้นจัดรูปอสมการที่ (8-27) ใหม่ ให้มีความง่ายในการหาคำตอบของอสมการกำลังสองดังนี้

$$\widetilde{T}_L^2(kT) + 2\widetilde{T}_L(kT)\Omega_l\big((k+1)T\big) - \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \le 0 \qquad (8\text{-}28)$$

โดยที่ $\Omega_l\big((k+1)T\big) = T_L(kT) - \hat{T}_L\big((k+1)T\big) - \big[k_{pl} + 0.5Tk_{il}\big]s^*_\omega\big((k+1)T\big)$ และ $-\frac{2k_{il}}{c} > 0$

นั่นคือในช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่ง ถ้า

$$-\Omega_l\big((k+1)T\big) - \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)} \le \widetilde{T}_L(kT)$$
$$\le -\Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}$$

โดยที่ $\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \ge 0$ อสมการที่ (8-28) จะเป็นจริง ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_2(kT)$ ในสมการที่ (8-26) มีค่าลบ และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กจะมีเสถียรภาพ แต่ถ้า $\widetilde{T}_L(kT) \ge -\Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}$ หรือ ถ้า $\widetilde{T}_L(kT) \le -\Omega_l\big((k+1)T\big) - \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}$ อสมการที่ (8-28) จะเป็นเท็จ ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_2(kT)$ มีค่าบวก และเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กไม่สามารถสรุปได้ และในช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่ง ถ้า $\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \le 0$ และ $\widetilde{T}_L(kT) \ne 0$ จะได้ว่าอสมการ (8-29)

$$\Big[\widetilde{T}_L(kT) + \Omega_l\big((k+1)T\big)\Big]^2 - \left[\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)\right] \le 0 \qquad (8\text{-}29)$$

เป็นเท็จ ทำให้ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_2(kT)$ มีค่าบวก และเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กไม่สามารถสรุปได้ โดยที่อสมการที่ (8-29) เกิดจากการจัดรูปอสมการที่ (8-28) เป็นกำลังสองสมบูรณ์

กำหนดให้

$\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)$ คือ ดิสคริมิแนนต์ (discriminant) ,

$-\Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}$ คือ ขอบเขตบน (upper bound)

ของ $\widetilde{T}_L(kT)$, และ

$-\Omega_l((k+1)T) - \sqrt{\Omega_l^2((k+1)T) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\overline{V}}_2(kT)}$ คือ ขอบเขตล่าง (lower bound) ของ $\widetilde{T}_L(kT)$

ถ้าดิสคริมิแนนต์มีค่าลบ $\widetilde{T}_L(kT)$ จะไม่มีขอบเขตบนและขอบเขตล่าง และถ้า $\widetilde{T}_L(kT) = 0$ อย่างต่อเนื่อง ดิสคริมิแนนต์ ขอบเขตบนและขอบเขตล่างจะไม่มีความหมายใด ๆ เมื่อโหลดทอร์กกำลังมีขนาดที่เปลี่ยนแปลงจากเดิมในขณะที่มอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่หรือไม่คงที่ ถ้าดิสคริมิแนนต์ของ $\widetilde{T}_L(kT)$ มีค่าบวก ขอบเขตบนและขอบเขตล่างจะปรากฏขึ้น และมีค่าที่เปลี่ยนแปลงไปตามพลวัตของโหลดทอร์ก สัญญาณพื้นผิว โหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ($\hat{T}_L((k+1)T)$) และผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{\overline{V}}_2(kT)$ ทำให้ปริมาณที่สมมูลกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์กอาจมีค่าอยู่ในระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่าง หรืออาจมีค่าอยู่นอกสองขอบเขตนี้ นั่นคือ ในสถานะชั่วครู่ เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กอาจไม่สามารถสรุปได้ หรือตัวสังเกตสถานะอาจมีเสถียรภาพอย่างใดอย่างหนึ่ง แต่ถ้าดิสคริมิแนนต์ของ $\widetilde{T}_L(kT)$ มีค่าลบ เสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กไม่สามารถสรุปได้ เมื่อโหลดทอร์กเริ่มมีขนาดคงที่ ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กจะมีเสถียรภาพเกิดขึ้นในทันที หรือมีเสถียรภาพเกิดขึ้นภายหลังช่วงระยะเวลาสั้น ๆ ผ่านไป

เนื่องจากเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กอาจไม่สามารถสรุปได้ หรือตัวสังเกตสถานะอาจมีเสถียรภาพในสถานะชั่วครู่ และตัวสังเกตดังกล่าวมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟในสถานะอยู่ตัว ทฤษฎีเซตไม่ผันแปรของลาแซลเลในเวลาดิสครีต (Zak, 2003) จะอธิบายเสถียรภาพที่เกิดขึ้นได้อย่างสมบูรณ์ ก่อนการเขียนเซตไม่ผันแปร ผลต่างระหว่างสมการที่ (8-2) และ (8-16) และผลต่างระหว่างสมการที่ (8-1) และ (8-7) จะถูกเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} e_\omega((k+1)T) = {} & e_\omega(kT) + 0.5T\big[ae_\omega(kT) + \Delta a(kT)\hat{\omega}_r''(kT) \\ & + \Delta b(kT)\hat{i}_{eq}(kT) + c\Delta T_L(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT) + ae_\omega^*((k+1)T) \\ & + \Delta a^*((k+1)T)\hat{\omega}_r''^*((k+1)T) + \Delta b^*((k+1)T)\hat{i}_{eq}^*((k+1)T) \\ & + c\Delta T_L^*((k+1)T) + f_3^*((k+1)T) - \delta_o^*((k+1)T)\big] \end{aligned} \tag{8-30}$$

$$\begin{aligned} e_\omega^*((k+1)T) = {} & e_\omega(kT) + T\big[ae_\omega(kT) + \Delta a(kT)\hat{\omega}_r''(kT) \\ & + \Delta b(kT)\hat{i}_{eq}(kT) + c\Delta T_L(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\big] \end{aligned} \tag{8-31}$$

เมื่อกฎทางลอจิกใน (8-5) และ (8-11) ที่มีคุณลักษณะการทำงานเหมือนกับฟังก์ชัน signum ถูกปรับเปลี่ยนเป็นรูปแบบของฟังก์ชันการอิ่มตัวที่มีส่วนเชิงเส้นแคบเพียงพอ ทำให้สัญญาณแก้ไขในสมการที่ (8-7) และ (8-16) มีคุณสมบัติของความต่อเนื่อง เป็นผลให้สมมุติได้ว่า นิพจน์ทางด้านขวามือของสมการที่แสดงความผิดพลาดระหว่างระบบมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลด และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในสมการที่ (8-30) และ (8-31) มีความต่อเนื่องเช่นเดียวกัน เมื่อกำหนดให้คาบระยะเวลาการสุ่มวัดมีขนาดเล็กมาก และโหลดทอร์กที่เกิดขึ้นในระบบกำลังมีขนาดที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม ($T_L((k+1)T) \neq T_L(kT)$) และถ้าปริมาณที่สมมูลกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์ก $\widetilde{T}_L(kT)$ มีค่าอยู่ในระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างอย่างต่อเนื่อง ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_2(kT)$ ในสมการที่ (8-26) จะมีค่าลบ เป็นผลให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_2(kT)$ ในสมการที่ (8-22) มีค่าที่ลดลงหรือไม่เพิ่มขึ้นจากเดิมในสถานะชั่วครู่ และ $|e_\omega(kT)|$ มีแนวโน้มลดลงต่อมา เมื่อโหลดทอร์กมีขนาดคงที่ ($T_L((k+1)T) = T_L(kT)$ และ $\widetilde{T}_L((k+1)T) = \widetilde{T}_L(kT)$) อย่างต่อเนื่อง ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟจะมีค่าลบและมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ในสถานะอยู่ตัว ทำให้ $|e_\omega(kT)|$ มีขอบเขต (bounded) นั่นคือเซต Ξ''_C ถูกเขียนได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\Xi''_C = \Big\{\ & e_\omega(kT) \in \Re \ \Big|\ \exists T, \exists \Delta a(kT), \exists \Delta b(kT), \exists \Delta T_L(kT), \\
& \exists \Delta a^*((k+1)T), \exists \Delta b^*((k+1)T), \exists \Delta T_L^*((k+1)T), \\
& T_L((k+1)T) \neq T_L(kT),\ \Omega_l^2((k+1)T) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \geq 0, \\
& \left|\widetilde{T}_L(kT) + \Omega_l((k+1)T)\right| \leq \sqrt{\Omega_l^2((k+1)T) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}\ \Big\} \\
\cup\ \Big\{\ & e_\omega(kT) \in \Re \ \Big|\ \exists T, \exists \Delta a(kT), \exists \Delta b(kT), \exists \Delta T_L(kT), \\
& \exists \Delta a^*((k+1)T), \exists \Delta b^*((k+1)T), \exists \Delta T_L^*((k+1)T), \\
& T_L((k+1)T) = T_L(kT),\ \widetilde{T}_L((k+1)T) = \widetilde{T}_L(kT), \\
& \widetilde{V}_2(kT) \leq 0\ \Big\}
\end{aligned}
\qquad (8\text{-}32)
$$

โดยที่ $\Re$ คือ เซตของจำนวนจริงใด ๆ

เนื่องจาก $e_\omega(kT)$ มีขอบเขต เซต Ξ''_C จะมีเซตย่อยที่กระชับ ไม่ผันแปร และไม่เป็นเซตว่างบรรจุอยู่ภายใน ในขณะที่โหลดทอร์กมีขนาดคงที่อย่างต่อเนื่อง และมอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ สมการที่ (8-22) และ (8-25) จะสามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_2(kT)$ มีค่าที่ลดลงหรือไม่เพิ่มขึ้นจากเดิม ($V_2((k+1)T) \leq V_2(kT)$) และเมื่อเวลาผ่านไปนานเพียงพอ ($kT \to \infty$)

$s_\omega(kT) \to 0$, $e_\omega(kT) \to 0$, $\Theta_a(kT) \to 0$, $\Theta_b(kT) \to 0$,

$\Delta a((k+1)T) \to \Delta a(kT)$, $\Delta b((k+1)T) \to \Delta b(kT)$, และ
$\Delta T_L((k+1)T) \to \Delta T_L(kT)$
ในสถานะอยู่ตัว ทำให้เขียนเซตที่ไม่เป็นเซตว่าง Ξ_I'' ได้ว่า

$$\begin{aligned}\Xi_I'' = \{\, & e_\omega(kT) \in \Re \mid \exists T, \exists\Delta a(kT), \exists\Delta b(kT), \exists\Delta T_L(kT), \\ & \exists\Delta a^*((k+1)T), \exists\Delta b^*((k+1)T), \exists\Delta T_L^*((k+1)T), \\ & T_L((k+1)T) = T_L(kT),\ \widetilde{T}_L((k+1)T) = \widetilde{T}_L(kT), \\ & s_\omega(kT) \to 0,\ e_\omega(kT) \to 0,\ e_\omega((k+1)T) \to e_\omega(kT), \\ & \widetilde{V}_2(kT) \to 0^- \,\}\end{aligned} \tag{8-33}$$

เมื่อ $e_\omega(kT)$ เคลื่อนที่เข้ามาภายในเซต Ξ_I'' ทำให้ $\widetilde{V}_2(kT) = 0$ และ $V_2(kT)$ มีค่าคงที่ค่าหนึ่ง เป็นผลให้ $e_\omega(kT)$ หยุดการเคลื่อนที่และค้างติดอยู่ภายในเซต Ξ_I'' จนกว่ามอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดจะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมที่มีการเปลี่ยนแปลงอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์ก นั่นคือเซต Ξ_I'' คือเซตไม่ผันแปร ต่อมาอสมการที่ (8-28) จะใช้อธิบายได้ว่า ถ้า $\widetilde{T}_L^2(kT) + 2\widetilde{T}_L(kT)\Omega_l((k+1)T) - \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) = 0$ ในขณะใดขณะหนึ่ง $\widetilde{V}_2(kT)$ ในสมการที่ (8-26) จะมีค่าเท่ากับศูนย์ในขณะนั้น และในสถานะอยู่ตัว ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_2(kT)$ มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ทำให้เขียนเซต Ξ_O'' ได้เป็น

$$\begin{aligned}\Xi_O'' = \{\, & e_\omega(kT) \in \Re \mid \exists T, \exists\Delta a(kT), \exists\Delta b(kT), \exists\Delta T_L(kT), \\ & \exists\Delta a^*((k+1)T), \exists\Delta b^*((k+1)T), \exists\Delta T_L^*((k+1)T), \\ & T_L((k+1)T) \neq T_L(kT),\ \Omega_l^2((k+1)T) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \geq 0, \\ & \left|\widetilde{T}_L(kT) + \Omega_l((k+1)T)\right| = \sqrt{\Omega_l^2((k+1)T) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}\ \,\} \\ & \cup\ \Xi_I''\end{aligned} \tag{8-34}$$

ในการอ้างอิงถึงทฤษฎีเซตไม่ผันแปรของลาแซลเล เนื่องจาก $\Xi_I'' \subset \Xi_O'' \subset \Xi_C''$ ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไปนานเพียงพอ ($kT \to \infty$) $e_\omega(kT) \in \Xi_C''$ จะเคลื่อนที่เข้าหา $e_\omega(kT) \in \Xi_I''$ ซึ่งให้ความหมายว่า ถ้าตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ มีคาบระยะเวลาการสุ่มวัดและการคำนวณที่สั้นมาก ตัวสังเกตสถานะดังกล่าวอาจมีเสถียรภาพตั้งแต่ก่อนการสิ้นสุดสถานะชั่วครู่ และมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว

8.7 ผลการจำลองสถานการณ์ในระบบวงเปิดในสถานะชั่วครู่

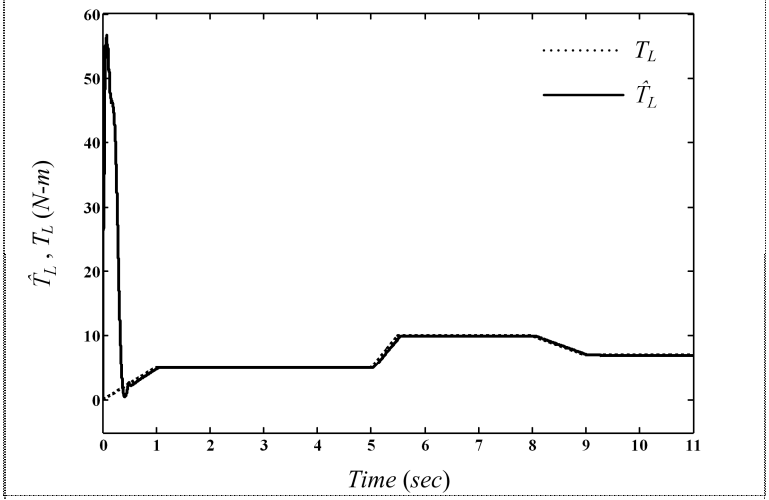
ในการจำลองสถานการณ์ ค่าดิสครีมิแนนต์ ขอบเขตบน ขอบเขตล่างของ $\widetilde{T}_L(kT)$ และผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ จะถูกคำนวณได้จากตัวแปรสถานะ โหลดทอร์กจริง และโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ในขั้นตอนการทำนายค่าและในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องของวิธีเฮอุน ในการดำเนินงานได้ใช้อัลกอริทึมอินทิกรัลเชิงเลขเฮอุน ดิสครีไตซ์ระบบวงเปิดที่ประกอบด้วย แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสไซนูซอยด์ 220 โวลต์ (RMS) 50 เฮิรตซ์ แบบจำลองของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส แบบจำลองพลวัตการหมุนเชิงกลของมอเตอร์และโหลด ตัวสังเกตอัตราเร็ว (ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์) และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ และได้โปรแกรม MATLAB ในรูปแบบ M File ขึ้นจากแบบจำลองดิสครีตเหล่านั้น

แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสชนิดกรงกระรอก 3 กิโลวัตต์ มีค่าพารามิเตอร์ที่ระบุไว้ในบทที่ 7 (หัวข้อ 7.5) แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับจะเชื่อมต่อโดยตรงเข้ากับปลายขั้วไฟฟ้าสเตเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่เวลา $t = 0$ นั่นคือมอเตอร์และโหลดจะเริ่มเดินเครื่องจากตำแหน่งหยุดนิ่ง และตัวแปรสถานะเริ่มต้นของมอเตอร์ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กทุกตัว มีค่าเท่ากับศูนย์ แต่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของค่าความต้านทานทุกค่า มีตัวเลขเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่สมนัยกันของมอเตอร์เหนี่ยวนำ รวมถึงค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลแบบออนไลน์ มีตัวเลขเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่สมนัยกันของระบบมอเตอร์และโหลด ในขณะที่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ของมอเตอร์และโหลดทอร์กมีค่าเท่ากับศูนย์ ($\hat{\omega}_{r0} = 0$ และ $\hat{T}_{L0} = 0$) ตัวกรองผ่านต่ำอันดับหนึ่งที่มีความถี่หักมุม (corner frequency) เท่ากับ 7.95 เฮิรตซ์ จะทำหน้าที่ลดทอนปริมาณของสัญญาณรบกวนที่ปะปนในอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าก่อนการป้อนถึงตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ค่าเกนพื้นผิว k_3 ที่ได้จากการเลือกคือ $k_3 = 5$ ค่าเกนแก้ไขในตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กคือ $|\phi_3| = 6$, $|\phi_4| = 1$, และ $|\Lambda_3| = 0.5$ ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในกฎการปรับตัวที่ได้จากการปรับจูนคือ $k_{pa} = k_{ia} = 0.0000001$, $k_{pb} = k_{ib} = 0.001$, $k_{pl} = 2$, และ $k_{il} = 40$ ในขณะที่ค่าเกนพื้นผิว ค่าเกนแก้ไข ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ทุกค่า มีตัวเลขเดียวกับที่ระบุไว้ในบทที่ 7 ยกเว้น $|\Lambda_\alpha| = |\Lambda_\beta| = 10$, และ $k_{\omega i} = 800$ และคาบระยะเวลาคงที่ของการชักตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ $T = 0.0001$ วินาที

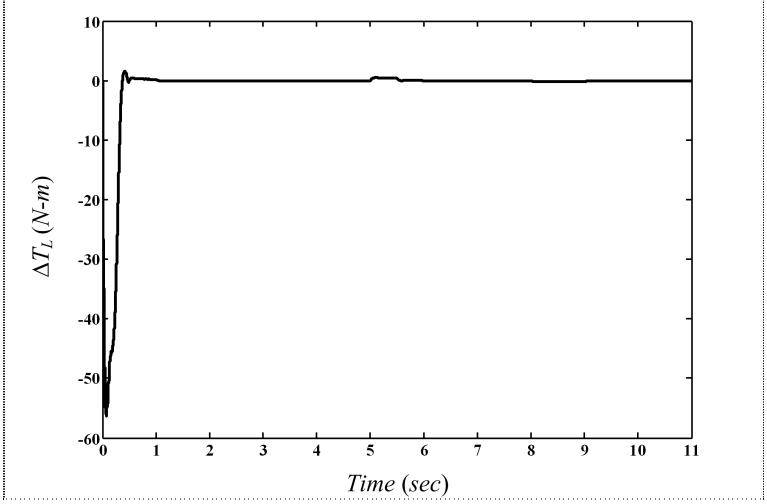
โหลดทอร์กจริง ($T_L(kT)$) ที่เกิดขึ้นในระบบมอเตอร์และโหลด มีขนาดที่เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นและลดลงในลักษณะลาดเอียงในบางช่วงระยะเวลา และมีขนาดคงที่ กล่าวคือในช่วง 0 ถึง 1 วินาที โหลดทอร์กมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยความชันเท่ากับ 5 นิวตัน·เมตร/วินาที ในช่วง 1 ถึง 5 วินาที

โหลดทอร์กมีขนาดคงที่เท่ากับ 5 นิวตัน·เมตร ในช่วง 5 ถึง 5.5 วินาที โหลดทอร์กมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยความชัน 10 นิวตัน·เมตร/วินาที ในช่วง 5.5 ถึง 8 วินาที โหลดทอร์กมีขนาดคงที่เท่ากับ 10 นิวตัน·เมตร ในช่วง 8 ถึง 9 วินาที โหลดทอร์กมีค่าลดลงด้วยความชัน –3 นิวตัน·เมตร/วินาที และในช่วง 9 ถึง 11 วินาที โหลดทอร์กมีขนาดคงที่เท่ากับ 7 นิวตัน·เมตร เนื่องจากในการเขียนโปรแกรม MATLAB ในรูปแบบ M File เพื่อจำลองสถานการณ์ อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์และได้รับการกรองผ่านต่ำ จะยังคงมีการกวัดแกว่งในขนาดเล็ก ๆ ด้วยความถี่ค่าหนึ่งในสถานะอยู่ตัว ทำให้พจน์ที่ไม่ทราบค่า $f_3(kT)$, $f_3^*((k+1)T)$ และสัญญาณพื้นผิว $s_\omega(kT)$ เกิดการกวัดแกว่งด้วยความถี่เดียวกันและแอมพลิจูด (amplitude) ค่าหนึ่ง เพราะพจน์ $\Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)/T$ และ $\left[2\Delta\widetilde{\omega}_r(kT)-\Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)\right]/T$ ขยายขนาดการกวัดแกว่งของพจน์ $\hat{\widetilde{\omega}}_r^*(kT)$ และ $2\hat{\widetilde{\omega}}_r(kT)-\hat{\widetilde{\omega}}_r^*(kT)$ ตามลำดับ เป็นผลให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่าค่อย ๆ เพิ่มขึ้นจากเดิม นั่นคือเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะไม่สามารถสรุปได้ และถ้าค่าเกนแก้ไข $|\Lambda_3|$ มีตัวเลขเพิ่มขึ้น ฟังก์ชันเลียปูโนฟจะยังคงมีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิม เมื่อพิจารณาให้มอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ พจน์ $\widetilde{\omega}_r^*(kT)/T$ และ $\left[2\widetilde{\omega}_r(kT)-\widetilde{\omega}_r^*(kT)\right]/T$ จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ทำให้การเพิ่มเติมพจน์ที่ทราบค่า $\hat{\widetilde{\omega}}_r^*(kT)/T$ ในสัญญาณแก้ไข $\delta_o(kT)$ และพจน์ที่ทราบค่า $\left[2\hat{\widetilde{\omega}}_r(kT)-\hat{\widetilde{\omega}}_r^*(kT)\right]/T$ ในสัญญาณแก้ไข $\delta_o^*((k+1)T)$ สามารถชดเชยหรือหักล้างการกวัดแกว่งที่ปะปนในอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าดังกล่าวได้ เป็นผลให้ฟังก์ชันเลียปูโนฟมีค่าลดลงจากเดิมในอัตราที่เล็กน้อยในสถานะอยู่ตัว และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กมีเสถียรภาพ

ในช่วงแรกของการเดินเครื่องมอเตอร์และโหลดให้เริ่มต้นหมุนออกจากตำแหน่งหยุดนิ่ง ตัวสังเกตอัตราเร็วจะคำนวณเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ได้แต่มีความผิดพลาดมาก ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กซึ่งรับปริมาณดังกล่าว ไปเป็นข้อมูลในการประมาณค่าโหลดทอร์ก ผลการประมาณค่าโหลดทอร์กจึงมีความผิดพลาดมากเช่นเดียวกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.19 และ 8.20 เป็นผลให้ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_2(kT)$ มีค่าบวกในช่วงเวลาที่นานกว่าการมีค่าลบ ฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_2(kT)$ จึงมีค่าเพิ่มขึ้น (ฟังก์ชันสเกลาร์) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.21 และ 8.22 และเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กไม่สามารถสรุปได้ แต่เมื่อตัวสังเกตอัตราเร็วคำนวณตัวแปรสถานะและประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่มีความถูกต้อง (ความผิดพลาดน้อยมาก) ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กข้างต้น จะประมาณค่าโหลดทอร์กที่มีขนาดใกล้เคียงกับโหลดทอร์กจริง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.23 $\widetilde{V}_2(kT)$ มีค่าลบอย่างต่อเนื่อง $V_2(kT)$ จึงมีค่าลดลง และตัวสังเกตสถานะมีเสถียรภาพ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.21 และ 8.22 ในช่วงระยะเวลาที่โหลดทอร์กจริงกำลังมีขนาดที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กประมาณ

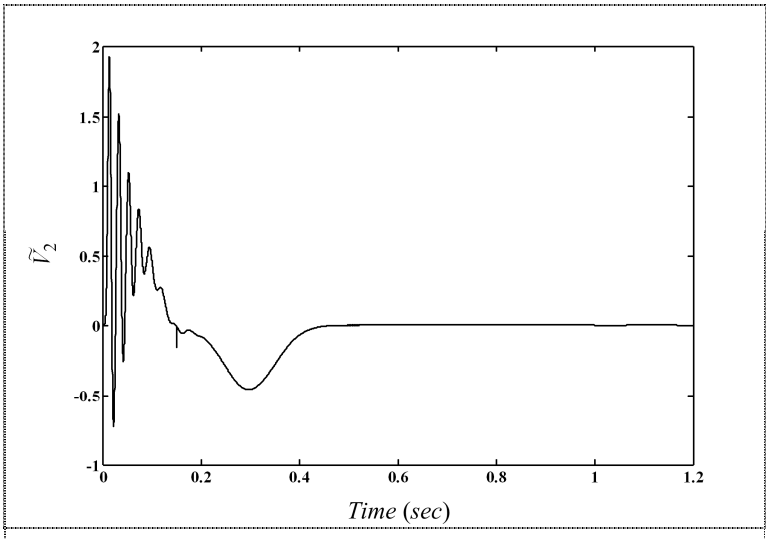


รูปที่ 8.19 โหลดทอร์กจริง ($T_L(kT)$) ที่เกิดขึ้นและโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ($\hat{T}_L(kT)$)

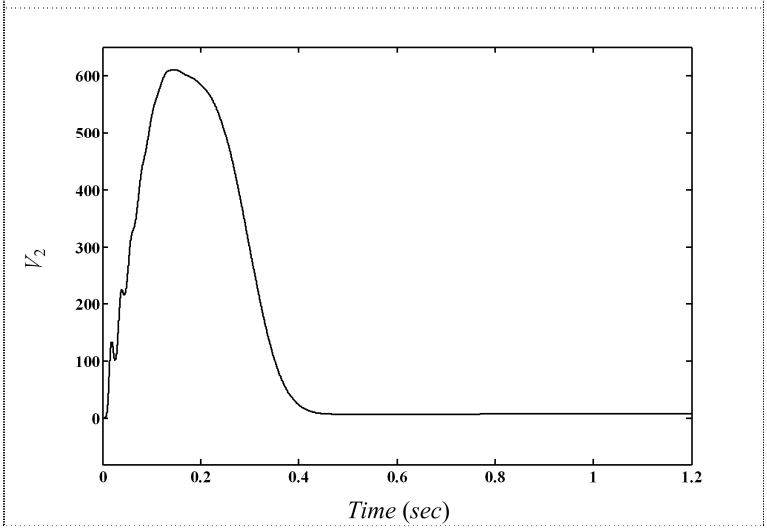


รูปที่ 8.20 ความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ($\Delta T_L(kT)$)

ค่าโหลดทอร์กที่มีความผิดพลาดเพิ่มขึ้น แต่ในช่วงระยะเวลาที่โหลดทอร์กจริงมีขนาดคงที่ โหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ มีความผิดพลาดลดลง (น้อยกว่า 0.1 นิวตัน·เมตร) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.24 เนื่องจากขนาดของความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง ($e_\omega(kT)$) มีขอบเขต ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.25 เซต Ξ''_C จะมีเซตย่อย Ξ''_I

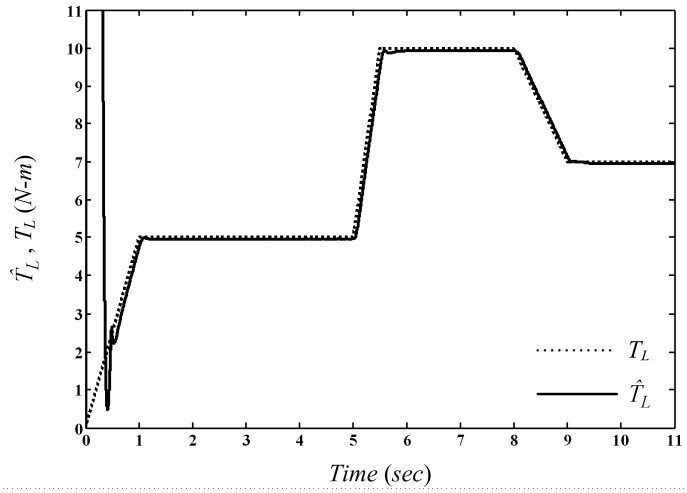


รูปที่ 8.21 ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\tilde{V}_2(kT)$ ในสมการที่ (8-26) ในช่วง 0 ถึง 1.2 วินาที

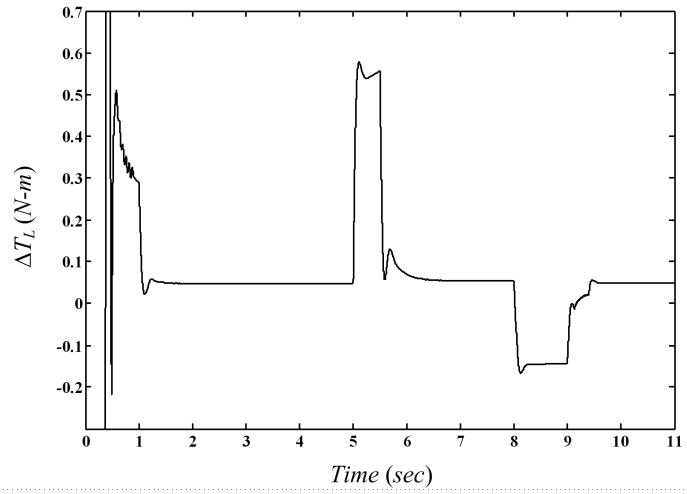


รูปที่ 8.22 ฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_2(kT)$ ในสมการที่ (8-22) ในช่วง 0 ถึง 1.2 วินาที

การเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์กจริงและการทำงานของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอได้ให้ดิสครีมิแนนต์ที่มีค่าบวกตลอดช่วงระยะเวลาที่ $\tilde{T}_L(kT) \neq 0$ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.26 นั่นคือขอบเขตบนและขอบเขตล่างมีความหมายในช่วงระยะเวลานี้ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.27 แต่ในช่วงแรกของการเดินเครื่องมอเตอร์และการคำนวณของตัวสังเกต ดิสครีมิแนนต์มีค่าลบในขนาดเล็กน้อยในช่วงเวลาสั้น ๆ เมื่อ $\tilde{T}_L(kT)$ มีค่าอยู่นอกขอบเขตบนและขอบเขตล่างอย่างต่อเนื่อง

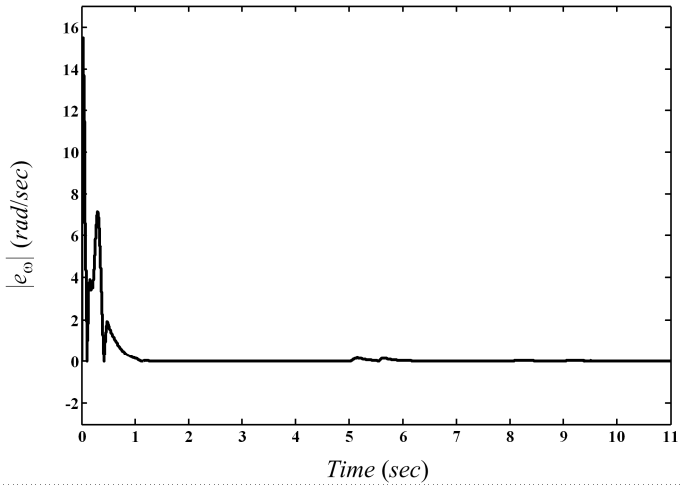


รูปที่ 8.23 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.19 ในแกนตั้งในช่วง 0 ถึง 11 นิวตัน·เมตร

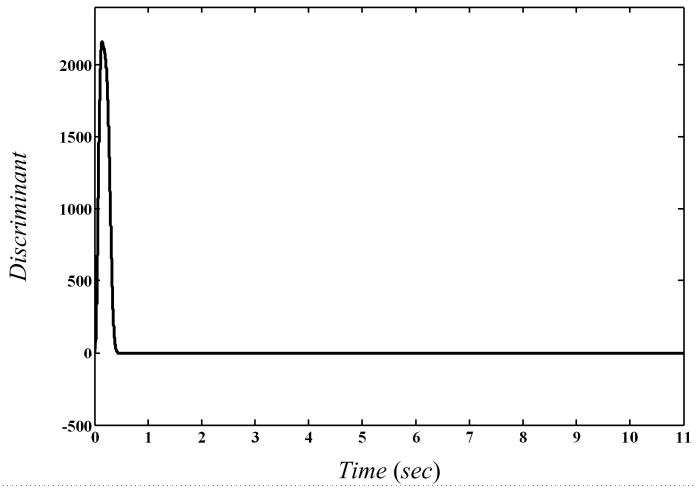


รูปที่ 8.24 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.20 ในแกนตั้งในช่วง –0.3 ถึง 0.7 นิวตัน·เมตร

ในช่วง 0.54 ถึง 1 วินาที และในช่วง 5 ถึง 5.5 วินาที ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.28 และ 8.29 ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_2(kT)$ มีค่าบวก ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.30 และ 8.31 และฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_2(kT)$ มีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิม (ฟังก์ชันสเกลาร์) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.32 ทำให้ไม่สามารถสรุปเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กได้ และเมื่อ $\widetilde{T}_L(kT)$ มีค่าอยู่ในระหว่างสองขอบเขตนี้ ในช่วง 8 ถึง 9 วินาที ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.33 $\widetilde{V}_2(kT)$ มีค่าลบ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.34 และ

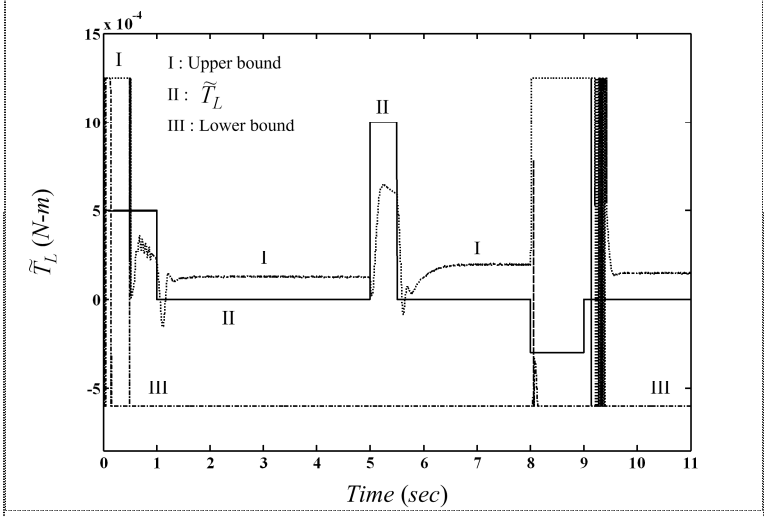


รูปที่ 8.25 ขนาดของความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่าครั้งที่สอง ($|e_\omega(kT)|$)

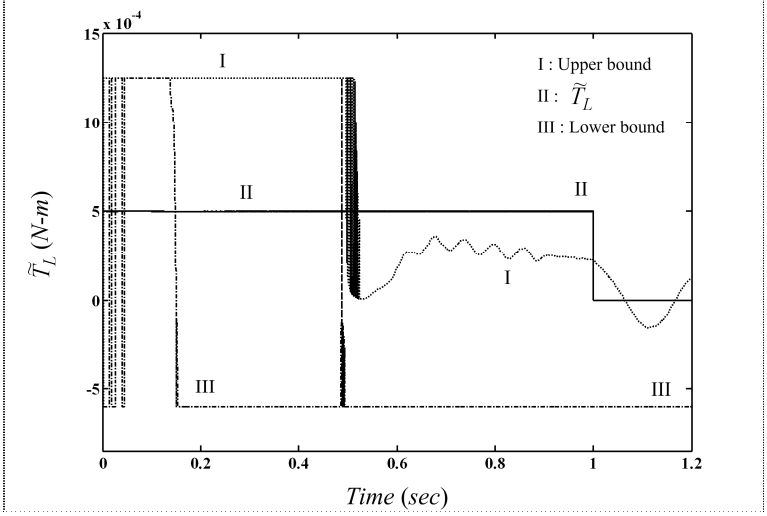


รูปที่ 8.26 ดิสคริมิแนนต์ของ $\widetilde{T}_L(kT)$

ฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_2(kT)$ มีค่าลดลงจากเดิม ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.32 เป็นผลให้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กมีเสถียรภาพ แต่ในช่วงสั้น ๆ 8.07 ถึง 8.08 วินาที $\widetilde{T}_L(kT)$ มีค่าอยู่นอกขอบเขตบนและขอบเขตล่าง และหลังจากโหลดทอร์กเริ่มมีขนาดคงที่ ($\widetilde{T}_L(kT) = 0$) ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_2(kT)$ มีค่าลบที่ชัดเจนและค่าบวกที่สลับกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.30, 8.31, และ 8.34

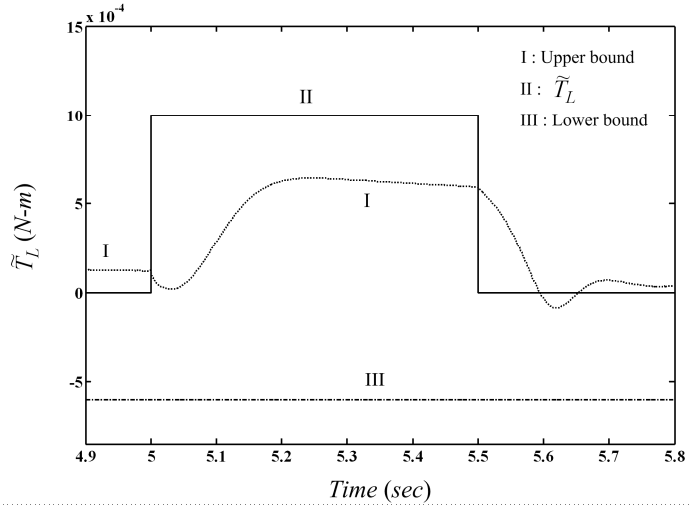


รูปที่ 8.27 ปริมาณที่สมมูลกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของโหลดทอร์ก ขอบเขตบนและขอบเขตล่าง

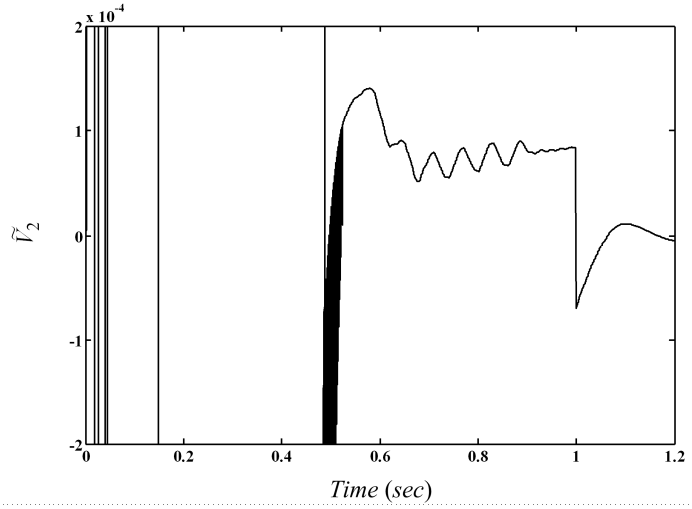


รูปที่ 8.28 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.27 ในช่วง 0 ถึง 1.2 วินาที

เพราะความผิดพลาดของโหลดทอร์กที่เกิดจากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ($\Delta T_L(kT)$) มีขนาดเพิ่มขึ้นเล็กน้อยอีกครั้งและมีขนาดลดลงลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งตามลำดับ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.35 ทำให้ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กมีเสถียรภาพ ($e_\omega(kT) \in \Xi''_C$) และเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะไม่สามารถสรุปได้ ($e_\omega(kT) \notin \Xi''_C$) สลับกันในช่วงเวลาสั้น ๆ ก่อนการมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 8.32 และ 8.36 ($\widetilde{V}_2(kT)$ มีค่าลบอย่างต่อเนื่อง $V_2(kT)$

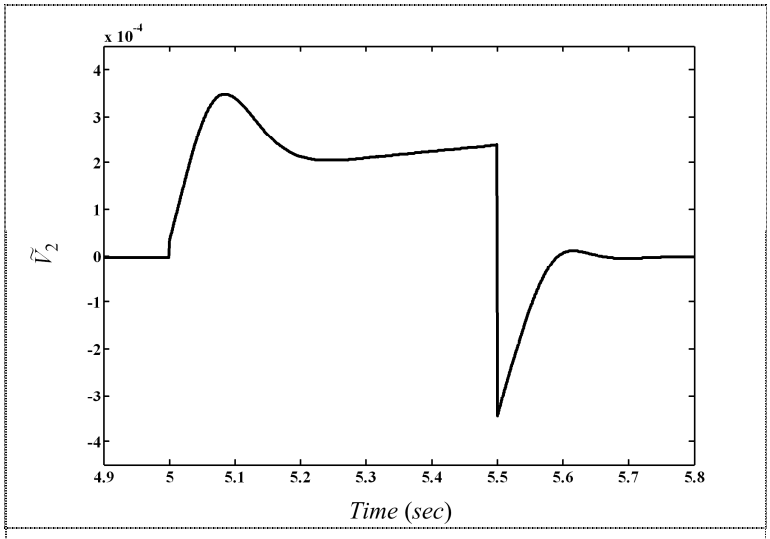


รูปที่ 8.29 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.27 ในช่วง 4.9 ถึง 5.8 วินาที

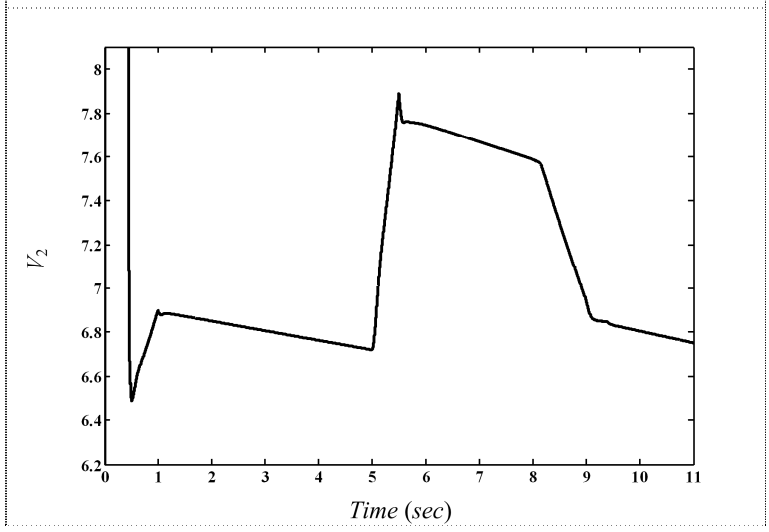


รูปที่ 8.30 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.21 ในแกนตั้งในช่วง –0.0002 ถึง 0.0002

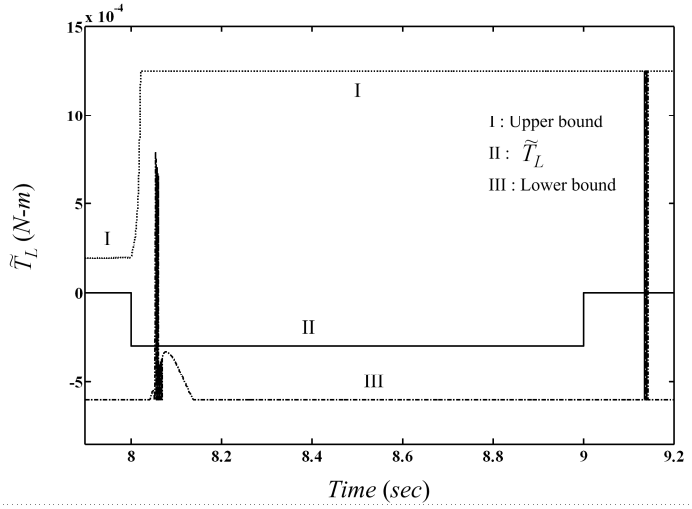
ค่อย ๆ มีค่าลดลงจากเดิมในสถานะอยู่ตัว และ $e_{\omega}(kT) \in \Xi_C'' \rightarrow e_{\omega}(kT) \in \Xi_I'')$ *"ดังนั้น ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนออาจมีเสถียรภาพตั้งแต่ระยะเวลาหนึ่งในสถานะชั่วครู่ และมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว"*



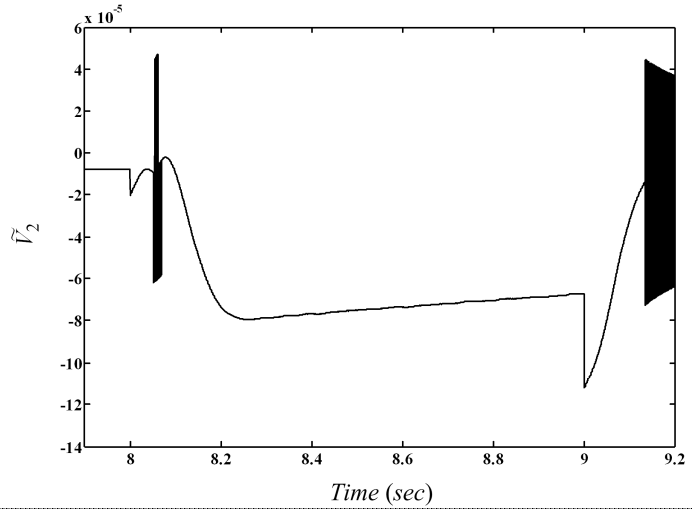
รูปที่ 8.31 ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\tilde{V}_2(kT)$ ในสมการที่ (8-26) ในช่วง 4.9 ถึง 5.8 วินาที



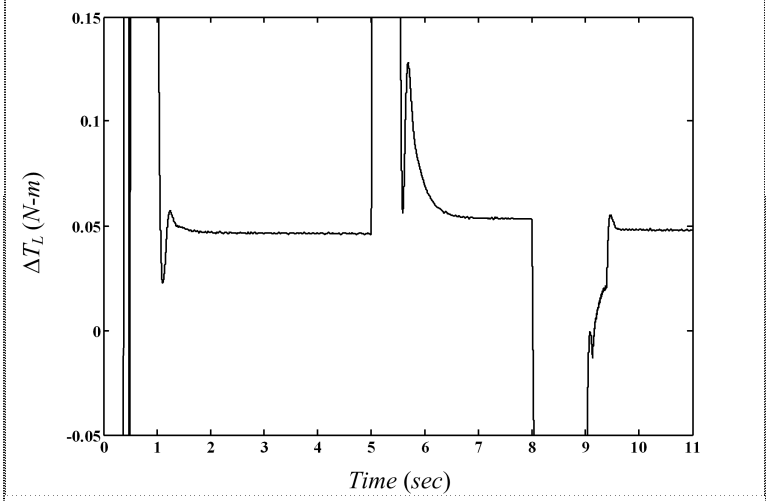
รูปที่ 8.32 ฟังก์ชันเลียปูโนฟ $V_2(kT)$ ในสมการที่ (8-22) ในช่วง 0 ถึง 11 วินาที



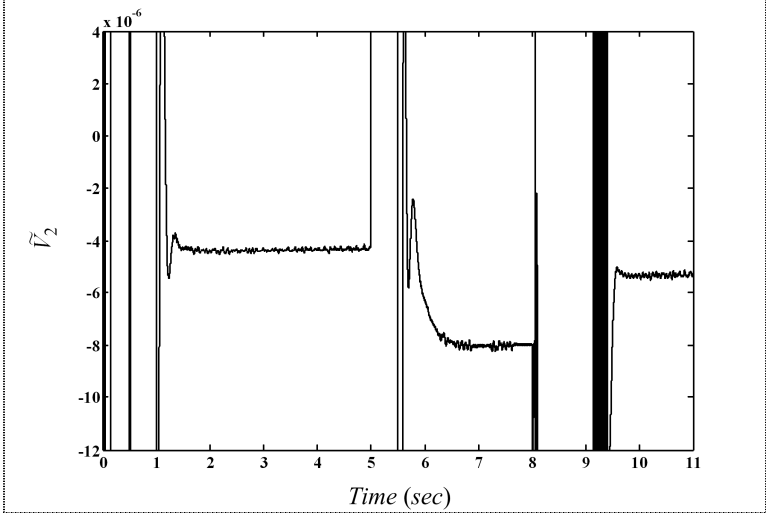
รูปที่ 8.33 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.27 ในช่วง 7.9 ถึง 9.2 วินาที



รูปที่ 8.34 ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\widetilde{V}_2(kT)$ ในสมการที่ (8-26) ในช่วง 7.9 ถึง 9.2 วินาที



รูปที่ 8.35 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 8.20 ในแกนตั้งในช่วง –0.05 ถึง 0.15 นิวตัน·เมตร



รูปที่ 8.36 ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\tilde{V}_2(kT)$ ในสมการที่ (8-26) ในช่วง 0 ถึง 11 วินาที

8.8 สรุป

ในการนำตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอที่ต่อเรียงกันกับตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ไปใช้งาน อัลกอริทึมอินทิกรัลเชิงเลขของวิธีเฮอุน ได้ถูกนำมาดิสครีไตซ์รูปแบบเวลาต่อเนื่องของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ให้อยู่ในรูปแบบเวลาดิสครีตของสมการผลต่างสืบเนื่องที่มีคาบระยะเวลาการสุ่มวัดคงที่ค่าหนึ่ง เป็นผลให้ผู้ใช้งานสามารถเขียนโปรแกรมตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอลหรือไมโครคอนโทรลเลอร์ทำหน้าที่ตัวสังเกตสถานะดังกล่าวที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ครั้งที่สอง (ตัวแปรสถานะ) ค่าพารามิเตอร์เชิงกล และโหลดทอร์กแบบออนไลน์ในเวลาจริง แต่ข้อจำกัดหนึ่งในการทำงานของตัวสังเกตสถานะข้างต้น คือคาบระยะเวลาการสุ่มวัดและคำนวณต้องสั้นเพียงพอ ซึ่งค่าที่เหมาะสมนี้อาจน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.0001 วินาที (ความถี่การสุ่มวัดที่เหมาะสมอาจมากกว่าหรือเท่ากับ 10 กิโลเฮิรตซ์) เพราะตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์มีคาบระยะเวลาคงที่ของการสุ่มวัดที่เหมาะสมซึ่งน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.0001 วินาที และค่าเกนสัดส่วนในกฎการปรับตัว ต้องถูกเลือกให้มีค่ามากกว่าครึ่งหนึ่งของผลคูณระหว่างค่าเกนอินทิกรัลและคาบระยะเวลาการสุ่มวัด เพื่อทำให้ระบบการหมุนเชิงกลและตัวสังเกตสถานะเกิดเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟในเวลาดิสครีต เมื่อคาบระยะเวลาคงที่ของการสุ่มวัดมีค่าที่เปลี่ยนแปลงจากเดิม ค่าเกนแก้ไข $|\Lambda_3|$ จะถูกปรับจูนใหม่ โดยมีจุดประสงค์ไม่ให้ความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าโหลดทอร์ก มีขนาดเพิ่มขึ้น ในการเขียนโปรแกรม MATLAB ในรูปแบบ M file เพื่อจำลองสถานการณ์การหมุนของระบบมอเตอร์และโหลด และการคำนวณของตัวสังเกตทั้งสองนี้ เนื่องจากการกวัดแกว่งที่เหมือนกับสัญญาณรบกวนของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ มีผลกระทบที่ชัดเจนถึงการทำงานที่ถูกต้องของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ทำให้ต้องเพิ่มเติมพจน์ของอัตราการเปลี่ยนแปลงอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า ลงในสัญญาณแก้ไข เป็นผลให้การกวัดแกว่งที่เกิดขึ้นถูกหักล้าง และตัวสังเกตสถานะมีเสถียรภาพในสถานะอยู่ตัว และเมื่อโหลดทอร์กจริงกำลังมีขนาดที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กอาจมีเสถียรภาพ หรือเสถียรภาพของตัวสังเกตสถานะอาจไม่สามารถสรุปได้อย่างใดอย่างหนึ่งในสถานะชั่วครู่ และตัวสังเกตมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัวหลังจากโหลดทอร์กจริงมีขนาดคงที่

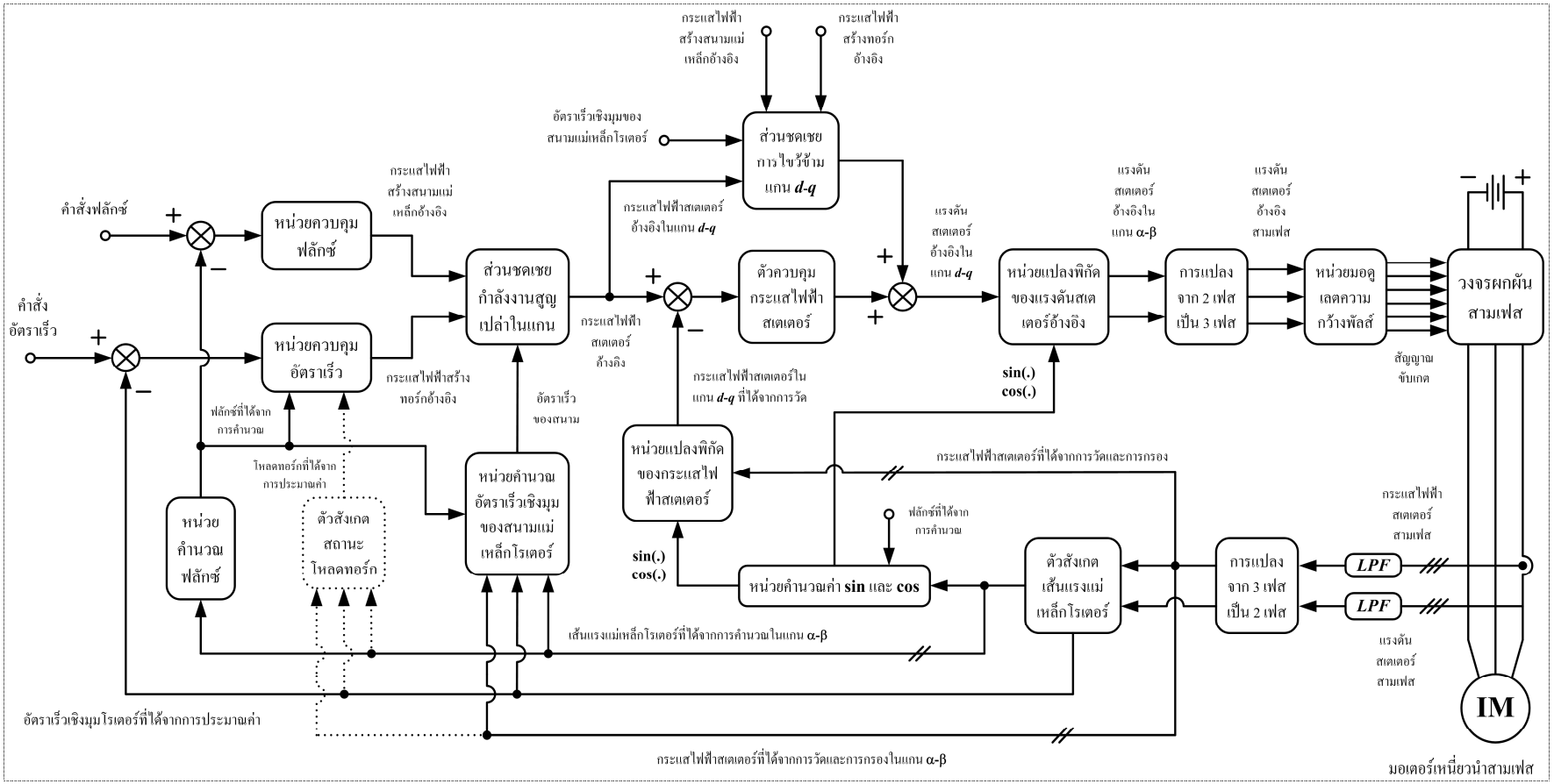
บทที่ 9
ผลการจำลองสถานการณ์ระบบควบคุมอัตราเร็ววงปิด

9.1 กล่าวนำ

วัตถุประสงค์หลักในการออกแบบและพัฒนาตัวสังเกตอัตราเร็ว (ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์) และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว คือการใช้งานตัวสังเกตเหล่านี้แทนที่ตัวตรวจรู้อัตราเร็วและอุปกรณ์วัดทอร์กในระบบควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสแบบเวกเตอร์วงปิด ในการทดสอบแนวคิดด้วยการจำลองสถานการณ์ระบบวงเปิด เมื่อมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดเกิดการหมุน ตัวสังเกตทั้งสองมีความสามารถในการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และโหลดทอร์กแบบออนไลน์ ที่มีค่าเท่ากับหรือใกล้เคียงกับอัตราเร็วจริงและโหลดทอร์กจริงได้ตามลำดับ จึงเป็นไปได้ในการใช้งานตัวสังเกตทั้งสองในระบบควบคุมวงปิด แต่การประมาณค่าอัตราเร็วต้องมีสมรรถนะที่รวดเร็วใกล้เคียงกับพลวัตการหมุนของระบบมอเตอร์และโหลด และการประมาณค่าโหลดทอร์กของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กอาจมีค่าพุ่งเกิน (overshoot) จากโหลดทอร์กจริงคงที่ ได้พอสมควร ทำให้ค่าเกนบางค่าในตัวสังเกตทั้งสองต้องได้รับการปรับจูนใหม่ เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงผลการจำลองสถานการณ์ระบบควบคุมวงปิดดังกล่าวที่ใช้ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ทำหน้าที่ป้อนกลับการประมาณค่าของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และขนาดของเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (หรือฟลักซ์) แทนที่ปริมาณจริงที่ได้จากการวัด และระบบควบคุมวงปิดที่มีตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กทำหน้าที่ป้อนการประมาณค่าของโหลดทอร์กในลักษณะไปหน้า เพื่อชดเชยการรบกวนภายนอกของโหลดทอร์ก โดยที่ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กต่อเรียงกันกับตัวสังเกตอัตราเร็ว

9.2 ระบบควบคุมวงปิดของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์

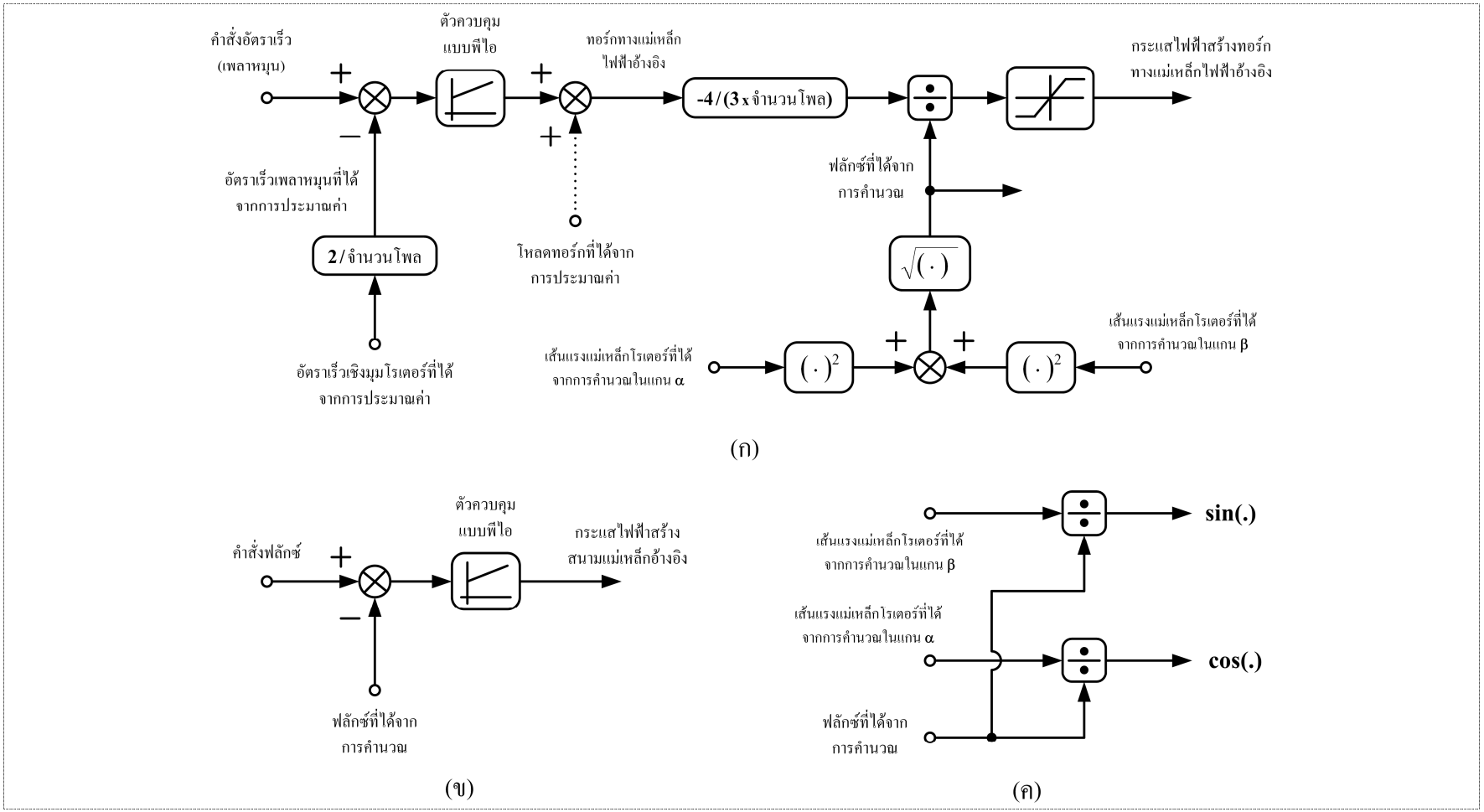
วิธีควบคุมแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ที่พิจารณาในที่นี้ มีแผนภาพแทนระบบดังแสดงไว้ในรูปที่ 9.1 (พิจารณาองค์ประกอบที่แสดงไว้ด้วยเส้นทึบเท่านั้น) และมีองค์ประกอบหลายส่วน ได้แก่ (1) วงรอบภายในทำหน้าที่คุมค่ากระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ในพิกัด (หรือกรอบอ้างอิง) สนามแม่เหล็กโรเตอร์ (2) วงรอบภายนอกทำหน้าที่คุมค่าอัตราเร็วและฟลักซ์ในลักษณะที่แยกออกจากกันอย่างอิสระ (3) หน่วยคำนวณค่าซายน์ (sin) และโคซายน์ (cos) ของตำแหน่งเชิงมุมสนามแม่เหล็กโรเตอร์ที่ใช้ในการแปลงพิกัดของกระแสไฟฟ้าและแรงดัน (4) หน่วยคำนวณอัตราเร็วเชิงมุมของ



รูปที่ 9.1 แผนภาพกรอบของหน่วยต่าง ๆ ที่ประกอบเข้าด้วยกันเป็นวิธีควบคุมอัตราเร็วแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์

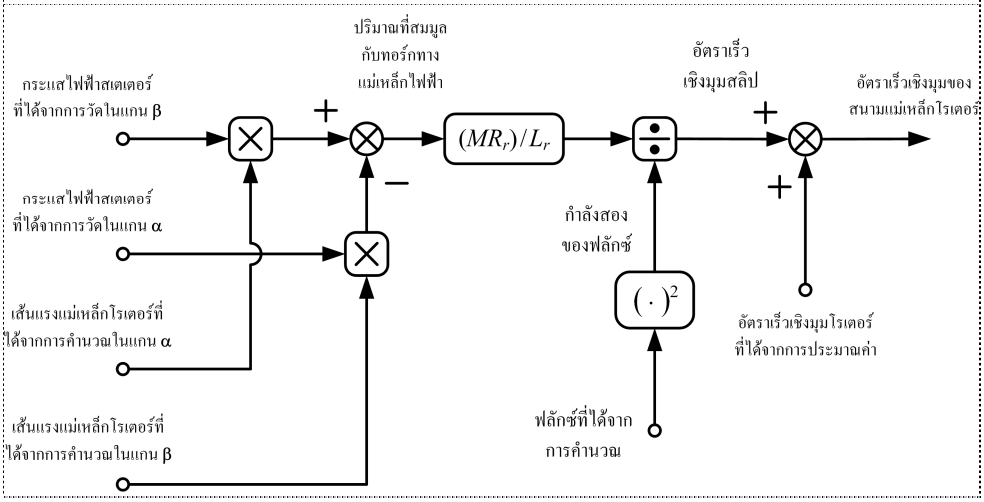
สนามแม่เหล็กโรเตอร์ (5) หน่วยแปลงกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัดและอยู่ในพิกัดหยุดนิ่ง (พิกัดสเตเตอร์) ให้อยู่ในพิกัดสนามแม่เหล็กโรเตอร์ (6) หน่วยแปลงแรงดันสเตเตอร์อ้างอิงที่อยู่ในพิกัดสนามแม่เหล็กโรเตอร์ให้อยู่ในพิกัดหยุดนิ่ง (หรือการแปลงย้อนกลับ) และ (7) ตัวกรองผ่านต่ำ (LPF) ชนิดบัตเตอร์เวิร์ท (Butterworth) อันดับสามที่มีหน้าที่ปรับรูปคลื่นของแรงดันและกระแสไฟฟ้าที่ได้จากการวัดให้มีความเรียบมากขึ้นก่อนการแปลงและป้อนกลับ

หน่วยสร้างสัญญาณมอดูเลตความกว้างพัลส์ (PWM) ของวงจรผกผันสามเฟสชนิดแหล่งจ่ายแรงดัน ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของระบบดังแผนภาพในรูปที่ 9.1 ได้รับแรงดันสเตเตอร์อ้างอิงที่ใช้เปรียบเทียบกับสัญญาณพาหะสามเหลี่ยมที่มีความถี่สูง ทำให้แรงดันกระแสสลับสเตเตอร์ที่ปรากฏในปลายขั้วไฟฟ้าของมอเตอร์มีค่าอาร์เอ็มเอสและความถี่หลักมูลเปลี่ยนแปลงตามแรงดันอ้างอิง เป็นผลให้แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกนในพิกัดหยุดนิ่ง สร้างทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีขนาดและทิศทางเปลี่ยนแปลงตามความต้องการได้ นั่นคือแบบจำลองเชิงกลของมอเตอร์และโหลดสามารถหมุนด้วยอัตราเร็วคงที่ หรืออัตราเร็วที่มีการเปลี่ยนแปลงจากเดิม หรือสามารถหมุนกลับทิศทางได้ หน่วยควบคุมอัตราเร็วและฟลักซ์ใช้ตัวควบคุมแบบพีไอ (PI) ที่มีเอาต์พุตคือทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าอ้างอิงและกระแสไฟฟ้าสร้างสนามแม่เหล็กอ้างอิงตามลำดับ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.2 (ก) และ 9.2 (ข) ผลลัพธ์ที่เกิดจากการหารระหว่างทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าอ้างอิงและฟลักซ์ที่ได้จากการคำนวณ คือกระแสไฟฟ้าสร้างทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าอ้างอิง หน่วยควบคุมกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์คือตัวควบคุมแบบพีไอในแกน d-q ที่มีส่วนชดเชยกำลังงานสูญเปล่าในแกนของมอเตอร์เหนี่ยวนำและส่วนป้อนไปหน้าที่ชดเชยการไขว้ข้าม (หรือคู่ต่อ : coupling) ระหว่างแกน d-q (Mannan, Murata, Tamura, and Tsuchiya, 2003) โดยที่อินพุตของหน่วยควบคุมกระแสไฟฟ้าข้างต้นคือกระแสไฟฟ้าสร้างทอร์กและสนามแม่เหล็กอ้างอิง และเอาต์พุตของหน่วยควบคุมนี้คือแรงดันสเตเตอร์อ้างอิง ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ได้รับแรงดันสเตเตอร์และกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์สามเฟสจากตัวกรองผ่านต่ำ เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์และคำนวณเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในพิกัดหยุดนิ่ง และป้อนกลับการประมาณค่าของอัตราเร็วเชิงมุมและฟลักซ์ถึงหน่วยควบคุมอัตราเร็วและฟลักซ์ตามลำดับ ค่าซายน์และโคซายน์ของตำแหน่งเชิงมุมสนามแม่เหล็กโรเตอร์ถูกคำนวณได้จากผลหารระหว่างเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้จากการคำนวณในแกนตั้ง (แกน β) และฟลักซ์ที่ได้จากการคำนวณ และผลหารระหว่างเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้จากการคำนวณในแกนนอน (แกน α) และฟลักซ์ที่ได้จากการคำนวณตามลำดับ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.2 (ค) ในขณะที่อัตราเร็วเชิงมุมของสนามแม่เหล็กโรเตอร์คือผลรวมระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าและอัตราเร็วเชิงมุมสลิปที่ได้จากการคำนวณ โดยที่



รูปที่ 9.2 แผนภาพกรอบ (ก) หน่วยควบคุมอัตราเร็วและหน่วยคำนวณฟลักซ์, (ข) หน่วยควบคุมฟลักซ์, และ (ค) หน่วยคำนวณค่าซายน์และโคซายน์

ผลหารระหว่างปริมาณที่สมมูลกับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าและกำลังสองของฟลักซ์ที่ได้จากการคำนวณคืออัตราเร็วเชิงมุมสลิป ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.3 ปริมาณที่สมมูลกับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้านี้ถูกคำนวณจากเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้จากการคำนวณและกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัดและผ่านการกรองด้วยตัวกรองผ่านต่ำแล้ว หน่วยควบคุมกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ได้รับอัตราเร็วเชิงมุมของสนามแม่เหล็กโรเตอร์ เพื่อใช้เป็นข้อมูลหนึ่งในการชดเชยกำลังงานสูญเปล่าในแกนและการไขว้ข้ามระหว่างแกน d-q ค่าเกนอินทิกรัลในกฎการปรับตัวที่ทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ ถูกปรับเปลี่ยนให้มีค่ามากเพียงพอจนกว่าสมรรถนะของการประมาณค่าเริ่มพุ่งเกินจากอัตราเร็วเชิงมุมจริงในการหมุนของระบบมอเตอร์และโหลด แต่ค่าเกนสัดส่วนในกฎการปรับตัวนี้ ถูกปรับเปลี่ยนให้มีค่าน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับค่าเกนอินทิกรัล เพราะค่าเกนสัดส่วนที่มีค่ามากอาจเป็นสาเหตุให้อัตราเร็วเชิงมุมที่ได้จากการประมาณค่าเกิดการกวัดแกว่งด้วยความถี่สูงในสถานะอยู่ตัว



รูปที่ 9.3 แผนภาพกรอบของหน่วยคำนวณอัตราเร็วเชิงมุมของสนามแม่เหล็กโรเตอร์

มอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสชนิดกรงกระรอก 3 กิโลวัตต์มีค่าพารามิเตอร์ที่ระบุไว้ในบทที่ 7 (หัวข้อ 7.5) แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำดังกล่าวคือวงจรสมมูลแบบที (T) ในแกน α-β ในความถี่หลักมูลของการกระตุ้นสเตเตอร์ ที่มีตัวต้านทาน (R_c) ที่แทนกำลังงานสูญเปล่าในแกนเชื่อมต่อแบบขนานกับตัวเหนี่ยวนำสร้างแม่เหล็ก (M') ซึ่งสมมูลกับตัวต้านทานที่แทนกำลังงานสูญเปล่าในแกน (R_m) เชื่อมต่อแบบอนุกรมกับตัวเหนี่ยวนำร่วมในกิ่งสร้างแม่เหล็กที่ความถี่ 50 เฮิรตซ์ หน่วยมอดูเลตความกว้างพัลส์มีความถี่ของสัญญาณพาหะ

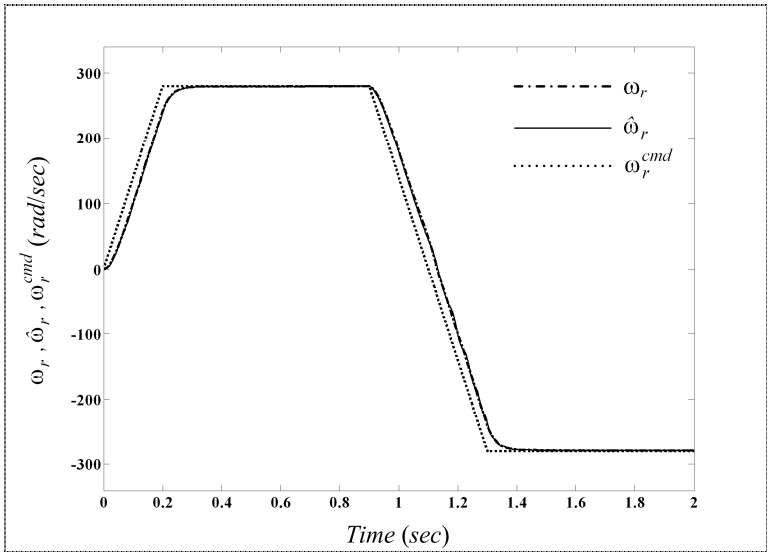
เท่ากับ 4,000 เฮิรตซ์ ตัวกรองผ่านต่ำมีความถี่ตัดเท่ากับ 2,000 เฮิรตซ์ แหล่งจ่ายกระแสตรงที่เชื่อมต่อบริเวณอินพุตของวงจรผกผันสามเฟสมีแรงดันเท่ากับ 630 โวลต์ (แรงดันเชื่อมโยงกระแสตรง) ตัวควบคุมอัตราเร็วมีค่าเกนสัดส่วน ($K_{P\omega}$) และค่าเกนอินทิกรัล ($K_{I\omega}$) เท่ากับ 3.2 และ 3.4 ตามลำดับ ตัวควบคุมฟลักซ์มีค่าเกนสัดส่วน ($K_{P\psi}$) และค่าเกนอินทิกรัล ($K_{I\psi}$) เท่ากับ 100 และ 120 ตามลำดับ ตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ในแกน d-q มีค่าเกนสัดส่วน (K_{Pd} , K_{Pq}) เท่ากับ 200 และค่าเกนอินทิกรัล (K_{Id} , K_{Iq}) เท่ากับ 1 ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์มีกฎการปรับตัวที่ทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็ว ซึ่งได้รับการปรับจูนค่าเกนสัดส่วน ($k_{\omega p}$) และค่าเกนอินทิกรัล ($k_{\omega i}$) ให้เท่ากับ 5 และ 6,000 ตามลำดับ และค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์มีค่าเท่ากับศูนย์ ($\hat{\omega}_{r0} = 0$) ในขณะที่ค่าเกนพื้นผิว ค่าเกนแก้ไข ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์ ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลอื่น ๆ ในตัวสังเกตนี้ทุกค่า มีค่าตัวเลขเดียวกับที่ระบุไว้ในบทที่ 7 ยกเว้น $|\Lambda_\alpha| = |\Lambda_\beta| = 10$ ตัวแปรสถานะเริ่มต้นของมอเตอร์และตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ มีค่าเท่ากับศูนย์ ฟลักซ์อ้างอิงหรือคำสั่งฟลักซ์ ($\|\psi_r\|^{cmd}$) ของหน่วยควบคุมฟลักซ์มีค่าเท่ากับ 0.92 เวเบอร์ และอัตราเร็วเชิงมุมเพลาหมุนอ้างอิงหรือคำสั่งอัตราเร็วเชิงมุมเพลาหมุน (ω_m^{cmd}) มีลักษณะเป็นขั้นบันไดแบบลาดเอียง (step-ramp)

9.3 ผลการจำลองสถานการณ์ระบบควบคุมวงปิดแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์

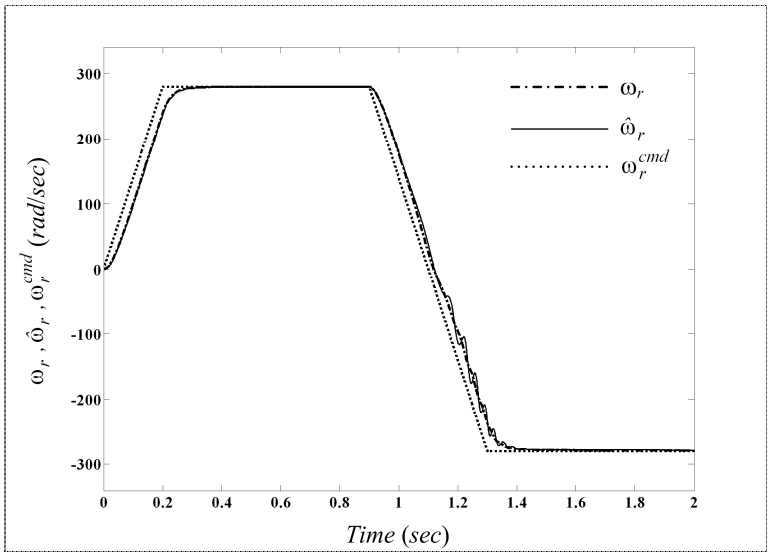
ในการจำลองสถานการณ์ ระบบย่อยต่าง ๆ ในโปรแกรม MATLAB\Simulink ถูกเชื่อมต่อเข้าด้วยกันเป็นระบบควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์ สมมุติว่าโหลดทอร์กจริงที่เกิดขึ้นในระบบมอเตอร์และโหลดมีขนาดคงที่เท่ากับ 5 นิวตัน·เมตร และเมื่อมอเตอร์หมุนกลับทิศทางจากเดิม โหลดทอร์กดังกล่าวสามารถกลับทิศทางต้านการหมุนของระบบได้ เนื่องจากตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอถูกพัฒนาและปรับปรุงจากตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยที่เคยปรากฏมาก่อน (Chern and Chang, 1998) ซึ่งเป็นตัวสังเกตที่ไม่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกน การเปรียบเทียบสมรรถนะในการทำงานของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ทั้งสองนี้ในระบบควบคุมวงปิด จึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจ คำสั่งอัตราเร็วเชิงมุมเพลาหมุนจะกำหนดให้มอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดหมุนออกจากตำแหน่งหยุดนิ่งด้วยอัตราเร็วที่เพิ่มขึ้นจนถึง 140 เรเดียนต่อวินาที (ตรงกับอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ 280 เรเดียนต่อวินาที) ภายใน 0.2 วินาที หลังจากนั้นมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วเพลาหมุนคงที่เท่ากับ 140 เรเดียนต่อวินาที (ในทิศทางบวก) เมื่อเวลาผ่านไป 0.9 วินาที คำสั่งจะกำหนดให้มอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเพลาหมุนลดลงจากเดิมจนถึงศูนย์ภายใน 0.2 วินาที และหมุนกลับทิศทางด้วยอัตราเร็วที่เพิ่มขึ้นจนถึง 140 เรเดียน

ต่อวินาทีอีกครั้งหนึ่ง (ตรงกับอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ 280 เรเดียนต่อวินาที) ภายใน 0.2 วินาที หลังจากนั้นมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วเพลาหมุนคงที่เท่ากับ 140 เรเดียนต่อวินาที (ในทิศทางลบ)

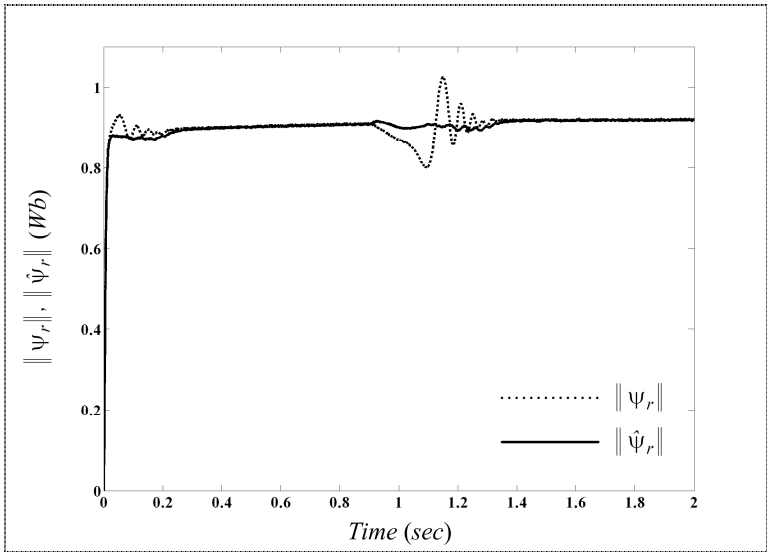
ผลการจำลองสถานการณ์ได้แสดงถึงสมรรถนะในการทำงานที่ดีกว่าของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.4, 9.5, 9.6, และ 9.7 แต่ในช่วงระยะเวลาที่มอเตอร์เหนี่ยวนำเริ่มเดินเครื่องขับเคลื่อนโหลดให้หมุนออกจากตำแหน่งหยุดนิ่งจนถึงมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วเกือบคงที่ (ในช่วงเวลา 0 ถึง 0.25 วินาที) ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้และที่นำเสนอมีสมรรถนะในการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ใกล้เคียงกัน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.8 และ 9.9 ในช่วงระยะเวลาที่มอเตอร์และโหลดกำลังหมุนกลับทิศทาง (ในช่วงเวลา 0.9 ถึง 1.3 วินาที) ตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอคำนวณเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในแกนนอนและแกนตั้งได้ใกล้เคียงและติดตามเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงที่เกิดขึ้นในมอเตอร์ ได้ดีกว่าตัวสังเกตในงานวิจัยก่อนหน้านี้ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.10, 9.11, 9.12, และ 9.13 ดังนั้นการแปลงพิกัดของกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่วัดได้และการแปลงพิกัดย้อนกลับของแรงดันสเตเตอร์อ้างอิงมีความถูกต้องมากกว่า หลังจากมอเตอร์และโหลดหมุนกลับทิศทางได้อย่างสมบูรณ์และกำลังหมุนด้วยอัตราเร็วเพิ่มขึ้น (ในช่วงเวลา 1.1 ถึง 1.35 วินาที) ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์และคำนวณฟลักซ์ในลักษณะที่กวัดแกว่งอย่างชัดเจน ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.7 และ 9.14 หน่วยควบคุมอัตราเร็วและฟลักซ์จึงได้รับปริมาณป้อนกลับของการประมาณค่าอัตราเร็วเพลาหมุนและฟลักซ์ที่มีการกวัดแกว่งตามลำดับ ทำให้มอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วที่มีการกวัดแกว่งเช่นเดียวกัน แต่มีขนาดของการกวัดแกว่งน้อยกว่า ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.14 และมอเตอร์สร้างฟลักซ์ที่มีขนาดของการกวัดแกว่งมากกว่า ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.7 ในขณะที่ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และคำนวณฟลักซ์ในลักษณะที่กวัดแกว่งน้อยกว่า ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.15 ทำให้มอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วที่ราบเรียบมากกว่า และมอเตอร์สร้างฟลักซ์ที่มีขนาดของการกวัดแกว่งลดลง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.6 เพราะตัวสังเกตที่นำเสนอมีโครงสร้างชดเชยกำลังงานสูญเปล่าในแกนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ เมื่อมอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเกือบคงที่ในสถานะอยู่ตัว ตัวสังเกตในงานวิจัยก่อนหน้านี้ประมาณค่าอัตราเร็วที่มีความผิดพลาดค่าหนึ่ง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.16 และ 9.17 แต่ตัวสังเกตที่นำเสนอประมาณค่าอัตราเร็วที่มีความผิดพลาดน้อยกว่าและมีแนวโน้มของความผิดพลาดค่อย ๆ ลดลงตามเวลาที่ผ่านไป ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.18 และ 9.19 ทำให้มอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วที่เข้าใกล้กับคำสั่งอัตราเร็ว (แต่หมุนด้วยอัตราเร็วที่น้อยกว่าคำสั่งอัตราเร็ว) นั่นคือความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วมีแนวโน้มลู่เข้าหาศูนย์



