

การวิเคราะห์อุณหภูมิอาหารจากการทำงานของเตาไมโครเวฟหลากชนิด
ด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ

นางสาวอิสราภรณ์ อมรสวัสดิ์วัฒนา

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ปีการศึกษา 2558

**ANALYSIS OF FOOD TEMPERATURE IN VARIOUS
TYPES OF MICROWAVE OVEN BY
3-D FINITE ELEMENT METHOD**

Issaraporn Amornsawatwattana



**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering**

Suranaree University of Technology

Academic Year 2015

การวิเคราะห์อุณหภูมิอาหารจากการทำงานของเตาไมโครเวฟหลากชนิด
ด้วยวิธีไฟไนท์อีลีเมนต์แบบ 3 มิติ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อนุมัติให้นักวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

(รศ. ดร.กิตติ อัครกิตตมงคล)

ประธานกรรมการ

(ผศ. ดร.เผด็จ เผ่าละออ)

กรรมการ (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์)

(ผศ. ร.อ. ดร.ประโยชน์ คำสวัสดิ์)

กรรมการ

(ศ. ดร.ชูกิจ ลิ้มปีจันทร์)

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการและนวัตกรรม

(รศ. ร.อ. ดร.กนต์ธร ชำนิประศาสน์)

คณบดีสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

อิสราภรณ์ อมรสวัสดิ์วัฒนา : การวิเคราะห์อุณหภูมิอาหารจากการทำงานของเตาไมโครเวฟหลากชนิด ด้วยวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ (ANALYSIS OF FOOD TEMPERATURE IN VARIOUS TYPE OF MICROWAVE OVEN BY 3-D FINITE ELEMENT METHOD) อาจารย์ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ, 136 หน้า.

วิทยานิพนธ์นี้ นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิภายในเตาไมโครเวฟ ซึ่งแสดงอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation) อันดับที่สอง การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิที่เกิดขึ้นภายในเตาไมโครเวฟ วิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์เป็นวิธีการแก้สมการเชิงตัวเลขในรูปแบบสมการอนุพันธ์ย่อยที่ได้รับความนิยมในการนำมาใช้ในงานทางด้านวิศวกรรมอย่างกว้างขวาง รวมถึงใช้ในการจำลองผลการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิ วิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์สามารถแก้ปัญหาสมการแมกเวลล์ที่ปรากฏในแบบจำลองอุณหภูมิของเตาไมโครเวฟ โดยได้ประยุกต์ใช้การประมาณค่าแบบย้อนหลังกับงานที่ขึ้นกับเวลา วิทยานิพนธ์นี้ได้นำประโยชน์ของวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ มาใช้ในการคำนวณค่าความร้อนภายในเตาไมโครเวฟ โดยที่เตาไมโครเวฟทำงานที่ความถี่ 2,450 MHz ในเตาไมโครเวฟมีท่อนำคลื่นที่เรียกว่าแมกนีตรอน (magnetron) คลื่นนี้จะถูกพัดลมพัดคลื่นให้กระจายทั่วเตา โมเลกุลของอาหารเมื่อได้รับคลื่นไมโครเวฟจะเกิดการสั่นทำให้เกิดความร้อน โดยวิทยานิพนธ์นี้จะแบ่งการวิเคราะห์รูปแบบการทำงานของเตาไมโครเวฟออกเป็นแบบจานหมุนและจานไม่หมุน เพื่อเปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในอาหาร รวมถึงการวิเคราะห์รูปแบบจำนวนของท่อนำคลื่นที่ส่งผลต่อการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิ

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

ปีการศึกษา 2558

ลายมือชื่อนักศึกษา _____

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา _____

ISSARAPORN AMORNSAWATWATTANA : ANALYSIS OF FOOD
TEMPERATURE IN VARIOUS TYPE OF MICROWAVE OVEN BY 3-D
FINITE ELEMENT METHOD. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. PADEJ
PAO-LA-OR, Ph.D., 136 PP.

MICROWAVE OVEN/WAVEGUIDE/ELECTRIC FIELD/TEMPERATURE/
3-D FINITE ELEMENT METHOD

This thesis proposed mathematical model of electric field and temperature in microwave oven. The model shown in second-order partial differential equation. The simulation applied 3-D finite element method, which develops in programming of MATLAB, and can be shown the result of electric field that affect temperature in microwave oven. Finite Element Method is one among popular numerical methods that is able to handle partial differential equation in various forms. At present, the finite element method has been widely applied in most engineering fields. Even for problems of electric field and temperature distribution, the finite element method is able to estimate solution of Maxwell's equations which appeared in temperature model of microwave oven. To solve this time-dependent system, a step-by-step numerical integration of the backward difference algorithm is applied. This thesis utilizes the advantages of the 3-D finite element method for handling the heat calculation in microwave oven. Microwave oven which work at 2,450 MHz of frequency. In microwave oven has waveguide that called "Magnetron". The magnetron will be blown wave spread around in microwave oven. Molecule of foods have got the microwave will be vibrated into heat. This thesis will be divided the

analysis of microwave condition to rotating and non-rotating for compared the distribution of temperature in food, and the analysis of number of waveguide affect to steady-state temperature.



School of Electrical Engineering

Academic Year 2015

Student's Signature _____

Advisor's Signature _____

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดีเนื่องจากได้รับความช่วยเหลืออย่างดียิ่ง ทั้งด้านวิชาการ และด้านดำเนินงานวิจัย จากบุคลากรและกลุ่มบุคคลต่าง ๆ ได้แก่

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ ผู้ช่วยอธิการบดีฝ่ายบริหาร ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษา วิทยานิพนธ์ ผู้ให้คำปรึกษา แนะนำ และแนะแนวทางอันเป็นประโยชน์แก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด รวมถึงได้ช่วยตรวจทานและแก้ไขรายงานวิทยานิพนธ์ นอกจากนี้ยังมีความเป็นกันเองแก่ผู้วิจัย และเป็นທີ່ปรึกษาที่ดีในทุกเรื่อง และเป็นแบบอย่างที่ดีในการดำเนินชีวิตหลายๆ ด้าน

ขอขอบคุณ คุณอารักษ์ บุญมาชัย ที่ได้ให้ความช่วยเหลือดูแล และแนะแนวทางอันเป็น ประโยชน์แก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด และขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ให้ทุนสนับสนุน ค่าใช้จ่ายในการศึกษา รวมทั้งการเผยแพร่ผลงานวิจัย

ขอบคุณ พี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ บัณฑิตศึกษาทุกท่าน ที่ให้กำลังใจในการทำวิจัยมาโดย ตลอด

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณครูบาอาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้ทางด้านจริยธรรม และ วิชาการทั้งในอดีตและปัจจุบัน ขอกราบขอบพระคุณ คุณย่าละเมียด อมรสวัสดิ์วัฒนา คุณพ่อนิการ อมรสวัสดิ์วัฒนา และคุณแม่บังอร อมรสวัสดิ์วัฒนา ที่ให้ความรัก กำลังใจ การอบรมเลี้ยงดู และ ดูแลส่งเสริมทางด้านการศึกษามาอย่างดีมาโดยตลอดจนทำให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จในชีวิตเรื่อยมา

อิสราภรณ์ อมรสวัสดิ์วัฒนา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ (ภาษาไทย)	ก
บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ)	ข
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญ	จ
สารบัญตาราง	ฉ
สารบัญรูป	ญ
บทที่	
1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
1.3 สมมุติฐานของการวิจัย	2
1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น	2
1.5 ขอบเขตของการวิจัย	3
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
1.7 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์	3
2 ปรัชญานวัตกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
2.1 บทนำ	5
2.2 ปรัชญานวัตกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
2.3 สรุป	9
3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	10
3.1 บทนำ	10
3.2 เต้าไมโครเวฟ	10
3.2.1 ส่วนประกอบภายในเต้าไมโครเวฟ	11

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.2.2 หลักการทำงานของเตาไมโครเวฟ.....	12
3.2.3 ท่อนำคลื่น.....	14
3.3 ทฤษฎีสนามไฟฟ้า.....	15
3.3.1 สนามไฟฟ้า.....	15
3.3.2 เส้นแรงไฟฟ้า.....	15
3.3.3 กฎของคูลอมบ์.....	18
3.3.4 กฎของเกาส์.....	20
3.3.5 คุณสมบัติของสนามไฟฟ้า.....	21
3.4 ทฤษฎีความร้อน.....	22
3.4.1 ความร้อน.....	22
3.4.2 กลไกการถ่ายโอนความร้อน.....	25
3.4.3 ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของเตาไมโครเวฟ.....	27
3.5 วิธีไฟในท้อลลิเมนต์แบบ 3 มิติ.....	28
3.6 สรุป.....	37
4 การคำนวณสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของเตาไมโครเวฟด้วยระเบียบวิธีไฟในท้อลลิเมนต์แบบ 3 มิติ.....	38
4.1 บทนำ.....	38
4.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของเตาไมโครเวฟ.....	38
4.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้า.....	38
4.2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิ.....	40
4.3 การคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟในท้อลลิเมนต์แบบ 3 มิติ.....	40
4.3.1 การออกแบบอิลลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา.....	42
4.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ.....	44
4.3.3 การสร้างสมการอิลลิเมนต์.....	46
4.3.4 การประกอบสมการอิลลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ.....	51
4.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย.....	51

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

4.4 การคำนวณอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ 3 มิติ.....	52
4.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ.....	52
4.4.2 การสร้างสมการอิลลิเมนต์.....	54
4.4.3 การแก้ปัญหาก็ภายใต้สถานะชั่วคราว.....	59
4.4.4 การประกอบสมการอิลลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ.....	60
4.4.5 การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย.....	61
4.5 สรุป.....	61
5 ผลการจำลองสนามไฟฟ้าของเตาไมโครเวฟ.....	62
5.1 บทนำ.....	62
5.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์.....	62
5.3 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล.....	65
5.4 ผลการจำลองสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์พร้อมวิเคราะห์ผล.....	66
5.4.1 ผลการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าในอาหารแบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน.....	66
5.4.2 ผลการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าในอาหารแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน.....	68
5.5 สรุป.....	69
6 ผลการจำลองอุณหภูมิของเตาไมโครเวฟที่เป็นผลมาจากสนามไฟฟ้า.....	70
6.1 บทนำ.....	70
6.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์.....	70
6.3 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล.....	74
6.4 ผลการจำลองอุณหภูมิภายในอาหารด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์พร้อมวิเคราะห์ผล.....	75
6.4.1 กรณีพิจารณาเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน	
ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน.....	75
6.4.2 กรณีพิจารณาเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน	
ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน.....	84
6.4.3 กรณีพิจารณาเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน	
ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน.....	91

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

6.4.4 กรณีพิจารณาเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน.....	97
6.5 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิเมื่อพิจารณางานไมโครเวฟหมุน และไม่หมุน.....	102
6.6 การเปรียบเทียบการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิเมื่อพิจารณา จำนวนของท่อนำคลื่นที่แตกต่าง.....	105
6.8 สรุป.....	108
7 สรุปและข้อเสนอแนะ.....	109
7.1 สรุป.....	109
7.2 ข้อเสนอแนะและงานวิจัยในอนาคต.....	110
รายการอ้างอิง.....	111
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก. บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในระหว่างศึกษา.....	115
ประวัติผู้เขียน.....	136

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	5
3.1 ลักษณะข้อมูลของอิทธิพล.....	30
3.2 ลักษณะข้อมูลของจุดต่อ.....	30
5.1 พารามิเตอร์ของสนามไฟฟ้าที่ใช้ในการจำลองผล.....	66
6.1 พารามิเตอร์ของอุณหภูมิที่ใช้ในการจำลองผล.....	74
6.2 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิเมื่อพิจารณางานไมโครเวฟหมุน และไม่หมุน กรณีที่นำคลื่น 1 ด้าน.....	102
6.3 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิเมื่อพิจารณางานไมโครเวฟหมุน และไม่หมุน กรณีที่นำคลื่น 3 ด้าน.....	104
6.4 การเปรียบเทียบการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิ เมื่อพิจารณาที่นำคลื่น 1 ด้าน และ 3 ด้าน กรณีงานไมโครเวฟหมุน.....	105
6.5 การเปรียบเทียบการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิ เมื่อพิจารณาที่นำคลื่น 1 ด้าน และ 3 ด้าน กรณีงานไมโครเวฟไม่หมุน.....	107

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
3.1	ลักษณะทั่วไปและส่วนประกอบภายในเตาไมโครเวฟ..... 11
3.2	การสร้างคลื่นไมโครเวฟ..... 12
3.3	คลื่นไมโครเวฟเข้าสู่ห้องอบ..... 13
3.4	ลักษณะการเรียงตัวของโมเลกุลอาหาร ก่อนและหลังการหุงต้ม..... 14
3.5	สนามไฟฟ้าจากประจุต้นกำเนิด..... 15
3.6	ทิศทางของสนามไฟฟ้ารอบจุดประจุบวก..... 16
3.7	ทิศทางของสนามไฟฟ้ารอบจุดประจุลบ..... 16
3.8	เส้นแรงไฟฟ้า..... 16
3.9	สนามไฟฟ้ามีทิศเดียวกับทิศแรงที่กระทำกับประจุ +q..... 17
3.10	สนามไฟฟ้ามีทิศตรงข้ามกับทิศแรงที่กระทำกับประจุ -q..... 18
3.11	ผิวเกาส์เซียนที่ล้อมรอบประจุ +q สนาม \vec{E} ตั้งฉากกับ ΔA_i 20
3.12	ปริมาตรควบคุมและทิศทางการถ่ายโอนความร้อนแบบ 3 มิติ..... 23
3.13	รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 6 อิลลิเมนต์ 8 โหนด เมื่อพิจารณา อิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า..... 29
3.14	การประมาณภายในแบบเชิงเส้นบนอิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า..... 31
4.1	การแบ่งอิลลิเมนต์และจุดต่อของมอเตอร์เหนี่ยวนำด้วยรูปทรงสี่หน้า..... 43
5.1	แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามไฟฟ้า..... 63
5.2	ค่ามิติต่างๆ ของเตาไมโครเวฟ..... 65
5.3	การกระจายตัวของสนามไฟฟ้า (V/m) ในอาหารเมื่อพิจารณาที่หน้าคลื่น 1 ด้าน..... 66
5.4	ค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ที่ผิวของเตาไมโครเวฟเมื่อพิจารณาที่หน้าคลื่น 1 ด้าน..... 67
5.5	การกระจายตัวของสนามไฟฟ้า (V/m) ในอาหารเมื่อพิจารณาที่หน้าคลื่น 3 ด้าน..... 68
5.6	ค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ที่ผิวของเตาไมโครเวฟเมื่อพิจารณาที่หน้าคลื่น 3 ด้าน..... 68

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.1 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณอุณหภูมิ.....	71
6.2 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ในอาหารเมื่อพิจารณาเตาไมโครเวฟ แบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน ณ เวลาใดๆ.....	75
6.3 ค่าอุณหภูมิ (°C) ที่ผิวของเตาไมโครเวฟเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน.....	83
6.4 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ในอาหารเมื่อพิจารณาเตาไมโครเวฟ แบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน ณ เวลาใดๆ.....	89
6.5 ค่าอุณหภูมิ (°C) ที่ผิวของเตาไมโครเวฟเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน.....	90
6.6 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ในอาหารเมื่อพิจารณาเตาไมโครเวฟ แบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน ณ เวลาใดๆ.....	95
6.7 ค่าอุณหภูมิ (°C) ที่ผิวของเตาไมโครเวฟเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน.....	96
6.8 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ในอาหารเมื่อพิจารณาเตาไมโครเวฟ แบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน ณ เวลาใดๆ.....	101
6.9 ค่าอุณหภูมิ (°C) ที่ผิวของเตาไมโครเวฟเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน.....	101
6.10 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิ เมื่อพิจารณางานไมโครเวฟหมุนและไม่หมุน กรณีท่อนำคลื่น 1 ด้าน.....	103
6.11 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิ เมื่อพิจารณางานไมโครเวฟหมุนและไม่หมุน กรณีท่อนำคลื่น 3 ด้าน.....	104
6.12 การเปรียบเทียบการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิ กรณีงานไมโครเวฟหมุน.....	106
6.13 การเปรียบเทียบการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิ กรณีงานไมโครเวฟไม่หมุน.....	107

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันเตาไมโครเวฟเป็นที่นิยมของคนโดยทั่วไปเพราะมีประโยชน์ทางการให้ความสะดวกสบายและความรวดเร็วในการประกอบอาหาร ซึ่งการกระจายตัวที่ไม่สม่ำเสมอของอุณหภูมิภายในอาหาร มีปัจจัยหลายอย่าง เช่น จำนวนที่นำคลื่น รูปร่างของอาหาร หรือแม้แต่การหมุนและไม่หมุนของจานไมโครเวฟ ก็มีผลต่อการกระจายตัวของอุณหภูมิทั้งสิ้น โดยที่เตาไมโครเวฟจะมีที่นำคลื่นที่เรียกว่าแมกนีตรอน (magnetron) คลื่นนี้จะถูกพัลซมพัลคคลื่นให้กระจายไปทั่วเตา โมเลกุลของอาหารเมื่อได้รับคลื่นไมโครเวฟ จะเกิดการสั่นทำให้เกิดความร้อน โดยมีการวิจัยหลายชิ้นที่พิจารณาเกี่ยวกับคุณลักษณะต่างๆของเตาไมโครเวฟ แต่ยังไม่มีการวิจัยใดศึกษาเกี่ยวกับการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิของเตาไมโครเวฟในรูปแบบการทำงานของเตาไมโครเวฟแบบต่างๆด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติโดยการพัฒนาโปรแกรมขึ้นเอง

การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ โดยปกติจะสามารถอธิบายได้ในรูปของสมการอนุพันธ์ (differential equation) หรือสมการอินทิกรัล (integral equation) เป็นไปได้ยากที่จะหาผลเฉลยแม่นยำตรง (exact solution) ได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ (approximate solution) ด้วยวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข อีกทั้งสมรรถนะของคอมพิวเตอร์ที่สูงขึ้น จึงทำให้การคำนวณเชิงตัวเลขสามารถทำได้อย่างรวดเร็ว สำหรับวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณของสมการที่อยู่ในรูปอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation : PDE) วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและได้รับความนิยมแพร่หลายในปัจจุบันได้แก่วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method : FEM) โดยเฉพาะงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ซึ่งต้องอาศัยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติในการดำเนินการ

FEM เริ่มวิวัฒนาการมาตั้งแต่ต้นปี ค.ศ.1950 ปัจจุบันเป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ได้รับคามนิยมมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่างๆ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ในปัจจุบันได้มีการนำวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมแทบทุกสาขา และเริ่มนำมาประยุกต์กับปัญหาสนามไฟฟ้าในปี ค.ศ.1968 ซึ่งระเบียบวิธีนี้จะจัดแบ่งพื้นที่ของปัญหาเป็นชิ้น

ส่วนย่อยที่ประกอบขึ้นจากโนด โดยเชื่อมต่อกันด้วยกริด สำหรับปัญหา 2 มิตินิยมใช้ชิ้นส่วนย่อยที่เป็นรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ (linear triangle) และสำหรับปัญหา 3 มิตินิยมใช้ชิ้นส่วนย่อยที่เป็นรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ (linear tetrahedral) เพื่อประมาณโดเมนของปัญหาได้ ซึ่งข้อดีของระเบียบวิธีนี้คือ สามารถหาผลเฉลยของระบบที่มีรูปร่างซับซ้อนได้ นอกจากนี้ยังง่ายต่อการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่อาจมีหลายลักษณะผสมกันอยู่ในระบบ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำวิธี FEM มาใช้ในการดำเนินการ ในงานวิจัยนี้ได้เลือกวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติมาใช้ในการคำนวณ เพราะสามารถกำหนดรูปร่างและอุปกรณ์ต่างๆภายในเตาไมโครเวฟได้อย่างครบถ้วน

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- 1) พัฒนาโปรแกรม FEM 3 มิติ สำหรับคำนวณค่าการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าในเตาไมโครเวฟ ให้สามารถคำนวณได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ
- 2) พัฒนาโปรแกรม FEM 3 มิติ สำหรับคำนวณค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เป็นผลจากสนามไฟฟ้าที่ปรากฏในเตาไมโครเวฟ ให้สามารถคำนวณได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ
- 3) เปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในอาหาร เมื่อพิจารณารูปแบบการทำงานของเตาไมโครเวฟเป็นแบบจานหมุนและจานไม่หมุน
- 4) ศึกษาและวิเคราะห์จำนวนของท่อนำคลื่นที่ส่งผลต่อความร้อนภายในอาหารและการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิ

1.3 สมมุติฐานของการวิจัย

- 1) การหมุนจานไมโครเวฟมีผลต่อการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในอาหาร
- 2) จำนวนของท่อนำคลื่นส่งผลต่อความร้อนภายในอาหาร และการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิ

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

- 1) กำหนดให้ไมโครเวฟมีความถี่ 2,450 MHz ตลอดทุกการทำงาน
- 2) กำหนดให้เตาไมโครเวฟไม่มีการแผ่สนามไฟฟ้าสู่ภายนอก
- 3) กำหนดให้รูปทรงอาหารมีความสมดุล

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

- 1) พัฒนาโปรแกรม FEM สำหรับวิเคราะห์ปัญหาสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ
- 2) วิธี FEM ที่ใช้ในการวิเคราะห์สนามไฟฟ้าและอุณหภูมิเป็นแบบ 3 มิติ
- 3) วิเคราะห์และเปรียบเทียบผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เป็นผลมาจากสนามไฟฟ้าระหว่างเตาไมโครเวฟหมุนและเตาไมโครเวฟไม่หมุน
- 4) วิเคราะห์และเปรียบเทียบผลการจำลอง โดยการเพิ่มจำนวนของท่อนำคลื่นที่ส่งผลต่อความร้อนภายในอาหาร และการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิ

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1) ได้หลักการและแนวความคิดสำหรับการศึกษาการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ
- 2) ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาโปรแกรม FEM ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เข้ากับปัญหาจริงในการวิเคราะห์สนามไฟฟ้าและอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ ตลอดจนสามารถนำไปใช้เพื่อประกอบการเรียนการสอนด้านสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ
- 3) ได้ทราบถึงรูปแบบการทำงานของเตาไมโครเวฟในแต่ละลักษณะที่ส่งผลต่อการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในอาหาร

1.7 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วย 7 บท 1 ภาคผนวก ซึ่งมีรายละเอียดโดยย่อดังนี้

บทที่ 1 เป็นบทนำซึ่งจะกล่าวถึงความสำคัญของปัญหาวัตถุประสงค์และเป้าหมายของงานวิจัยวิทยานิพนธ์ ตลอดจนขอบเขตและประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัยนี้

บทที่ 2 กล่าวถึงการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้ทราบถึงแนวทางและระเบียบวิธีการวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยผลจากการสำรวจสืบค้น จะใช้เป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์และพัฒนาเข้ากับงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้

บทที่ 3 นำเสนอทฤษฎีต่างๆที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยวิทยานิพนธ์ซึ่งประกอบไปด้วย 4 หัวข้อหลัก ได้แก่ เตาไมโครเวฟ ทฤษฎีสถานไฟฟ้า ทฤษฎีความร้อนซึ่งประกอบด้วยความรู้ทางด้านความร้อน กลไกการถ่ายโอนความร้อน ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของเตาไมโครเวฟ และสุดท้ายระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

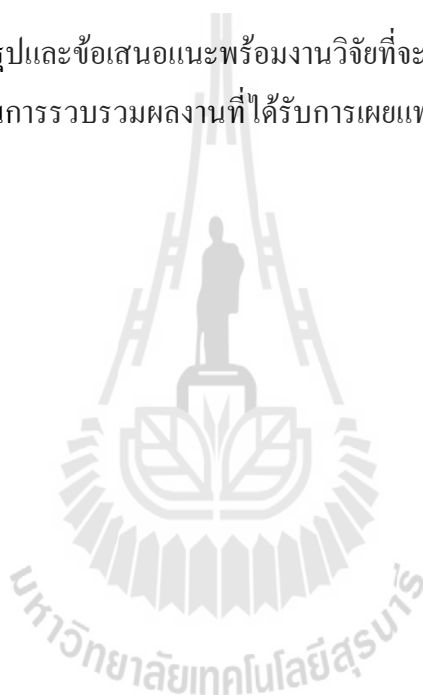
บทที่ 4 มีเนื้อหาว่าด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอนุภูมิในเตาไมโครเวฟและขั้นตอนต่างๆในการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์เพื่อคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าและอนุภูมิที่กระจายตัวในอาหาร

บทที่ 5 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้า พร้อมผลการจำลองสนามไฟฟ้าในเตาไมโครเวฟด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ และพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล

บทที่ 6 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลอนุภูมิ พร้อมผลการจำลองอนุภูมิที่เป็นผลมาจากสนามไฟฟ้าในเตาไมโครเวฟด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ และพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล

บทที่ 7 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะพร้อมงานวิจัยที่จะดำเนินการต่อ

ภาคผนวก ก. เป็นการรวบรวมผลงานที่ได้รับการเผยแพร่ของงานวิจัยวิทยานิพนธ์ในขณะดำเนินการศึกษา



บทที่ 2

ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

วัตถุประสงค์หลักของงานวิจัยนี้คือ การพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ สำหรับคำนวณค่าการกระจายตัวของอนุภาคที่เป็นผลจากสนามไฟฟ้าในเตาไมโครเวฟ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการดำเนินการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรม และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้ทราบถึงแนวทางการวิจัย ระเบียบวิธีที่เคยมีการใช้งานมาก่อน ผลการดำเนินงานข้อเสนอแนะต่าง ๆ จากคณะวิจัยตั้งแต่อดีตเป็นต้นมา โดยใช้ฐานข้อมูลที่เป็นแหล่งสะสมรายงานวิจัยและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้แก่ ฐานข้อมูล IEEE IEE และ ScienceDirect เป็นต้น งานวิจัยดังกล่าวจะใช้เป็นแนวทางสำหรับประยุกต์ และพัฒนาเข้ากับงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้

2.2 ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การนำเสนอปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในเรื่องการกระจายตัวของอนุภาคที่เป็นผลจากสนามไฟฟ้าในเตาไมโครเวฟ ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันสามารถสรุปโดยย่อเป็นตารางได้ดังตารางที่ 2.1 โดยจัดลำดับการเรียบเรียงจากงานที่มีผู้ได้ดำเนินการก่อนไปสู่งานที่ใหม่กว่าได้ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2003	Pathak, Liu, and Tang	ศึกษาการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและอนุภาคในเตาไมโครเวฟ โดยการเปลี่ยนความหนาของผนังเตาไมโครเวฟ เพื่อดูความสัมพันธ์ของอนุภาคที่กระจายภายในอาหาร ซึ่งใช้วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ในการเขียนโปรแกรม

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ก.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2005	Nott, and Hall	ดำเนินการศึกษาการกระจายตัวของอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ โดยดำเนินการเปลี่ยนสารที่เคลือบผนังเตาไมโครเวฟ โดยใช้ฟิล์มใสและอะลูมิเนียมเป็นสารเคลือบเตา และเปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในอาหาร ผลลัพธ์ที่ได้คือการเคลือบอะลูมิเนียมที่ผนังเตาไมโครเวฟจะทำให้ความร้อนกระจายตัวดีกว่าการเคลือบด้วยฟิล์มใส
2007	Geedipalli, Rakesh, and Datta	ได้ดำเนินการศึกษาเพื่อลดปัญหาการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เป็นผลจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของเตาไมโครเวฟที่ไม่สม่ำเสมอ ซึ่งได้ทดลองกับงานไมโครเวฟไม่หมุน และงานไมโครเวฟหมุน โดย 1 รอบใช้เวลาในการหมุนงาน 10 วินาที และหมุนงานแต่ละครั้งใช้มุม 15 องศาในการหมุน แล้วนำค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในอาหารมาคำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) ผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่หมุนงานจะดีกว่า โดยจะใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ในการเขียนโปรแกรม
2008	Curet, Rouaud, and Boillereaux	ได้ดำเนินการจำลองเตาไมโครเวฟขึ้นเองเพื่อเปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิกับเตาไมโครเวฟที่ใช้ทั่วไป และได้ทำการทดสอบจริงโดยใช้กล้องวัดภาพความร้อนเพื่อเปรียบเทียบผลการกระจายตัวของอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟที่จำลองขึ้นและเตาไมโครเวฟที่ใช้ทั่วไป
2011	Nooradzianie, Mohammad, and Farhana	ได้ศึกษาเกี่ยวกับเตาไมโครเวฟที่ใช้ในครัวเรือนมาตรวจสอบความรั่วไหลของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกินมาตรฐาน ทำให้อาจเกิดอันตรายต่อมนุษย์ เช่น โรคมะเร็ง จึงมีการใช้ฟิล์มใสนำกระแสไฟฟ้ามาลดการรั่วไหลของเตาไมโครเวฟ ผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่าฟิล์มใสนำกระแสลดการรั่วไหลของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าได้

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2011	Fleischman	ได้ดำเนินการจำลองเตาไมโครเวฟขึ้นเอง โดยการเจาะรูผนังด้านในของเตาไมโครเวฟและเจาะรูบริเวณที่นำคลื่นเพื่อช่วยให้คลื่นแมกนีตรอนออกจากที่นำคลื่นได้ดีขึ้น โดยงานวิจัยนี้ใช้วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ในการเขียนโปรแกรม
2013	Shixiong, Mika, and Noboru	ได้พิจารณาการกระจายตัวของอุณหภูมิและความร้อนภายในเตาไมโครเวฟ โดยการหมุนจานไมโครเวฟ เพื่อดูความสม่ำเสมอของอุณหภูมิในอาหารด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ และได้ตรวจสอบกับผลการทดสอบจริงโดยใช้กล้องอินฟราเรดความร้อนวัดการกระจายตัวของอุณหภูมิ ผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์และการทดสอบจริงคือ การหมุนจานไมโครเวฟจะทำให้อุณหภูมิกระจายตัวได้ดีกว่าการไม่หมุนจานไมโครเวฟ ใช้วิธีไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์ในการเขียนโปรแกรม
2013	Zhou, Puri, Yeh, and Gren	ดำเนินการศึกษาการกระจายตัวของอุณหภูมิในอาหารที่เป็นผลจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของเตาไมโครเวฟ โดยทำการวิเคราะห์การทำงานของเตาไมโครเวฟแบบถาดหมุนและถาดอยู่กับที่ ซึ่งพิจารณารูปแบบอาหารแบบทรงกระบอกและทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพื่อเปรียบเทียบการกระจายความร้อนในอาหาร ผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่หมุนถาดจะดีกว่าถาดอยู่กับที่ และการกระจายตัวในอาหารแบบทรงกลมจะดีกว่าแบบทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยจะใช้วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ในการเขียนโปรแกรม

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2013	Lin, Anantheswaran and Puri	ได้ศึกษาเกี่ยวกับการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ โดยการเปลี่ยนตำแหน่งของท่อนำคลื่น เพื่อดูความสัมพันธ์ของอุณหภูมิที่กระจายภายในอาหาร โดยจะวางท่อนำคลื่นไว้ด้านหลัง และด้านบนของเตาไมโครเวฟ ผลลัพธ์ที่ได้คือการวางท่อนำคลื่นไว้ด้านหลังนั้นจะทำให้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและอุณหภูมิกระจายตัวได้สม่ำเสมอว่าการวางท่อนำคลื่นไว้ด้านบน ซึ่งงานวิจัยนี้จะใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการเขียนโปรแกรม
2013	Birla, Wang, and Tang	ศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและอุณหภูมิภายในอาหาร โดยการเปลี่ยนขนาด รูปร่าง และชนิดของภาชนะที่ใส่อาหาร เพื่อดูความสัมพันธ์ของอุณหภูมิที่กระจายภายในอาหาร ซึ่งใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการเขียนโปรแกรม
2014	Igarashi, and Han	พิจารณาถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ โดยการเปลี่ยนขนาดท่อนำคลื่นของเตาไมโครเวฟ เพื่อดูความสัมพันธ์ของอุณหภูมิที่กระจายภายในอาหาร ซึ่งใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการเขียนโปรแกรม
2014	Plaza, Monzo, and Sanchez	พิจารณาถึงความร้อนและอุณหภูมิภายในเตาไมโครเวฟ โดยดำเนินการเปลี่ยนสารของท่อนำคลื่น ซึ่งสารที่นั่นใช้นั้นคือทองแดง อะลูมิเนียมและเงินเป็นท่อนำคลื่น เพื่อดูความร้อนภายในเตาไมโครเวฟ ผลลัพธ์ที่ได้คือการนำเงินมาเป็นท่อนำคลื่นนั้นจะให้ความร้อนสูงสุด รองมาเป็นทองแดงและอะลูมิเนียม ตามลำดับ โดยงานวิจัยนี้จะใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการเขียนโปรแกรม

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2014	Wappling-Raaholt, Scheerlinck, Galt, Banga, Alonso, and Balsa-Canto	ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวัดคลื่นร้าวของเตา ซึ่งจะวัดคลื่นร้าว ในระยะ 5 เซนติเมตรห่างจากผิวของเตาไมโครเวฟ แล้วบันทึกค่าความหนาแน่นกำลังไฟฟ้าของคลื่นร้าวสูงสุดและตำแหน่งบนผิวเตาที่พบคลื่นร้าวสูงสุด ขณะที่วัดได้ตั้งค่าความร้อนของเตาอยู่ที่ระดับสูงสุดและใส่โหลทดสอบในช่องใส่อาหาร ซึ่งโหลทดสอบก็คือน้ำ ผลการตรวจวัดพบว่าตำแหน่งที่มักพบว่ามีคลื่นร้าวไมโครเวฟออกมาสูงสุดคือบริเวณตรงกลางบานประตู

2.3 สรุป

บทที่ 2 นี้ ได้นำเสนอรายงานผลการสืบค้นวรรณกรรมและงานวิจัยย้อนหลังที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยที่จะดำเนินการ จากฐานข้อมูล IEEE IEE ScienceDirect และอื่นๆ ซึ่งทำให้ทราบถึงแนวทางการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ระเบียบวิธีที่ผู้วิจัยอื่นๆ ได้นำมาใช้ ผลการดำเนินงาน ข้อเสนอแนะต่าง ๆ จากคณะนักวิจัยตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ซึ่งจากการทบทวนวรรณกรรม/สารสนเทศที่เกี่ยวข้องทั้งหมด จะเห็นได้ว่า ยังไม่มีคณะวิจัยใดได้เคยศึกษาผลการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิภายในเตาไมโครเวฟในรูปแบบการทำงานของเตาไมโครเวฟแบบต่างๆด้วยการพัฒนาวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติโดยการพัฒนาโปรแกรมขึ้นเอง

บทที่ 3

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.1 บทนำ

การศึกษาและเข้าใจถึงทฤษฎีต่างๆที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ว่ามีความสำคัญและเป็นประโยชน์อย่างมากในการดำเนินงาน ทั้งนี้เพื่อเป็นพื้นฐานความรู้และความเข้าใจในงานสำหรับนำไปเป็นแหล่งอ้างอิงในการดำเนินงานวิจัย ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ ซึ่งประกอบไปด้วย 4 หัวข้อหลัก ได้แก่ เตาไมโครเวฟ ทฤษฎีสนามไฟฟ้า ทฤษฎีความร้อน ซึ่งประกอบด้วยความรู้ทางด้านความร้อน กลไกการถ่ายโอนความร้อน ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและอนุภาคของเตาไมโครเวฟ และสุดท้ายระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยจะกล่าวถึงเฉพาะส่วนที่เป็นประโยชน์หรือถูกกล่าวอ้างถึงต่อการดำเนินงานวิจัย ทั้งนี้เพื่อให้เนื้อหามีความกระชับและชัดเจนยิ่งขึ้น

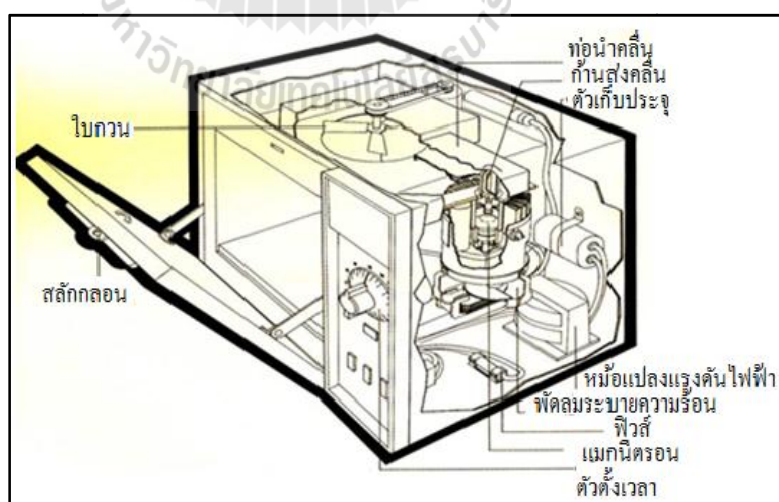
3.2 เตาไมโครเวฟ

เตาไมโครเวฟใช้คลื่นความถี่สูง จะแตกต่างจากเตาหุงต้มอาหารชนิดที่ใช้แก๊สหรือใช้ไฟฟ้า ซึ่งจะเปลี่ยนพลังงานเชื้อเพลิงหรือพลังงานไฟฟ้าให้เป็นพลังงานความร้อนที่ถ่ายเทสู่อาหารต่อไป ส่วนเตาไมโครเวฟจะสร้างคลื่นไมโครเวฟซึ่งเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความถี่ของคลื่นสูงกว่าความถี่ของคลื่นวิทยุธรรมดามาก คือประมาณใกล้เคียงกับความถี่ของคลื่นแสง คลื่นไมโครเวฟจะกระตุ้นโมเลกุลของอาหารให้มีการเคลื่อนไหวได้ด้วยอำนาจแม่เหล็กทำให้อาหารร้อนขึ้นได้เร็วกว่าเมื่อใช้เตาอบธรรมดา และเนื่องจากความร้อนซึ่งเกิดจากการกระตุ้นด้วยคลื่นไมโครเวฟจะเกิดขึ้นลึกลงไปจากผิวหนังของอาหารประมาณ $\frac{3}{4}$ นิ้วเท่านั้น ดังนั้น หลังจากที่ทำอาหารออกจากเตาอบไมโครเวฟแล้วจะต้องวางทิ้งไว้สักครู่เพื่อให้ความร้อนที่ยังคงมีอยู่ภายในตัวอาหารกระจายไปทั่วๆ ทำให้อาหารสุกเสมอกัน และในบางกรณี ถ้าต้องการทำให้ผิวหนังของอาหารมีลักษณะเกรียม ก็จำเป็นที่จะต้องใช้การทำเกรียมด้วยวิธีการหุงต้มแบบเดิม และเนื่องจากคลื่นไมโครเวฟอาจทำลายเนื้อเยื่อผิวหนังของคนได้ ดังนั้นการใช้งานเตาอบไมโครเวฟจึงต้องปฏิบัติตามคำแนะนำของผู้ผลิตอย่างเคร่งครัด

คลื่นไมโครเวฟเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งส่งออกจากเครื่องไฟฟ้าไมโครเวฟ เป็นคลื่นที่มีความถี่อยู่ในช่วง 1-30 GHz วัสดุแต่ละอย่างจะมีคุณสมบัติในการดูดพลังงานต่างกัน วัสดุพวกโลหะจะสะท้อนคลื่นออกหมด ในขณะที่แก้วหรือพลาสติกบางชนิดจะยอมให้คลื่นไมโครเวฟผ่านไปหมดและจะมีความถี่ในช่วงคลื่น 2,450 MHz (2.45 GHz) สารซึ่งมีน้ำ ไขมัน และน้ำตาลจะดูดซึมพลังทั้งหมดจะเปลี่ยนเป็นพลังงานความร้อน

3.2.1 ส่วนประกอบภายในเตาไมโครเวฟ

เตาอบไมโครเวฟจะมีตัวตั้งเวลาติดตั้งไว้ด้วยเพื่อควบคุมการทำงานของเตาอบ ซึ่งจะเริ่มทำงานได้ก็ต่อเมื่อประตูเตาเปิดสนิทและถูกลงสลักกลอนไว้อย่างปลอดภัยแล้วเท่านั้น กระแสไฟฟ้าแรงดันต่ำที่ป้อนเข้าสู่ตัวเตาจะถูกแปลงให้มีแรงดันสูงขึ้นจากเดิมประมาณ 30 เท่า ด้วยหม้อแปลงแรงดันไฟฟ้า แล้วจึงผ่านไปยังตัวเก็บประจุซึ่งจะทำงานร่วมกับอุปกรณ์ประกอบอื่นๆ เพื่อทำการเปลี่ยนไฟฟ้ากระแสสลับให้เป็นไฟฟ้ากระแสตรงและป้อนเข้าสู่แมกนีตรอน (magnetron) ซึ่งจะทำหน้าที่เป็นตัวสร้างคลื่นไมโครเวฟขึ้นมา คลื่นจะออกจากแมกนีตรอน ผ่านเข้าไปในท่อนำคลื่น (มีลักษณะเป็นท่อสี่เหลี่ยมผืนผ้า) เพื่อป้อนเข้าสู่ห้องอบต่อไป ที่ปากทางเข้าสู่ห้องอบจะมีอุปกรณ์กลไกคล้าย ๆ พัดลมเรียกว่า “ไบกวน” ทำหน้าที่กวาดให้คลื่นสะท้อนไปมาลงสู่ห้องอบ และอาหารภายในเตาก็จะดูดคลื่นคลื่นเข้าไปทำให้ตัวมันเองสุกได้ พัดลมระบายความร้อนและสวิทช์ควบคุมอุณหภูมิจะป้องกันแมกนีตรอน มิให้มีอุณหภูมิสูงเกินขนาด และฟิวส์จะป้องกันสภาวะการรับภาระเกินกำลัง ดังรูปที่ 3.1



