

การตัดแปลงและการประยุกต์ใช้แบบจำลอง  $\gamma$ -Re $_{\theta}$   
สำหรับการไหลแบบทรานสิชัน

นายเกียรติ สุลักษณ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี  
ปีการศึกษา 2550

**MODIFICATION AND APPLICATION OF  $\gamma$ - $Re_{\theta}$  MODEL  
FOR TRANSITIONAL FLOW**

**Keerati Suluksna**

**A Thesis Submitted in Fulfillment of the Requirements for the  
Degree of Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering  
Suranaree University of Technology  
Academic Year 2007**

## การดัดแปลงและการประยุกต์ใช้แบบจำลอง $\mu$ - $Re_\theta$ สำหรับการไหลแบบทรานสิชัน

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาคุษภีบัณฑิต

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

(รศ. ร.อ. ดร.กนต์ธร ชำนิประศาสน์)

ประธานกรรมการ

(รศ. ดร.เอกชัย จันทสาโร)

กรรมการ (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์)

(รศ. ดร.ทวิช จิตรสมบูรณ์)

กรรมการ

(รศ. ดร.อศิ บุญจิตราดุลย์)

กรรมการ

(ผศ. ดร.เวชพงศ์ ชูติชูเดช)

กรรมการ

(รศ. ดร.เสาวณีย์ รัตนพานิ)

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

(รศ. น.อ. ดร.วรพจน์ จำพิศ)

คณบดีสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

กীরติ สุลักษณ์ : การดัดแปลงและการประยุกต์ใช้แบบจำลอง  $\gamma$ - $Re_\theta$  สำหรับการไหลแบบทรานสิชัน (MODIFICATION AND APPLICATION OF  $\gamma$ - $Re_\theta$  MODEL FOR TRANSITIONAL FLOW) อาจารย์ที่ปรึกษา : รศ. ดร.เอกชัย จันทสาโร, 155 หน้า.

วิทยานิพนธ์นี้ มุ่งเน้นศึกษาในประเด็นพฤติกรรมแบบเปลี่ยนผ่านของการไหลชั้นขีดผิวแบบจำลองความเปลี่ยนผ่าน  $\gamma$ - $Re_\theta$  ของ Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) ถูกนำมาใช้ในการทำนายพฤติกรรมแบบเปลี่ยนผ่านที่เกิดขึ้น ในการคำนวณ พารามิเตอร์ซึ่งใช้ควบคุมความยาวของช่วงการเปลี่ยนผ่าน  $F_{length}$  และพารามิเตอร์ซึ่งใช้ควบคุมตำแหน่งของจุดที่เริ่มเกิดการเปลี่ยนผ่าน  $Re_{\theta_c}$  ในแบบจำลอง  $\gamma$ - $Re_\theta$  ได้ถูกสร้างขึ้นใหม่ โดยใช้กระบวนการทดสอบเชิงตัวเลข บริบทของการคำนวณเชิงตัวเลขอยู่บนพื้นฐานของระเบียบวิธีปริมาตรอิสระ กริดพิคต์วัตต์แบบจตุรร่วมถูกใช้เพื่อแบ่งโดเมนออกเป็นปริมาตรควบคุมขนาดเล็ก กลยุทธ์การแปลงปริภูมิถูกใช้เพื่อแปลงโดเมนกายภาพไปเป็นโดเมนการคณาที่มีรูปทรงเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก พารามิเตอร์ที่นำเสนอได้รับการประเมินความถูกต้องในการใช้งาน โดยการนำไปผนวกเข้ากับแบบจำลอง  $\gamma$ - $Re_\theta$  และทดสอบกับกรณีทดสอบ T3 ของ ERCOFTAC ซึ่งเป็นการไหลชั้นขีดผิวบนแผ่นเรียบ ภายใต้ผลกระทบของกระแสอิสระปั่นป่วนและเกรเดียนต์ความดัน และกรณีการไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012 ที่เลขเรย์โนลด์  $Re_c=6.0 \times 10^5$  และเลขมัค  $M=0.086$  ถูกใช้เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของพารามิเตอร์ ในการทำนายพฤติกรรมการไหลภายใต้ผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงความโค้งของพื้นผิว จากผลการทดสอบพบว่า พารามิเตอร์ที่ใช้ควบคุมพฤติกรรมความเปลี่ยนผ่าน  $F_{length}$  และ  $Re_{\theta_c}$  ที่นำเสนอ นั้นช่วยให้แบบจำลอง  $\gamma$ - $Re_\theta$  ทำนายพฤติกรรมความเปลี่ยนผ่านที่เกิดขึ้นบนแผ่นเรียบได้อย่างสมจริง และให้ผลการทำนายความเปลี่ยนผ่านที่เกิดขึ้นบนแพนอากาศที่สอดคล้องดี เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล  
ปีการศึกษา 2550

ลายมือชื่อนักศึกษา \_\_\_\_\_  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา \_\_\_\_\_

KEERATI SULUKSNA : MODIFICATION AND APPLICATION OF  $\gamma\text{-Re}_\theta$   
MODEL FOR TRANSITIONAL FLOW. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF.  
EKACHAI JUNTASARO, Ph.D. 155 PP.

#### TRANSITION MODEL/INTERMITTENCY/BOUNDARY LAYER/BYPASS

This thesis is aimed to study the transition behavior of the boundary layer flow. The  $\gamma\text{-Re}_\theta$  transition model of Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) is used to predict the flow transition. To apply this model, the parameters for controlling the length of transition,  $F_{length}$ , and the onset of transition,  $\text{Re}_{\theta_c}$ , in the model are proposed. The mathematical expressions for both parameters are formulated by means of numerical experiments. In this work, the numerical procedure is developed based on the finite volume method, and the body-fitted and collocated grid arrangement is used to divide the domain into many smaller finite control volumes. The strategy of transformation technique is adopted to transform the physical domain to the uniform rectangular computational domain. The proposed parameters are implemented into the  $\gamma\text{-Re}_\theta$  model and their accuracy for simulating the transition is validated by testing with the experimental data. The T3 series of the ERCOFTAC is used to assess the proposed parameters for predicting the transition in the flat plate boundary layer flow under the influences of freestream turbulence and pressure gradient. The flow over a NACA-0012 airfoil at the Reynolds number of  $6.0 \times 10^5$  and Mach number of 0.086 is also taken for assessing the proposed parameters to predict the transition under the effect of surface curvature. Results show that the proposed mathematical expressions for  $F_{length}$  and  $\text{Re}_{\theta_c}$  can work well with the  $\gamma\text{-Re}_\theta$  model to give good agreement with

the experimental data of transition in case of the flat plate boundary layer flow, and fair agreement in case of the flow over the NACA-0012 airfoil.

School of Mechanical Engineering

Academic Year 2007

Student's Signature \_\_\_\_\_

Advisor's Signature \_\_\_\_\_

## กิตติกรรมประกาศ

การศึกษาครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอขอบคุณ รศ. ดร.เอกชัย จันทสาโร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้คำปรึกษาและให้ความช่วยเหลือด้านวิชาการ ช่วยตรวจทานเนื้อความวิทยานิพนธ์จนมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น รวมทั้งเป็นกำลังใจ และเป็นแบบอย่างที่ดีในการดำเนินชีวิตหลาย ๆ ด้านให้กับผู้วิจัยเสมอมา

ขอขอบคุณคณาจารย์ของสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกลทุกท่าน รศ. น.อ. ดร.วราภรณ์ จำพิศ, รศ. ดร.ทวิช จิตรสมบูรณ์, รศ. ร.อ. ดร.กนต์ธร ชำนิประศาสน์, รศ. ดร.เอกชัย จันทสาโร, ผศ. ดร.จิระพล ศรีเสริฐผล, อ. ดร.ธีระชาติ พรพิบูลย์, อ. ดร.สมศักดิ์ ศิวดำรงพงศ์, อ.ประพันธ์ คลวิชัย, อ. โศรฎา แข็งการ, อ.เอกรงค์ สุขจิต และ อ.วรรณวนัช บุ่งสุด ที่มีส่วนช่วยผลักดันให้การวิจัยครั้งนี้ราบรื่นไปได้ด้วยดี

ขอขอบคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ทุกท่าน รศ. ดร.ทวิช จิตรสมบูรณ์, รศ. ดร.อภิบุญจิตราดุล, รศ. ร.อ. ดร.กนต์ธร ชำนิประศาสน์, รศ. ดร.เอกชัย จันทสาโร และ ผศ. ดร.เวชพงศ์ ชุตินุเดช ที่ได้ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงเนื้อหาวิทยานิพนธ์

ขอขอบคุณพี่ ๆ และน้อง ๆ เลขานุการและบุคลากรของสาขาวิชาฯ พี่ปู, ป้าอี๋, พี่ญู และดาว ที่ได้ให้ความช่วยเหลือด้านเอกสารและข้อมูลข่าวสารต่าง ๆ ตลอดถึงเพื่อน ๆ และน้อง ๆ บัณฑิตศึกษาวิศวกรรมเครื่องกลทุกคนที่ร่วมทุกข์ร่วมสุขกันมาโดยตลอด ขอขอบคุณศูนย์ไทยกริดแห่งชาติที่ได้ให้ความเอื้อเฟื้อเครื่องคอมพิวเตอร์คอมพิวเตอร์สำหรับการรันโปรแกรม

ขอประณตน์นมัสการพระครูบาอาจารย์ทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ได้อบรมสั่งสอนให้ความรู้ และกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ ที่ได้ให้การอบรมเลี้ยงดูและสนับสนุนด้านการศึกษาอย่างดีมาโดยตลอด

มีคนเคยกล่าวไว้ว่า “ปัญหาและอุปสรรคคือหนทางสู่ความสำเร็จ ความสำเร็จที่มีคุณค่าเกิดจากการฟันฝ่าอุปสรรคนั้นด้วยตนเอง” หากเป็นเช่นนั้นจริง ผู้วิจัยต้องขอขอบคุณตัวเองที่ไม่ยอมถอยเมื่อท้อ ที่ไม่ยอมหน่ายเมื่อเหนื่อย ที่ไม่ยอมเลิกเมื่อล้าม อดทนเข้มแข็งฟันฝ่าอุปสรรคต่าง ๆ มาได้จนถึง ณ วันนี้

กิริติ สุลักษณ์

## สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ (ภาษาไทย) .....	ก
บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ) .....	ข
กิตติกรรมประกาศ .....	ง
สารบัญ .....	จ
สารบัญตาราง .....	ช
สารบัญรูป .....	ฉ
<b>บทที่</b>	
<b>1 บทนำ.....</b>	<b>1</b>
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย .....	5
1.3 ขอบเขตของการวิจัย.....	5
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	5
<b>2 บริบทของการไหลแบบเปลี่ยนผ่าน.....</b>	<b>7</b>
2.1 ชั้นขีดผิวแบบเปลี่ยนผ่าน .....	7
2.2 ชนิดของชั้นขีดผิวแบบเปลี่ยนผ่าน .....	10
2.2.1 ความเปลี่ยนผ่านแบบธรรมชาติ .....	10
2.2.2 ความเปลี่ยนผ่านแบบขำมชั้น.....	10
2.2.3 ความเปลี่ยนผ่านแบบกระแสดแยกตัว.....	10
2.3 อิทธิพลหลักที่ส่งผลต่อชั้นขีดผิวความเปลี่ยนผ่าน .....	11
2.3.1 อิทธิพลของกระแสอิสระปั่นป่วนที่มีต่อความเปลี่ยนผ่าน .....	12
2.3.2 อิทธิพลจากเกรเดียนต์ความดันที่มีต่อความเปลี่ยนผ่าน .....	12
2.4 การทำนายความเปลี่ยนผ่าน .....	13
2.4.1 การทำนายโดยใช้วิธีเสถียรภาพเชิงเส้น .....	14
2.4.2 การทำนายโดยวิธีแบบจำลองความปั่นป่วน.....	15



## สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.4.3	การทำนายโดยใช้หลักการความไม่ต่อเนื่อง.....	15
2.5	สหสัมพันธ์สำหรับความเปลี่ยนแปลงผ่าน .....	17
2.5.1	สหสัมพันธ์สำหรับจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่าน .....	17
2.5.2	สหสัมพันธ์สำหรับการเติบโตของความเปลี่ยนแปลงผ่าน .....	20
2.5.3	สหสัมพันธ์สำหรับการแจกแจงความเปลี่ยนแปลงผ่าน .....	20
2.6	การจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่าน .....	21
2.6.1	การจำลองแบบเชิงเส้น .....	22
2.6.2	การจำลองแบบพีชคณิต .....	23
2.6.3	การจำลองแบบอนุพันธ์ย่อย .....	25
2.7	การจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่านกับงานด้านวิศวกรรม.....	36
2.8	บทสรุป.....	39
<b>3</b>	<b>แบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่าน <math>\gamma\text{-Re}_\theta</math>.....</b>	<b>46</b>
3.1	การสร้างคุณสมบัติแบบเฉพาะที่ให้กับแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่าน .....	47
3.2	แบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่าน $\gamma\text{-Re}_\theta$ .....	51
3.2.1	สมการส่งถ่ายสำหรับความไม่ต่อเนื่อง.....	51
3.2.2	สมการส่งถ่ายสำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนตัมการเปลี่ยนแปลงผ่าน .....	53
3.2.3	สหสัมพันธ์สำหรับจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่าน .....	54
3.2.4	การประยุกต์ใช้งานแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่าน $\gamma\text{-Re}_\theta$ .....	56
3.2.5	นิยามและความหมายเชิงฟิสิกส์ของพารามิเตอร์ที่สำคัญในแบบจำลอง $\gamma\text{-Re}_\theta$ .....	57
3.3	สหสัมพันธ์รูปแบบใหม่สำหรับแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่าน $\gamma\text{-Re}_\theta$ .....	60
3.3.1	กลวิธีในการสร้างสหสัมพันธ์ .....	61
3.3.2	การทดสอบความคงทนในการใช้งาน .....	66
3.4	บทสรุป.....	68
<b>4</b>	<b>ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข.....</b>	<b>70</b>
4.1	ภาพรวมของกลวิธีการคณนา .....	70
4.2	กลวิธีการสร้างกริด.....	73

## สารบัญ (ต่อ)

หน้า

4.3	ปฏิภูมิและการแปลง .....	75
4.4	การแปลงปฏิภูมิของสมการควบคุมการไหล .....	78
4.5	การแปลงสมการควบคุมการไหลบนพื้นฐานระเบียบวิธีปริมาตรอันดับ .....	82
4.6	การแปลงสมการความดันแก้ไข .....	84
4.7	บทสรุป.....	88
<b>5</b>	<b>การทดสอบและผลทดสอบ .....</b>	<b>89</b>
5.1	การไหลชั้นซิดผิวแบบเปลี่ยนผ่านบนแผ่นเรียบ.....	89
5.1.1	คุณลักษณะทั่วไปของการไหลชั้นซิดผิวบนแผ่นเรียบ .....	89
5.1.2	การคณนาและเงื่อนไขการวิเคราะห์การไหลชั้นซิดผิวบนแผ่นเรียบ.....	91
5.1.3	ผลการทดสอบการไหลชั้นซิดผิวบนแผ่นเรียบ .....	97
5.1.4	สรุปผลการทดสอบการไหลชั้นซิดผิวบนแผ่นเรียบ.....	112
5.2	การไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012.....	118
5.2.1	คุณลักษณะทั่วไปของการไหลผ่านแพนอากาศ .....	119
5.2.2	การคณนาและเงื่อนไขการวิเคราะห์การไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012 ...	121
5.2.3	ผลการทดสอบการไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012.....	123
5.2.4	สรุปผลการทดสอบการไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012 .....	126
5.3	บทสรุป.....	129
<b>6</b>	<b>บทสรุปและข้อเสนอแนะ .....</b>	<b>131</b>
6.1	สรุป .....	131
6.2	ข้อเสนอแนะ .....	133
	รายการอ้างอิง.....	134
	ภาคผนวก	
	ภาคผนวก ก. แบบจำลองความปั่นป่วน SST ของ Menter (1994).....	142
	ภาคผนวก ข. คำเทียบไทย-อังกฤษ .....	146
	ภาคผนวก ค. บทความที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	153
	ประวัติผู้เขียน .....	155

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1	สหสัมพันธ์สำหรับจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่าน .....41
2.2	พารามิเตอร์การเติบโตของจุดก่อความปั่นป่วน .....42
2.3	สหสัมพันธ์สำหรับการแจกแจงความไม่ต่อเนื่อง .....43
2.4	รูปแบบสมการสำหรับความไม่ต่อเนื่องของแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่าน.....45
5.1	สรุปเงื่อนไขค่าขอบสำหรับการไหลบนแผ่นเรียบ .....96
5.2	รายละเอียดข้อมูลสำหรับกรณีทดสอบ T3-ERCOFTAC .....96
5.3	แรงดูดของการไหลบนแผ่นเรียบของกรณีทดสอบ T3-ERCOFTAC ..... 118

## สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 โทพออลยีของการไหลแบบเปลี่ยนผ่านและแบบปั่นป่วนผ่านใบพัดกังหันลม และกำลังเพลลาที่ได้เทียบกับความเร็วลม.....	3
2.1 จุดก่อกวนปั่นป่วน Emmons .....	8
2.2 ภาพวาดกระบวนการการเกิดชั้นขีดผิวแบบเปลี่ยนผ่าน .....	9
2.3 กระแสแยกตัวที่ปากขอบทางเข้าของการไหลที่ $Re=6000$ และภาพวาดการเกิดฟองกระแสแยกตัว.....	11
2.4 เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน เทียบกับความเข้มของความปั่นป่วนและพารามิเตอร์เกรเดียนต์ความดัน .....	19
2.5 ลักษณะการแจกแจงของการแตกตัวของจุดก่อกวนปั่นป่วน .....	27
2.6 คอนทัวร์ความเข้มของความปั่นป่วน และการแจกแจงสัมประสิทธิ์ความดัน กรณีการไหลบนใบจักรเครื่องอัด Zierke (PSU) .....	36
2.7 คอนทัวร์ของ Vorticity และพลังงานจลน์ปั่นป่วน ของการไหลผ่านใบจักร T106A ที่ $Re=51831$ ซึ่งจำลองด้วยวิธี DNS .....	37
2.8 การจำลองการไหลผ่านใบจักรเครื่องอัดไอ RGW แบบปั่นป่วนสมบูรณ์ และแบบเปลี่ยนผ่าน เปรียบเทียบกับผลการทดลอง .....	37
2.9 ความเปลี่ยนผ่านที่เกิดขึ้นบนปีกเครื่องบิน NACA 0012 จำลองโดยใช้วิธี LES .....	38
2.10 คอนทัวร์ความเสียดทานพื้นผิวแบบปั่นป่วนสมบูรณ์และแบบเปลี่ยนผ่าน สำหรับการไหลผ่านลำตัวอากาศยาน .....	38
2.11 ลักษณะกายภาพของ Micro-riblet film (MRF) และภาพขยายของ Poly-vinylidene-fluoride riblet film ที่ผลิตโดย 3M .....	39
3.1 โพรไฟล์ของเลขเรย์โนลด์การหมุนวนในชั้นขีดผิวบลาเซียส และการเปลี่ยนแปลงของเลขเรย์โนลด์การหมุนวนเทียบกับตัวประกอบสัญญาณของชั้นขีดผิว .....	51
3.2 ความสัมพันธ์ของ $F_{length}$ กับ $Tu_{\infty,le}$ บนสมมุติฐาน $Re_{\alpha}=Re_{\alpha}$ .....	62
3.3 การทดสอบเชิงตัวเลขสำหรับสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว.....	63
3.4 ความสัมพันธ์ของ $F_{length}$ และ $Re_{\alpha}$ กับ $\tilde{Re}_{\alpha}$ .....	64

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.5 เลขเรย์โนลด์ส์ความหนาโมเมนต์ และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว จากการทดสอบความคงทนการใช้งาน .....	67
4.1 โดเมนกายภาพและโดเมนการคณนา.....	73
5.1 ภาพวาดการไหลชั้นขีดผิวบนแผ่นเรียบ.....	91
5.2 ลักษณะของโดเมนและเงื่อนไขขอบสำหรับกรณีเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ และกรณีเกรเดียนต์ความดันไม่เป็นศูนย์.....	92
5.3 ความสูงโดเมนและโพไฟล์ความเร็วเฉพาะที่ของกระแสวิษระ.....	93
5.4 ตัวอย่างกริดสำหรับกรณีเกรเดียนต์ความดันไม่เป็นศูนย์.....	93
5.5 โพไฟล์การลดลงของความเข้มกระแสวิษระปั่นป่วน.....	99
5.6 สัดส่วนความหนืดสำหรับกรณีทดสอบการไหลบนแผ่นตรง.....	99
5.7 สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว สำหรับกรณีทดสอบ T3K.....	99
5.8 เลขเรย์โนลด์ส์ความหนาโมเมนต์ สัมประสิทธิ์ความฝืดพื้นผิว และตัวประกอบสัญญาณ สำหรับกรณีทดสอบ T3AM .....	100
5.9 เลขเรย์โนลด์ส์ความหนาโมเมนต์ สัมประสิทธิ์ความฝืดพื้นผิว และตัวประกอบสัญญาณ สำหรับกรณีทดสอบ T3A.....	100
5.10 เลขเรย์โนลด์ส์ความหนาโมเมนต์ สัมประสิทธิ์ความฝืดพื้นผิว และตัวประกอบสัญญาณ สำหรับกรณีทดสอบ T3B .....	101
5.11 เลขเรย์โนลด์ส์ความหนาโมเมนต์ สัมประสิทธิ์ความฝืดพื้นผิว และตัวประกอบสัญญาณ สำหรับกรณีทดสอบ T3C1 .....	101
5.12 เลขเรย์โนลด์ส์ความหนาโมเมนต์ สัมประสิทธิ์ความฝืดพื้นผิว และตัวประกอบสัญญาณ สำหรับกรณีทดสอบ T3C2 .....	102
5.13 เลขเรย์โนลด์ส์ความหนาโมเมนต์ สัมประสิทธิ์ความฝืดพื้นผิว และตัวประกอบสัญญาณ สำหรับกรณีทดสอบ T3C3 .....	102
5.14 เลขเรย์โนลด์ส์ความหนาโมเมนต์ สัมประสิทธิ์ความฝืดพื้นผิว และตัวประกอบสัญญาณ สำหรับกรณีทดสอบ T3C4 .....	103

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.15 เลขเรย์โนลด์์ความหนาโมเมนต์ สัมประสิทธิ์ความฝืดพื้นผิว และตัวประกอบสัญญาณ สำหรับกรณีทดสอบ T3C5 .....	103
5.16 ความเร็ว พลังงานจลน์ปั่นป่วน และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์์ สำหรับกรณีทดสอบ T3AM .....	104
5.17 ความเร็ว พลังงานจลน์ปั่นป่วน และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์์ สำหรับกรณีทดสอบ T3A .....	105
5.18 ความเร็ว พลังงานจลน์ปั่นป่วน และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์์ สำหรับกรณีทดสอบ T3B .....	106
5.19 ความเร็ว พลังงานจลน์ปั่นป่วน และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์์ สำหรับกรณีทดสอบ T3C1 .....	107
5.20 ความเร็ว พลังงานจลน์ปั่นป่วน และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์์ สำหรับกรณีทดสอบ T3C2 .....	108
5.21 ความเร็ว พลังงานจลน์ปั่นป่วน และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์์ สำหรับกรณีทดสอบ T3C3 .....	109
5.22 ความเร็ว พลังงานจลน์ปั่นป่วน และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์์ สำหรับกรณีทดสอบ T3C4 .....	110
5.23 ความเร็ว พลังงานจลน์ปั่นป่วน และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์์ สำหรับกรณีทดสอบ T3C5 .....	111
5.24 การแจกแจงความไม่ต่อเนื่องในกรณี T3A ของแบบจำลอง Suzen and Huang (2000) .....	114
5.25 ความสัมพันธ์ระหว่าง $Re_d$ และ $1/Re_d$ กับระยะกระแสน้ำปั่นป่วน .....	117
5.26 ลักษณะการไหลผ่านแพนอากาศ NACA 64A015 ที่มุมปะทะ 5 องศา และภาพวาด การไหลผ่านแพนอากาศ .....	118
5.27 ลักษณะโดเมนและการกำหนดเงื่อนไขขอบสำหรับการไหลผ่านแพนอากาศ .....	122
5.28 ลักษณะของกริดที่สร้าง และภาพขยายบริเวณส่วนหัวแพน .....	123
5.29 สัมประสิทธิ์ความดัน และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวรอบ NACA-0012 .....	124
5.30 ความเร็วที่ตำแหน่งต่าง ๆ ของการไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012 .....	124

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.31 โพรไฟล์การปั่นป่วนของความเร็วของการไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012 .....	125
5.32 คอนทัวร์ของความเร็วและความดันสำหรับการไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012 .....	126
5.33 พลังงานจลน์ปั่นป่วนที่มากที่สุด และคอนทัวร์ของพลังงานจลน์ปั่นป่วนสำหรับแบบ ปั่นป่วนและแบบเปลี่ยนผ่าน บน NACA-0012 .....	127
5.34 คอนทัวร์ความเร็วของการไหลบนแผ่นเรียบกรณีทดสอบ T3-ERCOFTAC.....	130

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การวิจัยและแก้ปัญหาพลศาสตร์ของไหลในเมืองไทยช่วงหลายปีที่ผ่านมา มีการนำความรู้ทางพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณเข้ามาประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวาง เนื่องจากมีความสะดวก อีกทั้งยังช่วยประหยัดเวลาและต้นทุนในการดำเนินการ อย่างไรก็ตาม เนื่องจากงานส่วนใหญ่เป็นไปในเชิงประยุกต์ใช้ซอฟต์แวร์มากกว่าการพัฒนาซอฟต์แวร์ เหตุผลหนึ่งที่ยังงานด้านพัฒนาซอฟต์แวร์ไม่ค่อยได้รับความสนใจจากนักวิจัยรุ่นใหม่เท่าที่ควรนั้น อาจเป็นเพราะลักษณะงานต้องการความละเอียดรอบคอบในการจัดการ เนื่องจากมีความยุ่งยากและใช้เวลานานในการทดสอบ ซึ่งอาจไม่ถูกใจผู้ที่มีเวลาในการทำวิจัยอย่างจำกัด นอกจากนี้ การสร้างงานต้องอาศัยองค์ความรู้หลายแขนงทั้งทางศาสตร์และทางศิลป์ผนวกเข้าด้วยกัน ทางศาสตร์ได้แก่ ความรู้ทางด้านพลศาสตร์ของไหลขั้นสูงและระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งเป็นศาสตร์แขนงของวิศวกรรมเครื่องกลและคณิตศาสตร์ ส่วนทางศิลป์ได้แก่ ความรู้ทางการโปรแกรมคอมพิวเตอร์ การแสดงผลและการจัดการฐานข้อมูล ซึ่งเป็นศาสตร์แขนงของวิทยาการคอมพิวเตอร์ เป็นต้น หากพิจารณาโดยภาพรวมแล้วจะพบว่า ผู้ที่มีความรู้ทางด้านพลศาสตร์ของไหล มักไม่ค่อยมีความถนัดงานทางด้านระเบียบวิธีเชิงตัวเลขและการโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ส่วนผู้ที่เชี่ยวชาญทางด้านการโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ก็มักไม่ค่อยสนใจงานทางด้านพลศาสตร์ของไหล กอปรกับเป็นลักษณะงานในเชิงงานวิจัยพื้นฐานซึ่งงานนี้อาจดูไม่โดดเด่น มูลเหตุเหล่านี้เป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้การพัฒนาซอฟต์แวร์จำกัดอยู่ในวงแคบ นักวิจัยรุ่นใหม่จึงนิยมหันไปทำงานวิจัยประยุกต์โดยใช้ซอฟต์แวร์สำเร็จรูปแทนเสียเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งให้ความสะดวกและรวดเร็วกว่าการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ขึ้นใช้งานเองมาก บทบาทและความสำคัญของนักพัฒนาซอฟต์แวร์จึงดูไม่โดดเด่นนักในปัจจุบัน อย่างไรก็ตาม ในมุมมองของผู้วิจัยเชื่อว่างานด้านการพัฒนาซอฟต์แวร์เป็นบริบทที่สำคัญอย่างหนึ่งในการพัฒนาประเทศไทย เป็นงานที่ช่วยสร้างรากฐานภูมิความรู้ที่เข้มแข็งให้แก่นักวิจัยของประเทศ ซึ่งอาศัยการลงทุนตัวเงินค่อนข้างน้อย แต่ได้ผลตอบแทนกลับคืนมาคุ้มค่า ด้วยเหตุจูงใจนี้ ผู้วิจัยจึงเลือกที่จะพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ขึ้นใช้ในงานวิจัยครั้งนี้เอง เพราะเชื่อว่าจะช่วยพัฒนาฐานองค์ความรู้ของผู้วิจัยให้เข้มแข็งขึ้น อันจะเป็นประโยชน์อย่างมากในการทำวิจัยต่อไปในอนาคต

ในทางพลศาสตร์ของไหล เราจำแนกพฤติกรรมของการไหลออกเป็น 3 รูปแบบหลัก ได้แก่ แบบลามินาร์หรือแบบราบเรียบ แบบทรานสิชันหรือแบบเปลี่ยนผ่าน และแบบเทอร์บิวเลนต์หรือ

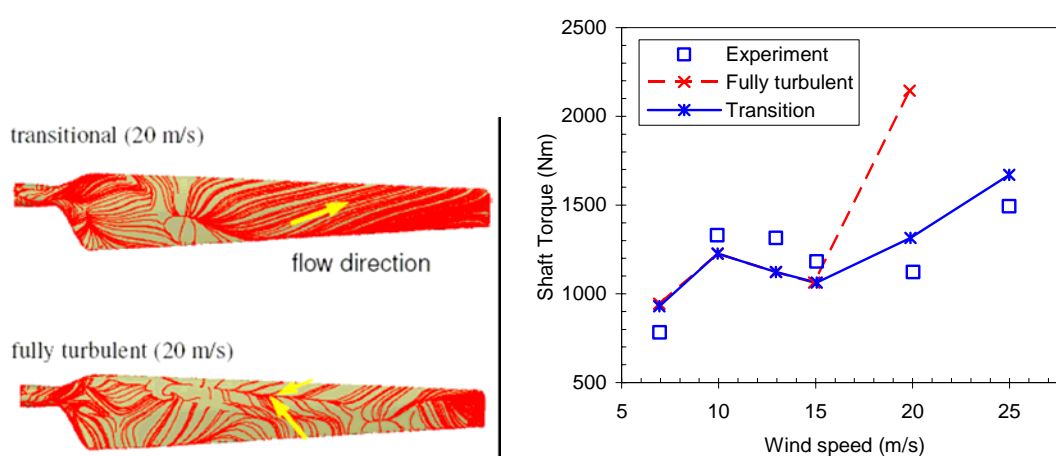


แบบปั่นป่วน พฤติกรรมทั้งสามรูปแบบนี้ พฤติกรรมแบบเปลี่ยนผ่านดูเหมือนจะเป็นพฤติกรรมที่มักถูกมองข้ามความสำคัญจากนักวิจัยมาโดยตลอด แม้จะเป็นที่ประจักษ์ว่า การไหลแบบเปลี่ยนผ่านมีบทบาทสำคัญเป็นอย่างมากในงานวิศวกรรมหลายอย่าง อาทิเช่น การไหลผ่านใบจักรของกังหันต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งกังหันความดันต่ำ การไหลผ่านปีกและลำตัวของอากาศยาน เป็นต้น โดยมักพบเสมอว่ามีชั้นขีดผิวของการไหลแบบเปลี่ยนผ่านเกิดขึ้น ในบางกรณีอาจเกิดขึ้นคลุมบริเวณกว่า 50-70 เปอร์เซ็นต์ ของพื้นที่ใบจักร การที่พฤติกรรมแบบเปลี่ยนผ่านเกิดขึ้นคลุมบริเวณกว้างเช่นนี้ ย่อมส่งผลกระทบต่อการทำงานและประสิทธิภาพของระบบอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ ในกรณีของการไหลผ่านใบจักรของกังหัน การบังคับให้ความเปลี่ยนผ่านเกิดขึ้นคลุมบริเวณกว้างได้ จะสามารถช่วยป้องกันการแยกตัวของชั้นขีดผิวราบเรียบบนด้านดูดของใบจักรได้ ซึ่งจะช่วยลดการสูญเสียความดันอันเนื่องมาจากสภาวะความดันย้อนกลับที่เกิดขึ้นบริเวณปลายใบจักรได้ นอกจากนี้ยังช่วยลดการสูญเสียจากความเสียดทานพื้นผิวลงได้อย่างมาก ซึ่งหากสามารถออกแบบใบจักรที่มีคุณลักษณะเช่นนั้นได้จริง ก็จะช่วยลดจำนวนใบจักรหรือขนาดของใบจักรที่ต้องใช้ลงได้ โดยที่ยังสามารถคงสมรรถนะการทำงานของระบบไว้ได้ในระดับเดิม อันจะเป็นการช่วยลดน้ำหนักของตัวเครื่องและช่วยประหยัดต้นทุนได้มาก สำหรับกรณีการไหลผ่านปีกและลำตัวอากาศยาน ซึ่งโดยทั่วไปมักเป็นการไหลภายใต้ผลกระทบของพื้นผิวที่มีการเปลี่ยนแปลงความโค้ง และมีระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระในช่วงค่าต่ำ ชั้นขีดผิวของการไหลที่เกิดขึ้นจึงมีแนวโน้มเป็นแบบราบเรียบ ซึ่งมักเกิดการแยกตัวขึ้นก่อนที่จะพัฒนาเป็นชั้นขีดผิวแบบปั่นป่วนเสมอ ภาวะเช่นนี้มักก่อให้เกิดความดันย้อนกลับ ส่งผลให้แรงยกลดลง ประสิทธิภาพโดยรวมของระบบลดลง และอัตราการใช้เชื้อเพลิงเพิ่มขึ้น ซึ่งหากสามารถสร้างสภาวะความเปลี่ยนผ่านให้เกิดขึ้นคลุมบริเวณดังกล่าวได้ ก็จะช่วยยับยั้งการเกิดการแยกตัวของชั้นขีดผิวได้

มูลเหตุที่พฤติกรรมความเปลี่ยนผ่านมักถูกมองข้ามความสำคัญมาโดยตลอดนั้น ไม่ได้เกิดจากการไร้บทบาทของพฤติกรรมดังกล่าวแต่อย่างใด แต่เป็นเพราะเป็นพฤติกรรมที่ซับซ้อนและยากต่อการทำความเข้าใจ เมื่อขาดภูมิปัญญาที่จะสังเคราะห์ให้เกิดความเข้าใจได้อย่างถ่องแท้ได้แล้ว การพัฒนาทฤษฎีที่น่าเชื่อถือขึ้นใช้งานจึงเป็นสิ่งที่ทำได้ยาก แม้กระทั่งปัจจุบันนี้ ก็ยังไม่มีทฤษฎีใดที่สามารถอธิบายพฤติกรรมความเปลี่ยนผ่านได้อย่างชัดเจน จนนำไปสู่การประยุกต์ใช้งานอย่างเป็นรูปธรรมโดยสมบูรณ์ได้ ด้วยเหตุนี้ การวิเคราะห์พฤติกรรมการไหลตลอดช่วงที่ผ่านมา อาจกล่าวได้ว่าแทบทั้งหมดถูกจำกัดอยู่บนหลักการของการไหลแบบราบเรียบหรือแบบปั่นป่วนเท่านั้น (ถึงแม้จะรู้โดยสามัญสำนึกว่าไม่สมจริงกับพฤติกรรมของการไหลที่เกิดขึ้น) เนื่องด้วยมีทฤษฎีที่เชื่อถือได้รองรับอยู่ ผลเสียที่ตามมาเมื่อแก้ปัญหาบนบริบทที่ขาดความสมจริงก็คือ ผลวิเคราะห์ที่ได้ย่อมมีความคลาดเคลื่อนและขาดความสมจริงไปโดยปริยายเช่นกัน ซึ่งหากนำผลที่ได้ดังกล่าวไปใช้ในการออกแบบและสร้างอุปกรณ์ขึ้นใช้งาน อุปกรณ์ที่ได้ก็จะมีประสิทธิภาพการทำงานที่ต่ำกว่าที่ควร

จะได้รับ หรืออาจก่ออันตรายอย่างร้ายแรงแก่ผู้ใช้งานก็เป็นไปได้

เพื่อให้เห็นภาพที่ชัดเจนมากยิ่งขึ้น จึงขอนำตัวอย่างการวิเคราะห์ปัญหาบนบริบทที่ต่างกัน มาอธิบายเสริม ดังนี้ รูปที่ 1.1 แสดงการไหลของอากาศผ่านใบจักรกังหันลมด้วยความเร็ว 20 m/s รูปด้านซ้ายแสดงโทพออลยีของการไหล เปรียบเทียบกันระหว่างผลการทำนายบนบริบทของความปั่นป่วนสมบรูณ์ (รูปซ้ายล่าง) และผลการทำนายบนบริบทของความเปลี่ยนผ่าน (รูปซ้ายบน) พบว่า พฤติกรรมของการไหลที่ทำนายได้มีความแตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด นั่นหมายความว่าผลอันหนึ่ง ถูกและผลอีกอันหนึ่งผิด หรืออาจผิดทั้งคู่ (แต่เป็นไปได้ที่จะถูกทั้งคู่ เพราะพฤติกรรมการไหล ภายใต้ง่อนไขหนึ่ง ย่อมมีรูปแบบหรือผลเฉลยเพียงหนึ่งเดียวที่ถูกต้อง) หากพิจารณารูปด้านขวาซึ่ง แสดงผลเปรียบเทียบระหว่างความเร็วลมและกำลังเพลลาที่ได้รับกับผลการทดลอง จะได้ข้อสรุปที่ ชัดเจนว่า การทำนายบนบริบทของความเปลี่ยนผ่านนั้นให้ความสมจริงมากกว่า



รูปที่ 1.1 โทพออลยีของการไหลแบบเปลี่ยนผ่าน (ซ้ายบน) แบบปั่นป่วนสมบรูณ์ (ซ้ายล่าง) ผ่านใบพัดกังหันลม และกำลังเพลลาที่ได้รับเทียบกับความเร็วลม (ขวา) (Menter, Langtry, Volker and Huang, 2005)

จากที่อธิบายข้างต้นพอจะสรุปได้ว่า พฤติกรรมความเปลี่ยนผ่านมีความสำคัญ การจำลอง พฤติกรรมดังกล่าวด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน ให้ผลแตกต่างอย่างชัดเจนเมื่อเปรียบเทียบกับที่ จำลองด้วยแบบจำลองความเปลี่ยนผ่าน โดยการจำลองด้วยแบบจำลองความเปลี่ยนผ่านให้ความสมจริงของพฤติกรรมการไหลมากกว่า ซึ่งนั่นย่อมหมายถึง การออกแบบและสมรรถนะที่ได้รับจากทั้งสองกรณีจะแตกต่างกัน เนื่องจากอยู่บนพื้นฐานของข้อมูลที่ใช้ออกแบบและประเมินแตกต่างกัน เพราะฉะนั้น การเรียนรู้พฤติกรรมความเปลี่ยนผ่าน จึงช่วยให้ออกแบบระบบทางด้านพลศาสตร์ ของไหลเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ และน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น

ตลอดระยะเวลาที่ยี่สิบปีที่ผ่านมา ได้มีความพยายามจากนักวิจัยหลายกลุ่มที่จะพัฒนาแบบจำลองให้สามารถทำนายพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงผ่านของการไหลให้ได้ แต่ดูเหมือนว่าความพยายามดังกล่าวจะยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร สังเกตได้จาก ซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์ทางด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณที่มีให้เลือกใช้อย่างมากมายในปัจจุบัน เกือบทั้งหมดไม่ได้รวมการจำลองพฤติกรรมแบบเปลี่ยนแปลงผ่านเข้าไว้ด้วย ซอฟต์แวร์จึงมีความสามารถในการจำลองพฤติกรรมของการไหลได้เพียงสองรูปแบบ คือ แบบราบเรียบและแบบปั่นป่วนสมบูร์น ไม่สามารถจำลองความเปลี่ยนแปลงซึ่งเกิดขึ้นระหว่างการเปลี่ยนแปลงจากความราบเรียบไปสู่ความปั่นป่วนได้ ด้วยเหตุนี้จึงพอจะอนุมานได้ว่า แบบจำลองความเปลี่ยนแปลงที่มีอยู่ในปัจจุบัน ยังมีความสามารถไม่เพียงพอที่จะนำไปประยุกต์ใช้งานได้อย่างน่าเชื่อถือ จึงเป็นเหตุให้ไม่มีการนำไปประยุกต์ใช้ในซอฟต์แวร์อย่างจริงจัง จากการสืบค้นพบว่า แบบจำลองความเปลี่ยนแปลงส่วนใหญ่มีข้อด้อยในเรื่องเสถียรภาพในการคำนวณที่ไม่ดีพอ และขาดความเป็นนัยทั่วไป ซึ่งคุณสมบัติทั้งสองประการนี้ถือว่าเป็นหัวใจสำคัญที่สุดที่แบบจำลองที่ดีจำเป็นจะต้องมี ความมีเสถียรภาพในการคำนวณบ่งบอกถึงความสามารถในการลู่เข้าสู่คำตอบว่ามีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใด ส่วนความมีนัยทั่วไปบ่งบอกถึงความสามารถในการประยุกต์ใช้งานว่าทำได้ง่ายและกว้างขวางเพียงใด เท่าที่ทราบในปัจจุบัน มีเพียงแบบจำลองความเปลี่ยนแปลง  $\mu$ - $Re_\theta$  ของทีมงานที่พัฒนาซอฟต์แวร์ CFX เท่านั้นที่ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์ แบบจำลองดังกล่าวให้เสถียรภาพในการคำนวณและความเป็นนัยทั่วไปที่ค่อนข้างสูง สามารถประยุกต์ใช้ได้กับปัญหาสามมิติรูปทรงที่ซับซ้อนและการคำนวณแบบขนาน อย่างไรก็ตาม เนื่องจากแบบจำลองนี้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อการพาณิชย์ จึงมีรูปแบบบางส่วนถูกปกปิดไว้ภายใต้ลิขสิทธิ์ จึงเป็นเหตุให้ไม่สามารถนำไปพัฒนาใช้งานต่อได้โดยง่าย ด้วยมูลเหตุดังกล่าวนี้ ผู้วิจัยจึงให้ความสนใจที่จะพัฒนาแบบจำลองดังกล่าวให้สามารถใช้งานได้ สามารถประยุกต์ใช้ทำนายปัญหาการไหลแบบเปลี่ยนแปลงได้อย่างน่าเชื่อถือ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้มีเนื้อหาที่เกี่ยวกับการใช้วิธีพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ แก่ปัญหาการไหลที่มีพฤติกรรมแบบเปลี่ยนแปลง เนื้อหาของวิทยานิพนธ์แบ่งออกเป็นบทหลัก ๆ ซึ่งมีรายละเอียดโดยสังเขปดังนี้ บทที่ 1 กล่าวถึงเหตุผลและความเป็นมาที่ต้องทำงานวิจัยนี้ มูลเหตุจูงใจที่ผู้วิจัยตัดสินใจเลือกที่จะพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ขึ้นใช้งานเอง กล่าวถึงบทบาทและความสำคัญของการไหลแบบเปลี่ยนแปลงต่องานวิศวกรรมบางอย่าง ตลอดถึงเหตุผลที่เลือกพัฒนาแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงบนพื้นฐานของแบบจำลอง  $\mu$ - $Re_\theta$  บทที่ 2 เสนอภาพรวมของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการไหลแบบเปลี่ยนแปลงและการจำลองความเปลี่ยนแปลง บทที่ 3 นำเสนอวิธีการทำนายพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลง อธิบายรายละเอียดของแบบจำลองที่ใช้ในการทำนายความเปลี่ยนแปลงในงานวิจัยนี้ บทที่ 4 อธิบายระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ในการแก้แบบจำลองความเปลี่ยนแปลง บทที่ 5 กล่าวถึงผลการทดสอบที่ได้จากการประยุกต์ใช้แบบจำลองการคำนวณปัญหาการไหล พร้อมทั้งได้วิจารณ์ผลการ

ทดสอบดังกล่าวไว้อย่างละเอียด จากนั้นได้สรุปผลการดำเนินการวิจัยทั้งหมดในบทที่ 6 พร้อมกับเสนอแนะแนวทางในการทำวิจัยต่อไปในอนาคต

เนื่องจากเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ มีการใช้ศัพท์เฉพาะที่ยังไม่ได้มีการบัญญัติศัพท์เป็นภาษาไทยอย่างเป็นทางการเป็นจำนวนมาก การนำเสนอคำโดยใช้การเขียนทับศัพท์ แม้จะเป็นการง่ายต่อการนำเสนอ แต่ขาดความกลมกลืนและความสวยงามในเชิงภาษาไทย ดังนั้น ผู้วิจัยจึงได้ถือโอกาสบัญญัติศัพท์หลายคำขึ้นเป็นภาษาไทย (ภาคผนวก ข) แต่ทั้งนี้ทั้งนั้นก็มิได้เกิดจากการถือวิสาสะแปลความไปเองโดยพลการ หากถือเอาประสบการณ์ที่ได้ศึกษาเรื่องนี้มาก่อนช้านานและจากการไต่ถามอาจารย์ผู้รู้หลายท่าน ประกอบกับได้ทำการเทียบเคียงกับคำแปลที่อ้างอิงมาจากศัพท์คณิตศาสตร์โดยราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2540 และศัพท์วิทยาการพลังงานโดยวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย พ.ศ. 2539 ถึงกระนั้นก็ตาม ศัพท์หลาย ๆ คำที่ผู้วิจัยเห็นว่า เมื่อแปลคำเป็นภาษาไทยแล้วให้ความหมายที่คลุมเครือและไม่สื่อต่อการอ่าน จนอาจก่อให้เกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนไปจากความหมายเดิม ผู้วิจัยก็เลือกที่จะเขียนศัพท์คำนั้นแบบทับศัพท์เช่นเดิม

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อพัฒนาแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงที่มีคุณลักษณะเด่นในด้านการใช้งาน กล่าวคือ เป็นแบบจำลองที่มีเสถียรภาพในการคำนวณสูง มีความเป็นนัยทั่วไปสูง สามารถนำไปประยุกต์ใช้งานได้อย่างกว้างขวางและให้ผลการทำนายถูกต้องในระดับที่น่าเชื่อถือ จากนั้นแบบจำลองดังกล่าวจะถูกนำไปพัฒนาเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการทำนายการไหลแบบเปลี่ยนแปลง

## 1.3 ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยอยู่บนบริบทของการพัฒนาแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงที่ประยุกต์ใช้งานง่าย มีความน่าเชื่อถือ และมีความเป็นนัยทั่วไปสูง สามารถจำลองความเปลี่ยนแปลงได้ทั้งแบบธรรมชาติและแบบข้ามขั้นภายใต้ผลกระทบของกระแสอิสระปั่นป่วนและเกรเดียนต์ความดัน แบบจำลองจะถูกนำไปพัฒนาเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อวิเคราะห์การไหลชั้นจลน์แบบเปลี่ยนแปลง พร้อมทั้งศึกษาผลกระทบของความเปลี่ยนแปลงที่มีต่อพฤติกรรมกรไหล ภายใต้เงื่อนไขของสภาวะการไหลแบบมีความหนืดและอัดตัวไม่ได้สองมิติ

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัยครั้งนี้คือ ได้แบบจำลองความเปลี่ยนแปลงที่มีความเป็นนัยทั่วไปสูง ที่สามารถจำลองพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงได้ทั้งแบบธรรมชาติและแบบข้ามขั้น และให้ผลการทำนายในระดับที่เชื่อถือได้ การศึกษาแบบจำลองในหลายรูปแบบและการพัฒนา

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้งานเอง จะช่วยเสริมทักษะด้านการคิดวิเคราะห์และการเขียนโปรแกรม  
ซึ่งจะเป็นพื้นฐานสำคัญที่จะช่วยเสริมสร้างกระบวนการทศน์ในการทำวิจัยขั้นสูงต่อไปในอนาคต

## บทที่ 2

### บริบทของการไหลแบบเปลี่ยนผ่าน

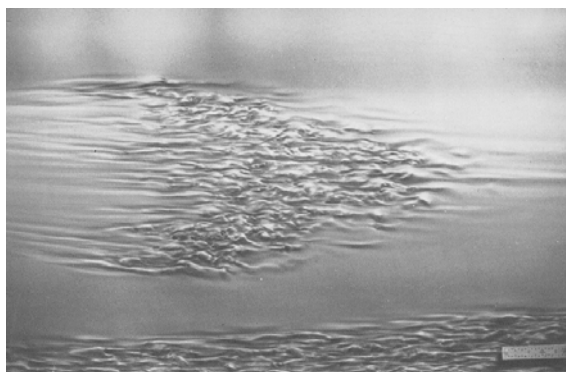
เนื้อหาในบทนี้นำเสนอบริบททั่วไปที่เกี่ยวกับการไหลแบบทรานสิชัน หรือการไหลแบบเปลี่ยนผ่าน โดยจะเน้นหนักไปทางด้านการศึกษาการจำลองพฤติกรรมมากกว่าการทดลอง ลำดับเนื้อหาเริ่มจากอธิบายกระบวนการของการเกิดความเปลี่ยนผ่าน ซึ่งในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะชั้นซิดผิวแบบเปลี่ยนผ่าน กล่าวถึงประเภทและคุณลักษณะของความเปลี่ยนผ่าน อิทธิพลหลัก ๆ ที่ส่งผลกระทบต่อความเปลี่ยนผ่าน อธิบายหลักการความไม่ต่อเนื่องของพฤติกรรมกรไหล ที่นำไปสู่การสร้างแบบจำลองสำหรับใช้ทำนายความเปลี่ยนผ่าน ในช่วงท้ายเป็นการนำเสนอพัฒนาการของการจำลองความเปลี่ยนผ่าน และแบบจำลองบางแบบที่ใช้ในการทำนายความเปลี่ยนผ่าน

#### 2.1 ชั้นซิดผิวแบบเปลี่ยนผ่าน

ตลอดช่วงระยะเวลาที่ผ่านมา นักวิจัยส่วนใหญ่มีความเห็นที่สอดคล้องกันว่า ตัวการสำคัญที่ทำให้การไหลชั้นซิดผิวเกิดพฤติกรรมแบบเปลี่ยนผ่านได้ คือ *จุดก่อกวนปั่นป่วน* (Schubauer and Klebanoff, 1955; Cantwell, Coles and Dimotakis, 1978; Haidari and Smith, 1994; Sankaran, Sokolov and Antonai, 1988; Gad-El-Hak, Blackwelder and Riley, 1981; Chamber and Thomas, 1983; Amini and Lespinard, 1982; Wygnanski, Sokolov and Friedman, 1976) จุดก่อกวนปั่นป่วนนี้ถูกค้นพบโดยบังเอิญโดย Emmons ในปี 1951 เมื่อเขาทำการทดลองเพื่อศึกษาเส้นทางการเกิดชั้นซิดผิวแบบปั่นป่วน ในขณะที่ทำการทดลองเขาสังเกตเห็นว่า มีการก่อตัวของจุดบางอย่างปรากฏขึ้นในชั้นซิดผิวของการไหล จุดดังกล่าวมีการเติบโตแผ่ขยายไปในทิศทางปลายกระแส มีการแตกตัวรวมกันก่อนเป็นชั้นซิดผิวแบบปั่นป่วนในช่วงถัดมา ดังแสดงในรูปที่ 2.1 เขาจึงตั้งสมมุติฐานว่า จุดเหล่านี้จะเป็นต้นเหตุที่ทำให้เกิดพฤติกรรมแบบปั่นป่วนขึ้น นอกจากนี้เขายังสังเกตเห็นว่า การเกิดขึ้นของจุดดังกล่าวในชั้นซิดผิวที่แต่ละตำแหน่งนั้น เป็นไปอย่างสุ่มและไม่คงตัว กล่าวด้วยภาษาทางคณิตศาสตร์คือ การเกิดขึ้นของจุดดังกล่าวเป็นฟังก์ชันของทั้งปริภูมิและเวลา เรียกสภาวะการณของการเกิดพฤติกรรมเช่นนี้ว่า *ภาวะความไม่ต่อเนื่อง* ในภายหลังได้มีความพยายามทดลองวัดหาปริมาณความไม่ต่อเนื่องดังกล่าวโดยใช้หลักการทางสถิติเข้าช่วยวิเคราะห์ เพื่อสร้างรูปแบบการแจกแจงตัวในรูปของตัวประกอบความไม่ต่อเนื่อง  $\gamma$  ซึ่งให้นิยามเป็นสัดส่วนของเวลาของการไหลที่ตำแหน่งใด ๆ แสดงพฤติกรรมเป็นแบบปั่นป่วน (เกิดจุดก่อกวนปั่นป่วน) ดังนี้

$$\gamma(x, y, z, t) = \frac{1}{T} \int_0^T I(x, y, z, t) dt \quad (2-1)$$

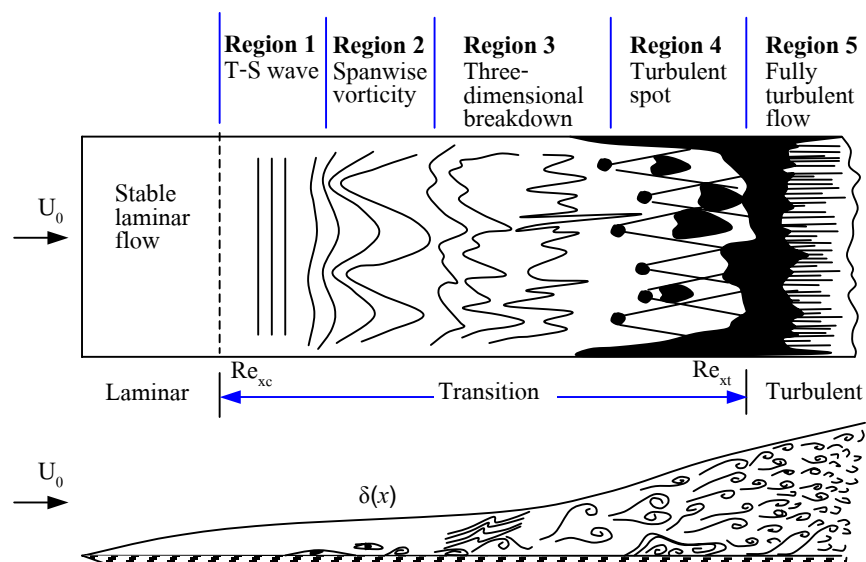
เมื่อ  $T$  เป็นเวลารวมทั้งหมดที่ทำการทดลองวัด และ  $I$  เป็นความไม่ต่อเนื่องของพฤติกรรมที่ตำแหน่งและเวลา  $t$  ใด ๆ ซึ่งจะกำหนดให้มีค่าเป็น 0 เมื่อไม่เกิดจุดก่อ และมีค่าเป็น 1 เมื่อเกิดจุดก่อขึ้น นั่นแสดงว่า เมื่อ  $\gamma=1$  หมายความว่า ณ ตำแหน่งที่พิจารณานั้นเกิดจุดก่อขึ้นในทุกขณะเวลา หรือสภาวะพฤติกรรมของการไหลที่ตำแหน่งดังกล่าวนี้เป็นแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ ในทางตรงกันข้าม เมื่อ  $\gamma=0$  หมายความว่า ณ ตำแหน่งที่พิจารณานั้นไม่เกิดจุดก่อขึ้นเลยในทุกขณะเวลา หรือพฤติกรรมการไหลมีภาวะแบบราบเรียบสมบูรณ์ ดังนั้น ณ ตำแหน่งที่มี  $0 < \gamma < 1$  จึงเป็นตำแหน่งที่พฤติกรรมของการไหลแสดงสภาวะอยู่ระหว่างความราบเรียบสมบูรณ์และความปั่นป่วนสมบูรณ์ ซึ่งก็คือภาวะความเปลี่ยนผ่านนั่นเอง



รูปที่ 2.1 จุดก่อความปั่นป่วน Emmons (Van Dyke, 1964)

กลไกของการเกิดขึ้นชนิดผิวแบบเปลี่ยนผ่านแสดงในรูปที่ 2.2 จากรูป กระบวนการเริ่มต้นจากกระแสความราบเรียบตั้งต้นซึ่งไหลเข้ามาจากทางด้านซ้าย ถูกรบกวนจากสิ่งรบกวนขนาดเล็ก ซึ่งการรบกวนนี้อาจเกิดการขยายตัวขึ้นหรือยุบตัวลงก็ได้ในระหว่างการไหล หากเกิดการยุบตัวลงจะส่งผลให้พฤติกรรมการไหลในช่วงถัดมามีเสถียรภาพเพิ่มขึ้น หากเกิดการขยายตัวขึ้น เสถียรภาพของพฤติกรรมการไหลในช่วงถัดมาจะลดลงจนเข้าสู่ช่วงภาวะวิกฤติ ซึ่งหากเป็นในกรณีหลัง ภาวะวิกฤติจะเกิดขึ้นเมื่อเลขเรย์โนลด์ของการไหลเข้าใกล้ค่าวิกฤติ  $Re_x \rightarrow Re_{xc}$  จากการวิเคราะห์โดยใช้ทฤษฎีเสถียรภาพเชิงเส้นพบว่า ในกรณีของการไหลชั้นชนิดผิวบนแผ่นเรียบ ภาวะวิกฤติจะเกิดขึ้นเมื่อ  $Re_{xc} \approx 90,000$  ซึ่งเป็นเลขเรย์โนลด์วิกฤติค่าน้อยที่สุดที่เกิดขึ้นได้ (Wilcox, 1993) ณ ตำแหน่งที่การไหลเกิดภาวะวิกฤตินี้ ชั้นชนิดผิวของการไหลจะพัฒนาไปสู่รูปแบบของคลื่นสองมิติ ที่เรียกว่า

คลื่น Tollmien-Schlichting (T-S) (ตั้งชื่อตาม Tollmien (1929) และ Schlichting (1933) ผู้ที่ได้ศึกษา ทฤษฎีเสถียรภาพเชิงเส้นของชั้นซิดผิวแบบราบเรียบ) ในช่วงดังกล่าวนี้ พฤติกรรมของการไหลจะมี ภาวะเป็นแบบความไร้เสถียรภาพแบบเชิงเส้น ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้โดยใช้ทฤษฎีเชิงเส้น (ช่วงที่ 1) หลังจากนั้น คลื่น T-S จะพัฒนากลายเป็นพฤติกรรมแบบสามมิติในรูปแบบของกระแสม้วน ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่มีภาวะความไร้เสถียรภาพแบบไม่เชิงเส้น (ช่วงที่ 2) ซึ่งต่อมากกระแสม้วน ดังกล่าวจะเกิดการขยายขนาดและเริ่มแตกออกจากกัน เรียกว่า การแตกตัวของกระแสม้วน (ช่วง ที่ 3) ถัดจากนั้นเส้นการไหลจะเริ่มสั่นตัวมากขึ้น จนส่งผลให้เกิดการก่อตัวของจุดก่อความปั่นป่วน ขึ้น ในช่วงนี้ พฤติกรรมของชั้นซิดผิวที่แต่ละตำแหน่งจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา บางเวลาแสดง พฤติกรรมเป็นแบบราบเรียบ บางเวลาแสดงพฤติกรรมเป็นแบบปั่นป่วน สลับกันไปเช่นนี้อย่างไม่ แน่นนอน (ช่วงที่ 4) หลังจากนั้น จุดก่อความปั่นป่วนดังกล่าวจะเริ่มเติบโตและแผ่ขยายไปในสามมิติ ในทิศตามกระแส มีการเพิ่มปริมาณมากขึ้นจนคลื่นรวมเข้าด้วยกันกลายเป็นชั้นซิดผิวแบบปั่นป่วน ในช่วงถัดมาในที่สุด (ช่วงที่ 5) ซึ่ง ณ ตำแหน่งนี้ ถือเป็นจุดสิ้นสุดของพฤติกรรมแบบเปลี่ยนผ่าน หรือเป็นจุดเริ่มต้นของการเกิดพฤติกรรมแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ ซึ่งการไหลจะมีค่าเลขเรย์โนลด์เข้า ใกล้ค่าเลขเรย์โนลด์การเปลี่ยนผ่าน  $Re_x \rightarrow Re_{xt}$  สำหรับกรณีการไหลชั้นซิดผิวบนแผ่นเรียบพบว่า  $Re_{xt} \approx 10^6$  โดยระยะห่างระหว่างจุดที่เกิดวิกฤตกับจุดที่การเปลี่ยนผ่านสิ้นสุดลง เรียกว่า ความยาว ของช่วงเปลี่ยนผ่าน



รูปที่ 2.2 ภาพวาดกระบวนการการเกิดชั้นซิดผิวแบบเปลี่ยนผ่าน



## 2.2 ชนิดของชั้นขีดแบบเปลี่ยนผ่าน

โดยทั่วไป พฤติกรรมการไหลชั้นขีดผิวแบบเปลี่ยนผ่านสามารถจำแนกได้เป็น 3 แบบ คือ แบบธรรมชาติ แบบข้ามชั้น และแบบกระแสแยกตัว ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

### 2.2.1 ความเปลี่ยนผ่านแบบธรรมชาติ

กระบวนการของ *ความเปลี่ยนผ่านแบบธรรมชาติ* เป็นกระบวนการของการไหลชั้นขีดผิวที่มีพัฒนาการเป็นไปตามที่ได้อธิบายในหัวข้อ 2.1 ครบทุกขั้นตอน กล่าวคือ ชั้นขีดผิวแบบราบเรียบถูกก่อควนและเริ่มขาดเสถียรภาพจนก่อตัวในรูปของคลื่น T-S จากนั้นกระแสการไหลเริ่มเกิดการหมุนวนและเกิดการแตกตัวในช่วงถัดมา เส้นการไหลเกิดการสั่นตัวมากขึ้น จุดก่อความปั่นป่วนเริ่มปรากฏและเติบโตมากขึ้น เกิดการรวมตัวของจุดก่อความปั่นป่วนจนกลายเป็นชั้นขีดผิวแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ในที่สุด ด้วยเหตุนี้ พัฒนาการของการเกิดความเปลี่ยนผ่านแบบธรรมชาติจึงตั้งต้นขึ้นจากภาวะความไร้เสถียรภาพเชิงเส้นในรูปของคลื่น T-S ซึ่งสามารถวิเคราะห์พฤติกรรมได้โดยใช้ทฤษฎีเชิงเส้นและสมการของ Orr-Sommerfeld (Orr, 1907; Sommerfeld, 1908) พฤติกรรมของความเปลี่ยนผ่านในรูปแบบนี้ มักเกิดขึ้นได้ในกรณีของการไหลที่มีความเข้มของกระแสอิสระปั่นป่วนน้อยกว่า 1 เปอร์เซนต์

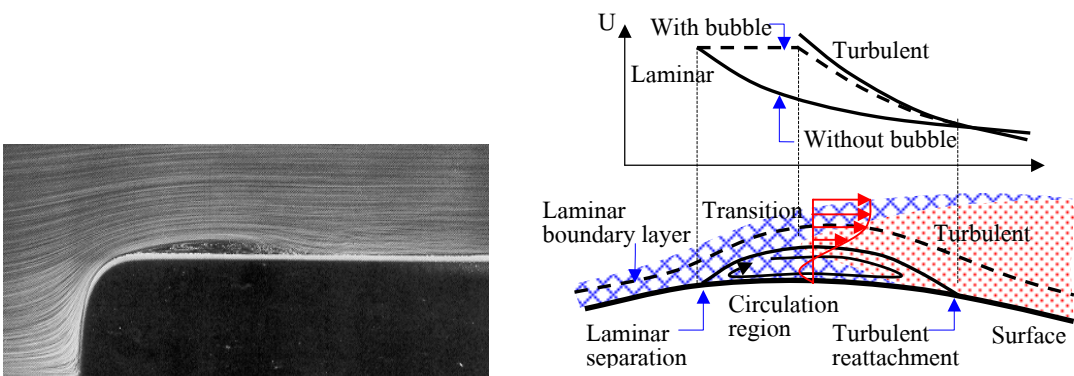
### 2.2.2 ความเปลี่ยนผ่านแบบข้ามชั้น

ในกรณีที่กระแสการไหลมีความเข้มของกระแสอิสระปั่นป่วนมากกว่า 1 เปอร์เซนต์ พฤติกรรมของความเปลี่ยนผ่านที่เกิดขึ้นจะเป็นแบบข้ามชั้น เรียกว่า *ความเปลี่ยนผ่านแบบข้ามชั้น* กระบวนการของการเกิดความเปลี่ยนผ่านลักษณะนี้ จะไม่ปรากฏขั้นตอนของความไร้เสถียรภาพเชิงเส้นขึ้น (ขั้นตอนตั้งแต่การเกิดคลื่น T-S จนถึงขั้นตอนการแตกตัวของกระแสมุมวน) หรืออาจปรากฏขึ้นแต่อยู่ในช่วงที่สั้นมากจนขาดบทบาทไป พัฒนาการของความเปลี่ยนผ่านจึงข้ามผ่านไปเริ่มต้นจากขั้นตอนการเกิดจุดก่อความปั่นป่วน ซึ่งเป็นขั้นตอนของความไร้เสถียรภาพแบบไม่เชิงเส้น แนวคิดนี้ถูกกล่าวถึงครั้งแรกโดย Morkovin (1969) ซึ่งต่อมาได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้งานอย่างกว้างขวางในการวิเคราะห์การไหลผ่านใบจักรกังหันก๊าซ ซึ่งส่วนใหญ่เป็นการไหลภายใต้อิทธิพลของกระแสอิสระปั่นป่วนที่มีความเข้มสูง

### 2.2.3 ความเปลี่ยนผ่านแบบกระแสแยกตัว

การไหลภายใต้อิทธิพลของเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ และภายใต้ผลกระทบของขอบทางเข้า มักประสบกับสภาวะการแยกตัวของชั้นขีดผิวแบบราบเรียบเกิดขึ้นเสมอ อิทธิพลของเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับจะต้านการไหลของกระแสการไหลไว้ หากอิทธิพลดังกล่าวมีขนาดใหญ่มากพอ ก็จะผลักดันให้กระแสการไหลเกิดการไหลย้อนกลับและเกิดการแยกตัวของชั้นขีดผิวขึ้นได้ ซึ่งมักเกิดขึ้นกับกรณีการไหลผ่านพื้นผิวที่มีรูปทรงโค้งบานออก อาทิเช่น แพนอากาศ ใบจักรของกังหันลมจำพวกเครื่องอัดความดัน กังหัน ปัม เป็นต้น สำหรับกรณีผลกระทบที่เกิดจากปาก

ทางเข้า เส้นการไหลที่บริเวณปากทางเข้าจะถูกเบี่ยงให้บีบตัวเข้าในช่วงต้นและบานตัวออกในช่วงถัดมา ส่งผลให้เกิดการแยกตัวและการตกกระทบบนผิวของกระแสการไหล ก่อรูปเป็นบริเวณปิดของกระแสการแยกตัวที่เรียกว่า *ฟองกระแสแยกตัว* ดังในรูปที่ 2.3 (ซ้าย) การแยกตัวของกระแสการไหลนี้สามารถก่อให้เกิดความเปลี่ยนแปลงได้ทั้งในรูปแบบธรรมชาติและแบบขำขัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับระดับความเข้มของกระแสอิสระปั่นป่วน แต่มักเรียกรวมว่า *ความเปลี่ยนแปลงแบบกระแสแยกตัว* ความเปลี่ยนแปลงรูปแบบนี้ มักจะเกิดขึ้นในบริเวณที่เกิดการแยกตัวของชั้นขีดผิวใกล้กับผนัง หรือหากการแยกตัวนั้นมีการก่อรูปกลายเป็นฟองกระแสแยกตัว ความเปลี่ยนแปลงก็จะเกิดขึ้นบนฟองกระแสแยกตัวนั้น ดังแสดงในรูปที่ 2.3 (ขวา) จากรูป เมื่อเกิดฟองกระแสแยกตัวขึ้น เส้นการไหลที่บริเวณดังกล่าวจะถูกบีบตัวจนแคบลง ส่งผลให้ความเร็วกระแสอิสระ  $U(x)$  ที่บริเวณฟองกระแสแยกตัวมีความเร็วเพิ่มขึ้นและเปลี่ยนแปลงเข้าสู่ช่วงความปั่นป่วน (กราฟเส้นประ) ตามลำดับ



รูปที่ 2.3 กระแสแยกตัวที่ปากขอบทางเข้าของการไหลที่  $Re=6000$  (ซ้าย) (Van Dyke, 1964) และภาพวาดการเกิดฟองกระแสแยกตัว (ขวา)

## 2.3 อิทธิพลหลักที่ส่งผลต่อชั้นขีดผิวความเปลี่ยนแปลง

หลักการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยทั่วไป หากพบว่ามีหลายปัจจัยที่เกี่ยวข้องมีอิทธิพลกับปัญหาที่วิเคราะห์ จนยากแก่การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของทุกปัจจัยเข้าด้วยกันได้อย่างสมบูรณ์ได้แล้ว นักวิจัยมักใช้วิธีการลดทอนความยากดังกล่าวลงโดยตัดบางพจน์หรือบางปัจจัยที่เห็นว่าไม่สำคัญทิ้งไปบ้าง และคงไว้เพียงปัจจัยที่เห็นว่ามีผลกระทบสูง การทำเช่นนี้ไม่ได้เป็นไปเพราะความมั่งง่าย แต่โดยเล็งเห็นแล้วว่า หากคงรูปเต็มไว้เช่นเดิมอาจก่อความยุ่งยากตามมาในภายหลังได้ หรืออาจไม่คุ้มกับเวลาที่เสียไปเมื่อเทียบกับความถูกต้องที่จะได้รับเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อย หรือในบางครั้งอาจเลวร้ายถึงขั้นที่ว่าไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ขึ้นมาได้ แนวคิดเดียวกันนี้ถูกนำมาประยุกต์ใช้กับการจำลองความเปลี่ยนแปลงตลอดช่วงที่ผ่านมา กล่าวคือ อิทธิพลทั้งหลายที่คิด

ว่าน่าจะส่งผลกระทบต่อความเปลี่ยนแปลง (อาทิเช่น กระแสอิสระปั่นป่วน เกรเดียนต์ความดัน การแยกตัวของกระแสการไหล การถ่ายเทความร้อน ความขรุขระและความโค้งงอของพื้นผิว สภาวะการอัดตัวได้ของการไหล ฯลฯ) ถูกนำมาวิเคราะห์เพื่อหาระดับความสำคัญมากขึ้น จากการศึกษาพบว่า อิทธิพลหลักที่ส่งผลกระทบต่อพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงมากที่สุดมี 2 ตัว คือ กระแสอิสระปั่นป่วน ซึ่งจะส่งผลกระทบต่อตำแหน่งที่ความเปลี่ยนแปลงเริ่มเกิด และเกรเดียนต์ความดัน ซึ่งจะเข้าไปมีบทบาทในการควบคุมอัตราการผลิตจุดก่อความปั่นป่วน ซึ่งเชื่อมโยงกับขนาดความยาวของช่วงเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น สำหรับอิทธิพลอื่นนอกเหนือจากสองอิทธิพลหลักดังกล่าว ถือเป็นอิทธิพลรองที่ส่งผลกระทบในสัดส่วนที่ค่อนข้างน้อย คือน้อยกว่าประมาณ 5-10 เท่าเมื่อเทียบกับผลกระทบที่เกิดจากอิทธิพลหลัก (Tani, 1969; Schlichting, 1979; Mayle, 1991) ฉะนั้น ในหัวข้อนี้จึงจะขอกกล่าวถึงเฉพาะรายละเอียดของอิทธิพลหลักเท่านั้น

