

การศึกษาและวิเคราะห์การสั่นของหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่  
โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

นายพีระยุทธ หวังรักไพบูลย์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี  
ปีการศึกษา 2551

**VIBRATION STUDY AND ANALYSIS OF LARGE  
SCALE ROBOT USING FINITE  
ELEMENT METHOD**

**Peerayut Wangrakpaiboon**

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the  
Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering  
Suranaree University of Technology**

**Academic Year 2008**

การศึกษาและวิเคราะห์การสั้นของหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่  
โดยเปรียบเทียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยรับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

(รศ. ร.อ. ดร.กนต์ธร ชำนิประศาสน์)

ประธานกรรมการ

(ผศ. ดร.จิระพล ศรีเสริฐผล)

กรรมการ (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์)

(อ. ดร.สมศักดิ์ ศิวดำรงพงศ์)

กรรมการ

(อ. ดร.กิติ สุกฤษณ์)

กรรมการ

(ศ. ดร.ไพโรจน์ สัตยธรรม)

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

(รศ. น.อ. ดร.วราภรณ์ จำพิศ)

คณบดีสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

PEERAYUT WANGRAKPAIBOON : VIBRATION STUDY AND  
ANALYSIS OF LARGE SCALE ROBOT USING FINITE ELEMENT  
METHOD. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. JIRAPHON  
SRISERTPHOL, Ph.D., 123 PP.

VIBRATION ANALYSIS/ LARGE SCALE ROBOT/ VERTICAL CARTESIAN/  
FINITE ELEMENT METHOD/ NATURAL FREQUENCY

This paper is to study and analyze the vibration of the Large Scale Robot by consider the robot which has area for working in vertical Cartesian form by there is the size of 2 meter wide, 5.3 meter long, and 2.8 meter high which has in various industries, particularly in HDD industry. The mechanical vibrations will occur during the movement of Vertical Cartesian Robot and will affect to make the errors and damages in the HDD test such as resonant problem. In this study will analyze and determine the natural frequency and mode shape of Vertical Cartesian Robot model form by there is the size of 0.4 meter wide, 1.06 meter long, and 0.6 meter high by Measurement Technique and Finite Element Method using MSC. VisualNastran4D program which the result will be useful against the vibration control of Vertical Cartesian Robot that occur in the manufacturing process.

School of Mechanical Engineering

Academic Year 2008

Student's Signature \_\_\_\_\_

Advisor's Signature \_\_\_\_\_

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงตามวัตถุประสงค์ทุกประการ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณบุคคลต่าง ๆ ที่ให้คำปรึกษา แนะนำ และช่วยเหลืออย่างดียิ่ง ทั้งด้านวิชาการ และด้านการดำเนินงานวิจัย ดังนี้

ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์ และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ (NECTEC) ที่ให้เงินทุนสนับสนุนในการทำวิจัย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิระพล ศรีเสริฐผล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ให้ความรู้ และคำปรึกษาแนะนำในการทำงานวิจัย รวมทั้งให้คำแนะนำในการดำเนินชีวิตด้วยความเมตตาโดยตลอด และสละเวลาตรวจสอบแก้ไขให้วิทยานิพนธ์มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

รองศาสตราจารย์ เรืออากาศเอก ดร.กนต์ธร ชำนิประศาสน์ ที่ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในการทำงานวิจัย และให้โอกาสการทำงานในหลายด้านด้วยความกรุณาเสมอมา

รองศาสตราจารย์ ดร.เอกชัย จันทสาโร ที่ให้ความรู้ คำแนะนำด้านวิชาการ และเป็นแบบอย่างที่ดีในการทำวิจัยแก่ผู้ทำวิจัย

รองศาสตราจารย์ นาวาอากาศเอก ดร.วรพจน์ ขำพิศ รองศาสตราจารย์ ดร.ทวิช จิตรสมบูรณ์ และคณาจารย์ทุกท่าน ที่ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ด้วยความเมตตากรุณา

คุณอาภรณ์พรรณ ศรีอักษรวิทยา คุณทัศนีย์ ทิพย์สาคร เจ้าหน้าที่ประจำสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ ที่อำนวยความสะดวกในด้านธุรการต่าง ๆ

วิศวกรศูนย์เครื่องมือและเจ้าหน้าที่ประจำศูนย์เครื่องมือที่ให้คำแนะนำ และอำนวยความสะดวกในการใช้เครื่องมือต่าง ๆ

คุณชาญยุทธ ขจรไตรเดช คุณสุเมธี ธิสูงเนิน และ พี่ ๆ เพื่อน ๆ บัณฑิตศึกษาทุกท่านที่ให้กำลังใจมาโดยตลอด

คุณสุพรรณษา ดาราต่าย ที่ให้การช่วยเหลือในทุก ๆ ด้าน รวมทั้งช่วยจัดทำรูปเล่มวิทยานิพนธ์และเป็นกำลังใจในการทำงานเสมอมา

สุดท้ายนี้ ขอกราบขอบพระคุณบิดา คุณมารดา ที่ให้การเลี้ยงดูอบรม และสนับสนุนด้านการศึกษาเป็นอย่างดี จนทำให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จในชีวิตตลอดมา

พระยุดท หวังรักไพบูลย์

# สารบัญ

หน้า

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| บทคัดย่อ (ภาษาไทย).....        | ก |
| บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ).....     | ข |
| กิตติกรรมประกาศ.....           | ค |
| สารบัญ.....                    | ง |
| สารบัญตาราง.....               | ฉ |
| สารบัญรูป.....                 | ด |
| คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ..... | น |

## บทที่

|   |          |
|---|----------|
| <b>1 บทนำ.....</b>                                  | <b>1</b> |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....             | 1        |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....                    | 1        |
| 1.3 ขีดกลางเบื้องต้น.....                           | 2        |
| 1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....                          | 2        |
| 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....                  | 2        |
| 1.6 การจัดทำรูปเล่มวิทยานิพนธ์.....                 | 3        |
| <b>2 ทัศนวิธานกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....</b> | <b>4</b> |
| 2.1 ขั้นตอนดำเนินการวัดการสั้นสะเทือน.....          | 5        |
| 2.2 การวางแผนและทฤษฎีการสั้นสะเทือน.....            | 5        |
| 2.2.1 ทฤษฎีการสั้นสะเทือน.....                      | 5        |
| 2.2.2 ทฤษฎีการเคลื่อนที่ของการสั้นสะเทือน.....      | 6        |
| 2.2.3 พลศาสตร์ของเครื่องจักร.....                   | 10       |
| 2.3 เครื่องมือ และอุปกรณ์ในการวัด.....              | 11       |
| 2.3.1 อุปกรณ์ตรวจวัดสัญญาณการสั้นสะเทือน.....       | 11       |

## สารบัญ (ต่อ)

### หน้า

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 2.3.2    | สายนำสัญญาณการสั้นสะท้อน.....                               | 11        |
| 2.3.3    | เครื่องมือวัดและบันทึกผลการสั้นสะท้อน .....                 | 11        |
| 2.3.4    | คอมพิวเตอร์และซอฟต์แวร์ .....                               | 12        |
| 2.4      | การกำหนดวิธีและตำแหน่งการวัด .....                          | 12        |
| 2.4.1    | การวางตำแหน่งของหัววัดการสั้นสะท้อน .....                   | 13        |
| 2.4.2    | การติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดการสั้นสะท้อนแบบความเร่ง .....      | 13        |
| 2.5      | การตรวจวัดและการจัดเก็บข้อมูล.....                          | 15        |
| 2.5.1    | การแปลงสัญญาณแบบฟูเรียร์.....                               | 15        |
| 2.5.2    | สัญญาณของการสั้นสะท้อน .....                                | 17        |
| 2.5.3    | หน่วยวัดขนาดของการสั้นสะท้อน .....                          | 18        |
| 2.5.4    | การแสดงผลและเก็บข้อมูล.....                                 | 20        |
| 2.5.5    | สภาพแวดล้อมที่มีผลกระทบต่อการวัดการสั้นสะท้อน .....         | 22        |
| 2.6      | ปริทัศน์วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง .....                         | 23        |
| 2.7      | สรุป.....   | 25        |
| <b>3</b> | <b>แบบจำลองโครงสร้างด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....</b> | <b>26</b> |
| 3.1      | แบบจำลองโครงสร้างของหุ่นยนต์.....                           | 26        |
| 3.2      | ชนิดและขนาดของเอลิเมนต์ .....                               | 28        |
| 3.2.1    | ชนิดเอลิเมนต์ของแบบจำลอง.....                               | 28        |
| 3.2.2    | ขนาดเอลิเมนต์ของแบบจำลอง .....                              | 31        |
| 3.3      | ฟังก์ชันการขจัดและฟังก์ชันการสั้นสะท้อน .....               | 32        |
| 3.4      | การกำหนดคุณสมบัติเชิงกล .....                               | 35        |
| 3.5      | การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต .....                                | 35        |
| 3.5.1    | เงื่อนไขเริ่มต้นและจุดรองรับของระบบ.....                    | 35        |
| 3.5.2    | เงื่อนไขผิวสัมผัสระหว่างชิ้นงาน .....                       | 36        |

## สารบัญ (ต่อ)

หน้า

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>4</b> | <b>ผลการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....</b>  | <b>37</b> |
| 4.1      | ขั้นตอนการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....  | 37        |
| 4.2      | ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot.....   | 38        |
| 4.3      | รูปร่างการสั้นของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot.....   | 39        |
| 4.4      | ผลการวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วย<br>โปรแกรม MSC. VisualNastran4D .....                                  | 41        |
| 4.4.1    | ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ในแนวแกน Z<br>แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ ..... | 41        |
| 4.4.2    | ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตร ในแนวแกน Z<br>แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ ..... | 44        |
| 4.4.3    | ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร ในแนวแกน Z<br>แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ ..... | 48        |
| 4.4.4    | ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตร ในแนวแกน Z<br>แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ ..... | 51        |
| 4.5      | สรุปผลวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วย<br>โปรแกรม MSC. VisualNastran4D .....                                 | 55        |
| <b>5</b> | <b>การทดลองและผลการทดลอง.....</b>   | <b>60</b> |
| 5.1      | อุปกรณ์การทดลองและการติดตั้ง.....   | 60        |
| 5.1.1    | อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง .....   | 60        |
| 5.1.2    | การติดตั้งอุปกรณ์ในการทดลอง .....   | 62        |
| 5.2      | การทดสอบการสั้นแบบอิมพัลส์ .....  | 63        |
| 5.3      | ผลการทดสอบการสั้น .....   | 63        |



## สารบัญ (ต่อ)

หน้า

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 5.3.1 | ผลการทดลองการสั้นที่ตำแหน่งแขนกลอยู่ระยะ 10 เซนติเมตร<br>ในแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแขนกลไปตามแนวแกน Y<br>ที่ระยะต่าง ๆ ..... | 64  |
| 5.3.2 | ผลการทดลองการสั้นที่ตำแหน่งแขนกลอยู่ระยะ 20 เซนติเมตร<br>ในแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแขนกลไปตามแนวแกน Y<br>ที่ระยะต่าง ๆ ..... | 71  |
| 5.3.3 | ผลการทดลองการสั้นที่ตำแหน่งแขนกลอยู่ระยะ 30 เซนติเมตร<br>ในแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแขนกลไปตามแนวแกน Y<br>ที่ระยะต่าง ๆ ..... | 78  |
| 5.3.4 | ผลการทดลองการสั้นที่ตำแหน่งแขนกลอยู่ระยะ 40 เซนติเมตร<br>ในแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแขนกลไปตามแนวแกน Y<br>ที่ระยะต่าง ๆ ..... | 85  |
| 5.4   | สรุปผลการทดสอบการสั้น .....   | 92  |
| 6     | สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ .....   | 97  |
| 6.1   | สรุปผลการวิจัย .....  | 97  |
| 6.2   | ข้อเสนอแนะในงานวิจัยต่อไป .....   | 97  |
|       | รายการอ้างอิง .....   | 98  |
|       | ภาคผนวก   |     |
|       | ภาคผนวก ก. รายละเอียดขนาดชิ้นส่วนโครงสร้างแบบจำลอง<br>Vertical Cartesian Robot .....  | 100 |
|       | ภาคผนวก ข. การเกาะทดสอบเพื่อหาความถี่ธรรมชาติ .....   | 105 |
|       | ภาคผนวก ค. การปรับตั้งค่าโปรแกรมที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาการสั้นสะเทือน .....  | 109 |
|       | ภาคผนวก ง. การปรับตั้งค่าเครื่องมือวัดที่ใช้ทดสอบการสั้นสะเทือน .....   | 112 |
|       | ภาคผนวก จ. รายละเอียดของอุปกรณ์วัดการสั้นสะเทือน .....  | 115 |

## สารบัญ (ต่อ)

หน้า

|   |     |
|---|-----|
| จ.1 รายละเอียดของอุปกรณ์วัดการสิ้นสะท้อน .....    | 116 |
| จ.2 รายละเอียดของอุปกรณ์ตัวตรวจวัดความเร่ง .....  | 118 |
| ภาคผนวก ฉ. บทความที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ ..... | 121 |
| ประวัติผู้เขียน .....                             | 123 |

## สารบัญตาราง

| ตารางที่   | หน้า |
|--|------|
| 3.1 คุณสมบัติเชิงกลของ Steel-ANSI C1020 .....  | 35   |
| 4.1 รูปร่างการสั้นของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot.....  | 39   |
| 4.2 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั้นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล $Z = 10$ เซนติเมตร และ $Y = 10$ เซนติเมตร .....   | 41   |
| 4.3 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั้นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล $Z = 10$ เซนติเมตร และ $Y = 20$ เซนติเมตร .....   | 41   |
| 4.4 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั้นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล $Z = 10$ เซนติเมตร และ $Y = 30$ เซนติเมตร .....   | 42   |
| 4.5 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั้นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล $Z = 10$ เซนติเมตร และ $Y = 40$ เซนติเมตร .....   | 42   |
| 4.6 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั้นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล $Z = 10$ เซนติเมตร และ $Y = 50$ เซนติเมตร .....   | 42   |
| 4.7 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั้นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล $Z = 10$ เซนติเมตร และ $Y = 60$ เซนติเมตร .....   | 43   |
| 4.8 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั้นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล $Z = 10$ เซนติเมตร และ $Y = 70$ เซนติเมตร .....   | 43   |
| 4.9 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั้นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล $Z = 10$ เซนติเมตร และ $Y = 80$ เซนติเมตร .....   | 43   |
| 4.10 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั้นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล $Z = 10$ เซนติเมตร และ $Y = 90$ เซนติเมตร .....  | 44   |
| 4.11 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั้นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล $Z = 10$ เซนติเมตร และ $Y = 100$ เซนติเมตร ..... | 44   |
| 4.12 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั้นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล $Z = 20$ เซนติเมตร และ $Y = 10$ เซนติเมตร .....  | 44   |





## สารบัญตาราง (ต่อ)

| ตารางที่   | หน้า |
|--|------|
| 4.39 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 80 เซนติเมตร .....  | 53   |
| 4.40 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 90 เซนติเมตร .....  | 54   |
| 4.41 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 100 เซนติเมตร ..... | 54   |
| 4.42 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ .....    | 55   |
| 4.43 ผลการวิเคราะห์หารูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ .....        | 55   |
| 4.44 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 20 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ .....    | 56   |
| 4.45 ผลการวิเคราะห์หารูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 20 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ .....        | 57   |
| 4.46 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 30 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ .....    | 57   |
| 4.47 ผลการวิเคราะห์หารูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 30 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ .....        | 58   |
| 4.48 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 40 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ .....    | 59   |
| 4.49 ผลการวิเคราะห์หารูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D<br>ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 40 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ .....        | 59   |
| 5.1 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล<br>Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 10 เซนติเมตร .....                         | 64   |
| 5.2 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล<br>Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 20 เซนติเมตร .....                         | 65   |









## สารบัญตาราง (ต่อ)

| ตารางที่   | หน้า |
|--|------|
| 5.42 ผลการวิเคราะห์หารูปปร่างการสั่นจากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแขนกล<br>Z = 10 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ .....    | 92   |
| 5.43 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแขนกล<br>Z = 20 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ ..... | 93   |
| 5.44 ผลการวิเคราะห์หารูปปร่างการสั่นจากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแขนกล<br>Z = 20 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ .....    | 94   |
| 5.45 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแขนกล<br>Z = 30 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ ..... | 94   |
| 5.46 ผลการวิเคราะห์หารูปปร่างการสั่นจากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแขนกล<br>Z = 30 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ .....    | 95   |
| 5.47 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแขนกล<br>Z = 40 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ ..... | 96   |
| 5.48 ผลการวิเคราะห์หารูปปร่างการสั่นจากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแขนกล<br>Z = 40 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ .....    | 96   |
| ค.1 ค่าเริ่มต้นของโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D ที่ใช้ในงานวิจัย .....  | 110  |
| ค.2 ค่าเงื่อนไขขอบเขตของ โปรแกรม MSC.VisualNastran 4D ที่ใช้ในงานวิจัย .....   | 111  |
| ง.1 ค่าเริ่มต้นค่าเริ่มต้นในหมวดDisplayของการทดลองวัดการสั่นสะเทือนที่ใช้<br>ในงานวิจัย .....                          | 113  |
| ง.2 ค่าเริ่มต้นค่าเริ่มต้นในหมวดMeasurementของการทดลองวัดการสั่นสะเทือน<br>ที่ใช้ในงานวิจัย .....                      | 114  |
| จ.1 คุณลักษณะของ Dynamic Signal Analyzer .....   | 116  |
| จ.2 คุณลักษณะของอุปกรณ์ตรวจจับการสั่น .....  | 119  |
| จ.3 คุณลักษณะของอุปกรณ์ตรวจจับการสั่นในแต่ละแนวแกน .....   | 120  |

## สารบัญรูป

| รูปที่ | หน้า  |
|--------|---|
| 2.1    | ขั้นตอนการดำเนินการวัดการสั่นสะเทือน.....5  |
| 2.2    | การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก 2 ค่าโดยที่มีมุมเฟสต่างกัน.....8  |
| 2.3    | การเคลื่อนที่แบบไม่เป็นฮาร์มอนิก (Non-harmonic Motion).....9  |
| 2.4    | ความถี่ธรรมชาติของอุปกรณ์ตรวจวัดความเร่งเปลี่ยนแปลงตามวิธีการติดตั้ง .....14                                      |
| 2.5    | ขั้นตอนในการแปลงสัญญาณแบบ FFT .....15   |
| 2.6    | ความสัมพันธ์ของหน่วยสัญญาณการสั่นสะเทือน.....19   |
| 2.7    | ความสัมพันธ์แบบ 3 มิติของการสั่นสะเทือน.....20  |
| 2.8    | กราฟตัวอย่างโบเดจากชุดทดลอง.....21  |
| 2.9    | เครื่องทดสอบหาความถี่ธรรมชาติของ Alfonso Garcia Reynoso .....23   |
| 2.10   | เครื่องทดสอบหาความถี่ธรรมชาติของ Clarence และ Sam.....24  |
| 2.11   | แสดงการประยุกต์ใช้โปรแกรม MSC.VisualNastran 2006 วิเคราะห์.....25   |
| 3.1    | หุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้ง .....27   |
| 3.2    | แบบจำลอง Vertical Cartesian Robot.....27  |
| 3.3    | เอลิเมนต์ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot .....28   |
| 3.4    | แสดงเอลิเมนต์ทรงสี่หน้าและเอลิเมนต์ทรงหกหน้าในสามมิติ.....30  |
| 3.5    | จำนวนเอลิเมนต์ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot.....32   |
| 3.6    | การเลือกระเบียบวิธีในการวิเคราะห์ของโปรแกรม MSC VisualNastran 4D.....34   |
| 3.7    | จุดรองรับของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian.....36  |
| 4.1    | ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot ที่ใช้ใน<br>การวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D .....38 |
| 5.1    | แบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian .....60   |
| 5.2    | Dynamic Signal Analyzer .....61   |
| 5.3    | ค้อนยาง .....61   |
| 5.4    | อุปกรณ์ตรวจวัดความเร่ง (Accelerometer) .....62  |
| 5.5    | ภาพวาดการติดตั้งอุปกรณ์ในงานทดลอง .....62   |

## สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่   | หน้า |
|--|------|
| 5.6 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 10, Y = 10$ เซนติเมตร .....   | 64   |
| 5.7 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 10, Y = 20$ เซนติเมตร .....   | 65   |
| 5.8 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 10, Y = 30$ เซนติเมตร .....   | 65   |
| 5.9 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 10, Y = 40$ เซนติเมตร .....   | 66   |
| 5.10 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 10, Y = 50$ เซนติเมตร .....  | 67   |
| 5.11 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 10, Y = 60$ เซนติเมตร .....  | 67   |
| 5.12 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 10, Y = 70$ เซนติเมตร .....  | 68   |
| 5.13 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 10, Y = 80$ เซนติเมตร .....  | 69   |
| 5.14 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 10, Y = 90$ เซนติเมตร .....  | 69   |
| 5.15 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 10, Y = 100$ เซนติเมตร ..... | 70   |
| 5.16 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 20, Y = 10$ เซนติเมตร .....  | 71   |
| 5.17 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 20, Y = 20$ เซนติเมตร .....  | 72   |
| 5.18 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 20, Y = 30$ เซนติเมตร .....  | 72   |

## สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่   | หน้า |
|--|------|
| 5.19 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 20, Y = 40$ เซนติเมตร .....  | 73   |
| 5.20 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 20, Y = 50$ เซนติเมตร .....  | 74   |
| 5.21 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 20, Y = 60$ เซนติเมตร .....  | 74   |
| 5.22 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 20, Y = 70$ เซนติเมตร .....  | 75   |
| 5.23 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 20, Y = 80$ เซนติเมตร .....  | 76   |
| 5.24 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 20, Y = 90$ เซนติเมตร .....  | 76   |
| 5.25 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 20, Y = 100$ เซนติเมตร ..... | 77   |
| 5.26 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 30, Y = 10$ เซนติเมตร .....  | 78   |
| 5.27 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 30, Y = 20$ เซนติเมตร .....  | 79   |
| 5.28 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 30, Y = 30$ เซนติเมตร .....  | 79   |
| 5.29 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 30, Y = 40$ เซนติเมตร .....  | 80   |
| 5.30 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 30, Y = 50$ เซนติเมตร .....  | 81   |
| 5.31 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 30, Y = 60$ เซนติเมตร .....  | 81   |

## สารบัญญรูป (ต่อ)

| รูปที่   | หน้า |
|--|------|
| 5.32 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 30, Y = 70$ เซนติเมตร .....  | 82   |
| 5.33 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 30, Y = 80$ เซนติเมตร .....  | 83   |
| 5.34 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 30, Y = 90$ เซนติเมตร .....  | 83   |
| 5.35 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 30, Y = 100$ เซนติเมตร ..... | 84   |
| 5.36 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 40, Y = 10$ เซนติเมตร .....  | 85   |
| 5.37 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 40, Y = 20$ เซนติเมตร .....  | 86   |
| 5.38 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 40, Y = 30$ เซนติเมตร .....  | 86   |
| 5.39 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 40, Y = 40$ เซนติเมตร .....  | 87   |
| 5.40 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 40, Y = 50$ เซนติเมตร .....  | 88   |
| 5.41 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 40, Y = 60$ เซนติเมตร .....  | 88   |
| 5.42 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 40, Y = 70$ เซนติเมตร .....  | 89   |
| 5.43 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 40, Y = 80$ เซนติเมตร .....  | 90   |
| 5.44 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสิ้นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 40, Y = 90$ เซนติเมตร .....  | 90   |

## สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่   | หน้า |
|--|------|
| 5.45 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติ<br>ที่ $Z = 40$ , $Y = 100$ เซนติเมตร .....                      | 91   |
| ก.1 โครงสร้างของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot .....  | 101  |
| ก.2 เหล็กกล่องสี่เหลี่ยมที่ใช้สร้างโครงสร้างของแบบจำลอง<br>Vertical Cartesian Robot .....                                  | 102  |
| ก.3 แขนกลแกน X ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot .....  | 102  |
| ก.4 รายละเอียดขนาดชิ้นส่วนต่าง ๆ แขนกลแกน X ของแบบจำลอง<br>Vertical Cartesian Robot .....                                  | 103  |
| ก.5 แขนกลแกน Y ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot .....  | 103  |
| ก.6 รายละเอียดขนาดชิ้นส่วนต่าง ๆ แขนกลแกน Y ของแบบจำลอง<br>Vertical Cartesian Robot .....                                  | 104  |
| ข.1 ระบบในการทดสอบหาค่าความหน่วงโดยการเคาะทดสอบ .....  | 106  |
| ข.2 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ของแบบจำลอง<br>ที่ตำแหน่งแกนไปตามแนวแกน Y และ Z ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ..... | 106  |
| ข.3 กราฟโบเดของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian ที่ตำแหน่ง<br>แกนไปตามแนวแกน Y และ Z ที่ระยะ 10 เซนติเมตร .....         | 107  |
| ข.4 การเปรียบเทียบความถี่ธรรมชาติ .....  | 107  |
| ข.5 การเปรียบเทียบความถี่ธรรมชาติโดยรวม .....  | 108  |
| ค.1 หน้าต่างที่ใช้ตั้งค่าเริ่มต้นของโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D .....   | 110  |
| ค.2 หน้าต่างที่ใช้ตั้งค่าเงื่อนไขขอบเขตของโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D .....   | 111  |
| ง.1 ด้านหน้าของ Dynamic Signal Analyzer .....  | 113  |
| จ.1 Dynamic Signal Analyzer ของบริษัท Agilent Technologies รุ่น 35670A .....   | 116  |
| จ.2 ภาพถ่ายของอุปกรณ์ตรวจวัดความเร่งของบริษัท Kistler รุ่น 8792A .....   | 118  |
| จ.3 ขนาดมิติของอุปกรณ์ตรวจวัดความเร่ง .....  | 118  |

## คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

|            |                                       |
|------------|---------------------------------------|
| VCR        | Vertical Cartesian Robot              |
| $\omega$   | ความถี่เชิงมุม                        |
| $\omega_n$ | ความถี่ธรรมชาติของแบบจำลอง            |
| $\oplus$   | รูปร่างการสั้น                        |
| X          | แนวลึก                                |
| Y          | แนวระดับ                              |
| Z          | แนวลึ้ง                               |
| V          | ปริมาตรเอลิเมนต์                      |
| $\rho$     | ความหนาแน่นมวล                        |
| F          | แรง                                   |
| C          | ความหน่วง                             |
| K          | ค่าความแข็งสปริง                      |
| E          | โมดูลัสความยืดหยุ่น                   |
| DOF        | Degree of Freedom                     |
| A          | แอมพลิจูด                             |
| X          | การขจัด                               |
| L          | ความยาว                               |
| M          | มวลของระบบ                            |
| Tr         | Transverse Vibration                  |
| Lo         | Longitudinal Vibration                |
| Be         | Bending Vibration                     |
| Tl         | Transverse and Longitudinal Vibration |
| To         | Torsional Vibration                   |
| La         | Lateral Vibration                     |



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันมีการนำหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้ง (Vertical Cartesian Robot) เข้ามาประยุกต์ใช้ในอุตสาหกรรมต่าง ๆ โดยเฉพาะอุตสาหกรรมฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ (HDD) นั้น เริ่มมีบทบาทในกระบวนการการผลิตและการทดสอบอย่างมาก ดังนั้นการวิเคราะห์ด้านการสั่นสะเทือนเชิงกลของ Vertical Cartesian Robot ที่เกิดขึ้นในระหว่างการเคลื่อนที่ จะมีผลทำให้เกิดความเสียหายและความผิดพลาดต่อกระบวนการผลิต ปัญหาดังกล่าวที่เกิดจากการสั่นสะเทือนนั้นจึงมีความสำคัญยิ่งและเป็นประโยชน์ต่ออุตสาหกรรมฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ (HDD) รวมทั้งภาคอุตสาหกรรมอื่นที่ใช้ Vertical Cartesian Robot แต่เชื่อว่าการสั่นสะเทือนจะเกิดเฉพาะหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้งเท่านั้น แต่การสั่นสะเทือนนั้นสามารถเกิดกับทุกอุปกรณ์ทุกเครื่องจักร รวมไปถึงรากฐานต่าง ๆ อาจสร้างความเสียหายได้ ดังนั้นการวิเคราะห์การสั่นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง

เนื่องจากการวิเคราะห์แบบโมดอล (Modal Analysis) นั้นจำเป็นต้องมีการวัดหลายตำแหน่งพร้อมกัน ดังนั้นเครื่องมือวัดต้องมีจำนวนช่องสัญญาณ (Channel) ที่มากพอ และ Vertical Cartesian Robot ก็มีขนาดที่ใหญ่ ความยาวของสายเครื่องมือวัดจึงมีความยาวไม่เพียงพอต่อการวัด และการวัดบางจุดบางตำแหน่งก็ไม่สามารถวัดได้เนื่องจาก Vertical Cartesian Robot มีรูปร่างที่ซับซ้อน ซึ่งต้องมีค่าใช้จ่ายที่สูงมากในการใช้เครื่องมือวัดดังกล่าวสำหรับการวิเคราะห์แบบโมดอล การประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) เป็นวิธีที่นิยมใช้ มีความถูกต้อง และมีค่าใช้จ่ายที่ไม่สูง สำหรับงานวิจัยนี้จะทำการศึกษาและประยุกต์ใช้โปรแกรม MSC. VisualNastran4D เพื่อการวิเคราะห์การสั่นของหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่

### 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

เพื่อศึกษาและวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่โดยจะพิจารณา หุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้ง (Vertical Cartesian Robot) ซึ่งมีขนาดความกว้าง 2 เมตร ความยาว 5.3 เมตร และความสูง 2.8 เมตร ที่มีอยู่ในอุตสาหกรรมต่าง ๆ โดยการสร้างแบบจำลองของหุ่นยนต์ Vertical Cartesian ที่มีขนาดเล็กลงโดยให้มีขนาดความกว้าง 0.4 เมตร

ความยาว 1.06 เมตร และความสูง 0.56 เมตร ซึ่งมีลักษณะการเคลื่อนที่เช่นเดียวกับ Vertical Cartesian Robot โดยในการศึกษานี้จะวิเคราะห์หาความถี่ธรรมชาติ (Natural frequency) และรูปร่างการสั่น (Mode shape) ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot โดยเทคนิคทางการวัดเปรียบเทียบกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D ผลวิเคราะห์ที่ได้จากการเปรียบเทียบซึ่งนำไปใช้ประโยชน์ในการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่ต่อไป

### 1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

1. แบบจำลองของ Vertical Cartesian Robot มีลักษณะเป็น โครงสร้าง
2. แบบจำลอง Vertical Cartesian Robot พิจารณาเป็น วัตถุแข็งเกร็ง (Rigid Body)
3. การศึกษาและวิเคราะห์แบบจำลอง Vertical Cartesian Robot เป็นลักษณะสถิตศาสตร์
4. กำหนดให้ไม่มีแรงภายนอกมากระทำกับแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

### 1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1. สร้างแบบจำลองของ Vertical Cartesian Robot โดยมีขนาดความกว้าง 0.4 เมตร ความยาว 1.06 เมตร และความสูง 0.56 เมตร
2. วิเคราะห์การสั่นเชิงกลพร้อมทั้งหารูปร่างการสั่น (Mode shape) ของ Vertical Cartesian Robot ในลักษณะของแบบจำลอง โดยการใช้โปรแกรม MSC. VisualNastran4D
3. ทดลองวัดค่าการสั่นเชิงกลกับ Vertical Cartesian Robot ในลักษณะของแบบจำลอง ด้วยเทคนิคทางการวัด

### 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อประโยชน์ให้นักศึกษา ผู้ที่สนใจของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี หรือภายนอกเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้โปรแกรม MSC. VisualNastran4D ในการวิเคราะห์หาค่าความถี่และรูปร่างการสั่นของหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่
2. สามารถใช้วิธีการวิเคราะห์การสั่นของหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่โดยการประยุกต์ใช้โปรแกรม MSC. VisualNastran4D
3. สามารถหาความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นของหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่ ซึ่งผลที่ได้จะเป็นประโยชน์ต่อการควบคุมการสั่นของหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่ ที่เกิดขึ้น

## 1.6 การจัดทำรูปเล่มวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วย 6 บท 6 ภาคผนวก ซึ่งมีรายละเอียดโดยย่อ ดังนี้

บทที่ 1 เป็นบทนำซึ่งจะกล่าวถึงความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ และเป้าหมายของงานวิจัยวิทยานิพนธ์ ตลอดจนขอบเขต และประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัยนี้

บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวกับการสั่นสะเทือน เทคนิคและขั้นตอนการดำเนินการวัดการสั่นสะเทือน รวมถึงปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ รวมถึงแบบจำลองโครงสร้างและการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์

บทที่ 4 ขั้นตอนการวิเคราะห์และการทดสอบการสั่นด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ พร้อมทั้งผลการวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

บทที่ 5 การทดสอบการสั่นแบบจำลองและผลการทดลอง

บทที่ 6 บทสรุปและข้อเสนอแนะ

## บทที่ 2

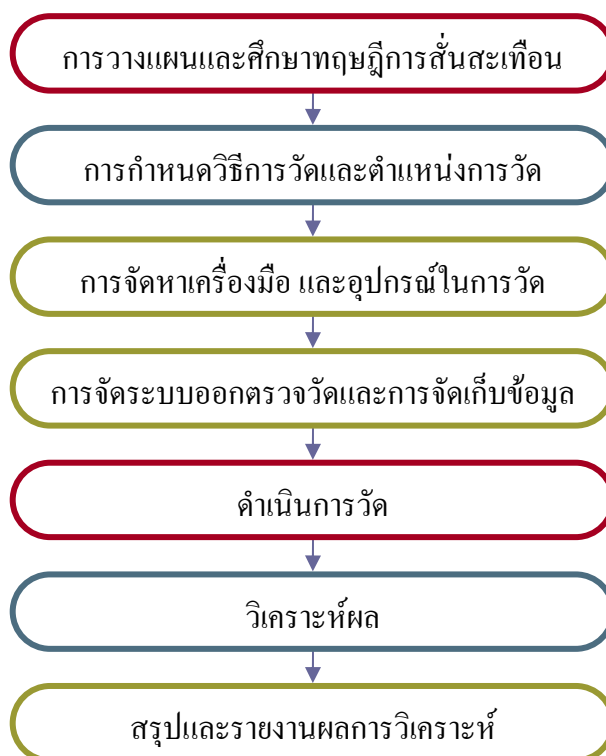
### ปรัทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การสั้นสะเทือนในเครื่องจักรกลนั้น ถือได้ว่าเป็นภาวะอีกชนิดหนึ่งของชิ้นส่วนในระบบซึ่งจะทำให้ชิ้นส่วนภายในเครื่องจักรกลรับภาระมากขึ้น เป็นสาเหตุที่จะทำให้เครื่องจักรนั้นมีอายุการใช้งานที่ลดลง ดังนั้นวิธีการหาการสั้นสะเทือนในเครื่องจักร โดยการใช้เครื่องมือวัดการสั้นสะเทือน เพื่อที่จะวิเคราะห์ปัญหา และเพื่อติดตามสภาพของเครื่องจักรกลในขณะที่กำลังทำงาน ทำให้สามารถป้องกันการเสียหายที่จะเกิดขึ้นกับเครื่องจักรได้ และเป็นการเพิ่มความมั่นคงและความน่าเชื่อถือให้กับระบบการผลิตในเชิงอุตสาหกรรม ซึ่งทำให้หน่วยงานสามารถลดค่าใช้จ่ายในด้านงานบำรุงรักษาเครื่องจักรลงได้

การดำเนินการวัดและวิเคราะห์การสั้นสะเทือน ควรศึกษาความสามารถและประโยชน์ของการวิเคราะห์การสั้นสะเทือนเสียก่อน ทั้งนี้เพื่อเพิ่มความมั่นใจว่าการใช้เทคนิคนี้จะเอื้อประโยชน์ได้อย่างแท้จริง การสั้นสะเทือนนั้นจะอยู่ในรูปของพลังงานที่สูญเสียไปซึ่งการสั้นสะเทือนนั้นเกิดจากปัญหาของเครื่องจักรที่แสดงผลออกมาให้เห็นทางกล ส่งผลทำให้เครื่องจักรสูญเสียพลังงานและสมรรถนะการทำงานของเครื่องจักรลดลง เราสามารถวัดค่าของพลังงานที่สูญเสียไปของเครื่องจักรได้ในรูปของการสั้นสะเทือน เครื่องจักรกลต่าง ๆ เมื่อมีการสั้นสะเทือนสูงมากกว่าปกติ นั้นแสดงว่ามีปัญหาอย่างใดอย่างหนึ่งเกิดขึ้นกับเครื่องจักรกลนั้น ๆ ซึ่งต้องหาแนวทางการแก้ไขเพื่อลดการสูญเสียพลังงานและเป็นการรักษาสภาพการทำงานของเครื่องจักรนั้นให้อยู่ในระดับปกติ

## 2.1 ขั้นตอนดำเนินการวัดการสั่นสะเทือน

วิธีการวัดการสั่นสะเทือนในเครื่องจักรกล มีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้



รูปที่ 2.1 ขั้นตอนการดำเนินการวัดการสั่นสะเทือน

## 2.2 การวางแผนและทฤษฎีการสั่นสะเทือน

การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนได้ถูกนำมาใช้ในการหาความถี่ และยังสามารถนำมาใช้ได้ดี สำหรับการวินิจฉัยหาสาเหตุของความผิดปกติของเครื่องจักรอุปกรณ์ต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เครื่องจักรอุปกรณ์เชิงกลในงานอุตสาหกรรมทั่วไป ซึ่งต้องมีการนำเทคนิคมาใช้ที่เหมาะสมและถูกต้อง แต่การนำเทคนิคไปใช้ให้เกิดประโยชน์นั้นจะต้องทำความเข้าใจถึงหลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องเสียก่อน

### 2.2.1 ทฤษฎีการสั่นสะเทือน

การสั่นสะเทือน (Vibration) คือการเคลื่อนที่ของวัตถุรอบ ๆ จุดสมดุลในช่วงเวลาหนึ่งของการเคลื่อนที่ ไม่ว่าจะการเคลื่อนที่ที่รอบจุดสมดุลนั้นจะเกิดขึ้นในแบบการเคลื่อนที่ซ้ำไปซ้ำมา หรือจะเป็นการแกว่ง (Oscillation) รอบจุดสมดุลก็ตาม ลักษณะทางกายภาพของปรากฏการณ์การ

สั่นสะเทือนจะเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนรูปไปมาของพลังงาน สำหรับระบบที่มีการสั่นสะเทือนนั้น มีองค์ประกอบสำคัญคือ องค์ประกอบที่สะสมพลังงานศักย์ องค์ประกอบที่สะสมพลังงานจลน์ และ องค์ประกอบที่หน่วงให้พลังงานของระบบลดลง ซึ่งการเปลี่ยนรูปไปมาของพลังงาน จะทำให้เกิด การเคลื่อนที่และการเคลื่อนที่นี้จะก่อให้เกิดการสั่นสะเทือนขึ้น กล่าวคือ เมื่อมีการสะสมพลังงาน ศักย์ขึ้นในระบบ พลังงานนี้จะถูกเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ ซึ่งอยู่ในลักษณะการเคลื่อนที่ของมวลใน ระบบ และการเคลื่อนที่นี้จะก่อให้เกิดการสะสมพลังงานศักย์ขึ้นอีก เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ส่วน องค์ประกอบที่หน่วงพลังงานของระบบนั้น ก็จะเปลี่ยนพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ของระบบให้ อยู่ในรูปอื่น เช่น เสียงหรือความร้อน เป็นต้น จนในที่สุดพลังงานของระบบหมดไป นอกเสียจากว่า มีสิ่งใดสิ่งหนึ่งมากระทำหรือกระตุ้นให้การสั่นสะเทือนยังคงมีอยู่

## 2.2.2 ทฤษฎีการเคลื่อนที่ของการสั่นสะเทือน

รูปแบบการเคลื่อนที่ของการสั่นสะเทือนมีลักษณะการเคลื่อนที่แบบคาบเวลา (Periodic Motion) หรือมีลักษณะการเคลื่อนที่แบบซ้ำ ๆ ในช่วงคาบเวลาที่ค่าหนึ่ง (T) หรือ 1 รอบ ( $2\pi$ ) ซึ่งการเคลื่อนที่ที่สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 แบบคือ

1. การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก (Harmonic Motion) การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก เป็นการเคลื่อนที่แบบคาบเวลาที่มีความซับซ้อนน้อยและง่ายแก่การทำความเข้าใจมากที่สุด การเคลื่อนที่แบบนี้จะมีลักษณะเคลื่อนที่ซ้ำไปซ้ำมาเหมือนกันทุกคาบ การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก สามารถแสดงในรูปของฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์แทนความสัมพันธ์ระหว่างการขจัด (x) และเวลา (t) ได้ดังนี้

$$X(t) = X_0 \sin(\omega t) \quad (2.1)$$

โดยที่  $X_0$  คือ ค่าการขจัดสูงสุด หรือค่าแอมพลิจูด (Amplitude)

$\omega$  คือ ความถี่เชิงมุม (Radians per Second)

$$f = \frac{1}{T} \quad (2.2)$$

เมื่อ T คือ คาบเวลา มีหน่วยเป็นวินาทีต่อรอบ (sec) หรือเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ 1 รอบ ซึ่งส่วน กลับคือความถี่ ( $f$ ) มีหน่วยเป็นรอบต่อวินาที (Cycle per Second; cps) หรือ เฮิร์ตซ์ (Hetz; Hz)

นอกจากนั้นยังสามารถวัดความถี่ของการสั่นได้อีกวิธีหนึ่งคือ การวัดความถี่เชิงมุม (Circular Frequency;  $\omega$ ) ซึ่งมีหน่วยเป็นเรเดียนต่อวินาที (Radians per Second) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการเคลื่อนที่ครบ 1 รอบของการสั่น ( $\omega t$ ) จะเกิดขึ้นเมื่อมีมุมรวมเท่ากับ 360 องศา หรือ 2 เรเดียน ที่จุดดังกล่าวจะสามารถอธิบายได้ด้วยสมการดังนี้

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (2.3)$$

สำหรับเครื่องจักรแบบหมุน ความถี่ส่วนใหญ่จะแสดงด้วยค่าการสั่นสะเทือนต่อนาที (Vibrations per Minute; vpm) หรือ

$$vpm = \frac{\omega}{\pi} \quad (2.4)$$

โดยความหมายแล้ว ความเร็วเป็นอนุพันธ์ลำดับที่ 1 ของการขจัดเทียบกับเวลา ซึ่งสำหรับการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกแล้ว สมการของการขจัดแสดงได้ดังสมการที่ (2.1) ซึ่งเมื่อหาอนุพันธ์ลำดับที่ 1 ของสมการนี้เทียบกับเวลา แสดงดังนี้

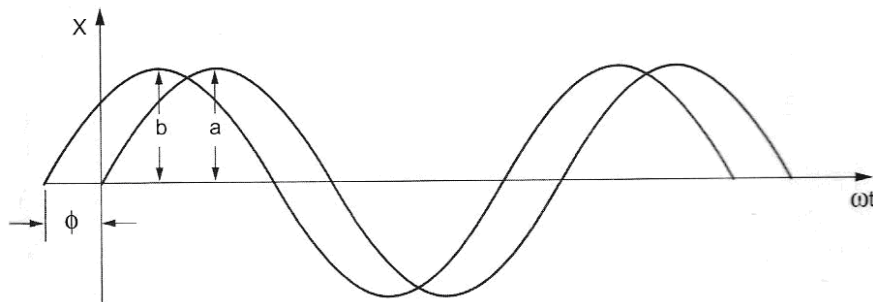
$$v = \frac{dX}{dt} = \dot{X} = \omega X_0 \cos(\omega t) \quad (2.5)$$

จากสมการ 2.5 จะพบว่าความเร็วมีลักษณะความสัณฐานแบบฮาร์มอนิกด้วย ทั้งนี้การขจัดต้องมีลักษณะเป็นฮาร์มอนิก และมีค่าสูงสุดหรือค่าแอมพลิจูดเท่ากับ  $-\omega X_0$  ในทำนองเดียวกัน ความเร่งเป็นอนุพันธ์ลำดับที่ 2 ของการขจัดเมื่อเทียบกับเวลา แสดงได้ดังนี้

$$a = \frac{d^2X}{dt^2} = \ddot{X} = -\omega^2 X_0 \sin(\omega t) \quad (2.6)$$

สมการที่ 2.6 มีลักษณะเป็นฮาร์มอนิกเช่นกัน โดยมีค่าการขจัดสูงสุดหรือค่าแอมพลิจูดเท่ากับ  $\omega^2 X_0$  หากพิจารณาความถี่ 2 ค่าโดยให้มีสมการของความถี่ค่าแรกเป็น  $X_1 = a \sin(\omega t)$  และ สมการความถี่ค่าที่ 2 เป็น  $X_2 = b \sin(\omega t + \phi)$  ดังแสดงในรูปที่ 2.2

ซึ่งแกนอนจะแทนด้วยค่า  $\omega t$  และค่า  $\phi$  ในสมการของ  $X_2$  คือค่ามุมเฟส (Phase Angle) ค่าเฟสที่แตกต่างกันของการสั่นทั้งสองค่านี้ ทำให้การสั่นทั้งสองไม่สามารถมีค่าแอมพลิจูดที่เวลาเดียวกันได้ โดยที่การสั่นค่าหนึ่งจะอยู่ห่างจากการสั่นอีกค่าหนึ่งเท่ากับ  $\phi/\omega$  วินาที ทั้งนี้การสั่นทั้งสองค่านี้ ต้องมีค่าความถี่เท่ากัน ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่ามุมเฟสจะมีความหมายเพียงกรณีของการสั่นสองค่าที่มีความถี่เดียวกันเท่านั้น



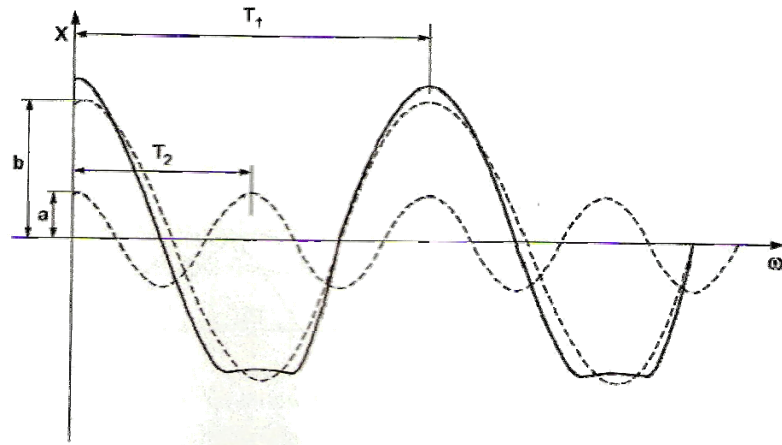
รูปที่ 2.2 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก 2 ค่า โดยที่มีมุมเฟสต่างกัน

2. การเคลื่อนที่แบบไม่เป็นฮาร์มอนิก (Non-harmonic Motion) สำหรับเครื่องจักร อุปกรณ์ส่วนใหญ่ ปกติแล้วจะมีแหล่งที่มาของการสั่นสะเทือนหลาย ๆ ที่ ดังนั้นรูปแบบของการสั่นเมื่อพิจารณาจากความสัมพันธ์ระหว่างการขจัดและเวลาส่วนใหญ่จึงมีลักษณะแบบการเคลื่อนที่ไม่เป็นฮาร์มอนิก ในขณะที่ทุก ๆ การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกจะมีลักษณะเป็นคาบเวลา แต่ทุก ๆ การเคลื่อนที่ที่มีลักษณะเป็นคาบเวลาไม่เป็นการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเสมอไป ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่แบบไม่เป็นฮาร์มอนิกที่เกิดจากการรวมกันของการเคลื่อนที่ในลักษณะเป็นคลื่นไซน์ (Sine Wave) สองคลื่นที่มีความถี่ต่างกันดังแสดงในรูปที่ 2.3 โดยที่คลื่นแรกคือเส้นประที่มีค่าแอมพลิจูด  $a$  และคลื่นที่ 2 คือเส้นประที่มีค่าแอมพลิจูด  $b$  ซึ่งเส้นโค้งดังกล่าวจะสามารถแทนได้ด้วยสมการดังนี้

$$X_1 = a \sin(\omega_1 t) \quad (2.7)$$

$$X_2 = b \sin(\omega_2 t) \quad (2.8)$$





รูปที่ 2.3 การเคลื่อนที่แบบไม่เป็นฮาร์มอนิก (Non-harmonic Motion)

รูปที่ 2.3 แสดงการเคลื่อนที่แบบซ้อนรวมแทนได้ด้วยเส้นทึบที่เกิดจากรวมกันของเส้นประทั้งสองซึ่งสามารถแสดงด้วยสมการดังนี้

$$X = X_1 + X_2 = a \sin(\omega_1 t) + b \sin(\omega_2 t) \quad (2.9)$$

สำหรับฟังก์ชันแบบคาบเวลาใด ๆ สามารถเขียนแทนได้ด้วยฟังก์ชันไซน์ในลักษณะอนุกรมกัม โดยมีความถี่ที่ค่า  $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots$  ตามลำดับ ดังแสดงได้ดังนี้

$$f(t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \phi_1) + A_2 \sin(\omega t + \phi_2) + A_3 \sin(\omega t + \phi_3) + \dots \quad (2.10)$$

สมการที่ (2.10) สามารถคำนวณหาค่าได้จากวิธีการทางคณิตศาสตร์เมื่อทราบค่าของฟังก์ชัน โดยที่กระบวนการดังกล่าวสามารถทำได้ด้วยเครื่องมือวัดและวิเคราะห์ค่าการสั่นสะเทือนทั่วไป ค่า  $2\omega, 3\omega, \dots$  จะเป็นการอ้างถึงค่าลำดับที่ฮาร์มอนิกของความถี่หลัก (Primary Frequency;  $\omega$ ) ในรูปแบบเฉพาะของการสั่นส่วนใหญ่ ค่าความถี่หลักของวัตถุจะมีค่าเป็นหนึ่งเท่าของค่าความเร็วใช้งาน (Running Speed) ของขบวนเครื่องจักร (Machine-train) ซึ่งจะแทนด้วย  $1X$  หรือ  $1\omega$  นอกจากนั้นรูปแบบลักษณะเฉพาะดังกล่าวอาจมีค่าปรากฏที่ตำแหน่ง ฮาร์มอนิกอื่น ๆ เช่น ที่สองเท่า (2X) สามเท่า (3X) หรือตำแหน่งอื่น ๆ ของค่าความเร็วใช้งานหลัก (Primary Running Speed) ซึ่งการประยุกต์ดังกล่าวเป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน

### 2.2.3 พลศาสตร์ของเครื่องจักร

เหตุผลสำคัญที่ทำให้รูปแบบการสั่นของเครื่องจักรมีความหลากหลายแตกต่างกันนั้นมีสาเหตุมาจากการเคลื่อนที่แบบพลศาสตร์ของเครื่องจักร (Machine Dynamics) โดยการเคลื่อนที่นี้จะขึ้นอยู่กับมวล (Mass) ความแข็งของสปริง (Stiffness) ความหน่วง (Damping) และลำดับชั้นความอิสระของการเคลื่อนที่ (Degree of Freedom) แต่อย่างไรก็ตาม ยังจำเป็นต้องมีความระมัดระวังในการวิเคราะห์ห้อยู่ เพราะรูปแบบของการสั่นสะเทือนที่เกิดจากเครื่องจักรนั้นอาจจะแปรผันไปตามปัจจัยของตำแหน่งหรือปัจจัยแวดล้อมอื่น ๆ ในการวัดได้อีกด้วย

1. มวล (Mass) มวลเป็นคุณสมบัติของวัตถุในการอธิบายว่ามีปริมาณเนื้อวัสดุมากเพียงใด ณ เวลานั้น แต่สำหรับหลักการพลศาสตร์แล้ว มวลจะอธิบายถึงความสามารถของวัตถุในการต้านแรงภายนอกที่มากกระทำได้มากน้อยเพียงใด หรืออาจกล่าวได้ว่า ยิ่งวัตถุมีมวลมากก็ต้องใช้แรงปริมาณมากในการทำให้วัตถุเคลื่อนที่ การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน ถ้าเครื่องจักรมีมวลมากและสูญเสียภาวะสมดุลแล้ว ปริมาณการสั่นสะเทือนก็จะมากตามไปด้วย

2. ความแข็งของสปริง (Stiffness) ความแข็งของสปริง นี้เป็นคุณสมบัติของวัตถุที่คล้ายคุณสมบัติของสปริง ก็จะบอกถึงระดับความสามารถของวัตถุในการต้านแรงที่มากกระทำซึ่งจะส่งผลให้ตัววัตถุเกิดการเปลี่ยนแปลงระยะทางหรือมิติรูปร่าง หน่วยของความมั่นคงแข็งแรงมักจะกำหนดเป็นน้ำหนักต่อระยะทาง (kg/m) เครื่องจักรส่วนใหญ่จะมีคุณสมบัติความแข็งของสปริงในแกนของเพลลา (Shaft Stiffness or Longitudinal Stiffness) ความแข็งของสปริงในแนวแกนตั้ง (Vertical Stiffness) ความแข็งของสปริงในแนวแกนนอน (Horizontal Stiffness) ในเครื่องจักรต่าง ๆ ยิ่งค่าความแข็งของสปริงมีค่าน้อยลง ค่าการสั่นสะเทือนจะยิ่งมากขึ้น

3. ความหน่วง (Damping) ความหน่วงเป็นคุณสมบัติที่แสดงถึงสภาพการต้านการเคลื่อนที่มีผลทำให้ความเร็วของการสั่นลดลง โดยทั่วไปแล้วจะหมายถึงแรงต้านการเคลื่อนที่ที่เกิดจากการกระทำของของเหลวหรือแก๊ส และการเสียดสีสัมผัสกับวัตถุอื่น หน่วยของความหน่วงโดยมากจะกำหนดเป็นน้ำหนักต่อระยะทางต่อเวลา (kg/m/sec)

4. ลำดับชั้นความอิสระของการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน (Degrees of Freedom of Vibration Analysis) ลำดับชั้นความอิสระจะเป็นค่าที่บอกให้ทราบว่าเครื่องจักรกลดังกล่าวมีทิศทางเคลื่อนที่ได้มากน้อยเพียงใด ยิ่งมีค่ามากยิ่งสามารถเคลื่อนที่ได้หลายทิศทาง ยิ่งไปกว่านั้นจะพบว่าคุณสมบัติของมวล ความแข็งของสปริง และความหน่วงจะมีความสัมพันธ์แตกต่างกันสำหรับแต่ละทิศทางของการเคลื่อนที่ ดังนั้นยิ่งชิ้นส่วนภายในเครื่องจักรมีลำดับชั้นความอิสระมากขึ้นเท่าใด ความซับซ้อนในการวิเคราะห์รูปแบบการสั่นสะเทือนยิ่งมีความซับซ้อนมากขึ้นเท่านั้นเพื่อความเข้าใจถึงอิทธิพลของลำดับชั้นความอิสระในการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน จึงต้องทำการศึกษาตัวอย่างรูปแบบของการสั่นสะเทือนและจำนวนลำดับชั้นความอิสระ มีเครื่องจักรกลจำนวนเพียง

เล็กน้อยเท่านั้นที่เป็นระบบหนึ่งลำดับชั้นความอิสระ ส่วนใหญ่จะเป็นระบบหลายลำดับชั้นความอิสระ ซึ่งในระบบสมการของการสั่นจะมีความถี่ธรรมชาติและรูปแบบของการเคลื่อนที่หลายค่าขึ้นอยู่กับจำนวนลำดับชั้นความอิสระที่พบของเครื่องจักรกล

## 2.3 เครื่องมือ และอุปกรณ์ในการวัด

การวัดการสั่นสะเทือนในเครื่องจักรกลมีองค์ประกอบหลักที่สำคัญคือ อุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือน สายนำสัญญาณ เครื่องมือวัดและบันทึกผลการวัด และซอฟต์แวร์สำหรับจัดเก็บข้อมูลและประมวลผล การหาความบกพร่องของเครื่องจักรโดยวิธีการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีความเข้าใจในเรื่องเครื่องมือวัดและการใช้งานเครื่องมือวัดการสั่นสะเทือน และซอฟต์แวร์สำหรับการวิเคราะห์ความบกพร่องของเครื่องจักร เพื่อนำไปประกอบการวัดและวิเคราะห์การสั่นสะเทือนให้มีความถูกต้องและเพิ่มความน่าเชื่อถือ

### 2.3.1 อุปกรณ์ตรวจวัดสัญญาณการสั่นสะเทือน

อุปกรณ์ตรวจวัดสัญญาณการสั่นสะเทือน (Vibration Transducer) เป็นอุปกรณ์ขนาดเล็กซึ่งมีหลักการทำงานคือ เปลี่ยนการเปลี่ยนแปลงทางกลให้เป็นการเปลี่ยนแปลงทางไฟฟ้า เพื่อที่จะส่งสัญญาณทางไฟฟ้านั้นผ่านสายนำสัญญาณไปสู่เครื่องมือวัดเพื่อบันทึกเก็บค่าและแปลงกลับมาแสดงผลในเชิงกล สำหรับอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนในเครื่องจักรกลมีหลายชนิด ซึ่งที่มีใช้ในปัจจุบันสามารถแยกตามหลักการทำงานได้เป็น 3 ประเภทคือ

1. อุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนแบบระยะทาง
2. อุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนแบบความเร็ว
3. อุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนแบบความเร่ง

### 2.3.2 สายนำสัญญาณการสั่นสะเทือน

สายนำสัญญาณการสั่นสะเทือน (Vibration Cable) เป็นชิ้นส่วนที่ทำหน้าที่เชื่อมระหว่างอุปกรณ์ตรวจวัดสัญญาณการสั่นสะเทือนกับเครื่องมือวัดการสั่นสะเทือน โดยจะทำหน้าที่นำสัญญาณการสั่นสะเทือนที่เป็นสัญญาณทางไฟฟ้าไปสู่เครื่องมือวัด

### 2.3.3 เครื่องมือวัดและบันทึกผลการสั่นสะเทือน

เครื่องมือวัดและบันทึกผลการสั่นสะเทือน (Vibration Recorder) หรือ เรียกอีกชื่อว่า Data Collector หรือ Analyzer เป็นอุปกรณ์ที่มีหน้าที่อ่านค่าและบันทึกผลจากการวัดการสั่นสะเทือน ซึ่งสัญญาณที่ได้มาอาจจะเป็นสัญญาณในรูปแบบดิจิทัลหรือสัญญาณในรูปแบบแอนะล็อก แล้วแต่คุณสมบัติและความสามารถของเครื่องมือวัดนั้น ซึ่งมีอยู่หลายแบบ เช่น มิเตอร์

วัดการสั่นสะเทือน (Vibration Meter) เครื่องมือเก็บข้อมูลและวิเคราะห์แบบ FFT (Fast Fourier Transform) เครื่องมือวิเคราะห์แบบเวลาจริง (Real Time Analyzer) เป็นต้น

#### 2.3.4 คอมพิวเตอร์และซอฟต์แวร์

คอมพิวเตอร์และซอฟต์แวร์ (Computer and Software) จะทำหน้าที่รับข้อมูลจากเครื่องมือวัดและบันทึกผล เมื่อผู้ที่ทำหน้าที่ในการวัดดำเนินการวัดเก็บค่าการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกลแล้ว ก็จะนำข้อมูลที่ได้อ่านเข้าสู่อุปกรณ์คอมพิวเตอร์ที่มีซอฟต์แวร์รองรับสำหรับเครื่องมือชนิดนั้น ซอฟต์แวร์สำหรับการวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนสามารถแสดงผลออกมาในรูปของกราฟแบบต่าง ๆ หรือรูปแบบตาราง แล้วแต่ความสามารถของซอฟต์แวร์นั้น ซึ่งในปัจจุบันได้มีบริษัทผู้ผลิตอุปกรณ์และซอฟต์แวร์สำหรับวัดและวิเคราะห์การสั่นสะเทือนในเครื่องจักรกลเป็นจำนวนมาก และซอฟต์แวร์บางชนิดสามารถทำการวิเคราะห์ความบกพร่องของเครื่องจักรเองได้ด้วย ซึ่งส่วนมากซอฟต์แวร์ที่ใช้ก็จะควบคู่กับเครื่องมือวัดและบันทึกผลที่เป็นยี่ห้อเดียวกัน เพื่อความสะดวกต่อการถ่ายโอนข้อมูล

### 2.4 การกำหนดวิธีและตำแหน่งการวัด

การวัดการสั่นสะเทือนในเครื่องจักร นอกจากองค์ประกอบหลักที่สำคัญซึ่งประกอบไปด้วยอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือน สายนำสัญญาณ และเครื่องมือวัดการสั่นสะเทือนแล้ว ไม่เพียงพอที่จะได้ข้อมูลที่ติดต่อการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน เพราะเมื่อลองปฏิบัติจริงเปรียบเทียบกันแล้ว จะพบปัญหาและข้อปลีกย่อยอีกมากมาย บางเรื่องอาจเป็นเรื่องเล็กน้อย ไม่น่าที่จะมีผลกระทบต่อ การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน ทำให้ผลของการวิเคราะห์นั้นขาดความน่าเชื่อถือหรือไม่มีประสิทธิภาพเท่าที่ควร เสียเวลาในการวัดและเก็บข้อมูลหลายครั้ง ซึ่งหลักการที่นำมาใช้และเทคนิคการวัดการสั่นสะเทือนให้เกิดประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น ประกอบไปด้วยการเลือกตำแหน่งการวัดและการติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือน ศึกษาผลกระทบด้านสิ่งแวดล้อมต่อการวัดการสั่นสะเทือน การเลือกหน่วยการวัดการสั่นสะเทือน ศึกษาสภาวะการทำงานของเครื่องจักร การกำหนดสเกลและการตั้งค่าความถี่ เป็นต้น และการกำหนดมาตรฐานของการสั่นสะเทือน เพื่อเป็นข้อมูลอ้างอิงในการกำหนดความรุนแรงของการสั่นสะเทือนในเครื่องจักร ปัจจุบันมาตรฐานการสั่นสะเทือนที่เผยแพร่ทั่วไปจะมีหลายสถาบันด้วยกัน เช่น ISO Standard, VDI Standard, API Standard, NEMA Standard เป็นต้น

#### 2.4.1 การวางตำแหน่งของหัววัดการสั่นสะเทือน

หลักพื้นฐานของการสั่นสะเทือนในรูปอย่างง่ายคือ การสั่นสะเทือนจะเป็นผลคูณของแรงกับความสามารถของการเคลื่อนที่ ( $Vibration = Force \times Mobility$ ) จากหลักการดังกล่าวจะนำไปสู่การเลือกตำแหน่งเพื่อติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือน โดยทั่วไปแล้วจะนิยมติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนในทิศทางที่มีการเคลื่อนที่ได้ดีที่สุดในการวัดการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรที่ติดตั้งในแนวตั้ง (Vertical) ตำแหน่งการวัดจะมี 3 ทิศทางคือ แนวระดับ (Horizontal) แนวตั้ง (Vertical) และแนวแกน (Axial)

#### 2.4.2 การติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนแบบความเร่ง

ความเข้าใจในหลักการทำงานของอุปกรณ์ตรวจวัดสำหรับวัดการสั่นสะเทือนนั้นมีความสำคัญอย่างมากต่อการเก็บข้อมูลการสั่นสะเทือนในเครื่องจักรกล เพราะถ้ามีการเก็บข้อมูลที่ไม่ถูกต้องไปใช้ในการวินิจฉัยความบกพร่องของเครื่องจักรแล้ว จะทำให้เกิดความผิดพลาดได้ ดังนั้นการติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนจึงเป็นปัจจัยที่สำคัญ ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงเฉพาะการติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดแบบความเร่ง เนื่องจากการติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดแบบความเร็วจะทำการติดตั้งเหมือนกับอุปกรณ์ตรวจวัดแบบความเร่ง การติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนแบบความเร่งจะทำการติดตั้งแบบสัมผัส ซึ่งจุดที่สำคัญที่สุดของการติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดชนิดนี้คือ การเกิดเรโซแนนซ์ขอตัวอุปกรณ์ตรวจวัดเอง วิธีการติดตั้งหัววัดแบบความเร่งทำได้หลายวิธี และสามารถเลือกใช้ตามความเหมาะสมของช่วงความถี่ที่ต้องการได้

1. การยึดอุปกรณ์ตรวจวัดด้วยสลัก การติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดโดยวิธีนี้เป็นการยึดหัววัดที่แน่นหนามั่นคงที่สุด ความถี่ตอบสนองของการใช้งานจึงมีย่านความถี่ใช้งานที่สูง การยึดด้วยวิธีนี้จึงเหมาะสำหรับวัดสั่นสะเทือนบนเครื่องจักรที่มีความถี่สูงได้

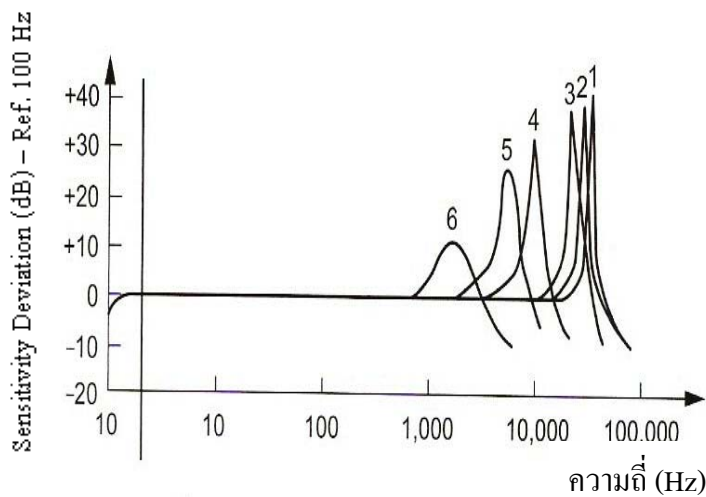
2. การยึดอุปกรณ์ตรวจวัดด้วยขี้ผึ้ง การติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดโดยวิธีนี้เป็นการยึดด้วยขี้ผึ้ง วิธีการติดตั้งจะต้องทำการปรับแต่งผิวหน้าของชิ้นส่วนเครื่องจักรให้เรียบเสียก่อน และทำการเช็ดผิวให้แห้งและสะอาด เพื่อที่จะทำให้ขี้ผึ้งประสานระหว่างอุปกรณ์ตรวจวัดความเร่งกับผิวของชิ้นส่วนเครื่องจักรได้ดี ส่วนมากการยึดอุปกรณ์ตรวจวัดความเร่งด้วยวิธีนี้จะเหมาะสมกับอุปกรณ์ตรวจวัดที่มีขนาดเล็ก ซึ่งการตอบสนองต่อความถี่การใช้งานจะใกล้เคียงกับการยึดอุปกรณ์ตรวจวัดด้วยสลักเกลียว แต่การยึดด้วยวิธีนี้จะไม่สามารถใช้ในที่ที่มีอุณหภูมิสูง เนื่องจากจะทำให้ขี้ผึ้งเกิดการละลาย

3. การยึดอุปกรณ์ตรวจวัดด้วยกาวอีพอกซี การติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดโดยวิธีนี้จะสามารถทนต่ออุณหภูมิได้ดีกว่าขี้ผึ้งเล็กน้อย วิธีติดตั้งเหมือนกับการติดตั้งด้วยขี้ผึ้งคือ ต้องทำการปรับแต่งผิวหน้าของชิ้นส่วนเครื่องจักรเสียก่อน และทำการเช็ดผิวให้แห้งและสะอาด เพื่อที่จะทำให้อาวีพอกซีประสานระหว่างอุปกรณ์ตรวจวัดความเร่งกับผิวของชิ้นส่วนเครื่องจักรได้ดียิ่งขึ้น

4. การยึดอุปกรณ์ตรวจวัดด้วยเทปกาวสองหน้า การติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดโดยวิธีนี้เหมือนกับการติดตั้งด้วยขี้ผึ้งหรือกาวอีพอกซี แต่เป็นฉนวนไฟฟ้าได้ดีกว่า

5. การยึดอุปกรณ์ตรวจวัดด้วยแม่เหล็ก การติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดโดยวิธีนี้เป็น การยึดด้วยแม่เหล็กถาวรที่ขันแน่นกับอุปกรณ์ตรวจวัดความเร่ง แล้วนำไปยึดติดกับชิ้นส่วนของเครื่องจักร วิธีนี้เหมาะสำหรับตรวจวัดค่าการสั่นสะเทือนเป็นครั้งคราว เนื่องจากสามารถทำได้ สะดวกรวดเร็ว ซึ่งการยึดติดด้วยแม่เหล็กถาวรนี้จะมีอยู่ 2 แบบคือ แบบแม่เหล็กเบนเรียบและแบบแม่เหล็ก 2 ขา โดยแบบแม่เหล็ก 2 ขา จะมีความสะดวกในกรณีที่ทำกรยึดอุปกรณ์ตรวจวัดกับชิ้นส่วนเครื่องจักรที่มีลักษณะทรงกระบอก

6. การยึดอุปกรณ์ตรวจวัดด้วยการใช้มือกด การติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดโดยวิธีนี้เป็น การยึดด้วยการกดอุปกรณ์ตรวจวัดด้วยมือลงบนเครื่องจักรในกรณีที่เครื่องจักรบางชนิดไม่สามารถใช้การยึดแบบแม่เหล็กได้ เนื่องจากตัวเรือนเครื่องจักรไม่ได้ทำจากเหล็ก ดังนั้นด้วยการยึดด้วยวิธีนี้จะเป็นการสะดวกกว่า



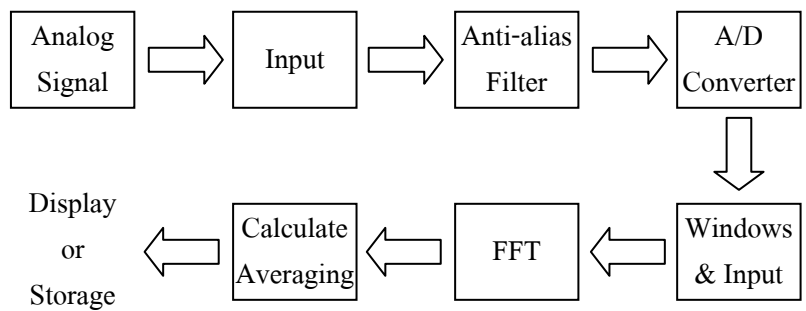
- 1 คือ สลักเกลียว
- 2 คือ ขี้ผึ้งและกาวอีพอกซี
- 3 คือ เทปกาว
- 4 คือ แม่เหล็กเบนเรียบ
- 5 คือแม่เหล็ก 2 ขา
- 6 คือ มือกด

## 2.5 การตรวจวัดและการจัดเก็บข้อมูล

สัญญาณการสั่นสะเทือนส่วนใหญ่จะเป็นสัญญาณแบบฮาร์มอนิก โดยเป็นไปตามขนาดและลักษณะของแรงที่มากระตุ้น และสัญญาณแสดงผลออกมาจะอยู่ในรูปของกราฟโดเมนเวลา ซึ่งแกนตั้งจะเป็นแกนของขนาดการสั่นสะเทือน ส่วนแกนนอนจะเป็นแกนของเวลาที่ผ่านไป ถ้าทำการวิเคราะห์สภาพของเครื่องจักรจากกราฟโดเมนเวลาแล้ว จะทำการแยกแยะความถี่ค่อนข้างยาก ยิ่งถ้าเครื่องจักรนั้นมีชิ้นส่วนประกอบมากมายและมีความซับซ้อนแล้ว ก็ยังทำการวิเคราะห์ได้ยากลำบาก ในหัวข้อนี้จะทำการศึกษาถึงวิธีการแปลงกราฟจากรูปแบบโดเมนของเวลามาเป็นกราฟรูปแบบโดเมนของความถี่ เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์โดยใช้การแปลงสัญญาณแบบฟูเรียร์

### 2.5.1 การแปลงสัญญาณแบบฟูเรียร์

ในปี ค.ศ. 1768-1830 J.B.J. de Fourier ซึ่งเป็นนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียงชาวฝรั่งเศส ได้หาวิธีในการพัฒนาสมการทางคณิตศาสตร์มาใช้สำหรับการวิเคราะห์สัญญาณความถี่ที่เกิดขึ้นจากสัญญาณในรูปลักษณะเป็นคาบมาเป็นสัญญาณในรูปของความถี่เพื่อให้ง่ายในการแปรผลโดยอาศัยคอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือช่วย สมการทางคณิตศาสตร์สำหรับการแปลงสัญญาณแบบฟูเรียร์นี้จะเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ที่ค่อนข้างซับซ้อน ซึ่งในปัจจุบันได้มีการพัฒนาออกมาในรูปแบบของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่ออำนวยความสะดวกและรวดเร็วต่อการนำไปใช้งาน ในปัจจุบันได้มีบริษัทผู้ผลิตเครื่องมือวัดการสั่นสะเทือนหลายบริษัท ทำการบรรจุสมการสำเร็จรูปสำหรับแปลงสัญญาณการสั่นสะเทือนโดยใช้สมการของฟูเรียร์ไว้ในซอฟต์แวร์ของเครื่องวัดแล้ว ทำให้ผู้ใช้งานไม่ต้องทำการแปลงสัญญาณเอง ซึ่งเครื่องมือดังกล่าวเรียกว่า เครื่องวิเคราะห์แบบ FFT (FFT Analyzer) โดยมีขั้นตอนของการทำงานดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 ขั้นตอนในการแปลงสัญญาณแบบ FFT

1. สัญญาณแอนะล็อก (Analog Signal) สัญญาณที่รับมาจากอุปกรณ์ตรวจวัดจะอยู่ในรูปของสัญญาณแบบแอนะล็อก

2. สัญญาณเข้า (Input) สัญญาณขาเข้า จะเป็นสัญญาณที่ได้มาจากอุปกรณ์ตรวจวัดรับสัญญาณต่าง ๆ ถ้าเป็นการวัดการสั่นสะเทือน ก็จะได้รับจากอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือน ซึ่งมีการอินทิเกรตสัญญาณครั้งเดียวหรือสองครั้งก็ได้ แล้วแต่ความต้องการของผู้ใช้งาน เช่น ใช้ อุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนแบบความเร่ง แต่ต้องการวัดค่าการสั่นสะเทือนแบบความเร็ว ผู้ใช้งานก็สามารถทำการอินทิเกรตสัญญาณที่ได้มาเพียงครั้งเดียว หรือถ้าต้องการค่าแบบระยะทาง ก็ดำเนินการอินทิเกรตสองครั้ง

3. กรองเฉพาะความถี่ที่ต้องการ (Anti-alias Filter) ขั้นตอนนี้จะเป็นการตั้งค่าความถี่ที่ต้องการจะเก็บข้อมูล โดยทำการตั้งค่ากรองสัญญาณความถี่ที่ต้องการเท่านั้น ความถี่ไหนไม่ต้องการก็ทำการตัดออกไป เช่น ตั้งค่าความถี่ไว้ที่ 10 – 1,000 Hz เครื่องมือก็จะทำการเก็บค่าไว้เฉพาะในย่านความถี่ที่ 10 – 1,000 Hz ส่วนค่าความถี่อื่นก็จะถูกตัดออก ส่วนค่าความถี่ที่เก็บมาจะเข้าสู่กระบวนการประมวลผลต่อไป

4. ปรับปรุงสัญญาณ (A/D Converter) ขั้นตอนนี้จะดำเนินการนำสัญญาณที่ผ่านการกรองความถี่มาทำการปรับปรุงสัญญาณ โดยทำการปรับปรุงสัญญาณจากแอนะล็อกไปเป็นดิจิทัล (Analog to Digital; A/D)

5. การปรับปรุงสัญญาณแบบวินโดว์ (Windowing) ขั้นตอนนี้จะป็นขั้นตอนก่อนที่จะเข้าสู่กระบวนการ FFT (FFT Process) โดยหลักการของขั้นตอนนี้จะนำสัญญาณต่อเนื่องที่เข้ามาสู่เครื่องมือวัดการสั่นสะเทือน แล้วทำการเริ่มการบันทึกค่า (จุดเริ่มต้น) และหยุดการบันทึกค่า (จุดสุดท้าย) ของการเก็บข้อมูล ซึ่งนิยมใช้มากที่สุดของเครื่องมือวัดแบบ FFT จะเป็นแบบแฮนนิ่งวินโดว์และเร็กแทงเกิลวินโดว์ โดยมีวิธีการดังนี้

แฮนนิ่งวินโดว์ (Hanning Window) เมื่อสัญญาณเข้ามาแบบต่อเนื่อง เครื่องมือวัดจะกำหนดให้จุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายของสัญญาณนั้นเป็นศูนย์ ซึ่งการตั้งค่าเครื่องมือวัดแบบนี้เหมาะสำหรับการเก็บข้อมูลสัญญาณแบบเป็นคาบ โดยทั่วไปแล้ว ในการวัดค่าการสั่นสะเทือนกับเครื่องจักรที่ทำงานที่ความเร็วรอบคงที่จะนิยมใช้การตั้งค่าเครื่องมือวัดแบบนี้

เร็กแทงเกิลวินโดว์ (Rectangle Window) เมื่อสัญญาณเข้ามาแบบต่อเนื่อง เครื่องมือวัดจะกำหนดให้จุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายของสัญญาณเท่ากันตลอด ซึ่งการตั้งค่าเครื่องมือวัดแบบนี้เหมาะสำหรับการเก็บสัญญาณแบบชั่วคราว เช่น การวัดช่วงสตาร์ท-สต็อป (Start-Stop) หรือการเคาะทดสอบหาความถี่ธรรมชาติที่เรียกว่า Bump Test เป็นต้น

6. กระบวนการ FFT (FFT Process) ขั้นตอนนี้จะป็นขั้นตอนการคำนวณคณิตศาสตร์แบบ FFT (FFT Calculation) โดยการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เข้ามาช่วย ในการ



คำนวณทางคณิตศาสตร์นี้จะใช้รูปแบบของสมการ FFT (FFT Transform) เพื่อที่จะทำการแยกความถี่หลาย ๆ ความถี่ที่รวมกันบนโดเมนเวลาออกมาแสดงแต่ละความถี่บนกราฟโดเมนความถี่หรือที่เรียกว่ากราฟสเปกตรัม (Spectrum Plot)

7. กระบวนการเฉลี่ยค่า (Averaging Process) ข้อมูลที่ผ่านกระบวนการของ FFT จะมีตัวอย่างข้อมูลมากกว่าหนึ่งข้อมูล ดังนั้นการแสดงผลค่าออกมาจำเป็นต้องอยู่ในรูปของค่าเฉลี่ย

8. การแสดงผล (Display or Storage of Data) ขั้นตอนสุดท้ายของกระบวนการทาง FFT นี้ จะเป็นการแสดงผลออกมาในรูปแบบของกราฟโดเมนความถี่ เพื่อใช้สำหรับการวิเคราะห์ประเมินสภาพของเครื่องจักร และวิเคราะห์หาข้อบกพร่องของเครื่องจักรนั้น

### 2.5.2 สัญญาณของการสั่นสะเทือน

สัญญาณของการสั่นสะเทือน (Vibration Signal) ในเครื่องจักรกลที่วัดได้ จะเป็นตัวบ่งบอกถึงสภาพหรือความบกพร่องของเครื่องจักร ซึ่งองค์ประกอบที่ใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่แบบสั่นนี้ได้แก่ ความถี่ ขนาดของการสั่นสะเทือน และมุมเฟส

1. ความถี่ (Frequency) วัตถุที่มีการสั่นจะเคลื่อนที่เข้าไปเข้ามาผ่านตำแหน่งคงที่หนึ่ง เมื่อเคลื่อนที่ผ่านตำแหน่งสูงสุดค่าหนึ่งและกลับมาผ่านตำแหน่งสูงสุดอีกค่าหนึ่ง และย้อนกลับมายังตำแหน่งคงที่เดิม ถือว่ามีการเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ (1 Cycle) จำนวนรอบของการสั่นของวัตถุในช่วงเวลา 1 วินาที จะเรียกว่า ความถี่ ซึ่งจะมีหน่วยเป็นเฮิร์ตซ์ (Hertz; Hz) หรือ 1 เฮิร์ตซ์ จะเท่ากับการเคลื่อนที่ไปกลับ 1 รอบในเวลา 1 วินาที

2. ขนาดของการสั่นสะเทือน (Amplitude) จะเป็นตัวบ่งชี้ถึงสภาพความรุนแรงของการสั่นสะเทือนในเครื่องจักรกล ถ้าขนาดของการสั่นสะเทือนมีค่าเพิ่มขึ้นมากเมื่อเทียบกับสภาวะปกติแสดงว่าเครื่องจักรกลนั้นเริ่มมีปัญหา ซึ่งขนาดของการสั่นสะเทือนที่ใช้ในปัจจุบันและเป็นที่ยอมรับกันมากที่สุดมีอยู่ 3 ชนิดคือ

ระยะทางหรือการขจัด (Displacement) หมายถึงระยะการเคลื่อนที่ของวัตถุจากจุดสมดุลเคลื่อนที่ไปสู่จุดที่สูงสุดแล้วเคลื่อนที่ไปสู่จุดที่ต่ำสุด (Peak to Peak) ซึ่งค่าระยะทางดังกล่าวจะมีหน่วยเป็นมิลลิเมตร (Millimeter) หรือนิ้ว (Inches)

ความเร็ว (Velocity) วัตถุที่มีการเคลื่อนที่แบบสั่นจะมีค่าระยะทางหรือการขจัดที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาในระหว่างการเคลื่อนที่ จะเรียกว่าความเร็ว ซึ่งจะมีหน่วยเป็นมิลลิเมตรต่อวินาที (mm/sec) หรือนิ้วต่อวินาที (in/sec) โดยจะมีค่าสูงสุดในขณะที่เคลื่อนที่ผ่านจุดสมดุล และมีค่าเป็นศูนย์เมื่อเคลื่อนที่อยู่ที่จุดสูงสุดและต่ำสุด

ความเร่ง (Acceleration) ความเร็วของการสั่นของวัตถุจากค่าศูนย์ ถึงค่าสูงสุดระหว่างการสั่นแต่ละรอบ ค่าการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวเทียบกับเวลาจะเรียกว่า ความเร่ง ซึ่งจะถูกวัดเพื่อให้ทราบถึงความเร็วของการเปลี่ยนแปลงความเร็วเทียบกับเวลา ดังนั้นหน่วยของความเร่งจึง

แสดงได้ด้วยค่ามิลลิเมตรหรือนิวตันต่อวินาทียกกำลังสอง ( $\text{mm/sec}^2$ ) ค่าของความเร่งจะมีค่าเปลี่ยนแปลงตั้งแต่ศูนย์ ถึงค่าสูงสุดระหว่างการสั่นแต่ละรอบ โดยจะมีค่าสูงสุดในตำแหน่ง แอมพลิจูดและต่ำสุดที่ตำแหน่งสมมูล

3. มุมเฟส (Phase) มุมเฟสของการสั่นสะเทือน หมายถึงความแตกต่างของตำแหน่งชิ้นส่วนหรือวัตถุที่มีการสั่นสะเทือนชิ้นหนึ่ง เมื่อเทียบกับจุดอ้างอิงหรือชิ้นส่วนที่มีการสั่นสะเทือนอีกชิ้นหนึ่ง

### 2.5.3 หน่วยวัดขนาดของการสั่นสะเทือน

เมื่อพิจารณาสัญญาณของการสั่นสะเทือน ไม่ว่าจะเป็นการขจัด ความเร็ว หรือ ความเร่ง สัญญาณทั้ง 3 แบบนี้จะอยู่ในรูปของคลื่นไซน์ (Sine Wave) โดยมีค่าบวกและค่าลบซึ่งมีค่าแปรเปลี่ยนตามเวลา การบอกขนาดของการสั่นสะเทือนจะบอกในลักษณะการสั่นสะเทือนแบบรวม (Overall Vibration) ที่ใช้กันทั่วไปประกอบไปด้วย

1. ค่ายอดสูงสุด (Peak) จะบอกค่าระดับสูงสุดของการสั่นสะเทือนที่เบี่ยงเบนไปจากระดับอ้างอิง (ศูนย์) โดยไม่คำนึงถึงลักษณะของการสั่นสะเทือน ซึ่งค่านี้ส่วนมากจะใช้วัดการสั่นสะเทือนที่เกิดจากการกระแทกในช่วงเวลาสั้น ๆ เช่น การเคาะเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของวัตถุ (Bump Test)

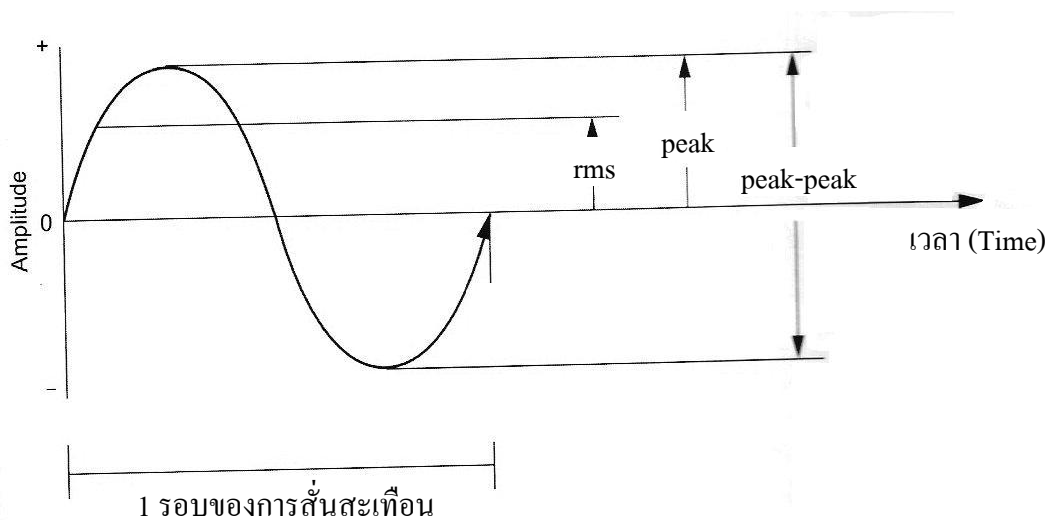
2. ค่ายอดสูงสุดถึงยอดสูงสุดด้านตรงข้าม (Peak to Peak) เป็นค่าของขนาดการสั่นสะเทือนที่วัดจากจุดสูงสุดของคลื่นไซน์กับจุดต่ำสุดของคลื่นไซน์

3. ค่าเฉลี่ย (Average) เป็นค่าเฉลี่ยของขนาดการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหนึ่ง ๆ ซึ่งการสั่นสะเทือนนั้นจะมีทั้งค่าที่เป็นบวกและลบเมื่อเทียบกับตำแหน่งอ้างอิง

4. ค่า RMS (Root Mean Square) เป็นค่าขนาดการสั่นสะเทือนที่ได้จากการนำค่าในโดเมนเวลา (Time Domain) ที่เกิดขึ้นในช่วงหนึ่ง ๆ มายกกำลังสอง แล้วทำการเฉลี่ยตลอดคาบ และถอดรากที่สองออกมา ดังสมการ

$$X_{rpm} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T X^2(t) dt} \quad (2.11)$$

รูปที่ 2.6 แสดงถึงความสัมพันธ์ของขนาดสัญญาณการสั่นสะเทือนในรูปแบบต่าง ๆ ทั้ง 4 แบบ ซึ่งใช้ในกรณีที่สัญญาณการสั่นสะเทือนเป็นแบบฮาร์มอนิกรูปไซน์ แม้ว่ารูปแบบจริงของการสั่นสะเทือนทั่ว ๆ ไปไม่เป็นลักษณะของกราฟรูปไซน์ แต่อย่างไรก็ตาม สัญญาณการสั่นสะเทือนก็จะสามารถแยกออกเป็นผลรวมของสัญญาณรูปไซน์หลาย ๆ ความถี่ได้ตามทฤษฎีของฟูเรียร์ (Fourier) ดังนั้นความสัมพันธ์และความหมายของหน่วยวัดขนาดสัญญาณการสั่นสะเทือนที่กล่าวมาแล้วจึงสามารถนำมาประยุกต์ใช้งานได้



สำหรับกราฟรูปคลื่นไซน์

$$\text{Peak to Peak} = 2 \text{ Peak}$$

$$= 2 \times 1.414 \text{ rms}$$

$$\text{Avg} = 0.637 \text{ Peak}$$

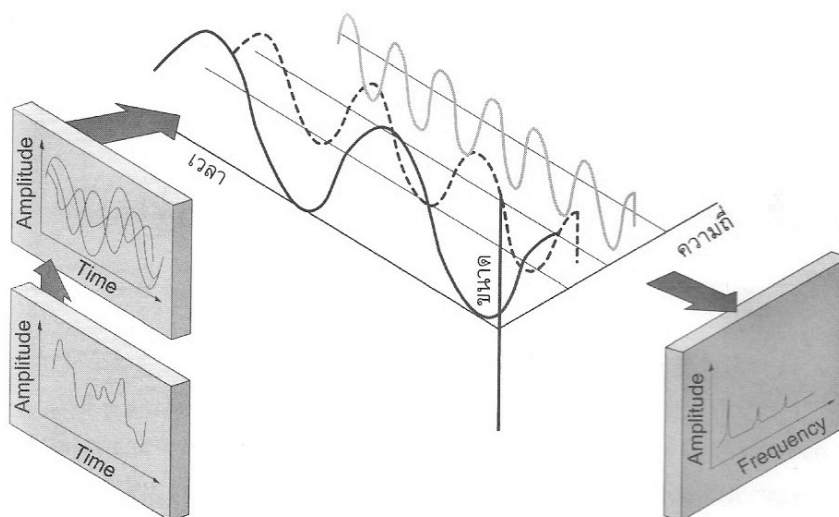
รูปที่ 2.6 ความสัมพันธ์ของหน่วยสัญญาณการสั่นสะเทือน

### 2.5.4 การแสดงผลและเก็บข้อมูล

การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนในเครื่องจักรกลนั้น ต้องอาศัยความเข้าใจในรูปแบบของกราฟแสดงผล ในที่นี้จะกล่าวถึงกราฟแสดงผลการสั่นสะเทือนที่ใช้ในการวิเคราะห์หาความบกพร่องของเครื่องจักรกล

1. กราฟโดเมนเวลา (Time Domain Plot) เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าขนาดการสั่นสะเทือนกับเวลา
2. กราฟโดเมนความถี่ (Frequency Domain Plot) สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาการสั่นสะเทือนในเครื่องจักรกล โดยส่วนมากจะแสดงในรูปแบบกราฟสเปกตรัม (Spectrum) หรือที่เรียกอีกชื่อว่ากราฟโดเมนความถี่ ซึ่งกราฟสเปกตรัมนี้จะเป็นกราฟที่แปลงสัญญาณจากสัญญาณในรูปแบบของกราฟโดเมนเวลา

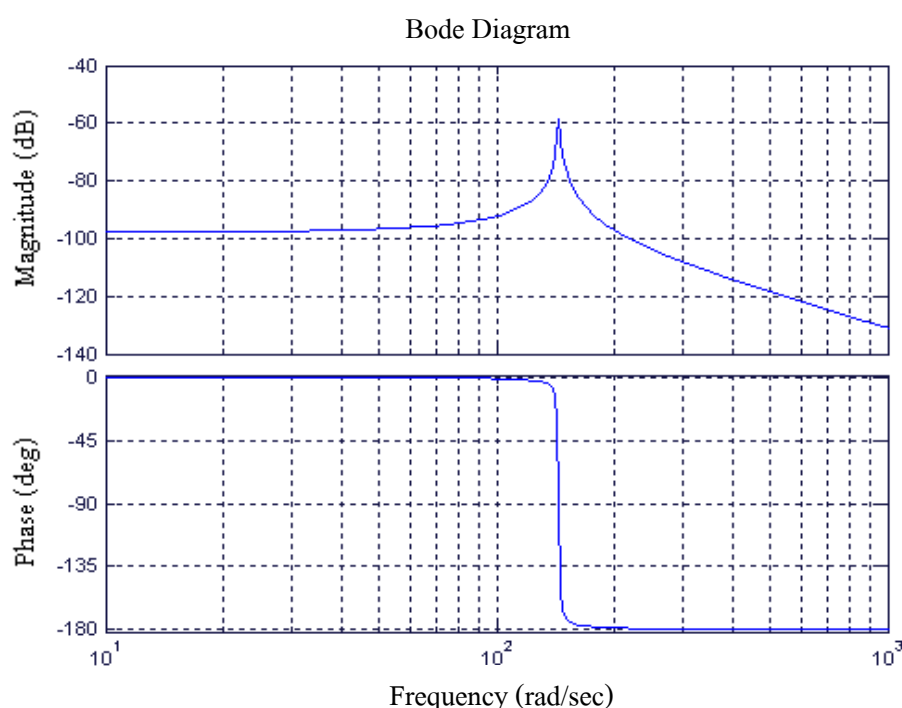
เพื่อความเข้าใจสำหรับการแยกความถี่ในรูปแบบ FFT (Fourier Transform) จะอธิบายจากรูปที่ 2.7 ซึ่งจะเป็นความสัมพันธ์ของกราฟบนโดเมนเวลากับกราฟบนโดเมนความถี่ และอีกแกนจะเป็นขนาดของการสั่นสะเทือน จากรูปที่ 2.7 จะเห็นว่ากราฟแสดงในรูปแบบ 3 มิติ แกนด้านซ้ายจะเป็นแกนเวลา ถ้าเรามองในแกนของเวลาแล้วจะเห็นเป็นกราฟโดเมนเวลา ส่วนแกนนอนด้านขวาจะเป็นแกนของความถี่ เมื่อมองในแกนนี้จะเห็นเป็นกราฟแบบสเปกตรัม ส่วนแกนในแนวตั้งจะเป็นขนาดของการสั่นสะเทือนซึ่งใช้เป็นแกนร่วมกัน



รูปที่ 2.7 ความสัมพันธ์แบบ 3 มิติของการสั่นสะเทือน

การสั่นสะเทือนที่วัดเก็บค่ามาจากเครื่องมือวัดแบบ FFT นั้นจะอยู่ในรูปแบบของค่าการสั่นสะเทือนโดยรวม (Overall Vibration) ซึ่งเป็นค่าที่ใช้สำหรับการประเมินสภาพของเครื่องจักรในเบื้องต้น ส่วนรายละเอียดในการวิเคราะห์ต้องตรวจสอบดูจากกราฟสเปกตรัม เพื่อหาที่มาของข้อบกพร่องภายในเครื่องจักรนั้น ค่าความถี่ที่เก็บมาได้จากการปฏิบัติงานจริงจะมีลักษณะของความถี่มากมายหลายแบบ อย่างเช่น ความถี่ของการไม่สมดุล ความถี่ของการบกพร่อง ความถี่ของอุปกรณ์ต่าง ๆ เป็นต้น ขึ้นอยู่กับว่าอุปกรณ์ที่ทำการวัดมีส่วนประกอบอะไรบ้างและชิ้นส่วนไหนเกิดความบกพร่องขึ้น ก็จะแสดงค่าความถี่ของชุดชิ้นส่วนนั้นเด่นชัดกว่าส่วนอื่น ๆ

3. กราฟโบเด (Bode Plot) เป็นกราฟที่แสดงผลการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรเป็นแบบ 2 กราฟคู่กัน ดังแสดงตามรูปที่ 2.8 โดยกราฟทั้งสองมีค่าในแกนนอนเป็นความถี่ ส่วนแกนตั้งเป็นขนาดของการสั่นสะเทือนหนึ่งกราฟ และอีกกราฟจะมีแกนตั้งเป็นมุมเฟสของการสั่นสะเทือน กราฟโบเดนี้จะมีประโยชน์มากในการหาค่าความเร็วรอบวิกฤตของเพลลา (Critical Speed) หรือรอบการทำงานที่เพลลาเกิดการเรโซแนนซ์ ซึ่งดูได้จากค่ามุมเฟสของการสั่นสะเทือนจะเปลี่ยนไปจากเดิม 90 องศา และขนาดของการสั่นสะเทือนจะมีค่าเพิ่มขึ้นสูงมากอย่างรวดเร็ว ดังแสดงในรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 กราฟตัวอย่างโบเดจากชุดทดลอง

### 2.5.5 สภาพแวดล้อมที่มีผลกระทบต่อการวัดการสั่นสะเทือน

สภาพแวดล้อมเป็นปัจจัยหนึ่งที่มีผลกระทบต่อการวัดการสั่นสะเทือนในเครื่องจักรกล โดยเฉพาะอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนแบบความเร่ง (Accelerometer) เพราะว่ในบางครั้งผลของสภาพแวดล้อมเหล่านี้อาจทำให้ค่าของการสั่นสะเทือนเกิดการเบี่ยงเบนได้ทำให้ค่าของการสั่นสะเทือนที่ได้มาไม่ตรงกับความเป็นจริง ซึ่งสภาพแวดล้อมเหล่านี้ประกอบไปด้วย อุณหภูมิ ความชื้นรอบข้าง การรบกวนจากการแผ่รังสี และผลกระทบจากอำนาจแม่เหล็กที่กระทำกับอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือน เป็นต้น

1. ผลกระทบจากอุณหภูมิ อุณหภูมิรอบข้างมีผลกระทบต่ออุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือน ถ้าอุณหภูมิรอบข้างมีค่าสูงเกินขีดจำกัดของอุปกรณ์ตรวจวัดแล้ว มีผลทำให้ค่าที่วัดได้เกิดการเบี่ยงเบนไปจากค่าความเป็นจริงได้ โดยทั่วไปแล้ว ในการเลือกใช้อุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือน ควรทำการตรวจสอบอุณหภูมิตำแหน่งที่จะทำการติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดนั้นเสียก่อน แล้วเลือกอุปกรณ์ตรวจวัดที่มีคุณสมบัติที่ทำงานได้อยู่ในช่วงอุณหภูมินั้น ซึ่งอุปกรณ์ตรวจวัดที่นิยมใช้ทั่วไป ค่าอุณหภูมิของสภาพแวดล้อมจะอยู่ระหว่าง -40 ถึง 85 C แต่ถ้าอุณหภูมิของสภาพแวดล้อมสูงกว่านี้มาก ก็ควรเลือกหัววัดพิเศษที่สามารถทำงานในช่วงอุณหภูมินั้น

2. ผลกระทบจากความชื้นรอบข้าง ในการติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนบนเครื่องจักรกลนั้น ตามข้อต่อสายต่าง ๆ จะป้องกันการรั่วของกระแสไฟฟ้าโดยการใส่ซิลหรือหุ้มฉนวนเอาไว้ เมื่อนำอุปกรณ์ตรวจวัดนั้นไปติดตั้งบนเครื่องจักรบริเวณที่มีความชื้นสูง ทำให้อายุการใช้งานของซิลหรือฉนวนที่หุ้มข้อต่อสายนำสัญญาณมีอายุการใช้งานที่สั้นลง เมื่อซิลหรือฉนวนเกิดการชำรุดหรือสึกกร่อน จะทำให้เกิดการรั่วไหลของสัญญาณทางไฟฟ้าได้

3. ผลกระทบจากการแผ่รังสี การใช้งานทั่วไปพบว่าผลกระทบที่เกิดจากการแผ่รังสีในบริเวณใกล้เคียงกับตำแหน่งของอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนนั้น มีผลกระทบน้อยต่อสัญญาณการสั่นสะเทือน แต่ถ้ามีการแผ่รังสีในบริเวณนั้นสูงมากเกินไป ก็อาจส่งผลกระทบต่อสัญญาณการสั่นสะเทือนได้เช่นกัน

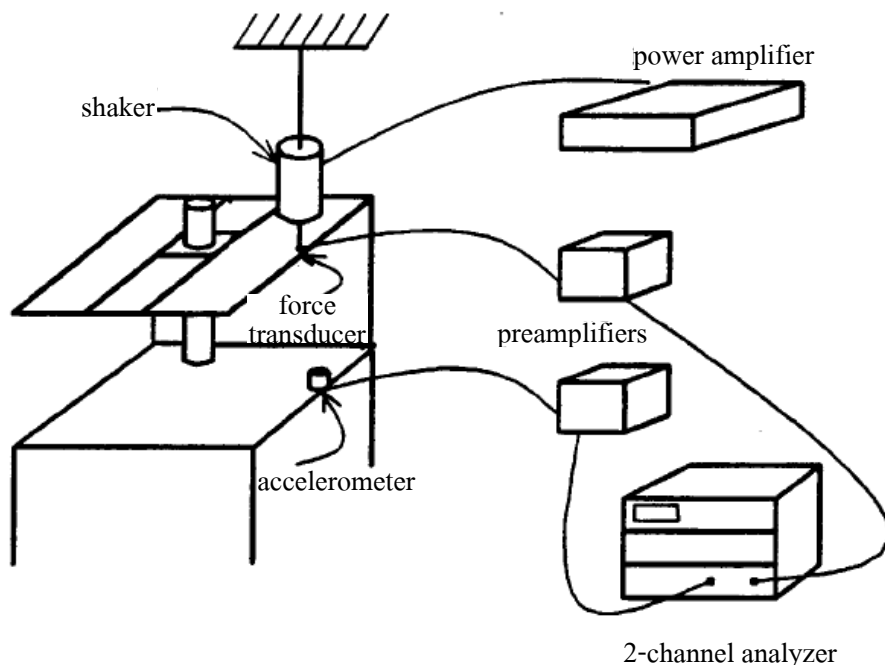
4. ผลกระทบจากอำนาจแม่เหล็ก โดยทั่วไปแล้วพบว่าผลกระทบที่เกิดจากอำนาจแม่เหล็กในบริเวณใกล้เคียงกับตำแหน่งของอุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือนนั้น มีผลกระทบน้อยต่อสัญญาณการสั่นสะเทือน แต่ถ้าความเข้มข้นของสนามแม่เหล็กในบริเวณนั้นสูงมากเกินไป ก็อาจส่งผลกระทบต่อสัญญาณการสั่นสะเทือนได้เช่นกัน

นอกจากผลกระทบที่กล่าวมาแล้วนี้ ยังมีกระทบอย่างอื่นอีกที่มีผลต่ออุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือน เช่น ความแข็งแรงของขาคีออุปกรณ์ตรวจวัดการสั่นสะเทือน สภาพแวดล้อมที่มีการกักความร้อนอย่างรุนแรง เสียงที่มีความดังสูงมาก เป็นต้น

## 2.6 ปรัชญ่วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

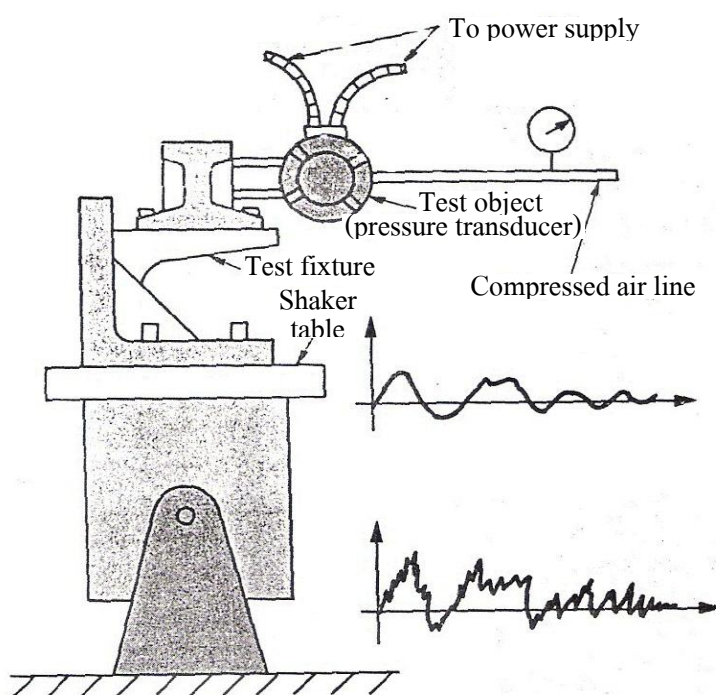
การนำหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้ง เข้ามาประยุกต์ใช้ในอุตสาหกรรมนั้น เริ่มมีบทบาทในกระบวนการผลิตและทดสอบอย่างมาก ดังนั้นการวิเคราะห์ด้านการสั่นเชิงกลของหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้งจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง แต่โชว่าการสั่นสะเทือนจะเกิดเฉพาะหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้งเท่านั้น การสั่นสะเทือนนั้นจะเกิดกับทุกอุปกรณ์ ทุกเครื่องจักร รวมไปถึงรากฐานต่าง ๆ อาจสร้างความเสียหายได้ ดังนั้นการวิเคราะห์การสั่นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง

ในปี 1985 Alfonso Garcia Reynoso ได้มีการศึกษาและวิเคราะห์ลักษณะทางพลวัตและการสั่นเชิงกลของหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้ง (Structural Dynamics Model of a Cartesian Robot) ซึ่งลักษณะรูปร่างของหุ่นยนต์จะมีการเคลื่อนที่ใน 3 แนวแกน โดยการเคลื่อนที่ในแนวแกนระนาบ (X-Axes) และแนวแกนตั้ง (Y-Axes) จะถูกขับเคลื่อนด้วย มอเตอร์ขับเคลื่อน lead screw ส่วนในแนวแกนลึก (Z-Axes) จะใช้มอเตอร์ขับเคลื่อนเฟืองตรง (Spur gear) ริงบนรางเกียร์ Alfonso Garcia Reynoso จะเน้นความสำคัญไปที่การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมและถูกต้องใกล้เคียงที่สุด เพื่อที่จะวิเคราะห์การสั่นจากการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ โดยวิธีที่ใช้การวิเคราะห์คือ Component Mode Synthesis (CMS)



รูปที่ 2.9 เครื่องทดสอบหาความถี่ธรรมชาติของ Alfonso Garcia Reynoso

วิธีการทดลองของ Alfonso Garcia Reynoso จะติดตัวอุปกรณ์วัดแรง (force transducer) และ ตัวอุปกรณ์วัดความเร่ง (accelerometer) แล้วใช้เครื่องเขย่า (Shaker) ทำให้เกิดการสั่นที่ความถี่ค่าหนึ่งโดยการทดลองจะเปลี่ยนตำแหน่งของแขน Cartesian Robot ที่ตำแหน่ง X, Y และ Z ต่าง ๆ การทดลองของ Alfonso Garcia Reynoso จะหาความถี่ธรรมชาติและ Mode Shapes ของ Vertical Cartesian Robot ได้ด้วยวิธี Component Mode Synthesis แต่ยังมีวิธีที่ใช้หาความถี่ธรรมชาติได้อีกมากมายอย่างเช่น ในปี 1984 Clarence W. และ Sam S. ได้มีการทดลองและออกแบบโครงสร้างด้วยวิธี Experimental Modal Analysis (EMA) ซึ่งเครื่องทดสอบของ Clarence และ Sam แสดงดังรูปที่ 2.10 โดยใช้เครื่องเขย่า (Shaker) สั่นที่ความถี่หนึ่งเพื่อที่จะหาความถี่ธรรมชาติในแต่ละชิ้นส่วนของโครงสร้าง ซึ่งผลที่จะอยู่ในโดเมนของเวลาจึงนำข้อมูลไปกรองก่อน ทำการ Fast Fourier Transform (FFT) เพื่อให้อยู่ในโดเมนความถี่ต่อไป

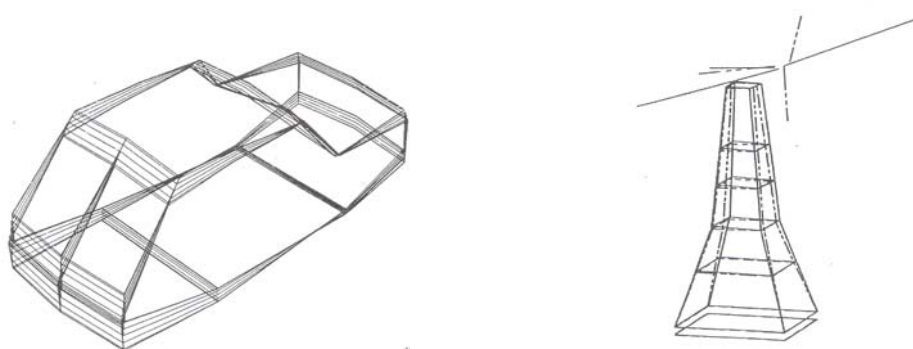


รูปที่ 2.10 เครื่องทดสอบหาความถี่ธรรมชาติของ Clarence และ Sam

แต่ด้วยวิธีที่ได้กล่าวไปข้างต้นมีขีดจำกัดอยู่ที่การวัด เนื่องจากต้องมีเครื่องมือวัดที่มีจำนวนช่องสัญญาณตรวจวัดมากพอ และวัดได้เฉพาะ โครงสร้างที่ไม่ซับซ้อน มีขนาดไม่ใหญ่มาก จึงได้มีการศึกษาวิเคราะห์หาความถี่ธรรมชาติพร้อมทั้งหาโหมดการสั่น (Mode shape) ของระบบสำหรับการเคลื่อนที่ ด้วยเทคนิคทางการวัดทางระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)



ซึ่งในปี 2000 Arun K. Banerjee และ Paul Mitiguyne ได้มีการศึกษาและหาค่าคงที่ของสปริงสำหรับคานที่ถูกยึดติดด้านหนึ่ง ด้วยเทคนิคทางการวัดทางระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) โดยการประยุกต์ใช้โปรแกรม MSC.VisualNastran ซึ่ง Arun และ Paul ได้มีการคำนวณหาค่าคงที่สปริงจากทางทฤษฎีและหาค่าคงที่สปริงจากทางโปรแกรม โดยผลที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันมาก นอกจากนั้น Paul ยังได้มีการศึกษาและทำการวิเคราะห์การสั่นและหารูปปร่างการสั่นอีกมากมาย อย่างเช่น การสั่นของชั้นหนังสือที่มีหนังสือวางในตำแหน่งต่าง ๆ การสั่นของรถยนต์ที่วิ่งด้วยความเร็วต่าง ๆ การสั่นของกังหันลมที่ความเร็วลมต่าง ๆ เป็นต้น ดังแสดงในรูปที่ 2.11



(ก) การสั่นของรถยนต์ที่วิ่งด้วยความเร็วต่าง ๆ      (ข) การสั่นของกังหันลมที่ความเร็วลมต่าง ๆ

รูปที่ 2.11 แสดงการประยุกต์ใช้โปรแกรม MSC. VisualNastran4D วิเคราะห์การสั่น

## 2.6 สรุป

การสั่นสะเทือนนั้นจะอยู่ในรูปของพลังงานที่สูญเสียไป ซึ่งการสั่นสะเทือนนั้นเกิดจากปัญหาของเครื่องจักรที่แสดงผลออกมาให้เห็นทางกล เราสามารถวัดค่าของพลังงานที่สูญเสียไปของเครื่องจักรได้ในรูปของการสั่นสะเทือน การสั่นสะเทือนจะส่งผลทำให้เครื่องจักรสูญเสียพลังงานและสมรรถนะการทำงาน และมีผลต่ออายุการใช้งาน โดยเฉพาะความถี่ของแรงกระทำ (Exciting Frequency) ตรงกับความถี่ธรรมชาติของระบบหลัก (Natural Frequency) ทำให้เกิดการสั่นพ้อง (resonant) สร้างความเสียหายต่ออุปกรณ์อย่างยิ่ง

จากงานวิจัยที่ได้กล่าวมาแล้ว การวิเคราะห์หาความถี่และรูปปร่างการสั่นนั้นมีประโยชน์ยิ่ง ซึ่งก่อนที่จะดำเนินการในการวัดและวิเคราะห์การสั่นสะเทือน ควรที่จะศึกษาถึงความสามารถและประโยชน์ของการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนให้ดีเสียก่อน ทั้งนี้เพื่อเพิ่มความมั่นใจว่า การใช้เทคนิคใดจึงเอื้อประโยชน์ได้อย่างแท้จริงในการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นกับเครื่องจักรกลนั้น ๆ

## บทที่ 3

### แบบจำลองโครงสร้างด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

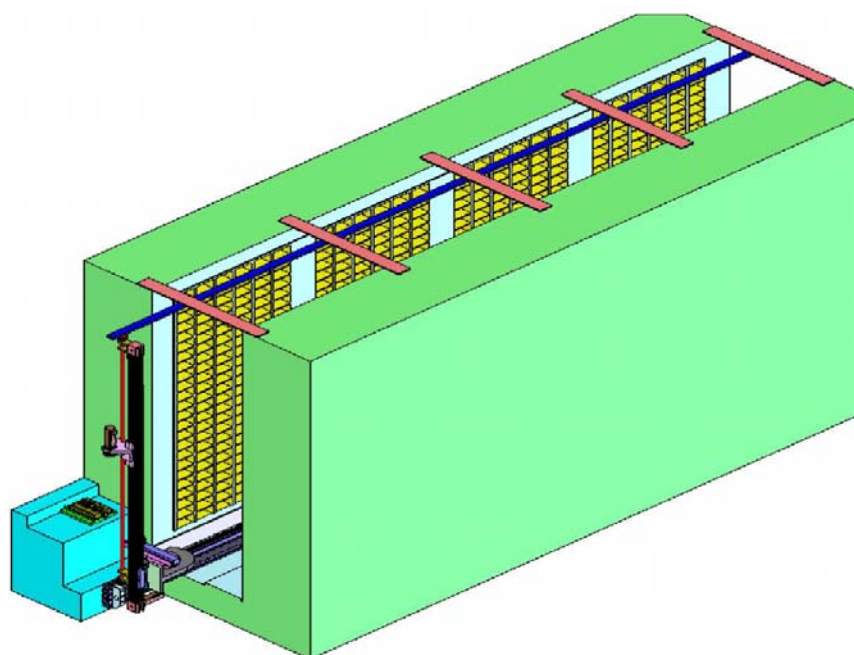
โครงสร้างเครื่องจักรกล หรือ โครงสร้างอาคารต่าง ๆ ย่อมประกอบด้วยชิ้นส่วนจำนวนมาก ชิ้นส่วนแต่ละชิ้นอาจจะรับแรงชนิดต่าง ๆ เช่น แรงดึง แรงบิด โมเมนต์ดัดและความดัน เป็นต้น ส่วนลักษณะการกระทำของแรงอาจจะเป็นแบบสถิตและแบบพลวัต สำหรับโครงสร้างพลศาสตร์ที่ซับซ้อนประกอบด้วยหลายระดับความเสรีเราสามารถจะหาการตอบสนองเชิงพลวัตได้โดยวิธีต่าง ๆ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นอีกวิธีหนึ่งที่สามารถวิเคราะห์การตอบสนองโดยประมาณของระบบพลวัตได้เป็นอย่างดี โดยเฉพาะอย่างยิ่งระบบโครงสร้างที่มีความซับซ้อนมาก ๆ ที่ไม่สามารถจะใช้วิธีอื่นทั่ว ๆ ไปวิเคราะห์การตอบสนองเชิงพลวัตของระบบได้

กระบวนการวิเคราะห์โครงสร้างพลศาสตร์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น จำเป็นต้องอาศัยเครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยในการวิเคราะห์หรือคำนวณค่าต่าง ๆ เช่น ความถี่ธรรมชาติ รูปร่างการสั่นสะเทือนและการตอบสนองเชิงพลวัต หรือเรียกทั่ว ๆ ไปว่าการตอบสนองของระบบ ส่วนข้อมูลเบื้องต้นต่าง ๆ ของแต่ละเอลิเมนต์ที่ประกอบขึ้นเป็นระบบ เช่น ค่าสทิฟเนสเมทริกซ์ เมทริกซ์มวล เมทริกซ์ตัวหน่วง และเมทริกซ์แรงนั้นอาจอาศัยเครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณเช่นกัน โดยมีกระบวนการวิเคราะห์โครงสร้างพลศาสตร์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ดังนี้

1. การสร้างแบบจำลองและเลือกแบบจำลองโครงสร้างที่เหมาะสม
2. การเลือกชนิดของเอลิเมนต์และกำหนดจำนวนพิกัดและขนาดของแต่ละเอลิเมนต์
3. การเลือกฟังก์ชันการจัดหรือการสันสะเทือนให้สอดคล้องกับชนิดของเอลิเมนต์
4. การกำหนดคุณสมบัติเชิงกลแบบจำลอง
5. การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตหรือจุดรองรับของระบบ (Boundary Condition)

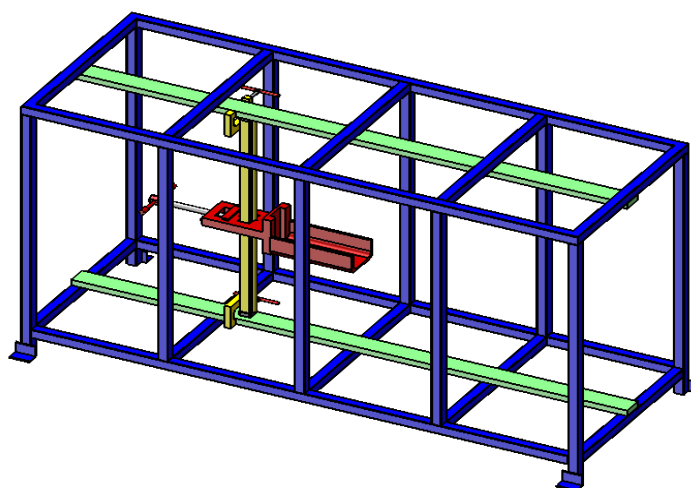
#### 3.1 แบบจำลองโครงสร้างของหุ่นยนต์

หุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้ง (Vertical Cartesian Robot) ซึ่งมีความกว้าง 2 เมตร ความยาว 5.3 เมตร และความสูง 2.8 เมตร ที่ใช้ในอุตสาหกรรมต่าง ๆ ดังรูปที่ 3.1 โดยจะทำการสร้างแบบจำลองของหุ่นยนต์ Vertical Cartesian ให้ขนาดเล็กลงให้มีขนาดความกว้าง 0.4 เมตร ความยาว 1.06 เมตร และความสูง 0.56 เมตร ซึ่งมีลักษณะการเคลื่อนที่เหมือนกันกับ Vertical Cartesian Robot



รูปที่ 3.1 หุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้ง

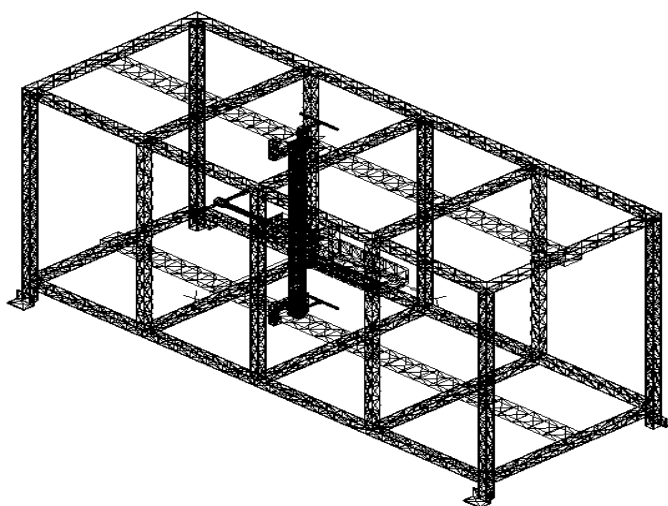
การสร้างแบบจำลองของหุ่นยนต์ Vertical Cartesian จะใช้โปรแกรม Solid work 2006 สร้างชิ้นส่วนต่าง ๆ ของแบบจำลอง แล้วนำชิ้นส่วนที่ได้มาประกอบกัน ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

### 3.2 ชนิดและขนาดของเอลิเมนต์

หลักทั่วไปของไฟไนต์เอลิเมนต์ คือการแบ่งระบบโครงสร้างออกเป็นเอลิเมนต์เล็ก ๆ และการเลือกใช้ชนิดของเอลิเมนต์ให้เหมาะสมกับลักษณะรูปร่างของระบบโครงสร้าง โดยการกระทำของโหลดเอลิเมนต์เล็ก ๆ อาจจำแนกออกเป็นสามชนิดตามมิติการสั่นสะเทือนของระบบคือ เอลิเมนต์มิติเดียว สองมิติ และสามมิติ โดยทั่วไปถ้าใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็ก ๆ และมีจำนวนมากจะให้ผลการวิเคราะห์ถูกต้องแม่นยำกว่าเอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่และจำนวนน้อย แต่จะใช้เวลาในการวิเคราะห์มากกว่า



รูปที่ 3.3 เอลิเมนต์ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

#### 3.2.1 ชนิดเอลิเมนต์ของแบบจำลอง

การเลือกชนิดของเอลิเมนต์ที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์นั้น จะส่งผลต่อความถูกต้องในการคำนวณ และความแม่นยำในการจำลองสถานการณ์ต่าง ๆ ในที่นี้จะกล่าวเฉพาะฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สามมิติ ซึ่งเอลิเมนต์แบบสามมิติที่นิยมใช้กันมากในทางปฏิบัติมีอยู่สองแบบคือ เอลิเมนต์ทรงสี่หน้า (tetrahedral element) และเอลิเมนต์ทรงหกหน้า (hexahedral element)

การประดิษฐ์ฟังก์ชันการประมาณภายในของเอลิเมนต์ทรงสี่หน้าซึ่งประกอบด้วย 4 จุดต่อดังแสดงในรูปที่ 3.4 โดยมีหลักการสมมุติการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณให้อยู่ในรูปแบบ ดังนี้

$$\phi(x, y, z) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z \quad (3.1)$$

เมื่อ  $\alpha_i, i=1,2,3,4$  เป็นค่าคงตัวที่หาได้จากเงื่อนไขของค่าที่จุดต่อทั้งสี่ ซึ่งหลังจากทำการหาค่าคงที่ต่าง ๆ แล้ว สามารถเขียนลักษณะการกระจายของผลเฉลย โดยประมาณให้อยู่ในรูปของค่าจุดต่อ ดังนี้

$$\phi = N_1\phi_1 + N_2\phi_2 + N_3\phi_3 + N_4\phi_4 = \underset{(1 \times 4)}{[N]} \underset{(4 \times 1)}{\{\phi\}} \quad (3.2)$$

โดย  $N_i, i=1,2,3,4$  คือ ฟังก์ชันการประมาณภายใน ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบนี้

$$N_i = \frac{1}{6V} (a_i + b_1x + c_1y + d_1z) \quad (3.3)$$

ในที่นี้

$$V = \text{ปริมาตรเอลิเมนต์} = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (3.4)$$

$$a_1 = \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad c_1 = - \begin{vmatrix} x_2 & 1 & z_2 \\ x_3 & 1 & z_3 \\ x_4 & 1 & z_4 \end{vmatrix}$$

$$b_1 = - \begin{vmatrix} 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_3 & z_3 \\ 1 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad d_1 = - \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

และค่าคงที่ตัวอื่น ๆ  $a_i, b_i, c_i, d_i, i=2,3,4$  ก็มีลักษณะเช่นเดียวกันกับสมการ ซึ่งสามารถเขียนขึ้นได้โดยวิธีการวนสลับเปลี่ยนตัวเลข (Cyclic permutation)

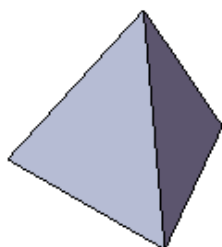
ส่วนเอลิเมนต์ทรงหกหน้าซึ่งประกอบด้วย จุดต่อ 8 จุดต่อ ใช้หลักการเช่นเดียวกันกับเอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยมด้าน รูปรางลักษณะของเอลิเมนต์ทรงหกหน้าดังแสดงในรูปที่ 3.4 โดยปกติจะไม่มีหน้าคู่ใดที่ขนานกัน ก่อให้เกิดความยากลำบากในการหาเอลิเมนต์เมทริกซ์ต่าง ๆ เพราะต้อง

อินทิเกรตบนปริมาตรทั้งหมดของเอลิเมนต์ การกระจายของผลเฉลยโดยประมาณในเอลิเมนต์นี้ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบดังนี้

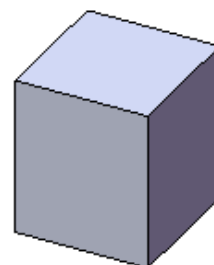
$$\phi = \sum_{i=1}^8 N_i \phi_i = \underset{(1 \times 8)}{[N]} \underset{(8 \times 1)}{\{\phi\}} \quad (3.6)$$

โดย  $\phi_i, i = 1$  ถึง 8 คือ ค่าที่จุดต่อทั้งแปด  $N_i, i = 1$  ถึง 8 คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ ซึ่งสามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta) & N_5 &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1+\zeta) \\ N_2 &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1-\zeta) & N_6 &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1+\zeta) \\ N_3 &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1-\zeta) & N_7 &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1+\zeta) \\ N_4 &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1-\zeta) & N_8 &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1+\zeta) \end{aligned} \quad (3.7)$$



(ก)

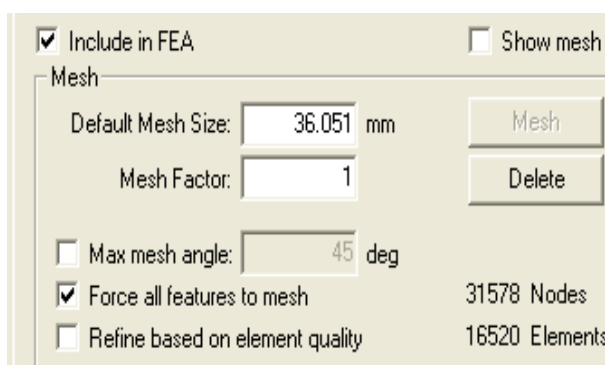
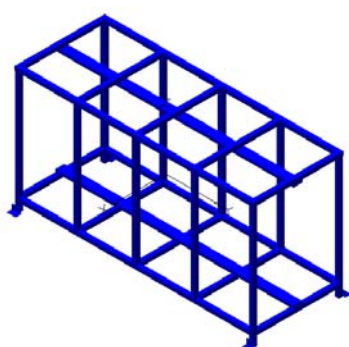


(ข)

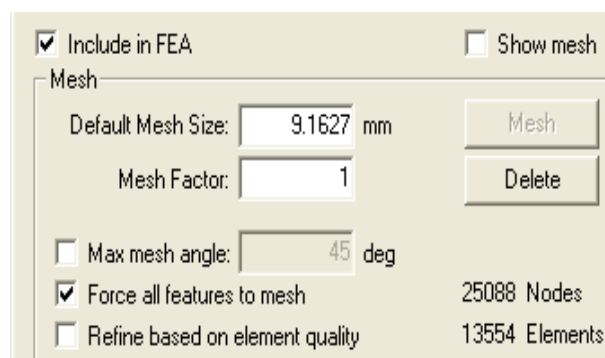
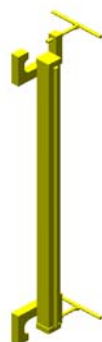
รูปที่ 3.4 แสดงเอลิเมนต์ทรงสี่หน้า (ก) และเอลิเมนต์ทรงหกหน้า (ข) ในสามมิติ

### 3.2.2 ขนาดเอลิเมนต์ของแบบจำลอง

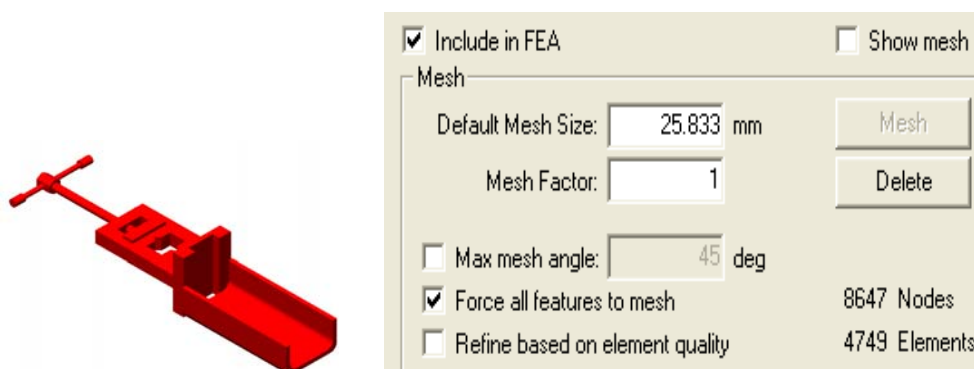
อย่างที่กล่าวแล้วว่า ถ้าใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็ก ๆ และมีจำนวนมากจะให้ผลการวิเคราะห์ถูกต้องแม่นยำกว่าเอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่และจำนวนน้อย แต่ขนาดเอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็ก จะใช้เวลาในการวิเคราะห์มากกว่าเอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่ ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ทำการใช้โปรแกรม MSC. VisualNastran4D ช่วยวิเคราะห์หาจำนวนและขนาดเอลิเมนต์ที่เหมาะสม ดังรูปที่ 3.5 จะแสดงการแบ่งเอลิเมนต์ในชิ้นส่วนต่าง ๆ ดังนี้



(ก) เอลิเมนต์ของ Box



(ข) เอลิเมนต์ของ X-axes



(ค) เอลิเมนต์ของ Y-axes

### รูปที่ 3.5 จำนวนเอลิเมนต์ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

พิจารณาจากรูปที่ 3.5 จะแสดงการแบ่งเอลิเมนต์ในชิ้นส่วนต่าง ๆ โดยรูปที่ 3.5 (ก) เป็นชิ้นส่วนโครงของ Vertical Cartesian Robot จะแบ่งเอลิเมนต์ออกเป็นจำนวน 16520 เอลิเมนต์ 31578 จุดต่อ และมีขนาดเอลิเมนต์ 36.051 มิลลิเมตร รูปที่ 3.5 (ข) เป็นชิ้นส่วนแขนกลของ Vertical Cartesian Robot ในแนวแกน X จะแบ่งเอลิเมนต์ออกเป็นจำนวน 13550 เอลิเมนต์ 25088 จุดต่อ และมีขนาดเอลิเมนต์ 9.1627 มิลลิเมตร รูปที่ 3.5 (ค) เป็นชิ้นส่วนแขนกลของ Vertical Cartesian Robot ในแนวแกน Y จะแบ่งเอลิเมนต์ออกเป็นจำนวน 4749 เอลิเมนต์ 8647 จุดต่อ และมีขนาดเอลิเมนต์ 25.833 มิลลิเมตร

### 3.3 ฟังก์ชันการจัดและฟังก์ชันการสันสะท้อน

สำหรับปัญหาในทางปฏิบัติโดยทั่วไป แรงภายนอกที่มากระทำต่อวัตถุนั้น โดยปกติจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ก่อให้เกิดการเคลื่อนที่และความเค้นในวัตถุที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา การศึกษาและวิเคราะห์ปัญหาที่ขึ้นอยู่กับเวลาโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในภาพรวมเราจะพบว่า การแก้ปัญหาไม่แตกต่างกันไปจากปัญหาที่วัตถุอยู่ภายใต้ภาวะอยู่ตัวมากนัก สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ต่าง ๆ จึงมีลักษณะที่คล้ายกัน

สมการพื้นฐานไฟไนต์เอลิเมนต์ เมื่อวัตถุแรงที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลามากระทำ จะก่อให้เกิดแรงเพิ่มขึ้นอีก 2 แรง ซึ่งก็คือ แรงเฉื่อย (inertia force) ซึ่งแปรผันกับความเร่ง (acceleration) และแรงหน่วง (damping force) ซึ่งแปรผันกับความเร็ว (velocity) ของวัตถุนั้น แรงทั้งสองนี้จะมีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศของการเคลื่อนที่ และเนื่องมาจากหลักการของดาลอง



แบบต์ (D'Alembert principle) แรงทั้งสองนี้อาจเปรียบได้กับแรงวัตถุ (body force) นั่นคือแรงเฉื่อยสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแรงวัตถุได้ ดังนี้

$$\{F\} = -\rho \{\ddot{\delta}\} = -\rho \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

โดย  $\rho$  แทนความหนาแน่นมวล (mass density) ส่วนเครื่องหมายลบระบุว่าแรงนั้นมีทิศทางตรงกันข้ามกับการเคลื่อนตัว ในทำนองเดียวกัน แรงหน่วงสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแรงวัตถุได้เช่นกันคือ

$$\{F\} = -c \{\dot{\delta}\} = -c \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

เมื่อมีแรงสองแรงนี้เพิ่มขึ้นมาจากการเคลื่อนตัวของวัตถุ โหลดเวกเตอร์เนื่องจากแรงวัตถุในสมการที่ (3.9) ของสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ทั่ว ๆ ไป เช่น เอลิเมนต์ทรงหกหน้าในสามมิติที่ประกอบด้วย 24 จุดต่อจึงกลายเป็น

$$\{F_B\}_{(24 \times 1)} = \int_v [N]_{(24 \times 3)}^T \left( \{F\}_{(3 \times 1)} - \rho \{\ddot{\delta}\}_{(3 \times 1)} - c \{\dot{\delta}\}_{(3 \times 1)} \right) dV \quad (3.10)$$

แล้วเขียนเวกเตอร์ของความเร่งและความเร็วในทิศทางต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปแบบของความเร่งและความเร็วที่จุดต่อของเอลิเมนต์ จากนั้นทำการจัดสมการ จะได้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ดังนี้

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix}_{(24 \times 24)} \begin{Bmatrix} \ddot{\delta} \end{Bmatrix}_{(24 \times 1)} + \begin{bmatrix} C \end{bmatrix}_{(24 \times 24)} \begin{Bmatrix} \dot{\delta} \end{Bmatrix}_{(24 \times 1)} + \begin{bmatrix} K \end{bmatrix}_{(24 \times 24)} \begin{Bmatrix} \delta \end{Bmatrix}_{(24 \times 1)} = \{F_B\}_{(24 \times 1)} \quad (3.11)$$

$$\text{โดย } [M] = \int \rho [N]^T [N] dV \quad (3.12)$$

$(24 \times 24)$        $(24 \times 3)$        $(3 \times 24)$

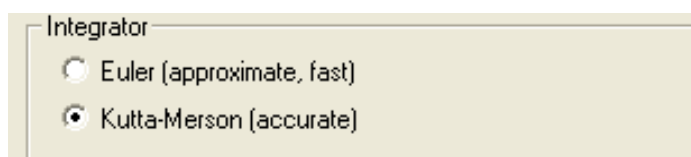
เรียกว่าเอลิเมนต์เมทริกซ์มวล และ

$$[C] = \int c [N]^T [N] dV \quad (3.13)$$

$(24 \times 24)$        $(24 \times 3)$        $(3 \times 24)$

เรียกว่าเอลิเมนต์เมทริกซ์ของความหน่วง และ  $[K]$  เรียกว่าเอลิเมนต์เมทริกซ์ของความแข็งเกร็งโดยสมการ (3.12) และ (3.13) แสดงเอลิเมนต์เมทริกซ์มวลและเอลิเมนต์เมทริกซ์ของความหน่วงในรูปแบบทั่วไป เช่น มีขนาด  $24 \times 24$  สำหรับเอลิเมนต์สามมิติทรงหกหน้าที่ประกอบด้วยแปดจุดต่อ เอลิเมนต์เมทริกซ์ทั้งสองนี้อยู่ในรูปแบบเดียวกัน และไม่ว่าเอลิเมนต์จะอยู่ในรูปแบบใดเช่นรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าในสองมิติหรือทรงสี่หน้าในสามมิติเราสามารถประดิษฐ์เอลิเมนต์เมทริกซ์เหล่านี้ขึ้นได้โดยตรง โดยไม่ต้องใช้การอินทิเกรตแบบเชิงเลข ซึ่งเรียกว่าเมทริกซ์มวลแบบแนบเนียน (consistent mass matrix) ซึ่งประดิษฐ์ขึ้นจากการใช้สมการ(3.13) ของเอลิเมนต์เมทริกซ์มวลโดยตรง เมทริกซ์มวลแบบแนบเนียนนี้เป็นเมทริกซ์เต็ม (full matrix) กล่าวคือ สัมประสิทธิ์ทุก ๆ ตัวในเมทริกซ์นี้ต่างมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ซึ่งหมายความว่าสมการย่อยต่าง ๆ ของสมการ (3.11) ไฟไนต์ เอลิเมนต์นั้นจะเกี่ยวข้องและสัมพันธ์กัน (coupled equations) เป็นผลให้การแก้สมการระบบรวมเพื่อหาผลลัพธ์จำเป็นต้องใช้เวลาในการคำนวณมาก การแก้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อคำนวณหาการเคลื่อนตัวที่แปรผันไปตามเวลาสามารถทำได้หลายวิธี โดยประสิทธิภาพของวิธีต่าง ๆ จะมากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับลักษณะชนิดของปัญหา

ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ทำการวิเคราะห์หาความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่น โดยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D ด้วยระเบียบวิธี Runge Kutta-Merson (accurate) ในการคำนวณ ดังแสดงในรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 การเลือกระเบียบวิธีในการวิเคราะห์ของโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

### 3.4 การกำหนดคุณสมบัติเชิงกล

แบบจำลองของหุ่นยนต์ Vertical Cartesian ประกอบไปด้วยชิ้นส่วนย่อย ๆ จำนวนมาก ซึ่งชิ้นส่วนต่าง ๆ จะถูกสร้างจากเหล็ก โดยเหล็กที่ใช้จะเป็น Steel-ANSI C1020 ซึ่งมีคุณสมบัติเชิงกลดังนี้

ตารางที่ 3.1 คุณสมบัติเชิงกลของ Steel-ANSI C1020

| Material Property       | Value       | Units              |
|-------------------------|-------------|--------------------|
| Mass Density            | 7.85e-6     | Kg/mm <sup>3</sup> |
| Elastic Modulus         | 1.9993 e+11 | Pa                 |
| Poisson's Ratio         | 0.29        |                    |
| Yield Stress            | 3.3093e+8   | Pa                 |
| Ultimate Tensile Stress | 4.4814e+8   | Pa                 |

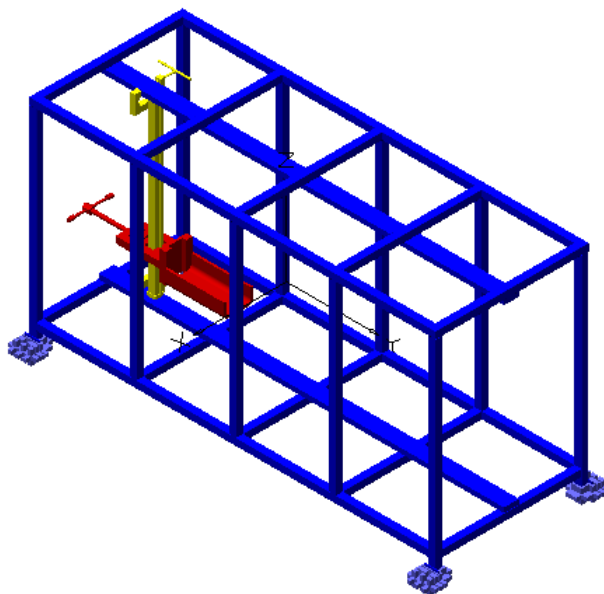
แบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian ประกอบไปด้วยชิ้นส่วนหลัก คือชิ้นส่วนของโครงสร้างมีน้ำหนัก 14.5 กิโลกรัม ชิ้นส่วนแกนกลแกน X มีน้ำหนัก 0.9 กิโลกรัม และชิ้นส่วนแกนกลแกน Y มีน้ำหนัก 2.1 กิโลกรัม

### 3.5 การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต

เงื่อนไขขอบ (Boundary Condition) ของเอลิเมนต์ในระบบพลวัต จำแนกออกได้เป็นสองประเภทคือ เงื่อนไขในรูปแบบของแรง และเงื่อนไขในรูปแบบของการกระจัด ซึ่งในงานวิจัยนี้กำหนดให้ไม่มีแรงภายนอกกระทำกับแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian จึงมีเฉพาะเงื่อนไขในรูปแบบของการกระจัด การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตต่าง ๆ แสดงได้ดังนี้

#### 3.5.1 เงื่อนไขเริ่มต้นและจุดรองรับของระบบ

การทดลองได้มีการกำหนดให้แบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian นั้นไม่มีการเคลื่อนที่ ดังนั้นจึงกำหนดให้จุดรองรับถูกยึดติดกับพื้น (Fixed) ดังแสดงในรูปแบบ



รูปที่ 3.7 จูกรองรับของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian

### 3.5.2 เงื่อนไขผิวสัมผัสระหว่างชิ้นงาน

การศึกษาและวิเคราะห์แบบจำลอง Vertical Cartesian Robot เป็นลักษณะสถิตศาสตร์ และพิจารณาเป็นวัตถุแข็งเกร็ง (Rigid Body) จึงกำหนดเงื่อนไขผิวสัมผัสระหว่างชิ้นงานเป็นเนื้อเดียวกัน (Rigidly join bodies together)

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

การศึกษาและวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นนอกจากจะทำความเข้าใจในทางทฤษฎีและขั้นตอนการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ตลอดจนขบวนการอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องแล้ว การทำความเข้าใจในการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นมีความจำเป็นที่ต้องศึกษาควบคู่กันไปด้วย เพราะปัญหาในทางปฏิบัติมีรูปร่างลักษณะซับซ้อนและต้องการเอลิเมนต์เป็นจำนวนมาก

บทนี้จึงได้นำเสนอการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งโปรแกรมที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์นั้นคือ MSC. VisualNastran4D โดยจะทำการวิเคราะห์ปัญหาการสั่นสะเทือนและรูปร่างการสั่นสะเทือนและยังได้นำเสนอในลักษณะกราฟิกเพื่อใช้ในการตรวจสอบรูปร่างแบบจำลองของไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้สร้างขึ้นมาและแสดงผลที่ได้จากการคำนวณจากโปรแกรมทางไฟไนต์เอลิเมนต์

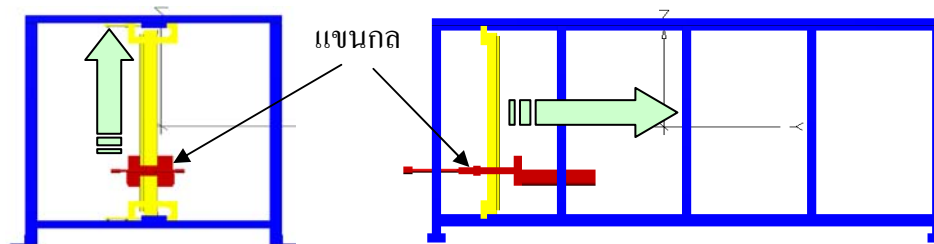
#### 4.1 ขั้นตอนการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

การวิเคราะห์ปัญหาการสั่นสะเทือนและรูปร่างการสั่นสะเทือนนั้น เราจำเป็นต้องทราบขั้นตอนการประดิษฐ์และวิเคราะห์ปัญหาเสียก่อน โดยมีขั้นตอนการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ดังนี้

1. การสร้างชิ้นส่วนต่าง ๆ ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot โดยใช้โปรแกรม Solid work 2006 ดังแสดงในรูปที่ 3.2 ส่วนขนาดต่าง ๆ แสดงในภาคผนวก ก.
2. การวิเคราะห์แบบจำลอง Vertical Cartesian Robot ที่สร้างด้วยโปรแกรม Solid work 2006 โดยทางระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D
3. การกำหนดคุณสมบัติชิ้นส่วนต่าง ๆ ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot และกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของระบบโดยรายละเอียดการกำหนดค่าต่าง ๆ แสดงในภาคผนวก ค.
4. การวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot โดยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D
5. การวิเคราะห์ข้อมูล และสรุปผลลัพธ์ที่ได้

#### 4.2 ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

การวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D นั้นจะทำการวิเคราะห์ทั้งหมด 10 โหมดของแต่ละตำแหน่ง โดยแสดงการเปลี่ยนตำแหน่งต่าง ๆ ดังนี้



(ก) ตำแหน่งตามแนวแกน Z

(ข) ตำแหน่งตามแนวแกน Y

รูปที่ 4.1 ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot ที่ใช้  
ในการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D

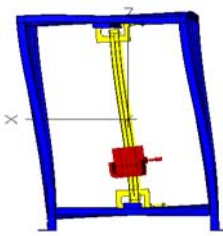
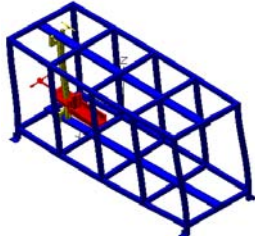
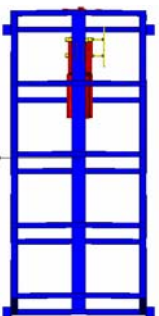
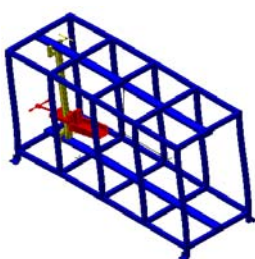
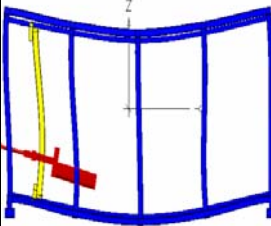
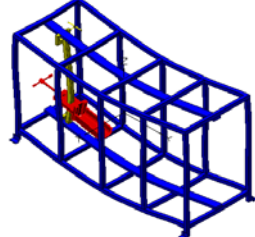
การแบ่งกลุ่มวิเคราะห์จะมีการจัดประเภทการเก็บข้อมูลของการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ในแกน Z เป็นหลัก ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 4 ประเภทดังนี้

1. ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตรตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ
2. ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตรตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ
3. ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตรตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ
4. ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตรตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

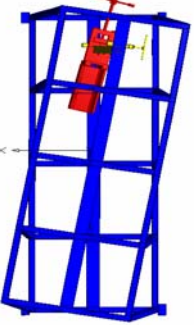
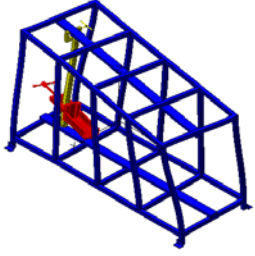
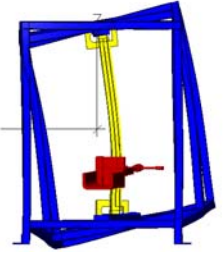
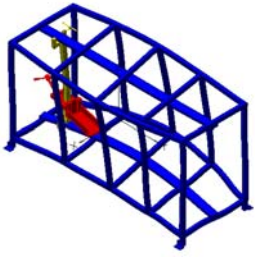
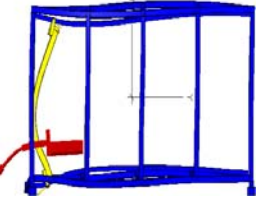
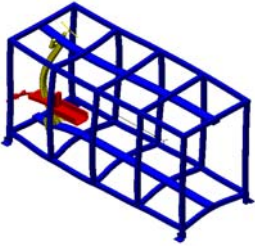
### 4.3 รูปร่างการสั่นของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

เนื่องจากรูปร่างการสั่นนั้นมีทิศทางการสั่นที่แน่นอน จึงมีชื่อเรียกเฉพาะของทิศทางการสั่นนั้น ๆ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงใช้สัญลักษณ์แทนรูปร่างการสั่นต่าง ๆ เพื่อสะดวกในการวิเคราะห์เปรียบเทียบต่อไป

ตารางที่ 4.1 รูปร่างการสั่นของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

| ทิศทาง<br>การสั่น | ชื่อเรียก                 | รูปร่างการสั่น  |  | สัญลักษณ์                              |
|-------------------|---------------------------|---|--|--|
|                   |                           | รูปด้านบน/หน้า/ข้าง   | รูปด้านสามมิติ   |  |
| X                 | Transverse<br>Vibration   |   |   | โหมด 1 Tr1<br>โหมด 2 Tr2<br>โหมด 3 Tr3 |
| Y                 | Longitudinal<br>Vibration |  |  | โหมด 1 Lo1<br>โหมด 2 Lo2<br>โหมด 3 Lo3 |
| Z                 | Bending<br>Vibration      |  |  | โหมด 1 Be1<br>โหมด 2 Be2<br>โหมด 3 Be3 |

ตารางที่ 4.1 รูปร่างการสั่นของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot (ต่อ)

| ทิศทาง<br>การสั่น | ชื่อเรียก                                      | รูปร่างการสั่น  |  | สัญลักษณ์                              |
|-------------------|--|---|--|--|
|                   |  | รูปด้านบน/หน้า/ข้าง   | รูปด้านสามมิติ   |  |
| X,Y               | Transverse<br>and<br>Longitudinal<br>Vibration |    |    | โหมด 1 T11<br>โหมด 2 T12<br>โหมด 3 T13 |
| X,Z               | Torsional<br>Vibration                         |   |   | โหมด 1 To1<br>โหมด 2 To2<br>โหมด 3 To3 |
| Y,Z               | Lateral<br>Vibration                           |  |  | โหมด 1 La1<br>โหมด 2 La2<br>โหมด 3 La3 |

จากตาราง 4.1 แสดงรูปร่างการสั่นที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน พร้อมภาพประกอบชื่อเรียกเฉพาะรวมถึงสัญลักษณ์ย่อ



#### 4.4 ผลการวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

การวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D จะแสดงผลวิเคราะห์เป็นสองส่วน คือ ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่น ดังนี้

##### 4.4.1 ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ในแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

1. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ ดังนี้

ตารางที่ 4.2 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 10 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 41.52 | 51.67 | 59.23 | 63.60 | 75.23 | 94.13 | 155.19 | 158.21 | 182.51 | 186.87 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tr2   | Tl1   | Be1   | Be2   | To1    | Be3    | To2    | La1    |

2. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ ดังนี้

ตารางที่ 4.3 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 20 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 42.65 | 51.81 | 63.60 | 70.89 | 106.72 | 133.80 | 150.25 | 172.67 | 183.07 | 202.86 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | Be2    | Tr2    | Be3    | To1    | La1    | La2    |

3. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ ดังนี้

ตารางที่ 4.4 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 30 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 40.47 | 51.85 | 61.27 | 66.30 | 75.29 | 115.54 | 143.25 | 151.70 | 184.85 | 189.72 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | Lo2   | Be2    | To1    | Be3    | To2    | La1    |

4. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ ดังนี้

ตารางที่ 4.5 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 40 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 41.87 | 52.29 | 61.13 | 62.31 | 117.93 | 119.18 | 159.73 | 179.92 | 194.77 | 213.69 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | Be2    | Tr2    | Be3    | To1    | La1    | To2    |

5. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 50 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ ดังนี้

ตารางที่ 4.6 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 50 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 39.81 | 52.49 | 60.59 | 60.78 | 75.43 | 117.02 | 135.66 | 170.32 | 191.58 | 193.31 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Be1   | Tl1   | Tr2   | Be2    | To1    | Be3    | To2    | La1    |

6. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 60 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ ดังนี้

ตารางที่ 4.7 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 60 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 39.78 | 52.70 | 60.74 | 61.25 | 75.74 | 115.73 | 134.63 | 170.99 | 187.73 | 188.96 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | Tr2   | Be2    | To1    | Be3    | To2    | La1    |

7. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 70 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ ดังนี้

ตารางที่ 4.8 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 70 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 40.21 | 52.58 | 60.88 | 64.76 | 76.49 | 113.21 | 138.00 | 157.21 | 184.91 | 189.40 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | Tr2   | Be2    | To1    | Be3    | To2    | La1    |

8. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 80 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ ดังนี้

ตารางที่ 4.9 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 80 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 40.92 | 52.31 | 61.62 | 69.73 | 77.43 | 110.67 | 144.47 | 149.58 | 184.25 | 192.42 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Tl2   | Be1   | Be2    | To1    | Be3    | To2    | La1    |

9. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 90 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ ดังนี้

ตารางที่ 4.10 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 90 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 42.70 | 52.14 | 65.35 | 75.19 | 104.30 | 143.34 | 148.23 | 168.86 | 192.05 | 197.80 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Tl2   | Be1    | Be2    | To1    | Be3    | To2    | La1    |

10. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 100 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ ดังนี้

ตารางที่ 4.11 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 100 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 43.22 | 51.69 | 70.04 | 76.90 | 109.64 | 156.34 | 159.22 | 175.77 | 185.15 | 190.42 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | Be2    | To1    | Be3    | To1    | To3    | La1    |

#### 4.4.2 ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตร ในแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

1. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.12 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 20 เซนติเมตร และ Y = 10 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 40.68 | 50.48 | 57.96 | 64.16 | 76.40 | 111.27 | 129.39 | 153.94 | 160.54 | 167.78 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Tl2   | Be1   | Be2    | La1    | To1    | Be3    | To2    |

2. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.13 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 20$  เซนติเมตร และ  $Y = 20$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 41.94 | 50.57 | 62.08 | 72.14 | 110.22 | 119.86 | 128.37 | 152.72 | 159.27 | 191.45 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | Be2    | To1    | La1    | Be3    | To1    | To2    |

3. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.14 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 20$  เซนติเมตร และ  $Y = 30$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 39.31 | 50.57 | 59.91 | 61.31 | 67.22 | 113.67 | 128.20 | 142.43 | 156.52 | 178.12 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Tl2   | Be1   | Be2    | La1    | Tr2    | Be3    | To2    |

4. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.15 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 20$  เซนติเมตร และ  $Y = 40$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 38.39 | 50.52 | 58.17 | 60.85 | 61.70 | 111.60 | 120.92 | 131.55 | 168.87 | 172.32 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Tl2   | Be1   | Be2    | La1    | To1    | Be3    | To2    |

5. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 50 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.16 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 20$  เซนติเมตร และ  $Y = 50$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 41.57 | 51.26 | 60.79 | 60.99 | 119.74 | 126.37 | 129.59 | 170.19 | 180.27 | 216.01 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Be1   | Tl1   | To1    | La1    | To2    | To3    | Be2    | To4    |

6. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 60 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.17 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 20$  เซนติเมตร และ  $Y = 60$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 41.46 | 51.49 | 61.05 | 61.09 | 116.71 | 127.79 | 131.26 | 167.27 | 170.86 | 207.94 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | To1    | La1    | La2    | La3    | Be2    | To4    |

7. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 70 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.18 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 20$  เซนติเมตร และ  $Y = 70$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 39.12 | 51.30 | 56.81 | 63.77 | 64.84 | 118.38 | 127.51 | 138.06 | 156.64 | 176.68 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | Tl2   | Be2    | La1    | To1    | Be3    | To2    |

8. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 80 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.19 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแขนกล  $Z = 20$  เซนติเมตร และ  $Y = 80$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 39.66 | 50.63 | 60.00 | 70.34 | 92.56 | 141.35 | 148.74 | 167.64 | 182.98 | 190.06 |
| $\Theta$   | Tr1   | Lo1   | T11   | Be1   | T12   | Be2    | To1    | La1    | Be3    | To2    |

9. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 90 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.20 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแขนกล  $Z = 20$  เซนติเมตร และ  $Y = 90$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 40.53 | 50.91 | 56.18 | 68.17 | 74.00 | 111.25 | 128.16 | 149.40 | 164.30 | 169.46 |
| $\Theta$   | Tr1   | Lo1   | T11   | T12   | Be1   | Be2    | La1    | To1    | Be3    | To2    |

10. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 100 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.21 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแขนกล  $Z = 20$  เซนติเมตร และ  $Y = 100$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 41.93 | 50.41 | 55.87 | 69.23 | 76.52 | 110.36 | 121.39 | 156.23 | 174.61 | 176.44 |
| $\Theta$   | Tr1   | Lo1   | T11   | T12   | Be1   | Be2    | La1    | To1    | To2    | Be3    |

#### 4.4.3 ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร ในแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

1. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.22 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 10 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 38.69 | 48.66 | 54.01 | 61.33 | 76.59 | 99.81 | 150.13 | 155.86 | 170.67 | 182.49 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Tl2   | Be1   | Be2   | La1    | To1    | La2    | To2    |

2. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.23 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 20 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 37.91 | 48.71 | 55.33 | 60.32 | 72.08 | 98.66 | 144.29 | 153.24 | 169.22 | 188.95 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Tl2   | Be1   | Be2   | La1    | To1    | La2    | To2    |

3. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.24 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 30 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 37.34 | 48.78 | 56.07 | 60.05 | 66.96 | 100.76 | 149.10 | 150.01 | 170.38 | 191.64 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Tl2   | Be1   | Be2    | La1    | To1    | La2    | To2    |



4. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.25 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 40 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 36.76 | 49.10 | 55.60 | 60.86 | 62.35 | 102.42 | 145.80 | 159.46 | 173.93 | 183.58 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Tl2   | Be1   | Be2    | To1    | La1    | La2    | To2    |

5. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 50 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.26 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 50 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 36.77 | 49.21 | 54.84 | 60.27 | 62.19 | 103.62 | 145.50 | 163.76 | 179.29 | 192.56 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | Tl2   | Be2    | To1    | La1    | La2    | To2    |

6. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 60 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.27 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 60 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 36.74 | 49.37 | 53.65 | 60.57 | 63.46 | 105.01 | 144.72 | 164.56 | 170.83 | 184.93 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | Tl2   | Be2    | To1    | La1    | La2    | To2    |

7. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 70 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.28 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 30$  เซนติเมตร และ  $Y = 70$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 37.16 | 49.29 | 52.44 | 63.35 | 64.61 | 104.43 | 147.49 | 151.99 | 167.94 | 186.66 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | Tl2   | Be2    | To1    | La1    | La2    | To2    |

8. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 80 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.29 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 30$  เซนติเมตร และ  $Y = 80$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 37.92 | 49.07 | 51.34 | 65.59 | 68.06 | 102.94 | 145.96 | 151.71 | 168.93 | 191.02 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Tl2   | Be1   | Be2    | La1    | To1    | La2    | To2    |

9. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 90 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.30 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 30$  เซนติเมตร และ  $Y = 90$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 38.54 | 48.96 | 49.98 | 66.41 | 73.58 | 99.44 | 150.72 | 154.46 | 171.64 | 182.79 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Tl2   | Be1   | Be2   | La1    | To1    | La2    | To2    |

10. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 100 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.31 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแขนกล Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 100 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 40.33 | 48.53 | 49.05 | 68.05 | 76.51 | 96.82 | 154.70 | 156.55 | 177.97 | 181.72 |
| $\Theta$   | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Tl2   | Be1   | Be2   | La1    | To1    | La2    | To2    |

#### 4.4.4 ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตร ในแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแขนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

1. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.32 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแขนกล Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 10 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 37.61 | 46.75 | 56.58 | 75.97 | 91.26 | 104.17 | 156.21 | 158.29 | 184.93 | 209.61 |
| $\Theta$   | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | La1   | To1    | To2    | Be2    | To3    | To4    |

2. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.33 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแขนกล Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 20 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 36.79 | 46.84 | 58.23 | 70.81 | 91.60 | 103.68 | 149.13 | 154.99 | 189.66 | 214.36 |
| $\Theta$   | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | La1   | To1    | Be2    | To2    | To3    | To4    |

3. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.34 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 40$  เซนติเมตร และ  $Y = 30$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 36.24 | 46.92 | 59.50 | 65.71 | 93.26 | 104.28 | 152.95 | 153.32 | 194.35 | 220.94 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | La1   | To1    | To2    | To3    | To4    | To5    |

4. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.35 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 40$  เซนติเมตร และ  $Y = 40$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 35.69 | 47.18 | 60.11 | 61.42 | 94.16 | 104.18 | 151.69 | 165.80 | 197.71 | 230.11 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | La1   | To1    | To2    | Be2    | To3    | To4    |

5. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 50 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.36 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 40$  เซนติเมตร และ  $Y = 50$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 35.66 | 47.25 | 59.68 | 59.87 | 95.60 | 105.53 | 151.00 | 177.55 | 205.25 | 238.79 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Be1   | Tl1   | La1   | To1    | To2    | Be2    | To3    | To4    |

6. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 60 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.37 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 40$  เซนติเมตร และ  $Y = 60$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 35.61 | 47.35 | 58.72 | 60.20 | 96.63 | 106.74 | 151.15 | 171.02 | 199.95 | 232.93 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | La1   | To1    | To2    | Be2    | To3    | To4    |

7. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 70 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.38 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 40$  เซนติเมตร และ  $Y = 70$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 35.97 | 47.28 | 57.02 | 63.23 | 96.29 | 107.88 | 152.44 | 156.51 | 195.25 | 223.07 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | La1   | To1    | To2    | Be2    | To3    | To4    |

8. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 80 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.39 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 40$  เซนติเมตร และ  $Y = 80$  เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 36.65 | 47.08 | 55.14 | 67.97 | 95.03 | 110.11 | 150.45 | 154.31 | 192.21 | 216.11 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | La1   | To1    | To2    | Be2    | To3    | To4    |

9. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 90 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.40 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D  
ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 90 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 37.23 | 46.99 | 53.07 | 73.76 | 92.00 | 110.52 | 155.66 | 155.77 | 186.33 | 210.64 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | La1   | To1    | Be2    | To2    | To3    | To4    |

10. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 100 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.41 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D  
ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 100 เซนติเมตร

| โหมดที่    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega_n$ | 39.10 | 46.65 | 51.54 | 76.68 | 90.25 | 111.39 | 156.53 | 171.42 | 183.63 | 206.66 |
| $\ominus$  | Tr1   | Lo1   | Tl1   | Be1   | La1   | To1    | To2    | Be2    | To3    | To4    |

### 4.3 สรุปผลวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

สามารถสรุปผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D ของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะต่าง ๆ ได้ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D ที่ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

ตารางที่ 4.42 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ

| โหมดที่ | ความถี่ธรรมชาติ (Hz) ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|         | 10  | 20     | 30     | 40     | 50     | 60     | 70     | 80     | 90     | 100    |
| 1       | 41.52   | 42.65  | 40.47  | 41.87  | 39.81  | 39.78  | 40.21  | 40.92  | 42.70  | 43.22  |
| 2       | 51.67   | 51.81  | 51.85  | 52.29  | 52.49  | 52.70  | 52.58  | 52.31  | 52.14  | 51.69  |
| 3       | 59.23   | 63.60  | 61.27  | 61.13  | 60.59  | 60.74  | 60.88  | 61.62  | 65.35  | 70.04  |
| 4       | 63.60   | 70.89  | 66.30  | 62.31  | 60.78  | 61.25  | 64.76  | 69.73  | 75.19  | 76.90  |
| 5       | 75.23   | 106.72 | 75.29  | 117.93 | 75.43  | 75.74  | 76.49  | 77.43  | 104.30 | 109.64 |
| 6       | 94.13   | 133.80 | 115.54 | 119.18 | 117.02 | 115.73 | 113.21 | 110.67 | 143.34 | 156.34 |
| 7       | 155.19  | 150.25 | 143.25 | 159.73 | 135.66 | 134.63 | 138.00 | 144.47 | 148.23 | 159.22 |
| 8       | 158.21  | 172.67 | 151.70 | 179.92 | 170.32 | 170.99 | 157.21 | 149.58 | 168.86 | 175.77 |
| 9       | 182.51  | 183.07 | 184.85 | 194.77 | 191.58 | 187.73 | 184.91 | 184.25 | 192.05 | 185.15 |
| 10      | 186.87  | 202.86 | 189.72 | 213.69 | 193.31 | 188.96 | 189.40 | 192.42 | 197.80 | 190.42 |

ตารางที่ 4.43 ผลการวิเคราะห์หารูปปร่างการสั่น ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ

| โหมดที่ | รูปปร่างการสั่น ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---------|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|         | 10   | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 |
| 1       | Tr1  | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 |
| 2       | Lo1  | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 |
| 3       | Tr2  | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Be1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 |
| 4       | Tl1  | Be1 | Be1 | Be1 | Tl1 | Be1 | Be1 | Tl2 | Tl2 | Be1 |

ตารางที่ 4.43 ผลการวิเคราะห์หารูปปร่างการสั่น ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 10 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ (ต่อ)

| โหมด<br>ที่ | รูปร่างการสั่น ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|             | 10  | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 |
| 5           | Be1   | Be2 | Lo2 | Be2 | Tr2 | Tr2 | Tr2 | Be1 | Be1 | Be2 |
| 6           | Be2   | Tr2 | Be2 | Tr2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | To1 |
| 7           | To1   | Be3 | To1 | Be3 | To1 | To1 | To1 | To1 | To1 | Be3 |
| 8           | Be3   | To1 | Be3 | To1 | Be3 | Be3 | Be3 | Be3 | Be3 | To1 |
| 9           | To2   | La1 | To2 | La1 | To2 | To2 | To2 | To2 | To2 | To3 |
| 10          | La1   | La2 | La1 | To2 | La1 | La1 | La1 | La1 | La1 | La1 |

2. ผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D ที่ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตร ตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

ตารางที่ 4.44 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 20 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ

| โหมด<br>ที่ | ความถี่ธรรมชาติ (Hz) ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|             | 10  | 20     | 30     | 40     | 50     | 60     | 70     | 80     | 90     | 100    |
| 1           | 40.68   | 41.94  | 39.31  | 38.39  | 41.57  | 41.46  | 39.12  | 39.66  | 40.53  | 41.93  |
| 2           | 50.48   | 50.57  | 50.57  | 50.52  | 51.26  | 51.49  | 51.30  | 50.63  | 50.91  | 50.41  |
| 3           | 57.96   | 62.08  | 59.91  | 58.17  | 60.79  | 61.05  | 56.81  | 60.00  | 56.18  | 55.87  |
| 4           | 64.16   | 72.14  | 61.31  | 60.85  | 60.99  | 61.09  | 63.77  | 70.34  | 68.17  | 69.23  |
| 5           | 76.40   | 110.22 | 67.22  | 61.70  | 119.74 | 116.71 | 64.84  | 92.56  | 74.00  | 76.52  |
| 6           | 111.27  | 119.86 | 113.67 | 111.60 | 126.37 | 127.79 | 118.38 | 141.35 | 111.25 | 110.36 |
| 7           | 129.39  | 128.37 | 128.20 | 120.92 | 129.59 | 131.26 | 127.51 | 148.74 | 128.16 | 121.39 |
| 8           | 153.94  | 152.72 | 142.43 | 131.55 | 170.19 | 167.27 | 138.06 | 167.64 | 149.40 | 156.23 |
| 9           | 160.54  | 159.27 | 156.52 | 168.87 | 180.27 | 170.86 | 156.64 | 182.98 | 164.30 | 174.61 |
| 10          | 167.78  | 191.45 | 178.12 | 172.32 | 216.01 | 207.94 | 176.68 | 190.06 | 169.46 | 176.44 |



ตารางที่ 4.45 ผลการวิเคราะห์หารูปปร่างการสั่น ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 20 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ

| โหมด<br>ที่ | รูปปร่างการสั่น ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|             | 10   | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 |
| 1           | Tr1  | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 |
| 2           | Lo1  | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 |
| 3           | Tl1  | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Be1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 |
| 4           | Tl2  | Be1 | Tl2 | Tl2 | Tl1 | Be1 | Be1 | Be1 | Tl2 | Tl2 |
| 5           | Be1  | Be2 | Be1 | Be1 | To1 | To1 | Tl2 | Tl2 | Be1 | Be1 |
| 6           | Be2  | To1 | Be2 | Be2 | La1 | La1 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 |
| 7           | La1  | La1 | La1 | La1 | To2 | La2 | La1 | To1 | La1 | La1 |
| 8           | To1  | Be3 | Tr2 | To1 | To3 | La3 | To1 | La1 | To1 | To1 |
| 9           | Be3  | To1 | Be3 | Be3 | Be2 | Be2 | Be3 | Be3 | Be3 | To2 |
| 10          | To2  | To2 | To2 | To2 | To4 | To4 | To2 | To2 | To2 | Be3 |

3. ผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran4D ที่ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร ตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

ตารางที่ 4.46 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran 4D

ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 30 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ

| โหมด<br>ที่ | ความถี่ธรรมชาติ (Hz) ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|             | 10  | 20     | 30     | 40     | 50     | 60     | 70     | 80     | 90     | 100    |
| 1           | 38.69   | 37.91  | 37.34  | 36.76  | 36.77  | 36.74  | 37.16  | 37.92  | 38.54  | 40.33  |
| 2           | 48.66   | 48.71  | 48.78  | 49.10  | 49.21  | 49.37  | 49.29  | 49.07  | 48.96  | 48.53  |
| 3           | 54.01   | 55.33  | 56.07  | 55.60  | 54.84  | 53.65  | 52.44  | 51.34  | 49.98  | 49.05  |
| 4           | 61.33   | 60.32  | 60.05  | 60.86  | 60.27  | 60.57  | 63.35  | 65.59  | 66.41  | 68.05  |
| 5           | 76.59   | 72.08  | 66.96  | 62.35  | 62.19  | 63.46  | 64.61  | 68.06  | 73.58  | 76.51  |
| 6           | 99.81   | 98.66  | 100.76 | 102.42 | 103.62 | 105.01 | 104.43 | 102.94 | 99.44  | 96.82  |
| 7           | 150.13  | 144.29 | 149.10 | 145.80 | 145.50 | 144.72 | 147.49 | 145.96 | 150.72 | 154.70 |

ตารางที่ 4.46 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran 4D  
ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 30 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ (ต่อ)

| โหมด<br>ที่ | ความถี่ธรรมชาติ (Hz) ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|             | 10  | 20     | 30     | 40     | 50     | 60     | 70     | 80     | 90     | 100    |
| 8           | 155.86  | 153.24 | 150.01 | 159.46 | 163.76 | 164.56 | 151.99 | 151.71 | 154.46 | 156.55 |
| 9           | 170.67  | 169.22 | 170.38 | 173.93 | 179.29 | 170.83 | 167.94 | 168.93 | 171.64 | 177.97 |
| 10          | 182.49  | 188.95 | 191.64 | 183.58 | 192.56 | 184.93 | 186.66 | 191.02 | 182.79 | 181.72 |

ตารางที่ 4.47 ผลการวิเคราะห์หารูปปร่างการสั่น ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D  
ที่ตำแหน่งแกนกล Z = 30 เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ

| โหมด<br>ที่ | รูปปร่างการสั่น ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|             | 10   | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 |
| 1           | Tr1  | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 |
| 2           | Lo1  | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 |
| 3           | Tl1  | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 |
| 4           | Tl2  | Tl2 | Tl2 | Tl2 | Be1 | Be1 | Be1 | Tl2 | Tl2 | Tl2 |
| 5           | Be1  | Be1 | Be1 | Be1 | Tl2 | Tl2 | Tl2 | Be1 | Be1 | Be1 |
| 6           | Be2  | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 |
| 7           | La1  | La1 | La1 | To1 | To1 | To1 | To1 | La1 | La1 | La1 |
| 8           | To1  | To1 | To1 | La1 | La1 | La1 | La1 | To1 | To1 | To1 |
| 9           | La2  | La2 | La2 | La2 | La2 | La2 | La2 | La2 | La2 | La2 |
| 10          | To2  | To2 | To2 | To2 | To2 | To2 | To2 | To2 | To2 | To2 |

4. ผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran4D ที่ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตร ตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ



## บทที่ 5

### การทดลองและผลการทดลอง

การทดลองหาการสั่นสะเทือนของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian ที่มีขนาดความกว้าง 0.4 เมตร ความยาว 1.06 เมตร และความสูง 0.56 เมตร ซึ่งมีลักษณะการเคลื่อนที่เหมือนกับ Vertical Cartesian Robot โดยจะวิเคราะห์หาความถี่ธรรมชาติ (Natural frequency) และรูปร่างการสั่น (Mode shape) ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot โดยเทคนิคทางการวัด

ในบทที่ 4 เป็นผลที่ได้จากวิธีระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ซึ่งจะนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองวัดจริง โดยมีสมมุติฐานว่าแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot เป็นวัตถุแข็งเกร็ง (Rigid Body) และมีลักษณะการเคลื่อนที่ใน 3 แนวแกน

#### 5.1 อุปกรณ์การทดลองและการติดตั้ง

##### 5.1.1 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

1. แบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian มีขนาดความกว้าง 0.4 เมตร ความยาว 1.06 เมตร และความสูง 0.56 เมตร ซึ่งประกอบด้วย 3 ส่วนหลัก คือ โครงของ Vertical Cartesian Robot แขนกลของ Vertical Cartesian Robot ในแนวแกน X และ ในแนวแกน Y โดยขนาดของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian แสดงที่ภาคผนวก ก.



รูปที่ 5.1 แบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian

2. อุปกรณ์วัดการสั่นสะเทือน (Dynamic Signal Analyzer) ใช้สำหรับวัดการสั่นสะเทือนพร้อมบันทึกผล ที่ใช้ในการทดลองนี้เป็นของบริษัท Agilent Technologies รุ่น 35670A โดยรายละเอียดต่าง ๆ แสดงที่ภาคผนวก จ.



รูปที่ 5.2 Dynamic Signal Analyzer

3. คอมพิวเตอร์ 1 ชุด พร้อมระบบปฏิบัติการวินโดวส์ และโปรแกรม 35670A Data Viewer ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ใช้อ่านค่าต่างๆที่บันทึกจาก Dynamic Signal Analyzer

4. ค้อนยางเพื่อใช้สำหรับเคาะหาความถี่ธรรมชาติ



รูปที่ 5.3 ค้อนยาง

5. แผ่นดิสก์ที่ใช้สำหรับบันทึกผล

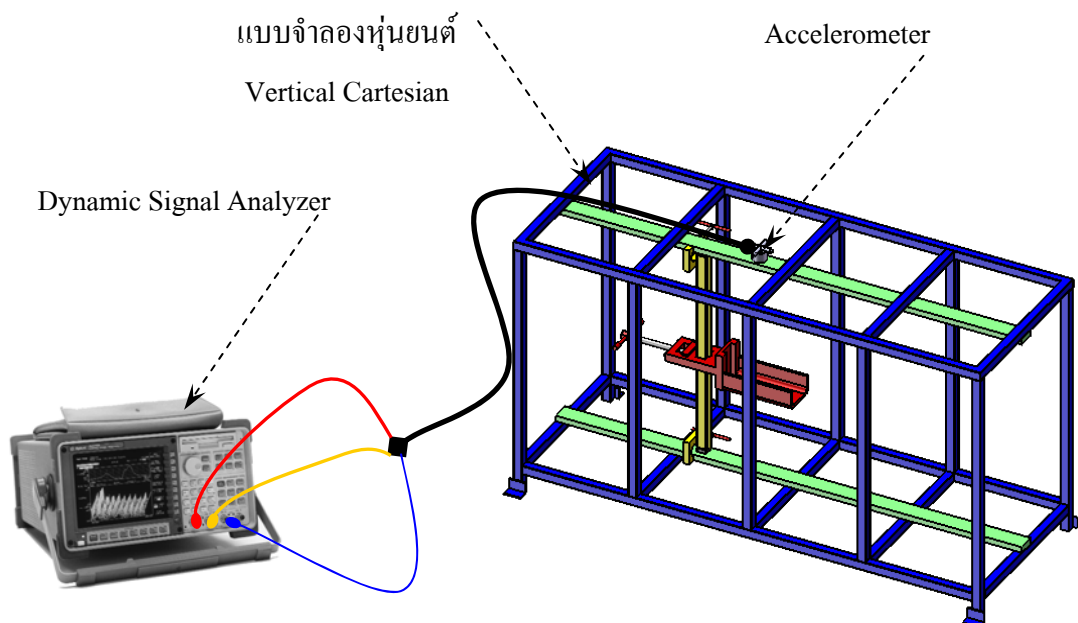
6. อุปกรณ์ตรวจวัดความเร่ง (Accelerometer Sensor) ใช้เป็นตัวตรวจวัดการสั่นของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian และอุปกรณ์ ที่ใช้ในการทดลองนี้เป็นของบริษัท Kistler รุ่น 8792A โดยสามารถวัดได้ในสามแกน (Triaxial Accelerometer) รายละเอียดของอุปกรณ์ตรวจจับความเร่งแสดงที่ภาคผนวก จ.



รูปที่ 5.4 อุปกรณ์ตรวจวัดความเร่ง

### 5.1.2 การติดตั้งอุปกรณ์ในการทดลอง

การติดตั้งอุปกรณ์การทดลอง ดังแสดงในรูปที่ 5.5 โดยติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดความเร่งไว้ที่คานาเพื่อนำสัญญาณที่วัดได้ไปวิเคราะห์ด้วย Dynamic Signal Analyzer ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและเก็บบันทึกผล แล้วจึงทำการปรับรู้งข้อมูลด้วยโปรแกรม 35670A Data Viewer ต่อไป



รูปที่ 5.5 ภาพวาดการติดตั้งอุปกรณ์ในงานทดลอง

## 5.2 การทดสอบการสั่นแบบอิมพัลส์

การทดสอบหาความถี่แบบอิมพัลส์ คือ การใช้แรงใด ๆ ก็ตามมากระทำในเวลาสั้น ๆ ซึ่งมักจะน้อยกว่าค่าคาบการสั่นธรรมชาติ หรือเรียกแรงนั้นว่า แรงกระแทก (Shock) โดยแรงกระแทกจะทำให้เกิดการขจัดสูงขึ้นมา โดยในการทดสอบนี้จะทำการเคาะด้วยค้อนยางและเก็บบันทึกผลโดยมีขั้นตอนการทดลองดังนี้

1. ติดตั้งอุปกรณ์และตำแหน่งแกนกลดังรูปที่ 5.5
2. ปรับระยะแกนกลไปตามแนวแกน Z ไปที่ระยะ 10 เซนติเมตร
3. ปรับระยะแกนกลไปตามแนวแกน Y ไปที่ระยะ 10 เซนติเมตร
4. ใช้ค้อนยางเคาะไปที่แบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian (ยกค้อนออกทันที) แล้วบันทึกผลการสั่นด้วย Dynamic Signal Analyzer
5. ทำซ้ำในขั้นตอนที่ 4 โดยเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y เป็นระยะ 20 เซนติเมตร และเพิ่มขึ้นครั้งละ 10 เซนติเมตร จนกระทั่งถึงระยะ 100 เซนติเมตร
6. ทำซ้ำในขั้นตอนที่ 3 - 5 โดยเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Z เป็นระยะ 20 เซนติเมตร และเพิ่มขึ้นครั้งละ 10 เซนติเมตร จนกระทั่งถึงระยะ 40 เซนติเมตร

## 5.3 ผลการทดสอบการสั่น

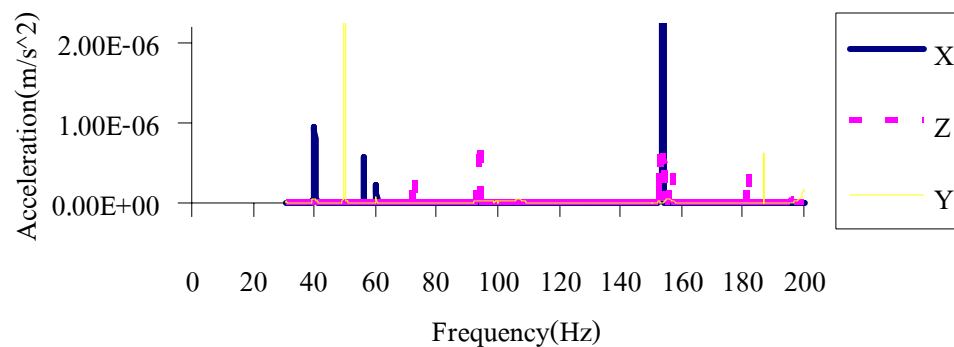
สำหรับการทดลอง จะทำการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot โดยทำการวิเคราะห์ทั้งหมด 10 โหมดของแต่ละตำแหน่ง โดยจะทำการแบ่งกลุ่มการวิเคราะห์เหมือนกับการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม MSC. VisualNastran4D ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 4 ประเภทดังนี้

1. ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตรตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ
2. ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตรตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ
3. ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตรตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ
4. ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตรตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

### 5.3.1 ผลการทดลองการสั่นที่ตำแหน่งแกนกลอยู่ระยะ 10 เซนติเมตร ในแนวแกน Z แล้ว เปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

สำหรับการทดลองการสั่นสะเทือน จะแบ่งผลวิเคราะห์เป็นสองส่วน คือผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่น โดยแสดงผลต่าง ๆ ได้ดังนี้

1. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ในการหาความถี่ธรรมชาตินั้น ต้องแสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติ ควบคู่ไปกับกราฟโบเด โดยรายละเอียดวิธีวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติ แสดงในภาคผนวก ข. ซึ่งผลการทดสอบหาค่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 10 โหมด แสดงได้ดังนี้



รูปที่ 5.6 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z = 10, Y = 10 เซนติเมตร

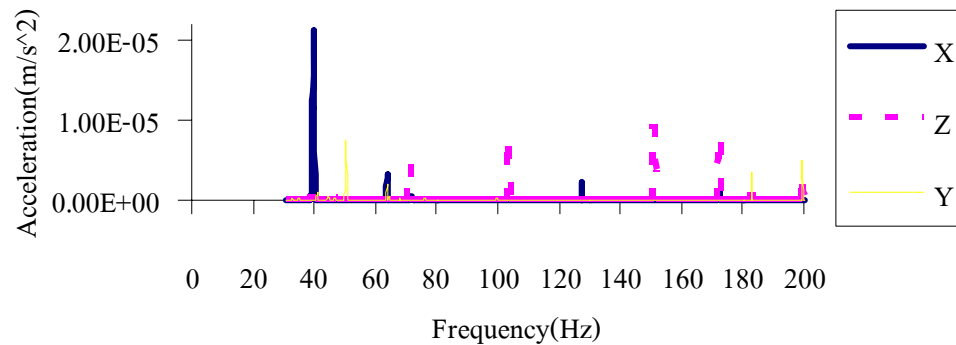
ตารางที่ 5.1 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 10 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 40.0 | 50.0 | 57.5 | 61.5 | 74.3 | 93.5 | 153.8 | 156.8 | 181.8 | 187.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tr2  | Tl1  | Be1  | Be2  | To1   | Be3   | To2   | La1   |



2. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



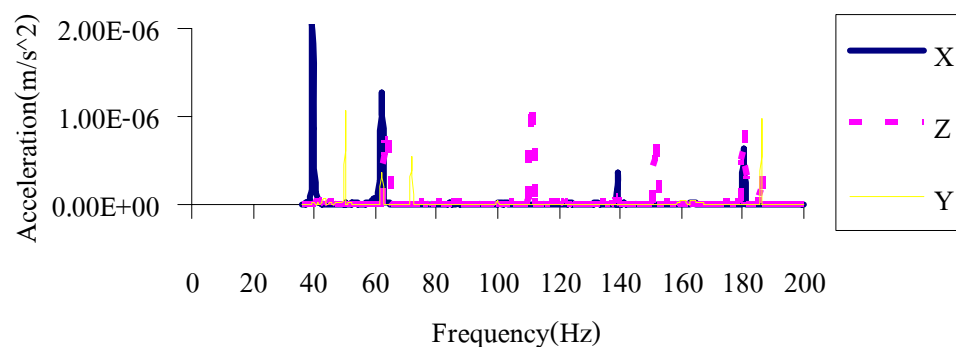
รูปที่ 5.7 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z = 10, Y = 20 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.2 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแขนกล

Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 20 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 40.5 | 50.3 | 63.5 | 71.7 | 103.8 | 128.9 | 151.2 | 172.3 | 183.3 | 199.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | Be2   | Tr2   | Be3   | To1   | La1   | La2   |

3. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



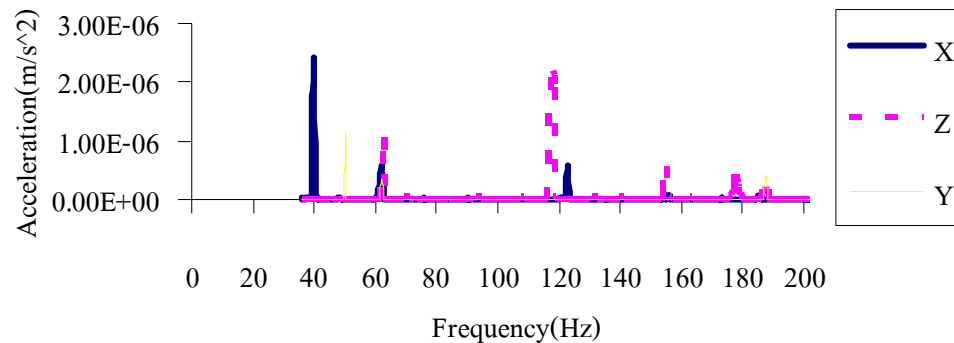
รูปที่ 5.8 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z = 10, Y = 20 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.3 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 30 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 39.5 | 50.1 | 62.0 | 64.0 | 73.5 | 113.5 | 140.8 | 151.5 | 182.5 | 186.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | Lo2  | Be2   | To1   | Be3   | To2   | La1   |

4. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



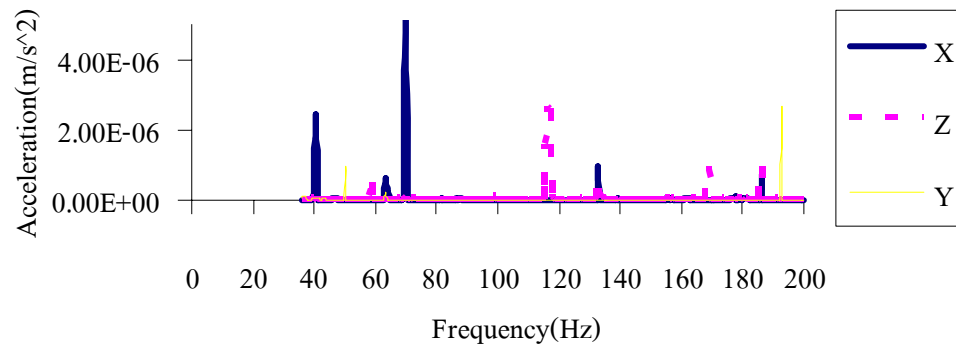
รูปที่ 5.9 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z = 10, Y = 40 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.4 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 30 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 40.3 | 50.0 | 61.5 | 62.5 | 117.5 | 123.5 | 157.8 | 178.3 | 189.7 | 211.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | Be2   | Tr2   | Be3   | To1   | La1   | To2   |

5. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 50 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



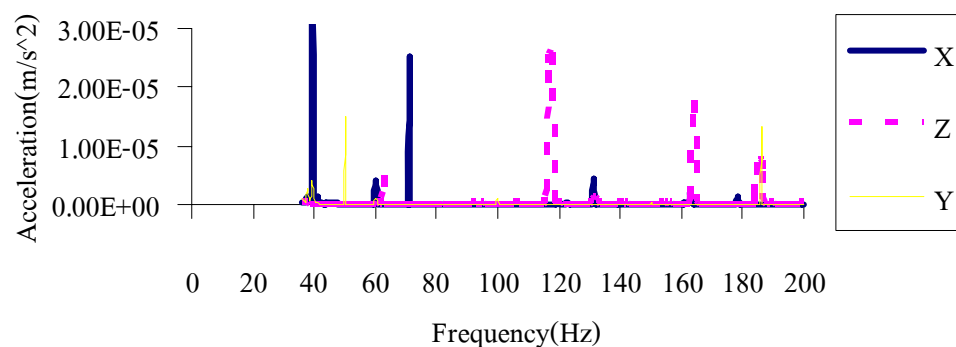
รูปที่ 5.10 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=10, Y=50 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.5 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแขนกล

Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 50 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 39.5 | 51.3 | 58.5 | 62.5 | 71.5 | 116.6 | 133.5 | 168.5 | 188.9 | 192.8 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Be1  | Tl1  | Tr2  | Be2   | To1   | Be3   | To2   | La1   |

6. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 60 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



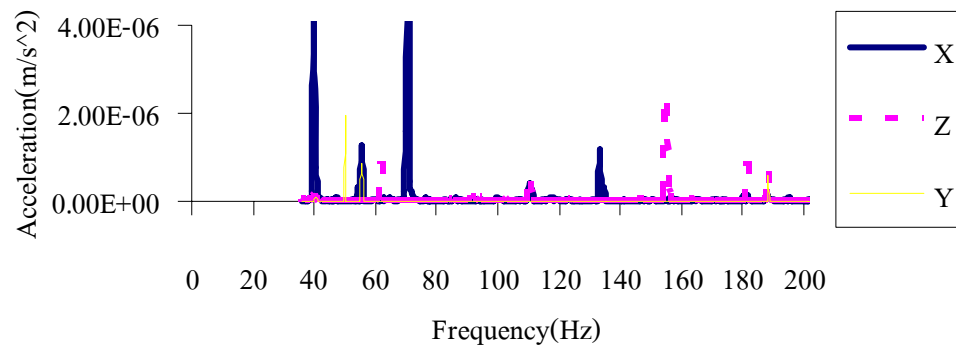
รูปที่ 5.11 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=10, Y=60 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.6 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 60 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 39.5 | 50.5 | 60.0 | 62.5 | 72.9 | 117.5 | 132.5 | 168.0 | 186.5 | 187.9 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | Tr2  | Be2   | To1   | Be3   | To2   | La1   |

7. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 70 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



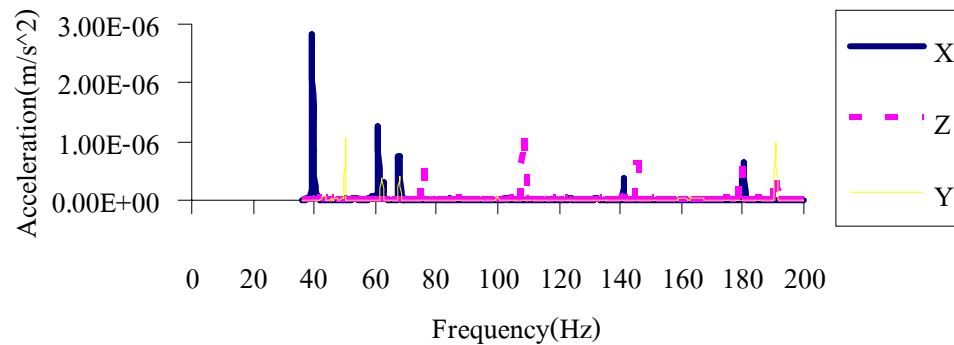
รูปที่ 5.12 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=10, Y=70 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.7 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 70 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 40.0 | 50.5 | 58.5 | 62.0 | 77.5 | 110.5 | 134.5 | 155.0 | 181.5 | 188.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | Tr2  | Be2   | To1   | Be3   | To2   | La1   |

8. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 80 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



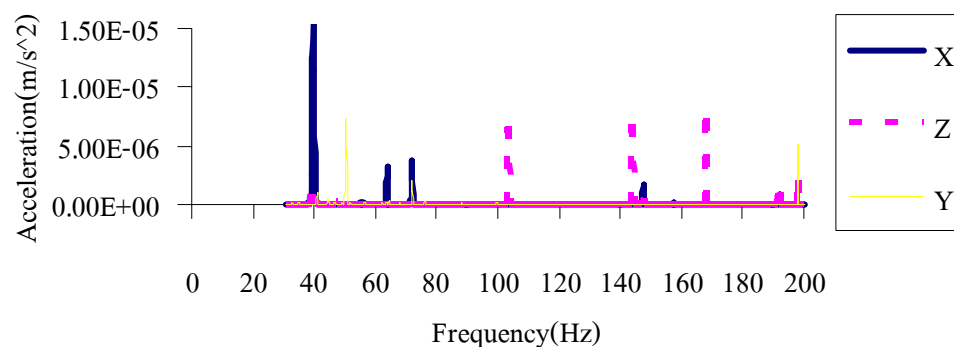
รูปที่ 5.13 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=10, Y=80 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.8 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแขนกล

Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 80 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 40.0 | 50.0 | 61.0 | 68.0 | 75.5 | 108.5 | 141.0 | 145.5 | 179.5 | 191.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Tl2  | Be1  | Be2   | To1   | Be3   | To2   | La1   |

9. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 90 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



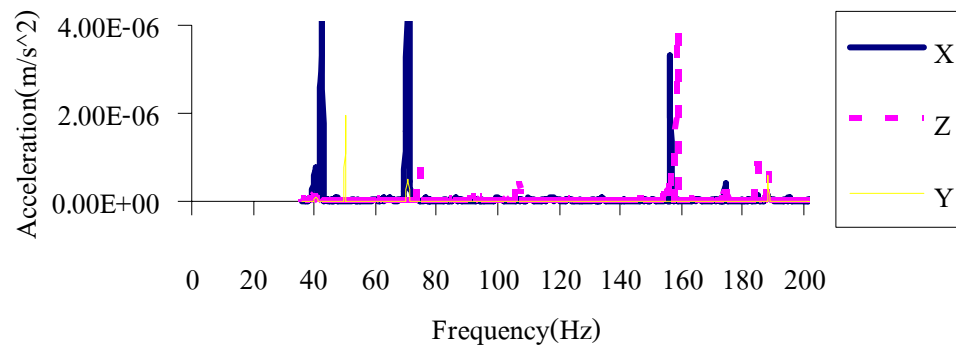
รูปที่ 5.14 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=10, Y=90 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.9 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 90 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 40.2 | 50.5 | 63.8 | 72.0 | 103.5 | 144.0 | 147.5 | 168.0 | 192.0 | 198.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Tl2  | Be1   | Be2   | To1   | Be3   | To2   | La1   |

10. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 100 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 5.15 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=10, Y=100 เซนติเมตร

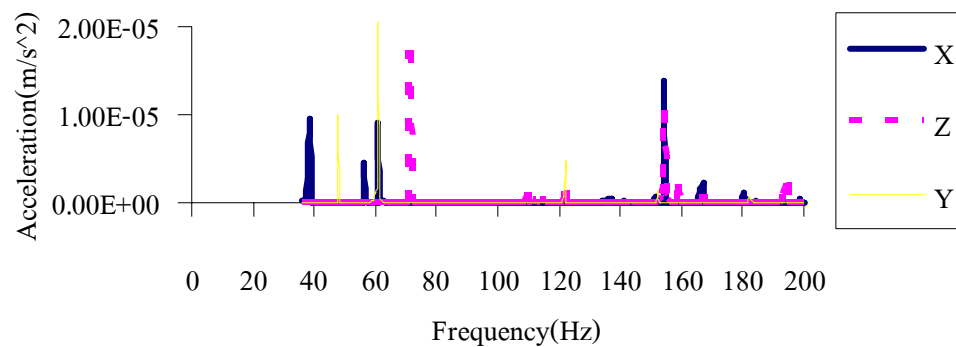
ตารางที่ 5.10 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 10 เซนติเมตร และ Y = 100 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 42.5 | 50.3 | 70.5 | 74.5 | 106.5 | 156.5 | 158.5 | 174.5 | 185.3 | 189.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | Be2   | To1   | Be3   | To1   | To3   | La1   |

### 5.3.2 ผลการทดลองการสั่นที่ตำแหน่งแกนกลอยู่ระยะ 20 เซนติเมตร ในแนวแกน Z แล้ว เปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

1. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ในการหาความ  
ธรรมชาตินั้น ต้องมีการแสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติ ควบคู่  
ไปกับกราฟโบเด โดยรายละเอียดวิธีวิเคราะห์หาความธรรมชาติ สามารถดูได้จากภาคผนวก ข. ซึ่ง  
ผลการทดสอบหาค่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



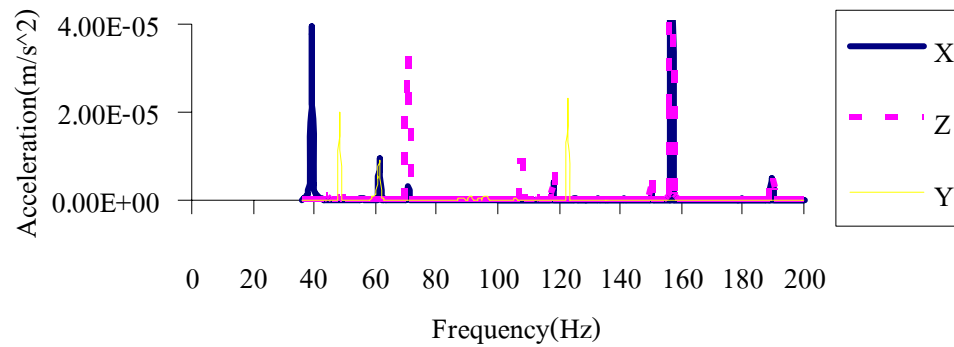
รูปที่ 5.16 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=20, Y=10 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.11 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 20 เซนติเมตร และ Y = 10 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 39.5 | 49.5 | 56.5 | 62.5 | 73.5 | 109.5 | 123.5 | 154.5 | 159.0 | 167.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Tl2  | Be1  | Be2   | La1   | To1   | Be3   | To2   |

2. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



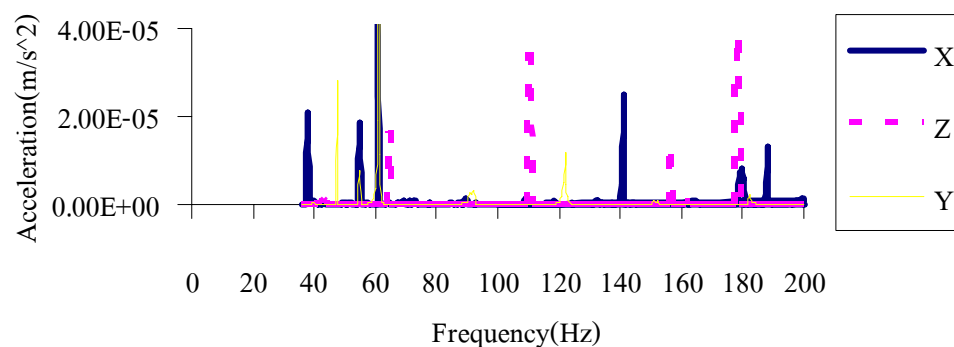
รูปที่ 5.17 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=20, Y=20 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.12 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 20 เซนติเมตร และ Y = 20 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 39.5 | 48.5 | 61.5 | 70.5 | 108.0 | 118.0 | 123.5 | 150.0 | 157.0 | 189.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | Be2   | To1   | La1   | Be3   | To1   | To2   |

3. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 5.18 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=20, Y=30 เซนติเมตร

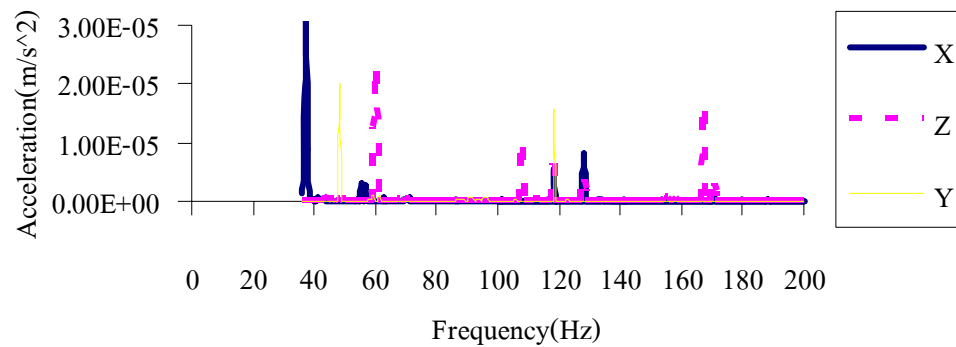


ตารางที่ 5.13 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 20 เซนติเมตร และ Y = 30 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 38.5 | 48.5 | 57.0 | 61.0 | 64.5 | 110.5 | 124.0 | 141.0 | 156.5 | 178.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | T12  | Be1  | Be2   | La1   | Tr2   | Be3   | To2   |

4. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



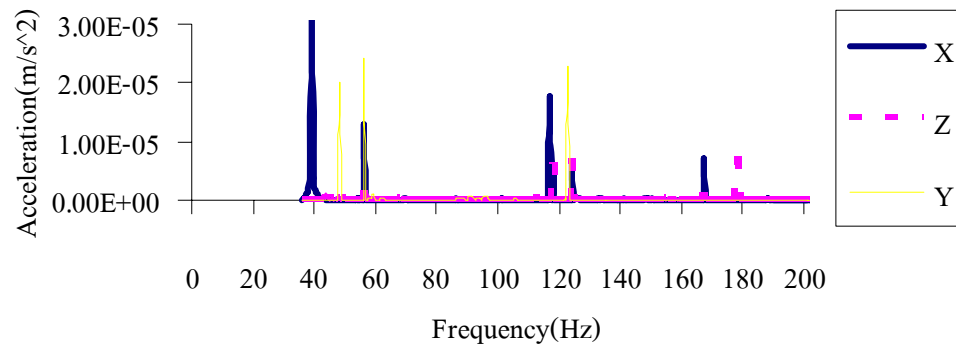
รูปที่ 5.19 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=20, Y=40 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.14 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 20 เซนติเมตร และ Y = 40 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 37.5 | 48.5 | 56.0 | 58.0 | 60.0 | 109.0 | 118.5 | 128.0 | 167.0 | 170.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | T12  | Be1  | Be2   | La1   | To1   | Be3   | To2   |

5. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 50 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ ดังนี้



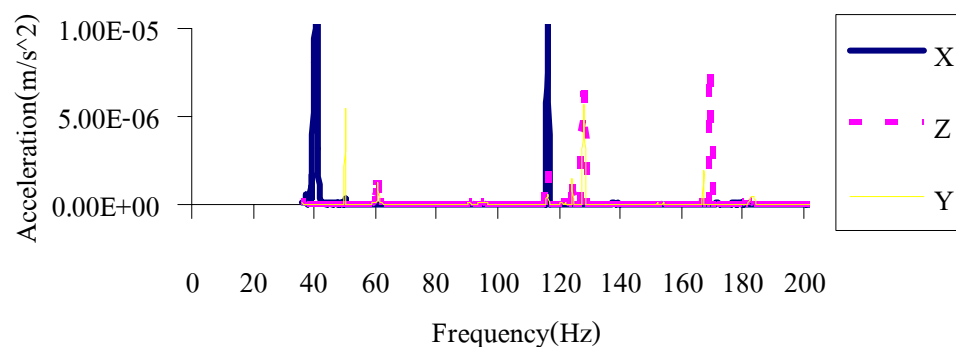
รูปที่ 5.20 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=20, Y=50 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.15 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแขนกล

Z = 20 เซนติเมตร และ Y = 50 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 39.5 | 49.5 | 57.5 | 57.5 | 117.0 | 124.5 | 125.5 | 167.5 | 178.5 | 211.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Be1  | Tl1  | To1   | La1   | To2   | To3   | Be2   | To4   |

6. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 60 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



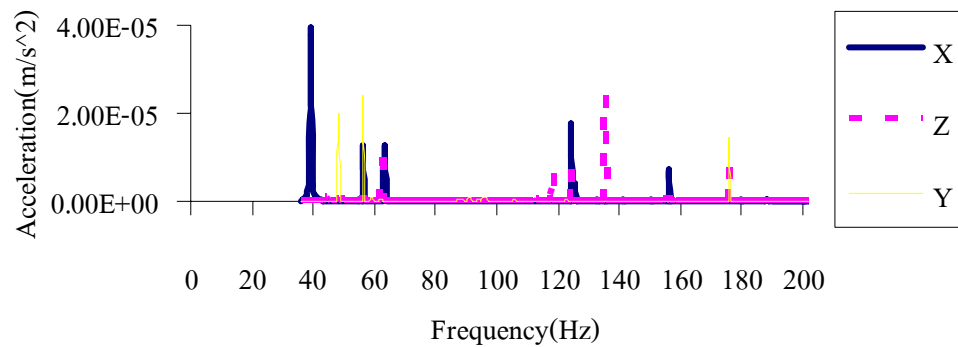
รูปที่ 5.21 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=20, Y=60 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.16 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 20 เซนติเมตร และ Y = 60 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 40.0 | 50.0 | 61.0 | 61.0 | 115.5 | 124.5 | 128.0 | 167.0 | 169.5 | 206.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | Be1  | To1   | La1   | La2   | La3   | Be2   | To4   |

7. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 70 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



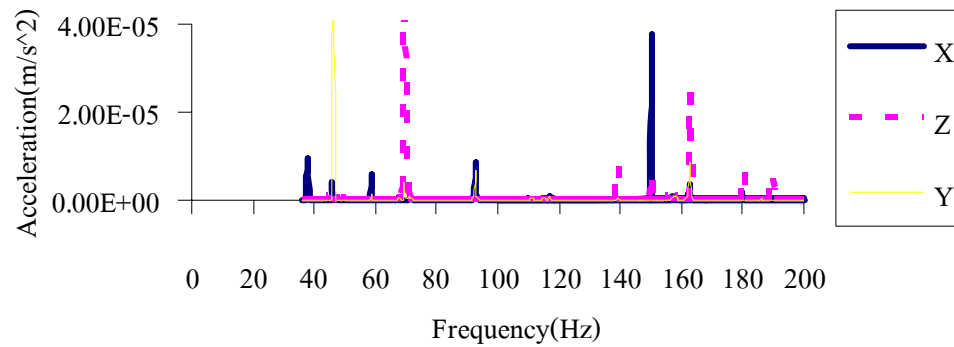
รูปที่ 5.22 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=20, Y=70 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.17 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 20 เซนติเมตร และ Y = 70 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 39.5 | 50.0 | 55.5 | 62.5 | 63.5 | 117.5 | 125.5 | 135.5 | 156.5 | 176.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | Be1  | T12  | Be2   | La1   | To1   | Be3   | To2   |

8. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 80 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



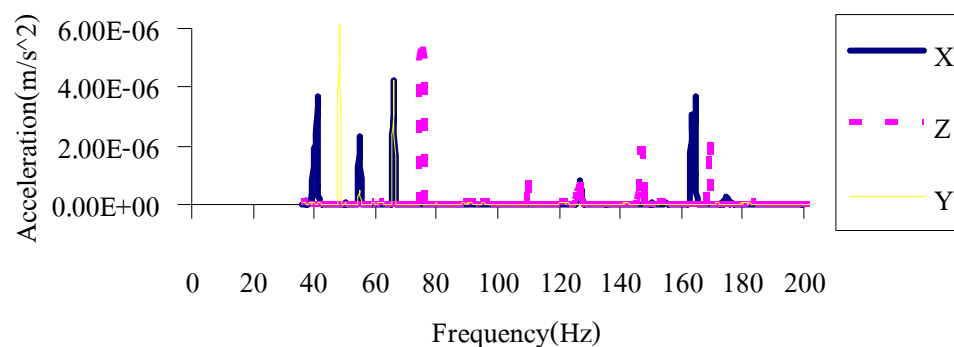
รูปที่ 5.23 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=20, Y=80 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.18 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแขนกล

Z = 20 เซนติเมตร และ Y = 80 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 38.0 | 48.5 | 58.5 | 69.5 | 92.5 | 139.0 | 150.0 | 164.5 | 180.5 | 189.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | Tl2  | Be2   | To1   | La1   | Be3   | To2   |

9. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 90 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



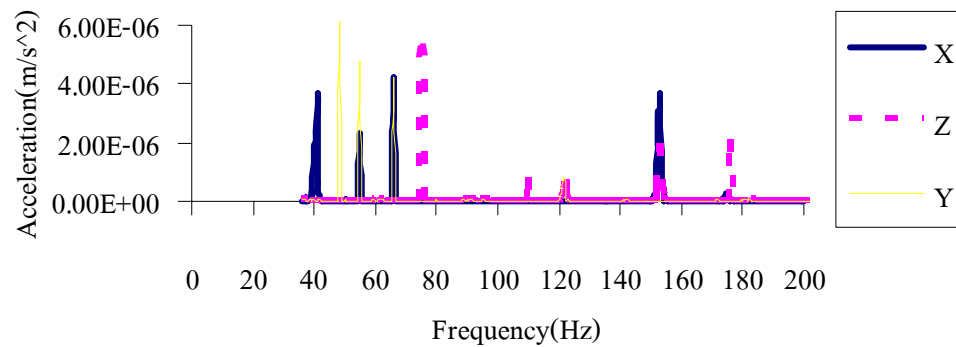
รูปที่ 5.24 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=20, Y=90 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.19 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 20 เซนติเมตร และ Y = 90 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 39.5 | 49.5 | 55.5 | 67.5 | 73.0 | 110.0 | 126.5 | 147.5 | 164.0 | 169.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | T12  | Be1  | Be2   | La1   | To1   | Be3   | To2   |

10. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 100 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ ดังนี้



รูปที่ 5.25 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=20, Y=100 เซนติเมตร

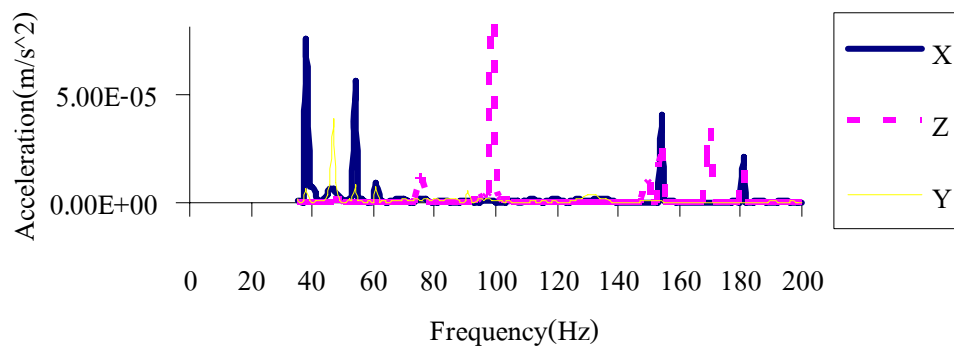
ตารางที่ 5.20 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 20 เซนติเมตร และ Y = 100 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 41.0 | 48.5 | 55.5 | 66.5 | 75.0 | 110.0 | 121.5 | 153.0 | 174.5 | 176.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | T12  | Be1  | Be2   | La1   | To1   | To2   | Be3   |

### 5.3.3 ผลการทดลองการสั่นที่ตำแหน่งแกนกลอยู่ระยะ 30 เซนติเมตร ในแนวแกน Z แล้ว เปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

1. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ในการหาความถี่ธรรมชาตินั้น ต้องมีการแสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติ ควบคู่ไปกับกราฟโบเด โดยรายละเอียดวิธีวิเคราะห์หาความถี่ธรรมชาติ สามารถดูได้จากภาคผนวก ข. ซึ่งผลการทดสอบหาค่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



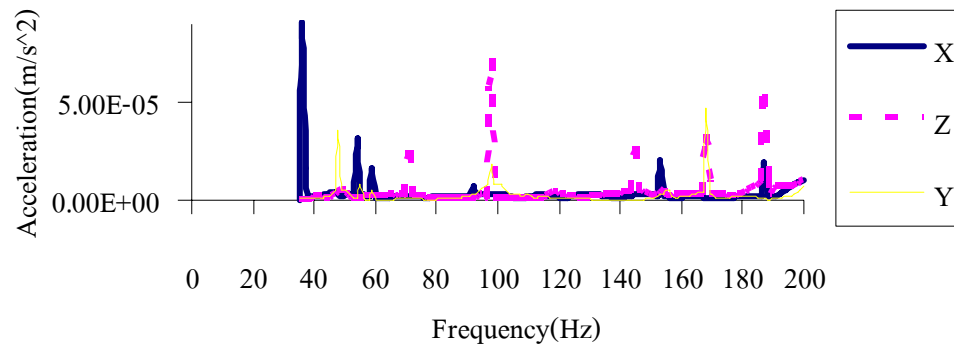
รูปที่ 5.26 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=30, Y=10 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.21 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 10 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 38.0 | 47.5 | 54.0 | 61.0 | 75.5 | 99.0 | 149.5 | 154.0 | 169.5 | 181.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Tl2  | Be1  | Be2  | La1   | To1   | La2   | To2   |

2. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



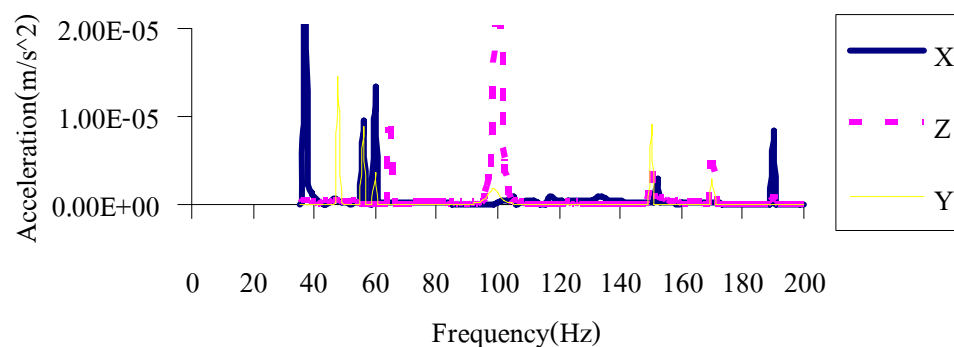
รูปที่ 5.27 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=30, Y=20 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.22 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแขนกล

Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 20 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 37.0 | 47.5 | 54.5 | 59.0 | 70.5 | 98.0 | 145.0 | 153.5 | 168.5 | 187.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Tl2  | Be1  | Be2  | La1   | To1   | La2   | To2   |

3. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



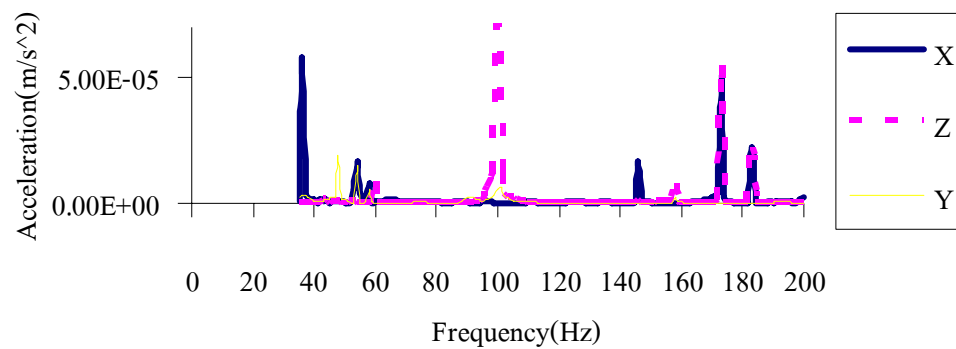
รูปที่ 5.28 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=30, Y=30 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.23 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 30 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 37.0 | 47.5 | 55.5 | 60.0 | 65.0 | 100.0 | 150.0 | 151.5 | 170.0 | 190.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | T12  | Be1  | Be2   | La1   | To1   | La2   | To2   |

4. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 5.29 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=30, Y=40 เซนติเมตร

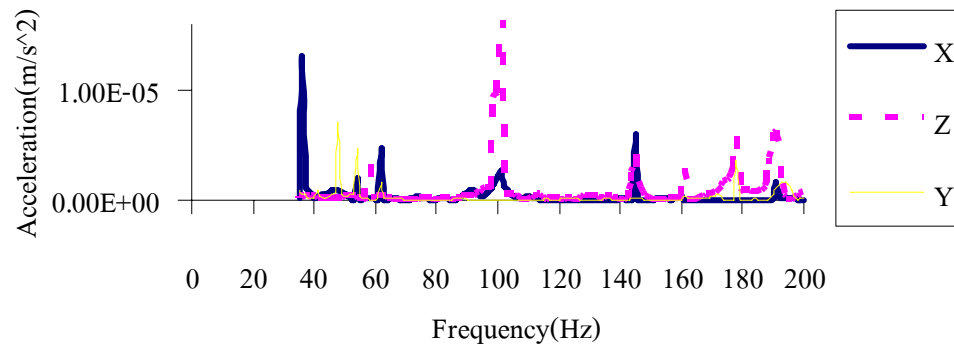
ตารางที่ 5.24 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 40 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 36.0 | 48.0 | 54.5 | 58.5 | 60.0 | 100.5 | 146.0 | 159.0 | 172.5 | 183.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | T12  | Be1  | Be2   | To1   | La1   | La2   | To2   |



5. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 50 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



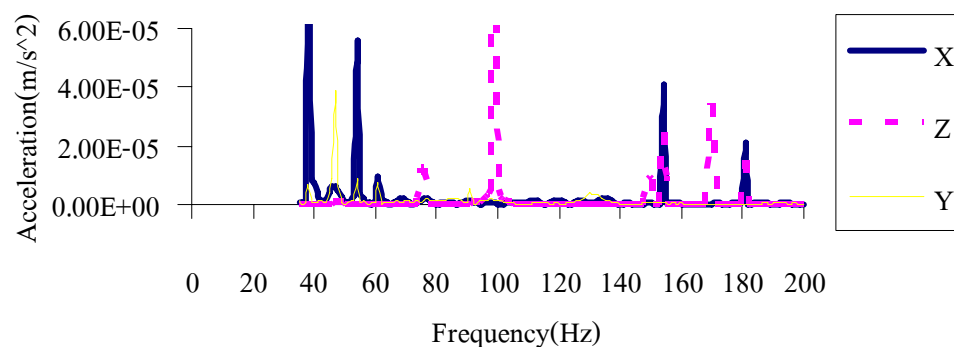
รูปที่ 5.30 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=30, Y=50 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.25 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแขนกล

Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 50 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 35.5 | 48.5 | 54.0 | 58.5 | 62.0 | 101.5 | 144.5 | 161.5 | 178.0 | 191.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | Tl2  | Be2   | To1   | La1   | La2   | To2   |

6. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 60 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



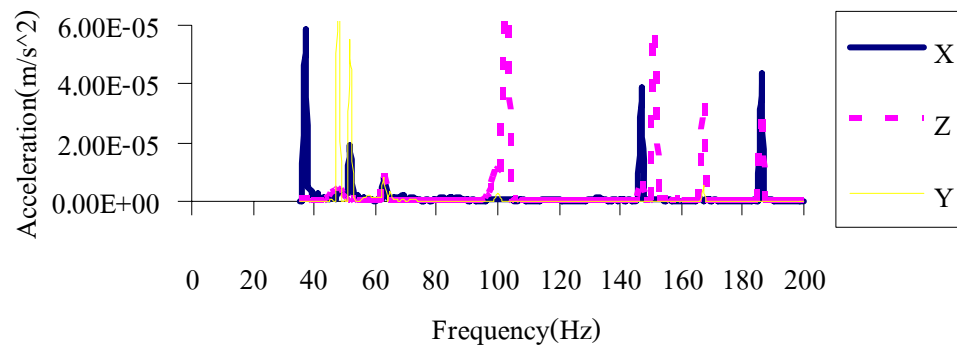
รูปที่ 5.31 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=30, Y=60 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.26 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 60 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 36.0 | 48.5 | 52.5 | 60.0 | 62.0 | 103.5 | 144.0 | 163.5 | 169.5 | 182.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | Be1  | T12  | Be2   | To1   | La1   | La2   | To2   |

7. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 70 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



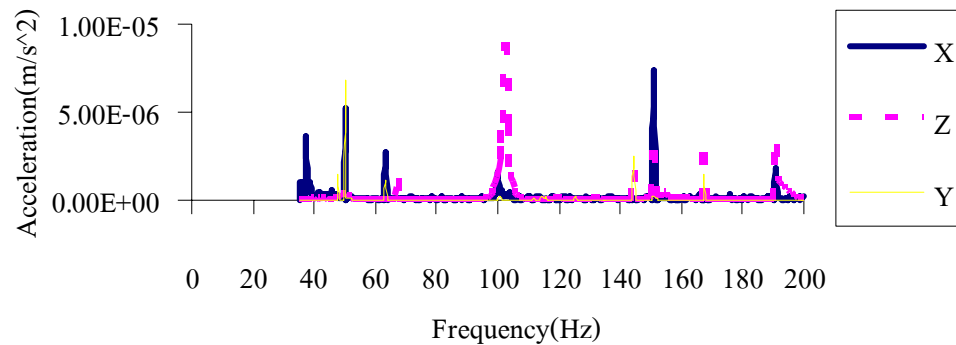
รูปที่ 5.32 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=30, Y=70 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.27 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 70 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 37.0 | 48.5 | 52.0 | 63.0 | 63.5 | 103.0 | 146.5 | 151.0 | 167.5 | 185.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | Be1  | T12  | Be2   | To1   | La1   | La2   | To2   |

8. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 80 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



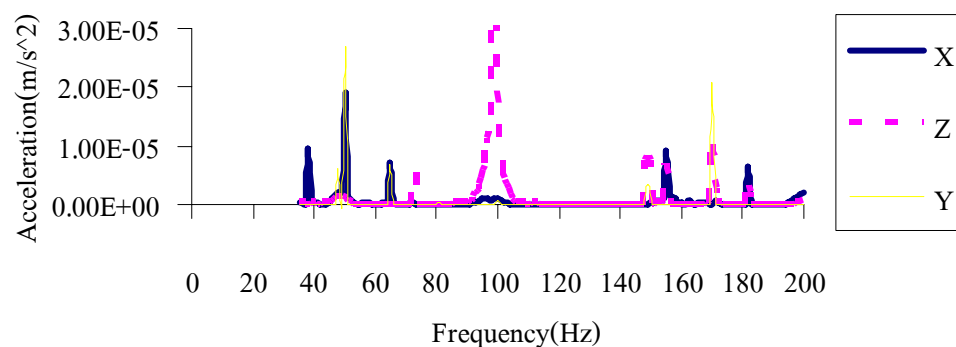
รูปที่ 5.33 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=30, Y=80 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.28 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแขนกล

Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 80 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 37.5 | 48.0 | 50.5 | 63.5 | 67.0 | 102.5 | 144.5 | 151.0 | 167.5 | 191.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Tl2  | Be1  | Be2   | La1   | To1   | La2   | To2   |

9. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 90 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



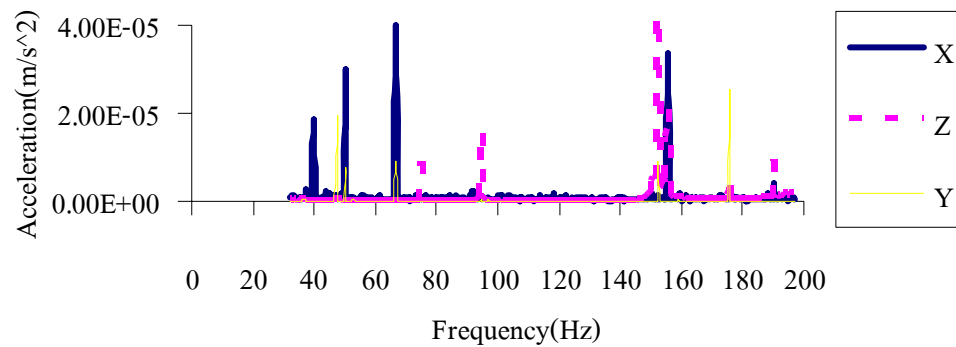
รูปที่ 5.34 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=30, Y=90 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.29 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 90 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 38.0 | 48.0 | 50.0 | 65.0 | 72.5 | 99.0 | 149.0 | 155.0 | 170.5 | 182.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | T12  | Be1  | Be2  | La1   | To1   | La2   | To2   |

10. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 100 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 5.35 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=30, Y=100 เซนติเมตร

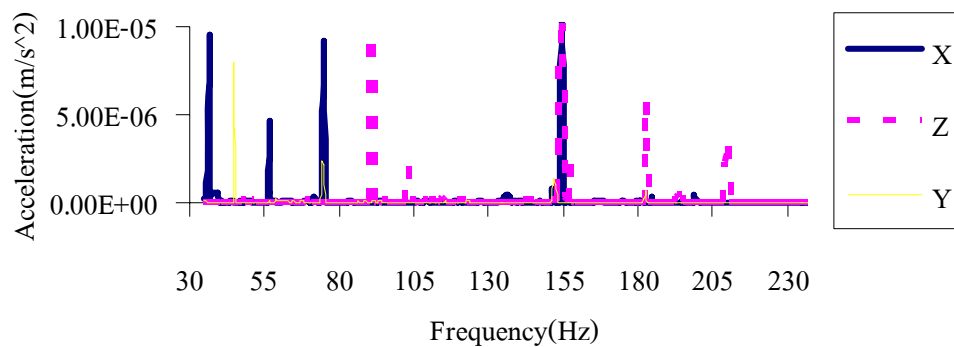
ตารางที่ 5.30 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 30 เซนติเมตร และ Y = 100 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 40.0 | 47.5 | 50.0 | 66.5 | 75.0 | 94.5 | 152.5 | 155.5 | 175.5 | 180.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | T12  | Be1  | Be2  | La1   | To1   | La2   | To2   |

### 5.3.4 ผลการทดลองการสั่นที่ตำแหน่งแกนกลอยู่ระยะ 40 เซนติเมตร ในแนวแกน Z แล้ว เปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

1. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ในการหาความ  
ธรรมชาตินั้น ต้องมีการแสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติ ควบคู่  
ไปกับกราฟโบเด โดยรายละเอียดวิธีวิเคราะห์หาความธรรมชาติ สามารถดูได้จากภาคผนวก ข. ซึ่ง  
ผลการทดสอบหาค่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



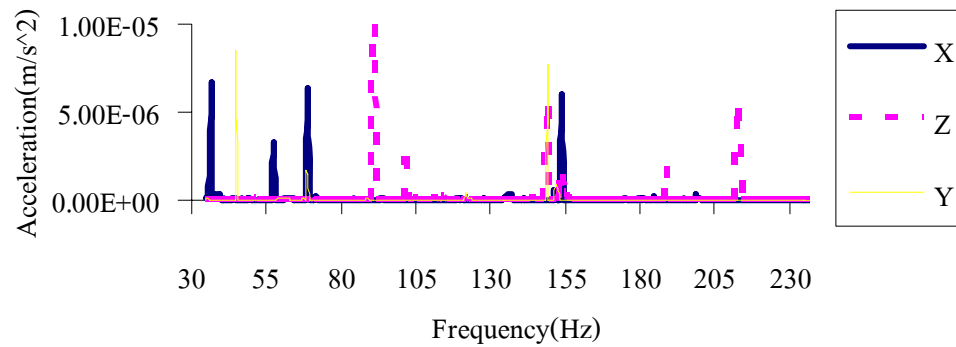
รูปที่ 5.36 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=40, Y=10 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.31 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 10 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 36.5 | 45.0 | 55.5 | 75.0 | 91.0 | 103.0 | 156.0 | 157.5 | 183.5 | 210.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | La1  | To1   | To2   | Be2   | To3   | To4   |

2. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



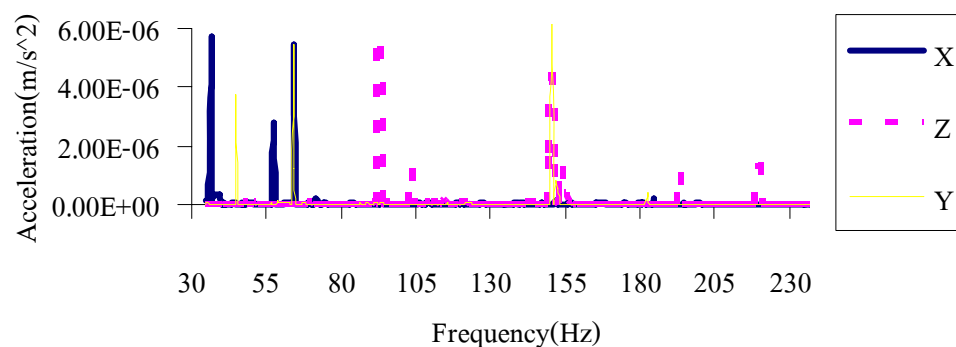
รูปที่ 5.37 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=40, Y=20 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.32 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแขนกล

Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 20 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 35.5 | 45.0 | 57.5 | 69.0 | 91.0 | 102.0 | 149.0 | 154.0 | 189.0 | 213.5 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | La1  | To1   | Be2   | To2   | To3   | To4   |

3. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



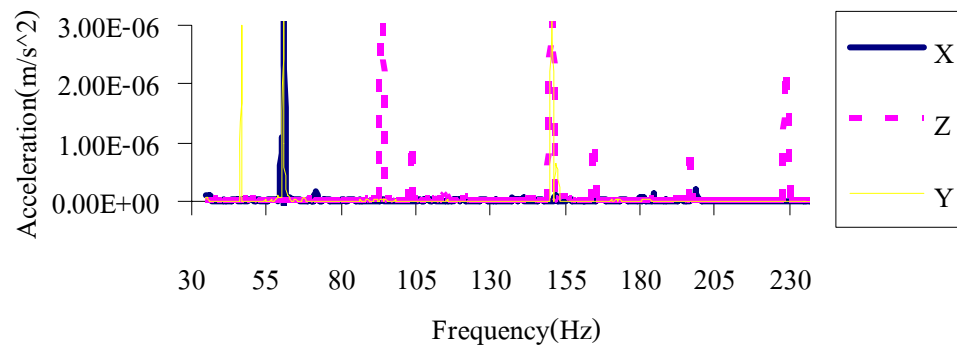
รูปที่ 5.38 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=40, Y=30 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.33 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 30 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 35.5 | 45.0 | 58.5 | 64.5 | 93.0 | 103.5 | 151.5 | 153.0 | 193.5 | 220.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | La1  | To1   | To2   | To3   | To4   | To5   |

4. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



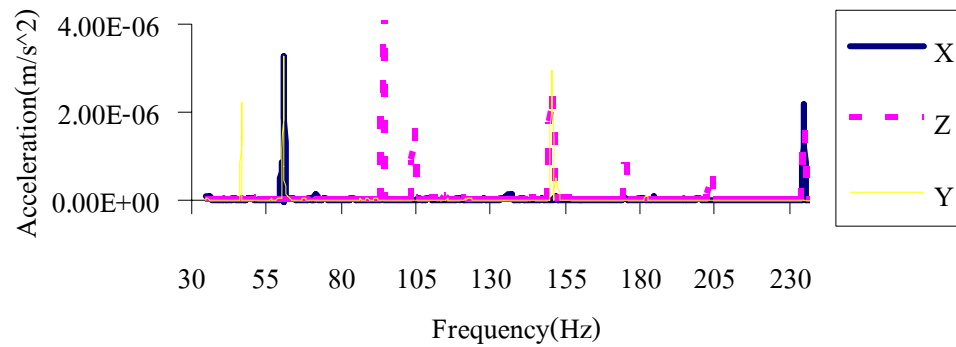
รูปที่ 5.39 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=40, Y=40 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.34 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 40 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 34.5 | 46.5 | 60.0 | 61.0 | 93.5 | 103.5 | 151.0 | 164.5 | 197.0 | 229.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | La1  | To1   | To2   | Be2   | To3   | To4   |

5. ตำแหน่งเซนเซอร์อยู่ที่ระยะ 50 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



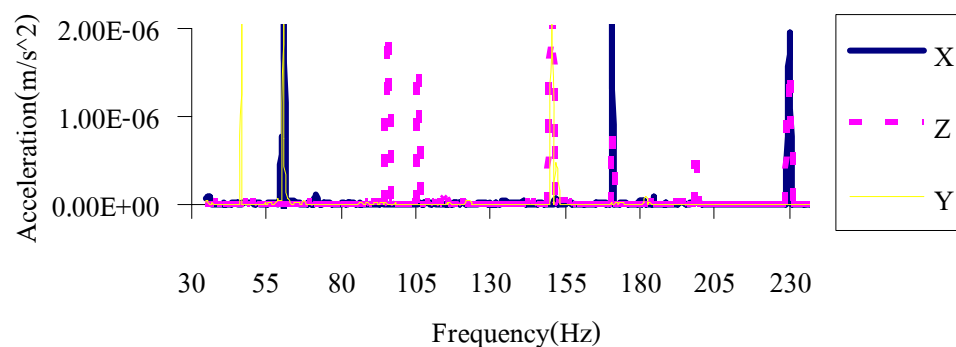
รูปที่ 5.40 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=40, Y=50 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.35 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งเซนเซอร์

Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 50 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 34.5 | 46.5 | 59.0 | 59.0 | 94.0 | 104.5 | 150.0 | 176.5 | 204.5 | 235.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Be1  | Tl1  | La1  | To1   | To2   | Be2   | To3   | To4   |

6. ตำแหน่งเซนเซอร์อยู่ที่ระยะ 60 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 5.41 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=40, Y=60 เซนติเมตร

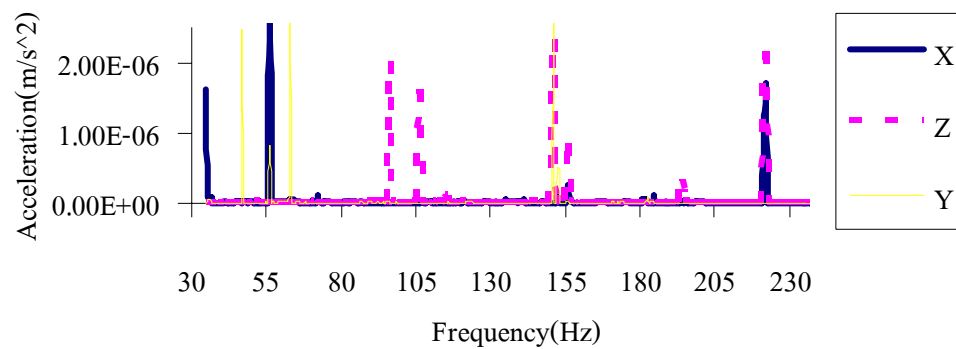


ตารางที่ 5.36 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 60 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 34.5 | 46.5 | 58.0 | 59.5 | 95.5 | 106.0 | 150.0 | 171.0 | 199.0 | 230.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | Be1  | La1  | To1   | To2   | Be2   | To3   | To4   |

7. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 70 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



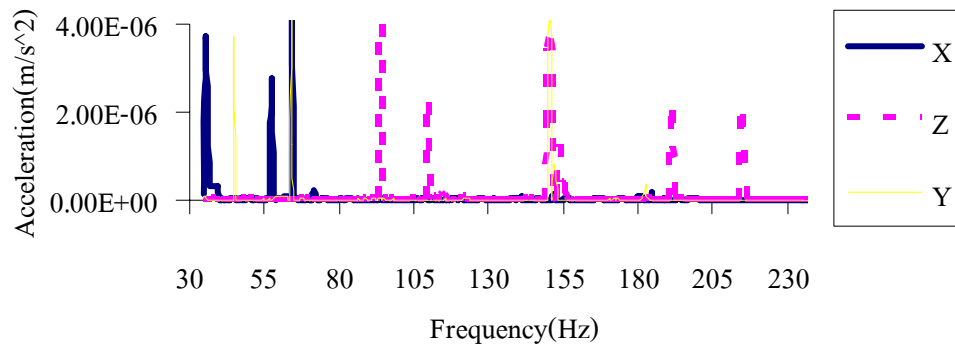
รูปที่ 5.42 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=40, Y=70 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.37 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 70 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 35.0 | 46.0 | 56.0 | 63.0 | 95.5 | 106.5 | 151.5 | 156.0 | 194.0 | 222.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | Be1  | La1  | To1   | To2   | Be2   | To3   | To4   |

8. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 80 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



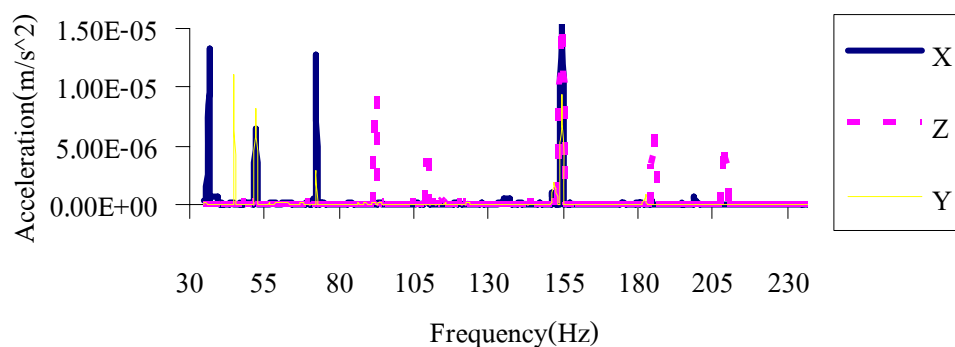
รูปที่ 5.43 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=40, Y=80 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.38 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแขนกล

Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 80 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 35.5 | 46.0 | 55.0 | 67.0 | 94.0 | 110.0 | 150.0 | 153.5 | 191.5 | 215.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | Tl1  | Be1  | La1  | To1   | To2   | Be2   | To3   | To4   |

9. ตำแหน่งแขนกลอยู่ที่ระยะ 90 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



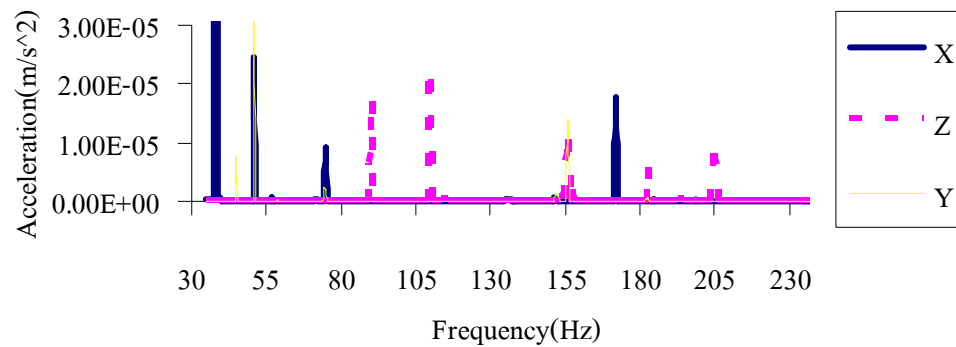
รูปที่ 5.44 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=40, Y=90 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.39 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 90 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 37.0 | 46.0 | 52.0 | 72.5 | 92.0 | 109.5 | 155.0 | 155.0 | 185.5 | 209.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | Be1  | La1  | To1   | Be2   | To2   | To3   | To4   |

10. ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะ 100 เซนติเมตร ตามแนวแกน Y ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นทั้ง 10 โหมด จะแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 5.45 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ธรรมชาติที่ Z=40, Y=100 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.40 ค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจากการทดลองที่ตำแหน่งแกนกล

Z = 40 เซนติเมตร และ Y = 100 เซนติเมตร

| โหมดที่              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ความถี่ธรรมชาติ (Hz) | 38.0 | 45.5 | 51.0 | 74.5 | 90.0 | 110.0 | 156.0 | 172.0 | 182.5 | 205.0 |
| รูปร่างการสั่น       | Tr1  | Lo1  | T11  | Be1  | La1  | To1   | To2   | Be2   | To3   | To4   |

## 5.4 สรุปผลการทดสอบการสั่น

ผลการทดสอบการสั่น ของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian ที่ตำแหน่งแกนกลอยู่ที่ระยะต่าง ๆ ได้ดังนี้

1. ผลการทดสอบการสั่น ที่ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 10 เซนติเมตร ตามแนวแกน Z แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ

ตารางที่ 5.41 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 10$  เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ

| โหมดที่ | ความถี่ธรรมชาติ (Hz) ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|---------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|         | 10  | 20    | 30    | 40    | 50    | 60    | 70    | 80    | 90    | 100   |
| 1       | 40.0  | 40.5  | 39.5  | 40.3  | 39.5  | 39.5  | 40.0  | 40.0  | 40.2  | 42.5  |
| 2       | 50.0  | 50.3  | 50.1  | 50.0  | 51.3  | 50.5  | 50.5  | 50.0  | 50.5  | 50.3  |
| 3       | 57.5  | 63.5  | 62.0  | 61.5  | 58.5  | 60.0  | 58.5  | 61.0  | 63.8  | 70.5  |
| 4       | 61.5  | 71.7  | 64.0  | 62.5  | 62.5  | 62.5  | 62.0  | 68.0  | 72.0  | 74.5  |
| 5       | 74.3  | 103.8 | 73.5  | 117.5 | 71.5  | 72.9  | 77.5  | 75.5  | 103.5 | 106.5 |
| 6       | 93.5  | 128.9 | 113.5 | 123.5 | 116.6 | 117.5 | 110.5 | 108.5 | 144.0 | 156.5 |
| 7       | 153.8   | 151.2 | 140.8 | 157.8 | 133.5 | 132.5 | 134.5 | 141.0 | 147.5 | 158.5 |
| 8       | 156.8   | 172.3 | 151.5 | 178.3 | 168.5 | 168.0 | 155.0 | 145.5 | 168.0 | 174.5 |
| 9       | 181.8   | 183.3 | 182.5 | 189.7 | 188.9 | 186.5 | 181.5 | 179.5 | 192.0 | 185.3 |
| 10      | 187.5   | 199.5 | 186.5 | 211.5 | 192.8 | 187.9 | 188.5 | 191.0 | 198.0 | 189.5 |

ตารางที่ 5.42 ผลการวิเคราะห์หารูปปร่างการสั่น จากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแกนกล  $Z = 10$  เซนติเมตร และ Y ที่ระยะต่าง ๆ

| โหมดที่ | รูปร่างการสั่น ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|         | 10  | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 |
| 1       | Tr1   | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 |
| 2       | Lo1   | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 |
| 3       | Tr2   | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Be1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 |
| 4       | Tl1   | Be1 | Be1 | Be1 | Tl1 | Be1 | Be1 | Tl2 | Tl2 | Be1 |

ตารางที่ 5.42 ผลการวิเคราะห์หารูปปร่างการสั้น จากการทดสอบการสั้นที่ตำแหน่งแกนกล  
 $Z = 10$  เซนติเมตร และ  $Y$  ที่ระยะต่าง ๆ (ต่อ)

| โหมค<br>ที่ | รูปปร่างการสั้น ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน $Y$ ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|             | 10   | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 |
| 5           | Be1  | Be2 | Lo2 | Be2 | Tr2 | Tr2 | Tr2 | Be1 | Be1 | Be2 |
| 6           | Be2  | Tr2 | Be2 | Tr2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | To1 |
| 7           | To1  | Be3 | To1 | Be3 | To1 | To1 | To1 | To1 | To1 | Be3 |
| 8           | Be3  | To1 | Be3 | To1 | Be3 | Be3 | Be3 | Be3 | Be3 | To2 |
| 9           | To2  | La1 | To2 | La1 | To2 | To2 | To2 | To2 | To2 | To3 |
| 10          | La1  | La2 | La1 | To2 | La1 | La1 | La1 | La1 | La1 | La1 |

2. ผลการทดสอบการสั้น ที่ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 20 เซนติเมตร ตามแนวแกน  $Z$  แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน  $Y$  ที่ระยะต่าง ๆ

ตารางที่ 5.43 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดสอบการสั้นที่ตำแหน่งแกนกล  
 $Z = 20$  เซนติเมตร และ  $Y$  ที่ระยะต่าง ๆ

| โหมค<br>ที่ | ความถี่ธรรมชาติ (Hz) ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน $Y$ ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|             | 10  | 20    | 30    | 40    | 50    | 60    | 70    | 80    | 90    | 100   |
| 1           | 39.5  | 39.5  | 38.5  | 37.5  | 39.5  | 40.0  | 39.5  | 38.0  | 39.5  | 41.0  |
| 2           | 49.5  | 48.5  | 48.5  | 48.5  | 49.5  | 50.0  | 50.0  | 48.5  | 49.5  | 48.5  |
| 3           | 56.5  | 61.5  | 57.0  | 56.0  | 57.5  | 61.0  | 55.5  | 58.5  | 55.5  | 55.5  |
| 4           | 62.5  | 70.5  | 61.0  | 58.0  | 57.5  | 61.0  | 62.5  | 69.5  | 67.5  | 66.5  |
| 5           | 73.5  | 108.0 | 64.5  | 60.0  | 117.0 | 115.5 | 63.5  | 92.5  | 73.0  | 75.0  |
| 6           | 109.5   | 118.0 | 110.5 | 109.0 | 124.5 | 124.5 | 117.5 | 139.0 | 110.0 | 110.0 |
| 7           | 123.5   | 123.5 | 124.0 | 118.5 | 125.5 | 128.0 | 125.5 | 150.0 | 126.5 | 121.5 |
| 8           | 154.5   | 150.0 | 141.0 | 128.0 | 167.5 | 167.0 | 135.5 | 164.5 | 147.5 | 153.0 |
| 9           | 159.0   | 157.0 | 156.5 | 167.0 | 178.5 | 169.5 | 156.5 | 180.5 | 164.0 | 174.5 |
| 10          | 167.0   | 189.5 | 178.5 | 170.5 | 211.5 | 206.5 | 176.0 | 189.5 | 169.0 | 176.0 |

ตารางที่ 5.44 ผลการวิเคราะห์หารูปปร่างการสั่น จากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแกนกล  
 $Z = 20$  เซนติเมตร และ  $Y$  ที่ระยะต่าง ๆ

| โหมด<br>ที่ | รูปปร่างการสั่น ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน $Y$ ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|             | 10   | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 |
| 1           | Tr1  | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 |
| 2           | Lo1  | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 |
| 3           | Tl1  | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Be1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 |
| 4           | Tl2  | Be1 | Tl2 | Tl2 | Tl1 | Be1 | Be1 | Be1 | Tl2 | Tl2 |
| 5           | Be1  | Be2 | Be1 | Be1 | To1 | To1 | Tl2 | Tl2 | Be1 | Be1 |
| 6           | Be2  | To1 | Be2 | Be2 | La1 | La1 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 |
| 7           | La1  | La1 | La1 | La1 | To2 | La2 | La1 | To1 | La1 | La1 |
| 8           | To1  | Be3 | Tr2 | To1 | To3 | La3 | To1 | La1 | To1 | To1 |
| 9           | Be3  | To2 | Be3 | Be3 | Be2 | Be2 | Be3 | Be3 | Be3 | To2 |
| 10          | To2  | To3 | To2 | To2 | To4 | To2 | To2 | To2 | To2 | Be3 |

3. ผลการทดสอบการสั่น ที่ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร ตามแนวแกน  $Z$  แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน  $Y$  ที่ระยะต่าง ๆ

ตารางที่ 5.45 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแกนกล  
 $Z = 30$  เซนติเมตร และ  $Y$  ที่ระยะต่าง ๆ

| โหมด<br>ที่ | ความถี่ธรรมชาติ (Hz) ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน $Y$ ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|             | 10  | 20    | 30    | 40    | 50    | 60    | 70    | 80    | 90    | 100   |
| 1           | 38.0  | 37.0  | 37.0  | 36.0  | 35.5  | 36.0  | 37.0  | 37.5  | 38.0  | 40.0  |
| 2           | 47.5  | 47.5  | 47.5  | 48.0  | 48.5  | 48.5  | 48.5  | 48.0  | 48.0  | 47.5  |
| 3           | 54.0  | 54.5  | 55.5  | 54.5  | 54.0  | 52.5  | 52.0  | 50.5  | 50.0  | 50.0  |
| 4           | 61.0  | 59.0  | 60.0  | 58.5  | 58.5  | 60.0  | 63.0  | 63.5  | 65.0  | 66.5  |
| 5           | 75.5  | 70.5  | 65.0  | 60.0  | 62.0  | 62.0  | 63.5  | 67.0  | 72.5  | 75.0  |
| 6           | 99.0  | 98.0  | 100.0 | 100.5 | 101.5 | 103.5 | 103.0 | 102.5 | 99.0  | 94.5  |
| 7           | 149.5   | 145.0 | 150.0 | 146.0 | 144.5 | 144.0 | 146.5 | 144.5 | 149.0 | 152.5 |

ตารางที่ 5.45 ผลการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแกนกล  
 $Z = 30$  เซนติเมตร และ  $Y$  ที่ระยะต่าง ๆ (ต่อ)

| โหมด<br>ที่ | ความถี่ธรรมชาติ (Hz) ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน $Y$ ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|             | 10  | 20    | 30    | 40    | 50    | 60    | 70    | 80    | 90    | 100   |
| 8           | 154.0   | 153.5 | 151.5 | 159.0 | 161.5 | 163.5 | 151.0 | 151.0 | 155.0 | 155.5 |
| 9           | 169.5   | 168.5 | 170.0 | 172.5 | 178.0 | 169.5 | 167.5 | 167.5 | 170.5 | 175.5 |
| 10          | 181.0   | 187.0 | 190.0 | 183.0 | 191.5 | 182.5 | 185.5 | 191.0 | 182.0 | 180.5 |

ตารางที่ 5.46 ผลการวิเคราะห์หารูปปร่างการสั่น จากการทดสอบการสั่นที่ตำแหน่งแกนกล  
 $Z = 30$  เซนติเมตร และ  $Y$  ที่ระยะต่าง ๆ

| โหมด<br>ที่ | รูปปร่างการสั่น ณตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน $Y$ ที่ระยะต่าง ๆ (เซนติเมตร) |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|             | 10   | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 |
| 1           | Tr1  | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 | Tr1 |
| 2           | Lo1  | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 | Lo1 |
| 3           | Tl1  | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 | Tl1 |
| 4           | Tl2  | Tl2 | Tl2 | Tl2 | Be1 | Be1 | Be1 | Tl2 | Tl2 | Tl2 |
| 5           | Be1  | Be1 | Be1 | Be1 | Tl2 | Tl2 | Tl2 | Be1 | Be1 | Be1 |
| 6           | Be2  | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 | Be2 |
| 7           | La1  | La1 | La1 | To1 | To1 | To1 | To1 | La1 | La1 | La1 |
| 8           | To1  | To1 | To1 | La1 | La1 | La1 | La1 | To1 | To1 | To1 |
| 9           | La2  | La2 | La2 | La2 | La2 | La2 | La2 | La2 | La2 | La2 |
| 10          | To2  | To2 | To2 | To2 | To2 | To2 | To2 | To2 | To2 | To2 |

4. ผลการทดสอบการสั่น ที่ตำแหน่งแกนกลของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian อยู่ที่ระยะ 40 เซนติเมตร ตามแนวแกน  $Z$  แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน  $Y$  ที่ระยะต่าง ๆ





## บทที่ 6

### สรุปและข้อเสนอแนะ

#### 6.1 สรุปผลงานวิจัย

งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้บรรลุวัตถุประสงค์ตามที่ตั้งไว้ทุกประการ ซึ่งมีผลการวิจัยดังนี้ ผลการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นที่แสดงรูปร่างการสั่นและความถี่ธรรมชาติจำนวน 10 โหมด เมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ตามแกน Y และแกน Z นั้น เราจะได้ว่าความถี่พื้นฐาน (Fundamental frequency) ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot จะอยู่ในช่วง 35 Hz ถึง 43.5 Hz และเมื่อพิจารณาในตำแหน่งต่าง ๆ ของแกนกล เราจะได้ช่วงความถี่ที่เกิดขึ้นในช่วง 35 Hz ถึง 239 Hz ผลที่ได้จากการเทคนิคการวัดจริงจากแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot เปรียบเทียบกับผลที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยใช้โปรแกรม MSC. VisualNastran4D นั้นมีความถูกต้องที่สอดคล้องกัน ดังนั้นการศึกษาและวิเคราะห์การสั่นของหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่ในภาคอุตสาหกรรมโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อหาความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นนั้น สามารถนำไปสู่การวิเคราะห์ และออกแบบเบื้องต้นสำหรับหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่ได้

#### 6.2 ข้อเสนอแนะในงานวิจัยต่อไป

1. ความถี่ของแรงกระทำต่อหุ่นยนต์ควรมีความถี่ต่ำกว่าความถี่พื้นฐาน (Fundamental frequency) ของหุ่นยนต์
2. ในการวัดพบว่าความถี่ที่เกิดขึ้นอยู่ในช่วง 35 Hz ถึง 239 Hz เพื่อลดการสั่นสะเทือนลง ควรหลีกเลี่ยงไม่ให้ความถี่ของแรงที่กระทำต่อหุ่นยนต์อยู่ในช่วงความถี่ดังกล่าว
3. ในการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ วิเคราะห์การสั่นสะเทือนกับหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่ ต้องมีการกำหนดขอบเขตที่ถูกต้อง และใกล้เคียงกับลักษณะการทำงานของหุ่นยนต์
4. ในการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของหุ่นยนต์ควรพิจารณาลักษณะทางพลวัตที่เกิดขึ้นด้วย

## รายการอ้างอิง

- ราโอ ลิงคัจิริเชฐ เอส. (2545). การสั่นทางกล. แปลโดย กนต์ธร ชำนิประศาสน์. กรุงเทพฯ: เพียร์สัน เอ็ดดูเคชั่น อินโดไชน่า.
- ประดิษฐ์ หมู่เมืองสอง., สุขญาน หรรษสุข. (2006). การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- เดช พุทธเจริญทอง. (2538). การวิเคราะห์โครงสร้างพลศาสตร์. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: พิมพ์ดี.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2550). ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม. (พิมพ์ครั้งที่ 4). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Singiresu, S., Rao. (2005). Mechanical Vibrations (SI Edition). **Singapore**: Prentice-Hall.
- Daniel, J., Inman. (2001). Engineering Vibrations (3<sup>rd</sup> Edition). **New Jersey**: Prentice-Hall.
- Singiresu, S., Rao. (2007). Vibration of Continuous systems. **New Jersey**: Wiley.
- Alfonso, Garcia, Reynoso. (1985). Structural Dynamics Model of a Cartesian Robot. Master thesis. **Massachusetts Institute of Technology**. 218pp.
- Craig, R.R., Jr. (1977). Methode of Component Mode Synthesis. **J. of Shock and Vibration Digest**. 9(11): 3-10.
- M.D.C., Magalhaes, N.S., Ferguson. (2003). Acoustic-Structural interaction Analysis Using the Component Mode Synthesis method. **J. of Applied Acoustics**. 64:1049-1067.
- Clarence, W., and SAM, S. (1984). Experimental Modal Analysis A modeling and design tool. **J. deSILVA Asscoiate Professor of Mechanical Engineering**. pp.56-65.
- Peter, Avitabile. (1998). Experimental Modal Analysis. **J. of Sound and Vibration**. 15pp.
- Jimin, He, and Zhi-Fang, Fu. (2001). Modal Analysis. Delhi:**Butterworth Heinemann**.
- Arum, K., Banerjee, and Paul, C., Mitiguy. (2000). A Constraint Force Algorithm for Formulating Equations of Motion. **J. Transactions of the MSC. Software**. 3pp.
- Arum, K., Banerjee, and Paul, C., Mitiguy. (2000). Determination of Spring Constants for Modeling Flexible Beams. **J. Transactions of the MSC. Software**. 6pp.
- Keith, J., Reckdahl, and Paul, C., Mitiguy. (2000). The Definition of Product of Inertia. **J. of MSC. Software**. 6 pp.

Paul, C., Mitiguy., and Angela, M., Saval. (2000). Demonstration and Validation of Visual Nastran Motion. **J. Transactions of the MSC. Software.** 16 pp.

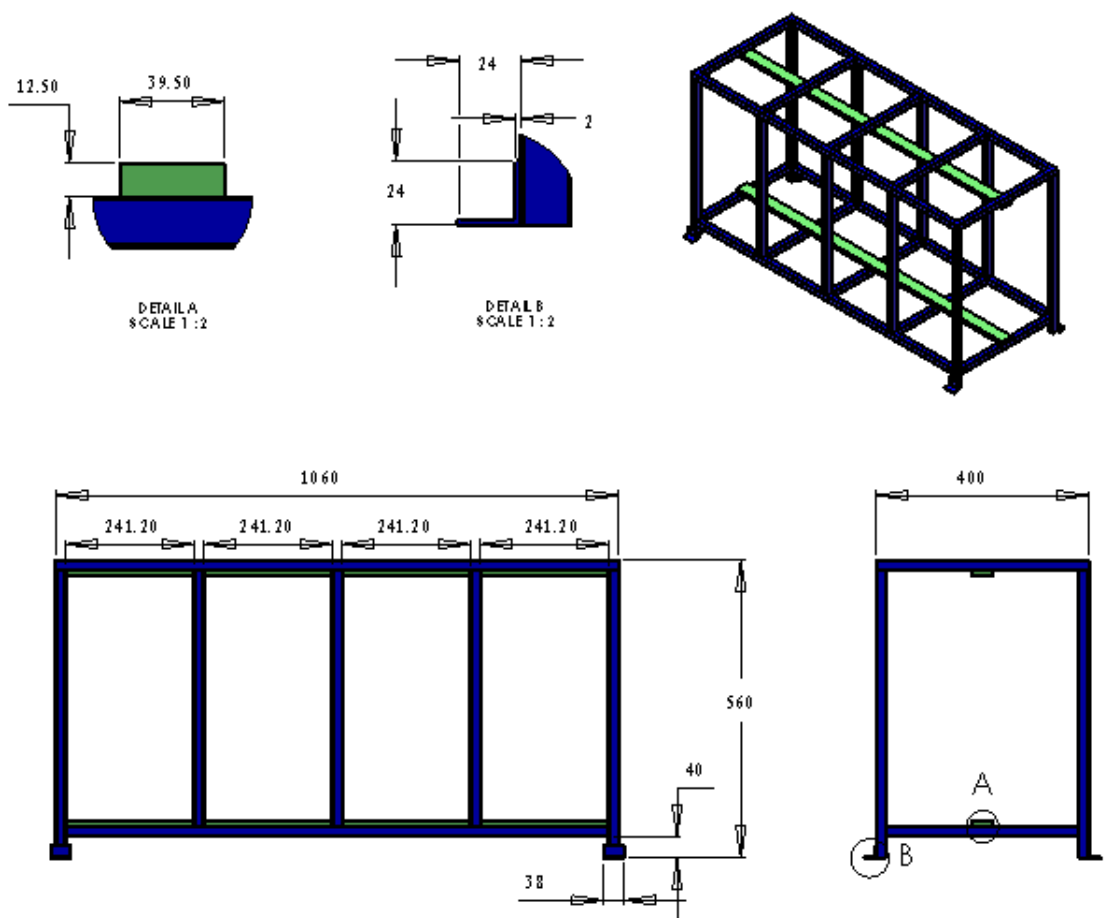
**ภาคผนวก ก**

**รายละเอียดขนาดชิ้นส่วนของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot**

## รายละเอียดขนาดชิ้นส่วนของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

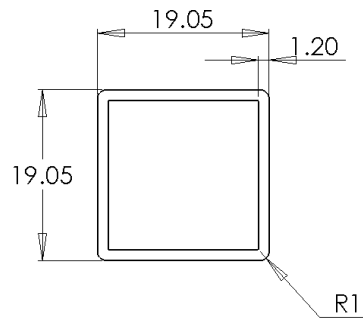
โครงสร้างของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian ถูกสร้างในโปรแกรม Solid work 2006 ซึ่งจะใช้นหน่วยเป็นมิลลิเมตร ดังแสดงต่อไปนี้

รูปที่ ก.1 เป็นการแสดงขนาดชิ้นส่วนโครงสร้างของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot



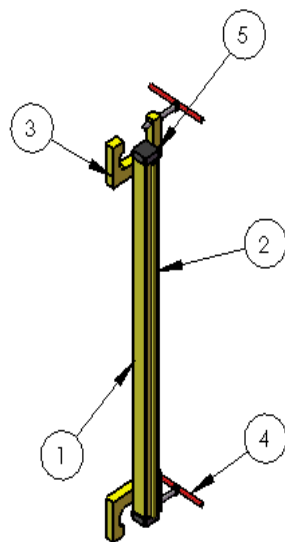
รูปที่ ก.1 โครงสร้างของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

จากรูปที่ ก.1 โครงสร้างของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian จะถูกสร้างจากเหล็กกล่องสี่เหลี่ยม ดังนี้



รูปที่ ก.2 เหล็กกล่องสี่เหลี่ยมที่ใช้สร้างโครงสร้างของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

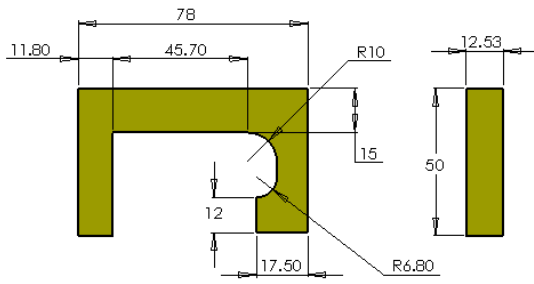
รูปที่ ก.3 แสดงขนาดชิ้นส่วนแกนกลแกน X ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot



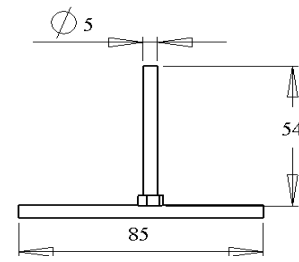
| ITEM NO. | PART NUMBER | QTY. | Material |
|----------|-------------|------|----------|
| 1        | X-axes      | 1    | เหล็ก    |
| 2        | เพลากลม     | 1    | เหล็ก    |
| 3        | แขนยึด1     | 2    | เหล็ก    |
| 4        | ก้านล็อค1   | 2    | เหล็ก    |
| 5        | ฝาเปิด      | 2    | ยาง      |

รูปที่ ก.3 แกนกลแกน X ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

จากรูปที่ ก.3 ชิ้นส่วน X-axes และ เพลากลม มีความยาว 435 มิลลิเมตร โดยที่ X-axes ใช้เหล็กกล่องสี่เหลี่ยมชนิดเดียวกันกับโครงสร้าง ส่วนเพลากลมนั้นใช้เหล็กเส้นที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 5 มิลลิเมตร โดยรายละเอียดขนาดชิ้นส่วนต่าง ๆ ของแกนกลแกน X แสดงได้ดังนี้



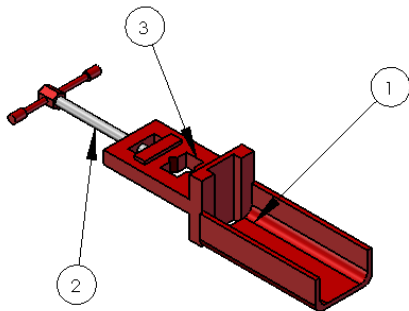
รูปที่ ก.4 (ก) แขนยึด 1



รูปที่ ก.4 (ข) ก้านล๊อค 1

รูปที่ ก.4 รายละเอียดขนาดชิ้นส่วนต่าง ๆ แขนกลแกน X ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

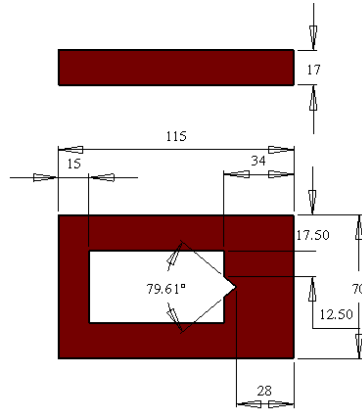
ในรูปที่ ก.5 แสดงขนาดชิ้นส่วนแขนกลแกน Y ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot ได้ดังนี้



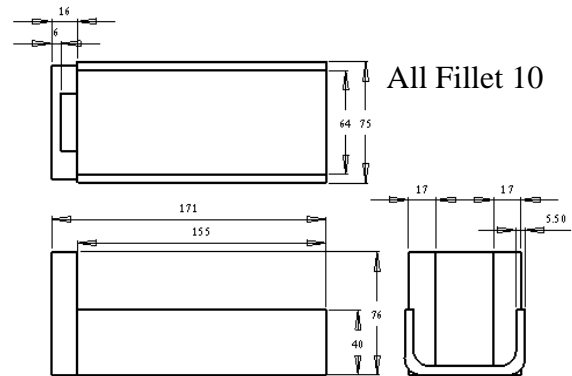
| ITEM NO. | PART NUMBER   | QTY. | Material |
|----------|---------------|------|----------|
| 1        | ถาดใส่น้ำหนัก | 1    | เหล็ก    |
| 2        | ก้านล๊อค 2    | 1    | เหล็ก    |
| 3        | แขนยึด 2      | 2    | เหล็ก    |

รูปที่ ก.5 แขนกลแกน Y ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

จากรูปที่ ก.5 สามารถแสดงรายละเอียดขนาดชิ้นส่วนต่าง ๆ ของแขนกลแกน Y ได้ดังนี้



รูปที่ ก.6 (ก) แขนยึด 2



รูปที่ ก.6 (จ) ถาดใส่น้ำหนัก

รูปที่ ก.6 รายละเอียดขนาดชิ้นส่วนต่าง ๆ แขนกลแกน Y ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot

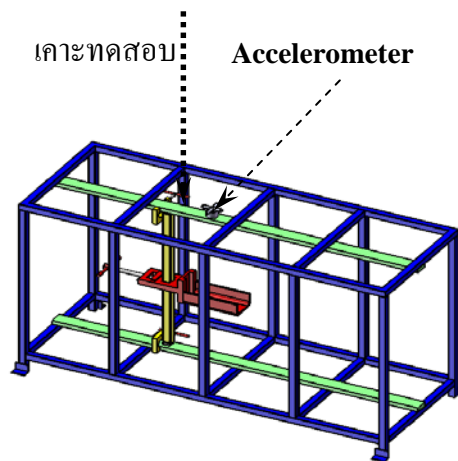


ภาคผนวก ข

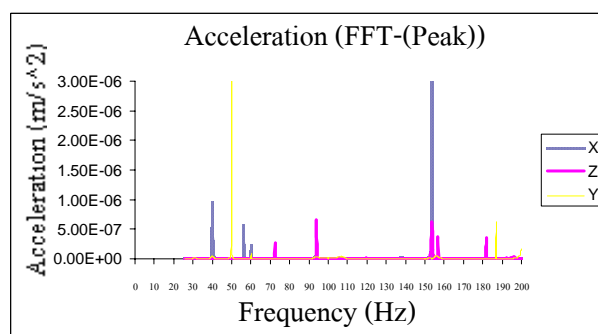
การทดสอบเพื่อหาความถี่ธรรมชาติ

## การเคาะทดสอบเพื่อหาความถี่ธรรมชาติ

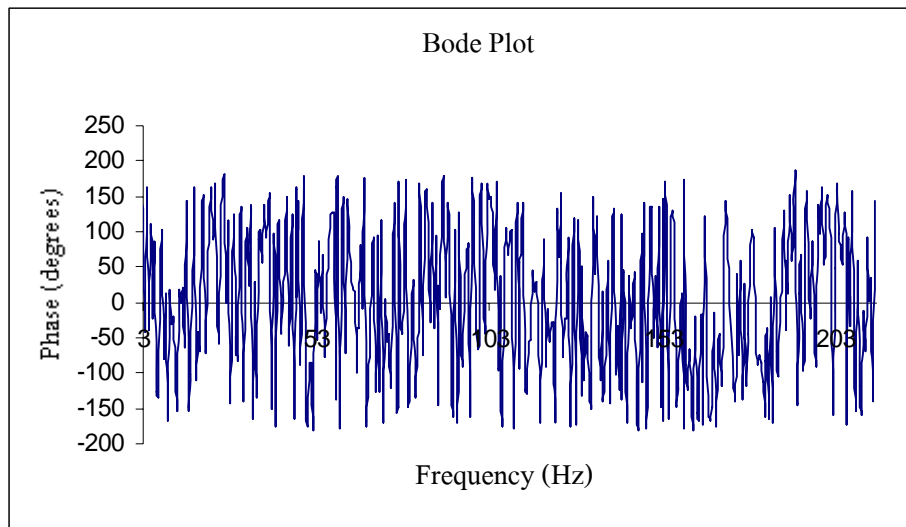
สำหรับการทดสอบหาค่าความถี่ธรรมชาติในงานวิจัยนี้ จะใช้วิธีการเคาะทดสอบ (Bump Test) พิจารณาระบบในรูป ข.1 ซึ่งเป็นระบบที่ใช้ในการทดสอบ จะมีการติดตั้งตัวตรวจวัดสัญญาณความเร่ง (Accelerometer) ไว้กึ่งกลางคาน เพื่อวัดขนาดการสั่นสะเทือนของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian เป็นค่าความเร่งในโดเมนของเวลาในช่วงของการสั่นชั่วคราว (Transient) ผลของการเคาะทดสอบ แสดงดังรูปที่ ข.2 และ ข.3



รูปที่ ข.1 ระบบในการทดสอบหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการเคาะทดสอบ

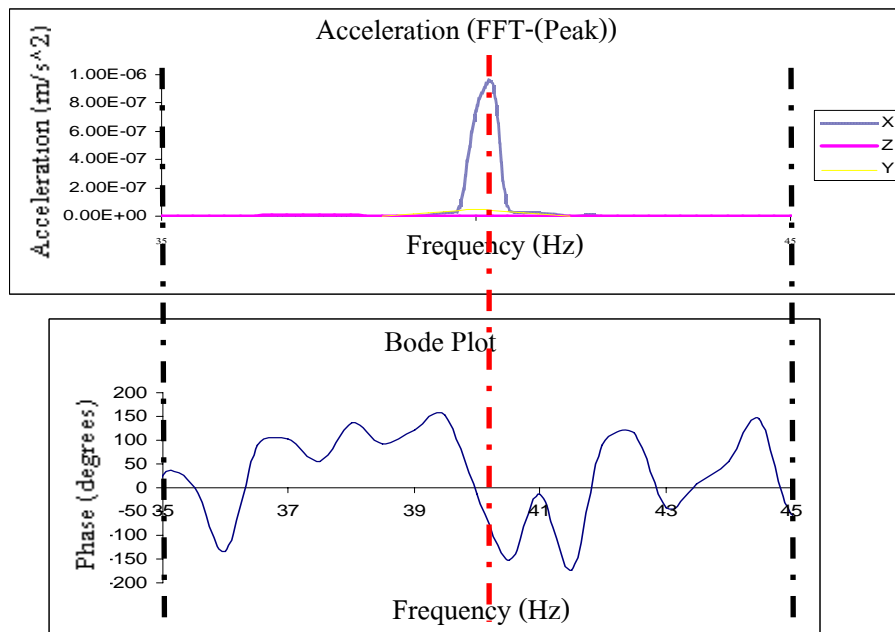


รูปที่ ข.2 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดการสั่นกับความถี่ของแบบจำลองที่ตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y และ Z ที่ระยะ 10 เซนติเมตร



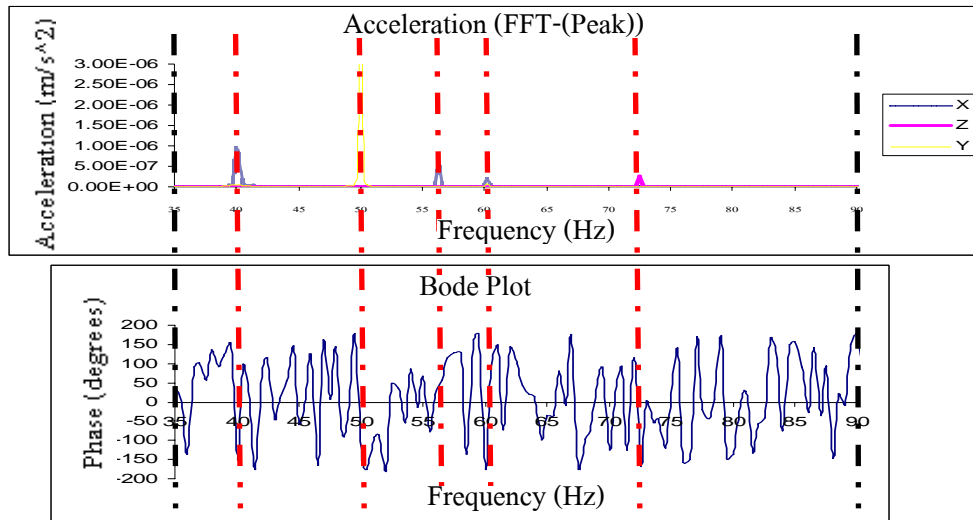
รูปที่ ข.3 กราฟโบเดของแบบจำลองหุ่นยนต์ Vertical Cartesian ที่ตำแหน่งแกนกลไปตามแนวแกน Y และ Z ที่ระยะ 10 เซนติเมตร

นำสัญญาณที่ได้จากการเคาะทดสอบมาวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการเปรียบเทียบของเส้นกราฟ ดังนี้



รูปที่ ข.4 การเปรียบเทียบความถี่ธรรมชาติ

เป็นกราฟที่แสดงแบบ 2 กราฟคู่กัน ดังแสดงตามรูปที่ ข.4 ซึ่งดูได้จากค่ามูฟเฟสของการสั่นสะเทือนจะเปลี่ยนไปจากเดิม และขนาดของการสั่นสะเทือนจะมีค่าเพิ่มขึ้นสูงมากอย่างรวดเร็ว จุดดังกล่าวคือค่าของการเกิดเรโซแนนซ์จะทำให้เกิดความสับสนในการทำคลยภาพ หรือจะทำให้เกิดการสั่นสะเทือนที่รุนแรงนั่นเอง



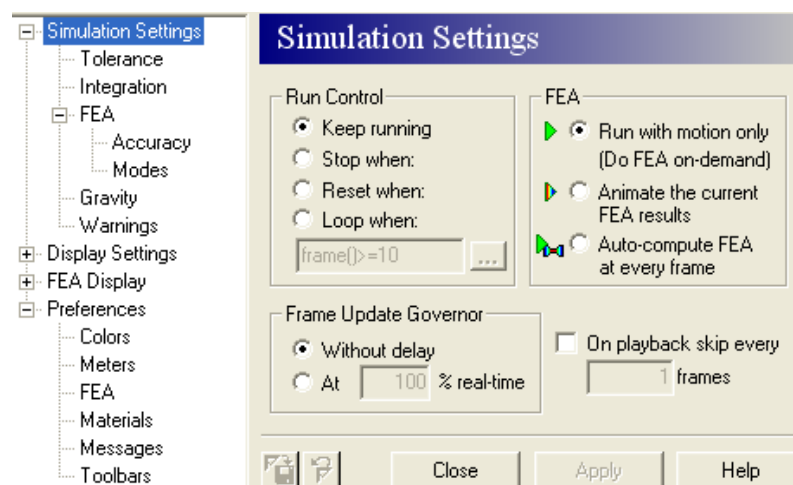
รูปที่ ข.5 การเปรียบเทียบความถี่ธรรมชาติโดยรวม

ภาคผนวก ค

การปรับตั้งค่าโปรแกรมที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาการสันตะเทียน

## การปรับตั้งค่าโปรแกรมที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาการสั่นสะเทือน

การวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งโปรแกรมที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์นั้นคือ MSC. VisualNastran4D โดยจะทำการวิเคราะห์ปัญหาการสั่นสะเทือนและรูปร่างการสั่นสะเทือน โดยมีการตั้งค่าเริ่มต้นดังนี้

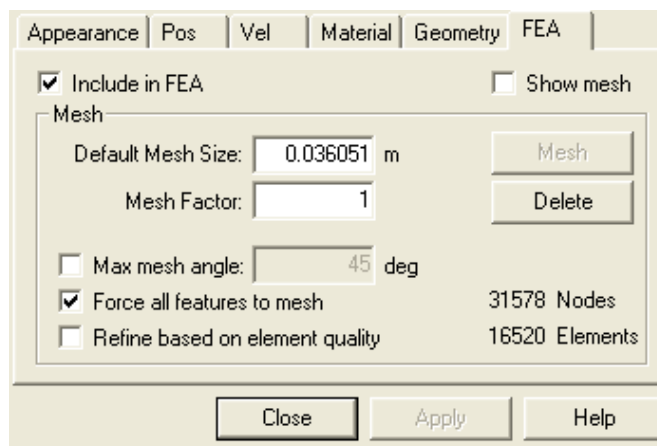


รูปที่ ค.1 หน้าต่างที่ใช้ตั้งค่าเริ่มต้นของโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ตารางที่ ค. 1 ค่าเริ่มต้นของโปรแกรม MSC. VisualNastran4D ที่ใช้ในงานวิจัย

| Simulation Settings | Step 1               | Step 2                          | Step 3                |
|---------------------|----------------------|---------------------------------|-----------------------|
| Tolerance           | Overlap = 0.01       |                                 |                       |
| Integration         | Step = 0.01s         | Steps/Frame = 2                 | Kutta-Merson          |
| FEA                 | Accuracy = All Test  | Mode = 10 lowest                |                       |
| Gravity             | Direction = -Z       | Magnitud = $9.81 \text{ m/s}^2$ |                       |
| Number              | Digits = 5           |                                 |                       |
| Unit                | System = SI(degrees) |                                 |                       |
| Materials           | Custom               | Coeff. Restitution=0.5          | Coeff. Friction = 0.5 |
| FEA Display         | 10% of body size     |                                 |                       |

และตั้งค่าเงื่อนไขขอบเขตดังนี้



รูปที่ ค.2 หน้าต่างที่ใช้ตั้งค่าเงื่อนไขขอบเขตของโปรแกรม MSC. VisualNastran4D

ตารางที่ ค. 2 ค่าเงื่อนไขขอบเขตของโปรแกรม MSC. VisualNastran4D ที่ใช้ในงานวิจัย

| Simulation Settings | Step 1                       | Step 2          |
|---------------------|------------------------------|-----------------|
| Assembly            | Rigidly join bodies together |                 |
| Number of Facets    | Automatic                    |                 |
| Geometry            | Characteristic = Auto        |                 |
| Mesh                | Default Mesh Size            | Mesh Factor = 1 |
| Nodes               | Force all features to mesh   |                 |

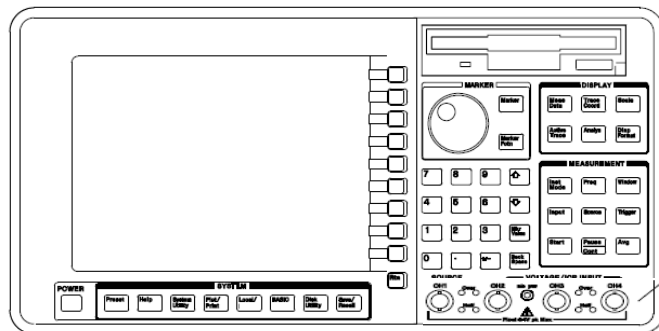
ภาคผนวก ง

การปรับตั้งค่าเครื่องมือวัดที่ใช้ทดสอบการสันสะเทือน



## การปรับตั้งค่าเครื่องมือวัดที่ใช้ทดสอบการสั่นสะเทือน

ในการทดลองวัดการสั่นสะเทือนจะใช้อุปกรณ์วัดการสั่นสะเทือน (Dynamic Signal Analyzer) โดยมีการตั้งค่าเริ่มต้นดังนี้



รูปที่ ง.1 ด้านหน้าของ Dynamic Signal Analyzer

ตารางที่ ง. 1 ค่าเริ่มต้นในหมวดDisplayของการทดลองวัดการสั่นสะเทือนที่ใช้ในงานวิจัย

| Measurement Settings | Step 1                            | Step 2        | Step 3                  |
|----------------------|-----------------------------------|---------------|-------------------------|
| Display Format       | Quad                              | Overall = On  |                         |
| Scale                | Axes scale markers                | X = 0 ถึง 200 | Y = Autoscale           |
| Y units              | Amplitude = Peak                  | Phase = DEG   | XDCR UNET<br>= M (DISP) |
| Measurement Data     | Channel 1 ถึง 4<br>= PWR Spectrum |               |                         |
| Trace Coord.         | 1 ถึง 3 = Linear<br>Magnitude     | 4 = Phase     | x-Axis = Linear         |
| Marker               | Marker = On                       | Peak Trk = On |                         |

ตารางที่ ง. 2 ค่าเริ่มต้นในหมวด Measurement ของการทดลองวัดการสั่นสะเทือนที่ใช้ในงานวิจัย

| Measurement Settings | Step 1                        | Step 2           | Step 3                      |
|----------------------|-------------------------------|------------------|-----------------------------|
| Inst Mode            | FFT Analysis                  | Envelope = ON    |                             |
| Frequency            | START = 0 HZ<br>STOP = 400 HZ | Step Size = 2kHz | Resolution (Lines)<br>= 200 |
| Window               | Rectangle                     |                  |                             |
| INPUT                | SENSITVITY<br>= 100 mv/g      |                  |                             |
| Source               | OFF                           |                  |                             |
| Average              | Average = ON                  | Fast Average     | Update Rate = 5             |

ภาคผนวก จ

รายละเอียดของอุปกรณ์วัดการสั่นสะเทือน

## จ.1 รายละเอียดของอุปกรณ์วัดการสั่นสะเทือน

อุปกรณ์วัดการสั่นสะเทือน (Dynamic Signal Analyzer) ของบริษัท Agilent Technologies รุ่น 35670A โดยมีรายละเอียดของ Dynamic Signal Analyzer ดังนี้



รูปที่ จ.1 Dynamic Signal Analyzer ของบริษัท Agilent Technologies รุ่น 35670A

ตาราง จ.1 คุณลักษณะของ Dynamic Signal Analyzer

|                          | FFT analysis | Octave Analysis | Order Analysis | Swept Sine | Correlation Analysis | Histogram /Time |
|--------------------------|--------------|-----------------|----------------|------------|----------------------|-----------------|
| Power Spec CHI/2/3/4     | yes          | yes             | yes            |            |                      |                 |
| Linear Spec CHI/2/3/4    | yes          |                 |                | yes        |                      |                 |
| Time Channel 1/2/3/4     | yes          |                 | yes            | yes        | yes                  | yes             |
| Window Time Chan 1/2/3/4 | yes          |                 |                |            | yes                  |                 |
| Frequency Response 2/1   | yes          |                 |                | yes        |                      |                 |
| Frequency Response 3/1   | yes          |                 |                | yes        |                      |                 |
| Frequency Response 4/1   | yes          |                 |                | yes        |                      |                 |
| Frequency Response 4/3   | yes          |                 |                | yes        |                      |                 |
| Coherence 2/1            | yes          |                 |                |            |                      |                 |
| Coherence 3/1            | yes          |                 |                |            |                      |                 |
| Coherence 4/1            | yes          |                 |                |            |                      |                 |

ตาราง จ.1 คุณลักษณะของ Dynamic Signal Analyzer (ต่อ)

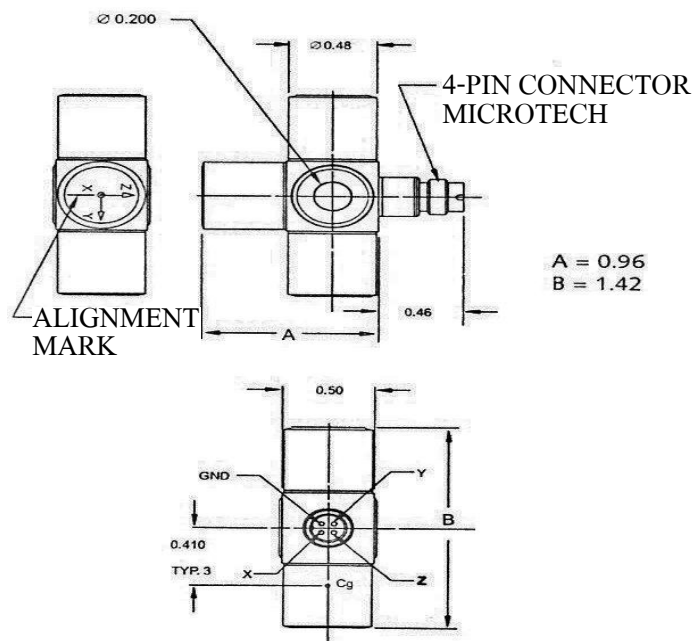
|                               | FFT<br>analysis | Octave<br>Analysis | Order<br>Analysis | Swept<br>Sine | Correlation<br>Analysis | Histogram<br>/Time |
|-------------------------------|-----------------|--------------------|-------------------|---------------|-------------------------|--------------------|
| Coherence 4/3                 | yes             |                    |                   |               |                         |                    |
| Cross Spectrum 2/1            | yes             |                    |                   | yes           |                         |                    |
| Cross Spectrum 3/1            | yes             |                    |                   | yes           |                         |                    |
| Cross Spectrum 4/1            | yes             |                    |                   | yes           |                         |                    |
| Cross Spectrum 4/3            | yes             |                    |                   | yes           |                         |                    |
| Orbit 2/1                     | yes             |                    | yes               |               |                         |                    |
| Orbit 3/1                     | yes             |                    | yes               |               |                         |                    |
| Orbit 4/1                     | yes             |                    | yes               |               |                         |                    |
| Orbit 4/3                     | yes             |                    | yes               |               |                         |                    |
| Math Function                 | yes             | yes                | yes               | yes           | yes                     | yes                |
| Data Register                 | yes             | yes                | yes               | yes           | yes                     | yes                |
| Waterfall Register            | yes             | yes                | yes               | yes           | yes                     | yes                |
| Capture CH1/2/3/4             | yes             | yes                | yes               | yes           | yes                     | yes                |
| Composite Power CH1/2/3/4     |                 |                    | yes               |               |                         |                    |
| Order Track CH1/2/3/4         |                 |                    | yes               |               |                         |                    |
| RPM Profile                   |                 |                    | yes               |               |                         |                    |
| Normalized Variance CH1/2/3/4 |                 |                    |                   | yes           |                         |                    |
| Auto Correlation CH1/2/3/4    |                 |                    |                   |               | yes                     |                    |
| Cross Correlation 2/1         |                 |                    |                   |               | yes                     |                    |
| Cross Correlation 3/1         |                 |                    |                   |               | yes                     |                    |
| Cross Correlation 4/1         |                 |                    |                   |               | yes                     |                    |
| Cross Correlation 4/3         |                 |                    |                   |               | yes                     |                    |
| Histogram CH1/2/3/4           |                 |                    |                   |               |                         | yes                |
| PDF CH1/2/3/4                 |                 |                    |                   |               |                         | yes                |
| CDF CH1/2/3/4                 |                 |                    |                   |               |                         | yes                |

## จ.2 รายละเอียดของอุปกรณ์ตัวตรวจวัดความเร่ง

อุปกรณ์ตัวตรวจวัดความเร่ง (Accelerometer Sensor) ของบริษัท Kistler รุ่น 8792A โดยสามารถวัดได้ในสามแกน (Triaxial Accelerometer)



รูปที่ จ.2 ภาพถ่ายของอุปกรณ์ตัวตรวจวัดความเร่งของบริษัท Kistler รุ่น 8792A



รูปที่ จ.3 ขนาดมิติของอุปกรณ์ตรวจวัดความเร่ง

ตาราง จ.2 คุณสมบัติของอุปกรณ์ตรวจจับการสั่น

| Specifications   | Technical Data | Units            |
|--|----------------|------------------|
| Acceleration Range   | ±50            | g                |
| Acceleration Limit   | ±100           | gpk              |
| Threshold  | 0.004          | gms              |
| Sensitivity ±5% @ 100 Hz, 10 gms                               | 100            | mV/g             |
| Resonant Frequency nom.mtd.                                    | 54             | kHz              |
| Frequency Response ±5%   | 0.5...5000     | Hz               |
| Frequency Response -5% , +10%                                  | -              | Hz               |
| Amplitude Non-linearity  | ±1             | %FSO             |
| Time Constant nom.   | 2              | s                |
| Transverse Sensitivity typ. (max.)                             | 1.5(3)         | %                |
| Base Strain Sensitivity @250 $\mu\epsilon$ , max               | 0.005          | g/ $\mu\epsilon$ |
| Shock (1 ms pulse width) max.                                  | 2000           | g                |
| Long Term Stability  | ±1             | %                |
| Temperature @ 4mA supply current<br>Coefficient of Sensitivity | -0.03          | %/ F             |
| Temperature Range Operating                                    | -65...212      | F                |
| Temperature Range Storage                                      | -100...250     | F                |
| Weight   | 29             | grams            |
| Ground Isolation   | 10             | M $\Omega$       |
| Mounting Torque  | 18             | lbf-in           |

หมายเหตุ : 1 g = 9.80665 m/s<sup>2</sup>, 1 inch = 25.4 mm, 1 gram = 0.03527 oz, 1 lbf-in = 0.1129 Nm

ตาราง จ.3 คุณลักษณะของอุปกรณ์ตรวจจับการสั่นในแต่ละแกน

| Specifications                   | Technical Data |        |        | Units           |
|----------------------------------|----------------|--------|--------|-----------------|
|                                  | X axis         | Y axis | Z axis |                 |
| Sensitivity at 100 Hz, 10.0 grms | 101.6          | 101.9  | 104.0  | mV/g            |
| Sensitivity at 159 Hz, 10.0 grms | 101.7          | 101.9  | 104.1  | mV/g            |
| Transverse Sensitivity           | 3.0            | 3.0    | 3.0    | %               |
| Mounted Resonant Freq (nom.)     | 54.0           | 54.0   | 54.0   | kHz             |
| Time Constant                    | 2.2            | 2.2    | 2.0    | sec.            |
| Bias Voltage                     | 11.7           | 11.8   | 11.6   | V <sub>Dc</sub> |

หมายเหตุ : Calibration Date 6/23/2007 Calibrated By Mark Thomas



ภาคผนวก จ

บทความที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

## รายชื่อบทความที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในขณะศึกษา

พิระยุทธ หวังรักไพบูลย์ และ จิระพล ศรีเสริฐผล. (ตุลาคม 2551). การศึกษาและวิเคราะห์การสั้นของหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้งโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์. ใน การประชุมเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษาแห่งชาติครั้งที่ 22. วันที่ 15-17 ตุลาคม 2551. ปทุมธานี.

## ประวัติผู้เขียน

นายพีระยุทธ หวังรักไพบูลย์ เกิดเมื่อวันที่ 16 สิงหาคม 2525 ที่จังหวัดขอนแก่น เริ่มการศึกษาระดับประถมศึกษาปีที่ 1-6 ที่โรงเรียนกุศลิ่งวิทยาคม จังหวัดกาฬสินธุ์ และมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ที่โรงเรียนราชสีมาวิทยาลัย 2 จังหวัดนครราชสีมา สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล) คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เมื่อ พ.ศ. 2547 และในปี พ.ศ. 2549 ได้ศึกษาต่อระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา ในขณะที่ศึกษาต่อในระดับปริญญาโท ได้มีประสบการณ์การสอนปฏิบัติการของสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล จำนวน 5 รายวิชา ได้แก่ (1) ปฏิบัติการวิศวกรรมเครื่องกล 1 (2) ปฏิบัติการวิศวกรรมเครื่องกล 2 (3) ปฏิบัติการวิศวกรรมเครื่องกล 3 (4) เขียนแบบวิศวกรรม 1 และ (5) เขียนแบบวิศวกรรม 2 เป็นเวลา 3 ปี