บทที่ 5
ความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก

5.1 บทนำ

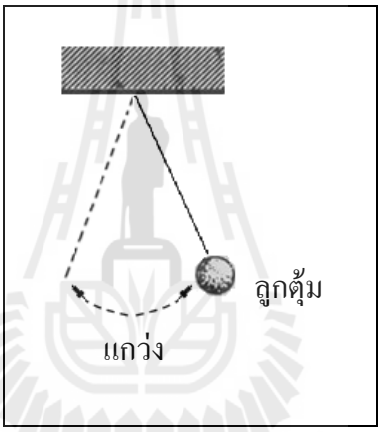
หม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกเป็นอุปกรณ์ทางด้านอิเล็กทรอนิกส์ที่ใช้เชื่อมโยงระหว่างระบบไฟฟ้าที่มีศักย์ไฟฟ้าที่ต่างกัน ซึ่งมีหลักการทำงานโดยทางด้านขาเข้าจะแปลงพลังงานไฟฟ้าให้เป็นพลังงานกลก่อน แล้วจึงแปลงพลังงานกลที่ได้มานั้นกลับเป็นพลังงานไฟฟ้าอีกครั้งทางด้านขาออก ซึ่งจะส่งถ่ายพลังงานทางกลในรูปแบบของการสั่นสะเทือน โดยจะมีช่วงการทำงานที่เรียกว่าช่วงความถี่ธรรมชาติ เพราะฉะนั้นแล้วจึงมีความจำเป็นที่จะต้องศึกษาถึงความถี่ธรรมชาติ โดยในบทที่ 5 นี้จะกล่าวถึงวิธีการคำนวณความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกด้วยวิธีค่าเจาะจง เนื่องจากวิธีค่าเจาะจงนี้เป็นวิธีที่นิยมใช้ในการหาค่าความถี่ธรรมชาติแล้วยังเป็นวิธีที่สามารถใช้ร่วมกับวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ สำหรับการคำนวณจะใช้โปรแกรม MATLAB™ ที่พัฒนาขึ้นเองประกอบกับเปรียบเทียบผลความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์และผลความถี่ธรรมชาติที่จากการทดสอบจริงเพื่อยืนยันความถูกต้องของโปรแกรม

5.2 ความถี่ธรรมชาติ

การสั่นสะเทือน คือ ปรากฏการณ์ของการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาของวัตถุจากอิทธิพลของแรงที่มีลักษณะเป็นคาบมากระทำต่อวัตถุ ซึ่งวัตถุส่วนใหญ่แล้วจะมีการสั่นสะเทือนเกิดขึ้นอยู่เสมอ และในบางครั้งก็ไม่สามารถหลีกเลี่ยงไม่ให้เกิดการสั่นสะเทือนขึ้นได้ การสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นนั้นอาจทำให้ชิ้นงานเกิดอาการล้า (fatigue) แล้วการสั่นสะเทือนดังกล่าวนั้นอาจจะมีรูปร่างที่แน่นอนหรือไม่แน่นอนก็ได้ ซึ่งปกติแล้วการสั่นสะเทือนสามารถแบ่งออกเป็นสองกรณีด้วยกัน โดยการสั่นสะเทือนอย่างแรกนั้นอาจจะเป็นแรงกระทำมาจากภายในที่เกิดขึ้นเมื่อมีแรงมากระทำกับวัตถุเพียงครั้งเดียวแล้วปล่อยให้วัตถุเคลื่อนไหวอย่างอิสระด้วยแรงที่มีอยู่ภายในวัตถุ ซึ่งเรียกการสั่นสะเทือนแบบนี้ว่า การสั่นสะเทือนแบบอิสระ (free vibration) โดยจะสั่นสะเทือนด้วยความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) ซึ่งอาจจะมีความถี่เดียวหรือหลายความถี่ก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของระบบและสำหรับกรณีที่มีแรงกระทำที่มาจากภายนอกมากระทำกับวัตถุในหลาย ๆครั้งจะก่อให้เกิดการสั่นสะเทือนแบบบังคับ (forced vibration) โดยการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นนั้นจะสั่นสะเทือนด้วยความถี่ที่เท่ากับความถี่ของแรงภายนอกที่มากระทำและทำให้ระบบเกิดการ

สั่นสะเทือนกลับไปกลับมา ถ้าความถี่ของแรงภายนอกที่มากระทำเท่ากับความถี่ธรรมชาติของวัตถุจะส่งผลทำให้แอมปลิจูด (amplitude) การสั่นสะเทือนของวัตถุมีมากกว่าปกติ โดยเรียกปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นนี้ว่า การสั่นพ้องหรือเรโซแนนซ์ (resonance) ซึ่งทำให้ขนาดของการสั่นสะเทือนนั้นเกิดการขยายมากขึ้นจนทำให้เกิดความเสียหายแก่ระบบได้

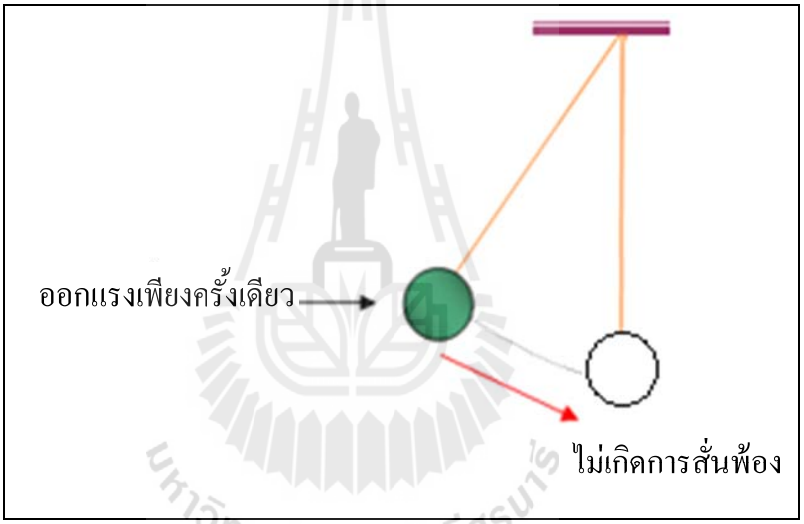
ความถี่ธรรมชาติเป็นความถี่ในการสั่นสะเทือนของวัตถุที่ทำให้วัตถุสั่นหรือแกว่งอย่างอิสระแล้วสำหรับประเภทของการเกิดความถี่ธรรมชาตินั้นมีอยู่หลายประเภทด้วยกัน ซึ่งสามารถพบการเกิดความถี่ธรรมชาติได้จากสิ่งของต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวภายในการใช้ชีวิตประจำวัน โดยประเภทแรกที่สามารถพบได้บ่อย ๆ คือ ความถี่ธรรมชาติในการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกาโดยเมื่อให้ลูกตุ้มนาฬิกาที่ถูกแขวนไว้ด้วยเชือกแกว่งอย่างอิสระดังแสดงในรูปที่ 5.1



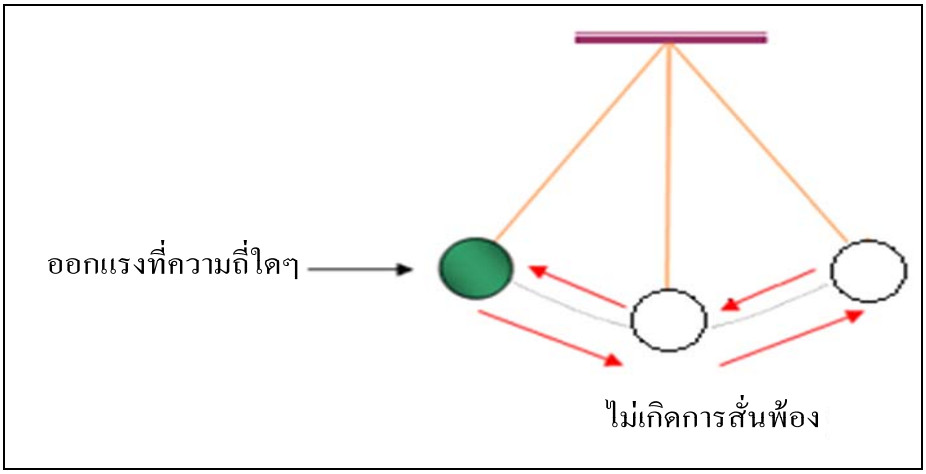
รูปที่ 5.1 การแกว่งอย่างอิสระของลูกตุ้มนาฬิกา

ลูกตุ้มนาฬิกานั้นจะแกว่งด้วยความถี่คงที่ด้วยค่า ๆ หนึ่ง โดยความถี่ในการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกานี้จะขึ้นอยู่กับความยาวของเชือกที่ผูกลูกตุ้มนาฬิกา ซึ่งถ้าเชือกที่ใช้ผูกลูกตุ้มนาฬิกามีความสั้นลูกตุ้มนาฬิกาก็จะแกว่งด้วยความถี่สูงหรือสามารถกล่าวให้เข้าใจได้ง่าย ๆ คือถ้าเชือกมีความสั้นแล้วลูกตุ้มนาฬิกาก็จะแกว่งเร็วและในขณะที่ถ้าเชือกที่ใช้ผูกลูกตุ้มนาฬิกานั้นมีความยาวลูกตุ้มนาฬิกาก็จะแกว่งช้า ๆ นั่นคือ ลูกตุ้มนาฬิกาที่ถูกผูกไว้ด้วยเชือกที่ยาวต่างกันก็จะแกว่งด้วยความถี่ธรรมชาติที่ต่าง ๆ กันนอกจากนี้วัตถุอื่น ๆ เช่น เชือกที่ขึงตึง น้ำหนักของวัตถุ หรือแผ่นเหล็กสปริงที่ยึดปลายข้างหนึ่งไว้ก็จะมีผลกระทบต่อความถี่ธรรมชาติเช่นกัน โดยความถี่ในการสั่นหรือแกว่งอย่างอิสระของลูกตุ้มนาฬิกาเรียกว่า ความถี่ธรรมชาติของวัตถุ การที่ให้วัตถุสั่นหรือแกว่งได้นั้นจะต้องใช้แรง ซึ่งถ้าออกแรงเพียงครั้งเดียวแล้วมากระทำต่อวัตถุและปล่อยให้เคลื่อนที่อย่างอิสระ วัตถุก็จะสั่นหรือแกว่งด้วยความถี่ธรรมชาติของวัตถุแต่ถ้าออกแรงหลาย ๆ ครั้งต่อเนื่องกันโดยมีความถี่ในการ

