



รายงานการวิจัย

การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์กระแสตรง  
ไร้แปรงถ่านในฮาร์ดดิสก์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์  
(Analysis for Magnetic Field and Mechanical Vibration of Brushless DC  
Motor in Hard Disk by Using Finite Element Method)

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจาก  
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว



## รายงานการวิจัย

การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์กระแสตรง  
ไร้แปรงถ่านในฮาร์ดดิสก์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์  
(Analysis for Magnetic Field and Mechanical Vibration of Brushless DC  
Motor in Hard Disk by Using Finite Element Method)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผู้ร่วมวิจัย

นายสัมฤทธิ์ จันทะนา

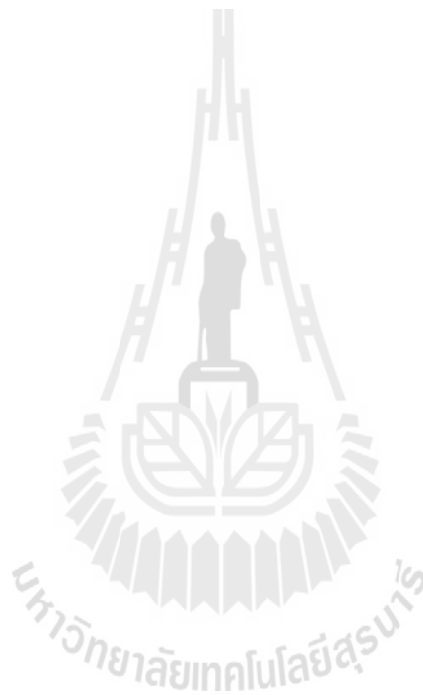
ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2555

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

พฤษภาคม 2556

## กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ได้สนับสนุนทุนวิจัยสำหรับโครงการนี้ โดยการวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ 2555



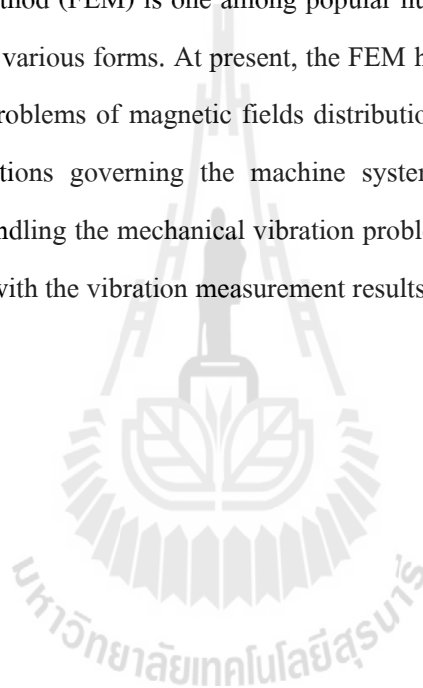
## บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและการสั้นสะเทือนทางกลของมอเตอร์กระแสตรงไร้แปรงถ่านหรือสปินเดิลมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ โดยใช้แบบจำลองที่อยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สอง โดยใช้คอมพิวเตอร์ในการประมวลผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ เมื่อพิจารณางานที่ขึ้นกับเวลา เพื่อจำลองผลการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กตลอดพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์กระแสตรงไร้แปรงถ่าน ซึ่งค่าสนามแม่เหล็กนี้จะทำให้เกิดแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระจายอยู่บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์อันเป็นตัวการที่ทำให้เกิดการสั้นสะเทือน ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์เป็นวิธีการแก้สมการเชิงตัวเลข ในรูปแบบสมการที่มีความซับซ้อนที่ได้รับความนิยมอีกวิธีหนึ่ง และได้มีการนำวิธีการดังกล่าวมาใช้ในงานทางวิศวกรรมอย่างกว้างขวาง แม้กระทั่งใช้ในการจำลองผลการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กนี้ วิธีไฟไนท์อีลิเมนต์สามารถแก้ปัญหาสมการของแมกเวลล์ที่ปรากฏในแบบจำลองของเครื่องจักรกล งานวิจัยนี้ได้นำประโยชน์ของวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์มาใช้ในการแก้ปัญหาค่าการสั้นสะเทือนทางกลของมอเตอร์กระแสตรงไร้แปรงถ่าน ผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองผลตรวจสอบความถูกต้องกับผลการวัดการสั้นสะเทือน ซึ่งผลที่ปรากฏมีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน



## ABSTRACT

This research presents a set of mathematical model of magnetic fields and mechanical vibration in a brushless dc motor (BLDCM) or spindle motor of computer hard disk drive (HDD) by using a set of second-order partial differential equations. Computer-based simulation utilizing the two-dimensional time stepping finite element method is exploited as a tool for visualizing magnetic fields distribution through the cross-sectional area of a BLDCM. The equations such that the solutions of electromagnetic forces across the motor cross sectional area causing vibration could be studied. Finite Element Method (FEM) is one among popular numerical methods that is able to handle problem complexity in various forms. At present, the FEM has been widely applied in most engineering fields. Even for problems of magnetic fields distribution, the FEM is able to estimate solutions of Maxwell's equations governing the machine systems. This research utilizes the advantages of the FEM for handling the mechanical vibration problem in BLDCM. The simulation results show good agreement with the vibration measurement results.



## สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ.....	ก
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ค
สารบัญ.....	ง
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญรูป.....	ซ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น.....	3
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	3
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	3
1.6 การจัดรูปเล่มรายงานการวิจัย.....	3
บทที่ 2 การคำนวณสนามแม่เหล็กของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	5
2.1 บทนำ.....	5
2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กของมอเตอร์กระแสตรง ไร้แปรงถ่าน.....	5
2.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	7
2.3.1 การแบ่งเอลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา.....	7
2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์.....	8
2.3.3 การสร้างสมการของเอลิเมนต์.....	9
2.3.4 การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราว.....	17
2.3.5 การประกอบสมการเอลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ.....	18
2.3.6 การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย.....	18
2.3.7 ค่าความค่าตัวแปรอื่นที่ต้องการ.....	19
2.4 สรุป.....	19
บทที่ 3 การคำนวณการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	20
3.1 บทนำ.....	20

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.2 การคำนวณการสันสะเทือนของมอเตอร์กระแสตรงไร้แปรงถ่าน ในฮาร์ดดิสก์โดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์.....	20
3.2.1 การแบ่งอิลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา.....	20
3.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในและสมการของอิลิเมนต์.....	22
3.3 การหาผลเฉลยสำหรับการสันสะเทือน.....	28
3.4 สรุป.....	31
บทที่ 4 โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสันสะเทือนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์.....	32
4.1 บทนำ.....	32
4.2 พารามิเตอร์ของมอเตอร์.....	32
4.3 การคำนวณกระแสของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์.....	34
4.3.1 แบบจำลองทางไฟฟ้าของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์.....	34
4.3.2 แบบจำลองทางกลของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์.....	35
4.3.3 การคำนวณกระแสของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์.....	36
4.4 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล.....	41
4.4.1 โปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก.....	41
4.4.2 โปรแกรมคำนวณการสันสะเทือน.....	45
4.5 สรุป.....	50
บทที่ 5 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กและการสันสะเทือนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ พร้อมเปรียบเทียบกับผลทดสอบ.....	51
5.1 บทนำ.....	51
5.2 ผลและอภิปรายผลการกระจายสนามแม่เหล็ก.....	51
5.3 ลักษณะการจำลองผลการสันสะเทือนและการวัดทดสอบ.....	57
5.4 ผลและอภิปรายผลการสันสะเทือน.....	58
5.5 การเปรียบเทียบผลการสันสะเทือนที่ได้จากการจำลองผลและการวัดทดสอบ.....	60
5.6 สรุป.....	62
บทที่ 6 สรุปและข้อเสนอแนะ.....	63
6.1 สรุป.....	63
6.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต.....	64

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บรรณานุกรม.....	65
ภาคผนวก	
การเผยแพร่ผลงานวิจัย.....	70
ประวัติผู้วิจัย.....	71





สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1 พารามิเตอร์ทางไฟฟ้าและทางกลของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์.....	32



## สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 มอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์และขนาดในหน่วยมิลลิเมตร.....	7
2.2 การแบ่งอิลิเมนต์และจุดต่อบนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์.....	8
3.1 มอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์และขนาดในหน่วยมิลลิเมตร.....	21
3.2 การแบ่งอิลิเมนต์และจุดต่อของมอเตอร์.....	21
3.3 อิลิเมนต์สามเหลี่ยมเมื่อพิจารณาขนาดปีกคางกว้าง.....	23
3.4 อิลิเมนต์สามเหลี่ยมเมื่อพิจารณาขนาดปีกคางเฉพาะถิ่น.....	24
3.5 แผนภูมิการคำนวณการสั้นสะเทือนในมอเตอร์.....	30
4.1 การพันขดลวดสเตเตอร์ของกระแสในแต่ละเฟส.....	34
4.2 องค์ประกอบของเครื่องจักรกลไฟฟ้าอ้างอิงในระนาบสามเฟส.....	35
4.3 แบบจำลองทางกลของมอเตอร์กระแสตรงไว้แปร่งถ่านในฮาร์ดดิสก์.....	35
4.4 กราฟแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงแต่ละเฟสเทียบกับเวลา.....	37
4.5 กราฟแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงเฟส $a$ เทียบกับเวลาเมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่.....	37
4.6 กราฟแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงและแรงดันต้านกลับเทียบกับเวลา.....	38
4.7 กราฟแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงและแรงดันต้านเฟส $a$ กลับเทียบกับเวลา เมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่.....	38
4.8 กราฟกระแสเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้จากการคำนวณ.....	39
4.9 กราฟกระแสเฟส $a$ เปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้จากการคำนวณ เมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่.....	39
4.10 กราฟอัตราเร็วเชิงมุมเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้จากการคำนวณ.....	40
4.11 กราฟมุมที่มอเตอร์หมุนเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้จากการคำนวณ.....	40
4.12 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก.....	42
4.13 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณการสั้นสะเทือน.....	46
5.1 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา.....	52
5.2 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 45 องศา.....	52
5.3 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 90 องศา.....	53

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.4 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 135 องศา.....	53
5.5 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 180 องศา.....	54
5.6 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 225 องศา.....	54
5.7 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 270 องศา.....	55
5.8 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 315 องศา.....	55
5.9 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 360 องศา.....	56
5.10 ตำแหน่งการวัดทดสอบบนมอเตอร์ที่ถูกต้อง.....	58
5.11 ตำแหน่งการจำลองของการกระจัดตรงตำแหน่งส่วนโครงสร้างเตเตอร์ของมอเตอร์.....	59
5.12 ผลการจำลองการกระจัดตามแนวแกนรัศมีเทียบกับเวลาของมอเตอร์.....	59
5.13 ผลการจำลองการกระจัดของมอเตอร์เมื่อมอเตอร์เข้าสู่สภาวะคงตัว.....	61
5.14 การกระจัดของมอเตอร์ที่ได้จากการวัดจริงของมอเตอร์เมื่อมอเตอร์เข้าสู่สภาวะคงตัว.....	61

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย

การสั่นสะเทือน คือปรากฏการณ์ของการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาของวัตถุจากอิทธิพลของแรงกระทำ ซึ่งอาจเป็นแรงกระทำจากภายในที่ก่อให้เกิดการสั่นสะเทือนแบบอิสระ (free vibration) โดยสั่นด้วยความถี่ธรรมชาติ ซึ่งอาจจะมีค่าเดียวหรือหลายค่าก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของระบบ หรือเป็นแรงกระทำจากภายนอกที่ก่อให้เกิดการสั่นสะเทือนแบบบังคับ (forced vibration) โดยสั่นด้วยความถี่เท่ากับค่าของความถี่ของแรงภายนอกที่มากระทำ และถ้าความถี่ของแรงที่มากระทำเท่ากับค่าของความถี่ธรรมชาติจะทำให้เกิดปรากฏการณ์เรโซแนนซ์ (resonance) นั่นคือขนาดของการสั่นสะเทือนจะถูกขยายขึ้นจนทำให้เกิดความเสียหายแก่ระบบได้ โดยทั่วไปการสั่นสะเทือนมักเป็นสิ่งที่ไม่ต้องการแต่หลีกเลี่ยงไม่ได้ อย่างดีที่สุดคือพยายามจำกัดขนาดของการสั่นสะเทือนให้อยู่ภายในขอบเขตที่ยอมรับได้ สำหรับมอเตอร์กระแสตรงไร้แปรงถ่าน (brushless DC motor: BLDCM) ในฮาร์ดดิสก์ซึ่งทำหน้าที่ในการหมุนดิสก์หรือที่เรียกอีกชื่อหนึ่งว่าสปินเดิลมอเตอร์ (spindle motor) การสั่นสะเทือนอาจเกิดจากการออกแบบและการผลิตที่ไม่ได้มาตรฐาน ความเสื่อมสภาพตามอายุการใช้งาน ธรรมชาติของเทคโนโลยีการขับเคลื่อน หรือเกิดจากปัจจัยภายนอกอื่น ๆ ซึ่งสาเหตุต่าง ๆ เหล่านี้ย่อมส่งผลกระทบต่อการทำงานของตัวที่ไม่สมดุลของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์ แล้วส่งผลให้เกิดการสั่นสะเทือนขึ้น ทำให้มีการสูญเสียทางกล สมรรถนะในการทำงานและอายุการใช้งานของมอเตอร์ลดลง อย่างไรก็ตาม ณ ปัจจุบันสำหรับประเทศไทย ปัญหาเรื่องการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ซึ่งเป็นส่วนประกอบที่สำคัญของคอมพิวเตอร์และใช้กันอย่างแพร่หลาย คงยังถูกมองข้ามและขาดการเอาใจใส่อย่างจริงจัง

ปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ส่วนใหญ่ สามารถใช้การอธิบายด้วยสมการอนุพันธ์ (differential equation) หรือสมการอินทิกรัล (integral equation) สมการอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation: PDE) บางรูปแบบอาจหาผลเฉลยแม่นยำตรงได้ยากหรือทำไม่ได้ จึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณนั้นมีหลายวิธี วิธีที่ได้รับความนิยมกันอย่างกว้างขวางในอดีตที่ผ่านมาคือ วิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (finite difference method) ซึ่งเป็นวิธีการที่ง่ายแก่การศึกษาและการทำความเข้าใจ รวมไปถึงความสะดวกในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ส่วนข้อเสียของการใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมมีหลายประการเช่น ความไม่สะดวกในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต และที่สำคัญที่สุดคือ ความยากลำบากในการประยุกต์วิธีการนี้เพื่อใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างลักษณะที่ซับซ้อนอย่างเช่น โครงสร้างหรือชิ้นส่วนต่าง ๆ ของเครื่องจักรกลไฟฟ้า สาเหตุของความยากลำบากดังกล่าวมีส่วนก่อให้เกิดวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณวิธีใหม่ที่เรียกว่า

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method: FEM) ซึ่งวิธีนี้สามารถนำมาใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างลักษณะซับซ้อนใด ๆ ก็ได้โดยสามารถจำลองรูปร่างลักษณะดั้งเดิมที่แท้จริงได้ใกล้เคียงและเที่ยงตรงกว่า

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เริ่มวิวัฒนาการมาตั้งแต่ต้นปี ค.ศ. 1950 ปัจจุบันเป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่มีความนิยมมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่าง ๆ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ในปัจจุบันได้มีการนำวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมแทบทุกสาขา เนื่องจากสามารถหาผลเฉลยได้แม้กระทั่งปัญหาที่ไม่เป็นเชิงเส้นและปัญหาที่มีการผันแปรตามเวลา ดังนั้นการวิเคราะห์ผลของการสั่นสะเทือนที่เกิดจากการออกแบบชิ้นงานที่มีรูปร่างลักษณะที่ซับซ้อน ซึ่งอาจจะประกอบขึ้นด้วยวัสดุหลายชนิดที่มีลักษณะสมบัติที่แตกต่างกัน หรือมีค่าเงื่อนไขขอบเขตหลายอย่างผสมกันอยู่ในระบบ จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ดำเนินการ

งานวิจัยที่นำเสนอนี้ สนใจมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ ซึ่งเป็นมอเตอร์แม่เหล็กถาวรกระแสตรงไร้แปรงถ่าน หรือเรียกว่ามอเตอร์กระแสตรงไร้แปรงถ่านซึ่งทำหน้าที่ในการหมุนดิสก์ที่เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าสปินเดิลมอเตอร์ ชนิด 3 เฟส 8 ขั้ว 12 สล็อต ขนาดแรงดัน 12 V โดยได้คำนวณหาการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ขณะมอเตอร์ทำงานได้อย่างแม่นยำ ซึ่งได้ดำเนินการเปรียบเทียบผลการสั่นสะเทือนจากการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์กับผลทางปฏิบัติที่ได้จากการวัดทดสอบ การดำเนินงานวิจัยได้คำนวณหาการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กอันเป็นผลให้เกิดการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ด้วย โดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กที่อยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กได้ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของฟลักซ์แม่เหล็ก ณ ตำแหน่งต่าง ๆ บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์เมื่อโรเตอร์หมุนไป เพื่อใช้ในการคำนวณหาแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีผลต่อการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ โดยพิจารณามอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์เป็นแบบ 2 มิติ (ระนาบ xy) ทั้งในสถานะอยู่ตัว (steady state) และสถานะชั่วคราว (transient state) การประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อคำนวณค่าสนามแม่เหล็กและขนาดของการสั่นสะเทือน ถูกพัฒนาขึ้นด้วย MATLAB โดยรับค่าอินพุตซึ่งเป็นคุณลักษณะของจุดต่อและเอลิเมนต์จากการสร้างกริดโดยโปรแกรมสำเร็จรูปชื่อ Gmesh และส่งค่าข้อมูลที่ได้นำไปโปรแกรม MATLAB จำลองผล เพื่อแสดงรูปของผลลัพธ์ที่จำลองได้ต่อไป

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์

- พัฒนาโปรแกรม FEM สำหรับคำนวณค่าสนามแม่เหล็กที่มีผลต่อการสั่นสะเทือนของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ พร้อมทั้งเปรียบเทียบผลกับภาคปฏิบัติ

### 1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

- แรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับช่องอากาศ ระหว่าง โรเตอร์กับสเตเตอร์ เป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อการสั่นสะเทือนของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์

- พิจารณามอเตอร์ใน 2 มิติ (ระนาบ xy)

- วัสดุที่ใช้ทำมอเตอร์มีคุณสมบัติความเป็นไอโซทรอปิก (isotropic) และความเป็นเนื้อเดียวกัน (homogeneous) ประกอบกับมอเตอร์ทำงานที่อุณหภูมิห้องคงที่ จึงยังไม่พิจารณาผลจากการขยายตัวของวัสดุ

### 1.4 ขอบเขตของการวิจัย

- พัฒนาโปรแกรม FEM สำหรับวิเคราะห์แรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีผลต่อการสั่นสะเทือนของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ ทั้งในสถานะชั่วครู่ (transient state) และสถานะคงตัว (steady state)

- วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กเป็นแบบ 2 มิติ

- วิเคราะห์และเปรียบเทียบผลการจำลองในทางทฤษฎีกับผลการทดสอบจริงในทางปฏิบัติ

- สัญญาณอินพุตที่ป้อนให้กับมอเตอร์เป็นสัญญาณไฟฟ้ากระแสตรงแบบ multi-step 3 เฟส

### 1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

- ได้หลักการและแนวความคิดสำหรับการศึกษาค้นคว้าการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่มีผลต่อการสั่นสะเทือนของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์

- ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาโปรแกรม FEM ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เข้ากับปัญหาจริงในการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์

### 1.6 การจัดรูปเล่มรายงานการวิจัย

รายงานการวิจัยนี้ประกอบด้วย 6 บท และ 1 ภาคผนวก โดยในบทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์และเป้าหมายของงานวิจัย รวมทั้งขอบเขตของงานส่วนบทอื่น ๆ ประกอบด้วยเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 2 มีเนื้อหาว่าด้วยการคำนวณสนามแม่เหล็กของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ โดยได้อธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ เพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์

บทที่ 3 มีเนื้อหาว่าด้วยการคำนวณการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ โดยได้อธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ เพื่อคำนวณหาการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์

บทที่ 4 อธิบายถึง โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์แบบ 2 มิติ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

บทที่ 5 มีเนื้อหาว่าด้วยผลการจำลองของสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์แบบ 2 มิติ ประกอบกับเปรียบเทียบผลการจำลองการสั่นสะเทือนจากการจำลองผลกับผลการวัดทดสอบจริงในทางปฏิบัติ

บทที่ 6 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะ

ส่วนภาคผนวก เป็นการกล่าวถึงผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่



## บทที่ 2

### การคำนวณสนามแม่เหล็กของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

#### 2.1 บทนำ

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ได้รับคามนิยมมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่าง ๆ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น การคำนวณสนามแม่เหล็กของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ ซึ่งเป็นมอเตอร์กระแสตรงไร้แปรงถ่าน (brushless DC motor: BLDCM) หรือที่เรียกว่าสปินเดิลมอเตอร์ (spindle motor) ที่มีความซับซ้อน จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ในการแก้ปัญหา ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สนามแม่เหล็กของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ และประยุกต์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กนี้

#### 2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กของมอเตอร์กระแสตรงไร้แปรงถ่าน

ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กสามารถดำเนินการได้โดยเล็งไปคำนวณหาศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กก่อน เนื่องจากสามารถคำนวณได้ง่ายกว่า โดยสนามแม่เหล็กสามารถคำนวณได้ด้วยการเคิร์ลศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเท่านั้น ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$B = \nabla \times A \quad (2.1)$$

การคำนวณสนามแม่เหล็กของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ จึงเริ่มจากการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก โดยมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์นั้นเป็นมอเตอร์แม่เหล็กถาวรกระแสตรงไร้แปรงถ่าน ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 1 ดังนั้นการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลงค่าตามเวลา (William, 1989) จะมีอิทธิพลของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากสองส่วนคือ ขอลวดสเตเตอร์ที่รับกระแสไฟฟ้าเป็นอินพุตและแม่เหล็กถาวรบริเวณ โรเตอร์ ซึ่งทั้งสองจะสร้างสนามแม่เหล็กขึ้น ดังสมการที่ (2.2)

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times A = j + \nabla \times H_c \quad (2.2)$$

เมื่อ  $\mu = \mu_0 \mu_r$ ,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ,  $\mu_r$  คือความซาบซึมได้ของแม่เหล็กสัมพัทธ์



(relative permeability) โดยจะขึ้นกับวัสดุตัวกลาง  $H_c$  คือแรงลบล้างแม่เหล็ก และ  $j$  คือผลรวมของค่ากระแสในขดลวดสเตเตอร์ ซึ่งประกอบด้วยสองส่วนคือ กระแสภายนอก (external current:  $j_0$ ) และกระแสไหลวน (eddy current:  $j_{eddy}$ ) ดังสมการที่ (2.3)

$$j = j_0 + j_{eddy} \quad (2.3)$$

เมื่อ  $j_{eddy} = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t}$  โดยที่  $\sigma$  คือ สภาพนำทางไฟฟ้า (conductivity) นำสมการที่ (2.3) แทนในสมการที่ (2.2) จะได้

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times A = j_0 - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla \times H_c \quad (2.4)$$

จากการศึกษาคุณสมบัติของ  $A$  พบว่า  $\nabla \cdot A = 0$  ประกอบกับการใช้เอกลักษณ์  $\nabla \times (\nabla \times A) = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A$  จึงได้สมการของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กดังสมการที่ (2.5)

$$\frac{1}{\mu} (-\nabla^2 A) = j_0 - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla \times H_c \quad (2.5)$$

จากสมการที่ (2.5) เมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 2 มิติ จะได้สมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสองดังสมการที่ (2.6)

$$\frac{1}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{1}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - \sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right) = -j_0 + \left( \frac{\partial H_{cy}}{\partial x} - \frac{\partial H_{cx}}{\partial y} \right) \quad (2.6)$$

ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สนามแม่เหล็กของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ เมื่อพิจารณามอเตอร์ใน 2 มิติตามระนาบพิกัด  $xy$  ซึ่งแปรผันตามเวลา จึงสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2.6) ซึ่งเป็นการสมมติให้สนามแม่เหล็กวางตัวตามพื้นที่หน้าตัดในระนาบพิกัด  $xy$  ของมอเตอร์ ดังนั้นการพิจารณาเทอมของ  $A$  และ  $j_0$  จะปรากฏเฉพาะส่วนประกอบของแกน  $z$  เท่านั้น โดยสมการจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง สำหรับ  $j_0$  นั้น ก็คือกระแสอินพุตที่ป้อนให้กับมอเตอร์นั่นเอง ซึ่งเป็นไฟฟ้ากระแสตรงแบบ multi-step 3 เฟส

