รหัสโครงการ SUT7-711-49-12-46

รายงานการวิจัย

ผลของร่องโรเตอร์มาตรฐานของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสที่มีต่อการสั่นสะเทือนทางกล

(Effects of the Standard Rotor Slots of Three-phase Induction Motors on Mechanical Vibration)

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจาก
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

รหัสโครงการ SUT7-711-49-12-46

รายงานการวิจัย

ผลของร่องโรเตอร์มาตรฐานของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส ที่มีต่อการสั่นสะเทือนทางกล

(Effects of the Standard Rotor Slots of Three-phase Induction Motors on Mechanical Vibration)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

ศาสตราจารย์ น.ท. ดร.สราวุฒิ สุจิตจร

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผู้ร่วมวิจัย

นายเผดิ็จ เผ่าละออ

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2549

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

ตุลาคม 2549

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ได้สนับสนุนทุนวิจัยสำหรับโครงการนี้ โดยการวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ 2549

บทคัดย่อ

โครงการวิจัยนี้ นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์พร้อมการจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสชนิดกรงกระรอก เพื่อใช้เปรียบเทียบขนาดของการสั่นสะเทือนทางกลเมื่อพิจารณารูปร่างร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ตามมาตราฐาน IEEE ที่มีเกณฑ์ขนาดพื้นที่หน้าตัดของร่องโรเตอร์มีค่าเท่ากัน โดยพิจารณาแหล่งจ่ายไฟที่จ่ายเข้ามอเตอร์เป็นรูปคลื่นไซน์บริสุทธิ์อันเป็นแหล่งจ่ายพื้นฐาน การจำลองผลได้ใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ร่วมกับกระบวนการนิวตัน-ราฟสันเป็นเครื่องมือแก้สมการไม่เชิงเส้นที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา เพื่อศึกษาถึงแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระจายอยู่บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์อันเป็นต้นเหตุของการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์ แม้ว่าจะไม่ใช่เหตุผลเดียวก็ตาม การสั่นสะเทือนมีขนาดต่ำที่สุดเมื่อใช้ร่องโรเตอร์ที่มีความลึกตื้นที่สุด เนื่องจากโรเตอร์ที่มีร่องตื้นจะมีโอกาสเกิดเส้นแรงแม่เหล็กรั่วต่ำ ซึ่งเส้นแรงแม่เหล็กรั่วเป็นตัวการให้แรงแม่เหล็กไฟฟ้ามีขนาดและฮาร์มอนิกที่สูงขึ้น

ABSTRACT

This research presents the development of mathematical models and simulation of magnetic field, and mechanical vibration in a three-phase squirrel-cage induction motor. Its aim is to compare the vibration magnitude when the motor possesses different rotor-slot geometrical shapes. The cross sectional areas of all slot shapes are kept equally constant according to the IEEE standard. Under an assumption of sinusoidal motor excitation, the simulation works employ the FEM and the Newton-Raphson method to solve time varying nonlinear equations. The numerical solutions obtained indicate the electromagnetic force distribution over the motor cross sectional area. Such forces cause mechanical vibration in the motor, however, not a sole reason. The shallowest rotor slot results in the minimum vibration because it introduces the least magnetic flux leakage. This leakage relates to the amount of harmonic and the magnitude of the electromagnetic force.

สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	ก
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญตาราง	ฉ
สารบัญรูป	ช
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	3
1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น	3
1.4 ขอบเขตของการวิจัย	3
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย	4
1.6 การจัดรูปเล่มรายงานการวิจัย	4
บทที่ 2 การคำนวณสนามแม่เหล็กของมอเตอร์เหนี่ยวนำโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์	5
2.1 บทนำ	5
2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก	5
2.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์	7
2.3.1 การแบ่งอิลิเมนท์ของพื้นที่ศึกษา	7
2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์	8
2.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนท์	9
2.3.4 การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่	14
2.3.5 การแก้ปัญหาแบบไม่เป็นเชิงเส้น	15
2.3.6 การประกอบสมการอิลิเมนท์ขึ้นเป็นระบบ	17
2.3.7 ประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย	17
2.3.8 คำนวณค่าตัวแปรอื่นที่ต้องการ	18
2.4 สรุป	19

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 3 การคำนวณการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ 20
3.1 บทนำ 20
3.2 การคำนวณการสั่นสะเทือนโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ 20
3.2.1 การแบ่งอิลิเมนท์ของพื้นที่ศึกษา 20
3.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในและสมการของอิลิเมนท์ 21
3.3 การหาผลเฉลยสำหรับการสั่นสะเทือน 26
3.4 สรุป 27
บทที่ 4 โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำ 28
4.1 บทนำ 28
4.2 พารามิเตอร์ของมอเตอร์ 28
4.3 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล 30
4.3.1 โปรแกรมสร้างกริดอัตโนมัติ 30
4.3.2 โปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก 31
4.3.3 โปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือน 34
4.4 สรุป 36
บทที่ 5 การศึกษาและวิเคราะห์ผลของการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์เมื่อพิจารณา
รูปร่างร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ตามมาตรฐาน IEEE 37
5.1 บทนำ 37
5.2 ผลของสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกล 38
5.3 อภิปรายและสรุป 44
บทที่ 6 สรุปและข้อเสนอแนะ 47
6.1 สรุป 47
6.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต 48
บรรณานุกรม 50
ภาคผนวก
การเผยแพร่ผลงานวิจัย 54
ประวัติผู้วิจัย 55

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1 พารามิเตอร์ทางไฟฟ้าและทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส	29
5.1 ค่า THD ของแรงแม่เหล็กไฟฟ้าเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ	42
5.2 ขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ	44
5.3 อันดับขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ	45

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
2.1	การแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อบนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์	8
3.1	การแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อของมอเตอร์เพื่อคำนวณการสั่นสะเทือน	21
3.2	อิลิเมนท์สามเหลี่ยมเมื่อพิจารณาระนาบพิกัดวงกว้าง	22
3.3	อิลิเมนท์สามเหลี่ยมเมื่อพิจารณาระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น	23
4.1	ภาคตัดส่วนหนึ่งของมอเตอร์เหนี่ยวนำและมิติ (mm)	28
4.2	ภาคตัดของร่องสเตเตอร์และมิติ (mm)	30
4.3	แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก	32
4.4	แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือน	35
5.1	ภาคตัดและมิติ (mm) ของร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ทั้ง 7 แบบ ตามมาตราฐาน IEEE	38
5.2	เส้นแรงแม่เหล็กเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 เมื่อโรเตอร์หมุนไป	39
5.3	แรงแม่เหล็กไฟฟ้าและสเปกตรัมทางขนาดเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 ที่กระทำกับฟันสเตเตอร์	40
5.4	การกระจายตัวของแรงแม่เหล็กไฟฟ้าเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1	42
5.5	การบิดเบี้ยวของวงรอบด้านในสเตเตอร์ขณะที่โรเตอร์หมุนเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1	43

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย

การสั่นสะเทือน คือปรากฏการณ์ของการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาของวัตถุจากอิทธิพลของแรงกระทำ ซึ่งอาจเป็นแรงกระทำจากภายในที่ก่อให้เกิดการสั่นสะเทือนแบบอิสระ (free vibration) โดยสั่นด้วยความถี่ธรรมชาติ ซึ่งอาจจะมีความถี่เดียวหรือหลายความถี่ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของระบบ หรือเป็นแรงกระทำจากภายนอกที่ก่อให้เกิดการสั่นสะเทือนแบบบังคับ (forced vibration) โดยสั่นด้วยความถี่เท่ากับความถี่ของแรงภายนอกที่มากระทำ และถ้าความถี่ของแรงที่มากระทำเท่ากับความถี่ธรรมชาติ จะทำให้เกิดปรากฏการณ์เรโซแนนซ์ (resonance) นั่นคือขนาดของการสั่นสะเทือนจะถูกขยายขึ้นจนทำให้เกิดความเสียหายแก่ระบบได้ โดยทั่วไปการสั่นสะเทือนมักเป็นสิ่งที่ไม่ต้องการ แต่หลีกเลี่ยงไม่ได้ อย่างดีที่สุดคือพยายามจำกัดขนาดของการสั่นสะเทือนให้อยู่ภายในขอบเขตที่ยอมรับได้ สำหรับมอเตอร์เหนี่ยวนำการสั่นสะเทือนทางกลอาจเกิดจากหลายสาเหตุได้แก่ ความไม่สัมพันธ์กันระหว่างจำนวนร่องของสเตเตอร์และโรเตอร์ การเยื้องศูนย์กลางของโรเตอร์ทั้งแบบสถิต (static eccentricity) และแบบพลวัต (dynamic eccentricity) และการนำอินเวอร์เตอร์มาใช้ปรับเปลี่ยนค่าความเร็วรอบแล้วส่งผลให้กระแสและแรงดันที่จ่ายเข้ามอเตอร์มีฮาร์มอนิกปะปนอยู่มาก สาเหตุต่างๆ เหล่านี้อาจเกิดขึ้นได้จากการออกแบบและการผลิตที่ไม่ได้มาตรฐาน ความเสื่อมสภาพตามอายุการใช้งาน ธรรมชาติของเทคโนโลยีการขับเคลื่อน หรือเกิดจากปัจจัยภายนอกอื่นๆ ซึ่งสาเหตุต่างๆ เหล่านี้ย่อมส่งผลกระทบต่อการกระจายตัวที่ไม่สมดุลของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์ แล้วส่งผลให้เกิดการสั่นสะเทือนขึ้น ทำให้มีการสูญเสียทางกล สมรรถนะในการทำงานและอายุการใช้งานของมอเตอร์ลดลง อย่างไรก็ตาม ณ ปัจจุบันสำหรับประเทศไทย ปัญหาเรื่องการสั่นสะเทือนทางกลที่เกิดขึ้นในมอเตอร์เหนี่ยวนำซึ่งเป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย คงยังถูกมองข้ามและขาดการเอาใจใส่อย่างจริงจัง

ปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ส่วนใหญ่ สามารถใช้การอธิบายด้วยสมการอนุพันธ์ (differential equation) หรือสมการอินทิกรัล (integral equation) สมการอนุพันธ์บางรูปแบบอาจหาผลเฉลยแม่นตรงได้ยากหรือทำไม่ได้ จึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณนั้นมีหลายวิธี วิธีที่ได้รับความนิยมกันอย่างกว้างขวางในอดีตที่ผ่านมาคือ วิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference method) ซึ่งเป็นวิธีการที่ง่ายแก่การศึกษาและการทำความเข้าใจรวมไปถึงความสะดวกในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ส่วนข้อเสียของการใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องมีหลายประการเช่น ความไม่สะดวกในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต และที่สำคัญที่สุดคือ ความ

ยากลำบากในการประยุกต์วิธีการนี้เพื่อใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างลักษณะที่ซับซ้อน อย่างเช่นโครงสร้าง หรือชิ้นส่วนต่างๆ ของเครื่องจักรกลไฟฟ้า สาเหตุของความยากลำบากดังกล่าวมีส่วนก่อให้เกิดวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณวิธีใหม่ที่เรียกว่า วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ (finite element method: FEM) ซึ่งวิธีนี้สามารถนำมาใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างลักษณะซับซ้อนใดๆ ก็ได้ โดยสามารถจำลองรูปร่างลักษณะดั้งเดิมที่แท้จริงได้ใกล้เคียงและเที่ยงตรงกว่า วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ มีวิวัฒนาการมาตั้งแต่ต้นปี ค.ศ. 1950 ปัจจุบันเป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ได้รับความนิยมมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่างๆ ด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ในปัจจุบันได้มีการนำวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์มาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมแทบทุกสาขา เนื่องจากสามารถหาผลเฉลยได้แม้กระทั่งปัญหาที่ไม่เป็นเชิงเส้นและปัญหาที่มีการผันแปรตามเวลา ดังนั้นการวิเคราะห์ผลของการสั่นสะเทือนที่เกิดจากการออกแบบชิ้นงานที่มีรูปร่างลักษณะที่ซับซ้อน ซึ่งอาจจะประกอบขึ้นด้วยวัสดุหลายชนิดที่มีลักษณะสมบัติที่แตกต่างกัน หรือมีค่าเงื่อนไขขอบเขตหลายอย่างผสมกันอยู่ในระบบ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์มาใช้ดำเนินการ

งานวิจัยที่นำเสนอนี้ สนใจมอเตอร์เหนี่ยวนำ 3 เฟส 4 ขั้ว ชนิดกรงกระรอก (squirrel cage) โดยดำเนินการศึกษารูปร่างร่องโรเตอร์ (rotor slot) แบบต่างๆ ตามมาตรฐาน IEEE ที่มีผลต่อการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์ เนื่องจากงานพัฒนาทางวิศวกรรมในอดีตเน้นการออกแบบร่องโรเตอร์ โดยพิจารณาถึงแต่คุณลักษณะของแรงบิดเอาต์พุตที่จะนำไปใช้งานตามประเภทต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม โดยอาจมิได้คำนึงถึงการสั่นสะเทือนทางกลที่เกิดขึ้นได้เป็นผลสืบเนื่อง การดำเนินงานวิจัยนี้ อาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เหนี่ยวนำ ซึ่งใช้การจำลองผลโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ทั้งการคำนวณหาสนามแม่เหล็กและการคำนวณหาขนาดของการสั่นสะเทือน เพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของฟลักซ์แม่เหล็ก ณ ตำแหน่งต่างๆ บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์เมื่อโรเตอร์หมุนไป เพื่อใช้ในการคำนวณหาแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีผลต่อการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เหนี่ยวนำ โดยพิจารณามอเตอร์เหนี่ยวนำแบบ 2 มิติ (ระนาบ xy) ซึ่งมีการแปรผันตามเวลา และพิจารณาคุณสมบัติความไม่เป็นเชิงเส้นของวัสดุที่ใช้ทำมอเตอร์ประกอบด้วย การประดิษฐ์ไฟไนท์อิลิเมนท์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วย BORLAND C++™ เพื่อคำนวณค่าสนามแม่เหล็กและขนาดของการสั่นสะเทือน โดยรับค่าอินพุตซึ่งเป็นคุณลักษณะของจุดต่อและอิลิเมนท์จากการสร้างกริดอัตโนมัติโดยใช้โปรแกรม MATLAB ™ และส่งค่าผลลัพธ์ที่ได้ให้โปรแกรม MATLAB ™ เพื่อแสดงผลด้วยภาพกราฟฟิก

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- สร้างองค์ความรู้ด้านการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำ ที่เป็นผลจากการออกแบบรูปร่างร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ตามมาตรฐานของ IEEE
- พัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับคำนวณค่าสนามแม่เหล็กและขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เหนี่ยวนำ
- พัฒนานักวิจัยใหม่และบุคลากรทางด้านการวิเคราะห์และออกแบบมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสด้วยเทคนิคการคำนวณชั้นสูง

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

- แรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับช่องอากาศระหว่างโรเตอร์กับสเตเตอร์เป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์เหนี่ยวนำ
- มอเตอร์อยู่ในสภาพที่สมบูรณ์ โดยไม่มีการเยื้องศูนย์กลางของโรเตอร์ และตามปกติไม่ปรากฏการสั่นสะเทือนทางกลใดๆ ทั้งสิ้น
- การศึกษารูปร่างร่องโรเตอร์ จะพิจารณาเฉพาะโรเตอร์แบบกึ่งปิด (semiclosed) ตามมาตรฐานของ IEEE
- กำหนดให้การวางตัวของขดลวดสเตเตอร์เต็มร่องสเตเตอร์ตลอดทั้งชั้นบนและชั้นล่างของร่องสเตเตอร์ เมื่อพิจารณาการพันของขดลวดเป็นแบบสองชั้น (double layer winding)
- ไม่คำนึงถึงบริเวณตัวนำรูปวงแหวน (end ring) ที่ยึดอยู่ที่ปลายทั้งสองด้านของแท่งตัวนำ (rotor bar) และไม่คำนึงถึงร่องเฉียง (skewed slot) ของโรเตอร์
- วัสดุที่ใช้ทำมอเตอร์มีคุณสมบัติความเป็นไอโซทรอปิก (isotropic) และความเป็นเนื้อเดียวกัน (homogeneous) ประกอบกับมอเตอร์ทำงานที่อุณหภูมิห้องคงที่ จึงยังไม่พิจารณาผลจากการขยายตัวของวัสดุ
- พิจารณาเส้นโค้งความสัมพันธ์ของแม่เหล็ก (B-H curve) แบบไม่เป็นเชิงเส้นมีการอิ่มตัว แต่ไม่ปรากฏฮีสเตอริซีส (hysteresis)

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

- ใช้ C complier และ MATLAB เพื่อพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับวิเคราะห์ปัญหาสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เหนี่ยวนำ
- พิจารณามอเตอร์เหนี่ยวนำ 3ϕ, 4P ชนิดกรงกระรอก พันขดลวดแบบสองชั้น พิกัด 3 แรงม้า เพื่อศึกษาถึงรูปร่างร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ตามมาตรฐานของ IEEE ที่มีผลต่อการสั่นสะเทือนใน

มอเตอร์ โดยกำหนดให้จำนวนร่องสเตเตอร์และโรเตอร์มีค่าคงที่เท่ากับ 36 ร่อง และ 44 ร่อง ตามลำดับ ซึ่งเป็นจำนวนที่ผ่านการออกแบบอย่างเหมาะสมมาแล้วจากงานวิจัยในอดีต

- วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ที่ใช้ในการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนเป็นแบบ 2 มิติ
- พิจารณาการสั่นสะเทือนทางข้าง (lateral vibration) ของมอเตอร์เท่านั้น

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

- ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เข้ากับปัญหาจริงในการออกแบบและวิเคราะห์การสั่นสะเทือนในมอเตอร์ ตลอดจนสามารถนำไปใช้เป็น CAI ประกอบการเรียนการสอนด้านสนามแม่เหล็กไฟฟ้า และเครื่องจักรกลไฟฟ้า
- ได้ข้อสรุปอันเป็นประโยชน์เกี่ยวกับลักษณะรูปร่างของร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ตามมาตรฐานของ IEEE ที่ส่งผลต่อการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำ

1.6 การจัดรูปเล่มรายงานการวิจัย

รายงานการวิจัยนี้ประกอบด้วย 6 บท และ 1 ภาคผนวก บทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์และเป้าหมายของงานวิจัย รวมทั้งขอบเขตของงานวิจัย ส่วนบทอื่นๆ ประกอบด้วยเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 2 นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์ และขั้นตอนต่างๆ ในการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กดังกล่าว

บทที่ 3 มีเนื้อหาว่าด้วย แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์ และขั้นตอนต่างๆ ในการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อคำนวณหาค่าการสั่นสะเทือนดังกล่าว

บทที่ 4 อธิบายถึงโปรแกรมการสร้างกริดอัตโนมัติประกอบกับโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล และโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

บทที่ 5 กล่าวถึงผลลัพธ์ของการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กและขนาดของการสั่นสะเทือนจากโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น เมื่อพิจารณารูปร่างของร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ตามมาตรฐานของ IEEE พร้อมทั้งวิเคราะห์และอธิบายเหตุผลทางกายภาพของร่องโรเตอร์ ว่าส่งผลต่อการสั่นสะเทือนในมอเตอร์อย่างไร

บทที่ 6 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะ

ส่วนภาคผนวก เป็นการกล่าวถึงผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

บทที่ 2

การคำนวณสนามแม่เหล็กของมอเตอร์เหนี่ยวนำโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์

2.1 บทนำ

วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ได้รับความนิยมมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่างๆ ด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น การคำนวณสนามแม่เหล็กในมอเตอร์เหนี่ยวนำที่มีความซับซ้อน จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์มาใช้ในการแก้ปัญหา ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์เหนี่ยวนำ และประยุกต์วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กนี้

2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก

ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็ก (magnetic field: **B**) สามารถดำเนินการได้โดยเลี่ยงไปคำนวณหาศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (magnetic vector potential: **A**) ก่อน เนื่องจากสามารถคำนวณได้ง่ายกว่า โดยสนามแม่เหล็ก **B** สามารถคำนวณได้ด้วยการเคิร์ลศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \qquad (2\text{-}1)$$

การคำนวณสนามแม่เหล็กในมอเตอร์เหนี่ยวนำจึงเริ่มจากการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก ซึ่งตั้งต้นจากการศึกษาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงค่าตามเวลา (William, 1989) โดยศึกษาได้จากกฎของฟาราเดย์ (Faraday's law) ที่กล่าวว่า สนามแม่เหล็กที่แปรผันตามเวลาจะเหนี่ยวนำให้เกิดสนามไฟฟ้า (electric field: **E**) ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad (2\text{-}2)$$

