

บทที่ 3

การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบิน ที่ใช้ไฟฟ้ามากขึ้นที่มีระบบจำหน่ายแบบไฟฟ้ากระแสตรง

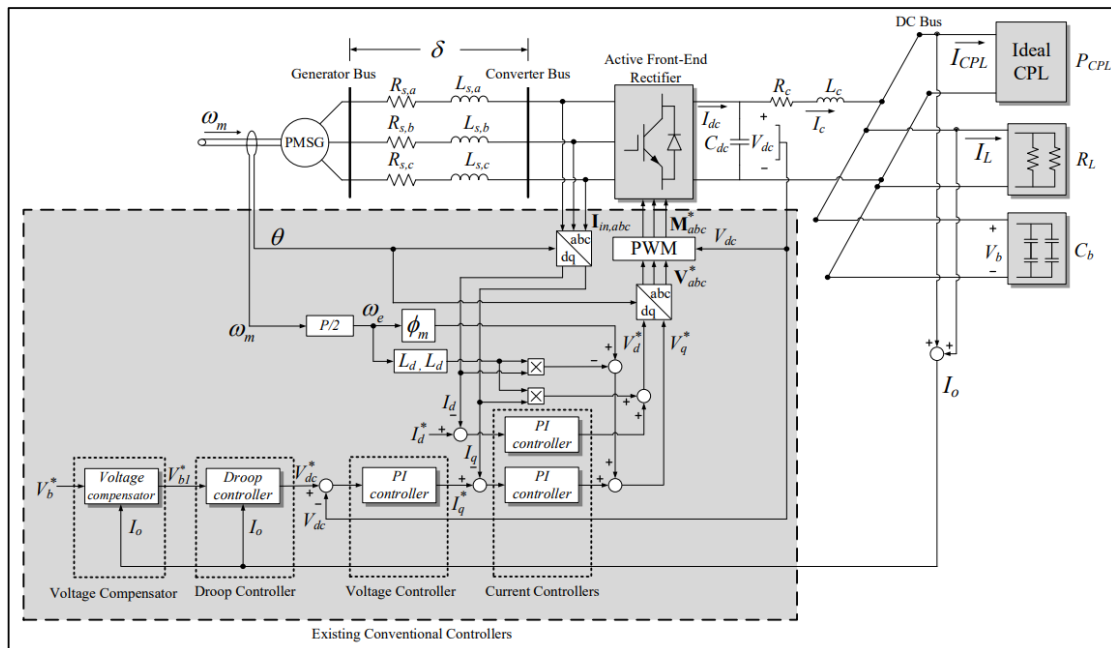
3.1 บทนำ

การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ใช้ไฟฟ้ามากขึ้นและมีระบบจำหน่ายแบบไฟฟ้ากระแสตรงที่สามารถอธิบายพฤติกรรมทางพลวัตของระบบได้อย่างถูกต้องแม่นยำ มีความสำคัญอย่างยิ่งต่องานวิจัยด้านเสถียรภาพ ไม่ว่าจะเป็นการวิเคราะห์เสถียรภาพการบรรเทาการขาดเสถียรภาพ และการสร้างเสถียรภาพเชิงปรับตัว ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์จึงได้นำทฤษฎีการแปลงแกนดีคิวของปาร์ค (Park's Transform) มาประยุกต์ใช้ในการสร้างแบบจำลองของระบบไฟฟ้าที่ศึกษาทั้งในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุมและในกรณีที่มีตัวควบคุม พร้อมทั้งดำเนินการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองโดยอาศัยการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์ผ่านชุดบล็อก SimPowerSystem™ บนโปรแกรม MATLAB เพื่อเป็นการเพิ่มความน่าเชื่อถือและยืนยันความถูกต้องของแบบจำลองที่ได้รับการพิสูจน์ขึ้นในบทนี้ ในส่วนของการออกแบบตัวควบคุมของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ศึกษานั้นจะได้รับการอธิบายไว้อย่างละเอียดในหัวข้อที่ 3.3.4 โดยเนื้อหาในบทที่ 3 จะเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการนำไปใช้ต่อยอดและพัฒนาสำหรับการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ใช้ไฟฟ้ามากขึ้นที่มีระบบจำหน่ายแบบไฟฟ้ากระแสตรง ซึ่งจะได้รับการนำเสนอในบทที่ 4 ต่อไป

3.2 ระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ใช้ไฟฟ้ามากขึ้นที่มีระบบจำหน่ายแบบไฟฟ้ากระแสตรง

ระบบไฟฟ้าที่ศึกษาในงานวิจัยวิทยานิพนธ์สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.1 ซึ่งประกอบด้วย 6 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 เครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวร (Permanent Magnet Synchronous Generator : PMSG) ทำหน้าที่ผลิตไฟฟ้ากระแสสลับด้วยการเปลี่ยนพลังงานกลจากกังหัน (turbine) ของเครื่องยนต์ (engines) ให้เป็นพลังงานไฟฟ้า โดยที่ $R_{s,abc}$ และ $L_{s,abc}$ คือความต้านทานและความเหนี่ยวนำของขดลวดสเตเตอร์ภายในเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวร ตามลำดับ ส่วนที่ 2 วงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอคทีฟ (Active Front-End rectifier : AFE) จะทำหน้าที่ในการแปลงไฟฟ้ากระแสสลับจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าไปเป็นไฟฟ้ากระแสตรงเพื่อเป็นแหล่งจ่ายกำลังไฟฟ้าให้กับโหลดต่าง ๆ บนเครื่องบิน