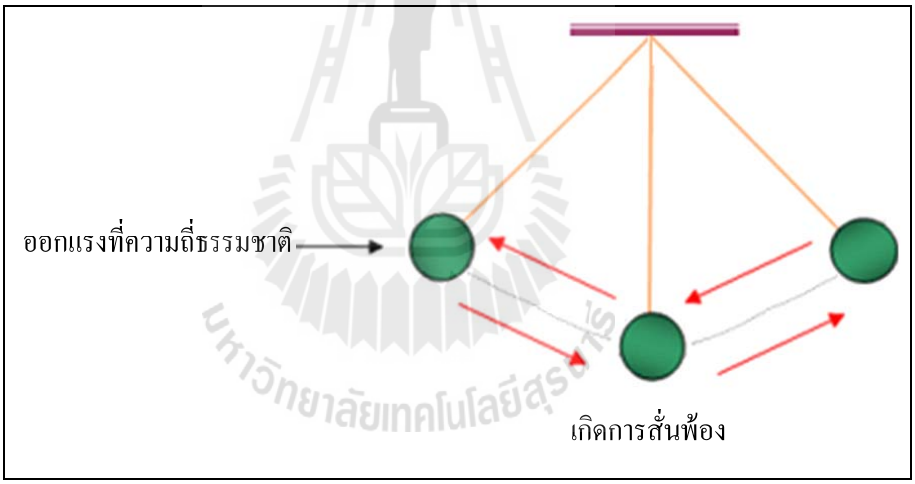
ออกแรงที่ค่า ๆ หนึ่ง ซึ่งการสั่นสะเทือนของวัตถุนั้นจะถูกบังคับให้สั่นตามความถี่ของแรงที่มากระทำ จากตัวอย่างการแกว่งอย่างอิสระของลูกตุ้มนาฬิกาดังรูป 5.1 ลูกตุ้มนาฬิกาจะผูกเชือกห้อยไว้ในแนวดิ่งโดยเมื่อออกแรงผลักลูกตุ้มนาฬิกาหลาย ๆ ครั้งจะเห็นว่าความถี่ของแรงที่ผลักมีผลต่อการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกาทำให้จะสั่นกลับไปกลับมา ถ้าความถี่ของแรงที่ผลักให้มีจังหวะของการผลักสอดคล้องเท่ากับความถี่ธรรมชาติของลูกตุ้มนาฬิกาพอดี ก็จะพบว่าการออกแรงเพียงเล็กน้อยจะมีผลให้ลูกตุ้มนาฬิกาแกว่งได้ไกลเพิ่มขึ้นหรือแอมปลิจูดของการแกว่งมากขึ้นทุกครั้งที่ออกแรงผลัก และในทางตรงกันข้ามถ้าแรงที่ให้ไม่สอดคล้องกับความถี่ธรรมชาติของลูกตุ้มนาฬิกาก็จะทำให้ลูกตุ้มนาฬิกานั้นสั่นด้วยแอมปลิจูดที่เล็กลง ถึงแม้ว่าเราจะให้แรงมากก็ตาม ซึ่งจากที่ได้กล่าวมาทั้งหมดนั้นสามารถแสดงการสั่นสะเทือนของลูกตุ้มนาฬิกาเมื่อออกแรงผลักได้ดังรูปที่ 5.2 - 5.4



รูปที่ 5.2 การแกว่งอย่างอิสระของลูกตุ้มนาฬิกาเมื่อออกแรงเพียงครั้งเดียวและไม่เกิดการสั่นพ้อง ทำให้วัตถุจะหยุดแกว่งในที่สุด



รูปที่ 5.3 การแกว่งอย่างอิสระของลูกตุ้มนาฬิกาเมื่อออกแรงผลักที่ความถี่ใด ๆ และไม่เกิดการสั่นพ้องทำให้วัตถุแกว่งด้วยความถี่เท่ากับแรงที่ผลัก



รูปที่ 5.4 การแกว่งอย่างอิสระของลูกตุ้มนาฬิกาเมื่อออกแรงผลักด้วยความถี่ธรรมชาติของวัตถุและเกิดการสั่นพ้องทำให้วัตถุแกว่งด้วยความถี่ธรรมชาติ
และมีแอมปลิจูดเพิ่มมากขึ้นเรื่อย ๆ

สำหรับประเภทของความถี่ธรรมชาติประเภทถัดไปคือประเภทความถี่ธรรมชาติของเสียง โดยการเกิดเสียงนั้นมาจากการสั่นสะเทือนของวัตถุเมื่อวัตถุสั่นสะเทือนก็จะส่งผ่านพลังงานไปสู่ตัวกลางโดยวัตถุที่สั่นสะเทือนนั้นอาจจะเป็นเส้นเสียงในลำคอของคนหรือสัตว์ สายกีตาร์หรือสายไวโอลิน ส้อมเสียง เป็นต้น จะเห็นได้ว่าวัตถุที่สั่นสะเทือนแทบทุกชนิดนั้นสามารถทำให้เกิดเสียง

ต่างกันเพียงแต่ว่าเสียงใดจะถูกจัดเป็นเสียงดนตรีหรือเป็นแค่เสียงรบกวน (noise) ซึ่งจะขึ้นอยู่กับคุณภาพของคลื่นเสียงที่ถูกสร้างขึ้นมานั่นเอง ดังที่กล่าวมาแล้ววัตถุแทบทุกชนิดจะสั่นสะเทือนเมื่อถูกรบกวนด้วยวิธีการใดการหนึ่ง เช่น ถูกตี ถูกดีด เป็นต้น โดยทั่วไปแล้วคนเราจะสามารถได้ยินเสียงจากการสั่นสะเทือนของวัตถุด้วยความถี่ธรรมชาติ ก็ต่อเมื่อเสียงที่เกิดขึ้นนั้นมีแอมปลิจูดมากพออีกทั้งความถี่ของเสียงต้องอยู่ในย่านความถี่ที่หูมนุษย์สามารถได้ยิน (20 - 20,000 Hz) เสียงที่เกิดจากสั่นสะเทือนด้วยความถี่ธรรมชาติของวัตถุนั้นจะมีคุณภาพดีหรือไม่ ขึ้นอยู่กับการสั่นสะเทือนของวัตถุนั้น ๆ ซึ่งวัตถุบางชนิดจะสั่นสะเทือนด้วยความถี่เพียงค่าเดียว เช่น เสียงจากฟลุต (flute) ดังแสดงในรูปที่ 5.5

รูปที่ 5.5 ฟลุตเครื่องดนตรีชนิดสั่นด้วยความถี่เพียงค่าเดียว

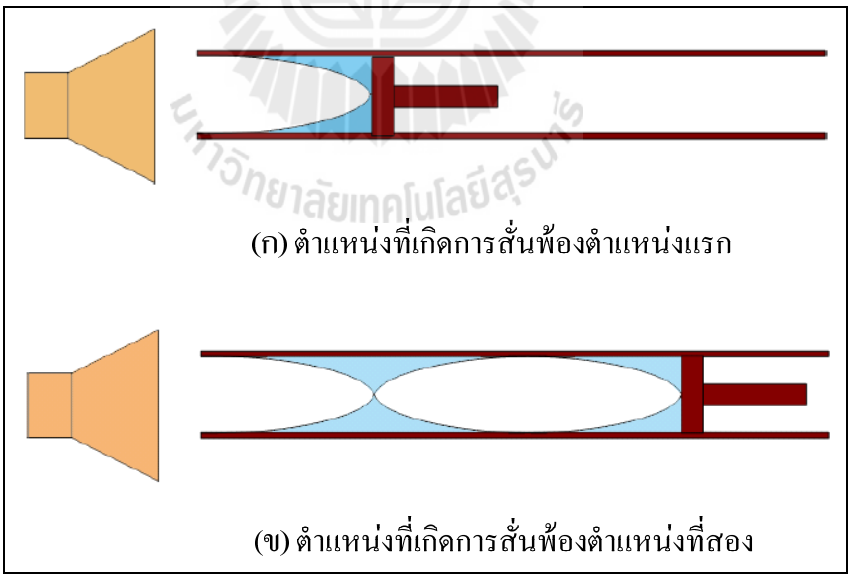
ในขณะที่วัตถุบางชนิดสั่นสะเทือนและสร้างคลื่นเสียงที่ซับซ้อนมากขึ้น โดยเสียงที่เกิดขึ้นนั้นจะมีความถี่หลายค่าหรือเรียกว่าเป็นชุดของความถี่ ซึ่งในแต่ละชุดความถี่ของเสียงนั้นจะมีความสัมพันธ์กันทางคณิตศาสตร์ระหว่างความถี่ที่ค่าต่าง ๆ ของชุด เช่น เสียงจากเครื่องดนตรีที่เรียกว่าทูบา (tuba) ดังแสดงในรูปที่ 5.6

รูปที่ 5.6 ทูบาเครื่องดนตรีชนิดสั่นสะเทือนโดยมีความถี่หลายค่า

ส่วนวัตถุที่สั่นสะเทือนด้วยชุดของความถี่ที่ไม่มีความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ใด ๆ นั้น จัดได้ว่าเป็นเสียงรบกวน เช่น เสียงที่เกิดจากการตกของดินสอ ซึ่งประกอบด้วยความถี่หลายค่าแต่ความถี่เหล่านั้นไม่มีความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ใด ๆ ต่อกัน ความถี่ธรรมชาติของเสียงนั้นขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของวัตถุต้นกำเนิดเสียง ตัวอย่างเช่น เครื่องดนตรีอย่างทรอมโบน (trombone) ดังแสดงไว้ในรูปที่ 5.7

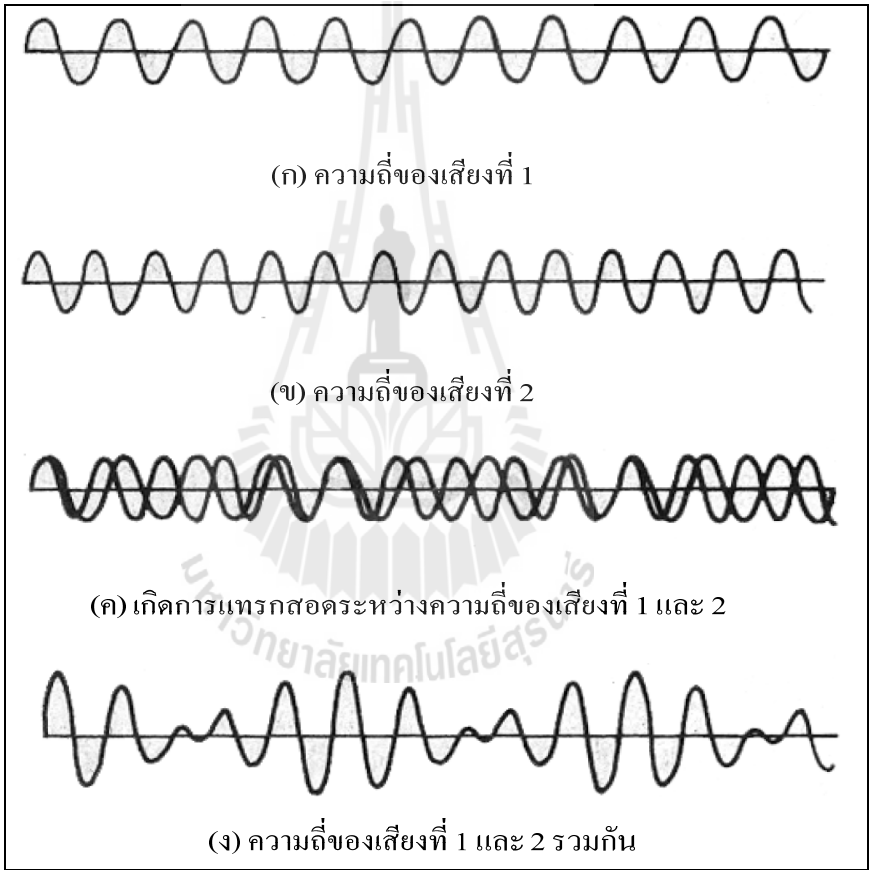
รูปที่ 5.7 ทรอมโบนเครื่องดนตรีชนิดความถี่ธรรมชาติที่ขึ้นอยู่วัตถุต้นกำเนิดเสียง