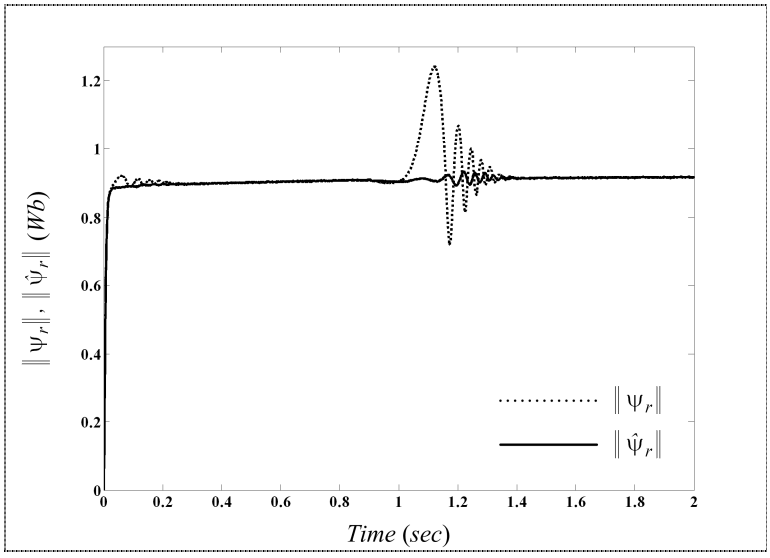
รูปที่ 9.4 ผลตอบสนองของอัตราเร็ว (ω_r) เมื่อเปรียบเทียบกับคำสั่งอัตราเร็ว (ω_r^{cmd}) และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า ($\hat{\omega}_r$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ



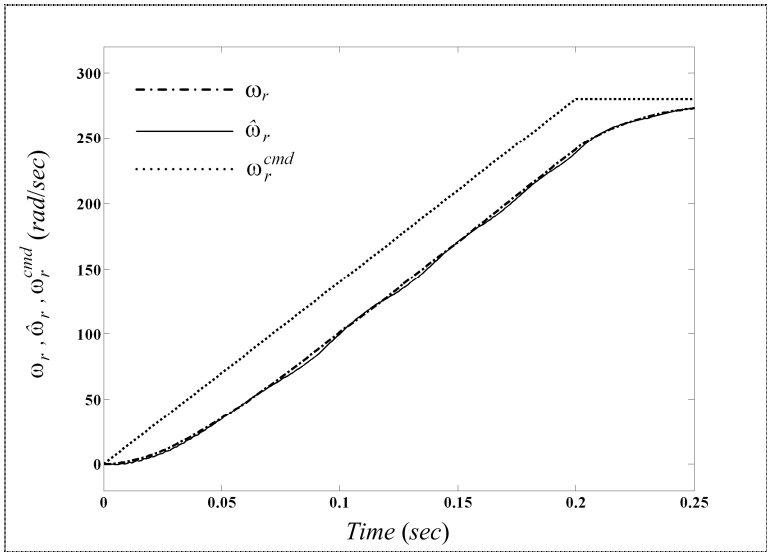
รูปที่ 9.5 ผลตอบสนองของอัตราเร็ว (ω_r) เมื่อเปรียบเทียบกับคำสั่งอัตราเร็ว (ω_r^{cmd}) และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า ($\hat{\omega}_r$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้



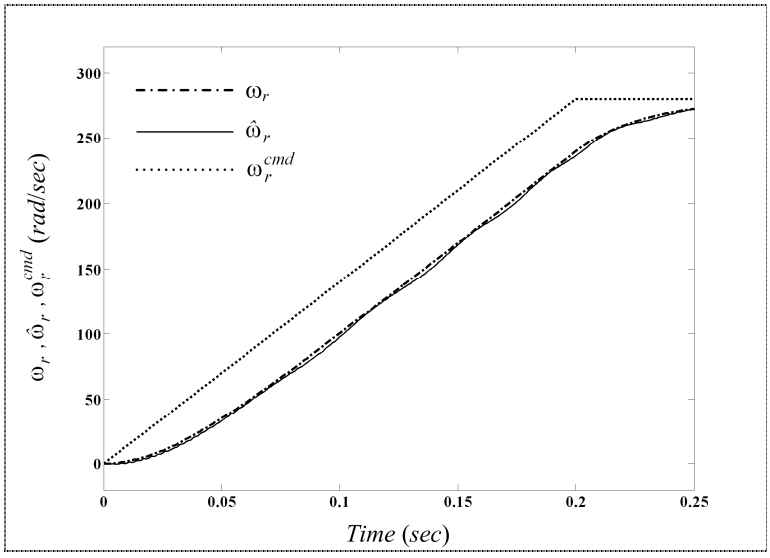
รูปที่ 9.6 ฟลักซ์ที่เกิดขึ้นในมอเตอร์เหนี่ยวนำ ($\|\psi_r\|$) และฟลักซ์ที่ได้จากการคำนวณ ($\|\hat{\psi}_r\|$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ



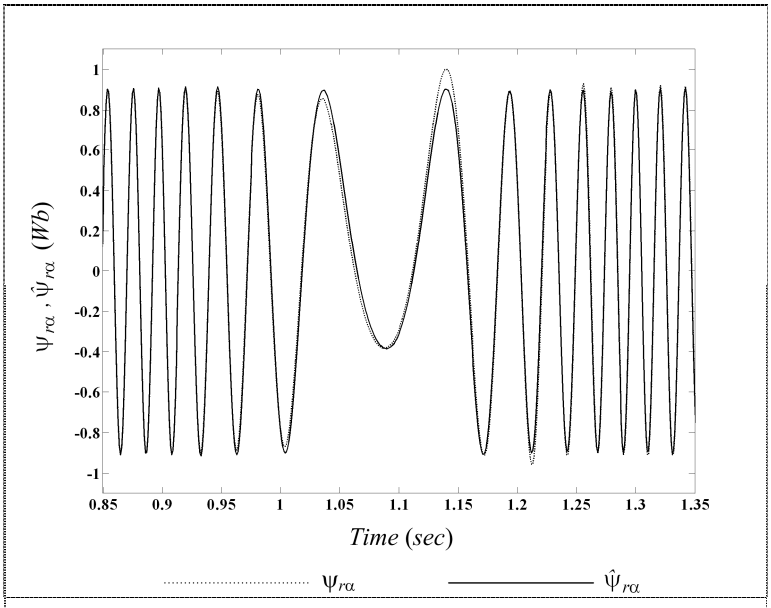
รูปที่ 9.7 ฟลักซ์ที่เกิดขึ้นในมอเตอร์เหนี่ยวนำ ($\|\psi_r\|$) และฟลักซ์ที่ได้จากการคำนวณ ($\|\hat{\psi}_r\|$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้



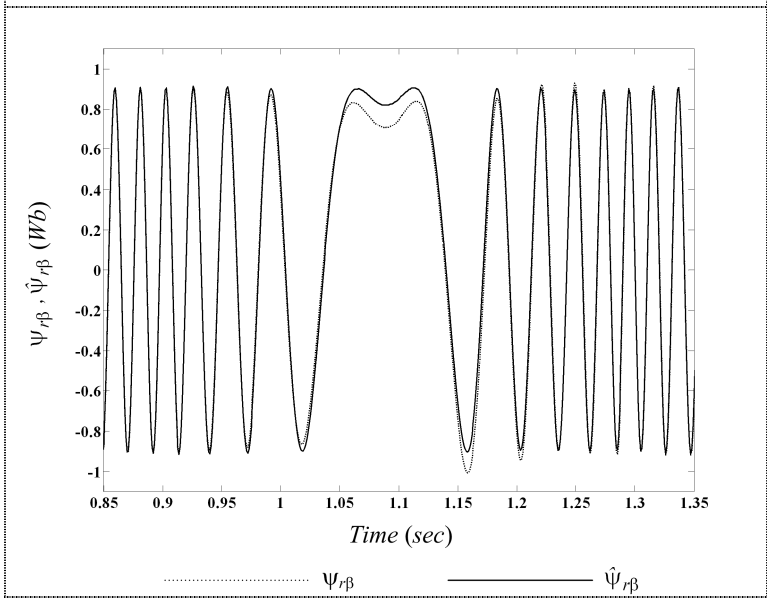
รูปที่ 9.8 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.4 ในช่วงเวลา 0 ถึง 0.25 วินาที



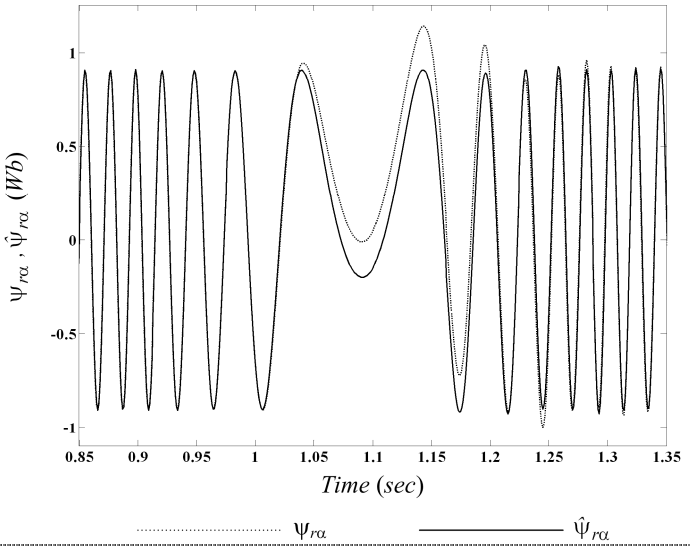
รูปที่ 9.9 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.5 ในช่วงเวลา 0 ถึง 0.25 วินาที



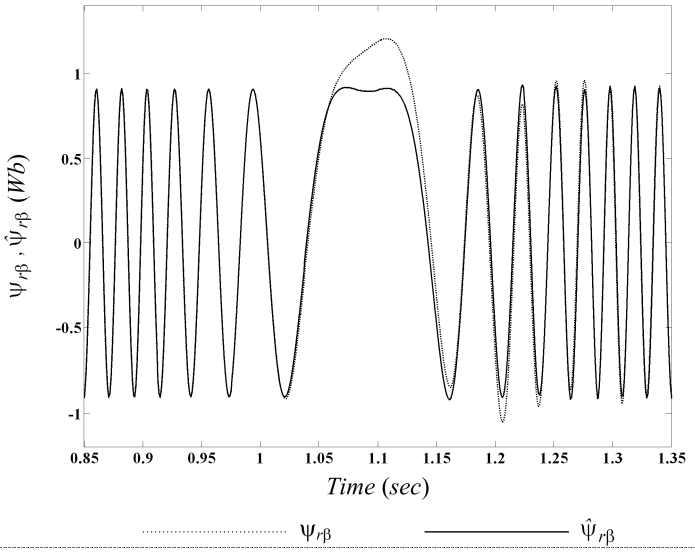
รูปที่ 9.10 เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงในแกนนอน ($\psi_{r\alpha}$) และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในแกนนอนที่ได้จากการคำนวณ ($\hat{\psi}_{r\alpha}$) ของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ



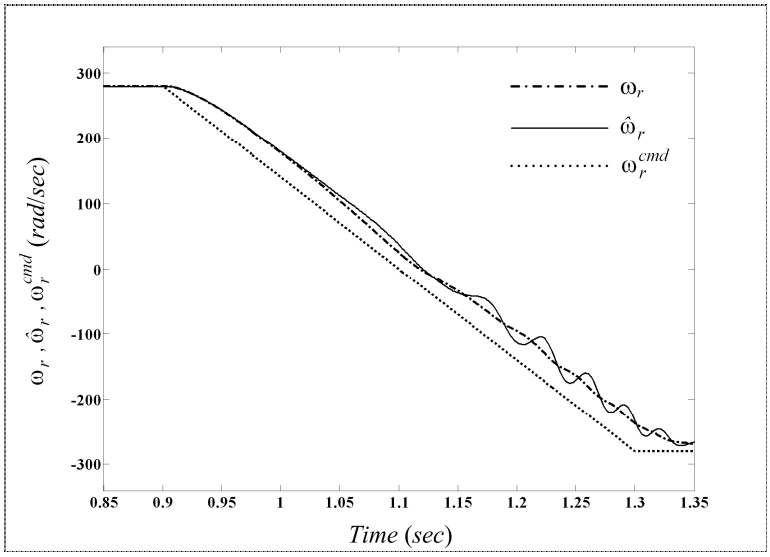
รูปที่ 9.11 เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงในแกนตั้ง ($\psi_{r\beta}$) และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในแกนตั้งที่ได้จากการคำนวณ ($\hat{\psi}_{r\beta}$) ของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ



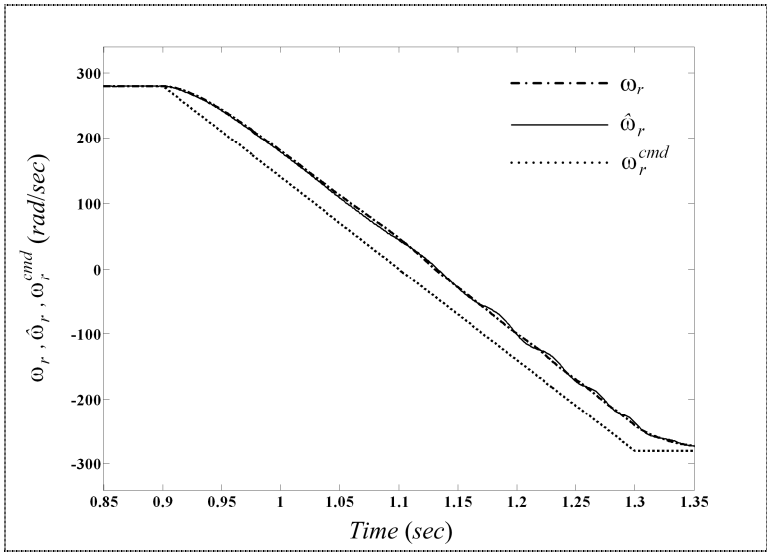
รูปที่ 9.12 เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงในแกนนอน ($\psi_{r\alpha}$) และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในแกนนอนที่ได้จากการคำนวณ ($\hat{\psi}_{r\alpha}$) ของตัวสังเกตอัตราเร็วในงานวิจัยก่อนหน้านี้



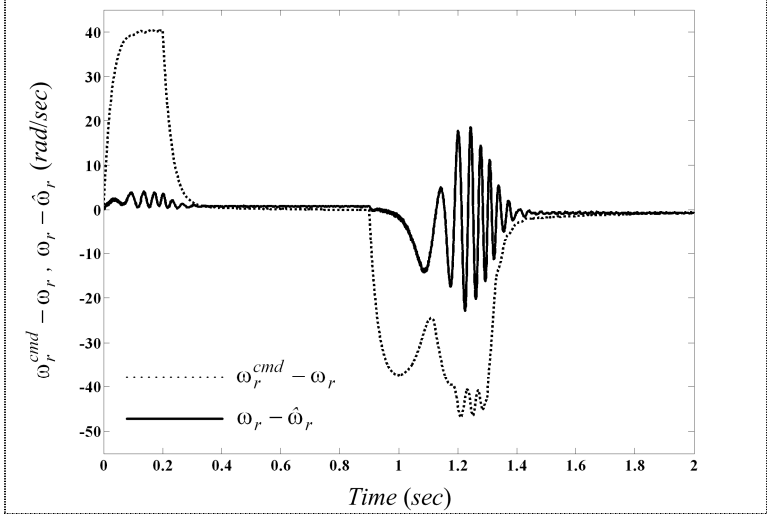
รูปที่ 9.13 เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงในแกนตั้ง ($\psi_{r\beta}$) และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในแกนตั้งที่ได้จากการคำนวณ ($\hat{\psi}_{r\beta}$) ของตัวสังเกตอัตราเร็วในงานวิจัยก่อนหน้านี้



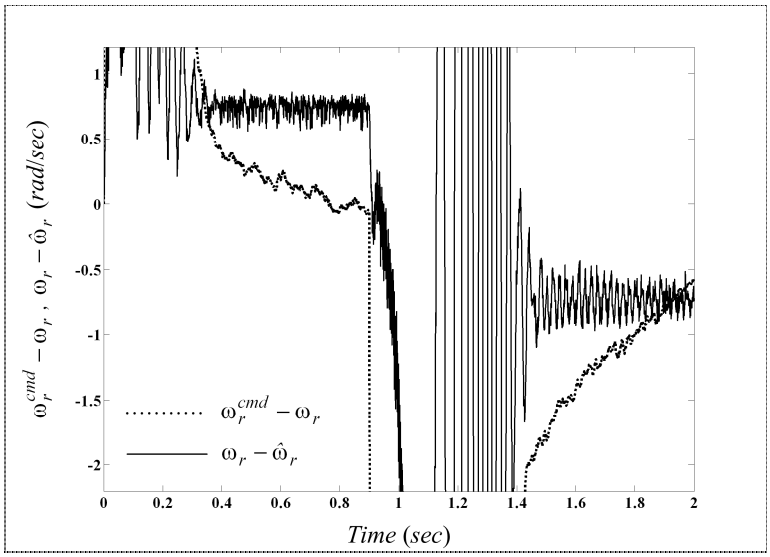
รูปที่ 9.14 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.5 ในช่วงเวลา 0.85 ถึง 1.35 วินาที



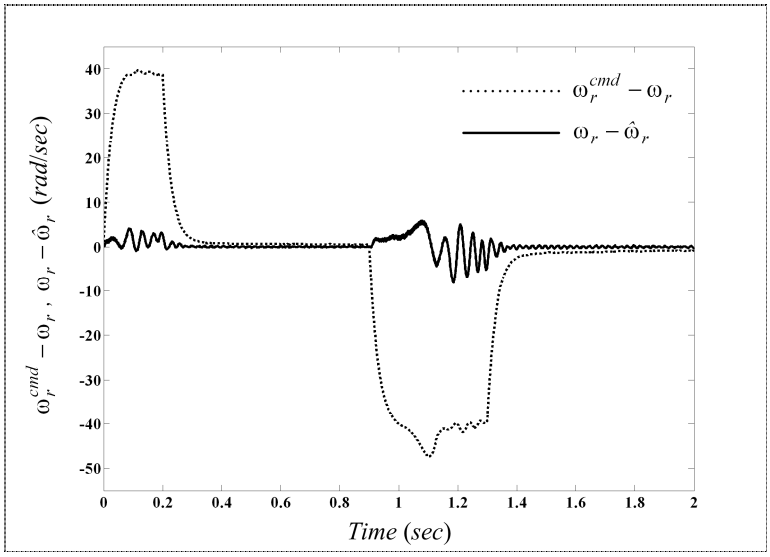
รูปที่ 9.15 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.4 ในช่วงเวลา 0.85 ถึง 1.35 วินาที



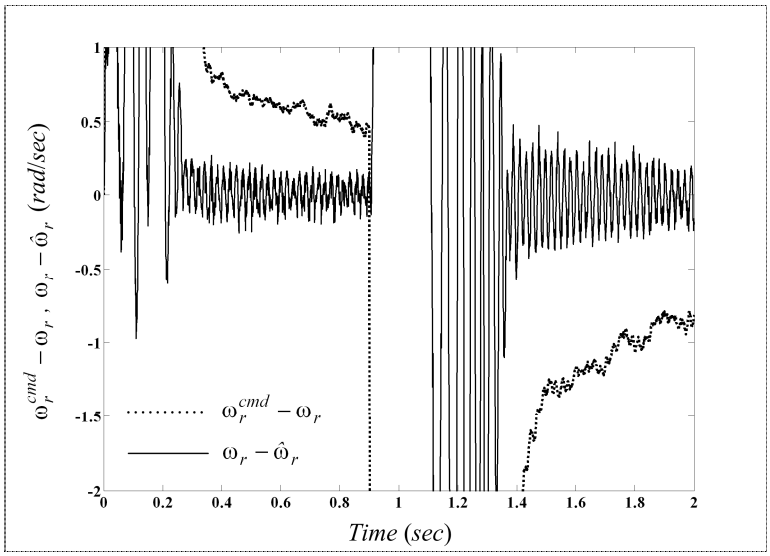
รูปที่ 9.16 ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็ว ($\omega_r^{cmd} - \omega_r$) และความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า ($\omega_r - \hat{\omega}_r$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้



รูปที่ 9.17 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 9.16 ในช่วง –2.2 ถึง 1.2 เรเดียนต่อวินาที



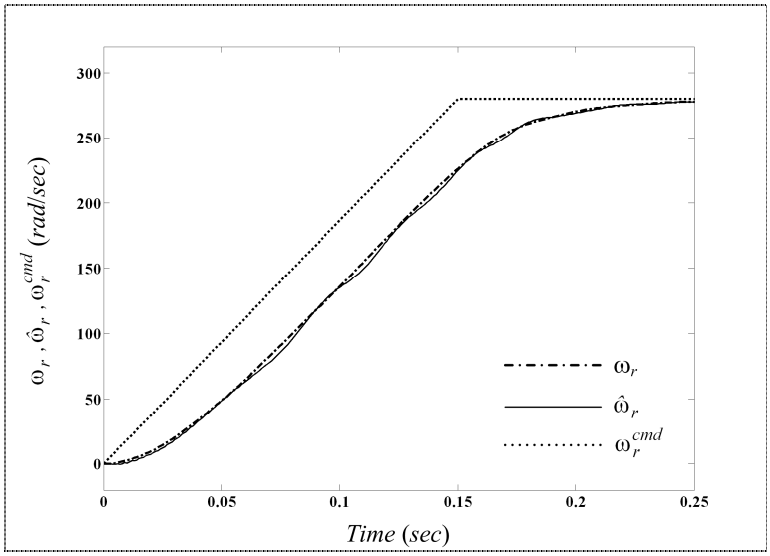
รูปที่ 9.18 ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็ว ($\omega_r^{cmd} - \omega_r$) และความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า ($\omega_r - \hat{\omega}_r$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ



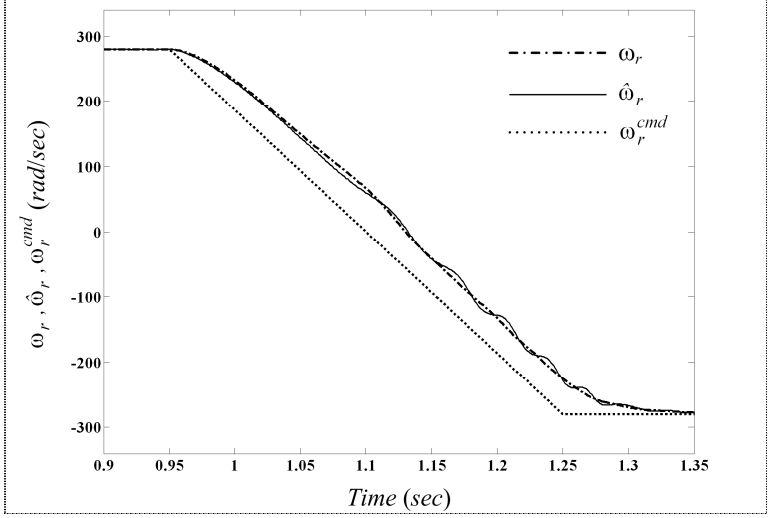
รูปที่ 9.19 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 9.18 ในช่วง –2 ถึง 1 เรเดียนต่อวินาที

เมื่อคำสั่งอัตราเร็วกำหนดให้มอเตอร์เหนี่ยวนำเริ่มเดินเครื่องขับเคลื่อนโหลดให้หมุนออกจากตำแหน่งหยุดนิ่งจนกระทั่งมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วเพลาหมุนเท่ากับ 140 เรเดียนต่อวินาที

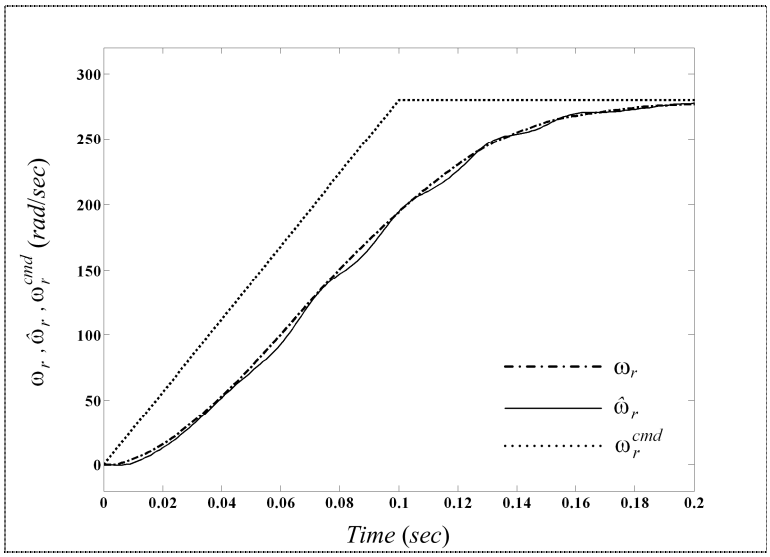
(ตรงกับอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ 280 เรเดียนต่อวินาที) โดยใช้ช่วงระยะเวลาที่สั้นลง และต่อมากำหนดให้มอเตอร์และโหลดหมุนกลับทิศทางจากอัตราเร็วเพลาหมุน 140 เรเดียนต่อวินาทีในทิศทางบวก เปลี่ยนเป็นอัตราเร็วเพลาหมุน 140 เรเดียนต่อวินาทีในทิศทางลบ โดยที่ระยะเวลาของการหมุนกลับทิศทางดังกล่าวมีช่วงที่สั้นลงเช่นเดียวกัน นั่นคือมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร่งและอัตราหน่วงเพิ่มสูงขึ้น ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอจะประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เริ่มมีลักษณะกวัดแกว่ง แต่ผลตอบสนองอัตราเร็วของมอเตอร์มีความราบเรียบมากกว่า ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.20, 9.21, 9.22, 9.23, 9.24, และ 9.25 (เปรียบเทียบกับรูปที่ 9.8 และ 9.15) เพราะการประมาณค่าอัตราเร็วมีสมรรถนะที่ช้ากว่าพลวัตการหมุนของระบบมอเตอร์และโหลด ทำให้คุณลักษณะของมอเตอร์และตัวสังเกตเกิดความแตกต่างเพิ่มขึ้น ยิ่งถ้าต้องการให้มอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร่งและอัตราหน่วงมากขึ้น ผลการประมาณค่าอัตราเร็วจะยิ่งกวัดแกว่งมากขึ้นด้วย ดังนั้นการใช้งานตัวสังเกตจึงมีข้อจำกัดด้านอัตราเร่งและอัตราหน่วงของมอเตอร์ ซึ่งสอดคล้องกับการสมมุติว่ามอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วที่มีการเปลี่ยนแปลงช้ากว่าพลวัตของตัวแปรสถานะในขั้นตอนการออกแบบตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์



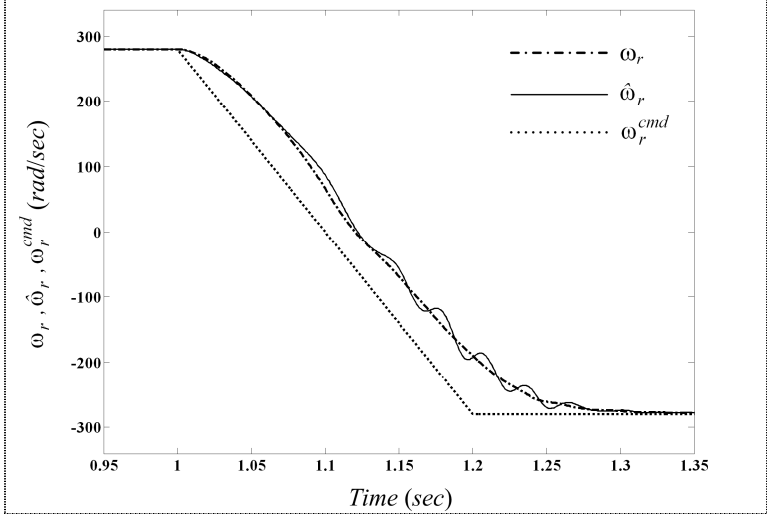
รูปที่ 9.20 ผลตอบสนองของระบบวงปิด และการประมาณค่าอัตราเร็วของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ที่มีต่อคำสั่งการเริ่มเดินเครื่องภายใน 0.15 วินาที



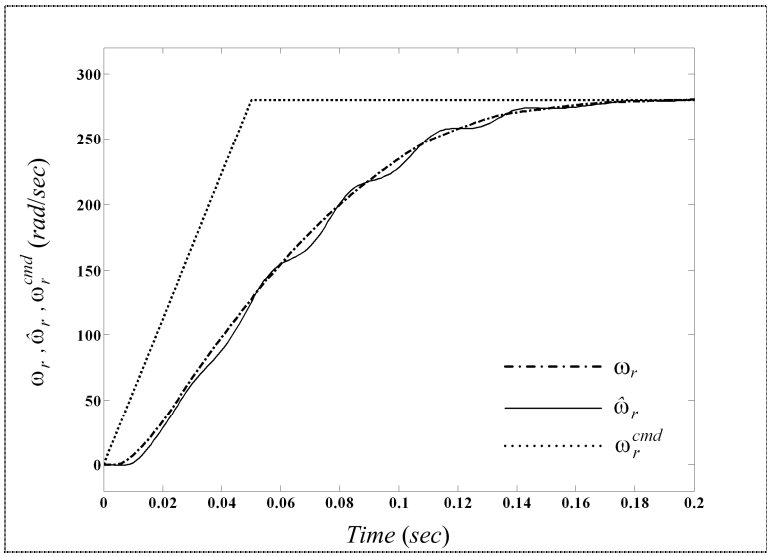
รูปที่ 9.21 ผลตอบสนองของระบบวงปิด และการประมาณค่าอัตราเร็วของตัวสังเกตเส้นแรง แม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ที่มีต่อคำสั่งการหมุนกลับทิศทางภายใน 0.3 วินาที



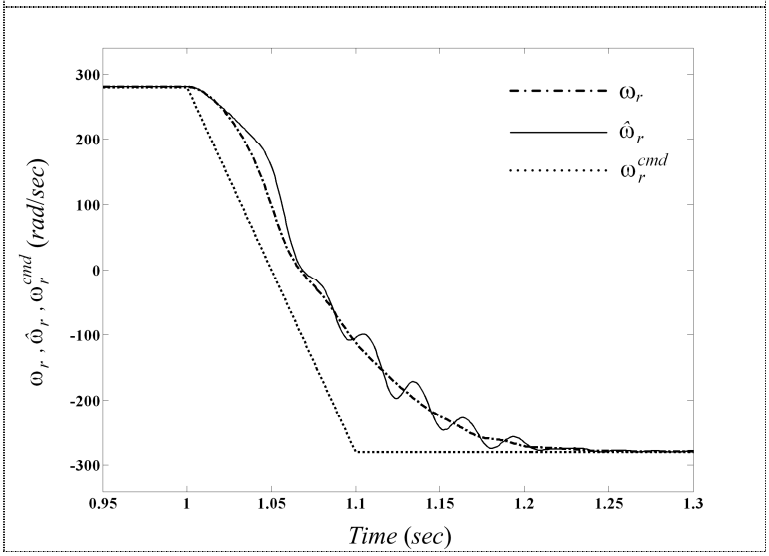
รูปที่ 9.22 ผลตอบสนองของระบบวงปิด และการประมาณค่าอัตราเร็วของตัวสังเกตเส้นแรง แม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ที่มีต่อคำสั่งการเริ่มเดินเครื่องภายใน 0.1 วินาที



รูปที่ 9.23 ผลตอบสนองของระบบวงปิด และการประมาณค่าอัตราเร็วของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ที่มีต่อคำสั่งการหมุนกลับทิศทางภายใน 0.2 วินาที



รูปที่ 9.24 ผลตอบสนองของระบบวงปิด และการประมาณค่าอัตราเร็วของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ที่มีต่อคำสั่งการเริ่มเดินเครื่องภายใน 0.05 วินาที



รูปที่ 9.25 ผลตอบสนองของระบบวงปิด และการประมาณค่าอัตราเร็วของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ ที่มีต่อคำสั่งการหมุนกลับทิศทางภายใน 0.1 วินาที

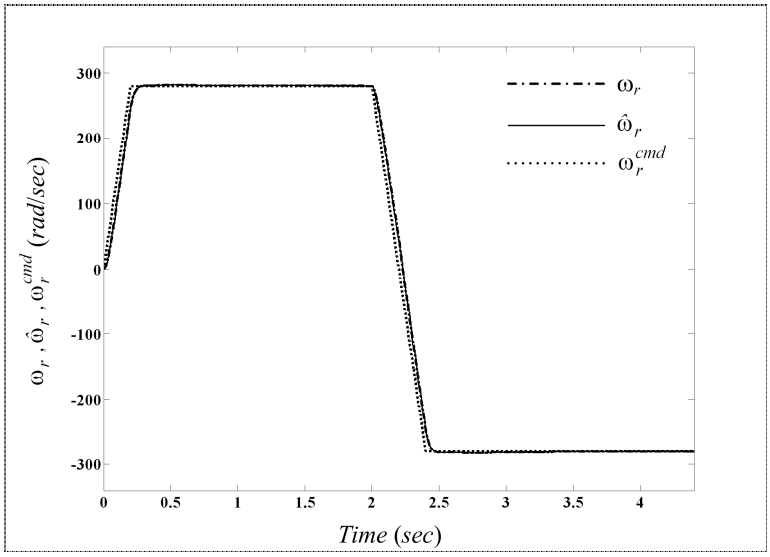
9.4 ผลการจำลองสถานการณ์ระบบควบคุมวงปิดที่มีการชดเชยแบบป้อนไปหน้า

เมื่อระบบควบคุมวงปิดแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์มีตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่ต่อเรียงกันกับตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอ เพื่อชดเชยโหลดทอร์กในลักษณะป้อนไปหน้า ซึ่งการเพิ่มเติมตัวสังเกตสถานะนี้แสดงไว้ด้วยเส้นประในรูปที่ 9.1 ทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าอ้างอิงจะมีค่าเท่ากับผลรวมระหว่างเอาต์พุตของตัวควบคุมอัตราเร็วและโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่า ดังที่แสดงไว้ด้วยเส้นทึบและเส้นประในรูปที่ 9.2 ระบบควบคุมวงปิดขณะนี้จึงมีส่วนป้อนไปหน้าชดเชยการรบกวนภายนอกโดยไม่ใช้อุปกรณ์วัดทอร์กที่มีราคาแพง ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กข้างต้นได้รับกระแสไฟฟ้าสมมูลที่เป็นสัดส่วนกับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าและอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์จากตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ เพื่อประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์ โดยที่กระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัดและเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้รับจากตัวสังเกตอัตราเร็ว คือข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณกระแสไฟฟ้าที่เป็นสัดส่วนกับทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ส่งผ่านปริมาณของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ถึงตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กโดยตรง โดยที่ไม่มีตัวกรองผ่านต่ำคั่นกลางระหว่างตัวสังเกตทั้งสอง ทำให้ไม่เกิดการล้าหลัง (lag) ในการได้รับข้อมูลของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ในการจำลองสถานการณ์ ค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะต่าง ๆ ของมอเตอร์ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กทุกตัว กำหนดให้มีค่าเท่ากับศูนย์ แต่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของ

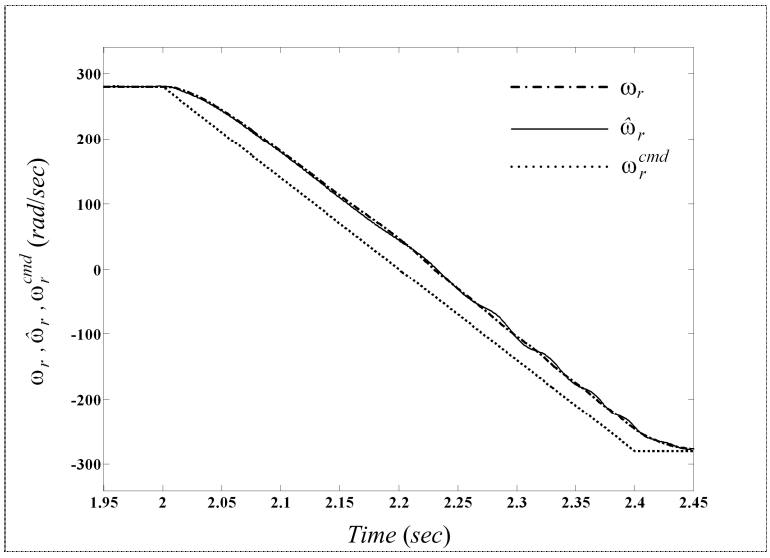
ความต้านทานทุกค่า ได้กำหนดให้มีค่าเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่สมนัยกันของมอเตอร์เหนี่ยวนำ รวมถึงค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลแบบออนไลน์ ได้กำหนดให้มีค่าเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่สมนัยกันของระบบมอเตอร์และโหลด ในขณะที่ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าแบบออนไลน์ของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และโหลดทอร์กมีค่าเท่ากับศูนย์ ($\hat{\omega}_{r0} = 0$ และ $\hat{T}_{L0} = 0$) ค่าเกนพื้นผิว k_3 มีตัวเลขที่ได้จากการเลือกเท่ากับ 5 ค่าเกนแก้ไขในตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กคือ $|\phi_3| = 7$, $|\phi_4| = 1$, และ $|\Lambda_3| = 2$ ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในกฎการปรับตัวที่ได้จากการปรับจูนคือ $k_{pa} = k_{ia} = 0.0000001$, $k_{pb} = k_{ib} = 0.0001$, $k_{pl} = 0.1$, และ $k_{il} = 10$ ในขณะที่ค่าเกนพื้นผิว ค่าเกนแก้ไข ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์ ค่าเกนสัดส่วนและค่าเกนอินทิกรัลในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ทุกค่า รวมถึงค่าเกนของตัวควบคุมอัตราเร็ว ฟลักซ์ และกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ทุกค่า ใช้ค่าเดียวกันกับที่กล่าวถึงไว้ในหัวข้อ 9.2 โหลดทอร์กจริงที่เกิดขึ้นในระบบมอเตอร์และโหลดมีขนาดคงที่เท่ากับ 5 นิวตัน·เมตร และเมื่อมอเตอร์หมุนกลับทิศทางจากเดิม โหลดทอร์กดังกล่าวสามารถกลับทิศทางต้านการหมุนของระบบได้ คำสั่งอัตราเร็วเชิงมุมเพลาหมุนจะกำหนดให้มอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดหมุนออกจากตำแหน่งหยุดนิ่งด้วยอัตราเร็วที่เพิ่มขึ้นจนถึง 140 เรเดียนต่อวินาที (ตรงกับอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ 280 เรเดียนต่อวินาที) ภายใน 0.2 วินาที หลังจากนั้นมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วเพลาหมุนคงที่เท่ากับ 140 เรเดียนต่อวินาที (ในทิศทางบวก) เมื่อเวลาผ่านไป 1.8 วินาที คำสั่งจะกำหนดให้มอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเพลาหมุนลดลงจากเดิมจนถึงศูนย์ภายใน 0.2 วินาที และหมุนกลับทิศทางด้วยอัตราเร็วที่เพิ่มขึ้นจนถึง 140 เรเดียนต่อวินาทีอีกครั้งหนึ่ง (ตรงกับอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ 280 เรเดียนต่อวินาที) ภายใน 0.2 วินาที หลังจากนั้นมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วเพลาหมุนคงที่เท่ากับ 140 เรเดียนต่อวินาที (ในทิศทางลบ) ค่าเกนอินทิกรัล k_{il} ในกฎการปรับตัวที่ทำหน้าที่ประมาณค่าโหลดทอร์กในตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ถูกปรับเปลี่ยนให้มีค่าเพิ่มขึ้นได้ถึงค่าหนึ่งเท่านั้น ($k_{il} = 10$) เพื่อไม่ให้การประมาณค่าโหลดทอร์กเกิดการพุ่งเกินมากเกินไป แต่ค่าเกนสัดส่วนในกฎการปรับตัวนี้ ถูกปรับเปลี่ยนให้มีค่าน้อย เพราะค่าเกนสัดส่วนที่มีค่ามากอาจเป็นสาเหตุให้โหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าเกิดการกวัดแกว่งด้วยความถี่สูงในสถานะอยู่ตัว

ผลการจำลองสถานการณ์ได้แสดงถึงความเป็นไปได้ในการใช้งานตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่ต่อเรียงกันกับตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอในระบบควบคุมอัตราเร็วแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์วงปิดในทางปฏิบัติ กล่าวคือในช่วงระยะเวลาที่คำสั่งอัตราเร็วกำลังเปลี่ยนแปลง และมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วที่กำลังเปลี่ยนแปลง (ในช่วงเวลา 0 ถึง 0.2 วินาที และในช่วงเวลา 2 ถึง 2.4 วินาที) ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอมีสมรรถนะในการประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เหมือนกับการประมาณค่าในระบบควบคุม

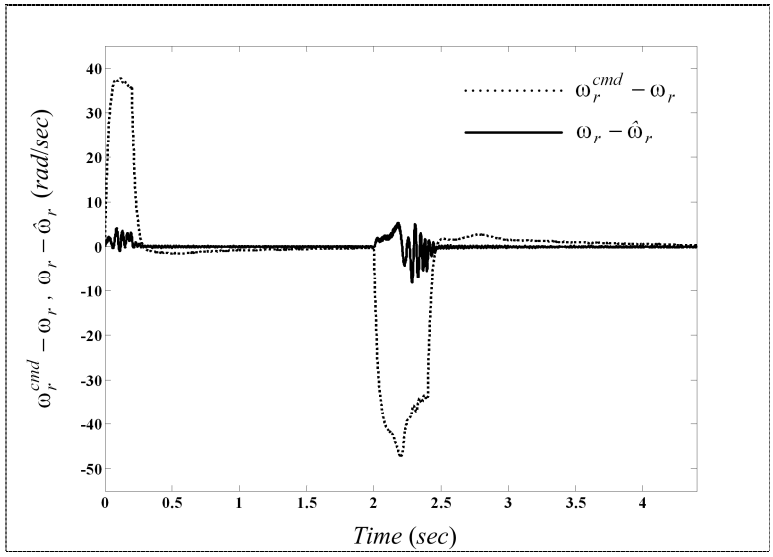
วงปิดที่ไม่มีการชดเชยโหลดทอร์กในลักษณะป้อนไปหน้า ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.26 และ 9.27 แต่ผลตอบสนองของอัตราเร็วมีความผิดพลาดน้อยกว่า (มอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วที่มีความผิดพลาดน้อยกว่า) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.28 (เปรียบเทียบกับรูปที่ 9.18) เพราะระบบควบคุมวงปิดมีส่วนป้อนไปหน้าและส่วนป้อนกลับ (ตัวควบคุมแบบพีไอ) ที่ทำหน้าที่คุมค่าอัตราเร็ว และในช่วงระยะเวลานี้ ส่วนป้อนไปหน้าไม่สามารถชดเชยโหลดทอร์กได้อย่างสมบูรณ์ เพราะตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กประมาณค่าโหลดทอร์กที่มีขนาดน้อยกว่าโหลดทอร์กจริงหรือมีความผิดพลาด ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.29 และ 9.30 ความผิดพลาดนี้มีสาเหตุจากเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้จากการคำนวณและอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า เกิดความผิดพลาด นั่นคือถ้าตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์คำนวณตัวแปรสถานะและประมาณค่าอัตราเร็วที่มีความผิดพลาด ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กจะประมาณค่าโหลดทอร์กที่มีความผิดพลาดเช่นเดียวกัน หลังจากคำสั่งอัตราเร็วมีค่าคงที่ ผลตอบสนองของอัตราเร็วมีค่าพุ่งเกินเล็กน้อย (มอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วที่มากกว่าคำสั่งอัตราเร็วเล็กน้อย) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.31 (เปรียบเทียบกับรูปที่ 9.19) และตัวสังเกตสถานะประมาณค่าโหลดทอร์กที่พุ่งเกินจากโหลดทอร์กจริง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.29 เพราะตัวสังเกตสถานะใช้ช่วงระยะเวลาหนึ่งในการปรับตัวให้เหมือนกับระบบพลวัตเชิงกล เมื่อมอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเกือบคงที่ในสถานะอยู่ตัว ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ ประมาณค่าอัตราเร็วที่มีแนวโน้มของความผิดพลาดค่อย ๆ ลดลงตามเวลาที่ผ่านไป ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.31 ทำให้มอเตอร์และโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วที่เข้าใกล้กับคำสั่งอัตราเร็ว นั่นคือความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วมีแนวโน้มลู่เข้าหาศูนย์ในขณะที่ตัวสังเกตสถานะประมาณค่าโหลดทอร์กที่เท่ากับ (หรือใกล้เคียงกับ) โหลดทอร์กจริง ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 9.29



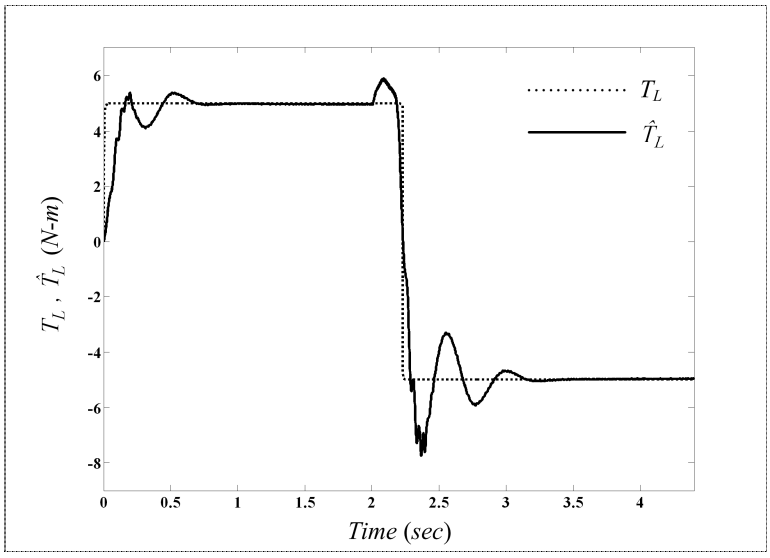
รูปที่ 9.26 ผลตอบสนองของอัตราเร็ว (ω_r) เมื่อเปรียบเทียบกับคำสั่งอัตราเร็ว (ω_r^{cmd}) และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า ($\hat{\omega}_r$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ



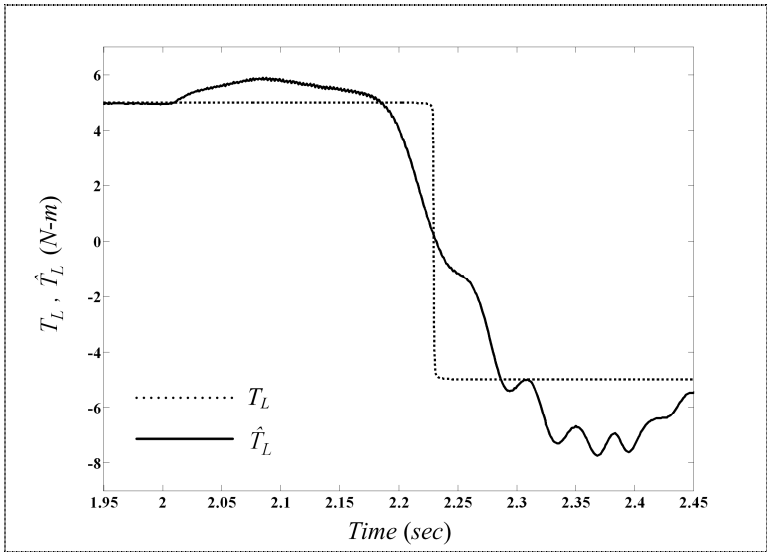
รูปที่ 9.27 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.26 ในช่วงเวลา 1.95 ถึง 2.45 วินาที



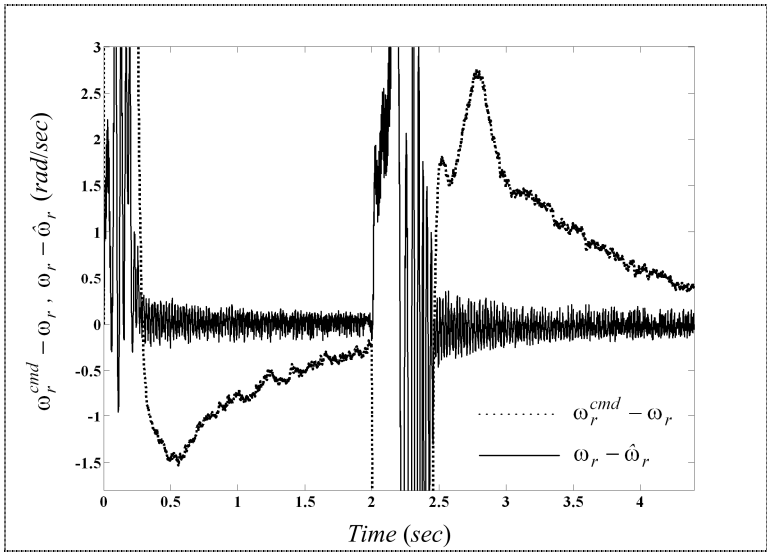
รูปที่ 9.28 ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็ว ($\omega_r^{cmd} - \omega_r$) และความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า ($\omega_r - \hat{\omega}_r$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ



รูปที่ 9.29 โหลดทอร์กจริง (T_L) และโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ($\hat{T}_L$)



รูปที่ 9.30 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.29 ในช่วงเวลา 1.95 ถึง 2.45 วินาที

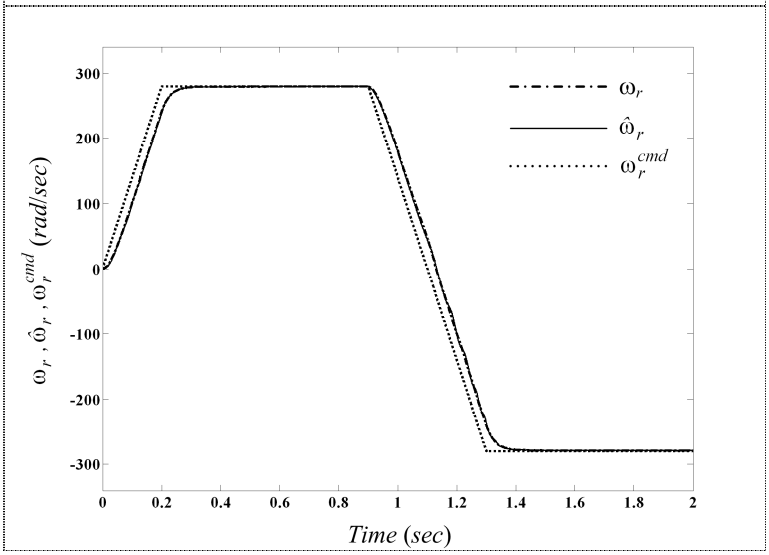


รูปที่ 9.31 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 9.28 ในช่วง –1.8 ถึง 3 เรเดียนต่อวินาที

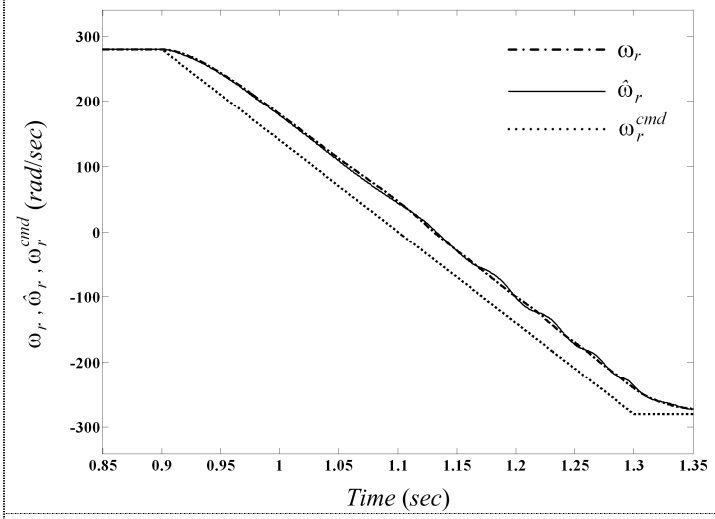
9.5 ผลการจำลองสถานการณ์ระบบควบคุมอัตราเร็ววงปิดในเวลาดิสครีต

ในการจำลองสถานการณ์ในเวลาดิสครีต แบบจำลองของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสและโหลด หน่วยควบคุมอัตราเร็วและฟลักซ์ หน่วยควบคุมกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอในระบบวงปิด รวมถึงคำสั่งอัตราเร็ว

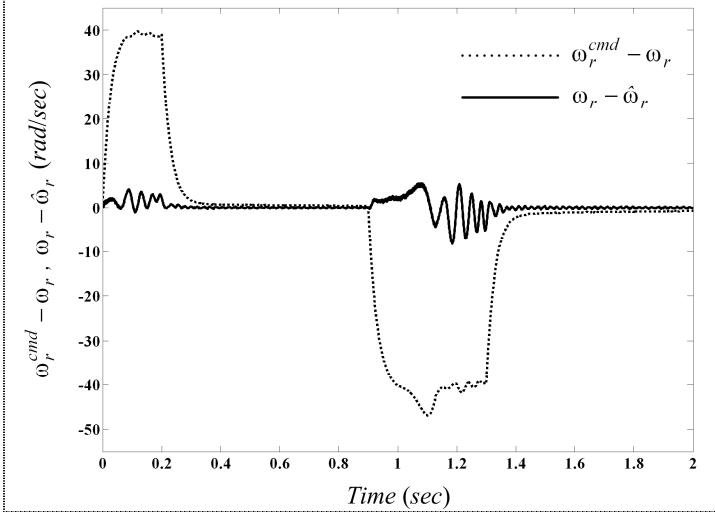
เพลาหมุนและฟลักซ์ มีค่าเกนต่าง ๆ ค่าพารามิเตอร์ และตัวแปรสถานะเริ่มต้นที่เป็นค่าตัวเลขเดียวกับค่าที่ตรงกันในหัวข้อ 9.2 และ 9.4 แต่อินทิกรัลเชิงเลขที่ใช้ในการหาคำตอบของระบบวงปิด คำนวณด้วยคำสั่ง ode2 (Heun) ของ MATLAB ที่มีคาบระยะเวลาการสุ่มวัดหรือช่วงสั้นของเวลาคงที่ (stepsize) เท่ากับ 0.000001 วินาที ถ้าคาบระยะเวลาการสุ่มวัดมีค่ามากกว่า 1 ไมโครวินาที แบบจำลองของมอเตอร์เหนี่ยวนำจะคำนวณตัวแปรสถานะและสร้างทอร์กทางแม่เหล็กไฟฟ้าในลักษณะที่ขาดเสถียรที่เวลาเริ่มต้นของการจำลองสถานการณ์ ทำให้อินทิกรัลเชิงเลขใน MATLAB\ Simulink หยุดการทำงานทันทีและไม่สามารถให้คำตอบต่อไปได้ เมื่อคาบระยะเวลาการสุ่มวัดเท่ากับ 1 ไมโครวินาที และระบบมอเตอร์และโหลดเกิดการหมุนตามคำสั่งอัตราเร็ว ผลการจำลองสถานการณ์แสดงถึงผลลัพธ์ที่เหมือนกับผลการจำลองสถานการณ์ในหัวข้อ 9.3 และ 9.4 ซึ่งได้แสดงไว้ในรูปที่ 9.32 ถึง 9.38 โดยที่ระบบควบคุมวงปิดไม่มีตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก และได้แสดงไว้ในรูปที่ 9.39 ถึง 9.44 โดยที่ระบบควบคุมวงปิดมีการชดเชยโหลดทอร์กแบบป้อนไปหน้า แต่ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วมีความราบเรียบมากกว่าในสถานะอยู่ตัว และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้จากการคำนวณในสถานะอยู่ตัวมีมุมเฟสที่แตกต่างจากมุมเฟสของปริมาณเดียวกันในเวลาต่อเนื่อง ดังนั้นตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอ และแนวคิดของการต่อ



รูปที่ 9.32 ผลตอบสนองของอัตราเร็ว (ω_r) เมื่อเปรียบเทียบกับคำสั่งอัตราเร็ว (ω_r^{cmd}) และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า ($\hat{\omega}_r$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอในเวลาดิสครีต

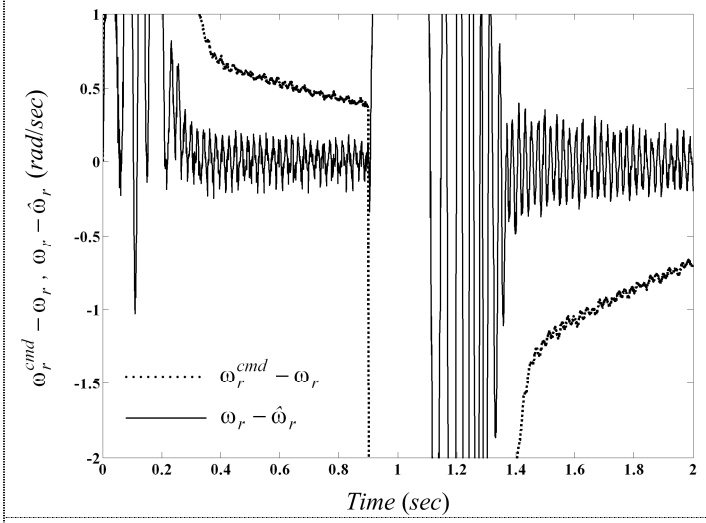


รูปที่ 9.33 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.32 ในช่วงเวลา 0.85 ถึง 1.35 วินาที

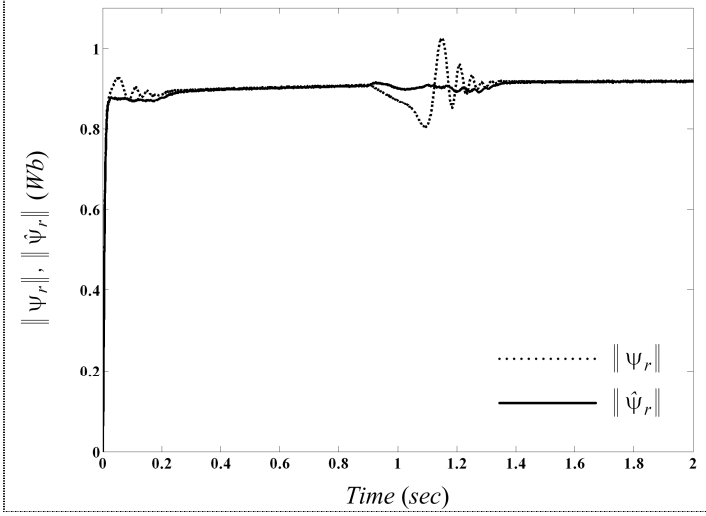


รูปที่ 9.34 ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็ว ($\omega_r^{cmd} - \omega_r$) และความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า ($\omega_r - \hat{\omega}_r$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอในเวลาดิสครีต

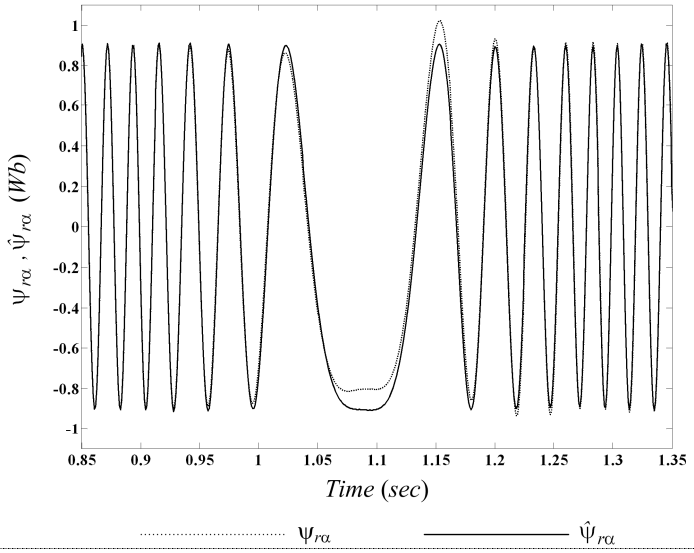
เรียงกันระหว่างตัวสังเกตทั้งสองนี้มีความเป็นไปได้ในการนำไปใช้งานจริงในวงจรผกผันขับเคลื่อนมอเตอร์และโหลด



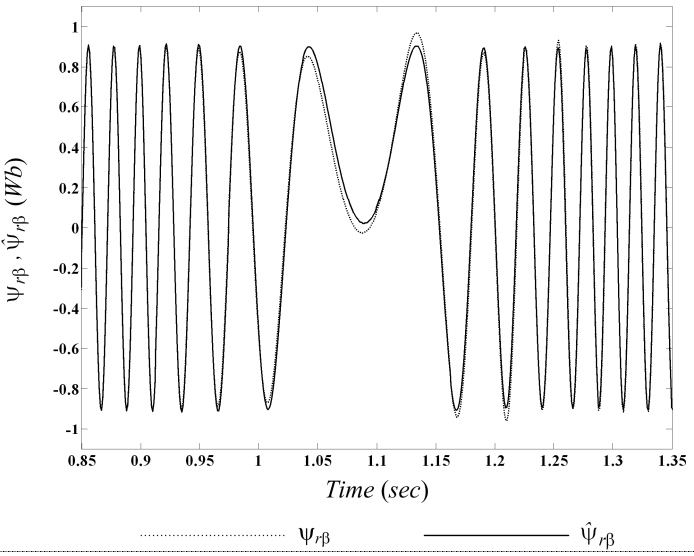
รูปที่ 9.35 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 9.34 ในช่วง –2 ถึง 1 เรเดียนต่อวินาที



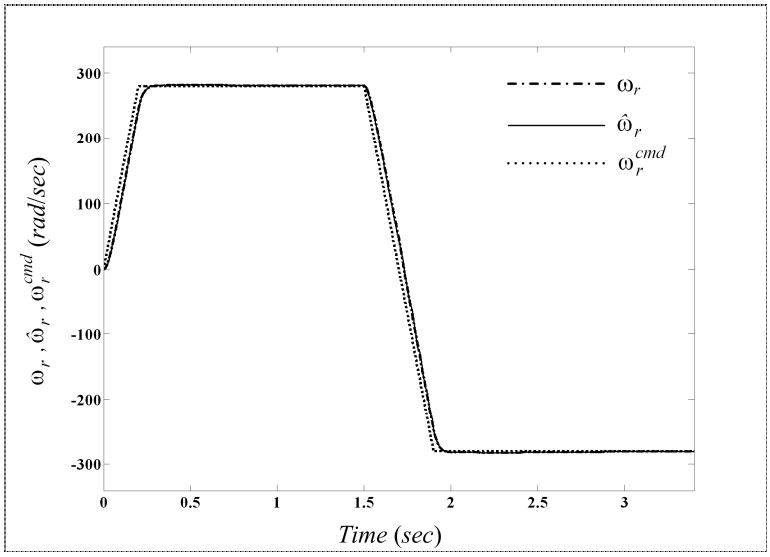
รูปที่ 9.36 ฟลักซ์ที่เกิดขึ้นในมอเตอร์เหนี่ยวนำ ($\| \psi_r \|$) และฟลักซ์ที่ได้จากการคำนวณ ($\| \hat{\psi}_r \|$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอในเวลาดิสครีต



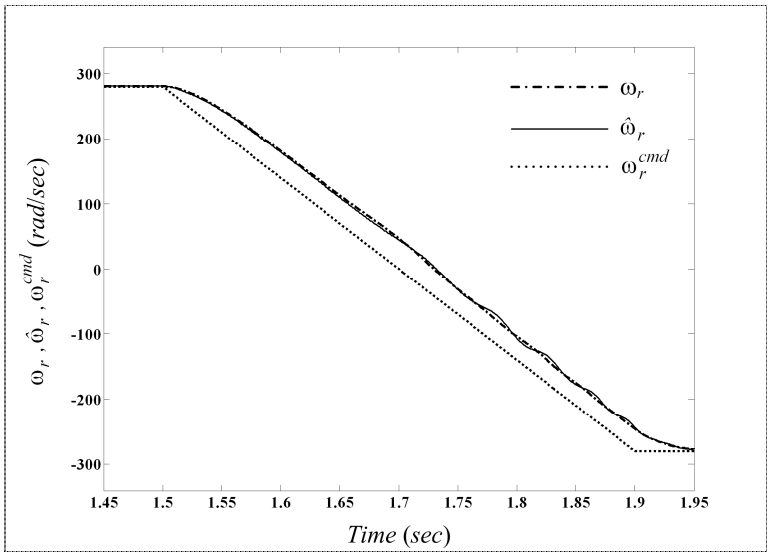
รูปที่ 9.37 เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงในแกนนอน ($\psi_{r\alpha}$) และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในแกนนอนที่ได้จากการคำนวณ ($\hat{\psi}_{r\alpha}$) ของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอในเวลาดิสครีต



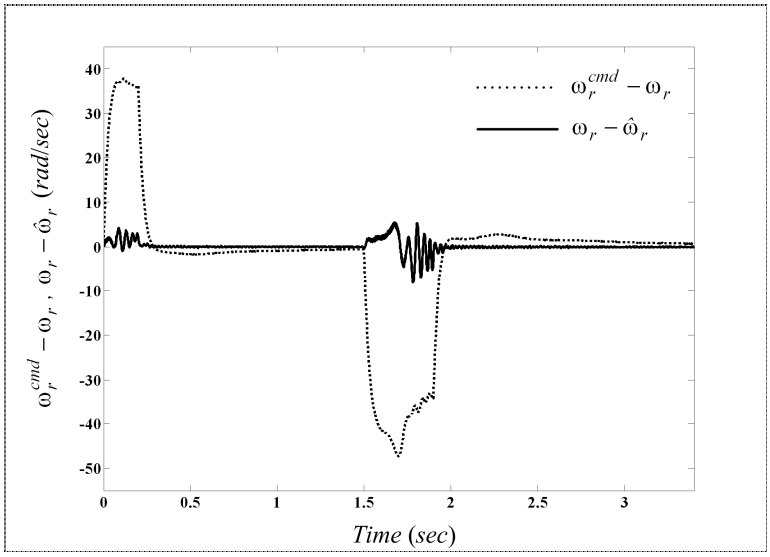
รูปที่ 9.38 เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริงในแกนตั้ง ($\psi_{r\beta}$) และเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในแกนตั้งที่ได้จากการคำนวณ ($\hat{\psi}_{r\beta}$) ของตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอในเวลาดิสครีต



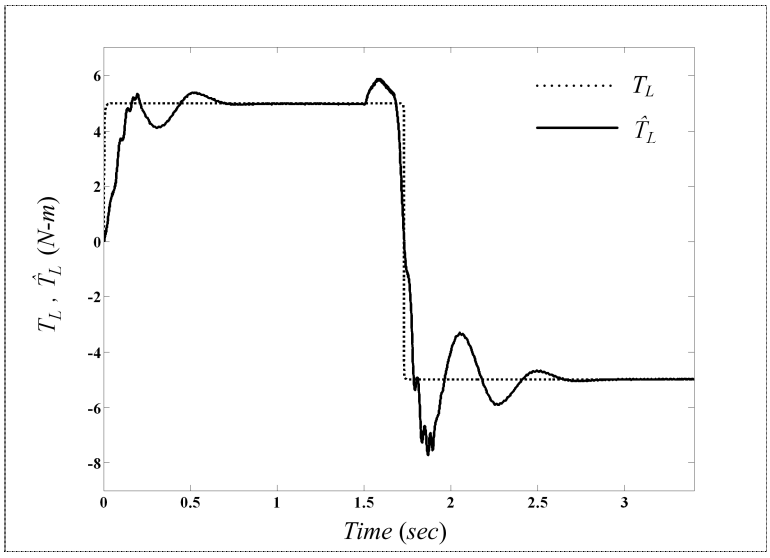
รูปที่ 9.39 ผลตอบสนองของอัตราเร็ว (ω_r) เมื่อเปรียบเทียบกับคำสั่งอัตราเร็ว (ω_r^{cmd}) และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า ($\hat{\omega}_r$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอในเวลาดิสครีต



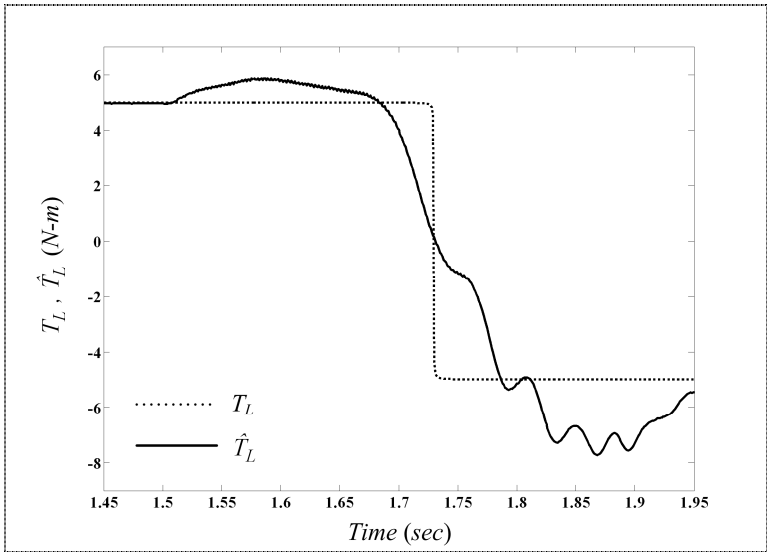
รูปที่ 9.40 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.39 ในช่วงเวลา 1.45 ถึง 1.95 วินาที



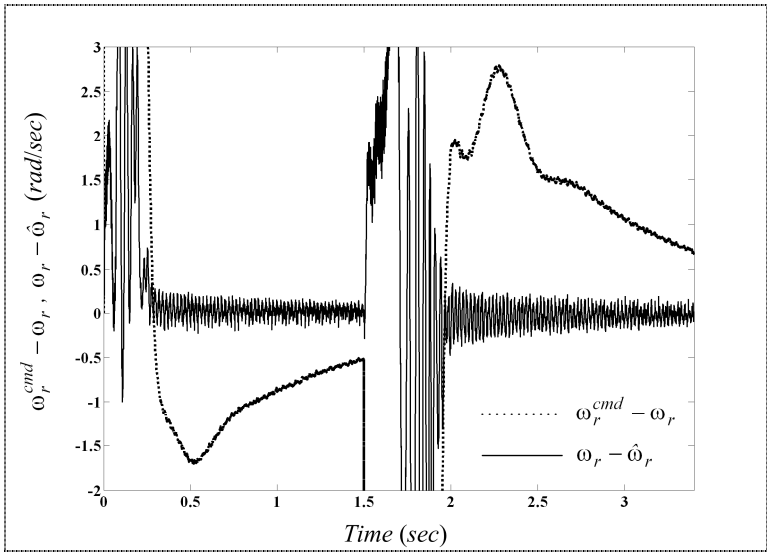
รูปที่ 9.41 ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็ว ($\omega_r^{cmd} - \omega_r$) และความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่เกิดจากการประมาณค่า ($\omega_r - \hat{\omega}_r$) ของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอในเวลาดิสครีต



รูปที่ 9.42 โหลดทอร์กจริง (T_L) และโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ ($\hat{T}_L$) ในเวลาดิสครีต



รูปที่ 9.43 ภาพขยายการแสดงผลในรูปที่ 9.42 ในช่วงเวลา 1.45 ถึง 1.95 วินาที



รูปที่ 9.44 ภาพขยายการแสดงผลในแกนตั้งในรูปที่ 9.41 ในช่วง –2 ถึง 3 เรเดียนต่อวินาที

9.6 สรุป

ในการจำลองสถานการณ์วิธีควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์วงปิด แนวคิดของการต่อเรียงกันระหว่างตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ สามารถประยุกต์ใช้แทนที่การป้อนกลับอัตราเร็วเพลาหมุนและการป้อนไปหน้าของปริมาณโหลดทอร์กโดยตรงจากระบบมอเตอร์และโหลดได้ แต่สมรรถนะของตัวสังเกตและระบบวงปิดถูกจำกัดด้วยอัตราเร่งและอัตราหน่วง ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอจะประมาณค่าอัตราเร็วที่ติดตามการหมุนของมอเตอร์ได้ดีและมีสมรรถนะที่ดีกว่าตัวสังเกตในงานวิจัยที่เคยปรากฏมาก่อนตลอดช่วงสถานะชั่วครู่และในสถานะอยู่ตัว เมื่อพิจารณาผลการจำลองสถานการณ์ในเวลาดิสครีต แผนการต่อเรียงกันระหว่างตัวสังเกตทั้งสองนี้มีความเป็นไปได้ในการนำไปใช้งานจริงในทางปฏิบัติ เพื่อแทนที่ตัวตรวจรู้ที่ทำหน้าที่วัดอัตราเร็วเพลาหมุนและทอร์ก

บทที่ 10
สรุปและข้อเสนอแนะ

10.1 สรุป

วิทยานิพนธ์นี้ได้อธิบายรายละเอียดการพัฒนาตัวสังเกตอัตราเร็วชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวที่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกนของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสในพิกัดหยุดนิ่ง และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัว ที่ใช้เป็นส่วนหนึ่งของระบบควบคุมอัตราเร็วแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์วงปิด เพื่อแทนที่การใช้งานตัวตรวจรู้อัตราเร็วและอุปกรณ์วัดทอร์กที่ทำหน้าที่ป้อนกลับสัญญาณถึงหน่วยควบคุม ตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอได้รับการปรับปรุงขึ้นจากตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กชนิดโหมดการเลื่อนแบบปรับตัวในงานวิจัยก่อนหน้านี้ที่มีโครงสร้างหลักและกฎการปรับตัวที่ไม่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกน (Chern and Chang, 1998) ตัวสังเกตอัตราเร็วที่นำเสนอของงานวิทยานิพนธ์นี้จึงให้ผลการคำนวณตัวแปรสถานะและประมาณค่าอัตราเร็วแบบออนไลน์ที่ถูกต้องแม่นยำกว่า แต่มีความซับซ้อนของโครงสร้างมากกว่า ในขณะที่ตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กได้รับการออกแบบโดยใช้แนวคิดเดียวกับการพัฒนาตัวสังเกตอัตราเร็ว ทำให้สามารถชดเชยพจน์ที่ไม่ทราบค่า ซึ่งเกิดจากการที่ไม่ใช้ตัวตรวจรู้วัดอัตราเร็วและเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์จริง และสามารถใช้ข้อมูลที่ประกอบด้วยเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้รับจากตัวสังเกตอัตราเร็ว เพื่อประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์ได้ ดังนั้นการใช้งานแบบต่อเรียงกันของตัวสังเกตทั้งสองที่นำเสนอของงานวิทยานิพนธ์นี้จึงใช้แรงดันสเตเตอร์และกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ที่ได้จากการวัดเท่านั้น เป็นข้อมูลในการประมาณค่าอัตราเร็วและโหลดทอร์ก นอกจากนี้ ตัวสังเกตสถานะทั้งสองมีองค์ประกอบที่เหมือนกัน กล่าวคือ โครงสร้างหลักที่เป็นสมการปริภูมิสถานะของแบบจำลองระบบ (แบบจำลองพลวัตทางแม่เหล็กไฟฟ้าอันดับสี่ของมอเตอร์เหนี่ยวนำเป็นโครงสร้างหลักของตัวสังเกตอัตราเร็ว และแบบจำลองพลวัตการหมุนเชิงกลอันดับหนึ่งเป็นโครงสร้างหลักของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก) กฎการปรับตัวที่ทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์หรือโหลดทอร์ก พื้นผิวการเลื่อน และเวกเตอร์หรือสัญญาณแก้ไขที่ใช้กฎทางลอจิกบังคับให้ความผิดพลาดของตัวแปรสถานะที่เกิดจากการคำนวณมีค่าลู่เข้าหาศูนย์

เมื่อกฎการปรับตัวมีรูปแบบที่เปลี่ยนแปลงจากอินทิกรัลเพียงอย่างเดียว ไปเป็นแบบพีไอภายใต้การสมมุติให้มอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลดหมุนด้วยอัตราเร็วคงที่ ตลอดจนโหลดทอร์ก

ที่เกิดขึ้นบริเวณเพลาหมุนมีขนาดคงที่ ตัวสังเกตที่นำเสนอทั้งสองยังคงมีเสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟแบบสม่ำเสมอ แต่ในบางช่วงระยะเวลา มอเตอร์และโหลดอาจหมุนด้วยอัตราเร็วที่กำลังเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิม (อัตราเร่งหรืออัตราหน่วงไม่เท่ากับศูนย์) เช่น การเริ่มเดินเครื่องออกจากตำแหน่งหยุดนิ่ง การเร่งหรือการชะลออัตราเร็ว หรือโหลดทอร์กกำลังเปลี่ยนแปลงขนาด ทำให้ไม่สามารถสรุปเกี่ยวกับเสถียรภาพของตัวสังเกตในสถานะชั่วครู่ได้ จึงจำเป็นต้องวิเคราะห์หาเงื่อนไขที่ทำให้เกิดเสถียรภาพในช่วงระยะเวลานี้ ซึ่งเงื่อนไขที่ได้รับอยู่ในรูปของอสมการกำลังสองการประยุกต์เซตไม่ผันแปรและทฤษฎีของลาแซลเลได้แสดงให้เห็นว่าตัวสังเกตทั้งสองอาจมีเสถียรภาพหรืออาจไม่สามารถสรุปเกี่ยวกับเสถียรภาพในสถานะชั่วครู่ได้ และมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัว ถ้ากฎการปรับตัวที่ทำหน้าที่ประมาณค่าอัตราเร็วในตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ มีค่าเกนอินทิกรัลมากและค่าเกนสัดส่วนน้อย ช่วงระยะเวลาที่ไม่สามารถสรุปเสถียรภาพได้จะสั้นลง และตัวสังเกตดังกล่าวจะมีเสถียรภาพเกิดขึ้นในสถานะชั่วครู่เป็นบางช่วงเวลา

ในการตรวจสอบเสถียรภาพของตัวสังเกตทั้งสองในเวลาดิสครีต ถ้าคาบการสุ่มหรือช่วงเวลาสั้น ๆ ของการจำลองสถานการณ์ (T) เป็นช่วงเวลาที่สั้นมาก และค่าเกนสัดส่วนในกฎการปรับตัวถูกเลือกให้มีค่ามากกว่าครึ่งหนึ่งของผลคูณระหว่างค่าเกนอินทิกรัลและคาบการสุ่ม ผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟจะมีค่าลบ นั่นคือตัวสังเกตมีเสถียรภาพ และการประยุกต์เซตไม่ผันแปรและทฤษฎีของลาแซลเลได้แสดงให้เห็นว่าตัวสังเกตทั้งสองอาจมีเสถียรภาพหรืออาจไม่สามารถสรุปเกี่ยวกับเสถียรภาพในสถานะชั่วครู่ได้ และมีเสถียรภาพที่แน่นอนในสถานะอยู่ตัวในเวลาดิสครีต นอกจากนี้เส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่ได้จากการคำนวณ มีความผิดพลาดน้อยมาก และตัวสังเกตมีการทำงานในโหมดการเลื่อนที่ใกล้เคียงกับโหมดการเลื่อนในอุดมคติ เพราะพื้นผิวการเลื่อนมีความชัดเจน และมีบริเวณสมดุลเข้าใกล้จุด (0 , 0) แต่ผลการจำลองสถานการณ์ได้แสดงให้เห็นว่าถ้าคาบการสุ่มไม่สั้นพอ พื้นผิวการเลื่อนอาจไม่ชัดเจน ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่า อาจเกิดการกวัดแกว่งด้วยขนาดและความถี่ค่าหนึ่งในสถานะอยู่ตัว ทำให้ไม่มีความเหมาะสมในการใช้อัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์และโหลดทอร์กที่ได้จากการประมาณค่าแบบออนไลน์ เป็นปริมาณป้อนกลับและป้อนไปหน้าในระบบควบคุมอัตราเร็ววงปิดตามลำดับ เพราะระบบวงปิดดังกล่าวอาจมีการทำงานผิดพลาด ในระบบวงเปิด ถ้าแรงดันสเตเตอร์ไซนูซอยด์มีความถี่คงที่เท่ากับ 50 เฮิรตซ์ คาบการสุ่มที่เหมาะสมมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 100 ไมโครวินาที กล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่า คาบการสุ่มน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1/100 ของช่วงเวลาครึ่งคาบของแรงดันสเตเตอร์ไซนูซอยด์ และในระบบควบคุมวงปิด ถ้าสัญญาณพาหะที่ใช้สังเคราะห์แรงดันสเตเตอร์มีความถี่เท่ากับ 4000 เฮิรตซ์ คาบการสุ่มที่เหมาะสมมีค่าน้อยกว่าหรือ

เท่ากับ 25 ไมโครวินาที นั่นคือคาบการสุ่มน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1/10 ของคาบเวลาของสัญญาณพาหะ

ในการจำลองสถานการณ์ระบบควบคุมอัตราเร็วของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสแบบเวกเตอร์ไร้เซ็นเซอร์วงปิดที่ไม่มีและมีการชดเชยโหลดทอร์กในลักษณะป้อนไปหน้าตามลำดับ เมื่อมอเตอร์และโหลดหมุนออกจากตำแหน่งหยุดนิ่งและต่อมาหมุนกลับทิศทาง ผลการจำลองสถานการณ์ได้แสดงถึงผลตอบสนองของอัตราเร็วที่สามารถติดตามคำสั่งได้ และตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่นำเสนอมีสมรรถนะที่ดีกว่าตัวสังเกตในงานวิจัยก่อนหน้านี้ รวมถึงตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กที่นำเสนอ มีสมรรถนะที่ดีเพียงพอในการทำหน้าที่แทนตัวตรวจรู้อัตราเร็วและอุปกรณ์วัดทอร์กได้ นอกจากนี้ ผลการจำลองสถานการณ์ในเวลาดิสครีตที่เกิดจากการใช้อินทิกรัลเชิงเลขเฮอุนคำนวณหาคำตอบ ได้แสดงถึงผลตอบสนองของอัตราเร็วและสมรรถนะในการประมาณค่าอัตราเร็วและโหลดทอร์กแบบออนไลน์ที่เหมือนกับผลการจำลองสถานการณ์ในเวลาต่อเนื่อง จึงมีความเป็นไปได้ในการพัฒนาตัวสังเกตที่นำเสนอหน่วยควบคุมอัตราเร็วและฟลักซ์ หน่วยควบคุมกระแสไฟฟ้าสเตเตอร์ และหน่วยคำนวณอื่น ๆ ดังแผนภาพที่แสดงไว้ในรูปที่ 9.1 ด้วยเทคโนโลยีตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอลหรือไมโครคอนโทรลเลอร์ หรือเทคโนโลยีดิจิตอลอื่น ๆ เพื่อใช้งานในภาคปฏิบัติ

10.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต

ในปัจจุบัน งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กหรือแผนการอื่นที่ทำหน้าที่คำนวณตัวแปรสถานะและประมาณค่าอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส ยังไม่ถึงจุดสิ้นสุด เพราะฐานข้อมูลสากลที่เก็บรวบรวมบทความทางวิชาการ เช่น IEEE/IEE Sciencedirect Springerlink ฯลฯ. มีงานวิจัยในวิทยาการที่สัมพันธ์กับการพัฒนาและประยุกต์ใช้งานตัวสังเกตดังกล่าว ปรากฏออกมาอย่างต่อเนื่อง ในขณะที่บทความที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับการออกแบบตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์ก ยังคงถูกตีพิมพ์ในจำนวนที่ไม่มากนัก ทำให้นักวิชาการและนักวิจัยที่สนใจงานพัฒนาตัวสังเกตทั้งสองนี้ ต้องศึกษาแบบจำลองอันดับสูงทางแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่มีความซับซ้อนและมีรายละเอียดมากขึ้น (เพิ่มเติมคุณลักษณะบางประการที่ไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งเกิดขึ้นจริง) แบบจำลองพลวัตไม่เชิงเส้นของการหมุนในระบบมอเตอร์และโหลด (อาจเพิ่มเติมความไม่แน่นอนของค่าพารามิเตอร์เชิงกล หรือคุณลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นของโหลดทอร์ก) หลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ของตัวสังเกตที่มีโครงสร้างชนิดใหม่และติดตามเทคโนโลยีของตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอล ตลอดจน FPGA หรือเทคโนโลยีหน่วยประมวลผลอื่น ๆ ที่เหมาะสมในการอนุวัตตัวสังเกต เพื่อให้งานวิจัยและพัฒนาตัวสังเกตเกิดองค์

ความรู้ใหม่และนวัตกรรม ดังนั้นประเด็นสำคัญของงานวิจัยในอนาคตที่น่าสนใจในการดำเนินงานต่อไป ได้แก่

1. การพัฒนาตัวสังเกตในภาคปฏิบัติที่อาจใช้ตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอลพร้อมกับพัฒนาเทคโนโลยีระบบขับเคลื่อนกระแสสลับ เพื่อดำเนินการทดสอบแนวคิดทางทฤษฎีที่นำเสนอ

2. การพัฒนาตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่พิจารณากำลังงานสูญเปล่าในแกน และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในโครงสร้างใหม่ ที่มีเสถียรภาพในสถานะชั่วครู่และในสถานะอยู่ตัวทั้งในเวลาต่อเนื่องและดิสครีต ตลอดจนวิเคราะห์การลู่เข้าหาศูนย์ของความผิดพลาดเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ที่เกิดจากการคำนวณ

3. การทำให้เหมาะที่สุด (optimization) ของค่าพารามิเตอร์ในตัวสังเกตด้วยอัลกอริทึมทางปัญญาประดิษฐ์ ที่ใช้ทำหน้าที่ปรับจูนค่าเกนแก้ไขในเวกเตอร์หรือสัญญาณแก้ไข และปรับเปลี่ยนค่าเกนพีไอในกฎการปรับตัวของตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ (ตัวสังเกตอัตราเร็ว) และตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กได้อย่างอัตโนมัติ

รายการอ้างอิง

Baik, I. C., Kim, K. H., Kim, H. S., Moon, G. W., and Youn, M. J. (1996). Robust nonlinear speed control of PM synchronous motor using boundary layer integral sliding control with sliding load torque observer. In **IEEE 27th annual record on power electronics specialists conference (PESC)** (Volume 2, pp. 1242–1247): 23–27 June.