### 2.3.1 อิทธิพลของกระแสอิสระปั่นป่วนที่มีต่อความเปลี่ยนแปลง

กระแสอิสระปั่นป่วน เป็นดัชนีที่ใช้บ่งบอกถึงความยากง่ายที่กระแสการไหลจะพัฒนาไปสู่รูปแบบความปั่นป่วน โดยปกติเรามักจะบอกระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระในนามของ เบอร์เซ็นต์ความปั่นป่วน หรือความเข้มของความปั่นป่วน ในกรณีการไหลชั้นขีดยาว หากไม่มีผลกระทบจากเกรเดียนต์ความดันเข้ามาเกี่ยวข้อง ตำแหน่งที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงและขนาดความยาวของช่วงเปลี่ยนแปลง จะแปรโดยตรงกับระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระ (Klebanoff, 1971; Abu-Ghannam and Shaw, 1980; Narasimha, 1985; Mayle, 1991) กล่าวคือ เมื่อระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระมีค่าสูงขึ้น ชั้นขีดยาวของการไหลจะพัฒนาไปสู่ความปั่นป่วนได้ง่ายและเร็วขึ้น พฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงจึงเกิดขึ้นได้เร็ว ส่งผลให้ความยาวของช่วงเปลี่ยนแปลงสั้นลง ในทางกลับกัน หากระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระมีค่าลดลง ชั้นขีดยาวของการไหลจะพัฒนาไปสู่ความปั่นป่วนได้ยากและช้าลง การเติบโตของพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงจึงถูกชะลอลง ขนาดความยาวของช่วงเปลี่ยนแปลงจึงมากขึ้น ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมชั้นขีดยาวแบบเปลี่ยนแปลงภายใต้สภาวะเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์กลางนี้ ได้รับการศึกษาและรวบรวมไว้โดย Mayle (1991) พร้อมกันนี้ เขายังได้สร้างสหสัมพันธ์สำหรับใช้ทำนายจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง และอัตราการผลิตจุดก่อความปั่นป่วนไว้ด้วย

### 2.3.2 อิทธิพลของเกรเดียนต์ความดันที่มีต่อความเปลี่ยนแปลง

จากการศึกษาของนักวิจัยหลายกลุ่ม เกี่ยวกับผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันที่มีต่อชั้นขีดยาวของการไหลแบบเปลี่ยนแปลงพบว่า เกรเดียนต์ความดันส่งผลกระทบเป็นอย่างมากต่ออัตราการเติบโตของจุดก่อความปั่นป่วนที่เกิดขึ้นในช่วงการเปลี่ยนแปลง กล่าวคือ เกรเดียนต์ความดันย้อนกลับจะช่วยเสริมให้อัตราการเติบโตของจุดก่อเพิ่มมากขึ้น (Gostelow, Hong, Melwami and Walker, 1993; Van Hest, Pesschier and Van Ingen, 1994; Seifert and Wygnanski, 1995) ในขณะที่เกรเด

ยนต์ความดันเสริมจะยับยั้งให้อัตราการเติบโตของจุดก่อลดลง (Katz, Seifert and Wygnanski, 1990) ที่เป็นเช่นนี้อธิบายได้ว่า ภายใต้สภาวะเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ ความดันสถิตที่ตำแหน่งต้นกระแสนี้มีค่าน้อยกว่าที่ตำแหน่งปลายกระแสนี้ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ขนาดของความดันสถิตจะมีค่าเพิ่มขึ้นในทิศตามกระแส กระแสการไหลจึงถูกดันไว้และถูกหน่วงให้ช้าลง (เสมือนท่อการไหลถูกทำให้บานออก) โพรไฟล์ความเร็วของชั้นซิดผิวจึงเกิดการวกกลับและปรากฏจุดที่เรียกว่า *จุดเปลี่ยนความเร็ว* ส่งผลให้เสถียรภาพของกระแสการไหลมีแนวโน้มลดลง และสามารถพัฒนาสู่ภาวะความปั่นป่วนได้ง่ายขึ้น จึงเป็นการช่วยเสริมให้การเติบโตของจุดก่อความปั่นป่วนเพิ่มมากขึ้นในทางกลับกัน ภายใต้สภาวะเกรเดียนต์ความดันเสริม ความดันสถิตในทิศตามกระแสจะมีค่าลดลง กระแสการไหลถูกเร่งตัวให้เร็วขึ้น (เสมือนท่อการไหลถูกบีบให้แคบเข้า) โพรไฟล์ความเร็วของชั้นซิดผิวจะไม่ปรากฏจุดเปลี่ยนความเร็ว เสถียรภาพของการไหลจึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น อัตราการเติบโตของจุดก่อความปั่นป่วนจึงถูกยับยั้งให้ลดลง นอกจากนี้ ผลการทดลองของ Clark (1993) ยังพบว่า อัตราการแพร่กระจายของจุดก่อความปั่นป่วนเทียบกับความเร็วกระแสนี้ มีสัดส่วนค่อนข้างคงที่ในช่วง  $0 < K < 3 \times 10^6$  เมื่อ  $K$  เป็นพารามิเตอร์ความเร่ง ซึ่ง  $K = (v/U^2)(dU/dx)$

## 2.4 การทำนายความเปลี่ยนผ่าน

กว่าร้อยปีที่ผ่านมานับตั้งแต่ที่ Reynolds (1895) นำเสนอแนวคิดการจำลองพฤติกรรมความปั่นป่วนในรูปแบบปริมาณเฉลี่ย ซึ่งต่อมาเป็นที่รู้จักกันในชื่อ *วิธีเรย์โนลด์เฉลี่ย* แนวคิดดังกล่าวนี้ใช้เป็นรากฐานสำคัญในการพัฒนาทฤษฎีและแบบจำลองแบบต่าง ๆ มากมายในยุคต่อมา อาทิเช่น แบบจำลองแบบศูนย์สมการ (แบบพีชคณิต) เช่น Prandtl (1925), Van Driest (1956), Cebeti and Smith (1974), Baldwin and Lomax (1978) แบบจำลองแบบหนึ่งสมการ เช่น Bradshaw, Ferriss, and Atwell (1967), Spalart and Allmaras (1992) แบบจำลองแบบสองสมการ เช่น แบบจำลอง  $k-\epsilon$  ของ Jones and Launder (1972), Launder and Sharma (1974), Lam and Bremhorst (1981), Chien (1982), Nagano and Tagawa (1990), Yang and Shih (1993) แบบจำลอง  $k-\omega$  ของ Kolmogorov (1942), Wilcox (1988), Menter (1994) แบบจำลองสองชั้นผิว  $k-l$  ของ Chen and Patel (1988) แบบจำลองแบบสี่สมการ  $k-\epsilon-v^2-f$  ของ Durbin (1995) เป็นต้น แต่อย่างไรก็ตาม ความเข้าใจเกี่ยวกับพฤติกรรมความเปลี่ยนผ่าน ซึ่งเป็นเสมือนสะพานเชื่อมระหว่างพฤติกรรมความราบเรียบกับความปั่นป่วนกลับมีน้อยมาก (ทั้ง ๆ ที่มนุษย์รู้จักพฤติกรรมความเปลี่ยนผ่านพร้อม ๆ กับพฤติกรรมความปั่นป่วน) เท่าที่ทราบในปัจจุบัน ยังไม่มีทฤษฎีใดที่สามารถใช้อธิบายและทำนายพฤติกรรมความเปลี่ยนผ่านได้อย่างสมบูรณ์ ข้อมูลที่เกี่ยวข้องส่วนใหญ่ได้มาจากการทดลอง ซึ่งได้ถูกนำไปใช้เป็นวัตถุดิบในการสร้างแบบจำลองและสหสัมพันธ์รูปแบบต่าง ๆ ในภายหลัง ในการทำนายพฤติกรรมความเปลี่ยนผ่าน หลักการหนึ่งที่นักวิจัยนิยมนำมาใช้ตลอดระยะเวลาที่ผ่านมาคือ การพยายามสร้างปฏิ

สัมพันธ์ระหว่างความราบเรียบและความปั่นป่วนให้ได้ วิธีการที่มักนิยมทำกันคือ ใช้หลักการความไม่ต่อเนื่องเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างสองพฤติกรรมดังกล่าว โดยความไม่ต่อเนื่องดังกล่าวนี้อยู่ในรูปสหสัมพันธ์ซึ่งสังเคราะห์มาจากผลการทดลองอีกต่อหนึ่ง วิธีการหลัก ๆ ที่ถูกนำไปใช้ในการทำนายความเปลี่ยนแปลงผ่านในช่วงระยะเวลาที่ผ่านมา จำแนกได้เป็นดังนี้

#### 2.4.1 การทำนายโดยใช้วิธีเสถียรภาพเชิงเส้น

วิธีเสถียรภาพเชิงเส้น ใช้ได้ผลดีกับกรณีการไหลที่มีระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระต่ำ ( $Tu_\infty < 1.0\%$ ) ซึ่งพัฒนาการของชั้นขีดผิวจากแบบราบเรียบไปเป็นแบบปั่นป่วนมีแนวโน้มเป็นความเปลี่ยนแปลงแบบธรรมชาติ ซึ่งมีพฤติกรรมของความไร้เสถียรภาพเป็นแบบเชิงเส้น วิธีการที่นิยมนำมาใช้ในการทำนายความเปลี่ยนแปลงในลักษณะดังกล่าวคือ วิธี  $e^N$  ซึ่งพัฒนาขึ้นครั้งแรกโดย Smith and Gamberoni (1956) และ Van Ingen (1956) เป็นวิธีที่อาศัยทฤษฎีเสถียรภาพเชิงเส้นและสมมติฐานการไหลแบบขนานในการคำนวณหาการขยายตัวของสิ่งรบกวนที่เกิดขึ้นในช่วงที่เริ่มปรากฏชั้นขีดผิวจนถึงตำแหน่งที่เริ่มเกิดการเปลี่ยนแปลง วิธีการนี้จะทำการจำลองพฤติกรรมของสิ่งรบกวนขนาดเล็กในรูปแบบของคลื่น T-S ดังนี้

$$q = \hat{q}(y) \exp(\sigma x) \exp[i(\alpha x - \omega t)] \quad (2-2)$$

เมื่อ  $q$  เป็นความเร็วหรือความดันกวัดแกว่ง ส่วน  $\sigma$ ,  $\alpha$  และ  $\omega$  เป็นอัตราการขยายตัว ความถี่เชิงวงกลม และเลขคลื่น ตามลำดับ ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่และแอมพลิจูดของการสั่นของคลื่นจะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามรูปแบบดังนี้

$$N = \max \left[ \ln \left( \frac{A}{A_0} \right) \right] \quad (2-3)$$

เมื่อ  $A$  เป็นแอมพลิจูดของคลื่น และ  $A_0$  เป็นแอมพลิจูดของคลื่นในทิศทางตามกระแส ณ ตำแหน่งที่คลื่นเริ่มขาดเสถียรภาพ วิธีการนี้นิยมนำไปใช้วิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงที่เกิดบนแพนอากาศ ซึ่งส่วนใหญ่มีพฤติกรรมเป็นแบบธรรมชาติ ตัวอย่างเช่น Smith and Gamberoni (1956) ได้ประยุกต์ใช้วิธีนี้ทำนายตำแหน่งจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงบนปีกเครื่องบิน ผลการทำนายพบว่าตำแหน่งจุดที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นเมื่อ  $N=9$  ในทุกกรณีทดสอบที่พิจารณา หมายความว่า จุดก่อความปั่นป่วนจะปรากฏขึ้นเมื่อความถี่ของความไร้เสถียรภาพถูกขยายด้วยตัวประกอบ  $e^9$  ซึ่งผลดังกล่าวสอดคล้องกับที่ Van Ingen (1956) วิเคราะห์ได้ นอกจากนี้ Mack (1984) ยังได้เสนอรูปแบบความ

สัมพันธ์ระหว่างค่าความเข้มข้นของกระแสวิษณุปั่นป่วน  $Tu$  และค่าเลข  $N$  ที่ตำแหน่งจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง ดังนี้

$$N = -8.43 - 2.4Tu \quad (2-4)$$

ซึ่งเขาพบว่าความสัมพันธ์ที่เขานำเสนอ ให้ความถูกต้องในระดับที่ยอมรับได้ในช่วง  $0.1 < Tu < 2.0$  %

ในปัจจุบัน เรายังคงพบเห็นการนำเอาวิธี  $e^N$  มาประยุกต์ใช้งานอยู่บ้างในบางกรณี โดยเฉพาะการวิเคราะห์การไหลที่มีพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงแบบธรรมชาติ เช่น การไหลผ่านปีกของอากาศยาน ความโดดเด่นของวิธีนี้คือ หลักการถูกตั้งเคราะห์ขึ้นบนพื้นฐานของผลการทดลองที่ได้จากอุโมงค์ลม ซึ่งมีสถานะแวดล้อมของการทดสอบใกล้เคียงกับอิทธิพลที่เกิดจากสิ่งรบกวนในสภาพแวดล้อมภายนอก กล่าวคือ กระแสวิษณุปั่นป่วนมีความเข้มข้นในช่วงไม่เกิน 0.1 เปอร์เซ็นต์ อย่างไรก็ตาม วิธีการนี้ไม่เหมาะที่จะนำไปใช้กับการทำนายความเปลี่ยนแปลงแบบข้ามชั้น ซึ่งเป็นพฤติกรรมแบบไม่เชิงเส้น และไม่ค่อยนิยมนำไปประยุกต์ใช้กับกระบวนการพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณในปัจจุบัน เนื่องจากว่า โดยทั่วไปผลเฉลยที่แก้ได้จากสมการนาเวียร์-สโตกส์ มักมีความถูกต้องไม่เพียงพอที่จะนำไปใช้ในการแก้สมการเสถียรภาพ

#### 2.4.2 ทำนายโดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน

วิธีการนี้สามารถทำได้ 2 แนวทาง คือ (1) ใช้การสับเปลี่ยนโหมดการคำนวณไปเป็นแบบปั่นป่วนเมื่อถึงตำแหน่งที่เกิดการเปลี่ยนแปลง (ตำแหน่งดังกล่าวได้จากการทดลอง) ข้อดีของวิธีการนี้คือ การสับเปลี่ยนโหมดไปเป็นแบบปั่นป่วนอย่างทันทีทันใดนั้น จะทำให้ลักษณะทางกายภาพของความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นถูกละเลยไปอย่างสิ้นเชิง ส่งผลให้เกิดความไม่สมจริงและเกิดความคลาดเคลื่อนขึ้นได้ค่อนข้างมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ในกรณีการไหลที่มีพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นปกคลุมเป็นบริเวณกว้าง เช่น การไหลผ่านใบจักรกังหันความดันต่ำ (2) คำนวณโดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วนเลขเรย์โนลด์ต่ำ เช่น แบบจำลอง  $k-\epsilon$  ของ Launder and Sharma (1974) แนวทางนี้ใช้ได้ผลดีเฉพาะกับกรณีการไหลที่ระดับความปั่นป่วนของกระแสวิษณุสูง ทั้งนี้เพราะแบบจำลองในกลุ่มนี้ถูกพัฒนาขึ้นบนพื้นฐานของความปั่นป่วนแบบสมบูรณ์ ไม่ใช่บนพื้นฐานของความเปลี่ยนแปลง การที่แบบจำลองสามารถตรวจจับพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงได้นั้น ถือเป็นเรื่องบังเอิญหรือเป็นผลพลอยได้ที่เกิดจากการจำลอง

#### 2.4.3 ทำนายโดยใช้หลักการความไม่ต่อเนื่อง

วิธีการนี้ใช้การถ่วงน้ำหนักระหว่างพฤติกรรมแบบราบเรียบ และพฤติกรรมแบบปั่นป่วน ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมใช้ในการจำลองพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงในปัจจุบัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการออกแบบกังหันกาซในภาคอุตสาหกรรม ตามที่ได้อธิบายในหัวข้อ 2.1 ดังที่ได้อธิบายไปแล้วว่า

ความไม่ต่อเนื่องเป็นภาวะเฉลี่ยที่เกิดขึ้นระหว่างความราบเรียบกับความปั่นป่วน ซึ่งมีค่าเป็นศูนย์เมื่อเป็นความราบเรียบสมบูรณ์ และมีค่าเป็นหนึ่งเมื่อเป็นความปั่นป่วนสมบูรณ์ ดังนั้น ในระหว่างสองตำแหน่งดังกล่าว สภาวะของพฤติกรรมจึงถูกถ่วงน้ำหนักอยู่ในช่วงศูนย์และหนึ่ง ซึ่งหากสามารถหารูปแบบการแจกแจงน้ำหนักของความไม่ต่อเนื่องได้อย่างถูกต้อง ก็จะทำให้สามารถระบุลักษณะพัฒนาการของการไหลที่เกิดขึ้นภายในช่วงเปลี่ยนผ่านได้อย่างสมจริง โดยปกติแล้ว การไหลชั้นขีดยวนบนแผ่นเรียบภายใต้สภาวะเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ ความไม่ต่อเนื่องจะมีรูปแบบการแจกแจงตัวที่ค่อนข้างแน่นอน สามารถสร้างเป็นความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์ได้ เช่น สหสัมพันธ์ของ Dhawan and Narasimha (1958) เป็นต้น ส่วนตำแหน่งที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่านมักแสดงในรูปเลขเรย์โนลด์ต์ความหนาโมเมนต์ ซึ่งมักสร้างให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของระดับความปั่นป่วนของกระแสนิวตันและเกรเดียนต์ความดัน เช่น Abu-Ghannam and Shaw (1989) เป็นต้น

การประยุกต์ใช้หลักการความไม่ต่อเนื่องในยุคแรกนั้น ความไม่ต่อเนื่องจะถูกผนวกเข้ากับการสังเคราะห์สมการควบคุมการไหลโดยตรง ในรูปของวิธีการที่เรียกว่า *การเฉลี่ยภาวะ* ซึ่งจะทำได้สมการในรูปแบบที่เรียกว่า *สมการแบบภาวะเฉลี่ย* หากผนวกเข้ากับสมการนาเวียร์-สโตกส์ ก็จะได้สมการนาเวียร์-สโตกส์แบบภาวะเฉลี่ย การสังเคราะห์สมการโดยใช้การเฉลี่ยสภาวะนี้จะทำให้ได้สมการแบบภาวะเฉลี่ยจำนวน 2 ชุดเสมอ คือ สมการสำหรับส่วนไม่ปั่นป่วน และสมการสำหรับส่วนปั่นป่วน รูปการเช่นนี้ ก่อให้เกิดความยุ่งยากและไม่เหมาะสมต่อการนำไปใช้งานเป็นอย่างยิ่ง ด้วยเหตุนี้ จึงไม่ค่อยพบเห็นการนำเอาวิธีการแบบภาวะเฉลี่ยมาประยุกต์ใช้งานในปัจจุบัน ตัวอย่างของการจำลองที่ใช้หลักการแบบดังกล่าวนี้ ได้แก่ Dopaso (1977), Byggstoyl and Kollmann (1981), Janicka and Kollmann (1983), Steelant and Dick (1996, 2001) เป็นต้น

การวิเคราะห์ปัญหาการไหลในทางปฏิบัตินั้น มักนิยมแก้สมการควบคุมเพียงชุดเดียว คือ ในรูป *สมการแบบเรย์โนลด์์เฉลี่ย* เนื่องจากมีความสะดวกในการประยุกต์ใช้งาน อย่างไรก็ตาม การแก้สมการแบบเรย์โนลด์์เฉลี่ยเพื่อให้ได้ผลเฉลี่ยที่สมจริงนั้น หัวใจสำคัญอยู่ที่การจำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์์ในสมการควบคุมให้มีความสมจริง ตลอดระยะเวลาที่ผ่านมา พจน์ดังกล่าวมักถูกจำลองบนพื้นฐานของความปั่นป่วนสมบูรณ์ จึงทำให้แบบจำลองความปั่นป่วนทั้งหลายไม่สามารถทำนายพฤติกรรมในช่วงเปลี่ยนผ่านได้อย่างถูกต้อง ที่เป็นเช่นนี้ไม่ใช่ว่านักวิจัยจะไม่อยากจำลองพจน์ดังกล่าวให้เหมาะสมและสมจริง แต่ติดขัดเพราะยังไม่สามารถหาหนทางทำได้ เพราะนักวิจัยเองยังไม่เข้าใจพฤติกรรมความเปลี่ยนผ่านได้อย่างถ่องแท้ การจำลองความเปลี่ยนผ่านจึงเป็นเสมือนว่าได้อย่างหนึ่งมาแต่กลับต้องเสียอีกอย่างหนึ่งไป กล่าวคือ หากต้องการได้ความสมจริงในการจำลองพฤติกรรมความเปลี่ยนผ่าน (ซึ่งทำได้โดยการแก้สมการในรูปแบบภาวะเฉลี่ย) สิ่งที่ต้องจ่ายเป็นความสูญเสียคือความยุ่งยากในการดำเนินการ เพราะต้องแก้สมการที่มีซับซ้อนถึงสองชุด ในทางกลับกัน หากต้องการได้ความสะดวกในการประยุกต์ใช้งาน (ซึ่งทำได้โดยการแก้สมการในรูปแบบ

เรย์โนลด์์เฉลี่ย) ความสูญเสียที่ต้องประสบคือ ความยากในการจำลองพจน์ความเค้นเรย์โนลด์์ให้สมจริงกับพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลง อย่างไรก็ตาม Simon and Stephens (1991) ได้เสนอแนะแนวทางแก้ไขปัญหาดังกล่าวไว้ว่า ให้ตัดพจน์ความเค้นเรย์โนลด์์ของส่วนไม่ปั่นป่วนทิ้งไป เพราะพจน์ส่วนดังกล่าวส่งอิทธิพลต่อพฤติกรรมการไหลน้อยมาก เมื่อเทียบกับพจน์ความเค้นเรย์โนลด์์ของส่วนปั่นป่วน จากนั้นให้นำสมการแบบภาวะเฉลี่ยทั้งสองชุดรวมเข้าด้วยกัน ผลของการรวมดังกล่าวจะทำให้ได้สมการแบบภาวะเฉลี่ยเพียงชุดเดียว คือ สมการในรูปแบบเรย์โนลด์์เฉลี่ยที่มีพจน์ความไม่ต่อเนื่องผนวกรวมอยู่ในสมการนั่นเอง พจน์ดังกล่าวนี้จะช่วยสร้างความเหมาะสมมากขึ้นให้พจน์เรย์โนลด์์ความเค้นในการจำลองความเปลี่ยนแปลง แนวทางนี้ แม้จะสามารถกำจัดความยุ่งยากในการใช้งานไปได้อย่างมาก แต่ก็ยังมีข้อเสียอยู่บางประการคือ การตัดพจน์ความเค้นเรย์โนลด์์ของส่วนไม่ปั่นป่วนทิ้งไป จะส่งผลให้ปฏิสัมพันธ์ของส่วนไม่ปั่นป่วนที่มีต่อพฤติกรรมการไหลขาดหายไปด้วยการไหลจึงอาจสูญเสียพฤติกรรมทางกายภาพบางอย่างไป แต่อย่างไรก็ตาม เมื่อเทียบกับความยุ่งยากที่ลดลงไปแล้วถือว่าคุ้มค่า ดังจะเห็นได้จากการพัฒนาแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในยุคหลังจากนั้น ส่วนใหญ่อาศัยหลักการที่ว่านี้แทบทั้งสิ้น ยกตัวอย่างเช่น แบบจำลองของ Suzen and Huang (2000), Menter, Esch and Kubacki (2002), Pecink, Sanz, Gehrner and Woisetschlager (2003), Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005), Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) เป็นต้น

## 2.5 สหสัมพันธ์สำหรับความเปลี่ยนแปลง

ดังที่ได้กล่าวไปแล้วในตอนต้นว่า ยังไม่มีทฤษฎีใดที่น่าเชื่อถือเพียงพอที่สามารถอธิบายพฤติกรรมแบบเปลี่ยนแปลงได้อย่างสมบูรณ์ การทำนายผลจึงต้องอาศัยสหสัมพันธ์ที่ถูกสร้างขึ้นจากผลการทดลองเสียเป็นส่วนใหญ่ โดยมีการประยุกต์หลักการทางทฤษฎีสอดแทรกเข้าไว้ให้เห็นอยู่บ้างในบางกรณี ด้วยเหตุนี้ ความน่าเชื่อถือของแบบจำลองและความถูกต้องของผลการจำลองความเปลี่ยนแปลง จึงขึ้นอยู่กับความน่าเชื่อถือของผลการทดลองและสหสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ในการทำนายความเปลี่ยนแปลง หัวใจหลักสำคัญสองประการที่จำเป็นต้องรู้ คือ ตำแหน่งที่ความเปลี่ยนแปลงเริ่มเกิด และขนาดความยาวของช่วงการเปลี่ยนแปลง ในหัวข้อนี้ จะนำเสนอรายละเอียดของสหสัมพันธ์บางรูปแบบที่เกี่ยวข้องดังกล่าว

### 2.5.1 สหสัมพันธ์สำหรับจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง

ในการทำนายการไหลแบบเปลี่ยนแปลง การระบุตำแหน่งที่ความเปลี่ยนแปลงเริ่มเกิดได้อย่างถูกต้องถือว่ามีค่าสำคัญมาก แต่ทำได้ค่อนข้างยากในทางปฏิบัติ เพราะการเกิดขึ้นของความเปลี่ยนแปลงเกี่ยวข้องกับหลายปัจจัยกระทบ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ปัจจัยอิทธิพลจากกระแสสลับปั่นป่วนและเกรเดียนต์ความดัน ดังที่กล่าวมาแล้ว นอกจากนี้ สภาพการไหลในความเป็นจริงมักไม่มี



ความคงตัว ดังนั้น ตำแหน่งของจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่านจึงอาจเกิดการเลื่อนไปมาได้ตลอดเวลาตามสภาวะการไหลขณะนั้น ๆ

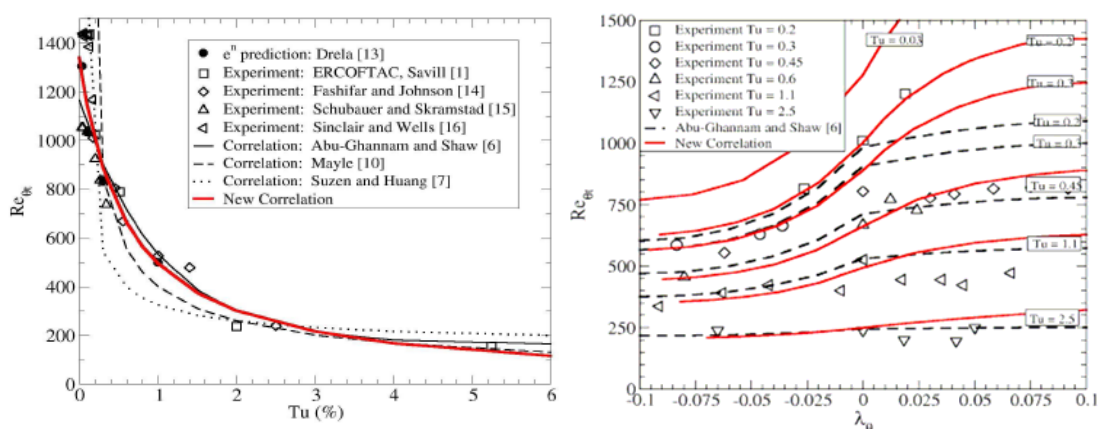
ในกรณีที่มีการไหลอยู่ภายใต้อิทธิพลของกระแสอิสระความปั่นป่วน ที่มีความเข้มข้นน้อยกว่า 1 เปอร์เซนต์ ชั้นขีดผิวแบบเปลี่ยนผ่านที่เกิดขึ้นจะมีแนวโน้มเป็นแบบธรรมชาติ จุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงจึงสามารถวิเคราะห์ได้โดยใช้ทฤษฎีเสถียรภาพเชิงเส้น แต่ถ้าหากกระแสอิสระปั่นป่วนมีความเข้มข้นมากกว่า 1 เปอร์เซนต์ ชั้นขีดผิวความเปลี่ยนแปลงจะพัฒนาเป็นแบบข้ามชั้น พฤติกรรมที่เกิดขึ้นเป็นแบบไม่เชิงเส้น จึงใช้ทฤษฎีเสถียรภาพเชิงเส้นมาวิเคราะห์จุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงไม่ได้ เท่าที่ทราบในปัจจุบัน ข้อมูลจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงสำหรับกรณีความเปลี่ยนแปลงแบบข้ามชั้นนั้น เกือบทั้งหมดได้มาจากผลการทดลอง จากนั้นจึงนำไปสร้างเป็นสหสัมพันธ์ในรูปแบบต่าง ๆ ขึ้นใช้งาน ในการทดลองเพื่อค้นหาตำแหน่งจุดที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงนั้น จุดก่อนความปั่นป่วนจะถูกบังคับให้เกิดขึ้นด้วยวิธีการที่ควบคุมได้ เช่น Schubauer and Klebanoff (1955) ใช้การกระตุ้นด้วยประจุไฟฟ้า เป็นต้น จากนั้นจึงทำการวิเคราะห์หาว่า จุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงมีตำแหน่งที่เปลี่ยนไปอย่างไรเมื่อระดับความปั่นป่วนของกระแสมีค่าเปลี่ยนไป การสร้างสหสัมพันธ์ที่ใช้กำหนดจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงนั้น ส่วนใหญ่มักสร้างขึ้นในรูปแบบที่สัมพันธ์กับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ ด้วยเหตุผลที่ว่า ช่วงที่ชั้นขีดผิวราบเรียบเริ่มเปลี่ยนเข้าสู่ช่วงเปลี่ยนแปลงนั้น ความหนาของชั้นขีดผิวจะเพิ่มขึ้นมากอย่างชัดเจนจนสามารถตรวจจับได้ง่าย การกำหนดจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงโดยคำนวณจากสหสัมพันธ์ จึงเป็นที่นิยมมากทางปฏิบัติ เพราะให้ความสะดวกในการประยุกต์ใช้งาน และใช้ได้ผลดีทั้งกับความเปลี่ยนแปลงแบบธรรมชาติและแบบข้ามชั้น นอกจากนี้ยังให้ความถูกต้องในระดับที่วิศวกรยอมรับได้

สหสัมพันธ์สำหรับจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงที่พัฒนาขึ้นในยุคแรก มักสร้างในรูปแบบที่สัมพันธ์กับเลขเรย์โนลด์การไหล เช่น สหสัมพันธ์ของ Michel (1951), Granville (1953), Smith and Gamberori (1956) เป็นต้น โดยไม่คำนึงถึงผลกระทบของกระแสอิสระปั่นป่วนและเกรเดียนต์ความดัน ในยุคหลังเมื่อพบว่ากระแสอิสระปั่นป่วนส่งผลกระทบเป็นอย่างมากต่อตำแหน่งการเกิดความเปลี่ยนแปลง สหสัมพันธ์จึงถูกสร้างขึ้นในรูปแบบใหม่ที่สัมพันธ์กับระดับกระแสอิสระปั่นป่วน เช่น สหสัมพันธ์ของ Hall and Gibbings (1970) อยู่ในรูปฟังก์ชันเลขชี้กำลัง ซึ่งค่า  $Re_{\theta}$  จะอยู่เข้าสู่ 190 เมื่อ  $Tu > 6.88\%$  ส่วนสหสัมพันธ์ของ Mayle (1991) อยู่ในรูปฟังก์ชันเลขยกกำลัง เป็นต้น ข้อดีของสหสัมพันธ์กลุ่มนี้คือ ใช้ได้ผลดีกับกรณีการไหลแบบเปลี่ยนผ่านภายใต้เกรเดียนต์ความดันศูนย์เท่านั้น ทั้งนี้เพราะอิทธิพลของเกรเดียนต์ความดันไม่ได้ถูกผนวกรวมเข้าไว้

ในภายหลัง เมื่อมีการศึกษาผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันที่มีต่อพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลง และพบว่าป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลกระทบต่อพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงเป็นอย่างมาก สหสัมพันธ์ยุคหลังจึงถูกสร้างขึ้น โดยรวมผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันเข้าไว้ด้วย โดยนิยม

แปรให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันผลกระทบเกรเดียนต์ความดัน  $F(\lambda_\theta, K)$  เมื่อ  $\lambda_\theta$  และ  $K$  เป็นพารามิเตอร์เกรเดียนต์ความดันและพารามิเตอร์ความเร่ง ตามลำดับ ตัวอย่างของสหสัมพันธ์รูปแบบนี้ ได้แก่ สหสัมพันธ์ของ Abu-Ghannam and Shaw (1980) ซึ่งอยู่ในรูปฟังก์ชันเลขชี้กำลัง สหสัมพันธ์นี้ถูกออกแบบมาให้  $Re_{\theta^*} \rightarrow 163$  เมื่อ  $Tu > 7.78\%$  หมายความว่า พฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงจะไม่เกิดขึ้นในช่วงที่  $Re_{\theta^*} < 163$  สหสัมพันธ์ของ Suzen, Xiong and Huang (2000) สร้างในรูปฟังก์ชันเลขยกกำลังและพารามิเตอร์ความเร่ง สหสัมพันธ์ของ Menter, Langtry, Likki, Suzen, Huang and Volker (2004) สร้างในรูปฟังก์ชันเลขยกกำลัง พารามิเตอร์ความเร่งและพารามิเตอร์เกรเดียนต์ความดัน สหสัมพันธ์นี้ได้จากการผสมผสานผลที่ได้จากวิธีของ Abu-Ghannam and Shaw (1980) วิธีของ Mayle (1991) และวิธี  $e^N$  เข้าด้วยกัน ซึ่งรายละเอียดจะนำเสนอในบทถัดไป ความสัมพันธ์ระหว่างเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลง เทียบกับความเข้มของความปั่นป่วนของกระแสอิสระ  $Tu$  และพารามิเตอร์เกรเดียนต์ความดัน  $\lambda_\theta$  แสดงในรูปที่ 2.4 ส่วนสหสัมพันธ์สำหรับจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงรูปแบบต่าง ๆ สรุปไว้ในตารางที่ 2.1

นอกจากนี้ ผลการทดลองของ Blair and Werle (1981) ยังเผยให้เห็นว่า หากระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระมีค่ามากกว่า 5 เปอร์เซ็นต์ เลขเรย์โนลด์ความเปลี่ยนแปลงจะไม่เปลี่ยนแปลง (หรือเปลี่ยนแปลงน้อยมาก) ตามการเปลี่ยนแปลงของเกรเดียนต์ความดัน หรือไม่เป็นฟังก์ชันกับเกรเดียนต์ความดัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งกรณีการไหลที่กระแสน้ำไหลมีการเร่งตัว พบว่าค่า  $Re_{xt}$  จะมีค่าเข้าใกล้หรือบางกรณีมีค่าน้อยกว่า  $Re_{xc}$  ที่ได้จากทฤษฎี ซึ่งพฤติกรรมเช่นนี้นำไปสู่หลักการของความเปลี่ยนแปลงแบบข้ามขั้นนั่นเอง



รูปที่ 2.4 เลขเรย์โนลด์ความหนา โมเมนต์การเปลี่ยนแปลง เทียบกับความเข้มของความปั่นป่วน (ซ้าย) และพารามิเตอร์เกรเดียนต์ความดัน (ขวา) (Menter, Langtry, Likki, Suzen, Huang and Volker, 2004)

### 2.5.2 สหสัมพันธ์สำหรับการเติบโตของความเปลี่ยนแปลงผ่าน

หลังจากที่มีการค้นพบจุดก่อกวนความปั่นป่วนโดย Emmons (1951) แล้ว จากนั้นก็ได้มีการทดลองอย่างมากมาเกี่ยวกับการเกิดขึ้นและพฤติกรรมของจุดก่อกวนความปั่นป่วน เช่น Schubauer and Klebanoff (1955), Cantwell, Coles and Dimotakis (1978), Haidari and Smith (1994), Sankaran, Sokolov and Antonai (1988), Gad-El-Hak, Blackwelder and Riley (1981), Chamber and Thomas (1983), Amini and Lespinard (1982), Wygnanski, Sokolov and Friedman (1976) ใช้วิธี LES เช่น Voke and Yang (1995), Lardeau, Li and Leschziner (2005) ตลอดถึงใช้วิธี DNS เช่น Singer and Joslin (1994), Jacobs and Durbin (2001) เป็นต้น เพื่อค้นหาว่าจุดก่อกวนความปั่นป่วนเกิดขึ้นและเติบโตอย่างไร และจริงหรือไม่ที่การเติบโตของชั้นขีดผิวความเปลี่ยนแปลงผ่านเป็นผลมาจากจุดก่อกวนความปั่นป่วน ปัจจุบันนี้เป็นที่ยอมรับแล้วว่า จุดก่อกวนความปั่นป่วนเป็นต้นเหตุสำคัญที่ทำให้เกิดชั้นขีดผิวความเปลี่ยนแปลงผ่าน และนำไปสู่ชั้นขีดผิวความปั่นป่วนในช่วงถัดมา จากการทดลองยังพบว่าการเติบโตของจุดก่อกวนความปั่นป่วนนั้น เกิดขึ้นและแผ่ขยายวงกว้างออกไปในทุกทิศทางในแนวตามกระแส โดยในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวหรือทิศขวางกระแส การเติบโตจะเกิดขึ้นในแนวตั้งฉากกับพื้นผิวผ่านกระบวนการที่เรียกว่า *Entrainment* เช่นเดียวกับลักษณะการเติบโตของชั้นขีดผิวแบบปั่นป่วน ในทิศทางขนานกับพื้นผิวหรือทิศตามกระแส การเติบโตโดยจะก่อตัวแพร่กระจายไปทางปลายน้ำ ส่วนในทิศทางด้านข้างหรือทิศแผ่ขยาย การเติบโตจะแผ่ตัวออกในช่วงต้นและลู่ตัวเข้าในช่วงปลาย การเติบโตของจุดก่อกวนความปั่นป่วนจึงมีรูปทรงคล้ายหัวลูกศร ดังแสดงในรูปที่ 2.1

เนื่องจากการเกิดและการเติบโตของจุดก่อกวนความปั่นป่วนเป็นแบบเชิงสุ่ม ไม่สามารถระบุช่วงเวลาและปริมาณการเกิดที่แน่นอนในแต่ละจุดได้ การวิเคราะห์ต้องใช้การทดลองเก็บข้อมูลร่วมกับการวิเคราะห์ทางสถิติ อย่างไรก็ตาม ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการเติบโตของจุดก่อกวนความปั่นป่วนยังคงมีให้เลือกใช้ค่อนข้างน้อยในปัจจุบัน รูปแบบที่พบเห็นและถูกนำมาประยุกต์ใช้งานอยู่เสมอคือของ Mayle (1991) ซึ่งอยู่ในรูปพารามิเตอร์การเติบโตของจุดก่อกวน  $h\sigma$  ที่เป็นฟังก์ชันของระดับของความปั่นป่วนคูณด้วยค่าคงตัว  $1.25 \times 10^{-11}$  (สมการที่ (2.62)) รูปแบบดังกล่าวนี้สังเคราะห์มาจากการไหลภายใต้เกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ ซึ่งต่อมาได้ถูกนำไปปรับใช้อย่างกว้างขวางให้เหมาะสมกับแบบจำลองแต่ละแบบ เช่น Suzen and Huang (2000) ได้เปลี่ยนใช้ค่าคงตัว  $1.80 \times 10^{-11}$  (สมการที่ (2.65)) กับแบบจำลองที่พวกเขาพัฒนาขึ้น ในภายหลังได้มีการนำผลกระทบของความดันไปผนวกเข้ากับพารามิเตอร์ดังกล่าว เช่น Blair (1992), Steelant and Dick (1996) เป็นต้น รูปแบบของพารามิเตอร์การเติบโตของจุดก่อกวนแบบต่าง ๆ แสดงในตารางที่ 2.2

### 2.5.3 สหสัมพันธ์สำหรับการแจกแจงความเปลี่ยนแปลงผ่าน

ในการทำนายพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงผ่าน หากรู้ตำแหน่งของจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่านเรียบร้อยแล้ว สิ่งสำคัญอีกประการหนึ่งที่จำเป็นต้องรู้คือ ขนาดความยาวของช่วงการเปลี่ยน

ผ่านซึ่งจะเกี่ยวพันกับรูปแบบการแจกแจงความไม่ต่อเนื่องในช่วงเปลี่ยนผ่าน สำหรับกรณีการไหลบนแผ่นเรียบภายใต้ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ ผลการทดลองของ Schubauer and Klebanoff (1956) พบว่า ความไม่ต่อเนื่องมีรูปแบบการแจกแจงที่ค่อนข้างคงที่ในรูปเส้นโค้งเชิงปริพันธ์แบบเกาส์เซียน ซึ่งต่อมา Dhawan and Narasimha (1958) ได้ทำการทดลองวัดหารูปแบบการแจกแจงตัวสำหรับความไม่ต่อเนื่อง และได้สร้างสหสัมพันธ์สำหรับการแจกแจงสำหรับทุกกรณีในรูปแบบ ที่เรียกว่า *การแตกตัวแบบเข้มข้น* (สมการที่ (2-68)) ซึ่งต่อมานิยมนำไปใช้ในการสังเคราะห์สร้างสมการส่งถ่ายสำหรับความไม่ต่อเนื่องในแบบจำลองความเปลี่ยนผ่าน รูปแบบสหสัมพันธ์สำหรับความไม่ต่อเนื่องที่นำเสนอโดยนักวิจัยกลุ่มต่าง ๆ แสดงในตารางที่ 2.3

## 2.6 การจำลองความเปลี่ยนผ่าน

แบบจำลองความเปลี่ยนผ่านถูกพัฒนาขึ้นใช้งานเพราะว่า มีความต้องการแบบจำลองที่มีประสิทธิภาพสูงในการทำนายพฤติกรรมการไหลแบบราบเรียบ-ปั่นป่วน ทั้งนี้เพราะแบบจำลองความปั่นป่วนแบบสองสมการที่นิยมใช้กันอยู่ในปัจจุบันนั้น ยังมีความสามารถไม่เพียงพอที่จะใช้ทำนายพฤติกรรมในช่วงเปลี่ยนผ่านได้อย่างน่าเชื่อถือ ดังจะเห็นได้จากในรอบสิบกว่าปีที่ผ่านมานี้ ได้มีกลุ่มวิจัยหลายกลุ่ม อาทิเช่น ERCOFTAC SIG (1991-1993), Abid (1993), Westin and Henkes (1997) เป็นต้น ที่ได้พยายามทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองความปั่นป่วนในการทำนายความเปลี่ยนผ่าน ผลการทดสอบได้ข้อสรุปที่สอดคล้องกันว่า แบบจำลองความปั่นป่วนแบบสองสมการทั้งหมดทำนายการเกิดความเปลี่ยนผ่านได้ไม่สมจริง กล่าวคือ ทำนายตำแหน่งที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่านได้เร็วกว่าความเป็นจริง และทำนายขนาดความยาวของช่วงการเปลี่ยนผ่านได้สั้นกว่าความเป็นจริง เหตุผลที่เป็นเช่นนั้นเพราะว่า แบบจำลองความปั่นป่วนถูกพัฒนาขึ้นบนพื้นฐานของความปั่นป่วนแบบสมบูรณ์ ซึ่งไม่ได้ออกแบบมาเพื่อใช้ทำนายความเปลี่ยนผ่านแต่อย่างใด

แบบจำลองความเปลี่ยนผ่านที่พัฒนาขึ้นในยุคต้น มักถูกใช้คำนวณหาการเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติการไหลเฉลี่ยในช่วงเปลี่ยนผ่าน โดยอาศัยหลักการความไม่ต่อเนื่องที่ได้จากสหสัมพันธ์มาเป็นตัวถ่วงน้ำหนัก หลักการเช่นนี้เรียกว่า *การจำลองแบบเชิงเส้น* กลุ่มวิจัยที่ใช้วิธีการนี้ ได้แก่ Emmons (1951), Dhawan and Narashimha (1958), Chen and Thyson (1971), Lakshminarayana (1976), Arnal (1986), Fraser and Milne (1986), Fraser, Milne and Gardiner (1988), Dey and Narashimha (1989) เป็นต้น ภายหลังจากได้มีการพัฒนารูปแบบการคำนวณโดยนำเอาความไม่ต่อเนื่องไปผนวกเข้ากับพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ในสมการการไหลเฉลี่ย เพื่อให้ความไม่ต่อเนื่องช่วยหนุนพฤติกรรมเกิดการเกิดความปั่นป่วน วิธีการนี้เรียกว่า *การจำลองแบบพีชคณิต* กลุ่มวิจัยที่ใช้การจำลองแบบนี้ ได้แก่ Harris (1971), Kunh (1971), Adams (1972), Cebeci and Smith (1974), Gaugler (1985), Michel, Coustols and Arnal (1985), Krishnamoorthy (1986), Baek, Chung and Lim (2001)

เป็นต้น ข้อดีของวิธีเชิงเส้นและวิธีพีชคณิตคือ การประยุกต์ใช้งานทำได้ง่ายกว่าอย่างจำกัด เพราะมีความจำเพาะเจาะจงเกินไป ซึ่งสวนทางกับความต้องการการใช้งานสมัยปัจจุบันที่เน้นความหลากหลายและความคล่องตัว ด้วยเหตุนี้นักวิจัยกลุ่มใหม่ ๆ จึงได้หันมาพัฒนาแบบจำลองในรูปแบบของสมการส่งถ่ายที่เป็นแบบเชิงอนุพันธ์ย่อย วิธีการดังกล่าวเรียกว่า *การจำลองแบบเชิงอนุพันธ์* ซึ่งช่วยให้แบบจำลองมีความเป็นนัยทั่วไปในการประยุกต์ใช้งานสูงมากขึ้น

ก่อนหน้านี้ Libby (1975), Dopazo (1977), Chevray and Tutu (1978), Vancoillie and Dick (1988) ได้นำเอาหลักการความไม่ต่อเนื่องไปประยุกต์เข้ากับการแก้สมการการไหลอย่างได้ผล แต่เนื่องจากมีรูปแบบการดำเนินการที่เป็นคณิตศาสตร์ขั้นสูง จึงไม่เหมาะกับงานวิศวกรรมที่เน้นการประยุกต์ใช้งาน หลักการของความไม่ต่อเนื่องถูกนำไปสร้างเป็นสมการส่งถ่ายขึ้นใช้งานครั้งแรกโดย Cho and Chung (1992) เพื่อใช้ทำนายการไหลแบบไร้ความเฉือน เช่น การไหลแบบกระแสดัง การไหลแบบชั้นผิวผสม แต่แบบจำลองดังกล่าวก็ไม่ได้พัฒนาขึ้นเพื่อใช้สำหรับทำนายความเปลี่ยนแปลงผ่านแต่อย่างใด สมการส่งถ่ายสำหรับความไม่ต่อเนื่องในรูปแบบที่ใช้สำหรับทำนายความเปลี่ยนแปลงผ่าน ถูกพัฒนาขึ้นใช้งานครั้งแรกโดย Steelant and Dick (1996) โดยประยุกต์เข้ากับการคำนวณในรูปแบบภาวะเฉื่อย หลังจากนั้นจึงได้มีการพัฒนาแบบจำลองความไม่ต่อเนื่องขึ้นใช้งานในรูปแบบที่หลากหลาย เช่น Savill, Launder and Younis (1988), Suzen and Huang (2000), Higazi (2002), Menter, Esch and Kubacki (2002), Pecnick, Sanz, Gehrler and Woisetschlager (2003), Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005), Menter, Langtry, Likki, Suzen, Huang and Volker (2005) เป็นต้น รายละเอียดของการจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่านในรูปแบบเชิงเส้น แบบพีชคณิต และแบบเชิงอนุพันธ์ในรูปแบบสมการส่งถ่ายคุณสมบัติ เป็นดังนี้

### 2.6.1 การจำลองแบบเชิงเส้น

การจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่านแบบเชิงเส้นถูกพัฒนาขึ้นมาในช่วงยุคต้น หลังจากที่มีการค้นพบและนำเสนอทฤษฎีที่ใช้อธิบายการเกิดจุดก่อความปั่นป่วน รูปแบบการจำลองแบบแรกนำเสนอโดย Emmons (1951) หลักการคือการนำค่าคุณสมบัติการไหล อาทิ ตัวประกอบสัญญาณสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน ความเร็วเฉื่อย ฯลฯ ของส่วนราบเรียบสมบูรณ์และส่วนปั่นป่วนสมบูรณ์ ไปรวมเข้าด้วยกันแบบเชิงเส้นโดยใช้รูปแบบการแจกแจงความไม่ต่อเนื่องซึ่งได้จากสหสัมพันธ์เป็นตัวถ่วงน้ำหนัก เพื่อคำนวณหาค่าคุณสมบัติดังกล่าวในช่วงที่เกิดการเปลี่ยนแปลงผ่านตามที่ต้องการ ดังนี้

$$\phi = (1 - \gamma)\phi_L + \gamma\phi_T \quad (2-5)$$

เมื่อ  $\phi$  เป็นคุณสมบัติของการไหล คำนี้อย่าง  $L$  และ  $T$  แทนส่วนราบเรียบสมบูรณ์และส่วนปั่นป่วน

สมบูรณ์ ตามลำดับ และ  $\gamma$  เป็นตัวประกอบความไม่ต่อเนื่อง การจำลองแบบเชิงเส้นมีขั้นตอนการคำนวณเริ่มจาก คำนวณหาค่าคุณสมบัติการไหลของส่วนราบเรียบและส่วนปั่นป่วน โดยการแก้สมการชั้นซิดผิวแบบราบเรียบและสมการชั้นซิดผิวแบบปั่นป่วนแบบสมบูรณ์ ตามลำดับ จากนั้นทำการกำหนดตำแหน่งที่ความเปลี่ยนแปลงเริ่มเกิด ขั้นตอนสุดท้ายคือ ทำการคำนวณหาค่าคุณสมบัติการไหลในช่วงเปลี่ยนผ่านโดยใช้สมการที่ (2-5) ตัวอย่างการประยุกต์ใช้วิธีการนี้ ได้แก่

*Dhawan and Narasimha (1958)* ได้ทำนายความเร็วเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวในช่วงเปลี่ยนผ่าน โดยใช้รูปแบบการเติบโตของจุดก่อความปั่นป่วนและรูปแบบการแจกแจงความไม่ต่อเนื่อง ตามสมการที่ (2-60) และ (2-68) ตามลำดับ ข้อมูลผลการทดลองของ *Narasimha (1957)* ถูกใช้เพื่อระบุตำแหน่งจุดที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง แบบจำลองนี้ใช้ได้ผลดีกับกรณีการไหลชั้นซิดผิวแบบเปลี่ยนผ่านภายใต้สภาวะความดันคงที่ ซึ่งต่อมามีกลุ่มวิจัยหลายกลุ่มที่นำไปพัฒนาใช้งานต่อ อาทิเช่น *Chen and Thyson (1971)*, *Lakshminarayana (1986)*, *Fraser and Milne (1986)*, *Dey and Narasimha (1989)* เป็นต้น

*Arnal (1986)* ใช้วิธีการทำนายแบบเชิงเส้นทำนายการเปลี่ยนแปลงของสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว และตัวประกอบพื้นฐานของชั้นซิดผิวที่เกิดขึ้นในช่วงเปลี่ยนผ่าน การทำนายให้ผลสอดคล้องดีกับกรณีทดสอบ อย่างไรก็ตาม รูปแบบการแจกแจงความไม่ต่อเนื่องตามสมการที่ (2-72) ซึ่ง *Arnal (1986)* ใช้เป็นตัวถ่วงน้ำหนักในช่วงความเปลี่ยนแปลงนั้น อยู่ในรูปของความหนาโมเมนต์ซึ่งประยุกต์ใช้งานค่อนข้างยากและไม่สะดวก เนื่องจากความหนาโมเมนต์ไม่มีความเกี่ยวข้องอย่างชัดเจนกับการเกิดจุดก่อความปั่นป่วน แบบจำลองนี้ใช้งานได้ผลดีช่วงเกรเดียนต์ความดันใกล้เป็นศูนย์

ข้อด้อยประการสำคัญของแบบจำลองแบบเชิงเส้นคือ แบบจำลองไม่สามารถทำนายจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงได้เอง ผู้ใช้ต้องระบุตำแหน่งดังกล่าวโดยป้อนให้กับสหสัมพันธ์ความไม่ต่อเนื่องโดยตรง เพื่อใช้แจกแจงรูปแบบความไม่ต่อเนื่องที่เกิดขึ้นในช่วงเปลี่ยนผ่าน รูปแบบการแจกแจงความไม่ต่อเนื่องในยุคต้นนั้น พัฒนาขึ้นบนสมมุติฐานที่ว่า ความไม่ต่อเนื่องไม่แปรผันตามเกรเดียนต์ความดันที่เปลี่ยนไป ซึ่งในภายหลังพบว่า ข้อสมมุติฐานนี้ใช้ได้ผลดีกับกรณีการไหลที่มีเกรเดียนต์ความดันช่วงใกล้ศูนย์เท่านั้น

## 2.6.2 การจำลองแบบพีชคณิต

การจำลองแบบพีชคณิตใช้กลยุทธ์การจัดการกับพจน์ในสมการควบคุมโดยตรง โดยฟังก์ชันของความไม่ต่อเนื่องจะถูกใช้เป็นตัวควบคุมบทบาทของพจน์ที่ต้องการ เพื่อปรับให้พจน์ดังกล่าวแสดงบทบาทที่เหมาะสมกับช่วงการเปลี่ยนผ่าน ซึ่งแตกต่างจากการจำลองแบบเชิงเส้นที่ใช้การเฉลี่ยค่าคุณสมบัติการไหลโดยตรง โดยส่วนใหญ่แล้ว การจำลองแบบพีชคณิตจะเข้าจัดการพจน์ความเค้นเรย์โนลด์โดยดำเนินการผ่านทางพจน์ความหนืดเปลี่ยนผ่าน  $\bar{\mu}$  ดังนี้

$$\bar{\mu} = \mu + \gamma\mu_T \quad (2-6)$$

เมื่อ  $\mu_T$  เป็นความหนืดปั่นป่วนสมบูรณ์ ส่วนรูปแบบการแจกแจงความไม่ต่อเนื่อง  $\gamma$  ได้จากสหสัมพันธ์แบบต่าง ๆ ในตารางที่ 2.2 ตัวอย่างการใช้วิธีการจำลองเชิงพีชคณิต ได้แก่

**Michel, Coustals, and Arnal (1985)** ใช้การแจกแจงความไม่ต่อเนื่องในรูปฟังก์ชันของความหนาโมเมนต์ (สมการที่ (2-71)) ถ่วงน้ำหนักพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ในสมการการไหลเฉลี่ย เพื่อให้แสดงบทบาทอย่างเหมาะสมในช่วงการเปลี่ยนผ่าน แบบจำลองนี้ให้ผลการทำนายการเปลี่ยนแปลงของตัวประกอบสัญญาณที่ค่อนข้างช้า และทำนายค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานได้ต่ำกว่าความเป็นจริงในช่วงท้ายของการเปลี่ยนผ่าน จึงเป็นเหตุให้การแจกแจงความไม่ต่อเนื่องที่ใช้ในแบบจำลองนี้ถูกออกแบบให้มีค่ามากกว่า 1 ในช่วงดังกล่าว เพื่อปรับให้ผลการทำนายสอดคล้องกับความเป็นจริง

**Krishnamoorthy (1986)** ใช้รูปแบบการแจกแจงความไม่ต่อเนื่องของ Dhawan and Narasimha (1958) ทำนายการถ่ายเทความร้อนที่เกิดขึ้นบนใบจักรกังหัน ผลการทำนายพบว่าอัตราการผลิตความร้อนมีสูงกว่าความเป็นจริง ทั้งในช่วงเปลี่ยนผ่านและช่วงปั่นป่วนสมบูรณ์ นอกจากนี้ แบบจำลองนี้ยังได้รับการปรับปรุงเพื่อให้สามารถใช้ทำนายความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในช่วงที่กระแสไอสระปั่นป่วนมีความเข้มสูง โดยนำพจน์ความหนืดที่เกิดจากอิทธิพลของกระแสไอสระปั่นป่วน  $\mu_p$  มารวมเข้าไว้ ดังนี้

$$\bar{\mu} = \mu + \gamma\mu_T + \mu_p \quad (2-7)$$

นอกจากนี้ Krishnamoorthy (1986) ยังได้นำผลกระทบของความดันในรูปของพารามิเตอร์ความเร่ง  $K_t$  มาผนวกเข้ากับพารามิเตอร์ของ Dhawan and Narasimha (1958) เพื่อใช้อธิบายความยาวของช่วงเปลี่ยนผ่าน ดังนี้

$$Re_\lambda = 5 Re_{xt}^{0.8} [1 + 2.5 \times 10^6 K_t] \quad (2-8)$$

เมื่อ  $Re_\lambda$  เป็นเลขเรย์โนลด์ที่อิงความยาวของช่วงเปลี่ยนผ่าน  $Re_{xt}$  เป็นเลขเรย์โนลด์ที่ตำแหน่งเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง และ  $K_t$  เป็นพารามิเตอร์เกรเดียนต์ความดันที่ตำแหน่งจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง จากการทดสอบพบว่า แบบจำลองให้ผลการทำนายสอดคล้องกับข้อมูลอ้างอิงในบางกรณี

*Baek, Chung and Lim (2001)* ได้ใช้กลยุทธ์การจำลองพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงผ่าน โดยแบ่งช่วงการจำลองพฤติกรรมความเค้นเรย์โนลด์ออกเป็น 3 ส่วน คือ ช่วงก่อนการเปลี่ยนแปลง ช่วงการเปลี่ยนแปลง และช่วงหลังการเปลี่ยนแปลง โดยใช้รูปแบบการแจกแจงความไม่ต่อเนื่องในรูปของฟังก์ชันดังนี้

$$\gamma(x, y) = \gamma(x) \cdot \gamma(y) \quad (2-9)$$

เมื่อ  $\gamma(x)$  และ  $\gamma(y)$  เป็นการแจกแจงความไม่ต่อเนื่องในทิศทางตามกระแส และทิศทางขวางกระแส ตามลำดับ พจน์ดังกล่าวถูกนำไปจำลองความหนืดในช่วงก่อนการเปลี่ยนแปลง  $\mu_{PTR}$  และความหนืดในช่วงการเปลี่ยนแปลง  $\mu_{TR}$  ดังนี้

$$\mu_{PTR} = \frac{(k_{\infty}^+)^{3/2}}{\delta_{\infty}^+ \varepsilon_{\infty}^+} (\mu/u_{\tau}) k^{1/2} y^{+2} \quad (2-10)$$

$$\mu_{TR} = \gamma_x f_{mix} \mu_T + (1 - \gamma_x) \mu_{PTR} \quad (2-11)$$

เมื่อ  $\mu_T$  เป็นความหนืดปั่นป่วนสมบูร์ณ  $\delta$  เป็นความหนาชั้นขีดผิว  $k$  เป็นพลังงานจลน์ปั่นป่วน  $\varepsilon$  เป็นอัตราการสลายพลังงานจลน์ปั่นป่วน  $u_{\tau}$  เป็นความเร็วเสียดทาน และ  $f_{mix}$  เป็นพารามิเตอร์การผสมสัมพัทธ์ของจุดต่อความปั่นป่วน ส่วนตัวห้อย  $\infty$  แทนตำแหน่งที่ผิวอิสระ การจำลองใช้รูปแบบการแจกแจงความไม่ต่อเนื่องของ Gostelow, Blunden and Walker (1994) ใช้เกณฑ์จุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงของ Mayle (1991) ประยุกต์เข้ากับแบบจำลองความปั่นป่วนของ Nagano and Tagawa (1990) และ Yang and Shih (1993) เพื่อใช้ทำนายความเปลี่ยนแปลงบนแผ่นเรียบภายใต้อิทธิพลของกระแสอิสระปั่นป่วนและเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ ซึ่งพบว่าการจำลองให้ผลสอดคล้องดีกับผลการทดลอง แต่อย่างไรก็ตาม แบบจำลองนี้มีการปรับแต่งค่าต่าง ๆ มากมาย จนดูเหมือนเป็นการจงใจบังคับให้ได้ผลการทำนายที่สอดคล้อง นอกจากนี้ยังมีการนำตัวแปรในรูปแบบชั้นขีดย่อย (อาทิ เช่น  $k^+$ ,  $\varepsilon^+$  เป็นต้น) ร่วมในการจำลองพจน์ความหนืด ซึ่งก่อความยุ่งยากในการนำไปประยุกต์ใช้งานค่อนข้างมาก

### 2.6.3 การจำลองแบบอนุพันธ์ย่อย

แม้การจำลองแบบเชิงเส้นและแบบพีชคณิตจะสามารถทำนายผลได้เป็นที่น่าพอใจในหลายกรณี แต่หากพิจารณาคุณลักษณะของการจำลองทั้งสองแบบดังกล่าวอย่างถี่ถ้วนแล้วจะพบว่า



การจำลองทั้งสองแบบถูกพัฒนาขึ้นเพื่อการใช้งานหรือเพื่อทดสอบอย่างจำเพาะเจาะจง จนอาจมีการตั้งประเด็นข้อสงสัยว่า การจำลองทั้งสองแบบจะสามารถใช้ได้ผลดีกับปัญหาความเปลี่ยนแปลงในรูปแบบอื่นหรือไม่ และมีความเรียบง่ายในการประยุกต์ใช้งานมากน้อยเพียงใด ทั้งสองคำถามดังกล่าวนี้แม้จะยังไม่มีข้อสรุปชี้ชัดออกมา แต่หากพิจารณาจากธรรมชาติของการจำลองการไหลแล้วก็มักจะพบเสมอว่า ความจำเพาะเจาะจงในรูปแบบมักนำไปสู่ข้อจำกัดและความยุ่งยากในการประยุกต์ใช้งานโดยปริยายเสมอ ซึ่งน่าจะพอใช้เป็นเหตุผลเพื่ออนุมานว่า การจำลองทั้งสองรูปแบบดังกล่าวยังมีความเหมาะสมไม่เพียงพอที่จะนำไปประยุกต์ใช้กับงานทางวิศวกรรม ซึ่งต้องการความหลากหลายและเรียบง่ายในการใช้งาน ด้วยเหตุนี้ การพัฒนารูปแบบการจำลองความเปลี่ยนแปลงโดยสร้างเป็นสมการส่งถ่าย จึงน่าจะเป็นทางออกที่ดีที่สามารถจัดการกับข้อจำกัดดังกล่าวได้ ช่วยสร้างคุณลักษณะความเป็นนัยทั่วไปให้กับการจำลองได้มากขึ้น การประยุกต์ใช้งานทำได้อย่างกว้างขวางมากขึ้น

การจำลองความเปลี่ยนแปลงแบบอนุพันธ์ย่อยในยุคแรกนั้น สมการส่งถ่ายสำหรับความเปลี่ยนแปลงมักถูกสังเคราะห์ขึ้นจากสหสัมพันธ์ความไม่ต่อเนื่องของ Dhawan and Narasimha (1985) ซึ่งในช่วงต่อมาก็ยังคงถูกใช้เป็นรากฐานสำคัญในการพัฒนาแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงอีกหลายแบบ เช่น Steelant and Dick (1996, 2001), Suzen and Huang (2000), Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005) เป็นต้น สำหรับการไหลชั้นขีดผิวภายใต้ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ รูปแบบการแจกแจงความไม่ต่อเนื่องตามสหสัมพันธ์ของ Dhawan and Narasimha (1985) สามารถนำไปสังเคราะห์สร้างเป็นสมการส่งถ่ายได้ดังนี้

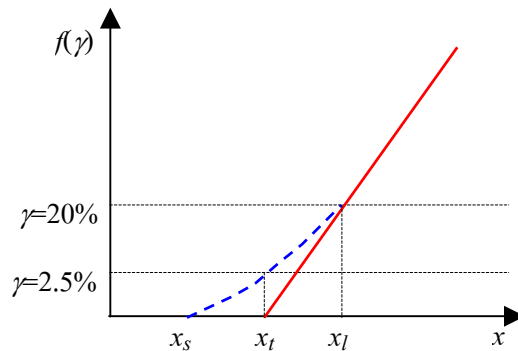
$$\gamma(x) = 1 - \exp[-A(x - x_i)^2] \quad (2-12)$$

เมื่อ  $A = \hat{n}\sigma(U/\nu)^2$  และ  $\hat{n}$  เป็นอัตราการผลิตจุดก่อความปั่นป่วนในรูปแบบไร้มิติ  $\sigma$  เป็นพารามิเตอร์การแผ่กระจายของจุดก่อความปั่นป่วน หากกำหนดให้  $f(\gamma) = A(x - x_i)^2$  เป็นฟังก์ชันการแตกตัวของจุดก่อความปั่นป่วน สมการที่ (2-12) สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$f(\gamma) = \sqrt{-\ln(1 - \gamma)} \quad (2-13)$$

หากนำฟังก์ชัน  $f(\gamma)$  ไปแสดงผลกราฟเทียบกับพิกัด  $x$  จะได้ความสัมพันธ์ที่แสดงถึงความเข้มข้นของการแตกตัวที่เกิดขึ้นในช่วงกระบวนการเปลี่ยนแปลง โดยที่จุด  $x_i$  เป็นจุดเริ่มเกิดการแตกตัวซึ่งมักกำหนดให้เกิดขึ้นที่  $\gamma=1\%$  จุด  $x_i$  เป็นจุดเริ่มเกิดการเปลี่ยนแปลงซึ่งกำหนดไว้ที่  $\gamma=2.5\%$  ส่วนจุด  $x_j$

เป็นจุดเริ่มต้นที่การแตกตัวเป็นแบบเชิงเส้นซึ่งมักเกิดขึ้นที่  $\gamma=20\%$  ที่เป็นแบบเชิงเส้นตรง จากรูปจะเห็นว่า ความเข้มข้นของการแตกตัวมีลักษณะการแจกแจงแบบเชิงเส้นตรง ดังแสดงด้วยเส้นทึบ ในรูปที่ 2.5 ซึ่งในภายหลังได้มีการพิสูจน์ยืนยันว่า รูปแบบการแจกแจงลักษณะดังกล่าวจะให้ความสอดคล้องเฉพาะกับกรณีการเปลี่ยนผ่านแบบธรรมชาติที่มีเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์เท่านั้น



รูปที่ 2.5 ลักษณะการแจกแจงการแตกตัวของจุดต่อความปั่นป่วน

การแตกตัวในรูปแบบจริงนั้นมีลักษณะการแจกแจงเป็นไปตามเส้นโค้งประ (ดูรูปที่ 2.5) (Maley, 1991; Gostelow and Walker, 1991) ดังนั้น การกำหนดค่าให้การแจกแจงมีรูปแบบเป็นแบบเส้นตรงจึงไม่สมจริงเท่าใดนัก ภายหลังรูปแบบการแจกแจงความเข้มของการแตกตัวจึงได้ถูกปรับให้สมจริงมากขึ้น โดยปรับใช้ฟังก์ชันรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งส่วนใหญ่มักนิยมปรับให้มีการแจกแจงในรูปแบบเกาส์เซียน ซึ่งทำได้ดังนี้

$$\frac{d\gamma}{dx} = 2A(x - x_t) \exp[-A(x - x_t)^2] = 2A(x - x_t)(1 - \gamma) \quad (2-14)$$

$$\frac{1}{(1 - \gamma)} \frac{d\gamma}{dx} = 2A(x - x_t) = \beta(x) \quad (2-15)$$

$$\int \frac{1}{(1 - \gamma)} d\gamma = \int \beta(x) dx \quad (2-16)$$

$$\ln(1 - \gamma) = -\int \beta(x) dx \quad (2-17)$$

$$\gamma = 1 - \exp\left(-\int \beta(x) dx\right) \quad (2-18)$$

เมื่อ  $\beta(x)$  เป็นฟังก์ชันการแตกตัว ซึ่งหากกำหนดให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน  $f(x)$  จะได้เป็น

$$\int \beta(x) dx = f^2(x) \quad (2-19)$$

ดังนั้นจึงได้ว่า

$$\frac{d}{dx} \int \beta(x) dx = \frac{d}{dx} f^2(x) \quad (2-20)$$

$$\beta(x) = 2f(x)f'(x) \quad (2-21)$$

$$\frac{1}{(1-\gamma)} \frac{d\gamma}{dx} = 2f(x)f'(x) \quad (2-22)$$

$$\frac{d\gamma}{dx} = 2(1-\gamma)f(x)f'(x) \quad (2-23)$$

ความจริงของการจำลองความเปลี่ยนแปลงคือ การสร้างรูปแบบฟังก์ชัน  $f(x)$  ที่สามารถจำลองรูปแบบการแตกตัวให้ได้ ซึ่งโดยทั่วไปมักเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันตรรกะ ดังนี้

$$f(x) = \frac{ax'^4 + bx'^3 + cx'^2 + dx' + e}{gx'^3 + h} \quad (2-24)$$

เมื่อ  $x' = x - x_i$  โดยที่  $x_i$  เป็นตำแหน่งที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง สำหรับกรณีการไหลแบบไม่ขนาน สามารถตั้งสมมุติฐานได้ว่าการเปลี่ยนแปลงของความไม่ต่อเนื่องตามสมการที่ (2-23) นั้น ให้ความจริงและสอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงไปตามเส้นการไหลเช่นกัน ดังนั้น จึงสามารถเขียนการเปลี่ยนแปลงได้ในรูป

$$\rho \bar{u}_s \frac{d\gamma}{ds} = (1-\gamma)\beta(s)\rho \bar{u}_s \quad (2-25)$$

เมื่อ  $\bar{u}_s$  เป็นเวกเตอร์ความเร็วในทิศทางตามเส้นการไหล และ  $s$  เป็นพิกัดตามเส้นการไหล ซึ่งสามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูปพิกัดฉาก  $(x, y)$  ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \rho u_j \gamma = (1-\gamma)\beta(s)\rho U \quad (2-26)$$

เมื่อ  $U=(u^2+v^2)^{1/2}$  เป็นขนาดความเร็วเฉพาะที่ ตัวอย่างแบบจำลองเชิงอนุพันธ์ย่อย ได้แก่ แบบจำลอง Steelant and Dick (1996), Steelant and Dick (2001), Susen and Huang (2000), Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005), Menter, Esch and Kubacki (2002) เป็นต้น ซึ่งรายละเอียดของแบบจำลองที่ยกตัวอย่างเป็นดังต่อไปนี้

**Steelant and Dick (1996)** สังเคราะห์แบบจำลองจากสหสัมพันธ์ของ Dhawan and Narasimha (1985) ในรูปสมการส่งถ่ายสำหรับความไม่ต่อเนื่อง  $\gamma$  ดังนี้

$$\frac{\partial \rho u_j \gamma}{\partial x_j} = P_\gamma \quad (2-27)$$

พจน์การผลิต  $P_\gamma$  มีรูปแบบเป็นดังนี้

$$P_\gamma = (1-\gamma)\beta\rho U \quad (2-28)$$

$$\beta = 2f_\gamma \sqrt{\hat{n}\sigma} \frac{U_\infty}{\nu} \sqrt{-\ln(1-\gamma)} \quad (2-29)$$

เมื่อ  $\beta$  เป็นฟังก์ชันการแตกตัว  $U$  เป็นขนาดความเร็วเฉพาะที่ และ  $f_\gamma$  เป็นพารามิเตอร์การแตกตัว ซึ่งถูกใช้เพื่อปรับให้การแตกตัวของจุดก่อความปั่นป่วนมีการแจกแจงในรูปแบบเกาส์เซียน ซึ่งจะช่วยให้ได้ความสมจริงมากขึ้น โดยเฉพาะกับกรณีความเปลี่ยนแปลงผ่านแบบข้ามชั้น การจำลองถูกนำไปประยุกต์เข้ากับแบบจำลองความปั่นป่วนของ Yang and Shih (1993) เพื่อใช้ทำนายความเปลี่ยนแปลงผ่านภายใต้ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดัน สหสัมพันธ์ของ Mayle (1991) ถูกใช้เป็นเกณฑ์ในการ

ระบุตำแหน่งจุดที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่าน ข้อดีของแบบจำลองนี้คือ แบบจำลองใช้การคำนวณในรูปแบบภาวะเฉลี่ยซึ่งมีความยุ่งยากต่อการประยุกต์ใช้งาน การสร้างแบบจำลองโดยสังเคราะห์ขึ้นจากสหสัมพันธ์ของ Dhawan and Narasimha (1958) ส่งผลให้แบบจำลองสร้างการแจกแจงความไม่ต่อเนื่องได้เฉพาะในทิศทางตามกระแส และเหมาะสมที่จะใช้กับการไหลภายใต้ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์เท่านั้น

