

ผลาตร สุวรณโพธิ์ : การประกุค้กัลุ่มวิเคราะห์กับสมการสามคลื่นในออปติกส์
ไม่เชิงเส้น (APPLICATION OF GROUP ANALYSIS TO THREE-WAVE
EQUATIONS IN NONLINEAR OPTICS)

อ. ที่ปรึกษา: Prof. Dr. Sergey Meleshko, 104 หน้า. ISBN 974-533-017-5

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นการนำเอาประโยชน์ของกลุ่มวิเคราะห์ไปใช้กับสมการสามคลื่น
ในออปติกส์ไม่เชิงเส้น ซึ่งสมการเหล่านี้ได้มาจากปรากฏการณ์จริงของ 2 ลำแสงหลักที่มีความถี่
เหมือนกัน แต่มีโพลาไรเซชันต่างกัน ส่องผ่านตัวกลางนอนลิเนียร์ ผลที่ได้นี้จะเกิดเป็นลำแสงที่ 3
ซึ่งมีความถี่เป็นเช้คกันฮาร์โมนิก (Second harmonic) จากความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้า และสนาม
แม่เหล็ก ซึ่งแสดงในรูปของสมการแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equations) นำมาสร้างเป็นสมการ ที่
เรียกว่าสมการสามคลื่น

การประกุค้กัลุ่มวิเคราะห์กับสมการอนุพันธ์ย่อย เริ่มจากการหากลุ่มแอดมิตเตด
(Admitted group) ซึ่งในสมการสามคลื่นมี 11 กลุ่มพารามิเตอร์ สำหรับการสร้างผลเฉลยขึ้นยงนั้น
จำเป็นที่จะต้องทำการจำแนกกลุ่มแอดมิตเตด การจำแนกของกลุ่มแอดมิตเตดจะสมนัยกับการ
จำแนกพีชคณิตย่อยของพีชคณิต L_{11} จุดประสงค์ของ วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ คือการสร้างพีชคณิตย่อย
ทั้งหมด ของกลุ่มหลักของกลุ่มแอดมิตเตด L_{11} ที่สามารถหาผลเฉลยขึ้นยงได้ ในการสร้างระบบ
ออปติมอล (Optimal system) สามารถทำได้ง่าย สำหรับพีชคณิตที่มีขนาดเล็ก เนื่องจากพีชคณิต
แอดมิตเตดของสมการสามคลื่นมีขนาดเท่ากับ 11 ดังนั้นการสร้างระบบออปติมอลจึงเริ่มจาก
พีชคณิตที่มีขนาดเล็ก ผลที่ได้คือพีชคณิตย่อยทั้งหมดใน 3 มิติของพีชคณิต L_{11} (Subalgebra), ผล
เฉลยขึ้นยงที่สอดคล้องกับ บางพีชคณิตย่อยของพีชคณิต L_{11} และใช้วิธีการของรุงเงง คุดตา
(Runge-Kutta method) กับระบบสมการที่ลดรูป

สาขาวิชาคณิตศาสตร์

นักศึกษา _____

ปีการศึกษา 2544

อาจารย์ที่ปรึกษา _____

PALADORN SUWANNAPHO: APPLICATION OF GROUP
ANALYSIS TO THREE-WAVE EQUATIONS IN NONLIN-
EAR OPTICS

THESIS ADVISOR: PROF. DR. SERGEY MELESHKO,
Ph.D. 104 PP. ISBN 974-533-017-5

GROUP ANALYSIS / THREE-WAVE EQUATIONS IN NONLINEAR OPTICS
/ SECOND HARMONIC / EQUIVALENCE GROUP / ADMITTED GROUP
/ OPTIMAL SYSTEM / INVARIANT SOLUTIONS / REDUCE SYSTEM

This thesis deals with an application of group analysis to three-wave equations in nonlinear optics. These equations are obtained from the phenomenon that two fundamental beams of light with the same frequency and different polarizations propagate through quadratic nonlinear media. As the result of interaction, a third beam of second harmonic frequency is generated. Maxwell's equations and the slow envelope approximation is used to construct the three-wave equations.

The application of group analysis to partial differential equations starts from finding an admitted group. The admitted group of the three-wave equations is an eleven-parameter group. To construct invariant solutions one needs to classify this group. A classification of the group is equivalent to a classification of subalgebras of the admitted algebra L_{11} . The main point of the thesis was to construct all subalgebras of the admitted algebra L_{11} , which can be source of invariant solutions. In this case a reduced system is a system of ordinary differential equations. The constructing of an optimal system of subalgebras could be done easily only for small dimensions. Because the admitted algebra of the three-wave equations is eleven-dimensional, the problem of its classification was reduced to the study of algebras with small dimensions. The first result is that all essentially different three-dimensional subalgebras of the algebra L_{11} were obtained. Then, invariant solutions with respect to some of subalgebras of the algebra L_{11} were studied. And finally the Runge-Kutta method was employed to study the reduced system.

School of Mathematics

Student _____

Academic Year 2001

Advisor _____