รหัสโครงการ SUT7-711-60-12-13

รายงานการวิจัย

การวิเคราะห์อายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงจำหน่าย ที่เป็นผลจากอุณหภูมิในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุล

(Analysis of Insulation Distribution Transformer of Life Caused by Temperature with Load Unbalance Conditions)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผู้ร่วมวิจัย

นายพีรวัจน์ มีสุข

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2560

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

กรกฎาคม 2561

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ได้สนับสนุนทุนวิจัยสำหรับโครงการนี้ โดยการวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ 2560

บทคัดย่อ

หม้อแปลงจำหน่ายเป็นอุปกรณ์ที่มีความจำเป็นในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า โดยจะทำหน้าที่เพิ่มหรือลดแรงดันไฟฟ้าให้เหมาะสมกับการใช้งาน ในปัจจุบันภาคอุตสาหกรรมมีการแข่งขันกันสูงและมีความต้องการใช้ไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นอย่างมาก จึงนำไปสู่ปัญหาหนึ่งของหม้อแปลงนั้นคือปัญหาการจ่ายโหลดไม่สมดุล หม้อแปลงจำหน่ายที่จ่ายโหลดไม่สมดุลทำให้หม้อแปลงมีสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิที่สูงขึ้น ซึ่งผลกระทบที่เกิดจากอุณหภูมิที่สูงขึ้นจะมีความเกี่ยวข้องกับอายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลง ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงศึกษาและคำนวณสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ (3-D FEM) ที่พัฒนาขึ้นเอง โดยแบบจำลองของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมินี้จะอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง พร้อมทั้งนำค่าอุณหภูมิที่ได้ไปคำนวณหาอายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงโดยใช้ทฤษฎีการเสื่อมสภาพของฉนวน สำหรับการดำเนินการด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์นั้น ได้พัฒนาโดยใช้โปรแกรม MATLAB ในการประมวลผล

ABSTRACT

Distribution transformer is an important device in electrical power system by acting to increase or decrease the voltage for suiting the application. At the present, the competition in industry section is high and the electricity demand greatly increases too, which lead to the load unbalance transformer problem causing to have the magnetic field and temperature rising. The effect of higher temperature will be related to the lifetime of insulation transformer. Therefore, the research is to study and calculate the magnetic field and temperature of distribution transformer in the condition of load unbalance by using the 3-D finite element method (3-D FEM) that is owner developed. The magnetic field and temperature will be in the form of second-order partial differential equation and bring the temperature value to calculate the lifetime of insulation transformer by using the theory of insulation deterioration. The computer simulation based on the use of the finite element method has been developed in the MATLAB programming environment.

สารบัญ

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

สารบัญรูป

สารบัญรูป (ต่อ)

สารบัญรูป (ต่อ)

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

สารบัญรูป (ต่อ)

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย

ในปัจจุบันหม้อแปลงจำหน่าย (distribution transformer) เป็นอุปกรณ์ที่มีความจำเป็นอย่างยิ่งในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า โดยหม้อแปลงไฟฟ้าเป็นอุปกรณ์ที่ใช้เชื่อมโยงระหว่างระบบไฟฟ้าที่มีแรงดันไฟฟ้าต่างกัน ซึ่งจะทำหน้าที่เพิ่มหรือลดแรงดันไฟฟ้าให้เหมาะสมกับการส่ง การจ่าย และการใช้พลังงานไฟฟ้า พลังงานไฟฟ้าเป็นพลังงานพื้นฐานหลักที่ใช้พัฒนาเทคโนโลยี และจากความต้องการใช้ไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นอย่างมากในภาคอุตสาหกรรม ทำให้ระบบไฟฟ้ามีขนาดและความซับซ้อนเพิ่มขึ้น นำไปสู่การใช้งานโหลดที่ไม่สมดุล (unbalance load) ขึ้นในระบบไฟฟ้า 3 เฟส ดังนั้นหม้อแปลงไฟฟ้าจึงนับเป็นอุปกรณ์ที่สำคัญอย่างหนึ่งในบรรดาอุปกรณ์ไฟฟ้าทั้งหลาย การขัดข้องหรือการชำรุดเสียหายของหม้อแปลงไฟฟ้า มักมีผลกระทบต่อการใช้ไฟฟ้าเป็นเวลานาน ฉะนั้นหม้อแปลงไฟฟ้าจะต้องมีการจัดสรรโหลดที่ดี เพื่อให้ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าเป็นระบบที่มีความเสถียร ความน่าเชื่อถือ และอายุการใช้งานของหม้อแปลงไฟฟ้าที่ยาวนานขึ้น ในสภาวะปกติอายุการใช้งานของหม้อแปลงจะขึ้นอยู่กับอายุการใช้งานของฉนวน (insulator) ในการคำนวณหาอายุการใช้งานของหม้อแปลงโดยทั่วไปนั้น อายุการใช้งานที่ลดลงตามปกติของหม้อแปลงจะหมายถึงอายุการใช้งานที่ลดลงสะสมที่จุดใดจุดหนึ่งอันเนื่องมาจากผลของความร้อน (heat) หรืออุณหภูมิ (temperature) ที่เกิดขึ้นขณะหม้อแปลงจ่ายโหลดตามปกติ

การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่มีผลต่ออุณหภูมิในหม้อแปลงไฟฟ้า โดยปกติจะสามารถอธิบายได้ในรูปของสมการอนุพันธ์ (differential equation) หรือสมการอินทิกรัล (integral equation) ซึ่งเป็นไปได้ยากที่จะหาผลเฉลยแม่นตรง (exact solution)ได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ (approximate solution) ด้วยวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข อีกทั้งสมรรถนะของคอมพิวเตอร์ที่สูงขึ้น จึงทำให้การคำนวณเชิงตัวเลขสามารถทำได้อย่างรวดเร็ว สำหรับวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณของสมการที่อยู่ในรูปอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation : PDE) วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและได้รับความนิยมแพร่หลายในปัจจุบันได้แก่วิธี

ไฟไนท์อิลิเมนท์ (finite element method : FEM) โดยเฉพาะงานวิจัยซึ่งต้องอาศัยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ (3-D FEM)

ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ (FEM) เริ่มวิวัฒนาการมาตั้งแต่ต้นปี ค.ศ. 1950 ปัจจุบันเป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ได้รับความนิยมมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่าง ๆ ด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ในปัจจุบันได้มีการนำวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์มาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมแทบทุกสาขา ซึ่งระเบียบวิธีนี้จะจัดแบ่งพื้นที่ของปัญหาเป็นชิ้นส่วนย่อยที่ประกอบขึ้นจากโนด โดยเชื่อมต่อกันด้วยกริด สำหรับปัญหา 2 มิติ นิยมใช้ชิ้นส่วนย่อยที่เป็นรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ (linear triangle) และสำหรับปัญหา 3 มิติ นิยมใช้ชิ้นส่วนย่อยที่เป็นรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ (linear tetrahedral) เพื่อประมาณโดเมนของปัญหา ซึ่งข้อดีของระเบียบวิธีนี้คือ สามารถหาผลเฉลยของระบบที่มีรูปร่างซับซ้อนได้ อย่างเช่นหม้อแปลงไฟฟ้าในงานวิจัยนี้ซึ่งมีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อย นอกจากนี้ระเบียบวิธีนี้ยังง่ายต่อการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่อาจมีหลายลักษณะผสมกันอยู่ในระบบ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำวิธี 3-D FEM มาใช้ในการดำเนินงานวิจัยนี้

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1) พัฒนาโปรแกรม FEM ทั้ง 2 มิติ และ 3 มิติ สำหรับคำนวณค่าการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กในหม้อแปลงจำหน่ายกรณีจ่ายโหลดแบบ 3 เฟส สมดุลและไม่สมดุล

2) พัฒนาโปรแกรม FEM แบบ 3 มิติ สำหรับคำนวณค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงจำหน่ายกรณีจ่ายโหลดแบบ 3 เฟส สมดุลและไม่สมดุลที่เป็นผลมาจากสนามแม่เหล็ก

3) ศึกษาและคำนวณค่าอายุการใช้งานของฉนวนกั้นระหว่างขดลวดตัวนำของหม้อแปลงจำหน่าย เพื่อเปรียบเทียบในกรณีจ่ายโหลดสมดุลและไม่สมดุลที่เป็นผลมาจากอุณหภูมิ

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

1) แหล่งจ่ายไฟเป็นรูปคลื่นไซน์ที่สมบูรณ์ ไม่คิดผลกระทบจากฮาร์มอนิก

2) ขดลวดตัวนำเป็นชิ้นงานเดียวกัน ไม่มีรอยต่อระหว่างชั้นของขดลวด

3) พิจารณาการต่อหม้อแปลงเป็นแบบ Dy1

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1) พัฒนาโปรแกรม FEM สำหรับวิเคราะห์ปัญหาสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่าย

2) พิจารณาหม้อแปลงจำหน่ายกรณีจ่ายโหลดไม่สมดุลออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีขนาดไม่สมดุล (มุมเฟสคงที่) และกรณีมุมเฟสไม่สมดุล (ขนาดคงที่)

3) พิจารณาเปรียบเทียบผลของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงจำหน่ายในสภาวะจ่ายโหลด 3 เฟส แบบสมดุลและไม่สมดุล

4) เปรียบเทียบอายุการใช้งานของฉนวนกั้นระหว่างขดลวดตัวนำของหม้อแปลงจำหน่ายที่มีผลมาจากอุณหภูมิในสภาวะจ่ายโหลด 3 เฟส แบบสมดุลและไม่สมดุล

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1) ได้หลักการและแนวความคิดสำหรับการจ่ายโหลดของหม้อแปลงจำหน่ายที่มีผลต่อการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้น

2) ได้ข้อสรุปของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงจำหน่ายที่มีผลต่ออายุการใช้งานของหม้อแปลงเมื่อพิจารณาทั้งการจ่ายโหลดสมดุล และไม่สมดุล

3) ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาโปรแกรม FEM แบบ 3 มิติ ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เข้ากับปัญหาจริงในการวิเคราะห์การกระจายตัวของค่าสนามแม่เหล็กและการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงจำหน่าย

1.6 การจัดรูปเล่มรายงานการวิจัย

รายงานการวิจัยนี้ประกอบด้วย 5 บท ดังนี้

บทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์และเป้าหมายของงานวิจัย รวมทั้งขอบเขตของงานส่วนบทอื่น ๆ ประกอบด้วยเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 2 มีเนื้อหาว่าด้วยการคำนวณสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ทั้งแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ โดยได้อธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ เพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิที่กระจายบริเวณภายในหม้อแปลงจำหน่าย

บทที่ 3 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กที่มีผลต่ออุณหภูมิพร้อมผลการจำลองของหม้อแปลงจำหน่ายแบบ 3 มิติ เมื่อพิจารณาหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดแบบสมดุลและไม่

สมดุล โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

บทที่ 4 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิที่มีผลต่ออายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลง พร้อมผลการจำลองของหม้อแปลงจำหน่ายแบบ 3 มิติ และคำนวณอายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงเมื่อพิจารณาหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดแบบสมดุลและไม่สมดุล โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

บทที่ 5 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะ

บทที่ 2

การคำนวณสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่าย ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์

2.1 บทนำ

ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ (Finite Element Method : FEM) เป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยแบบประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์หรือสมการอินทิกรัลดังเช่น สมการสนามแม่เหล็ก และสมการอุณหภูมิ และเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถวิเคราะห์งานที่มีโครงสร้างซับซ้อน หรือรูปร่างที่มีลักษณะโค้งมนได้ดี อีกทั้งประสิทธิภาพและการประมวลผลที่สูงขึ้นของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันสามารถรองรับการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ นอกจากนี้ยังสามารถจำลองผลระบบที่มีความแตกต่างกันทางด้านวัสดุได้ ซึ่งในงานวิจัยนี้มีทั้ง แกนเหล็ก ขดลวด และน้ำมันหม้อแปลง ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่าย และขั้นตอนการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ทั้งแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิที่กระจายตัวในหม้อแปลงจำหน่ายต่อไป

2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่าย

2.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก

เมื่อมีกระแสไหลในขดลวดตัวนำทำให้เกิดสนามแม่เหล็กล้อมรอบเส้นลวดนั้น และเมื่อสนามแม่เหล็กมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาจะเกิดแรงดันเหนี่ยวนำขึ้นในขดลดลวดที่เกิดจากการพันของเส้นลวดตัวนำ ซึ่งปริมาณของสนามแม่เหล็ก (**B**) จะขึ้นอยู่กับวัสดุตัวกลางสามารถแสดงได้โดย

$$\mathrm{B} = \mu \mathrm{H} \tag{2.1}$$

เมื่อ μ คือ ความซาบซึมได้ของแม่เหล็ก (magnetic permeability) มีค่าเท่ากับ $\mu_0 \mu_r$

โดยที่ μ_0 คือ ความซาบซึมได้ของสูญญากาศ มีค่าเท่ากับ $4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H}/m$

μ_r คือ ความซาบซึมได้สัมพัทธ์ (relative permeability) โดยจะขึ้นกับวัสดุตัวกลาง

H คือ ความเข้มสนามแม่เหล็ก (magnetic field intensity)

ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็ก **B** สามารถดำเนินการได้โดยเลี่ยงไปคำนวณหาศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** ก่อน เนื่องจากคำนวณได้ง่ายกว่า โดยที่สนามแม่เหล็ก **B** สามารถคำนวณได้ด้วยการเคิร์ลศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** เท่านั้น

$$\mathrm{B} = \nabla \times \mathrm{A} \tag{2.2}$$

จากกฎของฟาราเดย์ (Faraday's law) ที่กล่าวว่าสนามแม่เหล็กแปรผันตามเวลาจะเหนี่ยวนำให้เกิดสนามไฟฟ้า **E** ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\nabla \times \mathrm{E} = -\frac{\partial \mathrm{B}}{\partial t} \tag{2.3}$$

แทนสมการที่ (2.2) ลงในสมการที่ (2.3) จะได้

$$\nabla \times \mathrm{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\nabla \times \mathrm{A} \tag{2.4}$$

และจากกฎของแอมแปร์ (Ampere's law) ที่ใช้กับสนามที่แปรตามเวลา เมื่อสมมติให้ความหนาแน่นของกระแสกระจัด (displacement current density) มีค่าเป็นศูนย์เนื่องจากแหล่งจ่ายมีความถี่ต่ำ แสดงได้ดังนี้

$$\nabla \times \mathrm{H} = \mathrm{J}_0 + \mathrm{J}_e \tag{2.5}$$

เมื่อ J_0 คือความหนาแน่นของกระแสภายนอก (external current density) และ J_e คือความหนาแน่นของกระแสวน (eddy current density) โดยที่

$$\mathrm{J}_e = \sigma \mathrm{E} \tag{2.6}$$

เมื่อ σ คือสภาพนำไฟฟ้า (electrical conductivity) และจากความสัมพันธ์ของสมการที่ (2.4) จึงได้

$$\mathrm{J}_e = -\sigma \frac{\partial}{\partial t}\mathrm{A} \tag{2.7}$$

นำสมการที่ (2.1), (2.2) และ (2.7) แทนลงในสมการที่ (2.5) จะได้

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu}\nabla \times \mathrm{A}\right) + \sigma \frac{\partial}{\partial t}\mathrm{A} = \mathrm{J}_0 \tag{2.8}$$

จากการศึกษาคุณสมบัติของ A พบว่า $\nabla \cdot \mathrm{A} = 0$ ประกอบกับการใช้เอกลักษณ์ของเวกเตอร์คือ $\nabla \times (\nabla \times \mathrm{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathrm{A}) - \nabla^2 \mathrm{A}$ ทำให้สามารถเขียนสมการของศักย์เวกเตอร์เชิงแม่เหล็กดังสมการที่ (2.9)

$$\nabla^2 \mathrm{A} - \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t}\mathrm{A} = -\mu J_0 \tag{2.9}$$

ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในหม้อแปลงจำหน่าย เมื่อพิจารณาหม้อแปลงจำหน่ายใน 2 มิติ ตามระนาบ xy ซึ่งแปรผันตามเวลา จะสามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (2.10) โดยสมการจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equation :PDE) อันดับสอง และเมื่อพิจารณาหม้อแปลงจำหน่ายใน 3 มิติ ตามระนาบ xyz ซึ่งแปรผันตามเวลา จึงสามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (2.11) คือ

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial \mathrm{x}}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial \mathrm{y}}\right) - \sigma\left(\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial t}\right) + \mathrm{J}_0 = 0 \tag{2.10}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial \mathrm{x}}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial \mathrm{y}}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial z}\right) - \sigma\left(\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial t}\right) + \mathrm{J}_0 = 0 \tag{2.11}$$

ในกรณีปัญหาที่พิจารณามีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาและมีเพียงความถี่เดียว (time harmonic) โดยสามารถแทน A อยู่ในรูปของจำนวนเชิงซ้อน $\mathrm{A} = Ae^{j\omega t}$ (Christopoulos, 1995) ดังนั้น

$$\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial t} = j\omega A \tag{2.12}$$

เมื่อพิจารณาใน 2 มิติ แทนค่าสมการที่ (2.12) ลงในสมการที่ (2.10) และเมื่อพิจารณาใน 3 มิติ แทนค่าสมการที่ (2.12) ลงในสมการที่ (2.11) จึงได้สมการเป็น

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial \mathrm{x}}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial \mathrm{y}}\right) - j\sigma\omega\mathrm{A} + \mathrm{J}_0 = 0 \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial \mathrm{x}}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial \mathrm{y}}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial z}\right) - j\sigma\omega\mathrm{A} + \mathrm{J}_0 = 0 \tag{2.14}$$

2.2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิ

การถ่ายเทความร้อนจะแสดงอยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการกระจายตัวของอุณหภูมิ สำหรับปัญหาใน 2 มิติ แสดงได้ดังสมการที่ (2.15) และสำหรับปัญหาใน 3 มิติ แสดงได้ดังสมการที่ (2.16) ดังนี้

$$k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}+\mathrm{Q}=\rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t} \tag{2.15}$$

$$k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}+k\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}+\mathrm{Q}=\rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t} \tag{2.16}$$

โดยที่ T คือ อุณหภูมิ (temperature)
k คือ ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (thermal conductivity)
ρ คือ ความหนาแน่นมวล (mass density)
c คือ ความร้อนจำเพาะ (specific heat)
Q คือ อัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง (internal heat generation)

โดยสมการจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ซึ่งปัญหาการถ่ายเทความร้อนนี้เป็นแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ (linear transient heat transfer problem) เป็นปัญหาอีกรูปแบบหนึ่งโดยอุณหภูมิที่จุดต่อจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา

2.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์

สืบเนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กของระบบหม้อแปลงจำหน่าย ดังแสดงในสมการที่ (2.13) สำหรับปัญหาในรูปแบบ 2 มิติ และสมการที่ (2.14) สำหรับปัญหาในรูปแบบ 3 มิติ นั้น หาผลเฉลยแม่นตรงได้ยาก ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

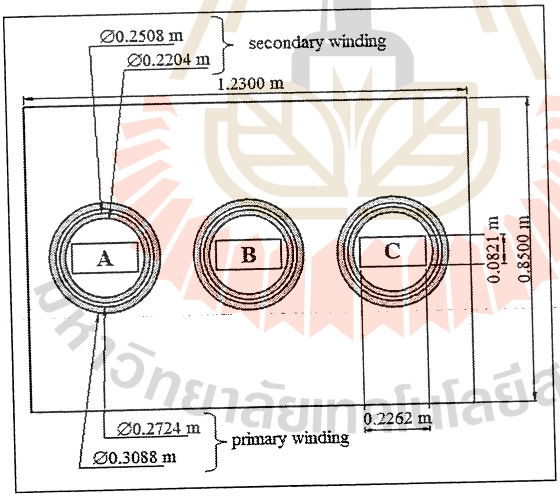
2.3.1 การออกแบบอิลิเมนท์ของพื้นที่ศึกษา

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ศึกษาหม้อแปลงจำหน่าย 3 เฟส ขนาด 400 kVA, 22 kV/400 V มีการต่อแบบ Dy1 ซึ่งสามารถแสดงขนาดและพิกัดของหม้อแปลงจำหน่ายที่นำมาพิจารณาได้ดังรูปที่ 2.1 ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ศึกษาทั้งในรูปแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ เพื่อให้เห็นการพิจารณาอิลิเมนท์ที่แตกต่างกันในแต่ละรูปแบบ โดยสิ่งที่แตกต่างกันอย่างชัดเจนระหว่างระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ และแบบ 3 มิติ คือ การจำลองผลสำหรับปัญหาที่รูปร่างมีความลึกหรือความ

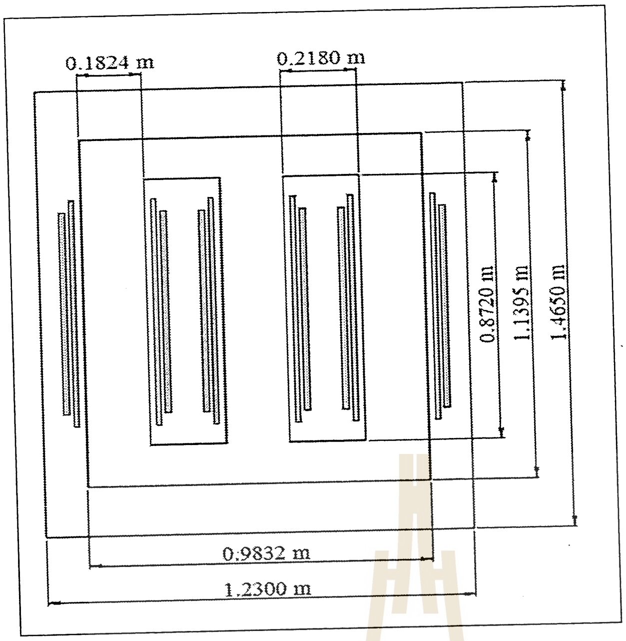
หนา เช่น ในหม้อแปลงจำหน่ายจะสามารถแสดงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กได้ทุกส่วนและทุกด้านของชิ้นงาน เป็นต้น

ขั้นตอนแรก เริ่มจากการแบ่งพื้นที่ของหม้อแปลงจำหน่ายออกเป็นอิลิเมนท์รูปสามเหลี่ยม (triangular elements) สำหรับปัญหาในแบบ 2 มิติ โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งผ่านการเชื่อมต่อกันระหว่างโหนดและอิลิเมนท์ต่าง ๆ การออกแบบกริดเป็นรูปอิลิเมนท์ต่าง ๆ ได้ใช้กล่องเครื่องมือที่ชื่อว่า PDETOOL ของโปรแกรม MATLAB™ โดยจะมีจำนวนโหนดและอิลิเมนท์ที่ใช้ภายในหม้อแปลงเป็น 7,560 โหนด และ 15,025 อิลิเมนท์ ตามลำดับ การออกแบบกริดของปัญหาในแบบ 2 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 2.2

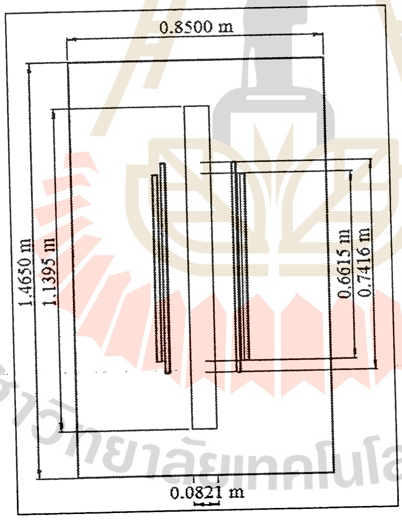
สำหรับปัญหาในแบบ 3 มิติ จะเริ่มจากการแบ่งปริมาตรของหม้อแปลงจำหน่ายออกเป็นอิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้า (tetrahedral elements) การออกแบบกริดเป็นอิลิเมนท์ต่าง ๆ ได้ใช้โปรแกรม Solid work โดยจะมีจำนวนโหนดและอิลิเมนท์ที่ใช้ภายในหม้อแปลงเป็น 24,107 โหนด และ 132,961 อิลิเมนท์ ตามลำดับ สำหรับการออกแบบกริดของปัญหาในแบบ 3 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 2.3



ก) ด้านบน

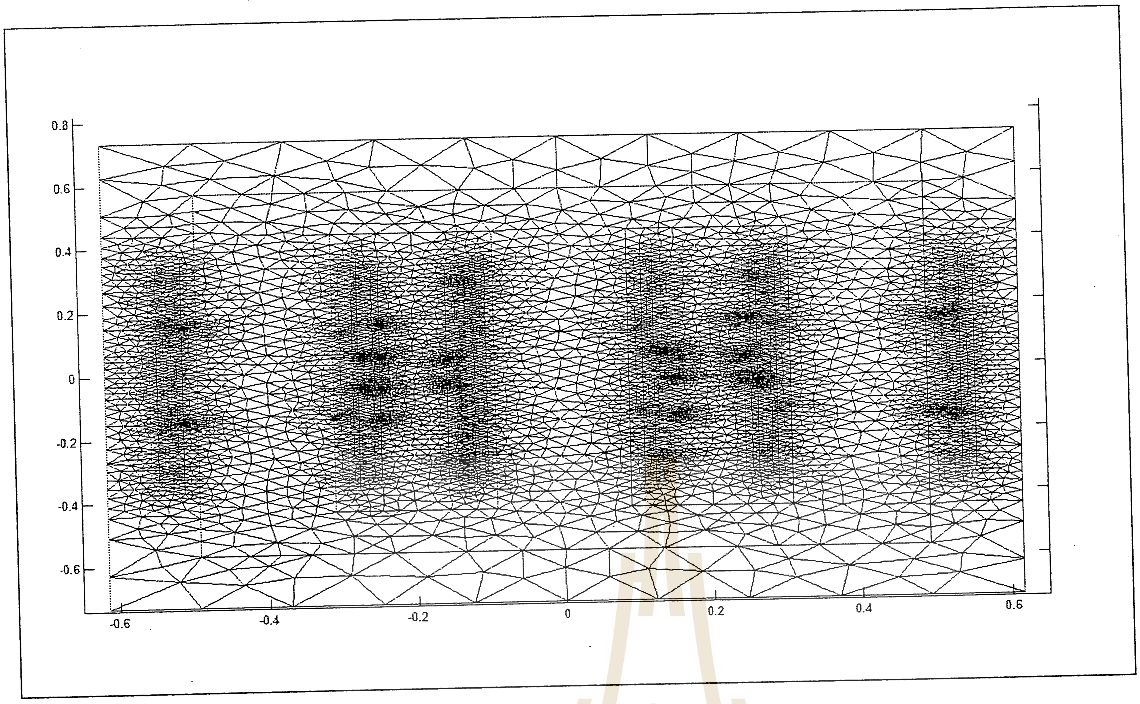


ข) ด้านหน้า

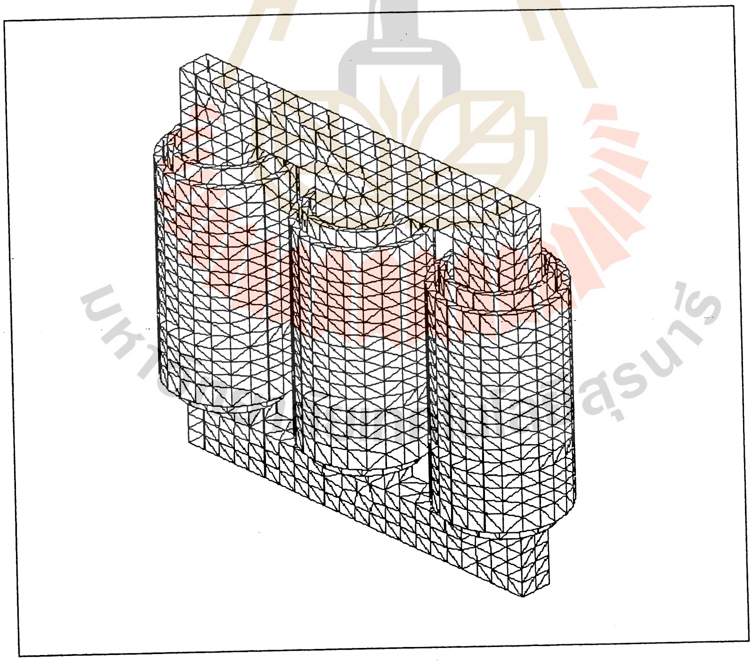


ค) ด้านข้าง

รูปที่ 2.1 พิกัดและขนาดของหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400 kVA



รูปที่ 2.2 การแบ่งอิลิเมนท์ของหม้อแปลงในแบบ 2 มิติ



รูปที่ 2.3 การแบ่งอิลิเมนท์ของหม้อแปลงในแบบ 3 มิติ

2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์

จากการออกแบบอิลิเมนท์ในหัวข้อที่ 2.3.1 ทำให้เห็นข้อแตกต่างของปัญหาใน 2 มิติ และ 3 มิติ คือรูปแบบของอิลิเมนท์ที่มีรูปร่างที่แตกต่างกัน โดยรูปแบบของอิลิเมนท์ที่แตกต่างกันนี้นำมาซึ่งการเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ในหัวข้อนี้ที่มีความแตกต่างกันด้วย ดังนั้นในขั้นตอนนี้จึงทำการแยกพิจารณาฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ออกเป็นแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ เพื่อให้เห็นถึงกระบวนการดำเนินงานในการเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ที่ถูกต้องตามรูปร่างของอิลิเมนท์ที่เลือกใช้

2.3.2.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์แบบ 2 มิติ

ขั้นตอนนี้เป็นการเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ (element interpolation function) โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งในที่นี้จะกล่าวถึงปัญหาสนามแม่เหล็กซึ่งจะได้

$$A(x,y) = A_i N_i + A_j N_j + A_k N_k \tag{2.17}$$

โดยที่ $N_n, \quad n = i\ j\ k$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ และ $A_n,\ n = i\ j\ k$ คือผลลัพธ์ของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กในแต่ละโหนด $i\ j\ k$ ของอิลิเมนท์ ซึ่งในกรณีอิลิเมนท์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อจะได้

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \qquad \text{เมื่อ } n = i\ j\ k \tag{2.18}$$

โดยที่ $a_i = x_j y_k - x_k y_j$, $b_i = y_j - y_k$, $c_i = x_k - x_j$

$a_j = x_k y_i - x_i y_k$, $b_j = y_k - y_i$, $c_j = x_i - x_k$

$a_k = x_i y_j - x_j y_i$, $b_k = y_i - y_j$, $c_k = x_j - x_i$

และ Δ_e คือ พื้นที่ของแต่ละอิลิเมนท์ ซึ่งหาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\Delta_e = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \tag{2.19}$$

2.3.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

กรณีที่พิจารณาระบบเป็นแบบ 3 มิติ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$A(x,y,z) = A_1N_1 + A_2N_2 + A_3N_3 + A_4N_4 \tag{2.20}$$

โดยที่ N_n, $n = 1\ 2\ 3\ 4$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ และ A_n, $n = 1\ 2\ 3\ 4$ คือผลลัพธ์ของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กในแต่ละโหนด $1\ 2\ 3\ 4$ ของอิลิเมนท์ ซึ่งในกรณีอิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อจะได้

$$N_n = \frac{1}{6V}(a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \qquad \text{เมื่อ } n = 1\ 2\ 3\ 4 \tag{2.21}$$

โดยที่

$$\begin{aligned}
a_1 &= x_4(y_2z_3 - y_3z_2) + x_3(y_4z_2 - y_2z_4) + x_2(y_3z_4 - y_4z_3)\\
a_2 &= x_4(y_3z_1 - y_1z_3) + x_3(y_1z_4 - y_4z_1) + x_1(y_4z_3 - y_3z_4)\\
a_3 &= x_4(y_1z_2 - y_2z_1) + x_2(y_4z_1 - y_1z_4) + x_1(y_2z_4 - y_4z_2)\\
a_4 &= x_3(y_2z_1 - y_1z_2) + x_2(y_1z_3 - y_3z_1) + x_1(y_3z_2 - y_2z_3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_1 &= y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3)\\
b_2 &= y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1)\\
b_3 &= y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2)\\
b_4 &= y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_1 &= x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2)\\
c_2 &= x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3)\\
c_3 &= x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1)\\
c_4 &= x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_1 &= x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3)\\
d_2 &= x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1)\\
d_3 &= x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2)\\
d_4 &= x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)
\end{aligned}$$

และ V คือ ปริมาตรของแต่ละอิลิเมนท์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \tag{2.22}$$

2.3.3 การสร้างสมการอิลิเมนท์

2.3.3.1 สมการอิลิเมนท์แบบ 2 มิติ

ขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลิเมนท์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ สำหรับปัญหาสนามแม่เหล็กของระบบ 2 มิติ มีสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.13) ที่แสดงก่อนหน้านี้ ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial \mathrm{x}}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial \mathrm{y}}\right)-j\sigma\omega \mathrm{A}+\mathrm{J}_0=0$$

ประยุกต์ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อหาระบบสมการเชิงเส้น โดยอาศัยการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (weighting functions) ในปัจจุบันการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างถือเป็นวิธีที่ถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ และวิธีนี้ยังสามารถจำแนกออกไปได้อีก เช่น วิธีของกาเลอร์คิน (Galerkin) ซึ่งเมทริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ปกติแล้วจะมีความสมมาตร จึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหาขนาดใหญ่ การสร้างสมการของอิลิเมนท์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้ คือ การแทนค่าผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (2.13) จะไม่ก่อให้เกิดค่าเท่ากับศูนย์ หากแต่จะมีค่าเท่ากับ R แทนดังแสดงด้วยสมการที่ (2.23)

$$R=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathrm{x}}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathrm{y}}\right)-j\sigma\omega \mathbf{A}+\mathrm{J}_0 \tag{2.23}$$

ซึ่ง R เรียกว่าเศษตกค้าง (residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแม่นตรงของปัญหา เศษตกค้าง R ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าเที่ยงตรงมากที่สุด และในงานวิจัยนี้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างได้ใช้วิธีของกาเลอร์คิน (Preston, Reece, and Sangha, 1988; Kim, Kwon, and Park, 1999) ซึ่งวิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (weighting function : W) แล้วอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของอิลิเมนท์ (Ω) และกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\int_{\Omega} W_n R d\Omega = 0\,, \quad n = i\ j\ k \tag{2.24}$$

สำหรับอิลิเมนท์รูปสามเหลี่ยม จุดที่ไม่ทราบค่ามี 3 จุด ซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสาม ดังนั้นจึงต้องการ 3 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (2.24) จะต้อง

มีค่า $n = i \ j \ k$ และโดยปกติเราจะเลือก $W_n = N_n$ ซึ่งเรียกว่า บับโนฟ-กาเลอร์คิน (Bubnov-Galerkin) ดังนั้นเมื่อแทน R ด้วยสมการที่ (2.23) ลงในสมการที่ (2.24) จะได้

$$\int_{\Omega} N_n \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right) - j\sigma\omega\mathbf{A} + \mathbf{J_0} \right) d\Omega = 0 \qquad (2.25)$$

$$\int_{\Omega} N_n \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right) \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_n (j\sigma\omega\mathbf{A}) d\Omega + \int_{\Omega} (N_n \mathbf{J_0}) d\Omega = 0 \qquad (2.26)$$

พิจารณาการอินทิเกรตทีละพจน์ของสมการที่ (2.26) สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน (integrate by parts) โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ (Gauss's theorem) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\int_{\Omega} u(\nabla \cdot \mathbf{V}) d\Omega = \int_{\Gamma} u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma - \int_{\Omega} (\nabla u \cdot \mathbf{V}) d\Omega \qquad (2.27)$$

ซึ่ง Γ คือ ขอบเขตของอิลิเมนท์ Ω เมื่อเปรียบเทียบกับพจน์แรกของสมการที่ (2.26) จะได้

$$u = N_n$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right)$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{V} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\mathbf{j}$$

และเนื่องจาก $\mathbf{n}$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบเขตของอิลิเมนท์ Γ

$\mathbf{n} = n_x\mathbf{i} + n_y\mathbf{j}$ ดังนั้น

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} n_x + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} n_y$$

$$u(\mathbf{V}\cdot\mathbf{n}) = N_n\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}n_x + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}n_y\right)$$

$$\nabla u = \frac{\partial N_n}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial N_n}{\partial y}\mathbf{j}$$

$$\nabla u\cdot\mathbf{V} = \frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2.26) เมื่อ $n = i\,, j\,, k$ จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}&\int_\Gamma N_n\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}n_x + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}n_y\right)d\Gamma - \int_\Omega\left(\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)d\Omega - \\ &\int_\Omega N_n(j\omega\sigma\mathbf{A})d\Omega + \int_\Omega N_n\mathbf{J}_0 d\Omega = 0\end{aligned} \tag{2.28}$$

พิจารณาพจน์แรกทางด้านซ้ายมือของสมการที่ (2.28) ซึ่งเป็นพจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิลิเมนท์ Γ ที่มีคุณสมบัติทางกายภาพคือปริมาณกระแสตลอดขอบนอกของอิลิเมนท์นั้นๆ อนึ่ง อิลิเมนท์นั้นๆ อาจวางตัวอยู่ภายในหรืออยู่ติดขอบนอกของพื้นที่ศึกษา ซึ่งในงานวิจัยนี้ ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก A ที่บริเวณขอบมีค่าเท่ากับศูนย์ (Salkic,2005) แสดงดังสมการที่ (2.29) ดังนั้นสมการที่ (2.18) จึงลดรูปเหลือดังสมการที่ (2.30) และเนื่องจากสมการที่ (2.30) มีทั้งหมด 3 สมการ เราสามารถเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (2.31) ดังนี้

$$\mathbf{A}(x,y) = 0 \quad , \quad (x,y)\in\Gamma \tag{2.29}$$

$$\int_\Omega\left(\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)d\Omega + \int_\Omega N_n(j\omega\sigma\mathbf{A})d\Omega = \int_\Omega N_n\mathbf{J}_0 d\Omega \tag{2.30}$$

$$\begin{aligned}&\int_\Omega\left(\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{3\times1}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{3\times1}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)d\Omega + \int_\Omega [N]_{3\times1}(j\omega\sigma\mathbf{A})d\Omega \\ &= \int_\Omega [N]_{3\times1}\mathbf{J}_0 d\Omega\end{aligned} \tag{2.31}$$

และจากสมการที่ (2.17) จึงได้ลักษณะการกระจายของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** โดยประมาณในแต่อิลิเมนท์เป็น

$$A(x,y)=[N]_{1\times3}[A]_{3\times1}$$

ดังนั้น $\dfrac{\partial A}{\partial x}=\left[\dfrac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times3}[A]_{3\times1}$ และ $\dfrac{\partial A}{\partial y}=\left[\dfrac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times3}[A]_{3\times1}$

และสมการไฟไนท์อิลิเมนท์จึงกลายมาเป็น

$$\int_{\Omega}\left(\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{3\times1}\frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times3}+\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{3\times1}\frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times3}\right)d\Omega[A]_{3\times1}+ \tag{2.32}$$
$$\int_{\Omega}[N]_{3\times1}\,j\omega\sigma[N]_{1\times3}d\Omega[A]_{3\times1}=\int_{\Omega}[N]_{3\times1}\mathbf{J}_0 d\Omega$$

หรือเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับแต่ละอิลิเมนท์ที่ประกอบด้วย 3 สมการได้ดังนี้

$$[M+K]_{3\times3}\{A\}_{3\times1}=\{F\}_{3\times1} \tag{2.33}$$

เมทริกซ์ $[M]_{3x3}$

จาก $$[M]_{3\times3}=\int_{\Omega}[N]_{3\times1}\,j\omega\sigma[N]_{1\times3}d\Omega \tag{2.34}$$

จากสมการที่ (2.18) ฟังก์ชันการประมาณภายในแสดงได้ดังนี้

$$N_n=\frac{a_n+b_nx+c_ny}{2\Delta_e}\qquad n=i,j,k \tag{2.35}$$

จากสมการที่ (2.35) และหากค่าสภาพนำทางไฟฟ้า σ มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (2.34) จึงกลายเป็น

$$[M]_{3\times3}=j\omega\sigma\int N_nN_m dxdy\qquad n,m=i,j,k \tag{2.36}$$

สมการที่ (2.36) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรทตลอดพื้นที่ดังสมการที่ (2.37) โดยที่ $N_i=L_1$ $N_j=L_2$ และ $N_k=L_3$ จะได้

$$\int_{\Delta_e}L_1^aL_2^bL_3^c d\Delta_e=\frac{a!b!c!}{(a+b+c+2)!}2\Delta_e \tag{2.37}$$

จากสมการที่ (2.36) สามารถพิจารณาแยกเป็น 2 กรณี คือ $L_n = L_m$ และ $L_n \neq L_m$ ในกรณี $L_n = L_m$ จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ i ของรูปสามเหลี่ยมจะได้ $a=2$, $b=c=0$ ดังนั้นจากสมการที่ (2.37) จะได้

$$\int_{\Delta_e} L_1^2 d\Delta_e = \frac{2!0!0!}{(2+0+0+2)!}2\Delta_e$$

$$= \frac{4\Delta_e}{4!} = \frac{2\Delta_e}{12}$$

ในกรณีที่ $L_n \neq L_m$ จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ i และ j ของรูปสามเหลี่ยม จะได้ $a=b=1$, $c=0$ ดังนั้นจากสมการที่ (2.37) จะได้

$$\int_{\Delta_e} L_1^1 L_2^1 d\Delta_e = \frac{1!1!0!}{(1+1+0+2)!}2\Delta_e$$

$$= \frac{2\Delta_e}{4!} = \frac{\Delta_e}{12}$$

ที่จุดต่ออื่นๆ ของรูปสามเหลี่ยมก็ได้รับการพิจารณาในลักษณะนี้เช่นกัน ดังนั้นจากสมการที่ (2.36) จึงได้เมทริกซ์ $[M]_{3x3}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.38) ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าเมทริกซ์ $[M]_{3x3}$ จะมีค่าขึ้นอยู่กับรูปร่างของอิลิเมนท์

$$[M]_{3\times3} = \frac{j\omega\sigma\Delta_e}{12}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

เมทริกซ์ $[K]_{3x3}$

$$\text{จาก } [K]_{3\times3} = \int_{\Omega}\left(\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{3\times1}\frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times3} + \left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{3\times1}\frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times3}\right)d\Omega \tag{2.39}$$

และจากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (2.35) จึงได้

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{2\Delta_e} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{2\Delta_e} \quad n = i, j, k \tag{2.40}$$

แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (2.40) ลงในสมการที่ (2.39) จะได้

$$[K]_{3\times3} = \frac{1}{\mu}\int\left(\frac{b_n}{2\Delta_e}\frac{b_m}{2\Delta_e}+\frac{c_n}{2\Delta_e}\frac{c_m}{2\Delta_e}\right)dxdy \qquad n,\ m = i,\ j,\ k \tag{2.41}$$

$$= \frac{1}{4\mu\Delta_e^2}(b_n b_m + c_n c_m)\int dxdy$$

$$= \frac{1}{4\mu\Delta_e}(b_n b_m + c_n c_m) n,\ m = i,\ j,\ k$$

$$[K]_{3\times3} = \frac{1}{4\mu\Delta_e}\begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_i + c_k c_i & b_k b_j + c_k c_j & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{4\mu\Delta_e}\begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ Sym & & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \tag{2.42}$$

โหลดเวกเตอร์: $\{F\}_{3x1}$

จาก $$\{F\}_{3\times1} = \int_\Omega [N]_{3\times1} \mathbf{J_0} d\Omega \tag{2.43}$$

หรือ

$$\{F\}_{3\times1} = \mathbf{J_0}\int N_n dxdy \qquad n = i,\ j,\ k \tag{2.44}$$

สมการที่ (2.44) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ดังสมการที่ (2.37) โดยที่ $N_i = L_1$ $N_j = L_2$ และ $N_k = L_3$ ซึ่งจะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ i ของรูปสามเหลี่ยมจึงได้ $a = 1,\ b = c = 0$ ดังนั้นจากสมการที่ (2.37) จะได้

$$\int_{\Delta_e} L_1^1 d\Delta_e = \frac{1!0!0!}{(1+0+0+2)!}2\Delta_e$$

$$= \frac{2\Delta_e}{3!} = \frac{\Delta_e}{3}$$

ซึ่งที่จุดต่อ j และ k ของรูปสามเหลี่ยมก็ได้ลักษณะเช่นเดียวกันนี้ ดังนั้นจากสมการที่ (2.44) จึงได้โหลดเวกเตอร์แสดงได้ดังนี้

$$\{F\}_{3\times1} = \frac{\mathbf{J_0}\Delta_e}{3}\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} \tag{2.45}$$

2.3.3.2 สมการอิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

การดำเนินการด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ จะกระทำการในลักษณะเช่นเดียวกันกับแบบ 2 มิติ ซึ่งจะแตกต่างกันอย่างชัดเจนที่ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์โดยตั้งต้นจากสมการอนุพันธ์ย่อยของปัญหาสนามแม่เหล็กแบบ 3 มิติ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.14) ที่แสดงก่อนหน้านี้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial z}\right)-j\sigma\omega\mathrm{A}+\mathrm{J}_0=0 \tag{2.46}$$

สำหรับวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ยังคงประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างด้วยวิธีกาเลอร์คินเช่นเดียวกันกับแบบ 2 มิติ ดังสมการที่ (2.24) แต่จะเปลี่ยนเป็นการอินทิเกรตตลอดปริมาตรแทน ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.47)

$$\int_V W_n R\,dV = 0 \qquad , n = 1, 2, 3, 4 \tag{2.47}$$

โดยเมื่อพิจารณาปัญหาเป็นแบบ 3 มิติจะได้เศษตกค้าง R ดังสมการที่ (2.48)

$$R=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\right)-j\sigma\omega\mathbf{A}+\mathrm{J}_0 \tag{2.48}$$

สำหรับอิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้า จุดที่ไม่รู้ค่ามี 4 จุด ซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 4 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่รู้ค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (2.47) จะต้องมีค่า $n = 1, 2, 3, 4$ และโดยปกติจะเลือก $W_n = N_n$ ดังนั้นเมื่อแทนค่า R ด้วยสมการ (2.48) ลงในสมการที่ (2.47) จะได้

$$\int_V N_n\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\right)-j\sigma\omega\mathbf{A}+\mathbf{J_0}\right)dV=0 \tag{2.49}$$

$$\int_V N_n\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\right)\right)dV - \int_V N_n(j\sigma\omega\mathbf{A})dV + \int_V\left(N_n\mathbf{J}_0\right)dV=0 \tag{2.50}$$

พิจารณาการอินทิเกรตทีละพจน์ของสมการที่ (2.50) สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน (integrate by parts) โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ (Gauss's theorem) เหมือนกับสมการที่ (2.27) ในแบบ 2 มิติ ดังนั้นจากสมการที่ (2.50) เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$ จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}&\int_{\Gamma} N_n\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}n_x+\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}n_y+\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}n_z\right)d\Gamma\\&-\int_V\left(\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}+\frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}+\frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\right)dV\\&-\int_V N_n\left(j\omega\sigma\mathbf{A}\right)dV+\int_V N_n\mathbf{J}_0 dV=0\end{aligned}\tag{2.51}$$

พิจารณาพจน์แรกทางด้านซ้ายมือของสมการที่ (2.51) ซึ่งเป็นพจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิลิเมนท์ Γ โดยค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก$\mathbf{A}$ ที่บริเวณขอบมีค่าเท่ากับศูนย์ แสดงดังสมการที่ (2.52) ดังนั้นสมการที่ (2.51) จึงลดรูปเหลือดังสมการที่ (2.53) และเนื่องจากสมการที่ (2.53) มีทั้งหมด 4 สมการ เราสามารถเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์นี้ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (2.54)

$$\mathbf{A}(x,y,z)=0 \quad , \quad (x,y,z)\in\Gamma \tag{2.52}$$

$$\begin{aligned}&\int_V\left(\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}+\frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}+\frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\right)dV+\int_V N_n(j\omega\sigma\mathbf{A})dV\\&=\int_V N_n\mathbf{J}_0 dV\end{aligned}\tag{2.53}$$

$$\begin{aligned}&\int_V\left(\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{4\times1}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}+\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{4\times1}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}+\left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{4\times1}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\right)dV\\&+\int_V[N]_{4\times1}(j\omega\sigma\mathbf{A})dV=\int_V[N]_{4\times1}\mathbf{J}_0 dV\end{aligned}\tag{2.54}$$

และจากสมการที่ (2.20) จึงได้ลักษณะการกระจายของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก $\mathbf{A}$ โดยประมาณในแต่อิลิเมนท์เป็น

$$A(x,y,z)=[N]_{1\times4}[A]_{4\times1}$$

ดังนั้น $\dfrac{\partial A}{\partial x}=\left[\dfrac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times4}[A]_{4\times1}$, $\dfrac{\partial A}{\partial y}=\left[\dfrac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times4}[A]_{4\times1}$ และ $\dfrac{\partial A}{\partial z}=\left[\dfrac{\partial N}{\partial z}\right]_{1\times4}[A]_{4\times1}$

และสมการไฟไนท์อิลิเมนท์จึงกลายมาเป็น

$$\int_V \left(\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times4} + \left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times4} + \left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{1\times4} \right) dV \left[A\right]_{4\times1} + \int_V [N]_{4\times1}\, j\omega\sigma [N]_{1\times4} d\Omega [A]_{4\times1} = \int_V [N]_{4\times1} \mathbf{J}_0 dV \tag{2.55}$$

หรือเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับแต่ละอิลิเมนท์ที่ประกอบด้วย 4 สมการได้ดังนี้

$$[M+K]_{4\times4}\{A\}_{4\times1} = \{F\}_{4\times1} \tag{2.56}$$

เมทริกซ์ $[M]_{4x4}$

$$\text{จาก} \quad [M]_{4\times4} = \int_V [N]_{4\times1}\, \mathrm{j}\omega\sigma [N]_{1\times4} dV \tag{2.57}$$

จากสมการที่ (2.21) ฟังก์ชันการประมาณภายในแสดงได้ดังนี้

$$N_n = \frac{1}{6V}(a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \qquad \text{เมื่อ } n = 1\ 2\ 3\ 4 \tag{2.58}$$

จากสมการที่ (2.58) และหากค่าสภาพนำทางไฟฟ้า σ มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (2.57) จึงกลายเป็น

$$[M]_{4\times4} = j\omega\sigma \int N_n N_m dxdydz \qquad n, m = 1\ 2\ 3\ 4 \tag{2.59}$$

สมการที่ (2.59) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรดังสมการที่ (2.60) โดยที่ $N_1 = L_1$ $N_2 = L_2$ $N_3 = L_3$ และ $N_4 = L_4$ จะได้

$$\int_v L_1^a L_2^b L_3^c L_4^d dv = \frac{a!b!c!d!}{(a+b+c+d+3)!} 6V \tag{2.60}$$

จากสมการที่ (2.59) สามารถแบ่งการพิจารณาเป็น 2 กรณี คล้ายในทำนองเดียวกันกับแบบ 2 มิติ ดังนั้นจากสมการที่ (2.59) เมื่อประยุกต์ใช้สมการที่ (2.60) จะได้

$$[M]_{4\times4} = \frac{\mathrm{j}\omega\sigma V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2.61}$$

เมทริกซ์ $[K]_{4x4}$

จาก $$[K]_{4\times4} = \int_V \left(\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times4} + \left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times4} + \left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{1\times4} \right) dV \quad (2.62)$$

และจากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (2.58) จึงได้

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{6V}, \quad \frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{6V} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N_n}{\partial z} = \frac{d_n}{6V} \qquad n = 1, 2, 3, 4 \quad (2.63)$$

แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (2.63) ลงในสมการที่ (2.62) จะได้

$$[K]_{4\times4} = \frac{1}{\mu}\int \left(\frac{b_n}{6V}\frac{b_m}{6V} + \frac{c_n}{6V}\frac{c_m}{6V} + \frac{d_n}{6V}\frac{d_m}{6V} \right) dxdydz \quad \text{n, } m = 1, 2, 3, 4 \quad (2.64)$$

$$= \frac{1}{36\mu V^2}\left(b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m\right)\int dxdydz$$

$$= \frac{1}{36\mu V}\left(b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m\right) n, \ m = 1, 2, 3, 4$$

$$[K]_{4\times4} = \frac{1}{36\mu V}\begin{bmatrix} b_1b_1+c_1c_1+d_1d_1 & b_1b_2+c_1c_2+d_1d_2 & b_1b_3+c_1c_3+d_1d_3 & b_1b_4+c_1c_4+d_1d_4 \\ & b_2b_2+c_2c_2+d_2d_2 & b_2b_3+c_2c_3+d_2d_3 & b_2b_4+c_2c_4+d_2d_4 \\ & & b_3b_3+c_3c_3+d_3d_3 & b_3b_4+c_3c_4+d_3d_4 \\ Sym & & & b_4b_4+c_4c_4+d_4d_4 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

โหลดเวกเตอร์: $\{F\}_{4x1}$

จาก $$\{F\}_{4\times1} = \int_V [N]_{4\times1} \mathbf{J}_0 dV \quad (2.66)$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรทตลอดปริมาตรดังสมการที่ (2.60) จะได้

$$\{F\}_{4\times1} = \frac{\mathbf{J}_0 V}{4}\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix} \quad (2.67)$$

2.3.4 การประกอบสมการอิลิเมนท์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นการนำสมการของแต่ละอิลิเมนท์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 2.3.1 ทั้งในระบบ 2 มิติ และ 3 มิติ หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังแสดงได้ดังนี้

$$[M+K]_{n\times n}\{A\}_{n\times 1}=\{F\}_{n\times 1} \tag{2.68}$$

2.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย

สำหรับขั้นตอนการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตในงานวิจัยนี้จะมีการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบ คือ บริเวณขอบตัวถังของหม้อแปลงจำหน่ายมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเท่ากับศูนย์ (**A**=0)

2.3.6 การคำนวณค่าตัวแปรอื่นที่ต้องการ

เมื่อทราบค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** ที่จุดต่อต่าง ๆ แล้ว จึงสามารถคำนวณหาค่าต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กันต่อไปได้ โดยสนามแม่เหล็ก **B** สามารถคำนวณได้จากการเคิร์ลค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (**B** = ∇×**A**) ดังแสดงด้วยสมการ (2.69) ดังนั้นเมื่อพิจารณาหม้อแปลงใน 2 มิติ ตามระนาบพิกัด *xy* เมื่อมีกระแสตามแนวแกน z จึงได้ค่าสนามแม่เหล็กในแนวแกน x (B_x) และค่าสนามแม่เหล็กในแนวแกน y (B_y) รวมทั้งค่าสนามแม่เหล็กรวม ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.70), (2.71) และ (2.72) ตามลำดับ

$$\mathrm{B}=\nabla\times\mathrm{A}=\left(\frac{\partial \mathrm{A_z}}{\partial \mathrm{y}}-\frac{\partial \mathrm{A_y}}{\partial \mathrm{z}}\right)i+\left(\frac{\partial \mathrm{A_x}}{\partial \mathrm{z}}-\frac{\partial \mathrm{A_z}}{\partial \mathrm{x}}\right)j+\left(\frac{\partial \mathrm{A_y}}{\partial \mathrm{x}}-\frac{\partial \mathrm{A_x}}{\partial \mathrm{y}}\right)k \tag{2.69}$$

$$B_x=\frac{\partial A_z}{\partial y}=\frac{c_iA_i+c_jA_j+c_kA_k}{2\Delta_e} \tag{2.70}$$

$$B_y=-\frac{\partial A_z}{\partial x}=-\left(\frac{b_iA_i+b_jA_j+b_kA_k}{2\Delta_e}\right) \tag{2.71}$$

$$B=\sqrt{B_x^2+B_y^2} \tag{2.72}$$

เมื่อพิจารณาหม้อแปลงใน 3 มิติ ตามระนาบพิกัด xyz เมื่อมีกระแสในแนวแกน x และแนวแกน z จึงได้ค่าสนามแม่เหล็กในแนวแกน x (B_x) และค่าสนามแม่เหล็กในแนวแกน y (B_y)

และค่าสนามแม่เหล็กในแนวแกน z (B_z) รวมทั้งค่าสนามแม่เหล็กรวม ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.73), (2.74), (2.75) และ (2.76) ตามลำดับ

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} = \frac{c_1A_1 + c_2A_2 + c_3A_3 + c_4A_4}{6V} \tag{2.73}$$

$$\begin{aligned} B_y &= \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ &= \frac{d_1A_1 + d_2A_2 + d_3A_3 + d_4A_4}{6V} - \frac{b_1A_1 + b_2A_2 + b_3A_3 + b_4A_4}{6V} \end{aligned} \tag{2.74}$$

$$B_z = -\frac{\partial A_x}{\partial y} = -\frac{c_1A_1 + c_2A_2 + c_3A_3 + c_4A_4}{6V} \tag{2.75}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \tag{2.76}$$

2.4 การคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์

ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์นั้น จะต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในการคำนวณอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายใน 2 มิติ และ 3 มิติ จะแสดงได้ในสมการที่ (2.15) และ (2.16) ที่ผ่านมาตามลำดับ

2.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์

จากการออกแบบอิลิเมนท์ในหัวข้อ 2.3.1 ที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้แล้ว รูปแบบของอิลิเมนท์ที่ใช้ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์นั้นจะใช้รูปแบบเหมือนกับอิลิเมนท์ที่ใช้ในการคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ทุกประการ เพราะฉะนั้นในหัวข้อนี้จึงข้ามการออกแบบอิลิเมนท์ของพื้นที่ศึกษาไป ซึ่งการเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ของการคำนวณอุณหภูมินั้นก็จะแยกพิจารณาการประมาณภายในอิลิเมนท์ออกเป็นแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ เช่นเดียวกับการคำนวณสนามแม่เหล็กที่ผ่านมา

2.4.1.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์แบบ 2 มิติ

ขั้นตอนนี้เป็นการเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ (element interpolation function) โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้น ในที่นี้จะกล่าวถึงปัญหาอุณหภูมิในหม้อแปลงจำหน่ายซึ่งจะได้

$$T(x,y) = T_i N_i + T_j N_j + T_k N_k \tag{2.77}$$

โดยที่ N_n, $n = i \ j \ k$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ และ T_n, $n = i \ j \ k$ คือผลลัพธ์ของอุณหภูมิในแต่ละโหนด $i \ j \ k$ ของอิลิเมนท์ ซึ่งในกรณีอิลิเมนท์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อจะได้

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \tag{2.78}$$

โดยที่ $a_i = x_j y_k - x_k y_j$, $b_i = y_j - y_k$, $c_i = x_k - x_j$

$a_j = x_k y_i - x_i y_k$, $b_j = y_k - y_i$, $c_j = x_i - x_k$

$a_k = x_i y_j - x_j y_i$, $b_k = y_i - y_j$, $c_k = x_j - x_i$

และ Δ_e คือ พื้นที่ของแต่ละอิลิเมนท์ ซึ่งหาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\Delta_e = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \tag{2.79}$$

2.4.1.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

กรณีที่พิจารณาระบบเป็นแบบ 3 มิติ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$T(x,y,z) = T_1 N_1 + T_2 N_2 + T_3 N_3 + T_4 N_4 \tag{2.80}$$

โดยที่ N_n, $n = 1 \ 2 \ 3 \ 4$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ และ T_n, $n = 1 \ 2 \ 3 \ 4$ คือผลลัพธ์ของค่าอุณหภูมิในแต่ละโหนด $1 \ 2 \ 3 \ 4$ ของอิลิเมนท์ ซึ่งในกรณีอิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อจะได้

$$N_n = \frac{1}{6V}(a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \quad \text{เมื่อ } n = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \tag{2.81}$$

โดยที่ $a_1 = x_4(y_2 z_3 - y_3 z_2) + x_3(y_4 z_2 - y_2 z_4) + x_2(y_3 z_4 - y_4 z_3)$

$a_2 = x_4(y_3 z_1 - y_1 z_3) + x_3(y_1 z_4 - y_4 z_1) + x_1(y_4 z_3 - y_3 z_4)$

$a_3 = x_4(y_1 z_2 - y_2 z_1) + x_2(y_4 z_1 - y_1 z_4) + x_1(y_2 z_4 - y_4 z_2)$

$a_4 = x_3(y_2 z_1 - y_1 z_2) + x_2(y_1 z_3 - y_3 z_1) + x_1(y_3 z_2 - y_2 z_3)$

$$b_1 = y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3)$$
$$b_2 = y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1)$$
$$b_3 = y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2)$$
$$b_4 = y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1)$$

$$c_1 = x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2)$$
$$c_2 = x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3)$$
$$c_3 = x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1)$$
$$c_4 = x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2)$$

$$d_1 = x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3)$$
$$d_2 = x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1)$$
$$d_3 = x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2)$$
$$d_4 = x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)$$

และ V คือ ปริมาตรของแต่ละอิลิเมนท์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \tag{2.82}$$

2.4.2 การสร้างสมการอิลิเมนท์

2.4.2.1 สมการอิลิเมนท์แบบ 2 มิติ

ขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลิเมนท์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ สำหรับปัญหาความร้อนในงานวิจัยนี้เป็นปัญหาความร้อนแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ โดยพิจารณาใน 2 มิติ มีสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.15) ที่แสดงก่อนหน้านี้ดังนี้

$$k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y} + \mathrm{Q} = \rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}$$

จากสมการจัดรูปให้ด้านขวาของสมการเท่ากับศูนย์จะได้ดังสมการที่ (2.83) สำหรับปัญหาความร้อนใน 2 มิติ ที่คำนวณด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์นี้ก็ยังคงประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างด้วยวิธีกาเลอร์คินเช่นเดียวกันกับปัญหาสนามแม่เหล็กที่ผ่านมาดังแสดงด้วยสมการที่ (2.84)

$$k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}-\rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}+\mathrm{Q}=0 \tag{2.83}$$

$$\int_{\Omega} W_n R d\Omega = 0, \quad n=i,j,k \tag{2.84}$$

โดยเมื่อพิจารณาปัญหาความร้อน จะได้เศษตกค้าง R ดังสมการที่ (2.85)

$$R=k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}-\rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}+\mathrm{Q} \tag{2.85}$$

ซึ่ง R เรียกว่าเศษตกค้าง สำหรับอิลิเมนท์รูปสามเหลี่ยม จุดที่ไม่ทราบค่ามี 3 จุด ซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสาม ดังนั้นจึงต้องการ 3 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (2.84) จะต้องมีค่า $n=i\ j\ k$ และโดยปกติเราจะเลือก $W_n=N_n$ ดังนั้นเมื่อแทน R ด้วยสมการที่ (2.85) ลงในสมการที่ (2.84) จะได้

$$\int_{\Omega} N_n\left(k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}-\rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}+\mathrm{Q}\right)d\Omega=0 \tag{2.86}$$

แล้วแตกพจน์ต่าง ๆ ออกมาเพื่อทำการพิจารณา จะได้

$$\begin{aligned}&\int_{\Omega} N_n\left(k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}\right)d\Omega - \int_{\Omega} N_n\left(\rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}\right)d\Omega \\ &+\int_{\Omega} N_n\left(\mathrm{Q}\right)d\Omega=0\end{aligned} \tag{2.87}$$

พจน์แรกของสมการที่ (2.87) แทนการแพร่กระจายความร้อน พจน์ที่สองแทนอัตราความจุความร้อน และพจน์ที่สามแทนปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นได้เองภายในอิลิเมนท์ตามลำดับ สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วนโดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\int_{\Omega} u(\nabla\cdot\mathbf{V})d\Omega=\int_{\Gamma} u(\mathbf{V}\cdot\mathbf{n})d\Gamma-\int_{\Omega}(\nabla u\cdot\mathbf{V})d\Omega \tag{2.88}$$

ซึ่ง Γ คือขอบเขตของอิลิเมนท์ Ω เมื่อเปรียบเทียบกับพจน์แรกของสมการที่ (2.87) จะได้

$$u=N_n$$

$$\nabla\cdot\mathbf{V}=k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{V} = k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}\mathbf{i} + k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}\mathbf{j}$$

และเนื่องจาก $\mathbf{n}$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบเขตของอิลิเมนท์ Γ

$$\mathbf{n} = n_x\mathbf{i} + n_y\mathbf{j}$$ ดังนั้น

$$\mathbf{V}\cdot\mathbf{n} = k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}n_x + k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}n_y$$

$$u(\mathbf{V}\cdot\mathbf{n}) = N_n\left(k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}n_x + k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}n_y\right)$$

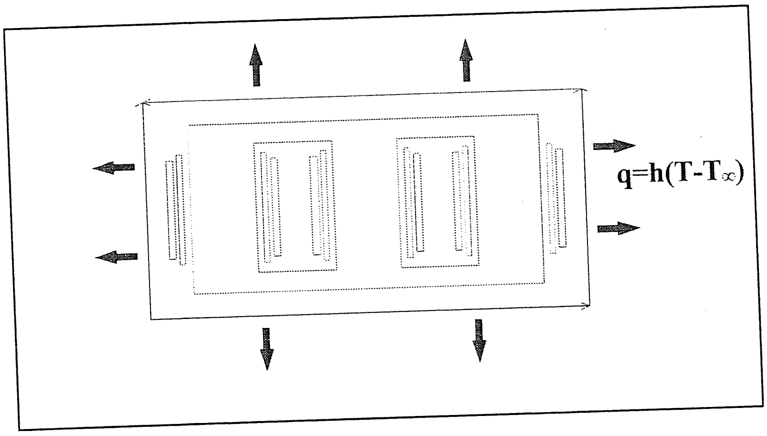
$$\nabla u = \frac{\partial N_n}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial N_n}{\partial y}\mathbf{j}$$

$$\nabla u\cdot\mathbf{V} = \frac{\partial N_n}{\partial x}k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y}k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2.87) เมื่อ $n = i, j, k$ จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\int_\Gamma N_n\left(k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}n_x + k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}n_y\right)d\Gamma - \int_\Omega\left(k\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} + k\frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}\right)d\Omega - \int_\Omega N_n\rho c\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}d\Omega + \int_\Omega N_n Q d\Omega = 0 \qquad (2.89)$$

พจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิลิเมนท์คือพจน์แรกที่มีคุณสมบัติทางกายภาพคือปริมาณความร้อนตลอดขอบนอกของอิลิเมนท์นั้น ๆ อนึ่ง อิลิเมนท์นั้นอาจวางตัวอยู่กลางหม้อแปลงจำหน่ายหรืออยู่ติดขอบนอกของหม้อแปลงจำหน่าย หากอิลิเมนท์ที่พิจารณาอยู่ในตำแหน่งขอบนอกทั้งสี่ด้านของหม้อแปลงจำหน่าย ดังแสดงด้วยรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 แสดงการพาความร้อนของหม้อแปลงจำหน่าย

จากเงื่อนไขขอบเขตแบบการพาความร้อน จึงจำเป็นต้องแทนพจน์นี้ด้วยเงื่อนไขการพาความร้อน ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.90)

$$q = h\left(T - T_{\infty}\right) \tag{2.90}$$

โดยที่ h คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อน

T_{∞} คือ อุณหภูมิอากาศรอบนอก

และเมื่อความร้อน (q) ที่ไหลออกจากขอบจะมีค่าเป็นลบ ดังนั้นจากสมการที่ (2.89) จะได้

$$\begin{aligned}&\int_{\Gamma} N_n\left(-h(T - T_{\infty})\right)d\Gamma - \int_{\Omega}\left(k\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} + k\frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right)d\Omega \\ &- \int_{\Omega} N_n\rho c\frac{\partial T}{\partial t}d\Omega + \int_{\Omega} N_n Q d\Omega = 0\end{aligned} \tag{2.91}$$

จากสมการที่ (2.91) จัดรูปใหม่จะได้สมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับอิลิเมนท์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}&\int_{\Omega} N_n\rho c\frac{\partial T}{\partial t}d\Omega + \int_{\Omega}\left(k\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} + k\frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right)d\Omega + \int_{\Gamma} N_n\left(hT\right)d\Gamma \\ &= \int_{\Omega} N_n Q d\Omega + \int_{\Gamma} N_n\left(h(T_{\infty})\right)d\Gamma\end{aligned} \tag{2.92}$$

และเนื่องจากสมการที่ (2.92) มีทั้งหมด 3 สมการ จึงสามารถเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (2.93) ดังนี้

$$\int_{\Omega}\left([N]_{3\times1}\rho c\frac{\partial T}{\partial t}\right)d\Omega+\int_{\Omega}\left(k\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{3\times1}\frac{\partial T}{\partial x}+k\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{3\times1}\frac{\partial T}{\partial y}\right)d\Omega+\int_{\Gamma}[N]_{3\times1}(hT)d\Gamma$$
$$=\int_{\Omega}[N]_{3\times1}Qd\Omega+\int_{\Gamma}[N]_{3\times1}(h(T_{\infty}))d\Gamma \tag{2.93}$$

และจากสมการที่ (2.77) จึงได้ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ T โดยประมาณในแต่ละอิลิเมนท์เป็น

$$T(x,y)=[N]_{1\times3}[T]_{3\times1}$$

ดังนั้น $\frac{\partial T}{\partial x}=\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times3}[T]_{3\times1}$ และ $\frac{\partial T}{\partial y}=\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times3}[T]_{3\times1}$

และสมการไฟไนท์อิลิเมนท์จึงกลายมาเป็น

$$\int_{\Omega}\left([N]_{3\times1}\rho c[N]_{1\times3}\right)d\Omega\left[\dot{T}\right]_{3\times1}+\int_{\Omega}\left(k\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{3\times1}\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times3}+k\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{3\times1}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times3}\right)d\Omega[T]_{3\times1}$$
$$+\int_{\Gamma}[N]_{3\times1}h[N]_{1\times3}d\Gamma[T]_{3\times1}=\int_{\Gamma}[N]_{3\times1}hT_{\infty}d\Gamma+\int_{\Omega}[N]_{3\times1}Qd\Omega \tag{2.94}$$

หรือเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับแต่ละอิลิเมนท์ที่ประกอบด้วย 3 สมการ ได้ดังนี้

$$[C]_{3\times3}\left\{\dot{T}\right\}_{3\times1}+\left[[K_c]+[K_h]\right]_{3\times3}\{T\}_{3\times1}=\{Q_h\}_{3\times1}+\{Q_Q\}_{3\times1} \tag{2.95}$$

โดย $[C]_{3\times3}$ คือ เมทริกซ์ของการจุความร้อน
$[K_c]_{3\times3}$ คือ เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน
$[K_h]_{3\times3}$ คือ เมทริกซ์ของการพาความร้อน
$\{Q_h\}_{3\times1}$ คือ โหลดเวกเตอร์การพาความร้อน
$\{Q_Q\}_{3\times1}$ คือ โหลดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง

เมทริกซ์ของการจุความร้อน: $[C]_{3\times3}$

$$\text{จาก } [C]_{3\times3}=\int_{\Omega}\left([N]_{3\times1}\rho c[N]_{1\times3}\right)d\Omega \tag{2.96}$$

จากสมการที่ (2.78) ฟังก์ชันการประมาณภายในแสดงได้ดังนี้

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \qquad n = i, j, k \tag{2.97}$$

จากสมการที่ (2.97) และหากความหนาแน่นมวล ρ และความร้อนจำเพาะ c มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (2.96) จึงกลายเป็น

$$[C]_{3\times3} = \rho c \int N_n N_m dxdy \qquad n, m = i, j, k \tag{2.98}$$

สมการที่ (2.98) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่เหมือนดังหัวข้อที่ผ่านมาจะได้

$$[C]_{3\times3} = \frac{\rho c \Delta_e}{12}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2.99}$$

เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน: $[K_c]_{3\times3}$

$$\text{จาก } [K_c]_{3\times3} = \int_\Omega \left(k\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{3\times1}\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times3} + k\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{3\times1}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times3}\right) d\Omega \tag{2.100}$$

จากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (2.97) จึงได้

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{2\Delta_e} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{2\Delta_e} \quad n = i, j, k \tag{2.101}$$

แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (2.101) ลงในสมการที่ (2.100) จะได้

$$[K_c]_{3\times3} = k\int\left(\frac{b_n}{2\Delta_e}\frac{b_m}{2\Delta_e} + \frac{c_n}{2\Delta_e}\frac{c_m}{2\Delta_e}\right) dxdy \qquad n, m = i, j, k \tag{2.102}$$

$$= \frac{k}{4\Delta_e^2}(b_n b_m + c_n c_m)\int dxdy$$

$$= \frac{k}{4\Delta_e}(b_n b_m + c_n c_m) n, m = i, j, k$$

$$[K_c]_{3\times3} = \frac{k}{4\Delta_e}\begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_i + c_k c_i & b_k b_j + c_k c_j & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix}$$

$$= \frac{k}{4\Delta_e}\begin{bmatrix} b_ib_i + c_ic_i & b_ib_j + c_ic_j & b_ib_k + c_ic_k \\ & b_jb_j + c_jc_j & b_jb_k + c_jc_k \\ Sym & & b_kb_k + c_kc_k \end{bmatrix} \quad (2.103)$$

เมทริกซ์ของการพาความร้อน: $[K_h]_{3\times3}$

$$\text{จาก } [K_h]_{3\times3} = \int_\Gamma [N]_{3\times1} h [N]_{1\times3} d\Gamma \quad (2.104)$$

จากสมการที่ (2.104) และหากสัมประสิทธิ์การพาความร้อน h มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (2.104) เมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนพื้นผิวของอิลิเมนท์จึงกลายเป็น

$$[K_h]_{3\times3} = h\int N_n N_m dxdy \qquad n, m = i, j, k \quad (2.105)$$

สมการที่ (2.105) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่เหมือนดังที่ผ่านมาจะได้

$$[K_h]_{3\times3} = \frac{h\Delta_e}{12}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.106)$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอิลิเมนท์แบบ 2 มิติ จะได้กล่าวถึงต่อไป

โหลดเวกเตอร์การพาความร้อน: $\{Q_h\}_{3\times1}$

$$\text{จาก } \{Q_h\}_{3\times1} = \int_\Gamma [N]_{3\times1} h T_\infty d\Gamma \quad (2.107)$$

หรือเมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนพื้นผิวของอิลิเมนท์ ดังนั้นสมการที่ (2.107) จึงกลายเป็น

$$\{Q_h\}_{3\times1} = hT_\infty \int N_n dxdy \qquad n = i, j, k \quad (2.108)$$

สมการที่ (2.108)ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ได้ดังนี้

$$\{Q_h\}_{3\times1} = \frac{hT_\infty \Delta_e}{3}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.109)$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอิลิเมนท์แบบ 2 มิติ จะได้กล่าวถึงต่อไป

โหลดเวคเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง: $\{Q_Q\}_{3\times1}$

$$\text{จาก } \{Q_Q\}_{3\times1} = \int_\Omega [N]_{3\times1} Q d\Omega \tag{2.110}$$

หรือ

$$\{Q_Q\}_{3\times1} = Q\int N_n dxdy \qquad n = i, j, k \tag{2.111}$$

สมการที่ (2.111) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ได้ดังนี้

$$\{Q_Q\}_{3\times1} = \frac{Q\Delta_e}{3}\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} \tag{2.112}$$

นอกจากการถ่ายเทความร้อนบนพื้นผิวของอิลิเมนท์ที่แสดงไปแล้วยังมีการถ่ายเทความร้อนตลอดขอบใดขอบหนึ่งของอิลิเมนท์ซึ่งมีความหนาเท่ากับ t และขอยกตัวอย่างระหว่างโหนด i และ j ตรงขอบของอิลิเมนท์ที่มียาวเท่ากับ l การประดิษฐ์อิลิเมนท์ที่สอดคล้องกับการถ่ายเทความร้อนตลอดขอบดังกล่าวจะได้

$$[K_h]_{3\times3} = \frac{htl}{6}\begin{bmatrix}2 & 1 & 0\\1 & 2 & 0\\0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{2.113}$$

$$\{Q_h\}_{3\times1} = \frac{hT_\infty tl}{2}\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} \tag{2.114}$$

2.4.2.2 สมการอิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

การดำเนินการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ จะกระทำการในลักษณะเช่นเดียวกันกับแบบ 2 มิติ ซึ่งจะแตกต่างกันอย่างชัดเจนที่ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์โดยตั้งต้นจากสมการอนุพันธ์ย่อยของปัญหาความร้อนแบบ 3 มิติ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.16) ที่แสดงก่อนหน้านี้ดังนี้

$$k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial z} - \rho c\frac{\partial T}{\partial t} + Q = 0 \tag{2.115}$$

สำหรับการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ก็ยังคงประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างด้วยวิธีกาเลอร์คินเช่นเดียวกันกับการคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ที่ผ่านมาดังแสดงด้วยสมการที่ (2.116)

$$\int_V W_n R dV = 0 \quad , n = 1, 2, 3, 4 \tag{2.116}$$

โดยเมื่อพิจารณาปัญหาเป็นแบบ 3 มิติ จะได้เศษตกค้าง R ดังสมการที่ (2.117)

$$R = k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z} - \rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t} + \mathrm{Q} \tag{2.117}$$

สำหรับอิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้า จุดที่ไม่รู้ค่ามี 4 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 4 สมการ ในการแก้หาจุดที่ไม่รู้ค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (2.116) จะต้องมีค่า n = 1, 2, 3, 4 และโดยปกติจะเลือก $W_n = N_n$ ดังนั้นเมื่อแทนค่า R ด้วยสมการ (2.117) ลงในสมการที่ (2.116) จะได้

$$\int_V N_n\left(k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z} - \rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t} + \mathrm{Q}\right)dV = 0 \tag{2.118}$$

แล้วแตกพจน์ต่าง ๆ ออกมาเพื่อทำการพิจารณา จะได้

$$\begin{aligned}&\int_V N_n\left(k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}\right)dV - \int_V N_n\left(\rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}\right)dV \\ &+\int_V N_n\left(\mathrm{Q}\right)dV = 0\end{aligned} \tag{2.119}$$

พจน์แรกของสมการที่ (2.119) แทนการแพร่กระจายความร้อน พจน์ที่สองแทนอัตราความจุความร้อน และพจน์ที่สามแทนปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นได้เองภายในอิลิเมนท์ตามลำดับ สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ ดังนั้นจากสมการที่ (2.119) $n = 1, 2, 3, 4$ จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}&\int_\Gamma N_n\left(k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}n_x + k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}n_y + k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}n_z\right)d\Gamma - \int_V\left(k\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} + k\frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y} + k\frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}\right)dV \\ &-\int_V N_n\rho c\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}dV + \int_V N_n Q dV = 0\end{aligned} \tag{2.120}$$

พจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิลิเมนท์คือพจน์แรกที่มีคุณสมบัติทางกายภาพคือปริมาณความร้อนตลอดขอบนอกของอิลิเมนท์นั้น ๆ อนึ่ง อิลิเมนท์นั้นอาจวางตัวอยู่กลางหม้อแปลงจำหน่ายหรืออยู่ติดขอบนอกของหม้อแปลงจำหน่าย หากอิลิเมนท์ที่พิจารณาอยู่ในตำแหน่งขอบนอกทั้งหกด้านของหม้อแปลงจำหน่าย ซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตแบบการพาความร้อน เราจึงจำเป็นต้องแทนพจน์นี้ด้วยเงื่อนไขการพาความร้อนดังสมการที่ (2.90) ที่ผ่านดังนั้นจากสมการที่ (2.120) จะได้

$$\begin{aligned}&\int_{\Gamma} N_n\left(-h(T-T_\infty)\right)d\Gamma-\int_V\left(k\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}+k\frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}\right)dV\\&-\int_V N_n\rho c\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}dV+\int_{\Omega} N_nQdV=0\end{aligned} \tag{2.121}$$

จากสมการที่ (2.121) จัดรูปใหม่จะได้สมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับอิลิเมนท์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}&\int_V N_n\rho c\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}dV+\int_V\left(k\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}+k\frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}\right)dV\\&+\int_{\Gamma} N_n\left(hT\right)d\Gamma=\int_V N_nQdV+\int_{\Gamma} N_n\left(h(T_\infty)\right)d\Gamma\end{aligned} \tag{2.122}$$

และเนื่องจากสมการที่ (2.122) มีทั้งหมด 4 สมการ จึงสามารถเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (2.123) ดังนี้

$$\begin{aligned}&\int_V\left([N]_{4\times1}\rho c\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}\right)dV+\int_V\left(k\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{4\times1}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{4\times1}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}+k\left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{4\times1}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}\right)dV\\&+\int_{\Gamma}[N]_{4\times1}\left(hT\right)d\Gamma=\int_V[N]_{4\times1}QdV+\int_{\Gamma}[N]_{4\times1}\left(h(T_\infty)\right)d\Gamma\end{aligned} \tag{2.123}$$

และจากสมการที่ (2.80) จึงได้ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ T โดยประมาณในแต่ละอิลิเมนท์เป็น

$$T(x,y,z)=[N]_{1\times4}[T]_{4\times1}$$

ดังนั้น $\dfrac{\partial T}{\partial x}=\left[\dfrac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times4}[T]_{4\times1}$, $\dfrac{\partial T}{\partial y}=\left[\dfrac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times4}[T]_{4\times1}$ และ $\dfrac{\partial T}{\partial z}=\left[\dfrac{\partial N}{\partial z}\right]_{1\times4}[T]_{4\times1}$

และสมการไฟไนท์อิลิเมนท์จึงกลายมาเป็น

$$\int_V \left([N]_{4\times1}\,\rho c\,[N]_{1\times4}\right)dV\left[\dot{T}\right]_{4\times1}+\int_V \left(k\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{4\times1}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times4}+k\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{4\times1}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times4}\right)dV[T]_{4\times1}$$
$$+\int_\Gamma [N]_{4\times1}\,h[N]_{1\times4}d\Gamma[T]_{4\times1}=\int_\Gamma [N]_{4\times1}hT_\infty d\Gamma+\int_V [N]_{4\times1}QdV \quad (2.124)$$

หรือเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับแต่ละอิลิเมนท์ที่ประกอบด้วย 4 สมการได้ดังนี้

$$[C]_{4\times4}\left\{\dot{T}\right\}_{4\times1}+\left[[K_c]+[K_h]\right]_{4\times4}\{T\}_{4\times1}=\{Q_h\}_{4\times1}+\{Q_Q\}_{4\times1} \quad (2.125)$$

เมทริกซ์ของการจุความร้อน: $[C]_{4\times4}$

จาก $$[C]_{4\times4}=\int_V \left([N]_{4\times1}\,\rho c\,[N]_{1\times4}\right)dV \quad (2.126)$$

จากสมการที่ (2.81) ฟังก์ชันการประมาณภายในแสดงได้ดังนี้

$$N_n=\frac{1}{6V}(a_n+b_nx+c_ny+d_nz) \qquad n=1,\ 2,\ 3,\ 4 \quad (2.127)$$

จากสมการที่ (2.127) และหากความหนาแน่นมวล ρ และความร้อนจำเพาะ C มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (2.126) จึงกลายเป็น

$$[C]_{4\times4}=\rho c\int N_nN_m dxdydz \qquad n,\ m=1,\ 2,\ 3,\ 4 \quad (2.128)$$

สมการที่ (2.128) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรเหมือนดังหัวข้อที่ผ่านมาจะได้

$$[C]_{4\times4}=\frac{\rho cV}{20}\begin{bmatrix}2&1&1&1\\1&2&1&1\\1&1&2&1\\1&1&1&2\end{bmatrix} \quad (2.129)$$

เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน: $[K_c]_{4\times4}$

จาก $$[K_c]_{4\times4}=\int_V \left(k\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{4\times1}\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times4}+k\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{4\times1}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times4}+k\left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{4\times1}\left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{1\times4}\right)dV \quad (2.130)$$

จากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (2.127) จึงได้

$$\frac{\partial N_n}{\partial x}=\frac{b_n}{6V}\ ,\quad \frac{\partial N_n}{\partial y}=\frac{c_n}{6V}\quad \text{และ}\quad \frac{\partial N_n}{\partial z}=\frac{d_n}{6V}\qquad n=1,2,3,4 \tag{2.131}$$

แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (2.131) ลงในสมการที่ (2.130) จะได้

$$[K_c]_{4\times4}=k\int\left(\frac{b_n}{6V}\frac{b_m}{6V}+\frac{c_n}{6V}\frac{c_m}{6V}+\frac{d_n}{6V}\frac{d_m}{6V}\right)dxdydz\quad n,m=1,2,3,4 \tag{2.132}$$

$$=\frac{k}{36V^2}\left(b_nb_m+c_nc_m+d_nd_m\right)\int dxdydz$$

$$=\frac{k}{36V}\left(b_nb_m+c_nc_m+d_nd_m\right)n,\ m=1,2,3,4$$

$$[K_c]_{4\times4}=\frac{k}{36V}\begin{bmatrix} b_1b_1+c_1c_1+d_1d_1 & b_1b_2+c_1c_2+d_1d_2 & b_1b_3+c_1c_3+d_1d_3 & b_1b_4+c_1c_4+d_1d_4 \\ & b_2b_2+c_2c_2+d_2d_2 & b_2b_3+c_2c_3+d_2d_3 & b_2b_4+c_2c_4+d_2d_4 \\ & & b_3b_3+c_3c_3+d_3d_3 & b_3b_4+c_3c_4+d_3d_4 \\ Sym & & & b_4b_4+c_4c_4+d_4d_4 \end{bmatrix} \tag{2.133}$$