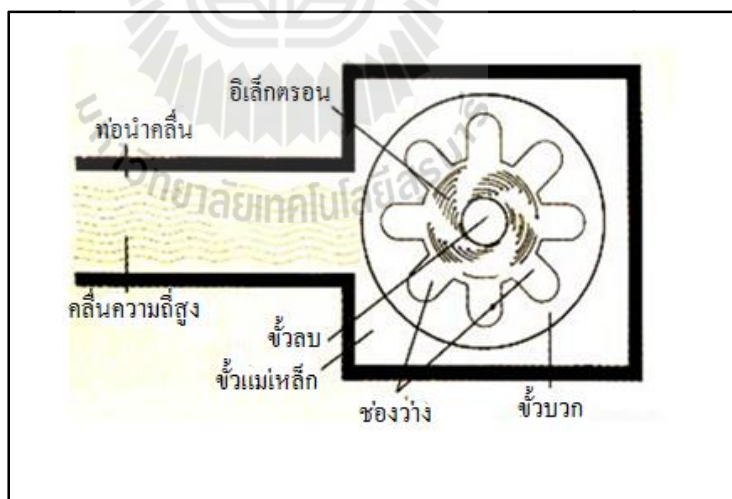
รูปที่ 3.1 ลักษณะทั่วไปและส่วนประกอบภายในเตาไมโครเวฟ

3.2.2 หลักการทำงานของเตาไมโครเวฟ

เตาไมโครเวฟจะทำงานที่ความถี่ 2,450 MHz ในตู้อบไมโครเวฟมีท่อที่เรียกว่า แมกนีตรอน ซึ่งเป็นแหล่งที่ทำให้เกิดคลื่น เมื่อเราเปิดสวิตซ์ก็จะเกิดคลื่น คลื่นนี้จะถูกพัลคมพัค คลื่นให้กระจายไปทั่วเตา อาหารก็จะดูดซึมคลื่น นอกจากนั้นภาชนะที่หมุนได้จะช่วยให้อาหารได้รับ คลื่นอย่างสม่ำเสมอ โมเลกุลของน้ำเมื่อได้รับคลื่นไมโครเวฟจะเกิดการสั่นทำให้เกิดความร้อน โลหะที่เป็นส่วนประกอบในเตา หรือภาชนะที่ใส่อาหารจะไม่ร้อน ความร้อนมาจากอาหารทำให้ ถ้วยหรือชามร้อน การเลือกถ้วยหรือชามต้องใช้นชนิดที่ระบุว่าใช้ในเตาไมโครเวฟได้เท่านั้น

1) การสร้างคลื่นไมโครเวฟ

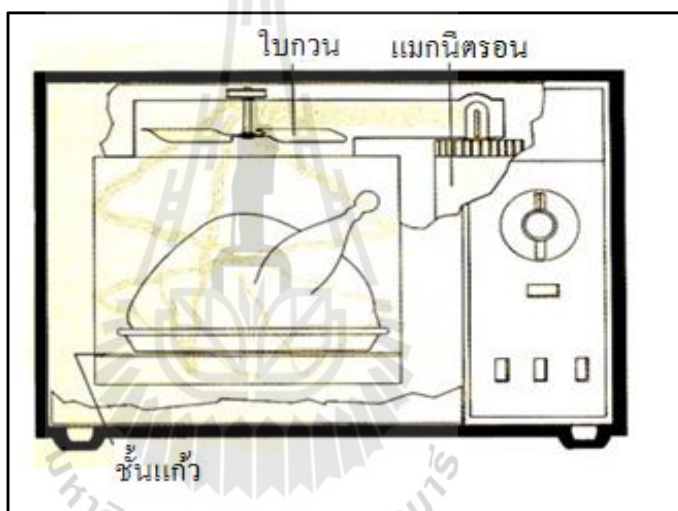
เมื่อมีกระแสไฟฟ้าไหลเข้าสู่ขั้วลบของแมกนีตรอนก็จะปล่อยอนุภาคไฟฟ้าหรืออิเล็กตรอน ออกมา อิเล็กตรอนจะวิ่งเข้าหาทรงกระบอกกลางซึ่งภายในเซาะเป็นร่องยาวไว้ ทรงกระบอกนี้ล้อม อยู่รอบขั้วลบ และทำหน้าที่เป็นขั้วบวก ขณะเดียวกันสนามแม่เหล็กจากขั้วแม่เหล็ก ประกอบกับ ลักษณะช่องว่างเป็นร่องยาวจะส่งผลให้เกิดแรงผลักดันอิเล็กตรอนให้วิ่งเป็นวงกลมรอบขั้วลบ เกิด สภาพเหมือนกับมีกระแสไฟฟ้าไหลกลับไปกลับมาอย่างรวดเร็ว ซึ่งผลที่ได้ก็คือจะเกิดคลื่น แม่เหล็กไฟฟ้า (เส้นที่มีลักษณะเป็นคลื่น) ที่มีอัตราการเปลี่ยนแปลงกลับไปกลับมาเท่ากันจากนั้น ก้านส่งคลื่นก็จะส่งคลื่นเข้าสู่ท่อนำคลื่นต่อไป ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 การสร้างคลื่นไมโครเวฟ

2) การส่งคลื่นไมโครเวฟเข้าสู่ห้องอบ

คลื่นไมโครเวฟจะเคลื่อนที่ผ่านท่อนำคลื่นสู่ไบกวน (ไบกวนจะหมุน 60 ครั้งต่อนาที) ซึ่งไบกวนของมันจะทำการสะท้อนคลื่นให้กระจายไปทั่วๆ ภายในของห้องอบ ลักษณะเดียวกันกับที่ไบกวนของหม้อหุงข้าว ทำการสะท้อนลำของแสงอาทิตย์นั่นเอง นอกจากนั้นคลื่นที่เข้าสู่ห้องอบจะสะท้อนกับผนังภายในของห้องอบโดยรอบ ซึ่งจะมีผลทำให้คลื่นวิ่งเข้ากระทบอาหารที่อยู่ภายในเตาได้จากหลายๆ ทิศทาง จึงทำให้อาหารสุกได้โดยทั่วถึงกัน และด้วยเหตุที่ว่าโลหะสามารถจะสะท้อนคลื่นชนิดนี้ได้ ดังนั้น ภาชนะที่จะใช้ในเตาอบไมโครเวฟต้องเป็นภาชนะที่ทำด้วยแก้ว หรือ กระดาษ หรือวัสดุพอรุนที่มีโซโลหะเท่านั้น ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 คลื่นไมโครเวฟเข้าสู่ห้องอบ

3) การทำให้อาหารร้อนโดยคลื่นไมโครเวฟ

- ก่อนการหุงต้ม โมเลกุลเรียงตัวไม่มีแบบแผน โดยปกติลักษณะการเรียงตัวของโมเลกุลของอาหารจะไม่มีแบบแผน อย่างไรก็ตามโมเลกุลเหล่านี้จะมีประจุไฟฟ้าบวกและลบอยู่ภายในตัว ประจุเหล่านี้จะมีปฏิกิริยาตอบสนองกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของคลื่นไมโครเวฟ มีผลทำให้โมเลกุลหมุนตัวไปมาเสียดสีกันเกิดเป็นความร้อนขึ้นได้

- การเรียงโมเลกุลให้เป็นระเบียบ เมื่อเตาอบไมโครเวฟทำงาน ประจุไฟฟ้าบวกและลบในตัวโมเลกุลของอาหารจะสนองตอบกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของคลื่นไมโครเวฟในลักษณะเดียวกับที่ผงตะไบเหล็กจัดเรียงตัวตามสนามแม่เหล็กของแท่งแม่เหล็ก โมเลกุลของอาหารจะจัด

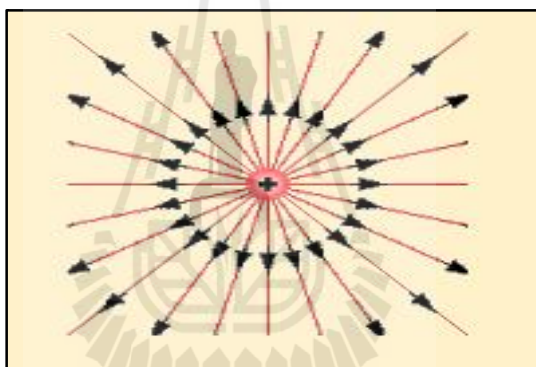


2) รูปแบบสนามแม่เหล็กตัดขวาง เป็นรูปแบบที่ไม่มีส่วนประกอบของสนามแม่เหล็กในทิศทางการแพร่กระจายคลื่น โดยสนามแม่เหล็กจะตั้งฉากกับทิศทางการแพร่กระจายของคลื่นเสมอ

3.3 ทฤษฎีสถานมไฟฟ้า (electric field)

3.3.1 สนามไฟฟ้า

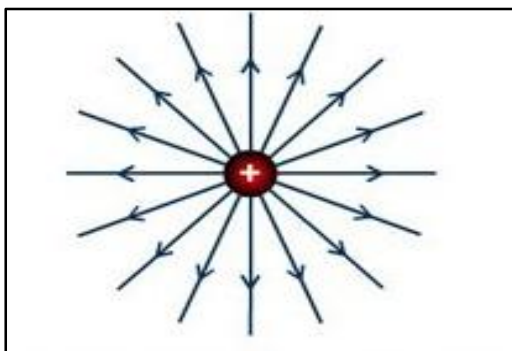
สนามไฟฟ้า หมายถึงบริเวณโดยรอบประจุไฟฟ้า ซึ่งประจุไฟฟ้าสามารถส่งอำนาจไปถึงหรือบริเวณที่เมื่อนำประจุไฟฟ้าทดสอบเข้าไปวางแล้วจะเกิดแรงกระทำบนประจุไฟฟ้าทดสอบนั้นตามจุดต่างๆในบริเวณสนามไฟฟ้า ย่อมมีความเข้มของสนามไฟฟ้าต่างกัน จุดที่อยู่ใกล้ประจุไฟฟ้าต้นกำเนิดสนามจะมีความเข้มของสนามไฟฟ้าสูงกว่าจุดที่อยู่ห่างไกลออกไป หน่วยของสนามไฟฟ้าคือนิวตันต่อคูลอมบ์ หรือ โวลต์ต่อเมตร ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.5



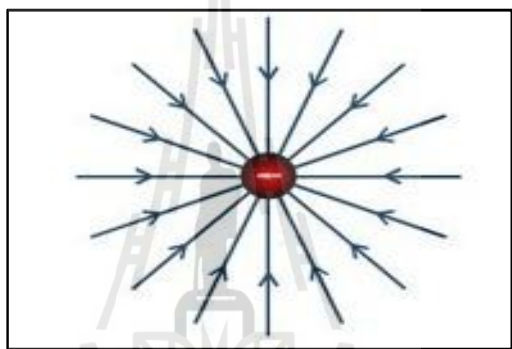
รูปที่ 3.5 สนามไฟฟ้าจากประจุดันกำเนิด

3.3.2 เส้นแรงไฟฟ้า

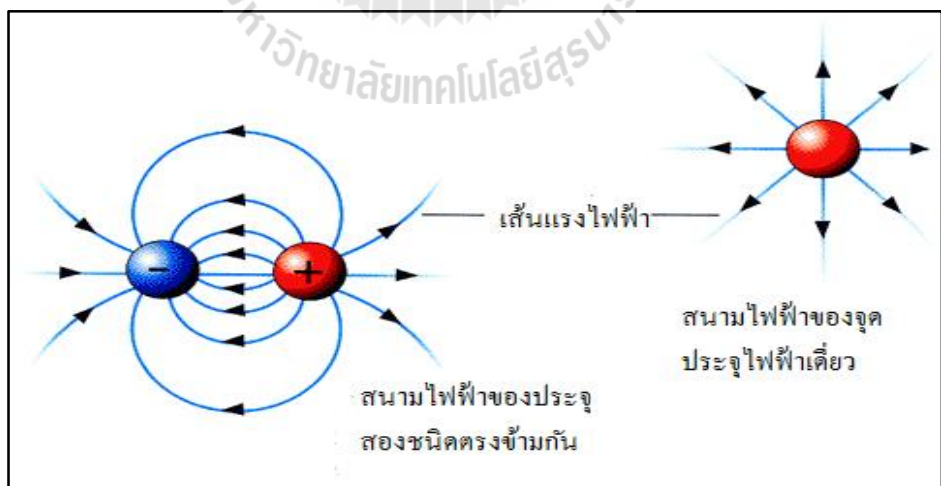
เส้นแรงไฟฟ้า หมายถึง เส้นสมมติที่ใช้เขียนเพื่อแสดงสนามไฟฟ้าโดยทิศทางของสนามไฟฟ้า หรือเส้นที่ใช้แสดงทิศทางของแรงที่กระทำต่อประจุบวกที่วางอยู่ในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้า ความหนาแน่นของเส้นแรงไฟฟ้าแสดงถึงขนาดความเข้มของสนามไฟฟ้า ถ้าเส้นแรงหนาแน่นมากหมายถึงค่าความเข้มสนามไฟฟ้ามากด้วย ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.6-3.8



รูปที่ 3.6 ทิศทางของสนามไฟฟ้ารอบจุดประจุบวก



รูปที่ 3.7 ทิศทางของสนามไฟฟ้ารอบจุดประจุลบ



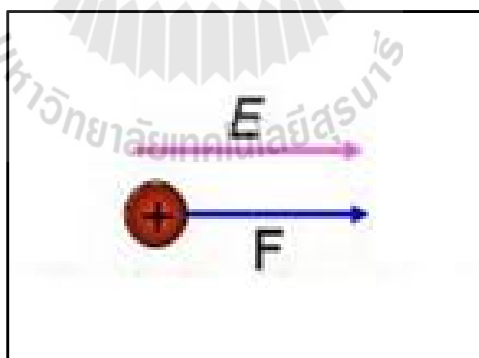
รูปที่ 3.8 เส้นแรงไฟฟ้า

คุณสมบัติของเส้นแรงไฟฟ้า มีดังนี้

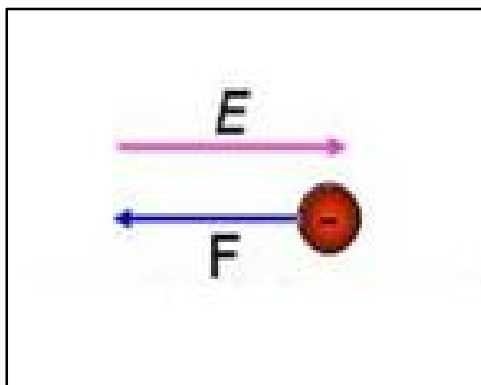
- 1) มีทิศพุ่งออกจากประจุบวกและพุ่งเข้าหาประจุลบ
- 2) แนวเส้นแรงตั้งฉากกับผิวของวัตถุที่มีประจุ
- 3) เส้นแรงไฟฟ้าไม่ตัดกัน
- 4) เส้นแรงไฟฟ้าสิ้นสุดที่ผิวนอกของตัวนำ (ภายในตัวนำไม่มีเส้นแรงไฟฟ้า) แต่เส้นแรงไฟฟ้าสามารถผ่านฉนวนไฟฟ้าได้

ทิศของแรงที่สนามกระทำต่อประจุ

- 1) ถ้าประจูดันกำเนิดสนามไฟฟ้าเป็นประจุบวก และประจุนำมาวางในสนามไฟฟ้าเป็นประจุบวก ทิศของแรง F จะอยู่ในทิศเดียวกันกับทิศของสนามไฟฟ้า E ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.9
- 2) ถ้าประจูดันกำเนิดสนามไฟฟ้าเป็นประจุบวก และประจุนำมาวางในสนามไฟฟ้าเป็นประจุลบ ทิศของแรง F จะอยู่ในทิศตรงข้ามกับสนามไฟฟ้า E
- 3) ถ้าประจูดันกำเนิดสนามไฟฟ้าเป็นประจุลบ และประจุนำมาวางในสนามไฟฟ้าเป็นประจุบวก ทิศของแรง F จะอยู่ในทิศเดียวกันกับทิศของสนามไฟฟ้า E ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.10
- 4) ถ้าประจูดันกำเนิดสนามไฟฟ้าเป็นประจุลบ และประจุนำมาวางในสนามไฟฟ้าเป็นประจุลบ ทิศของแรง F จะอยู่ในทิศตรงข้ามกับทิศของสนามไฟฟ้า E



รูปที่ 3.9 สนามไฟฟ้ามีทิศเดียวกับทิศแรงที่กระทำกับประจุ $+q$



รูปที่ 3.10 สนามไฟฟ้ามีทิศตรงข้ามกับทิศแรงที่กระทำกับประจุ $-q$

3.3.3 กฎของคูลอมบ์

ในปี ค.ศ.1785 คูลอมบ์ได้ทำการทดลอง โดยการวางประจุที่มีขนาดเล็กมาก เรียกว่า จุดประจุ (point charge) ปรากฏว่าเกิดแรงกระทำระหว่างจุดประจุนั้น ประจุมิหน่วยคูลอมบ์ ใช้สัญลักษณ์ C โดยประจุนา 1 คูลอมบ์จะมีอิเล็กตรอนประมาณ 6×10^{18} อิเล็กตรอน ดังนั้น คูลอมบ์จึงเป็นหน่วยที่ใหญ่ เพราะประจุอิเล็กตรอน 1 อิเล็กตรอนมีค่าประมาณ $-1.6019 \times 10^{-19} \text{C}$ (อาคม แก้วระวัง, 2548)

กฎของคูลอมบ์กล่าวว่า แรง F ระหว่างประจุอยู่บนเส้นตรงเดียวกันขนาดของแรงแปรผันตรงกับผลคูณระหว่างประจุและแปรผกผันกับกำลังสองของระยะห่างระหว่างประจุ นั่นคือ แรง F ระหว่าง Q_1 และ Q_2 มีคุณสมบัติดังนี้

- 1) แรงจะอยู่บนเส้นตรงระหว่างจุดประจุทั้งสอง
- 2) แรงจะแปรผันตรงกับผลคูณระหว่างจุดประจุ นั่นคือ

$$F \propto Q_1 Q_2 \quad (3.1)$$

- 3) แรงจะแปรผกผันตรงกับกำลังสองของระยะห่างระหว่างจุดประจุ นั่นคือ

$$F \propto \frac{1}{R^2} \quad (3.2)$$

ดังนั้น

$$F \propto \frac{Q_1 Q_2}{R^2} \quad (3.3)$$

จะได้

$$F \propto \frac{kQ_1 Q_2}{R^2} \quad (3.4)$$

เมื่อ k คือค่าคงที่ของการแปรผัน ในระบบหน่วย SI ประจุ Q_1 และ Q_2 มีหน่วยเป็นคูลอมบ์ (C) ระยะทาง R มีหน่วยเป็น (m) และแรง F มีหน่วยเป็นนิวตัน (N) จะได้ $k = 1/4f\epsilon_0$ ค่าคงที่ ϵ_0 คือสภาพซึมซาบได้ของอวกาศว่าง (F/m) จะได้

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \approx \frac{10^{-9}}{36\pi} F / m \quad (3.5)$$

หรือ

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \times 10^9 m / F \quad (3.6)$$

ดังนั้นสมการที่ (3.4) จึงกลายเป็น

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \quad (3.7)$$

สมมุติว่าอนุภาคตัวหนึ่งอยู่นิ่ง และอนุภาคอีกตัวเป็น "ประจุทดสอบ" จากสมการด้านบนจะเห็นว่าแรงกระทำที่เกิดขึ้นบนประจุทดสอบนั้นแปรผันตรงกับขนาดของประจุทดสอบ นิยามของสนามไฟฟ้าคืออัตราส่วนคงที่ระหว่างขนาดของประจุและขนาดของแรงที่เกิดขึ้น คือ

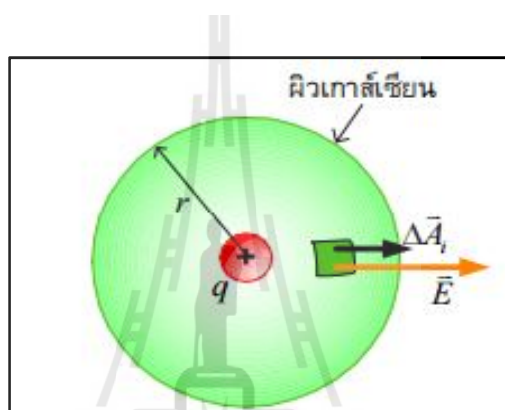
$$F = qE \quad (3.8)$$

ดังนั้น

$$E = \frac{1}{4\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} \quad (3.9)$$

3.3.4 กฎของเกาส์

ในหัวข้อนี้จะศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผิวปิดใดๆ กับประจุที่อยู่ภายในผิวปิดนั้นเรียกผิวปิดนั้นว่า ผิวเกาส์เซียน (Gaussian surface) พิจารณาฟลักซ์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุ $+q$ ที่ผ่านพื้นที่ผิวทรงกลมรัศมี r ที่ล้อมรอบประจุ $+q$ ไว้ ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 ผิวเกาส์เซียนที่ล้อมรอบประจุ $+q$ สนาม \vec{E} ตั้งฉากกับ ΔA_i

จากรูปที่ 3.11 ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่เล็กๆ ΔA_i คือ

$$\vec{E} \cdot \vec{\Delta A}_i = E \Delta A_i \quad (3.10)$$

ฟลักซ์ไฟฟ้าทั้งหมดที่ผ่านผิวทรงกลม คือ

$$\Phi_E = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA = E \oint dA \quad (3.11)$$

แทนค่าเมื่อ $\oint dA$ คือพื้นที่ผิวทั้งหมด $\oint dA = 4\pi r^2$ และ $E = \frac{1}{4\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$

$$\Phi_E = \frac{1}{4\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 \quad (3.12)$$

ดังนั้น

$$\Phi_E = \frac{q}{V_0} \quad (3.13)$$

กฎของเกาส์กล่าวว่า ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผิวปิดใดๆ มีค่าแปรตามประจุที่อยู่ภายในผิวปิดนั้น ดังสมการที่ (3.14)

$$\Phi_E = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{V_0} \quad (3.14)$$

เมื่อ q_{in} คือ ประจุสุทธิภายในผิวปิด

เนื่องจากไม่มีประจุอยู่ภายในผิวปิดนี้ $q_{in} = 0$ จากกฎของเกาส์ ดังนั้นจึงกลายมาเป็นสมการที่ (3.15)

$$\Phi_E = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (3.15)$$

3.3.5 คุณสมบัติของสนามไฟฟ้า

สมการที่ (3.7) แสดงให้เห็นว่าสนามไฟฟ้ามีค่าขึ้นกับตำแหน่ง สนามไฟฟ้าจากประจุตัวหนึ่งจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ ณ ตำแหน่งที่ห่างออกจากประจุนั้น โดยขนาดจะลดลงเป็นอัตราส่วนของกำลังสองของระยะทางจากตัวประจุ

สนามไฟฟ้าปฏิบัติตัวตามหลักการซ้อนทับ นั่นคือ หากมีประจุไฟฟ้ามากกว่าหนึ่งตัวในระบบแล้วสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งใดๆ ในระบบจะมีค่าเท่ากับผลรวมแบบเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้าซึ่งเกิดจากประจุแต่ละตัวเดี่ยวๆ

$$E_{tot} = E_1 + E_2 + E_3 + \dots \quad (3.16)$$

หากเราขยายหลักการนี้ไปสู่กรณีที่ประจุไฟฟ้ามีจำนวนเป็นอนันต์ สมการจะกลายเป็น

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho}{r^2} \hat{r} d^3r \quad (3.17)$$

เมื่อ w คือความหนาแน่นของประจุ หรือจำนวนประจุไฟฟ้าต่อหน่วยปริมาตรและสนามไฟฟ้านั้นมีค่าเท่ากับค่าลบของ เกรเดียนต์ของศักย์ไฟฟ้า

$$E = -\nabla w \quad (3.18)$$

3.4 ทฤษฎีความร้อน

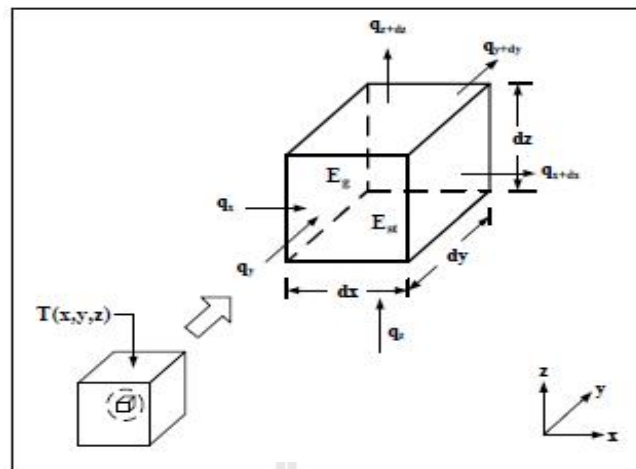
3.4.1 ความร้อน

แนวคิดของกฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์นั้นเกี่ยวข้องกับกฎของการอนุรักษ์พลังงาน (Conservation of energy) มีหลักการว่า “พลังงานสามารถเปลี่ยนรูปหรือถูกถ่ายโอนจากที่หนึ่งไปอีกที่หนึ่งได้ แต่ไม่สามารถสร้างขึ้นใหม่หรือทำลายให้สูญสลายไปได้” ดังนั้นเมื่อพิจารณาการถ่ายโอนพลังงานระหว่างระบบกับสิ่งแวดล้อม จะพบว่าพลังงานรวมของระบบกับสิ่งแวดล้อมจะมีค่าคงที่ เช่น ในกระบวนการที่ระบบได้รับพลังงานจากสิ่งแวดล้อม ปริมาณพลังงานที่ระบบได้รับจะเท่ากับปริมาณพลังงานที่ระบบสูญเสีย ซึ่งสามารถแสดงการถ่ายโอนพลังงานของระบบใด ๆ (สมชาย อัครทิวา และ ขวัญจิต วงษ์ชาติ, 2545) ได้ดังนี้

$$E_{in} - E_{out} = E_{st} - E_g \quad (3.19)$$

โดย E_{in} คือ พลังงานที่เข้าสู่ระบบ
 E_g คือ พลังงานภายในหรือพลังงานก่อกำเนิด
 E_{out} คือ พลังงานที่ออกจากระบบ
 E_{st} คือ พลังงานที่สะสมในระบบ

ในการวิเคราะห์การถ่ายโอนความร้อนต้องกำหนดปริมาตรควบคุม (Control volume) เพื่อสร้างขอบเขตของสมมติฐานในการศึกษา ดังแสดงตัวอย่างได้ดังรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.12 ปริมาตรควบคุมและทิศทางการถ่ายโอนความร้อนแบบ 3 มิติ

จากการกำหนดปริมาตรควบคุมในรูปแบบ 3 มิติ พลังงานที่เข้าสู่ระบบจะได้ ดังนี้

$$E_{in} = q_{in} + q_y + q_z \quad (3.20)$$

พลังงานความร้อนที่เข้าสู่ระบบ q_x , q_y และ q_z ขึ้นอยู่กับความชันของอุณหภูมิ (Temperature gradient) ตามกฎของฟูริเยร์ (Fourier's law) ดังนี้

$$q_x = -k_x dydz \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.21)$$

$$q_y = -k_y dx dz \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3.22)$$

$$q_z = -k_z dx dy \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.23)$$

เมื่อ k_x , k_y และ k_z คือ สัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Thermal conductivity) ในแนวแกน x y และ z ตามลำดับ ดังนั้นแทนสมการที่ (3.21) (3.22) และ (3.23) ลงในสมการที่ (3.20) จะได้สมการที่ (3.24)

$$E_{in} = -k_x dydz \frac{\partial T}{\partial x} - k_y dx dz \frac{\partial T}{\partial y} - k_z dx dy \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.24)$$

ส่วนพลังงานที่ออกจากระบบ จะได้ดังนี้

$$E_{out} = (q_{x+dx}) + (q_{y+dy}) + (q_{z+dz}) \quad (3.25)$$

พลังงานความร้อนที่ออกจากระบบ q_{x+dx} q_{y+dy} และ q_{z+dz} เมื่อ q_x q_y และ q_z ไหลผ่านระยะ dx dy และ dz โดยอาศัยการกระจายของอนุกรมเทย์เลอร์จะได้ ดังนี้

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (3.26)$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \quad (3.27)$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \quad (3.28)$$

ดังนั้น แทนสมการที่ (3.26) (3.27) และ (3.28) ลงในสมการที่ (3.25) จะได้

$$E_{out} = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) + \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) + \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) \quad (3.29)$$

ส่วนพลังงานก่อกำเนิดจะเกิดขึ้นเมื่อมีการส่งถ่ายพลังงานเข้าไปในระบบ แล้วปลดปล่อยพลังงานในรูปของพลังงานเคมี พลังงานไฟฟ้า พลังงานคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และ พลังงานนิวเคลียร์ เป็นต้น สามารถแสดงในรูปสมการภายใต้ปริมาตรควบคุมที่ศึกษาในรูปแบบ 3 มิติได้ดังนี้

$$E_g = Q dx dy dz \quad (3.30)$$

เมื่อ Q คือ ปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง (Internal heat generation)

และพลังงานที่สะสมในระบบเป็นการสะสมพลังงานในรูปแบบต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นพลังงานความร้อนสัมผัส ความร้อนแฝง พลังงานในรูปแบบอื่นๆ เช่น พลังงานจลน์ พลังงานศักย์ รวมไปถึงพลังงานทางเคมี ได้แก่ พลังงานพันธะ เป็นต้น แสดงในรูปสมการได้ดังนี้

$$E_{st} = \dots c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (3.31)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นมวล (Mass density)
 c คือ ความจุความร้อนจำเพาะ (Specific heat capacity)
 t คือ เวลา (Time)

ดังนั้น แทนสมการที่ (3.24) (3.29) (3.30) และ (3.31) ลงในสมการที่ (3.23) จะได้

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz = \dots c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz - Q dx dy dz \quad (3.32)$$

หรือจัดรูปใหม่โดยแทนสมการที่ (3.21) (3.22) และ (3.23) ลงในสมการที่ (3.32) จะได้

$$k_x dy dz \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} dx + k_y dx dz \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} dy + k_z dx dy \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} dz = \dots c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz - Q dx dy dz \quad (3.33)$$

หรือจัดให้อยู่ในรูปสมการความร้อน ดังนี้

$$k_x \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k_z \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + Q = \dots c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.34)$$

3.4.2 กลไกการถ่ายโอนความร้อน (สมชัย อัครทิวา และ ขวัญจิต วงษ์ชาติ, 2545)

กลไกการถ่ายโอนความร้อนเป็นพารามิเตอร์ที่มีความสำคัญต่อการคำนวณค่าอุณหภูมิ เป็นการถ่ายโอนพลังงานจากระบบที่มีการเชื่อมกันไปยังอุณหภูมิต่างๆกันไป ขึ้นกับสถานะแวดล้อม อาจเกิดขึ้นพร้อมกันหรือเกิดเฉพาะกลไกใดกลไกหนึ่งก็ได้ กลไกการถ่ายโอนความร้อนมี 3 แบบ คือ การนำความร้อน (Conduction) การพาความร้อน (Convection) และการแผ่รังสีความร้อน (Radiation)

การนำความร้อน

การนำความร้อนเป็นการถ่ายโอนความร้อนจากบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำภายในตัวกลางเดียวกันหรือระหว่างตัวกลางต่างชนิดที่อยู่ติดกัน ซึ่งการถ่ายโอนความร้อนเกิดจากผลของการเคลื่อนที่ของโมเลกุลภายในตัวกลาง สมการที่ใช้ในการคำนวณหาปริมาณการนำความร้อนถูกเสนอขึ้นปี ค.ศ. 1822 โดยนักวิทยาศาสตร์ฝรั่งเศสชื่อ โจเซฟ ฟูรีเยร์ (Joseph Fourier) โดยรูปสมการดังนี้

$$\dot{Q}_{cond} = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.35)$$

เมื่อ \dot{Q}_{cond} คือ อัตราการนำความร้อน
 A คือ พื้นที่ในการถ่ายโอนความร้อน

การพาความร้อน

การพาความร้อนเป็นการถ่ายโอนความร้อนระหว่างผิวของของแข็งกับของไหลที่มีการเคลื่อนที่ หรือกล่าวได้ว่าเป็นปรากฏการณ์การเคลื่อนที่ของพลังงาน จากแหล่งอุณหภูมิสูงไปยังอุณหภูมิต่ำ โดยที่โมเลกุลตัวกลางมีการเคลื่อนที่ไปด้วย ตัวอย่างเช่น การเคลื่อนที่ของลมที่ผ่านหน้าขดลวดความร้อน ลมดังกล่าวก็จะมีอุณหภูมิสูงตามไปด้วย ซึ่งการพาความร้อนมี 2 แบบคือ การพาความร้อนอย่างไม่อิสระ (Forced convection) เกิดขึ้นเมื่อมีแรงภายนอกมาบังคับให้ของไหลเคลื่อนที่ผ่านผิววัตถุที่ร้อนกว่าหรือเย็นกว่า เช่น การใช้พัดลมเป่าอากาศให้เกิดการเคลื่อนที่ผ่านถ้วยกาแฟร้อน เป็นต้น และการพาความร้อนอย่างอิสระ (Free convection) เกิดขึ้นเมื่อของไหลเกิดการเคลื่อนที่เนื่องจากแรงลอยตัว ทำให้เกิดความแตกต่างของความหนาแน่นของของไหลในบริเวณใกล้กับของแข็ง อันเป็นผลจากความแตกต่างของอุณหภูมิในชั้นของของไหล โดยความร้อนจากถ้วยกาแฟจะทำให้อากาศมีความหนาแน่นต่ำลง (เบา) จึงเกิดการเคลื่อนที่ขึ้นด้านบน ขณะเดียวกันอากาศที่เย็นกว่า มีความหนาแน่นสูงกว่าจะเคลื่อนที่มาแทนที่

สมการในการหาอัตราการพาความร้อนจะปรากฏอยู่ในรูปกฎการเย็นตัวของนิวตัน (Newton's cooling law) ดังนี้

$$\dot{Q}_{conv} = hA(T_s - T_\infty) \quad (3.36)$$

เมื่อ h คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อน (Convection heat transfer coefficient) ที่ผิวสัมผัส
ระหว่างของไหลกับวัตถุ

T_s คือ อุณหภูมิของผิววัตถุ

T_∞ คือ อุณหภูมิของของไหลที่อยู่ห่างออกไปจากผิววัตถุ

การแผ่รังสีความร้อน

การแผ่รังสีความร้อนเป็นการถ่ายโอนความร้อนโดยไม่ต้องอาศัยตัวกลาง ความร้อนจะเคลื่อนที่ไปในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และจะเกิดขึ้นได้ดีในบริเวณที่เป็นสุญญากาศ เมื่อพิจารณาการถ่ายโอนความร้อนระหว่างวัตถุใด ๆ จะสามารถคำนวณการแผ่รังสีความร้อนได้ ดังนี้

$$\dot{Q}_{rad} = v_e \dagger_s (T_s^4 - T_\infty^4) \quad (3.37)$$

เมื่อ v_e คือ ค่าสภาพเปล่งรังสี (Emissivity)

\dagger_s คือ ค่าคงที่สเตฟาน-โบลทซ์มันน์ (Stefan-Boltzmann constant) มีค่าเท่ากับ
 $5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$

3.4.3 ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของเตาไมโครเวฟ

ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิ สามารถอธิบายได้จากสมการความร้อน (MATLAB: PDE TOOL user's guide) สมการที่ (3.38) โดยปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นเองเนื่องจากผลของสนามไฟฟ้าสามารถแสดงได้ ดังนี้

$$Q = \dagger E^2 \quad (3.38)$$

เมื่อ \dagger คือ สภาพนำทางไฟฟ้า (Conductivity) ค่าสภาพนำทางไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของวัสดุและอุณหภูมิที่เปลี่ยนไป ในกรณีตัวนำถ้าอุณหภูมิสูงค่าสภาพนำทางไฟฟ้าของตัวนำจะลดลง และถ้าอุณหภูมิต่ำค่าสภาพนำทางไฟฟ้าของตัวนำจะเพิ่มขึ้น ในงานวิจัยนี้กำหนดให้ค่าของสภาพนำทางไฟฟ้าคงที่ แล้วพิจารณาเฉพาะค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิ

3.5 วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ

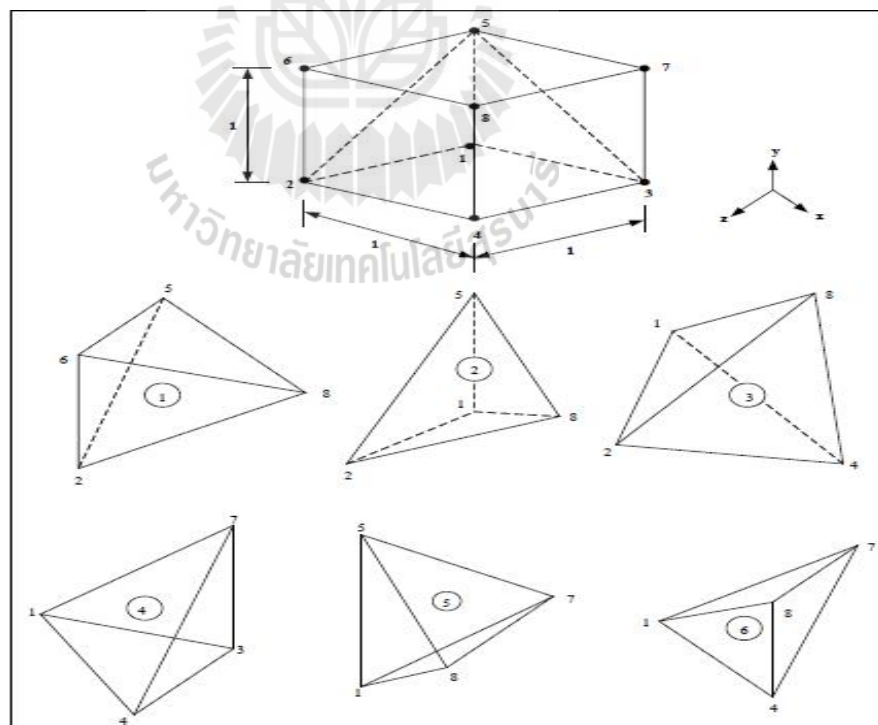
ปัญหาทางวิศวกรรมศาสตร์ส่วนใหญ่อาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์หรือสมการอินทิกรัล ในกรณีที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ส่วนใหญ่แล้วมักจะต้องการผลเฉลยด้วยวิธีประมาณ เนื่องจากความซับซ้อนของสมการ วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณนั้นมีหลายวิธี วิธีที่ได้รับความนิยมกันอย่างกว้างขวางในอดีตที่ผ่านมาคือ วิธีผลต่างสืบเนื่อง โดยแบ่งวัตถุของปัญหาที่สนใจออกเป็นช่องตารางสี่เหลี่ยม ซึ่งตารางสี่เหลี่ยมเหล่านี้ต่อกันที่จุดต่อตามหัวมุมของสี่เหลี่ยมต่างๆ และขนาดของปัญหาหรือจำนวนตัวไม่รู้ค่าจะขึ้นอยู่กับจำนวนของจุดต่อนี้เอง หากใช้ขนาดตารางสี่เหลี่ยมให้มีขนาดเล็กลงซึ่งหมายถึงต้องเพิ่มจำนวนตารางสี่เหลี่ยมให้มากขึ้นจะสามารถจำลองรูปร่างลักษณะดั้งเดิมของวัตถุดังกล่าวได้ใกล้เคียงมากยิ่งขึ้น แต่ในขณะเดียวกันจำนวนจุดต่อที่เพิ่มมากขึ้นจะทำให้จำนวนสมการผลต่างสืบเนื่องมากขึ้นด้วย และกระบวนการในการแก้ปัญหาก็เป็นต้องการหน่วยความจำบนเครื่องคอมพิวเตอร์เพิ่มขึ้นรวมถึงเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะสูงมากขึ้นตามไปด้วย ข้อดีของวิธีผลต่างสืบเนื่องคือ เป็นวิธีการที่ง่ายแก่การศึกษาและการทำความเข้าใจ รวมไปถึงความสะดวกในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการคำนวณหาผลเฉลยของปัญหานั้นๆ ส่วนข้อเสียของการใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องมีหลายประการ เช่นความไม่สะดวกในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต และที่สำคัญที่สุดคือ ความยากลำบากในการประยุกต์วิธีการนี้เพื่อใช้กับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับวัตถุซึ่งมีรูปร่างลักษณะซับซ้อน อย่างเช่น โครงสร้างหรือชิ้นส่วนต่างๆ ของเตาไมโครเวฟ สาเหตุของความยากลำบากดังกล่าวมีส่วนก่อให้เกิดวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณอีกวิธีหนึ่งที่เรียกว่า วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ ซึ่งวิธีนี้สามารถนำมาใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างลักษณะซับซ้อนใดๆ ก็ได้ โดยสามารถจำลองรูปร่างลักษณะดั้งเดิมที่แท้จริงได้ใกล้เคียงกว่า

ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อใช้คำนวณหาผลเฉลยโดยประมาณของปัญหาที่อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย โดยการแบ่งรูปร่างขอบเขตของปัญหาออกเป็นอิลลิเมนต์ แล้วสร้างสมการของแต่ละอิลลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ และอิลลิเมนต์ต่าง ๆ จะเชื่อมต่อกันด้วยจุดต่อซึ่งเป็นตำแหน่งที่คำนวณหาค่าผลเฉลย สำหรับระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ในงานวิจัยนี้จะดำเนินการคำนวณแบบ 3 มิติ

หลักการของระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ คือ เริ่มจากการแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นพื้นที่หลายๆ ส่วนที่เรียกว่าอิลลิเมนต์ โดยที่การกระจัด และแรงภายในแต่ละอิลลิเมนต์ ณ จุดที่อิลลิเมนต์ต่อโยงกันจะต้องเข้ากันได้และสมดุล ซึ่งอิลลิเมนต์ต่างๆนี้ จะขึ้นอยู่กับความละเอียดของแต่ละงานว่าต้องการรูปร่างลักษณะใกล้เคียงกับของจริงดั้งเดิมมากเท่าใด ซึ่งถ้าพิจารณาแบบ 3 มิติอาจอยู่ในรูปลักษณะของรูปทรงสี่หน้า (tetrahedral) รูปทรงหกหน้า (hexahedron) รูปทรงแปดหน้า