ซึ่งมีลักษณะเป็นท่อทรงกระบอกที่สามารถปรับเปลี่ยนความยาวได้ โดยปกติแล้วในขณะที่เสียงเคลื่อนที่ผ่านตัวกลาง อนุภาพของตัวกลางจะสั่นสะเทือนด้วยความถี่เดียวกับความถี่ของแหล่งกำเนิด แต่ถ้าให้เสียงเคลื่อนที่ผ่านอากาศที่อยู่ในท่อซึ่งมีปริมาตรต่าง ๆ กันและมีความยาวที่ต่างไปจะสร้างเสียงที่มีความถี่ต่างกันซึ่งความถี่เสียงที่เปลี่ยนไปดังกล่าวนั้น เกิดจากความยาวของท่ออากาศที่เปลี่ยนไปซึ่งจะส่งผลต่อความยาวคลื่นและความถี่เสียงที่ออกมาได้ยินก็จะมีลักษณะที่เปลี่ยนแปลงไป สำหรับปรากฏการณ์การสั่นพ้องของเสียงเป็นปรากฏการณ์ที่เสียงเคลื่อนที่ผ่านตัวกลาง ซึ่งถ้าเราได้กำหนดให้คลื่นเสียงเคลื่อนที่ผ่านอากาศที่อยู่ในท่อสั่นพ้องซึ่งที่มีปริมาตรต่าง ๆกัน ณ ตำแหน่งที่เกิดการสั่นพ้องเราจะได้ยินเสียงดังที่สุด ในขณะที่เกิดการสั่นพ้องของเสียงในท่อสั่นพ้องนั้นจะมีการแทรกสอดระหว่างคลื่นเสียงจากแหล่งกำเนิดกับเสียงที่สะท้อนจากท่อสั่นพ้อง ทำให้เกิดคลื่นนิ่งขึ้นโดยจากรูปที่ 5.8 (ก) จะพบว่าเมื่อเลื่อนลูกสูบมาไว้ ณ ตำแหน่งดังรูปก็จะได้ยินเสียงดังมากและสำหรับรูปที่ 5.8 (ข) ซึ่งถ้าเลื่อนลูกสูบมาไว้ ณ ตำแหน่งดังรูปก็จะได้ยินเสียงดังมากอีกครั้งแล้วสำหรับระยะทางระหว่างตำแหน่งถัดกันที่ได้ยินเสียงดังมากอีกครั้งจะเท่ากับหนึ่งเท่าจากความยาวคลื่นนิ่งของความยาวคลื่นเสียงและจะเป็นอย่างนี้เรื่อย ๆ ไป ปรากฏการณ์ที่ได้ยินเสียงดังมาก แบบนี้เรียกว่า การสั่นพ้องของเสียง และถ้าในท่อสั่นพ้องนั้นมีแหล่งกำเนิดเสียงมากกว่าสองแหล่งกำเนิดก็อาจจะทำให้เกิดปรากฏการณ์บีตส์ขึ้นได้



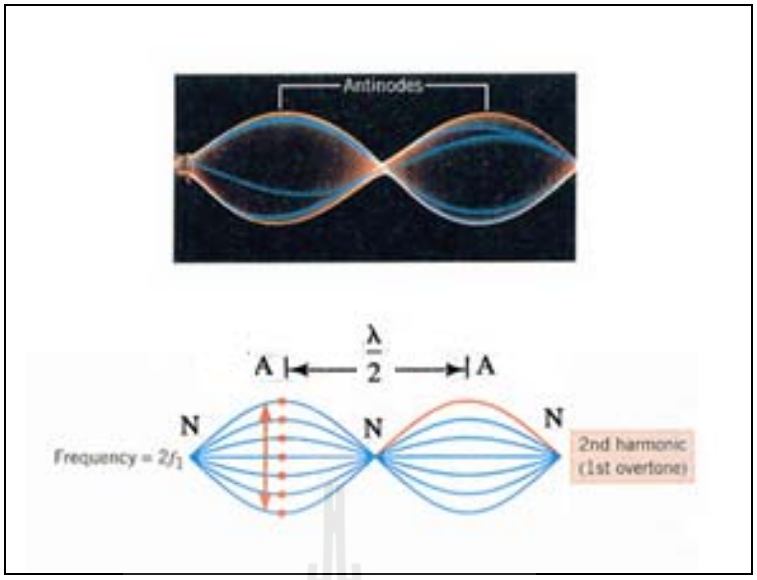
รูปที่ 5.8 ระยะที่อนุภาคสั่นออกจากตำแหน่งเดิมกับตำแหน่งบนท่อสั่นพ้องขณะเกิดการสั่นพ้องของเสียง

ปรากฏการณ์บีตส์ (beat) นั้นจะเกิดจากการแทรกสอดของคลื่นความถี่เสียงจากแหล่งกำเนิดสองแหล่งกำเนิดหรือมีแหล่งกำเนิดเสียงที่มากกว่านั้นโดยที่มีความถี่เสียงที่ไม่ต่างกันมาก ซึ่งจะทำให้ได้ยินเสียงที่ดังและเสียงที่ค่อยสลับกันไป ปกติแล้วหูของมนุษย์จะสามารถจำแนกเสียงบีตส์ที่มีความถี่เสียงได้ไม่เกิน 7 Hz ถ้าแหล่งกำเนิดเสียงสองแหล่งมีความถี่เสียงที่ต่างกันไม่เกิน 7 Hz เมื่อมาซ้อนทับกันจะทำให้เกิดบีตส์จำนวนครั้งของเสียงดังที่ได้ยินภายในหนึ่งวินาที เรียกว่า ความถี่บีตส์ ซึ่งสามารถใช้วิธีคำนวณทางคณิตศาสตร์ในการหาค่าความถี่บีตส์ได้ โดยปรากฏการณ์บีตส์นั้นสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.9 การเกิดปรากฏการณ์บีตส์

สำหรับตัวอย่างของประเภทความถี่ธรรมชาติที่จะกล่าวต่อไปจะเป็นแบบความถี่ธรรมชาติของคลื่นนิ่งที่เกิดขึ้นในเส้นเชือกโดยที่ปลายยึดตรึงติดทั้งสองข้าง โดยที่คลื่นนิ่งนี้เป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจากคลื่นนิ่ง 2 ขบวนที่มีแอมปลิจูดเท่ากัน มีความยาวคลื่นที่เท่ากัน มีอัตราเร็วที่เท่ากัน และเคลื่อนที่สวนทางกันในแนวเส้นตรงเดียวกัน จึงเกิดคลื่นนิ่งรวมใหม่ดังแสดงในรูปที่ 5.10



รูปที่ 5.10 แสดงการเกิดคลื่นนิ่งในเส้นเชือก

ผลที่เกิดขึ้นคือตำแหน่งบางตำแหน่งจะหยุดนิ่งอยู่เสมอ เรียกว่า จุดบัพ (node) ซึ่งเป็นตำแหน่งที่มีผลลัพธ์การกระจัดเป็น 0 เพราะเป็นตำแหน่งที่คลื่นรวมมีเฟสตรงข้ามกัน โดยจุดบัพที่อยู่ติดกันจะห่างกัน $\frac{\lambda}{2}$ อยู่เสมอและตำแหน่งอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากจุดบัพจะเกิดการสั่นสะเทือนในการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกส์อย่างง่าย (simple harmonic motion: SHM) คือเป็นการที่วัตถุจะเคลื่อนที่กลับไปกลับมาซ้ำอยู่รอยเดิม ด้วยแอมปลิจูดที่ต่าง ๆ กันไป แล้วตำแหน่งที่จะสั่นสะเทือนด้วยแอมปลิจูดมากที่สุดคือจุดที่อยู่กึ่งกลางระหว่างจุดบัพเรียกว่า จุดปฏิบัพ (antinode) โดยแอมปลิจูดของการสั่นสะเทือนจะเป็น 2 เท่าของคลื่นย่อยที่มารวมด้วยกัน ทั้งนี้เพราะเป็นตำแหน่งที่คลื่นทั้งสองมีเฟสที่ตรงกัน โดยจุดปฏิบัพที่อยู่ติดกันนั้นจะห่างกัน $\frac{\lambda}{2}$ ดังนั้นจุดปฏิบัพและจุดบัพที่อยู่ติดกันจะห่างกันขนาด $\frac{\lambda}{4}$ ซึ่งการเกิดคลื่นนิ่งนั้นจะมีตำแหน่งบัพและปฏิบัพคงที่บนคลื่นนิ่งอยู่เสมอตลอดไม่ว่าเวลาจะเปลี่ยนเท่าใดก็ตาม โดยการเกิดบัพและการเกิดปฏิบัพนั้นจะเป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจากการแทรกสอดของคลื่นนิ่ง

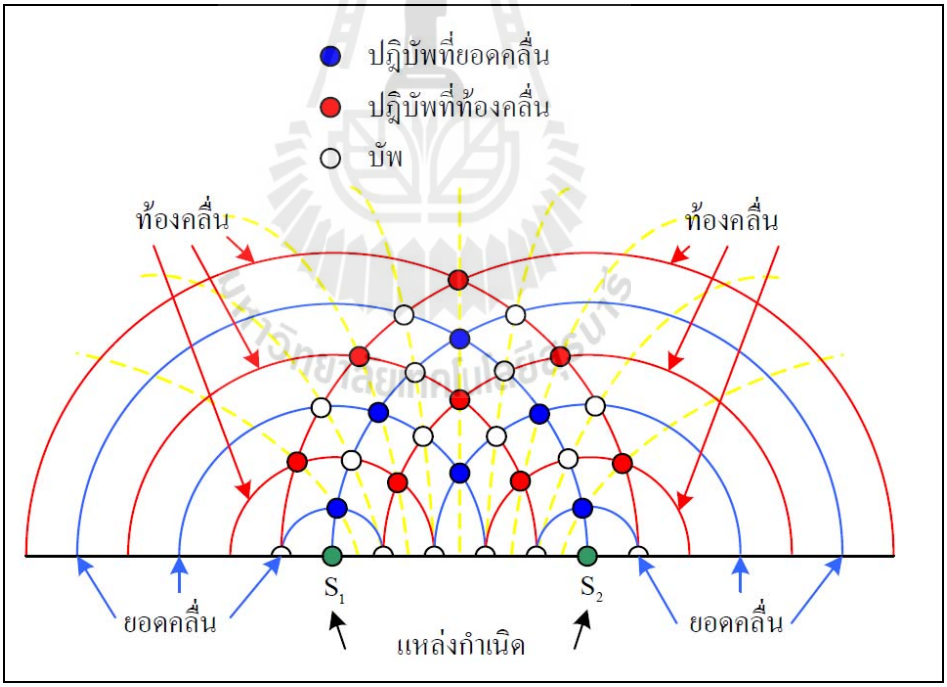
การแทรกสอด (interference) ถือเป็นคุณสมบัติที่สำคัญประการหนึ่งของคลื่นนิ่งซึ่งเป็นสิ่งที่ชี้ให้เห็นว่าความแตกต่างระหว่างคลื่นนิ่งกับอนุภาค โดยเกิดขึ้นจากการที่คลื่นนิ่งจากแหล่งกำเนิดตั้งแต่สองแหล่งกำเนิดขึ้นไปเดินทางมาพบกันและจะเกิดการแทรกสอดของคลื่นนิ่งหรือเกิดการรวมกันของคลื่นนิ่งและหลังจากที่รวมกันหรือแทรกสอดกันแล้วลักษณะของคลื่นนิ่งจะไม่มีการ

