

การพัฒนาเสาอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด
(THE DEVELOPMENT OF PYRAMIDAL HORN ANTENNA)

นาย ฐิติวุฒิชัย พุทสประสิทธิ์

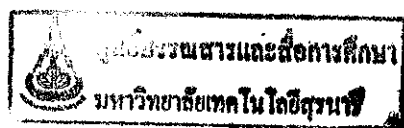
รายงานฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม สำนักวิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรม
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ปีการศึกษา 2540

CONTRIBUTION

การพัฒนาสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด (The Development of Pyramidal Horn Antenna)

นาย ธีรวิทย์ พุทธรักษา

รายงานนี้เป็นส่วนหนึ่งของ การศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมโทรคมนาคม สำนักเทคโนโลยีอุตสาหกรรม
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ปีการศึกษา 2540



การพัฒนาสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด
(The Development of pyramidal horn antenna)

นาย ณัฐวุฒิ พุทธรประสิทธิ์ B3700730

รายงานนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมโทรคมนาคม สำนักเทคโนโลยีอุตสาหกรรม
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ปีการศึกษา 2540




ใบรับรองโครงการวิศวกรรม
สำนักวิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรม
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

เรื่อง การพัฒนาสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด

โดย นาย ณัฐวุฒิ พุทธิประสิทธิ์

ได้รับอนุมัติให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม


คณบดี
วันที่ ๗ เดือน ๑๒ พ.ศ. 2541

คณะกรรมการสอบ


ประธานกรรมการ

(รศ. ไพฑูย์ ไชยนิล)


กรรมการ

(อาจารย์ มาณพ รุจิภากร)

Somnak Vant-Anek
กรรมการ

(อาจารย์ สมศักดิ์ วาณิชอนันต์ชัย)

รายงานโครงการวิศวกรรมเรื่อง “การพัฒนาสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด ”

ผู้ดำเนินงาน นาย ธีรัฐภูมิ พุทธประสิทธิ์

อาจารย์ที่ปรึกษา รศ. วิรุฬห์ มังละวิรัช

สาขาวิชา วิศวกรรมโทรคมนาคม

ภาคการศึกษาที่ 3 / พ.ศ. 2541

รายงานนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาตรี สาขาวิชา วิศวกรรมโทรคมนาคม

สำนักวิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี พ.ศ. 2541

จึงลงชื่อเป็นของสำนักวิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Engineering Project I Report : The Development of pyramidal horn antenna

Written by : Mr. Natthawoot Putprasit

Supervisor : Associate Professor Virul Manglaviraj

School of : Telecommunication Engineering

Trimester 3 / 1998

**A REPORT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENT
FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF ENGINEERING IN TELECOMMUNICATION
THE INSTITUTE OF INDUSTRIAL TECHNOLOGY , SURANAREE UNIVERSITY
OF TECHNOLOGY , 1998**

COPYRIGHT RESERVED TO THE UNIVERSITY

โครงการ เรื่อง “การพัฒนาสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด”

ผู้ดำเนินงาน นาย ธีรวุฒิ พุทธประสิทธิ์

อาจารย์ที่ปรึกษา รศ. วิรุฬห์ มังคละวิรัช

สาขาวิชา วิศวกรรมโทรคมนาคม

ภาคการศึกษาที่ 3 / 2540

บทคัดย่อ

การทำโครงการวิศวกรรมครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาถึง อุปกรณ์ และ เครื่องมือต่างๆ ที่ใช้งานในย่านความถี่ไมโครเวฟ โดยมุ่งเน้นถึงการศึกษาพื้นฐานของสายอากาศแบบฮอร์นที่ใช้งานในย่านความถี่ไมโครเวฟเป็นอันดับแรก ได้ทำการศึกษาค้นคว้าถึงหลักการพื้นฐาน และ การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เพื่อนำไปสู่การออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นที่มีอัตราขยายสูงสุด ได้ทำการพัฒนาสายอากาศแบบฮอร์นตามผลการศึกษการสร้างสายอากาศแบบฮอร์นขึ้นมา ตามผลการศึกษา รวมทั้งการทดสอบสายอากาศเพื่อหาคุณสมบัติต่างๆ ของสายอากาศดังกล่าว และเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี ซึ่งได้ผลเป็นที่น่าพอใจ

Engineering Project I : The Development of pyramidal horn antenna

Written by : Mr. Natthawoot Putprasit

Supervisor : Associate Professor Virul Mangclaviraj

School of : Telecommunication Engineering

Trimester 3 / 1998

Abstract

The object of the engineering project is to study microwave test equipment and to develop microwave components widely used in telecommunication. Horn antenna for microwave transmission was selected as the first step of development. Firstly, the mathematical fundamentals and the propagation of electromagnetic waves from the device was studied leading to the design of pyramidal horn antenna with optimum gain. The device was finally tested for desirable properties with standard microwave test bench. The experimental results in comparison with those obtained from calculation are satisfactory.

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำโครงการวิศวกรรมนี้ ข้าพเจ้าต้องขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ วิรุฬห์ มังคละวิรัช ที่ได้ให้คำแนะนำและถ่ายทอดวิชาความรู้ต่างๆ รวมทั้งประสบการณ์ในการทำงานในโครงการวิศวกรรมนี้ และขอขอบคุณท่านอาจารย์ รังสรรค์ วงศ์สรรค์ ที่ได้ถ่ายทอดวิชาความรู้ต่างๆ ในด้านของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และ สายอากาศให้แก่ข้าพเจ้า และที่ขาดไม่ได้ คือ เจ้าหน้าที่และบุคลากรประจำศูนย์เครื่องมือ 1 ทุกท่านที่ให้คำแนะนำและช่วยเหลือในการทำโครงการวิศวกรรมนี้ และโดยเฉพาะอย่างยิ่ง ขอขอบพระคุณโครงการศิษย์ก้นกุฏิ ที่ได้มอบทุนการศึกษาและทุนสำหรับการทำโครงการวิศวกรรมนี้ให้แก่ข้าพเจ้า และขอขอบพระคุณบุคลากรที่ได้อบรม เลี้ยงดู และให้กำลังใจในการทำโครงการวิศวกรรมนี้ และสุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอขอบใจเพื่อนๆ ทุกคนที่ได้ให้กำลังใจในการทำโครงการวิศวกรรมนี้ด้วย

ณัฐวุฒิ ทุทธประสิทธิ์

สารบัญ

บทคัดย่อภาษาไทย	i
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ii
กิตติกรรมประกาศ	iii
สารบัญ	iv
สารบัญรูปภาพ	v
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 กล่าวนำ	1
1.2 วัตถุประสงค์และเป้าหมายในการทำโครงงานวิศวกรรม	1
1.3 คำโครงของโครงงานวิศวกรรม	1
1.4 การจัดรูปแบบรายงาน	2
บทที่ 2 สมการการแพร่กระจายคลื่น	
2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	3
2.2 การแพร่กระจายคลื่นที่สนามระยะไกล	5
บทที่ 3 สายอากาศแบบฮอร์น	
3.1 บทนำ	8
3.2 สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีค	9
3.3 สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด	38
บทที่ 4 การออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด	
4.1 ทฤษฎีการออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด	47
4.2 ตัวอย่างการออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด	49
บทที่ 5 การทดสอบหาคุณสมบัติของสายอากาศ	
5.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	54
5.2 วิธีการทดสอบคุณสมบัติของสายอากาศ	57
บทสรุป	62
เอกสารอ้างอิง	63
บรรณานุกรม	64
ภาคผนวก ก. (ตารางแสดงค่าโคไซน์และไซน์ของเฟสเนลอินทิกรัล)	65
ภาคผนวก ข. (ตัวอย่างแบบของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดที่ได้สร้างขึ้น)	67
ประวัติผู้เขียน	69

สารบัญรูปภาพ

รูปที่ 2.1 ระบบพิกัดที่ใช้สำหรับสายอากาศแบบช่องเปิด	4
รูปที่ 3.1 สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัดที่มีปลายคู่ออกในระนาบสนามไฟฟ้า	10
รูปที่ 3.2 แพทเทิร์นของสนามแบบสามมิติของ E-plane sectoral horn ($\rho_1 = 6\lambda$, $b_1 = 2.75\lambda$, $a = 0.5\lambda$)	15
รูปที่ 3.3 แพทเทิร์นของสนามในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของ E-plane sectoral horn	16
รูปที่ 3.4 แพทเทิร์นของสนามในระนาบสนามไฟฟ้าของ E-plane sectoral horn ที่มีความยาวคงที่ และมีมุมเปิดของช่องเปิดต่างกัน	17
รูปที่ 3.5 E-plane universal pattern สำหรับ E-plane sectoral horns และ pyramidal horns	18
รูปที่ 3.6 Half-power beamwidth ของ E-plane sectoral horn เป็นฟังก์ชันของมุมเปิดของช่องเปิด	20
รูปที่ 3.7 Normalized directivity ของ E - plane sectoral horn เป็นฟังก์ชันของ ขนาดช่องเปิด	21
รูปที่ 3.8 G_E เป็นฟังก์ชันของ B (source: จากข้อมูลของ E. H. Braun ,“ Some Data from the Design of Electromagnetic Horns ”, IRE Trans. Antennas. Propag. vol AP-4,No.1,Jan 1956.(1956) IEEE)	22
รูปที่ 3.9 สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัดที่มีปลายคู่ออกในระนาบของสนามแม่เหล็ก	24
รูปที่ 3.10 แพทเทิร์นของสนามแบบสามมิติของ H-plane sectoral horn ($\rho_2 = 6\lambda$, $b = 0.5\lambda$, $a_1 = 5.5\lambda$)	31
รูปที่ 3.11 แพทเทิร์นของสนามในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของ H-plane sectoral horn	32
รูปที่ 3.12 แพทเทิร์นของสนามในระนาบสนามไฟฟ้าของ H-plane sectoral horn ที่มีความยาวคงที่ และมีมุมเปิดของช่องเปิดต่างกัน	33
รูปที่ 3.13 H-plane universal pattern สำหรับ H-plane sectoral horns และ pyramidal horns	34
รูปที่ 3.14 Half-power beamwidth ของ H-plane sectoral horn เป็นฟังก์ชันของมุมเปิดของช่องเปิด	35
รูปที่ 3.15 Normalized directivity ของ H-plane sectoral horn เป็นฟังก์ชันของ ขนาดช่องเปิด	36
รูปที่ 3.16 G_H เป็นฟังก์ชันของ A (source: จากข้อมูลของ E. H. Braun ,“ Some Data from the Design of Electromagnetic Horns ”, IRE Trans. Antennas. Propag. vol AP-4,No.1,Jan 1956 .(1956) IEEE)	37
รูปที่ 3.17 สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด (Pyramidal horn)	39
รูปที่ 3.18 แพทเทิร์นของสนามแบบสามมิติของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด ($\rho_1 = \rho_2 = 6\lambda$, $a_1 = 5.5\lambda$, $b_1 = 2.75\lambda$, $a = 0.5\lambda$, $b = 0.25\lambda$)	44
รูปที่ 3.19 แสดงถึง Loss figure สำหรับสายอากาศ E-plane และ H-plane ที่เกิดขึ้นเนื่องจาก phase error (source : W.C. Jakes , in H. Jasik (ed.) , Antenna Engineering Handbook , McGraw - Hill , New York ,1961)	45
รูปที่ 5.1 แสดงถึง การจัดวางตัวของสายอากาศส่งและสายอากาศรับ	55
รูปที่ 5.2 แสดงถึง การแบ่งกำลังงานของ cross guide coupler ใน การใช้เป็น reflectometer	56
รูปที่ 5.3 การปรับตั้งค่าความถี่ของ Klystron Power Supply และ X- Band Klystron Oscillator	59
รูปที่ 5.4 การทดสอบหาค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนของสายอากาศ โดยใช้วิธี 2 coupling paths	60
รูปที่ 5.5 การวัดหาค่ากำลังงานที่ส่งออก (transmitted power)	60
รูปที่ 5.6 การวัดค่ากำลังงานที่ได้รับ (received power) โดยสายอากาศรับ	61

บทที่ 1

บทนำ

1.1 กล่าวนำ

ในโลกปัจจุบันนี้ จะพบได้ว่า บทบาทและความสำคัญของเทคโนโลยีการสื่อสารนั้น ได้มีการพัฒนา และเติบโตขึ้นอย่างรวดเร็ว ทั้งในรูปของการส่งข่าวสารผ่านทางโทรศัพท์มือถือหรือโทรศัพท์เคลื่อนที่ วิทยุ ติดตามตัว เคเบิลทีวี และการรับสัญญาณโดยตรงจากดาวเทียม ซึ่งเทคโนโลยีที่ก้าวหน้าของผลิตภัณฑ์เหล่านี้ นั้น จะทำให้การรับส่งข่าวสารหรือข้อมูลต่างๆ สามารถทำได้อย่างรวดเร็ว ทันเหตุการณ์ และถ้าพิจารณาให้ดี จะเห็นว่า เทคโนโลยีที่กล่าวมาข้างต้นนี้ ล้วนแต่ใช้คลื่นความถี่เป็นพาหะในการส่งข่าวสารทั้งสิ้น ซึ่งคลื่น ความถี่ที่สำคัญย่านหนึ่ง คือ ย่านความถี่ไมโครเวฟ ไมโครเวฟเป็นคลื่นวิทยุที่มีการใช้งานกันอย่างแพร่หลายใน ปัจจุบัน ดังจะเห็นได้จากระบบสื่อสารที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบันนี้ เช่น ระบบไมโครเวฟภาคพื้นดินที่ใช้ส่งผ่าน สัญญาณโทรคมนาคม ระบบสื่อสารผ่านดาวเทียม ระบบเรดาร์ ระบบรับสัญญาณโทรทัศน์จากดาวเทียมโดย ตรง และระบบโทรศัพท์แบบเซลลูลาร์ เป็นต้น ดังนั้นจะเห็นได้ว่า การใช้งานคลื่นไมโครเวฟนั้นมีความแพร่ หลายเป็นอย่างมากในปัจจุบัน และมีแนวโน้มที่จะเพิ่มขึ้นอีกในอนาคต ดังนั้นจึงควรอย่างยิ่งในการที่จะศึกษา ถึงพื้นฐานของคลื่นไมโครเวฟ รวมถึงอุปกรณ์และเครื่องมือต่างๆ ที่ใช้งานในย่านความถี่ไมโครเวฟ ซึ่งอุปกรณ์ ที่เราสนใจที่จะศึกษาในที่นี้ คือ สายอากาศแบบฮอร์น (horn antenna) หรือ ที่เรียกว่า สายอากาศแบบปากแตร ซึ่งสายอากาศดังกล่าวนี้ได้มีการนำมาใช้งานกันอย่างกว้างขวาง ในระบบการสื่อสารไมโครเวฟ

1.2 วัตถุประสงค์และเป้าหมายในการทำโครงการวิศวกรรม

การทำโครงการวิศวกรรมในเรื่องนี้นั้นมีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาถึงอุปกรณ์และเครื่องมือต่างๆ ที่ใช้งาน ในย่านความถี่ไมโครเวฟ และที่สำคัญคือ จะได้ศึกษาเกี่ยวกับพื้นฐานของสายอากาศแบบฮอร์น โดยมีเป้าหมาย ในการทำโครงการ คือ การศึกษาและวิเคราะห์สายอากาศแบบฮอร์น และ ทำการออกแบบและสร้างสายอากาศ แบบฮอร์น ที่มีค่าอัตราขยายสูงสุด

1.3 เค้าโครงของโครงการวิศวกรรม

1.3.1 ชื่อของโครงการวิศวกรรม

ชื่อของโครงการวิศวกรรม เรื่อง “ การพัฒนาสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด ”

1.3.2 วิธีการดำเนินงาน

ในระยะแรกจะทำการศึกษาและทบทวนถึงคุณสมบัติต่างๆ ของคลื่นความถี่ย่านไมโครเวฟที่ทำการส่ง ผ่านไปในท่อนำคลื่น และต่อมาจะทำการศึกษาค้นคว้าถึงหลักการพื้นฐานของสายอากาศแบบฮอร์น และทำการ วิเคราะห์หาโครงสร้างของสายอากาศแบบฮอร์น ที่ทำให้สายอากาศมีอัตราขยายสูงสุด และทำการศึกษาหาวิธี ในการเชื่อมประสานส่วนประกอบของท่อนำคลื่นและชิ้นส่วนของสายอากาศ แล้วจึงทำการสร้างสายอากาศ

ดังกล่าวนี้ขึ้น และในขั้นตอนสุดท้ายจะทำการทดสอบสายอากาศเพื่อหาค่าคุณสมบัติต่างๆ ของสายอากาศ เช่น อัตราขยาย ของสายอากาศ (gain) และ สัมประสิทธิ์ของการสะท้อน (reflection coefficient) เป็นต้น

1.3.3 ขอบเขตของการทำงาน

ในการออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นนี้ จะพิจารณาเฉพาะ สายอากาศแบบฮอร์นที่ใช้งานกับท่อนำคลื่นรูปสี่เหลี่ยม เท่านั้น และ การทดสอบเพื่อหาค่าคุณสมบัติต่างๆ ของสายอากาศนั้น จะทำการทดสอบหาเฉพาะ คุณสมบัติของสายอากาศ ที่สามารถหาได้เท่านั้น

1.3.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ในการทำโครงการวิศวกรรมเรื่องนี้ จะทำให้ได้ทราบถึง จุดอุปกรณ์และเครื่องมือต่างๆ ที่ใช้งานในย่านความถี่ไมโครเวฟ และ ทราบถึงหลักการ และ วิธีการใช้เครื่องมือ หรืออุปกรณ์ที่ใช้งานในย่านความถี่ไมโครเวฟ และที่สำคัญ คือ ศึกษาถึงพื้นฐานของสายอากาศแบบฮอร์น รวมถึงสามารถออกแบบสายอากาศดังกล่าวนี้ได้ด้วย

1.4 การจัดรูปเล่มรายงาน

โครงการวิศวกรรมได้จัดทำรูปเล่มรายงาน ซึ่งประกอบด้วย ทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์หาการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ ขั้นตอนในการวิเคราะห์หาสนามที่แพร่กระจายออกจากสายอากาศ ขั้นตอนในการออกแบบสายอากาศ และ การทดสอบหาค่าคุณสมบัติของสายอากาศ

บทที่ 2

สมการการแพร่กระจายคลื่น

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในการวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับการแพร่กระจายคลื่นนั้น จะสามารถหาคำตอบที่แพร่กระจายได้เมื่อกำหนดต้นกำเนิดของคลื่นดังกล่าวนี้มาให้ ซึ่งในทางปฏิบัติวิธีการวิเคราะห์ จะใช้ฟังก์ชันช่วย (auxiliary function) ที่เรียกว่า ศักดาเวกเตอร์ (vector potential) ช่วยในการแก้ปัญหา เนื่องจากการคำนวณหาการแพร่กระจายคลื่นจากต้นกำเนิดคลื่นโดยตรงนั้นทำได้ยาก จึงต้องใช้ฟังก์ชันช่วยในการแก้ปัญหา และ ศักดาเวกเตอร์ ที่ใช้กันโดยมาก ได้แก่ ศักดาเวกเตอร์แม่เหล็ก (magnetic vector potential) A และ ศักดาเวกเตอร์ไฟฟ้า (electric vector potential) F โดยแบ่งขั้นตอนออกเป็นสองขั้นตอน คือ ทำการหาฟังก์ชันช่วยจากความหนาแน่นของกระแสต้นกำเนิด (source current density) J_s หรือ M_s ก่อน จากนั้น จึงทำการคำนวณหาค่าความเข้มของสนามไฟฟ้า E และความเข้มของสนามแม่เหล็ก H จากฟังก์ชันช่วยเหล่านี้ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

1. หาค่าของกระแสไฟฟ้าต้นกำเนิด J_s และ กระแสแม่เหล็กต้นกำเนิด M_s
2. หาค่าของ ศักดาเวกเตอร์แม่เหล็ก A ที่เกิดขึ้นเนื่องจาก J_s โดย

$$A = (\mu/4\pi) \iint_S J_s e^{-jkR}/R ds' \quad (2.1)$$

และหาค่าของ ศักดาเวกเตอร์ไฟฟ้า F ที่เกิดขึ้นเนื่องจาก M_s โดย

$$F = (\varepsilon/4\pi) \iint_S M_s e^{-jkR}/R ds' \quad (2.2)$$

โดยที่ R เป็นระยะทางจากตำแหน่งของต้นกำเนิดคลื่นไปยัง ตำแหน่งที่ทำการสังเกต

3. หาค่าสนามไฟฟ้า E_A และสนามแม่เหล็ก H_A จาก ศักดาเวกเตอร์แม่เหล็ก A

$$H_A = 1/\mu \nabla \times A \quad (2.3)$$

$$E_A = -j\omega A - j/(\omega\mu\varepsilon) \nabla(\nabla \cdot A) \quad (2.4)$$

และหาค่าสนามไฟฟ้า E_F และสนามแม่เหล็ก H_F จาก ศักดาเวกเตอร์ไฟฟ้า F

$$E_F = -1/\varepsilon \nabla \times F \quad (2.5)$$

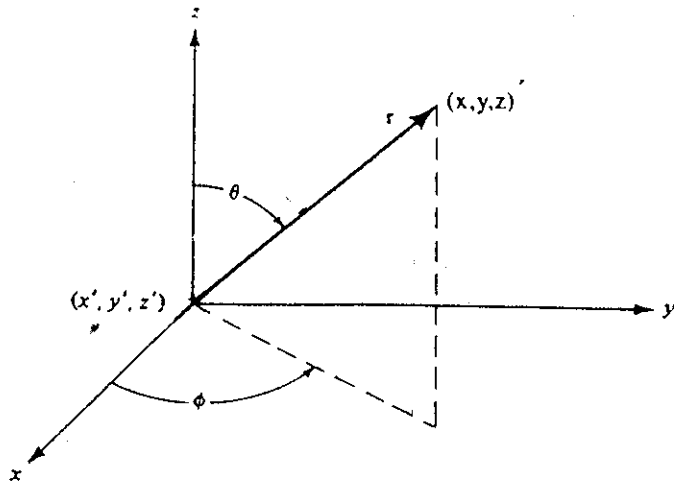
$$H_F = -j\omega F - j/(\omega\mu\varepsilon) \nabla(\nabla \cdot F) \quad (2.6)$$

4. หาค่าความเข้มของสนามโดยรวม

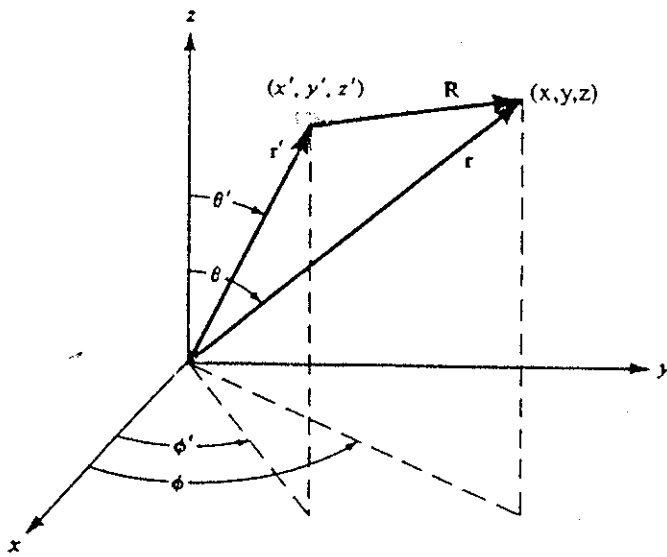
$$E = E_A + E_F = -j\omega A - j/(\omega\mu\varepsilon) \nabla(\nabla \cdot A) - 1/\varepsilon \nabla \times F \quad (2.7)$$

$$H = H_A + H_F = 1/\mu \nabla \times A - j\omega F - j/(\omega\mu\varepsilon) \nabla(\nabla \cdot F) \quad (2.8)$$

สมการเหล่านี้ จะเป็นส่วนช่วยในการหาการแพร่กระจายคลื่นที่เกิดขึ้นได้ แต่เนื่องจากปัญหาที่เกิดขึ้นโดยส่วนใหญ่ นั้น จะยังมีความยากในการคำนวณอินทิเกรตเพื่อหาค่าของ A และ F อยู่ แต่อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ นั้นมักจะสนใจการแพร่กระจายคลื่นที่สนามระยะไกล (far field region) ซึ่งเมื่อพิจารณาที่สนามระยะไกลนั้น จะทำให้ความซับซ้อนของสมการดังกล่าวนี้ลดลง



(a) Source at origin



(b) Source not at origin

รูปที่ 2.1 ระบบพิกัดที่ใช้สำหรับสายอากาศแบบช่องเปิด

2.2 การแพร่กระจายที่สนามระยะไกล

สำหรับการสังเกตค่าที่สนามระยะไกลนั้น ค่า R ที่เป็นระยะทางจากตำแหน่งของต้นกำเนิดคลื่นไปยังตำแหน่งที่ทำการสังเกต สามารถที่จะประมาณค่าได้ดังนี้

$$R \approx r - r' \cos \psi \quad \text{สำหรับการเปลี่ยนแปลงเฟส} \quad (2.9)$$

$$R \approx r \quad \text{สำหรับการเปลี่ยนแปลงแอมพลิจูด} \quad (2.10)$$

โดยที่ ψ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ r และ r' ดังแสดงในรูปที่ 2.1 ซึ่งตัวแปร (x', y', z') หรือ (r', θ', ϕ') จะแสดงตำแหน่งของต้นกำเนิด J_s และ M_s ส่วนตัวแปร (x, y, z) หรือ (r, θ, ϕ) จะแสดงตำแหน่งของจุดสังเกต ในทางเรขาคณิตนั้น การประมาณค่านี้จะสมมติว่า เวกเตอร์ R และ r ขนานกัน ดังรูปที่ 2.1 ซึ่งจะสามารถเขียนสมการ (2.1) และ (2.2) ใหม่ได้ดังนี้

$$A = (\mu/4\pi) \iint_s J_s e^{-jkR}/R ds' \approx \mu e^{-jkR}/(4\pi r) \cdot N \quad (2.11)$$

$$N = \iint_s J_s e^{+jk r' \cos \psi} ds' \quad (2.12)$$

$$F = (\epsilon/4\pi) \iint_s M_s e^{-jkR}/R ds' \approx \epsilon e^{-jkR}/(4\pi r) \cdot L \quad (2.13)$$

$$L = \iint_s M_s e^{+jk r' \cos \psi} ds' \quad (2.14)$$

และในสนามระยะไกลนี้จะพิจารณาเฉพาะส่วนประกอบ θ และ ϕ ของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก $(E_\theta, E_\phi, H_\theta, H_\phi)$ เป็นสำคัญเท่านั้น เนื่องจากส่วนประกอบ r ของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก (E_r, H_r) มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับส่วนประกอบ θ และ ϕ ของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ซึ่งที่สนามระยะไกลนี้ สนามไฟฟ้า E_A และสนามแม่เหล็ก H_F สามารถแสดงได้ดังนี้

$$(E_A)_\theta \approx -j\omega A_\theta \quad (2.15-1)$$

$$(E_A)_\phi \approx -j\omega A_\phi \quad (2.15-2)$$

$$(H_F)_\theta \approx -j\omega F_\theta \quad (2.15-3)$$

$$(H_F)_\phi \approx -j\omega F_\phi \quad (2.15-4)$$

ส่วนสนามไฟฟ้า E_F และสนามแม่เหล็ก H_A สามารถแสดงได้ดังนี้

$$(E_F)_\theta \approx +\eta(H_F)_\phi = -j\omega\eta F_\phi \quad (2.16-1)$$

$$(E_F)_\phi \approx +\eta(H_F)_\theta = +j\omega\eta F_\theta \quad (2.16-2)$$

$$(H_A)_\theta \approx -(E_A)_\phi/\eta = -j\omega A_\phi/\eta \quad (2.16-3)$$

$$(H_A)_\phi \approx +(E_A)_\theta/\eta = +j\omega A_\theta/\eta \quad (2.16-4)$$

ทำการรวมสมการ (2.15-1) - (2.15-4) กับ (2.16-1) - (2.16-4) และจัดให้อยู่ในรูปของสมการ (2.12) และ (2.14) แล้วหาค่าความเข้มของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กโดยรวม ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$E_r \approx 0 \quad (2.17-1)$$

$$\begin{aligned} E_\theta &\approx -j\omega A_\theta - j\omega\eta F_\phi \\ &= -j\omega\mu e^{-jkR}/(4\pi r) \cdot N_\theta - j\omega\eta \epsilon e^{-jkR}/(4\pi r) \cdot L_\phi \\ &= -j\omega\sqrt{\mu\epsilon} e^{-jkR}/(4\pi r) [\sqrt{(\mu/\epsilon)} N_\theta + L_\phi] \\ &= -jk e^{-jkR}/(4\pi r) (L_\phi + \eta N_\theta) \end{aligned} \quad (2.17-2)$$

$$\begin{aligned} E_\phi &\approx -j\omega A_\phi + j\omega\eta F_\theta \\ &= -j\omega\mu e^{-jkR}/(4\pi r) \cdot N_\phi + j\omega\eta \epsilon e^{-jkR}/(4\pi r) \cdot L_\theta \\ &= +j\omega\sqrt{\mu\epsilon} e^{-jkR}/(4\pi r) [-\sqrt{(\mu/\epsilon)} N_\phi + L_\theta] \\ &= +jk e^{-jkR}/(4\pi r) (L_\theta - \eta N_\phi) \end{aligned} \quad (2.17-3)$$

$$H_r \approx 0 \quad (2.17-4)$$

$$\begin{aligned} H_\theta &\approx -j\omega F_\theta + j\omega A_\phi / \eta \\ &= -j\omega \epsilon e^{-jkR}/(4\pi r) \cdot L_\theta + j\omega\mu / \eta \cdot e^{-jkR}/(4\pi r) \cdot N_\phi \\ &= +j\omega\sqrt{\mu\epsilon} e^{-jkR}/(4\pi r) [N_\phi - L_\theta/\sqrt{(\mu/\epsilon)}] \\ &= +jk e^{-jkR}/(4\pi r) (N_\phi - L_\theta/\eta) \end{aligned} \quad (2.17-5)$$

$$\begin{aligned} H_\phi &\approx -j\omega F_\phi - j\omega A_\theta / \eta \\ &= -j\omega \epsilon e^{-jkR}/(4\pi r) \cdot L_\theta - j\omega\mu / \eta \cdot e^{-jkR}/(4\pi r) \cdot N_\phi \\ &= -j\omega\sqrt{\mu\epsilon} e^{-jkR}/(4\pi r) [N_\phi + L_\theta/\sqrt{(\mu/\epsilon)}] \\ &= -jk e^{-jkR}/(4\pi r) (N_\theta + L_\phi/\eta) \end{aligned} \quad (2.17-6)$$

โดยที่ k เป็น เลขคลื่น (wave number) ซึ่ง $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$

η เป็นค่าอินทริซิกอิมพีแดนซ์ (intrinsic impedance) ของตัวกลาง ซึ่ง $\eta = \sqrt{(\mu/\epsilon)}$

จากสมการที่ (1.12) และ (1.14) จะได้ว่า

$$N = \iint_S \mathbf{J}_s e^{+jk r' \cos \psi} ds' = \iint_S (a_x J_x + a_y J_y + a_z J_z) e^{+jk r' \cos \psi} ds' \quad (2.18)$$

$$L = \iint_S \mathbf{M}_s e^{+jk r' \cos \psi} ds' = \iint_S (a_x M_x + a_y M_y + a_z M_z) e^{+jk r' \cos \psi} ds' \quad (2.19)$$

และ ใช้การแปลงค่าจากระบบพิกัดฉากเป็นระบบพิกัดทรงกลม ซึ่งจะทำให้ได้ค่าต่างๆ ดังนี้

$$N_\theta = \iint_S [J_x \cos\theta \cos\phi + J_y \cos\theta \sin\phi - J_z \sin\theta] e^{+jk r' \cos \psi} ds' \quad (2.20-1)$$

$$N_\phi = \iint_S [-J_x \sin\phi + J_y \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \quad (2.20-2)$$

$$L_\theta = \iint_S [M_x \cos\theta \cos\phi + M_y \cos\theta \sin\phi - M_z \sin\theta] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \quad (2.20-3)$$

$$L_\phi = \iint_S [-M_x \sin\phi + M_y \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \quad (2.20-4)$$

ดังนั้น ในการพิจารณาหาการแพร่กระจายของคลื่นที่สนามระยะไกล จะสามารถทำได้ตามขั้นตอนดังนี้

1. เลือกพื้นผิวปิดของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กโดยรวม \mathbf{E}_a และ \mathbf{H}_a
2. หาค่าของความหนาแน่นของกระแสสมมูล \mathbf{J}_s และ \mathbf{M}_s โดยใช้สมการ

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_a - \mathbf{H}) \Big|_{H=0} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}_a \quad (2.21)$$

$$\mathbf{M}_s = -\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_a - \mathbf{E}) \Big|_{E=0} = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}_a \quad (2.22)$$

3. หาค่าของ N_θ , N_ϕ , L_θ และ L_ϕ โดยใช้สมการที่ (2.20-1) - (2.20-4) ตามลำดับ
4. หาค่าของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่แพร่กระจาย \mathbf{E} และ \mathbf{H} โดยใช้สมการที่ (2.17-1) - (2.17-6)

วิธีการดังกล่าวนี้เป็นวิธีหนึ่งที่นิยมใช้ในการหาสนามที่แพร่กระจายออกไป โดยที่ กำหนดให้จุดสังเกต หรือ จุดที่ต้องการพิจารณาหาสนามนั้นอยู่ที่สนามระยะไกล ซึ่งสำหรับสนามระยะไกลนั้น จุดสังเกตจะต้องอยู่ที่ระยะ $R \geq 2D^2/\lambda$ โดยที่ D เป็นขนาดความยาวที่มากที่สุดของสายอากาศ และ สำหรับสายอากาศแบบช่องเปิด (aperture antenna) นั้นขนาดความยาวที่มากที่สุดของสายอากาศจะเป็นค่าตามแนวแกนของสายอากาศ

บทที่ 3

สายอากาศแบบฮอร์น

3.1 บทนำ

การสื่อสารโดยใช้ไมโครเวฟส่งสัญญาณออกไปเป็นระยะไกลๆ นั้นอาจจะทำได้ 2 วิธีด้วยกัน คือ วิธีที่หนึ่งโดยการส่งผ่านกำลังคลื่นไปตามท่อนำคลื่น กับ วิธีที่สองโดยการส่งผ่านกำลังคลื่นไปในบรรยากาศ แต่เนื่องจากในวิธีการส่งผ่านกำลังคลื่นไปตามท่อนำคลื่นนั้น มีความยุ่งยากในทางปฏิบัติอยู่หลายประการ และยังใช้ต้นทุนสูงอีกด้วย ดังนั้นโดยทั่วไปจึงมักจะใช้วิธีการส่งผ่านกำลังคลื่นไปในบรรยากาศ ซึ่งจะต้องให้สายอากาศเป็นตัวที่ทำหน้าที่ส่งผ่านกำลังคลื่นไปสู่บรรยากาศ และโดยทั่วไปนั้น สายอากาศที่ใช้ในย่านความถี่ไมโครเวฟจะเป็นแบบช่องเปิด (aperture antenna) สายอากาศแบบช่องเปิดที่ใช้ในย่านความถี่ไมโครเวฟนี้อาจแบ่งได้เป็น 3 แบบด้วยกัน คือ สายอากาศแบบสลิต (slot antenna) แบบฮอร์น (horn antenna) และ สายอากาศแบบจานสะท้อน (reflector antenna) ซึ่งต่อไปนี้จะกล่าวถึงเฉพาะ สายอากาศแบบฮอร์น สายอากาศแบบฮอร์น (horn antenna) เป็น สายอากาศที่อาศัยการลู่ออกของปลายท่อนำคลื่น ในการทำให้มีพื้นที่ในการกระจายคลื่นเพิ่มมากขึ้น เพื่อให้มีอัตราขยายสูงขึ้น ซึ่งในการขยายขนาดของปากฮอร์นนั้นสามารถทำได้ 3 แบบด้วยกัน คือ การขยายในระนาบของสนามไฟฟ้า การขยายในระนาบของสนามแม่เหล็ก และ การขยายออกทั้งหมักระนาบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก โดยที่สายอากาศแบบฮอร์น 2 แบบแรก นั้นถูกเรียกว่า สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัด (sectoral horn) และสายอากาศแบบฮอร์นแบบที่ 3 นั้นมีโครงสร้างของสายอากาศเหมือนรูปพีระมิด จึงถูกเรียกว่า สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด (pyramidal horn) ซึ่งต่อไปจะกล่าวถึงรายละเอียดของสายอากาศแบบฮอร์นทั้ง 3 แบบนี้ ดังต่อไปนี้

3.2 สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัด (Sectorial horn)

3.2.1 สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัดที่มีปลายงู้ออกในระนาบของสนามไฟฟ้า (E-plane sectorial horn)

สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัด เป็น สายอากาศที่ขยายปลายช่องเปิดของท่อนำคลื่นออกไปทางด้านใดด้านหนึ่ง ซึ่งอาจจะงู้ออก ทางแกน x หรือ แกน y โดยให้อีกด้านหนึ่งคงที่ และเนื่องจาก ในกรณีนี้เป็นการงู้ออกทางแกน y ซึ่งระนาบ y-z เป็นระนาบของสนามไฟฟ้า (E-plane) ดังนั้นจึงเป็นการงู้ออกในระนาบของสนามไฟฟ้า จึงเรียก สายอากาศแบบนี้ว่า สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัดที่มีปลายงู้ออกในระนาบของสนามไฟฟ้า (E-plane sectorial horn)

เมื่อพิจารณาถึง การกระจายของคลื่นจากสายอากาศ และถ้าเราสมมติว่า จุดยอดสมมติของฮอร์น ซึ่งแสดงเป็นเส้นประ มีแหล่งกำเนิดคลื่นเชิงเส้นที่มีการแพร่กระจายคลื่นแบบทรงกระบอก เมื่อการเดินทางของคลื่นมีทิศทางพุ่งออกตามแนวรัศมี จะปรากฏว่าที่จุด y' ใดๆ ที่ช่องเปิดของฮอร์นนั้น เฟสของสนามจะไม่เท่ากันกับเฟสที่จุดกำเนิด ($y' = 0$) ความต่างเฟสที่เกิดขึ้นนี้ เนื่องมาจาก คลื่นมีการเดินทางจากตำแหน่งจุดยอดมาถึงช่องเปิดของฮอร์น โดยใช้ระยะทางต่างกัน ดังนั้น การงู้ออกเป็นรูปฮอร์นจะทำให้ เฟสของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่จุดต่างๆ บนช่องเปิดตรงปากของฮอร์นไม่เท่ากัน และ ถ้าให้ความแตกต่างของระยะทางนี้ เป็น $\delta(y')$ จากรูป สำหรับจุด y' ใดๆ จะได้ว่า

$$[\rho_1 + \delta(y')]^2 = \rho_1^2 + (y')^2 \quad (3.1)$$

หรือ

$$\delta(y') = -\rho_1 + [\rho_1^2 + (y')^2]^{1/2} = -\rho_1 + \rho_1[1 + (y'/\rho_1)^2]^{1/2} \quad (3.2-1)$$

ใช้ Binomial expansion และพิจารณาเฉพาะ 2 เทอมแรก จะได้ว่า

$$\delta(y') \cong -\rho_1 + \rho_1[1 + 1/2(y'/\rho_1)^2] = 1/2(y'^2/\rho_1) \quad (3.2-2)$$

ซึ่งจะทำให้เฟสของสนามที่ตำแหน่ง y' ใดๆ นั้นต่างจากเฟสที่จุดกำเนิดเป็น

$$k\delta(y') = (k/2)(y'^2/\rho_1) \quad (3.2-3)$$

การแพร่กระจายของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

การพิจารณาหาสนามที่แพร่กระจายออกไปโดยสายอากาศแบบฮอร์น สามารถทำได้โดยใช้สมการการแพร่กระจายคลื่นที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 ซึ่งจะกำหนดให้พื้นผิวปิดที่ใช้เป็นพื้นผิวของแผ่นอนันต์ ที่ครอบคลุมบริเวณปากของฮอร์น ซึ่งจากการพิจารณาตามขั้นตอนของสมการการแพร่กระจายคลื่นจะสามารถทำได้ดังนี้

- จาก การแพร่กระจายของสนามที่ผ่านทะลุพื้นที่หน้าตัดของท่อนำคลื่น สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ว่า

$$E_a = a_y E_0 \quad \text{โดยที่} \quad -a/2 \leq x' \leq a/2 \quad (3.3)$$

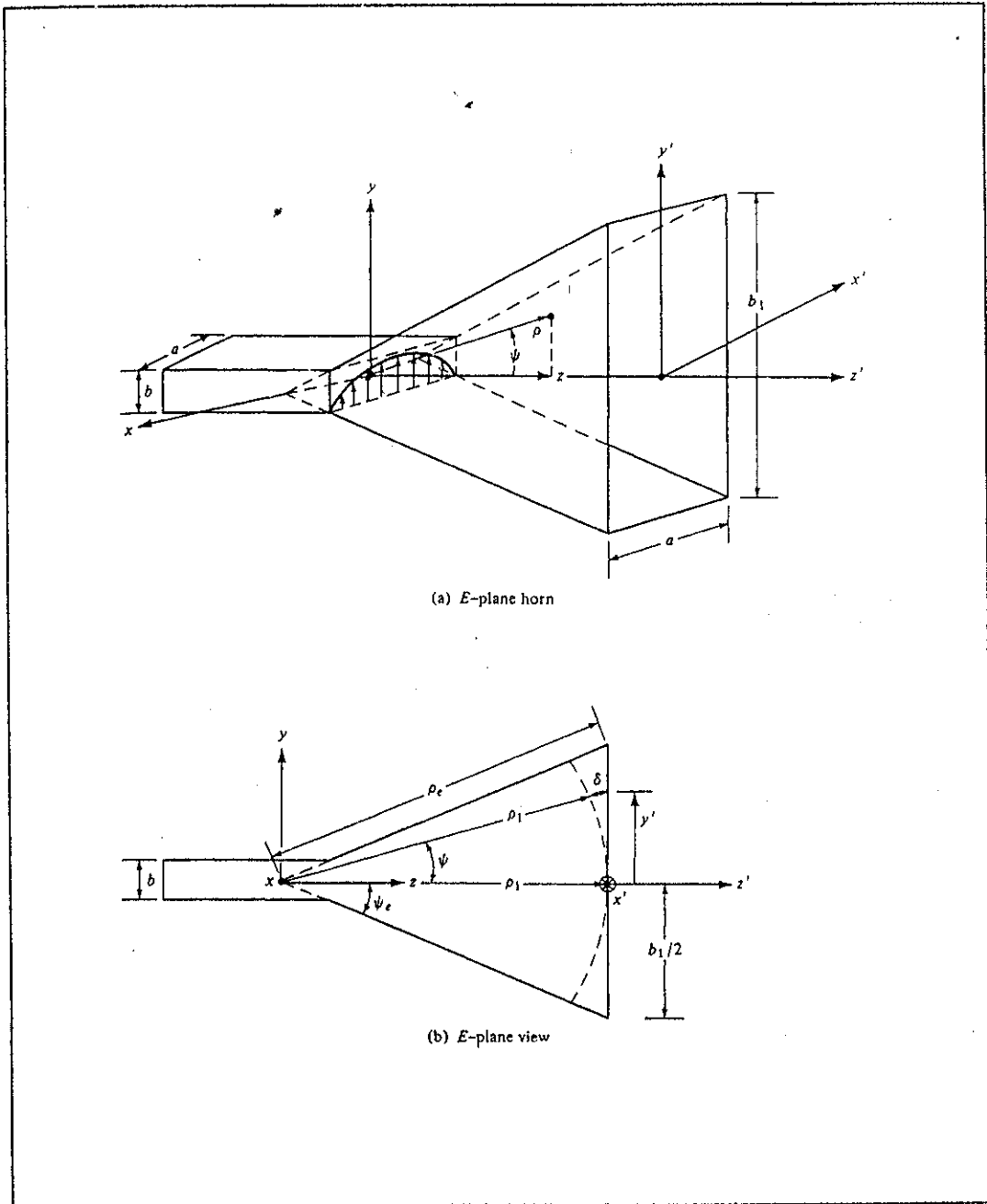
$$H_a = -a_x E_0 / \eta \quad -b/2 \leq y' \leq b/2 \quad (3.4)$$

- ทำการหาค่าของความหนาแน่นของกระแสสมมูล J_s และ M_s โดยใช้สมการที่ (2.21) และ (2.22) ตามลำดับ

$$\text{โดยที่} \quad E_0 = E_1 \cos(\pi|x'/a|)$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}_s &= \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_a - \mathbf{H}) \Big|_{H=0} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}_a \\
 &= \mathbf{a}_z \times -\mathbf{a}_x E_0 / \eta \\
 &= -\mathbf{a}_y E_1 / \eta \cos(\sqrt{\epsilon} x' / a)
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_s &= -\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_a - \mathbf{E}) \Big|_{E=0} = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}_a \\
 &= -\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_y E_0 \\
 &= \mathbf{a}_x E_1 \cos(\sqrt{\epsilon} x' / a)
 \end{aligned} \tag{3.6}$$



รูปที่ 3.1 สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีคที่มีปลายงู้ออกในระนาบของสนามไฟฟ้า

ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นของกระแสสมมูลที่ตัวฮอรั้นเท่ากับ

$$J_y = -E_1/\eta \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a) e^{-jk\delta(y')} \quad \text{โดยที่ } -a/2 \leq x' \leq a/2 \quad (3.7)$$

$$M_x = E_1 \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a) e^{-jk\delta(y')} \quad -b_1/2 \leq y' \leq b_1/2 \quad (3.8)$$

และ $J_z = M_z = 0$ สำหรับตำแหน่งอื่นๆ

โดยที่เทอม $e^{-jk\delta(y')}$ จะแสดงถึง ผลของความต่างเฟสที่เกิดขึ้นนี้ เนื่องมาจาก คลื่นมีการเดินทางจาก

ตำแหน่งจุดยอดมาถึงช่องเปิดของฮอรั้น โดยใช้ระยะทางต่างกัน

ใช้สมการที่ (2.20-1) - (2.20-4) หาค่า $N_\theta, N_\phi, I_\theta$ และ L_ϕ ตามลำดับ

จากสมการที่ (2.20-1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} N_\theta &= \iint_S [J_x \cos\theta \cos\phi + J_y \cos\theta \sin\phi - J_z \sin\theta] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \iint_S [J_y \cos\theta \sin\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a/2}^{a/2} [-E_1/\eta \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a) e^{-jk\delta(y')} \cos\theta \sin\phi] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= -E_1/\eta \cos\theta \sin\phi \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a/2}^{a/2} [\cos(\sqrt{\epsilon} x'/a) e^{-jk\delta(y')}] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= -E_1/\eta \cos\theta \sin\phi I_1 I_2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } I_1 &= \int_{-a/2}^{a/2} [\cos(\sqrt{\epsilon} x'/a) e^{+jk x' \sin\theta \cos\phi}] dx' \\ &= -(\sqrt{\epsilon} a/2) [\cos(ka \sin\theta \cos\phi) / ((ka/2 \sin\theta \cos\phi)^2 - (\sqrt{\epsilon} a/2)^2)] \\ &= -(\sqrt{\epsilon} a/2) [\cos(k_x a) / ((k_x a/2)^2 - (\sqrt{\epsilon} a/2)^2)] \end{aligned} \quad (3.10-1)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_{-b_1/2}^{b_1/2} e^{-[jk\delta(y') - jk y' \sin\theta \sin\phi]} dy' \\ &= \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \exp(-j [k y'^2 / (2\rho_1) - k_y y']) dy' \\ &= \exp(jk_y^2 \rho_1 / 2k) \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \exp(-j [(k y' - k_y \rho_1)^2 / (2k_y \rho_1)]) dy' \end{aligned} \quad (3.10-2)$$

$$\text{โดยที่ กำหนดให้ } k_y = k \sin\theta \sin\phi \quad (3.11)$$

$$k_x = k \sin\theta \cos\phi \quad (3.12)$$

ทำการเปลี่ยนตัวแปรของการอินทิเกรต

$$\sqrt{(\epsilon/2)} t = \sqrt{(1/2k\rho_1)} (k y' - k_y \rho_1) \quad (3.13-1)$$

$$t = \sqrt{(1/\sqrt{\epsilon} k\rho_1)} (k y' - k_y \rho_1) \quad (3.13-2)$$

$$dt = \sqrt{(k/\sqrt{\epsilon} \rho_1)} dy' \quad (3.13-3)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } I_2 &= \sqrt{(\sqrt{\epsilon} \rho_1/k)} \exp(jk_y^2 \rho_1 / 2k) \int_{t_1}^{t_2} \exp(-j (\sqrt{\epsilon}/2) t^2) dt \\ &= \sqrt{(\sqrt{\epsilon} \rho_1/k)} \exp(jk_y^2 \rho_1 / 2k) \int_{t_1}^{t_2} [\cos(\sqrt{\epsilon} t^2 / 2) - j \sin(\sqrt{\epsilon} t^2 / 2)] dt \\ &= \sqrt{(\sqrt{\epsilon} \rho_1/k)} \exp(jk_y^2 \rho_1 / 2k) \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j [S(t_2) - S(t_1)] \} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\text{และ } t_1 = \sqrt{(1/\eta)k\rho_1} (-kb_1/2 - k_y\rho_1) \quad (3.15)$$

$$t_2 = \sqrt{(1/\eta)k\rho_1} (kb_1/2 - k_y\rho_1) \quad (3.16)$$

โดยที่ $C(x)$ และ $S(x)$ เป็นโคไซน์และไซน์ของเฟรสเนลอินทิกรัล (Fresnel integrals) ซึ่ง

$$C(x) = \int_0^x \cos(\sqrt{t^2/2}) dt \quad (3.17-1)$$

$$S(x) = \int_0^x \sin(\sqrt{t^2/2}) dt \quad (3.17-2)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} N_\theta &= -E_i/\eta \cos\theta \sin\phi \times \{ -(\sqrt{a}/2) [\cos(k_x a) / ((k_x a/2)^2 - (\sqrt{a}/2)^2)] \} \\ &\quad \times \sqrt{(\sqrt{\rho_1/k}) \exp(jk_y^2 \rho_1)/2k} \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \} \\ N_\theta &= E_i(\sqrt{a}/2) \sqrt{(\sqrt{\rho_1/k}) \exp(jk_y^2 \rho_1)/2k} \\ &\quad \times \{ \cos\theta \sin\phi / \eta [\cos(k_x a) / ((k_x a/2)^2 - (\sqrt{a}/2)^2)] \cdot F(t_1, t_2) \} \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\text{โดยที่ } F(t_1, t_2) = [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \quad (3.19)$$

จากสมการที่ (2.20-2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} N_\phi &= \iint_S [-J_x \sin\phi + J_y \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \iint_S [J_y \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a/2}^{a/2} [-E_i/\eta \cos(\sqrt{x'}/a) e^{-jk \delta(y')} \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= -E_i/\eta \cos\phi \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a/2}^{a/2} [\cos(\sqrt{x'}/a) e^{-jk \delta(y')}] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= -E_i/\eta \cos\phi I_1 I_2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} N_\phi &= E_i(\sqrt{a}/2) \sqrt{(\sqrt{\rho_1/k}) \exp(jk_y^2 \rho_1)/2k} \\ &\quad \times \{ \cos\phi / \eta [\cos(k_x a) / ((k_x a/2)^2 - (\sqrt{a}/2)^2)] \cdot F(t_1, t_2) \} \end{aligned} \quad (3.21)$$

จากสมการที่ (2.20-3) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} L_\theta &= \iint_S [M_x \cos\theta \cos\phi + M_y \cos\theta \sin\phi - M_z \sin\theta] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \iint_S [M_x \cos\theta \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a/2}^{a/2} [E_i \cos(\sqrt{x'}/a) e^{-jk \delta(y')} \cos\theta \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= E_i \cos\theta \cos\phi \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a/2}^{a/2} [\cos(\sqrt{x'}/a) e^{-jk \delta(y')}] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= E_i \cos\theta \cos\phi I_1 I_2 \end{aligned} \quad (3.22)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} L_\theta &= E_i(\sqrt{a}/2) \sqrt{(\sqrt{\rho_1/k}) \exp(jk_y^2 \rho_1)/2k} \\ &\quad \times \{ -\cos\theta \cos\phi [\cos(k_x a) / ((k_x a/2)^2 - (\sqrt{a}/2)^2)] \cdot F(t_1, t_2) \} \end{aligned} \quad (3.23)$$

จากสมการที่ (2.20-4) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 L_\phi &= \iint_S [-M_x \sin\phi + M_y \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\
 &= \iint_S [-M_x \sin\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\
 &= \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a/2}^{a/2} [-E_1 \cos(\sqrt{1-x'^2}/a) e^{-jk \delta(y')} \sin\phi] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\
 &= -E_1 \sin\phi \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a/2}^{a/2} [\cos(\sqrt{1-x'^2}/a) e^{-jk \delta(y')}] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\
 &= -E_1 \sin\phi I_1 I_2
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 L_\phi &= E_1(\sqrt{1-a/2}) \sqrt{(1-\rho_1^2/k)} \cdot \exp(jk_y^2 \rho_1 / 2k) \\
 &\quad \times \{ \sin\phi [\cos(k_x a / 2) / ((k_x a / 2)^2 - (1/2)^2)] \cdot F(t_1, t_2) \}
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

- ทำการหาค่าของสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายออกจากฮอร์น โดยใช้ สมการที่ (2.17-1) - (2.17-3) จะทำให้ได้ค่าขององค์ประกอบสนามไฟฟ้าเป็นดังนี้

$$E_r = 0 \tag{3.26-1}$$

$$\begin{aligned}
 E_\theta &= -j a \sqrt{1-k\rho_1} \cdot E_1 e^{-jk r} / 8r \times \{ \exp(jk_y^2 \rho_1 / 2k) \sin\phi (1 + \cos\theta) \cdot \\
 &\quad [\cos(k_x a / 2) / ((k_x a / 2)^2 - (1/2)^2)] \cdot F(t_1, t_2) \}
 \end{aligned} \tag{3.26-2}$$

$$\begin{aligned}
 E_\phi &= -j a \sqrt{1-k\rho_1} \cdot E_1 e^{-jk r} / 8r \times \{ \exp(jk_y^2 \rho_1 / 2k) \cos\phi (1 + \cos\theta) \cdot \\
 &\quad [\cos(k_x a / 2) / ((k_x a / 2)^2 - (1/2)^2)] \cdot F(t_1, t_2) \}
 \end{aligned} \tag{3.26-3}$$

โดยที่

$$k_x = k \sin\theta \cos\phi \tag{3.26-4}$$

$$k_y = k \sin\theta \sin\phi \tag{3.26-5}$$

$$F(t_1, t_2) = [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \tag{3.26-6}$$

$$\text{และ } t_1 = \sqrt{(1/k\rho_1)} (-kb_1/2 - k_y \rho_1) \tag{3.26-7}$$

$$t_2 = \sqrt{(1/k\rho_1)} (kb_1/2 - k_y \rho_1) \tag{3.26-8}$$

$C(t)$ และ $S(t)$ เป็นโคไซน์และไซน์ของเฟรสเนลอินทิกรัล

ใน principal E-plane และ H-plane, จะได้สนามไฟฟ้า ดังนี้

E-plane ($\phi = \pi/2$)

$$E_r = E_\phi = 0 \tag{3.27-1}$$

$$\begin{aligned}
 E_\theta &= -j a \sqrt{1-k\rho_1} \cdot E_1 e^{-jk r} / 8r \\
 &\quad \times \{ -\exp(jk\rho_1 \sin^2\theta / 2) \cdot (1 + \cos\theta) \cdot (2/\pi)^2 F(t_1', t_2') \}
 \end{aligned} \tag{3.27-2}$$



$$t_1' = \sqrt{(k/\pi\rho_1)} (-b_1/2 - \rho_1 \sin\theta) \quad (3.27-3)$$

$$t_2' = \sqrt{(k/\pi\rho_1)} (+b_1/2 - \rho_1 \sin\theta) \quad (3.27-4)$$

H-plane ($\phi = 0$)

$$E_r = E_\theta = 0 \quad (3.28-1)$$

$$E_\phi = -j a \sqrt{\pi k \rho_1} \cdot E_1 e^{-jk r} / 8r \times \{ \exp(j k_y^2 \rho_1 / 2k) \cdot (1 + \cos\theta) \cdot [\cos(k a \sin\theta / 2) / ((k a \sin\theta / 2)^2 - (\pi/2)^2)] \cdot F(t_1'', t_2'') \} \quad (3.28-2)$$

$$t_1'' = -b_1/2 \sqrt{(k/\pi\rho_1)} \quad (3.28-3)$$

$$t_2'' = +b_1/2 \sqrt{(k/\pi\rho_1)} \quad (3.28-4)$$

และจากรูปที่ 3.2 , 3.3 และ 3.4 จะแสดงถึงแพทเทิร์นของการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพัดที่มีปลายลู่ออกในระนาบของสนามไฟฟ้า

จากการสังเกต สมการการแพร่กระจายของสนามไฟฟ้าจะเห็นว่าขนาดของ normalized pattern นั้น ไม่ได้รวม เทอมของ $(1 + \cos\theta)$ เมื่อพิจารณาแพทเทิร์นของคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$E_{\theta_n} = F(t_1', t_2') = [C(t_2') - C(t_1')] - j[S(t_2') - S(t_1')] \quad (3.29-1)$$

$$\begin{aligned} t_1' &= \sqrt{(k/\pi\rho_1)} (-b_1/2 - \rho_1 \sin\theta) \\ &= 2 \sqrt{(b_1^2/8\lambda\rho_1)} [-1 - 1/4(8\rho_1\lambda/b_1^2)(b_1\sin\theta/\lambda)] \\ &= 2 \sqrt{s} [-1 - 1/4(1/s)(b_1\sin\theta/\lambda)] \end{aligned} \quad (3.29-2)$$

$$\begin{aligned} t_2' &= \sqrt{(k/\pi\rho_1)} (+b_1/2 - \rho_1 \sin\theta) \\ &= 2 \sqrt{(b_1^2/8\lambda\rho_1)} [1 - 1/4(8\rho_1\lambda/b_1^2)(b_1\sin\theta/\lambda)] \\ &= 2 \sqrt{s} [1 - 1/4(1/s)(b_1\sin\theta/\lambda)] \end{aligned} \quad (3.29-3)$$

$$\text{โดยที่ } s = b_1^2/8\lambda\rho_1 \quad (3.29-4)$$

สำหรับค่า s ดังกล่าวนี้เป็นค่า normalization ซึ่งสามารถแสดงในรูปฟังก์ชันของ $b_1\sin\theta/\lambda$ ได้ ซึ่งการแสดงในรูปแบบนี้จะถูกเรียกว่า universal curves แสดงดังรูปที่ 3.5

โคเรกต์คิตตี้

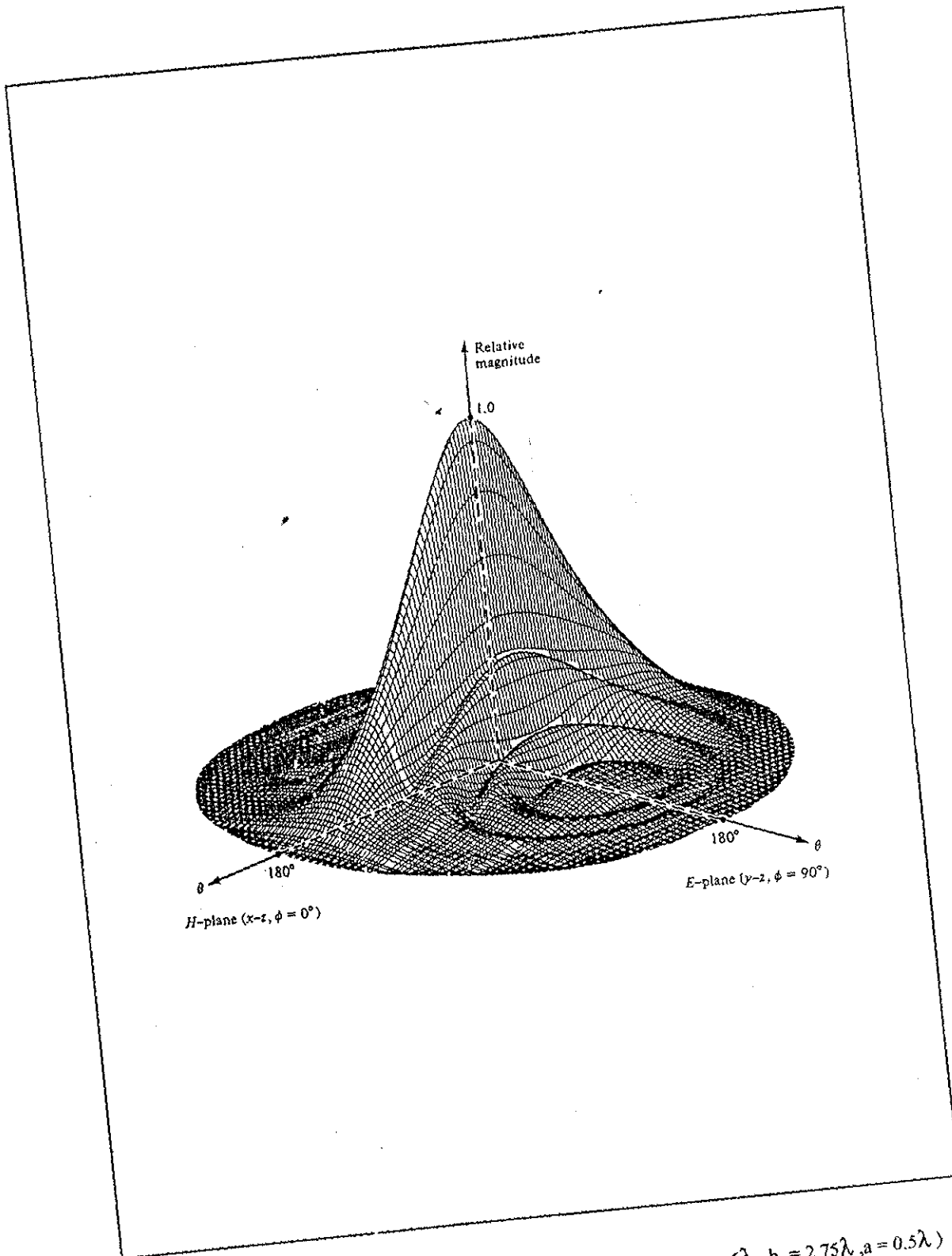
การหาค่าความสามารถในการชี้ทิศของสายอากาศ หรือ โคเรกต์คิตตี้ จาก นิยามของค่าโคเรกต์คิตตี้ จะได้ว่า

$$D = 4 \pi U_{\max} / P_{\text{rad}} \quad (3.30)$$

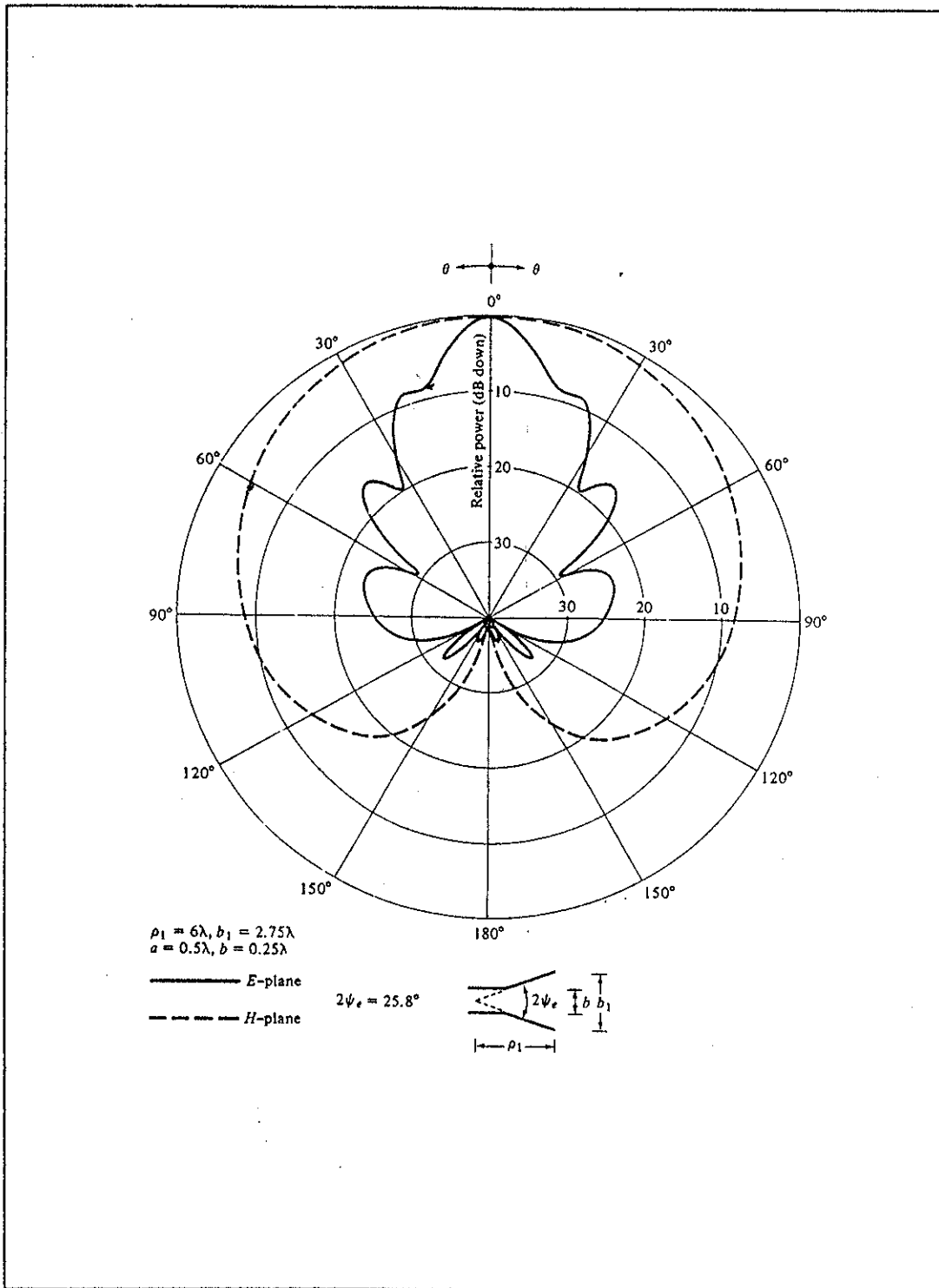
$$U_{\max} = U(\theta, \phi) \Big|_{\max} = r^2/2\eta |E|_{\max}^2 \quad (3.31)$$

สำหรับสายอากาศโดยส่วนใหญ่แล้ว ค่า $|E|_{\max}$ จะอยู่ใกล้ตามแนวแกน z ($\theta = 0$) ดังนั้น

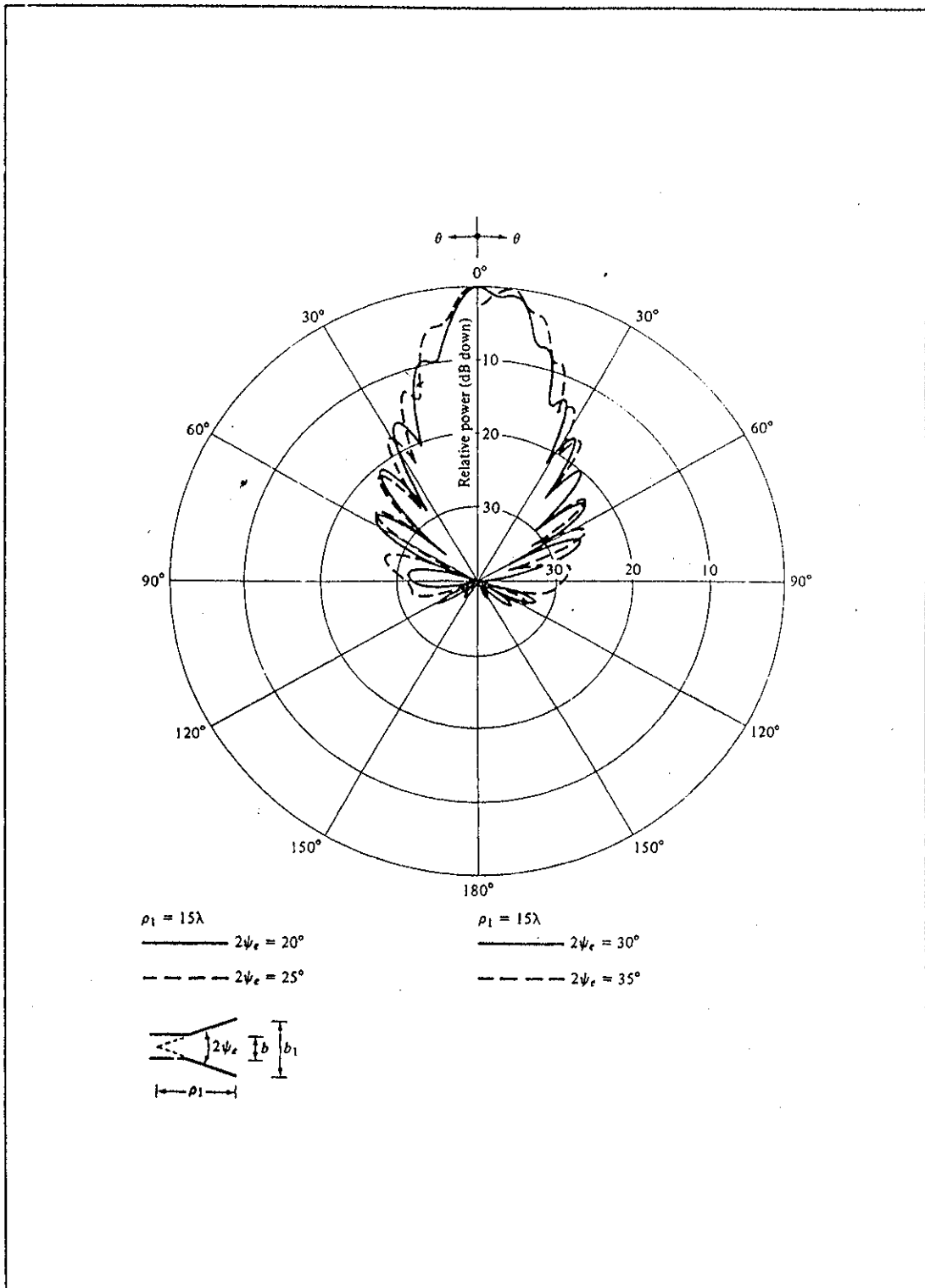
$$|E|_{\max} = [|E_\theta|_{\max}^2 + |E_\phi|_{\max}^2]^{1/2} = 2a \sqrt{\pi k \rho_1} / (\pi r^2) |E_1| |F(t)| \quad (3.32-1)$$



รูปที่ 3.2 แยกเทิร์นของสนามแบบสามมิติของ E-plane sectoral horn ($\rho_1 = 6\lambda$, $b_1 = 2.75\lambda$, $a = 0.5\lambda$)



รูปที่ 3.3 แพทเทิร์นของสนามในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของ E-plane sectoral horn



รูปที่ 3.4 แททเทิร์นของสนามในระนาบสนามไฟฟ้าของ E-plane sectoral horn ที่มีความยาวคงที่ และมีมุมเปิดของช่องเปิดต่างกัน

โดยที่ $|E_0|_{\max} = 2a\sqrt{\eta k\rho_1}/(\eta r^2) |E_1 \sin\phi F(t)|$ (3.32-2)

$|E_\phi|_{\max} = 2a\sqrt{\eta k\rho_1}/(\eta r^2) |E_1 \cos\phi F(t)|$ (3.32-3)

และ $F(t) = [C(t) - jS(t)]$ (3.32-4)

$t = b_1/2 \sqrt{(k/\eta\rho_1)} = b_1/\sqrt{2\lambda\rho_1}$ (3.32-5)

เนื่องจาก ที่ $\theta=0$ จะทำให้ได้ $k_x = 0, k_y = 0$

$t_1 = -t = -b_1/2 \sqrt{(k/\eta\rho_1)} = -b_1/\sqrt{2\lambda\rho_1}$ (3.32-6)

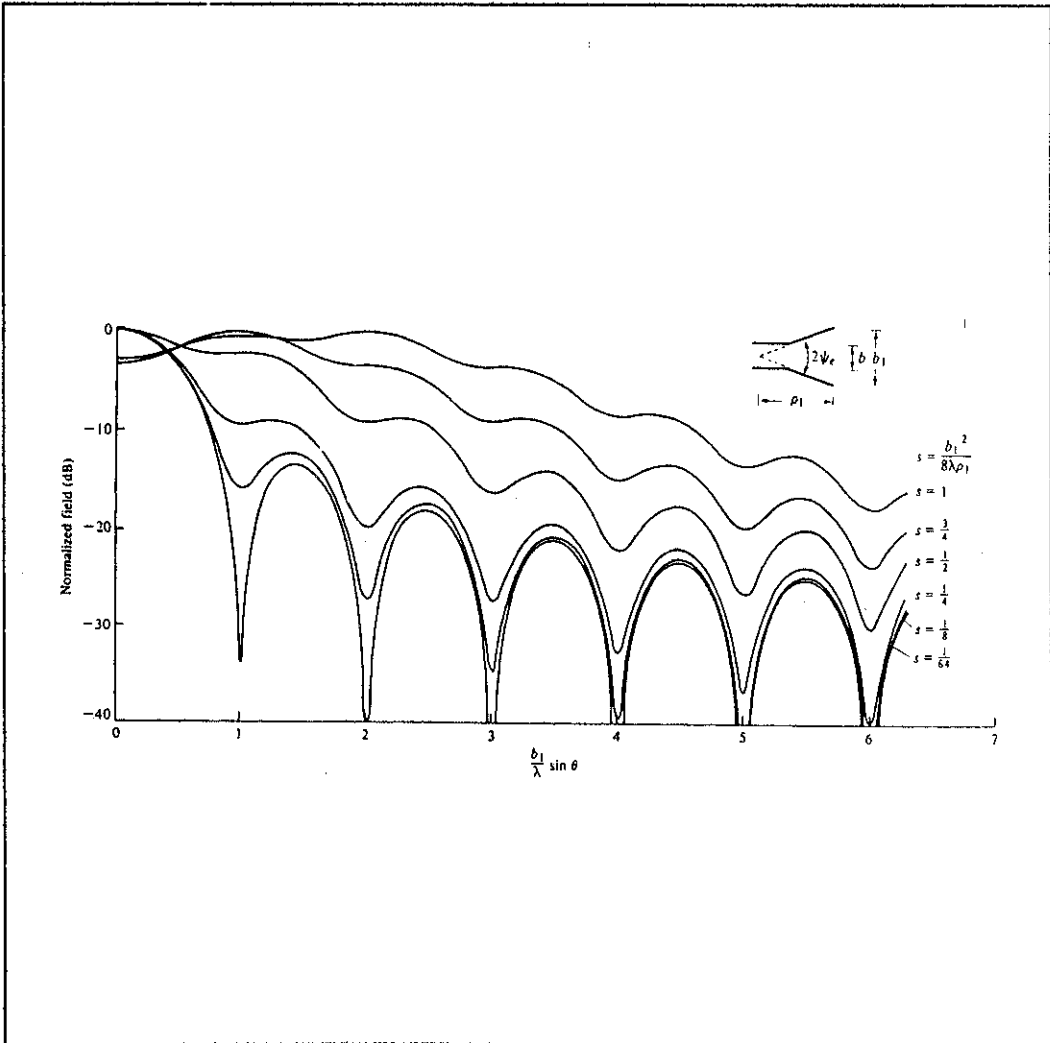
$t_2 = +t = +b_1/2 \sqrt{(k/\eta\rho_1)} = +b_1/\sqrt{2\lambda\rho_1}$ (3.32-7)

และ $C(-t) = -C(t)$ (3.32-8)

$S(-t) = -S(t)$ (3.32-9)

ดังนั้น $U_{\max} = r^2/2\eta |E|_{\max}^2 = 2a^2 k\rho_1/(\eta\lambda^3) |E_1|^2 |F(t)|^2$
 $= 4a^2 \rho_1/(\eta\lambda\eta^2) |E_1|^2 |F(t)|^2$ (3.33-1)

โดย $|F(t)|^2 = [C^2(b_1/\sqrt{2\lambda\rho_1}) + S^2(b_1/\sqrt{2\lambda\rho_1})]$ (3.33-2)



รูปที่ 3.5 E-plane universal pattern สำหรับ E-plane sectoral horns และ pyramidal horns

ในขณะที่ P_{rad} คือ กำลังของคลื่นที่ถูกส่งออกมาจากปากฮอร์น ซึ่งหาค่าได้ดังนี้

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{2} \iint \text{Re}(\mathbf{E}' \times \mathbf{H}'^*) \cdot d\mathbf{s}$$

$$= \frac{1}{2\eta} \iint_S |E_1|^2 \cos^2(\pi x'/a) dx' dy' \quad (3.34-1)$$

เมื่อ S เป็นพื้นผิวในช่วง

$$-a/2 \leq x' \leq a/2$$

$$-b_1/2 \leq y' \leq b_1/2$$

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{2\eta} \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a/2}^{a/2} |E_1|^2 \cos^2(\pi x'/a) dx' dy'$$

$$= |E_1|^2 / 2\eta \int_{-a/2}^{a/2} \cos^2(\pi x'/a) dx' \times \int_{-b_1/2}^{b_1/2} dy'$$

$$= |E_1|^2 / 2\eta \cdot (a/2) \cdot b_1 \quad (3.34-2)$$

ซึ่งจะทำให้ได้ว่า

$$P_{\text{rad}} = |E_1|^2 b_1 a / 4\eta \quad (3.34-3)$$

แทนค่าดังกล่าวนี้เพื่อหาค่าไคเรติกคิตีวี้ ของ สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัดที่มีปลายสูงในระนาบ E

$$D_E = 4\pi U_{\text{max}} / P_{\text{rad}} = 64a \rho_1 / (\pi \lambda b_1) |F(t)|^2$$

$$= 64a \rho_1 / (\pi \lambda b_1) [C^2(b_1 / \sqrt{2\lambda \rho_1}) + S^2(b_1 / \sqrt{2\lambda \rho_1})] \quad (3.35)$$

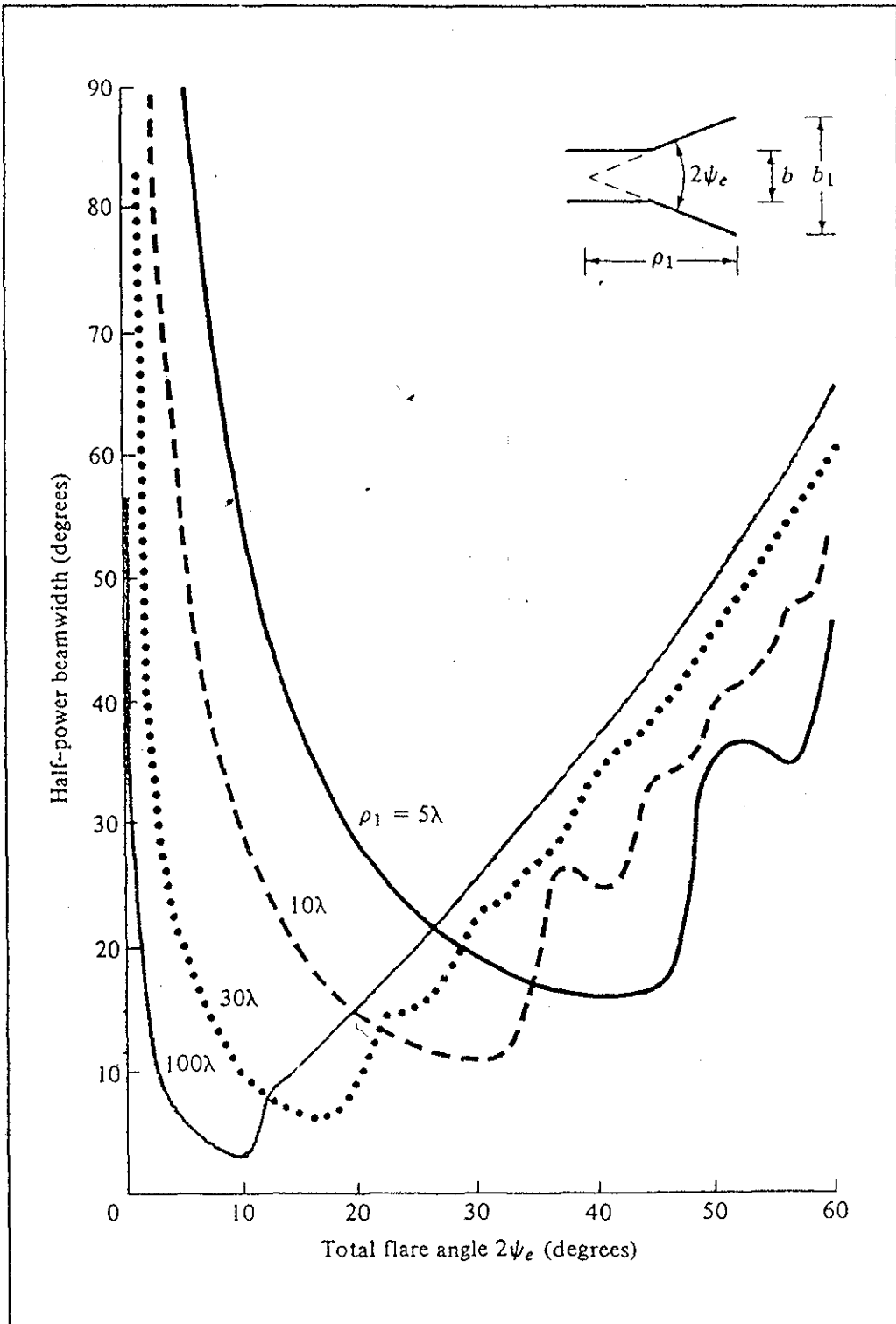
โดยทั่วไปแล้ว สมรรถภาพของระบบสายอากาศนั้นมักจะถูกพิจารณาโดย บีมวิทท์ (beamwidth) และ ไคเรติกคิตีวี้ของสายอากาศ โดยที่ half-power beamwidth (HPBW) ของสายอากาศนั้น เป็นฟังก์ชันของมุมเปิดของช่องเปิด ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 3.6 และสำหรับ ไคเรติกคิตีวี้ของสายอากาศ (ไคเรติกคิตีวี้ซึ่งเป็น normalized value เมื่อเทียบกับ ขนาดของช่องเปิด a ซึ่งมีค่าคงที่) จะเป็นฟังก์ชันกับขนาดของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพัดที่มีปลายสูงออกในระนาบ E ดังแสดงในรูปที่ 3.7 โดยที่ค่าของบีมวิทท์ที่มีค่าน้อยนั้นจะแสดงถึงว่า สายอากาศดังกล่าวนั้นมีค่าไคเรติกคิตีวี้ที่ดี ซึ่งจากรูปที่ 3.6 และ 3.7 แสดงให้เห็นว่า สายอากาศแบบฮอร์นที่มีปลายสูงออกไปในระนาบ E ที่ความยาวของฮอร์น ที่ค่าหนึ่งๆ นั้น จะมีมุมเปิดของช่องเปิด หรือ ขนาดของช่องเปิด ที่เหมาะสมอยู่ค่าหนึ่ง ซึ่งจะทำให้สายอากาศมีค่าไคเรติกคิตีวี้ สูงที่สุด

และ จากรูปที่ 3.7 จะแสดงให้เห็นว่า ค่า optimum directivity จะเกิดขึ้นเมื่อ

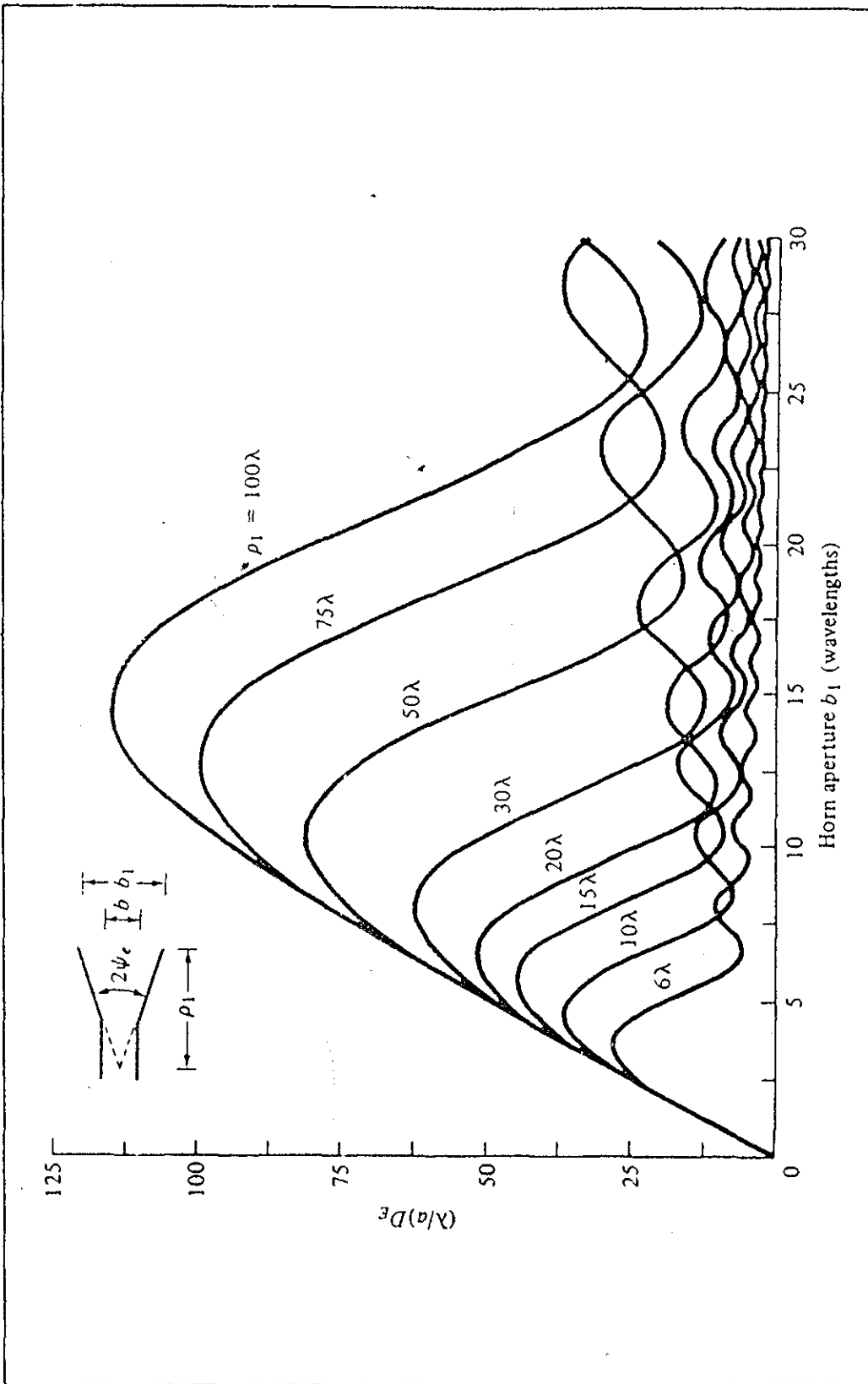
$$b_1 \approx \sqrt{2\lambda \rho_1} \quad (3.36)$$

หรือ อาจพิจารณาจากค่าของ $|F(t)|^2 = [C^2(b_1 / \sqrt{2\lambda \rho_1}) + S^2(b_1 / \sqrt{2\lambda \rho_1})]$ ซึ่งจะมีค่าสูงที่สุดเมื่อ $b_1 \approx \sqrt{2\lambda \rho_1}$ และที่ตำแหน่งนี้จะทำให้ได้ค่าไคเรติกคิตีวี้ที่มีค่าสูงสุดด้วย ซึ่งจะส่งผลให้ค่าของ s มีค่าเท่ากับ

$$s \Big|_{b_1 = \sqrt{2\lambda \rho_1}} = s_{\text{op}} = b_1^2 / (8\lambda \rho_1) \Big|_{b_1 = \sqrt{2\lambda \rho_1}} = 1/4 \quad (3.37)$$



รูปที่ 3.6 Half-power beamwidth ของ E-plane sectoral horn เป็นฟังก์ชันของมุมเปิดของช่องเปิด



รูปที่ 3.7 Normalized directivity ของ E - plane sectoral horn เป็นฟังก์ชันของ ขนาดช่องเปิด

3.2.2 สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัดที่มีปลายลู่ออกในระนาบของสนามแม่เหล็ก (H-plane sectoral horn)

สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัดที่มีปลายลู่ออกในระนาบ H นั้น เป็น สายอากาศที่ขยายปลายช่องเปิดของท่อนำคลื่นออกไปทางด้าน ที่ทิศทางของสนามแม่เหล็ก ซึ่งในกรณีนี้เป็นการลู่ออกทางแกน x ซึ่งระนาบ x-z เป็นระนาบของสนามแม่เหล็ก (H-plane) ดังนั้นจึงเป็นการลู่ออกในระนาบสนามแม่เหล็ก ซึ่งจะเรียกสายอากาศแบบนี้ว่า สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัดที่มีปลายลู่ออกในระนาบ H (H-plane sectoral horn)

เมื่อพิจารณาถึง การกระจายของคลื่นจากสายอากาศ และถ้าเราสมมติว่า จุดยอดสมมติของฮอร์น ซึ่งแสดงเป็นเส้นประ มีแหล่งกำเนิดคลื่นเชิงเส้นที่การแพร่กระจายคลื่นแบบทรงกระบอก เมื่อการเดินทางของคลื่นมีทิศทางพุ่งออกตามแนวรัศมี จะปรากฏว่าที่จุด x' ใดๆ ที่ช่องเปิดของฮอร์นนั้น เฟสของสนามจะไม่เท่ากับเฟสที่จุดกำเนิด ($x' = 0$) ความต่างเฟสที่เกิดขึ้นนี้ เนื่องมาจาก คลื่นมีการเดินทางจากตำแหน่งจุดยอดมาถึงช่องเปิดของฮอร์น โดยใช้ระยะทางต่างกัน ดังนั้น การลู่ออกเป็นรูปฮอร์นจะทำให้เฟสของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่จุดต่างๆ บนของเปิดตรงปากของฮอร์นไม่เท่ากัน และ ถ้าให้ความแตกต่างของระยะทางนี้ เป็น $\delta(x')$

จากรูป สำหรับจุด x' ใดๆ จะได้ว่า

$$[\rho_2 + \delta(x')]^2 = \rho_2'^2 + (x')^2 \quad (3.40)$$

หรือ

$$\delta(x') = -\rho_2 + [\rho_2'^2 + (x')^2]^{1/2} = -\rho_2 + \rho_2[1 + (x'/\rho_2)^2]^{1/2} \quad (3.41-1)$$

ใช้ Binomial expansion และพิจารณาเฉพาะ 2 เทอมแรก จะได้ว่า

$$\delta(x') \cong -\rho_2 + \rho_2[1 + \frac{1}{2}(x'/\rho_2)^2] = \frac{1}{2}(x'^2/\rho_2) \quad (3.41-2)$$

ซึ่งจะทำให้เฟสของสนามที่ตำแหน่ง x' ใดๆ นั้นต่างจากเฟสที่จุดกำเนิดเป็น

$$k \delta(x') = (k/2)(x'^2/\rho_2) \quad (3.41-3)$$

การแพร่กระจายของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

การหาสนามที่แพร่กระจายออกไปโดยสายอากาศแบบฮอร์น ซึ่งจะกำหนดให้พื้นผิวปิดที่ใช้เป็นพื้นผิวของแผ่นอนันต์ ที่ครอบคลุมบริเวณปากของฮอร์น ซึ่งจากการพิจารณาตามขั้นตอนของสมการการแพร่กระจายคลื่น จะสามารถทำได้ดังนี้

- จากการแพร่กระจายของสนามที่ผ่านทะลุพื้นที่หน้าตัดของท่อนำคลื่น ตามสมการที่ (3.3) และ (3.4) จะได้ว่า

$$\mathbf{E}_n = a_y E_0 \quad \text{โดยที่} \quad -a/2 \leq x' \leq a/2$$

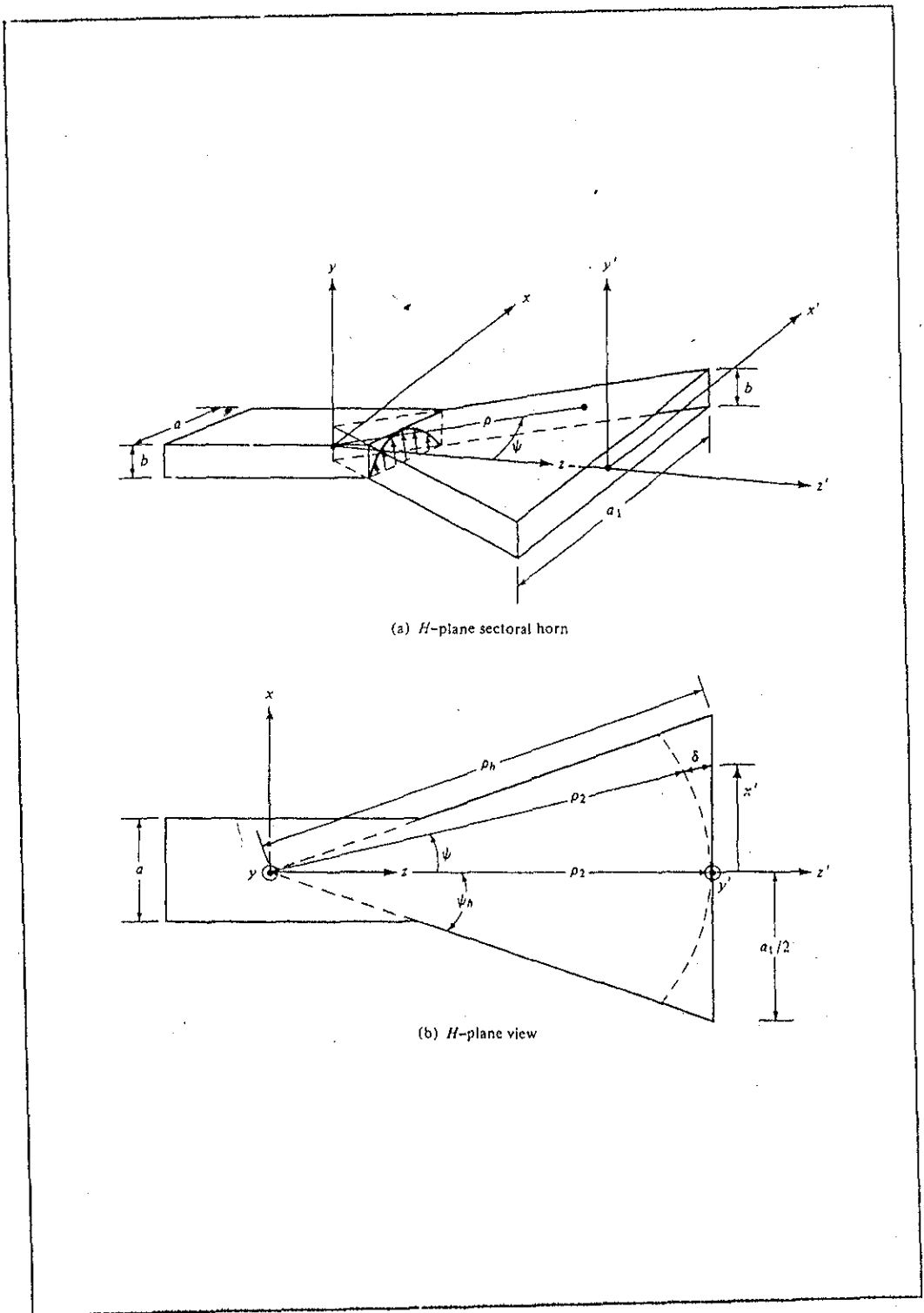
$$\mathbf{H}_n = -a_x E_0 / \eta \quad -b/2 \leq y' \leq b/2$$