(octahedron) หรือ รูปทรงพีรามิด (pyramids) ก็ได้ ซึ่งในที่นี้จะใช้อิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า (tetrahedral) เนื่องจากเป็นรูปทรงที่มีจำนวนโนดหรือจุดเชื่อมต่ออย่างน้อยที่สุด อีกทั้งรูปทรงสี่หน้านี้สามารถประกอบกันได้เป็นรูปทรงอื่นๆ ที่กล่าวมาได้ง่าย โดยค่าผลเฉลยโดยประมาณที่มีจำนวนนับที่จะคำนวณออกมานั้นจะมีความแม่นยำขึ้นอยู่กับขนาด และจำนวนอิลลิเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา นั้น ซึ่งขั้นตอนโดยทั่วไปของวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์ประกอบด้วยขั้นตอนใหญ่ๆ 6 ขั้นตอน (ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 2542)

1. แบ่งอิลลิเมนต์ย่อยให้กับระบบ แบ่งขอบเขตรูปร่างของระบบปัญหาที่ต้องการหาผลลัพธ์ออกเป็นอิลลิเมนต์ย่อยๆ โดยแต่ละอิลลิเมนต์จะมีความเป็นปริมาตร ดังแสดงในรูปที่ 3.13 ซึ่งเป็นรูปแสดงการแบ่งอิลลิเมนต์ของรูปร่างปัญหาแบบ 3 มิติ (ระนาบ xyz) โดยใช้อิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า (tetrahedral) และเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างโปรแกรมการคำนวณสำหรับการป้อนข้อมูลของทุกๆ อิลลิเมนต์ จึงขอยกตัวอย่างรูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วยอิลลิเมนต์ รูปทรงสี่หน้าทั้งหมด 6 อิลลิเมนต์ 8 โหนด ซึ่งข้อมูลเบื้องต้นสำหรับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ต้องการ คือ หมายเลขของอิลลิเมนต์และหมายเลขของโหนด พร้อมทั้งค่าพิคัดของแต่ละโหนด ซึ่งสรุปเป็นตารางได้ดังตารางที่ 3.1 และ 3.2 ตามลำดับ



รูปที่ 3.13 รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 6 อิลลิเมนต์ 8 จุดต่อ
เมื่อพิจารณาอิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า

ตารางที่ 3.1 ลักษณะข้อมูลของอิทธิเมนต์

หมายเลข อิทธิเมนต์	หมายเลขจุดต่อ			
	จุดต่อ i	จุดต่อ j	จุดต่อ k	จุดต่อ l
1	2	8	5	6
2	1	2	8	5
3	1	2	4	8
4	1	3	4	7
5	1	7	8	5
6	1	8	4	7

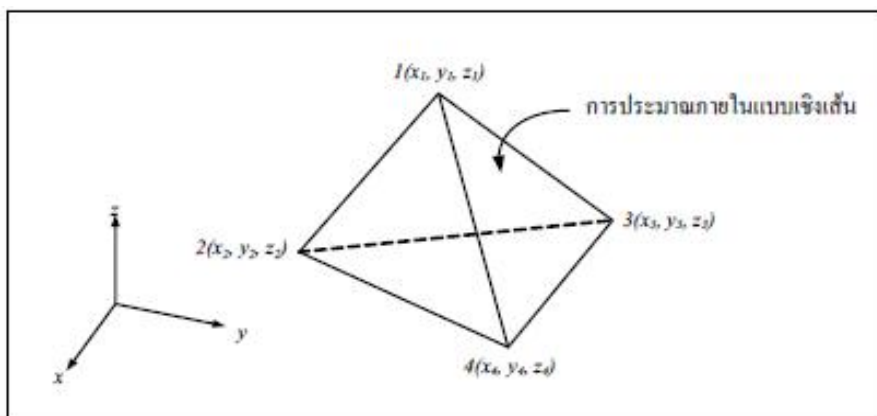
ตารางที่ 3.2 ลักษณะข้อมูลของตำแหน่งจุดต่อ

หมายเลขจุดต่อ	พิกัดแกน x	พิกัดแกน y	พิกัดแกน z
1	0	0	0
2	0	0	1
3	1	0	0
4	1	0	1
5	0	1	0
6	0	1	1
7	1	1	0
8	1	1	1

2. เลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิทธิเมนต์ อย่างในกรณีอิทธิเมนต์รูปทรงสี่หน้าจะประกอบด้วย 4 จุดต่อที่มีตัวห้อย 1 2 3 และ 4 ซึ่งเป็นการประมาณค่าภายใน อิทธิเมนต์แบบเชิงเส้นดังแสดงในรูป 3.14 ตำแหน่งของจุดต่อ (x_n, y_n, z_n) เมื่อ $n = 1, 2, 3$ และ 4 เป็นตำแหน่งของตัวที่ไม่ทราบค่า u_n โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิทธิเมนต์ $u_e(x, y, z)$ เป็นแบบเชิงเส้น ดังนี้

$$u_e = r + sx + y + }z \quad (3.39)$$

โดยที่ r s x และ $}$ เป็นค่าคงที่ ซึ่งสามารถหาได้จากจุดต่อทั้งสี่ดังนี้



รูปที่ 3.14 การประมาณภายในแบบเชิงเส้นบนออลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า

$$\phi_e(x_1, y_1, z_1) = r + sx_1 + xy_1 + }z_1$$

$$\phi_e(x_2, y_2, z_2) = r + sx_2 + xy_2 + }z_2$$

$$\phi_e(x_3, y_3, z_3) = r + sx_3 + xy_3 + }z_3$$

$$\phi_e(x_4, y_4, z_4) = r + sx_4 + xy_4 + }z_4$$

นำค่า r s x และ $}$ ที่ได้จากการแก้สมการทั้งสี่ข้างต้น แทนค่ากลับไปในสมการที่ (3.39) จะได้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนออลลิเมนต์เป็น

$$\phi_e(x, y, z) = u_1N_1 + u_2N_2 + u_3N_3 + u_4N_4 \quad (3.40)$$

ซึ่ง N_n เมื่อ $n = 1, 2, 3$ และ 4 คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในออลลิเมนต์

$$N_n = \frac{1}{6V}(a_n + b_nx + c_ny + d_nz) \quad (3.41)$$

โดยที่

$$a_1 = x_4(y_2z_3 - y_3z_2) + x_3(y_4z_2 - y_2z_4) + x_2(y_3z_4 - y_4z_3)$$

$$a_2 = x_4(y_3z_1 - y_1z_3) + x_3(y_1z_4 - y_4z_1) + x_1(y_4z_3 - y_3z_4)$$

$$a_3 = x_4(y_1z_2 - y_2z_1) + x_2(y_4z_1 - y_1z_4) + x_1(y_2z_4 - y_4z_2)$$

$$a_4 = x_3(y_2z_1 - y_1z_2) + x_2(y_1z_3 - y_3z_1) + x_1(y_3z_2 - y_2z_3)$$

$$b_1 = y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3)$$

$$b_2 = y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1)$$

$$b_3 = y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2)$$

$$b_4 = y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1)$$

$$c_1 = x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2)$$

$$c_2 = x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3)$$

$$c_3 = x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1)$$

$$c_4 = x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2)$$

$$d_1 = x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3)$$

$$d_2 = x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1)$$

$$d_3 = x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2)$$

$$d_4 = x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)$$

และ V คือปริมาตรของแต่ละอิลลิเมนต์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$6V = \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

ความแม่นยำของผลเฉลยจะขึ้นอยู่กับฟังก์ชันการประมาณภายในที่สมมติขึ้นมาี้ มีความใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหามากน้อยเพียงใดด้วย

3. สร้างสมการของอิลลิเมนต์ (Element formulation) ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหา ซึ่งขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญของวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์ อย่างเช่นกรณีสมการของอิลลิเมนต์รูปทรงสี่เหลี่ยมที่ได้ยกมาเป็นตัวอย่างดังแสดงในรูปที่ 3.14 จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix}_e \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \\ u_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_i \\ f_j \\ f_k \\ f_l \end{bmatrix}_e \quad (3.43)$$

ซึ่งเขียนโดยย่อได้ว่า $[K]_e [u]_e = [f]_e$ โดย $[u]_e$ คือ เมทริกซ์ตัวไม่ทราบค่าที่จุดต่อ และตัวห้อย e แสดงให้ทราบว่าเมทริกซ์ระดับอิลลิเมนต์ ซึ่งสมการของอิลลิเมนต์ดังกล่าว จำเป็นต้องถูกสร้างขึ้นมาให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้น ๆ การสร้างสมการของอิลลิเมนต์ซึ่งอยู่ในรูปแบบของสมการที่ (3.43) สามารถทำได้โดย

- วิธีการโดยตรง (Direct approach) วิธีนี้สามารถใช้ได้เฉพาะกับปัญหาที่เข้าใจได้ง่าย ๆ อย่างเช่น ปัญหาต่าง ๆ ในรูปทรง 1 มิติ เท่านั้น ซึ่งไม่สามารถขยายเปลี่ยนแปลง เพื่อนำไปใช้กับปัญหาใน 2 หรือ 3 มิติโดยทั่วไปได้

- วิธีการแปรผัน (Variational approach) หลักการสำคัญของวิธีการนี้คือ จำเป็นจะต้องทำการหาหรือสร้างฟังก์ชัน ซึ่งเมื่อทำการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันนั้นแล้ว จะเป็นผลให้เกิดสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขตที่สอดคล้องกับปัญหาที่กำลังสนใจอยู่ อย่างไรก็ตามวิธีการแปรผันเป็นวิธีการดั้งเดิมที่ใช้กันในช่วงต้นๆ ของการพัฒนาวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์ ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทางด้านโครงสร้าง และยังมีจุดอ่อนอีกคือ จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้นๆ ซึ่งปัญหาหลายๆ ชนิดในทางปฏิบัติสามารถสร้างสมการอนุพันธ์ขึ้นมาได้ แต่ไม่สามารถหาฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกันนั้นได้

- วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Method of weighted residuals) วิธีนี้จะใช้วิธีการสร้างสมการไฟไนต์อิลลิเมนต์จากสมการเชิงอนุพันธ์โดยตรง โดยไม่จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้อง ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการสร้างสมการไฟไนต์อิลลิเมนต์สำหรับปัญหาโดยทั่วไป และถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่างๆ ในปัจจุบัน

4. นำสมการของแต่ละอิลลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกัน (Assembly) เป็นสมการรวมของระบบจากขั้นตอนที่ 1 หากแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n

จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ โดยแสดงได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdot & \cdot & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdot & \cdot & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdot & \cdot & K_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \cdot & \cdot & K_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (3.44)$$

หรือเขียนโดยย่อได้ดังนี้ $[K]_{\text{sys}} [A]_{\text{sys}} = [f]_{\text{sys}}$ จากสมการที่ (3.44) เมทริกซ์ $[K]_{\text{sys}}$ จะมีคุณสมบัติของความ เป็นเมทริกซ์สมมาตร กล่าวคือ $[K]_{\text{sys}} = [K]_{\text{sys}}^T$ และมีคุณสมบัติของการจับกลุ่มกันของค่าที่ไม่เท่ากับศูนย์บริเวณแนวทแยงมุมของเมทริกซ์ ซึ่งจะมีลักษณะอยู่รวมกันเป็นแถบ (Banded matrix) จากคุณสมบัติดังกล่าวนี้ จะก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในทางปฏิบัติที่จำเป็นต้องใช้จำนวนโหนดเป็นจำนวนมากเพื่อที่จะก่อให้เกิดผลเฉลยที่เที่ยงตรง โดยสามารถพัฒนาให้เก็บเฉพาะค่าที่ไม่เท่ากับศูนย์ไว้ในหน่วยความจำเพื่อใช้ในการคำนวณเท่านั้น

การนำสมการย่อยของแต่ละอิเลลิเมนต์มาประกอบกันเข้าเป็นสมการรวมของระบบ จำเป็นต้องมีหลักการซึ่งหลักการที่จะกล่าวนี้เป็นหลักการที่ง่าย สามารถทำได้โดยสะดวก เหมาะกับรูปร่างของปัญหาที่มีอิเลลิเมนต์ย่อยจำนวนมาก ๆ และหลักการนี้จะถูกนำไปใช้ในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์โปรแกรมด้วย โดยสามารถทำความเข้าใจได้จากตัวอย่างรูปร่างของปัญหาดังรูปที่ 3.14 กล่าวคือจะทำการสร้างสมการรวมของระบบซึ่งประกอบด้วย 6 อิเลลิเมนต์ 8 โหนด โดยจะแสดงการรวมของเมทริกซ์ $[K]_{\text{sys}}$ เพื่อเป็นตัวอย่าง

วิธีการนี้ทำได้โดยเขียนสมการของอิเลลิเมนต์ต่างๆ พร้อมทั้งกำกับหมายเลขของโหนดทางแฉวนอนและแถวตั้งของแต่ละอิเลลิเมนต์ให้ถูกต้อง โดยจากรูปที่ 3.14 $[K]_e$ ของอิเลลิเมนต์ที่ 1 ประกอบด้วยโหนดหมายเลข 2 8 5 และ 6 ส่วน $[K]_e$ ของอิเลลิเมนต์ที่ 2 ประกอบด้วยโหนดหมายเลข 1 2 8 และ 5 ส่วน $[K]_e$ ของอิเลลิเมนต์ที่ 3 ประกอบด้วยโหนดหมายเลข 1 2 4 และ 8 ส่วน $[K]_e$ ของอิเลลิเมนต์ที่ 4 ประกอบด้วยโหนดหมายเลข 1 3 4 และ 7 ส่วน $[K]_e$ ของอิเลลิเมนต์ที่ 5 ประกอบด้วยโหนดหมายเลข 1 7 8 และ 5 ส่วน $[K]_e$ ของอิเลลิเมนต์ที่ 6 ซึ่งเป็นอิเลลิเมนต์สุดท้ายประกอบด้วยโหนดหมายเลข 1 8 4 และ 7 โดยสามารถเขียนแสดงให้เห็นได้ดังนี้

$$[K]_{e1} = \begin{bmatrix} (2) & (8) & (5) & (6) \\ (2) & a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ (8) & a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ (5) & a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ (6) & a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{bmatrix}$$

$$[K]_{e2} = \begin{bmatrix} (1) & (2) & (8) & (5) \\ (1) & e_1 & f_1 & g_1 & h_1 \\ (2) & e_2 & f_2 & g_2 & h_2 \\ (8) & e_3 & f_3 & g_3 & h_3 \\ (5) & e_4 & f_4 & g_4 & h_4 \end{bmatrix}$$

$$[K]_{e3} = \begin{bmatrix} (1) & (2) & (4) & (8) \\ (1) & i_1 & j_1 & k_1 & l_1 \\ (2) & i_2 & j_2 & k_2 & l_2 \\ (4) & i_3 & j_3 & k_3 & l_3 \\ (8) & i_4 & j_4 & k_4 & l_4 \end{bmatrix}$$

$$[K]_{e4} = \begin{bmatrix} (1) & (3) & (4) & (7) \\ (1) & m_1 & n_1 & o_1 & p_1 \\ (3) & m_2 & n_2 & o_2 & p_2 \\ (4) & m_3 & n_3 & o_3 & p_3 \\ (7) & m_4 & n_4 & o_4 & p_4 \end{bmatrix}$$

$$[K]_{e5} = \begin{bmatrix} (1) & (7) & (8) & (5) \\ (1) & q_1 & r_1 & s_1 & t_1 \\ (7) & q_2 & r_2 & s_2 & t_2 \\ (8) & q_3 & r_3 & s_3 & t_3 \\ (5) & q_4 & r_4 & s_4 & t_4 \end{bmatrix}$$

$$[K]_{e6} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (8) & (4) & (7) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (8) \\ (4) \\ (7) \end{matrix} & \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & w_1 & x_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 & x_2 \\ u_3 & v_3 & w_3 & x_3 \\ u_4 & v_4 & w_4 & x_4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

เมื่อมีหมายเลขกำกับทั้งทางแฉวนอนและแฉวนตั้งกำกับสัมประสิทธิ์ทุกตัวของเมทริกซ์ของทุกอิลลิเมนต์แล้ว จากนั้นนำสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ เหล่านี้มาใส่ลงในเมทริกซ์ระบบรวม $[K]_{sys}$ เช่น ค่าสัมประสิทธิ์ b_3 ซึ่งอยู่ในแฉวนอนที่ 5 แฉวนตั้งที่ 8 ของอิลลิเมนต์ย่อยที่ 1 จะไปปรากฏอยู่ในแฉวนอนที่ 5 แฉวนตั้งที่ 8 ของเมทริกซ์ระบบรวมดังแสดงในสมการ เป็นต้น

$$[K]_{sys} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) & (8) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \\ (5) \\ (6) \\ (7) \\ (8) \end{matrix} & \begin{bmatrix} e_1+i_1+m_1+q_1+u_1 & f_1+j_1 & n_1 & k_1+o_1+w_1 & h_1+t_1 & 0 & p_1+r_1+x_1 & g_1+l_1+s_1+v_1 \\ c_2+i_2 & a_1+f_2+j_2 & 0 & k_2 & c_1+h_2 & d_1 & 0 & b_1+g_2+l_2 \\ m_2 & 0 & n_2 & o_2 & 0 & 0 & p_2 & 0 \\ i_3+m_3+u_3 & j_3 & n_3 & k_3+o_3+w_3 & 0 & 0 & p_3+x_3 & l_3+v_3 \\ e_4+q_4 & a_3+f_4 & 0 & 0 & c_3+h_4+t_4 & d_3 & r_4 & b_3+g_4+s_4 \\ 0 & a_4 & 0 & 0 & c_4 & d_4 & 0 & b_4 \\ m_4+q_2+u_4 & 0 & n_4 & o_4+w_4 & t_2 & 0 & p_4+r_2+x_4 & s_2+v_4 \\ c_3+i_4+q_3+u_2 & a_2+f_3+j_4 & 0 & k_4+w_2 & c_2+h_3+t_3 & d_2 & r_3+x_2 & b_2+g_3+l_4+s_3+v_2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

5. ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตเริ่มต้น (Boundary conditions) และเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial condition) ที่สอดคล้องกับปัญหาลงในสมการรวมของระบบเพื่อหาค่าผลเฉลย โดยการแก้สมการรวมของระบบเพื่อหาตัวไม่ทราบค่าที่โหนด

6. คำนวณหาค่าตัวแปรต่างๆที่ต้องการต่อไป เมื่อทราบค่าผลลัพธ์ที่โหนดต่าง ๆ แล้วสามารถคำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กับผลลัพธ์นี้ต่อไปได้

จากขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอน จะเห็นได้ว่าระเบียบวิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์เป็นวิธีที่มีแบบแผนเป็นขั้นเป็นตอน โดยมีส่วนที่สำคัญที่สุดคือการสร้างสมการของอิลลิเมนต์ในขั้นตอนที่ 3 ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาที่กำหนด และในขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอนนี้จะนำไปพัฒนาขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการคำนวณต่อไป

3.6 สรุป

บทนี้ได้นำเสนอทฤษฎีและหลักการต่างๆที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย อันได้แก่ เต้าไมโครเวฟ ทฤษฎีสนามไฟฟ้า ทฤษฎีความร้อนซึ่งประกอบด้วยความรู้ทางด้านความร้อน กลไกการถ่ายโอนความร้อน ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของเต้าไมโครเวฟ และสุดท้ายระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่อธิบายถึงขั้นตอนต่างๆในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยได้กล่าวเฉพาะส่วนที่จะนำมาใช้หรือส่วนที่จะถูกกล่าวอ้างถึงในบทต่อไป ทั้งนี้เพื่อเป็นประโยชน์และเป็นแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้แก่ผู้ดำเนินงานวิจัย



บทที่ 4

การคำนวณสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ

4.1 บทนำ

ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อแก้ปัญหาสมการอนุพันธ์ย่อยที่สามารถหาผลเฉลยของปัญหาที่ซับซ้อนและจำลองรูปแบบลักษณะได้ใกล้เคียงกับความเป็นจริง ซึ่งผลเฉลยที่ได้สามารถนำไปคำนวณปัญหาคำนวณด้านอื่นต่อเนื่องกันได้อีกด้วย ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ และขั้นตอนการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ เพื่อใช้ในการคำนวณสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่กระจายตัวในเตาไมโครเวฟ

4.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของเตาไมโครเวฟ

4.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้า

จากการทดลองของฟาราเดย์ (Faraday) จึงเป็นที่มาของสมการหนึ่งในชุดสมการของแมกซ์เวลล์ในรูปแบบอนุพันธ์ที่สนามมีการแปรค่าตามเวลาดังสมการที่ (4.1)

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (4.1)$$

จากกฎของแอมแปร์จะได้สมการที่ (4.2)

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + v \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (4.2)$$

สมการแมกซ์เวลล์เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่มีการแปรค่าตามเวลา แต่คุณสมบัติที่มีความสำคัญยิ่งกว่าการที่สนามทั้งสองมีความสัมพันธ์กันก็คือ สนามที่แปรค่าตามเวลาสามารถแพร่กระจายไปในตัวกลางได้ โดยตั้งต้นด้วยการพิจารณา

ความสัมพันธ์ของ \mathbf{E} และ \mathbf{H} จากสมการของแมกซ์เวลล์ในสมการที่ (4.1) และ (4.2) ซึ่งจากสมการจะสังเกตเห็นว่า \mathbf{E} และ \mathbf{H} ไม่ได้แยกอิสระออกจากกัน ทำให้โดยทั่วไปแล้วไม่สามารถแก้สมการได้ จึงได้หาหนทางที่จะอธิบายพฤติกรรมของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยสมการที่ง่ายกว่านี้วิธีที่จะทำให้สมการนี้ง่ายขึ้นก็คือการพยายามแยก \mathbf{E} และ \mathbf{H} ให้อิสระออกจากกัน ซึ่งดำเนินการได้โดยการ เกร็ดสมการหนึ่งแล้วนำอีกสมการหนึ่งมาแทน ดังแสดงได้คือ

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (4.3)$$

ดำเนินการเกร็ดทั้งสองข้างของสมการ จึงได้

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} \quad (4.4)$$

แทน $\nabla \times \mathbf{H}$ จากสมการที่ (4.2) ลงในสมการที่ (4.4) จะได้สมการที่ (4.5)

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{J} + \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) - \nabla^2 \mathbf{H} \quad (4.5)$$

โดยมีเอกลักษณ์ของเวกเตอร์ต่อการดำเนินการอนุพันธ์อันดับสองในกรณีที่ทำค่าเกร็ดของเกร็ด คือ $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$ โดยที่ $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ (มาจาก $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$) ดังนั้นจึงได้

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{J} + \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) = -\nabla^2 \mathbf{H} + \frac{1}{v} \nabla \dots \quad (4.6)$$

เมื่อพิจารณาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในตัวกลางที่ไม่นำไฟฟ้า (nonconducting media) ซึ่ง $\mathbf{J} = 0$ (อย่างเช่นอวกาศว่าง) และตัวกลางนั้นไม่มีต้นกำเนิดหรือแหล่งจ่าย (sourceless) ซึ่ง $\rho = 0$ ภายใต้เงื่อนไขเหล่านี้จะได้ $\mathbf{J} = 0$ สมการของแมกซ์เวลล์จากสมการที่ (4.1) และ (4.2) จึงได้สมการ (4.7)

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (4.7)$$

4.2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิ

จากบทที่ 3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ได้กล่าวถึงทฤษฎีของความร้อน โดยการถ่ายเทความร้อนจะแสดงอยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการกระจายตัวของอุณหภูมิ สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิในแบบ 3 มิติจะแสดงสมการที่ (4.8)

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + Q = \dots c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.8)$$

โดยที่	T	คือ	อุณหภูมิ (Temperature)
	k	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Thermal conductivity)
	c	คือ	ความร้อนจำเพาะ (Specific heat)
	\dots	คือ	ความหนาแน่นมวล (Mass density)
	Q	คือ	อัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง (Internal heat generation)

โดยสมการจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ซึ่งปัญหาการถ่ายเทความร้อนนี้เป็นแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วคราว (Linear transient heat transfer problem) เป็นปัญหาอีกรูปแบบหนึ่งโดยอุณหภูมิที่จุดต่อจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาซึ่งขั้นตอนของการคำนวณนั้นสามารถทำได้โดยไม่ยากลำบากนัก อุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปอาจมีสาเหตุมาจากเงื่อนไขขอบเขต เช่น โหลดปริมาณความร้อนนั้นมีการเปลี่ยนแปลงไป ถ้าเรามองปัญหาเช่นนี้ในภาพรวมการแก้ปัญหาเพื่อหาอุณหภูมิที่เวลาต่างๆกันซึ่งเป็นผลลัพธ์ของปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราวนั้น ก็เปรียบเสมือนการแก้ปัญหาเพื่อหาผลลัพธ์ของอุณหภูมิของปัญหานั้นภายใต้สถานะอยู่ตัวมาเรียงประกอบกันขึ้น ดังนั้นในการแก้ปัญหภายใต้สถานะชั่วคราว จึงจำเป็นต้องทำการแก้ระบบสมการรวมหลายๆครั้งแทนที่จะต้องแก้ระบบสมการรวมเพียงครั้งเดียวดังเช่นปัญหภายใต้สถานะอยู่ตัว

4.3 การคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ได้รับคามนิยมนมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่างๆ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น การคำนวณสนามไฟฟ้าในเตาไมโครเวฟมีความซับซ้อน จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ในการแก้ปัญหา ดังนั้นจึงได้

นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าในเตาไมโครเวฟ และประยุกต์วิธีไฟน์ทอลลิเมนต์ เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้านี้ (สุกัญญา ทัพศรี, 2555)

$$\ddot{V} + v \sim \frac{\partial^2}{\partial t^2} V = 0 \quad (4.9)$$

โดยที่ μ คือ สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็ก (Permeability)

ϵ คือ สภาพยอมทางไฟฟ้า (permittivity)

E คือ สนามไฟฟ้า (Electric field)

โดยที่ $\sim = \sim_0 \sim_r$ และ $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ เมื่อ \sim_r คือ สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์และ ϵ_r คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ ซึ่ง $\sim_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m และ $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m

จากคุณสมบัติของระบบที่สามารถแปลงรูปจากโดเมนเวลาไปเป็นโดเมนความถี่ (Time-harmonic) อย่างเช่นในเตาไมโครเวฟจะได้

$$\frac{\partial}{\partial t} \approx j\omega \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} V = -\omega^2 V \quad (4.11)$$

$$\ddot{V} + \omega^2 \sim_v V = 0 \quad (4.12)$$

โดยที่ ω คือ ความถี่เชิงมุม

ดังนั้นจากสมการที่ (4.12) จึงได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าของเตาไมโครเวฟสำหรับปัญหาแบบ 3 มิติ แสดงได้ดังสมการที่ (4.13)

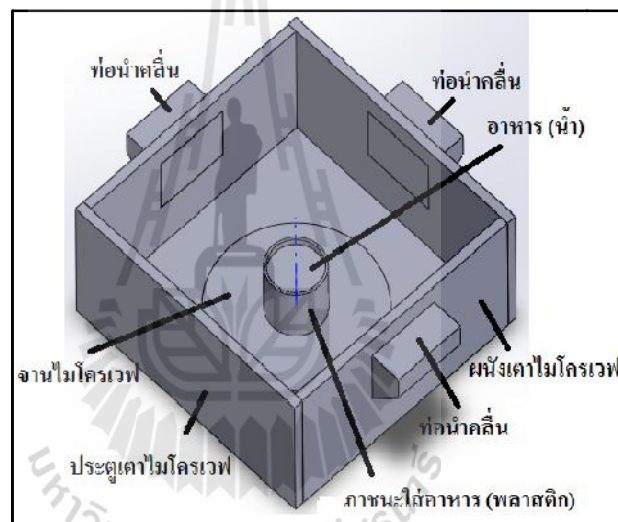
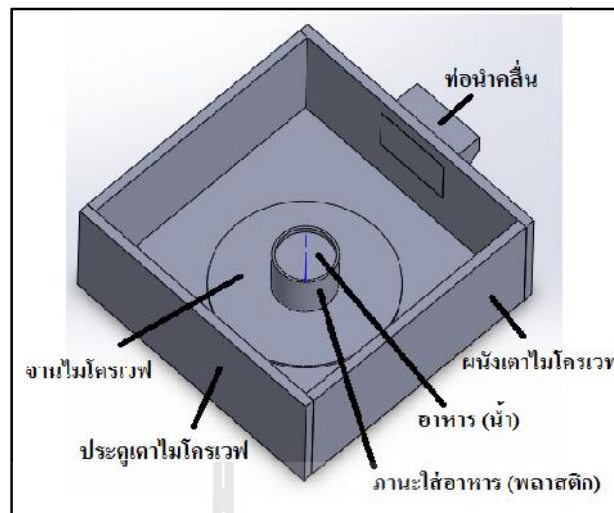
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial z} \right) + \omega^2 \sim_v V = 0 \quad (4.13)$$

4.3.1 การออกแบบอิลลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา

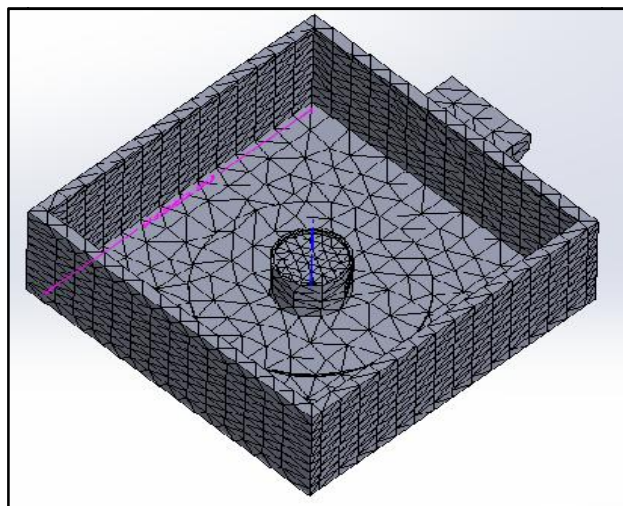
หลักการของระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ คือ เริ่มจากการแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นพื้นที่หลายๆส่วนที่เรียกว่าอิลลิเมนต์ โดยที่การกระจัดและแรงภายในแต่ละอิลลิเมนต์ ณ จุดที่อิลลิเมนต์ต่อกันจะต้องเข้ากันได้และสมดุล ซึ่งอิลลิเมนต์ต่างๆนี้ จะขึ้นอยู่กับความละเอียดของแต่ละงานว่าต้องการรูปร่างลักษณะใกล้เคียงกับของจริงดั้งเดิมมากเท่าใด ซึ่งถ้าพิจารณาแบบ 3 มิติอาจอยู่ในรูปลักษณะของรูปทรงสี่หน้า (tetrahedral) รูปทรงหกหน้า (hexahedron) รูปทรงแปดหน้า (prisms) หรือ รูปทรงพีรามิด (pyramids) ก็ได้ ซึ่งในที่นี้จะใช้อิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า (tetrahedral) เนื่องจากเป็นรูปทรงที่มีจำนวนโนดหรือจุดเชื่อมต่อน้อยที่สุด อีกทั้งรูปทรงสี่หน้านี้สามารถประกอบกันได้เป็นรูปทรงอื่นๆที่กล่าวมาได้เป็นอย่างดี โดยค่าผลเฉลยโดยประมาณที่มีจำนวนนับที่จะคำนวณออกมานั้นจะมีความแม่นยำขึ้นอยู่กับขนาด และจำนวนอิลลิเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา (ปราโมทย์ เชอะอำไพ, 2542)

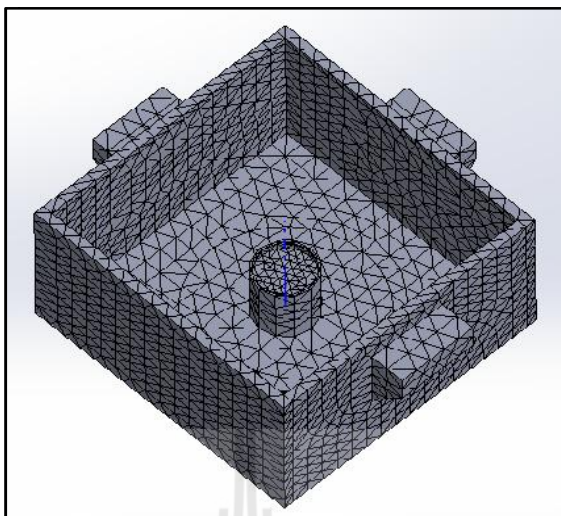
เริ่มจากการแบ่งพื้นที่ย่อยของปัญหาออกเป็นอิลลิเมนต์ ซึ่งในที่นี้จะใช้อิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า (tetrahedral) โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใดๆ บนอิลลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นซึ่งงานวิจัยนี้จะดำเนินการแบ่งพื้นที่ย่อย โดยอาศัยโปรแกรมสำเร็จรูป Solid works และได้ผลลัพธ์ออกมาดังรูปที่ 4.1

ในการออกแบบพื้นที่ศึกษาที่ใช้ในการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าของเตาไมโครเวฟด้วยการใช้วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ จะครอบคลุมทั่วทั้งหมดยของเตาไมโครเวฟ ดังแสดงด้วยรูปที่ 4.1 ซึ่งจากรูปเป็นการแบ่งอิลลิเมนต์ด้วยรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ (tetrahedron) ตลอดปริมาตรเตาไมโครเวฟที่ศึกษาด้วยโปรแกรมการสร้างกริดของ Solidworks โดยที่ท่อนำคลื่น 1 ด้าน จะประกอบด้วยจำนวนจุดต่อ 4,325 จุดต่อ และจำนวนอิลลิเมนต์ 22,387 อิลลิเมนต์ ส่วนท่อนำคลื่น 3 ด้าน จะประกอบด้วยจำนวนจุดต่อ 6,044 จุดต่อ และจำนวนอิลลิเมนต์ 31,533 อิลลิเมนต์



ก) ส่วนประกอบภายในเตาไมโครเวฟของท่อน้ำคั้น 1 ด้าน และ 3 ด้าน





ข) การแบ่งอิลลิเมนต์ของท่อนำคลื่น 1 ด้าน และ 3 ด้าน
รูปที่ 4.1 การแบ่งอิลลิเมนต์และจุดต่อของเตาไมโครเวฟแบบ 3 มิติ

4.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ

ขั้นตอนนี้เป็นทางเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยเมื่อสมมติลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น ในกรณีของสนามไฟฟ้าจากเตาไมโครเวฟจะได้

$$E(x, y, z) = E_1 N_1 + E_2 N_2 + E_3 N_3 + E_4 N_4 \quad (4.14)$$

โดยที่ N_n คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$ และ E_n คือผลลัพธ์ของค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละจุดต่อ 1 2 3 และ 4 ของอิลลิเมนต์ ซึ่งในกรณีอิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อจะได้

$$N_i = \frac{1}{6V} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \quad (4.15)$$

V คือ ปริมาตรของรูปทรงสี่หน้าของแต่ละอิลลิเมนต์ ซึ่งหาได้จากทีเทอร์มินันต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (4.16)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} a_1 &= x_4(y_2z_3 - y_3z_2) + x_3(y_4z_2 - y_2z_4) + x_2(y_3z_4 - y_4z_3) \\ a_2 &= x_4(y_3z_1 - y_1z_3) + x_3(y_1z_4 - y_4z_1) + x_1(y_4z_3 - y_3z_4) \\ a_3 &= x_4(y_1z_2 - y_2z_1) + x_2(y_4z_1 - y_1z_4) + x_1(y_2z_4 - y_4z_2) \\ a_3 &= x_3(y_2z_1 - y_1z_2) + x_2(y_1z_3 - y_3z_1) + x_1(y_3z_2 - y_2z_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1 &= y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3) \\ b_2 &= y_4(z_3 - z_2) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1) \\ b_3 &= y_4(z_3 - z_2) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2) \\ b_4 &= y_3(z_3 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_1 &= x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2) \\ c_2 &= x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3) \\ c_3 &= x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1) \\ c_4 &= x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_1 &= x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3) \\ d_2 &= x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1) \\ d_3 &= x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2) \\ d_4 &= x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) \end{aligned}$$

4.3.3 การสร้างสมการของอีลิเมนต์

การสร้างสมการอีลิเมนต์ (element formulation) ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ตั้งสมการที่ (4.13) ซึ่งขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ อย่างไรก็ตามในกรณีอีลิเมนต์รูปทรงสี่เหลี่ยม รูปแบบทั่วไปของสมการของอีลิเมนต์สำหรับปัญหาที่เกิดจากความถี่เดียว สามารถแสดงได้ดังนี้ (Huebner, Dewhirst, Smith, and Byrom, 2001)

$$[K + M]\{V\} = 0 \quad (4.17)$$

ประยุกต์ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์เพื่อหาระบบสมการเชิงเส้น โดยอาศัยการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Residual) ซึ่งในปัจจุบันถือว่าเป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่างๆ และวิธีนี้ยังสามารถจำแนกออกไปได้อีก เช่น วิธีของกาเลอร์กิน (Galerkin) ซึ่งเมทริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ปกติแล้วจะมีความสมมาตร จึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ การสร้างสมการของอีลิเมนต์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้ คือ การแทนค่าผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (4.13) จะไม่ก่อให้เกิดค่าเท่ากับศูนย์ หากแต่จะมีค่าเท่ากับ R แทน ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.18)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{1}{\mu} \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{1}{\mu} \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{1}{\mu} \frac{\partial V}{\partial z} \right) + vS^2 V = R \quad (4.18)$$

ซึ่ง R เรียกว่าเศษตกค้าง (Weight Residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหา เศษตกค้าง R ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าเที่ยงตรงมากที่สุด และในงานวิจัยนี้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างได้ใช้วิธีของกาเลอร์กิน (Preston et al., 1988; Kim et al., 1999) ซึ่งวิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (Weighting function : W) แล้วอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของอีลิเมนต์ (V) และกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\int_V W_n R dV = 0 \quad (4.19)$$

สำหรับอีลิเมนต์รูปทรงสี่เหลี่ยม จุดที่ไม่รู้ค่ามี 4 จุด ซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 4 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่รู้ค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (4.19) จะต้องมีการ $n = 1, 2, 3, 4$ และโดย

ปกติจะเลือก $W_n = N_n$ ซึ่งเรียกว่า บับโนฟ-กาลเออร์คิน (Bubnov-Galerkin) ดังนั้นเมื่อแทนค่า R ด้วยสมการที่ (4.18) ลงในสมการที่ (4.19) จะได้สมการที่ (4.20)

$$\int_V N_n \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \right) \right) + (vS^2) \right] dv = 0 \quad (4.20)$$

$$\int_V N_n \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right) dv + \int_V N_n (vS^2 V) dv = 0 \quad (4.21)$$

พิจารณาการอินทิเกรตทีละพจน์ของสมการที่ (4.21) สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน (integrate by parts) โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ (Gauss's theorem) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\int_V u (\nabla \cdot \mathbf{V}) dv = \int_{\Gamma} u (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma - \int_V (\nabla u \cdot \mathbf{V}) dv \quad (4.22)$$

Γ คือ ขอบเขตของอิลลิเมนต์เมื่อเปรียบเทียบกับพจน์แรกของสมการที่ (4.21) จะได้

$$u = N_n$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial z} \right)$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{V} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{k}$$

และเนื่องจาก \mathbf{n} คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบเขตของอิลลิเมนต์ Γ

$$\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial x} n_x + \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial y} n_y + \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial z} n_z$$

$$u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) = N_n \left(\frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial x} n_x + \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial y} n_y + \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial z} n_z \right)$$

$$\ddot{e}u = \frac{\partial N_n}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial N_n}{\partial z} \mathbf{k}$$

$$\ddot{e}u \cdot \mathbf{V} = \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial z}$$

ดังนั้นจากสมการที่ (4.21) เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$ จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\int_{\Gamma} N_n \left(\frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial x} n_x + \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial y} n_y + \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial z} n_z \right) d\Gamma - \int_V \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial z} \right) dv + \int_V N_n (v \dot{S}^2 V) dv = 0 \quad (4.23)$$

พิจารณาพจน์แรกทางด้านซ้ายมือของสมการที่ (4.23) ซึ่งเป็นพจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิลลิเมนต์ โดยทำการประยุกต์เงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann condition) เมื่อ กำหนดให้ $\frac{\partial V}{\partial \mathbf{n}} = 0$ ดังนั้นจึงได้สมการไฟไนท์อิลลิเมนต์แสดงดังนี้

$$\int_V \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial z} \right) dv - \int_V N_n (v \dot{S}^2 V) dv = 0 \quad (4.24)$$

$$\int_V \left(\left[\frac{\partial N_n}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial x} + \left[\frac{\partial N_n}{\partial y} \right]_{4 \times 1} \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial y} + \left[\frac{\partial N_n}{\partial z} \right]_{4 \times 1} \frac{1}{\sim} \frac{\partial V}{\partial z} \right) dv - \int_V [N_n]_{4 \times 1} (v \dot{S}^2 V) dv = 0 \quad (4.25)$$

และจากสมการที่ (4.14) จึงได้ลักษณะการกระจายของสนามไฟฟ้า E โดยประมาณแต่ละอิลลิเมนต์
เป็น

$$V(x, y, z) = [N]_{1 \times 4} [V]_{4 \times 1}$$

ดังนั้น

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} [V]_{4 \times 1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} [V]_{4 \times 1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{1 \times 4} [V]_{4 \times 1}$$

และสมการไฟไนท์อิลลิเมนต์จึงกลายมาเป็น

$$\int_v \left(\left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \frac{1}{\sim} \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} + \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{4 \times 1} \frac{1}{\sim} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} + \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{4 \times 1} \frac{1}{\sim} \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{1 \times 4} \right) dv [V]_{4 \times 1} -$$

$$v \epsilon^2 \int_v [N]_{4 \times 1} dv [V] = 0 \quad (4.26)$$

หรือเขียนสมการไฟไนท์อิลลิเมนต์สำหรับแต่ละอิลลิเมนต์ที่ประกอบด้วย 4 สมการดังนี้

$$[M]_{4 \times 4} \{V\}_{4 \times 1} + [K]_{4 \times 4} \{V\}_{4 \times 1} = 0 \quad (4.27)$$

เมทริกซ์ $[K]_{4 \times 4}$

$$[K]_{4 \times 4} = \int_v \left(\left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \frac{1}{\sim} \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} + \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{4 \times 1} \frac{1}{\sim} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} + \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{4 \times 1} \frac{1}{\sim} \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{1 \times 4} \right) dv \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{b_n}{6V} \quad \frac{\partial N}{\partial y} = \frac{c_n}{6V} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N}{\partial z} = \frac{d_n}{6V} \quad \text{เมื่อ } n = 1, 2, 3, 4 \quad (4.29)$$

แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (4.28) ลงในสมการที่ (4.29) จะได้

$$[K]_{4 \times 4} = \frac{1}{\sim} \int \left(\frac{b_n b_m}{6V} + \frac{c_n c_m}{6V} + \frac{d_n d_m}{6V} \right) dx dy dz \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (4.30)$$

$$= \frac{1}{36 \sim V^2} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m) \int dx dy dz$$

$$= \frac{1}{36 \sim V} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m)$$

$$[K]_{4 \times 4} = \frac{1}{36 \sim V} \begin{bmatrix} b_1 b_1 + c_1 c_1 + d_1 d_1 & b_1 b_2 + c_1 c_2 + d_1 d_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 + d_1 d_3 & b_1 b_4 + c_1 c_4 + d_1 d_4 \\ & b_2 b_2 + c_2 c_2 + d_2 d_2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 + d_2 d_3 & b_2 b_4 + c_2 c_4 + d_2 d_4 \\ & & b_3 b_3 + c_3 c_3 + d_3 d_3 & b_3 b_4 + c_3 c_4 + d_3 d_4 \\ & & & b_4 b_4 + c_4 c_4 + d_4 d_4 \end{bmatrix}$$

Sym

เมทริกซ์ $[M]_{4 \times 4}$

$$\text{จาก } [M]_{4 \times 4} = (-v \bar{S}^2) [N]_n [N]_m dx dy dz \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (4.31)$$

สมการที่ (4.31) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (Factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรรูปทรงสี่หน้าดังสมการที่ (4.32)

$$\int_V N_1^a N_2^b N_3^c N_4^d dv = \frac{a! b! c! d!}{(a + b + c + d + 3)!} 6V \quad (4.32)$$

จากสมการที่ (4.32) สามารถพิจารณาแยกเป็น 2 กรณี คือ $N_n = N_m$ และ $N_n \neq N_m$

ในกรณีที่ $N_n = N_m$ การพิจารณาจุดต่อที่ i ของรูปทรงสี่หน้าจะได้ $a = 2, b = 0, c = 0, d = 0$ ดังนั้นจากสมการที่ (4.32)

$$\int_V N_1^2 dv = \frac{2! 0! 0! 0!}{(2 + 0 + 0 + 0 + 3)!} 6V = \frac{2V}{20} \quad (4.33)$$

ในกรณีที่มี $N_n = N_m$ การพิจารณาจุดต่อที่ i ของรูปทรงสี่หน้าจะได้ $a = 1, b = 1, c = 0, d = 0$ ดังนั้นจากสมการที่ (4.32)

$$\int_V N_1^1 N_2^1 dv = \frac{1!1!0!0!}{(1+1+0+0+3)!} 6V = \frac{V}{20} \quad (4.34)$$

ที่จุดต่ออื่นๆ ของรูปทรงสี่หน้าก็ได้รับการพิจารณาในลักษณะนี้เช่นกัน ดังนั้นจากสมการที่ (4.31) จึงได้เมทริกซ์ $[M]_{4 \times 4}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.35) ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าเมทริกซ์ $[M]_{4 \times 4}$ จะมีค่าขึ้นอยู่กับรูปร่างของอิลลิเมนต์

$$[M]_{4 \times 4} = \frac{-S^2 v V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

4.3.4 การประกอบสมการอิลลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็น การนำสมการของแต่ละอิลลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 4.3.1 หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อจึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมสำหรับการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าของงานวิจัยนี้ในรูปสมการเชิงเส้นคือ

$$[K + M]_{n \times n} \{E\}_{n \times 1} = 0 \quad (4.36)$$

4.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย

ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) ที่สอดคล้องกับปัญหาลงในสมการรวมของระบบ (constraints) โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตให้ผิวผนังด้านนอกของเตาไมโครเวฟมีค่าสนามไฟฟ้าเท่ากับ 0 และสนามไฟฟ้าที่ท่อนำคลื่นมีค่าเท่ากับ 2×10^5 V/m โดยค่าสนามไฟฟ้าที่ท่อนำคลื่นนั้นมาจากโหมดของท่อนำคลื่น TE₁₀ ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.37) (Geedipalli, Rakesh, and Datta, 2007)

$$E_0 = 9.1 \times 10^3 \sqrt{P_{2.45\text{GHz}}} \quad \text{V/m} \quad (4.37)$$

โดยที่ $P_{2.45\text{GHz}} = 500 \text{ W}$

$$\begin{aligned} E_0 &= 9.1 \times 10^3 \sqrt{500} \\ &= 2 \times 10^5 \quad \text{V/m} \end{aligned}$$

4.4 การคำนวณอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ

ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์นั้น จะต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในการคำนวณอุณหภูมิของเตาไมโครเวฟแบบ 3 มิติ จะแสดงได้ในสมการที่ (4.8) ที่ผ่านมา

4.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ

จากการออกแบบอิลลิเมนต์ในหัวข้อ 4.3.1 ที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้แล้ว รูปแบบของอิลลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์นั้นจะใช้รูปแบบเหมือนกับอิลลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ทุกประการ เพราะฉะนั้นในหัวข้อนี้จึงข้ามการออกแบบอิลลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษาไป ซึ่งการเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์ของการคำนวณอุณหภูมิแบบ 3 มิติ จะดำเนินการเช่นเดียวกับการคำนวณสนามไฟฟ้าที่ผ่านมา

กรณีที่พิจารณาระบบเป็นแบบ 3 มิติ โดยเมื่อสมมุติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$T(x, y, z) = T_1 N_1 + T_2 N_2 + T_3 N_3 + T_4 N_4 \quad (4.38)$$

โดยที่ N_i , $i = 1, 2, 3, 4$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์ และ T_i , $i = 1, 2, 3, 4$ คือผลลัพธ์ของอุณหภูมิในแต่ละจุดต่อ (1, 2, 3, 4) ของอิลลิเมนต์ ซึ่ง

$$N_i = \frac{1}{6V} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \quad (4.39)$$

และ V คือปริมาตรของรูปทรงสี่หน้าของแต่ละอิลลิเมนต์ ซึ่งหาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (4.40)$$

โดยที่

$$a_1 = x_4(y_2z_3 - y_3z_2) + x_3(y_4z_2 - y_2z_4) + x_2(y_3z_4 - y_4z_3)$$

$$a_2 = x_4(y_3z_1 - y_1z_3) + x_3(y_1z_4 - y_4z_1) + x_1(y_4z_3 - y_3z_4)$$

$$a_3 = x_4(y_1z_2 - y_2z_1) + x_2(y_4z_1 - y_1z_4) + x_1(y_2z_4 - y_4z_2)$$

$$a_3 = x_3(y_2z_1 - y_1z_2) + x_2(y_1z_3 - y_3z_1) + x_1(y_3z_2 - y_2z_3)$$

$$b_1 = y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3)$$

$$b_2 = y_4(z_3 - z_2) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1)$$

$$b_3 = y_4(z_3 - z_2) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2)$$

$$b_4 = y_3(z_3 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1)$$

$$c_1 = x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2)$$

$$c_2 = x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3)$$

$$c_3 = x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1)$$

$$c_4 = x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2)$$

$$d_1 = x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3)$$

$$d_2 = x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1)$$

$$d_3 = x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2)$$

$$d_4 = x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)$$

4.4.2 การสร้างสมการของอิลลิเมนต์

ขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่างๆสำหรับปัญหาความร้อนในงานวิจัยนี้เป็นปัญหาความร้อนแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วคราวแบบ 3 มิติ มีสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.8) ที่แสดงก่อนหน้าดังนี้

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + Q = \dots c \frac{\partial T}{\partial t}$$

จากสมการจัดรูปให้ด้านขวาของสมการเท่ากับศูนย์จะได้ดังสมการที่ (4.41) สำหรับปัญหาความร้อนใน 3 มิติที่คำนวณด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์นี้จะใช้ประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างด้วยวิธีการลอร์คินเช่นเดียวกันกับปัญหาสนามไฟฟ้าที่ผ่านมาดังแสดงด้วยสมการที่ (4.42)

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \dots c \frac{\partial T}{\partial t} + Q = 0 \quad (4.41)$$

$$\int_{\Omega} W_n R d\Omega = 0 \quad n=1,2,3,4 \quad (4.42)$$

โดยเมื่อพิจารณาปัญหาความร้อน จะได้เศษตกค้าง R ดังสมการที่ (4.39)

$$R = k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \dots c \frac{\partial T}{\partial t} + Q \quad (4.43)$$

สำหรับอิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า จุดที่ไม่รู้ค่ามี 4 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 4 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่รู้ค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (4.42) จะต้องมียค่า $n = 1,2,3,4$ และโดยปกติจะเลือก $W_n = N_n$ ดังนั้นเมื่อแทนค่า R ด้วยสมการ (4.43) ลงในสมการที่ (4.42) จะได้

$$\int_V N_n \left(k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \dots c \frac{\partial T}{\partial t} + Q \right) dV = 0 \quad (4.44)$$

แล้วแตกพจน์ต่าง ๆ ออกมาเพื่อทำการพิจารณา จะได้

$$\int_V N_n \left(k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV - \int_V N_n \left(\dots c \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV + \int_V N_n (Q) dV = 0 \quad (4.45)$$

พจน์แรกของสมการที่ (4.45) แทนการแพร่กระจายความร้อน พจน์ที่สองแทนอัตราความจุความร้อน และพจน์ที่สามแทนปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นได้เองภายในอิลลิเมนต์ ตามลำดับ สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ ดังนั้นจากสมการที่ (4.45) เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$ จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\int_{\Gamma} N_n \left(k \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) d\Gamma - \int_V \left(k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV - \int_V N_n \dots c \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_V N_n Q dV = 0 \quad (4.46)$$

จากสมการที่ (4.46) จัดรูปใหม่จะได้สมการไฟไนท์อิลลิเมนต์สำหรับอิลลิเมนต์ได้ดังนี้

$$\int_V N_n \dots c \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_V \left(k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV + \int_{\Gamma} N_n (hT) d\Gamma = \int_V N_n Q dV + \int_{\Gamma} N_n (h(T_{\infty})) d\Gamma \quad (4.47)$$

และเนื่องจากสมการที่ (4.47) มีทั้งหมด 4 สมการ เราสามารถเขียนสมการไฟไนท์อิลลิเมนต์ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (4.48) ดังนี้

$$\int_V [N]_{4 \times 1} \dots c \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_V \left(k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \frac{\partial T}{\partial x} + k \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{4 \times 1} \frac{\partial T}{\partial y} + k \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{4 \times 1} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV + \int_{\Gamma} N_n (hT) d\Gamma = \int_V [N]_{4 \times 1} Q dV + \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} (h(T_{\infty})) d\Gamma \quad (4.48)$$

และจากสมการที่ (4.48) จึงได้ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ T โดยประมาณในแต่ละอิลลิเมนต์เป็น

$$T(x, y, z) = [N]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{\partial T}{\partial x} = \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1}$$

และสมการไฟไนท์อิลลิเมนต์จึงกลายมาเป็น

$$\int_V [N]_{4 \times 1} \dots c [N]_{1 \times 4} dV \left[\dot{T} \right]_{4 \times 1} + \int_V \left(k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} + k \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{4 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} + k \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{4 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{1 \times 4} \right) dV [T]_{4 \times 1} + \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} h [N]_{1 \times 4} d\Gamma [T]_{4 \times 1} = \int_V [N]_{4 \times 1} Q dV + \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} (h(T_{\infty})) d\Gamma \quad (4.49)$$

หรือเขียนสมการไฟไนท์อิลลิเมนต์สำหรับแต่ละอิลลิเมนต์ที่ประกอบด้วย 4 สมการได้ดังนี้

$$[C]_{4 \times 4} \left\{ \dot{T} \right\}_{4 \times 1} + \left[[K_c] + [K_h] \right]_{4 \times 4} \{T\}_{4 \times 1} = \{Q_h\}_{4 \times 1} + \{Q_o\}_{4 \times 1} \quad (4.50)$$

เมทริกซ์ของการจุความร้อน: $[C]_{4 \times 4}$

$$[C]_{4 \times 4} = \int_V ([N]_{4 \times 1} \dots c [N]_{1 \times 4}) dV \quad (4.51)$$

จากสมการที่ (4.38) และหากความหนาแน่นมวล ... และความร้อนจำเพาะ C มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (4.51) จึงกลายเป็น

$$[C]_{4 \times 4} = \dots c \int N_n N_m dx dy dz \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (4.52)$$

สมการที่ (4.52) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรเหมือนดังหัวข้อที่ผ่านมาจะได้

$$[C]_{4 \times 4} = \frac{\dots cV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน: $[K_c]_{4 \times 4}$

$$\text{จาก } [K_c]_{4 \times 4} = \int_V \left(k \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \end{bmatrix}_{1 \times 4} + k \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix}_{1 \times 4} + k \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial z} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial z} \end{bmatrix}_{1 \times 4} \right) dV \quad (4.54)$$

จากฟังก์ชันการประมาณภายในคั่งสมการที่ (4.38) จึงได้

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{6V}, \quad \frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{6V} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N_n}{\partial z} = \frac{d_n}{6V} \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (4.55)$$

แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (4.54) ลงในสมการที่ (4.53) จะได้

$$\begin{aligned} [K_c]_{4 \times 4} &= k \int \left(\frac{b_n}{6V} \frac{b_m}{6V} + \frac{c_n}{6V} \frac{c_m}{6V} + \frac{d_n}{6V} \frac{d_m}{6V} \right) dx dy dz \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (4.56) \\ &= \frac{k}{36V^2} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m) \int dx dy dz \\ &= \frac{k}{36V} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m) \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

$$[K_c]_{4 \times 4} = \frac{k}{36V} \begin{bmatrix} b_1 b_1 + c_1 c_1 + d_1 d_1 & b_1 b_2 + c_1 c_2 + d_1 d_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 + d_1 d_3 & b_1 b_4 + c_1 c_4 + d_1 d_4 \\ & b_2 b_2 + c_2 c_2 + d_2 d_2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 + d_2 d_3 & b_2 b_4 + c_2 c_4 + d_2 d_4 \\ & & b_3 b_3 + c_3 c_3 + d_3 d_3 & b_3 b_4 + c_3 c_4 + d_3 d_4 \\ \text{Sym} & & & b_4 b_4 + c_4 c_4 + d_4 d_4 \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

เมทริกซ์ของการพาความร้อน: $[K_h]_{4 \times 4}$

$$[K_h]_{4 \times 4} = \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} h [N]_{1 \times 4} d\Gamma \quad (4.58)$$

จากสมการที่ (4.58) และหากสัมประสิทธิ์การพาความร้อน h มีค่าคงที่ เมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอิทธิเมนต์จึงกลายเป็น

$$[K_h]_{4 \times 4} = h \int N_n N_m dx dy dz \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (4.59)$$

สมการที่ (4.59) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรจะได้

$$[K_h]_{4 \times 4} = \frac{hV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

โหนดเวกเตอร์การพาความร้อน: $\{Q_h\}_{4 \times 1}$

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} h T_{\infty} d\Gamma \quad (4.61)$$

หรือเมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอิทธิเมนต์ดังนั้นสมการที่ (4.61) จึงกลายเป็น

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = h T_{\infty} \int N_n dx dy dz \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (4.62)$$

สมการที่ (4.62) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรได้ดังนี้

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = \frac{h T_{\infty} V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

โพลีเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง: $\{Q_o\}_{4 \times 1}$

$$\{Q_o\}_{4 \times 1} = \int_{\Omega} [N]_{4 \times 1} Q d\Omega \quad (4.64)$$

หรือ

$$\{Q_o\}_{4 \times 1} = Q \int N_n dx dy dz \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (4.65)$$

สมการที่ (4.65) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรได้ดังนี้

$$\{Q_o\}_{4 \times 1} = \frac{QV}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

4.4.3 การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราว

การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราวจะใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด โดยจะมีลักษณะของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับค่า θ ที่เลือกใช้ ดังแสดงในสมการที่ (4.67) โดย t คือค่าของช่วงเวลา (Time step) โดยถ้าเลือกใช้ $\theta = 0$ จะเป็นวิธีของออยเลอร์ (Euler) ถ้า $\theta = 1/2$ เป็นวิธีของแครงก์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson) ถ้า $\theta = 2/3$ เป็นวิธีของกาลเอร์กิน (Galerkin) และถ้า $\theta = 1$ จะเรียกว่าวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (Backward difference) ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลังดังสมการที่ (4.68) เนื่องจากวิธีนี้ประกันการลู่เข้าของผลลัพธ์ และผลลัพธ์จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง

$$s \left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} + (1/s) \left\{ \dot{T} \right\}^t = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^t}{\Delta t} \quad (4.67)$$

$$\left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^t}{\Delta t} \quad (4.68)$$

จากการเลือกใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมย้อนหลัง สมการที่ (4.50) จึงพัฒนามาเป็นสมการที่ (4.69) จากนั้นแทนค่าสมการที่ (4.68) ลงในสมการที่ (4.69) จึงได้ผลลัพธ์ของสมการไฟไนต์อิลิเมนต์เมื่อพิจารณาปัญหาในสถานะชั่วคราว ดังสมการที่ (4.70)

$$[C] \left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} + [K] \{T\}^{t+\Delta t} = \{Q\}^{t+\Delta t} \quad (4.69)$$

$$\left(\frac{1}{\Delta t} [C] + [K] \right) \{T\}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [C] \{T\}^t + \{Q\}^{t+\Delta t} \quad (4.70)$$

โดยที่ $[K] = [K_c] + [K_h]$

และ $\{Q\} = \{Q_h\} + \{Q_Q\}$

4.4.4 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็น การนำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 4.3.1 ในระบบ 3 มิติ หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้เมื่อพิจารณาปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วคราว คือ

$$\left(\frac{1}{\Delta t} [C]_{n \times n} + [K]_{n \times n} \right) \{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [C]_{n \times n} \{T\}_{n \times 1}^t + \{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} \quad (4.71)$$

จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$([C]_{n \times n} + \Delta t [K]_{n \times n}) \{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = [C]_{n \times n} \{T\}_{n \times 1}^t + \Delta t \{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} \quad (4.72)$$

เมื่อ

$$[M]_{n \times n} = [C]_{n \times n} + \Delta t [K]_{n \times n}$$

$$[F]_{n \times 1} = \frac{1}{\Delta t} [C]_{n \times n} \{T\}_{n \times 1}^t + \Delta t \{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t}$$

ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้ คือ

$$[M]_{n \times n} \{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = [F]_{n \times 1} \quad (4.73)$$

4.4.5 การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย

ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของอนุสมการ T เริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นให้แก่ระบบเตาไมโครเวฟ และเงื่อนไขขอบเขตบริเวณต่างๆ โดยงานวิจัยนี้มีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นในรอบแรกที่พิจารณาระบบเตาไมโครเวฟ คือ $T(t=0) = 30^\circ\text{C}$

ส่วนค่าโหลคเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนจะใช้ค่าปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นเองของทั้งพื้นที่หรือปริมาตรที่พิจารณา โดยค่าปริมาณความร้อนจะหาได้จากความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้า ดังนี้

$$Q = \dagger E^2$$

เมื่อ \dagger คือ ค่าสภาพนำทางไฟฟ้า

E คือ ค่าสนามไฟฟ้า

4.5 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอนุสมการของเตาไมโครเวฟ เมื่อพิจารณาค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออนุสมการที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา การประยุกต์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อกำหนดค่าสนามไฟฟ้าและอนุสมการ ได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลอร์คิน รายละเอียดต่าง ๆ ในบทนี้จะนำไปสู่การประดิษฐ์โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 5 และบทที่ 6 ต่อไป

บทที่ 5

ผลการจำลองสนามไฟฟ้าของเตาไมโครเวฟ

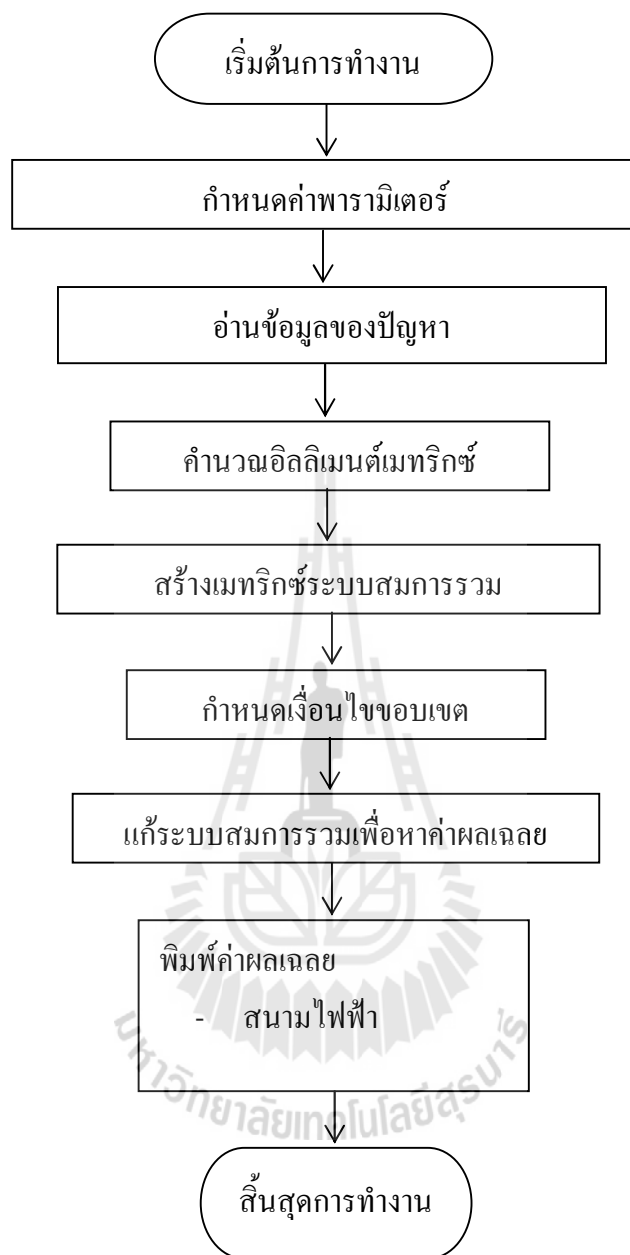
5.1 บทนำ

การจำลองผลของงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณอุณหภูมิเตาไมโครเวฟ ซึ่งค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้นั้นจะมีผลมาจากค่าสนามไฟฟ้า ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ภายในเตาไมโครเวฟ ในบทที่ 5 นี้จึงได้กล่าวถึงค่าพารามิเตอร์ ต่าง ๆ ที่ใช้ในการจำลองผลและอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบ 3 มิติ โดยโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานการใช้งานของ MATLAB

5.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

โปรแกรมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าในเตาไมโครเวฟ เกิดจากการประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB โดยกริดที่สร้างขึ้นเพื่อกำกับคุณลักษณะของจุดต่อและเอลิเมนต์ที่ป้อนให้แก่โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เกิดจากการสร้างกริดโดยโปรแกรมสำเร็จรูปชื่อ Solid Work ซึ่งรายละเอียดของโปรแกรมหดกล่าวสามารถแสดงได้ดังนี้

การคำนวณสนามไฟฟ้าในเตาไมโครเวฟค่อนข้างคำนวณได้ยากแต่ปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีสมรรถนะสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ จึงสามารถคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น โปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับคำนวณค่าสนามไฟฟ้าที่ใช้กันอยู่ทั่วไปมีราคาแพงประมวลผลช้าและไม่มีความคล่องตัว ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้จึงประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB เพื่อคำนวณค่าสนามไฟฟ้าในเตาไมโครเวฟ สำหรับโครงสร้างของโปรแกรมคำนวณสนามไฟฟ้าอาจแทนได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามไฟฟ้า

จากแผนภูมิในรูปที่ 5.1 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลของระบบโดยรวมเพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละส่วนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่างๆเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดค่าพารามิเตอร์ : โปรแกรมจะเริ่มทำงานด้วยการกำหนดค่าพารามิเตอร์ของวัสดุต่างๆในเตาไมโครเวฟ

ขั้นตอนที่ 2 อ่านข้อมูลของปัญหา: จากนั้นโปรแกรมจะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของอิทธิเมนต์และจุดต่อจากเอาต์พุตไฟล์ที่เกิดจากการสร้างกริดของโปรแกรมสำเร็จรูปชื่อ Solid Work ที่ซึ่งรายละเอียดในไฟล์ประกอบด้วยจำนวนและตำแหน่งของจุดต่อ หมายเลขของจุดต่อที่ประกอบขึ้นเป็นอิทธิเมนต์จำนวนและหมายเลขของอิทธิเมนต์เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณอิทธิเมนต์เมทริกซ์: ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำการคำนวณอิทธิเมนต์เมทริกซ์รูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสของทุกๆ อิทธิเมนต์ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.27) จากบทที่ ผ่านมาหรือนำมาแสดงใหม่ในบทนี้ดังสมการที่ (5.1) โดยที่ $\{E\}$ คือเวกเตอร์คำตอบของสมการ

$$[M]_{4 \times 4} \{V\}_{4 \times 1} + [K]_{4 \times 4} \{V\}_{4 \times 1} = 0 \quad (5.1)$$

โดยที่

$$[M]_{4 \times 4} = \frac{-\zeta^2 v V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$[K]_{4 \times 4} = \frac{1}{36-V} \begin{bmatrix} bb_1 + c_1c_1 + d_1d_1 & bb_2 + c_2c_2 + d_2d_2 & bb_3 + c_3c_3 + d_3d_3 & bb_4 + c_4c_4 + d_4d_4 \\ bb_2 + c_2c_2 + d_2d_2 & bb_3 + c_3c_3 + d_3d_3 & bb_4 + c_4c_4 + d_4d_4 & \\ & bb_3 + c_3c_3 + d_3d_3 & bb_4 + c_4c_4 + d_4d_4 & \\ \text{Sym} & & & bb_4 + c_4c_4 + d_4d_4 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

ขั้นตอนที่ 4 สร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม: โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมอิทธิเมนต์เมทริกซ์ย่อยๆ เข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมดังแสดงด้วยสมการที่ (4.27) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (5.4) โดยมีหลักการคือหาหมายเลขจุดต่อที่แท้จริงของอิทธิเมนต์ที่พิจารณาอยู่แล้วใส่ค่าสัมประสิทธิ์ของอิทธิเมนต์เมทริกซ์นั้นลงในเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมให้ถูกต้องดังแสดงรายละเอียดอยู่ในหัวข้อที่ 3.5 ของบทที่ 3 ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิทธิเมนต์ย่อย n จุดต่อจึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยทั้งสิ้น n สมการ

$$[K + M] \{V\} = 0 \quad (5.4)$$

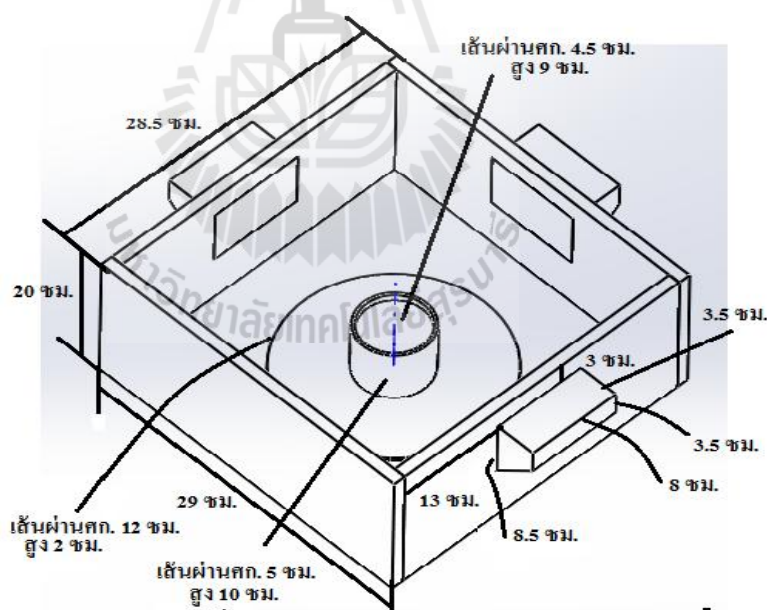
ขั้นตอนที่ 5 กำหนดเงื่อนไขขอบเขต: โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวมโดยมีหลักการคือดัดแปลงระบบสมการรวมตามสมการที่ (5.4) ให้สอดคล้องกับค่าเงื่อนไขขอบเขตโดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตให้ผิวผนังด้านนอกของเตาไมโครเวฟมีค่าสนามไฟฟ้าเท่ากับ 0 และสนามไฟฟ้าที่ท่อนำคลื่นมีค่าเท่ากับ 2×10^5 V/m ซึ่งค่าสนามไฟฟ้าที่ท่อนำคลื่นนั้นมาจากสมการที่ (4.37)

ขั้นตอนที่ 6 แก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย: โปรแกรมจะทำหน้าที่แก้สมการเชิงเส้นดังสมการที่ (5.4) เพื่อหาค่าผลเฉลยของระบบสมการรวม

ขั้นตอนที่ 7 พิมพ์ค่าผลเฉลย: จากนั้นโปรแกรมจะพิมพ์ค่าผลเฉลยออกมาเป็นค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละจุดของเตาไมโครเวฟ

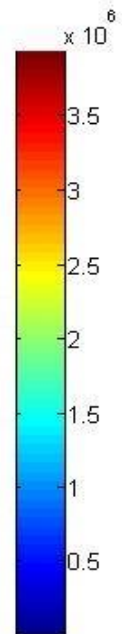
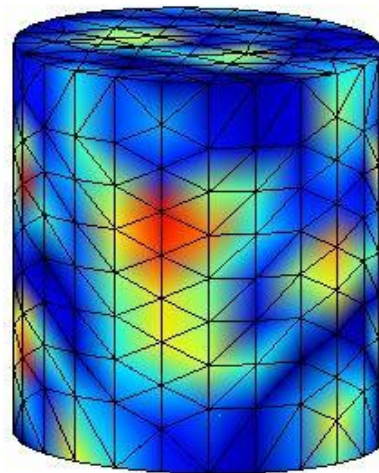
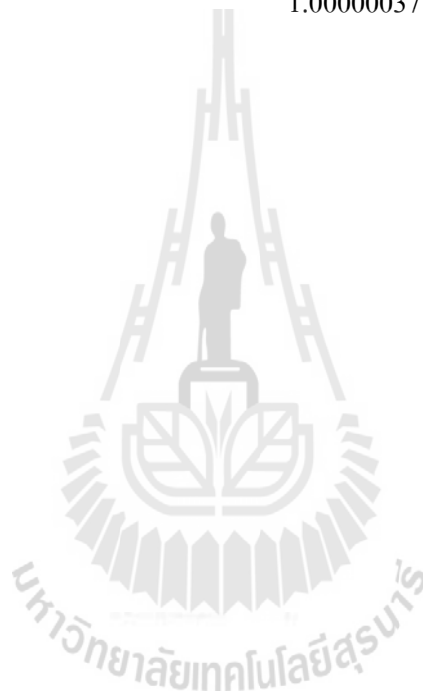
5.3 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล

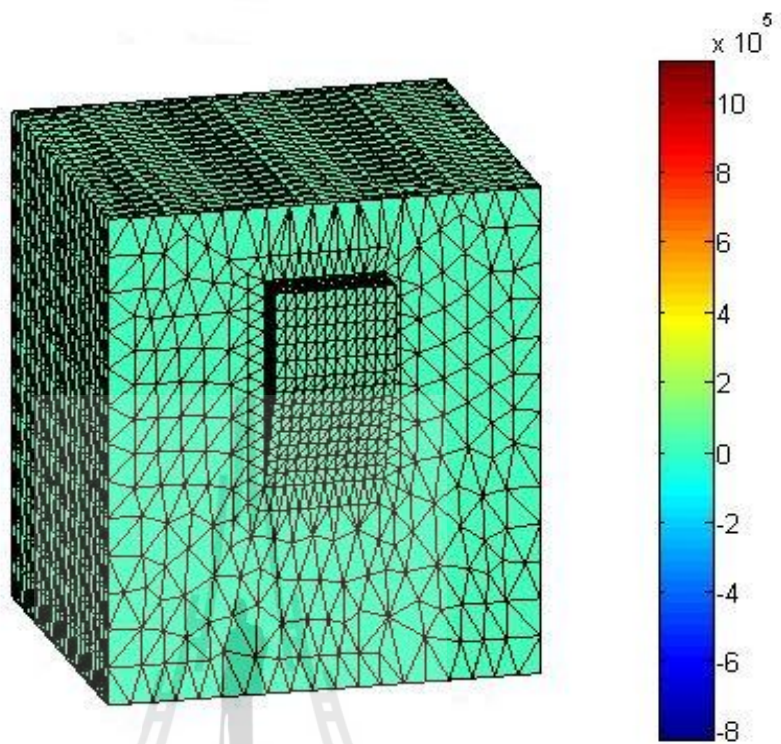
ค่ามิติต่างๆของเตาไมโครเวฟที่ใช้ในการศึกษาแสดงได้ดังรูปที่ 5.2 โดยมีพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผลแสดงได้ดังตารางที่ 5.1

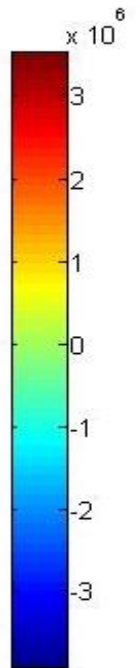
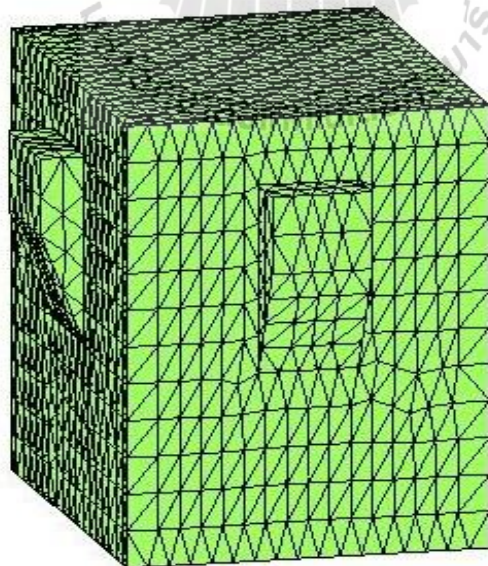
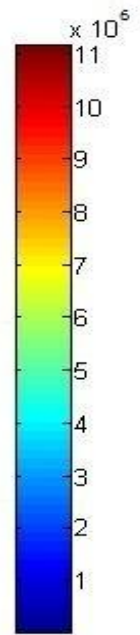
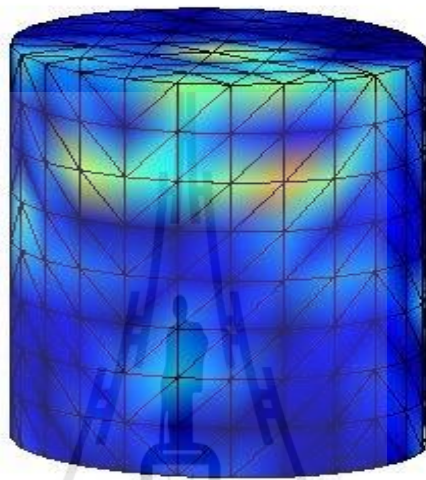


รูปที่ 5.2 ค่ามิติต่างๆของเตาไมโครเวฟ

วัสดุที่ใช้	\sim_r	V_r
อาหาร(น้ำ)	0.9999994	88
ท่อनाคลีน	0.9999906	3.4
ถาดไมโครเวฟ	4.87×10^{-15}	4.7
ผนังเตาไมโครเวฟ	1.000021	3.4
ภาชนะใส่อาหาร (พลาสติก)	3.33	2.25
อากาศ	1.00000037	1



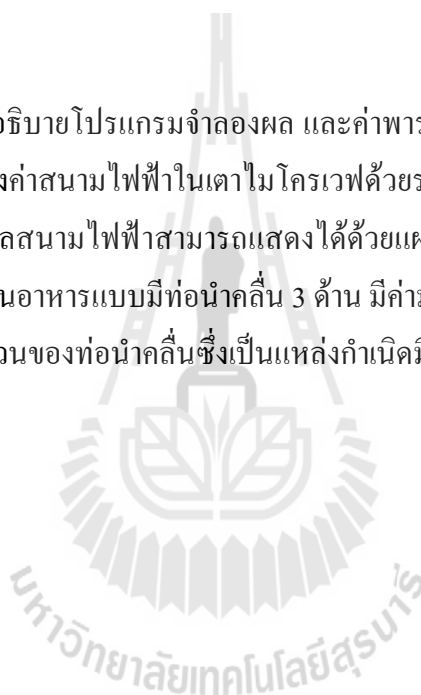




จากผลเฉลยการจำลองค่าสนามไฟฟ้าของโปรแกรมไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติที่พัฒนาขึ้นแสดงดังรูปที่ 5.5-5.6 คือ ค่าของสนามไฟฟ้าภายในอาหารกรณีที่มีท่อนำคลื่น 3 ด้านจะกระจายทั่วอาหาร ซึ่งผิวของผนังเตาไมโครเวฟด้านนอกจะมีค่าสนามไฟฟ้าเป็นศูนย์ เนื่องจากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต และจากผลลัพธ์ที่ได้พบว่าค่าสนามไฟฟ้าภายในอาหารแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน มีค่ามากกว่าแบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน เนื่องจากแหล่งกำเนิดค่าสนามไฟฟ้ามีจำนวนเพิ่มขึ้นตามจำนวนของท่อนำคลื่นที่เพิ่มมากขึ้น ซึ่งสังเกตจากค่าขนาดของสนามไฟฟ้าจากรูปที่ 5.3 และรูปที่ 5.5

5.5 สรุป

บทที่ 5 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผล และค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้ในการจำลองผล พร้อมทั้งผลการจำลองของค่าสนามไฟฟ้าในเตาไมโครเวฟด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งโปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้าสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 5.1 จากผลลัพธ์ที่ได้พบว่าค่าสนามไฟฟ้าภายในอาหารแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน มีค่ามากกว่าค่าสนามไฟฟ้าแบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน เนื่องจากจำนวนของท่อนำคลื่นซึ่งเป็นแหล่งกำเนิดมีค่าเพิ่มขึ้น



บทที่ 6

ผลการจำลองอุณหภูมิของเตาไมโครเวฟที่เป็นผลมาจากสนามไฟฟ้า

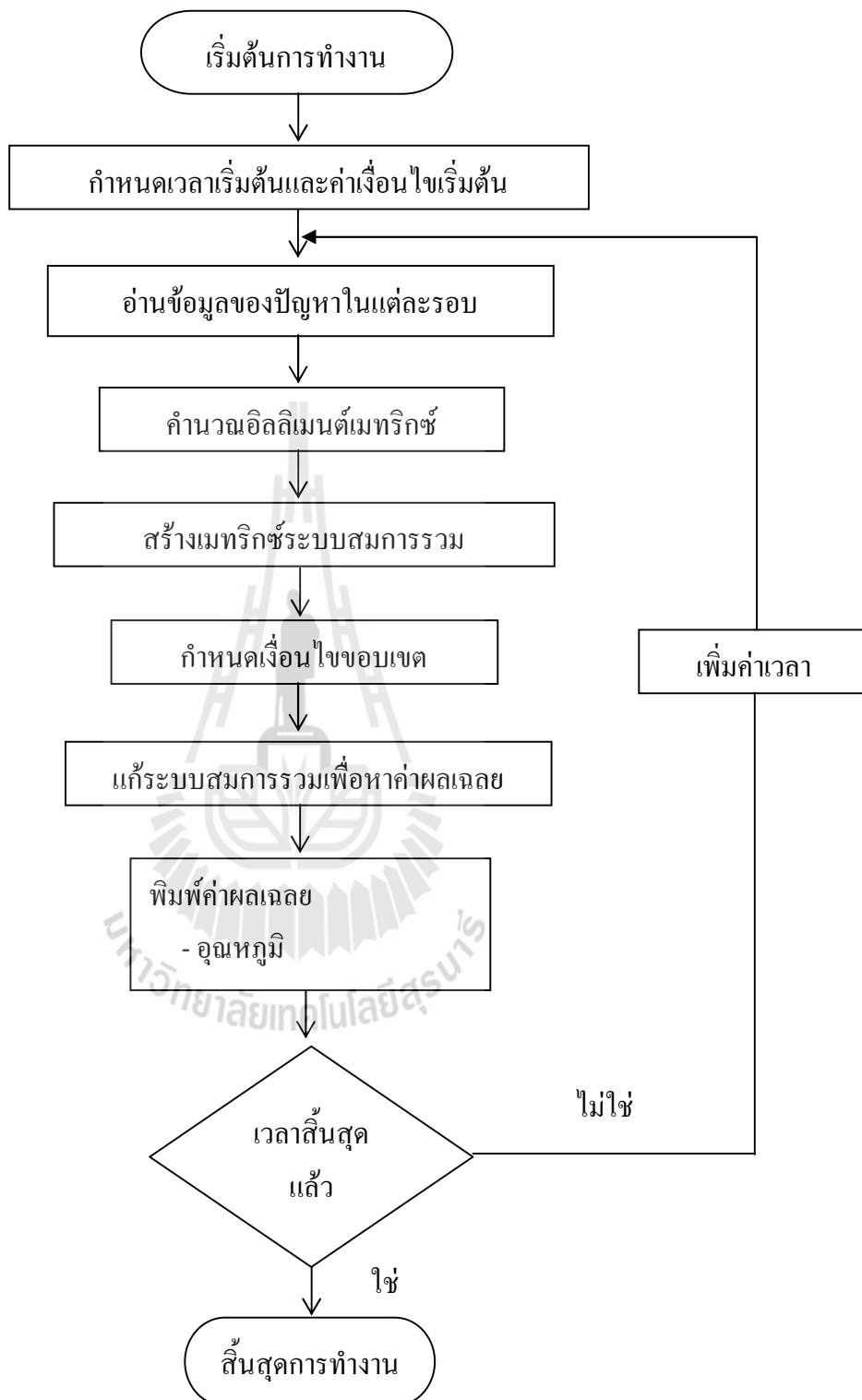
6.1 บทนำ

ในบทที่ 5 เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลพร้อมผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิภายในเตาไมโครเวฟ ดังนั้นสำหรับบทที่ 6 เป็นการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณค่าอุณหภูมิโดยมีแหล่งกำเนิดความร้อน (Heat source) ในสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equation : PDE) ของปัญหาความร้อนนั้นมีผลมาจากค่าสนามไฟฟ้า สำหรับการคำนวณอุณหภูมิในบทนี้จะใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติในการวิเคราะห์ปัญหาในสถานะชั่วคราว ซึ่งขั้นตอน และวิธีการจะมีความคล้ายคลึงกันกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้คำนวณสนามไฟฟ้าในบทที่ 5 ที่ผ่านมา ซึ่งโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานของ MATLAB เช่นเดียวกัน