Chen, T. C., and Sheu T. T. (2001). Model reference robust speed control for induction motor drive with time delay based on neural network. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics – Part A: Systems and Humans** 31 (6): November, 746–753.

Chern, T. L., and Chang, J. (1998). IVSC-based speed estimation for an AC induction motor. In **Proceedings of the american control conference** (Volume 2, pp. 1038–1042): 24–26 June.

Chung, S. K., Lee, J. H., Ko, J. S., and Youn, M. J. (1995). Robust speed control of brushless direct-drive motor using integral variable structure control. **IEE Proceedings of Electrical Power Applications** 142 (6): November, 361–370.

Dadeh, M., Sangtungtong, W., and Oonsivilai, A. (2003). Adaptive load torque observer for motor-load systems. In **Proceedings of the international conference on robotics, vision, information and signal processing (ROVISP)** (pp. 316-322): 22–24 January.

Edwards, C., and Spurgeon, S. K. (1998). **Sliding mode control: Theory and applications**. UK: Taylor & Francis.

Holtz, J. (2002). Sensorless control of induction motor drives. **Proceedings of the IEEE** 90 (8): August, 1359-1394.

Huang, C. Y., Chen, T. C., and Huang, C. L. (1999). Robust control of induction motor with a neural-network load torque estimator and a neural-network identification. **IEEE Transaction on Industrial Electronics** 46 (5): October, 990–998.

Iwasaki, M., and Matsui N. (1993). Robust speed control of IM with torque feedforward control. **IEEE Transactions on Industrial Electronics** 40 (6): December, 553–560.

Kalman, R. E., and Bertram, J. E. (1960). Control system analysis and design via the second method of Lyapunov – I continuous-time systems. **Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering**: June, 371–393.

Khalil, H. K. (2000). **Nonlinear systems**. Third Edition, Singapore: Prentice-Hall (Pearson International Edition).

Kim, C. K., Rhew, H. W., and Kim, Y. H. (1997). Robust speed control of PMSM using Kalman filter load torque observer. In **Proceedings of the 23rd international IEEE conference on industrial electronics, control and instrumentation (IECON)** (Volume 2, pp. 918–923): 9–14 November.

Kim, S. M., Han, W. Y., and Kim, S. J. (2004). Design of a new adaptive sliding mode observer for sensorless induction motor drive. **Electric Power System Research** 70 (1): June, 16–22.

Ko, J. S. (1998). Asymptotically stable adaptive load torque observer for precision position control of BLDC motor. **IEE Proceedings of Electrical Power Applications** 145 (4): July, 383–386.

Kubota, H., and Matsuse, K. (1992). Compensation for core loss of adaptive flux observer-based field-oriented induction motor drives. In **Proceedings of the 1992 international conference on industrial electronics, control, instrumentation and automation (power electronics and motion control)** (Volume 1, pp. 67–71): 9–13 November.

Kubota, H., Matsuse, K., and Nakano, T. (1993). DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor. **IEEE Transactions on Industry Applications** 29 (2): March/April, 344–348.

Li, J., Xu, L., and Zhang, Z. (2005). An adaptive sliding-mode observer for induction motor sensorless speed control. **IEEE Transactions on Industry Applications** 41 (4): July/August, 1039–1046.

Lin, F. J., Wai, R. J., and Lin, P. C. (1999). Robust speed sensorless induction motor drive. **IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems** 35 (2): April, 566–578.

Maes, J., and Melkebeek, J. A. (2000). Speed-sensorless direct torque control of induction motors using an adaptive flux observer. **IEEE Transactions on Industry Applications** 36 (3): May/June, 778–785.

Mannan, M.A., Murata, T., Tamura, J., and Tsuchiya, T. (2003). Indirect field oriented control for high performance induction motor drives using space vector modulation with consideration of core loss. In **IEEE 34th annual power electronics specialist conference (PESC)** (Volume 3, pp. 1449-1454): 15-19 June.

Mathews, J. H., and Fink, K. D. (2004). **Numerical methods using MATLAB**. Fourth Edition, Singapore: Pearson Prentice-Hall.

Soto, G. G., Mendes, E., and Razek, A. (1998). Adaptive variable structure rotor flux observer for an induction motor. In **Seventh international conference on power electronics and variable speed drives (IEE conference publication No. 456)** (pp. 318–323): 21–23 September.

Tsai, M. F., and Tzou, Y. Y. (1997). A transputer-based adaptive speed controller for AC induction motor drives with load torque estimation. **IEEE Transactions on Industry Applications** 33 (2): March/April, 558–566.

Tursini, M., Petrella, R., and Parasiliti, F. (2000). Adaptive sliding-mode observer for speed-sensorless control of induction motors. **IEEE Transactions on Industry Applications** 36 (5): September/October, 1380–1387.

Utkin, V., Guldner, J., and Shi, J. (1999). **Sliding mode control in electromechanical systems**. UK: Taylor & Francis.

Vas, P. (1998). **Sensorless vector and direct torque control**. Monographs in Electrical and Electronic Engineering. New York: Oxford University Press (Oxford Science Publications).

Xepapas, S., Kaletsanos, A., Xepapas, F., and Manias, S. (2003). Sliding-mode observer for speed-sensorless induction motor drives. **IEE Proceedings of Control Theory Applications** 150 (6): November, 611–617.

Yoon, B. D., Kim, Y. H., Kim C. K., and Kim, C. S. (1995). Robust control of induction motor using fuzzy sliding adaptive controller with sliding mode torque observer. **In Proceedings of the 21st international IEEE conference on industrial electronics, control and instrumentation (IECON)** (Volume 1, pp.518–523): 6–10 November.

Zak, S. H. (2003). **Systems and control**. Bangkok: Oxford University Press.

ภาคผนวก ก

ความรู้เบื้องต้นของโหมดการเลื่อน

ความรู้เบื้องต้นของโหมดการเลื่อน

โหมดการเลื่อนหมายถึงการเคลื่อนที่ของตัวแปรสถานะภายในบริเวณของพื้นผิวการเลื่อน ซึ่งพื้นผิวการเลื่อนนั้นใช้บังคับให้ตัวแปรสถานะของระบบมีค่าลู่เข้าหาศูนย์หรือเคลื่อนที่เข้าหาจุดสมดุลในสถานะอยู่ตัว โดยที่ตัวแปรสถานะคือความผิดพลาดของผลตอบสนองที่เกิดขึ้นในระบบควบคุมวงปิด หรือความผิดพลาดของการคำนวณปริมาณทางกายภาพที่สามารถวัดได้ (ตัวแปรเอาต์พุต) ในตัวสังเกตสถานะ และพื้นผิวการเลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรสถานะ (Edwards and Spurgeon, 1998) เมื่อระบบดังกล่าวมีตัวแปรสถานะเคลื่อนที่อยู่ภายในพื้นผิวการเลื่อน ระบบข้างต้นจะมีคุณสมบัติของความคงทนต่อความไม่แน่นอนของระบบ และตัวแปรสถานะจะยังคงเคลื่อนที่อยู่ภายในพื้นผิวการเลื่อนต่อไป วิธีการที่ทำให้ตัวแปรสถานะมีแนววิถีเคลื่อนที่ออกจากจุดเริ่มต้น และเคลื่อนที่เข้าหาพื้นผิวการเลื่อน อาจใช้การป้อนกลับของผลตอบสนอง การสวิตช์ของกฎทางลอจิกหรือกฎการตัดสินใจในสัญญาณแก้ไขที่ทำงานสัมพันธ์กับสัญญาณพื้นผิว และการนำสัญญาณแก้ไขป้อนชดเชยถึงระบบวงปิดหรือตัวสังเกตสถานะโดยตรง นั่นคือในแต่ละครั้งที่ตัวแปรสถานะเคลื่อนที่ตัดผ่านพื้นผิวการเลื่อน กฎทางลอจิกจะเกิดการสวิตช์ ทำให้สัญญาณแก้ไขสับเปลี่ยนทิศทางและหรือขนาดของการชดเชยหรือการคุมค่าตัวแปรเอาต์พุต เป็นผลให้ระบบควบคุมวงปิดหรือตัวสังเกตสถานะมีคุณลักษณะที่ไม่ต่อเนื่อง (หรือโครงสร้างผันแปร) ในขณะที่ตัวแปรสถานะเคลื่อนที่ตัดผ่านพื้นผิวการเลื่อนเท่านั้น ในทางอุดมคติ เมื่อระบบอยู่ในโหมดการเลื่อน ตัวแปรสถานะอาจเคลื่อนที่ตัดผ่านพื้นผิวการเลื่อนซ้ำไปซ้ำมาด้วยความถี่ที่สูงมาก ทำให้สัญญาณแก้ไขเกิดการสับเปลี่ยนด้วยความถี่ที่สูงมากเช่นเดียวกัน เป็นผลให้เกิดความไม่ต่อเนื่องในระบบซ้ำไปซ้ำมาด้วยความถี่ที่สูงมาก ถ้าระบบควบคุมวงปิดหรือตัวสังเกตสถานะมีจุด (ภาวะ) การทำงานที่เปลี่ยนแปลงจากเดิม ตัวแปรสถานะอาจเคลื่อนที่หลุดออกจากพื้นผิวการเลื่อน ต่อมาตัวแปรสถานะเคลื่อนที่มาถึงจุดเริ่มต้นในสถานะชั่วครู่ และเคลื่อนที่กลับมาหาและอยู่ภายในพื้นผิวการเลื่อนอีกครั้งหนึ่งเมื่อเวลาผ่านไป ในช่วงระยะเวลาที่ระบบมีคุณสมบัติของการเข้าถึงได้ (reachability) และตัวแปรสถานะกำลังเคลื่อนที่เข้าใกล้พื้นผิวการเลื่อน อนุพันธ์ของสัญญาณพื้นผิวของระบบถูกเขียนได้เป็น

$$s_f \dot{s}_f \leq -\eta \left| s_f \right| \tag{ก-1}$$

$$\lim_{s_f \to 0^+} \dot{s}_f < 0 \quad \text{และ} \quad \lim_{s_f \to 0^-} \dot{s}_f > 0 \tag{ก-2}$$

โดยที่ $s_f(x)$ คือ สัญญาณพื้นผิวที่มีค่าเท่ากับผลรวมเชิงเส้นของตัวแปรสถานะในระบบ ,

x คือ ตัวแปรสถานะ (ความผิดพลาดของผลตอบสนองหรือความผิดพลาดของปริมาณทางกายภาพที่เกิดจากการคำนวณ) , และ

η คือ ค่าคงที่บวกที่มีค่าเล็กเพียงพอ

และหลังจากตัวแปรสถานะเคลื่อนที่ภายในพื้นผิวการเลื่อน สัญญาณพื้นผิวจะมีค่าเท่ากับศูนย์ ($s_f(x) = 0$ และ $\dot{s}_f(x) = 0$)

ตัวอย่างหนึ่งของรูปแบบสัญญาณแก้ไขที่พบได้บ่อยในวิธีควบคุมชนิดโหมดการเลื่อน คือ $u = \Lambda_f \text{sgn}(s_f)$ โดยที่ Λ_f คือ ค่าเกนแก้ไขคงที่ ถ้า $s_f > 0$ แล้ว $\text{sgn}(s_f) = 1$, ถ้า $s_f < 0$ แล้ว $\text{sgn}(s_f) = -1$, และถ้า $s_f = 0$ แล้ว $\text{sgn}(s_f) = 0$ เมื่อพิจารณาระบบควบคุมป้อนกลับวงปิดหรือความผิดพลาดระหว่างระบบ (plant) และตัวสังเกตสถานะ ที่เขียนได้เป็น

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{ก-3}$$

โครงสร้างในสมการที่ (ก-3) จะเปลี่ยนแปลงตามสัญญาณแก้ไขและสัญญาณพื้นผิวดังนี้ ถ้า $s_f(x) > 0$ แล้ว $\dot{x} = f^+(x, u)$, และถ้า $s_f(x) < 0$ แล้ว $\dot{x} = f^-(x, u)$ ในขณะที่ตัวแปรสถานะเคลื่อนที่ภายในพื้นผิวการเลื่อนหรือระบบอยู่ในโหมดการเลื่อน สมการที่ (ก-3) จะถูกเขียนใหม่ได้ว่า

$$\dot{x} = \nu f^+(x, u) + (1 - \nu) f^-(x, u) \tag{ก-4}$$

โดยที่ $0 < \nu < 1$ และกำหนดให้ $F_s(x , u)$ คือ การฉาย (projection) ของ $f(x , u)$ ลงบนพื้นผิวการเลื่อน $s_f(x) = 0$ จะได้ว่า

$$\nu F_s^+(x, u) + (1 - \nu) F_s^-(x, u) = 0 \tag{ก-5}$$

ในทางปฏิบัติ ตัวแปรสถานะจะเคลื่อนที่ตัดผ่านพื้นผิวการเลื่อนซ้ำไปซ้ำมาด้วยความถี่สูงที่จำกัดค่าหนึ่ง ทำให้ตัวแปรสถานะไม่เคลื่อนที่ภายในพื้นผิวการเลื่อนนี้ แต่จะเคลื่อนที่รอบ ๆ พื้นผิวการเลื่อนไปจนถึงบริเวณสมดุลในสถานะอยู่ตัว เนื่องจาก

$$\frac{1}{2}\frac{ds_f^2}{dt} = s_f\,\dot{s}_f \tag{ก-6}$$

ฟังก์ชันเลียปูโนฟที่มีค่าบวกและอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟที่มีค่าลบของระบบควบคุมวงปิดหรือตัวสังเกตสถานะชนิดโหมดการเลื่อนคือ

$$V\left(s_f\right) = 0.5s_f^2 > 0 \tag{ก-7}$$

$$\dot{V}\left(s_f\right) = s_f\,\dot{s}_f < 0 \tag{ก-8}$$

โดยที่ $V(0) = 0$, $\dot{V}(0) = 0$ ต่อมาจัดรูปสมการที่ (ก-7) ใหม่ และแทนค่า $s_f\,\dot{s}_f$ จากอสมการที่ (ก-1) ลงในสมการที่ (ก-8) จะได้รับ $\left|s_f\right| = \sqrt{2V}$ และอสมการ $\dot{V} \le -\eta\left|s_f\right|$ จากนั้นการแทนค่าสัมบูรณ์ของสัญญาณพื้นผิว จะให้อสมการเชิงอนุพันธ์ $\dot{V} \le -\eta\sqrt{2}\sqrt{V}$ นั่นคือคำตอบของฟังก์ชันเลียปูโนฟที่ไม่เป็นค่าลบและมีขอบเขต ถูกเขียนได้ว่า

$$V(t) \le \left(-\frac{\eta}{\sqrt{2}}t + \sqrt{V(0)}\right)^2 \tag{ก-9}$$

โดยที่ $V(0)$ คือ ค่าเริ่มต้นของฟังก์ชันเลียปูโนฟ ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไป ฟังก์ชันเลียปูโนฟและสัญญาณพื้นผิวจะมีค่าลดลงจากเดิม และเมื่อเวลาผ่านไปนานช่วงระยะหนึ่ง พิจารณาให้เป็น t_s ซึ่ง $t_s \le \left(\sqrt{2}/\eta\right)\sqrt{V(0)}$ ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V และสัญญาณพื้นผิว s_f มีค่าเท่ากับศูนย์ ($s_f \rightarrow 0$) (Utkin, Guldner, and Shi, 1999) ถ้ากำหนดให้สัญญาณพื้นผิวมีค่าเท่ากับผลรวมเชิงเส้นระหว่างตัวแปรสถานะและอินทิกรัลของตัวแปรสถานะ กล่าวคือ

$$s_f = x + k_f\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau \tag{ก-10}$$

หรือ $\dot{s}_f = \dot{x} + k_f x$ โดยที่ k_f คือค่าคงที่บวก เมื่อสมการที่ (ก-3) อยู่ในโหมดการเลื่อน ($s_f = 0$ และ $\dot{s}_f = 0$) จะได้ว่า $\dot{x} = -k_f x$ ดังนั้นตัวแปรสถานะ $x \to 0$ และระบบควบคุมวงปิดหรือตัวสังเกตสถานะมีเสถียรภาพ

ภาคผนวก ข

วิธีที่สองของเสถียรภาพตามเกณฑ์เลียปูโนฟ

วิธีที่สองของเสถียรภาพตามเกณฑ์เลียปูโนฟ

เมื่อพิจารณาระบบพลวัตแบบนันออโทโนมัสในเวลาต่อเนื่อง

$$\dot{\vec{x}} = f(\vec{x}, t) \qquad \text{(ข-1)}$$

โดยที่ $\vec{x}$ คือเวกเตอร์หลักของตัวแปรสถานะ , $f(0, t) = 0$ ตลอดเวลา , และ สมมุติว่าระบบนันออโทโนมัสดังกล่าวมีจุดเริ่มต้นของคำตอบในปริภูมิสถานะหรือ (เวกเตอร์) ตัวแปรสถานะเริ่มต้นคือ $\vec{x}_0$ ที่เวลาเริ่มต้น t_0 และมีคำตอบของ (เวกเตอร์) ตัวแปรสถานะที่เวลา t ใด ๆ คือ $\vec{x}(t, \vec{x}_0, t_0)$ เงื่อนไขในการเกิดเสถียรภาพของระบบพลวัตในสมการที่ (ข-1) จะสามารถกำหนดได้เป็นทฤษฎีบทและบทแทรกดังนี้

"*Theorem*: **The second method of Lyapunov's stability** (Kalman and Bertram, 1960)

Suppose that there exists a scalar function $V(\vec{x}, t)$ with continuous first partial derivatives with respect to $\vec{x}$ and t such that $V(0, t) = 0$ and

I. $V(\vec{x}, t)$ is positive definite; i.e., there exists a continuous, nondecreasing scalar function α such that $\alpha(0) = 0$ and, for all t and all $\vec{x} \neq 0$, $0 < \alpha(\| \vec{x} \|) \leq V(\vec{x}, t)$.

II. There exists a continuous scalar function γ such that $\gamma(0) = 0$ and the derivative $\dot{V}$ of V along the motion starting at t , $\vec{x}$ satisfies, for all t and all $\vec{x} \neq 0$,

$$\dot{V}(\vec{x}, t) = \frac{dV(\vec{x}, t)}{dt} = \left. \frac{dV(\vec{x}(\tau, \vec{x}_0, t_0), \tau)}{d\tau} \right|_{\tau = t}$$

$$\dot{V}(\vec{x}, t) = \lim_{h \to 0} \frac{V(\vec{x} + hf(\vec{x}, t), t + h) - V(\vec{x}, t)}{h}$$

$$\dot{V}(\vec{x}, t) = \frac{\partial V(\vec{x}, t)}{\partial t} + \left\{ \frac{\partial V(\vec{x}, t)}{\partial \vec{x}} \right\}^T f(\vec{x}, t)$$

$$\dot{V}(\vec{x}, t) = \frac{\partial V(\vec{x}, t)}{\partial t} + \{ \nabla V(\vec{x}, t) \}^T f(\vec{x}, t) \leq -\gamma(\| \vec{x} \|) < 0$$

III. There exists a continuous, nondecresing scalar function such that $\beta(0) = 0$ and, for all t, $V(\vec{x}, t) \leq \beta(\| \vec{x} \|)$.

IV. $\alpha(\| \vec{x} \|) \to \infty$ with $\| \vec{x} \| \to \infty$

Then the equilibrium state $\vec{x}_e = 0$ is uniformly asymptotically stable in the large; $V(\vec{x}, t)$ is called a Lyapunov function of the system.

Corollary: The following conditions are sufficient for the various weaker types of stability:

1. Uniform asymptotic stability: (I., II., and III.)
2. Equiasymptotic stability in the large: (I., II., and IV.)
3. Equiasymptotic stability: (I. and II.)
4. Uniform stability: I., III., and $\dot{V}(\vec{x}, t) \leq 0$ for all $\vec{x}$, t
5. Stability: I. and $\dot{V}(\vec{x}, t) \leq 0$ for all $\vec{x}$, t"

"*ทฤษฎีบท*: **เสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟในวิธีที่สอง** (Kalman and Bertram, 1960)

สมมุติว่าระบบนันออโทโนมัสในสมการที่ (ข-1) มีฟังก์ชันสเกลาร์ $V(\vec{x}, t)$ ที่สามารถหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งเทียบกับ (เวกเตอร์) ตัวแปรสถานะ $\vec{x}$ และเวลา t ใด ๆ ได้ และ $V(0, t) = 0$ ตลอดเวลา รวมถึงฟังก์ชันสเกลาร์ V มีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

I. V เป็นฟังก์ชันจำกัดบวก กล่าวคือ $0 < \alpha(\| \vec{x} \|) \leq V(\vec{x}, t)$ ตลอดเวลา โดยที่ $\vec{x} \neq 0$, ฟังก์ชันสเกลาร์ $\alpha(\| \vec{x} \|)$ คือฟังก์ชันที่มีค่าไม่ลดลง , และ $\alpha(0) = 0$

II. อนุพันธ์ของฟังก์ชันสเกลาร์ $\dot{V}$ ไปตามแนววิถีของ $\vec{x} \neq 0$ และเวลา t ใด ๆ มีฟังก์ชันสเกลาร์ $\gamma(\| \vec{x} \|)$ ที่แสดงความสัมพันธ์ได้เป็น

$$\dot{V}(\vec{x}, t) = \frac{dV(\vec{x}, t)}{dt} = \left. \frac{dV(\vec{x}(\tau, \vec{x}_0, t_0), \tau)}{d\tau} \right|_{\tau = t}$$

$$\dot{V}(\vec{x}, t) = \lim_{h \to 0} \frac{V(\vec{x} + hf(\vec{x}, t), t + h) - V(\vec{x}, t)}{h}$$

$$\dot{V}(\vec{x},t) = \frac{\partial V(\vec{x},t)}{\partial t} + \left\{\frac{\partial V(\vec{x},t)}{\partial \vec{x}}\right\}^T f(\vec{x},t)$$

$$\dot{V}(\vec{x},t) = \frac{\partial V(\vec{x},t)}{\partial t} + \{\nabla V(\vec{x},t)\}^T f(\vec{x},t) \le -\gamma(\|\vec{x}\|) < 0 \qquad \text{(ข-2)}$$

โดยที่ ∇V คือเกรเดียนต์ของฟังก์ชันสเกลาร์ V ที่เทียบกับตัวแปรสถานะ $\vec{x}$ และ $\gamma(0) = 0$

III. ฟังก์ชันสเกลาร์ V มีฟังก์ชันสเกลาร์ $\beta(\|\vec{x}\|)$ ที่ไม่ลดลงและ $\beta(0) = 0$ ทำให้ได้รับ $V(\vec{x},t) \le \beta(\|\vec{x}\|)$ และ

IV. เมื่อ $\|\vec{x}\| \to \infty$ จะได้ว่า $\alpha(\|\vec{x}\|) \to \infty$

เป็นผลให้สถานะสมดุล $\vec{x}_e = 0$ และระบบพลวัตในสมการที่ (ข-1) มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับแบบสม่ำเสมอในวงกว้าง รวมถึง $V(\vec{x},t)$ คือฟังก์ชันเลียปูโนฟ

บทแทรก: **เสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟในประเภทต่าง ๆ**

1. ถ้าขั้นตอนการวิเคราะห์เสถียรภาพแสดงถึงเงื่อนไข I., II., และ III. ได้ สถานะสมดุล $\vec{x}_e = 0$ และระบบในสมการที่ (ข-1) มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับแบบสม่ำเสมอ

2. ถ้าขั้นตอนการวิเคราะห์เสถียรภาพแสดงถึงเงื่อนไข I., II., และ IV. ได้ สถานะสมดุล $\vec{x}_e = 0$ และระบบในสมการที่ (ข-1) มีเสถียรภาพแบบเทียบเท่าเชิงเส้นกำกับในวงกว้าง

3. ถ้าขั้นตอนการวิเคราะห์เสถียรภาพแสดงถึงเงื่อนไข I. และ II. ได้ สถานะสมดุล $\vec{x}_e = 0$ และระบบในสมการที่ (ข-1) มีเสถียรภาพแบบเทียบเท่าเชิงเส้นกำกับ

4. ถ้าขั้นตอนการวิเคราะห์เสถียรภาพแสดงถึงเงื่อนไข I., III., และ $\dot{V}(\vec{x},t) \le 0$ ตลอดเวลาและทุกค่าของตัวแปรสถานะ $\vec{x}$ ได้ สถานะสมดุล $\vec{x}_e = 0$ และระบบในสมการที่ (ข-1) มีเสถียรภาพแบบสม่ำเสมอ และ

5. ถ้าขั้นตอนการวิเคราะห์เสถียรภาพแสดงถึงเงื่อนไข I. และ $\dot{V}(\vec{x},t) \le 0$ ตลอดเวลาและทุกค่าของตัวแปรสถานะ $\vec{x}$ ได้ สถานะสมดุล $\vec{x}_e = 0$ และระบบในสมการที่ (ข-1) มีเสถียรภาพ”

ภาคผนวก ค

ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 3

ค.1 ที่มาของสมการที่ (3-8)

เมื่อนำสมการที่ (3-6) ลบออกจากสมการที่ (3-3) จะได้ว่า

$$\dot{e}_i = \frac{di_s}{dt} - \frac{d\hat{i}_s}{dt}$$

$$\dot{e}_i = A_{11}i_s - \hat{A}_{11}\hat{i}_s + A_{12}\psi_r - \hat{A}_{12}\hat{\psi}_r + B_1 v_s - B_1 v_s + D_1\psi_r - \hat{D}_1\hat{\psi}_r - U_o$$

เนื่องจาก

$$A_{11}i_s - \hat{A}_{11}\hat{i}_s = A_{11}i_s - A_{11}\hat{i}_s + A_{11}\hat{i}_s - \hat{A}_{11}\hat{i}_s = A_{11}\left(i_s - \hat{i}_s\right) + \left(A_{11} - \hat{A}_{11}\right)\hat{i}_s$$

$$A_{11}i_s - \hat{A}_{11}\hat{i}_s = A_{11}e_i + \Delta A_{11}\hat{i}_s$$

และ

$$A_{12}\psi_r - \hat{A}_{12}\hat{\psi}_r = A_{12}\psi_r - A_{12}\hat{\psi}_r + A_{12}\hat{\psi}_r - \hat{A}_{12}\hat{\psi}_r$$

$$A_{12}\psi_r - \hat{A}_{12}\hat{\psi}_r = A_{12}\left(\psi_r - \hat{\psi}_r\right) + \left(A_{12} - \hat{A}_{12}\right)\hat{\psi}_r = A_{12}e_\psi + \Delta A_{12}\hat{\psi}_r$$

รวมถึง

$$D_1\psi_r - \hat{D}_1\hat{\psi}_r = D_1\psi_r - D_1\hat{\psi}_r + D_1\hat{\psi}_r - \hat{D}_1\hat{\psi}_r = D_1\left(\psi_r - \hat{\psi}_r\right) + \left(D_1 - \hat{D}_1\right)\hat{\psi}_r$$

$$D_1\psi_r - \hat{D}_1\hat{\psi}_r = D_1e_\psi + \Delta D_1\hat{\psi}_r$$

จะได้ว่า

$$\dot{e}_i = A_{11}e_i + A_{12}e_\psi + D_1e_\psi + \Delta A_{11}\hat{i}_s + \Delta A_{12}\hat{\psi}_r + \Delta D_1\hat{\psi}_r - U_o$$

$$\dot{e}_i = A_{11}e_i + \left(A_{12} + D_1\right)e_\psi + \Delta A_{11}\hat{i}_s + \left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r - U_o$$

ค.2 ที่มาของสมการที่ (3-9)

นำสมการที่ (3-7) ลบออกจากสมการที่ (3-4) และดำเนินการต่อไปนี้

$$\dot{e}_\psi = \frac{d\psi_r}{dt} - \frac{d\hat{\psi}_r}{dt} = A_{21}i_s - \hat{A}_{21}\hat{i}_s + A_{22}\psi_r - \hat{A}_{22}\hat{\psi}_r + D_2\psi_r - \hat{D}_2\hat{\psi}_r$$

เนื่องจาก

$$A_{21}i_s - \hat{A}_{21}\hat{i}_s = A_{21}i_s - A_{21}\hat{i}_s + A_{21}\hat{i}_s - \hat{A}_{21}\hat{i}_s = A_{21}\left(i_s - \hat{i}_s\right) + \left(A_{21} - \hat{A}_{21}\right)\hat{i}_s$$

$$A_{21}i_s - \hat{A}_{21}\hat{i}_s = A_{21}e_i + \Delta A_{21}\hat{i}_s$$

และ

$$A_{22}\psi_r - \hat{A}_{22}\hat{\psi}_r = A_{22}\psi_r - A_{22}\hat{\psi}_r + A_{22}\hat{\psi}_r - \hat{A}_{22}\hat{\psi}_r$$

$$A_{22}\psi_r - \hat{A}_{22}\hat{\psi}_r = A_{22}\left(\psi_r - \hat{\psi}_r\right) + \left(A_{22} - \hat{A}_{22}\right)\hat{\psi}_r = A_{22}e_\psi + \Delta A_{22}\hat{\psi}_r$$

รวมถึง

$$D_2\psi_r - \hat{D}_2\hat{\psi}_r = D_2\psi_r - D_2\hat{\psi}_r + D_2\hat{\psi}_r - \hat{D}_2\hat{\psi}_r = D_2\left(\psi_r - \hat{\psi}_r\right) + \left(D_2 - \hat{D}_2\right)\hat{\psi}_r$$
$$D_2\psi_r - \hat{D}_2\hat{\psi}_r = D_2 e_\psi + \Delta D_2\hat{\psi}_r$$

จะได้ว่า

$$\dot{e}_\psi = A_{21}e_i + A_{22}e_\psi + D_2 e_\psi + \Delta A_{21}\hat{i}_s + \Delta A_{22}\hat{\psi}_r + \Delta D_2\hat{\psi}_r$$
$$\dot{e}_\psi = A_{21}e_i + \left(A_{22} + D_2\right)e_\psi + \Delta A_{21}\hat{i}_s + \left(\Delta A_{22} + \Delta D_2\right)\hat{\psi}_r$$

ค.3 ที่มาของเมตริกซ์ ΔA_{11} , ΔA_{12} , ΔD_1 , $\Delta A_{12} + \Delta D_1$, ΔA_{21} , ΔA_{22} , ΔD_2 , $\Delta A_{22} + \Delta D_2$, $A_{12} + D_1$, และ $A_{22} + D_2$

ที่มาของเมตริกซ์ ΔA_{11}

$$\Delta A_{11} = A_{11} - \hat{A}_{11} = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(R_s + \frac{M^2 R_r}{L_r^2}\right)I + \frac{1}{\sigma L_s}\left(\hat{R}_s + \frac{M^2\hat{R}_r}{L_r^2}\right)I$$
$$\Delta A_{11} = -\frac{1}{\sigma L_s}\left\{R_s - \hat{R}_s + \frac{M^2}{L_r^2}\left(R_r - \hat{R}_r\right)\right\}I = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(\Delta R_s + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r\right)I$$

ที่มาของเมตริกซ์ ΔA_{12}

$$\Delta A_{12} = A_{12} - \hat{A}_{12} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{R_r}{L_r}I - \omega_r J\right) - \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\hat{R}_r}{L_r}I - \hat{\omega}_r J\right)$$

$$\Delta A_{12} = \frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{1}{L_r}\left(R_r - \hat{R}_r\right)I - \left(\omega_r - \hat{\omega}_r\right)J\right\} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta R_r}{L_r}I - \Delta\omega_r J\right) \qquad \text{(ค-1)}$$

ที่มาของเมตริกซ์ ΔD_1

$$\Delta D_1 = D_1 - \hat{D}_1 = -\frac{R_m\left(L_r - sM\right)}{\varepsilon M L_r}I + \frac{\hat{R}_m\left(L_r - \hat{s}M\right)}{\varepsilon M L_r}I$$
$$\Delta D_1 = -\left(\frac{R_m}{\varepsilon M} - \frac{sR_m}{\varepsilon L_r} - \frac{\hat{R}_m}{\varepsilon M} + \frac{\hat{s}\hat{R}_m}{\varepsilon L_r}\right)I = -\left\{\frac{1}{\varepsilon M}\left(R_m - \hat{R}_m\right) - \frac{1}{\varepsilon L_r}\left(sR_m - \hat{s}\hat{R}_m\right)\right\}I$$

เนื่องจาก

$$sR_m - \hat{s}\hat{R}_m = sR_m - \hat{s}R_m + \hat{s}R_m - \hat{s}\hat{R}_m = \hat{s}\left(R_m - \hat{R}_m\right) + \left(s - \hat{s}\right)R_m$$
$$sR_m - \hat{s}\hat{R}_m = \hat{s}\Delta R_m + \Delta s R_m$$

จะได้ว่า

$$\Delta D_1 = -\left(\frac{\Delta R_m}{\varepsilon M} - \frac{\hat{s}\Delta R_m}{\varepsilon L_r} - \frac{\Delta s R_m}{\varepsilon L_r}\right) I = -\left\{\frac{\Delta R_m\left(L_r - \hat{s}M\right)}{\varepsilon M L_r} - \frac{\Delta s R_m}{\varepsilon L_r}\right\} I$$

$$\Delta D_1 = -\frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m I + \frac{\Delta s R_m}{\varepsilon L_r} I = -\frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m I - \frac{R_m}{\omega_s \varepsilon L_r}\Delta\omega_r I$$

$$\Delta D_1 = -\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{L_r - \hat{s}M}{M L_r}\Delta R_m + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right) I \qquad \text{(ค-2)}$$

โดยที่ $\Delta s = s - \hat{s} = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} - \frac{\omega_s - \hat{\omega}_r}{\omega_s} = 1 - \frac{\omega_r}{\omega_s} - 1 + \frac{\hat{\omega}_r}{\omega_s} = -\frac{\omega_r - \hat{\omega}_r}{\omega_s}$ หรือ

$$\Delta s = -\frac{\Delta\omega_r}{\omega_s}$$

ผลรวมระหว่างสมการที่ (ค-1) และ (ค-2) จะให้เมตริกซ์ $\Delta A_{12} + \Delta D_1$

$$\Delta A_{12} + \Delta D_1 = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta R_r}{L_r} I - \Delta\omega_r J\right) - \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{L_r - \hat{s}M}{M L_r}\Delta R_m + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right) I$$

$$\Delta A_{12} + \Delta D_1 = \frac{1}{\varepsilon}\left\{\left[\frac{\Delta R_r}{L_r} - \frac{L_r - \hat{s}M}{M L_r}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right] I - \Delta\omega_r J\right\}$$

ที่มาของเมตริกซ์ ΔA_{21}

$$\Delta A_{21} = A_{21} - \hat{A}_{21} = \frac{M R_r}{L_r} I - \frac{M\hat{R}_r}{L_r} I = \frac{M}{L_r}\left(R_r - \hat{R}_r\right) I = \frac{M}{L_r}\Delta R_r I$$

ที่มาของเมตริกซ์ ΔA_{22}

$$\Delta A_{22} = A_{22} - \hat{A}_{22} = -\frac{R_r}{L_r} I + \omega_r J + \frac{\hat{R}_r}{L_r} I - \hat{\omega}_r J$$

$$\Delta A_{22} = -\frac{1}{L_r}\left(R_r - \hat{R}_r\right) I + \left(\omega_r - \hat{\omega}_r\right) J$$

$$\Delta A_{22} = -\frac{\Delta R_r}{L_r} I + \Delta\omega_r J \qquad \text{(ค-3)}$$

ที่มาของเมตริกซ์ ΔD_2

$$\Delta D_2 = D_2 - \hat{D}_2 = -\frac{sR_m}{L_r} I + \frac{\hat{s}\hat{R}_m}{L_r} I$$

$$\Delta D_2 = -\frac{1}{L_r}\left(sR_m - \hat{s}\hat{R}_m \right) I = -\frac{1}{L_r}\left(\hat{s}\Delta R_m + \Delta s R_m \right) I$$

$$\Delta D_2 = -\frac{1}{L_r}\left(\hat{s}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s}\Delta\omega_r \right) I \qquad \text{(ค-4)}$$

ผลรวมระหว่างสมการที่ (ค-3) และ (ค-4) จะให้เมตริกซ์ $\Delta A_{22} + \Delta D_2$

$$\Delta A_{22} + \Delta D_2 = -\frac{\Delta R_r}{L_r} I + \Delta\omega_r J - \frac{1}{L_r}\left(\hat{s}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s}\Delta\omega_r \right) I$$

$$\Delta A_{22} + \Delta D_2 = -\frac{1}{L_r}\left(\Delta R_r + \hat{s}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s}\Delta\omega_r \right) I + \Delta\omega_r J$$

ที่มาของเมตริกซ์ $A_{12} + D_1$

$$A_{12} + D_1 = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{R_r}{L_r} I - \omega_r J \right) - \frac{R_m\left(L_r - sM \right)}{\varepsilon M L_r} I$$

$$A_{12} + D_1 = \frac{1}{\varepsilon}\left\{ \left[\frac{R_r}{L_r} - \frac{R_m\left(L_r - sM \right)}{M L_r} \right] I - \omega_r J \right\}$$

ที่มาของเมตริกซ์ $A_{22} + D_2$

$$A_{22} + D_2 = -\frac{R_r}{L_r} I + \omega_r J - \frac{sR_m}{L_r} I = -\frac{1}{L_r}\left(R_r + sR_m \right) I + \omega_r J$$

ค.4 ที่มาของสมการที่ (3-12)

โดยอาศัยสมการที่ (3-8), (3-10), และ (3-11) อาจเขียนความสัมพันธ์แสดง $\dot{S}_i$ ได้ดังนี้

$$\dot{S}_i = \dot{e}_i - K\dot{z}_i = \dot{e}_i + Ke_i$$

$$\dot{S}_i = A_{11} e_i + \left(A_{12} + D_1 \right) e_\psi + \Delta A_{11}\hat{i}_s + \left(\Delta A_{12} + \Delta D_1 \right)\hat{\psi}_r - U_o + Ke_i$$

$$\dot{S}_i = \left(A_{11} + K \right) e_i + \left(A_{12} + D_1 \right) e_\psi + \Delta A_{11}\hat{i}_s + \left(\Delta A_{12} + \Delta D_1 \right)\hat{\psi}_r - U_o$$

ค.5 ที่มาของสมการที่ (3-13)

$$\left(A_{12}+D_1\right)e_{\psi} = \frac{1}{\varepsilon}\left\{\left[\frac{R_r}{L_r}-\frac{R_m\left(L_r-sM\right)}{ML_r}\right]e_{\psi}-\omega_r Je_{\psi}\right\}$$

$$\left(A_{12}+D_1\right)e_{\psi} = \frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{R_r}{L_r}-\frac{R_m\left(L_r-sM\right)}{ML_r}\right\}\begin{bmatrix}e_{\psi\alpha}\\ e_{\psi\beta}\end{bmatrix}-\frac{\omega_r}{\varepsilon}\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e_{\psi\alpha}\\ e_{\psi\beta}\end{bmatrix}$$

$$\left(A_{12}+D_1\right)e_{\psi} = \begin{bmatrix}\frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{R_r}{L_r}-\frac{R_m\left(L_r-sM\right)}{ML_r}\right\}e_{\psi\alpha}\\ \frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{R_r}{L_r}-\frac{R_m\left(L_r-sM\right)}{ML_r}\right\}e_{\psi\beta}\end{bmatrix}-\frac{\omega_r}{\varepsilon}\begin{bmatrix}-e_{\psi\beta}\\ e_{\psi\alpha}\end{bmatrix}$$

$$\left(A_{12}+D_1\right)e_{\psi} = \begin{bmatrix}f_1\\ f_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{R_r}{L_r}-\frac{R_m\left(L_r-sM\right)}{ML_r}\right\}e_{\psi\alpha}+\frac{\omega_r}{\varepsilon}e_{\psi\beta}\\ \frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{R_r}{L_r}-\frac{R_m\left(L_r-sM\right)}{ML_r}\right\}e_{\psi\beta}-\frac{\omega_r}{\varepsilon}e_{\psi\alpha}\end{bmatrix}$$

ภาคผนวก ง

ที่มาของอนุพันธ์ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ตามสมการที่ (3-17)

ที่มาของอนุพันธ์ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ตามสมการที่ (3-17)

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 เทียบกับเวลาในสมการที่ (3-17) เริ่มต้นจากการนำทรานสโพส (transpose) ของเวกเตอร์พื้นผิว S_i คูณทางด้านซ้ายมือทั้งสองข้างของสมการที่ (3-12) นั่นคือ

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left(A_{11}+K\right)e_i + S_i^T \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi + S_i^T \Delta A_{11}\hat{i}_s \\ &\quad + S_i^T \left(\Delta A_{12}+\Delta D_1\right)\hat{\psi}_r - S_i^T U_o \end{aligned} \tag{ง-1}$$

เมื่อพิจารณาพจน์ต่าง ๆ ในสมการที่ (ง-1) จะได้ว่า

$$S_i^T \left(A_{11}+K\right)e_i = S_i^T \left(a_{r11} I + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \right) e_i = S_i^T \left(\begin{bmatrix} a_{r11} & 0 \\ 0 & a_{r11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \right) e_i$$

$$S_i^T \left(A_{11}+K\right)e_i = S_i^T \begin{bmatrix} a_{r11}+k_1 & 0 \\ 0 & a_{r11}+k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{i\alpha} \\ e_{i\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(a_{r11}+k_1\right)e_{i\alpha} \\ \left(a_{r11}+k_2\right)e_{i\beta} \end{bmatrix}$$

$$S_i^T \left(A_{11}+K\right)e_i = s_{i\alpha}\left(a_{r11}+k_1\right)e_{i\alpha} + s_{i\beta}\left(a_{r11}+k_2\right)e_{i\beta}$$

$$S_i^T \left(A_{11}+K\right)e_i = \left(a_{r11}+k_1\right)s_{i\alpha}e_{i\alpha} + \left(a_{r11}+k_2\right)s_{i\beta}e_{i\beta} \tag{ง-2}$$

$$S_i^T \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi = \begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = s_{i\alpha}f_1 + s_{i\beta}f_2 \tag{ง-3}$$

$$S_i^T \Delta A_{11}\hat{i}_s = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(\Delta R_s + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r\right) S_i^T \hat{i}_s$$

$$S_i^T \Delta A_{11}\hat{i}_s = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(\Delta R_s + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r\right) \begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_{s\alpha} \\ \hat{i}_{s\beta} \end{bmatrix}$$

$$S_i^T \Delta A_{11}\hat{i}_s = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(\Delta R_s + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r\right) \left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta} \right)$$

$$S_i^T \Delta A_{11} \hat{i}_s = -\frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) - \frac{M^2}{\sigma L_s L_r^2}\Delta R_r\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) \quad (ง\text{-}4)$$

$$\begin{aligned}
S_i^T\left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r &= -\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon} S_i^T J\hat{\psi}_r \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta R_r}{L_r} - \frac{L_r - \hat{s}M}{ML_r}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right) S_i^T\hat{\psi}_r \\
S_i^T\left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r &= -\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\hat{\psi}_{r\beta} \\ \hat{\psi}_{r\alpha}\end{bmatrix} \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta R_r}{L_r} - \frac{L_r - \hat{s}M}{ML_r}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right)\begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{\psi}_{r\alpha} \\ \hat{\psi}_{r\beta}\end{bmatrix} \\
S_i^T\left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r &= -\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left(s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}\right) \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta R_r}{L_r} - \frac{L_r - \hat{s}M}{ML_r}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right)\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_i^T\left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r &= \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) \\
&\quad - \frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon ML_r}\Delta R_m\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) \\
&\quad - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left\{\left(s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}\right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)\right\}
\end{aligned} \quad (ง\text{-}5)$$

เวกเตอร์แก้ไขในสมการที่ (3-14) ถูกขยายได้เป็น

$$\begin{aligned}
U_o &= \Phi_1 e_i + \Phi_2 K z_i + \Lambda \\
U_o &= \begin{bmatrix} \phi_{1\alpha} & 0 \\ 0 & \phi_{1\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_{i\alpha} \\ e_{i\beta}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{2\alpha} & 0 \\ 0 & \phi_{2\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} k_1 z_{i\alpha} \\ k_2 z_{i\beta}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_\alpha \\ \Lambda_\beta\end{bmatrix} \\
U_o &= \begin{bmatrix} \phi_{1\alpha} e_{i\alpha} \\ \phi_{1\beta} e_{i\beta}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{2\alpha} k_1 z_{i\alpha} \\ \phi_{2\beta} k_2 z_{i\beta}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_\alpha \\ \Lambda_\beta\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1\alpha} e_{i\alpha} + \phi_{2\alpha} k_1 z_{i\alpha} + \Lambda_\alpha \\ \phi_{1\beta} e_{i\beta} + \phi_{2\beta} k_2 z_{i\beta} + \Lambda_\beta\end{bmatrix}
\end{aligned}$$

นั่นคือ

$$\begin{aligned}
S_i^T U_o &= \begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \phi_{1\alpha} e_{i\alpha} + \phi_{2\alpha} k_1 z_{i\alpha} + \Lambda_\alpha \\ \phi_{1\beta} e_{i\beta} + \phi_{2\beta} k_2 z_{i\beta} + \Lambda_\beta\end{bmatrix} \\
S_i^T U_o &= s_{i\alpha}\left(\phi_{1\alpha} e_{i\alpha} + \phi_{2\alpha} k_1 z_{i\alpha} + \Lambda_\alpha\right) + s_{i\beta}\left(\phi_{1\beta} e_{i\beta} + \phi_{2\beta} k_2 z_{i\beta} + \Lambda_\beta\right)
\end{aligned}$$

$$S_i^T U_o = \phi_{1\alpha} s_{i\alpha} e_{i\alpha} + \phi_{1\beta} s_{i\beta} e_{i\beta} + \phi_{2\alpha} k_1 s_{i\alpha} z_{i\alpha} + \phi_{2\beta} k_2 s_{i\beta} z_{i\beta} + s_{i\alpha}\Lambda_\alpha + s_{i\beta}\Lambda_\beta \qquad (ง\text{-}6)$$

เมื่อแทนค่าพจน์ต่าง ๆ จากสมการที่ (ง-2) ถึง (ง-6) ลงในสมการที่ (ง-1) จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i &= \left(a_{r11} + k_1\right) s_{i\alpha} e_{i\alpha} + \left(a_{r11} + k_2\right) s_{i\beta} e_{i\beta} + s_{i\alpha} f_1 + s_{i\beta} f_2 \\ &\quad - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) - \frac{M^2}{\sigma L_s L_r^2}\Delta R_r\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) \\ &\quad + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) - \frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) \\ &\quad - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left\{\left(s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}\right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)\right\} \\ &\quad - \phi_{1\alpha} s_{i\alpha} e_{i\alpha} - \phi_{1\beta} s_{i\beta} e_{i\beta} - \phi_{2\alpha} k_1 s_{i\alpha} z_{i\alpha} - \phi_{2\beta} k_2 s_{i\beta} z_{i\beta} - s_{i\alpha}\Lambda_\alpha - s_{i\beta}\Lambda_\beta \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\varepsilon = \dfrac{\sigma L_s L_r}{M}$ จะได้ว่า $\dfrac{M}{\sigma L_s L_r} = \dfrac{1}{\varepsilon}$ หรือ $\dfrac{M^2}{\sigma L_s L_r^2} = \dfrac{M}{\varepsilon L_r}$ ทำให้

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i &= \left(a_{r11} + k_1 - \phi_{1\alpha}\right) s_{i\alpha} e_{i\alpha} + \left(a_{r11} + k_2 - \phi_{1\beta}\right) s_{i\beta} e_{i\beta} + \left(f_1 - \Lambda_\alpha\right) s_{i\alpha} \\ &\quad + \left(f_2 - \Lambda_\beta\right) s_{i\beta} - \phi_{2\alpha} k_1 s_{i\alpha} z_{i\alpha} - \phi_{2\beta} k_2 s_{i\beta} z_{i\beta} - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) \\ &\quad - \frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) \qquad (ง\text{-}7) \\ &\quad - \frac{M}{\varepsilon L_r}\Delta R_r\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) \\ &\quad - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left\{\left(s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}\right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)\right\} \end{aligned}$$

พิจารณาฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (3-15)

$$V_1 = \frac{1}{2} S_i^T S_i + \frac{\Delta R_s^2}{2\sigma L_s \lambda_1} + \frac{\Delta R_r^2}{2\varepsilon L_r \lambda_2} + \frac{\Delta R_m^2}{2\varepsilon M L_r \lambda_3} + \frac{\Delta\omega_r^2}{2\varepsilon\lambda_4} \geq 0$$

โดยที่ $S_i^T S_i = \begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s_{i\alpha} \\ s_{i\beta} \end{bmatrix} = s_{i\alpha}^2 + s_{i\beta}^2$

ต่อมาเขียนอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ที่เทียบกับเวลาได้เป็น

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2}\left(S_i^T \dot{S}_i + \dot{S}_i^T S_i\right) + \frac{2\Delta R_s}{2\sigma L_s \lambda_1}\Delta\dot{R}_s + \frac{2\Delta R_r}{2\varepsilon L_r \lambda_2}\Delta\dot{R}_r + \frac{2\Delta R_m}{2\varepsilon M L_r \lambda_3}\Delta\dot{R}_m + \frac{2\Delta\omega_r}{2\varepsilon\lambda_4}\Delta\dot{\omega}_r$$

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2}\left(S_i^T \dot{S}_i + S_i^T \dot{S}_i \right) + \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s \lambda_1}\left(\dot{R}_s - \dot{\hat{R}}_s \right) + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r \lambda_2}\left(\dot{R}_r - \dot{\hat{R}}_r \right)$$
$$+ \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r \lambda_3}\left(\dot{R}_m - \dot{\hat{R}}_m \right) + \frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon \lambda_4}\left(\dot{\omega}_r - \dot{\hat{\omega}}_r \right)$$

โดยที่ $\dot{S}_i^T S_i = S_i^T \dot{S}_i$ และ

$$\dot{S}_i^T = \left(dS_i / dt \right)^T = dS_i^T / dt$$

$$\dot{V}_1 = S_i^T \dot{S}_i - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_s}{\lambda_1} \right) - \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_r}{\lambda_2} \right) - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_m}{\lambda_3} \right) - \frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{\lambda_4} \right)$$

จากนั้นแทนค่าพจน์ $S_i^T \dot{S}_i$ จากสมการที่ (ง-7) ลงในอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 จะได้ว่า

$$\dot{V}_1 = \left(a_{r11} + k_1 - \phi_{1\alpha} \right) s_{i\alpha} e_{i\alpha} + \left(a_{r11} + k_2 - \phi_{1\beta} \right) s_{i\beta} e_{i\beta} + \left(f_1 - \Lambda_\alpha \right) s_{i\alpha}$$
$$+ \left(f_2 - \Lambda_\beta \right) s_{i\beta} - \phi_{2\alpha} k_1 s_{i\alpha} z_{i\alpha} - \phi_{2\beta} k_2 s_{i\beta} z_{i\beta} - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right)$$
$$- \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_s}{\lambda_1} \right) - \frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon M L_r} \Delta R_m \left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right)$$
$$- \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_m}{\lambda_3} \right) + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right)$$
$$- \frac{M}{\varepsilon L_r} \Delta R_r \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) - \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_r}{\lambda_2} \right)$$
$$- \frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon}\left\{ \left(s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\beta} \right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right\} - \frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{\lambda_4} \right)$$

$$\dot{V}_1 = \left(a_{r11} + k_1 - \phi_{1\alpha} \right) s_{i\alpha} e_{i\alpha} + \left(a_{r11} + k_2 - \phi_{1\beta} \right) s_{i\beta} e_{i\beta} + \left(f_1 - \Lambda_\alpha \right) s_{i\alpha}$$
$$+ \left(f_2 - \Lambda_\beta \right) s_{i\beta} - \phi_{2\alpha} k_1 s_{i\alpha} z_{i\alpha} - \phi_{2\beta} k_2 s_{i\beta} z_{i\beta} - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left[\frac{\dot{\hat{R}}_s}{\lambda_1} + \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) \right]$$
$$- \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left[\frac{\dot{\hat{R}}_m}{\lambda_3} + \left(L_r - \hat{s}M \right)\left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right]$$
$$- \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left\{ \frac{\dot{\hat{R}}_r}{\lambda_2} - \left[\left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) - M\left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) \right] \right\}$$
$$- \frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon}\left[\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{\lambda_4} + \left(s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\beta} \right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right]$$

ซึ่งสมการที่ได้รับ คืออนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ ตามสมการที่ (3-17)

ภาคผนวก จ

ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 4

จ.1 ที่มาของสมการที่ (4-3)

การหาอนุพันธ์เทียบกับเวลาจากสมการ $\Delta\omega_r = \omega_r - \hat{\omega}_r$ หรือ $\hat{\omega}_r = \omega_r - \Delta\omega_r$ จะได้รับ $\dot{\hat{\omega}}_r = \dot{\omega}_r - \dfrac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$

จ.2 ที่มาของสมการที่ (4-4)

เมื่อแทนค่าสมการที่ (4-2) ลงในสมการที่ (4-3) จะได้รับสมการที่ (4-4), พจน์ $\hat{i}_{eq}$, Δi_{eq}, และ f_3 ดังนี้

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a\omega_r + bi_{eq} + cT_L - \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$$

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a(\hat{\omega}_r + \Delta\omega_r) + b\left(i_{s\beta}\psi_{r\alpha} - i_{s\alpha}\psi_{r\beta}\right) + cT_L - \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$$

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a\hat{\omega}_r + b\left[i_{s\beta}\left(\hat{\psi}_{r\alpha} + e_{\psi\alpha}\right) - i_{s\alpha}\left(\hat{\psi}_{r\beta} + e_{\psi\beta}\right)\right] + cT_L + a\Delta\omega_r - \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$$

โดยที่ $\psi_{r\alpha} = \hat{\psi}_{r\alpha} + e_{\psi\alpha}$ และ

$\psi_{r\beta} = \hat{\psi}_{r\beta} + e_{\psi\beta}$

เพราะ $e_{\psi\alpha} = \psi_{r\alpha} - \hat{\psi}_{r\alpha}$ และ

$e_{\psi\beta} = \psi_{r\beta} - \hat{\psi}_{r\beta}$ ตามลำดับ

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a\hat{\omega}_r + b\left(i_{s\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - i_{s\alpha}\hat{\psi}_{r\beta} + i_{s\beta}e_{\psi\alpha} - i_{s\alpha}e_{\psi\beta}\right) + cT_L + a\Delta\omega_r - \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$$

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a\hat{\omega}_r + b\left(i_{s\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - i_{s\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}\right) + cT_L + b\left(i_{s\beta}e_{\psi\alpha} - i_{s\alpha}e_{\psi\beta}\right) + a\Delta\omega_r - \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$$

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a\hat{\omega}_r + b\hat{i}_{eq} + cT_L + a\Delta\omega_r + b\Delta i_{eq} - \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt} = a\hat{\omega}_r + b\hat{i}_{eq} + cT_L + f_3$$

โดยที่ $f_3 = a\Delta\omega_r + b\Delta i_{eq} - \dfrac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$,

$\hat{i}_{eq} = i_{s\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - i_{s\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}$, และ

$\Delta i_{eq} = i_{s\beta}e_{\psi\alpha} - i_{s\alpha}e_{\psi\beta}$

จ.3 ที่มาของสมการที่ (4-6)

เมื่อนำสมการที่ (4-5) ลบออกจากสมการที่ (4-4) จะได้ว่า

$$\dot{e}_\omega = \dot{\hat{\omega}}_r - \dot{\hat{\omega}}_r'' = a\hat{\omega}_r - \hat{a}\hat{\omega}_r'' + b\hat{i}_{eq} - \hat{b}\hat{i}_{eq} + cT_L - c\hat{T}_L + f_3 - \delta_o$$

$$\dot{e}_\omega = a\hat{\omega}_r - \hat{a}\hat{\omega}_r'' + \left(b - \hat{b}\right)\hat{i}_{eq} + c\left(T_L - \hat{T}_L\right) + f_3 - \delta_o$$

เนื่องจาก

$$a\hat{\omega}_r - \hat{a}\hat{\omega}_r'' = a\hat{\omega}_r - a\hat{\omega}_r'' + a\hat{\omega}_r'' - \hat{a}\hat{\omega}_r'' = a\left(\hat{\omega}_r - \hat{\omega}_r''\right) + \left(a - \hat{a}\right)\hat{\omega}_r''$$

$$a\hat{\omega}_r - \hat{a}\hat{\omega}_r'' = ae_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r''$$

จะได้ว่า

$$\dot{e}_\omega = ae_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r'' + \Delta b\hat{i}_{eq} + c\Delta T_L + f_3 - \delta_o$$

จ.4 ที่มาของสมการที่ (4-9)

โดยอาศัยสมการที่ (4-6), (4-7), และ (4-8) อาจเขียนความสัมพันธ์แสดง $\dot{s}_\omega$ ได้ดังนี้

$$\dot{s}_\omega = \dot{e}_\omega - k_3\dot{h}_\omega = \dot{e}_\omega + k_3e_\omega = ae_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r'' + \Delta b\hat{i}_{eq} + c\Delta T_L + f_3 - \delta_o + k_3e_\omega$$

$$\dot{s}_\omega = \left(a + k_3\right)e_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r'' + \Delta b\hat{i}_{eq} + c\Delta T_L + f_3 - \delta_o$$

จ.5 ที่มาของสมการที่ (4-13)

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 เทียบกับเวลาในสมการที่ (4-13) เริ่มต้นจากการนำสัญญาณพื้นผิว s_ω คูณทั้งสองข้างของสมการที่ (4-9) นั่นคือ

$$s_\omega\dot{s}_\omega = \left(a + k_3\right)s_\omega e_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r''s_\omega + \Delta b\hat{i}_{eq}s_\omega + c\Delta T_Ls_\omega + f_3s_\omega - s_\omega\delta_o \qquad \text{(จ-1)}$$

แทนค่าสัญญาณแก้ไข δ_o จากสมการที่ (4-10) ลงในสมการที่ (จ-1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} s_\omega\dot{s}_\omega &= \left(a + k_3\right)s_\omega e_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r''s_\omega + \Delta b\hat{i}_{eq}s_\omega + c\Delta T_Ls_\omega \\ &\quad + f_3s_\omega - \phi_3s_\omega e_\omega - \phi_4k_3s_\omega h_\omega - s_\omega\Lambda_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_\omega\dot{s}_\omega &= \left(a + k_3 - \phi_3\right)s_\omega e_\omega - \phi_4k_3s_\omega h_\omega + \left(f_3 - \Lambda_3\right)s_\omega \\ &\quad + \Delta a\hat{\omega}_r''s_\omega + \Delta b\hat{i}_{eq}s_\omega + c\Delta T_Ls_\omega \end{aligned} \qquad \text{(จ-2)}$$

พิจารณาฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (4-11)

$$V_2 = \frac{1}{2}s_\omega^2 + \frac{1}{2\lambda_5}\Delta a^2 + \frac{1}{2\lambda_6}\Delta b^2 + \frac{c}{2\lambda_7}\Delta T_L^2 \geq 0$$

ต่อมาเขียนอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 ที่เทียบกับเวลาได้เป็น

$$\dot{V}_2 = \frac{2}{2}s_\omega \dot{s}_\omega + \frac{2}{2\lambda_5}\Delta a\Delta\dot{a} + \frac{2}{2\lambda_6}\Delta b\Delta\dot{b} + \frac{2c}{2\lambda_7}\Delta T_L\Delta\dot{T}_L$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega \dot{s}_\omega + \frac{1}{\lambda_5}\Delta a\left(\dot{a} - \dot{\hat{a}}\right) + \frac{1}{\lambda_6}\Delta b\left(\dot{b} - \dot{\hat{b}}\right) + \frac{c}{\lambda_7}\Delta T_L\left(\dot{T}_L - \dot{\hat{T}}_L\right)$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega \dot{s}_\omega - \frac{1}{\lambda_5}\Delta a\dot{\hat{a}} - \frac{1}{\lambda_6}\Delta b\dot{\hat{b}} - \frac{c}{\lambda_7}\Delta T_L\dot{\hat{T}}_L$$

จากนั้นแทนค่าพจน์ $s_\omega \dot{s}_\omega$ จากสมการที่ (จ-2) ลงในอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 จะได้ว่า

$$\dot{V}_2 = \left(a + k_3 - \phi_3\right)s_\omega e_\omega - \phi_4 k_3 s_\omega h_\omega + \left(f_3 - \Lambda_3\right)s_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r'' s_\omega$$
$$+ \Delta b\hat{i}_{eq}s_\omega + c\Delta T_L s_\omega - \frac{1}{\lambda_5}\Delta a\dot{\hat{a}} - \frac{1}{\lambda_6}\Delta b\dot{\hat{b}} - \frac{c}{\lambda_7}\Delta T_L\dot{\hat{T}}_L$$

$$\dot{V}_2 = \left(a + k_3 - \phi_3\right)s_\omega e_\omega - \phi_4 k_3 s_\omega h_\omega + \left(f_3 - \Lambda_3\right)s_\omega - \Delta a\left(\frac{\dot{\hat{a}}}{\lambda_5} - \hat{\omega}_r'' s_\omega\right)$$
$$- \Delta b\left(\frac{\dot{\hat{b}}}{\lambda_6} - \hat{i}_{eq}s_\omega\right) - c\Delta T_L\left(\frac{\dot{\hat{T}}_L}{\lambda_7} - s_\omega\right)$$

ภาคผนวก ฉ

ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 5

ฉ.1 ที่มาของสมการที่ (5-6)

เมื่อนำทรานสโพสของเวกเตอร์พื้นผิว S_i คูณทั้งสองข้างของสมการที่ (3-12) จะได้รับสมการที่ (ง-1) และต่อมาจัดรูปสมการที่ (ง-1) ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left\{ \left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o \right\} \\ &\quad + S_i^T \Delta A_{11} \hat{i}_s + S_i^T \left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r \end{aligned} \tag{ฉ-1}$$

จากนั้นแทนค่านิพจน์ ΔA_{11} และ $\Delta A_{12} + \Delta D_1$ ลงในสมการที่ (ฉ-1) และจัดรูปสมการใหม่จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left\{ \left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o \right\} - \frac{1}{\sigma L_s}\left(\Delta R_s + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r \right) S_i^T \hat{i}_s \\ &\quad + \frac{1}{\varepsilon} S_i^T \left\{ \left[\frac{\Delta R_r}{L_r} - \frac{L_r - \hat{s}M}{ML_r}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r \right] I - \Delta\omega_r J \right\} \hat{\psi}_r \\ S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left\{ \left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o \right\} - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s} S_i^T \hat{i}_s - \frac{M^2}{\sigma L_s L_r^2}\Delta R_r S_i^T \hat{i}_s \\ &\quad + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r} S_i^T \hat{\psi}_r - \frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m S_i^T \hat{\psi}_r - \frac{R_m}{\varepsilon\omega_s L_r}\Delta\omega_r S_i^T \hat{\psi}_r - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon} S_i^T J \hat{\psi}_r \\ S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left\{ \left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o \right\} + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r} S_i^T \hat{\psi}_r - \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r} M S_i^T \hat{i}_s \\ &\quad - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s} S_i^T \hat{i}_s - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(L_r - \hat{s}M\right) S_i^T \hat{\psi}_r - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon} S_i^T \left(J + \frac{R_m}{\omega_s L_r} I \right) \hat{\psi}_r \end{aligned}$$

โดยที่ $\dfrac{1}{\sigma L_s} = \dfrac{L_r}{\varepsilon M} > 0$ หรือ $\dfrac{M^2}{\sigma L_s L_r^2} = \dfrac{M}{\varepsilon L_r}$

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left\{ \left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o \right\} + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r} S_i^T \left(\hat{\psi}_r - M\hat{i}_s \right) \\ &\quad - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s} S_i^T \hat{i}_s - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(L_r - \hat{s}M\right) S_i^T \hat{\psi}_r - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon} S_i^T \left(J + \frac{R_m}{\omega_s L_r} I \right) \hat{\psi}_r \\ S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left\{ \left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o \right\} \\ &\quad - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\Theta_S + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\Theta_R - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\Theta_m - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\Theta_\omega \end{aligned}$$

ฉ.2 ที่มาของสมการที่ (5-7)

เมื่อเขียนกระจายกำลังสองของสี่นิพจน์สุดท้ายที่อยู่ทางด้านขวามือของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-5) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
V_1 &= \frac{1}{2}s_{i\alpha}^2 + \frac{1}{2}s_{i\beta}^2 + \frac{1}{2\sigma L_s k_{si}}\left(\Delta R_s^2 - 2k_{sp}\Theta_S\Delta R_s + k_{sp}^2\Theta_S^2\right) \\
&\quad + \frac{1}{2\varepsilon L_r k_{ri}}\left(\Delta R_r^2 + 2k_{rp}\Theta_R\Delta R_r + k_{rp}^2\Theta_R^2\right) \\
&\quad + \frac{1}{2\varepsilon M L_r k_{mi}}\left(\Delta R_m^2 - 2k_{mp}\Theta_m\Delta R_m + k_{mp}^2\Theta_m^2\right) \\
&\quad + \frac{1}{2\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r^2 - 2k_{\omega p}\Theta_\omega\Delta\omega_r + k_{\omega p}^2\Theta_\omega^2\right) \geq 0
\end{aligned}$$

ต่อมาดำเนินการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟเทียบกับเวลา จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= \frac{1}{2}\left(2s_{i\alpha}\dot{s}_{i\alpha}\right) + \frac{1}{2}\left(2s_{i\beta}\dot{s}_{i\beta}\right) + \frac{0.5}{\sigma L_s k_{si}}\left[2\Delta R_s\Delta\dot{R}_s - 2k_{sp}\frac{d\left(\Theta_S\Delta R_s\right)}{dt} + 2k_{sp}^2\Theta_S\dot{\Theta}_S\right] \\
&\quad + \frac{0.5}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left[2\Delta R_r\Delta\dot{R}_r + 2k_{rp}\frac{d\left(\Theta_R\Delta R_r\right)}{dt} + 2k_{rp}^2\Theta_R\dot{\Theta}_R\right] \\
&\quad + \frac{0.5}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left[2\Delta R_m\Delta\dot{R}_m - 2k_{mp}\frac{d\left(\Theta_m\Delta R_m\right)}{dt} + 2k_{mp}^2\Theta_m\dot{\Theta}_m\right] \\
&\quad + \frac{0.5}{\varepsilon k_{\omega i}}\left[2\Delta\omega_r\Delta\dot{\omega}_r - 2k_{\omega p}\frac{d\left(\Theta_\omega\Delta\omega_r\right)}{dt} + 2k_{\omega p}^2\Theta_\omega\dot{\Theta}_\omega\right] \\
\dot{V}_1 &= \begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{s}_{i\alpha}\\ \dot{s}_{i\beta}\end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma L_s k_{si}}\left\{\Delta R_s\Delta\dot{R}_s - k_{sp}\left(\dot{\Theta}_S\Delta R_s + \Theta_S\Delta\dot{R}_s\right) + k_{sp}^2\Theta_S\dot{\Theta}_S\right\} \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left\{\Delta R_r\Delta\dot{R}_r + k_{rp}\left(\dot{\Theta}_R\Delta R_r + \Theta_R\Delta\dot{R}_r\right) + k_{rp}^2\Theta_R\dot{\Theta}_R\right\} \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left\{\Delta R_m\Delta\dot{R}_m - k_{mp}\left(\dot{\Theta}_m\Delta R_m + \Theta_m\Delta\dot{R}_m\right) + k_{mp}^2\Theta_m\dot{\Theta}_m\right\} \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left\{\Delta\omega_r\Delta\dot{\omega}_r - k_{\omega p}\left(\dot{\Theta}_\omega\Delta\omega_r + \Theta_\omega\Delta\dot{\omega}_r\right) + k_{\omega p}^2\Theta_\omega\dot{\Theta}_\omega\right\} \\
\dot{V}_1 &= S_i^T\dot{S}_i + \frac{1}{\sigma L_s k_{si}}\left(\Delta R_s\Delta\dot{R}_s - k_{sp}\dot{\Theta}_S\Delta R_s - k_{sp}\Theta_S\Delta\dot{R}_s + k_{sp}^2\Theta_S\dot{\Theta}_S\right) \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left(\Delta R_r\Delta\dot{R}_r + k_{rp}\dot{\Theta}_R\Delta R_r + k_{rp}\Theta_R\Delta\dot{R}_r + k_{rp}^2\Theta_R\dot{\Theta}_R\right) \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left(\Delta R_m\Delta\dot{R}_m - k_{mp}\dot{\Theta}_m\Delta R_m - k_{mp}\Theta_m\Delta\dot{R}_m + k_{mp}^2\Theta_m\dot{\Theta}_m\right) \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r\Delta\dot{\omega}_r - k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega\Delta\omega_r - k_{\omega p}\Theta_\omega\Delta\dot{\omega}_r + k_{\omega p}^2\Theta_\omega\dot{\Theta}_\omega\right)
\end{aligned}$$

ฉ.3 ที่มาของสมการที่ (5-8)

เนื่องจากความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ (ค่าความต้านทานแต่ละตัวของมอเตอร์เหนี่ยวนำ) และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์คือ

$$\Delta R_s = R_s - \hat{R}_s, \quad \Delta R_r = R_r - \hat{R}_r, \quad \Delta R_m = R_m - \hat{R}_m, \text{ และ } \Delta\omega_r = \omega_r - \hat{\omega}_r$$

จะได้ว่า

$$\Delta\dot{R}_s \approx -\dot{\hat{R}}_s, \qquad \Delta\dot{R}_r \approx -\dot{\hat{R}}_r, \qquad \Delta\dot{R}_m \approx -\dot{\hat{R}}_m, \qquad \text{และ } \Delta\dot{\omega}_r \approx -\dot{\hat{\omega}}_r$$

เพราะสมมุติว่า

$$\dot{R}_s \approx 0, \qquad \dot{R}_r \approx 0, \qquad \dot{R}_m \approx 0, \qquad \text{และ } \dot{\omega}_r \approx 0$$

เมื่อพิจารณากฎการปรับตัวในสมการที่ (5-1) ถึง (5-4) จะเขียนได้เป็น

$$-\Delta\dot{R}_s \approx \dot{\hat{R}}_s = -k_{sp}\dot{\Theta}_S - k_{si}\Theta_S, \qquad -\Delta\dot{R}_r \approx \dot{\hat{R}}_r = k_{rp}\dot{\Theta}_R + k_{ri}\Theta_R,$$

$$-\Delta\dot{R}_m \approx \dot{\hat{R}}_m = -k_{mp}\dot{\Theta}_m - k_{mi}\Theta_m, \text{ และ } -\Delta\dot{\omega}_r \approx \dot{\hat{\omega}}_r = -k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega - k_{\omega i}\Theta_\omega$$

ต่อมาจัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta\dot{R}_s = k_{sp}\dot{\Theta}_S + k_{si}\Theta_S, \qquad \Delta\dot{R}_r = -k_{rp}\dot{\Theta}_R - k_{ri}\Theta_R,$$

$$\Delta\dot{R}_m = k_{mp}\dot{\Theta}_m + k_{mi}\Theta_m, \qquad \text{และ } \Delta\dot{\omega}_r = k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega + k_{\omega i}\Theta_\omega$$

ทำให้

$$\Delta\dot{R}_s - k_{sp}\dot{\Theta}_S - k_{si}\Theta_S = 0, \qquad \Delta\dot{R}_r + k_{rp}\dot{\Theta}_R + k_{ri}\Theta_R = 0,$$

$$\Delta\dot{R}_m - k_{mp}\dot{\Theta}_m - k_{mi}\Theta_m = 0, \qquad \text{และ } \Delta\dot{\omega}_r - k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega - k_{\omega i}\Theta_\omega = 0$$

เป็นผลให้

$$\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S - \Theta_S = 0, \qquad \frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R + \Theta_R = 0,$$

$$\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m - \Theta_m = 0, \qquad \text{และ } \frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega - \Theta_\omega = 0$$

จากนั้นนำพจน์ $\Delta R_s/(\sigma L_s)$, $\Delta R_r/(\varepsilon L_r)$, $\Delta R_m/(\varepsilon M L_r)$, และ $\Delta\omega_r/\varepsilon$ คูณทั้งสองข้างของสมการข้างบนนี้ตามลำดับ จะได้ว่า

$$\frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S - \Theta_S\right) = 0, \qquad \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R + \Theta_R\right) = 0,$$

$$\frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m - \Theta_m\right) = 0, \text{ และ } \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega - \Theta_\omega\right) = 0$$

ต่อมาเขียนกฎการปรับตัวที่ได้จากการจัดรูปสมการ อีกครั้งหนึ่ง ได้เป็น

$$\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S = \Theta_S, \qquad \frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R = -\Theta_R,$$

$$\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m = \Theta_m, \qquad \text{และ} \quad \frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega = \Theta_\omega$$

จากนั้นจัดรูปสมการที่ (5-7) ใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = {} & S_i^T\dot{S}_i + \frac{1}{\sigma L_s k_{si}}\left(\Delta R_s\Delta\dot{R}_s - k_{sp}\dot{\Theta}_S\Delta R_s\right) - \frac{1}{\sigma L_s k_{si}}\left(k_{sp}\Theta_S\Delta\dot{R}_s - k_{sp}^2\Theta_S\dot{\Theta}_S\right)\\ & + \frac{1}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left(\Delta R_r\Delta\dot{R}_r + k_{rp}\dot{\Theta}_R\Delta R_r\right) + \frac{1}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left(k_{rp}\Theta_R\Delta\dot{R}_r + k_{rp}^2\Theta_R\dot{\Theta}_R\right)\\ & + \frac{1}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left(\Delta R_m\Delta\dot{R}_m - k_{mp}\dot{\Theta}_m\Delta R_m\right) - \frac{1}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left(k_{mp}\Theta_m\Delta\dot{R}_m - k_{mp}^2\Theta_m\dot{\Theta}_m\right)\\ & + \frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r\Delta\dot{\omega}_r - k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega\Delta\omega_r\right) - \frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(k_{\omega p}\Theta_\omega\Delta\dot{\omega}_r - k_{\omega p}^2\Theta_\omega\dot{\Theta}_\omega\right)\end{aligned}$$

ต่อมาแทนค่าพจน์ $S_i^T\dot{S}_i$ จากสมการที่ (5-6) ลงในสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = {} & S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o\right\} - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\Theta_S + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\Theta_R - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\Theta_m\\ & - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\Theta_\omega + \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S\right) - \frac{k_{sp}\Theta_S}{\sigma L_s}\left(\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S\right)\\ & + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R\right) + \frac{k_{rp}\Theta_R}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R\right)\\ & + \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m\right) - \frac{k_{mp}\Theta_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m\right)\\ & + \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega\right) - \frac{k_{\omega p}\Theta_\omega}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = {} & S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o\right\}\\ & + \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S - \Theta_S\right) - \frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S\left(\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S\right)\\ & + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R + \Theta_R\right) + \frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R\left(\frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R\right)\\ & + \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m - \Theta_m\right) - \frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m\left(\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m\right)\\ & + \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega - \Theta_\omega\right) - \frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega\right)\end{aligned} \qquad \text{(ฉ-2)}$$

จากนั้นแทนค่านิพจน์ต่าง ๆ จากกฎการปรับตัวที่ได้จากการจัดรูปสมการใหม่ ลงในสมการที่ (ฉ-2) จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 \;=\; & S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i+\left(A_{12}+D_1\right)e_\psi-U_o\right\}\\ & -\frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S^2-\frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R^2-\frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m^2-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2 \;\le\; 0\end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 \;=\; & \left(a_{r11}+k_1-\phi_{1\alpha}\right)s_{i\alpha}e_{i\alpha}+\left(a_{r11}+k_2-\phi_{1\beta}\right)s_{i\beta}e_{i\beta}+\left(f_1-\Lambda_\alpha\right)s_{i\alpha}\\ & +\left(f_2-\Lambda_\beta\right)s_{i\beta}-\phi_{2\alpha}k_1s_{i\alpha}z_{i\alpha}-\phi_{2\beta}k_2s_{i\beta}z_{i\beta}\\ & -\frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S^2-\frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R^2-\frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m^2-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2 \;\le\; 0\end{aligned}$$

ฉ.4 ที่มาของสมการที่ (5-21)

ในกรณีที่ $\dot{\omega}_r \neq 0$ ในสถานะชั่วครู่ เมื่อพิจารณาสองนิพจน์สุดท้ายในสมการที่ (ฉ-2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}&\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}-\frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega-\Theta_\omega\right)-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}-\frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega\right)\\ &\quad=\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}-\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{k_{\omega i}}-\frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega-\Theta_\omega\right)-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega\left(\frac{\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}-\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{k_{\omega i}}-\frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega\right)\\ &\quad=\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left\{\frac{\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}-\left(\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{k_{\omega i}}+\frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega+\Theta_\omega\right)\right\}-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega\left\{\frac{\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}-\left(\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{k_{\omega i}}+\frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega\right)\right\}\\ &\quad=\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon k_{\omega i}}\dot{\omega}_r-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega\left(\frac{\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}+\Theta_\omega\right)\\ &\quad=\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon k_{\omega i}}\dot{\omega}_r-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon k_{\omega i}}\Theta_\omega\dot{\omega}_r-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2\\ &\quad=\frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\dot{\omega}_r-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2\end{aligned}$$

โดยที่ $\dot{\hat{\omega}}_r = -k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega - k_{\omega i}\Theta_\omega$,

$\dfrac{\dot{\hat{\omega}}_r}{k_{\omega i}}+\dfrac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega+\Theta_\omega = 0$, และ

$\dfrac{\dot{\hat{\omega}}_r}{k_{\omega i}}+\dfrac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega = -\Theta_\omega$

ต่อมาแทนค่านิพจน์ต่าง ๆ จากกฎการปรับตัวที่ได้จากการจัดรูปสมการและสมการข้างบนนี้ ลงในสมการที่ (ฉ-2) อีกครั้งหนึ่ง จะเขียนได้เป็น

$$\dot{V}_1 = S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i+\left(A_{12}+D_1\right)e_\psi-U_o\right\}-\frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S^2-\frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R^2$$
$$-\frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m^2-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2+\frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\dot{\omega}_r$$

ฉ.5 ที่มาของสมการที่ (5-22)

เมื่อพิจารณาพลวัตเชิงกลการหมุนของระบบมอเตอร์และโหลดในสมการที่ (4-2) และจัดรูปสมการดังกล่าวใหม่ จะได้ว่า $a\omega_r = \dot{\omega}_r - bi_{eq} - cT_L$ นั่นคือ

$$\omega_r = \frac{1}{a}\dot{\omega}_r-\frac{b}{a}i_{eq}-\frac{c}{a}T_L = -\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r+\frac{pK_T}{2B_t}i_{eq}-\frac{p}{2B_t}T_L$$

$$\omega_r = -\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r+\frac{p}{2B_t}\left(T_e-T_L\right)$$

โดยที่ $a = -\left(B_t/J_t\right) < 0$,

$b = \left(p/2J_t\right)K_T > 0$,

$c = -\left(p/2J_t\right) < 0$, และ

$T_e = K_T i_{eq}$

ฉ.6 ที่มาของสมการที่ (5-23)