เมทริกซ์ของการพาความร้อน: $[K_h]_{4\times4}$

$$\text{จาก}[K_h]_{4\times4}=\int_\Gamma [N]_{4\times1}\,h[N]_{1\times4}\,d\Gamma \tag{2.134}$$

จากสมการที่ (2.134) และหากสัมประสิทธิ์การพาความร้อน h มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (2.134) เมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอิลิเมนท์จึงกลายเป็น

$$[K_h]_{4\times4}=h\int N_nN_m\,dxdydz\qquad n,m=1,2,3,4 \tag{2.135}$$

สมการที่ (2.135) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรจะได้

$$[K_h]_{4\times4}=\frac{hV}{20}\begin{bmatrix}2&1&1&1\\1&2&1&1\\1&1&2&1\\1&1&1&2\end{bmatrix} \tag{2.136}$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอิลิเมนท์แบบ 3 มิติ จะได้กล่าวถึงต่อไป

โหลดเวกเตอร์การพาความร้อน: $\{Q_h\}_{4\times1}$

จาก $\{Q_h\}_{4\times1} = \int_{\Gamma} [N]_{4\times1} hT_{\infty} d\Gamma$ (2.137)

หรือเมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอิลิเมนท์ดังนั้นสมการที่ (2.137) จึงกลายเป็น

$$\{Q_h\}_{4\times1} = hT_{\infty}\int N_n dxdydz \qquad n = 1, 2, 3, 4 \tag{2.138}$$

สมการที่ (2.138) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรได้ดังนี้

$$\{Q_h\}_{4\times1} = \frac{hT_{\infty}V}{4}\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix} \tag{2.139}$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอิลิเมนท์แบบ 3 มิติ จะได้กล่าวถึงต่อไป

โหลดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง: $\{Q_Q\}_{4\times1}$

จาก $\{Q_Q\}_{4\times1} = \int_{\Omega} [N]_{4\times1} Q d\Omega$ (2.140)

หรือ

$$\{Q_Q\}_{4\times1} = Q\int N_n dxdydz \qquad n = 1, 2, 3, 4 \tag{2.141}$$

สมการที่ (2.141) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรได้ดังนี้

$$\{Q_Q\}_{4\times1} = \frac{QV}{4}\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix} \tag{2.142}$$

นอกจากการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอิลิเมนท์ที่แสดงไปแล้วยังมีการถ่ายเทความร้อนตลอดพื้นผิวขอบใดขอบหนึ่งของอิลิเมนท์ และขอยกตัวอย่างพื้นผิวของอิลิเมนท์ที่ประกอบด้วยโหนด 2 , 3 และ 4 ซึ่งพื้นผิวดังกล่าวมีพื้นที่เท่ากับ A การประดิษฐ์อิลิเมนท์ที่สอดคล้องกับการถ่ายเทความร้อนตลอดพื้นผิวขอบดังกล่าวจะได้

$$[K_h]_{4\times4} = \frac{hA}{12}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2.143}$$

$$\{Q_h\}_{4\times1} = \frac{hT_\infty A}{3}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.144}$$

2.4.3 การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่

ปัญหาในงานวิจัยนี้เป็นปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ซึ่งปัญหาแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ จะใช้วิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกัน โดยค่าอุณหภูมิจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งการแก้ปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่เช่นนี้ทำได้ค่อนข้างยาก โดยการแก้สมการที่ (2.95) เมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 2 มิติ และสมการที่ (2.125) เมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ จากข้างต้นจะต้องอาศัยวิธีการแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่ที่ใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด (recurrence relations) เพื่อให้ได้ค่าผลลัพธ์ที่ถูกต้อง

การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่จะใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด โดยจะมีลักษณะของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับค่า β ที่เลือกใช้ ดังแสดงในสมการที่ (2.145) โดย Δt คือค่าของช่วงเวลา (time step) โดยถ้าเลือกใช้ $\beta=0$ จะเป็นวิธีของออยเลอร์ (Euler) ถ้า $\beta=1/2$ เป็นวิธีของแครงก์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson) ถ้า $\beta=2/3$ เป็นวิธีของกาเลอร์คิน (Galerkin) และถ้า $\beta=1$ จะเรียกว่าวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (backward difference) ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลังดังสมการที่ (2.146) เนื่องจากวิธีนี้ประกันการลู่เข้าของผลลัพธ์ และผลลัพธ์จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง

$$\beta\left\{\dot{T}\right\}^{t+\Delta t} + (1-\beta)\left\{\dot{T}\right\}^{t} = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^{t}}{\Delta t} \tag{2.145}$$

$$\left\{\dot{T}\right\}^{t+\Delta t} = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^{t}}{\Delta t} \tag{2.146}$$

จากการเลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง สมการที่ (2.95) และสมการที่ (2.125) จึงพัฒนามาเป็นสมการที่ (2.147) จากนั้นแทนค่าสมการที่ (2.146) ลงในสมการที่ (2.147) จึงได้ผลลัพธ์ของสมการไฟไนท์อิลิเมนท์เมื่อพิจารณาปัญหาในสถานะชั่วครู่ ดังสมการที่ (2.148)

$$[C]\left\{\dot{T}\right\}^{t+\Delta t}+[K]\{T\}^{t+\Delta t}=\{Q\}^{t+\Delta t} \tag{2.147}$$

$$\left(\frac{1}{\Delta t}[C]+[K]\right)\{T\}^{t+\Delta t}=\frac{1}{\Delta t}[C]\{T\}^{t}+\{Q\}^{t+\Delta t} \tag{2.148}$$

โดยที่ $[K]=[K_c]+[K_h]$

และ $\{Q\}=\{Q_h\}+\{Q_Q\}$

2.4.4 การประกอบสมการอิลิเมนท์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นการนำสมการของแต่ละอิลิเมนท์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 2.3.1 ทั้งในระบบ 2 มิติ และ 3 มิติ หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้เมื่อพิจารณาปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ คือ

$$\left(\frac{1}{\Delta t}[C]_{n\times n}+[K]_{n\times n}\right)\{T\}_{n\times 1}^{t+\Delta t}=\frac{1}{\Delta t}[C]_{n\times n}\{T\}_{n\times 1}^{t}+\{Q\}_{n\times 1}^{t+\Delta t} \tag{2.149}$$

จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\left([C]_{n\times n}+\Delta t[K]_{n\times n}\right)\{T\}_{n\times 1}^{t+\Delta t}=[C]_{n\times n}\{T\}_{n\times 1}^{t}+\Delta t\{Q\}_{n\times 1}^{t+\Delta t} \tag{2.150}$$

เมื่อ $[M]_{n\times n}=[C]_{n\times n}+\Delta t[K]_{n\times n}$

$[F]_{n\times 1}=[C]_{n\times n}\{T\}_{n\times 1}^{t}+\Delta t\{Q\}_{n\times 1}^{t+\Delta t}$

ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้คือ

$$[M]_{n\times n}\{T\}_{n\times 1}^{t+\Delta t}=[F]_{n\times 1} \tag{2.151}$$

2.4.5 การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย

ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิ **T** เริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นให้แก่หม้อแปลงจำหน่าย และเงื่อนไขขอบเขตบริเวณต่าง ๆ โดยงานวิจัยนี้มีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นในรอบแรกที่พิจารณาหม้อแปลงจำหน่ายคือ **T**(t=0) = 0

ส่วนค่าโหลดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนจะใช้ค่าปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นเองของทั้งพื้นที่หรือปริมาตรที่พิจารณา โดยค่าปริมาณความร้อนจะหาได้จากความสัมพันธ์ของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กดังนี้

$$Q = \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right)^2 \qquad (2.152)$$

เมื่อ σ คือ ค่าสภาพนำทางไฟฟ้า

$\mathbf{A}$ คือ ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก

เมื่อพิจารณาระบบเป็นแบบความถี่เดียว (time-harmonic) ซึ่งในงานวิจัยนี้แรงดันไฟฟ้าของหม้อแปลงจำหน่ายมีค่าความถี่ 50 Hz โดยสามารถแทน $\mathbf{A}$ ในรูปของจำนวนเชิงซ้อนจะได้ $\mathrm{A} = \mathrm{A}e^{j\omega t}$ ดังนั้นจากสมการที่ (2.152) จะได้

$$Q = \frac{\sigma\omega^2}{2} \mathrm{A} \cdot \mathrm{A}^* \qquad (2.153)$$

เมื่อ ω คือ ความถี่เชิงมุม

A^* คือ ค่าเชิงซ้อนสังยุคของ $\mathbf{A}$

2.5 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิในหม้อแปลงจำหน่าย ประกอบกับคำนึงถึงคุณสมบัติต่าง ๆ ทางไฟฟ้าและคุณสมบัติทางความร้อนของวัสดุที่แตกต่างกันในระบบ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง การประยุกต์วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ทั้งแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ เพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาเลอร์คิน โดยการคำนวณสนามแม่เหล็กจะพิจารณาระบบเป็นแบบความถี่เดียว ส่วนการคำนวณอุณหภูมิจะคำนวณปัญหาเป็นแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ รายละเอียดต่าง ๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 3 และบทที่ 4 ต่อไป

บทที่ 3
ผลการจำลองสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ที่มีผลต่ออุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่าย

3.1 บทนำ

การจำลองผลของงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายที่มีผลต่ออายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลง โดยเน้นไปที่การคำนวณอุณหภูมิเมื่อหม้อแปลงอยู่ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุล ซึ่งค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้นั้นจะมีผลมาจากค่าสนามแม่เหล็ก ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องศึกษาถึงการกระจายตัวของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กและสนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ภายในหม้อแปลงจำหน่าย ในบทที่ 3 นี้จึงได้กล่าวถึงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการจำลองผลและอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ และ 3 มิติ โดยโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานการใช้งานของ MATLAB™

3.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก

การคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กของหม้อแปลงจำหน่ายด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่จะได้กล่าวถึงต่อไปนี้ งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อนำข้อมูลของโหนดและอิลิเมนท์มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเอง โดยอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ ได้ดังนี้

3.2.1 โปรแกรมการสร้างกริด

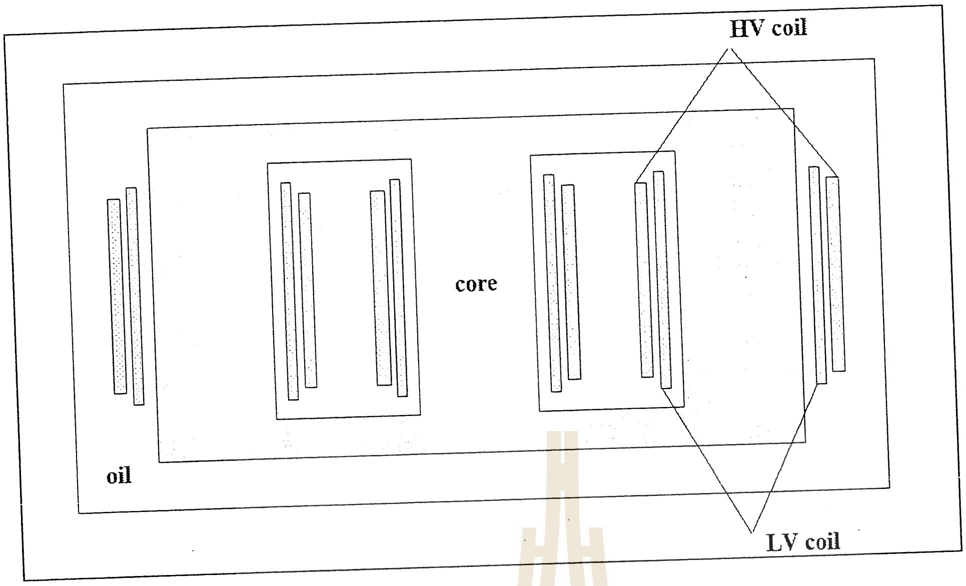
โปรแกรมการสร้างกริดในงานวิจัยนี้ สำหรับระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติจะใช้การสร้างกริดจากกล่องเครื่องมือสำเร็จรูปที่ชื่อว่า PDETOOL ของโปรแกรม MATLAB™ ซึ่งสามารถสร้างกริดได้เฉพาะปัญหาแบบ 2 มิติ เท่านั้น ส่วนระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ จะใช้การสร้างกริดจากโปรแกรม Solid work โดยสามารถเลือกความละเอียดของกริดให้เหมาะสมกับระบบได้ทั้งกริดแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ จากนั้นจึงนำข้อมูลของการสร้างกริดที่จำเป็นมาพัฒนาเป็นโปรแกรมไฟไนอิลิเมนท์ต่อไป ข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริดแบบ 2 มิติได้แก่ ข้อมูลบอกระยะพิกัดในแนวแกน x และ y ข้อมูลบอกหมายเลขโหนด ข้อมูลบอกหมายเลขอิลิเมนท์ ข้อมูลบอกหมายเลขที่แบ่งชนิดของวัสดุในระบบ และข้อมูล

บอกหมายเลขของขอบเขตชิ้นงานเพื่อกำหนดเงื่อนไขขอบเขต ส่วนข้อจำกัดของกล่องเครื่องมือสำเร็จรูปนี้คือไม่สามารถระบุค่าเงื่อนไขขอบเขตให้กับระบบที่มีหลากหลายเนื้อวัสดุในชิ้นเดียวกันได้ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงได้นำประโยชน์ของกล่องเครื่องมือนี้มาเพื่อช่วยในการสร้างกริดแต่เพียงเท่านั้น ข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริดแบบ 3 มิติได้แก่ ข้อมูลบอกระยะพิกัดในแนวแกน x y และ z ข้อมูลบอกหมายเลขโหนด ข้อมูลบอกหมายเลขอิลิเมนท์ ข้อมูลบอกหมายเลขที่แบ่งชนิดของวัสดุในระบบ และข้อมูลบอกหมายเลขของขอบเขตชิ้นงานเพื่อกำหนดเงื่อนไขขอบเขต โดยในงานวิจัยนี้ได้นำโปรแกรม Solid work มาเพื่อช่วยในการสร้างกริดเช่นเดียวกับกล่องเครื่องมือ PDETOOL เพียงเท่านั้น ส่วนขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์อื่น ๆ อันได้แก่ การสร้างสมการของแต่ละอิลิเมนท์ การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม การกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต การแก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยและการคำนวณตัวแปรอื่นที่ต้องการนั้น จะทำการพัฒนาด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเองโดยผู้ทำการวิจัยพื่อจำลองผลต่อไป

สำหรับวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ ในงานวิจัยนี้ได้แบ่งพื้นที่ศึกษาออกเป็นพื้นที่ย่อย ๆ ได้แก่ พื้นที่ที่เป็นขดลวดตัวนำ , แกนเหล็ก และพื้นที่ที่เป็นน้ำมันหม้อแปลง โดยพื้นที่ขวลวดตัวนำประกอบไปด้วย

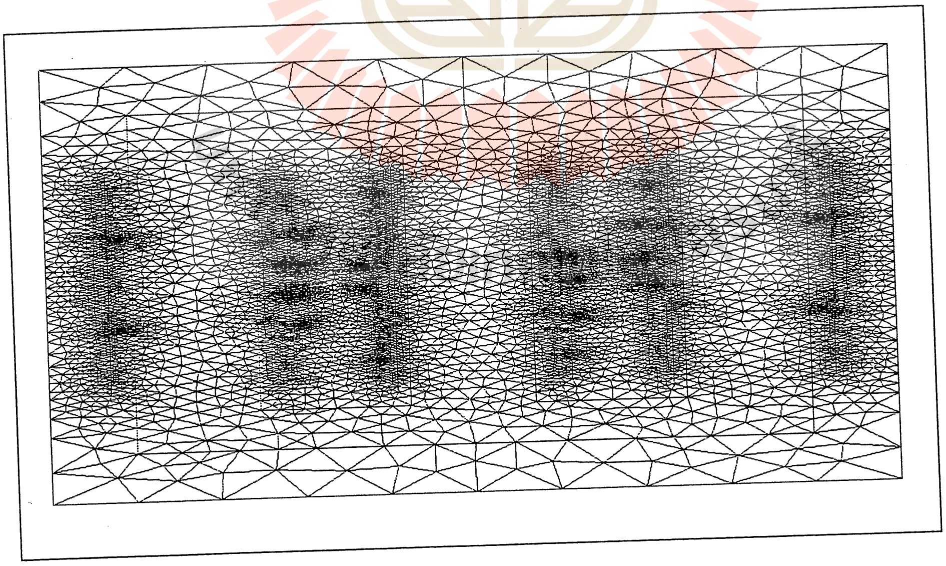
- ขดลวดตัวนำด้านแรงสูง เฟส A
- ขดลวดตัวนำด้านแรงสูง เฟส B
- ขดลวดตัวนำด้านแรงสูง เฟส C
- ขดลวดตัวนำด้านแรงต่ำ เฟส A
- ขดลวดตัวนำด้านแรงต่ำ เฟส B
- ขดลวดตัวนำด้านแรงต่ำ เฟส C

ในกล่องเครื่องมือ PDETOOL ที่ใช้ในการสร้างกริดนั้น ได้กำหนดพื้นที่ของปัญหาหม้อแปลงจำหน่ายให้มีความกว้าง 1.23 เมตร และความสูง 1.465 เมตร ดังแสดงในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การแบ่งพื้นที่ของปัญหาหม้อแปลงจำหน่ายตามลักษณะความแตกต่างของชิ้นงาน

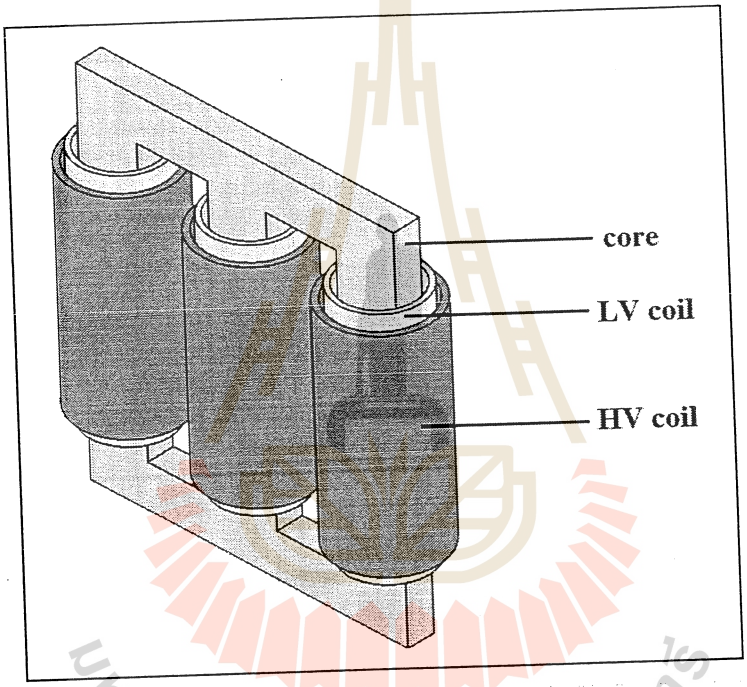
หลังจากแบ่งพื้นที่ของปัญหาหม้อแปลงจำหน่ายแล้ว จึงสั่งให้ PDETOOL สร้างกริดให้โดยอัตโนมัติ โดยเลือกกริดแบบสามเหลี่ยมสามจุดต่อ ซึ่งสามารถแสดงภาพการสร้างกริดของปัญหาการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กในหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400 kVA ในงานวิจัยนี้ได้ดังรูปที่ 3.2



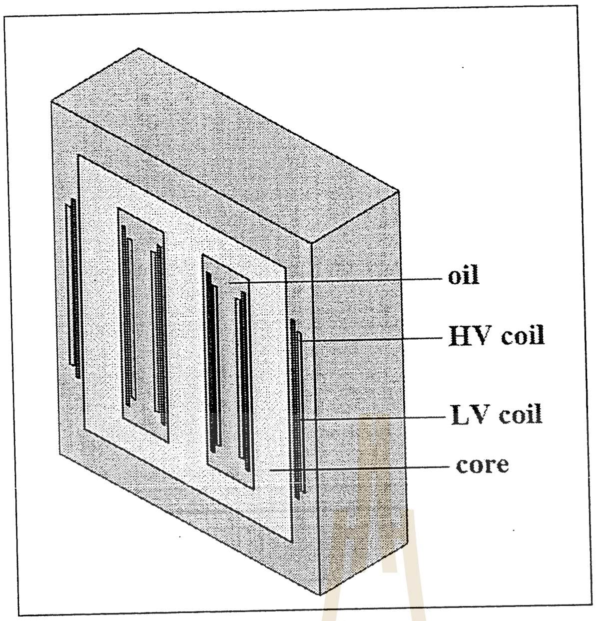
รูปที่ 3.2 ลักษณะการสร้างกริดแบบ 2 มิติ ของหม้อแปลงจำหน่าย

สำหรับวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ในงานวิจัยนี้ได้แบ่งปริมาตรที่ศึกษาออกเป็นปริมาตรย่อย ๆ ได้แก่ ปริมาตรที่เป็นขดลวดตัวนำ , แกนเหล็ก และปริมาตรที่เป็นน้ำมันหม้อแปลง เหมือนกับการแบ่งพื้นที่ศึกษาของวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ

ในโปรแกรม Solid work ที่ใช้ในการสร้างกริดนั้น ได้กำหนดปริมาตรของปัญหาให้มีความกว้าง 0.85 เมตร ยาว 1.23 เมตร และความสูง 1.465 เมตรโดยในรูปที่ 3.3 จะแสดงเฉพาะส่วนที่เป็นแกนเหล็กและขดลวดตัวนำของหม้อแปลงจำหน่าย ในรูปที่ 3.4 จะแสดงภาพตัดขวางบริเวณตรงกลางตามแนวแกนเหล็กของหม้อแปลงจำหน่าย

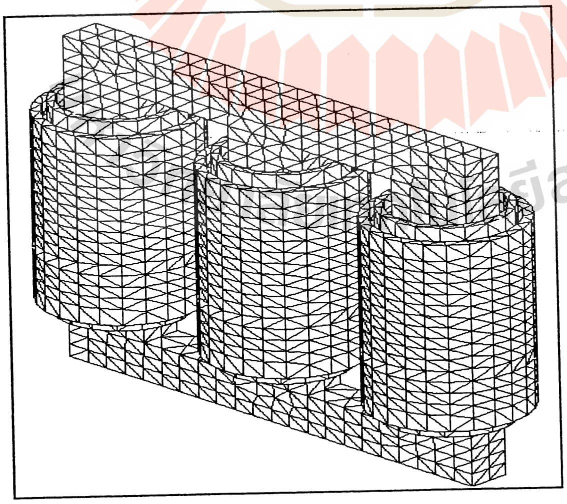


รูปที่ 3.3 แสดงแกนเหล็กและขดลวดตัวนำของหม้อแปลงจำหน่ายแบบ 3 มิติ



รูปที่ 3.4 ภาพตัดขวางบริเวณตรงกลางตามแนวแกนเหล็กของหม้อแปลงจำหน่าย

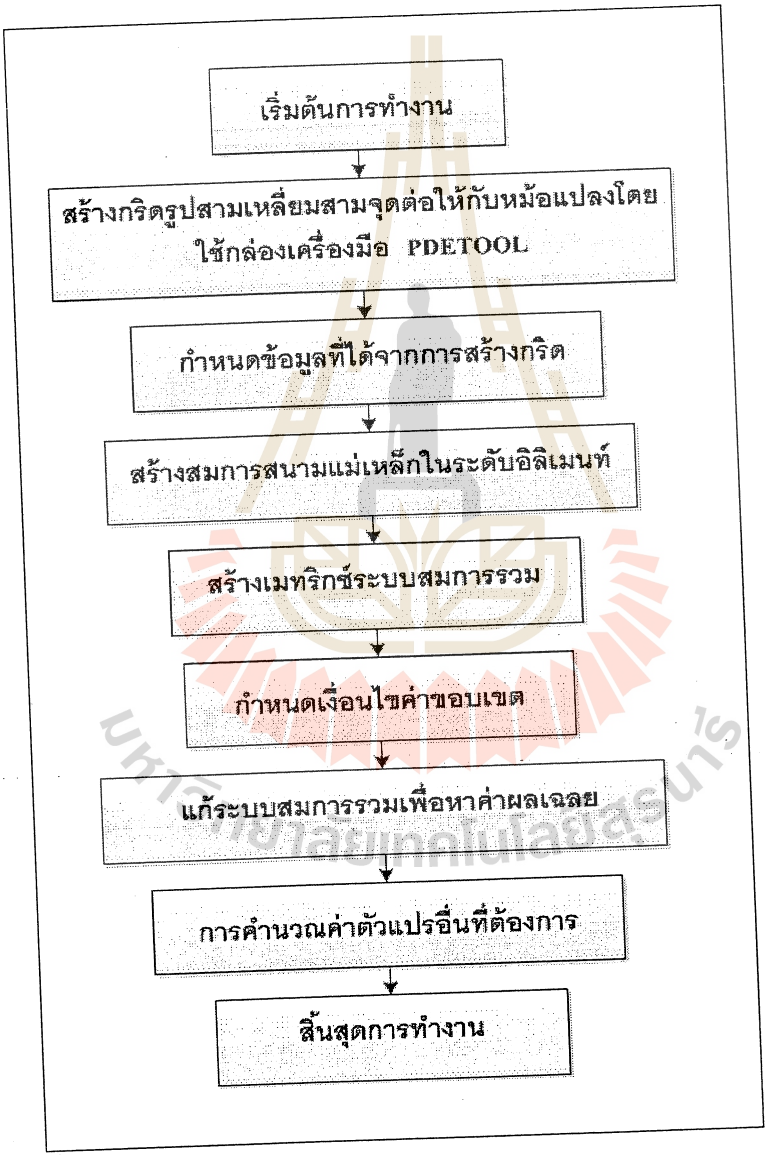
หลังจากแบ่งปริมาตรของปัญหาเป็นหมวดหมู่แล้ว จึงสั่งให้โปรแกรม Solid work สร้างกริดให้โดยอัตโนมัติ โดยเลือกกริดแบบทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ ซึ่งสามารถแสดงภาพการสร้างกริดของปัญหาการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กในหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400 kVA ได้ดังรูปที่ 3.5



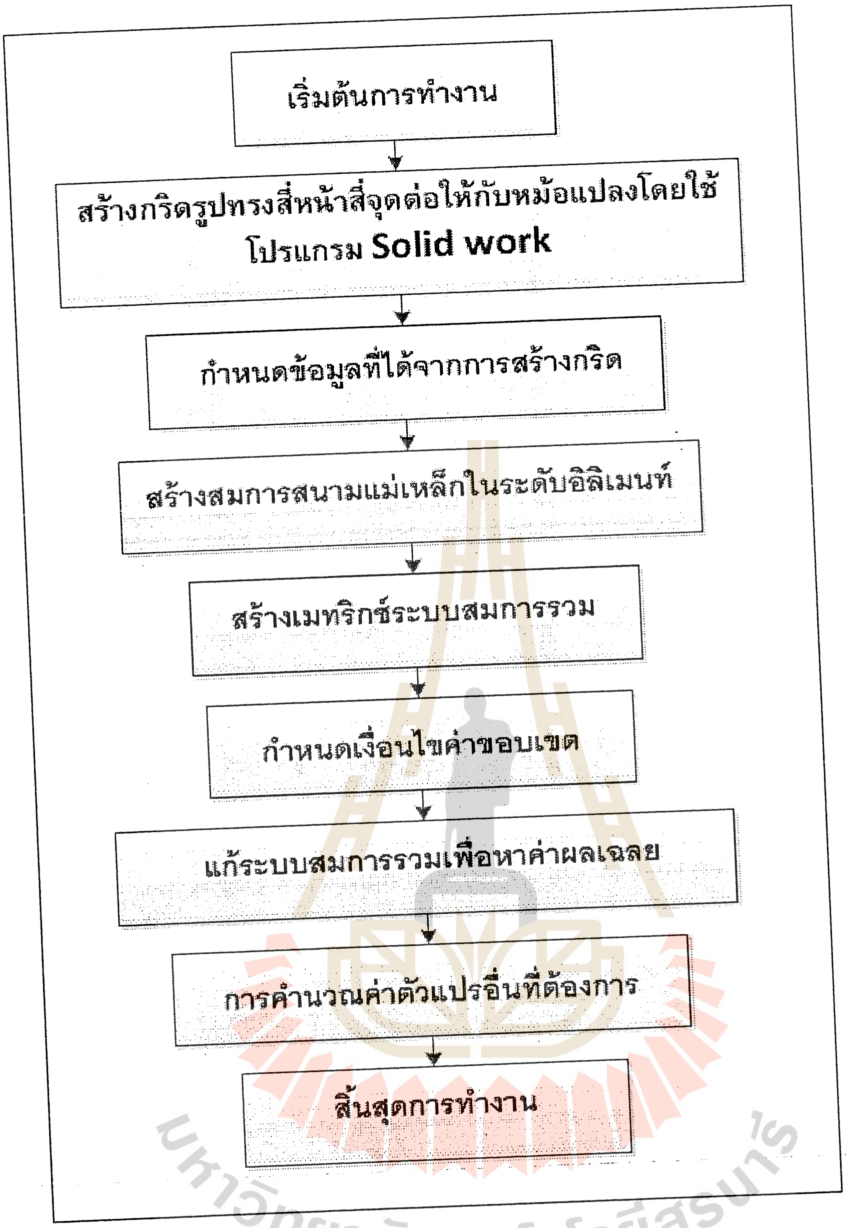
รูปที่ 3.5 ลักษณะการสร้างกริดแบบ 3 มิติ ของหม้อแปลงจำหน่าย

3.2.2 โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าสนามแม่เหล็กในหม้อแปลงจำหน่ายด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ และ 3 มิติ โดยข้อมูลที่จำเป็นในการประดิษฐ์โปรแกรมนั้นได้จากในหัวข้อ 3.2.1 ที่อธิบายไว้ก่อนหน้านี้ โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 3.6 และ รูปที่ 3.7 ตามลำดับ



รูปที่ 3.6 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กในหม้อแปลงจำหน่ายด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ



รูปที่ 3.7 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กในหม้อแปลงจำหน่าย ด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

จากแผนภูมิในรูปที่ 3.6 และรูปที่ 3.7 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลของระบบแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมและความแตกต่างระหว่างวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ และ 3 มิติ อย่างชัดเจนในแต่ละขั้นตอน จะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่าง ๆ ของการดำเนินงานของระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ และ 3 มิติ ไปพร้อม ๆ กันดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นสำหรับปัญหาแบบ 2 มิติ จะรับค่าข้อมูลอินพุทซึ่งแสดงถึงลักษณะของโหนดและอิลิเมนท์จากกล่องเครื่องมือ PDETOOL ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลประกอบด้วย จำนวนและตำแหน่งของโหนด หมายเลขโหนดที่ประกอบขึ้นเป็นอิลิเมนท์ จำนวนและหมายเลขของอิลิเมนท์ จำนวนและหมายเลขของชิ้นงานในระบบ เป็นต้น สำหรับปัญหาแบบ 3 มิติ จะรับค่าข้อมูลอินพุทซึ่งแสดงถึงลักษณะของโหนดและอิลิเมนท์จากโปรแกรม Solid work ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลจะได้เหมือนกับปัญหาแบบ 2 มิติ

ขั้นตอนการสร้างสมการสนามแม่เหล็กในระดับอิลิเมนท์ : ขั้นตอนนี้สำหรับปัญหาแบบ 2 มิติ โปรแกรมจะสร้างสมการอิลิเมนท์เมทริกซ์ในรูปแบบของสามเหลี่ยมสามจุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 2 มิติ ของทุก ๆ อิลิเมนท์ และสำหรับปัญหาแบบ 3 มิติ โปรแกรมจะสร้างสมการอิลิเมนท์เมทริกซ์ในรูปแบบของรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ ของทุก ๆ อิลิเมนท์ เนื่องจากภายในระบบมีชิ้นงานที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันอยู่ 3 ชนิด คือ แกนเหล็ก ขดลวดตัวนำและน้ำมันหม้อแปลง ซึ่งวัตถุทั้งสามมีค่าคุณสมบัติทางแม่เหล็กและทางไฟฟ้าที่แตกต่างกันออกไปได้แก่ แกนเหล็กมีค่าความนำไฟฟ้า (σ) เท่ากับ 2.08×10^{6} ค่าความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ (μ_r) เท่ากับ 3000 ส่วนขดลวดตัวนำมีค่าความนำไฟฟ้า (σ) เท่ากับ 5.8×10^{7} ค่าความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ (μ_r) เท่ากับ 1 และน้ำมันหม้อแปลงมีค่าความนำไฟฟ้า (σ) เท่ากับ 1.08 ค่าความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ (μ_r) เท่ากับ 0.05 โดยการสร้างสมการอิลิเมนท์เมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนท์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางแม่เหล็กและทางไฟฟ้าของวัตถุที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลิเมนท์นั้น ๆ ด้วย

ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ขั้นตอนนี้ทั้งปัญหาแบบ 2 มิติ และ 3 มิติโปรแกรมจะทำหน้าที่รวมสมการของอิลิเมนท์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวม ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ทั้งหมด n โหนดจะก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการทั้งสิ้น n สมการ

ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยงานวิจัยนี้สำหรับปัญหาแบบ 2 มิติ จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณขอบตัวถังของหม้อแปลงทั้ง 4 ด้านมีค่าเท่ากับศูนย์ สำหรับปัญหาแบบ 3 มิติ ก็จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตแบบ 3 มิติ คือ ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณขอบตัวถังของหม้อแปลงจะต้องกำหนดทั้ง 6 ด้านให้มีค่าเท่ากับศูนย์

ขั้นตอนการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : ขั้นตอนนี้ ทั้งปัญหาแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่ประจำโหนดโดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

ขั้นตอนการคำนวณตัวแปรอื่นที่ต้องการ : ขั้นตอนสุดท้ายนี้ จะนำค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่ได้จากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ทั้งปัญหาแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ มาคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็ก โดยค่าสนามแม่เหล็กจะหาได้จากการเคิร์ลศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก

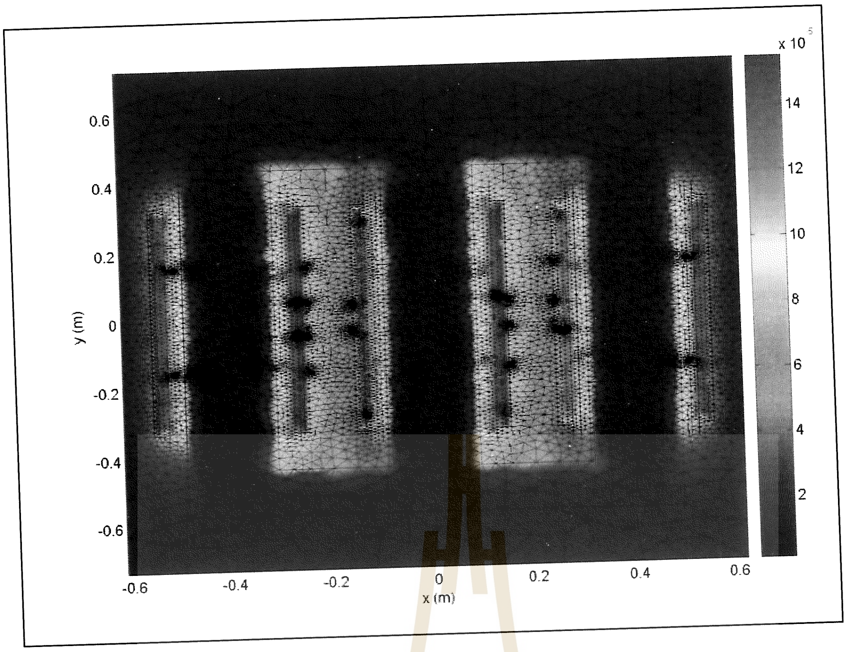
3.3 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กที่มีผลต่ออุณหภูมิของหม้อแปลงเมื่อพิจารณาการสมดุลโหลด

สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามแม่เหล็กของหม้อแปลงจำหน่ายด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ โดยจะเน้นผลการจำลองแบบ 3 มิติเป็นหลัก แต่จะแสดงผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ เฉพาะค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเพื่อให้เห็นถึงความแตกต่างและความคล้ายคลึงกันระหว่างระบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ และ 3 มิติ เท่านั้น โดยจะทำการจำลองการกระจายค่าสนามแม่เหล็กในหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400 kVA โดยจะแยกการจำลองออกเป็น 2 กรณี เพื่อให้เห็นถึงความแตกต่างของลักษณะการกระจายค่าสนามแม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของสภาวะการจ่ายโหลดของหม้อแปลงดังนี้

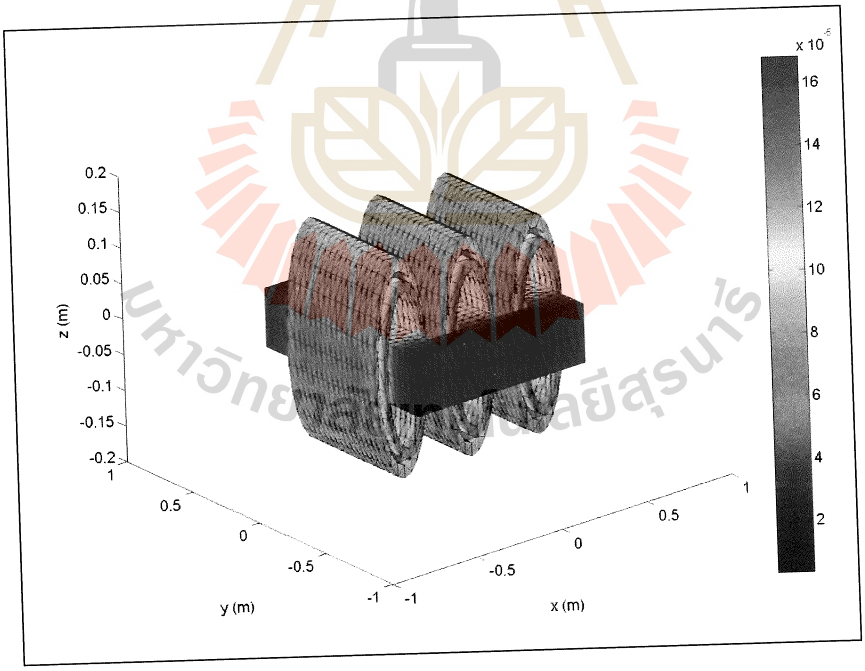
3.3.1 กรณีพิจารณาหม้อแปลงจ่ายโหลดสมดุล

ผลการจำลองสนามแม่เหล็กของหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400kVA ในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล (ซึ่งแต่ละเฟสจะมีขนาดโหลดเท่ากันเท่ากับ 80% ของค่าพิกัด ทั้งนี้เนื่องจากในสภาวะปกติหม้อแปลงจะจ่ายโหลดที่ประมาณ 80% ของค่าพิกัด) จะแสดงได้ดังนี้

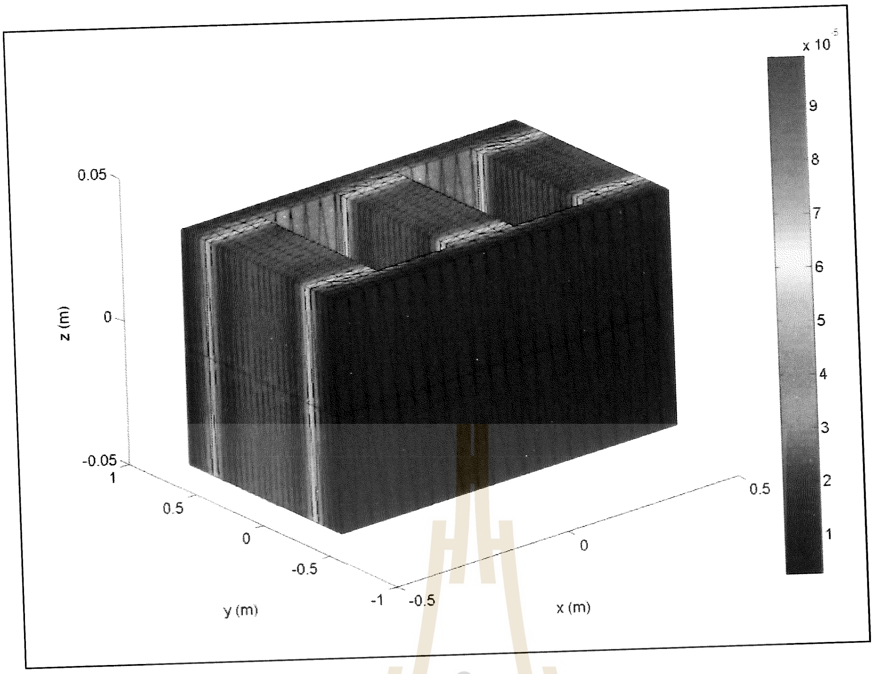
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุลแบบ 2 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.8
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.9
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.10
- การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.11



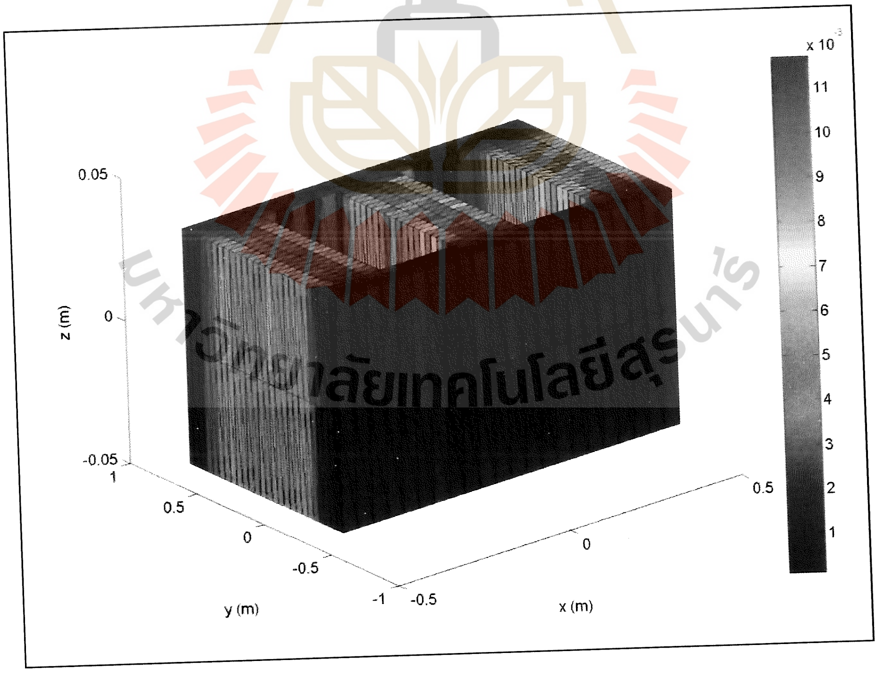
รูปที่ 3.8 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุลแบบ 2 มิติ



