

บทที่ 3

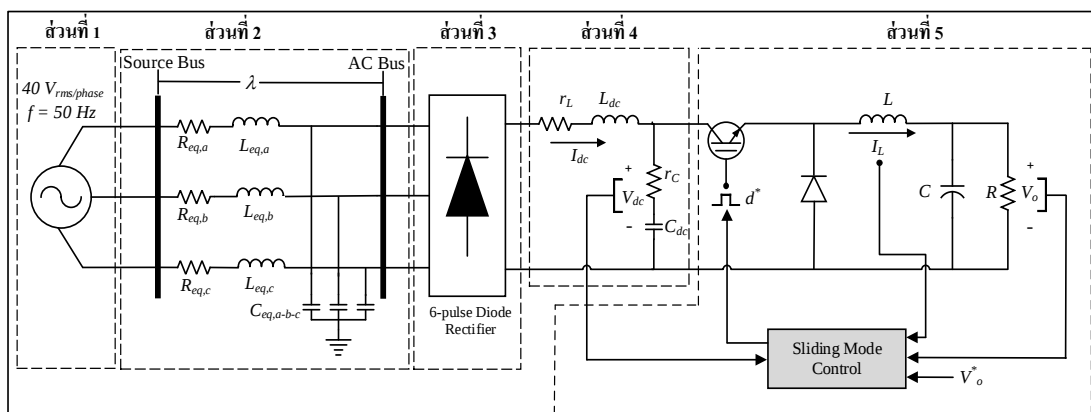
ระบบไฟฟ้ากำลังที่พิจารณาและการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3.1 บทนำ

การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้ามีความสำคัญอย่างยิ่ง เนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวสามารถนำมาใช้สำหรับอธิบายพฤติกรรมของระบบ อีกทั้งยังสามารถใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพและสร้างเสถียรภาพได้อีกด้วย โดยทั่วไปแล้วแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าจะเป็นแบบจำลองที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาอันเนื่องมาจากผลของอุปกรณ์สวิตช์ภายในระบบ ซึ่งเป็นแบบจำลองดังกล่าวหากนำไปใช้สำหรับการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเสถียรภาพจะมีความยุ่งยากและซับซ้อนเป็นอย่างมาก ดังนั้นเนื้อหาในบทที่ 3 นี้จึงเป็นการนำเสนอการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณา โดยอาศัยทฤษฎีการแปลงดีคิวดัวยวิธีการแปลงของปาร์คผสมผสานกับวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไป เพื่อให้ได้แบบจำลองของระบบที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งเป็นแบบจำลองที่มีความเหมาะสมต่อการนำไปใช้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเสถียรภาพ พร้อมทั้งนำเสนอการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการพิสูจน์ขึ้นผ่านการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์ด้วยโปรแกรม MATLAB สำหรับเนื้อหาในบทที่ 3 นี้จะเป็นองค์ความรู้พื้นฐานสำคัญในการนำไปประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพรวมถึงการสร้างเสถียรภาพที่จะนำเสนอไว้ในบทที่ 4 และในบทที่ 5 เป็นลำดับถัดไป

3.2 ระบบไฟฟ้ากำลังที่พิจารณา

ระบบไฟฟ้ากำลังที่พิจารณาในงานวิจัยวิทยานิพนธ์ คือ ระบบไฟฟ้ากำลังเอเชียเป็นติซีที่มีโหลดเป็นวงจรแปลงผันแบบบักที่มีการควบคุมแสดงได้ดังรูปที่ 3.1 ซึ่งประกอบด้วย 5 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสแบบสมดุล มีหน้าที่ผลิตไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสแบบสมดุล ส่วนที่ 2 สายส่งกำลังไฟฟ้า มีหน้าที่ส่งจ่ายกำลังไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสไปยังวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์ ส่วนที่ 3 วงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์ มีหน้าที่แปลงสัญญาณไฟฟ้ากระแสสลับให้เป็นสัญญาณไฟฟ้ากระแสตรง ส่วนที่ 4 วงจรกรอง มีหน้าที่กรองสัญญาณไฟฟ้ากระแสตรงที่ได้จากส่วนที่ 3 ให้มีความเรียบมากขึ้น และส่วนที่ 5 วงจรแปลงผันแบบบักที่มีการควบคุมด้วยตัวควบคุมโหมดการเลื่อน ซึ่งวงจรแปลงผันแบบบักที่มีการควบคุมดังกล่าว จะมีพฤติกรรมเปรียบเสมือนโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัวที่มีลักษณะเป็นค่าความต้านทานติดลบต่อระบบโดยรวม ส่งผลทำให้ระบบไฟฟ้าที่พิจารณาเกิดการขาดเสถียรภาพขึ้นโดยการขาดเสถียรภาพของระบบอาจก่อให้เกิดความเสียหายต่อโครงสร้างของระบบหรือส่งผลต่อสมรรถนะการทำงานของระบบควบคุมได้ ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาเพื่อให้ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีความเหมาะสมต่อการนำไปศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเสถียรภาพของระบบ



รูปที่ 3.1 ระบบไฟฟ้ากำลังที่พิจารณาสำหรับงานวิจัยวิทยานิพนธ์

3.3 ทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

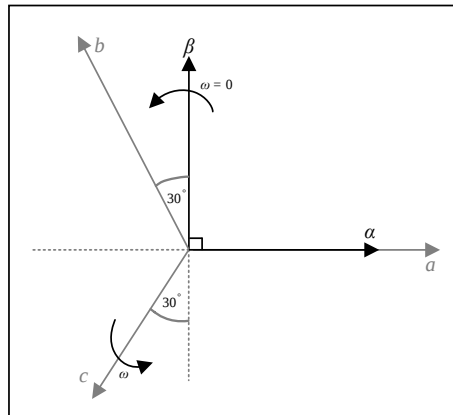
เมื่อพิจารณาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาจะพบว่าเป็นแบบจำลองที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาอันเนื่องมาจากผลของอุปกรณ์สวิตช์ภายในระบบ ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์จึงดำเนินการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาโดยใช้วิธีการแปลงดีคิวและวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปกำจัดผลของอุปกรณ์สวิตช์ดังกล่าว ดังนั้นเพื่อให้มีความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการดังกล่าว หัวข้อนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับวิธีการแปลงดีคิวและวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปดังรายละเอียดต่อไปนี้

3.3.1 ทฤษฎีของวิธีการแปลงดีคิว

วิธีการแปลงดีคิว (DQ transformation) เป็นวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยลดความยุ่งยากและความซับซ้อนของระบบไฟฟ้าสามเฟสสมดุล ซึ่งมีพื้นฐานมาจากการแปลงของคลาร์ก (Clarke's transformation) การแปลงแกน $\alpha\beta 0$ เป็นแกน dq และการแปลงของพาร์ก (Park's transformation) สามารถอธิบายพอสังเขปได้ ดังนี้

1) การแปลงของคลาร์ก

การแปลงของคลาร์กเป็นการแปลงปริมาณทางไฟฟ้าจากแกนสามเฟสสมดุล (abc) ที่มีส่วนประกอบลำดับเฟสบวก (positive sequence) ซึ่งมีมุมห่างกัน 120 องศา ให้เป็นปริมาณทางไฟฟ้าบนแกนสองเฟสที่หยุดนิ่ง (stationary axis) แสดงได้ดังรูปที่ 3.2 โดยจากแผนภาพเวกเตอร์การแปลงของคลาร์กในรูปที่ 3.2 จะพบว่า แกน α กับแกนเฟส a จะอยู่บนแกนเดียวกัน และแกน α จะทำมุมตั้งฉากกับแกน β ดังนั้นจากความสัมพันธ์ดังกล่าวจะได้สมการการแปลงของคลาร์ก ดังสมการที่ (3-1) เมื่อ $f_{\alpha\beta 0}$ เป็นปริมาณทางไฟฟ้าใด ๆ ที่อยู่บนแกน $\alpha\beta 0$ และ f_{abc} เป็นปริมาณทางไฟฟ้าใด ๆ ที่อยู่บนแกนเฟส



รูปที่ 3.2 แผนภาพเวกเตอร์การแปลงของคลาร์ก

$$[f_{\alpha\beta 0}] = K \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} [f_{abc}] \quad (3-1)$$

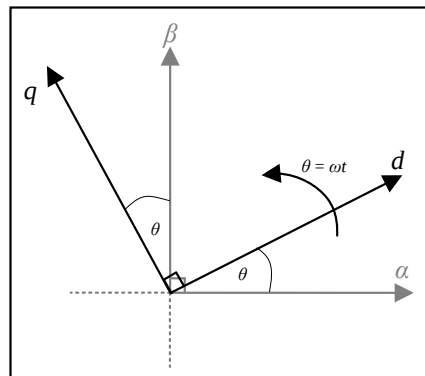
โดยที่ K คือ ค่าสัมประสิทธิ์การแปลง ซึ่งมีค่าคงที่และมีค่าขึ้นอยู่กับรูปแบบของการแปลง เช่น $K = 2/3$ สำหรับการแปลงค่ายอด (peak convention), $K = 1$ สำหรับการแปลงครึ่งเท่าของค่ายอด (one and a half time peak convention), $K = \sqrt{2}/3$ สำหรับการแปลงค่าเฟสอาร์เอ็มเอส (RMS phase convention) และ $K = \sqrt{2}/3$ สำหรับการแปลงแบบการอนุรักษ์กำลังไฟฟ้า (power conserving convention)

สำหรับการแปลงผกผันของคลาร์ก (inverse Clarke's transformation) จะเป็นการแปลงปริมาณทางไฟฟ้าที่อยู่บนแกน $\alpha\beta 0$ ให้เป็นปริมาณทางไฟฟ้าที่อยู่บนแกนเฟส abc ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (3-2) ดังนี้

$$[f_{abc}] = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{K} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} [f_{\alpha\beta 0}] \quad (3-2)$$

2) การแปลงแกน $\alpha\beta 0$ เป็นแกน dq

การแปลงแกน $\alpha\beta 0$ เป็นแกน dq เป็นการแปลงปริมาณทางไฟฟ้าที่หยุดนิ่งบนแกน $\alpha\beta 0$ ให้เป็นปริมาณทางไฟฟ้าสองเฟสบนแกนหมุนเชิงตั้งฉาก (orthogonal rotating axis: dq) ผ่านการหมุนแกน $\alpha\beta 0$ ด้วยมุมหมุนของการแปลงดีคิว (θ) ที่มีค่าเท่ากับ ωt ดังแสดงในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แผนภาพเวกเตอร์การแปลงแกน $\alpha\beta 0$ เป็นแกน dq

จากรูปที่ 3.3 พบว่าแกน d และแกน q จะตั้งฉากกัน และมีมุมนำแกน $\alpha\beta 0$ เท่ากับ ωt ดังนั้นสมการสำหรับการแปลงปริมาณทางไฟฟ้าบนแกนหยุดนิ่ง $\alpha\beta 0$ ให้เป็นปริมาณทางไฟฟ้าบนแกนหมุน dq แสดงได้ดังสมการที่ (3-3)

$$\begin{bmatrix} f_{dq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{\alpha\beta 0} \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

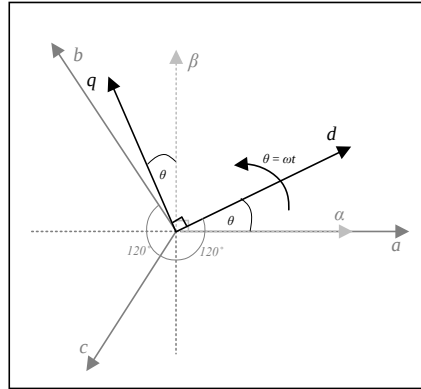
สำหรับการแปลงปริมาณทางไฟฟ้าบนแกนหมุน dq ให้เป็นปริมาณทางไฟฟ้าบนแกนหยุดนิ่ง $\alpha\beta 0$ แสดงได้ดังสมการที่ (3-4)

$$\begin{bmatrix} f_{\alpha\beta 0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{dq} \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

3) การแปลงของปาร์ค

การแปลงของปาร์คเป็นการแปลงปริมาณทางไฟฟ้าจากแกนสามเฟสสมดุล (abc) ที่มีส่วนประกอบลำดับเฟสบวกที่มีมุมห่างกัน 120 องศา หรือ $2\pi/3$ เรเดียน ให้เป็นปริมาณทางไฟฟ้าบนแกนหมุน dq โดยตรง ซึ่งการแปลงของปาร์คมีพื้นฐานมาจากการแปลงของคลาร์กและการแปลง

แกน $\alpha\beta 0$ เป็นแกน dq ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วข้างต้น ซึ่งการแปลงของปาร์คจะแสดงได้ดังรูปที่ 3.4 และสมการการแปลงของปาร์คจะแสดงได้ดังสมการที่ (3-5)