เมื่อพิจารณานิพจน์สุดท้ายที่อยู่ทางด้านขวามือของอนุพันธ์ฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) และแทนค่า ω_r จากสมการที่ (5-22) ลงในนิพจน์ดังกล่าว จะเขียนได้เป็น

$$\dot{\omega}_r\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right) = \dot{\omega}_r\left(\omega_r-\hat{\omega}_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right) = \dot{\omega}_r\left\{\omega_r-\left(\hat{\omega}_r+k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\right\}$$

$$\dot{\omega}_r\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right) = \dot{\omega}_r\left\{-\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r+\frac{p}{2B_t}\left(T_e-T_L\right)-\left(\hat{\omega}_r+k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\right\}$$

$$\dot{\omega}_r\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right) = -\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r^2+\dot{\omega}_r\left\{\frac{p}{2B_t}\left(T_e-T_L\right)-\left(\hat{\omega}_r+k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\right\}$$

$$\dot{\omega}_r\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right) = -\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r^2+\frac{\dot{\omega}_r}{B_t}\left\{\frac{p}{2}\left(T_e-T_L\right)-B_t\left(\hat{\omega}_r+k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\right\}$$

$$\dot{\omega}_r\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right) = -\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r^2+\frac{\Omega_E}{B_t}\dot{\omega}_r$$

จากนั้นแทนค่านิพจน์ $\dot{\omega}_r\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right)$ จากสมการข้างบนนี้ ลงในสมการที่ (5-21) จะได้ว่า

$$\dot{V}_1 = S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i+\left(A_{12}+D_1\right)e_\psi-U_o\right\}-\frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S^2-\frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R^2$$
$$-\frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m^2-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2+\frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(-\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r^2+\frac{\Omega_E}{B_t}\dot{\omega}_r\right)$$
$$\dot{V}_1 = -\frac{J_t}{\varepsilon k_{\omega i}B_t}\dot{\omega}_r^2+\frac{\Omega_E}{\varepsilon k_{\omega i}B_t}\dot{\omega}_r+\dot{\bar{V}}_1$$

ฉ.7 ที่มาของคำตอบอสมการที่ (5-25)

เมื่อใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ในการจัดรูปอสมการที่ (5-25) ใหม่ จะเขียนได้เป็น

$$\dot{\omega}_r^2-\frac{\Omega_E}{J_t}\dot{\omega}_r+\left(\frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2-\left(\frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2-\frac{\varepsilon k_{\omega i}B_t}{J_t}\dot{\bar{V}}_1 \geq 0$$
$$\left(\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2-\frac{\Omega_E^2}{4J_t^2}-\frac{4\varepsilon k_{\omega i}J_tB_t\dot{\bar{V}}_1}{4J_t^2} \geq 0$$
$$\left(\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2-\frac{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}J_tB_t\dot{\bar{V}}_1}{4J_t^2} \geq 0$$
$$\left(\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2-\frac{\left(\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}J_tB_t\dot{\bar{V}}_1}\right)^2}{\left(2J_t\right)^2} \geq 0$$
$$\left(\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}J_tB_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}\right)^2 \geq 0$$
$$\left(\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}+\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}\right)\left(\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}-\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}\right) \geq 0$$

ซึ่งมีความหมายว่า เงื่อนไขที่ทำให้อสมการที่ (5-25) เป็นจริงคือ

$$\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}+\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \geq 0 \quad \text{และ}$$
$$\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}-\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \geq 0 \quad \text{หรือ}$$
$$\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}+\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \leq 0 \quad \text{และ}$$
$$\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}-\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \leq 0$$

ทำให้ได้รับคำตอบคือ

$$\dot{\omega}_r \geq \frac{\Omega_E}{2J_t} - \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \quad \text{และ} \quad \dot{\omega}_r \geq \frac{\Omega_E}{2J_t} + \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$$

หรือ

$$\dot{\omega}_r \leq \frac{\Omega_E}{2J_t} - \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \quad \text{และ} \quad \dot{\omega}_r \leq \frac{\Omega_E}{2J_t} + \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$$

โดยที่ $\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} J_t B_t \dot{\bar{V}}_1 \geq 0$

แต่เนื่องจาก

$$\frac{\Omega_E}{2J_t} - \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \leq \frac{\Omega_E}{2J_t} \leq \frac{\Omega_E}{2J_t} + \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$$

ดังนั้น

$$\dot{\omega}_r \geq \frac{\Omega_E}{2J_t} + \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \quad \text{หรือ} \quad \dot{\omega}_r \leq \frac{\Omega_E}{2J_t} - \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$$

คือคำตอบของอสมการที่ (5-25)

ภาคผนวก ช

ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 6

ช.1 ที่มาของสมการที่ (6-5)

เมื่อนำสัญญาณพื้นผิว s_ω คูณทั้งสองข้างของสมการที่ (4-9) จะได้รับสมการที่ (จ-1) และต่อมาจัดรูปสมการที่ (จ-1) ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
s_\omega \dot{s}_\omega &= \left(a + k_3\right) s_\omega e_\omega + \Delta a \hat{\omega}_r'' s_\omega + \Delta b \hat{i}_{eq} s_\omega + c\Delta T_L s_\omega + f_3 s_\omega - s_\omega \delta_o \\
s_\omega \dot{s}_\omega &= s_\omega \left\{ \left(a + k_3\right) e_\omega + f_3 - \delta_o \right\} + \Delta a \hat{\omega}_r'' s_\omega + \Delta b \hat{i}_{eq} s_\omega + c\Delta T_L s_\omega \\
s_\omega \dot{s}_\omega &= s_\omega \left\{ \left(a + k_3\right) e_\omega + f_3 - \delta_o \right\} + \Delta a \Theta_a + \Delta b \Theta_b + c\Delta T_L s_\omega
\end{aligned}$$

ช.2 ที่มาของสมการที่ (6-6)

เมื่อดำเนินการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (6-4) เทียบกับเวลา จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= \frac{1}{2}\left(2 s_\omega \dot{s}_\omega\right) + \frac{1}{2k_{ia}}\left[2\left(\Delta a + k_{pa}\Theta_a\right)\left(\Delta \dot{a} + k_{pa}\dot{\Theta}_a\right)\right] \\
&\quad + \frac{1}{2k_{ib}}\left[2\left(\Delta b + k_{pb}\Theta_b\right)\left(\Delta \dot{b} + k_{pb}\dot{\Theta}_b\right)\right] \\
&\quad - \frac{c}{2k_{il}}\left[2\left(\Delta T_L - k_{pl} s_\omega\right)\left(\Delta \dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega\right)\right] \\
\dot{V}_2 &= s_\omega \dot{s}_\omega + \frac{1}{k_{ia}}\left(\Delta a + k_{pa}\Theta_a\right)\left(\Delta \dot{a} + k_{pa}\dot{\Theta}_a\right) + \frac{1}{k_{ib}}\left(\Delta b + k_{pb}\Theta_b\right)\left(\Delta \dot{b} + k_{pb}\dot{\Theta}_b\right) \\
&\quad - \frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl} s_\omega\right)\left(\Delta \dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega\right)
\end{aligned}$$

ช.3 ที่มาของสมการที่ (6-7)

เนื่องจากความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลของระบบมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลด และความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์คือ

$$\Delta a = a - \hat{a}, \qquad \Delta b = b - \hat{b}, \quad \text{และ} \quad \Delta T_L = T_L - \hat{T}_L$$

จะได้ว่า

$$\Delta \dot{a} \approx -\dot{\hat{a}}, \qquad \Delta \dot{b} \approx -\dot{\hat{b}}, \quad \text{และ} \quad \Delta \dot{T}_L \approx -\dot{\hat{T}}_L$$

เพราะสมมุติว่า

$$\dot{a} \approx 0, \qquad \dot{b} \approx 0, \quad \text{และ} \quad \dot{T}_L \approx 0$$

เมื่อพิจารณากฎการปรับตัวในสมการที่ (6-1) ถึง (6-3) จะเขียนได้เป็น

$$-\Delta\dot{a} \approx \dot{\hat{a}} = k_{pa}\dot{\Theta}_a + k_{ia}\Theta_a, \qquad -\Delta\dot{b} \approx \dot{\hat{b}} = k_{pb}\dot{\Theta}_b + k_{ib}\Theta_b, \quad \text{และ}$$

$$-\Delta\dot{T}_L = \dot{\hat{T}}_L = -k_{pl}\dot{s}_\omega - k_{il}s_\omega$$

ต่อมาจัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta\dot{a} = -k_{pa}\dot{\Theta}_a - k_{ia}\Theta_a, \qquad \Delta\dot{b} = -k_{pb}\dot{\Theta}_b - k_{ib}\Theta_b, \qquad \text{และ}$$

$$\Delta\dot{T}_L = k_{pl}\dot{s}_\omega + k_{il}s_\omega$$

ทำให้

$$\Delta\dot{a} + k_{pa}\dot{\Theta}_a = -k_{ia}\Theta_a, \qquad \Delta\dot{b} + k_{pb}\dot{\Theta}_b = -k_{ib}\Theta_b, \qquad \text{และ}$$

$$\Delta\dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega = k_{il}s_\omega$$

จากนั้นแทนค่านิพจน์ของกฎการปรับตัวที่ได้จากการจัดรูปสมการใหม่ และพจน์ $s_\omega\dot{s}_\omega$ จากสมการที่ (6-5) ลงในสมการที่ (6-6) ตามลำดับ จะได้ว่า

$$\dot{V}_2 = s_\omega\dot{s}_\omega + \frac{1}{k_{ia}}\left(\Delta a + k_{pa}\Theta_a\right)\left(-k_{ia}\Theta_a\right) + \frac{1}{k_{ib}}\left(\Delta b + k_{pb}\Theta_b\right)\left(-k_{ib}\Theta_b\right)$$
$$-\frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\left(k_{il}s_\omega\right)$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega\dot{s}_\omega - \Theta_a\left(\Delta a + k_{pa}\Theta_a\right) - \Theta_b\left(\Delta b + k_{pb}\Theta_b\right) - cs_\omega\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega\dot{s}_\omega - \Delta a\Theta_a - k_{pa}\Theta_a^2 - \Delta b\Theta_b - k_{pb}\Theta_b^2 - c\Delta T_L s_\omega + ck_{pl}s_\omega^2$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega\dot{s}_\omega - \Delta a\Theta_a - \Delta b\Theta_b - c\Delta T_L s_\omega - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega\left\{\left(a + k_3\right)e_\omega + f_3 - \delta_o\right\} + \Delta a\Theta_a + \Delta b\Theta_b + c\Delta T_L s_\omega$$
$$-\Delta a\Theta_a - \Delta b\Theta_b - c\Delta T_L s_\omega - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega\left\{\left(a + k_3\right)e_\omega + f_3 - \delta_o\right\} - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2 \le 0$$

หรือ

$$\dot{V}_2 = \left(a + k_3 - \phi_3\right)s_\omega e_\omega - \phi_4 k_3 s_\omega h_\omega + \left(f_3 - \Lambda_3\right)s_\omega - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2 \le 0$$

ช.4 ที่มาของสมการที่ (6-18)

ในกรณีที่ $\dot{T}_L \neq 0$ ในสถานะชั่วครู่ เมื่อพิจารณาอนุพันธ์ของความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์ จะได้ว่า $\Delta\dot{T}_L = \dot{T}_L - \dot{\hat{T}}_L$ ทำให้

$\Delta\dot{T}_L = \dot{T}_L + k_{pl}\dot{s}_\omega + k_{il}s_\omega$ นั่นคือ $\Delta\dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega = \dot{T}_L + k_{il}s_\omega$

ต่อมาพิจารณานิพจน์สุดท้ายในสมการที่ (6-6) และแทนค่านิพจน์ที่ได้จากสมการข้างบนนี้ลงในนิพจน์สุดท้ายดังกล่าว จะเขียนได้เป็น

$$-\frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\left(\Delta\dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega\right) = -\frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\left(\dot{T}_L + k_{il}s_\omega\right)$$

$$-\frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\left(\Delta\dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega\right) = -\frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\dot{T}_L - cs_\omega\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)$$

$$\begin{aligned}-\frac{c}{k_{il}}&\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\left(\Delta\dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega\right)\\ &= -c\Delta T_L s_\omega + ck_{pl}s_\omega^2 - \frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\dot{T}_L\end{aligned} \qquad \text{(ช-1)}$$

จากนั้นแทนค่าพจน์ $s_\omega\dot{s}_\omega$ จากสมการที่ (6-5) และนิพจน์ของกฎการปรับตัวที่ได้จากการจัดรูปสมการใหม่ และนิพจน์ของสมการที่ (ช-1) ลงในสมการที่ (6-6) อีกครั้งหนึ่ง และดำเนินการเช่นเดียวกับการหาที่มาของสมการที่ (6-7) จะได้ว่า

$$\dot{V}_2 = s_\omega\left\{\left(a + k_3\right)e_\omega + f_3 - \delta_o\right\} - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2 - \frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\dot{T}_L$$

ช.5 ที่มาของสมการที่ (6-19)

เขียนอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_2$ ในสมการที่ (6-18) ใหม่ และพิจารณาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟดังกล่าวที่จุดเวลา $t + \Delta t$ ได้ดังนี้

$$\dot{V}_2 = \dot{\bar{V}}_2 - \frac{c}{k_{il}}\left(T_L - \hat{T}_L - k_{pl}s_\omega\right)\dot{T}_L$$

$$\dot{V}_2\left(t+\Delta t\right) = \dot{\bar{V}}_2\left(t+\Delta t\right) - \frac{c}{k_{il}}\left[T_L\left(t+\Delta t\right) - \hat{T}_L\left(t+\Delta t\right) - k_{pl}s_\omega\left(t+\Delta t\right)\right]\dot{T}_L\left(t+\Delta t\right)$$

ช.6 ที่มาของสมการที่ (6-20)

ต่อมาแทนค่าพจน์ $T_L(t + \Delta t) = T_L(t) + \rho_l\Delta t$ และ $\dot{T}_L\left(t+\Delta t\right) \approx \rho_l$ ลงในสมการที่ (6-19) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\dot{V}_2\left(t+\Delta t\right) = \dot{\bar{V}}_2\left(t+\Delta t\right) - \frac{c}{k_{il}}\left[T_L\left(t\right) + \rho_l\Delta t - \hat{T}_L\left(t+\Delta t\right) - k_{pl}s_\omega\left(t+\Delta t\right)\right]\rho_l$$

$$\dot{V}_2\left(t+\Delta t\right) = \dot{\bar{V}}_2\left(t+\Delta t\right) - \frac{c}{k_{il}}\left\{\left[T_L\left(t\right) - \hat{T}_L\left(t+\Delta t\right) - k_{pl}s_\omega\left(t+\Delta t\right)\right] + \rho_l\Delta t\right\}\rho_l$$

$$\dot{V}_2\left(t+\Delta t\right) = \dot{\bar{V}}_2\left(t+\Delta t\right) - \frac{c}{k_{il}}\left[T_L\left(t\right) - \hat{T}_L\left(t+\Delta t\right) - k_{pl}s_\omega\left(t+\Delta t\right)\right]\rho_l - \frac{c\Delta t}{k_{il}}\rho_l^2$$

$$\dot{V}_2(t+\Delta t) = \dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) - \frac{c\Omega_L(t+\Delta t)}{k_{il}}\rho_l - \frac{c\Delta t}{k_{il}}\rho_l^2$$

$$\dot{V}_2(t+\Delta t) = -\frac{c\Delta t}{k_{il}}\rho_l^2 - \frac{c\Omega_L}{k_{il}}\rho_l + \dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t)$$

ช.7 ที่มาของคำตอบอสมการที่ (6-22)

เมื่อใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ในการจัดรูปอสมการที่ (6-22) ใหม่ จะเขียนได้เป็น

$$\rho_l^2 + \frac{\Omega_L}{\Delta t}\rho_l + \left(\frac{\Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \left(\frac{\Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \frac{k_{il}}{c\Delta t}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) \le 0$$

$$\left(\rho_l + \frac{\Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \frac{\Omega_L^2}{4(\Delta t)^2} - \frac{k_{il}}{c\Delta t}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) \le 0$$

$$\left(\rho_l + \frac{\Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \frac{\Omega_L^2}{4(\Delta t)^2} - \frac{4k_{il}\Delta t}{4c(\Delta t)^2}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) \le 0$$

$$\left(\rho_l + \frac{\Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \frac{1}{4(\Delta t)^2}\left[\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t)\right] \le 0$$

$$\left(\frac{2\rho_l\Delta t + \Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \frac{1}{4(\Delta t)^2}\left[\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t)\right] \le 0$$

$$\frac{(2\rho_l\Delta t + \Omega_L)^2}{4(\Delta t)^2} - \frac{1}{4(\Delta t)^2}\left[\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t)\right] \le 0$$

$$(2\rho_l\Delta t + \Omega_L)^2 - \left(\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2\right) \le 0$$

$$(2\rho_l\Delta t + \Omega_L)^2 - \left(\sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2}\right)^2 \le 0$$

$$\left(2\rho_l\Delta t + \Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2}\right)\left(2\rho_l\Delta t + \Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2}\right) \le 0$$

ซึ่งมีความหมายว่า เงื่อนไขที่ทำให้อสมการที่ (6-22) เป็นจริงคือ

$$2\rho_l\Delta t + \Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2} \le 0 \quad \text{และ}$$

$$2\rho_l\Delta t + \Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2} \ge 0 \quad \text{หรือ}$$

$$2\rho_l\Delta t + \Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2} \ge 0 \quad \text{และ}$$

$$2\rho_l\Delta t + \Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2} \le 0$$

ทำให้ได้รับคำตอบคือ

$$2\rho_l\Delta t \le -\Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2} \quad \text{และ} \quad 2\rho_l\Delta t \ge -\Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2}$$

หรือ $$2\rho_l\Delta t \ge -\Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2} \quad \text{และ} \quad 2\rho_l\Delta t \le -\Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2}$$

โดยที่ $\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2 \ge 0$

แต่เนื่องจาก

$$-\Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2} \le -\Omega_L \le -\Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2}$$

ดังนั้น

$$-\Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2} \le 2\rho_l\Delta t \le -\Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2}$$

คือคำตอบของอสมการที่ (6-22)

ภาคผนวก ซ

ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 7

ซ.1 ที่มาของสมการที่ (7-47)

เมื่อนำสมการที่ (7-33) ลบออกจากสมการที่ (7-5) จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
&i_{s\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{i}_{s\alpha}\big((k+1)T\big) \\
&\quad = i_{s\alpha}(kT) - \hat{i}_{s\alpha}(kT) + 0.5T\Big[a_{r1}i_{s\alpha}(kT) - \hat{a}_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + a_{r2}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) \\
&\qquad - \hat{a}_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}\psi_{r\beta}(kT) - \frac{\hat{\omega}_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - U_{o\alpha}(kT) \\
&\qquad + a_{r1}i^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*_{r1}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) \\
&\qquad + a^*_{r2}\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*_{r2}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) \\
&\qquad + \frac{\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\psi^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) - \frac{\hat{\omega}^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) \\
&\qquad - U^*_{o\alpha}\big((k+1)T\big)\Big]
\end{aligned}
$$

เนื่องจาก

$$
\begin{aligned}
a_{r1}i_{s\alpha}(kT) - \hat{a}_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) &= a_{r1}i_{s\alpha}(kT) - a_{r1}\hat{i}_{s\alpha}(kT) \\
&\quad + a_{r1}\hat{i}_{s\alpha}(kT) - \hat{a}_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) \\
a_{r1}i_{s\alpha}(kT) - \hat{a}_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) &= a_{r1}e_{i\alpha}(kT) + \Delta a_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) \\
a_{r2}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - \hat{a}_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) &= a_{r2}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\
&\quad + a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - \hat{a}_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\
a_{r2}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - \hat{a}_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) &= a_{r2}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \Delta a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\
\omega_r(kT)\psi_{r\beta}(kT) - \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) &= \omega_r(kT)\psi_{r\beta}(kT) - \omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\
&\quad + \omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\
\omega_r(kT)\psi_{r\beta}(kT) - \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) &= \omega_r(kT)e_{\psi\beta}(kT) + \Delta\omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\
a_{r1}i^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*_{r1}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) & \\
\quad = a_{r1}e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r1}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) & \\
a^*_{r2}\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*_{r2}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) & \\
\quad = a^*_{r2}\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r2}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) &
\end{aligned}
$$

และ

$$
\begin{aligned}
&\omega^*_r\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) \\
&\quad = \omega^*_r\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) + \Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
e_{i\alpha}\big((k+1)T\big) = e_{i\alpha}(kT) + 0.5T\Big[& a_{r1}e_{i\alpha}(kT) + a_{r2}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}e_{\psi\beta}(kT) \\
& + \Delta a_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \Delta a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\
& - U_{o\alpha}(kT) + a_{r1}e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) + a^*_{r2}\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r1}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) \\
& + \Delta a^*_{r2}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{\Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) - U^*_{o\alpha}\big((k+1)T\big)\Big]
\end{aligned}
$$

เมื่อนำสมการที่ (7-34) ลบออกจากสมการที่ (7-6) จะได้รับสมการที่ (7-48) ซึ่งเหมือนกับการได้รับสมการที่ (7-47) แต่ตัวห้อย ‘α’ เปลี่ยนเป็น ‘β’ และกลับกัน ต่อมาเขียนพจน์

$$\Delta a_{r1}(kT) = a_{r1} - \hat{a}_{r1}(kT)$$

$$\Delta a_{r1}(kT) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(R_s + \frac{M^2}{L_r^2}R_r\right) + \frac{1}{\sigma L_s}\left[\hat{R}_s(kT) + \frac{M^2}{L_r^2}\hat{R}_r(kT)\right]$$

$$\Delta a_{r1}(kT) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left[\Delta R_s(kT) + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r(kT)\right]$$

$$\Delta a_{r2}(kT) = a_{r2}(kT) - \hat{a}_{r2}(kT)$$

$$
\begin{aligned}
\Delta a_{r2}(kT) = & \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{R_r + \left[s(kT) - \frac{L_r}{M}\right]R_m\right\} \\
& - \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{\hat{R}_r(kT) + \left[\hat{s}(kT) - \frac{L_r}{M}\right]\hat{R}_m(kT)\right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta a_{r2}(kT) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\Big\{ & R_r - \hat{R}_r(kT) - \frac{L_r}{M}\left[R_m - \hat{R}_m(kT)\right] \\
& + s(kT)R_m - \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT)\Big\}
\end{aligned}
$$

เนื่องจาก

$$s(kT)R_m - \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT) = s(kT)R_m - \hat{s}(kT)R_m + \hat{s}(kT)R_m - \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT)$$

$$s(kT)R_m - \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT) = \Delta s(kT)R_m + \hat{s}(kT)\Delta R_m(kT)$$

$$s(kT)R_m - \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT) = -\frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}R_m + \hat{s}(kT)\Delta R_m(kT)$$

โดยที่

$$\Delta s(kT) = s(kT) - \hat{s}(kT) = \frac{\omega_{sl}(kT)}{\omega_s(kT)} - \frac{\hat{\omega}_{sl}(kT)}{\omega_s(kT)}$$

$$\Delta s(kT) = \frac{\omega_s(kT) - \omega_r(kT) - \omega_s(kT) + \hat{\omega}_r(kT)}{\omega_s(kT)} = -\frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}$$

จะได้ว่า

$$\Delta a_{r2}(kT) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\left[\Delta R_r(kT) - \frac{L_r}{M}\Delta R_m(kT) + \hat{s}(kT)\Delta R_m(kT) - \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}R_m\right]$$

$$\Delta a_{r1}^*((k+1)T) = a_{r1} - \hat{a}_{r1}^*((k+1)T)$$

$$\Delta a_{r1}^*((k+1)T) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(R_s + \frac{M^2}{L_r^2}R_r\right) + \frac{1}{\sigma L_s}\left[\hat{R}_s^*((k+1)T) + \frac{M^2}{L_r^2}\hat{R}_r^*((k+1)T)\right]$$

$$\Delta a_{r1}^*((k+1)T) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left[\Delta R_s^*((k+1)T) + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r^*((k+1)T)\right]$$

$$\Delta a_{r2}^*((k+1)T) = a_{r2}^*((k+1)T) - \hat{a}_{r2}^*((k+1)T)$$

$$\Delta a_{r2}^*((k+1)T) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{R_r + \left[s^*((k+1)T) - \frac{L_r}{M}\right]R_m\right\}$$
$$-\frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{\hat{R}_r^*((k+1)T) + \left[\hat{s}^*((k+1)T) - \frac{L_r}{M}\right]\hat{R}_m^*((k+1)T)\right\}$$

$$\Delta a_{r2}^*((k+1)T) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{R_r - \hat{R}_r^*((k+1)T) - \frac{L_r}{M}\left[R_m - \hat{R}_m^*((k+1)T)\right]\right.$$
$$\left. + s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}_m^*((k+1)T)\right\}$$

เนื่องจาก

$$s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}_m^*((k+1)T)$$
$$= s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)R_m$$
$$+ \hat{s}^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}_m^*((k+1)T)$$

$$s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}_m^*((k+1)T)$$
$$= \Delta s^*((k+1)T)R_m + \hat{s}^*((k+1)T)\Delta R_m^*((k+1)T)$$

$$s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}_m^*((k+1)T)$$
$$= -\frac{\Delta\omega_r^*((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}R_m + \hat{s}^*((k+1)T)\Delta R_m^*((k+1)T)$$

โดยที่

$$\Delta s^*((k+1)T) = s^*((k+1)T) - \hat{s}^*((k+1)T) = \frac{\omega_{sl}^*((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)} - \frac{\hat{\omega}_{sl}^*((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}$$

$$\Delta s^*((k+1)T) = \frac{\omega_s((k+1)T) - \omega_r^*((k+1)T) - \omega_s((k+1)T) + \hat{\omega}_r^*((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}$$

$$\Delta s^*((k+1)T) = -\frac{\omega_r^*((k+1)T) - \hat{\omega}_r^*((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)} = -\frac{\Delta\omega_r^*((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}$$

จะได้ว่า

$$\Delta a_{r2}^{*}\big((k+1)T\big) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\Bigg[\Delta R_r^{*}\big((k+1)T\big) - \frac{L_r}{M}\Delta R_m^{*}\big((k+1)T\big) + \hat{s}^{*}\big((k+1)T\big)\Delta R_m^{*}\big((k+1)T\big) - \frac{\Delta\omega_r^{*}\big((k+1)T\big)}{\omega_s\big((k+1)T\big)}R_m\Bigg]$$

เมื่อนำสมการที่ (7-16) ลบออกจากสมการที่ (7-1) และนำสมการที่ (7-17) ลบออกจากสมการที่ (7-2) จะได้รับสมการที่ (7-57) และ (7-58) ตามลำดับ ซึ่งคล้ายคลึงกับการได้รับสมการที่ (7-47) และ (7-48)

ซ.2 ที่มาของสมการที่ (7-67)

การเขียนพจน์ของผลคูณ $s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT)$ ในสมการที่ (7-65) ในรายละเอียด จะได้รับ

$$\begin{aligned} s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) = {} & \big(a_{r1}+k_1\big)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) + \Delta a_{r1}(kT)s_{i\alpha}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) \\ & + \left[a_{r2}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}e_{\psi\beta}(kT) - U_{o\alpha}(kT)\right]s_{i\alpha}(kT) \\ & + \Delta a_{r2}(kT)s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \end{aligned}$$

แทนค่าพจน์ $\Delta a_{r1}(kT)$ และพจน์ $\Delta a_{r2}(kT)$ ลงในสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) = {} & \big(a_{r1}+k_1\big)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) + \big[f_1(kT) - U_{o\alpha}(kT)\big]s_{i\alpha}(kT) \\ & - \frac{1}{\sigma L_s}\left[\Delta R_s(kT) + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r(kT)\right]s_{i\alpha}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\ & + \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{\Delta R_r(kT) + \left[\hat{s}(kT) - \frac{L_r}{M}\right]\Delta R_m(kT) - \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}R_m\right\}s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\dfrac{M^2}{\sigma L_s L_r^2} = \dfrac{M}{\varepsilon L_r}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) = {} & \big(a_{r1}+k_1\big)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) + \big[f_1(kT) - U_{o\alpha}(kT)\big]s_{i\alpha}(kT) \\ & - \frac{\Delta R_s(kT)}{\sigma L_s}s_{i\alpha}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) \\ & + \frac{\Delta R_r(kT)}{\varepsilon L_r}\big[s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - Ms_{i\alpha}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT)\big] \\ & - \frac{L_r - \hat{s}(kT)M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m(kT)s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\ & + \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\left[s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - \frac{R_m}{\omega_s(kT)L_r}s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT)\right] \end{aligned}$$

การเขียนพจน์ของผลคูณ $s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)$ ในสมการที่ (7-65) ในรายละเอียดจะได้รับ

$$
\begin{aligned}
s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) = {} & \big(a_{r1}+k_1\big)s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)e_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& + \Delta a_{r1}^{*}\big((k+1)T\big)s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{i}_{s\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& + \Delta a_{r2}^{*}\big((k+1)T\big)s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{\Delta\omega_{r}^{*}\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\beta}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& + \Big[a_{r2}^{*}\big((k+1)T\big)e_{\psi\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) + \frac{\omega_{r}^{*}\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}e_{\psi\beta}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& \quad - U_{o\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Big]s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

แทนค่าพจน์ $\Delta a_{r1}^{*}\big((k+1)T\big)$ และพจน์ $\Delta a_{r2}^{*}\big((k+1)T\big)$ ลงในสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) = {} & \big(a_{r1}+k_1\big)s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)e_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& + \Big[f_1^{*}\big((k+1)T\big) - U_{o\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Big]s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& - \frac{\Delta R_{s}^{*}\big((k+1)T\big)}{\sigma L_{s}}s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{i}_{s\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& - \frac{L_r - \hat{s}^{*}\big((k+1)T\big)M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_{m}^{*}\big((k+1)T\big)s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{\Delta R_{r}^{*}\big((k+1)T\big)}{\varepsilon L_r}\Big[s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad - M s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{i}_{s\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Big] \\
& + \frac{\Delta\omega_{r}^{*}\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\Big[s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\beta}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad - \frac{R_m}{\omega_{s}\big((k+1)T\big)L_r}s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Big]
\end{aligned}
$$

และการเขียนพจน์ผลคูณ $s_{i\beta}(kT)\,\Gamma_{\beta}(kT)$ และ $s_{i\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)$ ในสมการที่ (7-66) ในรายละเอียด จะเหมือนกับพจน์ผลคูณ $s_{i\alpha}(kT)\,\Gamma_{\alpha}(kT)$ และ $s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)$ ตามลำดับ แต่ตัวห้อย ‘α’ เปลี่ยนเป็น ‘β’ และกลับกัน ค่าเกนพื้นผิว ‘k_1’ เปลี่ยนเป็น ‘k_2’ และปริมาณที่ไม่ทราบค่า $f_1(kT)$, $f_1^{*}\big((k+1)T\big)$ เปลี่ยนเป็น $f_2(kT)$, $f_2^{*}\big((k+1)T\big)$ ตามลำดับ

$$
\begin{aligned}
s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) = {} & \big(a_{r1}+k_2\big)s_{i\beta}(kT)e_{i\beta}(kT) + \Big[f_2(kT) - U_{o\beta}(kT)\Big]s_{i\beta}(kT) \\
& - \frac{\Delta R_{s}(kT)}{\sigma L_{s}}s_{i\beta}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT) \\
& + \frac{\Delta R_{r}(kT)}{\varepsilon L_r}\Big[s_{i\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - M s_{i\beta}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT)\Big] \\
& - \frac{L_r - \hat{s}(kT)M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_{m}(kT)s_{i\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\
& - \frac{\Delta\omega_{r}(kT)}{\varepsilon}\left[s_{i\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + \frac{R_m}{\omega_{s}(kT)L_r}s_{i\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT)\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\beta}\big((k+1)T\big) &= \big(a_{r1}+k_2\big)s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\quad+\Big[f^*_2\big((k+1)T\big)-U^*_{o\beta}\big((k+1)T\big)\Big]s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\quad-\frac{\Delta R^*_s\big((k+1)T\big)}{\sigma L_s}s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\quad-\frac{L_r-\hat{s}^*\big((k+1)T\big)M}{\varepsilon ML_r}\Delta R^*_m\big((k+1)T\big)s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\quad+\frac{\Delta R^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon L_r}\Big[s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad\qquad-Ms^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\beta}\big((k+1)T\big)\Big]\\
&\quad-\frac{\Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\Big[s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad\qquad+\frac{R_m}{\omega_s\big((k+1)T\big)L_r}s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)\Big]
\end{aligned}
$$

ต่อมาเขียนพจน์ของผลบวก $s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT)+s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT)$ ได้เป็น

$$
\begin{aligned}
s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT)+s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) &= \big(a_{r1}+k_1\big)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT)\\
&\quad+\big(a_{r1}+k_2\big)s_{i\beta}(kT)e_{i\beta}(kT)+\big[f_1(kT)-U_{o\alpha}(kT)\big]s_{i\alpha}(kT)\\
&\quad+\Big[f_2(kT)-U_{o\beta}(kT)\Big]s_{i\beta}(kT)-\frac{\Delta R_s(kT)}{\sigma L_s}\Theta_S(kT)+\frac{\Delta R_r(kT)}{\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)\\
&\quad-\frac{\Delta R_m(kT)}{\varepsilon ML_r}\Theta_m(kT)-\frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\Theta_{\omega}(kT)
\end{aligned}
$$

และเขียนพจน์ของผลบวก $s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\alpha}\big((k+1)T\big)+s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\beta}\big((k+1)T\big)$ ได้เป็น

$$
\begin{aligned}
&s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\alpha}\big((k+1)T\big)+s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\quad=\big(a_{r1}+k_1\big)s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad+\big(a_{r1}+k_2\big)s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad+\Big[f^*_1\big((k+1)T\big)-U^*_{o\alpha}\big((k+1)T\big)\Big]s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad+\Big[f^*_2\big((k+1)T\big)-U^*_{o\beta}\big((k+1)T\big)\Big]s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad-\frac{\Delta R^*_s\big((k+1)T\big)}{\sigma L_s}\Theta^*_S\big((k+1)T\big)+\frac{\Delta R^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon L_r}\Theta^*_R\big((k+1)T\big)\\
&\qquad-\frac{\Delta R^*_m\big((k+1)T\big)}{\varepsilon ML_r}\Theta^*_m\big((k+1)T\big)-\frac{\Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\Theta^*_{\omega}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

ต่อมา เขียนพจน์ของผลบวก $s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT)+s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\alpha}\big((k+1)T\big)$
$+s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT)+s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\beta}\big((k+1)T\big)$ ได้เป็น

$$
\begin{aligned}
& s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) + s^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\alpha}\big((k+1)T\big) \\
& + s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) + s^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\beta}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = \left(a_{r1}+k_1\right)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) + \left(a_{r1}+k_2\right)s_{i\beta}(kT)e_{i\beta}(kT) \\
& \qquad\quad + \left[f_1(kT) - U_{o\alpha}(kT)\right]s_{i\alpha}(kT) + \left[f_2(kT) - U_{o\beta}(kT)\right]s_{i\beta}(kT) \\
& \qquad\quad + \left(a_{r1}+k_1\right)s^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big)e^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad\quad + \left(a_{r1}+k_2\right)s^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big)e^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad\quad + \left[f^{*}_1\big((k+1)T\big) - U^{*}_{o\alpha}\big((k+1)T\big)\right]s^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad\quad + \left[f^{*}_2\big((k+1)T\big) - U^{*}_{o\beta}\big((k+1)T\big)\right]s^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad\quad - \frac{\Delta R_s(kT)}{\sigma L_s}\Theta_S(kT) + \frac{\Delta R_r(kT)}{\varepsilon L_r}\Theta_R(kT) - \frac{\Delta R_m(kT)}{\varepsilon M L_r}\Theta_m(kT) \\
& \qquad\quad - \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\Theta_{\omega}(kT) - \frac{\Delta R^{*}_s\big((k+1)T\big)}{\sigma L_s}\Theta^{*}_S\big((k+1)T\big) \\
& \qquad\quad + \frac{\Delta R^{*}_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon L_r}\Theta^{*}_R\big((k+1)T\big) - \frac{\Delta R^{*}_m\big((k+1)T\big)}{\varepsilon M L_r}\Theta^{*}_m\big((k+1)T\big) \\
& \qquad\quad - \frac{\Delta\omega^{*}_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\Theta^{*}_{\omega}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

จากนั้น จัดรูปสมการที่ (7-65) และ (7-66) ใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\frac{2}{T}s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) &= s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) + s^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\alpha}\big((k+1)T\big) \\
&\quad - T\,\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma^{*}_{\alpha}\big((k+1)T\big) \\
\frac{2}{T}s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT) &= s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) + s^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\beta}\big((k+1)T\big) \\
&\quad - T\,\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma^{*}_{\beta}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

นั่นคือ เขียนผลรวมของสองสมการข้างบนนี้ ได้เป็น

$$
\begin{aligned}
\frac{2}{T}\left[s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT)\right] &= s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) \\
&\quad + s^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\alpha}\big((k+1)T\big) + s^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\beta}\big((k+1)T\big) \\
&\quad - T\,\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma^{*}_{\alpha}\big((k+1)T\big) - T\,\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma^{*}_{\beta}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

ต่อมา แทนค่าพจน์ของผลบวก $s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) + s^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\alpha}\big((k+1)T\big) + s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) + s^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\beta}\big((k+1)T\big)$ จะได้ว่า

$$\frac{2}{T}\left[s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT) \right] = \left(a_{r1} + k_1 \right) s_{i\alpha}(kT) e_{i\alpha}(kT)$$
$$+ \left(a_{r1} + k_2 \right) s_{i\beta}(kT) e_{i\beta}(kT) + \left[f_1(kT) - U_{o\alpha}(kT) \right] s_{i\alpha}(kT)$$
$$+ \left[f_2(kT) - U_{o\beta}(kT) \right] s_{i\beta}(kT) + \left(a_{r1} + k_1 \right) s^*_{i\alpha}\left((k+1)T\right) e^*_{i\alpha}\left((k+1)T\right)$$
$$+ \left(a_{r1} + k_2 \right) s^*_{i\beta}\left((k+1)T\right) e^*_{i\beta}\left((k+1)T\right) - \frac{\Delta R_s(kT)}{\sigma L_s}\Theta_S(kT)$$
$$+ \left[f^*_1\left((k+1)T\right) - U^*_{o\alpha}\left((k+1)T\right) \right] s^*_{i\alpha}\left((k+1)T\right) + \frac{\Delta R_r(kT)}{\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)$$
$$+ \left[f^*_2\left((k+1)T\right) - U^*_{o\beta}\left((k+1)T\right) \right] s^*_{i\beta}\left((k+1)T\right) - \frac{\Delta R_m(kT)}{\varepsilon M L_r}\Theta_m(kT)$$
$$- \frac{\Delta \omega_r(kT)}{\varepsilon}\Theta_\omega(kT) - \frac{\Delta R^*_s\left((k+1)T\right)}{\sigma L_s}\Theta^*_S\left((k+1)T\right)$$
$$+ \frac{\Delta R^*_r\left((k+1)T\right)}{\varepsilon L_r}\Theta^*_R\left((k+1)T\right) - \frac{\Delta R^*_m\left((k+1)T\right)}{\varepsilon M L_r}\Theta^*_m\left((k+1)T\right)$$
$$- \frac{\Delta \omega^*_r\left((k+1)T\right)}{\varepsilon}\Theta^*_\omega\left((k+1)T\right) - T\,\Gamma_\alpha(kT)\Gamma^*_\alpha\left((k+1)T\right)$$
$$- T\,\Gamma_\beta(kT)\Gamma^*_\beta\left((k+1)T\right)$$

ซ.3 ที่มาของสมการที่ (7-71)

ผลต่างกำลังสอง $s^2_{i\alpha}\left((k+1)T\right) - s^2_{i\alpha}(kT)$ ในสมการที่ (7-70) ถูกเขียนใหม่ได้เป็น

$$s^2_{i\alpha}\left((k+1)T\right) - s^2_{i\alpha}(kT) = \left[s_{i\alpha}\left((k+1)T\right) + s_{i\alpha}(kT) \right]\left[s_{i\alpha}\left((k+1)T\right) - s_{i\alpha}(kT) \right]$$
$$s^2_{i\alpha}\left((k+1)T\right) - s^2_{i\alpha}(kT) = 2s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + \widetilde{s}^2_{i\alpha}(kT)$$

ในทำนองเดียวกัน ผลต่างกำลังสอง $s^2_{i\beta}\left((k+1)T\right) - s^2_{i\beta}(kT)$ ในสมการที่ (7-70) ถูกเขียนใหม่ได้เป็น

$$s^2_{i\beta}\left((k+1)T\right) - s^2_{i\beta}(kT) = 2s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT) + \widetilde{s}^2_{i\beta}(kT)$$

ผลต่างกำลังสองอื่น ๆ ในสมการที่ (7-70) ถูกเขียนใหม่ได้เป็น

$$\left[\Delta R_s\left((k+1)T\right) - k_{sp}\Theta^*_S\left((k+1)T\right) \right]^2 - \left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT) \right]^2$$
$$= \left\{ \left[\Delta R_s\left((k+1)T\right) - k_{sp}\Theta^*_S\left((k+1)T\right) \right] - \left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT) \right] \right\} \times$$
$$\left\{ \left[\Delta R_s\left((k+1)T\right) - k_{sp}\Theta^*_S\left((k+1)T\right) \right] + \left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT) \right] \right\}$$
$$\left[\Delta R_s\left((k+1)T\right) - k_{sp}\Theta^*_S\left((k+1)T\right) \right]^2 - \left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT) \right]^2$$
$$= \left[\hat{\widetilde{R}}_s(kT) + k_{sp}\widetilde{\Theta}^*_S(kT) \right]^2 - 2\left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT) \right]\left[\hat{\widetilde{R}}_s(kT) + k_{sp}\widetilde{\Theta}^*_S(kT) \right]$$

โดยที่ $\Delta R_s\left((k+1)T\right) - \Delta R_s(kT) = R_s - \hat{R}_s\left((k+1)T\right) - \left[R_s - \hat{R}_s(kT) \right]$

$$\Delta R_s\left((k+1)T\right) - \Delta R_s(kT) = -\left[\hat{R}_s\left((k+1)T\right) - \hat{R}_s(kT) \right] = -\hat{\widetilde{R}}_s(kT)$$

$$\left[\Delta R_r\left((k+1)T\right)+k_{rp}\Theta_R^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]^2$$
$$=\left\{\left[\Delta R_r\left((k+1)T\right)+k_{rp}\Theta_R^*\left((k+1)T\right)\right]-\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\right\}\times$$
$$\left\{\left[\Delta R_r\left((k+1)T\right)+k_{rp}\Theta_R^*\left((k+1)T\right)\right]+\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\right\}$$
$$\left[\Delta R_r\left((k+1)T\right)+k_{rp}\Theta_R^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]^2$$
$$=\left[\hat{\bar{R}}_r(kT)-k_{rp}\tilde{\Theta}_R^*(kT)\right]^2-2\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_r(kT)-k_{rp}\tilde{\Theta}_R^*(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta R_r\left((k+1)T\right)-\Delta R_r(kT)=R_r-\hat{R}_r\left((k+1)T\right)-\left[R_r-\hat{R}_r(kT)\right]$

$$\Delta R_r\left((k+1)T\right)-\Delta R_r(kT)=-\left[\hat{R}_r\left((k+1)T\right)-\hat{R}_r(kT)\right]=-\hat{\bar{R}}_r(kT)$$
$$\left[\Delta R_m\left((k+1)T\right)-k_{mp}\Theta_m^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]^2$$
$$=\left\{\left[\Delta R_m\left((k+1)T\right)-k_{mp}\Theta_m^*\left((k+1)T\right)\right]-\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\right\}\times$$
$$\left\{\left[\Delta R_m\left((k+1)T\right)-k_{mp}\Theta_m^*\left((k+1)T\right)\right]+\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\right\}$$
$$\left[\Delta R_m\left((k+1)T\right)-k_{mp}\Theta_m^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]^2$$
$$=\left[\hat{\bar{R}}_m(kT)+k_{mp}\tilde{\Theta}_m^*(kT)\right]^2$$
$$-2\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_m(kT)+k_{mp}\tilde{\Theta}_m^*(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta R_m\left((k+1)T\right)-\Delta R_m(kT)=R_m-\hat{R}_m\left((k+1)T\right)-\left[R_m-\hat{R}_m(kT)\right]$

$$\Delta R_m\left((k+1)T\right)-\Delta R_m(kT)=-\left[\hat{R}_m\left((k+1)T\right)-\hat{R}_m(kT)\right]=-\hat{\bar{R}}_m(kT)$$
$$\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]^2$$
$$=\left\{\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]-\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\right\}\times$$
$$\left\{\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]+\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\right\}$$
$$\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]^2$$
$$=\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]^2$$
$$-2\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-\Delta\omega_r(kT)=\omega_r\left((k+1)T\right)-\hat{\omega}_r\left((k+1)T\right)-\left[\omega_r(kT)-\hat{\omega}_r(kT)\right]$

$$\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-\Delta\omega_r(kT)=-\left[\hat{\omega}_r\left((k+1)T\right)-\hat{\omega}_r(kT)\right]=-\hat{\bar{\omega}}_r(kT)$$

ต่อมาเมื่อแทนค่าพจน์ต่าง ๆ จากผลต่างกำลังสอง ลงในสมการที่ (7-70) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\widetilde{V}_1(kT) = {} & s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT) + 0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT) + 0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT) \\ & - \frac{1}{\sigma L_s k_{si}}\left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_s(kT) + k_{sp}\widetilde{\Theta}_S^*(kT)\right] \\ & - \frac{1}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left[\Delta R_r(kT) + k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_r(kT) - k_{rp}\widetilde{\Theta}_R^*(kT)\right] \\ & - \frac{1}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left[\Delta R_m(kT) - k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_m(kT) + k_{mp}\widetilde{\Theta}_m^*(kT)\right] \\ & - \frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left[\Delta\omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right] \\ & + \frac{0.5}{\sigma L_s k_{si}}\left[\hat{\bar{R}}_s(kT) + k_{sp}\widetilde{\Theta}_S^*(kT)\right]^2 + \frac{0.5}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left[\hat{\bar{R}}_r(kT) - k_{rp}\widetilde{\Theta}_R^*(kT)\right]^2 \\ & + \frac{0.5}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left[\hat{\bar{R}}_m(kT) + k_{mp}\widetilde{\Theta}_m^*(kT)\right]^2 + \frac{0.5}{\varepsilon k_{\omega i}}\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]^2\end{aligned}$$

ซ.4 ที่มาของสมการที่ (7-76)

เขียนพจน์บางพจน์ที่อยู่ทางด้านขวามือในสมการที่ (7-67) ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(a_{r1}+k_1)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) + (a_{r1}+k_2)s_{i\beta}(kT)e_{i\beta}(kT) & \\ = \begin{bmatrix} s_{i\alpha}(kT) \\ s_{i\beta}(kT)\end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{r1}+k_1 & 0 \\ 0 & a_{r1}+k_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_{i\alpha}(kT) \\ e_{i\beta}(kT)\end{bmatrix} & \\ (a_{r1}+k_1)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) + (a_{r1}+k_2)s_{i\beta}(kT)e_{i\beta}(kT) & \\ = S_i^T(kT)(A_{11}+K)e_i(kT) & \\ \left[f_1(kT) - U_{o\alpha}(kT)\right]s_{i\alpha}(kT) + \left[f_2(kT) - U_{o\beta}(kT)\right]s_{i\beta}(kT) & \\ = \begin{bmatrix} s_{i\alpha}(kT) \\ s_{i\beta}(kT)\end{bmatrix}^T \left\{\begin{bmatrix} f_1(kT) \\ f_2(kT)\end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_{o\alpha}(kT) \\ U_{o\beta}(kT)\end{bmatrix}\right\} & \\ \left[f_1(kT) - U_{o\alpha}(kT)\right]s_{i\alpha}(kT) + \left[f_2(kT) - U_{o\beta}(kT)\right]s_{i\beta}(kT) & \\ = S_i^T(kT)\left[f_\psi(kT) - U_o(kT)\right] &\end{aligned}$$

และในทำนองเดียวกัน จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(a_{r1}+k_1)s_{i\alpha}^*((k+1)T)e_{i\alpha}^*((k+1)T) + (a_{r1}+k_2)s_{i\beta}^*((k+1)T)e_{i\beta}^*((k+1)T) & \\ = \left[S_i^*((k+1)T)\right]^T(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T) & \\ \left[f_1^*((k+1)T) - U_{o\alpha}^*((k+1)T)\right]s_{i\alpha}^*((k+1)T) & \\ + \left[f_2^*((k+1)T) - U_{o\beta}^*((k+1)T)\right]s_{i\beta}^*((k+1)T) & \\ = \left[S_i^*((k+1)T)\right]^T\left[f_\psi^*((k+1)T) - U_o^*((k+1)T)\right] &\end{aligned}$$

แทนค่าพจน์สี่พจน์จากสมการข้างบนนี้ ลงในสมการที่ (7-67) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
& s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT) \\
&\quad = 0.5TS_i^T(kT)\left[\left(A_{11}+K\right)e_i(kT) + f_{\psi}(kT) - U_o(kT)\right] \\
&\qquad + 0.5T\left[S_i^*\left((k+1)T\right)\right]^T \times \\
&\qquad\qquad \left[\left(A_{11}+K\right)e_i^*\left((k+1)T\right) + f_{\psi}^*\left((k+1)T\right) - U_o^*\left((k+1)T\right)\right] \\
&\qquad - \frac{0.5T}{\sigma L_s}\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT) + \frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT) \\
&\qquad - \frac{0.5T}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT) - \frac{0.5T}{\varepsilon}\Delta\omega_r(kT)\Theta_{\omega}(kT) \\
&\qquad - \frac{0.5T}{\sigma L_s}\Delta R_s^*\left((k+1)T\right)\Theta_S^*\left((k+1)T\right) + \frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\Delta R_r^*\left((k+1)T\right)\Theta_R^*\left((k+1)T\right) \\
&\qquad - \frac{0.5T}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m^*\left((k+1)T\right)\Theta_m^*\left((k+1)T\right) - \frac{0.5T}{\varepsilon}\Delta\omega_r^*\left((k+1)T\right)\Theta_{\omega}^*\left((k+1)T\right) \\
&\qquad - 0.5T^2\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}^*\left((k+1)T\right) - 0.5T^2\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma_{\beta}^*\left((k+1)T\right)
\end{aligned}
$$

ต่อมา แทนค่านิพจน์ $s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT)$ และกฎการปรับตัวในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้อง จากสมการที่ (7-72) ถึง (7-75) ลงในสมการที่ (7-71) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) = {} & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right] \\
& +0.5T\left[S_i^*((k+1)T)\right]^T\times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T)+f_\psi^*((k+1)T)-U_o^*((k+1)T)\right] \\
& +\frac{0.5T}{\sigma L_s}\left\{\left[\Delta R_s(kT)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\left[\Theta_S^*((k+1)T)+\Theta_S(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT)-\Delta R_s^*((k+1)T)\Theta_S^*((k+1)T)\right\} \\
& -\frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\left\{\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\Theta_R^*((k+1)T)+\Theta_R(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT)-\Delta R_r^*((k+1)T)\Theta_R^*((k+1)T)\right\} \\
& +\frac{0.5T}{\varepsilon ML_r}\left\{\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\Theta_m^*((k+1)T)+\Theta_m(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT)-\Delta R_m^*((k+1)T)\Theta_m^*((k+1)T)\right\} \\
& +\frac{0.5T}{\varepsilon}\left\{\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T)\right\} \\
& +\frac{k_{si}T^2}{8\sigma L_s}\left[\Theta_S^*((k+1)T)+\Theta_S(kT)\right]^2+\frac{k_{ri}T^2}{8\varepsilon L_r}\left[\Theta_R^*((k+1)T)+\Theta_R(kT)\right]^2 \\
& +\frac{k_{mi}T^2}{8\varepsilon ML_r}\left[\Theta_m^*((k+1)T)+\Theta_m(kT)\right]^2+\frac{k_{\omega i}T^2}{8\varepsilon}\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right]^2 \\
& +0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT)-0.5T^2\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*((k+1)T) \\
& -0.5T^2\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*((k+1)T)
\end{aligned}
$$

เขียนพจน์บางพจน์ที่อยู่ทางด้านขวามือในสมการข้างบนนี้ ใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
& \left[\Delta R_s(kT)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\left[\Theta_S^*((k+1)T)+\Theta_S(kT)\right] \\
& \quad -\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT)-\Delta R_s^*((k+1)T)\Theta_S^*((k+1)T) \\
& \qquad = -k_{sp}\Theta_S^2(kT)+\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT)-\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT) \\
& \qquad\quad +\left[\Delta R_s(kT)-\Delta R_s^*((k+1)T)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\Theta_S^*((k+1)T)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \left[\Delta R_s(kT)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\left[\Theta_S^*((k+1)T)+\Theta_S(kT)\right] \\
& \quad -\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT)-\Delta R_s^*((k+1)T)\Theta_S^*((k+1)T) \\
& \qquad = -k_{sp}\Theta_S^2(kT)+\left[\hat{\bar{R}}_s^*(kT)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\Theta_S^*((k+1)T)
\end{aligned}
$$

โดยที่ $\Delta R_s^*((k+1)T)-\Delta R_s(kT) = R_s-\hat{R}_s^*((k+1)T)-\left[R_s-\hat{R}_s(kT)\right]$

$$
\Delta R_s^*((k+1)T)-\Delta R_s(kT) = -\left[\hat{R}_s^*((k+1)T)-\hat{R}_s(kT)\right] = -\hat{\bar{R}}_s^*(kT)
$$

$$\begin{aligned}
&\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\Theta_R^*((k+1)T)+\Theta_R(kT)\right]\\
&\quad-\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT)-\Delta R_r^*((k+1)T)\Theta_R^*((k+1)T)\\
&\qquad=k_{rp}\Theta_R^2(kT)+\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT)-\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT)\\
&\qquad\quad+\left[\Delta R_r(kT)-\Delta R_r^*((k+1)T)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\Theta_R^*((k+1)T)\\
&\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\Theta_R^*((k+1)T)+\Theta_R(kT)\right]\\
&\quad-\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT)-\Delta R_r^*((k+1)T)\Theta_R^*((k+1)T)\\
&\qquad=k_{rp}\Theta_R^2(kT)+\left[\hat{\bar{R}}_r^*(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\Theta_R^*((k+1)T)
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta R_r^*((k+1)T)-\Delta R_r(kT)=R_r-\hat{R}_r^*((k+1)T)-\left[R_r-\hat{R}_r(kT)\right]$

$$\Delta R_r^*((k+1)T)-\Delta R_r(kT)=-\left[\hat{R}_r^*((k+1)T)-\hat{R}_r(kT)\right]=-\hat{\bar{R}}_r^*(kT)$$

$$\begin{aligned}
&\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\Theta_m^*((k+1)T)+\Theta_m(kT)\right]\\
&\quad-\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT)-\Delta R_m^*((k+1)T)\Theta_m^*((k+1)T)\\
&\qquad=-k_{mp}\Theta_m^2(kT)+\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT)-\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT)\\
&\qquad\quad+\left[\Delta R_m(kT)-\Delta R_m^*((k+1)T)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\Theta_m^*((k+1)T)\\
&\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\Theta_m^*((k+1)T)+\Theta_m(kT)\right]\\
&\quad-\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT)-\Delta R_m^*((k+1)T)\Theta_m^*((k+1)T)\\
&\qquad=-k_{mp}\Theta_m^2(kT)+\left[\hat{\bar{R}}_m^*(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\Theta_m^*((k+1)T)
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta R_m^*((k+1)T)-\Delta R_m(kT)=R_m-\hat{R}_m^*((k+1)T)-\left[R_m-\hat{R}_m(kT)\right]$

$$\Delta R_m^*((k+1)T)-\Delta R_m(kT)=-\left[\hat{R}_m^*((k+1)T)-\hat{R}_m(kT)\right]=-\hat{\bar{R}}_m^*(kT)$$

$$\begin{aligned}
&\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right]\\
&\quad-\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T)\\
&\qquad=-k_{\omega p}\Theta_\omega^2(kT)+\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)\\
&\qquad\quad+\left[\Delta\omega_r(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\Theta_\omega^*((k+1)T)\\
&\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right]\\
&\quad-\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T)\\
&\qquad=-k_{\omega p}\Theta_\omega^2(kT)+\left[\hat{\bar{\omega}}_r^*(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\Theta_\omega^*((k+1)T)
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta\omega_r^*((k+1)T)-\Delta\omega_r(kT)=\omega_r^*((k+1)T)-\hat{\omega}_r^*((k+1)T)-\left[\omega_r(kT)-\hat{\omega}_r(kT)\right]$

$$\Delta\omega_r^*((k+1)T)-\Delta\omega_r(kT)=-\left[\hat{\omega}_r^*((k+1)T)-\hat{\omega}_r(kT)\right]=-\hat{\bar{\omega}}_r^*(kT)$$

แทนค่านิพจน์จากสมการสี่สมการข้างบนนี้ ลงในสมการของ $\tilde{V}_1(kT)$ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) = {} & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right] \\
& +0.5T\left[S_i^*\left((k+1)T\right)\right]^T\times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*\left((k+1)T\right)+f_\psi^*\left((k+1)T\right)-U_o^*\left((k+1)T\right)\right] \\
& -\frac{k_{sp}T}{2\sigma L_s}\Theta_S^2(kT)+\frac{0.5T}{\sigma L_s}\left[\hat{\bar{R}}_s^*(kT)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\Theta_S^*\left((k+1)T\right) \\
& -\frac{k_{rp}T}{2\varepsilon L_r}\Theta_R^2(kT)-\frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\left[\hat{\bar{R}}_r^*(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\Theta_R^*\left((k+1)T\right) \\
& -\frac{k_{mp}T}{2\varepsilon ML_r}\Theta_m^2(kT)+\frac{0.5T}{\varepsilon ML_r}\left[\hat{\bar{R}}_m^*(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\Theta_m^*\left((k+1)T\right) \\
& -\frac{k_{\omega p}T}{2\varepsilon}\Theta_\omega^2(kT)+\frac{0.5T}{\varepsilon}\left[\hat{\bar{\omega}}_r^*(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right) \\
& +\frac{k_{si}T^2}{8\sigma L_s}\left[\Theta_S^*\left((k+1)T\right)+\Theta_S(kT)\right]^2+0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT) \\
& +\frac{k_{ri}T^2}{8\varepsilon L_r}\left[\Theta_R^*\left((k+1)T\right)+\Theta_R(kT)\right]^2-0.5T^2\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*\left((k+1)T\right) \\
& +\frac{k_{mi}T^2}{8\varepsilon ML_r}\left[\Theta_m^*\left((k+1)T\right)+\Theta_m(kT)\right]^2-0.5T^2\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*\left((k+1)T\right) \\
& +\frac{k_{\omega i}T^2}{8\varepsilon}\left[\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)+\Theta_\omega(kT)\right]^2
\end{aligned}
$$

ซ.5 ที่มาของสมการที่ (7-81)

เมื่อยกกำลังสองพจน์ $\widetilde{s}_{i\alpha}(kT)$ จากสมการที่ (7-53) และพจน์ $\widetilde{s}_{i\beta}(kT)$ จากสมการที่ (7-54) และนำตัวเลข 0.5 คูณทั้งสองข้างของสมการ จะเขียนได้เป็น

$$
\begin{aligned}
& 0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT) \\
& \quad = 0.5T^2\left\{0.25\Gamma_\alpha^2(kT)+0.5\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*\left((k+1)T\right)+0.25\left[\Gamma_\alpha^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\} \\
& 0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT) \\
& \quad = 0.5T^2\left\{0.25\Gamma_\beta^2(kT)+0.5\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*\left((k+1)T\right)+0.25\left[\Gamma_\beta^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}
\end{aligned}
$$

ต่อมาเขียนผลรวมของพจน์ $0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT)-0.5T^2\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*\left((k+1)T\right)$ $-0.5T^2\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*\left((k+1)T\right)$ ใหม่ โดยใช้สมการสองสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
&0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^{2}(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^{2}(kT)-0.5T^{2}\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&-0.5T^{2}\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&\quad=0.5T^{2}\Big\{0.25\Gamma_{\alpha}^{2}(kT)+0.5\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)+0.25\big[\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{2}\Big\}\\
&\qquad-0.5T^{2}\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)-0.5T^{2}\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad+0.5T^{2}\Big\{0.25\Gamma_{\beta}^{2}(kT)+0.5\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)+0.25\big[\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{2}\Big\}\\
&0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^{2}(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^{2}(kT)-0.5T^{2}\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&-0.5T^{2}\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&\quad=0.125T^{2}\big[\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)-\Gamma_{\alpha}(kT)\big]^{2}+0.125T^{2}\big[\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)-\Gamma_{\beta}(kT)\big]^{2}\\
&0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^{2}(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^{2}(kT)-0.5T^{2}\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&-0.5T^{2}\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&\quad=0.125T^{2}\big[\widetilde{\Gamma}_{\alpha}^{*}(kT)\big]^{2}+0.125T^{2}\big[\widetilde{\Gamma}_{\beta}^{*}(kT)\big]^{2}
\end{aligned}
$$

เมื่อแทนค่าผลรวมของพจน์ในสมการข้างบนนี้ และกฎการปรับตัวในขั้นตอนการทำนายค่าจากสมการที่ (7-77) ถึง (7-80) ลงในสมการที่ (7-76) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_{1}(kT)=\;&0.5TS_{i}^{T}(kT)\big[(A_{11}+K)e_{i}(kT)+f_{\psi}(kT)-U_{o}(kT)\big]\\
&+0.5T\big[S_{i}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{T}\times\\
&\qquad\big[(A_{11}+K)e_{i}^{*}\big((k+1)T\big)+f_{\psi}^{*}\big((k+1)T\big)-U_{o}^{*}\big((k+1)T\big)\big]\\
&-\frac{k_{sp}T}{2\sigma L_{s}}\Theta_{S}^{2}(kT)+\frac{0.5T}{\sigma L_{s}}\big[-k_{sp}\Theta_{S}^{*}\big((k+1)T\big)-k_{si}T\Theta_{S}(kT)\big]\Theta_{S}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&-\frac{k_{rp}T}{2\varepsilon L_{r}}\Theta_{R}^{2}(kT)-\frac{0.5T}{\varepsilon L_{r}}\big[k_{rp}\Theta_{R}^{*}\big((k+1)T\big)+k_{ri}T\Theta_{R}(kT)\big]\Theta_{R}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&-\frac{k_{mp}T}{2\varepsilon ML_{r}}\Theta_{m}^{2}(kT)+\frac{0.5T}{\varepsilon ML_{r}}\big[-k_{mp}\Theta_{m}^{*}\big((k+1)T\big)-k_{mi}T\Theta_{m}(kT)\big]\Theta_{m}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&-\frac{k_{\omega p}T}{2\varepsilon}\Theta_{\omega}^{2}(kT)+\frac{0.5T}{\varepsilon}\big[-k_{\omega p}\Theta_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big)-k_{\omega i}T\Theta_{\omega}(kT)\big]\Theta_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&+\frac{k_{si}T^{2}}{8\sigma L_{s}}\Big\{\Theta_{S}^{2}(kT)+\big[\Theta_{S}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{2}+2\Theta_{S}(kT)\Theta_{S}^{*}\big((k+1)T\big)\Big\}\\
&+\frac{k_{ri}T^{2}}{8\varepsilon L_{r}}\Big\{\Theta_{R}^{2}(kT)+\big[\Theta_{R}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{2}+2\Theta_{R}(kT)\Theta_{R}^{*}\big((k+1)T\big)\Big\}\\
&+\frac{k_{mi}T^{2}}{8\varepsilon ML_{r}}\Big\{\Theta_{m}^{2}(kT)+\big[\Theta_{m}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{2}+2\Theta_{m}(kT)\Theta_{m}^{*}\big((k+1)T\big)\Big\}\\
&+\frac{k_{\omega i}T^{2}}{8\varepsilon}\Big\{\Theta_{\omega}^{2}(kT)+\big[\Theta_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{2}+2\Theta_{\omega}(kT)\Theta_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big)\Big\}\\
&+0.125T^{2}\big[\widetilde{\Gamma}_{\alpha}^{*}(kT)\big]^{2}+0.125T^{2}\big[\widetilde{\Gamma}_{\beta}^{*}(kT)\big]^{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) = {} & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right] \\
& +0.5T\left[S_i^*((k+1)T)\right]^T\times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T)+f_\psi^*((k+1)T)-U_o^*((k+1)T)\right] \\
& -\frac{4k_{sp}-k_{si}T}{8\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& -\frac{4k_{rp}-k_{ri}T}{8\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& -\frac{4k_{mp}-k_{mi}T}{8\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& -\frac{4k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{8\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& -\frac{k_{si}T^2}{4\sigma L_s}\Theta_S(kT)\Theta_S^*((k+1)T)-\frac{k_{ri}T^2}{4\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)\Theta_R^*((k+1)T) \\
& -\frac{k_{mi}T^2}{4\varepsilon ML_r}\Theta_m(kT)\Theta_m^*((k+1)T)-\frac{k_{\omega i}T^2}{4\varepsilon}\Theta_\omega(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T) \\
& +0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\alpha^*(kT)\right]^2+0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT)\right]^2
\end{aligned}
$$

ซ.6 ที่มาของอสมการที่ (7-82)

เมื่อพิจารณาจำนวนจริงสองจำนวน $\Theta_X(kT)$ และ $\Theta_X^*((k+1)T)$ ใด ๆ จะได้ว่ากำลังสองของผลบวกหรือผลลบระหว่างจำนวนจริงสองจำนวนใด ๆ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$
\begin{aligned}
&\left[\Theta_X(kT)\pm\Theta_X^*((k+1)T)\right]^2 \geq 0 \\
&\Theta_X^2(kT)+\left[\Theta_X^*((k+1)T)\right]^2 \geq \pm 2\Theta_X(kT)\Theta_X^*((k+1)T) \\
&\pm\Theta_X(kT)\Theta_X^*((k+1)T) \leq 0.5\left\{\Theta_X^2(kT)+\left[\Theta_X^*((k+1)T)\right]^2\right\}
\end{aligned}
$$

เนื่องจาก $\frac{k_{si}T^2}{4\sigma L_s}>0$, $\frac{k_{ri}T^2}{4\varepsilon L_r}>0$, $\frac{k_{mi}T^2}{4\varepsilon ML_r}>0$, และ $\frac{k_{\omega i}T^2}{4\varepsilon}>0$ รวมถึงการใช้คุณสมบัติของอสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
&-\frac{k_{si}T^2}{4\sigma L_s}\Theta_S(kT)\Theta_S^*((k+1)T) \leq \frac{k_{si}T^2}{8\sigma L_s}\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
&-\frac{k_{ri}T^2}{4\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)\Theta_R^*((k+1)T) \leq \frac{k_{ri}T^2}{8\varepsilon L_r}\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
&-\frac{k_{mi}T^2}{4\varepsilon ML_r}\Theta_m(kT)\Theta_m^*((k+1)T) \leq \frac{k_{mi}T^2}{8\varepsilon ML_r}\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
&-\frac{k_{\omega i}T^2}{4\varepsilon}\Theta_\omega(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T) \leq \frac{k_{\omega i}T^2}{8\varepsilon}\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\}
\end{aligned}
$$

เป็นผลให้

$$-\frac{4k_{sp}-k_{si}T}{8\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{si}T^2}{4\sigma L_s}\Theta_S(kT)\Theta_S^*((k+1)T)$$
$$\le -\frac{2k_{sp}-k_{si}T}{4\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{4k_{rp}-k_{ri}T}{8\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{ri}T^2}{4\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)\Theta_R^*((k+1)T)$$
$$\le -\frac{2k_{rp}-k_{ri}T}{4\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{4k_{mp}-k_{mi}T}{8\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{mi}T^2}{4\varepsilon ML_r}\Theta_m(kT)\Theta_m^*((k+1)T)$$
$$\le -\frac{2k_{mp}-k_{mi}T}{4\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{4k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{8\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{\omega i}T^2}{4\varepsilon}\Theta_\omega(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T)$$
$$\le -\frac{2k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{4\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$

ต่อมา เขียนผลบวกของอสมการสี่อสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$-\frac{4k_{sp}-k_{si}T}{8\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{si}T^2}{4\sigma L_s}\Theta_S(kT)\Theta_S^*((k+1)T)$$
$$-\frac{4k_{rp}-k_{ri}T}{8\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{ri}T^2}{4\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)\Theta_R^*((k+1)T)$$
$$-\frac{4k_{mp}-k_{mi}T}{8\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{mi}T^2}{4\varepsilon ML_r}\Theta_m(kT)\Theta_m^*((k+1)T)$$
$$-\frac{4k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{8\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{\omega i}T^2}{4\varepsilon}\Theta_\omega(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T)$$
$$\le -\frac{2k_{sp}-k_{si}T}{4\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{2k_{rp}-k_{ri}T}{4\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{2k_{mp}-k_{mi}T}{4\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{2k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{4\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$

จากนั้นนำพจน์ $0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right]$, $0.125T^2\left[\tilde{\Gamma}_\alpha^*(kT)\right]^2$, $0.5T\left[S_i^*((k+1)T)\right]^T\left[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T)+f_\psi^*((k+1)T)-U_o^*((k+1)T)\right]$, และ

$0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT)\right]^2$ บวกทั้งสองข้างของผลบวกอสมการสื่อสมการ จะได้ว่าผลบวกทางด้านซ้ายมือของอสมการที่ได้รับ เท่ากับ $\widetilde{V}_1(kT)$ ในสมการที่ (7-81) เป็นผลให้

$$\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) \le\ & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right] \\
& +0.5T\left[S_i^*\left((k+1)T\right)\right]^T\times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*\left((k+1)T\right)+f_\psi^*\left((k+1)T\right)-U_o^*\left((k+1)T\right)\right] \\
& -\frac{2k_{sp}-k_{si}T}{4\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\} \\
& -\frac{2k_{rp}-k_{ri}T}{4\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\} \\
& -\frac{2k_{mp}-k_{mi}T}{4\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\} \\
& -\frac{2k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{4\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\} \\
& +0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\alpha^*(kT)\right]^2+0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT)\right]^2
\end{aligned}$$

ซ.7 ที่มาของสมการที่ (7-87)

พิจารณาผลต่างกำลังสองในสมการที่ (7-70) อีกครั้งหนึ่ง จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
&\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]^2 \\
&\quad=\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]^2 \\
&\qquad -2\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right] \\
&\qquad +\widetilde{\omega}_r^2(kT)-2\widetilde{\omega}_r(kT)\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)-\Delta\omega_r(kT)+k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-\Delta\omega_r(kT)=\omega_r\left((k+1)T\right)-\omega_r(kT)-\hat{\omega}_r\left((k+1)T\right)+\hat{\omega}_r(kT)$

$\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-\Delta\omega_r(kT)=\widetilde{\omega}_r(kT)-\hat{\bar{\omega}}_r(kT)$

เนื่องจาก

$$\begin{aligned}
&\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)-\Delta\omega_r(kT)+k_{\omega p}\Theta_\omega(kT) \\
&\qquad =\hat{\omega}_r\left((k+1)T\right)+k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)-\omega_r(kT) \\
&\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)-\Delta\omega_r(kT)+k_{\omega p}\Theta_\omega(kT) \\
&\qquad =\widetilde{\omega}_r(kT)-\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]
\end{aligned}$$

โดยที่ $-\omega_r(kT)=\widetilde{\omega}_r(kT)-\omega_r\left((k+1)T\right)$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\tilde{\omega}_r^2(kT) - 2\tilde{\omega}_r(kT)\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT) - \Delta\omega_r(kT) + k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right] \\ = -\tilde{\omega}_r^2(kT) + 2\tilde{\omega}_r(kT)\left[\Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]\end{aligned}$$

เป็นผลให้

$$\begin{aligned}&\left[\Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2 - \left[\Delta\omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]^2 \\ &\quad = \left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]^2 \\ &\qquad - 2\left[\Delta\omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right] \\ &\qquad - \tilde{\omega}_r^2(kT) + 2\tilde{\omega}_r(kT)\left[\Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]\end{aligned}$$

จากนั้นนำพจน์ $1/(2\varepsilon k_{\omega i})$ คูณทั้งสองข้างของสมการข้างบนนี้ นั่นคือ

$$\begin{aligned}&\frac{0.5}{\varepsilon k_{\omega i}}\left\{\left[\Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2 - \left[\Delta\omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]^2\right\} \\ &\quad = -\frac{\tilde{\omega}_r^2(kT)}{2\varepsilon k_{\omega i}} + \frac{\tilde{\omega}_r(kT)}{\varepsilon k_{\omega i}}\left[\Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\right] \\ &\qquad + \frac{0.5}{\varepsilon k_{\omega i}}\left\{\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]^2\right. \\ &\qquad\qquad \left. - 2\left[\Delta\omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]\right\}\end{aligned}$$

ต่อมาเมื่อแทนค่าพจน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องและนิพจน์จากสมการข้างบนนี้ ลงในสมการที่ (7-70) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) = {} & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right] \\
& +0.5T\left[S_i^*((k+1)T)\right]^T\times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T)+f_\psi^*((k+1)T)-U_o^*((k+1)T)\right] \\
& +\frac{0.5T}{\sigma L_s}\left\{\left[\Delta R_s(kT)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\left[\Theta_S^*((k+1)T)+\Theta_S(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT)-\Delta R_s^*((k+1)T)\Theta_S^*((k+1)T)\right\} \\
& -\frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\left\{\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\Theta_R^*((k+1)T)+\Theta_R(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT)-\Delta R_r^*((k+1)T)\Theta_R^*((k+1)T)\right\} \\
& +\frac{0.5T}{\varepsilon ML_r}\left\{\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\Theta_m^*((k+1)T)+\Theta_m(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT)-\Delta R_m^*((k+1)T)\Theta_m^*((k+1)T)\right\} \\
& +\frac{0.5T}{\varepsilon}\left\{\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T)\right\} \\
& +\frac{k_{si}T^2}{8\sigma L_s}\left[\Theta_S^*((k+1)T)+\Theta_S(kT)\right]^2+0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT) \\
& +\frac{k_{ri}T^2}{8\varepsilon L_r}\left[\Theta_R^*((k+1)T)+\Theta_R(kT)\right]^2-0.5T^2\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*((k+1)T) \\
& +\frac{k_{mi}T^2}{8\varepsilon ML_r}\left[\Theta_m^*((k+1)T)+\Theta_m(kT)\right]^2-0.5T^2\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*((k+1)T) \\
& +\frac{k_{\omega i}T^2}{8\varepsilon}\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right]^2 \\
& -\frac{\widetilde{\omega}_r^2(kT)}{2\varepsilon k_{\omega i}}+\frac{\widetilde{\omega}_r(kT)}{\varepsilon k_{\omega i}}\left[\Delta\omega_r((k+1)T)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]
\end{aligned}
$$

จากนั้นพิจารณานิพจน์

$$
\begin{aligned}
& \left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right] \\
& \quad -\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T) \\
& \qquad = -k_{\omega p}\Theta_\omega^2(kT)+\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT) \\
& \qquad\quad +\left[\Delta\omega_r(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\Theta_\omega^*((k+1)T)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right] \\
& \quad -\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T) \\
& \qquad = -k_{\omega p}\Theta_\omega^2(kT)+\left[\hat{\widetilde{\omega}}_r^*(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\Theta_\omega^*((k+1)T) \\
& \qquad\quad -\widetilde{\omega}_r^*(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T)
\end{aligned}
$$

โดยที่ $\Delta\omega_r^*((k+1)T)-\Delta\omega_r(kT)=\omega_r^*((k+1)T)-\omega_r(kT)-\hat{\omega}_r^*((k+1)T)+\hat{\omega}_r(kT)$

$$\Delta\omega_r(kT) - \Delta\omega_r^*((k+1)T) = \hat{\bar{\omega}}_r^*(kT) - \tilde{\omega}_r^*(kT)$$

ต่อมานำพจน์ $T/(2\varepsilon)$ คูณทั้งสองข้างของสมการ นั่นคือ

$$\frac{0.5T}{\varepsilon}\Big\{\big[\Delta\omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\big]\big[\Theta_\omega^*((k+1)T) + \Theta_\omega(kT)\big] - \Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT) - \Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T)\Big\}$$
$$= \frac{0.5T}{\varepsilon}\Big\{-k_{\omega p}\Theta_\omega^2(kT) + \big[\hat{\bar{\omega}}_r^*(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\big]\Theta_\omega^*((k+1)T)\Big\} - \frac{0.5T}{\varepsilon}\tilde{\omega}_r^*(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T)$$

จากนั้นแทนค่าพจน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง และนิพจน์จากจากสมการข้างบนนี้ ลงในสมการของ $\tilde{V}_1(kT)$ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\tilde{V}_1(kT) = {} & 0.5TS_i^T(kT)\big[(A_{11}+K)e_i(kT) + f_\psi(kT) - U_o(kT)\big] \\
& + 0.5T\big[S_i^*((k+1)T)\big]^T \times \\
& \quad \big[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T) + f_\psi^*((k+1)T) - U_o^*((k+1)T)\big] \\
& + \frac{0.5T}{\sigma L_s}\Big\{-k_{sp}\Theta_S^2(kT) + \big[\hat{\bar{R}}_s^*(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT)\big]\Theta_S^*((k+1)T)\Big\} \\
& - \frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\Big\{k_{rp}\Theta_R^2(kT) + \big[\hat{\bar{R}}_r^*(kT) + k_{rp}\Theta_R(kT)\big]\Theta_R^*((k+1)T)\Big\} \\
& + \frac{0.5T}{\varepsilon M L_r}\Big\{-k_{mp}\Theta_m^2(kT) + \big[\hat{\bar{R}}_m^*(kT) - k_{mp}\Theta_m(kT)\big]\Theta_m^*((k+1)T)\Big\} \\
& + \frac{0.5T}{\varepsilon}\Big\{-k_{\omega p}\Theta_\omega^2(kT) + \big[\hat{\bar{\omega}}_r^*(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\big]\Theta_\omega^*((k+1)T)\Big\} \\
& + \frac{k_{si}T^2}{8\sigma L_s}\big[\Theta_S^*((k+1)T) + \Theta_S(kT)\big]^2 + 0.5\tilde{s}_{i\alpha}^2(kT) + 0.5\tilde{s}_{i\beta}^2(kT) \\
& + \frac{k_{ri}T^2}{8\varepsilon L_r}\big[\Theta_R^*((k+1)T) + \Theta_R(kT)\big]^2 - 0.5T^2\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*((k+1)T) \\
& + \frac{k_{mi}T^2}{8\varepsilon M L_r}\big[\Theta_m^*((k+1)T) + \Theta_m(kT)\big]^2 - 0.5T^2\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*((k+1)T) \\
& + \frac{k_{\omega i}T^2}{8\varepsilon}\big[\Theta_\omega^*((k+1)T) + \Theta_\omega(kT)\big]^2 - \frac{0.5T}{\varepsilon}\tilde{\omega}_r^*(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T) \\
& - \frac{\tilde{\omega}_r^2(kT)}{2\varepsilon k_{\omega i}} + \frac{\tilde{\omega}_r(kT)}{\varepsilon k_{\omega i}}\big[\Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\big]
\end{aligned}$$

ต่อมาดำเนินการเหมือนกับการได้รับสมการที่ (7-76) และ (7-81) ตามลำดับ จึงจะได้รับสมการที่ (7-87)

ซ.8 ที่มาของคำตอบอสมการที่ (7-89)

นำพจน์ $-2\varepsilon k_{\omega i}$ ที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ (ค่าลบ) คูณทั้งสองข้างของอสมการที่ (7-88) และจัดรูปอสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
&\widetilde{\omega}_r^2(kT) - 2\widetilde{\omega}_r(kT)\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right] \\
&\qquad + k_{\omega i}\left[T\widetilde{\omega}_r^*(kT)\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right) - 2\varepsilon\widetilde{\overline{V}}_1(kT)\right] \geq 0 \\
&\widetilde{\omega}_r^2(kT) - 2\widetilde{\omega}_r(kT)\Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \Omega_{V1}(kT) \geq 0 \\
&\widetilde{\omega}_r^2(kT) - 2\widetilde{\omega}_r(kT)\Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) \\
&\qquad - \Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) + \Omega_{V1}(kT) \geq 0 \\
&\left[\widetilde{\omega}_r(kT) - \Omega_\omega\left((k+1)T\right)\right]^2 - \left[\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)\right] \geq 0 \\
&\left[\widetilde{\omega}_r(kT) - \Omega_\omega\left((k+1)T\right) - \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)}\right] \times \\
&\qquad \left[\widetilde{\omega}_r(kT) - \Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)}\right] \geq 0
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT) \geq 0$

ทำให้ได้รับคำตอบคือ

$$\widetilde{\omega}_r(kT) \geq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)} \quad \text{และ}$$

$$\widetilde{\omega}_r(kT) \geq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) - \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)}$$

หรือ

$$\widetilde{\omega}_r(kT) \leq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)} \quad \text{และ}$$

$$\widetilde{\omega}_r(kT) \leq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) - \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)}$$

แต่เนื่องจาก

$$\begin{aligned}
\Omega_\omega\left((k+1)T\right) - \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)} &\leq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) \\
&\leq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)}
\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\widetilde{\omega}_r(kT) \geq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)} \quad \text{หรือ}$$

$$\widetilde{\omega}_r(kT) \leq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) - \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)}$$

คือคำตอบของอสมการที่ (7-89)

ซ.9 ที่มาของสมการที่ (7-91)

เมื่อนำสมการที่ (7-35) ลบออกจากสมการที่ (7-7) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\psi_{r\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{\psi}_{r\alpha}\big((k+1)T\big) = {} & \psi_{r\alpha}(kT) - \hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + 0.5T\big[\, a_{r3}\, i_{s\alpha}(kT) \\ & - \hat{a}_{r3}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + a_{r4}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - \hat{a}_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\ & - \omega_r(kT)\psi_{r\beta}(kT) + \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) + a_{r3}\, i^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) \\ & - \hat{a}^*_{r3}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) + a^*_{r4}\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) \\ & - \hat{a}^*_{r4}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) - \omega^*_r\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) \\ & + \hat{\omega}^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)\big]\end{aligned}$$

เนื่องจาก

$$a_{r3}\, i_{s\alpha}(kT) - \hat{a}_{r3}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) = a_{r3}e_{i\alpha}(kT) + \Delta a_{r3}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT)$$

$$a_{r4}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - \hat{a}_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) = a_{r4}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \Delta a_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT)$$

$$-\omega_r(kT)\psi_{r\beta}(kT) + \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) = -\omega_r(kT)e_{\psi\beta}(kT) - \Delta\omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT)$$

$$\begin{aligned}a_{r3}\, i^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*_{r3}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) & \\ = a_{r3}e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r3}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a^*_{r4}\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*_{r4}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) & \\ = a^*_{r4}\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r4}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) & \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}-\omega^*_r\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) + \hat{\omega}^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) & \\ = -\omega^*_r\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) - \Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) & \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}e_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) = {} & e_{\psi\alpha}(kT) + 0.5T\big[\, a_{r3}\, e_{i\alpha}(kT) + a_{r4}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) \\ & - \omega_r(kT)e_{\psi\beta}(kT) + \Delta a_{r3}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \Delta a_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\ & - \Delta\omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) + a_{r3}e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) \\ & + a^*_{r4}\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) - \omega^*_r\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) \\ & + \Delta a^*_{r3}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r4}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) \\ & - \Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)\big]\end{aligned}$$

เมื่อนำสมการที่ (7-36) ลบออกจากสมการที่ (7-8) จะได้รับสมการที่ (7-92) ซึ่งเหมือนกับการได้รับสมการที่ (7-91) แต่ตัวห้อย 'α' เปลี่ยนเป็น 'β' และกลับกัน ต่อมาเขียนพจน์

$$\Delta a_{r3}(kT) = a_{r3} - \hat{a}_{r3}(kT) = \frac{MR_r}{L_r} - \frac{M\hat{R}_r(kT)}{L_r} = \frac{M}{L_r}\Delta R_r(kT)$$

$$\Delta a_{r4}(kT) = a_{r4}(kT) - \hat{a}_{r4}(kT)$$

$$\Delta a_{r4}(kT) = -\frac{1}{L_r}\Big[\, R_r - \hat{R}_r(kT) + s(kT)\, R_m - \hat{s}(kT)\,\hat{R}_m(kT)\,\Big]$$