รูปที่ 3.9 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุลแบบ 3 มิติ



รูปที่ 3.10 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุลแบบ 3 มิติ



รูปที่ 3.11 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (T) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุลแบบ 3 มิติ

จากผลการจำลองเมื่อพิจารณากรณีจ่ายโหลดสมดุลที่ปรากฏพบว่า ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่แสดงในรูปที่ 3.8, 3.9 และ 3.10 นั้น จะมีค่าสูงในบริเวณที่เป็นขดลวดตัวนำของหม้อแปลง และผลของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจากขดลวดจะเหนี่ยวนำให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่แกนเหล็กมีค่าสูงขึ้นด้วยโดยเฉพาะในรูปที่ 3.10 และจะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า ถ้ากระแสโหลดเท่ากันทุกเฟสเนื่องจากจ่ายโหลดสมดุล บริเวณแกนเหล็กนั้นจะมีการกระจายตัวของศักย์เวกเตอร์เชิงแม่เหล็กที่สม่ำเสมอและมีความสมมาตร ซึ่งพิจารณาได้จากความสม่ำเสมอของสีบริเวณแกนเหล็ก ส่วนในรูปที่ 3.11 เป็นการแสดงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็ก ซึ่งจะพบว่าลักษณะของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในแกนเหล็กนั้นมีค่าสูงบริเวณที่มีขดลวดตัวนำล้อมรอบ โดยมีความสอดคล้องกับค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก และลักษณะของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนแกนเหล็กนั้นจะมีความสมมาตรเนื่องจากการจ่ายโหลดสมดุลของหม้อแปลง

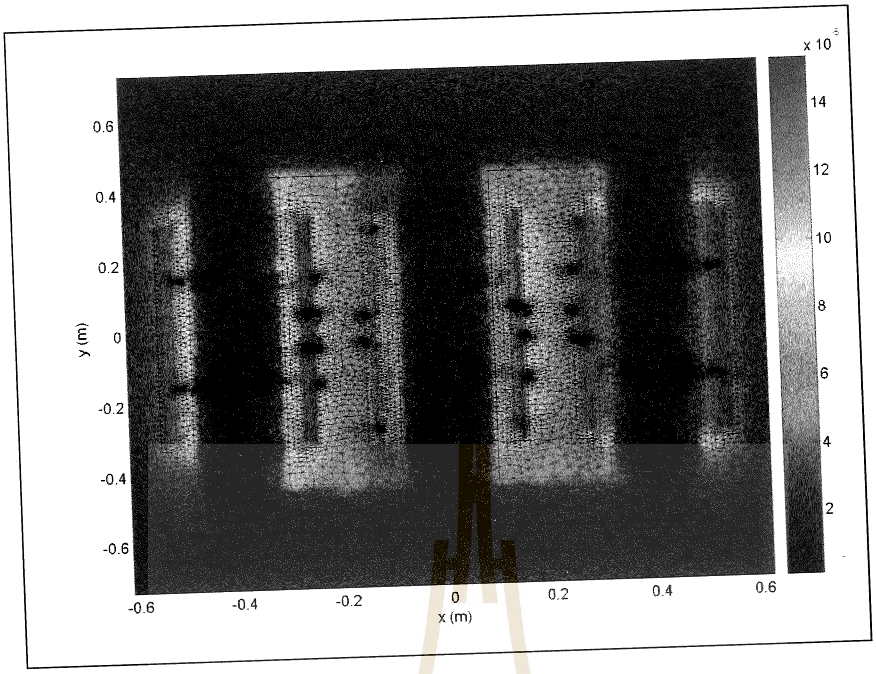
3.3.2 กรณีพิจารณาหม้อแปลงจ่ายโหลดไม่สมดุล

ผลการจำลองสนามแม่เหล็กของหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400 kVA ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลจะแบ่งเป็น 2 แบบ คือ แบบไม่สมดุลขนาด (มุมเฟสคงที่) และแบบไม่สมดุลมุมเฟส (ขนาดคงที่) ดังนี้

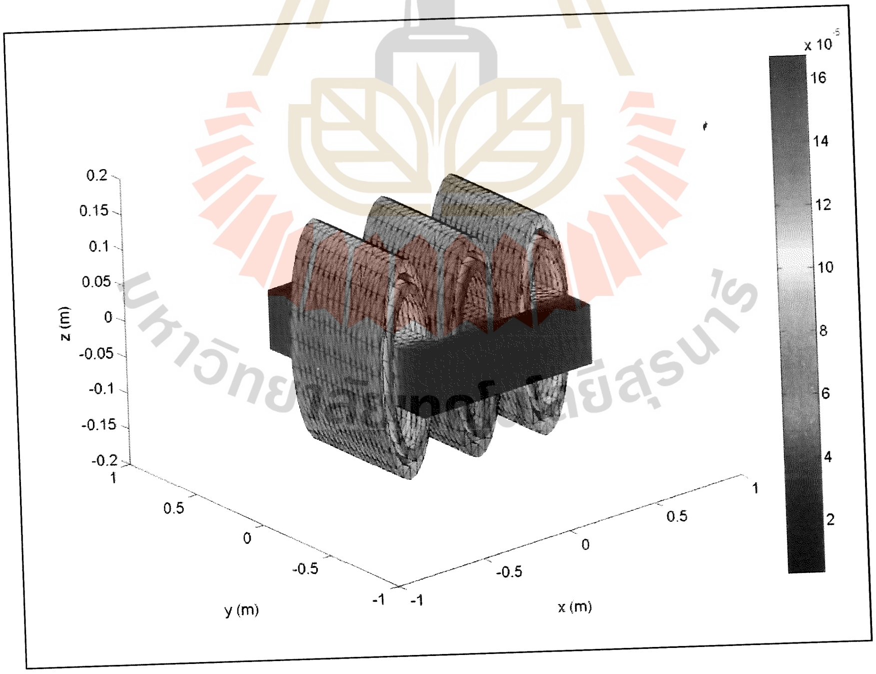
1. ผลการจำลองสนามแม่เหล็กของหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400 kVA ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลขนาด

อ้างอิงขนาดเฟส A (เฟส A มีขนาดโหลดปกติเท่ากับ 80% ของค่าพิกัด ส่วนเฟส B มีขนาดโหลดลดลงเท่ากับ 60% ของค่าพิกัด และเฟส C มีขนาดโหลดเพิ่มขึ้นเท่ากับ 100% ของค่าพิกัด)

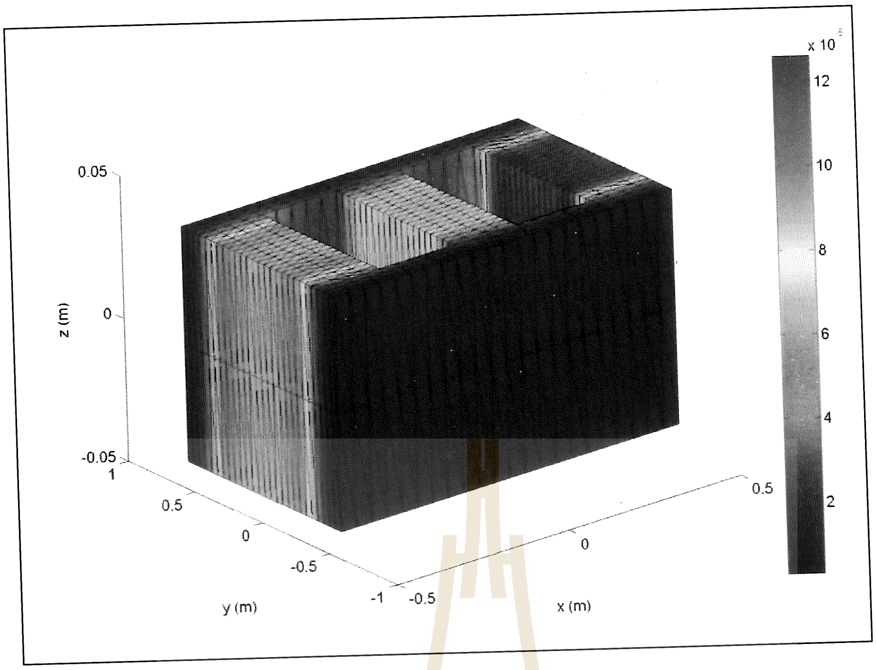
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A แบบ 2 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.12
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.13
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.14
- การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.15



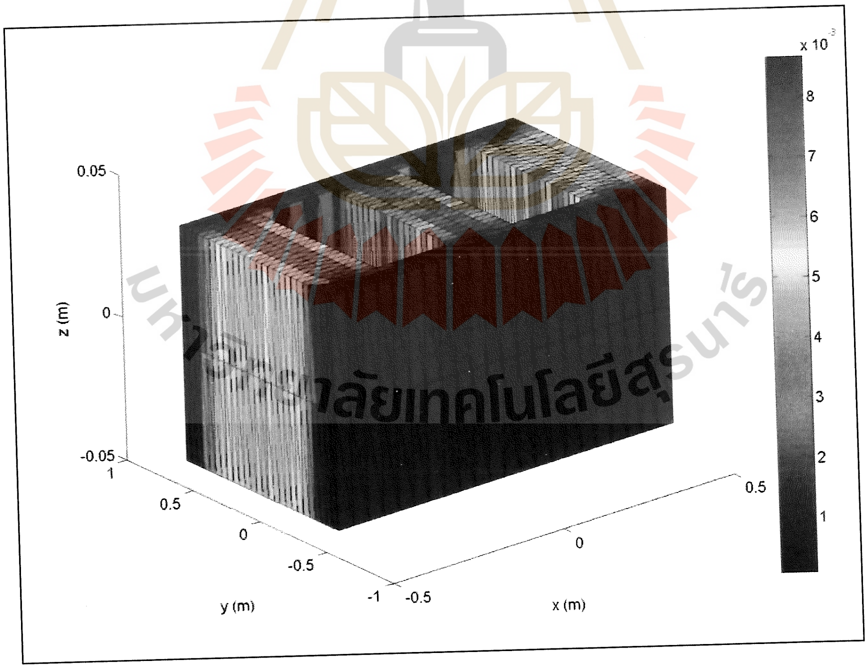
รูปที่ 3.12 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A แบบ 2 มิติ



รูปที่ 3.13 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A แบบ 3 มิติ



รูปที่ 3.14 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A แบบ 3 มิติ

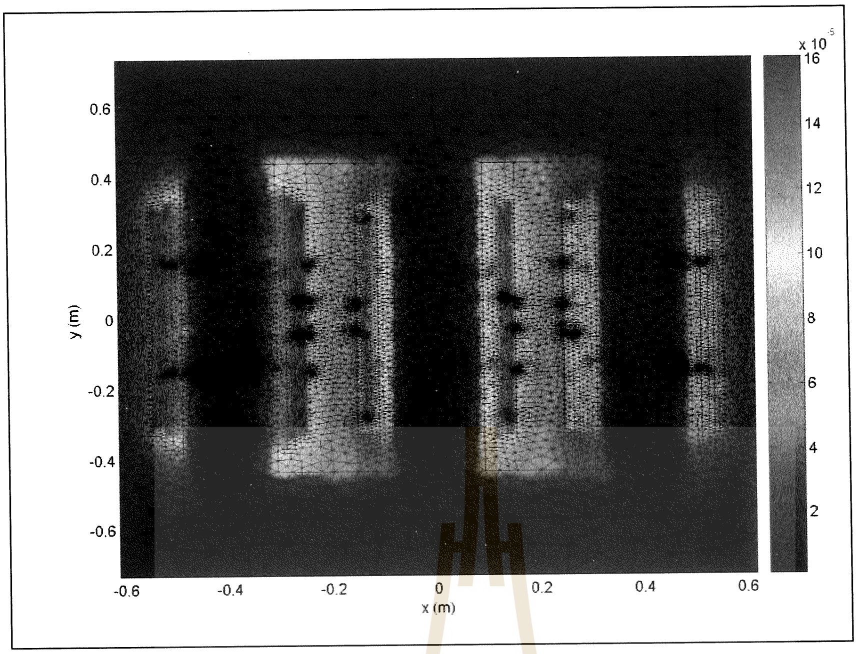


รูปที่ 3.15 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (T) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A แบบ 3 มิติ

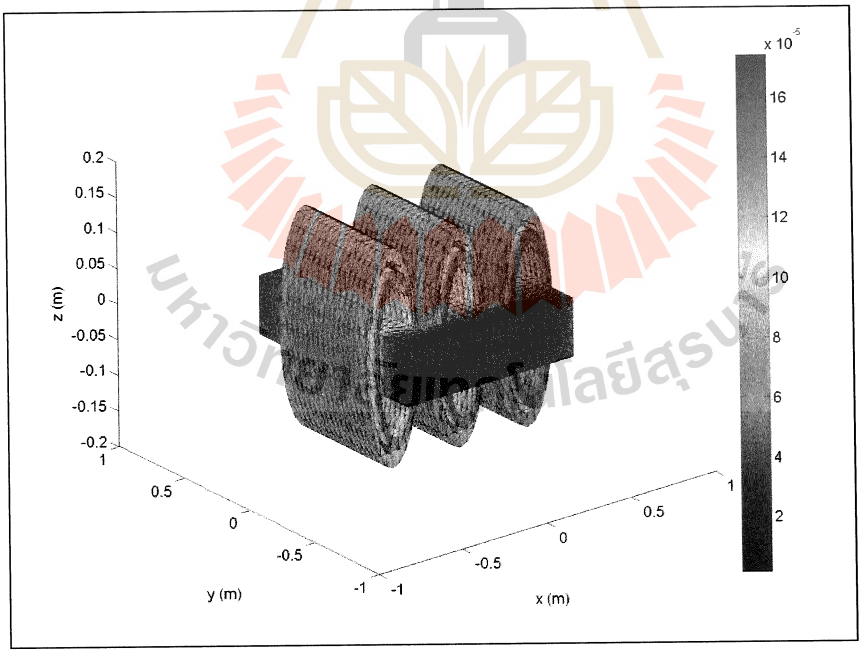
ในกรณีสภาวะจ่ายโหลดแบบไม่สมดุลทางขนาดโดยการอ้างอิงขนาดปกติเฟส A เป็นหลัก ส่วนเฟส B มีขนาดน้อยกว่าปกติและเฟส C มีขนาดสูงกว่าเฟสปกติ ในรูปที่ 3.12, 3.13 และ 3.14 ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะมีค่าสูงในบริเวณที่เป็นขดลวดตัวนำของหม้อแปลงและผลของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจากขดลวดจะเหนี่ยวนำให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่แกนเหล็กมีค่าสูงขึ้นด้วยในรูปที่ 3.14 จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าเฟส B จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กน้อยกว่าเฟส A เนื่องจากขดลวดด้านทุติยภูมิของเฟส B จ่ายกระแสโหลดน้อยกว่าเฟส A และในทำนองเดียวกันเฟส C จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กสูงที่สุด เนื่องจากขดลวดด้านทุติยภูมิของเฟส C จ่ายกระแสโหลดสูงที่สุด ส่วนในรูปที่ 3.15 เป็นการแสดงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็ก ซึ่งจะพบว่าลักษณะของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในแกนเหล็กนั้นมีค่าสูงบริเวณที่มีขดลวดตัวนำล้อมรอบโดยมีความสอดคล้องกับค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก ซึ่งจะมีค่าสูงที่สุดที่บริเวณที่มีค่าศักย์เวกเตอร์เชิงแม่เหล็กเปลี่ยนแปลงสูงที่สุด และลักษณะของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนแกนเหล็กนั้นจะมีความไม่สมมาตรเนื่องจากการจ่ายโหลดไม่สมดุลของหม้อแปลงนั้นเอง

อ้างอิงขนาดเฟส B (เฟส B มีขนาดโหลดปกติเท่ากับ 80% ของค่าพิกัด ส่วนเฟส A มีขนาดโหลดเพิ่มขึ้นเท่ากับ 100% ของค่าพิกัด และเฟส C มีขนาดโหลดลดลงเท่ากับ 60% ของค่าพิกัด)

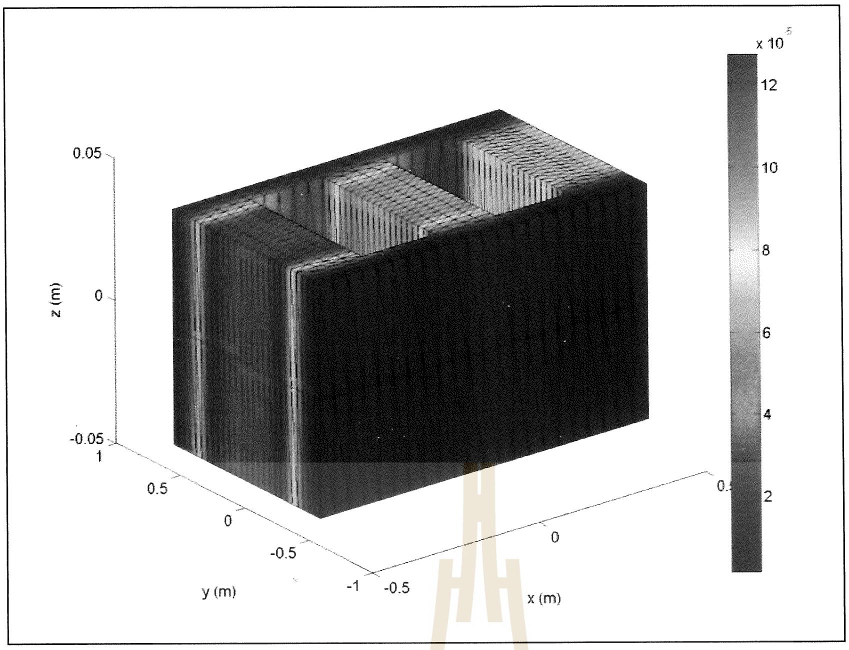
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B แบบ 2 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.16
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.17
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.18
- การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.19



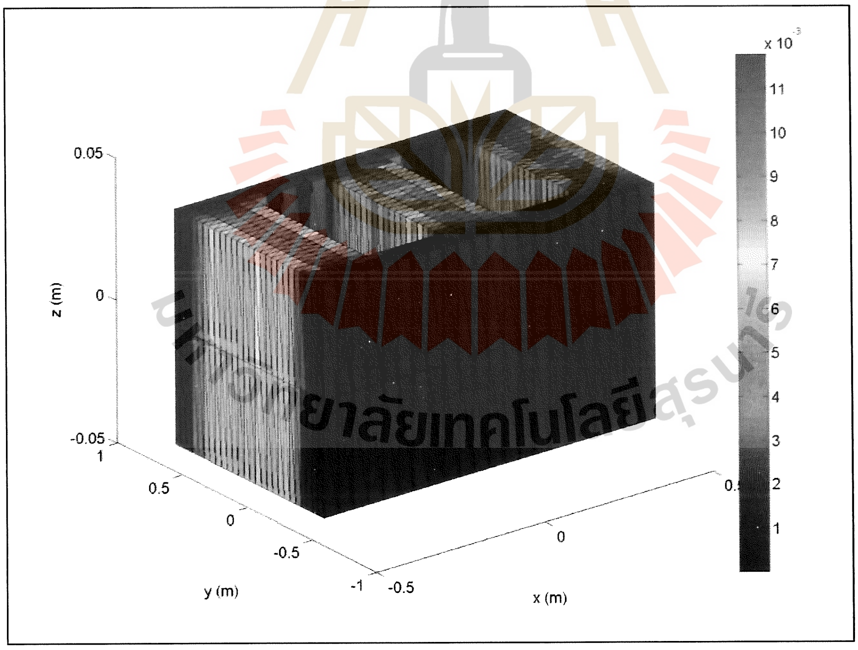
รูปที่ 3.16 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B แบบ 2 มิติ



รูปที่ 3.17 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B แบบ 3 มิติ



รูปที่ 3.18 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B แบบ 3 มิติ

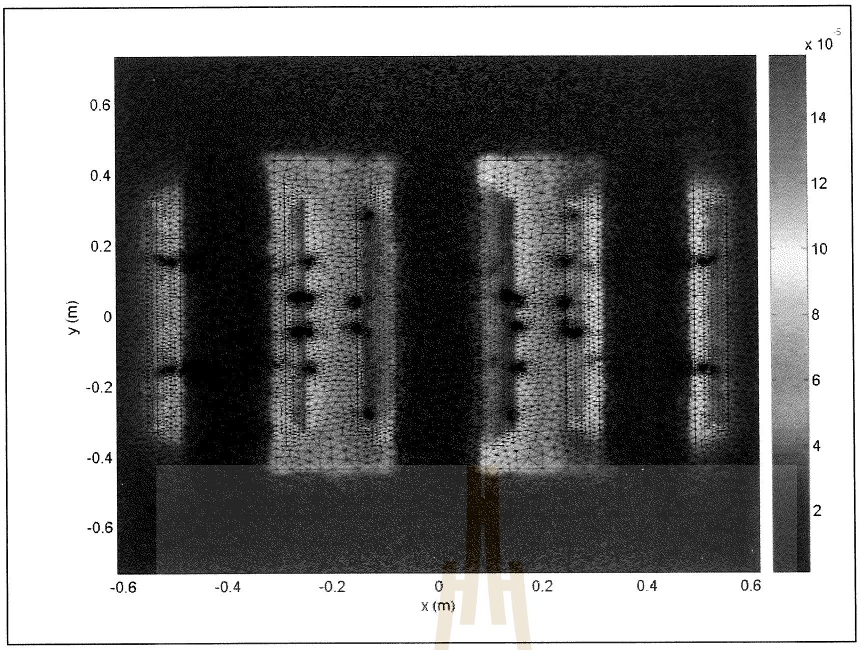


รูปที่ 3.19 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (T) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B แบบ 3 มิติ

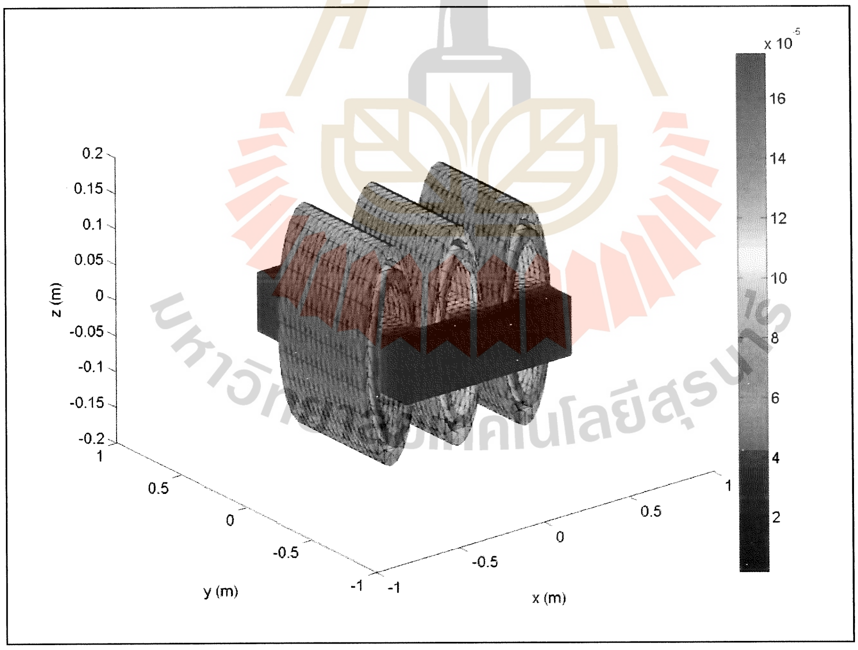
ในกรณีการอ้างอิงขนาดปกติเฟส B เป็นหลัก ส่วนเฟส A มีขนาดสูงกว่าปกติและเฟส C มีขนาดน้อยกว่าเฟสปกติในรูปที่ 3.16, 3.17 และ 3.18 ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะมีค่าสูงในบริเวณที่เป็นขดลวดตัวนำของหม้อแปลงและผลของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจากขดลวดจะเหนี่ยวนำให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่แกนเหล็กมีค่าสูงขึ้นด้วย ในรูปที่ 3.18 จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าเฟส A จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กมากกว่าเฟส B เนื่องจากขดลวดด้านทุติยภูมิของเฟส A จ่ายกระแสโหลดมากกว่าเฟส B และในทำนองเดียวกันเฟส C จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กน้อยที่สุดเนื่องจากขดลวดด้านทุติยภูมิของเฟส C จ่ายกระแสโหลดน้อยที่สุด ส่วนในรูปที่ 3.19 เป็นการแสดงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็ก ซึ่งจะพบว่าลักษณะของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในแกนเหล็กนั้นมีค่าสูงบริเวณที่มีขดลวดตัวนำล้อมรอบ โดยมีความสอดคล้องกับค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก ซึ่งจะมีค่าสูงที่สุดที่บริเวณที่มีค่าศักย์เวกเตอร์เชิงแม่เหล็กเปลี่ยนแปลงสูงที่สุดและลักษณะของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนแกนเหล็กนั้นจะมีความไม่สมมาตรเนื่องจากการจ่ายโหลดไม่สมดุลของหม้อแปลงเช่นเดียวกันกับกรณีอ้างอิงขนาดเฟส A

อ้างอิงขนาดเฟส C (เฟส C มีขนาดโหลดปกติเท่ากับ 80% ของค่าพิกัด ส่วนเฟส A มีขนาดโหลดลดลงเท่ากับ 60% ของค่าพิกัด และเฟส B มีขนาดโหลดเพิ่มขึ้นเท่ากับ 100% ของค่าพิกัด)

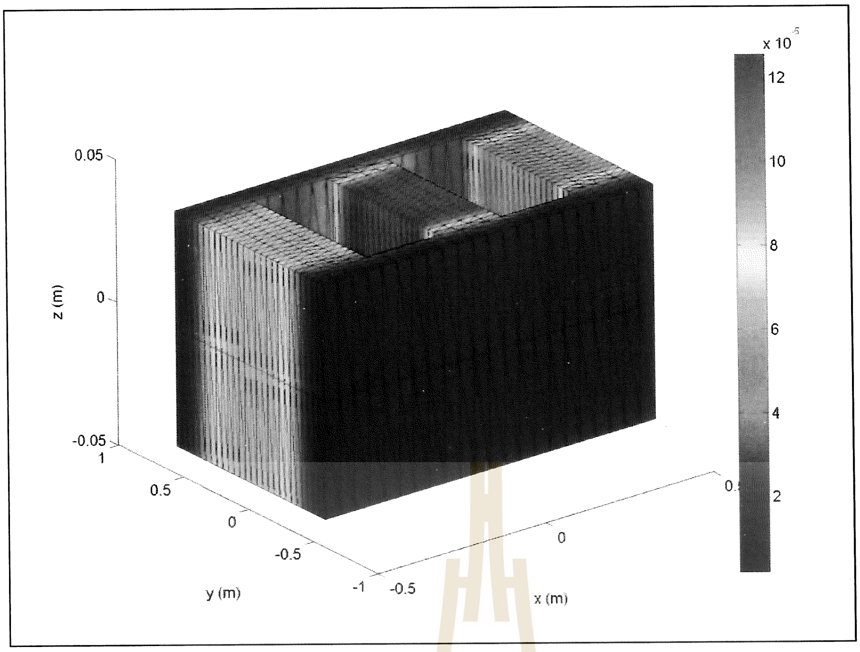
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C แบบ 2 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.20
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.21
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.22
- การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.23



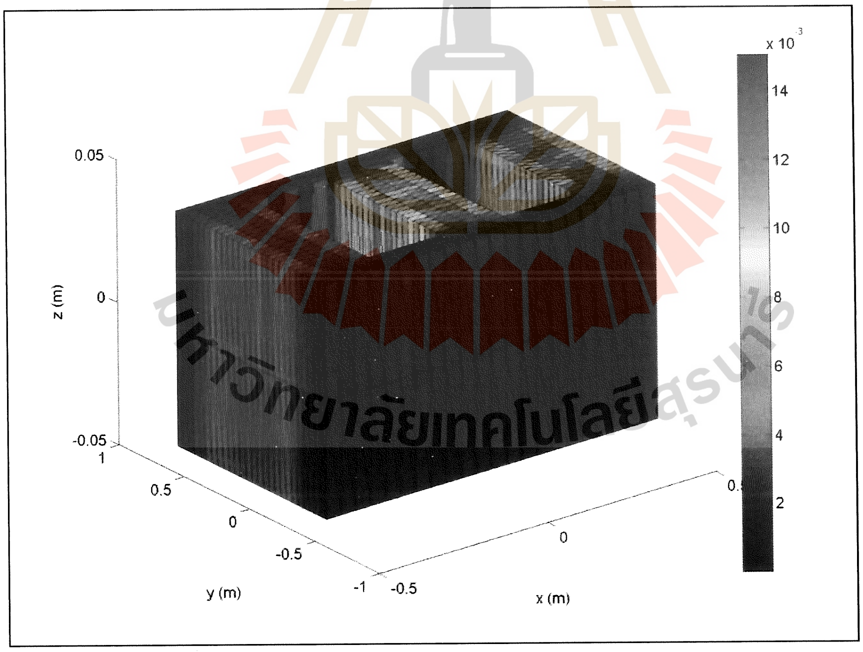
รูปที่ 3.20 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C แบบ 2 มิติ



รูปที่ 3.21 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C แบบ 3 มิติ



รูปที่ 3.22 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C แบบ 3 มิติ



รูปที่ 3.23 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (T) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C แบบ 3 มิติ

ในกรณีการอ้างอิงขนาดปกติเฟส C เป็นหลัก ส่วนเฟส A มีขนาดน้อยกว่าปกติและเฟส B มีขนาดสูงกว่าเฟสปกติ ในรูปที่ 3.20, 3.21 และ 3.22 ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะมีค่าสูงในบริเวณที่เป็นขดลวดตัวนำของหม้อและผลของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจากขดลวดจะเหนี่ยวนำให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่แกนเหล็กมีค่าสูงขึ้นด้วย ในรูปที่ 3.22 จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าเฟส A จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กน้อยกว่าเฟส C เนื่องจากขดลวดด้านทุติยภูมิของเฟส A จ่ายกระแสโหลดน้อยกว่าเฟส C และในทำนองเดียวกันเฟส B จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กสูงที่สุด เนื่องจากขดลวดด้านทุติยภูมิของเฟส B จ่ายกระแสโหลดสูงที่สุด ส่วนในรูปที่ 3.23 เป็นการแสดงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็ก ซึ่งจะพบว่าลักษณะของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในแกนเหล็กนั้นมีค่าสูงบริเวณที่มีขดลวดตัวนำล้อมรอบ โดยมีความสอดคล้องกับค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก ซึ่งจะมีค่าสูงที่สุดที่บริเวณที่มีค่าศักย์เวกเตอร์เชิงแม่เหล็กเปลี่ยนแปลงสูงที่สุด และลักษณะของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนแกนเหล็กนั้นจะมีความไม่สมมาตรเนื่องจากการจ่ายโหลดไม่สมดุลของหม้อแปลงเช่นเดียวกันกับกรณีอ้างอิงขนาดเฟส A และเฟส B ที่ผ่านมา

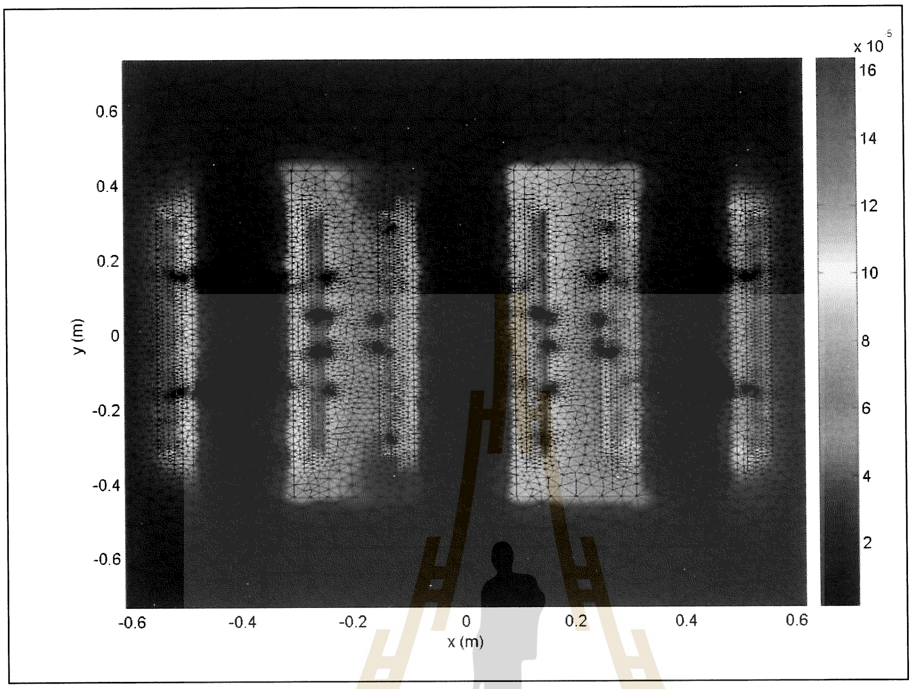
เมื่อพิจารณากรณีสภาวะจ่ายโหลดแบบไม่สมดุลทางขนาดทุกแบบที่ปรากฏพบว่าค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะมีค่ามากที่บริเวณค่ากระแสโหลดมีค่ามาก และศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กมีค่าน้อยที่บริเวณกระแสโหลดมีค่าน้อย โดยการกระจายตัวของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่มีผลมาจากสภาวะการจ่ายโหลดไม่สมดุล แบบไม่สมดุลขนาดทุกแบบจะมีความไม่สมมาตรอันเนื่องมาจากกระแสโหลดทั้งสามเฟสของหม้อแปลงนั้นไม่สมดุล

2. ผลการจำลองสนามแม่เหล็กของหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400 kVA ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุล แบบไม่สมดุลมุมเฟส

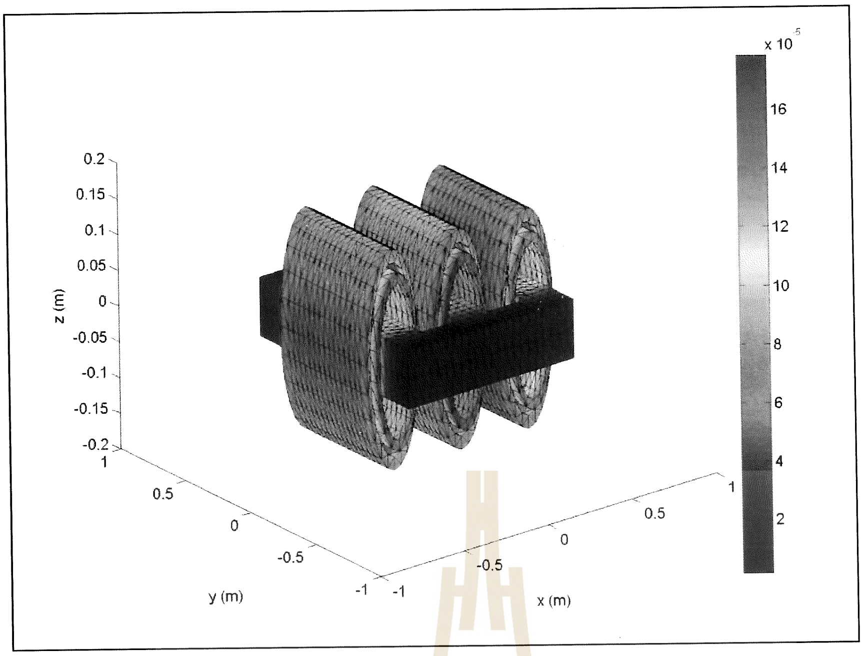
อ้างอิงมุมเฟสเฟส A (เฟส A มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดเท่ากับค่าพิกัด ส่วนเฟส B มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดเพิ่มขึ้น 30° จากค่าพิกัด และเฟส C มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดลดลง 30° จากค่าพิกัด)

- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส A แบบ 2 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.24
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส A แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.25
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส A แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.26

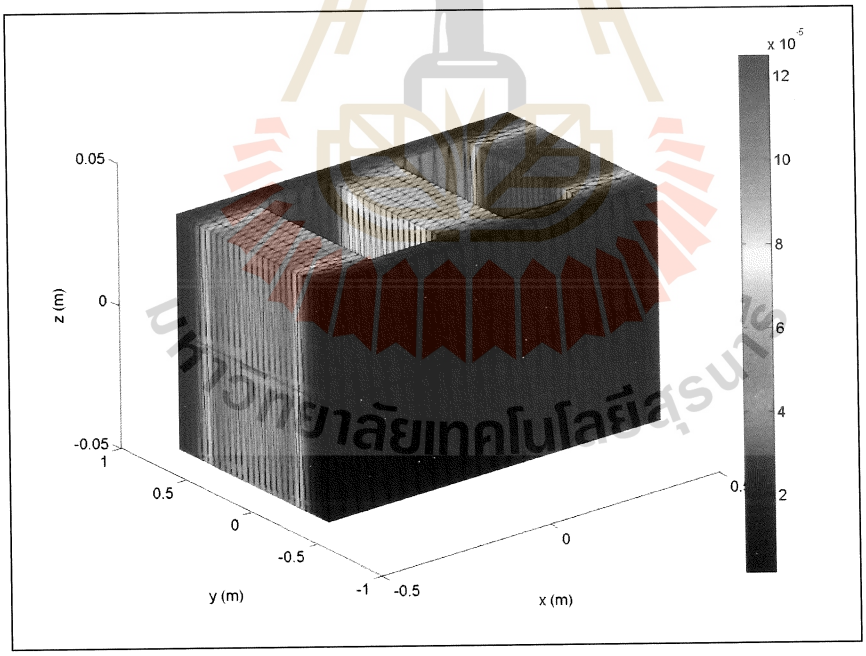
- การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส A แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.27



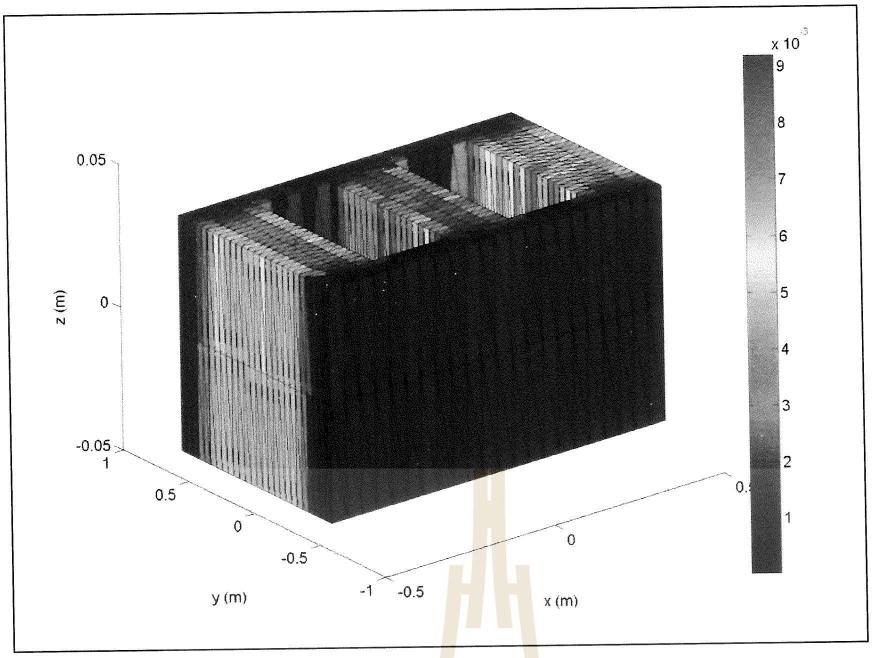
รูปที่ 3.24 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส A แบบ 2 มิติ



รูปที่ 3.25 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส A แบบ 3 มิติ



รูปที่ 3.26 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส A แบบ 3 มิติ

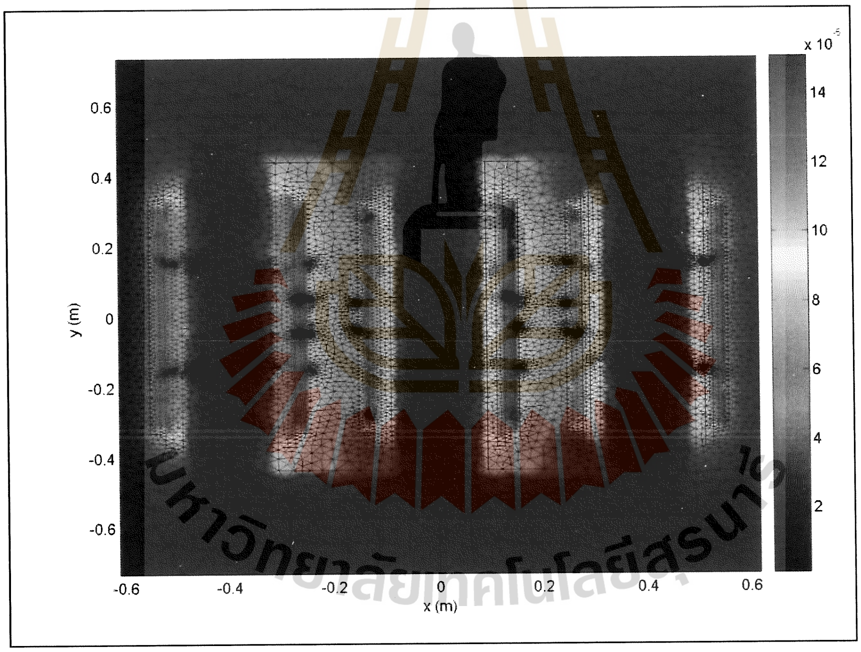


รูปที่ 3.27 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (T) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส A แบบ 3 มิติ