รูปที่ 3.4 แผนภาพเวกเตอร์การแปลงของปาร์ค

$$\begin{bmatrix} f_{dq} \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{abc} \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

สำหรับการแปลงผกผันของปาร์ค (Inverse Park's transformation) ซึ่งเป็น การแปลงปริมาณทางไฟฟ้าจากแกนหมุน dq ให้เป็นปริมาณทางไฟฟ้าบนแกนเฟสสมดุล abc ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (3-6)

$$\begin{bmatrix} f_{abc} \end{bmatrix} = \frac{2}{3K} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & \frac{1}{2} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{2} \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{dq} \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

โดยที่ f_{abc} เป็นปริมาณทางไฟฟ้าใด ๆ บนเฟสสมมูล abc และ f_{dq} เป็นปริมาณทางไฟฟ้าใด ๆ บนแกนหมุน dq และ K คือ ค่าสัมประสิทธิ์การแปลง ตามที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อการแปลงของคลาร์ก สำหรับงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ เลือกใช้ค่าสัมประสิทธิ์การแปลงแบบการอนุรักษ์กำลังไฟฟ้านั้นคือ $K = \sqrt{2/3}$ เนื่องจากต้องการให้ปริมาณกำลังไฟฟ้าที่อยู่บนแกน $\alpha\beta 0$ มีค่าเท่ากับปริมาณกำลังไฟฟ้าที่อยู่บนแกนเฟส abc (Areerak K-N., Bozhko S.V., Asher G.M., and Thomas D.W.P., 2008; อภิชัย สุยะพันธ์, 2558; รัฐพล โพธิ์สังข์, 2563; อลิสา ถนนอมเมือง, 2565)

3.3.2 ทฤษฎีพื้นฐานของวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไป

วิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปนิยมใช้สำหรับการกำจัดผลของอุปกรณ์ของอุปกรณ์สวิตช์วงจรแปลงผันดีซีเป็นดีซี ซึ่งวิธีดังกล่าวจะใช้สัมประสิทธิ์อนุกรมฟูริเยร์เชิงซ้อน (complex fourier series) ของตัวแปรสถานะของวงจรไปเป็นตัวแปรสถานะของแบบจำลอง โดยอนุกรมฟูริเยร์เชิงซ้อนสามารถอธิบายรายละเอียดพอสังเขปได้ดังนี้

โดยทั่วไป สัญญาณ $f(t)$ ใด ๆ ที่เป็นสัญญาณรายคาบ (periodic signal) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของอนุกรมฟูริเยร์เชิงซ้อนได้ดังสมการที่ (3-7)

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_k e^{jk\omega t} \quad (3-7)$$

โดยที่ $\langle x \rangle_k(t)$ คือ สัมประสิทธิ์ฟูริเยร์เชิงซ้อน และ ω คือ ความถี่เชิงมุม ซึ่งสามารถคำนวณได้จาก $2\pi/T$ เมื่อ T คือ คาบ

วิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปจะกำหนดให้สัมประสิทธิ์ฟูริเยร์เชิงซ้อน $\langle x \rangle_k(t)$ ของสัญญาณเป็นตัวแปรสถานะของระบบ ซึ่งสัมประสิทธิ์ฟูริเยร์เชิงซ้อนจะสามารถหาได้จากสมการ (3-8) ดังนี้

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t f(t) e^{-jk\omega t} dt \quad (3-8)$$

โดยคุณสมบัติที่จำเป็นของสัมประสิทธิ์อนุกรมฟูริเยร์เชิงซ้อน $\langle x \rangle_k(t)$ มีดังนี้

1. คุณสมบัติของอัตราการเปลี่ยนแปลงตามเวลา แสดงได้ดังสมการที่ (3-9)

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle_k = \left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_k - jk\omega \langle x \rangle_k \quad (3-9)$$

2. คุณสมบัติของความสัมพันธ์ของการคูณแสดงได้ดังสมการที่ (3-10)

$$\frac{d}{dt}\langle x \rangle_k = \left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_k - jk\omega \langle x \rangle_k \quad (3-10)$$

3. ถ้า $f(t)$ คือ ค่าจริง แล้วสัมประสิทธิ์ฟูริเยร์เชิงซ้อนที่ค่า k ติดลบ จะแสดงได้ดังสมการที่ (3-11)

$$\langle x \rangle_{-k} = \overline{\langle x \rangle_k} = \langle x \rangle_k^* \quad (3-11)$$

4. คุณสมบัติเวลาเลื่อนแสดงได้ดังสมการที่ (3-12)

$$\text{ถ้า } f(t) \rightarrow f(t-\tau) \text{ จะได้ } \langle x \rangle_k \rightarrow \langle x \rangle_k e^{-j\frac{2\pi k\tau}{T}} \quad (3-12)$$

จากสมการที่ (3-7) และสมการที่ (3-8) ตัวแปร k จะบ่งบอกถึงความถูกต้องของการใช้อนุกรมฟูริเยร์ ถ้า k มีค่าเป็นอนันต์ ค่าผิดพลาดจากการประมาณจะมีค่าเท่ากับ 0 ถ้าสัญญาณที่ไม่ปรากฏการสั่นไหว สามารถกำหนดให้ค่า k เท่ากับ 0 ซึ่งเรียกวิธีนี้ว่าการประมาณค่าอันดับศูนย์ และถ้าสัญญาณมีการสั่นไหวสามารถกำหนดให้ k มีค่าเท่ากับ -1, 0, 1 จะเรียกวิธีนี้ว่าการประมาณค่าอันดับหนึ่ง (กองพัน อารีรักษ์, 2564)

3.4 การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบในกรณีที่ไม่มี การควบคุม

3.4.1 การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุมจะอาศัยทฤษฎีการแปลงดีคิวโดยใช้การแปลงของปาร์คผสมผสานกับวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิ-สถานะทั่วไป โดยระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าสามเฟสสมดุลที่ประกอบด้วย ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า กระแสสลับสามเฟสแบบสมดุล สายส่งกำลังไฟฟ้า และวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์ จะใช้วิธีการแปลงของปาร์ค ส่วนของทางด้านโหลดหรือวงจรแปลงผันแบบบักจะใช้วิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิ-สถานะทั่วไป โดยในขั้นแรกจะพิจารณาที่แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสสมดุลซึ่งสามารถแทนได้ด้วยสมการที่ (3-13)

$$v_{s,abc} = \begin{bmatrix} v_m \sin(\omega t) & v_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) & v_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix}^T \quad (3-13)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (3-13) ร่วมกับสมการการแปลงของปาร์คจะได้สมการของแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสสมดุลที่อยู่บนแกนหมุนดีควิดังสมการที่ (3-14) ดังนี้

$$\begin{cases} v_{sd} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_m \cos(\lambda + \phi - \phi_1) \\ v_{sq} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_m \sin(\lambda + \phi - \phi_1) \end{cases} \quad (3-14)$$

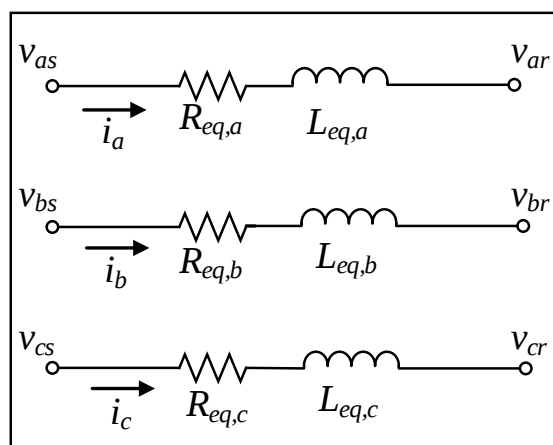
โดยที่ v_m คือ ค่ายอดแรงดันเฟสที่แหล่งจ่าย

λ คือ มุมการเลื่อนเฟสระหว่างบัสแหล่งจ่ายและบัสแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ

ϕ คือ มุมเฟสที่บัสแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ

ϕ_1 คือ มุมการหมุนของแกนดีควิด

ลำดับถัดมาพิจารณาวงจรสมมูลของสายส่งที่มีตัวต้านทานต่ออนุกรมกับตัวเหนี่ยวนำ ดังจะแสดงในรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 วงจรสมมูลของสายส่งกำลังไฟฟ้า

จากรูปที่ 3.5 จะสามารถคำนวณแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมวงจรสมมูลของสายส่งกำลังไฟฟ้าได้ดังสมการที่ (3-15)

$$\Delta v_{abc} = R_{eq} i_{abc} + L_{eq} \frac{d}{dt} i_{abc} \quad (3-15)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (3-15) ร่วมกับสมการการแปลงของพาร์คและสมการการแปลงผกผันของพาร์ค จะได้แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมวงจรสมมูลของสายส่งที่อยู่บนแกนหมุน dq ดังรายละเอียดที่แสดงดังสมการที่ (3-16) ถึงสมการที่ (3-18)

$$T^{-1} \cdot \Delta v_{dq0} = R_{eq} T^{-1} \cdot i_{dq0} + L_{eq} \frac{d}{dt} (T^{-1} i_{dq0}) \quad (3-16)$$

$$T^{-1} \cdot T \cdot \Delta v_{dq0} = R_{eq} T^{-1} \cdot T \cdot i_{dq0} + T \cdot L_{eq} \frac{d}{dt} (T^{-1} i_{dq0}) \quad (3-17)$$

$$\Delta v_{dq0} = R_{eq} i_{dq0} + L_{eq} \frac{d}{dt} i_{dq0} + L_{eq} i_{dq0} \begin{bmatrix} 0 & -\omega & 0 \\ \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

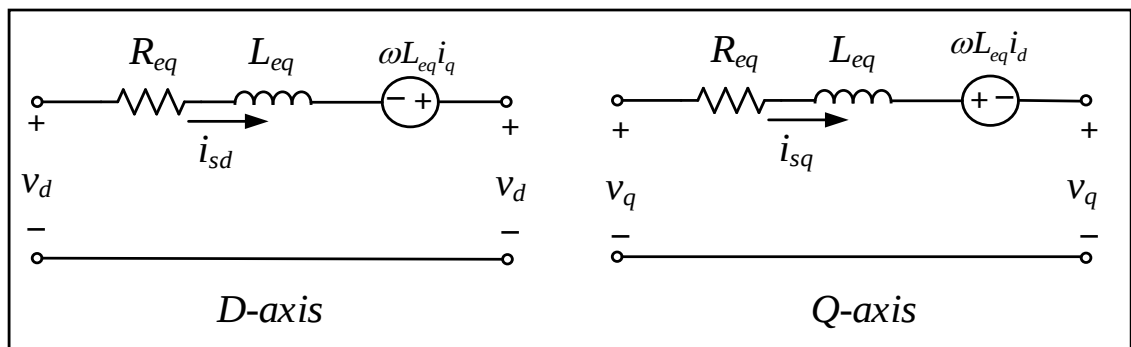
$$\text{โดยที่ } T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$T^{-1} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & \frac{1}{2} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{2} \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

จากสมการที่ (3-18) จะสามารถจัดรูปเพื่อให้ได้สมการของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมสายส่งกำลังไฟฟ้าบนแกนหมุน dq ได้ดังสมการที่ (3-19)

$$\begin{cases} \Delta v_d = R_{eq} i_d + L_{eq} \frac{d}{dt} i_d - \omega L_{eq} i_q \\ \Delta v_q = R_{eq} i_q + L_{eq} \frac{d}{dt} i_q + \omega L_{eq} i_d \end{cases} \quad (3-19)$$

และจากสมการที่ (3-19) สามารถนำมาเขียนเป็นวงจรสมมูลของตัวต้านทานที่ต่ออนุกรมกับตัวเหนี่ยวนำของสายส่งกำลังไฟฟ้าที่อยู่บนแกนหมุน dq ได้ ดังรูปภาพที่ 3.6

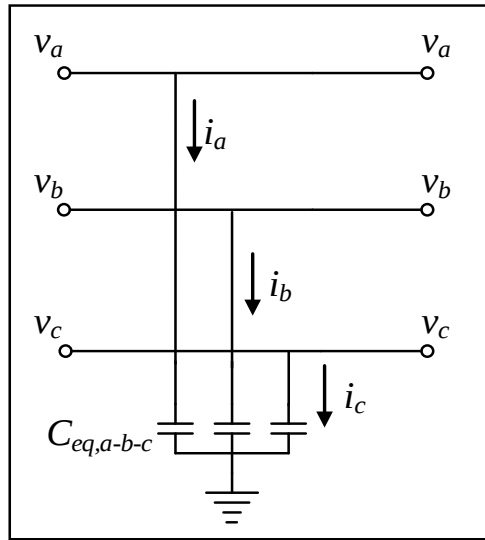


รูปที่ 3.6 วงจรสมมูลของตัวต้านทานที่ต่ออนุกรมกับตัวเหนี่ยวนำของสายส่งกำลังไฟฟ้าที่อยู่บนแกนหมุน dq

เมื่อพิจารณาเฉพาะตัวเก็บประจุของวงจรสมมูลของสายส่งกำลังไฟฟ้างี้แสดงในรูปที่ 3.7 จะสามารถคำนวณกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุของสายส่งกำลังไฟฟ้าได้ดังสมการที่ (3-20)

$$i_{abc} = C_{eq} \frac{d}{dt} v_{abc} \quad (3-20)$$

จากสมการที่ (3-20) เมื่อใช้การแปลงของปาร์คและการแปลงผกผันของปาร์ค จะได้กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุของสายส่งกำลังไฟฟ้าบนแกนหมุนดีคิว ดังรายละเอียดที่แสดงดังสมการที่ (3-21) ถึงสมการที่ (3-23)



รูปที่ 3.7 วงจรสมมูลของสายส่งกำลังไฟฟ้า

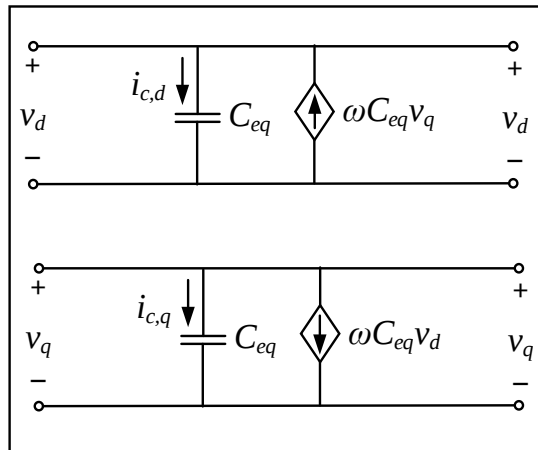
$$X^{-1}i_{dq0} = C_{eq} \frac{d}{dt} X^{-1}v_{dq0} \quad (3-21)$$

$$X \cdot X^{-1}i_{dq0} = X \cdot C_{eq} \frac{d}{dt} (X^{-1}v_{dq0}) \quad (3-22)$$

$$i_{dq0} = C_{eq} \frac{d}{dt} v_{dq0} + C_{eq} \begin{bmatrix} 0 & -\omega & 0 \\ \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} v_{dq0} \quad (3-23)$$

จากสมการที่ (3-23) จะสามารถจัดรูปเพื่อให้ได้สมการของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุของสายส่งกำลังไฟฟ้าบนแกนหมุนดีคิว ได้ดังสมการที่ (3-24) ซึ่งจากสมการจะสามารถนำมาเขียนเป็นวงจรสมมูลของตัวเก็บประจุของสายส่งกำลังไฟฟ้าที่อยู่บนแกนหมุนดีคิวได้ดังรูปที่ 3.8

$$\begin{cases} i_d = -\omega C_{eq} v_q + C_{eq} \frac{d}{dt} v_d \\ i_q = \omega C_{eq} v_d + C_{eq} \frac{d}{dt} v_q \end{cases} \quad (3-24)$$



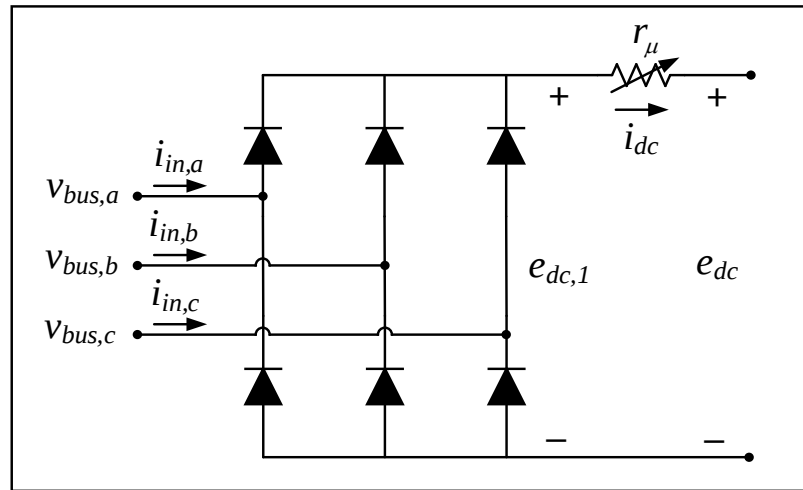
รูปที่ 3.8 วงจรสมมูลสี่ควของตัวเก็บประจุของสายส่งกำลังไฟฟ้า

ในลำดับต่อมาจะพิจารณาวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์ที่มีไดโอดเป็นอุปกรณ์สวิตช์ ซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นแบบจำลองที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์จึงใช้การแปลงของปาร์คมากำจัดผลของอุปกรณ์สวิตช์ดังกล่าวเพื่อให้ได้แบบจำลองที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยการพิสูจน์หาแบบจำลองจะต้องอยู่ภายใต้สมมุติฐานดังต่อไปนี้

1. แอมพลิจูด (amplitude) ของแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสต้องมีค่าคงที่และสมดุล
2. ไม่พิจารณาฮาร์มอนิก (harmonics) ที่เกิดขึ้นในระบบ
3. มุมเหลื่อม (overlap angle : μ) มีค่าน้อยกว่า 60 องศา
4. วงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์ทำงานในช่วงโหมดการนำกระแสแบบต่อเนื่อง (continuous conduction mode : CCM)

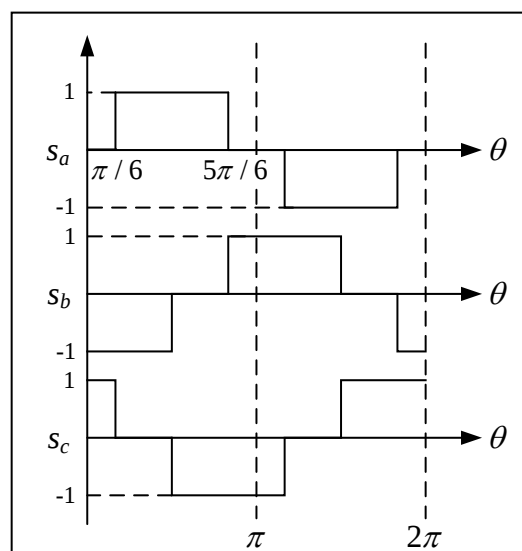
จากระบบไฟฟ้าที่พิจารณาดังแสดงในรูปที่ 3.1 จะพบว่า L_{eq} ของสายส่งกำลังไฟฟ้าจะส่งผลให้เกิดมุมเหลื่อมและแรงดันขาออกของวงจรเรียงกระแสตก ซึ่งผลกระทบเหล่านี้สามารถพิจารณาแทนได้ด้วยตัวต้านทานปรับค่าได้ (r_μ) ทางด้านขาออกของวงจรเรียงกระแสสามเฟสแสดงได้ดังรูปที่ 3.9 และค่า r_μ สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (3-25)

$$r_\mu = \frac{3\omega L_{eq}}{\pi} \quad (3-25)$$



รูปที่ 3.9 วงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์ที่พิจารณาผลกระทบจากมุมเหลื่อม

จากรูปที่ 3.9 กำหนดให้ $e_{dc,1}$ เป็นแรงดันไฟฟ้าขาออกของวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์โดยไม่พิจารณามุมเหลื่อม ในขณะที่ e_{dc} เป็นแรงดันไฟฟ้าขาออกของวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์ที่พิจารณาผลของมุมเหลื่อม และสัญญาณการสวิตช์ของวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์ในกรณีที่ไม่คำนึงถึงผลกระทบจากมุมเหลื่อมแสดงได้ดังรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 สัญญาณการสวิตช์ของวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์

เมื่อพิจารณาสัญญาณการสวิตช์ในรูปที่ 3.10 ร่วมกับสมการการแปลงของปาร์ค ในสมการที่ (3-5) จะสามารถแสดงรายละเอียดการแปลงสัญญาณการสวิตช์ให้อยู่บนแกนหมุนดีคิวได้ ดังสมการที่ (3-26) ถึงสมการที่ (3-27)

$$s_{dq0} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot T \cdot \begin{bmatrix} \sin(\omega t + \phi) & \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \phi\right) & \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} + \phi\right) \end{bmatrix}^T \quad (3-26)$$

$$s_{dq0} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \begin{bmatrix} \sin(\omega t + \phi - \theta) \\ \cos(\omega t + \phi - \theta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-27)$$

โดยที่ ϕ คือ มุมเฟสที่บัสแรงดันไฟฟ้า
 ϕ_1 คือ มุมการหมุนของแกนดีคิว

เมื่อความสัมพันธ์ของกระแสไฟฟ้าและแรงดันไฟฟ้าระหว่างด้านขาเข้าและด้านขาออกของวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์แสดงได้ดังสมการที่ (3-28) ถึง (3-29) ตามลำดับ

$$i_{in,abc} = s_{abc} i_{dc} \quad (3-28)$$

$$e_{dc,1} = s_{abc}^T v_{bus,abc} \quad (3-29)$$

จากสมการที่ (3-28) สามารถแปลงสมการดังกล่าวให้อยู่บนแกนหมุนดีคิวได้ ดังสมการที่ (3-30) ดังนี้

$$\begin{cases} i_{in,d} = s_d i_{dc} \\ i_{in,q} = s_q i_{dc} \end{cases} \quad (3-30)$$

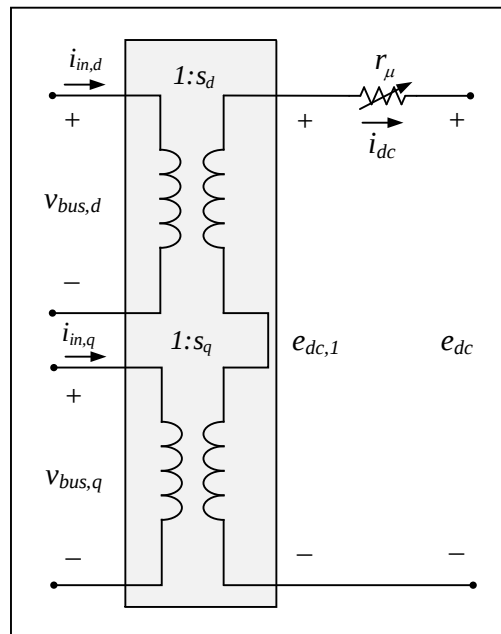
แรงดันไฟฟ้าขาออกของวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์ดังสมการที่ (3-29) จะสามารถแปลงให้อยู่บนแกนหมุนดีคิวได้ ดังรายละเอียดที่แสดงด้วยสมการที่ (3-31) ถึงสมการที่ (3-33)

$$e_{dc,1} = \left[X^{-1} \cdot s_{dq0} \right]^T \left[X^{-1} \cdot v_{bus,dq0} \right] \quad (3-31)$$

$$e_{dc,1} = s_{dq0}^T \left[X^{-1} \right]^T \left[X^{-1} \cdot v_{bus,dq0} \right] \quad (3-32)$$

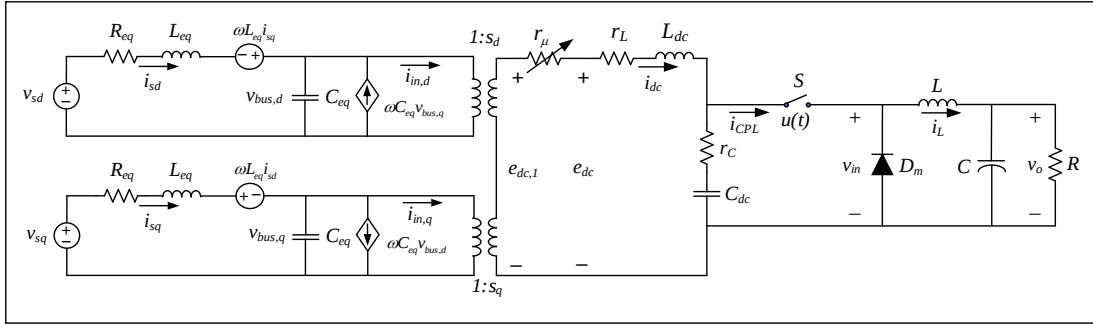
$$e_{dc,1} = s_d v_{bus,d} + s_q v_{bus,q} \quad (3-33)$$

จากสมการที่ (3-30) และสมการที่ (3-33) สามารถเขียนเป็นวงจรสมมูลของวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์บนแกนหมุนดีคิว ซึ่งจะอยู่ในรูปของหม้อแปลงไฟฟ้าแบบอุดมคติได้ดังแสดงในรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 วงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์บนแกนหมุนดีคิว

ดังนั้นจากระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในรูปที่ 3.1 เมื่อแปลงส่วนของไฟฟ้ากระแสสลับซึ่งได้แก่ แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสสมดุล สายส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า และวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์ให้อยู่บนแกนหมุนดีคิว จะได้วงจรสมมูลของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาบนแกนหมุนดีคิวที่เป็นวงจรไฟฟ้ากระแสตรง แสดงได้ดังรูปที่ 3.12



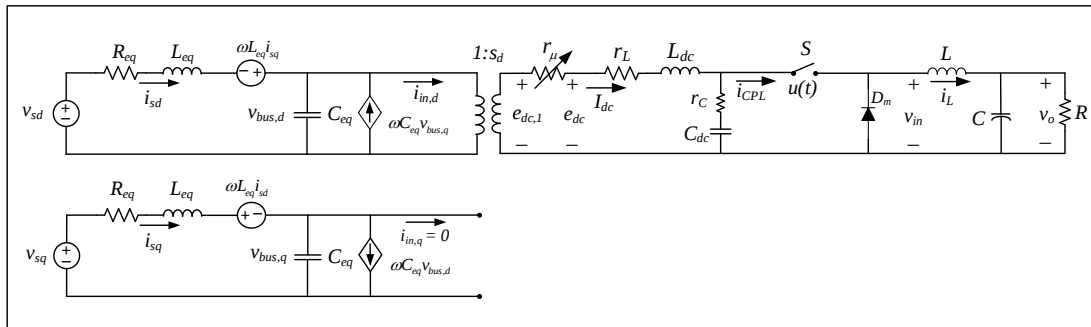
รูปที่ 3.12 วงจรสมมูลของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาบนแกนหมุนดีคิว

เมื่อกำหนดให้ มุมการหมุนของแกนดีคิวเท่ากับมุมเฟสที่บัสแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ นั่นคือ $\phi_1 = \phi$ ในสมการที่ (3-14) และสมการที่ (3-28) จะสามารถเขียนสัญญาณการสวิตช์ที่อยู่บนแกนหมุนดีคิวได้ดังสมการที่ (3-34) และแรงดันไฟฟ้าบนแกนดีคิวได้ดังสมการที่ (3-35)

$$\begin{cases} s_d = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \\ s_q = 0 \end{cases} \quad (3-34)$$

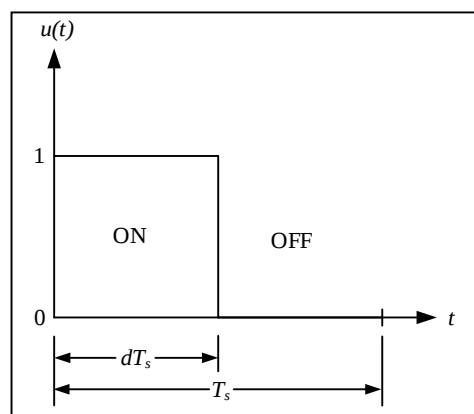
$$\begin{cases} v_{sd} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_m \cos(\lambda) \\ v_{sq} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_m \sin(\lambda) \end{cases} \quad (3-35)$$

จากสมการที่ (3-36) จะพบว่าสัญญาณการสวิตช์บนแกนคิวเท่ากับศูนย์ ($s_q = 0$) ส่งผลให้กระแสไฟฟ้าขาเข้าของวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์บนแกนคิวในสมการที่ (3-30) เท่ากับศูนย์ กล่าวคือ $i_{in,q} = 0$ ซึ่งทำให้หม้อแปลงไฟฟ้าที่อยู่บนแกนคิวถูกกำจัด ดังนั้นจะสามารถเขียนวงจรสมมูลอย่างง่ายของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาบนแกนหมุนดีคิวได้ดังรูปที่ 3.13 ดังนี้



รูปที่ 3.13 วงจรสมมูลอย่างง่ายของระบบไฟฟ้าที่พิจารณานบนแกนดีคิว

จากรูปที่ 3.13 จะสังเกตได้ว่าวงจรแปลงผันแบบบักยังมีตัวแปรของสัญญาณการสวิตช์ $u(t)$ ปรากฏอยู่ซึ่งส่งผลให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาจะยังเป็นแบบจำลองที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้จึงใช้วิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปมาทำจัดผลของอุปกรณ์สวิตช์ของวงจรแปลงผันแบบบัก โดยขั้นแรกจะพิจารณาสัญญาณการสวิตช์ของวงจรดังกล่าว ซึ่งมีลักษณะการทำงานในโหมดการนำกระแส (on) และหยุดนำกระแส (off) ในหนึ่งคาบการสวิตช์ (T_s) แสดงได้ดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 สัญญาณการสวิตช์ของวงจรแปลงผันแบบบัก

จากรูปที่ 3.14 สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของสัญญาณการสวิตช์ของวงจรแปลงผันแบบบัก แสดงได้ดังสมการที่ (3-36)

$$u(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < dT_s \\ 0, & dT_s < t < T_s \end{cases} \quad (3-36)$$

โดยที่ d คือ ค่าวัฏจักรหน้าที่ (duty cycle)

เมื่อพิจารณาวงจรแปลงผันแบบบักในรูปที่ 3.13 จะพบว่า ในขณะที่สวิตช์ปิด (on) จะทำให้ $i_{CPL} = i_L$ และ $v_{in} = v_{dc}$ และเมื่อสวิตช์เปิด (off) จะทำให้ $i_{CPL} = 0$ และ $v_{in} = 0$ ดังนั้นจากความสัมพันธ์ของ i_{CPL} กับ i_L จะสามารถเขียนสมการที่อยู่ในรูปของ $u(t)$ แสดงได้ดังสมการที่ (3-37) ดังนี้

$$i_{CPL} = u(t)i_L \quad (3-37)$$

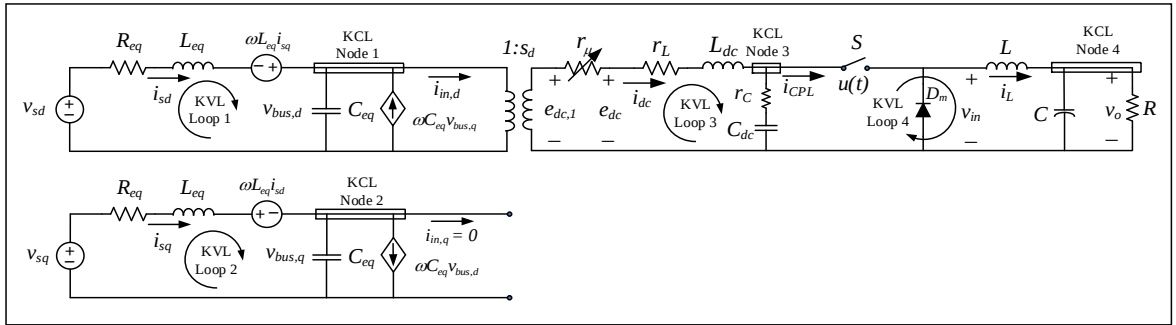
และเมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของ v_{in} และ v_{dc} จะสามารถเขียนสมการที่อยู่ในรูปของสัญญาณการสวิตช์ $u(t)$ แสดงได้ดังสมการที่ (3-38)

$$v_{in} = u(t)v_{dc} \quad (3-38)$$

ดังนั้นจะสามารถกำจัดผลของอุปกรณ์สวิตช์ของวงจรแปลงผันแบบบักด้วยวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปโดยใช้การประมาณอันดับศูนย์ได้โดย $u(t)$ ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาจะถูกแทนด้วย d ที่เป็นค่าวัฏจักรหน้าที่ซึ่งไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา แสดงได้ดังสมการที่ (3-39)

$$\langle u \rangle_0(t) = \frac{1}{T_s} \int_0^{dT_s} u(t) e^{j\omega t} dt = d \quad (3-39)$$

สำหรับการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาสามารถใช้กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Voltage Law) และกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Current Law) มาวิเคราะห์วงจรสมมูลอย่างง่ายของรูปที่ 3.15 ซึ่งสามารถแสดงรายละเอียดได้ดังสมการที่ (3-40) ถึงสมการที่ (3-47) ดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.15 วงจรสมมูลของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาสำหรับการหาแบบจำลอง

- พิจารณาวงรอบที่ 1 (Loop 1) โดยใช้กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$i_d = -\frac{R_{eq}}{L_{eq}} i_{sd} + \omega i_{sq} - \frac{1}{L_{eq}} v_{bus,d} + \frac{1}{L_{eq}} \sqrt{\frac{3}{2}} v_m \cos(\lambda) \quad (3-40)$$

- พิจารณาวงรอบที่ 2 (Loop 2) โดยใช้กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$i_q = -\omega i_{sd} - \frac{R_{eq}}{L_{eq}} i_{sq} - \frac{1}{L_{eq}} v_{bus,d} + \frac{1}{L_{eq}} \sqrt{\frac{3}{2}} v_m \sin(\lambda) \quad (3-41)$$

- พิจารณาโหนดที่ 1 (Node 1) โดยใช้กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$\dot{v}_{bus,d} = \frac{1}{C_{eq}} i_{sd} - \omega v_{bus,q} - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi C_{eq}} i_{dc} \quad (3-42)$$

- พิจารณาโหนดที่ 2 (Node 2) โดยใช้กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$\dot{v}_{bus,q} = \frac{1}{C_{eq}} i_{sq} - \omega v_{bus,d} \quad (3-43)$$

- พิจารณาโหนดที่ 3 (Node 3) โดยใช้กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$i_{dc} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi L_{dc}} v_{bus,d} - \frac{(r_\mu + r_L + r_C)}{L_{dc}} i_{dc} - \frac{1}{L_{dc}} v_{dc} + \frac{r_C u(t)}{L_{dc}} i_L \quad (3-44)$$

- พิจารณาโหนดที่ 3 (Node 3) โดยใช้กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$\dot{v}_{dc} = \frac{1}{C_{dc}} i_{dc} - \frac{u(t)}{C_{dc}} i_L \quad (3-45)$$

- พิจารณาวงรอบที่ 4 (Loop 4) โดยใช้กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$i_L = \frac{u(t)}{L} v_{dc} - \frac{1}{L} v_o \quad (3-46)$$

- พิจารณาโหนดที่ 4 (Node 4) โดยใช้กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$\dot{v}_o = \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{RC} v_o \quad (3-47)$$

ดังนั้นจากการประยุกต์ใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์ที่ได้ตั้งสมการที่ (3-40) จนถึงสมการที่ (3-47) จะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาแสดงได้ตั้งสมการที่ (3-48)

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{i}_d &= -\frac{R_{eq}}{L_{eq}} i_d + \omega i_q - \frac{1}{L_{eq}} v_{bus,d} + \frac{1}{L_{eq}} \sqrt{\frac{3}{2}} v_m \cos(\lambda) \\ \dot{i}_q &= -\omega i_d - \frac{R_{eq}}{L_{eq}} i_q - \frac{1}{L_{eq}} v_{bus,d} + \frac{1}{L_{eq}} \sqrt{\frac{3}{2}} v_m \sin(\lambda) \\ \dot{v}_{bus,d} &= \frac{1}{C_{eq}} i_d - \omega v_{bus,q} - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi C_{eq}} i_{dc} \\ \dot{v}_{bus,q} &= \frac{1}{C_{eq}} i_q - \omega v_{bus,d} \\ \dot{i}_{dc} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi L_{dc}} v_{bus,d} - \frac{(r_\mu + r_L + r_C)}{L_{dc}} i_{dc} - \frac{1}{L_{dc}} v_{dc} + \frac{r_c u(t)}{L_{dc}} i_L \\ \dot{v}_{dc} &= \frac{1}{C_{dc}} i_{dc} - \frac{u(t)}{C_{dc}} i_L \\ \dot{i}_L &= \frac{u(t)}{L} v_{dc} - \frac{1}{L} v_o \\ \dot{v}_o &= \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{RC} v_o \end{aligned} \right. \quad (3-48)$$

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบดังสมการที่ (3-48) จะพบว่า แบบจำลองเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา เนื่องจากผลของสัญญาณการสวิตช์ ($u(t)$) ของวงจรแปลงผันแบบบัท ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์จึงใช้วิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปมาทำจำลองของอุปกรณ์สวิตช์ดังกล่าว ด้วยการกำหนดตัวแปรสถานะของแบบจำลองในสมการที่ (3-48) ให้เป็นตัวแปรสถานะในรูปของสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์เชิงซ้อนที่ใช้การประมาณค่าอันดับศูนย์ ดังแสดงได้ดังสมการที่ (3-49)

$$\left\{ \begin{aligned} \langle i_d \rangle_0 &= i_d \\ \langle i_q \rangle_0 &= i_q \\ \langle v_{bus,d} \rangle_0 &= v_{bus,d} \\ \langle v_{bus,q} \rangle_0 &= v_{bus,q} \\ \langle i_{dc} \rangle_0 &= i_{dc} \\ \langle v_{dc} \rangle_0 &= v_{dc} \\ \langle i_L \rangle_0 &= i_L \\ \langle v_o \rangle_0 &= v_o \end{aligned} \right. \quad (3-49)$$

จากคุณสมบัติของอัตราการเปลี่ยนแปลงตามเวลาของสัมประสิทธิ์อนุกรมฟูรีเยร์-เชิงซ้อนที่ได้อธิบายไว้แล้วดังสมการที่ (3-9) จะสามารถพิจารณาตัวแปรสถานะในรูปของสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์เชิงซ้อนเพื่อใช้ในการประมาณค่าอันดับศูนย์ดังสมการที่ (3-49) ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาดังสมการที่ (3-48) จะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาซึ่งมีตัวแปรสถานะอยู่ในรูปของสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์เชิงซ้อนด้วยการประมาณค่าอันดับศูนย์แสดงได้ดังสมการที่ (3-50)

$$\left\{ \begin{aligned} \langle \dot{i}_d \rangle_0 &= -\frac{R_{eq}}{L_{eq}} \langle i_d \rangle_0 + \omega \langle i_q \rangle_0 - \frac{1}{L_{eq}} \langle v_{bus,d} \rangle_0 + \frac{1}{L_{eq}} \sqrt{\frac{3}{2}} v_m \cos(\lambda) \\ \langle \dot{i}_q \rangle_0 &= -\omega \langle i_d \rangle_0 - \frac{R_{eq}}{L_{eq}} \langle i_q \rangle_0 - \frac{1}{L_{eq}} \langle v_{bus,d} \rangle_0 + \frac{1}{L_{eq}} \sqrt{\frac{3}{2}} v_m \sin(\lambda) \\ \langle \dot{v}_{bus,d} \rangle_0 &= \frac{1}{C_{eq}} \langle i_d \rangle_0 - \omega \langle v_{bus,q} \rangle_0 - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi C_{eq}} \langle i_{dc} \rangle_0 \\ \langle \dot{v}_{bus,q} \rangle_0 &= \frac{1}{C_{eq}} \langle i_q \rangle_0 - \omega \langle v_{bus,d} \rangle_0 \\ \langle \dot{i}_{dc} \rangle_0 &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi L_{dc}} \langle v_{bus,d} \rangle_0 - \frac{(r_\mu + r_L + r_C)}{L_{dc}} \langle i_{dc} \rangle_0 - \frac{1}{L_{dc}} \langle v_{dc} \rangle_0 + \frac{r_c \langle u(t) \rangle_0}{L_{dc}} \langle i_L \rangle_0 \\ \langle \dot{v}_{dc} \rangle_0 &= \frac{1}{C_{dc}} \langle i_{dc} \rangle_0 - \frac{\langle u(t) \rangle_0}{C_{dc}} \langle i_L \rangle_0 \\ \langle \dot{i}_L \rangle_0 &= \frac{\langle u(t) \rangle_0}{L} \langle v_{dc} \rangle_0 - \frac{1}{L} \langle v_o \rangle_0 \\ \langle \dot{v}_o \rangle_0 &= \frac{1}{C} \langle i_L \rangle_0 - \frac{1}{RC} \langle v_o \rangle_0 \end{aligned} \right. \quad (3-50)$$

และจากคุณสมบัติสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์เชิงซ้อนของสัญญาณการสวิตช์ $u(t)$ ที่พิจารณาเพียงการประมาณอันดับศูนย์ดังสมการที่ (3-39) ดังนั้นจะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาซึ่งไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาแสดงได้ดังสมการที่ (3-51)

$$\begin{cases}
\dot{i}_d = -\frac{R_{eq}}{L_{eq}}i_d + \omega i_q - \frac{1}{L_{eq}}v_{bus,d} + \frac{1}{L_{eq}}\sqrt{\frac{3}{2}}v_m \cos(\lambda) \\
\dot{i}_q = -\omega i_d - \frac{R_{eq}}{L_{eq}}i_q - \frac{1}{L_{eq}}v_{bus,d} + \frac{1}{L_{eq}}\sqrt{\frac{3}{2}}v_m \sin(\lambda) \\
\dot{v}_{bus,d} = \frac{1}{C_{eq}}i_d - \omega v_{bus,q} - \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{2\sqrt{3}}{\pi C_{eq}}i_{dc} \\
\dot{v}_{bus,q} = \frac{1}{C_{eq}}i_q - \omega v_{bus,d} \\
\dot{i}_{dc} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{2\sqrt{3}}{\pi L_{dc}}v_{bus,d} - \frac{(r_\mu + r_L + r_C)}{L_{dc}}i_{dc} - \frac{1}{L_{dc}}v_{dc} + \frac{r_C d}{L_{dc}}i_L \\
\dot{v}_{dc} = \frac{1}{C_{dc}}i_{dc} - \frac{d}{C_{dc}}i_L \\
\dot{i}_L = \frac{d}{L}v_{dc} - \frac{1}{L}v_o \\
\dot{v}_o = \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{RC}v_o
\end{cases} \quad (3-51)$$

และจากสมการที่ (3-51) จะสามารถจัดรูปให้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้นได้ดังสมการที่ (3-52) เมื่อ **A(x,u)**, **B(x,u)**, **C(x,u)** และ **D(x,u)** คือ เมทริกซ์จาโคเบียน (jacobian matrix) ของระบบซึ่งมีค่าขึ้นอยู่กับตัวแปรสถานะ **x** และตัวแปรอินพุต **u**

$$\begin{cases}
\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x},\mathbf{u})\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{x},\mathbf{u})\mathbf{u} \\
\mathbf{y} = \mathbf{C}(\mathbf{x},\mathbf{u})\mathbf{x} + \mathbf{D}(\mathbf{x},\mathbf{u})\mathbf{u}
\end{cases} \quad (3-52)$$

โดยที่ ตัวแปรสถานะ คือ $\mathbf{x} = [i_d \ i_q \ v_{bus,d} \ v_{bus,q} \ i_{dc} \ v_{dc} \ i_L \ v_o]^T$
ตัวแปรอินพุต คือ $\mathbf{u} = [v_m]$
ตัวแปรเอาต์พุต คือ $\mathbf{y} = [i_{dc} \ v_{dc} \ i_L \ v_o]^T$

เมื่อเมทริกซ์จาโคเบียน **A(x,u)**, **B(x,u)**, **C(x,u)** และ **D(x,u)** สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (3-55)

ดังนั้นจะได้เมทริกซ์จาโคเบียน $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$, $\mathbf{B}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$, $\mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ และ $\mathbf{D}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้นและไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาแสดงได้ดังสมการที่ (3-54)

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} -\frac{R_{eq}}{L_{eq}} & \omega & -\frac{1}{L_{eq}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & -\frac{R_{eq}}{L_{eq}} & 0 & -\frac{1}{L_{eq}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_{eq}} & 0 & 0 & \omega & -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi C_{eq}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{eq}} & -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi L_{dc}} & 0 & -\frac{(r_\mu + r_L + r_C)}{L_{dc}} & -\frac{1}{L_{dc}} & \frac{r_C d}{L_{dc}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{dc}} & 0 & -\frac{d}{C_{dc}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{d}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}_{8 \times 8}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{eq}} \sqrt{\frac{3}{2}} \cos(\lambda) \\ \frac{1}{L_{eq}} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin(\lambda) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{8 \times 1}$$

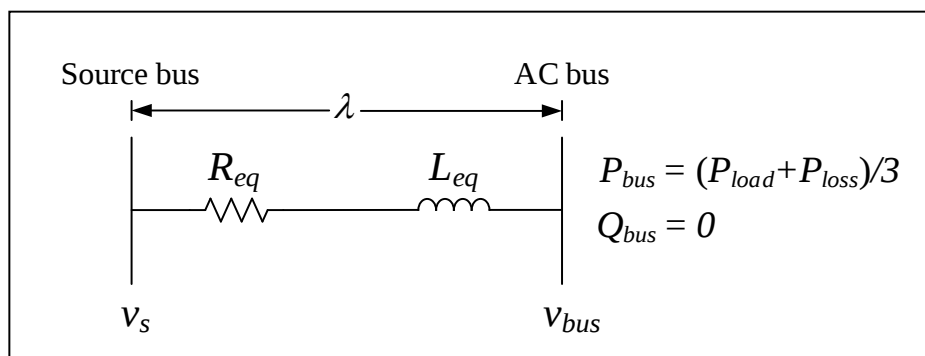
$$\mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 8}$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{4 \times 1}$$

(3-54)

3.4.2 การคำนวณมุมการเลื่อนเฟสระหว่างบัสแหล่งจ่ายและบัสแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ

จากระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในรูปที่ 3.1 จะพบว่า กำลังไฟฟ้าที่ไหลบนสายส่งระหว่างบัสแหล่งจ่ายและบัสแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับจะส่งผลทำให้เกิดมุมการเลื่อนเฟส (λ) ขึ้น และจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาดังสมการที่ (3-54) จะสังเกตได้ว่ามีพจน์ λ ปรากฏอยู่ในแบบจำลอง ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องคำนวณค่าดังกล่าวซึ่งสามารถคำนวณได้จากการวิเคราะห์การไหลของกำลังไฟฟ้า (power flow) และเพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์งานวิจัยวิทยานิพนธ์จะพิจารณาสายส่งกำลังไฟฟ้าเพียงเฟสเดียวเนื่องจากระบบที่พิจารณาเป็นแบบสามเฟสสมดุลและไม่พิจารณาความจุไฟฟ้าของสายส่งกำลังไฟฟ้า เนื่องจากความจุไฟฟ้าดังกล่าวมีค่าน้อยมาก ดังนั้นสายส่งกำลังไฟฟ้าหนึ่งเฟสแสดงได้ดังรูปที่ 3.16



รูปที่ 3.16 สายส่งกำลังไฟฟ้าหนึ่งเฟสของระบบไฟฟ้าที่พิจารณา

จากรูปที่ 3.16 สามารถเขียนสมการการไหลของกำลังไฟฟ้าได้ดังสมการที่ (3-55)

$$S = vI^* = P_{bus} + jQ_{bus} \quad (3-55)$$

จากสมการที่ (3-55) เมื่อกำหนดให้บัสแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับเป็นบัสอ้างอิงจะสามารถแสดงรายละเอียดวิธีการคำนวณหาค่ามุม λ ได้ดังสมการที่ (3-56) ถึงสมการที่ (3-59) ดังต่อไปนี้

$$P_{bus} + jQ_{bus} = v_{bus} \angle 0^\circ \left[\frac{v_s \angle \lambda - v_{bus} \angle 0^\circ}{Z \angle \gamma} \right]^* \quad (3-56)$$

$$P_{bus} + jQ_{bus} = v_{bus} \angle 0^\circ \left[\frac{v_s \angle (\lambda - \gamma) - v_{bus} \angle (-\gamma)}{Z} \right]^* \quad (3-57)$$

$$P_{bus} + jQ_{bus} = V_{bus} \angle 0^\circ \left[\frac{v_s \angle (\gamma - \lambda) - v_{bus} \angle (\gamma)}{Z} \right]^* \quad (3-58)$$

$$P_{bus} + jQ_{bus} = \frac{|v_{bus}| |v_s| \angle (\gamma - \lambda)}{|Z|} - \frac{|v_{bus}|^2 \angle (\gamma)}{|Z|} \quad (3-59)$$

จากคุณสมบัติ $V_m \angle (\phi) = v_m \cos(\phi) + j v_m \sin(\phi)$ จะสามารถจัดรูปสมการการไหลได้ใหม่ดังสมการที่ (3-60)

$$P_{bus} + jQ_{bus} = \left[\frac{|v_{bus}| |v_s|}{|Z|} \cos(\gamma - \lambda) + j \frac{|v_{bus}| |v_s|}{|Z|} \sin(\gamma - \lambda) \right] - \left[\frac{|v_{bus}|^2 \cos(\gamma)}{|Z|} + j \frac{|v_{bus}|^2 \sin(\gamma)}{|Z|} \right] \quad (3-60)$$

$$P_{bus} + jQ_{bus} = \left[\frac{|v_{bus}| |v_s|}{|Z|} \cos(\gamma - \lambda) - \frac{|v_{bus}|^2 \cos(\gamma)}{|Z|} \right] + j \left[\frac{|v_{bus}| |v_s|}{|Z|} \sin(\gamma - \lambda) - j \frac{|v_{bus}|^2 \sin(\gamma)}{|Z|} \right] \quad (3-61)$$

จากสมการที่ (3-61) จะได้สมการของกำลังไฟฟ้าจริงและสมการของกำลังไฟฟ้า-รีแอกทีฟที่บัสแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ ดังสมการที่ (3-62) และสมการที่ (3-63) ตามลำดับ

$$P_{bus} = \frac{|v_{bus}| |v_s|}{|Z|} \cos(\gamma - \lambda) - \frac{|v_{bus}|^2 \cos(\gamma)}{|Z|} \quad (3-62)$$

$$Q_{bus} = \frac{|v_{bus}||v_s|}{|Z|} \sin(\gamma - \lambda) - \frac{|v_{bus}|^2}{|Z|} \sin(\gamma) \quad (3-63)$$

ถ้าพิจารณาให้สายส่งทั้ง 3 สาย มีกำลังไฟฟ้าที่โหลดและกำลังไฟฟ้าสูญเสียเท่ากัน ดังนั้นจะสามารถคำนวณกำลังไฟฟ้าที่บัสแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับได้ดังสมการที่ (3-64)

$$P_{bus} = \frac{P_{load} + P_{loss}}{3} \quad (3-64)$$

และจากสมการที่ (3-63) กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟที่บัสแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ จะประมาณให้มีค่าเท่ากับศูนย์ เนื่องจากกำลังไฟฟ้าสูญเสียของวงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์ มีค่าน้อยมาก ซึ่งจะได้สมการกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟดังสมการที่ (3-65)

$$Q_{bus} = 0 \quad (3-65)$$

โดยจากสมการกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟที่บัสแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ ดังสมการที่ (3-62) และสมการที่ (3-63) ตามลำดับจะพบว่า ไม่สามารถหาผลเฉลยของแรงดันบัสไฟฟ้ากระแสสลับ (V_{bus}) และมุม λ ได้โดยตรง ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์จึงใช้วิธีการของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method) เข้ามาช่วยในการคำนวณหาผลเฉลยดังกล่าว ซึ่งโปรแกรมการคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้าและการคำนวณมุมการเลื่อนเฟสระหว่างบัสแหล่งจ่ายและบัสแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสันได้รับการนำเสนอรายละเอียดไว้ในภาคผนวก ข.

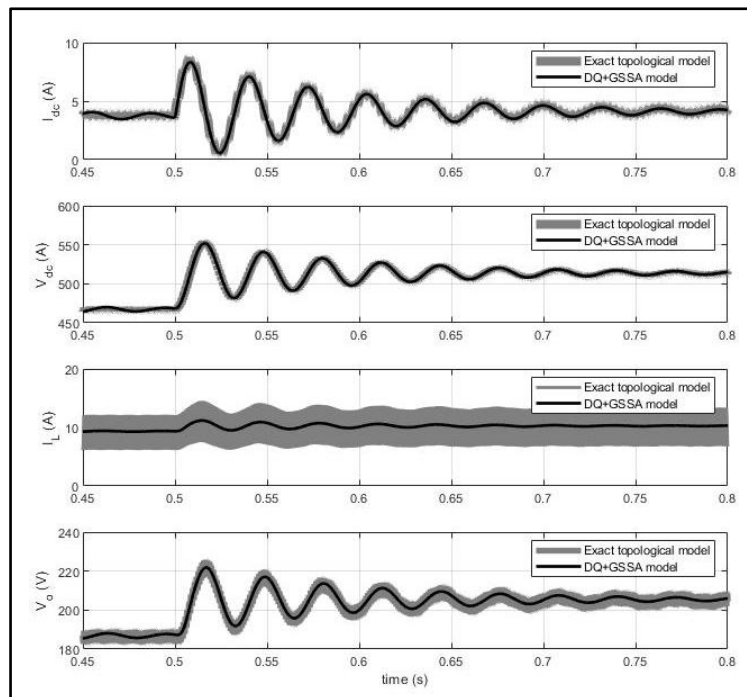
3.4.3 การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการพิสูจน์ขึ้น จะอาศัยการเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบที่ได้จากแบบจำลองในสมการที่ (3-56) กับผลการตอบสนองของระบบจากการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์ด้วยโปรแกรม MATLAB ซึ่งชุดบล็อกไฟฟ้ากำลังบนโปรแกรม SIMULINK/MATLAB ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุมแสดงได้ดังภาคผนวก ค. พารามิเตอร์สำหรับการจำลองสถานการณ์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาแสดงดังตารางที่ 3.1

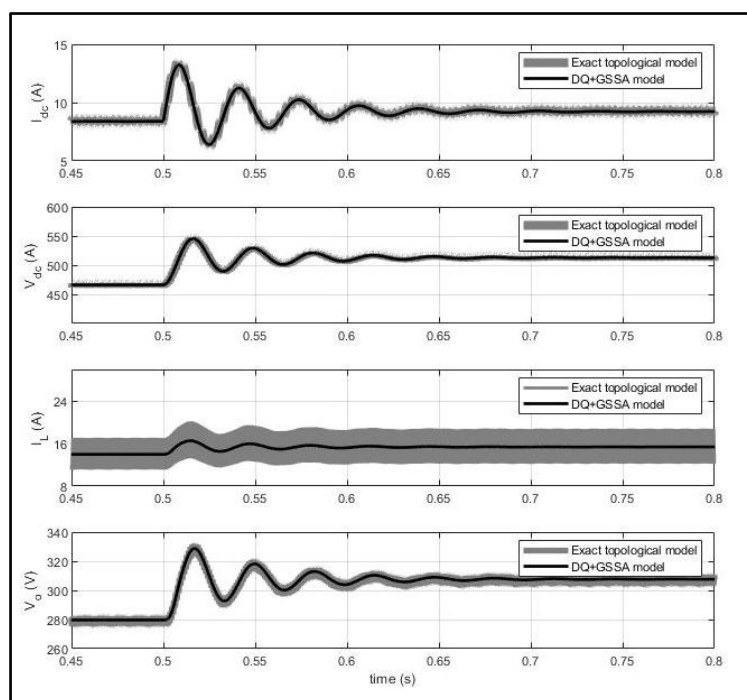
ตารางที่ 3.1 พารามิเตอร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในรูปที่ 3.1

พารามิเตอร์	ค่า	รายละเอียด
V_s	220 V _{rms/phase}	แหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ
ω	$2\pi \times 50$ rad/s	ความถี่ของแหล่งจ่ายกำลังไฟฟ้า
R_{eq}	0.1 Ω	ความต้านทานของวงจรสมมูลสายส่ง
L_{eq}	24 μ H	ความเหนี่ยวนำของวงจรสมมูลสายส่ง
C_{eq}	2 nF	ความจุไฟฟ้าของวงจรสมมูลสายส่ง
r_L	0.01 Ω	ความต้านทานภายในตัวเหนี่ยวนำของวงจรกรอง
L_{dc}	50 mH	ความเหนี่ยวนำของวงจรกรอง
r_C	0.01 Ω	ความต้านทานภายในตัวเก็บประจุของวงจรกรอง
C_{dc}	500 μ F	ความจุไฟฟ้าของวงจรกรอง
L ($\Delta I_L \leq 0.1$ A)	15 mH	ความเหนี่ยวนำของวงจรแปลงผันแบบบัก
C ($\Delta V_C \leq 10$ mV)	125 μ F	ความจุไฟฟ้าของวงจรแปลงผันแบบบัก
R	20 Ω	โหลดความต้านทานของวงจรแปลงผันแบบบัก
f_s	10 kHz	ความถี่ในการสวิตช์ของวงจรแปลงผันแบบบัก

ผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงได้ดังรูปที่ 3.17 และรูปที่ 3.18 เมื่อกำหนดให้มีการแปลงเปลี่ยนค่าแรงดันไฟฟ้าอินพุตจาก 200 V_{rms} ไปเป็น 220 V_{rms} ที่เวลา 0.5 วินาที โดยในรูปที่ 3.17 ได้กำหนดให้ d มีค่าเท่ากับ 40% ในขณะที่รูปที่ 3.18 ได้กำหนดให้ d มีค่าเท่ากับ 60% ซึ่งจากการตรวจสอบความถูกต้องที่ได้พบว่า ผลตอบสนองของระบบทั้งกระแสไฟฟ้าของวงจรกรอง (i_{dc}) แรงดันไฟฟ้าของวงจรกรอง (v_{dc}) กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำของวงจรแปลงผันแบบบัก (i_L) และแรงดันไฟฟ้าขาออกของวงจรแปลงผันแบบบัก (v_o) ที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์มีความสอดคล้องและตรงกันทั้งในสถานะชั่วครู่และสถานะคงตัว ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่ไม่มีการควบคุมที่ได้พิสูจน์ขึ้นด้วยวิธีการผสมผสานกันระหว่างวิธีคิวและวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปมีความถูกต้องซึ่งสามารถนำไปพัฒนาต่อยอดสร้างเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่มีตัวควบคุม เพื่อนำไปใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพและการสร้างเสถียรภาพให้กับระบบต่อไปได้ โดยการพิสูจน์หาแบบจำลองในกรณีที่มีตัวควบคุมจะได้รับการนำเสนอไว้ในหัวข้อที่ 3.5



รูปที่ 3.17 ผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
เมื่อ d มีค่าเท่ากับ 40%



รูปที่ 3.18 ผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
เมื่อ d มีค่าเท่ากับ 60%

3.5 การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบในกรณีที่มีการควบคุม

3.5.1 การออกแบบตัวควบคุมโหมดการเลื่อนของระบบไฟฟ้าที่พิจารณา

ตัวควบคุมโหมดการเลื่อนเป็นตัวควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้นที่มีจุดเด่นคือ โครงสร้างของตัวควบคุมไม่ซับซ้อน ให้ผลตอบแทนที่รวดเร็ว และมีความคงทนแม้จะมีสัญญาณจากภายนอกมารบกวนหรือเกิดความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ภายในระบบ สำหรับการออกแบบตัวควบคุมโหมดการเลื่อนจำเป็นที่จะต้องกำหนดสมการพื้นผิวการเลื่อน โดยในงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกใช้สมการพื้นผิวการเลื่อนเป็นแบบการรวมกันแบบเชิงเส้นของตัวแปรสถานะดังสมการที่ (3-66) เนื่องจากสมการพื้นผิวดังกล่าวสามารถพิจารณาพร้อมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรแปลงผันแบบบักซึ่งเป็นโหนดของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาได้ จึงทำให้ง่ายต่อการออกแบบตัวควบคุมและการสร้างชุดทดสอบในห้องปฏิบัติการ (สาธิต ชลสถิตจำเริญ, 2556; S. Mouslim, S. Jenkal, B. Imodane, M. Ajaamoum and M. Oubella, 2022; T. Mao, L. Li and Y. Cao, 2024; W. Ning, L. Li and Y. Cao, 2024; อภิชัย สุยะพันธ์, สุรบดินทร์ แดงด่อน, กองพันธ์ อารีรักษ์, 2567)

$$s = ae_1 + be_2 + me_3 \quad (3-66)$$

โดยที่ e_1 เป็นค่าความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้า e_2 เป็นค่าความผิดพลาดของแรงดันไฟฟ้า และ e_3 เป็นค่าปริพันธ์ของความผิดพลาดของกระแสไฟฟ้าที่ช่วยปรับปรุงค่าความคลาดเคลื่อนในสภาวะอยู่ตัวให้เท่ากับศูนย์ ดังสมการที่ (3-67) สมการที่ (3-68) และสมการที่ (3-69) ตามลำดับ

$$e_1 = i_L^* - i_L \quad (3-67)$$

โดยที่ i_L^* คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำอ้างอิง คำนวณได้จาก $K(V_o^* - v_o)$
 i_L คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำ

$$e_2 = V_o^* - v_o \quad (3-68)$$

โดยที่ V_o^* คือ แรงดันไฟฟ้าขาออกของวงจรแปลงผันแบบบักอ้างอิง
 v_o คือ แรงดันไฟฟ้าขาออกของวงจรแปลงผันแบบบัก

$$e_3 = \int (e_1 + e_2) dt \quad (3-69)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (3-66) ร่วมกับสมการที่ (3-67) สมการที่ (3-68) และสมการที่ (3-69) จะสามารถจัดรูปสมการพื้นผิวการเลื่อนแบบการรวมกันแบบเชิงเส้นของตัวแปรสถานะ ได้ดังสมการที่ (3-70)

$$s = a(I_L^* - i_L) + b(V_o^* - v_o) + m \int [(I_L^* - i_L) + (V_o^* - v_o)] dt \quad (3-70)$$

จากทฤษฎีพื้นฐานของตัวควบคุมโหมดการเลื่อนที่กล่าวไว้ว่า เมื่อระบบมีการควบคุมและเข้าสู่สภาวะคงตัว (steady state) หมายความว่า ระบบจะเคลื่อนที่เข้าสู่ระนาบพื้นผิวการเลื่อนของสมการพื้นผิวการเลื่อน ซึ่งจะทำให้สมการพื้นผิวการเลื่อนเท่ากับศูนย์ ($s = 0$) และอนุพันธ์สมการพื้นผิวการเลื่อนเท่ากับศูนย์ ($\dot{s} = 0$) เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ดังกล่าวร่วมกับสมการที่ (3-70) จะได้สมการอนุพันธ์ของสมการพื้นผิวการเลื่อนแสดงดังสมการที่ (3-71) ดังนี้

$$\dot{s} = [-a - b] \begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_o \end{bmatrix} - aK\dot{v}_o + m[(K+1)(V_o^* - \dot{v}_o) - \dot{i}_L] = 0 \quad (3-71)$$

จากสมการที่ (3-71) จะพบว่า สมการอนุพันธ์ของสมการพื้นผิวการเลื่อนปรากฏพจน์ $\dot{i}_L$ และ $\dot{V}_o$ ซึ่งเป็นตัวแปรสถานะของวงจรแปลงผันแบบบักอยู่ภายในสมการ ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องพิจารณาร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรแปลงผันแบบบัก และเมื่อพิจารณาจากสมการที่ (3-51) เฉพาะในส่วนของวงจรแปลงผันแบบบักจะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาของวงจรแปลงผันแบบบักแสดงดังสมการที่ (3-72)

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v_{dc}}{L} \\ 0 \end{bmatrix} d \quad (3-72)$$

ดังนั้นเมื่อพิจารณาสมการที่ (3-71) ร่วมกับสมการที่ (3-72) จะได้สมการอนุพันธ์ของสมการพื้นผิวการเลื่อนของวงจรแปลงผันแบบบักสำหรับระบบไฟฟ้าที่พิจารณา แสดงได้ดังสมการที่ (3-73)

$$\left[-a-b \right] \begin{bmatrix} -\frac{v_o}{L} + \frac{v_{dc}d}{L} \\ \frac{i_L}{C} - \frac{v_o}{RC} \end{bmatrix} - \frac{aKi_L}{C} + \frac{aKv_o}{RC} + m \left[(K+1)(V_o^* - v_o) - i_L \right] = 0 \quad (3-73)$$

เมื่อจัดรูปสมการที่ (3-73) ใหม่และกำหนดให้ $u_{eq} = d$ จะได้สมการสร้างสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมโหมดการเลื่อนสำหรับวงจรแปลงผันแบบบักที่พิจารณาแสดงดังสมการที่ (3-74) ดังนี้

$$u_{eq} = \frac{v_o}{v_{dc}} \alpha - \frac{i_L}{v_{dc}} \beta + \frac{V_o^*}{v_{dc}} \gamma \quad (3-74)$$

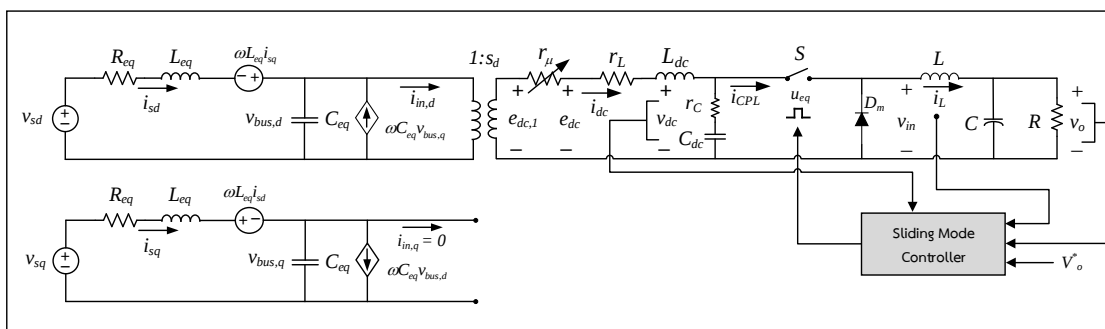
$$\begin{aligned} \text{โดยที่} \quad \alpha &= \frac{aRC + bL + aLK + mRLC(-K-1)}{aRC} \\ \beta &= \frac{bLR + aLKR + mRLC}{aRC} \\ \gamma &= \frac{mRLC(K+1)}{aRC} \end{aligned}$$

จากสมการที่ (3-74) จะสังเกตได้ว่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมโหมดการเลื่อนประกอบด้วย a , b , m และ K ซึ่งไม่มีวิธีการทั่วไปในการออกแบบค่าพารามิเตอร์ดังกล่าว ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้จึงใช้วิธีการค้นหาแบบตามูเชิงปรับตัว (Adaptive Tabu Search: ATS) สำหรับการออกแบบค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมโหมดการเลื่อนเพื่อให้ได้ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุดสำหรับระบบไฟฟ้าที่พิจารณา ซึ่งรายละเอียดการออกแบบตัวควบคุมโหมดการเลื่อน ด้วยวิธีการค้นหาแบบตามูเชิงปรับตัว สามารถศึกษารายละเอียดเพิ่มเติมได้จากวิทยานิพนธ์ของสาธิต ชลสถิตจำเริญ (สาธิต ชลสถิตจำเริญ, 2556)

3.5.2 การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในรูปที่ 3.1 ในส่วนของแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟส สายส่งกำลังไฟฟ้า วงจรเรียงกระแสสามเฟสแบบบริดจ์ และวงจรแปลงผันแบบบักที่ไม่มีตัวควบคุม สามารถใช้องค์ความรู้การแปลงของปาร์คและวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปมาใช้

ในการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาดังที่ได้แสดงรายละเอียดไว้แล้ว ในหัวข้อที่ 3.4.1 จะได้วงจรสมมูลของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาบนแกนดีควที่มีการควบคุมแสดงได้ ดังรูปที่ 3.19



รูปที่ 3.19 วงจรสมมูลของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาบนแกนดีควในกรณีที่มีการควบคุม

จากรูปที่ 3.19 เมื่อพิจารณาส่วนของวงจรแปลงผันแบบบักจะพบว่า ตัวควบคุม โหมดการเลื่อนที่มีการพิจารณาเพิ่มเติม ดังแสดงด้วยพื้นที่สีเทาของรูปที่ 3.19 จะมีการตรวจจับ กระแสที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำของวงจรแปลงผันแบบบัก (i_L) แรงดันไฟฟ้าขาเข้าของวงจรแปลงผันแบบบักหรือแรงดันไฟฟ้าที่วงจรกรอง (v_{dc}) และแรงดันไฟฟ้าขาออกของวงจรแปลงผันแบบบัก (v_o) เพื่อนำมาสร้างสัญญาณการควบคุมของตัวควบคุมโหมดการเลื่อน (u_{eq}) ดังสมการที่ (3-74) และส่งสัญญาณที่ได้ไปควบคุมสวิตช์ S เพื่อควบคุมการทำงานของวงจรแปลงผันแบบบัก และจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าในกรณีไม่มีตัวควบคุมดังสมการที่ (3-51) เมื่อทำการพิจารณาร่วมกับสมการสร้างสัญญาณการควบคุมของตัวควบคุมโหมดการเลื่อนในสมการที่ (3-74) กล่าวคือ แทนค่า d ในสมการที่ (3-51) ด้วย u_{eq} ตามสมการที่ (3-74) ดังนั้นจะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่มีตัวควบคุมซึ่งเป็นแบบจำลองที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาแสดงได้ดังสมการที่ (3-75)

ซึ่งจากสมการจะสังเกตได้ว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้เป็นแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น เนื่องจากปรากฏการคูณกันระหว่างตัวแปรสถานะ ซึ่งไม่สามารถนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพด้วยทฤษฎีบทค่าเจาะจงได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องทำให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวเป็นแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีการทำให้เป็นเชิงเส้นที่อาศัยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่งดังรายละเอียดที่จะได้รับการนำเสนอในหัวข้อที่ 3.5.3

$$\begin{cases}
\dot{i}_{sd} = -\frac{R_{eq}}{L_{eq}} i_{sd} + \omega i_{sq} - \frac{1}{L_{eq}} v_{bus,d} + \frac{1}{L_{eq}} \sqrt{\frac{3}{2}} v_m \cos(\lambda) \\
\dot{i}_{sq} = -\omega i_{sd} - \frac{R_{eq}}{L_{eq}} i_{sq} - \frac{1}{L_{eq}} v_{bus,q} + \frac{1}{L_{eq}} \sqrt{\frac{3}{2}} v_m \sin(\lambda) \\
\dot{v}_{bus,d} = \frac{1}{C_{eq}} i_{sd} + \omega v_{bus,q} - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi C_{eq}} i_{dc} \\
\dot{v}_{bus,q} = \frac{1}{C_{eq}} i_{sq} - \omega v_{bus,d} \\
\dot{i}_{dc} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2\sqrt{3}}{\pi L_{eq}} v_{bus,d} - \frac{(r_\mu + r_L + r_C)}{L_{dc}} i_{dc} - \frac{1}{L_{dc}} v_{dc} + \frac{r_C i_L V_o^*}{v_{dc}} \left(\frac{mRLC(K+1)}{aRCL_{dc}} \right) \\
\quad + \frac{r_C v_o i_L}{v_{dc}} \left(\frac{aRC + bL + aLK + mRLC(-K-1)}{aRCL_{dc}} \right) - \frac{r_C i_L^2}{v_{dc}} \left(\frac{bLR + aLKR + mRLC}{aRCL_{dc}} \right) \\
\dot{v}_{dc} = \frac{1}{C_{dc}} i_{dc} - \frac{v_o i_L}{v_{dc}} \left(\frac{aRC + bL + aLK + mRLC(-K-1)}{aRCC_{dc}} \right) \\
\quad + \frac{i_L^2}{v_{dc}} \left(\frac{bLR + aLKR + mRLC}{aRCC_{dc}} \right) - \frac{i_L V_o^*}{v_{dc}} \left(\frac{mRLC(K+1)}{aRCC_{dc}} \right) \\
\dot{i}_L = v_o \left(\frac{aRC + bL + aLK + mRLC(-K-1)}{aRCL} \right) - i_L \left(\frac{bLR + aLKR + mRLC}{aRCL} \right) \\
\quad + V_o^* \left(\frac{mRLC(K+1)}{aRCC_{dc}} \right) - \frac{1}{L} v_o \\
\dot{v}_o = \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{RC} v_o
\end{cases} \quad (3-75)$$

3.5.3 การทำให้เป็นเชิงเส้นและการคำนวณค่าในสภาวะคงตัว

จากหัวข้อที่ผ่านมาแสดงให้เห็นว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาดังสมการที่ (3-75) แม้ว่าจะเป็นแบบจำลองที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาแล้ว แต่ยังคงเป็นแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นเนื่องจากปรากฏการณ์การคูณกันระหว่างตัวแปรสถานะภายในแบบจำลอง ซึ่งทำให้แบบจำลองดังกล่าวไม่สามารถนำไปวิเคราะห์เสถียรภาพด้วยทฤษฎีบทค่าเจาะจงได้ ดังนั้นการทำให้เป็นเชิงเส้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง โดยงานวิจัยวิทยานิพนธ์ได้ใช้วิธีการประมาณความไม่เป็นเชิงเส้นที่มีอยู่ในระบบให้มีความเป็นเชิงเส้นโดยอาศัยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่ง มาพิจารณาระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นในรูปของการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยรอบ ๆ จุดปฏิบัติงาน ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของตัวแปรสถานะของแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็กได้ดังสมการที่ (3-76) เมื่อ $\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$, $\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$, $\mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ และ $\mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ คือ เมทริกซ์จาโคเบียนของระบบ ซึ่งจะมีค่าขึ้นอยู่กับตัวแปรสถานะ $\mathbf{x}_0$ และค่าตัวแปรอินพุต $\mathbf{u}_0$

$$\begin{cases} \delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \delta \mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \delta \mathbf{u} \\ \delta \mathbf{y} = \mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \delta \mathbf{x} + \mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \delta \mathbf{u} \end{cases} \quad (3-76)$$

โดยที่ ตัวแปรสถานะ คือ $\delta \mathbf{x} = [\delta i_d \ \delta i_q \ \delta v_{bus,d} \ \delta v_{bus,q} \ \delta i_{dc} \ \delta v_{dc} \ \delta i_L \ \delta v_o]^T$
 ตัวแปรอินพุต คือ $\delta \mathbf{u} = [\delta v_m \ \delta V_o^*]^T$
 ตัวแปรเอาต์พุต คือ $\delta \mathbf{y} = [\delta i_{dc} \ \delta v_{dc} \ \delta i_L \ \delta v_o]^T$

เมื่อเมทริกซ์จาโคเบียน $\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$, $\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$, $\mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ และ $\mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (3-53) ดังนั้นเมทริกซ์จาโคเบียน $\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$, $\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$, $\mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ และ $\mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาสามารถหาได้จากสมการที่ (3-77) ดังนี้

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = \begin{bmatrix} -\frac{R_{eq}}{L_{eq}} & \omega & \frac{1}{L_{eq}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & -\frac{R_{eq}}{L_{eq}} & 0 & -\frac{1}{L_{eq}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_{eq}} & 0 & 0 & \omega & \frac{-3\sqrt{2}}{\pi C_{eq}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{eq}} & -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3\sqrt{2}}{\pi L_{dc}} & 0 & -\frac{(r_\mu + r_L + r_C)}{L_{dc}} & a(5,6) & a(5,7) & a(5,8) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{dc}} & a(6,6) & a(6,7) & a(6,8) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a(7,7) & a(7,8) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}_{8 \times 8} \quad (3-77)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\cos(\lambda_0)}{L_{eq}} & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\sin(\lambda_0)}{L_{eq}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{r_C i_{L,0}}{L_{dc} V_{dc,0}} \left(\frac{mRLC(K+1)}{aRC} \right) \\ 0 & \frac{-i_{L,0}}{C_{dc} V_{dc,0}} \left(\frac{mRLC(K+1)}{aRC} \right) \\ 0 & \frac{1}{L} \left(\frac{mRLC(K+1)}{aRC} \right) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{8 \times 2}$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 8}$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 2}$$

เมื่อ

$$a(5,6) = -\frac{1}{L_{dc}} - \frac{r_C v_{o,0} i_{L,0}}{L_{dc} v_{dc,0}^2} \left(\frac{aRC + bL + aLK + mRLC(-K-1)}{aRC} \right) \\ + \frac{r_C i_{L,0}^2}{L_{dc} v_{dc,0}^2} \left(\frac{bLR + aLKR + mRLC}{aRC} \right) - \frac{r_C V_o^* i_{L,0}}{L_{dc} v_{dc,0}^2} \left(\frac{mRLC(K+1)}{aRC} \right)$$

$$a(5,7) = \frac{r_C v_{o,0}}{L_{dc} v_{dc,0}} \left(\frac{aRC + bL + aLK + mRLC(-K-1)}{aRC} \right) \\ - \frac{2r_C i_{L,0}}{L_{dc} v_{dc,0}} \left(\frac{bLR + aLKR + mRLC}{aRC} \right) - \frac{r_C V_o^*}{L_{dc} v_{dc,0}} \left(\frac{mRLC(K+1)}{aRC} \right)$$

$$a(5,8) = \frac{r_C i_{L,0}}{L_{dc} v_{dc,0}} \left(\frac{aRC + bL + aLK + mRLC(-K-1)}{aRC} \right)$$

$$a(6,6) = \frac{v_{o,0} i_{L,0}}{C_{dc} v_{dc,0}^2} \left(\frac{aRC + bL + aLK + mRLC(-K-1)}{aRC} \right) \\ - \frac{i_{L,0}^2}{L_{dc} v_{dc,0}^2} \left(\frac{bLR + aLKR + mRLC}{aRC} \right) + \frac{V_o^* i_{L,0}}{L_{dc} v_{dc,0}^2} \left(\frac{mRLC(K+1)}{aRC} \right)$$

$$a(6,7) = -\frac{v_{o,0}}{C_{dc} v_{dc,0}} \left(\frac{aRC + bL + aLK + mRLC(-K-1)}{aRC} \right) \\ + \frac{2i_{L,0}}{C_{dc} v_{dc,0}} \left(\frac{bLR + aLKR + mRLC}{aRC} \right) + \frac{V_o^*}{C_{dc} v_{dc,0}} \left(\frac{mRLC(K+1)}{aRC} \right)$$

$$a(6,8) = \frac{-i_{L,0}}{C_{dc} v_{dc,0}} \left(\frac{aRC + bL + aLK + mRLC(-K-1)}{aRC} \right)$$

$$a(7,7) = -\frac{1}{L} \left(\frac{bLR + aLKR + mRLC}{aRC} \right)$$

$$a(7,8) = -\frac{1}{L} + \frac{1}{L} \left(\frac{aRC + bL + aLK + mRLC(-K-1)}{aRC} \right)$$

จากสมการที่ (3-77) จะสังเกตได้ว่าองค์ประกอบของเมทริกซ์ **A(x₀,u₀)** และ **B(x₀,u₀)** จะปรากฏตัวแปร $v_{dc,0}$, λ_0 , $i_{L,0}$ และ $v_{o,0}$ ซึ่งเป็นค่าในสภาวะคงตัวที่จุดปฏิบัติการต่าง ๆ ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องคำนวณหาค่าในสภาวะคงตัวของตัวแปรดังกล่าวซึ่งทำได้โดยอาศัยการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าพื้นฐาน โดยค่าในสภาวะคงตัวดังกล่าวสามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (3-78)

$$\begin{cases} v_{dc,0} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi}(\sqrt{2}v_{bus,0}) \\ v_{o,0} = V_o^* \\ i_{L,0} = \frac{v_{o,0}}{R} \end{cases} \quad (3-78)$$

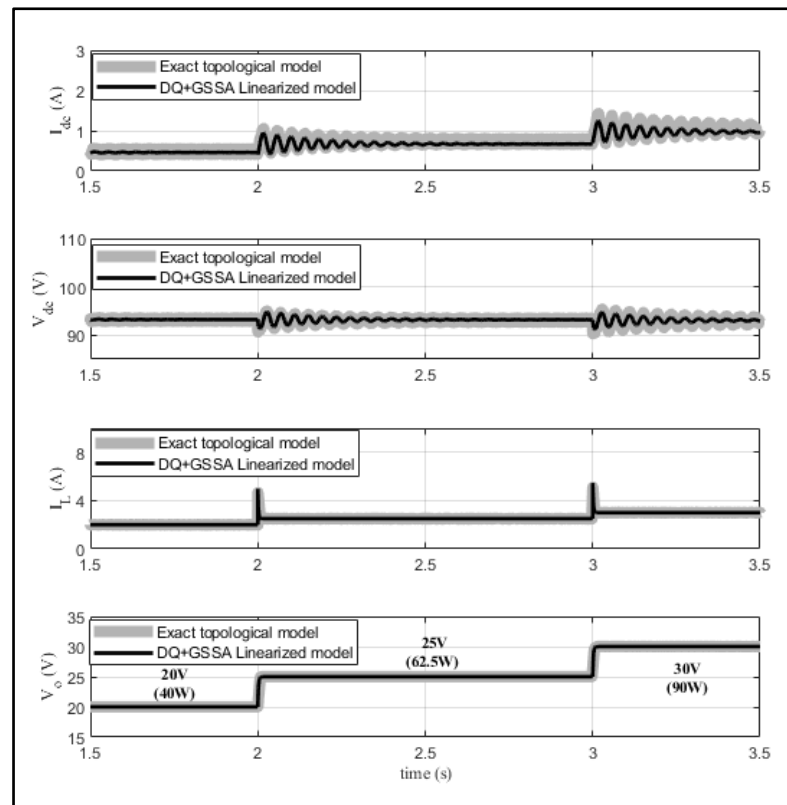
จากสมการที่ (3-78) จะปรากฏตัวแปร $v_{bus,0}$ และ λ ที่เกิดจากการไหลของกำลังไฟฟ้าระหว่างบัสแหล่งจ่ายไฟฟ้าและบัสไฟฟ้ากระแสสลับ ซึ่งค่าดังกล่าวสามารถคำนวณได้จากการไหลของกำลังไฟฟ้าด้วยวิธีการของนิวตัน-ราฟสัน เช่นเดียวกับรายละเอียดที่ได้นำเสนอไว้แล้วในหัวข้อที่ 3.4.3

3.5.4 การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะอาศัยการเปรียบเทียบระหว่างผลตอบสนองที่ได้จากแบบจำลองของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาที่เป็นเชิงเส้นในสมการที่ (3-77) กับผลการตอบสนองที่ได้จากการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์ด้วยโปรแกรม MATLAB และกำหนดให้พารามิเตอร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาแสดงดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 พารามิเตอร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่มีการควบคุม

พารามิเตอร์	ค่า	รายละเอียด
V_s	40 V _{rms/phase}	แหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ
ω	$2\pi \times 50$ rad/s	ความถี่ของแหล่งจ่ายกำลังไฟฟ้า
R_{eq}	0.0956 Ω	ความต้านทานของวงจรสมมูลสายส่ง
L_{eq}	142.45 μ H	ความเหนี่ยวนำของวงจรสมมูลสายส่ง
C_{eq}	2 nF	ความจุไฟฟ้าของวงจรสมมูลสายส่ง
r_L	0.2 Ω	ความต้านทานภายในตัวเหนี่ยวนำของวงจรกรอง
L_{dc}	40.78 mF	ความเหนี่ยวนำของวงจรกรอง
r_C	0.28 Ω	ความต้านทานภายในตัวเก็บประจุของวงจรกรอง
C_{dc}	1051.55 μ F	ความจุไฟฟ้าของวงจรกรอง
L	15 mF	ความเหนี่ยวนำของวงจรแปลงผันแบบบัก
C	1000 μ F	ความจุไฟฟ้าของวงจรแปลงผันแบบบัก
R	10 Ω	โหลดความต้านทานของวงจรแปลงผันแบบบัก
f_s	10 kHz	ความถี่ในการสวิตช์ของวงจรแปลงผันแบบบัก
a	8.2575	ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมโหมดการเลื่อน
b	79.5011	
m	4918	
K	49596	



รูปที่ 3.20 ผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่มีตัวควบคุม

ผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาในกรณีที่มีการควบคุมแสดงได้ ดังรูปที่ 3.20 ซึ่งจากรูปจะพบว่าเมื่อดำเนินการเปลี่ยนแปลงแรงดันไฟฟ้าอ้างอิงของวงจรแปลงผันแบบบัก (V_o^*) จาก 20 V ไปเป็น 25 V ที่เวลา 2 วินาที และจาก 25 V เป็น 30 V ที่เวลา 3 วินาที แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พิสูจน์ขึ้นให้ผลการตอบสนองเชิงพลวัตของกระแสไฟฟ้าที่วงจรกรอง (i_{dc}) แรงดันไฟฟ้าที่วงจรกรอง (v_{dc}) กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำของวงจรแปลงผันแบบบัก (i_L) และแรงดันไฟฟ้าขาออกของวงจรแปลงผันแบบบัก (v_o) สอดคล้องกับผลตอบสนองเชิงพลวัตที่ได้จากการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์ทั้งในสภาวะชั่วคราวและในสภาวะอยู่ตัว ดังนั้นจึงเป็นการยืนยันได้ว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้นของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาซึ่งเป็นแบบจำลองที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้พิสูจน์ขึ้นด้วยวิธีการผสมผสานกันระหว่างวิธีดิคและวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไปมีความถูกต้อง แม่นยำ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพและสร้างเสถียรภาพให้กับระบบไฟฟ้าที่พิจารณาได้

3.6 สรุป

เนื้อหาในบทที่ 3 เป็นการนำเสนอระบบไฟฟ้าที่พิจารณาและการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยเนื้อหาในตอนต้นได้กล่าวถึงระบบไฟฟ้าที่พิจารณา ทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ทฤษฎีพื้นฐานของวิธีการแปลงดีคิว ทฤษฎีพื้นฐานของวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไป จากนั้นเป็นการนำเสนอพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณาทั้งในกรณีที่ไม่มี การควบคุม โดยใช้วิธีการผสมผสานกันระหว่างวิธีดีคิวและวิธีค่าเฉลี่ยปริภูมิสถานะทั่วไป พร้อมทั้งนำเสนอการคำนวณมุมการเลื่อนเฟสระหว่างบัสแหล่งจ่ายและบัสแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ และการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่พิสูจน์ได้ผ่านการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์ด้วยโปรแกรม MATLAB อีกทั้งการออกแบบตัวควบคุมโหมดการเลื่อนของวงจรแปลงผันแบบบัสสำหรับระบบไฟฟ้าที่พิจารณาก็ได้รับการนำเสนอไว้ในส่วนที่เหมาะสมของบทที่ 3 นี้ด้วยเช่นกัน ซึ่งผลการตรวจสอบความถูกต้องแสดงให้เห็นว่าผลตอบสนองเชิงพลวัตที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความสอดคล้องและตรงกับผลตอบสนองที่ได้จากการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์ ดังนั้นจึงยืนยันได้ว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่ได้พิสูจน์ขึ้นมานั้นมีความถูกต้องสามารถนำไปใช้วิเคราะห์เสถียรภาพและสร้างเสถียรภาพให้กับระบบไฟฟ้าที่พิจารณาได้ ดังรายละเอียดที่จะได้รับการนำเสนอไว้ในบทต่อ ๆ ไป