6.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

โปรแกรมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ เกิดจากการประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB โดยกริดที่สร้างขึ้นเพื่อกำกับคุณลักษณะของจุดต่อและเอลิเมนต์ที่ป้อนให้แก่โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เกิดจากการสร้างกริดโดยโปรแกรมสำเร็จรูปชื่อ Solid Work ซึ่งรายละเอียดของโปรแกรมหดดังกล่าวสามารถแสดงได้ดังนี้

การคำนวณอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟเมื่อคำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงตามเวลาค่อนข้างคำนวณได้ยาก แต่ปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีสมรรถนะสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ จึงสามารถคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้จึงประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB เพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ สำหรับโครงสร้างของโปรแกรมคำนวณอุณหภูมิสามารถแทนได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 6.1



รูปที่ 6.1 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณอุณหภูมิ

จากแผนภูมิในรูปที่ 6.1 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลของระบบโดยรวมเพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละส่วนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่างๆเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดเวลาเริ่มต้นและค่าเงื่อนไขเริ่มต้น: โปรแกรมจะเริ่มทำงานด้วยการกำหนดค่าเวลาเริ่มต้น $t = 0$ สำหรับการคำนวณในรอบแรกซึ่งจำนวนรอบหรือเวลาดิ้นสุดของการคำนวณจะขึ้นอยู่กับจำนวนหรือเวลาที่ใช้ในการหมุนไปที่มุมต่างๆของถาดไมโครเวฟและอาหาร โดยเมื่อถาดไมโครเวฟและอาหารหมุนไปถึงลักษณะของอิลลิเมนต์และจุดต่อจะแปรเปลี่ยนตามมุมที่หมุนไปด้วย โดยงานวิจัยนี้มีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นของอุณหภูมิเริ่มต้นเท่ากับ 30°C $T(t=0) = 30^{\circ}\text{C}$ ส่วนการหมุนรอบถัดไปจะใช้ค่าตอบจากรอบที่ผ่านมา เพื่อให้การลู่เข้าหาคำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นตอนที่ 2 อ่านข้อมูลของปัญหาในแต่ละรอบ: จากนั้นโปรแกรมจะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของอิลลิเมนต์และจุดต่อจากเอาต์พุตไฟล์ที่เกิดจากการสร้างกริดของโปรแกรมสำเร็จรูปชื่อ Solid Work ที่ซึ่งรายละเอียดในไฟล์ประกอบด้วยจำนวนและตำแหน่งของจุดต่อหมายเลขของจุดต่อที่ประกอบขึ้นเป็นอิลลิเมนต์จำนวนและหมายเลขของอิลลิเมนต์เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณอิลลิเมนต์เมทริกซ์: ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะใช้การคำนวณอิลลิเมนต์เมทริกซ์รูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสของทุกๆอิลลิเมนต์ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.71) จากบทที่ผ่านมานำมาแสดงใหม่ในบทนี้ดังสมการที่ (6.1) โดยที่ $\{T\}_{4 \times 1}$ คือเวกเตอร์คำตอบของสมการที่ทำการคำนวณในแต่ละรอบ

$$\left(\frac{1}{\Delta t} [C]_{4 \times 4} + [K]_{4 \times 4} \right) \{T\}_{4 \times 1}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [C]_{4 \times 4} \{T\}_{4 \times 1}^t + \{Q\}_{4 \times 1}^{t+\Delta t} \quad (6.1)$$

สมการที่ (6.1) นี้จะต้องอาศัยความสัมพันธ์ของอิลลิเมนต์เมทริกซ์ของการจุความร้อน $[C]_{4 \times 4}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.53) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (6.2) อิลลิเมนต์เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน $[K_c]_{4 \times 4}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.57) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (6.3) เมทริกซ์ของการพาความร้อน $[K_h]_{4 \times 4}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.60) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (6.4) โหลดเวกเตอร์การพาความร้อน $\{Q_h\}_{4 \times 1}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.63) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (6.5) และโหลดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง $\{Q_Q\}_{4 \times 1}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.66) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (6.6) เมทริกซ์เหล่านี้จะถูกคำนวณทีละอิลลิเมนต์เพื่อนำไปสร้างเป็นระบบเมทริกซ์สมการรวม

$$[C]_{4 \times 4} = \frac{...cV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$[K_c]_{4 \times 4} = \frac{k}{36V} \begin{bmatrix} bb_1 + c_1c_1 + d_1d_1 & bb_2 + c_1c_2 + d_1d_2 & bb_3 + c_1c_3 + d_1d_3 & bb_4 + c_1c_4 + d_1d_4 \\ & b_2b_2 + c_2c_2 + d_2d_2 & b_2b_3 + c_2c_3 + d_2d_3 & b_2b_4 + c_2c_4 + d_2d_4 \\ & & b_3b_3 + c_3c_3 + d_3d_3 & b_3b_4 + c_3c_4 + d_3d_4 \\ Sym & & & b_4b_4 + c_4c_4 + d_4d_4 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$[K_h]_{4 \times 4} = \frac{hV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = \frac{hT_\infty V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

$$\{Q_c\}_{4 \times 1} = \frac{qV}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

ขั้นตอนที่ 4 สร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม: โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมอิทธิพลเมทริกซ์ย่อยๆ เข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมดังแสดงด้วยสมการที่ (4.71) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (6.7) โดยมีหลักการคือหาหมายเลขจุดต่อที่แท้จริงของอิทธิพลที่พิจารณาอยู่แล้วใส่ค่าสัมประสิทธิ์ของอิทธิพลเมทริกซ์นั้นลงในเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมให้ถูกต้องดังแสดงรายละเอียดอยู่ในหัวข้อที่ 3.5 ของบทที่ 3 ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิทธิพลย่อย n จุดต่อจึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยทั้งสิ้น n สมการ

$$\left(\frac{1}{\Delta t} [C]_{n \times n} + [K]_{n \times n} \right) \{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [C]_{n \times n} \{T\}_{n \times 1}^t + \{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} \quad (6.7)$$

ขั้นตอนที่ 5 กำหนดเงื่อนไขขอบเขต: โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวมโดยมีหลักการคือคัดแปลงระบบสมการรวมตามสมการที่ (6.7) ให้สอดคล้องกับค่าเงื่อนไขขอบเขต โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตดังนี้

โดยที่ ค่าอุณหภูมิผิวด้านนอกของผนังไมโครเวฟ เท่ากับ 30°C

อุณหภูมิต่ำสุดท้าย T_{∞} เท่ากับ 100°C

ขั้นตอนที่ 6 แก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย: โปรแกรมจะทำหน้าที่แก้สมการเชิงเส้นดังสมการที่ (6.7) เพื่อหาค่าผลเฉลยของระบบสมการรวม

ขั้นตอนที่ 7 พิมพ์ค่าผลเฉลย: จากนั้นโปรแกรมจะพิมพ์ค่าผลเฉลยออกมาเป็นค่าอุณหภูมิในแต่ละจุดของเตาไมโครเวฟ

ขั้นตอนที่ 8 เวลาสิ้นสุดแล้ว: ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะพิจารณาถึงการคำนวณค่าในรอบถัดไป ถ้าหากเวลาที่กำหนดในการคำนวณยังไม่สิ้นสุด โปรแกรมก็จะย้อนกลับไปขั้นตอนที่ 2 อ่านข้อมูลของปัญหาในแต่ละรอบ และกระทำซ้ำตามขั้นตอนที่ 2 ถึงขั้นตอนที่ 8 ดังเดิม แต่ถ้าหากสิ้นสุดเวลาที่กำหนดให้โปรแกรมก็จะหยุดการคำนวณเป็นอันจบการทำงาน of โปรแกรม

6.3 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล

ค่าพารามิเตอร์ของอุณหภูมิที่ใช้ในการจำลองผลแสดงได้ดังตารางที่ 6.1

ตารางที่ 6.1 พารามิเตอร์ของอุณหภูมิที่ใช้ในการจำลองผล

วัสดุที่ใช้	k (W/K·m ²)	c (KJ/kg·k)	(kg/m ³)	h (kJ/kg)
อาหาร(น้ำ)	0.6	4.187	1000	50
ท่อนำคลื่น	401	0.381	8960	0
ถาดไมโครเวฟ	1.05	0.6	2600	0
ผนังเตาไมโครเวฟ	205	0.896	2700	0
ภาชนะใส่อาหาร (พลาสติก)	3.03	0.5	1175	0
อากาศ	0.024	1.10	1.2	0

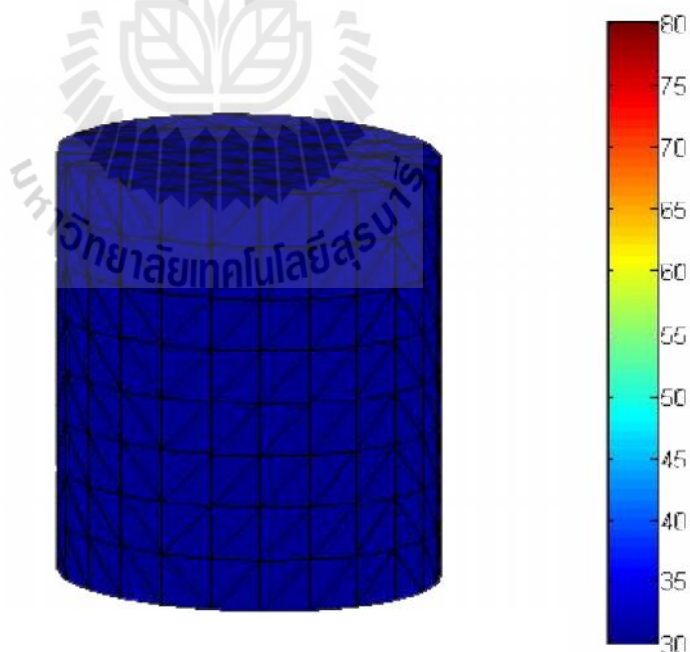
6.4 ผลการจำลองอุณหภูมิภายในอาหารด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์พร้อมวิเคราะห์ผล

การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ใช้ MATLAB ในการพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ สำหรับคำนวณการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในเตาไมโครเวฟ พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของอุณหภูมิที่แปรตามเวลาที่เกิดขึ้นในอาหาร โดยจะทำการจำลองเตาไมโครเวฟดังนี้

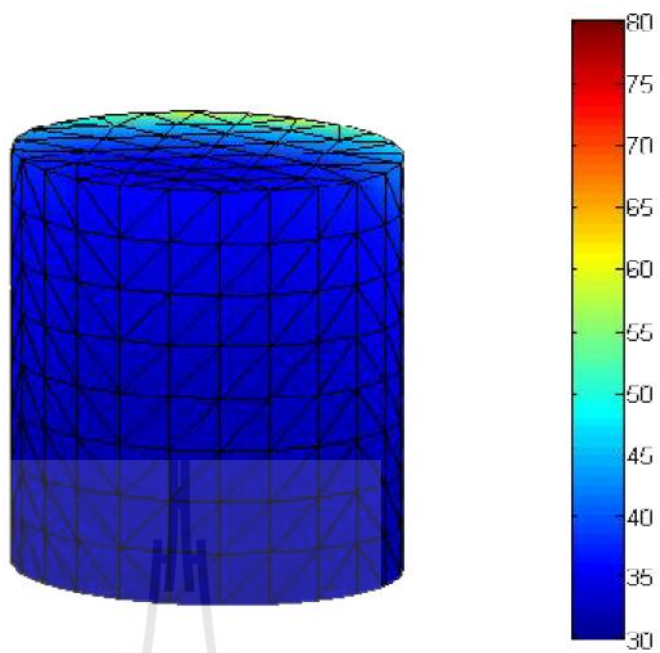
- เตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน
- เตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน
- เตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน
- เตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้านหมุน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน

6.4.1 กรณีพิจารณาเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน

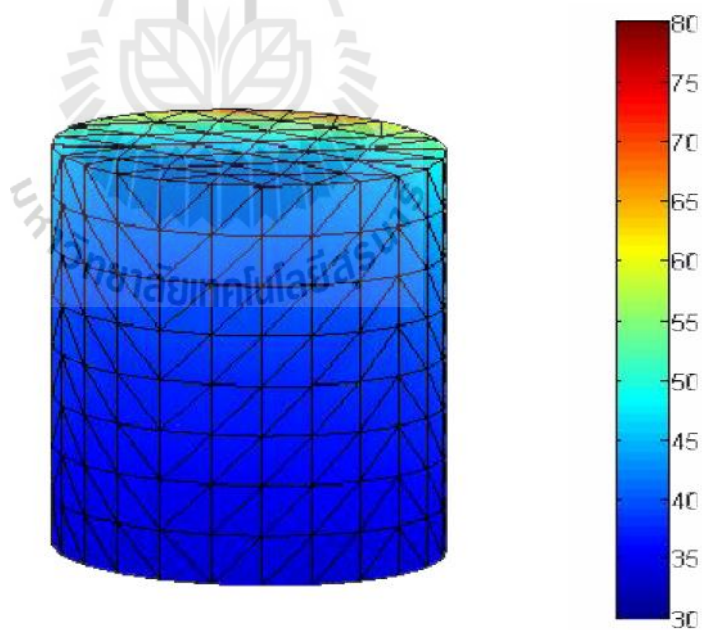
ผลการกระจายตัวของอุณหภูมิในอาหารเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟ ไม่หมุน แสดงได้ดังรูปที่ 6.2 และค่าอุณหภูมิที่ผิวของเตาไมโครเวฟเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน แสดงได้ดังรูปที่ 6.3



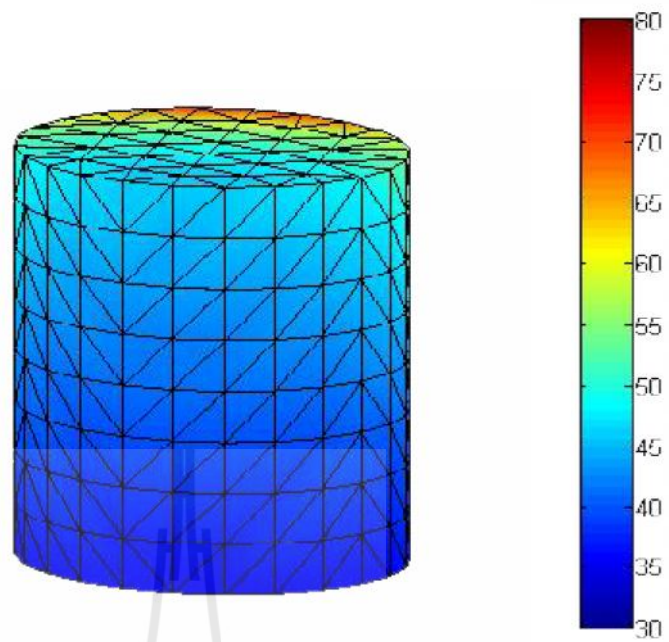
ก) ที่เวลา 0 วินาที



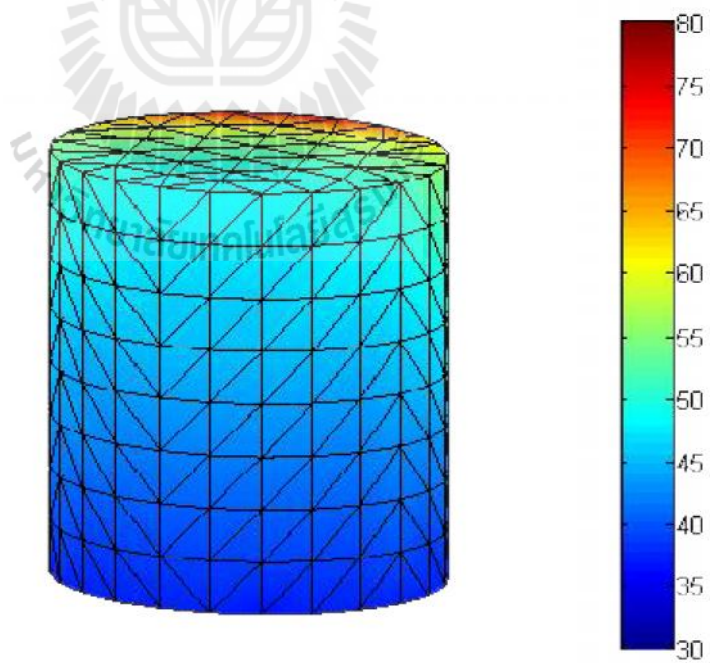
ข) ที่เวลา 10 วินาที



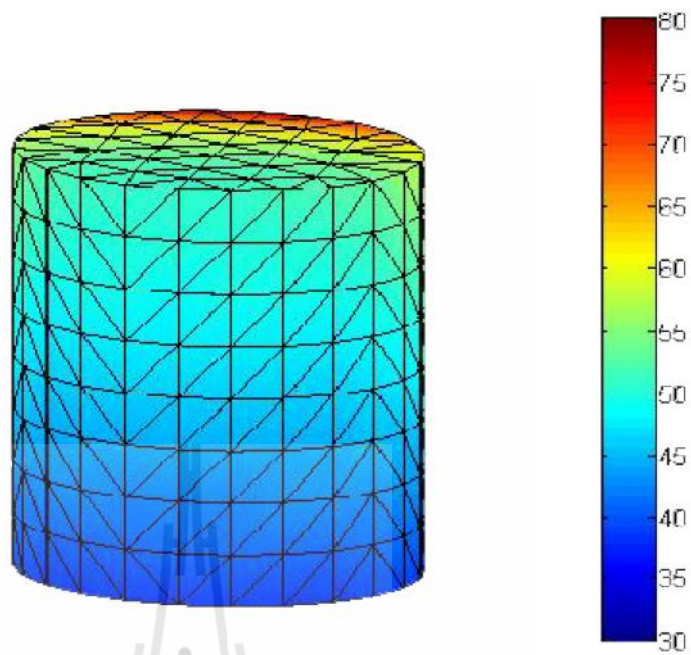
ค) ที่เวลา 20 วินาที



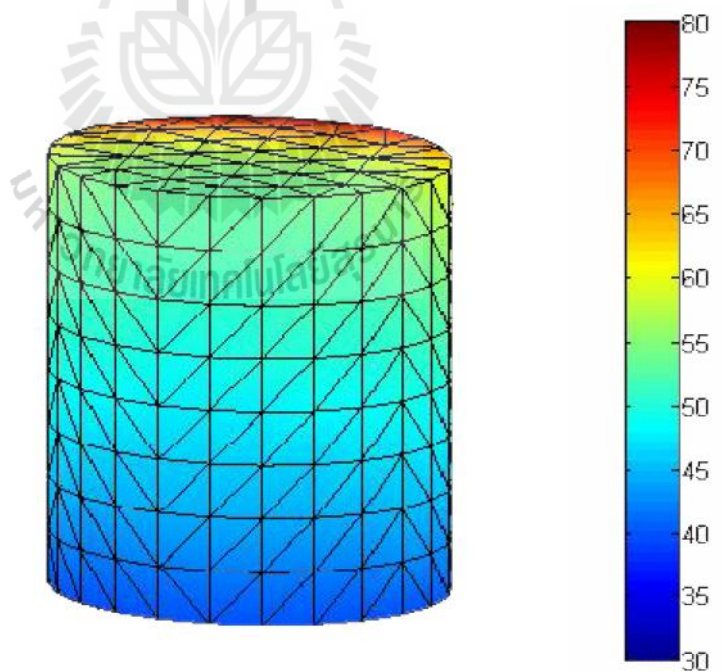
ง) ที่เวลา 30 วินาที



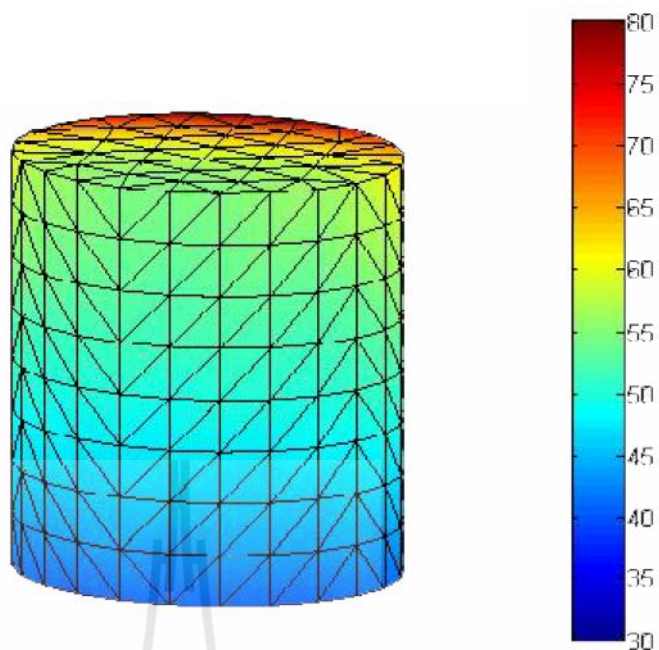
จ) ที่เวลา 40 วินาที



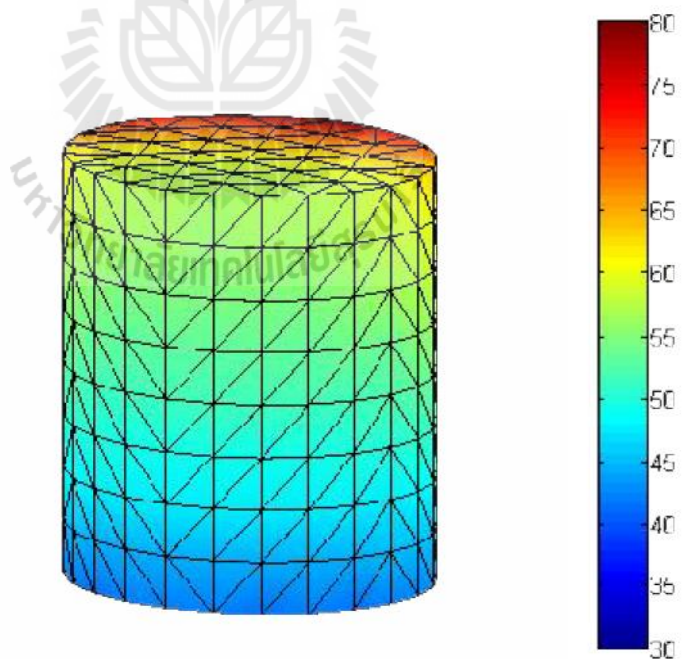
จ) ที่เวลา 50 วินาที



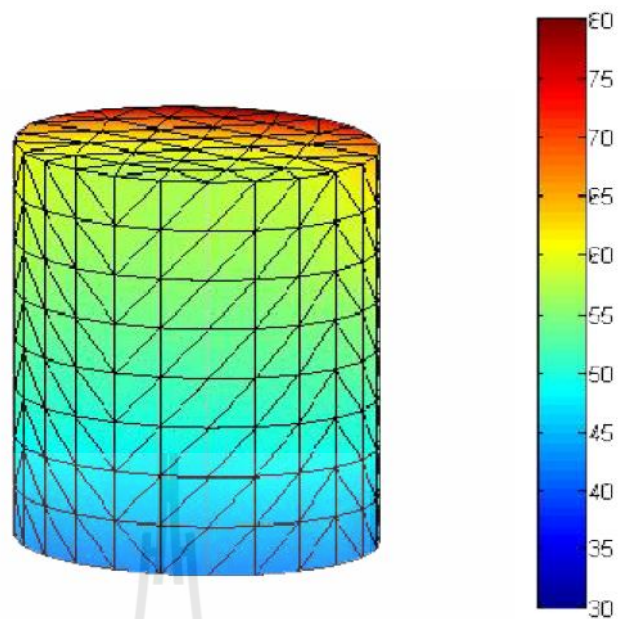
ช) ที่เวลา 60 วินาที



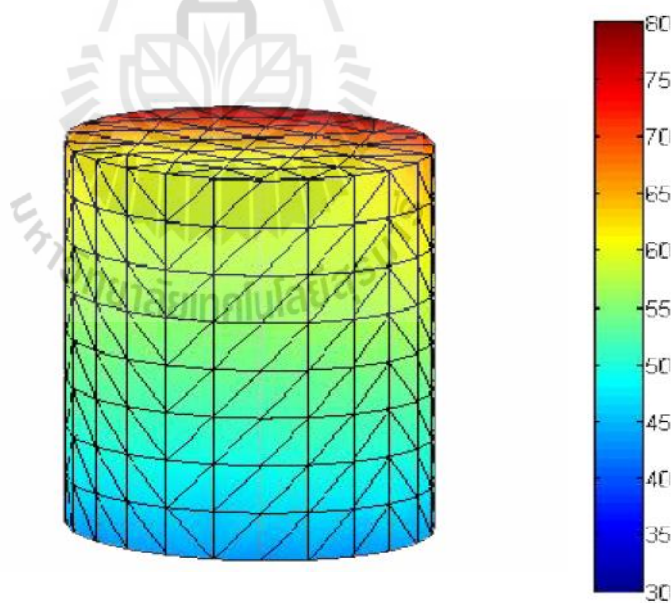
ซ) ที่เวลา 70 วินาที



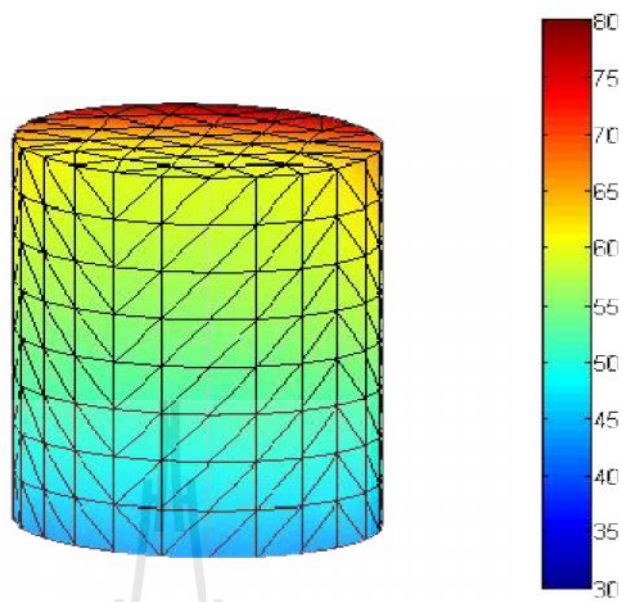
ฅ) ที่เวลา 80 วินาที



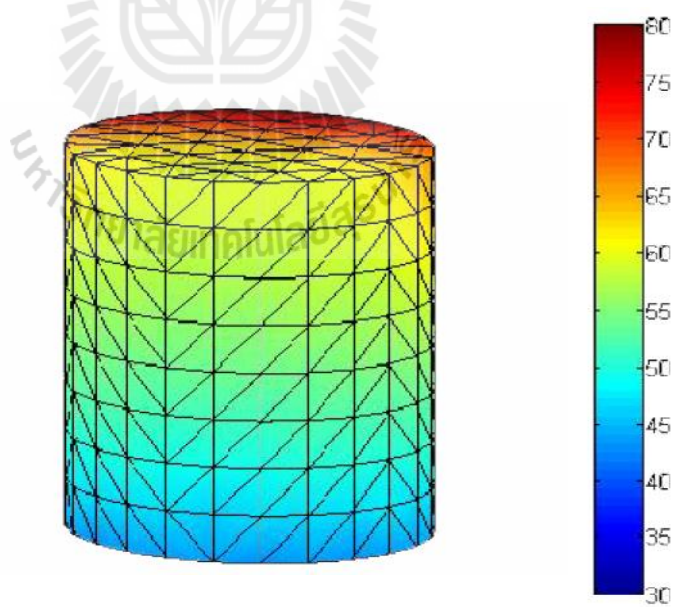
ญ) ที่เวลา 90 วินาที



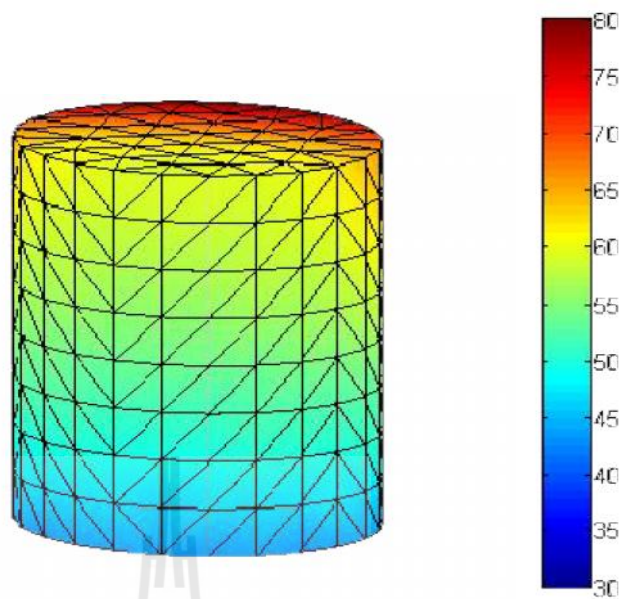
ฉ) ที่เวลา 100 วินาที



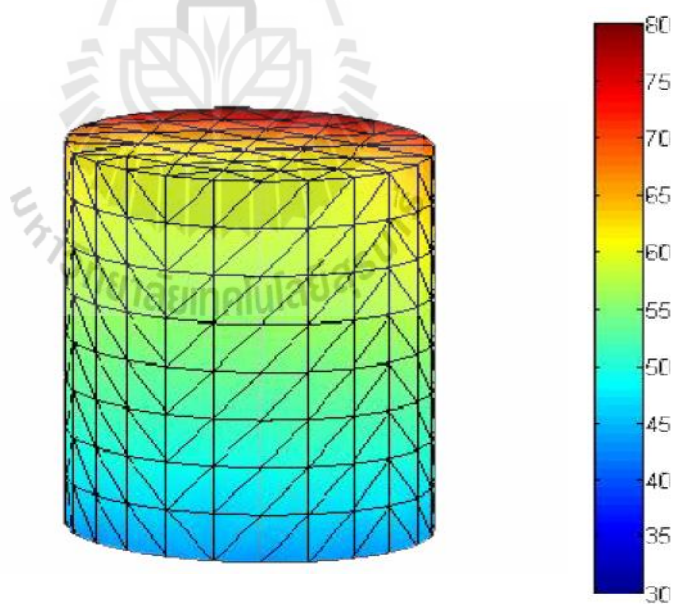
ฎ) ที่เวลา 110 วินาที



จ) ที่เวลา 120 วินาที

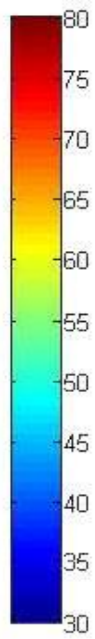
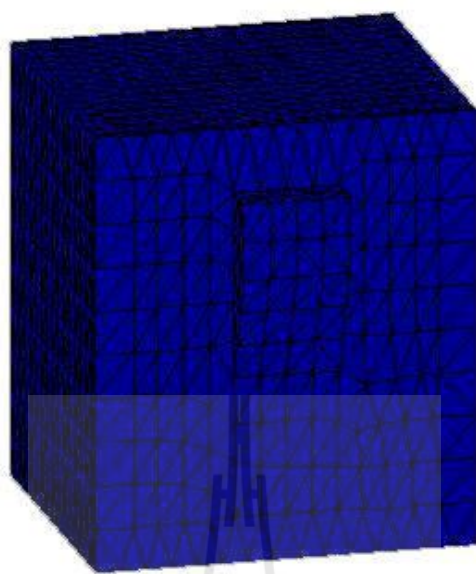


๓) ที่เวลา 130 วินาที



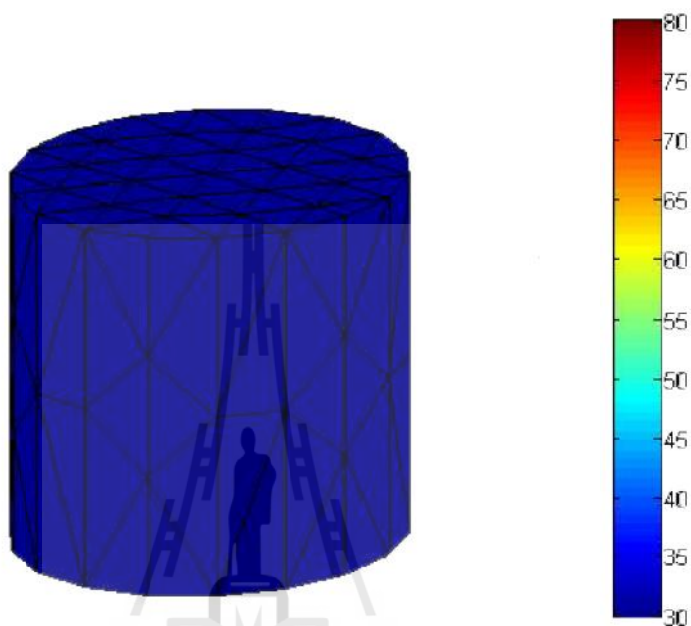
๔) ที่เวลา 140 วินาที

รูปที่ 6.2 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ในอาหารเมื่อพิจารณาเตาไมโครเวฟแบบมีที่นำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน ณ เวลาใด ๆ

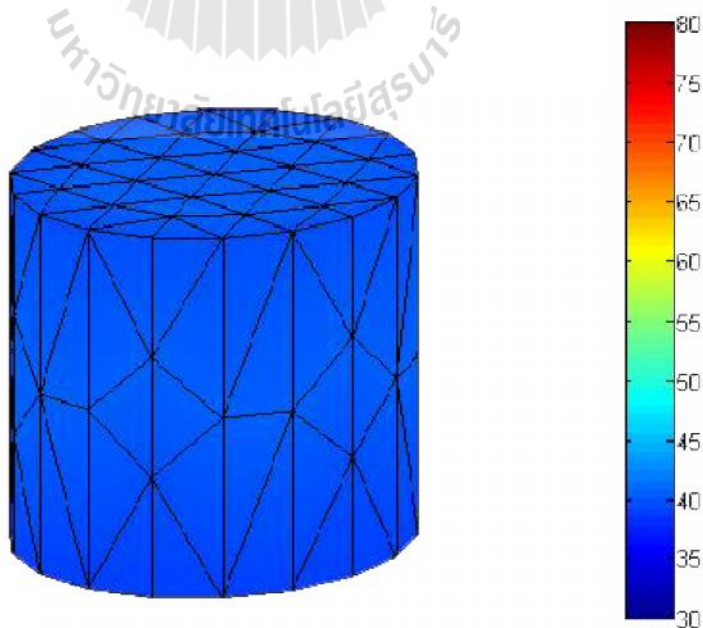


6.4.2 กรณีพิจารณาเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน

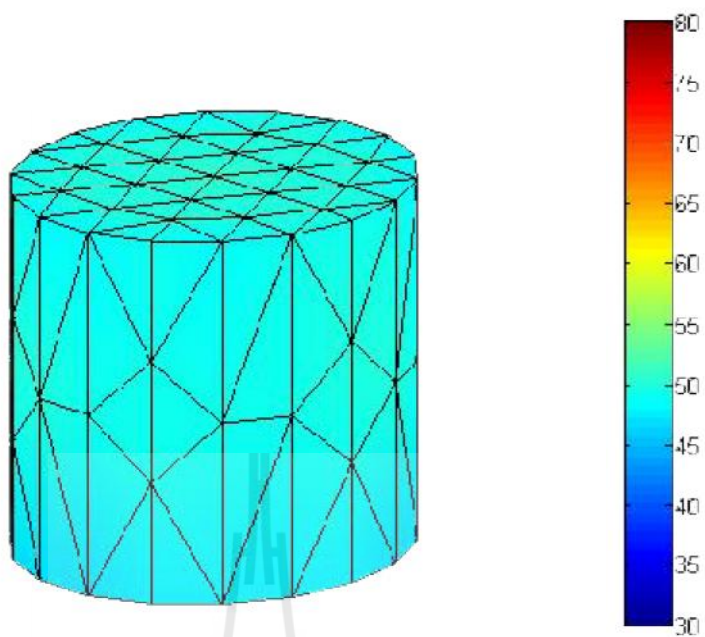
ผลการกระจายตัวของอุณหภูมิในอาหารเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟ หมุน แสดงได้ดังรูปที่ 6.4 และค่าอุณหภูมิที่ผิวของเตาไมโครเวฟเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน แสดงได้ดังรูปที่ 6.5