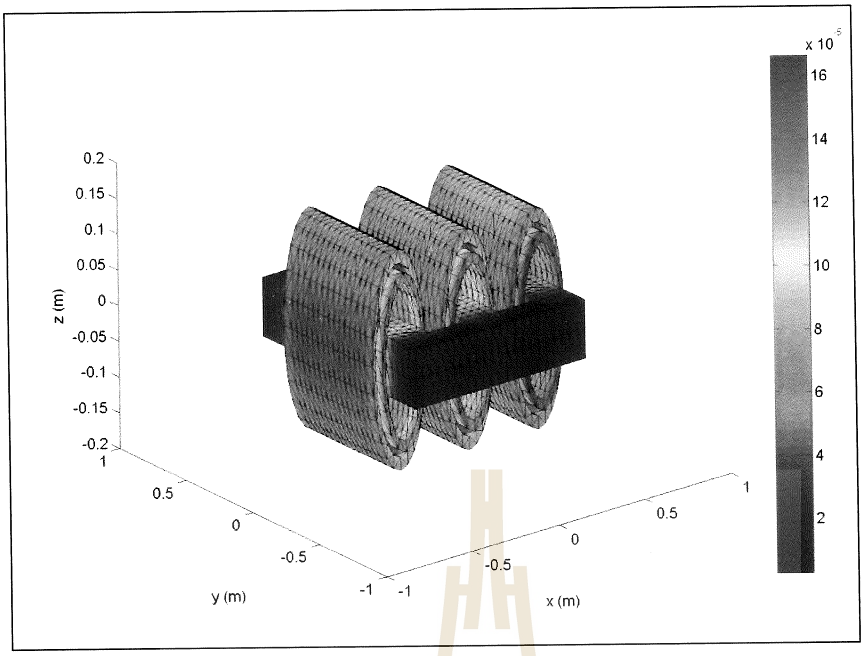
ในกรณีสภาวะจ่ายโหลดแบบไม่สมดุลทางมุมเฟส โดยการอ้างอิงมุมเฟสเฟส A เป็นหลัก ส่วนเฟส B มีมุมเฟสเพิ่มขึ้น 30° และเฟส C มีมุมเฟสลดลง 30° ในรูปที่ 3.24 , 3.25 และ 3.26 ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะมีค่าสูงในบริเวณที่เป็นขดลวดตัวนำของหม้อแปลงเช่นเดียวกันและผลของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจากขดลวดจะเหนี่ยวนำให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่แกนเหล็กมีค่าสูงขึ้นด้วย ในรูปที่ 3.26 จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าเฟส B จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กน้อย เนื่องจากขดลวดด้านทุติยภูมิของเฟส B จ่ายกระแสโหลดที่มีมุมเฟสมากขึ้น และในทำนองเดียวกัน เฟส C จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กมาก เนื่องจากขดลวดด้านทุติยภูมิของเฟส C จ่ายกระแสโหลดที่มีมุมเฟสน้อยลง ส่วนในรูปที่ 3.27 เป็นการแสดงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็ก ซึ่งจะพบว่าลักษณะของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในแกนเหล็กนั้นมีค่าสูงบริเวณที่มีขดลวดตัวนำล้อมรอบ โดยมีความสอดคล้องกับค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก ซึ่งจะมีค่าสูงที่สุดที่บริเวณที่มีค่าศักย์เวกเตอร์เชิงแม่เหล็กเปลี่ยนแปลงสูงที่สุด และลักษณะของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนแกนเหล็กนั้นจะมีความไม่สมมาตรเนื่องจากการจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสของหม้อแปลงและมีลักษณะเช่นเดียวกันกับกรณีไม่สมดุลทางขนาดที่ผ่านมา

อ้างอิงมุมเฟสเฟส B (เฟส B มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดเท่ากับค่าพิกัด ส่วนเฟส A มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดลดลง 30° จากค่าพิกัด และเฟส C มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดเพิ่มขึ้น 30° จากค่าพิกัด)

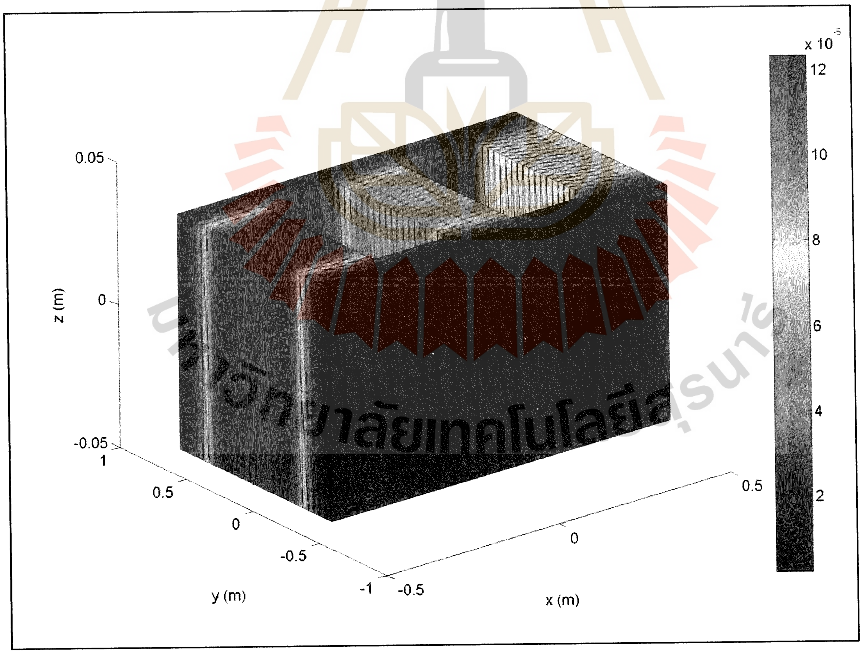
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส B แบบ 2 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.28
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส B แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.29
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส B แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.30
- การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงเฟสเฟส B แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.31



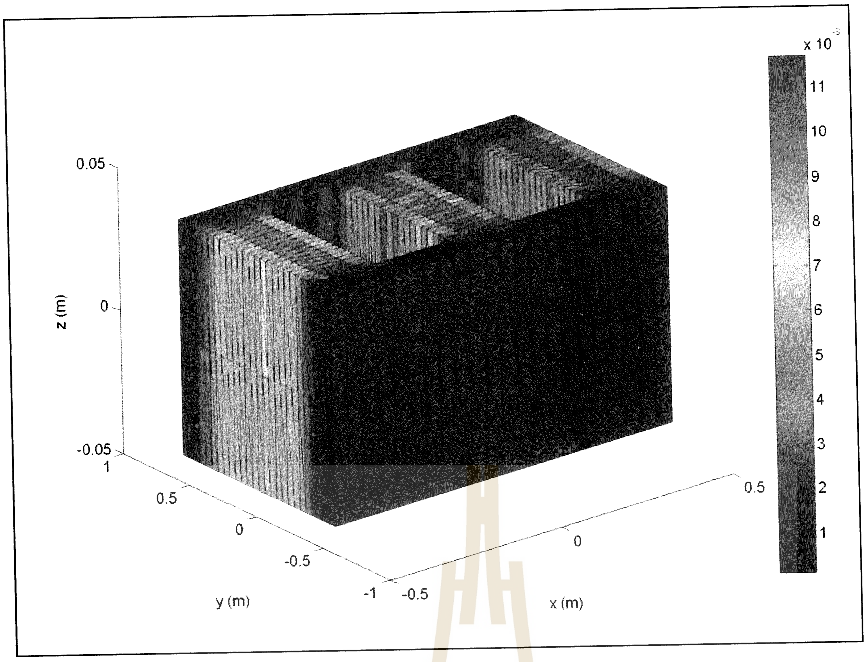
รูปที่ 3.28 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส B แบบ 2 มิติ



รูปที่ 3.29 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส B แบบ 3 มิติ



รูปที่ 3.30 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส B แบบ 3 มิติ

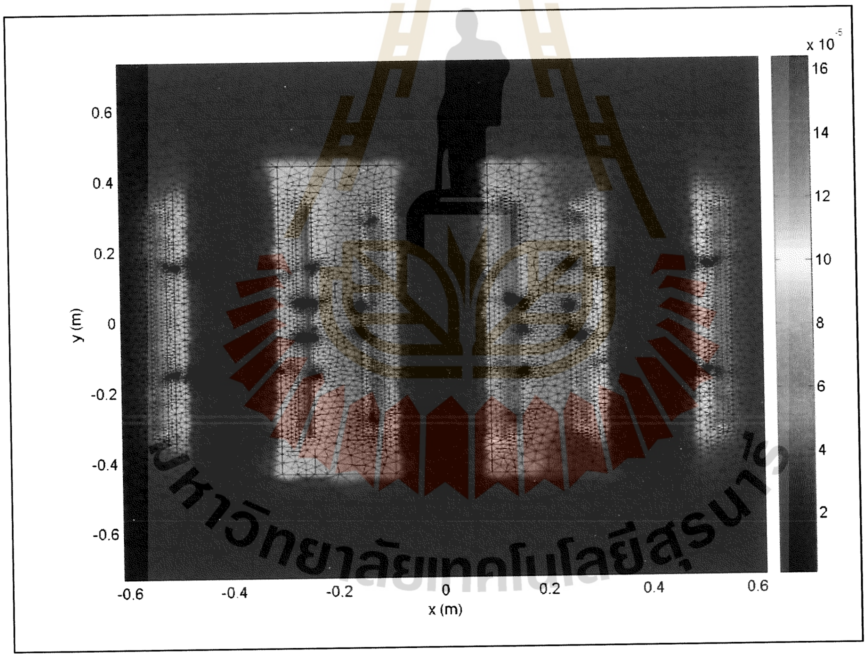


รูปที่ 3.31 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (T) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส B แบบ 3 มิติ

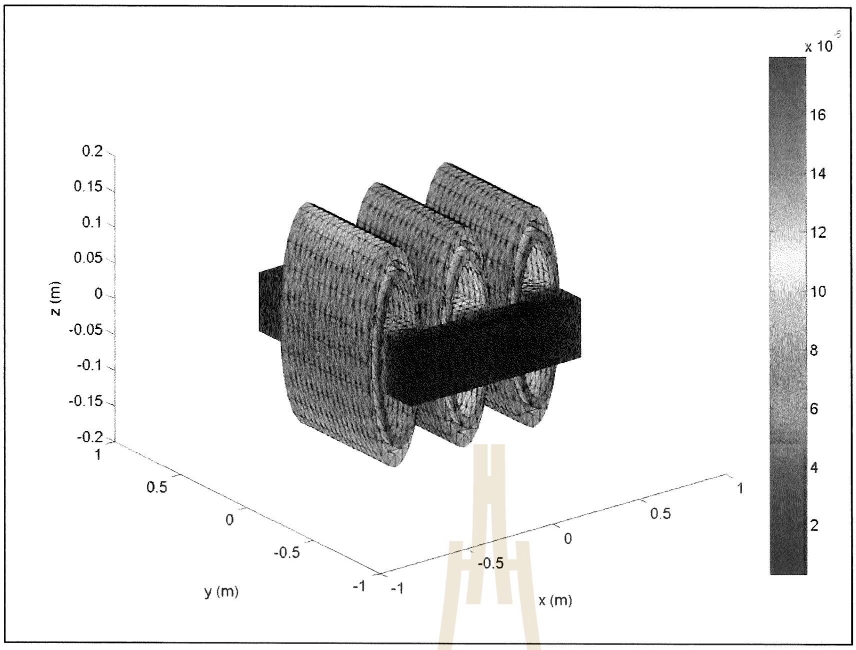
ในกรณีอ้างอิงมุมเฟสเฟส B เป็นหลัก ส่วนเฟส A มีมุมเฟสลดลง 30° และเฟส C มีมุมเฟสเพิ่มขึ้น 30° ในรูปที่ 3.28 , 3.29 และ 3.30 ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะมีค่าสูงในบริเวณที่เป็นขดลวดตัวนำของหม้อแปลงและผลของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจากขดลวดจะเหนี่ยวนำให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่แกนเหล็กมีค่าสูงขึ้นด้วย ในรูปที่ 3.30 จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าเฟส A จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กมาก เนื่องจากขดลวดด้านทุติยภูมิของเฟส A จ่ายกระแสโหลดที่มีมุมเฟสน้อยลง และในทำนองเดียวกันเฟส C จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กน้อย เนื่องจากขดลวดด้านทุติยภูมิของเฟส C จ่ายกระแสโหลดที่มีมุมเฟสมากขึ้น ส่วนในรูปที่ 3.31 เป็นการแสดงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็ก ซึ่งจะพบว่าลักษณะของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในแกนเหล็กนั้นมีค่าสูงบริเวณที่มีขดลวดตัวนำล้อมรอบ โดยมีความสอดคล้องกับค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก ซึ่งจะมีค่าสูงที่สุดที่บริเวณที่มีค่าศักย์เวกเตอร์เชิงแม่เหล็กเปลี่ยนแปลงสูงที่สุด และลักษณะของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนแกนเหล็กนั้นจะมีความไม่สมมาตรเนื่องจากการจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสของหม้อแปลงเช่นเดียวกันกับกรณีที่ผ่านมา

อ้างอิงมุมเฟสเฟส C (เฟส C มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดเท่ากับค่าพิกัด ส่วนเฟส A มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดเพิ่มขึ้น 30° จากค่าพิกัด และเฟส B มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดลดลง 30° จากค่าพิกัด)

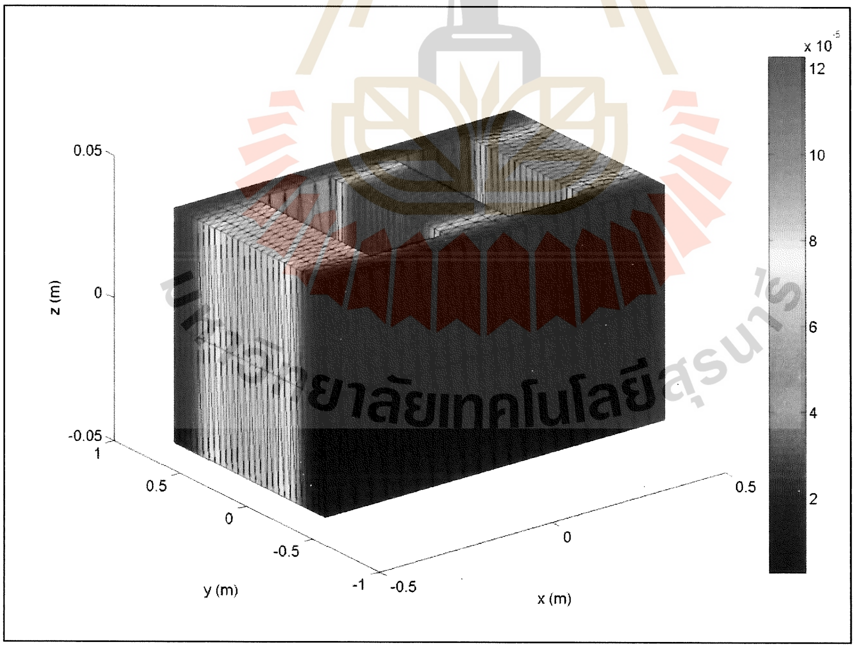
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส C แบบ 2 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.32
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส C แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.33
- การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส C แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.34
- การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส C แบบ 3 มิติ แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.35



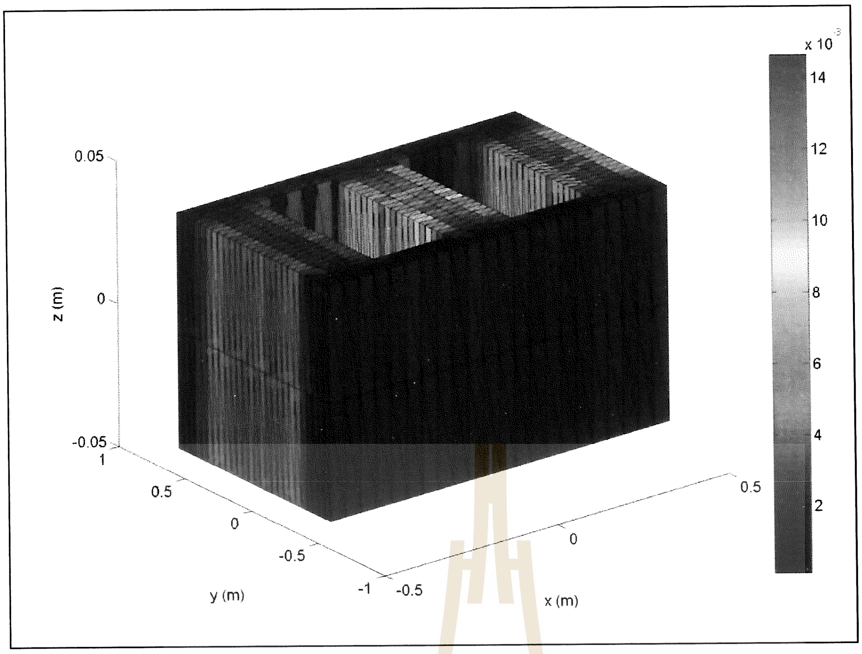
รูปที่ 3.32 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส C แบบ 2 มิติ



รูปที่ 3.33 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส C แบบ 3 มิติ



รูปที่ 3.34 การกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส C แบบ 3 มิติ



รูปที่ 3.35 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (T) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส C แบบ 3 มิติ

ในกรณีอ้างอิงมุมเฟสเฟส C เป็นหลัก ส่วนเฟส A มีมุมเฟสเพิ่มขึ้น 30° และเฟส B มีมุมเฟสลดลง 30° ในรูปที่ 3.32 , 3.33 และ 3.34 ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะมีค่าสูงในบริเวณที่เป็นขดลวดตัวนำของหม้อแปลงและผลของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจากขดลวดจะเหนี่ยวนำให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่แกนเหล็กมีค่าสูงขึ้นด้วย ในรูปที่ 3.34 จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าเฟส A จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กน้อย เนื่องจากขดลวดด้านทุติยภูมิของเฟส A จ่ายกระแสโหลดที่มีมุมเฟสมากขึ้น และในทำนองเดียวกันเฟส B จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กมาก เนื่องจากขดลวดด้านทุติยภูมิของเฟส B จ่ายกระแสโหลดที่มีมุมเฟสน้อยลง ส่วนในรูปที่ 3.35 เป็นการแสดงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่บริเวณแกนเหล็ก ซึ่งจะพบว่าลักษณะของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในแกนเหล็กนั้นมีค่าสูงบริเวณที่มีขดลวดตัวนำล้อมรอบ โดยมีความสอดคล้องกับค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก ซึ่งจะมีค่าสูงที่สุดที่บริเวณที่มีค่าศักย์เวกเตอร์เชิงแม่เหล็กเปลี่ยนแปลงสูงที่สุด และลักษณะของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนแกนเหล็กนั้นจะมีความไม่สมมาตรเนื่องจากการจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสของหม้อแปลงเช่นเดียวกันกับกรณีที่ผ่านมา

เมื่อพิจารณากรณีสภาวะจ่ายโหลดแบบไม่สมดุลทางมุมเฟสทุกแบบที่ปรากฏพบว่าค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะมีค่ามากที่บริเวณค่ามุมเฟสของกระแสโหลดมีค่าน้อย และศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กมีค่าน้อยที่บริเวณค่ามุมเฟสของกระแสโหลดมีค่ามาก โดยการกระจายตัวของค่าศักย์เชิง

เวกเตอร์แม่เหล็กที่มีผลมาจากสภาวะการจ่ายโหลดไม่สมดุล แบบไม่สมดุลมุมเฟสทุกแบบจะมีความไม่สมมาตรอันเนื่องมาจากค่ามุมเฟสของกระแสโหลดทั้งสามเฟสของหม้อแปลงนั้นไม่สมดุลเช่นเดียวกันกับสภาวะไม่สมดุลแบบไม่สมดุลขนาด

เมื่อพิจารณาค่าสนามแม่เหล็กในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล ไม่สมดุลทางขนาด และไม่สมดุลทางมุมเฟส ในรูปที่ 3.11 , 3.15 , 3.19 , 3.23 , 3.27 , 3.31 และ 3.35 ซึ่งเป็นการจำลองผลเฉพาะในส่วนของแกนเหล็กหม้อแปลงเท่านั้น พบว่าลักษณะของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในแกนเหล็กนั้นมีค่าสูงบริเวณที่มีขดลวดตัวนำล้อมรอบ โดยมีความสอดคล้องกับค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก ซึ่งจะมีค่าสูงที่สุดที่บริเวณที่มีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กมีการเปลี่ยนแปลงสูงที่สุด และในรูปที่ 3.11 ลักษณะของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนแกนเหล็กนั้นจะมีความสมมาตร เนื่องจากในงานวิจัยนี้ได้ทำการจำลองผลหม้อแปลงแบบ 3 เฟส ในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล ในรูปที่ 3.15 , 3.19 , 3.23 , 3.27 , 3.31 และ 3.35 ลักษณะของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนแกนเหล็กนั้นจะมีความไม่สมมาตร เนื่องจากค่ากระแสโหลดและค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของหม้อแปลงแบบ 3 เฟส ไม่สมดุล

3.4 สรุป

บทที่ 3 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผลพร้อมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กในหม้อแปลงจำหน่าย 3 เฟส ขนาด 400 kVA ในสภาวะจ่ายโหลดสมดุลและไม่สมดุล ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติและ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB™ ซึ่งโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กแบบ 2 มิติและ 3 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 3.6 และ 3.7 ตามลำดับ จากผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองผลพบว่า บริเวณขดลวดตัวนำของหม้อแปลงที่จ่ายกระแสให้กับโหลดภายนอก จะมีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กสูงกว่าบริเวณอื่นๆ และค่าจะสูงที่สุดที่บริเวณที่จ่ายกระแสโหลดสูงสุด บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงที่มีขดลวดล้อมรอบอยู่ ก็จะถูกเหนี่ยวนำโดยขดลวดตัวนำ ทำให้มีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กสูงขึ้นตาม ดังนั้นสนามแม่เหล็กบริเวณนั้นก็จะมีค่าสูงกว่าบริเวณอื่นของแกนเหล็กเนื่องจากมีการเปลี่ยนแปลงของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กสูง โดยกรณีหม้อแปลงจำหน่ายจ่ายโหลดสมดุลจะมีการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กเป็นแบบสมมาตร กรณีจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงในเฟสที่หม้อแปลงจำหน่ายจ่ายโหลดสูง จะมีค่าน้อยในเฟสที่หม้อแปลงจำหน่ายจ่ายโหลดน้อยและการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กจะมีลักษณะไม่สมมาตร กรณีจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟส การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงในเฟสที่มุมเฟสของโหลดของหม้อแปลงจำหน่ายมีค่าลดลง จะมีค่าน้อยในเฟสที่มุมเฟสของโหลดของหม้อแปลง

จำหน่ายมีค่าเพิ่มขึ้น และการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กจะมีลักษณะไม่สมมาตรเช่นเดียวกับกรณีไม่สมดุลทางขนาด

บทที่ 4
ผลการจำลองอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ที่มีผลต่ออายุการใช้งานของหม้อแปลงจำหน่าย

4.1 บทนำ

ในบทที่ 3 เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลพร้อมผลการจำลองค่าสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ ซึ่งงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายที่มีผลต่ออายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลง ดังนั้นสำหรับบทที่ 4 นี้ เป็นการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ในการคำนวณค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่าย โดยมีแหล่งกำเนิดความร้อน (heat source) ในสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differrential Equation : PDE) ของปัญหาความร้อนนั้นมีผลมาจากค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก สำหรับการคำนวณอุณหภูมิในบทนี้จะใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาในสถานะชั่วครู่ ซึ่งขั้นตอนและวิธีการจะมีความคล้ายคลึงกันกับระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ที่ใช้คำนวณสนามแม่เหล็กในบทที่ 3 ที่ผ่านมา ซึ่งโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานของ MATLAB™ เช่นเดียวกัน

4.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิแบบ 3 มิติ

การคำนวณค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่จะได้กล่าวถึงต่อไปนี้ งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรม Solid work เพื่อนำข้อมูลของโหนดและอิลิเมนท์มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเองจากผู้ทำการวิจัย ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ที่เลือกใช้ จะเป็นการวิเคราะห์ปัญหาความร้อนในสถานะชั่วครู่ แบบ 3 มิติ ซึ่งอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลได้ดังนี้

4.2.1 โปรแกรมการสร้างกริด

โปรแกรมการสร้างกริดในงานวิจัยในบทนี้ จะใช้การสร้างกริดจากโปรแกรม Solid work โดยสามารถเลือกความละเอียดของกริดให้เหมาะสมกับระบบ จากนั้นนำข้อมูลจากการสร้างกริดที่จำเป็นมาพัฒนาเป็นโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์ต่อไป ข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริดได้แก่ข้อมูลของระยะพิกัดในแนวแกน x , y และ z ข้อมูลบอกหมายเลขโหนด ข้อมูลบอกหมายเลขอิลิเมนท์ ข้อมูลบอกหมายเลขที่แบ่งชนิดวัสดุในระบบ ข้อมูลบอกหมายเลขของขอบเขตชิ้นงานเพื่อ

กำหนดเงื่อนไขขอบเขต ส่วนขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์อื่นๆ อันได้แก่ การสร้างสมการอิลิเมนต์ การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต และการแก้ไขสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยนั้น จะทำการพัฒนาด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเองจากผู้ทำการวิจัยเพื่อจำลองผลต่อไป

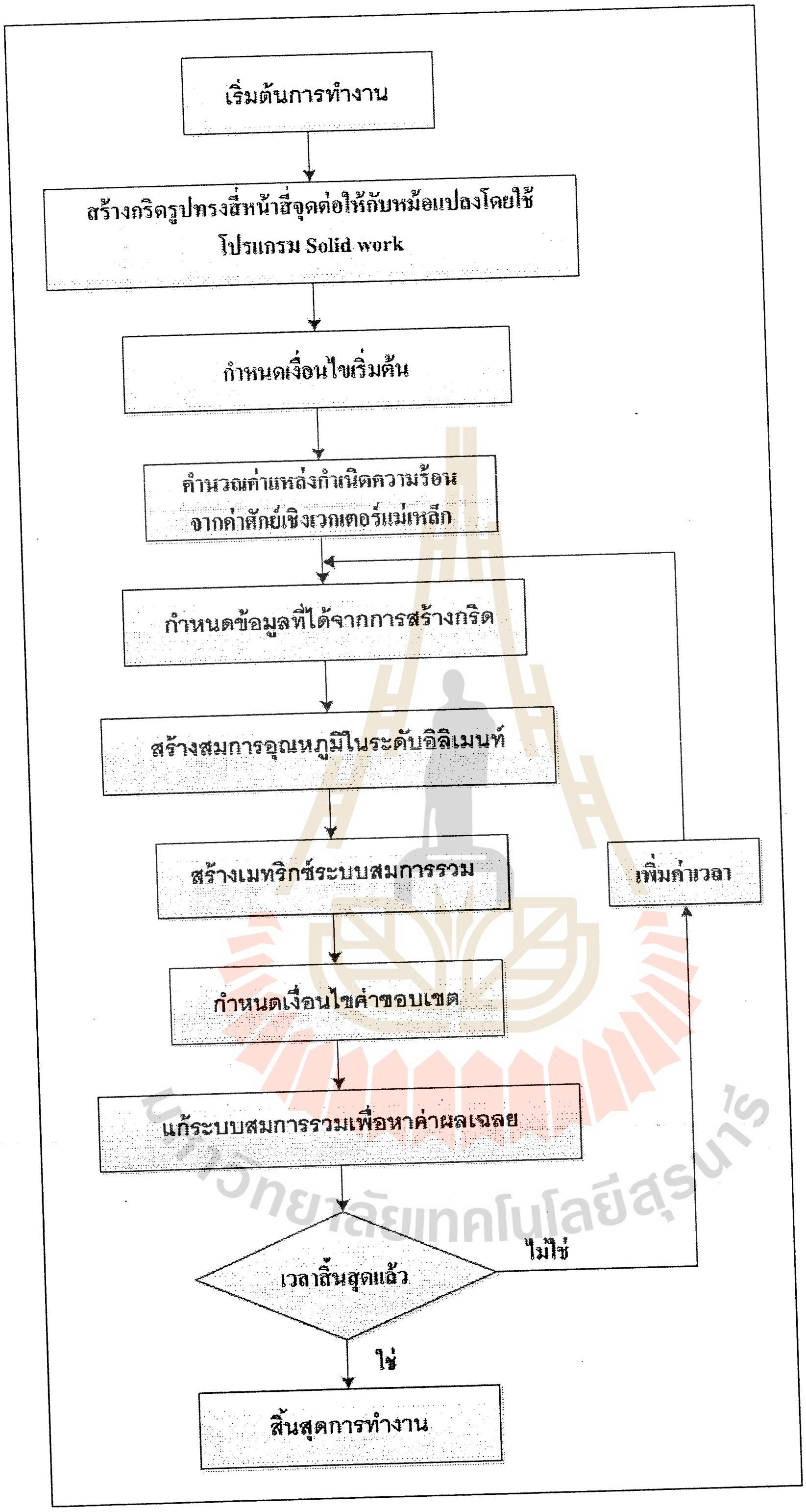
สำหรับวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ในงานวิจัยนี้จะแบ่งปริมาตรย่อย ได้แก่ ปริมาตรที่เป็นขดลวดตัวนำ, แกนเหล็ก และปริมาตรที่เป็นน้ำมันหม้อแปลง โดยปริมาตรของขดลวดตัวนำประกอบไปด้วย

- ขดลวดตัวนำด้านแรงสูง เฟส A
- ขดลวดตัวนำด้านแรงสูง เฟส B
- ขดลวดตัวนำด้านแรงสูง เฟส C
- ขดลวดตัวนำด้านแรงต่ำ เฟส A
- ขดลวดตัวนำด้านแรงต่ำ เฟส B
- ขดลวดตัวนำด้านแรงต่ำ เฟส C

และกำหนดปริมาตรของปัญหาให้มีความกว้าง 0.85 เมตร ยาว 1.23 เมตร และความสูง 1.465 เมตร เหมือนกับการแบ่งปริมาตรในหัวข้อที่ 3.2.1

4.2.2 โปรแกรมจำลองผลอุณภูมิ

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าอุณหภูมิในหม้อแปลงจำหน่าย ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ โดยวิเคราะห์ปัญหาเป็นแบบปัญหาความร้อนแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ โดยข้อมูลที่จำเป็นในการประดิษฐ์โปรแกรมนั้นได้มาจากในหัวข้อ 4.2.1 ที่อธิบายไว้ก่อนหน้านี้ โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิแบบ 3 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 4.1 ดังนี้



รูปที่ 4.1 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิในหม้อแปลงจำหน่าย ด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

จากแผนภูมิในรูปที่ 4.1 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลทางปัญหาความร้อนในสถานะชั่วครู่ เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมอย่างชัดเจนในแต่ละขั้นตอนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดและหน้าที่ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุทซึ่งแสดงถึงลักษณะของโหนดและอิลิเมนท์จากโปรแกรม Solid work ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลจะได้เหมือนกับการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ทุกประการ

ขั้นตอนการกำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้น : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะกำหนดว่าอุณหภูมิเริ่มต้น $T(t=0) = 0$ สำหรับการคำนวณในรอบแรก ส่วนการคำนวณรอบเวลาถัดไปจะใช้คำตอบจากรอบที่ผ่านมาเป็นเงื่อนไขเริ่มต้นทั้งนี้การลู่เข้าหาคำตอบที่ถูกต้องและจำนวนรอบเวลาสิ้นสุดการคำนวณจะขึ้นอยู่กับเวลาที่หม้อแปลงจำหน่ายอยู่ในสภาวะจ่ายโหลดจนกระทั่งความร้อนของหม้อแปลงคงที่

ขั้นตอนการคำนวณค่าแหล่งกำเนิดความร้อน (heat source) : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะนำค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กมาคำนวณเป็นค่าแหล่งกำเนิดความร้อน ซึ่งค่าแหล่งกำเนิดความร้อนนี้จะถูกนำไปใช้เป็นโหลดความร้อนสำหรับการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์

ขั้นตอนการสร้างสมการอุณหภูมิในระดับอิลิเมนท์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้างสมการอิลิเมนท์เมทริกซ์ในรูปแบบของรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ ของทุกๆ อิลิเมนท์ เนื่องจากภายในระบบมีชิ้นงานที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันอยู่ 3 ชนิด คือ แกนเหล็กขดลวดตัวนำและน้ำมันหม้อแปลง ซึ่งวัตถุทั้งสามมีค่าคุณสมบัติทางความร้อนที่แตกต่างกันออกไป ได้แก่ แกนเหล็กมีค่าความนำไฟฟ้า (σ) เท่ากับ 2.08×10^6 ค่าความร้อนจำเพาะ (c) เท่ากับ 478.39 ค่าความหนาแน่นมวล (ρ) เท่ากับ 7,650 ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (k) เท่ากับ 19 ส่วนขดลวดตัวนำมีค่าความนำไฟฟ้า (σ) เท่ากับ 5.8×10^7 ค่าความร้อนจำเพาะ (c) เท่ากับ 387 ค่าความหนาแน่นมวล (ρ) เท่ากับ 8,954 ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (k) เท่ากับ 385 และน้ำมันหม้อแปลงมีค่าความนำไฟฟ้า (σ) เท่ากับ 1.08 ค่าความร้อนจำเพาะ (c) เท่ากับ 2,080 ค่าความหนาแน่นมวล (ρ) เท่ากับ 849 ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (k) เท่ากับ 0.12 และสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเท่ากับ 50 โดยการสร้างสมการอิลิเมนท์เมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนท์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางความร้อนของวัตถุที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลิเมนท์นั้นๆ ด้วย

ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมสมการของอิลิเมนท์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวม ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหา

ออกเป็นอิลิเมนท์ทั้งหมด n โหนดจะก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการทั้งสิ้น n สมการ

ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตแบบ 3 มิติ เป็นการพาความร้อนสู่อุณหภูมิสภาพแวดล้อมภายนอกที่บริเวณขอบถังของหม้อแปลงจะต้องกำหนดทั้ง 6 ด้าน

ขั้นตอนการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิ (T) ที่ประจำโหนดโดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

เนื่องจากปัญหาความร้อนนี้แปรผันตามเวลา โปรแกรมจะวนรอบจนกระทั่งสิ้นสุดรอบเวลาที่กำหนด

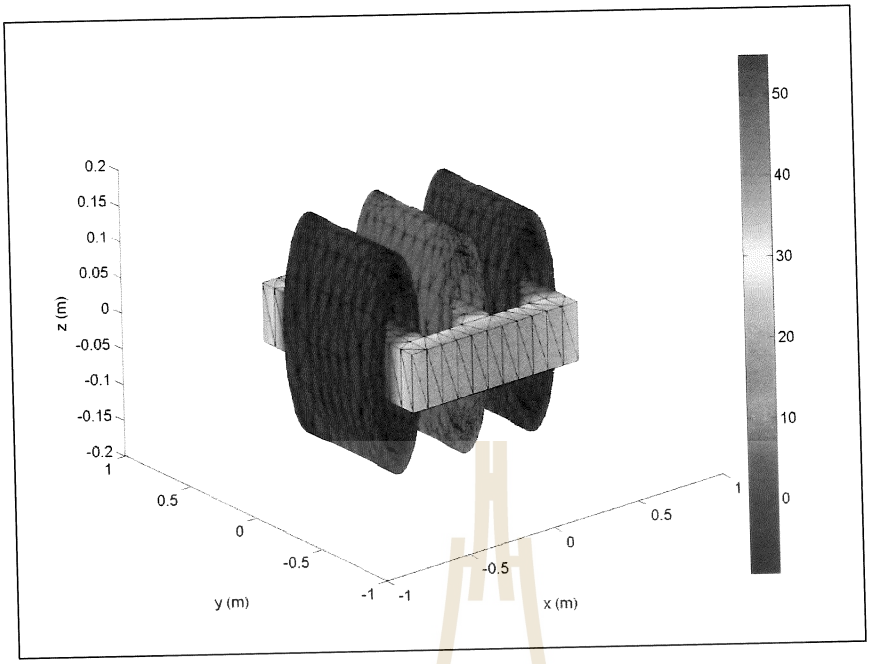
4.3 ผลการจำลองอุณหภูมิที่มีผลต่ออายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงเมื่อพิจารณาการสมดุลโหลด

สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายตัวของค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ โดยจะทำการจำลองการกระจายตัวของค่าอุณหภูมิในหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400 kVA โดยจะแยกการจำลองออกเป็น 2 กรณี เพื่อให้เห็นถึงความแตกต่างของลักษณะของการกระจายค่าอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของสภาวะการจ่ายโหลดของหม้อแปลงจำหน่ายดังนี้

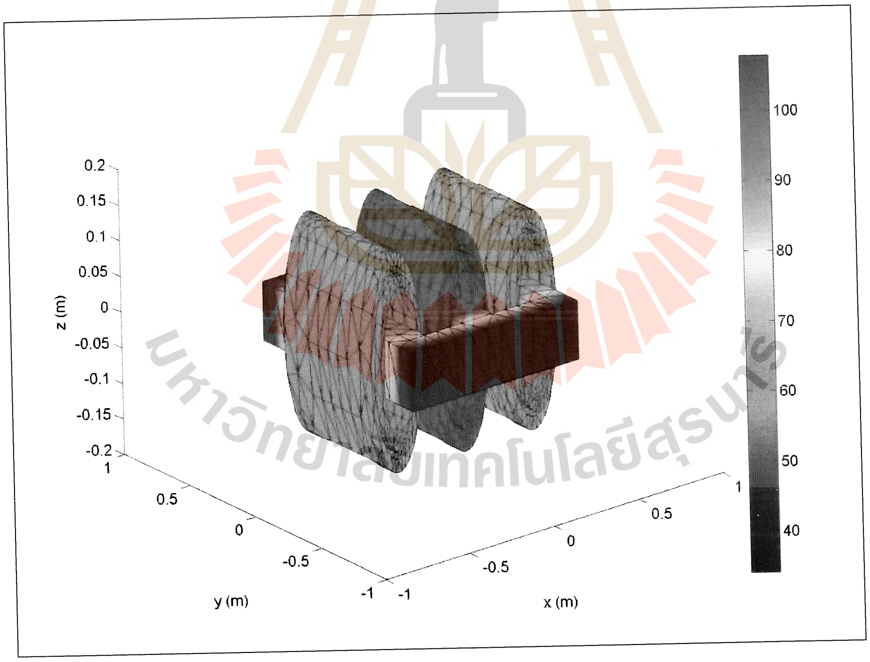
4.3.1 กรณีพิจารณาหม้อแปลงจ่ายโหลดสมดุล

ผลการจำลองอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400kVA ในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล (ซึ่งแต่ละเฟสจะมีขนาดโหลดเท่ากันเท่ากับ 80% ของค่าพิกัด ทั้งนี้เนื่องจากในสภาวะปกติหม้อแปลงจะจ่ายโหลดที่ประมาณ 80% ของค่าพิกัด) จะแสดงได้ดังนี้

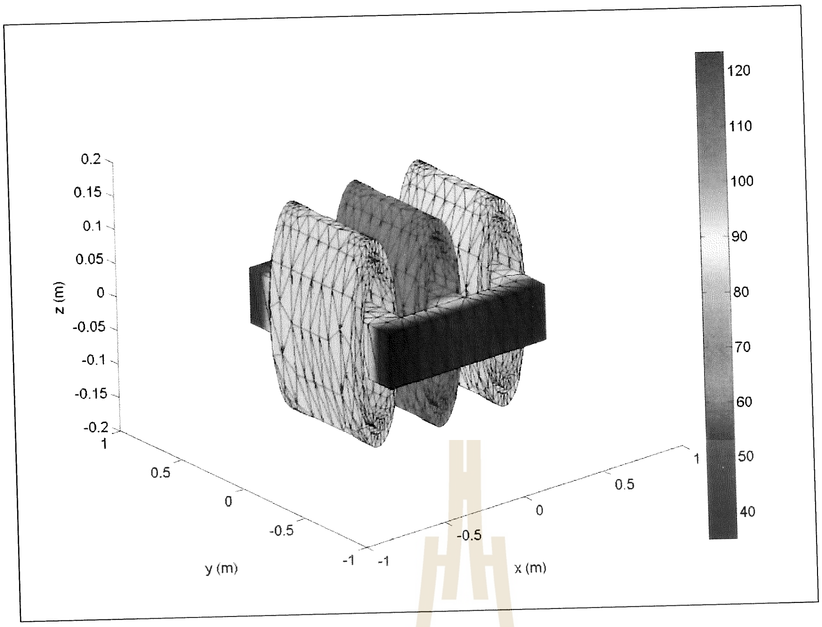
- การกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.2
- การกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.3
- ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.4