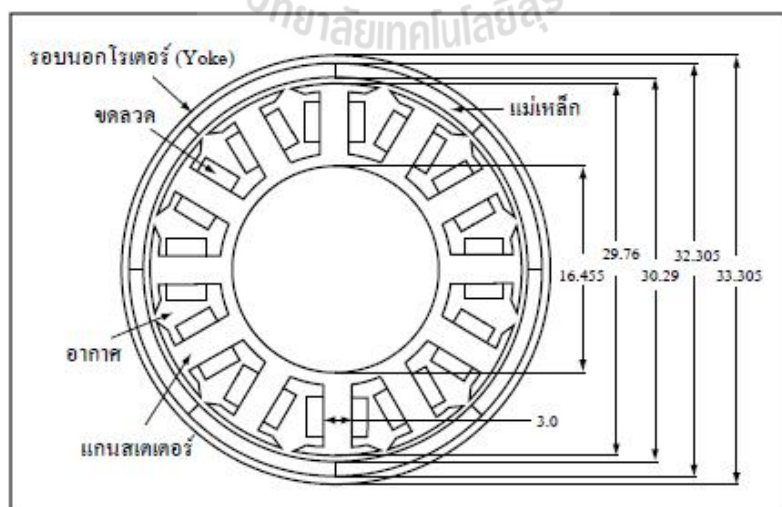
## 2.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กโดยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

การหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

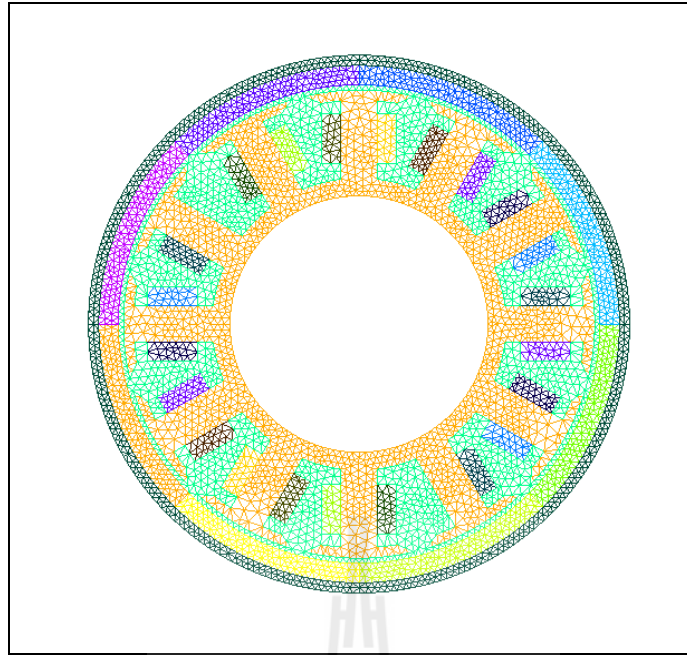
### 2.3.1 การแบ่งอิลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา

ขั้นตอนแรกจะเริ่มจากการแบ่งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ออกเป็นอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพท์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น BLDCM ในซาร์คติกส์ซึ่งมีขนาดเล็กดังแสดงในรูปที่ 2.1 การแบ่งอิลิเมนต์และจุดต่อของมอเตอร์ได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปชื่อ Gmesh โดยมีจำนวนจุดต่อและอิลิเมนต์เท่ากับ 1,657 จุด และ 3,050 อิลิเมนต์ตามลำดับ ดังรูปที่ 2.2 ซึ่งเป็นตัวอย่างการแบ่งอิลิเมนต์และจุดต่อบนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์โดยมอเตอร์มีจำนวนร่องของสเตเตอร์ทั้งหมดเท่ากับ 12 ร่อง และมีจำนวนขั้วของแม่เหล็กถาวรเท่ากับ 8 ขั้ว

ในงานวิจัยนี้การแบ่งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ออกเป็นอิลิเมนต์ จะพิจารณาแยกพื้นที่กันออกเป็น 3 ส่วน ได้แก่ ส่วนของพื้นที่สเตเตอร์ ส่วนของพื้นที่โรเตอร์ และส่วนของพื้นที่ช่องอากาศระหว่างสเตเตอร์และโรเตอร์ โดยส่วนของพื้นที่สเตเตอร์การแบ่งอิลิเมนต์จะกระทำเพียงครั้งเดียว เนื่องจากส่วนของสเตเตอร์ถูกยึดอยู่กับที่ ในส่วนของพื้นที่โรเตอร์การแบ่งอิลิเมนต์ดำเนินการเพียงครั้งเดียวเช่นกัน แต่เมื่อพิจารณาถึงตำแหน่งพิกัดของจุดต่อบนพื้นที่แล้ว จะต้องคำนึงถึงมุมของโรเตอร์ที่หมุนเปลี่ยนแปลงไปด้วย ในส่วนของพื้นที่ช่องอากาศจะอยู่ระหว่างโรเตอร์และสเตเตอร์ ซึ่งการแบ่งอิลิเมนต์ในบริเวณนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงไปให้สอดคล้องตามการหมุนของโรเตอร์



รูปที่ 2.1 มอเตอร์ในซาร์คติกส์และขนาดในหน่วยมิลลิเมตร



รูปที่ 2.2 การแบ่งอิลิเมนต์และจุดต่อบนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์

### 2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้เป็นทางเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ โดยเมื่อสมมติลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น จะได้

$$A(x, y) = A_i N_i + A_j N_j + A_k N_k \quad (2.7)$$

โดยที่  $N_n$ ,  $n=i, j, k$  คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์และ  $A_n$ ,  $n=i, j, k$  คือผลลัพธ์ของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กในแต่ละจุดต่อ  $(i, j, k)$  ของอิลิเมนต์ ซึ่ง

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i \end{aligned} \quad (2.9)$$

และ  $\Delta_e$  คือพื้นที่ของแต่ละอิลิเมนต์ ซึ่งหาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\Delta_e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (2.10)$$

### 2.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้เป็น การสร้างสมการของอิลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ดังแสดงในสมการที่ (2.6) ซึ่งขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์รูปแบบทั่วไปของสมการของอิลิเมนต์สำหรับปัญหาที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา สามารถแสดงได้ดังนี้ (Huebner, Dewhurst, Smith, and Byrom, 2001)

$$M\{A^*\} + K\{A\} = \{F\} \quad (2.11)$$

โดย  $\{A\}$  คือเวกเตอร์ของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กซึ่งเป็นตัวไม่ทราบค่าที่จุดต่อ และ  $\{A^*\}$  คือเวกเตอร์ของอนุพันธ์อันดับหนึ่งของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก สมการที่ (2.11) นี้สามารถประดิษฐ์ขึ้นได้โดยตรงจากสมการเชิงอนุพันธ์ โดยการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (method of weighted residuals) ซึ่งถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ ในปัจจุบัน และวิธีนี้ยังสามารถจำแนกแยกย่อยออกไปได้อีกเช่น วิธีของกาลอร์คิน (Galerkin) ซึ่งเมทริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ปกติแล้วจะมีความสมมาตร จึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหาขนาดใหญ่ จากสมการที่ (2.4) เป็นสมการเชิงเวกเตอร์ ซึ่งเป็นสมการเดียวกับสมการที่ (2.6) ที่เป็นสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง เมื่อจัดรูปสมการที่ (2.4) ให้สมการด้านขวาเท่ากับศูนย์ และจาก  $H_c = \nu\mu_0 M$  โดยที่  $M$  คือ ค่าแรงดึงดูดแม่เหล็กของแม่เหล็กถาวร (magnetization of permanent magnet) และ  $\nu = \frac{1}{\mu}$  คือ สภาพต้านทานแม่เหล็ก (magnetic reluctivity) จะได้สมการที่ (2.12)

$$\nabla \times \nu(\nabla \times A) - j_0 + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \times (\nu\mu_0 M) = 0 \quad (2.12)$$

การสร้างสมการของอิลิเมนต์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้คือ หากแทนผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (2.12) จะไม่ได้ค่าเท่ากับศูนย์ แต่จะมีค่าเท่ากับ  $R$  ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.13)

$$\nabla \times v(\nabla \times A) - j_0 + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \times (v\mu_0 M) = R \quad (2.13)$$

ซึ่ง  $R$  เรียกว่าเศษตกค้าง (residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแน่นอนตรงของปัญหาเศษตกค้าง  $R$  ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุดเพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าที่เที่ยงตรงมากที่สุด และในงานวิจัยนี้ วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างได้ใช้วิธีของกาลอ์คิน (Preston, Reece, and Sangha, 1988) และ (Kim, Kwon, and Park, 1999) ซึ่งวิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง  $R$  ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (weighting function:  $W$ ) แล้วอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของอิลิเมนต์ ( $\Omega$ ) และกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\int_{\Omega} W_n R d\Omega = 0, \quad n = 1, 2, 3 \quad (2.14)$$

สำหรับอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ จุดที่ไม่รู้ค่ามี 3 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสาม ดังนั้นจึงต้องการ 3 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่รู้ค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (2.14) จะต้องมีค่า  $n = i, j, k$  และโดยปกติเราจะเลือก  $W_n = N_n$  ซึ่งเรียกว่าบับโนฟ-กาลอ์คิน (Bubnov-Galerkin) ดังนั้นเมื่อแทน  $R$  ด้วยสมการที่ (2.13) ลงในสมการที่ (2.14) จึงได้

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} N_n \left( \nabla \times v(\nabla \times A) - j_0 + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \times (v\mu_0 M) \right) dx dy &= 0 \\ \iint_{\Omega} \nabla \times (v(\nabla \times A) - v\mu_0 M) N_n dx dy + \iint_{\Omega} N_n \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dx dy &= \iint_{\Omega} N_n j_0 dx dy \end{aligned} \quad (2.15)$$

พิจารณาการอินทิเกรตที่ละพจน์ของสมการที่ (2.15) สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสอง ใช้วิธีการอินทิเกรตที่ละส่วน (integrate by parts) โดยใช้เอกลักษณ์ของเวกเตอร์ดังนี้

$$\begin{aligned} (\nabla \times F)G &= \nabla(F \times G) + F(\nabla \times G) \\ F &= v(\nabla \times A) - v\mu_0 M \\ G &= N_n \end{aligned}$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2.15) เมื่อพิจารณาพจน์แรกกับเอกลักษณ์ของเวกเตอร์ข้างต้นจะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \nabla \times (v(\nabla \times A) - v\mu_0 M) N_n dx dy &= \iint_{\Omega} (v\nabla \times A - v\mu_0 M)(\nabla \times N_n) dx dy \\ &+ \iint_{\Omega} \nabla(v\nabla \times A - v\mu_0 M) \times N_n dx dy \end{aligned} \quad (2.16)$$

จากสมการทางด้านขวาเทอมสุดท้ายของสมการที่ (2.16) สามารถเขียนในรูปการอินทิเกรตเชิงเส้นได้เป็น

$$\iint_{\Omega} \nabla(v\nabla \times A - v\mu_0 M) \times N_n dx dy = \oint_c \{(v\nabla \times A - v\mu_0 M) \times N\} \cdot \hat{n} dc \quad (2.17)$$

ใช้เอกลักษณ์เวกเตอร์ดังนี้

$$\begin{aligned} F \times G &= -G \times F \\ (F \times G)T &= F(G \times T) \end{aligned}$$

เมื่อใช้เอกลักษณ์ของเวกเตอร์ข้างต้นดังกล่าวในสมการที่ (2.17) จะได้

$$\oint_c \{(v\nabla \times A - v\mu_0 M) \times N\} \cdot \hat{n} dc = \oint_c N \{(v\mu_0 M - v\nabla \times A) \times \hat{n}\} dc$$

ซึ่งจากการอินทิเกรตพบว่า มีค่าเป็นศูนย์ ดังสมการที่ (2.18)

$$\oint_c N \{(v\mu_0 M - v\nabla \times A) \times \hat{n}\} dc = 0 \quad (2.18)$$

จากสมการที่ (2.15), (2.16), (2.17) และ (2.18) จะได้ดังนี้

$$\iint_{\Omega} (v\nabla \times A - v\mu_0 M)(\nabla \times N_n) dx dy + \iint_{\Omega} N_n \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dx dy = \iint_{\Omega} N_n j_0 dx dy$$

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} (v\nabla \times A)(\nabla \times N_n) dx dy - \iint_{\Omega} (\nabla \times N_n)(v\mu_0 M) dx dy \\ + \iint_{\Omega} N_n \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dx dy = \iint_{\Omega} N_n j_0 dx dy \end{aligned} \quad (2.19)$$

จากคุณสมบัติของการเคิร์ล (curl) ถ้าพิจารณาในระนาบ 2 มิติ (แกน  $x$  และ  $y$ ) จะได้ว่า

$$\nabla \times A = \left( \frac{\partial A}{\partial y} \right) i - \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right) j$$

$$\text{และ } \nabla \times N_n = \left( \frac{\partial N_n}{\partial y} \right) i - \left( \frac{\partial N_n}{\partial x} \right) j$$

$$\text{ดังนั้น } (\nabla \times A)(\nabla \times N_n) = \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial N_n}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial A}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial N_n}{\partial y} \right) \quad (2.20)$$

และจาก  $M = M_x i + M_y j$  ดังนั้น

$$M(\nabla \times N_n) = M_x \left( \frac{\partial N_n}{\partial y} \right) - M_y \left( \frac{\partial N_n}{\partial x} \right) \quad (2.21)$$

แทนสมการที่ (2.20) และ (2.21) ลงในสมการที่ (2.19) จะได้

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} v \left( \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial N_n}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial N_n}{\partial y} \right) dx dy - \iint_{\Omega} v\mu_0 \left( M_x \frac{\partial N_n}{\partial y} - M_y \frac{\partial N_n}{\partial x} \right) dx dy \\ + \iint_{\Omega} N_n \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dx dy = \iint_{\Omega} N_n j_0 dx dy \\ \iint_{\Omega} N_n \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dx dy + \iint_{\Omega} v \left( \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial N_n}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial N_n}{\partial y} \right) dx dy \\ = \iint_{\Omega} v\mu_0 \left( M_x \frac{\partial N_n}{\partial y} - M_y \frac{\partial N_n}{\partial x} \right) dx dy \\ + \iint_{\Omega} N_n j_0 dx dy \end{aligned} \quad (2.22)$$

จากสมการที่ (2.22) พิจารณาในรูปสมการทั่วไปได้ดังสมการที่ (2.23)

$$[M]_{3 \times 3} \{A^*\}_{3 \times 1} + [K]_{3 \times 3} \{A\}_{3 \times 1} = \{F\}_{3 \times 1} \quad (2.23)$$

โดย  $[M]_{3 \times 3}$  คือ เมทริกซ์การนำทางไฟฟ้า

$[K]_{3 \times 3}$  คือ เมทริกซ์ความขบข้มได้ของแม่เหล็ก

$\{F\}_{3 \times 1}$  คือ โหลดเวกเตอร์กระแสที่ผลิตขึ้นเอง

โดยเมื่อแยกพิจารณาสมการที่ (2.22) ทีละพจน์จะสามารถพิจารณาได้ดังนี้

1) เมทริกซ์การนำทางไฟฟ้า  $[M]_{3 \times 3}$  เมื่อพิจารณาพจน์แรกของสมการที่ (2.22) จะได้

$$[M]_{3 \times 3} \{A^*\}_{3 \times 1} = \iint_{\Omega} N_n \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dx dy \quad (2.24)$$

จาก  $A(x, y) = \{N\}_{1 \times 3} \{A\}_{3 \times 1}$  ดังนั้น

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \{N\}_{1 \times 3} \{A^*\}_{3 \times 1} \quad (2.25)$$

แทนสมการที่ (2.25) ลงในสมการที่ (2.24) จะได้

$$[M]_{3 \times 3} \{A^*\}_{3 \times 1} = \iint_{\Omega} \{N\}_{3 \times 1} \sigma \{N\}_{1 \times 3} dx dy \{A^*\}_{3 \times 1}$$

ดังนั้น  $[M]_{3 \times 3} = \iint_{\Omega} \{N\}_{3 \times 1} \sigma \{N\}_{1 \times 3} dx dy$

$$[M]_{3 \times 3} = \sigma \iint_{\Omega} \{N\}_{3 \times 1} \{N\}_{1 \times 3} dx dy \quad \text{โดยที่ } n, m = i, j, k \quad (2.26)$$

จากสูตรอินทิเกรตรอบพื้นที่

$$\iint N_i^\alpha N_j^\beta N_k^\chi dx dy = \frac{\alpha! \beta! \chi!}{(\alpha + \beta + \chi + 2)!} \cdot 2\Delta_e \quad (2.27)$$



จากสมการที่ (2.26) เมื่อพิจารณาจากสูตรอินทิเกรตรอบพื้นที่ดังสมการที่ (2.27) จะแบ่งได้ 2 กรณี  
กรณีที่ 1:  $n = m$  เช่น  $n = m = i$  จะได้  $\alpha = 2$  และ  $\beta = \chi = 0$  ดังนี้

$$\iint N_i^2 dx dy = \frac{2!0!0!}{(2+0+0+2)!} \cdot 2\Delta_e = \frac{2\Delta_e}{12}$$

กรณีที่ 2:  $n \neq m$  เช่น  $n = i, m = j$  ดังนั้น  $\alpha = \beta = 1$  และ  $\chi = 0$  ดังนี้

$$\iint N_i N_j dx dy = \frac{1!1!0!}{(1+1+0+2)!} \cdot 2\Delta_e = \frac{\Delta_e}{12}$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2.26) จะได้ว่า

$$[M]_{3 \times 3} = \frac{\sigma \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

2) เมทริกซ์ความขยับซึ่งได้ของแม่เหล็ก  $[K]_{3 \times 3}$  พิจารณาพจน์ที่สองของสมการที่ (2.22) จะได้ว่า

$$[K]_{3 \times 3} \{A\}_{3 \times 1} = \iint_{\Omega} \nu \left( \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial N_n}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial N_n}{\partial y} \right) dx dy \quad (2.29)$$

จาก  $A(x, y) = \{N\}_{1 \times 3} \{A\}_{3 \times 1}$  ดังนั้น

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \left\{ \frac{\partial N}{\partial x} \right\}_{1 \times 3} \{A\}_{3 \times 1} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial A}{\partial y} = \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\}_{1 \times 3} \{A\}_{3 \times 1}$$

จากสมการที่ (2.29)

$$[K]_{3 \times 3} \{A\}_{3 \times 1} = \nu \iint_{\Omega} \left( \left\{ \frac{\partial N}{\partial x} \right\}_{3 \times 1} \left\{ \frac{\partial N}{\partial x} \right\}_{1 \times 3} + \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\}_{3 \times 1} \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\}_{1 \times 3} \right) dx dy \{A\}_{3 \times 1}$$

ดังนั้น

$$[K]_{3 \times 3} = v \iint_{\Omega} \left( \left\{ \frac{\partial N}{\partial x} \right\}_{3 \times 1} \left\{ \frac{\partial N}{\partial x} \right\}_{1 \times 3} + \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\}_{3 \times 1} \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\}_{1 \times 3} \right) dx dy \quad (2.30)$$

จากฟังก์ชันการประมาณภายในอีลิเมนต์

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e}$$

ดังนั้น  $\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{2\Delta_e}$  และ  $\frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{2\Delta_e}$  ซึ่งจากสมการที่ (2.30) จะได้

$$[K]_{3 \times 3} = v \iint_{\Omega} \left( \frac{b_n}{2\Delta_e} \cdot \frac{b_m}{2\Delta_e} + \frac{c_n}{2\Delta_e} \cdot \frac{c_m}{2\Delta_e} \right) dx dy$$

โดยที่  $n, m = i, j, k$

$$[K]_{3 \times 3} = \frac{v}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_i + c_k c_i & b_k b_j + c_k c_j & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

3) โหลดเวกเตอร์กระแสที่ผลิตขึ้นเอง:  $\{F\}_{3 \times 1}$  พิจารณาพจน์ทางด้านขวาของสมการที่ (2.22) จะได้

$$\{F\}_{3 \times 1} = \iint_{\Omega} v \mu_0 \left( M_x \frac{\partial N_n}{\partial y} - M_y \frac{\partial N_n}{\partial x} \right) dx dy + \iint_{\Omega} N_n j_0 dx dy \quad (2.32)$$

พิจารณาพจน์ที่ 1: พิจารณาการอินทิเกรตทีละพจน์โดยเริ่มจากพจน์แรกของสมการที่ (2.32) ซึ่งจากฟังก์ชันการประมาณภายในอีลิเมนต์

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e}$$

ดังนั้น  $\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{2\Delta_e}$  และ  $\frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{2\Delta_e}$  โดยที่  $n = i, j, k$

ซึ่งจากพจน์แรกของสมการที่ (2.32) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \nu\mu_0 \left( M_x \frac{\partial N_n}{\partial y} - M_y \frac{\partial N_n}{\partial x} \right) dx dy &= \iint_{\Omega} \nu\mu_0 \left( M_x \frac{c_n}{2\Delta_e} - M_y \frac{b_n}{2\Delta_e} \right) dx dy \\ &= \frac{\nu\mu_0}{2\Delta_e} (M_x c_n - M_y b_n) \iint_{\Omega} dx dy \\ &= \frac{\nu\mu_0}{2\Delta_e} (M_x c_n - M_y b_n) \cdot \Delta_e \\ &= \frac{\nu\mu_0}{2} \left( M_x \begin{bmatrix} c_i \\ c_j \\ c_k \end{bmatrix} - M_y \begin{bmatrix} b_i \\ b_j \\ b_k \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

พิจารณาพจน์ที่ 2: พจน์ที่ 2 ของสมการที่ (2.32) ประกอบกับสมการที่ (2.27) ซึ่งเป็นสูตรอินทิเกรตรอบพื้นที่ โดยพิจารณาได้เพียงกรณีเดียว เช่น  $n = i$  จะได้ว่า  $\alpha = 1$  และ  $\beta = \chi = 0$  ดังนั้นจะได้

$$\iint N_i j_0 dx dy = \frac{1!0!0!}{(1+0+0+2)!} \cdot 2j_0\Delta_e = \frac{j_0\Delta_e}{3}$$

ดังนั้นพจน์ที่ 2 ของสมการที่ (2.32) จะได้ว่า

$$\iint N_i j_0 dx dy = \frac{j_0\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

จากสมการที่ (2.32) (2.33) และ (2.34) จะได้ว่า

$$\{F\}_{3 \times 1} = \frac{v\mu_0}{2} \left( M_x \begin{bmatrix} c_i \\ c_j \\ c_k \end{bmatrix} - M_y \begin{bmatrix} b_i \\ b_j \\ b_k \end{bmatrix} \right) + \frac{j_0 \Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

ซึ่งการคำนวณค่าความหนาแน่นของกระแสภายนอก  $j_0$  ของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ในแต่ละเฟส จะแสดงรายละเอียดต่าง ๆ ให้ปรากฏในบทต่อไป

### 2.3.4 การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราว

ปัญหาในงานวิจัยนี้เป็นปัญหาในสถานะชั่วคราว โดยค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ส่วนเวกเตอร์  $\{F\}_{3 \times 1}$  จะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาดังเช่นกัน ทั้งนี้เนื่องจากแหล่งจ่ายเป็นไฟฟ้ากระแสตรงแบบ multi-step 3 เฟส ซึ่งการแก้ปัญหาในสถานะชั่วคราวทำได้โดยการแก้สมการที่ (2.23) จากข้างต้น โดยต้องใช้วิธีการแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราวที่ใช้ความสัมพันธ์เวียนบังเกิด (recurrence relations) เพื่อให้ได้ค่าผลลัพธ์ที่ต้องการ

การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราวจะใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด โดยจะมีลักษณะของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับค่า  $\beta$  ที่เลือกใช้ ดังแสดงในสมการที่ (2.36) โดย  $\Delta t$  คือค่าของช่วงเวลา (time step) โดยถ้าเลือกใช้  $\beta = 0$  จะเป็นวิธีของออยเลอร์ (Euler) ถ้า  $\beta = 1/2$  เป็นวิธีของ แครงก์-นิ โคลสัน (Crank-Nicolson) ถ้า  $\beta = 2/3$  เป็นวิธีของกาลเอร์คิน (Galerkin) และถ้า  $\beta = 1$  จะเรียกว่าวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (backward difference) ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลังดังสมการที่ (2.37) เนื่องจากวิธีนี้ประกันการลู่เข้าของผลลัพธ์ และผลลัพธ์จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง

$$\beta \{A^*\}^{t+\Delta t} + (1-\beta) \{A^*\}^t = \frac{\{A\}^{t+\Delta t} - \{A\}^t}{\Delta t} \quad (2.36)$$

$$\{A^*\}^{t+\Delta t} = \frac{\{A\}^{t+\Delta t} - \{A\}^t}{\Delta t} \quad (2.37)$$

จากการเลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง สมการที่ (2.23) จึงพัฒนามาเป็นสมการที่ (2.38) จากนั้นแทนค่าสมการที่ (2.37) ลงในสมการที่ (2.38) จึงได้ผลลัพธ์ของสมการไฟไนต์อีลิเมนต์เมื่อพิจารณาปัญหาในสถานะชั่วคราว ดังสมการที่ (2.39)

$$[M]_{3 \times 3} \{A^*\}_{3 \times 1}^{t+\Delta t} + [K]_{3 \times 3} \{A\}_{3 \times 1}^{t+\Delta t} = \{F\}_{3 \times 1}^{t+\Delta t} \quad (2.38)$$

$$\left( \frac{1}{\Delta t} [M]_{3 \times 3} + [K]_{3 \times 3} \right) \{A\}_{3 \times 1}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [M]_{3 \times 3} \{A\}_{3 \times 1}^t + \{F\}_{3 \times 1}^{t+\Delta t} \quad (2.39)$$