แทนสมการที่ (2-1) ลงในสมการที่ (2-2) จะได้

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{A} \qquad (2\text{-}3)$$

และจากกฎของแอมแปร์ (Ampere's law) ที่ใช้กับสนามที่แปรตามเวลา เมื่อสมมติให้ความหนาแน่นกระแสกระจัด (displacement current density) มีค่าเป็นศูนย์ (Demerdash and Gillott, 1974) และ (Fu, 1999) เนื่องจากแหล่งจ่ายมีค่าความถี่ต่ำ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J_0} + \mathbf{J_e} \qquad (2\text{-}4)$$

เมื่อ **H** คือความเข้มสนามแม่เหล็ก (magnetic field intensity), $\mathbf{J_0}$ คือความหนาแน่นของกระแสภายนอก (external current density) และ $\mathbf{J_e}$ คือความหนาแน่นของกระแสวน (eddy current density) ซึ่งได้จากกฎของโอห์ม โดยที่

$$\mathbf{J_e} = \sigma\mathbf{E} \qquad (2\text{-}5)$$

เมื่อ σ คือสภาพนำทางไฟฟ้า (electrical conductivity) และจากความสัมพันธ์ของสมการที่ (2-3) จึงได้

$$\mathbf{J_e} = -\sigma\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A} \qquad (2\text{-}6)$$

นำสมการที่ (2-1) และ (2-6) แทนค่าลงไปในสมการที่ (2-4) จะได้

$$\nabla\times\left(\frac{1}{\mu}\nabla\times\mathbf{A}\right) + \sigma\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A} = \mathbf{J_0} \qquad (2\text{-}7)$$

โดย $\mathbf{B} = \mu\,\mathbf{H}$ เมื่อ μ คือความซาบซึมได้ของแม่เหล็ก (magnetic permeability) มีค่าเท่ากับ $\mu_0\mu_r$ โดยที่ μ_0 คือความซาบซึมได้ของสุญญากาศ มีค่าเท่ากับ $4\pi\times10^{-7}$ H/m และ μ_r คือความซาบซึมได้สัมพัทธ์ (relative permeability) ซึ่งจะขึ้นอยู่กับวัสดุตัวกลาง และจากการศึกษาคุณสมบัติของ **A** พบว่า $\nabla\cdot\mathbf{A} = 0$ ประกอบกับการใช้เอกลักษณ์ของเวกเตอร์ จึงได้สมการของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก ดังสมการที่ (2-8)

$$\nabla^2\mathbf{A} - \mu\sigma\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A} = -\mu\,\mathbf{J_0} \qquad (2\text{-}8)$$

ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส ซึ่งกระแสเหนี่ยวนำในวงจรโรเตอร์จะขึ้นอยู่กับค่าสลิป s ของมอเตอร์ด้วย เมื่อพิจารณามอเตอร์ในสองมิติตามระนาบพิกัด *xy* ซึ่งแปรผันตามเวลา จึงสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2-9) โดยสมการจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation: PDE) อันดับสอง (Vassent, Meunier, and Foggia, 1991), (Nagwa, Anthony, and Graham, 1992) และ (Fu, 1999) ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)-s\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right)+\mathbf{J_0}=0 \qquad (2\text{-}9)$$

จากสมการที่ (2-9) ซึ่งเป็นการสมมติให้สนามแม่เหล็กวางตัวตามพื้นที่หน้าตัดในระนาบพิกัด *xy* ของมอเตอร์ ดังนั้นการพิจารณาเทอมของ **A** และ $\mathbf{J_0}$ จะปรากฏเฉพาะส่วนประกอบของแกน *z* เท่านั้น

2.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์

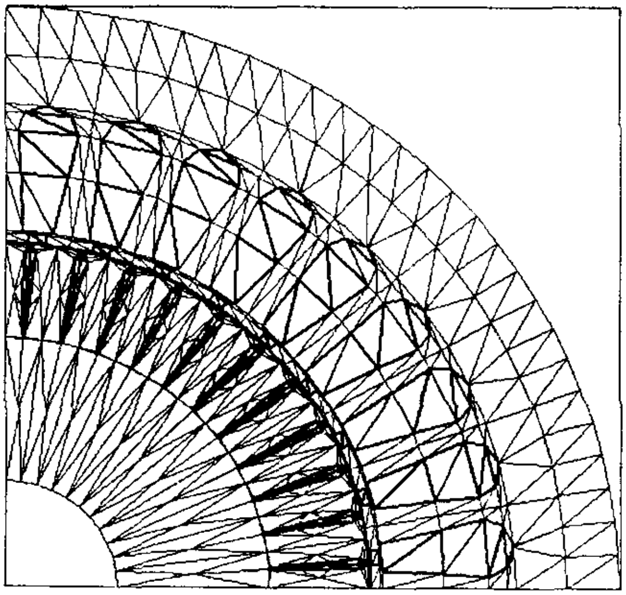
สืบเนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กของมอเตอร์เหนี่ยวนำดังแสดงในสมการที่ (2-9) หาผลเฉลยแม่นตรงได้ยาก ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่างๆ ดังนี้

2.3.1 การแบ่งอิลิเมนท์ของพื้นที่ศึกษา

ขั้นตอนแรกจะเริ่มจากการแบ่งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ออกเป็นอิลิเมนท์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใดๆ บนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้น การแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อของมอเตอร์ ได้ใช้โปรแกรม MATLAB ที่พัฒนาขึ้น โดยมีจำนวนจุดต่อและอิลิเมนท์เท่ากับ 2,688 จุด และ 5,224 อิลิเมนท์ ตามลำดับ ดังแสดงด้วยรูปที่ 2.1 ซึ่งเป็นตัวอย่างการแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อบนพื้นที่หน้าตัดเพียง 1/4 ของมอเตอร์ โดยมอเตอร์มีจำนวนร่องของสเตเตอร์และโรเตอร์ทั้งหมดเท่ากับ 36 และ 44 ร่อง ตามลำดับ และการพันขดลวดสเตเตอร์เป็นแบบสองชั้น (double layer winding)

ในงานวิจัยนี้การแบ่งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ออกเป็นอิลิเมนท์ จะพิจารณาแยกพื้นที่กันออกเป็น 3 ส่วน ได้แก่ ส่วนของพื้นที่สเตเตอร์ ส่วนของพื้นที่โรเตอร์ และส่วนของพื้นที่ช่องอากาศระหว่างสเตเตอร์และโรเตอร์ โดยส่วนของพื้นที่สเตเตอร์การแบ่งอิลิเมนท์จะกระทำเพียงครั้งเดียว ทั้งนี้เพราะส่วนของสเตเตอร์ถูกยึดอยู่กับที่ ในส่วนของพื้นที่โรเตอร์การแบ่งอิลิเมนท์ดำเนินการเพียงครั้งเดียวเช่นกัน แต่เมื่อพิจารณาถึงตำแหน่งพิกัดของจุดต่อบนพื้นที่แล้ว จะต้องคำนึงถึงมุมของโรเตอร์ที่หมุนเปลี่ยนแปลงไปด้วย ในส่วนของพื้นที่ช่องอากาศจะถูกแบ่งออกเป็น

ชั้นๆ โดยปริมาณชั้นจะขึ้นอยู่กับความละเอียดในการพิจารณา โดยชั้นที่ติดกับโรเตอร์ การแบ่งอิลิเมนท์ในชั้นนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงไปให้สอดคล้องตามการหมุนของโรเตอร์ ดังนั้นการพิจารณาตำแหน่งพิกัดของจุดต่อบริเวณพื้นที่นี้ จะต้องพิจารณาอย่างระมัดระวังและรอบคอบเป็นพิเศษ



รูปที่ 2.1 การแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อบนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์

2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์

ขั้นตอนนี้เป็นการเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ โดยเมื่อสมมติลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้น จะได้

$$A(x,y) = A_i N_i + A_j N_j + A_k N_k \qquad (2\text{-}10)$$

โดยที่ N_n , $n = i, j, k$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ และ A_n , $n = i, j, k$ คือผลลัพธ์ของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กในแต่ละจุดต่อ (i, j, k) ของอิลิเมนท์ ซึ่ง

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \qquad (2\text{-}11)$$

โดยที่

$$
\begin{aligned}
a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\
a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\
a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i
\end{aligned}
\qquad (2\text{-}12)
$$

และ Δ_e คือพื้นที่ของแต่ละอิลิเมนท์ ซึ่งหาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$
\Delta_e = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \qquad (2\text{-}13)
$$

2.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนท์

ขั้นตอนนี้เป็นการสร้างสมการของอิลิเมนท์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ดังแสดงในสมการที่ (2-9) ซึ่งขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ อย่างในกรณีอิลิเมนท์รูปสามเหลี่ยม รูปแบบทั่วไปของสมการของอิลิเมนท์สำหรับปัญหาที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา สามารถแสดงได้ดังนี้ (Huebner, Dewhirst, Smith, and Byrom, 2001)

$$
[M]\{\dot{A}\} + [K]\{A\} = \{F\} \qquad (2\text{-}14)
$$

โดย $\{A\}$ คือเวกเตอร์ของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กซึ่งเป็นตัวไม่ทราบค่าที่จุดต่อ และ $\{\dot{A}\}$ คือเวกเตอร์ของอนุพันธ์อันดับหนึ่งของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก สมการที่ (2-14) นี้สามารถประดิษฐ์ขึ้นได้โดยตรงจากสมการเชิงอนุพันธ์ โดยการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (method of weighted residuals) ซึ่งถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่างๆ ในปัจจุบัน และวิธีนี้ยังสามารถจำแนกแยกย่อยออกไปได้อีกเช่น วิธีของกาเลอร์คิน (Galerkin) ซึ่งเมทริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ ปกติแล้วจะมีความสมมาตร จึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหาขนาดใหญ่อย่างเช่นปัญหาในงานวิจัยนี้

การสร้างสมการของอิลิเมนท์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้คือ หากแทนผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (2-9) จะไม่ได้ค่าเท่ากับศูนย์ แต่จะมีค่าเท่ากับ R ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-15)

$$
\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right) - s\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) + \mathbf{J}_0 = R \qquad (2\text{-}15)
$$

ซึ่ง R เรียกว่าเศษตกค้าง (residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแม่นตรงของปัญหา เศษตกค้าง R ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าเที่ยงตรงมากที่สุด และในงานวิจัยนี้ วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างได้ใช้วิธีของกาเลอร์คิน (Preston, Reece, and Sangha, 1988) และ (Kim, Kwon, and Park, 1999) ซึ่งวิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (weighting function: W) แล้วอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของอิลิเมนท์ (Ω) และกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\int_{\Omega} W_n R d\Omega = 0 \quad , \quad n = 1, 2, 3 \tag{2-16}$$

สำหรับอิลิเมนท์รูปสามเหลี่ยม จุดที่ไม่รู้ค่ามี 3 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสาม ดังนั้นจึงต้องการ 3 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่รู้ค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (2-16) จะต้องมีค่า n = 1, 2, 3 และโดยปกติเราจะเลือก $W_n = N_n$ ซึ่งเรียกว่าบับโนฟ-กาเลอร์คิน (Bubnov-Galerkin) ดังนั้นเมื่อแทน R ด้วยสมการที่ (2-15) ลงในสมการที่ (2-16) จึงได้

$$\int_{\Omega} N_n \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right) - s\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) + \mathbf{J_0} \right) d\Omega = 0 \tag{2-17}$$

$$\int_{\Omega} N_n \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right) \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_n s\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) d\Omega + \int_{\Omega} (N_n \mathbf{J_0}) d\Omega = 0 \tag{2-18}$$

พิจารณาการอินทิเกรตทีละพจน์ของสมการที่ (2-18) สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน (integrate by parts) โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ (Gauss's theorem) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\int_{\Omega} u(\nabla \cdot \mathbf{V}) d\Omega = \int_{\Gamma} u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma - \int_{\Omega} (\nabla u \cdot \mathbf{V}) d\Omega \tag{2-19}$$

ซึ่ง Γ คือขอบเขตของอิลิเมนท์ Ω และ $\mathbf{n}$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบเขตของอิลิเมนท์ Γ ดังนั้นจากสมการที่ (2-18) เมื่อ n = 1, 2, 3 จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\int_{\Gamma} N_n\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}n_x + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}n_y\right)d\Gamma - \int_{\Omega}\left(\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)d\Omega - \int_{\Omega} N_n s\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right)d\Omega + \int_{\Omega} N_n \mathbf{J_0}\, d\Omega = 0 \tag{2-20}$$

พิจารณาพจน์แรกทางด้านซ้ายมือของสมการที่ (2-20) ซึ่งเป็นพจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิลิเมนท์ Γ ที่มีคุณสมบัติทางกายภาพคือปริมาณกระแสตลอดขอบนอกของอิลิเมนท์นั้นๆ อนึ่ง อิลิเมนท์นั้นๆ อาจวางตัวอยู่ภายในหรืออยู่ติดขอบนอกของพื้นที่ศึกษา หากอิลิเมนท์ที่พิจารณาอยู่ตรงตำแหน่งขอบนอกของพื้นที่ศึกษา เงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann condition) จะถูกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้เพื่อเป็นเงื่อนไขตรงขอบนอกของพื้นที่ศึกษา เงื่อนไขนี้เป็นการกำหนดค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งของตัวแปรตามที่ขอบเขตนั้น ซึ่งในปัญหาของงานวิจัยนี้ มีเงื่อนไขขอบเขตแสดงได้ดังสมการที่ (2-21) (Nagwa, Anthony, and Graham, 1992) นั่นคือศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** มีค่าคงที่ตลอดตามขอบของพื้นที่ศึกษา หรือหมายถึงไม่มีการไหลของกระแสไฟฟ้าผ่านบริเวณขอบนอกของมอเตอร์เหนี่ยวนำ (ปริมาณกระแสที่ไหลผ่านขอบเท่ากับศูนย์) และหากอิลิเมนท์ที่พิจารณาอยู่วางตัวอยู่ภายในพื้นที่ศึกษาโดยมีอิลิเมนท์อื่นๆ ล้อมรอบค่าปริมาณกระแสที่ไหลผ่านจุดต่อภายในจุดต่อหนึ่งของอิลิเมนท์นี้ต้องอยู่ในสภาวะสมดุลกับปริมาณกระแสจากอิลิเมนท์ที่อยู่ล้อมรอบ ดังนั้นปริมาณกระแสที่ไหลเข้าและออกจุดต่อจึงต้องหักล้างกันหมดเท่ากับศูนย์เพื่อก่อให้เกิดสภาวะการไหลของกระแสที่สมดุล ดังนั้นจึงได้สมการไฟไนท์อิลิเมนท์ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-22) และเนื่องจากสมการที่ (2-22) มีทั้งหมด 3 สมการ เราสามารถเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์นี้ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (2-23)

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \tag{2-21}$$

$$\int_{\Omega}\left(\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)d\Omega + \int_{\Omega} N_n s\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right)d\Omega = \int_{\Omega} N_n \mathbf{J_0}\, d\Omega \tag{2-22}$$

$$\int_{\Omega}\left(\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{3\times 1}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{3\times 1}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)d\Omega + \int_{\Omega}[N]_{3\times 1} s\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right)d\Omega = \int_{\Omega}[N]_{3\times 1}\mathbf{J_0}\, d\Omega \tag{2-23}$$

และจากสมการที่ (2-10) จึงได้ลักษณะการกระจายของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** โดยประมาณในแต่อิลิเมนท์เป็น

$$A(x,y) = [N]_{1\times3}[A]_{3\times1}$$

ดังนั้น $\frac{\partial A}{\partial x} = \left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times3}[A]_{3\times1}$ และ $\frac{\partial A}{\partial y} = \left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times3}[A]_{3\times1}$

และสมการไฟไนท์อิลิเมนท์จึงกลายมาเป็น

$$\iint_{\Omega}\left(\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{3\times1}\frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times3} + \left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{3\times1}\frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times3}\right)d\Omega[A]_{3\times1} + \iint_{\Omega}[N]_{3\times1}s\sigma[N]_{1\times3}d\Omega[\dot{A}]_{3\times1} = \iint_{\Omega}[N]_{3\times1}\mathbf{J_0}d\Omega \qquad (2\text{-}24)$$

หรือเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับแต่ละอิลิเมนท์ที่ประกอบด้วย 3 สมการได้ดังนี้

$$[M]_{3\times3}\{\dot{A}\}_{3\times1} + [K]_{3\times3}\{A\}_{3\times1} = \{F\}_{3\times1} \qquad (2\text{-}25)$$

โดย $[M]_{3x3}$ = เมทริกซ์การนำทางไฟฟ้า

$[K]_{3x3}$ = เมทริกซ์ความซาบซึมได้ของแม่เหล็ก

$\{F\}_{3x1}$ = โหลดเวกเตอร์กระแสที่ผลิตขึ้นเอง

เมทริกซ์การนำทางไฟฟ้า: $[M]_{3x3}$

จาก $$[M]_{3\times3} = \iint_{\Omega}[N]_{3\times1}s\sigma[N]_{1\times3}d\Omega \qquad (2\text{-}26)$$

จากสมการที่ (2-11) ฟังก์ชันการประมาณภายในแสดงได้ดังนี้

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \qquad n = i, j, k \qquad (2\text{-}27)$$

จากสมการที่ (2-27) และหากค่าสภาพนำทางไฟฟ้า σ มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (2-26) จึงกลายเป็น

$$[M]_{3\times3} = s\sigma\int N_n N_m\,dxdy \qquad n, m = i, j, k \qquad (2\text{-}28)$$

สมการที่ (2-28) นี้สามารถคำนวณได้ง่ายโดยใช้สูตรการอินทิเกรตรอบพื้นที่ขอบเขตทั้งหมดของอิลิเมนท์รูปสามเหลี่ยม (Rao,1999) ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-29)

$$\int N_i^{\alpha} N_j^{\beta} N_k^{\gamma} dxdy = \frac{\alpha!\beta!\gamma!}{(\alpha+\beta+\gamma+2)!} \cdot 2\Delta_e \quad (2\text{-}29)$$

สมการที่ (2-28) สามารถแบ่งการพิจารณาออกเป็น 2 กรณีคือ $N_n = N_m$ และ $N_n \neq N_m$ จึงได้เมทริกซ์การนำทางไฟฟ้า $[M]_{3x3}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-30) ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าเมทริกซ์ $[M]_{3x3}$ จะมีค่าคงที่ขึ้นอยู่กับรูปร่างของอิลิเมนท์

$$[M]_{3\times 3} = \frac{s\sigma\Delta_e}{12}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2\text{-}30)$$

เมทริกซ์ความซาบซึมได้ของแม่เหล็ก: $[K]_{3x3}$

จาก $$\{K\}_{3\times 3} = \iint_{\Omega}\left(\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{3\times 1}\frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times 3} + \left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{3\times 1}\frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times 3}\right)d\Omega \quad (2\text{-}31)$$

และจากฟังก์ชันการประมาณภายใน ในสมการที่ (2-27) จึงได้

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{2\Delta_e} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{2\Delta_e} \qquad n = i, j, k \quad (2\text{-}32)$$

แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (2-32) ลงในสมการที่ (2-31) จะได้

$$\{K\}_{3\times 3} = \frac{1}{\mu}\iint\left(\frac{b_n}{2\Delta_e}\frac{b_m}{2\Delta_e} + \frac{c_n}{2\Delta_e}\frac{c_m}{2\Delta_e}\right)dxdy \qquad n, m = i, j, k \quad (2\text{-}33)$$

$$[K]_{3\times 3} = \frac{v}{4\Delta_e}\begin{bmatrix} b_ib_i + c_ic_i & b_ib_j + c_ic_j & b_ib_k + c_ic_k \\ b_jb_i + c_jc_i & b_jb_j + c_jc_j & b_jb_k + c_jc_k \\ b_kb_i + c_kc_i & b_kb_j + c_kc_j & b_kb_k + c_kc_k \end{bmatrix} = \frac{v}{4\Delta_e}\begin{bmatrix} S_{ii} & S_{ij} & S_{ik} \\ S_{ji} & S_{jj} & S_{jk} \\ S_{ki} & S_{kj} & S_{kk} \end{bmatrix} \quad (2\text{-}34)$$

โดยที่ $\nu = \frac{1}{\mu}$ คือ สภาพต้านทานแม่เหล็ก (magnetic reluctivity) เพื่อง่ายต่อการโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เมทริกซ์ความซาบซึมได้ของแม่เหล็ก $[K]_{3x3}$ สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$[K]_{3\times3} = \nu\Delta_e[B]^T_{3\times2}[B]_{2\times3} \tag{2-35}$$

โดยที่ $[B] = \frac{1}{2\Delta_e}\begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix}$

โหลดเวกเตอร์กระแสที่ผลิตขึ้นเอง: $\{F\}_{3x1}$

$$\text{จาก} \quad \{F\}_{3\times1} = \int_\Omega [N]_{3\times1}\mathbf{J_0}d\Omega \tag{2-36}$$

และจากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (2-27) ดังนั้นสมการที่ (2-36) จึงกลายเป็น

$$\{F\}_{3\times1} = \mathbf{J_0}\int N_n dxdy \qquad n = i, j, k \tag{2-37}$$

สมการที่ (2-37) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรดังสมการที่ (2-29) จึงได้โหลดเวกเตอร์กระแสที่ผลิตขึ้นเองแสดงได้ดังนี้

$$\{F\}_{3\times1} = \frac{\mathbf{J_0}\Delta_e}{3}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2-38}$$