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

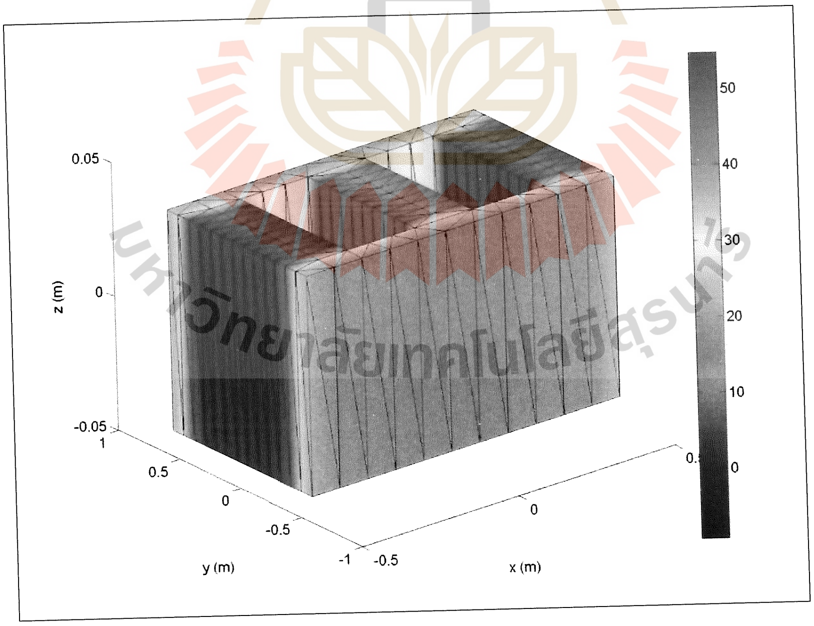


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

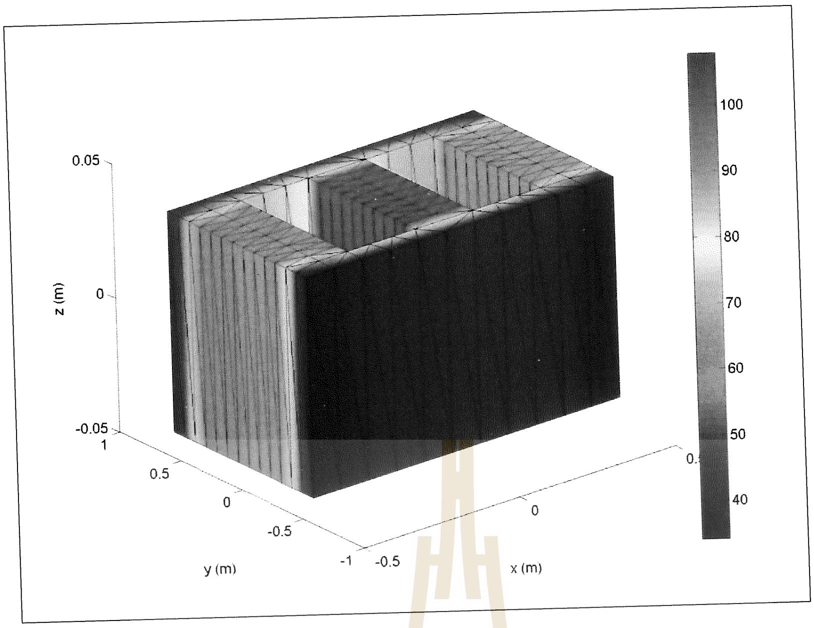


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

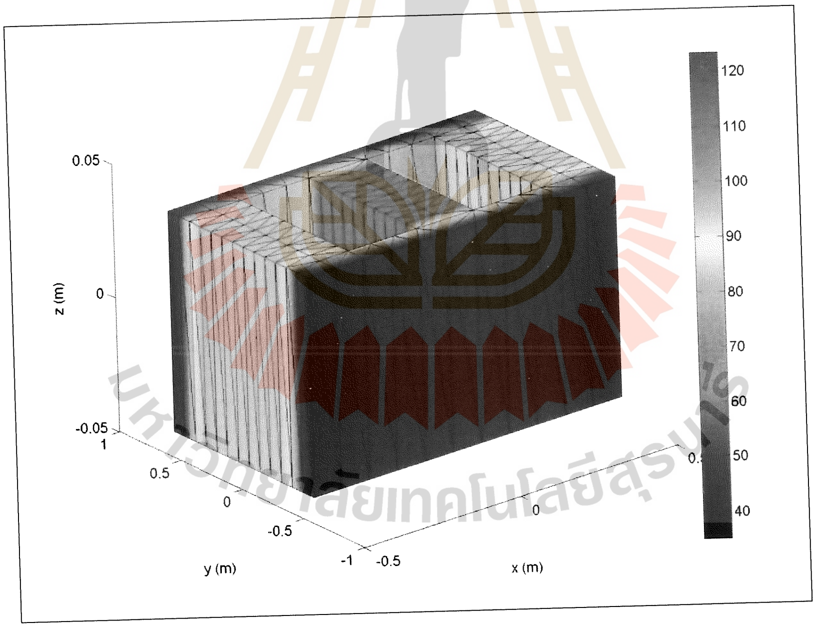
รูปที่ 4.2 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

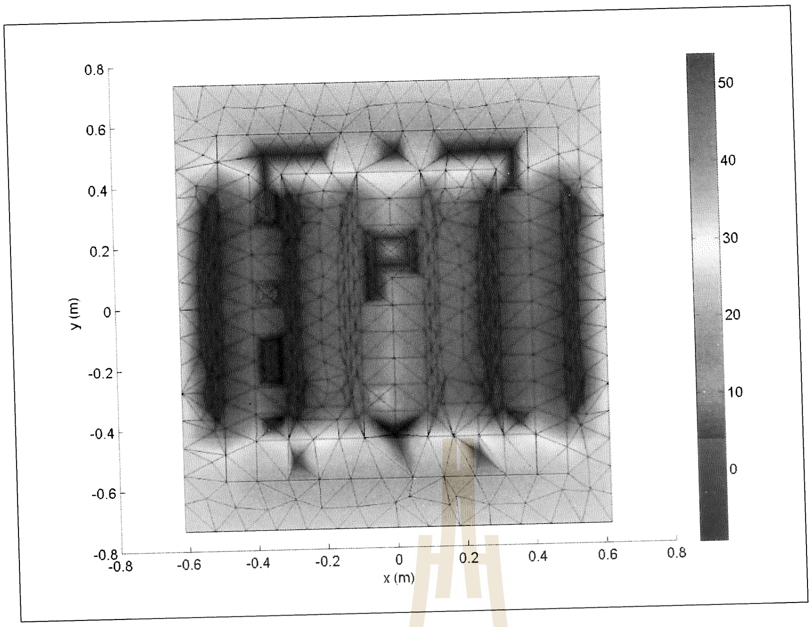


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

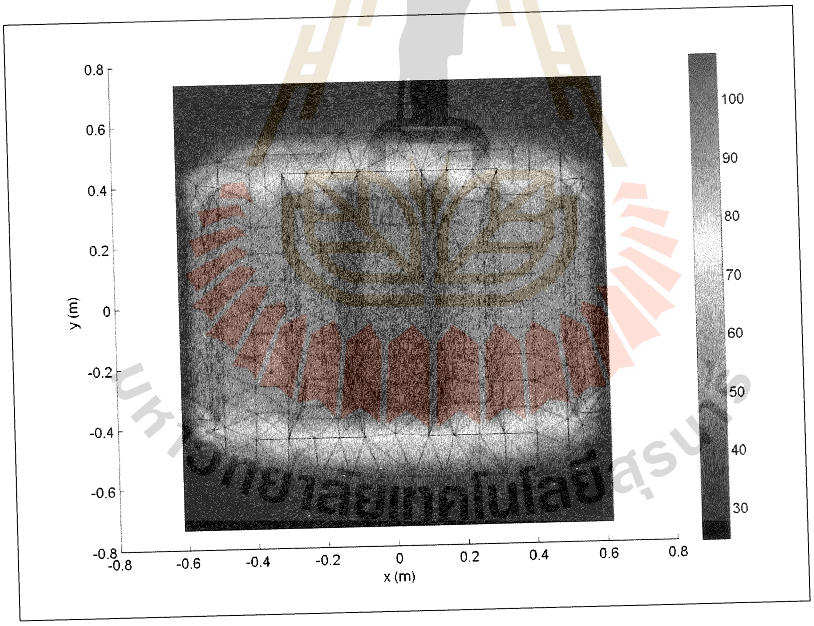


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

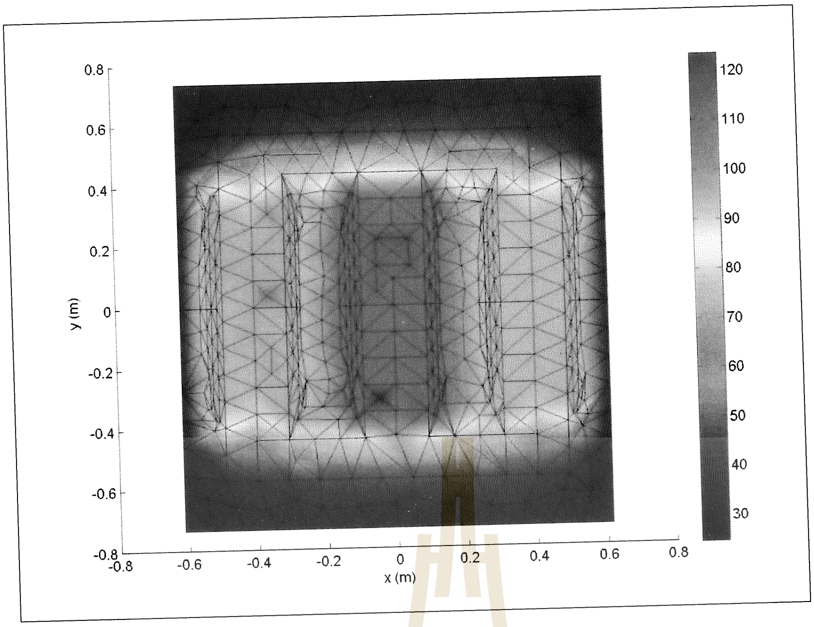
รูปที่ 4.3 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง
ในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง



ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง



ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

รูปที่ 4.4 ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล

จากผลการจำลองเมื่อพิจารณากรณีจ่ายโหลดสมดุลที่ปรากฏพบว่า ค่าอุณหภูมิที่แสดงในรูปที่ 4.2 นั้น จะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณขดลวดตัวนำซึ่งอุณหภูมิที่ได้นั้นจะมีผลมาจากค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก จึงมีค่าสูงในบริเวณที่เป็นขดลวดตัวนำบริเวณตรงกลางของหม้อแปลง และผลของค่าอุณหภูมินี้จะมีค่าการกระจายตัวที่เพิ่มขึ้นจนกระทั่งอุณหภูมิของหม้อแปลงเข้าสู่สถานะคงตัวเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น ส่วนในรูปที่ 4.3 นั้นจะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิเฉพาะที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ซึ่งผลของค่าอุณหภูมิที่แกนเหล็กนั้นจะมีผลมาจากการกระจายตัวของอุณหภูมิจากขดลวดตัวนำ และในรูปที่ 4.4 จะเป็นการแสดงภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กเพื่อให้เห็นการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

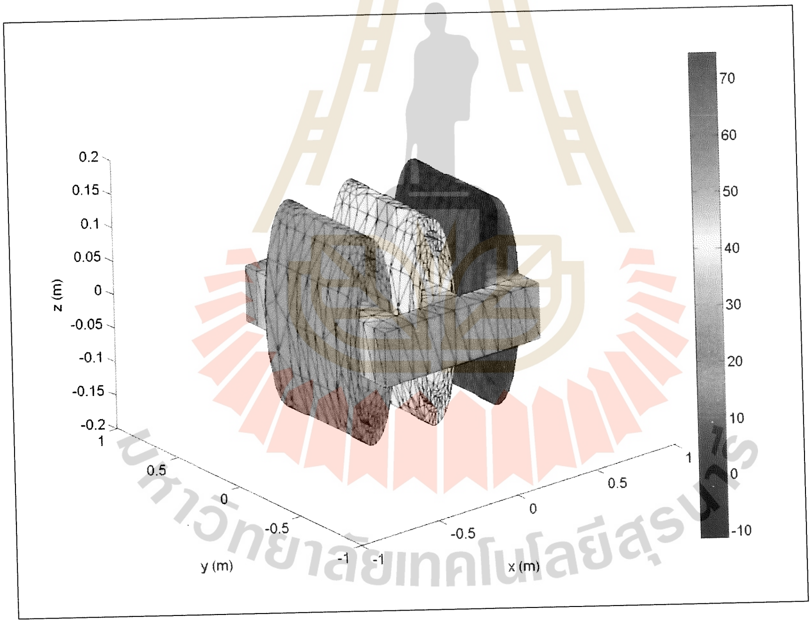
4.3.2 กรณีพิจารณาหม้อแปลงจ่ายโหลดไม่สมดุล

ผลการจำลองอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400 kVA ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลจะแบ่งเป็น 2 แบบ คือ แบบไม่สมดุลขนาด (มุมเฟสคงที่) และแบบไม่สมดุลมุมเฟส (ขนาดคงที่) ดังนี้

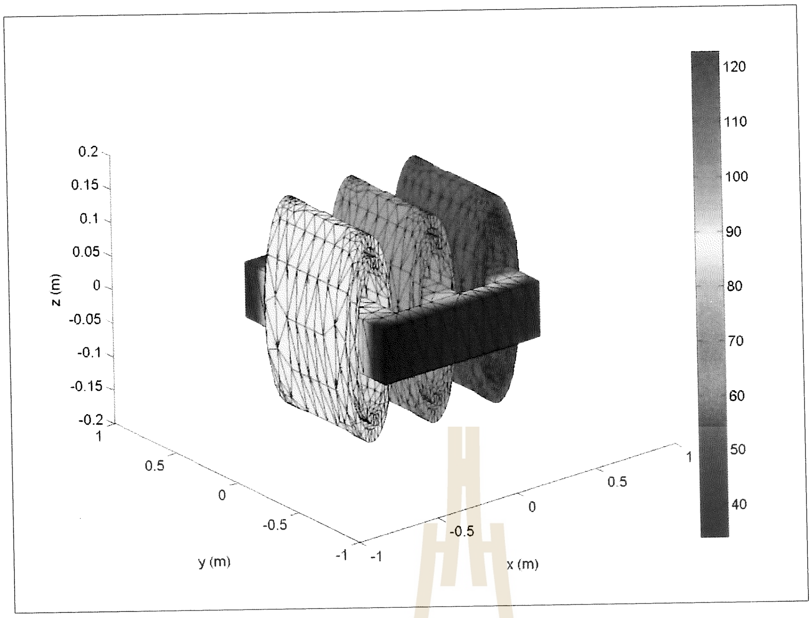
1. ผลการจำลองอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400 kVA ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลขนาด

อ้างอิงขนาดเฟส A (เฟส A มีขนาดโหลดปกติเท่ากับ 80% ของค่าพิกัด ส่วนเฟส B มีขนาดโหลดลดลงเท่ากับ 60% ของค่าพิกัด และเฟส C มีขนาดโหลดเพิ่มขึ้นเท่ากับ 100% ของค่าพิกัด)

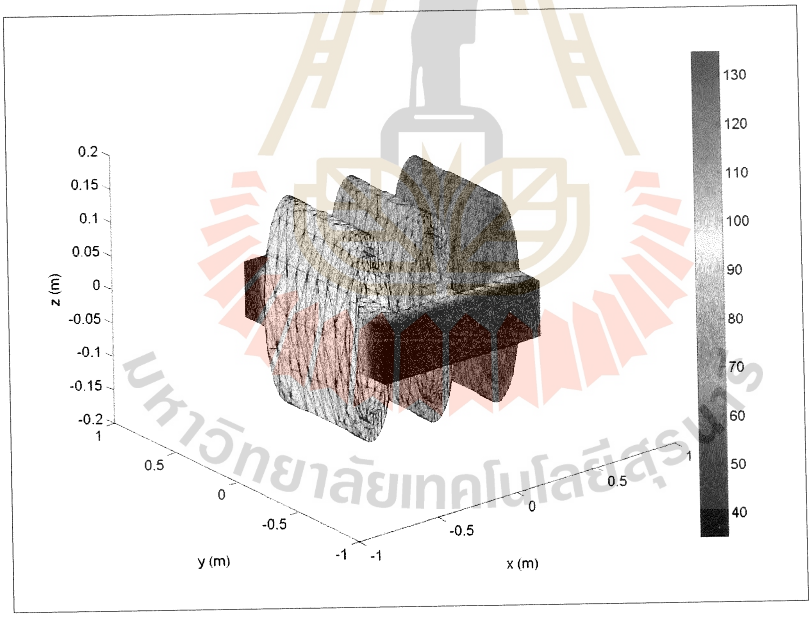
- การกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.5
- การกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.6
- ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.7



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

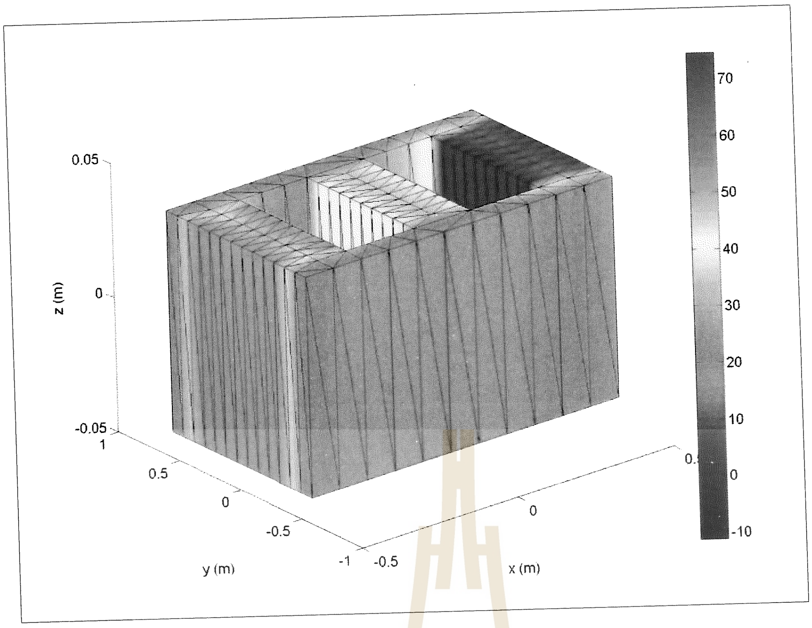


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

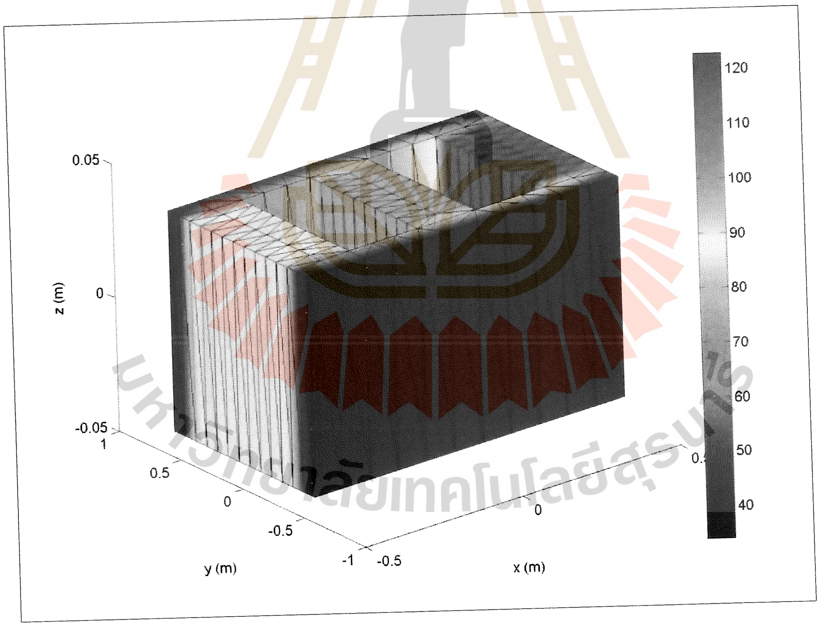


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

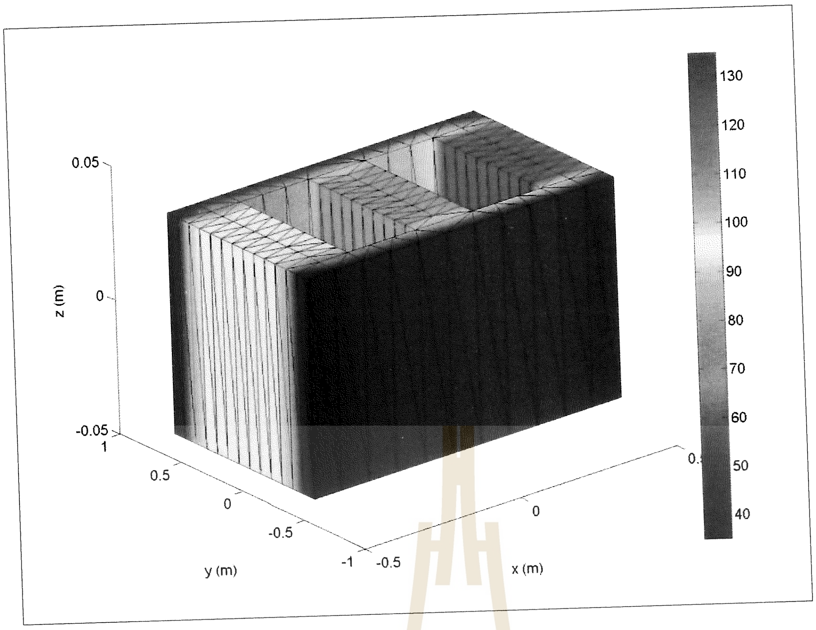
รูปที่ 4.5 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

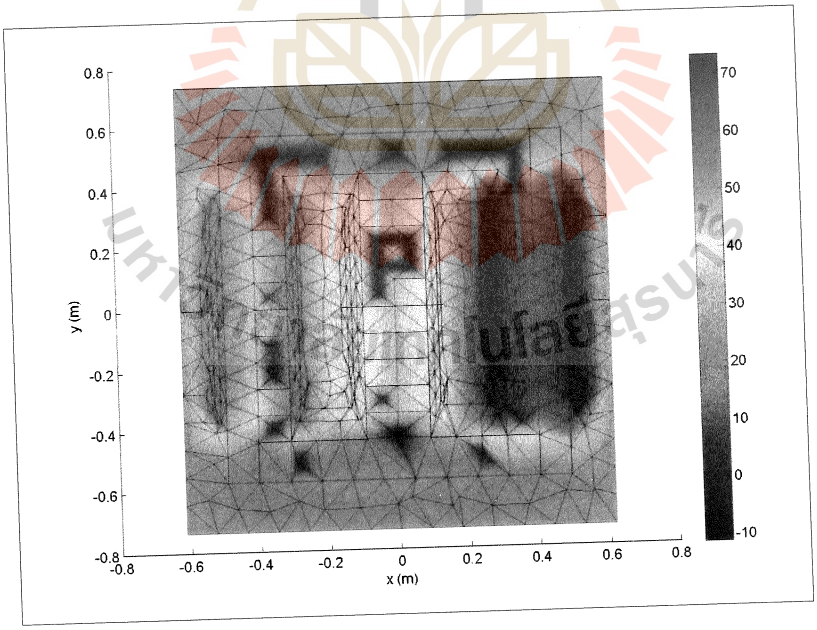


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

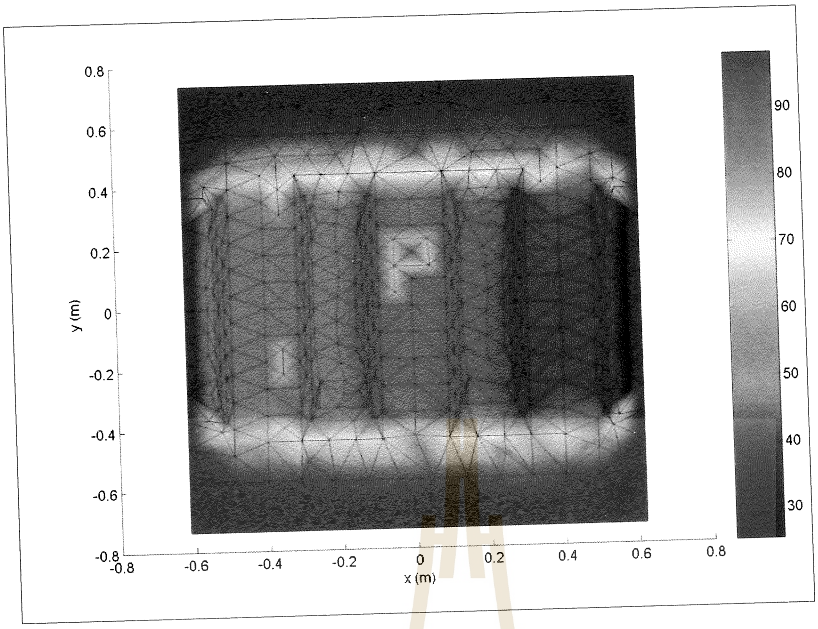


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

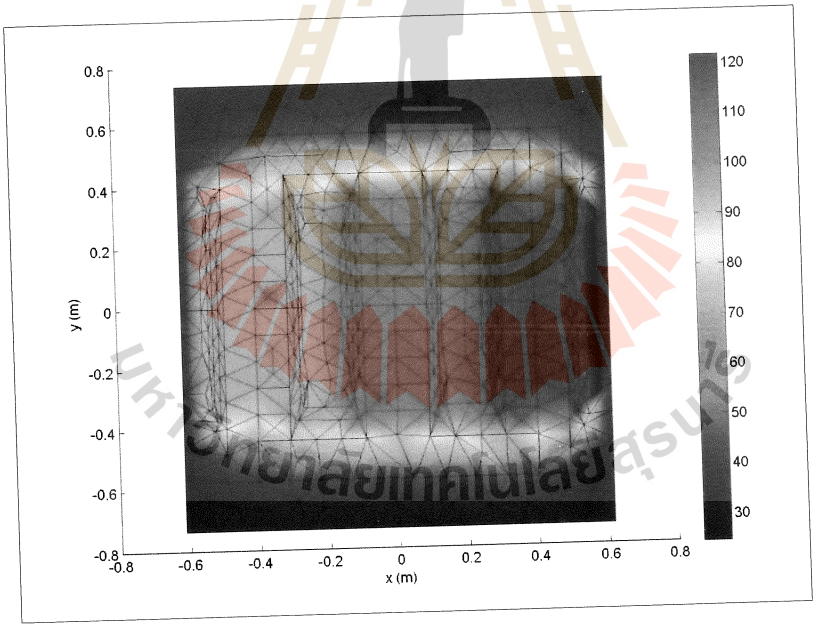
รูปที่ 4.6 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง



ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง



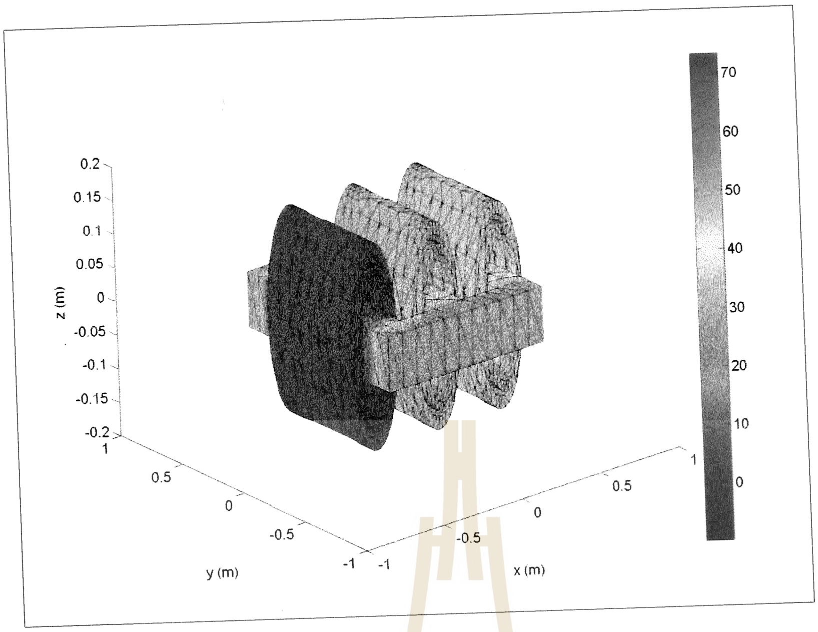
ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

รูปที่ 4.7 ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลง
ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A

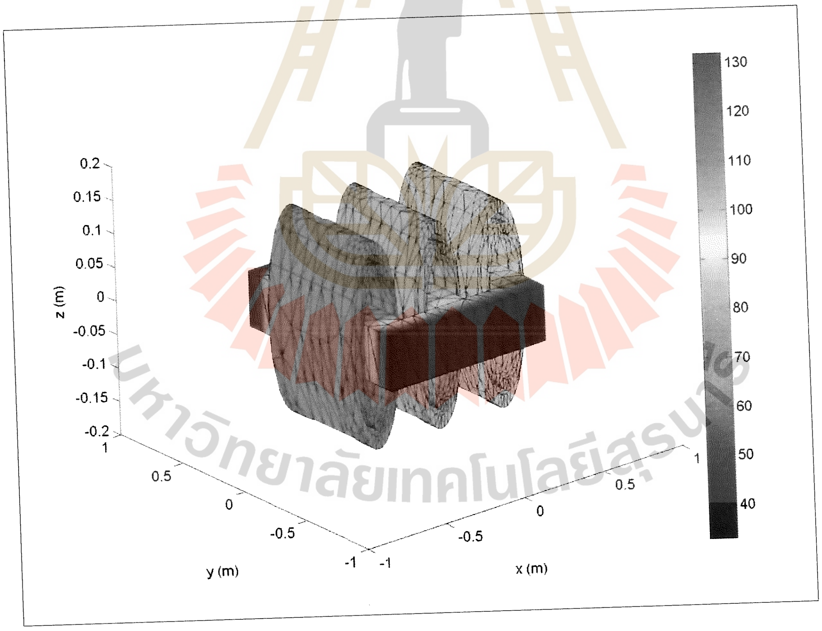
ในกรณีสภาวะจ่ายโหลดแบบไม่สมดุลทางขนาดโดยการอ้างอิงเฟส A เป็นหลัก ค่าอุณหภูมิที่แสดงในรูปที่ 4.5 นั้น จะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณขดลวดตัวนำของหม้อแปลง ซึ่งผลการจำลองค่าอุณหภูมิที่ได้นั้นจะมีผลมาจากค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่ได้แสดงไปแล้วในบทที่ 3 บริเวณเฟส C จะมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นจากกรณีการจ่ายโหลดสมดุลเนื่องจากค่ากระแสโหลดที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของเฟส C มีค่าเพิ่มขึ้นทำให้อุณหภูมิที่ขดลวดเฟส C เพิ่มขึ้นด้วย ส่วนบริเวณเฟส B จะมีอุณหภูมิลดลงจากกรณีการจ่ายโหลดสมดุลเนื่องจากค่ากระแสโหลดที่ลดลงส่งผลให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของเฟส B มีค่าลดลงทำให้อุณหภูมิที่เฟส B ลดลงด้วย และผลของค่าอุณหภูมินี้จะมีค่าเพิ่มขึ้นจนกระทั่งอุณหภูมิของหม้อแปลงเข้าสู่สถานะคงตัวเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น ส่วนในรูปที่ 4.6 นั้นจะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิเฉพาะที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ซึ่งผลของค่าอุณหภูมิที่แกนเหล็กนั้นจะมีผลมาจากการกระจายตัวของอุณหภูมิจากขดลวดตัวนำ และในรูปที่ 4.7 จะเป็นการแสดงภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กเพื่อให้เห็นการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงในทุกช่วงเวลาได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

อ้างอิงขนาดเฟส B (เฟส B มีขนาดโหลดปกติเท่ากับ 80% ของค่าพิกัด ส่วนเฟส A มีขนาดโหลดเพิ่มขึ้นเท่ากับ 100% ของค่าพิกัด และเฟส C มีขนาดโหลดลดลงเท่ากับ 60% ของค่าพิกัด)

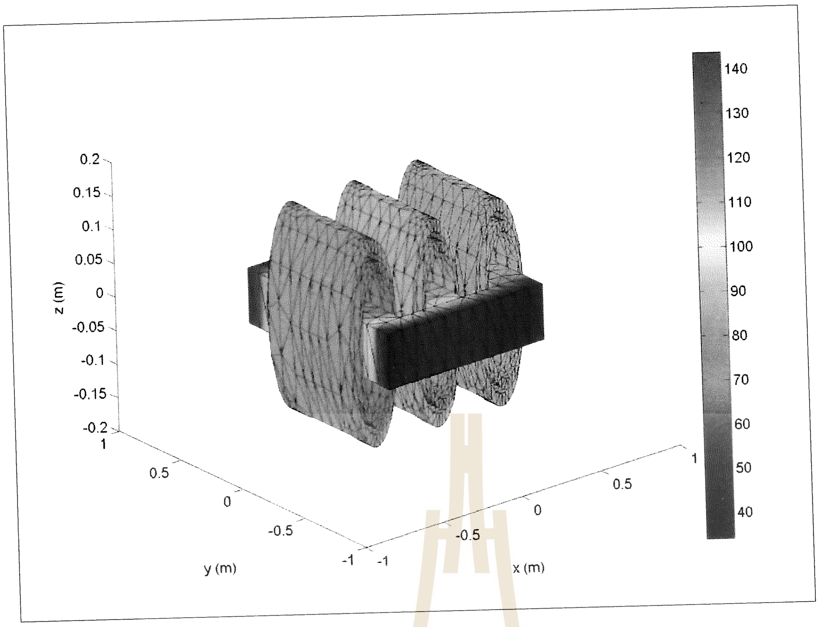
- การกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.8
- การกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.9
- ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.10



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

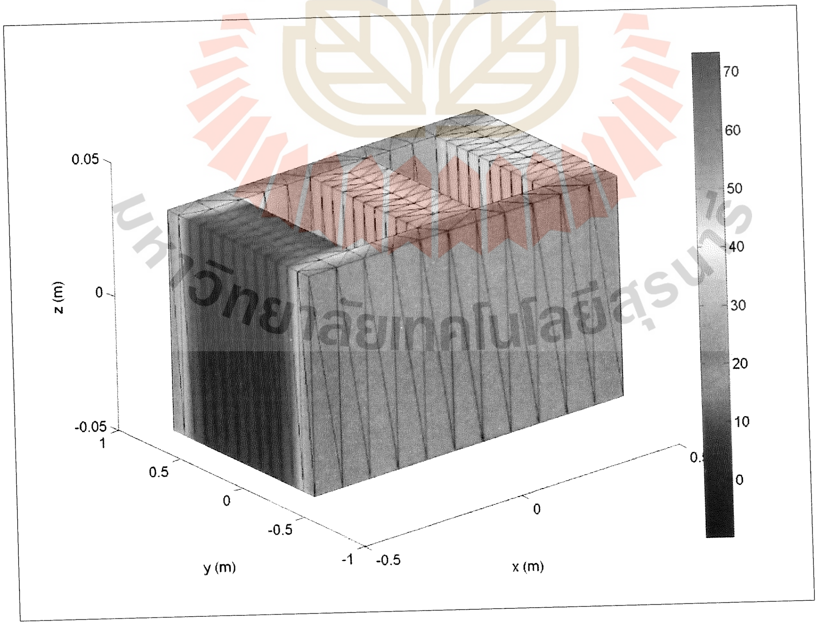


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

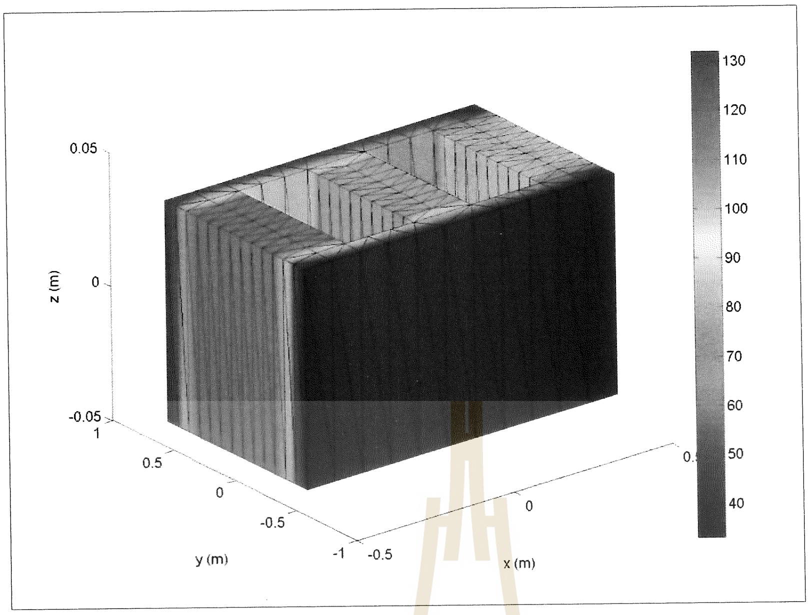


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

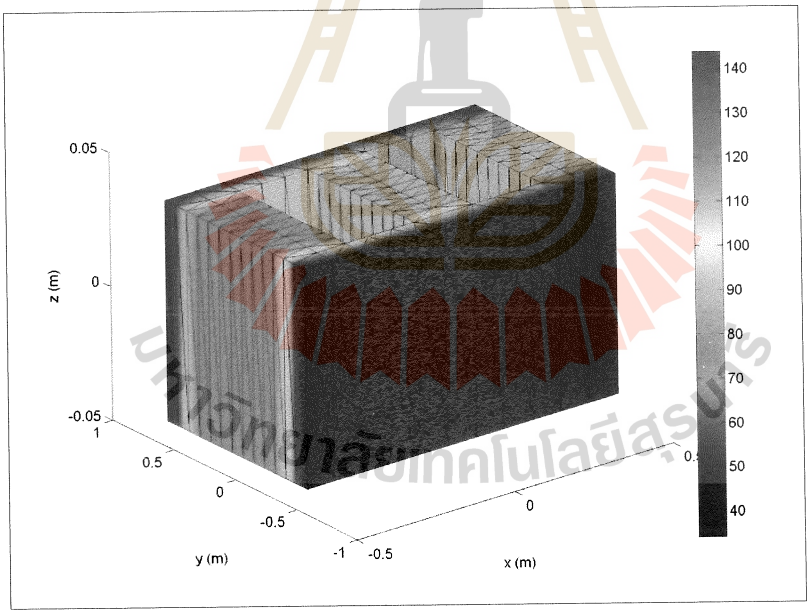
รูปที่ 4.8 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

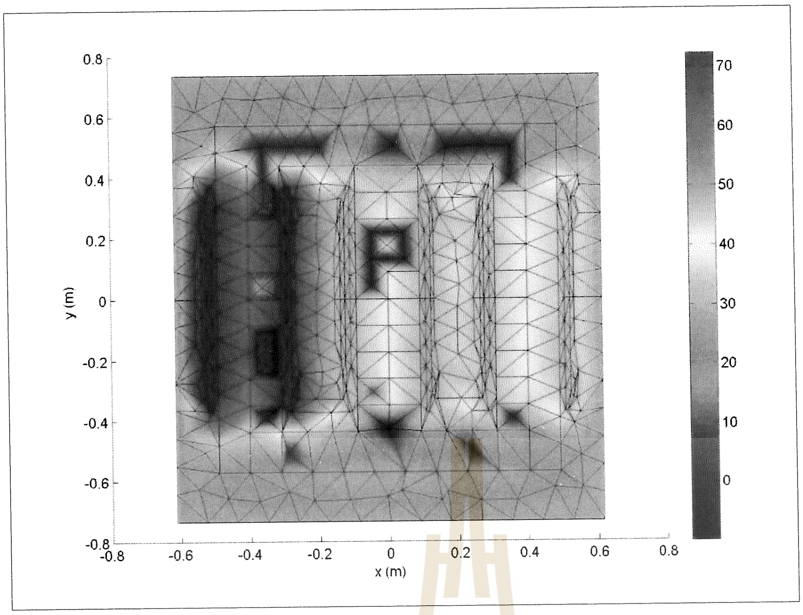


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

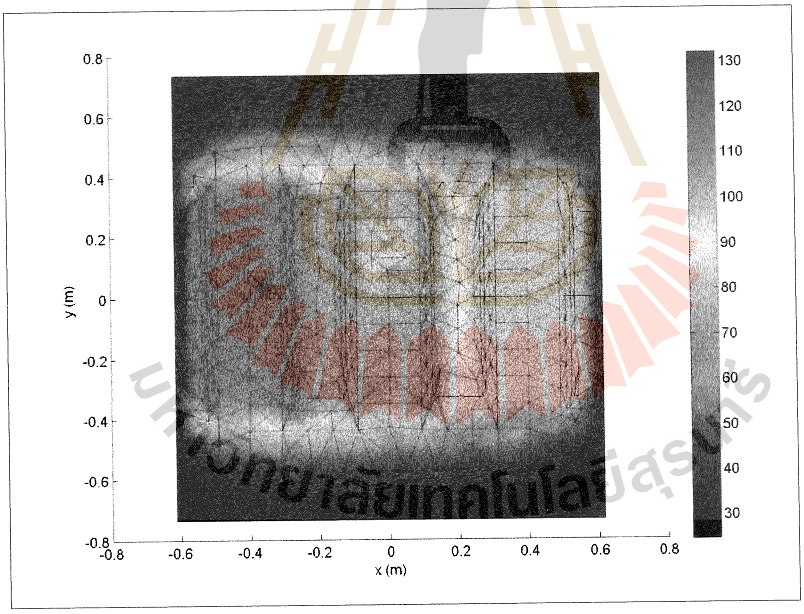


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

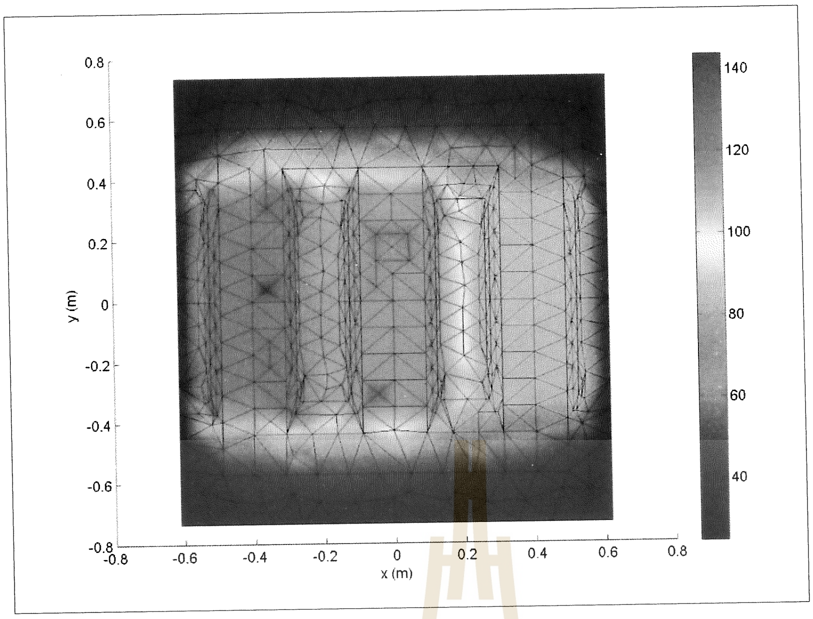
รูปที่ 4.9 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง



ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง



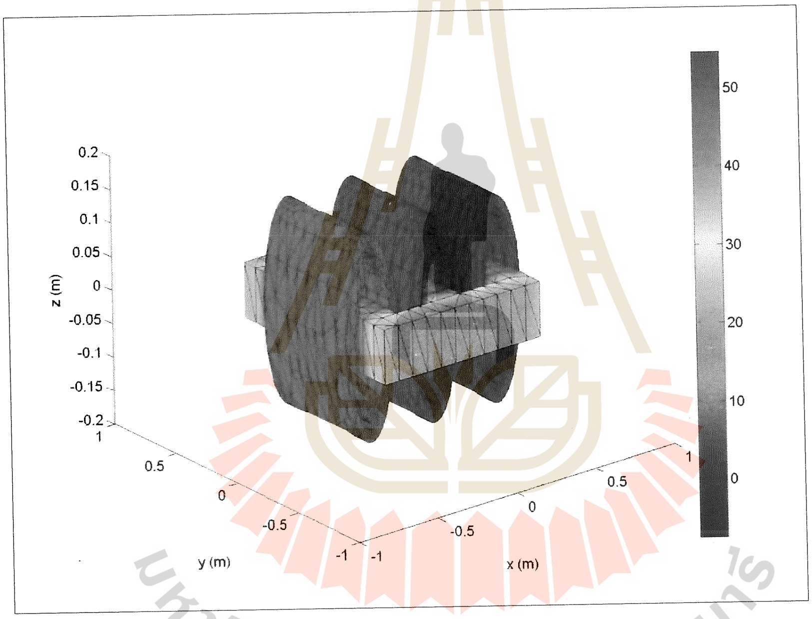
ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