จากสมการที่ (2.39) เขียนให้อยู่ในรูปสมการเชิงเส้นจะได้ดังสมการที่ (2.40)

$$[A]_{3 \times 3} \{X\}_{3 \times 1} = \{B\}_{3 \times 1} \quad (2.40)$$

เมื่อ  $[A]_{3 \times 3} = \left( \frac{1}{\Delta t} [M]_{3 \times 3} + [K]_{3 \times 3} \right)$

$$\{B\}_{3 \times 1} = \frac{1}{\Delta t} [M]_{3 \times 3} \{A\}_{3 \times 1}^t + \{F\}_{3 \times 1}^{t+\Delta t}$$

และ  $\{X\}_{3 \times 1} = \{A\}_{3 \times 1}^{t+\Delta t}$

### 2.3.5 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็น การนำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 2.3.1 แบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย  $n$  จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น  $n$  สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้เมื่อพิจารณาปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ คือ

$$[A]_{n \times n} \{X\}_{n \times 1} = \{B\}_{n \times 1} \quad (2.41)$$

### 2.3.6 การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย

ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก เริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นให้แก่มอเตอร์ในแต่ละรอบที่มอเตอร์หมุนไป และเงื่อนไขขอบเขตบริเวณต่าง ๆ โดยงานวิจัยนี้มีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นในรอบแรกที่พิจารณาการหมุนของมอเตอร์คือ  $A(t=0) = 0$  ส่วนค่าเงื่อนไขขอบเขต จะกำหนดให้ขอบใน ที่ติดกับเพลาและขอบนอกของมอเตอร์มีค่า  $A = 0$  (Brunelli, Casadei, Reggiani and Serra, 1983) และ (Fu, 1999)

### 2.3.7 คำนวณค่าตัวแปรอื่นที่ต้องการ

เมื่อทราบค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่จุดต่อต่าง ๆ แล้ว จะสามารถคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กซึ่งคำนวณได้จากการเคิร์ลค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก ( $B = \nabla \times A$ ) ดังนั้นเมื่อพิจารณาโมเตอร์ใน 2 มิติ ตามระนาบพิกัด  $xy$  จึงได้ค่าสนามแม่เหล็กในแนวแกน  $x$  ( $B_x$ ) และค่าสนามแม่เหล็กในแนวแกน  $y$  ( $B_y$ ) ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.42) และ (2.43) ตามลำดับ

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} = \frac{c_i A_i + c_j A_j + c_k A_k}{2\Delta_e} \quad (2.42)$$

$$B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} = -\left(\frac{b_i A_i + b_j A_j + b_k A_k}{2\Delta_e}\right) \quad (2.43)$$

เมื่อกำหนดหาค่า  $B_x$  และ  $B_y$  แล้ว จากนั้นจึงใช้สมการความเค้นของแมกซ์เวลล์หาค่าแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับช่องอากาศ ซึ่งจะมีผลต่อการสันสะเทือนของ BLDM ใน ฮาร์ ดิ ส กิ (Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998) และ (Sakamoto, Hirata, Kobayashi, and Kajiwara, 1999) โดยที่

$$F_x = \frac{1}{2\mu_0}(B_x^2 - B_y^2) \quad (2.44)$$

$$F_y = \frac{1}{\mu_0}(B_x \cdot B_y) \quad (2.45)$$

เมื่อ  $F_x$  และ  $F_y$  คือแรงแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวแกน  $x$  และแนวแกน  $y$  ตามลำดับ

## 2.4 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ เมื่อพิจารณาโมเตอร์ในสถานะชั่วคราว ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง การประยุกต์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อกำหนดหาค่าสนามแม่เหล็กได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลอ์คิน รายละเอียดต่าง ๆ ในบทนี้จะนำไปสู่การประดิษฐ์โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่ได้กล่าวถึงในบทที่ 4 ต่อไป

## บทที่ 3

### การคำนวณการสั้นสะท้อนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์โดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์

#### 3.1 บทนำ

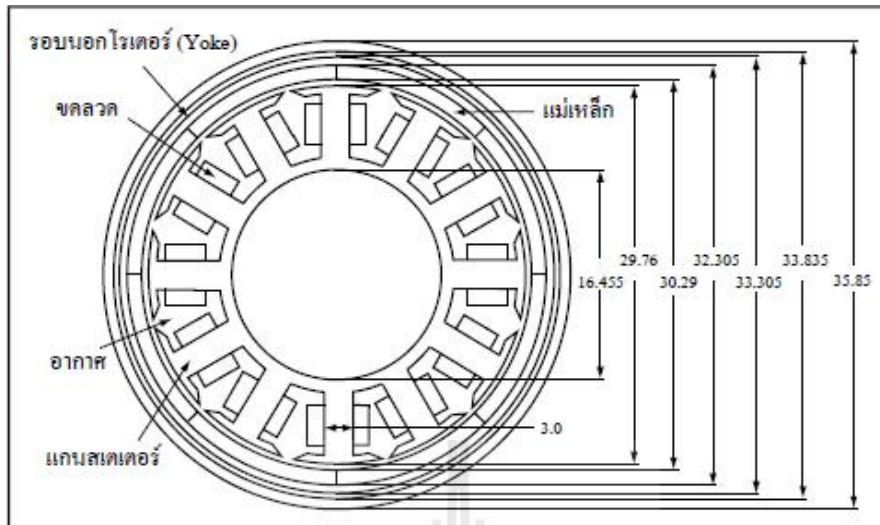
การคำนวณขนาดของการสั้นสะท้อนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ในขณะที่โรเตอร์หมุน โดยแสดงผลของการสั้นสะท้อนในรูปของการกระจัดที่ผิดเพี้ยนไปจากรูปร่างดั้งเดิมของมอเตอร์ ก่อนข้างดำเนินการได้ยาก เนื่องจากผลลัพธ์ของการกระจัดอย่างละเอียดที่ครอบคลุมตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ต้องอาศัยการคำนวณที่มีความซับซ้อนสูง ซึ่งปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีสมรรถนะสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ จึงสามารถคำนวณการสั้นสะท้อนของมอเตอร์ในทุก ๆ ตำแหน่งด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์ได้ ดังนั้นในบทนี้จึงได้ประยุกต์วิธีไฟไนท์อิลิเมนต์เพื่อใช้ในการคำนวณหาขนาดของการสั้นสะท้อนนี้

#### 3.2 การคำนวณการสั้นสะท้อนของมอเตอร์กระแสตรงไร้แปรงถ่านในฮาร์ดดิสก์โดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์

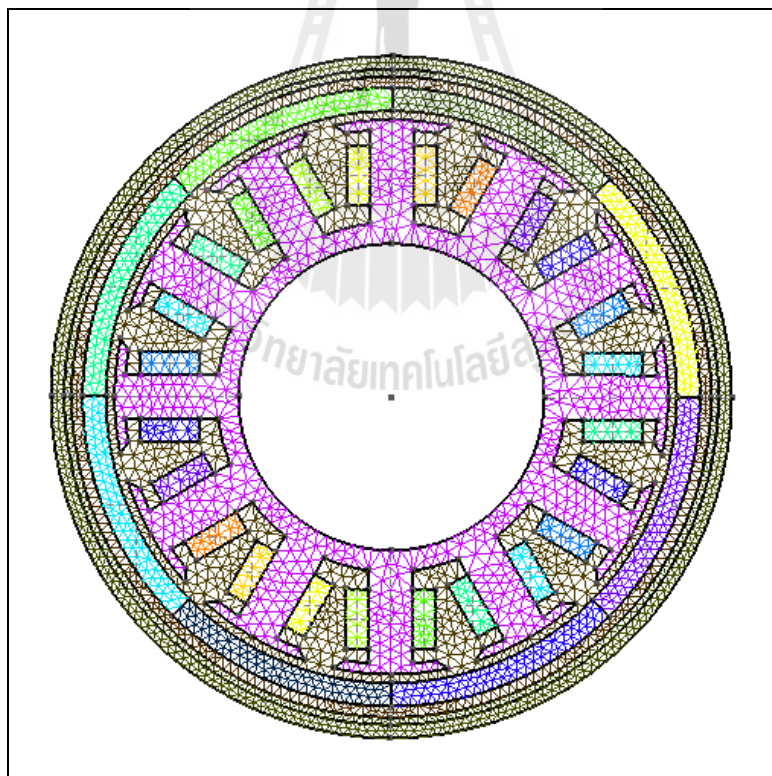
การคำนวณขนาดของการสั้นสะท้อนในมอเตอร์ จะอาศัยวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์เพื่อสร้างสมการการเคลื่อนที่ โดยพิจารณาการสั้นในรูปของฟังก์ชันการกระจัด ซึ่งการดำเนินงานจะมีขั้นตอนคล้ายคลึงกับการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์จากบทที่ 2 ที่ผ่านมา โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

##### 3.2.1 การแบ่งอิลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา

จากรูปที่ 3.1 การคำนวณการสั้นสะท้อนได้แบ่งพื้นที่การพิจารณาออกเป็น 3 ส่วน ได้แก่ ส่วนของสเตเตอร์ ส่วนของโรเตอร์และส่วนของโครงสเตเตอร์ เป็นที่ทราบกันแล้วว่าส่วนที่เป็นโครงสเตเตอร์นั้นเป็นส่วนที่ยึดติดกับแกนสเตเตอร์และโครงของฮาร์ดดิสก์ขณะมอเตอร์ทำงาน และเป็นส่วนที่อยู่นอกสุดของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วเมื่อจะทำการวัดทดสอบการสั้นสะท้อนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์จะวัดตรงบริเวณ โครงสเตเตอร์ซึ่งจะได้กล่าวในรายละเอียดในบทต่อไป โดยเริ่มจากการแบ่งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ออกเป็นอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อโดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น การแบ่งอิลิเมนต์และจุดต่อของมอเตอร์ได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปชื่อ Gmesh โดยมีจำนวนจุดต่อและอิลิเมนต์เท่ากับ 2,297 จุด และ 4,322 อิลิเมนต์ตามลำดับ ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.1 มอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์และขนาดในหน่วยมิลลิเมตร



รูปที่ 3.2 การแบ่งอิลิเมนต์และจุดต่อของมอเตอร์



### 3.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในและสมการของอิลิเมนต์

การสร้างสมการการเคลื่อนที่ของอิลิเมนต์ เมื่อพิจารณาการสั่นของมอเตอร์ในฟังก์ชันของการกระจัด สมการการเคลื่อนที่ของอิลิเมนต์สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.1) ซึ่งเป็นสมการไฟไนต์อิลิเมนต์สำหรับแต่ละอิลิเมนต์ที่มี 6 สมการประกอบรวมกัน

$$[M]_{6 \times 6} \frac{\partial^2 \{x\}_{6 \times 1}}{\partial t^2} + [D]_{6 \times 6} \frac{\partial \{x\}_{6 \times 1}}{\partial t} + [K]_{6 \times 6} \{x\}_{6 \times 1} = \{F\}_{6 \times 1} \quad (3.1)$$

โดย  $[M]_{6 \times 6}$  คือ เมทริกซ์มวล (mass matrix)

$[D]_{6 \times 6}$  คือ เมทริกซ์ความหน่วง (damping matrix)

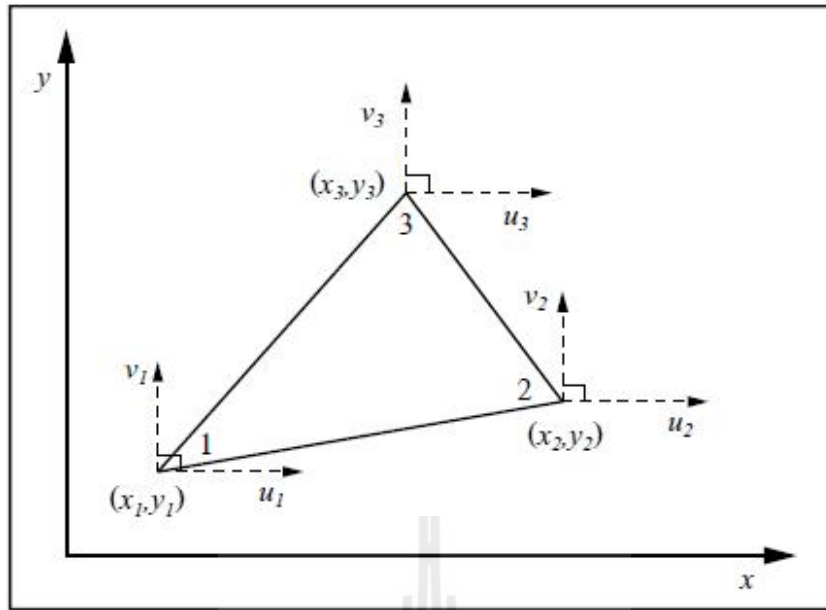
$[K]_{6 \times 6}$  คือ เมทริกซ์ความแข็งของสปริง (stiffness matrix)

$\{F\}_{6 \times 1}$  คือ เวกเตอร์ของแรงหรือโมเมนต์ที่มากระทำ

$\{x\}_{6 \times 1}$  คือ เวกเตอร์การกระจัดเพื่อใช้หาอนุพันธ์อันดับหนึ่ง  $\frac{\partial \{x\}_{6 \times 1}}{\partial t}$  และสอง  $\frac{\partial^2 \{x\}_{6 \times 1}}{\partial t^2}$

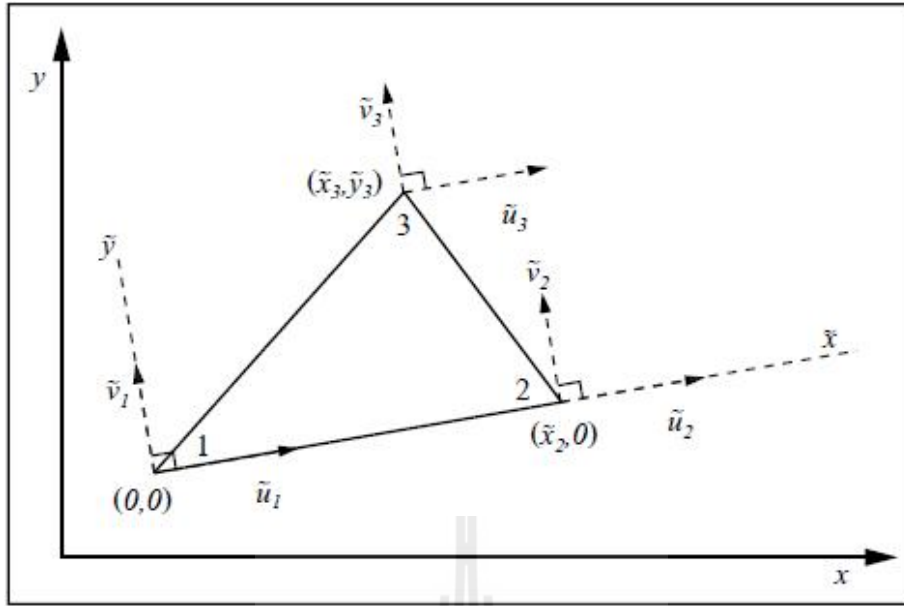
ซึ่งแรงที่กระทำกับช่องอากาศของมอเตอร์เกิดจากแรงแม่เหล็กไฟฟ้าตรงกลางซี่ในแต่ละซี่ของสเตเตอร์ที่ติดกับช่องอากาศ ซึ่งแรงแม่เหล็กไฟฟ้าดังกล่าวเป็นผลลัพธ์จากการคำนวณดังที่ได้อธิบายไว้ในบทที่ 2 ส่วนเวกเตอร์การกระจัดที่แสดงในสมการที่ (3.2) เป็นการแสดงระยะกระจัดบนจุดต่อหมายเลข 1, 2 และ 3 ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาต่อหนึ่งอิลิเมนต์ โดย  $u$  และ  $v$  แทนระยะกระจัดในแนวแกน  $x$  และ  $y$  ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.3 ซึ่งการแสดงระนาบพิกัดในลักษณะเช่นนี้ จะเรียกว่าระนาบพิกัดวงกว้าง (global coordinate)

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$



รูปที่ 3.3 อีลิเมนต์สามเหลี่ยมเมื่อพิจารณาระนาบพิกัดวงกว้าง

การพิจารณาการจัดของแต่ละอีลิเมนต์ที่มีลักษณะการวางตัวในแต่ละอีลิเมนต์ที่แตกต่างกัน จะต้องพิจารณาการวางตัวของทุกๆ อีลิเมนต์ให้อยู่ในรูปแบบเดียวกันเสียก่อน ซึ่งดำเนินการได้โดยแปลงระนาบพิกัดวงกว้างให้เป็นระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น (local coordinate) (Rao, 1999) ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.4 ซึ่งดำเนินการได้โดย กำหนดให้ที่จุดต่อหมายเลข 1 ของทุกๆ อีลิเมนต์มีพิกัดเฉพาะถิ่น  $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$  อยู่ที่จุดกำเนิด  $(0,0)$  โดยที่แกน  $\tilde{x}$  ของทุกๆ อีลิเมนต์บนระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นจะวางตัวตามฐานของสามเหลี่ยมระหว่างจุดต่อหมายเลข 1 และ 2 และแกน  $\tilde{y}$  จะตั้งฉากกับแกน  $\tilde{x}$  ดังนั้นจุดต่อหมายเลข 2 ของทุกๆ อีลิเมนต์จึงมีพิกัดเฉพาะถิ่น  $(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2)$  เป็น  $(\tilde{x}_2, 0)$  และ  $(\tilde{x}_3, \tilde{y}_3)$  คือจุดต่อหมายเลข 3 ของพิกัดเฉพาะถิ่น โดยมี  $\tilde{u}$  และ  $\tilde{v}$  ที่จุดต่อหมายเลขต่างๆ แทนระยะการจัดในแนวแกน  $\tilde{x}$  และ  $\tilde{y}$  ตามลำดับ เมื่อสร้างสมการอีลิเมนต์ในระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นเพื่อพิจารณาฟังก์ชันการประมาณภายในอีลิเมนต์แล้ว จากนั้นจึงแปลงกลับไปเป็นสมการอีลิเมนต์ในระนาบพิกัดวงกว้าง  $(x, y)$  ดังเดิม



รูปที่ 3.4 อีลิเมนต์สามเหลี่ยมเมื่อพิจารณาระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น

การพิจารณาฟังก์ชันการประมาณภายในอีลิเมนต์ ยังคงพิจารณาลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอีลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นเช่นเดียวกับที่เคยกล่าวมาแล้วในบทที่ 2 ซึ่งลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอีลิเมนต์เมื่อพิจารณาระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.3) และ (3.4)

$$u(\tilde{x}, \tilde{y}) = \tilde{u}_1 N_1 + \tilde{u}_2 N_2 + \tilde{u}_3 N_3 \quad (3.3)$$

$$v(\tilde{x}, \tilde{y}) = \tilde{v}_1 N_1 + \tilde{v}_2 N_2 + \tilde{v}_3 N_3 \quad (3.4)$$

โดยที่  $N_n$ ,  $n=1, 2, 3$  คือฟังก์ชันการประมาณภายในอีลิเมนต์ และ  $\tilde{u}_n$ ,  $\tilde{v}_n$  เมื่อ  $n=1, 2, 3$  คือผลลัพธ์ของการกระจัดในแนวแกน  $\tilde{x}$  และ  $\tilde{y}$  ในแต่ละจุดต่อ (1, 2, 3) ของอีลิเมนต์ตามลำดับ ซึ่ง

$$N_n = \frac{a_n + \beta_n \tilde{x} + \gamma_n \tilde{y}}{2\Delta_e} \quad (3.5)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} a_1 &= \tilde{x}_2 \tilde{y}_3 - \tilde{x}_3 \tilde{y}_2, \beta_1 = \tilde{y}_2 - \tilde{y}_3, \gamma_1 = \tilde{x}_3 - \tilde{x}_2 \\ a_2 &= \tilde{x}_3 \tilde{y}_1 - \tilde{x}_1 \tilde{y}_3, \beta_2 = \tilde{y}_3 - \tilde{y}_1, \gamma_2 = \tilde{x}_1 - \tilde{x}_3 \\ a_3 &= \tilde{x}_1 \tilde{y}_2 - \tilde{x}_2 \tilde{y}_1, \beta_3 = \tilde{y}_1 - \tilde{y}_2, \gamma_3 = \tilde{x}_2 - \tilde{x}_1 \end{aligned} \quad (3.6)$$

และ  $\Delta_e$  คือพื้นที่ของแต่ละอิเลเมนต์ ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$\Delta_e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & \tilde{x}_1 & \tilde{y}_1 \\ 1 & \tilde{x}_2 & \tilde{y}_2 \\ 1 & \tilde{x}_3 & \tilde{y}_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} [\tilde{x}_2(\tilde{y}_3 - \tilde{y}_1) + \tilde{x}_1(\tilde{y}_2 - \tilde{y}_3) + \tilde{x}_3(\tilde{y}_1 - \tilde{y}_2)] \quad (3.7)$$

จากสมการไฟไนต์อิเลเมนต์ในสมการที่ (3.1) สามารถคำนวณอิเลเมนต์เมทริกซ์ความแข็งของสปริงและอิเลเมนต์เมทริกซ์มวลได้ดังที่จะอธิบายต่อจากนี้ไป ซึ่งในงานวิจัยนี้จะไม่พิจารณาถึงอิเลเมนต์เมทริกซ์ความหน่วงเนื่องจากมีผลต่อการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ค่อนข้างน้อย ประกอบกับการคำนวณมีความยุ่งยาก (Henneberger, Sattler, Hadrys, and Shen, 1992)

เมทริกซ์ความแข็งของสปริง:  $[K]_{6 \times 6}$

ดำเนินการโดยพิจารณาการวางตัวของอิเลเมนต์ในระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นเพื่อให้ทุกๆ อิเลเมนต์มีการวางตัวอยู่ในรูปแบบเดียวกันก่อน ซึ่งเมทริกซ์ความแข็งของสปริงเฉพาะถิ่น (local stiffness matrix,  $[\tilde{K}]$ ) เกิดจากผลรวมของเมทริกซ์ความแข็งของสปริงเนื่องจากความเค้นในแนวฉาก (normal stress,  $[\tilde{K}_n]$ ) และเมทริกซ์ความแข็งของสปริงเนื่องจากความเค้นเฉือน (shear stress,  $[\tilde{K}_s]$ ) ดังแสดงได้ในสมการที่ (3.8) (3.9) และ (3.10) ตามลำดับ

$$[\tilde{K}] = [\tilde{K}_n] + [\tilde{K}_s] \quad (3.8)$$

$$[\tilde{K}_n] = \frac{E}{4\Delta_e(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} \beta_1^2 & \nu\beta_1\gamma_1 & \beta_1\beta_2 & \nu\beta_1\gamma_2 & \beta_1\beta_3 & \nu\beta_1\gamma_3 \\ & \gamma_1^2 & \nu\beta_2\gamma_1 & \gamma_1\gamma_2 & \nu\beta_3\gamma_1 & \gamma_1\gamma_3 \\ & & \beta_2^2 & \nu\beta_2\gamma_2 & \beta_2\beta_3 & \nu\beta_2\gamma_3 \\ & & & \gamma_2^2 & \nu\beta_3\gamma_2 & \gamma_2\gamma_3 \\ \text{sym} & & & & \beta_3^2 & \nu\beta_3\gamma_3 \\ & & & & & \gamma_3^2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$[\tilde{K}_s] = \frac{E}{8\Delta_e(1+\nu)} \begin{bmatrix} \gamma_1^2 & \beta_1\gamma_1 & \gamma_1\gamma_2 & \beta_2\gamma_1 & \gamma_1\gamma_3 & \beta_3\gamma_1 \\ & \beta_1^2 & \beta_1\gamma_2 & \beta_1\beta_2 & \beta_1\gamma_3 & \beta_1\beta_3 \\ & & \gamma_2^2 & \beta_2\gamma_2 & \gamma_2\gamma_3 & \beta_3\gamma_2 \\ & & & \beta_2^2 & \beta_2\gamma_3 & \beta_2\beta_3 \\ \text{sym} & & & & \gamma_3^2 & \beta_3\gamma_3 \\ & & & & & \beta_3^2 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

ซึ่ง  $E$  และ  $\nu$  คือ ค่ามอดุลัส (modulus) และอัตราส่วนของปัวซอง (Poisson's ratio) ตามลำดับ เมื่อคำนวณเมทริกซ์ความแข็งของสปริงเฉพาะถิ่นได้แล้ว จากนั้นแปลงกลับเป็นเมทริกซ์ความแข็งของสปริงที่แท้จริงได้ในสมการที่ (3.11)

$$[K] = [R]^T [\tilde{K}] [R] \quad (3.11)$$

โดยที่

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos(\tilde{x}, x) & \cos(\tilde{x}, y) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos(\tilde{y}, x) & \cos(\tilde{y}, y) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\tilde{x}, x) & \cos(\tilde{x}, y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\tilde{y}, x) & \cos(\tilde{y}, y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{x}, x) & \cos(\tilde{x}, y) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{y}, x) & \cos(\tilde{y}, y) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

จากสมการที่ (3.12) สมาชิกในเมทริกซ์  $[R]$  จะประกอบไปด้วยฟังก์ชันโคไซน์ระนาบทิศทาง (directional cosine) ซึ่งเป็นค่าที่ใช้สำหรับถ่ายโอนจากระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นสู่ระนาบพิกัดวงกว้าง ดังแสดงด้วยความสัมพันธ์สมการที่ (3.13) ถึง สมการที่ (3.16)

$$\cos(\tilde{x}, x) = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \quad (3.13)$$

$$\cos(\tilde{x}, y) = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \quad (3.14)$$

$$\cos(\tilde{y}, x) = -\frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \quad (3.15)$$

$$\cos(\tilde{y}, y) = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \quad (3.16)$$

เมทริกซ์มวล:  $[M]_{6 \times 6}$

ดำเนินการโดยพิจารณาการวางตัวของอิเลเมนต์ในระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นก่อน  
เช่นกัน ดังแสดงได้ในสมการที่ (3.17)

$$[\tilde{M}] = \frac{\rho \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

ซึ่ง  $\rho$  คือค่าความหนาแน่นมวล (mass density) ในแต่ละอิเลเมนต์ จากนั้นแปลงกลับเป็นเมทริกซ์  
มวลที่แท้จริงได้ในสมการที่ (3.18)

$$[M] = [R]^T [\tilde{M}] [R] \quad (3.18)$$

การนำสมการการเคลื่อนที่ของแต่ละอิเลเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมสำหรับการเคลื่อนที่  
ของระบบ โดยหากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิเลเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย  $n$  จุด  
ต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมสำหรับการเคลื่อนที่ของระบบ ซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวน  
ทั้งสิ้น  $2n$  สมการ ดังแสดงด้วยสมการที่ (3.19) ทั้งนี้เนื่องจากการพิจารณาการกระจัดจะพิจารณาทั้ง  
แนวแกน  $x$  และแกน  $y$  ร่วมกัน

$$[M]_{2n \times 2n} \frac{\partial^2 \{x\}_{2n \times 1}}{\partial t^2} + [D]_{2n \times 2n} \frac{\partial \{x\}_{2n \times 1}}{\partial t} + [K]_{2n \times 2n} \{x\}_{2n \times 1} = \{F\}_{2n \times 1} \quad (3.19)$$

### 3.3 การหาผลเฉลยสำหรับการสั่นสะเทือน

ในการวิเคราะห์สถานะชั่วคราวในขณะที่มอเตอร์หมุนไป ดังสมการการเคลื่อนที่ที่เวลา  $t$  ใด ๆ ที่แสดงด้วยสมการที่ (3.20)

$$[M]\frac{\partial^2\{x\}^t}{\partial t^2}+[D]\frac{\partial\{x\}^t}{\partial t}+[K]\{x\}^t=\{F\}^t \quad (3.20)$$

ซึ่งตัว  $t$  หมายถึงค่าที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา จะสังเกตเห็นว่าเมทริกซ์  $[M]$   $[D]$  และ  $[K]$  จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเมื่อมอเตอร์หมุนไป การแก้สมการสถานะชั่วคราวในงานวิจัยนี้ จะใช้วิธีผลต่างกลาง (central difference) เพราะเป็นวิธีที่นิยมใช้กันแพร่หลายสำหรับการแก้สมการการเคลื่อนที่ในสถานะชั่วคราว (Kwon and Bang, 2000) โดยเมื่อพิจารณาวิธีผลต่างกลาง จะได้

$$\frac{\partial^2\{x\}^t}{\partial t^2}=\frac{1}{\Delta t^2}\left[\{x\}^{t+\Delta t}-2\{x\}^t+\{x\}^{t-\Delta t}\right] \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial\{x\}^t}{\partial t}=\frac{1}{2\Delta t}\left[\{x\}^{t+\Delta t}-\{x\}^{t-\Delta t}\right] \quad (3.22)$$

แทนค่าสมการที่ (3.21) และ (3.22) ลงในสมการที่ (3.20) จะได้

$$[M_{eff}]\{x\}^{t+\Delta t}=\{F_{eff}\} \quad (3.23)$$

โดยที่

$$[M_{eff}]=\left[\frac{1}{\Delta t^2}[M]+\frac{1}{2\Delta t}[D]\right] \quad (3.24)$$

$$\{F_{eff}\}=\{F\}^t-\left[\left[K\right]-\frac{2}{\Delta t^2}[M]\right]\{x\}^t-\left[\frac{1}{\Delta t^2}[M]-\frac{1}{2\Delta t}[D]\right]\{x\}^{t-\Delta t} \quad (3.25)$$

ซึ่ง  $[M_{eff}]$  และ  $\{F_{eff}\}$  คือ เมทริกซ์มวลประสิทธิผล (effective mass matrix) และเวกเตอร์แรงประสิทธิผล (effective force matrix) ตามลำดับ ดังนั้นจึงสรุปเป็นขั้นตอนในการคำนวณหาการสั่นสะท้อนเป็นระยะกระจัดเมื่อมอเตอร์หมุนไปได้ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 : คำนวณหาเมทริกซ์ระบบสมการรวม  $[M]$   $[D]$  และ  $[K]$

ขั้นตอนที่ 2 : กำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้นที่  $t=0$  ซึ่งประกอบด้วยเวกเตอร์การกระจัด  $\{x\}^0$  และเวกเตอร์ความเร็ว  $\frac{\partial\{x\}^0}{\partial t}$  พร้อมทั้งรับค่าเวกเตอร์ของแรงที่กระทำกับมอเตอร์  $\{F\}^0$

ขั้นตอนที่ 3 : คำนวณค่าเวกเตอร์ความเร่ง  $\frac{\partial^2\{x\}^0}{\partial t^2}$  ในสมการที่ (3.20) ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$[M]\frac{\partial^2\{x\}^0}{\partial t^2} = \{F\}^0 - [D]\frac{\partial\{x\}^0}{\partial t} - [K]\{x\}^0 \quad (3.26)$$

ขั้นตอนที่ 4 : คำนวณค่าเวกเตอร์การกระจัดที่เวลา  $-\Delta t$  โดยใช้ความสัมพันธ์ของสมการที่ (3.21) และ (3.22) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\{x\}^{-\Delta t} = \{x\}^0 - \Delta t \frac{\partial\{x\}^0}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2\{x\}^0}{\partial t^2} \quad (3.27)$$

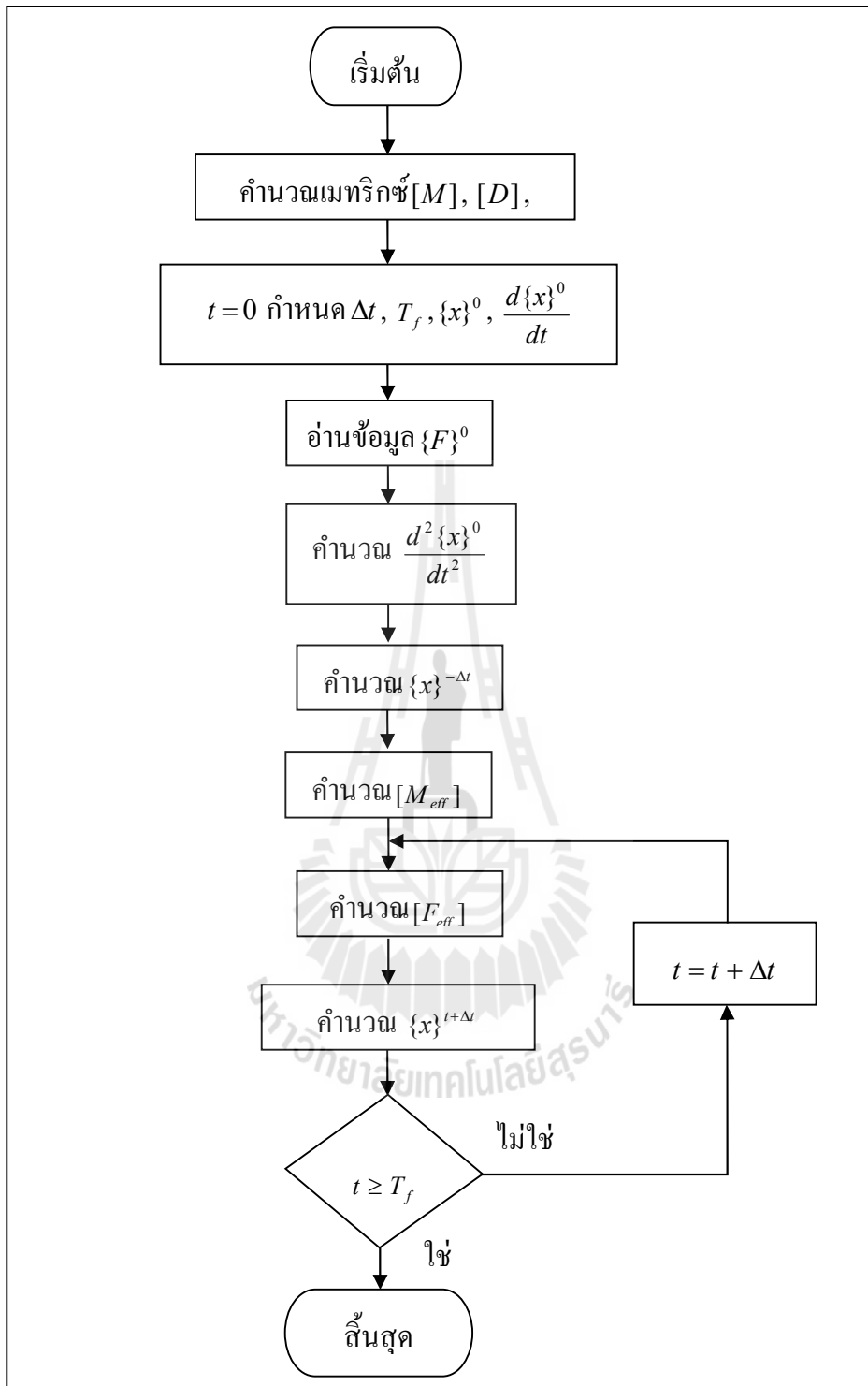
ขั้นตอนที่ 5 : คำนวณเมทริกซ์มวลประสิทธิผล  $[M_{eff}]$  โดยใช้สมการที่ (3.24)

ขั้นตอนที่ 6 : คำนวณเวกเตอร์แรงประสิทธิผล  $\{F_{eff}\}$  โดยใช้สมการที่ (3.25)

ขั้นตอนที่ 7 : คำนวณค่าเวกเตอร์การกระจัดที่เวลาถัดไป  $\{x\}^{t+\Delta t}$  ในสมการที่ (3.23) จากนั้นที่เวลาถัดไป  $t + \Delta t$  ดำเนินการทำซ้ำในขั้นตอนที่ 6-7 จนถึงเวลาที่สิ้นสุด  $T_f$

ขั้นตอนต่างๆ ที่ได้อธิบายผ่านมา อาจสรุปรวมในรูปของแผนภูมิได้ดังรูปที่ 3.5





รูปที่ 3.5 แผนภูมิการคำนวณการสั้นสะเทือนในมอเตอร์

### 3.4 สรุป

บทที่ 3 นี้ ได้อธิบายการประยุกต์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อคำนวณหาขนาดของการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์เมื่อโรเตอร์หมุน โดยพิจารณาในรูปแบบของฟังก์ชันการกระจัดซึ่งอาศัยสมการการเคลื่อนที่ในรูปของสมการอนุพันธ์สามัญอันดับสอง รายละเอียดต่างๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การประดิษฐ์โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือนที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 4 ต่อไป



## บทที่ 4

### โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์

#### 4.1 บทนำ

การจำลองผลเพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและขนาดของการสั่นสะเทือนของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ที่เรียกว่าสปินเดิลมอเตอร์ (spindle motor) ขนาด 12 V ในงานวิจัยนี้ โดยได้ประดิษฐ์ไฟไนท์อิเลิเมนต์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB บนรากฐานของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและสมการการเคลื่อนที่ที่ถูกต้อง โดยรับค่าอินพุตซึ่งเป็นคุณลักษณะของจุดต่อและอิเลิเมนต์จากการสร้างกริดอัตโนมัติโดยใช้โปรแกรมฟรีแวร์สำเร็จรูปชื่อ Gmesh การจำลองผลนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่งต่างๆ บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์เมื่อมอเตอร์หมุนไป และวิเคราะห์ถึงขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ ดังนั้นในบทที่ 4 นี้ จึงได้กล่าวถึงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของมอเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล และอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก และโปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือนในมอเตอร์

#### 4.2 พารามิเตอร์ของมอเตอร์

การจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในบทนี้ ได้พิจารณา BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ที่เรียกว่าสปินเดิลมอเตอร์ โดยค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ทั้งทางไฟฟ้าและทางกลของมอเตอร์ ได้รับการรวบรวมไว้ในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 พารามิเตอร์ทางไฟฟ้าและทางกลของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์

พารามิเตอร์	ค่า
แรงดันแหล่งจ่าย	12 V (ต่อแบบสตาร์)
จำนวนขั้ว	8 P
จำนวนร่องของสเตเตอร์	12 ร่อง
ความถี่แหล่งจ่าย	227 Hz
ความเร็วพิกัด	3400 rpm
ความต้านทานของขดลวดสเตเตอร์	$0.29 \Omega / \phi$
รัศมีของเส้นลวดตัวนำ	0.125 mm
ความเหนี่ยวนำที่ใช้คำนวณ (L-M)	0.365 mH

ตารางที่ 4.1 พารามิเตอร์ทางไฟฟ้าและทางกลของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ (ต่อ)

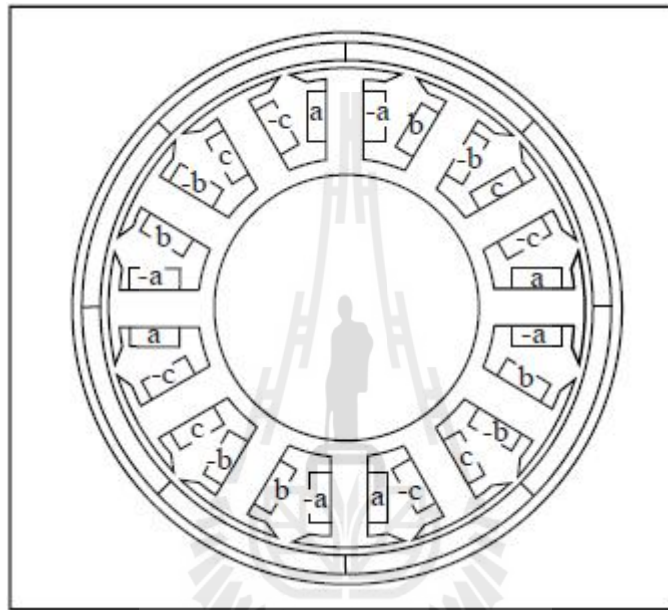
พารามิเตอร์	ค่า
โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์	$0.0002265 \text{ kgm}^2$
วัสดุสารแม่เหล็กถาวร	S20
โมดูลัสของแกนสเตเตอร์	$2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
โมดูลัสของโครงสเตเตอร์ (อลูมิเนียม)	$7.2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
โมดูลัสของแม่เหล็กถาวร	$1.7 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
ความหนาแน่นมวลของแกนสเตเตอร์	$2.75 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
ความหนาแน่นมวลของโครงสเตเตอร์	$6.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
อัตราส่วนของปิวซอง	0.25
จำนวนรอบการพัน/ขดลวด	30 รอบ
สภาพนำทางไฟฟ้าของแม่เหล็กถาวร	$1.1 \times 10^6 \text{ } \Omega^{-1} / m$
ความซาบซึมได้สัมพัทธ์ของแม่เหล็กถาวร	1.154
สัมประสิทธิ์ความเสียดทานเชิงความหนืด	$0.004 \text{ N} \cdot m / rad / sec$
ขนาดของฟลักซ์ลิงก์เกจ	0.041
แรงลบล้างแม่เหล็กของแม่เหล็กถาวร	$550000 \text{ A/m}$
ค่าคงที่ของแรงดันต้านกลับ	0.03

หมายเหตุ แหล่งที่มาของพารามิเตอร์เหล่านี้ได้จากการรวบรวมข้อมูลจากหนังสือและบทความทางวิชาการจำนวนมาก ที่มีการดำเนินงานกับมอเตอร์ขนาดพิกัดใกล้เคียงกันกับงานวิจัยนี้ เพื่อให้ได้มาซึ่งค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ที่สมบูรณ์และเพียงพอต่อการจำลองผล

ลักษณะการพันของขดลวดสเตเตอร์ทั้งสามเฟส ( $a$ ,  $b$  และ  $c$ ) แสดงไว้ในรูปที่ 4.1 กระแสในแต่ละเฟสที่ไหลอยู่ในขดลวดที่พันอยู่ในแต่ละร่องของสเตเตอร์เปลี่ยนแปลงเป็นฟังก์ชันของเวลา โดยจะขึ้นอยู่กับขนาดของแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรงและค่าพารามิเตอร์ของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ เมื่อทราบกระแส  $I$  ในแต่ละเฟสจึงสามารถคำนวณหาค่าความหนาแน่นของกระแสภายนอก  $J_0$  ที่ป้อนเป็นอินพุตให้แก่โปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์ที่ได้ตั้งสมการที่ (4.1) โดยรายละเอียดการคำนวณค่าของกระแสที่จ่ายให้แก่มอเตอร์ จะได้กล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

$$J_0 = \frac{m \cdot I}{a_l} \quad (4.1)$$

เมื่อ  $m$  คือจำนวนรอบการพันของขดลวด และ  $a_i$  คือพื้นที่หน้าตัดของขดลวด ( $m^2$ ) โดยการป้อนค่า  $J_0$  ให้แก่โปรแกรมจะต้องคำนึงถึงทิศทางทวนหรือตามเข็มนาฬิกาของกระแสด้วยเพราะกระแสที่ใช้ในการคำนวณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง ดังแสดงด้วยรูปที่ 4.1 ซึ่งเป็นการแสดงทิศทางทวนหรือตามเข็มนาฬิกาของแต่ละเฟส ณ เวลาขณะหนึ่ง กรณีที่พิจารณามอเตอร์ใน 2 มิติ (ระนาบ xy)  $J_0$  จะมีทิศทางวิ่งเข้าหรือวิ่งออกจากหน้ากระดาษ ซึ่งในการคำนวณจะกำหนดให้กระแสที่มีทิศทางวิ่งเข้ากระดาษมีเครื่องหมายบวก และกระแสที่มีทิศทางวิ่งออกกระดาษมีเครื่องหมายลบ



รูปที่ 4.1 การพันขดลวดสเตเตอร์ของกระแสในแต่ละเฟส

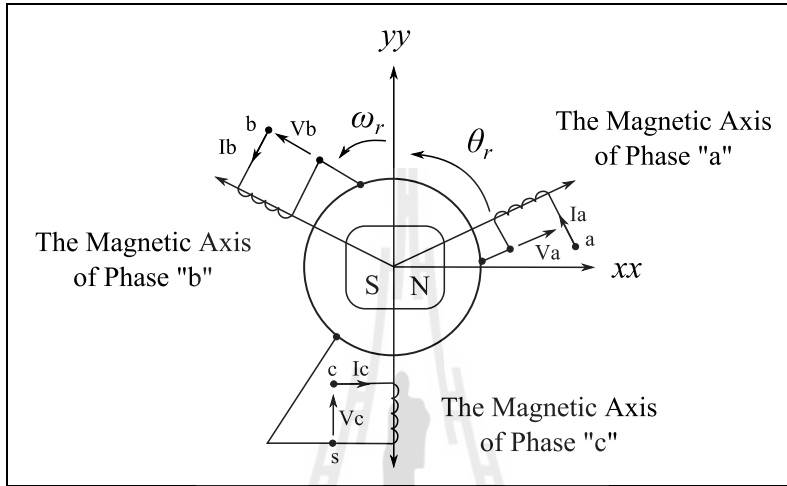
### 4.3 การคำนวณกระแสของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์

การคำนวณกระแสของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์จะต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของมอเตอร์ เพื่อศึกษาถึงพฤติกรรมทางไฟฟ้าและพฤติกรรมทางกลของมอเตอร์ ดังได้กล่าวรายละเอียดถึงแนวทางในการคำนวณค่ากระแสดังต่อไปนี้

#### 4.3.1 แบบจำลองทางไฟฟ้าของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์

ขดลวดสเตเตอร์ของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ มีรูปแบบเป็นอิมพีแดนซ์ (RL อนุกรม) ต่อแบบวาย อิมพีแดนซ์แต่ละกิ่งเป็นสิ่งแทนแกนขดลวดสเตเตอร์ และเป็นการต่ออิมพีแดนซ์แบบสามเฟสสมดุลที่ให้อยู่กับที่ ดังแสดงด้วยรูปที่ 4.2 ซึ่งจะได้แบบจำลองทางไฟฟ้า ดังสมการที่ (4.2)

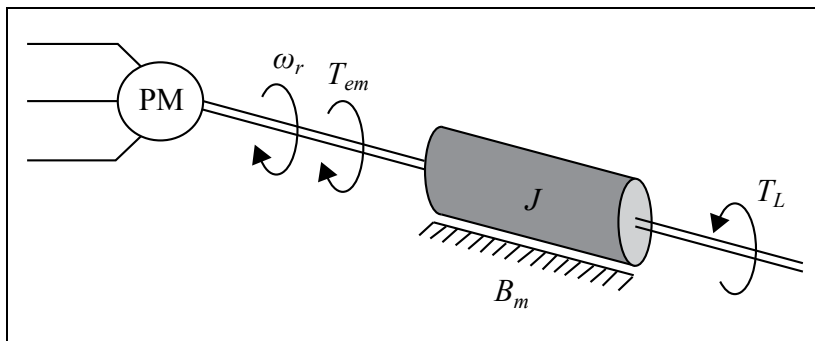
$$\begin{bmatrix} dI_a / dt \\ dI_b / dt \\ dI_c / dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/(L-M) & 0 & 0 \\ 0 & 1/(L-M) & 0 \\ 0 & 0 & 1/(L-M) \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} \right\} \quad (4.2)$$



รูปที่ 4.2 องค์ประกอบของเครื่องจักรกลไฟฟ้าอ้างอิงในระนาบสามเฟส

#### 4.3.2 แบบจำลองทางกลของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์

แบบจำลองทางกลของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์เมื่อมอเตอร์ขับโหลด สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 แบบจำลองทางกลของมอเตอร์กระแสตรงไร้แปรงถ่านในฮาร์ดดิสก์

จากสมการการเคลื่อนที่และคุณสมบัติของสมการการเคลื่อนที่จะได้ดังสมการที่ (4.3) และ (4.4) ตามลำดับ

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{P \cdot E_a \cdot I_a}{J\omega_r} + \frac{P \cdot E_b \cdot I_b}{J\omega_r} + \frac{P \cdot E_c \cdot I_c}{J\omega_r} - \frac{B_m \cdot \omega_r}{J} - \frac{P \cdot T_L}{J} \quad (4.3)$$

$$\frac{d\theta_e}{dt} = \frac{P}{2} \omega_r \quad (4.4)$$

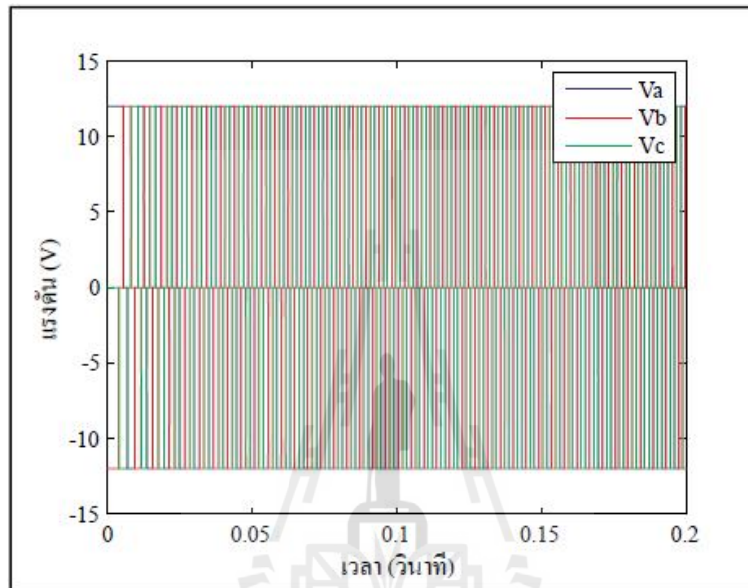
เมื่อนำสมการที่ (4.3) และ (4.4) ประกอบกับสมการที่ (4.2) จะได้ดังสมการที่ (4.5)

$$\begin{bmatrix} dI_a/dt \\ dI_b/dt \\ dI_c/dt \\ d\omega_r/dt \\ d\theta_e/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/(L-M) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/(L-M) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/(L-M) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & 0 & 0 \\ -P \cdot E_a / \omega_r & -P \cdot E_b / \omega_r & -P \cdot E_c / \omega_r & B_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -P/2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ \omega_r \\ \theta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \\ P \cdot T_L \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (4.5)$$

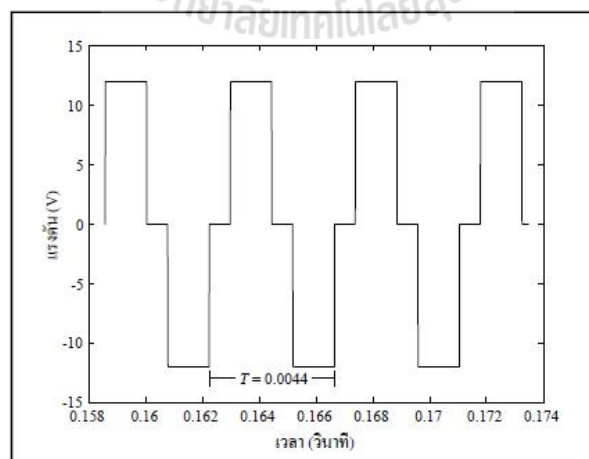
### 4.3.3 การคำนวณกระแสของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์

การคำนวณกระแสในแต่ละเฟสจะต้องอาศัยความสัมพันธ์ของสมการแบบจำลองของมอเตอร์ทั้งทางไฟฟ้าและทางกลดังสมการที่ (4.5) ข้างต้น เมื่อป้อนแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงสามเฟสดังแสดงในรูปที่ 4.4 กราฟแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงสามเฟสเทียบกับเวลา และรูปที่ 4.5 กราฟแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงเฟส  $a$  เทียบกับเวลาเมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่และป้อนแรงดันด้านกลับดังแสดงด้วยรูปที่ 4.6 กราฟแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงและแรงดันด้านกลับเทียบกับเวลา และรูปที่

4.7 กราฟแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงและแรงดันด้านเฟส  $a$  กลับเทียบกับเวลาเมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่ประกอบกับค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ดังปรากฏในตารางที่ 4.1 จะได้ผลลัพธ์ของกระแสในแต่ละเฟสดังแสดงในรูปที่ 4.8 ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นกระแสที่ใช้ในการคำนวณหาค่า  $J_0$  ดังได้กล่าวไว้ข้างต้น สำหรับรูปที่ 4.9 คือกราฟกระแสของเฟส  $a$  ที่จ่ายให้กับมอเตอร์เมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่

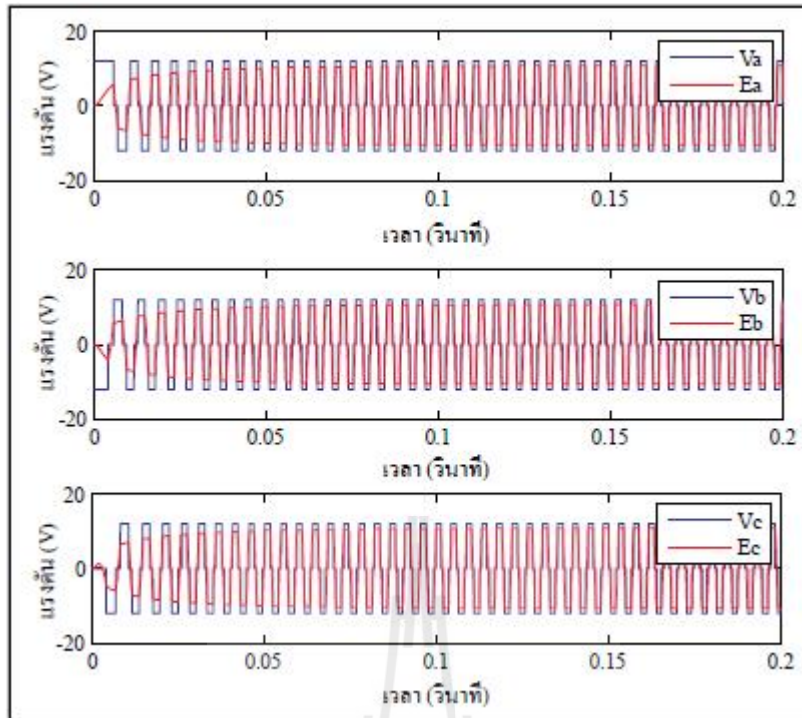


รูปที่ 4.4 กราฟแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงแต่ละเฟสเทียบกับเวลา

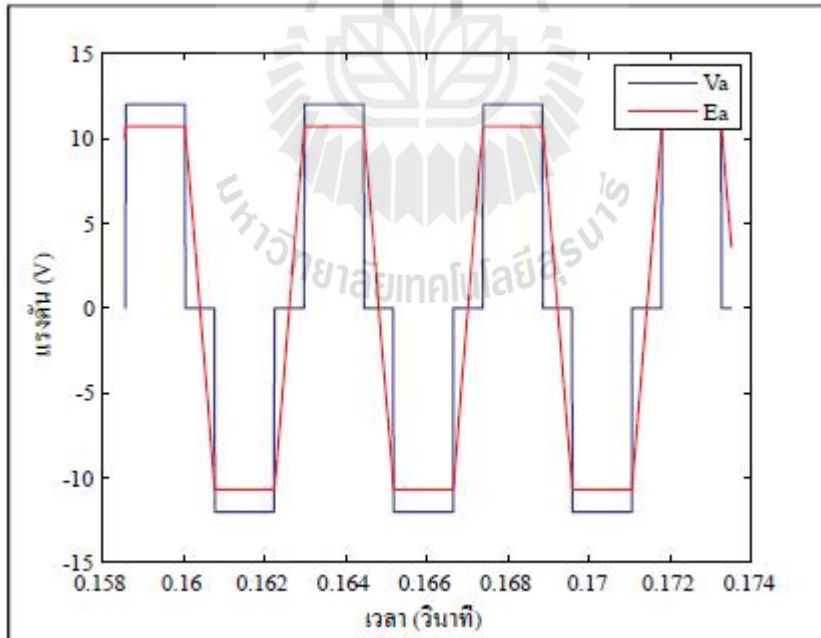


รูปที่ 4.5 กราฟแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงเฟส  $a$  เทียบกับเวลาเมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่

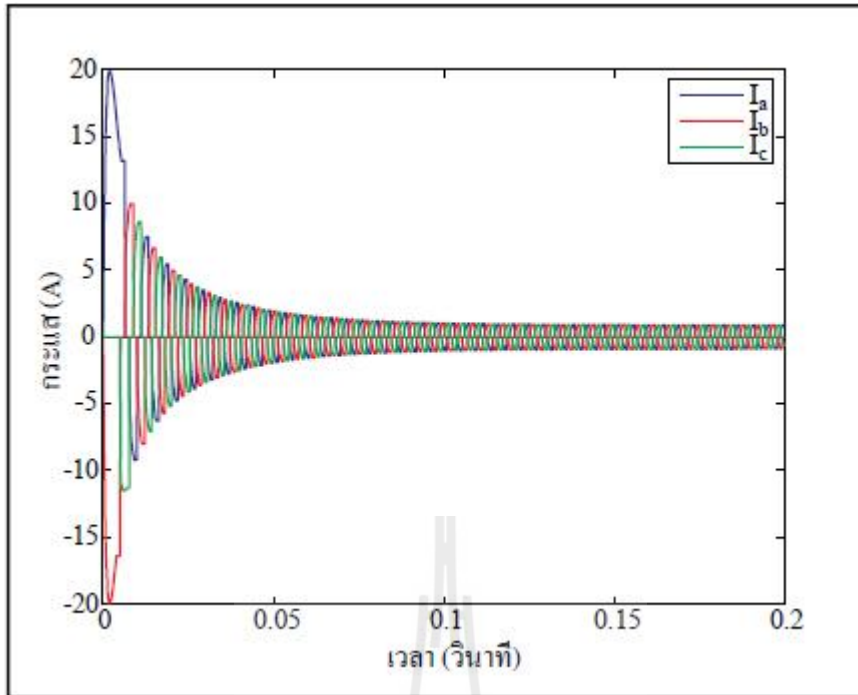




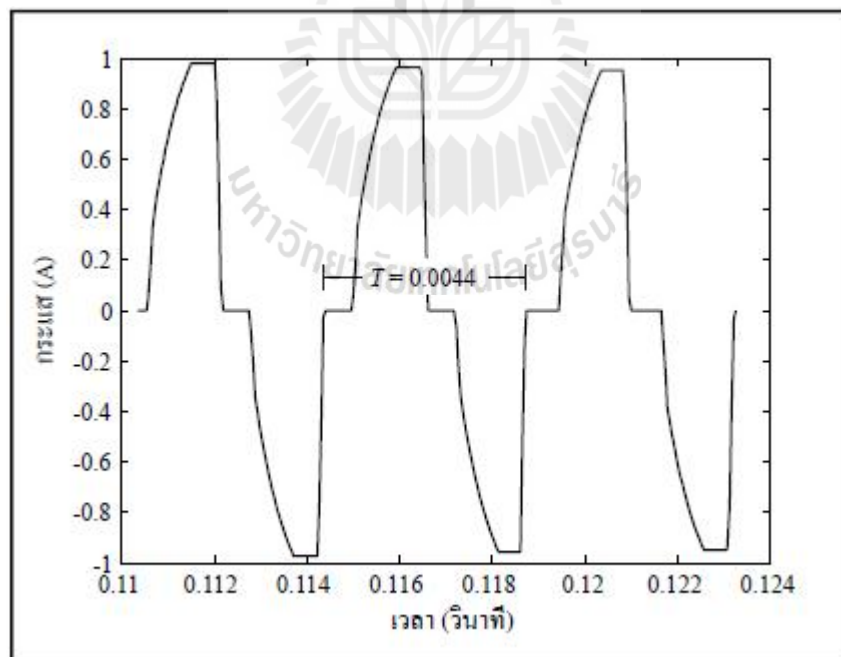
รูปที่ 4.6 กราฟแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงและแรงดันต้านกลับเทียบกับเวลา



รูปที่ 4.7 กราฟแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงและแรงดันต้านเฟส  $a$  เทียบกับเวลา  
เมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่



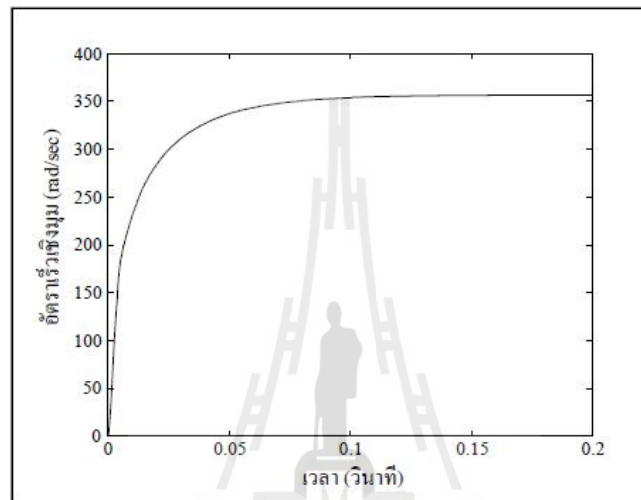
รูปที่ 4.8 กราฟกระแสเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้จากการคำนวณ



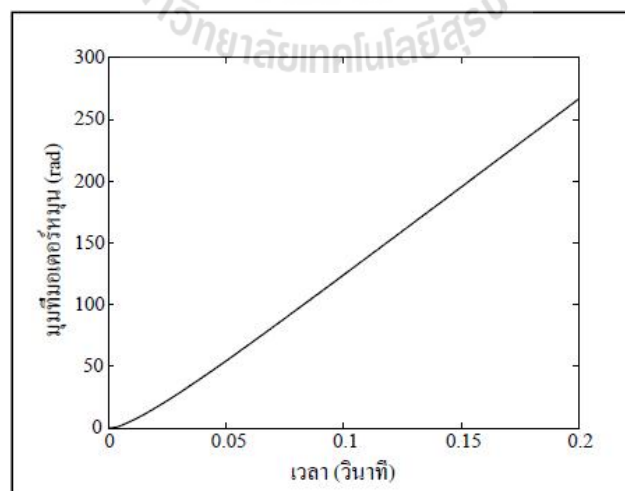
รูปที่ 4.9 กราฟกระแสเฟส  $a$  เปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้จากการคำนวณ  
เมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่

จากรูปที่ 4.5 และรูปที่ 4.9 คาบของแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงและกระแสมีค่าเท่ากับ 0.0044 วินาที ซึ่งสามารถคำนวณหาความถี่ได้จาก  $f=1/T$  จากความสัมพันธ์นี้จะคำนวณความถี่ได้เท่ากับ  $f=227\text{ Hz}$

จากสมการที่ (4.5) ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณนอกจากค่า  $I_a$ ,  $I_b$  และ  $I_c$  ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาแล้วยังมีอัตราเร็วเชิงมุม ( $\omega_r$ ) และมุมที่มอดูเลเตอร์หมุน ( $\theta$ ) เปลี่ยนแปลงตามเวลาดังแสดงในรูปที่ 4.10 และรูปที่ 4.11 ตามลำดับ



รูปที่ 4.10 กราฟอัตราเร็วเชิงมุมเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้จากการคำนวณ



รูปที่ 4.11 กราฟมุมที่มอดูเลเตอร์หมุนเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้จากการคำนวณ

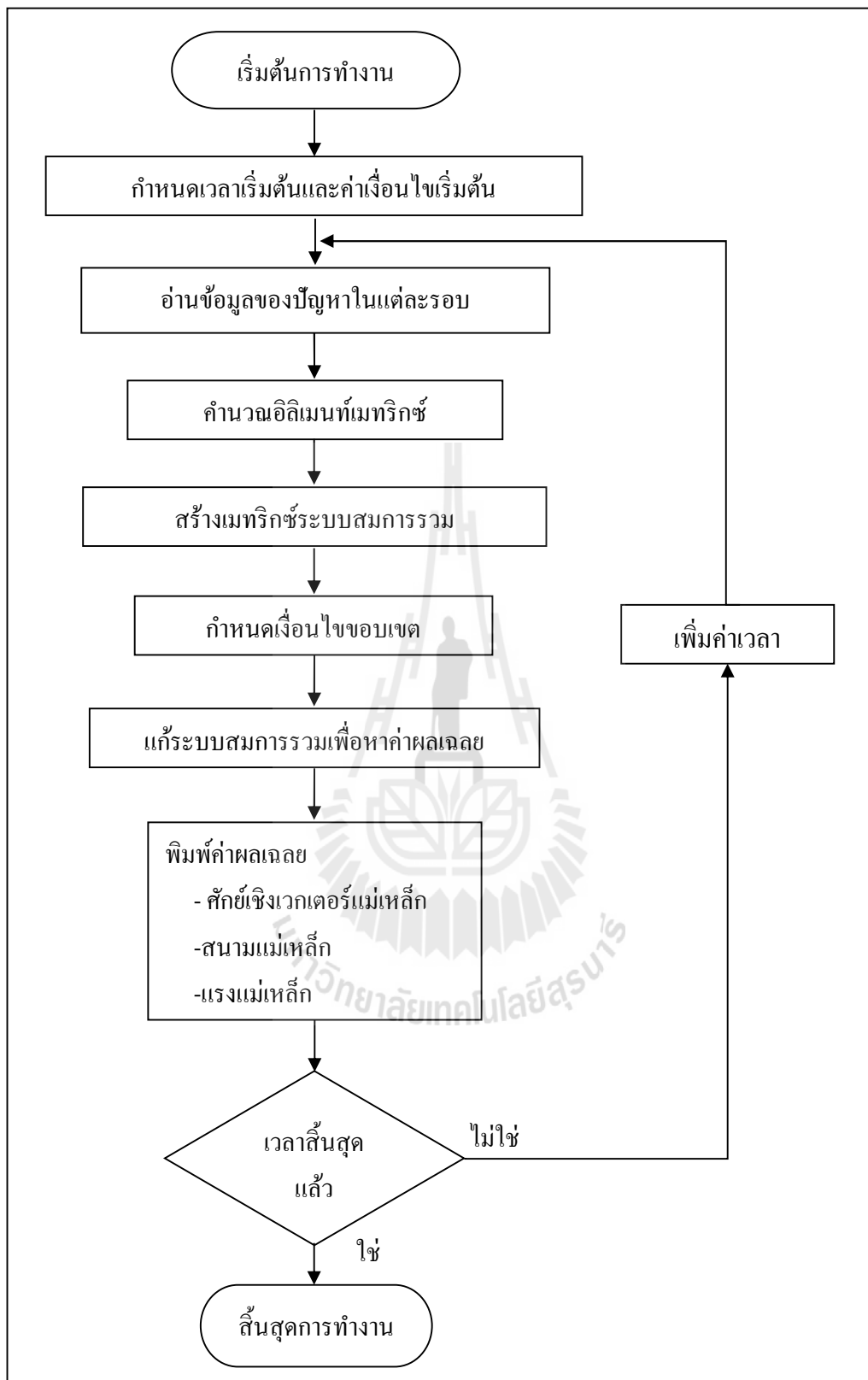
จากรูปที่ 4.10 ค่าอัตราเร็วเชิงมุมจะมีค่าเป็นศูนย์ที่เวลาเริ่มต้นและจะมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและคงที่ที่เวลาประมาณ 0.175 วินาที ด้วยค่าอัตราเร็วเชิงมุมประมาณ  $355 \text{ rad/sec}$  หรือคำนวณเป็นความเร็วรอบได้จาก  $N = 60\omega_r / (2\pi)$  ซึ่งจะมีค่าความเร็วรอบเท่ากับ 3390 rpm จะเห็นได้ว่ามีค่าความเร็วรอบที่ได้จากการคำนวณใกล้เคียงกับค่าความเร็วพิกัดของมอเตอร์ ซึ่งมีความเร็วพิกัดเท่ากับ 3400 rpm

#### 4.4 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

โปรแกรมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก และโปรแกรมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการสั่นสะเทือนของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ เกิดจากการประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB โดยกริดที่สร้างขึ้นเพื่อกำกับคุณลักษณะของจุดต่อและเอลิเมนต์ที่ป้อนให้แก่โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ เกิดจากการสร้างกริดโดยโปรแกรมฟรีแวร์สำเร็จรูปชื่อ Gmesh ซึ่งรายละเอียดของโปรแกรมดังกล่าวสามารถแสดงได้ดังนี้

##### 4.4.1 โปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก

การคำนวณสนามแม่เหล็กของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์สำหรับโรเตอร์หมุน เมื่อกำหนดถึงการเปลี่ยนแปลงตามเวลาค่อนข้างคำนวณได้ยาก แต่ปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีสมรรถนะสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ จึงสามารถคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น โปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับคำนวณค่าสนามแม่เหล็กที่ใช้กันอยู่ทั่วไป มีราคาแพง ประมวลผลช้า และไม่มีความคล่องตัวเมื่อพิจารณาถึงกรณีที่โรเตอร์หมุนดังนั้นงานวิจัยนี้จึงประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB เพื่อคำนวณค่าสนามแม่เหล็กของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ สำหรับโครงสร้างของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็กอาจแทนได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 4.12



รูปที่ 4.12 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก

จากแผนภูมิในรูปที่ 4.12 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลของระบบโดยรวม เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละส่วน จะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่างๆเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 กำหนดเวลาเริ่มต้นและค่าเงื่อนไขเริ่มต้น :** โปรแกรมจะเริ่มทำงานด้วยการกำหนดค่าเวลาเริ่มต้น  $t = 0$  สำหรับการคำนวณในรอบแรก ซึ่งจำนวนรอบหรือเวลาสิ้นสุดของการคำนวณ จะขึ้นอยู่กับจำนวนหรือเวลาที่ใช้ในการหมุนไปที่มุมต่างๆ ของมอเตอร์ โดยเมื่อมอเตอร์หมุนไปลักษณะของอิลิเมนต์และจุดต่อจะแปรเปลี่ยนตามมุมที่หมุนไปด้วย โดยโปรแกรมยังมีหน้าที่ในการกำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้น โดยงานวิจัยนี้มีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นในรอบแรกคือการให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเป็นศูนย์  $A(t = 0) = 0$

**ขั้นตอนที่ 2 อ่านข้อมูลของปัญหาในแต่ละรอบ :** จากนั้นโปรแกรมจะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของอิลิเมนต์และจุดต่อ จากเอาต์พุตไฟล์ที่เกิดจากการสร้างกริดของโปรแกรมฟรีแวร์สำเร็จรูปชื่อ Gmesh ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 ซึ่งรายละเอียดในไฟล์ประกอบด้วยจำนวนและตำแหน่งของจุดต่อ หมายเลขของจุดต่อที่ประกอบขึ้นเป็นอิลิเมนต์จำนวนและหมายเลขของอิลิเมนต์เป็นต้น

**ขั้นตอนที่ 3 คำนวณอิลิเมนต์เมทริกซ์ :** ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำการคำนวณอิลิเมนต์เมทริกซ์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อของทุก ๆ อิลิเมนต์ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.39) จากบทที่ ผ่านมา หรือนำมาแสดงใหม่ในบทนี้ดังสมการที่ (4.6) โดยที่  $\{A\}_{3 \times 1}^{t+\Delta t}$  คือเวกเตอร์คำตอบของสมการที่ทำการคำนวณในแต่ละรอบ

$$\left( \frac{1}{\Delta t} [M]_{3 \times 3} + [K]_{3 \times 3} \right) \{A\}_{3 \times 1}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [M]_{3 \times 3} \{A\}_{3 \times 1}^t + \{F\}_{3 \times 1}^{t+\Delta t} \quad (4.6)$$

สมการที่ (4.6) นี้ จะต้องอาศัยความสัมพันธ์ของอิลิเมนต์เมทริกซ์การนำทางไฟฟ้า  $[M]_{3 \times 3}$  ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.28) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.7) อิลิเมนต์เมทริกซ์ความซาบซึมได้ของแม่เหล็ก  $[K]_{3 \times 3}$  ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.31) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.8) และ โหลดเวกเตอร์กระแสที่ผลิตขึ้นเอง  $\{F\}_{3 \times 1}^{t+\Delta t}$  ซึ่งตัวยก  $t + \Delta t$  หมายถึงโหลดเวกเตอร์กระแสที่ผลิตขึ้นเอง ณ เวลาเดียวกับที่ต้องการคำนวณหาคำตอบ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.35) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.9) เมทริกซ์เหล่านี้จะถูกคำนวณทีละอิลิเมนต์ เพื่อนำไปสร้างเป็นระบบเมทริกซ์สมการรวม

$$[M]_{3 \times 3} = \frac{\sigma \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$[K]_{3 \times 3} = \frac{\nu}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_i + c_k c_i & b_k b_j + c_k c_j & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\{F\}_{3 \times 1} = \frac{\nu \mu_0}{2} \left( M_x \begin{bmatrix} c_i \\ c_j \\ c_k \end{bmatrix} - M_y \begin{bmatrix} b_i \\ b_j \\ b_k \end{bmatrix} \right) + \frac{j_0 \Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

ขั้นตอนที่ 4 สร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมอิลิเมนต์เมทริกซ์ย่อยๆ เข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมดังแสดงด้วยสมการที่ (2.41) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.10) โดยมีหลักการคือ หาหมายเลขจุดต่อที่แท้จริงของอิลิเมนต์ที่พิจารณาอยู่ แล้วใส่ค่าสัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์เมทริกซ์นั้นลงในเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมให้ถูกต้อง ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อย  $n$  จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยทั้งสิ้น  $n$  สมการ

$$[A]_{n \times n} \{X\}_{n \times 1} = \{B\}_{n \times 1} \quad (4.10)$$

ขั้นตอนที่ 5 กำหนดเงื่อนไขขอบเขต : โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยมีหลักการคือ ดัดแปลงระบบสมการรวมตามสมการที่ (4.10) ให้สอดคล้องกับค่าเงื่อนไขขอบเขต โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตให้ขอบในที่ติดกับเพลลาและขอบนอกของมอเตอร์มีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเป็นศูนย์ ( $A=0$ )

ขั้นตอนที่ 6 แก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : โปรแกรมจะทำหน้าที่แก้สมการเชิงเส้นดังสมการที่ (4.10) เพื่อหาค่าผลเฉลยของระบบสมการรวม

ขั้นตอนที่ 7 พิมพ์ค่าผลเฉลย : จากนั้นโปรแกรมจะพิมพ์ค่าผลเฉลยออกมาเป็นกราฟแสดงขนาดซึ่งจะประกอบด้วยค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก ค่าสนามแม่เหล็ก และแรงแม่เหล็ก

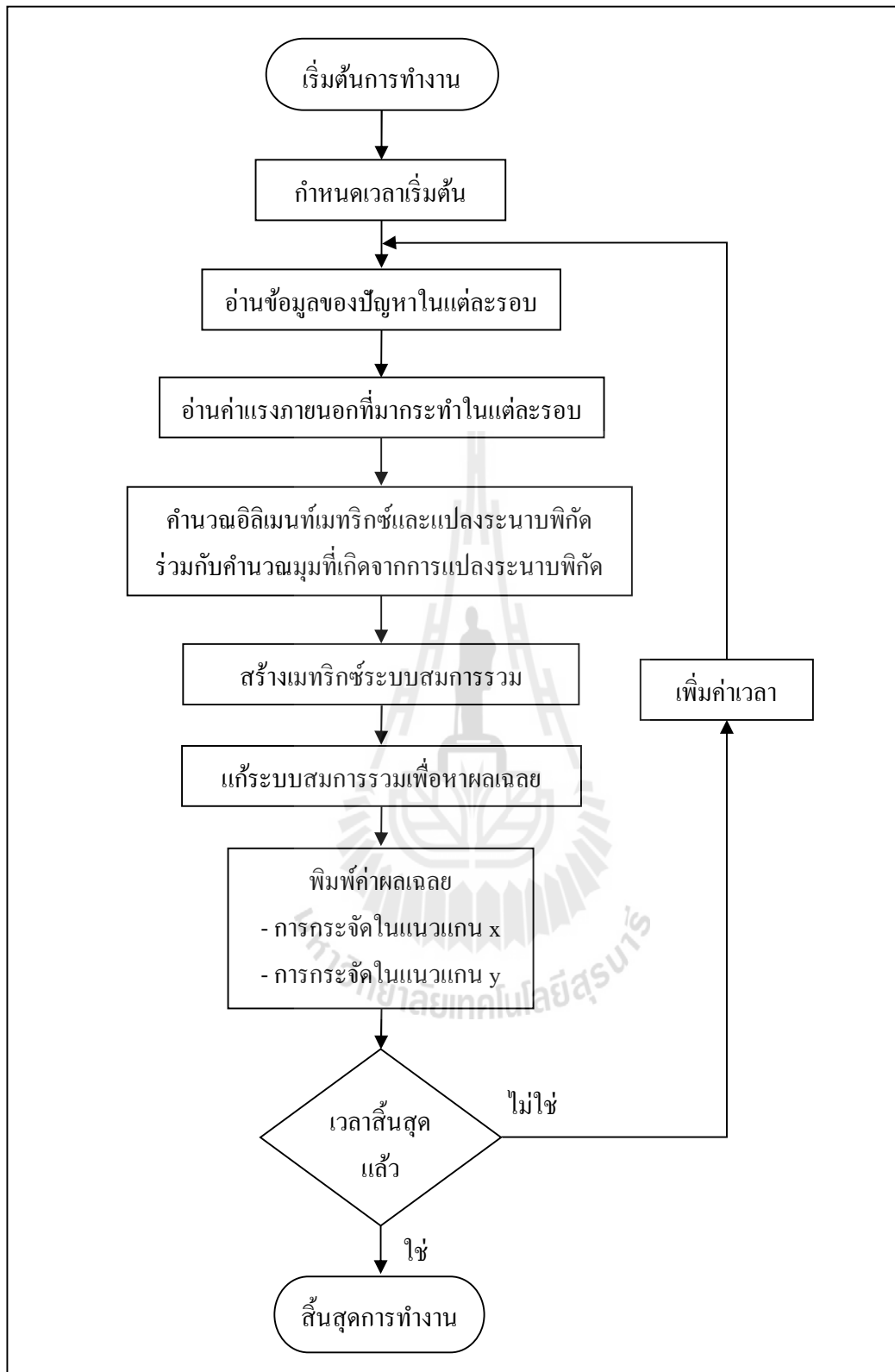
ขั้นตอนที่ 8 เวลาสิ้นสุดแล้ว : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะพิจารณาถึงการคำนวณค่าในรอบถัดไป ถ้าหากเวลาที่กำหนดในการคำนวณยังไม่สิ้นสุด โปรแกรมก็จะย้อนกลับไปขั้นตอนที่ 2 อ่านข้อมูลของปัญหาในแต่ละรอบ และกระทำซ้ำตามขั้นตอนที่ 2 ถึงขั้นตอนที่ 8 ดังเดิม แต่ถ้าหากสิ้นสุดเวลาที่กำหนดให้โปรแกรมก็จะหยุดการคำนวณ เป็นอันจบการทำงานของโปรแกรม

#### 4.4.2 โปรแกรมคำนวณการสันสะท้อน

การคำนวณขนาดของการสันสะท้อนสำหรับ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ ก่อนข้างดำเนินการได้ยาก เนื่องจากผลลัพธ์ของการกระทำอย่างละเอียดที่ครอบคลุมตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ต้องอาศัยการคำนวณที่มีความซับซ้อนสูง ปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีสมรรถนะสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ จึงสามารถคำนวณการสันสะท้อนของมอเตอร์ในทุกๆ ตำแหน่งด้วยวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ได้ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงประดิษฐ์ไฟไนท์อีลิเมนต์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB เพื่อคำนวณขนาดของการสันสะท้อนของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ ซึ่งลำดับการทำงานของโปรแกรมคำนวณการสันสะท้อน สามารถแทนได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 4.13







รูปที่ 4.13 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือน

จากแผนภูมิดังรูปที่ 4.13 อาจเข้าใจได้ถึงลำดับการทำงานของโปรแกรม โดยโปรแกรมจะทำงานเป็นขั้นตอนและมีหน้าที่ต่างกันไป ซึ่งจะอธิบายการทำงานของโปรแกรมได้ดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 กำหนดเวลาเริ่มต้น :** โปรแกรมจะเริ่มทำงานด้วยการกำหนดค่าเวลาเริ่มต้น  $t=0$  สำหรับการคำนวณในรอบแรก ซึ่งจำนวนรอบหรือเวลาดำเนินการคำนวณ จะขึ้นอยู่กับจำนวนหรือเวลาที่ใช้ในการหมุนไปที่มุมต่าง ๆ ของมอเตอร์ โดยเมื่อมอเตอร์หมุนไป ลักษณะของอิลิเมนต์และจุดต่อจะแปรเปลี่ยนตามมุมที่หมุนไปด้วย

**ขั้นตอนที่ 2 อ่านข้อมูลของปัญหาและอ่านค่าแรงภายนอกที่มากระทำในแต่ละรอบ :** ขั้นตอนนี้โปรแกรมทำหน้าที่รับค่าข้อมูลต่างๆ ได้แก่ จำนวนและตำแหน่งของจุดต่อหมายเลขของจุดต่อที่ประกอบขึ้นเป็นอิลิเมนต์ จำนวนและหมายเลขของอิลิเมนต์ และค่าพารามิเตอร์ทางวัสดุต่างๆ รวมถึงโปรแกรมจะรับแรงที่ได้จากการคำนวณในเวลาเดียวกันกับที่จะคำนวณการสั่นในรอบนั้นๆ

**ขั้นตอนที่ 3 คำนวณอิลิเมนต์เมทริกซ์และแปลงระนาบพิกัดร่วมกับคำนวณมุมที่เกิดจากการแปลงระนาบพิกัด :** จากนั้นโปรแกรมจะคำนวณอิลิเมนต์เมทริกซ์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อของทุก ๆ อิลิเมนต์ โดยมีสมการไฟไนท์อิลิเมนต์ซึ่งเป็นสมการการเคลื่อนที่แสดงได้ด้วยสมการที่ (3.1) จากบทที่ผ่านมา หรือนำมาแสดงใหม่ในบทนี้ดังสมการที่ (4.11)

$$[M]_{6 \times 6} \frac{\partial^2 \{x\}_{6 \times 1}}{\partial t^2} + [D]_{6 \times 6} \frac{\partial \{x\}_{6 \times 1}}{\partial t} + [K]_{6 \times 6} \{x\}_{6 \times 1} = \{F\}_{6 \times 1} \quad (4.11)$$

สมการที่ (4.11) นี้ จะต้องอาศัยความสัมพันธ์ของอิลิเมนต์เมทริกซ์มวล  $[M]_{6 \times 6}$  ดังแสดงด้วยสมการที่ (3.18) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.12) อิลิเมนต์เมทริกซ์ความแข็งของสปริง  $[K]_{6 \times 6}$  ดังแสดงด้วยสมการที่ (3.11) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.13) โดยจะไม่พิจารณาถึงอิลิเมนต์เมทริกซ์ความหน่วง  $[D]_{6 \times 6}$

$$[M] = [R]^T [\tilde{M}] [R] \quad (4.12)$$

$$[K] = [R]^T [\tilde{K}] [R] \quad (4.13)$$

โดยที่เมทริกซ์  $[R]$  คือค่าที่ใช้สำหรับถ่ายโอนจากระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นสู่ระนาบพิกัดวงกว้างดังแสดงด้วยสมการที่ (3.12) ของบทที่ 3 หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.14) ส่วน  $[\tilde{M}]$  และ  $[\tilde{K}]$  คือเมทริกซ์มวลและเมทริกซ์ความแข็งของสปริงในระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นดังแสดงด้วยสมการที่ (3.17) และ (3.8) ของบทที่ 3 ตามลำดับ หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.15) และสมการที่ (4.16) ตามลำดับ ซึ่งโดยโปรแกรมจะทำหน้าที่ในการแปลงระนาบพิกัดวงกว้างไปเป็นระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นและแปลงกลับไปเป็นระนาบพิกัดวงกว้างตามเดิม เพื่อนำไปสร้างเป็นระบบเมทริกซ์สมการรวม

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos(\tilde{x}, x) & \cos(\tilde{x}, y) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos(\tilde{y}, x) & \cos(\tilde{y}, y) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\tilde{x}, x) & \cos(\tilde{x}, y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\tilde{y}, x) & \cos(\tilde{y}, y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{x}, x) & \cos(\tilde{x}, y) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{y}, x) & \cos(\tilde{y}, y) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$[\tilde{M}] = \frac{\rho \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$[\tilde{K}] = [\tilde{K}_n] + [\tilde{K}_s] \quad (4.16)$$

สำหรับรายละเอียดต่างๆในสมการที่ (4.14) (4.15) และ (4.16) สามารถศึกษาได้จากหัวข้อ 3.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในและสมการของอิลิเมนต์ ในบทที่ 3

ขั้นตอนที่ 4 สร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : จากนั้น โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมอิลิเมนต์เมทริกซ์ย่อย ๆ ที่คำนวณได้จากโปรแกรมเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมดังแสดงด้วยสมการที่ (3.19) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.17) โดยหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อย  $n$  จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมสำหรับการเคลื่อนที่ของระบบซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยทั้งสิ้น  $2n$  สมการ ทั้งนี้เนื่องจากพิจารณาการจัดทั้งแนวแกน  $x$  และ  $y$

$$[M]_{2n \times 2n} \frac{\partial^2 \{x\}_{2n \times 1}}{\partial t^2} + [D]_{2n \times 2n} \frac{\partial \{x\}_{2n \times 1}}{\partial t} + [K]_{2n \times 2n} \{x\}_{2n \times 1} = \{F\}_{2n \times 1} \quad (4.17)$$

ขั้นตอนที่ 5 แก่ระบบสมการรวมเพื่อหาผลเฉลย : จากนั้นโปรแกรมจะทำหน้าที่แก้สมการการเคลื่อนที่ในรูปของสมการสามัญอันดับสองเพื่อหาค่าผลเฉลยของระบบสมการรวมดังสมการที่ (4.17) โดยเลือกใช้วิธีผลต่างกลาง ดังที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 3.3 ในบทที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นตามสมการที่ (3.23) (3.24) และ (3.25) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.18) (4.19) และ (4.20) ตามลำดับ โดยโปรแกรมจะแจ้งสถานะการคำนวณผ่านทางหน้าจอในแต่ละรอบของการคำนวณ

$$[M_{eff}] \{x\}^{t+\Delta t} = \{F_{eff}\} \quad (4.18)$$

โดยที่

$$[M_{eff}] = \left[ \frac{1}{\Delta t^2} [M] + \frac{1}{2\Delta t} [D] \right] \quad (4.19)$$

$$\{F_{eff}\} = \{F\}^t - \left[ [K] - \frac{2}{\Delta t^2} [M] \right] \{x\}^t - \left[ \frac{1}{\Delta t^2} [M] - \frac{1}{2\Delta t} [D] \right] \{x\}^{t-\Delta t} \quad (4.20)$$

ขั้นตอนที่ 6 พิมพ์ค่าผลเฉลย : จากนั้นจะพิมพ์ค่าผลเฉลยที่ต้องการออกมา ซึ่งประกอบด้วยค่าการกระจัดในแนวแกน  $x$  และ  $y$  ที่เปลี่ยนแปลงไปจากตำแหน่งดั้งเดิมของทุกๆจุดต่อ

ขั้นตอนที่ 7 เวลาสิ้นสุดแล้ว : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะพิจารณาถึงการคำนวณค่าในรอบถัดไป ถ้าหากเวลาที่กำหนดในการคำนวณยังไม่สิ้นสุด โปรแกรมก็จะย้อนกลับไปขั้นตอนที่ 2 และกระทำซ้ำตามขั้นตอนที่ 2 ถึงขั้นตอนที่ 7 ดังเดิม แต่ถ้าหากสิ้นสุดเวลาที่กำหนดให้โปรแกรมก็จะหยุดการคำนวณ เป็นอันจบการทำงานของโปรแกรม

#### 4.5 สรุป

การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและการสั้นสะท้อนของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ เมื่อพิจารณาปัญหาในสถานะชั่วคราวก่อนข้างดำเนินการได้ยากและมีความซับซ้อน การทำความเข้าใจอย่างละเอียดและลึกซึ้งต่อค่าสนามแม่เหล็กและขนาดของการสั้นสะท้อนที่แปรเปลี่ยนไปในขณะที่โรเตอร์หมุน จึงยากเกินกว่าที่จะนึกหรือจินตนาการได้ เป็นเหตุให้ต้องพึ่งพาเทคนิคการจำลองผลระบบด้วยคอมพิวเตอร์ดังที่บทที่ 4 ได้นำเสนอไว้ โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั้นสะท้อนในบทนี้ได้รับการพัฒนาขึ้นด้วย MATLAB โดยมีโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและโปรแกรมจำลองผลการสั้นสะท้อนดังที่อธิบายด้วยแผนภูมิในรูปที่ 4.12 และ 4.13 ตามลำดับ โปรแกรมดังกล่าวจะรับค่าอินพุตซึ่งแสดงตำแหน่งของอิเลิเมนต์และจุดต่อจากโปรแกรมสำเร็จรูปชื่อ Gmesh และจะส่งค่าผลลัพธ์ที่ได้ให้โปรแกรม MATLAB เพื่อการคำนวณและแสดงผลในรูปแบบกราฟฟิก



## บทที่ 5

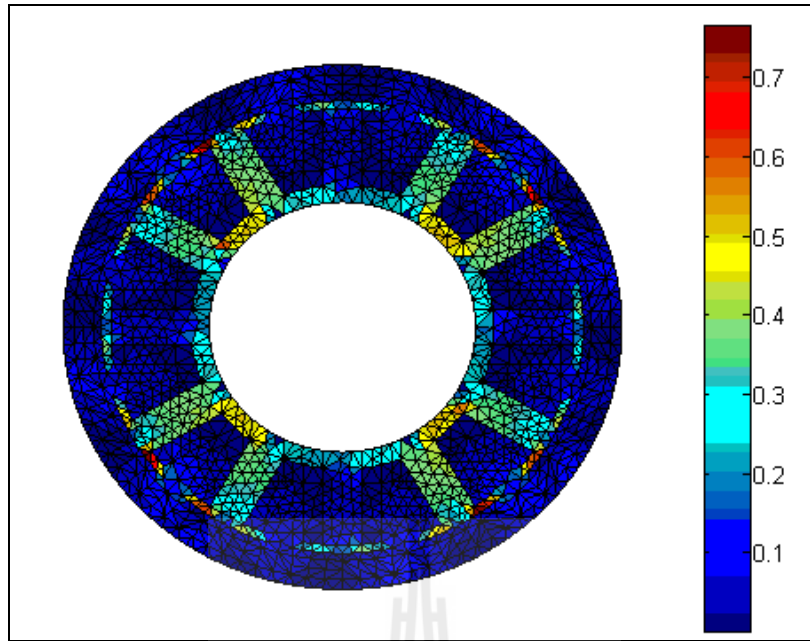
### ผลการจำลองสนามแม่เหล็กและการสั้นสะพานของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์ พร้อมเปรียบเทียบกับผลทดสอบ

#### 5.1 บทนำ

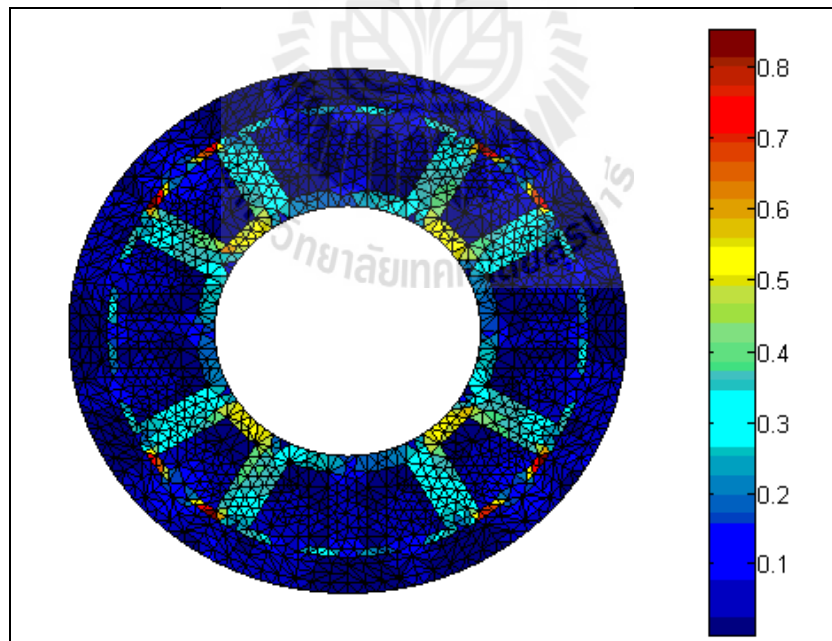
ในบทที่ผ่านมา มาของงานวิจัยนี้ได้อธิบายถึงวิธีการคำนวณสนามแม่เหล็กและการคำนวณการสั้นสะพานของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์หรือสปินเดิลมอเตอร์ สำหรับในบทที่ 5 นี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อจำลองผลการคำนวณสนามแม่เหล็กและการคำนวณการสั้นสะพานของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์จากบทที่ผ่านมาพร้อมทั้งอภิปรายผลการจำลองในกรอบความรู้ที่ศึกษาจากงานวิจัยที่เคยมีผู้ได้ศึกษาก่อนหน้านี้ ตลอดจนเปรียบเทียบผลการคำนวณการสั้นสะพานในทางทฤษฎีกับผลการวัดทดสอบจริงในทางปฏิบัติ ซึ่งจะเป็นตัวชี้วัดถึงความถูกต้องของการคำนวณการสั้นสะพานของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์สำหรับงานวิจัยนี้ นอกจากนี้ได้กล่าวถึงหลักการในการวัดทดสอบการสั้นสะพานของมอเตอร์ในฮาร์ดดิสก์อย่างถูกต้องด้วย

#### 5.2 ผลและอภิปรายผลการกระจายสนามแม่เหล็ก

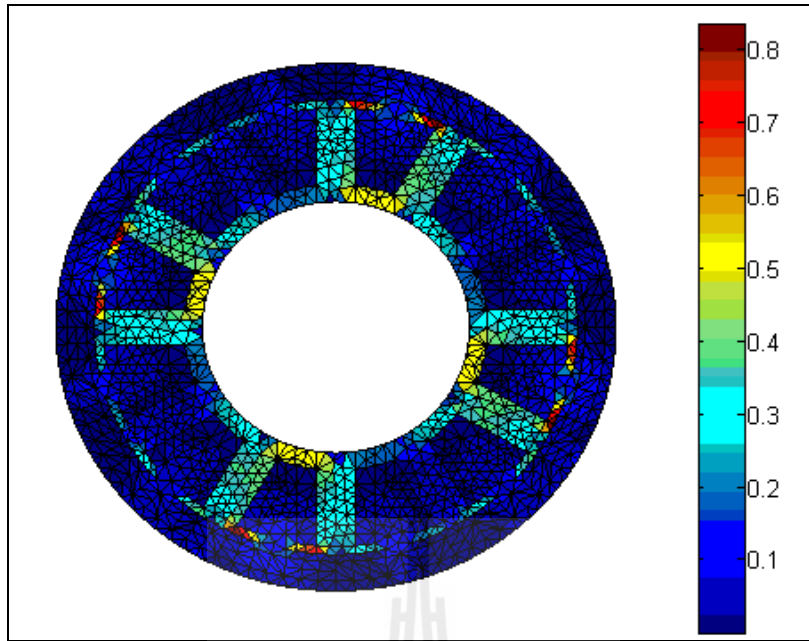
การคำนวณค่าสนามแม่เหล็กของมอเตอร์นั้นสามารถกระทำได้ด้วยการเคิร์ลศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กตั้งได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 รูปที่ 5.1 ถึงรูปที่ 5.9 คือการกระจายตัวสนามแม่เหล็ก บริเวณพื้นที่หน้าตัดของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์เมื่อโรเตอร์หมุนไปจากแกน  $x+$  เป็นมุม 0 องศา ถึงมุม 360 องศา โดยโรเตอร์หมุนในทิศทางตามเข็มนาฬิกาด้วยมุมต่างกัน 45 องศา ตามลำดับ



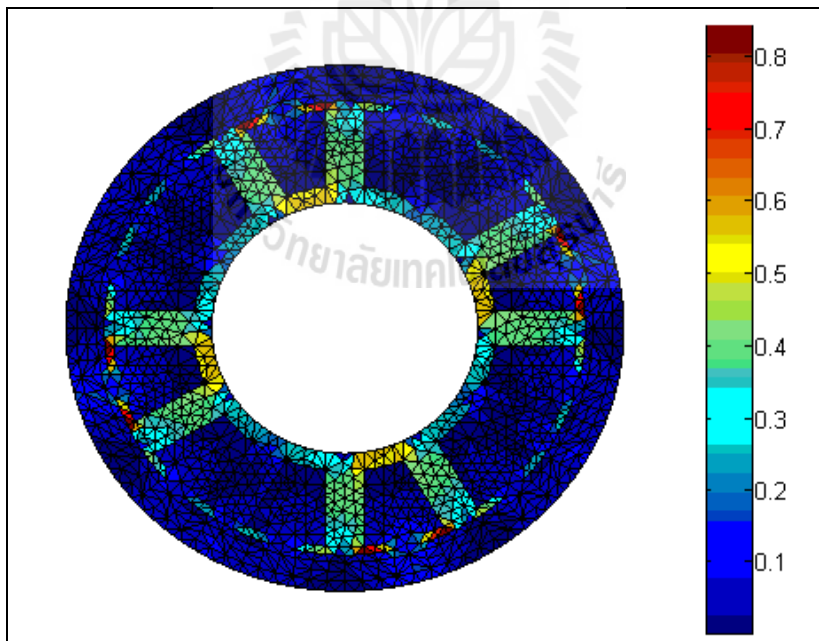
รูปที่ 5.1 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์  
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา



รูปที่ 5.2 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์  
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 45 องศา

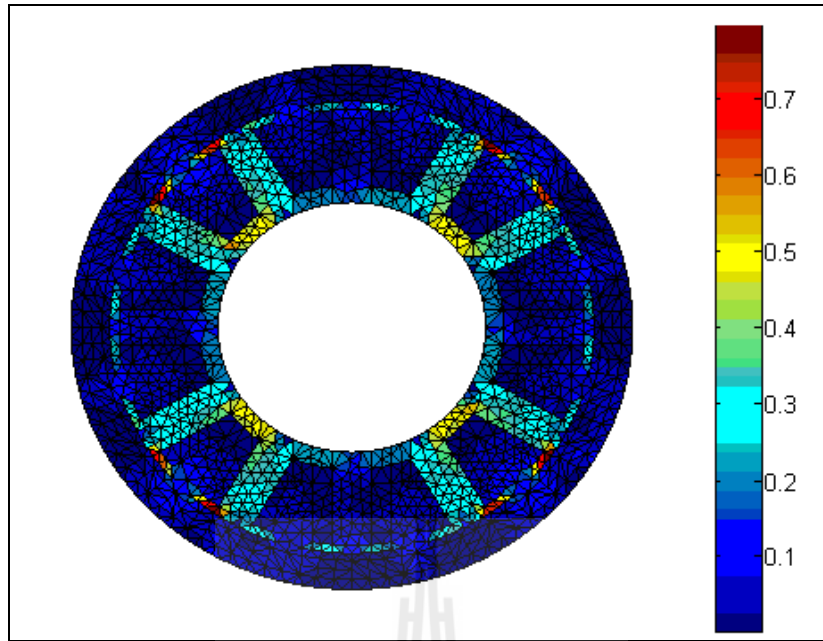


รูปที่ 5.3 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์  
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 90 องศา

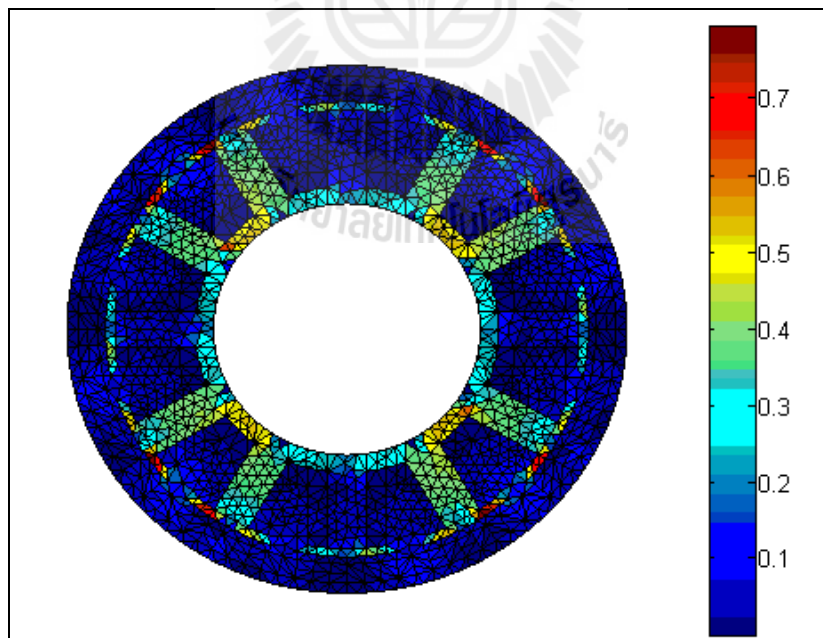


รูปที่ 5.4 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์  
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 135 องศา

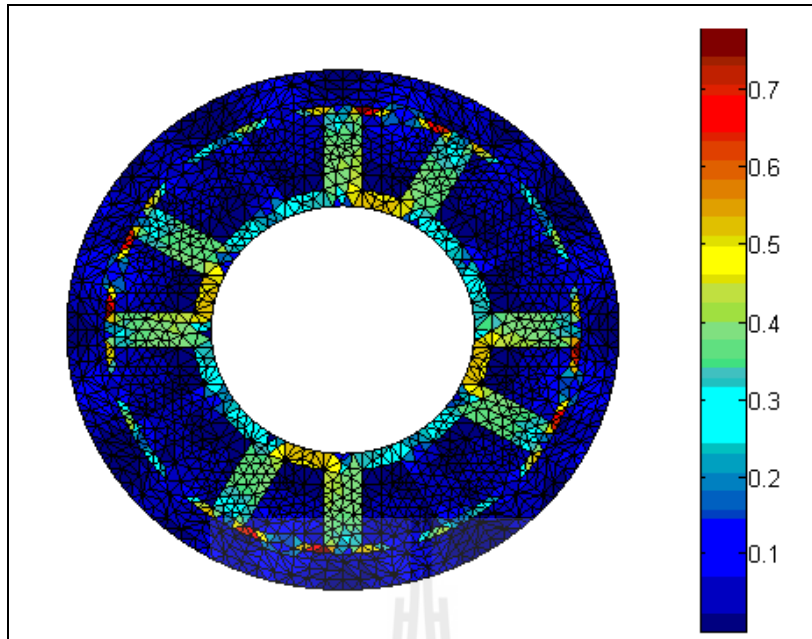




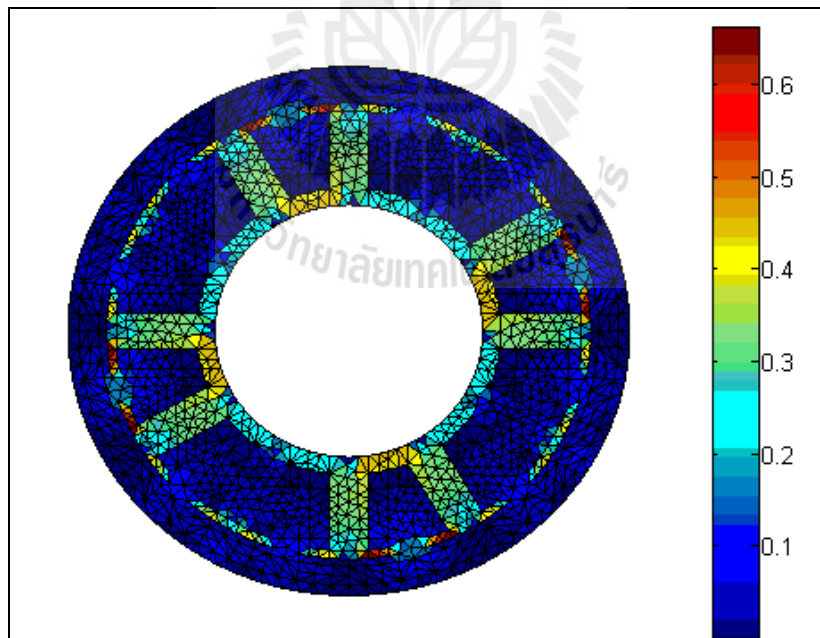
รูปที่ 5.5 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์  
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 180 องศา



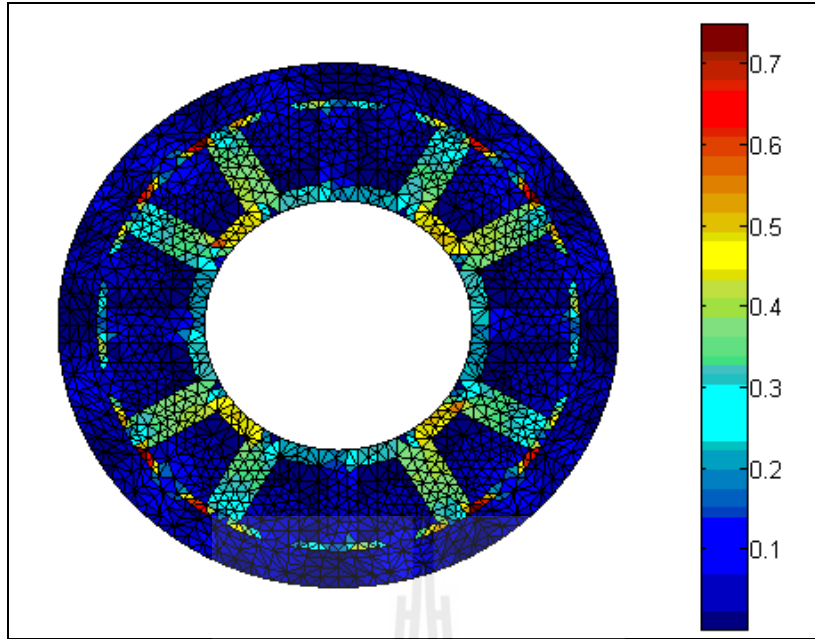
รูปที่ 5.6 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์  
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 225 องศา



รูปที่ 5.7 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์  
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 270 องศา



รูปที่ 5.8 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์  
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 315 องศา



รูปที่ 5.9 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก ( $T$ ) บริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์  
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 360 องศา

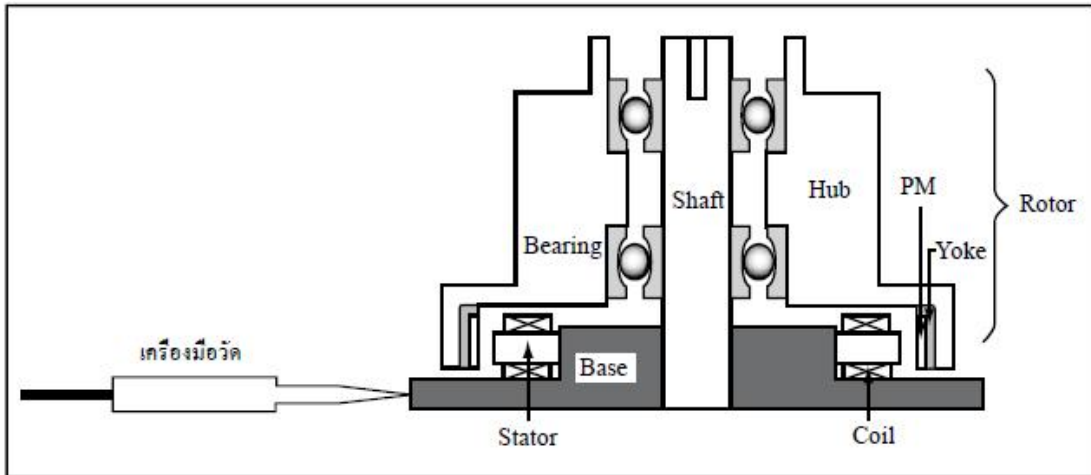
จากรูปที่ 5.1 ถึงรูปที่ 5.9 โรเตอร์เริ่มหมุนตามเข็มนาฬิกาจากมุม 0 องศา ถึงมุม 360 องศา ซึ่งแต่ละรูปมีมุมต่างกัน 45 องศา การกระจายตัวค่าสนามแม่เหล็กบริเวณพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์จะสอดคล้องกับค่ากระแสที่ป้อนให้กับมอเตอร์ดังนี้

รูปที่ 5.1 ในจังหวะนี้โรเตอร์ของมอเตอร์หมุนด้วยมุม 0 องศา กระแสที่ป้อนให้กับมอเตอร์คือ  $I_a=0A$   $I_b=-0.84A$  และ  $I_c=0.85A$  ค่าสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงที่แกนสเตเตอร์ของเฟส  $b$  และ  $c$  สำหรับบริเวณอื่นๆ จะมีค่าสนามแม่เหล็กต่ำอยู่ในระดับไม่เกิน  $0.2 T$  รูปที่ 5.2 ในจังหวะนี้โรเตอร์ของมอเตอร์หมุนด้วยมุม 45 องศา กระแสที่ป้อนให้กับมอเตอร์คือ  $I_a=0A$   $I_b=-0.85A$  และ  $I_c=0.85A$  ค่าสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงที่แกนสเตเตอร์ของเฟส  $b$  และ  $c$  สำหรับบริเวณอื่นๆ จะมีค่าสนามแม่เหล็กต่ำอยู่ในระดับไม่เกิน  $0.2 T$  รูปที่ 5.3 ในจังหวะนี้โรเตอร์ของมอเตอร์หมุนด้วยมุม 90 องศา กระแสที่ป้อนให้กับมอเตอร์คือ  $I_a=0.85A$   $I_b=-0.85A$  และ  $I_c=0A$  ค่าสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงที่แกนสเตเตอร์ของเฟส  $a$  และ  $b$  สำหรับบริเวณอื่นๆ จะมีค่าสนามแม่เหล็กต่ำอยู่ในระดับไม่เกิน  $0.2 T$  รูปที่ 5.4 ในจังหวะนี้โรเตอร์ของมอเตอร์หมุนด้วยมุม 135 องศา กระแสที่ป้อนให้กับมอเตอร์คือ  $I_a=0.85A$   $I_b=0A$  และ  $I_c=-0.84A$  ค่าสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงที่แกนสเตเตอร์ของเฟส  $a$  และ  $c$  สำหรับบริเวณอื่นๆ จะมีค่าสนามแม่เหล็กต่ำอยู่ในระดับไม่เกิน  $0.2 T$  รูปที่ 5.5 ในจังหวะนี้โรเตอร์ของมอเตอร์หมุนด้วยมุม 180 องศา กระแสที่ป้อนให้กับมอเตอร์คือ  $I_a=0A$   $I_b=0.51A$  และ  $I_c=-0.63A$  ค่าสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงที่แกนสเตเตอร์ของ

เฟส  $b$  และ  $c$  สำหรับบริเวณอื่นๆ จะมีค่าสนามแม่เหล็กต่ำอยู่ในระดับไม่เกิน  $0.2 T$  รูปที่ 5.6 ใน  
 จังหวะนี้โรเตอร์ของมอเตอร์หมุนด้วยมุม  $225$  องศา กระแสที่ป้อนให้กับมอเตอร์คือ  $I_a=0 A$   
 $I_b=0.85 A$  และ  $I_c=-0.85 A$  ค่าสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงที่แกนสเตเตอร์ของเฟส  $b$  และ  $c$  สำหรับ  
 บริเวณอื่นๆ จะมีค่าสนามแม่เหล็กต่ำอยู่ในระดับไม่เกิน  $0.2 T$  รูปที่ 5.7 ในจังหวะนี้โรเตอร์ของ  
 มอเตอร์หมุนด้วยมุม  $270$  องศา กระแสที่ป้อนให้กับมอเตอร์คือ  $I_a=-0.85 A$   $I_b=0.84 A$  และ  $I_c=0 A$   
 ค่าสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงที่แกนสเตเตอร์ของเฟส  $a$  และ  $b$  สำหรับบริเวณอื่นๆ จะมีค่า  
 สนามแม่เหล็กต่ำอยู่ในระดับไม่เกิน  $0.2 T$  รูปที่ 5.8 ในจังหวะนี้โรเตอร์ของมอเตอร์หมุนด้วยมุม  
 $315$  องศา กระแสที่ป้อนให้กับมอเตอร์คือ  $I_a=-0.85 A$   $I_b=0 A$  และ  $I_c=0.85 A$  ค่าสนามแม่เหล็กจะ  
 มีค่าสูงที่แกนสเตเตอร์ของเฟส  $a$  และ  $c$  สำหรับบริเวณอื่นๆ จะมีค่าสนามแม่เหล็กต่ำอยู่ในระดับไม่  
 เกิน  $0.2 T$  รูปที่ 5.9 ในจังหวะนี้โรเตอร์ของมอเตอร์หมุนด้วยมุม  $360$  องศา กระแสที่ป้อนให้กับ  
 มอเตอร์คือ  $I_a=0 A$   $I_b=-0.84 A$  และ  $I_c=0.85 A$  ค่าสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงที่แกนสเตเตอร์ของ  
 เฟส  $b$  และ  $c$  สำหรับบริเวณอื่นๆ จะมีค่าสนามแม่เหล็กต่ำอยู่ในระดับไม่เกิน  $0.2 T$  และถ้าหากนำ  
 รูปทั้งหมดมาพิจารณาต่อเนื่องจากรูปที่ 5.1 ถึงรูปที่ 5.9 จะเห็นได้ว่าค่าสนามแม่เหล็กจะหมุนตามโร  
 เตอร์ คือหมุนตามเข็มนาฬิกา

### 5.3 ลักษณะการจำลองผลการสั้นสะพานและการวัดทดสอบ

พารามิเตอร์ทางไฟฟ้าและทางกลของ BLDCM ในฮาร์ดแวร์ที่ใช้ในการจำลองผลนี้ ได้แสดง  
 ไว้ในหัวข้อที่ 4.2 ในข้างต้น ซึ่งการดำเนินงานได้อาศัยโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กร่วมกับ  
 โปรแกรมจำลองผลการสั้นสะพาน โดยผลการจำลองที่จะนำไปเปรียบเทียบกับภาคปฏิบัติ จะเน้น  
 ผลลัพธ์ที่อยู่ในรูปของการกระจัดซึ่งเป็นตัวชี้วัดถึงขนาดของการสั้นสะพานเป็นหลัก ซึ่งจะพิจารณา  
 ผลลัพธ์ที่อยู่ในรูปของการกระจัดเฉพาะตรงตำแหน่งส่วน โครงสเตเตอร์ของมอเตอร์ อันเป็น  
 ตำแหน่งที่จะนำไปเปรียบเทียบกับผลการวัดจริง ดังแสดงตำแหน่งของการวัดทดสอบบนมอเตอร์ที่  
 ถูกต้อง ตรงตำแหน่งโครงสเตเตอร์ของมอเตอร์ไว้ดังรูปที่ 5.10



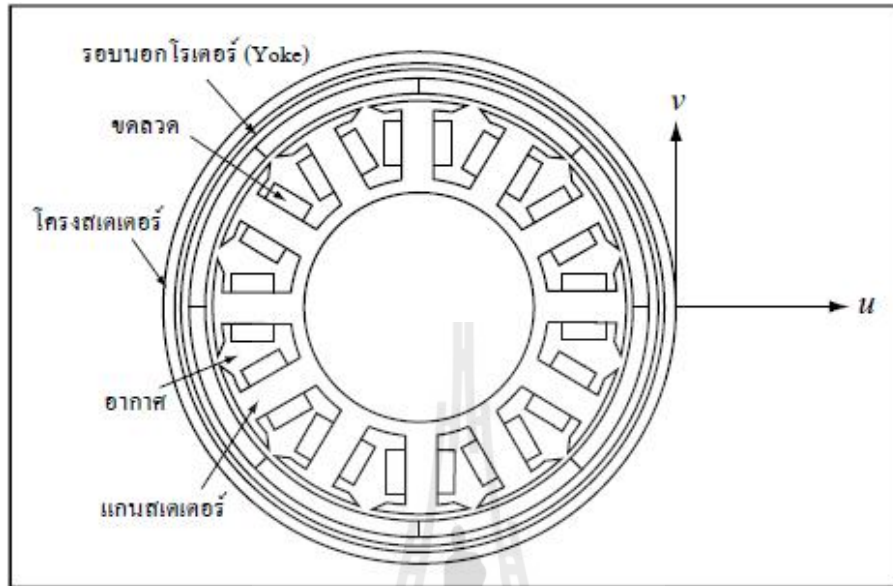
รูปที่ 5.10 ตำแหน่งการวัดทดสอบบนมอเตอร์ที่ถูกตั้ง

ส่วนเครื่องมือที่ใช้ในการวัดทดสอบเป็นเครื่องมือวัดความสั่นสะเทือนแบบพกพาของ IMV รุ่น VM-2004Neo (มีช่วงตอบสนองความถี่ในย่าน 0-20,000 Hz) เพื่อใช้วัดขนาดของการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในรูปของการกระจัด (m) อยู่ตรงตำแหน่งส่วนโครงสร้างเตเตอร์ของมอเตอร์ซึ่งสามารถถ่ายโอนข้อมูลกับคอมพิวเตอร์ และมีซอฟต์แวร์เพื่อการเก็บข้อมูลและจัดทำรายงานได้ เครื่องมือวัดที่ใช้ในภาคปฏิบัตินี้จะทำหน้าที่เป็นเซ็นเซอร์วัดการกระจัดออกมาในรูปข้อมูลเชิงตัวเลขที่สัมพันธ์กับเวลานอกจากนี้ยังแสดงผลออกมาในรูปกราฟความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดกับเวลาอีกด้วย

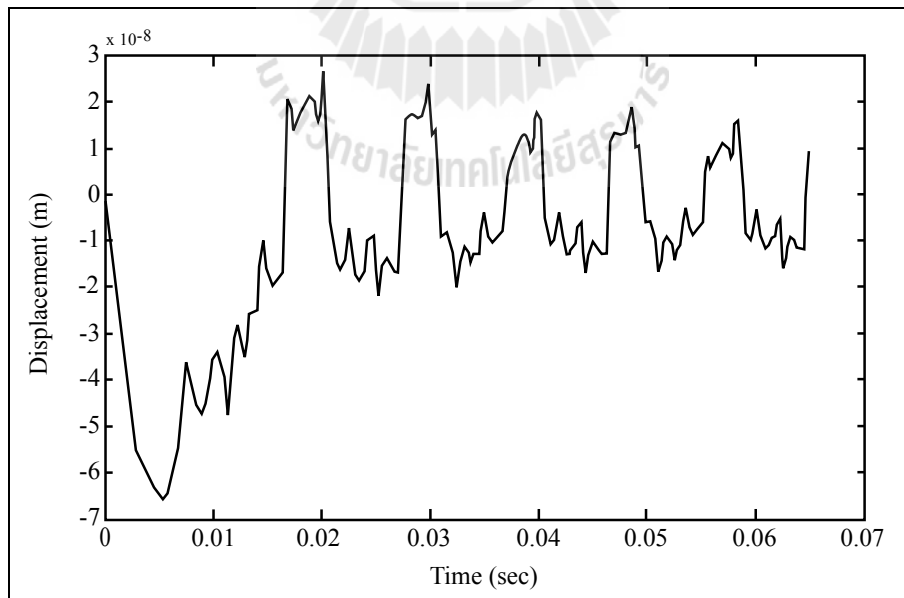
#### 5.4 ผลและอภิปรายผลการสั่นสะเทือน

พิจารณาการจำลองผลในภาคทฤษฎีเมื่อมอเตอร์ได้รับกำลังไฟฟ้าจากแหล่งจ่ายไฟ 12V สามเฟสแบบสมดุล โดยในหัวข้อนี้จะเน้นการแสดงผลการจำลองที่ปรากฏอยู่ในรูปของขนาดของการสั่นสะเทือนเป็นสำคัญ ซึ่งเป็นผลลัพธ์หลักที่จะนำไปเปรียบเทียบกับภาคปฏิบัติ โดยขนาดของการสั่นสะเทือนที่จะนำไปเปรียบเทียบกับจะแสดงอยู่ในรูปของการกระจัด โดยพิจารณาผลการจำลองเฉพาะการกระจัดตรงตำแหน่งส่วนโครงสร้างเตเตอร์ของมอเตอร์ ซึ่งเป็นตำแหน่งที่สอดคล้องกับการติดตั้งเครื่องมือวัดในภาคปฏิบัติ รูปที่ 5.11 เป็นการแสดงถึงตำแหน่งและลักษณะการจำลองของการกระจัดตรงตำแหน่งส่วนโครงสร้างเตเตอร์ของมอเตอร์ ซึ่งผลการจำลองจะได้ค่าในแนวแกน  $x$  และ  $y$  ซึ่ง  $u$  แทนระยะกระจัดในแนวแกน  $x$  และ  $v$  แทนระยะกระจัดในแนวแกน  $y$  สำหรับผลการจำลองที่จะนำมาเปรียบเทียบกับภาคปฏิบัตินั้นคือการกระจัดในแนวแกน  $x$  หรือการกระจัดตาม

แนวแกนรัศมี ซึ่งเพื่อความเข้าใจง่ายจะใช้คำนี้ต่อไป รูปที่ 5.12 เป็นการแสดงผลการจำลองของการกระจัดตามแนวแกนรัศมีเทียบกับเวลาตรงตำแหน่งส่วนโครงสเตเตอร์ของมอเตอร์



รูปที่ 5.11 ตำแหน่งการจำลองของการกระจัดตรงตำแหน่งส่วนโครงสเตเตอร์ของมอเตอร์

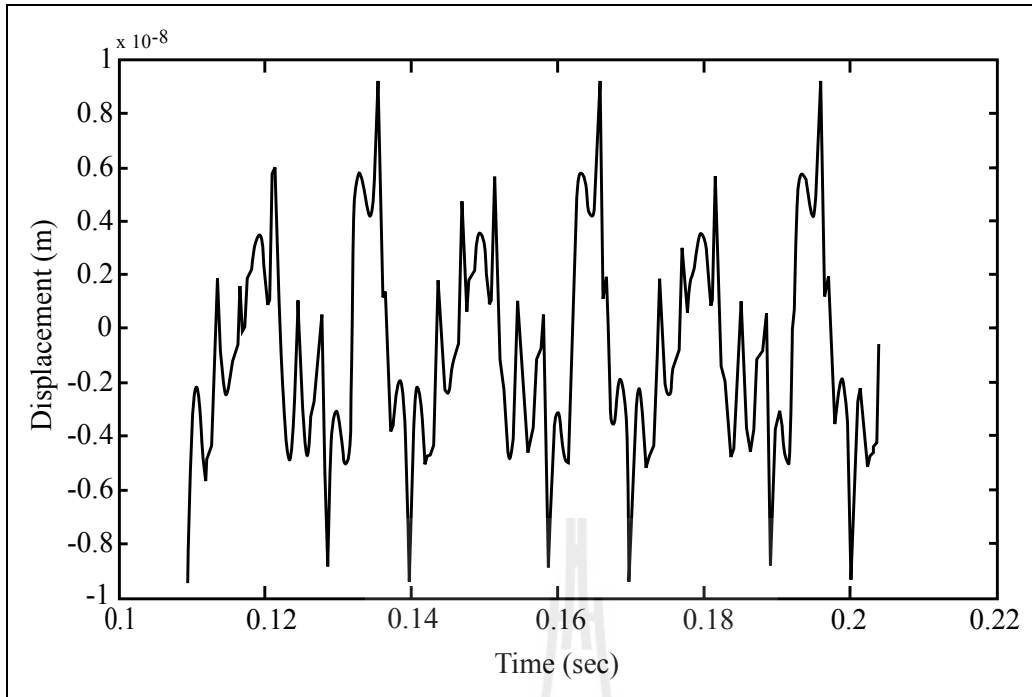


รูปที่ 5.12 ผลการจำลองการกระจัดตามแนวแกนรัศมีเทียบกับเวลาของมอเตอร์

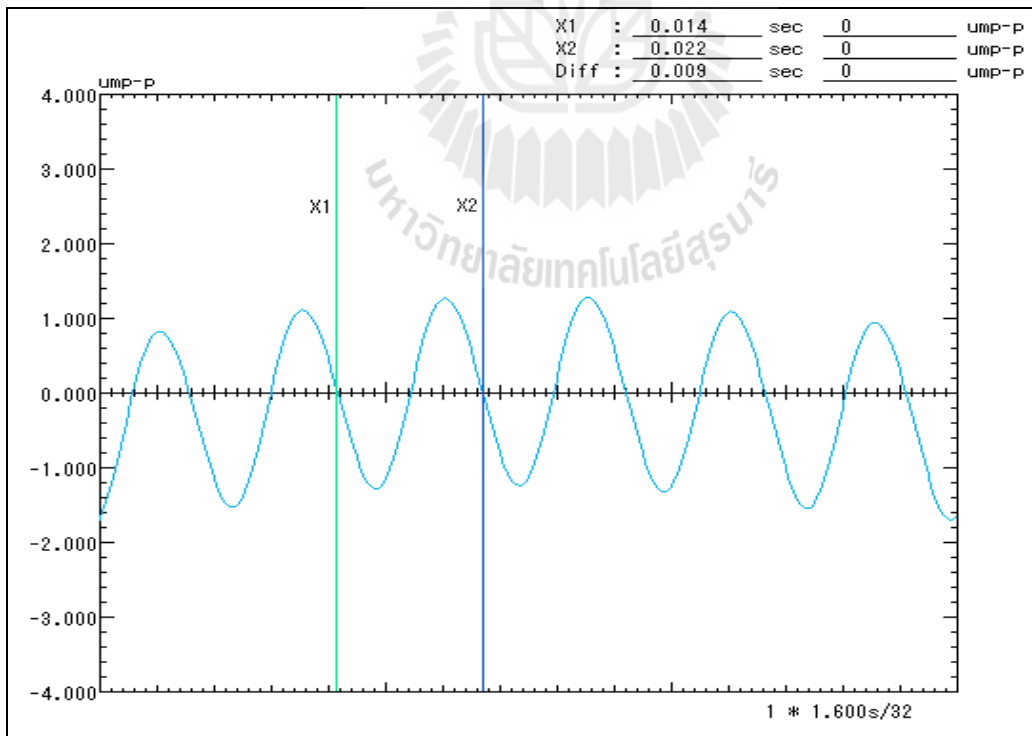
รูปที่ 5.12 เป็นผลการจำลองการสั่นสะเทือนของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์เริ่มจากตอนสตาร์ท จะเห็นว่าการสั่นสะเทือนตรงตำแหน่งส่วนโครงสเตเตอร์ของมอเตอร์ในแนวแกนตามแนวแกนรัศมี จะมีการสั่นขึ้นลงในลักษณะที่เป็นรายคาบ (ระยะกระจัดที่  $0\text{ m}$  คือตำแหน่งที่อ้างอิง) โดยตอนเริ่มสตาร์ทจะมีแอมพลิจูดของการกระจัดสูงสุด และแอมพลิจูดจะเริ่มลดลงเรื่อย ๆ เพื่อเข้าสู่สภาวะคงที่ โดยแอมพลิจูดของการกระจัดสูงสุดในสภาวะคงตัวมีค่าประมาณ  $1 \times 10^{-8}\text{ m}$  และจากรูปจะสังเกตเห็นว่ามีคาบของการสั่นขึ้นลง  $T = 0.009\text{ sec}$  โดยหาความถี่การสั่นได้จาก  $f = 1/T$  ซึ่งจะได้ความถี่ประมาณ  $111\text{ Hz}$  ทั้งนี้เพราะความถี่ที่เกิดการสั่นสะเทือนจะมีค่าเท่ากับความถี่ของแรงภายนอกที่มากระทำ ตามทฤษฎีแล้วแรงแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งเป็นแรงภายนอกที่มากระทำจะต้องมีความถี่เป็น  $100\text{ Hz}$  (ความถี่ของแรงแม่เหล็กไฟฟ้ามีค่าเป็น 2 เท่าของความถี่จากแหล่งจ่ายไฟ (Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998)) เพราะความถี่จากแหล่งจ่ายไฟ คือ  $50\text{ Hz}$  ซึ่งจากผลการจำลองถ้าพิจารณาจากความถี่ก็ถือได้ว่าใกล้เคียงกับทฤษฎี

### 5.5 การเปรียบเทียบผลการสั่นสะเทือนที่ได้จากการจำลองผลและการวัดทดสอบ

จากผลการจำลองการสั่นสะเทือนในหัวข้อที่ผ่านมา และเมื่อพิจารณาถึงลักษณะการจำลองผลและการวัดทดสอบซึ่งจะวัดตามแนวแกนรัศมีมาวิเคราะห์ และผลที่ได้จากการวัดทดสอบโดยเครื่องมือวัดความสั่นสะเทือนแบบพกพาของ IMV รุ่น VM-2004Neo จะได้ผลลัพธ์ออกมาที่สภาวะคงตัว ดังนั้นการเปรียบเทียบผลการจำลองดังกล่าวจะนำเสนอขณะที่มอเตอร์หมุนด้วยสภาวะคงตัว ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.13 ผลการจำลองการกระจัดเทียบกับเวลาของมอเตอร์เมื่อมอเตอร์หมุนสู่สภาวะคงตัว และรูปที่ 5.14 การกระจัดของมอเตอร์ที่ได้จากการวัดจริงเทียบกับเวลาของมอเตอร์เมื่อมอเตอร์หมุนสู่สภาวะคงตัว



รูปที่ 5.13 ผลการจำลองการกระจัดของมอเตอร์เมื่อมอเตอร์เข้าสู่สภาวะคงตัว



รูปที่ 5.14 การกระจัดของมอเตอร์ที่ได้จากการวัดจริงของมอเตอร์เมื่อมอเตอร์เข้าสู่สภาวะคงตัว



จากรูปที่ 5.13 ผลการจำลองการกระจัดที่สภาวะคงตัวจะสังเกตเห็นการสั่นขึ้นลงในลักษณะที่เป็นรายคาบและมีลักษณะคล้ายรูปคลื่นไซน์ การกระจัดจะมีค่าสูงที่สุดโดยมีค่าประมาณ  $1 \times 10^{-8} m$  โดยมีคาบการสั่น  $T = 0.009 \text{ sec}$  เมื่อคำนวณความถี่การสั่นจะมีค่าประมาณ 111 Hz จากรูปที่ 5.14 จะสังเกตเห็นว่าการสั่นสะท้อนที่ได้จากการวัด มีการสั่นขึ้นลงในลักษณะที่เป็นรายคาบและมีลักษณะคล้ายรูปคลื่นไซน์อย่างชัดเจนเช่นกัน โดยมีแอมพลิจูดของการกระจัดสูงสุดประมาณ  $1 \times 10^{-6} m$  ซึ่งมีค่าสูงกว่าเมื่อเทียบกับแอมพลิจูดที่ได้จากการจำลองทางทฤษฎี จะเห็นว่าภาคทฤษฎีมีการกระจัดน้อยกว่าภาคปฏิบัติในกรณีศึกษาครั้งนี้ประมาณ 100 เท่า โดยความแตกต่างที่เกิดขึ้นนี้อาจมีสาเหตุจาก การจำลองผลยังไม่ได้พิจารณาค่าระยะหลวม (clearance) ของวัสดุที่ใช้ทำมอเตอร์ ค่าการหน่วง (damping) ของมอเตอร์ การขยายตัวทางความร้อน (thermal expansion) การเยื้องศูนย์กลาง (eccentricity) ของโรเตอร์ และอื่นๆ ซึ่งค่าต่างๆ เหล่านี้อาจมีผลต่อการสั่นสะท้อนที่เกิดขึ้นจากแรงแม่เหล็ก ไฟฟ้าที่คำนวณได้อยู่หลายเท่า และยังมีสาเหตุจากความเที่ยงตรง (precision) ในการคำนวณ สาเหตุต่างๆ เหล่านี้จึงส่งผลให้ภาคทฤษฎีมีขนาดของการสั่นสะท้อนน้อยกว่าภาคปฏิบัติ ในกรณีศึกษาครั้งนี้อยู่ 100 เท่า ส่วนเมื่อพิจารณาถึงความถี่ของการสั่นจากการวัดทดสอบจริงซึ่งมีคาบการสั่น  $T = 0.009 \text{ sec}$  ดังนั้นความถี่ที่เกิดจากการวัดจริงคำนวณได้โดยมีค่าประมาณ 111 Hz ซึ่งจะมีค่าความถี่สอดคล้องกับภาคทฤษฎี

## 5.6 สรุป

จากการเปรียบเทียบผลการจำลองทางทฤษฎีและทางภาคปฏิบัติจากการวัดทดสอบจริง การสั่นมีลักษณะขึ้นลงในลักษณะที่เป็นรายคาบคล้ายรูปคลื่นไซน์ซึ่งสอดคล้องกัน และสั่นด้วยความถี่เดียวกัน สำหรับขนาดของการสั่น ผลภาคทฤษฎีมีขนาดของการสั่นสะท้อนน้อยกว่าภาคปฏิบัติ ในกรณีศึกษาครั้งนี้อยู่ 100 เท่า โดยความแตกต่างที่เกิดขึ้นนี้อาจมีสาเหตุจากอิทธิพลต่างๆ ที่มีผลต่อการสั่นและยังไม่ได้นำมาพิจารณาในการจำลองผลในครั้งนี้ อาทิเช่น ค่าระยะหลวม ค่าการหน่วงของมอเตอร์ การขยายตัวทางความร้อน และการเยื้องศูนย์กลางของโรเตอร์ เป็นต้น ซึ่งงานวิจัยต่อไปในอนาคตควรจะต้องคำนึงถึงอิทธิพลต่างๆเหล่านี้

## บทที่ 6

### สรุปและข้อเสนอแนะ

#### 6.1 สรุป

งานวิจัยนี้ ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์กระแสตรงไร้แปรงถ่าน (brushless DC motor: BLDCM) ในฮาร์ดดิสก์หรือที่เรียกว่าสปินเดิลมอเตอร์ (spindle motor) เพื่อศึกษาถึงการสั่นสะเทือนของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ การจำลองผลได้ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาประกอบกับการเลือกใช้ค่าพารามิเตอร์จากหนังสือและบทความทางวิชาการจำนวนมาก ที่มีการดำเนินงานกับมอเตอร์ขนาดพิกัดใกล้เคียงกันกับงานวิจัยนี้ เพื่อให้ได้มาซึ่งค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ที่สมบูรณ์และเพียงพอต่อการจำลองผล เพื่อศึกษาถึงแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่เป็นแรงภายนอกมากระทำกับมอเตอร์ให้เกิดการสั่นสะเทือน โดยตรวจสอบความถูกต้องในการคำนวณด้วยการเปรียบเทียบผลการสั่นสะเทือนจากการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์กับผลทางปฏิบัติที่ได้จากการวัดทดสอบ การประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ใช้ภาษาการโปรแกรม MATLAB โดยรับค่าอินพุตจากโปรแกรมการสร้างกริดฟรีแวร์สำเร็จรูปชื่อ Gmesh พร้อมแสดงผลด้วยภาพกราฟฟิกต่างๆ ที่แสดงให้เห็นถึงคุณลักษณะทางไฟฟ้าและทางกลของมอเตอร์ เพื่อง่ายต่อการวิเคราะห์ผล

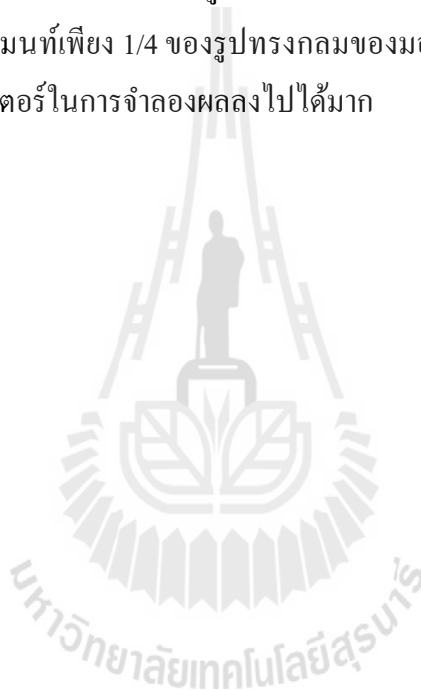
การดำเนินงานวิจัย อาศัยรากฐานจากการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์และพัฒนาต่อยอดองค์ความรู้ ซึ่งต้องพึ่งพาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์ และประยุกต์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้ในการจำลองผล การดำเนินงานในบทที่ 2 เป็นขั้นการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์ และขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กดังกล่าว ส่วนการคำนวณขนาดของการสั่นสะเทือนในรูปของการกระจัดที่ครอบคลุมตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ต้องอาศัยการคำนวณที่มีความซับซ้อนสูง ทำให้ต้องพึ่งพาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการจำลองผลด้วยการประยุกต์ใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์เช่นกัน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์และขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อคำนวณหาค่าการสั่นสะเทือนดังกล่าว ได้แสดงรายละเอียดไว้ในบทที่ 3 เนื้อหาในบทที่ 4 นำเสนอการอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมเพื่อใช้จำลองผลสนามแม่เหล็กและจำลองผลการสั่นสะเทือน การดำเนินงานในบทที่ 5 เป็นการศึกษาและวิเคราะห์ผลลัพธ์ทางไฟฟ้าและทางกลที่ได้จากการจำลองผลค่าสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ ซึ่งผลการศึกษาในครั้งนี้ได้เปรียบเทียบผลการสั่นสะเทือนของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์

เพื่อตรวจสอบความถูกต้องที่ได้จากการจำลองผลและการวัดทดสอบของมอเตอร์ซึ่งได้ผลออกมาเป็นที่น่าพอใจ โดยผลลัพธ์ที่ได้มีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน

## 6.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต

1. พัฒนาไฟไนท์อิเลเมนต์เป็นแบบ 3 มิติ จากแบบ 2 มิติที่ปรากฏแล้วในงานวิจัยนี้ เพื่อให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้อง ละเอียด และแม่นยำมากยิ่งขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากการพิจารณาไฟไนท์อิเลเมนต์แบบ 3 มิติ จะได้เห็นการสั่นสะเทือนของ BLDCM ในฮาร์ดดิสก์ที่มีรูปร่างที่ซับซ้อนโดยละเอียด

2. นำลักษณะการมีความสมมาตรของรูปทรงมอเตอร์มาร่วมพิจารณา ซึ่งอาจใช้การประมวลผลโดยวิธีไฟไนท์อิเลเมนต์เพียง 1/4 ของรูปทรงกลมของมอเตอร์ จึงสามารถประหยัดเวลาและหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ในการจำลองผลลงไปได้มาก



## บรรณานุกรม

- เฉลิมพล น้ำค้าง. (2538). **ทฤษฎีสถนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2542). **ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม** (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Bi, C., Liu, Z. J., and Low, T. S. (1997). Effects of unbalanced magnetic pull in spindle motors. **IEEE Transactions on Magnetics**. 33 (5): 4080-4082.
- Bickford, W. B. (1994). **A first course in the finite element method** (2nd ed.). USA: IRWIN.
- Boesing, M., and Doncker, R. W. D. (2010). Exploring a Vibration Synthesis Process for the Acoustic Characterization of Electric Drives. **International Conference on Electrical Machines**. ROME: 1-6.
- Boglietti, A., Chiampi, M., Chiarabaglio, D., and Tartaglia, M. (1989). Finite element analysis of permanent magnet motors. **International Conference on Magnetics**. 25(5): 3584-3586.
- Brunelli, B., Casadei, D., Reggiani, U., and Serra, G. (1983). Transient and steady-state behavior of solid rotor induction machines. **IEEE Transactions on Magnetics**. 19(6): 2650-2654.
- Chapman, S. J. (1998). **Electric machinery fundamentals** (3rd ed.). Singapore: McGraw-Hill.
- Chan, C. C. (1993). An overview of electric vehicle technology. **IEEE Transactions on Electric Vehicle Technology**. 81(9): 1202-1213.
- Chan, C. C., Chau, K. T., Jiang, J. Z., Xia, W., Zhu, M., and Zhang, R. (1996). Novel permanent magnet motor drives for electric vehicles. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**. 43(2): 331-339.
- Chan, C. C., Jiang, J. Z., Chen, G. H., Wang, X. Y., and Chau, K. T. (1994). A novel polyphase multipole square-wave permanent magnet motor drive for electric vehicles. **IEEE Transactions on Industry Applications**. 30 (5): 1258-1266.
- Chung, J. (2004). Vibration absorber for reduction of the in-plane vibration in an optical disk drive. **IEEE Transactions on Consumer Electronics**. 50(2): 552-557.
- Demerdash, N. A., and Neth, T. W., (1980). Dynamic Modeling of Brushless dc Motors for Aerospace Actuation. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**. 16(6): 811-821.

- Fu, W. N. (1999). **Electromagnetic field analysis of induction motors by finite element method and its application to phantom loading**. Ph.D. Dissertation, Hong Kong Polytechnic University, China.
- Funabiki, S. (1985). Estimation of torque pulsation due to the behaviour of a convertor and an inverter in a brushless DC-drive system. **IEE PROCEEDINGS**. 132(4): 215-222.
- Gan, J., Chau, K. T., Chan, C. C., and Jiang, J. Z. (2000). A New Surface-Inset, Permanent-Magnet, Brushless DC motor drive for electric vehicles. **IEEE Transactions on Magnetics**. 36(5): 3810-3818.
- Gan, J., Chau, K. T., Wang, Y., Chan, C. C., and Jiang, J. Z. (2000). Design and analysis of a new permanent magnet brushless DC machine. **IEEE Transactions on Magnetics**. 36(5): 3353-3356.
- Henneberger, G., Sattler, Ph. K., Hadrys, W., and Shen, D. (1992). Procedure for the numerical computation of mechanical vibrations in electrical machines. **IEEE Transactions on Magnetics**. 28(2): 1351-1354.
- Heo, J. W., and Chung, J. (2002). Vibration and noise reduction of an optical disk drive by using vibration absorber. **IEEE Transactions on Consumer Electronics**. 48(4): 874-878.
- Hilgert, T., Vandeveld, L., and Melkebeek, J. (2008). Comparison of magnetostriction models for use in calculations of vibrations in magnetic cores. **IEEE Transactions on Magnetics**. 44(6): 874-877.
- Huebner, K. H., Dewhurst, D. L., Smith, D. E., and Byrom, T. G. (2001). **The finite element method for engineers** (4th ed.). USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Ishibashi, F., Noda, S., and Mochizuki, M. (1998). Numerical simulation of electromagnetic vibration of small induction motors. **IEE Proc.-Electr. Power Appl.** 145(6): 1998.
- Jabbar, M. A., Phyu, H. N., Liu, Z., and Bi, C. (1996). Modeling and numerical simulation of a brushless permanent-magnet DC motor in dynamic conditions by time-stepping technique. **IEEE Transactions on Industry Applications**. 32(5): 763-770.
- Jabbar, M. A., Phyu, H. N., Liu, Z., and Bi, C. (2004). Modeling and numerical simulation of a brushless permanent-magnet DC motor in dynamic conditions by time-stepping technique. **IEEE Transactions on Industry Applications**. 40(3): 763-770.

- Jahns, T. M. (1987). Flux-Weakening Regime Operation of an Interior Permanent-Magnet Synchronous Motor Drive. **IEEE Transactions on Industry Applications**. 23(4): 681-689.
- Jang, G. H., and Yoon, J. W. (1996). Torque and unbalanced magnetic force in a rotational unsymmetric brushless DC motors. **IEEE Transactions on Magnetics**. 32(5): 5157-5159.
- Jang, G. H., Chang, J. H., Hong, D. P., and Kim, K. S. (2002). Finite-element analysis of an electromechanical field of a BLDC motor considering speed control and mechanical flexibility. **IEEE Transactions on Magnetics**. 38(2): 945-948.
- Jiao, G., and Rahn, C. D. (2004). Field weakening for radial force reduction in brushless permanent-magnet DC motors. **IEEE Transactions on Magnetics**. 40(5): 3286-3292.
- Kim, B. T., Kwon, B. I., and Park, S. C. (1999). Reduction of electromagnetic force harmonics in asynchronous traction motor by adapting the rotor slot number. **IEEE Transactions on Magnetics**. 35(5): 3742-3744.
- Kim, K. T., Hwang, S. M., Hwang, G. Y., Kim, T. J., Jeong, W. B., and Kim, C. U. (1999). Effect of rotor eccentricity on spindle vibration in magnetically symmetric and asymmetric BLDC motors. **IEEE Transactions on Magnetics**. KOREA: 967-972.
- Kim, K. T., Kim, K. S., Hwang, S. M., Kim, T. J., and Jung, Y. H. (2001). Comparison of magnetic forces for IPM and SPM motor with rotor eccentricity. **IEEE Transactions on Magnetics**. 37(5): 3448-3451.
- Kwon, Y. W., and Bang, H. (2000). **The finite element method using MATLAB** (2nd ed.). Boca Raton: CRC Press.
- Lai, Y. S., Shyu, F. S., and Rao, W. H. (2004). Novel Back-EMF Detection Technique of Brushless DC Motor Drives for Whole Duty-Ratio Range Control. **IEEE Industrial Electronics Society**. Korea: Busan Press.
- Law, J. D., Chertok, A., and Lipo, T. A. (1994). Design and Performance of Field Regulated Reluctance Machine. **IEEE Transactions on Industry Applications**. 30(5): 1185-1192.
- Lim, S., Kim, K., Cho, U., Park, N. C., Park, Y. P., Park, K. S., and Soh, W.Y. (2009). Cantilever Dynamic Vibration Absorber for Reducing Optical Disk Drive Vibration. **IEEE Transactions on Magnetics**. 45(5): 2198-2201.

- Morimoto, S., Takeda, Y., Hirasa, T., and Taniguchi, K. (1990). Expansion of operating limits for permanent magnet motor by current vector control considering inverter capacity. **IEEE Transactions on Industry Applications**. 26(5): 866-871.
- Nehl, T. W., Demerdash, N. A., and Fouad, F. A. (1985). Impact of winding inductances and other parameters on the design and performance of brushless DC motors. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**. 104(8): 2206-2213.
- Neves, C. G. C., Crison, R., Sadowski, N., and Bastos, J. P. A. (1999). Forced vibrations calculation in a switched reluctance motor taking into account the viscous damping. **IEEE Transactions on Magnetics**. USA: 110-112.
- Ooshima, M. (2007). Winding Arrangement to Increase Suspension Force in Bearingless Motors with Brushless DC Structure. **Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society**. Taiwan: 181-186.
- Park, S. C., Kwon, B. H., Yoon, H. S., Won, S. H., and Kang, Y. G. (1999). Analysis of exterior-rotor BLDC motor considering the eddy current effect in the rotor steel shell. **IEEE Transactions on Magnetics**. 35(3): 1302-1305.
- Pillay, P., and Crishnan, R. (1989). Modeling, Simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives, part 2: The brushless DC motor drive. **IEEE Transactions on Industry Applications**. 25(2): 274-279.
- Pillay, P., and Crishnan, R. (1991). Application Characteristics of Permanent Magnet Synchronous and Brushless dc Motors for Servo Drives. **IEEE Transactions on Industry Applications**. 27(5): 986-996.
- Preston, T. W., Reece, A. B. J., and Sangha, P. S. (1988). Induction motor analysis by time stepping techniques. **IEEE Transactions on Magnetics**. 24(1): 471-474.
- Rahman, M. A., and Zhou, P. (1996). Analysis of brushless permanent magnet synchronous motors. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**. 43(2): 256-267.
- Rao, J. S., (1999). **Dynamics of plates**. New Delhi: Narosa Publishing House.
- Sakamoto, S., Hirata, T., Kobayashi, T., and Kajiwara, K. (1999). Vibration analysis considering higher harmonics of electromagnetic forces for rotating electric machines. **IEEE Transactions on Magnetics**. 35(3): 1662-1665.
- Salon, S. J., and Angelo, J. D. (1988). Applications of the hybrid finite element boundary element method in electromagnetics. **IEEE Transactions on Magnetics**. 24(1): 80-85.

- Teerhuis, A. P., Cools, S. J. M., and Callafon, R. A. D. (2003). Reduction of Flow-Induced Suspension Vibrations in a Hard Disk Drive by Dual-Stage Suspension Control. **IEEE Transactions on Magnetics**. 39(5): 2237-2239.
- William, H. H., Jr. (1989). **Engineering electromagnetics** (5th ed.). Singapore: McGraw-Hill.
- Zhou, P., Rahman, M. A., and Jabbar, M. A. (1994). Field circuit analysis of permanent magnet synchronous motors. **IEEE Transactions on Magnetics**. 30(4): 1350-1359.
- Zhu, Z. Q., Howe, D., and Chan, C. C. (2002). Improved analytical model for predicting the magnetic field distribution in brushless permanent-magnet machines. **IEEE Transactions on Magnetics**. 38(1): 229-238.



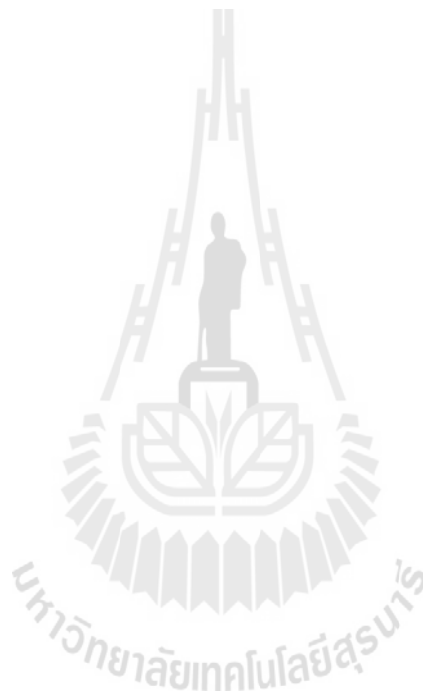


## ภาคผนวก

### การเผยแพร่ผลงานวิจัย

รายชื่อบทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในวารสารวิชาการนานาชาติ

1. Juntana, S., and Pao-la-or, P. (2012). Computation of Magnetic Field Distributions in Spindle Motor for HDD by Using Finite Element Method. **World Academy of Science Engineering and Technology**, issue 63, pp. 300-306.



## ประวัติผู้วิจัย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ เป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชา วิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี สำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาตรี ปริญญาโท และปริญญาเอก จากสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ดำเนินงานวิจัยด้าน Applied FEM for Electromagnetic Field, for Electrical Machine, and for Heat Transfer แล ะ Applied AI มีผลงานวิจัยตีพิมพ์ระดับชาติและนานาชาติมากกว่า 40 เรื่อง จดสิทธิบัตร 1 ผลงาน และ ลิขสิทธิ์โปรแกรม 3 ผลงาน

นายสัมฤทธิ์ จันทะนา สำเร็จการศึกษา ระดับ ปริญญา วิศวกรรมศาสตร บัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา ใน ปี พ.ศ.2550 ภายหลังก่อสำเร็จการศึกษาได้เข้าศึกษาต่อระดับบัณฑิตศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตร มหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี โดยได้เป็นผู้ช่วยสอนปฏิบัติการ ของสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จำนวน 4 รายวิชา ได้แก่ ปฏิบัติการวิศวกรรมไฟฟ้ามูลฐาน ปฏิบัติการวิศวกรรมไฟฟ้า 2 ปฏิบัติการ การแปลงผันพลังงานกลไฟฟ้า และปฏิบัติการวงจรอิเล็กทรอนิกส์ ทั้งนี้มีความสนใจในด้านการ วิเคราะห์ระบบไฟฟ้ากำลัง สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและการประยุกต์ใช้ FEM ในงานระบบไฟฟ้ากำลัง