เปลี่ยนแปลง กล่าวคือรูปร่างของคลื่นนิ่งก่อนการแทรกสอดและหลังจากการแทรกสอดจะมีลักษณะที่เหมือนเดิม โดยการแทรกสอดกันของคลื่นนิ่งนั้นจะมีอยู่สองชนิดคือ

1. การแทรกสอดแบบเสริมกัน ซึ่งเป็นแทรกสอดที่เกิดจากคลื่นนิ่งที่มีการกระจัดไปในทิศทางเดียวกันและเดินทางมาพบกันจะมีผลทำให้แอมปลิจูดรวมของคลื่นนิ่งนั้นรวมกันแล้วจะสูงขึ้นกว่าเดิม โดยจะเรียกตำแหน่งนี้ว่าตำแหน่งปฏิบัพ

2. การแทรกสอดแบบหักล้างกัน ซึ่งเป็นแทรกสอดที่เกิดจากคลื่นนิ่งที่มีการกระจัดไปในทิศตรงข้ามกันแล้วเดินทางมาพบกันจะส่งผลทำให้เกิดแอมปลิจูดรวมของคลื่นรวมที่ต่ำกว่าเดิม โดยจะเรียกตำแหน่งนี้ว่าตำแหน่งบัพ

สรุปอย่างง่าย ๆ ก็คือเมื่อมีคลื่นนิ่งที่ต่อเนื่องมาจากแหล่งกำเนิดคลื่นทั้งสองแหล่งที่มีความถี่เท่ากันและเฟสตรงกันเคลื่อนที่มาพบกัน จะเกิดการซ้อนทับระหว่างคลื่นนิ่งที่ต่อเนื่องของทั้งสองขบวนนั้น โดยปรากฏการณ์เช่นนี้เรียกว่า การแทรกสอดของคลื่น ซึ่งสามารถแสดงปรากฏการณ์การแทรกสอดกันของคลื่นนิ่งได้ดังรูปที่ 5.11



รูปที่ 5.11 ปรากฏการณ์การแทรกสอดของคลื่นน้ำที่เกิดจากแหล่งกำเนิด 2 แหล่งคือ S_1 และ S_2

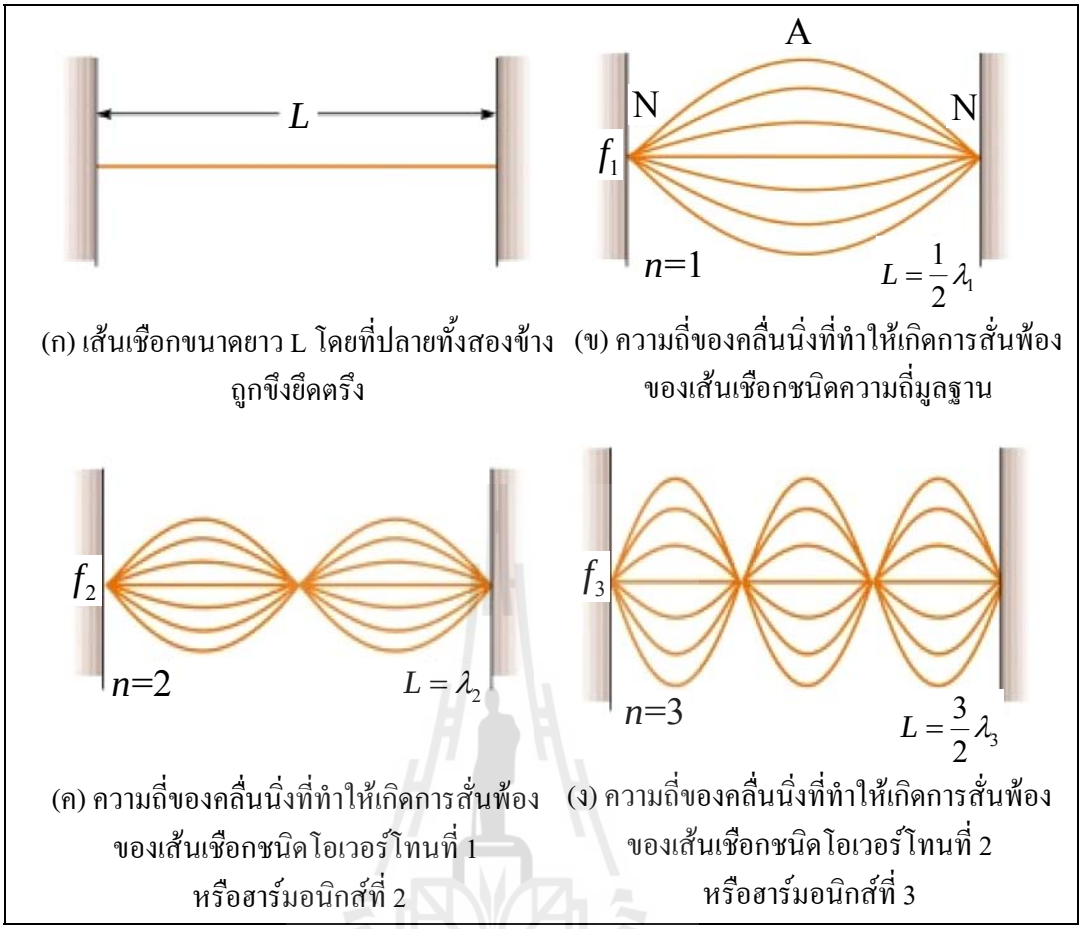
แล้วสำหรับความถี่ธรรมชาติของคลื่นนิ่งที่เกิดขึ้นในเส้นเชือกที่ปลายยึดตรึงติดทั้งสองข้าง โดยเมื่อพิจารณาเส้นลวดหรือเส้นเชือกยาวขนาด L แสดงได้ดังรูปที่ 5.12 (ก) ที่ปลายทั้งสองข้างยึดตรึงติดกับผนังอย่างหนาแน่น แล้วเมื่อดีดเส้นลวดหรือเส้นเชือกให้เกิดการสั่นสะเทือนก็จะเกิดคลื่นนิ่งในเส้นเชือกหลังจากนั้นแล้วคลื่นนิ่งจะเคลื่อนที่ไปกระทบกับตำแหน่งที่ยึดตรึงติดกับผนังและจะสะท้อนกลับไปกลับมาเป็นคลื่นนิ่ง โดยตำแหน่งที่ยึดตรึงติดกับผนังจะเป็นตำแหน่งที่เกิดบัพอยู่เสมอ เนื่องจาก ณ ตำแหน่งจุดที่ยึดตรึงติดกับผนังจะเกิดผลลัพธ์การกระจัดของคลื่นที่มีค่าเป็นศูนย์ และสำหรับการเกิดคลื่นนิ่งในลักษณะนี้จะเรียกว่า เกิดการสั่นพ้องของเส้นเชือกที่ปลายยึดตรึงติดทั้งสองข้าง โดยที่ปลายยึดตรึงติดทั้งสองข้างนั้นจะถูกเรียกว่าเป็นเงื่อนไขขอบเขต แล้วภายใต้เงื่อนไขขอบเขต (ความยาวของลวด) หนึ่ง ๆ นั้นจะสามารถเกิดรูปแบบการสั่นสะเทือนได้ในหลาย ๆ ค่าความถี่ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 5.12 โดยที่ความถี่ที่สามารถจะทำให้เกิดคลื่นนิ่งที่เป็นไปได้จะมีค่าเพียงเฉพาะบางค่าความถี่เท่านั้นซึ่งจะสามารถใช้วิธีทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณหาความถี่ธรรมชาติของเส้นเชือกได้และสำหรับปรากฏการณ์ที่ยอมให้เกิดคลื่นนิ่งได้นี้คือ ปรากฏการณ์การสั่นพ้องของเส้นเชือก โดยความถี่ของคลื่นนิ่งที่ทำให้เกิดการสั่นพ้องของเส้นเชือก มีอยู่ 3 ชนิดด้วยกันโดยจะประกอบด้วย

1. ความถี่มูลฐาน (fundamental) เป็นค่าความถี่ที่ต่ำสุดของคลื่นนิ่ง ซึ่งทำให้เกิดคลื่นนิ่งที่ได้มีความยาวคลื่นมากที่สุด แล้วทำให้เกิดการสั่นพ้องของเส้นเชือก

2. โอเวอร์โทน (overtone) เป็นค่าความถี่ของคลื่นนิ่งที่สูงถัดจากความถี่มูลฐาน แล้วทำให้เกิดการสั่นพ้องของเส้นเชือก มีค่าเป็นขั้น ๆ

3. ฮาร์มอนิกส์ (harmonic) เป็นค่าความถี่ที่บอกว่า ความถี่ขณะนั้นสั่นเป็นกี่เท่าของความถี่มูลฐานคลื่นนิ่งของเสียง

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



(ก) เส้นเชือกขนาดยาว L โดยที่ปลายทั้งสองข้างถูกขึงยึดตรึง

(ข) ความถี่ของคลื่นนิ่งที่ทำให้เกิดการสั่นพ้องของเส้นเชือกชนิดความถี่มูลฐาน

(ค) ความถี่ของคลื่นนิ่งที่ทำให้เกิดการสั่นพ้องของเส้นเชือกชนิดโอเวอร์โทนที่ 1 หรือฮาร์มอนิกส์ที่ 2

(ง) ความถี่ของคลื่นนิ่งที่ทำให้เกิดการสั่นพ้องของเส้นเชือกชนิดโอเวอร์โทนที่ 2 หรือฮาร์มอนิกส์ที่ 3

รูปที่ 5.12 การสั่นของเส้นเชือกในรูปแบบต่าง ๆ

จากที่ได้กล่าวมาทั้งหมดเกี่ยวกับเรื่องความถี่ธรรมชาตินั้น จะสังเกตเห็นว่าเมื่อมีแรงมากระทำกับวัตถุโดยที่แรงที่มากระทำนั้นมีค่าเท่ากับความถี่ธรรมชาติก็จะเกิดปรากฏการณ์การสั่นพ้องขึ้น ซึ่งการสั่นพ้องที่เกิดขึ้นนั้นจะทำให้เกิดการสั่นสะเทือนอย่างรุนแรง แล้วสำหรับการสั่นสะเทือนก็จะส่งผลดีต่อบางวัตถุและส่งผลเสียต่อบางวัตถุเช่นกัน เนื่องจากบางวัตถุจะต้องใช้การสั่นสะเทือนช่วยในการทำงาน เช่น การแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกา การสั่นพ้องของเครื่องดนตรีเพื่อให้เกิดเสียงที่ไพเราะรวมไปถึงการสั่นสะเทือนของหม้อแปลงไฟอิโซอิเล็กทริกด้วยเช่นกัน