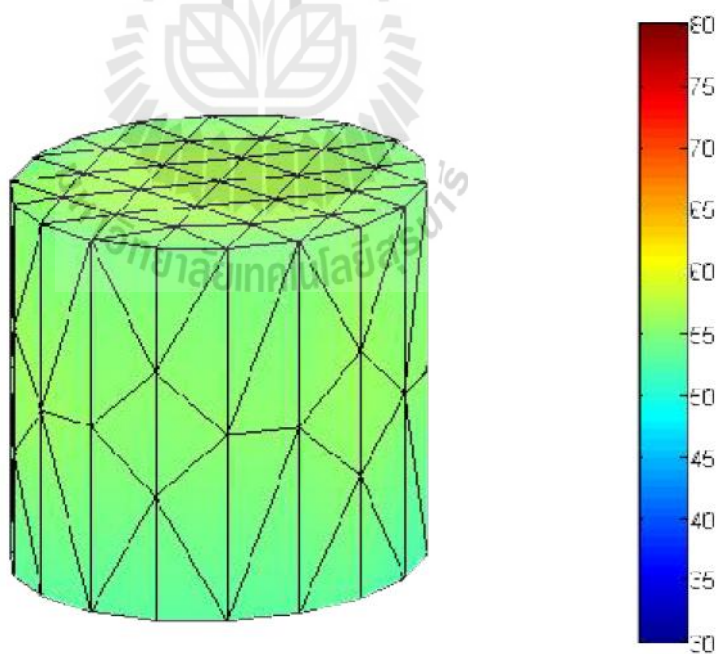
ก) ที่เวลา 0 วินาที



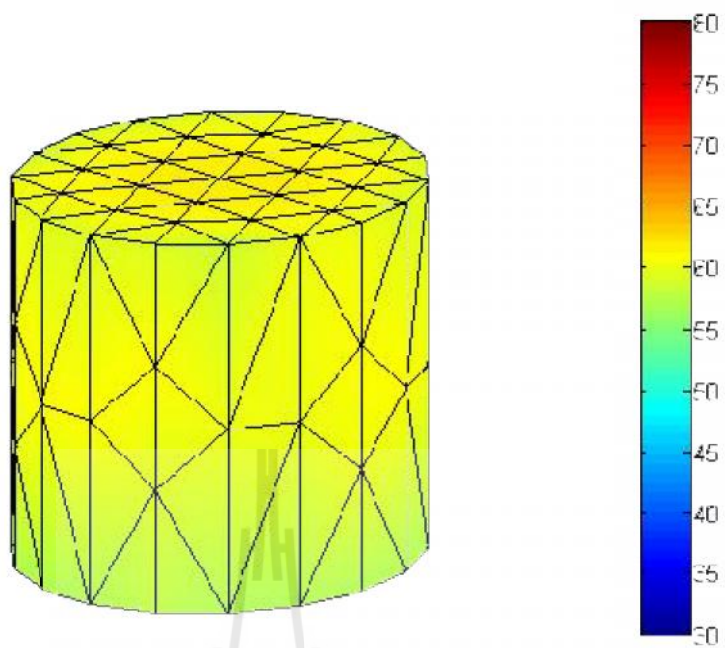
ข) ที่เวลา 10 วินาที



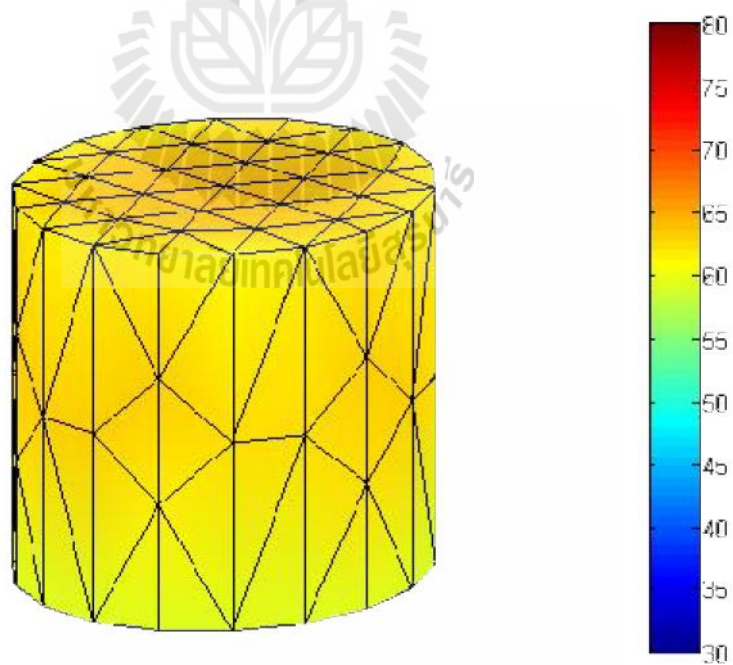
ค) ที่เวลา 20 วินาที



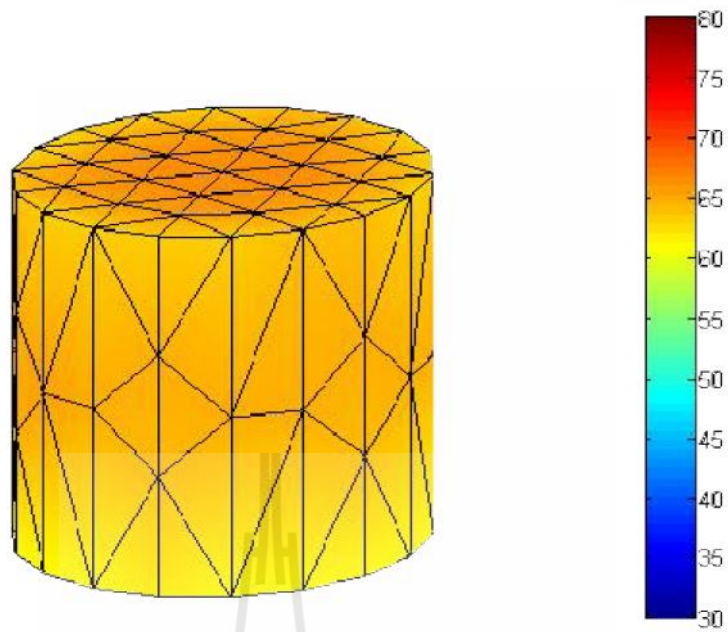
ง) ที่เวลา 30 วินาที



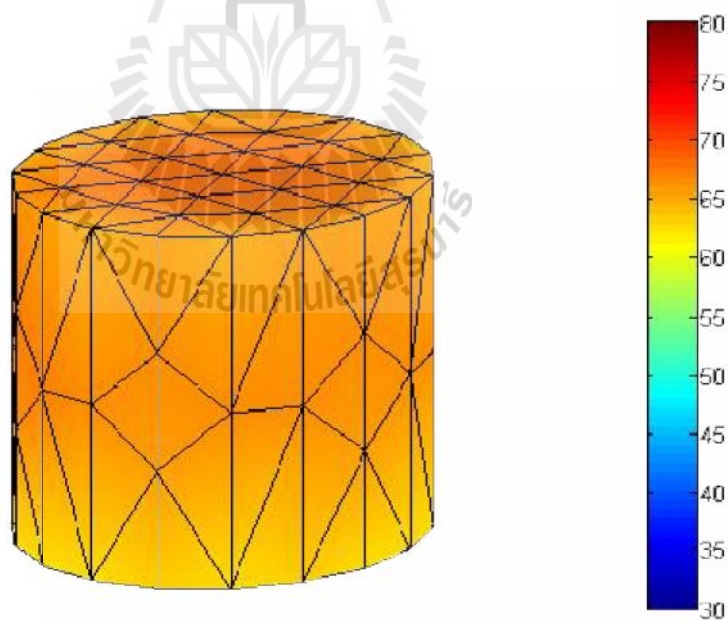
จ) ที่เวลา 40 วินาที



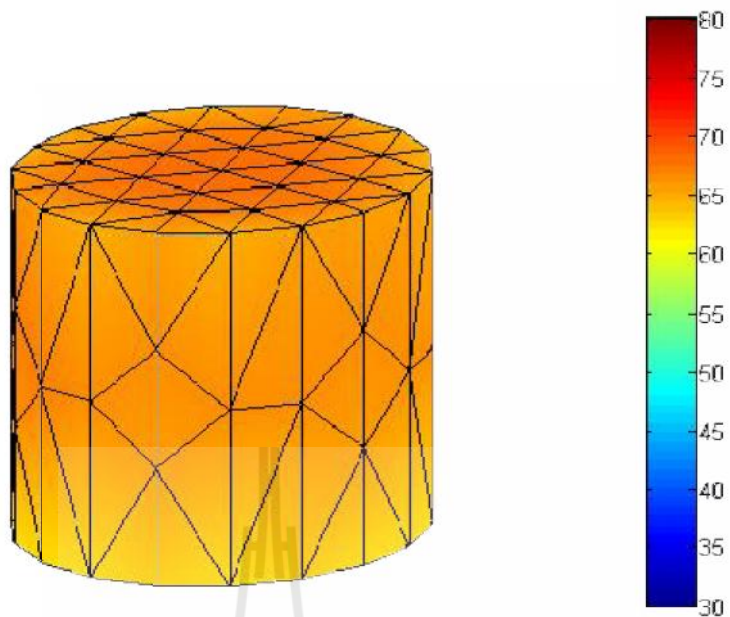
ฉ) ที่เวลา 50 วินาที



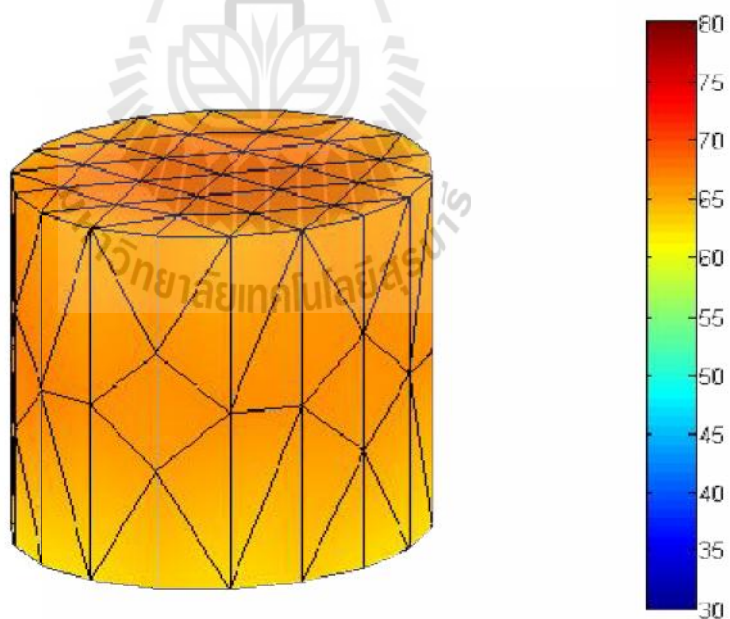
๗) ที่เวลา 60 วินาที



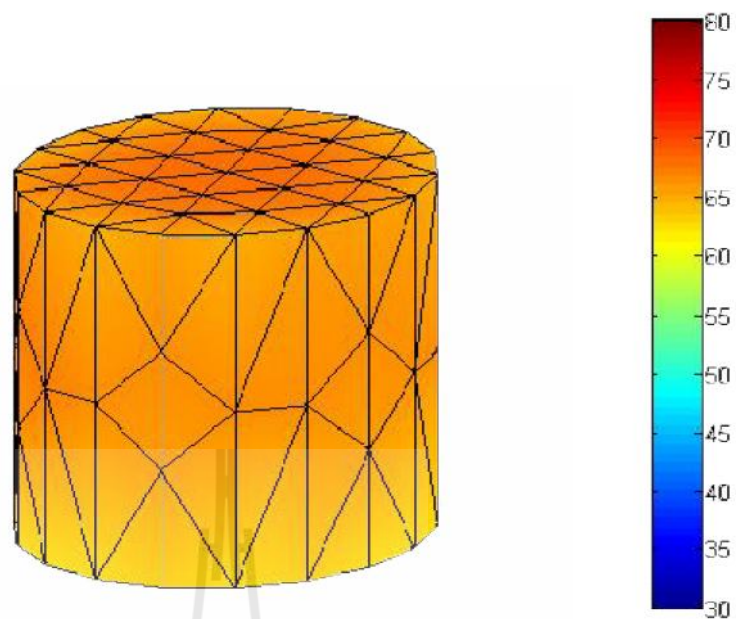
๘) ที่เวลา 70 วินาที



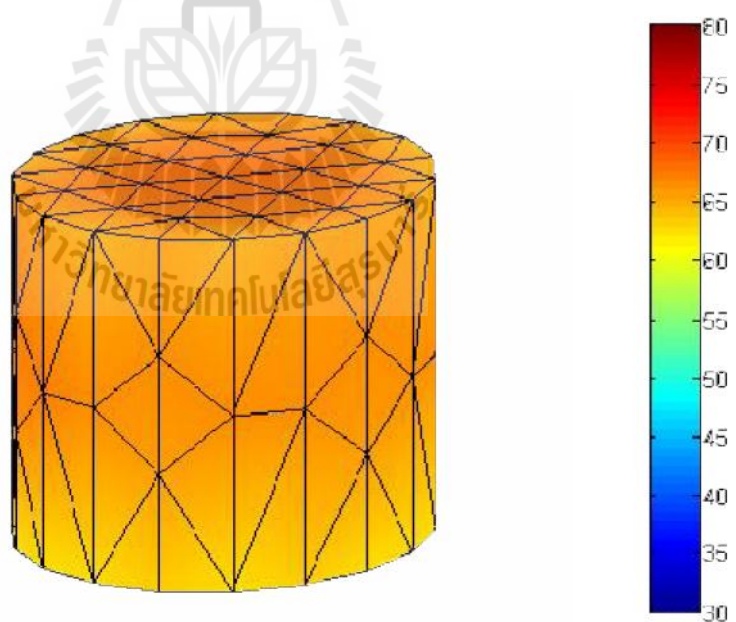
ฉ) ที่เวลา 80 วินาที



ญ) ที่เวลา 90 วินาที

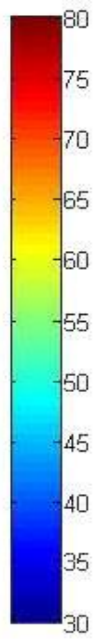
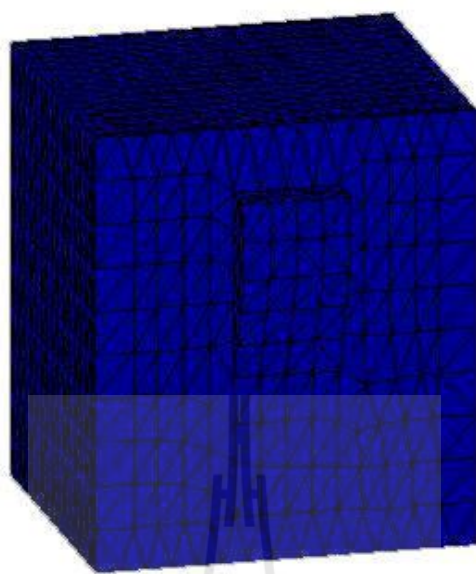


ฉ) ที่เวลา 100 วินาที



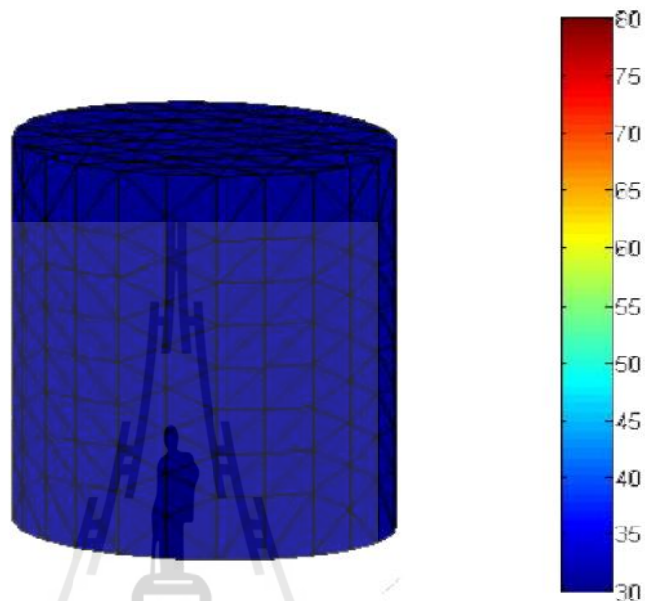
ฉ) ที่เวลา 110 วินาที

รูปที่ 6.4 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ในอาหาร เมื่อพิจารณาเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน ณ เวลาใด ๆ

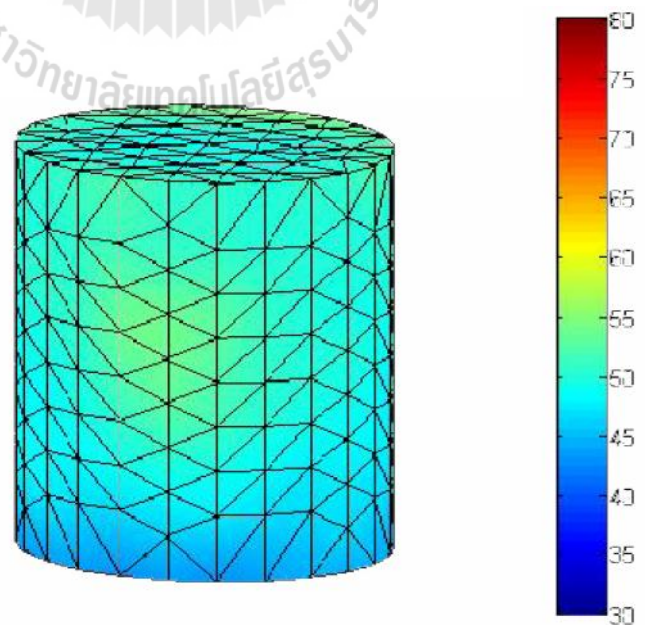


6.4.3 กรณีพิจารณาเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน

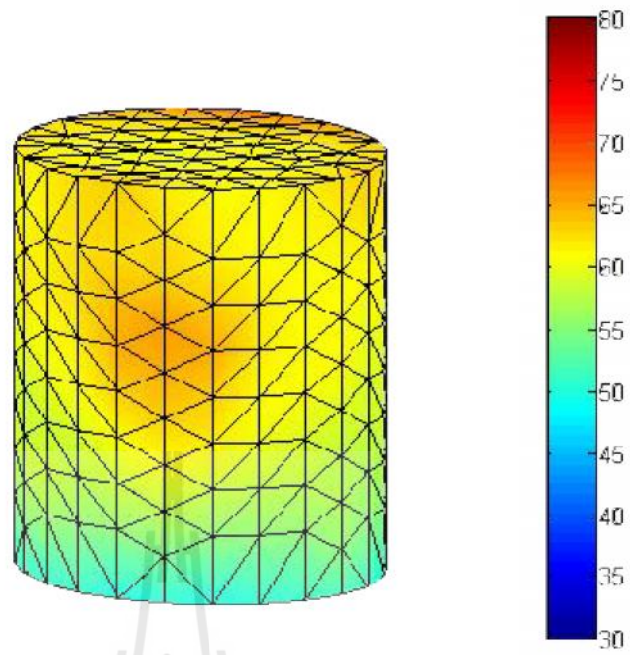
ผลการกระจายตัวของอุณหภูมิในอาหารเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน แสดงได้ดังรูปที่ 6.6 และค่าอุณหภูมิที่ผิวของเตาไมโครเวฟเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 3 ด้านซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน แสดงได้ดังรูปที่ 6.7



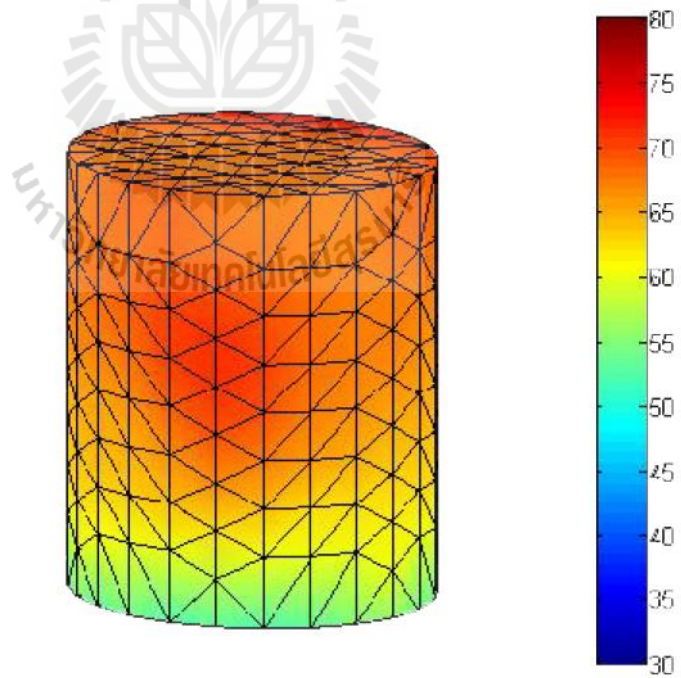
ก) ที่เวลา 0 วินาที



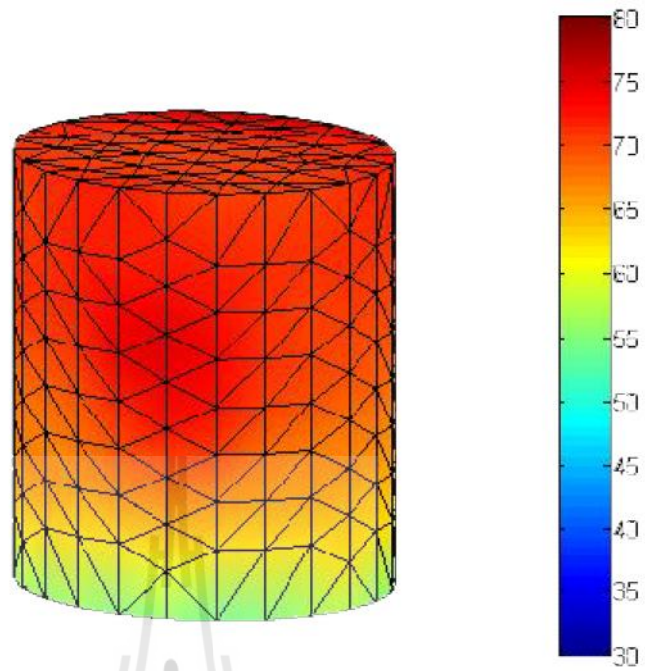
ข) ที่เวลา 10 วินาที



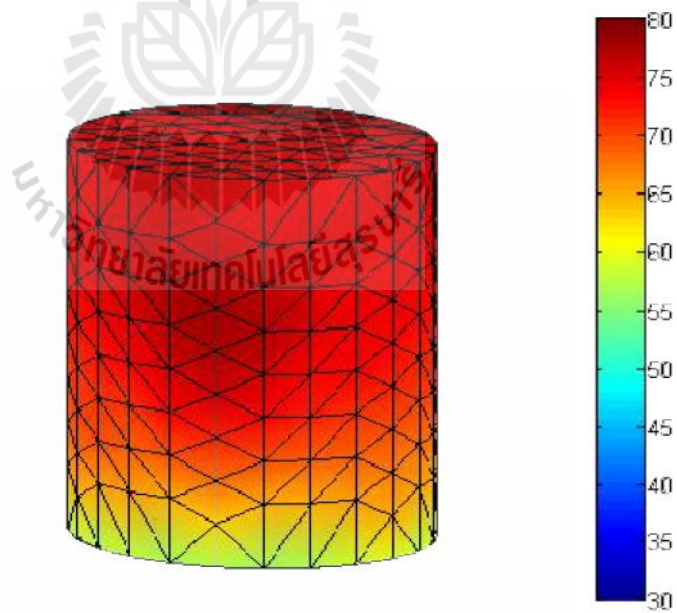
ค) ที่เวลา 20 วินาที



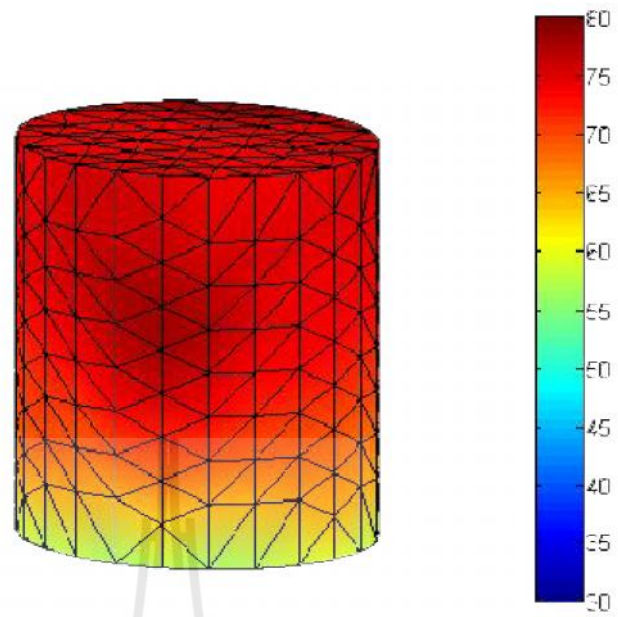
ง) ที่เวลา 30 วินาที



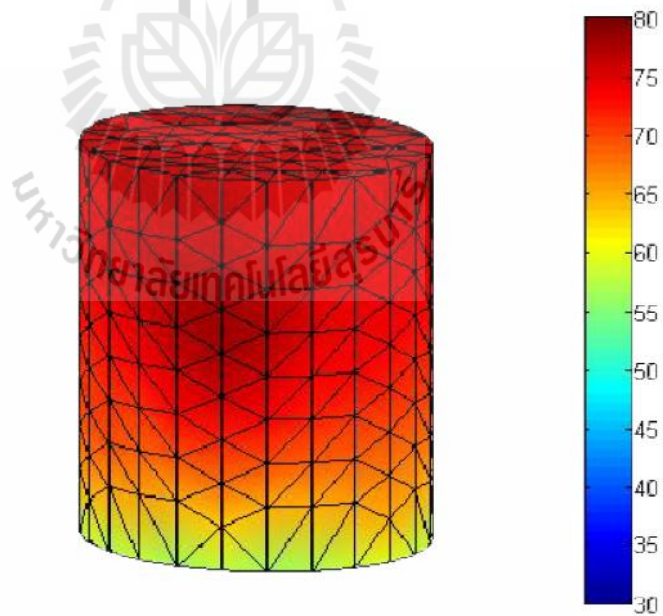
จ) ที่เวลา 40 วินาที



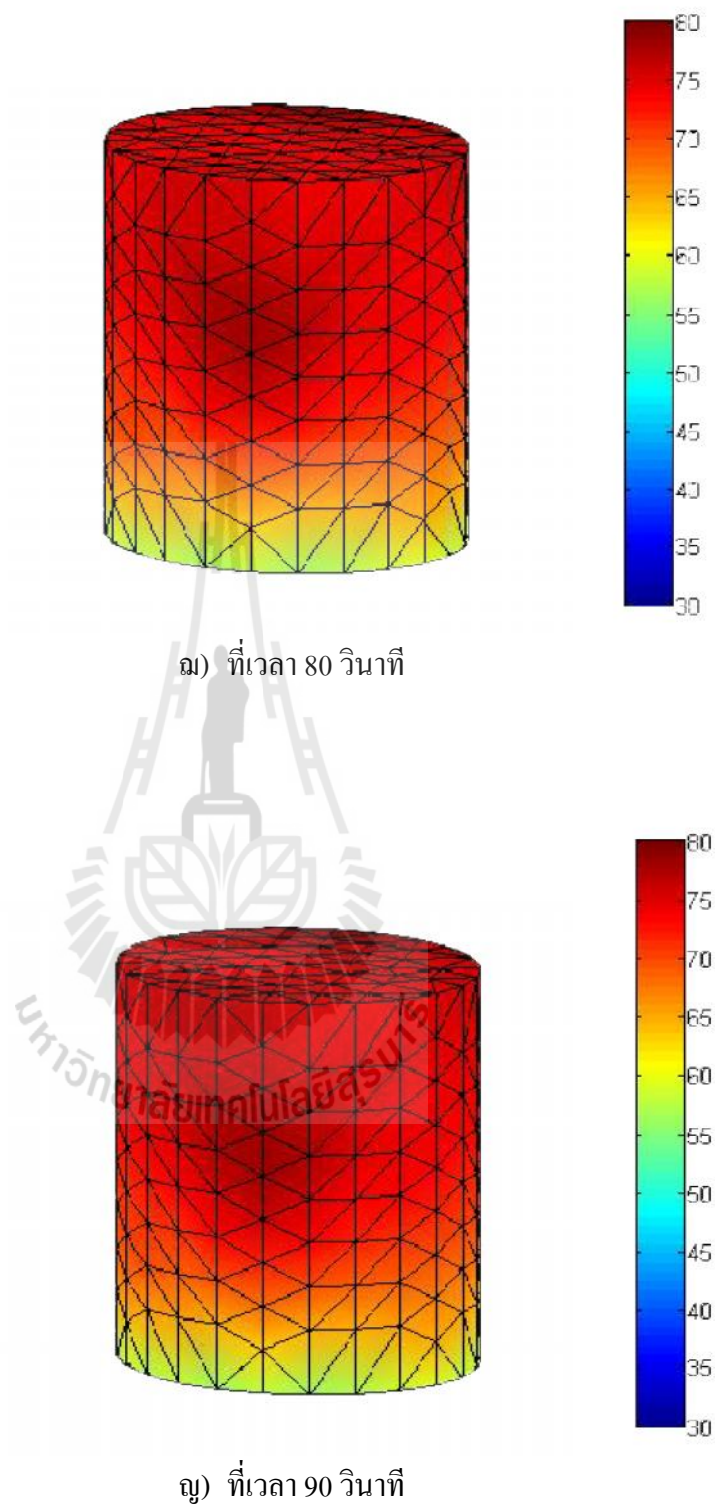
ค) ที่เวลา 50 วินาที



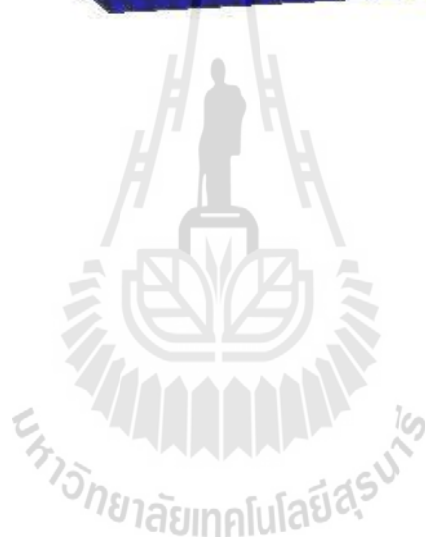
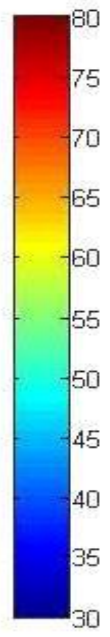
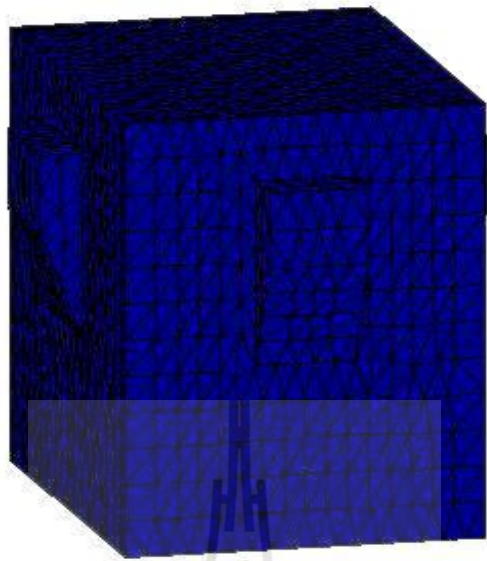
๗) ที่เวลา 60 วินาที



๘) ที่เวลา 70 วินาที

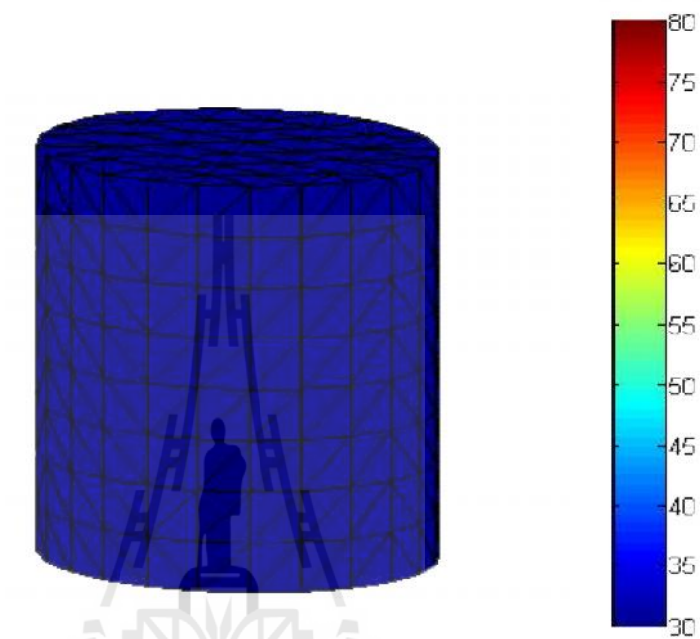


รูปที่ 6.6 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ในอาหาร เมื่อพิจารณาเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟไม่หมุน ณ เวลาใด ๆ



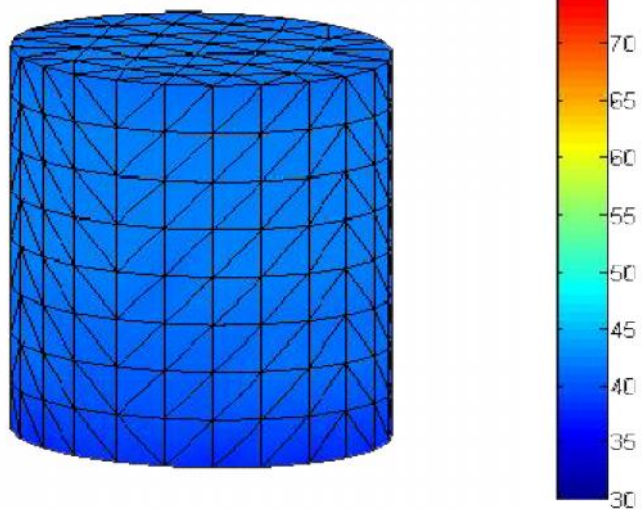
6.4.4 กรณีพิจารณาเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน

ผลการกระจายตัวของอุณหภูมิในอาหารเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟ หมุน แสดงได้ดังรูปที่ 6.8 และค่าอุณหภูมิที่ผิวของเตาไมโครเวฟเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 1 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน แสดงได้ดังรูปที่ 6.9

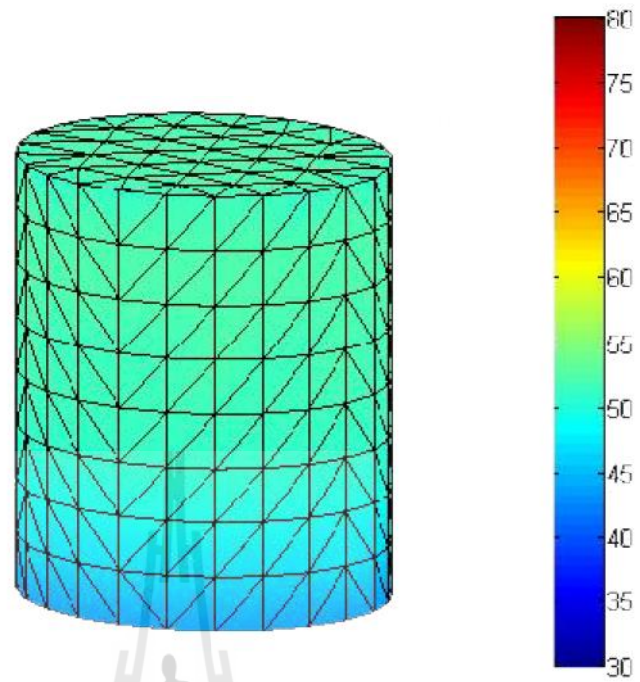


ก) ที่เวลา 0 วินาที

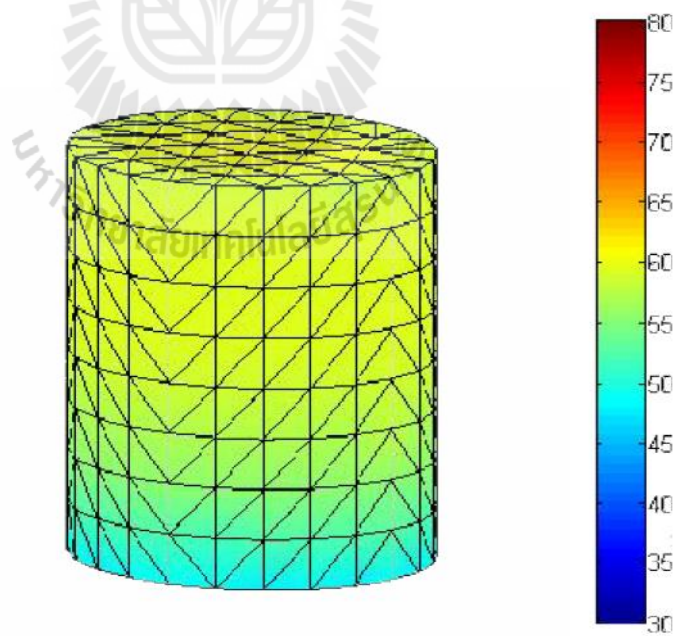
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



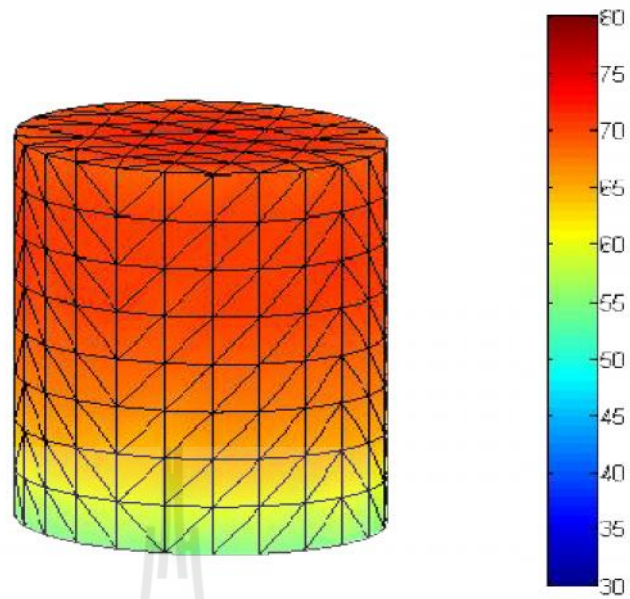
ข) ที่เวลา 10 วินาที



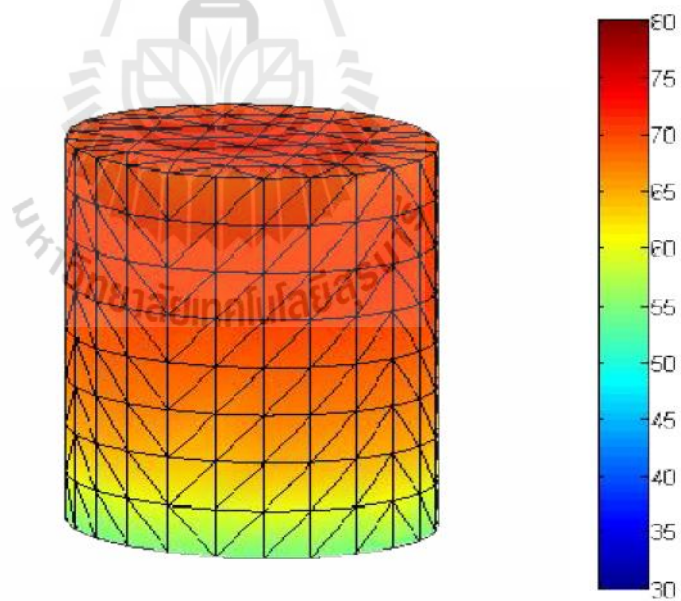
ค) ที่เวลา 20 วินาที



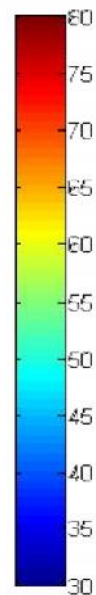
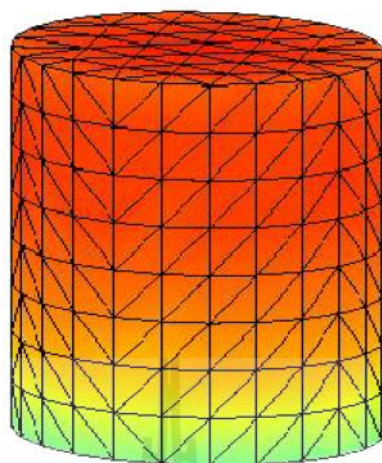
ง) ที่เวลา 30 วินาที



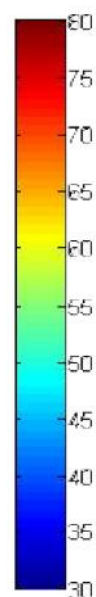
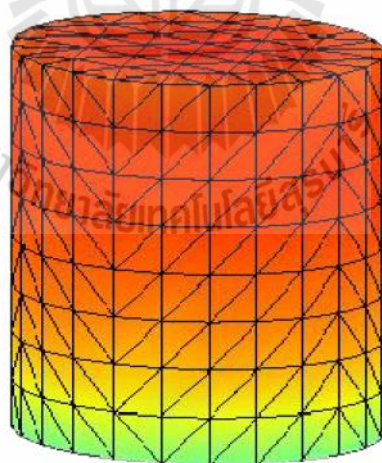
จ) ที่เวลา 40 วินาที



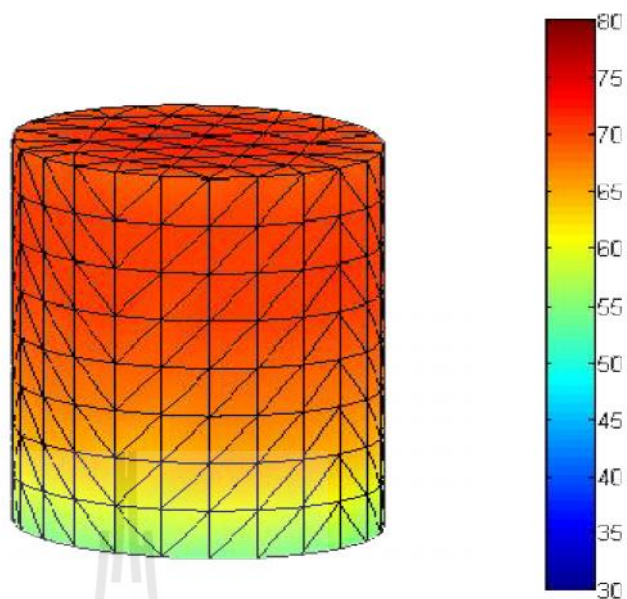
ข) ที่เวลา 50 วินาที



๒) ที่เวลา 60 วินาที

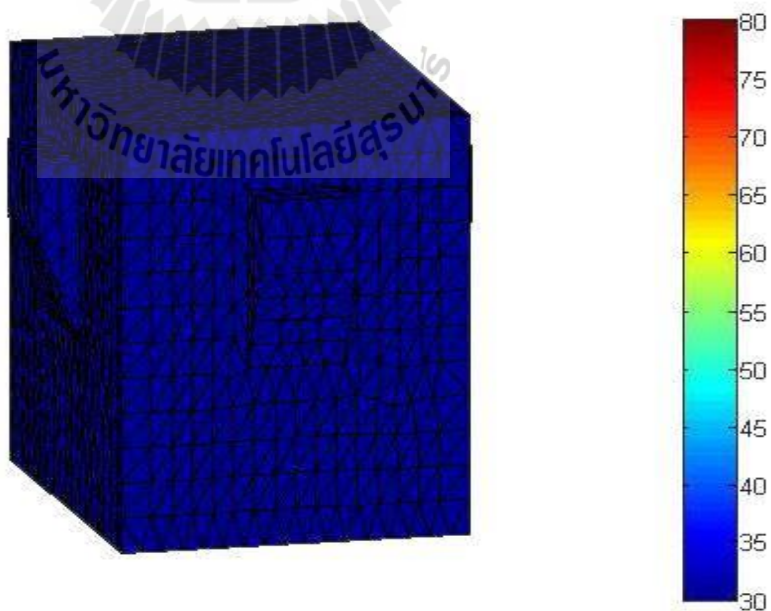


๒) ที่เวลา 70 วินาที



ณ) ที่เวลา 80 วินาที

รูปที่ 6.8 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ในอาหาร เมื่อพิจารณาเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน ณ เวลาใด ๆ



รูปที่ 6.9 ค่าอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ที่ผิวของเตาไมโครเวฟเมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งงานไมโครเวฟหมุน

จากผลเฉลยการจำลองค่าอุณหภูมิของโปรแกรมไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่พัฒนาขึ้น ดังแสดงดังรูปที่ 6.8 ผลลัพธ์ที่ได้ คือ การกระจายตัวของอุณหภูมิในอาหารที่มีท่อนำคลื่น 3 ด้าน และการหมุนของจานไมโครเวฟทำให้อุณหภูมิกระจายตัวได้สม่ำเสมอที่สุด เนื่องจากมีแหล่งกำเนิดความร้อนมากขึ้นและการหมุนจานไมโครเวฟนั้นทำให้อาหารทุกบริเวณหมุนผ่านแหล่งกำเนิดความร้อนอย่างต่อเนื่อง และผลของค่าอุณหภูมิจะมีค่าเพิ่มขึ้นจนกระทั่งอุณหภูมิของอาหารอยู่ในสภาวะคงตัวเมื่อเวลาเพิ่มขึ้น โดยในงานวิจัยนี้จะอยู่ในสภาวะคงตัว ณ ที่เวลา 40.032 วินาที จากรูปที่ 6.8 ก) จะมีค่าของอุณหภูมิในอาหารเท่ากับ 30°C ซึ่งเป็นอุณหภูมิแรกจากการกำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้นของอุณหภูมิทุกๆ โหนดค่าคำตอบ และจากรูปที่ 6.9 จะสังเกตเห็นว่าที่ผิวของผนังเตาไมโครเวฟด้านนอกจะมีค่าอุณหภูมิมิมีค่าเป็น 30°C เนื่องจากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต

6.5 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิเมื่อพิจารณาจานไมโครเวฟหมุนและไม่หมุน

