



รายงานการวิจัย

การผลิตกระแสไฟฟ้าราคาถูกลงโดยระบบปล่องลมแดด: การศึกษาเชิงตัวเลข

(Cheap Production of Electrical Energy by the Solar Chimney System: Numerical Study)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

รองศาสตราจารย์ ดร. ทวิช จิตรสมบูรณ์

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

ผู้ร่วมวิจัย

1. สุวรรณ อรรฐาเมศรี
2. รุ่ง แก้วกล้า
3. วสันต์ จันทร์หยวก

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2541-2543

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

เมษายน 2545

กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี งบประมาณ พ.ศ. 2541-2543 ขอขอบคุณ คุณพรสวรรค์ ทองใบ ที่ได้ให้ความช่วยเหลือในการจัดเตรียมข้อมูลและเอกสาร

บทคัดย่อ

ได้สร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้สำหรับหาคำตอบให้แก่ปัญหาการไหลตัวในปล่องลม แอคคิ โปรแกรมนี้สามารถแก้ปัญหาในระบบพิกัดทรงกระบอก ระบบพิกัดฉากสองมิติ และระบบหนึ่งมิติ โดยสร้างขึ้นบนพื้นฐานกลวิธีไฟไนท์วอลลุ่มในการทดแทนสมการอนุพันธ์ที่อนุกรมมวล์ โมเมนตัม และพลังงานของการไหล พจน์ของการให้ความร้อนโดยแสงแดด และพจน์ของแรงอันเนื่องจากการโน้มถ่วงของโลก ได้ถูกจำลองแบบและให้ความสำคัญเป็นพิเศษเนื่องจากเป็นกลไกที่ขับเคลื่อนการไหลของระบบ การหาคำตอบกระทำโดยวิธีซ่อนเร้น (implicit technique) โปรแกรมได้รับการทดสอบความถูกต้องด้วยการเปรียบเทียบคำตอบเชิงตัวเลขกับคำตอบเชิงทฤษฎีของปัญหามาตรฐานต่างๆ จากนั้นได้ใช้โปรแกรมแก้ปัญหาการไหลในปล่องลมแอคคิในลักษณะต่างๆ โดยการเปลี่ยนพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบปล่องลมแอคคิ คือ ความเข้มแสงแดด ความใหญ่ของหลังคารับแดด และความสูงของปล่องลม ผลลัพธ์ที่ได้สอดคล้องกันดีกับผลเฉลยเชิงทฤษฎีแบบประมาณการ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงศักยภาพของระบบปล่องลมแอคคิในการใช้เป็นอุปกรณ์ทางเลือกเพื่อผลิตพลังงานไฟฟ้าจากพลังงานแสงแดด เมื่อได้ทราบผลเฉลยในลักษณะปล่องลมเปล่าแล้วจึงได้ทำการหาผลเฉลยในระบบที่มีการติดตั้งกังหันเทอร์ไบน์เข้าไปในระบบด้วย โดยการจำลองกังหันเทอร์ไบน์ด้วยแบบจำลอง Actuator Disk ผลเฉลยที่ได้ระบุว่าสามารถผลิตพลังงานได้มากที่สุดประมาณ 58% ของพลังงานจลน์ของไหล ซึ่งสอดคล้องกับ Betz' Limit ซึ่งเป็นประสิทธิภาพสูงสุดเชิงทฤษฎีของกังหันลม

Abstract

A computer program was built to obtain solution to flow in a solar chimney. The program can solve problems in various coordinates such as cylindrical coordinates, 2-D rectangular coordinates and one dimension coordinate. The finite-volume methodology was used to discretize the differential conservation equations of mass, momenta and energy. The heat source term and the gravitational force term are given special care in the modeling because both are the driving forces of the solar chimney system. Implicit algorithm was used to obtain numerical solution to the problem which enables a fast solution procedure. The program was extensively tested and validated against known theoretical solutions of various flows. By varying various flow parameters, namely, solar intensity, solar-roof size and chimney height solutions to flows in solar chimney were obtained. The results obtained agreed reasonably with the results obtained by using a theoretical model and they showed the potential of solar chimney as an alternative device for converting solar energy into a useful form of energy. Then, a turbine was added into the flow field, in order to extract mechanical energy from the kinetic energy of the flow. The turbine was modeled as an actuator disk. The results obtained indicated a maximum energy conversion efficiency of about 58% which is in accord with the well-known betz' limit.

สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	ก
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
สารบัญ	ง
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
1.3 ขอบเขตของการวิจัย	2
1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย	2
บทที่ 2 การวิเคราะห์การไหลในปล่องลมแตกด้วยกรรมวิธีเชิงตัวเลข	3
บทที่ 3 สรุปและข้อเสนอแนะ	5
ภาคผนวก	6

ภาคผนวก ก

ทวิช จิตรสมบูรณ์ และ สุวรรณ อรรฐาเมศรี, “โมย่า: โปรแกรมเพื่อวิเคราะห์การไหล,” สัมมนาวิชาการเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 13, โรงแรมรอยัลคลิฟบีช รีสอร์ท พัทยาใต้ ชลบุรี, 2-3 ธันวาคม 2542, หน้า 124-131. และ
ทวิช จิตรสมบูรณ์ และ สุวรรณ อรรฐาเมศรี, “โมย่า: โปรแกรมเพื่อวิเคราะห์การไหล,” Suranaree Journal of Science and Technology, Vol. 7, 2000, pp. 30-41.

ภาคผนวก ข

ทวิช จิตรสมบูรณ์ และ พรสวรรค์ ทองใบ, “แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปล่องลมแตกเพื่อการผลิตกระแสไฟฟ้า,” สัมมนาวิชาการเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 12, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 11-13 พฤศจิกายน 2541, หน้า 14-20. และ
ทวิช จิตรสมบูรณ์ และ พรสวรรค์ ทองใบ, “แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปล่องลมแตกเพื่อการผลิตกระแสไฟฟ้า,” Research and Development Journal of the Engineering Institute of Thailand, 2000, pp. 38-44.

ภาคผนวก ค

Chitsomboon, T. and Tongbai, P., “The Effect of Chimney-Top Convergence on Efficiency of a Solar Chimney,” Proceedings of the 13th National Mechanical Engineering Conference, Pataya, Thailand, Dec. 2-3, 1999, pp. 263-268.

ภาคผนวก ง

Chitsomboon, T., "Numerical Simulation of Flow in Solar Chimney with Turbine," Paper presented to The First Regional Conference on energy towards a Clean Environment, Organized by: The Joint Graduate School of Energy and Environment, Chiangmai, Thailand, Dec. 1-2, 2000, pp. 37-41.

ภาคผนวก จ

ทวิช จิตรสมบุญ, "ผลกระทบของกังหันเทอร์ไบน์ต่อการไหลของอากาศในปล่องลมแดด," การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 15, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 28-30 พฤศจิกายน 2544, หน้า EM-56 ถึง EM-61.

ภาคผนวก ฉ

Chitsomboon, T., "A Validated Analytical Model for Flow in Solar Chimney," International Journal of Renewable Energy Engineering, Vol. 3 No. 2, August 2001, pp. 339-346.

บทที่ 1

บทนำ

รายงานฉบับนี้เป็นรายงานฉบับสมบูรณ์ของโครงการวิจัยเรื่อง “การผลิตกระแสไฟฟ้าราคาถูกโดยระบบปล่องลมแดด: การศึกษาเชิงตัวเลข” ซึ่งเป็นโครงการที่ใช้เวลาดำเนินการรวมทั้งสิ้น 3 ปี โดยเริ่มตั้งแต่ปีงบประมาณปี พ.ศ. 2541 และสิ้นสุดในปลายปีงบประมาณปี พ.ศ. 2543

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย

พลังงานเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งยวดในสังคมปัจจุบัน อุตสาหกรรมซึ่งเป็นทั้งแหล่งงานและแหล่งผลิตเครื่องทุ่นแรงและเครื่องอำนวยความสะดวกต่างๆ ของมนุษย์นั้น ต้องอาศัยพลังงานซึ่งแปรรูปมาจากทรัพยากรได้ภักพในรูปแบบต่างๆ และการใช้พลังงานในประเทศไทยนับวันจะยิ่งทวีความต้องการมากขึ้น แต่ทรัพยากรเหล่านี้ได้ร่อยหรอลงทุกขณะ และจะต้องหมดสิ้นไปอย่างแน่นอนในอนาคตอันใกล้ การวิจัยและพัฒนาเพื่อนำเอาพลังงานทดแทนมาใช้งานจึงเป็นทางออกทางหนึ่งที่จะช่วยรับหน้ากับวิกฤติการณ์ขาดแคลนพลังงานในอนาคต นอกจากนี้ การผลิตพลังงานใช้เองได้ภายในประเทศยังจะช่วยให้ไม่ต้องเสียดุลการค้าแก่ต่างประเทศ ทำให้ประเทศมีความมั่นคงทางเศรษฐกิจและผลพลอยได้อันสำคัญของการใช้พลังงานทดแทนในรูปแบบนี้คือ การช่วยลดมลภาวะที่จะเกิดขึ้นกับสิ่งแวดล้อม พลังงานทดแทนที่มีศักยภาพสูงมากสองอย่างก็คือ พลังงานแสงแดดและพลังงานลม พลังงานทั้งสองนี้กำลังได้รับการวิจัยและพัฒนาอย่างกว้างขวางทั้งจากภาคเอกชนและภาครัฐบาลของประเทศต่างๆ ที่พัฒนาแล้ว แต่ข้อจำกัดที่สำคัญสองข้อของพลังงานแสงแดด คือ ราคาแผ่นรับแสงแดด (โซลาร์เซลล์) ยังสูงมาก แม้ว่าจะได้รับการพัฒนามาเป็นเวลานานแล้วก็ตาม และมีประสิทธิภาพในการเปลี่ยนพลังงานแสงแดดมาเป็นพลังงานไฟฟ้าต่ำ (ยิ่งทำให้ต้องใช้โซลาร์เซลล์มากขึ้นเป็นทวีคูณ) สำหรับพลังงานลมนั้น มีประสิทธิภาพสูงกว่าโซลาร์เซลล์ แต่มีข้อจำกัดที่ว่า เป็นการยากที่จะหาทำเลที่มีลมแรงและสม่ำเสมอตลอดปี ปล่องลมแดดเป็นอีกแนวความคิดหนึ่งที่น่าเอาพลังงานแสงแดดที่มีอยู่อย่างเหลือเฟือมาใช้ให้เกิดประโยชน์ โดยการนำมาผลิตกระแสไฟฟ้า

หลักการการทำงานของปล่องลมแดดคือ การใช้พลังงานความร้อนจากแสงแดดมาทำให้อากาศภายใต้หลังคาปรับแสงแดดร้อนขึ้น อากาศร้อนนี้จะลอยตัวสูงขึ้นในปล่องลม พลังงานความร้อนและพลังงานจลน์ของลมที่ลอยตัวสูงขึ้นนี้จะถูกนำไปหมุนกังหันลมเพื่อผลิตกระแสไฟฟ้า จะเห็นว่าหลักการการทำงานของปล่องลมแดดนั้นเป็นการผสมผสานหลักการการทำงานของพลังงานแสงแดดและพลังงานลมเข้าด้วยกัน อย่างไรก็ตามก่อนที่จะทำการสร้างโรงงานต้นแบบซึ่งต้องใช้เงินและเวลามากกว่าจะต้องมีการศึกษารายละเอียดในเชิงตัวเลขเพื่อวิเคราะห์หาความเหมาะสมของระบบเสียก่อน

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เลียนแบบการทำงานของอากาศร้อนในระบบปล่องลมแคด
2. ประเมินศักยภาพและประสิทธิภาพในการผลิตพลังงานของระบบปล่องลมแคดจากคำตอบเชิงตัวเลขที่ได้จากการเลียนแบบใน (1)
3. พัฒนาองค์ความรู้และบุคลากรด้าน Alternative Energy และ Numerical Simulation ควบคู่กันไป โดยหวังผลระยะยาวของวิชาการทางด้านนี้ต่อประเทศชาติ

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

จะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ส่วนใหญ่ไปในการตรวจสอบความเป็นไปได้ของการไหลตัวของอากาศในปล่องลม และประเมินศักยภาพของปล่องลมแคด ซึ่งได้รายละเอียดของการไหลตัวผ่านกังหันเทอร์ไบน์ไว้ก่อน โดยการสมมุติให้กังหันเทอร์ไบน์เป็น Actuator Disk สำหรับการดูดซับพลังงานความร้อนจากแสงแดดนั้น ได้สมมุติให้ง่ายเข้า โดยสมมุติให้มีการดูดซับแบบ Uniform โดยแท้จริงแล้วจะต้องมีการสร้างโมเดลของการ Radiation เข้าไปในโปรแกรมด้วย แต่ภายในเวลาและงบประมาณอันจำกัดนี้เชื่อว่า ไม่สามารถจะกระทำได้ โดยสมการแม่บทที่จะนำมาใช้เป็นหลักในการวิเคราะห์นั้นเป็นสมการที่ไม่คำนึงถึงความหนืดของของไหล กล่าวคือจะใช้ Euler's equations แทนที่จะใช้ Navier-Stokes equations สมการที่ใช้เป็นสมการใน 2 มิติ และสมมุติให้การไหลตัวเป็นแบบราบเรียบ (Laminar) แทนที่จะเป็นแบบปั่นป่วน (Turbulent) สมมุติฐานและข้อจำกัดต่าง ๆ ที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นสิ่งที่เหมาะสมต่องานวิจัยในระดับนี้

1.4 ประโยชน์ที่จะได้รับจากโครงการ

1. หากศักยภาพและประสิทธิภาพการทำงานของระบบปล่องลมแคดเป็นไปตามที่คาดการณ์ไว้ ปล่องลมแคดจะส่งผลกระทบในทางบวกอย่างมหันต์ต่อเศรษฐกิจของชาติ กล่าวคือ จะเป็นกรรมวิธีการผลิตกระแสไฟฟ้าราคาถูกที่ปราศจากมลภาวะ และยังเป็นแหล่งสร้างงานต่อพลเมืองของประเทศ อีกทั้งยังสามารถเป็นเทคโนโลยีที่ส่งออกขายยังต่างประเทศได้อีกด้วย
2. เป็นการสร้างบุคลากรให้แก่ประเทศทั้งในสาขาพลังงานทดแทน (Alternative Energy) และสาขา Numerical Simulation ซึ่งนับวันจะทวีความสำคัญขึ้นเรื่อยๆ

บทที่ 2

การวิเคราะห์การไหลในปล่องลมแดดด้วยกรรมวิธีเชิงตัวเลข

ในการเสนอโครงการครั้งแรกนั้นได้เสนอว่าจะใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางการค้าเพื่อวิเคราะห์การไหลในปล่องลมแดด แต่เนื่องจากสถานะเศรษฐกิจตกต่ำ ค่าเงินบาทลดลงมาก ทำให้ไม่สามารถซื้อโปรแกรมได้ภายในวงเงินงบประมาณที่ได้รับการจัดสรร จึงได้พัฒนาโปรแกรมขึ้นใช้เอง รายละเอียดการพัฒนาโปรแกรมดังปรากฏในเอกสารวิจัยหมายเลข 1

- 1) ทวิช จิตรสมบูรณ์ และ สุวรรณ อรรฐาเมศร์, “โมย่า: โปรแกรมเพื่อวิเคราะห์การไหล,” สัมมนาวิชาการเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 13, โรงแรมรอยัลคัลิฟปีชีร์สอร์ท พัทยาใต้ ชลบุรี, 2-3 ธันวาคม 2542, หน้า 124-131 และ
ทวิช จิตรสมบูรณ์ และ สุวรรณ อรรฐาเมศร์, “โมย่า: โปรแกรมเพื่อวิเคราะห์การไหล,” Suranarce Journal of Science and Technology, Vol. 7, 2000, pp. 30-41. (ภาคผนวก ก.)

ส่วนผลการใช้โปรแกรมในการวิเคราะห์การไหลตัวในปล่องลมแดดนั้นได้นำเสนอไว้ในเอกสารวิจัยต่างๆ คือ

- 2) ทวิช จิตรสมบูรณ์ และ พรสวรรค์ ทองใบ, “แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปล่องลมแดดเพื่อการผลิตกระแสไฟฟ้า,” สัมมนาวิชาการเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 12, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 11-13 พฤศจิกายน 2541, หน้า 14-20 และ
ทวิช จิตรสมบูรณ์ และ พรสวรรค์ ทองใบ, “แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปล่องลมแดดเพื่อการผลิตกระแสไฟฟ้า,” Research and Development Journal of the Engineering Institute of Thailand, 2000, pp. 38-44. (ภาคผนวก ข)
- 3) Chitsomboon, T. and Tongbai, P., “The Effect of Chimney-Top Convergence on Efficiency of a Solar Chimney,” Proceedings of the 13th National Mechanical Engineering Conference, Pataya, Thailand, Dec. 2-3, 1999, pp. 263-268. (ภาคผนวก ค)
- 4) Chitsomboon, T., “Numerical Simulation of Flow in Solar Chimney with Turbine,” Paper presented to The First Regional Conference on energy towards a Clean Environment, Organized by: The Joint Graduate School of Energy and Environment, Chiangmai, Thailand, Dec. 1-2, 2000, pp. 37-41. (ภาคผนวก ง)

- 5) ทวิช จิตรสมบูรณ์, “ผลกระทบของกังหันเทอร์ไบน์ต่อการไหลของอากาศในปล่องลมแดด,” การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 28-30 พฤศจิกายน 2544, หน้า EM-56 ถึง EM-61. (ภาคผนวก จ)
- 6) Chitsomboon, T., “A Validated Analytical Model for Flow in Solar Chimney,” International Journal of Renewable Energy Engineering, Vol. 3 No. 2, August 2001, pp. 339-346. (ภาคผนวก ฉ)

อนึ่ง ผลการวิจัยที่นำเสนอในเอกสารวิจัยต่างๆ ที่ได้กล่าวถึงข้างต้นนั้นเป็นการนำเสนอผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขของการใช้โปรแกรมนี้ ผนวกกับผลการวิเคราะห์เชิงทฤษฎี ซึ่งได้รับทุนสนับสนุนการวิจัยจากสำนักงานคณะกรรมการนโยบายพลังงานแห่งชาติ (สพช.)

บทที่ 3

สรุปและข้อเสนอแนะ

ผลการคำนวณเชิงตัวเลขและเชิงทฤษฎีมีความสัมพันธ์กันดีทั้งในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ทำให้เกิดความมั่นใจว่าการจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของระบบทั้งสองถูกต้องตามหลักการทางวิศวกรรมศาสตร์ จากข้อมูลการวิจัยที่ได้นำเสนอในเอกสารวิจัยที่ปรากฏในภาคผนวก สามารถสรุปใจความสำคัญของการวิจัยได้ดังนี้

1. คำตอบเชิงตัวเลขและเชิงทฤษฎีมีความสัมพันธ์กันดีมาก ทั้งในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ทำให้มั่นใจได้ในระดับสูงว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง
2. ประสิทธิภาพที่ปล่องสูง 200 เมตรจะได้ประมาณ 0.6 % ซึ่งนับว่าน้อยกว่าประสิทธิภาพของระบบ photovoltaic มาก (ซึ่งได้ประมาณ 7 %) แต่เนื่องจากเป็นระบบที่มีราคาต่อหน่วยพื้นที่ถูกกว่าระบบ photovoltaic มาก อาจทำให้คุ้มทุนมากกว่าในการผลิตกระแสไฟฟ้า โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระบบที่ใหญ่
3. ประสิทธิภาพสูงขึ้นเมื่อปล่องสูงขึ้น และเส้นแนวประสิทธิภาพที่ค่าความเข้มแสงแดดสูงมากขึ้นมีการบานออกมากขึ้น ซึ่งชี้ให้เห็นว่าในบริเวณที่มีความเข้มแสงแดดสูงอาจมีความคุ้มทุนมากในการสร้างปล่องให้สูงมาก
4. ประสิทธิภาพไม่ขึ้นอยู่กับขนาดความใหญ่ของหลังคารับแดด หรือ ขนาดของปล่องลม แต่ขึ้นอยู่กับความสูงของปล่องและความเข้มแสงแดดเท่านั้น
5. การทำให้ปลายปล่องงู๋เข้าไม่เพิ่มประสิทธิภาพเหมือนดั่งที่นักวิจัยบางท่านได้ทำนายไว้
6. การใส่กังหันเข้าไปที่คอปปล่องจะได้ประสิทธิภาพสูงสุดเพียงประมาณ 58% ซึ่งใกล้เคียงกับ Betz' limit ของกังหันลมทั่วไป
7. การหาคำตอบเชิงตัวเลขให้กับระบบเช่นนี้ต้องระวังเป็นพิเศษ เพราะการผิดพลาดทางความดันเพียงเล็กน้อย เช่น จากค่าขอบเขต หรือ การตัดทอน (round-off) จะทำให้เกิดการผิดพลาดได้มาก เนื่องจากเป็นการไหลที่ความเร็วต่ำ แต่มีการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่น ซึ่งเป็นตัวขับเคลื่อนการไหล

ข้อเสนอแนะ

ควรใช้ข้อมูลที่ได้จากงานวิจัยเพื่อสร้างโรงงานต้นแบบขนาดเล็กเพื่อทดสอบความเป็นไปได้ และสร้างพื้นฐานเทคโนโลยีนี้ให้แก่ประเทศ

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

“มอย่า: โปรแกรมเพื่อวิเคราะห์การไหล”

ทวิช จิตรสมบูรณ์ และ สุวรรณ อรรฐาเมศร์
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
อ.เมือง จ.นครราชสีมา 30000
โทร. (044)224286 E-mail: tabon@ccs.sut.ac.th.

บทคัดย่อ

โปรแกรม “มอย่า” เป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นบนพื้นฐานของกลวิธีไฟไนท์วอลลุ่ม เพื่อแก้สมการนาเวียร์-สโตกในสองมิติ สมการไฟไนท์วอลลุ่มที่เกิดขึ้นถูกแก้ด้วยกรรมวิธีแบบอิมพลีซิฟโดยใช้การประมาณค่าด้วยการแตกเมทริกซ์แบบสามเหลี่ยมด้านบนด้านล่าง (LU Approximate Factorization) ค่าขอบเขตที่สร้างไว้ในโปรแกรมมีความหลากหลาย ทำให้สามารถแก้ปัญหาที่มีค่าขอบเขตได้ในหลายรูปแบบ เช่น ต่ำกว่าเสียง, เหนือเสียง, อุดหนุมิกงที่, ไม่มีการส่งถ่ายความร้อน, การไหลแบบไม่มีการทะลุทะลวง หรือ แนวสมมาตร เป็นต้น แม้จะเป็นโปรแกรมแบบสองมิติ แต่ก็ยังสามารถแก้ปัญหาหนึ่งมิติได้ด้วยโดยไม่ต้องสร้างกริดในสองมิติ การทดสอบโปรแกรมด้วยปัญหาที่หลากหลายแสดงให้เห็นว่าโปรแกรมมีความถูกต้องในระดับที่สามารถใช้ประโยชน์ในการวิจัยและทางปฏิบัติการวิศวกรรมศาสตร์ได้

Abstract

MOYA is a computational fluid dynamics (CFD) program that has been developed based on the finite volume methodology to solve the two dimensional Navier-Stokes equations. Lower-Upper (LU) approximate factorization implicit technique was adopted as the solution procedure. Options built into the program make it capable of solving problems with various boundary condition types such as subsonic, supersonic, adiabatic, slip, no-slip and symmetry plane. Even though MOYA is a two dimensional program it can also solve one dimensional problems without having to construct a two dimensional grid. Diversified numerical test cases have demonstrated the program's usefulness as a tool for research as well as engineering applications.

Nomenclature

- e = พลังงานจำเพาะ
- e_i = พลังงานรวมจำเพาะ
- E, F = ฟลักซ์เวกเตอร์ทางแกน x และ y
- J = จาคอเบียนของการเปลี่ยนแปลงพิกัด
- n = ตัวเลขนับระดับเวลา

- N_x, N_y = จำนวนกริดแนวแกน x, y
- p = ความดัน
- q_i = อัตราการส่งผ่านความร้อนทางแกน x
- R = ปริมาณคงเหลือ (Residual)
- t = เวลา
- u, v = องค์ประกอบของความเร็ว
- \bar{v} = เวกเตอร์ความเร็ว
- x, y = สัญลักษณ์บ่งพิกัดแบบฉาก
- δ_{ij} = Kronecker's delta
- Δ = การหาค่าเติมหน่วยแบบเดินหน้า
- ∇ = การหาค่าเติมหน่วยแบบดอยหลัง
- γ = อัตราส่วนความร้อนจำเพาะ
- ξ, η = สัญลักษณ์บ่งพิกัดแบบแนบกับวัตถุ
- μ = ความหนืด
- τ = เทนเซอร์ของความเค้น
- ρ = ความหนาแน่น

1. บทนำ

สมการนาเวียร์-สโตกเป็นสมการที่สามารถให้ผลเฉลยอย่างสมบูรณ์แบบในการไหลตัวของของไหล จึงมีความสำคัญอย่างยิ่งยวดต่อการศึกษาการไหลตัวของของไหล ความไม่สามารถแก้สมการนาเวียร์-สโตกได้ในรูปทั่วไปโดยแนวทางทางทฤษฎีเพราะคุณสมบัติของความเป็นสมการไม่เชิงเส้นตรงทำให้ไม่สามารถหาคำตอบให้กับกริดการไหลในทางวิศวกรรมได้ วิศวกรในอดีตจึงไม่มีทางเลือกอื่นนอกจากการทำกริดทดลอง เช่น โดยการใช้อุปกรณ์จำลอง เป็นต้น ซึ่งทำให้กรรมวิธีการออกแบบอุปกรณ์ทางการไหลเป็นไปด้วยความล่าช้า และมีราคาแพง

ในปัจจุบันนี้สามารถใช้คอมพิวเตอร์ช่วยแก้สมการนาเวียร์-สโตกได้ด้วยกรรมวิธีเชิงตัวเลขต่างๆ เช่น ไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์ ไฟไนท์อีเลเมนต์ และไฟไนท์วอลลุ่ม เป็นต้น ซึ่งเป็นที่นิยมอย่างแพร่หลายในอาระประเทศทางตะวันตก และกำลังเริ่มแพร่เข้ามาในประเทศไทย ซึ่งสังคมวิชาการของไทยก็ต้องตัดสินใจเหมือนเช่นกรณีเทคโนโลยีชนิดอื่นๆว่า จะซื้อสำเร็จรูปหรือจะสร้างเอง การซื้อสำเร็จรูปนั้นจะทำให้ได้ของที่เร็วกว่าและราคาถูกกว่า แต่จะทำให้ไม่สามารถสร้างรากฐานทางวิชาการในด้านนี้ได้ ส่วนการสร้างเองนั้นแม้จะแพงกว่าและช้ากว่าใน

ระยะแรก แต่สามารถสร้างความเข้มแข็งทางวิชาการในระยะยาวต่อประเทศ ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงเห็นสมควรสร้างโปรแกรมเพื่อการจำลองการไหลตัวของไหลชั้น

โปรแกรมนี้ได้รับการตั้งชื่อว่า "โมยา" ซึ่งสังเคราะห์ขึ้นมาจากพยัญชนะในวลี "โปรแกรมของคนไทยเพื่อวิเคราะห์การไหล" หากสลับพยางค์ก็จะได้ชื่อสามัญของวิศวกรแห่งจังหวัดนครราชสีมา

2. การสร้างโปรแกรม

ในการสร้างโปรแกรมได้เลือกใช้กลวิธีแบบไฟไนต์วอลุ่มด้วยเห็นว่าเป็นกลวิธีที่เหมาะสมกับการไหลตัวของของไหลมากที่สุด เพราะสร้างขึ้นบนพื้นฐานของการสมดุลแห่งฟลักซ์ต่างๆที่วิ่งผ่านเข้าออกพื้นที่โดยรอบของก้อนมวลที่กำลังพิจารณา ซึ่งเป็นพฤติกรรมขั้นพื้นฐานที่สุดในการสร้างสมการนาเวียร์-สโตคส์ของของไหล ดังนั้นจึงเป็นกลวิธีเพื่อการแก้ปัญหาการไหลตัวของของไหลที่นิยมใช้กันมากที่สุดในปัจจุบัน

กระบวนการสร้างโปรแกรมสามารถอธิบายเป็นขั้นตอนตามลำดับ โดยเริ่มตั้งแต่การนำเสนอสมการนาเวียร์-สโตคส์แบบสองมิติ ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของเวกเตอร์ได้ดังนี้ [1, 2]

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\left(\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y}\right) \quad (1)$$

เมื่อ U , E และ F คือเวกเตอร์ดังต่อไปนี้

$$U = [\rho, \rho u, \rho v, \rho e_i]^T \quad (2)$$

$$E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u u + p - \tau_{xx} \\ \rho u v - \tau_{xy} \\ (\rho e_i + p)u - u\tau_{xx} - v\tau_{xy} + q_x \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v - \tau_{xy} \\ \rho v v + p - \tau_{yy} \\ (\rho e_i + p)v - u\tau_{xy} - v\tau_{yy} + q_y \end{bmatrix} \quad (4)$$

เมื่อ $p = (\gamma - 1)\rho e$ (5)

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (6)$$

$$q_x = k\frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = k\frac{\partial T}{\partial y} \quad (7)$$

สมการนี้เป็นสมการที่สร้างอยู่ในพิกัดฉาก (Rectangular coordinates) ซึ่งเป็นรูปแบบสมการที่ง่ายที่สุด แต่หากใช้ในรูปแบบนี้จะทำให้การกำหนดค่าขอบเขตในรูปทรงการไหลต่างๆได้ลำบากมาก จึงปรับเปลี่ยน

พิกัดให้เป็นพิกัดวัตถุ (body-fitted coordinates) ซึ่งในที่นี้จะเป็นการเปลี่ยนจาก x, y เป็น ξ, η ซึ่งจะทำให้เกิดกรณีตรงกันข้ามคือสมการจะยุ่งยากขึ้นแต่การกำหนดค่าขอบเขตสามารถกระทำได้โดยง่าย จึงสามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta}\right) \quad (8)$$

เมื่อ

$$q = J^{-1}U \quad (9)$$

$$\bar{E} = J^{-1}(\xi_x E + \xi_y F) \quad (10)$$

$$\bar{F} = J^{-1}(\eta_x E + \eta_y F) \quad (11)$$

และให้นิยาม J ดังนี้

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, y)} = \begin{vmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{vmatrix} \quad (12)$$

อนุพันธ์ทุกตัวประเมินในพิกัดวัตถุเท่านั้นเช่น

$$\tau_{xy} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = \mu(u_y \xi_x + u_x \eta_y + v_x \xi_x + v_y \eta_x) \quad (13)$$

เพื่อความสะดวกในการสื่อความหมายสามารถเขียนสมการ (8) โดยสัญลักษณ์ย่อเสียใหม่ได้ว่า

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -R \quad (14)$$

เมื่อ R หมายถึงฟลักซ์สุทธิทั้งหมด ฟลักซ์ในที่นี้สร้างขึ้นโดยกระบวนการทางไฟไนต์วอลุ่ม สามารถที่จะอินทิเกรตสมการในมิติเวลาได้ด้วยกรรมวิธีเชิงตัวเลขคือ

$$\frac{(q^{n+1} - q^n)}{\Delta t} \equiv \frac{\Delta^n q}{\Delta t} = -R \quad (15)$$

ในที่นี้ได้ใช้กรรมวิธีแบบ Euler's ในการกระจายมิติเวลา ซึ่งทำให้ได้ความถูกต้องแบบระดับ 1 (first order) เท่านั้น หากต้องการกระจายในระดับความถูกต้องสูงขึ้นก็สามารถกระทำได้โดยง่าย เช่นโดยการใช้การกระจายแบบวิ่งกะดัดตะ(Runge-Kutta) เป็นต้น อย่างไรก็ตามค่า R ซึ่งเป็นค่าในมิติของเนื้อที่นั้น อาจตีค่าที่ระดับเวลา n หรือ $n+1$ หรือ ในระหว่างกลางของระดับเวลาก็ได้ หากตีค่าที่ n ก็จะกลายเป็นการหาค่าตอบแบบโดดเด่น (explicit) แต่หากตีค่าที่ $n+1$ ก็จะเป็นการหาค่าตอบแบบซ่อนเร้น (implicit) ซึ่งในอย่างแรกเป็นกรรมวิธีที่ง่ายกว่า (แต่ต้องใช้เวลาในการคำนวณมากกว่า) ในการวิจัยและพัฒนาที่นี่ จะใช้กรรมวิธีแบบซ่อนเร้นในการหาค่าตอบ

เนื่องจาก R ประพันธ์กับ q ในลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นตรง การจะหาค่า q^{n+1} โดยตรงจากสมการไม่สามารถกระทำได้ จึงต้องทำการแปลงสมการให้เป็นเชิงเส้นตรง โดยการกระจายรอบจุดที่ระดับเวลา n ดังนี้

$$R^{n+1} = R^n + \frac{\partial R^n}{\partial q} \Delta^n q \quad (16)$$

เมื่อแทนค่ากลับเข้าไปในสมการ (15) และจัดสมการเสียใหม่ จะได้

$$\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\partial R^n}{\partial q} \right) \Delta^n q = -R^n \quad (17)$$

เมื่อ $\partial R/\partial q$ คือ Jacobian ซึ่งมีค่าดังนี้คือ

$$\frac{\partial R}{\partial q} = \frac{\partial}{\partial \xi} \bar{A} + \frac{\partial}{\partial \eta} \bar{B} \quad (18)$$

$$\text{เมื่อ } \bar{A} = \frac{\partial \bar{E}}{\partial q} = (\xi, A + \xi, B) \quad (19)$$

$$\bar{B} = \frac{\partial \bar{F}}{\partial q} = (\eta, A + \eta, B) \quad (20)$$

และ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -u^2 + \frac{\gamma-1}{2} \bar{v}^2 & (3-\gamma)u & -(\gamma-1)v & (\gamma-1) \\ -uv & v & u & 0 \\ -u[\gamma E - (\gamma-1)\bar{v}^2] & \gamma E - \frac{\gamma-1}{2}(\bar{v}^2 + 2u^2) & -(\gamma-1)uv & \gamma u \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -uv & v & u & 0 \\ -v^2 + \frac{\gamma-1}{2} \bar{v}^2 & -(\gamma-1)u & (3-\gamma)v & \gamma-1 \\ -v[\gamma E - (\gamma-1)\bar{v}^2] & -(\gamma-1)uv & \gamma E - \frac{\gamma-1}{2}(\bar{v}^2 + 2v^2) & \gamma v \end{bmatrix} \quad (22)$$

จาก (17) จะเห็นได้ว่าหากให้ Δt เข้าหา ∞ พจน์ที่เหลือจะเป็นเสมือนการกำหนดให้ค่า R^{n+1} เป็นศูนย์ตามกรรมวิธีการหาค่าแบบ Newton iteration ซึ่งเป็นกรรมวิธีการหาค่าตอบที่รวดเร็วมาก และการทำเช่นนี้จะกระทำได้เฉพาะเมื่อใช้วิธีหาค่าตอบแบบซ่อนเร้นเท่านั้น ซึ่งหากพิจารณาสมการข้างบนอีกครั้งจะเห็นว่าในกรรมวิธีแบบนี้จะต้องแก้สมการไปพร้อมกัน (ต้อง invert matrix) เพราะทุกสมการเกี่ยวพันกัน แต่ในการแก้ปัญหาแบบโดดเด่นนั้นไม่มีพจน์ของ $\partial R/\partial q$ ทำให้สามารถแก้สมการทีละสมการได้โดยง่าย ในกรรมวิธีแบบซ่อนเร้นสามารถที่จะใช้ Δt ค่าใหญ่ๆ ได้ โดยไม่ให้เกิดการเสถียร (instability) แต่ในแบบโดดเด่นจำเป็นจะต้องใช้ค่า Δt เล็กๆ เท่านั้น เพื่อดำรงความเสถียรของสมการไว้ ในระบบสมการ 2 มิติที่มีสมการทั้งหมด 4 สมการ การจะแก้สมการ (17) โดยตรงจะทำให้ต้องแก้สมการพีชคณิตที่มีขนาด $(N_x + N_y) \times (N_x + N_y)$ โดยแต่ละจุดของเมทริกซ์

ก็เป็นเมทริกซ์เล็กที่มีขนาด 4×4 การแก้สมการอย่างถูกต้องโดยตรงเป็นการสิ้นเปลืองมากเพราะในแต่ละระดับการคำนวณที่ n ใดๆ จะต้องทำการคำนวณย่อยในระดับ $(4N_x + 4N_y)^2$ ครั้ง ในทางปฏิบัติจึงนิยมที่จะทำการแก้สมการโดยการประมาณการในลักษณะต่างๆ เช่นโดยวิธีการแตกตัวในเชิงเส้น (spatial approximate factorization) [3] โดยวิธีการ Block-Line Gauss-Sidel [4] เป็นต้น ในงานวิจัยนี้จะใช้วิธี Lower-Upper approximate factorization [5] เพราะเห็นว่าเป็นวิธีที่รวดเร็วมาก และมีการคำนวณอยู่ในระดับ $4^2 N_x + 4^2 N_y$ ครั้งต่อรอบ

การใช้การประมาณการนั้นทำให้จำนวนครั้งของการคำนวณน้อยลงก็จริง แต่ก็ทำให้เกิดข้อผิดพลาดในการคำนวณด้วยซึ่งเรียกว่า Approximate factorization error (AFE) ค่า AFE นี้ทำให้อัตราการลู่เข้าของคำตอบช้ากว่าอัตราการลู่เข้าตามปกติของกรรมวิธี Newton iteration (ซึ่งตามทฤษฎีจะลู่เข้าถึงสองระดับต่อรอบของการคำนวณ) นอกจากนี้ AFE ยังทำลายความถูกต้องของคำตอบในแต่ละระดับเวลาอีกด้วย ทำให้กรรมวิธีแบบนี้เหมาะสำหรับการหาค่าสุดท้ายที่ไม่เปลี่ยนแปลงกับเวลาเท่านั้น (Steady state solution)

เพื่อความสะดวกต่อการให้ความหมายต่อไป จะเขียนสมการ (17) ในสัญลักษณ์ตัวใหม่ได้ดังนี้

$$[L + D + U] \Delta^n q = -R^n \quad (23)$$

ซึ่งสามารถอธิบายได้ว่า L (lower) คือพจน์ทุกพจน์ที่มีผลรวมของดัชนีบ่งพิกัดต่ำกว่าผลรวมของดัชนีบ่งพิกัด ณ จุด ตัวอย่างเช่น ณ จุดพิกัด i, j ใดๆ ผลรวมของดัชนีบ่งพิกัด ณ จุดจะได้เป็น $i + j$ ดังนั้นพจน์ A ที่มีดัชนีบ่งพิกัดเป็น $(i-1, j)$, $(i, j-1)$ และ $(i-1, j-1)$ จะถูกจัดให้เป็นพจน์ในกลุ่ม L ในเชิงตรงกันข้ามพจน์ในกลุ่ม U (upper) คือพจน์ที่มีผลรวมของดัชนีบ่งพิกัดสูงกว่าผลรวมของดัชนีบ่งพิกัด ณ จุด ส่วน D (diagonal) ก็คือพจน์ที่มีผลรวมของดัชนีบ่งพิกัดเท่ากับผลรวมของดัชนีบ่งพิกัด ณ จุด ในการแก้สมการจะแบ่งออกเป็นสองขั้นตอนคือ

$$(L + D) \Delta^n q = -R^n \quad (24)$$

$$(D + U) \Delta^n q = -R^n - L \Delta^n q = D \Delta^n q \quad (25)$$

ซึ่งในแต่ละขั้นตอนนั้นจะเห็นว่าไม่มีการอินเวอร์ทเมทริกซ์เลย หากแก้สมการตามแนวเส้น $i+j$ เท่ากับค่าคงตัวค่าหนึ่ง ทำให้สามารถทำการคำนวณได้อย่างรวดเร็ว หากรวมขั้นตอนทั้งสองเข้าด้วยกันจะได้สมการรวมดังนี้

$$[L + D] D^{-1} [D + U] \Delta^n q = -R^n \quad (26)$$

$$[L + D + U] \Delta^n q + [L D^{-1} U] \Delta^n q = -R^n \quad (27)$$

ซึ่งทำให้เห็นว่า AFE ที่เกิดขึ้นมีค่าเท่ากับ $[L D^{-1} U] \Delta^n q$ ดังนั้นจึงสามารถสรุปขั้นตอนในการคำนวณเชิงตัวเลขได้ดังนี้

1) คำนวณพจน์ R^n ในพิกัดวัตถุ ด้วยการหาฟลักซ์สุทธิตามกรรมวิธี

ไฟในทวอลลุม

- 2) กำหนดค่า Δt ซึ่งในโปรแกรมนี้ค่า Δt ถูกกำหนดโดยค่า CFL (Courant-Freidrich-Lewy) ซึ่งยังผลให้ Δt แปรผันไปในแต่ละจุดพิกัด
- 3) สร้างพจน์ L, D, U ในทุกพิกัดจุด ซึ่งแต่ละพจน์จะเป็นแมทริกซ์ย่อยขนาด 4x4
- 4) แก้มการ (24) และ (25) ตามลำดับ
- 5) หา q^{n+1}
- 6) เริ่มต้นการคำนวณในระดับเวลาถัดไป (n+1) โดยวนซ้ำกลับไปทำในขั้นตอนที่ 1) ถึง 5) อีกเรื่อยๆ จนกระทั่งคำตอบลู่เข้า (converge) เกณฑ์ในการพิจารณาว่าคำตอบลู่เข้านั้นใช้การพิจารณาค่า rms ของ R ซึ่งให้ค่านิยามได้ดังนี้

$$R_{rms} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} R_{ij}^2}}{N_x \times N_y} \quad (28)$$

3. ค่าความหนืดจำลอง (Artificial Viscosity)

เนื่องจากการหาฟลักซ์ที่หน้าของวอลลุมเป็นการหาค่าเฉลี่ยจากค่าของตัวแปรที่อยู่คนละด้านของหน้าวอลลุม ซึ่งเปรียบได้กับการทำการแตกตัวอย่างสมมาตรจากจุด (central difference) สำหรับกลวิธีแบบไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ในการทำเช่นนี้กระบวนการหาค่าตอบอาจไม่เสถียรได้ง่ายเพราะเกิดการไม่เกาะเกี่ยวกัน (decoupling) ระหว่างจุดที่มีค่าเลขบอกพิกัดเป็นเลขคู่กับจุดที่มีค่าเลขบอกพิกัดเป็นเลขคี่ ซึ่งค่าคำตอบในทั้งสองระบบพิกัดอาจเป็นอิสระต่อกัน (out of phase) โดยสิ้นเชิง โดยที่ต่างก็ยังเป็นผลเฉลยของสมการนาเวียร์สโตค เพื่อสร้างกลไกให้มีการเกาะเกี่ยวกันระหว่างระบบพิกัดดังกล่าว จึงจัดสร้างระบบความหนืดจำลองขึ้น โดยที่ขนาดของพจน์เหล่านี้มีค่าน้อย จึงไม่กระทบต่อความแม่นยำของผลเฉลยมากนัก

กำหนดให้พจน์ของความหนืดจำลองในแกน ξ เป็นดังนี้ [6]

$$D_\xi = \nabla_\xi \left(\frac{\lambda_\xi}{J} (\epsilon_\xi \Delta_\xi - \epsilon_\xi \Delta_\xi \nabla_\xi \Delta_\xi) \right) (Jq) \quad (29)$$

เมื่อ $\epsilon_\xi = \kappa_2 \delta_p$ (30)

$$\delta_p = \frac{|p_{j+1} - 2p_j + p_{j-1}|}{\omega p_j} \quad (31)$$

$$\epsilon_\xi = \text{Max}(0, \kappa_4 - \epsilon_\xi) \quad (32)$$

$$\lambda_\xi = |\bar{u}| + |\bar{a}| \quad (33)$$

$$\bar{u} = \xi_x u + \xi_y v \quad (34)$$

$$\bar{a} = \sqrt{(\xi_x^2 + \xi_y^2)} P / \rho \quad (35)$$

ค่า δ_p ใน (31) เป็นค่าสัมประสิทธิ์การเปลี่ยนของความดัน ซึ่งเสนอโดย [7] และพบว่า เป็น δ_p ที่มีคุณลักษณะดีกว่าเดิมที่เสนอไว้ใน [6] ω มีค่าประมาณ 1.0 พจน์ในแกน η สามารถเขียนได้ในทำนองเดียวกัน โดยเปลี่ยน ξ เป็น η จะเห็นว่าความหนืดจำลองมีอยู่สองระบบคือระบบที่เป็นอนุพันธ์อันดับสองและระบบอนุพันธ์อันดับสี่ ระบบแรกสามารถสร้างความเสถียรได้สูงในกรณีที่มีการกระโดดของคำตอบแบบรุนแรงเฉพาะจุด ส่วนระบบหลังเป็นการควบคุมการไม่เสถียรขั้นพื้นฐานในทุกๆจุดโดยทั่วไป ค่าสัมประสิทธิ์ความหนืดจำลองในทั้งสองระบบ (κ_2, κ_4) มาจากการวิเคราะห์คลื่นฟูเรียร์ และกำหนดค่า $\kappa_2 = 1/2$ และ $\kappa_4 = 1/6$ เพื่อให้สามารถกำจัดขนาดคลื่นฟูเรียร์ที่มีความถี่สูงสุดได้ดีที่สุด

4. ค่าขอบเขต (Boundary Condition)

ค่าขอบเขตนับว่าเป็นหัวใจสำคัญประการหนึ่งในการหาค่าตอบเชิงตัวเลข หากค่าขอบเขตไม่ถูกต้องก็จะทำให้คำตอบไม่ถูกต้องตามไปด้วย การให้ค่าขอบเขตต้องคำนึงถึงคุณลักษณะของสมการที่กำลังหาค่าตอบว่าเป็นสมการประเภทใดในสามประเภท กล่าวคืออิลลิปติก พาราโบลิก หรือ ไฮเพอร์โบลิก ซึ่งในแต่ละประเภทต้องการค่าขอบเขตที่แตกต่างกันทั้งในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ การจะให้ค่าขอบเขตที่ถูกต้องสมบูรณ์เป็นไปได้ยากมาก ในการคำนวณจริงวิศวกรมักใช้ "วิศวกรรมญาณ" (Engineering Intuition) ประกอบด้วย โดยพยายามให้ได้คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของคณิตศาสตร์เท่าที่จะสามารถกระทำได้

ในโปรแกรมโมซาได้ทำการสร้างตัวเลือกให้แก่ผู้ใช้ในการกำหนดค่าขอบเขตในกรณีดังต่อไปนี้คือ

1. Subsonic Inflow
2. Subsonic outflow
3. Supersonic Inflow
4. Supersonic outflow
5. Solid wall (no slip, no penetration)
6. Adiabatic wall
7. Constant temperature wall
8. Plane of symmetry
9. Slip wall (สำหรับการไหลแบบไม่คิดความหนืด)
10. Cylindrical plane (สำหรับการจำลองการไหลในพิกัดทรงกระบอก)

5. การทดสอบโปรแกรม (Code Validation)

ก่อนที่จะนำโปรแกรมไปใช้งานจริงได้อย่างมั่นใจ จะต้องทำการทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมในปัญหาที่หลากหลายเสียก่อน โดยเปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้กับคำตอบโดยกรรมวิธีอื่น เช่น คำตอบเชิงทฤษฎี หรือคำตอบที่ได้จากการทดลอง เป็นต้น ในการนี้ได้ทำการทดสอบโปรแกรมในปัญหาต่างๆดังต่อไปนี้

- 1) การไหลในชั้นผิวบาง (boundary layer) ในย่านความเร็วต่ำ
- 2) การไหลแบบความเร็วต่ำในท่อภายใต้แรงดัน (Poiseuille flow)
- 3) การไหลแบบไม่คิดความหนืดด้วยความเร็วเหนือเสียงผ่านพื้นเอียง

แบบลิม

- 4) การไหลแบบไม่เกิดความหนืดอย่างอัดตัวได้ในท่อสู่เข้าบานออก (convergent-divergent nozzle)
- 5) การไหลแบบการพาความร้อนอิสระข้างผ่านความร้อนในแนวตั้ง ซึ่งจะเห็นว่าได้ทำการทดสอบในปัญหาที่มีความหลากหลายในหลายแง่มุม เช่น ความเร็วต่ำ และความเร็วสูง, การไหลแบบด้านนอกและด้านใน, การขับของไหลด้วยแรงดัน แรงเฉือน และ แรงโน้มถ่วง, การไหลแบบอัดตัวได้ และอัดตัวไม่ได้

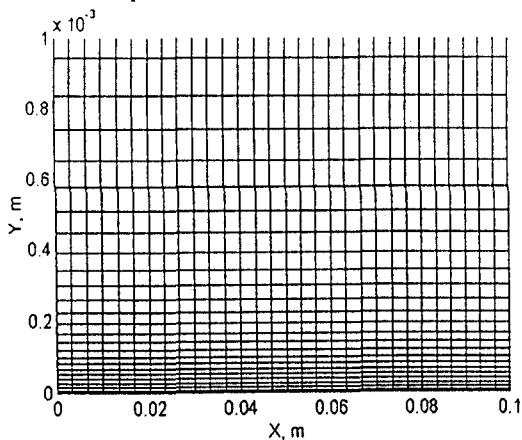
6. ผลลัพธ์ที่ได้

ผลลัพธ์ที่ได้จากการทดสอบโปรแกรมจะได้นำเสนอเป็นกรณีไปดังนี้

6.1 การไหลในชั้นผิวบางในย่านความเร็วต่ำ

การไหลนี้เป็นการไหลในชั้นผิวบางผ่านแผ่นเรียบ กำหนดให้ความเร็วตรงทางเข้ามีค่า Mach number เท่ากับ 0.2 และมีความดัน 101325 Pa มีอุณหภูมิ 308K และความเร็วเข้าเป็นความเร็วที่มีค่าเดียว (uniform flow) เมื่อของไหลมากระทบแผ่นเรียบความเร็วที่ติดกับแผ่นเรียบจะมีค่าเป็นศูนย์และโมเมนตัมที่มีค่าน้อยจะจับคาน (diffuse) เข้าไปยังในเนื้อของไหลและในขณะเดียวกันก็ถูกพา (convect) ไปยังด้านท้ายของการไหลด้วยความเร็วของของไหล การสมมูลกันของการจับคานและการพาทำให้เกิดเป็นเยื่อชั้นผิวบาง ซึ่งมีคำตอบเชิงทฤษฎีที่มีความถูกต้องสูงเรียกว่าคำตอบของบลาสีซ (Blasius's solution) ซึ่งอาจหาได้ในตำรามาตรฐานทางกลศาสตร์ของไหลเป็นส่วนมากเช่นใน [8]

รูปที่ 6.1.1 แสดงกริดที่ใช้ในการคำนวณซึ่งเป็นกริดขนาด 51x51 โดยกริดในทางแกน x (ซึ่งมีขนาด 10 ซม.) ถูกแบ่งออกในขนาดที่เท่ากัน ส่วนกริดในทางแกน y นั้น มีความหนาแน่นแตกต่างกันไป โดยกริดมีความหนาแน่นสูงในย่านใกล้แผ่นเรียบ ทั้งนี้เพื่อให้สามารถแก้สมการได้อย่างถูกต้องมากยิ่งขึ้นในย่านใกล้แผ่นเรียบซึ่งการไหลมีความชันของความเร็วสูงกว่าด้านนอก

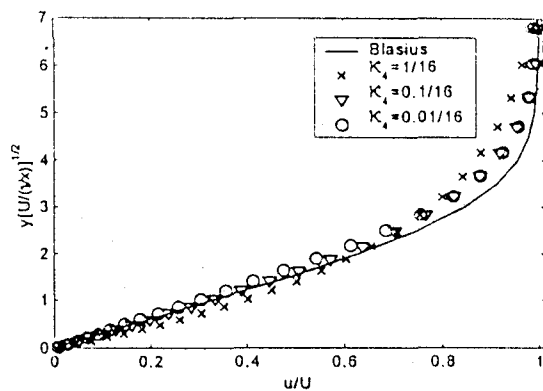


รูปที่ 6.1.1 กริด (บางส่วน) สำหรับปัญหาการไหลในชั้นผิวบาง

ในขั้นแรกได้ทำการประเมินความหนา ของชั้นผิวบางโดยทฤษฎีว่า $\delta = 5.5x/\sqrt{Re_x} \approx 0.00075$ และจัดให้มีจำนวนกริดอยู่ในย่านนี้ 22 กริด ในการนี้ได้จัดให้กริดที่หนึ่งมีความหนา 8×10^{-4} ซม. และกริดถัดไปมีความหนาเพิ่มขึ้นครั้งละ 12% จนกระทั่งไม่สามารถที่จะขยายตัวได้

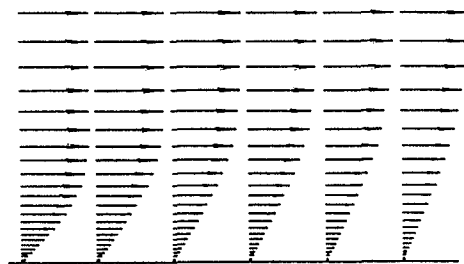
อีกเพราะหากขยายตัวต่อไปจะทำให้ยาวเกินความหนาของค่าทางแกน y ซึ่งกำหนดให้มีความหนาประมาณ 5 เท่าของ δ

ค่าคำตอบที่ได้ได้พล็อตเปรียบเทียบกับคำตอบของบลาสีซในรูปที่ 6.1.2 โดยได้แสดงคำตอบเชิงตัวเลขในหลายๆค่าของค่าสัมประสิทธิ์ความหนืดจำลอง (K_ν) ซึ่งจะเห็นได้ว่าในแต่ละค่าของความหนืดจำลองนั้นค่าคำตอบมีความเร็วเปลี่ยนแปลงไปเล็กน้อยที่ค่า $K_\nu = 1/16$ ซึ่งเป็นค่ามาตรฐานที่ใช้ในโปรแกรมนั้น ความเร็วช้าลงเพราะถูกหน่วงไว้ด้วยความหนืดที่สูงกว่าปกติ จึงได้ทำการทดลองลดค่าความหนืดจำลองลงเรื่อยๆซึ่งทำให้ค่าความเร็วใกล้เคียงค่าคำตอบของบลาสีซมากขึ้น เนื่องจากปัญหานี้เป็นปัญหาการไหลที่ค่อนข้างง่ายจึงทำให้สามารถใช้ค่า K_ν เล็กๆได้ ในปัญหาที่มีการไหลที่ยู่ยากพบว่าไม่สามารถลดค่า K_ν ลงได้ ดังนั้นจึงจะต้องทำการสำรวจหาวิธีที่จะให้ได้คำตอบอันถูกต้องมากยิ่งขึ้นแม้จะใช้ค่าความหนืดจำลองมาตรฐานก็ตาม



รูปที่ 6.1.2 ความเร็วเทียบกับคำตอบของบลาสีซ

รูปที่ 6.1.3 แสดงให้เห็นลูกศรความเร็วที่ระยะ x ต่างๆ ซึ่งบ่งให้เห็นถึงรูปทรงของชั้นผิวบางที่ค่อยๆหนาขึ้น และเป็นไปตามที่คาดไว้



รูปที่ 6.1.3 เวกเตอร์ความเร็วที่ระยะ x ต่างๆ

6.2 การไหลแบบความเร็วต่ำในท่อภายใต้แรงดัน (Poiseuille Flow)

การไหลนี้เป็นการไหลแบบความเร็วขนาน (parallel flow) ซึ่งทำให้สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ได้สำหรับการไหลแบบราบเรียบโดยการอินทิเกรตสมการนาเวียร์-สโตคโดยตรง ซึ่งจะทำให้ได้คำตอบดังนี้

$$\text{กรณีพิกัดฉาก: } u = -\frac{dp}{dx} \frac{h^2}{2\mu} \left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right)$$

เมื่อ h คือกึ่งหนึ่งของระยะห่างระหว่างผนังท่อ

$$\text{กรณีพิกัดแบบทรงกระบอก: } u = -\frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} (R^2 - r^2)$$

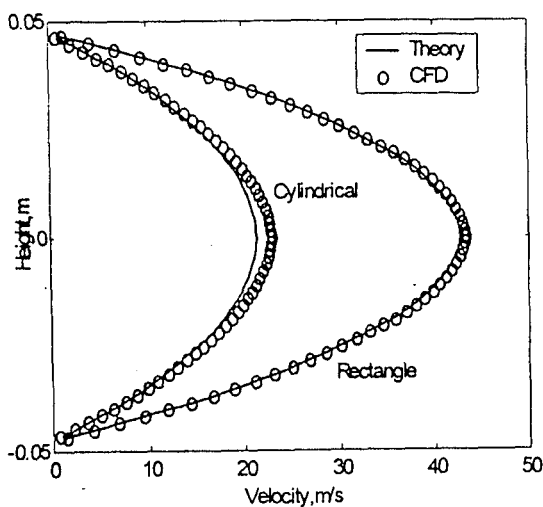
เมื่อ R คือรัศมีของท่อและ r คือระยะจากจุดศูนย์กลาง

ในการคำนวณกรณีที่สองได้กำหนดให้เป็นการไหลผ่านแผ่นขนานที่มีความยาว 1 เมตร และระยะห่างระหว่างแผ่น 10 ซม. โดยกำหนดให้ $(1/\mu)dp/dx$ มีค่าตัวเลขเป็น 40,000 ซึ่งจะทำให้ได้ Δp ระหว่างทางเข้าและทางออกเท่ากับ 0.72 Pa (โดยใช้ μ ของอากาศมาตรฐาน)

ในการคำนวณกรณีที่สองกำหนดให้ทุกอย่างเหมือนเดิมยกเว้นเป็นท่อกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 ซม. (กรณีนี้ได้สร้างกริดเป็นรูปสี่เหลี่ยม)

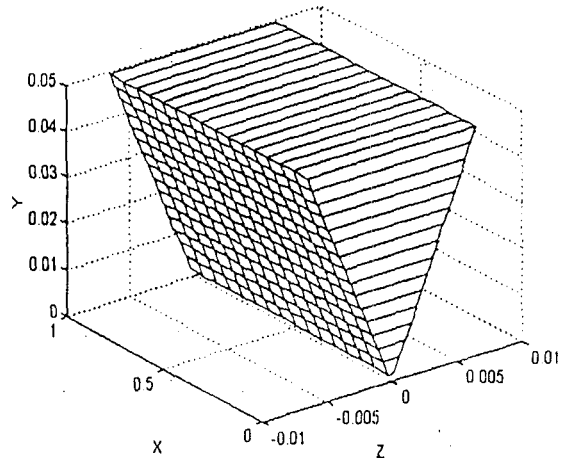
ในการคำนวณระยะแรกได้คำตอบที่ไม่สมจริงเป็นอย่างยิ่ง จึงได้ทำการค้นหาข้อผิดพลาดและพบว่าข้อผิดพลาดอันเนื่องมาแต่การตัดค่าทิ้งของคอมพิวเตอร์ (round-off error) ประเมินว่าคอมพิวเตอร์ PC ใช้ระบบ 24 บิตในการแทนค่าตัวเลขซึ่งทำให้มีความถูกต้องในระดับ 8 ตัวในเลขฐานสิบ และในการคำนวณกรณีนี้เป็นกริดการไหลด้วยความดันที่มีค่ามากแต่มีความแตกต่างน้อยมาก (ความดันในระดับ 100,000 แต่ค่าความแตกต่างระหว่างกริดในระดับ 0.01) ซึ่งทำให้เป็นการวอกวนตัวเลขในอันดับ 8 หรือสูงกว่า ค่าที่ได้จึงมีความผิดพลาดสูงมาก เพื่อแก้ปัญหาหนึ่งเป็นการเฉพาะหน้าได้ลดค่าสัมบูรณ์ของความดันตรงทางเข้าลงมา 20 เท่า (จาก 101325 เป็น 5066 Pa) โดยที่ยังคงความแตกต่างความดันตรงทางเข้าและออกไว้ดังเดิม ซึ่งได้ผลลัพธ์เป็นที่น่าพอใจ

การคำนวณในกรณีที่สองได้ใช้กริดขนาด 31x31 และมีขนาดเท่ากันตลอดแนวราบและแนวตั้ง โดยแก้ปัญหาเพียงครั้งหนึ่งในทางพิกัด y เพราะอีกครึ่งหนึ่งเป็นการสมมาตร เมื่อได้ใช้ความดันที่เล็กลงแล้วได้นำคำตอบมาเปรียบเทียบกับคำตอบทางทฤษฎีดังปรากฏในรูปที่ 6.2.1



รูปที่ 6.2.1 ความเร็วของการไหล

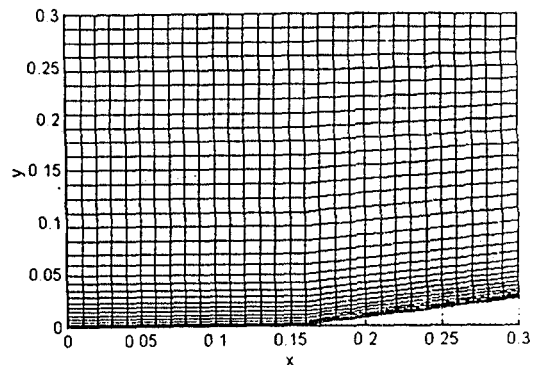
ซึ่งสังเกตเห็นได้ว่าความเร็วตรงกลางมีความเร็วสูงสุดประมาณ 45 m/s ในระบบพิกัดฉากและ 22 m/s ในพิกัดทรงกระบอก ซึ่งลดลงมาประมาณกึ่งหนึ่งของกรณีพิกัดฉาก และการเปรียบเทียบกับคำตอบต้องสมบูรณ์ให้ผลดีพอสมควร ค่าที่แตกต่างกันนั้นอาจเป็นผลจากการตัดค่าทิ้งซึ่งไม่ได้นำมาคิดในคำตอบเชิงทฤษฎี ค่าตอบที่ถูกต้องที่ได้รับในกรณีนี้ทำให้มั่นใจได้ว่ากรรมวิธีการแก้ปัญหาในพิกัดทรงกระบอกโดยใช้สมการแบบพิกัดฉากนี้สามารถกระทำได้หากใช้กริดที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมของทรงกระบอกดังที่แสดงให้เห็นในรูปที่ 6.2.2 การทำเช่นนี้เป็นการประหยัดมาก เพราะไม่ต้องเขียนโปรแกรมเพิ่มเติม



รูปที่ 6.2.2 กริดสำหรับการไหลในท่อกลม

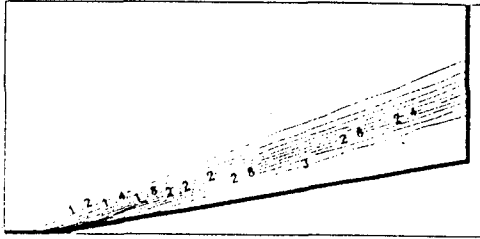
6.3 การไหลแบบไม่คิดความหนืดด้วยความเร็วเหนือเสียงผ่านพื้นเอียงแบบลิ้ม

กริดที่ใช้มีขนาด 31x31 พื้นที่การไหลมีขนาด $x=30$ ซม. และ $y=30$ ซม. ที่ระยะ $x=16$ ซม. พื้นด้านล่างเอียงขึ้นเป็นมุม 10 องศา กริดในทาง x เป็นกริดที่มีขนาดเท่ากันโดยตลอด ส่วนทาง y มีความละเอียดมากเมื่ออยู่ใกล้พื้นด้านล่าง กริดแรกมีขนาด 0.002 และขยายตัว 15% ในกริดถัดๆ ไปจนกระทั่งไม่สามารถขยายได้อีก กริดที่ใช้ได้แสดงให้เห็นในรูปที่ 6.3.1 ของไหลไหลเข้าด้วยค่าบรรยากาศ (101325 Pa, 300K) และมี Mach number = 5 เมื่อการไหลมาเจอลิ้มก็จะต้องเอียงสู่ตามลิ้มทำให้เกิดการสะดุดของการไหลส่งผลให้เกิดคลื่นกระแทกแบบเอียง (Oblique shock wave)



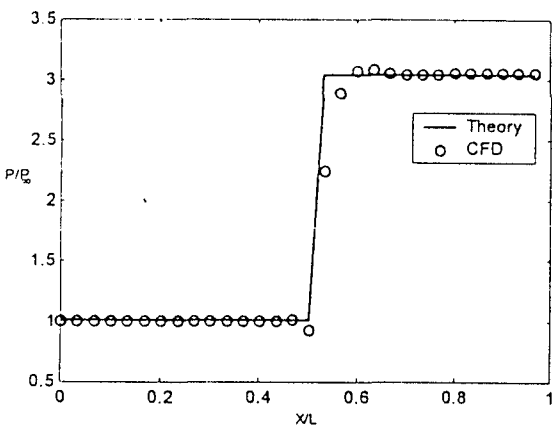
รูปที่ 6.3.1 กริดสำหรับการไหลผ่านพื้นเอียงแบบลิ้ม

ซึ่งทำให้คุณสมบัติทางด้านหลังเปลี่ยนไปเช่น ความดัน และอุณหภูมิสูงขึ้นอย่างรวดเร็ว เส้นแนวความดันที่แสดงในรูปที่ 6.3.2 แสดงให้เห็นแนวของคลื่นกระแทกนี้



รูปที่ 6.3.2 เส้นแนวของความดันที่เกิดขึ้นบริเวณลิ้น (รูปขยายเฉพาะบริเวณที่เกิดคลื่นกระแทก)

ความดันที่พื้นด้านล่างได้ถูกพล็อตเทียบเคียงกับค่าความดันที่ได้จากตารางค่ามาตรฐาน [9] ดังปรากฏในรูปที่ 6.3.3 ซึ่งจะเห็นว่าโปรแกรมสามารถทำนายความเข้มและจุดที่เกิดของคลื่นกระแทกได้แม่นยำพอสมควร แต่จะสังเกตเห็นได้ว่าการกระโดดขึ้นของความดันช้ากว่าในทฤษฎี (ซึ่งเป็นการกระโดดแบบฉับพลัน) และนอกจากนี้ยังมีลักษณะของการ "สั่น" (oscillation) ของคำตอบ ซึ่งเป็นปกติวิสัยของการคำนวณผ่านคลื่นกระแทกโดยการใช้ "central differencing"

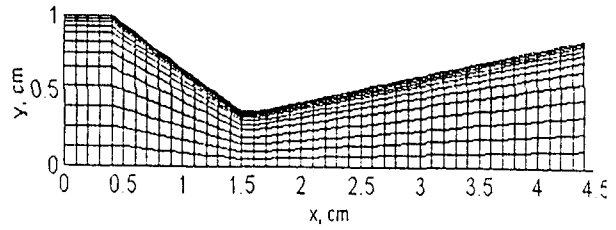


รูปที่ 6.3.3 ความดันเทียบกับทฤษฎี

6.4 การไหลแบบไม่คิดความหนืดอย่างอัดตัวได้ในท่อสู่เข้าบานออก (Convergent-Divergent Nozzle)

การไหลนี้เป็นการไหลในหลายย่านความเร็วเพราะมีตั้งแต่ความเร็วต่ำกว่าเสียง เท่ากับเสียง และเหนือเสียง ซึ่งทำให้สถานะของสมการแม่บทเปลี่ยนจากอิลลิปติก เป็นพาราโบลา และกลายเป็นไฮเพอร์โบลา ในที่สุด กำหนดให้ย่านการไหลเป็นดังในรูปที่ 6.4.1 โดยมีขนาดความยาว 4.4 ซม. คอคอคอยู่ตรงระยะ $x=1.6$ ซม. ตรงคอคอคมีขนาด $A^* = 0.0036$ เมตร ทางเข้ามีขนาด $A_1/A^* = 2.7403$ และทางออกมีขนาด $A_2/A^* = 2.3288$ กริดมีขนาด 45×25 มีความหนาแน่นกริดสูงบริเวณส่วนบนของท่อและเนื่องจากมีความสมมาตรจึงคำนวณเพียงครึ่งเดียว โดยให้มีอัตราขยายตัว 15% คอคอคอยู่กริดที่ 17

ทางแกน x การสร้างท่อกำหนดการสู่เข้าด้วยมุม 30 องศาและบานออกด้วยมุม 10 องศา

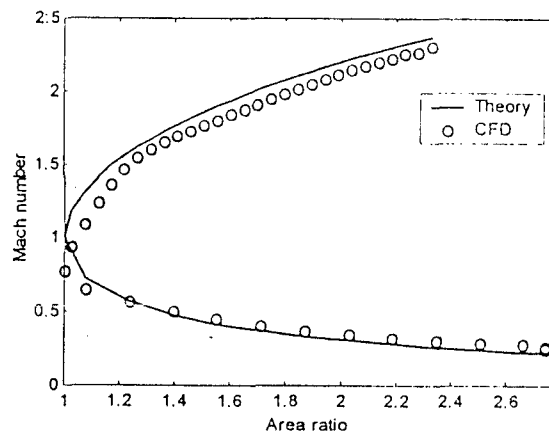


รูปที่ 6.4.1 กริดสำหรับท่อสู่เข้าบานออก

ค่าการไหลตรงทางเข้ากำหนดให้มีความดันรวมสถิตย์ (Total pressure)=104 kPa อุณหภูมิรวมสถิตย์ (Total temperature)=302K ส่วนตรงทางออกไม่กำหนดค่าใดเพราะเป็นการไหลแบบเหนือเสียง

คำตอบของค่าเลขมัคที่ได้จากการคำนวณได้เปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎี [10] ดังในรูปที่ 6.4.2 ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความใกล้เคียงกันมากระหว่างคำตอบทั้งสอง

ความแตกต่างที่เกิดขึ้นนั้นน่าจะเป็นผลของการที่ทางทฤษฎีเป็นคำตอบแบบหนึ่งมิติ ส่วนคำตอบเชิงตัวเลขเป็นการคำนวณแบบสองมิติ



รูปที่ 6.4.2 ค่าเลขมัคเทียบกับทฤษฎี

6.5 การไหลแบบการพาความร้อนอิสระข้างแผ่นความร้อนในแนวตั้ง

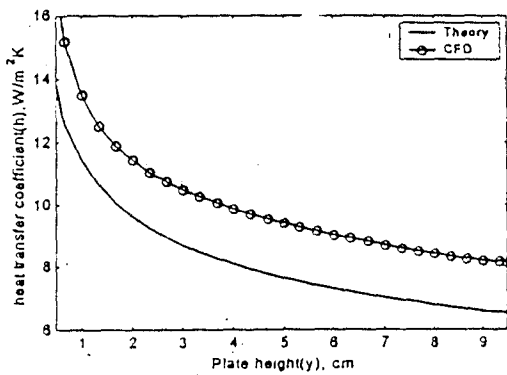
การไหลแบบนี้มีลักษณะพิเศษที่แตกต่างไปจากกรณีอื่นตรงที่การขับเคลื่อนของไหลมีที่มาจากแรงลอยตัวอันเป็นผลพวงของแรงโน้มถ่วงของโลก และเป็นการไหลที่มีความเร็วต่ำมาก แผ่นราบในแนวตั้งมีอุณหภูมิ 500K ทำให้บรรยากาศโดยรอบซึ่งในตอนแรกเป็นอากาศนิ่งเริ่มร้อนและลอยตัวสูงขึ้นมีลักษณะเป็นชั้นผิวบางทั้งของความเร็วและของอุณหภูมิ การสร้างกริดในกรณีนี้คล้ายกับในกรณีการไหลชั้นผิวบางผ่านแผ่นราบโดย ในชั้นแรกได้ประเมินหาความหนาของชั้นผิวบางตาม

$$\text{ความสัมพันธ์ } \frac{\delta}{y} = 3.93 \left(\frac{0.952 + Pr}{Pr^2} \right)^{1/4} Gr_x^{-1/4} \quad [11] \text{ จะได้ } \delta \approx 0.013$$

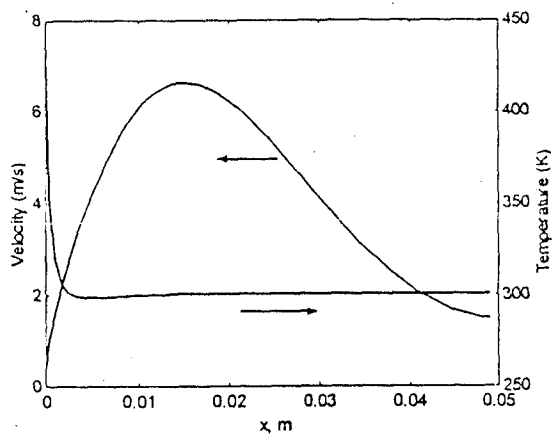
จากนั้นสร้างกริดให้หนาประมาณ 5 เท่าของ δ ให้มีกริดขนาด 51×31

กรณีมีความหนาแน่นที่บริเวณใกล้ผนังความร้อนแล้วขยายตัว 15% เริ่มจาก $\Delta x = 0.0005$ เมตร

ได้คำนวณหาเป็นค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนและเปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎี [11] ซึ่งปรากฏว่าได้ค่าที่คล้ายกันมากแต่ไม่เท่ากันนัก (รูปที่ 6.5.1) โดยมีความแตกต่างที่คงตัวตลอดแนวตั้งในรูป ซึ่งจะทำให้การศึกษาวิจัยต่อไปในโอกาสหน้า รูปที่ 6.5.2 แสดงให้เห็นถึงรูปด้านข้าง (profile) ของความเร็วและอุณหภูมิ



รูปที่ 6.5.1 ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนเทียบกับทฤษฎี



รูปที่ 6.5.2 ความเร็วและอุณหภูมิ

7. สรุปและวิจารณ์

โปรแกรมโมย่าได้แสดงให้เห็นว่ามีความสามารถที่จะแก้ปัญหาในหลากหลายรูปแบบได้อย่างแม่นยำพอสมควร ข้อแตกต่างเล็กน้อยที่เกิดขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎีน่าจะสามารถแก้ไขได้ไม่ยากนัก ในอนาคตจะได้ทำการศึกษาวิจัยเพื่อให้โปรแกรมมีความถูกต้องสูงขึ้น และจะได้ขยายมิติออกให้เป็นสามมิติ รวมทั้งจัดให้มีการจำลองความปั่นป่วนด้วยแบบจำลอง $k-\epsilon$

8. กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยและพัฒนานี้ได้รับการสนับสนุนทุนวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อ.เมือง จ.นครราชสีมา

เอกสารอ้างอิง

- [1] Hirsch, C., "Numerical Computation of Internal and External flows," Vol.2, Wiley, New York, 1990, p.143.
- [2] Anderson, D. A., Tannehill, J. C. and Pletcher, R. H., "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", McGraw-Hill, New York, 1984, pp. 186-253.
- [3] Beam, R. M. and Warming, R. F., "An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations," American Institute of Aeronautics and Astronautics, Paper No. 95-2166, 1995.
- [4] Napolitano, M. and Walters R.W., "An Incremental Block-Line-Gauss-Seidel Method for the Navier-Stokes Equations," AIAA Journal, Vol.24, No. 5, pp.770-778.
- [5] Jameson, A. and Turkel, E., "Implicit Schemes and LU Décompositions," Mathematics of Computational, Vol. 37, No. 156, 1981, pp.385-397.
- [6] Jameson, A., Schmidt, W. and Turkel, E., "Numerical Solution of Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes," AAIA Paper No. 81-1259, June 1981.
- [7] Chitsomboon, T., "Improved Artificial Viscosity for High-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Turbulence Model," AIAA Paper No. 95-2166, 1995.
- [8] White, F.M., "Fluid Mechanics," 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1994, p.397.
- [9] Liepmann, H.W. and Roshkos, A., "Elements of Gasdynamics," Wiley, 1957, pp.418-424.
- [10] Joseph, H. K. and Joseph, K., Gas Tables, Wiley, New York, 1945, pp.139-142.
- [11] Kays, W.M. and Crawford, M.E., "Convective Heat and Mass Transfer," 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1980, pp.313-319.

ภาคผนวก ข

ทวิช จิตรสมบูรณ์
อาจารย์

พรสวรรค์ ทองใบ
นักวิจัยผู้ช่วย

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล
วิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรม
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
นครราชสีมา 30000

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ ปล่องลมแดดเพื่อการผลิต กระแสไฟฟ้า

A Mathematical Model of Solar Chimney for Electrical Energy Production

งานวิจัยนี้ทำการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการไหลตัวของอากาศในปล่องลมแดดเป็นสมการอินทิกรัลซึ่งได้ตั้งแรงแห้ขึ้นมาจากสมการอนุรักษ์มวล โมเมนตัม และ พลังงานของของไหล สมการนี้เป็นสมการแบบองค์รวมที่สามารถสร้างปฏิสัมพันธ์แก่อุปกรณ์ในส่วนต่างๆ ของระบบได้ ได้หาค่าตอบให้กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยการอนุমানเชิงวิศวกรรมศาสตร์ และได้เสนอคำตอบในรูปของแผนภูมิที่บ่งบอกถึงประสิทธิภาพและศักยภาพของระบบในนามของตัวแปรต่างๆ ที่มีความสำคัญต่อการออกแบบ

A mathematical model for the air flow in a solar chimney is formulated as a synthesis of the mass, momentum and energy conservations of the system. Since the model is formulated as an integral equation of the entire system, it can be used to study the interactions of various components of the system. Approximated engineering solution to the mathematical model has been obtained and the results plotted to estimate the potential and the efficiency of the solar chimney system in terms of relevant design parameters.

1. บทนำ

ปล่องลมแดด(Solar Chimney) ได้รับการเสนอให้เป็นทางเลือกอันหนึ่งในการผลิตกระแสไฟฟ้าจากพลังงานแสงแดด ข้อได้เปรียบที่คาดว่าจะได้รับจากระบบนี้เหนือระบบเซลล์แสงแดด(Photo-Voltaic system) คือ ราคาที่ถูกกว่าต่อหน่วยพลังงาน และความสามารถในการสร้างอุปกรณ์ทุกชนิดได้ภายในประเทศ เพราะเทคโนโลยีทางการผลิตที่เกี่ยวข้องเป็นเทคโนโลยีที่ไม่สูงมากนัก

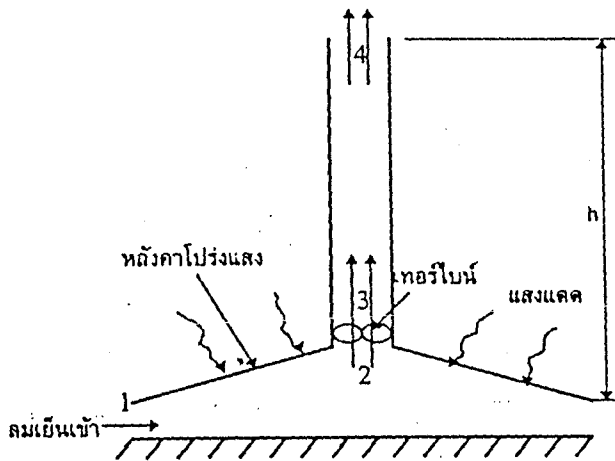
ความยุ่งยากอยู่ที่ ความเข้าใจหลักการพลังงานทางกลศาสตร์ของไหลที่จะทำให้สามารถออกแบบได้อย่างมีประสิทธิภาพ

หลักการทำงานของระบบปล่องลมแดดคือ การใช้ความร้อนจากแสงแดดมาอุ่นอากาศภายใต้หลังคาแสงแดดแบบโปร่งใสให้ร้อน โดยการใช้หลักการของปรากฏการณ์เรือนกระจก (greenhouse effect) อากาศที่ร้อนนี้จะถูกปล่อยให้ลอยตัวสูงขึ้นในปล่องลมตามหลักการของการพาความร้อนธรรมชาติ(natural convection)

อากาศที่ลอยตัวขึ้นด้วยความเร็วอันหนึ่ง จะถ่ายพลังงานเจลน์ให้แก่กังหันเทอร์โบซึ่งหมุนเครื่องกำเนิดพลังงานไฟฟ้าต่อไปได้

รูปที่ 1 แสดงให้เห็นถึงส่วนประกอบต่างๆของระบบปล่องลมแคด โดยแท้จริงแล้วระบบนี้คือระบบการสร้างลมเทียมนั่นเอง ข้อเสียของระบบนี้คือจะต้องสร้างเป็นระบบขนาดใหญ่เท่านั้น และต้องการพื้นที่ราบ (ไม่สามารถสร้างตามที่สูงชัน)

หลักการทำงานของระบบปล่องลมแคดได้มีอธิบายไว้ใน [1,2] กลุ่มวิศวกรเยอรมัน โดยการสนับสนุนทางการเงินจากรัฐบาลเยอรมันนีและสเปน ได้สร้างโรงงานต้นแบบของระบบปล่องลมแคดขึ้นที่ทะเลทรายทางตอนใต้ของประเทศสเปน [3,4] โรงงานนี้มีหลังคาเรียบแคดเป็นแผ่นพลาสติกสูงจากพื้นดิน 2 เมตร หลังคามีรัศมีประมาณ 120 เมตร มีปล่องลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 เมตร ที่ความสูง 200 เมตร ผลผลิตพลังงานไฟฟ้าได้ประมาณ 20 กิโลวัตต์ และมีประสิทธิภาพเฉลี่ยอยู่ในเกณฑ์ 0.05% เท่านั้น ซึ่งนับว่าต่ำมากเมื่อเทียบกับระบบเซลล์แสงแคดซึ่งมีประสิทธิภาพเฉลี่ยอยู่ในเกณฑ์ 5%



รูปที่ 1 ภาพลัทธิของระบบปล่องลมแคด

สามารถจะเห็นว่า หากสามารถเพิ่มประสิทธิภาพปล่องลมให้อยู่ได้ในเกณฑ์ 0.5% ก็น่าจะแข่งขันกับเซลล์แสงแคดได้เนื่องจากราคาแผ่นพลาสติกหรือกระจกใสซึ่งใช้เป็นหลังคาเรียบแคดของระบบมีราคาถูกมากเมื่อเทียบกับราคาของเซลล์แสงแคดซึ่งเป็นเซมิคอนดักเตอร์ การจะทำให้ประสิทธิภาพสูงขึ้นอยู่ในเกณฑ์ดังกล่าวได้นั้น จะต้องมีการศึกษาวิจัยทางทฤษฎีอย่างถูกต้องเป็นเครื่องนำทางเสียก่อน

งานวิจัยนี้มีจุดประสงค์ที่จะใช้ทฤษฎีทางกลศาสตร์ของไหลสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อประเมินหาศักยภาพและประสิทธิภาพของระบบปล่องลมแคด

2.ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

วิศวกรออสเตรเลียได้นำข้อมูลการปฏิบัติการของโรงงานต้นแบบในสเปน ไปวิเคราะห์เพื่อพิจารณาการออกแบบให้เหมาะสมกับประเทศออสเตรเลีย [5] แต่เอกสารนี้ไม่ได้ให้ข้อมูลทางวิชาการมากนักเพราะส่วนใหญ่เป็นข้อมูลทางการจัดการ

นักวิจัยท่านอื่นๆ ได้ทำการศึกษาทางทฤษฎี โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อประเมินหาประสิทธิภาพของปล่องลมแคดเป็นฟังก์ชันเชิงตัวแปรที่สำคัญต่างๆ ปรากฏว่านักวิจัยแต่ละกลุ่มได้ข้อสรุปทางทฤษฎีที่แตกต่างกันมาก เช่นบางท่านทำนายว่าประสิทธิภาพของระบบอยู่ในเกณฑ์ 1% แต่บางท่านก็ทำนายว่าอยู่ในเกณฑ์ 20-30% ความแตกต่างอย่างมหาศาลของผลการศึกษานักวิจัยแต่ละท่านบ่งบอกว่า ความเข้าใจพื้นฐานของการทำงานของระบบนี้ยังไม่เป็นที่กระจ่าง ยังต้องการการวิจัยเพื่อความกระจ่างเพิ่มเติมในอีกหลายแง่มุม

เอกสารอ้างอิง [6] ได้ใช้ทฤษฎีทางกลศาสตร์ของไหลเบื้องต้นทำการประเมินหาประสิทธิภาพระบบ ขั้นตอนและสมมุติฐานในการสร้างสมการของเอกสารวิจัยนี้มีข้อที่น่าสังเกตหลายประเด็น เช่น การสมมุติให้ความแตกต่างของความดันในปล่องลมเป็นความแตกต่างระหว่างความดันที่ยอดปล่องกับความดันบรรยากาศที่ระดับพื้นดิน โดยละเลยความแตกต่างระหว่างความดันบรรยากาศที่ระดับพื้นดินกับความดันที่ฐานปล่องลม ซึ่งการละเลยนี้อาจนำไปสู่ความผิดพลาดในการจำลองทางคณิตศาสตร์ได้มาก ทั้งนี้เพราะความแตกต่างของความดันในระบบน้อยมากอยู่แล้ว

ในอีกประเด็นหนึ่ง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในเอกสารอ้างอิงนี้ได้ประเมินหาความเร็วลมในปล่องลมโดยการกำหนดให้พลังงานเจลน์ที่ได้เท่ากับงานที่ใช้ไปในการยกคอลัมน์ของอากาศจากระดับพื้นดินสู่ยอดปล่อง แบบจำลองนี้สมมุติโดยปริยายว่าความเร็วลมที่ปลายปล่อง(และพลังงานเจลน์)มีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งในความเป็นจริงแล้วลมในปล่องที่ฐานปล่องมีความเร็วเท่ากับความเร็วลมที่ยอดปล่อง (ตามกฎอนุรักษ์มวลของของไหล)

นอกจากนี้ แบบจำลองไม่ได้คำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดของการไหลตัวภายใต้หลังคาแคด และไม่ได้พิจารณาการถ่ายเทความร้อนสู่อากาศ แต่สมมุติให้อากาศร้อนขึ้นเป็นอุณหภูมิต่างๆโดยทันที ซึ่งเป็นผลให้ไม่มีกลไกของการปฏิสัมพันธ์ระหว่างการถ่ายเทความร้อนและการไหลซึ่งเป็นไปอย่างต่อเนื่องและเป็นหัวใจสำคัญที่ทำให้เกิดการไหลตัวของอากาศในระบบ

เอกสารอ้างอิง [7, 8, 9] และ [10] มีการจำลอง และนำเอาผลการจำลองทางคณิตศาสตร์มาใช้ โดยแบบจำลองให้สังเคราะห์ขึ้นมาจากสมการอนุพันธ์ทางกลศาสตร์ของไหล การหาค่าตอบให้แก่แบบจำลองมีทั้งการหาค่าตอบโดยเชิงทฤษฎีแบบประมาณการ และโดยกรรมวิธีเชิงตัวเลข แต่กระบวนการสร้างสมการต้นแบบมีข้อสมมุติฐานที่ควรพิจารณาในหลายๆ ประเด็น เช่น

1. สมการเหล่านี้ ไม่มี พจน์ ของความร้อนที่อากาศรับเข้ามาจากแสงแดด แต่จะสมมุติให้อากาศร้อนขึ้นเป็นจำนวนองศาแล้วแต่จะสมมุติ ซึ่งก็เป็นความไม่สมจริงตามธรรมชาติคล้ายกับ [6]

2. การสมมุติให้อากาศร้อนมีความเร็วโดยการลอยตัวแบบการพาความร้อนธรรมชาติ จากความเร็วศูนย์ เป็นความเร็วสูงสุดได้ภายในระยะทางสั้นๆ จากพื้นดินถึงฐานปล่องด้านล่างเท่านั้น ซึ่งในทางเป็นจริงนั้นอากาศร้อนเร่งตัวจากปากทางเข้าหลังคาร์บิแดดจนเป็นความเร็วสูงสุดที่ฐานปล่อง

3. การวิเคราะห์แบบแยกส่วน เช่น แยกการพิจารณาการไหลในปล่องออกจากการไหลใต้หลังคา ซึ่งทำให้ขาดการปฏิสัมพันธ์ของการไหลตัวในอุปกรณ์เหล่านั้น

เมื่อพิจารณาว่า โดยแท้จริงแล้วอากาศสามารถไหลตัวไปได้ในระบบปล่องลมแดดนี้เป็นเพราะเกิดความแตกต่างของความดันสถิตย (hydrostatic pressure) ในระบบ ซึ่งความแตกต่างนี้มีค่าน้อยมาก หรือเพียงประมาณ 1% ของความดันบรรยากาศเท่านั้น ดังนั้นความผิดพลาดในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แม้เพียงเล็กน้อย ก็อาจจะเป็นสัดส่วนของการผิดพลาดที่มีปริมาณมากได้ นั่นอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้ผลลัพธ์บางประการที่ได้จากการวิเคราะห์เหล่านี้ค่อนข้างขัดแย้งต่อสามัญสำนึก เช่น

1. ประสิทธิภาพของปล่องลมเพิ่มขึ้นอย่างมาก เพียงเพราะการทำปลายปล่องให้สูงเข้าเท่านั้นเอง ซึ่งหากทำการวิเคราะห์แบบองค์รวม (ที่ให้อุปกรณ์ต่างๆ มีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน) อาจไม่เป็นความจริง เพราะปลายท่อที่สูงเข้า ย่อมส่งผลต่อการไหลตรงทางเข้าด้วย เนื่องด้วยการไหลเป็นแบบความเร็วต่ำกว่าเสียง

2. ประสิทธิภาพของปล่องไม่แปรเปลี่ยนมากนัก กับความสูงของปล่อง ซึ่งหากเป็นเช่นนั้นจริงก็จะทำให้สามารถใช้ปล่องเตี้ยๆ ได้ แม้เพียง 10 เมตร หรืออาจจะถึงกับไม่ต้องการปล่องเลย

ส่วนใน [11] มีการจำลองทางคณิตศาสตร์ อย่างกว้างขวางกว่าแหล่งอื่น แต่สมมุติให้ ความดันของการไหลภายใต้หลังคาร์บิแดดเปลี่ยนไปด้วยเพราะความผิดพลาดนั้น ซึ่งโดยความเป็นจริงแล้วควรต้องคำนึงถึงการ

เปลี่ยนของพื้นที่หน้าตัดการไหล และผลจากการรับความร้อนจากแสงแดดด้วย

3. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของงานวิจัยนี้มีจุดเด่นอยู่ในประเด็นต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. เป็นการจำลองทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม (ไม่แยกส่วน) เพื่อให้อุปกรณ์ทุกชิ้นในระบบจะได้มีปฏิสัมพันธ์ต่อกันตามธรรมชาติ

2. สมมุติฐานต่างๆ ที่จะนำมาใช้ในการสร้างแบบจำลอง หรือการวิเคราะห์ใดๆ มีการประเมินหาค่าความผิดพลาดจากสมมุติฐานเหล่านั้นด้วย (ข้อนี้สำคัญมาก เพราะดังที่กล่าวไว้แล้วว่า แม้ความผิดพลาดจะน้อย แต่อาจเป็นสัดส่วนที่มากได้เพราะการไหลเป็นแบบการไหลที่มีการเปลี่ยนความคืบหน้าอย่างมาก (เพียงประมาณ 1% ของความดันบรรยากาศเท่านั้น)

3. ให้พลังงานความร้อนจากแสงแดดโดยตรงต่ออากาศที่กำลังไหลตัว โดยไม่มีการสมมุติให้อุณหภูมิเพิ่มขึ้นได้ตามใจชอบสามารถทำการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

จากสมการ Integral momentum equation ในปล่องลมซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดคงที่

$$(p_3 - p_1)A - \rho_3 g h A - \text{friction force} = m(v_4 - v_3) \tag{1}$$

ค่าตัวห้อย 1,2,3,4 คือตัวเลขบ่งตำแหน่งที่ต่างๆ ดังในรูปที่ 1 ในการศึกษาเบื้องต้นนี้จะศึกษาเฉพาะปล่องลมเปล่าที่ยังไม่มีการติดตั้งกังหันเทอร์ไบน์ ตำแหน่งที่ 2 และ 3 จึงเป็นตำแหน่งเดียวกัน จากสมการ (1) เนื่องจากการไหลตัวเป็นแบบไม่สามารถอัดตัวได้, $v_2 = v_3$, ซึ่งทำให้พจน์ทางขวามือเป็นศูนย์ และจากสมการของการเปลี่ยนความดันสถิตย

$$p_3 = p_\infty - \rho_\infty g h \tag{2}$$

ในการวิจัยขั้นต้นนี้จะไม่พิจารณาว่ามีกังหันเทอร์ไบน์ ดังนั้น

$$p_3 = p_2 \text{ , และ } p_3 = p_1 + (p_3 - p_1) = p_1 + \Delta p$$

แต่สามารถหา p_1 ได้ในนามของ p_∞ โดยการใช้สมการ Bernoulli ซึ่งทำให้สามารถเขียน p_2 ได้ใหม่ดังนี้

$$p_1 = p_\infty - \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 + \Delta p \quad (3)$$

เมื่อนำสมการ (2) และ (3) เข้าไปแทนค่าใน (1) จะได้

$$\frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 - \Delta p + gh \Delta \rho + gh \delta p = 0 \quad (4)$$

เมื่อ $\Delta p = p_2 - p_1$, $\delta p = p_1 - p_\infty$

จากการผสมผสานและปรับแปลงสมการอนุรักษ์มวล โมเมนตัม และพลังงาน และ equation of state สำหรับอากาศแบบอัดตัวได้ในอุณหภูมิต่ำ [12] สามารถคำนวณหาการเปลี่ยนแปลงของความดัน และความหนาแน่น โดยคำนึงถึงทั้งการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่และการส่งถ่ายความร้อน (q) ได้ดังนี้

$$\Delta p = \int_1^3 \frac{\rho v^2}{1-M^2} \left(\frac{dA}{A} - \frac{q}{C_p T} \right) \quad (5)$$

เมื่อ M คือ Mach Number, A คือพื้นที่หน้าตัดของการไหลใต้หลังคารีบเบค ซึ่งในที่นี้คือเส้นรอบวงกุ่มด้วยความสูงของหลังคา และ q คือ การให้ความร้อนแก่อากาศต่อหน่วยมวลในช่วงพื้นที่หลังคาที่รองรับการเปลี่ยนแปลงของ dA ตามเส้นแนวทางการไหลสามารถเขียน q ใหม่ได้ดังนี้

$$q = \frac{\dot{Q} dA_r}{\dot{m}}$$

เมื่อ \dot{Q} เป็นความเข้มของพลังงานแสงแดดต่อหน่วยพื้นที่ \dot{m} คืออัตราการไหลของมวลอากาศ และ A_r คือพื้นที่ของหลังคา จึงสามารถเขียนสมการ (5) เสียใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta p = \int_1^3 \frac{\rho v^2}{1-M^2} \left(\frac{dA}{A} - \frac{\dot{Q} dA_r}{\dot{m} C_p T} \right) \quad (6)$$

ในทำนองเดียวกันสามารถสร้างสมการ Δp ได้ดังนี้

$$\Delta p = \int_1^3 \left[\frac{\rho M^2}{1-M^2} \frac{dA}{A} - \frac{\rho}{1-M^2} \frac{\dot{Q} dA_r}{\dot{m} C_p T} \right] \quad (7)$$

เมื่อนำสมการ (6), (7) แทนค่าลงในสมการ (4) พร้อมทั้งทำการปรับแปลงสมการให้อยู่ในรูปของตัวแปร \dot{m}, v_1 และตัวแปรอื่น ๆ ที่เหมาะสมจะได้สมการ

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \rho_1 \dot{m} \left[\left(\frac{v_1 A_1}{A_1} \right)^2 + \dot{m}^3 \int_1^3 \frac{dA}{\rho A^3 (1-M^2)} \right. \\ & \left. + \dot{m}^2 \int_1^3 \frac{\dot{Q} dA_r}{\rho A^2 (1-M^2) C_p T} + \dot{m} g h \int_1^3 \frac{\rho M^2}{1-M^2} \frac{dA}{A} \right] \\ & - g h \int_1^3 \frac{\rho}{1-M^2} \frac{\dot{Q} dA_r}{C_p T} + \dot{m} g h \delta p = 0 \quad (8) \end{aligned}$$

สมการ (8) นี้คือสมการพื้นฐานที่สำคัญ เพราะเป็นสมการที่รวมเอาปฏิสัมพันธ์ของอุปกรณ์ทุกตัว (ยกเว้นเทอร์โบเม) เข้าไว้ด้วยกัน

จุดประสงค์ประการหนึ่งของการวิจัยนี้คือการหาคำตอบให้แก่สมการ (8) นี้ ซึ่งเป็นสมการอินทิกรัลด้วยกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ข้อมูลมาตรฐานต่าง ๆ ทางวิศวกรรมศาสตร์เข้ามาช่วย ทั้งนี้เพื่อหาค่า $\dot{m} v_1^2 / 2$ ซึ่งถือว่าเป็นพลังงานจลน์รวมของการไหลตัวของอากาศร้อน เมื่อได้ค่านี้แล้ว จะสามารถปรับตัวแปรของการออกแบบต่าง ๆ เพื่อให้ได้ค่า $\dot{m} v_1^2 / 2$ สูงสุดได้

4. คำตอบของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

สมการที่จำลองมาได้นี้เป็นสมการอินทิกรัลไม่เชิงเส้นที่ยังเป็นเชิงซ้อน กล่าวคือ ยังมีตัวแปรอื่นๆ อยู่ในสมการ ทำให้ต้องแก้สมการนี้ร่วมกับสมการอื่นๆ ด้วยจึงจะหาคำตอบได้ การจะหาคำตอบนั้นได้ต้องใช้กรรมวิธีเชิงตัวเลขที่ค่อนข้างยุ่งยาก ในขั้นนี้จึงทำการประมาณการเชิงวิศวกรรม เพื่อหาคำตอบอย่างง่ายให้กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้

แนวทางที่ใช้ในการประมาณการคือ ข้อมูลมาตรฐานต่างๆ ที่จะใช้จะทำให้เกิดข้อผิดพลาดในเชิงอนุรักษ์เท่านั้น (conservative error) กล่าวคือ ข้อผิดพลาดจะทำให้ประสิทธิภาพของระบบปล่อยลมแดดที่ประเมินน้อยกว่าความเป็นจริง ข้อมูลมาตรฐานที่จะใช้ในการประเมินมีดังนี้คือ

1. การไหลตัวเป็นแบบความเร็วต่ำมาก ค่าเลขมัค (Mach Number) จึงมีค่าใกล้ศูนย์
2. ค่าความหนาแน่นอากาศเป็นค่าคงตัว ซึ่งหากพิจารณาอย่างผิวเผินอาจเห็นว่าเป็นข้อมูลมาตรฐานที่ไม่เหมาะสม เนื่องจากการไหลตัวเป็นไปได้เพราะความแตกต่างของความหนาแน่น ซึ่งทำให้เกิดแรงลอยตัว แต่การประมาณการเช่นนี้จะใช้เฉพาะกรณีที่

มีการคูณของความหนาแน่นกับพจน์อื่นเท่านั้น และไม่ได้ใช้ในการประมาณหาค่าความแตกต่างของความดันโดยตรง จึงทำให้ค่าความผิดพลาดน้อยมาก เพราะความหนาแน่นเปลี่ยนแปลงน้อย

3. อุณหภูมิของการไหลมีค่าคงที่ที่ตรงทางเข้า หรือ ค่าคงที่ตรงทางออก แล้วแต่จะใช้ค่าใดแล้วทำให้เกิดการผิดพลาดแบบอนุรักษ
4. ในกรณีที่ใช้อุณหภูมิตรงทางออก ให้ประเมินค่าเป็นอุณหภูมิตรงทางเข้าบวกด้วย 50 องศาเซลเซียส
5. ตัดพจน์ $\delta\rho$ ออกจากแบบจำลองได้ เพราะน่าจะมีค่าน้อย และเป็นความผิดพลาดแบบอนุรักษ

เมื่อนำเอาสมมุติฐานต่างๆดังกล่าวใส่เข้าไปในสมการ (8) โดยใช้สมการอนุรักษมวล $\dot{m} = \rho AV$ แปลงค่า V_1 ให้เป็น V_2 จะได้สมการใหม่ดังนี้

$$\frac{1}{2} \dot{m} v_1^2 \left[\rho_1 - 2\rho_1 A_1^2 \int_1^2 \frac{dA}{A^3} + \frac{2A_1 \dot{Q}}{v_1 C_p T_1} \int_1^2 \frac{dA_r}{A^2} + \frac{2\rho_1 g h}{\gamma R T_1} \int_1^2 \frac{dA}{A^3} \right] = \frac{\rho_1 g h \dot{Q}}{C_p T_1} \int_1^2 dA_r \quad (9)$$

สามารถที่จะอินทิเกรตพจน์ต่างๆออกมาได้โดยง่ายหากทราบค่าคุณลักษณะต่างๆของปล่องลมแตกและสภาพภูมิอากาศ เช่น ขนาดหลังคา ความสูงจากพื้นดินของหลังคา ขนาดและความสูงปล่อง ค่าความร้อนของพลังงานแสงแดด ซึ่งสามารถที่จะแก้สมการหาค่าตัวแปร V_1 ได้หากจัดสมการให้อยู่ในรูป

$$C_1 v_1^3 + C_2 v_1^2 = C_3 \quad (10)$$

เมื่อ

$$C_1 = \frac{\rho_1 A_1^2}{2A_2^2} + \frac{\rho_1^2 A_1 g h}{2\gamma R T_1} \left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right] \quad (11)$$

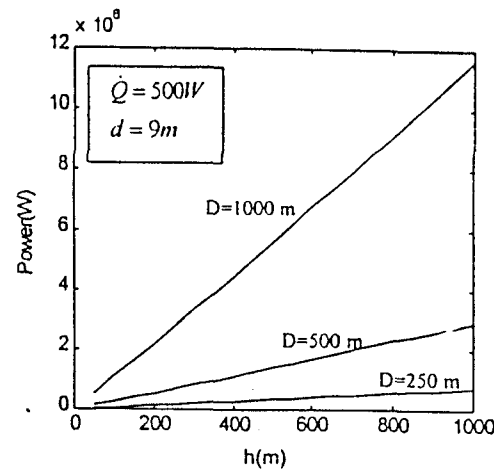
$$C_2 = \frac{\rho_1 A_1^2 \dot{Q} \ln D/d}{2\pi h^2 C_p T_1} \quad (12)$$

$$C_3 = \frac{\rho_1 g h \dot{Q} A_r}{C_p T_1} \quad (13)$$

เมื่อ D และ d คือค่าเส้นผ่านศูนย์กลางของหลังคาและปล่องลมตามลำดับ และในการแก้สมการนั้นได้ใช้กรรมวิธีเชิงตัวเลขของนิวตัน-ราฟสัน ด้วยการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ขนาดเล็กเพื่อหาค่าตอบ

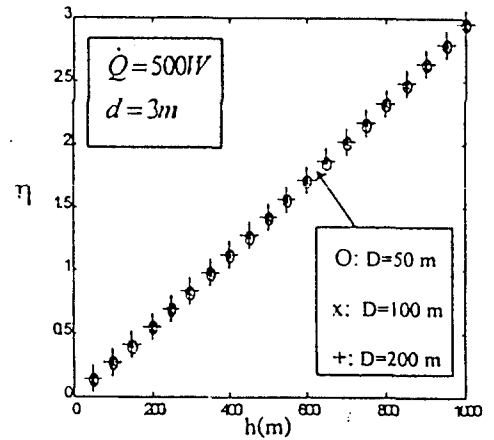
คำตอบที่ได้ได้ทำการพล็อตเป็นสองลักษณะคือกราฟพล็อตหาพลังงานแวลน์ $(\dot{m} v_1^2 / 2)$ ที่คอปล่องใน

นามของความสูงของปล่อง โดยมีขนาดของหลังคาเรียบแคดเป็นตัวแปรประกอบ (รูปที่ 2)

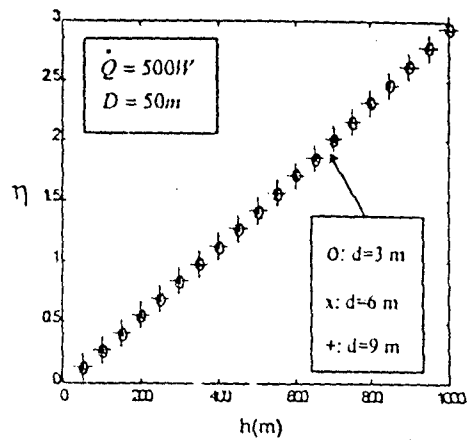


รูปที่ 2 คักยภาพของพลังงานที่จะสามารถผลิตได้ที่ค่าความสูงของปล่องและความกว้างของหลังคาต่างๆ

และ การพล็อตหาประสิทธิภาพ (η) ในนามของความสูงของปล่องโดยมีทั้งขนาดของหลังคาเรียบแคด (รูปที่ 3) และขนาดของปล่องลม (รูปที่ 4) เป็นตัวแปรรอง



รูปที่ 3 ประสิทธิภาพการผลิตพลังงานกลที่ค่าความสูงของปล่องและความกว้างของหลังคาต่างๆ



รูปที่ 4 ประสิทธิภาพการผลิตพลังงานกลที่ค่าความสูงของปล่องและความใหญ่ของปล่อง

จะเห็นได้จากรูปที่ 3 ว่าการแปรผันมีลักษณะเป็นเชิงเส้น แต่จากการวิเคราะห์พบว่าไม่เป็นเชิงเส้นเสียทีเดียว เพียงแต่ความโค้งมีปริมาณน้อยมากจนไม่สามารถสังเกตเห็นได้จากการพล็อต

รูปที่ 2 บ่งให้เห็นว่าพลังงานที่ผลิตได้แปรผันโดยตรงกับความสูงของปล่อง และปริมาณพลังงานจะแปรผันโดยตรงกับปริมาณเส้นผ่านศูนย์กลางของหลังคารับแสงแดด ข้อที่น่าสังเกตคือ ที่ความสูงปล่อง 200 เมตร และเส้นผ่านศูนย์กลางหลังคาแดด 250 เมตร จะผลิตพลังงานกลของไหลได้ประมาณ 100 กิโลวัตต์ ซึ่งหากสามารถสร้างกังหันเทอร์โบให้ได้ประสิทธิภาพ 50% และประสิทธิภาพของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 80 % ก็ย่อมจะผลิตกระแสไฟฟ้าได้ 40 กิโลวัตต์ และมีประสิทธิภาพโดยรวมอยู่ในเกณฑ์ประมาณ 0.2 % (0.5 x 0.5 x 0.8 : จากรูปที่ 3)

แต่เป็นที่น่าสังเกตว่าโรงงานต้นแบบของวิศวกรเยอรมันมีประสิทธิภาพเพียงประมาณ 0.05% เท่านั้น (น้อยกว่าการประเมินนี้ 4 เท่า) ซึ่งอาจบ่งให้เห็นว่าการสูญเสียมากในการออกแบบ เช่น ตำแหน่งของเทอร์โบน่าจะไม่เหมาะสม เพราะตั้งอยู่ในแนวที่อากาศมีการเสียดสีมาก ทำให้ยากแก่การออกแบบปีกกังหันให้มีประสิทธิภาพสูงได้

จะเห็นได้จากรูปที่ 3 ว่าลักษณะโดยทั่วไปคือประสิทธิภาพของระบบจะสูงขึ้นเป็นสัดส่วนเกือบโดยตรงกับความสูงของปล่อง น่าสังเกตว่าค่า η ไม่แปรผันกับ D เพราะค่า η ที่ D ต่างๆทับกันเป็นจุดเดียวกันที่เห็นในรูปที่ 3

รูปที่ 4 แสดงให้เห็นว่าขนาดของปล่องที่เปลี่ยนไป ไม่มีผลกระทบต่อการเปลี่ยนแปลงของประสิทธิภาพ และหากพล็อตรูปที่ 3 และ 4 ในรูปเดียวกันก็จะได้เส้นกราฟที่ซ้อนทับกัน(เกือบ)พอดี เหตุที่เป็นเช่นนี้เป็นเพราะ

พจน์ที่ 2 ทางขวามือในสมการ (11) และ C_2 ในสมการ (12) มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับพจน์แรกทางขวามือของสมการ (11)

ประเด็นที่ควรสังเกตต่อไปคือ ประเด็นประสิทธิภาพ ได้ทำการทดลองเชิงตัวเลขให้ปล่องลมสูงขึ้นเรื่อยๆ ค่าประสิทธิภาพที่คำนวณได้ก็จะสูงขึ้นตาม จนในที่สุดมีประสิทธิภาพเกินหนึ่งร้อยเปอร์เซ็นต์ ซึ่งเป็นการละเมิดกฎข้อที่สองของเทอร์โมไดนามิกส์ ซึ่งบ่งให้เห็นข้อจำกัดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้นำค่าความหนืดของของไหลมาคำนวณด้วย ในทางเป็นจริงนั้นในย่านการไหลนี้ค่าเลขเรโนลด์จะสูงกว่าค่าวิกฤตของการปั่นป่วนมาก และเมื่อปล่องสูงขึ้นก็ย่อมมีความผิดพลาดทางการไหลมากขึ้น ซึ่งจะทำให้ประสิทธิภาพลดลงในระดับหนึ่ง และยิ่งไปกว่านั้น การประมาณการที่ให้ค่าลมมักเป็นค่าที่น้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้ก็จะเป็นความจริงอีกต่อไป เพราะเมื่อปล่องสูงขึ้น ความเร็วของอากาศย่อมสูงขึ้นด้วย ทำให้ค่าลมมักสูงขึ้นตามจนไม่สามารถจะตัดทิ้งได้ ซึ่งจะเป็นตัวกำหนดประสิทธิภาพด้วย เพราะจะทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวความเร็วสูงขึ้นดังที่ปรากฏในสมการ (8) โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการไหลแบบความเร็วสูง ในท่อนั้น ความเร็วสูงสุดที่จะพึงมีได้คือความเร็วเสียง ซึ่งจะทำให้สัมประสิทธิ์ในสมการ (8) พุ่งเข้าสู่ค่าอนันต์ ทำให้ประสิทธิภาพตกลงมาก และจุดนี้ก็จะเป็จุดกำหนดประสิทธิภาพสูงสุดที่จะพึงมีได้ของระบบปล่องลมแคบด้วย ทั้งนี้ไม่ว่าจะนำความหนืดของของไหลมาคิดหรือไม่ก็ตาม

5.สรุป

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้นเพื่อวิเคราะห์การไหลของอากาศร้อนในระบบปล่องลมแคบนี้มีความยุ่งยากพอสมควร แต่สามารถประมาณการหาค่าตอบเชิงวิศวกรรมได้ ซึ่งทำให้สามารถที่จะทำนายศักยภาพและประสิทธิภาพของระบบปล่องลมแคบได้ ค่าตอบที่ได้ บ่งให้เห็นถึงศักยภาพของระบบปล่องลมแคบที่ไม่ควรมองข้ามในการใช้เส้นทางเลือกในการผลิตพลังงานไฟฟ้าขนาดใหญ่ การศึกษาในขั้นนี้เป็นเพียงการศึกษาเบื้องต้นเท่านั้น การศึกษาขั้นต่อไปจะทำการวิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น เพื่อหาแนวทางในการออกแบบระบบให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น

6.เอกสารอ้างอิง

[1] J. Schlaich, et al, "Solar Chimneys," Encyclopedia of Physical Science and Technology, 1990 Yearbook, Academic Press

- [2] McGraw-Hill Yearbook of Science and Technology, 1994, pp. 356-358
- [3] R. Richards, "Hot Air Starts to Rise Through Spain's Solar Chimney," *Electrical Review*, Vol. 210, No. 15, pp.6-27, April 1982
- [4] H. Lautenschlager, et. al, "New Results from the Solar Chimney Prototype and Conclusions for Large Power Plants," *European Wind Energy Conference*, Hamburg, FRG., Oct 1984
- [5] A. Luzzi, et. al, "Solar Chimney Power Plant for Australia," Oct. 1993, in *Proceeding of a conference sponsored by the ASEAN Sub-Committee on Non-Conventional Energy Research (SCNCER)*
- [6] L.B. Mullett, "The Solar Chimney - Overall Efficiency, Design and Performance," *International Journal of Ambient Energy*, Vol. 8, No. 1, 1987
- [7] M.M. Padki, S.A. Sherif, "Fluid Dynamics of Solar Chimney," Presented at The Winter Annual Meeting of ASME, Chicago, Illinois, 1988
- [8] M.M. Padki, S.A. Sherif, "Solar Chimney for Medium-to-Large Scale Power Generation," *Proceedings of The Manila International Symposium on the Development and Management of Energy Resources*, Jan 1989
- [9] M.M. Padki, et al, "Solar Chimney for Power Generation in Rural Areas," Presented at the Seminar on Energy Conservation and Generation Through Renewable Resources (organized by The Indian Institute of Metals), Jan 1989
- [10] M.M. Padki and S.A. Sherif, "A Mathematical Model for Solar Chimneys," *Proceedings of the 1992 International Renewable Energy Conference*, Vol.1 June 1992
- [11] M.Q. Yan, et al, "Thermo-Fluid Analysis of Solar Chimney," Presented at The Winter Annual Meeting of The American Society of Mechanical Engineers, Atlanta, Georgia, Dec 1991
- [12] A.M. Kuethe and J.D. Schetzler, "Foundations of Aerodynamics," John Wiley & Sons, 1964, pp. 159-161

ภาคผนวก ค

The Effect of Chimney-Top Convergence on Efficiency of a Solar Chimney

Tawit Chitsomboon and Pornsawan Tongbai
 School of Mechanical Engineering, Institute of Engineering,
 Suranaree University of Technology, Nakornratchasima 30000, Thailand
 Phone (044)224286, Fax.(044)224220, E-Mail: tabon@ccs.sut.ac.th

Abstract

Chimney-top convergence effect on efficiency of a solar chimney in converting solar energy into air kinetic energy is investigated. A theoretical model which is formulated from a synthesis of the equations for conservation of mass, momentum and energy was created to study this effect. Unlike results reported in past research, it was found that, as the chimney top is made convergent, efficiency does not increase but stays relatively constant.

Nomenclature

- A = Flow area
- A_r = Greenhouse roof area
- C_p = Specific heat at constant pressure
- d = Chimney diameter
- D = Greenhouse roof diameter
- g = Gravitational constant
- h = Chimney height
- h_r = Roof height
- \dot{m} = Mass flow rate
- M = Mach number
- p = Pressure
- q = Heat addition per unit mass
- \dot{Q} = Solar flux
- R = Gas constant
- ρ = Air density
- T = Temperature
- v = Flow velocity

1. Introduction

Solar chimney has been proposed as one of the candidates for harnessing solar energy. Solar chimney offers some advantages over other methods. For example, the materials used in construction are cheap and the technologies involved are conventional. The working principle of a solar chimney is, indeed, very simple; but to design an efficient solar chimney is another matter.

In a solar chimney, as is schematically illustrated in Fig. 1, air in a greenhouse under a transparent roof is heated by a solar influx. The hot air in the greenhouse rises through a tall chimney by buoyancy mechanism. It is the kinetic energy of the rising hot air that is being harvested by a turbine normally located at the base of the chimney. To design a viable solar chimney system, it is

mandatory that basic fluid dynamics involved are fully understood.

The construction of the roof and the chimney constitutes a major cost of a solar chimney. But the cost is not so high (in comparison with, for example, a photovoltaic panel) because cheap material such as plastic sheet or glass can be used.

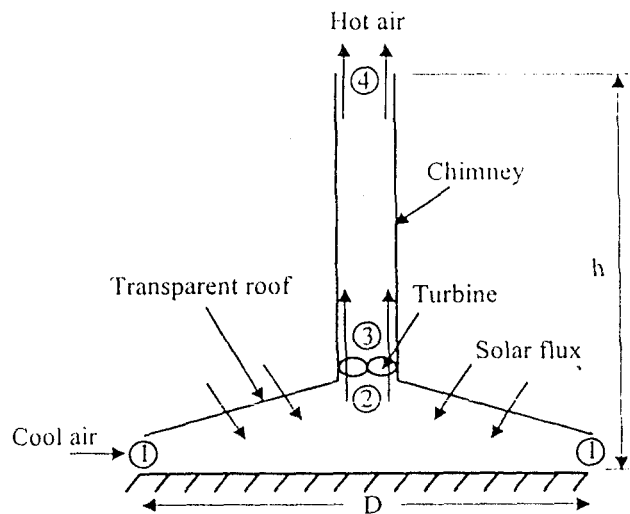


Fig.1 Schematic of a straight solar chimney

Experimental study of a solar chimney is expensive because it must be done at a full prototype scale for a complete similarity. Full blown numerical study using a full Euler or even Navier-Stokes solvers can be readily done with the current Computational Fluid Dynamics (CFD) technology; but the numerals obtained from the study may not give much insight for a design purpose. During a feasibility study stage, it is most desirable that a simple, yet accurate, theoretical study be made to assess first-order yield and to guide the designer toward other design alternatives in order to improve the yield. After a master design configuration is set, CFD can be used to find out fine detail for minor design adjustments.

Guided by intuition and confirmed by a theoretical model, a series of research papers had suggested that the top end of the chimney be made convergent, in order to increase energy conversion efficiency of a solar chimney. Turbine was proposed to be placed at the top of the chimney, in order to effectively harness the high flow

kinetic energy there. Fig. 2 depicts the schematic of such a solar chimney system. This research intends to re-investigate the top convergence effect with a newly developed theoretical model which is more elaborated than previous models.

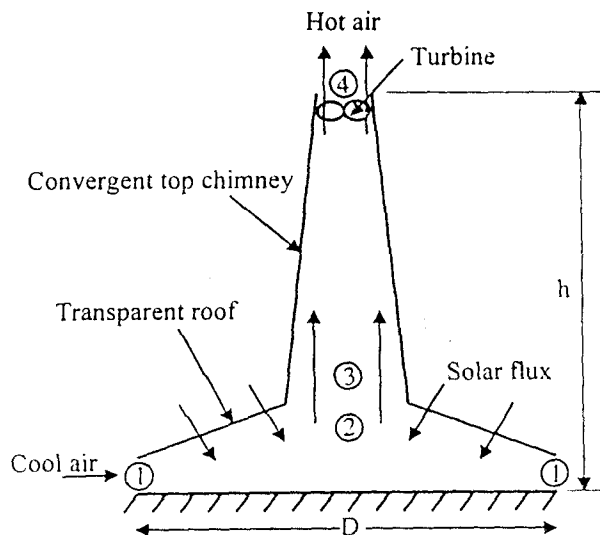


Fig. 2 Schematic of a convergent-top solar chimney

2. Literature Survey

Credit for inventing the concept of solar chimney has been generally given to Schlaich [1]. The idea similar to solar chimney, however, had been used before in the past by farmers, for drying agricultural products. At least one researcher actively involves in solar chimney dryer research and development [2]. Fundamental of solar chimney can be founded in [3,4]. Schlaich, et al, had built a solar chimney prototype in a dessert in southern Spain [1,5]. This prototype had a near rectangular roof with nominal area of 40,000 m² and a chimney of 10 m diameter with a height of 200 m. While the unit did function, yielding an electrical output on the average about 20 kW, the overall efficiency of the system is a mere 0.053 %.

Researchers disagreed on the theoretical limit of a solar chimney overall efficiency. Efficiency ranging from 0.05 to 20 percents had been predicted by various researchers. A Second-Law analysis to estimate the efficiency upper bound should be useful in this regard.

A mathematical model to assess efficiency of a solar chimney was conducted in [6]. It was assumed in this paper that the pressure difference in the chimney is the difference between the pressure at the top of the chimney and the ambient pressure at the ground level. This assumption implies that the pressure at the base of the chimney is equal to the ambient pressure at ground level. This assumption may be accurate for a typical industrial chimney but may not be accurate for a solar chimney system wherein the flow path from the edge of the roof to the base of the chimney could be quite long, of the order of the chimney height itself.

Refs. [7,8,9,10] proposed various mathematical models which had been formulated from fundamental

equations in fluid mechanics. Noticeable features of these mathematical models are that :1) there has been no provision for a solar flux into the system but air is presumed to be heated up a certain predetermined degree; 2) the models do not appear to have a mechanism through which flow in various parts can interact; 3) flow in the greenhouse portion is ignored. It should be noted that flow in a solar chimney is driven by a very small pressure difference, of the order of 1 percent of the atmospheric pressure. Hence, a small error in a mathematical model could lead to a very large overall error in predicted performance of a system.

Ref. [11] mathematically model flow in a solar chimney in more detail than others mentioned above; but the assumptions used therein are also debatable. In particular, the coupling between thermal and mechanical behavior of the flow field was not naturally represented. For example, temperature of the system is assumed to increase at predetermined degrees as in [6].

In [7,8,9,10] it was reported that efficiency of a chimney could be increased simply by tapering the top end of the chimney. It is reasonable to assume that velocity will increase as duct area is made smaller, in accordance with the continuity equation. Since power varies to the third power of velocity, if velocity increased by two folds specific power would increase by eight folds. This, however, may not be true if flow interactions are accounted for accurately. In a subsonic regime, flow upstream will adjust to change at the downstream end and the overall effect could very well be the reduction in flow energy. Since the model developed in this paper can account for such flow interactions, the top convergence effect should be reinvestigated to further understand the effect of flow interactions.

3. Derivation of Theoretical Model

The theoretical model developed in this research has features which are different from models previously proposed by other researchers in the following points:

- 1) The model has a built-in mechanism through which flows in various parts of a solar chimney can naturally interact.
- 2) Thermo-mechanical coupling is naturally represented without having to assume an arbitrary temperature rise in the system.
- 3) Flow within the greenhouse portion is included.
- 4) Pressure change within the greenhouse portion, due to area change and heat addition, is included.

The derivation of the present theoretical model begins by considering the Bernoulli's equation between the base and the top of chimney,

$$(p_1 - p_2) + \frac{\rho_1}{2}(v_1^2 - v_2^2) + \rho_1 gh = 0 \quad (1)$$

wherein it is assumed that $\rho_1 = \rho_2$,

Numerical subscripts appear in the equation above and equations from here onward are consistent with positions in the solar chimney as illustrated in Figs.1 and 2. In this present initial stage of the research only a system without

a turbine will be analyzed. Therefore, positions 2 and 3 are the same position and will be referred to by the subscript 3 from here onward.

The next strategy is to relate p_3 , p_4 and ρ_3 to various system variables, such as area change and heat flux in the greenhouse portion. p_3 can be redefined as,

$$p_3 = p_1 + \Delta p \quad (2)$$

where
$$\Delta p = p_3 - p_1 \quad (3)$$

p_1 , in turn, can be written in terms of p_∞ , by using the Bernoulli's equation, as,

$$p_1 = p_\infty - \frac{1}{2}\rho_1 v_1^2 \quad (4)$$

p_4 , on the other hand, is the reservoir pressure at height h and is related to the ambient condition at ground level by the hydrostatic pressure distribution equation,

$$p_4 = p_\infty - \rho_\infty gh \quad (5)$$

Putting (2), (4) and (5) into (1) there is obtain,

$$\frac{1}{2}\rho_1 v_1^2 - \Delta p + \frac{\rho_1}{2}(v_4^2 - v_1^2) + gh\Delta\rho + gh\delta\rho = 0 \quad (6)$$

where $\Delta\rho = \rho_3 - \rho_1$ and $\delta\rho = \rho_1 - \rho_\infty$

By synthesizing equations for continuity, momentum and energy for a frictionless, one-dimensional, compressible flow, Δp and $\Delta\rho$ can be isolated and represented in terms of other variables [cf.,12] as,

$$\Delta p = \int_1^3 \frac{\rho v^2}{1-M^2} \left(\frac{dA}{A} - \frac{q}{C_p T} \right) \quad (7)$$

By recognizing that $q = \frac{\dot{Q}dA_r}{\dot{m}}$, (7) can be modified to give,

$$\Delta p = \int_1^3 \frac{\rho v^2}{1-M^2} \left(\frac{dA}{A} - \frac{\dot{Q}dA_r}{\dot{m}C_p T} \right) \quad (8)$$

In a similar manner, $\Delta\rho$ can be written as,

$$\Delta\rho = \int_1^3 \left[\frac{\rho M^2}{1-M^2} \frac{dA}{A} - \frac{\rho}{1-M^2} \frac{\dot{Q}dA_r}{\dot{m}C_p T} \right] \quad (9)$$

Putting (8) and (9) into (6) and using the continuity relation ($\dot{m} = \rho A v = \text{constant}$), and rearranging there is obtain,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\rho_1 \dot{m} v_1^2 - \dot{m}^2 \int_1^3 \frac{dA}{\rho A^3 (1-M^2)} + \dot{m}^2 \int_1^3 \frac{\dot{Q}dA_r}{\rho A^2 (1-M^2) C_p T} \\ & + mgh \int_1^3 \frac{\rho M^2}{1-M^2} \frac{dA}{A} + \frac{1}{2} \dot{m} \rho \left[\left(\frac{v_4 A_4}{A_1} \right)^2 - \left(\frac{v_1 A_1}{A_1} \right)^2 \right] \\ & = gh \int_1^3 \frac{\rho}{1-M^2} \frac{\dot{Q}dA_r}{C_p T} - mgh\delta\rho \end{aligned} \quad (10)$$

4. Solution Method

For the system which places turbine at the base of the chimney, the most important flow variable is $\dot{m} v_1^2/2$, which is the available kinetic energy at the chimney base. But for a convergent top chimney being studied here, turbine is placed at the top of the chimney and therefore the sought power is $\dot{m} v_4^2/2$. But (10) is still quite complicated to solve for such quantity since it is an under-determined, nonlinear integral equation. To be able to find an approximate solution, idealizations and approximations are made to (10).

The general strategy used is that the engineering approximations involved must be conservative. By "conservative," it is meant that the approximations should render efficiency prediction of the solar chimney to be lower than that an exact solution would otherwise give. Cares should be exercised in approximating involving density. On the one hand this is a low speed flow, which means that *density change due to dynamic pressure* can be neglected. On the other hand, small density difference due to heat addition is what that drives the flow through the chimney. Keeping those conditions mentioned in mind, the engineering approximations used to this end are as follows:

- 1) The flow speed is very low such that its Mach number value is assumed to be small and in most case can be neglected.
- 2) Air density is constant (applied selectively to ensure a conservative error which does not disturb the fundamental driving force of the system.)
- 3) Temperature is assumed to be constant at the numerical values of the inlet or of the exit, whichever gives a conservative error.
- 4) When an exit temperature is called for, for a conservative approximation, value of the inlet temperature plus 50 is used. (This approximation is different in concept from those used in past research in that heat flux is directly allowed into the system and the approximation is done here only for the sake of getting a conservative numerical solution to the model.)
- 5) Neglect the term $\delta\rho$ (the order of magnitude of this term is found to be negligible; also its neglect amounts to a conservative error)
- 6) When the Mach number is not neglected, the ideal gas relation is assumed such that,

$$M^2 = \frac{v^2}{\gamma RT}$$

When all the approximation strategies listed above are applied to (10) and some arrangements done, the following equation is obtained,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \dot{m} v_1^2 \left[\rho_1 - 2\rho_1 A_1^2 \int \frac{dA}{A^3} + \frac{2A_1 \dot{Q}}{v_1 C_p T_1} \int \frac{dA}{A^2} \right. \\ \left. + \frac{2\rho_1 A_1^2 g h}{\gamma R T_1} \int \frac{dA}{A^3} + \rho_1 A_1^2 [A_1^{-2} - A_1^{-1}] \right] \\ = \frac{\rho_1 g h \dot{Q}}{C_p T_1} \int dA \end{aligned} \quad (11)$$

It can be seen from (11) that the flow power ($\dot{m} v_1^2 / 2$) is made possible by the driving force potential on the right-hand-side. This driving force is a combination of the gravitational forces ($\rho g h$), and the amount of solar flux ($\dot{Q} A_1$) received by the roof of the greenhouse. This is in accord with the expected physics of the system. The terms in the left-hand-side brackets could be viewed as a "resistance" to power. After an integration and further rearrangement, (11) can be written as an cubic algebraic equation in v_1 as,

$$C_1 v_1^3 + C_2 v_1^2 = C_3 \quad (12)$$

where

$$C_1 = \frac{\rho_1^2 A_1^3}{2A_1^2} + \frac{\rho_1^2 A_1 g h}{2\gamma R T_1} \left[1 - \left(\frac{A_1}{A_1} \right)^2 \right] + \frac{\rho_1^2 A_1^3}{2} [A_1^{-2} - A_1^{-1}] \quad (13)$$

$$C_2 = \frac{\rho_1 A_1^2 \dot{Q} \ln D/d}{2\pi h^2 C_p T_1} \quad (14)$$

$$C_3 = \frac{\rho_1 g h \dot{Q} A_1}{C_p T_1} \quad (15)$$

Equation (12) can either be solved for v_1 approximately by a hand calculation or numerically by a standard numerical scheme such as the Newton-Raphson scheme. After v_1 is obtained, all other variables can be easily calculated.

5. Results and Discussion

Fig. 3 shows the velocity at the chimney exit (v_1) as a function of the chimney height using area ratio, A_4/A_3 , as parameter. It is clearly seen from the figure that, at any area ratio, velocity increases as chimney height increases. At any chimney height, velocity

increases as the chimney top is made more convergent (decreasing area ratios.)

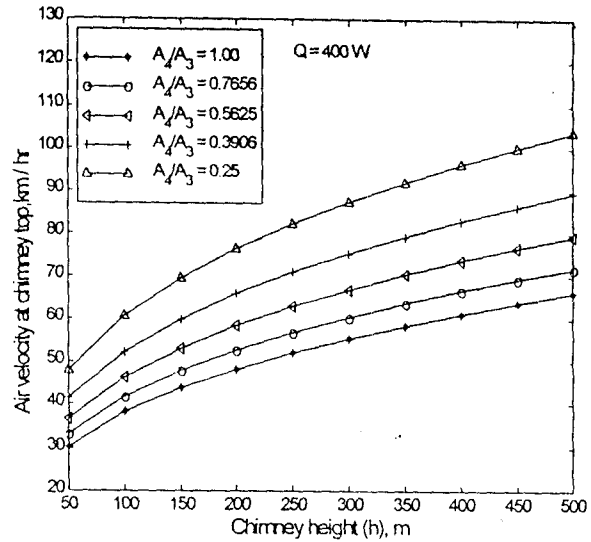


Fig. 3 Air velocity at top of chimney V.S. chimney height at various area ratios

Mass flow rate of the system (which is the same at chimney base and at chimney top), however, show a decreasing trend, as is evident from the results show in Fig. 4. This implies that the increase in velocity is not enough to compensate for the decrease in area, since mass flow rate is the result of velocity multiplied by area.

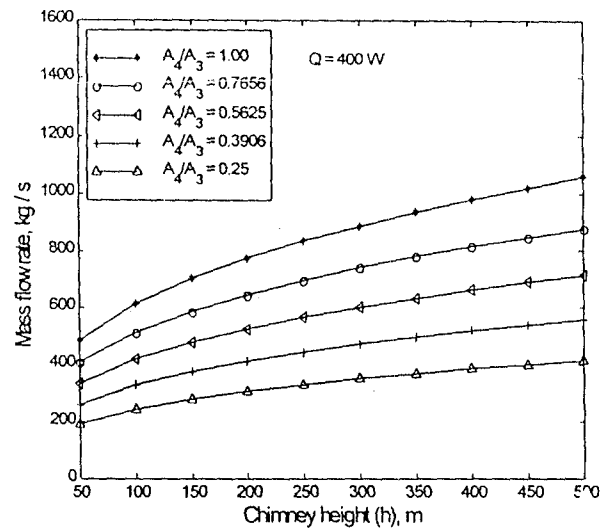


Fig. 4 Mass flow rate V.S. chimney height at various area ratios

The total kinetic energy (i.e., power) at chimney top is the combination of mass flow rate and velocity according to the formula, $\dot{m} v_1^2 / 2$. It can be seen from Fig. 5 that the power remains relatively constant as the chimney top is made more convergent.

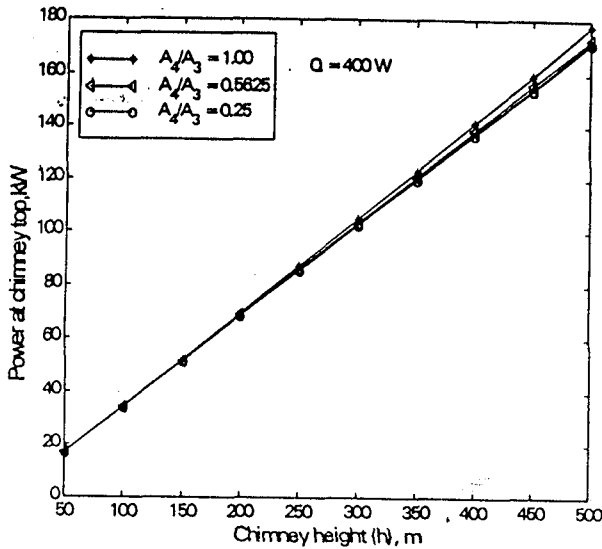


Fig. 5 Air power at top of chimney V.S. chimney height at various area ratios

Obviously, efficiency should also be constant as is shown in Fig. 6.

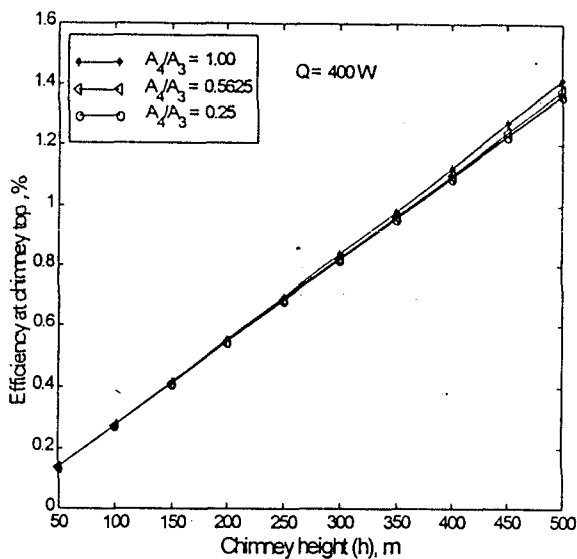


Fig. 6 Efficiency at top of chimney V.S. Chimney height at various area ratios

Fig. 6 also indicates that at $h=200$ m (the height of Schlaich's prototype [1]) the efficiency ($\eta = \frac{mv_4^2/2}{QA}$) is found to be about 0.5. If it is assumed that turbine and generator have efficiencies of 0.5 and 0.9, respectively; the overall electrical efficiency could be estimated at $0.5 \times 0.5 \times 0.9 = 0.225$ percent. This should be compared with the 0.053% overall efficiency obtained in Schlaich's prototype

Results so far have been obtained with a constant solar flux at 400W. It is perhaps instructive to now vary the heat flux to see its effect. The results of such variation is shown in Fig. 7 wherein it is unsurprisingly seen that the power increases as the heat flux increases. The fan-like distribution suggests that at higher heights the power increment is higher than at lower height.

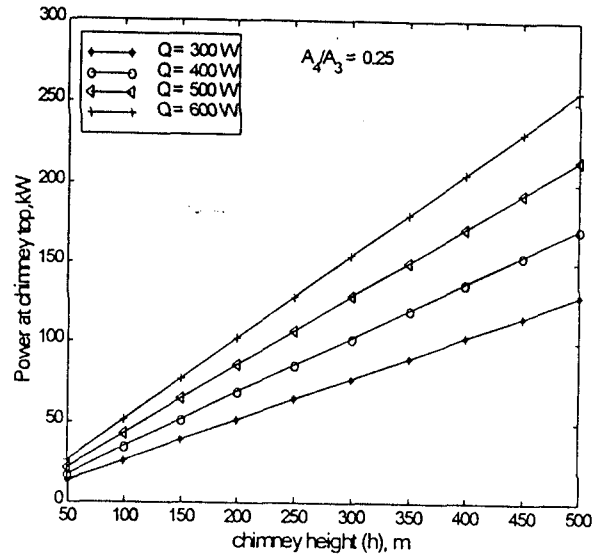


Fig. 7 Air power at top of chimney V.S. chimney height at various solar fluxes

6. Conclusion

A new theoretical model is developed to analyze flow inside a solar chimney. It is obvious from the results shown in this research that, contrary to results of past research, power obtained by a convergent top chimney remains constant. A convergent top chimney, therefore, may not be a viable design alternative due to the increased cost of having to install the turbine at the chimney top. The theoretical model developed should be useful in obtaining a benchmark solution in an initial design stage. Additional features could be added to the model to widen its range of application.

7. Acknowledgement

This research is supported by The National Energy Policy Office (NEPO), (Thailand).

References

- [1] R. Richards, "Hot Air Starts to Rise Through Spain's Solar Chimney," *Electrical Review*, Vol. 210, No. 15, April 1982, pp.6-27
- [2] Excell, R.H.B., "Basic Design Theory for a Simple Solar Rice Dryer", *Renewable Energy Review Journal*, Vol.1, No.2, January 1980, pp. 1-14.
- [3] McGraw-Hill Yearbook of Science and Technology, 1994, pp. 356-358
- [4] J. Schlaich, et al, "Solar Chimneys," *Encyclopedia of Physical Science and Technology*, 1990 Yearbook, Academic Press, pp. 513-520

- [5] H. Lautenschlager, et. al, "New Results from the Solar Chimney Prototype and Conclusions for Large Power Plants," European Wind Energy Conference, Hamburg, FRG., Oct 1984, pp. 231-235
- [6] L.B. Mullett, "The Solar Chimney-Overall Efficiency, Design and Performance," International Journal of Ambient Energy, Vol. 8, No. 1, 1987, pp. 35-40
- [7] M.M. Padki and S.A. Sherif, "Fluid Dynamics of Solar Chimney," Presented at The Winter Annual Meeting of ASME, Chicago, Illinois, 1988, pp. 43-46
- [8] M.M. Padki and S.A. Sherif, "Solar Chimney for Medium-to-Large Scale Power Generation," Proceedings of The Manila International Symposium on the Development and Management of Energy Resources, Jan 1989, pp. 432-443
- [9] M.M. Padki, et al, "Solar Chimney for Power Generation in Rural Areas," Presented at the Seminar on Energy Conservation and Generation Through Renewable Resources (organized by The Indian Institute of Metals), Jan 1989, pp. 91-96
- [10] M.M. Padki and S.A. Sherif, "A Mathematical Model for Solar Chimneys," Proceedings of the 1992 International Renewable Energy Conference, Vol.1 June 1992, pp. 289-294
- [11] M.Q. Yan, et al, "Thermo-Fluid Analysis of Solar Chimney," Presented at The Winter Annual Meeting of The American Society of Mechanical Engineers, Atlanta, Georgia, Dec 1991, pp. 125-130
- [12] A.M. Kuethe and J.D. Schetzler, "Foundations of Aerodynamics," John Wiley & Sons, 1964, pp. 159-161

ภาคผนวก ง

Numerical Simulation of Flow in Solar Chimney with Turbine

T. Chitsomboon

Associate Professor, School of Mechanical Engineering, Institute of Engineering,
Suranaree University of Technology, Nakornratchasima 30000, Thailand,
Email: tabon@ccs.sut.ac.th

Abstract

Solar chimney has been proposed as a device to generate electricity from solar energy economically in large scale. Theoretical models for predicting the performances of the solar chimney have been proposed by previous researchers. In this study, the theoretical prediction is supported by the numerical prediction using the full, quasi-one-dimensional Euler's equations. The turbine is modeled by an actuator disc which absorbs energy from the flow.

List of symbols

A	flow area	T	static temperature
e	total energy	v	velocity
g	gravitational constant	W	maximum kinetic energy rate
h	enthalpy	ρ	air density
P	pressure	η	fraction of energy being extracted
q	heat addition per unit mass	Δx	distance between grid points containing the actuator disc
R	gas constant		

Introduction

Recently, a proposal has been made to generate electricity in a large scale from solar chimney schematic of a solar chimney is illustrated in Fig. 1. Air in the greenhouse under a transparent roof is heated by solar insolation. The hot air in the greenhouse rises through a tall chimney by buoyancy effect. It is the kinetic energy of the rising hot air that is being harvested by a turbine normally located at the base of the chimney.

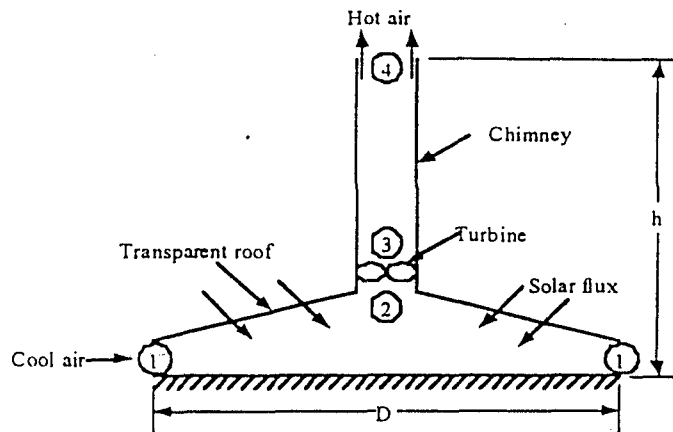


Fig. 1 Schematic of a straight solar chimney

Experimental study of a solar chimney is expensive because it must be done at a full prototype scale for a complete similarity (if air is used as the working fluid in the experiment). During a feasibility study stage, it is most desirable that a simple, yet accurate,

theoretical study be made to assess first-order yield. Since mathematical models are usually based on simplified physics and mathematics, one way of verifying mathematical models is to compare their predictions with results from a more complete theory, such as the full Euler's equations.

The objective of this research work is to develop and obtain numerical results to a numerical model for flow in a solar chimney using the quasi one dimensional Euler's equations with heat addition and turbine work included; the turbine will be modeled by an actuator disc.

The fundamental of solar chimney can be founded in refs. [1] and [2]. Researchers disagreed on the theoretical limit of a solar chimney overall efficiency. Efficiency ranging from 0.05 to 20 percent had been predicted by various researchers. Mathematical models to assess efficiency of the solar chimney had been proposed by Mullett [3], Padki and Sherif 1992 [4], Yan, et al, [5], Chitsomboon [6], [7]

The flow in a cylindrical-shape solar chimney is at least axi-symmetric type of flow. But it is numerically modeled here as a quasi one dimensional problem. In this quasi-one-dimensional approximation, the flow in a solar chimney is reduced to be equivalent to flow in a variable area duct with heat addition and gravitational effects. Schematic of the modeled geometry is as shown in fig. 2 below.

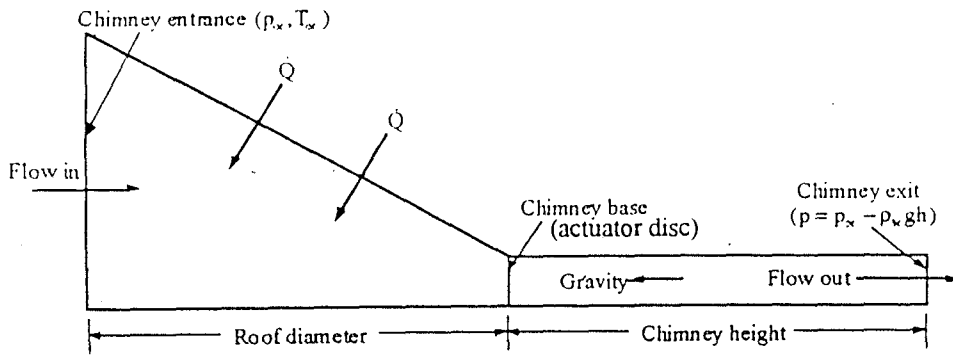


Figure 2. The schematic of numerical model geometry

It should be noted that in a two dimensional model, gravity effect is applicable only to the vertical momentum equation. But in the quasi-one-dimensional model, gravity effect is selectively added only in the chimney portion of the (one and only) momentum equation. Solar insolation through the transparent roof is modeled as a uniform, volumetric heat addition to the energy equation.

With the stated assumptions above, the one dimensional Euler's equations thus governs the behavior of this flow. These equations, with body force due to gravity, heat addition and work extracted by an actuator disc, can be written as,

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v A)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho v A)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} A(\rho v v + p) = -\rho g A - \frac{\eta W \delta_{ac}}{v \Delta x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho e A)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho v A \left(h + \frac{V^2}{2} \right) = (q - \rho g v) A - \frac{\eta W \delta_{ac}}{\Delta x} \quad (3)$$

Note that the terms involving work extraction (W) has δ_{ac} in multiplication; this term has the meaning similar to the Kronecker's delta, assuming value of 1 at the finite volume containing the disc and zero elsewhere.

Together with the ideal gas equation of state ($p = \rho RT$) and the definition of internal energy ($e = C_v T$), the system of Euler's equations is closed and can be solved numerically provided that boundary conditions are appropriately set. In this investigation, the computational fluid dynamic (CFD) computer code developed by Chitsomboon and Unthamesra [8] is used. This CFD code solves the full 2 dimensional, compressible Navier-Stokes equations using an implicit finite volume methodology. The code was modified to include the heat addition, the body force due to gravity and the work extraction terms

Results and Discussion

Fig. 3 shows the gage pressure and velocity distribution of the case without an actuator disc. The distributions in the figure are shown for the two values of solar fluxes, namely, 500 W and 800 W.

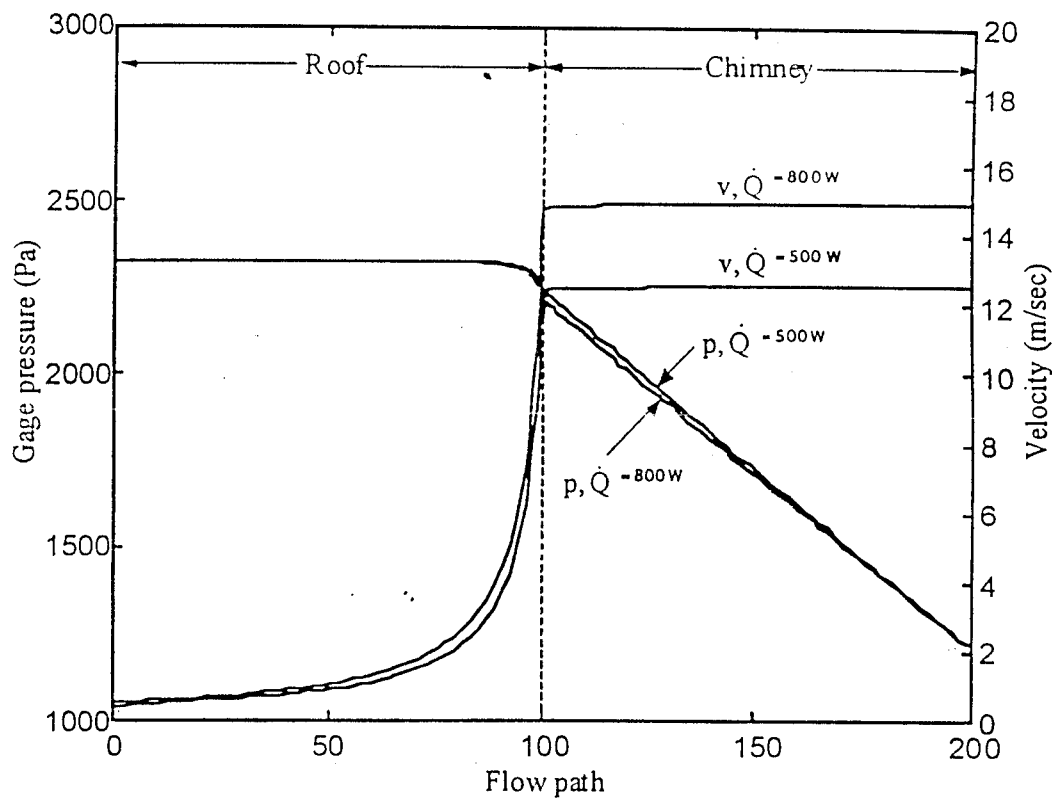


Figure 3. Velocity and pressure distributions without actuator disc

It can be seen that the pressure decreases in the roof portion near the chimney base is about 0.1% of the atmospheric pressure (101325 pascals). This is approximately the magnitude of the dynamic pressure head gained by the hot fluid at the base of the chimney ($v = 15$ m/s from Fig. 3). Despite its small absolute value, this pressure difference is very important because it is the mechanism through which the flow in the chimney portion interacts with the flow in the greenhouse portion. Hence any mathematical model which

assume as constant the pressure between the chimney base and the ambient (as have been traditionally practiced in the literature) will deprive the flow of important interaction mechanism which could lead to a seriously wrong prediction.

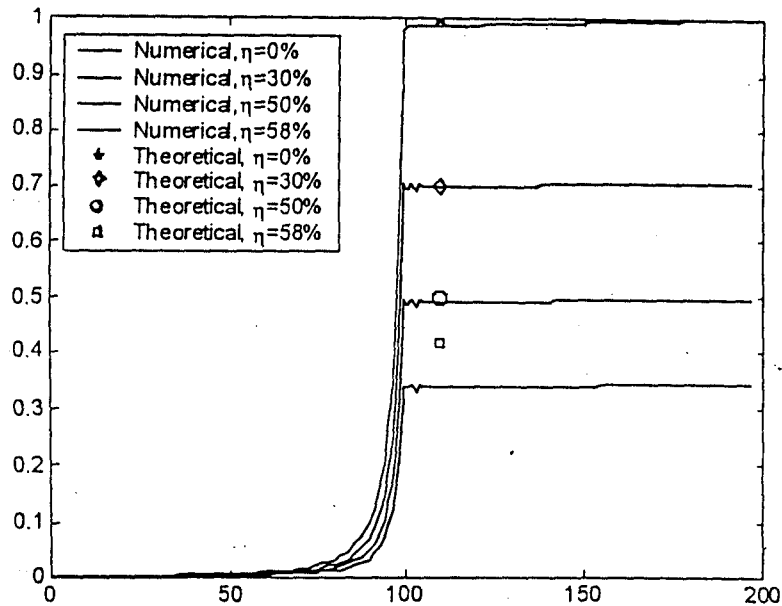


Figure 4. Energy ratio with actuator disc

Fig. 4 show the results with the actuator disc installed. The ordinate of the figure is the ratio of kinetic energy in the flow path to the kinetic energy at the throat of the chimney without an actuator disc which is the maximum kinetic energy attainable for the same flow configuration. The symbols indicate results obtained by the theoretical model of Chitsomboon [9]. It can be seen that downstream of the chimney base, where the actuator disc is located, the kinetic energies decrease progressively from the level without the actuator disc. This decrease is in accord with energy conservation principle since it is extracted by the turbine (actuator disc). What that is not expected is the energy levels upstream of the disc. In this region the incoming energy should remain at the same level as that of the flow without the disc. Examination of pressure distributions (not shown here) reveals that the pressure and temperature upstream increase as more work is extracted. So, the reduction in kinetic energy upstream is compensated for by the increase in internal energy of the flow so as to conserve the total enthalpy of the flow.

A noted feature of the results is that the agreements between theoretical and numerical results are good up to about 50% extraction rate. Beyond this the agreement deteriorate quickly. Numerical solution is not possible (instability ensues) beyond about 59% extraction; this coincides with the well-known Betz limit in wind turbine theory. Theoretical prediction, however, showed no trend in the upper limit of extraction.

Conclusion

The full quasi-one dimensional Euler's equations were enhanced to include the effects of gravity, heat addition and work extraction. The computer code was successfully modified to account for these effects. The numerical results obtained showed the reduction of kinetic

energy upstream and downstream of the actuator disc which was used to emulate the turbine. The Betz upper limit of energy extraction was captured by the numerical model.

Acknowledgements

This research is supported in parts by The Energy Conservation Promotion Fund, through The National Energy Policy Office (NEPO), Thailand, and in parts by The Suranaree University of Technology, Nakornratchasima, Thailand. The helps in preparing the manuscript by Mr. Wasan Chanyuak, my graduate research assistant, is appreciated.

References

- [1] McGraw-Hill , *Yearbook of Science and Technology*, (1994) pp. 356-358.
- [2] Schlaich, J. et al, 1990, "Solar Chimneys," *Encyclopedia of Physical Science and Technology*, Academic Press, (1990), pp. 513-520.
- [3] Mullett, L.B., "The Solar Chimney-Overall Efficiency, Design and Performance," *International Journal of Ambient Energy*, (1987), 8:1, 35-40.
- [4] Padki, M.M. and Sherif, 2, "A Mathematical Model for Solar Chimneys," *Proceedings of the 1992 International Renewable Energy Conference*, (1992) Vol. 1, pp. 289-294.
- [5] Yan, M.Q., et al, "Thermo-Fluid Analysis of Solar Chimney," Paper Presented at The Winter Annual Meeting of The American Society of Mechanical Engineers, Atlanta, Georgia, pp. 125-130., 1991
- [6] Chitsomboon, T. "Potential and Efficiency of Solar Chimney in the Production of Electrical Energy," *Research and Development Journal of the Engineering Institute of Thailand*, (2000) 11:3,38-44. (in Thai with abstract in English)
- [7] Chitsomboon, T. and Tongbai, P., "The Effect of Chimney-Top Convergence on Efficiency of a Solar Chimney," *Proceedings of the 13th National Mechanical Engineering Conference* (1999), Vol. 1, pp. 263-268.
- [8] Chitsomboon, T. and Unthames, S., "MOYA: A Computer Program for Flow Analysis," *Proceedings of the 13th National Mechanical Engineering Conference*, (1999) Pataya, Thailand. (in Thai with abstract in English)
- [9] Chitsomboon, T. , Progress Report to Thailand's National Energy Policy

Office, Oct. 2000.

ภาคผนวก จ

ผลกระทบของกังหันเทอร์โบน์ต่อการไหลของอากาศในปล่องลมแดด

The Impact of Turbine on Air Flow in Solar Chimney

ทวิช จิตรสมบูรณ์

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อ. เมือง จ.นครราชสีมา 30000

โทร: (044) 224224, โทรสาร: (044)224220, Email: tabon@ccs.sut.ac.th

Tawit Chitsomboon

Dept. of Mechanical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology,

Nakornratchasima 30000, Thailand, Tel. (044) 224224, Fax. (044) 224220

บทคัดย่อ

ปล่องลมแดดเป็นทางเลือกหนึ่งในการผลิตกระแสไฟฟ้าจากพลังงานแสงแดด การติดตั้งกังหันเทอร์โบน์ติดตั้งเข้าไปในปล่องลมแดดเพื่อผลิตกระแสไฟฟ้าทำให้เกิดแรงต้านการไหลของอากาศเพิ่มขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับกรณีการไหลในปล่องเปล่า บทความนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จำลองแรงต้านการไหลจากกังหันเทอร์โบน์ด้วยแอกทูเอเตอร์ดิสก์ โดยได้พิจารณาผลกระทบของการเปลี่ยนความหนาแน่นผ่านกังหันด้วย ผลลัพธ์ที่ได้นำเสนอโดยเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข

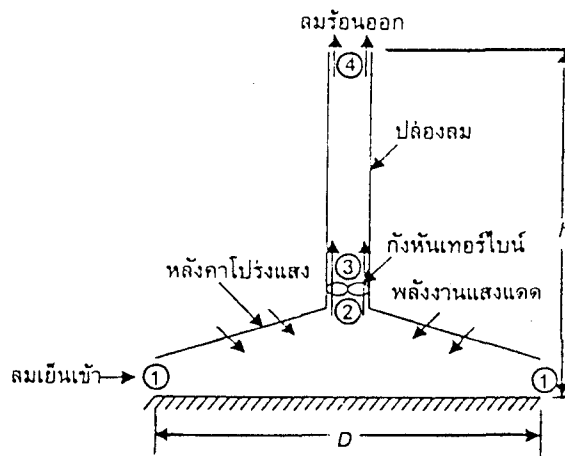
Abstract

Solar chimney is an alternative device to generate electricity from the solar energy. Installation of a turbine to the system creates additional resistance to the flow as compared to flow in a bare chimney. A mathematical model is constructed to study the turbine's effect, with actuator disc assumption. Effects of density change across the disc are also considered. Results are presented in comparison with numerical results obtained from CFD.

1. บทนำ

ปล่องลมแดด (Solar Chimney) เป็นอุปกรณ์ที่มีศักยภาพในการผลิตกระแสไฟฟ้าจากพลังงานแสงแดดได้ในราคาที่ถูกลง [1-4] จึงควรจะได้มีการศึกษาวิจัยเพื่อประเมินหาศักยภาพของระบบปล่องลมแดดในการผลิตกระแสไฟฟ้า ส่วนประกอบต่างๆ ของระบบปล่องลมแดดได้แสดงไว้ในรูปที่ 1 หลักการทำงานคือ การใช้ความร้อนจากแสงแดดมาอุ่นอากาศภายใต้หลังคาแบบโปร่งใสให้ร้อนขึ้น อากาศร้อนนี้จะลอยตัวสูงขึ้นในปล่องลมตามหลักการของการพาความร้อนธรรมชาติ (Natural convection) อากาศที่ลอยตัวขึ้นด้วยความเร็วนี้ก็จะถ่ายเทพลังงานจลน์ให้กับกังหันเทอร์โบน์ซึ่งสามารถนำไปหมุนเครื่องกำเนิดพลังงานไฟฟ้าต่อไป

รูปที่ 1 ส่วนประกอบต่างๆ ของระบบปล่องลมแดด



นักวิจัยในอดีตหลายท่านได้ทำการศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับระบบปล่องลมแดดมาบ้างแล้ว [4-10] โดยได้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกันไป เช่น บางท่านทำนายว่าประสิทธิภาพของระบบอยู่ในเกณฑ์ 1% แต่บางท่านก็ทำนายว่าอยู่ในเกณฑ์ 20 - 30% นอกจากนี้ยังมีการวิจัยเกี่ยวกับปล่องลมแดดที่เกี่ยวข้องกับการใช้งานในลักษณะอื่น เช่น ใช้ในการระบายความร้อนออกจากอาคาร [11,12] และใช้ในการอบแห้งผลิตภัณฑ์การเกษตร [13,14] เป็นต้น ผู้แต่งได้เริ่มงานวิจัยทางด้านนี้มาตั้งแต่ พ.ศ. 2541 และได้รายงานผลการวิจัยต่อการประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลในการประชุม ครั้งที่ 12 และ 13 [15,16] และใน [17] ซึ่งเป็นการไหลผ่านปล่องเปล่าที่ไม่มีกังหันเทอร์โบน์ การไหลผ่านเทอร์โบน์ด้วยได้รายงานใน [18] แต่มีปัญหากจากการที่ผลลัพธ์ที่ได้ไม่สอดคล้องกับผลเฉลยเชิงตัวเลข

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้นมีลักษณะเด่นคือ

1. อุปกรณ์ทุกชิ้นในระบบมีปฏิสัมพันธ์เชิงกลศาสตร์ของไหลต่อกันตามธรรมชาติ
2. สมมุติฐานต่างๆ ที่ใช้ในการสร้างแบบจำลอง หรือการวิเคราะห์ใดๆ นั้น ได้มีการประเมินหาค่าความผิดพลาดด้วย
3. แสดงค

ให้ความร้อนกับอากาศโดยตรงโดยไม่มีการสมมติให้อุณหภูมิเพิ่มขึ้นได้ตามใจชอบ

เพื่อความกระชับ ในเอกสารนี้จะไม่แสดงวิธีการสร้างแบบจำลองของการไหลในปล่องเปล่าที่ไม่มีเทอร์ไบน์ แต่จะยกสมการที่ได้สร้างไว้แล้วในเอกสารวิจัยฉบับก่อน [18] ดังนี้

$$\frac{1}{2} \rho_1 m v_1^2 - m^3 \int_1^2 \frac{dA}{\rho A^3 (1-M^2)} + m^2 \int_1^2 \frac{\dot{Q} dA_r}{\rho A^2 (1-M^2) C_p T} + mgh \int_1^2 \frac{\rho M^2}{1-M^2} \frac{dA}{A} - gh \int_1^2 \frac{\rho}{1-M^2} \frac{\dot{Q} dA_r}{C_p T} + \frac{\dot{m} \rho_1 v_1^2}{2} \left[\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - \left(\frac{A_1}{A_3} \right)^2 \right] = 0 \quad (1)$$

สมการ (1) เป็นสมการที่ยังไม่พิจารณาว่ามีกังหันเทอร์ไบน์แทรกอยู่ระหว่างจุด 2 และ 3 ซึ่งหากมีก็จะทำให้ความดันและความหนาแน่นแตกต่างกันระหว่างสองจุดนี้ไม่เป็นศูนย์ดังนี้อาจกระจายปริมาณต่างๆ ผ่านสองจุดนี้ได้ดังนี้ เช่น $p_3 = p_1 + (p_3 - p_2) + (p_2 - p_1)$

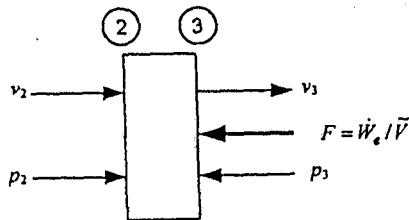
$$\text{หรือ } p_3 = p_1 + \Delta_{32} p + \Delta_{21} p \quad (2)$$

และในทำนองเดียวกันสำหรับปริมาณอื่นๆ หากนำการกระจายนี้เข้าไปขยายสมการ สมการจะกลายเป็น

$$\frac{1}{2} \rho_1 m v_1^2 - m^3 \int_1^2 \frac{dA}{\rho A^3 (1-M^2)} + m^2 \int_1^2 \frac{\dot{Q} dA_r}{\rho A^2 (1-M^2) C_p T} + mgh \int_1^2 \frac{\rho M^2}{1-M^2} \frac{dA}{A} - gh \int_1^2 \frac{\rho}{1-M^2} \frac{\dot{Q} dA_r}{C_p T} + \dot{m} \Delta_{32} \rho + \dot{m} gh \Delta_{32} \rho + \dot{m} gh \Delta_{21} \rho + \frac{\dot{m} \rho_1 v_1^2}{2} \left[\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - \left(\frac{A_1}{A_3} \right)^2 \right] = 0 \quad (3)$$

พจน์ $\dot{m} \Delta_{32} \rho$ และ $\dot{m} gh \Delta_{32} \rho$ เป็นผลจากการเปลี่ยนแปลงความดันและความหนาแน่นผ่านกังหันเทอร์ไบน์ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงนี้ขึ้นอยู่กับปริมาณงานที่กังหันเทอร์ไบน์ดูดออกจากระบบ ในการจำลองทางคณิตศาสตร์จะเลียนแบบการทำงานของกังหันเทอร์ไบน์ด้วยระบบที่เรียกว่า Actuator Disc ดังนั้นจากนี้ไปจะทำการเปลี่ยนพจน์ทั้งสองนี้ให้อยู่ในรูปของงานของเทอร์ไบน์โดยการใช้การจำลองของ Actuator Disc ทั้งนี้โดยใช้สมการอนุรักษ์มวล, โมเมนตัม, พลังงาน และสมการสถานะและความสัมพันธ์ทางเทอร์โมไดนามิกส์ต่างๆ ดังขั้นตอนต่อไปนี้

หากตัดจุด 2 และ จุด 3 มาพิจารณาครั้งรูประหว่างจุด 2 และ 3 นี้มี Actuator Disc แทรกอยู่ ซึ่งโดยคำนิยามคือ



รูปที่ 2 แผนภูมิแสดงการทำงานของ Actuator disc

กังหันทางคณิตศาสตร์ที่มีขนาดบางมากจนไม่มีความหนาเลย การดูดซับพลังงานถูกทดแทนด้วยเวกเตอร์ของแรงที่กระทำส่วนทางกับการไหล (ดังนั้นจึงเป็นการต้านการไหลไว้) เวกเตอร์ของแรงที่กระทำนี้เมื่อคอดกับเวกเตอร์ของความเร็วต้องเท่ากับงานที่ดูดซับออกจากของไหล ดังนั้น

$$F = \dot{W}_e / \bar{V} \quad (4)$$

เมื่อ \bar{V} คือความเร็วของอากาศที่วิ่งผ่าน actuator disc ซึ่งมีค่าค่าหนึ่งที่อยู่ระหว่าง v_2 และ v_3 จากนั้นจะพิจารณาสมการอนุรักษ์ต่างๆ ของการไหลผ่าน actuator disc

สมการอนุรักษ์มวล :

$$\rho_2 A_2 v_2 = \rho_3 A_3 v_3 \quad (5)$$

ซึ่งอาจแปลงให้อยู่ในรูปของความแตกต่างระหว่างจุดทั้งสองได้เป็น

$$\Delta_{32} \rho = - \frac{\rho_2 A_{32} v}{v_3} \quad (6)$$

สมการอนุรักษ์โมเมนตัม :

$$\sum F = \dot{m}(v_{out} - v_{in}) \quad (7)$$

$$\text{หรือ, } p_2 A_2 - p_3 A_3 - F = \dot{m}(v_3 - v_2) \quad (8)$$

แทนค่า F ลงในสมการด้านบนจะได้

$$p_2 A_2 - p_3 A_3 - \frac{\dot{W}_e}{\bar{V}} = \dot{m}(v_3 - v_2) \quad (9)$$

เนื่องจาก $A_2 = A_3 = A$ จึงจัดสมการได้ใหม่ ดังนี้

$$\Delta_{32} p = - \frac{\dot{W}_e}{\bar{V} A} - \frac{\dot{m} \Delta_{32} v}{A} \quad (10)$$

โดยการใช้สมการสถานะ ($p = \rho RT$) อาจเขียนได้เป็น

$$p_3 \Delta_{32} T + T_2 \Delta_{32} \rho = - \frac{\dot{W}_e}{R \bar{V} A} - \frac{\dot{m} \Delta_{32} v}{R A} \quad (11)$$

สมการอนุรักษ์พลังงาน:

$$\left(C_p T + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right)_2 - \left(C_p T + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right)_3 = \frac{\dot{W}_e}{\dot{m}} \quad (12)$$

ซึ่งหลังจากการใช้สมการสถานะและสมการอนุรักษ์มวลอาจเปลี่ยนให้อยู่ในรูปตัวแปรแตกต่างได้เป็น

$$\Delta_{32}T + \frac{\bar{v}\Delta_{32}v}{C_p} = -\frac{\dot{W}_e}{\dot{m}C_p} \quad (13)$$

โดย $\bar{v} = 0.5(v_2 + v_3)$ สมการ (8), (11) และ (13) เป็นสามสมการที่มีตัวแปรหลักคือ $\Delta\rho$, ΔT , Δv ซึ่งสามารถใช้กรรมวิธีทางพีชคณิตหาค่าของตัวแปรหลักทั้งสามนี้ได้ ในนามของพารามิเตอร์ตัวอื่น ๆ ในสมการ (กล่าวคือ \dot{W}_e) ดังนี้

$$-\dot{m}\Delta_{32}\rho = \rho_1\dot{W}_e + \frac{v_1^2(A_1/A_3)^2\rho_1\dot{W}_e}{C_pT_1(\gamma-1)} \quad (14)$$

$$\dot{m}gh\Delta_{32}\rho = -\frac{\rho_1\dot{W}_e gh}{T_2C_p} \left(\frac{1}{\gamma-1} \right) \quad (15)$$

แทนค่าสมการ (14) และสมการ (15) ลงในสมการ (3) ซึ่งเป็นสมการควบคุม จะได้

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\rho_1\dot{m}v_1^2 - \dot{m}^2 \int_1^2 \frac{dA}{\rho A^3(1-M^2)} + \dot{m}^2 \int_1^2 \frac{\dot{Q}dA_r}{\rho A^2(1-M^2)C_pT} \\ & + \dot{m}gh \int_1^2 \frac{\rho M^2}{1-M^2} \frac{dA}{A} - gh \int_1^2 \frac{\rho}{1-M^2} \frac{\dot{Q}dA_r}{C_pT} + \left(\rho_1\dot{W}_e + \frac{v_1^2(A_1/A_3)^2\rho_1\dot{W}_e}{C_pT_1(\gamma-1)} \right) \\ & - \frac{\rho_1\dot{W}_e gh}{T_2C_p} \left(\frac{1}{\gamma-1} \right) + \dot{m}gh\Delta_{\infty}\rho + \frac{\dot{m}\rho v_1^2}{2} \left[\left(\frac{A_1}{A_4} \right)^2 - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

ผลเฉลยของสมการนี้คือคำตอบที่แสวงหา

3. คำตอบของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

สมการ (16) เป็นสมการอินทิกรัลที่ยังมีตัวแปรอื่นๆ ที่นอกเหนือจากตัวแปรที่ต้องการหาคำตอบปะปนอยู่ด้วย ซึ่งสามารถขจัดออกได้ โดยการประมาณการเชิงวิศวกรรม ข้อมูลมูลฐานต่างๆ ที่นำมาใช้ในการประมาณการเหมือนดังใน [16-18] ซึ่งจะทำให้ได้สมการการเคลื่อนที่ของอากาศร้อนภายในปล่องลม ดังนี้

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\dot{m}v_1^2 \left[\rho_1 - 2\rho_1A_1^2 \int_1^2 \frac{dA}{A^3} + \frac{2A_1\dot{Q}}{v_1C_pT_1} \int_1^2 \frac{dA_r}{A^2} + \frac{2A_1^2\rho_1gh}{\gamma RT_1} \int_1^2 \frac{dA}{A^3} \right. \\ & \left. - \frac{2A_1\dot{W}_e}{v_1A_3^2C_pT_1(\gamma-1)} + \rho_1 \left[\left(\frac{A_1}{A_4} \right)^2 - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right] \right] \\ & = \frac{\rho_1gh\dot{Q}}{C_pT_2} \int_1^2 dA_r + \rho_1\dot{W}_e \left(1 + \frac{gh}{T_2C_p(\gamma-1)} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

ซึ่งอินทิเกรตออกมาและจัดให้กระทัดรัดและอยู่ในค่าตัวแปร v_1 ได้ดังนี้

$$C_1v_1^3 + C_2v_1^2 = C_3 \quad (18)$$

โดยที่ค่าคงที่ C_1, C_2 และ C_3 มีค่าดังนี้

$$C_1 = \frac{\rho_1^2 A_1^3}{2A_2^2} + \frac{\rho_1^2}{2} \left[\left(\frac{A_1}{A_4} \right)^2 - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right] + \frac{\rho_1^2 A_1 gh}{2\gamma RT} \left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right] \quad (19)$$

$$C_2 = \frac{\rho_1 A_1^2 \dot{Q} \ln(D/d)}{2\pi h^2 C_p T_1} + \frac{\rho_1 A_1^2 \dot{W}_e}{A_3^2 C_p T_1 (\gamma-1)} \quad (20)$$

$$C_3 = \frac{\rho_1 gh \dot{Q} A_r}{C_p T_2} - \rho_1 \dot{W}_e \left(1 - \frac{gh}{T_2 C_p (\gamma-1)} \right) \quad (21)$$

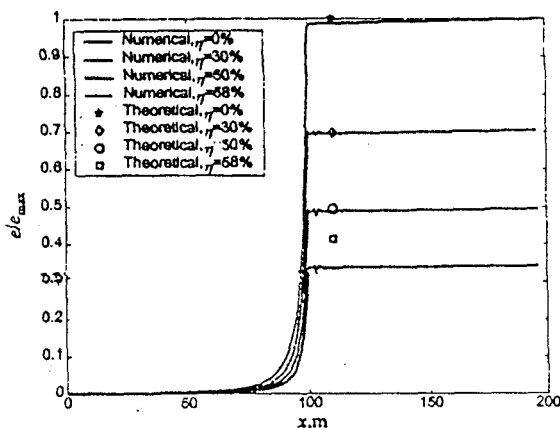
ซึ่งสามารถแก้สมการหาค่า v_1 ได้ ซึ่งจะช่วยให้สามารถหาค่าต่างๆ ที่ต้องการได้ทั้งหมด เช่น พลังงาน ประสิทธิภาพ

4. ผลลัพธ์และการวิจารณ์

การพิจารณาความถูกต้องของสมการที่ (18) ได้ทำโดยการนำผลลัพธ์ที่ได้มาเทียบกับค่าที่ได้จากวิธีการทางกรรมวิธีเชิงตัวเลข [18] ซึ่งเป็นการแก้สมการออยเลอร์โดยโปรแกรม CFD (Computational Fluid Dynamics) โดยกำหนดสัดส่วนการดูดซับพลังงานของกังหันเทอร์โบเนเท่ากับ 0% 30% 50% และ 58% ของพลังงานลมในปล่องลมเปล่า (ที่ไม่มีกังหันเทอร์โบเน) ค่าประสิทธิภาพของกังหันเทอร์โบเนสามารถกำหนดสูงสุดได้เท่ากับ 58% เนื่องจากหากกำหนดเกินค่านี้แล้วการใช้กรรมวิธีเชิงตัวเลข ไม่สามารถหาคำตอบให้กับสมการได้ [18]

รูปที่ 3 แสดงให้เห็นถึงพลังงานจลน์ของระบบภายหลังจากที่ถูกดูดซับพลังงานออกแล้วโดยกังหันเทอร์โบเน ความยาวของแกนนอนคือแนวทางการไหลซึ่งเริ่มนับตั้งแต่ทางเข้าของหลังคา ดังนั้น ค่า $x=0-100$ เป็นช่วงของหลังคา และ $x=100-200$ เป็นช่วงของปล่องลม การนำเสนอได้นำเสนอเป็นอัตราส่วนของพลังงานคงเหลือที่ค่าสัดส่วนการดูดซับ (η) ต่างๆ ต่อพลังงานจลน์สูงสุดของระบบ, e_{\max} (พลังงานจลน์สูงสุดคือค่าพลังงานจลน์ของระบบเมื่อไม่มีการติดตั้งเทอร์โบเน) จากรูปจะเห็นว่าเมื่อสัดส่วนการดูดซับของกังหันเทอร์โบเนมีค่าเพิ่มมากขึ้น ค่าพลังงานของของไหลคงเหลือในระบบจะมีค่าลดลง โดยค่าพลังงานจลน์ในการจำลองทางคณิตศาสตร์มีค่าลดลงมาตามสัดส่วนที่ได้สูญเสียไปกับเทอร์โบเน เช่นถูกดูดซับไป 30% ก็มีพลังงานคงเหลือประมาณ 70% เป็นต้น

จากรูปจะเห็นว่าผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นมียูจุดเดียว คือจุดที่แสดงไว้ด้วยตัวสัญลักษณ์ต่างๆ ดังในรูปที่ 3 และได้ใส่สัญลักษณ์ที่ระบุค่าเหล่านี้ไว้ที่ค่า $x = 110$ ม. (และใช้คำว่า theoretical) ทั้งนี้เพื่อความสะดวกในการพิจารณากราฟเมื่อต้องการเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากกรรมวิธีเชิงตัวเลข (ระบุด้วยคำว่า numerical) ทั้งนี้เพราะผลลัพธ์ที่ได้จากกรรมวิธีเชิงตัวเลขมีค่าใกล้เคียงกันตั้งแต่ $x = 100$ เมตร ถึง $x = 200$ เมตร



รูปที่ 3 อัตราส่วนของพลังงานจลน์ในทางทฤษฎีเทียบกับกรรมวิธีเชิงตัวเลขโดยที่ประสิทธิภาพของกังหันเทอร์โบมีค่าต่างๆ

เมื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองทางคณิตศาสตร์กับกรรมวิธีเชิงตัวเลขจะเห็นว่า ที่ค่าสัดส่วนการดูดซับต่างๆ นั้นค่าพลังงานจลน์จะมีค่าใกล้เคียงกันมาก (กล่าวคือตัวสัญลักษณ์เกือบจะซ้อนกันกับแนวเส้นผลลัพธ์ของกรรมวิธีเชิงตัวเลข) แต่เมื่อค่าสัดส่วนการดูดซับมีค่าสูงขึ้นเท่ากับ 58 % พลังงานจลน์จะเหลือในการจำลองทางคณิตศาสตร์จะสูงกว่าพลังงานจลน์ที่เหลือของกรรมวิธีเชิงตัวเลขมากจนเห็นได้ชัด

ผลลัพธ์ที่ต่างกันของสองกรรมวิธีเมื่อ η มีค่าสูงประมาณ 58% นี้ได้สันนิษฐานไว้ใน [18] ว่าอาจมาจากการจำลองแบบคณิตศาสตร์ที่สมมุติให้ความหนาแน่นในปล่องลมมีค่าคงตัวตั้งแต่ฐานปล่องไปจนถึงปลายปล่อง สมมุติฐานนี้อาจใช้ได้ดีในปล่องลมเปล่าที่ไม่มีกังหันเทอร์โบ แต่สำหรับปล่องลมที่มีการติดตั้งกังหันเทอร์โบนั้น น่าจะมีการเปลี่ยนแปลงความดันและอุณหภูมิพอสมควรเมื่อของไหลวิ่งผ่านกังหันเทอร์โบ ซึ่งแน่นอนว่าจะทำให้ความหนาแน่นเปลี่ยนไปด้วย การเปลี่ยนค่าความหนาแน่นในการนี้จะมีผลกระทบอย่างมากต่อการไหล ทั้งนี้เพราะการไหลถูกขับด้วยค่าความแตกต่างระหว่างความหนาแน่นในปล่องลมกับความหนาแน่นบรรยากาศ

เพื่อพิสูจน์ข้อวินิจฉัยที่ได้ตั้งไว้ดังกล่าวข้างต้น จึงได้ทำการจำลองแบบกังหันเทอร์โบด้วย actuator disc ที่ละเอียดขึ้นกว่าเดิมที่ได้ทำไว้ใน [18] มาก ดังที่ปรากฏในสมการ (8) ถึง (17) ในการนี้ได้พิจารณาให้การไหลผ่าน actuator disc เป็นการไหลที่มีการเปลี่ยนแปลงความดันความหนาแน่น และความเร็ว (ซึ่งเท่ากับว่ายอมให้มีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิด้วย เพราะอุณหภูมิถูกกำหนดโดยความดันและความหนาแน่นโดยสมการสถานะ) ปรากฏว่า ผลลัพธ์ที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงจากเดิมใน [18] น้อยมาก

เพื่อทำความเข้าใจกับประเด็นที่มีการเปลี่ยนแปลงผลลัพธ์น้อยมากทั้งที่ได้ทำการสร้างแบบจำลองที่มีความละเอียดกว่าเดิมมาก อาจพิจารณาได้จากสมการ (14) และ (15) ซึ่งจะเห็นว่าอิทธิพลของการเปลี่ยนความหนาแน่นอยู่ในสมการที่ (15) ส่วนอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงความดันอยู่ในสมการที่ (14) หากเทียบขนาดของพจน์ทางขวามือของสมการ (15) กับพจน์แรกทางขวามือของสมการ (14) จะเห็นว่าขนาดแตกต่างกันที่ขนาดของพจน์ $\frac{gh}{T_2 C_p} \left(\frac{1}{\gamma - 1} \right)$ ซึ่งอาจลองประเมิน

ขนาดของพจน์นี้ได้ เช่น ให้ $g=9.8$, $h=200$, $T_2=340$, $C_p=1000$, $\gamma=1.4$ จะได้ว่า

$$\frac{gh}{T_2 C_p} \left(\frac{1}{\gamma - 1} \right) = 0.0144 \quad (22)$$

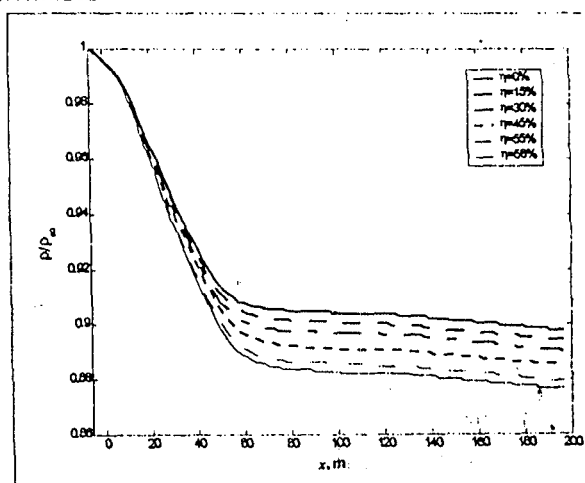
ซึ่งหมายความว่าอิทธิพลของการเปลี่ยนความหนาแน่นมีผลต่อระบบเพียงประมาณ 1.44% ของอิทธิพลของการเปลี่ยนความดันเท่านั้น สำหรับพจน์ที่สองทางขวามือของสมการ (14) ก็สามารถประเมินหาขนาดเทียบกับพจน์แรกได้เช่นเดียวกัน ซึ่งจะเห็นได้ว่าขนาดแตกต่างกันคือ

$$\frac{v_1^2 (A_1 / A_3)^2}{C_p T_1 (\gamma - 1)} \rightarrow \frac{v_2^2}{C_p T_2 (\gamma - 1)} \rightarrow \frac{v_3^2}{C_p T_3 (\gamma - 1)} \rightarrow \frac{v_3^2}{\gamma R T_3} = M_3^2 \quad (23)$$

แต่ค่าเลขมัค (M_3) มีค่าน้อยมากสำหรับการไหลความเร็วต่ำเช่นนี้ ดังนั้นพจน์ที่สองทางขวามือของสมการ (14) จึงมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับพจน์แรก

ดังนั้นแม้จะมีพจน์ต่างๆ ที่มีผลกระทบเพิ่มเติมขึ้นมาหลายพจน์ แต่พจน์แรกทางขวามือของสมการที่ (14) (ซึ่งเป็นพจน์เดียวที่ใช้ในการวิเคราะห์และรายงานผลใน [18]) เป็นพจน์เดียวที่มีขนาดใหญ่ ส่วนพจน์ที่เพิ่มเติมขึ้นมา มีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับพจน์นี้ ซึ่งอธิบายว่าเพราะเหตุใดการวิเคราะห์ที่ละเอียดมากขึ้นจึงไม่มีผลในทางปฏิบัติต่อประการใด

รูปที่ 4 ได้นำเสนอผลลัพธ์ของค่าตอบเชิงตัวเลขของ ความหนาแน่นตลอดแนวการไหล จะเห็นว่าตรงส่วนของ actuator disc มีการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นค่อนข้างมาก แต่ในการวิเคราะห์ทางทฤษฎีนั้นความหนาแน่นไม่ได้ทำให้ความดันเปลี่ยนมากนัก ซึ่งคำนวณอยู่พอสมควร จึงควรต้องศึกษาหาสาเหตุและผลกระทบของการแตกต่างกันต่อไป



รูปที่ 4 อัตราส่วนของความหนาแน่นใดๆ ต่อความหนาแน่นที่ระดับพื้นดินเทียบกับระยะตามแนวการไหลของอากาศ

5. สรุป

การใส่กังหันเทอร์ไบน์เข้าไปในระบบตรงคอต้านล่างของปล่องลม โดยการจำลองด้วย Actuator disc นั้น ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ทางทฤษฎีแตกต่างจากผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย Computational Fluid Dynamics (CFD) กล่าวคือ CFD ระบุว่าสามารถดูดซับงานได้เพียงประมาณ 58% ซึ่งเป็นค่าที่ใกล้เคียงกับ Betz's Limit ของกังหันลมธรรมดา แต่ทฤษฎีระบุว่า สามารถดูดซับงานให้แกเทอร์ไบน์ได้มากกว่านี้ จึงต้องทำการวิเคราะห์และวิจัยต่อไปว่าความแตกต่างเกิดขึ้นด้วยสาเหตุใด อย่างไรก็ดี ที่อัตราส่วนการดูดซับประมาณ 30% (ซึ่งเป็นค่าตัวเลขในทางปฏิบัติ) ผลลัพธ์เชิงทฤษฎีกับเชิงตัวเลขมีความสอดคล้องกันดี

6. นิยามตัวสัญลักษณ์

- A = พื้นที่หน้าตัดของการไหล
 A_p = พื้นที่ของหลังคารับแดด
 A = ความเร็วเสียง
 C_p = ค่าความจุความร้อนของของไหล
 D = เส้นผ่านศูนย์กลางของหลังคารับแดด
 D = เส้นผ่านศูนย์กลางของปล่องลม
 h = ความสูงของปล่องลม
 h_r = ความสูงของหลังคาจากพื้นดิน
 M = เลขมัค
 m = อัตราการไหลโดยมวลของของไหล
 ρ = ความดันของของไหล
 \dot{Q} = ความเข้มของพลังงานแสงแดดต่อหน่วยพื้นที่
 q = อัตราการให้ความร้อนต่อหน่วยมวล
 T = อุณหภูมิของของไหล
 v = ความเร็วของของไหล
 \dot{W}_e = พลังงานที่ดูดออกจากของไหลโดยกังหันเทอร์ไบน์
 ρ = ความหนาแน่นของของไหล
 η = ประสิทธิภาพของกังหันเทอร์ไบน์
 γ = อัตราส่วนความร้อนจำเพาะ
 Δx_y = ความแตกต่างของ x ระหว่างจุด i กับ j

7. กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากกองทุนเพื่อส่งเสริมการอนุรักษ์พลังงาน ผ่านกองอนุรักษ์พลังงานและพลังงานทดแทน สำนักงานคณะกรรมการนโยบายพลังงานแห่งชาติ ผู้วิจัยขอขอบคุณคุณพรสวรรค์ ทองใบ ที่ให้การช่วยเหลืออย่างดียิ่งในการจัดทำบทความนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] Schleich, J., et al, "Solar Chimneys," Encyclopedia of Physical Science and Technology, 1990 Yearbook, Academic Press
- [2] McGraw-Hill Yearbook of Science and Technology, 1994, pp. 356-358
- [3] R. Richards, "Hot Air Starts to Rise Through Spain's Solar Chimney," Electrical Review, Vol. 210, No. 15, pp.6-27, April 1982
- [4] H. Lautenschlager, et. al, "New Results from the Solar Chimney Prototype and Conclusions for Large Power Plants," European Wind Energy Conference, Hamburg, FRG., Oct 1984
- [5] L.B. Mullett, "The Solar Chimney - Overall Efficiency, Design and Performance," International Journal of Ambient Energy, Vol. 8, No. 1, 1987
- [6] M.M. Padkl, S.A. Sherif, "Fluid Dynamics of Solar Chimney," Presented at The Winter Annual Meeting of ASME, Chicago; Illinois, 1988
- [7] M.M. Padkl, S.A. Sherif, "Solar Chimney for Medium-to-Large Scale Power Generation," Proceedings of The Manila International Symposium on the Development and Management of Energy Resources, Jan 1989
- [8] M.M. Padkl, et al, "Solar Chimney for Power Generation in Rural Areas," Presented at the Seminar on Energy Conservation and Generation Through Renewable Resources (organized by The Indian Institute of Metals), Jan 1989
- [9] Padkl, M.M. and Sherif, S.A., "A Mathematical Model for Solar Chimneys," Proceedings of the 1992 International Renewable Energy Conference, Vol.1 June 1992
- [10] M.Q. Yan, et al, "Thermo-Fluid Analysis of Solar Chimney," Presented at The Winter Annual Meeting of The American Society of Mechanical Engineers, Atlanta, Georgia, Dec 1991
- [11] Bansal, K.N., et. al, "A Study of Solar Chimney Assisted Wind Tower System for Natural Ventilation In Buildings," Building and Environment, Vol. 29, No. 4, pp. 495-500., 1994
- [12] Barozzi, G.S., et. al, "Physical and Numerical Modelling of a Solar Chimney-based Ventilation System for Buildings," Building and Environment, Vol. 27, No. 4, pp. 433-445, 1992.
- [13] Das, S.K. and Kumar, Y., "Design and Performance of a Solar Dryer with Vertical Collector Chimney Suitable for Rural Application," Energy Convers. Mgmt., Vol. 29, No.2, pp. 129-135, 1989.
- [14] Excell, R.H.B., "Basic Design Theory for a Simple Solar Rice Dryer", Renewable Energy Review Journal, Vol.1, No.2, pp. 1-14, 1980.

- [15] Chitsomboon, T. and Tongbai, P., 1998, "A Mathematical Model of Solar Chimney for Electrical Energy Production," Proceedings of the 12th National Mechanical Engineering Conference, Nov. 11-13, Bangkok, Thailand.
- [16] Chitsomboon, T. and Tongbai, P., 1999, "The Effect of Chimney-Top Convergence on Efficiency of a Solar Chimney," Proceedings of the 13th National Mechanical Engineering Conference, Dec.2-3, Pataya, Thailand.
- [17] Chitsomboon, T., "A Validated Analytical Model for Flows in Solar Chimney", (accepted) Inter.Journal Renewable Energy Engineering, Vol. 3. No.2 (Or the next Issue) , 2001.
- [18] Chitsomboon, "Numerical Simulation of Flow in Solar Chimney with Turbine ", Proceeding the first regional conference on energy technology toward a clean environment, Organized by the joint graduate school of energy and environment, Dec.1-2, 2000, Chiangmai,Thailand

ภาคผนวก จ

A Validated Analytical Model for Flow in Solar Chimney

T. Chitsomboon

Suranaree University of Technology, Nakhonratchasima 30000, Thailand

Abstract: Solar chimney has been proposed as a device to economically generate electricity from solar energy in large scale. A new analytical model for predicting the performances of the solar chimney is herein proposed. The model is different in significant ways from the models proposed in the literature in that, it considers interactions of flow in the greenhouse and flow in the chimney through the small, but significant, pressure difference traditionally ignored in literature. Also, solar heat flux is accounted for naturally rather than assuming a predetermined increase of air temperature. The analytical prediction is supported by the numerical prediction using the full, quasi-one-dimensional Euler's equations. Results of the numerical and analytical model predictions compared very well with each other, qualitatively as well as quantitatively, suggesting the validity and usefulness of the analytical model.

Keywords: Solar Chimney, Renewable Energy, Alternative Energy, Solar Energy, Solar Drying, Natural Draft

1. INTRODUCTION

Solar chimney is a device for harnessing kinetic and thermal energy from the solar energy. The hot air flow is traditionally used for drying food and grains. Recently, a proposal has been made to generate electricity in a large scale from solar chimney. In this application, a solar chimney offers some advantages over other solar electricity generating methods. For example, the materials used in construction are cheap and the technologies involved are conventional. The working principle of a solar chimney is very simple; but to design an efficient solar chimney is another matter.

A schematic of a solar chimney is illustrated in Fig. 1. Air in the greenhouse under a transparent roof is heated by solar insolation. The hot air in the greenhouse rises through a tall chimney by the buoyancy effect. It is the kinetic energy of the rising hot air that is being harvested by a turbine normally located at the base of the chimney. To design a viable solar chimney system, the fluid dynamics involved should be fully understood.

The construction of the roof and the chimney constitutes a major cost of a solar chimney. But the cost is not so high (in comparison with, for example, a photovoltaic

panel) because cheap material such as plastic sheet or glass can be used.

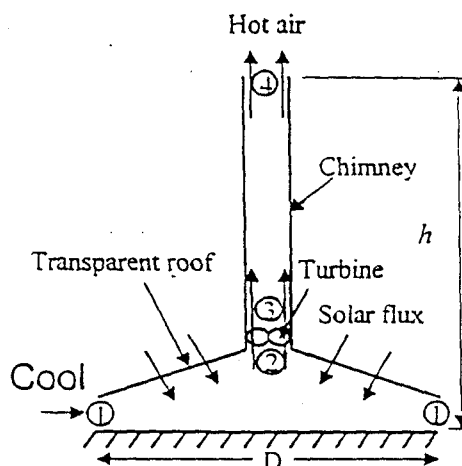


Figure 1. Schematic of Solar Chimney

Solar chimney had been used before in ancient past and in the present by farmers in developing countries, for drying agricultural products. A number of researchers are active in their investigation to use solar chimney for drying and ventilation [1-4]. Professor Schlaich, however, has been generally given the credit for being the first to formally presenting the concept of harnessing mechanical (and electrical) energy from a solar chimney [5].

The fundamental of solar chimney can be founded in [6-7]. Professor Schlaich's team had built a solar chimney prototype in a dessert in southern Spain [5,8]. This prototype had a near rectangular roof with nominal roof area of 40,000 m² and a chimney of 10 m diameter with a height of 200 m. The unit yielded an electrical output on the average about 20 kW with the overall efficiency around 0.053 %. More research is obviously needed to improve the efficiency before solar chimney means of electrical energy production can be commercially viable.

Researchers disagree on the theoretical limit of a solar chimney overall efficiency. Efficiency ranging from 0.05 to 20 percent had been predicted by various researchers. An analytical model to assess efficiency of a solar chimney was presented in [9]. It was assumed in this paper that the pressure difference in the chimney is the difference between the pressure at the top of the chimney and the ambient pressure at the ground level. This assumption implies that the pressure at the base of the

chimney is equal to the ambient pressure at ground level. This assumption may be accurate for a typical industrial chimney but may not be so for a solar chimney system wherein the flow path from the edge of the roof to the base of the chimney could be quite long, of the order of the chimney height itself. It should be noted that a typical flow in a solar chimney is driven by a very small pressure difference in the greenhouse, of the order of 0.1% of the atmospheric pressure. Hence, a small error (especially in pressure) in an analytical model could lead to a very large overall error in the predicted performance of a system.

Various analytical models for flows in solar chimney had been proposed in [10-13]. These models were formulated from the fundamental equations in fluid mechanics. While they are useful in their own rights, the range of application might be limited due to: 1) there has been no provision for a solar heat flux into the system but the air is presumed to be heated up a certain predetermined degree; 2) the models do not appear to have a mechanism through which flow in various parts can interact; 3) detail of the flow in the greenhouse portion is ignored. In [14] the flow in solar chimney was modeled in more detail than others mentioned above; but the assumptions used therein are also similar to those already mentioned. In particular, the coupling between thermal and mechanical behavior of the flow field was not naturally represented. Also, temperature rise within the system is predetermined as in [10].

Experimental study of a solar chimney is expensive because it must be done at a full prototype scale for a complete similarity (if air is used as the working fluid in the experiment). Numerical study using a full Euler's or even Navier-Stokes solvers can be readily done with the current Computational Fluid Dynamics (CFD) technology; but the numerical results obtained from the study may not give much insight for design purposes.

During a feasibility study stage, it is most desirable that a simple, yet accurate, theoretical study be made to assess first-order yield and to guide the designer toward an optimal design. After a preliminary optimal design configuration is set up, CFD should then be used for minor design adjustments. Since analytical models are usually based on simplified physics and mathematics, one way of verifying analytical models is to compare their predictions with results from a more complete theory, such as the full Euler's equations.

The objective of this research work are to: 1) present the derivation of the proposed analytical model, and 2) compare the analytical predictions with those obtained from numerical integrations of the full Euler's equations

2. THE ANALYTICAL MODEL

The analytical model proposed herein has features which are different from other models in the literature in the following points:

- 1) The model has a built-in mechanism through which flows in various parts of a solar chimney can naturally interact.
- 2) Thermo-mechanical coupling is naturally represented without having to assume an arbitrary temperature rise in the system.
- 3) Details of the flow within the greenhouse portion are included.
- 4) Pressure change within the greenhouse portion, due to area change and heat addition, is included.

The derivation of the analytical model begins by considering the pressure and density differences between the ambient and the base of the chimney. By synthesizing equations for continuity, momentum and energy for a frictionless, one-dimensional, compressible flow, Δp and $\Delta \rho$ can be isolated and represented in terms of other relevant variables as [15]. (The numeral subscripts appear in the equations from here onward are consistent with positions in the solar chimney as illustrated in Fig.1. In the initial stage of the research only a system without a turbine will be analyzed. Therefore, positions 2 and 3 are the same position and will be referred to by the subscript 3 from here onward.)

$$\Delta p = \int_1^3 \frac{\rho v^2}{1-M^2} \left(\frac{dA}{A} - \frac{q}{C_p T} \right) \quad (1)$$

where $\Delta p = p_3 - p_1$. By recognizing that $q = \frac{\dot{Q} dA_r}{\dot{m}}$, equation (1) can be modified to give,

$$\Delta p = \int_1^3 \frac{\rho v^2}{1-M^2} \left(\frac{dA}{A} - \frac{\dot{Q} dA_r}{\dot{m} C_p T} \right) \quad (2)$$

In a similar manner, $\Delta \rho$ can be written as,

$$\Delta \rho = \int_1^3 \left[\frac{\rho M^2}{1-M^2} \frac{dA}{A} - \frac{\rho}{1-M^2} \frac{\dot{Q} dA_r}{\dot{m} C_p T} \right] \quad (3)$$

The flow within the chimney, however, is much simpler because it is assumed to the first order estimation to be adiabatic. Hence the algebraic Bernoulli's equation governs the flow in this portion,

$$(p_4 - p_3) + \frac{\rho_3}{2} (v_4^2 - v_3^2) + \rho_3 g h = 0 \quad (4)$$

wherein it is assumed that $\rho_3 = \rho_4$. p_3 can be redefined as,

$$p_3 = p_1 + \Delta p \quad (5)$$

p_1 , in turn, can be written in terms of p_∞ , by using the Bernoulli's equation,

$$p_1 = p_\infty - \frac{1}{2}\rho_1 v_1^2 \tag{6}$$

p_4 , on the other hand, is the reservoir pressure at height h and is related to the ambient condition at the ground level by the hydrostatic pressure distribution equation,

$$p_4 = p_\infty - \rho_\infty gh \tag{7}$$

By synthesizing all the equations together, an equation can be written as,

$$\frac{1}{2}\rho_1 v_1^2 - \Delta p + gh\Delta\rho + gh\delta\rho = 0 \tag{8}$$

where $\Delta\rho = \rho_3 - \rho_1$ and $\delta\rho = \rho_1 - \rho_\infty$

Finally by putting the relation for Δp and $\Delta\rho$ into equation (8), and using the continuity relation ($\dot{m} = \rho A v = \text{constant}$) and do some rearranging, there is obtain,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\rho_1 \dot{m} v_1^2 - \dot{m}^3 \int_1^3 \frac{dA}{\rho A^3 (1-M^2)} \\ & + \dot{m}^2 \int_1^3 \frac{\dot{Q} dA_r}{\rho A^2 (1-M^2) C_p T} + \dot{m} gh \int_1^3 \frac{\rho M^2 dA}{1-M^2 A} \\ & = gh \int_1^3 \frac{\rho}{1-M^2} \frac{\dot{Q} dA_r}{C_p T} - \dot{m} gh \delta\rho \end{aligned} \tag{9}$$

3. SOLUTION OF THE ANALYTICAL MODEL

For the system which places a turbine at the base of the chimney, the most important flow variable to solve for is $\dot{m} v_1^2 / 2$, which is the available kinetic energy at the chimney base. However, equation (9) is still quite complicated to solve for the desired quantity since it is an under-determined, nonlinear integral equation. To be able to find an approximate solution, idealizations and approximations are made to equation (9).

The general strategy used in this paper is that the engineering approximations involved must be conservative. By "conservative," it is meant that the approximations should render efficiency prediction of the solar chimney to be lower than that an exact solution would otherwise give. Care should be exercised in approximation involving density. On the one hand this is a low speed flow, which means that density change due to dynamic pressure can be neglected. On the other hand, small density difference due to heat addition is what that drives the flow through the chimney. Keeping those

conditions mentioned in mind, the engineering approximations used to this end are as follows:

- 1) The flow speed is very low such that its Mach number is assumed to be much smaller than 1.
- 2) Air density is constant (applied selectively to ensure a conservative error which does not disturb the fundamental driving force of the system.)
- 3) Temperature is assumed to be constant at the numerical values of the inlet or of the exit, whichever gives a conservative error.
- 4) When an exit temperature is called for, value of the inlet temperature plus 30 is used. (The approximation is done here only for the sake of getting a conservative numerical solution to the model and has nothing to do with a predetermined temperature rise as practiced in other models.)
- 5) Neglect the term $\delta\rho$ (the order of magnitude of this term is found to be small; also its neglect amounts to a conservative error)
- 6) The speed of sound is obtained from the ideal gas relation $a^2 = \gamma RT$

When all the approximation strategies listed above are applied to equation (9) and some arrangements done, the following equation is obtained,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \dot{m} v_1^2 \left[\rho_1 - 2\rho_1 A_1^2 \int_1^3 \frac{dA}{A^3} + \frac{2A_1 \dot{Q}}{v_1 C_p T_1} \int_1^3 \frac{dA_r}{A^2} \right. \\ & \left. + \frac{2\rho_1 A_1^2 gh}{\gamma R T_1} \int_1^3 \frac{dA}{A^3} \right] = \frac{\rho_1 gh \dot{Q}}{C_p T_3} \int_1^3 dA_r \end{aligned} \tag{10}$$

It can be seen from equation (10) that the flow power ($\dot{m} v_1^2 / 2$) is made possible by the driving force potential on the right-hand-side. This driving force is a combination of the gravitational forces (ρgh), and the amount of solar flux ($\dot{Q} A_r$) received by the roof of the greenhouse. The terms in the left-hand-side brackets could be interpreted as a "resistance" to power. After an integration and further rearrangement, equation (10) can be written as an cubic algebraic equation in v_1 as,

$$C_1 v_1^3 + C_2 v_1^2 = C_3 \tag{11}$$

where C_1 , C_2 and C_3 can be estimated numerically by the conservative procedure outlined previously. Equation (11) can either be solved for v_1 approximately by hand calculation or numerically by a standard numerical scheme such as the Newton-Raphson scheme. After v_1 is obtained, all other variables of interest can be easily calculated.

4. THE NUMERICAL MODEL

The flow in a cylindrical-shape solar chimney is at least axi-symmetric type of flow. But it is numerically modelled here as a quasi one dimensional problem. The reason for doing this is to reduce complexity of the problem in order to perform calculations on a personal computer platform with a limited computing power. The approximated governing equations of the numerical model should not be viewed as a limitation because they are still much more general and detailed than the analytical model to which it will be used to validate.

In this quasi-one-dimensional approximation, the flow in a solar chimney is reduced to be equivalent to flow in a variable area duct with heat addition and gravitational effects. Schematic of the modelled geometry is as shown in Fig. 2.

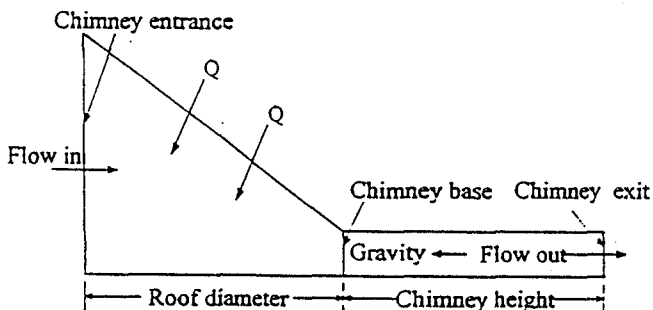


Figure 2. The Schematic of Numerical-Model Geometry

It should be noted that in a two dimensional model, gravity effect is applicable only to the vertical momentum equation. But in the quasi-one-dimensional model, gravity effect is selectively added only in the chimney portion of the (one and only) momentum equation. The effect of friction in this short "duct" can be neglected because h_c/d is quite small. Solar insolation through the transparent roof is modelled as a uniform, volumetric heat addition to the energy equation. This model is justified on the basis that radiation is the dominant mode of heat transfer and that the gas in the greenhouse is rather thin.

With the stated assumptions above, the one dimensional Euler's equations thus govern the behavior of this flow. These equations, with body force due to gravity and with heat addition, can be written as,

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v A)}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial(\rho v A)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} A(\rho v v + p) = -\rho g A \quad (13)$$

$$\frac{\partial(\rho e A)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho v A \left(\hat{h} + \frac{v^2}{2} \right) = (q - \rho g v) A \quad (14)$$

Together with the ideal gas equation of state ($p = \rho R T$) and the definition of internal energy ($e = C_v T$), the system of Euler's equations is closed and can be solved numerically provided that boundary conditions are appropriately set. In this investigation, the computational fluid dynamic (CFD) computer code developed in [16] is used. This CFD code solves the full 2 dimensional, compressible Navier-Stokes equations using an implicit finite volume methodology. The code was modified to include the heat addition and the body force due to gravity terms. The buoyant effect was represented in its fundamental form without resorting to the Boussinesq approximation. Also, the code was modified to be able to solve one dimensional problem in one dimensional grid despite the code being a two dimensional one.

5. SOLUTION OF THE NUMERICAL MODEL

In this investigation, the full compressible Euler's equations are solved in its strong conservation law form. Before solving the Euler's equations numerically, boundary conditions must be set. Since the flow is theoretically in a low subsonic regime, at the inflow boundary, two (out of three) conditions can be fixed and one extrapolated from the interior. In particular, the velocity is extrapolated to the inlet and the constant total enthalpy condition is used to get the static temperature. Knowing the total pressure and the total temperature at the inlet, then, the static pressure can be obtained from the isentropic relation. The procedure can be shown mathematically as follows,

$$v_i = v_1 \quad (15)$$

$$T_i = T_o - \frac{1}{2} \frac{v_i^2}{C_p} \quad (16)$$

$$p_i = p_o \left(\frac{T_i}{T_o} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (17)$$

The total pressure and total temperature are set to be the static atmospheric conditions at the ground level. At the outlet, only the static pressure is specified whereas temperature and velocity are extrapolated from the interior, while density is calculated from the equation of state. The value of the specified static pressure at the chimney outlet is obtained from the hydrostatic pressure distribution between the ground level and the top of the chimney. At walls, tangentially slip condition is assumed: this is consistent with the inviscid flow assumption being employed.

The natural convection being investigated here can be classified as a very low subsonic flow with variable density. It is generally known that using the compressible set of governing equations to solve nearly incompressible flow could be problematic in that convergence is hard to achieve due partly to the relatively large round off error generated by the pressure gradient term. To circumvent this difficulty the pressure gradient term in the momentum equation is evaluated using a gauge pressure technique, wherein a large, constant reference pressure is subtracted from the absolute pressure. The finite volume representation of the Euler's equations is numerically integrated until mass conservation at all grid points is achieved to within a specified tolerance; at which point numerical convergence is assumed to be achieved.

6. RESULTS AND DISCUSSION

All the test cases investigated represent the solar chimney system with a roof diameter of 200 m., roof height of 2 m. and chimney diameter of 8 m. Two parameters are used in the test: 1) the chimney height (h), and 2) the insolation (\dot{Q}). The test matrix for the numerical experiment are tabulated as in table 1.

Table 1. Parameters Used in Numerical Test Cases

Test case	\dot{Q} (W)	Chimney Height (m)		
A	500	100	150	200
B	800	100	150	200

Fig. 3 compares the velocity predictions by the analytical model and the numerical model, for the test case A and B.

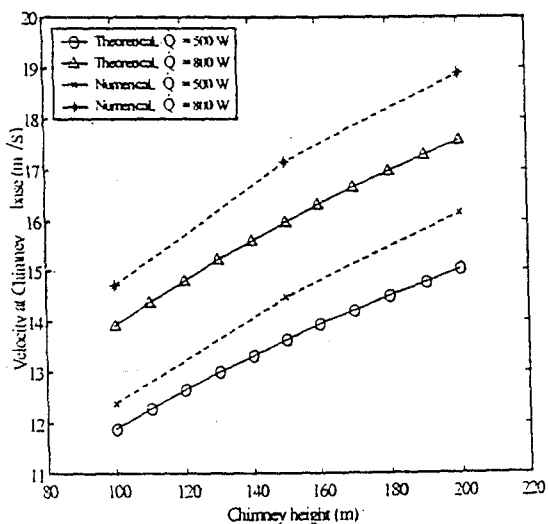


Figure 3. Comparison of Velocity Predictions by Analytical Model and CFD

The figure shows the air velocities as functions of chimney height. It is clearly seen from the figure that the velocities increase as the chimney height increases. The CFD results shown in the figure indicate very reasonable agreements with the analytical model prediction. A close observation reveals that the functional relationship between the velocity increase and the height increase is not a linear one; for example at $\dot{Q} = 500$ W, the velocity increases by about 1.7 m/s between the height increase from 100 m to 150 m, compared to the increase of only 1.3 m/sec for the height increase from 150 m to 200 m. The analytical model correctly predicts this non linear velocity-height relationship.

Comparison of the total kinetic energy ($mv^2/2$) at the two different insolation values is shown in Fig. 4. It is evident that the power increases as the heat flux increases. The CFD predictions, again, agree reasonably well with the analytical model predictions. Unlike the velocity comparison in Fig. 3, the functional relationship here seems to be linear in both predictions. The fan-like distribution of the power curves suggests that at higher heights the power increment due to increased insolation is higher than at lower height. If the cost of a chimney is linear in height, then, a higher chimney could be worthwhile.

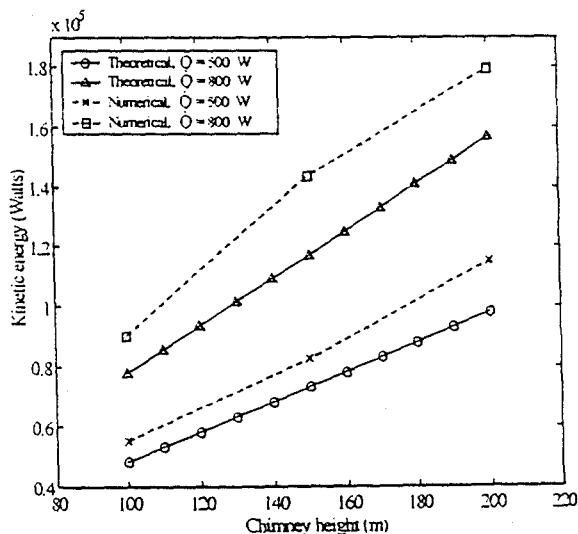


Figure 4. Comparison of Kinetic Energy Predictions by Analytical Model and CFD

The general conclusion that can be drawn at this juncture is that the proposed analytical model, despite its relatively crude approximations, show very good agreement, qualitatively as well as quantitatively, with the numerical results obtained with the full Euler's equations. Furthermore, the analytical model predictions are in the conservative side of the full Euler's predictions; this is ir

accord with the proposal made in setting up various assumptions in the analytical model.

Fig. 5 shows the efficiency ($\eta = 0.5\dot{m}v^2 / \dot{Q}A_r$) predictions for the two values of insolation (500 and 800 W) wherein it is evident that the efficiency curves for the two cases collapse. Other plots (not shown here) show that efficiency is also invariant with respect to the sizes of the roof and the chimney diameters.

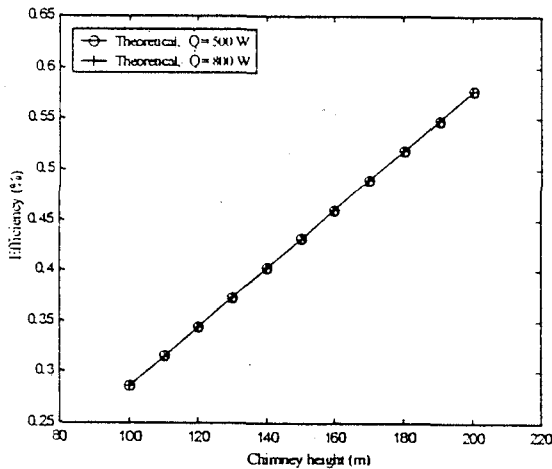


Figure 5. Efficiency Distributions for Different Insolations

It is now perhaps instructive to show some representatives of the numerical results in detail. Unfortunately, results from the analytical model cannot be obtained and compared in this distributed manner, since it is a point function (algebraic equation). Fig. 6 shows the gauge pressure and velocity distributions of the two cases (*A* and *B* at $h = 100$ m.).

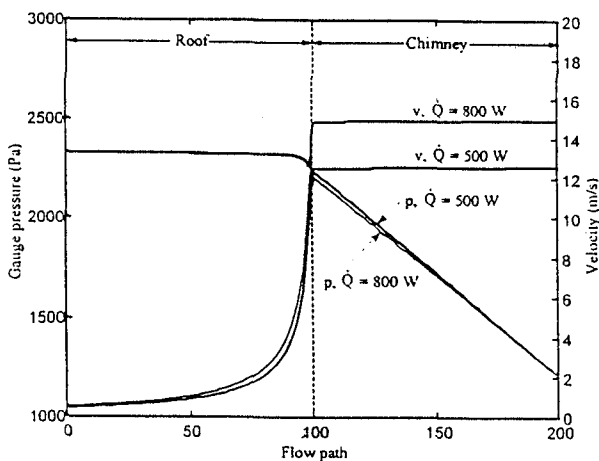


Figure 6. Numerical Prediction of Velocity and Pressure Distribution

A careful observation reveals that the pressure decreases in the roof portion near the chimney base is about 0.1% of the atmospheric pressure (101325 Pa). This is approximately the magnitude of the dynamic pressure head gained by the hot fluid at the base of the chimney ($v = 15$ m/s from Fig. 3). Despite its small absolute value, this pressure difference is very important because it is the mechanism through which the flow in the chimney portion interacts with the flow in the greenhouse portion. Hence, any analytical model which assume as constant the pressure between the chimney base and the ambient (as have been traditionally practiced in the literature) will deprive the flow of important interaction mechanism which could lead to a wrong prediction. For example, if the top end of the chimney is made convergent, a model without this interaction mechanism might predict the total kinetic energy to be higher because the velocity would increase due to the smaller flow area. This might occur because the flow upstream “cannot see” the effect of tapering the downstream end of the chimney because there is no interaction mechanism provided. In fact, a model in the literature had predicted just that and should be reinvestigated with this “interacting” analytical model.

Numerical oscillations of the pressure distributions near the chimney base are observed. This is believed to be due to the high flow gradient there. The oscillation could possibly be taken care of with a finer grid at the expense of more computational cost. However, the oscillations are minor and do not seem to affect the overall feature of the numerical solution.

The temperature and density distributions of the same two cases above are shown in Fig. 7 wherein it is observed that the temperature rise in the greenhouse portion of the two cases are not the same. The temperature rise for the higher insolation case is higher. The lower density of the higher insolation case creates a higher buoyancy force which finally results in higher air kinetic energy in the chimney as indicated in Fig. 4.

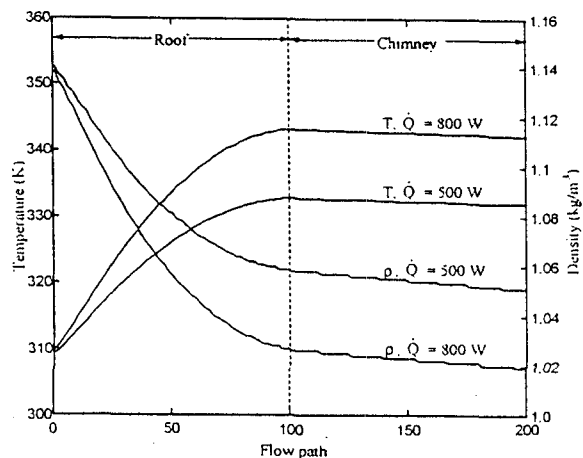


Figure 7. Numerical Prediction of Temperature and Density

7. CONCLUSIONS

A new analytical model is proposed and used to predict the performance of a typical solar chimney. The results obtained by the analytical model are validated with the numerical results, obtained from the full quasi-one dimensional Euler's equations. The good agreement between the two approaches, qualitatively and quantitatively, seem to suggest the validity of this analytical model. The analytical results are on the conservative side of the numerical results, thus confirming the appropriateness of the approximation procedure used in the analytical model.

The analytical model predicts a non-linear relationship between the velocity and the chimney height whereas the total kinetic energy and height relationship is found to be a linear one. The slope of this linear relationship, however, is higher as the insolation increases; this suggests that in area where insolation is high, it could be worthwhile to use a taller chimney.

The numerical results also reveal the small pressure difference in the greenhouse portion which has been ignored in other analytical models. This small pressure difference is the mechanism through which flow in the chimney portion interacts with flow in the greenhouse portion. An analytical model which assumes as constant the pressure in the greenhouse portion does not have this important mechanism and thus could lead to a wrong prediction.

The proposed analytical model is simple and very economical to use but accurate enough to predict qualitative as well as quantitative performance trends of a solar chimney.

8. ACKNOWLEDGEMENTS

This research is supported in parts by The Energy Conservation Promotion Fund, through The National Energy Policy Office (NEPO), Thailand, and in parts by Suranaree University of Technology. The help in preparing the manuscript by Ms. Pornsawan Tongbai is highly appreciated.

9. REFERENCES

- [1] K.N. Bansal, et. al, "A Study of Solar Chimney Assisted Wind Tower System for Natural Ventilation in Buildings", *Building and Environment*, Vol. 29, No. 4, 1994, pp. 495-500.
- [2] G.S. Barozzi, et. al. "Physical and Numerical Modelling of a Solar Chimney-based Ventilation System for Buildings", *Building and Environment*, Vol. 27, No. 4, 1992, pp. 433-445.
- [3] S.K. Das and Y. Kumar. "Design and Performance of a Solar Dryer with Vertical Collector Chimney Suitable for Rural Application", *Energy Convers. Mgmt.*, Vol. 29, No.2, 1989, pp. 129-135.
- [4] R.H.B. Excell. "Basic Design Theory for a Simple Solar Rice Dryer", *Renewable Energy Review Journal*, Vol.1, No.2, 1982, pp. 1-14.
- [5] R. Richards. "Hot Air Starts to Rise Through Spain's Solar Chimney," *Electrical Review*, Vol. 210, No. 15, 1982, pp.6-27.
- [6] *Yearbook of Science and Technology*, McGraw-Hill, 1994, pp. 356-358.
- [7] J. Schlaich, et al. "Solar Chimneys," *Encyclopedia of Physical Science and Technology*, Academic Press, 1990, pp. 513-520.
- [8] H. Lautenschlager, et. al, "New Results from the Solar Chimney Prototype and Conclusions for Large Power Plants," *Proc. of the European Wind Energy Conference*, Hamburg, FRG., 1984, pp. 231-235.
- [9] L.B. Mullett. "The Solar Chimney-Overall Efficiency, Design and Performance," *International Journal of Ambient Energy*, Vol. 8, No. 1, 1987, pp. 35-40.
- [10] M.M. Padki and S.A. Sherif. "Fluid Dynamics of Solar Chimney," *Proc. of The ASME Winter Annual Meeting*, 1988, pp. 43-46.
- [11] M.M. Padki and S.A. Sherif. "Solar Chimney for Medium-to-Large Scale Power Generation," *Proc. of The Manila International Symposium on the Development and Management of Energy Resources*, 1989, pp. 432-443.
- [12] M.M. Padki, et al. "Solar Chimney for Power Generation in Rural Areas." *Procs. of the Seminar on Energy Conservation and Generation Through Renewable Resources* (organised by The Indian Institute of Metals), 1989, pp. 91-96.
- [13] M.M. Padki, and S.A. Sherif. "A Analytical Model for Solar Chimneys." *Proc. of the 1992 International Renewable Energy Conference*, Vol.1, 1992, pp. 289-294.
- [14] M.Q. Yan, et al. "Thermo-Fluid Analysis of Solar Chimney," *Proc. of the ASME Winter Annual Meeting*, 1991, pp. 125-130.
- [15] A.M. Kuethe, and J.D. Schetzter, *Foundations of Aerodynamics*, John Wiley & Sons, 1964, pp. 159-160.
- [16] T. Chitsomboon. "MOYA: A Computer Program for Fluid Flow Analysis", *Suranaree J. Sci. Tech.*, Vol. 7, 2000, pp. 30-41.

10. LIST OF SYMBOLS

A	Flow area
A_r	Greenhouse roof area
C_p	Specific heat at constant pressure
d	Chimney diameter
D	Greenhouse roof diameter
e	Total energy
g	Gravitational constant
\hat{h}	Enthalpy
h	Chimney height
h_r	Roof height
\dot{m}	Mass flow rate
M	Mach number
p	Pressure
p_o	Total pressure
p_∞	Ambient pressure at ground level
q	Heat addition per unit mass
\dot{Q}	Insolation
R	Gas constant
ρ	Air density
T	Static temperature
T_o	Total temperature
v	Flow velocity
z	Vertical coordinate
γ	Specific heat ratio

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

รศ. ดร. ทวีช จิตรสมบูรณ์

การศึกษา

B.Sc.(Naval Engineering), รร.นายเรือ จ.สมุทรปราการ ประเทศไทย, พ.ศ. 2520

M.S. (Mech. Eng.) Univ. of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA, พ.ศ. 2522

Ph.D. (Mech. Eng.), Old Dominion University, Norfolk, Virginia, USA., พ.ศ. 2529

ประวัติการทำงานด้านวิชาการและวิชาชีพ

- วิศวกรวิจัยตามสัญญาจ้าง, Langley Research Center, NASA ,Hampton, Virginia, USA.

(4 ปี)

- วิศวกร, G.E. Aircraft Engines, Cincinnati, Ohio, USA (1 ปี)

- นักวิจัยอาวุโส, Institute for Computational Mechanics in Propulsion, Glenn Research Center, NASA, Cleveland, Ohio, USA. (5 ปี)

- อาจารย์ วิศวกรรมเครื่องกล (ตั้งแต่ 2538), มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

การทำงานปัจจุบัน

- สอน รายวิชาต่าง ๆ ในระดับป.ตรี โทและเอก ในสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล มทส.

- วิจัย ทำงานวิจัยเกี่ยวกับกลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ พลังงานแสงแดด การอบแห้ง
ข้าวเปลือก และการผลิตเครื่องจักรกล

- บริหาร ปฏิบัติหน้าที่รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

ผลงานทางวิชาการ

ตีพิมพ์ผลงานวิจัย ในวารสารวิชาการ เอกสารรวมเล่มการประชุมในระดับประเทศ และนานาชาติ ประมาณ 30 เรื่อง เกี่ยวกับกลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ กลศาสตร์ของไหลเชิงทฤษฎี พลังงานแสงแดดจากปล่องลมแดด การอบแห้ง การวิเคราะห์การรับแสงของต้นไม้ รวมทั้งการตีพิมพ์ความเห็นและการวิเคราะห์ทางด้านการศึกษาและการวิจัยอีกประมาณ 5 เรื่อง