เนื่องจาก

$$s(kT)R_m - \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT) = -\frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}R_m + \hat{s}(kT)\Delta R_m(kT)$$

จะได้ว่า

$$\Delta a_{r4}(kT) = -\frac{1}{L_r}\left[\Delta R_r(kT) + \hat{s}(kT)\Delta R_m(kT) - \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}R_m\right]$$

$$\Delta a^*_{r3}((k+1)T) = a_{r3} - \hat{a}^*_{r3}((k+1)T) = \frac{MR_r}{L_r} - \frac{M}{L_r}\hat{R}^*_r((k+1)T)$$

$$\Delta a^*_{r3}((k+1)T) = \frac{M}{L_r}\Delta R^*_r((k+1)T)$$

$$\Delta a^*_{r4}((k+1)T) = a^*_{r4}((k+1)T) - \hat{a}^*_{r4}((k+1)T)$$

$$\Delta a^*_{r4}((k+1)T)$$

$$= -\frac{1}{L_r}\left[R_r - \hat{R}^*_r((k+1)T) + s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}^*_m((k+1)T)\right]$$

เนื่องจาก

$$s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}^*_m((k+1)T)$$

$$= -\frac{\Delta\omega^*_r((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}R_m + \hat{s}^*((k+1)T)\Delta R^*_m((k+1)T)$$

จะได้ว่า

$$\Delta a^*_{r4}((k+1)T)$$

$$= -\frac{1}{L_r}\left[\Delta R^*_r((k+1)T) + \hat{s}^*((k+1)T)\Delta R^*_m((k+1)T) - \frac{\Delta\omega^*_r((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}R_m\right]$$

เมื่อนำสมการที่ (7-18) ลบออกจากสมการที่ (7-3) และนำสมการที่ (7-19) ลบออกจากสมการที่ (7-4) จะได้รับสมการที่ (7-93) และ (7-94) ตามลำดับ ซึ่งคล้ายคลึงกับการได้รับสมการที่ (7-91) และ (7-92)

ภาคผนวก ฌ

ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 8

ฌ.1 ที่มาของสมการที่ (8-1) และ (8-2)

เมื่อใช้ผลต่างไปหน้า เขียนสมการที่ (4-3) ในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องของวิธีเฮอุน จะได้ว่า

$$\frac{\hat{\omega}_r\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}_r(kT)}{T} = \frac{\omega_r\big((k+1)T\big) - \omega_r(kT)}{T} - \frac{\Delta\omega_r\big((k+1)T\big) - \Delta\omega_r(kT)}{T}$$

$$\hat{\omega}_r\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r(kT) + \widetilde{\omega}_r(kT) - \Delta\widetilde{\omega}_r(kT)$$

โดยที่ $\Delta\widetilde{\omega}_r(kT) = \Delta\omega_r\big((k+1)T\big) - \Delta\omega_r(kT)$

ต่อมาใช้วิธีของเฮอุน ดิสครีไตซ์แบบจำลองในเวลาต่อเนื่องในสมการที่ (4-2) จะเขียนพลวัตเชิงกลการหมุนของระบบในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้อง ได้เป็น

$$\omega_r\big((k+1)T\big) = \omega_r(kT) + 0.5T\Big[a\omega_r(kT) + bi_{eq}(kT) + cT_L(kT) + a\omega_r^*\big((k+1)T\big) + bi_{eq}^*\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big)\Big]$$

$$\widetilde{\omega}_r(kT) = 0.5T\Big[a\omega_r(kT) + bi_{eq}(kT) + cT_L(kT) + a\omega_r^*\big((k+1)T\big) + bi_{eq}^*\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big)\Big]$$

โดยที่ $\widetilde{\omega}_r(kT) = \omega_r\big((k+1)T\big) - \omega_r(kT)$

เนื่องจาก

$$\omega_r(kT) = \hat{\omega}_r(kT) + \Delta\omega_r(kT)$$

และ

$$\omega_r^*\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) + \Delta\omega_r^*\big((k+1)T\big)$$

เมื่อแทนค่าพจน์ $\omega_r(kT)$ และ $\omega_r^*\big((k+1)T\big)$ ลงในสมการของ $\widetilde{\omega}_r(kT)$ จะได้ว่า

$$\widetilde{\omega}_r(kT) = 0.5T\Big[a\hat{\omega}_r(kT) + bi_{eq}(kT) + cT_L(kT) + a\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) + bi_{eq}^*\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big)\Big] + 0.5T\Big[a\Delta\omega_r(kT) + a\Delta\omega_r^*\big((k+1)T\big)\Big]$$

เนื่องจาก

$$i_{eq}(kT) = i_{s\beta}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - i_{s\alpha}(kT)\psi_{r\beta}(kT)$$

$$i_{eq}(kT) = i_{s\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - i_{s\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) + i_{s\beta}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) - i_{s\alpha}(kT)e_{\psi\beta}(kT)$$

$$i_{eq}(kT) = \hat{i}_{eq}(kT) + \Delta i_{eq}(kT)$$

และ

$$i_{eq}^*\big((k+1)T\big) = i_{s\beta}^*\big((k+1)T\big)\psi_{r\alpha}^*\big((k+1)T\big) - i_{s\alpha}^*\big((k+1)T\big)\psi_{r\beta}^*\big((k+1)T\big)$$

$$i_{eq}^{*}\big((k+1)T\big) = i_{s\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) - i_{s\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\beta}^{*}\big((k+1)T\big)$$
$$+ i_{s\beta}^{*}\big((k+1)T\big)e_{\psi\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) - i_{s\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)e_{\psi\beta}^{*}\big((k+1)T\big)$$
$$i_{eq}^{*}\big((k+1)T\big) = \hat{i}_{eq}^{*}\big((k+1)T\big) + \Delta i_{eq}^{*}\big((k+1)T\big)$$

เมื่อแทนค่าพจน์ $i_{eq}(kT)$ และ $i_{eq}^{*}\big((k+1)T\big)$ ลงในสมการของ $\tilde{\omega}_r(kT)$ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\tilde{\omega}_r(kT) = 0.5T\Big[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT) + a\hat{\omega}_r^{*}\big((k+1)T\big)$$
$$+ b\hat{i}_{eq}^{*}\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big)\Big]$$
$$+ 0.5T\Big[a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT) + a\Delta\omega_r^{*}\big((k+1)T\big) + b\Delta i_{eq}^{*}\big((k+1)T\big)\Big]$$

จากนั้นแทนค่า $\tilde{\omega}_r(kT)$ ลงในสมการของ $\hat{\omega}_r\big((k+1)T\big)$ จะได้ว่า

$$\hat{\omega}_r\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r(kT) + 0.5T\Big[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT)$$
$$+ a\hat{\omega}_r^{*}\big((k+1)T\big) + b\hat{i}_{eq}^{*}\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big)\Big]$$
$$+ 0.5T\Big[a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT) + a\Delta\omega_r^{*}\big((k+1)T\big)$$
$$+ b\Delta i_{eq}^{*}\big((k+1)T\big)\Big] - \Delta\tilde{\omega}_r(kT)$$

โดยที่ $\Delta\tilde{\omega}_r(kT)$ คือ พจน์ที่ไม่ทราบค่า

เมื่อใช้ผลต่างไปหน้า เขียนสมการที่ (4-3) ในขั้นตอนการทำนายค่าของวิธีเฮอุน จะได้ว่า

$$\frac{\hat{\omega}_r^{*}\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}_r(kT)}{T} = \frac{\omega_r^{*}\big((k+1)T\big) - \omega_r(kT)}{T} - \frac{\Delta\omega_r^{*}\big((k+1)T\big) - \Delta\omega_r(kT)}{T}$$

$$\hat{\omega}_r^{*}\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r(kT) + \tilde{\omega}_r^{*}(kT) - \Delta\tilde{\omega}_r^{*}(kT)$$

โดยที่ $\Delta\tilde{\omega}_r^{*}(kT) = \Delta\omega_r^{*}\big((k+1)T\big) - \Delta\omega_r(kT)$

ต่อมาใช้วิธีของเฮอุน ดิสครีไตซ์แบบจำลองในเวลาต่อเนื่องในสมการที่ (4-2) จะเขียนพลวัตเชิงกลการหมุนของระบบในขั้นตอนการทำนายค่า ได้เป็น

$$\omega_r^{*}\big((k+1)T\big) = \omega_r(kT) + T\Big[a\omega_r(kT) + bi_{eq}(kT) + cT_L(kT)\Big]$$
$$\tilde{\omega}_r^{*}(kT) = T\Big[a\omega_r(kT) + bi_{eq}(kT) + cT_L(kT)\Big]$$

โดยที่ $\tilde{\omega}_r^{*}(kT) = \omega_r^{*}\big((k+1)T\big) - \omega_r(kT)$

เนื่องจาก

$$\omega_r(kT) = \hat{\omega}_r(kT) + \Delta\omega_r(kT)$$

และ

$$i_{eq}(kT) = \hat{i}_{eq}(kT) + \Delta i_{eq}(kT)$$

เมื่อแทนค่า $\omega_r(kT)$ และ $i_{eq}(kT)$ ลงในสมการของ $\tilde{\omega}_r^{*}(kT)$ จะได้ว่า

$$\tilde{\omega}_r^{*}(kT) = T\Big[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT)\Big] + T\Big[a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT)\Big]$$

จากนั้นแทนค่า $\widetilde{\omega}_r^*(kT)$ ลงในสมการของ $\hat{\omega}_r^*((k+1)T)$ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\hat{\omega}_r^*((k+1)T) = \hat{\omega}_r(kT) + T\left[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT)\right] + T\left[a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT)\right] - \Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)$$

โดยที่ $\Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)$ คือ พจน์ที่ไม่ทราบค่า

$$\hat{\omega}_r^*((k+1)T) = \hat{\omega}_r(kT) + T\left[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT) + f_3(kT)\right]$$

โดยที่ $f_3(kT) = a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT) - \dfrac{\Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)}{T}$

ต่อมาจัดรูปสมการของ $\hat{\omega}_r((k+1)T)$ ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_r((k+1)T) = \hat{\omega}_r(kT) &+ 0.5T\left[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT)\right.\\ &\left. + a\hat{\omega}_r^*((k+1)T) + b\hat{i}_{eq}^*((k+1)T) + cT_L((k+1)T)\right]\\ &+ 0.5T\left[a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT)\right] - 0.5T\left[\frac{\Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)}{T}\right]\\ &+ 0.5T\left[a\Delta\omega_r^*((k+1)T) + b\Delta i_{eq}^*((k+1)T)\right]\\ &- 0.5T\left[\frac{2\Delta\widetilde{\omega}_r(kT)}{T}\right] + 0.5T\left[\frac{\Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)}{T}\right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_r((k+1)T) = \hat{\omega}_r(kT) &+ 0.5T\left[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT) + f_3(kT)\right.\\ &\left. + a\hat{\omega}_r^*((k+1)T) + b\hat{i}_{eq}^*((k+1)T) + cT_L((k+1)T) + f_3^*((k+1)T)\right]\end{aligned}$$

โดยที่ $f_3^*((k+1)T) = a\Delta\omega_r^*((k+1)T) + b\Delta i_{eq}^*((k+1)T) - \dfrac{2\Delta\widetilde{\omega}_r(kT) - \Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)}{T}$

ฌ.2 ที่มาของอสมการที่ (8-23)

ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณครั้งที่สองและสัญญาณพื้นผิวในขั้นตอนการทำนายค่าในการสุ่มวัดครั้งถัดไป สามารถเขียนได้เป็น

$$e_\omega((k+1)T) = \hat{\omega}_r((k+1)T) - \hat{\omega}_r''((k+1)T)$$

$$s_\omega((k+1)T) = e_\omega((k+1)T) - k_3 h_\omega((k+1)T)$$

และเขียนผลต่างระหว่างสัญญาณพื้นผิวในการสุ่มวัดครั้งถัดไปและสัญญาณพื้นผิวในการสุ่มวัดปัจจุบันในสมการที่ (8-4) ได้ว่า

$$s_\omega((k+1)T) - s_\omega(kT) = e_\omega((k+1)T) - e_\omega(kT) - k_3[h_\omega((k+1)T) - h_\omega(kT)]$$

ต่อมาแทนค่านิพจน์ $h_\omega((k+1)T) - h_\omega(kT)$ จากสมการที่ (8-20) ลงในสมการผลต่างนี้ จะได้ว่า

$$\widetilde{s}_\omega(kT) = e_\omega((k+1)T) - e_\omega(kT) + 0.5k_3T\left[e_\omega^*((k+1)T) + e_\omega(kT)\right]$$

โดยที่ $\widetilde{s}_\omega(kT) = s_\omega((k+1)T) - s_\omega(kT)$

จากนั้นเขียนผลต่างระหว่างพลวัตการหมุนของระบบในสมการที่ (8-2) และโครงสร้างหลักของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในสมการที่ (8-16) ในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องของวิธีเฮอุน ได้ว่า

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_r\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}_r''\big((k+1)T\big) = {} & \hat{\omega}_r(kT) - \hat{\omega}_r''(kT) + 0.5T\big[\, a\hat{\omega}_r(kT) \\ & - \hat{a}(kT)\hat{\omega}_r''(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) - \hat{b}(kT)\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT) - c\hat{T}_L(kT) \\ & + f_3(kT) - \delta_o(kT) + a\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) \\ & + b\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) - \hat{b}^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big) \\ & - c\hat{T}_L^*\big((k+1)T\big) + f_3^*\big((k+1)T\big) - \delta_o^*\big((k+1)T\big)\,\big]\end{aligned}$$

เนื่องจาก

$$a\hat{\omega}_r(kT) - \hat{a}(kT)\hat{\omega}_r''(kT) = a\hat{\omega}_r(kT) - a\hat{\omega}_r''(kT) + a\hat{\omega}_r''(kT) - \hat{a}(kT)\hat{\omega}_r''(kT)$$

$$a\hat{\omega}_r(kT) - \hat{a}(kT)\hat{\omega}_r''(kT) = ae_\omega(kT) + \Delta a(kT)\hat{\omega}_r''(kT)$$

โดยที่ $e_\omega(kT) = \hat{\omega}_r(kT) - \hat{\omega}_r''(kT)$ และ

$$\Delta a(kT) = a - \hat{a}(kT)$$

$$b\hat{i}_{eq}(kT) - \hat{b}(kT)\hat{i}_{eq}(kT) = \big[b - \hat{b}(kT)\big]\hat{i}_{eq}(kT) = \Delta b(kT)\hat{i}_{eq}(kT)$$

$$cT_L(kT) - c\hat{T}_L(kT) = c\big[T_L(kT) - \hat{T}_L(kT)\big] = c\Delta T_L(kT)$$

$$\begin{aligned}a\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) = {} & a\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) - a\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) \\ & + a\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) = {} & ae_\omega^*\big((k+1)T\big) \\ & + \Delta a^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big)\end{aligned}$$

โดยที่ $e_\omega^*\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big)$ และ

$$\Delta a^*\big((k+1)T\big) = a - \hat{a}^*\big((k+1)T\big)$$

$$b\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) - \hat{b}^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) = \Delta b^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big)$$

โดยที่ $\Delta b^*\big((k+1)T\big) = b - \hat{b}^*\big((k+1)T\big)$ และ

$$cT_L\big((k+1)T\big) - c\hat{T}_L^*\big((k+1)T\big) = c\Delta T_L^*\big((k+1)T\big)$$

โดยที่ $\Delta T_L^*\big((k+1)T\big) = T_L\big((k+1)T\big) - \hat{T}_L^*\big((k+1)T\big)$

จะเขียนสมการของผลต่างข้างบนนี้ใหม่ ได้ว่า

$$\begin{aligned}e_\omega\big((k+1)T\big) = {} & e_\omega(kT) + 0.5T\big[\, ae_\omega(kT) + \Delta a(kT)\hat{\omega}_r''(kT) + \Delta b(kT)\hat{i}_{eq}(kT) \\ & + c\Delta T_L(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT) + ae_\omega^*\big((k+1)T\big) \\ & + \Delta a^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) + \Delta b^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) \\ & + c\Delta T_L^*\big((k+1)T\big) + f_3^*\big((k+1)T\big) - \delta_o^*\big((k+1)T\big)\,\big]\end{aligned}$$

ต่อมาแทนค่านิพจน์ $e_\omega((k+1)T) - e_\omega(kT)$ ลงในสมการ $\tilde{s}_\omega(kT)$ และจัดรูปสมการใหม่ให้สั้นลง จะได้ว่า

$$\tilde{s}_\omega(kT) = 0.5T\left[\Gamma_\omega(kT) + \Gamma^*_\omega((k+1)T)\right]$$

โดยที่

$$\Gamma_\omega(kT) = (a+k_3)e_\omega(kT) + \Delta a(kT)\hat{\omega}''_r(kT) + \Delta b(kT)\hat{i}_{eq}(kT) + c\Delta T_L(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)$$

และ

$$\Gamma^*_\omega((k+1)T) = (a+k_3)e^*_\omega((k+1)T) + \Delta a^*((k+1)T)\hat{\omega}''^*_r((k+1)T) + \Delta b^*((k+1)T)\hat{i}^*_{eq}((k+1)T) + c\Delta T^*_L((k+1)T) + f^*_3((k+1)T) - \delta^*_o((k+1)T)$$

จากนั้นเขียนผลคูณระหว่าง $s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT)$ ได้เป็น

$$s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT) = 0.5T\left[s_\omega(kT)\Gamma_\omega(kT) + s_\omega(kT)\Gamma^*_\omega((k+1)T)\right]$$

เนื่องจาก

$$\tilde{s}^*_\omega(kT) = s^*_\omega((k+1)T) - s_\omega(kT)$$

หรือ

$$s_\omega(kT) = s^*_\omega((k+1)T) - \tilde{s}^*_\omega(kT)$$

จะเขียนสมการของ $s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT)$ ใหม่ได้ว่า

$$s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT) = 0.5T\left[s_\omega(kT)\Gamma_\omega(kT) + s^*_\omega((k+1)T)\Gamma^*_\omega((k+1)T)\right] - 0.5T\,\tilde{s}^*_\omega(kT)\Gamma^*_\omega((k+1)T)$$

ต่อมาเขียนผลต่างระหว่างสัญญาณพื้นผิวที่ได้จากขั้นตอนการทำนายค่าในสมการที่ (8-10) และสัญญาณพื้นผิวในการสุ่มวัดปัจจุบันในสมการที่ (8-4) ได้ว่า

$$s^*_\omega((k+1)T) - s_\omega(kT) = e^*_\omega((k+1)T) - e_\omega(kT) - k_3\left[h^*_\omega((k+1)T) - h_\omega(kT)\right]$$

จากนั้นแทนค่านิพจน์ $h^*_\omega((k+1)T) - h_\omega(kT)$ จากสมการที่ (8-9) ลงในสมการผลต่างนี้ จะได้ว่า

$$\tilde{s}^*_\omega(kT) = e^*_\omega((k+1)T) - e_\omega(kT) + k_3Te_\omega(kT)$$

ต่อมาเขียนผลต่างระหว่างพลวัตการหมุนของระบบในสมการที่ (8-1) และโครงสร้างหลักของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในสมการที่ (8-7) ในขั้นตอนการทำนายค่าของวิธีเฮอุน ได้เป็น

$$\hat{\omega}^*_r((k+1)T) - \hat{\omega}''^*_r((k+1)T) = \hat{\omega}_r(kT) - \hat{\omega}''_r(kT) + T\left[a\hat{\omega}_r(kT) - \hat{a}(kT)\hat{\omega}''_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) - \hat{b}(kT)\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT) - c\hat{T}_L(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\right]$$

$$e^*_\omega((k+1)T) = e_\omega(kT) + T\left[ae_\omega(kT) + \Delta a(kT)\hat{\omega}''_r(kT) + \Delta b(kT)\hat{i}_{eq}(kT) + c\Delta T_L(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\right]$$

แทนค่านิพจน์ $e_\omega^*((k+1)T) - e_\omega(kT)$ ลงในสมการของ $\tilde{s}_\omega^*(kT)$ และจัดรูปสมการใหม่ให้สั้นลง จะได้ว่า

$$\tilde{s}_\omega^*(kT) = T\,\Gamma_\omega(kT)$$

จากนั้นแทนค่า $\tilde{s}_\omega^*(kT)$ ลงในสมการของ $s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT)$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT) = {} & 0.5T\left[s_\omega(kT)\Gamma_\omega(kT) + s_\omega^*((k+1)T)\Gamma_\omega^*((k+1)T) \right] \\ & - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T) \end{aligned}$$

ต่อมาผลคูณ $s_\omega(kT)\Gamma_\omega(kT)$ และ $s_\omega^*((k+1)T)\Gamma_\omega^*((k+1)T)$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} s_\omega(kT)\Gamma_\omega(kT) = {} & (a+k_3)s_\omega(kT)e_\omega(kT) + \left[f_3(kT) - \delta_o(kT) \right]s_\omega(kT) \\ & + \Delta a(kT)\Theta_a(kT) + \Delta b(kT)\Theta_b(kT) + c\Delta T_L(kT)s_\omega(kT) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_\omega^*((k+1)T)\Gamma_\omega^*((k+1)T) = {} & (a+k_3)s_\omega^*((k+1)T)e_\omega^*((k+1)T) \\ & + \Delta a^*((k+1)T)\Theta_a^*((k+1)T) + \Delta b^*((k+1)T)\Theta_b^*((k+1)T) \\ & + c\Delta T_L^*((k+1)T)s_\omega^*((k+1)T) \\ & + \left[f_3^*((k+1)T) - \delta_o^*((k+1)T) \right]s_\omega^*((k+1)T) \end{aligned}$$

จากนั้นแทนค่าพจน์ $s_\omega(kT)\Gamma_\omega(kT)$ และพจน์ $s_\omega^*((k+1)T)\Gamma_\omega^*((k+1)T)$ ลงในสมการของ $s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT)$ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{2}{T}s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT) = {} & (a+k_3)s_\omega(kT)e_\omega(kT) + (a+k_3)s_\omega^*((k+1)T)e_\omega^*((k+1)T) \\ & + \left[f_3(kT) - \delta_o(kT) \right]s_\omega(kT) + \Delta a(kT)\Theta_a(kT) + \Delta b(kT)\Theta_b(kT) \\ & + \left[f_3^*((k+1)T) - \delta_o^*((k+1)T) \right]s_\omega^*((k+1)T) + c\Delta T_L(kT)s_\omega(kT) \\ & + \Delta a^*((k+1)T)\Theta_a^*((k+1)T) + \Delta b^*((k+1)T)\Theta_b^*((k+1)T) \\ & + c\Delta T_L^*((k+1)T)s_\omega^*((k+1)T) - T\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T) \end{aligned}$$

ต่อมาเขียนผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟระหว่างสมการที่ (8-21) และ (8-22) ได้เป็น

$$\begin{aligned} V_2((k+1)T) - V_2(kT) = {} & \frac{1}{2}\left[s_\omega^2((k+1)T) - s_\omega^2(kT) \right] \\ & + \frac{1}{2k_{ia}}\left\{ \left[\Delta a((k+1)T) + k_{pa}\Theta_a^*((k+1)T) \right]^2 - \left[\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT) \right]^2 \right\} \\ & + \frac{1}{2k_{ib}}\left\{ \left[\Delta b((k+1)T) + k_{pb}\Theta_b^*((k+1)T) \right]^2 - \left[\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT) \right]^2 \right\} \\ & - \frac{c}{2k_{il}}\left\{ \left[\Delta T_L((k+1)T) - k_{pl}s_\omega^*((k+1)T) \right]^2 - \left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT) \right]^2 \right\} \end{aligned}$$

ผลต่างกำลังสองในสมการผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} & \left[\Delta a((k+1)T) + k_{pa}\Theta_a^*((k+1)T) \right]^2 - \left[\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT) \right]^2 \\ & \quad = \left[\Delta a((k+1)T) + k_{pa}\Theta_a^*((k+1)T) - \Delta a(kT) - k_{pa}\Theta_a(kT) \right] \times \\ & \qquad \left[\Delta a((k+1)T) + k_{pa}\Theta_a^*((k+1)T) + \Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT) \right] \end{aligned}$$

$$\left[\Delta a\left((k+1)T\right)+k_{pa}\Theta_a^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta a(kT)+k_{pa}\Theta_a(kT)\right]^2$$
$$=\left[\hat{\tilde{a}}(kT)-k_{pa}\tilde{\Theta}_a^*(kT)\right]^2-2\left[\Delta a(kT)+k_{pa}\Theta_a(kT)\right]\left[\hat{\tilde{a}}(kT)-k_{pa}\tilde{\Theta}_a^*(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta a\left((k+1)T\right)-\Delta a(kT)=a-\hat{a}\left((k+1)T\right)-\left[a-\hat{a}(kT)\right]$

$\Delta a\left((k+1)T\right)-\Delta a(kT)=-\left[\hat{a}\left((k+1)T\right)-\hat{a}(kT)\right]=-\hat{\tilde{a}}(kT)$ และ

$\tilde{\Theta}_a^*(kT)=\Theta_a^*\left((k+1)T\right)-\Theta_a(kT)$

$$\left[\Delta b\left((k+1)T\right)+k_{pb}\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta b(kT)+k_{pb}\Theta_b(kT)\right]^2$$
$$=\left[\Delta b\left((k+1)T\right)+k_{pb}\Theta_b^*\left((k+1)T\right)-\Delta b(kT)-k_{pb}\Theta_b(kT)\right]\times$$
$$\left[\Delta b\left((k+1)T\right)+k_{pb}\Theta_b^*\left((k+1)T\right)+\Delta b(kT)+k_{pb}\Theta_b(kT)\right]$$
$$\left[\Delta b\left((k+1)T\right)+k_{pb}\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta b(kT)+k_{pb}\Theta_b(kT)\right]^2$$
$$=\left[\hat{\tilde{b}}(kT)-k_{pb}\tilde{\Theta}_b^*(kT)\right]^2-2\left[\Delta b(kT)+k_{pb}\Theta_b(kT)\right]\left[\hat{\tilde{b}}(kT)-k_{pb}\tilde{\Theta}_b^*(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta b\left((k+1)T\right)-\Delta b(kT)=b-\hat{b}\left((k+1)T\right)-\left[b-\hat{b}(kT)\right]$

$\Delta b\left((k+1)T\right)-\Delta b(kT)=-\left[\hat{b}\left((k+1)T\right)-\hat{b}(kT)\right]=-\hat{\tilde{b}}(kT)$ และ

$\tilde{\Theta}_b^*(kT)=\Theta_b^*\left((k+1)T\right)-\Theta_b(kT)$

$$\left[\Delta T_L\left((k+1)T\right)-k_{pl}s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta T_L(kT)-k_{pl}s_\omega(kT)\right]^2$$
$$=\left[\Delta T_L\left((k+1)T\right)-k_{pl}s_\omega^*\left((k+1)T\right)-\Delta T_L(kT)+k_{pl}s_\omega(kT)\right]\times$$
$$\left[\Delta T_L\left((k+1)T\right)-k_{pl}s_\omega^*\left((k+1)T\right)+\Delta T_L(kT)-k_{pl}s_\omega(kT)\right]$$
$$\left[\Delta T_L\left((k+1)T\right)-k_{pl}s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta T_L(kT)-k_{pl}s_\omega(kT)\right]^2$$
$$=\left[\hat{\tilde{T}}_L(kT)+k_{pl}\tilde{s}_\omega^*(kT)\right]^2-2\left[\Delta T_L(kT)-k_{pl}s_\omega(kT)\right]\left[\hat{\tilde{T}}_L(kT)+k_{pl}\tilde{s}_\omega^*(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta T_L\left((k+1)T\right)-\Delta T_L(kT)=T_L\left((k+1)T\right)-\hat{T}_L\left((k+1)T\right)-\left[T_L(kT)-\hat{T}_L(kT)\right]$

$\Delta T_L\left((k+1)T\right)-\Delta T_L(kT)=-\left[\hat{T}_L\left((k+1)T\right)-\hat{T}_L(kT)\right]=-\hat{\tilde{T}}_L(kT)$ และ

$T_L((k+1)T)\approx T_L(kT)$

และผลต่างกำลังสอง $s_\omega^2\left((k+1)T\right)-s_\omega^2(kT)$ สามารถเขียนได้เป็น

$$s_\omega^2\left((k+1)T\right)-s_\omega^2(kT)=\left[s_\omega\left((k+1)T\right)-s_\omega(kT)\right]\left[s_\omega\left((k+1)T\right)+s_\omega(kT)\right]$$
$$s_\omega^2\left((k+1)T\right)-s_\omega^2(kT)=2s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT)+\tilde{s}_\omega^2(kT)$$

จากนั้นแทนค่านิพจน์ของผลต่างกำลังสองที่ได้รับ ลงในสมการผลต่างฟังก์ชันเลียปูโนฟ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\widetilde{V}_2(kT) = {} & s_\omega(kT)\widetilde{s}_\omega(kT) + 0.5\widetilde{s}_\omega^2(kT) + \frac{1}{2k_{ia}}\left[\hat{\bar{a}}(kT) - k_{pa}\widetilde{\Theta}_a^*(kT)\right]^2 \\ & - \frac{1}{k_{ia}}\left[\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\right]\left[\hat{\bar{a}}(kT) - k_{pa}\widetilde{\Theta}_a^*(kT)\right] \\ & - \frac{1}{k_{ib}}\left[\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\right]\left[\hat{\bar{b}}(kT) - k_{pb}\widetilde{\Theta}_b^*(kT)\right] \\ & + \frac{c}{k_{il}}\left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}_\omega^*(kT)\right] \\ & + \frac{1}{2k_{ib}}\left[\hat{\bar{b}}(kT) - k_{pb}\widetilde{\Theta}_b^*(kT)\right]^2 - \frac{c}{2k_{il}}\left[\hat{\bar{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}_\omega^*(kT)\right]^2\end{aligned}$$

ต่อมาจัดรูปกฎการปรับตัวในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องในสมการที่ (8-17) ถึง (8-19) ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\hat{a}\big((k+1)T\big) - \hat{a}(kT) &= k_{pa}\widetilde{\Theta}_a^*(kT) + 0.5k_{ia}T\left[\Theta_a^*\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\right] \\ \hat{\bar{a}}(kT) - k_{pa}\widetilde{\Theta}_a^*(kT) &= 0.5k_{ia}T\left[\Theta_a^*\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\right] \\ \hat{b}\big((k+1)T\big) - \hat{b}(kT) &= k_{pb}\widetilde{\Theta}_b^*(kT) + 0.5k_{ib}T\left[\Theta_b^*\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\right] \\ \hat{\bar{b}}(kT) - k_{pb}\widetilde{\Theta}_b^*(kT) &= 0.5k_{ib}T\left[\Theta_b^*\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\right] \\ \hat{T}_L\big((k+1)T\big) - \hat{T}_L(kT) &= -k_{pl}\widetilde{s}_\omega^*(kT) - 0.5k_{il}T\left[s_\omega^*\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\right] \\ \hat{\bar{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}_\omega^*(kT) &= -0.5k_{il}T\left[s_\omega^*\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\right]\end{aligned}$$

และจัดรูปสมการของ $(2/T)s_\omega(kT)\widetilde{s}_\omega(kT)$ ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}s_\omega(kT)\widetilde{s}_\omega(kT) = {} & 0.5Ts_\omega(kT)\left[(a+k_3)e_\omega(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\right] \\ & + 0.5Ts_\omega^*\big((k+1)T\big)\left[(a+k_3)e_\omega^*\big((k+1)T\big) + f_3^*\big((k+1)T\big) - \delta_o^*\big((k+1)T\big)\right] \\ & + 0.5T\left[\Delta a(kT)\Theta_a(kT) + \Delta a^*\big((k+1)T\big)\Theta_a^*\big((k+1)T\big)\right] \\ & + 0.5T\left[\Delta b(kT)\Theta_b(kT) + \Delta b^*\big((k+1)T\big)\Theta_b^*\big((k+1)T\big)\right] \\ & + 0.5cT\left[\Delta T_L(kT)s_\omega(kT) + \Delta T_L^*\big((k+1)T\big)s_\omega^*\big((k+1)T\big)\right] \\ & - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*\big((k+1)T\big)\end{aligned}$$

เมื่อแทนค่านิพจน์ต่าง ๆ ของกฎการปรับตัวและพจน์ $s_\omega(kT)\widetilde{s}_\omega(kT)$ ลงในสมการผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ และจัดรูปสมการใหม่ จะเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) = {} & 0.5Ts_\omega(kT)\left[\,(a+k_3)e_\omega(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\,\right] \\
& + 0.5Ts^*_\omega\big((k+1)T\big)\times \\
& \qquad \left[\,(a+k_3)e^*_\omega\big((k+1)T\big) + f^*_3\big((k+1)T\big) - \delta^*_o\big((k+1)T\big)\,\right] \\
& - \frac{T}{2}\Big\{\left[\,\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\,\right] \\
& \qquad - \Delta a(kT)\Theta_a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_a\big((k+1)T\big)\Big\} \\
& - \frac{T}{2}\Big\{\left[\,\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\,\right] \\
& \qquad - \Delta b(kT)\Theta_b(kT) - \Delta b^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_b\big((k+1)T\big)\Big\} \\
& - \frac{cT}{2}\Big\{\left[\,\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]\left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\,\right] \\
& \qquad - \Delta T_L(kT)s_\omega(kT) - \Delta T^*_L\big((k+1)T\big)s^*_\omega\big((k+1)T\big)\Big\} \\
& + \frac{k_{ia}T^2}{8}\left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\,\right]^2 - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{k_{ib}T^2}{8}\left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\,\right]^2 + 0.5\widetilde{s}^2_\omega(kT) \\
& - \frac{ck_{il}T^2}{8}\left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\,\right]^2
\end{aligned}$$

จากนั้นเขียนพจน์บางพจน์ที่อยู่ทางด้านขวามือของสมการผลต่างฟังก์ชันเลียปูโนฟ ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
& \left[\,\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\,\right] \\
& \quad - \Delta a(kT)\Theta_a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_a\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = k_{pa}\Theta^2_a(kT) + \left[\,\Delta a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\Theta^*_a\big((k+1)T\big) \\
& \left[\,\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\,\right] \\
& \quad - \Delta a(kT)\Theta_a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_a\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = k_{pa}\Theta^2_a(kT) + \left[\,\hat{\tilde{a}}^*(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\Theta^*_a\big((k+1)T\big)
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big) = a - \hat{a}(kT) - \left[\,a - \hat{a}^*\big((k+1)T\big)\,\right]$

$$\Delta a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big) = \hat{a}^*\big((k+1)T\big) - \hat{a}(kT) = \hat{\tilde{a}}^*(kT)$$

$$\begin{aligned}
& \left[\,\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\,\right] \\
& \quad - \Delta b(kT)\Theta_b(kT) - \Delta b^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_b\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = k_{pb}\Theta^2_b(kT) + \left[\,\Delta b(kT) - \Delta b^*\big((k+1)T\big) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\Theta^*_b\big((k+1)T\big) \\
& \left[\,\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\,\right] \\
& \quad - \Delta b(kT)\Theta_b(kT) - \Delta b^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_b\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = k_{pb}\Theta^2_b(kT) + \left[\,\hat{\tilde{b}}^*(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\Theta^*_b\big((k+1)T\big)
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta b(kT) - \Delta b^*\big((k+1)T\big) = b - \hat{b}(kT) - \left[\,b - \hat{b}^*\big((k+1)T\big)\,\right]$

$$\Delta b(kT) - \Delta b^*((k+1)T) = \hat{b}^*((k+1)T) - \hat{b}(kT) = \hat{\bar{b}}^*(kT)$$

$$\begin{aligned}&\left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]\left[s_\omega^*((k+1)T) + s_\omega(kT)\right]\\&\quad - \Delta T_L(kT)s_\omega(kT) - \Delta T_L^*((k+1)T)s_\omega^*((k+1)T)\\&\qquad = -k_{pl}s_\omega^2(kT) + \left[\Delta T_L(kT) - \Delta T_L^*((k+1)T) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]s_\omega^*((k+1)T)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]\left[s_\omega^*((k+1)T) + s_\omega(kT)\right]\\&\quad - \Delta T_L(kT)s_\omega(kT) - \Delta T_L^*((k+1)T)s_\omega^*((k+1)T)\\&\qquad = -k_{pl}s_\omega^2(kT) + \left[\hat{\bar{T}}_L^*(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]s_\omega^*((k+1)T)\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta T_L(kT) - \Delta T_L^*((k+1)T) = T_L(kT) - \hat{T}_L(kT) - \left[T_L((k+1)T) - \hat{T}_L^*((k+1)T)\right]$

$\Delta T_L(kT) - \Delta T_L^*((k+1)T) = \hat{T}_L^*((k+1)T) - \hat{T}_L(kT) = \hat{\bar{T}}_L^*(kT)$ และ

$T_L((k+1)T) \approx T_L(kT)$

เมื่อยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ $\tilde{s}_\omega(kT)$ และนำตัวเลข 0.5 คูณทั้งสองข้างของสมการที่ได้รับ จะเขียนได้เป็น

$$\tilde{s}_\omega^2(kT) = 0.25T^2\left[\Gamma_\omega(kT) + \Gamma_\omega^*((k+1)T)\right]^2$$

$$0.5\tilde{s}_\omega^2(kT) = 0.125T^2\left\{\Gamma_\omega^2(kT) + \left[\Gamma_\omega^*((k+1)T)\right]^2 + 2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T)\right\}$$

ต่อมาเขียนผลรวมของพจน์ $0.5\tilde{s}_\omega^2(kT) - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T)$ ใหม่ โดยใช้สมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}&0.5\tilde{s}_\omega^2(kT) - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T)\\&\qquad = 0.125T^2\left\{\Gamma_\omega^2(kT) + \left[\Gamma_\omega^*((k+1)T)\right]^2 - 2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T)\right\}\end{aligned}$$

$$0.5\tilde{s}_\omega^2(kT) - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T) = 0.125T^2\left[\Gamma_\omega^*((k+1)T) - \Gamma_\omega(kT)\right]^2$$

$$0.5\tilde{s}_\omega^2(kT) - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T) = 0.125T^2\left[\tilde{\Gamma}_\omega^*(kT)\right]^2$$

โดยที่ $\tilde{\Gamma}_\omega^*(kT) = \Gamma_\omega^*((k+1)T) - \Gamma_\omega(kT)$

เมื่อแทนค่านิพจน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ลงในสมการผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) = \; & 0.5Ts_\omega(kT)\left[\,(a+k_3)e_\omega(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\,\right] \\
& + 0.5Ts^*_\omega\big((k+1)T\big)\times \\
& \qquad \left[\,(a+k_3)e^*_\omega\big((k+1)T\big) + f^*_3\big((k+1)T\big) - \delta^*_o\big((k+1)T\big)\,\right] \\
& - \frac{k_{pa}T}{2}\Theta^2_a(kT) - \frac{T}{2}\left[\,\hat{\bar{a}}^*(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\Theta^*_a\big((k+1)T\big) \\
& - \frac{k_{pb}T}{2}\Theta^2_b(kT) - \frac{T}{2}\left[\,\hat{\bar{b}}^*(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\Theta^*_b\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{ck_{pl}T}{2}s^2_\omega(kT) - \frac{cT}{2}\left[\,\hat{\bar{T}}^*_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]s^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{k_{ia}T^2}{8}\left\{\Theta^2_a(kT) + \left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big)\right]^2\,\right\} + \frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta^*_a\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{k_{ib}T^2}{8}\left\{\Theta^2_b(kT) + \left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big)\right]^2\,\right\} + \frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta^*_b\big((k+1)T\big) \\
& - \frac{ck_{il}T^2}{8}\left\{s^2_\omega(kT) + \left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big)\right]^2\,\right\} - \frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& + 0.125T^2\left[\,\widetilde{\Gamma}^*_\omega(kT)\,\right]^2
\end{aligned}$$

จากนั้นจัดรูปกฎการปรับตัวในขั้นตอนการทำนายค่าในสมการที่ (8-13) ถึง (8-15) ใหม่ จะได้ว่า

$$\hat{a}^*\big((k+1)T\big) - \hat{a}(kT) = k_{pa}\Theta^*_a\big((k+1)T\big) - k_{pa}\Theta_a(kT) + k_{ia}T\,\Theta_a(kT)$$

$$\hat{\bar{a}}^*(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT) = k_{pa}\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + k_{ia}T\,\Theta_a(kT)$$

$$\hat{b}^*\big((k+1)T\big) - \hat{b}(kT) = k_{pb}\Theta^*_b\big((k+1)T\big) - k_{pb}\Theta_b(kT) + k_{ib}T\,\Theta_b(kT)$$

$$\hat{\bar{b}}^*(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT) = k_{pb}\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + k_{ib}T\,\Theta_b(kT)$$

$$\hat{T}^*_L\big((k+1)T\big) - \hat{T}_L(kT) = -k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big) + k_{pl}s_\omega(kT) - k_{il}Ts_\omega(kT)$$

$$\hat{\bar{T}}^*_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT) = -k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big) - k_{il}Ts_\omega(kT)$$

เมื่อแทนค่านิพจน์ต่าง ๆ ของกฎการปรับตัว ลงในสมการผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ และจัดรูปสมการใหม่ จะเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) &= 0.5Ts_\omega(kT)\left[\,(a+k_3)e_\omega(kT)+f_3(kT)-\delta_o(kT)\,\right]\\
&\quad+0.5Ts_\omega^*((k+1)T)\left[\,(a+k_3)e_\omega^*((k+1)T)+f_3^*((k+1)T)-\delta_o^*((k+1)T)\,\right]\\
&\quad-\frac{k_{pa}T}{2}\Theta_a^2(kT)-\frac{k_{pa}T}{2}\left[\,\Theta_a^*((k+1)T)\,\right]^2-\frac{k_{ia}T^2}{2}\Theta_a(kT)\Theta_a^*((k+1)T)\\
&\quad-\frac{k_{pb}T}{2}\Theta_b^2(kT)-\frac{k_{pb}T}{2}\left[\,\Theta_b^*((k+1)T)\,\right]^2-\frac{k_{ib}T^2}{2}\Theta_b(kT)\Theta_b^*((k+1)T)\\
&\quad+\frac{ck_{pl}T}{2}s_\omega^2(kT)+\frac{ck_{pl}T}{2}\left[\,s_\omega^*((k+1)T)\,\right]^2+\frac{ck_{il}T^2}{2}s_\omega(kT)s_\omega^*((k+1)T)\\
&\quad+\frac{k_{ia}T^2}{8}\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\,\Theta_a^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}+\frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta_a^*((k+1)T)\\
&\quad+\frac{k_{ib}T^2}{8}\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\,\Theta_b^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}+\frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta_b^*((k+1)T)\\
&\quad-\frac{ck_{il}T^2}{8}\left\{s_\omega^2(kT)+\left[\,s_\omega^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}-\frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*((k+1)T)\\
&\quad+0.125T^2\left[\,\widetilde{\Gamma}_\omega^*(kT)\,\right]^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) &= 0.5Ts_\omega(kT)\left[\,(a+k_3)e_\omega(kT)+f_3(kT)-\delta_o(kT)\,\right]\\
&\quad+0.5Ts_\omega^*((k+1)T)\left[\,(a+k_3)e_\omega^*((k+1)T)+f_3^*((k+1)T)-\delta_o^*((k+1)T)\,\right]\\
&\quad-\frac{4k_{pa}-k_{ia}T}{8}T\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\,\Theta_a^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}-\frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta_a^*((k+1)T)\\
&\quad-\frac{4k_{pb}-k_{ib}T}{8}T\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\,\Theta_b^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}-\frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta_b^*((k+1)T)\\
&\quad+\frac{4k_{pl}-k_{il}T}{8}cT\left\{s_\omega^2(kT)+\left[\,s_\omega^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}+\frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*((k+1)T)\\
&\quad+0.125T^2\left[\,\widetilde{\Gamma}_\omega^*(kT)\,\right]^2
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\frac{k_{ia}T^2}{4}>0$, $\frac{k_{ib}T^2}{4}>0$, $\frac{k_{il}T^2}{4}>0$, และ $-c>0$ จะได้ว่า

$$-\frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta_a^*((k+1)T)\le\frac{k_{ia}T^2}{8}\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\,\Theta_a^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}$$

$$-\frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta_b^*((k+1)T)\le\frac{k_{ib}T^2}{8}\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\,\Theta_b^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}$$

$$-\frac{k_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*((k+1)T)\le\frac{k_{il}T^2}{8}\left\{s_\omega^2(kT)+\left[\,s_\omega^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}$$

$$\frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*((k+1)T)\le-\frac{ck_{il}T^2}{8}\left\{s_\omega^2(kT)+\left[\,s_\omega^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}$$

เป็นผลให้

$$-\frac{4k_{pa}-k_{ia}T}{8}T\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\Theta_a^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}-\frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta_a^*\left((k+1)T\right)$$
$$\le -\frac{2k_{pa}-k_{ia}T}{4}T\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\Theta_a^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{4k_{pb}-k_{ib}T}{8}T\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}-\frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta_b^*\left((k+1)T\right)$$
$$\le -\frac{2k_{pb}-k_{ib}T}{4}T\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$
$$\frac{4k_{pl}-k_{il}T}{8}cT\left\{s_\omega^2(kT)+\left[s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}+\frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*\left((k+1)T\right)$$
$$\le \frac{2k_{pl}-k_{il}T}{4}cT\left\{s_\omega^2(kT)+\left[s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$

ต่อมาเขียนผลบวกของอสมการสามอสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$-\frac{4k_{pa}-k_{ia}T}{8}T\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\Theta_a^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}-\frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta_a^*\left((k+1)T\right)$$
$$-\frac{4k_{pb}-k_{ib}T}{8}T\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}-\frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta_b^*\left((k+1)T\right)$$
$$+\frac{4k_{pl}-k_{il}T}{8}cT\left\{s_\omega^2(kT)+\left[s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}+\frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*\left((k+1)T\right)$$
$$\le -\frac{2k_{pa}-k_{ia}T}{4}T\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\Theta_a^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{2k_{pb}-k_{ib}T}{4}T\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$
$$+\frac{2k_{pl}-k_{il}T}{4}cT\left\{s_\omega^2(kT)+\left[s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$

จากนั้นนำพจน์ $0.5Ts_\omega(kT)[(a+k_3)e_\omega(kT)+f_3(kT)-\delta_o(kT)]$, $0.125T^2\left[\tilde{\Gamma}_\omega^*(kT)\right]^2$, และ $0.5Ts_\omega^*\left((k+1)T\right)\left[(a+k_3)e_\omega^*\left((k+1)T\right)+f_3^*\left((k+1)T\right)-\delta_o^*\left((k+1)T\right)\right]$ บวกทั้งสองข้างของอสมการข้างบนนี้ จะได้ว่าผลบวกทางด้านซ้ายมือของอสมการที่ได้รับ เท่ากับผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\tilde{V}_2(kT)$ เป็นผลให้

$$\tilde{V}_2(kT)\le 0.5Ts_\omega(kT)\left[(a+k_3)e_\omega(kT)+f_3(kT)-\delta_o(kT)\right]$$
$$+0.5Ts_\omega^*\left((k+1)T\right)\left[(a+k_3)e_\omega^*\left((k+1)T\right)+f_3^*\left((k+1)T\right)-\delta_o^*\left((k+1)T\right)\right]$$
$$-\frac{2k_{pa}-k_{ia}T}{4}T\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\Theta_a^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{2k_{pb}-k_{ib}T}{4}T\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$
$$+\frac{2k_{pl}-k_{il}T}{4}cT\left\{s_\omega^2(kT)+\left[s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}+0.125T^2\left[\tilde{\Gamma}_\omega^*(kT)\right]^2$$

ฌ.3 ที่มาของสมการที่ (8-26)

เมื่อ $T_L((k+1)T) \neq T_L(kT)$ จะได้ว่าผลต่างกำลังสอง

$$\left[\Delta T_L\big((k+1)T\big) - k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)\right]^2 - \left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]^2$$
$$= \widetilde{T}_L^2(kT) - 2\widetilde{T}_L(kT)\left[\hat{T}_L\big((k+1)T\big) - T_L(kT) + k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)\right]$$
$$+\left[\hat{\widetilde{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}^*_\omega(kT)\right]^2 - 2\left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]\left[\hat{\widetilde{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}^*_\omega(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta T_L\big((k+1)T\big) - \Delta T_L(kT) = T_L\big((k+1)T\big) - \hat{T}_L\big((k+1)T\big) - \left[T_L(kT) - \hat{T}_L(kT)\right]$

$$\Delta T_L\big((k+1)T\big) - \Delta T_L(kT) = \widetilde{T}_L(kT) - \hat{\widetilde{T}}_L(kT)$$

และ

$$\hat{\widetilde{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}^*_\omega(kT) - \Delta T_L(kT) + k_{pl}s_\omega(kT)$$
$$= \hat{T}_L\big((k+1)T\big) - T_L(kT) + k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)$$

จากนั้นนำพจน์ $-c/(2k_{il})$ คูณทั้งสองข้างของสมการ นั่นคือ

$$-\frac{c}{2k_{il}}\left\{\left[\Delta T_L\big((k+1)T\big) - k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)\right]^2 - \left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]^2\right\}$$
$$= -\frac{c}{2k_{il}}\left\{\left[\hat{\widetilde{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}^*_\omega(kT)\right]^2\right.$$
$$\left. - 2\left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]\left[\hat{\widetilde{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}^*_\omega(kT)\right]\right\}$$
$$-\frac{c}{2k_{il}}\widetilde{T}_L^2(kT) + \frac{c}{k_{il}}\widetilde{T}_L(kT)\left[\hat{T}_L\big((k+1)T\big) - T_L(kT) + k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)\right]$$

ต่อมาเมื่อแทนค่าพจน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง และพจน์จากสมการข้างบนนี้ ลงในสมการผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) = \; & 0.5Ts_\omega(kT)\left[\,(a+k_3)e_\omega(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\,\right] \\
& + 0.5Ts^*_\omega\big((k+1)T\big)\times \\
& \qquad \left[\,(a+k_3)e^*_\omega\big((k+1)T\big) + f^*_3\big((k+1)T\big) - \delta^*_o\big((k+1)T\big)\,\right] \\
& - \frac{T}{2}\Big\{\left[\,\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\,\right] \\
& \qquad - \Delta a(kT)\Theta_a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_a\big((k+1)T\big)\Big\} \\
& - \frac{T}{2}\Big\{\left[\,\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\,\right] \\
& \qquad - \Delta b(kT)\Theta_b(kT) - \Delta b^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_b\big((k+1)T\big)\Big\} \\
& - \frac{cT}{2}\Big\{\left[\,\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]\left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\,\right] \\
& \qquad - \Delta T_L(kT)s_\omega(kT) - \Delta T^*_L\big((k+1)T\big)s^*_\omega\big((k+1)T\big)\Big\} \\
& + \frac{k_{ia}T^2}{8}\left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\,\right]^2 + 0.5\widetilde{s}^2_\omega(kT) \\
& + \frac{k_{ib}T^2}{8}\left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\,\right]^2 - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& - \frac{ck_{il}T^2}{8}\left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\,\right]^2 - \frac{c}{2k_{il}}\widetilde{T}^2_L(kT) \\
& + \frac{c}{k_{il}}\widetilde{T}_L(kT)\left[\,\hat{T}_L\big((k+1)T\big) - T_L(kT) + k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)\,\right]
\end{aligned}
$$

เมื่อ $T_L((k+1)T) \neq T_L(kT)$ จะเขียนได้ว่า

$$
\begin{aligned}
& \left[\,\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]\left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\,\right] \\
& \quad - \Delta T_L(kT)s_\omega(kT) - \Delta T^*_L\big((k+1)T\big)s^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = -k_{pl}s^2_\omega(kT) + \left[\,\hat{\widetilde{T}}^*_L(kT) - \widetilde{T}_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]s^*_\omega\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \left[\,\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]\left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\,\right] \\
& \quad - \Delta T_L(kT)s_\omega(kT) - \Delta T^*_L\big((k+1)T\big)s^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = -k_{pl}s^2_\omega(kT) + \left[\,\hat{\widetilde{T}}^*_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]s^*_\omega\big((k+1)T\big) - \widetilde{T}_L(kT)s^*_\omega\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

โดยที่ $\Delta T_L(kT) - \Delta T^*_L\big((k+1)T\big) = T_L(kT) - \hat{T}_L(kT) - \left[\,T_L\big((k+1)T\big) - \hat{T}^*_L\big((k+1)T\big)\,\right]$

$\Delta T_L(kT) - \Delta T^*_L\big((k+1)T\big) = -\widetilde{T}_L(kT) + \hat{\widetilde{T}}^*_L(kT)$

ต่อมาแทนค่าพจน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ลงในสมการผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ และจัดรูปสมการใหม่ อีกครั้งหนึ่ง จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) = {} & 0.5Ts_\omega(kT)\left[\,(a+k_3)e_\omega(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\,\right] \\
& + 0.5Ts^*_\omega\big((k+1)T\big)\left[\,(a+k_3)e^*_\omega\big((k+1)T\big) + f^*_3\big((k+1)T\big) - \delta^*_o\big((k+1)T\big)\,\right] \\
& - \frac{T}{2}\left\{\, k_{pa}\Theta^2_a(kT) + \left[\,\hat{\bar{a}}^*(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\Theta^*_a\big((k+1)T\big)\,\right\} \\
& - \frac{T}{2}\left\{\, k_{pb}\Theta^2_b(kT) + \left[\,\hat{\bar{b}}^*(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\Theta^*_b\big((k+1)T\big)\,\right\} \\
& - \frac{cT}{2}\left\{\, -k_{pl}s^2_\omega(kT) + \left[\,\hat{\bar{T}}^*_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]s^*_\omega\big((k+1)T\big)\,\right\} \\
& + \frac{k_{ia}T^2}{8}\left\{\,\Theta^2_a(kT) + \left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big)\,\right]^2 + 2\Theta_a(kT)\Theta^*_a\big((k+1)T\big)\,\right\} \\
& + \frac{k_{ib}T^2}{8}\left\{\,\Theta^2_b(kT) + \left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big)\,\right]^2 + 2\Theta_b(kT)\Theta^*_b\big((k+1)T\big)\,\right\} \\
& - \frac{ck_{il}T^2}{8}\left\{\,s^2_\omega(kT) + \left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big)\,\right]^2 + 2s_\omega(kT)s^*_\omega\big((k+1)T\big)\,\right\} \\
& + 0.125T^2\left[\,\widetilde{\Gamma}^*_\omega(kT)\,\right]^2 - \frac{c}{2k_{il}}\widetilde{T}^2_L(kT) + \frac{cT}{2}\widetilde{T}_L(kT)s^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{c}{k_{il}}\widetilde{T}_L(kT)\left[\,\hat{T}_L\big((k+1)T\big) - T_L(kT) + k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)\,\right]
\end{aligned}$$

จากนั้นดำเนินการต่อไป จึงจะได้รับสมการที่ (8-26)

ฌ.4 ที่มาของคำตอบอสมการที่ (8-28)

นำพจน์ $-2k_{il}\ /c$ ที่มีค่ามากกว่าศูนย์ (ค่าบวก) คูณทั้งสองข้างของอสมการที่ (8-27) และจัดรูปอสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\widetilde{T}^2_L(kT) + 2\widetilde{T}_L(kT)\left\{T_L(kT) - \hat{T}_L\big((k+1)T\big) - \left[\,k_{pl} + 0.5Tk_{il}\,\right]s^*_\omega\big((k+1)T\big)\,\right\} & \\
- \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \le 0 & \\
\widetilde{T}^2_L(kT) + 2\widetilde{T}_L(kT)\Omega_l\big((k+1)T\big) - \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \le 0 & \\
\widetilde{T}^2_L(kT) + 2\widetilde{T}_L(kT)\Omega_l\big((k+1)T\big) + \Omega^2_l\big((k+1)T\big) - \Omega^2_l\big((k+1)T\big) & \\
- \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \le 0 & \\
\left[\,\widetilde{T}_L(kT) + \Omega_l\big((k+1)T\big)\,\right]^2 - \left[\,\Omega^2_l\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)\,\right] \le 0 & \\
\left[\,\widetilde{T}_L(kT) + \Omega_l\big((k+1)T\big) - \sqrt{\Omega^2_l\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}\,\right]\times & \\
\left[\,\widetilde{T}_L(kT) + \Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega^2_l\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}\,\right] \le 0 &
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \geq 0$

ทำให้ได้รับคำตอบคือ

$$\widetilde{T}_L(kT) \geq -\Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)} \quad \text{และ}$$

$$\widetilde{T}_L(kT) \leq -\Omega_l\big((k+1)T\big) - \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}$$

หรือ

$$\widetilde{T}_L(kT) \leq -\Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)} \quad \text{และ}$$

$$\widetilde{T}_L(kT) \geq -\Omega_l\big((k+1)T\big) - \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}$$

แต่เนื่องจาก

$$-\Omega_l\big((k+1)T\big) - \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)} \leq -\Omega_l\big((k+1)T\big)$$

$$\leq -\Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}$$

ดังนั้น

$$-\Omega_l\big((k+1)T\big) - \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)} \leq \widetilde{T}_L(kT)$$

$$\leq -\Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}$$

คือคำตอบของอสมการที่ (8-28)

ภาคผนวก ญ

ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้

Proceedings of the American Control Conference
Philadelphia, Pennsylvania • June 1998

IVSC-BASED SPEED ESTIMATION FOR AN AC INDUCTION MOTOR

Tzuen-Lih Chern* and Jerome Chang*
*Department of Electrical Engineering
National Sun Yat-Sen University, Kaohsiung, Taiwan, R.O.C.

Abstract

This paper proposes a method which uses only HALL current sensor to estimate the velocity and flux of an AC induction motor. The integral variable structure control (IVSC) approach is firstly employed to design an observer such that the observer can track actual state of the plant and minimize the steady state estimation error. An adaptive speed estimator is synchronously designed by incorporating switching function of variable structure system theory with Lyapunov function. Simulation results demonstrate that the presented system has potential for both fast and accurate estimation of motor speed. Furthermore, the robustness of estimation system for resisting load disturbance and motor parameter variation is also guaranteed.

1. Introduction

AC Induction motor has been widely used in industrial application because of its performance of solid architecture, low moment of inertia, low ripple of torque and high initiated torque, etc. However, the difficulties of mounting sensor and the attention of cost and reliability limit its application in some special environment. Many works of sensorless drive for ac motor have been done by either field oriented-based method or slip frequency-based approach [1-3], but the robustness to parameter variation and load disturbance still deserves to be further studied and paid attention during low speed.

VSS observer has also attracted great amount attention owing to its excellent robustness under parameter variation and system uncertainty[4-5]. However, it has not been sufficiently used in electrical machine. In order to achieve zero steady-state estimation error under system disturbance, we creatively apply integral variable structure control (IVSC) [6-7] approach to design an observer. The proposed methodology incorporates Lyapunov function to derive a speed estimator such that it can overcome the problem of sensitivity in the face of uncertainty and keep motor in steady speed. The estimated velocity is feedback to system controller to carry out the speed sensorless control task of an induction motor. The results exhibit that the proposed method can achieve the requirements of robustness and fast accurate estimation in the face of parameter variation and external disturbance.

2. Modeling of Induction Motor

The induction motor considered is a three-phase, y-connected, squirrel-cage motor. The machine has three identical, sinusoidally distributed stator windings with its magnetic axes of which displaced 120° from each other. The model of an AC induction motor in stationary reference frame can be derived [8-9] as

$$\begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \dot{\phi}_{dr} \\ \dot{\phi}_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{r11} & 0 & a_{r12} & -a_{i12} \\ 0 & a_{r11} & a_{i12} & a_{r12} \\ a_{r21} & 0 & a_{r22} & -a_{i22} \\ 0 & a_{r21} & a_{i22} & a_{r22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{v}_{ds} \\ \mathrm{v}_{qs} \end{bmatrix} \quad (1a)$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_s \\ \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ \phi_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} V_s = AX + BVs \quad (1b)$$

where

$$A_{11} = -\left\{ R_s / (\sigma L_s) + (1-\sigma) / (\sigma \tau_r) \right\} I = a_{r11} I \quad (1c)$$

$$A_{12} = M / (\sigma L_s L_r) \left\{ (1/\tau_r) I - \omega J \right\} = a_{r12} I + a_{i12} J \quad (1d)$$

$$A_{21} = (M/\tau_r) I = a_{r21} I \quad (1e)$$

$$A_{22} = -(1/\tau_r) I + \omega J = a_{r22} I + a_{i22} J \quad (1f)$$

$$B_1 = 1/(\sigma L_s) I = b_1 I \quad (1g)$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

where $i_s = [i_{ds} \ i_{qs}]^T$ means stator current, $\phi_r = [\phi_{dr} \ \phi_{qr}]^T$ represents rotor flux, $V_s = [V_{ds} \ V_{qs}]^T$ denotes stator voltage, all of them are in d-q axes. R_s, R_r are resistance of stator and rotor respectively, L_s, L_r represent self inductance of stator and rotor, M is mutual inductance, $s = 1 - M^2 / L_s L_r$, $t_r = L_r / R_r$ is time constant of rotor, ω stands for angular velocity of motor.

3. IVSC State Observer

Considering the motor angular velocity in state equation (1) is a variable which is to be estimated. Then the estimated coefficient matrix, denoted $\hat{A}(\hat{\omega})$, becomes a

function of the estimated motor angular velocity $\hat{\omega}$. Let state observer be

$$\dot{\hat{X}} = \hat{A}(\hat{\omega})\hat{X} + BV_s + U \tag{2a}$$

that is

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_s \\ \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_s \\ \phi_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} V_s = AX + BVs \tag{2b}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{X}}_1 \\ \dot{\hat{X}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{i}}_s \\ \dot{\hat{\phi}}_r \end{bmatrix} \tag{2c}$$

and error state equation be

$$e_i = X_1 - \hat{X}_1 = \begin{bmatrix} i_d - \hat{i}_d \\ i_q - \hat{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} \tag{3a}$$

then

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \dot{X}_1 - \dot{\hat{X}}_1 \\ &= A_{11}X_1 - \hat{A}_{11}\hat{X}_1 + A_{12}\phi_r - \hat{A}_{12}\hat{\phi}_r - U^o \\ &= \hat{A}_{11}X_1 - \hat{A}_{11}\hat{X}_1 - \hat{A}_{11}X_1 + A_{11}X_1 - \hat{A}_{12}\hat{\phi}_r \\ &\quad + A_{12}\phi_r + A_{12}\phi_r - A_{12}\phi_r - U^o \\ &= \hat{A}_{11}e_i - \Delta A_{11}X_1 - \Delta A_{12}\hat{\phi}_r + A_{12}e_\phi - U^o \\ &= \hat{A}_{11}e_i - \Delta A_{11}X_1 - \Delta A_{12}\hat{\phi}_r - U^o + D_\phi \end{aligned} \tag{3b}$$

where

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta A_{11} & \Delta A_{12} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} - A_{11} & \hat{A}_{11} - A_{12} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \Delta A_{11} & \Delta A_{12} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -c(\hat{\omega} - \omega)J \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3c}$$

and

U^o is an observer input applied to drive the error between observer and plant to be zero, $e_\phi = \phi_r - \hat{\phi}_r$, symbol ^ stands for estimation, $c = M/(\sigma L_s L_r)$. The unmeasurable term is defined as $D_\phi = A_{12}e_\phi$.

Now one applies the IVSC approach to the error dynamics (3b) such that the error fast converges to zero. The IVSC-based observer is described as

$$\dot{z} = -e_i \ , \tag{4a}$$

$$\dot{e}_i = \hat{A}_{11}e_i - \Delta A_{12}\hat{\phi}_r - U^o + D_\phi \tag{4b}$$

The input function U^o is piecewise linear of the form

$$U^o = \begin{cases} U^{o^+}(e_i, t) & \text{if } S > 0 \\ U^{o^-}(e_i, t) & \text{if } S < 0 \end{cases}$$

in which S represents switching function and is defined as $S = \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} e_d - k_{11}z_d \\ e_q - k_{22}z_q \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$= e_i - Kz$$

where integral gain K is a positive definite matrix defined as

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix}$$

From equations (4) and (5), one has

$$\dot{S} = (\hat{A}_{11} + K)e_i - \Delta A_{12}\hat{\phi}_r - U^o + D_\phi \tag{6}$$

Let observer input function U^o be decomposed into

$$U^o = \Phi_1 e_i - \Phi_2 Kz + \Psi \tag{7}$$

where

$$\Phi_j = \begin{bmatrix} \Phi_{jdd} & 0 \\ 0 & \Phi_{jqq} \end{bmatrix}, \ \text{j} = 1,2 \ \text{ and } \ \Psi = \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix},$$

in which $\Phi_{1ll} = \begin{cases} \alpha_{\phi l} \text{ if } e_l s_l > 0 \\ \beta_{\phi l} \text{ if } e_l s_l < 0 \end{cases} \quad l = d, q$

$$\Phi_{2ll} = \begin{cases} \alpha_{\phi_2 l} \text{ if } z s_l < 0 \\ \beta_{\phi_2 l} \text{ if } z s_l > 0 \end{cases} \quad l = d, q$$

and $\Psi_l = \begin{cases} \alpha_{\psi l} \text{ if } s_l > 0 \\ \beta_{\psi l} \text{ if } s_l < 0 \end{cases} \quad l = d, q$

Substituting equation(7) into (6), one gets the time derivative of switching function:

$$\dot{S} = (\hat{A}_{11} + K)e_i - \Delta A_{12}\hat{\phi}_r - \Phi_1 e_i + \Phi_2 Kz - \Psi + D_\phi \tag{8}$$

4. Adaptive Speed Estimator

In order to design an adaptive estimator which is robust to disturbance, VSS is taken into consideration to incorporate with Lyapunov stability theory. Defining a Lyapunov function,

$$V = \frac{1}{2}S^{\mathrm{T}}S + \frac{1}{2\lambda}(\hat{\omega} - \omega)^2 \tag{9a}$$

where λ is a positive constant, $\hat{\omega}$ denotes estimated velocity which is composed of states, S represents switching function of the variable structure system defined in (5). The time derivative of (9a) is taken as

$$\dot{V} = \dot{S}^{\mathrm{T}}S + \frac{1}{\lambda}\Delta\omega(\dot{\hat{\omega}} - \dot{\omega}) \tag{9b}$$

where $\Delta\omega = \hat{\omega} - \omega$

According to Lyapunov stability theorem, the conditions $V > 0$ and $\dot{V} < 0$ must be obeyed to guarantee the system be stable. Substituting equation (8) into (9b), and assuming ω approaching to constant based on the fact that the velocity of outer loop being much slower than the estimated inner loop [10], then the time derivative of Lyapunov function becomes

$$\dot{V} = \dot{S}^T S + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda$$
$$= [-\Delta A_{12}\dot{\hat{\phi}}_r]^T S + [(\hat{A}_{11} + K - \Phi_1)e_i + \Phi_2 Kz - \Psi + D_\phi]^T S + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda \quad (9c)$$

The sufficient conditions for satisfying inequality $\dot{V} < 0$ are

$$-[\Delta A_{12}\dot{\hat{\phi}}_r]^T S + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda = 0 \quad (10a)$$

and

$$[(\hat{A}_{11} + K - \Phi_1)e_i + \Phi_2 Kz - \Psi + D_\phi]^T S < 0 \quad (10b)$$

By substituting (3c) into (10a), one obtains

$$-[\Delta A_{12}\dot{\hat{\phi}}_r]^T S + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda$$
$$= -\left(\begin{bmatrix} 0 & c\Delta\omega \\ -c\Delta\omega & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix}\right)^T \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda$$
$$= -\begin{bmatrix} c\Delta\omega\phi_{qr} \\ -c\Delta\omega\phi_{dr} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda$$
$$= -(c\Delta\omega\phi_{qr}s_d - c\Delta\omega\phi_{dr}s_q) + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda$$
$$= 0$$

$$\Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda = c\Delta\omega\phi_{qr}s_d - c\Delta\omega\phi_{dr}s_q$$

$$\dot{\hat{\omega}} = \lambda c\phi_{qr}s_d - \lambda c\phi_{dr}s_q$$
$$= \lambda c\phi_{qr}(e_d - k_{11}z_d) - \lambda c\phi_{dr}(e_q - k_{22}z_q)$$
$$= \lambda c(\phi_{qr}e_d - \phi_{dr}e_q) - \lambda ck_{11}(\phi_{qr}z_d - \phi_{dr}z_q)$$
$$= K_e(\phi_{qr}e_d - \phi_{dr}e_q) - K_z(\phi_{qr}z_d - \phi_{dr}z_q) \quad (11a)$$

where $K_e = c\lambda$, $K_z = c\lambda k_{11} = c\lambda k_{22}$,
$c = M/(\sigma L_s L_r)$, $\sigma = 1 - M^2/(L_s L_r)$.

Based on practical point of view, the above estimation scheme may be rearranged and taken integral with proportional and integral terms as follows in order to improve the response of speed estimation. That is

$$\hat{\omega} = k_{\omega p}[\hat{\phi}_{qr}(e_d - k_{11}z_d) - \hat{\phi}_{dr}(e_q - k_{22}z_q)] + k_{\omega i}\int[\hat{\phi}_{qr}(e_d - k_{11}z_d) - \hat{\phi}_{dr}(e_q - k_{22}z_q)]dt \quad (11b)$$

Substituting equation (5) into the above one, then the novel adaptive speed estimation scheme is derived as

$$\hat{\omega} = k_{\omega p}[\hat{\phi}_{qr}s_d - \hat{\phi}_{dr}s_q] + k_{\omega i}\int[\hat{\phi}_{qr}s_d - \hat{\phi}_{dr}s_q]dt \quad (11c)$$

where $k_{\omega p}$, $k_{\omega i}$ are positive gains.The proposed speed-sensorless induction motor system is synthesized as figure 1.

5. Deriving Observer Input

The sufficient conditions for satisfying inequality (10b) are

$$[(\hat{A}_{11} + K - \Phi_1)e_i]^T S < 0 \quad (12a)$$

$$[\Phi_2 Kz]^T S < 0 \quad (12b)$$

and

$$(-\Psi + D_\phi)^T S < 0 \quad (12c)$$

Expanding (12a-c), one obtains

$$\Phi_{1ii} = \alpha_{\phi_1 i} > 0 \quad \text{if } e_i s_i > 0,\ i=d,q$$
$$\Phi_{1ii} = \beta_{\phi_1 i} < 0 \quad \text{if } e_i s_i < 0,\ i=d,q$$
$$\Phi_{2ii} = \alpha_{\phi_2 i} > 0 \quad \text{if } z_i s_i < 0,\ i=d,q$$
$$\Phi_{2ii} = \beta_{\phi_2 i} < 0 \quad \text{if } z_i s_i > 0,\ i=d,q$$
$$\Psi_i = \alpha_{\psi i} > D_\phi \quad \text{if } s_i > 0,\ i=d,q$$
$$\Psi_i = \beta_{\psi i} < D_\phi \quad \text{if } s_i < 0,\ i=d,q$$

then

$$\Phi_{1ii} = K_{\phi_1 i}\text{sign}(s_i e_i),\ K_{\phi_1 i} > 0,\ i=d,q \quad (13a)$$
$$\Phi_{2ii} = -K_{\phi_2 i}\text{sign}(z_i e_i),\ K_{\phi_2 i} > 0,\ i=d,q \quad (13b)$$
$$\Psi_i = K_{\psi i}\text{sign}(s_i),\ K_{\psi i} > 0,\ i=d,q \quad (13c)$$

Thus the observer input is expressed as

$$U^o = \begin{bmatrix} U_1^o \\ U_2^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{1dd}e_d - \Phi_{2dd}Kz_d + \Psi_d \\ \Phi_{1qq}e_q - \Phi_{2qq}Kz_q + \Psi_q \end{bmatrix} \quad (14)$$

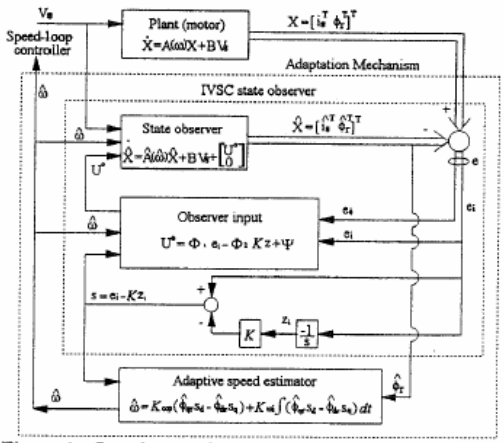


Figure 1. Speed-sensorless control system with IVSC state observer for an induction motor.

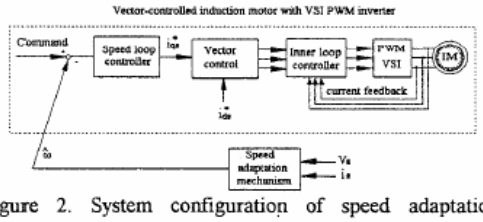


Figure 2. System configuration of speed adaptation mechanism for a vector-controlled induction motor with VSI PWM inverter.

Having derived the gains of switching function and observer input, the organization of estimation system is completely constructed. The system configuration of the speed adaptation mechanism for vector-controlled induction motor with VSI PWM circuit is configured in figure 2.

6. Simulation Results

The proposed state observer incorporating speed estimator has been applied to an 800-watt, 3-phase, y-connected induction motor without position and velocity sensor. The simulation task is performed with IVSC vector-controlled induction motor control system with current control VSI PWM inverter [11]. The nominal values of motor parameters are:

$R_s = 1.1\Omega$, $R_r = 1.3\Omega$, L_s, $L_r = 0.145\text{H}$, $M = 0.136\text{H}$,

$J_m = 0.00068 kg \cdot m^2$,

$B_m = 0.000515 N \cdot m \cdot \sec$, $V_{DC} = 156 volt$,

$E_d = 12 volt$, $K_C = 0.5 volt / amp$, $P = 2 poles$. The integral gains k_{11}, k_{22} of observer are set to be 240. The possible set of gains for the observer input is:

$K_{\phi_1 d} = K_{\phi_1 q} = K_{\phi_2 d} = K_{\phi_2 q} = 10$, $K_{wd} = K_{wq} = 0.001$

The coefficients of adaptive speed estimator in equation(11c) are: $K_{ap} = 1.2 \times 10^3$, $K_{ai} = 5 \times 10^5$

The simulation results shown in figure 3a-c are speed estimation at command velocity 50 *rad/s*, estimation error between estimated and actual velocity derived from encoder, and flux estimation respectively. Figure 4a-d show the case while applying a load disturbance, 2 N-m, at 0.8 *sec* and removing it at 1.4 *sec*. The results illuminate that the estimation error fast converges to zero even under load disturbance. Figure 5 indicates the estimation speed when the parameters of motor such as rotor resistance R_r, inertia J_m, and damping coefficient B_m simultaneously deviate ±50% from their nominal value. The above results demonstrate that the proposed scheme can provide the robust and accurate estimation without increasing sensor under coarse environment.

7. Conclusions

This paper have presented a methodology which firstly incorporates IVSC with Lyapunov function to estimate rotor speed of an AC 3-phase induction motor. The proposed speed-sensorless system that uses only Hall current sensor has been capable of estimating velocity and flux of rotor accurately. Simulations have demonstrated that the system has robust and accurate estimation against external disturbance and parameter variation.

References

[1] K. Ohnishi, N. Matsui, and Y. Hori, "Estimation, Identification, and Sensorless Control in Motion Control System," *Proceedings of the IEEE*, vol. 82, no. 8, pp. 1253-1265, 1994

[2] H. Kubota, K. Matsuse, and T. Nakano, "DSP-Based Speed Adaptive Flux Observer of Induction Motor," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 29, no. 2, pp. 344-348, 1993

[3] H. K. Khalil, and E. G. Strangas, "Robust speed control of induction motors using position and current measurements," *IEEE Transactions on Actomatic Control*, vol. 41, No.8, pp. 1216-1220, 1996

[4] E. A. Misawa, and J. K. Hedrick, "Nonlinear observers-a state-of-the-art survey," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 111, pp. 344-352, 1989

[5] V. I. Utkin, "Sliding mode control design principles and applications to electric drives," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, pp. 23-36, 1993

[6] T. L. Chern, and Y. C. Wu, "Design of brushless DC position servo systems using integral variable structure approach," *IEE Proc. Pt. B.*, vol. 140, pp. 27-34, 1993

[7] T. L. Chern, J. Chang, and G. K. Chang, "Dsp_based integral variable structure model following control for brushless DC motor drivers," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 12, no. 1, pp. 53-63, 1997

[8] B. K. Bose, *Power Electronics And AC Drives*, Prentice-Hall, 1987

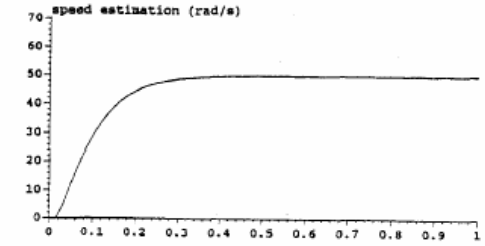
[9] P. C. Krause, and O. Wasynczuk, *Electromechanical Motion Devices*, McGraw-Hill, 1989

[10] F. Z. Peng, and T. Fukao, "Robust speed identification for speed-sensorless vector control of induction motors," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 30, no. 5, pp. 1234-1240, 1994

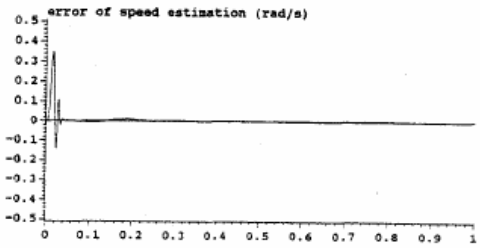
[11] T. L. Chern, C. S. Liu, C. F. Jong, and G. M. Yan, "DSP-Based discrete integral variable structure model following control for vector-controlled induction motor drivers," *IEE Proc. Pt. B.*, vol. 143, no. 6, pp. 467-474, 1996

Acknowledgements

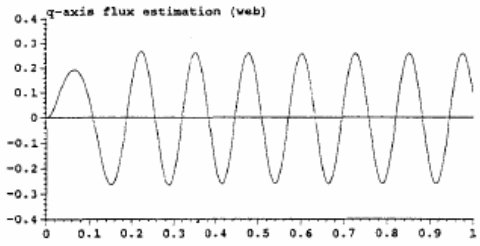
The authors are grateful for the support from National Science Council under grant NSC 87-2213-E-110-032



(a)



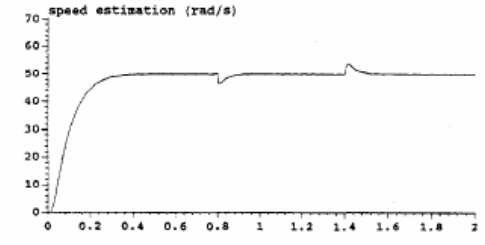
(b)



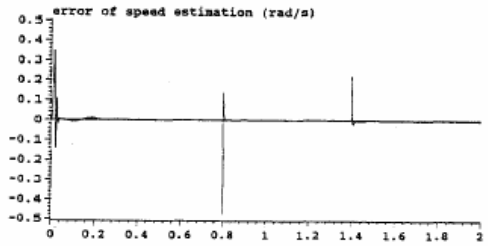
(c)

time(*sec*)

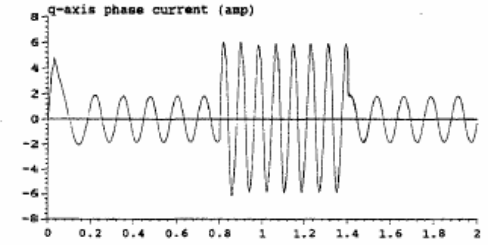
Figure 3. The step response of speed estimation with velocity command 50 rad/sec.: (a) speed estimation; (b) error between estimated and actual velocity; (c) flux estimation.



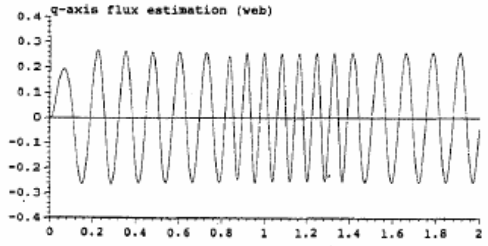
(a)



(b)



(c)



(d)

time(*sec*)

Figure 4. The waveform while applying load 2 N-m at time 0.8 *sec* and removing it at 1.4 *sec*: (a) speed estimation; (b) estimation error of speed; (c) corresponding phase current; (d) flux estimation.

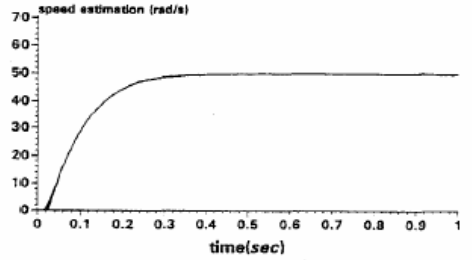


Figure 5. Speed estimation when the parameters, R_r, J_m, B_m, deviate 50% at random from nominal value

ภาคผนวก ฎ

บทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

รายชื่อบทความที่ได้รับการตีพิมพ์ในขณะที่กำลังศึกษา

1. Sangtungtong, W., and Sujitjorn, S. (2004). "**An adaptive sliding-mode observer incorporating core loss**". In Proceedings of the IEEE region 10 international conference on analog and digital techniques in electrical engineering (TENCON) (Volume D, pp. 574-577). Chiang Mai, Thailand: 21-24 November.

2. Sangtungtong, W., and Sujitjorn, S. (2006). "**Adaptive sliding-mode speed-torque observer**". WSEAS Transactions on Systems 5 (3): March, pp. 458-466.

3. Sangtungtong, W., and Sujitjorn, S. (2006). "**Analysis of transient-state stability of a sliding-mode speed observer**". WSEAS Transactions on Systems 5 (6): June, pp. 1248-1256.

ภาคผนวก ก

ความรู้เบื้องต้นของโหมดการเลื่อน

ความรู้เบื้องต้นของโหมดการเลื่อน

โหมดการเลื่อนหมายถึงการเคลื่อนที่ของตัวแปรสถานะภายในบริเวณของพื้นผิวการเลื่อน ซึ่งพื้นผิวการเลื่อนนั้นใช้บังคับให้ตัวแปรสถานะของระบบมีค่าลู่เข้าหาศูนย์หรือเคลื่อนที่เข้าหาจุดสมดุลในสถานะอยู่ตัว โดยที่ตัวแปรสถานะคือความผิดพลาดของผลตอบสนองที่เกิดขึ้นในระบบควบคุมวงปิด หรือความผิดพลาดของการคำนวณปริมาณทางกายภาพที่สามารถวัดได้ (ตัวแปรเอาต์พุต) ในตัวสังเกตสถานะ และพื้นผิวการเลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรสถานะ (Edwards and Spurgeon, 1998) เมื่อระบบดังกล่าวมีตัวแปรสถานะเคลื่อนที่อยู่ภายในพื้นผิวการเลื่อน ระบบข้างต้นจะมีคุณสมบัติของความคงทนต่อความไม่แน่นอนของระบบ และตัวแปรสถานะจะยังคงเคลื่อนที่อยู่ภายในพื้นผิวการเลื่อนต่อไป วิธีการที่ทำให้ตัวแปรสถานะมีแนววิถีเคลื่อนที่ออกจากจุดเริ่มต้น และเคลื่อนที่เข้าหาพื้นผิวการเลื่อน อาจใช้การป้อนกลับของผลตอบสนอง การสวิตช์ของกฎทางลอจิกหรือกฎการตัดสินใจในสัญญาณแก้ไขที่ทำงานสัมพันธ์กับสัญญาณพื้นผิว และการนำสัญญาณแก้ไขป้อนชดเชยถึงระบบวงปิดหรือตัวสังเกตสถานะโดยตรง นั่นคือในแต่ละครั้งที่ตัวแปรสถานะเคลื่อนที่ตัดผ่านพื้นผิวการเลื่อน กฎทางลอจิกจะเกิดการสวิตช์ ทำให้สัญญาณแก้ไขสับเปลี่ยนทิศทางและหรือขนาดของการชดเชยหรือการคุมค่าตัวแปรเอาต์พุต เป็นผลให้ระบบควบคุมวงปิดหรือตัวสังเกตสถานะมีคุณลักษณะที่ไม่ต่อเนื่อง (หรือโครงสร้างผันแปร) ในขณะที่ตัวแปรสถานะเคลื่อนที่ตัดผ่านพื้นผิวการเลื่อนเท่านั้น ในทางอุดมคติ เมื่อระบบอยู่ในโหมดการเลื่อน ตัวแปรสถานะอาจเคลื่อนที่ตัดผ่านพื้นผิวการเลื่อนซ้ำไปซ้ำมาด้วยความถี่ที่สูงมาก ทำให้สัญญาณแก้ไขเกิดการสับเปลี่ยนด้วยความถี่ที่สูงมากเช่นเดียวกัน เป็นผลให้เกิดความไม่ต่อเนื่องในระบบซ้ำไปซ้ำมาด้วยความถี่ที่สูงมาก ถ้าระบบควบคุมวงปิดหรือตัวสังเกตสถานะมีจุด (ภาวะ) การทำงานที่เปลี่ยนแปลงจากเดิม ตัวแปรสถานะอาจเคลื่อนที่หลุดออกจากพื้นผิวการเลื่อน ต่อมาตัวแปรสถานะเคลื่อนที่มาถึงจุดเริ่มต้นในสถานะชั่วครู่ และเคลื่อนที่กลับมาหาและอยู่ภายในพื้นผิวการเลื่อนอีกครั้งหนึ่งเมื่อเวลาผ่านไป ในช่วงระยะเวลาที่ระบบมีคุณสมบัติของการเข้าถึงได้ (reachability) และตัวแปรสถานะกำลังเคลื่อนที่เข้าใกล้พื้นผิวการเลื่อน อนุพันธ์ของสัญญาณพื้นผิวของระบบถูกเขียนได้เป็น

$$s_f \dot{s}_f \leq -\eta \left| s_f \right| \tag{ก-1}$$

$$\lim_{s_f \to 0^+} \dot{s}_f < 0 \quad \text{และ} \quad \lim_{s_f \to 0^-} \dot{s}_f > 0 \tag{ก-2}$$

โดยที่ $s_f(x)$ คือ สัญญาณพื้นผิวที่มีค่าเท่ากับผลรวมเชิงเส้นของตัวแปรสถานะในระบบ ,

x คือ ตัวแปรสถานะ (ความผิดพลาดของผลตอบสนองหรือความผิดพลาดของปริมาณทางกายภาพที่เกิดจากการคำนวณ) , และ

η คือ ค่าคงที่บวกที่มีค่าเล็กเพียงพอ

และหลังจากตัวแปรสถานะเคลื่อนที่ภายในพื้นผิวการเลื่อน สัญญาณพื้นผิวจะมีค่าเท่ากับศูนย์ ($s_f(x) = 0$ และ $\dot{s}_f(x) = 0$)

ตัวอย่างหนึ่งของรูปแบบสัญญาณแก้ไขที่พบได้บ่อยในวิธีควบคุมชนิดโหมดการเลื่อน คือ $u = \Lambda_f \text{sgn}(s_f)$ โดยที่ Λ_f คือ ค่าเกนแก้ไขคงที่ ถ้า $s_f > 0$ แล้ว $\text{sgn}(s_f) = 1$, ถ้า $s_f < 0$ แล้ว $\text{sgn}(s_f) = -1$, และถ้า $s_f = 0$ แล้ว $\text{sgn}(s_f) = 0$ เมื่อพิจารณาระบบควบคุมป้อนกลับวงปิดหรือความผิดพลาดระหว่างระบบ (plant) และตัวสังเกตสถานะ ที่เขียนได้เป็น

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{ก-3}$$

โครงสร้างในสมการที่ (ก-3) จะเปลี่ยนแปลงตามสัญญาณแก้ไขและสัญญาณพื้นผิวดังนี้ ถ้า $s_f(x) > 0$ แล้ว $\dot{x} = f^+(x, u)$, และถ้า $s_f(x) < 0$ แล้ว $\dot{x} = f^-(x, u)$ ในขณะที่ตัวแปรสถานะเคลื่อนที่ภายในพื้นผิวการเลื่อนหรือระบบอยู่ในโหมดการเลื่อน สมการที่ (ก-3) จะถูกเขียนใหม่ได้ว่า

$$\dot{x} = \nu f^+(x, u) + (1 - \nu) f^-(x, u) \tag{ก-4}$$

โดยที่ $0 < \nu < 1$ และกำหนดให้ $F_s(x , u)$ คือ การฉาย (projection) ของ $f(x , u)$ ลงบนพื้นผิวการเลื่อน $s_f(x) = 0$ จะได้ว่า

$$\nu F_s^+(x, u) + (1 - \nu) F_s^-(x, u) = 0 \tag{ก-5}$$

ในทางปฏิบัติ ตัวแปรสถานะจะเคลื่อนที่ตัดผ่านพื้นผิวการเลื่อนซ้ำไปซ้ำมาด้วยความถี่สูงที่จำกัดค่าหนึ่ง ทำให้ตัวแปรสถานะไม่เคลื่อนที่ภายในพื้นผิวการเลื่อนนี้ แต่จะเคลื่อนที่รอบ ๆ พื้นผิวการเลื่อนไปจนถึงบริเวณสมดุลในสถานะอยู่ตัว เนื่องจาก

$$\frac{1}{2}\frac{ds_f^2}{dt} = s_f\,\dot{s}_f \tag{ก-6}$$

ฟังก์ชันเลียปูโนฟที่มีค่าบวกและอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟที่มีค่าลบของระบบควบคุมวงปิดหรือตัวสังเกตสถานะชนิดโหมดการเลื่อนคือ

$$V\left(s_f\right) = 0.5s_f^2 > 0 \tag{ก-7}$$

$$\dot{V}\left(s_f\right) = s_f\,\dot{s}_f < 0 \tag{ก-8}$$

โดยที่ $V(0) = 0$, $\dot{V}(0) = 0$ ต่อมาจัดรูปสมการที่ (ก-7) ใหม่ และแทนค่า $s_f\,\dot{s}_f$ จากอสมการที่ (ก-1) ลงในสมการที่ (ก-8) จะได้รับ $\left|s_f\right| = \sqrt{2V}$ และอสมการ $\dot{V} \le -\eta\left|s_f\right|$ จากนั้นการแทนค่าสัมบูรณ์ของสัญญาณพื้นผิว จะให้อสมการเชิงอนุพันธ์ $\dot{V} \le -\eta\sqrt{2}\sqrt{V}$ นั่นคือคำตอบของฟังก์ชันเลียปูโนฟที่ไม่เป็นค่าลบและมีขอบเขต ถูกเขียนได้ว่า

$$V(t) \le \left(-\frac{\eta}{\sqrt{2}}t + \sqrt{V(0)}\right)^2 \tag{ก-9}$$

โดยที่ $V(0)$ คือ ค่าเริ่มต้นของฟังก์ชันเลียปูโนฟ ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไป ฟังก์ชันเลียปูโนฟและสัญญาณพื้นผิวจะมีค่าลดลงจากเดิม และเมื่อเวลาผ่านไปนานช่วงระยะหนึ่ง พิจารณาให้เป็น t_s ซึ่ง $t_s \le \left(\sqrt{2}/\eta\right)\sqrt{V(0)}$ ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V และสัญญาณพื้นผิว s_f มีค่าเท่ากับศูนย์ ($s_f \rightarrow 0$) (Utkin, Guldner, and Shi, 1999) ถ้ากำหนดให้สัญญาณพื้นผิวมีค่าเท่ากับผลรวมเชิงเส้นระหว่างตัวแปรสถานะและอินทิกรัลของตัวแปรสถานะ กล่าวคือ

$$s_f = x + k_f\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau \tag{ก-10}$$

หรือ $\dot{s}_f = \dot{x} + k_f x$ โดยที่ k_f คือค่าคงที่บวก เมื่อสมการที่ (ก-3) อยู่ในโหมดการเลื่อน ($s_f = 0$ และ $\dot{s}_f = 0$) จะได้ว่า $\dot{x} = -k_f x$ ดังนั้นตัวแปรสถานะ $x \to 0$ และระบบควบคุมวงปิดหรือตัวสังเกตสถานะมีเสถียรภาพ

ภาคผนวก ข

วิธีที่สองของเสถียรภาพตามเกณฑ์เลียปูโนฟ

วิธีที่สองของเสถียรภาพตามเกณฑ์เลียปูโนฟ

เมื่อพิจารณาระบบพลวัตแบบนันออโทโนมัสในเวลาต่อเนื่อง

$$\dot{\vec{x}} = f(\vec{x}, t) \qquad \text{(ข-1)}$$

โดยที่ $\vec{x}$ คือเวกเตอร์หลักของตัวแปรสถานะ , $f(0, t) = 0$ ตลอดเวลา , และ สมมุติว่าระบบนันออโทโนมัสดังกล่าวมีจุดเริ่มต้นของคำตอบในปริภูมิสถานะหรือ (เวกเตอร์) ตัวแปรสถานะเริ่มต้นคือ $\vec{x}_0$ ที่เวลาเริ่มต้น t_0 และมีคำตอบของ (เวกเตอร์) ตัวแปรสถานะที่เวลา t ใด ๆ คือ $\vec{x}(t, \vec{x}_0, t_0)$ เงื่อนไขในการเกิดเสถียรภาพของระบบพลวัตในสมการที่ (ข-1) จะสามารถกำหนดได้เป็นทฤษฎีบทและบทแทรกดังนี้

"*Theorem*: **The second method of Lyapunov's stability** (Kalman and Bertram, 1960)

Suppose that there exists a scalar function $V(\vec{x}, t)$ with continuous first partial derivatives with respect to $\vec{x}$ and t such that $V(0, t) = 0$ and

I. $V(\vec{x}, t)$ is positive definite; i.e., there exists a continuous, nondecreasing scalar function α such that $\alpha(0) = 0$ and, for all t and all $\vec{x} \neq 0$, $0 < \alpha(\| \vec{x} \|) \leq V(\vec{x}, t)$.

II. There exists a continuous scalar function γ such that $\gamma(0) = 0$ and the derivative $\dot{V}$ of V along the motion starting at t , $\vec{x}$ satisfies, for all t and all $\vec{x} \neq 0$,

$$\dot{V}(\vec{x}, t) = \frac{dV(\vec{x}, t)}{dt} = \left. \frac{dV(\vec{x}(\tau, \vec{x}_0, t_0), \tau)}{d\tau} \right|_{\tau = t}$$

$$\dot{V}(\vec{x}, t) = \lim_{h \to 0} \frac{V(\vec{x} + hf(\vec{x}, t), t + h) - V(\vec{x}, t)}{h}$$

$$\dot{V}(\vec{x}, t) = \frac{\partial V(\vec{x}, t)}{\partial t} + \left\{ \frac{\partial V(\vec{x}, t)}{\partial \vec{x}} \right\}^T f(\vec{x}, t)$$

$$\dot{V}(\vec{x}, t) = \frac{\partial V(\vec{x}, t)}{\partial t} + \{ \nabla V(\vec{x}, t) \}^T f(\vec{x}, t) \leq -\gamma(\| \vec{x} \|) < 0$$

III. There exists a continuous, nondecresing scalar function such that $\beta(0) = 0$ and, for all t, $V(\vec{x}, t) \leq \beta(\| \vec{x} \|)$.

IV. $\alpha(\| \vec{x} \|) \to \infty$ with $\| \vec{x} \| \to \infty$

Then the equilibrium state $\vec{x}_e = 0$ is uniformly asymptotically stable in the large; $V(\vec{x}, t)$ is called a Lyapunov function of the system.

Corollary: The following conditions are sufficient for the various weaker types of stability:

1. Uniform asymptotic stability: (I., II., and III.)
2. Equiasymptotic stability in the large: (I., II., and IV.)
3. Equiasymptotic stability: (I. and II.)
4. Uniform stability: I., III., and $\dot{V}(\vec{x}, t) \leq 0$ for all $\vec{x}$, t
5. Stability: I. and $\dot{V}(\vec{x}, t) \leq 0$ for all $\vec{x}$, t"

"*ทฤษฎีบท*: **เสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟในวิธีที่สอง** (Kalman and Bertram, 1960)

สมมุติว่าระบบนันออโทโนมัสในสมการที่ (ข-1) มีฟังก์ชันสเกลาร์ $V(\vec{x}, t)$ ที่สามารถหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งเทียบกับ (เวกเตอร์) ตัวแปรสถานะ $\vec{x}$ และเวลา t ใด ๆ ได้ และ $V(0, t) = 0$ ตลอดเวลา รวมถึงฟังก์ชันสเกลาร์ V มีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

I. V เป็นฟังก์ชันจำกัดบวก กล่าวคือ $0 < \alpha(\| \vec{x} \|) \leq V(\vec{x}, t)$ ตลอดเวลา โดยที่ $\vec{x} \neq 0$, ฟังก์ชันสเกลาร์ $\alpha(\| \vec{x} \|)$ คือฟังก์ชันที่มีค่าไม่ลดลง , และ $\alpha(0) = 0$

II. อนุพันธ์ของฟังก์ชันสเกลาร์ $\dot{V}$ ไปตามแนววิถีของ $\vec{x} \neq 0$ และเวลา t ใด ๆ มีฟังก์ชันสเกลาร์ $\gamma(\| \vec{x} \|)$ ที่แสดงความสัมพันธ์ได้เป็น

$$\dot{V}(\vec{x}, t) = \frac{dV(\vec{x}, t)}{dt} = \left. \frac{dV(\vec{x}(\tau, \vec{x}_0, t_0), \tau)}{d\tau} \right|_{\tau = t}$$

$$\dot{V}(\vec{x}, t) = \lim_{h \to 0} \frac{V(\vec{x} + hf(\vec{x}, t), t + h) - V(\vec{x}, t)}{h}$$

$$\dot{V}(\vec{x},t) = \frac{\partial V(\vec{x},t)}{\partial t} + \left\{\frac{\partial V(\vec{x},t)}{\partial \vec{x}}\right\}^T f(\vec{x},t)$$

$$\dot{V}(\vec{x},t) = \frac{\partial V(\vec{x},t)}{\partial t} + \{\nabla V(\vec{x},t)\}^T f(\vec{x},t) \le -\gamma(\|\vec{x}\|) < 0 \qquad \text{(ข-2)}$$

โดยที่ ∇V คือเกรเดียนต์ของฟังก์ชันสเกลาร์ V ที่เทียบกับตัวแปรสถานะ $\vec{x}$ และ $\gamma(0) = 0$

III. ฟังก์ชันสเกลาร์ V มีฟังก์ชันสเกลาร์ $\beta(\|\vec{x}\|)$ ที่ไม่ลดลงและ $\beta(0) = 0$ ทำให้ได้รับ $V(\vec{x},t) \le \beta(\|\vec{x}\|)$ และ

IV. เมื่อ $\|\vec{x}\| \to \infty$ จะได้ว่า $\alpha(\|\vec{x}\|) \to \infty$

เป็นผลให้สถานะสมดุล $\vec{x}_e = 0$ และระบบพลวัตในสมการที่ (ข-1) มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับแบบสม่ำเสมอในวงกว้าง รวมถึง $V(\vec{x},t)$ คือฟังก์ชันเลียปูโนฟ

บทแทรก: **เสถียรภาพตามเกณฑ์ของเลียปูโนฟในประเภทต่าง ๆ**

1. ถ้าขั้นตอนการวิเคราะห์เสถียรภาพแสดงถึงเงื่อนไข I., II., และ III. ได้ สถานะสมดุล $\vec{x}_e = 0$ และระบบในสมการที่ (ข-1) มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับแบบสม่ำเสมอ

2. ถ้าขั้นตอนการวิเคราะห์เสถียรภาพแสดงถึงเงื่อนไข I., II., และ IV. ได้ สถานะสมดุล $\vec{x}_e = 0$ และระบบในสมการที่ (ข-1) มีเสถียรภาพแบบเทียบเท่าเชิงเส้นกำกับในวงกว้าง

3. ถ้าขั้นตอนการวิเคราะห์เสถียรภาพแสดงถึงเงื่อนไข I. และ II. ได้ สถานะสมดุล $\vec{x}_e = 0$ และระบบในสมการที่ (ข-1) มีเสถียรภาพแบบเทียบเท่าเชิงเส้นกำกับ

4. ถ้าขั้นตอนการวิเคราะห์เสถียรภาพแสดงถึงเงื่อนไข I., III., และ $\dot{V}(\vec{x},t) \le 0$ ตลอดเวลาและทุกค่าของตัวแปรสถานะ $\vec{x}$ ได้ สถานะสมดุล $\vec{x}_e = 0$ และระบบในสมการที่ (ข-1) มีเสถียรภาพแบบสม่ำเสมอ และ

5. ถ้าขั้นตอนการวิเคราะห์เสถียรภาพแสดงถึงเงื่อนไข I. และ $\dot{V}(\vec{x},t) \le 0$ ตลอดเวลาและทุกค่าของตัวแปรสถานะ $\vec{x}$ ได้ สถานะสมดุล $\vec{x}_e = 0$ และระบบในสมการที่ (ข-1) มีเสถียรภาพ”

ภาคผนวก ค

ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 3

ค.1 ที่มาของสมการที่ (3-8)

เมื่อนำสมการที่ (3-6) ลบออกจากสมการที่ (3-3) จะได้ว่า

$$\dot{e}_i = \frac{di_s}{dt} - \frac{d\hat{i}_s}{dt}$$

$$\dot{e}_i = A_{11}i_s - \hat{A}_{11}\hat{i}_s + A_{12}\psi_r - \hat{A}_{12}\hat{\psi}_r + B_1 v_s - B_1 v_s + D_1\psi_r - \hat{D}_1\hat{\psi}_r - U_o$$

เนื่องจาก

$$A_{11}i_s - \hat{A}_{11}\hat{i}_s = A_{11}i_s - A_{11}\hat{i}_s + A_{11}\hat{i}_s - \hat{A}_{11}\hat{i}_s = A_{11}\left(i_s - \hat{i}_s\right) + \left(A_{11} - \hat{A}_{11}\right)\hat{i}_s$$

$$A_{11}i_s - \hat{A}_{11}\hat{i}_s = A_{11}e_i + \Delta A_{11}\hat{i}_s$$

และ

$$A_{12}\psi_r - \hat{A}_{12}\hat{\psi}_r = A_{12}\psi_r - A_{12}\hat{\psi}_r + A_{12}\hat{\psi}_r - \hat{A}_{12}\hat{\psi}_r$$

$$A_{12}\psi_r - \hat{A}_{12}\hat{\psi}_r = A_{12}\left(\psi_r - \hat{\psi}_r\right) + \left(A_{12} - \hat{A}_{12}\right)\hat{\psi}_r = A_{12}e_\psi + \Delta A_{12}\hat{\psi}_r$$

รวมถึง

$$D_1\psi_r - \hat{D}_1\hat{\psi}_r = D_1\psi_r - D_1\hat{\psi}_r + D_1\hat{\psi}_r - \hat{D}_1\hat{\psi}_r = D_1\left(\psi_r - \hat{\psi}_r\right) + \left(D_1 - \hat{D}_1\right)\hat{\psi}_r$$

$$D_1\psi_r - \hat{D}_1\hat{\psi}_r = D_1e_\psi + \Delta D_1\hat{\psi}_r$$

จะได้ว่า

$$\dot{e}_i = A_{11}e_i + A_{12}e_\psi + D_1e_\psi + \Delta A_{11}\hat{i}_s + \Delta A_{12}\hat{\psi}_r + \Delta D_1\hat{\psi}_r - U_o$$

$$\dot{e}_i = A_{11}e_i + \left(A_{12} + D_1\right)e_\psi + \Delta A_{11}\hat{i}_s + \left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r - U_o$$

ค.2 ที่มาของสมการที่ (3-9)

นำสมการที่ (3-7) ลบออกจากสมการที่ (3-4) และดำเนินการต่อไปนี้

$$\dot{e}_\psi = \frac{d\psi_r}{dt} - \frac{d\hat{\psi}_r}{dt} = A_{21}i_s - \hat{A}_{21}\hat{i}_s + A_{22}\psi_r - \hat{A}_{22}\hat{\psi}_r + D_2\psi_r - \hat{D}_2\hat{\psi}_r$$

เนื่องจาก

$$A_{21}i_s - \hat{A}_{21}\hat{i}_s = A_{21}i_s - A_{21}\hat{i}_s + A_{21}\hat{i}_s - \hat{A}_{21}\hat{i}_s = A_{21}\left(i_s - \hat{i}_s\right) + \left(A_{21} - \hat{A}_{21}\right)\hat{i}_s$$

$$A_{21}i_s - \hat{A}_{21}\hat{i}_s = A_{21}e_i + \Delta A_{21}\hat{i}_s$$

และ

$$A_{22}\psi_r - \hat{A}_{22}\hat{\psi}_r = A_{22}\psi_r - A_{22}\hat{\psi}_r + A_{22}\hat{\psi}_r - \hat{A}_{22}\hat{\psi}_r$$

$$A_{22}\psi_r - \hat{A}_{22}\hat{\psi}_r = A_{22}\left(\psi_r - \hat{\psi}_r\right) + \left(A_{22} - \hat{A}_{22}\right)\hat{\psi}_r = A_{22}e_\psi + \Delta A_{22}\hat{\psi}_r$$

รวมถึง

$$D_2\psi_r - \hat{D}_2\hat{\psi}_r = D_2\psi_r - D_2\hat{\psi}_r + D_2\hat{\psi}_r - \hat{D}_2\hat{\psi}_r = D_2\left(\psi_r - \hat{\psi}_r\right) + \left(D_2 - \hat{D}_2\right)\hat{\psi}_r$$
$$D_2\psi_r - \hat{D}_2\hat{\psi}_r = D_2 e_\psi + \Delta D_2\hat{\psi}_r$$

จะได้ว่า

$$\dot{e}_\psi = A_{21}e_i + A_{22}e_\psi + D_2 e_\psi + \Delta A_{21}\hat{i}_s + \Delta A_{22}\hat{\psi}_r + \Delta D_2\hat{\psi}_r$$
$$\dot{e}_\psi = A_{21}e_i + \left(A_{22} + D_2\right)e_\psi + \Delta A_{21}\hat{i}_s + \left(\Delta A_{22} + \Delta D_2\right)\hat{\psi}_r$$

ค.3 ที่มาของเมตริกซ์ ΔA_{11} , ΔA_{12} , ΔD_1 , $\Delta A_{12} + \Delta D_1$, ΔA_{21} , ΔA_{22} , ΔD_2 , $\Delta A_{22} + \Delta D_2$, $A_{12} + D_1$, และ $A_{22} + D_2$

ที่มาของเมตริกซ์ ΔA_{11}

$$\Delta A_{11} = A_{11} - \hat{A}_{11} = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(R_s + \frac{M^2 R_r}{L_r^2}\right)I + \frac{1}{\sigma L_s}\left(\hat{R}_s + \frac{M^2\hat{R}_r}{L_r^2}\right)I$$
$$\Delta A_{11} = -\frac{1}{\sigma L_s}\left\{R_s - \hat{R}_s + \frac{M^2}{L_r^2}\left(R_r - \hat{R}_r\right)\right\}I = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(\Delta R_s + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r\right)I$$

ที่มาของเมตริกซ์ ΔA_{12}

$$\Delta A_{12} = A_{12} - \hat{A}_{12} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{R_r}{L_r}I - \omega_r J\right) - \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\hat{R}_r}{L_r}I - \hat{\omega}_r J\right)$$

$$\Delta A_{12} = \frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{1}{L_r}\left(R_r - \hat{R}_r\right)I - \left(\omega_r - \hat{\omega}_r\right)J\right\} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta R_r}{L_r}I - \Delta\omega_r J\right) \qquad \text{(ค-1)}$$

ที่มาของเมตริกซ์ ΔD_1

$$\Delta D_1 = D_1 - \hat{D}_1 = -\frac{R_m\left(L_r - sM\right)}{\varepsilon M L_r}I + \frac{\hat{R}_m\left(L_r - \hat{s}M\right)}{\varepsilon M L_r}I$$
$$\Delta D_1 = -\left(\frac{R_m}{\varepsilon M} - \frac{sR_m}{\varepsilon L_r} - \frac{\hat{R}_m}{\varepsilon M} + \frac{\hat{s}\hat{R}_m}{\varepsilon L_r}\right)I = -\left\{\frac{1}{\varepsilon M}\left(R_m - \hat{R}_m\right) - \frac{1}{\varepsilon L_r}\left(sR_m - \hat{s}\hat{R}_m\right)\right\}I$$

เนื่องจาก

$$sR_m - \hat{s}\hat{R}_m = sR_m - \hat{s}R_m + \hat{s}R_m - \hat{s}\hat{R}_m = \hat{s}\left(R_m - \hat{R}_m\right) + \left(s - \hat{s}\right)R_m$$
$$sR_m - \hat{s}\hat{R}_m = \hat{s}\Delta R_m + \Delta s R_m$$

จะได้ว่า

$$\Delta D_1 = -\left(\frac{\Delta R_m}{\varepsilon M} - \frac{\hat{s}\Delta R_m}{\varepsilon L_r} - \frac{\Delta s R_m}{\varepsilon L_r}\right) I = -\left\{\frac{\Delta R_m\left(L_r - \hat{s}M\right)}{\varepsilon M L_r} - \frac{\Delta s R_m}{\varepsilon L_r}\right\} I$$

$$\Delta D_1 = -\frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m I + \frac{\Delta s R_m}{\varepsilon L_r} I = -\frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m I - \frac{R_m}{\omega_s \varepsilon L_r}\Delta\omega_r I$$

$$\Delta D_1 = -\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{L_r - \hat{s}M}{M L_r}\Delta R_m + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right) I \qquad \text{(ค-2)}$$

โดยที่ $\Delta s = s - \hat{s} = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} - \frac{\omega_s - \hat{\omega}_r}{\omega_s} = 1 - \frac{\omega_r}{\omega_s} - 1 + \frac{\hat{\omega}_r}{\omega_s} = -\frac{\omega_r - \hat{\omega}_r}{\omega_s}$ หรือ

$$\Delta s = -\frac{\Delta\omega_r}{\omega_s}$$

ผลรวมระหว่างสมการที่ (ค-1) และ (ค-2) จะให้เมตริกซ์ $\Delta A_{12} + \Delta D_1$

$$\Delta A_{12} + \Delta D_1 = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta R_r}{L_r} I - \Delta\omega_r J\right) - \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{L_r - \hat{s}M}{M L_r}\Delta R_m + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right) I$$

$$\Delta A_{12} + \Delta D_1 = \frac{1}{\varepsilon}\left\{\left[\frac{\Delta R_r}{L_r} - \frac{L_r - \hat{s}M}{M L_r}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right] I - \Delta\omega_r J\right\}$$

ที่มาของเมตริกซ์ ΔA_{21}

$$\Delta A_{21} = A_{21} - \hat{A}_{21} = \frac{M R_r}{L_r} I - \frac{M\hat{R}_r}{L_r} I = \frac{M}{L_r}\left(R_r - \hat{R}_r\right) I = \frac{M}{L_r}\Delta R_r I$$

ที่มาของเมตริกซ์ ΔA_{22}

$$\Delta A_{22} = A_{22} - \hat{A}_{22} = -\frac{R_r}{L_r} I + \omega_r J + \frac{\hat{R}_r}{L_r} I - \hat{\omega}_r J$$

$$\Delta A_{22} = -\frac{1}{L_r}\left(R_r - \hat{R}_r\right) I + \left(\omega_r - \hat{\omega}_r\right) J$$

$$\Delta A_{22} = -\frac{\Delta R_r}{L_r} I + \Delta\omega_r J \qquad \text{(ค-3)}$$

ที่มาของเมตริกซ์ ΔD_2

$$\Delta D_2 = D_2 - \hat{D}_2 = -\frac{sR_m}{L_r} I + \frac{\hat{s}\hat{R}_m}{L_r} I$$

$$\Delta D_2 = -\frac{1}{L_r}\left(sR_m - \hat{s}\hat{R}_m \right) I = -\frac{1}{L_r}\left(\hat{s}\Delta R_m + \Delta s R_m \right) I$$

$$\Delta D_2 = -\frac{1}{L_r}\left(\hat{s}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s}\Delta\omega_r \right) I \qquad \text{(ค-4)}$$

ผลรวมระหว่างสมการที่ (ค-3) และ (ค-4) จะให้เมตริกซ์ $\Delta A_{22} + \Delta D_2$

$$\Delta A_{22} + \Delta D_2 = -\frac{\Delta R_r}{L_r} I + \Delta\omega_r J - \frac{1}{L_r}\left(\hat{s}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s}\Delta\omega_r \right) I$$

$$\Delta A_{22} + \Delta D_2 = -\frac{1}{L_r}\left(\Delta R_r + \hat{s}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s}\Delta\omega_r \right) I + \Delta\omega_r J$$

ที่มาของเมตริกซ์ $A_{12} + D_1$

$$A_{12} + D_1 = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{R_r}{L_r} I - \omega_r J \right) - \frac{R_m\left(L_r - sM \right)}{\varepsilon M L_r} I$$

$$A_{12} + D_1 = \frac{1}{\varepsilon}\left\{ \left[\frac{R_r}{L_r} - \frac{R_m\left(L_r - sM \right)}{M L_r} \right] I - \omega_r J \right\}$$

ที่มาของเมตริกซ์ $A_{22} + D_2$

$$A_{22} + D_2 = -\frac{R_r}{L_r} I + \omega_r J - \frac{sR_m}{L_r} I = -\frac{1}{L_r}\left(R_r + sR_m \right) I + \omega_r J$$

ค.4 ที่มาของสมการที่ (3-12)

โดยอาศัยสมการที่ (3-8), (3-10), และ (3-11) อาจเขียนความสัมพันธ์แสดง $\dot{S}_i$ ได้ดังนี้

$$\dot{S}_i = \dot{e}_i - K\dot{z}_i = \dot{e}_i + Ke_i$$

$$\dot{S}_i = A_{11} e_i + \left(A_{12} + D_1 \right) e_\psi + \Delta A_{11}\hat{i}_s + \left(\Delta A_{12} + \Delta D_1 \right)\hat{\psi}_r - U_o + Ke_i$$

$$\dot{S}_i = \left(A_{11} + K \right) e_i + \left(A_{12} + D_1 \right) e_\psi + \Delta A_{11}\hat{i}_s + \left(\Delta A_{12} + \Delta D_1 \right)\hat{\psi}_r - U_o$$

ค.5 ที่มาของสมการที่ (3-13)

$$\left(A_{12}+D_1\right)e_{\psi} = \frac{1}{\varepsilon}\left\{\left[\frac{R_r}{L_r}-\frac{R_m\left(L_r-sM\right)}{ML_r}\right]e_{\psi}-\omega_r Je_{\psi}\right\}$$

$$\left(A_{12}+D_1\right)e_{\psi} = \frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{R_r}{L_r}-\frac{R_m\left(L_r-sM\right)}{ML_r}\right\}\begin{bmatrix}e_{\psi\alpha}\\ e_{\psi\beta}\end{bmatrix}-\frac{\omega_r}{\varepsilon}\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e_{\psi\alpha}\\ e_{\psi\beta}\end{bmatrix}$$

$$\left(A_{12}+D_1\right)e_{\psi} = \begin{bmatrix}\frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{R_r}{L_r}-\frac{R_m\left(L_r-sM\right)}{ML_r}\right\}e_{\psi\alpha}\\ \frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{R_r}{L_r}-\frac{R_m\left(L_r-sM\right)}{ML_r}\right\}e_{\psi\beta}\end{bmatrix}-\frac{\omega_r}{\varepsilon}\begin{bmatrix}-e_{\psi\beta}\\ e_{\psi\alpha}\end{bmatrix}$$

$$\left(A_{12}+D_1\right)e_{\psi} = \begin{bmatrix}f_1\\ f_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{R_r}{L_r}-\frac{R_m\left(L_r-sM\right)}{ML_r}\right\}e_{\psi\alpha}+\frac{\omega_r}{\varepsilon}e_{\psi\beta}\\ \frac{1}{\varepsilon}\left\{\frac{R_r}{L_r}-\frac{R_m\left(L_r-sM\right)}{ML_r}\right\}e_{\psi\beta}-\frac{\omega_r}{\varepsilon}e_{\psi\alpha}\end{bmatrix}$$

ภาคผนวก ง

ที่มาของอนุพันธ์ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ตามสมการที่ (3-17)

ที่มาของอนุพันธ์ฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ตามสมการที่ (3-17)

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 เทียบกับเวลาในสมการที่ (3-17) เริ่มต้นจากการนำทรานสโพส (transpose) ของเวกเตอร์พื้นผิว S_i คูณทางด้านซ้ายมือทั้งสองข้างของสมการที่ (3-12) นั่นคือ

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left(A_{11}+K\right)e_i + S_i^T \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi + S_i^T \Delta A_{11}\hat{i}_s \\ &\quad + S_i^T \left(\Delta A_{12}+\Delta D_1\right)\hat{\psi}_r - S_i^T U_o \end{aligned} \tag{ง-1}$$

เมื่อพิจารณาพจน์ต่าง ๆ ในสมการที่ (ง-1) จะได้ว่า

$$S_i^T \left(A_{11}+K\right)e_i = S_i^T \left(a_{r11} I + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \right) e_i = S_i^T \left(\begin{bmatrix} a_{r11} & 0 \\ 0 & a_{r11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \right) e_i$$

$$S_i^T \left(A_{11}+K\right)e_i = S_i^T \begin{bmatrix} a_{r11}+k_1 & 0 \\ 0 & a_{r11}+k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{i\alpha} \\ e_{i\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(a_{r11}+k_1\right)e_{i\alpha} \\ \left(a_{r11}+k_2\right)e_{i\beta} \end{bmatrix}$$

$$S_i^T \left(A_{11}+K\right)e_i = s_{i\alpha}\left(a_{r11}+k_1\right)e_{i\alpha} + s_{i\beta}\left(a_{r11}+k_2\right)e_{i\beta}$$

$$S_i^T \left(A_{11}+K\right)e_i = \left(a_{r11}+k_1\right)s_{i\alpha}e_{i\alpha} + \left(a_{r11}+k_2\right)s_{i\beta}e_{i\beta} \tag{ง-2}$$

$$S_i^T \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi = \begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = s_{i\alpha}f_1 + s_{i\beta}f_2 \tag{ง-3}$$

$$S_i^T \Delta A_{11}\hat{i}_s = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(\Delta R_s + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r\right) S_i^T \hat{i}_s$$

$$S_i^T \Delta A_{11}\hat{i}_s = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(\Delta R_s + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r\right) \begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_{s\alpha} \\ \hat{i}_{s\beta} \end{bmatrix}$$

$$S_i^T \Delta A_{11}\hat{i}_s = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(\Delta R_s + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r\right) \left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta} \right)$$

$$S_i^T \Delta A_{11} \hat{i}_s = -\frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) - \frac{M^2}{\sigma L_s L_r^2}\Delta R_r\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) \quad (ง\text{-}4)$$

$$\begin{aligned}
S_i^T\left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r &= -\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon} S_i^T J\hat{\psi}_r \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta R_r}{L_r} - \frac{L_r - \hat{s}M}{ML_r}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right) S_i^T\hat{\psi}_r \\
S_i^T\left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r &= -\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\hat{\psi}_{r\beta} \\ \hat{\psi}_{r\alpha}\end{bmatrix} \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta R_r}{L_r} - \frac{L_r - \hat{s}M}{ML_r}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right)\begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{\psi}_{r\alpha} \\ \hat{\psi}_{r\beta}\end{bmatrix} \\
S_i^T\left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r &= -\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left(s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}\right) \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta R_r}{L_r} - \frac{L_r - \hat{s}M}{ML_r}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r\right)\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_i^T\left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r &= \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) \\
&\quad - \frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon ML_r}\Delta R_m\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) \\
&\quad - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left\{\left(s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}\right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)\right\}
\end{aligned} \quad (ง\text{-}5)$$

เวกเตอร์แก้ไขในสมการที่ (3-14) ถูกขยายได้เป็น

$$\begin{aligned}
U_o &= \Phi_1 e_i + \Phi_2 K z_i + \Lambda \\
U_o &= \begin{bmatrix} \phi_{1\alpha} & 0 \\ 0 & \phi_{1\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_{i\alpha} \\ e_{i\beta}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{2\alpha} & 0 \\ 0 & \phi_{2\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} k_1 z_{i\alpha} \\ k_2 z_{i\beta}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_\alpha \\ \Lambda_\beta\end{bmatrix} \\
U_o &= \begin{bmatrix} \phi_{1\alpha} e_{i\alpha} \\ \phi_{1\beta} e_{i\beta}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{2\alpha} k_1 z_{i\alpha} \\ \phi_{2\beta} k_2 z_{i\beta}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_\alpha \\ \Lambda_\beta\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1\alpha} e_{i\alpha} + \phi_{2\alpha} k_1 z_{i\alpha} + \Lambda_\alpha \\ \phi_{1\beta} e_{i\beta} + \phi_{2\beta} k_2 z_{i\beta} + \Lambda_\beta\end{bmatrix}
\end{aligned}$$

นั่นคือ

$$\begin{aligned}
S_i^T U_o &= \begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \phi_{1\alpha} e_{i\alpha} + \phi_{2\alpha} k_1 z_{i\alpha} + \Lambda_\alpha \\ \phi_{1\beta} e_{i\beta} + \phi_{2\beta} k_2 z_{i\beta} + \Lambda_\beta\end{bmatrix} \\
S_i^T U_o &= s_{i\alpha}\left(\phi_{1\alpha} e_{i\alpha} + \phi_{2\alpha} k_1 z_{i\alpha} + \Lambda_\alpha\right) + s_{i\beta}\left(\phi_{1\beta} e_{i\beta} + \phi_{2\beta} k_2 z_{i\beta} + \Lambda_\beta\right)
\end{aligned}$$

$$S_i^T U_o = \phi_{1\alpha} s_{i\alpha} e_{i\alpha} + \phi_{1\beta} s_{i\beta} e_{i\beta} + \phi_{2\alpha} k_1 s_{i\alpha} z_{i\alpha} + \phi_{2\beta} k_2 s_{i\beta} z_{i\beta} + s_{i\alpha}\Lambda_\alpha + s_{i\beta}\Lambda_\beta \qquad (ง\text{-}6)$$

เมื่อแทนค่าพจน์ต่าง ๆ จากสมการที่ (ง-2) ถึง (ง-6) ลงในสมการที่ (ง-1) จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i &= \left(a_{r11} + k_1\right) s_{i\alpha} e_{i\alpha} + \left(a_{r11} + k_2\right) s_{i\beta} e_{i\beta} + s_{i\alpha} f_1 + s_{i\beta} f_2 \\ &\quad - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) - \frac{M^2}{\sigma L_s L_r^2}\Delta R_r\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) \\ &\quad + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) - \frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) \\ &\quad - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left\{\left(s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}\right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)\right\} \\ &\quad - \phi_{1\alpha} s_{i\alpha} e_{i\alpha} - \phi_{1\beta} s_{i\beta} e_{i\beta} - \phi_{2\alpha} k_1 s_{i\alpha} z_{i\alpha} - \phi_{2\beta} k_2 s_{i\beta} z_{i\beta} - s_{i\alpha}\Lambda_\alpha - s_{i\beta}\Lambda_\beta \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\varepsilon = \dfrac{\sigma L_s L_r}{M}$ จะได้ว่า $\dfrac{M}{\sigma L_s L_r} = \dfrac{1}{\varepsilon}$ หรือ $\dfrac{M^2}{\sigma L_s L_r^2} = \dfrac{M}{\varepsilon L_r}$ ทำให้

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i &= \left(a_{r11} + k_1 - \phi_{1\alpha}\right) s_{i\alpha} e_{i\alpha} + \left(a_{r11} + k_2 - \phi_{1\beta}\right) s_{i\beta} e_{i\beta} + \left(f_1 - \Lambda_\alpha\right) s_{i\alpha} \\ &\quad + \left(f_2 - \Lambda_\beta\right) s_{i\beta} - \phi_{2\alpha} k_1 s_{i\alpha} z_{i\alpha} - \phi_{2\beta} k_2 s_{i\beta} z_{i\beta} - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) \\ &\quad - \frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right) \qquad (ง\text{-}7) \\ &\quad - \frac{M}{\varepsilon L_r}\Delta R_r\left(s_{i\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta}\hat{i}_{s\beta}\right) \\ &\quad - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left\{\left(s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}\right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha}\hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta}\hat{\psi}_{r\beta}\right)\right\} \end{aligned}$$

พิจารณาฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (3-15)

$$V_1 = \frac{1}{2} S_i^T S_i + \frac{\Delta R_s^2}{2\sigma L_s \lambda_1} + \frac{\Delta R_r^2}{2\varepsilon L_r \lambda_2} + \frac{\Delta R_m^2}{2\varepsilon M L_r \lambda_3} + \frac{\Delta\omega_r^2}{2\varepsilon\lambda_4} \geq 0$$

โดยที่ $S_i^T S_i = \begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s_{i\alpha} \\ s_{i\beta} \end{bmatrix} = s_{i\alpha}^2 + s_{i\beta}^2$

ต่อมาเขียนอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 ที่เทียบกับเวลาได้เป็น

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2}\left(S_i^T \dot{S}_i + \dot{S}_i^T S_i\right) + \frac{2\Delta R_s}{2\sigma L_s \lambda_1}\Delta\dot{R}_s + \frac{2\Delta R_r}{2\varepsilon L_r \lambda_2}\Delta\dot{R}_r + \frac{2\Delta R_m}{2\varepsilon M L_r \lambda_3}\Delta\dot{R}_m + \frac{2\Delta\omega_r}{2\varepsilon\lambda_4}\Delta\dot{\omega}_r$$

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2}\left(S_i^T \dot{S}_i + S_i^T \dot{S}_i \right) + \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s \lambda_1}\left(\dot{R}_s - \dot{\hat{R}}_s \right) + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r \lambda_2}\left(\dot{R}_r - \dot{\hat{R}}_r \right)$$
$$+ \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r \lambda_3}\left(\dot{R}_m - \dot{\hat{R}}_m \right) + \frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon \lambda_4}\left(\dot{\omega}_r - \dot{\hat{\omega}}_r \right)$$

โดยที่ $\dot{S}_i^T S_i = S_i^T \dot{S}_i$ และ

$$\dot{S}_i^T = \left(dS_i / dt \right)^T = dS_i^T / dt$$

$$\dot{V}_1 = S_i^T \dot{S}_i - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_s}{\lambda_1} \right) - \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_r}{\lambda_2} \right) - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_m}{\lambda_3} \right) - \frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{\lambda_4} \right)$$

จากนั้นแทนค่าพจน์ $S_i^T \dot{S}_i$ จากสมการที่ (ง-7) ลงในอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_1 จะได้ว่า

$$\dot{V}_1 = \left(a_{r11} + k_1 - \phi_{1\alpha} \right) s_{i\alpha} e_{i\alpha} + \left(a_{r11} + k_2 - \phi_{1\beta} \right) s_{i\beta} e_{i\beta} + \left(f_1 - \Lambda_\alpha \right) s_{i\alpha}$$
$$+ \left(f_2 - \Lambda_\beta \right) s_{i\beta} - \phi_{2\alpha} k_1 s_{i\alpha} z_{i\alpha} - \phi_{2\beta} k_2 s_{i\beta} z_{i\beta} - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right)$$
$$- \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_s}{\lambda_1} \right) - \frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon M L_r} \Delta R_m \left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right)$$
$$- \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_m}{\lambda_3} \right) + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right)$$
$$- \frac{M}{\varepsilon L_r} \Delta R_r \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) - \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\dot{\hat{R}}_r}{\lambda_2} \right)$$
$$- \frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon}\left\{ \left(s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\beta} \right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right\} - \frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{\lambda_4} \right)$$

$$\dot{V}_1 = \left(a_{r11} + k_1 - \phi_{1\alpha} \right) s_{i\alpha} e_{i\alpha} + \left(a_{r11} + k_2 - \phi_{1\beta} \right) s_{i\beta} e_{i\beta} + \left(f_1 - \Lambda_\alpha \right) s_{i\alpha}$$
$$+ \left(f_2 - \Lambda_\beta \right) s_{i\beta} - \phi_{2\alpha} k_1 s_{i\alpha} z_{i\alpha} - \phi_{2\beta} k_2 s_{i\beta} z_{i\beta} - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left[\frac{\dot{\hat{R}}_s}{\lambda_1} + \left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) \right]$$
$$- \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left[\frac{\dot{\hat{R}}_m}{\lambda_3} + \left(L_r - \hat{s}M \right)\left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right]$$
$$- \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left\{ \frac{\dot{\hat{R}}_r}{\lambda_2} - \left[\left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) - M\left(s_{i\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + s_{i\beta} \hat{i}_{s\beta} \right) \right] \right\}$$
$$- \frac{\Delta \omega_r}{\varepsilon}\left[\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{\lambda_4} + \left(s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\alpha} - s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\beta} \right) + \frac{R_m}{\omega_s L_r}\left(s_{i\alpha} \hat{\psi}_{r\alpha} + s_{i\beta} \hat{\psi}_{r\beta} \right) \right]$$

ซึ่งสมการที่ได้รับ คืออนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ ตามสมการที่ (3-17)

ภาคผนวก จ

ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 4

จ.1 ที่มาของสมการที่ (4-3)

การหาอนุพันธ์เทียบกับเวลาจากสมการ $\Delta\omega_r = \omega_r - \hat{\omega}_r$ หรือ $\hat{\omega}_r = \omega_r - \Delta\omega_r$ จะได้รับ $\dot{\hat{\omega}}_r = \dot{\omega}_r - \dfrac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$

จ.2 ที่มาของสมการที่ (4-4)

เมื่อแทนค่าสมการที่ (4-2) ลงในสมการที่ (4-3) จะได้รับสมการที่ (4-4), พจน์ $\hat{i}_{eq}$, Δi_{eq}, และ f_3 ดังนี้

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a\omega_r + bi_{eq} + cT_L - \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$$

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a(\hat{\omega}_r + \Delta\omega_r) + b\left(i_{s\beta}\psi_{r\alpha} - i_{s\alpha}\psi_{r\beta}\right) + cT_L - \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$$

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a\hat{\omega}_r + b\left[i_{s\beta}\left(\hat{\psi}_{r\alpha} + e_{\psi\alpha}\right) - i_{s\alpha}\left(\hat{\psi}_{r\beta} + e_{\psi\beta}\right)\right] + cT_L + a\Delta\omega_r - \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$$

โดยที่ $\psi_{r\alpha} = \hat{\psi}_{r\alpha} + e_{\psi\alpha}$ และ

$\psi_{r\beta} = \hat{\psi}_{r\beta} + e_{\psi\beta}$

เพราะ $e_{\psi\alpha} = \psi_{r\alpha} - \hat{\psi}_{r\alpha}$ และ

$e_{\psi\beta} = \psi_{r\beta} - \hat{\psi}_{r\beta}$ ตามลำดับ

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a\hat{\omega}_r + b\left(i_{s\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - i_{s\alpha}\hat{\psi}_{r\beta} + i_{s\beta}e_{\psi\alpha} - i_{s\alpha}e_{\psi\beta}\right) + cT_L + a\Delta\omega_r - \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$$

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a\hat{\omega}_r + b\left(i_{s\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - i_{s\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}\right) + cT_L + b\left(i_{s\beta}e_{\psi\alpha} - i_{s\alpha}e_{\psi\beta}\right) + a\Delta\omega_r - \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$$

$$\dot{\hat{\omega}}_r = a\hat{\omega}_r + b\hat{i}_{eq} + cT_L + a\Delta\omega_r + b\Delta i_{eq} - \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt} = a\hat{\omega}_r + b\hat{i}_{eq} + cT_L + f_3$$

โดยที่ $f_3 = a\Delta\omega_r + b\Delta i_{eq} - \dfrac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$,

$\hat{i}_{eq} = i_{s\beta}\hat{\psi}_{r\alpha} - i_{s\alpha}\hat{\psi}_{r\beta}$, และ

$\Delta i_{eq} = i_{s\beta}e_{\psi\alpha} - i_{s\alpha}e_{\psi\beta}$

จ.3 ที่มาของสมการที่ (4-6)

เมื่อนำสมการที่ (4-5) ลบออกจากสมการที่ (4-4) จะได้ว่า

$$\dot{e}_\omega = \dot{\hat{\omega}}_r - \dot{\hat{\omega}}_r'' = a\hat{\omega}_r - \hat{a}\hat{\omega}_r'' + b\hat{i}_{eq} - \hat{b}\hat{i}_{eq} + cT_L - c\hat{T}_L + f_3 - \delta_o$$

$$\dot{e}_\omega = a\hat{\omega}_r - \hat{a}\hat{\omega}_r'' + \left(b - \hat{b}\right)\hat{i}_{eq} + c\left(T_L - \hat{T}_L\right) + f_3 - \delta_o$$

เนื่องจาก

$$a\hat{\omega}_r - \hat{a}\hat{\omega}_r'' = a\hat{\omega}_r - a\hat{\omega}_r'' + a\hat{\omega}_r'' - \hat{a}\hat{\omega}_r'' = a\left(\hat{\omega}_r - \hat{\omega}_r''\right) + \left(a - \hat{a}\right)\hat{\omega}_r''$$

$$a\hat{\omega}_r - \hat{a}\hat{\omega}_r'' = ae_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r''$$

จะได้ว่า

$$\dot{e}_\omega = ae_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r'' + \Delta b\hat{i}_{eq} + c\Delta T_L + f_3 - \delta_o$$

จ.4 ที่มาของสมการที่ (4-9)

โดยอาศัยสมการที่ (4-6), (4-7), และ (4-8) อาจเขียนความสัมพันธ์แสดง $\dot{s}_\omega$ ได้ดังนี้

$$\dot{s}_\omega = \dot{e}_\omega - k_3\dot{h}_\omega = \dot{e}_\omega + k_3e_\omega = ae_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r'' + \Delta b\hat{i}_{eq} + c\Delta T_L + f_3 - \delta_o + k_3e_\omega$$

$$\dot{s}_\omega = \left(a + k_3\right)e_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r'' + \Delta b\hat{i}_{eq} + c\Delta T_L + f_3 - \delta_o$$

จ.5 ที่มาของสมการที่ (4-13)

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 เทียบกับเวลาในสมการที่ (4-13) เริ่มต้นจากการนำสัญญาณพื้นผิว s_ω คูณทั้งสองข้างของสมการที่ (4-9) นั่นคือ

$$s_\omega\dot{s}_\omega = \left(a + k_3\right)s_\omega e_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r''s_\omega + \Delta b\hat{i}_{eq}s_\omega + c\Delta T_Ls_\omega + f_3s_\omega - s_\omega\delta_o \qquad \text{(จ-1)}$$

แทนค่าสัญญาณแก้ไข δ_o จากสมการที่ (4-10) ลงในสมการที่ (จ-1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} s_\omega\dot{s}_\omega &= \left(a + k_3\right)s_\omega e_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r''s_\omega + \Delta b\hat{i}_{eq}s_\omega + c\Delta T_Ls_\omega \\ &\quad + f_3s_\omega - \phi_3s_\omega e_\omega - \phi_4k_3s_\omega h_\omega - s_\omega\Lambda_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_\omega\dot{s}_\omega &= \left(a + k_3 - \phi_3\right)s_\omega e_\omega - \phi_4k_3s_\omega h_\omega + \left(f_3 - \Lambda_3\right)s_\omega \\ &\quad + \Delta a\hat{\omega}_r''s_\omega + \Delta b\hat{i}_{eq}s_\omega + c\Delta T_Ls_\omega \end{aligned} \qquad \text{(จ-2)}$$

พิจารณาฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (4-11)

$$V_2 = \frac{1}{2}s_\omega^2 + \frac{1}{2\lambda_5}\Delta a^2 + \frac{1}{2\lambda_6}\Delta b^2 + \frac{c}{2\lambda_7}\Delta T_L^2 \geq 0$$

ต่อมาเขียนอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 ที่เทียบกับเวลาได้เป็น

$$\dot{V}_2 = \frac{2}{2}s_\omega \dot{s}_\omega + \frac{2}{2\lambda_5}\Delta a\Delta\dot{a} + \frac{2}{2\lambda_6}\Delta b\Delta\dot{b} + \frac{2c}{2\lambda_7}\Delta T_L\Delta\dot{T}_L$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega \dot{s}_\omega + \frac{1}{\lambda_5}\Delta a\left(\dot{a} - \dot{\hat{a}}\right) + \frac{1}{\lambda_6}\Delta b\left(\dot{b} - \dot{\hat{b}}\right) + \frac{c}{\lambda_7}\Delta T_L\left(\dot{T}_L - \dot{\hat{T}}_L\right)$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega \dot{s}_\omega - \frac{1}{\lambda_5}\Delta a\dot{\hat{a}} - \frac{1}{\lambda_6}\Delta b\dot{\hat{b}} - \frac{c}{\lambda_7}\Delta T_L\dot{\hat{T}}_L$$

จากนั้นแทนค่าพจน์ $s_\omega \dot{s}_\omega$ จากสมการที่ (จ-2) ลงในอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ V_2 จะได้ว่า

$$\dot{V}_2 = \left(a + k_3 - \phi_3\right)s_\omega e_\omega - \phi_4 k_3 s_\omega h_\omega + \left(f_3 - \Lambda_3\right)s_\omega + \Delta a\hat{\omega}_r'' s_\omega$$
$$+ \Delta b\hat{i}_{eq}s_\omega + c\Delta T_L s_\omega - \frac{1}{\lambda_5}\Delta a\dot{\hat{a}} - \frac{1}{\lambda_6}\Delta b\dot{\hat{b}} - \frac{c}{\lambda_7}\Delta T_L\dot{\hat{T}}_L$$

$$\dot{V}_2 = \left(a + k_3 - \phi_3\right)s_\omega e_\omega - \phi_4 k_3 s_\omega h_\omega + \left(f_3 - \Lambda_3\right)s_\omega - \Delta a\left(\frac{\dot{\hat{a}}}{\lambda_5} - \hat{\omega}_r'' s_\omega\right)$$
$$- \Delta b\left(\frac{\dot{\hat{b}}}{\lambda_6} - \hat{i}_{eq}s_\omega\right) - c\Delta T_L\left(\frac{\dot{\hat{T}}_L}{\lambda_7} - s_\omega\right)$$

ภาคผนวก ฉ

ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 5

ฉ.1 ที่มาของสมการที่ (5-6)

เมื่อนำทรานสโพสของเวกเตอร์พื้นผิว S_i คูณทั้งสองข้างของสมการที่ (3-12) จะได้รับสมการที่ (ง-1) และต่อมาจัดรูปสมการที่ (ง-1) ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left\{ \left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o \right\} \\ &\quad + S_i^T \Delta A_{11} \hat{i}_s + S_i^T \left(\Delta A_{12} + \Delta D_1\right)\hat{\psi}_r \end{aligned} \tag{ฉ-1}$$

จากนั้นแทนค่านิพจน์ ΔA_{11} และ $\Delta A_{12} + \Delta D_1$ ลงในสมการที่ (ฉ-1) และจัดรูปสมการใหม่จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left\{ \left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o \right\} - \frac{1}{\sigma L_s}\left(\Delta R_s + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r \right) S_i^T \hat{i}_s \\ &\quad + \frac{1}{\varepsilon} S_i^T \left\{ \left[\frac{\Delta R_r}{L_r} - \frac{L_r - \hat{s}M}{ML_r}\Delta R_m - \frac{R_m}{\omega_s L_r}\Delta\omega_r \right] I - \Delta\omega_r J \right\} \hat{\psi}_r \\ S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left\{ \left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o \right\} - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s} S_i^T \hat{i}_s - \frac{M^2}{\sigma L_s L_r^2}\Delta R_r S_i^T \hat{i}_s \\ &\quad + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r} S_i^T \hat{\psi}_r - \frac{L_r - \hat{s}M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m S_i^T \hat{\psi}_r - \frac{R_m}{\varepsilon\omega_s L_r}\Delta\omega_r S_i^T \hat{\psi}_r - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon} S_i^T J \hat{\psi}_r \\ S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left\{ \left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o \right\} + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r} S_i^T \hat{\psi}_r - \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r} M S_i^T \hat{i}_s \\ &\quad - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s} S_i^T \hat{i}_s - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(L_r - \hat{s}M\right) S_i^T \hat{\psi}_r - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon} S_i^T \left(J + \frac{R_m}{\omega_s L_r} I \right) \hat{\psi}_r \end{aligned}$$

โดยที่ $\dfrac{1}{\sigma L_s} = \dfrac{L_r}{\varepsilon M} > 0$ หรือ $\dfrac{M^2}{\sigma L_s L_r^2} = \dfrac{M}{\varepsilon L_r}$

$$\begin{aligned} S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left\{ \left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o \right\} + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r} S_i^T \left(\hat{\psi}_r - M\hat{i}_s \right) \\ &\quad - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s} S_i^T \hat{i}_s - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(L_r - \hat{s}M\right) S_i^T \hat{\psi}_r - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon} S_i^T \left(J + \frac{R_m}{\omega_s L_r} I \right) \hat{\psi}_r \\ S_i^T \dot{S}_i &= S_i^T \left\{ \left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o \right\} \\ &\quad - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\Theta_S + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\Theta_R - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\Theta_m - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\Theta_\omega \end{aligned}$$

ฉ.2 ที่มาของสมการที่ (5-7)

เมื่อเขียนกระจายกำลังสองของสี่นิพจน์สุดท้ายที่อยู่ทางด้านขวามือของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (5-5) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
V_1 &= \frac{1}{2}s_{i\alpha}^2 + \frac{1}{2}s_{i\beta}^2 + \frac{1}{2\sigma L_s k_{si}}\left(\Delta R_s^2 - 2k_{sp}\Theta_S\Delta R_s + k_{sp}^2\Theta_S^2\right) \\
&\quad + \frac{1}{2\varepsilon L_r k_{ri}}\left(\Delta R_r^2 + 2k_{rp}\Theta_R\Delta R_r + k_{rp}^2\Theta_R^2\right) \\
&\quad + \frac{1}{2\varepsilon M L_r k_{mi}}\left(\Delta R_m^2 - 2k_{mp}\Theta_m\Delta R_m + k_{mp}^2\Theta_m^2\right) \\
&\quad + \frac{1}{2\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r^2 - 2k_{\omega p}\Theta_\omega\Delta\omega_r + k_{\omega p}^2\Theta_\omega^2\right) \geq 0
\end{aligned}$$

ต่อมาดำเนินการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟเทียบกับเวลา จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= \frac{1}{2}\left(2s_{i\alpha}\dot{s}_{i\alpha}\right) + \frac{1}{2}\left(2s_{i\beta}\dot{s}_{i\beta}\right) + \frac{0.5}{\sigma L_s k_{si}}\left[2\Delta R_s\Delta\dot{R}_s - 2k_{sp}\frac{d\left(\Theta_S\Delta R_s\right)}{dt} + 2k_{sp}^2\Theta_S\dot{\Theta}_S\right] \\
&\quad + \frac{0.5}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left[2\Delta R_r\Delta\dot{R}_r + 2k_{rp}\frac{d\left(\Theta_R\Delta R_r\right)}{dt} + 2k_{rp}^2\Theta_R\dot{\Theta}_R\right] \\
&\quad + \frac{0.5}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left[2\Delta R_m\Delta\dot{R}_m - 2k_{mp}\frac{d\left(\Theta_m\Delta R_m\right)}{dt} + 2k_{mp}^2\Theta_m\dot{\Theta}_m\right] \\
&\quad + \frac{0.5}{\varepsilon k_{\omega i}}\left[2\Delta\omega_r\Delta\dot{\omega}_r - 2k_{\omega p}\frac{d\left(\Theta_\omega\Delta\omega_r\right)}{dt} + 2k_{\omega p}^2\Theta_\omega\dot{\Theta}_\omega\right] \\
\dot{V}_1 &= \begin{bmatrix} s_{i\alpha} & s_{i\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{s}_{i\alpha}\\ \dot{s}_{i\beta}\end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma L_s k_{si}}\left\{\Delta R_s\Delta\dot{R}_s - k_{sp}\left(\dot{\Theta}_S\Delta R_s + \Theta_S\Delta\dot{R}_s\right) + k_{sp}^2\Theta_S\dot{\Theta}_S\right\} \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left\{\Delta R_r\Delta\dot{R}_r + k_{rp}\left(\dot{\Theta}_R\Delta R_r + \Theta_R\Delta\dot{R}_r\right) + k_{rp}^2\Theta_R\dot{\Theta}_R\right\} \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left\{\Delta R_m\Delta\dot{R}_m - k_{mp}\left(\dot{\Theta}_m\Delta R_m + \Theta_m\Delta\dot{R}_m\right) + k_{mp}^2\Theta_m\dot{\Theta}_m\right\} \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left\{\Delta\omega_r\Delta\dot{\omega}_r - k_{\omega p}\left(\dot{\Theta}_\omega\Delta\omega_r + \Theta_\omega\Delta\dot{\omega}_r\right) + k_{\omega p}^2\Theta_\omega\dot{\Theta}_\omega\right\} \\
\dot{V}_1 &= S_i^T\dot{S}_i + \frac{1}{\sigma L_s k_{si}}\left(\Delta R_s\Delta\dot{R}_s - k_{sp}\dot{\Theta}_S\Delta R_s - k_{sp}\Theta_S\Delta\dot{R}_s + k_{sp}^2\Theta_S\dot{\Theta}_S\right) \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left(\Delta R_r\Delta\dot{R}_r + k_{rp}\dot{\Theta}_R\Delta R_r + k_{rp}\Theta_R\Delta\dot{R}_r + k_{rp}^2\Theta_R\dot{\Theta}_R\right) \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left(\Delta R_m\Delta\dot{R}_m - k_{mp}\dot{\Theta}_m\Delta R_m - k_{mp}\Theta_m\Delta\dot{R}_m + k_{mp}^2\Theta_m\dot{\Theta}_m\right) \\
&\quad + \frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r\Delta\dot{\omega}_r - k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega\Delta\omega_r - k_{\omega p}\Theta_\omega\Delta\dot{\omega}_r + k_{\omega p}^2\Theta_\omega\dot{\Theta}_\omega\right)
\end{aligned}$$

ฉ.3 ที่มาของสมการที่ (5-8)

เนื่องจากความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ (ค่าความต้านทานแต่ละตัวของมอเตอร์เหนี่ยวนำ) และอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์แบบออนไลน์คือ

$$\Delta R_s = R_s - \hat{R}_s, \quad \Delta R_r = R_r - \hat{R}_r, \quad \Delta R_m = R_m - \hat{R}_m, \text{ และ } \Delta\omega_r = \omega_r - \hat{\omega}_r$$

จะได้ว่า

$$\Delta\dot{R}_s \approx -\dot{\hat{R}}_s, \qquad \Delta\dot{R}_r \approx -\dot{\hat{R}}_r, \qquad \Delta\dot{R}_m \approx -\dot{\hat{R}}_m, \qquad \text{และ } \Delta\dot{\omega}_r \approx -\dot{\hat{\omega}}_r$$

เพราะสมมุติว่า

$$\dot{R}_s \approx 0, \qquad \dot{R}_r \approx 0, \qquad \dot{R}_m \approx 0, \qquad \text{และ } \dot{\omega}_r \approx 0$$

เมื่อพิจารณากฎการปรับตัวในสมการที่ (5-1) ถึง (5-4) จะเขียนได้เป็น

$$-\Delta\dot{R}_s \approx \dot{\hat{R}}_s = -k_{sp}\dot{\Theta}_S - k_{si}\Theta_S, \qquad -\Delta\dot{R}_r \approx \dot{\hat{R}}_r = k_{rp}\dot{\Theta}_R + k_{ri}\Theta_R,$$

$$-\Delta\dot{R}_m \approx \dot{\hat{R}}_m = -k_{mp}\dot{\Theta}_m - k_{mi}\Theta_m, \text{ และ } -\Delta\dot{\omega}_r \approx \dot{\hat{\omega}}_r = -k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega - k_{\omega i}\Theta_\omega$$

ต่อมาจัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta\dot{R}_s = k_{sp}\dot{\Theta}_S + k_{si}\Theta_S, \qquad \Delta\dot{R}_r = -k_{rp}\dot{\Theta}_R - k_{ri}\Theta_R,$$

$$\Delta\dot{R}_m = k_{mp}\dot{\Theta}_m + k_{mi}\Theta_m, \qquad \text{และ } \Delta\dot{\omega}_r = k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega + k_{\omega i}\Theta_\omega$$

ทำให้

$$\Delta\dot{R}_s - k_{sp}\dot{\Theta}_S - k_{si}\Theta_S = 0, \qquad \Delta\dot{R}_r + k_{rp}\dot{\Theta}_R + k_{ri}\Theta_R = 0,$$

$$\Delta\dot{R}_m - k_{mp}\dot{\Theta}_m - k_{mi}\Theta_m = 0, \qquad \text{และ } \Delta\dot{\omega}_r - k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega - k_{\omega i}\Theta_\omega = 0$$

เป็นผลให้

$$\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S - \Theta_S = 0, \qquad \frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R + \Theta_R = 0,$$

$$\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m - \Theta_m = 0, \qquad \text{และ } \frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega - \Theta_\omega = 0$$

จากนั้นนำพจน์ $\Delta R_s/(\sigma L_s)$, $\Delta R_r/(\varepsilon L_r)$, $\Delta R_m/(\varepsilon M L_r)$, และ $\Delta\omega_r/\varepsilon$ คูณทั้งสองข้างของสมการข้างบนนี้ตามลำดับ จะได้ว่า

$$\frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S - \Theta_S\right) = 0, \qquad \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R + \Theta_R\right) = 0,$$

$$\frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m - \Theta_m\right) = 0, \text{ และ } \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega - \Theta_\omega\right) = 0$$

ต่อมาเขียนกฎการปรับตัวที่ได้จากการจัดรูปสมการ อีกครั้งหนึ่ง ได้เป็น

$$\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S = \Theta_S, \qquad \frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R = -\Theta_R,$$

$$\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m = \Theta_m, \qquad \text{และ} \quad \frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega = \Theta_\omega$$

จากนั้นจัดรูปสมการที่ (5-7) ใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = {} & S_i^T\dot{S}_i + \frac{1}{\sigma L_s k_{si}}\left(\Delta R_s\Delta\dot{R}_s - k_{sp}\dot{\Theta}_S\Delta R_s\right) - \frac{1}{\sigma L_s k_{si}}\left(k_{sp}\Theta_S\Delta\dot{R}_s - k_{sp}^2\Theta_S\dot{\Theta}_S\right)\\ & + \frac{1}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left(\Delta R_r\Delta\dot{R}_r + k_{rp}\dot{\Theta}_R\Delta R_r\right) + \frac{1}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left(k_{rp}\Theta_R\Delta\dot{R}_r + k_{rp}^2\Theta_R\dot{\Theta}_R\right)\\ & + \frac{1}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left(\Delta R_m\Delta\dot{R}_m - k_{mp}\dot{\Theta}_m\Delta R_m\right) - \frac{1}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left(k_{mp}\Theta_m\Delta\dot{R}_m - k_{mp}^2\Theta_m\dot{\Theta}_m\right)\\ & + \frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r\Delta\dot{\omega}_r - k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega\Delta\omega_r\right) - \frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(k_{\omega p}\Theta_\omega\Delta\dot{\omega}_r - k_{\omega p}^2\Theta_\omega\dot{\Theta}_\omega\right)\end{aligned}$$

ต่อมาแทนค่าพจน์ $S_i^T\dot{S}_i$ จากสมการที่ (5-6) ลงในสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = {} & S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o\right\} - \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\Theta_S + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\Theta_R - \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\Theta_m\\ & - \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\Theta_\omega + \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S\right) - \frac{k_{sp}\Theta_S}{\sigma L_s}\left(\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S\right)\\ & + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R\right) + \frac{k_{rp}\Theta_R}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R\right)\\ & + \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m\right) - \frac{k_{mp}\Theta_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m\right)\\ & + \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega\right) - \frac{k_{\omega p}\Theta_\omega}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = {} & S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i + \left(A_{12}+D_1\right)e_\psi - U_o\right\}\\ & + \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s}\left(\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S - \Theta_S\right) - \frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S\left(\frac{\Delta\dot{R}_s}{k_{si}} - \frac{k_{sp}}{k_{si}}\dot{\Theta}_S\right)\\ & + \frac{\Delta R_r}{\varepsilon L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R + \Theta_R\right) + \frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R\left(\frac{\Delta\dot{R}_r}{k_{ri}} + \frac{k_{rp}}{k_{ri}}\dot{\Theta}_R\right)\\ & + \frac{\Delta R_m}{\varepsilon M L_r}\left(\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m - \Theta_m\right) - \frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m\left(\frac{\Delta\dot{R}_m}{k_{mi}} - \frac{k_{mp}}{k_{mi}}\dot{\Theta}_m\right)\\ & + \frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega - \Theta_\omega\right) - \frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}} - \frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega\right)\end{aligned} \qquad \text{(ฉ-2)}$$

จากนั้นแทนค่านิพจน์ต่าง ๆ จากกฎการปรับตัวที่ได้จากการจัดรูปสมการใหม่ ลงในสมการที่ (ฉ-2) จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 \;=\; & S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i+\left(A_{12}+D_1\right)e_\psi-U_o\right\}\\ & -\frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S^2-\frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R^2-\frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m^2-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2 \;\le\; 0\end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 \;=\; & \left(a_{r11}+k_1-\phi_{1\alpha}\right)s_{i\alpha}e_{i\alpha}+\left(a_{r11}+k_2-\phi_{1\beta}\right)s_{i\beta}e_{i\beta}+\left(f_1-\Lambda_\alpha\right)s_{i\alpha}\\ & +\left(f_2-\Lambda_\beta\right)s_{i\beta}-\phi_{2\alpha}k_1s_{i\alpha}z_{i\alpha}-\phi_{2\beta}k_2s_{i\beta}z_{i\beta}\\ & -\frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S^2-\frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R^2-\frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m^2-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2 \;\le\; 0\end{aligned}$$

ฉ.4 ที่มาของสมการที่ (5-21)

ในกรณีที่ $\dot{\omega}_r \neq 0$ ในสถานะชั่วครู่ เมื่อพิจารณาสองนิพจน์สุดท้ายในสมการที่ (ฉ-2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}&\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}-\frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega-\Theta_\omega\right)-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega\left(\frac{\Delta\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}-\frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega\right)\\ &\quad=\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left(\frac{\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}-\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{k_{\omega i}}-\frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega-\Theta_\omega\right)-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega\left(\frac{\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}-\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{k_{\omega i}}-\frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega\right)\\ &\quad=\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon}\left\{\frac{\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}-\left(\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{k_{\omega i}}+\frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega+\Theta_\omega\right)\right\}-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega\left\{\frac{\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}-\left(\frac{\dot{\hat{\omega}}_r}{k_{\omega i}}+\frac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega\right)\right\}\\ &\quad=\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon k_{\omega i}}\dot{\omega}_r-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega\left(\frac{\dot{\omega}_r}{k_{\omega i}}+\Theta_\omega\right)\\ &\quad=\frac{\Delta\omega_r}{\varepsilon k_{\omega i}}\dot{\omega}_r-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon k_{\omega i}}\Theta_\omega\dot{\omega}_r-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2\\ &\quad=\frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\dot{\omega}_r-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2\end{aligned}$$

โดยที่ $\dot{\hat{\omega}}_r = -k_{\omega p}\dot{\Theta}_\omega - k_{\omega i}\Theta_\omega$,

$\dfrac{\dot{\hat{\omega}}_r}{k_{\omega i}}+\dfrac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega+\Theta_\omega = 0$, และ

$\dfrac{\dot{\hat{\omega}}_r}{k_{\omega i}}+\dfrac{k_{\omega p}}{k_{\omega i}}\dot{\Theta}_\omega = -\Theta_\omega$

ต่อมาแทนค่านิพจน์ต่าง ๆ จากกฎการปรับตัวที่ได้จากการจัดรูปสมการและสมการข้างบนนี้ ลงในสมการที่ (ฉ-2) อีกครั้งหนึ่ง จะเขียนได้เป็น

$$\dot{V}_1 = S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i+\left(A_{12}+D_1\right)e_\psi-U_o\right\}-\frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S^2-\frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R^2$$
$$-\frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m^2-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2+\frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\dot{\omega}_r$$

ฉ.5 ที่มาของสมการที่ (5-22)

เมื่อพิจารณาพลวัตเชิงกลการหมุนของระบบมอเตอร์และโหลดในสมการที่ (4-2) และจัดรูปสมการดังกล่าวใหม่ จะได้ว่า $a\omega_r = \dot{\omega}_r - bi_{eq} - cT_L$ นั่นคือ

$$\omega_r = \frac{1}{a}\dot{\omega}_r-\frac{b}{a}i_{eq}-\frac{c}{a}T_L = -\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r+\frac{pK_T}{2B_t}i_{eq}-\frac{p}{2B_t}T_L$$

$$\omega_r = -\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r+\frac{p}{2B_t}\left(T_e-T_L\right)$$

โดยที่ $a = -\left(B_t/J_t\right) < 0$,

$b = \left(p/2J_t\right)K_T > 0$,

$c = -\left(p/2J_t\right) < 0$, และ

$T_e = K_T i_{eq}$

ฉ.6 ที่มาของสมการที่ (5-23)

เมื่อพิจารณานิพจน์สุดท้ายที่อยู่ทางด้านขวามือของอนุพันธ์ฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_1$ ในสมการที่ (5-21) และแทนค่า ω_r จากสมการที่ (5-22) ลงในนิพจน์ดังกล่าว จะเขียนได้เป็น

$$\dot{\omega}_r\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right) = \dot{\omega}_r\left(\omega_r-\hat{\omega}_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right) = \dot{\omega}_r\left\{\omega_r-\left(\hat{\omega}_r+k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\right\}$$

$$\dot{\omega}_r\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right) = \dot{\omega}_r\left\{-\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r+\frac{p}{2B_t}\left(T_e-T_L\right)-\left(\hat{\omega}_r+k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\right\}$$

$$\dot{\omega}_r\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right) = -\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r^2+\dot{\omega}_r\left\{\frac{p}{2B_t}\left(T_e-T_L\right)-\left(\hat{\omega}_r+k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\right\}$$

$$\dot{\omega}_r\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right) = -\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r^2+\frac{\dot{\omega}_r}{B_t}\left\{\frac{p}{2}\left(T_e-T_L\right)-B_t\left(\hat{\omega}_r+k_{\omega p}\Theta_\omega\right)\right\}$$

$$\dot{\omega}_r\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right) = -\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r^2+\frac{\Omega_E}{B_t}\dot{\omega}_r$$

จากนั้นแทนค่านิพจน์ $\dot{\omega}_r\left(\Delta\omega_r-k_{\omega p}\Theta_\omega\right)$ จากสมการข้างบนนี้ ลงในสมการที่ (5-21) จะได้ว่า

$$\dot{V}_1 = S_i^T\left\{\left(A_{11}+K\right)e_i+\left(A_{12}+D_1\right)e_\psi-U_o\right\}-\frac{k_{sp}}{\sigma L_s}\Theta_S^2-\frac{k_{rp}}{\varepsilon L_r}\Theta_R^2$$
$$-\frac{k_{mp}}{\varepsilon M L_r}\Theta_m^2-\frac{k_{\omega p}}{\varepsilon}\Theta_\omega^2+\frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left(-\frac{J_t}{B_t}\dot{\omega}_r^2+\frac{\Omega_E}{B_t}\dot{\omega}_r\right)$$
$$\dot{V}_1 = -\frac{J_t}{\varepsilon k_{\omega i}B_t}\dot{\omega}_r^2+\frac{\Omega_E}{\varepsilon k_{\omega i}B_t}\dot{\omega}_r+\dot{\bar{V}}_1$$

ฉ.7 ที่มาของคำตอบอสมการที่ (5-25)

เมื่อใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ในการจัดรูปอสมการที่ (5-25) ใหม่ จะเขียนได้เป็น

$$\dot{\omega}_r^2-\frac{\Omega_E}{J_t}\dot{\omega}_r+\left(\frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2-\left(\frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2-\frac{\varepsilon k_{\omega i}B_t}{J_t}\dot{\bar{V}}_1 \geq 0$$
$$\left(\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2-\frac{\Omega_E^2}{4J_t^2}-\frac{4\varepsilon k_{\omega i}J_tB_t\dot{\bar{V}}_1}{4J_t^2} \geq 0$$
$$\left(\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2-\frac{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}J_tB_t\dot{\bar{V}}_1}{4J_t^2} \geq 0$$
$$\left(\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2-\frac{\left(\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}J_tB_t\dot{\bar{V}}_1}\right)^2}{\left(2J_t\right)^2} \geq 0$$
$$\left(\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}J_tB_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}\right)^2 \geq 0$$
$$\left(\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}+\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}\right)\left(\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}-\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}\right) \geq 0$$

ซึ่งมีความหมายว่า เงื่อนไขที่ทำให้อสมการที่ (5-25) เป็นจริงคือ

$$\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}+\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \geq 0 \quad \text{และ}$$
$$\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}-\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \geq 0 \quad \text{หรือ}$$
$$\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}+\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \leq 0 \quad \text{และ}$$
$$\dot{\omega}_r-\frac{\Omega_E}{2J_t}-\frac{\sqrt{\Omega_E^2+4\varepsilon k_{\omega i}B_tJ_t\dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \leq 0$$

ทำให้ได้รับคำตอบคือ

$$\dot{\omega}_r \geq \frac{\Omega_E}{2J_t} - \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \quad \text{และ} \quad \dot{\omega}_r \geq \frac{\Omega_E}{2J_t} + \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$$

หรือ

$$\dot{\omega}_r \leq \frac{\Omega_E}{2J_t} - \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \quad \text{และ} \quad \dot{\omega}_r \leq \frac{\Omega_E}{2J_t} + \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$$

โดยที่ $\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} J_t B_t \dot{\bar{V}}_1 \geq 0$

แต่เนื่องจาก

$$\frac{\Omega_E}{2J_t} - \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \leq \frac{\Omega_E}{2J_t} \leq \frac{\Omega_E}{2J_t} + \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$$

ดังนั้น

$$\dot{\omega}_r \geq \frac{\Omega_E}{2J_t} + \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t} \quad \text{หรือ} \quad \dot{\omega}_r \leq \frac{\Omega_E}{2J_t} - \frac{\sqrt{\Omega_E^2 + 4\varepsilon k_{\omega i} B_t J_t \dot{\bar{V}}_1}}{2J_t}$$

คือคำตอบของอสมการที่ (5-25)

ภาคผนวก ช

ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 6

ช.1 ที่มาของสมการที่ (6-5)

เมื่อนำสัญญาณพื้นผิว s_ω คูณทั้งสองข้างของสมการที่ (4-9) จะได้รับสมการที่ (จ-1) และต่อมาจัดรูปสมการที่ (จ-1) ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
s_\omega \dot{s}_\omega &= \left(a + k_3\right) s_\omega e_\omega + \Delta a \hat{\omega}_r'' s_\omega + \Delta b \hat{i}_{eq} s_\omega + c\Delta T_L s_\omega + f_3 s_\omega - s_\omega \delta_o \\
s_\omega \dot{s}_\omega &= s_\omega \left\{ \left(a + k_3\right) e_\omega + f_3 - \delta_o \right\} + \Delta a \hat{\omega}_r'' s_\omega + \Delta b \hat{i}_{eq} s_\omega + c\Delta T_L s_\omega \\
s_\omega \dot{s}_\omega &= s_\omega \left\{ \left(a + k_3\right) e_\omega + f_3 - \delta_o \right\} + \Delta a \Theta_a + \Delta b \Theta_b + c\Delta T_L s_\omega
\end{aligned}$$

ช.2 ที่มาของสมการที่ (6-6)

เมื่อดำเนินการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟในสมการที่ (6-4) เทียบกับเวลา จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= \frac{1}{2}\left(2 s_\omega \dot{s}_\omega\right) + \frac{1}{2k_{ia}}\left[2\left(\Delta a + k_{pa}\Theta_a\right)\left(\Delta \dot{a} + k_{pa}\dot{\Theta}_a\right)\right] \\
&\quad + \frac{1}{2k_{ib}}\left[2\left(\Delta b + k_{pb}\Theta_b\right)\left(\Delta \dot{b} + k_{pb}\dot{\Theta}_b\right)\right] \\
&\quad - \frac{c}{2k_{il}}\left[2\left(\Delta T_L - k_{pl} s_\omega\right)\left(\Delta \dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega\right)\right] \\
\dot{V}_2 &= s_\omega \dot{s}_\omega + \frac{1}{k_{ia}}\left(\Delta a + k_{pa}\Theta_a\right)\left(\Delta \dot{a} + k_{pa}\dot{\Theta}_a\right) + \frac{1}{k_{ib}}\left(\Delta b + k_{pb}\Theta_b\right)\left(\Delta \dot{b} + k_{pb}\dot{\Theta}_b\right) \\
&\quad - \frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl} s_\omega\right)\left(\Delta \dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega\right)
\end{aligned}$$

ช.3 ที่มาของสมการที่ (6-7)

เนื่องจากความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าพารามิเตอร์เชิงกลของระบบมอเตอร์เหนี่ยวนำและโหลด และความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์คือ

$$\Delta a = a - \hat{a}, \qquad \Delta b = b - \hat{b}, \quad \text{และ} \quad \Delta T_L = T_L - \hat{T}_L$$

จะได้ว่า

$$\Delta \dot{a} \approx -\dot{\hat{a}}, \qquad \Delta \dot{b} \approx -\dot{\hat{b}}, \quad \text{และ} \quad \Delta \dot{T}_L \approx -\dot{\hat{T}}_L$$

เพราะสมมุติว่า

$$\dot{a} \approx 0, \qquad \dot{b} \approx 0, \quad \text{และ} \quad \dot{T}_L \approx 0$$

เมื่อพิจารณากฎการปรับตัวในสมการที่ (6-1) ถึง (6-3) จะเขียนได้เป็น

$$-\Delta\dot{a} \approx \dot{\hat{a}} = k_{pa}\dot{\Theta}_a + k_{ia}\Theta_a, \qquad -\Delta\dot{b} \approx \dot{\hat{b}} = k_{pb}\dot{\Theta}_b + k_{ib}\Theta_b, \quad \text{และ}$$

$$-\Delta\dot{T}_L = \dot{\hat{T}}_L = -k_{pl}\dot{s}_\omega - k_{il}s_\omega$$

ต่อมาจัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta\dot{a} = -k_{pa}\dot{\Theta}_a - k_{ia}\Theta_a, \qquad \Delta\dot{b} = -k_{pb}\dot{\Theta}_b - k_{ib}\Theta_b, \qquad \text{และ}$$

$$\Delta\dot{T}_L = k_{pl}\dot{s}_\omega + k_{il}s_\omega$$

ทำให้

$$\Delta\dot{a} + k_{pa}\dot{\Theta}_a = -k_{ia}\Theta_a, \qquad \Delta\dot{b} + k_{pb}\dot{\Theta}_b = -k_{ib}\Theta_b, \qquad \text{และ}$$

$$\Delta\dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega = k_{il}s_\omega$$

จากนั้นแทนค่านิพจน์ของกฎการปรับตัวที่ได้จากการจัดรูปสมการใหม่ และพจน์ $s_\omega\dot{s}_\omega$ จากสมการที่ (6-5) ลงในสมการที่ (6-6) ตามลำดับ จะได้ว่า

$$\dot{V}_2 = s_\omega\dot{s}_\omega + \frac{1}{k_{ia}}\left(\Delta a + k_{pa}\Theta_a\right)\left(-k_{ia}\Theta_a\right) + \frac{1}{k_{ib}}\left(\Delta b + k_{pb}\Theta_b\right)\left(-k_{ib}\Theta_b\right)$$
$$-\frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\left(k_{il}s_\omega\right)$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega\dot{s}_\omega - \Theta_a\left(\Delta a + k_{pa}\Theta_a\right) - \Theta_b\left(\Delta b + k_{pb}\Theta_b\right) - cs_\omega\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega\dot{s}_\omega - \Delta a\Theta_a - k_{pa}\Theta_a^2 - \Delta b\Theta_b - k_{pb}\Theta_b^2 - c\Delta T_L s_\omega + ck_{pl}s_\omega^2$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega\dot{s}_\omega - \Delta a\Theta_a - \Delta b\Theta_b - c\Delta T_L s_\omega - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega\left\{\left(a + k_3\right)e_\omega + f_3 - \delta_o\right\} + \Delta a\Theta_a + \Delta b\Theta_b + c\Delta T_L s_\omega$$
$$-\Delta a\Theta_a - \Delta b\Theta_b - c\Delta T_L s_\omega - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2$$

$$\dot{V}_2 = s_\omega\left\{\left(a + k_3\right)e_\omega + f_3 - \delta_o\right\} - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2 \le 0$$

หรือ

$$\dot{V}_2 = \left(a + k_3 - \phi_3\right)s_\omega e_\omega - \phi_4 k_3 s_\omega h_\omega + \left(f_3 - \Lambda_3\right)s_\omega - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2 \le 0$$

ช.4 ที่มาของสมการที่ (6-18)

ในกรณีที่ $\dot{T}_L \neq 0$ ในสถานะชั่วครู่ เมื่อพิจารณาอนุพันธ์ของความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าโหลดทอร์กแบบออนไลน์ จะได้ว่า $\Delta\dot{T}_L = \dot{T}_L - \dot{\hat{T}}_L$ ทำให้

$\Delta\dot{T}_L = \dot{T}_L + k_{pl}\dot{s}_\omega + k_{il}s_\omega$ นั่นคือ $\Delta\dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega = \dot{T}_L + k_{il}s_\omega$

ต่อมาพิจารณานิพจน์สุดท้ายในสมการที่ (6-6) และแทนค่านิพจน์ที่ได้จากสมการข้างบนนี้ลงในนิพจน์สุดท้ายดังกล่าว จะเขียนได้เป็น

$$-\frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\left(\Delta\dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega\right) = -\frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\left(\dot{T}_L + k_{il}s_\omega\right)$$

$$-\frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\left(\Delta\dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega\right) = -\frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\dot{T}_L - cs_\omega\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)$$

$$\begin{aligned}-\frac{c}{k_{il}}&\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\left(\Delta\dot{T}_L - k_{pl}\dot{s}_\omega\right)\\ &= -c\Delta T_L s_\omega + ck_{pl}s_\omega^2 - \frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\dot{T}_L\end{aligned} \qquad \text{(ช-1)}$$

จากนั้นแทนค่าพจน์ $s_\omega\dot{s}_\omega$ จากสมการที่ (6-5) และนิพจน์ของกฎการปรับตัวที่ได้จากการจัดรูปสมการใหม่ และนิพจน์ของสมการที่ (ช-1) ลงในสมการที่ (6-6) อีกครั้งหนึ่ง และดำเนินการเช่นเดียวกับการหาที่มาของสมการที่ (6-7) จะได้ว่า

$$\dot{V}_2 = s_\omega\left\{\left(a + k_3\right)e_\omega + f_3 - \delta_o\right\} - k_{pa}\Theta_a^2 - k_{pb}\Theta_b^2 + ck_{pl}s_\omega^2 - \frac{c}{k_{il}}\left(\Delta T_L - k_{pl}s_\omega\right)\dot{T}_L$$

ช.5 ที่มาของสมการที่ (6-19)

เขียนอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\dot{V}_2$ ในสมการที่ (6-18) ใหม่ และพิจารณาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูโนฟดังกล่าวที่จุดเวลา $t + \Delta t$ ได้ดังนี้

$$\dot{V}_2 = \dot{\bar{V}}_2 - \frac{c}{k_{il}}\left(T_L - \hat{T}_L - k_{pl}s_\omega\right)\dot{T}_L$$

$$\dot{V}_2\left(t+\Delta t\right) = \dot{\bar{V}}_2\left(t+\Delta t\right) - \frac{c}{k_{il}}\left[T_L\left(t+\Delta t\right) - \hat{T}_L\left(t+\Delta t\right) - k_{pl}s_\omega\left(t+\Delta t\right)\right]\dot{T}_L\left(t+\Delta t\right)$$

ช.6 ที่มาของสมการที่ (6-20)

ต่อมาแทนค่าพจน์ $T_L(t + \Delta t) = T_L(t) + \rho_l\Delta t$ และ $\dot{T}_L\left(t+\Delta t\right) \approx \rho_l$ ลงในสมการที่ (6-19) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\dot{V}_2\left(t+\Delta t\right) = \dot{\bar{V}}_2\left(t+\Delta t\right) - \frac{c}{k_{il}}\left[T_L\left(t\right) + \rho_l\Delta t - \hat{T}_L\left(t+\Delta t\right) - k_{pl}s_\omega\left(t+\Delta t\right)\right]\rho_l$$

$$\dot{V}_2\left(t+\Delta t\right) = \dot{\bar{V}}_2\left(t+\Delta t\right) - \frac{c}{k_{il}}\left\{\left[T_L\left(t\right) - \hat{T}_L\left(t+\Delta t\right) - k_{pl}s_\omega\left(t+\Delta t\right)\right] + \rho_l\Delta t\right\}\rho_l$$

$$\dot{V}_2\left(t+\Delta t\right) = \dot{\bar{V}}_2\left(t+\Delta t\right) - \frac{c}{k_{il}}\left[T_L\left(t\right) - \hat{T}_L\left(t+\Delta t\right) - k_{pl}s_\omega\left(t+\Delta t\right)\right]\rho_l - \frac{c\Delta t}{k_{il}}\rho_l^2$$

$$\dot{V}_2(t+\Delta t) = \dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) - \frac{c\Omega_L(t+\Delta t)}{k_{il}}\rho_l - \frac{c\Delta t}{k_{il}}\rho_l^2$$

$$\dot{V}_2(t+\Delta t) = -\frac{c\Delta t}{k_{il}}\rho_l^2 - \frac{c\Omega_L}{k_{il}}\rho_l + \dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t)$$

ช.7 ที่มาของคำตอบอสมการที่ (6-22)

เมื่อใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ในการจัดรูปอสมการที่ (6-22) ใหม่ จะเขียนได้เป็น

$$\rho_l^2 + \frac{\Omega_L}{\Delta t}\rho_l + \left(\frac{\Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \left(\frac{\Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \frac{k_{il}}{c\Delta t}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) \le 0$$

$$\left(\rho_l + \frac{\Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \frac{\Omega_L^2}{4(\Delta t)^2} - \frac{k_{il}}{c\Delta t}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) \le 0$$

$$\left(\rho_l + \frac{\Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \frac{\Omega_L^2}{4(\Delta t)^2} - \frac{4k_{il}\Delta t}{4c(\Delta t)^2}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t) \le 0$$

$$\left(\rho_l + \frac{\Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \frac{1}{4(\Delta t)^2}\left[\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t)\right] \le 0$$

$$\left(\frac{2\rho_l\Delta t + \Omega_L}{2\Delta t}\right)^2 - \frac{1}{4(\Delta t)^2}\left[\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t)\right] \le 0$$

$$\frac{(2\rho_l\Delta t + \Omega_L)^2}{4(\Delta t)^2} - \frac{1}{4(\Delta t)^2}\left[\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2(t+\Delta t)\right] \le 0$$

$$(2\rho_l\Delta t + \Omega_L)^2 - \left(\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2\right) \le 0$$

$$(2\rho_l\Delta t + \Omega_L)^2 - \left(\sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2}\right)^2 \le 0$$

$$\left(2\rho_l\Delta t + \Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2}\right)\left(2\rho_l\Delta t + \Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2}\right) \le 0$$

ซึ่งมีความหมายว่า เงื่อนไขที่ทำให้อสมการที่ (6-22) เป็นจริงคือ

$$2\rho_l\Delta t + \Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2} \le 0 \quad \text{และ}$$

$$2\rho_l\Delta t + \Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2} \ge 0 \quad \text{หรือ}$$

$$2\rho_l\Delta t + \Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2} \ge 0 \quad \text{และ}$$

$$2\rho_l\Delta t + \Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\dot{\bar{V}}_2} \le 0$$

ทำให้ได้รับคำตอบคือ

$$2\rho_l\Delta t \le -\Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2} \quad \text{และ} \quad 2\rho_l\Delta t \ge -\Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2}$$

หรือ $$2\rho_l\Delta t \ge -\Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2} \quad \text{และ} \quad 2\rho_l\Delta t \le -\Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2}$$

โดยที่ $\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2 \ge 0$

แต่เนื่องจาก

$$-\Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2} \le -\Omega_L \le -\Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2}$$

ดังนั้น

$$-\Omega_L - \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2} \le 2\rho_l\Delta t \le -\Omega_L + \sqrt{\Omega_L^2 + \frac{4k_{il}\Delta t}{c}\bar{\dot{V}}_2}$$

คือคำตอบของอสมการที่ (6-22)

ภาคผนวก ซ

ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 7

ซ.1 ที่มาของสมการที่ (7-47)

เมื่อนำสมการที่ (7-33) ลบออกจากสมการที่ (7-5) จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
&i_{s\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{i}_{s\alpha}\big((k+1)T\big) \\
&\quad = i_{s\alpha}(kT) - \hat{i}_{s\alpha}(kT) + 0.5T\Big[a_{r1}i_{s\alpha}(kT) - \hat{a}_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + a_{r2}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) \\
&\qquad - \hat{a}_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}\psi_{r\beta}(kT) - \frac{\hat{\omega}_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - U_{o\alpha}(kT) \\
&\qquad + a_{r1}i^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*_{r1}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) \\
&\qquad + a^*_{r2}\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*_{r2}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) \\
&\qquad + \frac{\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\psi^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) - \frac{\hat{\omega}^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) \\
&\qquad - U^*_{o\alpha}\big((k+1)T\big)\Big]
\end{aligned}
$$

เนื่องจาก

$$
\begin{aligned}
a_{r1}i_{s\alpha}(kT) - \hat{a}_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) &= a_{r1}i_{s\alpha}(kT) - a_{r1}\hat{i}_{s\alpha}(kT) \\
&\quad + a_{r1}\hat{i}_{s\alpha}(kT) - \hat{a}_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) \\
a_{r1}i_{s\alpha}(kT) - \hat{a}_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) &= a_{r1}e_{i\alpha}(kT) + \Delta a_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) \\
a_{r2}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - \hat{a}_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) &= a_{r2}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\
&\quad + a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - \hat{a}_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\
a_{r2}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - \hat{a}_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) &= a_{r2}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \Delta a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\
\omega_r(kT)\psi_{r\beta}(kT) - \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) &= \omega_r(kT)\psi_{r\beta}(kT) - \omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\
&\quad + \omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\
\omega_r(kT)\psi_{r\beta}(kT) - \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) &= \omega_r(kT)e_{\psi\beta}(kT) + \Delta\omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\
a_{r1}i^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*_{r1}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) & \\
\quad = a_{r1}e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r1}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) & \\
a^*_{r2}\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*_{r2}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) & \\
\quad = a^*_{r2}\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r2}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) &
\end{aligned}
$$

และ

$$
\begin{aligned}
&\omega^*_r\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) \\
&\quad = \omega^*_r\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) + \Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
e_{i\alpha}\big((k+1)T\big) = e_{i\alpha}(kT) + 0.5T\Big[& a_{r1}e_{i\alpha}(kT) + a_{r2}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}e_{\psi\beta}(kT) \\
& + \Delta a_{r1}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \Delta a_{r2}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\
& - U_{o\alpha}(kT) + a_{r1}e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) + a^*_{r2}\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r1}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) \\
& + \Delta a^*_{r2}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{\Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) - U^*_{o\alpha}\big((k+1)T\big)\Big]
\end{aligned}
$$

เมื่อนำสมการที่ (7-34) ลบออกจากสมการที่ (7-6) จะได้รับสมการที่ (7-48) ซึ่งเหมือนกับการได้รับสมการที่ (7-47) แต่ตัวห้อย ‘α’ เปลี่ยนเป็น ‘β’ และกลับกัน ต่อมาเขียนพจน์

$$\Delta a_{r1}(kT) = a_{r1} - \hat{a}_{r1}(kT)$$

$$\Delta a_{r1}(kT) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(R_s + \frac{M^2}{L_r^2}R_r\right) + \frac{1}{\sigma L_s}\left[\hat{R}_s(kT) + \frac{M^2}{L_r^2}\hat{R}_r(kT)\right]$$

$$\Delta a_{r1}(kT) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left[\Delta R_s(kT) + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r(kT)\right]$$

$$\Delta a_{r2}(kT) = a_{r2}(kT) - \hat{a}_{r2}(kT)$$

$$
\begin{aligned}
\Delta a_{r2}(kT) = & \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{R_r + \left[s(kT) - \frac{L_r}{M}\right]R_m\right\} \\
& - \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{\hat{R}_r(kT) + \left[\hat{s}(kT) - \frac{L_r}{M}\right]\hat{R}_m(kT)\right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta a_{r2}(kT) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\Big\{ & R_r - \hat{R}_r(kT) - \frac{L_r}{M}\left[R_m - \hat{R}_m(kT)\right] \\
& + s(kT)R_m - \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT)\Big\}
\end{aligned}
$$

เนื่องจาก

$$s(kT)R_m - \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT) = s(kT)R_m - \hat{s}(kT)R_m + \hat{s}(kT)R_m - \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT)$$

$$s(kT)R_m - \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT) = \Delta s(kT)R_m + \hat{s}(kT)\Delta R_m(kT)$$

$$s(kT)R_m - \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT) = -\frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}R_m + \hat{s}(kT)\Delta R_m(kT)$$

โดยที่

$$\Delta s(kT) = s(kT) - \hat{s}(kT) = \frac{\omega_{sl}(kT)}{\omega_s(kT)} - \frac{\hat{\omega}_{sl}(kT)}{\omega_s(kT)}$$

$$\Delta s(kT) = \frac{\omega_s(kT) - \omega_r(kT) - \omega_s(kT) + \hat{\omega}_r(kT)}{\omega_s(kT)} = -\frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}$$

จะได้ว่า

$$\Delta a_{r2}(kT) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\left[\Delta R_r(kT) - \frac{L_r}{M}\Delta R_m(kT) + \hat{s}(kT)\Delta R_m(kT) - \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}R_m\right]$$

$$\Delta a_{r1}^*((k+1)T) = a_{r1} - \hat{a}_{r1}^*((k+1)T)$$

$$\Delta a_{r1}^*((k+1)T) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left(R_s + \frac{M^2}{L_r^2}R_r\right) + \frac{1}{\sigma L_s}\left[\hat{R}_s^*((k+1)T) + \frac{M^2}{L_r^2}\hat{R}_r^*((k+1)T)\right]$$

$$\Delta a_{r1}^*((k+1)T) = -\frac{1}{\sigma L_s}\left[\Delta R_s^*((k+1)T) + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r^*((k+1)T)\right]$$

$$\Delta a_{r2}^*((k+1)T) = a_{r2}^*((k+1)T) - \hat{a}_{r2}^*((k+1)T)$$

$$\Delta a_{r2}^*((k+1)T) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{R_r + \left[s^*((k+1)T) - \frac{L_r}{M}\right]R_m\right\}$$
$$-\frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{\hat{R}_r^*((k+1)T) + \left[\hat{s}^*((k+1)T) - \frac{L_r}{M}\right]\hat{R}_m^*((k+1)T)\right\}$$

$$\Delta a_{r2}^*((k+1)T) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{R_r - \hat{R}_r^*((k+1)T) - \frac{L_r}{M}\left[R_m - \hat{R}_m^*((k+1)T)\right]\right.$$
$$\left. + s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}_m^*((k+1)T)\right\}$$

เนื่องจาก

$$s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}_m^*((k+1)T)$$
$$= s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)R_m$$
$$+ \hat{s}^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}_m^*((k+1)T)$$

$$s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}_m^*((k+1)T)$$
$$= \Delta s^*((k+1)T)R_m + \hat{s}^*((k+1)T)\Delta R_m^*((k+1)T)$$

$$s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}_m^*((k+1)T)$$
$$= -\frac{\Delta\omega_r^*((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}R_m + \hat{s}^*((k+1)T)\Delta R_m^*((k+1)T)$$

โดยที่

$$\Delta s^*((k+1)T) = s^*((k+1)T) - \hat{s}^*((k+1)T) = \frac{\omega_{sl}^*((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)} - \frac{\hat{\omega}_{sl}^*((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}$$

$$\Delta s^*((k+1)T) = \frac{\omega_s((k+1)T) - \omega_r^*((k+1)T) - \omega_s((k+1)T) + \hat{\omega}_r^*((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}$$

$$\Delta s^*((k+1)T) = -\frac{\omega_r^*((k+1)T) - \hat{\omega}_r^*((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)} = -\frac{\Delta\omega_r^*((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}$$

จะได้ว่า

$$\Delta a_{r2}^{*}\big((k+1)T\big) = \frac{1}{\varepsilon L_r}\Bigg[\Delta R_r^{*}\big((k+1)T\big) - \frac{L_r}{M}\Delta R_m^{*}\big((k+1)T\big) + \hat{s}^{*}\big((k+1)T\big)\Delta R_m^{*}\big((k+1)T\big) - \frac{\Delta\omega_r^{*}\big((k+1)T\big)}{\omega_s\big((k+1)T\big)}R_m\Bigg]$$

เมื่อนำสมการที่ (7-16) ลบออกจากสมการที่ (7-1) และนำสมการที่ (7-17) ลบออกจากสมการที่ (7-2) จะได้รับสมการที่ (7-57) และ (7-58) ตามลำดับ ซึ่งคล้ายคลึงกับการได้รับสมการที่ (7-47) และ (7-48)

ซ.2 ที่มาของสมการที่ (7-67)

การเขียนพจน์ของผลคูณ $s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT)$ ในสมการที่ (7-65) ในรายละเอียด จะได้รับ

$$\begin{aligned} s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) = {} & \big(a_{r1}+k_1\big)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) + \Delta a_{r1}(kT)s_{i\alpha}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) \\ & + \left[a_{r2}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \frac{\omega_r(kT)}{\varepsilon}e_{\psi\beta}(kT) - U_{o\alpha}(kT)\right]s_{i\alpha}(kT) \\ & + \Delta a_{r2}(kT)s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \end{aligned}$$

แทนค่าพจน์ $\Delta a_{r1}(kT)$ และพจน์ $\Delta a_{r2}(kT)$ ลงในสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) = {} & \big(a_{r1}+k_1\big)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) + \big[f_1(kT) - U_{o\alpha}(kT)\big]s_{i\alpha}(kT) \\ & - \frac{1}{\sigma L_s}\left[\Delta R_s(kT) + \frac{M^2}{L_r^2}\Delta R_r(kT)\right]s_{i\alpha}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\ & + \frac{1}{\varepsilon L_r}\left\{\Delta R_r(kT) + \left[\hat{s}(kT) - \frac{L_r}{M}\right]\Delta R_m(kT) - \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}R_m\right\}s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\dfrac{M^2}{\sigma L_s L_r^2} = \dfrac{M}{\varepsilon L_r}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) = {} & \big(a_{r1}+k_1\big)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) + \big[f_1(kT) - U_{o\alpha}(kT)\big]s_{i\alpha}(kT) \\ & - \frac{\Delta R_s(kT)}{\sigma L_s}s_{i\alpha}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) \\ & + \frac{\Delta R_r(kT)}{\varepsilon L_r}\big[s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - Ms_{i\alpha}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT)\big] \\ & - \frac{L_r - \hat{s}(kT)M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m(kT)s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\ & + \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\left[s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - \frac{R_m}{\omega_s(kT)L_r}s_{i\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT)\right] \end{aligned}$$

การเขียนพจน์ของผลคูณ $s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)$ ในสมการที่ (7-65) ในรายละเอียดจะได้รับ

$$
\begin{aligned}
s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) = {} & \big(a_{r1}+k_1\big)s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)e_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& + \Delta a_{r1}^{*}\big((k+1)T\big)s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{i}_{s\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& + \Delta a_{r2}^{*}\big((k+1)T\big)s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{\Delta\omega_{r}^{*}\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\beta}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& + \Big[a_{r2}^{*}\big((k+1)T\big)e_{\psi\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) + \frac{\omega_{r}^{*}\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}e_{\psi\beta}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& \quad - U_{o\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Big]s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

แทนค่าพจน์ $\Delta a_{r1}^{*}\big((k+1)T\big)$ และพจน์ $\Delta a_{r2}^{*}\big((k+1)T\big)$ ลงในสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) = {} & \big(a_{r1}+k_1\big)s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)e_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& + \Big[f_1^{*}\big((k+1)T\big) - U_{o\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Big]s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& - \frac{\Delta R_{s}^{*}\big((k+1)T\big)}{\sigma L_{s}}s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{i}_{s\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& - \frac{L_r - \hat{s}^{*}\big((k+1)T\big)M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_{m}^{*}\big((k+1)T\big)s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{\Delta R_{r}^{*}\big((k+1)T\big)}{\varepsilon L_r}\Big[s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad - M s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{i}_{s\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Big] \\
& + \frac{\Delta\omega_{r}^{*}\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\Big[s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\beta}^{*}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad - \frac{R_m}{\omega_{s}\big((k+1)T\big)L_r}s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Big]
\end{aligned}
$$

และการเขียนพจน์ผลคูณ $s_{i\beta}(kT)\,\Gamma_{\beta}(kT)$ และ $s_{i\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)$ ในสมการที่ (7-66) ในรายละเอียด จะเหมือนกับพจน์ผลคูณ $s_{i\alpha}(kT)\,\Gamma_{\alpha}(kT)$ และ $s_{i\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)$ ตามลำดับ แต่ตัวห้อย ‘α’ เปลี่ยนเป็น ‘β’ และกลับกัน ค่าเกนพื้นผิว ‘k_1’ เปลี่ยนเป็น ‘k_2’ และปริมาณที่ไม่ทราบค่า $f_1(kT)$, $f_1^{*}\big((k+1)T\big)$ เปลี่ยนเป็น $f_2(kT)$, $f_2^{*}\big((k+1)T\big)$ ตามลำดับ

$$
\begin{aligned}
s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) = {} & \big(a_{r1}+k_2\big)s_{i\beta}(kT)e_{i\beta}(kT) + \Big[f_2(kT) - U_{o\beta}(kT)\Big]s_{i\beta}(kT) \\
& - \frac{\Delta R_{s}(kT)}{\sigma L_{s}}s_{i\beta}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT) \\
& + \frac{\Delta R_{r}(kT)}{\varepsilon L_r}\Big[s_{i\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) - M s_{i\beta}(kT)\hat{i}_{s\beta}(kT)\Big] \\
& - \frac{L_r - \hat{s}(kT)M}{\varepsilon M L_r}\Delta R_{m}(kT)s_{i\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) \\
& - \frac{\Delta\omega_{r}(kT)}{\varepsilon}\left[s_{i\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + \frac{R_m}{\omega_{s}(kT)L_r}s_{i\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT)\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\beta}\big((k+1)T\big) &= \big(a_{r1}+k_2\big)s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\quad+\Big[f^*_2\big((k+1)T\big)-U^*_{o\beta}\big((k+1)T\big)\Big]s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\quad-\frac{\Delta R^*_s\big((k+1)T\big)}{\sigma L_s}s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\quad-\frac{L_r-\hat{s}^*\big((k+1)T\big)M}{\varepsilon ML_r}\Delta R^*_m\big((k+1)T\big)s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\quad+\frac{\Delta R^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon L_r}\Big[s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad\qquad-Ms^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\beta}\big((k+1)T\big)\Big]\\
&\quad-\frac{\Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\Big[s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad\qquad+\frac{R_m}{\omega_s\big((k+1)T\big)L_r}s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)\Big]
\end{aligned}
$$

ต่อมาเขียนพจน์ของผลบวก $s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT)+s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT)$ ได้เป็น

$$
\begin{aligned}
s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT)+s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) &= \big(a_{r1}+k_1\big)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT)\\
&\quad+\big(a_{r1}+k_2\big)s_{i\beta}(kT)e_{i\beta}(kT)+\big[f_1(kT)-U_{o\alpha}(kT)\big]s_{i\alpha}(kT)\\
&\quad+\Big[f_2(kT)-U_{o\beta}(kT)\Big]s_{i\beta}(kT)-\frac{\Delta R_s(kT)}{\sigma L_s}\Theta_S(kT)+\frac{\Delta R_r(kT)}{\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)\\
&\quad-\frac{\Delta R_m(kT)}{\varepsilon ML_r}\Theta_m(kT)-\frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\Theta_{\omega}(kT)
\end{aligned}
$$

และเขียนพจน์ของผลบวก $s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\alpha}\big((k+1)T\big)+s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\beta}\big((k+1)T\big)$ ได้เป็น

$$
\begin{aligned}
&s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\alpha}\big((k+1)T\big)+s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\quad=\big(a_{r1}+k_1\big)s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad+\big(a_{r1}+k_2\big)s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)e^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad+\Big[f^*_1\big((k+1)T\big)-U^*_{o\alpha}\big((k+1)T\big)\Big]s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad+\Big[f^*_2\big((k+1)T\big)-U^*_{o\beta}\big((k+1)T\big)\Big]s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad-\frac{\Delta R^*_s\big((k+1)T\big)}{\sigma L_s}\Theta^*_S\big((k+1)T\big)+\frac{\Delta R^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon L_r}\Theta^*_R\big((k+1)T\big)\\
&\qquad-\frac{\Delta R^*_m\big((k+1)T\big)}{\varepsilon ML_r}\Theta^*_m\big((k+1)T\big)-\frac{\Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\Theta^*_{\omega}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

ต่อมา เขียนพจน์ของผลบวก $s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT)+s^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\alpha}\big((k+1)T\big)$
$+s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT)+s^*_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^*_{\beta}\big((k+1)T\big)$ ได้เป็น

$$
\begin{aligned}
& s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) + s^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\alpha}\big((k+1)T\big) \\
& + s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) + s^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\beta}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = \left(a_{r1}+k_1\right)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) + \left(a_{r1}+k_2\right)s_{i\beta}(kT)e_{i\beta}(kT) \\
& \qquad\quad + \left[f_1(kT) - U_{o\alpha}(kT)\right]s_{i\alpha}(kT) + \left[f_2(kT) - U_{o\beta}(kT)\right]s_{i\beta}(kT) \\
& \qquad\quad + \left(a_{r1}+k_1\right)s^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big)e^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad\quad + \left(a_{r1}+k_2\right)s^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big)e^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad\quad + \left[f^{*}_1\big((k+1)T\big) - U^{*}_{o\alpha}\big((k+1)T\big)\right]s^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad\quad + \left[f^{*}_2\big((k+1)T\big) - U^{*}_{o\beta}\big((k+1)T\big)\right]s^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big) \\
& \qquad\quad - \frac{\Delta R_s(kT)}{\sigma L_s}\Theta_S(kT) + \frac{\Delta R_r(kT)}{\varepsilon L_r}\Theta_R(kT) - \frac{\Delta R_m(kT)}{\varepsilon M L_r}\Theta_m(kT) \\
& \qquad\quad - \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\varepsilon}\Theta_{\omega}(kT) - \frac{\Delta R^{*}_s\big((k+1)T\big)}{\sigma L_s}\Theta^{*}_S\big((k+1)T\big) \\
& \qquad\quad + \frac{\Delta R^{*}_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon L_r}\Theta^{*}_R\big((k+1)T\big) - \frac{\Delta R^{*}_m\big((k+1)T\big)}{\varepsilon M L_r}\Theta^{*}_m\big((k+1)T\big) \\
& \qquad\quad - \frac{\Delta\omega^{*}_r\big((k+1)T\big)}{\varepsilon}\Theta^{*}_{\omega}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

จากนั้น จัดรูปสมการที่ (7-65) และ (7-66) ใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\frac{2}{T}s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) &= s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) + s^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\alpha}\big((k+1)T\big) \\
&\quad - T\,\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma^{*}_{\alpha}\big((k+1)T\big) \\
\frac{2}{T}s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT) &= s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) + s^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\beta}\big((k+1)T\big) \\
&\quad - T\,\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma^{*}_{\beta}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

นั่นคือ เขียนผลรวมของสองสมการข้างบนนี้ ได้เป็น

$$
\begin{aligned}
\frac{2}{T}\left[s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT)\right] &= s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) \\
&\quad + s^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\alpha}\big((k+1)T\big) + s^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\beta}\big((k+1)T\big) \\
&\quad - T\,\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma^{*}_{\alpha}\big((k+1)T\big) - T\,\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma^{*}_{\beta}\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

ต่อมา แทนค่าพจน์ของผลบวก $s_{i\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}(kT) + s^{*}_{i\alpha}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\alpha}\big((k+1)T\big) + s_{i\beta}(kT)\Gamma_{\beta}(kT) + s^{*}_{i\beta}\big((k+1)T\big)\Gamma^{*}_{\beta}\big((k+1)T\big)$ จะได้ว่า

$$\frac{2}{T}\left[s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT) \right] = \left(a_{r1} + k_1 \right) s_{i\alpha}(kT) e_{i\alpha}(kT)$$
$$+ \left(a_{r1} + k_2 \right) s_{i\beta}(kT) e_{i\beta}(kT) + \left[f_1(kT) - U_{o\alpha}(kT) \right] s_{i\alpha}(kT)$$
$$+ \left[f_2(kT) - U_{o\beta}(kT) \right] s_{i\beta}(kT) + \left(a_{r1} + k_1 \right) s^*_{i\alpha}\left((k+1)T\right) e^*_{i\alpha}\left((k+1)T\right)$$
$$+ \left(a_{r1} + k_2 \right) s^*_{i\beta}\left((k+1)T\right) e^*_{i\beta}\left((k+1)T\right) - \frac{\Delta R_s(kT)}{\sigma L_s}\Theta_S(kT)$$
$$+ \left[f^*_1\left((k+1)T\right) - U^*_{o\alpha}\left((k+1)T\right) \right] s^*_{i\alpha}\left((k+1)T\right) + \frac{\Delta R_r(kT)}{\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)$$
$$+ \left[f^*_2\left((k+1)T\right) - U^*_{o\beta}\left((k+1)T\right) \right] s^*_{i\beta}\left((k+1)T\right) - \frac{\Delta R_m(kT)}{\varepsilon M L_r}\Theta_m(kT)$$
$$- \frac{\Delta \omega_r(kT)}{\varepsilon}\Theta_\omega(kT) - \frac{\Delta R^*_s\left((k+1)T\right)}{\sigma L_s}\Theta^*_S\left((k+1)T\right)$$
$$+ \frac{\Delta R^*_r\left((k+1)T\right)}{\varepsilon L_r}\Theta^*_R\left((k+1)T\right) - \frac{\Delta R^*_m\left((k+1)T\right)}{\varepsilon M L_r}\Theta^*_m\left((k+1)T\right)$$
$$- \frac{\Delta \omega^*_r\left((k+1)T\right)}{\varepsilon}\Theta^*_\omega\left((k+1)T\right) - T\,\Gamma_\alpha(kT)\Gamma^*_\alpha\left((k+1)T\right)$$
$$- T\,\Gamma_\beta(kT)\Gamma^*_\beta\left((k+1)T\right)$$

ซ.3 ที่มาของสมการที่ (7-71)

ผลต่างกำลังสอง $s^2_{i\alpha}\left((k+1)T\right) - s^2_{i\alpha}(kT)$ ในสมการที่ (7-70) ถูกเขียนใหม่ได้เป็น

$$s^2_{i\alpha}\left((k+1)T\right) - s^2_{i\alpha}(kT) = \left[s_{i\alpha}\left((k+1)T\right) + s_{i\alpha}(kT) \right]\left[s_{i\alpha}\left((k+1)T\right) - s_{i\alpha}(kT) \right]$$
$$s^2_{i\alpha}\left((k+1)T\right) - s^2_{i\alpha}(kT) = 2s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + \widetilde{s}^2_{i\alpha}(kT)$$

ในทำนองเดียวกัน ผลต่างกำลังสอง $s^2_{i\beta}\left((k+1)T\right) - s^2_{i\beta}(kT)$ ในสมการที่ (7-70) ถูกเขียนใหม่ได้เป็น

$$s^2_{i\beta}\left((k+1)T\right) - s^2_{i\beta}(kT) = 2s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT) + \widetilde{s}^2_{i\beta}(kT)$$

ผลต่างกำลังสองอื่น ๆ ในสมการที่ (7-70) ถูกเขียนใหม่ได้เป็น

$$\left[\Delta R_s\left((k+1)T\right) - k_{sp}\Theta^*_S\left((k+1)T\right) \right]^2 - \left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT) \right]^2$$
$$= \left\{ \left[\Delta R_s\left((k+1)T\right) - k_{sp}\Theta^*_S\left((k+1)T\right) \right] - \left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT) \right] \right\} \times$$
$$\left\{ \left[\Delta R_s\left((k+1)T\right) - k_{sp}\Theta^*_S\left((k+1)T\right) \right] + \left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT) \right] \right\}$$
$$\left[\Delta R_s\left((k+1)T\right) - k_{sp}\Theta^*_S\left((k+1)T\right) \right]^2 - \left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT) \right]^2$$
$$= \left[\hat{\widetilde{R}}_s(kT) + k_{sp}\widetilde{\Theta}^*_S(kT) \right]^2 - 2\left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT) \right]\left[\hat{\widetilde{R}}_s(kT) + k_{sp}\widetilde{\Theta}^*_S(kT) \right]$$

โดยที่ $\Delta R_s\left((k+1)T\right) - \Delta R_s(kT) = R_s - \hat{R}_s\left((k+1)T\right) - \left[R_s - \hat{R}_s(kT) \right]$

$$\Delta R_s\left((k+1)T\right) - \Delta R_s(kT) = -\left[\hat{R}_s\left((k+1)T\right) - \hat{R}_s(kT) \right] = -\hat{\widetilde{R}}_s(kT)$$

$$\left[\Delta R_r\left((k+1)T\right)+k_{rp}\Theta_R^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]^2$$
$$=\left\{\left[\Delta R_r\left((k+1)T\right)+k_{rp}\Theta_R^*\left((k+1)T\right)\right]-\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\right\}\times$$
$$\left\{\left[\Delta R_r\left((k+1)T\right)+k_{rp}\Theta_R^*\left((k+1)T\right)\right]+\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\right\}$$
$$\left[\Delta R_r\left((k+1)T\right)+k_{rp}\Theta_R^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]^2$$
$$=\left[\hat{\bar{R}}_r(kT)-k_{rp}\tilde{\Theta}_R^*(kT)\right]^2-2\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_r(kT)-k_{rp}\tilde{\Theta}_R^*(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta R_r\left((k+1)T\right)-\Delta R_r(kT)=R_r-\hat{R}_r\left((k+1)T\right)-\left[R_r-\hat{R}_r(kT)\right]$

$$\Delta R_r\left((k+1)T\right)-\Delta R_r(kT)=-\left[\hat{R}_r\left((k+1)T\right)-\hat{R}_r(kT)\right]=-\hat{\bar{R}}_r(kT)$$
$$\left[\Delta R_m\left((k+1)T\right)-k_{mp}\Theta_m^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]^2$$
$$=\left\{\left[\Delta R_m\left((k+1)T\right)-k_{mp}\Theta_m^*\left((k+1)T\right)\right]-\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\right\}\times$$
$$\left\{\left[\Delta R_m\left((k+1)T\right)-k_{mp}\Theta_m^*\left((k+1)T\right)\right]+\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\right\}$$
$$\left[\Delta R_m\left((k+1)T\right)-k_{mp}\Theta_m^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]^2$$
$$=\left[\hat{\bar{R}}_m(kT)+k_{mp}\tilde{\Theta}_m^*(kT)\right]^2$$
$$-2\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_m(kT)+k_{mp}\tilde{\Theta}_m^*(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta R_m\left((k+1)T\right)-\Delta R_m(kT)=R_m-\hat{R}_m\left((k+1)T\right)-\left[R_m-\hat{R}_m(kT)\right]$

$$\Delta R_m\left((k+1)T\right)-\Delta R_m(kT)=-\left[\hat{R}_m\left((k+1)T\right)-\hat{R}_m(kT)\right]=-\hat{\bar{R}}_m(kT)$$
$$\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]^2$$
$$=\left\{\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]-\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\right\}\times$$
$$\left\{\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]+\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\right\}$$
$$\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]^2$$
$$=\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]^2$$
$$-2\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-\Delta\omega_r(kT)=\omega_r\left((k+1)T\right)-\hat{\omega}_r\left((k+1)T\right)-\left[\omega_r(kT)-\hat{\omega}_r(kT)\right]$

$$\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-\Delta\omega_r(kT)=-\left[\hat{\omega}_r\left((k+1)T\right)-\hat{\omega}_r(kT)\right]=-\hat{\bar{\omega}}_r(kT)$$

ต่อมาเมื่อแทนค่าพจน์ต่าง ๆ จากผลต่างกำลังสอง ลงในสมการที่ (7-70) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\widetilde{V}_1(kT) = {} & s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT) + 0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT) + 0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT) \\ & - \frac{1}{\sigma L_s k_{si}}\left[\Delta R_s(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_s(kT) + k_{sp}\widetilde{\Theta}_S^*(kT)\right] \\ & - \frac{1}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left[\Delta R_r(kT) + k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_r(kT) - k_{rp}\widetilde{\Theta}_R^*(kT)\right] \\ & - \frac{1}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left[\Delta R_m(kT) - k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\hat{\bar{R}}_m(kT) + k_{mp}\widetilde{\Theta}_m^*(kT)\right] \\ & - \frac{1}{\varepsilon k_{\omega i}}\left[\Delta\omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right] \\ & + \frac{0.5}{\sigma L_s k_{si}}\left[\hat{\bar{R}}_s(kT) + k_{sp}\widetilde{\Theta}_S^*(kT)\right]^2 + \frac{0.5}{\varepsilon L_r k_{ri}}\left[\hat{\bar{R}}_r(kT) - k_{rp}\widetilde{\Theta}_R^*(kT)\right]^2 \\ & + \frac{0.5}{\varepsilon M L_r k_{mi}}\left[\hat{\bar{R}}_m(kT) + k_{mp}\widetilde{\Theta}_m^*(kT)\right]^2 + \frac{0.5}{\varepsilon k_{\omega i}}\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]^2\end{aligned}$$

ซ.4 ที่มาของสมการที่ (7-76)

เขียนพจน์บางพจน์ที่อยู่ทางด้านขวามือในสมการที่ (7-67) ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(a_{r1}+k_1)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) + (a_{r1}+k_2)s_{i\beta}(kT)e_{i\beta}(kT) & \\ = \begin{bmatrix} s_{i\alpha}(kT) \\ s_{i\beta}(kT)\end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{r1}+k_1 & 0 \\ 0 & a_{r1}+k_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_{i\alpha}(kT) \\ e_{i\beta}(kT)\end{bmatrix} & \\ (a_{r1}+k_1)s_{i\alpha}(kT)e_{i\alpha}(kT) + (a_{r1}+k_2)s_{i\beta}(kT)e_{i\beta}(kT) & \\ = S_i^T(kT)(A_{11}+K)e_i(kT) & \\ \left[f_1(kT) - U_{o\alpha}(kT)\right]s_{i\alpha}(kT) + \left[f_2(kT) - U_{o\beta}(kT)\right]s_{i\beta}(kT) & \\ = \begin{bmatrix} s_{i\alpha}(kT) \\ s_{i\beta}(kT)\end{bmatrix}^T \left\{\begin{bmatrix} f_1(kT) \\ f_2(kT)\end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_{o\alpha}(kT) \\ U_{o\beta}(kT)\end{bmatrix}\right\} & \\ \left[f_1(kT) - U_{o\alpha}(kT)\right]s_{i\alpha}(kT) + \left[f_2(kT) - U_{o\beta}(kT)\right]s_{i\beta}(kT) & \\ = S_i^T(kT)\left[f_\psi(kT) - U_o(kT)\right] &\end{aligned}$$

และในทำนองเดียวกัน จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(a_{r1}+k_1)s_{i\alpha}^*((k+1)T)e_{i\alpha}^*((k+1)T) + (a_{r1}+k_2)s_{i\beta}^*((k+1)T)e_{i\beta}^*((k+1)T) & \\ = \left[S_i^*((k+1)T)\right]^T(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T) & \\ \left[f_1^*((k+1)T) - U_{o\alpha}^*((k+1)T)\right]s_{i\alpha}^*((k+1)T) & \\ + \left[f_2^*((k+1)T) - U_{o\beta}^*((k+1)T)\right]s_{i\beta}^*((k+1)T) & \\ = \left[S_i^*((k+1)T)\right]^T\left[f_\psi^*((k+1)T) - U_o^*((k+1)T)\right] &\end{aligned}$$

แทนค่าพจน์สี่พจน์จากสมการข้างบนนี้ ลงในสมการที่ (7-67) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
& s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT) \\
&\quad = 0.5TS_i^T(kT)\left[\left(A_{11}+K\right)e_i(kT) + f_{\psi}(kT) - U_o(kT)\right] \\
&\qquad + 0.5T\left[S_i^*\left((k+1)T\right)\right]^T \times \\
&\qquad\qquad \left[\left(A_{11}+K\right)e_i^*\left((k+1)T\right) + f_{\psi}^*\left((k+1)T\right) - U_o^*\left((k+1)T\right)\right] \\
&\qquad - \frac{0.5T}{\sigma L_s}\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT) + \frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT) \\
&\qquad - \frac{0.5T}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT) - \frac{0.5T}{\varepsilon}\Delta\omega_r(kT)\Theta_{\omega}(kT) \\
&\qquad - \frac{0.5T}{\sigma L_s}\Delta R_s^*\left((k+1)T\right)\Theta_S^*\left((k+1)T\right) + \frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\Delta R_r^*\left((k+1)T\right)\Theta_R^*\left((k+1)T\right) \\
&\qquad - \frac{0.5T}{\varepsilon M L_r}\Delta R_m^*\left((k+1)T\right)\Theta_m^*\left((k+1)T\right) - \frac{0.5T}{\varepsilon}\Delta\omega_r^*\left((k+1)T\right)\Theta_{\omega}^*\left((k+1)T\right) \\
&\qquad - 0.5T^2\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}^*\left((k+1)T\right) - 0.5T^2\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma_{\beta}^*\left((k+1)T\right)
\end{aligned}
$$

ต่อมา แทนค่านิพจน์ $s_{i\alpha}(kT)\widetilde{s}_{i\alpha}(kT) + s_{i\beta}(kT)\widetilde{s}_{i\beta}(kT)$ และกฎการปรับตัวในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้อง จากสมการที่ (7-72) ถึง (7-75) ลงในสมการที่ (7-71) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) = {} & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right] \\
& +0.5T\left[S_i^*((k+1)T)\right]^T\times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T)+f_\psi^*((k+1)T)-U_o^*((k+1)T)\right] \\
& +\frac{0.5T}{\sigma L_s}\left\{\left[\Delta R_s(kT)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\left[\Theta_S^*((k+1)T)+\Theta_S(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT)-\Delta R_s^*((k+1)T)\Theta_S^*((k+1)T)\right\} \\
& -\frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\left\{\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\Theta_R^*((k+1)T)+\Theta_R(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT)-\Delta R_r^*((k+1)T)\Theta_R^*((k+1)T)\right\} \\
& +\frac{0.5T}{\varepsilon ML_r}\left\{\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\Theta_m^*((k+1)T)+\Theta_m(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT)-\Delta R_m^*((k+1)T)\Theta_m^*((k+1)T)\right\} \\
& +\frac{0.5T}{\varepsilon}\left\{\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T)\right\} \\
& +\frac{k_{si}T^2}{8\sigma L_s}\left[\Theta_S^*((k+1)T)+\Theta_S(kT)\right]^2+\frac{k_{ri}T^2}{8\varepsilon L_r}\left[\Theta_R^*((k+1)T)+\Theta_R(kT)\right]^2 \\
& +\frac{k_{mi}T^2}{8\varepsilon ML_r}\left[\Theta_m^*((k+1)T)+\Theta_m(kT)\right]^2+\frac{k_{\omega i}T^2}{8\varepsilon}\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right]^2 \\
& +0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT)-0.5T^2\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*((k+1)T) \\
& -0.5T^2\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*((k+1)T)
\end{aligned}
$$

เขียนพจน์บางพจน์ที่อยู่ทางด้านขวามือในสมการข้างบนนี้ ใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
& \left[\Delta R_s(kT)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\left[\Theta_S^*((k+1)T)+\Theta_S(kT)\right] \\
& \quad -\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT)-\Delta R_s^*((k+1)T)\Theta_S^*((k+1)T) \\
& \qquad = -k_{sp}\Theta_S^2(kT)+\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT)-\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT) \\
& \qquad\quad +\left[\Delta R_s(kT)-\Delta R_s^*((k+1)T)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\Theta_S^*((k+1)T)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \left[\Delta R_s(kT)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\left[\Theta_S^*((k+1)T)+\Theta_S(kT)\right] \\
& \quad -\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT)-\Delta R_s^*((k+1)T)\Theta_S^*((k+1)T) \\
& \qquad = -k_{sp}\Theta_S^2(kT)+\left[\hat{\bar{R}}_s^*(kT)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\Theta_S^*((k+1)T)
\end{aligned}
$$

โดยที่ $\Delta R_s^*((k+1)T)-\Delta R_s(kT) = R_s-\hat{R}_s^*((k+1)T)-\left[R_s-\hat{R}_s(kT)\right]$

$$
\Delta R_s^*((k+1)T)-\Delta R_s(kT) = -\left[\hat{R}_s^*((k+1)T)-\hat{R}_s(kT)\right] = -\hat{\bar{R}}_s^*(kT)
$$

$$\begin{aligned}
&\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\Theta_R^*((k+1)T)+\Theta_R(kT)\right]\\
&\quad-\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT)-\Delta R_r^*((k+1)T)\Theta_R^*((k+1)T)\\
&\qquad=k_{rp}\Theta_R^2(kT)+\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT)-\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT)\\
&\qquad\quad+\left[\Delta R_r(kT)-\Delta R_r^*((k+1)T)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\Theta_R^*((k+1)T)\\
&\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\Theta_R^*((k+1)T)+\Theta_R(kT)\right]\\
&\quad-\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT)-\Delta R_r^*((k+1)T)\Theta_R^*((k+1)T)\\
&\qquad=k_{rp}\Theta_R^2(kT)+\left[\hat{\bar{R}}_r^*(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\Theta_R^*((k+1)T)
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta R_r^*((k+1)T)-\Delta R_r(kT)=R_r-\hat{R}_r^*((k+1)T)-\left[R_r-\hat{R}_r(kT)\right]$

$$\Delta R_r^*((k+1)T)-\Delta R_r(kT)=-\left[\hat{R}_r^*((k+1)T)-\hat{R}_r(kT)\right]=-\hat{\bar{R}}_r^*(kT)$$

$$\begin{aligned}
&\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\Theta_m^*((k+1)T)+\Theta_m(kT)\right]\\
&\quad-\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT)-\Delta R_m^*((k+1)T)\Theta_m^*((k+1)T)\\
&\qquad=-k_{mp}\Theta_m^2(kT)+\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT)-\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT)\\
&\qquad\quad+\left[\Delta R_m(kT)-\Delta R_m^*((k+1)T)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\Theta_m^*((k+1)T)\\
&\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\Theta_m^*((k+1)T)+\Theta_m(kT)\right]\\
&\quad-\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT)-\Delta R_m^*((k+1)T)\Theta_m^*((k+1)T)\\
&\qquad=-k_{mp}\Theta_m^2(kT)+\left[\hat{\bar{R}}_m^*(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\Theta_m^*((k+1)T)
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta R_m^*((k+1)T)-\Delta R_m(kT)=R_m-\hat{R}_m^*((k+1)T)-\left[R_m-\hat{R}_m(kT)\right]$

$$\Delta R_m^*((k+1)T)-\Delta R_m(kT)=-\left[\hat{R}_m^*((k+1)T)-\hat{R}_m(kT)\right]=-\hat{\bar{R}}_m^*(kT)$$

$$\begin{aligned}
&\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right]\\
&\quad-\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T)\\
&\qquad=-k_{\omega p}\Theta_\omega^2(kT)+\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)\\
&\qquad\quad+\left[\Delta\omega_r(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\Theta_\omega^*((k+1)T)\\
&\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right]\\
&\quad-\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T)\\
&\qquad=-k_{\omega p}\Theta_\omega^2(kT)+\left[\hat{\bar{\omega}}_r^*(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\Theta_\omega^*((k+1)T)
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta\omega_r^*((k+1)T)-\Delta\omega_r(kT)=\omega_r^*((k+1)T)-\hat{\omega}_r^*((k+1)T)-\left[\omega_r(kT)-\hat{\omega}_r(kT)\right]$

$$\Delta\omega_r^*((k+1)T)-\Delta\omega_r(kT)=-\left[\hat{\omega}_r^*((k+1)T)-\hat{\omega}_r(kT)\right]=-\hat{\bar{\omega}}_r^*(kT)$$

แทนค่านิพจน์จากสมการสี่สมการข้างบนนี้ ลงในสมการของ $\tilde{V}_1(kT)$ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) = {} & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right] \\
& +0.5T\left[S_i^*\left((k+1)T\right)\right]^T\times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*\left((k+1)T\right)+f_\psi^*\left((k+1)T\right)-U_o^*\left((k+1)T\right)\right] \\
& -\frac{k_{sp}T}{2\sigma L_s}\Theta_S^2(kT)+\frac{0.5T}{\sigma L_s}\left[\hat{\bar{R}}_s^*(kT)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\Theta_S^*\left((k+1)T\right) \\
& -\frac{k_{rp}T}{2\varepsilon L_r}\Theta_R^2(kT)-\frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\left[\hat{\bar{R}}_r^*(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\Theta_R^*\left((k+1)T\right) \\
& -\frac{k_{mp}T}{2\varepsilon ML_r}\Theta_m^2(kT)+\frac{0.5T}{\varepsilon ML_r}\left[\hat{\bar{R}}_m^*(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\Theta_m^*\left((k+1)T\right) \\
& -\frac{k_{\omega p}T}{2\varepsilon}\Theta_\omega^2(kT)+\frac{0.5T}{\varepsilon}\left[\hat{\bar{\omega}}_r^*(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right) \\
& +\frac{k_{si}T^2}{8\sigma L_s}\left[\Theta_S^*\left((k+1)T\right)+\Theta_S(kT)\right]^2+0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT) \\
& +\frac{k_{ri}T^2}{8\varepsilon L_r}\left[\Theta_R^*\left((k+1)T\right)+\Theta_R(kT)\right]^2-0.5T^2\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*\left((k+1)T\right) \\
& +\frac{k_{mi}T^2}{8\varepsilon ML_r}\left[\Theta_m^*\left((k+1)T\right)+\Theta_m(kT)\right]^2-0.5T^2\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*\left((k+1)T\right) \\
& +\frac{k_{\omega i}T^2}{8\varepsilon}\left[\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)+\Theta_\omega(kT)\right]^2
\end{aligned}
$$

ซ.5 ที่มาของสมการที่ (7-81)

เมื่อยกกำลังสองพจน์ $\widetilde{s}_{i\alpha}(kT)$ จากสมการที่ (7-53) และพจน์ $\widetilde{s}_{i\beta}(kT)$ จากสมการที่ (7-54) และนำตัวเลข 0.5 คูณทั้งสองข้างของสมการ จะเขียนได้เป็น

$$
\begin{aligned}
& 0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT) \\
& \quad = 0.5T^2\left\{0.25\Gamma_\alpha^2(kT)+0.5\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*\left((k+1)T\right)+0.25\left[\Gamma_\alpha^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\} \\
& 0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT) \\
& \quad = 0.5T^2\left\{0.25\Gamma_\beta^2(kT)+0.5\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*\left((k+1)T\right)+0.25\left[\Gamma_\beta^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}
\end{aligned}
$$

ต่อมาเขียนผลรวมของพจน์ $0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT)-0.5T^2\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*\left((k+1)T\right)$ $-0.5T^2\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*\left((k+1)T\right)$ ใหม่ โดยใช้สมการสองสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
&0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^{2}(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^{2}(kT)-0.5T^{2}\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&-0.5T^{2}\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&\quad=0.5T^{2}\Big\{0.25\Gamma_{\alpha}^{2}(kT)+0.5\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)+0.25\big[\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{2}\Big\}\\
&\qquad-0.5T^{2}\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)-0.5T^{2}\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&\qquad+0.5T^{2}\Big\{0.25\Gamma_{\beta}^{2}(kT)+0.5\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)+0.25\big[\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{2}\Big\}\\
&0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^{2}(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^{2}(kT)-0.5T^{2}\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&-0.5T^{2}\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&\quad=0.125T^{2}\big[\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)-\Gamma_{\alpha}(kT)\big]^{2}+0.125T^{2}\big[\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)-\Gamma_{\beta}(kT)\big]^{2}\\
&0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^{2}(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^{2}(kT)-0.5T^{2}\Gamma_{\alpha}(kT)\Gamma_{\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&-0.5T^{2}\Gamma_{\beta}(kT)\Gamma_{\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&\quad=0.125T^{2}\big[\widetilde{\Gamma}_{\alpha}^{*}(kT)\big]^{2}+0.125T^{2}\big[\widetilde{\Gamma}_{\beta}^{*}(kT)\big]^{2}
\end{aligned}
$$

เมื่อแทนค่าผลรวมของพจน์ในสมการข้างบนนี้ และกฎการปรับตัวในขั้นตอนการทำนายค่าจากสมการที่ (7-77) ถึง (7-80) ลงในสมการที่ (7-76) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_{1}(kT)=\;&0.5TS_{i}^{T}(kT)\big[(A_{11}+K)e_{i}(kT)+f_{\psi}(kT)-U_{o}(kT)\big]\\
&+0.5T\big[S_{i}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{T}\times\\
&\qquad\big[(A_{11}+K)e_{i}^{*}\big((k+1)T\big)+f_{\psi}^{*}\big((k+1)T\big)-U_{o}^{*}\big((k+1)T\big)\big]\\
&-\frac{k_{sp}T}{2\sigma L_{s}}\Theta_{S}^{2}(kT)+\frac{0.5T}{\sigma L_{s}}\big[-k_{sp}\Theta_{S}^{*}\big((k+1)T\big)-k_{si}T\Theta_{S}(kT)\big]\Theta_{S}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&-\frac{k_{rp}T}{2\varepsilon L_{r}}\Theta_{R}^{2}(kT)-\frac{0.5T}{\varepsilon L_{r}}\big[k_{rp}\Theta_{R}^{*}\big((k+1)T\big)+k_{ri}T\Theta_{R}(kT)\big]\Theta_{R}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&-\frac{k_{mp}T}{2\varepsilon ML_{r}}\Theta_{m}^{2}(kT)+\frac{0.5T}{\varepsilon ML_{r}}\big[-k_{mp}\Theta_{m}^{*}\big((k+1)T\big)-k_{mi}T\Theta_{m}(kT)\big]\Theta_{m}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&-\frac{k_{\omega p}T}{2\varepsilon}\Theta_{\omega}^{2}(kT)+\frac{0.5T}{\varepsilon}\big[-k_{\omega p}\Theta_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big)-k_{\omega i}T\Theta_{\omega}(kT)\big]\Theta_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big)\\
&+\frac{k_{si}T^{2}}{8\sigma L_{s}}\Big\{\Theta_{S}^{2}(kT)+\big[\Theta_{S}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{2}+2\Theta_{S}(kT)\Theta_{S}^{*}\big((k+1)T\big)\Big\}\\
&+\frac{k_{ri}T^{2}}{8\varepsilon L_{r}}\Big\{\Theta_{R}^{2}(kT)+\big[\Theta_{R}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{2}+2\Theta_{R}(kT)\Theta_{R}^{*}\big((k+1)T\big)\Big\}\\
&+\frac{k_{mi}T^{2}}{8\varepsilon ML_{r}}\Big\{\Theta_{m}^{2}(kT)+\big[\Theta_{m}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{2}+2\Theta_{m}(kT)\Theta_{m}^{*}\big((k+1)T\big)\Big\}\\
&+\frac{k_{\omega i}T^{2}}{8\varepsilon}\Big\{\Theta_{\omega}^{2}(kT)+\big[\Theta_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big)\big]^{2}+2\Theta_{\omega}(kT)\Theta_{\omega}^{*}\big((k+1)T\big)\Big\}\\
&+0.125T^{2}\big[\widetilde{\Gamma}_{\alpha}^{*}(kT)\big]^{2}+0.125T^{2}\big[\widetilde{\Gamma}_{\beta}^{*}(kT)\big]^{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) = {} & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right] \\
& +0.5T\left[S_i^*((k+1)T)\right]^T\times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T)+f_\psi^*((k+1)T)-U_o^*((k+1)T)\right] \\
& -\frac{4k_{sp}-k_{si}T}{8\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& -\frac{4k_{rp}-k_{ri}T}{8\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& -\frac{4k_{mp}-k_{mi}T}{8\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& -\frac{4k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{8\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
& -\frac{k_{si}T^2}{4\sigma L_s}\Theta_S(kT)\Theta_S^*((k+1)T)-\frac{k_{ri}T^2}{4\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)\Theta_R^*((k+1)T) \\
& -\frac{k_{mi}T^2}{4\varepsilon ML_r}\Theta_m(kT)\Theta_m^*((k+1)T)-\frac{k_{\omega i}T^2}{4\varepsilon}\Theta_\omega(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T) \\
& +0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\alpha^*(kT)\right]^2+0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT)\right]^2
\end{aligned}
$$

ซ.6 ที่มาของอสมการที่ (7-82)

เมื่อพิจารณาจำนวนจริงสองจำนวน $\Theta_X(kT)$ และ $\Theta_X^*((k+1)T)$ ใด ๆ จะได้ว่ากำลังสองของผลบวกหรือผลลบระหว่างจำนวนจริงสองจำนวนใด ๆ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$
\begin{aligned}
&\left[\Theta_X(kT)\pm\Theta_X^*((k+1)T)\right]^2 \geq 0 \\
&\Theta_X^2(kT)+\left[\Theta_X^*((k+1)T)\right]^2 \geq \pm 2\Theta_X(kT)\Theta_X^*((k+1)T) \\
&\pm\Theta_X(kT)\Theta_X^*((k+1)T) \leq 0.5\left\{\Theta_X^2(kT)+\left[\Theta_X^*((k+1)T)\right]^2\right\}
\end{aligned}
$$

เนื่องจาก $\frac{k_{si}T^2}{4\sigma L_s}>0$, $\frac{k_{ri}T^2}{4\varepsilon L_r}>0$, $\frac{k_{mi}T^2}{4\varepsilon ML_r}>0$, และ $\frac{k_{\omega i}T^2}{4\varepsilon}>0$ รวมถึงการใช้คุณสมบัติของอสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
&-\frac{k_{si}T^2}{4\sigma L_s}\Theta_S(kT)\Theta_S^*((k+1)T) \leq \frac{k_{si}T^2}{8\sigma L_s}\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
&-\frac{k_{ri}T^2}{4\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)\Theta_R^*((k+1)T) \leq \frac{k_{ri}T^2}{8\varepsilon L_r}\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
&-\frac{k_{mi}T^2}{4\varepsilon ML_r}\Theta_m(kT)\Theta_m^*((k+1)T) \leq \frac{k_{mi}T^2}{8\varepsilon ML_r}\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\} \\
&-\frac{k_{\omega i}T^2}{4\varepsilon}\Theta_\omega(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T) \leq \frac{k_{\omega i}T^2}{8\varepsilon}\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\}
\end{aligned}
$$

เป็นผลให้

$$-\frac{4k_{sp}-k_{si}T}{8\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{si}T^2}{4\sigma L_s}\Theta_S(kT)\Theta_S^*((k+1)T)$$
$$\le -\frac{2k_{sp}-k_{si}T}{4\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{4k_{rp}-k_{ri}T}{8\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{ri}T^2}{4\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)\Theta_R^*((k+1)T)$$
$$\le -\frac{2k_{rp}-k_{ri}T}{4\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{4k_{mp}-k_{mi}T}{8\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{mi}T^2}{4\varepsilon ML_r}\Theta_m(kT)\Theta_m^*((k+1)T)$$
$$\le -\frac{2k_{mp}-k_{mi}T}{4\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{4k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{8\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{\omega i}T^2}{4\varepsilon}\Theta_\omega(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T)$$
$$\le -\frac{2k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{4\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$

ต่อมา เขียนผลบวกของอสมการสี่อสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$-\frac{4k_{sp}-k_{si}T}{8\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{si}T^2}{4\sigma L_s}\Theta_S(kT)\Theta_S^*((k+1)T)$$
$$-\frac{4k_{rp}-k_{ri}T}{8\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{ri}T^2}{4\varepsilon L_r}\Theta_R(kT)\Theta_R^*((k+1)T)$$
$$-\frac{4k_{mp}-k_{mi}T}{8\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{mi}T^2}{4\varepsilon ML_r}\Theta_m(kT)\Theta_m^*((k+1)T)$$
$$-\frac{4k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{8\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\}-\frac{k_{\omega i}T^2}{4\varepsilon}\Theta_\omega(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T)$$
$$\le -\frac{2k_{sp}-k_{si}T}{4\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{2k_{rp}-k_{ri}T}{4\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{2k_{mp}-k_{mi}T}{4\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{2k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{4\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2\right\}$$

จากนั้นนำพจน์ $0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right]$, $0.125T^2\left[\tilde{\Gamma}_\alpha^*(kT)\right]^2$, $0.5T\left[S_i^*((k+1)T)\right]^T\left[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T)+f_\psi^*((k+1)T)-U_o^*((k+1)T)\right]$, และ

$0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT)\right]^2$ บวกทั้งสองข้างของผลบวกอสมการสื่อสมการ จะได้ว่าผลบวกทางด้านซ้ายมือของอสมการที่ได้รับ เท่ากับ $\widetilde{V}_1(kT)$ ในสมการที่ (7-81) เป็นผลให้

$$\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) \le\ & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right] \\
& +0.5T\left[S_i^*\left((k+1)T\right)\right]^T\times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*\left((k+1)T\right)+f_\psi^*\left((k+1)T\right)-U_o^*\left((k+1)T\right)\right] \\
& -\frac{2k_{sp}-k_{si}T}{4\sigma L_s}T\left\{\Theta_S^2(kT)+\left[\Theta_S^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\} \\
& -\frac{2k_{rp}-k_{ri}T}{4\varepsilon L_r}T\left\{\Theta_R^2(kT)+\left[\Theta_R^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\} \\
& -\frac{2k_{mp}-k_{mi}T}{4\varepsilon ML_r}T\left\{\Theta_m^2(kT)+\left[\Theta_m^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\} \\
& -\frac{2k_{\omega p}-k_{\omega i}T}{4\varepsilon}T\left\{\Theta_\omega^2(kT)+\left[\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\} \\
& +0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\alpha^*(kT)\right]^2+0.125T^2\left[\widetilde{\Gamma}_\beta^*(kT)\right]^2
\end{aligned}$$

ซ.7 ที่มาของสมการที่ (7-87)

พิจารณาผลต่างกำลังสองในสมการที่ (7-70) อีกครั้งหนึ่ง จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
&\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]^2 \\
&\quad=\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]^2 \\
&\qquad -2\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right] \\
&\qquad +\widetilde{\omega}_r^2(kT)-2\widetilde{\omega}_r(kT)\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)-\Delta\omega_r(kT)+k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-\Delta\omega_r(kT)=\omega_r\left((k+1)T\right)-\omega_r(kT)-\hat{\omega}_r\left((k+1)T\right)+\hat{\omega}_r(kT)$

$\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-\Delta\omega_r(kT)=\widetilde{\omega}_r(kT)-\hat{\bar{\omega}}_r(kT)$

เนื่องจาก

$$\begin{aligned}
&\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)-\Delta\omega_r(kT)+k_{\omega p}\Theta_\omega(kT) \\
&\qquad =\hat{\omega}_r\left((k+1)T\right)+k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)-\omega_r(kT) \\
&\hat{\bar{\omega}}_r(kT)+k_{\omega p}\widetilde{\Theta}_\omega^*(kT)-\Delta\omega_r(kT)+k_{\omega p}\Theta_\omega(kT) \\
&\qquad =\widetilde{\omega}_r(kT)-\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]
\end{aligned}$$

โดยที่ $-\omega_r(kT)=\widetilde{\omega}_r(kT)-\omega_r\left((k+1)T\right)$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\tilde{\omega}_r^2(kT) - 2\tilde{\omega}_r(kT)\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT) - \Delta\omega_r(kT) + k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right] \\ = -\tilde{\omega}_r^2(kT) + 2\tilde{\omega}_r(kT)\left[\Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]\end{aligned}$$

เป็นผลให้

$$\begin{aligned}&\left[\Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2 - \left[\Delta\omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]^2 \\ &\quad = \left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]^2 \\ &\qquad - 2\left[\Delta\omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right] \\ &\qquad - \tilde{\omega}_r^2(kT) + 2\tilde{\omega}_r(kT)\left[\Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]\end{aligned}$$

จากนั้นนำพจน์ $1/(2\varepsilon k_{\omega i})$ คูณทั้งสองข้างของสมการข้างบนนี้ นั่นคือ

$$\begin{aligned}&\frac{0.5}{\varepsilon k_{\omega i}}\left\{\left[\Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]^2 - \left[\Delta\omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]^2\right\} \\ &\quad = -\frac{\tilde{\omega}_r^2(kT)}{2\varepsilon k_{\omega i}} + \frac{\tilde{\omega}_r(kT)}{\varepsilon k_{\omega i}}\left[\Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\right] \\ &\qquad + \frac{0.5}{\varepsilon k_{\omega i}}\left\{\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]^2\right. \\ &\qquad\qquad \left. - 2\left[\Delta\omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{\omega}}_r(kT) + k_{\omega p}\tilde{\Theta}_\omega^*(kT)\right]\right\}\end{aligned}$$

ต่อมาเมื่อแทนค่าพจน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องและนิพจน์จากสมการข้างบนนี้ ลงในสมการที่ (7-70) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_1(kT) = {} & 0.5TS_i^T(kT)\left[(A_{11}+K)e_i(kT)+f_\psi(kT)-U_o(kT)\right] \\
& +0.5T\left[S_i^*((k+1)T)\right]^T\times \\
& \qquad \left[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T)+f_\psi^*((k+1)T)-U_o^*((k+1)T)\right] \\
& +\frac{0.5T}{\sigma L_s}\left\{\left[\Delta R_s(kT)-k_{sp}\Theta_S(kT)\right]\left[\Theta_S^*((k+1)T)+\Theta_S(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta R_s(kT)\Theta_S(kT)-\Delta R_s^*((k+1)T)\Theta_S^*((k+1)T)\right\} \\
& -\frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\left\{\left[\Delta R_r(kT)+k_{rp}\Theta_R(kT)\right]\left[\Theta_R^*((k+1)T)+\Theta_R(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta R_r(kT)\Theta_R(kT)-\Delta R_r^*((k+1)T)\Theta_R^*((k+1)T)\right\} \\
& +\frac{0.5T}{\varepsilon ML_r}\left\{\left[\Delta R_m(kT)-k_{mp}\Theta_m(kT)\right]\left[\Theta_m^*((k+1)T)+\Theta_m(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta R_m(kT)\Theta_m(kT)-\Delta R_m^*((k+1)T)\Theta_m^*((k+1)T)\right\} \\
& +\frac{0.5T}{\varepsilon}\left\{\left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right]\right. \\
& \qquad \left.-\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T)\right\} \\
& +\frac{k_{si}T^2}{8\sigma L_s}\left[\Theta_S^*((k+1)T)+\Theta_S(kT)\right]^2+0.5\widetilde{s}_{i\alpha}^2(kT)+0.5\widetilde{s}_{i\beta}^2(kT) \\
& +\frac{k_{ri}T^2}{8\varepsilon L_r}\left[\Theta_R^*((k+1)T)+\Theta_R(kT)\right]^2-0.5T^2\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*((k+1)T) \\
& +\frac{k_{mi}T^2}{8\varepsilon ML_r}\left[\Theta_m^*((k+1)T)+\Theta_m(kT)\right]^2-0.5T^2\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*((k+1)T) \\
& +\frac{k_{\omega i}T^2}{8\varepsilon}\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right]^2 \\
& -\frac{\widetilde{\omega}_r^2(kT)}{2\varepsilon k_{\omega i}}+\frac{\widetilde{\omega}_r(kT)}{\varepsilon k_{\omega i}}\left[\Delta\omega_r((k+1)T)-k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\right]
\end{aligned}
$$

จากนั้นพิจารณานิพจน์

$$
\begin{aligned}
& \left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right] \\
& \quad -\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T) \\
& \qquad = -k_{\omega p}\Theta_\omega^2(kT)+\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT) \\
& \qquad\quad +\left[\Delta\omega_r(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\Theta_\omega^*((k+1)T)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \left[\Delta\omega_r(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\left[\Theta_\omega^*((k+1)T)+\Theta_\omega(kT)\right] \\
& \quad -\Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT)-\Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T) \\
& \qquad = -k_{\omega p}\Theta_\omega^2(kT)+\left[\hat{\widetilde{\omega}}_r^*(kT)-k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\right]\Theta_\omega^*((k+1)T) \\
& \qquad\quad -\widetilde{\omega}_r^*(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T)
\end{aligned}
$$

โดยที่ $\Delta\omega_r^*((k+1)T)-\Delta\omega_r(kT)=\omega_r^*((k+1)T)-\omega_r(kT)-\hat{\omega}_r^*((k+1)T)+\hat{\omega}_r(kT)$

$$\Delta\omega_r(kT) - \Delta\omega_r^*((k+1)T) = \hat{\bar{\omega}}_r^*(kT) - \tilde{\omega}_r^*(kT)$$

ต่อมานำพจน์ $T/(2\varepsilon)$ คูณทั้งสองข้างของสมการ นั่นคือ

$$\frac{0.5T}{\varepsilon}\Big\{\big[\Delta\omega_r(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\big]\big[\Theta_\omega^*((k+1)T) + \Theta_\omega(kT)\big] - \Delta\omega_r(kT)\Theta_\omega(kT) - \Delta\omega_r^*((k+1)T)\Theta_\omega^*((k+1)T)\Big\}$$
$$= \frac{0.5T}{\varepsilon}\Big\{-k_{\omega p}\Theta_\omega^2(kT) + \big[\hat{\bar{\omega}}_r^*(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\big]\Theta_\omega^*((k+1)T)\Big\} - \frac{0.5T}{\varepsilon}\tilde{\omega}_r^*(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T)$$

จากนั้นแทนค่าพจน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง และนิพจน์จากจากสมการข้างบนนี้ ลงในสมการของ $\tilde{V}_1(kT)$ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\tilde{V}_1(kT) = {} & 0.5TS_i^T(kT)\big[(A_{11}+K)e_i(kT) + f_\psi(kT) - U_o(kT)\big] \\
& + 0.5T\big[S_i^*((k+1)T)\big]^T \times \\
& \quad \big[(A_{11}+K)e_i^*((k+1)T) + f_\psi^*((k+1)T) - U_o^*((k+1)T)\big] \\
& + \frac{0.5T}{\sigma L_s}\Big\{-k_{sp}\Theta_S^2(kT) + \big[\hat{\bar{R}}_s^*(kT) - k_{sp}\Theta_S(kT)\big]\Theta_S^*((k+1)T)\Big\} \\
& - \frac{0.5T}{\varepsilon L_r}\Big\{k_{rp}\Theta_R^2(kT) + \big[\hat{\bar{R}}_r^*(kT) + k_{rp}\Theta_R(kT)\big]\Theta_R^*((k+1)T)\Big\} \\
& + \frac{0.5T}{\varepsilon M L_r}\Big\{-k_{mp}\Theta_m^2(kT) + \big[\hat{\bar{R}}_m^*(kT) - k_{mp}\Theta_m(kT)\big]\Theta_m^*((k+1)T)\Big\} \\
& + \frac{0.5T}{\varepsilon}\Big\{-k_{\omega p}\Theta_\omega^2(kT) + \big[\hat{\bar{\omega}}_r^*(kT) - k_{\omega p}\Theta_\omega(kT)\big]\Theta_\omega^*((k+1)T)\Big\} \\
& + \frac{k_{si}T^2}{8\sigma L_s}\big[\Theta_S^*((k+1)T) + \Theta_S(kT)\big]^2 + 0.5\tilde{s}_{i\alpha}^2(kT) + 0.5\tilde{s}_{i\beta}^2(kT) \\
& + \frac{k_{ri}T^2}{8\varepsilon L_r}\big[\Theta_R^*((k+1)T) + \Theta_R(kT)\big]^2 - 0.5T^2\Gamma_\alpha(kT)\Gamma_\alpha^*((k+1)T) \\
& + \frac{k_{mi}T^2}{8\varepsilon M L_r}\big[\Theta_m^*((k+1)T) + \Theta_m(kT)\big]^2 - 0.5T^2\Gamma_\beta(kT)\Gamma_\beta^*((k+1)T) \\
& + \frac{k_{\omega i}T^2}{8\varepsilon}\big[\Theta_\omega^*((k+1)T) + \Theta_\omega(kT)\big]^2 - \frac{0.5T}{\varepsilon}\tilde{\omega}_r^*(kT)\Theta_\omega^*((k+1)T) \\
& - \frac{\tilde{\omega}_r^2(kT)}{2\varepsilon k_{\omega i}} + \frac{\tilde{\omega}_r(kT)}{\varepsilon k_{\omega i}}\big[\Delta\omega_r((k+1)T) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*((k+1)T)\big]
\end{aligned}$$

ต่อมาดำเนินการเหมือนกับการได้รับสมการที่ (7-76) และ (7-81) ตามลำดับ จึงจะได้รับสมการที่ (7-87)

ซ.8 ที่มาของคำตอบอสมการที่ (7-89)

นำพจน์ $-2\varepsilon k_{\omega i}$ ที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ (ค่าลบ) คูณทั้งสองข้างของอสมการที่ (7-88) และจัดรูปอสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
&\widetilde{\omega}_r^2(kT) - 2\widetilde{\omega}_r(kT)\left[\Delta\omega_r\left((k+1)T\right) - k_{\omega p}\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right)\right] \\
&\qquad + k_{\omega i}\left[T\widetilde{\omega}_r^*(kT)\Theta_\omega^*\left((k+1)T\right) - 2\varepsilon\widetilde{\overline{V}}_1(kT)\right] \geq 0 \\
&\widetilde{\omega}_r^2(kT) - 2\widetilde{\omega}_r(kT)\Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \Omega_{V1}(kT) \geq 0 \\
&\widetilde{\omega}_r^2(kT) - 2\widetilde{\omega}_r(kT)\Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) \\
&\qquad - \Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) + \Omega_{V1}(kT) \geq 0 \\
&\left[\widetilde{\omega}_r(kT) - \Omega_\omega\left((k+1)T\right)\right]^2 - \left[\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)\right] \geq 0 \\
&\left[\widetilde{\omega}_r(kT) - \Omega_\omega\left((k+1)T\right) - \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)}\right] \times \\
&\qquad \left[\widetilde{\omega}_r(kT) - \Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)}\right] \geq 0
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT) \geq 0$

ทำให้ได้รับคำตอบคือ

$$\widetilde{\omega}_r(kT) \geq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)} \quad \text{และ}$$

$$\widetilde{\omega}_r(kT) \geq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) - \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)}$$

หรือ

$$\widetilde{\omega}_r(kT) \leq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)} \quad \text{และ}$$

$$\widetilde{\omega}_r(kT) \leq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) - \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)}$$

แต่เนื่องจาก

$$\begin{aligned}
\Omega_\omega\left((k+1)T\right) - \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)} &\leq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) \\
&\leq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)}
\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\widetilde{\omega}_r(kT) \geq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) + \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)} \quad \text{หรือ}$$

$$\widetilde{\omega}_r(kT) \leq \Omega_\omega\left((k+1)T\right) - \sqrt{\Omega_\omega^2\left((k+1)T\right) - \Omega_{V1}(kT)}$$

คือคำตอบของอสมการที่ (7-89)

ซ.9 ที่มาของสมการที่ (7-91)

เมื่อนำสมการที่ (7-35) ลบออกจากสมการที่ (7-7) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\psi_{r\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{\psi}_{r\alpha}\big((k+1)T\big) = {} & \psi_{r\alpha}(kT) - \hat{\psi}_{r\alpha}(kT) + 0.5T\big[\, a_{r3}\, i_{s\alpha}(kT) \\ & - \hat{a}_{r3}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + a_{r4}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - \hat{a}_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\ & - \omega_r(kT)\psi_{r\beta}(kT) + \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) + a_{r3}\, i^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) \\ & - \hat{a}^*_{r3}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) + a^*_{r4}\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) \\ & - \hat{a}^*_{r4}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) - \omega^*_r\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) \\ & + \hat{\omega}^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)\big]\end{aligned}$$

เนื่องจาก

$$a_{r3}\, i_{s\alpha}(kT) - \hat{a}_{r3}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) = a_{r3}e_{i\alpha}(kT) + \Delta a_{r3}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT)$$

$$a_{r4}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - \hat{a}_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) = a_{r4}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) + \Delta a_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT)$$

$$-\omega_r(kT)\psi_{r\beta}(kT) + \hat{\omega}_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) = -\omega_r(kT)e_{\psi\beta}(kT) - \Delta\omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT)$$

$$\begin{aligned}a_{r3}\, i^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*_{r3}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) & \\ = a_{r3}e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r3}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a^*_{r4}\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*_{r4}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) & \\ = a^*_{r4}\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r4}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) & \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}-\omega^*_r\big((k+1)T\big)\psi^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) + \hat{\omega}^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) & \\ = -\omega^*_r\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) - \Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big) & \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}e_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) = {} & e_{\psi\alpha}(kT) + 0.5T\big[\, a_{r3}\, e_{i\alpha}(kT) + a_{r4}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) \\ & - \omega_r(kT)e_{\psi\beta}(kT) + \Delta a_{r3}(kT)\hat{i}_{s\alpha}(kT) + \Delta a_{r4}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) \\ & - \Delta\omega_r(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) + a_{r3}e^*_{i\alpha}\big((k+1)T\big) \\ & + a^*_{r4}\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\alpha}\big((k+1)T\big) - \omega^*_r\big((k+1)T\big)e^*_{\psi\beta}\big((k+1)T\big) \\ & + \Delta a^*_{r3}\big((k+1)T\big)\hat{i}^*_{s\alpha}\big((k+1)T\big) + \Delta a^*_{r4}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\alpha}\big((k+1)T\big) \\ & - \Delta\omega^*_r\big((k+1)T\big)\hat{\psi}^*_{r\beta}\big((k+1)T\big)\big]\end{aligned}$$

เมื่อนำสมการที่ (7-36) ลบออกจากสมการที่ (7-8) จะได้รับสมการที่ (7-92) ซึ่งเหมือนกับการได้รับสมการที่ (7-91) แต่ตัวห้อย 'α' เปลี่ยนเป็น 'β' และกลับกัน ต่อมาเขียนพจน์

$$\Delta a_{r3}(kT) = a_{r3} - \hat{a}_{r3}(kT) = \frac{MR_r}{L_r} - \frac{M\hat{R}_r(kT)}{L_r} = \frac{M}{L_r}\Delta R_r(kT)$$

$$\Delta a_{r4}(kT) = a_{r4}(kT) - \hat{a}_{r4}(kT)$$

$$\Delta a_{r4}(kT) = -\frac{1}{L_r}\Big[\, R_r - \hat{R}_r(kT) + s(kT)\, R_m - \hat{s}(kT)\,\hat{R}_m(kT)\,\Big]$$

เนื่องจาก

$$s(kT)R_m - \hat{s}(kT)\hat{R}_m(kT) = -\frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}R_m + \hat{s}(kT)\Delta R_m(kT)$$

จะได้ว่า

$$\Delta a_{r4}(kT) = -\frac{1}{L_r}\left[\Delta R_r(kT) + \hat{s}(kT)\Delta R_m(kT) - \frac{\Delta\omega_r(kT)}{\omega_s(kT)}R_m\right]$$

$$\Delta a^*_{r3}((k+1)T) = a_{r3} - \hat{a}^*_{r3}((k+1)T) = \frac{MR_r}{L_r} - \frac{M}{L_r}\hat{R}^*_r((k+1)T)$$

$$\Delta a^*_{r3}((k+1)T) = \frac{M}{L_r}\Delta R^*_r((k+1)T)$$

$$\Delta a^*_{r4}((k+1)T) = a^*_{r4}((k+1)T) - \hat{a}^*_{r4}((k+1)T)$$

$$\Delta a^*_{r4}((k+1)T)$$

$$= -\frac{1}{L_r}\left[R_r - \hat{R}^*_r((k+1)T) + s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}^*_m((k+1)T)\right]$$

เนื่องจาก

$$s^*((k+1)T)R_m - \hat{s}^*((k+1)T)\hat{R}^*_m((k+1)T)$$

$$= -\frac{\Delta\omega^*_r((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}R_m + \hat{s}^*((k+1)T)\Delta R^*_m((k+1)T)$$

จะได้ว่า

$$\Delta a^*_{r4}((k+1)T)$$

$$= -\frac{1}{L_r}\left[\Delta R^*_r((k+1)T) + \hat{s}^*((k+1)T)\Delta R^*_m((k+1)T) - \frac{\Delta\omega^*_r((k+1)T)}{\omega_s((k+1)T)}R_m\right]$$

เมื่อนำสมการที่ (7-18) ลบออกจากสมการที่ (7-3) และนำสมการที่ (7-19) ลบออกจากสมการที่ (7-4) จะได้รับสมการที่ (7-93) และ (7-94) ตามลำดับ ซึ่งคล้ายคลึงกับการได้รับสมการที่ (7-91) และ (7-92)

ภาคผนวก ฌ

ที่มาของความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในบทที่ 8

ฌ.1 ที่มาของสมการที่ (8-1) และ (8-2)

เมื่อใช้ผลต่างไปหน้า เขียนสมการที่ (4-3) ในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องของวิธีเฮอุน จะได้ว่า

$$\frac{\hat{\omega}_r\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}_r(kT)}{T} = \frac{\omega_r\big((k+1)T\big) - \omega_r(kT)}{T} - \frac{\Delta\omega_r\big((k+1)T\big) - \Delta\omega_r(kT)}{T}$$

$$\hat{\omega}_r\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r(kT) + \widetilde{\omega}_r(kT) - \Delta\widetilde{\omega}_r(kT)$$

โดยที่ $\Delta\widetilde{\omega}_r(kT) = \Delta\omega_r\big((k+1)T\big) - \Delta\omega_r(kT)$

ต่อมาใช้วิธีของเฮอุน ดิสครีไตซ์แบบจำลองในเวลาต่อเนื่องในสมการที่ (4-2) จะเขียนพลวัตเชิงกลการหมุนของระบบในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้อง ได้เป็น

$$\omega_r\big((k+1)T\big) = \omega_r(kT) + 0.5T\Big[a\omega_r(kT) + bi_{eq}(kT) + cT_L(kT) + a\omega_r^*\big((k+1)T\big) + bi_{eq}^*\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big)\Big]$$

$$\widetilde{\omega}_r(kT) = 0.5T\Big[a\omega_r(kT) + bi_{eq}(kT) + cT_L(kT) + a\omega_r^*\big((k+1)T\big) + bi_{eq}^*\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big)\Big]$$

โดยที่ $\widetilde{\omega}_r(kT) = \omega_r\big((k+1)T\big) - \omega_r(kT)$

เนื่องจาก

$$\omega_r(kT) = \hat{\omega}_r(kT) + \Delta\omega_r(kT)$$

และ

$$\omega_r^*\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) + \Delta\omega_r^*\big((k+1)T\big)$$

เมื่อแทนค่าพจน์ $\omega_r(kT)$ และ $\omega_r^*\big((k+1)T\big)$ ลงในสมการของ $\widetilde{\omega}_r(kT)$ จะได้ว่า

$$\widetilde{\omega}_r(kT) = 0.5T\Big[a\hat{\omega}_r(kT) + bi_{eq}(kT) + cT_L(kT) + a\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) + bi_{eq}^*\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big)\Big] + 0.5T\Big[a\Delta\omega_r(kT) + a\Delta\omega_r^*\big((k+1)T\big)\Big]$$

เนื่องจาก

$$i_{eq}(kT) = i_{s\beta}(kT)\psi_{r\alpha}(kT) - i_{s\alpha}(kT)\psi_{r\beta}(kT)$$

$$i_{eq}(kT) = i_{s\beta}(kT)\hat{\psi}_{r\alpha}(kT) - i_{s\alpha}(kT)\hat{\psi}_{r\beta}(kT) + i_{s\beta}(kT)e_{\psi\alpha}(kT) - i_{s\alpha}(kT)e_{\psi\beta}(kT)$$

$$i_{eq}(kT) = \hat{i}_{eq}(kT) + \Delta i_{eq}(kT)$$

และ

$$i_{eq}^*\big((k+1)T\big) = i_{s\beta}^*\big((k+1)T\big)\psi_{r\alpha}^*\big((k+1)T\big) - i_{s\alpha}^*\big((k+1)T\big)\psi_{r\beta}^*\big((k+1)T\big)$$

$$i_{eq}^{*}\big((k+1)T\big) = i_{s\beta}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) - i_{s\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)\hat{\psi}_{r\beta}^{*}\big((k+1)T\big)$$
$$+ i_{s\beta}^{*}\big((k+1)T\big)e_{\psi\alpha}^{*}\big((k+1)T\big) - i_{s\alpha}^{*}\big((k+1)T\big)e_{\psi\beta}^{*}\big((k+1)T\big)$$
$$i_{eq}^{*}\big((k+1)T\big) = \hat{i}_{eq}^{*}\big((k+1)T\big) + \Delta i_{eq}^{*}\big((k+1)T\big)$$

เมื่อแทนค่าพจน์ $i_{eq}(kT)$ และ $i_{eq}^{*}\big((k+1)T\big)$ ลงในสมการของ $\tilde{\omega}_r(kT)$ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\tilde{\omega}_r(kT) = 0.5T\Big[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT) + a\hat{\omega}_r^{*}\big((k+1)T\big)$$
$$+ b\hat{i}_{eq}^{*}\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big)\Big]$$
$$+ 0.5T\Big[a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT) + a\Delta\omega_r^{*}\big((k+1)T\big) + b\Delta i_{eq}^{*}\big((k+1)T\big)\Big]$$

จากนั้นแทนค่า $\tilde{\omega}_r(kT)$ ลงในสมการของ $\hat{\omega}_r\big((k+1)T\big)$ จะได้ว่า

$$\hat{\omega}_r\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r(kT) + 0.5T\Big[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT)$$
$$+ a\hat{\omega}_r^{*}\big((k+1)T\big) + b\hat{i}_{eq}^{*}\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big)\Big]$$
$$+ 0.5T\Big[a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT) + a\Delta\omega_r^{*}\big((k+1)T\big)$$
$$+ b\Delta i_{eq}^{*}\big((k+1)T\big)\Big] - \Delta\tilde{\omega}_r(kT)$$

โดยที่ $\Delta\tilde{\omega}_r(kT)$ คือ พจน์ที่ไม่ทราบค่า

เมื่อใช้ผลต่างไปหน้า เขียนสมการที่ (4-3) ในขั้นตอนการทำนายค่าของวิธีเฮอุน จะได้ว่า

$$\frac{\hat{\omega}_r^{*}\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}_r(kT)}{T} = \frac{\omega_r^{*}\big((k+1)T\big) - \omega_r(kT)}{T} - \frac{\Delta\omega_r^{*}\big((k+1)T\big) - \Delta\omega_r(kT)}{T}$$

$$\hat{\omega}_r^{*}\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r(kT) + \tilde{\omega}_r^{*}(kT) - \Delta\tilde{\omega}_r^{*}(kT)$$

โดยที่ $\Delta\tilde{\omega}_r^{*}(kT) = \Delta\omega_r^{*}\big((k+1)T\big) - \Delta\omega_r(kT)$

ต่อมาใช้วิธีของเฮอุน ดิสครีไตซ์แบบจำลองในเวลาต่อเนื่องในสมการที่ (4-2) จะเขียนพลวัตเชิงกลการหมุนของระบบในขั้นตอนการทำนายค่า ได้เป็น

$$\omega_r^{*}\big((k+1)T\big) = \omega_r(kT) + T\Big[a\omega_r(kT) + bi_{eq}(kT) + cT_L(kT)\Big]$$
$$\tilde{\omega}_r^{*}(kT) = T\Big[a\omega_r(kT) + bi_{eq}(kT) + cT_L(kT)\Big]$$

โดยที่ $\tilde{\omega}_r^{*}(kT) = \omega_r^{*}\big((k+1)T\big) - \omega_r(kT)$

เนื่องจาก

$$\omega_r(kT) = \hat{\omega}_r(kT) + \Delta\omega_r(kT)$$

และ

$$i_{eq}(kT) = \hat{i}_{eq}(kT) + \Delta i_{eq}(kT)$$

เมื่อแทนค่า $\omega_r(kT)$ และ $i_{eq}(kT)$ ลงในสมการของ $\tilde{\omega}_r^{*}(kT)$ จะได้ว่า

$$\tilde{\omega}_r^{*}(kT) = T\Big[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT)\Big] + T\Big[a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT)\Big]$$

จากนั้นแทนค่า $\widetilde{\omega}_r^*(kT)$ ลงในสมการของ $\hat{\omega}_r^*((k+1)T)$ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\hat{\omega}_r^*((k+1)T) = \hat{\omega}_r(kT) + T\left[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT)\right] + T\left[a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT)\right] - \Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)$$

โดยที่ $\Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)$ คือ พจน์ที่ไม่ทราบค่า

$$\hat{\omega}_r^*((k+1)T) = \hat{\omega}_r(kT) + T\left[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT) + f_3(kT)\right]$$

โดยที่ $f_3(kT) = a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT) - \dfrac{\Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)}{T}$

ต่อมาจัดรูปสมการของ $\hat{\omega}_r((k+1)T)$ ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_r((k+1)T) = \hat{\omega}_r(kT) &+ 0.5T\left[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT)\right.\\ &\left. + a\hat{\omega}_r^*((k+1)T) + b\hat{i}_{eq}^*((k+1)T) + cT_L((k+1)T)\right]\\ &+ 0.5T\left[a\Delta\omega_r(kT) + b\Delta i_{eq}(kT)\right] - 0.5T\left[\frac{\Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)}{T}\right]\\ &+ 0.5T\left[a\Delta\omega_r^*((k+1)T) + b\Delta i_{eq}^*((k+1)T)\right]\\ &- 0.5T\left[\frac{2\Delta\widetilde{\omega}_r(kT)}{T}\right] + 0.5T\left[\frac{\Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)}{T}\right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_r((k+1)T) = \hat{\omega}_r(kT) &+ 0.5T\left[a\hat{\omega}_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT) + f_3(kT)\right.\\ &\left. + a\hat{\omega}_r^*((k+1)T) + b\hat{i}_{eq}^*((k+1)T) + cT_L((k+1)T) + f_3^*((k+1)T)\right]\end{aligned}$$

โดยที่ $f_3^*((k+1)T) = a\Delta\omega_r^*((k+1)T) + b\Delta i_{eq}^*((k+1)T) - \dfrac{2\Delta\widetilde{\omega}_r(kT) - \Delta\widetilde{\omega}_r^*(kT)}{T}$

ฌ.2 ที่มาของอสมการที่ (8-23)

ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมโรเตอร์ที่ได้จากการประมาณครั้งที่สองและสัญญาณพื้นผิวในขั้นตอนการทำนายค่าในการสุ่มวัดครั้งถัดไป สามารถเขียนได้เป็น

$$e_\omega((k+1)T) = \hat{\omega}_r((k+1)T) - \hat{\omega}_r''((k+1)T)$$

$$s_\omega((k+1)T) = e_\omega((k+1)T) - k_3 h_\omega((k+1)T)$$

และเขียนผลต่างระหว่างสัญญาณพื้นผิวในการสุ่มวัดครั้งถัดไปและสัญญาณพื้นผิวในการสุ่มวัดปัจจุบันในสมการที่ (8-4) ได้ว่า

$$s_\omega((k+1)T) - s_\omega(kT) = e_\omega((k+1)T) - e_\omega(kT) - k_3[h_\omega((k+1)T) - h_\omega(kT)]$$

ต่อมาแทนค่านิพจน์ $h_\omega((k+1)T) - h_\omega(kT)$ จากสมการที่ (8-20) ลงในสมการผลต่างนี้ จะได้ว่า

$$\widetilde{s}_\omega(kT) = e_\omega((k+1)T) - e_\omega(kT) + 0.5k_3T\left[e_\omega^*((k+1)T) + e_\omega(kT)\right]$$

โดยที่ $\widetilde{s}_\omega(kT) = s_\omega((k+1)T) - s_\omega(kT)$

จากนั้นเขียนผลต่างระหว่างพลวัตการหมุนของระบบในสมการที่ (8-2) และโครงสร้างหลักของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในสมการที่ (8-16) ในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องของวิธีเฮอุน ได้ว่า

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_r\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}_r''\big((k+1)T\big) = {} & \hat{\omega}_r(kT) - \hat{\omega}_r''(kT) + 0.5T\big[\, a\hat{\omega}_r(kT) \\ & - \hat{a}(kT)\hat{\omega}_r''(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) - \hat{b}(kT)\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT) - c\hat{T}_L(kT) \\ & + f_3(kT) - \delta_o(kT) + a\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) \\ & + b\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) - \hat{b}^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) + cT_L\big((k+1)T\big) \\ & - c\hat{T}_L^*\big((k+1)T\big) + f_3^*\big((k+1)T\big) - \delta_o^*\big((k+1)T\big)\,\big]\end{aligned}$$

เนื่องจาก

$$a\hat{\omega}_r(kT) - \hat{a}(kT)\hat{\omega}_r''(kT) = a\hat{\omega}_r(kT) - a\hat{\omega}_r''(kT) + a\hat{\omega}_r''(kT) - \hat{a}(kT)\hat{\omega}_r''(kT)$$

$$a\hat{\omega}_r(kT) - \hat{a}(kT)\hat{\omega}_r''(kT) = ae_\omega(kT) + \Delta a(kT)\hat{\omega}_r''(kT)$$

โดยที่ $e_\omega(kT) = \hat{\omega}_r(kT) - \hat{\omega}_r''(kT)$ และ

$$\Delta a(kT) = a - \hat{a}(kT)$$

$$b\hat{i}_{eq}(kT) - \hat{b}(kT)\hat{i}_{eq}(kT) = \big[b - \hat{b}(kT)\big]\hat{i}_{eq}(kT) = \Delta b(kT)\hat{i}_{eq}(kT)$$

$$cT_L(kT) - c\hat{T}_L(kT) = c\big[T_L(kT) - \hat{T}_L(kT)\big] = c\Delta T_L(kT)$$

$$\begin{aligned}a\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) = {} & a\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) - a\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) \\ & + a\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a\hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) - \hat{a}^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) = {} & ae_\omega^*\big((k+1)T\big) \\ & + \Delta a^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big)\end{aligned}$$

โดยที่ $e_\omega^*\big((k+1)T\big) = \hat{\omega}_r^*\big((k+1)T\big) - \hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big)$ และ

$$\Delta a^*\big((k+1)T\big) = a - \hat{a}^*\big((k+1)T\big)$$

$$b\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) - \hat{b}^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) = \Delta b^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big)$$

โดยที่ $\Delta b^*\big((k+1)T\big) = b - \hat{b}^*\big((k+1)T\big)$ และ

$$cT_L\big((k+1)T\big) - c\hat{T}_L^*\big((k+1)T\big) = c\Delta T_L^*\big((k+1)T\big)$$

โดยที่ $\Delta T_L^*\big((k+1)T\big) = T_L\big((k+1)T\big) - \hat{T}_L^*\big((k+1)T\big)$

จะเขียนสมการของผลต่างข้างบนนี้ใหม่ ได้ว่า

$$\begin{aligned}e_\omega\big((k+1)T\big) = {} & e_\omega(kT) + 0.5T\big[\, ae_\omega(kT) + \Delta a(kT)\hat{\omega}_r''(kT) + \Delta b(kT)\hat{i}_{eq}(kT) \\ & + c\Delta T_L(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT) + ae_\omega^*\big((k+1)T\big) \\ & + \Delta a^*\big((k+1)T\big)\hat{\omega}_r''^*\big((k+1)T\big) + \Delta b^*\big((k+1)T\big)\hat{i}_{eq}^*\big((k+1)T\big) \\ & + c\Delta T_L^*\big((k+1)T\big) + f_3^*\big((k+1)T\big) - \delta_o^*\big((k+1)T\big)\,\big]\end{aligned}$$

ต่อมาแทนค่านิพจน์ $e_\omega((k+1)T) - e_\omega(kT)$ ลงในสมการ $\tilde{s}_\omega(kT)$ และจัดรูปสมการใหม่ให้สั้นลง จะได้ว่า

$$\tilde{s}_\omega(kT) = 0.5T\left[\Gamma_\omega(kT) + \Gamma^*_\omega((k+1)T)\right]$$

โดยที่

$$\Gamma_\omega(kT) = (a+k_3)e_\omega(kT) + \Delta a(kT)\hat{\omega}''_r(kT) + \Delta b(kT)\hat{i}_{eq}(kT) + c\Delta T_L(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)$$

และ

$$\Gamma^*_\omega((k+1)T) = (a+k_3)e^*_\omega((k+1)T) + \Delta a^*((k+1)T)\hat{\omega}''^*_r((k+1)T) + \Delta b^*((k+1)T)\hat{i}^*_{eq}((k+1)T) + c\Delta T^*_L((k+1)T) + f^*_3((k+1)T) - \delta^*_o((k+1)T)$$

จากนั้นเขียนผลคูณระหว่าง $s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT)$ ได้เป็น

$$s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT) = 0.5T\left[s_\omega(kT)\Gamma_\omega(kT) + s_\omega(kT)\Gamma^*_\omega((k+1)T)\right]$$

เนื่องจาก

$$\tilde{s}^*_\omega(kT) = s^*_\omega((k+1)T) - s_\omega(kT)$$

หรือ

$$s_\omega(kT) = s^*_\omega((k+1)T) - \tilde{s}^*_\omega(kT)$$

จะเขียนสมการของ $s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT)$ ใหม่ได้ว่า

$$s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT) = 0.5T\left[s_\omega(kT)\Gamma_\omega(kT) + s^*_\omega((k+1)T)\Gamma^*_\omega((k+1)T)\right] - 0.5T\,\tilde{s}^*_\omega(kT)\Gamma^*_\omega((k+1)T)$$

ต่อมาเขียนผลต่างระหว่างสัญญาณพื้นผิวที่ได้จากขั้นตอนการทำนายค่าในสมการที่ (8-10) และสัญญาณพื้นผิวในการสุ่มวัดปัจจุบันในสมการที่ (8-4) ได้ว่า

$$s^*_\omega((k+1)T) - s_\omega(kT) = e^*_\omega((k+1)T) - e_\omega(kT) - k_3\left[h^*_\omega((k+1)T) - h_\omega(kT)\right]$$

จากนั้นแทนค่านิพจน์ $h^*_\omega((k+1)T) - h_\omega(kT)$ จากสมการที่ (8-9) ลงในสมการผลต่างนี้ จะได้ว่า

$$\tilde{s}^*_\omega(kT) = e^*_\omega((k+1)T) - e_\omega(kT) + k_3Te_\omega(kT)$$

ต่อมาเขียนผลต่างระหว่างพลวัตการหมุนของระบบในสมการที่ (8-1) และโครงสร้างหลักของตัวสังเกตสถานะโหลดทอร์กในสมการที่ (8-7) ในขั้นตอนการทำนายค่าของวิธีเฮอุน ได้เป็น

$$\hat{\omega}^*_r((k+1)T) - \hat{\omega}''^*_r((k+1)T) = \hat{\omega}_r(kT) - \hat{\omega}''_r(kT) + T\left[a\hat{\omega}_r(kT) - \hat{a}(kT)\hat{\omega}''_r(kT) + b\hat{i}_{eq}(kT) - \hat{b}(kT)\hat{i}_{eq}(kT) + cT_L(kT) - c\hat{T}_L(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\right]$$

$$e^*_\omega((k+1)T) = e_\omega(kT) + T\left[ae_\omega(kT) + \Delta a(kT)\hat{\omega}''_r(kT) + \Delta b(kT)\hat{i}_{eq}(kT) + c\Delta T_L(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\right]$$

แทนค่านิพจน์ $e_\omega^*((k+1)T) - e_\omega(kT)$ ลงในสมการของ $\tilde{s}_\omega^*(kT)$ และจัดรูปสมการใหม่ให้สั้นลง จะได้ว่า

$$\tilde{s}_\omega^*(kT) = T\,\Gamma_\omega(kT)$$

จากนั้นแทนค่า $\tilde{s}_\omega^*(kT)$ ลงในสมการของ $s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT)$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT) = {} & 0.5T\left[s_\omega(kT)\Gamma_\omega(kT) + s_\omega^*((k+1)T)\Gamma_\omega^*((k+1)T) \right] \\ & - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T) \end{aligned}$$

ต่อมาผลคูณ $s_\omega(kT)\Gamma_\omega(kT)$ และ $s_\omega^*((k+1)T)\Gamma_\omega^*((k+1)T)$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} s_\omega(kT)\Gamma_\omega(kT) = {} & (a+k_3)s_\omega(kT)e_\omega(kT) + \left[f_3(kT) - \delta_o(kT) \right]s_\omega(kT) \\ & + \Delta a(kT)\Theta_a(kT) + \Delta b(kT)\Theta_b(kT) + c\Delta T_L(kT)s_\omega(kT) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_\omega^*((k+1)T)\Gamma_\omega^*((k+1)T) = {} & (a+k_3)s_\omega^*((k+1)T)e_\omega^*((k+1)T) \\ & + \Delta a^*((k+1)T)\Theta_a^*((k+1)T) + \Delta b^*((k+1)T)\Theta_b^*((k+1)T) \\ & + c\Delta T_L^*((k+1)T)s_\omega^*((k+1)T) \\ & + \left[f_3^*((k+1)T) - \delta_o^*((k+1)T) \right]s_\omega^*((k+1)T) \end{aligned}$$

จากนั้นแทนค่าพจน์ $s_\omega(kT)\Gamma_\omega(kT)$ และพจน์ $s_\omega^*((k+1)T)\Gamma_\omega^*((k+1)T)$ ลงในสมการของ $s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT)$ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{2}{T}s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT) = {} & (a+k_3)s_\omega(kT)e_\omega(kT) + (a+k_3)s_\omega^*((k+1)T)e_\omega^*((k+1)T) \\ & + \left[f_3(kT) - \delta_o(kT) \right]s_\omega(kT) + \Delta a(kT)\Theta_a(kT) + \Delta b(kT)\Theta_b(kT) \\ & + \left[f_3^*((k+1)T) - \delta_o^*((k+1)T) \right]s_\omega^*((k+1)T) + c\Delta T_L(kT)s_\omega(kT) \\ & + \Delta a^*((k+1)T)\Theta_a^*((k+1)T) + \Delta b^*((k+1)T)\Theta_b^*((k+1)T) \\ & + c\Delta T_L^*((k+1)T)s_\omega^*((k+1)T) - T\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T) \end{aligned}$$

ต่อมาเขียนผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟระหว่างสมการที่ (8-21) และ (8-22) ได้เป็น

$$\begin{aligned} V_2((k+1)T) - V_2(kT) = {} & \frac{1}{2}\left[s_\omega^2((k+1)T) - s_\omega^2(kT) \right] \\ & + \frac{1}{2k_{ia}}\left\{ \left[\Delta a((k+1)T) + k_{pa}\Theta_a^*((k+1)T) \right]^2 - \left[\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT) \right]^2 \right\} \\ & + \frac{1}{2k_{ib}}\left\{ \left[\Delta b((k+1)T) + k_{pb}\Theta_b^*((k+1)T) \right]^2 - \left[\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT) \right]^2 \right\} \\ & - \frac{c}{2k_{il}}\left\{ \left[\Delta T_L((k+1)T) - k_{pl}s_\omega^*((k+1)T) \right]^2 - \left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT) \right]^2 \right\} \end{aligned}$$

ผลต่างกำลังสองในสมการผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} & \left[\Delta a((k+1)T) + k_{pa}\Theta_a^*((k+1)T) \right]^2 - \left[\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT) \right]^2 \\ & \quad = \left[\Delta a((k+1)T) + k_{pa}\Theta_a^*((k+1)T) - \Delta a(kT) - k_{pa}\Theta_a(kT) \right] \times \\ & \qquad \left[\Delta a((k+1)T) + k_{pa}\Theta_a^*((k+1)T) + \Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT) \right] \end{aligned}$$

$$\left[\Delta a\left((k+1)T\right)+k_{pa}\Theta_a^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta a(kT)+k_{pa}\Theta_a(kT)\right]^2$$
$$=\left[\hat{\tilde{a}}(kT)-k_{pa}\tilde{\Theta}_a^*(kT)\right]^2-2\left[\Delta a(kT)+k_{pa}\Theta_a(kT)\right]\left[\hat{\tilde{a}}(kT)-k_{pa}\tilde{\Theta}_a^*(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta a\left((k+1)T\right)-\Delta a(kT)=a-\hat{a}\left((k+1)T\right)-\left[a-\hat{a}(kT)\right]$

$\Delta a\left((k+1)T\right)-\Delta a(kT)=-\left[\hat{a}\left((k+1)T\right)-\hat{a}(kT)\right]=-\hat{\tilde{a}}(kT)$ และ

$\tilde{\Theta}_a^*(kT)=\Theta_a^*\left((k+1)T\right)-\Theta_a(kT)$

$$\left[\Delta b\left((k+1)T\right)+k_{pb}\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta b(kT)+k_{pb}\Theta_b(kT)\right]^2$$
$$=\left[\Delta b\left((k+1)T\right)+k_{pb}\Theta_b^*\left((k+1)T\right)-\Delta b(kT)-k_{pb}\Theta_b(kT)\right]\times$$
$$\left[\Delta b\left((k+1)T\right)+k_{pb}\Theta_b^*\left((k+1)T\right)+\Delta b(kT)+k_{pb}\Theta_b(kT)\right]$$
$$\left[\Delta b\left((k+1)T\right)+k_{pb}\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta b(kT)+k_{pb}\Theta_b(kT)\right]^2$$
$$=\left[\hat{\tilde{b}}(kT)-k_{pb}\tilde{\Theta}_b^*(kT)\right]^2-2\left[\Delta b(kT)+k_{pb}\Theta_b(kT)\right]\left[\hat{\tilde{b}}(kT)-k_{pb}\tilde{\Theta}_b^*(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta b\left((k+1)T\right)-\Delta b(kT)=b-\hat{b}\left((k+1)T\right)-\left[b-\hat{b}(kT)\right]$

$\Delta b\left((k+1)T\right)-\Delta b(kT)=-\left[\hat{b}\left((k+1)T\right)-\hat{b}(kT)\right]=-\hat{\tilde{b}}(kT)$ และ

$\tilde{\Theta}_b^*(kT)=\Theta_b^*\left((k+1)T\right)-\Theta_b(kT)$

$$\left[\Delta T_L\left((k+1)T\right)-k_{pl}s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta T_L(kT)-k_{pl}s_\omega(kT)\right]^2$$
$$=\left[\Delta T_L\left((k+1)T\right)-k_{pl}s_\omega^*\left((k+1)T\right)-\Delta T_L(kT)+k_{pl}s_\omega(kT)\right]\times$$
$$\left[\Delta T_L\left((k+1)T\right)-k_{pl}s_\omega^*\left((k+1)T\right)+\Delta T_L(kT)-k_{pl}s_\omega(kT)\right]$$
$$\left[\Delta T_L\left((k+1)T\right)-k_{pl}s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2-\left[\Delta T_L(kT)-k_{pl}s_\omega(kT)\right]^2$$
$$=\left[\hat{\tilde{T}}_L(kT)+k_{pl}\tilde{s}_\omega^*(kT)\right]^2-2\left[\Delta T_L(kT)-k_{pl}s_\omega(kT)\right]\left[\hat{\tilde{T}}_L(kT)+k_{pl}\tilde{s}_\omega^*(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta T_L\left((k+1)T\right)-\Delta T_L(kT)=T_L\left((k+1)T\right)-\hat{T}_L\left((k+1)T\right)-\left[T_L(kT)-\hat{T}_L(kT)\right]$

$\Delta T_L\left((k+1)T\right)-\Delta T_L(kT)=-\left[\hat{T}_L\left((k+1)T\right)-\hat{T}_L(kT)\right]=-\hat{\tilde{T}}_L(kT)$ และ

$T_L((k+1)T)\approx T_L(kT)$

และผลต่างกำลังสอง $s_\omega^2\left((k+1)T\right)-s_\omega^2(kT)$ สามารถเขียนได้เป็น

$$s_\omega^2\left((k+1)T\right)-s_\omega^2(kT)=\left[s_\omega\left((k+1)T\right)-s_\omega(kT)\right]\left[s_\omega\left((k+1)T\right)+s_\omega(kT)\right]$$
$$s_\omega^2\left((k+1)T\right)-s_\omega^2(kT)=2s_\omega(kT)\tilde{s}_\omega(kT)+\tilde{s}_\omega^2(kT)$$

จากนั้นแทนค่านิพจน์ของผลต่างกำลังสองที่ได้รับ ลงในสมการผลต่างฟังก์ชันเลียปูโนฟ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\widetilde{V}_2(kT) = {} & s_\omega(kT)\widetilde{s}_\omega(kT) + 0.5\widetilde{s}_\omega^2(kT) + \frac{1}{2k_{ia}}\left[\hat{\bar{a}}(kT) - k_{pa}\widetilde{\Theta}_a^*(kT)\right]^2 \\ & - \frac{1}{k_{ia}}\left[\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\right]\left[\hat{\bar{a}}(kT) - k_{pa}\widetilde{\Theta}_a^*(kT)\right] \\ & - \frac{1}{k_{ib}}\left[\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\right]\left[\hat{\bar{b}}(kT) - k_{pb}\widetilde{\Theta}_b^*(kT)\right] \\ & + \frac{c}{k_{il}}\left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]\left[\hat{\bar{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}_\omega^*(kT)\right] \\ & + \frac{1}{2k_{ib}}\left[\hat{\bar{b}}(kT) - k_{pb}\widetilde{\Theta}_b^*(kT)\right]^2 - \frac{c}{2k_{il}}\left[\hat{\bar{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}_\omega^*(kT)\right]^2\end{aligned}$$

ต่อมาจัดรูปกฎการปรับตัวในขั้นตอนการแก้ไขเพิ่มความถูกต้องในสมการที่ (8-17) ถึง (8-19) ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\hat{a}\big((k+1)T\big) - \hat{a}(kT) &= k_{pa}\widetilde{\Theta}_a^*(kT) + 0.5k_{ia}T\left[\Theta_a^*\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\right] \\ \hat{\bar{a}}(kT) - k_{pa}\widetilde{\Theta}_a^*(kT) &= 0.5k_{ia}T\left[\Theta_a^*\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\right] \\ \hat{b}\big((k+1)T\big) - \hat{b}(kT) &= k_{pb}\widetilde{\Theta}_b^*(kT) + 0.5k_{ib}T\left[\Theta_b^*\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\right] \\ \hat{\bar{b}}(kT) - k_{pb}\widetilde{\Theta}_b^*(kT) &= 0.5k_{ib}T\left[\Theta_b^*\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\right] \\ \hat{T}_L\big((k+1)T\big) - \hat{T}_L(kT) &= -k_{pl}\widetilde{s}_\omega^*(kT) - 0.5k_{il}T\left[s_\omega^*\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\right] \\ \hat{\bar{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}_\omega^*(kT) &= -0.5k_{il}T\left[s_\omega^*\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\right]\end{aligned}$$

และจัดรูปสมการของ $(2/T)s_\omega(kT)\widetilde{s}_\omega(kT)$ ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}s_\omega(kT)\widetilde{s}_\omega(kT) = {} & 0.5Ts_\omega(kT)\left[(a+k_3)e_\omega(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\right] \\ & + 0.5Ts_\omega^*\big((k+1)T\big)\left[(a+k_3)e_\omega^*\big((k+1)T\big) + f_3^*\big((k+1)T\big) - \delta_o^*\big((k+1)T\big)\right] \\ & + 0.5T\left[\Delta a(kT)\Theta_a(kT) + \Delta a^*\big((k+1)T\big)\Theta_a^*\big((k+1)T\big)\right] \\ & + 0.5T\left[\Delta b(kT)\Theta_b(kT) + \Delta b^*\big((k+1)T\big)\Theta_b^*\big((k+1)T\big)\right] \\ & + 0.5cT\left[\Delta T_L(kT)s_\omega(kT) + \Delta T_L^*\big((k+1)T\big)s_\omega^*\big((k+1)T\big)\right] \\ & - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*\big((k+1)T\big)\end{aligned}$$

เมื่อแทนค่านิพจน์ต่าง ๆ ของกฎการปรับตัวและพจน์ $s_\omega(kT)\widetilde{s}_\omega(kT)$ ลงในสมการผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ และจัดรูปสมการใหม่ จะเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) = {} & 0.5Ts_\omega(kT)\left[\,(a+k_3)e_\omega(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\,\right] \\
& + 0.5Ts^*_\omega\big((k+1)T\big)\times \\
& \qquad \left[\,(a+k_3)e^*_\omega\big((k+1)T\big) + f^*_3\big((k+1)T\big) - \delta^*_o\big((k+1)T\big)\,\right] \\
& - \frac{T}{2}\Big\{\left[\,\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\,\right] \\
& \qquad - \Delta a(kT)\Theta_a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_a\big((k+1)T\big)\Big\} \\
& - \frac{T}{2}\Big\{\left[\,\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\,\right] \\
& \qquad - \Delta b(kT)\Theta_b(kT) - \Delta b^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_b\big((k+1)T\big)\Big\} \\
& - \frac{cT}{2}\Big\{\left[\,\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]\left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\,\right] \\
& \qquad - \Delta T_L(kT)s_\omega(kT) - \Delta T^*_L\big((k+1)T\big)s^*_\omega\big((k+1)T\big)\Big\} \\
& + \frac{k_{ia}T^2}{8}\left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\,\right]^2 - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{k_{ib}T^2}{8}\left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\,\right]^2 + 0.5\widetilde{s}^2_\omega(kT) \\
& - \frac{ck_{il}T^2}{8}\left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\,\right]^2
\end{aligned}$$

จากนั้นเขียนพจน์บางพจน์ที่อยู่ทางด้านขวามือของสมการผลต่างฟังก์ชันเลียปูโนฟ ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
& \left[\,\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\,\right] \\
& \quad - \Delta a(kT)\Theta_a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_a\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = k_{pa}\Theta^2_a(kT) + \left[\,\Delta a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\Theta^*_a\big((k+1)T\big) \\
& \left[\,\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\,\right] \\
& \quad - \Delta a(kT)\Theta_a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_a\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = k_{pa}\Theta^2_a(kT) + \left[\,\hat{\tilde{a}}^*(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\Theta^*_a\big((k+1)T\big)
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big) = a - \hat{a}(kT) - \left[\,a - \hat{a}^*\big((k+1)T\big)\,\right]$

$$\Delta a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big) = \hat{a}^*\big((k+1)T\big) - \hat{a}(kT) = \hat{\tilde{a}}^*(kT)$$

$$\begin{aligned}
& \left[\,\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\,\right] \\
& \quad - \Delta b(kT)\Theta_b(kT) - \Delta b^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_b\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = k_{pb}\Theta^2_b(kT) + \left[\,\Delta b(kT) - \Delta b^*\big((k+1)T\big) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\Theta^*_b\big((k+1)T\big) \\
& \left[\,\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\,\right] \\
& \quad - \Delta b(kT)\Theta_b(kT) - \Delta b^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_b\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = k_{pb}\Theta^2_b(kT) + \left[\,\hat{\tilde{b}}^*(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\Theta^*_b\big((k+1)T\big)
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta b(kT) - \Delta b^*\big((k+1)T\big) = b - \hat{b}(kT) - \left[\,b - \hat{b}^*\big((k+1)T\big)\,\right]$

$$\Delta b(kT) - \Delta b^*((k+1)T) = \hat{b}^*((k+1)T) - \hat{b}(kT) = \hat{\bar{b}}^*(kT)$$

$$\begin{aligned}&\left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]\left[s_\omega^*((k+1)T) + s_\omega(kT)\right]\\&\quad - \Delta T_L(kT)s_\omega(kT) - \Delta T_L^*((k+1)T)s_\omega^*((k+1)T)\\&\qquad = -k_{pl}s_\omega^2(kT) + \left[\Delta T_L(kT) - \Delta T_L^*((k+1)T) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]s_\omega^*((k+1)T)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]\left[s_\omega^*((k+1)T) + s_\omega(kT)\right]\\&\quad - \Delta T_L(kT)s_\omega(kT) - \Delta T_L^*((k+1)T)s_\omega^*((k+1)T)\\&\qquad = -k_{pl}s_\omega^2(kT) + \left[\hat{\bar{T}}_L^*(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]s_\omega^*((k+1)T)\end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta T_L(kT) - \Delta T_L^*((k+1)T) = T_L(kT) - \hat{T}_L(kT) - \left[T_L((k+1)T) - \hat{T}_L^*((k+1)T)\right]$

$\Delta T_L(kT) - \Delta T_L^*((k+1)T) = \hat{T}_L^*((k+1)T) - \hat{T}_L(kT) = \hat{\bar{T}}_L^*(kT)$ และ

$T_L((k+1)T) \approx T_L(kT)$

เมื่อยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ $\tilde{s}_\omega(kT)$ และนำตัวเลข 0.5 คูณทั้งสองข้างของสมการที่ได้รับ จะเขียนได้เป็น

$$\tilde{s}_\omega^2(kT) = 0.25T^2\left[\Gamma_\omega(kT) + \Gamma_\omega^*((k+1)T)\right]^2$$

$$0.5\tilde{s}_\omega^2(kT) = 0.125T^2\left\{\Gamma_\omega^2(kT) + \left[\Gamma_\omega^*((k+1)T)\right]^2 + 2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T)\right\}$$

ต่อมาเขียนผลรวมของพจน์ $0.5\tilde{s}_\omega^2(kT) - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T)$ ใหม่ โดยใช้สมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}&0.5\tilde{s}_\omega^2(kT) - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T)\\&\qquad = 0.125T^2\left\{\Gamma_\omega^2(kT) + \left[\Gamma_\omega^*((k+1)T)\right]^2 - 2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T)\right\}\end{aligned}$$

$$0.5\tilde{s}_\omega^2(kT) - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T) = 0.125T^2\left[\Gamma_\omega^*((k+1)T) - \Gamma_\omega(kT)\right]^2$$

$$0.5\tilde{s}_\omega^2(kT) - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma_\omega^*((k+1)T) = 0.125T^2\left[\tilde{\Gamma}_\omega^*(kT)\right]^2$$

โดยที่ $\tilde{\Gamma}_\omega^*(kT) = \Gamma_\omega^*((k+1)T) - \Gamma_\omega(kT)$

เมื่อแทนค่านิพจน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ลงในสมการผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) = \; & 0.5Ts_\omega(kT)\left[\,(a+k_3)e_\omega(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\,\right] \\
& + 0.5Ts^*_\omega\big((k+1)T\big)\times \\
& \qquad \left[\,(a+k_3)e^*_\omega\big((k+1)T\big) + f^*_3\big((k+1)T\big) - \delta^*_o\big((k+1)T\big)\,\right] \\
& - \frac{k_{pa}T}{2}\Theta^2_a(kT) - \frac{T}{2}\left[\,\hat{\bar{a}}^*(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\Theta^*_a\big((k+1)T\big) \\
& - \frac{k_{pb}T}{2}\Theta^2_b(kT) - \frac{T}{2}\left[\,\hat{\bar{b}}^*(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\Theta^*_b\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{ck_{pl}T}{2}s^2_\omega(kT) - \frac{cT}{2}\left[\,\hat{\bar{T}}^*_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]s^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{k_{ia}T^2}{8}\left\{\Theta^2_a(kT) + \left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big)\right]^2\,\right\} + \frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta^*_a\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{k_{ib}T^2}{8}\left\{\Theta^2_b(kT) + \left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big)\right]^2\,\right\} + \frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta^*_b\big((k+1)T\big) \\
& - \frac{ck_{il}T^2}{8}\left\{s^2_\omega(kT) + \left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big)\right]^2\,\right\} - \frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& + 0.125T^2\left[\,\widetilde{\Gamma}^*_\omega(kT)\,\right]^2
\end{aligned}$$

จากนั้นจัดรูปกฎการปรับตัวในขั้นตอนการทำนายค่าในสมการที่ (8-13) ถึง (8-15) ใหม่ จะได้ว่า

$$\hat{a}^*\big((k+1)T\big) - \hat{a}(kT) = k_{pa}\Theta^*_a\big((k+1)T\big) - k_{pa}\Theta_a(kT) + k_{ia}T\,\Theta_a(kT)$$

$$\hat{\bar{a}}^*(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT) = k_{pa}\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + k_{ia}T\,\Theta_a(kT)$$

$$\hat{b}^*\big((k+1)T\big) - \hat{b}(kT) = k_{pb}\Theta^*_b\big((k+1)T\big) - k_{pb}\Theta_b(kT) + k_{ib}T\,\Theta_b(kT)$$

$$\hat{\bar{b}}^*(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT) = k_{pb}\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + k_{ib}T\,\Theta_b(kT)$$

$$\hat{T}^*_L\big((k+1)T\big) - \hat{T}_L(kT) = -k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big) + k_{pl}s_\omega(kT) - k_{il}Ts_\omega(kT)$$

$$\hat{\bar{T}}^*_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT) = -k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big) - k_{il}Ts_\omega(kT)$$

เมื่อแทนค่านิพจน์ต่าง ๆ ของกฎการปรับตัว ลงในสมการผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ และจัดรูปสมการใหม่ จะเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) &= 0.5Ts_\omega(kT)\left[\,(a+k_3)e_\omega(kT)+f_3(kT)-\delta_o(kT)\,\right]\\
&\quad+0.5Ts_\omega^*((k+1)T)\left[\,(a+k_3)e_\omega^*((k+1)T)+f_3^*((k+1)T)-\delta_o^*((k+1)T)\,\right]\\
&\quad-\frac{k_{pa}T}{2}\Theta_a^2(kT)-\frac{k_{pa}T}{2}\left[\,\Theta_a^*((k+1)T)\,\right]^2-\frac{k_{ia}T^2}{2}\Theta_a(kT)\Theta_a^*((k+1)T)\\
&\quad-\frac{k_{pb}T}{2}\Theta_b^2(kT)-\frac{k_{pb}T}{2}\left[\,\Theta_b^*((k+1)T)\,\right]^2-\frac{k_{ib}T^2}{2}\Theta_b(kT)\Theta_b^*((k+1)T)\\
&\quad+\frac{ck_{pl}T}{2}s_\omega^2(kT)+\frac{ck_{pl}T}{2}\left[\,s_\omega^*((k+1)T)\,\right]^2+\frac{ck_{il}T^2}{2}s_\omega(kT)s_\omega^*((k+1)T)\\
&\quad+\frac{k_{ia}T^2}{8}\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\,\Theta_a^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}+\frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta_a^*((k+1)T)\\
&\quad+\frac{k_{ib}T^2}{8}\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\,\Theta_b^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}+\frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta_b^*((k+1)T)\\
&\quad-\frac{ck_{il}T^2}{8}\left\{s_\omega^2(kT)+\left[\,s_\omega^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}-\frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*((k+1)T)\\
&\quad+0.125T^2\left[\,\widetilde{\Gamma}_\omega^*(kT)\,\right]^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) &= 0.5Ts_\omega(kT)\left[\,(a+k_3)e_\omega(kT)+f_3(kT)-\delta_o(kT)\,\right]\\
&\quad+0.5Ts_\omega^*((k+1)T)\left[\,(a+k_3)e_\omega^*((k+1)T)+f_3^*((k+1)T)-\delta_o^*((k+1)T)\,\right]\\
&\quad-\frac{4k_{pa}-k_{ia}T}{8}T\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\,\Theta_a^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}-\frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta_a^*((k+1)T)\\
&\quad-\frac{4k_{pb}-k_{ib}T}{8}T\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\,\Theta_b^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}-\frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta_b^*((k+1)T)\\
&\quad+\frac{4k_{pl}-k_{il}T}{8}cT\left\{s_\omega^2(kT)+\left[\,s_\omega^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}+\frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*((k+1)T)\\
&\quad+0.125T^2\left[\,\widetilde{\Gamma}_\omega^*(kT)\,\right]^2
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\frac{k_{ia}T^2}{4}>0$, $\frac{k_{ib}T^2}{4}>0$, $\frac{k_{il}T^2}{4}>0$, และ $-c>0$ จะได้ว่า

$$-\frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta_a^*((k+1)T)\le\frac{k_{ia}T^2}{8}\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\,\Theta_a^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}$$

$$-\frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta_b^*((k+1)T)\le\frac{k_{ib}T^2}{8}\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\,\Theta_b^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}$$

$$-\frac{k_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*((k+1)T)\le\frac{k_{il}T^2}{8}\left\{s_\omega^2(kT)+\left[\,s_\omega^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}$$

$$\frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*((k+1)T)\le-\frac{ck_{il}T^2}{8}\left\{s_\omega^2(kT)+\left[\,s_\omega^*((k+1)T)\,\right]^2\right\}$$

เป็นผลให้

$$-\frac{4k_{pa}-k_{ia}T}{8}T\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\Theta_a^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}-\frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta_a^*\left((k+1)T\right)$$
$$\le -\frac{2k_{pa}-k_{ia}T}{4}T\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\Theta_a^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{4k_{pb}-k_{ib}T}{8}T\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}-\frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta_b^*\left((k+1)T\right)$$
$$\le -\frac{2k_{pb}-k_{ib}T}{4}T\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$
$$\frac{4k_{pl}-k_{il}T}{8}cT\left\{s_\omega^2(kT)+\left[s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}+\frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*\left((k+1)T\right)$$
$$\le \frac{2k_{pl}-k_{il}T}{4}cT\left\{s_\omega^2(kT)+\left[s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$

ต่อมาเขียนผลบวกของอสมการสามอสมการข้างบนนี้ จะได้ว่า

$$-\frac{4k_{pa}-k_{ia}T}{8}T\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\Theta_a^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}-\frac{k_{ia}T^2}{4}\Theta_a(kT)\Theta_a^*\left((k+1)T\right)$$
$$-\frac{4k_{pb}-k_{ib}T}{8}T\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}-\frac{k_{ib}T^2}{4}\Theta_b(kT)\Theta_b^*\left((k+1)T\right)$$
$$+\frac{4k_{pl}-k_{il}T}{8}cT\left\{s_\omega^2(kT)+\left[s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}+\frac{ck_{il}T^2}{4}s_\omega(kT)s_\omega^*\left((k+1)T\right)$$
$$\le -\frac{2k_{pa}-k_{ia}T}{4}T\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\Theta_a^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{2k_{pb}-k_{ib}T}{4}T\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$
$$+\frac{2k_{pl}-k_{il}T}{4}cT\left\{s_\omega^2(kT)+\left[s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$

จากนั้นนำพจน์ $0.5Ts_\omega(kT)[(a+k_3)e_\omega(kT)+f_3(kT)-\delta_o(kT)]$, $0.125T^2\left[\tilde{\Gamma}_\omega^*(kT)\right]^2$, และ $0.5Ts_\omega^*\left((k+1)T\right)\left[(a+k_3)e_\omega^*\left((k+1)T\right)+f_3^*\left((k+1)T\right)-\delta_o^*\left((k+1)T\right)\right]$ บวกทั้งสองข้างของอสมการข้างบนนี้ จะได้ว่าผลบวกทางด้านซ้ายมือของอสมการที่ได้รับ เท่ากับผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ $\tilde{V}_2(kT)$ เป็นผลให้

$$\tilde{V}_2(kT)\le 0.5Ts_\omega(kT)\left[(a+k_3)e_\omega(kT)+f_3(kT)-\delta_o(kT)\right]$$
$$+0.5Ts_\omega^*\left((k+1)T\right)\left[(a+k_3)e_\omega^*\left((k+1)T\right)+f_3^*\left((k+1)T\right)-\delta_o^*\left((k+1)T\right)\right]$$
$$-\frac{2k_{pa}-k_{ia}T}{4}T\left\{\Theta_a^2(kT)+\left[\Theta_a^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$
$$-\frac{2k_{pb}-k_{ib}T}{4}T\left\{\Theta_b^2(kT)+\left[\Theta_b^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}$$
$$+\frac{2k_{pl}-k_{il}T}{4}cT\left\{s_\omega^2(kT)+\left[s_\omega^*\left((k+1)T\right)\right]^2\right\}+0.125T^2\left[\tilde{\Gamma}_\omega^*(kT)\right]^2$$

ฌ.3 ที่มาของสมการที่ (8-26)

เมื่อ $T_L((k+1)T) \neq T_L(kT)$ จะได้ว่าผลต่างกำลังสอง

$$\left[\Delta T_L\big((k+1)T\big) - k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)\right]^2 - \left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]^2$$
$$= \widetilde{T}_L^2(kT) - 2\widetilde{T}_L(kT)\left[\hat{T}_L\big((k+1)T\big) - T_L(kT) + k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)\right]$$
$$+\left[\hat{\widetilde{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}^*_\omega(kT)\right]^2 - 2\left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]\left[\hat{\widetilde{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}^*_\omega(kT)\right]$$

โดยที่ $\Delta T_L\big((k+1)T\big) - \Delta T_L(kT) = T_L\big((k+1)T\big) - \hat{T}_L\big((k+1)T\big) - \left[T_L(kT) - \hat{T}_L(kT)\right]$

$$\Delta T_L\big((k+1)T\big) - \Delta T_L(kT) = \widetilde{T}_L(kT) - \hat{\widetilde{T}}_L(kT)$$

และ

$$\hat{\widetilde{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}^*_\omega(kT) - \Delta T_L(kT) + k_{pl}s_\omega(kT)$$
$$= \hat{T}_L\big((k+1)T\big) - T_L(kT) + k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)$$

จากนั้นนำพจน์ $-c/(2k_{il})$ คูณทั้งสองข้างของสมการ นั่นคือ

$$-\frac{c}{2k_{il}}\left\{\left[\Delta T_L\big((k+1)T\big) - k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)\right]^2 - \left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]^2\right\}$$
$$= -\frac{c}{2k_{il}}\left\{\left[\hat{\widetilde{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}^*_\omega(kT)\right]^2\right.$$
$$\left. - 2\left[\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\right]\left[\hat{\widetilde{T}}_L(kT) + k_{pl}\widetilde{s}^*_\omega(kT)\right]\right\}$$
$$-\frac{c}{2k_{il}}\widetilde{T}_L^2(kT) + \frac{c}{k_{il}}\widetilde{T}_L(kT)\left[\hat{T}_L\big((k+1)T\big) - T_L(kT) + k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)\right]$$

ต่อมาเมื่อแทนค่าพจน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง และพจน์จากสมการข้างบนนี้ ลงในสมการผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) = \; & 0.5Ts_\omega(kT)\left[\,(a+k_3)e_\omega(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\,\right] \\
& + 0.5Ts^*_\omega\big((k+1)T\big)\times \\
& \qquad \left[\,(a+k_3)e^*_\omega\big((k+1)T\big) + f^*_3\big((k+1)T\big) - \delta^*_o\big((k+1)T\big)\,\right] \\
& - \frac{T}{2}\Big\{\left[\,\Delta a(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\,\right] \\
& \qquad - \Delta a(kT)\Theta_a(kT) - \Delta a^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_a\big((k+1)T\big)\Big\} \\
& - \frac{T}{2}\Big\{\left[\,\Delta b(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\,\right] \\
& \qquad - \Delta b(kT)\Theta_b(kT) - \Delta b^*\big((k+1)T\big)\Theta^*_b\big((k+1)T\big)\Big\} \\
& - \frac{cT}{2}\Big\{\left[\,\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]\left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\,\right] \\
& \qquad - \Delta T_L(kT)s_\omega(kT) - \Delta T^*_L\big((k+1)T\big)s^*_\omega\big((k+1)T\big)\Big\} \\
& + \frac{k_{ia}T^2}{8}\left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big) + \Theta_a(kT)\,\right]^2 + 0.5\widetilde{s}^2_\omega(kT) \\
& + \frac{k_{ib}T^2}{8}\left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big) + \Theta_b(kT)\,\right]^2 - 0.5T^2\Gamma_\omega(kT)\Gamma^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& - \frac{ck_{il}T^2}{8}\left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\,\right]^2 - \frac{c}{2k_{il}}\widetilde{T}^2_L(kT) \\
& + \frac{c}{k_{il}}\widetilde{T}_L(kT)\left[\,\hat{T}_L\big((k+1)T\big) - T_L(kT) + k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)\,\right]
\end{aligned}
$$

เมื่อ $T_L((k+1)T) \neq T_L(kT)$ จะเขียนได้ว่า

$$
\begin{aligned}
& \left[\,\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]\left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\,\right] \\
& \quad - \Delta T_L(kT)s_\omega(kT) - \Delta T^*_L\big((k+1)T\big)s^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = -k_{pl}s^2_\omega(kT) + \left[\,\hat{\widetilde{T}}^*_L(kT) - \widetilde{T}_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]s^*_\omega\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \left[\,\Delta T_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]\left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big) + s_\omega(kT)\,\right] \\
& \quad - \Delta T_L(kT)s_\omega(kT) - \Delta T^*_L\big((k+1)T\big)s^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& \qquad = -k_{pl}s^2_\omega(kT) + \left[\,\hat{\widetilde{T}}^*_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]s^*_\omega\big((k+1)T\big) - \widetilde{T}_L(kT)s^*_\omega\big((k+1)T\big)
\end{aligned}
$$

โดยที่ $\Delta T_L(kT) - \Delta T^*_L\big((k+1)T\big) = T_L(kT) - \hat{T}_L(kT) - \left[\,T_L\big((k+1)T\big) - \hat{T}^*_L\big((k+1)T\big)\,\right]$

$\Delta T_L(kT) - \Delta T^*_L\big((k+1)T\big) = -\widetilde{T}_L(kT) + \hat{\widetilde{T}}^*_L(kT)$

ต่อมาแทนค่าพจน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ลงในสมการผลต่างของฟังก์ชันเลียปูโนฟ และจัดรูปสมการใหม่ อีกครั้งหนึ่ง จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\widetilde{V}_2(kT) = {} & 0.5Ts_\omega(kT)\left[\,(a+k_3)e_\omega(kT) + f_3(kT) - \delta_o(kT)\,\right] \\
& + 0.5Ts^*_\omega\big((k+1)T\big)\left[\,(a+k_3)e^*_\omega\big((k+1)T\big) + f^*_3\big((k+1)T\big) - \delta^*_o\big((k+1)T\big)\,\right] \\
& - \frac{T}{2}\left\{\, k_{pa}\Theta^2_a(kT) + \left[\,\hat{\bar{a}}^*(kT) + k_{pa}\Theta_a(kT)\,\right]\Theta^*_a\big((k+1)T\big)\,\right\} \\
& - \frac{T}{2}\left\{\, k_{pb}\Theta^2_b(kT) + \left[\,\hat{\bar{b}}^*(kT) + k_{pb}\Theta_b(kT)\,\right]\Theta^*_b\big((k+1)T\big)\,\right\} \\
& - \frac{cT}{2}\left\{\, -k_{pl}s^2_\omega(kT) + \left[\,\hat{\bar{T}}^*_L(kT) - k_{pl}s_\omega(kT)\,\right]s^*_\omega\big((k+1)T\big)\,\right\} \\
& + \frac{k_{ia}T^2}{8}\left\{\,\Theta^2_a(kT) + \left[\,\Theta^*_a\big((k+1)T\big)\,\right]^2 + 2\Theta_a(kT)\Theta^*_a\big((k+1)T\big)\,\right\} \\
& + \frac{k_{ib}T^2}{8}\left\{\,\Theta^2_b(kT) + \left[\,\Theta^*_b\big((k+1)T\big)\,\right]^2 + 2\Theta_b(kT)\Theta^*_b\big((k+1)T\big)\,\right\} \\
& - \frac{ck_{il}T^2}{8}\left\{\,s^2_\omega(kT) + \left[\,s^*_\omega\big((k+1)T\big)\,\right]^2 + 2s_\omega(kT)s^*_\omega\big((k+1)T\big)\,\right\} \\
& + 0.125T^2\left[\,\widetilde{\Gamma}^*_\omega(kT)\,\right]^2 - \frac{c}{2k_{il}}\widetilde{T}^2_L(kT) + \frac{cT}{2}\widetilde{T}_L(kT)s^*_\omega\big((k+1)T\big) \\
& + \frac{c}{k_{il}}\widetilde{T}_L(kT)\left[\,\hat{T}_L\big((k+1)T\big) - T_L(kT) + k_{pl}s^*_\omega\big((k+1)T\big)\,\right]
\end{aligned}$$

จากนั้นดำเนินการต่อไป จึงจะได้รับสมการที่ (8-26)

ฌ.4 ที่มาของคำตอบอสมการที่ (8-28)

นำพจน์ $-2k_{il}\ /c$ ที่มีค่ามากกว่าศูนย์ (ค่าบวก) คูณทั้งสองข้างของอสมการที่ (8-27) และจัดรูปอสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\widetilde{T}^2_L(kT) + 2\widetilde{T}_L(kT)\left\{T_L(kT) - \hat{T}_L\big((k+1)T\big) - \left[\,k_{pl} + 0.5Tk_{il}\,\right]s^*_\omega\big((k+1)T\big)\,\right\} & \\
- \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \le 0 & \\
\widetilde{T}^2_L(kT) + 2\widetilde{T}_L(kT)\Omega_l\big((k+1)T\big) - \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \le 0 & \\
\widetilde{T}^2_L(kT) + 2\widetilde{T}_L(kT)\Omega_l\big((k+1)T\big) + \Omega^2_l\big((k+1)T\big) - \Omega^2_l\big((k+1)T\big) & \\
- \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \le 0 & \\
\left[\,\widetilde{T}_L(kT) + \Omega_l\big((k+1)T\big)\,\right]^2 - \left[\,\Omega^2_l\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)\,\right] \le 0 & \\
\left[\,\widetilde{T}_L(kT) + \Omega_l\big((k+1)T\big) - \sqrt{\Omega^2_l\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}\,\right]\times & \\
\left[\,\widetilde{T}_L(kT) + \Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega^2_l\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}\,\right] \le 0 &
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT) \geq 0$

ทำให้ได้รับคำตอบคือ

$$\widetilde{T}_L(kT) \geq -\Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)} \quad \text{และ}$$

$$\widetilde{T}_L(kT) \leq -\Omega_l\big((k+1)T\big) - \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}$$

หรือ

$$\widetilde{T}_L(kT) \leq -\Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)} \quad \text{และ}$$

$$\widetilde{T}_L(kT) \geq -\Omega_l\big((k+1)T\big) - \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}$$

แต่เนื่องจาก

$$-\Omega_l\big((k+1)T\big) - \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)} \leq -\Omega_l\big((k+1)T\big)$$

$$\leq -\Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}$$

ดังนั้น

$$-\Omega_l\big((k+1)T\big) - \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)} \leq \widetilde{T}_L(kT)$$

$$\leq -\Omega_l\big((k+1)T\big) + \sqrt{\Omega_l^2\big((k+1)T\big) + \frac{2k_{il}}{c}\widetilde{\widetilde{V}}_2(kT)}$$

คือคำตอบของอสมการที่ (8-28)

ภาคผนวก ญ

ตัวสังเกตเส้นแรงแม่เหล็กโรเตอร์ในงานวิจัยก่อนหน้านี้

Proceedings of the American Control Conference
Philadelphia, Pennsylvania • June 1998

IVSC-BASED SPEED ESTIMATION FOR AN AC INDUCTION MOTOR

Tzuen-Lih Chern* and Jerome Chang*
*Department of Electrical Engineering
National Sun Yat-Sen University, Kaohsiung, Taiwan, R.O.C.

Abstract

This paper proposes a method which uses only HALL current sensor to estimate the velocity and flux of an AC induction motor. The integral variable structure control (IVSC) approach is firstly employed to design an observer such that the observer can track actual state of the plant and minimize the steady state estimation error. An adaptive speed estimator is synchronously designed by incorporating switching function of variable structure system theory with Lyapunov function. Simulation results demonstrate that the presented system has potential for both fast and accurate estimation of motor speed. Furthermore, the robustness of estimation system for resisting load disturbance and motor parameter variation is also guaranteed.

1. Introduction

AC Induction motor has been widely used in industrial application because of its performance of solid architecture, low moment of inertia, low ripple of torque and high initiated torque, etc. However, the difficulties of mounting sensor and the attention of cost and reliability limit its application in some special environment. Many works of sensorless drive for ac motor have been done by either field oriented-based method or slip frequency-based approach [1-3], but the robustness to parameter variation and load disturbance still deserves to be further studied and paid attention during low speed.

VSS observer has also attracted great amount attention owing to its excellent robustness under parameter variation and system uncertainty[4-5]. However, it has not been sufficiently used in electrical machine. In order to achieve zero steady-state estimation error under system disturbance, we creatively apply integral variable structure control (IVSC) [6-7] approach to design an observer. The proposed methodology incorporates Lyapunov function to derive a speed estimator such that it can overcome the problem of sensitivity in the face of uncertainty and keep motor in steady speed. The estimated velocity is feedback to system controller to carry out the speed sensorless control task of an induction motor. The results exhibit that the proposed method can achieve the requirements of robustness and fast accurate estimation in the face of parameter variation and external disturbance.

2. Modeling of Induction Motor

The induction motor considered is a three-phase, y-connected, squirrel-cage motor. The machine has three identical, sinusoidally distributed stator windings with its magnetic axes of which displaced 120° from each other. The model of an AC induction motor in stationary reference frame can be derived [8-9] as

$$\begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \dot{\phi}_{dr} \\ \dot{\phi}_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{r11} & 0 & a_{r12} & -a_{i12} \\ 0 & a_{r11} & a_{i12} & a_{r12} \\ a_{r21} & 0 & a_{r22} & -a_{i22} \\ 0 & a_{r21} & a_{i22} & a_{r22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{v}_{ds} \\ \mathrm{v}_{qs} \end{bmatrix} \quad (1a)$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_s \\ \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ \phi_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} V_s = AX + BVs \quad (1b)$$

where

$$A_{11} = -\left\{ R_s / (\sigma L_s) + (1-\sigma) / (\sigma \tau_r) \right\} I = a_{r11} I \quad (1c)$$

$$A_{12} = M / (\sigma L_s L_r) \left\{ (1/\tau_r) I - \omega J \right\} = a_{r12} I + a_{i12} J \quad (1d)$$

$$A_{21} = (M/\tau_r) I = a_{r21} I \quad (1e)$$

$$A_{22} = -(1/\tau_r) I + \omega J = a_{r22} I + a_{i22} J \quad (1f)$$

$$B_1 = 1/(\sigma L_s) I = b_1 I \quad (1g)$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

where $i_s = [i_{ds} \ i_{qs}]^T$ means stator current, $\phi_r = [\phi_{dr} \ \phi_{qr}]^T$ represents rotor flux, $V_s = [V_{ds} \ V_{qs}]^T$ denotes stator voltage, all of them are in d-q axes. R_s, R_r are resistance of stator and rotor respectively, L_s, L_r represent self inductance of stator and rotor, M is mutual inductance, $s = 1 - M^2 / L_s L_r$, $t_r = L_r / R_r$ is time constant of rotor, ω stands for angular velocity of motor.

3. IVSC State Observer

Considering the motor angular velocity in state equation (1) is a variable which is to be estimated. Then the estimated coefficient matrix, denoted $\hat{A}(\hat{\omega})$, becomes a

function of the estimated motor angular velocity $\hat{\omega}$. Let state observer be

$$\dot{\hat{X}} = \hat{A}(\hat{\omega})\hat{X} + BV_s + U \tag{2a}$$

that is

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_s \\ \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_s \\ \phi_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} V_s = AX + BVs \tag{2b}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{X}}_1 \\ \dot{\hat{X}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{i}}_s \\ \dot{\hat{\phi}}_r \end{bmatrix} \tag{2c}$$

and error state equation be

$$e_i = X_1 - \hat{X}_1 = \begin{bmatrix} i_d - \hat{i}_d \\ i_q - \hat{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} \tag{3a}$$

then

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \dot{X}_1 - \dot{\hat{X}}_1 \\ &= A_{11}X_1 - \hat{A}_{11}\hat{X}_1 + A_{12}\phi_r - \hat{A}_{12}\hat{\phi}_r - U^o \\ &= \hat{A}_{11}X_1 - \hat{A}_{11}\hat{X}_1 - \hat{A}_{11}X_1 + A_{11}X_1 - \hat{A}_{12}\hat{\phi}_r \\ &\quad + A_{12}\phi_r + A_{12}\phi_r - A_{12}\phi_r - U^o \\ &= \hat{A}_{11}e_i - \Delta A_{11}X_1 - \Delta A_{12}\hat{\phi}_r + A_{12}e_\phi - U^o \\ &= \hat{A}_{11}e_i - \Delta A_{11}X_1 - \Delta A_{12}\hat{\phi}_r - U^o + D_\phi \end{aligned} \tag{3b}$$

where

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta A_{11} & \Delta A_{12} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} - A_{11} & \hat{A}_{11} - A_{12} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \Delta A_{11} & \Delta A_{12} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -c(\hat{\omega} - \omega)J \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3c}$$

and

U^o is an observer input applied to drive the error between observer and plant to be zero, $e_\phi = \phi_r - \hat{\phi}_r$, symbol ^ stands for estimation, $c = M/(\sigma L_s L_r)$. The unmeasurable term is defined as $D_\phi = A_{12}e_\phi$.

Now one applies the IVSC approach to the error dynamics (3b) such that the error fast converges to zero. The IVSC-based observer is described as

$$\dot{z} = -e_i \ , \tag{4a}$$

$$\dot{e}_i = \hat{A}_{11}e_i - \Delta A_{12}\hat{\phi}_r - U^o + D_\phi \tag{4b}$$

The input function U^o is piecewise linear of the form

$$U^o = \begin{cases} U^{o^+}(e_i, t) & \text{if } S > 0 \\ U^{o^-}(e_i, t) & \text{if } S < 0 \end{cases}$$

in which S represents switching function and is defined as $S = \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} e_d - k_{11}z_d \\ e_q - k_{22}z_q \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$= e_i - Kz$$

where integral gain K is a positive definite matrix defined as

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix}$$

From equations (4) and (5), one has

$$\dot{S} = (\hat{A}_{11} + K)e_i - \Delta A_{12}\hat{\phi}_r - U^o + D_\phi \tag{6}$$

Let observer input function U^o be decomposed into

$$U^o = \Phi_1 e_i - \Phi_2 Kz + \Psi \tag{7}$$

where

$$\Phi_j = \begin{bmatrix} \Phi_{jdd} & 0 \\ 0 & \Phi_{jqq} \end{bmatrix}, \ \text{j} = 1,2 \ \text{ and } \ \Psi = \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix},$$

in which $\Phi_{1ll} = \begin{cases} \alpha_{\phi l} \text{ if } e_l s_l > 0 \\ \beta_{\phi l} \text{ if } e_l s_l < 0 \end{cases} \quad l = d, q$

$$\Phi_{2ll} = \begin{cases} \alpha_{\phi_2 l} \text{ if } z s_l < 0 \\ \beta_{\phi_2 l} \text{ if } z s_l > 0 \end{cases} \quad l = d, q$$

and $\Psi_l = \begin{cases} \alpha_{\psi l} \text{ if } s_l > 0 \\ \beta_{\psi l} \text{ if } s_l < 0 \end{cases} \quad l = d, q$

Substituting equation(7) into (6), one gets the time derivative of switching function:

$$\dot{S} = (\hat{A}_{11} + K)e_i - \Delta A_{12}\hat{\phi}_r - \Phi_1 e_i + \Phi_2 Kz - \Psi + D_\phi \tag{8}$$

4. Adaptive Speed Estimator

In order to design an adaptive estimator which is robust to disturbance, VSS is taken into consideration to incorporate with Lyapunov stability theory. Defining a Lyapunov function,

$$V = \frac{1}{2}S^{\mathrm{T}}S + \frac{1}{2\lambda}(\hat{\omega} - \omega)^2 \tag{9a}$$

where λ is a positive constant, $\hat{\omega}$ denotes estimated velocity which is composed of states, S represents switching function of the variable structure system defined in (5). The time derivative of (9a) is taken as

$$\dot{V} = \dot{S}^{\mathrm{T}}S + \frac{1}{\lambda}\Delta\omega(\dot{\hat{\omega}} - \dot{\omega}) \tag{9b}$$

where $\Delta\omega = \hat{\omega} - \omega$

According to Lyapunov stability theorem, the conditions $V > 0$ and $\dot{V} < 0$ must be obeyed to guarantee the system be stable. Substituting equation (8) into (9b), and assuming ω approaching to constant based on the fact that the velocity of outer loop being much slower than the estimated inner loop [10], then the time derivative of Lyapunov function becomes

$$\dot{V} = \dot{S}^T S + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda$$
$$= [-\Delta A_{12}\dot{\hat{\phi}}_r]^T S + [(\hat{A}_{11} + K - \Phi_1)e_i + \Phi_2 Kz - \Psi + D_\phi]^T S + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda \quad (9c)$$

The sufficient conditions for satisfying inequality $\dot{V} < 0$ are

$$-[\Delta A_{12}\dot{\hat{\phi}}_r]^T S + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda = 0 \quad (10a)$$

and

$$[(\hat{A}_{11} + K - \Phi_1)e_i + \Phi_2 Kz - \Psi + D_\phi]^T S < 0 \quad (10b)$$

By substituting (3c) into (10a), one obtains

$$-[\Delta A_{12}\dot{\hat{\phi}}_r]^T S + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda$$
$$= -\left(\begin{bmatrix} 0 & c\Delta\omega \\ -c\Delta\omega & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix}\right)^T \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda$$
$$= -\begin{bmatrix} c\Delta\omega\phi_{qr} \\ -c\Delta\omega\phi_{dr} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda$$
$$= -(c\Delta\omega\phi_{qr}s_d - c\Delta\omega\phi_{dr}s_q) + \Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda$$
$$= 0$$

$$\Delta\omega\dot{\hat{\omega}}/\lambda = c\Delta\omega\phi_{qr}s_d - c\Delta\omega\phi_{dr}s_q$$

$$\dot{\hat{\omega}} = \lambda c\phi_{qr}s_d - \lambda c\phi_{dr}s_q$$
$$= \lambda c\phi_{qr}(e_d - k_{11}z_d) - \lambda c\phi_{dr}(e_q - k_{22}z_q)$$
$$= \lambda c(\phi_{qr}e_d - \phi_{dr}e_q) - \lambda ck_{11}(\phi_{qr}z_d - \phi_{dr}z_q)$$
$$= K_e(\phi_{qr}e_d - \phi_{dr}e_q) - K_z(\phi_{qr}z_d - \phi_{dr}z_q) \quad (11a)$$

where $K_e = c\lambda$, $K_z = c\lambda k_{11} = c\lambda k_{22}$,
$c = M/(\sigma L_s L_r)$, $\sigma = 1 - M^2/(L_s L_r)$.

Based on practical point of view, the above estimation scheme may be rearranged and taken integral with proportional and integral terms as follows in order to improve the response of speed estimation. That is

$$\hat{\omega} = k_{\omega p}[\hat{\phi}_{qr}(e_d - k_{11}z_d) - \hat{\phi}_{dr}(e_q - k_{22}z_q)] + k_{\omega i}\int[\hat{\phi}_{qr}(e_d - k_{11}z_d) - \hat{\phi}_{dr}(e_q - k_{22}z_q)]dt \quad (11b)$$

Substituting equation (5) into the above one, then the novel adaptive speed estimation scheme is derived as

$$\hat{\omega} = k_{\omega p}[\hat{\phi}_{qr}s_d - \hat{\phi}_{dr}s_q] + k_{\omega i}\int[\hat{\phi}_{qr}s_d - \hat{\phi}_{dr}s_q]dt \quad (11c)$$

where $k_{\omega p}$, $k_{\omega i}$ are positive gains.The proposed speed-sensorless induction motor system is synthesized as figure 1.

5. Deriving Observer Input

The sufficient conditions for satisfying inequality (10b) are

$$[(\hat{A}_{11} + K - \Phi_1)e_i]^T S < 0 \quad (12a)$$

$$[\Phi_2 Kz]^T S < 0 \quad (12b)$$

and

$$(-\Psi + D_\phi)^T S < 0 \quad (12c)$$

Expanding (12a-c), one obtains

$$\Phi_{1ii} = \alpha_{\phi_1 i} > 0 \quad \text{if } e_i s_i > 0,\ i=d,q$$
$$\Phi_{1ii} = \beta_{\phi_1 i} < 0 \quad \text{if } e_i s_i < 0,\ i=d,q$$
$$\Phi_{2ii} = \alpha_{\phi_2 i} > 0 \quad \text{if } z_i s_i < 0,\ i=d,q$$
$$\Phi_{2ii} = \beta_{\phi_2 i} < 0 \quad \text{if } z_i s_i > 0,\ i=d,q$$
$$\Psi_i = \alpha_{\psi i} > D_\phi \quad \text{if } s_i > 0,\ i=d,q$$
$$\Psi_i = \beta_{\psi i} < D_\phi \quad \text{if } s_i < 0,\ i=d,q$$

then

$$\Phi_{1ii} = K_{\phi_1 i}\text{sign}(s_i e_i),\ K_{\phi_1 i} > 0,\ i=d,q \quad (13a)$$
$$\Phi_{2ii} = -K_{\phi_2 i}\text{sign}(z_i e_i),\ K_{\phi_2 i} > 0,\ i=d,q \quad (13b)$$
$$\Psi_i = K_{\psi i}\text{sign}(s_i),\ K_{\psi i} > 0,\ i=d,q \quad (13c)$$

Thus the observer input is expressed as

$$U^o = \begin{bmatrix} U_1^o \\ U_2^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{1dd}e_d - \Phi_{2dd}Kz_d + \Psi_d \\ \Phi_{1qq}e_q - \Phi_{2qq}Kz_q + \Psi_q \end{bmatrix} \quad (14)$$

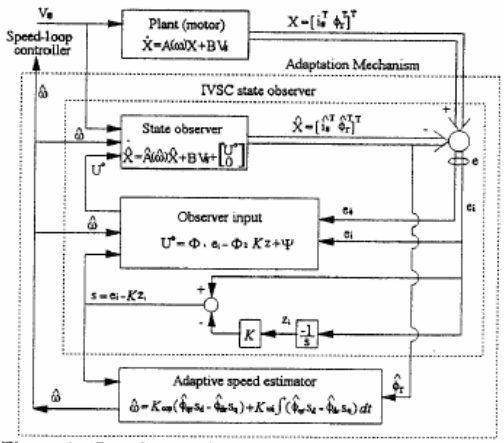


Figure 1. Speed-sensorless control system with IVSC state observer for an induction motor.

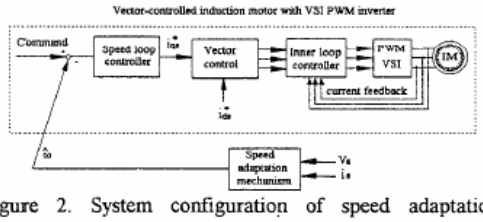


Figure 2. System configuration of speed adaptation mechanism for a vector-controlled induction motor with VSI PWM inverter.

Having derived the gains of switching function and observer input, the organization of estimation system is completely constructed. The system configuration of the speed adaptation mechanism for vector-controlled induction motor with VSI PWM circuit is configured in figure 2.

6. Simulation Results

The proposed state observer incorporating speed estimator has been applied to an 800-watt, 3-phase, y-connected induction motor without position and velocity sensor. The simulation task is performed with IVSC vector-controlled induction motor control system with current control VSI PWM inverter [11]. The nominal values of motor parameters are:

$R_s = 1.1\Omega$, $R_r = 1.3\Omega$, L_s, $L_r = 0.145\text{H}$, $M = 0.136\text{H}$,

$J_m = 0.00068 kg \cdot m^2$,

$B_m = 0.000515 N \cdot m \cdot \sec$, $V_{DC} = 156 volt$,

$E_d = 12 volt$, $K_C = 0.5 volt / amp$, $P = 2 poles$. The integral gains k_{11}, k_{22} of observer are set to be 240. The possible set of gains for the observer input is:

$K_{\phi_1 d} = K_{\phi_1 q} = K_{\phi_2 d} = K_{\phi_2 q} = 10$, $K_{wd} = K_{wq} = 0.001$

The coefficients of adaptive speed estimator in equation(11c) are: $K_{ap} = 1.2 \times 10^3$, $K_{ai} = 5 \times 10^5$

The simulation results shown in figure 3a-c are speed estimation at command velocity 50 *rad/s*, estimation error between estimated and actual velocity derived from encoder, and flux estimation respectively. Figure 4a-d show the case while applying a load disturbance, 2 N-m, at 0.8 *sec* and removing it at 1.4 *sec*. The results illuminate that the estimation error fast converges to zero even under load disturbance. Figure 5 indicates the estimation speed when the parameters of motor such as rotor resistance R_r, inertia J_m, and damping coefficient B_m simultaneously deviate ±50% from their nominal value. The above results demonstrate that the proposed scheme can provide the robust and accurate estimation without increasing sensor under coarse environment.

7. Conclusions

This paper have presented a methodology which firstly incorporates IVSC with Lyapunov function to estimate rotor speed of an AC 3-phase induction motor. The proposed speed-sensorless system that uses only Hall current sensor has been capable of estimating velocity and flux of rotor accurately. Simulations have demonstrated that the system has robust and accurate estimation against external disturbance and parameter variation.

References

[1] K. Ohnishi, N. Matsui, and Y. Hori, "Estimation, Identification, and Sensorless Control in Motion Control System," *Proceedings of the IEEE*, vol. 82, no. 8, pp. 1253-1265, 1994

[2] H. Kubota, K. Matsuse, and T. Nakano, "DSP-Based Speed Adaptive Flux Observer of Induction Motor," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 29, no. 2, pp. 344-348, 1993

[3] H. K. Khalil, and E. G. Strangas, "Robust speed control of induction motors using position and current measurements," *IEEE Transactions on Actomatic Control*, vol. 41, No.8, pp. 1216-1220, 1996

[4] E. A. Misawa, and J. K. Hedrick, "Nonlinear observers-a state-of-the-art survey," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 111, pp. 344-352, 1989

[5] V. I. Utkin, "Sliding mode control design principles and applications to electric drives," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, pp. 23-36, 1993

[6] T. L. Chern, and Y. C. Wu, "Design of brushless DC position servo systems using integral variable structure approach," *IEE Proc. Pt. B.*, vol. 140, pp. 27-34, 1993

[7] T. L. Chern, J. Chang, and G. K. Chang, "Dsp_based integral variable structure model following control for brushless DC motor drivers," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 12, no. 1, pp. 53-63, 1997

[8] B. K. Bose, *Power Electronics And AC Drives*, Prentice-Hall, 1987

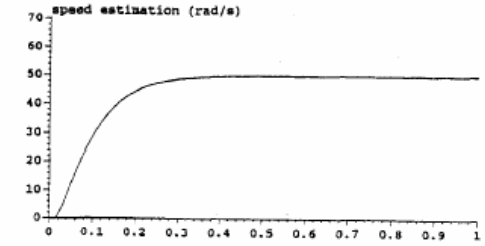
[9] P. C. Krause, and O. Wasynczuk, *Electromechanical Motion Devices*, McGraw-Hill, 1989

[10] F. Z. Peng, and T. Fukao, "Robust speed identification for speed-sensorless vector control of induction motors," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 30, no. 5, pp. 1234-1240, 1994

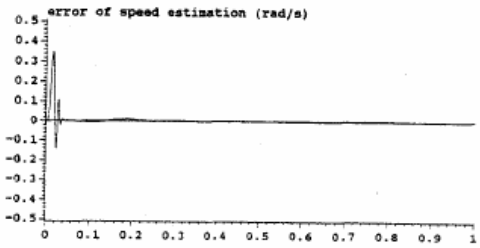
[11] T. L. Chern, C. S. Liu, C. F. Jong, and G. M. Yan, "DSP-Based discrete integral variable structure model following control for vector-controlled induction motor drivers," *IEE Proc. Pt. B.*, vol. 143, no. 6, pp. 467-474, 1996

Acknowledgements

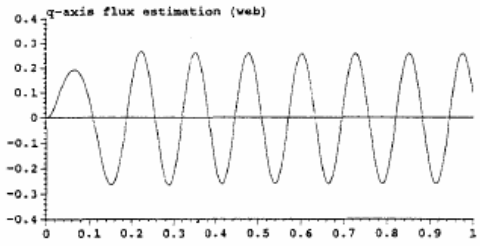
The authors are grateful for the support from National Science Council under grant NSC 87-2213-E-110-032



(a)



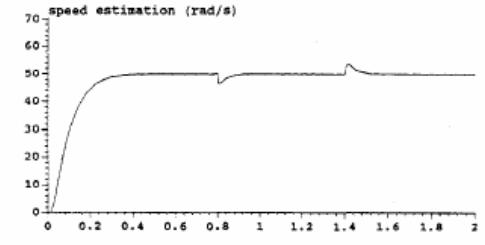
(b)



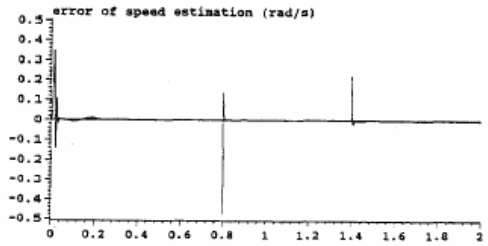
(c)

time(*sec*)

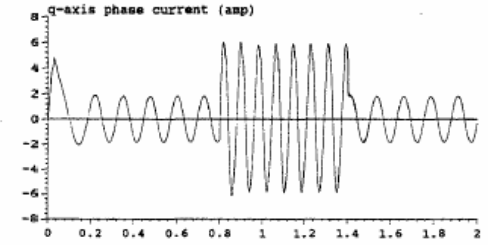
Figure 3. The step response of speed estimation with velocity command 50 rad/sec.: (a) speed estimation; (b) error between estimated and actual velocity; (c) flux estimation.



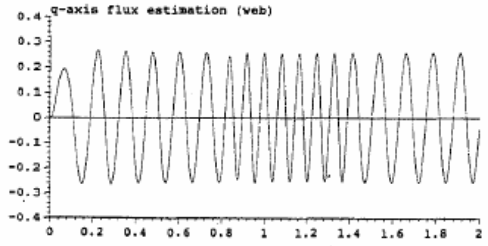
(a)



(b)



(c)



(d)

time(*sec*)

Figure 4. The waveform while applying load 2 N-m at time 0.8 *sec* and removing it at 1.4 *sec*: (a) speed estimation; (b) estimation error of speed; (c) corresponding phase current; (d) flux estimation.

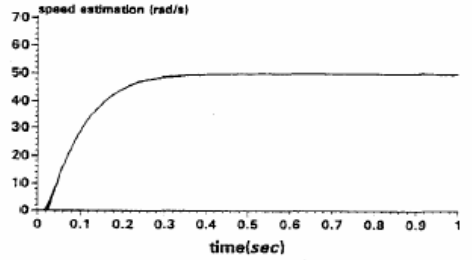


Figure 5. Speed estimation when the parameters, R_r, J_m, B_m, deviate 50% at random from nominal value

ภาคผนวก ฎ

บทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

รายชื่อบทความที่ได้รับการตีพิมพ์ในขณะที่กำลังศึกษา

1. Sangtungtong, W., and Sujitjorn, S. (2004). "**An adaptive sliding-mode observer incorporating core loss**". In Proceedings of the IEEE region 10 international conference on analog and digital techniques in electrical engineering (TENCON) (Volume D, pp. 574-577). Chiang Mai, Thailand: 21-24 November.

2. Sangtungtong, W., and Sujitjorn, S. (2006). "**Adaptive sliding-mode speed-torque observer**". WSEAS Transactions on Systems 5 (3): March, pp. 458-466.

3. Sangtungtong, W., and Sujitjorn, S. (2006). "**Analysis of transient-state stability of a sliding-mode speed observer**". WSEAS Transactions on Systems 5 (6): June, pp. 1248-1256.

ประวัติผู้เขียน

นายวิโรจน์ แสงธงทอง เกิดเมื่อวันที่ 17 มกราคม 2516 ที่อำเภอตาคลี จังหวัดนครสวรรค์ สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนตาคลีประชาสรรค์ ในปี พ.ศ. 2532 และปี พ.ศ. 2535 ตามลำดับ ต่อมาได้รับโอกาสเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาตรีที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง และสำเร็จการศึกษาในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม ในปี พ.ศ. 2539 และจากนั้นจึงเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโทที่สถาบันเดียวกัน และสำเร็จการศึกษาในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ในปี พ.ศ. 2542 ต่อมาได้รับการบรรจุให้ทำงานในตำแหน่งอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2542