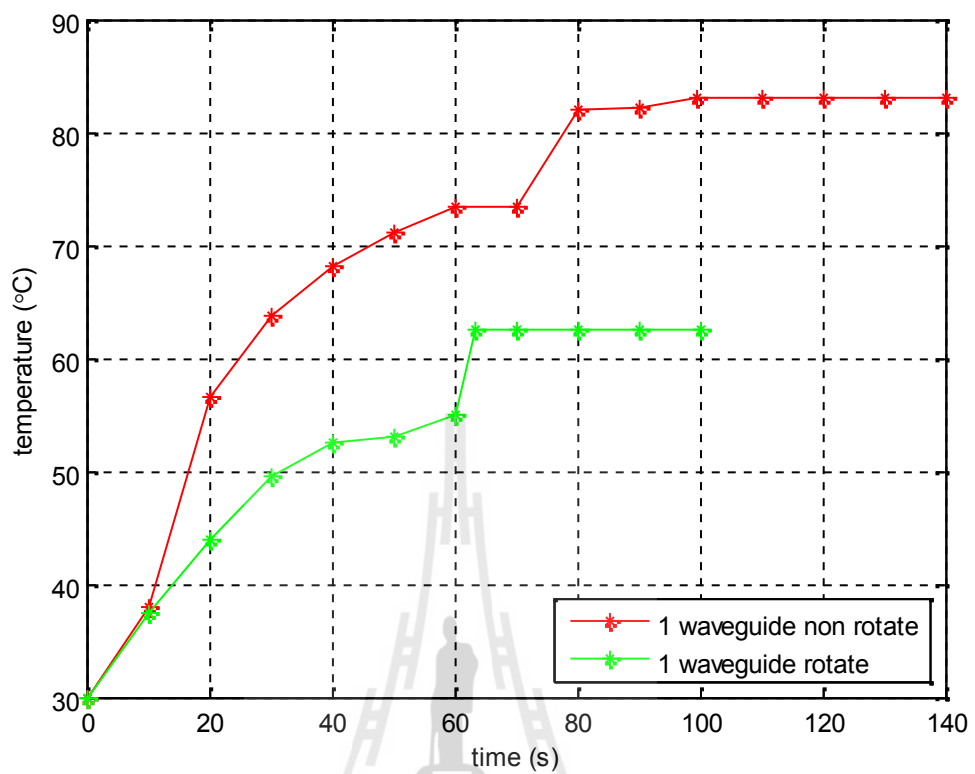
สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ เปรียบเทียบระหว่างจานไมโครเวฟหมุนและจานไมโครเวฟไม่หมุน ซึ่งสามารถแสดงดังนี้

กรณีเปรียบเทียบท่อนำคลื่น 1 ด้าน

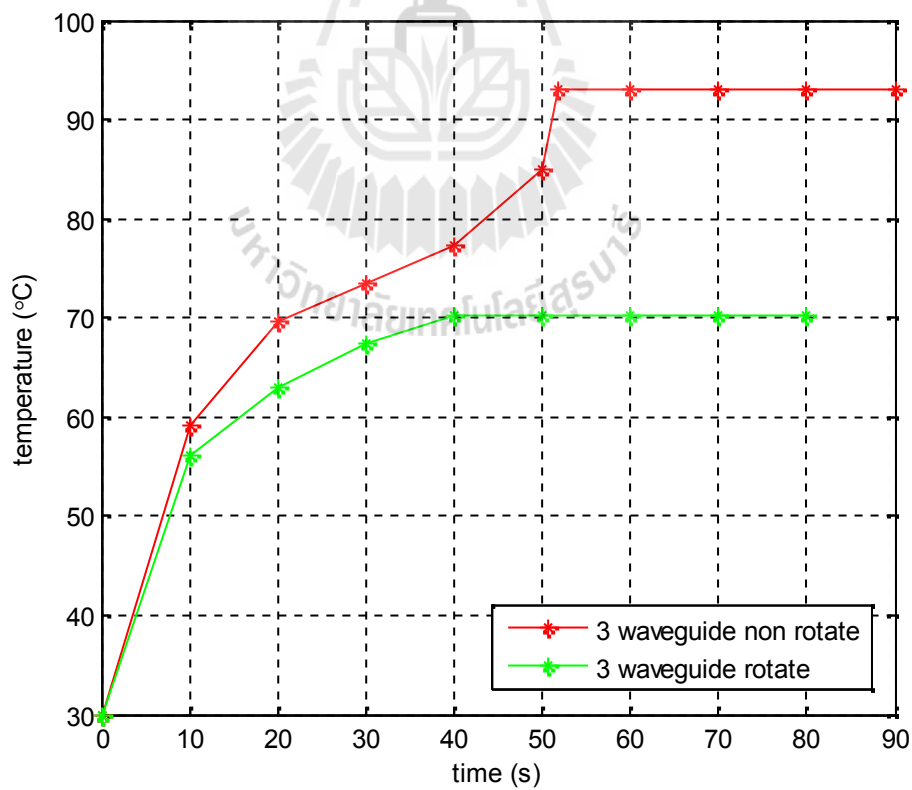
การเปรียบเทียบผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิที่ส่งผลต่อความร้อนภายในอาหารระหว่างท่อนำคลื่น 1 ด้านแบบจานไมโครเวฟหมุนและท่อนำคลื่น 1 ด้านแบบจานไมโครเวฟไม่หมุน ได้ดังตารางที่ 6.2 และรูปที่ 6.10

ตารางที่ 6.2 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิเมื่อพิจารณาจานไมโครเวฟหมุนและไม่หมุน กรณีท่อนำคลื่น 1 ด้าน

ผลจากการจำลอง	ท่อนำคลื่น 1 ด้าน แบบจานไมโครเวฟหมุน	ท่อนำคลื่น 1 ด้าน แบบจานไมโครเวฟไม่หมุน
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	11.07	16.48
ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$)	60.01	82.72
ค่าอุณหภูมิสูงสุด ($^{\circ}\text{C}$)	62.50	83.02



ผลจากการจำลอง	ท่อนำคลื่น 3 ด้าน แบบงานไมโครเวฟหมุน	ท่อนำคลื่น 3 ด้าน แบบงานไมโครเวฟไม่หมุน
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	9.289	12.01
ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิ (°C)	70.065	89.00
ค่าอุณหภูมิสูงสุด (°C)	70.15	93.00



จากตารางที่ 6.3 และรูปที่ 6.11 แสดงผลการกระจายตัวของอุณหภูมิในอาหารแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้านแบบหมุนและมีท่อนำคลื่น 3 ด้านแบบไม่หมุน โดยโปรแกรม FEM แบบ 3 มิติที่พัฒนาขึ้นเอง จะสังเกตเห็นว่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในท่อนำคลื่น 3 ด้านแบบหมุนนั้นจะกระจายตัวดีกว่าท่อนำคลื่น 3 ด้านแบบไม่หมุน โดยพิจารณาจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่มีค่าน้อยกว่า และอุณหภูมิในอาหารของท่อนำคลื่น 3 ด้านแบบจานไมโครเวฟไม่หมุน จะมีค่าสูงกว่าท่อนำคลื่น 3 ด้านแบบจานไมโครเวฟหมุน เนื่องจากจานไมโครเวฟไม่หมุนนั้นจะทำให้เกิดความร้อนสะสม จึงทำให้อุณหภูมิมียุคค่าสูงกว่าจานไมโครเวฟหมุน

6.6 การเปรียบเทียบการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิเมื่อพิจารณาจำนวนของท่อนำคลื่นที่แตกต่างกัน

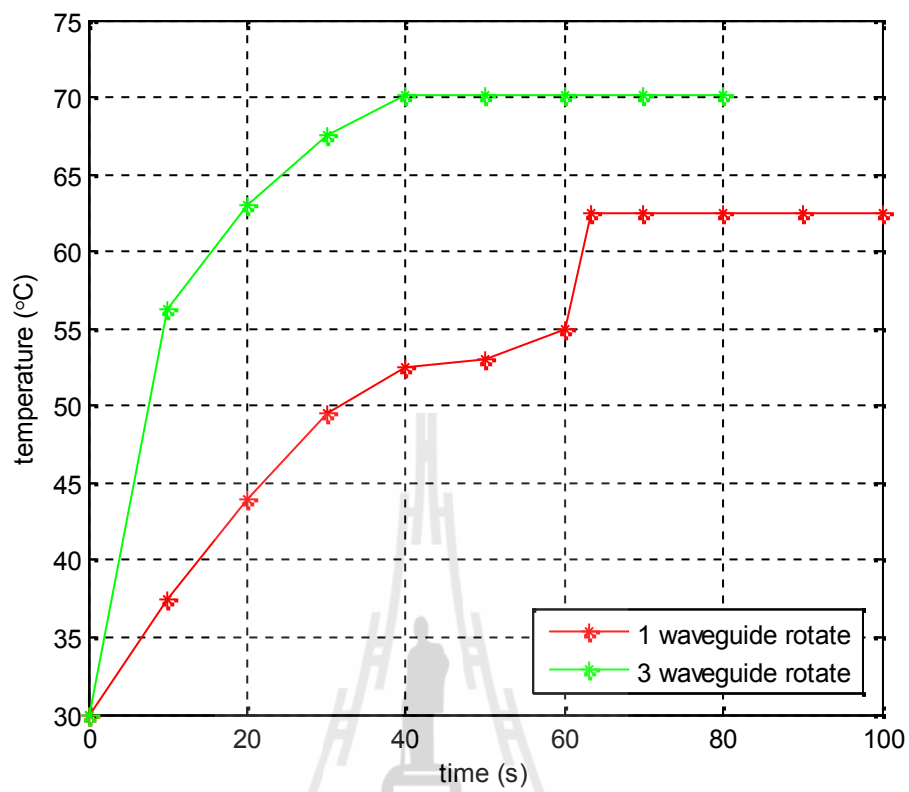
สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการและการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ เปรียบเทียบระหว่างท่อนำคลื่น 1 ด้าน และท่อนำคลื่น 3 ด้าน ซึ่งสามารถแสดงดังนี้

กรณีเปรียบเทียบจานไมโครเวฟหมุน

การเปรียบเทียบผลการจำลองความร้อนภายในอาหารและการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิตั้งแต่ท่อนำคลื่น 1 ด้านแบบจานไมโครเวฟหมุน และท่อนำคลื่น 3 ด้านแบบจานไมโครเวฟหมุน ได้ดังตารางที่ 6.4 และรูปที่ 6.12

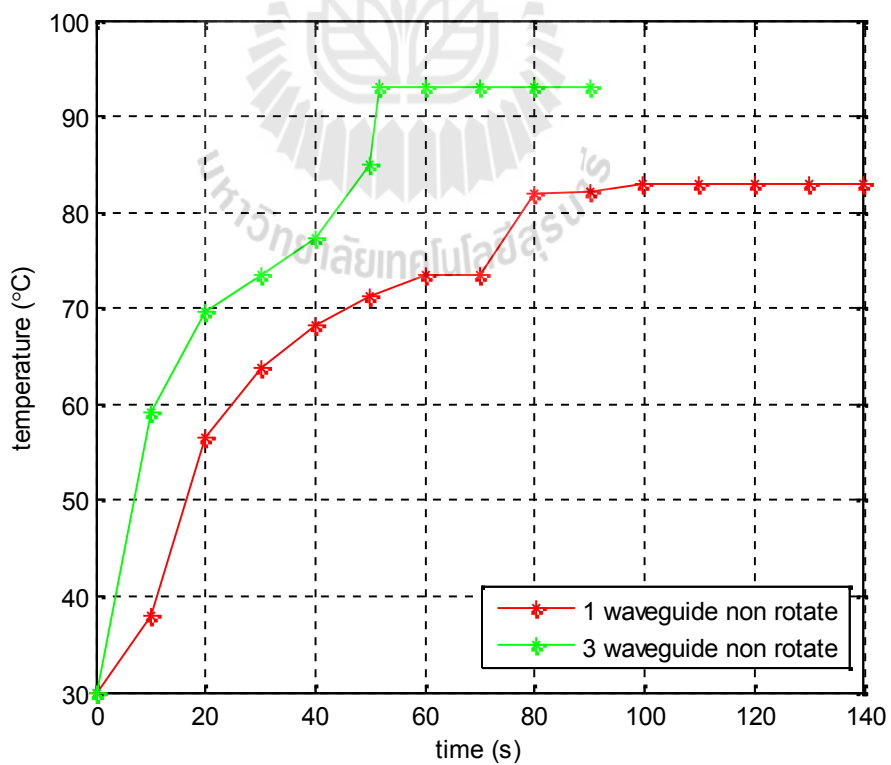
ตารางที่ 6.4 การเปรียบเทียบการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิ เมื่อพิจารณาท่อนำคลื่น 1 ด้าน และ 3 ด้าน กรณีจานไมโครเวฟหมุน

ผลจากการจำลอง	ท่อนำคลื่น 1 ด้าน แบบจานไมโครเวฟหมุน	ท่อนำคลื่น 3 ด้าน แบบจานไมโครเวฟหมุน
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	11.07	9.289
ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิ (°C)	60.01	70.065
ค่าอุณหภูมิสูงสุด (°C)	62.50	70.15
เวลาที่เข้าสู่สภาวะคงตัว (s)	63.384	40.032



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผลจากการจำลอง	ท่อนำคลื่น 1 ด้าน แบบไม่หมุน	ท่อนำคลื่น 3 ด้าน แบบไม่หมุน
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	16.48	12.01
ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิ (°C)	82.72	89.00
ค่าอุณหภูมิสูงสุด (°C)	83.02	93.00
เวลาที่เข้าสู่สภาวะคงตัว (s)	99.663	51.708



เมื่อพิจารณาที่หน้าคลื่น 1 ด้าน และที่หน้าคลื่น 3 ด้าน กรณีงานไมโครเวฟไม่หมุน

จากตารางที่ 6.5 และรูปที่ 6.13 แสดงผลการกระจายตัวของอุณหภูมิในอาหารแบบมีหน้าคลื่น 1 ด้านแบบไม่หมุนและมีหน้าคลื่น 3 ด้านแบบไม่หมุนด้วยโดยโปรแกรม FEM แบบ 3 มิติที่พัฒนาขึ้นเอง จะสังเกตเห็นว่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหน้าคลื่น 3 ด้านนั้นจะกระจายตัวดีกว่าหน้าคลื่น 1 ด้าน โดยพิจารณาจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่มีค่าน้อยกว่า ซึ่งอุณหภูมิของอาหารแบบมีหน้าคลื่น 3 ด้านจะมีค่าสูงกว่าหน้าคลื่น 1 ด้าน เนื่องจากปริมาณของหน้าคลื่นที่มีจำนวนมากขึ้น และการเพิ่มจำนวนของหน้าคลื่นนั้นส่งผลต่อการเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิได้เร็วขึ้น เนื่องจากปริมาณของหน้าคลื่นที่มีจำนวนมากขึ้น

6.8 สรุป

บทที่ 6 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผล และค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้ในการจำลองผล พร้อมทั้งผลการกระจายตัวของอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB ซึ่งโปรแกรมการจำลองผลอุณหภูมิ สามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 6.1 จากผลลัพธ์ของค่าอุณหภูมิที่ได้พบว่าอุณหภูมิจากการหมุนงานไมโครเวฟทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิในอาหารสม่ำเสมอว่าการไม่หมุนงานไมโครเวฟ ซึ่งเตาไมโครเวฟแบบมีหน้าคลื่น 3 ด้านนั้นความร้อนภายในอาหารจะสูงกว่าแบบมีหน้าคลื่น 1 ด้าน และเตาไมโครเวฟแบบมีหน้าคลื่น 3 ด้านนั้นจะเข้าสู่สภาวะคงตัวของอุณหภูมิในอาหารได้เร็วกว่าแบบมีหน้าคลื่น 1 ด้าน

บทที่ 7

สรุปและข้อเสนอแนะ

7.1 สรุป

งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยและการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในเตาไมโครเวฟ เพื่อพิจารณาการกระจายตัวของค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิ การจำลองผลใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติด้วยโปรแกรม MATLAB ที่พัฒนาขึ้นเอง

การสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในบทที่ 2 ถือเป็นรากฐานที่สำคัญในการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์และพัฒนาต่อยอดองค์ความรู้ในงานวิจัย การศึกษาทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยในบทที่ 3 ทั้งเรื่องเตาอบไมโครเวฟ ทฤษฎีสถานไฟฟ้า ทฤษฎีความร้อน ซึ่งประกอบด้วยความรู้ทางด้านความร้อน กลไกการถ่ายโอนความร้อน ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของเตาไมโครเวฟ และระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ต่างได้ถูกนำมาใช้เป็นพื้นฐานความรู้และความเข้าใจในการดำเนินงานวิจัย ส่วนการดำเนินงานในบทที่ 4 เป็นขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสองและอธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทั้งแบบ 3 มิติ โดยได้เลือกใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลอ์กรีน ส่วนในบทที่ 5 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผล และค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้ในการจำลองผล พร้อมทั้งผลการจำลองกระจายตัวของสนามไฟฟ้าในเตาไมโครเวฟด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ จากผลลัพธ์ที่ได้พบว่าค่าสนามไฟฟ้าแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้าน มีค่ามากกว่าแบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน เนื่องจากการเพิ่มจำนวนของท่อนำคลื่น ในบทที่ 6 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผล และค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้ในการจำลองผล พร้อมทั้งผลการกระจายตัวของอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม จากผลลัพธ์ของค่าอุณหภูมิที่ได้พบว่าอุณหภูมิจากการหมุนจานไมโครเวฟทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิในอาหารสม่ำเสมอว่าการไม่หมุนจานไมโครเวฟ ซึ่งเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้านนั้นความร้อนภายในอาหารจะสูงกว่าแบบมี

ท่อนำคลื่น 1 ด้าน และเตาไมโครเวฟแบบมีท่อนำคลื่น 3 ด้านนั้นจะเข้าสู่ภาวะคงตัวของอุณหภูมิในอาหารได้เร็วกว่าแบบมีท่อนำคลื่น 1 ด้าน

7.2 ข้อเสนอแนะและงานวิจัยในอนาคต

1. พัฒนางานวิจัย เพื่อหาวัสดุที่เหมาะสมที่สุดในการเคลือบเตาไมโครเวฟ ซึ่งจะทำให้อาหารมีความสม่ำเสมอขึ้น
2. พัฒนาโปรแกรมในการวิเคราะห์ปัญหาความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิให้ประหยัดเวลาในการจำลองผล



รายการอ้างอิง

- เฉลิมพล น้ำค้าง. (2538). ทฤษฎีสถานมไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก (พิมพ์ครั้งที่4). กรุงเทพฯ: ศูนย์ส่งเสริมกรุงเทพ.
- นิรันดร์ คำประเสริฐ. (2545). วิศวกรรมแม่เหล็กและวิศวกรรมไมโครเวฟ (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- นักสิทธิ์ คุ้มพัฒนาชัย. (2533). การถ่ายเทความร้อน (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ฟิสิกส์เซ็นเตอร์
- ปราโมทย์ เฉชะอำไพ. (2547). ไฟในท่ออลิเมนในงานวิศวกรรม (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราโมทย์ เฉชะอำไพ. (2549). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เผด็จ เผ่าละออ. (2548). การออกแบบแนวใหม่ของมอเตอร์เหนี่ยวนำเพื่อลดการสั่นสะเทือนโดยวิธีไฟในท่ออลิเมนต์. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.
- สุกัญญา ทักษศรี. (2555). การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิรอบสายส่งกำลังไฟฟ้าแรงสูงด้วยวิธีไฟในท่ออลิเมนต์. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.
- สมชาย อัครทิวา และขวัญจิต วงษ์ชาติ. (2545). เทอร์โมไดนามิกส์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ท็อป.
- อาคม แก้วระวัง. (2548). สนามแม่เหล็กไฟฟ้า (พิมพ์ครั้งที่ 3). ขอนแก่น: สาขาวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- Bengtsson, N., and Lycke, E. (1969). Experiments with a heat camera for recording temperature distribution in foods during microwave heating. **Journal of Microwave Power**. 4(2): 48-54.
- Birla, S.L., Wang, S., and Tang, J. (2013). Computer simulation of radio frequency heating of model fruit immersed in water. **Journal of Food Engineering**. 84 (2): 270–280.
- Dahl, C.A., Matthews, M.E., and Lund, D.B. (1981). Effect of microwave heating in cook-chill food-service system. **Journal of the American Dietetic Association**. 79(3): 296–301.

- Datta, A.K., Geedipalli, S.S.R., and Almeida, M.F. (2005). **Microwave combination heating. Food Technology.** 59(1): 36–40.
- Datta, A.K., and Ni, H. (2002). Infrared and hot-air-assisted microwave heating of foods for control of surface moisture. **Journal of Food Engineering.** 51(4): 355–364.
- Fleischman, G.J. (2011). Predicting temperature range in food slabs undergoing long term/low power microwave heating. **Journal of Food Engineering.** 27 (4): 337–351.
- Fraile, P., and Burg, P. (1997). Reheating of a child dish of mashed potatoes in a superheated steam oven. **Journal of Food Engineering.** 33 (1): 57–80.
- Geedipalli, S.S.R., Rakesh, V., and Datta, A.K. (2007). Modeling the heating uniformity contributed by a rotating turntable in microwave ovens. **Journal of Food Engineering.** 359–368
- George, J., and Bergman, R. (2006). Selective Re-Meshing: A new approach to include mode stirring effects in the steady state FDTD simulation of microwave heating cavities. **Microwave and Optical Technology Letters.** 48(6): 1179–1182.
- Huebner, K.H., Dewhurst, D.L., Smith, D.E., and Byrom, T. G. (2001). **The finite element method for engineers** (4th ed.). USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Igarashi, and Han. (2002). On convergence of ICCG applied to finite-element equation for quasi-static fields. **IEEE Transactions on Magnetics.** 38 (2): 565–568.
- Lin, Y.E., Anantheswaran, R.C., and Puri, V.M., (2013). Finite element analysis of microwave heating of solid foods. **Journal of Food Engineering.** 25 (1): 85–112.
- Ma, L.H., Paul, D.L., Potheary, N., Railton, C., Bows, J., and Barratt, L. (1995). Experimental validation of a combined electromagnetic and thermal FDTD model of a microwave-heating process. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.** 43(11): 2565–2572.
- Mao, W., Watanabe, M., and Sakai, N. (2005). Analysis of temperature distributions in kamaboko during microwave heating. **Journal of Food Engineering.** 71 (2): 187–192.
- Marshall, M.G., and Metaxas, A.C. (1998). Modelling of the radio frequency electric field strength developed during the RF assisted heat pump drying of particulates. **Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy.** 33 (3): 167–177.

- Ni, H., Datta, A.K., and Torrance, K.E. (1999). Moisture transport in intensive microwave heating of biomaterials: A multiphase porous media model. **International Journal of Heat and Mass Transfer**. 1501–1512.
- Nooradzianie, M.Z., Mohammad, Z.M.J., and Farhana, A.P. (2011). Measurements and Reduction of Microwave Oven Electromagnetic Leakage. **IEEE International RF and Microwave Conference**. 305-307.
- Nott, K.P., and Hall, L.D. (2005). Validation and cross-comparison of mri temperature mapping against fibre optic thermometry for microwave heating of foods. **International Journal of Food Science and Technology**. 723–730.
- Pathak, S., Liu, F., and Tang, J. (2003). Finite difference time domain (FDTD) characterization of a single mode applicator. **Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy**. 38 (1): 37–41.
- Plaza, P., Monzo, J., Sanchez, D. (2014). New approach for the prediction of the electric field distribution in multimode microwaveheating applicators with mode stirrers. **IEEE Trans. Magn**. 40 (3): 1672–1678.
- Sakai, N., Wang, C., and Watanabe, M. (2004). An analysis of temperature distribution in microwave heating of foods with non-uniform dielectric properties. **Journal of Chemical Engineering of Japan**. 37 (7): 858–862.
- Sakai, N., Mao, W., and Watanabe, M. (2005). A method for developing model food system in microwave heating studies. **Journal of Food Engineering**. 66 (4): 525–531.
- Shixiong, L., Mika, F., and Noboru, S. (2013). A finite element model for simulating temperature distributions in rotating food during microwave heating. **Journal of Food Engineering**. 115: 49–62.
- Shou-Zheng, Z., and Han-Kui, C. (1988). Power distribution analysis inrectangular microwave heating applicator with stratified load. **Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy**. 23(2): 139–143.
- Wappling-Raaholt, B., Scheerlinck, N., Galt, S., Banga, J. R., Alonso, A., and Balsa-Canto, E. (2014). A combined electromagnetic and heat transfer model for heating of foods in microwave ovens. **Journal of Microwave Power and Magnetron**. 37(2): 97–111.

Zhou, L., Puri, V., Yeh K., and Gren X. (2013). Finite element modeling of heat and mass transfer in food material during microwave-model development and validation. . **Journal of Food Engineering**. 25(4): 509-529.



The logo of Sakon Nakhon Rajabhat University is a circular emblem. At the top, it features a stylized tower or spire. Below this, a silhouette of a person stands on a platform. The central part of the logo contains a shield-like shape with a book and a torch. The entire emblem is surrounded by a decorative border. The text 'มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี' is written in a circular path at the bottom of the logo.

ภาคผนวก ก

บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในระหว่างศึกษา

รายชื่อบทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในระหว่างศึกษา

อิสราภรณ์ อมรสวัสดิ์วัฒนา ชวลิต ปัญญาอิสระ และ เผด็จ เผ่าละออ (2556). การศึกษาอุณหภูมิภายในหม้อแปลงไฟโอะโซอิลีทริกแบบหลายชั้นด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ. ในรายงานการประชุมวิชาการวิศวกรรมไฟฟ้าแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 36 (EECON-36). 11-13 ธันวาคม 2556 จ.กาญจนบุรี. ฉบับที่ 1, หน้า 17-20.

อิสราภรณ์ อมรสวัสดิ์วัฒนา และ เผด็จ เผ่าละออ (2558). การวิเคราะห์อุณหภูมิภายในอาหารของเตาไมโครเวฟด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ. ในรายงานการประชุมวิชาการวิศวกรรมไฟฟ้าแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 38 (EECON-38). 18-20 พฤศจิกายน 2558 จ.อยุธยา.

Batsungnoen, K., Pao-la-or, P., and Amornsawatwattana, I. (2014). **Electrical Chock Dangerous for Human in Flooding Situation**, The SIJ Transactions on Computer Science Engineering & its Applications (CSEA), No.3, Vol.2, May 2014, pp. 105-108.

Batsungnoen, K., Pao-la-or, P., and Amornsawatwattana, I. (2014). **A Study of Amount of Electric Current Flowing Through the Human Body and Health Effect at Different Distances: A Case Study of Contacts of Electric Sources and the Human Body into Water**. Annual Conference on Engineering and Information Technology (ACEAIT), March 2014, Tokyo, Japan.

การศึกษาอุณหภูมิภายในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น
ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

Study of Temperature within Multi-layer Piezoelectric Transformer
by using 3-D Finite Element Method

อิสรากรณ์ อมรสวัสดิ์วัฒนา ขวลิต ปัญญาอิสระ และ เพ็ญใจ แก้วละออ
สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
111 ถนนมหาวิทยาลัย ต.สุรนารี อ.เมือง จ.นครราชสีมา 30000 โทรศัพท์: 0-4422-4400
E-mail: viewwy_naja@hotmail.com, aladiz_z@hotmail.com, padej@sut.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกซึ่งแสดงอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง โดยได้ทำการวิเคราะห์และจำลองผลการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบโหมดการสั่นตามรัศมีแบบหลายชั้น ซึ่งการจำลองผลจะดำเนินการด้วยคอมพิวเตอร์โดยประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB พร้อมทั้งแสดงผลทางกราฟิกของค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

คำสำคัญ: หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น, อุณหภูมิ, วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ, โหมดการสั่นตามแนวรัศมี

Abstract

This paper presents a set of mathematical model of piezoelectric transformer which performs in second-order partial differential equation. The paper is simulate the distribution of temperature in radial vibration mode type of multi-layer piezoelectric transformer. The computer simulation is applied using 3-D finite element method that is developed by MATLAB program with the graphical performance of the temperature within multi-layer piezoelectric transformer.

Keywords: multi-layer piezoelectric transformer, temperature, 3-D finite element method (3-D FEM), radial vibration mode

1. คำนำ

หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก (piezoelectric transformer) เป็นอุปกรณ์ที่ใช้เชื่อมโยงระหว่างระบบไฟฟ้าที่มีแรงดันไฟฟ้าต่างกัน โดยจะทำหน้าที่เพิ่มหรือลดแรงดันไฟฟ้าให้เหมาะสมกับการส่ง การจ่าย และการใช้พลังงานไฟฟ้า ฉะนั้นหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจะต้องมีประสิทธิภาพที่ดีเพื่อระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าเป็นระบบที่มีความเสถียร และมีความน่าเชื่อถือ สิ่งหนึ่งที่บ่งบอกถึงประสิทธิภาพของหม้อแปลงได้คือ อุณหภูมิเพราะความร้อนของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นจะเป็นตัวการให้เกิดกำลังงานสูญเสียและก่อให้เกิดอันตรายต่ออุปกรณ์ชิ้นส่วนอื่นๆได้

การวิเคราะห์ปัญหาอุณหภูมิที่กล่าวมานั้น โดยปกติจะสามารถอธิบายได้ในรูปของสมการอนุพันธ์ หรือสมการอินทิกรัล เป็นไปได้ยากที่จะหาผลเฉลยแน่นอนตรงได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณด้วยวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข อีกทั้งสมรรถนะของคอมพิวเตอร์ที่สูงขึ้นจึงทำให้การคำนวณเชิงตัวเลขสามารถทำได้อย่างรวดเร็ว สำหรับวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณของสมการที่อยู่ในรูปอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation; PDE) อาทิเช่นสมการของอุณหภูมิ วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและได้รับความนิยมแพร่หลายในปัจจุบันได้แก่ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method; FEM) ซึ่งในบทความนี้ได้ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ (3-D FEM) ในการวิเคราะห์ปัญหาการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

การถ่ายเทความร้อนจะแสดงอยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการกระจายตัวของอุณหภูมิ สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิในแบบ 3 มิติจะแสดงได้ดังนี้ [1]

$$k \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial T}{\partial z} + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

- โดยที่ T คืออุณหภูมิ
 k คือค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน
 ρ คือความหนาแน่นมวล
 c คือความร้อนจำเพาะ
 Q คืออัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง

จากหลักการทํางานของหม้อแปลงไฟ้อิเล็กทริก แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏในรูปของสมการความสัมพันธ์ระหว่างทางไฟฟ้าและทางกล โดยค่าพารามิเตอร์ทางไฟฟ้าและทางกล ได้แก่ ความเค้น (stress tensor: T) ความเครียด (strain tensor: S) สนามไฟฟ้า (electric field: E) และความหนาแน่นที่ลัดขีไฟฟ้า (electric displacement: D) สามารถแสดงด้วยสมการความสัมพันธ์ดังนี้ [2],[3]

$$T = c^T S - e^T E \quad (2)$$

$$D = e S + \epsilon^T E \quad (3)$$

ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้า E นั้นสามารถดำเนินการได้โดยการเลื่อนไปคำนวณหาศักย์ไฟฟ้า ϕ ก่อน โดยที่สนามไฟฟ้า E สามารถคำนวณได้ด้วยเกรเดียนต์ (gradient) ศักย์ไฟฟ้า ϕ ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$E = -\nabla\phi \quad (4)$$

หลังจากดำเนินการหาผลเฉลยของสนามไฟฟ้าด้วยขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟ้อิเล็กทริกแล้ว จากนั้นจะสามารถคำนวณหาค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟ้อิเล็กทริกได้จากสมการที่ (1) ในขั้นตอนนี้ซึ่งในการคำนวณหาค่าอุณหภูมินั้น จำเป็นต้องทราบถึงอัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง (Q) ที่มีความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้า ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถคำนวณได้ด้วยสมการที่ (5) โดยที่ σ คือสภาพนำไฟฟ้า (electrical conductivity)

$$Q = (-\nabla\phi)^T \sigma \quad (5)$$

3. การคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟ้อิเล็กทริกแบบ 3 มิติ

ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟ้อิเล็กทริกแบบ 3 มิติ นั้นจะต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในการคำนวณอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟ้อิเล็กทริกใน 3 มิติ แสดงได้ดังสมการที่ (1) ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟ้อิเล็กทริกใน 3 มิติ จึงถูกนำมาใช้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการคำนวณต่าง ๆ ดังนี้

3.1 อิลลิเมนต์ของระบบศึกษา

ในบทความนี้ได้พิจารณาหม้อแปลงไฟ้อิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบบแบบโหนดการสั่นคานเวอริคัลแบบหลายชั้น ซึ่งมีจำนวนชั้นเท่ากับ 4 ชั้น โดยมีลักษณะเป็นวงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 16 มม มีความหนาแน่นเท่ากับ 4.6 มม ซึ่งแต่ละด้านของหม้อแปลงไฟ้อิเล็กทริกจะทำการท้าวข้อเล็ก โทรคทั้งแน้น ด้านบนทำหน้าที่เป็นขั้วแรงดันขาออก โดยที่ระหว่างชั้นจะมีแรงดันขาเข้าและกราวด์จะวางตัวสลับกันกัน แสดงได้ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 ลักษณะของหม้อแปลงไฟ้อิเล็กทริกแบบหลายชั้น

ในการออกแบบพื้นที่ศึกษาที่ใช้ในการจำลองผลค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟ้อิเล็กทริกด้วยการใช้วิธีไฟ้อิเล็กทริกใน 3 มิติ จะครอบคลุมทั่วทั้งหมดของหม้อแปลงไฟ้อิเล็กทริก ดังแสดงด้วยรูปที่ 2 ซึ่งจากรูปเป็นการแบ่งอิลลิเมนต์ด้วยรูปทรงสี่หน้าสี่จุดคือ (tetrahedron) ตลอดปริมาตรหม้อแปลงไฟ้อิเล็กทริกที่ศึกษาด้วยโปรแกรมการสร้างกริดของ Solidworks ซึ่งประกอบด้วยจำนวนจุดต่อ 8,966 จุดต่อ และจำนวนอิลลิเมนต์ 45,258 อิลลิเมนต์ Solidworks



รูปที่ 2 การแบ่งอิลลิเมนต์ของหม้อแปลงไฟ้อิเล็กทริกแบบ 3 มิติ

3.2 การสร้างสมการของอีลิเมนต์

การสร้างสมการของแต่ละอีลิเมนต์ได้ประยุกต์ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษคั่ง (method of weighted residuals) ของกาลอร์กิน (Galerkin) ซึ่งวิธีนี้ฟังก์ชันน้ำหนักจะมีค่าเท่ากับฟังก์ชันรูปร่าง (shape function) โดยผลลัพธ์ที่ตัดใด ๆ สามารถแสดงได้เป็น

$$A(x, y, z) = A_i N_i + A_j N_j + A_k N_k + A_l N_l \quad (6)$$

สมการที่ (7) คือฟังก์ชันรูปร่างของรูปทรงสี่หน้าที่จุดต่อ โดยที่ N_n , $n = i, j, k, l$ คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอีลิเมนต์ และ A_n , $n = i, j, k, l$ คือผลลัพธ์แต่ละจุดต่อ (i, j, k, l) ในแต่ละอีลิเมนต์โดย

$$N_n = \frac{1}{6V}(a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \quad (7)$$

และ V คือปริมาตรของรูปทรงสี่หน้าของแต่ละอีลิเมนต์ ซึ่งหาได้จากดิเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_l & y_l & z_l \end{vmatrix} \quad (8)$$

โดยเมื่ออินทิเกรตสมบรูณ์แล้วจะได้ผลลัพธ์ของอุณหภูมิซึ่งแสดงอยู่ในรูปของแมทริกซ์กำลังสมการที่ (9) ซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง โดยค่าอุณหภูมิจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งในบทความนี้จะใช้การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราวนี้ด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (backward difference)

$$[C]_{tot} \left\{ \dot{T} \right\}_{tot} + \left([K_c] + [K_s] \right) \{ T \}_{tot} = \{ Q_o \}_{tot} + \{ Q_s \}_{tot} \quad (9)$$

โดยที่

$$[C]_{tot} = \frac{\rho c V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[K_c]_{tot} = \frac{k}{36V} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m) \quad n, m = 1, 2, 3, 4$$

$$[K_s]_{tot} = \frac{hV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

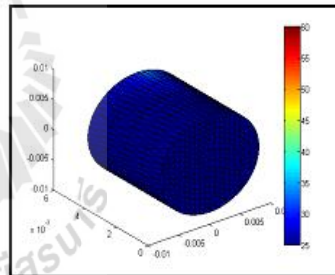
$$\{ Q_s \}_{tot} = \frac{hT_o V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

และ

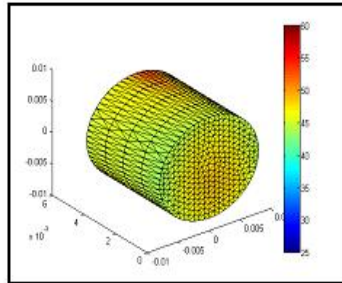
$$\{ Q_o \}_{tot} = \frac{QV}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. ผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิ

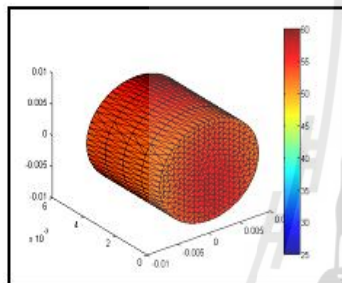
การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ใช้ MATLAB ในการพัฒนาโปรแกรม 3-D FEM สำหรับคำนวณการกระจายตัวของอุณหภูมิ พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของอุณหภูมิที่แปรตามเวลาที่เกิดขึ้นภายในหม้อแปลงไฟฟ้าชนิดอีกริกชนิดวงแหวนแบบ โหมคการสั้นคานแนวรัศมี เมื่อพิจารณาที่ความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลง แสดงได้ดังรูปที่ 3



ก) 10 นาที



ข) 40 นาที



ค) 60 นาที

รูปที่ 3 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกที่แปรตามเวลา

จากรูปที่ 3 แสดงผลการกระจายตัวของอุณหภูมิของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้นด้วยโปรแกรม FEM แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นเอง จะสังเกตเห็นว่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นนั้นจะกระจายตัวอยู่ทั่วทั้งปริมาตรของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกและผลของค่าอุณหภูมิจะเพิ่มมากขึ้นจนกระทั่งอุณหภูมิของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกเข้าสู่สภาวะคงตัวเมื่อระยะเวลาเพิ่มขึ้น โดยบทความนี้ค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกจะเข้าสู่สภาวะคงตัวที่เวลาประมาณ 60 นาที โดยมีค่าอุณหภูมิสูงสุดเท่ากับ 55.7 °C

5. สรุป

บทความนี้ได้ศึกษาถึงค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบใหม่ลดการสั่นคานแวนรีสม์แบบหลายชั้น การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่พัฒนาขึ้นเอง

ด้วยโปรแกรม MATLAB ผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองผล แสดงให้เห็นว่าค่าอุณหภูมิจะเพิ่มมากขึ้นจากค่าเริ่มต้นจนกระทั่งอุณหภูมิของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกเข้าสู่สภาวะคงตัว

เอกสารอ้างอิง

- [1] ปราโมทย์ เคชะอำไพ. (2547). ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- [2] R. Lerch, "Simulation of Piezoelectric Devices by Two and Three Dimension Finite Element," *IEEE Transactions on Ultrasonics*, Vol. 37, No. 2, pp.233-247, 1990.
- [3] J.S. Wang and D.F. Ostergaard, "A Finite Element-Electric Circuit Coupled Simulation Method for Piezoelectric Transducer," *IEEE Transactions on Ultrasonics*, Vol. 59, pp.1105-1108, 1999.
- [4] P. Pao-la-or, A. Isaramongkolrak and T. Kulworawanichpong, "Finite Element Analysis of Magnetic Field Distribution for 500-kV Power Transmission Systems," *Engineering Letters*, Vol. 18, No. 1, pp.1-9, 2010.
- [5] R.W. Lewis, P. Nithiarasu and K.N. Seetharamu, *Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow*, John Wiley & Sons, USA, 2004.
- [6] M.A. Bhatti, *Advanced Topics in Finite Element Analysis of Structures*, John Wiley & Sons, USA, 2006.
- [7] Joo, H-W., Lee, C-H., Rho, J-S., and Jung, H-K. (2006). Analysis of temperature rise for piezoelectric transformer using finite-element method. *IEEE Transactions on Ultrasonics*. 53 (8): 1449-1457.
- [8] Tsuchiya, T., Kagawa, Y., Wakatsuki, N., and Okamura H. (2001). Finite element simulation of piezoelectric transformers. *IEEE Transactions on Ultrasonics*. 48 (4): 872-878.



นางสาวอิสรารัตน์ อมรสวัสดิ์วัฒนา กำลังศึกษาในระดับปริญญาโทคณะวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



นายชวลิต ปัญญาอิสระ สำเร็จปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (ไฟฟ้า) จาก มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี งานวิจัยที่สนใจ คือ Piezoelectric Transformer



ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมจิตต์ แก้วอ้อ เป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี สำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาเอก จากสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี คำนึงงานวิจัยด้าน Applied FEM for Electromagnetic Field, for Electrical Machine, and for Heat Transfer and Applied AI มีผลงานวิจัยตีพิมพ์ระดับชาติและนานาชาติมากกว่า 40 เรื่อง

การวิเคราะห์อุณหภูมิภายในอาหารของเตาไมโครเวฟด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

Analysis of temperature in food of microwave-oven by 3-D finite element method

อิสราภรณ์ อมารชวดีวัฒนา และ พด็จ คำละออ

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

111 ถนนมหาวิทยาลัย อ.สุรนารี อ.เมือง จ.นครราชสีมา 30000 โทรศัพท์: 0-4422-4400

E-mail: issaraporn5640386@gmail.com, padej@sut.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ ซึ่งแสดงอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง โดยได้ทำการวิเคราะห์การทำงานของเตาไมโครเวฟแบบถาดอยู่ที่ โดยใช้น้ำหนัก 1 ด้าน และถาดหนัก 3 ด้าน เพื่อเปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในอาหาร รวมถึงการวิเคราะห์รูปแบบจำนวนของถาดหนักที่ส่งผลต่อการเข้าสู่สถานะคงตัวของอุณหภูมิ ซึ่งการจำลองผลในบทความนี้จะดำเนินการด้วยคอมพิวเตอร์โดยประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB หรือแสดงผลทางกราฟิกของค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้นภายในเตาไมโครเวฟ

คำสำคัญ: เตาไมโครเวฟ, สนามไฟฟ้า, อุณหภูมิ, วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

Abstract

This paper presented mathematical model of temperature in microwave-oven which performs in second-order partial differential equation. The analysis type of stationary sharp in microwave-oven use one waveguide and three waveguide for temperature in foods. The analysis of number of waveguide effected to steady-state temperature. This paper is simulated the distribution of temperature in of microwave-oven. The computer simulation is applied using 3-D finite element method that is developed by MATLAB program with shown the graphical performance of the temperature in microwave-oven.