*Steelant and Dick (2001)* นำอิทธิพลของกระแสอิสระปั่นป่วนซึ่งอยู่ในรูปกระแสหมุนวนปั่นป่วนมาผนวกเข้ากับการจำลอง อิทธิพลของกระแสหมุนวนจะเกิดขึ้นในชั้นกระแสอิสระช่วงก่อนเปลี่ยนแปลงหรือช่วงราบเรียบเทียม จากนั้นจะกระจายเข้าสู่ภายในชั้นขีดผิวในโดยการแพร่และการสั่นของความดัน (Mayle, 1991) ก่อให้เกิดพฤติกรรมความไม่ต่อเนื่องขึ้นในชั้นกระแสอิสระ ซึ่งส่งผลกระทบต่อการศึกษาการเกิดความเปลี่ยนแปลงแบบข้ามชั้น นอกจากนี้ การเกิดขึ้นของพฤติกรรมดังกล่าวยังได้รับการยืนยันจากการทดลองของ Gostelow and Blunden (1989) อีกด้วย ด้วยแนวคิดดังกล่าวนี้ ความไม่ต่อเนื่องที่เกิดขึ้นในกระแสการไหลจึงมาจากสองส่วนหลักคือ ความไม่ต่อเนื่องที่เกิดจากกระแสอิสระปั่นป่วน (ในรูปตัวประกอบกระแสอิสระ  $\zeta$  เป็นสัดส่วนของเวลาที่กระแสหมุนวนปั่นป่วนแพร่เข้าสู่ชั้นขีดผิวราบเรียบ) และความไม่ต่อเนื่องที่เกิดจากจุดก่อนความปั่นป่วน (ในรูปตัวประกอบความไม่ต่อเนื่อง  $\gamma$  เป็นสัดส่วนของเวลาที่การไหลแสดงพฤติกรรมปั่นป่วน) เมื่อนำมารวมเข้าด้วยกันจะได้ตัวประกอบถ่วงน้ำหนักความปั่นป่วน  $\tau$  ดังนี้

$$\tau(x, y) = \gamma(x, y) + \zeta(x, y) \quad (2-30)$$

สมการส่งถ่ายสำหรับตัวประกอบถ่วงน้ำหนักความปั่นป่วน  $\tau$  มีรูปดังนี้

$$\frac{\partial \rho u_j \tau}{\partial x_j} = P_\tau - C_3 \mu_\tau \frac{U}{U_\infty^2} \frac{\partial U}{\partial n} \frac{\partial \tau}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu_\tau \frac{\partial \tau}{\partial x_j} \right) \quad (2-31)$$

โดย  $\mu_\tau$  เป็นสัมประสิทธิ์การแพร่  $C_3$  เป็นค่าคงที่ของแบบจำลอง พจน์การผลิต  $P_\tau$  มีรูปดังนี้

$$P_\tau = (1 - \tau) \beta \rho U \quad (2-32)$$

$$\beta = 2 f_\tau \sqrt{\hat{n} \sigma} \frac{U_\infty}{v} \sqrt{-\ln(1 - \tau)} \quad (2-33)$$

เมื่อ  $\beta$  และ  $f_\tau$  เป็นฟังก์ชันและพารามิเตอร์การแตกตัว ตามลำดับ  $U$  เป็นขนาดความเร็วเฉพาะที่ และ  $U_\infty$  เป็นขนาดความเร็วที่ผิวอิสระ แบบจำลองนี้ยังคงใช้การคำนวณในรูปแบบภาวะเฉื่อย การนำอิทธิพลความไม่ต่อเนื่องของกระแสอิสระผนวกเข้าในการจำลอง ช่วยให้ได้รับความสมจริงของการจำลองพฤติกรรมกรไหลมากขึ้น ทั้งนี้เพราะมีการแจกแจงความไม่ต่อเนื่องในทิศทางกระแสด้วย นอกจากนี้ ยังช่วยให้แบบจำลองสามารถสร้างภาวะความปั่นป่วนให้เกิดขึ้นได้ในชั้นกระแสน้ำตั้งแต่ต้น แบบจำลองถูกนำไปใช้ทำนายชั้นขีดผิวการไหลบนแผ่นเรียบ และการไหลผ่านใบกังหัน เพื่อศึกษาผลกระทบของเลขมัค ระดับของความปั่นป่วน และเลขเรย์โนลด์ ที่มีผลกระทบต่อการการถ่ายเทความร้อนในช่วงเปลี่ยนผ่าน ซึ่งพบว่าให้ผลการทำนายที่มีความคล่องดีกับผลการทดลอง

*Suzen and Huang (2000)* นำแบบจำลองของ Cho and Chung (1992) ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้จำลองความไม่ต่อเนื่องที่เกิดจากอิทธิพลของกระแสอิสระ (ความไม่ต่อเนื่องในทิศทางขวางกระแส) ไปรวมเข้ากับแบบจำลองของ Steelant and Dick (1996) ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้จำลองความไม่ต่อเนื่องที่เกิดจากอิทธิพลของจุดก่อความปั่นป่วน (ความไม่ต่อเนื่องในทิศทางตามกระแส) โดยใช้ฟังก์ชันผสม  $F$  เป็นตัวถ่วงน้ำหนักระหว่างพจน์การผลิตของแบบจำลองทั้งคู่ สมการส่งถ่ายสำหรับความไม่ต่อเนื่อง  $\gamma$  มีรูปแบบเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u_j \gamma}{\partial x_j} = & (1-\gamma) \left[ (1-F) 2C_0 \rho U \cdot f(s) f'(s) + F \left( C_1 \gamma \frac{P_k}{k} - C_2 \gamma \rho \frac{k^{3/2} u_i}{k \omega U} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right) \right] \\ & + C_3 \rho \frac{k^2}{k \omega} \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\gamma) (\gamma \sigma_{\gamma \mu} \mu + \sigma_{\gamma \mu} \mu_i) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (2-34)$$

เมื่อ  $C_0, C_1, C_2, C_3, \sigma_{\gamma \mu}$  และ  $\sigma_{\gamma \mu}$  เป็นค่าคงที่ของแบบจำลอง  $k$  เป็นพลังงานจลน์ปั่นป่วน  $\omega$  เป็นอัตราการสลายพลังงานจลน์ปั่นป่วนเฉพาะ  $U$  เป็นขนาดความเร็วเฉพาะที่  $P_k$  เป็นพจน์การผลิต และ  $f(s)$  เป็นฟังก์ชันแจกแจงการแตกตัว ซึ่งรับการปรับปรุงใหม่ให้อยู่ในรูปแบบฟังก์ชันของฟังก์ชันการไหลโดยฟังก์ชัน  $F$  และ  $f(s)$  ซึ่งมีรูปตามลำดับดังนี้

$$F = \tanh \left[ \frac{k / \Omega v}{200(1-\gamma^{0.1})^{0.3}} \right] \quad (2-35)$$

$$f(s) = \frac{as'^4 + bs'^3 + cs'^2 + ds' + e}{gs'^3 + h} \quad (2-36)$$

เมื่อ  $a, b, c, d, e, g$  และ  $h$  เป็นสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชัน และ  $s' = s - s_i$  โดยที่  $s$  เป็นพิกัดเส้นการไหล และ  $s_i$  เป็นตำแหน่งของจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง ซึ่งตรวจสอบได้จากสหสัมพันธ์สำหรับจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงในรูปของเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลง  $Re_{\theta_i}$  ดังนี้

$$Re_{\theta_i} = (120 + 150Tu_{\infty,i}^{-2/3}) \coth[4(0.3 - 10^5 K_i)] \quad (2-37)$$

เมื่อ  $Tu_{\infty,i}$  เป็นความเข้มของกระแสอิสระปั่นป่วนที่ตำแหน่งเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง และ  $K_i$  เป็นพารามิเตอร์ความเร่งที่ตำแหน่งเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง แบบจำลองนี้ถูกนำไปประยุกต์ร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน SST ของ Menter (1990) โดยพจน์ความหนืดปั่นป่วน  $\mu_t$  ในสมการการไหลเฉื่อย (สมการส่งถ่ายโมเมนต์) ถูกคูณด้วยตัวประกอบความไม่ต่อเนื่อง ดังนี้

$$\tilde{\mu}_t = \gamma \mu_t \quad (2-38)$$

แบบจำลองนี้ถูกนำไปทดสอบกับการไหลบนแผ่นเรียบ ภายใต้ผลกระทบของกระแสอิสระปั่นป่วน จากการทดสอบพบว่า แบบจำลองให้ผลการทำนายที่สอดคล้องดีกับกรณีการไหลที่มีระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระปานกลาง ( $Tu \approx 3\%$ ) ส่วนในกรณีที่มีระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระสูง แบบจำลองให้ผลการทำนายตำแหน่งที่เกิดความเปลี่ยนแปลงได้ล่าช้า และทำนายความยาวของช่วงการเปลี่ยนแปลงได้สั้นเกินไป

ข้อด้อยของแบบจำลองนี้คือ การประสานแบบจำลองของ Cho and Chung (1992) เข้ากับแบบจำลองของ Steelant and Dick (1996) ดูไม่สมเหตุสมผลเท่าใดนัก เพราะแบบจำลองของ Cho and Chung (1992) ถูกพัฒนาขึ้นใช้กับการไหลแบบไร้ความเฉือน ไม่มีความเกี่ยวข้องอันใดกับการไหลแบบเปลี่ยนแปลง ในการคำนวณหาค่าความไม่ต่อเนื่องในแบบจำลองนี้ จำเป็นต้องแก้สมการส่งถ่ายสำหรับเส้นการไหลเพิ่มเติมอีกหนึ่งสมการ เพื่อใช้ในการคำนวณหาฟังก์ชันแจกแจงการแตกตัว  $f(s)$  แบบจำลองนี้ไม่คำนึงถึงอิทธิพลของความไม่ต่อเนื่องที่เกิดจากกระแสอิสระในช่วงก่อนการเปลี่ยนแปลง ดังนั้น แบบจำลองจึงไม่สามารถสร้างภาวะความปั่นป่วนให้เกิดขึ้นได้แต่ต้น ผลการทำนายที่ได้จากแบบจำลองจึงมีความราบเรียบค่อนข้างยาวในช่วงต้น

*Lodefier, Merci, De Langh, and Dick (2005)* นำแบบจำลองของ Pecnick, Sanz, Gehrler and Woisetschlager (2003) ผสมเข้ากับแนวคิดของ Steelant and Dick (2001) โดยแยกอิทธิพลของความไม่ต่อเนื่องที่ส่งผลกระทบต่อความเปลี่ยนแปลงออกเป็น 2 ส่วน คือ อิทธิพลของความไม่ต่อเนื่องที่เกิดจากกระแสอิสระในรูปของกระแสหมุนวนปั่นป่วน และอิทธิพลของความไม่ต่อ

เนื่องที่่เกิดจากจุดก่อความปั่นป่วน ซึ่งเกิดขึ้นที่บริเวณใกล้ผนัง นามาสร้างเป็นสมการส่งถ่ายสำหรับความไม่ต่อเนื่องสองสมการ คือ สมการสำหรับความไม่ต่อเนื่องที่กระแสวิสรร และสมการสำหรับความไม่ต่อเนื่องที่ใกล้ผนัง ดังนี้

$$\frac{\partial \rho u_j \zeta}{\partial x_j} = -C_3 \mu_\zeta \frac{U}{U_\infty} \frac{\partial U}{\partial n} \frac{\partial \zeta}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\zeta} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial x_j} \right] \quad (2-39)$$

$$\frac{\partial \rho u_j \gamma}{\partial x_j} = P_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (2-40)$$

เมื่อ  $\mu_\zeta$  เป็นสัมประสิทธิ์การแพร่ พจน์  $C_3$ ,  $\sigma_\zeta$  และ  $\sigma_\gamma$  เป็นค่าคงที่ของแบบจำลอง  $U$  เป็นขนาดของความเร็วเฉพาะที่ และ  $U_\infty$  เป็นขนาดความเร็วที่ผิวอิสระ แบบจำลองนี้พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการทำนายความเปลี่ยนแปลงผ่านแบบไม่คงตัว โดยใช้ฟังก์ชันการเริ่มต้น  $F_s$  เป็นตัวควบคุมภาวะความไม่คงตัวของพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลง พจน์การผลิต  $P_\gamma$  ถูกปรับปรุงโดยรวมผลกระทบของความเร็วกะแสวิสรรเข้าไว้ ดังนี้

$$P_\gamma = 2\beta(1-\tau)\sqrt{-\ln(1-\gamma)} \cdot \rho [U_\infty F_s + (U f_\tau - U_\infty)(2 - F_s)] \quad (2-41)$$

เมื่อ  $\beta$  เป็นฟังก์ชันการแตกตัว และ  $f_\tau$  เป็นฟังก์ชันการหน่วง แบบจำลองถูกนำไปประยุกต์รวมเข้ากับแบบจำลองความปั่นป่วน SST ของ Menter (1991) โดยพจน์ความหนืดปั่นป่วนในสมการการไหลเฉลี่ย จะถูกคูณด้วยตัวประกอบถ่วงน้ำหนักความปั่นป่วน  $\tau$  (เมื่อ  $\tau = \zeta^+$ ) ส่วนพจน์การผลิต  $P_{k/\omega}$  ในสมการพลังงานจลน์ปั่นป่วน  $k$  และในสมการอัตราการผลิตตัวจำเพาะ  $\omega$  จะถูกคูณด้วยฟังก์ชันของตัวประกอบถ่วงน้ำหนักความปั่นป่วน ดังนี้

$$\tilde{\mu}_t = \tau \mu_t \quad (2-42)$$

$$\tilde{P}_{k/\omega} = \left\{ \tau + (1-\tau) \left[ \max(\mu / \mu_t; 0.1) \right] \right\} P_{k/\omega} \quad (2-43)$$

แบบจำลองถูกนำไปทดสอบกับการไหลผ่านใบจักรกังหันความดันต่ำ ซึ่งกระแสการไหลมีการแยก



ตัวภายใต้ผลกระทบของกระแสสรีระปั่นป่วน ก่อให้เกิดความเปลี่ยนแปลงผ่านในสภาวะไม่คงตัวขึ้น แบบจำลองสามารถทำนายพฤติกรรมได้ค่อนข้างสมจริง แต่ประยุกต์ใช้ได้ค่อนข้างจำกัด กล่าวคือ การกำหนดฟังก์ชัน  $F_s$  เป็นไปอย่างจำเพาะเจาะจงเป็นรายกรณีไป แบบจำลองประกอบด้วยพจน์ที่ ล่อแหลมต่อความไร้เสถียรภาพของการคำนวณ จึงส่งผลให้การคำนวณขาดเสถียรภาพได้ง่าย

**Menter, Esch and Kubacki (2002)** พัฒนาแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่านโดยมุ่งใช้งาน ได้กับวิธีพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณสมัยใหม่ ซึ่งมีการใช้กริดแบบไร้โครงสร้างและการคำนวณ แบบขนาน แบบจำลองจึงถูกพัฒนามนหลักการตัวแปรเฉพาะที่ โดยได้สร้างตัวแปรไร้มิติสำหรับ โพรไฟล์ชั้นขีดยว โพรไฟล์ดังกล่าวจะแปรตามความหนาโมเมนต์อย่างมีนัย ซึ่งสามารถเชื่อมโยง ไปถึงตำแหน่งที่ความเปลี่ยนแปลงเริ่มเกิดได้ หลักการดังกล่าวถูกนำไปสร้างสมการส่งถ่ายสำหรับ ความไม่ต่อเนื่องแบบนัยทั่วไป  $f$  ในรูปดังนี้

$$\frac{\partial \rho u_j f}{\partial x_j} = P_f - E_f + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial f}{\partial x_j} \right] \quad (2-44)$$

โดยที่  $P_f$  และ  $E_f$  เป็นพจน์การก่อตัวและพจน์การสลายตัว ตามลำดับ  $\sigma_f$  เป็นค่าคงที่ของแบบจำลอง หัวใจสำคัญของแบบจำลองนี้คือ การสร้างตัวแปรไร้มิติ  $\xi_1$  และ  $\xi_2$  ในรูปของตัวแปรเฉพาะที่เพื่อใช้ เชื่อมโยงกับตำแหน่งจุดเริ่มการเกิดความเปลี่ยนแปลง ซึ่งรูปแบบของพารามิเตอร์ทั้งคู่เป็นดังนี้

$$\xi_1 = \frac{\text{Re}_\theta}{\text{Re}_{\theta c}|_{lam}} = \frac{1}{2.07 \text{Re}_{\theta c}} \frac{\rho y^2 S}{\mu} \quad (2-45)$$

$$\xi_2 = \frac{\text{Re}_\theta}{\text{Re}_{\theta c}|_{tur}} = \frac{1}{0.051 \text{Re}_{\theta c}} \frac{\mu_t}{\mu} \quad (2-46)$$

เมื่อ  $y$  เป็นระยะตั้งฉากกับผนังที่ใกล้ที่สุด และ  $S$  เป็นขนาดของอัตราความเครียด ตัวแปรไร้มิติดังกล่าวถูกสเกลด้วยเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ค่าวิกฤติ  $\text{Re}_{\theta c}$  ที่ได้จากสหสัมพันธ์ ความเปลี่ยนแปลงผ่านจะเกิด ณ ตำแหน่งที่พจน์ทั้งสองมีค่าเท่ากับ 1 (ตำแหน่งที่  $\text{Re}_\theta \rightarrow \text{Re}_{\theta c}$ ) แบบจำลองนี้ถูกประยุกต์ เข้ากับแบบจำลองความปั่นป่วน SST ของ Menter (1994) ผ่านทางพจน์การผลิตในสมการพลังงาน จลน์ปั่นป่วน ดังนี้

$$\tilde{P}_k = \left[ \frac{\max(2f - 5; 0)^6}{(\max(2f - 5; 0) - 0.01)^6 + 1} \right] P_k \quad (2-47)$$

แบบจำลองนี้ถูกพัฒนาเพื่อเป็นต้นแบบสำหรับใช้ในซอฟต์แวร์ CFX เพื่อใช้จำลองความเปลี่ยนแปลงผ่านแบบจำลองถูกนำไปทดสอบกับปัญหาการไหลบนแผ่นเรียบที่ระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระค่าต่าง ๆ และการไหลผ่านใบจักรภายใต้อิทธิพลของเกรเดียนต์ความดัน ซึ่งพบว่าให้ผลการทำนายที่ไม่สอดคล้องกับผลการทดลองมากนัก กล่าวคือ ให้ผลการทำนายสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวต่ำกว่าความเป็นจริง โดยเฉพาะในช่วงที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง

*Menter, Langtry, Volker and Huang (2005)* พัฒนาแบบจำลอง  $\gamma$ - $\text{Re}_\theta$  บนหลักการที่สืบเนื่องมาจาก Menter, Esch and Kubacki (2002) คือ บนหลักการของตัวแปรเฉพาะที่ โดยอาศัยการความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้นในรูปเลขเรย์โนลด์การหมุนวน เป็นตัวตรวจจับตำแหน่งจุดที่เริ่มความเปลี่ยนแปลง แทนการใช้ความสัมพันธ์ในรูปเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลงซึ่งมีการดำเนินการแบบไม่เฉพาะที่ เพราะยึดโยงอยู่กับพจน์ความหนาโมเมนต์ซึ่งต้องอาศัยการหาปริพันธ์ตามแนวตั้งฉากจากผนังถึงขอบชั้นขีดผิว แบบจำลองนี้ประกอบด้วยสมการส่งถ่ายจำนวน 2 สมการ คือ สมการสำหรับความไม่ต่อเนื่อง และสมการสำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลง ซึ่งมีรูปสมการตามลำดับดังนี้

$$\frac{\partial \rho u_j \gamma}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (2-48)$$

$$\frac{\partial \rho u_j \tilde{\text{Re}}_{\theta t}}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{\text{Re}}_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (2-49)$$

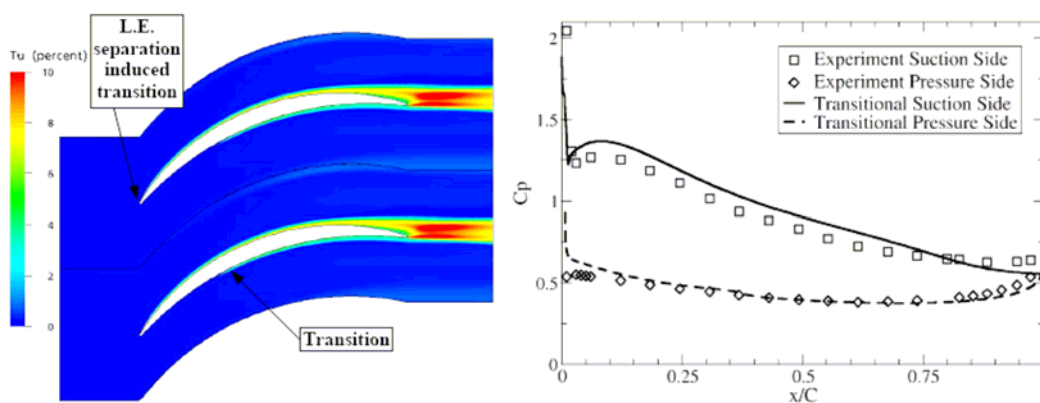
เมื่อพจน์  $P_{\gamma 1}$ ,  $P_{\gamma 2}$  และ  $P_{\theta t}$  เป็นพจน์การก่อตัว พจน์  $E_{\gamma 1}$  และ  $E_{\gamma 2}$  เป็นพจน์การสลายตัว และ  $\sigma_\gamma$  และ  $\sigma_{\theta t}$  เป็นค่าคงที่ของแบบจำลอง

ข้อเด่นของแบบจำลองนี้คือ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการทำนายความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นบนรูปทรง 3 มิติที่ซับซ้อนได้อย่างสะดวก อาทิเช่น การไหลผ่านลำตัวอากาศยาน การไหลผ่านใบจักรกังหัน เป็นต้น รายละเอียดของสมการส่งถ่ายความไม่ต่อเนื่องของแบบจำลองที่กล่าวมาข้างต้น สรุปไว้ในตารางที่ 2.4 ส่วนรายละเอียดของแบบจำลอง  $\gamma$ - $\text{Re}_\theta$  ซึ่งจะถูกนำมาประยุกต์ใช้ในที่นี้ นั้น นำเสนอไว้ในบทที่ 3

## 2.7 การจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่านกับงานด้านวิศวกรรม

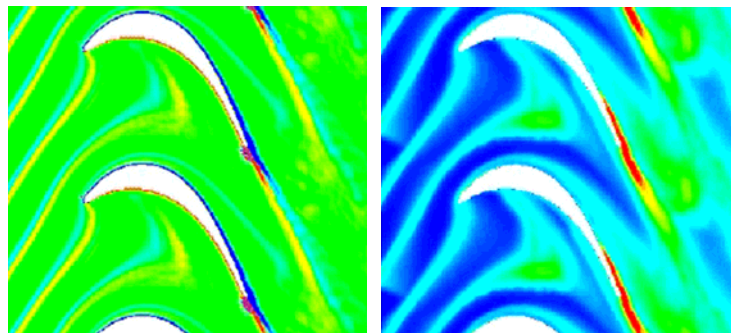
การจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่านที่มักพบในงานวิศวกรรม โดยส่วนใหญ่เป็นการประยุกต์ใช้ในการออกแบบใบจักรของกลจักรกังหันหมุน และการออกแบบอากาศยาน เพราะพฤติกรรมการไหลผ่านระบบดังกล่าวมักเกิดความเปลี่ยนแปลงขึ้นเสมอ ในช่วงที่ผ่านมา การประยุกต์ใช้มักนำเสนอในเชิงการทดสอบแบบจำลองในแ่งมุมต่าง ๆ ซึ่งมักใช้ปัญหาอย่างง่ายในการทดสอบ นอกจากนี้ การทดสอบมักจำกัดอยู่บนเงื่อนไขของกรไหลแบบ 2 มิติ อันเนื่องมาจากข้อจำกัดของแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น การนำไปประยุกต์ใช้กับงานวิศวกรรมจริงนั้นยังพบเห็นได้ค่อนข้างน้อย ซึ่งต่างจากการจำลองความปั่นป่วนที่มีงานประยุกต์ให้ศึกษาอย่างหลากหลาย ในหัวข้อนี้ จะนำเสนองานประยุกต์บางตัวอย่างที่มีการนำเอาการจำลองผลกระทบของความเปลี่ยนแปลงมาวิเคราะห์ร่วมในระบบ

การไหลผ่านใบจักรกังหันหมุน เป็นงานประยุกต์ที่นิยมใช้ศึกษาผลกระทบของพฤติกรรมกรไหลแบบเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น การไหลกรณีนี้ Menter, Langtry, Likki, Suzen, Huang and Volker (2004) ได้แสดงให้เห็นว่า ส่วนผิวบนของใบจักร (ด้านดูด) ความเปลี่ยนแปลงสามารถเกิดขึ้นตั้งแต่บริเวณหัวใบจักรอันเนื่องจากฟองกระแสแยกตัวขนาดเล็ก ส่วนผิวล่างของใบจักร (ด้านขับ) ความเปลี่ยนแปลงจะเริ่มเกิดบริเวณกึ่งกลางใบและทอดยาวไปถึงส่วนปลายใบ ดังรูปที่ 2.6 เป็นการไหลผ่านใบจักรของเครื่องอัดไอ Zierke (PSU) ซึ่งผลการจำลองแสดงให้เห็นว่า ความเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นครอบคลุมบริเวณส่วนใหญ่บนใบจักร และให้ผลสอดคล้องกับการทดลองเป็นอย่างดี

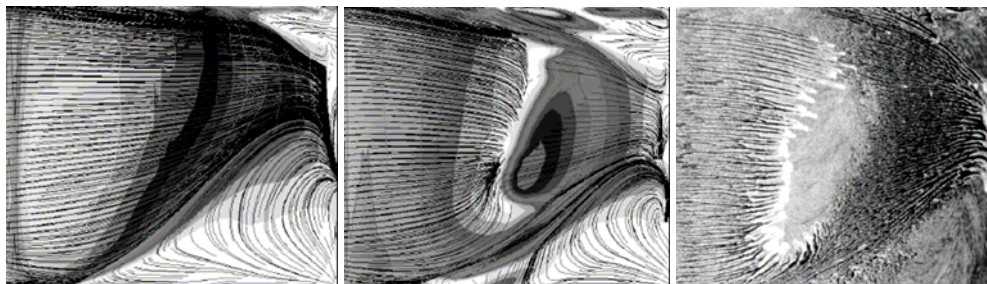


รูปที่ 2.6 คอนทัวร์ของความเข้มของความปั่นป่วน (ซ้าย) และการแจกแจงสัมประสิทธิ์ความดัน (ขวา) กรณีการไหลผ่านใบจักรเครื่องอัดไอ Zierke (PSU) (Menter, Langtry, Likki, Suzen, Huang and Volker, 2004)

พฤติกรรมกรไหลแบบเปลี่ยนผ่านบนใบจักรยังได้รับการจำลองโดยใช้วิธี DNS เช่น กรณีการไหลบนใบจักร T106A ซึ่งเป็นใบจักรที่มักใช้ในกังหันความดันต่ำ ( $5 \times 10^4 < Re < 3 \times 10^5$  ที่นิยามโดยความยาวของพิวด้านดูดและความเร็วที่ทางออก) ดังแสดงในรูปที่ 2.7 พบว่าพฤติกรรมแบบเปลี่ยนผ่านเกิดคลุมบริเวณกว้างบนใบจักร โดยกระแสการไหลจะเกิดการแยกตัวที่บริเวณส่วนปลายของใบด้านดูด อันเนื่องมาจากผลของเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ



รูปที่ 2.7 คอนทัวร์ของ Vorticity (ซ้าย) และพลังงานจลน์ปั่นป่วน (ขวา) ของการไหลผ่านใบจักร T106A ที่  $Re=51831$  ซึ่งจำลองด้วยวิธี DNS (Wissink and Rodi, 2002)

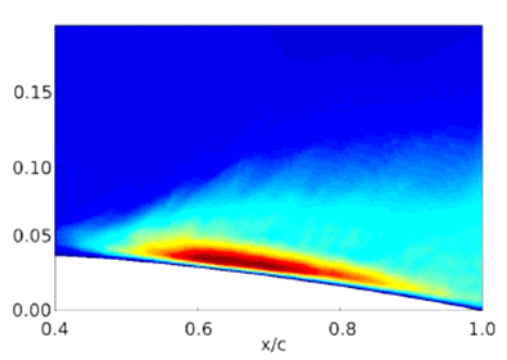


รูปที่ 2.8 การจำลองการไหลผ่านใบจักรเครื่องอัดไอ RGW แบบปั่นป่วนสมบูร์น (ซ้าย) และแบบเปลี่ยนผ่าน (กลาง) เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Shulz and Galas (1988) (ขวา) (Langtry, Menter, Likki, Suzen, Huang and Völker, 2005)

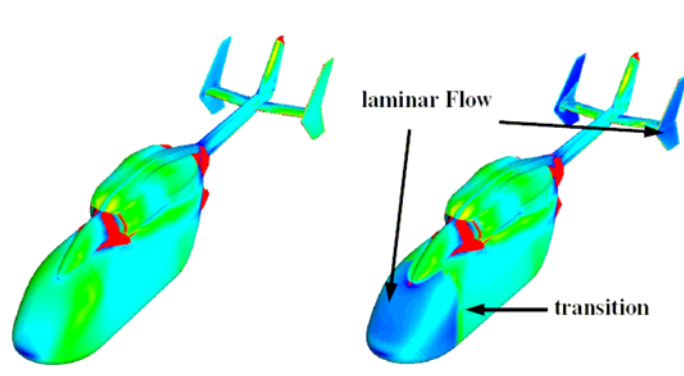
ความจำเป็นที่ต้องมีการจำลองความเปลี่ยนผ่านกรณีการไหลผ่านใบจักร ถูกนำเสนอผ่านรูปที่ 2.8 ซึ่งแสดงผลการทำนายการไหลผ่านใบจักรเครื่องอัดไอ RGW ผลการจำลองแบบเปลี่ยนผ่านถูกนำไปวิเคราะห์เทียบกับผลการทดลอง และกับผลที่ได้จากการจำลองแบบปั่นป่วนสมบูร์น พบว่าการจำลองแบบเปลี่ยนผ่านให้ความสมจริงในพฤติกรรมกรไหลมากกว่า นอกจากนี้ การ

จำลองความเปลี่ยนแปลงผ่านยังถูกนำไปประยุกต์ใช้กับการออกแบบปีกและลำตัวอากาศยาน ดังตัวอย่างในรูปที่ 2.9 แสดงการจำลองความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นบนปีกเครื่องบินรุ่น NACA 0012 โดยใช้วิธี LES (Marsden, Bogey and Bailly, 2006) พบว่า ความเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นบริเวณกึ่งกลางทอดไปทางปลายปีก  $0.5 < x/c < 0.9$  เมื่อ  $c$  เป็นความยาวคอร์ด ซึ่งผลที่ได้สอดคล้องเป็นอย่างดีกับผลการทดลองของ Lee and Kang (2000)

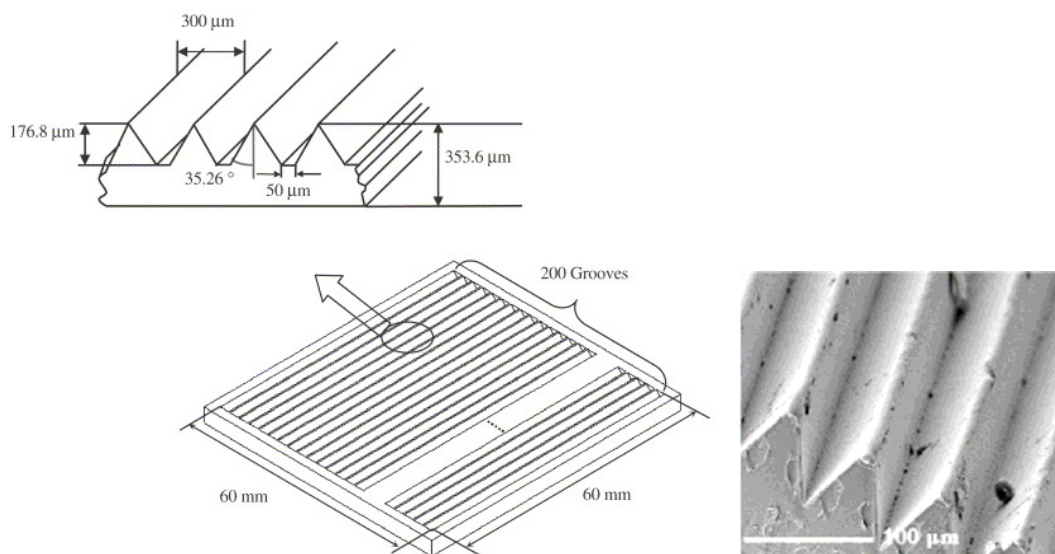
สำหรับการจำลองการไหลผ่านลำตัวอากาศยาน แสดงในรูปที่ 2.10 จากรูปจะเห็นได้ว่าการจำลองแบบปั่นป่วนสมบูรณ (รูปซ้าย) ให้ลักษณะการแจกแจงความเสียดทานพื้นผิวที่แตกต่างอย่างชัดเจนกับการจำลองแบบความเปลี่ยนแปลง (รูปขวา) โดยแรงต้านที่เกิดขึ้นในกรณีการจำลองแบบเปลี่ยนแปลงมีค่าน้อยกว่ากรณีแบบปั่นป่วนสมบูรณประมาณ 5 เปอร์เซ็นต์ ส่วนแรงยกมีค่าใกล้เคียงกัน (Menter, Langtry, Volker and Huang, 2005)



รูปที่ 2.9 ความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นบนปีกเครื่องบิน NACA 0012 จำลองโดยใช้วิธี LES (Marsden, Bogey and Bailly, 2006)



รูปที่ 2.10 คอนทัวร์ความเสียดทานพื้นผิวแบบปั่นป่วนสมบูรณ (ซ้าย) และแบบเปลี่ยนแปลง (ขวา) สำหรับการไหลผ่านลำตัวอากาศยาน (Menter, Langtry, Volker and Huang, 2005)



รูปที่ 2.11 ลักษณะกายภาพของ Micro-riblet film (MRF) (ซ้าย) (Lee and Jang, 2005) และ ภาพขยายของ Poly-vinylidene-fluoride riblet film ที่ผลิตโดย 3M (ขวา)

ประโยชน์ของความเปลี่ยนแปลงผ่านถูกศึกษาอย่างกว้างขวางมากขึ้นในปัจจุบัน จนนำไปสู่การสร้างอุปกรณ์บางหนึ่งที่ใช้สำหรับควบคุมพฤติกรรมการไหล เช่น Micro-riblet film (MRF) เป็นฟิล์มที่มีลักษณะเป็นแนวร่องสามเหลี่ยมขนาดเล็กมากระดับไมโครเมตร ดังแสดงในรูปที่ 2.11 ฟิล์มดังกล่าวจะถูกนำไปติดเคลือบบนพื้นผิว โดยหันแนวร่องให้ลู่ไปตามทิศทางการไหลที่ต้องการ แนวร่องบนแผ่นฟิล์มจะช่วยให้การไหลในชั้นซิดผิวไหลอย่างเป็นระเบียบมากขึ้น โอกาสที่จะเกิดการแยกตัวและความปั่นป่วนของกระแสการไหลจึงลดลง ชั้นซิดผิวจึงยังคงความราบเรียบไว้ได้ยาวนานขึ้น แรงจุดที่เกิดขึ้นบนพื้นผิวจึงลดลง ทั้งนี้เพราะชั้นซิดผิวแบบราบเรียบมีแรงเสียดทานพื้นผิวน้อยกว่าชั้นซิดผิวแบบปั่นป่วน อย่างไรก็ตาม ธรรมชาติได้เรียนรู้เคล็ดลับการลดแรงเสียดทานดังกล่าวก่อนที่มนุษย์จะเข้าใจหลายล้านปี ยกตัวอย่างเช่น ปลาฉลามที่ได้วิวัฒนาการผิวหนังให้มีลักษณะเป็นร่องเล็ก ๆ เพื่อช่วยลดแรงจุดในขณะว่ายน้ำ มนุษย์เพิ่งได้เรียนรู้คุณลักษณะพิเศษของผิวหนังปลาฉลามเมื่อช่วงกลางปี 1960 ก่อนที่จะนำไปศึกษาและประยุกต์ใช้ในการควบคุมการไหลชั้นซิดผิวปั่นป่วน (Boiko, Grek, Dovgal and Kozlov, 2002)

## 2.8 บทสรุป

จากที่ได้นำเสนอมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า พฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงผ่านมีบทบาทสำคัญต่อการออกแบบและสมรรถนะของอุปกรณ์จำพวกกลจักรหมุนและอากาศยานเป็นอย่างมาก แต่เนื่องจากเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนเป็นอย่างมาก ความเข้าใจในเรื่องดังกล่าวจึงยังอยู่ในระดับการวิจัย

การสร้างแบบจำลองเพื่อให้รองรับการใช้งานได้อย่างกว้างขวาง และให้ความถูกต้องสมจริงไปพร้อม ๆ กันนั้น ยังเป็นสิ่งที่อยู่ห่างไกลความเป็นจริงค่อนข้างมากในปัจจุบัน แบบจำลองที่สร้างขึ้นส่วนใหญ่มักมีความสามารถในการประยุกต์ใช้งานอย่างจำเพาะเจาะจง และยังมีรูปแบบที่ขาดความเป็นนัยทั่วไปซึ่งถือเป็นหัวใจสำคัญในการสร้างแบบจำลอง

จากการศึกษาผลการประยุกต์ใช้งานแบบจำลองแบบต่าง ๆ พบว่า หากมองในแง่ความมีนัยทางฟิสิกส์แล้วจะพบว่า แบบจำลอง  $\gamma$ - $Re_{\theta}$  ขาดองค์ประกอบอย่างที่ว่านี้ค่อนข้างมาก เพราะถูกพัฒนาขึ้นบนพื้นฐานสหสัมพันธ์แทบทั้งหมด มิได้อิงพื้นฐานทางด้านฟิสิกส์ของกระบวนการที่เกิดขึ้นแต่อย่างใด หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่า แบบจำลองถูกออกแบบให้ยึดโยงกับผลลัพธ์เป็นสำคัญ โดยไม่ได้คำนึงถึงว่ากระบวนการของการเกิดผลลัพธ์นั้นมีความเป็นมาหรือมีนัยทางฟิสิกส์อย่างไร ส่งผลให้แบบจำลองมีรูปแบบที่ค่อนข้างซับซ้อนและแต่ละพจน์อธิบายความเชิงฟิสิกส์ได้ยาก หากพิจารณาในแง่มุมมองนี้ผู้วิจัยคิดว่า แบบจำลองของ Suzen and Huang (2000) น่าจะมีความโดดเด่นที่มากกว่าแบบจำลองอื่น เพราะถูกพัฒนาขึ้นจากหลักการทางฟิสิกส์ในหลายภาคส่วน (เพราะพัฒนาขึ้นจากแบบจำลองของ Cho and Chung (1992) และ Steelant and Dick (1996)) แต่การที่แบบจำลองดังกล่าวไม่ได้รวมผลกระทบของความไม่ต่อเนื่อง ซึ่งเกิดจากกระแสอิสระปั่นป่วนเข้าไว้ใน การจำลอง จึงส่งผลให้การจำลองได้พฤติกรรมการไหลเป็นแบบราบเรียบในช่วงกว้างอย่างไม่สมจริงเท่าที่ควร หากสามารถผนวกผลกระทบของความไม่ต่อเนื่องที่เกิดจากกระแสอิสระปั่นป่วนเข้าไว้ในแบบจำลองนี้ได้ น่าจะช่วยให้แบบจำลองทำนายผลได้อย่างสมจริงมากขึ้น หรือในอีกมุมมองหนึ่งคือ หากสามารถนำผลกระทบของความไม่ต่อเนื่องที่เกิดจากจุดก่อกวนปั่นป่วนไปรวมเข้าไว้ในแบบจำลอง  $\gamma$ - $Re_{\theta}$  ได้ (แบบจำลองนี้ไม่ได้คำนึงถึงอิทธิพลของจุดก่อกวนปั่นป่วน) ก็น่าจะช่วยให้ได้ผลการทำนายสอดคล้องกับความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น

สำหรับในบทถัดไป (บทที่ 3) จะนำเสนอรายละเอียดของแบบจำลอง  $\gamma$ - $Re_{\theta}$  ซึ่งมีความโดดเด่นในเรื่องของความมีนัยทั่วไปสูง พร้อมกันนี้จะนำเสนอพารามิเตอร์สำคัญที่ช่วยให้แบบจำลองดังกล่าวใช้งานได้

ตารางที่ 2.1 สหสัมพันธ์สำหรับจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่าน

ผู้นำเสนอ	รูปแบบสหสัมพันธ์
Michel (1952)	$Re_{\theta_t} \approx \frac{U\theta}{\nu} \approx 2.9 Re_{x_t}^{0.4}$ (2-50)
Granville (1953)	$Re_{\theta_t} \approx Re_{\theta}(x_i) + 450 + 400e^{60\lambda_m}$ (2-51) where $\lambda_m = \frac{1}{(x_t - x_i)} \int_{x_i}^{x_t} \frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU}{dx} dx$
Smith and Gamberori (1956)	$Re_{\theta_t} \approx 1.174 \left( 1 + \frac{22,400}{Re_{x_t}} \right) Re_{x_t}^{0.46}$ (2-52)
Hall and Gibbings (1970)	$Re_{\theta_t} = 190 + \exp(6.88 - 1.03Tu)$ (2-53)
Abu-Ghannum and Shaw (1980)	$Re_{\theta_t} = 163 + \exp \left[ F(\lambda_\theta) - \frac{F(\lambda_\theta)}{6.91} Tu \right]$ (2-54)
Wazzan, Gazley and Smith (1981)	$\log_{10}(Re_{x_t}) \approx -40.4557 + 64.8066H - 26.7538H^2 + 3.3819H^3$ (2-55)
Mayle (1991)	$Re_{\theta_t} = 400Tu^{-5/8}$ , $Re_{\theta_t} = 420Tu_i^{-0.69}$ (2-56)
Suzen, Xiong and Huang (2000)	$Re_{\theta_t} = (120 + 150Tu^{-2/3}) \cot[4(0.3 - 10^5 F(K))]$ (2-57)
Menter, Langtry, Likki, Suzen, Huang and Volker (2004)	$Re_{\theta_t} = 803.73(Tu + 0.6067)^{-1.027} F(\lambda_\theta, K)$ (2-58)

เมื่อ	$\theta$	ความหนาโมเมนต์
	$U$	ขนาดของความเร็วเฉพาะที่ ( $(=u^2 + v^2)^{1/2}$ )
	$x_i$	ตำแหน่งที่เริ่มเกิดความไร้เสถียรภาพ
	$H$	ตัวประกอบสัดส่วน ( $=\delta^*/\theta$ )
	$Tu$	ความเข้มของความปั่นป่วน (เปอร์เซ็นต์)
	$F$	ฟังก์ชันผลกระทบเกรเดียนต์ความดัน
	$K$	พารามิเตอร์เกรเดียนต์ความดัน ( $=(\nu/U^2)(dU/dx)$ )
	$\lambda_0$	พารามิเตอร์ความเร่ง



ตารางที่ 2.2 พารามิเตอร์การเติบโตของจุดก่อความปั่นป่วน

ผู้นำเสนอ	รูปแบบพารามิเตอร์
Emmons (1951)	$\sigma = (\tan^2 \alpha) / C_m A_r$ (2-59)
Dhawan and Narasimha (1958)	$\hat{n} = n\sigma v^2 / U^3 = 0.41 \text{Re}_\lambda^{-2} = 0.016 \text{Re}_{xt}^{-1.6}$ (2-60)
Chen and Thyson (1971)	$\hat{n} = \text{Re}_{xt}^{-1.34} / 1200$ (2-61)
Mayle (1991)	$\hat{n}\sigma = 1.25 \times 10^{-11} Tu^{7/4}$ (2-62)
Blair (1992)	$\frac{\hat{n}\sigma}{\hat{n}\sigma_{ZPG}} = \begin{cases} (474Tu^{-2.9})^{[1-\exp(2 \times 10^6 K)]} & ; K < 0 \\ 10^{-3227K^{0.5985}} & ; K > 0 \end{cases}$ (2-63) where $\hat{n}\sigma_{ZPG} = 1.25 \times 10^{-11} Tu^{7/4}$
Steelant and Dick (1996)	$\hat{n}\sigma = 1.25 \times 10^{-11} Tu^{7/4} f_k$ (2-64)
Suzen and Huang (2000)	$\hat{n}\sigma = 1.80 \times 10^{-11} Tu^{7/4}$ (2-65)

เมื่อ	$\hat{n}$	อัตราการก่อตัวของจุดก่อความปั่นป่วนในรูปไร้มิติ
	$\sigma$	พารามิเตอร์การกระจายตัวของจุดก่อความปั่นป่วนในรูปไร้มิติ
	$\alpha$	กึ่งมุมการแผ่ตัวของจุดก่อ
	$n$	ปริมาณของจุดก่อความปั่นป่วนที่เกิดขึ้นต่อหน่วยเวลา
	$v$	สัมประสิทธิ์ความหนืดจลน์
	$K$	พารามิเตอร์เกรเดียนต์ความดัน ( $= (v/U^2)(dU/dx)$ )
	$Tu$	ความเข้มของความปั่นป่วน (เปอร์เซ็นต์)
	$U$	ขนาดของความเร็วเฉพาะที่ ( $= (u^2 + v^2)^{1/2}$ )
	$C_m$	ค่าคงที่ของสหสัมพันธ์
	$A_r$	อัตราส่วนรูปทรงของจุดก่อ
	$\text{Re}_{xt}$	เลขเรย์โนลด์์การไหลที่ตำแหน่งเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่าน ( $= U_{ex}/v$ )
	$\text{Re}_\lambda$	เลขเรย์โนลด์์การไหลเทียบกับความยาวช่วงเปลี่ยนผ่าน ( $= U_\lambda \lambda / v$ )
	$f_k$	ตัวประกอบผลกระทบความดัน

ตารางที่ 2.3 สหสัมพันธ์สำหรับการแจกแจงความไม่ต่อเนื่อง

ผู้นำเสนอ	รูปแบบสหสัมพันธ์
Emmons (1951)	$\gamma(x) = 1 - \exp\left(-\frac{\sigma g_1 x^3}{3U_\infty}\right) \quad (2-66)$
Narasimha (1957)	$\gamma(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\frac{\sigma g_2 (x - x_t)^2}{U_\infty}\right] & ; x \geq x_t \\ 0 & ; x < x_t \end{cases} \quad (2-67)$
Dhawan and Narasimha (1958)	$\gamma(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\frac{n\sigma(x - x_t)^2}{U}\right] & ; x \geq x_t \\ 0 & ; x < x_t \end{cases} \quad (2-68)$
Narasimha (1985)	$\gamma(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x - x_t}{\theta_t}\right)^2 \frac{N}{\text{Re}_{\theta_t}}\right] \quad (2-69)$
Chen and Thyson (1971)	$\gamma(x) = 1 - \exp\left\{-nr(x_t) \left[ \int_{x_t}^x \frac{1}{r} ds \right] \left[ \int_{x_t}^x \frac{1}{U} ds \right]\right\} \quad (2-70)$
Michel Coustals and Arnel (1985)	$\gamma = 1 - \exp(-0.45(\theta/\theta_t - 1)^2) \quad (2-71)$
Arnel (1986)	$\gamma = 1 - \exp(-4.5(\theta/\theta_t - 1)) \quad (2-72)$
Ashworth (1989)	$\gamma(x) = 1 - \exp\left(-\frac{\sigma}{U_\infty} \int_{x_t}^x g(x)(x - x_t)^2 dx\right) \quad (2-73)$
Solomon, Walker and Gostelow (1989)	$\gamma(x) = 1 - \exp\left[-g_2 \int_{x_t}^x \frac{\sigma}{\tan \alpha} \left(\frac{dx}{U}\right) \int_{x_t}^x \tan \alpha dx\right] \quad (2-74)$
Mayle (1991)	$\gamma(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x - x_t}{\theta_t}\right)^2 \hat{n}\sigma \text{Re}_{\theta_t}^2\right] \quad (2-75)$
Gostelow, Blunden and Walker (1994)	$\gamma(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\hat{n}\sigma(\text{Re}_x - \text{Re}_{x_t})^2\right] & ; \text{Re}_x \geq \text{Re}_{x_t} \\ 0 & ; \text{Re}_x < \text{Re}_{x_t} \end{cases} \quad (2-76)$

เมื่อ	$g$	อัตราการผลิตจุดก่อความปั่นป่วน
	$g_1$	จำนวนของจุดก่อความปั่นป่วนบนระนาบต่อหน่วยเวลาต่อหน่วยพื้นที่
	$g_2$	จำนวนจุดก่อที่ก่อตัวขึ้นที่ตำแหน่ง $x_i$ ต่อหน่วยเวลาต่อหน่วยระยะทางทิศแผ่ขยาย
	$n$	อัตราการก่อตัวของจุดก่อความปั่นป่วน
	$\hat{n}$	อัตราการก่อตัวของจุดก่อความปั่นป่วนในรูปไร้มิติ ( $=nv^2/U^3$ )
	$N$	พารามิเตอร์ไร้มิติของการแตกตัว ( $=n\sigma\theta_i^3/v$ )
	$Re_{\theta}$	เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน ( $=\theta_i U_{\infty}/v$ )
	$Re_x$	เลขเรย์โนลด์การไหล ( $=U_{\infty}x/v$ )
	$s$	ความแปรปรวนของการแจกแจงแบบเกาส์
	$Tu$	ความเข้มของความปั่นป่วน (เปอร์เซ็นต์)
	$U$	ขนาดของความเร็วเฉพาะที่
	$U_e$	ขนาดของความเร็วเฉพาะที่ตำแหน่งขอบชั้นซิดผิว
	$x_i$	จุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่าน
	$\alpha$	กึ่งมุมการแผ่ตัวของจุดก่อ
	$\mu$	ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบเกาส์เขียนสำหรับ $g(x)$
	$\sigma$	พารามิเตอร์การกระจายตัวของจุดก่อแบบไร้มิติ
	$\theta$	ความหนาโมเมนต์
	$\theta_i$	ความหนาโมเมนต์ที่ตำแหน่งจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่าน
	$r$	รัศมีของวัตถุวัดจากแกนสมมาตร
	$\sigma_s$	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$\delta$	ความหนาชั้นซิดผิวการไหล

ตารางที่ 2.4 รูปแบบสมการสำหรับความไม่ต่อเนื่องของแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่าน

ผู้นำเสนอ	รูปแบบสมการ	การคำนวณ	การรวมเข้ากับแบบจำลองความปั่นป่วน
Steelant and Dick (1996)	$\frac{\partial \rho u_j \gamma}{\partial x_j} = P_\gamma$	CANS	- (2-77)
Steelant and Dick (2001)	$\frac{\partial \rho u_j \tau}{\partial x_j} = P_\tau - C_3 \mu_\tau \frac{U}{U_\infty^2} \frac{\partial U}{\partial n} \frac{\partial \tau}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu_\tau \frac{\partial \tau}{\partial x_j} \right)$	CANS	- (2-78)
Suzen and Huang (2000)	$\frac{\partial \rho u_j \gamma}{\partial x_j} = (1-\gamma) \left[ \frac{(1-F)2C_0 \rho U \cdot f(s)f'(s)}{+F \left( C_1 \gamma \frac{P_k}{k} - C_2 \gamma \rho \frac{k^{3/2} u_i}{k \omega U} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right)} \right] + C_3 \rho \frac{k^2}{k \omega} \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (1-\gamma)(\gamma \sigma_{\gamma l} \mu + \sigma_{\gamma t} \mu_t) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right]$	RANS	$\tilde{\mu}_t = \gamma \mu_t$ (2-79)
Menter, Esch and Kubacki (2002)	$\frac{\partial \rho u_j f}{\partial x_j} = P_f - E_f + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial f}{\partial x_j} \right]$	RANS	$\tilde{P}_k = \left[ \frac{(\max(2f-5; 0))^6}{(\max(2f-5; 0) - 0.01)^6 + 1} \right] P_k$ (2-80)
Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005)	$\frac{\partial \rho u_j \zeta}{\partial x_j} = -C_3 \mu_\zeta \frac{U}{U_\infty^2} \frac{\partial U}{\partial n} \frac{\partial \zeta}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\zeta} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial x_j} \right]$ $\frac{\partial \rho u_j \gamma}{\partial x_j} = P_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right]$	RANS	$\tilde{\mu}_t = \tau \mu_t$ $\tilde{P}_{k/\omega} = \left\{ \tau + (1-\tau) \left[ \max \left( \frac{\mu}{\mu_t}; 0.1 \right) \right] \right\} P_{k/\omega}$ (2-81)

### บทที่ 3

#### แบบจำลองความเปลี่ยนผ่าน $\mu$ -Re $_{\theta}$

แม้แบบจำลองแบบเชิงเส้นและแบบพีชคณิต จะให้ผลการทำนายเป็นที่น่าพอใจในหลายกรณี แต่หากพิจารณาคุณลักษณะของแบบจำลองดังกล่าวแล้วจะพบว่า แบบจำลองทั้งสองประเภทถูกพัฒนาขึ้นเพื่อการใช้งานอย่างจำเพาะเจาะจง ด้วยเหตุของความจำเพาะเจาะจงดังกล่าว จึงอาจมีการตั้งข้อสงสัยว่า จะยังคงใช้ได้ผลดีกับปัญหาความเปลี่ยนผ่านรูปแบบอื่นหรือไม่ และมีความเรียบง่ายในการใช้งานมากน้อยเพียงใด ทั้งสองคำถามดังกล่าวนี้ แม้จะยังไม่มีผลเปรียบเทียบที่เป็นข้อสรุปที่ชัดเจนออกมา แต่หากใช้พิจารณาพิจารณาธรรมชาติของแบบจำลองแล้ว ก็จะพอรู้ได้ว่า ความจำเพาะในรูปแบบมักนำไปสู่ข้อจำกัดและความยุ่งยากในการนำไปใช้งานโดยปริยายเสมอ ซึ่งน่าจะพอใช้เป็นเหตุผลอย่างชอบธรรมเพื่ออนุมานว่า แบบจำลองทั้งสองรูปแบบดังกล่าวข้างต้น ยังมีความเหมาะสมไม่เพียงพอในการนำไปใช้กับงานทางวิศวกรรม ซึ่งมีคุณลักษณะที่ต้องการความหลากหลายและเรียบง่ายเป็นที่ตั้ง ด้วยเหตุนี้ แบบจำลองในรูปแบบสมการส่งถ่าย จึงเป็นทางเลือกที่ดีทางหนึ่งที่สามารถจัดการกับข้อจำกัดดังกล่าวได้ ช่วยให้แบบจำลองมีความเป็นนัยทั่วไปและประยุกต์ใช้งานได้กว้างขวางมากขึ้น อย่างไรก็ตาม แม้จะมีการสร้างแบบจำลองในรูปแบบสมการส่งถ่ายในหลายรูปแบบในปัจจุบัน แต่ส่วนใหญ่แล้วมักมีข้อจำกัดบางประการชุกช่อนไว้เสมอเมื่อนำไปประยุกต์ใช้งาน

เนื้อหาบทนี้ จะกล่าวถึงวิธีที่ใช้ในการทำนายความเปลี่ยนผ่านในปัจจุบัน โดยชี้ให้เห็นปัญหาในการประยุกต์ใช้แบบจำลองความเปลี่ยนผ่านส่วนใหญ่ ที่มักสร้างขึ้นบนพื้นฐานของตัวแปรไม่เฉพาะที่ ซึ่งก่อให้เกิดข้อจำกัดในการนำไปประยุกต์ใช้กับวิธีพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณยุคใหม่ ที่นิยมใช้กริดแบบไร้โครงสร้างและการคำนวณแบบขนาน จากนั้นจะนำเสนอรายละเอียดของแบบจำลองหนึ่งที่ตั้งชื่อว่า แบบจำลอง  $\mu$ -Re $_{\theta}$  หรือบางครั้งเรียกว่าแบบจำลอง  $\mu$ - $\theta$  ของคณะวิจัย ANSYS-CFX (Menter, Langtry, Volker and Huang, 2005) ซึ่งพัฒนาขึ้นบนหลักการตัวแปรเฉพาะที่ แบบจำลองนี้เป็นแบบจำลองเดี่ยวในปัจจุบันที่ถูกนำไปพัฒนาสู่การใช้งานในซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์อย่างเป็นรูปธรรม อย่างไรก็ตาม แบบจำลองนี้มีสาระสำคัญบางอย่างที่ยังถูกปิดเป็นความลับ กล่าวคือ มีบางพจน์ในแบบจำลองที่ไม่เปิดเผยรูปแบบให้ทราบในปัจจุบัน การประยุกต์ใช้โดยตรงจึงไม่สามารถกระทำได้ จำเป็นต้องสร้างรูปแบบความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ให้กับพจน์ที่ปกปิดดังกล่าว ซึ่งรายละเอียดที่เกี่ยวข้องกับส่วนนี้จะถูกกล่าวถึงในช่วงท้ายของบท

### 3.1 การสร้างคุณสมบัติแบบเฉพาะที่ให้กับแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่าน

ในการทำนายความเปลี่ยนแปลงผ่าน อุปสรรคใหญ่สองประการที่มักประสบ คือ (1) การคำนวณมักไม่ค่อยมีเสถียรภาพเท่าที่ควร อันเนื่องมาจากสนามความเร็วและคุณสมบัติที่เกี่ยวข้องกับความเปลี่ยนแปลงมีค่าที่เปลี่ยนไปในระหว่างรอบการคำนวณซ้ำ ส่งผลให้ตำแหน่งของจุดที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงมีการเคลื่อนตัวไปมาไม่แน่นอน และ (2) การระบุตำแหน่งจุดที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงอาศัยการเปรียบเทียบเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ที่ได้จากการคำนวณ กับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลงที่ได้จากสหสัมพันธ์ การหาขนาดความหนาโมเมนต์ของชั้นขีดผิวเพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์นั้น จำเป็นต้องดำเนินการปรับแก้ตามแนวตั้งฉากจากผนังขึ้นไปถึงขอบของชั้นขีดผิว ในกรณีที่การไหลมีพฤติกรรมซับซ้อน การนิยามขอบของชั้นขีดผิวให้ชัดเจนนั้นทำได้ไม่ถนัดนัก (ส่วนมากนิยามไว้ที่ตำแหน่ง  $0.99U_\infty(x)$ ) โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ชั้นขีดผิวเกิดการแยกตัว หรือเกิดการไหลย้อนกลับของกระแสการไหล หรือในกรณีของการไหลแบบสามมิติ นอกจากนี้การดำเนินการปรับแก้ตามแนวตั้งฉากจากผนัง ยังส่งผลให้เกิดข้อจำกัดในการประยุกต์ใช้กับวิธีพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณสมัยใหม่ ที่นิยมใช้กริดแบบไร้โครงสร้าง และการคำนวณแบบขนาน การใช้กริดไร้โครงสร้างทำให้ไม่สามารถสร้างแนวตั้งฉากจากผนังถึงขอบชั้นขีดผิวได้ เพราะจุดกริดมีการกระจายตัวอย่างไม่มีแบบแผน ส่วนการคำนวณแบบขนาน โดเมนของปัญหาใหญ่จะถูกแบ่งออกเป็นโดเมนย่อยหลายโดเมน เพื่อส่งไปคำนวณบนซีพียูแต่ละเครื่อง จึงมีความเป็นไปได้สูงที่ชั้นขีดผิวในแนวตั้งฉากเดียวกันจะถูกแยกออกจากกัน และถูกส่งไปคำนวณบนต่างซีพียูกัน ซึ่งหากเกิดเหตุการณ์เช่นนี้ขึ้น การดำเนินการปรับแก้ของชั้นขีดผิวจะเกิดความยุ่งยากมาก หรืออาจทำไม่ได้เลย

ปัญหาหลักทั้งสองประการดังกล่าวนี้พบว่า ข้อแรกเป็นปัญหาในเชิงเทคนิคของระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งสามารถแก้ไขได้ไม่ยากด้วยกลยุทธ์เชิงตัวเลขอย่างใดอย่างหนึ่งในปัจจุบัน ส่วนข้อที่สองเป็นปัญหาเชิงโครงสร้างของแบบจำลองที่ยังผูกติดอยู่กับพิกัดหลัก ซึ่งแก้ไขไม่ได้ด้วยกลยุทธ์เชิงตัวเลข จำเป็นต้องปรับแก้โครงสร้างของแบบจำลองให้มีความเป็นอิสระต่อพิกัด หรือมีคุณสมบัติแบบเฉพาะที่ หลักการคุณสมบัติแบบเฉพาะที่ถูกนำไปใช้ในการพัฒนาแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงครั้งแรกโดย Menter, Esch and Kubacki (2002) ในรูปของตัวประกอบความไม่ต่อเนื่องแบบนัยทั่วไป (รายละเอียดในบทที่ 2) จากนั้นได้ถูกนำไปใช้ในการพัฒนาแบบจำลอง  $k\text{-Re}_\theta$  ที่มีประสิทธิภาพมากกว่า อย่างไรก็ตาม แบบจำลองนี้ไม่ได้พัฒนาขึ้นบนหลักการฟิสิกส์ของความเปลี่ยนแปลงแต่อย่างใด (ไม่เหมือนกับการสร้างแบบจำลองความปั่นป่วน) แต่อาศัยสหสัมพันธ์ของความเปลี่ยนแปลงเป็นสำคัญ ซึ่งเรียกว่า *แบบจำลองพื้นฐานสหสัมพันธ์*

การสร้างคุณสมบัติแบบเฉพาะที่ให้กับแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงนั้น ทำได้โดยเชื่อมโยงตำแหน่งที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงเข้ากับเลขเรย์โนลด์การหมุนวน  $Re_\nu$  แทนการใช้ค่าเลขเรย์โนลด์

ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน  $Re_{\delta}$  ซึ่งมีข้อจำกัดในเรื่องที่ต้องอิงพิกัดหลัก (Van Driest and Blumer, 1963; Menter, Esch and Kubacki, 2002) นิยามของเลขเรย์โนลด์์การหมุนวนเป็นดังนี้

$$Re_{\nu} = \frac{y^2}{\nu} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{y^2 S}{\nu} = \frac{y^2 \Omega}{\nu} \quad (3-1)$$

จากสมการที่ (3-1) จะเห็นได้ว่า เลขเรย์โนลด์์การหมุนวนเป็นฟังก์ชันของความหนืด ระยะทางถึงผนังที่ใกล้ที่สุด  $y$  และการหมุนวน  $\Omega$  หรืออัตราความเครียดเฉือน  $S$  ซึ่งทุกตัวมีคุณสมบัติแบบเฉพาะที่ กล่าวคือ สามารถคำนวณหาค่าได้ที่ทุกจุดบนโดเมนโดยไม่ต้องอิงกับพิกัดหลัก

การวิเคราะห์เลขเรย์โนลด์์การหมุนวนอาศัยการวิเคราะห์โพไฟล์ชั้นขีดผิวแบบราบเรียบ โดยโพไฟล์ชั้นขีดผิวจะถูกสมมุติให้มีความเสมือนตามสมการ

$$\frac{u}{U_{\infty}} = (2\eta - 2\eta^3 + \eta^4) + \lambda(2\eta - 6\eta^2 + 6\eta^3 - 2\eta^4) \quad (3-2)$$

เมื่อ  $\eta = y/\delta$  เป็นสัดส่วนความหนาชั้นขีดผิว  $\lambda$  เป็นพารามิเตอร์เกรเดียนต์ความดัน และ  $U_{\infty}$  เป็นความเร็วกระแสอิสระ

$$S = \Omega = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{U_{\infty}}{\delta} \frac{\partial(u/U_{\infty})}{\partial \eta} \quad (3-3)$$

$$\frac{yS^2}{\nu} = \frac{U_{\infty} \delta}{\nu} [(2 - 6\eta^2 + 4\eta^3) + \lambda(2 - 12\eta + 18\eta^2 - 8\eta^3)] \eta^2 \quad (3-4)$$

เมื่อ  $\delta$  เป็นความหนาชั้นขีดผิว จากสมการที่ (3-4) พจน์  $y^2 S/\nu$  จะมีค่าเป็นศูนย์ที่  $\eta=0$  (ผนัง) และที่  $\eta=1$  (ขอบชั้นขีดผิว) และจะมีค่ามากที่สุด  $(y^2 S/\nu)_{\max}$  ที่ตำแหน่งหนึ่งภายในชั้นขีดผิว ดังนี้

$$\eta = \frac{-1 + 8\lambda - \sqrt{21 - 36\lambda + 24\lambda^2}}{20\lambda - 10} \quad (3-5)$$

แทนสมการที่ (3-5) ในสมการที่ (3-4) จะได้

$$\left(\frac{y^2 S}{\nu}\right)_{\max} = \frac{U_\infty \delta}{\nu} f_1(\lambda) = \text{Re}_\theta \frac{\delta}{\theta} f_1(\lambda) \quad (3-6)$$

สมการที่ (3-2) สามารถถูกสร้างให้อยู่ในรูปของความหนาโมเมนต์  $\theta$  ได้เป็น

$$\frac{\delta}{\theta} = \frac{315}{37 - 4\lambda - 5\lambda^2} \quad (3-7)$$

แทนสมการที่ (3-7) ลงในสมการที่ (3-6) จะได้

$$\frac{(y^2 S/\nu)_{\max}}{\text{Re}_\theta} = \frac{315}{37 - 4\lambda - 5\lambda^2} f_1(\lambda) \quad (3-8)$$

จากนิยามของพารามิเตอร์ความเร่ง  $K$  จะได้

$$K = \frac{\nu}{U_\infty} \frac{dU_\infty}{dx} = \text{Re}_\theta^{-2} \frac{\theta^2}{\nu} \left( -\frac{1}{\rho U_\infty} \frac{dP}{dx} \right) \quad (3-9)$$

ที่บริเวณใกล้ผนังจะได้

$$\frac{dP}{dx} = \frac{d\tau}{dy} \Big|_{\text{wall}} = \mu \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)_{\text{wall}} = \mu \left( -12\lambda \frac{U_\infty}{\delta^2} \right) \quad (3-10)$$

ซึ่งจะทำให้ได้

$$K \text{Re}_\theta^2 = 12\lambda \left( \frac{\theta}{\delta} \right)^2 = f_2(\lambda) \quad (3-11)$$



ดำเนินการปรับข้อมูลเชิงตัวเลขกับสมการที่ (3-8) และ (3-11) จะได้

$$\frac{(y^2 S/\nu)_{\max}}{Re_\theta} = 2.193 - \frac{20}{3} K Re_\theta^2 \quad (3-12)$$

จากการทดสอบพบว่า  $KRe_\theta^2$  จะมีค่าน้อยมากจนสามารถพิจารณาตัดทิ้งไปได้ ดังนั้นจึงได้ว่า

$$\left( \frac{y^2 S}{2.193\nu} \right)_{\max} = \frac{Re_{v,\max}}{2.193} = Re_\theta \quad (3-13)$$

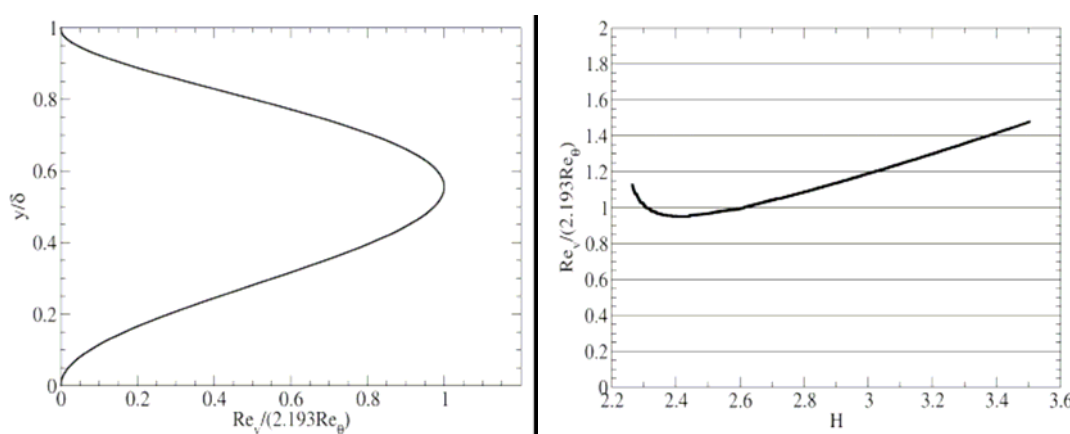
สมการที่ (3-13) เป็นความสัมพันธ์ระหว่างเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์  $Re_\theta$  ซึ่งเป็นคุณสมบัติไม่เฉพาะที่ กับเลขเรย์โนลด์การหมุนวน  $Re_v$  ซึ่งเป็นคุณสมบัติเฉพาะที่ หากนำสมการไปหารตลอดด้วยเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์วิกฤติ  $Re_{\theta c}$  จะได้ดังนี้

$$\xi = \frac{Re_\theta}{Re_{\theta c}} = \frac{Re_{v,\max}}{2.193 Re_{\theta c}} \quad (3-14)$$

หากนำสัดส่วน  $Re_v/2.193Re_\theta$  ไปแสดงกราฟเทียบกับสัดส่วน  $y/\delta$  จะได้โพรไฟล์ที่มีค่าเป็น 0 ที่ตำแหน่งผนัง ( $y/\delta=0$ ) และที่ตำแหน่งขอบชั้นขีดผิว ( $y/\delta=1$ ) (เพราะ  $y=0$  ที่ตำแหน่งผนัง และอัตราความเครียด  $S=0$  เพราะ  $\partial u/\partial y \approx 0$  ส่งผลให้  $Re_v=0$  ที่ตำแหน่งขอบชั้นขีดผิว) และมีค่ามากที่สุดเป็น 1 ที่จุดใดจุดหนึ่งในชั้นขีดผิว ( $y/\delta \approx 0.56$ ) (Wilcox, 1993; Menter, Esch and Kubacki, 2002) ซึ่งก็คือจุดที่  $Re_v=Re_{v,\max}=2.193Re_\theta$  ดังแสดงในรูปที่ 3.1 (ซ้าย) หากแทนพจน์  $Re_\theta$  ด้วย  $Re_\theta c$  จะได้รูปแบบตามสมการที่ (3-14) ซึ่งวิเคราะห์ได้ว่า ในช่วงก่อนการเปลี่ยนผ่านซึ่ง  $Re_\theta < Re_{\theta c}$  จะได้  $\xi < 1$  ส่วนช่วงหลังการเปลี่ยนผ่านซึ่ง  $Re_\theta > Re_{\theta c}$  จะได้  $\xi > 1$  ดังนั้น ตำแหน่งที่  $\xi \rightarrow 1$  ( $Re_\theta \rightarrow Re_{\theta c}$  หรือ  $Re_v \rightarrow 2.193Re_{\theta c}$ ) ก็คือตำแหน่งที่ชั้นขีดผิวเริ่มเปลี่ยนเข้าสู่ช่วงเปลี่ยนผ่านนั่นเอง

ในกรณีชั้นขีดผิวราบเรียบภายใต้ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดัน การเปลี่ยนแปลงของสัดส่วน  $Re_v/2.193Re_\theta$  เทียบกับตัวประกอบสัญญาณ  $H$  แสดงในรูปที่ 3.1 (ขวา) จากรูปจะเห็นว่าในช่วงเกรเดียนต์ความดันค่ากลางซึ่งปกติเกิดขึ้นในช่วง  $2.3 < H < 2.9$  การเปลี่ยนแปลงของสัดส่วน  $Re_v/2.193Re_\theta$  อยู่ในช่วงไม่เกิน 10 เปอร์เซ็นต์ จากการวิเคราะห์การไหลชั้นขีดผิวพบว่าผลกระทบจากเกรเดียนต์ความดันเสริมส่วนใหญ่เกิดขึ้นในช่วง  $H \approx 2.3$  (ซึ่งสอดคล้องกับค่า  $\lambda_\theta \approx 0.06$ ) ซึ่งช่วง

ดังกล่าวมีความคลาดเคลื่อนตกอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ สำหรับกรณีเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ ความแตกต่างระหว่าง  $Re_v$  กับ  $Re_\theta$  จะมีค่าค่อนข้างมาก โดยเฉพาะบริเวณที่เกิดการแยกตัวของ กระแสการไหลซึ่งเกิดขึ้นที่  $H \approx 3.5$  อย่างไรก็ตาม จากการทดลองชี้ให้เห็นว่า  $Re_\theta$  จะลดลงภายใต้ สภาวะเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ (เพราะเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับก่อให้เกิดสภาพปรับภัยการ ไหล ทำให้ความเร็วของกระแสการไหลลดลง) ในทางปฏิบัติ แบบจำลองมักไม่ถูกออกแบบให้ไว ต่อผลกระทบจากเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ ทั้งนี้เพราะสามารถประยุกต์ใช้สหสัมพันธ์ของ Abu-Ghannam and Shaw (1996) ช่วยในการทำนายจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่านภายใต้สภาวะดังกล่าวได้ อย่างน่าเชื่อถืออยู่แล้ว เพราะสหสัมพันธ์ดังกล่าวนี้สร้างขึ้นโดยรวมผลกระทบของเกรเดียนต์ความ ดันย้อนกลับเข้าไว้ด้วย



รูปที่ 3.1 โพรไฟล์ของเลขเรย์โนลด์การหมุนวนในชั้นซิดผิวบลาเซียส (ซ้าย) และการเปลี่ยนแปลง ของเลขเรย์โนลด์การหมุนวนเทียบกับตัวประกอบสัญญาณของชั้นซิดผิว (ขวา) (Menter, Langtry, Likki, Suzen, Huang and Volker, 2004)

### 3.2 แบบจำลองความเปลี่ยนผ่าน $\gamma-Re_\theta$

แบบจำลอง  $\gamma-Re_\theta$  เป็นแบบจำลองความเปลี่ยนผ่านแบบสองสมการส่งถ่าย สมการแรกเป็น สมการสำหรับความไม่ต่อเนื่อง สร้างขึ้นเพื่อใช้ตรวจจับกระบวนการของความเปลี่ยนผ่านที่เกิดขึ้น สมการที่สองเป็นสมการสำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน สร้างขึ้นเพื่อใช้ ค้นหาตำแหน่งจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่าน รายละเอียดและรูปแบบของสมการเป็นดังต่อไปนี้

#### 3.2.1 สมการส่งถ่ายสำหรับความไม่ต่อเนื่อง

สมการส่งถ่ายสำหรับความไม่ต่อเนื่อง ถูกพัฒนาขึ้นบนหลักการความไม่ต่อเนื่องของ กระแสอิสระไม่เป็นศูนย์ (แนวคิดเดียวกับ Steelant and Dick (2001)) กล่าวคือ การสร้างแบบจำลอง

ได้คำนึงถึงอิทธิพลของกระแสหมุนวนปั่นป่วนที่แพร่เข้าสู่ภายในชั้นขีดผิว ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อการไหลมีความเข้มของกระแสนี้สูง โดยเฉพาะกรณีความเปลี่ยนแปลงผ่านแบบข้ามชั้น สมการสำหรับความไม่ต่อเนื่องมีรูปแบบดังนี้

$$\frac{\partial \rho u_j \gamma}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (3-15)$$

สมการประกอบด้วยพจน์การก่อตัว  $P_{\gamma 1}$  และ  $P_{\gamma 2}$  และพจน์การสลายตัว  $E_{\gamma 1}$  และ  $E_{\gamma 2}$  ดังนี้

$$\begin{aligned} P_{\gamma 1} &= F_{length} C_{a1} \rho S (\gamma F_{onset})^{C_a}; & E_{\gamma 1} &= C_{e1} P_{\gamma 1} \gamma; \\ P_{\gamma 2} &= C_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb}; & E_{\gamma 2} &= C_{e2} P_{\gamma 2} \gamma \end{aligned} \quad (3-16a-d)$$

เมื่อ  $S$  เป็นขนาดของอัตราความเครียดและ  $\Omega$  เป็นขนาดของการหมุนวน พารามิเตอร์  $F_{length}$  เป็นความสัมพันธ์ที่ได้จากการทดลอง ซึ่งถูกใช้เพื่อควบคุมขนาดความยาวของช่วงเปลี่ยนผ่าน พจน์  $Re_{\alpha}$  เป็นเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์วิกฤติที่ตำแหน่งซึ่งชั้นขีดผิวขาดเสถียรภาพ ซึ่งจะเกิดขึ้นก่อนหน้าที่ความเปลี่ยนแปลงจะเกิด นั่นคือ  $Re_{\alpha} \leq Re_{\alpha}$  ความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ทั้งคู่สังเคราะห์ได้จากผลการทดลอง ซึ่งทั้ง  $F_{length}$  และ  $Re_{\alpha}$  ต่างก็เป็นฟังก์ชันของ  $\tilde{Re}_{\alpha}$  ที่ได้จากการแก้สมการส่งถ่ายสำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน (ในหัวข้อที่ 3.2.2) ปัจจุบันทั้งสองพจน์ดังกล่าวยังคงถูกปกปิดอยู่ภายใต้ลิขสิทธิ์

$$F_{length} = f(\tilde{Re}_{\alpha}); \quad Re_{\alpha} = f(\tilde{Re}_{\alpha}); \quad \tilde{Re}_{\alpha} = f(Tu, \lambda) \quad (3-17a-c)$$

ความแตกต่างที่สำคัญของแบบจำลองนี้เมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลองอื่น คือ พจน์การก่อตัว  $P_{\gamma 1}$  (สมการที่ 3-16a) ซึ่งถูกใช้เพื่อตรวจจบการก่อตัวของความไม่ต่อเนื่อง ถูกสร้างในรูปแบบฟังก์ชันจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง  $F_{onset}$  ซึ่งอยู่ในรูปของเลขเรย์โนลด์การหมุนวน  $Re_v$ , เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์วิกฤติ  $Re_{\alpha}$  และสัดส่วนความหนืด  $Re_T$  ดังนี้

$$F_{onset} = \max[F_{onset2} - F_{onset3}; 0] \quad (3.18)$$

เมื่อ  $F_{onset1} = \frac{Re_v}{2.193 Re_{\theta c}}$ ,  $F_{onset2} = \min \left[ \max \left[ F_{onset1}; F_{onset1}^4 \right]; 2.0 \right]$ ,  
 $F_{onset3} = \max \left[ 1 - (R_T / 2.5)^3; 0 \right]$ ,  $F_{turb} = \exp \left[ -(R_T / 4)^4 \right]$ ,  $Re_v = \frac{\rho S y^2}{\mu}$  และ  $R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega}$   
 โดยที่  $k$  เป็นพลังงานจลน์ปั่นป่วน และ  $\omega$  อัตราการสลายพลังงานจลน์ปั่นป่วนจำเพาะ ส่วนพจน์  $P_{\gamma 2}$  และ  $E_{\gamma 2}$  ถูกใช้บังคับให้ความไม่ต่อเนื่องเป็นศูนย์ในชั้นขีดผิวแบบราบเรียบ และเท่ากับหนึ่งที่ผิวอิสระ เพื่อช่วยให้แบบจำลองสามารถทำนายพฤติกรรมแบบย้อนกลับความราบเรียบได้

### 3.2.2 สมการส่งถ่ายสำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน

สมการส่งถ่ายสำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน ถูกสร้างขึ้น เพื่อให้การคำนวณตำแหน่งจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่านเป็นแบบคุณสมบัติแบบเฉพาะที่ (แต่เดิมนั้นเป็นแบบไม่เฉพาะที่เพราะต้องหาปริพันธ์ของความหนาโมเมนต์ซึ่งอิงอยู่กับพิกัดหลัก) หลักการคือ นำสหสัมพันธ์เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่านไปสร้างเป็นสมการส่งถ่าย โดยคำนวณหาเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่านที่ตำแหน่งกระแสน้ำไหลจากสหสัมพันธ์ จากนั้นจึงบังคับให้ค่าที่กระแสน้ำไหลแพร่เข้าสู่ภายในชั้นขีดผิว สมการส่งถ่ายสำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่านในรูปของตัวแปรสเกลาร์  $\tilde{Re}_{\theta}$  เป็นดังนี้

$$\frac{\partial \rho u_j \tilde{Re}_{\theta}}{\partial x_j} = P_{\theta} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{Re}_{\theta}}{\partial x_j} \right] \quad (3-19)$$

พจน์แหล่งกำเนิด  $P_{\theta}$  ถูกออกแบบเพื่อบังคับให้ตัวแปร  $\tilde{Re}_{\theta}$  เข้าสู่ค่าของ  $Re_{\theta}$  ซึ่งคำนวณได้จากสหสัมพันธ์ตามสมการที่ (3-21) พจน์ดังกล่าวให้นิยามดังนี้

$$P_{\theta} = C_{\theta} (\rho / T) (Re_{\theta} - \tilde{Re}_{\theta}) (1.0 - F_{\theta}) \quad (3-20)$$

เมื่อ  $T = \frac{500 \mu}{\rho U^2}$ ,  $F_{\theta} = \min \left[ \max \left[ F_{wake} \cdot \exp[-(y/\delta)^4]; 1.0 - \left( \frac{C_{e2} \gamma - 1}{C_{e2} - 1} \right)^2 \right]; 1.0 \right]$ ,  
 $F_{wake} = \exp \left[ - \left( \frac{Re_{\omega}}{10^5} \right)^2 \right]$ ,  $Re_{\omega} = \frac{\rho \omega y^2}{\mu}$ ,  $\delta = \frac{50 \Omega y}{U} \delta_{BL}$ ,  $\delta_{BL} = \frac{15 \theta_{BL}}{2}$  และ  $\theta_{BL} = \frac{\tilde{Re}_{\theta} \mu}{\rho U}$

โดยที่  $T$  เป็นสเกลเวลาซึ่งถูกสร้างขึ้นเพื่อใช้คุณสมบัติของตัวแปร  $U$  เป็นขนาดของความเร็ว และ  $F_{\theta}$  เป็นฟังก์ชันผสมที่ถูกใช้เพื่อตัดทอนบทบาทของพจน์แหล่งกำเนิด  $P_{\theta}$  ภายในชั้นขีดผิว เพื่อให้  $\tilde{Re}_{\theta}$  สามารถแพร่กระจายจากผิวอิสระเข้ามาภายในชั้นขีดผิวได้ พจน์  $F_{\theta}$  เป็นตัวตรวจจับตำแหน่งของ

ของชั้นซิดผิว โดยจะมีค่าเป็นศูนย์ในบริเวณกระแสอิสระนอกชั้นซิดผิว และมีค่าเป็นหนึ่งภายในชั้นซิดผิว

### 3.2.3 สหสัมพันธ์สำหรับจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่าน

ในแบบจำลองความเปลี่ยนผ่านทั่วไป การค้นหาตำแหน่งจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่านทำได้โดยการเปรียบเทียบเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ที่คำนวณได้ ( $Re_\theta$ ) กับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่านที่ได้จากสมการความสัมพันธ์ ( $Re_{\theta^*}$ ) โดยตำแหน่งที่  $Re_\theta = Re_{\theta^*}$  ก็คือตำแหน่งจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่าน จากที่ได้นำเสนอในบทที่ 2 จะเห็นว่า สหสัมพันธ์จุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่านส่วนใหญ่ มักสร้างในรูปเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน ซึ่งเกี่ยวข้องกับคุณสมบัติที่กระแส  $Re_{\theta^*} = Re_{\theta^*}(Tu, dU/ds, \dots)_{freestream}$  ซึ่งเป็นการดำเนินการแบบไม่เฉพาะที่ เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ Menter, Langtry, Likki, Suzen, Huang and Volker (2004) ได้สร้างสหสัมพันธ์ขึ้นใหม่ในรูปแบบคุณสมบัติเฉพาะที่ บนเงื่อนไขต่อไปนี้ (1) *กรณีเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์* เมื่อระดับกระแสปั่นป่วนสูง ( $Tu > 3.0\%$ ) สหสัมพันธ์ถูกสร้างให้ได้ผลสอดคล้องกับสหสัมพันธ์ของ Mayle (1991) เมื่อระดับกระแสปั่นป่วนปานกลาง ( $1.0\% < Tu < 3.0\%$ ) สหสัมพันธ์ถูกสร้างให้ได้ผลสอดคล้องกับสหสัมพันธ์ของ Abu-Ghannam and Shaw (1989) และเมื่อระดับกระแสปั่นป่วนต่ำ ( $Tu < 1.0\%$ ) สหสัมพันธ์ถูกสร้างให้ได้ผลสอดคล้องกับผลของวิธี  $e^N$  (2) *กรณีเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ* สหสัมพันธ์ถูกสร้างให้ได้ผลสอดคล้องกับสหสัมพันธ์ของ Abu-Ghannam and Shaw (1989) โดยรูปแบบของสหสัมพันธ์ใหม่เป็นดังนี้

$$Re_{\theta^*} = 803.73(Tu + 0.6067)^{-1.027} F(\lambda_\theta, K) \quad (3-21)$$

พารามิเตอร์ผลกระทบความดัน  $F(\lambda_\theta, K)$  ถูกสร้างให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของพารามิเตอร์เกรเดียนต์ความดัน  $\lambda_\theta$  และพารามิเตอร์ความเร่ง  $K$  มีรูปแบบเป็นดังนี้

$$F(\lambda_\theta, K) = \begin{cases} 1 - F(\lambda_\theta) \cdot E_1 & ; \lambda_\theta \leq 0 \\ 1 + F(K) \cdot (1 - E_2) + 0.556(1 - E_3) \cdot E_1 & ; \lambda_\theta > 0 \end{cases} \quad (3-22a)$$

$$\lambda_\theta = \left( \frac{\theta^2}{\nu} \right) \cdot \frac{dU}{ds}; \quad K = \left( \frac{\nu}{U^2} \right) \cdot \frac{dU}{ds} \quad (3-22b, c)$$

โดยพารามิเตอร์ที่ปรากฏในพจน์  $F(\lambda_\theta, K)$  มีรูปแบบเป็นดังนี้

$$F(\lambda_\theta) = -10.32\lambda_\theta - 89.47\lambda_\theta^2 - 265.51\lambda_\theta^3,$$

$$F(K) = 0.0962(K \cdot 10^6) + 0.148(K \cdot 10^6)^2 + 0.0141(K \cdot 10^6)^3,$$

$$E_1 = \exp(-Tu/3.0), \quad E_2 = \exp(-Tu/1.5), \quad E_3 = \exp(-23.9\lambda_\theta)$$

เมื่อ  $Tu$  เป็นความเข้มของความปั่นป่วนเฉพาะที่ และ  $dU/ds$  เป็นความเร่งเฉพาะที่ในทิศทางตามเส้นการไหลซึ่งสามารถคำนวณหาได้ ดังนี้

$$\frac{dU}{ds} = \frac{dU}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} + \frac{dU}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} = \frac{u}{U} \cdot \frac{dU}{dx} + \frac{v}{U} \cdot \frac{dU}{dy} \quad (3-23)$$

โดยที่  $U=(u^2+v^2)^{1/2}$  เป็นขนาดของความเร็ว และ  $s$  เป็นระยะทางตามเส้นการไหล

เนื่องจากการคำนวณค่า  $Re_\theta$  (สมการที่ (3-21)) จำเป็นต้องกำหนดค่าพารามิเตอร์เกรเดียนต์ความดัน  $\lambda_\theta$  และค่าพารามิเตอร์ความเร่ง  $K$  ที่ถูกต้องให้ ซึ่งในความเป็นจริงทั้งสองพจน์ดังกล่าวไม่สามารถทราบค่าที่ถูกต้องได้ก่อนล่วงหน้า ทั้งนี้เพราะทั้งคู่ต่างก็เป็นพจน์ที่เชื่อมโยงกับสนามความเร็วซึ่งเป็นตัวแปรของสนามการไหล ดังนั้นการคำนวณค่า  $Re_\theta$  จึงจำเป็นต้องใช้การคำนวณซ้ำ โดยมีขั้นตอนการคำนวณเริ่มต้นจาก (ก) กำหนดค่าเริ่มต้นให้กับ  $\theta_i$  ( $\theta_i=0$  เป็นค่าที่แนะนำ) (ข) กำหนดค่า  $\lambda_\theta$  และค่า  $K$  โดยให้  $\theta=\theta_i$  (ค) กำหนดค่า  $F(\lambda_\theta, K)$  แล้วนำไปแทนค่าในสมการที่ (3-21) เพื่อคำนวณค่า  $Re_\theta$  (ง) กำหนดค่า  $\theta_i$  จากนิยาม  $\theta_i=(vU)Re_\theta$  โดยปกติจะได้ผลที่ลู่ออกภายในไม่กี่รอบการคำนวณซ้ำ เพื่อหลีกเลี่ยงความไม่มีเสถียรภาพที่อาจเกิดขึ้นได้ในการคำนวณซ้ำ ค่าที่ได้จากการคำนวณจะถูกบังคับให้อยู่ภายในช่วงดังต่อไปนี้

$$-0.1 \leq \lambda_\theta \leq 0.1; \quad -3 \times 10^{-6} \leq K \leq 3 \times 10^{-6}; \quad Re_\theta \geq 20 \quad (3-24a-c)$$

หากพิจารณาสมการที่ (3.22) แล้วจะพบว่า พารามิเตอร์ความเร่ง  $K$  จะแสดงบทบาทในกรณีที่มี  $\lambda_\theta > 0$  (เกรเดียนต์ความดันเสริม) เท่านั้น นั่นแสดงว่าค่า  $K$  ที่ถูกคำนึงถึงจริง ๆ ก็อยู่ในช่วง  $0 < K \leq 3 \times 10^{-6}$  ส่วนในช่วงค่าลบไม่ได้ถูกนำไปใช้งาน ทั้งนี้เพราะเมื่อ  $\lambda_\theta > 0$  จะส่งผลให้  $K > 0$  ด้วยเช่นกัน เพราะ  $dU/ds > 0$  ส่วน  $\theta$  มีค่าเป็นบวกเสมอ ดังนั้นจึงได้ว่า  $F(\lambda_\theta, K)$  มีค่ามากที่สุดเมื่อ  $\lambda_\theta = 0.1$  และมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ  $\lambda_\theta = -0.1$  ส่วน  $Re_\theta$  ถูกกำหนดค่าน้อยที่สุดเท่ากับ 20 ซึ่งสอดคล้องกับค่าระดับความปั่นป่วนของกระแสน้ำที่ 35 เปอร์เซนต์ ในกรณีการไหลที่มีเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์

### 3.2.4 การประยุกต์ใช้งานแบบจำลองความปั่นป่วนผ่าน $\gamma\text{-Re}_\theta$

แบบจำลองถูกประยุกต์เข้ากับแบบจำลองความปั่นป่วน SST ของ Menter (1994) ความปั่นป่วนถูกจำลองผ่านพจน์ความไม่ต่อเนื่อง โดยคูณพจน์การผลิต  $P_k$  และพจน์การสลายตัว  $D_k$  ในสมการพลังงานจลน์ปั่นป่วน  $k$  ของแบบจำลอง SST ด้วยฟังก์ชันของความไม่ต่อเนื่อง ดังนี้

$$\tilde{P}_k = \gamma_{eff} P_k; \quad \tilde{D}_k = \min[\max[\gamma_{eff}; 0.1]; 1.0] D_k \quad (3-25a, b)$$

เมื่อ  $\gamma_{eff} = \max[\gamma; \gamma_{sep}]$ ,  $\gamma_{sep} = \min\left[s_1 \max\left[\left(\frac{\text{Re}_v}{3.235 \text{Re}_{\theta c}}\right) - 1; 0.0\right] F_{reattach}; 2.0\right] F_{\theta t}$  และ

$$F_{reattach} = \exp\left[-(R_T / 20)^4\right]$$

ค่าคงที่  $s_1$  ถูกใช้เพื่อควบคุมขนาดของฟังก์ชันแยกตัว ซึ่ง Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) แนะนำให้ใช้ค่า  $s_1=2.0$  สำหรับฟังก์ชันผสม  $f_1$  ซึ่งถูกใช้เพื่อสลับโหมดการคำนวณระหว่างแบบจำลอง  $k-\omega$  และ  $k-\varepsilon$  ในแบบจำลองความปั่นป่วน SST ของ Menter (1994) (ดูภาคผนวก ก) ได้รับการปรับปรุงดังนี้

$$\tilde{f}_1 = \max[f_1; f_3] \quad (3-26)$$

เมื่อ  $f_3 = \exp\left[-(R_y/120)^8\right]$  และ  $R_y = (\rho y k^{1/2}) / \mu$

การคำนวณด้วยแบบจำลอง  $\gamma\text{-Re}_\theta$  มีลำดับขั้นตอนเป็นดังนี้ (ก) แก้สมการการไหลเฉลี่ย (ข) แก้แบบจำลองความปั่นป่วนโดยประยุกต์ใช้พจน์  $\tilde{P}_k$  และ  $\tilde{D}_k$  และฟังก์ชันผสม  $\tilde{f}_1$  และคำนวณหาความหนืดปั่นป่วน  $\mu_t$  (ค) แก้สมการความไม่ต่อเนื่อง (ง) คำนวณหาเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน  $\text{Re}_{\theta t}$  จากสหสัมพันธ์ตามสมการ (3-21) และ (จ) แก้สมการสำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน  $\tilde{\text{Re}}_{\theta t}$

การแก้แบบจำลองอาศัยค่าคงที่ดังต่อไปนี้  $C_{a1}=2.0$ ,  $C_{e1}=1.0$ ,  $C_{a2}=0.06$ ,  $C_{e2}=50.0$ ,  $C_\alpha=0.5$ ,  $C_\theta=0.03$ ,  $\sigma_\gamma=1.0$  และ  $\sigma_\theta=2.0$  เงื่อนไขค่าขอบสำหรับสมการความไม่ต่อเนื่อง  $\gamma$  และสมการเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน  $\tilde{\text{Re}}_{\theta t}$  กำหนดดังนี้ ขอบกระแสน้ำเข้า และขอบทางออก กำหนดเกรเดียนต์แนวตั้งจากเท่ากับศูนย์ ( $\partial\gamma/\partial n=0$  และ  $\partial\tilde{\text{Re}}_{\theta t}/\partial n=0$ ) ขอบทางเข้า กำหนด  $\gamma=1$  ส่วนค่าขอบทางเข้าของ  $\tilde{\text{Re}}_{\theta t}$  กำหนดได้จากสหสัมพันธ์ (สมการ (3-21)) โดยกำหนดให้  $\theta=0$  ซึ่งจะได้  $\lambda_\theta=0$  และ  $F(\lambda_\theta, K)=1$  ส่วน  $Tu$  กำหนดให้มีค่าเท่ากับระดับความปั่นป่วนที่ขอบ

ทางเข้า สำหรับเงื่อนไขเริ่มต้นของทั้งสองตัวแปรกำหนดให้มีค่าเท่ากับค่าที่ขอบทางเข้าตลอดทั้งโดเมนการคำนวณ

### 3.2.5 นิยามและความหมายเชิงฟิสิกส์ของพารามิเตอร์ที่สำคัญในแบบจำลอง $\gamma$ - $Re_\theta$

เนื่องจากแบบจำลองนี้ถูกพัฒนาขึ้นบนพื้นฐานสหสัมพันธ์ทั้งหมด เพื่อเป้าหมายในการใช้งานกับวิธีทาง CFD ได้อย่างเอนกประสงค์ ไม่ได้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อต้องการจำลองฟิสิกส์ของความเปลี่ยนแปลงแต่อย่างใด (Mener และคณะ 2004, 2005) ฟิสิกส์ของความเปลี่ยนแปลงถูกบรรจุเข้าในแบบจำลองผ่านทางสหสัมพันธ์ที่ได้จากผลการทดลอง แบบจำลองจึงไม่ถูกจำกัดด้วยกลไกทางฟิสิกส์อย่างใดอย่างหนึ่งของความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น แต่สามารถใช้ได้กับทุกกลไกที่เกิดขึ้นครบเท่าที่สามารถสร้างรูปแบบสหสัมพันธ์ที่เหมาะสมป้อนให้กับแบบจำลองได้ ดังนั้น นอกจากจะได้อีกชื่อว่า แบบจำลองพื้นฐานสหสัมพันธ์ ตามที่ผู้พัฒนาได้ตั้งให้แล้ว ยังอาจจะพอเรียกได้อีกชื่อหนึ่งว่า แบบจำลองพื้นฐานผู้ใช้นิยาม (User-defined base model) ได้เช่นเดียวกัน ในหัวข้อย่อขยนี้ ผู้วิจัยได้พยายามตีความและอธิบายความพารามิเตอร์ที่สำคัญของแบบจำลองนี้ในเชิงฟิสิกส์ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเกี่ยวข้องกับพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น ดังนี้

พารามิเตอร์  $\gamma$  เป็นพารามิเตอร์ที่ใช้แจกแจงความไม่ต่อเนื่องของพฤติกรรมการไหลที่เกิดขึ้น ถูกสังเคราะห์ขึ้นบนหลักการความไม่ต่อเนื่องของกระแสอิสระที่ไม่เป็นศูนย์ พารามิเตอร์ดังกล่าวนี้จึงมีค่า  $\gamma \rightarrow 1$  ในบริเวณผิวอิสระ และมีค่า  $0 < \gamma < 1$  ภายในชั้นขีดผิว

พารามิเตอร์  $Re_\theta$  เป็นเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลง ซึ่งถูกสร้างขึ้นเป็นสหสัมพันธ์จากผลการทดลอง โดยการนำข้อมูลของหลายกลุ่มวิจัยที่น่าเชื่อถือมาปรับสร้างเป็นสหสัมพันธ์ในรูปแบบใหม่ ซึ่งข้อมูลดังกล่าวเป็นการวัดหาขนาดของความไม่ต่อเนื่องที่เกิดจากจุดก่อความปั่นป่วน (ยกเว้นในกรณีที่มีการไหลมีระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระในช่วงค่าต่ำ ซึ่งมีการนำข้อมูลที่ได้จากวิธี  $e^N$  มาวิเคราะห์ร่วม) สหสัมพันธ์ของพารามิเตอร์นี้อยู่ในรูปฟังก์ชันของความเข้มของความปั่นป่วนและเกรเดียนต์ความดันที่กระแสอิสระ และถูกใช้เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบกับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ที่ได้จากการคำนวณ เพื่อใช้ระบุตำแหน่งจุดที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง (ในมุมมองของการทดลอง หมายถึงตำแหน่งที่จุดก่อความปั่นป่วนเริ่มปรากฏ) พารามิเตอร์นี้จะมีค่าลดลงอย่างเลขชี้กำลังเมื่อความเข้มของกระแสอิสระปั่นป่วนมีค่าเพิ่มขึ้น บ่งชี้ว่าเมื่อความเข้มของกระแสอิสระปั่นป่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ความเปลี่ยนแปลงจะสามารถเกิดได้เร็วขึ้น สำหรับการไหลภายใต้ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันพบว่า พารามิเตอร์  $Re_\theta$  จะมีค่าเพิ่มขึ้นภายใต้สภาวะเกรเดียนต์ความดันเสริม อธิบายได้ว่า ภายใต้สภาวะความดันดังกล่าวกระแสการไหลจะถูกเร่งให้เร็วขึ้น ความหนาโมเมนต์ของชั้นขีดผิวจึงลดลง ตำแหน่งของจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงจึงเลื่อนไปทางปลายกระแส ในทางตรงกันข้าม พารามิเตอร์  $Re_\theta$  จะมีค่าลดลงภายใต้สภาวะ เกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ เพราะความหนาโมเมนต์ของชั้นขีดผิวเพิ่มขึ้น ตำแหน่งของจุดเริ่มเกิด



ความเปลี่ยนแปลงจึงเลื่อนไปทางต้นกระแส ดังแสดงในรูปที่ 2.4 อย่างไรก็ตาม ในความเป็นจริงแล้ว ทั้งความเข้มของความปั่นป่วนและผลกระทบจากความดัน จะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปอย่างเฉพาะที่ในระหว่างที่เกิดการไหล เช่น ในกรณีการไหลผ่านแผ่นเรียบ ความเข้มของความปั่นป่วนที่กระแสอิสระ  $Tu_\infty$  จะมีค่าลดลงอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ปากทางเข้าจนถึงปลายทางออกของแผ่นเรียบ (ดูรูปที่ 5.5) หากมองในแง่ี้ก็จะพบว่า  $Re_\delta$  ที่คำนวณได้จากสหสัมพันธ์จะมีค่าที่แปรตามค่า  $Tu_\infty$  ที่เปลี่ยนไป เพราะฉะนั้น การกำหนดให้  $Re_\delta$  มีเพียงค่าเดียวแล้วใช้เป็นตัวแทนของทั้งสนามการไหลจึงอาจไม่สมเหตุผลเท่าที่ควร เพราะอาจเกิดข้อโต้แย้งได้ว่า  $Re_\delta$  ค่าที่เหมาะสมนั้นควรเป็นค่าใด และเพราะเหตุผลใดจึงใช้ค่าดังกล่าวนี้ (หลายแบบจำลองได้ให้นิยาม  $Re_\delta$  เป็นเลขเรย์โนลด์ส์ความหนาโมเมนต์ ณ จุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง โดยใช้ค่าระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระที่ตำแหน่งปากทางเข้า  $Tu_{\infty,le}$  เป็นตัวแทนของสนามการไหลในการคำนวณหา  $Re_\delta$  จากสหสัมพันธ์) ในการประยุกต์ใช้งานในแบบจำลอง  $\gamma-Re_\theta$  พารามิเตอร์  $Re_\delta$  ได้ถูกขยายผลให้สามารถใช้งานได้ในช่วงระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระค่าต่ำ และถูกคำนวณอย่างค่าเฉพาะที่ในแต่ละจุดในบริเวณกระแสอิสระ เพื่อให้สมจริงกับการเปลี่ยนแปลงระดับอย่างเฉพาะที่ของความปั่นป่วนของกระแสอิสระ  $Tu_\infty$  และพารามิเตอร์ผลกระทบความดัน  $F(K, \lambda_\theta)$  ด้วยเหตุนี้  $Re_\delta$  ในนิยามของแบบจำลองนี้ จึงมิได้หมายถึงค่า ณ ตำแหน่งที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงเพียงอย่างเดียว แต่หมายรวมถึงบริเวณที่เกิดความเปลี่ยนแปลงด้วย อาทิเช่น ในกรณีการไหลผ่านแผ่นเรียบที่มีเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ ค่า  $Re_\delta$  ที่น้อยที่สุดมีค่าเท่ากับค่าขอบทางเข้าและเป็นค่าที่ตำแหน่งจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง ส่วนค่าที่มากขึ้นจะเป็นค่าที่ตำแหน่งหลังจากจุดที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง

พารามิเตอร์  $\tilde{Re}_\delta$  ถูกสร้างขึ้นในรูปของตัวแปรส่งถ่ายคุณสมบัติของ  $Re_\delta$  ด้วยเหตุผลที่ว่า เนื่องจากพารามิเตอร์  $Re_\delta$  เป็นสหสัมพันธ์ที่ได้จากผลการทดลอง รูปแบบของสหสัมพันธ์ถูกสร้างให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของคุณสมบัติของกระแสอิสระ ซึ่งเป็นการดำเนินการแบบไม่เฉพาะที่ แต่เนื่องจากจุดมุ่งหมายหลักของการพัฒนาแบบจำลองนี้คือ เพื่อสร้างให้แบบจำลองมีคุณสมบัติแบบเฉพาะที่เพื่อให้ประยุกต์ใช้งานได้สะดวกกับวิธี CFD สมัยใหม่ ดังนั้น จึงจำเป็นต้องสร้าง  $Re_\delta$  ซึ่งเดิมมีคุณสมบัติแบบไม่เฉพาะที่ให้มีคุณสมบัติแบบเฉพาะ โดยการนำสหสัมพันธ์  $Re_\delta$  ไปสร้างเป็นสมการส่งถ่ายคุณสมบัติ หลักการคือทำการคำนวณหา  $Re_\delta$  ที่กระแสอิสระ จากนั้นทำการแพร่กระจายค่าที่กระแสอิสระดังกล่าวเข้าสู่ภายในโดเมนและชั้นขีดผิว (ในทางปฏิบัติ  $Re_\delta$  ถูกคำนวณหาอย่างเฉพาะที่ตลอดทั้งโดเมนตามสมการที่ (3-21) แต่บทบาทที่เกิดขึ้นภายในชั้นขีดผิวถูกกำจัดทิ้งไปเพราะผลจากการคูณด้วยพจน์  $1-F_\theta$  ตามสมการที่ (3-20) จึงเสมือนกับว่า  $Re_\delta$  ถูกคำนวณเฉพาะบริเวณภายนอกชั้นขีดผิวซึ่งเป็นย่านของกระแสอิสระ) ดังนั้น พารามิเตอร์  $\tilde{Re}_\delta$  ที่ปรากฏในแบบจำลอง แท้จริงแล้วก็คือตัวแปรฝากที่ถูกสร้างขึ้นเพื่อใช้เก็บค่าของ  $Re_\delta$  ที่แก้ได้จากสมการส่งถ่ายนั่นเอง หรืออาจเรียกได้ว่าเป็นค่าเฉพาะที่ของ  $Re_\delta$  นั่นคือ  $\tilde{Re}_\delta$  จะมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลด

ลงอย่างมีนัยกับการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของ  $Re_\alpha$  โดยในระหว่างการคำนวณค่าของ  $\tilde{Re}_\alpha$  ในบริเวณ กระแสอิสระจะถูกบังคับให้เข้าสู่ค่าของ  $Re_\alpha$  ที่คำนวณได้จากสหสัมพันธ์ และจะถูกแพร่เข้ามา ในชั้นซิดผิวด้วยบทบาทของสัมประสิทธิ์การแพร่ในสมการส่งถ่ายคุณสมบัติ ในแบบจำลอง  $\gamma-Re_\theta$  พารามิเตอร์  $\tilde{Re}_\alpha$  ถูกนำไปใช้ในสองจุดคือ ใช้คำนวณหาความหนาโมเมนต์ของชั้นซิดผิว  $\theta_{BL}$  ซึ่งเป็นพจน์องค์ประกอบของสมการที่ (3-20) และใช้สร้างสหสัมพันธ์สำหรับพารามิเตอร์  $Re_\alpha$  และ  $F_{length}$  (สมการที่ (3-17a, b))

พารามิเตอร์  $Re_\alpha$  เป็นเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์วิกฤติ พารามิเตอร์นี้ถูกสร้างขึ้นใช้งานด้วยเหตุผลว่า แบบจำลอง  $\gamma-Re_\theta$  ถูกพัฒนาขึ้นบนหลักการความไม่ต่อเนื่องที่เกิดจากอิทธิพลของกระแสปั่นป่วน ด้วยหลักการนี้ พฤติกรรมความไม่ต่อเนื่องสามารถเกิดขึ้นได้ตั้งแต่ต้น ก่อนหน้าที่จะเกิดจุดก่อความปั่นป่วน หรือก่อนหน้าตำแหน่ง  $Re_\alpha$  (เพราะ  $Re_\alpha$  สัมพันธ์กับการเกิดขึ้นของจุดก่อความปั่นป่วน) หากมองว่าความไม่ต่อเนื่องคือพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงผ่าน นั้นแสดงว่า พฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงผ่านได้เกิดขึ้นก่อนแล้วตั้งแต่ก่อนถึงตำแหน่ง  $Re_\alpha$  เพียงแต่อยู่ในรูปความไร้เสถียรภาพแบบอื่นที่ไม่ใช่จุดก่อความปั่นป่วน ซึ่งหากวิเคราะห์ตามกลไกการเกิดความเปลี่ยนแปลง จะพบว่าความเปลี่ยนแปลงผ่านเกิดขึ้นตั้งแต่ตำแหน่ง  $Re_\theta = Re_\alpha$  แต่เหตุผลที่ส่วนใหญ่นิยมใช้ตำแหน่งที่  $Re_\theta = Re_\alpha$  เป็นตำแหน่งของจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงเพราะแบบจำลองดังกล่าวถูกพัฒนาขึ้นบนหลักการของความเปลี่ยนแปลงแบบข้ามชั้น ซึ่งมองการเกิดความเปลี่ยนแปลงในรูปความไม่ต่อเนื่องที่เกิดจากจุดก่อความปั่นป่วน ด้วยรูปแบบความไม่ต่อเนื่องที่ประยุกต์ใช้ในแบบจำลอง  $\gamma-Re_\theta$  พารามิเตอร์  $Re_\alpha$  จึงถูกนำมาประยุกต์ใช้เพื่อใช้ควบคุมจุดที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง ซึ่งจะเกิดขึ้น ณ ตำแหน่งที่ความไม่ต่อเนื่องเริ่มเกิดขึ้นภายในชั้นซิดผิว หากวิเคราะห์จากพฤติกรรมการไหลจะพบว่าพารามิเตอร์  $Re_\alpha$  มีความเกี่ยวพันโดยตรงกับพจน์  $Re_\theta$  กล่าวคือ  $Re_\alpha$  จะเพิ่มขึ้นหรือลดลงตาม การเพิ่มขึ้นหรือลดลงของ  $Re_\theta$  ซึ่งสามารถสร้างให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ตามสมการที่ (3-17b) ได้

พารามิเตอร์  $F_{length}$  เป็นพารามิเตอร์ที่ปรากฏอยู่ในพจน์การผลิต  $P_\gamma$  (สมการที่ 3-16a) ในสมการสำหรับความไม่ต่อเนื่อง พารามิเตอร์นี้ได้จากการทดสอบเชิงตัวเลขและเปรียบเทียบกับผลการทดลองในกรณีการไหลบนแผ่นเรียบ จากนั้นจึงนำไปสร้างเป็นสหสัมพันธ์เพื่อใช้ควบคุมความยาวของช่วงการเปลี่ยนแปลง ตัวตนของพารามิเตอร์เองนั้นยังไม่มีความชัดเจนในเชิงความเกี่ยวเนื่องกับพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น แต่ผลของการนำไปใช้งานได้นำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับพฤติกรรมของพารามิเตอร์นี้ดังนี้ พารามิเตอร์นี้ใช้หลักการควบคุมความยาวช่วงเปลี่ยนแปลงในลักษณะตรงกันข้าม กล่าวคือ เมื่อ  $F_{length}$  มีค่ามากจะส่งผลให้ความยาวช่วงเปลี่ยนแปลงสั้นลง เพราะอัตราการผลิตความไม่ต่อเนื่องมีมากขึ้นและเร็วขึ้น ในทางตรงกันข้าม ค่า  $F_{length}$  ที่น้อยลงจะทำให้ช่วงเปลี่ยนแปลงมีขนาดความยาวเพิ่มขึ้น เพราะอัตราการผลิตความไม่ต่อเนื่องลดน้อยลงและช้าลง สหสัมพันธ์ของพารามิเตอร์นี้ถูกสร้างให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน  $\tilde{Re}_\alpha$  เช่นเดียวกับพารามิเตอร์  $Re_\alpha$

อย่างไรก็ตาม รูปแบบของพารามิเตอร์  $F_{length}$  และ  $Re_{\alpha}$  ที่ใช้งานได้กับแบบจำลองนั้นสามารถสร้างได้หลายรูปแบบ ขึ้นอยู่กับข้อมูลผลการทดลองที่ป้อนให้ รายละเอียดของการสร้างสหสัมพันธ์ได้ถูกนำเสนอไว้ในหัวข้อที่ 3.3

### 3.3 สหสัมพันธ์รูปแบบใหม่สำหรับแบบจำลอง $\gamma-Re_{\theta}$

แบบจำลอง  $\gamma-Re_{\theta}$  ของ Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) ประกอบด้วย 2 สมการส่งถ่ายหลัก ๆ คือ สมการสำหรับความไม่ต่อเนื่อง ซึ่งใช้คำนวณหารูปแบบการแจกแจงพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น และสมการสำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลง ซึ่งใช้คำนวณหาตำแหน่งที่ความเปลี่ยนแปลงเริ่มเกิด ดังที่ได้อธิบายไปแล้วข้างต้น จากสมการดังกล่าวพบว่าที่ถือเป็นหัวใจหลักสำคัญที่สุดมีสองพจน์ คือ พารามิเตอร์ความยาวช่วงเปลี่ยนแปลง  $F_{length}$  ซึ่งใช้ควบคุมขนาดความยาวของความเปลี่ยนแปลง และพารามิเตอร์จุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง  $F_{onset}$  ซึ่งใช้ควบคุมตำแหน่งที่ความเปลี่ยนแปลงเริ่มเกิด ทั้งสองพารามิเตอร์ปรากฏอยู่ในพจน์การผลิตในสมการสำหรับความไม่ต่อเนื่อง

$$P_{\gamma 1} = F_{length} C_{a1} \rho S (\gamma F_{onset})^{C_a} \quad (3-27)$$

ซึ่งในปัจจุบันรูปแบบของพารามิเตอร์ทั้งคู่ยังไม่ถูกเปิดเผยสู่สาธารณะ อธิบายแต่เพียงว่าทั้งคู่ถูกสร้างในรูปฟังก์ชันของ  $Re_{\alpha}$  ซึ่งแก้ไขได้จากสมการส่งถ่าย ด้วยเหตุนี้ การนำแบบจำลอง  $\gamma-Re_{\theta}$  ไปประยุกต์ใช้โดยปราศจากพารามิเตอร์ทั้งคู่จึงไม่สามารถทำได้

หากพิจารณารูปลักษณะของพารามิเตอร์จุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง  $F_{onset}$  (สมการที่ (3-19a)) จะพบว่า พารามิเตอร์นี้ถูกสร้างขึ้นในรูปฟังก์ชันของเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์มหัพภาค  $Re_{\alpha}$  ซึ่งต่างจากแบบจำลองอื่นที่มักใช้เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลงเป็นเกณฑ์ การทำเช่นนี้ผู้วิจัยมองว่า ผู้ที่พัฒนาพยายามที่จะจำลองพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงให้ครอบคลุมถึงช่วงความเปลี่ยนแปลงแบบธรรมชาติ ซึ่งต่างจากแบบจำลองอื่นที่พัฒนาขึ้นบนพื้นฐานของความเปลี่ยนแปลงแบบข้ามชั้น ที่สรุปเช่นนี้เนื่องจาก มีเพียงการทำนายความเปลี่ยนแปลงแบบธรรมชาติเท่านั้นที่ให้ความสนใจว่า จุดวิกฤติของการไหลอยู่ที่ตำแหน่งใด ส่วนการทำนายความเปลี่ยนแปลงแบบข้ามชั้นจะให้ความสนใจต่อจุดที่เริ่มปรากฏจุดก่อความปั่นป่วน เนื่องจากแบบจำลอง  $\gamma-Re_{\theta}$  ถูกพัฒนาบนหลักการของตัวแปรเฉพาะที่ ดังนั้น ฟังก์ชันสำหรับระบุจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงจึงถูกสร้างให้อยู่ในรูปของเลขเรย์โนลด์การหมุนวน และเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์มหัพภาค ตามสมการ (3-14) อย่างไรก็ตาม จากการสืบค้นข้อมูลอย่างถี่ถ้วนพบว่า ข้อมูลสำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์มหัพภาคนั้น ไม่ปรากฏว่ามีคำแนะนำในวารสารทางวิชาการหรือเอกสารสาธารณะใดเลย หน

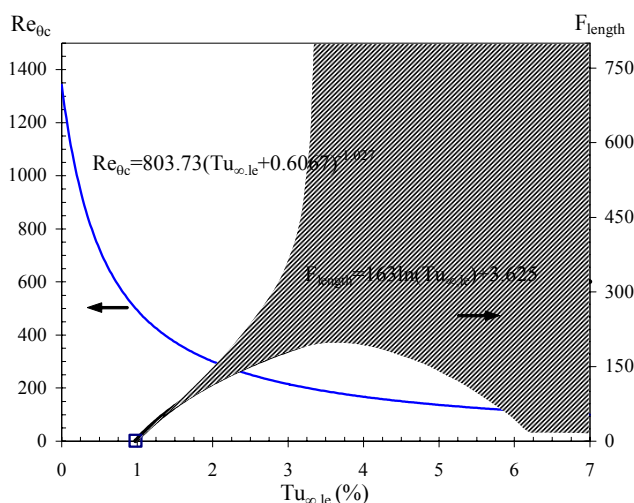
ทางเดียวที่พอจะประยุกต์ใช้ แบบจำลอง  $\gamma\text{-Re}_\theta$  ได้ในขณะนี้คือ ทำการสร้างสหสัมพันธ์สำหรับสองพารามิเตอร์ดังกล่าวขึ้นใหม่

ย้อนกลับไปพิจารณากระบวนการที่เกิดความเปลี่ยนแปลงผ่าน ความเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นจากการขาดเสถียรภาพของชั้นซิดผิวแบบราบเรียบในรูปของคลื่น T-S ซึ่งจะค่อย ๆ เกิดขึ้นที่ตำแหน่งที่เลขเรย์โนลด์การไหลเข้าใกล้ค่าวิกฤติ จากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีเสถียรภาพเชิงเส้นพบว่า ความไร้เสถียรภาพจะเริ่มเกิดขึ้นในชั้นซิดผิวแบบราบเรียบเมื่อ  $\text{Re}_{xc}=90,000$  ซึ่งถือเป็นเลขเรย์โนลด์วิกฤติค่าน้อยที่สุด (Wilcox, 1993) ซึ่งเทียบเท่ากับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์วิกฤติ  $\text{Re}_{\alpha c}=163$  (Abu-Gannam and Shaw, 1980) หากยึดถือตำแหน่งที่  $\text{Re}_{xc}=90,000$  เป็นตำแหน่งวิกฤติจะพบว่า เมื่อระดับของกระแสสรีระปั่นป่วนมีค่ามากขึ้น เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์วิกฤติจะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย ส่วนเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลงจะมีค่าลดลง (ดูตารางที่ 5.2) ในกรณีการไหลที่มีระดับกระแสสรีระปั่นป่วนค่าสูงมาก (เช่น 6.14 และ 7.78 เปอร์เซนต์) พบว่าเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์วิกฤติจะมีค่ามากกว่าเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลง ซึ่งผลเช่นนี้อาจดูไม่สมจริงในเชิงกายภาพของการไหล เพราะในความเป็นจริงแล้วจุดวิกฤติควรต้องอยู่ก่อนจุดที่เกิดความเปลี่ยนแปลง แต่อย่างไรก็ตาม พฤติกรรมดังกล่าวนี้ได้รับการยืนยันจาก Blair and Werle (1981) ว่าเป็นไปได้ ซึ่งนั่นนำไปสู่หลักการของความเปลี่ยนแปลงแบบข้ามชั้น เหตุผลที่เป็นเช่นนี้อธิบายได้ว่า เมื่อระดับกระแสสรีระปั่นป่วนตั้งต้นมีค่ามากขึ้น กระแสการไหลมีแนวโน้มที่จะเข้าสู่สภาวะปั่นป่วนเร็วขึ้น ตำแหน่งที่เกิดความเปลี่ยนแปลงจึงเลื่อนขึ้นมาทางต้นกระแส ในขณะที่จุดวิกฤติถูกตรึงไว้ที่ตำแหน่งเดิม (เนื่องจาก  $\text{Re}_x=Ux/v$  เป็นฟังก์ชันของความเร็วกระแสสรีระ ไม่เกี่ยวข้องกับระดับความปั่นป่วนของกระแสสรีระ ดังนั้นเมื่อระดับความปั่นป่วนของกระแสสรีระมีค่าเพิ่มสูงขึ้น ความเร็วกระแสสรีระจะเปลี่ยนแปลงไปบ้างเล็กน้อย) ถึงกระนั้นก็ตาม ในความเห็นของผู้วิจัยกลับเชื่อว่า ย่อมไม่มีทางเป็นไปได้ที่จุดวิกฤติจะเกิดขึ้นหลังจุดเปลี่ยนแปลง อย่างมากที่สุดที่เป็นไปได้คือ ทั้งสองจุดเกิดขึ้นทับกันที่ตำแหน่งเดียวกัน การที่ Blair and Werle (1981) รวมถึงผลที่แสดงในตาราง 5.2 ชี้ว่าจุดวิกฤติเกิดหลังจากจุดเปลี่ยนแปลงได้นั้น เป็นเพราะทำการเปรียบเทียบค่าวิกฤติซึ่งได้จากทฤษฎีกับค่าความเปลี่ยนแปลงซึ่งได้จากการทดลอง

### 3.3.1 กลวิธีในการสร้างสหสัมพันธ์

ตามที่ได้กล่าวไปแล้วข้างต้น แบบจำลอง  $\gamma\text{-Re}_\theta$  มีพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าอยู่สองตัวคือ  $F_{length}$  กับ  $\text{Re}_{\alpha c}$  รูปแบบของพารามิเตอร์ทั้งคู่ได้รับการทดสอบหาโดย Suluksna and Juntasaro (2007) โดยใช้สมมุติฐานของการเปลี่ยนแปลงแบบข้ามชั้นสมบูรณ์ ซึ่งกำหนดให้  $\text{Re}_{\alpha c}=\text{Re}_{\alpha}$  ผลการทดสอบพบว่า ค่าของ  $F_{length}$  ที่สามารถใช้งานได้กระจายอยู่ในรูปพื้นที่ปลายเปิดด้านบนดังแสดงในรูปที่ 3.2 (ส่วนที่แรเงา) ด้วยข้อมูลดังกล่าว Suluksna and Juntasaro (2007) ได้สร้างสหสัมพันธ์สำหรับ  $F_{length}$  ขึ้นใช้งานในรูปฟังก์ชันของระดับความปั่นป่วนของกระแสสรีระที่ปากทางเข้า  $Tu_{\infty,le}$

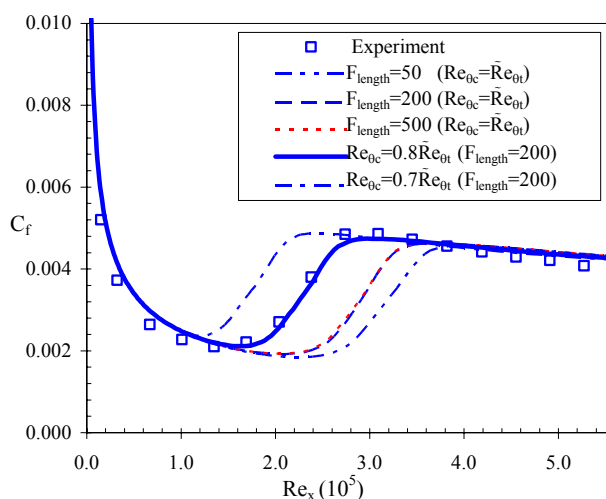
โดยสหสัมพันธ์ดังกล่าวถูกออกแบบให้ลู่ออกเข้าหาค่าใดค่าหนึ่งเมื่อ  $Tu_{\infty,le} \rightarrow \infty$  แต่เนื่องจากสหสัมพันธ์ที่ได้มีขีดจำกัดในการใช้งานได้ผลในช่วง  $0.98\% < Tu_{\infty,le} < 7.0\%$  และกับกรณีเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์เท่านั้น ซึ่งนับว่าเป็นช่วงการใช้งานที่ค่อนข้างแคบ ดังนั้น ในงานวิจัยนี้จึงได้ทำการขยายผลการใช้งานของทั้งสองพารามิเตอร์ดังกล่าวให้กว้างมากขึ้น



รูปที่ 3.2 ความสัมพันธ์ของ  $F_{length}$  กับ  $Tu_{\infty,le}$  บนสมมติฐาน  $Re_{\alpha} = Re_{\theta}$

การทดสอบเชิงตัวเลขเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่าง  $Re_{\alpha}$  และ  $F_{length}$  กับ  $\tilde{Re}_{\alpha}$  แสดงในรูปที่ 3.3 กระบวนการเริ่มจากตรงค่า  $Re_{\alpha}$  ไว้โดยกำหนดให้  $Re_{\alpha} = \tilde{Re}_{\alpha}$  จากนั้นจึงทำการค้นหาค่า  $F_{length}$  ที่ทำให้โพรไฟล์สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวที่ได้จากการคำนวณสอดคล้องกับผลการทดลองมากที่สุด จากรูปจะเห็นว่าเมื่อ  $F_{length}$  มีค่ามากขึ้น ขนาดความยาวของช่วงเปลี่ยนผ่านจะลดลง สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวจะเพิ่มเร็วมากขึ้น ที่  $F_{length} = 200$  จะได้รูปทรงของโพรไฟล์ที่ได้แคบมากที่สุดเมื่อเทียบกับผลการทดลอง อย่างไรก็ตาม โพรไฟล์ดังกล่าวแม้จะมีรูปทรงที่ถูกต้องแต่เกิดขึ้นในตำแหน่งที่ยังไม่ถูกต้อง ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากพารามิเตอร์  $F_{length}$  ถูกใช้เพื่อควบคุมความยาวของช่วงเปลี่ยนผ่าน ซึ่งเกี่ยวข้องกับลักษณะรูปทรงของโพรไฟล์เท่านั้น ดังนั้น เพื่อให้โพรไฟล์เกิดขึ้นในตำแหน่งที่ถูกต้องสอดคล้องกับผลการทดลอง จำเป็นที่จะต้องบังคับโพรไฟล์ดังกล่าวให้เคลื่อนขึ้นไปทางด้านต้นกระแส ซึ่งสามารถทำได้โดยการเปลี่ยน  $Re_{\alpha}$  เป็นค่าใหม่ที่เหมาะสมขึ้น ในขั้นตอนนี้ค่า  $F_{length} = 200$  จะถูกตรึงไว้ จากนั้นทำการเปลี่ยนค่า  $Re_{\alpha}$  จนกว่าจะได้ตำแหน่งของโพรไฟล์ที่ต้องการ จากรูปจะเห็นว่าเมื่อ  $Re_{\alpha}$  มีค่ามากขึ้น ตำแหน่งของโพรไฟล์จะเลื่อนไปทางปลายกระแส ซึ่งหมายความว่าความเปลี่ยนผ่านเกิดช้าลง ในทางตรงกันข้ามเมื่อ  $Re_{\alpha}$  มีค่าน้อยลง ตำแหน่งของโพรไฟล์จะเลื่อนไปทางต้นกระแส ซึ่งหมายความว่าความเปลี่ยนผ่านเกิดได้เร็วขึ้น ที่

$Re_{\alpha}=0.8\tilde{Re}_{\alpha}$  จะได้ตำแหน่งของโพรไฟล์ที่ดูสอดคล้องมากที่สุด นั่นแสดงว่าค่า  $F_{length}=200$  และ  $Re_{\alpha}=0.8\tilde{Re}_{\alpha}$  คือค่าที่เหมาะสมกับกรณีทดสอบนี้



รูปที่ 3.3 การทดสอบเชิงตัวเลขสำหรับสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว

นอกจากนี้การทดสอบยังเผยให้เห็นว่า เมื่อกระแสอิสระปั่นป่วนมีความเข้มมากกว่า 3% ขึ้นไป รูปทรงของโพรไฟล์จะคงที่หรือเปลี่ยนแปลงน้อยมากแม้ว่าค่า  $F_{length}$  จะเพิ่มขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 3.3 รูปทรงของโพรไฟล์ที่  $F_{length}=500$  ซ้อนทับกันกับที่  $F_{length}=200$  นั้นหมายความว่าที่  $Re_{\alpha}$  ค่าหนึ่งที่ต้องการ พารามิเตอร์  $F_{length}$  ที่ใช้งานได้ผลสามารถมีได้หลายค่า เช่น กรณี T3A ( $Tu=3.34\%$ ) พบว่ามีช่วงของการใช้งานได้อยู่ในช่วง  $F_{length}>120$  เป็นต้น ดังแสดงในรูปที่ 3.4 (ส่วนที่แรก) จากรูปพบว่าพื้นที่ที่ได้เป็นแบบปลายบนเปิดเช่นเดียวกับรูปที่ 3.2 โดย  $F_{length}\rightarrow\infty$  เมื่อ  $\tilde{Re}_{\alpha}<200$  ( $Tu>3.0\%$ ) แต่เมื่อ  $\tilde{Re}_{\alpha}>200$  ( $Tu<3.0\%$ ) พบว่าขอบเขตการใช้งานได้ผลจะแคบลงเรื่อย ๆ จนถึงที่ตำแหน่ง  $\tilde{Re}_{\alpha}\approx 500$  ( $Tu\approx 1.0\%$ ) แต่เมื่อ  $\tilde{Re}_{\alpha}>650$  ขอบเขตการใช้งานจะแคบจนเป็นเส้นตรงที่ค่าคงที่  $F_{length}=0.2$  หลังจากทำการทดสอบกับทุกกรณีทดสอบเรียบร้อยแล้วก็จะได้ค่าข้อมูลสำหรับนำไปใช้สร้างเป็นสหสัมพันธ์ต่อไป

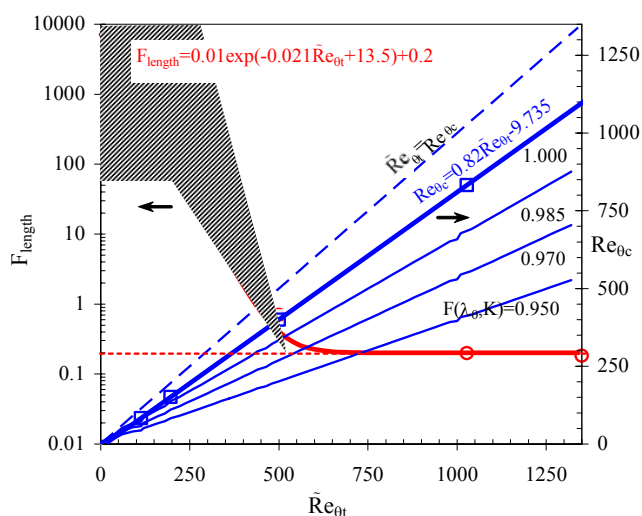
สหสัมพันธ์สำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ตัมวิกฤติ จะถูกสร้างให้อยู่ในรูปฟังก์ชัน  $Re_{\alpha}=f(\tilde{Re}_{\alpha})$  โดยผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันถูกผนวกเข้ากับสหสัมพันธ์ผ่านทางฟังก์ชันผลกระทบความดัน  $F(\lambda_{\alpha}K)$  สหสัมพันธ์นี้จะถูกออกแบบให้มีค่าเข้าใกล้ค่าเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน เมื่อระดับกระแสอิสระปั่นป่วนมีค่าสูง เพื่อให้สอดคล้องกับพฤติกรรมของความเปลี่ยนผ่านแบบข้ามขั้นที่ว่า เมื่อช่วงไรเสถียรภาพเชิงเส้นถูกข้าม ตำแหน่งของจุดที่เริ่มเกิดการเปลี่ยนผ่านจะเคลื่อนเข้าหาจุดวิกฤติ  $\tilde{Re}_{\alpha}\rightarrow Re_{\alpha}$  อย่างไรก็ตาม สหสัมพันธ์นี้ถูกออก

แบบให้อยู่ภายใต้เงื่อนไข  $Re_{\alpha} \leq \tilde{Re}_{\theta}$  เสมอ เพื่อป้องกันไม่ให้ตำแหน่งของจุดที่เริ่มเกิดการเปลี่ยนผ่านอยู่ก่อนจุดวิกฤติ ทำนองเดียวกันพารามิเตอร์ความยาวช่วงเปลี่ยนผ่านก็ถูกสร้างในรูป ฟังก์ชัน  $F_{length}=f(\tilde{Re}_{\theta})$  โดยผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันถูกผนวกเข้ากับสหสัมพันธ์ในรูปของฟังก์ชัน ผลกระทบความดัน  $F(\lambda_{\theta}, K)$  เช่นเดียวกัน ความสัมพันธ์ของ  $Re_{\alpha}$  และ  $F_{length}$  แสดงในรูปที่ 3.3 และมีรูปแบบของสหสัมพันธ์ ดังนี้

$$Re_{\alpha} = \min \left[ (0.82 \tilde{Re}_{\theta} - 9.735) \cdot \exp(a_{\alpha} (F(\lambda_{\theta}, K) - 1.0)), \tilde{Re}_{\theta} \right] \quad (3-28)$$

$$F_{length} = 0.01 \exp(-0.021 \tilde{Re}_{\theta} + 13.50) + 0.2 \quad (3-29)$$

เมื่อค่าคงที่ของฟังก์ชัน  $a_{\alpha}=14.50$  และ  $\tilde{Re}_{\theta}$  เป็นเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่านที่คำนวณได้จากสมการที่ (3-23)



รูปที่ 3.4 ความสัมพันธ์ของ  $F_{length}$  และ  $Re_{\alpha}$  กับ  $\tilde{Re}_{\theta}$

จากรูปที่ 3.3 จะเห็นได้ว่า เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์วิกฤติ  $Re_{\alpha}$  จะมีค่าที่เพิ่มขึ้นอย่างฟังก์ชันเชิงเส้นตรงของ  $\tilde{Re}_{\theta}$  นอกจากนี้ ที่  $\tilde{Re}_{\theta}$  ค่าใด ๆ การเพิ่มขึ้นของ  $F(\lambda_{\theta}, K)$  จะส่งผลให้  $Re_{\alpha}$  มีค่าเพิ่มขึ้นด้วยเช่นกัน โดยค่า  $Re_{\alpha}$  ที่ให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองวางตัวอยู่ในบริเวณพื้นที่ใต้กราฟ (ส่วนที่แรเงา) จากผลที่ได้อธิบายได้ว่า เมื่อ  $F(\lambda_{\theta}, K) < 1.0$  และ  $\lambda_{\theta} < 0.0$  ซึ่งเป็นกรณีเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ ( $F(\lambda_{\theta}, K)$  ที่มีค่าน้อยแสดงถึงภาวะความดันย้อนกลับที่มากขึ้น)

พจน์เลขชี้กำลังในสมการที่ (3.28) จะมีค่าแบบถดถอยตามการลดลงของค่า  $F(\lambda_{\theta}K)$  ส่งผลให้  $Re_{\alpha}$  มีค่าลดลงด้วยเช่นกัน โดยจะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ  $F(\lambda_{\theta}K)=0.868$  ( $\lambda_{\theta}=-0.1$ ) สรุปได้ว่า ความเปลี่ยนแปลงผ่านจะเกิดได้เร็วขึ้นภายใต้สภาวะเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ ในทางกลับกันเมื่อ  $F(\lambda_{\theta}K)>1.0$  และ  $\lambda_{\theta}>0.0$  ซึ่งเป็นกรณีเกรเดียนต์ความดันเสริม พจน์เลขชี้กำลังในสมการที่ (3.28) จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของค่า  $F(\lambda_{\theta}K)$  ส่งผลให้ค่า  $Re_{\alpha}$  เพิ่มขึ้นและประชิดเข้าหาเส้นโหมคข้ามขึ้น (เส้นประ  $Re_{\alpha}=\tilde{Re}_{\alpha}$ ) ความเปลี่ยนแปลงผ่านจึงเกิดได้ช้าลง สำหรับกรณีเกรเดียนต์ความดันกรณีเป็นศูนย์  $F(\lambda_{\theta}K)=1.0$  และ  $\lambda_{\theta}=0.0$  จะอยู่ในแนวเส้นทึบ

สำหรับพารามิเตอร์ความยาวช่วงเปลี่ยนแปลงผ่าน  $F_{length}$  ผลกระทบของพารามิเตอร์นี้ชุกช่อนอยู่ในพจน์การผลิต (สมการที่ (3-16a)) ซึ่งเกี่ยวข้องกับความไม่ต่อเนื่องอย่างเป็นนัยดังนี้ เมื่อ  $F_{length}$  มีค่ามากขึ้น พจน์การผลิตจะมีค่ามากขึ้นตามไปด้วย ส่งผลให้ความไม่ต่อเนื่องที่คำนวณได้จากสมการส่งถ่ายมีค่ามากขึ้น ทำให้ระดับความปั่นป่วนมีค่ามากขึ้น ความไม่ต่อเนื่องจึงมีอัตราการเติบโตเร็วขึ้น ความยาวของช่วงเปลี่ยนแปลงผ่านจึงสั้นลง ในทางกลับกันถ้าหาก  $F_{length}$  มีค่าน้อยลง ความระดับความปั่นป่วนจะลดลง ส่งผลให้อัตราการเติบโตของความไม่ต่อเนื่องลดลง ความยาวของช่วงเปลี่ยนแปลงผ่านจึงมากขึ้น นั่นหมายความว่า อิทธิพลของพารามิเตอร์ความยาวช่วงเปลี่ยนแปลงผ่านจะเป็นไปในลักษณะแปรผกผัน กล่าวคือ ขนาดที่ใหญ่ขึ้นของพารามิเตอร์นี้จะทำให้ช่วงเปลี่ยนแปลงผ่านมีขนาดสั้นลง แต่ขนาดที่เล็กลงจะทำให้ช่วงเปลี่ยนแปลงผ่านมีขนาดยาวขึ้น ในงานวิจัยนี้ ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์  $F_{length}$  บนมาตราลอกอากิทิ้ม กับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลงผ่าน  $\tilde{Re}_{\alpha}$  ถูกสร้างให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันเลขชี้กำลังแบบถดถอย โดยเส้นกราฟที่ได้ลากเอียงแนบไปตามขอบเขตล่างของพื้นที่แรงเงา และคู่เข้าหาค่า  $F_{length}=0.2$  เมื่อ  $\tilde{Re}_{\alpha}<650$  ซึ่งค่าดังกล่าวเป็นค่าที่น้อยที่สุดที่สามารถกระตุ้นให้แบบจำลองสร้างภาวะความไม่ต่อเนื่องให้เกิดขึ้นในชั้นขีดผิวได้ หากมีค่าน้อยไปกว่านี้แบบจำลองจะให้ผลการจำลองเป็นแบบราบเรียบโดยตลอด อย่างไรก็ตาม การสร้างสมการความสัมพันธ์สำหรับ  $F_{length}$  ที่ใช้งานได้ กล่าวคือ ลากผ่านบริเวณส่วนที่แรงเงาและคู่เข้าหาค่า 0.2 นั้น สามารถสร้างได้หลายรูปแบบ แต่เหตุผลที่ในงานวิจัยนี้เลือกสร้างเส้นกราฟที่แนบไปตามขอบเขตล่างของพื้นที่แรงเงาก็เพราะว่า การใช้ค่า  $F_{length}$  ที่น้อยจะส่งผลให้การคำนวณคู่เข้าเร็วว่าการใช้ค่าที่มาก ดังนั้นค่า  $F_{length}$  ที่เลือกใช้จึงเป็นค่าที่น้อยที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ ซึ่งก็คือขอบเขตล่างของพื้นที่การใช้งานนั่นเอง สำหรับในช่วง  $\tilde{Re}_{\alpha}<200$  ( $Tu<3\%$ ) เส้นกราฟถูกลากต่อออกไปตามแนวความชันเดิมโดยไม่แนบไปกับขอบเขตล่างในช่วงดังกล่าว ด้วยเหตุผลที่ต้องการให้เส้นกราฟที่ได้มีความต่อเนื่องและรูปแบบเรียบง่าย นอกจากนี้จากการทดสอบยังพบว่า เกรเดียนต์ความดันไม่ส่งผลกระทบต่อพารามิเตอร์ความยาวช่วงเปลี่ยนแปลงผ่านแต่อย่างใด ที่เป็นเช่นนี้อธิบายได้ว่า เมื่อจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่านการเคลื่อนตัวไปอันเป็นผลจากเกรเดียนต์ความดัน จุดวิกฤติก็จะเคลื่อนตัวตามไป



ด้วยขนาดและในทิศทางเดียวกัน ด้วยเหตุนี้ ระยะห่างระหว่างจุดวิกฤติกับจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่านจึงไม่เปลี่ยนขนาดไป แม้ว่าเกรเดียนต์ความดันจะเปลี่ยนไปก็ตาม ด้วยเหตุนี้ โพรไฟล์  $F_{length}$  จึงมีเพียงเส้นเดียว ดังที่แสดงในรูปที่ 3.3

### 3.3.2 การทดสอบความคงทนในการใช้งาน

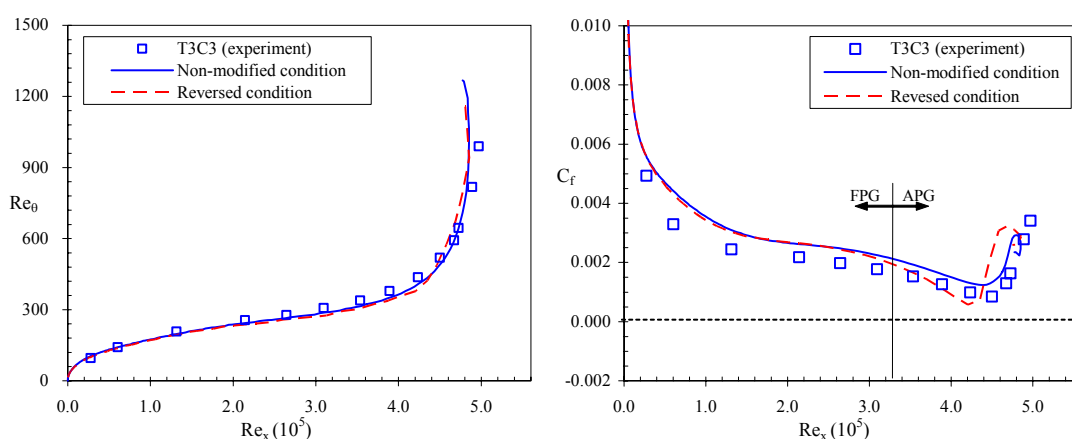
แบบจำลองและสหสัมพันธ์ที่นำเสนอในที่นี้ ได้ถูกนำไปทดสอบความคงทนในการใช้งานใน 2 รูปแบบ คือ ชิดจำกัดของการใช้งานของพารามิเตอร์  $F_{length}$  ซึ่งพบว่า ช่วงของค่าที่สามารถใช้งานได้ผลในช่วงระดับความปั่นป่วนมีค่าปานกลางขึ้นไปนั้น ปกคลุมเป็นแถบบริเวณค่อนข้างกว้าง และขนาดของแถบดังกล่าวแคบลงจนเป็นเส้นเมื่อระดับความปั่นป่วนมีค่าต่ำ ดังแสดงในรูปที่ 3.4 สำหรับในหัวข้อย่อนี้ จะนำเสนอการทดสอบขีดความสามารถในการใช้งานของแบบจำลองและพารามิเตอร์  $Re_{\alpha}$  เมื่อเงื่อนไขความดันเปลี่ยนไป การทดสอบนี้เป็นการวัดความคงทนในการใช้งานของแบบจำลองและพารามิเตอร์ที่นำเสนอว่า มีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของเกรเดียนต์ความดันมากน้อยเพียงใด โดยในการทดสอบจะทำการสลับเงื่อนไขเกรเดียนต์ความดันให้ตรงกันข้ามกับความเป็นจริงเพื่อป้องกันการคำนวณ กล่าวคือ บริเวณที่มีเงื่อนไขเกรเดียนต์ความดันเสริมจะถูกสลับให้เป็นเงื่อนไขแบบเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับด้วยค่าที่มีขนาดเท่ากัน ในขณะเดียวกัน บริเวณที่มีเงื่อนไขเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับก็จะถูกสลับให้เป็นเงื่อนไขเกรเดียนต์ความดันเสริมด้วยค่าที่มีขนาดเท่ากันเช่นกัน ส่วนบริเวณที่มีเงื่อนไขเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์จะยังคงสถานะเช่นเดิมไว้ การสลับเงื่อนไขเกรเดียนต์ความดันเช่นนี้ทำได้โดยสลับเงื่อนไขในสมการที่ (3.22a) ใหม่ให้เป็นอย่างนี้

$$F(\lambda_{\theta}, K) = \begin{cases} 1 - F(\lambda_{\theta}) \cdot E_1 & ; \lambda_{\theta} > 0 \\ 1 + F(K) \cdot (1 - E_2) + 0.556(1 - E_3) \cdot E_1 & ; \lambda_{\theta} \leq 0 \end{cases} \quad (3-30)$$

ผลที่ได้คือ เมื่อ  $\lambda_{\theta} > 0$  ซึ่งหมายถึงบริเวณเกรเดียนต์ความดันเสริม จะได้ค่า  $F(\lambda_{\theta}, K) < 1$  ซึ่งเป็นค่าของเงื่อนไขความดันย้อนกลับ แต่เมื่อ  $\lambda_{\theta} < 0$  ซึ่งหมายถึงบริเวณเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ จะได้ค่า  $F(\lambda_{\theta}, K) > 1$  ซึ่งเป็นค่าของเงื่อนไขความดันย้อนเสริม เงื่อนไขความดันที่กำหนดขึ้นใหม่นี้จะถูกนำไปทดสอบกับปัญหาการไหลบนแผ่นเรียบที่เกรเดียนต์ความดันไม่เป็นศูนย์ ซึ่งในที่นี้เลือกกรณีทดสอบ T3C3 เพราะเป็นกรณีทดสอบที่มีระดับความปั่นป่วนของกระแสสรีระค่าปานกลาง หากใช้กรณีทดสอบที่มีระดับความปั่นป่วนค่าสูงอาจเห็นผลแตกต่างที่ไม่ชัดเจน เพราะเมื่อการไหลอยู่ภายใต้ผลกระทบของกระแสสรีระที่มีระดับความปั่นป่วนสูง ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันที่มีต่อพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงผ่านจะลดลงอย่างมาก นอกจากนี้ไม่ว่าจะทดสอบโดยใช้กรณี T3C อื่น ก็น่าจะได้ผลการทดสอบเป็นไปในทิศทางเดียวกัน ทั้งนี้เพราะทุกกรณีทดสอบ T3C มีลักษณะการ

เปลี่ยนแปลงความดันในรูปแบบเดียวกัน กล่าวคือ มีสถานะเป็นเกรเดียนต์ความดันเสริมในช่วงแรก (เพราะหน้าตัดการไหลลู่เข้า) และเป็นเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับในช่วงท้าย (เพราะหน้าตัดการไหลบานออก) (ดูรูปที่ 5.2 (ล่าง)) ผลการทำนายเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวที่ได้จากการทดสอบ แสดงในรูปที่ 3.5

จากการทดสอบพบว่า เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ที่ได้จากกรณีการทดสอบแบบสลับเงื่อนไข ให้ลักษณะโพรไฟล์ที่คล้ายกันกับกรณีที่ไม่ได้สลับเงื่อนไข (ดูรูปที่ 3.5 (ซ้าย)) โดยให้ผลที่แตกต่างกันเล็กน้อยในช่วง  $4.0 \times 10^5 < Re_x < 4.8 \times 10^5$  ที่เป็นเช่นนี้อธิบายได้ว่า พารามิเตอร์ผลกระทบความดัน  $F(\lambda_0 K)$  เกี่ยวข้องน้อยมากกับการเติบโตของความหนาโมเมนต์ ทั้งนี้เพราะความหนาโมเมนต์มีความเชื่อมโยงโดยตรงกับเกรเดียนต์ความดันของสนามการไหล ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะของกระแสการไหลที่เกิดขึ้น อย่างไรก็ตาม แม้พารามิเตอร์  $F(\lambda_0 K)$  จะไม่ได้เกี่ยวข้องโดยตรงกับสนามความดันของการไหล แต่เนื่องจากเป็นพารามิเตอร์ที่ใช้ควบคุมความเปลี่ยนแปลง ซึ่งพฤติกรรมของการเปลี่ยนแปลงจะส่งผลกระทบต่อสนามการไหล ดังนั้น  $F(\lambda_0 K)$  จึงส่งผลกระทบโดยอ้อมต่อสนามการไหลผ่านทางพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลง จากรูปจะเห็นได้ว่า ในช่วงท้ายของแผ่นเรียบซึ่งเดิมอยู่ภายใต้เงื่อนไขแบบเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ แต่ถูกสลับเงื่อนไขให้เป็นเงื่อนไขแบบเกรเดียนต์ความดันเสริม พบว่า ความหนาโมเมนต์ในกรณีสลับเงื่อนไข (เกรเดียนต์ความดันเสริม) จะมีค่าน้อยกว่าในกรณีไม่สลับเงื่อนไข (เกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ) ทั้งนี้เพราะความเปลี่ยนแปลงเกิดได้ช้าลงภายใต้สภาวะเกรเดียนต์ความดันเสริม นั่นคือ ความหนาโมเมนต์จะน้อยลงตามไปด้วย



รูปที่ 3.5 เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ (ซ้าย) และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว (ขวา)

จากการทดสอบความคงทนในการใช้งาน

ผลการทำนายสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวแสดงในรูปที่ 3.5 (ขวา) จากรูปจะเห็นได้ว่า โพรไฟล์ในช่วงต้นของกรณีสลับเงื่อนไขนั้นมีค่ามากกว่ากรณีไม่สลับเงื่อนไขเล็กน้อยอธิบายได้ว่า ผลจากเงื่อนไขเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับที่ป้อนสลับให้มัน ไปทำให้พฤติกรรมการไหลมีสภาวะแบบปั่นป่วนมากขึ้น แต่เนื่องจากกระแสการไหลยังคงอยู่ภายใต้สนามความดันแบบเกรเดียนต์ความดันเสริม ดังนั้น ผลกระทบที่เกิดขึ้นจากเงื่อนไขเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับที่ป้อนให้ในช่วงนี้ จึงไม่ส่งผลกระทบต่อเปลี่ยนแปลงโพรไฟล์ของสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวมากนัก เมื่อเข้าสู่ช่วงสนามความดันแบบเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ ( $Re_x > 3.25 \times 10^5$ ) การป้อนเงื่อนไขเกรเดียนต์ความดันเสริมให้กับช่วงนี้ ส่งผลให้ตำแหน่งของจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่านเลื่อนไปทางปลายกระแสมากขึ้น นั้นหมายความว่า  $Re_{\alpha}$  จะมีค่ามากขึ้น ซึ่งจะส่งผลให้  $Re_{\alpha}$  มากขึ้นเช่นเดียวกัน ชั้นซิดผิวของการไหลจึงมีสภาวะเป็นแบบราบเรียบยาวขึ้น นอกจากนี้ยังพบว่า ชั้นซิดผิวแบบราบเรียบเกิดการแยกตัวขึ้นที่  $Re_x \approx 4.60 \times 10^5$  และตกกระทบบ้างอีกครั้งที่  $Re_x \approx 4.75 \times 10^5$  ก่อให้เกิดฟองกระแสม่วนขึ้นในช่วงดังกล่าว ในขณะที่การคำนวณแบบไม่สลับเงื่อนไขนั้นจะไม่เกิดพฤติกรรมดังกล่าวขึ้น

### 3.4 บทสรุป

แบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่าน  $\gamma$ - $Re_{\theta}$  เป็นแบบจำลองที่มีความเป็นนัยทั่วไปสูง เพราะพัฒนาขึ้นบนรากฐานของตัวแปรเฉพาะที่ อีกทั้งยังเป็นแบบจำลองเดียวในปัจจุบันที่สามารถขยายผลสู่การคำนวณแบบ 3 มิติได้ สามารถประยุกต์ใช้ได้กับกริดไร้โครงสร้างและการคำนวณแบบขนาน ซึ่งแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่านแบบอื่นที่มีในปัจจุบันไม่สามารถทำได้ ความโดดเด่นของแบบจำลองนี้คือ การนำสหสัมพันธ์ของเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลงผ่าน มาสร้างเป็นสมการส่งถ่ายขึ้นใช้ แบบจำลองนี้ประกอบด้วยสมการส่งถ่าย 2 สมการ คือ สมการสำหรับความไม่ต่อเนื่องซึ่งใช้สำหรับแจกแจงพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงผ่าน และสมการสำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลงผ่าน ซึ่งใช้สำหรับคำนวณหาจุดที่ความเปลี่ยนแปลงผ่านเริ่มเกิด ปัจจุบันแบบจำลองนี้ยังไม่เปิดเผยรูปแบบทั้งหมด มีพารามิเตอร์บางตัวในแบบจำลองที่ยังคงถูกปกปิดไว้ ซึ่งได้แก่  $F_{length}$  เป็นพารามิเตอร์ที่ใช้ควบคุมความยาวช่วงเปลี่ยนแปลงผ่าน และ  $Re_{\alpha}$  เป็นพารามิเตอร์ที่ควบคุมตำแหน่งการเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่าน งานวิจัยนี้ได้ทำการค้นหาและสร้างสหสัมพันธ์สำหรับพารามิเตอร์ทั้งสองตัวดังกล่าวขึ้นใช้งาน โดยใช้วิธีการทดสอบเชิงตัวเลขเข้าช่วย จากการทดสอบพบว่า ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันทำให้ค่าเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลงผ่านเพิ่มขึ้นหรือลดลงได้ ซึ่งจะนำไปสู่การเคลื่อนไปมาของตำแหน่งจุดที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่าน โดยเกรเดียนต์ความดันเสริมจะไปเพิ่มขนาดของเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนแปลงผ่าน ซึ่งจะทำให้ตำแหน่งของจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่านเลื่อนไปทางปลายกระแส ส่วนเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับจะปลด

ขนาดของเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน ซึ่งจะทำให้ตำแหน่งของจุดที่เริ่มเกิดการเปลี่ยนผ่านเลื่อนไปทางต้นกระแส สำหรับพารามิเตอร์ที่ใช้ควบคุมความยาวของช่วงการเปลี่ยนผ่าน  $F_{length}$  พบว่า ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันไม่ส่งต่อพารามิเตอร์ดังกล่าวแต่อย่างใด จากการทดสอบความคงทนต่อการใช้งานของแบบจำลองและสหสัมพันธ์ที่สร้างขึ้นพบว่า เมื่อการไหลมีระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระปานกลางขึ้นไป แบบจำลองไม่ไวต่อการเพิ่มขึ้นของ  $F_{length}$  ดังจะเห็นได้จากพื้นที่การใช้งานของพารามิเตอร์ดังกล่าวขยายเป็นแถบกว้างและปลายเปิดสู่ค่าอนันต์ แต่เมื่อระดับความปั่นป่วนของกระแสอิสระมีค่าต่ำ แบบจำลองไวต่อการเปลี่ยนแปลงของค่า  $F_{length}$  มากขึ้นตามลำดับ ดังจะเห็นได้จากแถบการใช้งานได้ของพารามิเตอร์ดังกล่าวลดลงเป็นเส้นคงที่ จากการทดสอบความคงทนของการใช้งานเมื่อเงื่อนไขเกรเดียนต์ความดันถูกสับเปลี่ยนเป็นตรงข้าม พบว่าแบบจำลองให้ผลการทำนายเป็นรูปแบบพฤติกรรมที่ตรงกันข้าม ซึ่งหมายความว่าแบบจำลองมีความไวต่อเงื่อนไขความดันที่แปรเปลี่ยนไป

## บทที่ 4

### ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

ในการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแก้ปัญหาคำนวณไหลดนั้น ยังไม่มีข้อสรุปที่สามารถชี้ชัดลงไปได้ว่าควรเลือกใช้แนวทางหรือวิธีการใดจึงจะดีที่สุด ทั้งนี้เนื่องจาก ในบริบทของการคำนวณเชิงตัวเลขนั้น ปัจจัยแวดล้อมที่สร้างผลกระทบต่อการคำนวณมีหลากหลาย ทั้งโดยตรงและโดยอ้อม ทั้งควบคุมได้ง่ายและยากต่อการควบคุม ปัจจัยหลายอย่างจัดการได้โดยใช้หลักวิชาการ แต่ก็มีอีกหลายปัจจัยที่ต้องอาศัยสามัญสำนึกและประสบการณ์ในการจัดการ เช่น การกำหนดเงื่อนไขขอบ การเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมให้กับปัญหาที่แก้ เป็นต้น ดังนั้น หากจะกล่าวถึงความเหมาะสมของการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข นอกจากจะหมายถึงความเหมาะสมในแง่หลักวิชาการแล้ว ยังหมายรวมถึงความเหมาะสมในเชิงความพึงพอใจของผู้ที่ใช้งานด้วย เนื้อหาในบทนี้ เป็นการนำรายละเอียดของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ประยุกต์ใช้ในงานวิจัยนี้มาอธิบาย วิธีที่ปรากฏในที่นี้อาจไม่ใช่วิธีที่ดีที่สุดที่สามารถใช้ได้ แต่ในมุมมองของผู้วิจัยแล้ว เป็นวิธีที่สะดวกและใช้ได้ผลดี เนื่องจากเนื้อหาที่เกี่ยวข้องมีค่อนข้างมาก การหยิบยกทุกประเด็นมานำเสนอคงเป็นเรื่องที่เป็นไปไม่ได้ เพราะบางเรื่องเป็นความรู้พื้นฐานที่แพร่หลายอยู่แล้ว ซึ่งผู้สนใจสามารถค้นคว้าจากแหล่งข้อมูลที่เกี่ยวข้องได้ไม่ยาก เช่น รายละเอียดเกี่ยวกับระเบียบวิธีปริมาตรอันดับ ขั้นตอนวิธี SIMPLE วิธีการประมาณค่าแบบผลต่างคั่นลม เป็นต้น เรื่องในหมวดหมู่เหล่านี้ ผู้วิจัยจะกล่าวถึงและอธิบายอย่างพอสังเขปเท่านั้น ส่วนเนื้อหาตอนใดที่เป็นเรื่องใหม่ เป็นเกร็ดความรู้ใหม่ หรือเป็นมุมมองใหม่ ที่ไม่ค่อยพบเห็นจากแหล่งความรู้สาธารณะ รายละเอียดของเรื่องนั้นจะถูกแจกแจงเพิ่มเติม อันได้แก่ การแปลงสมการควบคุมจากปริภูมิกายภาพไปเป็นปริภูมิการคณา บนพื้นฐานระเบียบวิธีปริมาตรอันดับ และการสังเคราะห์สมการความดันแก้ไขบนบริบทของการแปลงปริภูมิ

#### 4.1 ภาพรวมของกลวิธีการคณา

การวิเคราะห์การไหลในที่นี้ อยู่บนสมมุติฐานของการไหลแบบคงตัวและอัดตัวไม่ได้ 2 มิติ ความหนาแน่นและความหนืดของของไหลถูกกำหนดให้มีค่าคงที่เท่ากับ  $1.2 \text{ kg/m}^3$  และ  $1.8 \times 10^{-5} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$  ตามลำดับ ปัญหาคำนวณการไหลเป็นแบบเอลลิปติก ขั้นตอนวิธี SIMPLE ถูกประยุกต์ใช้แก้ระบบสมการส่งถ่ายทั้งหมด ซึ่งประกอบด้วย สมการการไหลเฉลี่ย สมการสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน และสมการสำหรับแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่าน บนพื้นฐานของระเบียบวิธีปริมาตรอันดับ ระบบกริดจตุรกร่วมถูกใช้เพื่อแบ่งโดเมนออกเป็นปริมาตรควบคุมย่อยขนาดเล็กรวมกันจำนวนมาก โดยจุด

โหนดจะถูกกำหนดไว้ที่ตำแหน่งกึ่งกลางระหว่างด้านทั้งสี่ของปริมาตรควบคุม ดังนั้น จุดโหนดแต่ละจุดจึงถูกล้อมรอบด้วยปริมาตรควบคุมที่อยู่ข้างเคียง บนระบบกริดจตุรรม ตัวแปรทุกตัวอันได้แก่ความเร็ว ความดัน คุณสมบัติความปั่นป่วน คุณสมบัติความเปลี่ยนแปลงผ่าน รวมถึงคุณสมบัติของสนามการไหลตัวอื่น อาทิเช่น ความหนาแน่น ความหนืดจลน์ปั่นป่วน เป็นต้น จะถูกเก็บไว้ที่จุดโหนดเดียวกันในแต่ละปริมาตรควบคุม ยกเว้นเพียงคุณสมบัติฟลักซ์ต่าง ๆ เช่น ฟลักซ์มวล ฟลักซ์การแพร่จากผลของความหนืด เป็นต้น จะถูกคำนวณหาและเก็บค่าไว้ที่แต่ละด้านของปริมาตรควบคุม หลักการของระเบียบวิธีปริมาตรอิสระ เริ่มจากการดำเนินการเชิงปริพันธ์กับสมการควบคุมบนปริมาตรควบคุม จากนั้นแปลงปริพันธ์เชิงปริมาตรให้อยู่ในรูปปริพันธ์เชิงพื้นผิวโดยใช้ทฤษฎีของเกาส์ ซึ่งจะได้สมการในรูปดังนี้

$$\int_S (\rho \phi \bar{u}) \cdot \bar{n} dS = \int_S (\Gamma \nabla \phi) \cdot \bar{n} dS + \int_{\Omega} S_{\phi} d\Omega \quad (4.1)$$

เมื่อ  $\phi$  เป็นคุณสมบัติของการไหล  $\bar{u}$  เป็นเวกเตอร์ความเร็วของของไหล  $\bar{n}$  เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางพุ่งออกตั้งฉากกับพื้นผิว  $S$  เป็นพื้นผิวของปริมาตรควบคุม  $\Omega$  เป็นปริมาตรของปริมาตรควบคุม  $\Gamma$  เป็นพจน์สัมประสิทธิ์การแพร่ และ  $S_{\phi}$  เป็นพจน์แหล่งกำเนิด จากนั้นพจน์อนุพันธ์จะถูกกระจายให้อยู่ในรูปพีชคณิต โดยใช้กลวิธีการประมาณค่าทางคณิตศาสตร์เข้าช่วย สร้างเป็นสมการพีชคณิตสำหรับแต่ละโหนด โดยพจน์การแพร่ (พจน์แรกด้านขวาของสมการ) จะถูกกระจายโดยใช้วิธีผลต่างกลาง ส่วนพจน์การพา (พจน์ด้านซ้ายของสมการ) ซึ่งมีคุณสมบัติไม่เชิงเส้น จะถูกกระจายโดยใช้วิธีผลต่างต้นลม วิธี TVD (Total Variation Diminishing) และตัวจำกัดฟลักซ์ของ Van Leer (1977) ถูกใช้เพื่อช่วยให้การคำนวณมีเสถียรภาพขึ้น

ขั้นตอนวิธี SIMPLE ถูกประยุกต์ใช้แก้สมการส่งถ่ายทั้งหมดในที่นี้ การคำนวณเริ่มต้นจากการกำหนดสนามค่าเริ่มต้นให้กับแต่ละตัวแปร จากนั้นสมการโมเมนตัมจะถูกแก้เพื่อหาสนามความเร็วความเร็วที่ได้จะถูกนำไปใช้คำนวณหาฟลักซ์มวลผ่านผิวควบคุม เพื่อใช้ตรวจสอบความสอดคล้องกับเงื่อนไขความสมดุลมวลตามหลักการความต่อเนื่อง อย่างไรก็ตาม ฟลักซ์มวลมักเกี่ยวข้องกับสนามความดันเสมออย่างแยกกันไม่ออก ด้วยเหตุผลที่ว่า ความดันที่แตกต่างระหว่างจุดสองจุดจะผลักดันให้เกิดการเคลื่อนย้ายมวล การวางตัวแปรความเร็วและความดันไว้ที่ตำแหน่งเดียวกันจึงอาจก่อให้เกิดปัญหาที่เรียกว่า *ปรากฏการณ์กระดานหมากรุก* ขึ้นได้ ปรากฏการณ์นี้เป็นความไม่สอดคล้องกันระหว่างสนามความเร็วและสนามความดัน ซึ่งจะทำให้การคำนวณหาฟลักซ์มวลที่ผ่านผิวควบคุมเกิดความไม่สมจริง เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาที่อาจเกิดขึ้นดังกล่าว วิธีประมาณค่าภายในช่วงของ Rhie and Chow (1983) จะถูกนำมาผนวกเข้าในขั้นตอนการคำนวณหาฟลักซ์มวล

ในขั้นตอนวิธี SIMPLE สมการความต่อเนื่องจะถูกแก้ผ่านทางสมการความดันแก้ไข ความไม่สมดุลมวลในแต่ละปริมาตรควบคุม (เกิดจากสนามความเร็วที่แก้ได้จากสมการ โมเมนตัมยังไม่สอดคล้องกับการอนุรักษ์มวล) จะถูกใช้เป็นพจน์แหล่งกำเนิดในสมการความดันแก้ไข สนามความดันแก้ไขที่แก้ได้จะถูกนำไปใช้ปรับแก้ไขสนามความดันและสนามความเร็ว หลังจากนั้น สมการสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วนและสมการสำหรับแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่านจะถูกแก้ต่อ ตามลำดับ

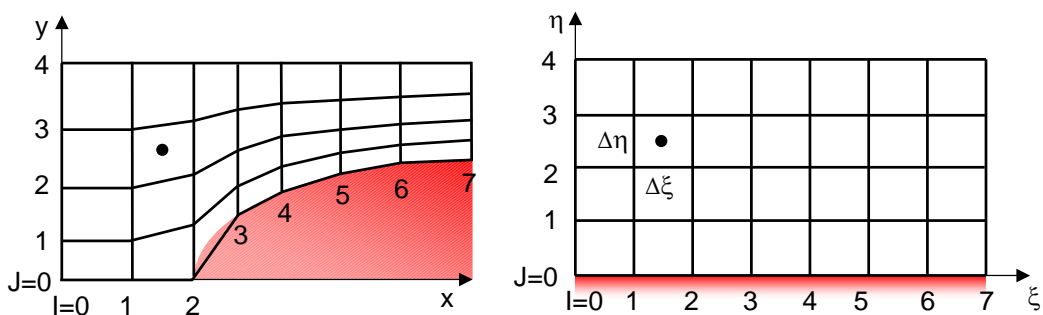
ในระหว่างการแก้วนซ้ำบนขั้นตอนวิธี SIMPLE (เรียกว่าการวนซ้ำภายนอก) ระบบสมการพีชคณิตของแต่ละตัวแปรจะถูกแก้โดยใช้วิธี SIP (Strongly Implicit Procedure) ของ Stone (1968) ซึ่งเป็นวิธีที่ให้เสถียรภาพในการคำนวณและการลู่เข้าค่อนข้างดี ด้วยการแก้แบบวิธี SIP ระบบสมการพีชคณิตของแต่ละตัวแปรจะถูกแก้วนซ้ำ (เรียกว่าการวนซ้ำภายใน) ด้วยจำนวนรอบตามที่กำหนด โดยตัวแปรของสมการโมเมนตัม ของสมการแบบจำลองความปั่นป่วน และของสมการแบบจำลองความเปลี่ยนแปลง จะกำหนดจำนวนรอบการวนซ้ำภายในเพียงรอบเดียว ซึ่งเพียงพอ การกำหนดให้มีการวนซ้ำภายในหลายรอบ แม้จะช่วยให้ผลเฉลยลู่เข้ามากขึ้น แต่ดูเหมือนไม่ส่งผลดีต่อการคำนวณมากนัก เพราะเป็นการลู่เข้าสู่ค่าที่ยังไม่ถูกต้อง ในทางตรงกันข้าม กลับต้องเสียเวลาในการคำนวณมากขึ้นโดยไม่จำเป็น การลู่เข้าสู่ค่าตอบที่แท้จริงคือ การลู่เข้าบนเงื่อนไขของการวนซ้ำภายนอก ไม่ใช่ของการวนซ้ำภายในแต่อย่างใด สำหรับสมการความดันแก้ไข จำนวนรอบของการวนซ้ำภายในกำหนดไว้ที่ 5-10 รอบ/รอบการวนซ้ำภายนอก ที่กำหนดให้มีจำนวนมากรอบเช่นนี้ เพราะว่า ความดันแก้ไขถูกใช้ในการปรับแก้ไขสนามความเร็วและสนามความดัน ซึ่งตามนัยที่เหมาะสมทางการปรับแก้ ตัวที่ใช้ปรับแก้ควรมีขนาดที่ไม่เล็กจนเกินไป ทั้งนี้เพื่อให้ตัวที่ถูกปรับแก้มีค่าที่แตกต่างจากค่าเดิมพอสมควร ดังนั้น การวนซ้ำด้วยจำนวนรอบที่มากขึ้น จึงช่วยการันตีว่าค่าที่ได้จะมีขนาดใหญ่เพียงพอต่อการนำไปใช้อย่างเหมาะสม ในแต่ละรอบการวนซ้ำภายนอก ตัวแปรทุกตัวจะถูกถ่วงน้ำหนักด้วยตัวประกอบความหน่วงต่ำ เพื่อช่วยป้องกันการกวัดแกว่งของผลเฉลย ซึ่งอาจทำให้ผลเฉลยลู่ออกได้ ในที่นี้ใช้ค่าความหน่วงต่ำเท่ากับ 0.3 สำหรับตัวแปรความดันแก้ไข และค่า 0.7 สำหรับตัวแปรที่เหลือ

ในการคำนวณ กริดที่ใช้เป็นแบบ H-type ปริมาณและความหนาแน่นของกริดที่ใช้ได้รับการทดสอบด้วยความระมัดระวัง เพื่อตรวจสอบหาความเป็นอิสระของผลเฉลยต่อจำนวนกริด ในการตรวจสอบ ระยะของกริดทั้งสองแนวแกนจะถูกแบ่งครึ่ง เพื่อให้ได้จำนวนกริดเพิ่มขึ้นสองเท่า และระยะกริดลดลงสองเท่า จากนั้นกริดชุดดังกล่าวจะถูกนำไปใช้คำนวณหาผลเฉลย ดำเนินการเช่นนี้กับกริดชุดต่อไป จนกว่าจะพบว่าความถูกต้องของผลเฉลยไม่เปลี่ยนแปลง กริดชุดที่มีจำนวนจุดน้อยที่สุดและให้ผลเฉลยถูกต้องตามที่ต้องการ จะเป็นกริดชุดที่เหมาะสมและถูกนำไปใช้งาน เพื่อให้การกระจายตัวของกริดมีความเหมาะสมกับการเปลี่ยนแปลงในแต่ละบริเวณ กริดจึงถูกจัดวางเรียงกันด้วยระยะห่างที่ไม่สม่ำเสมอ โดยกริดจะถูกสร้างให้มีความหนาแน่นมากขึ้นในบริเวณที่

คาดว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงสูง ดังนั้น ในทิศทางขวางการไหล กริดจะถูกจัดวางเรียงกันอย่างหนาแน่นในบริเวณใกล้ผนังซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงสูง และเพิ่มระยะห่างขึ้นเรื่อย ๆ จนถึงขอบบนของกระแสไอสระ โดยกริดจุดแรกที่อยู่ประชิดกับผนังจะถูกวางไว้ในตำแหน่งที่  $y^+ < 1$  ส่วนในทิศทางแนวการไหล กริดจะถูกสร้างอย่างหนาแน่นบริเวณใกล้ปากทางเข้าของผนัง และมีระยะห่างเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จนถึงปลายทางออก

## 4.2 กลวิธีการสร้างกริด

การแก้สมการควบคุมการไหลซึ่งอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขนั้น จำเป็นต้องนำสมการดังกล่าวเข้าสู่กระบวนการของการประมาณค่าพจน์อนุพันธ์ การประมาณค่าดังกล่าวคือ การแปลงพจน์ที่อยู่ในรูปอนุพันธ์ย่อยให้เป็นพจน์ในรูปผลต่างอันตะ ซึ่งผลจากการแปลงจะทำให้ได้สมการรูปแบบที่เรียกว่า *สมการพีชคณิต* ซึ่งจะถูกนำไปเข้ากระบวนการแก้หาค่าผลเฉลยบนตำแหน่งที่สนใจในโดเมน ซึ่งตำแหน่งดังกล่าวเรียกว่า *กริด* ด้วยเหตุนี้ การสร้างกริดที่เหมาะสมและถูกต้องให้กับสนามการไหลจึงเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง เพราะกริดเกี่ยวข้องอย่างมากต่อเสถียรภาพของการคำนวณและความถูกต้องของผลเฉลยที่จะได้รับ โดยทั่วไปลักษณะของกริดมี 2 แบบ คือ *กริดแบบโครงสร้าง* เป็นกริดที่เมื่อระบุจุดกริดแล้วสามารถอ้างอิงไปหาเส้นกริดได้ การกระจายตัวของจุดกริดบนเส้นกริดเป็นไปอย่างมีแบบแผน กริดชนิดนี้จะถูกนำมาประยุกต์ใช้ในที่นี้ ส่วนกริดอีกรูปแบบหนึ่งคือ *กริดแบบไร้โครงสร้าง* เป็นกริดที่ไม่สามารถอ้างอิงความสัมพัทธ์ระหว่างจุดกริดกับเส้นกริด เนื่องด้วยลักษณะโครงสร้างของเส้นกริดเป็นไปอย่างไม่มีแบบแผน ไม่สามารถระบุได้ชัดว่ามีการลากเชื่อมไปสู่จุดใดและสิ้นสุดที่จุดใด กริดลักษณะนี้มักมีรูปทรงเป็นสามเหลี่ยม หกเหลี่ยม หรือแปดเหลี่ยม การสร้างมีความยุ่งยากและการนำไปประยุกต์ใช้งานต้องอาศัยความเข้าใจในเรื่องการเก็บข้อมูล ดังนั้น จึงไม่ขอนำเสนอรายละเอียดไว้ในที่นี้



รูปที่ 4.1 โดเมนกายภาพ (ซ้าย) และโดเมนการคณนา (ขวา)



โดยทั่วไปแล้ว สมการควบคุมการไหลมักถูกสังเคราะห์บนพิกัดมาตรฐาน ได้แก่ พิกัดฉาก พิกัดทรงกระบอก พิกัดทรงกลม ในกรณีที่โดเมนกายภาพของปัญหามีรูปทรงเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก การแบ่งโดเมนดังกล่าวออกเป็นส่วนย่อย ที่เรียกว่า *ปริมาตรควบคุม* โดยใช้กริดสี่เหลี่ยมมุมฉากจึงเหมาะสมและทำได้ง่าย อีกทั้งยังช่วยให้การแก้สมการทำได้ง่าย เพราะไม่ต้องปรับเปลี่ยนตัวสมการอย่างใดก็ตาม ในความเป็นจริงรูปทรงของปัญหาที่สนใจวิเคราะห์ส่วนใหญ่ก็มักมีส่วนที่โค้งงอร่วมอยู่ด้วย ไม่เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากตามที่ต้องการ การสร้างกริดแบบสี่เหลี่ยมมุมฉากครอบลงบนโดเมนที่มีรูปทรงไม่เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น แม้สามารถทำได้ในทางปฏิบัติ แต่มักประสบความยุ่งยากตามมาอีกมากมาย อันเนื่องมาจากความไม่ลงรอยกันพอดีระหว่างขอบของปัญหากับเส้นกริดที่สร้างครอบ กล่าวคือ อาจมีกริดบางจุดที่ถูกจัดวางเข้าไปในเนื้อของวัตถุ (อยู่นอกขอบของโดเมนที่พิจารณา) ส่งผลให้ต้องอาศัยการประมาณค่าเข้าช่วยในการจัดการกับเงื่อนไขขอบ ซึ่งหากจัดการได้ไม่ดีพอ ก็จะส่งผลกระทบต่อเนื่องไปถึงความถูกต้องของผลเฉลยที่จะได้รับ เพราะเป็นที่ทราบกันดีว่า เงื่อนไขขอบมีความสำคัญเป็นอย่างมากต่อการวิเคราะห์ปัญหาการไหล นอกจากนี้ ความไม่ลงรอยกันดังกล่าวยังทำให้ระยะกริดที่บริเวณประชิดขอบมีขนาดไม่เท่ากัน ซึ่งส่งผลให้การประยุกต์สมการควบคุมในโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีความยุ่งยากมากขึ้น

ปัญหาดังกล่าวแก้ไขได้โดยการสร้างเส้นกริดให้หักงอไปตามรูปทรงของโดเมน โดยจุดกริดขอบจะถูกวางแนบชิดไปบนขอบโดเมน ส่วนเส้นกริดภายในจะอาศัยการเฉลี่ยระหว่างกริดขอบสองเส้นที่อยู่ตรงข้ามกัน กริดชนิดนี้เรียกว่า *กริดพิกัดวัตถุ* ดังแสดงในรูปที่ 4-1 (ซ้าย) ข้อดีของการสร้างกริดในรูปแบบนี้คือ กริดที่ได้จะมีรูปทรงไม่เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ส่งผลให้ต้องสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ขึ้นรองรับการคำนวณบนกริดลักษณะดังกล่าว นอกจากนี้ กรณีที่รูปทรงของโดเมนมีการเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใด เส้นกริดที่สร้างขึ้นในบริเวณดังกล่าวนี้จะค่อนข้างมีความชันสูง บางเส้นอาจถูกลากตัดเข้าไปในเนื้อวัตถุ เช่น ช่วง 2-3 ในรูปที่ 4-1 (ซ้าย) สภาพการณ์เช่นนี้จะส่งผลกระทบต่อความถูกต้องและเสถียรภาพของการคำนวณ แนวทางหนึ่งที่สามารถจัดการกับปัญหาดังกล่าวได้คือ *การแปลงปริภูมิ* (รายละเอียดนำเสนอไว้ในหัวข้อ 4.3) ด้วยวิธีการนี้ รูปทรงของโดเมนกายภาพจะถูกแปลงเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยอาศัยการหมุนและการยืด โดเมนใหม่ที่ได้เรียกว่า *โดเมนการคณนา* (รูปที่ 4.1 (ขวา)) บนโดเมนดังกล่าวนี้ กริดจะมีรูปทรงเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากสอดคล้องกับลักษณะของโดเมนใหม่ เส้นกริดและจุดกริดมีจำนวนเท่าเดิมเหมือนบนโดเมนก่อนการแปลง ระยะกริดมักถูกกำหนดให้มีความสม่ำเสมอเพื่อให้สะดวกต่อการนำไปประยุกต์ใช้ ซึ่งโดยทั่วไปนิยมกำหนดให้  $\Delta\eta = \Delta\xi = 1$  อย่างไม่ก็ตาม กริดอาจเป็นแบบไม่สม่ำเสมอและระยะกริดอาจไม่เท่ากับ 1 ก็ได้ ขอเพียงให้รูปทรงของกริดเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก กลวิธีในการสร้างกริดตามที่กล่าวมาข้างต้นนี้ จะถูกนำไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัยที่นี้



### 4.3 ปริภูมิและการแปลง

วิธีการแปลงปริภูมินั้น แรกเริ่มถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้กับระเบียบวิธีผลต่างอันดับ ด้วยเหตุผลความจำเป็นที่ว่า เราไม่สามารถแก้สมการควบคุมการไหลได้โดยตรง โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขผลต่างอันดับในบริบทของกริดแบบไม่เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากได้ (Anderson, 1995) ด้วยวิธีการแปลงนี้ ปริภูมิของโดเมนกายภาพจะถูกแปลงไปเป็นปริภูมิของโดเมนการคณนา ส่งผลให้กริดเชิงเส้นโค้งในปริภูมิกายภาพ  $(x, y)$  ถูกแปลงไปเป็นกริดสี่เหลี่ยมมุมฉากในปริภูมิการคณนา  $(\xi, \eta)$  ด้วยเช่นกัน กลวิธีในการแปลงสามารถทำได้ 2 แบบ คือ *การแปลงตรง* และ *การแปลงผกผัน* ในที่นี้ วิธีแปลงผกผันจะถูกนำมาประยุกต์ใช้ ด้วยเหตุผลทางด้านการโปรแกรมคอมพิวเตอร์

สำหรับสมการควบคุมการไหลในรูปการพา-การแพร่ของคุณสมบัติ  $\phi$  การผนวกวิธีแปลงตรงเข้ากับสมการ จะทำให้ได้สมการในรูปแบบดังนี้

$$\frac{\partial \rho \tilde{u} \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \rho \tilde{v} \phi}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \Gamma_\phi \alpha \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \Gamma_\phi \lambda \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \tilde{S}_\phi + S_\phi \quad (4-2)$$

$$\text{เมื่อ } \tilde{u} = u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y}, \quad \tilde{v} = u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad \alpha = \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 \quad \text{และ} \quad \lambda = \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2$$

ส่วนการแปลงผกผันจะทำให้ได้สมการในรูปแบบดังนี้

$$\frac{\partial \rho \tilde{u} \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \rho \tilde{v} \phi}{\partial \eta} = \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\alpha \Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\lambda \Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right] + J \tilde{S}_\phi + J S_\phi \quad (4-3)$$

$$\text{เมื่อ } \tilde{u} = u \frac{\partial y}{\partial \eta} - v \frac{\partial x}{\partial \eta}, \quad \tilde{v} = -u \frac{\partial y}{\partial \xi} + v \frac{\partial x}{\partial \xi}, \quad \alpha = \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \quad \text{และ} \quad \lambda = \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2$$

ซึ่งรายละเอียดอธิบายไว้ในหัวข้อ 4.4 อย่างไรก็ตาม ในความเห็นของผู้วิจัยแล้ว วิธีแปลงตรงไม่สะดวกต่อการนำไปทำการโปรแกรม เพราะสมการหลัก (สมการที่ (4-2)) นอกจากจะมีพจน์อนุพันธ์ที่เทียบกับพิกัด  $(\xi, \eta)$  แล้ว ยังปรากฏพจน์อนุพันธ์ที่เทียบกับพิกัด  $(x, y)$  แทรกรวมอยู่ด้วยนั้นหมายความว่า ทั้งพิกัด  $(x, y)$  และพิกัด  $(\xi, \eta)$  ต่างแสดงบทบาทเป็นตัวแปรอิสระทั้งคู่ (เพราะถูกหาอนุพันธ์เทียบ) ซึ่งรูปการที่กำลังจะกล่าวถึงนี้อาจสร้างความสับสนได้ไม่น้อย เพราะในบริบทของการแก้สมการควบคุมการไหลแล้ว ตัวแปรอิสระควรมีเพียงชุดเดียว คือ พิกัดของปริภูมิที่แก้หาผลเฉลยสำหรับสมการที่ได้จากการแปลงผกผัน (สมการที่ (4-3)) ทุกพจน์ในสมการอยู่ในรูปของอนุพันธ์ที่

เทียบกับพิกัด  $(\xi, \eta)$  ซึ่งเป็นตัวแปรอิสระเพียงชุดเดียว ส่วนพิกัด  $x$  และ  $y$  ถูกมองว่าเป็นตัวแปรตาม เช่นเดียวกับตัวแปรการไหลอื่น อาทิ ความเร็ว ความดัน เป็นต้น ดังนั้น วิธีนี้จึงสอดคล้องกับความเข้าใจพื้นฐาน ก่อให้เกิดความรู้สึกเป็นหนึ่งเดียวและไม่สับสน

ดังที่กล่าวมาข้างต้น วิธีแปลงผกผันจะมองพิกัด  $x$  และ  $y$  ซึ่งเดิมเป็นตัวแปรอิสระบนปริภูมิกายภาพ ให้เป็นตัวแปรตามในปริภูมิการคณา ความเชื่อมโยงระหว่างปริภูมิสามารถเขียนได้ ดังนี้

$$x = x(\xi, \eta); \quad y = y(\xi, \eta) \quad (4-4a, b)$$

จากกฎลูกโซ่ ความสัมพันธ์ของอนุพันธ์ที่เทียบกับพิกัดบนปริภูมิการคณา สามารถเชื่อมโยงกับปริภูมิกายภาพ ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi}; \quad \frac{\partial}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (4-5a, b)$$

สมการที่ (4-5a, b) มีตัวแปรอิสระคือ  $\xi$  และ  $\eta$  โดย  $x$  และ  $y$  ถูกมองว่าเป็นตัวแปรตาม เพราะฉะนั้นพจน์ที่ไม่ทราบค่ามีสองตัวคือ  $\partial/\partial x$  และ  $\partial/\partial y$  โดยการใช้กฎของ Cramer แก้หาค่า ได้ผลเป็นดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{J} \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \quad (4-6a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{J} \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial}{\partial \eta} \end{vmatrix} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \quad (4-6b)$$

จะเห็นได้ว่า พจน์ของอนุพันธ์ที่เทียบกับพิกัดบนปริภูมิกายภาพ ถูกแปลงให้กลายเป็นพจน์ในรูปของอนุพันธ์ที่เทียบกับพิกัดบนปริภูมิการคณา โดยพจน์  $\partial x/\partial \eta$ ,  $\partial y/\partial \eta$ ,  $\partial x/\partial \xi$ , และ  $\partial y/\partial \xi$  เรียกว่า *เมตริกซ์ผกผัน* นอกจากนี้ยังมีพจน์จาโคเบียน  $J$  ซึ่งหาค่าได้จาก

$$J = \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (4-7)$$

สำหรับสมการควบคุมการไหลที่พิจารณาผลกระทบจากความหนืด พจน์ความหนืดที่ปรากฏในสมการซึ่งอยู่ในรูปอนุพันธ์อันดับที่สอง อาทิเช่น  $\partial(\mu \partial \phi / \partial \eta) / \partial x$  ดังนั้นจึงจำเป็นต้องสร้างรูปแบบการแปลงสำหรับพจน์อนุพันธ์ดังกล่าว ซึ่งสามารถหาได้ดังนี้

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{1}{J} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{1}{J} \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \right] \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ - \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \frac{1}{J} \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \right] \frac{\partial y}{\partial \xi} \end{array} \right\} \quad (4-8)$$

อาศัยความสัมพันธ์ทางแคลคูลัส พจน์ในวงเล็บปีกกาของสมการที่ (4-8) สามารถกระจายได้เป็น

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) - \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \quad (4-9a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) - \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \quad (4-9b)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \quad (4-9c)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \quad (4-9d)$$

เมื่อนำทุกพจน์รวมเข้าด้วยกันตามสมการที่ (4-8) ก็จะได้รูปแบบสำหรับพจน์อนุพันธ์อันดับที่สองที่เทียบกับพิกัด  $x$  ดังนี้

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{1}{J} \left\{ \begin{aligned} & \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \right] \\ & - \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4-10)$$

ด้วยแนวทางเดียวกัน อนุพันธ์อันดับที่สองที่เทียบกับ  $y$  ในรูป  $\partial^2/\partial y^2$  และอนุพันธ์ผสมที่เทียบกับ  $x$  และ  $y$  ในรูป  $\partial^2/\partial x \partial y$  ก็สามารถสังเคราะห์รูปแบบได้เป็นตามลำดับ ดังนี้

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{1}{J} \left\{ \begin{aligned} & \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \right] \\ & - \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4-11)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} = \frac{1}{J} \left\{ \begin{aligned} & \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \right] \\ & - \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4-12)$$

รูปแบบการแปลงอนุพันธ์ที่สังเคราะห์ได้ข้างต้นนี้ จะถูกนำไปประยุกต์ใช้กับการแปลงสมการควบคุมการไหล เพื่อให้ได้สมการในรูปแบบที่เทียบกับพิกัดบนปริภูมิการคณา รายละเอียดของการแปลงนำเสนอไว้ในหัวข้อถัดไป

#### 4.4 การแปลงปริภูมิของสมการควบคุมการไหล

ในงานวิจัยนี้ การแปลงผกผันถูกนำมาปรับใช้กับระเบียบวิธีปริมาตรอันดับ สำหรับสมการควบคุมการไหล 2 มิติ ซึ่งเท่าที่ทราบยังไม่ปรากฏว่ามีผู้ใดประยุกต์ใช้แนวทางนี้ (ที่ปรากฏก่อนหน้านี้เป็นการใช้วิธีแปลงตรง โดย บุญถิ์ และ เอกชัย 2544) อาจด้วยเหตุผลที่ว่า ในบริบทของระเบียบวิธีปริมาตรอันดับ มักถูกออกแบบให้สามารถรองรับการคำนวณบนกริดแบบไม่ตั้งฉาก หรือแม้แต่นกริดแบบไร้โครงสร้างได้โดยตรง โดยไม่จำเป็นต้องทำการแปลงปริภูมิ แต่อย่างไรก็ตาม มุมเหตุจูงใจที่ผู้วิจัยยังคงต้องการใช้การแปลงปริภูมิในการแก้ปัญหาในที่นี้ คือ เพื่อต้องการแสดงให้เห็นว่าแนวทางดังกล่าวสามารถประยุกต์ใช้ได้ผลกับระเบียบวิธีปริมาตรอันดับเช่นกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง

เมื่อประยุกต์เข้ากับสมการความดันแก้ไขของขั้นตอนวิธี SIMPLE จะพบประเด็นที่น่าสนใจหลายประการ ซึ่งที่ผ่านมาสมการความดันแก้ไขในรูปที่ถูกแปลงยังไม่ปรากฏให้เห็น ดังนั้น จึงเป็นโอกาสอันดีที่ผู้วิจัยจะได้นำเสนอรายละเอียดดังกล่าวในที่นี้

บนสมมติฐานของการไหลแบบคงตัว 2 มิติ สมการควบคุมการไหลไม่ว่าจะเป็น สมการการไหลเฉลี่ย สมการความต่อเนื่อง สมการสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน และสมการสำหรับแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงผ่าน สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปของสมการส่งถ่ายคุณสมบัติ  $\phi$  ได้ดังนี้

$$\frac{\partial \rho u \phi}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \phi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_\phi \quad (4-13)$$

เมื่อ  $\phi$  เป็นคุณสมบัติการไหล  $u$  และ  $v$  เป็นองค์ประกอบความเร็วในทิศทาง  $x$  และ  $y$  ตามลำดับ และ  $\Gamma$  เป็นสัมประสิทธิ์การแพร่ พจน์ด้านซ้ายของสมการเป็นพจน์การพา สองพจน์แรกด้านขวาของสมการเป็นพจน์การแพร่ พจน์สุดท้ายด้านขวาของสมการเป็นพจน์แหล่งกำเนิด พจน์การพาซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง สามารถแปลงได้ดังนี้

$$\frac{\partial \rho u \phi}{\partial x} = \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \rho u \phi}{\partial \xi} \right) \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) - \left( \frac{\partial \rho u \phi}{\partial \eta} \right) \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \right] \quad (4-14a)$$

$$\frac{\partial \rho v \phi}{\partial y} = \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \rho v \phi}{\partial \eta} \right) \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) - \left( \frac{\partial \rho v \phi}{\partial \xi} \right) \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \right] \quad (4-14b)$$

สำหรับพจน์การแพร่ซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับที่สอง สามารถแปลงได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = \frac{1}{J} \left[ \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ & - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \frac{\partial y}{\partial \xi} \end{aligned} \right] \quad (4-15a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = \frac{1}{J} \left[ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \frac{\partial x}{\partial \xi} \\ - \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \frac{\partial x}{\partial \eta} \end{array} \right] \quad (4-15b)$$

จากความสัมพันธ์ทางแคลคูลัส สามารถกระจายพจน์ในสมการที่ (4-14) ได้ดังนี้

$$\left( \frac{\partial \rho u \phi}{\partial \xi} \right) \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \rho u \phi \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) - \rho u \phi \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \quad (4-16a)$$

$$\left( \frac{\partial \rho u \phi}{\partial \eta} \right) \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \rho u \phi \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) - \rho u \phi \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \quad (4-16b)$$

$$\left( \frac{\partial \rho v \phi}{\partial \eta} \right) \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \rho v \phi \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) - \rho v \phi \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \quad (4-16c)$$

$$\left( \frac{\partial \rho v \phi}{\partial \xi} \right) \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \rho v \phi \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) - \rho v \phi \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \quad (4-16d)$$

ทำนองเดียวกัน สามารถกระจายพจน์ในสมการที่ (4-15) ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) - \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \quad (4-17a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) - \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \quad (4-17b)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) - \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \quad (4-17c)$$



$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) - \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \quad (4-17d)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) - \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \quad (4-17e)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) - \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \quad (4-17f)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \frac{\partial x}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) - \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \quad (4-17g)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \frac{\partial x}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) - \frac{\Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \quad (4-17h)$$

สำหรับพจน์แหล่งกำเนิด  $S_\phi$  นั้น แม้อंकประกอบภายในจะมีรูปเป็นพจน์อนุพันธ์ แต่การแปลงจะไม่ดำเนินการตามแนวทางเดียวกับพจน์การพา หรือพจน์การแพร่ เพราะการแปลงพจน์แหล่งกำเนิดทำได้โดยตรงโดยการคูณด้วยจาโคเบียน

จากสมการที่ (14-16) และ (14-17) นำไปแทนในสมการที่ (4-13) ได้เป็น

$$\frac{\partial \rho \tilde{u} \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \rho \tilde{v} \phi}{\partial \eta} = \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\alpha \Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\lambda \Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right] + J \tilde{S}_\phi + J S_\phi \quad (4-18)$$

เมื่อ  $\tilde{u} = u \frac{\partial y}{\partial \eta} - v \frac{\partial x}{\partial \eta}$ ,  $\tilde{v} = -u \frac{\partial y}{\partial \xi} + v \frac{\partial x}{\partial \xi}$ ,  $\alpha = \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \eta}$ ,  $\lambda = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \xi}$

$$\beta = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad \text{และ} \quad \tilde{S}_\phi = -\frac{1}{J} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\beta \Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\beta \Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \right]$$

สมการที่ (4-18) เป็นสมการการส่งถ่ายคุณสมบัติของไหลที่ถูกแปลงไปอยู่บนปริภูมิการคณนา ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีรูปแบบที่คล้ายกับสมการรูปดั้งเดิมที่อยู่บนปริภูมิกายภาพ โดยมีพจน์  $\tilde{S}_\phi$  ซึ่งมีรูปเป็นอนุพันธ์ผสมเพิ่มเติมขึ้นมา พจน์ดังกล่าวนี้เป็นผลที่หลือมาจากการแปลงพจน์การแพร่ เป็นพจน์ที่

ไม่สามารถจัดเข้าพวกกับพจน์อื่นได้ จึงถูกจัดให้เป็นพจน์แหล่งกำเนิด ในกรณีที่เกิดเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากพจน์นี้จะมีค่าเป็นศูนย์ แต่ในกรณีที่เกิดไม่เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก มันจะเป็นได้ทั้งค่าบวกและค่าลบ ทั้งนี้เพราะพจน์สัมประสิทธิ์  $\beta$  มีค่าได้ทั้งบวกและลบ ซึ่งต่างจาก  $\alpha$  และ  $\lambda$  ซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอ ในขั้นตอนการโปรแกรมคอมพิวเตอร์ พจน์  $S_\phi$  จะถูกตรวจสอบค่าอย่างใกล้ชิดในทุก ๆ จุดบนโดเมน เพราะอาจมีส่วนอย่างมากต่อการเสถียรภาพการคำนวณ หากตรวจพบว่ามีค่าเป็นบวกก็จะถูกจัดให้เป็นพจน์แหล่งกำเนิด และถูกรวมเข้ากับพจน์แหล่งกำเนิด  $S_\phi$  แต่หากตรวจพบว่ามีค่าเป็นลบ ก็จะถูกย้ายไปรวมเข้ากับพจน์สัมประสิทธิ์กลาง  $\alpha_p$  เพื่อสร้างให้เมตริกซ์การคำนวณมีความเด่นในแนวทแยง ช่วยส่งเสริมให้การคำนวณมีเสถียรภาพดีขึ้น สำหรับพจน์การแพร่ มันถูกแปลงให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ผกผันและจาโคเบียน ส่วนพจน์การพาถูกแปลงให้อยู่ในรูปองค์ประกอบความเร็วไม่แปรเปลี่ยน  $\tilde{u}$  และ  $\tilde{v}$  ซึ่งพจน์ที่ประกอบด้วยความเร็วนี้มักเรียกว่า พจน์ความโค้ง พจน์การพาในรูปแบบที่ถูกแปลงแล้วนั้น หากมองเปลือกนอกในรูปความเร็วไม่แปรเปลี่ยน  $\tilde{u}$  และ  $\tilde{v}$  จะเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง แต่หากมองในรูปขององค์ประกอบความเร็วเดิม  $u$  และ  $v$  จะเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับที่สอง ซึ่งมีความยากค่อนข้างมากในการประมาณค่าให้มีความถูกต้อง

ข้อดีของการแปลงปริภูมิคือ ปัญหาถูกพองถ่ายไปเก็บบนโดเมนการคณนาซึ่งมีรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก แทนการแก้โดยตรงบนโดเมนกายภาพที่มีรูปทรงบิดเบี้ยว ดังนั้น จุดกริดที่ขอบจึงถูกวางไว้อย่างลงตัวกับขอบของโดเมนที่แก้ ช่วยให้การแก้ปัญหาและการกำหนดเงื่อนไขขอบทำได้ง่ายและสะดวกมากขึ้น แต่อย่างไรก็ตาม ผลจากการแปลงจะทำให้สมการควบคุมที่ต้องแก้มีรูปที่ซับซ้อนขึ้นเป็นอย่างมาก ข้อสังเกตเมื่อใช้วิธีการแปลง คือ สมการควบคุมหลังถูกแปลงแล้วจะต้องมีความสมมูลหรือความสัมพันธ์ย้อนกลับไปสู่รูปแบบของสมการควบคุมก่อนการแปลงได้

#### 4.5 การแปลงสมการควบคุมการไหลบนพื้นฐานระเบียบวิธีปริมาตรอิสระ

จากสมการในรูปแบบที่แปลงแล้ว เมื่อนำมาประยุกต์เข้ากับโดเมนการคณนาบนระบบพิกัดใหม่  $\xi$  และ  $\eta$  ตามขั้นตอนของระเบียบวิธีปริมาตรอิสระ ซึ่งทำได้โดยการดำเนินการเชิงปริพันธ์กับสมการควบคุมบนปริมาตรควบคุม  $dV=d\xi d\eta$  ของปริภูมิการคณนา ดังนี้

$$\int_s^e \int_w^n \left( \frac{\partial \rho \tilde{u} \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \rho \tilde{v} \phi}{\partial \eta} \right) d\xi d\eta = \int_s^e \int_w^n \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\alpha \Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\lambda \Gamma_\phi}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right] d\xi d\eta + \int_V (\tilde{S}_\phi + S_\phi) J dV \quad (4-19)$$

เมื่อ  $w, e, s, n$  แทนด้านของปริมาตรควบคุมด้านซ้าย ด้านขวา ด้านล่าง และด้านบน ตามลำดับ

หากพิจารณาความสมมูลกันระหว่างสมการก่อนการแปลง (สมการที่ (4-1)) และหลังการแปลง (สมการที่ (4-19)) จะพบว่า ปริมาตรควบคุมบนปริภูมิกายภาพ จะสมมูลกับปริมาตรควบคุมบนปริภูมิการคณาคณด้วยจาโคเบียน นั่นคือ  $d\Omega=JdV$  หรือ  $dxdy=Jd\xi d\eta$  ผลจากสมการที่ (4-19) ร่วมกับแผนวิธีการประมาณค่า จะทำให้ได้สมการในรูปพีชคณิตดังนี้

$$\begin{aligned} F_e\phi_e - F_w\phi_w + F_n\phi_n - F_s\phi_s = D_e(\phi_e - \phi_p) - D_w(\phi_p - \phi_w) + \\ D_n(\phi_n - \phi_p) - D_s(\phi_p - \phi_s) + \bar{S}_\phi\Delta\tilde{V} \end{aligned} \quad (4-20)$$

เมื่อ  $\tilde{V}=J\Delta V=J\Delta\xi\Delta\eta$  พจน์ด้านซ้ายของสมการเป็นฟลักซ์การพา อยู่ในรูปสัมประสิทธิ์ฟลักซ์การพา  $F$  คูณกับค่าเฉลี่ยของคุณสมบัติการไหลที่แต่ละด้านของปริมาตรควบคุม พจน์ด้านขวาของสมการ (ไม่รวมพจน์สุดท้าย) เป็นฟลักซ์การแพร่ อยู่ในรูปสัมประสิทธิ์ฟลักซ์การแพร่  $D$  คูณกับผลต่างของคุณสมบัติการไหลที่โหนดกลางกับโหนดข้างเคียงถัดไป พจน์สุดท้ายด้านขวาของสมการ เป็นพจน์แหล่งกำเนิดซึ่งอยู่ในรูปค่าเฉลี่ยคูณด้วยปริมาตรควบคุม โดยสัมประสิทธิ์  $F$  และ  $D$  มีรูปเป็นดังนี้

$$F_w = (\rho\tilde{u}\Delta\eta)_w; \quad F_e = (\rho\tilde{u}\Delta\eta)_e; \quad F_s = (\rho\tilde{v}\Delta\xi)_s; \quad F_n = (\rho\tilde{v}\Delta\xi)_n \quad (4-21a-d)$$

$$D_w = \left( \frac{\Gamma_\phi\alpha\Delta\eta}{J\Delta\xi} \right)_w; \quad D_e = \left( \frac{\Gamma_\phi\alpha\Delta\eta}{J\Delta\xi} \right)_e; \quad D_s = \left( \frac{\Gamma_\phi\lambda\Delta\xi}{J\Delta\eta} \right)_s; \quad D_n = \left( \frac{\Gamma_\phi\lambda\Delta\xi}{J\Delta\eta} \right)_n \quad (4-22a-d)$$

ประยุกต์ใช้การประมาณค่าแบบผลต่างต้นลมกับพจน์ฟลักซ์การพา สมการที่ (4-20) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการพีชคณิตได้ดังนี้

$$a_p\phi_p = a_w\phi_w + a_e\phi_e + a_s\phi_s + a_n\phi_n + \bar{S}_\phi\Delta\tilde{V} \quad (4-23)$$

โดยสัญลักษณ์ล่าง  $P, W, E, S, N$  แทนตำแหน่งโหนดกลาง และโหนดข้างเคียงด้านซ้าย ด้านขวาด้านล่าง และด้านบน ตามลำดับ สัมประสิทธิ์  $a$  สำหรับแต่ละตำแหน่งดังกล่าวมีรูปเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} a_w = D_w + \max(F_w, 0); \quad a_e = D_e - \min(F_e, 0); \\ a_s = D_s + \max(F_s, 0); \quad a_n = D_n - \min(F_n, 0); \quad a_p = a_w + a_e + a_s + a_n \end{aligned} \quad (4-24a-e)$$

#### 4.6 การแปลงสมการความดันแก้ไข

บนหลักการของขั้นตอนวิธี SIMPLE สนามความดันสามารถหาได้จากการแก้สมการความดันแก้ไข สมการดังกล่าวได้จากการนำความเร็วแก้ไข  $u'$  และ  $v'$  ซึ่งอยู่ในรูปฟังก์ชันของความดันแก้ไข  $p'$  ที่ได้จากสมการโมเมนตัม ไปแทนค่าในสมการความต่อเนื่อง สมการความดันแก้ไขถูกสร้างขึ้นบนพื้นฐานของการประมาณค่าแบบผลต่างกลาง ในรูปแบบของสมการปัวส์ซอง ซึ่งต่างจากสมการส่งถ่ายคุณสมบัติตัวอื่นที่อยู่ในรูปสมการการพา-การแพร่ ด้วยเหตุนี้ การแปลงสมการความดันแก้ไข จากปริภูมิกายภาพไปสู่ปริภูมิการคณนา จึงจำเป็นต้องใช้ความรอบคอบในการสังเคราะห์สมการ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวเริ่มต้นจากสมการความต่อเนื่องดังนี้

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = \frac{\partial(\rho \tilde{u})}{\partial \xi} + \frac{\partial(\rho \tilde{v})}{\partial \eta} = 0 \quad (4-25)$$

จากสมการที่ (4-25) จะเห็นได้ว่า สมการประกอบด้วยพจน์ความเร็วไม่แปรเปลี่ยน  $\tilde{u}$  และ  $\tilde{v}$  ซึ่งพจน์ดังกล่าวมีรูปตามสมการที่ (4-19) บนหลักการของวิธี SIMPLE พจน์ความเร็วแก้ไขที่ลดรูปได้จากสมการโมเมนตัม มีรูปเป็นดังนี้

$$u' = -\frac{1}{a_p^u} \left( \frac{\partial p'}{\partial x} \right) \Delta \Omega = -\frac{1}{a_p^u} \frac{1}{J} \left( \frac{\partial p'}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial p'}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \Delta \tilde{V} \quad (4-26a)$$

$$v' = -\frac{1}{a_p^v} \left( \frac{\partial p'}{\partial y} \right) \Delta \Omega = -\frac{1}{a_p^v} \frac{1}{J} \left( \frac{\partial p'}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial p'}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \Delta \tilde{V} \quad (4-26b)$$

เมื่อ  $\Omega = \Delta x \Delta y$  เป็นปริมาตรบนปริภูมิกายภาพ และ  $\tilde{V} = J \Delta \xi \Delta \eta$  หากกำหนด  $u^*$  เป็นความเร็วค่าประมาณ และ  $u'$  เป็นความเร็วค่าแก้ไข จะได้ความสัมพันธ์สำหรับความเร็วค่าที่ถูกต้อง ดังนี้

$$u = u^* + u' = u^* - \frac{1}{a_p^u} \frac{1}{J} \left( \frac{\partial p'}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial p'}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \Delta \tilde{V} \quad (4-27a)$$

$$v = v^* + v' = v^* - \frac{1}{a_p^v} \frac{1}{J} \left( \frac{\partial p'}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial p'}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \Delta \tilde{V} \quad (4-27b)$$

แทนค่าสมการที่ (4-27a, b) ลงในสมการสมการที่ (4-19a, b) จะได้

$$\tilde{u} = \begin{bmatrix} u^* - \frac{1}{a_p^u} \frac{1}{J} \left( \frac{\partial p'}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial p'}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \Delta \tilde{V} \\ v^* - \frac{1}{a_p^v} \frac{1}{J} \left( \frac{\partial p'}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial p'}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \Delta \tilde{V} \end{bmatrix} \begin{matrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} \end{matrix} \quad (4-28b)$$

$$\tilde{v} = - \begin{bmatrix} u^* - \frac{1}{a_p^u} \frac{1}{J} \left( \frac{\partial p'}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial p'}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \Delta \tilde{V} \\ v^* - \frac{1}{a_p^v} \frac{1}{J} \left( \frac{\partial p'}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial p'}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \Delta \tilde{V} \end{bmatrix} \begin{matrix} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{matrix} + \quad (4-28b)$$

จัดรูปสมการใหม่ได้เป็นดังนี้

$$\tilde{u} = \left( u^* \frac{\partial y}{\partial \eta} - v^* \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) - \left( \tilde{B}_u \frac{\partial p'}{\partial \xi} - \tilde{C}_u \frac{\partial p'}{\partial \eta} \right) \Delta \tilde{V} = \tilde{u}^* + \tilde{u}' \quad (4-29a)$$

$$\tilde{v} = - \left( u^* \frac{\partial y}{\partial \xi} - v^* \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) + \left( \tilde{B}_v \frac{\partial p'}{\partial \xi} - \tilde{C}_v \frac{\partial p'}{\partial \eta} \right) \Delta \tilde{V} = \tilde{v}^* + \tilde{v}' \quad (4-29b)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \tilde{B}_u &= \frac{1}{J} \left[ \frac{1}{a_p^u} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{1}{a_p^v} \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right], & \tilde{C}_u &= \frac{1}{J} \left( \frac{1}{a_p^u} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{1}{a_p^v} \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right), \\ \tilde{B}_v &= \frac{1}{J} \left[ \frac{1}{a_p^u} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{1}{a_p^v} \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right], & \tilde{C}_v &= \frac{1}{J} \left( \frac{1}{a_p^u} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \xi} + \frac{1}{a_p^v} \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right), \\ \tilde{u}^* &= \left( u^* \frac{\partial y}{\partial \eta} - v^* \frac{\partial x}{\partial \eta} \right), & \tilde{u}' &= - \left( \tilde{B}_u \frac{\partial p'}{\partial \xi} - \tilde{C}_u \frac{\partial p'}{\partial \eta} \right) \Delta \tilde{V}, \\ \tilde{v}^* &= - \left( u^* \frac{\partial y}{\partial \xi} - v^* \frac{\partial x}{\partial \xi} \right), & \tilde{v}' &= \left( \tilde{B}_v \frac{\partial p'}{\partial \xi} - \tilde{C}_v \frac{\partial p'}{\partial \eta} \right) \Delta \tilde{V} \end{aligned}$$

โดยที่  $\tilde{u}^*$  และ  $\tilde{v}^*$  เป็นพจน์ความเร็วไม่แปรเปลี่ยนค่าประมาณ และ  $\tilde{u}'$  และ  $\tilde{v}'$  เป็นพจน์ความเร็วไม่แปรเปลี่ยนค่าแก้ไขบนปริภูมิการคณนา จากสมการจะเห็นได้ว่า สัมประสิทธิ์  $\tilde{B}$  และ  $\tilde{C}$  อยู่ในรูปของสัมประสิทธิ์กลางซึ่งได้จากสมการโมเมนต์ (สมการที่ (4-24e)) จากสมการความต่อเนื่องใน

รูปแปลง (สมการที่ (4-25)) ใช้หลักการระเบียบวิธีปริมาตรอันตะ โดยทำการหาปริพันธ์เชิงปริมาตร แล้วจัดการเปลี่ยนให้อยู่ในรูปปริพันธ์เชิงพื้นผิว ได้เป็นดังนี้

$$\int_s^e \int_w^n \frac{\partial \rho \tilde{u}}{\partial \xi} d\xi d\eta + \int_s^e \int_w^n \frac{\partial \rho \tilde{v}}{\partial \eta} d\xi d\eta = 0 \quad (4-30)$$

ซึ่งสามารถประมาณค่าพจน์อนุพันธ์และกระจายให้อยู่รูปพีชคณิตได้ดังนี้

$$[(\rho \tilde{u} \Delta \eta)_e - (\rho \tilde{u} \Delta \eta)_w] + [(\rho \tilde{v} \Delta \xi)_n - (\rho \tilde{v} \Delta \xi)_s] = 0 \quad (4-31)$$

แทนค่าสมการที่ (4-29) ลงในสมการที่ (4-31) แล้วจัดรูปได้เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} & - \left[ \left( \rho \tilde{B}_u \Delta \tilde{V} \Delta \eta \frac{\partial p'}{\partial \xi} \right)_e - \left( \rho \tilde{B}_u \Delta \tilde{V} \Delta \eta \frac{\partial p'}{\partial \xi} \right)_w \right] \\ & - \left[ \left( \rho \tilde{C}_v \Delta \tilde{V} \Delta \xi \frac{\partial p'}{\partial \eta} \right)_n - \left( \rho \tilde{C}_v \Delta \tilde{V} \Delta \xi \frac{\partial p'}{\partial \eta} \right)_s \right] = \tilde{B}_m + B_m \end{aligned} \quad (4-32)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} B_m &= (\rho \tilde{u}^* \Delta \eta)_w - (\rho \tilde{u}^* \Delta \eta)_e + (\rho \tilde{v}^* \Delta \xi)_s - (\rho \tilde{v}^* \Delta \xi)_n, \\ \tilde{B}_m &= - \left[ \left( \rho \tilde{C}_u \Delta \tilde{V} \Delta \eta \frac{\partial p'}{\partial \eta} \right)_w - \left( \rho \tilde{C}_u \Delta \tilde{V} \Delta \eta \frac{\partial p'}{\partial \eta} \right)_e \right] \\ & - \left[ \left( \rho \tilde{B}_v \Delta \tilde{V} \Delta \xi \frac{\partial p'}{\partial \xi} \right)_s - \left( \rho \tilde{B}_v \Delta \tilde{V} \Delta \xi \frac{\partial p'}{\partial \xi} \right)_n \right] = 0 \end{aligned}$$

โดยที่  $B_m$  เป็นพจน์ความไม่สมดุลมวลที่เกิดขึ้นเนื่องจากฟลักซ์มวลที่ไหลผ่านปริมาตรควบคุมยังไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขตามสมการความต่อเนื่อง ส่วน  $\tilde{B}_m$  เป็นพจน์แหล่งกำเนิดที่เกิดขึ้นเนื่องจากการคำนวณบนระบบกริดที่ไม่เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก พจน์นี้ถูกกำหนดให้เท่ากับศูนย์ด้วยเหตุผลที่ว่า พจน์นี้ประกอบด้วยอนุพันธ์ของพจน์ความดันแก้ไข ซึ่งในกระบวนการคำนวณ พจน์ความดันแก้ไขจะถูกกำหนดค่าเริ่มต้นให้เป็นศูนย์ก่อนการวนซ้ำภายนอกทุกกรอบเสมอ อีกเหตุผลหนึ่งคือ พจน์ความดันแก้ไขจะมีค่าเข้าสู่ศูนย์เมื่อผลเฉลยลู่เข้า ดังนั้น การกำหนดให้พจน์  $\tilde{B}_m$  มีค่าเป็นศูนย์เสียตั้งแต่ต้นจึงช่วยลดความยุ่งยากในการคำนวณได้อย่างมาก อีกทั้งการทำเช่นนี้ ไม่ได้ทำให้การคำนวณสูญเสียเสถียรภาพและความถูกต้องในการคำนวณไป

เนื่องจากการแก้ปัญหาการไหลในที่นี้ ระบบกริดที่ใช้เป็นแบบกริดจตุรกรวม ซึ่งตัวแปรของการไหลทุกตัวถูกเก็บไว้ที่จุดกริดเดียวกัน กริดระบบนี้มีความอ่อนไหวต่อเสถียรภาพการคำนวณค่อนข้างมากหากจัดการได้ไม่ดีพอ ซึ่งอาจก่อให้เกิดความไม่สอดคล้องกันระหว่างสนามความดันและสนามความเร็วได้ อย่างไรก็ตาม ข้อบกพร่องนี้สามารถแก้ไขได้โดยการประยุกต์ใช้วิธีการประมาณค่าภายในช่วงของ Rhie and Chow (1983) ในการคำนวณหาฟลักซ์มวลที่ด้านของปริมาตรควบคุม โดยนำผลของเกรเดียนต์ความดันที่ด้านดังกล่าวเข้ามาร่วมในการคำนวณด้วย ดังนี้

$$\tilde{u}_{e/w}^* = \overline{(\tilde{u}^*)}_{e/w} - \overline{(\tilde{B}_u)}_{e/w} \left[ \left( \frac{\partial p^*}{\partial \xi} \right)_{e/w} - \overline{\left( \frac{\partial p^*}{\partial \xi} \right)}_{e/w} \right] \Delta \tilde{V}_{e/w} \quad (4-33a)$$

$$\tilde{v}_{n/s}^* = \overline{(\tilde{v}^*)}_{n/s} - \overline{(\tilde{C}_v)}_{n/s} \left[ \left( \frac{\partial p^*}{\partial \eta} \right)_{n/s} - \overline{\left( \frac{\partial p^*}{\partial \eta} \right)}_{n/s} \right] \Delta \tilde{V}_{n/s} \quad (4-33b)$$

ในกรณีที่กริดมีความสม่ำเสมอตลอดทั้งโดเมน จะได้ว่า

$$\tilde{u}_e^* = \frac{\tilde{u}_p^* + \tilde{u}_E^*}{2} - \frac{\tilde{B}_{u,p} + \tilde{B}_{u,E}}{2} \left[ \left( \frac{p_E^* - p_p^*}{\Delta \xi} \right) - \frac{1}{2} \left( \left. \frac{\partial p^*}{\partial \xi} \right|_p + \left. \frac{\partial p^*}{\partial \xi} \right|_E \right) \right] \Delta \tilde{V}_e \quad (4-34)$$

เมื่อ  $\Delta \tilde{V}_e = \mathcal{J}(\xi_E - \xi_p) \Delta \eta$  ส่วนพจน์อื่นสามารถเทียบเคียงได้ในรูปแบบเดียวกัน

จากสมการที่ (4-32) ทำการกระจายพจน์อนุพันธ์ของความดันแก้ไขให้อยู่ในรูปผลต่าง ได้เป็นดังนี้

$$\left( \rho \tilde{B}_u \Delta \tilde{V} \Delta \eta \frac{\partial p'}{\partial \xi} \right)_e = \rho \Delta \eta \Delta \tilde{V} \left( \frac{\tilde{B}_{u,p} + \tilde{B}_{u,E}}{2} \right) \left( \frac{p'_E - p'_p}{\Delta \xi} \right) \quad (4-35a)$$

$$\left( \rho \tilde{B}_u \Delta \tilde{V} \Delta \eta \frac{\partial p'}{\partial \xi} \right)_w = \rho \Delta \eta \Delta \tilde{V} \left( \frac{\tilde{B}_{u,p} + \tilde{B}_{u,w}}{2} \right) \left( \frac{p'_p - p'_w}{\Delta \xi} \right) \quad (4-35b)$$

$$\left( \rho \tilde{C}_v \Delta \tilde{V} \Delta \xi \frac{\partial p'}{\partial \eta} \right)_n = \rho \Delta \xi \Delta \tilde{V} \left( \frac{\tilde{C}_{v,p} + \tilde{C}_{v,N}}{2} \right) \left( \frac{p'_N - p'_p}{\Delta \eta} \right) \quad (4-35c)$$

$$\left( \rho \tilde{C}_v \Delta \tilde{V} \Delta \xi \frac{\partial p'}{\partial \eta} \right)_s = \rho \Delta \xi \Delta \tilde{V} \left( \frac{\tilde{C}_{v,P} + \tilde{C}_{v,S}}{2} \right) \left( \frac{p'_P - p'_S}{\Delta \eta} \right) \quad (4-35d)$$

ซึ่งสามารถจัดรูปได้เป็น

$$a_P p'_P - a_W p'_W - a_E p'_E - a_N p'_N - a_S p'_S = B_m \quad (4-36)$$

เมื่อพจน์สัมประสิทธิ์และพจน์แหล่งกำเนิดของสมการ มีรูปเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} a_W &= \frac{\rho \Delta \eta}{\Delta \xi} \left( \frac{\tilde{B}_{u,P} + \tilde{B}_{u,W}}{2} \right) \Delta \tilde{V}; & a_E &= \frac{\rho \Delta \eta}{\Delta \xi} \left( \frac{\tilde{B}_{u,P} + \tilde{B}_{u,E}}{2} \right) \Delta \tilde{V}; \\ a_S &= \frac{\rho \Delta \xi}{\Delta \eta} \left( \frac{\tilde{C}_{v,P} + \tilde{C}_{v,S}}{2} \right) \Delta \tilde{V}; & a_N &= \frac{\rho \Delta \xi}{\Delta \eta} \left( \frac{\tilde{C}_{v,P} + \tilde{C}_{v,N}}{2} \right) \Delta \tilde{V}; \\ a_P &= a_W + a_E + a_S + a_N \end{aligned} \quad (4-37a-e)$$

โดยสัญลักษณ์ล่าง  $P, W, E, S$  และ  $N$  แทนตำแหน่งโหนดกลาง โหนดข้างเคียงด้านซ้าย ด้านขวา ด้านล่าง และด้านบน ตามลำดับ ส่วนสัญลักษณ์ล่าง  $u$  และ  $v$  แทนความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสมการโมเมนต์ในทิศทาง  $x$  และ  $y$  ตามลำดับ