รูปที่ 4.10 ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B

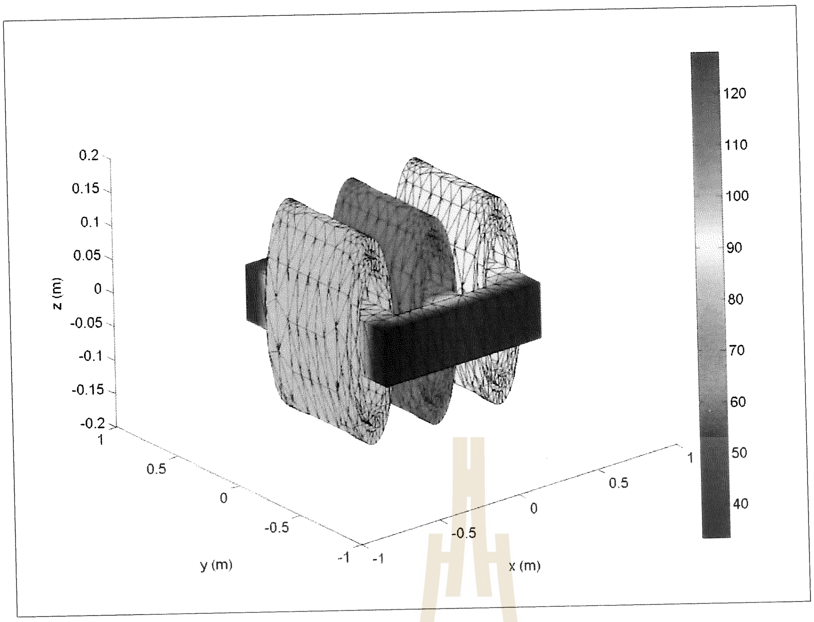
ในกรณีการอ้างอิงเฟส B เป็นหลัก ค่าอุณหภูมิที่แสดงในรูปที่ 4.8 นั้น จะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เวลาต่างๆที่บริเวณขดลวดตัวนำ ซึ่งผลการจำลองของอุณหภูมิที่ได้นั้นจะมีผลมาจากค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก บริเวณเฟส C จะมีอุณหภูมิลดลงจากกรณีการจ่ายโหลดสมดุลเนื่องจากค่ากระแสโหลดที่ลดลงส่งผลให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของเฟส C มีค่าลดลงจึงทำให้อุณหภูมิที่ขดลวดเฟส C ลดลงด้วย ส่วนบริเวณเฟส A จะมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นจากกรณีการจ่ายโหลดสมดุลเนื่องจากค่ากระแสโหลดที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของเฟส A มีค่ามากขึ้นด้วยจึงทำให้อุณหภูมิที่ขดลวดเฟส A เพิ่มขึ้นและค่าอุณหภูมินี้จะมีค่าเพิ่มขึ้นจนกระทั่งอุณหภูมิของหม้อแปลงเข้าสู่สถานะคงตัวเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น ส่วนในรูปที่ 4.9 นั้นจะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิเฉพาะที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงที่เวลาต่าง ๆ ซึ่งผลของค่าอุณหภูมิที่แกนเหล็กนั้นจะมีผลมาจากการกระจายตัวของอุณหภูมิจากขดลวดตัวนำ และในรูปที่ 4.10 จะเป็นการแสดงภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กเพื่อให้เห็นการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงในทุกช่วงเวลาได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

อ้างอิงขนาดเฟส C (เฟส C มีขนาดโหลดปกติเท่ากับ 80% ของค่าพิกัด ส่วนเฟส A มีขนาดโหลดลดลงเท่ากับ 60% ของค่าพิกัด และเฟส B มีขนาดโหลดเพิ่มขึ้นเท่ากับ 100% ของค่าพิกัด)

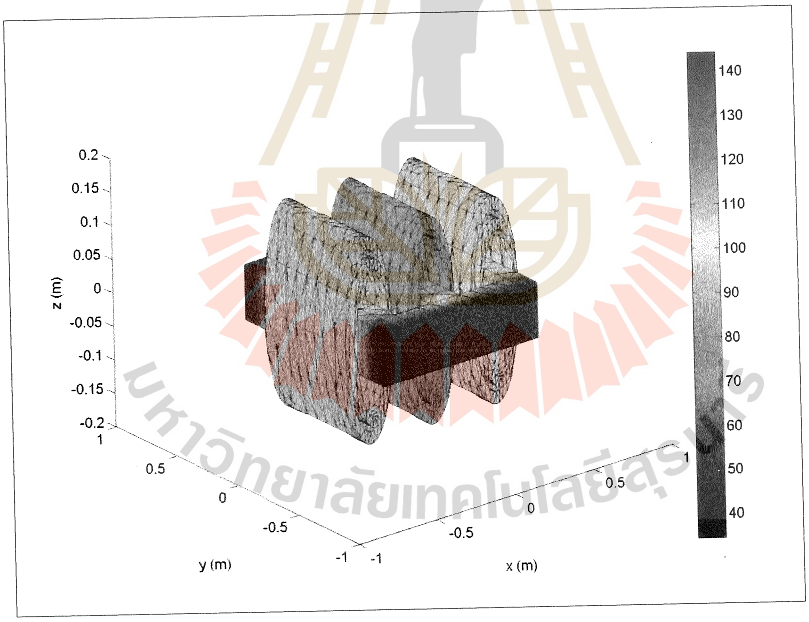
- การกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.11
- การกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.12
- ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.13



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

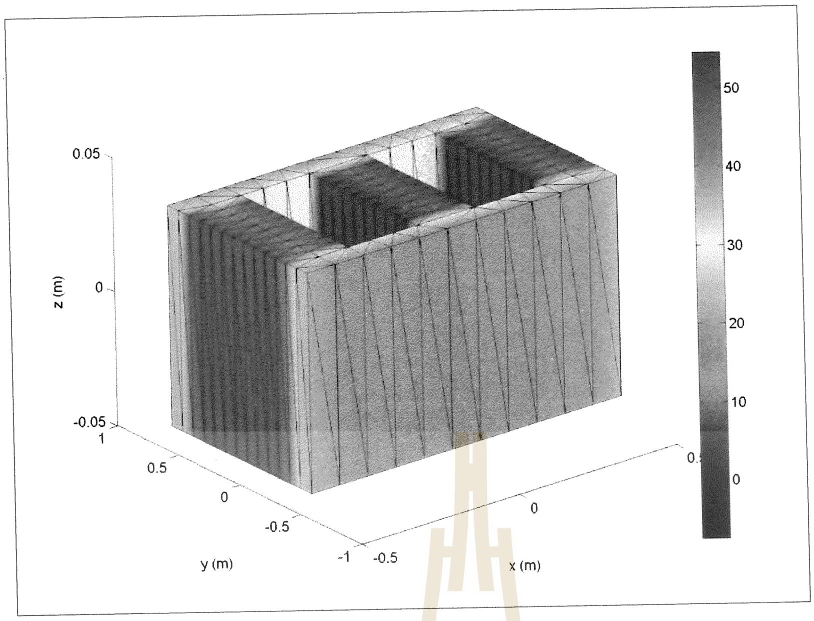


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

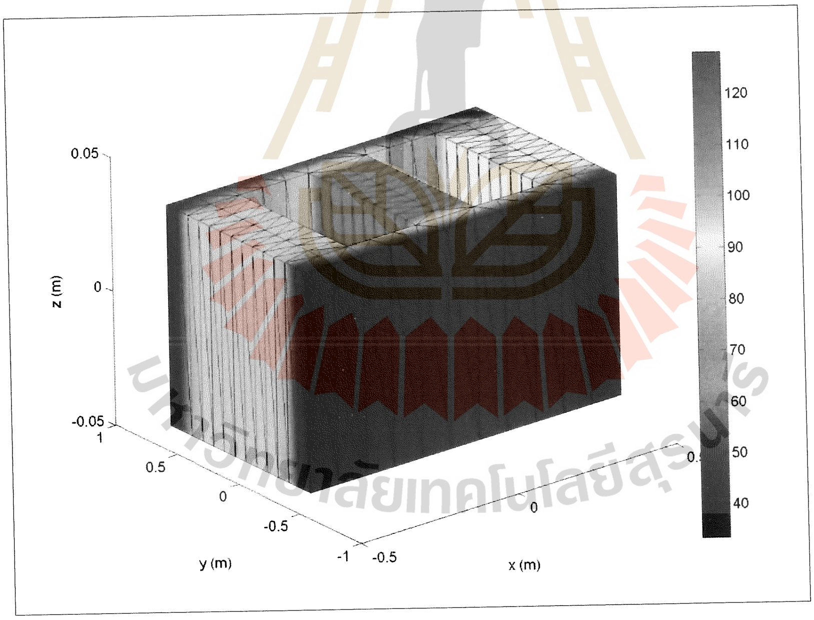


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

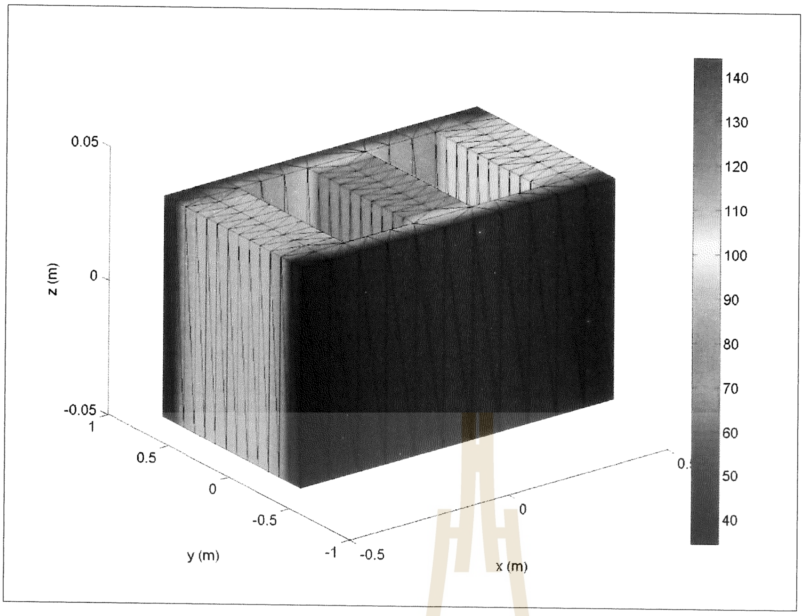
รูปที่ 4.11 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

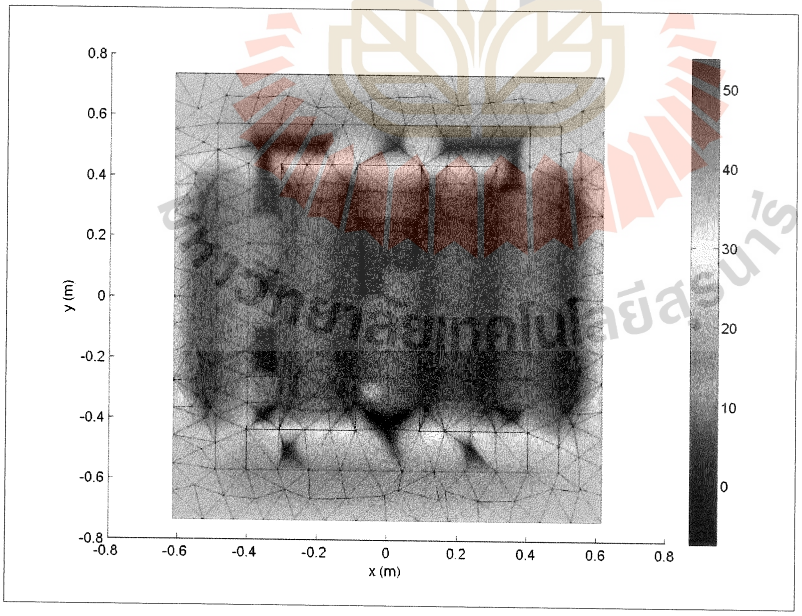


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

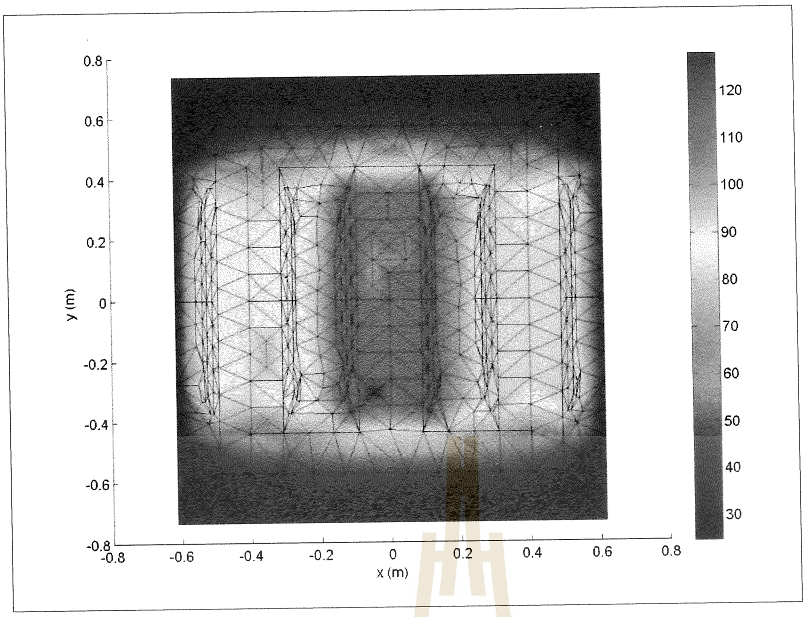


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

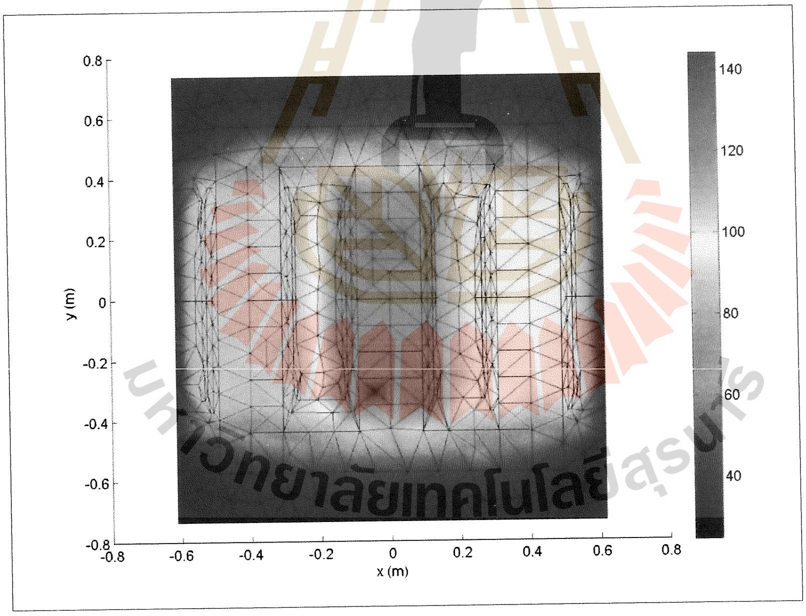
รูปที่ 4.12 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง



ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง



ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

รูปที่ 4.13 ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C

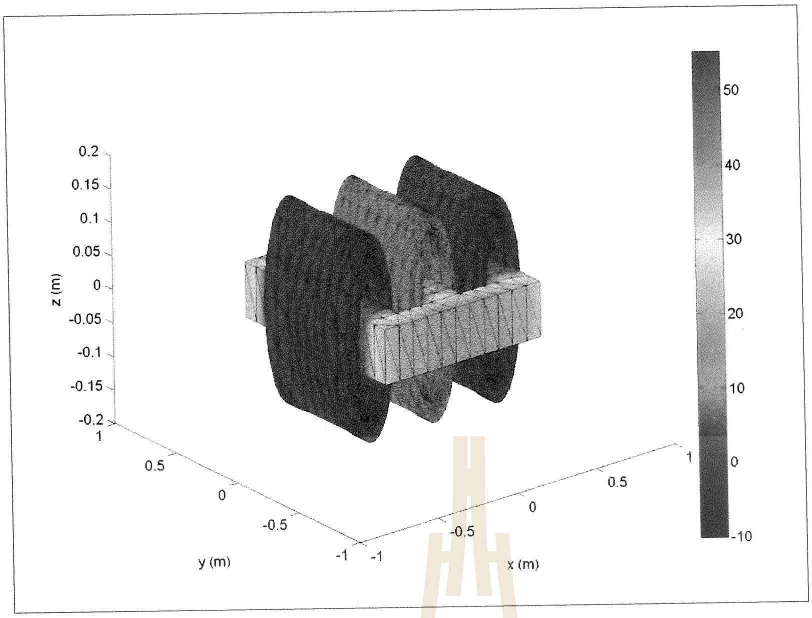
ในกรณีการอ้างอิงเฟส C เป็นหลัก ค่าอุณหภูมิที่แสดงในรูปที่ 4.11 นั้น จะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิเวลาต่างๆ ที่บริเวณขดลวดตัวนำ ซึ่งอุณหภูมิที่ได้นั้นจะมีผลมาจากค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก บริเวณเฟส A จะมีอุณหภูมิลดลงจากกรณีการจ่ายโหลดสมดุลเนื่องจากค่ากระแสโหลดที่ลดลงส่งผลให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของเฟส A มีค่าลดลงทำให้อุณหภูมิที่ขดลวดเฟส A ลดลงด้วย ส่วนบริเวณเฟส B จะมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นจากกรณีการจ่ายโหลดสมดุลเนื่องจากค่ากระแสโหลดที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของเฟส B มีค่ามากขึ้นด้วยทำให้อุณหภูมิที่ขดลวดเฟส B เพิ่มขึ้น และค่าอุณหภูมินี้จะมีค่าเพิ่มขึ้นจนกระทั่งอุณหภูมิของหม้อแปลงเข้าสู่สถานะคงตัวเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น ส่วนในรูปที่ 4.12 นั้นจะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิเฉพาะที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงที่เวลาต่าง ๆ ซึ่งผลของค่าอุณหภูมิที่แกนเหล็กนั้นจะมีผลมาจากการกระจายตัวของอุณหภูมิจากขดลวดตัวนำ และในภาพที่ 4.13 จะเป็นการแสดงภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กเพื่อให้เห็นการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงในทุกช่วงเวลาได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

เมื่อพิจารณากรณีสภาวะจ่ายโหลดแบบไม่สมดุลทางขนาดทุกแบบที่ปรากฏพบว่าค่าอุณหภูมิจะสูงขึ้นในบริเวณที่มีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กสูงขึ้นด้วย และเนื่องจากค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะสูงที่บริเวณที่มีค่ากระแสโหลดมีค่าสูง เพราะฉะนั้นจะเห็นได้ว่าขดลวดในเฟสที่มีค่ากระแสโหลดมากจะทำให้ขดลวดเฟสนั้นมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นด้วย

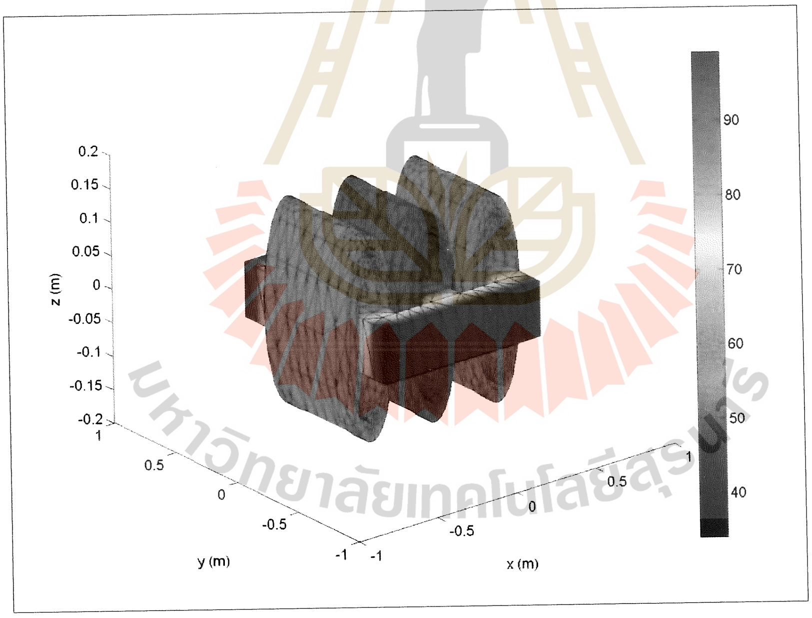
2. ผลการจำลองอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400 kVA ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลมุมเฟส

อ้างอิงมุมเฟส A (เฟส A มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดเท่ากับค่าพิกัด ส่วนเฟส B มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดเพิ่มขึ้น 30° จากค่าพิกัด และเฟส C มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดลดลง 30° จากค่าพิกัด)

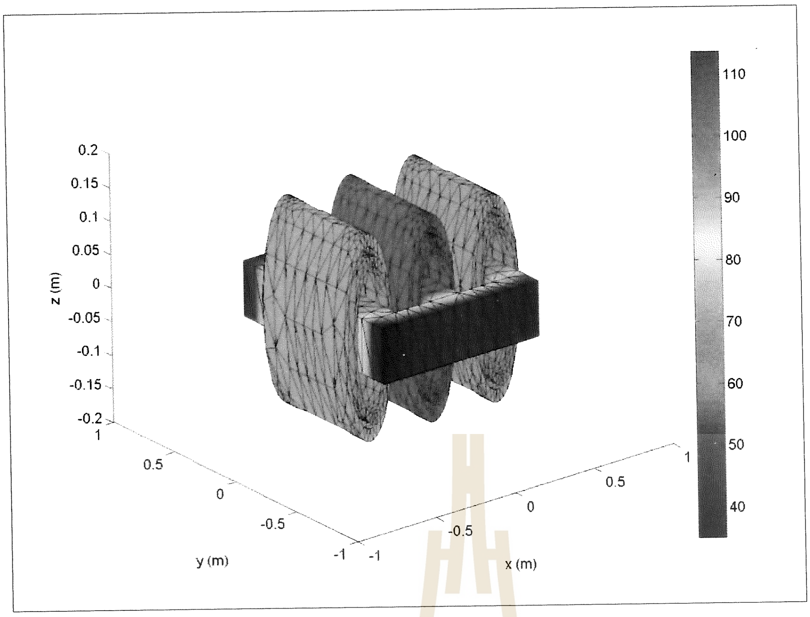
- การกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส A แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.14
- การกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส A แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.15
- ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส A แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.16



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

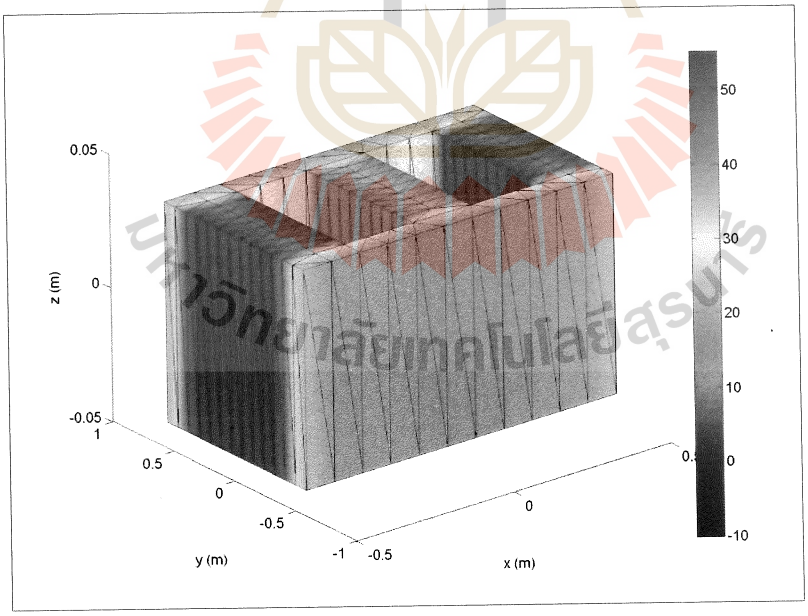


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

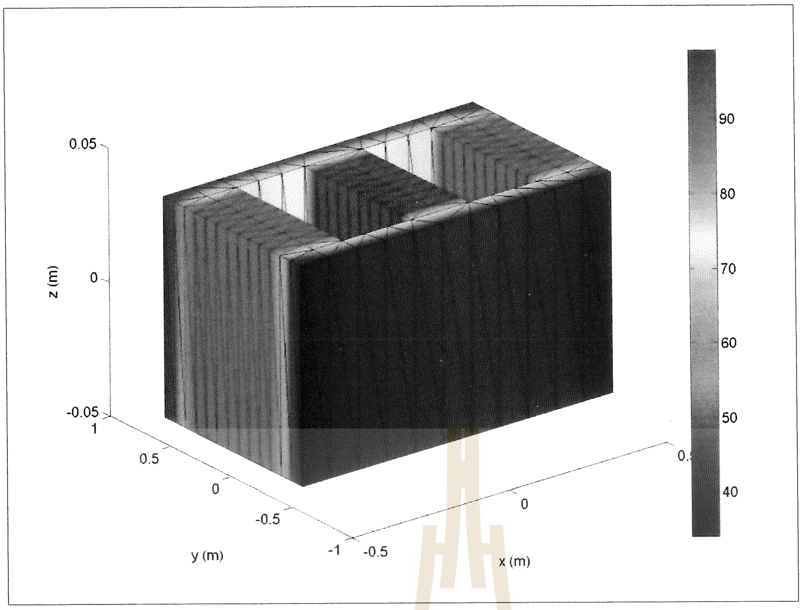


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

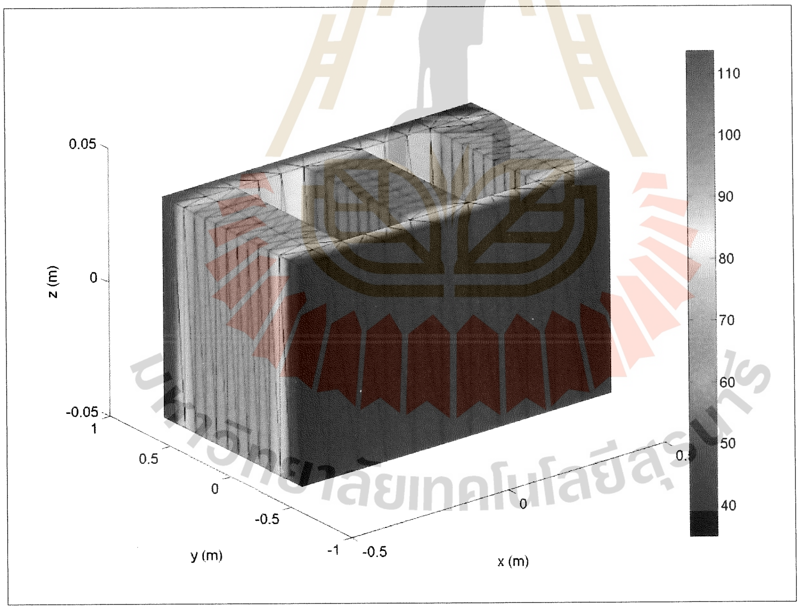
รูปที่ 4.14 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส A



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

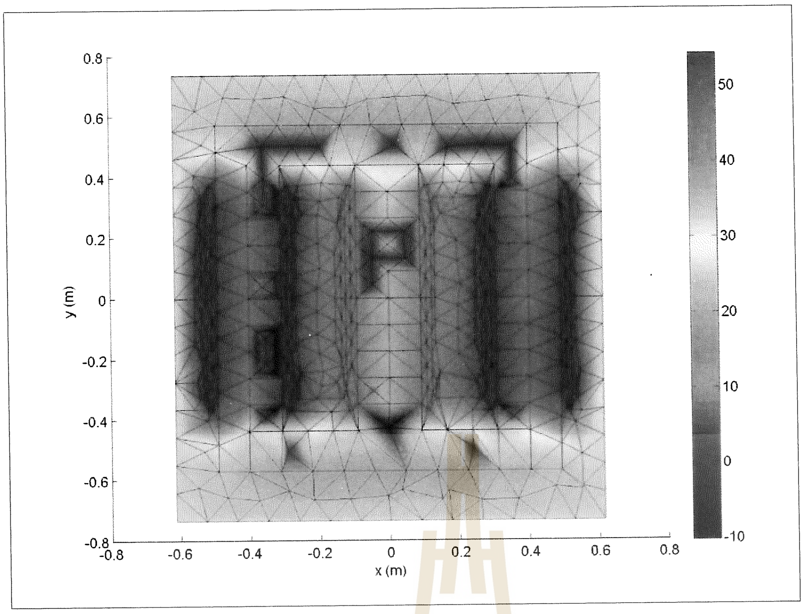


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

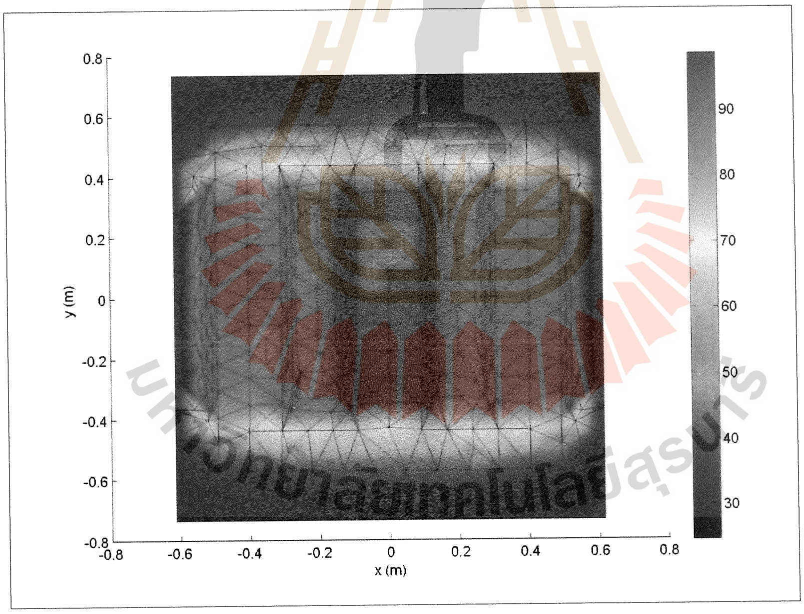


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

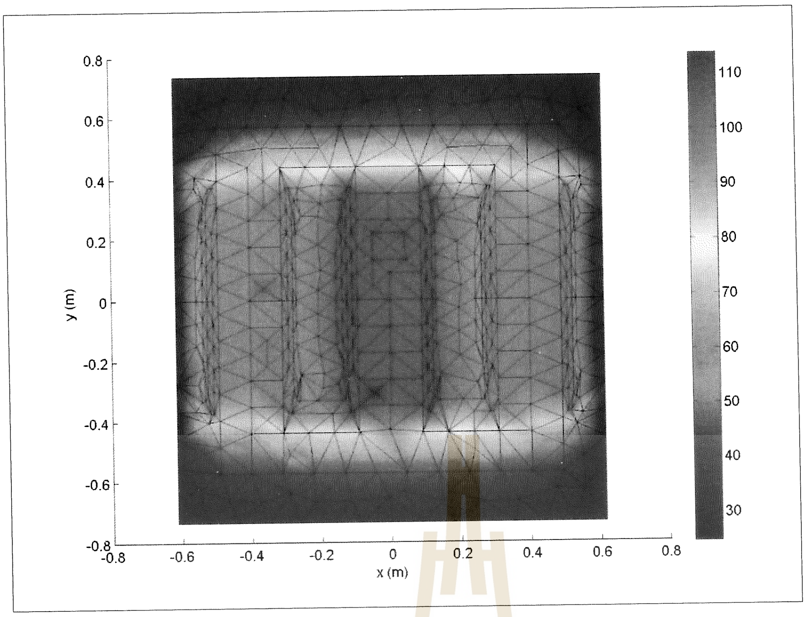
รูปที่ 4.15 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส A



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง



ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง



ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

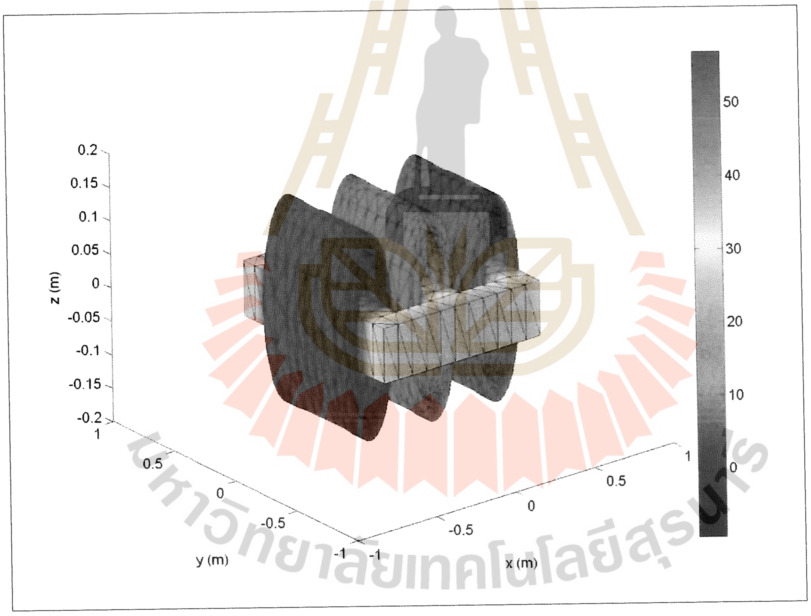
รูปที่ 4.16 ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส A

ในกรณีสภาวะจ่ายโหลดแบบไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยการอ้างอิงมุมเฟส A เป็นหลัก ค่าอุณหภูมิที่แสดงในรูปที่ 4.14 จะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณขดลวดตัวนำของหม้อแปลง ซึ่งผลการจำลองค่าอุณหภูมิที่ได้นั้นจะมีผลมาจากค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่ได้กล่าวไปแล้วในบทที่ 3 เช่นเดียวกันกับกรณีของการจ่ายโหลดสมดุล บริเวณเฟส B จะมีอุณหภูมิลดลงจากกรณีการจ่ายโหลดสมดุลเนื่องจากค่ามุมเฟสของกระแสโหลดที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของเฟส B มีค่าน้อยลงทำให้อุณหภูมิที่ขดลวดเฟส B ลดลงด้วย ส่วนบริเวณเฟส C จะมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นจากกรณีการจ่ายโหลดสมดุลเนื่องจากค่ามุมเฟสของกระแสโหลดที่ลดลงส่งผลให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของเฟส C มีค่าเพิ่มขึ้นทำให้อุณหภูมิที่ขดลวดเฟส C เพิ่มขึ้นด้วย และผลของค่าอุณหภูมิภายในหม้อแปลงนี้จะมีค่าเพิ่มขึ้นจนกระทั่งอุณหภูมิของหม้อแปลงเข้าสู่สถานะคงตัวเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น ส่วนในรูปที่ 4.15 นั้นจะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิเฉพาะที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ซึ่งผลของค่าอุณหภูมิที่แกนเหล็กนั้นจะมีผลมาจากการกระจายตัวของอุณหภูมิจากขดลวดตัวนำ และในภาพที่ 4.16 จะเป็นการแสดงภาพตัดขวาง

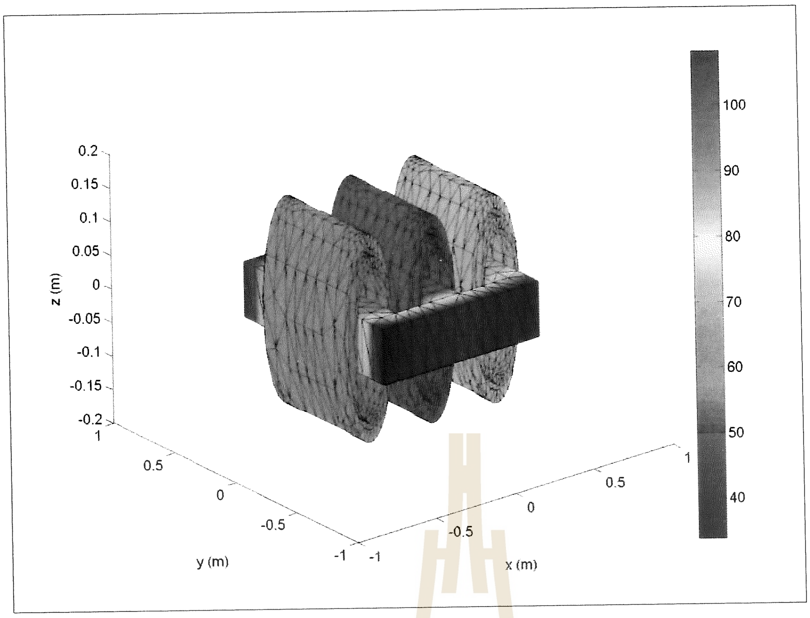
ตามแนวแกนเหล็กเพื่อให้เห็นการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงที่ช่วงเวลาต่างๆ ได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

อ้างอิงมุมเฟส B (เฟส B มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดเท่ากับค่าพิกัด ส่วนเฟส A มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดลดลง 30° จากค่าพิกัด และเฟส C มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดเพิ่มขึ้น 30° จากค่าพิกัด)

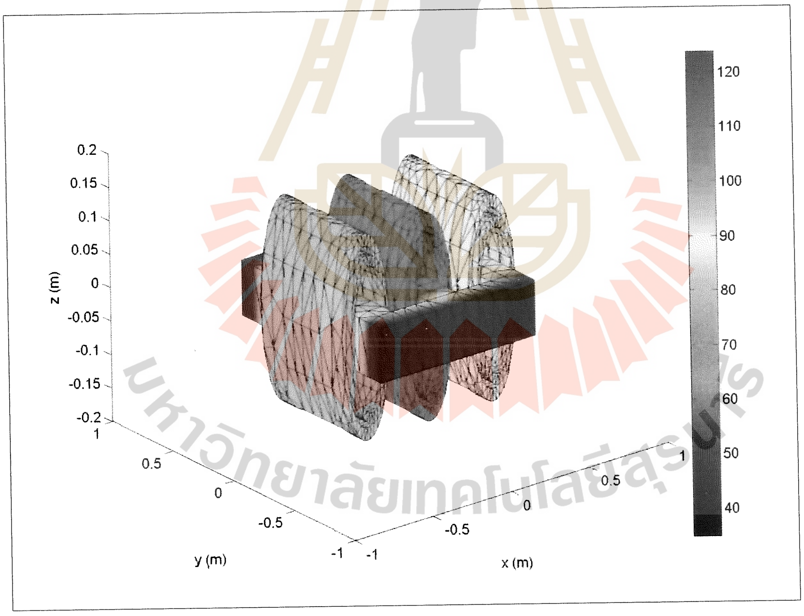
- การกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส B แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.17
- การกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส B แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.18
- ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส B แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.19



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

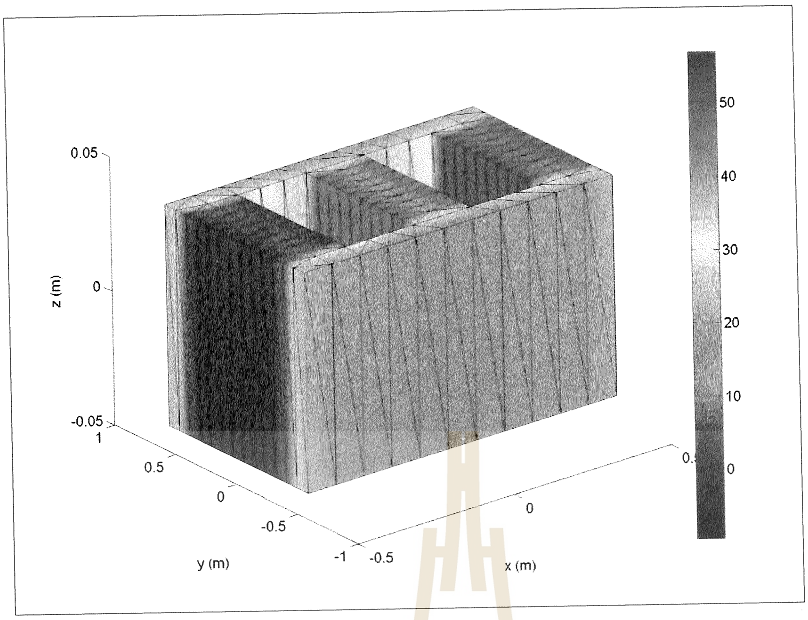


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

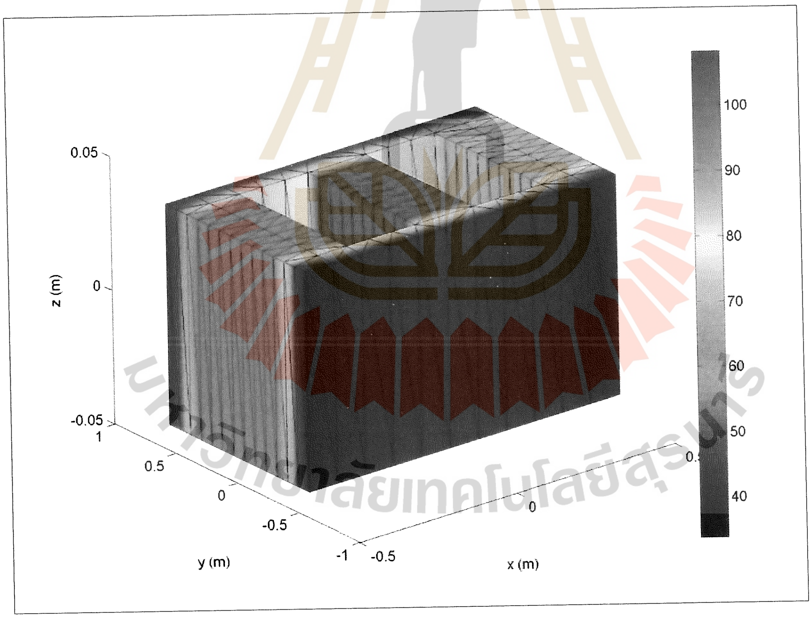


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

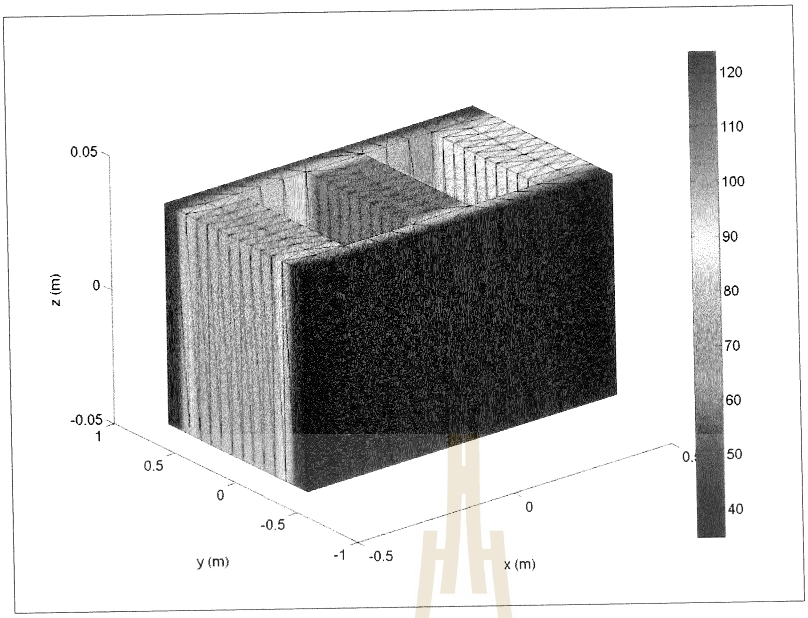
รูปที่ 4.17 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (˚C) ของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส B



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

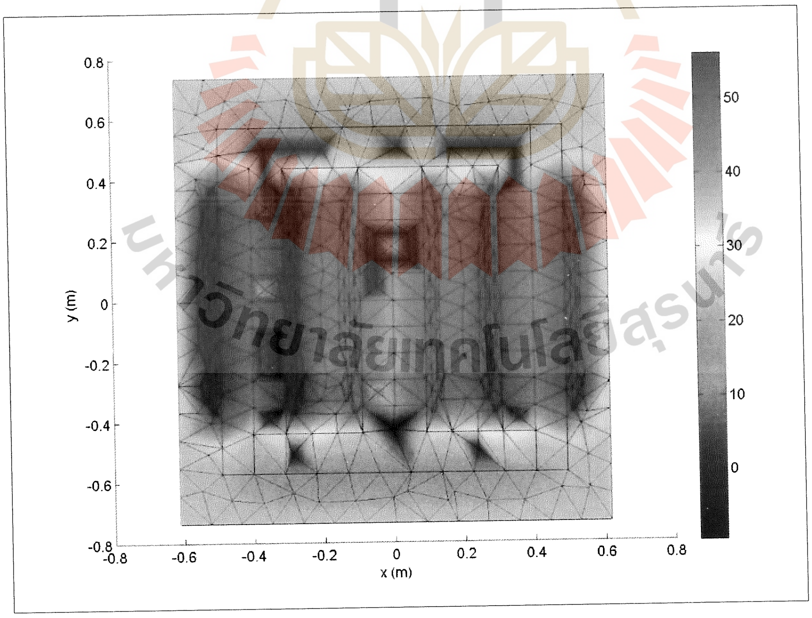


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

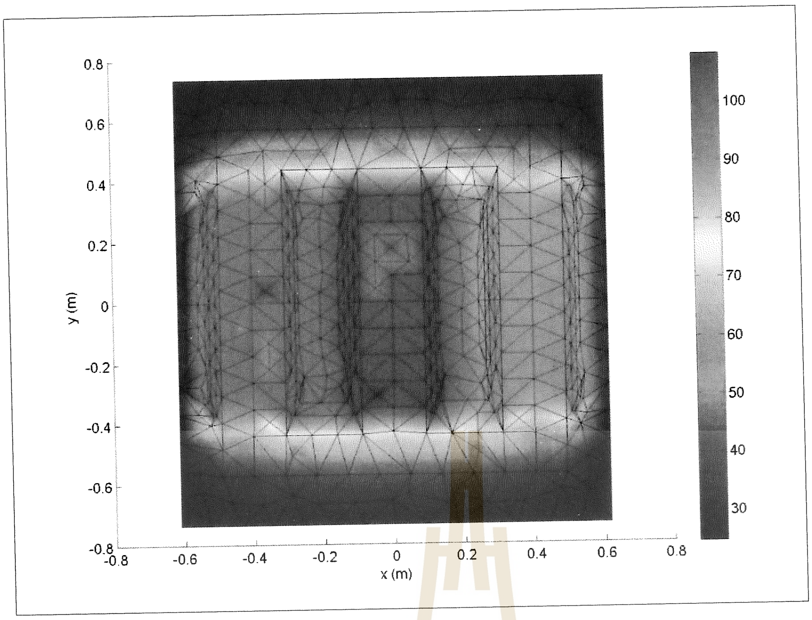


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

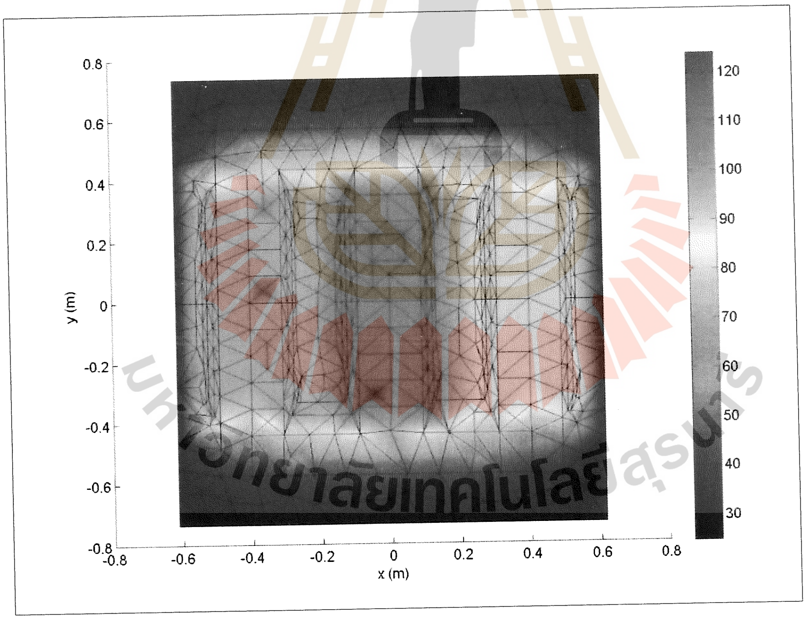
รูปที่ 4.18 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส B



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง



ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง



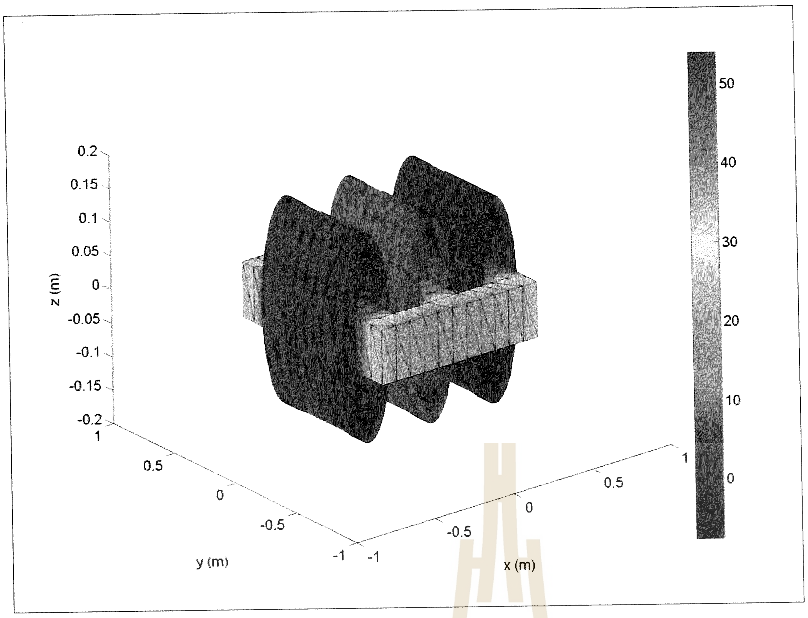
ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

รูปที่ 4.19 ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส B

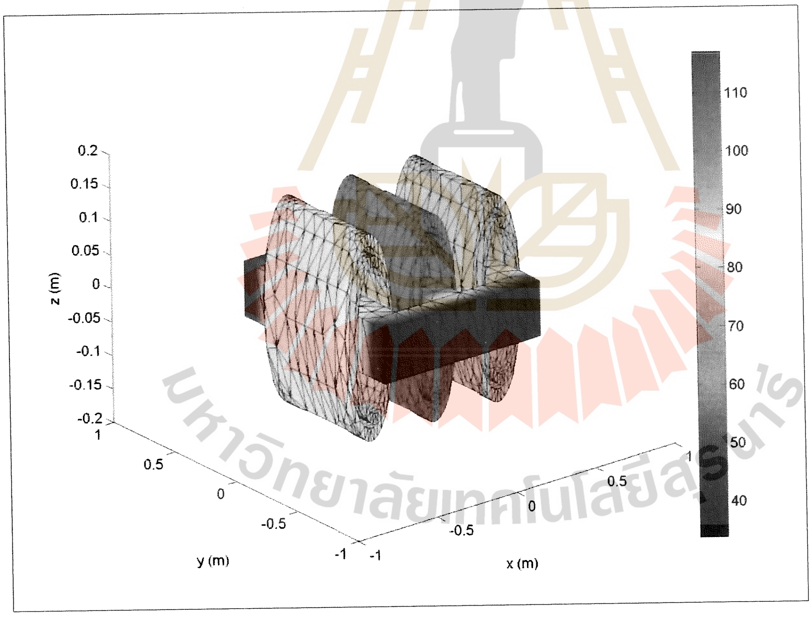
ในกรณีอ้างอิงมุมเฟส B เป็นหลัก ค่าอุณหภูมิที่แสดงในรูปที่ 4.17 จะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณขดลวดตัวนำของหม้อแปลง ซึ่งผลการจำลองค่าอุณหภูมิที่ได้นั้นจะมีผลมาจากค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเช่นเดียวกันกับกรณีของการจ่ายโหลดสมดุล บริเวณเฟส A จะมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นจากกรณีการจ่ายโหลดสมดุลเนื่องจากค่ามุมเฟสของกระแสโหลดที่ลดลงส่งผลให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของเฟส A มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้อุณหภูมิที่ขดลวดเฟส A เพิ่มขึ้นด้วย ส่วนบริเวณเฟส C จะมีอุณหภูมิลดลงจากกรณีการจ่ายโหลดสมดุลเนื่องจากค่ามุมเฟสของกระแสโหลดที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของเฟส C มีค่าลดลงทำให้อุณหภูมิที่ขดลวดเฟส C ลดลงด้วย และผลของค่าอุณหภูมิภายในหม้อแปลงนี้จะมีค่าเพิ่มขึ้นจนกระทั่งอุณหภูมิของหม้อแปลงเข้าสู่สถานะคงตัวเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น ส่วนในรูปที่ 4.18 นั้นจะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิเฉพาะที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ซึ่งผลของค่าอุณหภูมิที่แกนเหล็กนั้นจะมีผลมาจากการกระจายตัวของอุณหภูมิจากขดลวดตัวนำ และในภาพที่ 4.19 จะเป็นการแสดงภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กเพื่อให้เห็นการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงที่ช่วงเวลาต่าง ๆ ได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

อ้างอิงมุมเฟส C (เฟส C มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดเท่ากับค่าพิกัด ส่วนเฟส A มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดเพิ่มขึ้น 30° จากค่าพิกัด และเฟส B มีขนาดมุมเฟสของกระแสโหลดลดลง 30° จากค่าพิกัด)

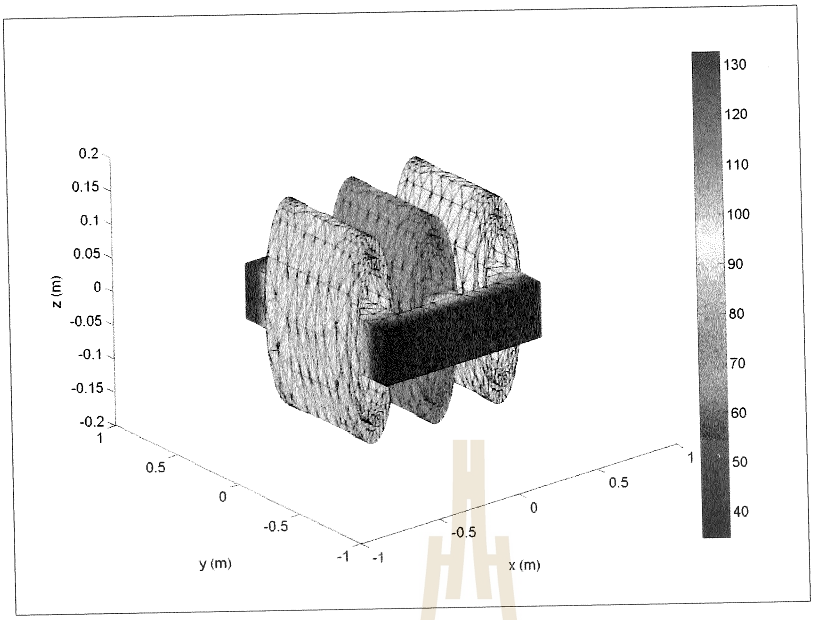
- การกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส C แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.20
- การกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส C แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.21
- ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟสเฟส C แสดงได้ด้วยรูปที่ 4.22



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

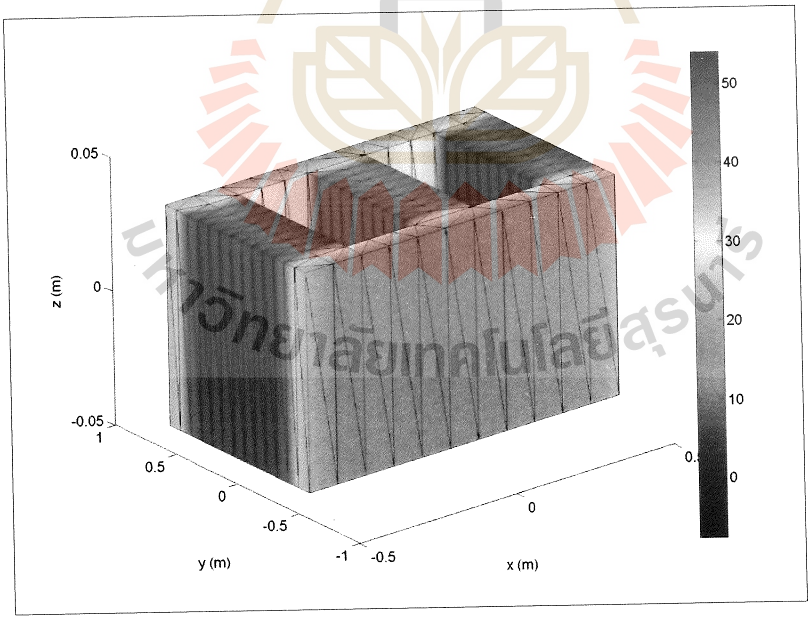


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

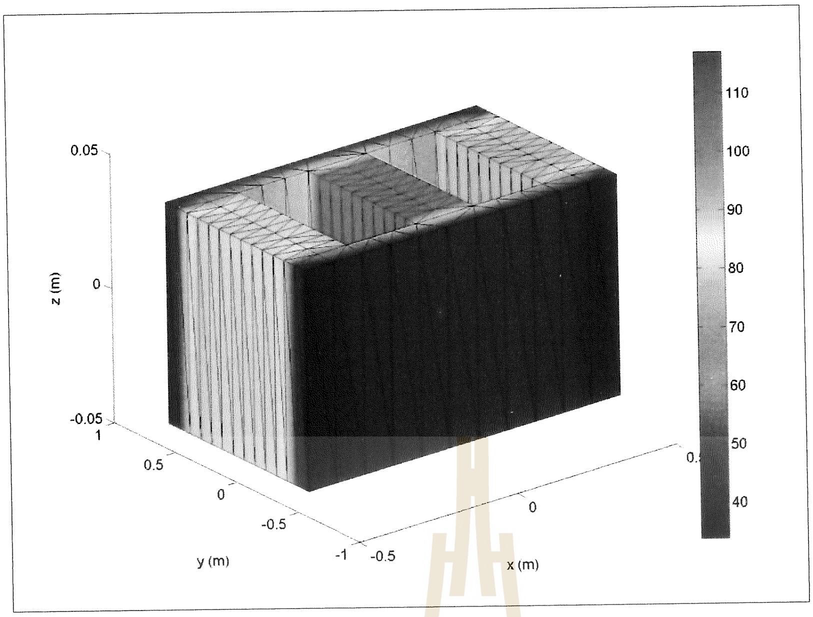


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

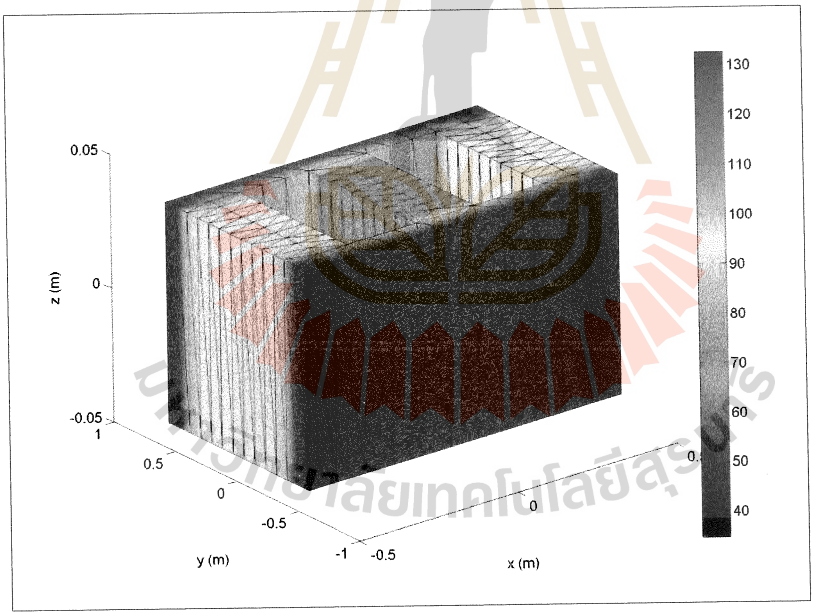
รูปที่ 4.20 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงจำหน่ายที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส C



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง

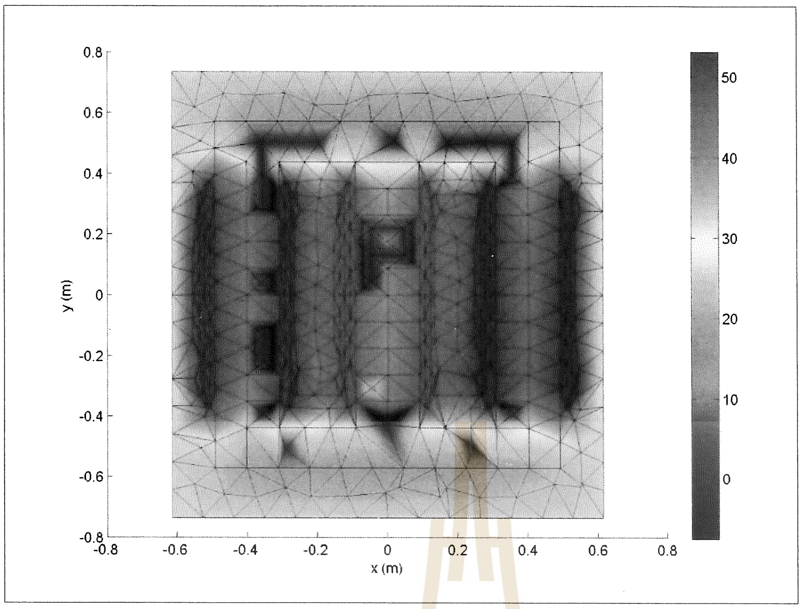


ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง

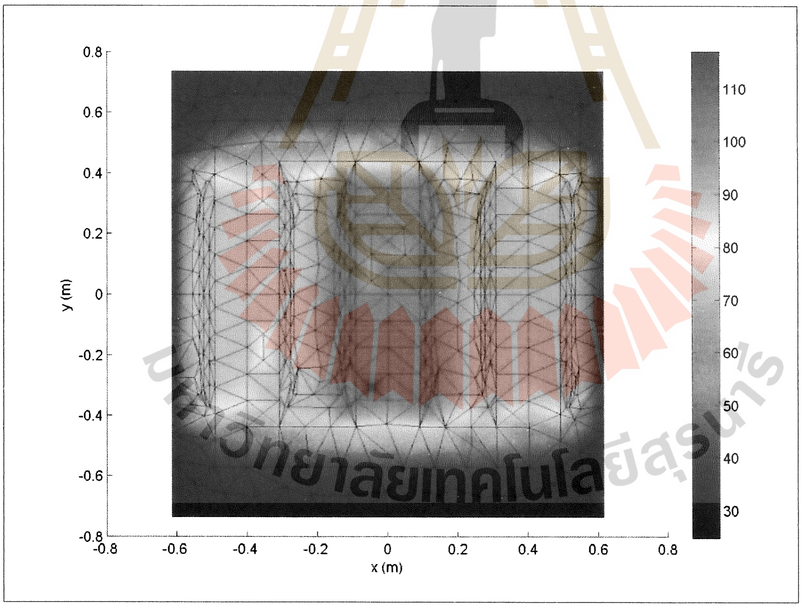


ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

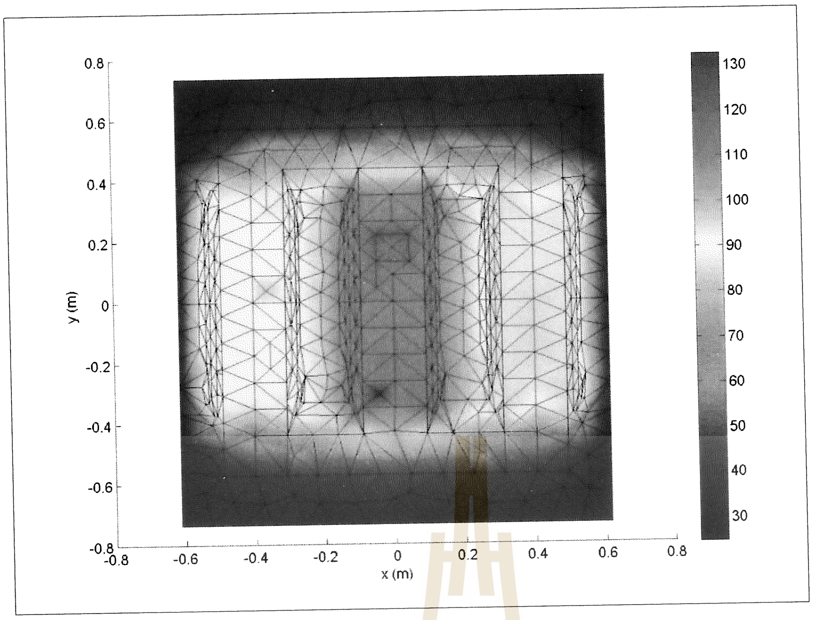
รูปที่ 4.21 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส C



ก) ที่เวลา 100 ชั่วโมง



ข) ที่เวลา 500 ชั่วโมง



ค) ที่เวลา 1000 ชั่วโมง

รูปที่ 4.22 ภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กของการกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส C

ในกรณีอ้างอิงมุมเฟส C เป็นหลัก ค่าอุณหภูมิที่แสดงในรูปที่ 4.20 จะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณขดลวดตัวนำของหม้อแปลง ซึ่งผลการจำลองค่าอุณหภูมิที่ได้นั้นจะมีผลมาจากค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเช่นเดียวกันกับกรณีของการจ่ายโหลดสมดุล บริเวณเฟส A จะมีอุณหภูมิลดลงจากกรณีการจ่ายโหลดสมดุลเนื่องจากค่ามุมเฟสของกระแสโหลดที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของเฟส A มีค่าลดลงขึ้น ทำให้อุณหภูมิที่ขดลวดเฟส A ลดลงด้วย ส่วนบริเวณเฟส B จะมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นจากกรณีการจ่ายโหลดสมดุลเนื่องจากค่ามุมเฟสของกระแสโหลดที่ลดลงส่งผลให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กของเฟส B มีค่าสูงขึ้น ทำให้อุณหภูมิที่ขดลวดเฟส B เพิ่มขึ้นด้วยด้วย และผลของค่าอุณหภูมิภายในหม้อแปลงนี้จะมีค่าเพิ่มขึ้นจนกระทั่งอุณหภูมิของหม้อแปลงเข้าสู่สถานะคงตัวมื่อเวลาเพิ่มขึ้น ส่วนในรูปที่ 4.21 นั้นจะเป็นการแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิเฉพาะที่บริเวณแกนเหล็กของหม้อแปลง ซึ่งผลของค่าอุณหภูมิที่แกนเหล็กนั้นจะมีผลมาจากการกระจายตัวของอุณหภูมิจากขดลวดตัวนำ และในภาพที่ 4.22 จะเป็นการแสดงภาพตัดขวางตามแนวแกนเหล็กเพื่อให้เห็นการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงที่ช่วงเวลาต่างๆ ได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

เมื่อพิจารณากรณีสภาวะจ่ายโหลดแบบไม่สมดุลทางมุมเฟสทุกแบบที่ปรากฏพบว่าค่าอุณหภูมิในขดลวดที่มีมุมเฟสของกระแสโหลดลดลงจะสูงขึ้นเมื่อเทียบกับขดลวดเฟสเดียวกันในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล และอุณหภูมิในขดลวดที่มีมุมเฟสของกระแสโหลดสูงขึ้นจะลดลงเมื่อเทียบกับขดลวดเฟสเดียวกันในสภาวะจ่ายโหลดสมดุล

สภาวะจ่ายโหลดไม่สมดุลทั้ง 2 แบบนั้น จะทำให้หม้อแปลงจำหน่ายมีค่าอุณหภูมิที่เปลี่ยนไปตามค่าขนาดและมุมเฟสของกระแสโหลด เนื่องจากขนาดและมุมเฟสของกระแสโหลดมีผลต่อค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก และอุณหภูมิของหม้อแปลงนั้นก็มีผลมาจากค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก เพราะฉะนั้นจะเห็นได้ว่าขดลวดในเฟสที่มีค่าขนาดของกระแสโหลดมากจะทำให้ขดลวดเฟสนั้นมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นด้วย และขดลวดในเฟสที่มีค่ามุมเฟสของกระแสโหลดน้อยจะทำให้ขดลวดเฟสนั้นมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นด้วยเช่นเดียวกัน แสดงอุณหภูมิสูงสุดที่ขดลวดของหม้อแปลงจำหน่ายในทุกกรณีได้ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าอุณหภูมิสูงสุดที่ขดลวดของหม้อแปลงจำหน่าย

ขดลวดเฟส	อุณหภูมิสูงสุด (°C)						
	สมดุล (กรณีที่ 1)	ไม่สมดุล					
		ทางขนาด (อ้างอิงขนาดเฟส)			ทางมุมเฟส (อ้างอิงมุมเฟส)		
		A (กรณีที่ 2)	B (กรณีที่ 3)	C (กรณีที่ 4)	A (กรณีที่ 5)	B (กรณีที่ 6)	C (กรณีที่ 7)
A	94.110	93.680	118.794	88.452	93.407	97.075	91.550
B	107.145	105.509	111.326	117.386	102.787	107.633	108.468
C	93.125	119.963	84.750	95.509	94.460	91.036	93.590

จากตารางที่ 4.1 จะเป็นการแสดงอุณหภูมิสูงสุดที่ขดลวดของหม้อแปลงจำหน่าย ซึ่งแยกพิจารณาเป็น 7 กรณี โดยเรียงลำดับจากคอลัมน์ซ้ายไปหาคอลัมน์ด้านขวาตามลำดับ แสดงได้ดังนี้ คือ 1.) กรณีโหลดสมดุล 2.) กรณีโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A 3.) กรณีโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B 4.) กรณีโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C 5.) กรณีโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส A 6.) กรณีโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส B และ

7.) กรณีโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส C จากนั้นนำค่าอุณหภูมิที่ได้ไปคำนวณหาอายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงต่อไป

4.4 ผลการคำนวณอายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงจำหน่ายที่มีผลจากอุณหภูมิ

การคำนวณหาอายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงจะอาศัยทฤษฎีของ Arrhenius โดยฉนวนที่พิจารณาในงานวิจัยนี้คือฉนวนที่กั้นบริเวณขดลวดแรงสูงและแรงต่ำซึ่งเป็นฉนวนประเภทกระดาษ โดยกระดาษนั้นประกอบด้วยเซลลูโลสเป็นองค์ประกอบหลัก ซึ่งเป็นสารประเภทอินทรีย์ โดยการเสื่อมสภาพของสารอินทรีย์ มีอัตราการเสื่อมสภาพเป็นรูปกราฟเอ็กโปเนนเชียล ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีของ Arrhenius (คมสันติ์ ดาโรจน์, 2541) โดยค่าคงที่ที่ใช้ในการคำนวณในงานวิจัยนี้จะเป็นค่าคงที่ที่ขึ้นอยู่กับชนิดของฉนวน จากการจำลองผลอุณหภูมิในหม้อแปลงจำหน่ายดังตารางที่ 4.1 สามารถนำค่าอุณหภูมิสูงสุดที่ขดลวดของหม้อแปลงจำหน่ายมาคำนวณอายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงได้ตามตารางที่ 4.2 ดังนี้

ตารางที่ 4.2 ผลการคำนวณอายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงจำหน่าย

ขดลวดเฟส	อายุการใช้งานของฉนวน (ปี)						
	สมดุล (กรณีที่ 1)	ไม่สมดุล					
		ทางขนาด (อ้างอิงขนาดเฟส)			ทางมุมเฟส (อ้างอิงมุมเฟส)		
		A (กรณีที่ 2)	B (กรณีที่ 3)	C (กรณีที่ 4)	A (กรณีที่ 5)	B (กรณีที่ 6)	C (กรณีที่ 7)
A	110.37	115.783	8.41	209.24	119.36	79.56	147.046
B	27.19	32.24	17.70	9.66	42.96	25.85	23.71
C	123.19	7.505	321.47	94.50	106.14	155.85	116.97

จากตารางที่ 4.2 จะเป็นการแสดงอายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงจำหน่าย ซึ่งแยกพิจารณาเป็น 7 กรณี โดยเรียงลำดับจากคอลัมน์ซ้ายไปหาคอลัมน์ด้านขวาตามลำดับ เช่นเดียวกับตารางที่ 4.1 แสดงได้ดังนี้ คือ 1.) กรณีโหลดสมดุล 2.) กรณีโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส A 3.) กรณีโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส B 4.) กรณีโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลทางขนาดโดยอ้างอิงขนาดเฟส C 5.) กรณีโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส A 6.) กรณีโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลทางมุมเฟส

โดยอ้างอิงมุมเฟส B และ 7.) กรณีโหลดไม่สมดุลแบบไม่สมดุลทางมุมเฟสโดยอ้างอิงมุมเฟส C จะเห็นได้ว่าอุณหภูมิของขดลวดมีผลต่ออายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลง โดยเมื่ออุณหภูมิของขดลวดสูงขึ้นจะทำให้อายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงมีค่าลดลงและเมื่ออุณหภูมิของขดลวดลดลงจะทำให้อายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งอุณหภูมิที่สูงขึ้นหรือลดลงนี้มีผลมาจากสภาวะการจ่ายโหลดของหม้อแปลงจำหน่าย

ตามมาตรฐาน ANSI กำหนดอายุการใช้งานฉนวนที่ทำมาจากเซลูโลสไว้คือ ขณะหม้อแปลงจ่ายโหลดมีค่าอุณหภูมิที่ขดลวดเฉลี่ย 120 °C ตลอดเวลา ฉนวนหม้อแปลงจะมีอายุการใช้งานประมาณเท่ากับ 6.5×10^{4} ชั่วโมงหรือ 7.4 ปี แต่โดยทั่วไปแล้วการจ่ายโหลดจะเป็นการจ่ายโหลดรายวัน (daily load) ซึ่งมีค่าโหลดไม่เท่ากันตลอดทั้งวัน อุณหภูมิของสภาพแวดล้อมก็ไม่คงที่ตลอดจนอุณหภูมิของแต่ละฤดูการก็ไม่เท่ากัน จึงมีสภาพที่มีทั้งอุณหภูมิสูงกว่าและต่ำกว่า อายุการใช้งานจึงยาวกว่า และอาจใช้งานได้นานถึง 30 ปี

4.5 สรุป

บทที่ 4 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผลพร้อมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงจำหน่าย 3 เฟส ขนาด 400 kVA ในสภาวะจ่ายโหลดสมดุลและไม่สมดุลด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB ซึ่งโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิแบบ 3 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 4.1 จากผลลัพธ์ของค่าอุณหภูมิที่ได้จากการจำลองผลจะพบว่า บริเวณขดลวดตัวนำของหม้อแปลงที่จ่ายกระแสให้กับโหลดภายนอกจะมีค่าอุณหภูมิสูงกว่าบริเวณอื่นๆ เนื่องค่าอุณหภูมิจะมีผลมาจากค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก และศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะมีผลมาจากค่ากระแสที่หม้อแปลงจ่ายให้กับโหลดภายนอก และผลของอุณหภูมิที่ได้จะกระจายไปทั่วบริเวณของหม้อแปลง จนกระทั่งอุณหภูมิของหม้อแปลงอยู่ในสภาวะอยู่ตัว ค่าอุณหภูมิที่สูงขึ้นจะทำให้อายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงนั้นลดลง แต่ในทางปฏิบัติโหลดของหม้อแปลงจะไม่เท่ากันตลอดทั้งวันและสภาพอุณหภูมิภายนอกมีการเปลี่ยนแปลงไปตลอดทั้งวัน เพราะฉะนั้นอายุการใช้งานของฉนวนจะมีการเปลี่ยนแปลงได้

บทที่ 5
สรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุป

งานวิจัยนี้ ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อย และการจำลองผลค่าสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิที่เกิดขึ้นภายในหม้อแปลงจำหน่ายขนาด 400 kVA เพื่อพิจารณาผลกระทบของค่าสนามแม่เหล็กที่มีผลต่ออุณหภูมิ และผลของอุณหภูมิที่มีผลต่ออายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงเมื่อพิจารณาหม้อแปลงจำหน่ายในสภาวะการจ่ายโหลดสมดุลและไม่สมดุล การจำลองผลใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่พัฒนาขึ้นเองพร้อมตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมให้เป็นที่น่าเชื่อถือ

ในบทที่ 2 เป็นขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสองและอธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ทั้งแบบ 2 มิติและ 3 มิติ โดยได้เลือกใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาเลอร์คิน ส่วนในบทที่ 3 เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ และ 3 มิติ เพื่อให้เห็นถึงความคล้ายคลึงและความแตกต่างของวิธีการคำนวณทั้งสอง พร้อมนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามแม่เหล็กภายในส่วนต่าง ๆ ของหม้อแปลงจำหน่ายเมื่อพิจารณาหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุลและไม่สมดุล โดยได้ทำการเปรียบเทียบผลเฉลยของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ และ 3 มิติ โดยกระบวนการสร้างกริดแบบ 2 มิติ ได้เลือกใช้กล่องเครื่องมือ PDETOOL ที่อยู่ในโปรแกรม MATLAB™ และการสร้างกริดแบบ 3 มิติ ได้เลือกใช้โปรแกรม Solid work และในบทที่ 4 ได้อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลพร้อมนำเสนอผลการจำลองการกระจายอุณหภูมิภายในหม้อแปลงจำหน่ายที่มีผลกระทบจากสนามแม่เหล็ก เมื่อพิจารณาหม้อแปลงในสภาวะจ่ายโหลดสมดุลและไม่สมดุล ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ทั้งนี้เพื่อให้เห็นถึงลักษณะการกระจายตัวของอุณหภูมิที่สอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงยิ่งขึ้น จากนั้นได้ทำการคำนวณหาค่าอายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลงจากค่าอุณหภูมิสูงสุดที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ ซึ่งพบว่ากระแสโหลดของหม้อแปลงจะมีผลต่ออุณหภูมิของหม้อแปลง และอุณหภูมิสูงสุดที่บริเวณขดลวดของหม้อแปลงจะมีผลต่ออายุการใช้งานของฉนวนหม้อแปลง

5.2 ข้อเสนอแนะและงานวิจัยในอนาคต

1. คำนวณอายุการใช้งานของหม้อแปลงจำหน่ายเมื่อพิจารณาหม้อแปลงอยู่ในสภาวะจ่ายโหลดที่ไม่คงที่

2. ออกแบบหม้อแปลงจำหน่ายโดยพิจารณาอุณหภูมิที่มีผลต่ออายุการใช้งานของหม้อแปลง

บรรณานุกรม

คมสันติ์ ดาโรจน์. (2541). **ผลกระทบของกระแสฮาร์มอนิกที่มีต่ออายุการใช้งานของหม้อแปลงกำลัง.** วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต. ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นักสิทธิ์ คูวัฒนาชัย. (2533). **การถ่ายเทความร้อน** (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ฟิสิกส์เซ็นเตอร์

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2547). **ไฟไนต์อิลิเมนท์ในงานวิศวกรรม** (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2549). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เผดิ็จ เผ่าละออ. (2548). **การออกแบบแนวใหม่ของมอเตอร์เหนี่ยวนำเพื่อลดการสั่นสะเทือนโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์**. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.

Babaie, H., and Farahani, F. F. (2010). Analysis of Thermal Behavior of High Frequency Transformers Using Finite Element Method. **J.Electromagnetic Analysis & Application**, 2, 627-632.

Carstea, D., Carstea, I., and Carstea, A. (2005). Numerical Simulation of Coupled Magnetic and Thermal Fields in Two-Bars Line. **Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services 7th International Conference**, vol.1, 311-314.

Chen, Q., S., Zhang, H., Prasad, V. (2001). Heat transfer and kinetics of bulk growth of silicon carbide. **Journal of Crystal Growth**. 230, 239-246.

Christopoulos, C. (1995). The Transmission-Line Modeling Method: TLM, **IEEE Press, USA.**

Dasgupta, I. (2002). Design of Transformers, **McGraw Hill, New Delhi.**

Demerdash, N. A., and Gillott, D. H. (1974). A new approach for determination of eddy current and flux penetration in nonlinear ferromagnetic materials. **IEEE Transactions on Magnetics,** 74, 682-685.

Driesen, J., Deliege, G., Belmans, R., and Hameyer, K. (2000). Coupled thermo-magnetic simulation of a foil-winding transformer connected to a nonlinear load. **IEEE Transactions on Magnetics. 36(4):** 1381 – 1385.

Electrical, B. H.,(2003). **Transformers** (2nd ed.). New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Elmoudi, A., Lehtonen, M., and Nordman, H. (2006). Thermal model for power transformers dynamic loading. **Conference Record of the 2006 IEEE International Symposium** , 214-217.

Hernandez, C., and Arjona, M. A. (2007). Design of distribution transformers based on a knowledge-based system and 2D finite elements. **Finite Elements in Analysis and Design.** 43: 659-665.

Hwang, C. C., Tang, P. H., and Jiang Y. H. (2005). Thermal analysis of high-frequency transformers using finite elements coupled with temperature rise method. **IEE Proceedings Electric Power Applications.** 4: 832-836.

Jang, J. Y., and Chiu, Y. W. (2007). Numerical and experimental thermal analysis for a metallic hollow cylinder subjected to step- wise electro- magnetic induction heating. **Applied Thermal Engineering** 27, 1883-1894.

Kulkrni, S. V., and Khaparde, S. A. (2004). Transformer Engineering Design and Practice, **Marcel Dekker, Inc, USA.**

Preis, K., Biro, O., Buchgraber, G., and Ticar, L. (2006). Thermal-electromagnetic coupling in the finite-element simulation of power transformers. **IEEE Transactions on Magnetics**, 42(4), 999-1002.

Rafajdus, P., Hrabovcova, V., Susota, M., and Vojeneiak, M. (2008). Design of superconducting traction transformer and its thermal analysis. **Electrical Machines, 2008, 18th International Conference** , 1-6.

Rao, J. S., (1999). **Dynamics of plates.** New Delhi:Narosa Publishing House.

Rao, N. N., (1994). **Elements of Engineering Electromagnetics** (4 th ed). New Jersey: Prentice hall.

Samesima, M. I., Wilson, R. J., and Araujo, S. C. N. (1995). Analysis of transformer loss of life driving nonlinear industrial loads by the finite elements approach. **Thirtieth IAS Annual Meeting,** IEEE. 2175-2179.

Saraiva, E., Chaves, M. L. R., and Camacho, J. R. (2008). Three-Phase Transformer Representation Using FEMM, and a Methodology for Air Gap Calculation. **Electrical Machines, 2008, 18th International Conference.** 1-6.

Smolka, J., Ingham, D. B., Elliott, L., and Nowak, A. J. (2007). Enhanced numerical model of performance of an encapsulated three-phase transformer in laboratory environment. **Applied Thermal Engineering**. 27, 156-166.

Tsili, M. A., Amoiralis, E. I., Kladas, A. G., and Souflaris, A. T. (2009). Hybrid Numerical-Analytical Technique for Power Transformer Thermal Modeling. **IEEE Transactions on Magnetics**. 45(3): 1408 – 1411.

Vecchio, R. D., Poulin, B., Feghali, P. T., and Ahuja, R. (2001). Transformer design principles with applications to core-form power transformers. **Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam**.

Wakil, N. E., Chereches, N. C., and Padet, J. (2006). Numerical study of heat transfer and fluid flow in a power transformer. **International Journal of Thermal Sciences**. 45, 615-626.

ประวัติผู้วิจัย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ เป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี สำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาตรี ปริญญาโท และปริญญาเอก จากสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ดำเนินงานวิจัยด้าน Applied FEM for Electromagnetic Field, for Electrical Machine, and for Heat Transfer และ Applied AI มีผลงานวิจัยตีพิมพ์ระดับชาติและนานาชาติมากกว่า 50 เรื่อง จดสิทธิบัตร 1 ผลงาน และลิขสิทธิ์โปรแกรม 3 ผลงาน

นายพีรวัจน์ มีสุข สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) ที่มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมาในปี พ.ศ. 2552 หลังจากสำเร็จการศึกษาได้เข้าศึกษาต่อระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีโดยขณะศึกษาได้ปฏิบัติงานเป็นผู้ช่วยสอนปฏิบัติการของสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ทั้งนี้มีความสนใจในด้านการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและอุณหภูมิโดยใช้ FEM รวมไปถึงการประยุกต์ใช้ FEM ในงานระบบไฟฟ้ากำลัง