Keywords: Microwave-oven, Electric field, Temperature, 3-D finite element method (3-D FEM)

1. คำนำ

เตาไมโครเวฟทำงานที่ความถี่ 2450 MHz จะเริ่มทำงานได้ก็ต่อเมื่อประตูเปิดสนิท และแปลงกระแสไฟฟ้าเป็นแรงดันต่ำให้เป็นกระแสไฟฟ้าแรงดันสูงด้วยหม้อแปลงแรงดันไฟฟ้า แล้วจึงผ่านไปยังตัวเก็บประจุเพื่อทำการเปลี่ยนไฟฟ้ากระแสสลับให้เป็นไฟฟ้ากระแสตรง จากนั้นในเตาไมโครเวฟมีถาดหนักที่เรียกว่าแมกนีตรอน (magnetron) ถาดหนักจะถูกพัฒนาที่คลื่นไฟฟ้ากระจายทั่วเตา นอกจากนั้นถาดหนักที่หมุนได้จะช่วยให้อาหารได้รับความร้อนอย่างสม่ำเสมอมากกว่าถาดที่อยู่กับที่ โมเลกุลของอาหารเมื่อได้รับคลื่นไมโครเวฟจะเกิดการสั่นทำให้เกิดความร้อน

การวิเคราะห์ปัญหาอุณหภูมิที่กล่าวมานั้น โดยปกติจะสามารถอธิบายได้ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อย เป็นไปได้ยากที่จะหาคำเฉลยแน่นอนตรงได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหาคำเฉลย โดยประมาณด้วยวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข อีกทั้งสมการของคอมพิวเตอร์ที่สูงขึ้นจึงทำให้การคำนวณเชิงตัวเลขสามารถทำได้อย่างรวดเร็ว สำหรับวิธีการหาคำเฉลยโดยประมาณของสมการที่ใช้อยู่ในรูปอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation: PDE) อาทิเช่นสมการของอุณหภูมิ วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและได้รับความนิยมนับแต่หลายปีมานี้ได้แก่ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method: FEM) ซึ่งในบทความนี้ได้ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ (3-D FEM)

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิในเตาไมโครเวฟ

การถ่ายเทความร้อนจะแสดงอยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการกระจายตัวของอุณหภูมิ สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิในแบบ 3 มิติจะแสดงได้ดังนี้ [1]

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

โดยที่ T คืออุณหภูมิ k คือค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน
 c คือความร้อนจำเพาะ ρ คือ ความหนาแน่นมวล
 Q คือ อัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง

ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิ สามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (2) โดยปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นเอง (Q) มีความสัมพันธ์กับค่าสนามไฟฟ้า (E) ดังนี้

$$Q = \sigma E^2 \quad (2)$$

เมื่อ σ คือ สภาพนำทางไฟฟ้า (Conductivity)

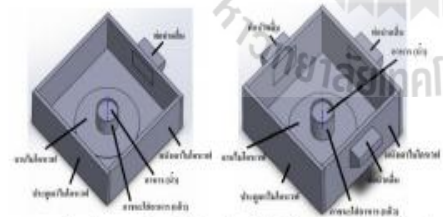
ซึ่ง E ได้มาจากขบวนการทางไฟฟ้าในอิลลิเมนต์ด้วยเช่นกัน ซึ่งไม่ได้กล่าวไว้ที่นี่

3. การคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ

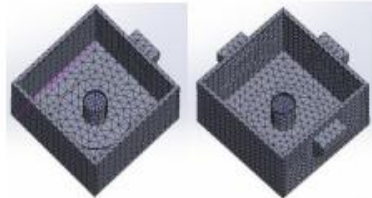
ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์นั้นจะต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในการคำนวณอุณหภูมิของเตาไมโครเวฟ 3 มิติ แสดงได้ดังสมการที่ (1) ดังนั้นการหาค่าเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์จึงถูกนำมาใช้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

3.1 อิลลิเมนต์ของระบบศึกษา

ในการออกแบบพื้นที่ศึกษาที่ใช้ในการจำลององค์ประกอบของเตาไมโครเวฟด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ จะครอบคลุมทั่วทั้งหมดของเตาไมโครเวฟ ดังแสดงด้วยรูปที่ 1 ซึ่งจากรูปเป็นการแบ่งอิลลิเมนต์ด้วยรูปทรงสี่หน้าสี่จุดคือ (tetrahedron) ตลอดปริมาตรเตาไมโครเวฟที่ศึกษาด้วยโปรแกรมการสร้างก๊าดของ Solidworks โดยที่ถ่อนำกลั่น 1 ด้าน จะประกอบด้วยจำนวนจุดต่อ 4,325 จุดต่อ และจำนวนอิลลิเมนต์ 22,387 อิลลิเมนต์ ส่วนถ่อนำกลั่น 3 ด้าน จะประกอบด้วยจำนวนจุดต่อ 6,044 จุดต่อ และจำนวนอิลลิเมนต์ 31,533 อิลลิเมนต์



ก) ส่วนประกอบภายในเตาไมโครเวฟของถ่อนำกลั่น 1 ด้าน และถ่อนำกลั่น 3 ด้าน



ข) การแบ่งโมเดลด้วยอิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าของถ่อนำกลั่น 1 ด้าน และถ่อนำกลั่น 3 ด้าน รูปที่ 1 การแบ่งอิลลิเมนต์และจุดต่อของเตาไมโครเวฟ 3 มิติ

3.2 การสร้างสมการของอิลลิเมนต์

การสร้างสมการของแต่ละอิลลิเมนต์ได้ประยุกต์ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักสมการค้าง (method of weighted residuals) ของกัลเลอร์กิน (Galerkin) ซึ่งวิธีนี้ฟังก์ชันน้ำหนักจะมีค่าเท่ากับฟังก์ชันรูปร่าง (shape function) โดยผลลัพธ์ที่ก๊าดได้ ๆ สามารถแสดงได้เป็น

$$T(x,y,z) = T_1N_1 + T_2N_2 + T_3N_3 + T_4N_4 \quad (3)$$

โดยที่ $N_i, i = 1, 2, 3, 4$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์

$T_i, i = 1, 2, 3, 4$ คือผลลัพธ์ของอุณหภูมิในแต่ละจุดต่อ

(1, 2, 3, 4) ของอิลลิเมนต์ ซึ่ง

$$N_i = \frac{1}{6V}(a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \quad (4)$$

และ V คือปริมาตรของรูปทรงสี่หน้าของแต่ละอิลลิเมนต์ ซึ่งหาได้จากทฤษฎีเมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix} \quad (5)$$

โดยเมื่อนำทฤษฎีเมทริกซ์แล้วจะได้ผลลัพธ์ของอุณหภูมิซึ่งแสดงอยู่ในรูปของเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (6) ซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง โดยค่าอุณหภูมิจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งในบทความนี้จะใช้การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราวด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (backward difference) ซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

$$[C]_{m \times m} \left\{ \frac{dT}{dt} \right\}_{m \times 1} + ([K_1] + [K_2])_{m \times m} \{T\}_{m \times 1} = \{Q_0\}_{m \times 1} + \{Q_1\}_{m \times 1} \quad (6)$$

โดยที่

$$[C]_{ms} = \frac{\rho c V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[K_c]_{ms} = \frac{k}{36V} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m) \quad n, m = 1, 2, 3, 4$$

$$[K_s]_{ms} = \frac{hV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\{Q_s\}_{ms} = \frac{hT_s V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\{Q_o\}_{ms} = \frac{OV}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. การแก้ปัญหาในสถานะชั่วคราว

การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราวจะใช้วิธีความสัมพัทธ์เวียนบังเกิด โดยจะมีลักษณะของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับค่า β ที่เลือกใช้ ดังแสดงในสมการที่ (7) โดย Δt คือค่าของช่วงเวลา (time step) โดยที่เมื่อเลือกใช้ $\beta = 0$ จะเป็นวิธีของออยเลอร์ (Euler) ถ้า $\beta = 1/2$ เป็นวิธีของครังก์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson) ถ้า $\beta = 2/3$ เป็นวิธีของกาลอริกิน (Galerkin) และถ้า $\beta = 1$ จะเรียกว่าวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (backward difference) ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลังดังสมการที่ (8) เนื่องจากวิธีนี้รับประกันการเข้าสู่ของผลลัพธ์ และผลลัพธ์จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง [2]

$$\beta \{T\}^{n+1} + (1-\beta) \{T\}^n = \frac{[T]^{n+1} - [T]^n}{\Delta t} \quad (7)$$

$$\{T\}^n = \frac{[T]^{n+1} - [T]^n}{\Delta t} \quad (8)$$

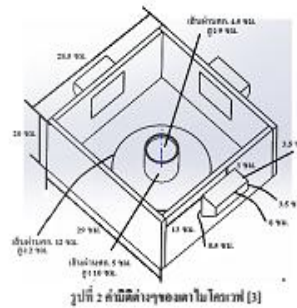
จากการเลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง สมการที่ (6) จึงพัฒนาเป็นสมการที่ (9) จากนั้นแทนค่าสมการที่ (8) ลงในสมการที่ (9) จึงได้ผลลัพธ์ของสมการที่ (10) ในทศนิยมที่เมื่อพิจารณาปัญหาในสถานะชั่วคราว ดังสมการที่ (10)

$$[C] \{T\}^{n+1} + ([K_c] + [K_s]) [T]^{n+1} = ([Q_o] + [Q_s])^{n+1} \quad (9)$$

$$\left(\frac{1}{\Delta t} [C] + [K_c] + [K_s] \right) [T]^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} [C] [T]^n + ([Q_o] + [Q_s])^{n+1} \quad (10)$$

5. พหามิติคอร์ที่ใช้ในการจำลองผล

ค่ามิติต่างๆของคาบในโครเวฟที่ใช้ในการศึกษาแสดงได้ดังรูปที่ 2 โดยมีพหามิติคอร์ที่ใช้ในการจำลองผลแสดงได้ดังตารางที่ 1



ตารางที่ 1 พหามิติคอร์ที่ใช้ในการจำลองผล [3]

วัสดุที่ใช้	k (W/m.K)	C (kJ/kg.K)	ρ (kg/m ³)
คอนกรีต (น้ำ)	0.6	4,187	1000
พอลิเอทิลีน	401	0.381	8960
ฉนวนใยแก้ว	1.05	0.6	2600
เหล็กกล้าโครเวฟ	205	0.896	2700
ภาชนะสแตนเลส (ท่อเหล็ก)	3.03	0.5	1175
อากาศ	0.024	1.10	1.2

โดยที่ค่า T_{∞} เท่ากับ 100 (°C)

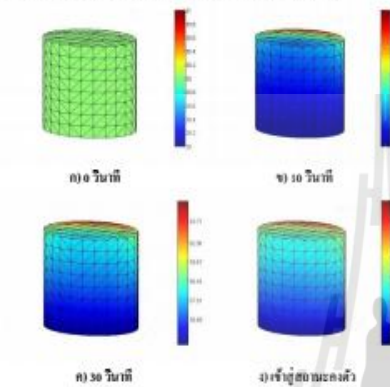
ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนของน้ำ h เท่ากับ 50 (kJ/kg)

ค่าอุณหภูมิเริ่มต้น เท่ากับ 30 (°C)

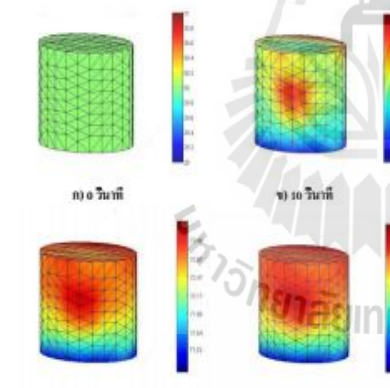
ค่าอุณหภูมิผิวด้านนอกของผนังโครเวฟ เท่ากับ 30 (°C)

6. ผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิในอาหาร

การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ใช้ MATLAB ในการพัฒนาโปรแกรม 3-D FEM สำหรับคำนวณการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในเวลาในโครเวฟ พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของอุณหภูมิที่แปรตามเวลาที่เกิดขึ้นในอาหาร แสดงได้ดังรูปที่ 3 และรูปที่ 4 เมื่อพิจารณาที่หน้าคลื่น 1 ด้าน และ 3 ด้านตามลำดับ ซึ่งค่าที่ได้จากการจำลอง แสดง ได้ดังตารางที่ 2



รูปที่ 3 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ในอาหารเมื่อพิจารณาที่หน้าคลื่น 1 ด้าน



รูปที่ 4 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ในอาหารเมื่อพิจารณาที่หน้าคลื่น 3 ด้าน

ตารางที่ 2 ผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองผล

ผลจากการจำลอง	หน้าคลื่น 1 ด้าน	หน้าคลื่น 3 ด้าน
ส่วนเนื้อขนมพาย	16.48	12.01
ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิ (°C)	82.72	89.60
ค่าอุณหภูมิสูงสุด (°C)	83.02	93.00
เวลาที่เข้าสู่สถานะคงตัว (s)	99.663	51.708

จากรูปที่ 3 และ รูปที่ 4 แสดงผลการกระจายตัวของอุณหภูมิในอาหารแบบมีหน้าคลื่น 1 ด้านและมีหน้าคลื่น 3 ด้านด้วยโดยโปรแกรม FEM แบบ 3 มิติที่พัฒนาขึ้นเอง จะสังเกตเห็นว่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหน้าคลื่น 3 ด้านนั้นจะกระจายตัวเร็วกว่าหน้าคลื่น 1 ด้าน โดยพิจารณาจากส่วนเนื้อขนมพายตรงกลางที่มีค่าต่ำกว่า และอุณหภูมิของอาหารแบบมีหน้าคลื่น 3 ด้านจะมีค่าสูงกว่าและเข้าสู่สภาวะคงตัวได้เร็วกว่า เนื่องจากปริมาณของหน้าคลื่นที่มีจำนวนมากขึ้น

5. สรุป

บทความนี้ได้ศึกษาถึงค่าอุณหภูมิภายในอาหารที่เกิดขึ้นในเวลาในโครเวฟ การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่พัฒนาขึ้นเองด้วยโปรแกรม MATLAB ผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองผล แสดงให้เห็นว่าการกระจายตัวของอุณหภูมิ ค่าความร้อนของอุณหภูมิ และเวลาที่อุณหภูมิเข้าสู่สถานะคงตัวของอาหารที่เกิดขึ้นในหน้าคลื่น 3 ด้านนั้นจะมีค่าต่ำกว่าหน้าคลื่นแบบ 1 ด้านตามปริมาณของหน้าคลื่นที่มีจำนวนมากขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- [1] สุกัญญา ทัฬหศรี. (2555). การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิรอบสายส่งกำลังไฟฟ้าแรงสูงด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์. วิทยานิพนธ์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ วิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
- [2] M.A. Jabbar, H.N. Phyu, Z.J. Liu, and C. Bi. "Modeling and numerical simulation of a brushless permanent-magnet dc motor in dynamic conditions by time-stepping technique," *IEEE Transactions on Industrial Applications*, Vol. 40, No. 3, pp. 763-769, 2004.
- [3] Dahl, C. A., Matthews, M. E., and Lund, D. B. (1981). Effect of Microwave heating in cook-chill food service system. *Journal of the American Dietetic Association*. 79(3), 296-301.

Electrical Chock Dangerous for Human in Flooding Situation

Kiattisak Batsungnoen*, Padej Pao-la-or** & Issaraporn Amornsawatwattana***

*School of Occupational Health and Safety, Institute of Medicine, Suranaree University of Technology, THAILAND.
E-Mail: kiattisak{at}sut{dot}ac{dot}th

**School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, THAILAND.
E-Mail: padej{at}sut{dot}ac{dot}th

***School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, THAILAND.
E-Mail: issaraporn5640386{at}gmail{dot}com

Abstract—The aim of this study is presentation a mathematical model of electric potentials expressed in terms of derivatives. To determine a safe distance from electric shock in case of flood, an analysis of distribution electric potentials, which contribute to an amount of electric current flowing to the human body upon its contact to water, was carried out throughout the test areas. Various distances, ranging from 0.3 to 10 meters of 220 volt electric sources under water to the human body were studied. A computer simulation using Finite Element Method was developed through MATLAB's PDE toolbox for solving two-dimensional problems. The simulation offers graphic displays of distribution electric potentials for the calculation of the average amount of electric current flowing to the human body and health effect in case of flooding. In conclusion from this research was the dangerous of electric chock with in human body it depends on distance from electric source and level of flooding. Therefore, for the human safety should be away from electrical source more than 3 meter at 90 centimeters of flooding and more than 4 meters in the water level is 120 centimeters.

Keywords—Electric Current Flowing to Body; Electrical Dangerous in Flooding; Electrical Effect to Human in Flooding; Electrical Flooding Simulation; Electrical Safety; Finite Element Method.

Abbreviations—Finite Element Method (FEM); Partial Differential Equation (PDE).

I. INTRODUCTION

IN the past decade, Thailand has encountered a considerable number of floods. The National Statistics Office of Thailand reveals that in 2011 sixty-one provinces were hit by floods with 5.3 million houses under water and 17.6 million people impacted. The most seriously hit area were 18 provinces in the Central region of the country with 1,536,300 houses damaged and 5.2 million people affected [National Statistical Office, 2011]. On average, the height of the flood was 89 centimeters with the duration of 27 days. Moreover, it was discovered that 26.2 percent of the affected houses were under flooding for over 60 days; 19% of them were under 120 centimeters of flood water. Also, around 8.1% of people in the affected areas faced health problems, and 0.3% of them were killed, partially due to electric shock. This information, therefore, inspired the researcher to conduct a study on amount of electric current flowing to the human body upon contact to water. The main purpose of the study was to determine safe distance from electric shock to avoid electrical hazards in case of flood.

Normally, human body have the resistance of electric current [National Institute for Occupational Safety and Health, 2002; Prevention Strategies for Electrical Hazards, 2008] for example dry skin electric resistance equal to 100,000 – 600,000 ohms, if human body contact water (wet skin) electric resistance decrease to 1,000 ohms. The severity of injury from electrical shock depends on the amount of electrical current and the length of time the current passes through the body. The effects of electrical current on the human body as following table 1.

Table 1: Effects of Electrical Current on the Body [Prevention Strategies for Electrical Hazards, 2008]

Current	Reaction and Health Effect
1 milliamp	Just a faint tingle.
5 milliamps	Slight shock felt. Disturbing, but not painful. Strong involuntary movements can cause injuries.
6–25 milliamps (women) 9–30 milliamps (men)	Painful shock. Muscular control is lost. It may not be possible to "let go."
50–150 milliamps	Extremely painful shock, respiratory arrest (breathing stops), severe muscle contractions. Flexor muscles may cause holding on; extensor muscles may cause intense pushing away. Death is possible.

Finite Element Method (FEM) is a popular calculation method for numerical solution of partial differential equations. With higher speed and larger memory storage of the computer, FEM can now be performed more easily and faster. In the present, FEM has been broadly applied to simulations in almost all fields of science; therefore, this calculation technique was employed to this study.

II. OBJECTIVE OF THIS STUDY

- To study the amount of electric current and human effect at Different Distances when Electric Sources and the Human Body into Water
- To recommendation a safe distance from an electric source to prevent electric current induction to the body upon its contact to water.

III. MATERIAL AND METHOD

The present research was an experimental study for simulations of distribution electric potentials around flood areas, which contribute to electric current induction to the human body, at different distances. Moreover, it was intended to investigate a safe distance from an electric source to prevent electric shock upon the body's contact with water. This study was conducted to the samples of Thai people with an average height of 170 centimeter [The Result of Thai Anthropometry]. Flood water with the depth of 90 and 120 centimeters respectively. The electric sources with 30 centimeter height from ground. The voltage used in the study was 220 volts. The resistance of the human body when wet was 1,000 ohms and the resistance of the flood water was 1,000,000 ohms.

3.1. Study Instruments

Using Finite Element 2 Dimensions this is developed from PDEtool of MATLAB toolbox and mathematical models of electric potential shown in terms of Poisson's equation [Chari & Salon, 2000; Bhatti, 2006] as following.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial U}{\partial y} \right) = -\rho$$

when U is electric potential, ϵ is electric permittivity as $\epsilon_0 \epsilon_r$, where ϵ_0 is the coefficient of permittivity of vacuum (8.854e-12 F/m) and ϵ_r is the relative permittivity that varies among different dielectrics (1.0 in air, 80.0 in water, and 58.3 in human), and ρ is electric charge density (assumed is zero) [Pao-la-or et al., 2006; 2010].

3.2. Study Methods [Kattan, 2007; Lewis et al., 2004]

1. The flood areas to be studied were located on MATLAB's PDE Tool for the simulations with the following parameters: human body height at 170 centimeters, flood water height at 90 and 120 centimeters. The distance of electric plugs from

ground at 30 centimeter. The distance from the electric source to the human body varied from 30 centimeters to 10 meters as illustrated in the figure 1.

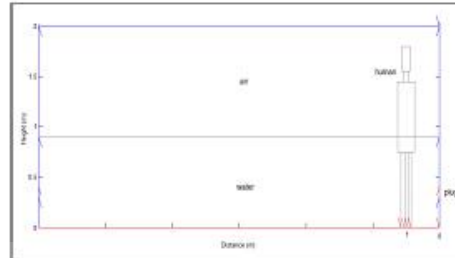


Figure 1: The Parameter for this Study

2. Boundary elements of the simulation areas were assigned with distances of the human body to the electric source ranging from 30 centimeters to 10 meters as following figure 2.

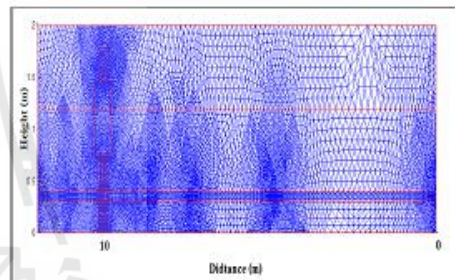


Figure 2: Boundary Elements of the Simulation Areas

3. After that, boundary conditions were assigned with the voltage of the electric source being 220 volts and the ground being 0 volt.
4. Next, simulations of distribution voltages around the testing flood areas were performed for the calculation of average electric current induced to the human body. The resistance of the human body when wet was set at 1,000 ohms while that of the flood water was at 1,000,000 ohms. Electric hazards to the human body were recorded at different distances of electric current induction.
5. A safe distance for operation with electric appliances in case of flood was determined.

IV. RESULTS

The graphics shows the simulation result of electric potential at the water level 90 centimeters using MATLAB's PDE tool as illustrated in figure 3. The maximum voltage at the electric plug was 220 volts whereas the ground voltage was at 0 volt constantly; and less distribution electric potentials were observed at longer distances of the human body to the plug.

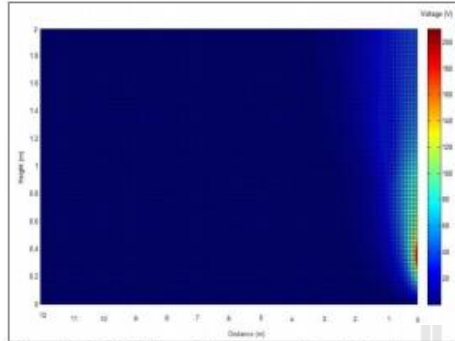


Figure 3: The Distribution of Electric Potentials at 90 Centimeters of Flooding

The results of distribution of electric potentials at distances ranging from 1 to 10 meters of the human body to the electric source and the flooding level at 90 centimeters. The calculated for average amount of electric current induced to the human body effect as shown in table 2. This table illustrates the average volume of electric current affecting human body. The experiment has been designed to perform under a water level at 90 centimeters and distance between 1 and 10 meters. At 1 meter, human will obtain 25.20 mA and get painful shock as well as loss of muscular control. Human can slight shock felt at 2 meters. There is just a faint tingle at distance more than 3 meters.

Table 2: The Average of Electric Current from 1 to 10 Meters Distances at 90 Centimeters of Water Level

Distance (m.)	Current (mA)	Reaction and Health Effect
1	25.20	Painful shock, Muscular control is lost
2	4.90	Slight shock felt
3	0.95	Just a faint tingle
4	0.20	
5	0.043	
6	0.0093	
7	0.0021	
8	0.0005	
9	0.0001	
10	0.00003	

However, the researcher studied the nearly distance from electric source and human between 0.3 to 100 centimeters, the result as shown in table 3. This table shows the effect of human body obtained electric current at water level 90 centimeter and distance 30 – 100 centimeters. Painful shock and lack of muscular control occurs when human is far away from source of current between 80 and 100 centimeters. The most dangerousness can happen if a person is at 30 – 60 centimeter from test area.

Table 3: The Average of Electric Current from 30 to 100 Centimeters Distances at 90 Centimeters of Water Level

Distance (cm.)	Current (mA)	Reaction and Health Effect
30	69.90	Extremely painful shock, respiratory arrest, Death is possible.
40	60.10	
50	54.10	
60	47.30	
70	40.50	Painful shock, respiratory arrest
80	34.80	Painful shock, Muscular control is lost
90	29.70	
100	25.20	

In addition, the research interested in the high level of flooding at 120 centimeters the result as shown in figure 4. The maximum voltage at the electric plug was 220 volts whereas the ground voltage was at 0 volt constantly.

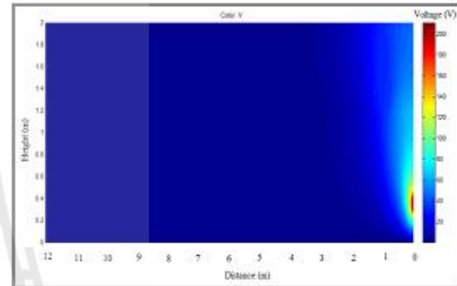


Figure 4: The Distribution of Electric Potentials at 120 Centimeters of Flooding

The results of distribution of electric potentials at distances ranging from 1 to 10 meters of the human body to the electric source and the flooding level at 120 centimeters. The calculated for average amount of electric current induced to the human body effect as shown in table 4. At 1 meter, human will obtain 48.70 mA and human effect was extremely painful shock, respiratory arrest, Death is possible. Human can painful shock, Muscular control is lost at 2 to 3 meters. At 3 meter slightly shock is occur.

Table 4: The Average of Electric Current from 1 to 10 Meters Distances at 120 Centimeters of Water Level

Distance (m.)	Current (mA)	Reaction and Health Effect
1	48.7	Extremely painful shock, respiratory arrest, Death is possible.
2	27.8	Painful shock, Muscular control is lost
3	7.90	
4	2.20	Slight shock felt
5	0.60395	Just a faint tingle
6	0.16623	
7	0.045703	
8	0.012559	
9	0.0034507	
10	0.00094952	

Moreover, at 120 centimeters of flooding the distance less than 1 meter from electric source human will obtain extremely painful shock, respiratory arrest, and death is possible, the result as following table 5.

Table 5: The Average of Electric Current from 30 to 100 Centimeters Distances at 120 Centimeters of Water Level

Distance (cm.)	Current (mA)	Reaction and Health Effect
30	59.2	Extremely painful shock, respiratory arrest, Death is possible.
40	51.8	
50	48.8	
60	44.2	
70	39.4	
80	35.2	
90	31.4	
100	28.7	

The compare the average of electric current at different level of flooding between 90 and 120 centimeter as shown in figure 5. At 90 centimeters of water level human will safety from electric chock if they away more than 3 meters from electrical source whereas, 120 centimeters will safety if more than 4 meters.

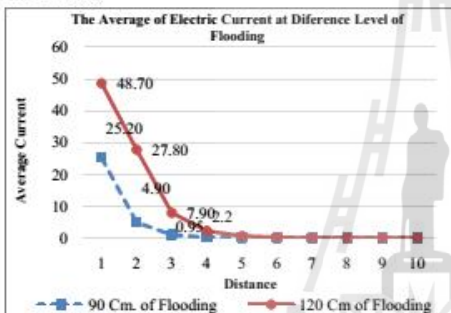


Figure 5: The Average of Electric Current at Difference Level of Flooding

V. CONCLUSION

In the case of flooding if human contact 220 volt of electrical source in various distances. The result can concluded that the less distance from electrical source to human is dangerous than long distance. At 90 centimeters of flooding level, at 3 meter the effect just a faint tingle, 2 meter is slight shock felt, 1 meter is painful shock, muscular control is lost and less than 60 centimeter is extremely painful shock, respiratory arrest, death is possible. Furthermore, at 120 centimeters of water level the result shown that, at distance from electric source less than 1 meter dead is possible while, the distances more than 4 meters human will safety. In summarized from this research was the dangerous of electric chock with in human body it depends on distance from electric source and level of flooding. Therefore, for the human safety should be away from electrical source more than 3 meter at 90 centimeters of flooding and more than 4 meters in the water level is 120 centimeters.

REFERENCES

- [1] M.V.K. Chari & S.J. Salon (2000), "Numerical Methods in Electromagnetism", Academic Press, USA.
- [2] National Institute for Occupational Safety and Health (2002), "Electrical Safety", Department of Health and Human Service, Center for Disease Control and Prevention.
- [3] R.W. Lewis, P. Nithiarasu & K.N. Seetharamu (2004), "Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow", John Wiley & Sons, USA.
- [4] M.A. Bhatti (2006), "Advanced Topics in Finite Element Analysis of Structures", John Wiley & Sons, USA.
- [5] Pao-la-or, T. Kulworawanichpong, S. Sujitjorn & S. Peaiyoung (2006), "Distributions of Flux and Electromagnetic Force in Induction Motors: A Finite Element Approach", WSEAS Transactions on Systems, Vol. 5, No. 3, Pp. 617-624.
- [6] P.I. Kattan (2007), "MATLAB Guide to Finite Elements (2nd Edition)", Springer Berlin Heidelberg, USA.
- [7] Prevention Strategies for Electrical Hazards (2008), © 2008 National Safety Council.
- [8] P. Pao-la-or, A. Isaramongkolrak & T. Kulworawanichpong (2010), "Finite Element Analysis of Magnetic Field Distribution for 500-kV Power Transmission Systems", Engineering Letters, Vol. 18, No. 1, Pp.1-9.
- [9] National Statistical Office (2011), "The Survey of Households Victims in Flooding Areas during July to December 2011", National Statistical Office, Ministry of Information and Communication Technology, Thailand.
- [10] The Result of Thai Anthropometry, National Science and Technology Development Agency (NSTDA), Thailand.



Kiattisak Batsungnoen is a lecturer of the School of Occupational Health and Safety, Institute of Medicine, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima, THAILAND. His fields of research interest include occupational health and safety, industrial hygiene and safety, occupational and environmental medicine, occupational health and safety management and ergonomics. He received B.Sc. in occupational health and safety from Suranaree University of Technology, Thailand (2004), Ms.C in Industrial Hygiene and safety from Mahidol University, Thailand (2007).



Padej Pao-la-or is an assistant professor of the School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima, THAILAND. He received B.Eng. (1998), M.Eng. (2002) and D.Eng. (2006) in Electrical Engineering from Suranaree University of Technology, Thailand. His fields of research interest include a broad range of power systems, electrical drives, FEM simulation and artificial intelligent techniques. He has joined the school since December 2005 and is currently a member in Power System Research, Suranaree University of Technology.



Issaraporn Amornsawatwattana is a pursuing master degree of the School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima, THAILAND. She received B.Eng. (2013) in Electrical Engineering from Suranaree University of Technology, Thailand. Her fields of research interest include a broad range of power systems and FEM simulation.

ISFAS-387

A Study of Amount of Electric Current Flowing Through the Human Body and Health Effect at Different Distances: A Case Study of Contacts of Electric Sources and the Human Body into Water

Kiattisak Batsungnoen^{a*}, Padej Pao-la-or^b and Issaraporn Amornsawatwattana^b

^a School of Occupational Health and Safety, Institute of Medicine

^b School of Electrical Engineering, Institute of Engineering

Suranaree University of Technology

111 University Ave. Muang District, Nakhonratchasima, 30000, Thailand

*Corresponding Author: kiattisak@sut.ac.th

ABSTRACT

This article presents a mathematical model of electric potentials expressed in terms of derivatives. To determine a safe distance from electric shock in case of flood, an analysis of distribution electric potentials, which contribute to an amount of electric current flowing to the human body upon its contact to water, was carried out throughout the test areas. Various distances, ranging from 1 meter to 10 meter of 220 volt electric sources under water to the human body were studied. A computer simulation using Finite Element Method was developed through MATLAB's PDE toolbox for solving two-dimensional problems. The simulation offers graphic displays of distribution electric potentials for the calculation of the average amount of electric current flowing to the human body and health effect in case of flooding. From the result shown that the less distance from electrical source to human is dangerous than long distance. At more than 3 meter the effect just a faint tingle, 2 meter is slight shock felt, 1 meter is painful shock, muscular control is lost and less than 60 centimeter is extremely painful shock, respiratory arrest and death is possible. Therefore, for the human safety should be away from electrical source more than 3 meter.

Keyword: Electrical Safety, Health effect to electrical into water

1. Introduction

In the past decade, Thailand has encountered a considerable number of floods. The National Statistics Office of Thailand reveals that in 2011 sixty-one provinces were hit by floods with 5.3 million houses under water and 17.6 million people

impacted. The most seriously hit area were 18 provinces in the Central region of the country with 1,536,300 houses damaged and 5.2 million people affected [1]. On average, the height of the flood was 89 centimeter with the duration of 27 days. Moreover, it was discovered that 26.2% of the affected houses were under flood for over 60 days; 19% of them were under 120 cm of flood water. Also, around 8.1% of people in the affected areas faced health problems, and 0.3% of them were killed, partially due to electric shock. This information, therefore, inspired the researcher to conduct a study on amount of electric current flowing to the human body upon contact to water. The main purpose of the study was to determine safe distance from electric shock to avoid electrical hazards in case of flood.

Normally human body have the resistance of electric current [2,3] for example dry skin electric resistance equal to 100,000 – 600,000 ohms, if human body contact water (wet skin) electric resistance decrease to 1,000 ohms. The severity of injury from electrical shock depends on the amount of electrical current and the length of time the current passes through the body. The effects of electrical current on the human body as following table 1.

Table 1: Effects of Electrical Current on the Body [3]

Current	Reaction and Health Effect
1 milliamp	Just a faint tingle.
5 milliamps	Slight shock felt. Disturbing, but not painful. Most people can "let go." However, strong involuntary movements can cause injuries.
6–25 milliamps (women) 9–30 milliamps (men)	Painful shock. Muscular control is lost. This is the range where "freezing currents" start. It may not be possible to "let go."
50–150 milliamps	Extremely painful shock, respiratory arrest (breathing stops), severe muscle contractions. Flexor muscles may cause holding on; extensor muscles may cause intense pushing away. Death is possible.

Finite Element Method (FEM) is a popular calculation method for numerical solution of partial differential equations. With higher speed and larger memory storage of the computer, FEM can now be performed more easily and faster. In the present, FEM has been broadly applied to simulations in almost all fields of science; therefore, this calculation technique was employed to this study.

2. Objective of This Study

1. To study the amount of electric current and human effect at Different Distances when Electric Sources and the Human Body into Water
2. To recommendation a safe distance from an electric source to prevent electric current induction to the body upon its contact to water.

3. Material and Method

The present research was an experimental study for simulations of distribution electric potentials around flood areas, which contribute to electric current induction to the human body, at different distances. Moreover, it was intended to investigate a safe distance from an electric source to prevent electric shock upon the body's contact with water. This study was conducted to the samples of Thai people with an average height of 170 centimeter [4], flood water with the depth of 90 centimeter, and electric sources with 30 centimeter height from ground. The voltage used in the study was 220 volts. The resistance of the human body when wet was 1,000 ohms; and the resistance of the flood water was 1,000,000 ohms.

3.1 Study Instruments

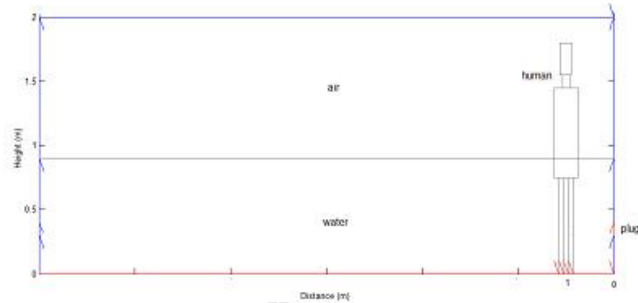
Using Finite Element 2 Dimension this is developed from PDEtool of MATLAB toolbox and mathematical models of electric potential shown in terms of Poisson's equation [5] as following.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon \frac{\partial U}{\partial y} \right) = -\rho$$

when U is electric potential, ε is electric permittivity as $\varepsilon_0 \varepsilon_r$, where ε_0 is the coefficient of permittivity of vacuum (8.854×10^{-12} F/m) and ε_r is the relative permittivity that varies among different dielectrics (1.0 in air, 80.0 in water, and 58.3 in human), and ρ is electric charge density (assumed is zero)

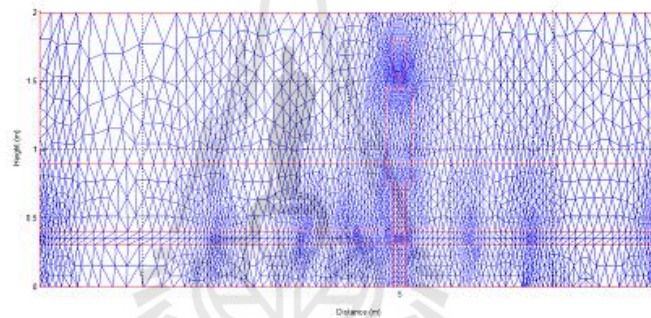
3.2 Study Methods

1. The flood areas to be studied were located on MATLAB's PDETool for the simulations with the following parameters: human body height at 170 centimeter, food water height at 90 centimeter, and the distance of electric plugs from ground at 30 centimeter. The distance from the electric source to the human body varied from 1 meter to 10 meter as illustrated in the picture1.



Picture 1: the parameter for this study

2. Boundary elements of the simulation areas were assigned with distances of the human body to the electric source ranging from 1 – 10 m as following picture2.



Picture2: Boundary elements of the simulation areas

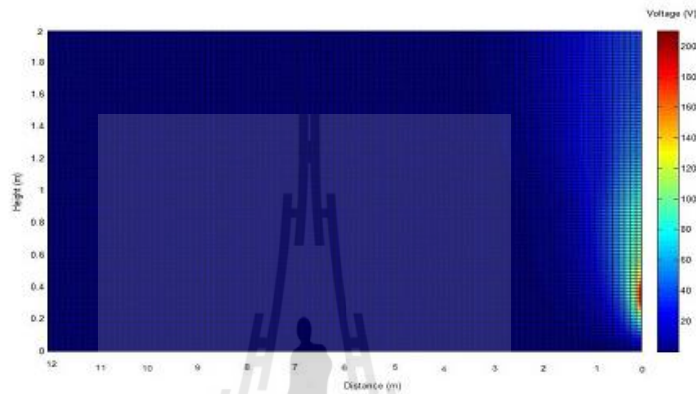
3. After that, boundary conditions were assigned with the voltage of the electric source being 220 volts and the ground being 0 volt.

4. Next, simulations of distribution voltages around the testing flood areas were performed for the calculation of average electric current induced to the human body. The resistance of the human body when wet was set at 1,000 ohms while that of the flood water was at 1,000,000 ohms. Electric hazards to the human body were recorded at different distances of electric current induction.

5. A safe distance for operation with electric appliances in case of flood was determined.

4. Results

The graphics of electric potentials of the simulations using MATLAB's PDEtool as illustrated in Picture 3. At 1 meter distance of the human body from the electric source. According to the graphics, the maximum voltage at the electric plug was 220 volts whereas the ground voltage was at 0 volt constantly; and less distribution electric potentials were observed at longer distances of the human body to the plug.



Picture 3 The distribution of electric potentials

The results of distribution of electric potentials at distances ranging from 1 to 10 meter of the human body to the electric source were calculated for average amount of electric current induced to the human body effect as shown in table 2.

Table 2: The average amount of electric current and human body effect from 1 to 10 meter

Distance (m.)	Current (mA)	Reaction and Health Effect
1	25.20	Painful shock, Muscular control is lost
2	4.90	Slight shock felt
3	0.95	Just a faint tingle
4	0.20	
5	0.043	
6	0.0093	
7	0.0021	
8	0.0005	
9	0.0001	
10	0.00003	

However, the researcher to study the distances is nearly from electric source and human from 30 centimeter to 100 centimeter the result as shown in table 3.

Table 3: The average amount of electric current and human body effect from 30 centimeter to 100 centimeter

Distance (cm.)	Current (mA)	Reaction and Health Effect
30	69.90	Extremely painful shock, respiratory arrest, Death is possible.
40	60.10	
50	54.10	
60	47.30	
70	40.50	painful shock, respiratory arrest
80	34.80	Painful shock, Muscular control is lost
90	29.70	
100	25.20	

5. Conclusion

In the case of flooding if human contact 220 volt of electrical source in various distances. The result can concluded that the less distance from electrical source to human is dangerous than long distance. At more than 3 meter the effect just a faint tingle, 2 meter is slight shock felt, 1 meter is painful shock, muscular control is lost and less than 60 centimeter is extremely painful shock, respiratory arrest, death is possible. Therefore, for the human safety should be away from electrical source more than 3 meter.

REFERENCES

1. The survey of households victims in flooding areas during July to December 2011, National Statistical Office, Ministry of Information and Communication Technology, Thailand, 2011
2. National Institute for Occupational Safety and Health, "Electrical Safety", Department of Health and Human Service, Center for Disease Control and Prevention, 2002.
3. Prevention Strategies for Electrical Hazards, © 2008 National Safety Council
4. The Result of Thai Anthropometry, National Science and Technology Development Agency (NSTDA), Thailand
5. M.V.K. Chari and S.J. Salon, Numerical Methods in Electromagnetism, Academic Press, USA, 2000.



ประวัติผู้เขียน

นางสาวอิสราภรณ์ อมรสวัสดิ์พัฒนา เกิดเมื่อวันที่ 23 สิงหาคม 2533 ที่โรงพยาบาลวชิระ กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนสิงห์บุรี อำเภอเมือง จังหวัดสิงห์บุรี เมื่อ พ.ศ. 2552

และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมาเมื่อ พ.ศ. 2556 ภายหลังจากศึกษาได้เข้าศึกษาต่อระดับปริญญาโทสาขาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี โดยขณะศึกษาได้ปฏิบัติงานเป็นผู้ช่วยสอนปฏิบัติการต่างๆของสาขาวิศวกรรมไฟฟ้าสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี มีผลงานตีพิมพ์คั้งปรากฏรายละเอียดในภาคผนวก ก