การสั่นพ้องหรือเรโซแนนซ์จะเกิดขึ้นเมื่อความถี่ของการสั่นสะเทือนที่มีผลกระทบกับตัววัตถุมีความถี่ที่ตรงกันหรือใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของระบบนั้น ๆ ทำให้เกิดปรากฏการณ์การสั่นสะเทือนที่เสริมกันทำให้การสั่นสะเทือนทวีความรุนแรงยิ่งขึ้น ซึ่งจะเพิ่มโอกาสในการเกิดความเสียหายต่ออาคารหรือสิ่งปลูกสร้างตัวอย่างเช่น การสั่นพ้องของเสียงในแก้วและจากรูปเป็นการเกิดการสั่นพ้องของเสียงในแก้วโดยนักร้องเพลงที่มีเสียงสูง ๆ เรียกว่าเสียง โซปราโน (Soprano)

จะมีพลังงานของเสียงมากพอที่จะทำให้เกิดการสั่นพ้องกับการสั่นของลำอากาศภายในแก้วไวน์ได้ ดังแสดงในรูปที่ 5.13 (ก) จึงทำให้ลำอากาศภายในแก้วไวน์เกิดการสั่นอย่างรุนแรง จนทำให้แก้วไวน์แตกได้ดังแสดงในรูปที่ 5.13 (ข)

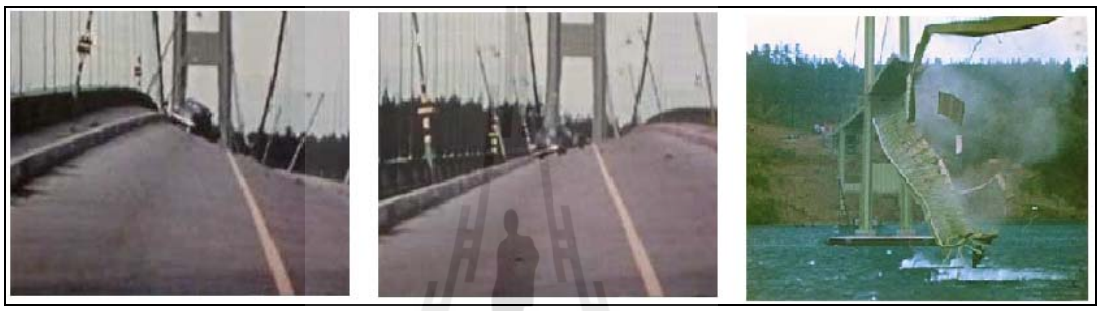
(ก) รูปแบบของคลื่นนิ่งที่ปรากฏในแก้วที่มีการสั่น

(ข) การสั่นสะเทือนที่มีความถี่คงที่ซึ่งมีค่าใกล้เคียงความถี่ธรรมชาติของแก้ว เป็นเวลานานหลายวินาทีทำให้แอมปลิจูดของการสั่นสะเทือนในแก้วมากขึ้นจนสามารถทำให้แก้วแตกได้

รูปที่ 5.13 การสั่นพ้องที่เกิดขึ้นในแก้วน้ำ

สำหรับตัวอย่างถัดไปที่เห็นได้ชัดเจนในเรื่องของการส่งผ่านพลังงานที่มีความถี่ตรงกับความถี่ธรรมชาติก็คือ การไกวเปลหรือการโล้ชิงช้าหากเราใช้ความถี่ในการส่งพลังงานซึ่งในที่นี้คือการออกแรงในการไกวหรือโล้ชิงช้า ในความถี่ที่ใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของชิงช้า

(ซึ่งหมายถึงความถี่ในการเปลหรือความถี่ที่ชิงช้าสั่นสะเทือนอยู่ก่อนหน้านี้) ก็จะทำให้ขนาดความรุนแรงของการสั่นสะเทือนเพิ่มมากขึ้น ซึ่งถ้าหากส่งผ่านพลังงานในความถี่นี้ไปเรื่อย ๆ ก็จะมีโอกาสที่เกิดอันตรายได้ และยังมีอีกหนึ่งตัวอย่างของความถี่ธรรมชาติคือการพังของสะพานแขวนที่เกิดขึ้นในประเทศอเมริกา ซึ่งได้มีสะพานแขวนที่พังทลายลงเนื่องจากมีลมที่พัดมากระทบกับสะพานแล้วมีความถี่ที่เท่ากับความถี่ธรรมชาติของการสั่นสะเทือนของสะพาน จึงทำให้เกิดปรากฏการณ์การสั่นพ้องขึ้นแล้วส่งผลให้สะพานแขวนนั้นแกว่งแรงมากขึ้นเรื่อย ๆ จนพังในที่สุด ดังแสดงในรูปที่ 5.14



รูปที่ 5.14 การสั่นพ้องที่เกิดขึ้นในสะพานแขวน

ดังนั้นความถี่ธรรมชาติจึงเป็นเรื่องที่สำคัญและเป็นเรื่องที่ควรแก่การศึกษาสำหรับหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกในงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้พยายามศึกษาและวิเคราะห์ถึงวิธีการหาค่าความถี่ธรรมชาติรวมไปถึงการหาค่าศักย์ไฟฟ้ากับการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นเพื่อที่จะวิเคราะห์และทำนายช่วงความถี่ในการทำงานของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกเพื่อทำให้เข้าใจถึงผลของค่าศักย์ไฟฟ้ากับการกระจัดเชิงกลประกอบกับสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นได้

5.3 วิธีการหาค่าความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก

ตามปกติวัตถุทุกชนิดที่สั่นสะเทือนหรือโยกตัวได้ จะมีความถี่ธรรมชาติของตัวเองอยู่แล้วและจะสั่นสะเทือนด้วยความถี่เฉพาะตัวที่ความถี่นี้เท่านั้น ซึ่งเมื่อมีการถ่ายแรงที่มากพอเข้าไปที่วัตถุ ๆ นั้นก็จะสั่นสะเทือนด้วยความถี่ธรรมชาติของตนเองออกมาโดยประกอบกับที่หม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกนั้นทำงานด้วยการสั่นสะเทือน ดังนั้นจึงต้องศึกษาเกี่ยวกับความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกเป็นอย่างมาก เพื่อที่จะสามารถทำนายช่วงการทำงานสำหรับการหาความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกในงานวิทยานิพนธ์นี้จะมี 2 วิธีหลัก ๆ ดังต่อไปนี้

1. วิธีแรกสามารถหาได้จากการวัดอัตราการขยายศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกเมื่อทำการทดสอบจริง โดยจะปรับค่าความถี่ที่ป้อนให้กับทางด้านศักย์ไฟฟ้าขาเข้าและมีความต้านทานมาต่อขนานกับหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกทางด้านศักย์ไฟฟ้าขาออก แล้วจะสังเกตถึงอัตราการขยายศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก ซึ่งถ้าอัตราการขยายศักย์ไฟฟ้ามีค่าสูงมากขึ้นและลดลงจนคงที่ แสดงว่าช่วงความถี่ที่ทำให้อัตราการขยายศักย์ไฟฟ้าสูงมากขึ้นและลดลงนั้นคือ ช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกโดยจะอธิบายวิธีทางการทดลองไว้อย่างละเอียดในหัวข้อที่ 5.5

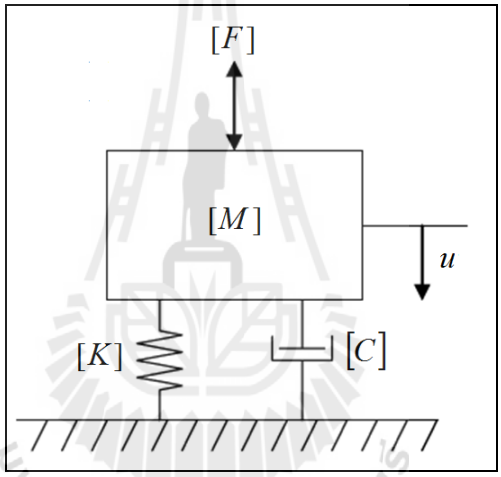
2. วิธีที่สองในการหาค่าความถี่ธรรมชาตินั้นเป็นการหาจากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าเป็นในกรณีที่ระบบเป็นแบบง่าย ๆ ก็จะสามารถคำนวณได้แบบไม่ซับซ้อน แต่ถ้าเป็นในกรณีที่ระบบมีความซับซ้อนมาก ๆ การดำเนินการจะทำได้ค่อนข้างยากเพราะต้องคำนวณระบบที่เป็นเมตริกซ์ โดยในปัจจุบันได้มีวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ที่สามารถคำนวณหาความถี่ธรรมชาติของระบบที่เป็นเมตริกซ์ได้ ซึ่งการวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นกับชิ้นส่วนหรืออุปกรณ์ต่าง ๆ นั้น จะจำลองด้วยระเบียบวิธีทางตัวเลขหรือไฟไนท์อิลิเมนท์ซึ่งมีการใช้งานกันอย่างแพร่หลายและสามารถใช้จำลองหาสิ่งที่เกิดขึ้นได้หลายลักษณะ เช่น การประยุกต์ใช้โปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์ในการหาความร้อน ศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นกับวัสดุรวมไปถึงการประยุกต์ใช้ในการศึกษาพฤติกรรมการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นของโครงสร้าง เป็นต้น ในการจำลองหาความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกนั้นจะประยุกต์ใช้วิธีค่าเจาะจง (eigenvalue) เนื่องจากวิธีค่าเจาะจงนี้สามารถใช้ร่วมกับวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้

วิธีค่าเจาะจง (eigenvalue technique) จะศึกษาการเกิดปรากฏการณ์การสั่นพ้องโดยใช้วิธีแปลงระบบให้อยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในที่นี้จะใช้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในการหาค่าความถี่ธรรมชาติ โดยการนำค่าคุณสมบัติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกมาจัดรูปแบบสมการแบบเมตริกซ์ แล้วแก้สมการแบบวิธีค่าเจาะจงเพื่อหาความถี่ธรรมชาติที่จะทำให้หม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกนั้นสามารถสั่นสะเทือนและทำงานได้ ซึ่งวิธีนี้เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสำหรับการหาค่าความถี่ธรรมชาติ แต่มีข้อเสียคือต้องมีความชำนาญในการใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์และต้องการข้อมูลของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกที่มีความละเอียดและมีความซับซ้อนในการแก้สมการที่เป็นแบบเมตริกซ์เพื่อหาค่าเจาะจงและในการพิจารณาไม่สามารถนำผลของความไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear) ในระบบมาใช้ได้

5.4 การคำนวณความถี่ธรรมชาติด้วยวิธีค่าเจาะจง

ในการศึกษาเรื่องการสั่นสะเทือนทางวิศวกรรมมักจะเกี่ยวข้องกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (mathematical model) เพื่อแทนสิ่งที่มีอยู่จริงทางกายภาพ โดยสร้างแบบจำลองที่มี

พฤติกรรมคล้ายกับระบบจริงให้มากที่สุด เพื่อให้สมการทางคณิตศาสตร์ที่ได้นั้นสามารถแทนการสั่นสะเทือนของระบบได้อย่างถูกต้องดังแสดงในรูปที่ 5.15 ซึ่งหลังจากที่ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นแล้ว ขั้นตอนต่อมาคือการหาสมการการเคลื่อนที่ของแบบจำลองที่สร้างขึ้นมา หลังจากนั้นจึงทำการหาผลเฉลยของสมการการเคลื่อนที่แล้วนำผลที่ได้มาทำการวิเคราะห์เพื่อหาความถี่ธรรมชาติรวมไปถึงคุณลักษณะต่าง ๆ ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยนอกจากนี้แล้วยังสามารถนำแบบจำลองของระบบไปพัฒนาสำหรับแก้ไขปัญหาในรูปแบบที่คล้ายกันได้ ซึ่งการวิเคราะห์ปัญหาการเคลื่อนที่สามารถทำได้โดยการเปลี่ยนสมการเชิงอนุพันธ์ของการเคลื่อนที่ดังแสดงในสมการที่ (5.1) ให้เป็นการแก้ปัญหาค่าเจาะจง (eigenvalue problem) แล้วสามารถนำค่าที่ได้ไปหาเวกเตอร์เจาะจง (eigenvector) เพื่อใช้ในการศึกษารูปแบบของการสั่นสะเทือนได้



รูปที่ 5.15 แบบจำลองทางกายภาพของระบบสั่นสะเทือน

รูปที่ 5.15 เป็นรูปแบบจำลองทางกายภาพของการสั่นสะเทือน โดยสำหรับการหาความถี่ธรรมชาติของระบบนี้จะปรับให้อยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมการการสั่นสะเทือนดังสมการที่ (5.1)

$$[M]\{\ddot{u}\}+[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=[F] \tag{5.1}$$

โดยที่ $[M]$ คือ เมตริกซ์มวล (mass matrix)

$[C]$ คือ เมตริกซ์ความหน่วง (damping matrix)

$[K]$ คือ เมตริกซ์ความยืดหยุ่น (stiffness matrix)

$[F]$ คือ แรงที่มากระทำ

$\ddot{u}$ คือ ความเร่ง

$\dot{u}$ คือ ความเร็ว

u คือ การกระจัดเชิงกล

โดยจากสมการ (5.1) นั้นสามารถลดรูปสมการลงได้ในกรณีที่ไม่คิดความหน่วงของวัตถุ และไม่มีแรงภายนอกมากระทำ โดยสมการเชิงอนุพันธ์ของการเคลื่อนที่ของระบบเมื่อลดรูปแล้วจะอยู่ในรูปแบบจำลองดังนี้

$$[M]\{\ddot{u}\}+[K]\{u\}=0 \tag{5.2}$$

สำหรับปัญหาที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา สามารถแทน u ให้อยู่ในรูปของ $\{u\}=\{\phi\}\sin\omega t$ เมื่อ $\{\phi\}$ คือเวกเตอร์ค่าเจาะจงและ ω คือความถี่เชิงมุม เมื่อพิจารณาปัญหาค่าเจาะจงจะมีสมการเป็น

$$([K]-\omega^2[M])\{\phi\}=0 \tag{5.3}$$

การแก้ปัญหาค่าเจาะจงนั้นมีหลายวิธีแต่ในที่นี้จะใช้วิธีเชิงธาตุมูล (elementary method) สามารถเขียนในรูปแบบมาตรฐานโดยกำหนดให้ $\lambda=\omega^2$ จะได้

$$([K]-\lambda[M])\{\phi\}=0 \tag{5.4}$$

หลังจากนั้นคูณด้วย $[M]^{-1}$ จะได้

$$[M]^{-1}([K]-\lambda[M])\{\phi\}=0 \tag{5.5}$$

$$([M]^{-1}[K]-\lambda[M]^{-1}[M])\{\phi\}=0$$

$$([M]^{-1}[K]-\lambda[I])\{\phi\}=0$$

เมื่อ $[I]$ เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) และกำหนดให้ $[A]=[M]^{-1}[K]$ จะได้

$$([A]-\lambda[I])\{\phi\}=0 \text{ หรือ } \lambda[I]\{\phi\}=[A]\{\phi\} \tag{5.6}$$

เนื่องจาก $\{\phi\}$ เป็นผลเฉลยที่ทำให้สมการมีได้หลายคำตอบ ดังนั้นเรียกปัญหาแบบนี้ว่า ปัญหาค่าเจาะจงมาตรฐานซึ่งคือตัวกำหนดของสมการลักษณะเฉพาะโดยจะต้องมีค่าเป็นศูนย์และค่าเจาะจงสามารถหาได้ดังนี้

$$\det([A]-\lambda[I])=0 \tag{5.7}$$

สมการ (5.7) เรียกว่า สมการลักษณะเฉพาะหรือสมการความถี่และเรียกแต่ละรากของ λ จากสมการความถี่ว่า ค่าเจาะจง เมื่อรู้ค่าเจาะจงแต่ละค่าก็จะสามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติแต่ละค่าที่สอดคล้องกับค่าเจาะจงได้ โดยหาจาก $\lambda=\omega^2$ และเมื่อแทนค่าเจาะจงลงในสมการ $([A]-\lambda[I])\{\phi\}=0$ ก็จะได้เวกเตอร์เจาะจง

หลังจากนั้นนำหลักการดังกล่าวมาใช้กับหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก โดยการนำแบบจำลองของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกที่ได้จากวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์มาประยุกต์ใช้กับวิธีเชิงธาตุมูลสำหรับการหาค่าเจาะจงโดยที่เมตริกซ์ความยืดหยุ่น $[K]$ และเมตริกซ์มวล $[M]$ ในสมการ (5.3) คือ เมตริกซ์ความยืดหยุ่นของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก $[K_{uu}]$ และเมตริกซ์มวลของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก $[M]$ ในแบบจำลองไฟไนท์อิลิเมนท์ของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกจากสมการที่ (4.36) ในบทที่ 4 แล้วนำสมการดังกล่าวมาจัดให้อยู่ในรูปแบบของสมการสำหรับหาค่าความถี่ธรรมชาติได้ดังนี้

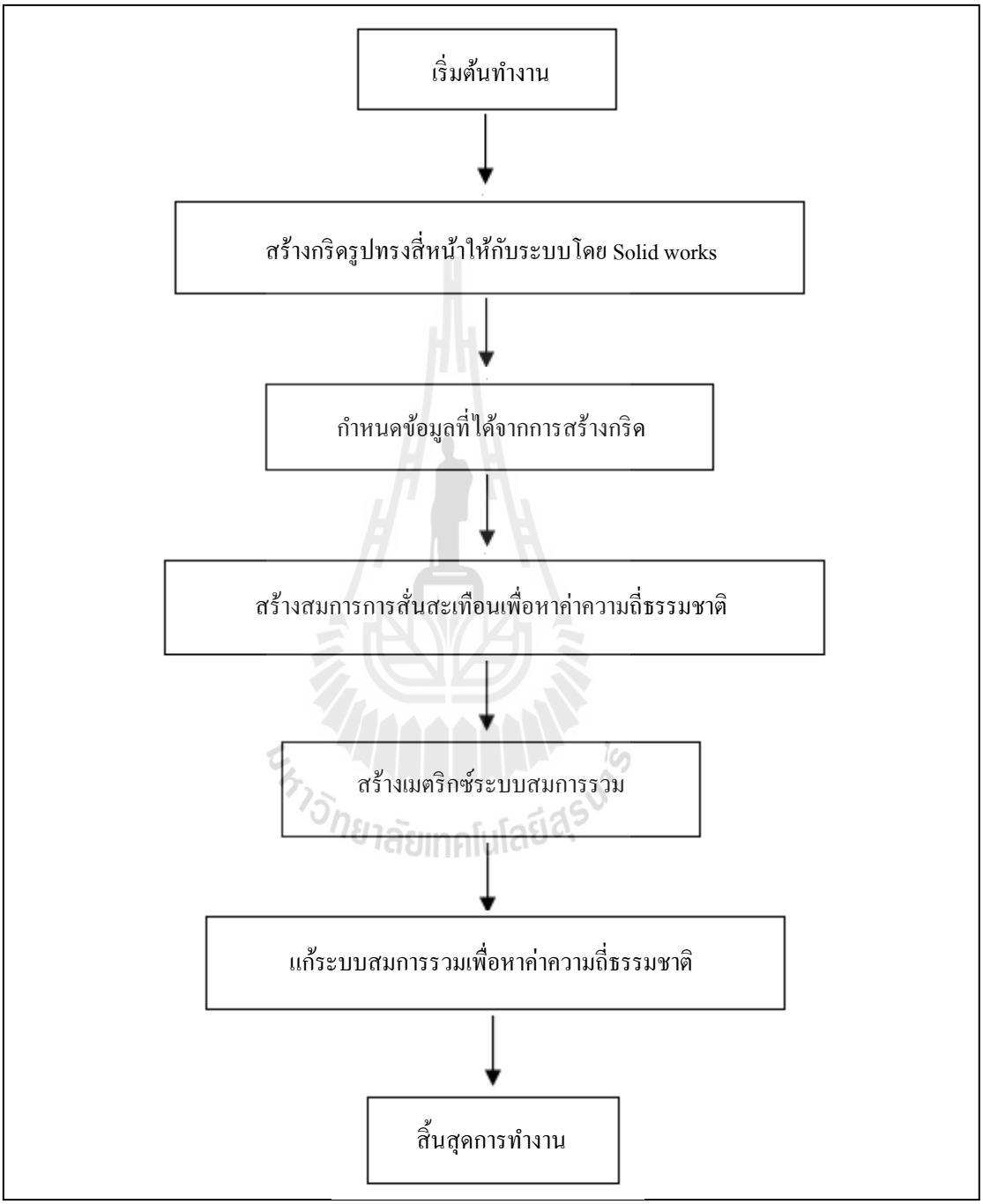
$$\det([K_{uu}]-\omega^2[M])=0 \tag{5.7}$$

โดยที่ ω คือค่าเจาะจงและสามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติได้ดังนี้

$$f_i=\frac{\omega_i}{2\pi} \tag{5.8}$$

เมื่อ f_i คือ ความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกและ *i* คือลำดับของความถี่ธรรมชาติ

โดยโครงสร้างของโปรแกรมการคำนวณความถี่ธรรมชาติด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์สามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 5.16



รูปที่ 5.16 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมการคำนวณการสั่นสะเทือนด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

5.5 ผลการวัดความถี่ธรรมชาติและค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก

สำหรับอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกนั้นจะประกอบไปด้วย วงจรบัลลาสต์ไพอิโซอิเล็กทริก หม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกและโหลดที่นำมาต่อกับหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก โดยที่ลักษณะรูปร่างของวงจรบัลลาสต์ไพอิโซอิเล็กทริกนั้นได้แสดงไว้แล้วในบทที่ 3.3 และสำหรับการทำงานของวงจรบัลลาสต์ไพอิโซอิเล็กทริกนั้นจะแบ่งออกเป็น 4 ส่วนด้วยกันซึ่งสามารถอธิบายได้อย่างละเอียดดังต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 เป็นวงจรเรียงไฟฟ้ากระแสสลับเป็นไฟฟ้ากระแสตรง ด้วยวงจรเรียงกระแสหนึ่งเฟสใช้ไดโอดบริดจ์ สำเร็จรูปรุ่น KBL407 - T0 ซึ่งมีพิกัด 800 V และ 4 A โดยมีไดโอดประกอบกันเป็นโมดุลทั้งหมด 4 ตัว ไดโอดจะทำหน้าที่นำกระแสเป็นคู่ ๆ กัน คือ ไดโอดสองตัวแรกจะทำการเรียงไฟฟ้ากระแสสลับทางด้านขาเข้าในย่านที่เป็นบวกและในทางตรงกันข้าม ไดโอดอีกสองตัวที่เหลือจะทำการเรียงไฟฟ้ากระแสสลับทางด้านขาเข้าในย่านที่เป็นลบ เป็นผลให้ได้แรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าขาออกเป็นบวกหรือศูนย์และไม่มีโอกาสให้เกิดเป็นค่าเป็นลบ สำหรับภายในที่นี้ได้กำหนดวงจรบัลลาสต์ไพอิโซอิเล็กทริกอิเล็กทรอนิกส์ให้ใช้แรงดันไฟฟ้าขาเข้าสำหรับวงจรอินเวอร์เตอร์ 220 Vrms

ส่วนที่ 2 เป็นวงจรควบคุมความถี่ปฏิบัติการ ทำหน้าที่สร้างสัญญาณรูปคลื่นพัลส์มาควบคุมการทำงานของมอสเฟตกำลังในวงจรอินเวอร์เตอร์ครึ่งคลื่น เพื่อให้วงจรอินเวอร์เตอร์สร้างแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับรูปคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีช่วงประวิงเวลา (death time) เท่ากับ 1 μs เพื่อป้องกันการสวิตช์ของมอสเฟตที่สภาวะศักดาตกคร่อมเป็นศูนย์ โดยจะทำงานพร้อมกันและมีวงจรรวมเบอร์ TL494 ทำการสร้างสัญญาณรูปคลื่นพัลส์ ส่งไปที่ขาเกทของมอสเฟตกำลังเบอร์ IXFK20N โดยผ่านวงจรแยกโดด (isolator) ซึ่งทำหน้าที่แยกกราวด์ระหว่างวงจรควบคุมที่เป็นแรงดันไฟฟ้าแรงต่ำ ออกจากวงจรแรงดันไฟฟ้าแรงสูงให้เกิดความปลอดภัยและวงจรขับสวิตช์กำลังด้วยวงจรรวมเบอร์ IR2110 ที่ให้สัญญาณควบคุมการทำงานของมอสเฟตในวงจรอินเวอร์เตอร์ ระบบควบคุมความถี่นี้จะสามารถควบคุมกำลังทางด้านขาออกของวงจรอินเวอร์เตอร์ครึ่งคลื่นด้วยการปรับความถี่การสวิตช์ของมอสเฟตให้อยู่ในความถี่ปฏิบัติงานของไพอิโซอิเล็กทริก (สามารถปรับได้ในช่วงความถี่ 3 - 300 kHz) ในงานที่นี้ยังสามารถปรับช่วงเวลาการเกิดแรงดัน ต่อช่วงเวลาการเกิดหนึ่งลูกคลื่น (duty cycle) ได้อีกด้วย สำหรับวงจรรวมเบอร์ TL494 เป็นวงจรสร้างสัญญาณพัลส์เพื่อนำไปใช้สำหรับการควบคุมสวิตช์ภายในวงจรอินเวอร์เตอร์ครึ่งคลื่น ซึ่งไอซีเบอร์ TL494 สามารถปรับตั้งความถี่ในการสวิตช์ โดยโหมดการทำงานของไอซีเบอร์ TL494 ซึ่งในงานวิทยานิพนธ์นี้ได้ออกแบบการทำงานตามคู่มือการใช้งาน (data sheet) เป็นโหมด normal push-pull ซึ่งมีหลักการใช้งานดังต่อไปนี้ ต่อสัญญาณควบคุมขาออก (ขาที่ 13) เข้ากับแรงดันไฟฟ้าอ้างอิง (ขา 14) การควบคุมความถี่ที่ใช้ในการสวิตช์ สามารถออกแบบและคำนวณได้ด้วยการระบุค่าของตัวเก็บประจุเลือกเวลา

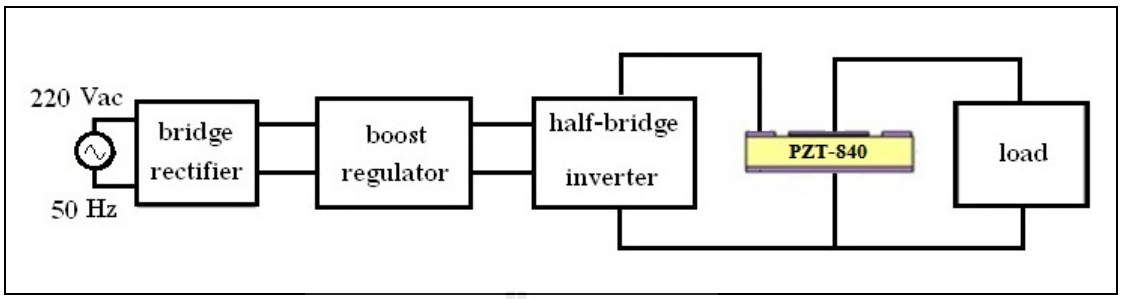
(timing capacitor : CT) ที่ขา 5 และค่าความต้านทานเลือกเวลา (timing resistor : RT) ต่อเข้าที่ขา 6 ตามลำดับ ไฟเลี้ยงสำหรับวงจรรวมนี้มีขนาด 15 Vdc โดยจ่ายที่ขา 8 11 และ 12 เพื่อสร้างสัญญาณพัลส์ขนาด 15 V มีสัญญาณขาออกที่ขาออก (ขา 9 และขา 10) และต่อความต้านทานรักษากระแสขาออกให้คงที่ไม่เกิน 2 mA (ตามคุณสมบัติในคู่มือ) โดยใช้ความต้านทานขนาด 10 kΩ ที่ขา 9 และ 10

ส่วนที่ 3 เป็นภาคควบคุมแรงดันไฟฟ้าที่ใช้ในการขับมอสเฟต โดยทำหน้าที่ควบคุมแรงดันไฟฟ้าสำหรับมอสเฟตให้คงที่ขณะขับหลอดฟลูออเรสเซนต์ ด้วยวงจรรวมเบอร์ IR2110 และได้ออกแบบให้กราวด์ของภาคควบคุมแรงดันซึ่งเป็นส่วนแรงดันไฟต่ำแยกออกจากวงจรแรงดันสูง เพื่อให้เกิดความปลอดภัยของวงจรด้วยวงจรรวมแยกโดด (opto-coupler) เบอร์ HCPL - 3120 ซึ่งมีจำนวน 2 ตัว โดยได้รับสัญญาณไฟทางด้านขาเข้าที่ขา 2 และขา 3 ต่อลงกราวด์ ส่วนทางด้านขาออกจะส่งสัญญาณที่ขา 7 โดยที่สัญญาณยังคงมีเฟสเหมือนสัญญาณขาเข้าที่ได้จากวงจรรวมเบอร์ TL494 และมีขนาดแรงดันเท่าเดิมที่ 15 V ในการออกแบบวงจรควบคุมแรงดันไฟฟ้าเพื่อขับมอสเฟตที่นี้ได้เลือกใช้วงจรรวมเบอร์ TL494 เพียงหนึ่งตัวก็สามารถขับมอสเฟตกำลังที่ต่อกันแบบวงจรการสวิตช์ครึ่งคลื่น โดยที่สัญญาณที่ได้มีคุณสมบัติที่ความเหมาะสมเพียงพอในการขับมอสเฟตกำลังในการออกแบบนี้ สัญญาณขาเข้าของวงจรรวมเบอร์ IR2110 ได้มาจากสัญญาณขาออกจากวงจรรวมแยกโดดเบอร์ HCPL - 3120 ต่อเข้าที่ขา 10 และ 12 ของวงจรรวมเบอร์ IR2110 โดยมีความต้านทานขนาด10 Ω มาต่อเพื่อป้องกันกระแส เข้าไม่ให้เกิน 2 A ที่ขา 10 และ 12 โดยที่สัญญาณขาออกที่ขา 1 และขา 7 ของวงจรรวมเบอร์ IR2110 มีลักษณะสัญญาณพัลส์เพื่อขับมอสเฟตกำลังทั้งสองตัวโดยทำงานแบบสลับกัน

ส่วนที่ 4 วงจรอินเวอร์เตอร์แบบครึ่งคลื่น (half-bridge inverter) ในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้วงจรอินเวอร์เตอร์แบบขนานที่มีมอสเฟต 2 ตัว เบอร์ IXFK20N สลับกันในการทำงาน โดยจะทำหน้าที่แปลงจากแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงให้เป็นแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับที่มีความถี่สูง ซึ่งได้สัญญาณพัลส์ความถี่ประมาณ 80 - 90 kHz จากวงจรควบคุมแรงดัน ที่ขา 1 และ ขา 7 ของวงจรรวมเบอร์ IR2110 ที่ส่งสัญญาณการทำงานออกมาที่ขาเกทของมอสเฟตด้วยสัญญาณพัลส์ขับแรงดันด้านต่ำและด้านสูง ตามลำดับ สัญญาณขาออกของวงจรอินเวอร์เตอร์แบบครึ่งคลื่นนี้จะมีการทำงานสวิตช์ที่แรงดันศูนย์ (zero voltage switching) สัญญาณขาออกของมอสเฟตทั้งสองตัวเป็นสัญญาณพัลส์เพื่อใช้ในการขับหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก สำหรับขับหลอดฟลูออเรสเซนต์ 36 W (มณฑกานต์ พีรศักดิ์โสภณ, 2553)

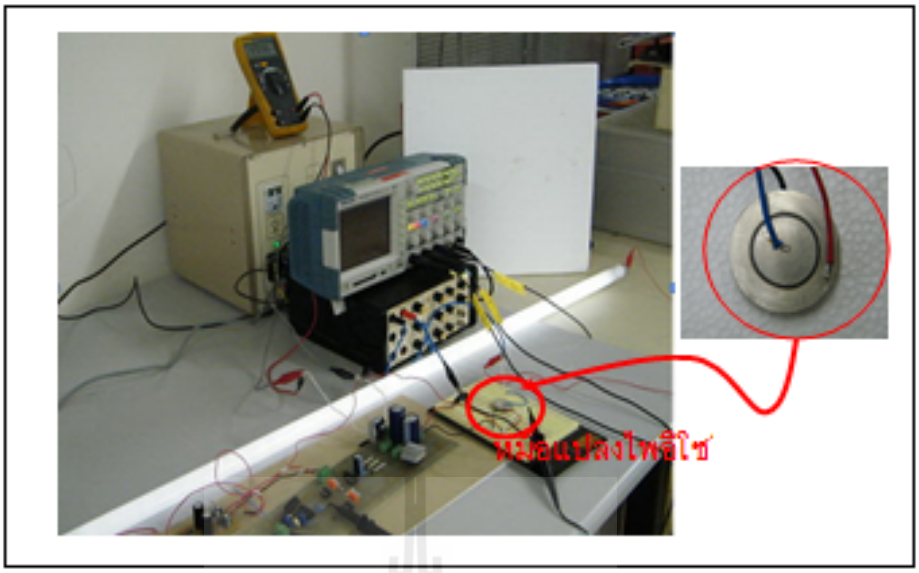
สำหรับวงจรการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาตินั้น สามารถแสดงได้เป็นแผนภาพดังรูปที่ 5.17 โดยในรูปที่ 5.17 นั้นจะประกอบไปด้วย 1. แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับ 2. วงจรเรียงไฟฟ้ากระแสสลับเป็นไฟฟ้ากระแสตรง 3. วงจรควบคุมความถี่ปฏิบัติการและภาคควบคุมแรงดันไฟฟ้าที่ใช้ในการขับมอสเฟตรวมกัน 4. วงจรอินเวอร์เตอร์แบบครึ่งคลื่น 5. หม้อแปลง

ไพอิโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบนโหมดการสั่นตามแนวรัศมี 6. โหลด (หลอดไฟฟลูออเรสเซนต์ 36 W 1345 Ω)



รูปที่ 5.17 แผนภาพวงจรการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก

โดยในงานวิทยานิพนธ์นี้ได้ศึกษาหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบนโหมดการสั่นตามแนวรัศมี สำหรับการทดสอบเพื่อหาความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกนั้นสามารถดำเนินการได้จากการให้แรงดันไฟฟ้าทางด้านขาเข้ากับหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกอย่างคงที่ โดยมีความต้านทานต่อขนานกับหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกทางด้านขาออก แล้วทำการปรับค่าความถี่ที่ป้อนให้กับทางด้านขาเข้าในช่วงความถี่ระหว่าง 0 - 100 kHz หลังจากนั้นทำการวัดค่าแรงดันไฟฟ้าทางด้านขาเข้าประกอบกับวัดแรงดันไฟฟ้าทางด้านขาออกของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก แล้วจึงหาอัตราส่วนระหว่างค่าแรงดันไฟฟ้าทางด้านขาออกเทียบกับแรงดันไฟฟ้าทางด้านขาเข้า โดยที่แรงดันไฟฟ้าทางด้านขาเข้านั้นจะมีค่าคงที่อยู่เสมอ สำหรับวิธีการทดสอบเพื่อหาความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกนั้นสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.18 พร้อมแสดงผลการทดสอบเพื่อหาค่าอัตราการขยายของค่าศักย์ไฟฟ้าในช่วงความถี่ต่าง ๆ ได้ดังตารางที่ 5.1 ซึ่งจากผลการทดลองเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติดังกล่าวนั้นสามารถนำมาแสดงได้เป็นลักษณะของกราฟได้ดังรูปที่ 5.19



รูปที่ 5.18 การทดสอบหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกชนิดการสั่นตามแนวรัศมีเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ

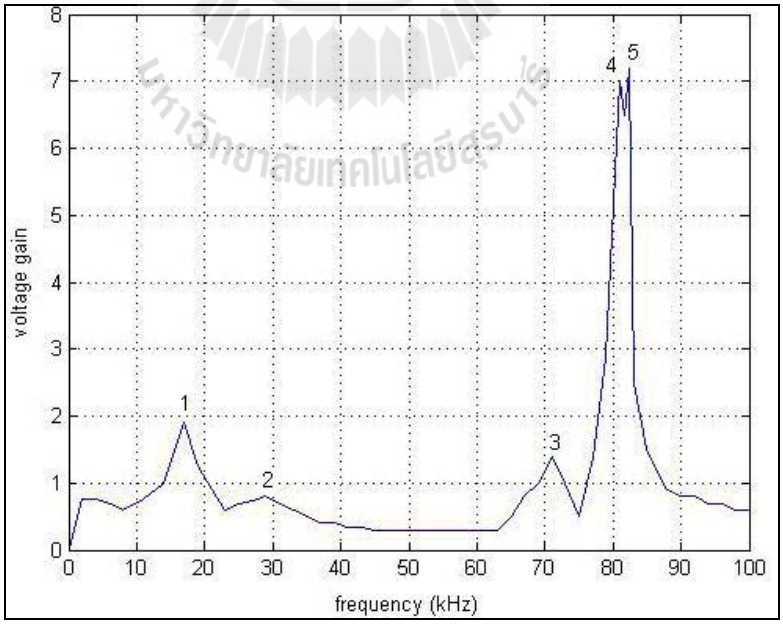
ตารางที่ 5.1 ผลการทดสอบเพื่อหาความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก

ความถี่ (kHz)	Vout/Vin
0	0
5	0.65
10	0.62
15	1.32
17.75	1.87
20	1.05
25	0.62
29.13	0.84
30	0.75
35	0.47
40	0.31
45	0.25
50	0.25
55	0.25

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ตารางที่ 5.1 ผลการทดสอบเพื่อหาความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก (ต่อ)

ความถี่ (kHz)	Vout/Vin
60	0.25
65	0.47
70	1.14
71.08	1.41
75	0.55
80	4.69
81.12	7.00
82	6.49
82.29	7.15
85	1.63
90	0.73
95	0.64
100	0.55



รูปที่ 5.19 กราฟแสดงผลของความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก

สำหรับการทดสอบเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกนั้นจะกำหนดค่าความละเอียดของช่วงความถี่ที่จะป้อนให้กับทางด้านขั้วอิเล็กโทรดขาเข้าของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกโดยจะเพิ่มขึ้นครั้งละ 5 kHz แล้วสังเกตผลอัตราการขยายของค่าศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้น ซึ่งถ้ามีช่วงค่าความถี่ที่ทำให้เกิดอัตราการขยายค่าศักย์ไฟฟ้าที่สูงมากขึ้น แสดงว่าได้เข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกแล้ว ก็จะทำการปรับความละเอียดของช่วงความถี่ที่ป้อนให้มีค่ามากขึ้นตามไปด้วย เนื่องจากหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกนั้นจะมีช่วงความถี่ธรรมชาติที่ค่อนข้างแคบและค่าศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในช่วงความถี่ธรรมชาตินั้นจะมีการเปลี่ยนแปลงโดยที่จะเพิ่มขึ้นและลดลงอย่างรวดเร็ว ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องทำการปรับความถี่ให้ละเอียดมากยิ่งขึ้นเพื่อที่จะเก็บข้อมูลต่าง ๆ เมื่อเวลาหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกได้เข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติ โดยผลการทดลองจริงจากตารางที่ 5.1 และกราฟในรูปที่ 5.19 ที่ได้แสดงผลของความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกนั้นจะสังเกตเห็นว่าอัตราการขยายของค่าศักย์ไฟฟ้าจะมีค่าสูงมากขึ้นที่ค่าความถี่บางค่าเท่านั้น ซึ่งค่าความถี่นั้นคือความถี่ธรรมชาติหรือค่าความถี่ปฏิบัติการของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกโดยจากรูปที่ 5.19 จะสามารถอ่านค่าความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกจากการทดลองจริงได้ออกเป็น 5 ค่าและจะพบว่าค่าความถี่ในช่วง 80 - 90 kHz จะเป็นช่วงความถี่ที่ทำให้เกิดค่าอัตราการขยายของค่าศักย์ไฟฟ้าได้สูงที่สุด

5.6 การเปรียบเทียบผลความถี่ธรรมชาติจากการทดลองกับการคำนวณด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมการการสั่นสะเทือนสำหรับการคำนวณหาค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 5.4 นั้นจะสามารถคำนวณหาค่าความถี่ธรรมชาติได้โดยใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ในการสร้างระบบเมตริกซ์แล้วใช้วิธีค่าเจาะจงสำหรับการหาค่าความถี่ธรรมชาติและเพื่อเป็นการยืนยันพิสูจน์ความถูกต้องของโปรแกรมสำหรับการคำนวณหาค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้พัฒนาขึ้นนี้ จึงได้ทำการเปรียบเทียบผลความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการคำนวณกับผลความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลองจริงได้ดังตารางที่ 5.2

ตารางที่ 5.2 การเปรียบเทียบความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไฟอิโซอิเล็กทริกระหว่างการทดลองจริงและวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์

โหมดความถี่	ความถี่ธรรมชาติ (kHz)		
	การทดลองจริง	ไฟไนท์อิลิเมนท์	ความคลาดเคลื่อน(%)
1	17.75	-	-
2	29.13	30.54	4.84
3	71.08	70.48	0.84
4	81.12	83.44	2.86
5	82.29	85.57	3.99

ความถี่ธรรมชาติจากตารางที่ 5.2 นั้นจะเป็นค่าความถี่ที่มีผลทำให้เกิดค่าศักย์ไฟฟ้าที่บริเวณขั้วอิเล็กโทรดขาออกของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก โดยจำนวนคำตอบที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์นั้นจะขึ้นอยู่กับเมตริกซ์ของระบบสมการ ซึ่งถ้าเมตริกซ์ของระบบมีขนาดที่ใหญ่ก็จะได้จำนวนคำตอบของค่าความถี่มากแต่ถ้าเมตริกซ์ของระบบมีขนาดที่เล็กลงก็จะได้จำนวนคำตอบของความถี่ที่น้อยลงตามไปด้วย โดยคำตอบของความถี่ที่ได้จากวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์นั้นจะเรียงจากค่าน้อยไปหาค่ามากและสำหรับการคำนวณครั้งนี้จะเลือกศึกษาความถี่ในช่วง 0 - 100 kHz เนื่องจากเป็นช่วงความถี่ธรรมชาติความถี่แรกของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริก ซึ่งจะพบว่ามี 5 โหมดความถี่ธรรมชาติจากการทดลองและ 4 โหมดความถี่ธรรมชาติจากวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ โดยความคลาดเคลื่อนนี้เกิดจากขั้นตอนในการทดสอบเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกเพราะว่าในการทดสอบจริงนั้นมีปัจจัยหลาย ๆ อย่างที่ส่งผลกระทบต่อความถี่ธรรมชาติ เช่น อากาศ สภาพแวดล้อมต่าง ๆ รวมไปถึงสายไฟที่เชื่อมติดกับหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกหรือสิ่งของต่าง ๆ ซึ่งปัจจัยเหล่านี้มีผลต่อการสั่นสะเทือนทั้งสิ้น จึงมีผลทำให้บางช่วงความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นนั้นมีความคลาดเคลื่อนขึ้นได้เพราะจากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์นั้นจะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการสั่นสะเทือนในกรณีที่ไม่คิดการหน่วงของวัตถุและไม่คิดแรงภายนอกที่มากระทำต่อวัตถุ ซึ่งจากผลการเปรียบเทียบระหว่างการทดลองจริงกับการคำนวณด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์นั้นจะมีความคลาดเคลื่อนในทุก ๆ โหมดความถี่ไม่เกิน 5%

5.7 สรุป

ในบทที่ 5 นี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกที่ใช้สำหรับคำนวณหาค่าความถี่ธรรมชาติ โดยจะประยุกต์ใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ในแบบ 3 มิติเพื่อคำนวณหาความถี่ธรรมชาติและในบทนี้ยังกล่าวถึงการทดสอบเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.19 พร้อมทั้งเปรียบเทียบผลความถี่ธรรมชาติจากการทดลองจริงกับโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ ซึ่งผลเฉลยที่ได้จากการเปรียบเทียบนั้นจะมีความคลาดเคลื่อนมีค่าไม่เกิน 5% ดังนั้นจากผลลัพธ์ที่ปรากฏดังกล่าวจึงสามารถยืนยันความถูกต้องของโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติสำหรับคำนวณหาค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้พัฒนาขึ้น จึงทำให้ผลความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการคำนวณนั้นมีความน่าเชื่อถือ และนำไปสู่การจำลองค่าการกระจายของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่กระจายตัวอยู่ตลอดภายในหม้อแปลงไพอิโซอิเล็กทริกที่เกิดขึ้นในช่วงความถี่ธรรมชาติได้ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ในแบบ 3 มิติที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 6 ต่อไป

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี