บทคัดย่อ

การศึกษาและวิเคราะห์เกี่ยวกับแบบจำลองคณิตศาสตร์ของวัสดุยืดหยุ่นหนืดเชิงเส้น เป็นการตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างอินพุท(ความเค้น หรือ ความเครียด) ที่กระทำต่อวัสดุยืดหยุ่นหนืดเชิงเส้น กับ เอาพุท (ความเครียด หรือ ความเค้น) ที่เกิดขึ้นจากการตอบสนองของวัสดุ ซึ่งโดยทั่วไปแบบจำลองที่ใช้กับวัสดุที่มีคุณสมบัติยืดหยุ่นหนืดเชิงเส้น ได้แก่ แบบจำลองของแมกซ์เวลล์ (Maxwell model) แบบจำลองเคลวิน-โวค(Kelvin-Voigt model) และแบบจำลองเชิงเส้นพื้นฐาน(Standard Linear model) ซึ่งไม่สามารถอธิบายคุณสมบัติของวัสดุยืดหยุ่นหนืดเชิงเส้นได้ถูกต้อง อาทิเช่น แบบจำลองแมกซ์เวลล์จะไม่มีคุณสมบัติของการคืนรูป(Recovery) แบบจำลองเคลวิน-โวคจะไม่มีคุณสมบัติการการพักความเค้น(Stress Relaxation) และแบบจำลองเชิงเส้นพื้นฐานจะใช้อธิบายได้ดีสำหรับของแข็งที่สามารถคืนตัวได้ 100 % เท่านั้น ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาวิธีการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวัสดุยืดหยุ่นหนืดเชิงเส้นที่แสดงอยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอน(Transfer function) ที่สามารถอธิบายคุณสมบัติของวัสดุยืดหยุ่นหนืดเชิงเส้นได้ถูกต้อง ซึ่งลักษณะดังกล่าวสามารถใช้หลักการทฤษฎีควบคุมในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวัสดุยืดหยุ่นหนืดเชิงเส้นโดยวิธีระบุเอกลักษณ์ โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการวัดคือ พลังงานสะสม(Storage modulus) $G'(\omega)$ พลังงานที่สูญเสีย(Loss modulus) $G''(\omega)$ และความถี่ (ω) ที่กระทำต่อวัสดุ ไปประเมินค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันถ่ายโอนโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด และ วิธีกำลังสองน้อยสุดแบบถ่วงน้ำหนัก ด้วยความถี่และค่าความแปรปรวนของชุดข้อมูล

คำสำคัญ: กลศาสตร์ของวัสดุ, ทฤษฎีการควบคุม, วิธีระบุเอกลักษณ์ของระบบ

Abstract

The study and analysis of mathematical models of linear viscoelastic materials aims to investigate the relationship between input (stress or strain) on such materials and output (strain or stress) that occurs from the response of such materials. Generally, the mathematical models used for linear viscoelastic materials are the Maxwell model, the Kevin-Voigt model and the standard linear model. These models cannot accurately describe the properties of linear viscoelastic materials. For instance, the Maxwell model does not show the recovery behavior of materials, the Kevin-Volgt model does not demonstrate the stress relaxation and the standard linear model can be applied well only for solid materials that can be recovered 100%. This paper is aimed to identify the mathematical model of linear viscoelastic materials. The model can be expressed in terms of transfer function that can accurately describe the properties of linear viscoelastic materials. The control theory can be used to find out the mathematical model of linear viscoelastic materials using the system identification method for which the storage modulus $G'(\omega)$, loss modulus $G''(\omega)$ and input frequency (ω) obtained from the measurement are used. To determine the transfer function coefficients, the least square method, the weighting least square method with input frequency and the weighting least square method with variance are used.

Keywords: Mechanics of Materials, Control Theory, System Identification