2.3.4 การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่

ปัญหาในงานวิจัยนี้เป็นปัญหาแบบไม่เชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ โดยค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** จะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา และอิลิเมนท์เมตริกซ์ $[K]_{3\times3}$ จะไม่คงตัวโดยแปรผันไปตาม **A** ทั้งนี้เนื่องจากค่าสภาพต้านทานแม่เหล็ก ν มีค่าไม่คงที่เปลี่ยนแปลงไปตามเส้นโค้งความสัมพันธ์ของแม่เหล็ก (magnetization curve) ส่วนเวกเตอร์ $\{F\}_{3\times1}$ จะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาด้วยเช่นกัน ทั้งนี้เนื่องจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าเป็นกระแสสลับ ซึ่งการแก้ปัญหาแบบไม่เชิงเส้นในสถานะชั่วครู่เช่นนี้ทำได้ค่อนข้างยากและซับซ้อน โดยการแก้สมการที่ (2-25) จากข้างต้น จะต้อง

อาศัยการผสมผสานกันระหว่างวิธีการแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่ที่ใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด (recurrence relations) และวิธีการแก้ปัญหาแบบไม่เชิงเส้นที่ใช้วิธีการทำซ้ำ (iterative technique) เพื่อให้ได้ค่าผลลัพธ์ที่ถูกต้อง

การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่จะใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด โดยจะมีลักษณะของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับค่า β ที่เลือกใช้ ดังแสดงในสมการที่ (2-39) โดย Δt คือค่าของช่วงเวลา (time step) โดยถ้าเลือกใช้ $\beta = 0$ จะเป็นวิธีของออยเลอร์ (Euler) ถ้า $\beta = 1/2$ เป็นวิธีของแครงก์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson) ถ้า $\beta = 2/3$ เป็นวิธีของกาเลอร์คิน (Galerkin) และถ้า $\beta = 1$ จะเรียกว่าวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (backward difference) ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลังดังสมการที่ (2-40) เนื่องจากวิธีนี้ประกันการลู่เข้าของผลลัพธ์ และผลลัพธ์จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง

$$\beta\{\dot{A}\}^{t+\Delta t} + (1-\beta)\{\dot{A}\}^{t} = \frac{\{A\}^{t+\Delta t} - \{A\}^{t}}{\Delta t} \tag{2-39}$$

$$\{\dot{A}\}^{t+\Delta t} = \frac{\{A\}^{t+\Delta t} - \{A\}^{t}}{\Delta t} \tag{2-40}$$

จากการเลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง สมการที่ (2-25) จึงพัฒนามาเป็นสมการที่ (2-41) จากนั้นแทนค่าสมการที่ (2-40) ลงในสมการที่ (2-41) จึงได้ผลลัพธ์ของสมการไฟไนท์อิลิเมนท์เมื่อพิจารณาปัญหาในสถานะชั่วครู่ ดังสมการที่ (2-42)

$$[M]\{\dot{A}\}^{t+\Delta t} + [K]\{A\}^{t+\Delta t} = \{F\}^{t+\Delta t} \tag{2-41}$$

$$\left(\frac{1}{\Delta t}[M] + [K]\right)\{A\}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}[M]\{A\}^{t} + \{F\}^{t+\Delta t} \tag{2-42}$$

2.3.5 การแก้ปัญหาแบบไม่เป็นเชิงเส้น

การแก้ปัญหาแบบไม่เชิงเส้นจำเป็นต้องใช้วิธีการทำซ้ำ ซึ่งวิธีการทำซ้ำที่นิยมใช้กันมากคือวิธีการของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson) (ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 2544) และ (Preston, Reece, and Sangha, 1988) เนื่องจากเป็นวิธีที่เริ่มจากค่าเริ่มต้นเพียงค่าเดียวและนำไปสู่ผลลัพธ์ได้อย่างรวดเร็ว เมื่อแทนค่าอิลิเมนท์เมทริกซ์ $[M]_{3\times3}$, $[K]_{3\times3}$ และเวกเตอร์ $\{F\}_{3\times1}$ ลงในสมการที่ (2-42) จึงได้

$$\begin{bmatrix} \frac{2\sigma\Delta_e}{12\Delta t}+\frac{vS_{ii}}{4\Delta_e} & \frac{\sigma\Delta_e}{12\Delta t}+\frac{vS_{ij}}{4\Delta_e} & \frac{\sigma\Delta_e}{12\Delta t}+\frac{vS_{ik}}{4\Delta_e} \\ \frac{\sigma\Delta_e}{12\Delta t}+\frac{vS_{ji}}{4\Delta_e} & \frac{2\sigma\Delta_e}{12\Delta t}+\frac{vS_{jj}}{4\Delta_e} & \frac{\sigma\Delta_e}{12\Delta t}+\frac{vS_{jk}}{4\Delta_e} \\ \frac{\sigma\Delta_e}{12\Delta t}+\frac{vS_{ki}}{4\Delta_e} & \frac{\sigma\Delta_e}{12\Delta t}+\frac{vS_{kj}}{4\Delta_e} & \frac{2\sigma\Delta_e}{12\Delta t}+\frac{vS_{kk}}{4\Delta_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i^{t+\Delta t} \\ A_j^{t+\Delta t} \\ A_k^{t+\Delta t} \end{bmatrix} - \frac{s\sigma\Delta_e}{12\Delta t}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_i^t \\ A_j^t \\ A_k^t \end{bmatrix} - \frac{\Delta_e}{3}\begin{bmatrix} J_0^{t+\Delta t} \\ J_0^{t+\Delta t} \\ J_0^{t+\Delta t} \end{bmatrix} = 0 \qquad (2\text{-}43)$$

ให้ G แทนแถวแรกของพจน์ต่างๆ ที่ปรากฏทางฝั่งซ้ายของสมการที่ (2-43) ซึ่งเขียนแสดงได้ดังสมการที่ (2-44) จากนั้นประยุกต์ใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน โดยการหาอนุพันธ์ของ G เทียบกับแต่ละจุดต่อของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก A_i, A_j และ A_k ดังสมการที่ (2-45) ซึ่งเป็นการหาอนุพันธ์ของ G เทียบกับ A_i โดยอาศัยกฎลูกโซ่ (chain rule) ประกอบ

$$G = \frac{s\sigma\Delta_e}{12\Delta t}\left(2A_i^{t+\Delta t} + A_j^{t+\Delta t} + A_k^{t+\Delta t}\right) + \frac{v^{t+\Delta t}}{4\Delta_e}\left(S_{ii}A_i^{t+\Delta t} + S_{ij}A_j^{t+\Delta t} + S_{ik}A_k^{t+\Delta t}\right) - \frac{s\sigma\Delta_e}{12\Delta t}\left(2A_i^t + A_j^t + A_k^t\right) - \frac{J_0^{\,t+\Delta t}\Delta_e}{3} \qquad (2\text{-}44)$$

$$\frac{\partial G}{\partial A_i^{t+\Delta t}} = \frac{2s\sigma\Delta_e}{12\Delta t} + \frac{v^{t+\Delta t}}{4\Delta_e}S_{ii} + \frac{1}{4\Delta_e}\left(S_{ii}A_i^{t+\Delta t} + S_{ij}A_j^{t+\Delta t} + S_{ik}A_k^{t+\Delta t}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial B^2}\right)^{t+\Delta t}\left(\frac{\partial B^2}{\partial A_i}\right)^{t+\Delta t} \qquad (2\text{-}45)$$

ค่าของ $\frac{\partial v}{\partial B^2}$ หาได้จากเส้นโค้งความสัมพันธ์ของแม่เหล็กระหว่าง v -B^2 (แปลงจาก B-H curve) ซึ่งการประมาณค่าของข้อมูลในช่วงนี้ จะใช้วิธีการประมาณค่าของเส้นโค้งกำลังสาม (cubic spline interpolation)

จากการประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ของวิธีนิวตัน-ราฟสัน จึงได้แถวแรกของสมการอิลิเมนท์เป็น

$$G = -\frac{\partial G}{\partial A_i^{t+\Delta t}}\Delta A_i^{t+\Delta t} - \frac{\partial G}{\partial A_j^{t+\Delta t}}\Delta A_j^{t+\Delta t} - \frac{\partial G}{\partial A_k^{t+\Delta t}}\Delta A_k^{t+\Delta t} \qquad (2\text{-}46)$$

โดยที่ $\Delta A^{t+\Delta t} = A_{m+1}^{t+\Delta t} - A_m^{t+\Delta t}$ ซึ่ง m คือจำนวนรอบการทำซ้ำของวิธีนิวตัน-ราฟสัน ดำเนินการในทำนองเดียวกันโดยให้ H และ I แทนพจน์ทางฝั่งซ้ายซึ่งปรากฏในแถวที่ 2 และ 3 ของสมการที่ (2-43) ตามลำดับ จึงได้ผลลัพธ์ของสมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับแต่ละอิลิเมนท์เมื่อพิจารณาปัญหาแบบไม่เชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ แสดงได้ดังสมการที่ (2-47)

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G}{\partial A_i^{t+\Delta t}} & \frac{\partial G}{\partial A_j^{t+\Delta t}} & \frac{\partial G}{\partial A_k^{t+\Delta t}} \\ \frac{\partial H}{\partial A_i^{t+\Delta t}} & \frac{\partial H}{\partial A_j^{t+\Delta t}} & \frac{\partial H}{\partial A_k^{t+\Delta t}} \\ \frac{\partial I}{\partial A_i^{t+\Delta t}} & \frac{\partial I}{\partial A_j^{t+\Delta t}} & \frac{\partial I}{\partial A_k^{t+\Delta t}} \end{bmatrix}_{3\times 3} \begin{bmatrix} \Delta A_i^{t+\Delta t} \\ \Delta A_j^{t+\Delta t} \\ \Delta A_k^{t+\Delta t} \end{bmatrix}_{3\times 1} = -\begin{bmatrix} G \\ H \\ I \end{bmatrix}_{3\times 1} \qquad (2\text{-}47)$$

หรือเขียนสมการที่ (2-47) ให้อยู่ในรูปของสมการ $[J]_{3\times 3}[\Delta A]_{3\times 1} = [f]_{3\times 1}$ โดยที่ $[J]$ คือยาโคเบียนเมตริกซ์ (jacobian matrix)

2.3.6 การประกอบสมการอิลิเมนท์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นการนำสมการของแต่ละอิลิเมนท์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 2.3.1 หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้เมื่อพิจารณาปัญหาแบบไม่เชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ คือ $[J]_{n\times n}[\Delta A]_{n\times 1} = [f]_{n\times 1}$ การแก้สมการเมทริกซ์รวมของระบบ ได้นำความกว้างแถบหรือแบนด์วิดท์ (bandwidth: BW) ของเมทริกซ์มาร่วมพิจารณาด้วย ซึ่งถือว่าเป็นปัจจัยหลักในการลดระยะเวลาการคำนวณของโปรแกรม

2.3.7 ประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย

ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** เริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นให้แก่มอเตอร์ในแต่ละรอบที่มอเตอร์หมุนไป และเงื่อนไขขอบเขตบริเวณต่างๆ โดยงานวิจัยนี้มีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นในรอบแรกที่พิจารณาการหมุนของมอเตอร์คือ **A**(t=0) = 0 ส่วนการหมุนรอบถัดไปจะใช้คำตอบจากรอบที่แล้วเป็นเงื่อนไขเริ่มต้น เพื่อประหยัดเวลาในการลู่เข้าหาคำตอบที่ถูกต้อง ส่วนค่าเงื่อนไขขอบเขต จะกำหนดให้ขอบในที่ติดกับเพลาและขอบนอกของมอเตอร์มีค่า **A** = 0 (Brunelli, Casadei, Reggiani and Serra, 1983) และ (Fu, 1999)

2.3.8 คำนวณค่าตัวแปรอื่นที่ต้องการ

เมื่อทราบค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** ที่จุดต่อต่างๆ แล้ว จึงสามารถคำนวณหาค่าต่างๆ ที่สัมพันธ์กันต่อไปได้ โดยสนามแม่เหล็ก **B** สามารถคำนวณได้จากการเคิร์ลค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก ($\mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{A}$) ดังนั้นเมื่อพิจารณามอเตอร์ใน 2 มิติ ตามระนาบพิกัด xy จึงได้ค่าสนามแม่เหล็กในแนวแกน x (B_x) และค่าสนามแม่เหล็กในแนวแกน y (B_y) ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-48) และ (2-49) ตามลำดับ

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} = \frac{c_i A_i + c_j A_j + c_k A_k}{2\Delta_e} \tag{2-48}$$

$$B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} = -\left(\frac{b_i A_i + b_j A_j + b_k A_k}{2\Delta_e}\right) \tag{2-49}$$

การแปลงระบบพิกัดจากพิกัดฉากไปเป็นพิกัดทรงกระบอก (cylindrical coordinate) เพื่อใช้คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กในแนวรัศมี (radial flux density, B_r) และสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัส (tangential flux density, B_t) ที่กระทำกับช่องอากาศของมอเตอร์ตรงส่วนของฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ที่มีมุม ϕ เปลี่ยนแปลงไป สามารถแสดงได้ดังนี้

$$B_r = B_x \cos\phi + B_y \sin\phi \tag{2-50}$$

$$B_t = -B_x \sin\phi + B_y \cos\phi \tag{2-51}$$

เมื่อคำนวณหาค่า B_r และ B_t แล้ว จากนั้นจึงใช้สมการความเค้นของแมกซ์เวลล์หาค่าแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับช่องอากาศ ซึ่งจะมีผลต่อการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เหนี่ยวนำ (Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998) และ (Sakamoto, Hirata, Kobayashi, and Kajiwara, 1999) โดยที่

$$F_r = \frac{1}{2\mu_0}\left(B_r^2 - B_t^2\right) \tag{2-52}$$

$$F_t = \frac{1}{\mu_0}\left(B_r B_t\right) \tag{2-53}$$

ซึ่ง F_r และ F_t คือแรงแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวรัศมีและแนวสัมผัสตามลำดับ โดยขนาดของการสั่นสะเทือนที่เกิดจากแรงแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวสัมผัสจะมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับแนวรัศมี ดังนั้น การพิจารณาแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับช่องอากาศของมอเตอร์ในงานวิจัยนี้ จึงพิจารณาเฉพาะในแนวรัศมีเท่านั้น (Tarnhuvud, and Reichert, 1988) และ (Neves, Carlson, Sadowski, and Bastos, 1998)

2.4 สรุป

ในบทนี้ ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์เหนี่ยวนำ สามเฟส เมื่อพิจารณามอเตอร์ในสถานะชั่วครู่ ประกอบกับวัสดุที่ใช้ทำมอเตอร์มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง การประยุกต์วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อคำนวณหาค่าฟลักซ์แม่เหล็กได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาเลอร์คิน รายละเอียดต่างๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การประดิษฐ์โปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 4 ต่อไป

บทที่ 3

การคำนวณการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์

3.1 บทนำ

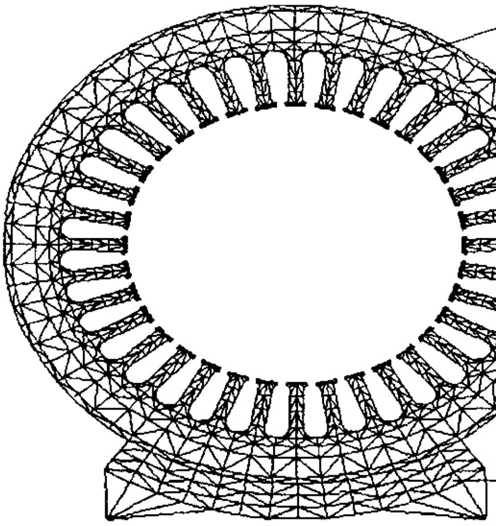
การคำนวณขนาดของการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสในขณะที่โรเตอร์หมุน โดยแสดงผลของการสั่นสะเทือนในรูปของการกระจัดที่ผิดเพี้ยนไปจากรูปร่างดั้งเดิมของมอเตอร์ ค่อนข้างดำเนินการได้ยาก เนื่องจากผลลัพธ์ของการกระจัดอย่างละเอียดที่ครอบคลุมตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ต้องอาศัยการคำนวณที่มีความซับซ้อนสูง ซึ่งปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีสมรรถนะสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ จึงสามารถคำนวณการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์ในทุกๆ ตำแหน่งด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ ดังนั้นในบทนี้จึงได้ประยุกต์วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อใช้ในการคำนวณหาขนาดของการสั่นสะเทือนนี้

3.2 การคำนวณการสั่นสะเทือนโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์

การคำนวณขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ จะอาศัยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อสร้างสมการการเคลื่อนที่ โดยพิจารณาการสั่นในรูปของฟังก์ชันการกระจัด ซึ่งการดำเนินงานจะมีขั้นตอนคล้ายคลึงกับการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์จากบทที่ 2 ที่ผ่านมา โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานต่างๆ ดังนี้

3.2.1 การแบ่งอิลิเมนท์ของพื้นที่ศึกษา

เริ่มจากการแบ่งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ออกเป็นอิลิเมนท์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใดๆ บนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้น การแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อของมอเตอร์ ได้ใช้โปรแกรม MATLAB ที่พัฒนาขึ้น โดยมีจำนวนจุดต่อและอิลิเมนท์เท่ากับ 1,343 จุด และ 1,822 อิลิเมนท์ ตามลำดับ ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.1 ซึ่งจากรูปการคำนวณการสั่นสะเทือนได้แบ่งพื้นที่การพิจารณาออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนของแกนสเตเตอร์และส่วนของเฟรม โดยการสั่นสะเทือนบนแกนสเตเตอร์จะถูกส่งผ่านไปยังเฟรม (Henneberger, Sattler, Hadrys, and Shen, 1992), (Durantay, Laurent, Messin, and Kromer, 1999) และ (Ishibashi, Kamimoto, Noda, and Itomi, 2003)



รูปที่ 3.1 การแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อของมอเตอร์เพื่อคำนวณการสั่นสะเทือน

3.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในและสมการของอิลิเมนท์

การสร้างสมการการเคลื่อนที่ของอิลิเมนท์ เมื่อพิจารณาการสั่นของมอเตอร์ในฟังก์ชันของการกระจัด โดยสมมติให้พื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ไม่มีความหนาหรืออาจพิจารณาในรูปของแผ่นบาง (thin plate) (Rao,1999) สมการการเคลื่อนที่ของอิลิเมนท์สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-1) ซึ่งเป็นสมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับแต่ละอิลิเมนท์ที่มี 6 สมการประกอบรวมกัน

$$[M]_{6\times6}\{\ddot{d}\}_{6\times1}+[C]_{6\times6}\{\dot{d}\}_{6\times1}+[K]_{6\times6}\{d\}_{6\times1}=\{F\}_{6\times1} \qquad (3\text{-}1)$$

โดย $[M]_{6\times6}$ = เมทริกซ์มวล (mass matrix)

$[C]_{6\times6}$ = เมทริกซ์ความหน่วง (dampling matrix)

$[K]_{6\times6}$ = เมทริกซ์ความแข็งของสปริง (stiffness matrix)

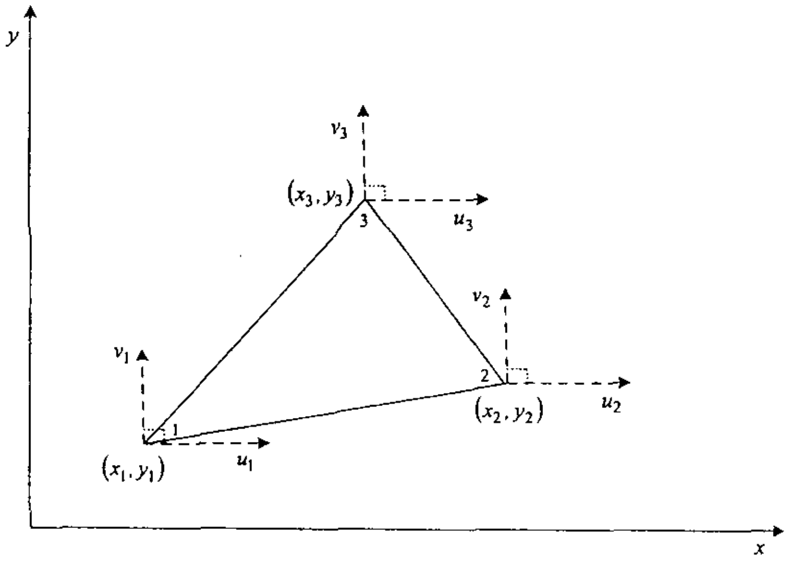
$\{F\}_{6\times1}$ = เวกเตอร์ของแรงหรือโมเมนต์ที่มากระทำ

$\{d\}_{6\times1}$ = เวกเตอร์การกระจัดเพื่อใช้หาอนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่ง $\{\dot{d}\}_{6\times1}$ และสอง $\{\ddot{d}\}_{6\times1}$ เทียบกับเวลา หรืออีกนัยหนึ่งคือเวกเตอร์ความสัมพันธ์ของความเร็วและความเร่งตามลำดับ

ซึ่งแรงที่กระทำกับช่องอากาศของมอเตอร์ เกิดจากการนำแรงแม่เหล็กไฟฟ้าตรงกลางซี่ในแต่ละซี่ของสเตเตอร์ที่ติดกับช่องอากาศ คูณด้วยพื้นที่ในบริเวณที่มีแรงกระทำ ซึ่งแรงแม่เหล็กไฟฟ้าดังกล่าวเป็นผลลัพธ์จากการคำนวณดังที่ได้อธิบายไว้ในบทที่ 2 และในที่นี้ได้กำหนดให้แรงกระทำกับแผ่น

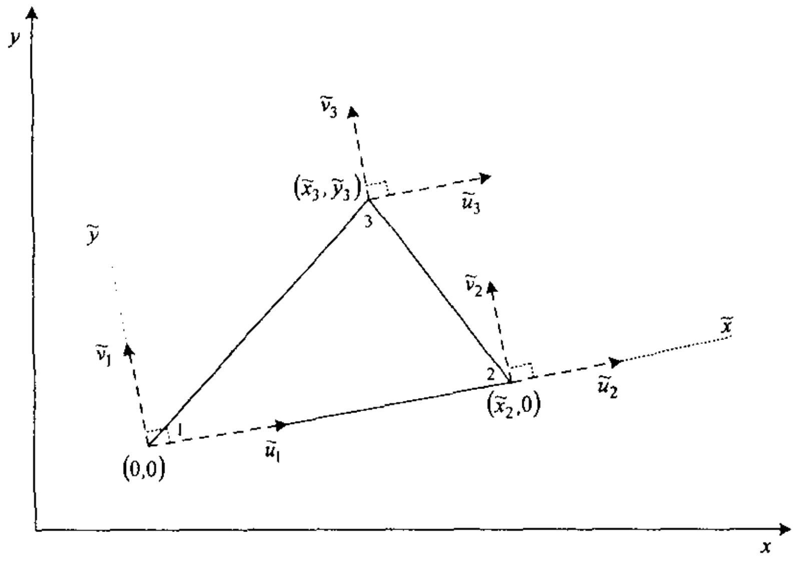
บางซึ่งมีความหนาน้อยมาก ส่วนเวกเตอร์การกระจัดที่แสดงในสมการที่ (3-2) เป็นการแสดงระยะกระจัดบนจุดต่อหมายเลข 1, 2 และ 3 ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาต่อหนึ่งอิลิเมนท์ โดย u และ v แทนระยะกระจัดในแนวแกน x และ y ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.2 ซึ่งการแสดงระนาบพิกัดในลักษณะเช่นนี้ จะเรียกว่าระนาบพิกัดวงกว้าง (global coordinate)

$$\{d\} = \{u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3\}^T \tag{3-2}$$



รูปที่ 3.2 อิลิเมนท์สามเหลี่ยมเมื่อพิจารณาระนาบพิกัดวงกว้าง

การพิจารณาการกระจัดของแต่ละอิลิเมนท์ที่มีลักษณะการวางตัวในแต่ละอิลิเมนท์ที่แตกต่างกัน จะต้องพิจารณาการวางตัวของทุกๆ อิลิเมนท์ให้อยู่ในรูปแบบเดียวกันเสียก่อน ซึ่งดำเนินการได้โดยแปลงระนาบพิกัดวงกว้างให้เป็นระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น (local coordinate) (Rao, 1999) ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.3 ซึ่งดำเนินการได้โดย กำหนดให้ที่จุดต่อหมายเลข 1 ของทุกๆ อิลิเมนท์มีพิกัดเฉพาะถิ่น $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$ อยู่ที่จุดกำเนิด (0,0) โดยที่แกน $\tilde{x}$ ของทุกๆ อิลิเมนท์บนระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นจะวางตัวตามฐานของสามเหลี่ยมระหว่างจุดต่อหมายเลข 1 และ 2 และแกน $\tilde{y}$ จะตั้งฉากกับแกน $\tilde{x}$ ดังนั้นจุดต่อหมายเลข 2 ของทุกๆ อิลิเมนท์จึงมีพิกัดเฉพาะถิ่น $(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2)$ เป็น $(\tilde{x}_2, 0)$ และ $(\tilde{x}_3, \tilde{y}_3)$ คือจุดต่อหมายเลข 3 ของพิกัดเฉพาะถิ่น โดยมี $\tilde{u}$ และ $\tilde{v}$ ที่จุดต่อหมายเลขต่างๆ แทนระยะกระจัดในแนวแกน $\tilde{x}$ และ $\tilde{y}$ ตามลำดับ เมื่อสร้างสมการอิลิเมนท์ในระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นเพื่อพิจารณาฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์แล้ว จากนั้นจึงแปลงกลับไปเป็นสมการอิลิเมนท์ในระนาบพิกัดวงกว้าง (x,y) ดังเดิม



รูปที่ 3.3 อิลิเมนท์สามเหลี่ยมเมื่อพิจารณาระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น

การพิจารณาฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ ยังคงพิจารณาลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้นเช่นเดียวกับที่เคยกล่าวมาแล้วในบทที่ 2 ซึ่งลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนท์เมื่อพิจารณาระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-3) และ (3-4)

$$u(\tilde{x},\tilde{y}) = \tilde{u}_1 N_1 + \tilde{u}_2 N_2 + \tilde{u}_3 N_3 \tag{3-3}$$

$$v(\tilde{x},\tilde{y}) = \tilde{v}_1 N_1 + \tilde{v}_2 N_2 + \tilde{v}_3 N_3 \tag{3-4}$$

โดยที่ N_n , $n = 1, 2, 3$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ และ $\tilde{u}_n$, $\tilde{v}_n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3$ คือผลลัพธ์ของการกระจัดในแนวแกน $\tilde{x}$ และ $\tilde{y}$ ในแต่ละจุดต่อ (1, 2, 3) ของอิลิเมนท์ตามลำดับ ซึ่ง

$$N_n = \frac{a_n + \beta_n \tilde{x} + \gamma_n \tilde{y}}{2\Delta_e} \tag{3-5}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} a_1 &= \tilde{x}_2\tilde{y}_3 - \tilde{x}_3\tilde{y}_2, & \beta_1 &= \tilde{y}_2 - \tilde{y}_3, & \gamma_1 &= \tilde{x}_3 - \tilde{x}_2 \\ a_2 &= \tilde{x}_3\tilde{y}_1 - \tilde{x}_1\tilde{y}_3, & \beta_2 &= \tilde{y}_3 - \tilde{y}_1, & \gamma_2 &= \tilde{x}_1 - \tilde{x}_3 \\ a_3 &= \tilde{x}_1\tilde{y}_2 - \tilde{x}_2\tilde{y}_1, & \beta_3 &= \tilde{y}_1 - \tilde{y}_2, & \gamma_3 &= \tilde{x}_2 - \tilde{x}_1 \end{aligned} \tag{3-6}$$

และ Δ_e คือพื้นที่ของแต่ละอิลิเมนท์ ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$\Delta_e = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & \tilde{x}_1 & \tilde{y}_1 \\ 1 & \tilde{x}_2 & \tilde{y}_2 \\ 1 & \tilde{x}_3 & \tilde{y}_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\left[\tilde{x}_2(\tilde{y}_3 - \tilde{y}_1) + \tilde{x}_1(\tilde{y}_2 - \tilde{y}_3) + \tilde{x}_3(\tilde{y}_1 - \tilde{y}_2)\right] \tag{3-7}$$

จากสมการไฟไนท์อิลิเมนท์ในสมการที่ (3-1) สามารถคำนวณอิลิเมนท์เมทริกซ์ความแข็งของสปริงและอิลิเมนท์เมทริกซ์มวลได้ดังที่จะอธิบายต่อจากนี้ไป ซึ่งในงานวิจัยนี้จะไม่พิจารณาถึงอิลิเมนท์เมทริกซ์ความหน่วงเนื่องจากมีผลต่อการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์ค่อนข้างน้อย (Henneberger, Sattler, Hadrys, and Shen, 1992)

เมทริกซ์ความแข็งของสปริง: $[K]_{6\times6}$

ดำเนินการโดยพิจารณาการวางตัวของอิลิเมนท์ในระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นเพื่อให้ทุกๆ อิลิเมนท์มีการวางตัวอยู่ในรูปแบบเดียวกันก่อน ซึ่งเมทริกซ์ความแข็งของสปริงเฉพาะถิ่น (local stiffness matrix, $[\tilde{K}]$) เกิดจากผลรวมของเมทริกซ์ความแข็งของสปริงเนื่องจากความเค้นในแนวฉาก (normal stress, $[\tilde{K}_n]$) และเมทริกซ์ความแข็งของสปริงเนื่องจากความเค้นเฉือน (shear stress, $[\tilde{K}_s]$) ดังแสดงได้ในสมการที่ (3-8), (3-9) และ (3-10) ตามลำดับ

$$[\tilde{K}] = [\tilde{K}_n] + [\tilde{K}_s] \tag{3-8}$$

$$[\tilde{K}_n] = \frac{hE}{4\Delta_e(1-\upsilon^2)}\begin{bmatrix} \beta_1^2 & \upsilon\beta_1\gamma_1 & \beta_1\beta_2 & \upsilon\beta_1\gamma_2 & \beta_1\beta_3 & \upsilon\beta_1\gamma_3 \\ & \gamma_1^2 & \upsilon\beta_2\gamma_1 & \gamma_1\gamma_2 & \upsilon\beta_3\gamma_1 & \gamma_1\gamma_3 \\ & & \beta_2^2 & \upsilon\beta_2\gamma_2 & \beta_2\beta_3 & \upsilon\beta_2\gamma_3 \\ & & & \gamma_2^2 & \upsilon\beta_3\gamma_2 & \gamma_2\gamma_3 \\ & \text{sym} & & & \beta_3^2 & \upsilon\beta_3\gamma_3 \\ & & & & & \gamma_3^2 \end{bmatrix} \tag{3-9}$$

$$[\tilde{K}_s] = \frac{hE}{8\Delta_e(1+\upsilon)}\begin{bmatrix} \gamma_1^2 & \beta_1\gamma_1 & \gamma_1\gamma_2 & \beta_2\gamma_1 & \gamma_1\gamma_3 & \beta_3\gamma_1 \\ & \beta_1^2 & \beta_1\gamma_2 & \beta_1\beta_2 & \beta_1\gamma_3 & \beta_1\beta_3 \\ & & \gamma_2^2 & \beta_2\gamma_2 & \gamma_2\gamma_3 & \beta_3\gamma_2 \\ & & & \beta_2^2 & \beta_2\gamma_3 & \beta_2\beta_3 \\ & \text{sym} & & & \gamma_3^2 & \beta_3\gamma_3 \\ & & & & & \beta_3^2 \end{bmatrix} \tag{3-10}$$

ซึ่ง E, υ และ h คือค่ามอดุลัส (modulus) อัตราส่วนของปัวซอง (Poisson's ratio) และความหนาในแต่ละอิลิเมนท์ตามลำดับ เมื่อคำนวณเมทริกซ์ความแข็งของสปริงเฉพาะถิ่นได้แล้ว จากนั้นแปลงกลับเป็นเมทริกซ์ความแข็งของสปริงที่แท้จริงได้ในสมการที่ (3-11)

$$[K] = [R]^T[\tilde{K}][R] \tag{3-11}$$

โดยที่

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos(\tilde{x},x) & \cos(\tilde{x},y) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos(\tilde{y},x) & \cos(\tilde{y},y) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\tilde{x},x) & \cos(\tilde{x},y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\tilde{y},x) & \cos(\tilde{y},y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{x},x) & \cos(\tilde{x},y) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{y},x) & \cos(\tilde{y},y) \end{bmatrix} \tag{3-12}$$

จากสมการที่ (3-12) สมาชิกในเมทริกซ์ $[R]$ จะประกอบไปด้วยฟังก์ชันโคไซน์ระบุทิศทาง (directional cosine) ซึ่งเป็นค่าที่ใช้สำหรับถ่ายโอนจากระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นสู่ระนาบพิกัดวงกว้าง ดังแสดงด้วยความสัมพันธ์นี้

$$\cos(\tilde{x},x) = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}} \qquad \cos(\tilde{x},y) = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}}$$

$$\cos(\tilde{y},x) = -\frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}} \qquad \cos(\tilde{y},y) = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}}$$

เมทริกซ์มวล: $[M]_{6\times6}$

ดำเนินการโดยพิจารณาการวางตัวของอิลิเมนท์ในระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นก่อนเช่นกัน ดังแสดงได้ในสมการที่ (3-13)

$$[\tilde{M}] = \frac{\rho h \Delta_e}{12}\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \tag{3-13}$$

ซึ่ง ρ คือค่าความหนาแน่นมวล (mass density) ในแต่ละอิลิเมนท์ จากนั้นแปลงกลับเป็นเมทริกซ์มวลที่แท้จริงได้ในสมการที่ (3-14)

$$[M] = [R]^{\mathrm{T}}[\tilde{M}][R] \tag{3-14}$$

การนำสมการการเคลื่อนที่ของแต่ละอิลิเมนท์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมสำหรับการเคลื่อนที่ของระบบ โดยหากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมสำหรับการเคลื่อนที่ของระบบ ซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น $2n$ สมการ ดังแสดงด้วยสมการที่ (3-15) ทั้งนี้เนื่องจากการพิจารณาการกระจัดจะพิจารณาทั้งแนวแกน x และแกน y ร่วมกัน

$$[M]_{2n\times2n}\{\ddot{d}\}_{2n\times1} + [C]_{2n\times2n}\{\dot{d}\}_{2n\times1} + [K]_{2n\times2n}\{d\}_{2n\times1} = \{F\}_{2n\times1} \tag{3-15}$$

3.3 การหาผลเฉลยสำหรับการสั่นสะเทือน

ในการวิเคราะห์สถานะชั่วครู่ในขณะที่มอเตอร์หมุนไป ดังสมการการเคลื่อนที่ที่เวลา t ใดๆ ที่แสดงด้วยสมการที่ (3-16)

$$[M]\{\ddot{d}\}^t + [C]\{\dot{d}\}^t + [K]\{d\}^t = \{F\}^t \tag{3-16}$$

ซึ่งตัวยก t หมายถึงค่าที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา จะสังเกตเห็นว่าเมทริกซ์ $[M]$, $[C]$ และ $[K]$ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเมื่อมอเตอร์หมุนไป การแก้สมการสถานะชั่วครู่ในงานวิจัยนี้ จะใช้วิธี

ผลต่างกลาง (central difference) เพราะเป็นวิธีที่นิยมใช้กันแพร่หลายสำหรับการแก้สมการการเคลื่อนที่ในสถานะชั่วครู่ (Kwon and Bang, 2000) โดยเมื่อพิจารณาวิธีผลต่างกลาง จะได้

$$\{\ddot{d}\}^{t} = \frac{1}{\Delta t^{2}}\left[\{d\}^{t+\Delta t} - 2\{d\} + \{d\}^{t-\Delta t}\right] \tag{3-17}$$

$$\{\dot{d}\}^{t} = \frac{1}{2\Delta t}\left[\{d\}^{t+\Delta t} - \{d\}^{t-\Delta t}\right] \tag{3-18}$$

แทนค่าสมการที่ (3-17) และ (3-18) ลงในสมการที่ (3-16) จะได้

$$\left[M_{eff}\right]\{d\}^{t+\Delta t} = \left\{F_{eff}\right\} \tag{3-19}$$

โดยที่

$$\left[M_{eff}\right] = \left[\frac{1}{\Delta t^{2}}[M] + \frac{1}{2\Delta t}[C]\right] \tag{3-20}$$

$$\left\{F_{eff}\right\} = \{F\}^{t} - \left[[K] - \frac{2}{\Delta t^{2}}[M]\right]\{d\}^{t} - \left[\frac{1}{\Delta t^{2}}[M] - \frac{1}{2\Delta t}[C]\right]\{d\}^{t-\Delta t} \tag{3-21}$$

ซึ่ง $[M_{eff}]$ และ $\{F_{eff}\}$ คือเมทริกซ์มวลประสิทธิผล (effective mass matrix) และเวกเตอร์แรงประสิทธิผล (effective force matrix) ตามลำดับ

3.4 สรุป

บทที่ 3 นี้ ได้อธิบายการประยุกต์วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อคำนวณหาขนาดของการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสเมื่อโรเตอร์หมุน โดยพิจารณาในรูปแบบของฟังก์ชันการกระจัด ซึ่งอาศัยสมการการเคลื่อนที่ในรูปของสมการอนุพันธ์สามัญอันดับสอง โดยพิจารณาพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ในรูปของแผ่นบางซึ่งมีความหนาน้อยมาก รายละเอียดต่างๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การประดิษฐ์โปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือนทางกลที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 4 ต่อไป

บทที่ 4

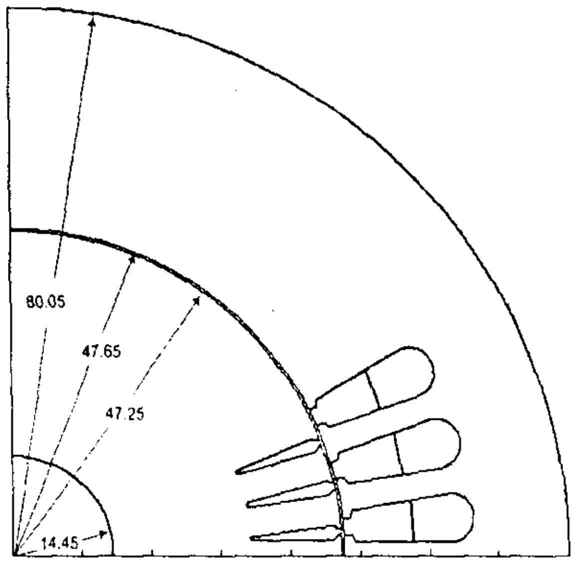
โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำ

4.1 บทนำ

การจำลองผลเพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและขนาดของการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำในงานวิจัยนี้ ได้ใช้คอมพิวเตอร์ Intel Pentium IV 1.60 GHz, 512 MB สำหรับประมวลผล โดยได้ประดิษฐ์ไฟไนท์อิลิเมนท์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วย BORLAND C++ บนรากฐานของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและสมการการเคลื่อนที่ที่ถูกต้อง โดยรับค่าอินพุตซึ่งเป็นคุณลักษณะของจุดต่อและอิลิเมนท์จากการสร้างกริดอัตโนมัติโดยใช้โปรแกรม MATLAB การจำลองผลนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของฟลักซ์แม่เหล็ก ณ ตำแหน่งต่างๆ บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์เมื่อโรเตอร์หมุนไป และวิเคราะห์ถึงขนาดและรูปร่างของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ ดังนั้นในบทที่ 4 นี้ จึงได้กล่าวถึงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของมอเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล และอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมสร้างกริดอัตโนมัติ โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก และโปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์

4.2 พารามิเตอร์ของมอเตอร์

การจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์ ได้อาศัยพารามิเตอร์ต่างๆ ทั้งทางไฟฟ้าและทางกล โดยได้ดำเนินการรวบรวมไว้ในตารางที่ 4.1 ส่วนรายละเอียดภาคตัดและมิติต่างๆของมอเตอร์และร่องสเตเตอร์ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.1 และ 4.2 ตามลำดับ

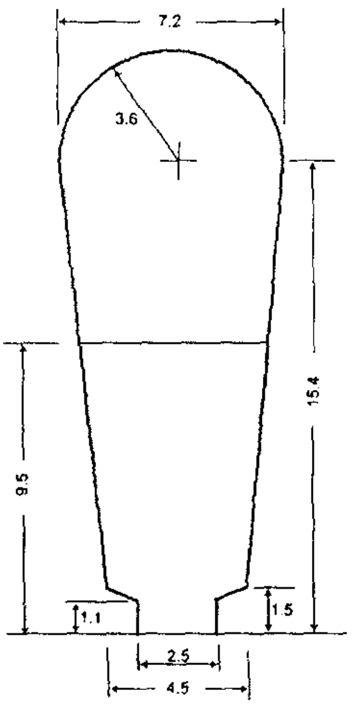


รูปที่ 4.1 ภาคตัดส่วนหนึ่งของมอเตอร์เหนี่ยวนำและมิติ (mm)

ตารางที่ 4.1 พารามิเตอร์ทางไฟฟ้าและทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส

พารามิเตอร์	ค่า
กำลังงานขาออก	3 HP
แรงดันแหล่งจ่าย	380 V (ต่อแบบสตาร์)
จำนวนขั้ว	4 P
ความถี่แหล่งจ่าย	50 Hz
ความเร็วพิกัด	1455 rpm
ความต้านทานของขดลวดสเตเตอร์	1.11 Ω/ϕ
ความต้านทานของขดลวดโรเตอร์	0.47 Ω/ϕ
รีแอกแตนซ์ของขดลวดสเตเตอร์	1.05 Ω/ϕ
รีแอกแตนซ์ของขดลวดโรเตอร์	1.05 Ω/ϕ
รีแอกแตนซ์ที่เกิดจากสนามแม่เหล็ก	22.09 Ω/ϕ
โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์	0.089 $Kg.m^2$
มอดุลัสของแกนสเตเตอร์	$1.2 \cdot 10^{11}$ N/m^2
มอดุลัสของเฟรม (อลูมิเนียม)	$7.1 \cdot 10^{10}$ N/m^2
ความหนาแน่นมวลของแกนสเตเตอร์	$7.8 \cdot 10^3$ Kg/m^3
ความหนาแน่นมวลของเฟรม	$0.9 \cdot 10^3$ Kg/m^3
อัตราส่วนของปัวซอง	0.25
ชนิดการพันขดลวดสเตเตอร์	แบบสองชั้น
จำนวนร่องของสเตเตอร์	36 ร่อง
จำนวนร่องของโรเตอร์	44 ร่อง
ความกว้างช่องอากาศ	0.4 mm
ระยะพิตช์	7/9 ร่อง
จำนวนรอบการพัน/ขดลวด	15 รอบ
เส้นผ่าศูนย์กลางของขดลวดสเตเตอร์	1.8 mm
สภาพนำทางไฟฟ้าของแท่งตัวนำโรเตอร์	$4.90 \cdot 10^7$ Ω^{-1}/m

<u>หมายเหตุ</u> แหล่งที่มาของพารามิเตอร์เหล่านี้ได้จากการรวบรวมข้อมูลจากหนังสือและบทความทางวิชาการจำนวนมาก ที่มีการดำเนินงานกับมอเตอร์ขนาดพิกัดใกล้เคียงกันกับงานวิจัยนี้ เพื่อให้ได้มาซึ่งค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ที่สมบรูณ์และเพียงพอต่อการจำลองผล



รูปที่ 4.2 ภาคตัดของร่องสเตเตอร์และมิติ (mm)

4.3 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

โปรแกรมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก และโปรแกรมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส เกิดจากการประดิษฐ์ไฟไนท์อิลิเมนท์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วย BORLAND C++ โดยกริดที่สร้างขึ้นเพื่อกำกับคุณลักษณะของจุดต่อและอิลิเมนท์ที่ป้อนให้แก่โปรแกรมไฟไน่ท์อิลิเมนท์ เกิดจากการพัฒนาโปรแกรมการสร้างกริดอัตโนมัติด้วย MATLAB ซึ่งรายละเอียดของโปรแกรมดังกล่าวสามารถแสดงได้ดังนี้

4.3.1 โปรแกรมสร้างกริดอัตโนมัติ

โปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับสร้างกริดที่ใช้กันอยู่ทั่วไปในวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ มีราคาแพงและขาดความยืดหยุ่นที่จะใช้กับงานที่มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งและรูปร่างของวัตถุอยู่ตลอดเวลา อย่างกรณีการสร้างกริดเมื่อโรเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำมีการหมุนและมีรูปร่างของร่องโรเตอร์เปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นจึงได้พัฒนาอัลกอริทึมขึ้นใหม่พร้อมประดิษฐ์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อการสร้างกริดอัตโนมัติของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส ซึ่งได้พัฒนาโปรแกรมขึ้นด้วย MATLAB แล้วคอมไพล์เป็นไฟล์ .exe ซึ่งผลลัพธ์ในรูปเอาต์พุตไฟล์ จะได้รับการนำไปเป็นข้อมูลอินพุตให้แก่โปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็กดังที่จะได้กล่าวถึงในหัวข้อต่อไป ลักษณะโครงสร้างของโปรแกรมสร้างกริดอัตโนมัติสามารถอธิบายได้ดังนี้

โครงสร้างของโปรแกรมสร้างกริดอัตโนมัติประกอบด้วยโปรแกรมหลักและหลายโปรแกรมย่อยที่ทำหน้าที่ต่างๆ กัน ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมประกอบด้วย

โปรแกรมเริ่มต้นทำงานโดยรับค่าอินพุตที่ประกอบด้วยรูปร่างของร่องโรเตอร์ และมุมที่โรเตอร์หมุนไปในทุกๆ รอบการคำนวณ ซึ่งจะเป็นการอ่านข้อมูลในช่วงแรกของโปรแกรมหลัก

ขั้นตอนการระบุหมายเลขของอิลิเมนท์และหมายเลขของจุดต่อ พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละจุดต่อในส่วนของพื้นที่โรเตอร์ ทั้งแกนของโรเตอร์และร่องของโรเตอร์ รวมถึงการจัดกลุ่มพื้นที่ของแต่ละอิลิเมนท์และจุดต่อให้เป็นหมวดหมู่ เพื่อง่ายต่อการบ่งชี้ถึงแต่ละกลุ่มพื้นที่ที่มีค่าพารามิเตอร์ที่ต่างกัน และง่ายต่อการกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขต ซึ่งขั้นตอนดังกล่าวนี้จะปรากฏอยู่ในโปรแกรมย่อย

ขั้นตอนการระบุหมายเลขของอิลิเมนท์และหมายเลขของจุดต่อ พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละจุดต่อในส่วนของพื้นที่ช่องอากาศ ที่เป็นชั้นแรกติดกับขอบของโรเตอร์จากจำนวนทั้งสิ้น 4 ชั้น โดยปรากฏอยู่ในโปรแกรมย่อย

ขั้นตอนการระบุหมายเลขของอิลิเมนท์และหมายเลขของจุดต่อ พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละจุดต่อในส่วนของพื้นที่ช่องอากาศชั้นที่ 2, 3 และ 4 ซึ่งในขั้นตอนนี้ของช่องอากาศชั้นที่ 2 ต้องคำนึงถึงการเชื่อมโยงกริดให้เหมาะสมและสอดคล้องกับมุมต่างๆ ที่โรเตอร์หมุนเปลี่ยนตำแหน่งไป ซึ่งขั้นตอนทั้งหมดดังกล่าวนี้ปรากฏอยู่ในโปรแกรมย่อย

ขั้นตอนการระบุหมายเลขของอิลิเมนท์และหมายเลขของจุดต่อ พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละจุดต่อในส่วนของพื้นที่สเตเตอร์ ทั้งแกนของสเตเตอร์และร่องของสเตเตอร์ ซึ่งในขั้นตอนนี้ต้องคำนึงถึงการเชื่อมโยงกริดระหว่างส่วนของช่องอากาศและส่วนของสเตเตอร์ควบคู่ไปด้วย เพื่อสร้างอิลิเมนท์ของช่องอากาศในชั้นที่ 4 ที่ติดกับส่วนของสเตเตอร์อย่างเหมาะสม ทั้งนี้เนื่องจากส่วนของช่องอากาศและส่วนของสเตเตอร์มีจำนวนจุดต่อที่ไม่เท่ากัน ซึ่งขั้นตอนทั้งหมดดังกล่าวนี้จะปรากฏอยู่ในโปรแกรมย่อย

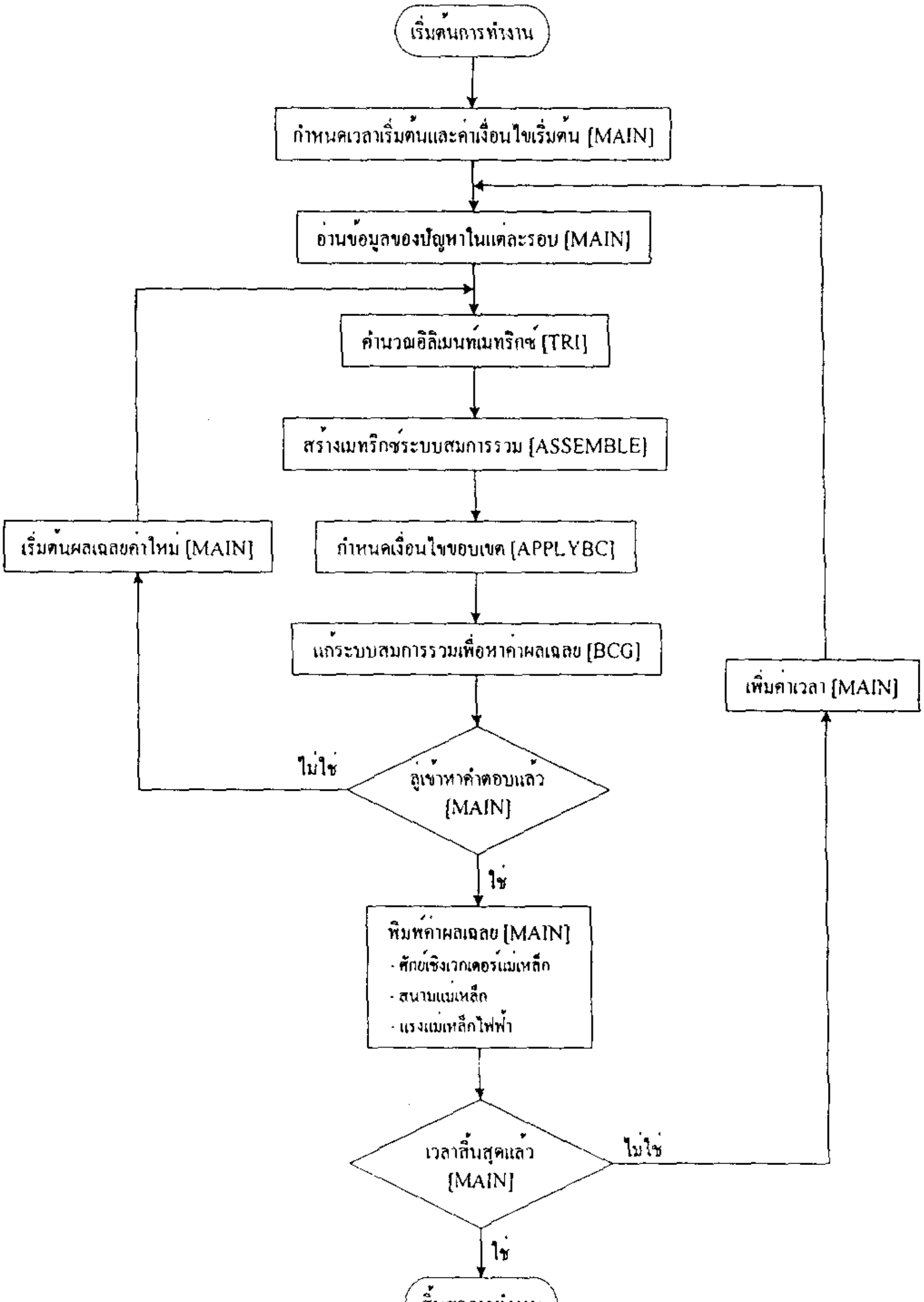
ขั้นตอนวาดภาพแสดงการวางตัวของแต่ละอิลิเมนท์พร้อมตำแหน่งของแต่ละจุดต่อตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ โดยปรากฏอยู่ในโปรแกรมย่อย

พิมพ์ผลเฉลยซึ่งให้รายละเอียดข้อมูลของจุดต่อและอิลิเมนท์ของแต่ละรอบลงในไฟล์ที่ต้องการ เพื่อใช้เป็นข้อมูลอินพุตสำหรับป้อนให้โปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็กที่จะได้กล่าวถึงในหัวข้อต่อไป ซึ่งจะอยู่ในส่วนของโปรแกรมหลัก

4.3.2 โปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก

การคำนวณสนามแม่เหล็กในมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสสำหรับโรเตอร์หมุน เมื่อพิจารณาคุณสมบัติความไม่เป็นเชิงเส้น พร้อมทั้งคำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ค่อนข้างคำนวณได้ยากเนื่องจากมีความซับซ้อนสูง แต่ปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีสมรรถนะสูงและมีหน่วยความจำขนาด

ใหญ่ จึงสามารถคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น โปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับคำนวณค่าสนามแม่เหล็กที่ใช้กันอยู่ทั่วไป มีราคาแพง ประมวลผลช้า และไม่มีความคล่องตัวเมื่อพิจารณาถึงกรณีที่โรเตอร์หมุน ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงประดิษฐ์ไฟไนท์อิลิเมนท์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วย BORLAND C++ เพื่อคำนวณค่าสนามแม่เหล็กในมอเตอร์เหนี่ยวนำ โครงสร้างของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็กอาจแทนได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก

จากแผนภูมิในรูปที่ 4.3 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลของระบบโดยรวม เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละส่วน จะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่างๆ ดังต่อไปนี้

โปรแกรมหลัก MAIN : โปรแกรมหลักจะเริ่มทำงานด้วยการกำหนดค่าเวลาเริ่มต้น t=0 สำหรับการคำนวณในรอบแรก ซึ่งจำนวนรอบหรือเวลาสิ้นสุดของการคำนวณ จะขึ้นอยู่กับจำนวนหรือเวลาที่ใช้ในการหมุนไปที่มุมต่างๆ ของมอเตอร์ โดยเมื่อมอเตอร์หมุนไปลักษณะของอิลิเมนท์และจุดต่อจะแปรเปลี่ยนตามมุมที่หมุนไปด้วย โปรแกรมหลักยังมีหน้าที่ในการกำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้น โดยงานวิจัยนี้มีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นในรอบแรกคือการให้ผลเฉลยของค่าความแตกต่างในแต่ละรอบของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเป็นศูนย์ $\Delta A(t=0)\ =\ 0$ ส่วนการหมุนรอบถัดไปจะใช้คำตอบจากรอบที่ผ่านมาเป็นค่าเงื่อนไขเริ่มต้น ทั้งนี้เพื่อให้การลู่เข้าหาคำตอบที่ถูกต้องดำเนินการได้รวดเร็ว จากนั้นโปรแกรมหลักจะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของอิลิเมนท์และจุดต่อ จากเอาต์พุตไฟล์ของโปรแกรมการสร้างกริดอัตโนมัติที่คอมไพล์เป็นไฟล์ .exe ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อที่ผ่านมา โดยเมื่อโปรแกรมเริ่มคำนวณ โปรแกรมหลักจะมีหน้าที่แจ้งสถานะการคำนวณให้ผู้ใช้ทราบผ่านทางหน้าจอในทุกๆ รอบของการคำนวณ และหลังจากผลเฉลยของแต่ละรอบลู่เข้าหาคำตอบแล้วจะพิมพ์ค่าผลเฉลยที่ต้องการออกมาและบันทึกไว้เป็นไฟล์ พร้อมทั้งส่งไฟล์นี้ให้แก่โปรแกรม MATLAB ไปดำเนินการทางด้านกราฟฟิกต่อ

โปรแกรมย่อย TRI : โปรแกรมย่อยนี้จะใช้คำนวณอิลิเมนท์เมทริกซ์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อของทุกๆ อิลิเมนท์ ซึ่งในการคำนวณอิลิเมนท์เมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนท์ จะต้องคำนึงถึงความไม่เป็นเชิงเส้นของวัสดุที่ใช้ทำมอเตอร์ในแต่ละอิลิเมนท์นั้นๆ ด้วย

โปรแกรมย่อย ASSEMBLE : โปรแกรมย่อยนี้ทำหน้าที่รวมอิลิเมนท์เมทริกซ์ย่อยๆ ที่คำนวณจากโปรแกรมย่อย *TRI* เข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวม

โปรแกรมย่อย APPLYBC : โปรแกรมย่อยนี้ทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตให้ขอบในที่ติดกับเพลาและขอบนอกของมอเตอร์มีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเป็นศูนย์ ($\mathbf{A}$ = 0)

โปรแกรมย่อย BCG : โปรแกรมย่อยนี้จะทำหน้าที่แก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของระบบสมการรวมโดยการเลือกใช้วิธีไบ-คอนจูเกตเกรเดียนต์ (bi-conjugate gradient: BCG) ซึ่งวิธีนี้จะอาศัยกระบวนการทำซ้ำเพื่อลู่เข้าหาคำตอบ การใช้วิธีนี้จะเหมาะสมกับปัญหาที่มีขนาดใหญ่ โดยจะช่วยลดเวลาในการแก้สมการเชิงเส้นของระบบลงไปได้มาก และวิธีนี้ยังใช้ได้กับงานที่เมทริกซ์ของระบบไม่สมมาตร อย่างเช่นในงานวิจัยนี้ ทั้งนี้เป็นสาเหตุมาจากปัญหาที่นำมาพิจารณามีความไม่เป็นเชิงเส้นปรากฏอยู่

4.3.3 โปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือน

การคำนวณขนาดของการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสสำหรับโรเตอร์หมุน ที่แสดงอยู่ในรูปของการกระจัดที่ผิดเพี้ยนไปจากรูปร่างดั้งเดิมของมอเตอร์ก่อนที่ยังไม่มีแรงภายนอกมากระทำ ค่อนข้างดำเนินการได้ยาก เนื่องจากผลลัพธ์ของการกระจัดอย่างละเอียดที่ครอบคลุมตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ต้องอาศัยการคำนวณที่มีความซับซ้อนสูง ปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีสมรรถนะสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ จึงสามารถคำนวณการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในทุกๆ ตำแหน่งด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงประดิษฐ์ไฟไนท์อิลิเมนท์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วย BORLAND C++ เพื่อคำนวณขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เหนี่ยวนำ ซึ่งลำดับการทำงานของโปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือน สามารถแทนได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 4.4

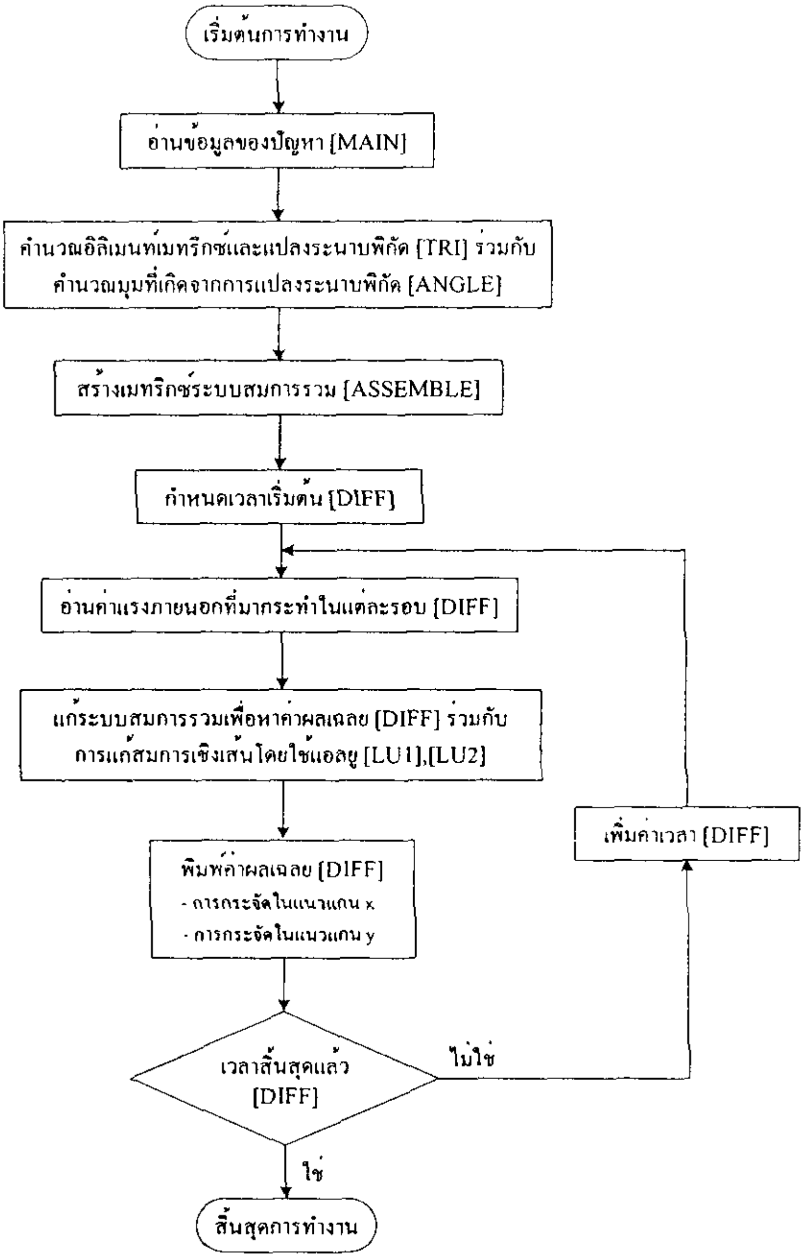
จากแผนภูมิดังรูปที่ 4.4 อาจเข้าใจได้ถึงลำดับการทำงานของโปรแกรม โดยโปรแกรมหลักและโปรแกรมย่อยต่างๆ มีหน้าที่ต่างกันไป ดังต่อไปนี้

โปรแกรมหลัก MAIN : โปรแกรมหลักทำหน้าที่รับค่าข้อมูลต่างๆ ได้แก่ จำนวนและตำแหน่งของจุดต่อ หมายเลขของจุดต่อที่ประกอบขึ้นเป็นอิลิเมนท์ จำนวนและหมายเลขของอิลิเมนท์และค่าพารามิเตอร์ทางวัสดุที่ใช้ทำแกนสเตเตอร์และเฟรมของมอเตอร์ ซึ่งเป็นข้อมูลอินพุตที่เรียกใช้ตอนเริ่มต้นของโปรแกรมเพียงครั้งเดียว เนื่องจากเมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนจะพิจารณาในส่วนของแกนสเตเตอร์และเฟรมเท่านั้น ซึ่งจะไม่ปรากฏการเปลี่ยนแปลงพิกัดใดๆ เลยเมื่อโรเตอร์หมุนไป

โปรแกรมย่อย TRI : โปรแกรมย่อยนี้ใช้คำนวณอิลิเมนท์เมทริกซ์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อของทุกๆ อิลิเมนท์ และทำหน้าที่ในการแปลงระนาบพิกัดวงกว้างไปเป็นระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น โดยทำงานร่วมกับโปรแกรมย่อย *ANGLE* และแปลงกลับไปเป็นระนาบพิกัดวงกว้างตามเดิม เพื่อนำไปสร้างเป็นระบบเมทริกซ์สมการรวม

โปรแกรมย่อย ANGLE : โปรแกรมย่อยนี้ทำงานร่วมกับโปรแกรมย่อย *TRI* ในการคำนวณค่ามุมที่เปลี่ยนแปลงไปจากการแปลงระนาบพิกัดวงกว้างไปเป็นระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น

โปรแกรมย่อย ASSEMBLE : โปรแกรมย่อยนี้ทำหน้าที่รวมอิลิเมนท์เมทริกซ์ย่อยๆ ที่คำนวณจากโปรแกรมย่อย *TRI* เข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวม



รูปที่ 4.4 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือน

โปรแกรมย่อย DIFF: โปรแกรมย่อยนี้จะทำหน้าที่แก้สมการการเคลื่อนที่ในรูปของสมการสามัญอันดับสองเพื่อหาค่าผลเฉลยของระบบสมการรวมโดยเลือกใช้วิธีผลต่างกลาง และเมื่อเข้าสู่กระบวนการแก้ระบบสมการเชิงเส้น ได้เลือกใช้วิธีการแยกแบบแอลยูมาพิจารณา โดยจะทำงานร่วมกับโปรแกรมย่อย *LU1* และ *LU2* โปรแกรมย่อย *DIFF* เริ่มทำงานด้วยการกำหนดค่าเวลาเริ่มต้นที่ $t = 0$ และเวลาสิ้นสุด T_f ของการคำนวณ โดยรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งเป็นแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไปตามการหมุนของโรเตอร์ ซึ่งได้จากผลลัพธ์ของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็กในหัวข้อที่ผ่านมา โดยโปรแกรมจะแจ้งสถานะการคำนวณผ่านทางหน้าจอทุกๆ รอบของการคำนวณ

และหลังจากถึงเวลาสิ้นสุดแล้ว จะพิมพ์ค่าผลเฉลยที่ต้องการออกมา ซึ่งประกอบด้วยค่าการกระจัดในแนวแกน x และ y ที่เปลี่ยนแปลงไปจากตำแหน่งดั้งเดิมของทุกๆ จุดต่อ พร้อมทั้งส่งค่าเหล่านี้ในรูปเอาต์พุตไฟล์ให้แก่โปรแกรม MATLAB ไปดำเนินการทางด้านกราฟฟิกต่อ

โปรแกรมย่อย LU1 : โปรแกรมย่อยนี้ทำงานร่วมกับโปรแกรมย่อย *DIFF* เพื่อการแก้ระบบสมการเชิงเส้นด้วยวิธีการแยกแบบแอลยู เฉพาะที่เวลาเริ่มต้นที่ $t = 0$ เท่านั้น

โปรแกรมย่อย LU2 : โปรแกรมย่อยนี้ทำงานร่วมกับโปรแกรมย่อย *DIFF* เพื่อการแก้ระบบสมการเชิงเส้นด้วยวิธีการแยกแบบแอลยู เมื่อ $t > 0$ จนถึงเวลาสิ้นสุด T_f

4.4 สรุป

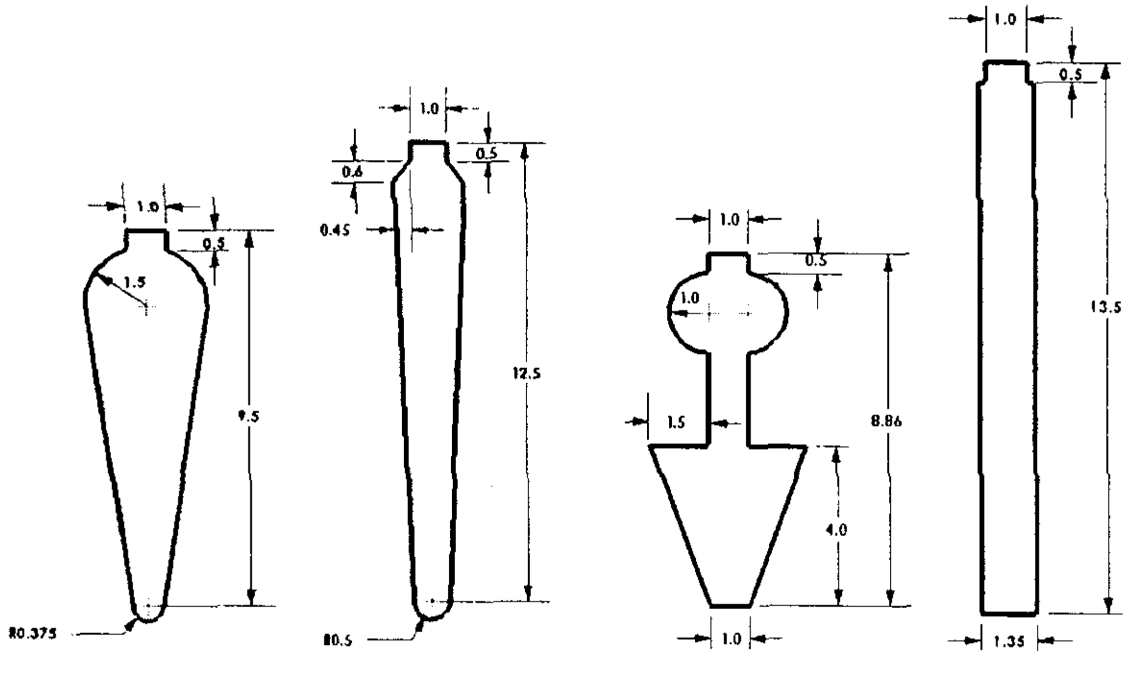
การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส เมื่อพิจารณาปัญหาแบบไม่เป็นเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ค่อนข้างดำเนินการได้ยากและมีความซับซ้อน การทำความเข้าใจอย่างละเอียดและลึกซึ้งต่อค่าสนามแม่เหล็กและขนาดของการสั่นสะเทือนทางกลที่แปรเปลี่ยนไปในขณะที่โรเตอร์หมุน จึงยากเกินกว่าที่จะคาดเดาหรือจินตนาการได้ เป็นเหตุให้ต้องพึ่งพาเทคนิคการจำลองผลระบบด้วยคอมพิวเตอร์ดังที่บทที่ 4 ได้นำเสนอไว้ โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกลในบทนี้ได้รับการพัฒนาขึ้นด้วย BORLAND C++ โดยมีโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและโปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือนดังที่อธิบายด้วยแผนภูมิในรูปที่ 4.3 และ 4.4 ตามลำดับ โปรแกรมดังกล่าวจะรับค่าอินพุตซึ่งแสดงตำแหน่งของอิลิเมนท์และจุดต่อจากโปรแกรมการสร้างกริดอัตโนมัติที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB และโปรแกรมจำลองผลดังกล่าวจะส่งค่าผลลัพธ์ที่ได้ให้โปรแกรม MATLAB อีกครั้ง เพื่อการแสดงผลในรูปกราฟฟิก

บทที่ 5

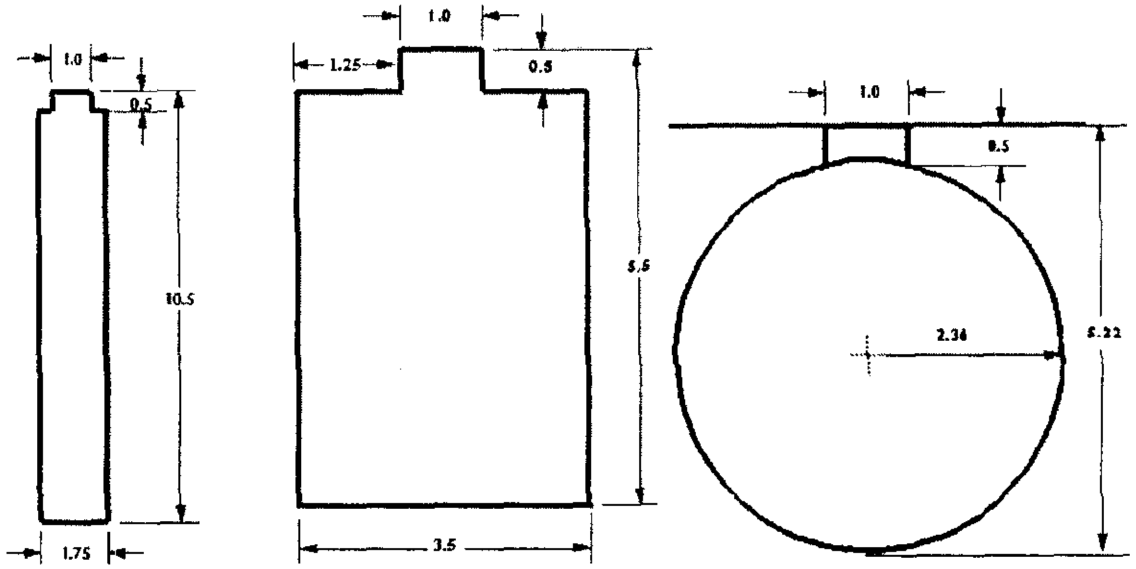
การศึกษาและวิเคราะห์ผลของการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์เมื่อพิจารณารูปร่างร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ตามมาตรฐาน IEEE

5.1 บทนำ

การศึกษาผลของการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์ของบทที่ 5 นี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบขนาดของการสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณารูปร่างร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ตามมาตราฐาน IEEE โดยพิจารณาแหล่งจ่ายไฟที่จ่ายเข้ามอเตอร์เป็นรูปคลื่นไซน์บริสุทธิ์อันเป็นแหล่งจ่ายพื้นฐาน ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้พิจารณารูปร่างร่องโรเตอร์ทั้งหมด 7 แบบ ดังแสดงภาคตัดและมิติของร่องโรเตอร์ไว้ในรูปที่ 5.1 โดยมีเกณฑ์ขนาดพื้นที่หน้าตัดของร่องโรเตอร์มีค่าเท่ากันเท่ากับ 18 mm^2 การศึกษาจะอาศัยการจำลองผลทางไฟฟ้าและทางกลโดยอาศัยโปรแกรมที่ได้กล่าวถึงไว้ในบทที่ 4 เพื่อแสดงถึงศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กซึ่งได้รับการเสนอในรูปคอนทัวร์ให้เห็นถึงวิถีของเส้นแรงแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ พร้อมทั้งค่าสนามแม่เหล็กและแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับช่องอากาศอันเป็นตัวการที่ทำให้เกิดการสั่นสะเทือนในรูปของการกระจัดที่บิดเบี้ยวไปของสเตเตอร์ พร้อมทั้งอภิปรายผลลัพธ์ที่ได้ในเชิงเปรียบเทียบกับลักษณะทางกายภาพของรูปร่างร่องโรเตอร์ในแต่ละแบบ



แบบที่ 1 แบบที่ 2 แบบที่ 3 แบบที่ 4



แบบที่ 5 แบบที่ 6 แบบที่ 7

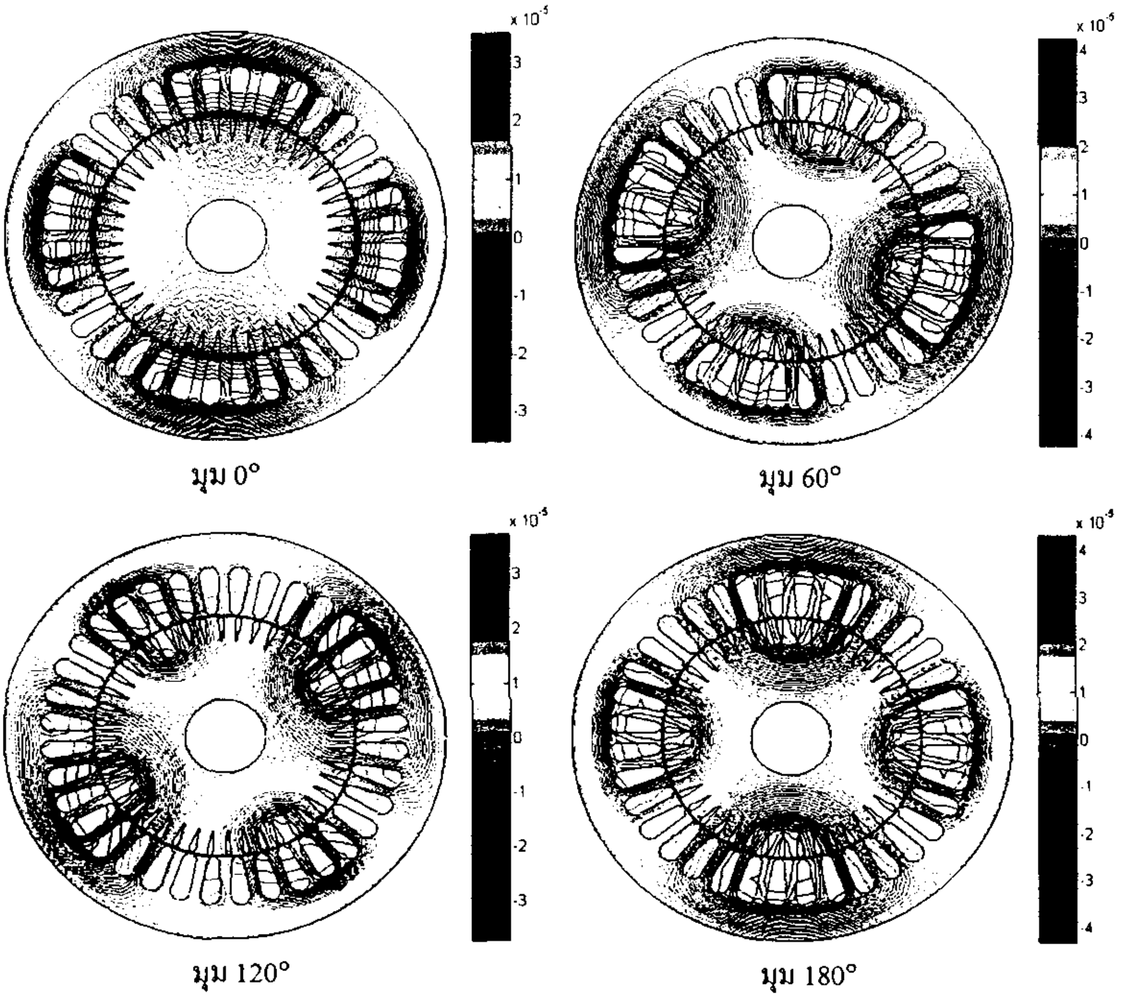
รูปที่ 5.1 ภาคตัดและมิติ (mm) ของร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ทั้ง 7 แบบ ตามมาตราฐาน IEEE

5.2 ผลของสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกล

ด้วยการคำนวณโดยโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กที่พัฒนาขึ้น ผลลัพธ์ที่ปรากฏในขั้นต้นของการจำลองผลเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบต่างๆ คือค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก A (Wb/mm) ที่จุดต่อต่างๆ ซึ่งได้รับการแสดงผลในรูปคอนทัวร์ ให้เห็นถึงวิถีของเส้นแรงแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อโรเตอร์หมุนไปที่ตำแหน่งมุมต่างๆ กัน ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.2 ซึ่งเป็นการพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 เมื่อโรเตอร์หมุนทวนเข็มนาฬิกาทำมุม 0°, 60°, 120° และ 180° เทียบกับแกน x+

จากรูปที่ 5.2 จะสังเกตเห็นว่า ทางเดินของเส้นแรงแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อพิจารณามอเตอร์หมุนในสถานะอยู่ตัวและมีโหลดเต็มพิกัด ปรากฏให้เห็นถึงจำนวนขั้วแม่เหล็ก N (สีแดง) และ S (สีน้ำเงิน) สลับกันไปจำนวน 4 ขั้ว เท่ากับจำนวนขั้วของมอเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผลอย่างเด่นชัด โดยเส้นแรงแม่เหล็กจะเริ่มซ้ำทางเดินเมื่อโรเตอร์หมุนผ่านไปประมาณ 180° (ในกรณีที่พิจารณาในสภาวะไร้โหลดจะมีค่าเท่ากับ 180° พอดี (Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998)) และเส้นแรงแม่เหล็กจะแสดงพฤติกรรมที่เรียกว่าสนามแม่เหล็กหมุน โดยมีทิศทางการหมุนทวนเข็มนาฬิกาไปในทิศทางเดียวกับการหมุนของโรเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล ส่วนทางเดินของเส้นแรงแม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 2 - แบบที่ 7 จะมีลักษณะคล้ายคลึงกับเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 ซึ่งปรากฏให้เห็นถึง

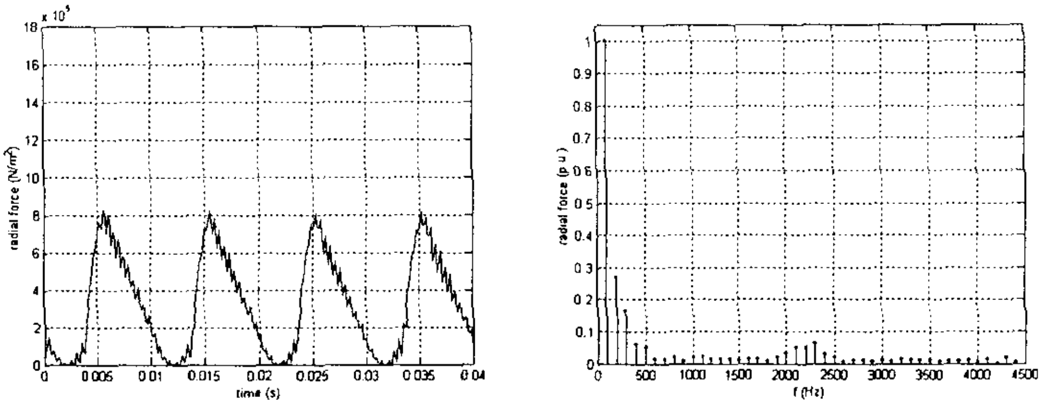
ขั้วแม่เหล็ก N และ S สลับกันไป ประกอบกับแสดงพฤติกรรมของสนามแม่เหล็กหมุนเช่นกัน โดยร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ ต่างมีวิถีของเส้นแรงแม่เหล็กและขนาดของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** ที่ใกล้เคียงกันมาก



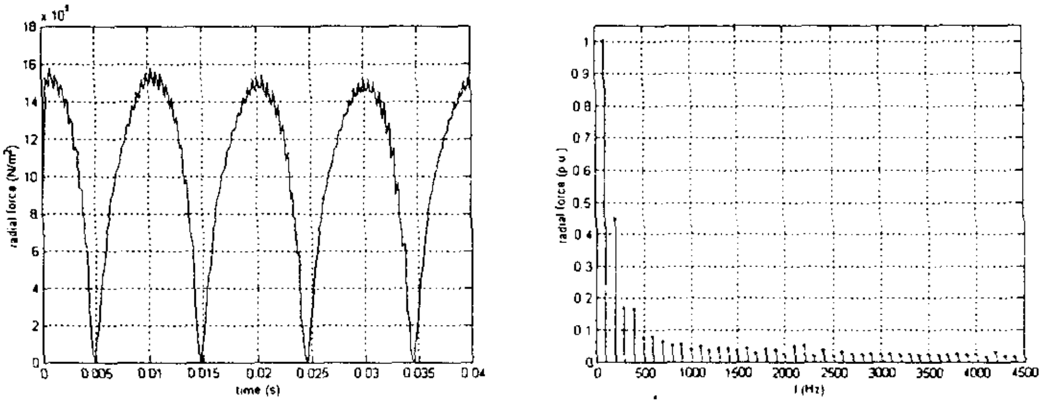
รูปที่ 5.2 เส้นแรงแม่เหล็กเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 เมื่อโรเตอร์หมุนไป

ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่ได้จากการจำลองผลในแต่ละจุดต่อที่กระจายบนพื้นที่หน้าตัดตามแนวแกน z ของมอเตอร์ (A_z) จะนำไปใช้ในการคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กในแนวรัศมี (B_r) ที่กระทำกับช่องอากาศของมอเตอร์ตรงส่วนของฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ทั้ง 36 ซี่ ที่มีมุมการหมุนของโรเตอร์แปรเปลี่ยนไป เมื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กแล้ว จากนั้นจึงใช้สมการความเค้นของแมกซ์เวลล์หาค่าแรงแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวรัศมี (F_r) ที่กระทำกับช่องอากาศตรงฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ โดยรูปที่ 5.3 เป็นการแสดงค่า F_r เทียบกับเวลาเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 ควบคู่กับการแสดงสเปกตรัมเพื่อบ่งบอกถึงปริมาณฮาร์มอนิกที่ความถี่ต่างๆ โดยพิจารณา F_r กระทำกับช่องอากาศ

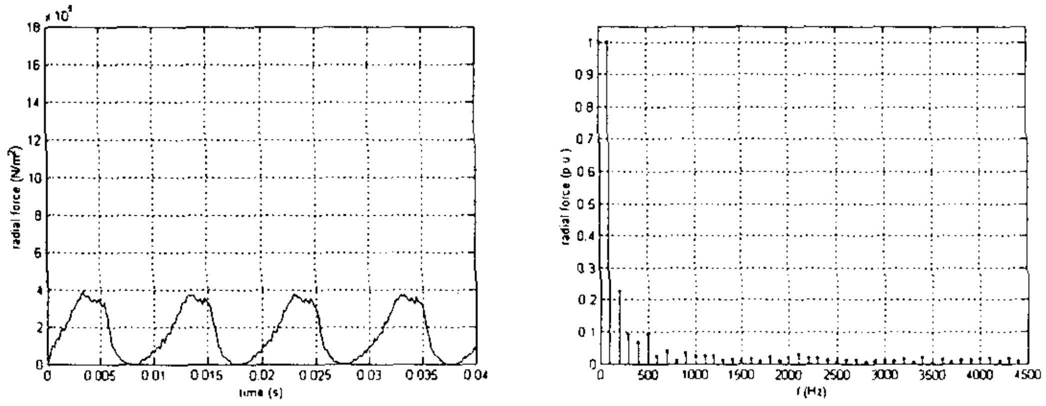
ตรงส่วนของฟันสเตเตอร์เมื่อโรเตอร์หมุนครบ 1 รอบ เฉพาะในซี่ที่ 1, 5 และ 9 จากทั้งหมด 36 ซี่ ทั้งนี้ผลของ F_r จะเริ่มซ้ำเป็นคาบในทุกๆ 9 ซี่ ซึ่งสอดคล้องกับระยะ 1 พิตช์ขั้วแม่เหล็ก



ซี่ที่ 1



ซี่ที่ 5



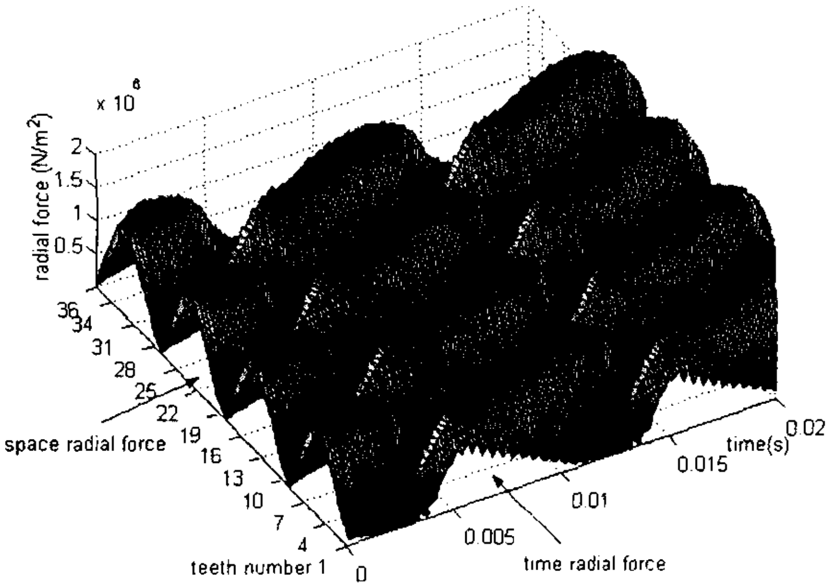
ซี่ที่ 9

รูปที่ 5.3 แรงแม่เหล็กไฟฟ้าและสเปกตรัมทางขนาดเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 ที่กระทำกับฟันสเตเตอร์

จากรูปที่ 5.3 จะสังเกตเห็นว่า รูปกราฟของ F_r เทียบกับเวลาเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 จะมีลักษณะคล้ายรูปคลื่นไซน์ครึ่งคลื่นบวกและคล้ายฟันเลื่อยในบางกรณี ที่มีขนาดแตกต่างกันไปตามแรงที่มากระทำกับฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ และมีคาบประมาณ 0.01 วินาที หรือ 100 Hz (ในกรณีที่พิจารณาในสภาวะไร้โหลดจะมีค่าเท่ากับ 0.01 วินาทีพอดี ซึ่ง F_r จะมีความถี่เป็น 2 เท่า ของแหล่งจ่ายไฟฟ้า (Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998)) โดยแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับฟันสเตเตอร์ในซี่ที่ 1 ดังแสดงในรูปที่ 5.3 จะมีค่าทั้งขนาดและเฟสเท่ากันกับแรงที่กระทำในซี่ที่ 10, 19 และ 28 ทุกประการ ซึ่งสอดคล้องกับระยะ 1 พิตช์ขั้วแม่เหล็กของมอเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล และแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับฟันสเตเตอร์ในซี่อื่นๆ ก็มีลักษณะเป็นอย่างนี้เช่นกัน ส่วนการแสดงสเปกตรัมทางขนาดของ F_r ที่สอดคล้องกับรูปคลื่นของ F_r เทียบกับเวลาที่กระทำกับฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ จะใช้เป็นตัวแทนเพื่อตรวจสอบถึงความราบเรียบในการกระจายตัวของ F_r โดยได้นำเทคนิคการวิเคราะห์สัญญาณตามแนวทางการวิเคราะห์องค์ประกอบของฮาร์มอนิกในสัญญาณทางไฟฟ้า มาประยุกต์ใช้เพื่อตรวจสอบถึงความราบเรียบในการกระจายตัวของ F_r (Kim, Kwon, and Park, 1999) โดยได้นำศัพท์เฉพาะทางวิศวกรรม THD (total harmonic distortion) ซึ่งใช้ระบุปริมาณของฮาร์มอนิกที่มีอยู่ทั้งหมด มาเป็นตัวแทนสำหรับแสดงผลในเชิงปริมาณของความราบเรียบในการกระจายตัวของ F_r โดยสเปกตรัมของค่า F_r ในซี่ที่ 1 ถึงซี่ที่ 9 เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 มีค่า THD เท่ากับ 34.97%, 24.45%, 41.50%, 53.09%, 55.32%, 54.74%, 51.36%, 61.50% และ 28.65% ตามลำดับ โดยจะสังเกตเห็นว่าค่า THD ที่พิจารณาในแต่ละซี่จะมีค่าที่ไม่เท่ากัน ดังนั้นจึงหาค่า THD เฉลี่ย ซึ่งได้จากการพิจารณาสเปกตรัมของแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับฟันสเตเตอร์ในทุกๆ ซี่ทั้งหมด 36 ซี่ โดยจะมีค่า THD เฉลี่ย เท่ากับ 45.06% หรือเพื่อให้เกิดความชัดเจนยิ่งขึ้น จึงแสดงค่า F_r เทียบกับเวลาประกอบกับการกระทำที่ฟันของสเตเตอร์ในแต่ละซี่เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 ได้ดังรูปที่ 5.4 โดยการกระจายตัวของ F_r ที่ปรากฏนี้ จะส่งผลต่อขนาดและรูปร่างของการสั่นสะเทือน ดังที่จะได้กล่าวถึงถัดไป

ส่วนผลลัพธ์ในการแสดงค่า F_r เทียบกับเวลาของร่องโรเตอร์แบบที่ 2 - แบบที่ 7 ที่แสดงควบคู่กับสเปกตรัมทางขนาด จะปรากฏกราฟ F_r เทียบกับเวลามีลักษณะคล้ายรูปคลื่นไซน์ครึ่งคลื่นบวกและคล้ายฟันเลื่อยในบางกรณี ที่มีขนาดของ F_r ต่างกับกรณีที่พิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 เพียงเล็กน้อย เพื่อให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ จึงนำ THD มาเป็นตัวแทนสำหรับเปรียบเทียบความราบเรียบในการกระจายตัวของ F_r โดยสเปกตรัมของ F_r ในซี่ที่ 1 ถึงซี่ที่ 9 ของร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบมีค่า THD เฉลี่ยแสดงดังตารางที่ 5.1 ซึ่งจากตารางที่ 5.1 จะสังเกตเห็นว่าค่า THD เฉลี่ยเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบมีค่าไม่แตกต่างกันมากนัก โดยร่องโรเตอร์แบบที่ 7 มีค่า THD เฉลี่ยต่ำที่สุด ส่วนร่องโรเตอร์แบบที่ 4 มีค่า THD เฉลี่ยสูงที่สุด และเมื่อพิจารณาการ

กระจายตัวของ F_r เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 2 - แบบที่ 7 ก็มีลักษณะคล้ายคลึงกับเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 ที่แสดงในรูปที่ 5.4 โดยจะต่างกันที่ขนาดของ F_r เพียงเล็กน้อยเท่านั้น



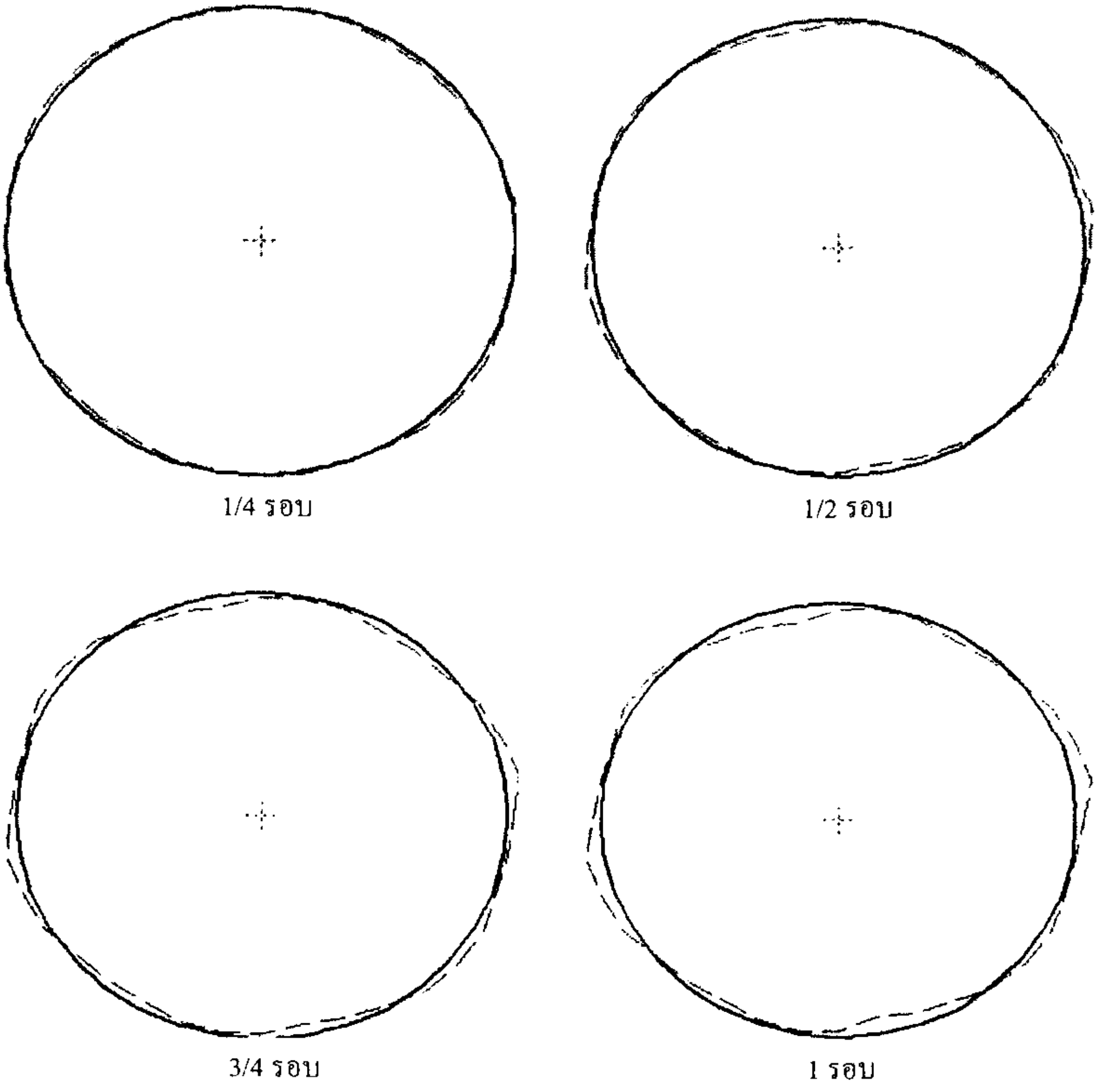
รูปที่ 5.4 การกระจายตัวของแรงแม่เหล็กไฟฟ้าเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1

ตารางที่ 5.1 ค่า THD ของแรงแม่เหล็กไฟฟ้าเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ

รูปร่องโรเตอร์	ค่า THD (%)
แบบที่ 1	45.06
แบบที่ 2	46.31
แบบที่ 3	41.35
แบบที่ 4	47.52
แบบที่ 5	45.45
แบบที่ 6	41.00
แบบที่ 7	40.70

การศึกษาการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ จะใช้โปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือนดังแสดงรายละเอียดอยู่ในบทที่ 4 ซึ่งใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา วิธีการนี้สามารถนำมาซึ่งผลลัพธ์ของการกระจัดที่ละเอียดและครอบคลุมตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ จากโปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือน ผลลัพธ์ที่ปรากฏคือผลของการสั่นสะเทือนที่เป็นการกระจัดแสดงอยู่ในรูป

ของการบิดเบี้ยวไปจากเดิมตลอดวงรอบด้านในของสเตเตอร์ อันเป็นตัวชี้วัดถึงขนาดของการสั่นสะเทือนที่สังเกตและเข้าใจได้ง่าย ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.5 เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1



รูปที่ 5.5 การบิดเบี้ยวของวงรอบด้านในสเตเตอร์ขณะที่โรเตอร์หมุนเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1

จากรูปที่ 5.5 ซึ่งแสดงผลลัพธ์ของการกระจัดที่ครอบคลุมตลอดทั้งวงรอบด้านในของสเตเตอร์เมื่อโรเตอร์หมุนจนครบ 1 รอบ เมื่อใช้ร่องโรเตอร์แบบที่ 1 โดยเส้นประแสดงถึงการกระจัดที่ผิดรูปไปด้วยอัตราการขยาย 10^9 เท่า จากตำแหน่งปกติซึ่งแทนด้วยเส้นทึบ การพิจารณาขนาดของการสั่นสะเทือนจะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของผลรวมขนาดของการกระจัดในแนวรัศมี ตลอดทั้งวงรอบด้านในของสเตเตอร์ที่บิดเบี้ยวไปจากเดิมเมื่อโรเตอร์หมุนครบ 1 รอบ ซึ่งเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบที่ 1 นี้ จะได้ขนาดของการกระจัดเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 6.3845×10^{-8} mm ตามลำดับ ส่วนผลลัพธ์ในการแสดง

ค่าการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เมื่อใช้ร่องโรเตอร์แบบที่ 2 - แบบที่ 7 จะปรากฏการบิดเบี้ยวของวงรอบด้านในสเตเตอร์ มีรูปร่างของการบิดเบี้ยวใกล้เคียงกับเมื่อใช้ร่องโรเตอร์แบบที่ 1 โดยจะมีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ซึ่งค่าการกระจัดเฉลี่ยของร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบที่ได้จากการบิดเบี้ยวไปของสเตเตอร์แสดงได้ดังตารางที่ 5.2 ซึ่งจากตารางที่ 5.2 ค่าการกระจัดเฉลี่ยเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบมีค่าไม่แตกต่างกันมากนัก โดยร่องโรเตอร์แบบที่ 7 มีค่าการกระจัดเฉลี่ยต่ำที่สุด ส่วนร่องโรเตอร์แบบที่ 4 มีค่าการกระจัดเฉลี่ยสูงที่สุด ซึ่งจะสังเกตเห็นว่า ค่าการกระจัดเฉลี่ยของร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ จะมีความสอดคล้องกับค่า THD ในตารางที่ 5.1 ทุกประการ โดยการสั่นสะเทือนซึ่งแสดงอยู่ในรูปของการกระจัดจะมีค่าน้อย เมื่อปริมาณของฮาร์มอนิกซึ่งแสดงอยู่ในรูปของค่า THD มีค่าน้อยด้วยเช่นกัน

ตารางที่ 5.2 ขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ

รูปร่างโรเตอร์	ค่าการกระจัดเฉลี่ย ($\times 10^{-3}$ mm)
แบบที่ 1	6.3845
แบบที่ 2	6.4125
แบบที่ 3	6.2347
แบบที่ 4	6.4305
แบบที่ 5	6.4036
แบบที่ 6	6.1982
แบบที่ 7	6.1747

5.3 อภิปรายและสรุป

ผลที่ปรากฏในตารางที่ 5.1 ซึ่งเป็นการแสดงค่า THD ของแรงแม่เหล็กไฟฟ้า ประกอบกับตารางที่ 5.2 ซึ่งเป็นการแสดงขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ เป็นข้อยืนยันได้ว่าค่า THD ที่ใช้ระบุปริมาณฮาร์มอนิกของแรงแม่เหล็กไฟฟ้าจะแปรผันโดยตรงกับขนาดของการสั่นสะเทือน โดยขนาดของการสั่นสะเทือนของร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ ตามมาตราฐาน IEEE ที่แสดงด้วยรูปที่ 5.1 เมื่อเรียงตามลำดับจากน้อยไปมาก แสดงได้ดังตารางที่ 5.3

ตารางที่ 5.3 อันดับขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ

อันดับ	รูปร่างร่องโรเตอร์
1	แบบที่ 7
2	แบบที่ 6
3	แบบที่ 3
4	แบบที่ 1
5	แบบที่ 5
6	แบบที่ 2
7	แบบที่ 4

หมายเหตุ: อันดับ 1 คือขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์มีค่าน้อยที่สุด

จากตารางที่ 5.3 ร่องโรเตอร์แบบที่ 7 จะมีขนาดของการสั่นสะเทือนน้อยที่สุดโดยมีค่าการกระจัดเฉลี่ยเท่ากับ 6.1747×10^{-8} mm ส่วนร่องโรเตอร์แบบที่ 4 จะมีขนาดของการสั่นสะเทือนมากที่สุดโดยมีค่าการกระจัดเฉลี่ยเท่ากับ 6.4305×10^{-8} mm หรือคิดเป็นร้อยละ 3.98 ของขนาดการสั่นสะเทือนที่แตกต่างกัน ซึ่งถือได้ว่าร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ มีค่าการสั่นสะเทือนที่ไม่แตกต่างกันมากนัก ทั้งนี้เนื่องจากร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ ถูกกำหนดให้มีพื้นที่หน้าตัดที่เท่ากัน ประกอบกับวัสดุที่ใช้ทำแท่งตัวนำโรเตอร์เป็นชนิดเดียวกัน ดังนั้นค่าการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ของงานวิจัยนี้ ซึ่งขึ้นอยู่กับขนาด รูปร่าง และชนิดของวัสดุที่ใช้ทำแท่งตัวนำ จึงมีลักษณะสมบัติที่ใกล้เคียงกัน โดยจะขึ้นอยู่กับความลึกของร่องโรเตอร์ที่ใช้วางแท่งตัวนำเป็นส่วนหลัก ซึ่งเมื่อพิจารณารูปร่างของร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ ที่แสดงในรูปที่ 5.1 จะสังเกตเห็นว่า ร่องโรเตอร์แบบที่ 7 ซึ่งมีความลึกของร่องโรเตอร์ตื้นที่สุด ก็จะมีขนาดของการสั่นสะเทือนต่ำที่สุด และร่องโรเตอร์แบบที่ 4 ซึ่งมีความลึกของร่องโรเตอร์ลึกที่สุด ก็จะมีขนาดของการสั่นสะเทือนสูงที่สุดเช่นกัน ส่วนร่องโรเตอร์แบบอื่นๆ ความลึกของร่องโรเตอร์ต่างก็แปรผันโดยตรงกับขนาดของการสั่นสะเทือน ที่เป็นเช่นนี้เพราะโรเตอร์ที่มีร่องลึกจะมีโอกาสเกิดเส้นแรงแม่เหล็กรั่ว (flux linkage) หรือรีแอกแตนซ์ซึ่งเป็นตัวการทำให้เกิดการสั่นสะเทือนในปริมาณที่สูงกว่าร่องโรเตอร์แบบตื้น ซึ่งเส้นแรงแม่เหล็กรั่วนี้จะส่งผลให้แรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับช่องอากาศของมอเตอร์มีขนาดและฮาร์มอนิกที่สูงขึ้น จึงทำให้ขนาดของการสั่นสะเทือนมีค่าสูงขึ้นตาม แต่การสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ไม่ได้มีแค่ปัจจัยหลักเพียงความลึกของร่องอย่างเดียวเท่านั้น ยังมีปัจจัยทางด้านรูปทรงเรขาคณิตของร่องประกอบด้วย ซึ่งปัจจัยทางด้านรูปทรงเรขาคณิตอาจมีผลต่อการสั่นน้อยกว่าปัจจัยทางด้านความลึกมาก ทั้งนี้เนื่องจากข้อจำกัดทางด้านพื้นที่หน้าตัดที่เท่ากันในแต่ละร่อง

ในบทที่ 5 นี้ ได้ดำเนินการศึกษาผลของการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์ พร้อมแสดงผลและอภิปรายผลของร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบ ตามมาตราฐาน IEEE ดังแสดงในรูปที่ 5.1 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบขนาดของการสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณารูปร่างร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ที่มีเกณฑ์ขนาดพื้นที่หน้าตัดของร่องโรเตอร์มีค่าเท่ากัน โดยเมื่อเลือกใช้ร่องโรเตอร์แบบที่ 7 ที่ปรากฏในงานวิจัยนี้จะได้ขนาดของการสั่นสะเทือนมีค่าต่ำที่สุด

บทที่ 6

สรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุป

งานวิจัยนี้ ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสชนิดกรงกระรอก เพื่อเปรียบเทียบขนาดของการสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณารูปร่างร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ตามมาตราฐาน IEEE ของมอเตอร์พิกัด 3 แรงม้า การจำลองผลได้ใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 2 มิติ ร่วมกับกระบวนการนิวตัน-ราฟสันเป็นเครื่องมือสำหรับแก้ปัญหาไม่เชิงเส้นที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ประกอบกับวัสดุที่ใช้ทำมอเตอร์มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง เพื่อศึกษาถึงแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่เป็นแรงภายนอกมากระทำกับมอเตอร์ให้เกิดการสั่นสะเทือน การประดิษฐ์ไฟไนท์อิลิเมนท์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ใช้ภาษาการโปรแกรม BORLAND C++ โดยรับค่าอินพุตจากโปรแกรมการสร้างกริดอัตโนมัติที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB พร้อมแสดงผลลัพธ์ด้วยภาพกราฟฟิกต่างๆ ที่แสดงให้เห็นถึงคุณลักษณะทางไฟฟ้าและทางกลของมอเตอร์ เพื่อง่ายต่อการวิเคราะห์ผล

การทำความเข้าใจถึงสนามแม่เหล็กที่ไม่เป็นเชิงเส้นและมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาในมอเตอร์ค่อนข้างทำได้ยาก จึงต้องพึ่งพาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์และประยุกต์ไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อใช้ในการจำลองผล ซึ่งรายละเอียดดังกล่าวได้อธิบายไว้ในบทที่ 2 ของงานวิจัย ส่วนการคำนวณขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ในรูปของการกระจัดที่ครอบคลุมตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ต้องอาศัยการคำนวณที่มีความซับซ้อนสูง ทำให้ต้องพึ่งพาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการจำลองผลด้วยการประยุกต์ใช้ไฟไนท์อิลิเมนท์เช่นกัน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ และขั้นตอนต่างๆ ในการประยุกต์ใช้ไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อคำนวณหาค่าการสั่นสะเทือนดังกล่าว ได้แสดงรายละเอียดไว้ในบทที่ 3 เนื้อหาในบทที่ 4 นำเสนอการอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมเพื่อใช้จำลองผลสนามแม่เหล็กและจำลองผลการสั่นสะเทือน ตลอดจนโปรแกรมการสร้างกริดอัตโนมัติ การดำเนินงานในบทที่ 5 เป็นการศึกษาและวิเคราะห์ผลลัพธ์ทางไฟฟ้าและทางกลที่ได้จากการจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ เมื่อพิจารณารูปร่างร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบตามมาตราฐาน IEEE ดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 5.1 โดยพิจารณาแหล่งจ่ายรูปคลื่นไซน์อันเป็นแหล่งจ่ายพื้นฐาน และมีเกณฑ์ขนาดพื้นที่หน้าตัดของร่องโรเตอร์ที่เท่ากันเป็นข้อกำหนดในการพิจารณา

การเปรียบเทียบขนาดของการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์เมื่อพิจารณารูปร่างร่องโรเตอร์ทั้ง 7 แบบโดยเรียงตามลำดับจากน้อยไปมากปรากฏผลดังนี้ ร่องโรเตอร์แบบที่ 7, ร่องโรเตอร์แบบที่ 6,

ร่องโรเตอร์แบบที่ 3, ร่องโรเตอร์แบบที่ 1, ร่องโรเตอร์แบบที่ 5, ร่องโรเตอร์แบบที่ 2 และร่องโรเตอร์แบบที่ 4 โดยร่องโรเตอร์แบบที่ 7 จะมีขนาดของการสั่นสะเทือนน้อยที่สุด หรืออาจสังเกตได้จากการพิจารณาปริมาณของฮาร์มอนิกที่เป็นตัวแทนสำหรับวัดค่าความราบเรียบในการกระจายตัวของแรงแม่เหล็กไฟฟ้าอันเป็นตัวการสำคัญที่ทำให้เกิดการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ ซึ่งร่องโรเตอร์แบบที่ 7 ได้ปรากฏปริมาณของฮาร์มอนิกมีค่าต่ำที่สุดสอดคล้องกับขนาดของการสั่นสะเทือนที่มีค่าต่ำที่สุดเช่นกัน และเมื่อพิจารณารูปร่างร่องโรเตอร์แบบต่างๆ ทั้ง 7 แบบที่มีผลต่อการสั่นสะเทือน จึงอาจสรุปได้ว่า ขนาดของการสั่นสะเทือนจะมีค่าลดลงเมื่อเลือกใช้ร่องโรเตอร์ที่ตื้นขึ้น แต่การสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณารูปร่างร่องโรเตอร์นั้นไม่ได้มีแค่ปัจจัยหลักเพียงความลึกของร่องอย่างเดียวเท่านั้น ยังมีปัจจัยทางด้านรูปทรงเรขาคณิตของร่องประกอบด้วย ซึ่งปัจจัยทางด้านรูปทรงเรขาคณิตอาจส่งผลต่อการสั่นสะเทือนน้อยกว่าปัจจัยทางด้านความลึก ทั้งนี้อาจมีเหตุผลเนื่องจากข้อกำหนดความต้องการด้านพื้นที่หน้าตัดที่ต้องเท่ากันของร่องแต่ละแบบ และวัสดุที่ใช้ทำแท่งตัวนำโรเตอร์เป็นชนิดเดียวกัน ดังนั้นในการพิจารณาร่องโรเตอร์สำหรับลดการสั่นสะเทือนทางกลในมอเตอร์ จึงต้องคำนึงถึงความลึกของร่องซึ่งเป็นปัจจัยหลัก ควบคู่ไปกับปัจจัยทางด้านรูปทรงเรขาคณิตของร่อง

6.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต

1. ปรับปรุงโปรแกรมการสร้างกริดอัตโนมัติให้มีความยืดหยุ่นและมีประสิทธิภาพสูงขึ้น และปรับปรุงโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์ที่ใช้ในการจำลองผลให้ประมวลผลได้รวดเร็วยิ่งขึ้น การคำนวณอาจต้องพึ่งพาคอมพิวเตอร์สมรรถนะสูงหรือการประมวลผลแบบขนาน

2. นำลักษณะการมีความสมมาตรของรูปทรงมอเตอร์มาร่วมพิจารณา ซึ่งอาจใช้การประมวลผลโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพียง 1/4 ของรูปทรงกลมของมอเตอร์ จึงสามารถประหยัดเวลาและหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ในการจำลองผลลงไปได้มาก

3. นำวิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference method) หรือวิธีอิลิเมนท์ขอบ (boundary element method) มาแก้ปัญหาของงานวิจัยแทนวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ที่ดำเนินการอยู่ ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงานค่อนข้างยุ่งยาก ซับซ้อน โดยวิธีการที่จะนำมาทดแทนดังกล่าว มีการดำเนินงานที่ไม่ยุ่งยากและใช้เวลาในการประมวลผลเร็ว รวมถึงมีความสะดวกในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แต่อาจมีข้อจำกัดในกรณีที่ปัญหามีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง ดังนั้นจึงต้องพัฒนาวิธีการดังกล่าวนี้ให้รองรับปัญหาในลักษณะเช่นนี้ด้วย

4. พัฒนาไฟไนท์อิลิเมนท์เป็นแบบ 3 มิติ จากแบบ 2 มิติที่ปรากฏแล้วในงานวิจัยนี้ เพื่อให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้อง ละเอียด และแม่นยำมากยิ่งขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากการพิจารณาไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ สามารถหลีกเลี่ยงข้อจำกัดบางอย่างในการพิจารณาปัญหาในแบบไฟไนท์

อิลิเมนท์ 2 มิติ อาทิเช่น ผลกระทบต่างๆ ที่เกิดจากความหนาของมอเตอร์ และผลของร่องเฉียงที่ควรใช้ไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติในการพิจารณา เป็นต้น

บรรณานุกรม

เฉลิมพล น้ำค้าง. (2538). ทฤษฎีสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.

ถาวร อมตกิตติ์. (2545). มอเตอร์ประสิทธิภาพสูง. ไฟฟ้าและอุตสาหกรรม. 1 (3): 27-36.

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2542). ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2544). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พีรศักดิ์ วรสุนทโรสถ และ มาบูชิ มาการิซาวา. (2538). เทคนิคการซ่อมแซมเลือกประเภทและติดตั้งมอเตอร์เหนี่ยวนำ. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

Alger, P. L. (1970). Induction machines: their behavior and uses (2nd ed.). New York:Gordon and Breach Publishers.

Bickford, W. B. (1994). A first course in the finite element method (2nd ed.). USA: IRWIN.

Berman, M. (1993). On the reduction of magnetic pull in induction motors with off-centre rotor. Industry Applications Society Annual Meeting, IEEE. 1: 343-350.

Brunelli, B., Casadei, D., Reggiani, U., and Serra, G. (1983). Transient and steady-state behaviour of solid rotor induction machines. IEEE Transactions on Magnetics. 19 (6): 2650-2654.

Chapman, S. J. (1998). Electric machinery fundamentals (3rd ed.). Singapore:McGraw-Hill.

Chari, M. V. K., and Silvester, P. P. (1980). Finite elements in electrical and magnetic field problems. New York: John Wiley & Sons.

Cochran, P. L. (1989). Polyphase induction motors: analysis, design, and application. New York:Marcel Dekker.

Davis, J. T., and Bryant, R. A. (1993). NEMA induction motor vibration measurement: a comparison of methods with analysis. Petroleum and Chemical Industry Conference, Industry Applications Society 40th Annual, IEEE. 205-209.

Demerdash, N. A., and Gillott, D. H. (1974). A new approach for determination of eddy current and flux penetration in nonlinear ferromagnetic materials. IEEE Transactions on Magnetics. 74: 682-685.

Dorrell, D. G. (1996). Calculation of unbalanced magnetic pull in small cage induction motors with skewed rotors and dynamic rotor eccentricity. IEEE Transactions on Energy Conversion. 11 (3): 483-488.

Dorrell, D. G., Thomson, W. T., and Roach, S. (1995). Analysis of airgap flux, current and vibration signals as a function of the combination of static and dynamic airgap eccentricity in 3-phase induction motors. Industry Applications Conference, Thirtieth IAS Annual Meeting, IEEE. 1: 563-570.

Durantay, L., Laurent, F., Messin, Y., and Kromer, V. (1999). Large band reduction of magnetic vibrations of induction machines with "breaking of impedance" interface. Electric Machines and Drives International Conference, IEEE. 475-477.

Finley, W. R. (1991). Noise in induction motors-causes and treatments. IEEE Transactions on Industry Applications. 27 (6): 1204-1213.

Finley, W. R., Hodowanec, M. M., and Holter, W. G. (1999). An analytical approach to solving motor vibration problems. Petroleum and Chemical Industry Conference, Industry Applications Society 46th Annual, IEEE. 217-232.

Fu, W. N. (1999). Electromagnetic field analysis of induction motors by finite element method and its application to phantom loading. Ph.D. Dissertation, Hong Kong Polytechnic University, China.

George, A., and Liu, J. W. (1981). Computer solution of large sparse linear positive definite systems. Prentice-Hall.

Guldemir, H. (2003). Detection of airgap eccentricity using line current spectrum of induction motors. Electric Power Systems Research. 64:109-117.

Hameyer, K., and Belmans, R. (1999). Numerical modelling and design of electrical machines and devices. Southampton, Boston: WIT Press.

Henneberger, G., Sattler, Ph. K., Hadrys, W., and Shen, D. (1992). Procedure for the numerical computation of mechanical vibrations in electrical machines. IEEE Transactions on Magnetics. 28 (2): 1351-1354.

Hirotsuka, I., Tsuboi, K., and Ishibashi, F. (1997). Effect of slot-combination on electromagnetic vibration of squirrel-cage induction motor under loaded condition. Power Conversion Conference-Nagaoka, IEEE. 2: 843-848.

Ho, S. L., Li, H. L., Fu, W. N., and Wong, H. C. (2000). A novel approach to circuit-field-torque coupled time stepping finite element modeling of electric machines. IEEE Transactions on Magnetics. 36 (4): 1886-1889.

Huebner, K. H., Dewhirst, D. L., Smith, D. E., and Byrom, T. G. (2001). The finite element method for engineers (4th ed.). USA: John Wiley & Sons, Inc.

Ishibashi, F., Noda, S., and Mochizuki, M. (1998). Numerical simulation of electromagnetic vibration of small induction motors. IEE Proc.-Electr. Power Appl. 145 (6): 1998.

Ishibashi, F., Kamimoto, K., Noda, S., and Itomi, K. (2003). Small induction motor noise calculation. . IEEE Transactions on Energy Conversion. 18 (3): 357-361.

Kako, F., Tsuruta, T., Nagaishi, K., and Kohmo, H. (1983). Experimental study on magnetic noise of large induction motors. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. 102 (8): 2805-2810.

Kenjo, T. (1991). Electric motors and their controls. New York: Oxford University Press.

Kwon, Y. W., and Bang H. (2000). The finite element method using MATLAB (2nd ed.). Boca Raton: CRC Press.

Nagwa, M. E., Anthony, R. E., and Graham, E. D. (1992). Detection of broken bars in the cage rotor on an induction machine. IEEE Transactions on Industry Applications. 28 (1): 165-171.

Preston, T. W., Reece, A. B. J., and Sangha, P. S. (1988). Induction motor analysis by time-stepping techniques. IEEE Transactions on Magnetics. 24 (1): 471-474.

Rao, J. S., (1999). Dynamics of plates. New Delhi:Narosa Publishing House.

Sakamoto, S., Hirata, T., Kobayashi, T., and Kajiwara, K. (1999). Vibration analysis considering higher harmonics of electromagnetic forces for rotating electric machines. IEEE Transactions on Magnetics. 35 (3): 1662-1665.

Salon, S. J. (1995). Finite element analysis of electrical machines. USA: Kluwer Academic Publishers.

Shen, L. C., and Kong, J. A. (1995). Applied electromagnetism (3rd ed.). Boston: PWS Publishing Company.

Silvester, P. P., and Ferrari, R. L. (1996). Finite elements for electrical engineers (3rd ed.). New York: Cambridge University Press.

Tarnhuvud, T., and Reichert, K. (1988). Accuracy problems of force and torque calculation in FE-systems. IEEE Transactions on Magnetics. 24 (1): 443-446.

Timar, P. L., Fazekas, A., Kiss, J., Miklos, A., and Yang, S. J. (1989). Noise and vibration of electrical machines. Hungary: Elsevier Science Publishers.

Vassent, E., Meunier, G., and Foggia, A. (1991). Simulation of induction machines-using complex magnetodynamic finite element method coupled with the circuit equations. IEEE Transactions on Magnetics. 27 (5): 4246-4249.

Verma, S. P., and Balan, A. (1994). Determination of radial-forces in relation to noise and vibration problems of squirrel-cage induction motors. IEEE Transactions on Energy Conversion. 9 (2): 404-412.

Wang, C., and Lai, J. C. S. (1999). Vibration analysis of an induction motor. Journal of Sound and Vibration. 224(4): 733-756.

William, H. H., Jr. (1989). Engineering electromagnetics (5th ed.). Singapore: McGraw-Hill.

Yang, S. J. (1981). Low-noise electrical motors. New York: Oxford University Press.

ภาคผนวก

การเผยแพร่ผลงานวิจัย

รายชื่อบทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการนานาชาติ

1. P. Pao-la-or, T. Kulworawanichpong, S. Sujitjorn, and S. Peaiyoung, "Computation of Flux and Electromagnetic Force Distributions in Induction Motors", Proc. the 5th WSEAS/IASME International Conference on Electric Power Systems, High Voltages, Electric Machines (POWER'05). Tenerife, Spain, December 16-18, 2005, pp. 110-117.

รายชื่อบทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในวารสารวิชาการนานาชาติ

1. P. Pao-la-or, T. Kulworawanichpong, S. Sujitjorn, and S. Peaiyoung, "Distributions of Flux and Electromagnetic Force in Induction Motors: A Finite Element Approach", WSEAS Transactions on Systems, No. 3, Vol. 5, 2006, pp. 617-624.

รายการจดลิขสิทธิ์

1. สราวุฒิ สุจิตจร, ธนัดชัย กุลวรวาณิชพงษ์ และ เผด็จ เผ่าละออ "โปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็กโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับโรเตอร์หมุนของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส (ภาษา C)", 28 ตุลาคม 2548, เลขที่คำขอ 111580.

2. สราวุฒิ สุจิตจร, ธนัดชัย กุลวรวาณิชพงษ์ และ เผด็จ เผ่าละออ "โปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือนโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับโรเตอร์หมุนของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส (ภาษา C)", 28 ตุลาคม 2548, เลขที่คำขอ 111581.

3. สราวุฒิ สุจิตจร, ธนัดชัย กุลวรวาณิชพงษ์ และ เผด็จ เผ่าละออ "โปรแกรมสร้างกริดอัตโนมัติสำหรับโรเตอร์หมุนของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส (MATLAB)", 28 ตุลาคม 2548, เลขที่คำขอ 111582.

รายการจดสิทธิบัตร

1. สราวุฒิ สุจิตจร, สมโภชน์ ผิวเหลือง, ธนัดชัย กุลวรวาณิชพงษ์ และ เผด็จ เผ่าละออ "รูปร่างร่องโรเตอร์ที่ลดการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส", 15 พฤศจิกายน 2548, เลขที่คำขอ 106156.

ประวัติผู้วิจัย

นาวาอากาศโท ดร.สราวุฒิ สุจิตจร เป็นศาสตราจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีจากโรงเรียนนายเรืออากาศ และปริญญาเอกจาก University of Birmingham ประเทศอังกฤษ ดำเนินงานวิจัยด้าน Modelling, Identification, Control, Applied AI และ Signal Processing นอกจากนั้นยังมีความชำนาญด้านเครื่องสายไทยและการฝึกสุนัข มีผลงานวิจัยตีพิมพ์ระดับชาติและนานาชาติมากกว่า 80 เรื่อง ตำรา 2 เล่ม CAI 2 ชุด จดสิทธิบัตรการประดิษฐ์ 5 ผลงาน และลิขสิทธิ์โปรแกรม 4 ผลงาน

นายเผด็จ เผ่าละออ เกิดเมื่อวันที่ 1 สิงหาคม พ.ศ.2519 เกิดที่อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา เมื่อ พ.ศ.2541 ภายหลังสำเร็จการศึกษาได้เข้าทำงานในตำแหน่งผู้ช่วยสอนและวิจัย สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี เป็นเวลา 1 ปี และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโทวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี เมื่อ พ.ศ.2545 โดยขณะกำลังศึกษาระดับปริญญาโทได้รับทุนอุดหนุนวิจัยทางด้านการอนุรักษ์พลังงานจากทางมหาวิทยาลัย และในปีเดียวกันนี้ ได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาเอก สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี โดยรับทุนตามโครงการพัฒนาอาจารย์วิทยาเขตสารสนเทศ ตามความต้องการของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี โดยระหว่างศึกษาได้เป็นอาจารย์พิเศษที่สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี