กัญญุตา ภู่ชินาพันธุ์ : การจำลองเชิงตัวเลขของการไหลหมุนวนแบบไม่ยุบตัวโดยใช้วิธีผลต่างอันตะ (A NUMERICAL SIMULATION OF INCOMPRESSIBLE SWIRLING FLOW USING FINITE DIFFERENCE METHOD) อาจารย์ที่ปรึกษา : รองศาสตราจารย์ ดร.นิโคไลน์ มอสกิน, 140 หน้า.

งานวิจัยนี้ศึกษาเกี่ยวกับการจำลองเชิงตัวเลขของการไหลมีความหนืดแบบไม่ยุบตัวในสองมิติที่ควบคุมโดยสมการนาเวียร์สโตก การศึกษาครั้งนี้แบ่งเป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นการตรวจสอบและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีผลต่างอันตะสามวิธี เพื่อหาคำตอบโดยประมาณของสมการนาเวียร์สโตกแบบไม่ยุบตัวในสองมิติในรูปแบบของฟังก์ชันกระแส ส่วนที่สองเป็นการพัฒนาและศึกษาวิธีผลต่างอันตะเพื่อจำลองการไหลแบบไม่ยุบตัวในสองมิติในรูปแบบใหม่ที่เสนอโดย อริสตอฟ และ พุกเนเชฟ (Aristov and Pukhnachev, Doklady Physics, 49(2), 2004)

ปัญหาของการไหลในโพรงแบบสองมิติใช้เป็นบรรทัดฐานในการเปรียบเทียบวิธีผลต่างอันตะสามวิธี สำหรับคำตอบโดยประมาณของสมการนาเวียร์สโตกในรูปแบบของสมการทวิฮาร์มอนิกสำหรับฟังก์ชันกระแส การประมาณของพจน์ที่ไม่เชิงเส้นทำให้วิธีทั้งสามมีความแตกต่างกันนั่นคือ การประมาณแบบชัดแจ้ง, การทำซ้ำภายใน และการแยกตัวดำเนินการ เทคนิคการหาคำตอบทั้งสามแบบนี้มีการเปรียบเทียบในแง่ของความเสถียร ความถูกต้อง และอัตราการลู่เข้า งานวิจัยครั้งนี้แสดงให้เห็นว่า วิธี การแยกตัวดำเนินการที่เสถียรทางทฤษฎีล้มเหลวที่ค่าเรย์โนลด์สูง ในขณะที่วิธีการทำซ้ำภายใน ได้คำตอบโดยประมาณด้วยอัตราการลู่เข้าที่เร็วกว่า

รูปแบบใหม่ของสมการนาเวียร์สโตก สำหรับการไหลของของไหลที่มีความหนืดแบบไม่ยุบตัวในสองมิติเสนอโดย อริสตอฟ และ พุกเนเชฟ (2004) นั้นได้แนะนำฟังก์ชันใหม่ซึ่งสัมพันธ์กับความดัน และประสบความสำเร็จในการเชื่อมต่อกันเป็นระบบของสมการขนส่งสองสมการสำหรับฟังก์ชันกระแสและความเร็วเชิงมุม และสมการอิลลิปติกสำหรับฟังก์ชันใหม่ ขั้นตอนการคำนวณเชิงตัวเลขใช้สมการที่เป็นระบบเชื่อมต่อแบบแยกจากกันไม่ได้ ซึ่งยอมให้ใช้เงื่อนไขสองเงื่อนไขสำหรับฟังก์ชันกระแสที่ไม่มีเงื่อนไขจากฟังก์ชันช่วย การเพิ่มพารามิเตอร์ขนาดเล็กในเงื่อนไขขอบช่วยกำจัดภาวะเอกฐานของเมทริกซ์ได้ เครื่องมือเชิงตัวเลขแบบใหม่นี้ถูกนำมาประยุกต์ใช้กับการไหลแบบเทย์เลอร์- คูเอทท์ ระหว่างสองทรงกระบอกที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกันโดยที่ขอบบนและขอบล่างมีการหมุนเป็นอิสระจากท่อด้านใน ในขณะที่ท่อด้านนอกหยุดนิ่ง การไหลนี้ถูกขับเคลื่อนถูกใช้เป็นแบบทดสอบมาตรฐานในกรณีสองมิติ วิธีเหล่านี้ได้รับการตรวจสอบบนกริดที่มีความละเอียดแตกต่างกัน

วิธีการเชิงตัวเลขที่พัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้มีพื้นฐานจากรูปแบบเชิงทฤษฎีของอริสตอฟและพุกเนเชฟของสมการนาเวียร์สโตกสามารถใช้สำหรับศึกษาปรากฏการณ์ใหม่ในการไหลสองมิติแบบหมุนวนและแบบระนาบ

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อนักศึกษา_____

ปีการศึกษา 2550 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา_____

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม_____

KANYUTA POOCHINAPAN : A NUMERICAL SIMULATION OF INCOMPRESSIBLE SWIRLING FLOW USING FINITE DIFFERENCE METHOD. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. NIKOLAY MOSHKIN, Ph.D. 140 PP.

FINITE DIFFERENCE METHOD/ 2D FLOW/ NAVIER-STOKES EQUATIONS.

The current work deals with a numerical simulation of 2D incompressible viscous flow governed by the Navier-Stokes equations. This study can be divided into two parts. The first part is the investigation and comparison of the performance of three finite-difference schemes to find the approximate solution of 2D incompressible Navier-Stokes equations in form of the stream function. The second part is the development and study of a finite-difference scheme to simulate the 2D incompressible flow in a new form proposed by Aristov and Pukhnachev (see Doklady Physics, 49(2), 2004).

The benchmark problem of 2D cavity flow is used to compare three finite-difference schemes for the approximate solution of the Navier-Stokes equations in form of the bi-harmonic equation for the stream function. The schemes are different for the approximation of nonlinear terms, that is, the explicit approximation, the internal iteration techniques, and the operator splitting approach. Three techniques are compared in terms of their stability, accuracy, and convergence rate. It is shown that the theoretically stable operator splitting scheme fails at large Reynolds number while the method of internal iteration gives the reasonable approximate solution and has the faster convergence rate.

The new form of the Navier-Stokes equations for the 2D viscous incompressible fluid flow proposed by Aristov and Pukhnachev (2004) who introduced a new function related to the pressure and succeed to derive a coupled system of two transport equations for the stream function and azimuthal component velocity and one elliptic equation for the new function. The algorithm treats the equations as an inextricably coupled system which allows to satisfy two conditions for the stream function without condition on the auxiliary function. The issue of singularity of the matrix is tackled by adding a small parameter in the boundary conditions. This new numerical tool is applied to the Taylor-Couette flow between the concentric rotating cylinders where the upper and lower lids are allowed to rotate independently from the inner cylinder, while the outer cylinder is held at rest. This flow is utilized as a benchmark test in 2D case. The schemes are thoroughly validated on grids with different resolutions.

The numerical methods developed in this research work based on Aristov and Pukhnachev formulation of the Navier-Stokes equations can be used in the future for in-depth investigations of the new phenomena in rotating and plane 2D flows.

School of Mathematics

Academic Year 2007

Student's Signature_____

Advisor's Signature_____

Co-advisor's Signature_____