#### 4.7 บทสรุป

เนื้อหาบทนี้กล่าวถึงระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ถูกประยุกต์ใช้ในที่นี้ ปัญหาการไหลที่วิเคราะห์อยู่บนสมมติฐานของการไหลแบบคงตัว และอัดตัวไม่ได้ ใน 2 มิติ ระเบียบวิธีปริมาตรอันดับสองใช้ในการแปลงสมการอนุพันธ์ให้กลายเป็นสมการพีชคณิต ระบบกริดพิกัดวัตถุแบบจตุรร่วมถูกใช้ในการแบ่งโดเมนออกเป็นปริมาตรควบคุมย่อย วิธีการแปลงถูกนำมาใช้ในการแปลงโดเมนกายภาพให้กลายเป็นโดเมนการคณนา ในขณะเดียวกัน สมการควบคุมการไหลจะถูกแปลงไปสู่บริบทของปริภูมิการคณนาเพื่อใช้ในการแก้หาผลเฉลย สำหรับบทถัดไปจะกล่าวถึงผลที่ได้เมื่อนำแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงไปประยุกต์เพื่อแก้ปัญหาการไหลแบบเปลี่ยนแปลง ปัญหาการไหลชั้นขีดผิวแบบเปลี่ยนแปลงบนแผ่นเรียบ จะถูกนำมาแก้และใช้ทดสอบความถูกต้องของแบบจำลอง อีกปัญหาหนึ่งคือ การไหลผ่านแพนอากาศ ซึ่งใช้สำหรับทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองเมื่อประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีรูปทรงซับซ้อน



## บทที่ 5

### ผลการทดสอบและการวิเคราะห์

หัวใจสำคัญในการประยุกต์ใช้แบบจำลอง  $\mu\text{-Re}_0$  ให้ได้ผลคือ การสร้างรูปแบบที่เหมาะสมสำหรับพารามิเตอร์ควบคุมจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลง และพารามิเตอร์ควบคุมความยาวช่วงเปลี่ยนแปลงให้กับแบบจำลอง ในบทนี้จะนำเสนอผลการประยุกต์ใช้แบบจำลองดังกล่าวเพื่อคำนวณปัญหาการไหลแบบเปลี่ยนแปลงใน 2 กรณี คือ การไหลชั้นขีดผิวบนแผ่นเรียบ เพื่อศึกษาผลกระทบของกระแสนิวตันและเกรเดียนต์ความดันที่มีต่อพฤติกรรมแบบเปลี่ยนแปลง และการไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012 เพื่อศึกษาพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงภายใต้ผลกระทบของพื้นผิวที่มีการเปลี่ยนแปลงความโค้ง

#### 5.1 การไหลชั้นขีดผิวแบบเปลี่ยนแปลงบนแผ่นเรียบ

ปัญหาการไหลชั้นขีดผิวบนแผ่นเรียบที่นำมาศึกษาในที่นี้ เป็นผลการทดลองในชุด T3 ที่ได้จากแหล่งข้อมูลของ ERCOFTAC (Coupland, 1993) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันดี และมักนิยมนำไปใช้ทดสอบแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงเสมอ กรณีทดสอบดังกล่าวถูกออกแบบให้เป็นการไหลชั้นขีดผิวบนแผ่นเรียบที่มีปากขอบคม ภายใต้ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดัน ความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นถูกกระตุ้นโดยกระแสนิวตันซึ่งเกิดขึ้นจากการสลายตัวของความปั่นป่วนจากกริด แทนการขับเคลื่อนด้วยคลื่น T-S จึงส่งผลให้พฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นมีแนวโน้มเป็นแบบข้ามชั้น โดยกรณี T3AM, T3A และ T3B เป็นกรณีทดสอบภายใต้ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ ส่วนกรณี T3Cx เป็นกรณีทดสอบภายใต้ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันไม่เป็นศูนย์ โดยกรณี T3C1, T3C2, T3C3 และ T3C5 ถูกออกแบบเพื่อเลียนแบบการไหลผ่านใบจักรกังหัน ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงเกรเดียนต์ความดันอย่างต่อเนื่อง ส่วนกรณี T3C4 ถูกออกแบบเพื่อเลียนแบบการไหลภายใต้ผลกระทบของกระแสแยกตัว นอกจากนี้ กรณีทดสอบ T3K ของ Schubauer and Klebanoff (1955) ถูกนำมาใช้เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองในการทำนายความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในช่วงกระแสนิวตันความเข้มต่ำ ซึ่งจัดอยู่ในกลุ่มของความเปลี่ยนแปลงแบบธรรมชาติที่มักพบในกรณีการไหลผ่านแพนอากาศ

##### 5.1.1 คุณลักษณะทั่วไปของการไหลชั้นขีดผิวบนแผ่นเรียบ

ภาพวาดการไหลชั้นขีดผิวบนแผ่นเรียบแสดงในรูปที่ 5.1 จากรูป กระแสราบเรียบแบบเอกรูปความเร็ว  $U_0$  ไหลจากทางด้านซ้ายไปขวา ผ่านไปบนแผ่นเรียบด้วยมุมปะทะศูนย์องศา

ในขณะที่ไหลเข้าสู่ช่วงแผ่นเรียบ ความเสียดทานของพื้นผิวจะถูกรั้งอนุภาคของของไหลที่บริเวณใกล้เคียงให้มีความเร็วลดลงและเป็นศูนย์ที่ผนัง ส่งผลให้โมเมนตัมของการไหลในบริเวณใกล้เคียงมีค่าลดลงและเป็นศูนย์ที่ผนังด้วยเช่นกัน โมเมนตัมที่ลดลงนี้ไม่ได้หายไปไหนแต่จะถูกนำไปเพิ่มให้กับส่วนบนถัดขึ้นไป เพื่อคงความอนุรักษ์โมเมนตัมบนแต่ละหน้าตัดการไหลเอาไว้ ในการไหลบนแผ่นเรียบ กระแสการไหลจะมีความราบเรียบในช่วงต้น แล้วจึงเปลี่ยนผ่านเข้าสู่ความปั่นป่วนในช่วงถัดมา กรณีการไหลภายใต้อิทธิพลของเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ ความเปลี่ยนผ่านจะเริ่มเกิดขึ้นเมื่อเลขเรย์โนลด์ของการไหลอยู่ในช่วง  $3 \times 10^5 < Re_{cr} < 1 \times 10^6$  เมื่อ  $Re_{cr} = U_{\infty} x / \nu$  ตำแหน่งที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่านมักพิจารณาจากความหนาของชั้นขีดยาว  $\delta$  ซึ่งจะเพิ่มขึ้นอย่างชัดเจนที่ตำแหน่งดังกล่าวบนพื้นผิวแผ่นเรียบ อนุภาคของของไหลจะถูกตรึงให้หยุดนิ่งอยู่กับที่ การเคลื่อนตัวของกระแสหมุนวนปั่นป่วนจะถูกหน่วงให้หยุดลงในบริเวณใกล้เคียง ส่งผลให้ความเค้นเฉือนเรย์โนลด์หายไป เหลือเพียงอิทธิพลจากความเค้นเฉือนความหนืดที่เด่นชัดขึ้นมา ก่อให้เกิดบริเวณที่เรียกว่า *ชั้นขีดยาวความหนืด* ซึ่งจะมีความบางมากและโดยปกติเกิดขึ้นในช่วง  $y^+ < 5$  ดังนั้น จึงสามารถตั้งข้อสมมุติฐานให้กับพฤติกรรมในช่วงนี้ได้ว่า ความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นมีขนาดคงที่และเท่ากับความเค้นเฉือนที่พื้นผิว  $\tau_w$  ซึ่งจะทำได้คุณลักษณะสำคัญคือ  $u^+ = y^+$  เมื่อ  $y^+ = \rho u y / \mu$  และ  $u^+ = u / u_\tau$  โดยที่  $u_\tau = (\tau_w / \rho)^{1/2}$  เป็นความเร็วเสียดทาน สำหรับพฤติกรรมนอกชั้นขีดยาวความหนืด ( $30 < y^+ < 500$ ) อิทธิพลของกระแสหมุนวนปั่นป่วนจะแสดงบทบาทที่เด่นชัด คุณลักษณะสำคัญของชั้นขีดยาวในช่วงนี้คือ การเปลี่ยนแปลงความเร็วจะสอดคล้องตามกฎลอการิทึม  $u^+ = \ln(y^+) / \kappa + B$  เมื่อ  $\kappa = 0.4$  และ  $B = 5.5$  ซึ่งใช้ได้ผลดีในช่วง  $0.02 < y / \delta < 0.2$  จึงเรียกช่วงนี้ว่า *ชั้นขีดยาวของลอก*

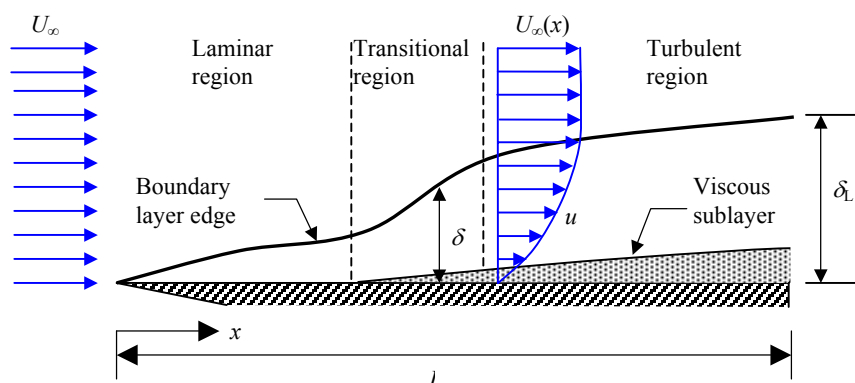
การแก้ปัญหาการไหลชั้นขีดยาวแต่เดิมนั้น มักใช้วิธี *ทฤษฎีชั้นขีดยาว* ซึ่งนำเสนอโดย Prandtl (1904) วิธีดังกล่าวใช้หลักการวิเคราะห์ *อันดับของขนาด* ในการลดรูปสมการนาเวียร์-สโตกส์ ให้ได้สมการในรูปอย่างง่ายที่เรียกว่า *สมการชั้นขีดยาว* ซึ่งมีรูปเป็นดังนี้

$$\frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v u}{\partial y} \approx \frac{d \rho U U}{dx} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (5.2)$$

เมื่อ  $U$  เป็นขนาดความเร็ว และ  $\tau$  เป็นความเค้นเฉือน ( $\tau = \mu \partial u / \partial y$  สำหรับการไหลแบบราบเรียบ และ  $\tau = \mu \partial u / \partial y - \overline{\rho u' v'}$  สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน) รูปสมการที่ได้แตกต่างจากสมการรูปแบบเดิมก่อนการลดรูปค่อนข้างมาก กล่าวคือ สมการโมเมนตัมทิศทาง  $y$  จะถูกตัดออกจากการคำนวณเพราะว่า

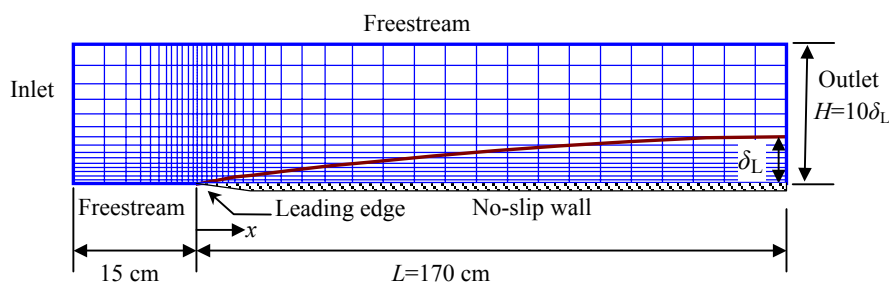
ความเร็ว  $v$  มีอันดับขนาดต่ำกว่าความเร็ว  $u$  อย่างมาก เนื่องจากชั้นชดผิวมีความหนาน้อยมาก การเปลี่ยนแปลงความดันในทิศทางกระแสจึงประมาณได้เท่ากับศูนย์  $\partial p/\partial y \approx 0$  ส่วนการเปลี่ยนแปลงความดันในทิศตามกระแสนั้น สามารถประมาณค่าได้โดยอาศัยความสัมพันธ์ตามสมการเบอร์นูลลีได้เป็น  $\partial p/\partial x = -dp U_\infty U_\infty/dx$  สำหรับสมการความต่อเนื่อง (5.2) ยังถูกคงไว้ในกระบวนการแก้สมการ เพื่อการันตีความสอดคล้องของการไหลกับการอนุรักษ์มวล



รูปที่ 5.1 ภาพวาดการไหลชั้นชดผิวบนแผ่นเรียบ

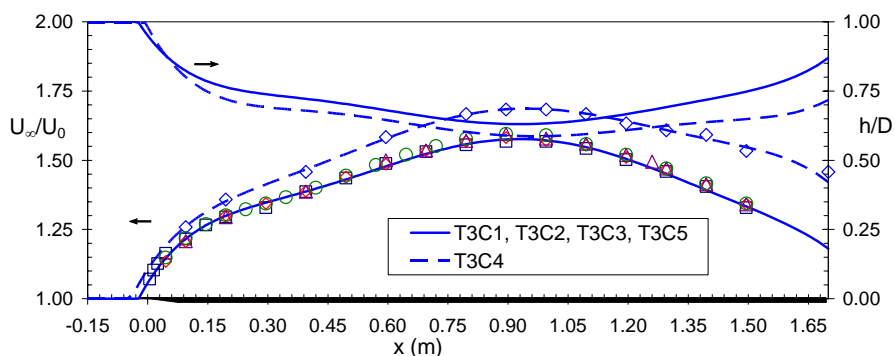
### 5.1.2 การคณาและเงื่อนไขการวิเคราะห์การไหลชั้นชดผิวบนแผ่นเรียบ

ในการแก้สมการชั้นชดผิวนั้น มักแก้ด้วยวิธีที่เรียกว่า ลำดับก้าว โดยสมการจะถูกแก้ทีละหน้าตัดโดยไล่จากซ้ายไปขวา ผลเฉลยที่แก้ได้บนหน้าตัดซ้ายจะถูกใช้เป็นค่าขอบสำหรับการแก้บนหน้าตัดขวาถัดไป เป็นลักษณะการแก้แบบพาราโบลา อย่างไรก็ตาม สมการดังกล่าวนี้ก่อความสับสนค่อนข้างมากเมื่อนำไปคำนวณแบบเอลลิปติกตามขั้นตอนวิธี SIMPLE ทั้งนี้เนื่องจากสมการชั้นชดผิวมีตัวแปรไม่รู้ค่า 2 ตัวคือ ความเร็ว  $u$  และ  $v$  ซึ่งหาค่าได้โดยการแก้สมการโมเมนตัม ส่วนความดันถูกรู้ค่าล่วงหน้าในรูปฟังก์ชันของความเร็วกะแสอิสระ  $\partial p/\partial x = -dp U_\infty U_\infty/dx$  ซึ่งได้จากผลการทดลอง ส่วนการหาค่าตอบตามขั้นตอนวิธี SIMPLE นั้น มี 3 สมการที่ต้องแก้ในกรณีปัญหาแบบ 2 มิติ คือ สมการโมเมนตัมจำนวน 2 สมการ และสมการความดันแก้ไขจำนวน 1 สมการ ดังนั้น จึงกลายเป็นว่ามีจำนวนสมการที่ต้องแก้มากกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่รู้ค่าอยู่ 1 สมการ ซึ่งในแง่มุมมองคณิตศาสตร์แม้จะสามารถแก้ได้ แต่ก็ยังเป็นเงื่อนไขการคำนวณที่ไม่เหมาะสม ดังนั้น จึงอาจตั้งข้อสงสัยว่า เมื่อสนามความดันถูกรู้ค่าก่อนเรียบร้อยแล้วเช่นนี้ สมการความดันแก้ไขจะยังคงจำเป็นอยู่หรือไม่ และหากจำเป็น จะใช้ในรูปแบบใด

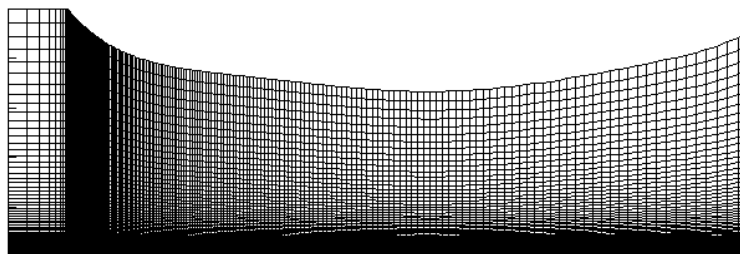


รูปที่ 5.2 ลักษณะของโดเมนและเงื่อนไขขอบ (บน) กรณีเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ และ (ล่าง) กรณีเกรเดียนต์ความดันไม่เป็นศูนย์

แนวทางหนึ่งที่สามารถจัดการกับปัญหาดังกล่าวนี้ได้คือ การสร้างโดเมนการคณาให้มีรูปทรงที่สอดคล้องกับความดันที่เปลี่ยนแปลงไป ด้วยวิธีการนี้ ความดันจะยังคงปรากฏอยู่ในสมการโมเมนตัมในรูปของตัวแปรที่ต้องหาค่าตามปกติ สมการที่ต้องแก้จึงอยู่ในรูปสมการนาเวียร์-สโตกส์แบบสมบรูณ์ ซึ่งให้ความเป็นยที่คงในการแก้สมการมากกว่าในรูปแบบสมการชั้นขีดผิว อย่างไรก็ตาม หากยังคงต้องการแก้สมการชั้นขีดผิวตามขั้นตอนวิธี SIMPLE สามารถทำได้โดยแก้สมการโมเมนตัมสำหรับความเร็ว  $u$  (สมการที่ (5-1)) โดยไม่ต้องแก้สมการโมเมนตัมสำหรับความเร็ว  $v$  สนามความดันคำนวณได้จากการเปลี่ยนแปลงความเร็วกระแสนิ่งและถูกจัดรูปเข้าเป็นพจน์แหล่งกำเนิดในสมการโมเมนตัม  $x$  ส่วนสมการความต่อเนื่อง (สมการที่ (5-2)) ถูกแก้ในรูปของสมการความดันแก้ไขตามปกติ (สามารถใช้สมการในรูปแบบที่ปรากฏในตำราได้โดยตรง ไม่ต้องปรับแต่งเพิ่มเติม) ในขั้นตอนการปรับแก้ไขค่าตัวแปร ให้นำค่าความดันแก้ไขที่ได้จากสมการความดันแก้ไขไปปรับแก้ไขเฉพาะสนามความเร็วเท่านั้น ไม่ต้องทำการปรับแก้ไขสนามความดัน อย่างไรก็ตาม กรณีการไหลที่เกรเดียนต์ความดันไม่เป็นศูนย์ การแก้สมการยังคงต้องกระทำบนโดเมนที่มีรูปทรงที่สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงของความดันเช่นเดิม ไม่สามารถกระทำบนโดเมนที่มีหน้าตัดคงที่ตลอดความยาวของแผ่นเรียบได้ แม้ว่าอิทธิพลของความดันจะถูกผนวกเข้าในสมการโมเมนตัมแล้วก็ตาม ที่เป็นเช่นนี้เพราะตัวการหลักที่แท้จริงที่ใช้ควบคุมสมดุลของระบบการไหลคือสมดุลมวลในระบบ



รูปที่ 5.3 ความสูง โดเมนและโปรไฟล์ความเร็วเฉพาะที่ของกระแสอิสระ



รูปที่ 5.4 ตัวอย่างกริดสำหรับกรณีเกรเดียนต์ความดันไม่เป็นศูนย์

ในทางจินตภาพ หากโดเมนที่วิเคราะห์มีความสูงที่คงที่ โปรไฟล์ของกระแสการไหลตั้งแต่ขอบของชั้นซิดผิวขึ้นไปจนถึงผิวอิสระจะยังคงลักษณะเอกรูปไว้เช่นเดิม หรือ  $U_e \approx U_\infty$  เมื่อ  $U_e$  เป็นความเร็วเฉพาะที่ที่ตำแหน่งขอบชั้นซิดผิว  $y=\delta$  และ  $U_\infty$  เป็นความเร็วเฉพาะที่ที่ตำแหน่งผิวอิสระ  $y=h_{max}(x)$  ในทางปฏิบัติซึ่งพบในที่นี้พบว่า ความเร็วที่ขอบชั้นซิดผิวอาจมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับความเร็วที่ผิวอิสระ  $U_e \geq U_\infty$  โดยโปรไฟล์ของความเร็วจะตีบเข้าเล็กน้อยในช่วงนอกชั้นซิดผิว ในกรณีเช่นนี้ การค้นหาตำแหน่งขอบของชั้นซิดผิวโดยใช้เงื่อนไข  $U_e=0.99U_\infty$  นั้น จะทำให้ได้ความหนาของชั้นซิดผิวบางกว่าที่ควรจะเป็น แนวทางแก้ไขซึ่งประยุกต์ใช้ในที่นี้คือ ใช้การค้นหาตำแหน่งที่  $u(i,j)=0.99u(i,j+4)$  ภายใต้เงื่อนไขบังคับ  $u(i,j+4) \geq u(i,j)$  และ  $u(i,j+4) \geq U_0$  โดยขอบชั้นซิดผิวจะอยู่ที่ตำแหน่ง  $U_e=u(i,j+2)$  โดยที่  $j=0, 1, 2, \dots$  เป็นลำดับหมายเลขจุดต่อนับจากผนังขึ้นไป การเว้นจุดเปรียบเทียบห่างไปสี่จุดเป็นเหตุผลในเชิงการเขียนโปรแกรม เพื่อให้มั่นใจว่าการแจกแจงความเร็วตามแนวที่ค้นหามีความราบเรียบเพียงพอ หากจุดที่ใช้เปรียบเทียบเป็นจุดในลำดับใกล้กันเกินไปจะทำให้ได้โปรไฟล์ของขอบชั้นซิดไม่ราบเรียบเท่าที่ควร

ในการทดสอบ แบบจำลองถูกประยุกต์เข้ากับกรณีทดสอบ โดยได้กำหนดเงื่อนไขการคำนวณให้สอดคล้องกับการทดลองให้มากที่สุด ดังนี้ แผ่นเรียบมีความยาว 1.7 เมตร ขอบทางเข้าของโดเมนกำหนดไว้ที่ระยะ 0.15 เมตร ก่อนถึงปากทางเข้าของแผ่นเรียบ เพื่อสร้างความสมจริงของกระแสการไหลให้เหมือนกับธรรมชาติของปัญหา ความสูงของโดเมนจากแผ่นเรียบถึงขอบด้านบนเท่ากับ 0.3 เมตร ซึ่งมีค่าประมาณ 10 เท่าของความหนาชั้นซิดผิวที่ตำแหน่งทางออก ซึ่งคำนวณได้คร่าว ๆ จากสมการ  $\delta/x=0.16/(Re_x)^{1/2}$  เมื่อ  $Re_x=U_\infty x/\nu$  และ  $x=L$  สำหรับกรณีทดสอบที่มีเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ ความสูงของโดเมนจะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับผลคูณของความยาวของแผ่นเรียบ ดังแสดงในรูปที่ 5.2 (บน) ส่วนกรณีทดสอบที่มีเกรเดียนต์ความดันไม่เป็นศูนย์ ความสูงของหน้าตัดโดเมนแต่ละตำแหน่งจะเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับเกรเดียนต์ความดัน ซึ่งได้จากผลการทดลอง ดังแสดงในรูปที่ 5-2 (ล่าง) การค้นหารูปทรงที่สอดคล้องดังกล่าวเป็นขั้นตอนที่ค่อนข้างยุ่งยาก เพราะไม่ได้มีข้อมูลให้ไว้อย่างชัดเจน แนวทางหนึ่งที่ใช้ได้ผลและนำมาใช้ในที่นี่คือ การคำนวณหาอัตราการไหลของมวลที่ไหลผ่านแต่ละหน้าตัด ซึ่งสามารถคำนวณหาคร่าว ๆ ได้ จากความเร็วของกระแสอิสระที่ได้จากการทดลอง เมื่อรู้อัตราการไหลของมวลที่ไหลผ่านแต่ละหน้าตัดแล้ว ก็สามารถคำนวณหาความสูงของหน้าตัดแต่ละตำแหน่งได้ โดยใช้การสมมูลมวลเทียบกับอัตราการไหลของมวลที่ทางเข้า เมื่อได้รูปทรงอย่างคร่าว ๆ แล้ว จึงค่อยปรับรูปทรงให้พอดีมากขึ้น โดยใช้การทดสอบเชิงตัวเลข เพื่อให้ได้โพรไฟล์ของเกรเดียนต์ความดัน (ในที่นี้แสดงในรูปของความเร็วที่ผิวอิสระ) ที่สอดคล้องกับผลการทดลองให้มากที่สุด จากการทดสอบพบว่า ขนาดความสูงของโดเมนสำหรับกรณี T3Cx มีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 5.3 เมื่อ  $h/D$  เป็นสัดส่วนความสูงของโดเมนต่อความสูงที่ทางเข้า และ  $U_\infty/U_0$  เป็นสัดส่วนความเร็วที่ผิวอิสระต่อความเร็วที่ทางเข้า จากรูปจะเห็นว่า รูปทรงของโดเมนลู่ออกในช่วงแรกและบานออกในช่วงท้าย นั่นแสดงว่า เกรเดียนต์ความดันจะมีค่าเป็นลบ (เกรเดียนต์ความดันเสริม) ในช่วงแรก  $0.0 < x < 0.9$  เมตร และมีค่าเป็นบวก (เกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ) ในช่วงท้าย  $0.9 < x < 1.7$  เมตร ความสูงของโดเมนสำหรับกรณี T3C4 และสำหรับกรณี T3Cx ที่เหลือ เป็นไปตามสมการที่ (5-3) และ (5-4) ตามลำดับ

$$h/H = \min[1.356x^6 - 7.591x^5 + 16.513x^4 - 17.509x^3 + 9.486x^2 - 2.657x + 0.991; 1.0] \quad (5-3)$$

$$h/H = \min[1.231x^6 - 6.705x^5 + 14.061x^4 - 14.113x^3 + 7.109x^2 - 1.900x + 0.950; 1.0] \quad (5-4)$$

สำหรับขั้นตอนการคำนวณ เริ่มต้นจากการทดสอบหากริดที่เหมาะสมกับแต่ละกรณีทดสอบ หรือ *ความเป็นอิสระของกริด* จากการทดสอบพบว่า กริดขนาด  $85 \times 75$  และขนาด  $185 \times 125$  เป็นกริดที่เหมาะสม ซึ่งถูกนำไปใช้กับกรณีทดสอบที่เกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ และกรณีทดสอบ

ที่เกรเดียนต์ความดันไม่เป็นศูนย์ ตามลำดับ กริดจุดแรกจากผิวแผ่นเรียบถูกสร้างไว้ที่ระยะความสูง  $y^+ < 0.3$  ตัวอย่างกริดสำหรับกรณี T3Cx แสดงในรูปที่ 5.4 การคำนวณกำหนดค่าเริ่มต้นของความเร็ว ในทิศตามกระแสโดยใช้โปรไฟล์ของ Kármán ดังนี้  $u(x,y) = U_0(2y/\delta - y^2/\delta^2)$  เมื่อ  $0 \leq y \leq \delta$  และ  $\delta = 0.16x/(\text{Re}_x)^{1/7}$  โดย  $\text{Re}_x = U_0x/\nu$  เป็นเลขเรย์โนลด์ของการไหล ค่าขอบทางเข้าของพลังงานจลน์ปั่นป่วนคำนวณได้จากความเร็วและค่าความหนืดของกระแสน้ำปั่นป่วน สัดส่วนความหนืด  $R_T = \mu/\mu$  ที่ทางเข้าถูกปรับค่าอย่างระมัดระวัง เพื่อให้ได้โปรไฟล์การลดลงของความหนืดของความปั่นป่วนที่ตำแหน่งขอบของชั้นขี้นผิวสอดคล้องกับผลการทดลอง ดังแสดงในรูปที่ 5.5 การลดลงดังกล่าว สัมพันธ์กับฟังก์ชันที่ Langtry and Menter (2004) เสนอไว้ ดังนี้

$$Tu = \left\{ Tu_0^2 \left[ 1 + \frac{3\rho U_0 x \beta Tu_0^2}{2\mu R_T} \right]^{-\beta^*/\beta} \right\}^{1/2} \quad (5-5)$$

เมื่อ  $\beta = 0.09$  และ  $\beta^* = 0.0828$  พจน์  $Tu$  เป็นความหนืดของความปั่นป่วน และดัชนีล่าง 0 แทนค่าที่ตำแหน่งขอบทางเข้า อย่างไรก็ตาม เพื่อให้ได้ผลที่สอดคล้องกับผลการทดลองมากที่สุด การค้นหาสัดส่วนความหนืด  $R_T$  ที่เหมาะสมในที่นี้ จะใช้การทดสอบเชิงตัวเลขแทนการแก้ค่าโดยตรงจากสมการที่ (5-5) โดยสมการที่ (5-5) จะถูกใช้เพื่อคำนวณหาค่าอย่างคร่าวๆ กับการทดสอบ จากการทดสอบได้ความสัมพันธ์ของสัดส่วนความหนืดที่ทางเข้าตามเงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$R_T = \begin{cases} 0.384\tilde{k}_0^3 - 3.852\tilde{k}_0^2 + 12.758\tilde{k}_0 - 10.973 & ; \tilde{k}_0 < 500 \\ 9.206\tilde{k}_0^2 - 111.03\tilde{k}_0 - 340.93 & ; 500 < \tilde{k}_0 < 5000 \\ 143.46\tilde{k}_0^2 - 2266.6\tilde{k}_0 - 8904.4 & ; \tilde{k}_0 > 5000 \end{cases} \quad (5-6)$$

เมื่อ  $\tilde{k}_0 = \ln[3/2(Tu_0 U_0)^2]$  ดังแสดงในรูปที่ 5.6 รายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขขอบไว้กับการคำนวณ แสดงไว้ในตารางที่ 5.1 ส่วนตารางที่ 5.2 แสดงรายละเอียดของกรณีทดสอบ

เนื่องจากความสูงของโดเมนในกรณีการไหลที่มีเกรเดียนต์ความดันไม่เป็นศูนย์นั้น มีขนาดที่เปลี่ยนแปลงไปตามระยะของแผ่นเรียบ ดังนั้น รูปทรงของโดเมนจึงไม่ใช่สี่เหลี่ยมมุมฉาก เส้นกริดที่สร้างขึ้นตามรูปทรงของโดเมนจึงไม่ตั้งฉากต่อกันด้วยเช่นกัน ส่งผลให้การคำนวณยุ่งยากมากยิ่งขึ้น เพราะต้องพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ให้สนับสนุนการคำนวณบนกริดที่มีลักษณะไม่ตั้งฉากดังกล่าว ในงานวิจัยนี้ ได้ใช้กลวิธีในการแปลงโดเมนกายภาพที่มีรูปทรงไม่ใช่สี่เหลี่ยมมุมฉากให้เป็นโดเมนการคำนวณที่มีรูปทรงเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ส่งผลให้กริดแบบไม่ตั้งฉากบนโดเมน

ภาพถ่ายถูกส่งไปเป็นกริดแบบสี่เหลี่ยมมุมฉากบนโดเมนการคณนา ซึ่งรายละเอียดกลวิธีดังกล่าวนี้ นำเสนอไว้ในบทที่ 4

ตารางที่ 5.1 สรุปเงื่อนไขค่าขอบสำหรับการไหลบนแผ่นเรียบ

Variables	Inlet	Outlet	Wall	Freestream
$u$	$U_0$	Extrapolate	0	$d./dy=0$
$v$	0	Extrapolate	0	$d./dy=0$
$p$ and $p'$	Extrapolate	Extrapolate	Extrapolate	Extrapolate
$k$	$(3/2)(Tu_0U_0)^2$	Extrapolate	0	$d./dy=0$
$\mu_t$	$R_\mu\mu$	Extrapolate	0	$d./dy=0$
$\tilde{\epsilon}$	$\rho C_\mu k^2/\mu_t$	Extrapolate	0	$d./dy=0$
$\omega$	$\rho k/\mu_t$	Extrapolate	$60\nu/\alpha_y y_n^2$	$d./dy=0$

ตารางที่ 5.2 รายละเอียดข้อมูลสำหรับกรณีทดสอบ T3-ERCOFTAC

Case	$U_0$ (m/s)	$Tu_0$ (%)	$(\mu/\mu)_0$	$Re_\theta/Re_\delta$	$Re_x/Re_L$	Pressure Cond.
T3K	50.1	0.18	3.5	945/170	$2.54 \times 10^6/5.01 \times 10^6$	ZPG
T3AM	19.8	0.98	7.0	819/186	$1.44 \times 10^6/2.26 \times 10^6$	ZPG
T3A	5.4	3.35	11.5	272/193	$1.35 \times 10^5/6.25 \times 10^5$	ZPG
T3B	9.4	6.14	100.0	181/260	$5.91 \times 10^4/1.08 \times 10^6$	ZPG
T3C1	5.9	7.78	44.0	211/250	$9.89 \times 10^4/7.72 \times 10^5$	FPG/APG
T3C2	5.0	3.10	9.0	377/209	$4.11 \times 10^5/6.58 \times 10^5$	FPG/APG
T3C3	3.7	3.10	6.0	519/217	$4.50 \times 10^5/4.77 \times 10^5$	FPG/APG
T3C4	1.2	3.10	2.5	381/165	$1.78 \times 10^5/1.36 \times 10^5$	FPG/APG
T3C5	8.4	3.10	13.5	332/164	$2.65 \times 10^5/1.09 \times 10^6$	FPG/APG

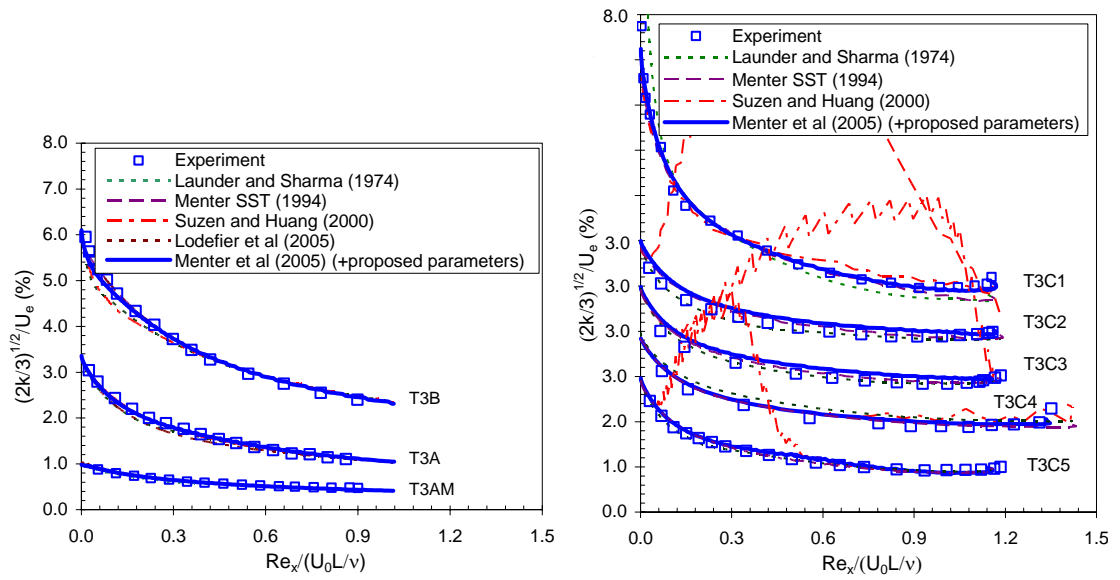
เมื่อ  $U_0$  เป็นความเร็วกระแสอิสระที่ทางเข้า  $Tu_0$  เป็นความเข้มกระแสวิกฤตที่ทางเข้า (%)  $R_\mu$  เป็นสัดส่วนความหนืด  $y_n$  เป็นระยะตั้งฉากถึงผนัง ค่าคงที่  $C_\mu=0.09$  และ  $\alpha_1=0.075$  อักษรย่อ ZPG, FPG และ APG แทนกรณีความดันเป็นศูนย์ กรณีความดันเสริม และกรณีความดันย้อนกลับ ตามลำดับ



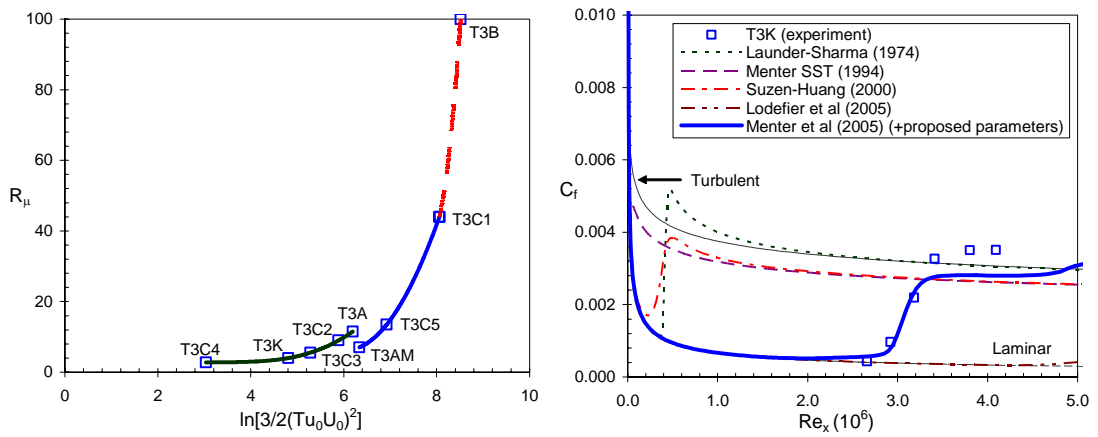
### 5.1.3 ผลการทดสอบการไหลชั้นขีดยวนบนแผ่นเรียบ

กรณีการไหลบนแผ่นเรียบในที่นี้ ถูกใช้เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลอง ความเปลี่ยนผ่าน 3 แบบ คือ แบบจำลองของ Suzen and Huang (2000), แบบจำลองของ Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005) และแบบจำลองของ Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) และแบบจำลองความปั่นป่วนอีก 2 แบบจำลอง คือ แบบจำลอง  $k-\epsilon$  ของ Launder and Sharma (1974) ซึ่งเป็นแบบจำลองความปั่นป่วนที่ถือว่ามีประสิทธิภาพในการตรวจจับความเปลี่ยนผ่านได้ดี และแบบจำลองความปั่นป่วน SST ของ Menter (1994) ซึ่งเป็นแบบจำลองที่นิยมใช้เป็นแบบจำลองฐานในการพัฒนาแบบจำลองความเปลี่ยนผ่าน โดยในกรณีการไหลภายใต้ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ แบบจำลองทั้งหมดข้างต้นจะได้รับการทดสอบและประเมินผล ส่วนกรณีการไหลภายใต้ผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันไม่เป็นศูนย์ แบบจำลองของ Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005) จะไม่ได้รับการทดสอบ ด้วยเหตุผลในเรื่องของการขาดเสถียรภาพในการคำนวณจนยากแก่การควบคุม ผลการทำนายจากแบบจำลองถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ ERCOFTAC ดังนี้ (ก) เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ (รูปที่ 5.8-5.15 (บน)) เป็นพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับความหนาโมเมนต์และแสดงถึงพัฒนาการของชั้นขีดยวน กรณีการไหลบนแผ่นเรียบภายใต้สภาวะเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์เชิงทฤษฎีคำนวณได้จาก  $Re_\theta = U_0 \theta / \nu$  เมื่อ  $\theta = 0.664x / Re_x^{1/2}$  เป็นความหนาโมเมนต์ของชั้นขีดยวนแบบราบเรียบ และ  $\theta = (7/72)0.16x / Re_x^{1/7}$  เป็นความหนาโมเมนต์ของชั้นขีดยวนแบบปั่นป่วน พิจารณาโพรไฟล์ของเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ ความเปลี่ยนผ่านจะเริ่มเกิดขึ้นเมื่อโพรไฟล์แยกตัวออกจากแนวโพรไฟล์แบบราบเรียบ ตารางที่ 5.2 แสดงค่าเลขเรย์โนลด์และค่าเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ที่จุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่าน ซึ่งวิเคราะห์ได้จากผลการทดลอง ความเปลี่ยนผ่านจะเริ่มสิ้นสุดเมื่อโพรไฟล์เริ่มประชิดเข้ากับโพรไฟล์แบบปั่นป่วน (ข) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว (รูปที่ 5.7 และ 5.8-5.15 (กลาง)) เป็นพารามิเตอร์ที่ใช้วิเคราะห์หาจุดเริ่มเกิด จุดสิ้นสุด และความยาวของช่วงเปลี่ยนผ่าน กรณีชั้นขีดยวนการไหลภายใต้สภาวะเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวเชิงทฤษฎี สำหรับชั้นขีดยวนแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วน คำนวณได้จากสูตร  $C_f = 0.664 / Re_x^{1/2}$  และ  $C_f = 0.027 / Re_x^{1/7}$  ตามลำดับ ความเปลี่ยนผ่านเริ่มเกิดขึ้นเมื่อโพรไฟล์แยกตัวออกจากแนวโพรไฟล์แบบราบเรียบ และสิ้นสุดเมื่อเข้าประชิดกับแนวโพรไฟล์แบบปั่นป่วน นอกจากนี้ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของโพรไฟล์ยังบ่งบอกถึงการเติบโตของความเปลี่ยนผ่านอีกด้วย โพรไฟล์ที่เปลี่ยนแปลงเร็วแสดงถึงอัตราการเติบโตของชั้นขีดยวนที่เร็ว ซึ่งหมายถึงความยาวของช่วงเปลี่ยนผ่านจะสั้น (ค) ตัวประกอบสัญญาณ (รูปที่ 5.8-5.15 (ล่าง)) เป็นสัดส่วนความหนาของการกระจัดต่อความหนาโมเมนต์ชั้นขีดยวน ( $H = \delta^*/\theta$ ) เป็นพารามิเตอร์ที่บ่งบอกถึงบริเวณที่มีแนวโน้มจะเกิดการเปลี่ยนแปลงสู่ความปั่นป่วน และบริเวณที่มีแนวโน้มจะเกิดการแยกตัวของชั้นขีดยวน

กรณีการไหลบนแผ่นเรียบภายใต้สภาวะเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ พบว่าตัวประกอบสัญญาณในเชิงทฤษฎีสำหรับชั้นซิกมิตแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วนมีค่าประมาณ 2.6 และ 1.4 ตามลำดับ และมีค่าอยู่ระหว่างทั้งสองค่าดังกล่าวสำหรับชั้นซิกมิตแบบเปลี่ยนผ่าน (ง) ความเร็วเฉลี่ย  $u^+$  ในตำแหน่งช่วงก่อนเกิดการเปลี่ยนผ่าน ช่วงที่เกิดการเปลี่ยนผ่าน และช่วงหลังเกิดการเปลี่ยนผ่าน ถูกนำไปแสดงผลกราฟเทียบกับระยะทาง  $y^+$  ดังแสดงในรูปที่ 5.16-5.23 (ซ้าย) (จ) พลังงานจลน์ปั่นป่วน และ (ฉ) ความเค้นเฉือนเรย์โนลด์ที่ตำแหน่งเดียวกันกับความเร็วเฉลี่ยในข้อ (ง) จะถูกปรับบรรทัดฐานด้วยค่าความเร็วทางเข้า  $U_0$  และถูกแสดงผลเทียบกับสัดส่วนความหนาชั้นซิกมิต  $y/\delta$  ในรูปที่ 5.16-5.23 (กลาง) และ 5.16-5.23 (ขวา) ตามลำดับ

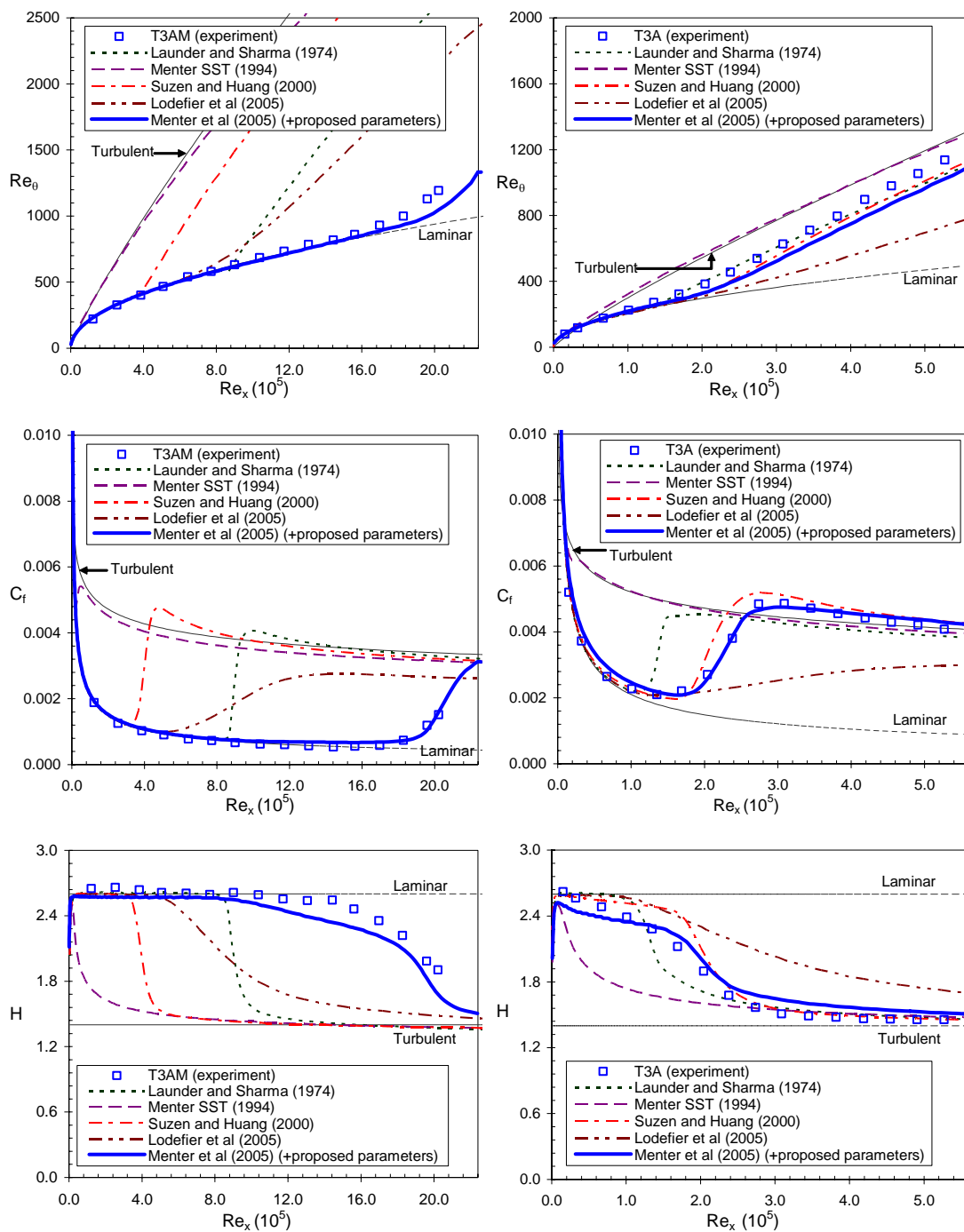


รูปที่ 5.5 โพรไฟล์การลดลงของความเข้มกระแสวิษณุระความปั่นป่วน



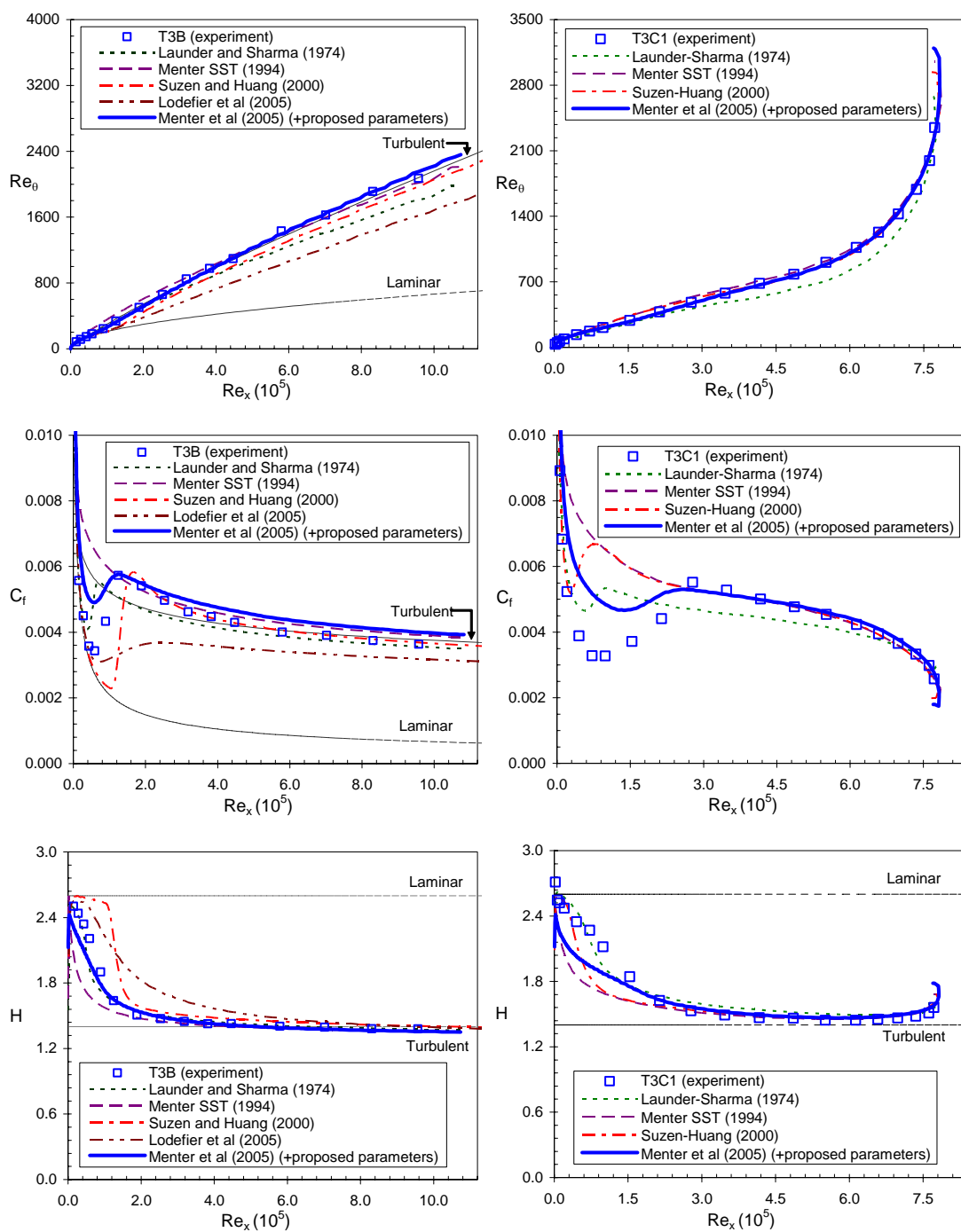
รูปที่ 5.6 (รูปด้านซ้าย) สัดส่วนความหนืดสำหรับกรณีทดสอบการไหลบนแผ่นเรียบ

รูปที่ 5.7 (รูปด้านขวา) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว สำหรับกรณีทดสอบ T3K



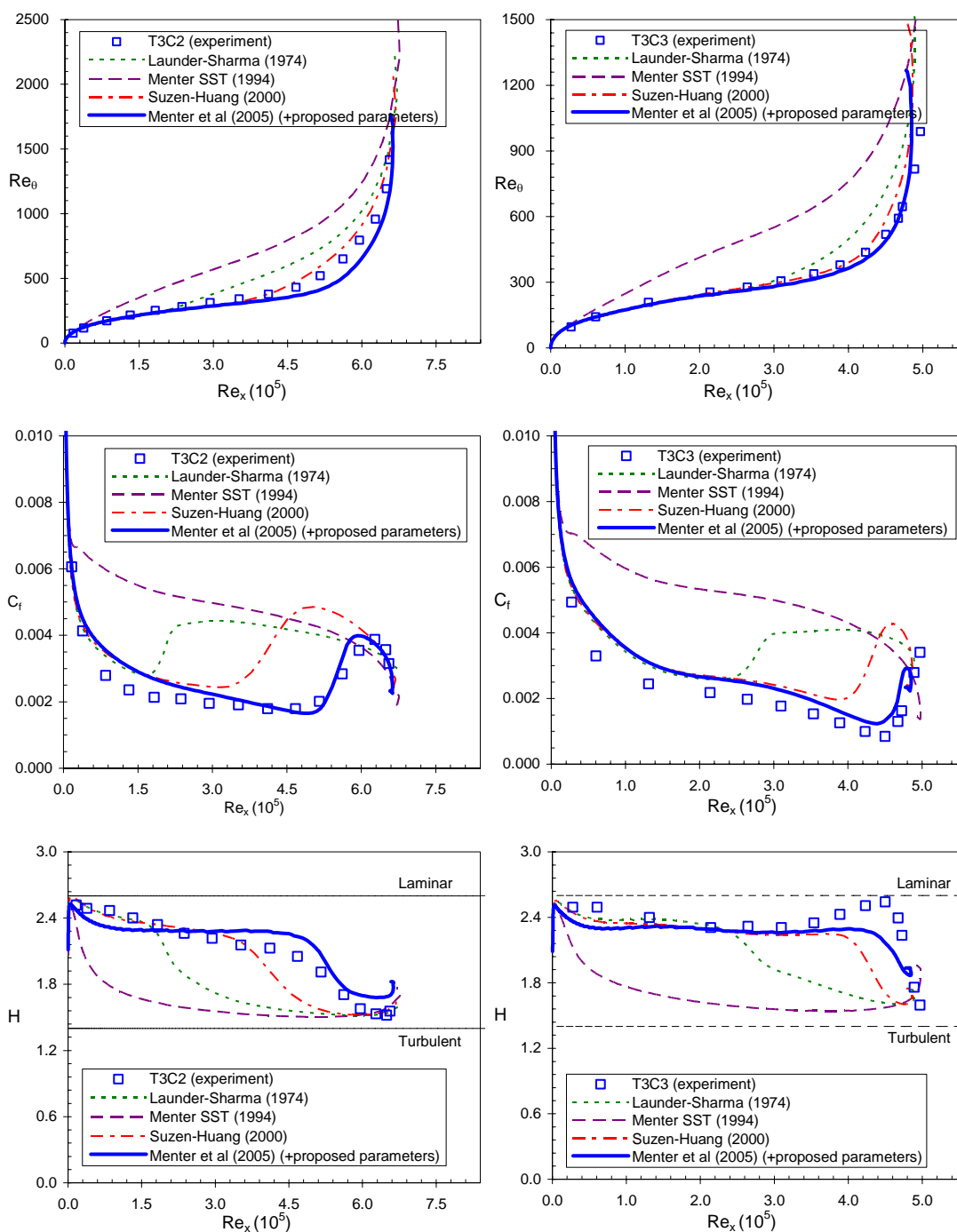
รูปที่ 5.8 (รูปด้านซ้าย) เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ (บน) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว (กลาง) ตัวประกอบสัญญาณ (ล่าง) สำหรับกรณีทดสอบ T3AM

รูปที่ 5.9 (รูปด้านขวา) เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ (บน) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว (กลาง) ตัวประกอบสัญญาณ (ล่าง) สำหรับกรณีทดสอบ T3A



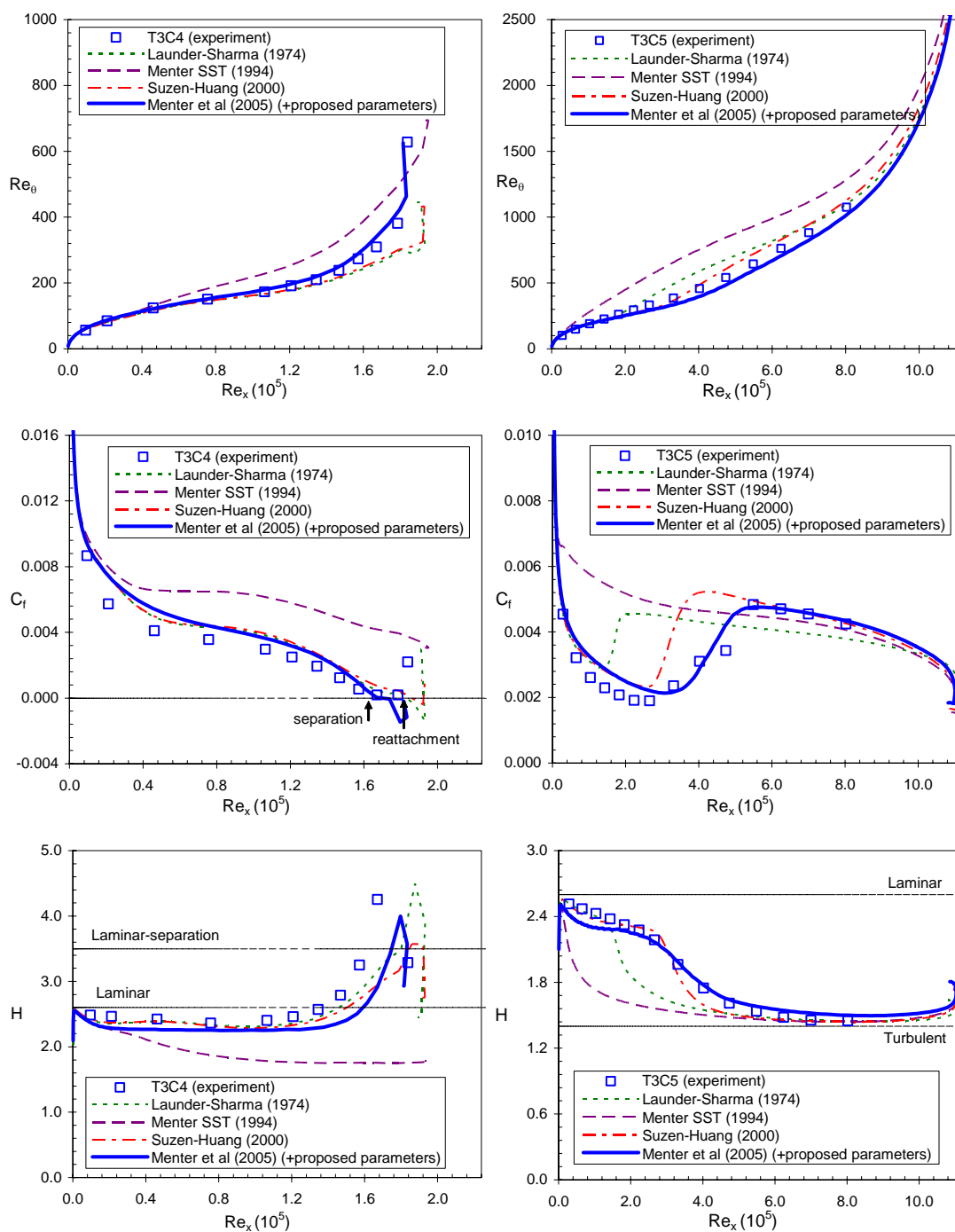
รูปที่ 5.10 (รูปด้านซ้าย) เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ (บน) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว (กลาง) ตัวประกอบสัญญาณ (ล่าง) สำหรับกรณีทดสอบ T3B

รูปที่ 5.11 (รูปด้านขวา) เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ (บน) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว (กลาง) ตัวประกอบสัญญาณ (ล่าง) สำหรับกรณีทดสอบ T3C1



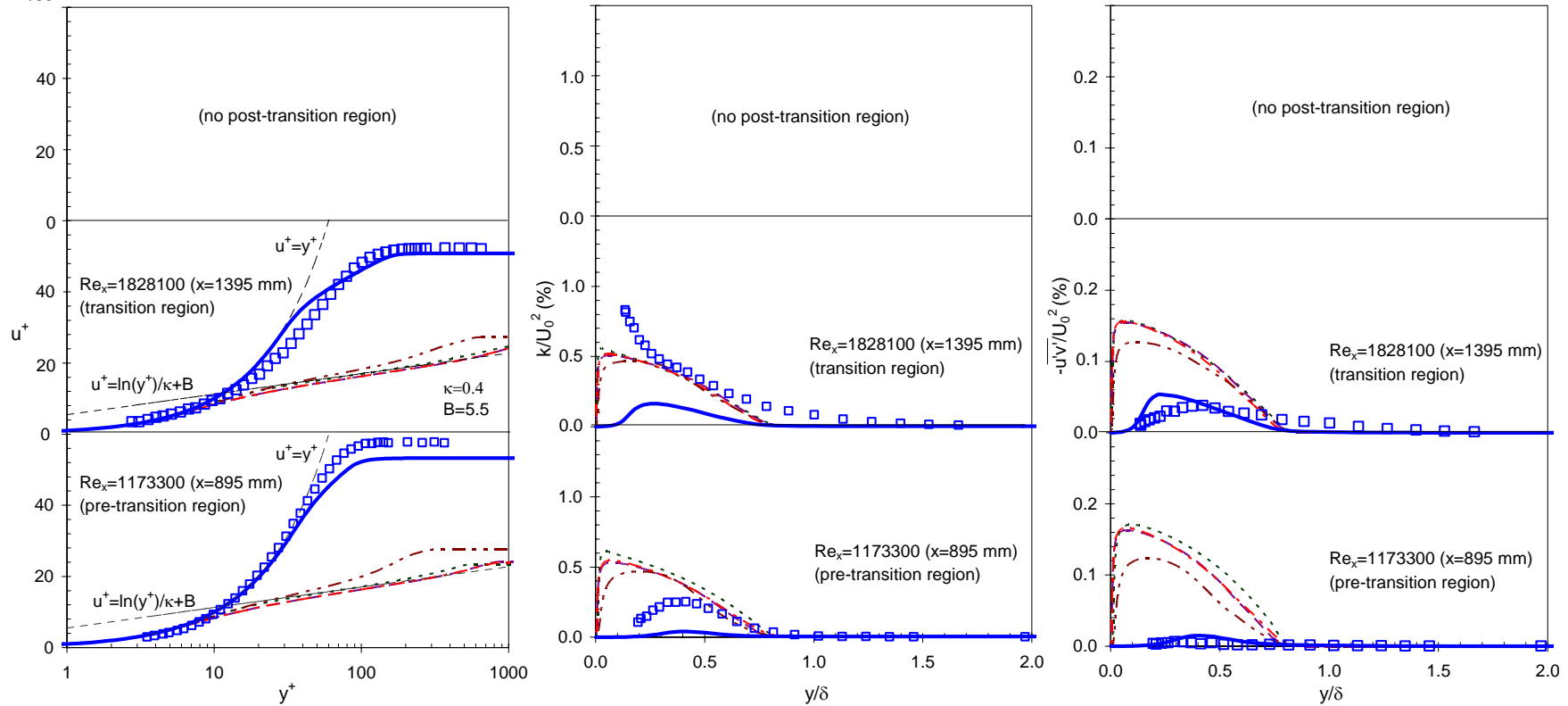
รูปที่ 5.12 (รูปด้านซ้าย) เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ (บน) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว (กลาง) ตัวประกอบสัญญาณ (ล่าง) สำหรับกรณีทดสอบ T3C2

รูปที่ 5.13 (รูปด้านขวา) เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ (บน) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว (กลาง) ตัวประกอบสัญญาณ (ล่าง) สำหรับกรณีทดสอบ T3C3



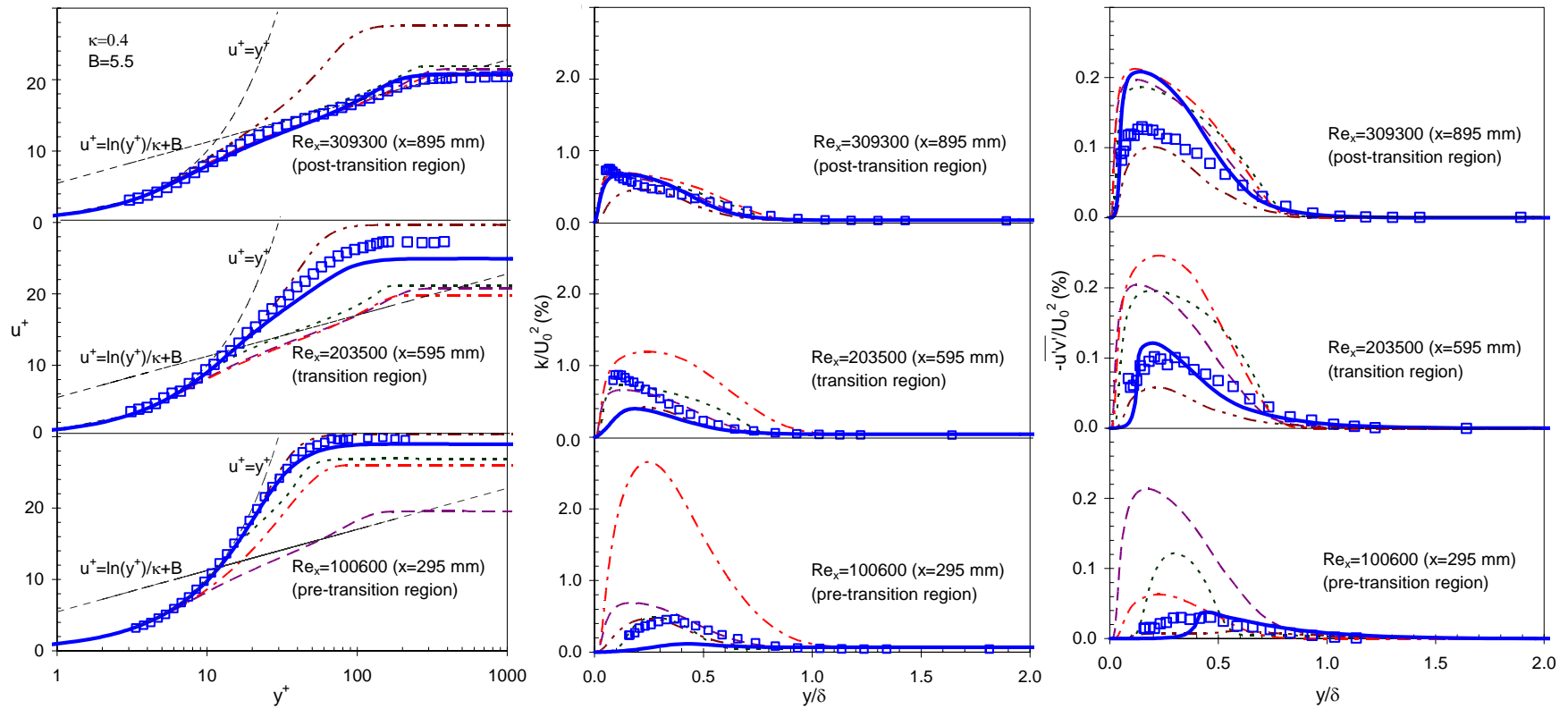
รูปที่ 5.14 (รูปด้านซ้าย) เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ (บน) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว (กลาง) ตัวประกอบสัญญาณ (ล่าง) สำหรับกรณีทดสอบ T3AC4

รูปที่ 5.15 (รูปด้านขวา) เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์ (บน) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว (กลาง) ตัวประกอบสัญญาณ (ล่าง) สำหรับกรณีทดสอบ T3C5

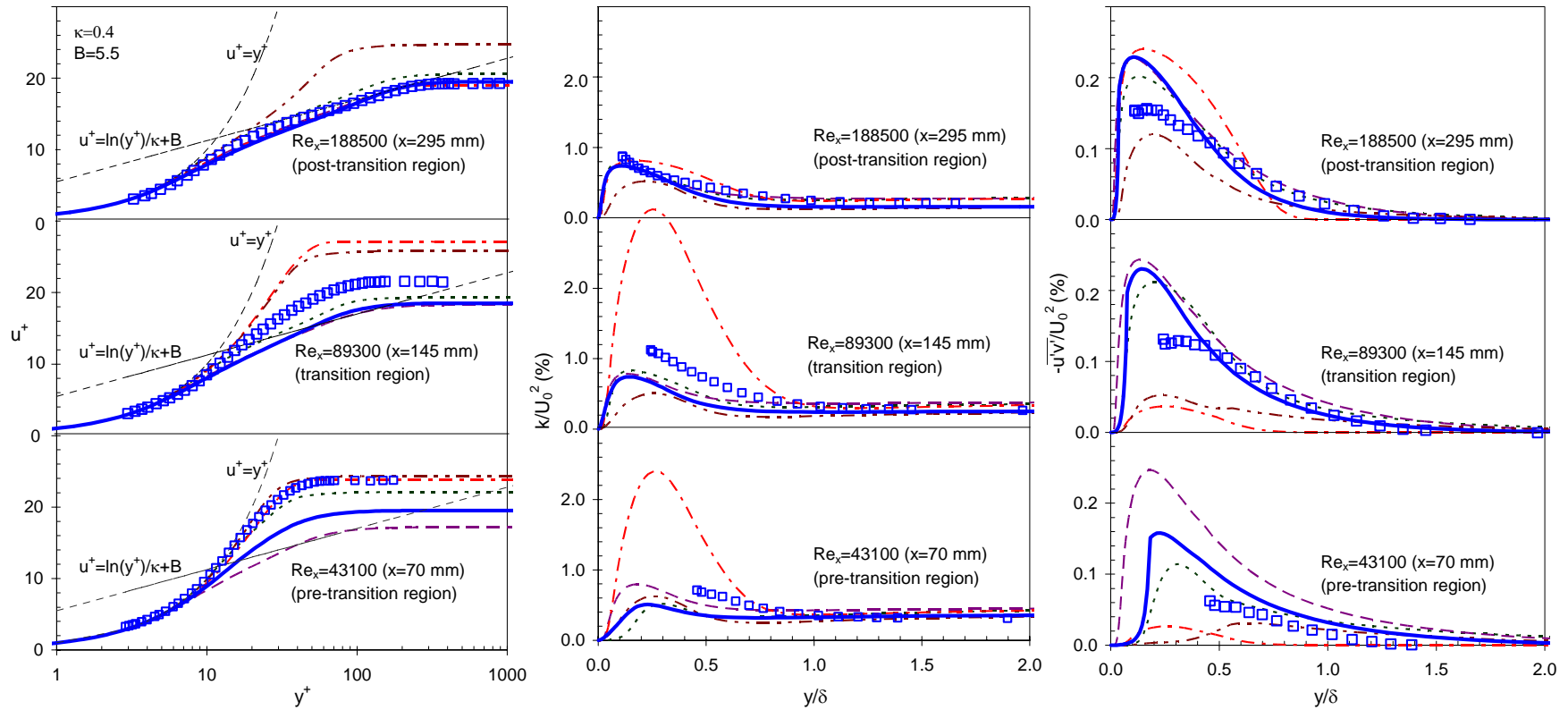


รูปที่ 5.16 ความเร็ว  $u^+$  (ซ้าย) พลังงานจลน์ปั่นป่วน  $k/U_0^2$  (กลาง) และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์  $-u'v'/U_0^2$  (ขวา) สำหรับกรณีทดสอบ T3AM (ผลการทดลอง:  $\square$  และผลการทำนาย: - - - Launder and Sharma (1974), — — — Menter SST (1994), - . - . Suzen and Huang (2000), - - - Lodefier et al (2005) และ — — — Menter et al (2005) (+ proposed parameter))

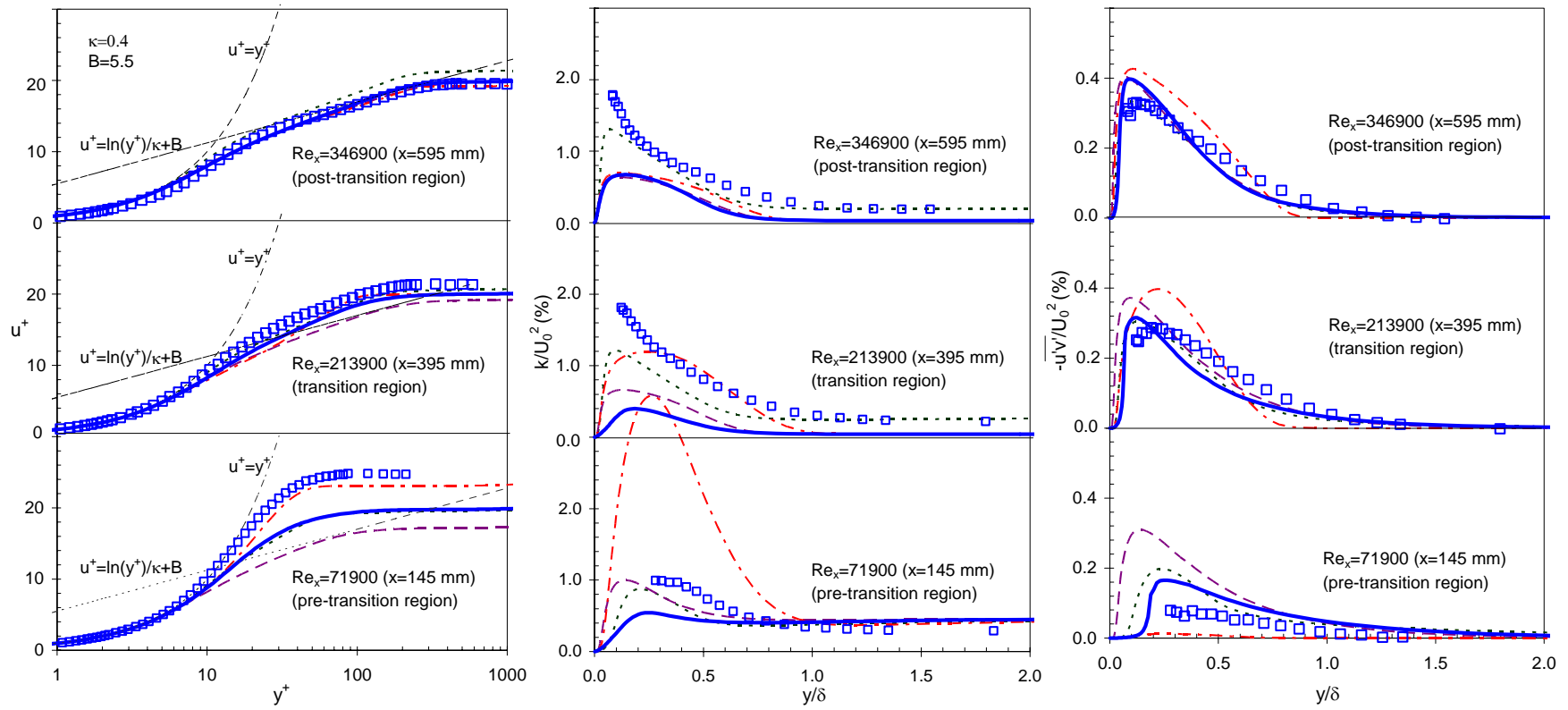




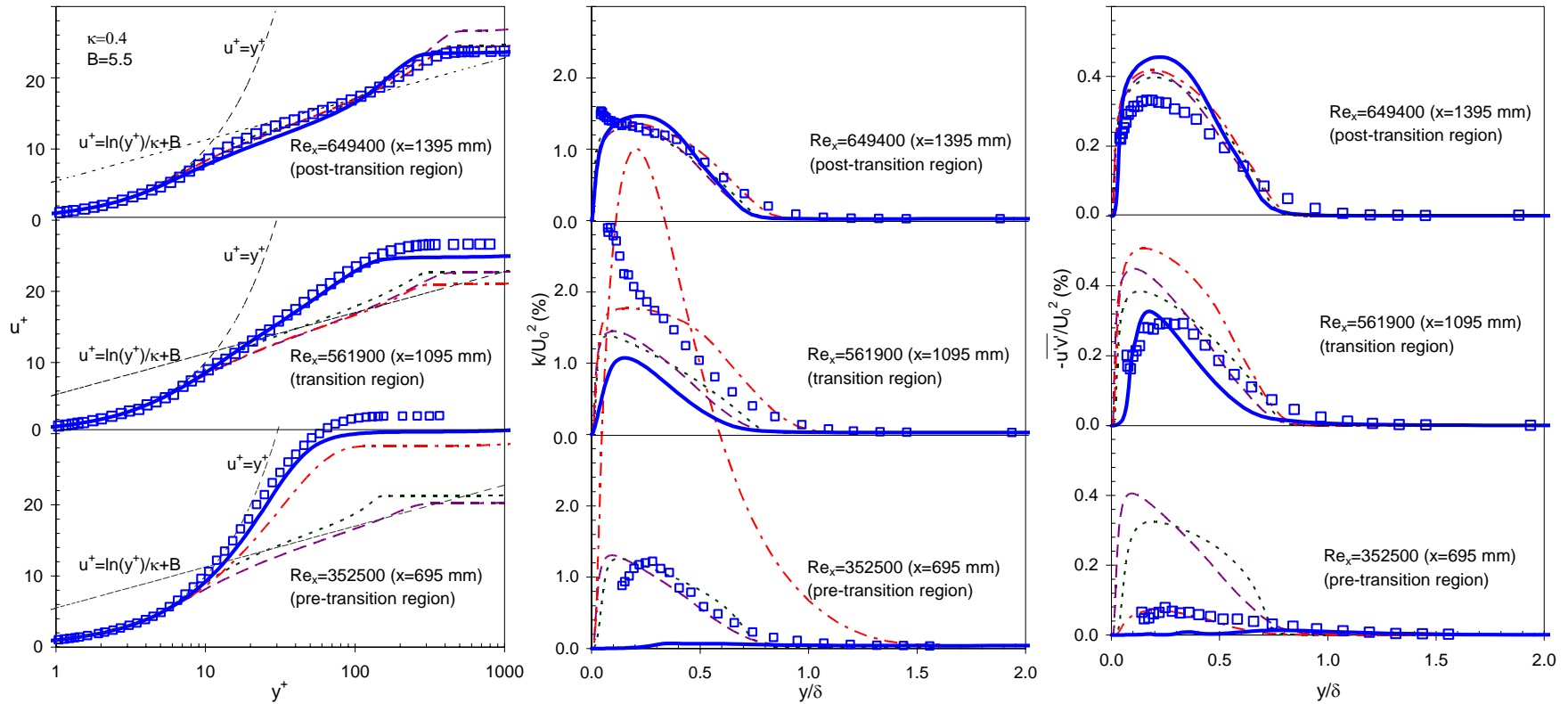
รูปที่ 5.17 ความเร็ว  $u^+$  (ซ้าย) พลังงานจลน์ปั่นป่วน  $k/U_0^2$  (กลาง) และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์  $-\overline{u'v'}/U_0^2$  (ขวา) สำหรับกรณีทดสอบ T3A (ผลการทดลอง:  $\square$  และผลการทำนาย: - - - Launder and Sharma (1974), - . - Menter SST (1994), . . . Suzen and Huang (2000), - - - Lodefier et al (2005) และ — Menter et al (2005) (+ proposed parameter))



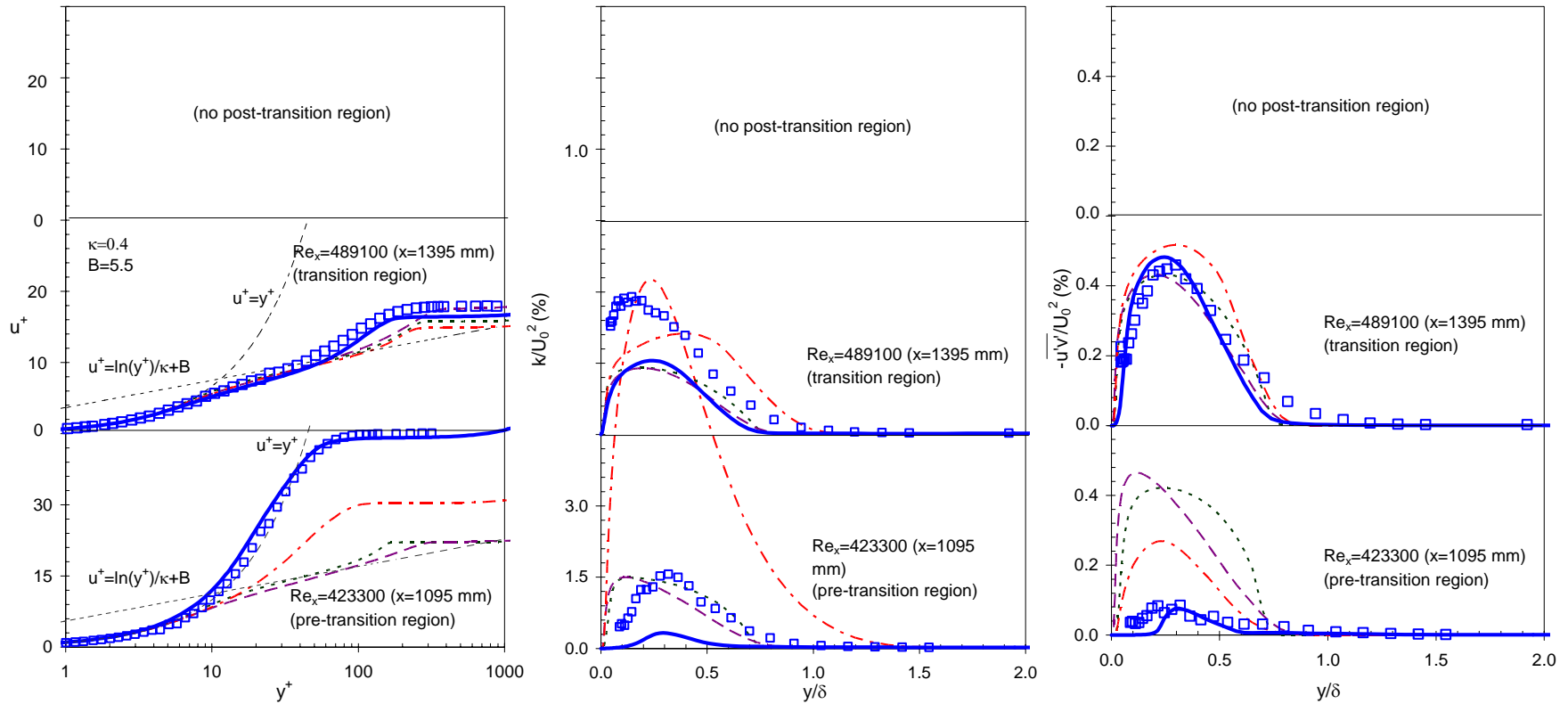
รูปที่ 5.18 ความเร็ว  $u^+$  (ซ้าย) พลังงานจลน์ปั่นป่วน  $k/U_0^2$  (กลาง) และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์  $-\overline{u'v'}/U_0^2$  (ขวา) สำหรับกรณีทดสอบ T3B (ผลการทดลอง:  $\square$  และผลการทำนาย: - - - Launder and Sharma (1974), - - - Menter SST (1994), - - - Suzen and Huang (2000), - - - Lodefier et al (2005) และ — Menter et al (2005) (+ proposed parameter))



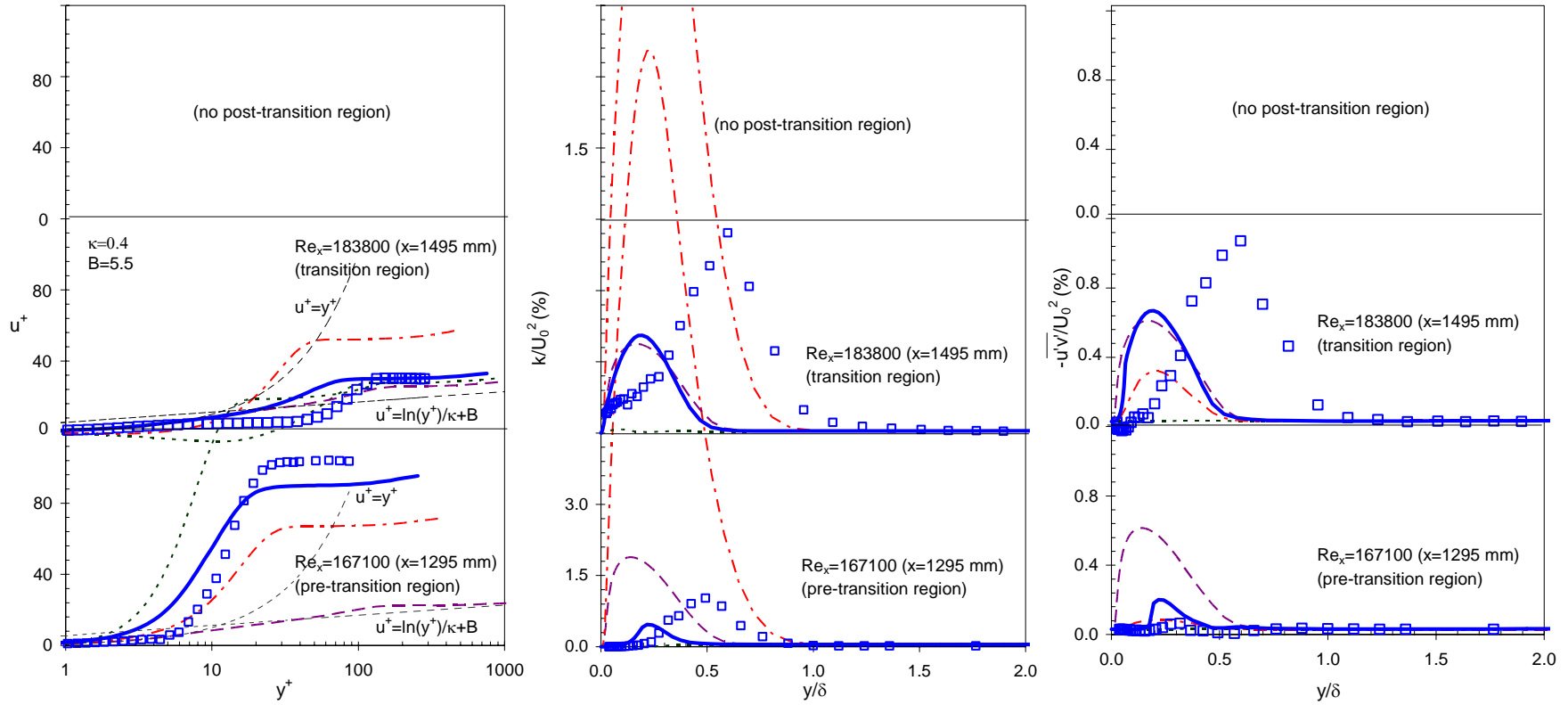
รูปที่ 5.19 ความเร็ว  $u^+$  (ซ้าย) พลังงานจลน์ปั่นป่วน  $k/U_0^2$  (กลาง) และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์  $-\overline{u'v'}/U_0^2$  (ขวา) สำหรับกรณีทดสอบ T3C1 (ผลการทดลอง: □ และผลการทำนาย: - - - Launder and Sharma (1974), — Menter SST (1994), - - - Suzen and Huang (2000) และ — Menter et al (2005) (+ proposed parameter))



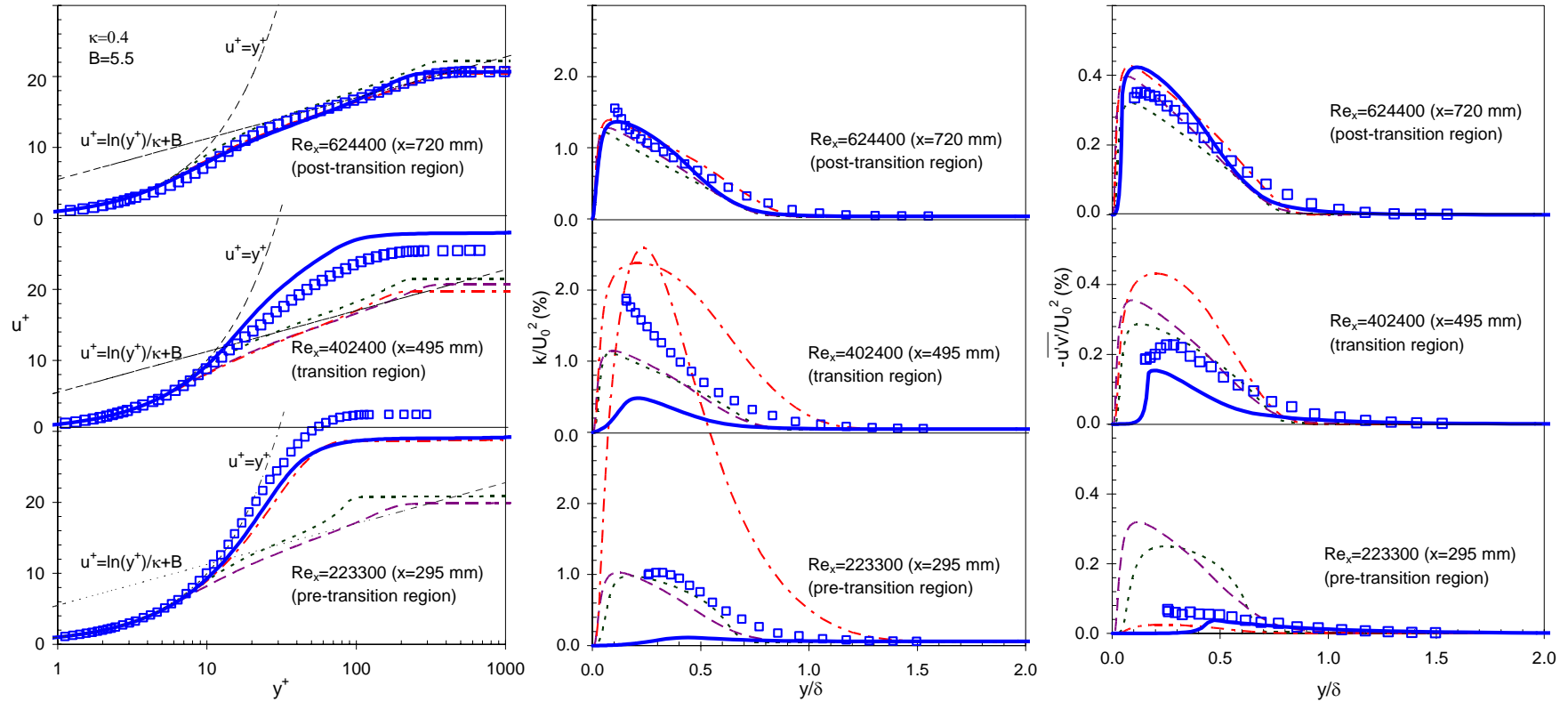
รูปที่ 5.20 ความเร็ว  $u^+$  (ซ้าย) พลังงานจลน์ปั่นป่วน  $k/U_0^2$  (กลาง) และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์  $-\overline{u'v'}/U_0^2$  (ขวา) สำหรับกรณีทดสอบ T3C2 (ผลการทดลอง:  $\square$  และผลการทำนาย: - - - Launder and Sharma (1974), - · - Menter SST (1994), · · · Suzen and Huang (2000) และ — Menter et al (2005) (+ proposed parameter))



รูปที่ 5.21 ความเร็ว  $u^+$  (ซ้าย) พลังงานจลน์ปั่นป่วน  $k/U_0^2$  (กลาง) และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์  $-\overline{u'v'}/U_0^2$  (ขวา) สำหรับกรณีทดสอบ T3C3 (ผลการทดลอง:  $\square$  และผลการทำนาย: - - - Launder and Sharma (1974), - - - Menter SST (1994), - - - Suzen and Huang (2000) และ — Menter et al (2005) (+ proposed parameter))



รูปที่ 5.22 ความเร็ว  $u^+$  (ซ้าย) พลังงานจลน์ปั่นป่วน  $k/U_0^2$  (กลาง) และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์  $-\overline{u'v'}/U_0^2$  (ขวา) สำหรับกรณีทดสอบ T3C4 (ผลการทดลอง:  $\square$  และผลการทำนาย: - - - - Launder and Sharma (1974), - - - - Menter SST (1994), - - - - Suzen and Huang (2000) และ — Menter et al (2005) (+ proposed parameter))



รูปที่ 5.23 ความเร็ว  $u^+$  (ซ้าย) พลังงานจลน์ปั่นป่วน  $k/U_0^2$  (กลาง) และความเค้นเฉือนเรย์โนลด์  $-\overline{u'v'}/U_0^2$  (ขวา) สำหรับกรณีทดสอบ T3C5 (ผลการทดลอง: □ และผลการทำนาย: - - - Launder and Sharma (1974), — Menter SST (1994), - . - . Suzen and Huang (2000) และ — Menter et al (2005) (+ proposed parameter))

#### 5.1.4 สรุปและวิเคราะห์ผลการทดสอบการไหลชั้นขีดผิวบนแผ่นเรียบ

แบบจำลอง SST ของ Menter (1994) ให้ผลการทำนายที่เป็นแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ตั้งแต่ที่ตำแหน่งปากทางเข้า โดยไม่สามารถตรวจจับผลจากพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงได้ในทุกกรณีทดสอบ สังเกตได้จากโปรไฟล์ของเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์เริ่มแยกตัวจากโปรไฟล์ความราบเรียบ และคู่เข้าหาโปรไฟล์ความปั่นป่วนอย่างทันทีทันใดตั้งแต่ที่บริเวณปากทางเข้า ส่งผลให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวที่ทำนายได้โน้มไปตามโปรไฟล์ความปั่นป่วน การลดลงของตัวประกอบสัญญาณจึงเกิดขึ้นอย่างรวดเร็วและทันทีทันใด แบบจำลองทำนายความเร็วที่เป็นแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ในทุกกรณีทดสอบ โดยให้ผลการทำนายต่ำในช่วงก่อนเปลี่ยนแปลงและช่วงเปลี่ยนแปลง และให้ผลการทำนายสอดคล้องในช่วงหลังเปลี่ยนแปลง อย่างไรก็ตาม กรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำ ชั้นขีดผิวจะยังไม่สามารถพัฒนาเป็นแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ได้ทันภายในช่วงความยาวของแผ่นเรียบที่ใช้ทดสอบ ที่เป็นเช่นนี้เพราะชั้นขีดผิวการไหลมีแนวโน้มเป็นความเปลี่ยนแปลงแบบธรรมชาติ การไหลจึงไม่ปรากฏบริเวณที่เป็นช่วงหลังความเปลี่ยนแปลงขึ้น แบบจำลองให้ผลทำนายพลังงานจลน์ปั่นป่วนสอดคล้องดีในช่วงหลังความเปลี่ยนแปลง ในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มปานกลางขึ้นไป ให้ผลการทำนายสูงในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำ สำหรับผลการทำนายความเค้นเฉือนเรย์โนลด์ แบบจำลองให้ผลการทำนายสูงเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง โดยมีจุดสูงสุดของโปรไฟล์อยู่ที่ตำแหน่งประมาณ  $y/\delta \approx 0.15$  ในกรณีชั้นขีดผิวที่เกิดการแยกตัว (กรณี T3C4) แบบจำลองไม่สามารถตรวจจับการแยกตัวดังกล่าวได้

เหตุผลที่แบบจำลอง SST ของ Menter (1994) ไม่สามารถตรวจจับพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นได้นั้น เป็นเพราะว่าแบบจำลองนี้ถูกพัฒนาขึ้นบนพื้นฐานการจำลองแบบเลขเรย์โนลด์สูง ซึ่งปราศจากฟังก์ชันการหน่วงที่ผนังที่จะช่วยจัดการกับพฤติกรรมชั้นขีดย่อยความหนืด ดังนั้น แบบจำลองจึงให้ผลผลิตที่เป็นพฤติกรรมแบบราบเรียบหรือแบบปั่นป่วนสมบูรณ์เสมอ

แบบจำลองความปั่นป่วน  $k-\epsilon$  ของ Launder and Sharma (1974) สามารถตรวจจับพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงได้ โดยให้ผลการทำนายที่เป็นแบบราบเรียบในช่วงต้นและเปลี่ยนแปลงเข้าสู่แบบปั่นป่วนในช่วงถัดมา สังเกตได้จากตำแหน่งการแยกตัวของโปรไฟล์เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์จากโปรไฟล์ความราบเรียบ ไม่ได้เกิดขึ้นทันทีที่ตำแหน่งปากทางเข้า อย่างไรก็ตาม แบบจำลองทำนายจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงเร็วกว่าความเป็นจริง และจำลองการเติบโตของความเปลี่ยนแปลงเร็วเกินไปเช่นกัน ส่งผลให้ความยาวช่วงเปลี่ยนแปลงมีระยะสั้นเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง ในช่วงหลังเปลี่ยนแปลงแบบจำลองให้ผลการทำนายต่ำสำหรับสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวและตัวประกอบสัญญาณ ยกเว้นกรณีที่กระแสอิสระปั่นป่วนมีความเข้มสูง  $Tu=6.14\%$  และ  $7.78\%$  ซึ่งให้ผลการทำนายสอดคล้องดีกับผลการทดลอง สำหรับกรณีกระแสการไหลแยกตัว T3C4 แบบจำลองสามารถทำนายการแยกตัวของชั้นขีดผิวได้ โดยให้ผลทำนายจุดที่เกิดการแยกตัวที่ต่ำซ้ำ

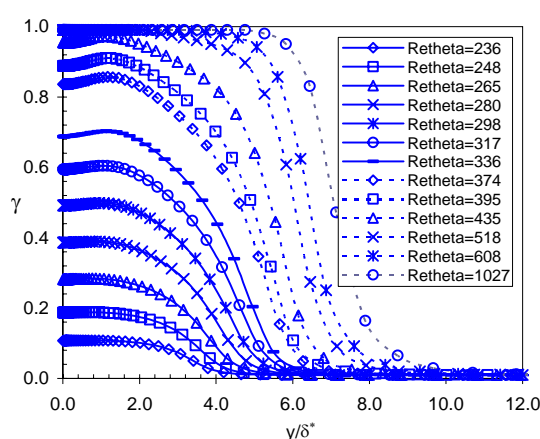


ออกไป และให้ผลการทำนายสอดคล้องพอใช้กับความเปลี่ยนแปลงที่เกิดจากกระแสแยกตัว พิจารณา โพรไฟล์ของความเร็ว จะเห็นได้ว่าแบบจำลองให้ผลการทำนายที่สอดคล้องเป็นอย่างดีกับผลการทดลองในช่วงก่อนเปลี่ยนแปลง และให้ผลการทำนายต่ำในช่วงการเปลี่ยนแปลง ทั้งนี้เพราะในช่วงดังกล่าวมีการผลิตความปั่นป่วนขึ้นมากกว่าปกติ สำหรับช่วงหลังเปลี่ยนแปลงกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำ แบบจำลองให้ผลการทำนายต่ำ ทั้งนี้เพราะพัฒนาการของชั้นซิดผิวไปสู่ความปั่นป่วนยังไม่สมบูรณ์ที่ตำแหน่งดังกล่าว อย่างไรก็ตาม กรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มปานกลางและสูง แบบจำลองให้ผลการทำนายที่สอดคล้องดีกับผลการทดลอง พิจารณาพลังงานจลน์ปั่นป่วนจะพบว่าแบบจำลองให้ผลการทำนายต่ำในช่วงก่อนเปลี่ยนแปลง ให้ผลการทำนายสอดคล้องดีในช่วงหลังเปลี่ยนแปลง ส่วนในช่วงเปลี่ยนแปลง แบบจำลองให้ผลการทำนายสูงในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำ ทั้งนี้เพราะผลกระทบจากความปั่นป่วนถูกผลิตขึ้นเร็วเกินไป พิจารณาความเค้นเฉือนเรย์โนลด์จะพบว่าแบบจำลองให้ผลการทำนายสูงกับทุกกรณีทดสอบ โดยโพรไฟล์มีค่าสูงสุดในช่วง  $0.1 < y/\delta < 0.5$  สำหรับช่วงก่อนเปลี่ยนแปลง และ  $0.1 < y/\delta < 0.75$  สำหรับช่วงถัดจากนั้น

เหตุผลที่แบบจำลองความปั่นป่วน  $k-\epsilon$  ของ Launder and Sharma (1974) สามารถตรวจจับพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงได้นั้น เป็นเพราะแบบจำลองดังกล่าวถูกพัฒนาขึ้นบนหลักการของการจำลองแบบเลขเรย์โนลด์ต่ำ ซึ่งมีการบรรจุฟังก์ชันการหน่วงที่ผนังเข้าไปในแบบจำลอง เพื่อช่วยจัดการกับพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในชั้นผิวย่อยความหนืด แบบจำลองจึงสามารถตรวจจับพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในชั้นซิดผิวได้ แต่อย่างไรก็ตาม ความสามารถดังกล่าวใช้ได้ผลดีเฉพาะกรณีการไหลที่มีระดับกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มสูงเท่านั้น ที่เป็นเช่นนี้เพราะฟังก์ชันการหน่วงที่ผนังในแบบจำลองนี้ ถูกพัฒนาขึ้นโดยการเทียบวัดกับพฤติกรรมแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ ไม่ใช้กับพฤติกรรมแบบเปลี่ยนแปลงแต่อย่างใด การที่แบบจำลองสามารถตรวจจับพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงได้นั้น จึงเป็นเรื่องบังเอิญและเป็นเพียงผลพลอยได้จากฟังก์ชันการหน่วงที่ผนังเท่านั้น

แบบจำลองของ Suzen and Huang (2000) ให้ผลการทำนายจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงเร็วเกินไปในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำ และให้ผลการทำนายล่าช้าในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มปานกลางขึ้นไป ซึ่งดูได้จากตำแหน่งการแยกตัวของโพรไฟล์เลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์จากแนวโพรไฟล์แบบราบเรียบ พิจารณาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวจะพบว่าแบบจำลองให้ผลทำนายสูงเล็กน้อยในบริเวณจุดสิ้นสุดช่วงเปลี่ยนแปลง แสดงว่าความเปลี่ยนแปลงผ่านการเติบโตค่อนข้างเร็ว ซึ่งส่งผลให้ความยาวช่วงเปลี่ยนแปลงสั้นกว่าความเป็นจริง พิจารณาตัวประกอบสัญญาณพบว่าแบบจำลองทำนายการเปลี่ยนแปลงที่ค่อนข้างคงที่ประมาณ 2.6 ในช่วงต้นกระแส ซึ่งสอดคล้องกับพฤติกรรมความราบเรียบ ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากความต่อเนื่องที่ใช้ถ่วงน้ำหนักพจน์ความเค้นเฉือนเรย์โนลด์ในแบบจำลอง ถูกกำหนดให้มีค่าน้อยที่ตำแหน่งต้นกระแส จึงทำให้แบบจำลองไม่สามารถสร้างความปั่นป่วนให้เกิดขึ้นได้ในช่วงดังกล่าว พิจารณาผลการทำนาย

ความเร็วจะพบว่ากรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำ แบบจำลองให้ผลการทำนายต่ำในช่วงก่อนเปลี่ยนผ่าน ทั้งนี้เป็นเพราะความเปลี่ยนผ่านเกิดขึ้นเร็วเกินไป สำหรับกรณีที่กระแสอิสระปั่นป่วนมีความเข้มปานกลางและสูง แบบจำลองให้ผลการทำนายที่สอดคล้องดีเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง สำหรับช่วงเปลี่ยนผ่าน แบบจำลองให้ผลการทำนายผลสอดคล้องดีกับผลการทดลองในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มปานกลาง และให้ผลการทำนายต่ำและสูงสำหรับกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำและสูง ตามลำดับ สำหรับช่วงหลังเปลี่ยนผ่าน แบบจำลองให้ผลการทำนายต่ำในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำ ทั้งนี้เพราะชั้นขีดวิงยังพัฒนาความปั่นป่วนได้ยังไม่สมบูรณ์พอที่ตำแหน่งดังกล่าว ส่วนกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มปานกลางและสูง แบบจำลองให้ผลการทำนายที่สอดคล้องดีกับผลการทดลอง พิจารณาพลังงานจลน์ปั่นป่วนพบว่า แบบจำลองให้ผลการทำนายสูงในช่วงก่อนเปลี่ยนผ่าน และผลการทำนายมีความสอดคล้องมากขึ้นในช่วงถัดจากนั้น สำหรับผลการทำนายความเค้นเฉือนเรย์โนลด์พบว่าแบบจำลองให้ผลการทำนายสูงในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำ โดยให้ลักษณะของโพรไฟล์คล้ายกับที่ทำนายได้จากแบบจำลอง SST สำหรับกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มปานกลางและสูงพบว่าแบบจำลองให้ผลการทำนายต่ำในช่วงต้นของช่วงเปลี่ยนผ่าน และให้ผลการทำนายสูงในช่วงถัดจากนั้น กรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มสูง แบบจำลองให้ผลการทำนายต่ำกว่าในช่วงเปลี่ยนผ่าน ทั้งนี้เพราะแบบจำลองทำนายการเกิดความเปลี่ยนผ่านล่าช้ากว่าความเป็นจริง กรณีการไหลแบบกระแสแยกตัวแบบจำลองสามารถทำนายพฤติกรรมการแยกตัวของกระแสการไหลได้ และให้ผลการทำนายความเปลี่ยนผ่านที่เกิดจากกระแสแยกตัวดังกล่าวค่อนข้างสอดคล้องดี



รูปที่ 5.24 การแจกแจงความไม่ต่อเนื่องในกรณี T3A ของแบบจำลอง Suzen and Huang (2000)

โดยสรุปแล้ว แบบจำลองของ Suzen and Huang (2000) เหมาะสำหรับใช้จำลองความเปลี่ยนแปลงในช่วงกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มปานกลาง แบบจำลองให้ผลการจำลองพฤติกรรมกรรกรรมไหลที่เป็นแบบราบเรียบในช่วงต้นกระแสเสมอ ที่เป็นเช่นนี้เพราะแบบจำลองนี้ได้กำหนดให้ความไม่ต่อเนื่องที่ตำแหน่งต้นกระแสมีค่าน้อย (ดังแสดงในรูปที่ 5.24 โพรไฟล์ที่  $Re_0$  มีค่าน้อย หมายถึงที่ตำแหน่งต้นกระแส) บทบาทของส่วนปั่นป่วนในพจน์ความเค้นเรย์โนลด์จึงขาดหายไป ผลกระทบของความปั่นป่วนในรูปกระแสอิสระปั่นป่วนจึงไม่ถูกพิจารณา นอกจากนี้ สหสัมพันธ์จุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงที่ Suzen and Huang (2000) นำเสนอ ดูเหมือนจะให้ผลไม่สอดคล้องกับการใช้งานในแบบจำลองเท่าที่ควร โดยให้ผลการทำนายที่เร็วเกินไปในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำ และให้ผลการทำนายที่ล่าช้าในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มสูง

แบบจำลองของ Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005) ทำนายจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงได้เร็วเกินไปในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำ และให้ผลการทำนายล่าช้าในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มปานกลางและสูง แบบจำลองทำนายการเติบโตของช่วงเปลี่ยนแปลงได้ค่อนข้างช้า ส่งผลให้ช่วงเปลี่ยนแปลงมีระยะยาวกว่าความเป็นจริง แบบจำลองทำนายสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวได้ต่ำกว่าความเป็นจริง ที่เป็นเช่นนี้เพราะแบบจำลองไม่ได้สร้างภาวะความปั่นป่วนให้เกิดขึ้นอย่างสมบูรณ์ พิจารณาตัวประกอบสัญญาณพบว่าแบบจำลองให้ผลการทำนายโน้มไปตามเส้นความราบเรียบเป็นส่วนใหญ่ และไม่สามารถลู่เข้าถึงแนวความปั่นป่วนได้ นั่นแสดงว่า แบบจำลองไม่สามารถตรวจจับพฤติกรรมความปั่นป่วนแบบสมบูรณ์ได้ในทุกกรณี ทดสอบ สำหรับการทำนายโพรไฟล์ความเร็ว แบบจำลองให้ผลการทำนายที่สอดคล้องดีกับทุกกรณี ทดสอบในช่วงก่อนเปลี่ยนแปลง แต่ในช่วงเปลี่ยนแปลงและช่วงหลังเปลี่ยนแปลง แบบจำลองให้ผลการทำนายต่ำในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำ และให้ผลการทำนายสูงในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มปานกลางและสูง สำหรับผลทำนายพลังงานจลน์ปั่นป่วน แบบจำลองให้ผลการทำนายที่สอดคล้องพอใช้ในช่วงก่อนเปลี่ยนแปลง และให้ผลการทำนายต่ำในช่วงถัดจากนั้น อธิบายได้ว่าแบบจำลองไม่สามารถสร้างภาวะความปั่นป่วนอย่างสมบูรณ์ให้เกิดขึ้นได้ภายในช่วงดังกล่าว ส่งผลให้ค่าความเค้นเฉือนเรย์โนลด์ที่ทำนายได้มีค่าต่ำกว่าความเป็นจริง

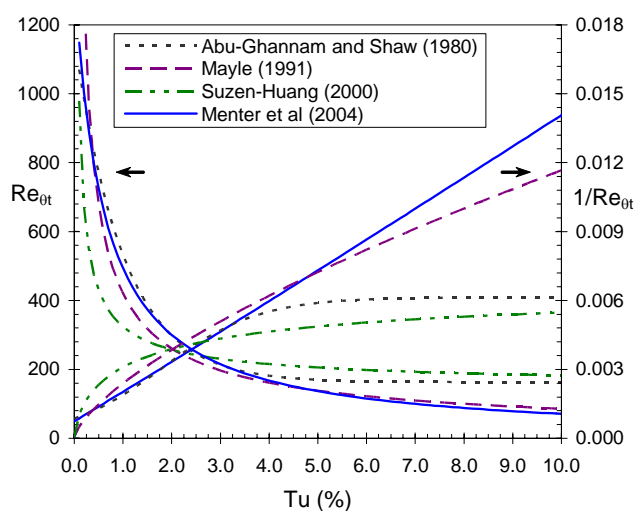
แบบจำลองของ Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005) เป็นแบบจำลองที่มีปัญหาทางด้านเสถียรภาพการคำนวณค่อนข้างมาก อันเนื่องมาจากรูปแบบที่ไม่เหมาะสมของพจน์สัมประสิทธิ์การแพร่  $\mu_t$  ในสมการความไม่ต่อเนื่องสำหรับกระแสอิสระ ความถูกต้องของการจำลองของแบบจำลองนี้ขึ้นอยู่กับค่าของฟังก์ชันการเริ่มต้น  $F_s$  ที่กำหนดให้กับการคำนวณ ฟังก์ชันดังกล่าวมีรูปแบบที่ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องและขาดความมีนัยทั่วไป ค่าที่เหมาะสมของฟังก์ชันถูกทดสอบและถูกพิจารณาเป็นรายกรณีไป ซึ่งสร้างความไม่สะดวกต่อการประยุกต์ใช้งานเป็นอย่างยิ่ง ข้อด้อยหลักที่เด่นชัดของแบบจำลอง Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005) และ Suzen and

Huang (2000) คือ แบบจำลองทั้งสองแบบถูกพัฒนาบนพื้นฐานของตัวแปรไม่เฉพาะที่ ซึ่งต้องอาศัยการคำนวณหาพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับความหนาโมเมนต์ และความยาวของช่วงเปลี่ยนผ่าน ณ ตำแหน่งที่กำหนด ซึ่งขั้นตอนดังกล่าวเกี่ยวข้องเป็นอย่างมากกับลักษณะของรูปทรงและกริดที่ใช้

แบบจำลองของ Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) ให้ผลการทำนายพัฒนาการของชั้นขีดผิวความเปลี่ยนผ่านสอดคล้องดีกับผลการทดลอง ให้ผลการทำนายจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่าน และขนาดความยาวช่วงเปลี่ยนผ่านได้ถูกต้องในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำถึงปานกลาง ส่วนกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มสูง แบบจำลองทำนายจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่านได้เร็วเกินไป และทำนายขนาดความยาวช่วงเปลี่ยนผ่านไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง แบบจำลองสามารถสร้างพฤติกรรมความปั่นป่วนให้เกิดขึ้นได้ตั้งแต่ต้นกระแส เพราะค่าความไม่ต่อเนื่องของการจำลองถูกกำหนดให้เท่ากับ 1 ที่ทางเข้าและที่ผิวอิสระ ซึ่งทำให้แบบจำลองสามารถแพร่อิทธิพลของกระแสอิสระปั่นป่วนเข้าสู่ชั้นขีดผิวการไหลได้ตั้งแต่ต้น ส่งผลให้โปรไฟล์การลดลงของตัวประกอบสัญญาณในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำถึงปานกลาง เป็นไปอย่างสอดคล้องกับผลการทดลอง แต่เมื่อการไหลอยู่ภายใต้สภาวะกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มสูง แบบจำลองจะทำนายการลดลงของตัวประกอบสัญญาณได้ค่อนข้างเร็วตั้งแต่ตำแหน่งทางเข้า ที่เป็นเช่นนี้ เพราะแบบจำลองสร้างสภาวะความปั่นป่วนมากเกินไปในช่วงก่อนเปลี่ยนผ่าน อิทธิพลของความปั่นป่วนจึงส่งผลกระทบอย่างมากตั้งแต่ที่บริเวณปากทางเข้า สำหรับการทำนายความเร็วพบว่าแบบจำลองให้ผลการทำนายสอดคล้องดีกับผลการทดลองในทุกช่วงพฤติกรรม สำหรับผลการทำนายพลังงานจลน์ปั่นป่วนพบว่าแบบจำลองให้ผลการทำนายต่ำในทุกกรณีในช่วงก่อนเปลี่ยนผ่านและช่วงเปลี่ยนผ่าน และให้ผลสอดคล้องดีในช่วงหลังเปลี่ยนผ่าน สำหรับผลการทำนายความเค้นเฉือนเรย์โนลด์พบว่า แบบจำลองให้ผลการทำนายสอดคล้องดีในกรณีที่กระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำถึงปานกลาง และให้ผลการทำนายสูงในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มสูง ทั้งนี้เพราะแบบจำลองสร้างสภาวะความปั่นป่วนให้เกิดขึ้นเร็วเกินไป กรณีการไหลแบบกระแสแยกตัว T3C4 แบบจำลองสามารถตรวจจับการเกิดกระแสแยกตัวได้ และให้ผลการจำลองความเปลี่ยนผ่านที่เกิดจากกระแสแยกตัวดังกล่าวได้สอดคล้องพอใช้ โดยทำนายจุดที่เกิดการแยกตัวที่ตำแหน่ง  $x=0.60$  เมตร และจุดที่กระแสดกกระทบซ้ำที่ตำแหน่ง  $x=1.6$  เมตร ผลการจำลองพฤติกรรมความเร็วในแบบคอนทัวร์ที่แสดงในรูปที่ 5.34 แสดงให้เห็นลักษณะของชั้นขีดผิวที่เกิดขึ้นตลอดช่วงความยาวของแผ่นเรียบ จุดที่ระบุ  $x_s$  และ  $x_E$  แสดงถึงตำแหน่งของจุดเริ่มเกิดและจุดสิ้นสุดของความเปลี่ยนผ่าน ตามลำดับ สำหรับกรณีใดที่ไม่ปรากฏจุด  $x_E$  หมายความว่า กระบวนการของชั้นขีดผิวความเปลี่ยนผ่านที่เกิดขึ้น ยังไม่สิ้นสุดภายในช่วงความยาวที่กำหนด

แบบจำลองของ Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) เป็นแบบจำลองที่ถูกพัฒนาขึ้นบนพื้นฐานของสหสัมพันธ์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างแบบจำลองให้มีตัวแปรแบบ

เฉพาะที่ แบบจำลองนี้อาศัยอิทธิพลของกระแสอิสระปั่นป่วนเพียงอย่างเดียว ในการสร้างความไม่ต่อเนื่องให้กับพฤติกรรมแบบเปลี่ยนผ่าน โดยไม่ได้คำนึงถึงผลกระทบของความไม่ต่อเนื่องจากจุดก่อความปั่นป่วนซึ่งเกิดขึ้นในบริเวณใกล้เคียงแต่อย่างใด แบบจำลองมีประสิทธิภาพในการทำนายได้ผลดีกับกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำถึงปานกลาง ส่วนกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มสูง แบบจำลองให้ผลการทำนายการเติบโตของความเปลี่ยนผ่านได้เร็วเกินไป เหตุที่เป็นเช่นนี้ เพราะความสัมพันธ์สำหรับเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์แบบเปลี่ยนผ่าน ซึ่งถูกใช้ระบุจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่านนั้น ถูกสร้างขึ้นให้สอดคล้องกับผลของ Mayle (1991) ในช่วงค่ากระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มสูง จากรูปที่ 5.25 จะเห็นได้ว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวให้ผลที่มีแนวโน้มลดลงอย่างต่อเนื่องเมื่อระดับความปั่นป่วนของกระแสมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งการเพิ่มขึ้นมีความคล้ายเส้นตรงเมื่อแสดงผลในรูปค่าผกผัน โดยเลขเรย์โนลด์ความหนาโมเมนต์แบบเปลี่ยนผ่านจะถูกกำหนดให้มีค่าน้อยที่สุดเท่ากับ 20 สอดคล้องกับระดับกระแสอิสระปั่นป่วนที่ 35 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งค่าดังกล่าวนี้ นับว่าค่อนข้างน้อยทีเดียวเมื่อเทียบกับที่ Abu-Ghannam and Shaw (1998) เสนอไว้ คือ ความเปลี่ยนผ่านจะเกิดขึ้นได้อย่างเร็วที่สุดที่ตำแหน่ง  $Re_{\theta} = 163$  จึงส่งผลให้แบบจำลองนี้ทำนายจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่านได้เร็วในกรณีกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มสูง



รูปที่ 5.25 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $Re_{\theta}$  และ  $1/Re_{\theta}$  กับระดับกระแสอิสระปั่นป่วน

จากตารางที่ 5.1 สรุปได้ว่า แบบจำลองแต่ละแบบให้ผลการทำนายแรงกดบนแผ่นเรียบที่แตกต่างกัน แบบจำลอง SST ให้ผลการทำนายที่สมนัยกับผลของภาวะความปั่นป่วนสมบูรณ์ (เพราะได้นำเสนอผลให้เห็นอย่างชัดเจนแล้วว่าแบบจำลอง SST สร้างสภาวะความปั่นป่วนสมบูรณ์ตั้งแต่ต้น) แบบจำลองของ Launder and Sharma (1974) และของ Suzen and Huang (2000) ให้ผล

การทำนายที่ใกล้เคียงกับแบบจำลอง SST ในช่วงกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มต่ำ (เช่น กรณี T3K) แสดงว่าแบบจำลองทั้งคู่ทำนายการเกิดความเปลี่ยนแปลงได้เร็วเกินไป แบบจำลองของ Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005) ให้ผลการทำนายต่ำกว่าแบบจำลองอื่นที่นำมาทดสอบด้วยกันค่อนข้างมากในทุกกรณี ทั้งนี้เพราะแบบจำลองนี้จำลองภาวะการไหลที่เป็นแบบราบเรียบเสียเป็นส่วนใหญ่ และไม่สามารถสร้างภาวะความปั่นป่วนสมบูรณ์ให้เกิดขึ้นได้ นอกจากนี้ ในกรณีทดสอบที่มีผลกระทบของเกรเดียนต์ความดันเข้ามาเกี่ยวข้อง แบบจำลองดังกล่าวยังขาดเสถียรภาพในการคำนวณจนไม่สามารถให้ผลการจำลองออกมาได้ สำหรับแบบจำลองของ Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) ซึ่งให้ผลการทำนายที่สอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดีนั้น ทำนายแรงดูดได้ค่าต่ำกว่าในทุกกรณีอย่างเห็นได้ชัดเจน เมื่อเทียบกับที่ทำนายด้วยแบบจำลองปั่นป่วนสมบูรณ์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีการไหลที่มีระดับกระแสอิสระความปั่นป่วนค่าต่ำ แบบจำลองให้ผลการทำนายที่ต่ำกว่าถึง 66 เปอร์เซ็นต์

ตารางที่ 5.3 แรงดูด ( $10^2 \times N$ ) ของการไหลบนแผ่นเรียบของกรณีทดสอบ T3-ERCOFTAC

Model	T3AM	T3A	T3B	T3C1	T3C2	T3C3	T3C4	T3C5
Lauder-Sharma (1974)	116.27	12.56	38.17	27.13	19.10	10.19	1.12	50.90
SST-Menter (1994)	149.80	14.47	42.98	30.18	21.73	12.60	1.94	50.06
Suzen-Huang (2000)	144.70	12.33	40.90	29.40	17.71	8.83	1.13	50.96
Lodefier et al (2005)	90.87	8.85	33.00	-	-	-	-	-
Menter et al (2005)	50.00	12.26	42.64	29.50	14.52	7.23	1.06	48.43

## 5.2 การไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012

การจำลองการไหลผ่านแพนอากาศ นับว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญมากในการใช้วิเคราะห์และออกแบบอากาศยาน กลจักรกังหันหมุน และการประยุกต์ใช้งานทางด้านกังหันลมในปัจจุบัน การไหลชนิดนี้มีความเป็นแบบฉบับที่ใช้ในการศึกษาและจำลองทางด้าน CFD มาค่อนข้างยาวนาน การไหลผ่านแพนอากาศจัดว่าเป็นการไหลที่ซับซ้อน ทั้งนี้เพราะโดยส่วนใหญ่การไหลชนิดนี้มักปรากฏพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นเสมอ ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวยังไม่มีทฤษฎีที่น่าเชื่อถือเพียงพอมารองรับในปัจจุบัน นอกจากนี้การไหลยังอยู่ภายใต้ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงความโค้งของพื้นผิวและเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ ซึ่งมีส่วนอย่างมากในการเหนี่ยวนำให้เกิดการแยกตัวของกระแสการไหลในชั้นขีดผิว ซึ่งเป็นเรื่องยากที่เดียวที่จะทำนายพฤติกรรมดังกล่าวได้อย่างแม่นยำ โชคดีที่เมื่อกว่า 10 ปีที่ผ่านมา มีการพัฒนาวิธีการหลายอย่างเข้ามาช่วยในการทำนายการไหลผ่านแพนอากาศ อาทิเช่น การคำนวณแบบเชิงซ้อน การคำนวณแบบไม่คงตัว การคำนวณชั้นขีดผิว การ

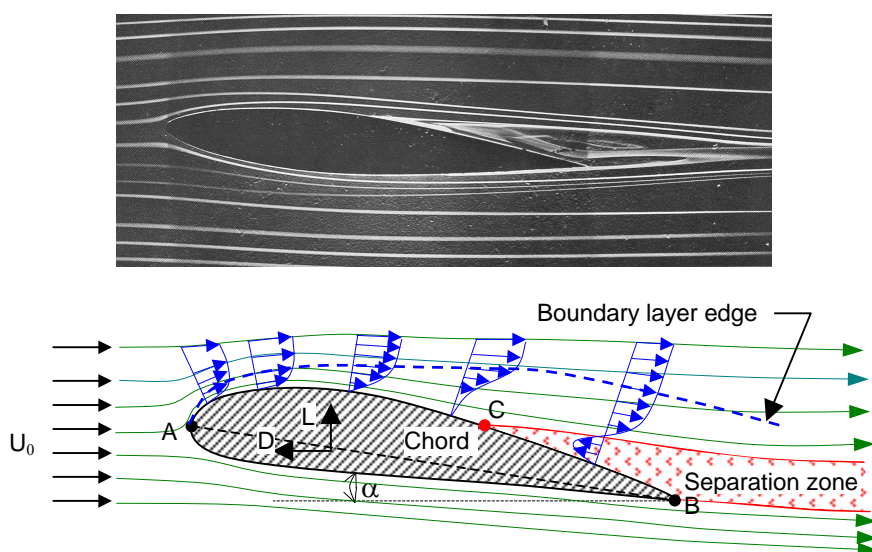
คำนวณแบบอันตรกิริยาระหว่างความหนืด-ความไม่หนืด การคำนวณกระแสแยกตัวโดยใช้หลักการ ศักย์การไหล ฯลฯ และเมื่อเร็ว ๆ นี้ ได้มีการนำเอาสมการนาเวียร์-สโตกส์ไปแก้ด้วยวิธีตรง วิธีดังกล่าวนับว่าเป็นการปฏิวัติด้านการคำนวณเชิงตัวเลขไปอย่างมาก เพราะช่วยสร้างความเป็นไปได้ใหม่ ๆ ให้กับการจำลองพฤติกรรมความปั่นป่วนและความเปลี่ยนแปลงได้มากขึ้น (Eaterinaris and Platzer, 1997) อย่างไรก็ตาม ประสิทธิภาพและความแม่นยำของการคำนวณด้วยวิธีดังที่กล่าวมานี้ขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย เช่น ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ ลักษณะของกริดที่สร้างขึ้น และแบบจำลองที่เลือกใช้งาน

การจำลองการไหลผ่านแพนอากาศที่จะนำเสนอในที่นี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อทำการทดสอบแบบจำลองในการทำนายความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นภายใต้ผลกระทบของพื้นผิวที่มีการเปลี่ยนแปลงความโค้ง เกรเดียนต์ความดันซึ่งมีทั้งเกรเดียนต์ความดันเสริมและเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ และกระแสอิสระปั่นป่วนซึ่งโดยปกติมักมีความเข้มอยู่ในช่วงค่าต่ำ ( $Tu < 1.0\%$ ) ในย่านที่ก่อให้เกิดความเปลี่ยนแปลงแบบธรรมชาติ ซึ่งก่อปัญหาให้กับการทำนายพฤติกรรมการไหลผ่านแพนอากาศเป็นอย่างมาก เนื่องจากว่าแบบจำลองความเปลี่ยนแปลงส่วนใหญ่ถูกพัฒนาขึ้นบนรากฐานของผลกระทบหลักเพียงสองส่วน คือ กระแสอิสระปั่นป่วนและเกรเดียนต์ความดัน จึงเหมาะสำหรับใช้ทำนายความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นบนแผ่นเรียบ

### 5.2.1 คุณลักษณะทั่วไปของการไหลผ่านแพนอากาศ

แพนอากาศส่วนใหญ่มักออกแบบให้พื้นผิวมีรูปทรงโค้ง โดยลักษณะความโค้งจะดูเข้าในช่วงต้นและบานออกในช่วงท้าย อาจมีความสมมาตรของรูปทรงส่วนบนล่างหรืออาจไม่สมมาตรก็ได้ ความยาวของแพนอากาศวัดแนวตรงจากหัวแพน (จุด A) ถึงหางแพน (จุด B) เรียกว่า *ความยาวคอर्ड* มุมที่แกนคอर्डกระทำกับทิศกระแสการไหล เรียกว่า *มุมปะทะ* ภาพวาดการไหลผ่านแพนอากาศแสดงในรูปที่ 5.26 กระแสราบเรียบแบบเอกรูปความเร็ว  $U_0$  ไหลจากทางด้านซ้ายไปขวา เข้าปะทะกับแพนอากาศด้วยมุม  $\alpha$  องศา ซึ่งวัดค่าเป็นบวกในทิศทางตามเข็มนาฬิกา กระแสการไหลจะไหลเลี้ยวไปตามความโค้งของพื้นผิวทั้งด้านบนและด้านล่าง จุดที่เส้นการไหลส่วนบนและส่วนล่างแยกออกจากกัน ซึ่งจะเกิดขึ้นที่บริเวณส่วนหัว และจุดที่ประชิดเข้าด้วยกันอีกครั้ง ซึ่งจะเกิดขึ้นที่บริเวณส่วนหาง เรียกว่า *จุดชะงักไหล* หากวิเคราะห์พฤติกรรมกรการไหลจะพบว่า ในช่วงต้นที่พื้นผิวมีความโค้งดูเข้า เส้นการไหลจะถูกบีบตัว ทำให้ความเร็วของกระแสการไหลเพิ่มขึ้น ความดันที่บริเวณดังกล่าวจึงมีค่าลดลงเป็นสภาวะเกรเดียนต์ความดันเสริม ซึ่งตรงกันข้ามกับการไหลในช่วงท้ายที่พื้นผิวมีความโค้งบานออก กระแสการไหลจะถูกชะลอตัวให้ช้าลง เพราะพื้นที่หน้าตัดของการไหลกว้างขึ้นในขณะที่อัตราการไหลมวลของการไหลคงเดิม ความดันในบริเวณดังกล่าวจึงเพิ่มขึ้นก่อให้เกิดสภาวะเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ ซึ่งหากมีขนาดใหญ่เพียงพอ กระแสการไหลจะถูกดันจนไม่สามารถไหลเกาะไปตามพื้นผิวได้ เกิดการแยกตัวของชั้นขีดผิวขึ้นใน

บริเวณช่วงท้าย จุดแรกที่กระแสการไหลเกิดการแยกตัว เรียกว่า จุดแยกตัว (จุด C) ซึ่งที่จุดดังกล่าว ความเค้นเฉือนพื้นผิวมีค่าเป็นศูนย์  $\tau_w=0$  หรือ  $\partial u/\partial n=0$  ในกรณีที่มุมปะทะมีค่ามากกว่าศูนย์ จุดชะงักไหลที่หัวแพนจะอยู่ต่ำลงมาทางด้านล่างจากจุด A ท่อการไหลผ่านส่วนบนจึงถูกบีบให้แคบลงมากขึ้น กระแสการไหลจึงถูกเร่งตัวให้เร็วขึ้น ส่งผลให้ความดันลดต่ำลง ในขณะที่เดียวกันท่อการไหลของส่วนล่างจะกว้างขึ้น กระแสการไหลจึงถูกหน่วงให้ช้าลง ความดันจึงเพิ่มสูงขึ้นและมีขนาดมากกว่าความดันที่เกิดขึ้นทางด้านส่วนบน ก่อให้เกิดแรงยกกระทำกับแพนอากาศ ในกรณีที่มุมปะทะมีขนาดเพิ่มขึ้น พื้นที่หน้าตัดของการปะทะก็จะเพิ่มขึ้นด้วย แรงลุดที่กระทำกับแพนอากาศจึงเพิ่มขึ้น ยิ่งขนาดของมุมปะทะใหญ่ขึ้นเท่าใดแรงลุดก็จะเพิ่มมากขึ้นตามไปด้วย ผลกระทบจากเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับจึงเพิ่มมากขึ้น ซึ่งส่งผลเสียต่อการไหลเป็นอย่างมาก กล่าวคือ มีโอกาสมากขึ้นที่กระแสการไหลจะเกิดการแยกตัวออกจากผิว อันเนื่องมาจากไม่สามารถเอาชนะแรงต้านที่เกิดจากเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับได้ ซึ่งหากเป็นเช่นนั้น กระแสการไหลบางส่วนจะเกิดการไหลวนย้อนกลับ



รูปที่ 5.26 ลักษณะการไหลผ่านแพนอากาศ NACA 64A015 ที่มุมปะทะ 5 องศา (บน)  
(Van Dyke, 1964) และภาพวาดการไหลผ่านแพนอากาศ (ล่าง)

จากการศึกษาพบว่า การไหลผ่านแพนอากาศในช่วงค่าเลขเรย์โนลด์  $3.0 \times 10^5 - 1.0 \times 10^6$  นั้น สามารถก่อให้เกิดพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงผ่านขึ้นได้ทั้งผิวด้านบนและผิวด้านล่าง โดยความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นบนผิวด้านบนนั้น นอกจากจะเกิดจากพฤติกรรมปกติของการไหลที่เปลี่ยนแปลงจากความราบเรียบไปสู่ความปั่นป่วนแล้ว ยังเกิดขึ้นได้จากผลกระทบจากปัจจัยอื่นได้อีก อาทิเช่น



อิทธิพลของขอบทางเข้าที่เบี่ยงกระแสการไหลให้ตีบเข้าในช่วงต้นและบานออกในช่วงถัดมา ซึ่งก่อให้เกิดฟองกระแสแยกตัวขึ้น อิทธิพลของเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับซึ่งเป็นสาเหตุหลักทำให้เกิดการแยกตัวของกระแสการไหลบริเวณส่วนหางของแพนอากาศ โดยผลกระทบทั้งสองที่กล่าวมาล้วนมีส่วนเหนี่ยวนำให้เกิดความเปลี่ยนแปลงได้ทั้งสิ้น สำหรับการไหลในส่วนผิวด้านล่างของแพนอากาศเมื่อมุมปะทะมีขนาดเพิ่มขึ้น สถานะการไหลจะอยู่ภายใต้อิทธิพลของเกรเดียนต์ความดันเสริม ซึ่งเป็นสถานะที่กระแสการไหลถูกเร่งตัว ในสถานะเช่นนี้ พฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงจะถูกยับยั้งให้เกิดขึ้นได้ช้าลงหรืออาจไม่เกิดขึ้นเลย แต่ทั้งนี้ทั้งนั้นก็ขึ้นอยู่กับลักษณะรูปทรงความโค้งของพื้นผิวเป็นสำคัญ

ในการออกแบบแพนอากาศส่วนใหญ่ วิศวกรมักให้ความสนใจต่อผลของแรงยกและแรงจลในรูปสัมประสิทธิ์แรงยก  $C_L$  และสัมประสิทธิ์แรงจล  $C_D$  ซึ่งมีนิยามดังนี้

$$C_D = \frac{D/A}{\frac{1}{2}\rho U_0^2}; \quad C_L = \frac{L/A}{\frac{1}{2}\rho U_0^2} \quad (5.7a, b)$$

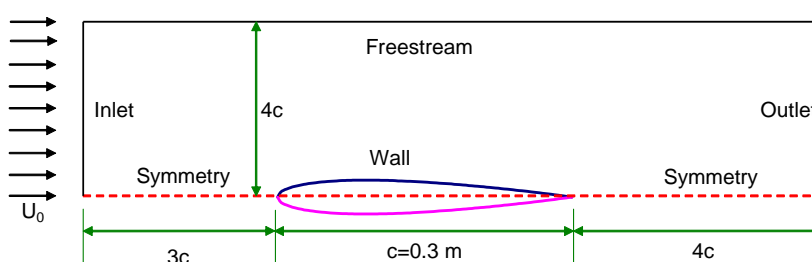
เมื่อ  $D$  เป็นแรงจล  $L$  เป็นแรงยก  $A$  เป็นพื้นที่ฉายตามระนาบตั้งฉากกับทิศที่แรงกระทำ และ  $U_0$  เป็นความเร็วกระแสไอศระที่ทางเข้า การออกแบบแพนอากาศเพื่อให้ได้สถานะทางอากาศพลศาสตร์ที่เหมาะสมที่สุด (แรงยกมากที่สุดและแรงจลน้อยที่สุด) เป็นความท้าทายอย่างมากสำหรับวิศวกร ทั้งนี้เพราะในกรณีการไหลผ่านแพนอากาศ ทั้งแรงยกและแรงจลจะแปรผันตามกันเสมอ กล่าวคือ หากต้องการแรงยกที่มาก (ซึ่งทำได้โดยการเปิดมุมปะทะให้ใหญ่ขึ้น) แรงต้านก็จะมากขึ้นตามไปด้วย เพราะพื้นที่หน้าตัดที่รับแรงปะทะมีขนาดใหญ่ขึ้น นอกจากนี้แพนอากาศมักถูกออกแบบให้ได้คุณลักษณะที่เรียกว่า *แพนอากาศแบบราบเรียบ* กล่าวคือ เป็นแพนอากาศที่สามารถคงลักษณะการไหลให้เป็นแบบแบบราบเรียบคลุมบริเวณให้ได้มากที่สุด ทั้งนี้เพราะเป็นที่ทราบกันดีว่าชั้นขีดผิวแบบราบเรียบมีความเสียดทานพื้นผิวน้อยกว่าชั้นขีดผิวแบบปั่นป่วนค่อนข้างมาก การชะลอการเกิดการเปลี่ยนแปลงจากพฤติกรรมความราบเรียบไปสู่ความปั่นป่วนให้ช้าลงได้ จึงช่วยลดการสูญเสียที่จะเกิดขึ้นได้อย่างมาก

### 5.2.2 การคณนาและเงื่อนไขการวิเคราะห์การไหลบนแพนอากาศ NACA-0012

แพนอากาศที่ใช้ทดสอบในที่นี้คือ NACA-0012 เป็นแพนอากาศที่มีลักษณะรูปทรงสมมาตรในส่วนบนและส่วนล่างแบบ 2 มิติ โดยโพรไฟล์ของรูปทรงคำนวณได้จากสูตรซึ่งอยู่ในรูปพิภคต่อความยาวคอर्ड (NACA Technical Memorandum 474, December 1996) ดังนี้

$$\frac{y}{c} = 0.6 \left[ a_0 \left( \frac{x}{c} \right)^{1/2} + a_1 \left( \frac{x}{c} \right) + a_2 \left( \frac{x}{c} \right)^2 + a_3 \left( \frac{x}{c} \right)^3 + a_4 \left( \frac{x}{c} \right)^4 \right] \quad (5.8)$$

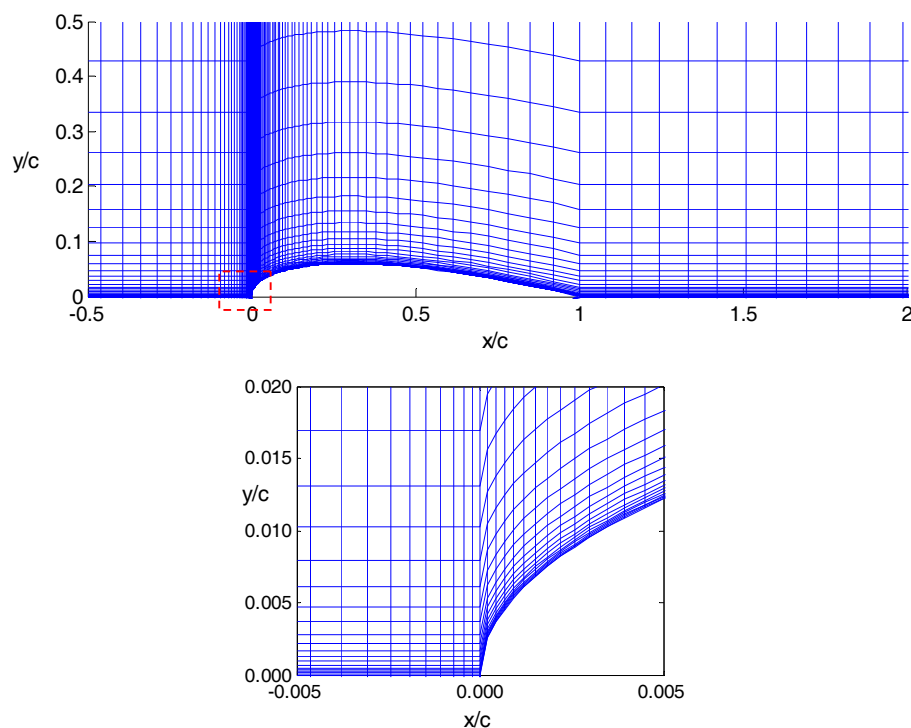
เมื่อ  $c$  เป็นความยาวคอर्ड ค่าคงที่ของโพรไฟล์  $a_0=0.2969$ ,  $a_1=-0.1260$ ,  $a_2=-0.3516$ ,  $a_3=0.2843$  และ  $a_4=-0.1036$  เงื่อนไขการคำนวณถูกกำหนดให้สอดคล้องกับเงื่อนไขการทดลองของ Lee and Kang (2000) ที่นำมาเปรียบเทียบ ดังนี้ ความยาวคอर्डของแพนอากาศเท่ากับ 0.3 เมตร กระแสการไหลตั้งต้นที่มีระดับความปั่นป่วนเท่ากับ 0.30 เปอร์เซ็นต์ ไหลเข้าปะทะกับแพนอากาศด้วยมุม 0 องศา ความเร็ว 30 เมตร/วินาที ซึ่งได้ค่าเลขมัคการไหล  $M \approx 0.086$  (เมื่อ  $M=U_0/V$  โดยที่  $V=331.4+0.6t$  เป็นความเร็วเสียงในอากาศ และ  $t$  เป็นอุณหภูมิของอากาศในหน่วยของเซลเซียส ซึ่งในที่นี้กำหนดให้เท่ากับ  $25^\circ\text{C}$ ) และเลขเรย์โนลด์์การไหลอิงความยาวคอर्ड  $Re_c=6.0 \times 10^5$  สอดคล้องกับผลการทดลองที่นำมาเปรียบเทียบ



รูปที่ 5.27 ลักษณะโดเมนและการกำหนดเงื่อนไขขอบสำหรับการไหลผ่านแพนอากาศ

สำหรับการทดสอบในที่นี้ สภาพของการไหลถูกพิจารณาให้เป็นแบบอัดตัวไม่ได้ เนื่องจาก  $M \ll 0.3$  ความหนาแน่นและความหนืดของของไหลถูกกำหนดให้มีค่าคงที่เท่ากับ  $\rho=1.2 \text{ kg/m}^3$  และ  $\mu=1.8 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$  ตามลำดับ โดเมนที่วิเคราะห์จะพิจารณาเพียงส่วนบนของแพนอากาศ ทั้งนี้เนื่องจากลักษณะของแพนอากาศมีความสมมาตรบนล่าง เกณฑ์สมมาตรถูกกำหนดให้เป็นขอบเขตแบบสมมาตร ขอบทางเข้าของโดเมนถูกสร้างไว้ที่ระยะ 3 เท่าของความยาวคอर्डก่อนถึงหัวแพนอากาศ ขอบทางออกถูกวางไว้ห่างจากหางแพนออกไปเป็นระยะ 4 เท่าของความยาวคอर्ड ขอบด้านบนสูงจากเกณฑ์สมมาตรเป็นระยะ 4 เท่าของความยาวคอर्ड รายละเอียดของโดเมนและการกำหนดเงื่อนไขขอบแสดงในรูปที่ 5.27 และลักษณะของกริดแสดงในรูปที่ 5.28 การแปลงปริภูมิถูกใช้เพื่อแปลงโดเมนกายภาพให้เป็นโดเมนการคณนที่มีรูปทรงสี่เหลี่ยมฉาก โดเมนที่ใช้จึงเป็นแบบการไหลบนแผ่นเรียบ กริดไม่สม่ำเสมอขนาด  $290 \times 200$  ถูกสร้างแบบพิกัดวัตต์ล้อมรอบรูปทรง โดยกริดจะถูกสร้างให้หนาแน่นมากในบริเวณใกล้พื้นผิวและบริเวณหัวแพน ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงของ

กระแสการไหลก่อนข้างสูง กริดจุดแรกสูงจากผนังถูกสร้างให้มีระยะ  $y^+ < 1.0$  ในการคำนวณ กริดจะถูกส่งให้ไปเป็นแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความสม่ำเสมอ จากนั้นจะถูกนำเข้าสู่กระบวนการแก้หาผลเฉลยตามขั้นตอนวิธี SIMPLE



รูปที่ 5.28 ลักษณะของกริดที่สร้าง (บน) และภาพขยายบริเวณส่วนหัวแพน (ล่าง)

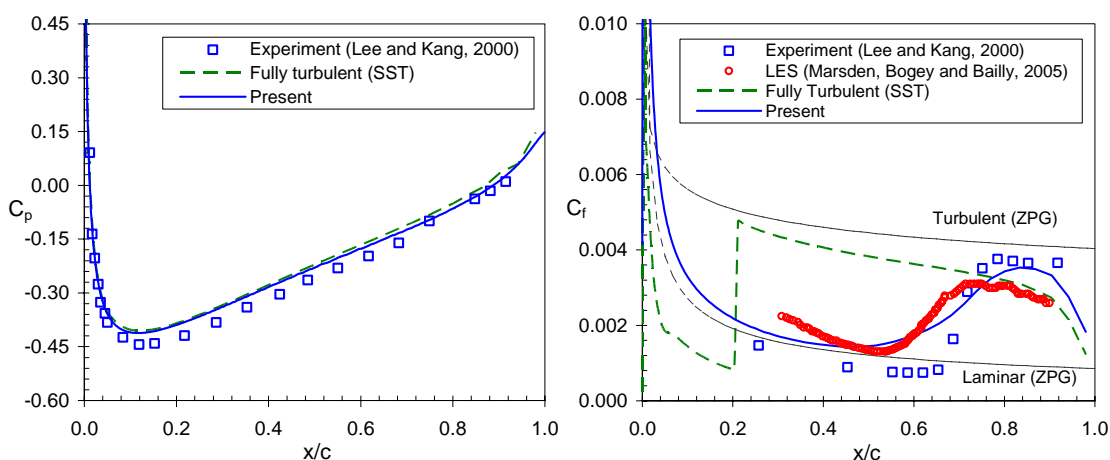
### 5.2.3 ผลการทดสอบการไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012

การไหลผ่านแพนอากาศในที่นี้ ถูกใช้เพื่อทดสอบความสามารถของแบบจำลอง Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) และพารามิเตอร์ใหม่ที่น่าเสนอว่า สามารถประยุกต์ใช้งานได้ดีกับปัญหาการไหลที่ซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพเพียงใด ผลการทดสอบถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Lee and Kang (2000) และในบางกรณีถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลการคำนวณด้วยวิธี LES ของ Marsden, Bogey and Bailly (2006)

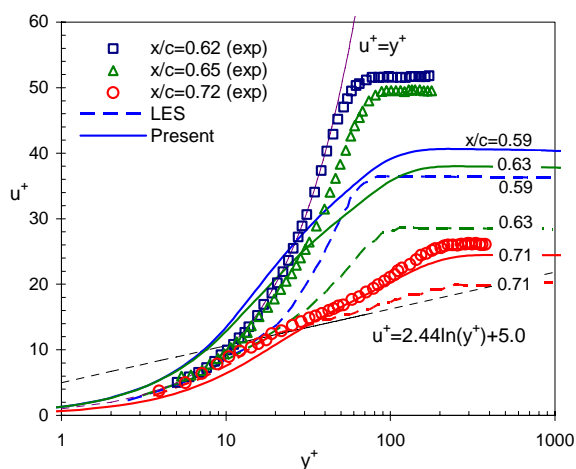
สัมประสิทธิ์ความดัน  $C_p$  ถูกใช้เพื่อแสดงการกระจายตัวของความดันที่เกิดขึ้นรอบแพนอากาศ เพราะเป็นที่รู้กันดีว่า เกรเดียนต์ความดันที่เกิดขึ้นรอบแพนอากาศมีผลกระทบอย่างมากต่อพัฒนาการของชั้นซิดผิวทั้งแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วน ซึ่งจะส่งผลกระทบต่อแรงยกและแรงยกที่เกิดขึ้นบนแพนอากาศ สัมประสิทธิ์ความดันมีนิยามเป็นสัดส่วนของความดันสถิตต่อพลังงานจลน์ (ซึ่งอยู่ในรูปความเร็วกระแสอิสระ) ดังนี้

$$C_p = \frac{p}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \tag{5.8}$$

เมื่อความดันสถิตหาได้จาก  $p = \rho(U_0^2 - U_\infty^2)/2$  ซึ่งวิเคราะห์ได้จากสมการเบอร์นูลลี โดยที่  $U_0$  เป็นความเร็วที่ทางเข้า และ  $U_\infty$  เป็นความเร็วกระแสอิสระ การแจกแจงความดันในรูปแบบสัมประสิทธิ์ความดันรอบแพนอากาศที่มุมปะทะศูนย์องศา แสดงในรูปที่ 5.29 (ซ้าย)

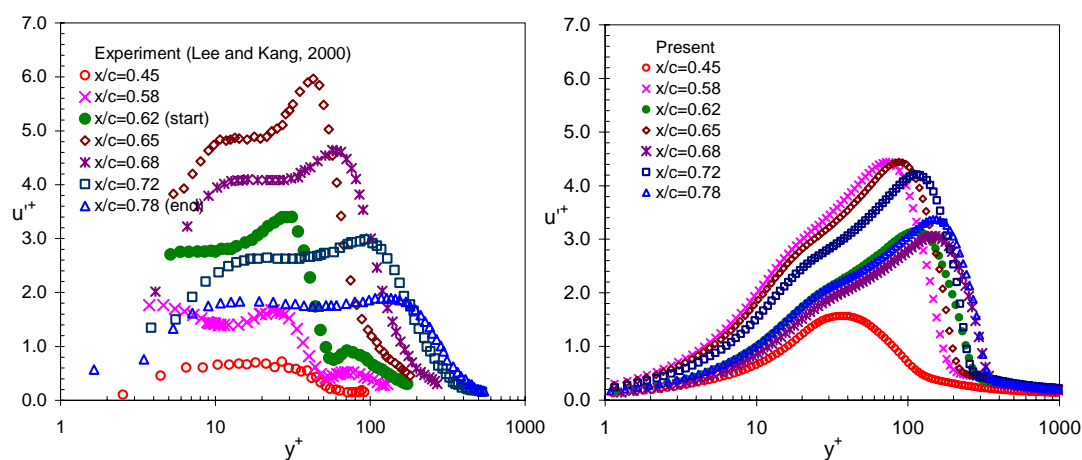


รูปที่ 5.29 สัมประสิทธิ์ความดัน (ซ้าย) และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว (ขวา) รอบแพนอากาศ NACA-0012



รูปที่ 5.30 ความเร็วที่ตำแหน่งต่างๆ ของการไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012

สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิว  $C_f$  เป็นอีกพารามิเตอร์หนึ่งที่มีความสำคัญที่ใช้ในการวิเคราะห์หาแรงจลที่เกิดขึ้นบนแผ่นอากาศ โพรไฟล์ของสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวสามารถใช้วิเคราะห์หาตำแหน่งจุดเริ่มเกิดและจุดสิ้นสุดของการเปลี่ยนผ่านได้ โดยความเปลี่ยนแปลงจะเริ่มเกิดขึ้นในตำแหน่งที่สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวมีค่าต่ำที่สุด และสิ้นสุดในตำแหน่งที่สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวมีค่าสูงที่สุด ผลการทำนายเปรียบเทียบกับผลการทดลองแสดงในรูปที่ 5.29 (ขวา)

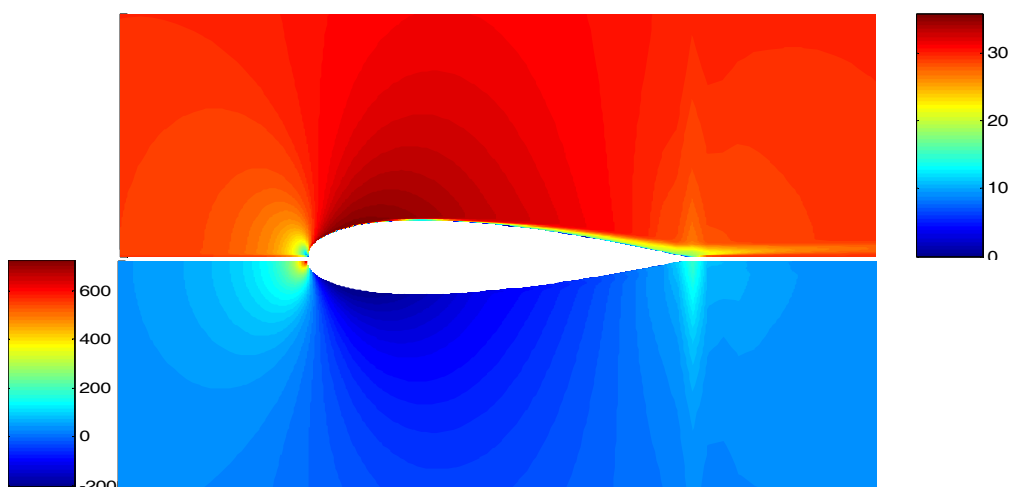


รูปที่ 5.31 โพรไฟล์การปั่นป่วนของความเร็วของการไหลผ่านแผ่นอากาศ NACA-0012  
ผลการทดลอง (ซ้าย) และผลการทำนาย (ขวา)

นอกจากนี้ โพรไฟล์ของความเร็วที่ตำแหน่งต่าง  $x/c=0.62$ ,  $0.65$  และ  $0.72$  ถูกแสดงผลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง และผลที่ทำนายด้วยวิธี LES ในรูปที่ 5.30 การเปลี่ยนแปลงของโพรไฟล์ดังกล่าวสามารถชี้บ่งบอกได้ถึงพัฒนาการของชั้นขีดผิวที่เกิดขึ้น ว่ามีการเปลี่ยนผ่านจากความราบเรียบสู่ความปั่นป่วนในลักษณะของแบบใด จากรูปพบว่าผลการทำนายที่นำเสนอให้ความสอดคล้องพอใช้ได้เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง และให้ผลที่ดีกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากวิธี LES รูปที่ 5.31 แสดงโพรไฟล์การปั่นป่วนของความเร็วเปรียบเทียบกับผลการทดลอง ซึ่งโพรไฟล์ดังกล่าวสามารถใช้อธิบายการเติบโตของจุดก่อความปั่นป่วนที่เกิดขึ้นในชั้นขีดผิวได้ (Lee and Kang, 2000) ขนาดของการปั่นป่วนที่มากขึ้นแสดงถึงภาวะความปั่นป่วนที่มากขึ้น ซึ่งหมายถึงการผลิตจุดก่อความปั่นป่วนที่มากขึ้นเช่นกัน

#### 5.2.4 สรุปและวิเคราะห์ผลการทดสอบการไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012

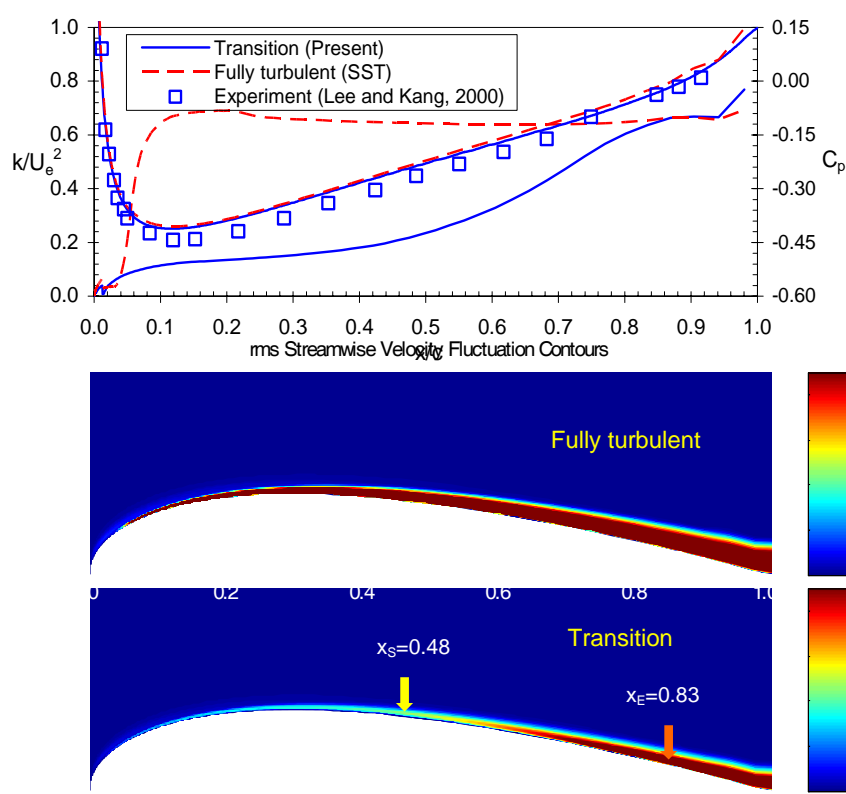
รูปที่ 5.29 (ซ้าย) แสดงการแจกแจงความดันที่เกิดขึ้นบนแพนอากาศ จากรูปจะพบว่าการทำนายให้ผลที่สอดคล้องกันเป็นอย่างดีกับผลการทดลอง นอกจากนี้ยังพบว่าชั้นขีดยาวที่เกิดขึ้นในช่วง  $0.0 < x/c < 0.15$  จะอยู่ภายใต้อิทธิพลของเกรเดียนต์ความดันเสริม และในส่วนช่วง  $x/c \geq 0.15$  จะอยู่ภายใต้อิทธิพลของเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ ลักษณะการกระจายความเร็วและความดันในรูปแบบคอนทัวร์แสดงในรูปที่ 5.32 ส่วนครึ่งบนและส่วนครึ่งล่าง ตามลำดับ



รูปที่ 5.32 คอนทัวร์ของความเร็ว (ครึ่งบน) และของความดัน (ครึ่งล่าง) สำหรับ NACA-0012

พิจารณาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวที่เกิดขึ้นบนแพนอากาศ (รูปที่ 5.29 (ขวา)) ผลการทดลองของ Lee and Kang (2000) แสดงให้เห็นว่าความเปลี่ยนแปลงเริ่มเกิดขึ้นที่ตำแหน่ง  $x/c \approx 0.62$  ( $Re \approx 500$ ) และปกคลุมไปจนถึงตำแหน่ง  $x/c \approx 0.78$  ( $Re \approx 860$ ) ในช่วงก่อนการเปลี่ยนแปลง  $x/c < 0.62$  สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวที่วัดได้มีค่าต่ำกว่าผลที่วิเคราะห์ได้จากชั้นขีดยาวแบบราบเรียบในกรณีเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ ที่เป็นเช่นนี้เพราะผลกระทบจากเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับที่เกิดขึ้นในช่วงดังกล่าว สำหรับในช่วงหลังการเปลี่ยนแปลง  $x/c > 0.78$  ชั้นขีดยาวมีพฤติกรรมเป็นแบบปั่นป่วน สัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวที่วัดได้มีค่าต่ำกว่าผลที่วิเคราะห์ได้จากชั้นขีดยาวแบบปั่นป่วนในกรณีเกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ ที่เป็นเช่นนี้เพราะเป็นผลมาจากอิทธิพลของเกรเดียนต์ความดันย้อนกลับ จากผลที่จำลองด้วยวิธี LES (Marsden, Bogey and Bailly, 2006) พบว่าจุดเริ่มเกิดและจุดสิ้นสุดการเปลี่ยนแปลงที่ทำนายได้อยู่ที่ตำแหน่ง  $x/c \approx 0.54$  และ  $x/c \approx 0.72$  ตามลำดับ ซึ่งมีความยาวช่วงของความเปลี่ยนแปลงมากกว่าที่ได้จากผลการทดลองของ Lee and Kang (2000) ประมาณ 11 เปอร์เซ็นต์ วิธี LES ให้ผลการทำนายสัมประสิทธิ์ความเสียดทานพื้นผิวสูงกว่า

กรณีชั้นขีดผิวแบบราบเรียบที่เกรเดียนต์ความดันเป็นศูนย์ และให้ผลการทำนายต่ำกว่าผลการทดลองค่อนข้างมากในช่วงหลังการเปลี่ยนผ่าน เมื่อพิจารณาผลการทำนายที่นำเสนอพบว่า แบบจำลองให้ผลการทำนายสูงในช่วงก่อนการเปลี่ยนผ่าน สอดคล้องกับผลของ LES แบบจำลองทำนายการเติบโตของความเปลี่ยนแปลงได้ล่าช้า ส่งผลให้ช่วงเปลี่ยนผ่านมีความยาวมากกว่าความเป็นจริงสำหรับในช่วงหลังเปลี่ยนผ่าน แบบจำลองให้ผลการทำนายต่ำเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง และให้ผลที่สมจริงมากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับผลของ LES ความเปลี่ยนแปลงที่ทำนายได้เริ่มเกิดที่ตำแหน่ง  $x/c \approx 0.48$  และสิ้นสุดที่ตำแหน่ง  $x/c \approx 0.83$  ซึ่งคลุมพื้นที่ประมาณ 35 เปอร์เซ็นต์เมื่อเทียบกับความยาวคอर्ड



รูปที่ 5.33 พลังงานจลน์ปั่นป่วนที่มากที่สุด (บน) และคอนทัวร์ของพลังงานจลน์ปั่นป่วนสำหรับแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ (กลาง) และแบบเปลี่ยนผ่าน (ล่าง) บน NACA-0012

รูปที่ 5.30 (ซ้าย) แสดงโปรไฟล์ของความเร็วที่ตำแหน่งต่าง ๆ จากผลการทดลองของ Lee and Kang (2000) พบว่าช่วงก่อนการเปลี่ยนผ่านในช่วง  $y^+ < 20$  โปรไฟล์ความเร็วประชิดเข้าหาเส้น  $u^+ = y^+$  และลู่เข้าหาแนวโปรไฟล์เชิงลอการิทึมอย่างช้า ๆ หลังจากจุดเริ่มเกิดการเปลี่ยนผ่าน  $x/c = 0.78$  เปรียบเทียบกับผลการทดสอบซึ่งแสดงในรูปที่ 5.30 (ขวา) พบว่าโปรไฟล์ความเร็วใน

ตำแหน่งเดียวกันกับผลการทดลองให้ผลไม่สอดคล้องกันเท่าที่ควร โพรไฟล์ความเร็วของผลการทดลองที่ตำแหน่ง  $x/c=0.62$  สอดคล้องตามโพรไฟล์  $u^+=y^+$  ในช่วง  $y^+<20$  และผู้เข้าหาแนวโพรไฟล์เชิงลอการิทึมค่อนข้างรวดเร็วในช่วงถัดจากนั้น ที่เป็นเช่นนี้อธิบายได้ว่าแบบจำลองได้สร้างภาวะความปั่นป่วนได้เร็วกว่าความเป็นจริง ที่เป็นเช่นนี้น่าจะเป็นเพราะแบบจำลองที่ใช้ทำนายถูกสร้างขึ้นบนพื้นฐานที่ไม่ได้รวมผลกระทบจากความโค้งของพื้นผิวของแพนอากาศเข้าไว้ด้วย

พิจารณาการปั่นป่วนของความเร็วในรูปที่ 5.31 จะเห็นได้ว่าผลการทดลองแสดงการปั่นป่วนที่เกิดขึ้นในช่วงก่อนการเปลี่ยนผ่าน ซึ่งเป็นผลมาจากอิทธิพลของคลื่น T-S และกระแสการหมุนวน ในช่วงการเปลี่ยนผ่านพบว่าขนาดของการปั่นป่วนจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อเข้าสู่ช่วงการเปลี่ยนผ่าน และ  $u^+$  จะมีค่ามากที่สุดประมาณ 6.0 ที่ตำแหน่ง  $x/c=0.65$  และ  $y^+\approx 40$  หลังจากนั้นจะค่อย ๆ ลดค่าลงอย่างต่อเนื่อง การเปลี่ยนแปลงของ  $u^+$  จะมีค่าค่อนข้างคงที่ในช่วง  $10<y^+<20$  เมื่อเปรียบเทียบกับผลการจำลองพบว่าให้ผลที่ไม่สอดคล้องกันอย่างชัดเจน ที่ตำแหน่งเดียวกันกับผลการทดลอง กระแสการไหลตั้งต้นมีขนาดของการปั่นป่วนของความเร็วอย่างมาก ค่ามากที่สุดเกิดขึ้นที่ตำแหน่ง  $x/c=0.58$  และ  $y^+\approx 75$  ซึ่งมีค่า  $u^+=4.45$  จากนั้นจึงลดลงด้วยอันดับที่ไม่สอดคล้องกับผลการทดลอง ซึ่งพอจะอธิบายได้ว่าความเปลี่ยนแปลงที่ทำนายได้เกิดขึ้นก่อนตำแหน่งที่ทำการเปรียบเทียบ ซึ่งน่าจะเป็นผลมาจากภาวะความปั่นป่วนที่ถูกสร้างขึ้นเร็วและมากเกินไป อันเกิดจากการไม่คิดผลกระทบของความโค้งของพื้นผิวแพนอากาศ จึงส่งผลให้ตำแหน่งที่ความเร็วเกิดการปั่นป่วนมากที่สุดซึ่งเกิดขึ้นในช่วงที่เริ่มเกิดการเปลี่ยนผ่าน มีตำแหน่งที่ไม่สอดคล้องการตำแหน่งที่เปรียบเทียบกับผลการทดลองเท่าที่ควร

รูปที่ 5.33 (บน) แสดงพลังงานจลน์ปั่นป่วนมากที่สุดที่เกิดขึ้นในชั้นซิดผิวในแต่ละตำแหน่ง จากรูปจะเห็นได้ว่ากระแสการไหลในช่วงต้นมีระดับความปั่นป่วนเพิ่มขึ้นอย่างช้า ๆ เป็นผลมาจากเกรเดียนต์ความดันเสริมที่ช่วยให้กระแสการไหลมีเสถียรภาพ และคงภาวะความราบเรียบไว้ได้ โดยระดับของความปั่นป่วนมีค่าค่อนข้างคงที่ประมาณ  $k/U_e^2=0.166$  ในช่วง  $0.125<x/c<0.375$  และค่อย ๆ มีขนาดเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องเมื่อเข้าสู่ช่วงการเปลี่ยนผ่าน โดยมีค่ามากที่สุดเท่ากับ 0.7 ที่ตำแหน่ง  $x/c\approx 0.83$  จากนั้นมีขนาดคงที่ต่อเนื่องไปจนถึงตำแหน่ง  $x/c\approx 0.94$  ก่อนที่จะมีค่าเพิ่มขึ้นอีกครั้งในช่วงท้าย เปรียบเทียบกับผลการทำนายที่ได้จากแบบจำลอง SST ซึ่งให้ผลการทำนายที่เป็นแบบปั่นป่วนสมบูรณณ์ พบว่าแบบจำลอง SST ทำนายการเพิ่มขึ้นของพลังงานจลน์ได้รวดเร็วตั้งแต่ที่ตำแหน่ง  $x/c\approx 0.04$  ผู้เข้าหาค่ามากที่สุดที่  $x/c\approx 0.1$  และมีค่าค่อนข้างคงที่ประมาณ  $k/U_e^2=0.7$  จนถึงตำแหน่งปลายแพนอากาศ

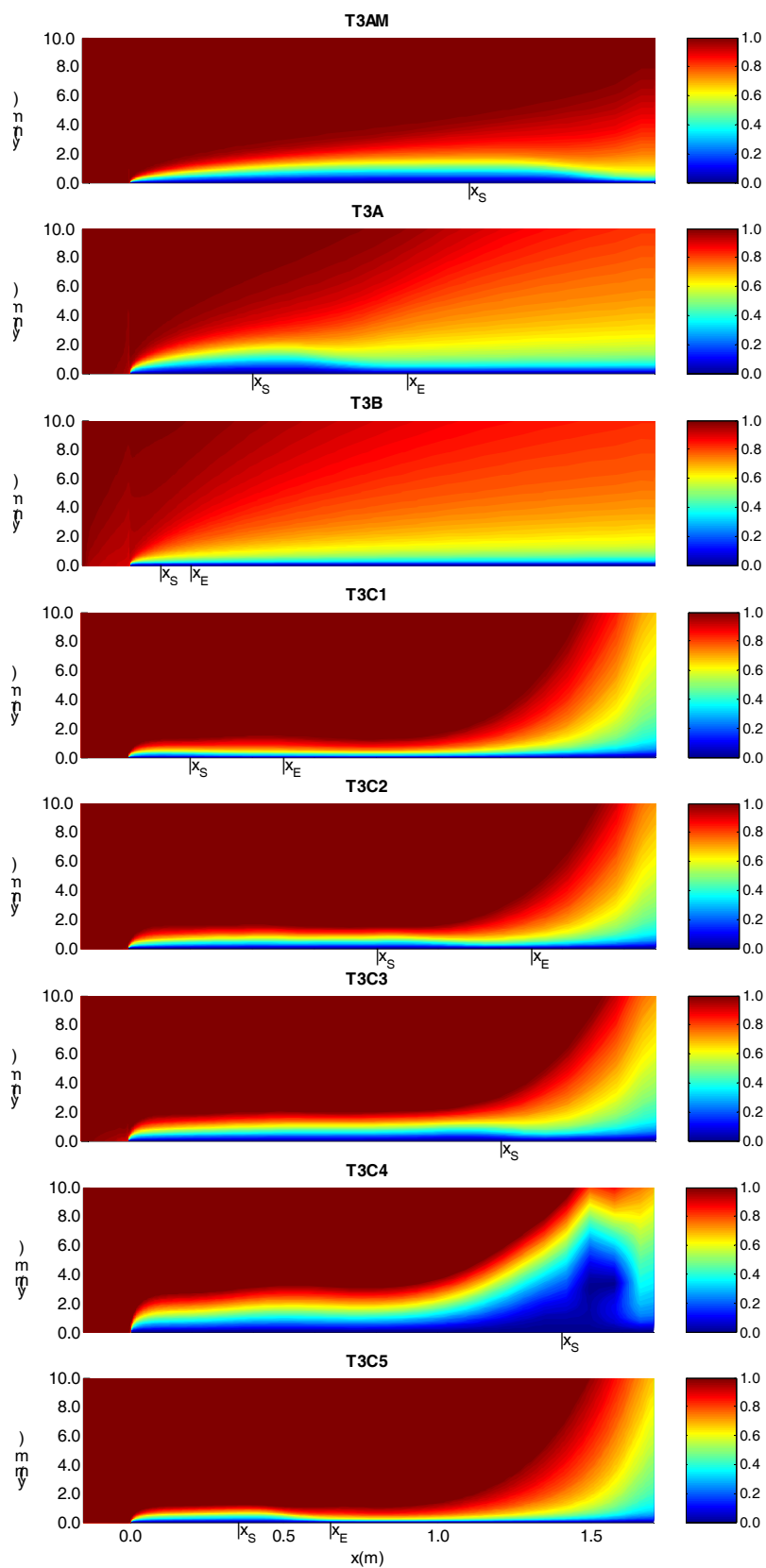
ผลการทำนายพลังงานจลน์ปั่นป่วนถูกนำไปแสดงเป็นคอนทัวร์ (รูปที่ 5.33 (ล่าง)) จะเห็นได้ว่าในช่วงต้นมีการสร้างพลังงานจลน์ปั่นป่วนไม่มากนัก ชั้นซิดผิวที่เกิดขึ้นมีความราบเรียบค่อนข้างสูง พลังงานจลน์ปั่นป่วนเริ่มเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัดเจนที่ตำแหน่ง  $x/c\approx 0.48$  ซึ่งเป็น



ตำแหน่งที่ความเปลี่ยนแปลงผ่านเริ่มเกิดขึ้น โดยความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นคลุมบริเวณไปถึงช่วงท้ายของแพนอากาศ และสิ้นสุดที่ตำแหน่ง  $x/c \approx 0.83$  เมื่อเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทำนายแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ซึ่งคำนวณได้จากแบบจำลอง SST (รูปที่ 5.33 (กลาง)) พบว่าการสร้างพลังงานจลน์เกิดขึ้นตั้งแต่ที่บริเวณหัวของแพนอากาศ และทอดยาวไปจนถึงปลายของแพนอากาศ

### 5.3 บทสรุป

เนื้อหาของบทนี้นำเสนอผลการทดสอบแบบจำลอง ปัญหาการไหลชั้นขีดผิวนบนแผ่นเรียบ และปัญหาการไหลผ่านแพนอากาศถูกนำมาใช้ทดสอบ เพื่อประเมินประสิทธิภาพของแบบจำลองในการทำนายความเปลี่ยนแปลง จากการทดสอบพบว่าแบบจำลองความปั่นป่วนของ Launder and Sharma (1974) ประยุกต์ใช้ได้ผลดีในกรณีการไหลแบบความเปลี่ยนแปลงผ่านภายใต้สภาวะกระแสอิสระปั่นป่วนความเข้มสูง แบบจำลอง SST ของ Menter (1994) ไม่สามารถตรวจจับพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงได้ในทุกกรณี แบบจำลองของ Suzen and Huang (2000) ใช้ได้ผลดีในช่วงกระแสความปั่นป่วนความเข้มปานกลาง แบบจำลองของ Lodefier, Merci, De Langhe, and Dick (2005) ให้ผลการทำนายที่ไม่สอดคล้องกับผลการทดลอง และค่อนข้างมีปัญหาในด้านเสถียรภาพของการคำนวณ แบบจำลองของ Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) ให้ผลการทำนายที่สอดคล้องในทุกช่วงของระดับความเข้มกระแส นั่นแสดงว่ากรณีการไหลบนแผ่นเรียบ พารามิเตอร์ที่สร้างให้กับแบบจำลองดังกล่าวมีความเหมาะสม สำหรับกรณีการไหลผ่านแพนอากาศพบว่าผลการทำนายยังไม่สอดคล้องเท่าที่ควรเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง อาจเป็นเพราะว่าพารามิเตอร์ที่สร้างให้กับแบบจำลอง ยังมีความไม่เหมาะสมเท่าที่ควรที่จะใช้กับการทำนายปัญหาที่มีผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงความโค้งของพื้นผิวเข้ามาเกี่ยวข้อง



รูปที่ 5.34 คอนทัวร์ความเร็วของการไหลบนแผ่นเรียบกรณีทดสอบ T3-ERCOFTAC

## บทที่ 6

### บทสรุปและข้อเสนอแนะ

จากที่ได้นำเสนอมาในบทที่ผ่านมา จึงพอจะกล่าวได้อย่างมีน้ำหนักว่า การไหลแบบเปลี่ยนผ่านมีบทบาทสำคัญต่องานทางด้านวิศวกรรมอย่างมาก การที่สามารถทำนายพฤติกรรมของการไหลได้อย่างสมจริงนั้น มีส่วนช่วยให้การประเมินและออกแบบอุปกรณ์ทางวิศวกรรมมีประสิทธิภาพมากขึ้น สำหรับเนื้อหาในบทนี้ ช่วงต้นเป็นการสรุปเนื้อหาของงานวิจัยที่นำเสนอในบทที่ผ่านมา ส่วนช่วงท้ายเป็นการเสนอแนะประเด็นที่น่าศึกษาค้นคว้าต่อไปในอนาคตสำหรับผู้สนใจศึกษาเรื่องนี้

#### 6.1 บทสรุป

งานวิจัยนี้เน้นศึกษาการทำนายพฤติกรรมของการไหลแบบเปลี่ยนผ่านโดยใช้แบบจำลอง ในการศึกษาี้ แบบจำลอง  $\mu$ - $Re_\theta$  ของ Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) ถูกทดสอบร่วมกับแบบจำลองความเปลี่ยนผ่านของ Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005) แบบจำลองความเปลี่ยนผ่านของ Suzen and Huang (2000) แบบจำลองความปั่นป่วน  $k$ - $\epsilon$  ของ Launder and Sharma (1974) และแบบจำลองความปั่นป่วน SST ของ Menter (1994) เพื่อประเมินประสิทธิภาพในการทำนายพฤติกรรมความเปลี่ยนผ่าน ในการทดสอบ พารามิเตอร์  $F_{onset}$  ซึ่งถูกใช้เพื่อควบคุมความยาวของช่วงเปลี่ยนผ่าน และพารามิเตอร์  $Re_{\alpha_c}$  ซึ่งถูกใช้เพื่อควบคุมตำแหน่งของจุดที่เริ่มเกิดการเปลี่ยนผ่านในแบบจำลอง  $\mu$ - $Re_\theta$  ได้ถูกสร้างขึ้นใหม่ โดยใช้วิธีการทดสอบเชิงตัวเลขร่วมกับการใช้ความเข้าใจทางฟิสิกส์ของการไหล ในการคำนวณ โดเมนกายภาพถูกแบ่งย่อยออกเป็นปริมาตรควบคุมขนาดเล็กด้วยกริดแบบพิกัดวัตถุ กลวิธีการแปลงปริภูมิถูกนำมาใช้เพื่อแปลงโดเมนกายภาพไปเป็นโดเมนการคณนาที่มีรูปทรงเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ในขณะที่เดียวกันกริดของโดเมนกายภาพจะถูกส่งไปเป็นกริดแบบตั้งฉากบนโดเมนการคณนา ส่งผลให้ต้องแปลงสมการควบคุมการไหลให้อยู่ในรูปพิกัดที่อ้างอิงกับโดเมนการคณนา กลวิธีเช่นนี้ช่วยให้การกำหนดเงื่อนไขขอบทำได้สะดวกและง่ายขึ้น แต่รูปสมการควบคุมที่ได้มีความซับซ้อนขึ้นอย่างมาก ในการแก้สมการนาเวียร์-สโตกส์ ได้ดำเนินการตามขั้นตอนวิธี SIMPLE โดยแก้สมการโมเมนตัมและแก้สมการความต่อเนื่องผ่านทางสมการความดันแก้ไข จากนั้นจึงแก้สมการส่งถ่ายสำหรับคุณสมบัติความปั่นป่วน และสมการส่งถ่ายสำหรับคุณสมบัติความเปลี่ยนผ่าน

กรณีทดสอบในตระกูล T3 ของ ERCOFTAC ซึ่งเป็นการไหลชั้นขีดยวบนแผ่นเรียบภายใต้ผลกระทบของกระแสอิสระปั่นป่วนและเกรเดียนต์ความดัน ถูกนำมาทดสอบกับแบบจำลองเพื่อประเมินความสามารถในการทำนายความเปลี่ยนแปลง จากการทดสอบพบว่า (1) แบบจำลองความปั่นป่วน SST ของ Menter (1994) ให้ผลการทำนายที่เป็นแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ และไม่สามารถตรวจจับพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นได้ในทุกกรณีที่พิจารณา (2) แบบจำลองความปั่นป่วน  $k-\epsilon$  ของ Launder and Sharma (1974) สามารถตรวจจับพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นได้ โดยทำนายจุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงได้ค่อนข้างสอดคล้องดี แต่ทำนายการเติบโตของความเปลี่ยนแปลงได้ค่อนข้างเร็วเกินไป ส่งผลให้ความยาวของช่วงการเปลี่ยนแปลงมีขนาดสั้นกว่าความเป็นจริง แบบจำลองนี้ประยุกต์ใช้งานได้ดี ในกรณีการไหลที่มีความเข้มของความปั่นป่วนในระดับสูง ( $Tu_\infty > 6\%$ ) (3) แบบจำลองของ Suzen and Huang (2000) ใช้งานได้ดีกับการจำลองความเปลี่ยนแปลงในกรณีการไหลที่มีระดับความปั่นป่วนปานกลาง ( $Tu_\infty \approx 3\%$ ) โดยให้ผลการทำนายการเกิดความเปลี่ยนแปลงที่เร็วในกรณีการไหลที่มีระดับความปั่นป่วนต่ำ ( $Tu_\infty < 1\%$ ) และล่าช้าในกรณีการไหลที่มีระดับความปั่นป่วนสูง (4) แบบจำลองของ Lodefier, Merci, De Langhe and Dick (2005) ให้ผลการทำนายที่ไม่สอดคล้องกับทุกกรณีทดสอบ และเป็นแบบจำลองที่ไม่ค่อยมีเสถียรภาพการคำนวณ (5) แบบจำลอง  $\gamma-Re_\theta$  ของ Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) ให้ผลการทำนายที่สอดคล้องดีในกรณีการไหลที่มีระดับความปั่นป่วนต่ำถึงปานกลาง ส่วนกรณีการไหลที่มีระดับความปั่นป่วนสูง แบบจำลองทำนายการเติบโตของความเปลี่ยนแปลงได้เร็วเกินไป

แบบจำลอง  $\gamma-Re_\theta$  ของ Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) ถูกนำไปประยุกต์คำนวณการไหลผ่านแพนอากาศ NACA-0012 ซึ่งมีเลขเรย์โนลด์  $Re_c = 6.0 \times 10^5$  และเลขมัค  $M = 0.086$  เพื่อประเมินประสิทธิภาพของแบบจำลอง ในการทำนายพฤติกรรมความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นภายใต้ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงความโค้งของพื้นผิว จากผลการทดสอบพบว่าแบบจำลองผลิตความปั่นป่วนให้กับกระแสการไหลเร็วเกินไปในช่วงต้น ส่งผลให้การทำนายความเร็วได้ผลที่ไม่ค่อยสอดคล้องกับผลการทดลองของ Lee and Kang (2000) เท่าที่ควร ตำแหน่งที่เริ่มเกิดความเปลี่ยนแปลงผ่านจึงเกิดขึ้นค่อนข้างเร็วและมีขนาดความยาวของช่วงเปลี่ยนแปลงมากกว่าปกติ

จากผลการทดสอบแบบจำลอง  $\gamma-Re_\theta$  ตามที่นำเสนอมาข้างต้น พอสรุปได้ว่ารูปแบบของพารามิเตอร์ที่ใช้ควบคุมความเปลี่ยนแปลง  $F_{onset}$  และ  $Re_{\alpha}$  ที่ผู้วิจัยนำเสนอ นั้น มีความเหมาะสมและประยุกต์ใช้งานได้ดีกับแบบจำลองของ Menter, Langtry, Volker and Huang (2005) ในการทำนายความเปลี่ยนแปลงกรณีการไหลบนแผ่นเรียบ แต่ให้ผลที่ไม่ดีเท่าที่ควรเมื่อใช้ทำนายความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นบนพื้นผิวที่มีการเปลี่ยนแปลงความโค้ง อย่างเช่นกรณีการไหลผ่านแพนอากาศ

## 6.2 ข้อเสนอแนะ

จากที่ได้ศึกษาและทดสอบแบบจำลองต่าง ๆ รวมถึงได้สร้างโปรแกรมวิเคราะห์การไหลแบบเปลี่ยนผ่าน มีเสนอข้อเสนอแนะบางประการที่อาจเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาแบบจำลองดังนี้

เนื่องจากพารามิเตอร์  $F_{onset}$  และ  $Re_{\alpha}$  ที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ถูกทดสอบและเปรียบวัดกับผลการไหลบนแผ่นเรียบ จึงใช้ได้ดีกับเฉพาะการทำนายความเปลี่ยนผ่านบนแผ่นเรียบเท่านั้น เมื่อประยุกต์ใช้กับการไหลผ่านแพนอากาศซึ่งเป็นพื้นผิวโค้งพบว่าให้ผลที่ไม่สอดคล้องนัก หากสามารถนำผลกระทบของความโค้งใส่เข้าไปในพารามิเตอร์ดังกล่าวได้ ก็น่าจะช่วยให้การใช้งานมีความถูกต้องและหลากหลายมากขึ้น นอกจากนี้ การขาดแคลนข้อมูลที่ใช้ในการเปรียบเทียบผลยังเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้รูปแบบของสหสัมพันธ์ที่ได้อาจยังไม่ถูกต้องเท่าที่ควร ทั้งนี้เพราะความน่าเชื่อถือของสหสัมพันธ์ขึ้นอยู่กับปริมาณและคุณภาพของข้อมูลที่ใช้เปรียบเทียบ

ข้อจำกัดการใช้งานของโปรแกรมคือกริดแบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทำให้ต้องอาศัยกลยุทธ์การแปลงปริภูมิ ซึ่งมีความไม่สะดวกและมีขีดจำกัดในการใช้แก้ปัญหาที่มีรูปทรงซับซ้อน ดังนั้นโปรแกรมควรได้รับการพัฒนาบนพื้นฐานของกริดแบบไม่เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก และควรเป็นกริดแบบไร้โครงสร้างที่สามารถปรับเข้ากับรูปทรงได้ทุกแบบ นอกจากนี้ประสิทธิภาพของแบบจำลองและพารามิเตอร์ที่นำเสนอควรได้รับการทดสอบกับการคำนวณแบบขนาน กริดแบบไร้โครงสร้าง และขยายผลสู่ปัญหา 3 มิติ

## รายการอ้างอิง

- บุญถื่อ สวัสดิ์มงคล และ เอกชัย จันทสาโร (2544). การพัฒนาซอฟต์แวร์เพื่อจำลองการไหลแบบสองมิติ. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.
- Abid, R. (1993). Evaluation of two-equation turbulence models for predicting transition flow. **Int. J. Engng Sci.** 31(6): 831-840.
- Abu-Ghannam, B.J., and Shaw, R. (1980). Natural transition of boundary layer: The effects of turbulence, pressure gradient, and flow history. **Journal of Mechanical Engineering Science.** 22: 213-228.
- Amini, J., and Lespinard, G. (1982). Experimental study of an incipient spot in a transitional boundary layer. **Physics of Fluids.** 25(10): 1743-1750.
- Anderson J.D. (1995). **Computational fluid dynamics: The basics with application.** McGraw-Hill, Singapore.
- Arnal, D. (1986). Three-dimensional boundary layer: laminar-turbulent transition. **AGARD-FDP-VKI Course special:** April.
- Baek, S.G., Chung, M.K., and Lim, H.J. (2001). k- $\epsilon$  Model for predicting transitional boundary-layer flows under zero-pressure gradient. **AIAA Journal.** 39: 1699-1705.
- Baldwin, B.S., and Lomax, H. (1978). Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. **AIAA Journal:** 78-257.
- Blair, M.F. (1992). Boundary-layer transition in accelerating flows with intense freestream turbulence: Part 2-The zone of intermittency turbulence. **J. Fluids Eng.** 114: 322-332.
- Blair, M.F., and Werl, M.J. (1980). The influence of freestream turbulence on the zero pressure gradient fully turbulent boundary layer. **UTRC report R80-914388-12, United Technologist Research Center.**
- Boiko, A.V., Grek, G.R., Dovgal A.V., and Kozlov, V.V. (2002). **The original of turbulence in near-wall flow.** Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Germany.
- Bradshaw, P., Ferriss, D.H., and Atwell, N.P. (1967). Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation. **Journal of Fluid Mechanics.** 23: 31-64.

- Cantwell, B., Coles, D., and Dimotakis, P. (1978). Structure and entrainment in the plane of symmetry of a turbulence spot. **Journal of Fluid Mechanics**. 87: 641.
- Cebeci, T., and Smith, A.M.O. (1974). **Analysis of turbulent boundary layers**. Ser. in Appl. Math. & Mech. XV: Academic Press.
- Chamber, F.W., and Thomas, A.S.W. (1983). Turbulent spot, wave packets and growth. **Journal of Physics in Fluids**. 26: 1160.
- Chen, W.L., Lien, F.S., and Leschziner, M.A. (1998). Non-linear eddy-viscosity modeling of transition boundary layers pertinent to turbomachine aerodynamics. **Int. J. Heat and Fluid Flow**. 19: 297-306.
- Chen, C. -J., and Patel, V.C. (1988). Near-wall turbulence models for complex flows including separation. **AIAA Journal**. 26: 641-648.
- Chen, K.K., and Thyson, N.A. (1971). Extension of Emmons' spot theory to flow on blunt bodies. **AIAA Journal**. 9(5): 821-825.
- Chevray, R., and Tutu, N.K. (1978). Intermittency and preferential transport of heat in a round jet. **J. Fluid Mech**. 88(1): 133-160.
- Chien, K.-Y. (1982). Prediction of channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds-number turbulence model. **AIAA Journal**. 20(1): 33-38.
- Cho, J.R., and Chung, M.K. (1992). A  $k-\varepsilon-\gamma$  equation turbulence model. **J. Fluid Mechanics**. 237: 301-322.
- Clark, J.P. (1993). A study of turbulent spot propagation in turbine-representative flows. **D. Phil. Thesis, University of Oxford, United Kingdom**.
- Craft, T.J., Launder, B.E., and Suga, K. (1997). Prediction of turbulence transition phenomena with a nonlinear eddy-viscosity model. **Int. J. Heat and Fluid Flow**. 18: 15-28.
- Dey, J., and Narashimha, R. (1990). Integral method for the calculation of incompressible two-dimensional transitional boundary layers. **J. Aircraft**. 27: 859-865.
- Dhawan, S., and Narasimha, R. (1958). Some properties of boundary layer during the transition from laminar to turbulent flow motion. **Journal of Fluid Mechanics**. 3: 418-436.
- Dopazo, C. (1977). On conditioned averages for intermittent turbulent flows. **J. Fluid Mech**. 81: 433-438.
- Durbin, P.A. (1995). Separated flow computations with the  $k-\varepsilon-v^2$  model. **AIAA Journal**. 33: 659-664

- Eaterinaris, J. A., and Platzer, M. F. (1997). Computational prediction of airfoil dynamics stall. **Prog. Aerospace Sci.** 33: 759-846.
- Emmons, H.W. (1951). The laminar-turbulence transition in a boundary layer. **Journal of Aeronautical Science.** 18: 490.
- Gad-El-Hak, M., Blackwelder, R.F., and Riley, J.J. (1981). On the growth of turbulent regions in laminar boundary layer. **Journal of Fluid Mechanics.** 110: 73.
- Gaugler, R.E. (1985). A review and analysis of boundary layer transition data for turbine application. **NASA TM 86800.**
- Gostelow, J.P., and Blunden, A.R. (1989). Investigation of boundary layer transition in an adverse pressure gradient. **ASME J. Turbomach.** 111: 366-375.
- Gostelow, J.P., Blunden, A.R., and Walker, G.J. (1994). Effects of freestream turbulence and pressure gradients on boundary layer transition. **ASME journal of turbomachinery.** 116: 392-404.
- Gostelow, J.P., Hong, G., Melwami, N., and Walker, G.J. (1993). Turbulence spot development under a moderate adverse pressure gradient. **ASME paper 93-GT-377.**
- Gostelow, J.P., Melwani, N., and Walker, G.J. (1996). Effects of streamwise pressure gradient on turbulent spot development. **ASME Journal of Turbomachinery.** 118: 737-743.
- Higazi, M.G. (2002). Numerical prediction of transition boundary-layer flows using new intermittency transport equation. **The aeronautical journal:** 337-347.
- Jacobs, R.G., and Durbin, P. (2001). Simulation of bypass transition. **J. Fluid Mech.** 428: 185-212.
- Jacobs, R.G., and Henningson, D.S. (1999). Evaluation of data from direct numerical simulations of transition due to freestream turbulence. **Center of Turbulence Research, Annual Research Briefs:** 205-214.
- Jones, W.P., and Launder, B.E. (1972). The prediction of laminarization with a two-equation model for turbulence. **International Journal of Heat and Mass Transfer.** 15: 301-314.
- Katz, Y., Seifert, A., and Wygnanski, I. (1990). On the evolution of the turbulent spot in a laminar boundary layer with a favorable pressure gradient. **J. of Fluid Mechanics.** 221: 1.
- Khun, G.D. (1971) Calculation of compressible, nonadiabatic boundary layers in laminar, transitional and turbulent flow by the method of integral relations. **NASA CR-1797.**



- Krishnamoorthy, V. (1986). Effect of freestream turbulence on the convective heat transfer to gas turbine blades. **PhD thesis, Indian Institute of Technology, Bombay.**
- Klebanoff, P.S. (1955). Characteristic of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. **NACA report 1247.**
- Klebanoff, P.S. (1971). Effect of freestream turbulence on the laminar boundary layer. **Bull. AM. Phys. Soc.** 10: 1323.
- Kolmogorov, A.N. (1942). Equations of turbulence motion of an incompressible fluid. **Izvestia Academy of Sciences, USSR; Physics.** 6(1-2): 56-58.
- Lakshminarayana, L. (1976). Flight heat transfer to a nose cone. **Report 76 FM 14.** Aero. Eng. Dept., Indian Institute of Science, Bangalore.
- Lam, C.K.G., and Bremhorst, K.A. (1981). Modified form of  $k-\varepsilon$  model for predicting wall turbulence. **Journal of Fluids Engineering.** 103: 456-460.
- Langtry, R.B., and Menter, F.R. (2005). Transition modeling for general CFD applications in aeronautics. **AIAA 2005-522.**
- Lardeau, S., Li, N., and Leschziner, M.A. (2005). LES of transitional boundary layer at high free-stream turbulence intensity, and implications for RANS modeling: 431-436.
- Launder, B.E., and Sharma, B. (1974). Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disk. **Letters in Heat and Mass Transfer.** 1: 131-138.
- Lee, H. and Kang, S. -H. (2000). Flow characteristics of transitional boundary layers on an airfoil in wakes. **ASME.** 122: 522-532.
- Lee, S.-J. and Jang, Y.-G. (2005). Control of flow around a NACA 0012 airfoil with a micro-riblet film. **Journal of Fluids and Structures.** 20: 659-672.
- Libby, P.A. (1975). On the prediction of intermittent turbulence flows. **Journal of Fluid Mechanics.** 68(2): 273-295.
- Lodefier, K., Merci, B., De Langhe, C., and Dick, E. (2003). Transition modeling with the SST turbulence model and intermittency transport equation. **ASME Turbo Expo.** Atlanta, Georgia, USA, June 16-19.
- Mack, L.M. (1984). Boundary layer stability theory: Special course on stability and transition of laminar flow. **AGARD Report 709.** Paris, France.

- Marsden, O., Bogey, C., and Bailly, C., (2005). Direct Noise Computation of the turbulent flow around a zero-incidence airfoil. **AIAA**: 1-15.
- Mayle, R.E. (1991). The role of laminar-turbulent transition in gas turbine engines. **ASME J. Turbomach.** 113: 509-537.
- Menter, F.R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. **AIAA**. 32: 1598-1605.
- Menter, F.R., Esch, T., and Kubacki, S. (2002). Transition modelling based on local variables. **Engineering Turbulence Modelling and Experiments-5**: 555-564.
- Menter, F.R., Langtry, R.B., Likki, S.R., Suzen, Y.B., Huang, P.G., and Volker, S. (2004). A correlation based transition model using local variables: Part 1-Model formulation. **ASME Turbo Expo 2004: ASME-GT2004-53452**. Vienna, Austria.
- Menter, F.R., Langtry, R.B., Likki, S.R., Suzen, Y.B., Huang, P.G., and Volker, S. (2004). A correlation based transition model using local variables: Part 2-Test case and industrial application. **ASME Turbo Expo 2004: ASME-GT2004-53454**. Vienna, Austria.
- Menter, F.R., Langtry, R.B., Volker, S., and Huang, P.G. (2005). Transition modelling for general purpose CFD codes. **ERCOFTAC Int. Symp. Engineering Turbulence Modelling and Measurements**.
- Morkovin, M.V. (1969). **The many face of transition**. In **Viscous Drag Reduction** (Wells, C.S., editor). Plenum Press.
- Nagano, T. and Tagawa, M. (1990). An improved k- $\epsilon$  model for boundary layer flows. **Journal of Fluids Engineering**. 112: 33-39.
- Narashimha, R. (1957). On the distribution of intermittency in the transition region of a boundary layer. **Journal of Aerospace Science**. 24: 711.
- Narashimha, R. (1958). The laminar-turbulent transition zone in the boundary layer. **Prog. Aerospace Science**. 22: 29.
- Patunkar, S.V., and Spalding, D.B. (1970). **Heat and mass transfer in boundary layer**. 2nd edition, London: Intertext.
- Pecink, R., Sanz, W., Gehrler, A., and Woisetschlager, J. (2003). Transition modeling using two different intermittency transport equation. **Flow, Turbulence and Combustion**. 70: 299-323.

- Rahman, M. M., and Siikonen, T. (2004). Near-wall turbulence modeling without wall distance. **ASME**: 1-8.
- Rayleigh, J.W.S. (1880). On the stability, or instability, of certain fluid motions. **Proc. Math. Soc. Lond.** 11: 57-70.
- Rhie, C.M., and Chow, W.L. (1983). Numerical study of the turbulence flow past an airfoil with trailing edge separation. **AIAA**. 21: 1525-1532.
- Sankaran, R., Sokolov, M., and Antonai, R.A. (1988). Substructure in a turbulent spot. **Journal of Fluid Mechanics**. 197: 389.
- Savill, A. M. (1996). Turbulence and transition modeling: One-point closures applied to transition. **ERCOFTAC Series II**: 233-268.
- Schlichting, H. (1979). **Boundary-layer theory**. 7<sup>th</sup> edition. McGraw-Hill, New York.
- Schubauer, G.B., and Klebanoff, P.S. (1955). Contributions on the mechanics of boundary layer transition. **NASA TN-3489**.
- Schulz, H.D., Gallus, H.D. (1988). Experimental Investigation of the Three-Dimensional Flow in an Annular Compressor Cascade. **ASME Journal of Turbomachinery**. 110.
- Seifert, A., and Wygnanski, I. (1995). On turbulent spots in a laminar boundary layer subjected to self-similar adverse pressure gradient. **Journal of Fluid Mechanics**. 296: 185-209.
- Shan, H., Jiang, L., and Liu, C. (2005). Direct numerical simulation of flow separation around a NACA 0012 airfoil. **Computers and Fluids**. 34: 1096-1114.
- Simon, F.F., and Stephens, C.A. (1991). Modeling of the heat transfer in bypass transitional boundary-layer flows. **NASA Technical paper 3170**.
- Singer, B.A., and Joslin, R.D. (1994). Metamorphosis of a hair pin vortex into a young turbulent spot. **Journal of Physics of Fluids**. 6: 3724.
- Solomon, W.J., Walker, G.J., and Gostelow, J.P. (1995). Transition length prediction for flows with rapidly changing pressure gradients. **ASME: ASME-95-GT-241, International Gas Turbine and Aeroengine Congress & Exposition**. Houston, Texas, June 5-8.
- Spalart, P.R., and Allmaras, S.R. (1992). A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. **AIAA Paper**: 92-439.
- Steelant, J., and Dick, E. (1996). Modelling of bypass transition with conditioned Navier-Stokes equations coupled to an intermittency transport equation. **Int. J. Numer. Methods Fluids**. 23: 193-220.

- Steelant, J., and Dick, E. (2001). Modeling of laminar-turbulent transition for high freestream turbulence. **J. Fluids Engineering**. 123: 22-30.
- Suluksna, K., and Juntasaro, E. (2007). Assessment of intermittency transport equations for modeling transition in boundary layers subjected to freestream turbulence. **Int. J. of Heat and Fluid Flows** (accepted).
- Suzen, Y.B., and Huang, P.G. (2000). Modeling of flow transition using an intermittency transport equation. **J. Fluids Engineering**. 122: 273-284.
- Suzen, Y.B., and Huang, P.G. (2001). Predictions of separated and transitional boundary layers under low-pressure turbine airfoil conditions using an intermittency transport equation. AIAA 2001-0446, **39th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit**. Reno, Nevada, January 8-11.
- Suzen, Y.B., and Huang, P.G. (2004). Numerical simulation of transitional flows as affected by passing wakes. **42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit: AIAA 2004-0103**. Reno, Nevada, January 5-8.
- Tani, I. (1980). Some thoughts on boundary layer transition. **Proceeding of the IUTAM Symposium on Laminar-Turbulent Transition** (pp. 236-276). Ed. Eppler, R. and Fasel, H., Springer-Verlag Berlin.
- Van Driest, E.R. (1956). On turbulent flow near wall. **J. of Aeronautical Science**. 23: 1007.
- Van Dyke, M.D. (1964). **Perturbation method in fluid mechanics**. Academic Press.
- Van Hest, B.F.A., Pesschier, D.M., and Van Ingen, J.L. (1994). The development of a turbulence spot in an adverse pressure gradient boundary layer. **Proceeding of IUTAM Symposium**. Sendai, Japan.
- Van Leer, B. (1982). Flux-vector splitting for the Euler equations. **ICASE Report 82-30**. Univ. Space Research Assoc., Hampton, VA.
- Vicedo, J., Vilmin, S., Dawes, W.N., and Savill, A.M. (2004). Intermittency transport modeling of separated flow transition. **ASME**. 126: 424-431.
- Voke, P., and Yang, Z. (1995). Numerical study of bypass transition. **Phys. Fluids A**. 7(9): 2256-2264.
- Yang, Z., and Shih, T.H. (1993). New time scale based k- $\epsilon$  model for near-wall turbulence. **AIAA**. 31(7): 1191-1198.

- Westin, K.J.A., and Henkes, R.A.W.M. (1997). Application of turbulence models to bypass transition. **Journal of Fluids Engineering**. 119: 859-866.
- Wissink, J. G., and Rodi., W. (2002). DNS of transition in a laminar separation bubble. In I. P. Castro and P.E. Hancock, editors. **Advances in Turbulence IX, proceedings of the 9th European Turbulence Conference, CIMNE**.
- Wilcox, D. C. (1988). Multiscale model for turbulent flows. **AIAA Journal**. 26(11): 1311-1320.
- Wilcox, D. C. (1993). **Turbulence Modeling for CFD**. DCW Industries, Inc, La Cañada, CA.
- Wynanski, I., Sokolov, M., and Friedman, D. (1976). On a turbulent spot in a laminar boundary layer. **Journal of Fluid Mechanics**. 78: 785.

ภาคผนวก ก

**แบบจำลองความปั่นป่วน SST ของ Menter (1994)**

### แบบจำลองความปั่นป่วน SST ของ Menter (1994)

แบบจำลองความปั่นป่วน  $k-\omega$  SST (Shear Stress Transport) ของ Menter (1994) เป็นแบบจำลองที่ได้จากการนำข้อเด่นของแบบจำลอง  $k-\omega$  ของ Wilcox (1988) และแบบจำลองความปั่นป่วน  $k-\varepsilon$  เลขเรย์โนลด์สูง มาผนวกเข้าด้วยกัน จากนั้นจึงแปลงให้อยู่ในรูปของตัวแปร  $k$  และ  $\omega$  สมการควบคุมของแบบจำลองความปั่นป่วน SST ประกอบด้วยสมการพลังงานจลน์ปั่นป่วน  $k$  และสมการอัตราการสลายพลังงานจลน์ปั่นป่วนจำเพาะ  $\omega$  ซึ่งมีรูปเป็นดังนี้

$$\frac{\partial \rho u_j k}{\partial x_j} = \rho P_k - \rho \alpha^* \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{ก-1})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u_j \omega}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\rho C_\omega}{\mu_t} P_k - \rho \alpha \omega^2 \\ & + 2(1 - f_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (\text{ก-2})$$

ความหนืดปั่นป่วนให้นิยามเป็น

$$\mu_t = \frac{a_1 \rho k}{\max(a_1 \omega, \Omega f_2)} \quad (\text{ก-3})$$

เมื่อ  $\Omega$  เป็นขนาดของการหมุนวน และฟังก์ชัน  $f_2$  มีรูปแบบเป็น

$$\Omega = \|\text{curl } \vec{v}\|_2, \quad f_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (\text{ก-3a, b})$$

โดยที่

$$\arg_2 = \max \left[ \frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500\mu}{\rho\omega d^2} \right] \quad (\text{ก-4})$$

ค่าคงที่ของแบบจำลองเป็นดังต่อไปนี้

$$\alpha_1 = 0.31, \quad \alpha^* = 0.09, \quad \kappa = 0.41 \quad (\text{ก-5})$$

สัมประสิทธิ์ของแบบจำลอง  $c_{\omega}$ ,  $\alpha$ ,  $\sigma_k$  และ  $\sigma_{\omega}$  ได้จากการผสมสัมประสิทธิ์ระหว่างแบบจำลองความปั่นป่วน  $k-\omega$  (แทนด้วย  $\phi_1$ ) เข้ากับสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองความปั่นป่วน  $k-\varepsilon$  (แทนด้วย  $\phi_2$ ) ตามความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$\phi = f_1\phi_1 + (1-f_1)\phi_2 \quad (\text{ก-6})$$

สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองความปั่นป่วน  $k-\omega$  และแบบจำลองความปั่นป่วน  $k-\varepsilon$  เป็นดังสมการที่ (ก-7) และ (ก-8) ตามลำดับดังนี้

$$\sigma_{k1} = 0.85, \quad \sigma_{\omega1} = 0.5, \quad \alpha_1 = 0.075, \quad C_{\omega1} = \frac{\alpha_1}{\alpha^*} - \frac{\sigma_{\omega1}\kappa^2}{\sqrt{\alpha^*}} = 0.533 \quad (\text{ก-7})$$

$$\sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega2} = 0.856, \quad \alpha_2 = 0.0828, \quad C_{\omega2} = \frac{\alpha_2}{\alpha^*} - \frac{\sigma_{\omega2}\kappa^2}{\sqrt{\alpha^*}} = 0.440 \quad (\text{ก-8})$$

ฟังก์ชัน  $f_1$  ใช้เป็นตัวผสมสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองความปั่นป่วน  $k-\omega$  เข้ากับแบบจำลองความปั่นป่วน  $k-\varepsilon$  โดยให้นิยามเป็นดังนี้

$$f_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (\text{ก-9})$$

โดยที่

$$\arg_1 = \min \left\{ \max \left[ \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500\mu}{\rho\omega d^2} \right], \frac{4\rho\sigma_{\omega2}k}{CD_{k\omega}d^2} \right\} \quad (\text{ก-10})$$



เมื่อ  $d$  เป็นระยะที่สั้นที่สุดจากจุดใด ๆ ถึงผนัง และ  $CD_{k\omega}$  เป็นค่าของพจน์ cross-diffusion ในสมการ  $\omega$

$$CD_{k\omega} = \max \left[ 2\rho\sigma_{\omega^2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right] \quad (\text{ก-11})$$

พจน์การผลิตของพลังงานจลน์ปั่นป่วนให้นิยามเป็นดังนี้

$$P_k = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\mu_t}{\rho} \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} - \frac{2}{3} \frac{\mu_t}{\rho} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 - \frac{2k}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (\text{ก-12})$$

เมื่อพจน์ความเค้นเรย์โนลด์์ให้นิยามเป็น

$$\tau_{ij} = \frac{\mu_t}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (\text{ก-13})$$

สัญลักษณ์  $\text{curl} \vec{v}$  สามารถกระจายได้เป็นดังนี้

$$\text{curl} \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} = i \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) + j \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) + k \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (\text{ก-14})$$

$$\|\text{curl} \vec{v}\|_2 = \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{ก-15})$$

ภาคผนวก ข

คำเทียบไทย-อังกฤษ

## คำศัพท์เทียบไทย-อังกฤษ ที่ใช้ในเนื้อหาวิทยานิพนธ์

คำเทียบไทย-อังกฤษ ต่อไปนี้ ได้จากการเทียบเคียงคำแปลที่อ้างอิงมาจากศัพท์คณิตศาสตร์ โดยราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2540 และศัพท์วิทยาการพลังงาน โดยวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย พ.ศ. 2539 สำหรับคำบางคำที่ยังไม่ได้มีการบัญญัติศัพท์ไว้อย่างเป็นทางการ ผู้วิจัยได้ทำการแปลคำไทยขึ้นใหม่โดยอาศัยประสบการณ์และการได้ถามจากอาจารย์ผู้รู้หลายท่าน คำคำเทียบไทย-อังกฤษ ที่ใช้ในเนื้อหาวิทยานิพนธ์เล่มนี้ มีดังนี้

กริดแบบโครงสร้าง	Structured grid
กริดแบบไร้โครงสร้าง	Unstructured grid
กลจักรหมุน	Turbomachine
กังหันความดันต่ำ	Low-pressure turbine
กระแสแยกตัว	Separated flow
กระแสมุขวน	Vortex
กระแสมุขวนปั่นป่วน	Turbulent eddy
กระแสอิสระ	Freestream
การกวัดแกว่ง	Wiggle
การคณนา	Computation
การคำนวณแบบขนาน	Parallel computing
การแจกแจง	Distribution
การแจกแจงสำหรับทุกกรณี	Universal distribution
การจำลองเชิงตัวเลขแบบตรง	Direct numerical simulation (DNS)
การตกกระทบบซ้ำ	Reattachment
การแตกตัวของกระแสมุขวน	Vortex breakdown
การแตกตัวแบบเข้มข้น	Concentrated breakdown
การทดลองเชิงตัวเลข	Numerical experiment
การแปลง	Transformation
การแปลงตรง	Direct transformation
การแปลงผกผัน	Inverse transformation
การย้อนกลับความราบเรียบ	Relaminarization

การรวมกันเชิงเส้น	Linear combination
การสั่นของความดัน	Pressure fluctuation
การส่ง	Mapping
การส่งคงแบบ	Conformal mapping
การหมุนวน	Vorticity
การไหลแบบไม่ขนาน	Non-parallel flow
การไหลแบบไร้ความเสียดทาน	Free-shear flow
กึ่งมุมการแผ่ตัวของจุดก่อ	Spot spreading half angle
ขนาดของการหมุนวน	Magnitude of vorticity
ความเข้มของความปั่นป่วน	Turbulence intensity
ความคงทน	Robustness
ความเค้นเฉือนเรย์โนลด์	Reynolds shear stress
ความดันย้อนกลับ	Adverse pressure
ความดันกวัดแกว่ง	Pressure fluctuation
ความปั่นป่วน (เทอร์บิวเลนซ์)	Turbulence
ความปั่นป่วนจากกริด	Grid turbulence
ความปั่นป่วนสมบูรณ์	Fully turbulence
ความเปลี่ยนผ่าน (ทรานสิชัน)	Transition
ความเปลี่ยนผ่านแบบกระแสดแยกตัว	Separated-flow transition
ความเปลี่ยนผ่านแบบข้ามขั้น	Bypass transition
ความเปลี่ยนผ่านแบบธรรมชาติ	Natural transition
ความเป็นอิสระของกริด	Grid independent
ความไม่ต่อเนื่อง	Intermittency
ความไม่ต่อเนื่องแบบนัยทั่วไป	Generalized intermittency
ความราบเรียบ (ลามินาร์)	Laminar
ความราบเรียบเทียม	Pseudo-laminar
ความเร็วทางแผ่	Spanwise velocity
ความเร็วไม่แปรเปลี่ยน	Contravariant velocity
ความเร็วเสียดทาน	Friction velocity

ความไร้เสถียรภาพเชิงเส้น	Linear instability
ความเสียดทานพื้นผิว	Skin friction
ความหนาการกระจัด	Displacement thickness
ความหนาโมเมนตัม	Momentum thickness
ความหนืดจลน์	Kinematic viscosity
ความสมทิศทาง (ไอโซทรอปิก)	Isotropic
ความไม่สมทิศทาง (แอนไอโซทรอปิก)	Anisotropic
จุดก่อความปั่นป่วน	Turbulent spot
จาโคเบียน	Jacobian
จุดเปลี่ยนความเว้า	Inflection point
จุดเริ่มเกิดความเปลี่ยนผ่าน	Transition onset
ชั้นขีดผิว	Boundary layer
ชั้นผิวกฎของลอก	Log-law layer
ชั้นผิวย่อยความหนืด	Viscous sublayer
ด้านดูด	Suction-side
ด้านขับ	Pressure-side
โดเมนการคณนา	Computational domain
โดเมนกายภาพ	Physical domain
ตัวจำกัดฟลักซ์	Flux limiter
ตัวประกอบกระแสอิสระ	Freestream factor
ตัวประกอบความไม่ต่อเนื่อง	Intermittency factor
ตัวประกอบถ่วงน้ำหนักความปั่นป่วน	Turbulence weighting factor
ตัวประกอบผสม	Blending factor
ตัวประกอบสัญญาณ	Shape factor
ทิศขวางกระแส	Cross-stream direction
ทิศแผ่ขยาย	Spanwise direction

ทิศตามกระแส	Streamwise direction
ท่อการไหล	Stream tube
โทพออลยี	Topology
นัยทั่วไป	Generalization
บรรทัดฐาน	Normalize
แบบจำลองพื้นฐานสหสัมพันธ์	Correlation based model
ปากขอบ	Leading edge
ปรากฏการณ์กระดานหมากรุก	Checker-board effect
ปริพันธ์	Integral
ปริภูมิ	Space
ปริภูมิกายภาพ	Physical space
ปริภูมิการคมนา	Computational space
ปริมาตรควบคุม	Control volume
พจน์การผลิต	Production term
พจน์การสลายตัว	Dissipation term
พจน์ความโค้ง	Curvature term
พจน์แหล่งกำเนิด	Source term
พหุนาม	Polynomial
พารามิเตอร์การกระจายตัวของจุดก่อ	Spot propagation parameter
พารามิเตอร์การกระจายตัวของจุดก่อแบบไร้มิติ	Non-dimensional spot propagation parameter
พารามิเตอร์การเติบโตของจุดก่อ	Spot growth parameter
พารามิเตอร์การแตกตัวแบบกระจาย	Distributed breakdown parameter
แผ่นอากาศ	Air foil
แผ่นอากาศแบบราบเรียบ	Laminar air foil
โพรไฟล์	Profile
ฟังก์ชันการหน่วงที่ผนัง	Wall damping function

ฟังก์ชันตรรกะ	Rational function
ฟองกระแสแยกตัว	Separation bubble
มาตราซับเลเยอร์	Sublayer scale
ระเบียบวิธีปริมาตรอันตะ	Finite volume method
แรงดูด	Drag
แรงยก	Lift
เลขชี้กำลัง	Exponential
เลขเรย์โนลด์์การหมุนวน	Vorticity Reynolds number
เลขเรย์โนลด์์ความเปลี่ยนผ่าน	Transition Reynolds number
เลขเรย์โนลด์์ความหนาโมเมนต์	Momentum thickness Reynolds number
เลขเรย์โนลด์์ความหนาโมเมนต์การเปลี่ยนผ่าน	Transition momentum thickness Reynolds number
เลขเรย์โนลด์์วิกฤติ	Critical Reynolds number
ลำดับก้าว	Marching step
วิธีผลต่างต้นลม	Upwind differencing scheme
วิธีผลต่างตรงกลาง	Central differencing scheme
สมการนาเวียร์-สโตกส์แบบเรย์โนลด์์เฉลี่ย	Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS)
สมการนาเวียร์-สโตกส์แบบภาวะเฉลี่ย	Condition-Averaged Navier-Stokes (CANS)
สหสัมพันธ์	Correlation
สัมประสิทธิ์	Coefficient
สิ่งรบกวน	Disturbance
เส้นการไหล	Stream line
เส้นโค้งเชิงปริพันธ์แบบเกาส์เซียน	Gaussian integral curve
เส้นโค้งเลขชี้กำลัง	Exponential curve
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	Standard deviation
อัตราการแตกตัว	Breakdown rate

อัตราการผลิตจุดก่อความปั่นป่วน	Turbulent spot production rate
อัตราการก่อตัวของจุดก่อ	Spot formation rate
อัตราความเครียด	Strain rate
อัตราการสลายพลังงานจลน์ปั่นป่วนจำเพาะ	Specific turbulence kinetic energy dissipation rate
อัตราส่วนรูปทรงของจุดก่อ	Spot aspect ratio
อันดับของขนาด	Order-of-magnitude
อันตรกิริยา	Interaction
เอกรูป	Uniform



ภาคผนวก ค

บทความที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

## รายชื่อบทความที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในขณะศึกษาวิจัย

**Suluksna, K., Juntasro, V., Uthayopas, P. , and Juntasaro E. (2003).** Fast solver for three-dimensional turbulent flow using multigrid method. **The 7<sup>th</sup> Annual National Symposium on Computational Science and Engineering (ANSCSE).** 24-26 March 2003, Bangkok, Thailand

**Suluksna, K., Meesit, A., Usavanun, J., Juntasro, V., and Juntasaro, E. (2003).** Adaptive mesh refinement method for flow in boundary layer. **17<sup>th</sup> ME-NETT.** 15-17 October 2003, Prachin Buri, Thailand.

**Suluksna, K., Sukjit, E., Juntasro, V., and Juntasaro, E. (2004).** Numerical prediction of natural convection in a square cavity. **The 15<sup>th</sup> International Symposium on Transport Phenomena.** 9-13 may 2004, Bangkok, Thailand.

**Suluksna, K., Juntasro, V., and Juntasaro, E. (2005).** Capability assessment of intermittency transport equations for modeling flow transition. **19<sup>th</sup> ME-NETT.** 19-21 October 2005, Phuket, Thailand.

**Suluksna, K., Juntasro, V., and Juntasaro E. (2006).**  $\gamma$ - $Re_\theta$  transport equation for modeling transition in boundary layers subjected to freestream turbulence. **Whither Turbulence Prediction and Control.** 26-29 March 2006, Soul, Korea.

**Suluksna, K., Juntasro, V., and Juntasaro, E. (2006).** Prediction of boundary layer flow transition under non-zero pressure gradient conditions using boundary-fitted technique. **20<sup>th</sup> ME-NETT.** 18-20 October 2006, Nakhon Ratchasima, Thailand.

**Suluksna, K., Juntasro, V., and Juntasaro, E. (2007).** Simulation of flow around and airfoil using multiblock and domain transformation. **The 11<sup>th</sup> Annual National Symposium on Computational Science and Engineering (ANSCSE).** 28-30 March 2007, Phuket, Thailand.

**Suluksna, K., and Juntasaro, E. (2007).** Assessment of intermittency transport equations for modeling transition in boundary layers subjected to freestream turbulence. **Int. J. Heat and Fluid Flows** (accepted).

## ประวัติผู้เขียน

นายกีรติ สุกฤษณ์ เกิดเมื่อวันที่ 4 ตุลาคม พ.ศ. 2517 ปีชาล ภูมิลำเนาเป็นคนจังหวัดบุรีรัมย์ จบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนประโคนชัยพิทยาคม จังหวัดบุรีรัมย์ ได้รับโควต้าเพื่อศึกษาต่อระดับปริญญาตรี ณ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี (มทส) จังหวัดนครราชสีมา ในปี พ.ศ. 2536 (รุ่นที่ 1) สำเร็จการศึกษาในหลักสูตรวิศวกรรมเครื่องกล ในปี พ.ศ. 2540 หลังจากจบการศึกษาได้เข้าปฏิบัติงานเป็นผู้ช่วยสอนและวิจัย (รุ่นที่ 1) ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล มทส เป็นเวลา 2 ปี ในปี พ.ศ. 2542 ได้รับทุนผลิตและพัฒนาอาจารย์ (UDC) ของทบวงมหาวิทยาลัย เพื่อศึกษาต่อในระดับปริญญาโทในหลักสูตรวิศวกรรมเครื่องกล ณ มหาวิทยาลัยขอนแก่น สำเร็จการศึกษาในปี พ.ศ. 2544 และได้รับการบรรจุเป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล มทส จากนั้นในปี พ.ศ. 2545 ได้รับทุน UDC ต่อเนื่องของทบวงมหาวิทยาลัยเพื่อศึกษาต่อระดับปริญญาเอกในหลักสูตรวิศวกรรมเครื่องกล มทส

สำหรับเรื่องความชำนาญและประสบการณ์ ผู้เขียนมีความชำนาญการทางด้านระเบียบวิธีเชิงตัวเลข โดยเฉพาะด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (CFD) โดยมีผลงานตีพิมพ์ในวารสารทางวิชาการอย่างต่อเนื่อง ทั้งในระดับประเทศและระดับนานาชาติ