- ทำการหาค่าของความหนาแน่นของกระแสสมมูล \mathbf{J}_s และ \mathbf{M}_s โดยใช้สมการที่ (2.21) และ (2.22) ตามลำดับ

$$\text{โดยที่} \quad E_0 = E_2 \cos(\pi x' / a_1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_s &= \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_n \cdot \mathbf{H}) \Big|_{H=0} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}_n \\ &= a_z \times -a_x E_0 / \eta \\ &= -a_y E_2 / \eta \cos(\pi x' / a_1) \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned}
 M_s &= -\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_n - \mathbf{E}) \Big|_{E=0} = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}_s \\
 &= -a_z \times a_y E_0 \\
 &= a_x E_2 \cos(\psi x' / a_1)
 \end{aligned}
 \tag{3.43}$$



รูปที่ 3.9 สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัดที่มีปลายคู่ออกในระนาบของสนามแม่เหล็ก

ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นของกระแสสมมูลที่ตัวขอรันเท่ากับ

$$J_y = -E_2/\eta \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{-jk\delta(x')} \quad \text{โดยที่ } -a_1/2 \leq x' \leq a_1/2 \quad (3.44)$$

$$M_x = E_2 \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{-jk\delta(x')} \quad -b/2 \leq y' \leq b/2 \quad (3.45)$$

และ $J_z = M_y = 0$ สำหรับตำแหน่งอื่นๆ

โดยที่เทอม $e^{-jk\delta(x')}$ จะแสดงถึง ผลของความต่างเฟสที่เกิดขึ้น เนื่องจาก คลื่นมีการเดินทางจาก

ตำแหน่งจุดยอดมาถึงช่องเปิดของขอรัน โดยใช้ระยะทางต่างกัน

ใช้สมการที่ (2.20-1) - (2.20-4) หาค่า $N_\theta, N_\phi, L_\theta$ และ L_ϕ ตามลำดับ

จากสมการที่ (2.20-1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} N_\theta &= \iint_S [J_x \cos\theta \cos\phi + J_y \cos\theta \sin\phi - J_z \sin\theta] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \iint_S [J_y \cos\theta \sin\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [-E_2/\eta \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{-jk\delta(x')} \cos\theta \sin\phi] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= -E_2/\eta \cos\theta \sin\phi \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{-jk\delta(x')}] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= -E_2/\eta \cos\theta \sin\phi I_1 I_2 \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } I_1 &= \int_{-b/2}^{b/2} e^{+jk y' \sin\theta \sin\phi} dy' \\ &= b [\sin(kb/2 \sin\theta \sin\phi) / (kb/2 \sin\theta \sin\phi)] \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$I_2 = \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{-jk[\delta(x') - x' \sin\theta \cos\phi]}] dx' \quad (3.48)$$

$$\text{แทนค่า } \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) = [\exp(j\sqrt{\epsilon} x'/a_1) + \exp(-j\sqrt{\epsilon} x'/a_1)] / 2 \quad (3.49)$$

$$I_2 = 1/2 \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\exp(j\sqrt{\epsilon} x'/a_1) + \exp(-j\sqrt{\epsilon} x'/a_1)] e^{-jk[\delta(x') - x' \sin\theta \cos\phi]} dx'$$

$$\text{ถ้ากำหนดให้ } I_2 = I_2' + I_2'' \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} I_2' &= 1/2 \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \exp(j\sqrt{\epsilon} x'/a_1) [e^{-jk[\delta(x') - x' \sin\theta \cos\phi]}] dx' \\ &= 1/2 \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\exp(+ (j\sqrt{\epsilon} x'/a_1) - jk[(x'^2/2\rho_2) - x' \sin\theta \cos\phi])] dx' \\ &= 1/2 \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\exp(-j [k x'^2/(2\rho_2) - k_x' x'])] dx' \\ &= 1/2 \exp(j k_x' \rho_2 / 2k) \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\exp(-j [(k x' - k_x' \rho_2)^2 / (2 k_x' \rho_2)])] dx' \end{aligned} \quad (3.51)$$

ทำการเปลี่ยนตัวแปรของการอินทิเกรต

$$\sqrt{(\epsilon/2)} t = \sqrt{(1/2k\rho_2)} (k x' - k_x' \rho_2) \quad (3.52-1)$$

$$t = \sqrt{(1/\sqrt{\epsilon}k\rho_2)} (k x' - k_x' \rho_2) \quad (3.52-2)$$

$$dt = \sqrt{(k/\sqrt{\epsilon}\rho_2)} dx' \quad (3.52-3)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
I_2' &= \frac{1}{2} \sqrt{(\eta \rho_2 / k)} \exp(jk_x''^2 \rho_2 / 2k) \int_{t_1'}^{t_2'} \exp(-j(\eta/2)t^2) dt \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{(\eta \rho_2 / k)} \exp(jk_x''^2 \rho_2 / 2k) \int_{t_1'}^{t_2'} [\cos(\eta t^2 / 2) - j \sin(\eta t^2 / 2)] dt \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{(\eta \rho_2 / k)} \exp(jk_x''^2 \rho_2 / 2k) \{ [C(t_2') - C(t_1')] - j [S(t_2') - S(t_1')] \} \quad (3.53-1)
\end{aligned}$$

$$\text{และ } t_1' = \sqrt{(1/\eta k \rho_2)} (-ka_1/2 - k_x \rho_2) \quad (3.53-2)$$

$$t_2' = \sqrt{(1/\eta k \rho_2)} (ka_1/2 - k_x \rho_2) \quad (3.53-3)$$

$$k_x' = k \sin \theta \cos \phi + \eta / a \quad (3.53-4)$$

และ

$$\begin{aligned}
I_2'' &= \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \exp(-j\eta x' / a_1) [e^{jk_x' \delta(x') - x' \sin \theta \cos \phi}] dx' \\
&= \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \exp(-j\eta x' / a_1) \exp(-jk_x' [(x''/2\rho_2) - x' \sin \theta \cos \phi]) dx' \\
&= \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \exp(-j[k_x''^2 / (2\rho_2) - k_x'' x']) dx' \\
&= \frac{1}{2} \exp(jk_x''^2 \rho_2 / 2k) \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \exp(-j[(k_x'' - k_x'' \rho_2)^2 / (2k_x'' \rho_2)]) dx' \quad (3.54-1)
\end{aligned}$$

ทำการเปลี่ยนตัวแปรของภาวะอินทิเกรต โดยใช้สมการที่ (3.50-1) - (3.50-3) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
I_2'' &= \frac{1}{2} \sqrt{(\eta \rho_2 / k)} \exp(jk_x''^2 \rho_2 / 2k) \int_{t_1''}^{t_2''} \exp(-j(\eta/2)t^2) dt \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{(\eta \rho_2 / k)} \exp(jk_x''^2 \rho_2 / 2k) \int_{t_1''}^{t_2''} [\cos(\eta t^2 / 2) - j \sin(\eta t^2 / 2)] dt \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{(\eta \rho_2 / k)} \exp(jk_x''^2 \rho_2 / 2k) \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j [S(t_2'') - S(t_1'')] \} \quad (3.54-2)
\end{aligned}$$

$$\text{และ } t_1'' = \sqrt{(1/\eta k \rho_2)} (-ka_1/2 - k_x'' \rho_2) \quad (3.54-3)$$

$$t_2'' = \sqrt{(1/\eta k \rho_2)} (ka_1/2 - k_x'' \rho_2) \quad (3.54-4)$$

$$k_x'' = k \sin \theta \cos \phi - \eta / a \quad (3.54-5)$$

โดยที่ $C(x)$ และ $S(x)$ เป็นโคไซน์และไซน์ของเฟรสเนลอินทิกรัล (Fresnel integrals) ซึ่ง

$$C(x) = \int_0^x \cos(\eta t^2 / 2) dt$$

$$S(x) = \int_0^x \sin(\eta t^2 / 2) dt$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
N_0 &= -E_2 / \eta \cos \theta \sin \phi \times \{ b [\sin(kb/2 \sin \theta \sin \phi) / (kb/2 \sin \theta \sin \phi)] \} \\
&\quad \times \frac{1}{2} \sqrt{(\eta \rho_2 / k)} [\exp(jk_x''^2 \rho_2 / 2k) \{ [C(t_2') - C(t_1')] - j [S(t_2') - S(t_1')] \} + \\
&\quad \exp(jk_x''^2 \rho_2 / 2k) \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j [S(t_2'') - S(t_1'')] \}] \quad (3.55)
\end{aligned}$$

$$= -E_2 b/2 \sqrt{(\eta \rho_2 / k)} \times \{ \cos \theta \sin \phi (\sin Y / Y) [\exp(jf_1) \cdot F(t_1', t_2') + \exp(jf_2) \cdot F(t_1'', t_2'')] \} \quad (3.56-1)$$

$$\text{โดยที่ } F(t_1, t_2) = [C(t_2) - C(t_1)] - j [S(t_2) - S(t_1)] \quad (3.56-2)$$

$$\text{และ } f_1 = k_x''^2 \rho_2 / (2k) \quad (3.56-3)$$

$$f_2 = k_x''^2 \rho_2 / (2k) \quad (3.56-4)$$

$$Y = (kb/2) \sin\theta \sin\phi \quad (3.56-5)$$

จากสมการที่ (2.20-2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} N_\phi &= \iint_S [-J_x \sin\phi + J_y \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \iint_S [J_y \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [-E_z/\eta \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{-jk \delta(x')} \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= -E_z/\eta \cos\phi \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{-jk \delta(x')}] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= -E_z/\eta \cos\phi I_1 I_2 \end{aligned} \quad (3.57)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} N_\phi &= -E_z b/2 \sqrt{(\epsilon \rho_z/k)} \\ &\quad \times \{ \cos\phi (\sin Y/Y) [\exp(jf_1) \cdot F(t_1', t_2') + \exp(jf_2) \cdot F(t_1'', t_2'')] \} \end{aligned} \quad (3.58)$$

จากสมการที่ (2.20-3) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} L_\theta &= \iint_S [M_x \cos\theta \cos\phi + M_y \cos\theta \sin\phi - M_z \sin\theta] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \iint_S [M_x \cos\theta \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [E_2 \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{-jk \delta(x')} \cos\theta \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= E_2 \cos\theta \cos\phi \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{-jk \delta(x')}] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= E_2 \cos\theta \cos\phi I_1 I_2 \end{aligned} \quad (3.59)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} L_\theta &= -E_2 b/2 \sqrt{(\epsilon \rho_z/k)} \\ &\quad \times \{ \cos\theta \cos\phi (\sin Y/Y) [\exp(jf_1) \cdot F(t_1', t_2') + \exp(jf_2) \cdot F(t_1'', t_2'')] \} \end{aligned} \quad (3.60)$$

จากสมการที่ (2.20-4) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} L_\phi &= \iint_S [-M_x \sin\phi + M_y \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \iint_S [-M_x \sin\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [-E_2 \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{-jk \delta(y')} \sin\phi] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= -E_2 \sin\phi \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{-jk \delta(y')}] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= -E_2 \sin\phi I_1 I_2 \end{aligned} \quad (3.61)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} L_\phi &= -E_2 b/2 \sqrt{(\epsilon \rho_z/k)} \\ &\quad \times \{ \sin\phi (\sin Y/Y) [\exp(jf_1) \cdot F(t_1', t_2') + \exp(jf_2) \cdot F(t_1'', t_2'')] \} \end{aligned} \quad (3.62)$$

- ทำการหาค่าสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายออกจากปากฮอร์น โดยใช้สมการที่ (2.17-1) - (2.17-3) ซึ่งจะทำให้ได้ค่าขององค์ประกอบสนามไฟฟ้าเป็นดังนี้

$$E_r = 0 \quad (3.63-1)$$

$$E_\theta = j E_2 b \sqrt{(k\rho_2/\pi)} \cdot e^{-jkr} / 8r \times \{ \sin\phi (1 + \cos\theta) \cdot \sin(Y)/Y \\ [\exp(jf_1) \cdot F(t_1', t_2') + \exp(jf_2) \cdot F(t_1'', t_2'')] \} \quad (3.63-2)$$

$$E_\phi = j E_2 b \sqrt{(k\rho_2/\pi)} \cdot e^{-jkr} / 8r \times \{ \cos\phi (1 + \cos\theta) \cdot \sin(Y)/Y \\ [\exp(jf_1) \cdot F(t_1', t_2') + \exp(jf_2) \cdot F(t_1'', t_2'')] \} \quad (3.63-3)$$

โดยที่ $F(t_1, t_2) = [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \quad (3.63-4)$

$$t_1' = \sqrt{(1/\pi)k\rho_2} \cdot (-ka_1/2 - k_x' \rho_2) \quad (3.63-5)$$

$$t_2' = \sqrt{(1/\pi)k\rho_2} \cdot (+ka_1/2 - k_x' \rho_2) \quad (3.63-6)$$

$$k_x' = k \sin\theta \cos\phi + (\pi/a_1) \quad (3.63-7)$$

$$t_1'' = \sqrt{(1/\pi)k\rho_2} \cdot (-ka_1/2 - k_x'' \rho_2) \quad (3.63-8)$$

$$t_2'' = \sqrt{(1/\pi)k\rho_2} \cdot (+ka_1/2 - k_x'' \rho_2) \quad (3.63-9)$$

$$k_x'' = k \sin\theta \cos\phi - (\pi/a_1) \quad (3.63-10)$$

$C(t)$ และ $S(t)$ เป็น cosine และ sine ของ Fresnel integrals

$$\text{และ } f_1 = k_x'^2 \rho_2 / (2k) \quad (3.63-11)$$

$$f_2 = k_x''^2 \rho_2 / (2k) \quad (3.63-12)$$

$$Y = (kb/2) \sin\theta \sin\phi \quad (3.63-13)$$

ใน principal E-plane และ H-plane, จะได้สนามไฟฟ้าดังนี้

E-plane ($\phi = \pi/2$)

$$E_r = E_\phi = 0 \quad (3.64-1)$$

$$E_\theta = j E_2 b \sqrt{(k\rho_2/\pi)} \cdot e^{-jkr} / 8r \times \{ (1 + \cos\theta) \cdot \sin(Y)/Y \\ [\exp(jf_1) \cdot F(t_1', t_2') + \exp(jf_2) \cdot F(t_1'', t_2'')] \} \quad (3.64-2)$$

$$Y = (kb/2) \sin\theta \quad (3.64-3)$$

$$k_x' = +\pi/a_1 \quad (3.64-4)$$

$$k_x'' = -\pi/a_1 \quad (3.64-5)$$

H-plane ($\phi = 0$)

$$E_r = E_\theta = 0 \quad (3.65-1)$$

$$E_\phi = j E_2 b \sqrt{(k\rho_2/\pi)} \cdot e^{-jkr} / 8r \times \{ (1 + \cos\theta) \cdot \\ [\exp(jf_1) \cdot F(t_1', t_2') + \exp(jf_2) \cdot F(t_1'', t_2'')] \} \quad (3.65-2)$$

$$k_x' = k \sin\theta + (\pi/a_1) \quad (3.65-3)$$

$$k_x'' = k \sin\theta - (\pi/a_1) \quad (3.65-4)$$

และจากรูปที่ 3.10 , 3.11 และ 3.12 จะแสดงถึง แพทเทิร์นของกรแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบฮอร์นรูปตัดที่มีปลายคู่ออกในระนาบของสนามแม่เหล็ก

และสำหรับ universal curve ของ H-plane sectoral horn จะพิจารณาจาก สนามไฟฟ้าใน H-plane ของ H-plane sectoral horn ซึ่งจะไม่ได้รวมเทอมของ $(1+\cos\theta)$ ดังนั้นจะได้ normalized electric field ดังนี้

$$E_{\phi_n} = [\exp(jf_1) \cdot F(t_1', t_2') + \exp(jf_2) \cdot F(t_1'', t_2'')] \quad (3.66-1)$$

$$F(t_1, t_2) = [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)]$$

$$\begin{aligned} f_1 &= k_x'^2 \rho_2 / (2k) = \rho_2 / (2k) (k \sin\theta + \pi/a_1)^2 \\ &= \pi/8 (1/t) (a_1 \sin\theta / \lambda)^2 [1 + 1/2(\lambda/a_1 \sin\theta)]^2 \end{aligned} \quad (3.66-2)$$

$$\begin{aligned} f_2 &= k_x''^2 \rho_2 / (2k) = \rho_2 / (2k) (k \sin\theta - \pi/a_1)^2 \\ &= \pi/8 (1/t) (a_1 \sin\theta / \lambda)^2 [1 - 1/2(\lambda/a_1 \sin\theta)]^2 \end{aligned} \quad (3.66-3)$$

$$\begin{aligned} t_1' &= \sqrt{(1/\pi k \rho_2)} (-ka_1/2 - k_x' \rho_2) \\ &= 2\sqrt{t} [-1 - 1/4(1/t)(a_1 \sin\theta / \lambda) - 1/8(1/t)] \end{aligned} \quad (3.66-4)$$

$$\begin{aligned} t_2' &= \sqrt{(1/\pi k \rho_2)} (+ka_1/2 - k_x' \rho_2) \\ &= 2\sqrt{t} [+1 - 1/4(1/t)(a_1 \sin\theta / \lambda) - 1/8(1/t)] \end{aligned} \quad (3.66-5)$$

$$\begin{aligned} t_1'' &= \sqrt{(1/\pi k \rho_2)} (-ka_1/2 - k_x'' \rho_2) \\ &= 2\sqrt{t} [-1 - 1/4(1/t)(a_1 \sin\theta / \lambda) + 1/8(1/t)] \end{aligned} \quad (3.66-6)$$

$$\begin{aligned} t_2'' &= \sqrt{(1/\pi k \rho_2)} (+ka_1/2 - k_x'' \rho_2) \\ &= 2\sqrt{t} [+1 - 1/4(1/t)(a_1 \sin\theta / \lambda) + 1/8(1/t)] \end{aligned} \quad (3.66-7)$$

$$\text{โดยที่ } t = a_1^2 / (8\lambda\rho_2) \quad (3.66-8)$$

สำหรับค่าของ t ดังกล่าวนี้เป็นค่า normalization ซึ่งสามารถแสดงในรูปฟังก์ชันของ $a_1 \sin\theta / \lambda$ ได้ ซึ่งจะได้ universal curve สำหรับสายอากาศ ดังรูปที่ 3.13

ไดเรกต์วิตี

การหาค่าความสามารถในการชี้ทิศของสายอากาศ หรือ ไดเรกต์วิตี จาก นิยามของค่าไดเรกต์วิตี จะได้ว่า

$$D = 4\pi U_{\max} / P_{\text{rad}}$$

$$U_{\max} = U(\theta, \phi) \Big|_{\max} = r^2 / 2\eta |E|_{\max}^2$$

สำหรับสายอากาศโดยส่วนใหญ่แล้ว ค่า $|E|_{\max}$ จะอยู่ใกล้ตามแนวแกน z ($\theta=0$) ดังนั้นจะได้ว่า

$$|E_0|_{\max} = |E_2| (b/4r) \sqrt{(2\rho_2/\lambda)} |\sin\phi| [|\exp(jf_1) \cdot F(t_1', t_2') + \exp(jf_2) \cdot F(t_1'', t_2'')|]$$

$$= |E_2| (b/4r) \sqrt{(2\rho_2/\lambda)} |\sin\phi| \left| \{ [C(t_2') - C(t_1')] - j[S(t_2') - S(t_1')] \} + \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j[S(t_2'') - S(t_1'')] \} \right| \quad (3.67)$$

$$\text{และ } t_1' = \sqrt{(1/\eta k\rho_2)} \cdot (-ka_1/2 - \eta\rho_2/a) \quad (3.68-1)$$

$$t_2' = \sqrt{(1/\eta k\rho_2)} \cdot (+ka_1/2 - \eta\rho_2/a) \quad (3.68-2)$$

$$t_1'' = \sqrt{(1/\eta k\rho_2)} \cdot (-ka_1/2 + \eta\rho_2/a) = -t_2' = u \quad (3.68-3)$$

$$t_2'' = \sqrt{(1/\eta k\rho_2)} \cdot (+ka_1/2 + \eta\rho_2/a) = -t_1' = v \quad (3.68-4)$$

และเนื่องจาก

$$C(-x) = -C(x)$$

$$S(-x) = -S(x)$$

$$|E_\theta|_{\max} = |E_2| (b/4r) \sqrt{(2\rho_2/\lambda)} |\sin\phi| \left| \{ [C(t_2') + C(t_2'') - C(t_1') - C(t_1'')] - j[S(t_2') + S(t_2'') - S(t_1') - S(t_1'')] \} \right| \quad (3.69)$$

$$\text{ดังนั้น } |E_\theta|_{\max} = |E_2| (b/r) \sqrt{(\rho_2/2\lambda)} \left| \sin\phi \{ [C(u) - C(v)] - j[S(u) - S(v)] \} \right| \quad (3.70-1)$$

$$\text{โดย } u = t_2'' = -t_1' \\ = \sqrt{(1/\eta k\rho_2)} \cdot (+ka_1/2 + (\eta/a_1)\rho_2) = (\sqrt{(\lambda\rho_2)}/a_1 + a_1/\sqrt{(\lambda\rho_2)})/\sqrt{2} \quad (3.70-2)$$

$$v = t_1'' = -t_2' \\ = \sqrt{(1/\eta k\rho_2)} \cdot (-ka_1/2 + (\eta/a_1)\rho_2) = (\sqrt{(\lambda\rho_2)}/a_1 - a_1/\sqrt{(\lambda\rho_2)})/\sqrt{2} \quad (3.70-3)$$

และเช่นเดียวกัน

$$|E_\phi|_{\max} = |E_2| (b/4r) \sqrt{(2\rho_2/\lambda)} |\cos\phi| \left| \{ [\exp(jf_1) \cdot F(t_1', t_2') + \exp(jf_2) \cdot F(t_1'', t_2'')] \} \right| \\ = |E_2| (b/4r) \sqrt{(2\rho_2/\lambda)} |\cos\phi| \left| \{ [C(t_2') - C(t_1')] - j[S(t_2') - S(t_1')] \} + \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j[S(t_2'') - S(t_1'')] \} \right| \quad (3.71)$$

ดังนั้น

$$|E_\phi|_{\max} = |E_2| (b/r) \sqrt{(\rho_2/2\lambda)} \left| \cos\phi \{ [C(u) - C(v)] - j[S(u) - S(v)] \} \right| \quad (3.72)$$

- หาค่าของ $|E|_{\max}$

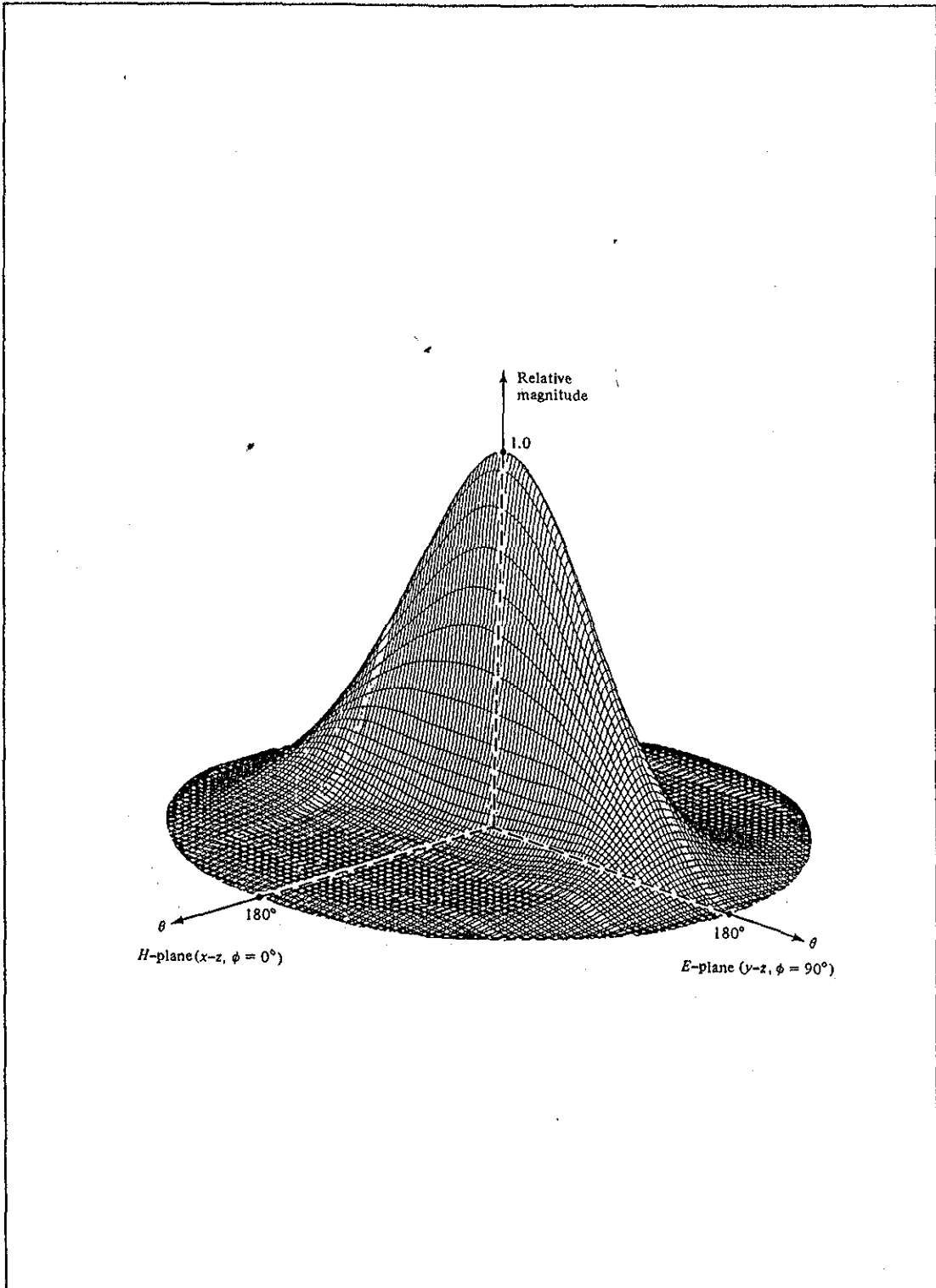
$$|E|_{\max} = [|E_\theta|_{\max}^2 + |E_\phi|_{\max}^2]^{1/2} \\ = |E_2| (b/r) \sqrt{(\rho_2/2\lambda)} \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \}^{1/2} \quad (3.73-1)$$

$$\text{โดยที่ } u = \sqrt{(1/\eta k\rho_2)} \cdot (+ka_1/2 + (\eta/a_1)\rho_2) = (\sqrt{(\lambda\rho_2)}/a_1 + a_1/\sqrt{(\lambda\rho_2)})/\sqrt{2} \quad (3.73-2)$$

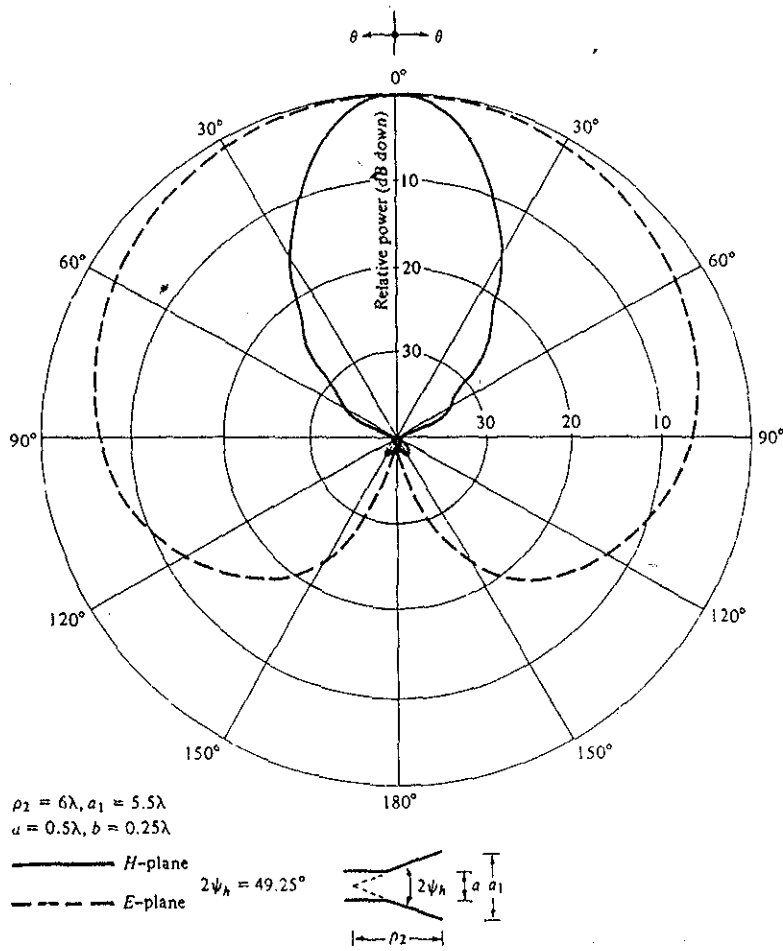
$$v = \sqrt{(1/\eta k\rho_2)} \cdot (-ka_1/2 + (\eta/a_1)\rho_2) = (\sqrt{(\lambda\rho_2)}/a_1 - a_1/\sqrt{(\lambda\rho_2)})/\sqrt{2} \quad (3.73-3)$$

ดังนั้น จะได้ว่า

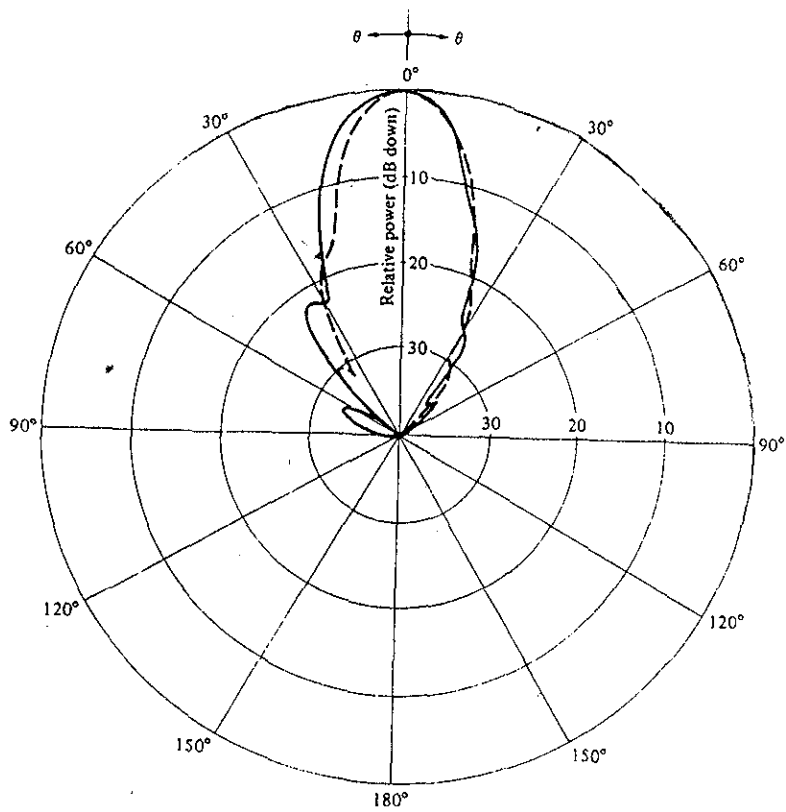
$$U_{\max} = r^2/2\eta |E|_{\max}^2 = |E_2|^2 (b^2 \rho_2/4\eta\lambda) \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \} \quad (3.74)$$



รูปที่ 3.10 แพทเทิร์นของสนามแบบสามมิติของ H-plane sectoral horn ($\rho_2 = 6\lambda$, $b = 0.5\lambda$, $a_1 = 5.5\lambda$)



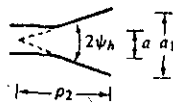
รูปที่ 3.11 แพทเทิร์นของสนามในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของ H-plane sectoral horn



$$\rho_2 = 12\lambda$$

$$\text{---} 2\psi_h = 15^\circ$$

$$\text{- - -} 2\psi_h = 20^\circ$$

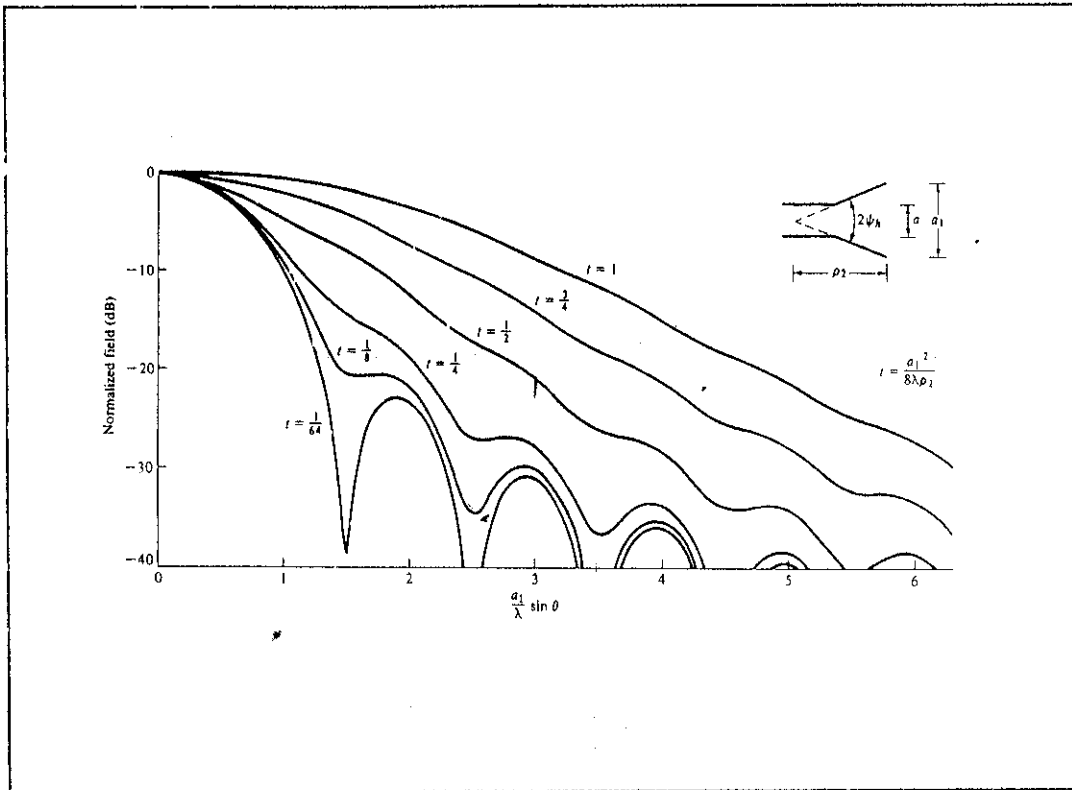


$$\rho_2 = 12\lambda$$

$$\text{---} 2\psi_h = 25^\circ$$

$$\text{- - -} 2\psi_h = 30^\circ$$

รูปที่ 3.12 แพทเทิร์นของสนามในระนาบสนามไฟฟ้าของ H-plane sectoral horn ที่มีความยาวคงที่ และมีมุมเปิดของช่องเปิดต่างกัน



รูปที่ 3.13 H-plane universal pattern สำหรับ H-plane sectoral horns และ pyramidal horns

ในขณะที่ P_{rad} คือ กำลังของคลื่นที่ถูกส่งออกมาจากปากฮอร์น ซึ่งหาค่าได้ดังนี้

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{2} \iint_S \text{Re}(\mathbf{E}' \times \mathbf{H}'^*) \cdot d\mathbf{s}$$

$$= \frac{1}{2\eta} \iint_S |E_2|^2 \cos^2(\pi x'/a_1) dx' dy' \quad (3.75-1)$$

เมื่อ S เป็นพื้นผิวในช่วง

$$-a_1/2 \leq x' \leq a_1/2$$

$$-b/2 \leq y' \leq b/2$$

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{2\eta} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} |E_2|^2 \cos^2(\pi x'/a_1) dx' dy'$$

$$= |E_2|^2 / 2\eta \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \cos^2(\pi x'/a_1) dx' \times \int_{-b/2}^{b/2} dy'$$

$$= |E_2|^2 / 2\eta \cdot (a_1/2) \cdot b \quad (3.75-2)$$

ซึ่งจะทำให้ได้ว่า

$$P_{\text{rad}} = |E_2|^2 b a_1 / 4\eta \quad (3.75-3)$$

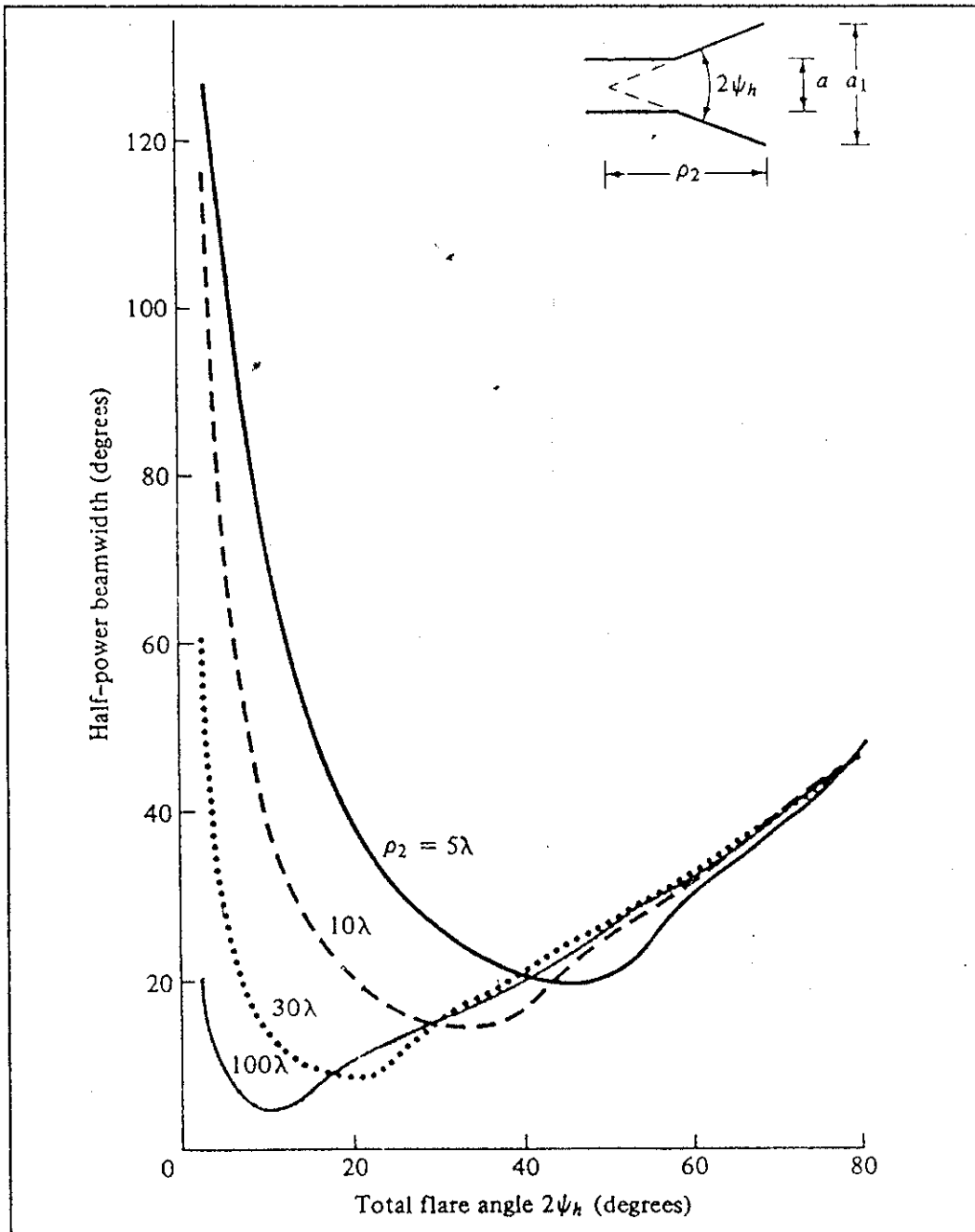
แทนค่าดังกล่าวนี้เพื่อหา Directivity ของ H-plane sectoral horn

$$D_H = 4\pi U_{\text{max}} / P_{\text{rad}} = (4\pi b \rho_2 / a_1 \lambda) \times \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \} \quad (3.76-1)$$

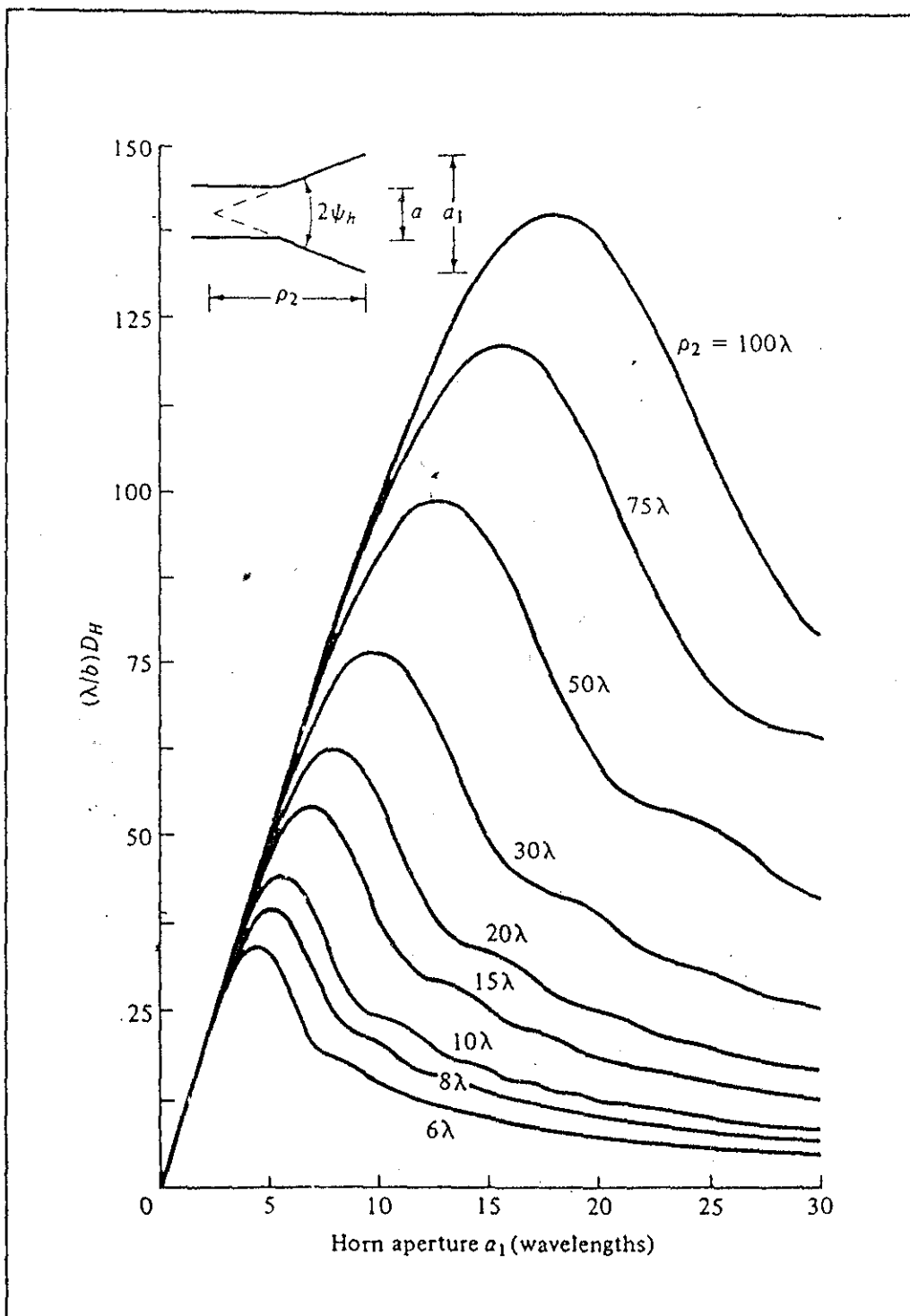
$$\text{โดยที่ } u = (\sqrt{\lambda \rho_2} / a_1 + a_1 \sqrt{\lambda \rho_2}) / \sqrt{2} \quad (3.76-2)$$

$$v = (\sqrt{\lambda \rho_2} / a_1 - a_1 \sqrt{\lambda \rho_2}) / \sqrt{2} \quad (3.76-3)$$

โดยที่ half-power beamwidth (HPBW) ของสายอากาศนั้น เป็น ฟังก์ชันของมุมเปิดของช่องเปิด ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 3.14 และสำหรับ directivity ของสายอากาศ (directivity ซึ่งเป็น normalized value เมื่อเทียบกับ ขนาดของ aperture a ซึ่งมีค่าคงที่) จะเป็นฟังก์ชันกับขนาดของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพัดที่มีปลายคู่ออกในระนาบ E ดังแสดงในรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.14 Half-power beamwidth ของ H-plane sectoral horn เป็นฟังก์ชันของมุมเปิดของช่องเปิด



รูปที่ 3.15 Normalized directivity ของ H-plane sectoral horn เป็นฟังก์ชันของ ขนาดช่องเปิด

จากรูปที่ 3.15 แสดงให้เห็นว่า ค่า optimum directivity จะเกิดขึ้นเมื่อ $a_1 \approx \sqrt{3\lambda\rho_2}$ ซึ่งจะส่งผลให้ค่าของ t มีค่าเท่ากับ

$$t \Big|_{a_1 = \sqrt{3\lambda\rho_2}} = t_{op} = \frac{a_1^2}{(8\lambda\rho_2)} \Big|_{a_1 = \sqrt{3\lambda\rho_2}} = 3/8 \quad (3.77)$$

การคำนวณหาค่า directivity ของ H-plane sectoral horn สามารถตามขั้นตอนทำได้ดังนี้

1. คำนวณหาค่าของ A โดยที่

$$A = a_1 / \lambda \sqrt{50 / (\rho_H / \lambda)} \quad (3.78-1)$$

2. ใช้ค่าของ A ที่ได้หาค่าของ G_H จากรูปที่ 3.16 และถ้าค่าของ A น้อยกว่า 2 จะสามารถคำนวณ G_H ได้ดังนี้

$$G_H = (32 / \pi) \cdot A \quad (3.78-2)$$

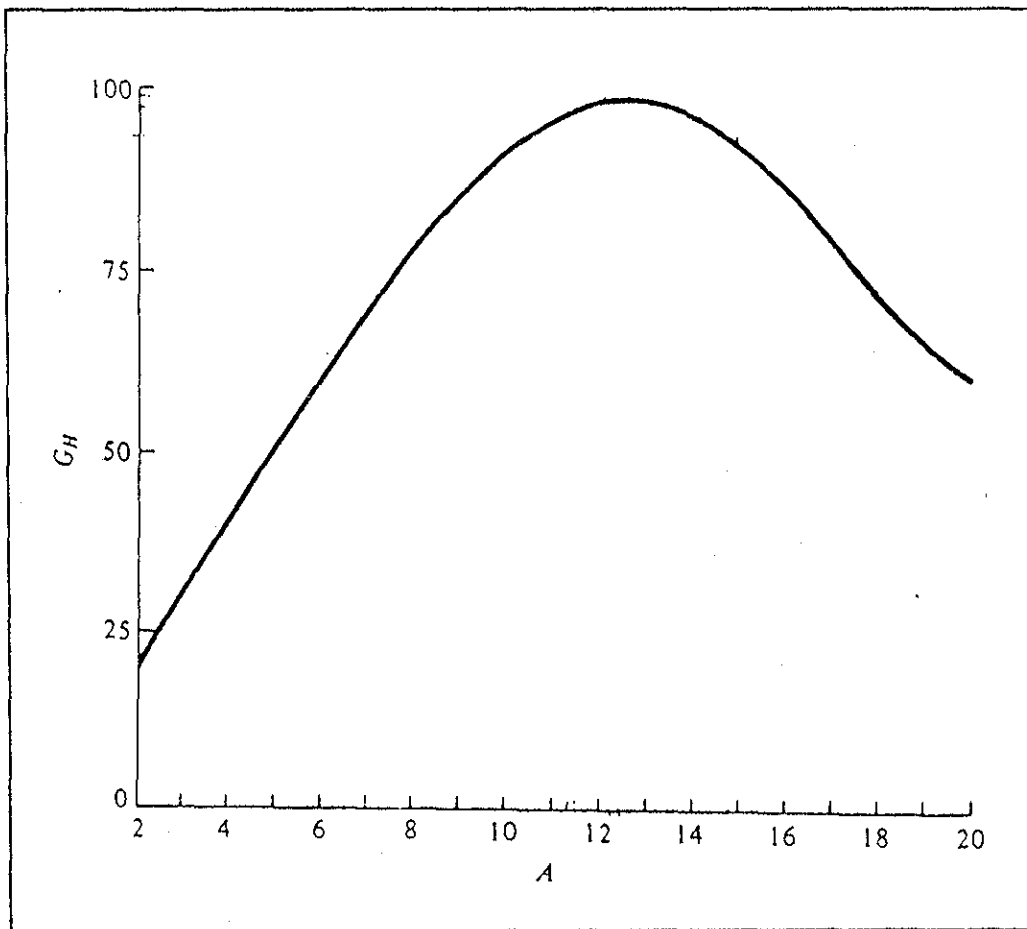
3. คำนวณหาค่า D_H โดยใช้ค่า G_H ที่ได้ในข้อ 2 โดยที่

$$D_H = (b / \lambda) \cdot [G_H / \sqrt{50 / (\rho_H / \lambda)}] \quad (3.78-3)$$

สำหรับพื้นที่ประสิทธิผลของสายอากาศ สามารถคำนวณได้ดังนี้ คือ

$$\begin{aligned} A_{eff} &= (\lambda^2 / 4\pi) D_H = (b \lambda \rho_H / a_1) \times \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \} \\ &= (a_1 b) / 3 \times [1.97334] = 0.6577 (a_1 b) \end{aligned} \quad (3.79)$$

และที่ตำแหน่งที่ให้ค่า optimum directivity ซึ่งมีอัตราขยายสูงสุดนี้ จะพบว่า พื้นที่ประสิทธิผลของสายอากาศนี้จะมีค่าประมาณ 66% ของพื้นที่จริง



รูปที่ 3.16 G_H เป็นฟังก์ชันของ A (source: จากข้อมูลของ E. H. Braun, "Some Data from the Design of Electromagnetic Horns", IRE Trans. Antennas. Propag. vol AP-4, No.1, Jan 1956. (1956) IEEE)

3.3 สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด (Pyramidal horn)

สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด เป็น สายอากาศที่ใช้กันอย่างกว้างขวาง ซึ่งสายอากาศชนิดนี้จะมีการคู่ ออกทั้งในระนาบของสนามไฟฟ้า (E-plane) และ ระนาบของสนามแม่เหล็ก (H-plane) การคู่ออกในลักษณะนี้ จะทำให้พื้นที่ในการกระจายคลื่นเพิ่มขึ้นมากกว่าสายอากาศแบบฮอร์นรูปตัด ซึ่งจะทำให้มีค่าอัตราขยายที่สูงเพิ่มขึ้นด้วย

เมื่อพิจารณาถึง การกระจายของคลื่นจากสายอากาศ และถ้าเราสมมติว่า จุดยอดสมมติของฮอร์น ซึ่ง แสดงเป็นเส้นประ มีแหล่งกำเนิดคลื่นเชิงเส้นที่การแพร่กระจายคลื่นแบบทรงกระบอก เมื่อการเดินทางของคลื่น มีทิศทางพุ่งออกตามแนวรัศมี จะปรากฏว่าที่จุด (x', y') ใดๆ ที่ช่องเปิดของฮอร์นนั้น เฟสของสนามจะไม่เท่ากับ เฟสที่จุดกำเนิด $(x'=0, y'=0)$ ความต่างเฟสที่เกิดขึ้นนี้ เนื่องมาจาก คลื่นมีการเดินทางจากตำแหน่งจุดยอด มาถึงช่องเปิดของฮอร์น โดยใช้ระยะทางต่างกัน ซึ่งค่าความแตกต่างของระยะทางที่เกิดขึ้นนี้ จะแสดงได้ตาม สมการที่ (3.2) และ (3.41)

การแพร่กระจายของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

การหาสนามที่แพร่กระจายออกไปโดยสายอากาศแบบฮอร์น ซึ่งจะกำหนดให้พื้นผิวปิดที่ใช้เป็นพื้นผิว ของแผ่นอนันต์ ที่ครอบคลุมบริเวณปากของฮอร์น ซึ่งจากการพิจารณาตามขั้นตอนของสมการการแพร่กระจาย คลื่น จะสามารถทำได้ดังนี้

- จากการแพร่กระจายของสนามที่ผ่านทะลุพื้นที่ของท่อนำคลื่น ตามสมการที่ (3.3) และ (3.4) จะได้ว่า

$$\mathbf{E}_a = a_y E_0 \quad \text{โดยที่} \quad -a/2 \leq x' \leq a/2$$

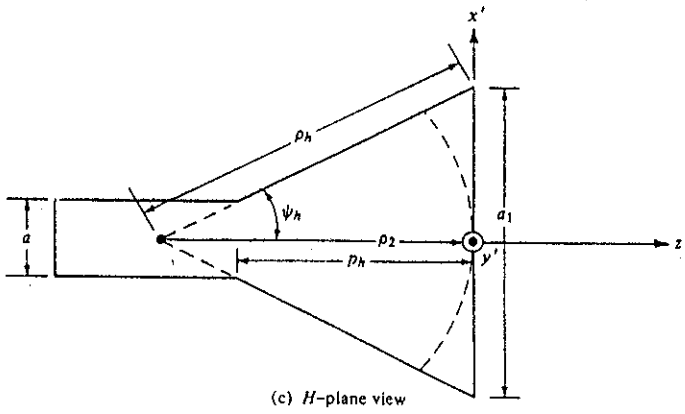
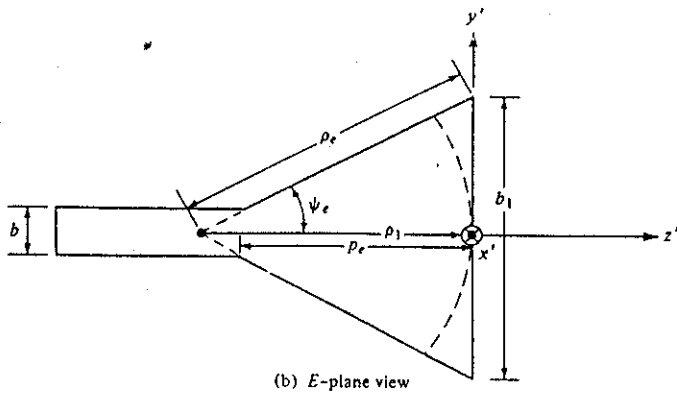
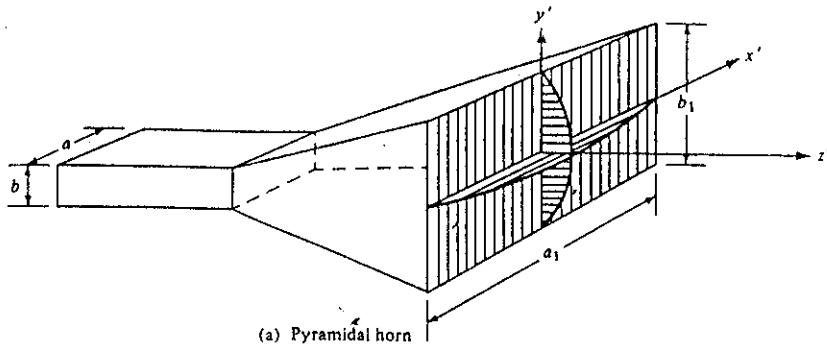
$$\mathbf{H}_a = -a_x E_0 / \eta \quad -b/2 \leq y' \leq b/2$$

- ทำการหาค่าของความหนาแน่นของกระแสสมมูล \mathbf{J}_s และ \mathbf{M}_s โดยใช้สมการที่ (2.21) และ (2.22) ตามลำดับ

$$\text{โดยที่} \quad E_0 = E_3 \cos(\sqrt{x'} / a_1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_s &= \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_a - \mathbf{H}) \Big|_{H=0} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}_a \\ &= \mathbf{a}_z \times -a_x E_0 / \eta \\ &= -a_y E_3 / \eta \cos(\sqrt{x'} / a_1) \end{aligned} \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_s &= -\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_a - \mathbf{E}) \Big|_{E=0} = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}_a \\ &= -\mathbf{a}_z \times a_y E_0 \\ &= a_x E_3 \cos(\sqrt{x'} / a_1) \end{aligned} \quad (3.81)$$



รูปที่ 3.17 สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด (Pyramidal horn)

ดังนั้น จะให้ความหนาแน่นของกระแสสมมูลที่ตัวฮอว์นเท่ากับ

$$\begin{aligned} J_y(x', y') &= -E_3/\eta \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{jk(\delta(x')+\delta(y'))} \quad \text{โดยที่ } -a_1/2 \leq x' \leq a_1/2 \\ &= -E_3/\eta \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) \exp(-j[k(x'^2/\rho_2+y'^2/\rho_1)/2]) \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned} M_x(x', y') &= E_3 \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{jk(\delta(x')+\delta(y'))} \quad \text{โดยที่ } -b_1/2 \leq y' \leq b_1/2 \\ &= E_3 \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) \exp(-j[k(x'^2/\rho_2+y'^2/\rho_1)/2]) \end{aligned} \quad (3.83)$$

และ $J_x = M_y = 0$ สำหรับตำแหน่งอื่นๆ

โดยที่เทอม $e^{jk\delta(x')}$ และ $e^{jk\delta(y')}$ จะแสดงถึงผลของความต่างเฟสที่เกิดขึ้น เนื่องมาจาก คลื่นมี

การเดินทางจากตำแหน่งจุดยอดมาถึงช่องเปิดของฮอว์น โดยใช้ระยะทางต่างกัน

ใช้สมการที่ (2.20-1) - (2.20-4) หาค่า $N_\theta, N_\phi, L_\theta$ และ L_ϕ ตามลำดับ

จากสมการที่ (2.20-1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} N_\theta &= \iint_S [J_x \cos\theta \cos\phi + J_y \cos\theta \sin\phi - J_z \sin\theta] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \iint_S [J_y \cos\theta \sin\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ &= \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [-E_3/\eta \cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{jk[\delta(x')+\delta(y')]} \cos\theta \sin\phi] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= -E_3/\eta \cos\theta \sin\phi \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{jk[\delta(x')+\delta(y')]}] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ &= -E_3/\eta \cos\theta \sin\phi I_1 I_2 \end{aligned} \quad (3.84)$$

$$\text{โดยที่ } I_1 = \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\cos(\sqrt{\epsilon} x'/a_1) e^{-jk[\delta(x') - x' \sin\theta \cos\phi]}] dx \quad (3.85)$$

ใช้การแก้สมการตามรูปแบบสมการที่ (3.46) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} I_1 &= 1/2 \sqrt{(1/\epsilon) \rho_2/k} [\exp(jk_x'^2 \rho_2/2k) \{ [C(t_2') - C(t_1')] - j[S(t_2') - S(t_1')] \} + \\ &\quad \exp(jk_x''^2 \rho_2/2k) \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j[S(t_2'') - S(t_1'')] \}] \end{aligned} \quad (3.86-1)$$

$$\text{โดยที่ } t_1' = \sqrt{(1/\epsilon) \rho_2} \cdot (-ka_1/2 - k_x' \rho_2) \quad (3.86-2)$$

$$t_2' = \sqrt{(1/\epsilon) \rho_2} \cdot (+ka_1/2 - k_x' \rho_2) \quad (3.86-3)$$

$$k_x' = k \sin\theta \cos\phi + (\sqrt{\epsilon}/a_1) \quad (3.86-4)$$

$$t_1'' = \sqrt{(1/\epsilon) \rho_2} \cdot (-ka_1/2 - k_x'' \rho_2) \quad (3.86-5)$$

$$t_2'' = \sqrt{(1/\epsilon) \rho_2} \cdot (+ka_1/2 - k_x'' \rho_2) \quad (3.86-6)$$

$$k_x'' = k \sin\theta \cos\phi - (\sqrt{\epsilon}/a_1) \quad (3.86-7)$$

$$\begin{aligned} \text{และ } I_2 &= \int_{-b_1/2}^{b_1/2} [jk\delta(y') - jk y' \sin\theta \sin\phi] dy' \\ &= \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \exp(-j[k y'^2/(2\rho_1) - k_y y']) dy' \\ &= \exp(jk_y^2 \rho_1/2k) \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \exp(-j[(k y' - k_y \rho_1)^2/(2k_y \rho_1)]) dy' \end{aligned} \quad (3.87)$$

$$\text{โดยที่ กำหนดให้ } k_y = k \sin\theta \sin\phi \quad (3.88)$$

ทำการเปลี่ยนตัวแปรของการอินทิเกรต ตามสมการที่ (3.13) จะได้ว่า

$$I_z = \sqrt{(\eta \rho_1/k)} \exp(jk_y^2 \rho_1/2k) \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \} \quad (3.89-1)$$

$$\text{และ } t_1 = \sqrt{(1/\eta k \rho_1)} (-kb_1/2 - k_y \rho_1) \quad (3.89-2)$$

$$t_2 = \sqrt{(1/\eta k \rho_1)} (kb_1/2 - k_y \rho_1) \quad (3.89-3)$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } N_\theta = & -E_3/\eta \cos\theta \sin\phi \times \{ 1/2 \sqrt{(\eta \rho_2/k)} [\exp(jk_x'^2 \rho_2/2k) \{ [C(t_2') - C(t_1')] \\ & - j[S(t_2') - S(t_1')] \} + \exp(jk_x''^2 \rho_2/2k) \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j[S(t_2'') \\ & - S(t_1'')] \}] \} \times \{ \sqrt{(\eta \rho_1/k)} \exp(jk_y^2 \rho_1/2k) \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) \\ & - S(t_1)] \} \} \end{aligned} \quad (3.90)$$

จากสมการที่ (2.20-2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} N_\phi = & \iint_S [-J_x \sin\phi + J_y \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ = & \iint_S [J_y \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ = & \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [-E_3/\eta \cos(\eta x'/a_1) e^{-jk[\delta(x') + \delta(y')]} \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ = & -E_3/\eta \cos\phi \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\cos(\eta x'/a_1) e^{-jk[\delta(x') + \delta(y')]}] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ = & -E_3/\eta \cos\phi I_1 I_2 \end{aligned} \quad (3.91)$$

จากสมการที่ (2.20-3) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} L_\theta = & \iint_S [M_x \cos\theta \cos\phi + M_y \cos\theta \sin\phi - M_z \sin\theta] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ = & \iint_S [M_x \cos\theta \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ = & \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [E_3 \cos(\eta x'/a_1) e^{-jk[\delta(x') + \delta(y')]} \cos\theta \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ = & E_3 \cos\theta \cos\phi \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\cos(\eta x'/a_1) e^{-jk[\delta(x') + \delta(y')]}] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ = & E_3 \cos\theta \cos\phi I_1 I_2 \end{aligned} \quad (3.92)$$

จากสมการที่ (2.20-4) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} L_\phi = & \iint_S [-M_x \sin\phi + M_y \cos\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ = & \iint_S [-M_x \sin\phi] e^{+jk r' \cos\psi} ds' \\ = & \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [-E_3 \cos(\eta x'/a_1) e^{-jk[\delta(x') + \delta(y')]} \sin\phi] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ = & -E_3 \sin\phi \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} [\cos(\eta x'/a_1) e^{-jk[\delta(x') + \delta(y')]}] e^{+jk r' \cos\psi} dx' dy' \\ = & -E_3 \sin\phi I_1 I_2 \end{aligned} \quad (3.93)$$

จากสมการดังกล่าวเหล่านี้จะสามารถหาค่า N_ϕ , L_θ และ L_ϕ โดยใช้ค่า I_1 และ I_2 จากสมการที่ (3.86) และ (3.89) ตามลำดับ

- ทำการหาค่าสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายออกจากปากฮอร์น โดยใช้ สมการที่ (2.17-1) - (2.17-3) ซึ่งจะทำให้ได้ค่าขององค์ประกอบสนามไฟฟ้า เป็นดังนี้

$$E_r = 0 \quad (3.94-1)$$

$$\begin{aligned} E_\theta &= -j k e^{jk_r} / (4\pi r) [L_\phi + \eta N_\theta] \\ &= j k E_3 e^{-jk_r} / (4\pi r) \times [\sin\phi (1 + \cos\theta) I_1 I_2] \end{aligned} \quad (3.94-2)$$

$$\begin{aligned} E_\phi &= +j k e^{jk_r} / (4\pi r) [L_\theta - \eta N_\phi] \\ &= j k E_3 e^{-jk_r} / (4\pi r) \times [\cos\phi (1 + \cos\theta) I_1 I_2] \end{aligned} \quad (3.94-3)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } I_1 &= \frac{1}{2} \sqrt{(\rho_2/k)} \cdot (\exp(j k_x^2 \rho_2 / 2k) \{ [C(t_2') - C(t_1')] - j[S(t_2') - S(t_1')] \} \\ &\quad + \exp(j k_x^2 \rho_2 / 2k) \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j[S(t_2'') - S(t_1'')] \}) \end{aligned} \quad (3.94-4)$$

$$I_2 = \sqrt{(\rho_1/k)} \cdot \exp(j k_y^2 \rho_1 / 2k) \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \} \quad (3.94-5)$$

และจากรูปที่ 3.18 จะแสดงถึง แพทเทิร์นของการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด ซึ่งมีปลายคู่ออกในทั้งระนาบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

ไดเรกต์วิตี

การหาค่าความสามารถในการชี้ทิศของสายอากาศ หรือ ไดเรกต์วิตี (Directivity)

จาก นิยามของค่าไดเรกต์วิตี จะได้ว่า

$$D = 4\pi U_{\max} / P_{\text{rad}}$$

$$U_{\max} = U(\theta, \phi) \Big|_{\max} = r^2 / 2\eta |E|_{\max}^2$$

สำหรับสายอากาศโดยส่วนใหญ่แล้ว ค่า $|E|_{\max}$ จะอยู่ใกล้ตามแนวแกน z ($\theta=0$) ดังนั้น

$$\begin{aligned} |E|_{\max} &= [|E_\theta|_{\max}^2 + |E_\phi|_{\max}^2]^{1/2} \\ &= |E_3| \sqrt{(\rho_1 \rho_2 / r)} \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \}^{1/2} \\ &\quad \times \{ [C^2(b_1 / \sqrt{2\lambda \rho_1}) + S^2(b_1 / \sqrt{2\lambda \rho_1})] \}^{1/2} \end{aligned} \quad (3.95)$$

$$\begin{aligned} |E_\theta|_{\max} &= k E_3 / (2\pi r) |\sin\phi| \times \frac{1}{2} \sqrt{(\rho_2/k)} \cdot \{ [C(t_2') - C(t_1')] - j[S(t_2') - S(t_1')] \} \\ &\quad + \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j[S(t_2'') - S(t_1'')] \} \} \\ &\quad \times \sqrt{(\rho_1/k)} \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \} \\ &= |E_3 \sin\phi| \sqrt{(\rho_1 \rho_2 / r)} \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \}^{1/2} \\ &\quad \times \{ [C^2(b_1 / \sqrt{2\lambda \rho_1}) + S^2(b_1 / \sqrt{2\lambda \rho_1})] \}^{1/2} \end{aligned} \quad (3.96)$$

$$\begin{aligned} |E_\phi|_{\max} &= k E_3 / (2\pi r) |\cos\phi| \times \frac{1}{2} \sqrt{(\rho_2/k)} \cdot \{ [C(t_2') - C(t_1')] - j[S(t_2') - S(t_1')] \} \\ &\quad + \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j[S(t_2'') - S(t_1'')] \} \} \\ &\quad \times \sqrt{(\rho_1/k)} \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \} \} \end{aligned}$$

$$= |E_3 \cos\phi| \sqrt{(\rho_1 \rho_2 / r) \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \}^{1/2}} \\ \times \{ [C^2(b_1 / \sqrt{2\lambda\rho_1}) + S^2(b_1 / \sqrt{2\lambda\rho_1})] \}^{1/2} \quad (3.97)$$

$$U_{\max} = r^2 / 2\eta |E|_{\max}^2 = |E_3|^2 \rho_1 \rho_2 / (2\eta) \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \} \\ \times \{ [C^2(b_1 / \sqrt{2\lambda\rho_1}) + S^2(b_1 / \sqrt{2\lambda\rho_1})] \} \quad (3.98-1)$$

โดยที่

$$u = (\sqrt{\lambda\rho_2} / a_1 + a_1 / \sqrt{\lambda\rho_2}) / \sqrt{2} \quad (3.98-2)$$

$$v = (\sqrt{\lambda\rho_2} / a_1 - a_1 / \sqrt{\lambda\rho_2}) / \sqrt{2} \quad (3.98-3)$$

ในขณะที่ P_{rad} คือ กำลังของคลื่นที่ถูกส่งออกมาจากปากฮอร์น ซึ่งหาค่าได้ดังนี้

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{2} \iint_S \text{Re}(\mathbf{E}' \times \mathbf{H}'^*) \cdot d\mathbf{s} \\ = \frac{1}{2\eta} \iint_S |E_3|^2 \cos^2(\eta x' / a_1) dx' dy' \quad (3.99-1)$$

เมื่อ S เป็นพื้นผิวในช่วง

$$-a_1/2 \leq x' \leq a_1/2,$$

$$-b_1/2 \leq y' \leq b_1/2$$

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{2\eta} \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} |E_3|^2 \cos^2(\eta x' / a_1) dx' dy' \\ = |E_3|^2 / 2\eta \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \cos^2(\eta x' / a_1) dx' \times \int_{-b_1/2}^{b_1/2} dy' \\ = |E_3|^2 / 2\eta \cdot (a_1/2) \cdot b_1 \quad (3.99-2)$$

ซึ่งจะทำให้ได้ว่า

$$P_{\text{rad}} = |E_3|^2 a_1 b_1 / 4\eta \quad (3.99-3)$$

ดังนั้น ไครเรกคัลติวี่ของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด สามารถหาได้ดังนี้

$$D_p = 4\eta U_{\max} / P_{\text{rad}} = 8\eta \rho_1 \rho_2 / (a_1 b_1) \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \} \\ \times \{ [C^2(b_1 / \sqrt{2\lambda\rho_1}) + S^2(b_1 / \sqrt{2\lambda\rho_1})] \} \quad (3.100)$$

ซึ่งสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

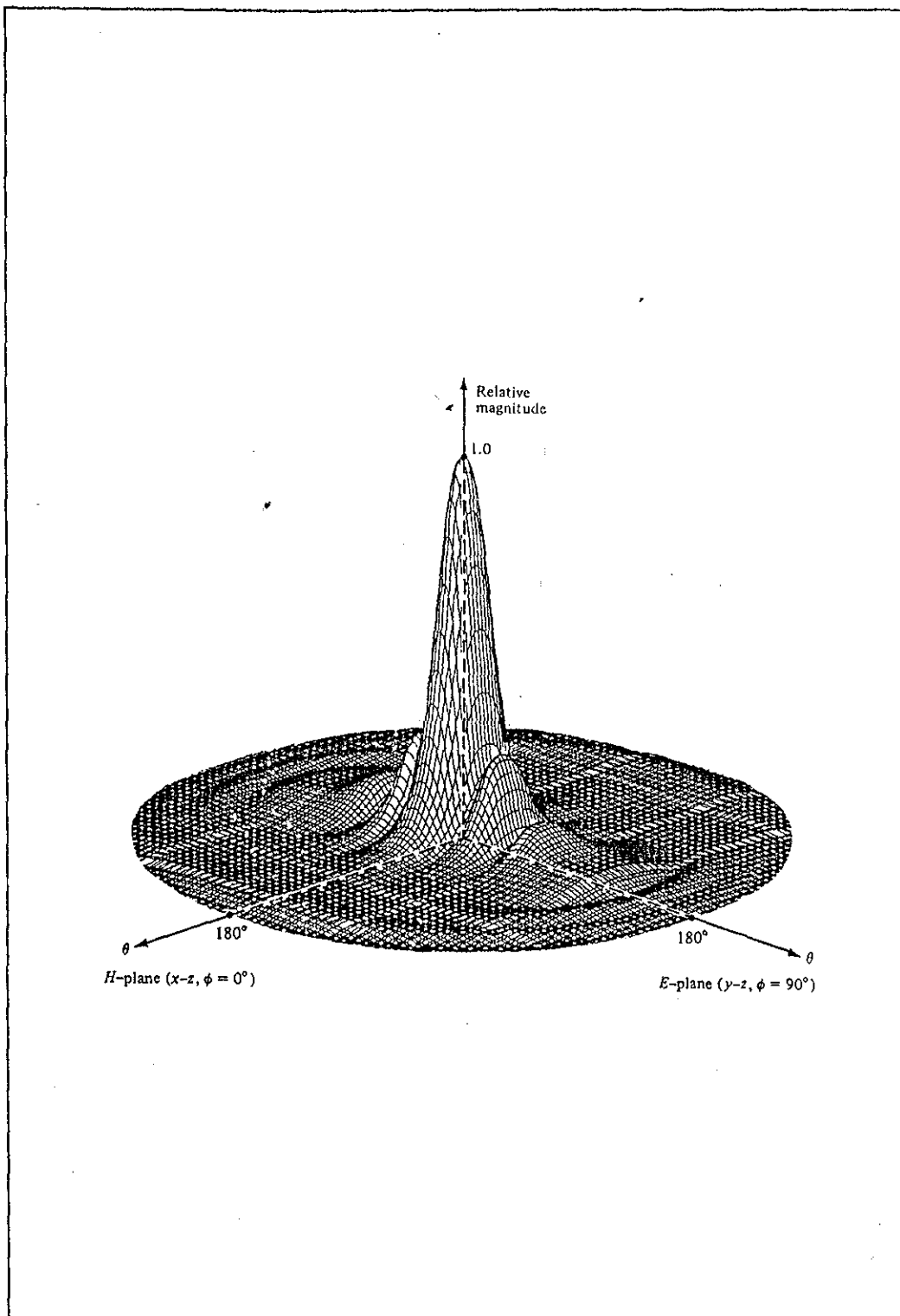
$$D_p = \eta \lambda^2 / (32ab) D_E D_H \quad (3.101)$$

ซึ่ง D_E และ D_H เป็นค่าไครเรกคัลติวี่ของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดที่มีปลายลู่ออกในระนาบ E และ H ตามลำดับ

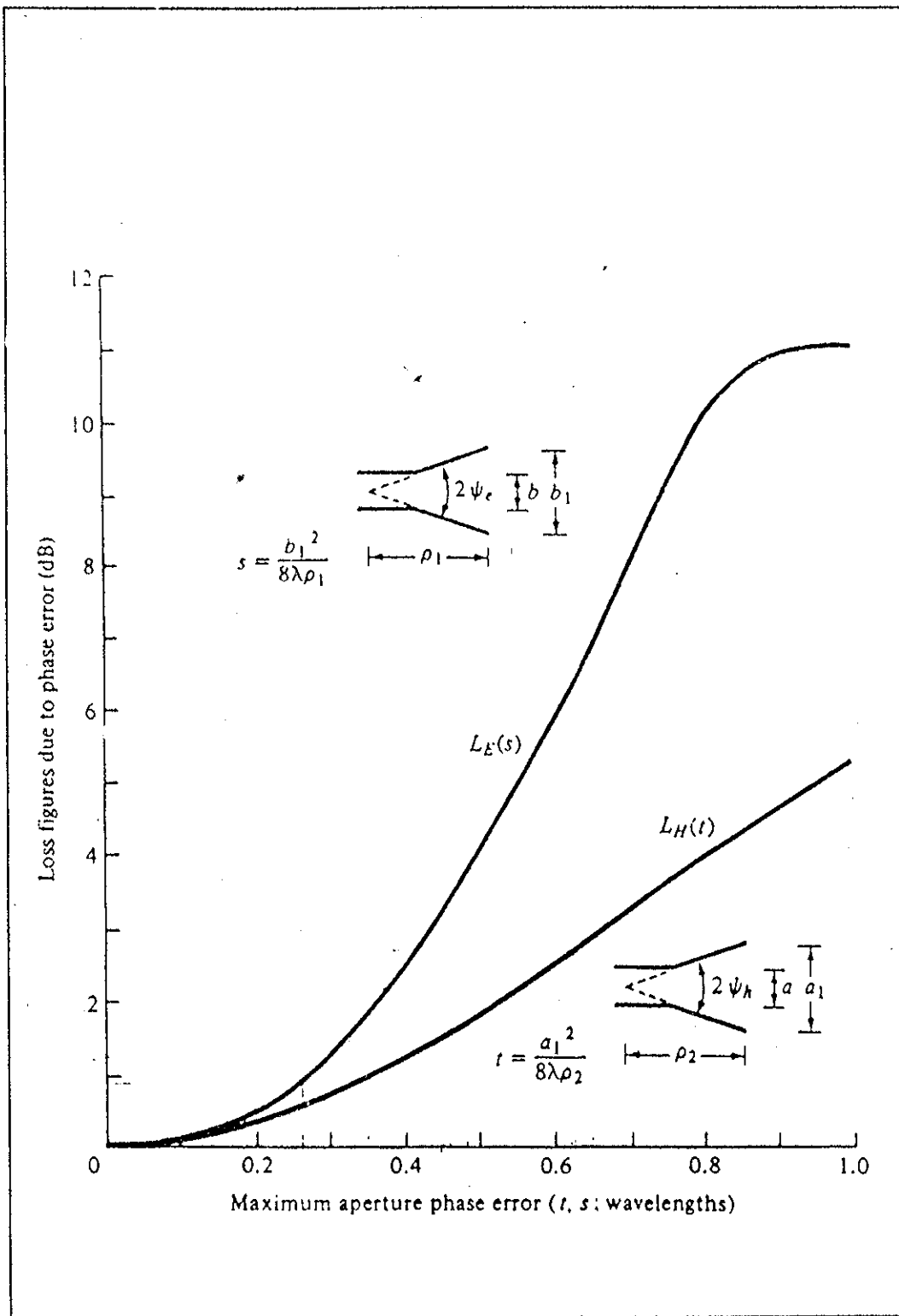
นอกจากนี้ยังสามารถหาค่าไครเรกคัลติวี่ของสายอากาศรูปพีระมิด เมื่อเทียบกับสายอากาศไอโซโทรปิก (isotropic) ได้ดังสมการนี้

$$D_0 \text{ (dB)} = 10 [1.008 + \log_{10}(a_1 b_1 / \lambda^2)] - (L_e + L_h) \quad (3.102)$$

โดยที่ L_e และ L_h เป็นการสูญเสียที่เกิดขึ้นเนื่องจากความผิดพลาดของเฟส ในสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดที่มีปลายลู่ออกในระนาบ E และ H ตามลำดับ โดยที่ ค่าดังกล่าวจะอยู่ในรูปของ dB



รูปที่ 3.18 แพทเทิร์นของสนามแบบสามมิติของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด ($\rho_1 = \rho_2 = 6\lambda$, $a_1 = 5.5\lambda$, $b_1 = 2.75\lambda$, $a = 0.5\lambda$, $b = 0.25\lambda$)



รูปที่ 3.19 แสดงถึง Loss figure สำหรับสายอากาศ E-plane และ H-plane ที่เกิดขึ้นเนื่องจาก phase error
 (source : W.C. Jakes , in H. Jasik (ed.) , Antenna Engineering Handbook , McGraw - Hill , New York ,1961)

การคำนวณหาค่า directivity ของ สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด สามารถตามขั้นตอนทำได้ดังนี้

1. คำนวณหาค่าของ A และ B โดยที่

$$A = a_1 / \lambda \sqrt{50 / (\rho_H / \lambda)} \quad (3.103-1)$$

$$B = b_1 / \lambda \sqrt{50 / (\rho_V / \lambda)} \quad (3.103-2)$$

2. ใช้ค่าของ A และ B ที่ได้หาค่าของ G_H และ G_E จากรูปที่ 3.16 และ รูปที่ 3.8 และถ้าค่าของ A หรือ B

น้อยกว่า 2 จะสามารถคำนวณ G_H และ G_E ได้ดังนี้

$$G_H = (32 / \pi) \cdot A \quad (3.103-3)$$

$$G_E = (32 / \pi) \cdot B \quad (3.103-4)$$

3. คำนวณหาค่า D_p โดยใช้ค่า G_H และ G_E ที่ได้ในข้อ 2 โดยที่

$$D_p = G_E G_H / [(32 / \pi) \sqrt{50 / (\rho_H / \lambda)} \sqrt{50 / (\rho_V / \lambda)}] \quad (3.103-5)$$

$$= \pi \lambda^2 / (32ab) D_E D_H \quad (3.103-6)$$

สำหรับพื้นที่ประสิทธิผลของสายอากาศ สามารถคำนวณได้ดังนี้ คือ

$$\begin{aligned} A_{eff} &= (\lambda^2 / 4\pi) D_p = (\lambda^2 / 4\pi) \times 8 \pi \rho_1 \rho_2 / (a_1 b_1) \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \} \\ &\quad \times \{ [C^2(b_1 / \sqrt{2\lambda\rho_1}) + S^2(b_1 / \sqrt{2\lambda\rho_1})] \} \quad (3.104) \\ &= (a_1 b_1) / 3 \times [1.97334] \times [0.8003] \\ &= 0.5264 (a_1 b_1) \end{aligned}$$

และที่ตำแหน่งที่ให้ค่า optimum directivity ซึ่งมีอัตราขยายสูงสุดนี้ จะพบว่า พื้นที่ประสิทธิผลของสายอากาศนี้จะมีค่าประมาณ 53% ของพื้นที่จริง ซึ่งจะเห็นว่า ประสิทธิภาพของพื้นที่ช่องเปิดของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดมีค่าน้อยกว่า ประสิทธิภาพของพื้นที่ช่องเปิดของสายอากาศแบบฮอร์นรูปหักทั้งสองแบบ แต่อย่างไรก็ตามพื้นที่ประสิทธิผลของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดนั้น จะมีค่ามากกว่า พื้นที่ประสิทธิผลของสายอากาศแบบฮอร์นรูปหัก ซึ่งทำให้ สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด มีค่าอัตราขยายสูงกว่า สายอากาศแบบฮอร์นรูปหัก และเราจะใช้เงื่อนไขต่างๆ ที่ได้จากการวิเคราะห์สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดนี้ เป็นพื้นฐานในการทำการออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นที่มีค่าอัตราขยายสูงสุดต่อไป

บทที่ 4

การออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด

4.1 ทฤษฎีการออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด

สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด เป็นสายอากาศที่มีการนำมาใช้งานกันอย่างกว้างขวาง ซึ่งโดยทั่วไปจะใช้เป็น มาตรฐานเพื่อทำการวัดอัตราขยายของสายอากาศชนิดอื่นๆ และมักจะถูกเรียกเป็นสายอากาศแบบฮอร์นอัตราขยายมาตรฐาน (standard gain horn) และในการออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดนี้ สิ่งหนึ่งที่ต้องรู้คือ อัตราขยายที่ต้องการ G_0 และขนาด a และ b ของท่อนำคลื่นรูปสี่เหลี่ยมที่ใช้ในการป้อนสัญญาณเข้าสู่สายอากาศ (rectangular feed waveguide) โดยที่มีจุดประสงค์ในการออกแบบ คือ เพื่อหาค่าของพารามิเตอร์อื่นๆ ที่จำเป็น ($a_1, b_1, \rho_c, \rho_h, \rho_e, \rho_h$) ที่ต้องใช้ในการสร้างตัวสายอากาศ ซึ่งในกรณีนี้จะพิจารณาที่โครงสร้างของสายอากาศ ที่ทำให้มีค่าอัตราขยายของสายอากาศมีค่าสูงสุด (optimum gain) โดยในที่นี่จะคิดค่าประสิทธิภาพของสายอากาศ (e_a , antenna efficiency) มีค่าเท่ากับ 100% และให้มีค่าประสิทธิภาพของช่องเปิด (aperture efficiency) ประมาณ 53%

อัตราขยายของสายอากาศมีความสัมพันธ์กับพื้นที่ทางกายภาพของสายอากาศ ดังนี้

$$G_0 = \text{aperture efficiency} \times (4\eta / \lambda^2) (a_1 b_1) \quad (4.1-1)$$

$$= \text{aperture efficiency} \times (4\eta / \lambda^2) \sqrt{3\lambda\rho_2} \sqrt{2\lambda\rho_1} \quad (4.1-2)$$

$$\approx \text{aperture efficiency} \times (4\eta / \lambda^2) \sqrt{3\lambda\rho_h} \sqrt{2\lambda\rho_e} \quad (4.1-3)$$

เนื่องจาก สำหรับสายอากาศแบบฮอร์นที่มีขนาดยาว $\rho_2 \approx \rho_h$ และ $\rho_1 \approx \rho_e$ และ สำหรับสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด ซึ่งสามารถออกแบบให้ใช้งานได้จริงนั้น

$$\rho_e = \rho_h \quad (4.2-1)$$

$$\text{โดยที่ } \rho_e = (b_1 - b) [(\rho_e / b_1)^2 - 1/4]^{1/2} \quad (4.2-2)$$

$$\rho_h = (a_1 - a) [(\rho_h / a_1)^2 - 1/4]^{1/2} \quad (4.2-3)$$

$$G_0 = \sqrt{(\eta / 12)} (4\eta / \lambda^2) (a_1 b_1) \quad (4.2-4)$$

$$= \sqrt{(\eta / 12)} (4\eta / \lambda^2) \sqrt{3\lambda\rho_h} \sqrt{2\lambda\rho_e} \quad (4.2-5)$$

$$\text{ถ้ากำหนดให้ } \rho_e / \lambda = \chi \quad (4.3)$$

และ แทนค่าดังกล่าวลงในสมการที่ (4.2-5) จะได้ว่า

$$G_0 = \sqrt{(\eta / 12)} (4\eta / \lambda^2) \sqrt{3\lambda\rho_h} \sqrt{2\lambda\rho_e} \quad (4.4-1)$$

$$G_0 = \sqrt{(\eta / 2)} (4\eta) \rho_h (\rho_e / \lambda) \quad (4.4-2)$$

$$G_o = 2\pi \sqrt{(2\pi)} \rho_h \chi \quad (4.4-3)$$

$$\text{ดังนั้นจะได้ว่า } \rho_h/\lambda = G_o^2/(8\pi^3 \chi) \quad (4.4-4)$$

แทนค่าสมการเหล่านี้

$$\text{จากสมการที่ (4.2-1) และ (4.2-3) } p_o = p_h$$

$$\begin{aligned} (b_1 - b) [(\rho_o/b)^2 - 1/4]^{1/2} &= (a_1 - a) [(\rho_h/a_1)^2 - 1/4]^{1/2} \\ (b_1 - b)^2 [(\rho_o/b)^2 - 1/4] &= (a_1 - a)^2 [(\rho_h/a_1)^2 - 1/4] \end{aligned} \quad (4.5)$$

โดยที่

$$(b_1 - b)^2 = (\sqrt{2\lambda\rho_o} - b)^2 = (\sqrt{2\lambda(\chi\lambda)} - b)^2 = (1/\lambda)^2 [\sqrt{2\chi} - b/\lambda]^2 \quad (4.6-1)$$

$$[(\rho_o/b)^2 - 1/4] = [(\rho_o/\sqrt{2\lambda\rho_o})^2 - 1/4] = [(\rho_o/4\lambda) - 1/4] = 1/4 [2\chi - 1] \quad (4.6-2)$$

$$\begin{aligned} (a_1 - a)^2 &= (\sqrt{3\lambda\rho_h} - a)^2 = (\sqrt{(3\lambda^2 G_o^2)/(8\pi^3 \chi)}) - a)^2 \\ &= (1/\lambda)^2 [G_o/(2\pi) \sqrt{(3/2\pi)} (1/\sqrt{\chi}) - a/\lambda]^2 \end{aligned} \quad (4.6-3)$$

$$\begin{aligned} [(\rho_h/a_1)^2 - 1/4] &= [(\rho_h/\sqrt{3\lambda\rho_h})^2 - 1/4] = [(\rho_h/3\lambda) - 1/4] \\ &= [G_o^2/(24\pi^3 \chi) - 1/4] = 1/4 [G_o^2/(6\pi^3 \chi) - 1] \end{aligned} \quad (4.6-4)$$

แทนค่าสมการที่(4.6-1)-(4.6-4)ลงในสมการที่(4.5) และจากความเท่ากันอันนี้ จะได้ดังสมการนี้

$$[\sqrt{2\chi} - b/\lambda]^2 [2\chi - 1] = [G_o/(2\pi) \sqrt{(3/2\pi)} (1/\sqrt{\chi}) - a/\lambda]^2 [G_o^2/(6\pi^3 \chi) - 1] \quad (4.7-1)$$

โดยที่

$$\rho_o/\lambda = \chi \quad (4.7-2)$$

$$\rho_h/\lambda = G_o^2/(8\pi^3 \chi) \quad (4.7-3)$$

สมการดังกล่าวนี้เป็น สมการการออกแบบสายอากาศแบบฮอร์น (horn design equation) โดยมีลำดับขั้นตอนในการออกแบบ ดังต่อไปนี้

1. หาค่าของ χ ซึ่งสอดคล้องกับสมการ (4.7-1) สำหรับค่าของ G_o ที่ต้องการ โดยใช้เทคนิคการหาค่าสัมพัทธ์ ซึ่ง จะ เริ่มที่ค่า χ นี้

$$\chi (\text{trial}) = \chi_1 = G_o^2/(2\pi \sqrt{2\pi}) \quad (4.8)$$

2. หาค่า χ_{correct} จากสมการที่ (4.7-1) แล้วนำค่า χ ที่หาได้แล้วแทนลงในสมการ (4.7-2) และ (4.7-3)

เพื่อหาค่า ρ_o และ ρ_h ตามลำดับ

3. หาค่าของ a_1 และ b_1 ดังนี้

$$a_1 = \sqrt{3\lambda\rho_h} \approx \sqrt{3\lambda\rho_h} = G_o/(2\pi) \sqrt{(3/2\pi\chi)} \lambda \quad (4.9)$$

$$b_1 = \sqrt{2\lambda\rho_1} \approx \sqrt{2\lambda\rho_e} = \sqrt{(2\chi)} \lambda \quad (4.10)$$

4. หาค่าของ ρ_e และ ρ_h โดยใช้สมการที่ (4.2-2) และ (4.2-3) ซึ่งแสดงไว้ดังนี้

$$\rho_e = (b_1 - b) [(\rho_e/b_1)^2 - 1/4]^{1/2}$$

$$\rho_h = (a_1 - a) [(\rho_h/a_1)^2 - 1/4]^{1/2}$$

และในการออกแบบจะต้องได้ว่า $\rho_e = \rho_h$ ด้วย

สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดนี้ เป็นสายอากาศที่ใช้ในความถี่ย่านไมโครเวฟแบบหนึ่ง และเป็นที่นิยมใช้กันโดยทั่วไป เช่น การนำมาใช้เป็นสายอากาศรับ-ส่งสัญญาณ การใช้เป็นตัวป้อนสัญญาณในสายอากาศไมโครเวฟแบบจานสะท้อน และ การใช้เป็นสายอากาศมาตรฐานในการวัดคุณสมบัติของสายอากาศประเภทอื่นๆ เป็นต้น สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดนี้ จะมีการลู่ออกของปลายท่อนำคลื่นทั้งใน ระนาบของสนามไฟฟ้า (E-plane) และ ระนาบของสนามแม่เหล็ก (H-plane) ซึ่งการลู่ออกของปลายท่อในลักษณะนี้ จะทำให้พื้นที่ในการกระจายคลื่นเพิ่มขึ้น และทำให้อัตราขยายสูงขึ้นด้วย และในการออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดนี้ จะเห็นว่ายังมีปัจจัยหลายอย่างที่ส่งผลต่ออัตราขยายของสายอากาศ เช่น ขนาดของมุมเปิดของฮอร์น (ψ_e, ψ_h) , ขนาดของช่องเปิดของฮอร์น (a_1, b_1) , ขนาดความยาวของฮอร์น ($\rho_e, \rho_h, \rho_1, \rho_2, \rho_e, \rho_h$) และ ค่าความถี่ที่ใช้งาน เป็นต้น ดังนั้น ในการออกแบบสายอากาศเพื่อให้ได้อัตราขยายของสายอากาศมีค่าสูงสุด (optimum gain) นั้น ต้องออกแบบให้เหมาะสมกับเงื่อนไขต่างๆ ที่ได้กล่าวไว้แล้ว

4.2 ตัวอย่างการออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด

ตัวอย่างที่ 1

การออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด ซึ่งใช้งานที่ความถี่ 10 GHz ซึ่งอยู่ในย่านความถี่ X-band (8.2-12.4 GHz) โดยใช้กับท่อนำสัญญาณ ที่มีขนาดดังนี้

$$\text{ที่ } f = 10 \text{ GHz}$$

$$\text{จาก } c = f\lambda \quad \text{ดังนั้น } \text{ความยาวคลื่น} = \lambda = 3 \text{ cm}$$

$$a = 2.3 \text{ cm} = 0.7667\lambda$$

$$b = 1.0 \text{ cm} = 0.3333\lambda$$

โดยที่ให้สายอากาศมีค่าอัตราขยาย (gain) $G_o(\text{dB}) = 15 \text{ dB}$, $G_o = 31.6228$

1. หาค่าเริ่มต้นของ χ

$$\chi_1 = G_o / (2\pi \sqrt{2\pi}) = 2.00785$$

2. หาค่า χ_{correct} จาก

$$(\sqrt{2\chi} - b/\lambda)^2 (2\chi - 1) = (G_o / (2\pi) \sqrt{(3/2\pi)} (1/\sqrt{\chi}) - a/\lambda)^2 (G_o^2 / (6\pi^3 \chi) - 1)$$

$$\text{จะได้ } \chi = 1.8131$$

แทนค่า χ ในสมการ

$$\rho_e/\lambda = \chi \quad ; \quad \rho_e = 1.8131 \lambda = 5.4393 \text{ cm}$$

$$\rho_h/\lambda = G_o^2/(8\pi^3\chi) \quad ; \quad \rho_h = 2.2235 \lambda = 6.6705 \text{ cm}$$

3. หาค่าของ a_1 และ b_1 จาก

$$a_1 = \sqrt{3\lambda\rho_2} \approx \sqrt{3\lambda\rho_h} = G_o/(2\pi) \sqrt{(3/2\pi)\chi} \lambda$$

$$b_1 = \sqrt{2\lambda\rho_1} \approx \sqrt{2\lambda\rho_e} = \sqrt{(2\chi)} \lambda$$

จะได้ $a_1 = 2.5827 \lambda = 7.7481 \text{ cm}$

$$b_1 = 1.9043 \lambda = 5.7129 \text{ cm}$$

4. หาค่า p_e และ p_h จาก

$$p_e = (b_1 - b) [(\rho_e/b_1)^2 - 1/4]^{1/2}$$

$$p_h = (a_1 - a) [(\rho_h/a_1)^2 - 1/4]^{1/2}$$

จะได้ $p_e = 1.2729 \lambda$, $p_h = 1.2727 \lambda$

ดังนั้น ให้ $p_e = p_h = 1.2728 \lambda = 3.8184 \text{ cm}$

หาขนาดของมุมเปิดของฮอร์น (ψ_e, ψ_h)

โดยที่ $\psi_e = \tan[(b_1 - b)/2\rho_e] = 31.68^\circ$

$$\psi_h = \tan[(a_1 - a)/2\rho_h] = 35.50^\circ$$

ตรวจสอบ: โดยการหาค่าอัตราขยายของสายอากาศที่ได้ออกแบบไว้ดังกล่าวนี้ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้
สายอากาศแบบฮอร์นรูปที่ระมัด ใช้งานที่ความถี่ 10 GHz , $\lambda = 3 \text{ cm}$ มีขนาดดังนี้

$$a = 2.3 \text{ cm} = 0.7667\lambda \quad a_1 = 7.7481 \text{ cm} = 2.5827 \lambda$$

$$b = 1.0 \text{ cm} = 0.3333\lambda \quad b_1 = 5.7129 \text{ cm} = 1.9043 \lambda$$

$$\rho_e = 5.4393 \text{ cm} = 1.8131 \lambda \quad p_e = p_h = 3.8184 \text{ cm} = 1.2728\lambda$$

$$\rho_h = 6.6705 \text{ cm} = 2.2235 \lambda$$

- การหาค่าไดเรกต์วิตีของสายอากาศแบบฮอร์นรูปที่ระมัด

1. คำนวณหาค่าของ A และ B โดยที่

$$A = a_1/\lambda \sqrt{50/(\rho_h/\lambda)} = 12.2473$$

$$B = b_1/\lambda \sqrt{50/(\rho_e/\lambda)} = 10.0002$$

2. ใช้ค่าของ A และ B ที่ได้หาค่าของ G_H และ G_E จากรูปที่ 3.16 และ รูปที่ 3.8 ตามลำดับ จะได้ค่าดังนี้

$$G_H = 82.03125$$

$$G_E = 98.43750$$

3. คำนวณหาค่า D_p โดยใช้ค่า G_H และ G_E ที่ได้ในข้อ 2 โดยที่

$$\begin{aligned}
 D_p &= G_E G_H / [(32/\pi) \sqrt{50/(\rho_h/\lambda)} \sqrt{50/(\rho_e/\lambda)}] \\
 &= \pi \lambda^2 / (32ab) D_E D_H \\
 &= 31.8346 = 15.03 \text{ dB}
 \end{aligned}$$

- หาค่าโคเรกชันคิวดี้ของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด เมื่อเทียบกับสายอากาศไอโซโทรปิก

$$D_o \text{ (dB)} = 10 [1.008 + \log_{10}(a_1 b_1 / \lambda^2)] - (L_e + L_h)$$

หาค่า L_e และ L_h จากรูปที่ 3.19 โดยที่ $\rho_2 \approx \rho_h$ และ $\rho_1 \approx \rho_e$

$$s = b_1^2 / (8\lambda\rho_1) = b_1^2 / (8\lambda\rho_e) = 0.25 \quad ; \quad L_e(s) = 1.0 \text{ dB}$$

$$t = a_1^2 / (8\lambda\rho_2) = a_1^2 / (8\lambda\rho_h) = 0.375 \quad ; \quad L_h(t) = 1.2 \text{ dB}$$

ดังนั้น $D_o \text{ (dB)} = 14.8 \text{ dB}$

ตัวอย่างที่ 2

การออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด ซึ่งใช้ช่วงที่ความถี่ 10 GHz ซึ่งอยู่ในย่านความถี่ X-band (8.2-12.4 GHz) โดยใช้กับท่อนำสัญญาณ ที่มีขนาดดังนี้

ที่ $f = 10 \text{ GHz}$

จาก $c = f\lambda$ ดังนั้น ความยาวคลื่น $= \lambda = 3 \text{ cm}$

$a = 2.3 \text{ cm} = 0.7667\lambda$

$b = 1.0 \text{ cm} = 0.3333\lambda$

โดยที่ให้สายอากาศมีค่าอัตราขยาย (gain) $G_o \text{ (dB)} = 12 \text{ dB}$, $G_o = 15.8489$

1. หาค่าเริ่มต้นของ χ

$$\chi_1 = G_o / (2\pi \sqrt{2\pi}) = 1.0063$$

2. หาค่า χ_{correct} จาก

$$(\sqrt{2\chi} - b/\lambda)^2 (2\chi - 1) = (G_o / (2\pi) \sqrt{(3/2\pi)}) (1/\sqrt{\chi}) - a/\lambda)^2 (G_o^2 / (6\pi^3 \chi) - 1)$$

จะได้ $\chi = 0.8626$

แทนค่า χ ในสมการ

$$\rho_e / \lambda = \chi \quad ; \quad \rho_e = 0.8626 \lambda = 2.5878 \text{ cm}$$

$$\rho_h / \lambda = G_o^2 / (8\pi^3 \chi) \quad ; \quad \rho_h = 1.17395 \lambda = 3.52185 \text{ cm}$$

3. หาค่าของ a_1 และ b_1 จาก

$$a_1 = \sqrt{3\lambda\rho_2} \approx \sqrt{3\lambda\rho_h} = G_o / (2\pi) \sqrt{(3/2\pi)\chi} \lambda$$

$$b_1 = \sqrt{2\lambda\rho_1} \approx \sqrt{2\lambda\rho_e} = \sqrt{(2\chi)} \lambda$$

จะได้ $a_1 = 1.87566 \lambda = 5.6300 \text{ cm}$

$b_1 = 1.31347 \lambda = 3.9404 \text{ cm}$

4. หาค่า p_e และ p_h จาก

$$p_e = (b_1 - b) [(\rho_e/b_1)^2 - 1/4]^{1/2}$$

$$p_h = (a_1 - a) [(\rho_h/a_1)^2 - 1/4]^{1/2}$$

จะได้ $p_e = 0.417349 \lambda$, $p_h = 0.417257 \lambda$

ดังนั้น ให้ $p_e = p_h = 0.4173 \lambda = 1.2519 \text{ cm}$

หาขนาดของมุมเปิดของฮอร์น (ψ_e, ψ_h)

โดยที่ $\psi_e = \tan[(b_1 - b)/2\rho_e] = 49.60^\circ$

$$\psi_h = \tan[(a_1 - a)/2\rho_h] = 53.06^\circ$$

ตรวจสอบ: โดยการหาค่าอัตราขยายของสายอากาศที่ได้ออกแบบไว้ดังกล่าวนี้ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้
สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด ใช้งานที่ความถี่ 10 GHz, $\lambda = 3 \text{ cm}$ มีขนาดดังนี้

$$a = 2.3 \text{ cm} = 0.7667 \lambda \quad a_1 = 5.6300 \text{ cm} = 1.87666 \lambda$$

$$b = 1.0 \text{ cm} = 0.3333 \lambda \quad b_1 = 3.9404 \text{ cm} = 1.31347 \lambda$$

$$\rho_e = 2.5878 \text{ cm} = 0.86260 \lambda \quad p_e = p_h = 1.2519 \text{ cm} = 0.4173 \lambda$$

$$\rho_h = 3.5218 \text{ cm} = 1.17395 \lambda$$

- การหาค่าไดเรกต์วิตีของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด

1. คำนวณหาค่าของ A และ B โดยที่

$$A = a_1/\lambda \sqrt{50/(\rho_h/\lambda)} = 12.2474$$

$$B = b_1/\lambda \sqrt{50/(\rho_e/\lambda)} = 10.0000$$

2. ใช้ค่าของ A และ B ที่ได้หาค่าของ G_H และ G_E จากรูปที่ 3.16 และ รูปที่ 3.8 ตามลำดับ จะได้ค่าดังนี้

$$G_H = 82.03125$$

$$G_E = 98.43750$$

3. คำนวณหาค่า D_p โดยใช้ค่า G_H และ G_E ที่ได้ในข้อ 2 โดยที่

$$D_p = G_E G_H / [(32/\pi) \sqrt{50/(\rho_h/\lambda)} \sqrt{50/(\rho_e/\lambda)}]$$

$$= \pi \lambda^2 / (32ab) D_E D_H$$

$$= 15.9551 = 12.03 \text{ dB}$$

- หาค่าไดเรกต์วิตีของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด เมื่อเทียบกับสายอากาศไอโซโทรปิก

$$D_o (\text{dB}) = 10 [1.008 + \log_{10}(a_1 b_1 / \lambda^2)] - (L_e + L_h)$$

หาค่า L_e และ L_h จากรูปที่ 3.19 โดยที่ $\rho_2 \approx \rho_h$ และ $\rho_1 \approx \rho_e$

$$s = b_1^2 / (8\lambda\rho_1) = b_1^2 / (8\lambda\rho_e) = 0.25 \quad ; \quad L_e(s) = 1.0 \text{ dB}$$

$$t = a_1^2 / (8\lambda\rho_2) = a_1^2 / (8\lambda\rho_h) = 0.375 \quad ; \quad L_h(t) = 1.2 \text{ dB}$$

ดังนั้น $D_o \text{ (dB)} = 11.8 \text{ dB}$

และได้ทำการออกแบบสายอากาศและสร้างสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดขึ้น ตามตัวอย่างที่ 1 ที่ได้แสดงไว้แล้ว ซึ่งโครงสร้างของสายอากาศดังกล่าวสามารถแสดงได้ดังนี้ ,

- สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด ซึ่งใช้งานที่ความถี่ 10 GHz ซึ่งอยู่ในย่านความถี่ X-band (8.2-12.4 GHz) โดยใช้กับท่อนำสัญญาณ ที่มีขนาด $a = 2.3 \text{ cm}$, $b = 1.0 \text{ cm}$ โดยที่ให้สายอากาศมีค่าอัตราขยาย (gain)

$$G_o \text{ (dB)} = 15 \text{ dB} \text{ จะได้ว่า}$$

$$a = 2.3 \text{ cm} = 0.7667\lambda$$

$$a_1 = 7.7481 \text{ cm} = 2.5827\lambda$$

$$b = 1.0 \text{ cm} = 0.3333\lambda$$

$$b_1 = 5.7129 \text{ cm} = 1.9043\lambda$$

$$\rho_e = 5.4393 \text{ cm} = 1.8131\lambda$$

$$\rho_e = \rho_h = 3.8184 \text{ cm} = 1.2728\lambda$$

$$\rho_h = 6.6705 \text{ cm} = 2.2235\lambda$$

ซึ่งจะนำสายอากาศที่สร้างขึ้นนี้มาทำการทดสอบหาคุณสมบัติต่อไป

บทที่ 5

การทดสอบหาคุณสมบัติของสายอากาศ

5.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

5.1.1 สมการการส่งคลื่นของฟรีส (Friis Transmission Equation)

สมการการส่งคลื่นของฟรีส เป็นสมการซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ของกำลังงานที่ส่งออกไป กับกำลังที่รับได้ระหว่างสายอากาศสองตัว เมื่อสายอากาศทั้งสองอยู่ห่างกันเป็นระยะทาง $R > 2D^2/\lambda$ ดังแสดงในรูปที่ 5.1 โดยที่ D เป็นค่าของขนาดความยาวที่มากที่สุดในโครงสร้างของสายอากาศทั้งสอง สมมติว่า สายอากาศส่งเป็นสายอากาศแบบไอโซโทรปิก (isotropic) และ ถ้าให้กำลังที่ขั้วอินพุทของสายอากาศส่งเป็น P_t แล้วจะได้ว่า ความหนาแน่นของกำลังงานที่ระยะทาง R ได้ๆ จากตัวสายอากาศ เท่ากับ

$$W_o = e_u P_t / (4\pi R^2) \quad (5.1)$$

โดยที่ e_u เป็นค่าประสิทธิภาพโดยรวมของสายอากาศส่ง และคราวนี้ ถ้าสายอากาศส่งที่ไม่ใช่สายอากาศแบบไอโซโทรปิก นั้น ค่าของกำลังงานที่ส่งออกไปในทิศทาง θ_t, ϕ_t จะเท่ากับ

$$W_t = P_t G_{ot}(\theta_t, \phi_t) / (4\pi R^2) = e_u P_t D_{gr}(\theta_t, \phi_t) / (4\pi R^2) \quad (5.2)$$

โดยที่ $G_{ot}(\theta_t, \phi_t)$ เป็นอัตราขยาย และ $D_{gr}(\theta_t, \phi_t)$ เป็น directive gain ของสายอากาศในทิศทาง และ เนื่องจากค่าพื้นที่ประสิทธิภาพของสายอากาศรับ (effective aperture, A_r) นั้นสัมพันธ์กับ ประสิทธิภาพโดยรวมของสายอากาศรับ (e_r) และ directive gain (D_{gr}) ของสายอากาศรับ โดย

$$A_r = e_r D_{gr}(\theta_r, \phi_r) (\lambda^2 / 4\pi) \quad (5.3)$$

ดังนั้นปริมาณของกำลังงานที่รับได้โดยสายอากาศรับ จะเท่ากับ

$$P_r = W_t \cdot A_r \quad (5.4-1)$$

$$= [e_u P_t D_{gr}(\theta_t, \phi_t) / (4\pi R^2)] \times [e_r D_{gr}(\theta_r, \phi_r) (\lambda^2 / 4\pi)] \quad (5.4-2)$$

$$= e_u e_r [\lambda^2 D_{gr}(\theta_t, \phi_t) D_{gr}(\theta_r, \phi_r) P_t / (4\pi R)^2] \quad (5.4-3)$$

$$P_r / P_t = e_u e_r (\lambda / 4\pi R)^2 D_{gr}(\theta_t, \phi_t) D_{gr}(\theta_r, \phi_r) \quad (5.4-4)$$

$$P_r / P_t = e_{cdt} e_{cdr} e_{rt} e_{rr} (\lambda / 4\pi R)^2 D_{gr}(\theta_t, \phi_t) D_{gr}(\theta_r, \phi_r) \quad (5.4-5)$$

$$P_r / P_t = e_{cdt} e_{cdr} (1 - |\Gamma_t|^2) (1 - |\Gamma_r|^2) (\lambda / 4\pi R)^2 D_{gr}(\theta_t, \phi_t) D_{gr}(\theta_r, \phi_r) \quad (5.4-6)$$

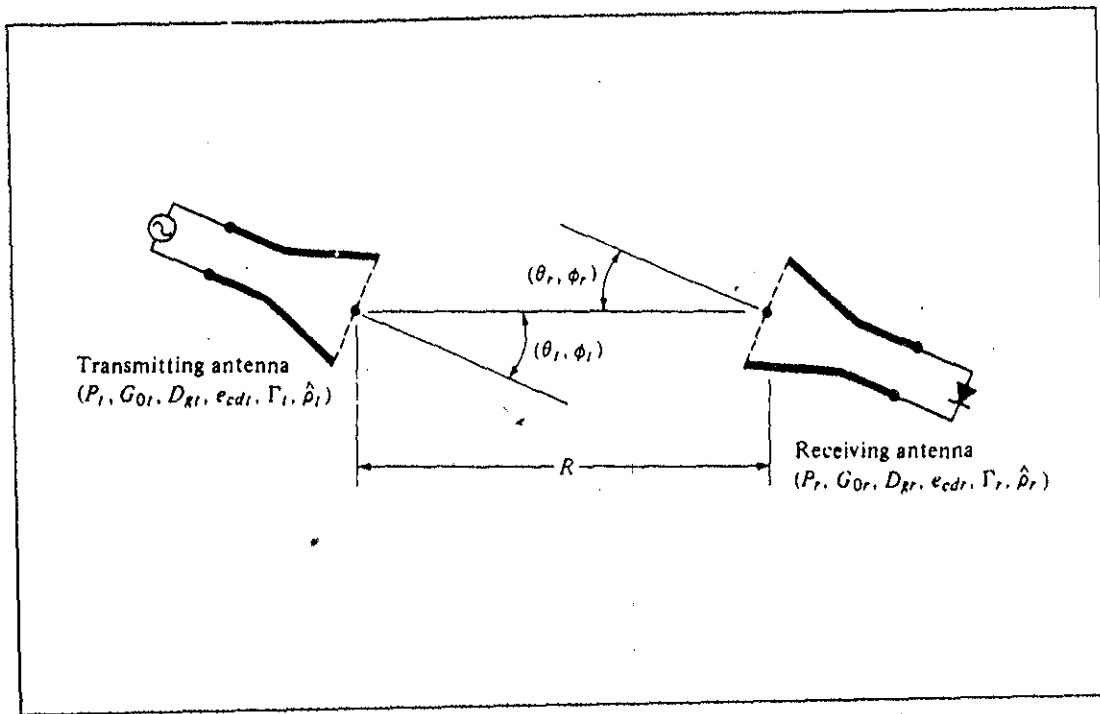
โดยที่ e_{cdt} และ e_{cdr} เป็นค่าประสิทธิภาพการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศส่งและสายอากาศรับ ตามลำดับ

Γ_t และ Γ_r เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของการสะท้อนของสายอากาศส่งและสายอากาศรับ ตามลำดับ

และถ้าคิดค่าของ polarization loss factor ที่เกิดขึ้นด้วย จะได้ว่า

$$P_r / P_t = e_{cdt} e_{cdr} (1 - |\Gamma_t|^2) (1 - |\Gamma_r|^2) (\lambda / 4\pi R)^2 D_{gr}(\theta_t, \phi_t) D_{gr}(\theta_r, \phi_r) |p_t \cdot p_r^*|^2 \quad (5.5)$$

โดยที่ P_t และ P_r เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของโพลาไรเซชันของสายอากาศส่งและสายอากาศรับ ตามลำดับ



รูปที่ 5.1 แสดงถึงการจัดวางตัวของสายอากาศส่งและสายอากาศรับ

และในกรณีที่โพลาไรเซชันของสายอากาศตรงกัน (matched) และอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน และหันให้สายอากาศส่งและรับคลื่นได้แรงที่สุด จะได้ว่า

$$P_r / P_t = (\lambda / 4\pi R)^2 G_{0t} G_{0r} \quad (5.6)$$

$$(G_{0t})_{dB} + (G_{0r})_{dB} = 20 \log(4\pi R / \lambda) + 10 \log(P_r / P_t) \quad (5.7)$$

โดยที่

$$(G_{0t})_{dB} = \text{อัตราขยายของสายอากาศส่ง (dB)}$$

$$(G_{0r})_{dB} = \text{อัตราขยายของสายอากาศรับ (dB)}$$

$$P_r = \text{กำลังงานที่รับได้ (W)}$$

$$P_t = \text{กำลังงานที่ส่งออก (W)}$$

$$R = \text{ระยะห่างระหว่างสายอากาศส่งและสายอากาศรับ (m)}$$

$$\lambda = \text{ความยาวคลื่น มีจุดทำงานของสายอากาศ (m)}$$

สมการฟรีสทรานส์มิชชัน เป็นสมการที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังที่รับได้ P_r (กำลังที่จ่ายไปยังโหลด) ต่อ กำลังที่ป้อนให้กับสายอากาศส่ง (input power) และเทอม $(\lambda / 4\pi R)^2$ นั้นถูกเรียกว่า free space loss factor

โดยที่ ในการทดสอบหาอัตราขยายของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดนี้ จะใช้สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดที่มีค่าอัตราขยายอยู่ในช่วง 12-25 dB เป็นสายอากาศอัตราขยายมาตรฐาน โดยที่สายอากาศทั้งสองที่ใช้เป็นสายอากาศส่งและสายอากาศรับนั้น จะให้มีค่าอัตราขยายเท่ากัน (โครงสร้างของสายอากาศทั้งสองเหมือนกัน) ซึ่งจะทำให้ได้ว่า

$$(G_{or})_{dB} = (G_{or})_{dB} = \frac{1}{2} [20 \log (4\pi R / \lambda) + 10 \log (P_r / P_t)] \tag{5.8}$$

ซึ่งถ้าทราบค่า R, λ และอัตราส่วนของ P_r / P_t จะทำให้สามารถหาค่าอัตราขยายของสายอากาศได้

5.1.2 หลักการของรีเฟล็กโตมิเตอร์ (Principle of reflectometer)

หลักการของรีเฟล็กโตมิเตอร์ที่ใช้นั้นมีอยู่หลายวิธีด้วยกัน แต่ในที่นี้จะใช้วิธีส่งผ่านกำลังใน 2 เส้นทาง (2 coupling paths) ซึ่งจะใช้อุปกรณ์ที่เรียกว่า cross guide coupler เป็นตัวแบ่งกำลังออกไปในเส้นทางต่างๆ ดังแสดงได้ในรูปที่ 5.2

โดยที่ คลื่นที่ออกจากพอร์ท 3 และ พอร์ท 4 ซึ่งเป็นเส้นทางหนึ่งของการแบ่งกำลังงานจะถูกวัดค่า และนำค่ามาเปรียบเทียบกับ โดย สำหรับ waveguide coupler ในอุดมคติ นั้น

$$|b_4| = k |a_1| \tag{5.9}$$

และ

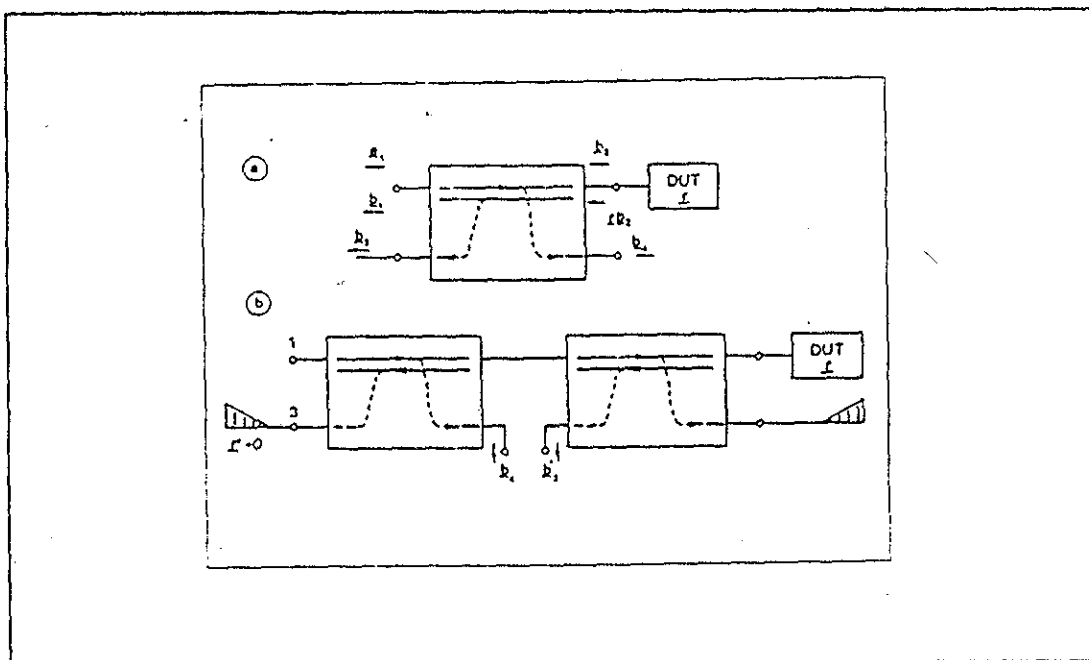
$$|b_3| = k \sqrt{(1-k^2)} |r| |a_1| \tag{5.10}$$

ดังนั้น

$$|b_3| / |b_4| = \sqrt{(1-k^2)} |r| \tag{5.11}$$

โดยที่ k = สัมประสิทธิ์การส่งผ่านกำลังเชื่อมผ่าน (coupling coefficient)

$|r|$ = ขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อน (reflection coefficient)



รูปที่ 5.2 แสดงถึง การแบ่งกำลังงานของ cross guide coupler ใน การใช้เป็น reflectometer

ดังนั้นถ้าทราบค่าของ k เราจะสามารถหาค่าของ $|r|$ ได้ แต่ในกรณีที่ waveguide coupler ที่ใช้นั้นไม่เป็น waveguide coupler ถูกมคคค นั้นจะทำให้เกิดความผิดพลาดขึ้น แต่จะมีผลน้อยมากต่อค่าขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่ต้องการหา

5.2 วิธีการทดสอบคุณสมบัติของสายอากาศ

เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้

1. HP Klystron Power Supply	Model 715A	1
2. X- Band Klystron Oscillator		1
3. HP SWR Meter W/SS	Model 415E	1
4. HP Frequency Meter	Model 532B	1
5. HP Power Meter W/SS	Model 431C	1
6. HP Attenuator	Model 375A	1
7. HP Crystal Detector	Model 424A	1
8. HP Thermistormount	Model 486A	1
9. HP Cross guide coupler	Model 750D	1
10. HP Termination	Model 910B	1
11. HP Cable Assembly	Model 10503A	1
12. MA 8Q71 XS-Band Ferrite Isolator	Model MA-159	1

(Gyrator)

การปรับตั้งค่าความถี่ของ Klystron Power Supply และ X- Band Klystron Oscillator

วิธีการทดลอง

- ประกอบชุดอุปกรณ์ทดลองตามรูปที่ 5.3
- เปิด Klystron Power Supply ต่อจากนั้นทำการปรับค่าแรงดันสะท้อนกลับไปที่ -150 V และปรับค่าแรงดันไฟฟ้าของบีมไปที่ 300 V และปรับค่าไปที่การส่งคลื่นต่อเนื่องจะได้ค่า กระแสของบีมเท่ากับ 30 mA ทำการปรับค่าของ X- Band Klystron Oscillator และ Frequency Meter ให้ได้ค่าความถี่ที่ 10 GHz ในการทดลองนี้ให้ทิ้งช่วงระยะเวลาไว้สักประมาณ 1 ชั่วโมง เพื่อให้จุดทำงานของเครื่องอยู่ในสภาวะคงตัว

ผลการทดลอง

จุดทำงานที่ใช้ของชุดทดลองนี้ คือ

- 1) แรงดันสะท้อนกลับ เท่ากับ -150 V
- 2) แรงดันไฟฟ้าของบีม เท่ากับ 300 V และ กระแสของบีมเท่ากับ 30 mA
- 3) ความถี่ที่ใช้งาน เท่ากับ 10 GHz

การทดสอบหาค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนของสายอากาศ

วิธีการทดลอง

1. การทดสอบหาค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนของสายอากาศ โดยใช้วิธี 2 coupling paths

1.1 ประกอบชุดอุปกรณ์ทดลองตามรูปที่ 5.4 โดยให้ สายอากาศที่จะใช้ในการทดสอบต่อนั้นอยู่ที่พอร์ท 2 ของ cross guide coupler

1.2 ต่อ termination ไว้ที่พอร์ท 3 เพื่อให้ไม่มีการสะท้อนกลับของกำลังงานเกิดขึ้น และ ทำการต่อสายวัด และ crystal detector เข้าที่พอร์ท 4 ของ cross guide coupler โดยที่พอร์ท 4 นี้จะเชื่อมต่อกับ SWR มิเตอร์ด้วย แล้วทำการปรับค่า SWR ให้เป็นศูนย์ โดยใช้ปุ่มหมุนปรับ VERNIER ZERO

1.3 ทำการสลับอุปกรณ์ที่ต่อระหว่างพอร์ท 3 กับ พอร์ท 4 นั่นคือ termination จะถูกต่ออยู่ที่พอร์ท 4 และวัดค่า SWR ที่อ่านได้จากพอร์ท 3 ในค่าของ dB ซึ่งจากสมการที่ (5.11) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{Display SWR /dB} &= -10 \log (1-k^2) - 20 \log (|r|) \\ &\approx -20 \log (|r|) \end{aligned}$$

เนื่องจาก cross guide coupler ที่ใช้มีค่า k เท่ากับ 30 dB ซึ่งทำให้ $k = 0.001$

ผลการทดลอง

1. วัดค่า SWR ได้ เท่ากับ 14 dB

2. แทนค่าในสมการที่ เพื่อหาค่า $|r|$ ซึ่งจะได้ว่า

$$|r| = 0.1995$$

ดังนั้น สัมประสิทธิ์การสะท้อนของสายอากาศ เท่ากับ 0.1995 ที่ความถี่ 10 GHz

การทดสอบหาค่าอัตราขยายของสายอากาศ

วิธีการทดลอง

1. การวัดค่ากำลังงานที่ส่งออก (transmitted power)

1.1 ต่อชุดอุปกรณ์ตามรูปที่ 5.5

1.2 ปรับค่า attenuation ไปที่ 10 dB

1.3 ต่อ Thermistor mount (ความต้านทาน 100-ohm) เข้ากับ ไมโครเวฟเพาเวอร์มิเตอร์ และปรับการใช้งานให้จ่ายเฉพาะค่ากระแสไบอัสเท่านั้น ซึ่งจะช่วยให้เข็มของไมโครเวฟเพาเวอร์มิเตอร์ นั้นสามารถถูกปรับค่าได้ โดยใช้ ปุ่มหมุนปรับ VERNIER ZERO

1.4 ต่อปลายอีกด้านหนึ่งของ Thermistor mount (ความต้านทาน 100-ohm) เข้ากับ attenuator และทิ้งช่วงระยะเวลาไว้ช่วงหนึ่งประมาณ 20 นาที เพื่อให้อุณหภูมิของ mount ของ Thermistor mount นั้นอยู่ในสภาวะคงตัว แล้วทำการปรับค่าศูนย์ โดยใช้ ปุ่มหมุนปรับ VERNIER ZERO

1.5 เปิด Klystron power supply โดยใช้ค่าต่างๆ ตามจุดทำงานที่ได้เลือกไว้แล้ว และ ปรับให้การส่งออกเป็นลักษณะของคลื่นต่อเนื่อง (CW)

1.6 อ่านค่าและบันทึกผลที่ได้จาก ไมโครเวฟเพาเวอร์มิเตอร์ ณ จุดทำงานของ klystron ที่ใช้อยู่

2. การวัดค่ากำลังงานที่รับได้ (received power)

2.1 ต่อชุดอุปกรณ์ตามรูปที่ 5.6

2.2 หาค่าระยะห่างระหว่างสายอากาศส่งและสายอากาศรับที่เหมาะสมโดยที่ระยะทาง $R > 2D^2/\lambda$

2.3 ทำการทดสอบตามขั้นตอนในข้อที่ 1.2 - 1.6

ผลการทดลอง

1) ค่าของกำลังงานที่ส่งออก ณ จุดทำงาน เท่ากับ 4.2 mW

2) ระยะห่างที่ใช้ระหว่างสายอากาศทั้งสอง

$$R > 2D^2/\lambda = 2(9.63 \text{ cm})^2 / (3 \text{ cm}) = 61.8 \text{ cm}$$

ในที่นี้จะใช้ระยะห่างระหว่างสายอากาศทั้งสอง เท่ากับ 1 m

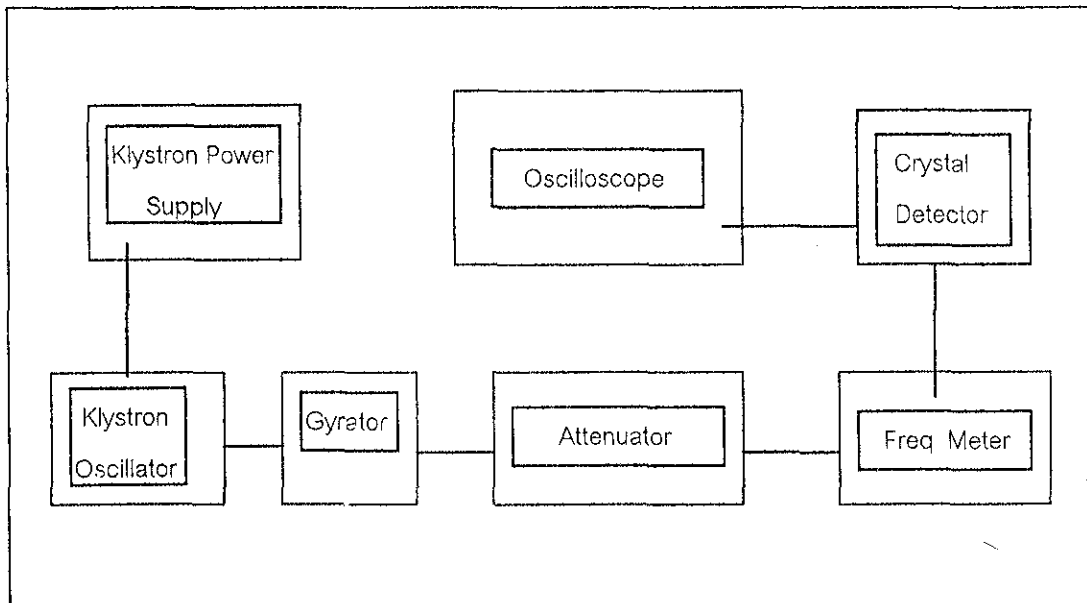
3) ค่าของกำลังงานที่รับได้ ณ จุดทำงาน เท่ากับ 20 μ W

4) แทนค่า R , λ , P_r และ P_t ที่ได้ลงในสมการที่ (5.8) จะได้ว่า

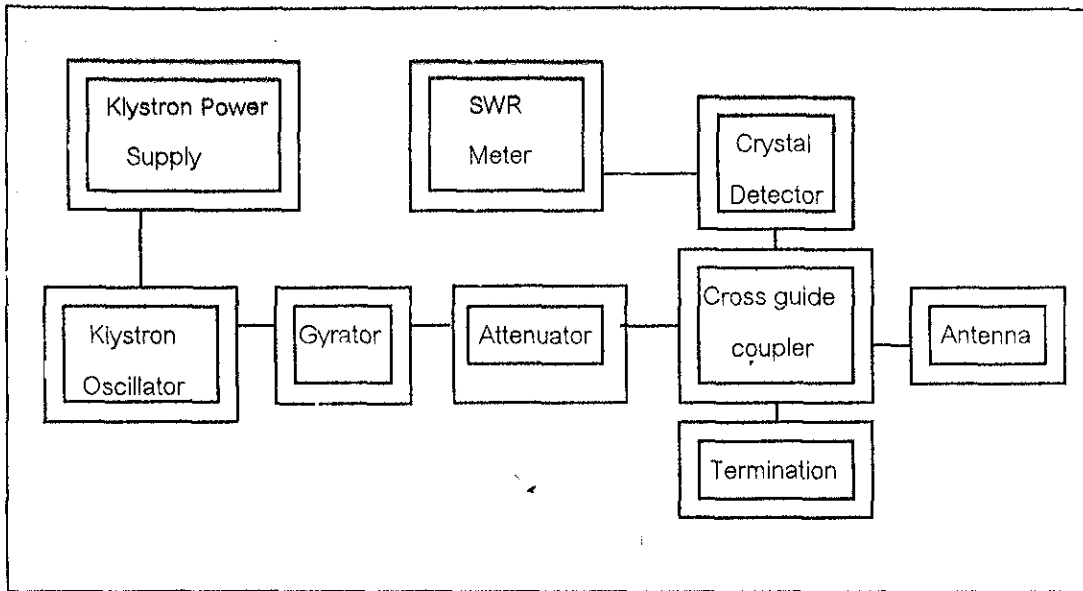
$$\begin{aligned} (G_{or})_{dB} &= (G_{ot})_{dB} = \frac{1}{2} [20 \log(4\pi R / \lambda) + 10 \log(P_r / P_t)] \\ &= \frac{1}{2} [20 \log(4\pi(1) / (0.03)) + 10 \log(20 \mu\text{W} / 4.2 \text{ mW})] \\ &= 14.61 \text{ dB} \end{aligned}$$

สรุปผลการทดลอง

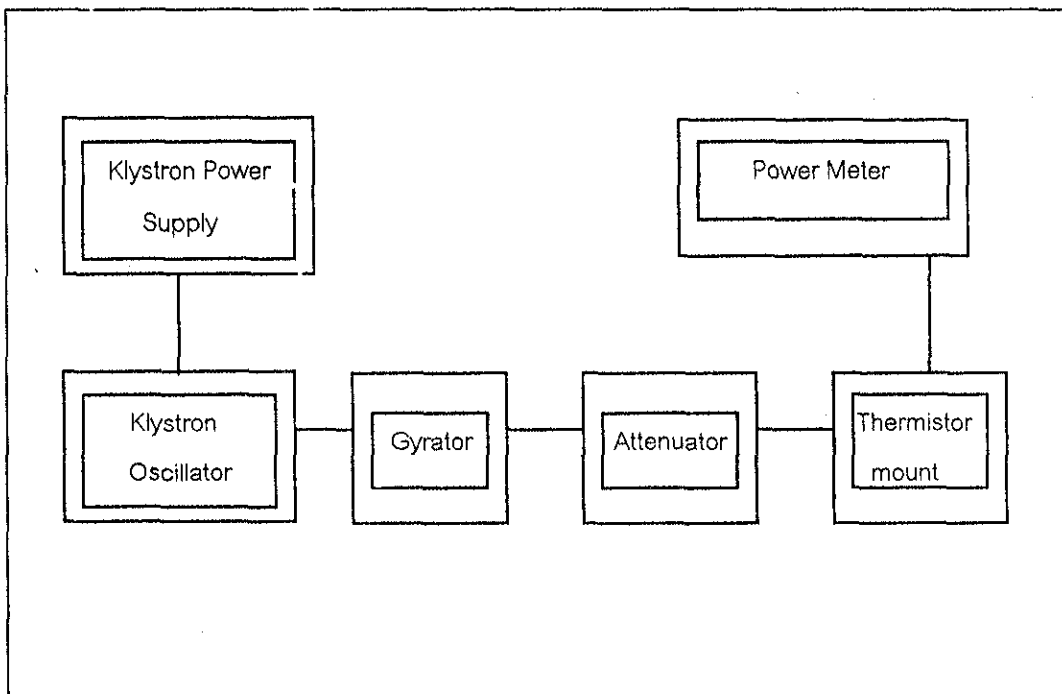
สายอากาศแบบฮอร์นรูปที่ระมัดที่ออกแบบไว้ให้มีอัตราขยายที่ 15 dB โดยในการออกแบบนั้นกำหนดให้มีประสิทธิภาพโดยรวมเท่ากับ 100% และเมื่อนำมาทดสอบปรากฏว่า สายอากาศนี้มีค่าอัตราขยายที่ 14.61 dB และมีสัมประสิทธิ์การสะท้อนเท่ากับ 0.1995 ซึ่งแสดงว่า เกิดการมีสแอม์ซกันระหว่างท่อนำคลื่นและสายอากาศ ซึ่งจะทำให้ ประสิทธิภาพโดยรวมของสายอากาศนี้ไม่เท่ากับ 100% แต่อย่างไรก็ตามผลที่ได้จากการทดลองนั้น จะเห็นว่ามีความใกล้เคียงกับค่าที่ได้ในทางทฤษฎีของการออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นนี้



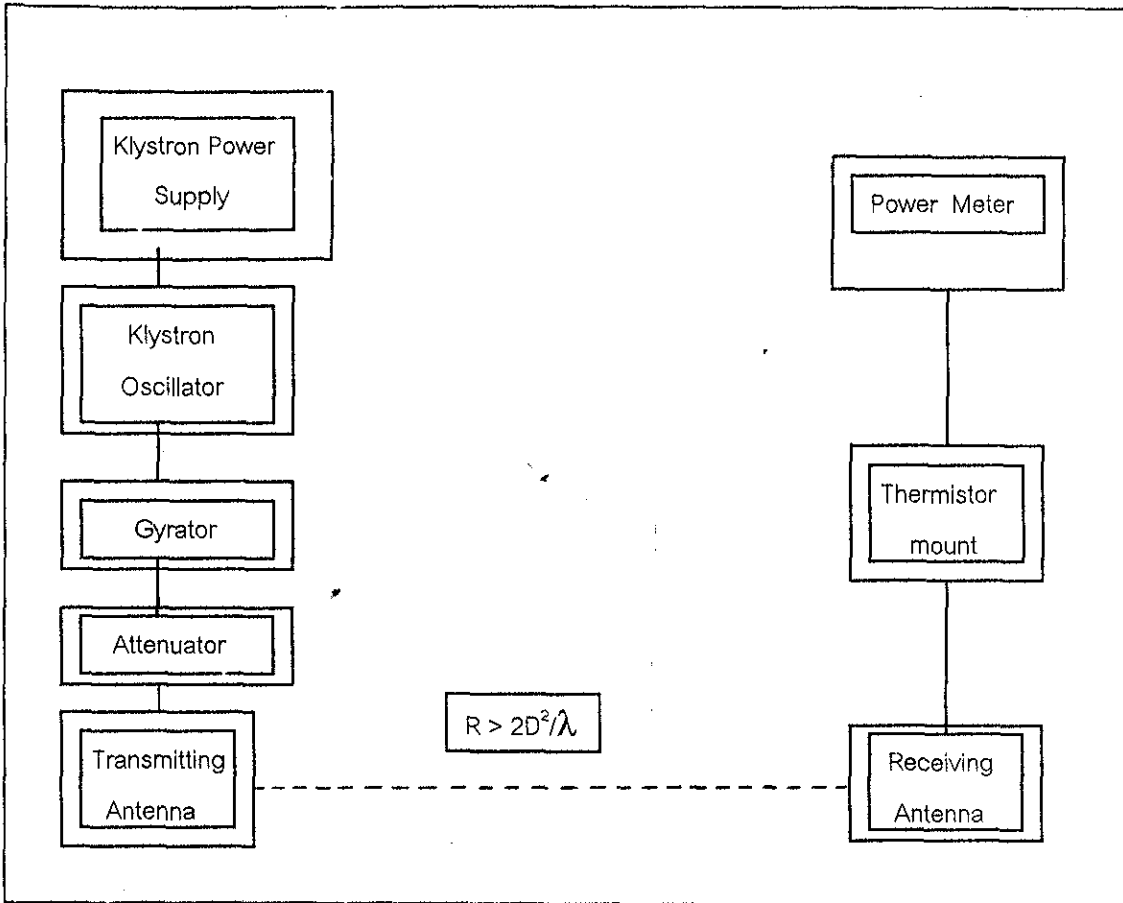
รูปที่ 5.3 การปรับตั้งค่าความถี่ของ Klystron Power Supply และ X-Band Klystron Oscillator



รูปที่ 5.4 การทดสอบหาค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนของสายอากาศ โดยใช้วิธี 2 coupling paths



รูปที่ 5.5 การวัดหาค่ากำลังงานที่ส่งออก (transmitted power)



รูปที่ 5.6 การวัดค่ากำลังงานที่รับได้ (received power) โดยสายอากาศรับ

หมายเหตุ : อย่างไรก็ตามในการทดลองนี้ยังมีข้อบกพร่องที่เกิดขึ้น เนื่องจากการสมมติให้สายอากาศที่สร้างขึ้นมาใช้งาน 2 ตัวโดยใช้แบบในการสร้างสายอากาศแบบเดียวกันนั้นมีค่าอัตราขยายเท่ากัน เพราะว่า ในทางปฏิบัติ นั้น สายอากาศทั้งสองจะมีขนาดที่แตกต่างกันอยู่ด้วย ซึ่งเป็นผลมาจากการสร้างสายอากาศโดยใช้วิธีการเชื่อม นั้น อาจจะทำให้ขนาดของสายอากาศทั้งสองมีค่าต่างกันเล็กน้อย ดังนั้นจึงควรทำการทดสอบสายอากาศโดยใช้สายอากาศที่ทราบคุณสมบัติต่างๆ แล้ว เป็นสายอากาศมาตรฐานในการทดสอบสายอากาศที่สร้างขึ้นนี้

บทสรุป

สายอากาศแบบฮอร์น เป็น สายอากาศแบบช่องเปิดที่ใช้ในความถี่ย่านไมโครเวฟแบบหนึ่ง และ เป็นที่นิยมใช้กันโดยทั่วไป เช่น การนำมาใช้เป็นสายอากาศรับ-ส่งสัญญาณ การใช้เป็นตัวป้อนสัญญาณในสายอากาศไมโครเวฟแบบจานสะท้อน และ การใช้เป็นสายอากาศมาตรฐานในการวัดคุณสมบัติของสายอากาศประเภทอื่นๆ เป็นต้น สายอากาศแบบฮอร์นนี้ จะอาศัยการลู่ออกหรือขยายออกของปลายท่อนำคลื่นในระนาบของสนามไฟฟ้า หรือ ในระนาบของสนามแม่เหล็ก หรือ ทั้งในระนาบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ซึ่งการลู่ออกของปลายท่อนำคลื่นในลักษณะนี้ จะทำให้พื้นที่ในการกระจายคลื่นเพิ่มมากขึ้น และทำให้อัตราขยายสูงขึ้นด้วย โดยที่สายอากาศที่มีการลู่ออกของปลายท่อนำคลื่น ในระนาบของสนามไฟฟ้า หรือ ในระนาบของสนามแม่เหล็ก ระบายใดระนาบหนึ่งเพียงระนาบเดียว นั้นจะเรียกว่า สายอากาศแบบฮอร์นรูปพัด และ สายอากาศที่มีการลู่ออกของปลายท่อนำคลื่นในทั้งระนาบของสนามไฟฟ้า และ ระบายของสนามแม่เหล็กนั้น จะเรียกว่า สายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด ซึ่งสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดนี้ จะมีค่าโคเร็กต์คิวิตี หรือ ความสามารถในการชี้ทิศทางของสายอากาศ ดีกว่าสายอากาศแบบฮอร์นรูปพัด และในการวิเคราะห์การออกแบบสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิด นั้นพบว่า มีปัจจัยหลายอย่างที่มีผลต่ออัตราขยายของสายอากาศ เช่น ขนาดของมุมเปิดของฮอร์น (ψ_o, ψ_h) , ขนาดของช่องเปิดของฮอร์น (a_1, b_1) , ขนาดความยาวของฮอร์น ($\rho_o, \rho_h, \rho_1, \rho_2, \rho_o, \rho_h$) และ ค่าความถี่ที่ใช้งาน เป็นต้น ดังนั้น ในการออกแบบสายอากาศ เพื่อให้ได้อัตราขยายของสายอากาศมีค่าสูงสุด (optimum gain) นั้น ต้องออกแบบให้เหมาะสมกับเงื่อนไขต่างๆ ที่ได้กล่าวไว้แล้ว ซึ่งเราได้ทำการทดสอบผลของการวิเคราะห์ โดยทำการสร้างสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดขึ้น โดยให้ใช้งานที่ความถี่ 10 GHz และ มีค่าอัตราขยาย 15 dB และได้นำมาทำการทดสอบหาค่าคุณสมบัติของสายอากาศ ซึ่งปรากฏว่า มีค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับเท่ากับ 0.1995 และมีค่าอัตราขยายเท่ากับ 14.61 dB ซึ่งผลที่ได้นั้นมีค่าใกล้เคียงกับที่ได้ออกแบบไว้

เอกสารอ้างอิง

1. Hewlett-Packard Company , “ Operating and Service Manual of HP Klystron Power Supply Model 715A ”
2. Hewlett-Packard Company , “ Operating and Service Manual of HP SWR Meter W/SS Model 415E ”
3. Hewlett-Packard Company , “ Operating and Service Manual of HP Power Meter W/SS Model 431C ”
4. Hewlett-Packard Company , “ Operating and Service Manual of X-Band Klystron Oscillator ”
5. Hewlett-Packard Company , “ Operating and Service Manual of HP Frequency Meter Model 532B ”
6. Hewlett-Packard Company , “ Operating and Service Manual of HP Crystal Detector Model 424A ”
7. Hewlett-Packard Company , “ Operating and Service Manual of HP Attenuator Model 375A ”
8. Hewlett-Packard Company , “ Operating and Service Manual of HP Thermistormount Model 486A ”
9. Hewlett-Packard Company , “ Operating and Service Manual of HP Cross guide coupler Model 750D ”
10. Hewlett-Packard Company , “ Operating and Service Manual of HP Termination Model 910B ”

บรรณานุกรม

1. Constantine A. Balanis , “ Antenna Theory Analysis & Design ,” John Wiley & Sons ,1982 , pp. 532-576 .
2. W.L. Sturzman and G.A. Thiele , “ Antenna Theory and Design ,” John Wiley & Sons , 1981.
3. Robert E. Collin , “ Foudations for Microwave Engineering ,” Mc Graw -Hill ,1992 , pp. 284-293.
- 4. Edgar Hund , “ Microwave Communications Components and Circuits ,” Mc Graw -Hill ,1989 , pp. 137-174.
5. Samuel Y. Liao , “ Engineering Application of Electromagnetic Theory ,” West Publishing Company ,1992 , pp. 181-211 , pp. 295-335
6. “ ไมโนย ไกรฤกษ์ , “ ทฤษฎีสายอากาศ ,” สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์ , 2536 .”
7. “ บัณฑิต ไรจน์อารยานนท์ , “ วิศวกรรมไมโครเวฟ ,” สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , พิมพ์ครั้งที่ 2 , 2539 .”
8. “ พิชัย ภักดีพานิชเจริญ , “ ทฤษฎีและการใช้งานความถี่ย่านไมโครเวฟ ,” สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์ , 2536 .”

ภาคผนวก ก.

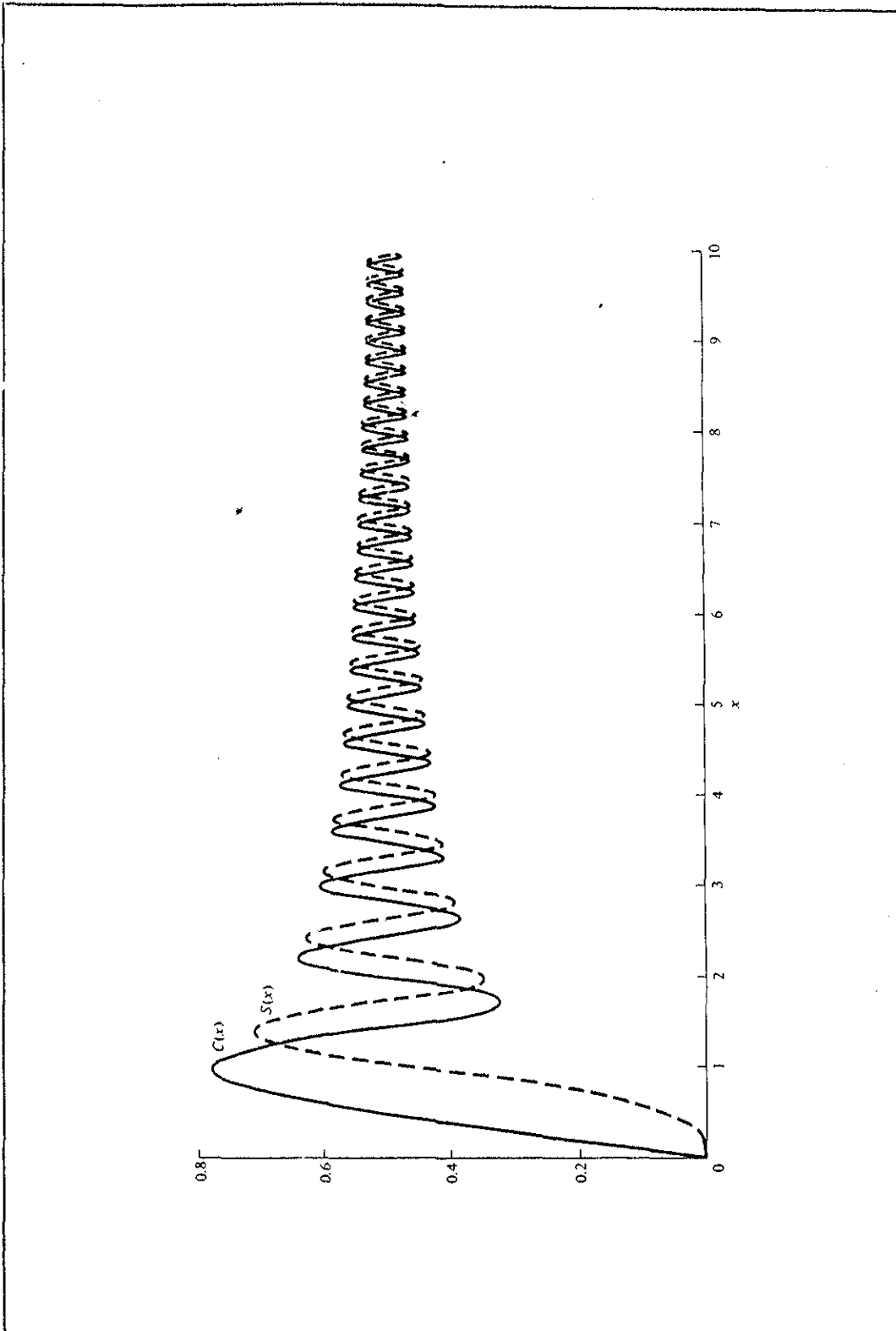
ตารางแสดงค่าโคไซน์และไซน์ของเฟรสเนลอินทิกรัล

โดยที่ $C(x)$ และ $S(x)$ เป็นโคไซน์และไซน์ของเฟรสเนลอินทิกรัล (Fresnel integrals) ซึ่ง

$$C(x) = \int_0^x \cos(\pi t^2/2) dt$$

$$S(x) = \int_0^x \sin(\pi t^2/2) dt$$

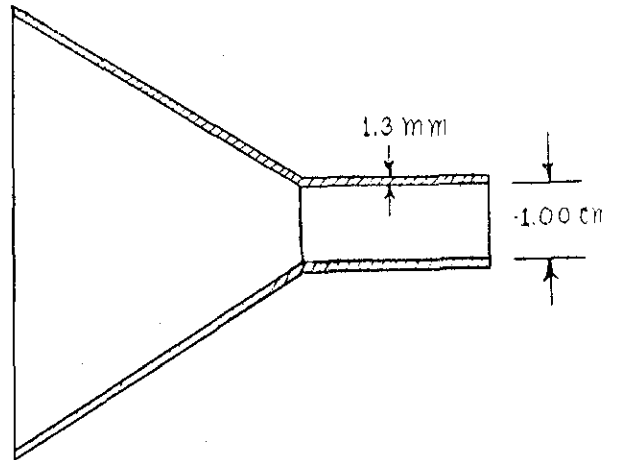
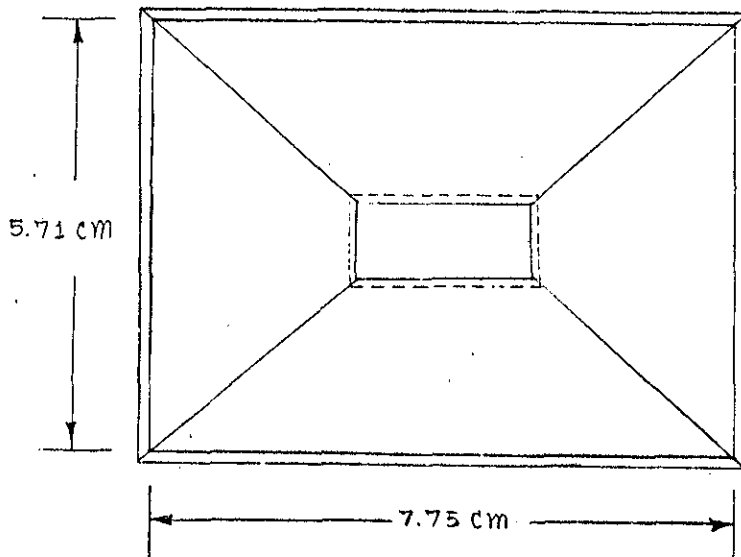
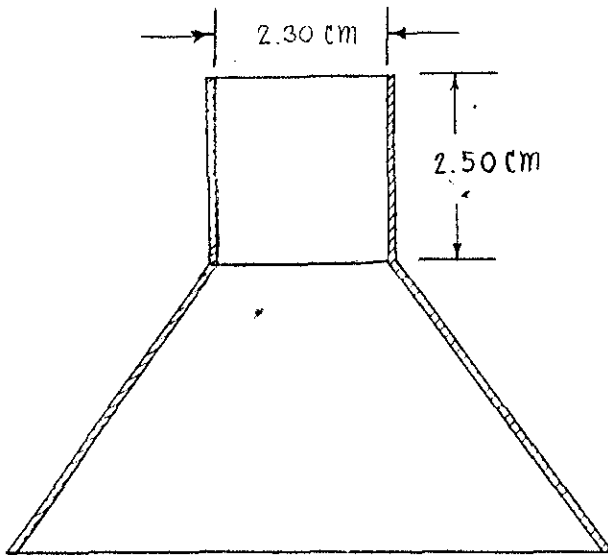
x	C(x)	S(x)	x	C(x)	S(x)
0.0	0.0	0.0	5.1	0.49979	0.56239
0.1	0.10000	0.00052	5.2	0.43889	0.49688
0.2	0.19992	0.00419	5.3	0.50778	0.44047
0.3	0.29940	0.01412	5.4	0.55723	0.51403
0.4	0.39748	0.03336	5.5	0.47843	0.55369
0.5	0.49234	0.06473	5.6	0.45171	0.47004
0.6	0.58110	0.11054	5.7	0.53846	0.45953
0.7	0.65965	0.17214	5.8	0.52984	0.54604
0.8	0.72284	0.24934	5.9	0.44859	0.51633
0.9	0.76482	0.33978	6.0	0.49953	0.44696
1.0	0.77989	0.43826	6.1	0.54950	0.51647
1.1	0.76381	0.53650	6.2	0.46761	0.53982
1.2	0.71544	0.62340	6.3	0.47600	0.45555
1.3	0.63855	0.68633	6.4	0.54960	0.49649
1.4	0.54310	0.71353	6.5	0.48161	0.54538
1.5	0.44526	0.69751	6.6	0.46899	0.46307
1.6	0.36546	0.63889	6.7	0.54674	0.49150
1.7	0.32383	0.54920	6.8	0.48307	0.54364
1.8	0.33363	0.45094	6.9	0.47322	0.46244
1.9	0.39447	0.37335	7.0	0.54547	0.49970
2.0	0.48825	0.34342	7.1	0.47332	0.53602
2.1	0.58156	0.37427	7.2	0.48874	0.45725
2.2	0.63629	0.45570	7.3	0.53927	0.51894
2.3	0.62656	0.55315	7.4	0.46010	0.51607
2.4	0.55496	0.61969	7.5	0.51601	0.46070
2.5	0.45742	0.61918	7.6	0.51564	0.53885
2.6	0.38894	0.54999	7.7	0.46278	0.48202
2.7	0.39249	0.45292	7.8	0.53947	0.48964
2.8	0.46749	0.39153	7.9	0.47598	0.53235
2.9	0.56237	0.41014	8.0	0.49980	0.46021
3.0	0.60572	0.49631	8.1	0.52275	0.53204
3.1	0.56160	0.58181	8.2	0.46384	0.48589
3.2	0.46632	0.59335	8.3	0.53775	0.49323
3.3	0.40570	0.51929	8.4	0.47092	0.52429
3.4	0.43849	0.42965	8.5	0.51417	0.46534
3.5	0.53257	0.41525	8.6	0.50249	0.53693
3.6	0.58795	0.49231	8.7	0.48274	0.46774
3.7	0.54195	0.57498	8.8	0.52797	0.52294
3.8	0.44810	0.56562	8.9	0.46612	0.48856
3.9	0.42233	0.47521	9.0	0.53537	0.49985
4.0	0.49842	0.42052	9.1	0.46661	0.51042
4.1	0.57369	0.47580	9.2	0.52914	0.48135
4.2	0.54172	0.56320	9.3	0.47628	0.52467
4.3	0.44944	0.55400	9.4	0.51803	0.47134
4.4	0.43833	0.46227	9.5	0.48729	0.53100
4.5	0.52602	0.43427	9.6	0.50813	0.46786
4.6	0.56724	0.51619	9.7	0.49549	0.53250
4.7	0.49143	0.56715	9.8	0.50192	0.46758
4.8	0.43380	0.49675	9.9	0.49961	0.53215
4.9	0.50016	0.43507			
5.0	0.56363	0.49919			



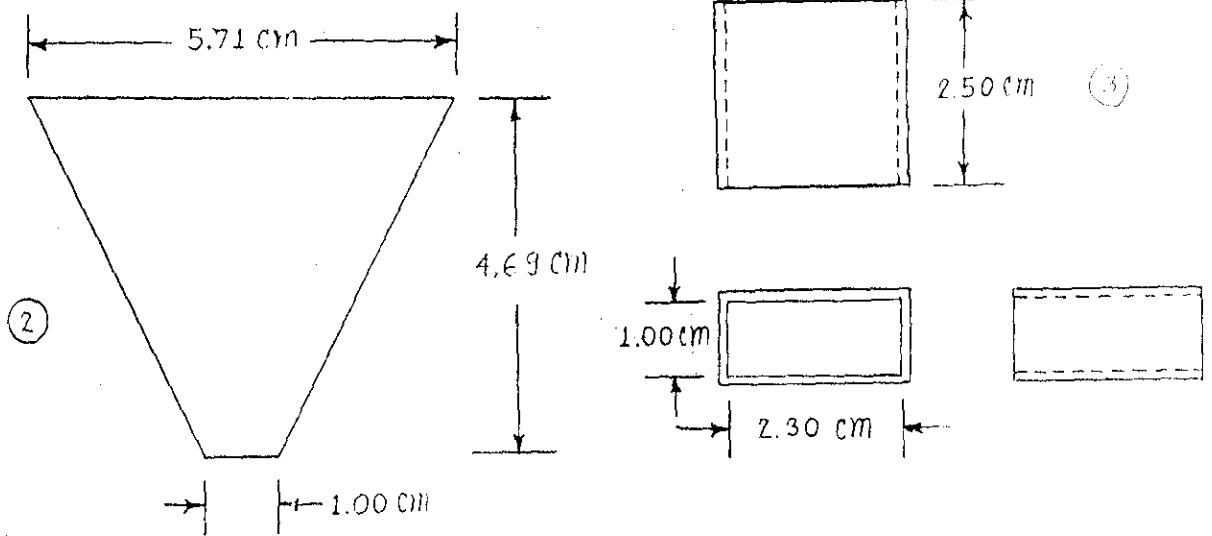
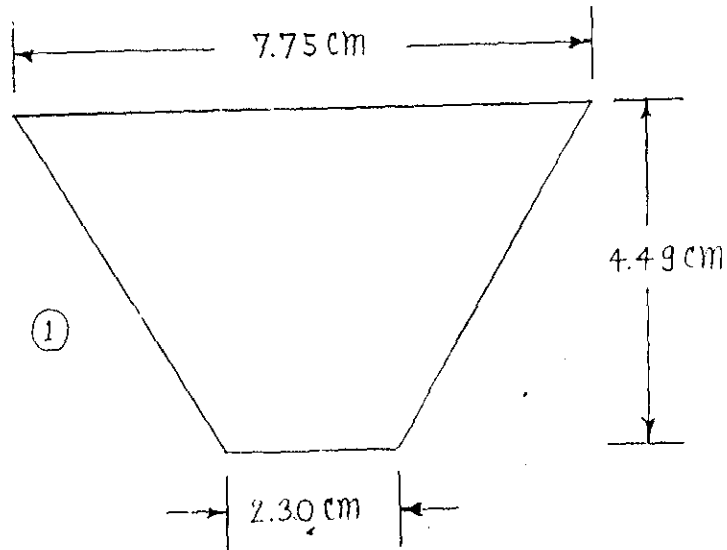
กราฟแสดงค่าของ $C(x)$ และ $S(x)$ ซึ่งเป็นโคไซน์และไซน์ของเฟรสเนลอินทิกรัล

ภาคผนวก ข.

ตัวอย่างแบบของสายอากาศแบบฮอร์นรูปพีระมิดที่ได้สร้างขึ้น



WORKING DRAWING



DETAIL DRAAWING

1. HORN-1 จำนวน 2 ชิ้น วัสดุที่ใช้ Cu
2. HORN-2 จำนวน 2 ชิ้น วัสดุที่ใช้ Cu
3. GUIDE จำนวน 1 ชิ้น วัสดุที่ใช้ Cu

ประวัติผู้ทำโครงการวิศวกรรม

ณัฐวุฒิ พุทธรประสิทธิ์ เกิดเมื่อวันที่ 21 กรกฎาคม พ.ศ. 2519 มีภูมิลำเนาอยู่ที่ อำเภอเมือง จังหวัดอุบลราชธานี โดยมีประวัติการศึกษาโดยสังเขปดังนี้

- พ.ศ. 2531 สำเร็จการศึกษาชั้นประถมศึกษา จาก โรงเรียนวัดสระแก้ว อ.เมือง จ.นครราชสีมา
- พ.ศ. 2534 สำเร็จการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จาก โรงเรียนบุญวัฒนา อ.เมือง จ.นครราชสีมา
- พ.ศ. 2536 สำเร็จการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจาก ศูนย์การศึกษานอกโรงเรียนจังหวัดนครราชสีมา
- พ.ศ. 2537- ปัจจุบัน กำลังศึกษาในระดับอุดมศึกษา ที่มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จ.นครราชสีมา
- ปัจจุบัน เป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 4 สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม สำนักวิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จ.นครราชสีมา