ส่วนที่ 3 ตัวเก็บประจุทางด้านไฟฟ้ากระแสตรง (DC-link capacitor) ทำหน้าที่ลดการกระเพื่อมของแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงที่ได้จากวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอคทีฟให้มีรูปสัญญาณที่ราบเรียบมากยิ่งขึ้น โดยที่ C_{dc} คือ ความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุทางด้านไฟฟ้ากระแสตรง ส่วนที่ 4 สายส่งกำลังไฟฟ้าทางด้านไฟฟ้ากระแสตรง (DC transmission line) โดยที่ R_c และ L_c คือ ความต้านทานและความเหนี่ยวนำของสายส่งกำลังไฟฟ้ากระแสตรง ตามลำดับ ส่วนที่ 5 โหลดต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบิน ซึ่งประกอบด้วย ตู้ตัวเก็บประจุ (capacitor bank) โหลดความต้านทาน (resistive load) หรือโหลดอิมพีแดนซ์คงตัว (Constant Impedance Load : CIL) ซึ่งใช้แทนระบบป้องกันการกระชากของน้ำแข็งบนปีกเครื่องบิน และโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัว (Constant Power Load : CPL) ซึ่งเป็นส่วนประกอบโดยส่วนใหญ่ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบิน อาทิเช่น ปีกเล็กแก้อียง (Aileron) เบรกอากาศ (Spoiler/Air brake) หางเสือ (Rudder) ปีกเพิ่มลดแรงยก (Flap) และส่วนควบคุมแนวระดับ (Elevator) เป็นต้น โดยที่ C_b , R_L และ P_{CPL} คือ ความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุทางด้านไฟฟ้ากระแสตรง ความต้านทานของโหลด และกำลังไฟฟ้าของโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัวตามลำดับ และส่วนที่ 6 ตัวควบคุมของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินซึ่งเป็นตัวควบคุมแบบเวกเตอร์บนแกนดีคิว (vector-controller on dq -axis) ที่ทำหน้าที่ในการควบคุมแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุทางด้านไฟฟ้ากระแสตรงและแรงดันบัสไฟฟ้ากระแสตรงให้มีค่าคงที่และสอดคล้องกับมาตรฐาน MIL-STD-704F จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า ระบบไฟฟ้าที่ศึกษาในรูปที่ 3.1 จะประกอบด้วยโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัว โดยโหลดประเภทนี้จะมีลักษณะเป็นค่าความต้านทานหรืออิมพีแดนซ์ติดลบที่สามารถลดทอนเสถียรภาพของระบบโดยตรง ดังนั้นการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างมาก อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบจำเป็นต้องพึ่งพาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นในลำดับถัดไปจะกล่าวถึงการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่ศึกษา ซึ่งจะได้รับการนำเสนอไว้ในหัวข้อที่ 3.3



รูปที่ 3.1 ระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่สนใจศึกษา

3.3 การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ศึกษา

พิจารณาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้าที่ศึกษาในรูปที่ 3.1 จะพบว่าเป็นแบบจำลองที่ขึ้นอยู่กับเวลา อันเนื่องมาจากพฤติกรรมการทำงานของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเชิงโรนัสชนิดแม่เหล็กถาวรและอุปกรณ์สวิตช์ภายในวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอ็กทีฟ ซึ่งทำให้การศึกษาวិจัยเกี่ยวกับเสถียรภาพของระบบมีความยุ่งยากและซับซ้อนเป็นอย่างมาก ดังนั้นในงานวิจัยวิทยานิพนธ์จึงดำเนินการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแปลงดีคิว (DQ transformation) ซึ่งทำให้ได้แบบจำลองที่ไม่ขึ้นอยู่กับเวลาที่ง่ายต่อการวิเคราะห์ห้วงจรด้วยองค์ความรู้พื้นฐานทางไฟฟ้า โดยจะเริ่มต้นจากการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบในกรณีที่ไม่มีการควบคุม นั่นก็คือ ตัวควบคุมในกรอบพื้นที่สีเทาที่แสดงในรูปที่ 3.1 จะไม่ถูกนำมาพิจารณาในกระบวนการสร้างแบบจำลอง จากนั้นจะดำเนินการต่อยอดและพัฒนาไปเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่มีการควบคุม สำหรับการแปลงดีคิวจะมีพื้นฐานมาจากการแปลงของคลาร์ก (Clarke's Transform) การแปลงปริมาณทางไฟฟ้าบนแกน $\alpha\beta$ ไปอยู่บนแกน dq และการแปลงของปาร์ก ซึ่งสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก (รัฐพล โพธิ์สังข์, 2563, อภิชัย สุยะพันธ์, 2564)

3.3.1 การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบในกรณีที่ไม่มี การควบคุม

การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ขึ้นอยู่กับเวลาของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ใช้ไฟฟ้ามากขึ้นที่มีระบบจำหน่ายแบบไฟฟ้ากระแสตรงด้วยทฤษฎีการแปลงดีคิวของปาร์คจะต้องอยู่ภายใต้สมมติฐานดังต่อไปนี้

1. ฮาร์โมนิก (harmonics) ที่เกิดขึ้นทั้งหมดในระบบจะไม่ถูกพิจารณา
2. มุมเหลื่อม (overlap angle : μ) ของอุปกรณ์สวิตช์ไอจีบีทีภายในวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอคทีฟต้องมีค่าน้อยกว่า 60 องศา
3. วงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอคทีฟจะต้องทำงานภายใต้โหมดการนำกระแสต่อเนื่อง (continuous conduction mode : CCM) เท่านั้น
4. แอมพลิจูดของแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับสามเฟสต้องมีค่าคงที่และสมดุล

อันดับแรกพิจารณาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวร เมื่อทำการแปลงให้อยู่บนแกนดีคิวโดยอาศัยวิธีการแปลงของปาร์คจะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรแสดงได้ดังสมการที่ (3-1) (Gao, F., and Bozhko, S.V., 2016; Suyapan, A., Areerak, K., Bozhko, S., Yeoh, S.S., and Areerak, K., 2021) จากนั้นทำการแปลงสมการดังกล่าวให้อยู่ในรูปวงจรไฟฟ้าพื้นฐาน ซึ่งทำให้ได้วงจรสมมูลบนแกนดีคิวของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรที่แสดงได้ดังในรูปที่ 3.2

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} I_d = -\frac{R_s}{L_d} I_d + \frac{\omega_e L_q}{L_d} I_q - \frac{1}{L_d} V_d \\ \frac{d}{dt} I_q = -\frac{\omega_e L_d}{L_q} I_d - \frac{R_s}{L_q} I_q - \frac{1}{L_q} V_q + \frac{\omega_e \phi_m}{L_q} \end{cases} \quad (3-1)$$

เมื่อ R_s คือ ความต้านทานของขดลวดสเตเตอร์ (stator resistance)

L_d คือ ความเหนี่ยวนำบนแกนดี (inductance on d -axis)

L_q คือ ความเหนี่ยวนำบนแกนคิว (inductance on q -axis)

ϕ_m คือ ฟลักซ์เชื่อมโยง (flux linkage) ของแม่เหล็กถาวร

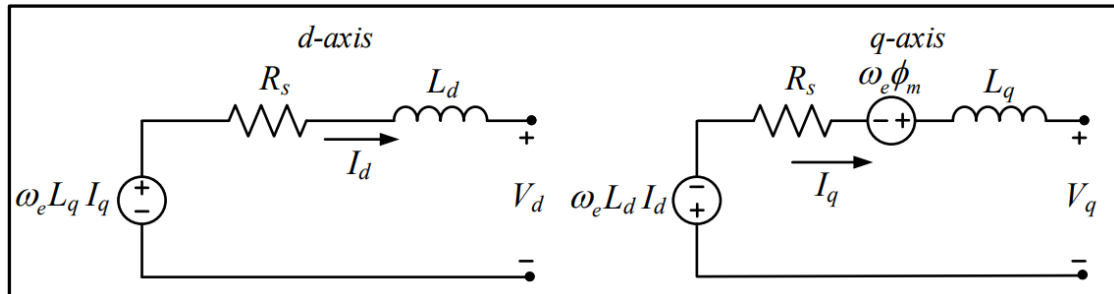
ω_e คือ ความเร็วเชิงมุมทางไฟฟ้าของโรเตอร์ (electrical rotor angular velocity)

I_d คือ กระแสสเตเตอร์บนแกนดี (stator current on d -axis)

I_q คือ กระแสสเตเตอร์บนแกนคิว (stator current on q -axis)

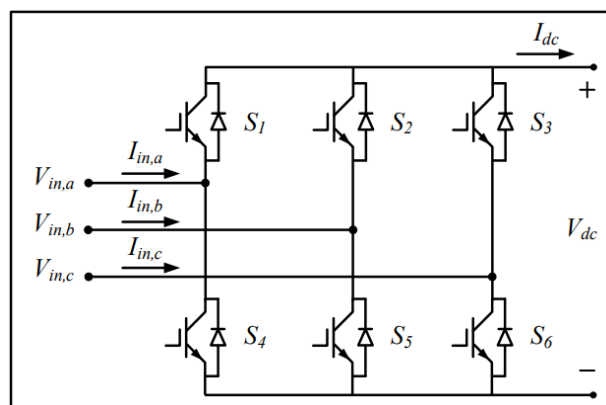
V_d คือ แรงดันสเตเตอร์บนแกนดี (stator voltage on d -axis)

V_q คือ แรงดันสเตเตอร์บนแกนคิว (stator voltage on q -axis)



รูปที่ 3.2 วงจรสมมูลของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรบนแกนดีคิว

ในลำดับต่อมาจะเป็นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททีฟที่มีสวิตช์ไอจีบีทีทั้งหมด 6 ตัวเป็นอุปกรณ์สวิตช์ ดังแสดงได้ในรูปที่ 3.3 โดยอุปกรณ์สวิตช์ดังกล่าวเป็นสาเหตุที่ทำให้แบบจำลองของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบีนที่ศึกษาเป็นแบบจำลองที่ขึ้นอยู่กัเวลา ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้นำหลักการในการแปลงดีคิวของปาร์คมาประยุกต์ใช้ในการกำจัตสัญญาณการสวิตช์ของสวิตช์ดังกล่าว ซึ่งทำให้ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ขึ้นอยู่กัเวลา และเหมาะสมกับการศึกษาเสถียรภาพของระบบ



รูปที่ 3.3 วงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททีฟ

จากรูปที่ 3.3 จะเห็นได้ว่า วงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททีฟจะทำหน้าที่ในการแปลงปริมาณไฟฟ้ากระแสสลับไปเป็นปริมาณไฟฟ้ากระแสตรง โดยความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันไฟฟ้าอินพุต ($\mathbf{V}_{in,abc}$) และแรงดันไฟฟ้าเอาต์พุต (V_{dc}) ของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททีฟ

แสดงได้ดังสมการที่ (3-2) ในขณะที่ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าอินพุต ($\mathbf{I}_{in,abc}$) และกระแสไฟฟ้าเอาต์พุต (I_{dc}) ของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอกทีฟแสดงได้ดังสมการที่ (3-3) สำหรับฟังก์ชันการสวิตช์สามเฟส (switching function : $\mathbf{M}_{abc}$) สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-4)

$$\mathbf{V}_{in,abc} = \mathbf{M}_{abc} V_{dc} \quad (3-2)$$

$$\mathbf{I}_{in,abc} = \mathbf{M}_{abc} I_{dc} \quad (3-3)$$

$$\text{เมื่อ } \mathbf{V}_{in,abc} = \begin{bmatrix} V_{in,a} \\ V_{in,b} \\ V_{in,c} \end{bmatrix} \text{ และ } \mathbf{I}_{in,abc} = \begin{bmatrix} I_{in,a} \\ I_{in,b} \\ I_{in,c} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{abc} = \frac{m}{2} \begin{bmatrix} \sin(\omega t + \phi_{con.}) & \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \phi_{con.}\right) & \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} + \phi_{con.}\right) \end{bmatrix}^T \quad (3-4)$$

เมื่อ m คือ ค่าดัชนีการมอดูเลต (modulation index)

$\phi_{con.}$ คือ มุมเฟสที่บัสวงจรแปลงผัน (converter bus)

จากฟังก์ชันการสวิตช์ในสมการที่ (3-4) ทำการแปลงฟังก์ชันการสวิตช์ให้อยู่บนแกนดีคิว จะได้ฟังก์ชันการสวิตช์ของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอกทีฟที่ไม่ขึ้นอยู่กับเวลาแสดงได้ดังสมการที่ (3-5)

$$\mathbf{M}_{dq} = \frac{m}{2} \begin{bmatrix} \cos(\phi - \phi_{con.}) \\ -\sin(\phi - \phi_{con.}) \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

$$\text{เมื่อ } \mathbf{M}_{dq} = \begin{bmatrix} M_d \\ M_q \end{bmatrix} \text{ และ } \phi \text{ คือ มุมเฟสที่ใช้ในการหมุนแกนดีคิว}$$

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันไฟฟ้าอินพุตและแรงดันไฟฟ้าเอาต์พุตของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอกทีฟในสมการที่ (3-2) เมื่อใช้การแปลงดีคิวที่อาศัยการแปลงของปาร์ค

จะได้ความสัมพันธ์ของแรงดันไฟฟ้าของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททีฟบนแกนดีคิว แสดงได้ดังสมการที่ (3-6)

$$\mathbf{V}_{in,dq} = \mathbf{M}_{dq} V_{dc} \quad (3-6)$$

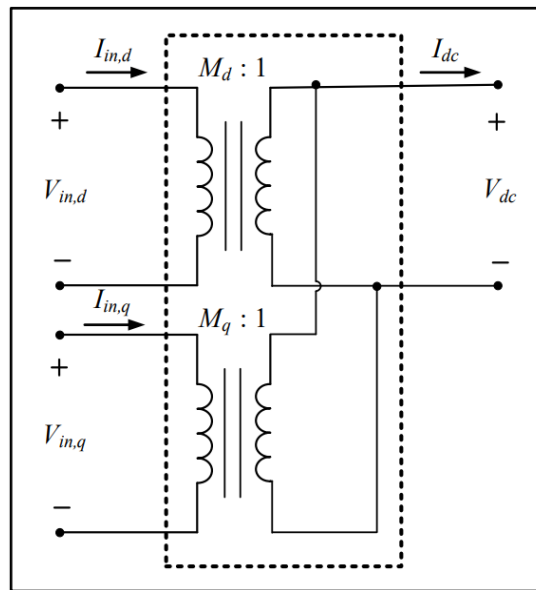
$$\text{เมื่อ } \mathbf{V}_{in,dq} = \begin{bmatrix} V_{in,d} \\ V_{in,q} \end{bmatrix}$$

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าอินพุตและกระแสไฟฟ้าเอาต์พุตของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททีฟในสมการที่ (3-3) เมื่อใช้การแปลงดีคิวของปาร์ค จะได้ความสัมพันธ์ของกระแสไฟฟ้าของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททีฟบนแกนดีคิว แสดงได้ดังสมการที่ (3-7)

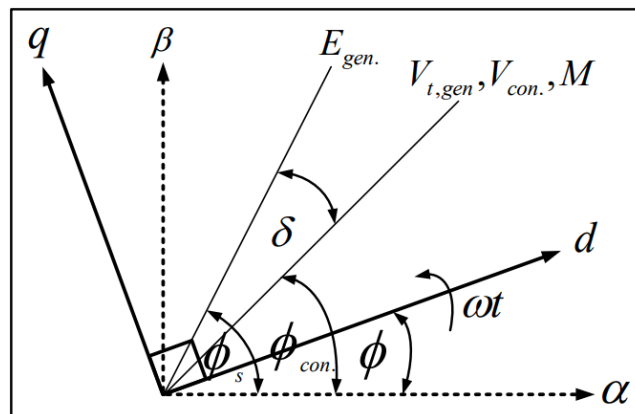
$$I_{dc} = \frac{3}{2} \mathbf{M}_{dq}^T \mathbf{I}_{in,dq} \quad (3-7)$$

$$\text{เมื่อ } \mathbf{I}_{in,dq} = \begin{bmatrix} I_{in,d} \\ I_{in,q} \end{bmatrix}$$

จากการวิเคราะห์สมการที่ (3-6) และ (3-7) ด้วยทฤษฎีพื้นฐานทางไฟฟ้า จะเห็นได้ว่า ความสัมพันธ์ของแรงดันและกระแสไฟฟ้าระหว่างอินพุตและเอาต์พุตที่ได้จะอยู่ในรูปของอัตราส่วนซึ่งกันและกันหรือคล้ายกันกับสมการอัตราส่วนของหม้อแปลงไฟฟ้า ดังนั้นจึงสามารถเขียนวงจรสมมูลของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททีฟบนแกนดีคิวในรูปของหม้อแปลงไฟฟ้า ได้ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 วงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอคทีฟที่พบนแกนตีคว



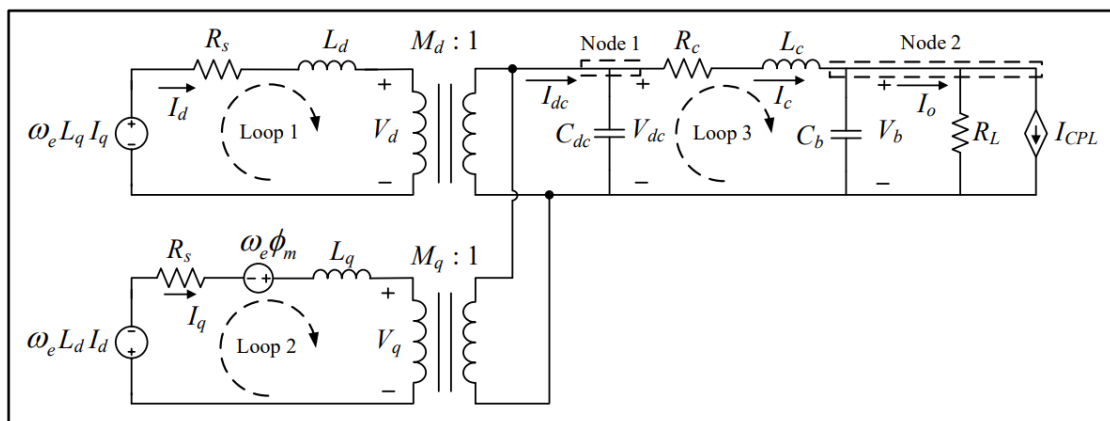
รูปที่ 3.5 แผนภาพเวกเตอร์สำหรับการแปลงตีคว

สำหรับแผนภาพเวกเตอร์การแปลงตีควของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ศึกษา แสดงได้ดังรูปที่ 3.5 ซึ่งจะเห็นได้ว่า เมื่อทำการกำหนดให้มุมเฟสที่ใช้ในการหมุนแกนตีคว (ϕ) เท่ากับ มุมหมุนของโรเตอร์ (rotor angle) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวร (ϕ_s) จะได้ ฟังก์ชันการสวิตช์ของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอคทีฟที่พบนแกนตีควแสดงได้ดังสมการที่ (3-8)

$$\mathbf{M}_{dq} = \frac{m}{2} \begin{bmatrix} \cos(\delta) \\ -\sin(\delta) \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

เมื่อ δ คือ มุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าภายใน (internal voltage) และแรงดันไฟฟ้าที่ขั้ว (terminal voltage) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวร

จากการใช้วิธีการแปลงของปาร์คเพื่อกำจัดผลการทำงานของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรและอุปกรณ์สวิตช์ไอจีบีทีทั้ง 6 ตัว ภายในวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททีฟตามที่ได้นำเสนอมาข้างต้น จึงทำให้ได้วงจรสมมูลอย่างง่ายบนแกนดีคิวของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ศึกษาในรูปที่ 3.1 เป็นวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ดังแสดงในรูปที่ 3.6 ซึ่งง่ายต่อการวิเคราะห์ห้วงจรด้วยกฎพื้นฐานทางไฟฟ้า ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์จึงได้นำกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Voltage Law : KVL) และกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Current Law : KCL) มาวิเคราะห์ห้วงรอบที่ 1 ถึงห้วงรอบที่ 3 (Loop 1 – Loop 3) และโนดที่ 1 ถึงโนดที่ 2 (Node 1 – Node 2) ตามลำดับ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-9) ถึง (3-13)



รูปที่ 3.6 วงจรสมมูลอย่างง่ายบนแกนดีคิวของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินในกรณีที่ไม่มีกรควบคุม

- วิเคราะห์ Loop 1 ด้วยกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์

$$-\omega_e L_q I_q + R_s I_d + L_d \dot{I}_d + V_d = 0$$

$$\dot{I}_d = -\frac{R_s}{L_d} I_d + \omega_e I_q - \frac{M_d}{L_d} V_{dc} \quad (3-9)$$

- วิเคราะห์ Loop 2 ด้วยกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์

$$\omega_e L_d I_d + R_s I_q - \omega_e \phi_m + L_q \dot{I}_q + V_q = 0$$

$$\dot{I}_q = -\omega_e I_d - \frac{R_s}{L_q} I_q - \frac{M_q}{L_q} V_{dc} + \frac{\omega_e \phi_m}{L_q} \quad (3-10)$$

- วิเคราะห์ Loop 3 ด้วยกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์

$$-V_{dc} + R_c I_c + L_c \dot{I}_c + V_b = 0$$

$$\dot{I}_c = \frac{1}{L_c} V_{dc} - \frac{R_c}{L_c} I_c - \frac{1}{L_c} V_b \quad (3-11)$$

- วิเคราะห์ Node 1 ด้วยกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์

$$I_{dc} - C_{dc} \dot{V}_{dc} - I_c = 0$$

$$\dot{V}_{dc} = \frac{3M_d}{2C_{dc}} I_d + \frac{3M_q}{2C_{dc}} I_q - \frac{1}{C_{dc}} I_c \quad (3-12)$$

- วิเคราะห์ Node 2 ด้วยกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์

$$I_c - C_b \dot{V}_b - \frac{V_b}{R_L} - \frac{P_{CPL}}{V_b} = 0$$

$$\dot{V}_b = \frac{1}{C_b} I_c - \frac{1}{R_L C_b} V_b - \frac{P_{CPL}}{C_b V_b} \quad (3-13)$$

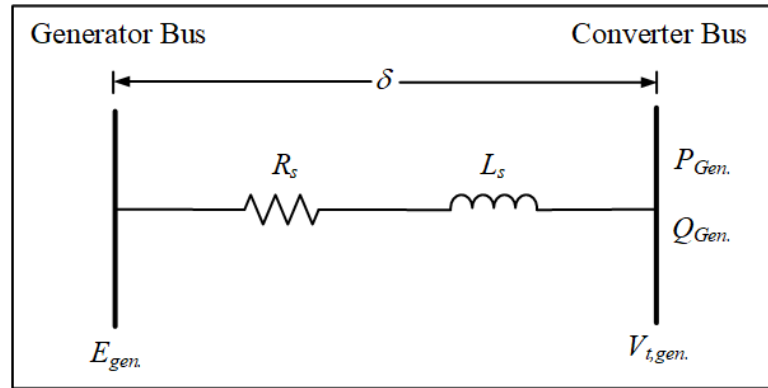
จากการใช้วิธีการแปลงดีคิวร่วมกับกฎพื้นฐานทางไฟฟ้าในการวิเคราะห์วงจรสมมูลอย่างง่ายบนแกนดีคิวในรูปที่ 3.6 ทั้งหมดที่ผ่านมา จะทำให้ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ขึ้นอยู่กับ

กับเวลา ดังแสดงได้ในสมการที่ (3-14) ซึ่งจะสังเกตได้ว่า ในสมการของ $\dot{I}_d$ $\dot{I}_q$ และ $\dot{V}_{dc}$ จะมีพารามิเตอร์ M_d และ M_q ปรากฏอยู่ โดยค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวขึ้นอยู่กับค่ามุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าภายในและแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (δ) ดังแสดงในสมการที่ (3-8) ดังนั้นการคำนวณหาค่า δ เพื่อให้แบบจำลองที่ได้รับการพิสูจน์ขึ้นจากวิธีดีคิวนสามารถใช้งานต่อไปได้ จึงมีความจำเป็นและสำคัญอย่างมาก โดยงานวิจัยวิทยานิพนธ์จะประยุกต์ใช้ทฤษฎีการไหลของกำลังไฟฟ้า (power flow) เพื่อคำนวณหาค่าดังกล่าว ซึ่งสามารถแสดงรายละเอียดได้ดังหัวข้อที่ 3.3.2

$$\begin{cases} \dot{I}_d = -\frac{R_s}{L_d} I_d + \omega_e I_q - \frac{M_d}{L_d} V_{dc} \\ \dot{I}_q = -\omega_e I_d - \frac{R_s}{L_q} I_q - \frac{M_q}{L_q} V_{dc} + \frac{\omega_e \phi_m}{L_q} \\ \dot{V}_{dc} = \frac{3M_d}{2C_{dc}} I_d + \frac{3M_q}{2C_{dc}} I_q - \frac{1}{C_{dc}} I_c \\ \dot{I}_c = \frac{1}{L_c} V_{dc} - \frac{R_c}{L_c} I_c - \frac{1}{L_c} V_b \\ \dot{V}_b = \frac{1}{C_b} I_c - \frac{1}{R_L C_b} V_b - \frac{P_{CPL}}{C_b V_b} \end{cases} \quad (3-14)$$

3.3.2 การคำนวณหาค่ามุมต่างเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าภายในและแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยทฤษฎีการไหลของกำลังไฟฟ้า

การคำนวณหาค่า δ ในงานวิจัยวิทยานิพนธ์จะอาศัยการวิเคราะห์การไหลของกำลังไฟฟ้าทางฝั่งไฟฟ้ากระแสสลับของรูปที่ 3.1 ในสถานะอยู่ตัว แต่เนื่องด้วยระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ศึกษาเป็นระบบไฟฟ้าสามเฟสสมดุลจึงทำให้สามารถลดความซับซ้อนของการวิเคราะห์ได้ โดยอาศัยการพิจารณาการไหลของกำลังไฟฟ้าเพียงแค่เฟสเดียวเท่านั้น โดยแผนภาพที่แสดงการไหลของกำลังไฟฟ้าสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.7 และสามารถพิสูจน์หาสมการการไหลของกำลังไฟฟ้าด้วยองค์ความรู้พื้นฐานทางไฟฟ้าได้ดังนี้



รูปที่ 3.7 แผนภาพการวิเคราะห์การไหลของกำลังไฟฟ้าหนึ่งเฟส

จาก $S = \mathbf{VI}^* = P_{gen.} + jQ_{gen.}$

$$P_{gen.} + jQ_{gen.} = V_{t,gen.} \angle 0 \left(\frac{E_{gen.} \angle \delta - V_{t,gen.} \angle 0}{Z \angle \gamma} \right)^*$$

$$P_{gen.} + jQ_{gen.} = V_{t,gen.} \angle 0 \left(\frac{E_{gen.} \angle (\delta - \gamma)}{Z} - \frac{V_{t,gen.} \angle (0 - \gamma)}{Z} \right)^*$$

$$P_{gen.} + jQ_{gen.} = V_{t,gen.} \angle 0 \left(\frac{E_{gen.} \angle (\gamma - \delta)}{Z} - \frac{V_{t,gen.} \angle (\gamma)}{Z} \right)$$

$$P_{gen.} + jQ_{gen.} = \frac{V_{t,gen.} E_{gen.} \angle (\gamma - \delta)}{Z} - \frac{V_{t,gen.}^2 \angle (\gamma)}{Z}$$

$$P_{gen.} + jQ_{gen.} = \left[\frac{V_{t,gen.} E_{gen.} \cos(\gamma - \delta)}{Z} - \frac{V_{t,gen.}^2 \cos(\gamma)}{Z} \right] + j \left[\frac{V_{t,gen.} E_{gen.} \sin(\gamma - \delta)}{Z} - \frac{V_{t,gen.}^2 \sin(\gamma)}{Z} \right]$$

ดังนั้น สมการการไหลของกำลังไฟฟ้าแสดงได้ดังสมการที่ (3-15)

$$\begin{cases} \frac{V_{t,gen.} E_{gen.} \cos(\gamma - \delta)}{Z} - \frac{V_{t,gen.}^2 \cos(\gamma)}{Z} = P_{gen.} \\ \frac{V_{t,gen.} E_{gen.} \sin(\gamma - \delta)}{Z} - \frac{V_{t,gen.}^2 \sin(\gamma)}{Z} = Q_{gen.} \end{cases} \quad (3-15)$$

เมื่อ $E_{gen.}$ $V_{t,gen.}$ Z และ γ คือ แรงดันไฟฟ้าภายใน แรงดันไฟฟ้าที่ขั้ว ขนาดอิมพีแดนซ์ และมุมเฟสอิมพีแดนซ์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวร โดยที่ กำลังไฟฟ้าจริงเอาต์พุต ($P_{gen.}$) และกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟเอาต์พุต ($Q_{gen.}$) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวร สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (3-16)

$$\begin{cases} P_{gen.} = \frac{P_{load} + P_{loss}}{3} \\ Q_{gen.} = -\frac{E_{gen.} V_{t,gen.}}{X_s} \cos(\delta) + \frac{V_{t,gen.}^2}{X_s} \end{cases} \quad (3-16)$$

เมื่อ X_s คือ ขนาดรีแอกแตนซ์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวร โดยที่ P_{load} คือ กำลังไฟฟ้าทั้งหมดของโหลดซึ่งจะมีค่าเท่ากับผลรวมของกำลังไฟฟ้าของโหลดตัวต้านทาน (P_{R_L}) กับกำลังไฟฟ้าของโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัว (P_{CPL}) ดังที่แสดงได้ในสมการที่ (3-17) ในส่วนของ P_{loss} คือ กำลังไฟฟ้าสูญเสียภายในระบบซึ่งจะมีค่าเท่ากับกำลังไฟฟ้าสูญเสียที่เกิดขึ้นจากความยาวของสายส่งกำลัง (P_{R_c}) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-18)

$$P_{load} = P_{R_L} + P_{CPL} = \frac{V_b^2}{R_L} + P_{CPL} \quad (3-17)$$

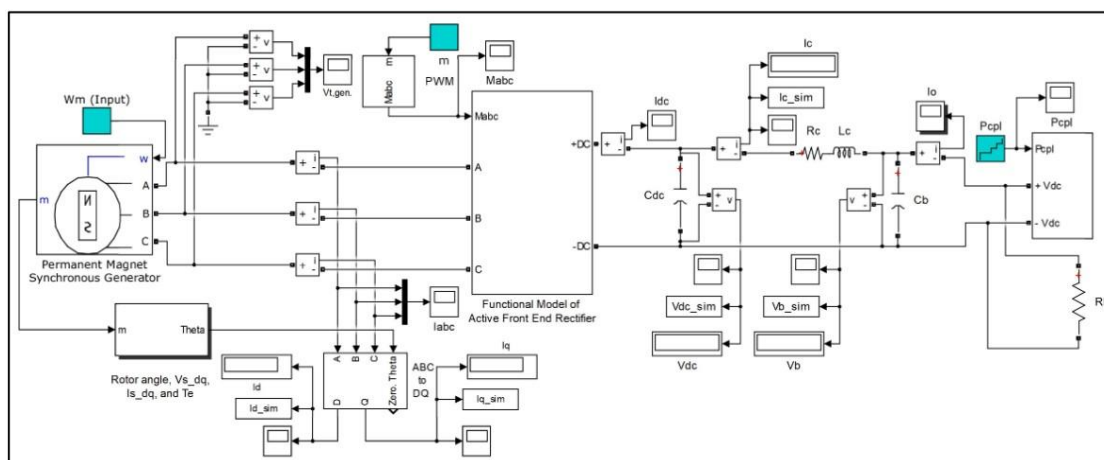
$$P_{loss} = P_{R_c} = I_c^2 R_c \quad (3-18)$$

จากสมการที่ (3-15) ถึงสมการที่ (3-18) สามารถคำนวณหาผลเฉลยได้โดยใช้วิธีการเชิงคณิตศาสตร์ของนิวตัน-ราฟสันที่ได้รับการเขียนโปรแกรมคำสั่งไว้ใน m-file บนโปรแกรม

MATLAB ดังแสดงได้ในภาคผนวก ข. ซึ่งทำให้ได้ค่า δ ที่เหมาะสมกับการนำไปใช้ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อถัดไป

3.3.3 การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ขึ้นอยู่กับการเวลาของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบันทึกที่ศึกษาในกรณีที่ไม่มีการควบคุมจะอาศัยการเปรียบเทียบระหว่างผลตอบสนองที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในสมการที่ (3-14) ซึ่งได้มาจากการหาผลเฉลยของสมการด้วยฟังก์ชัน ode45 ของ MATLAB กับผลการจำลองสถานการณ์ของระบบไฟฟ้าในรูปแบบที่ 3.1 ด้วยชุดบล็อก SimPowerSytem™ บนโปรแกรม MATLAB ที่แสดงในรูปแบบที่ 3.8 เพื่อพิจารณาพฤติกรรมการทำงานและพลวัตของระบบภายใต้เงื่อนไขการทำงานต่าง ๆ และได้กำหนดให้พารามิเตอร์สำหรับการจำลองสถานการณ์ของระบบที่ศึกษาแสดงดังตารางที่ 3.1 โดยค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวเป็นค่าพารามิเตอร์ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบันทึกที่ใช้ไฟฟ้ามากขึ้นที่มีระบบจำหน่ายแบบไฟฟ้ากระแสตรงขนาด 270 V ซึ่งอ้างอิงมาจากบทความวิจัยของ เฟย์ เกา และคณะ (Gao, F., Zheng, X., Bozhko, S.V., and Hil, C.I., 2015)

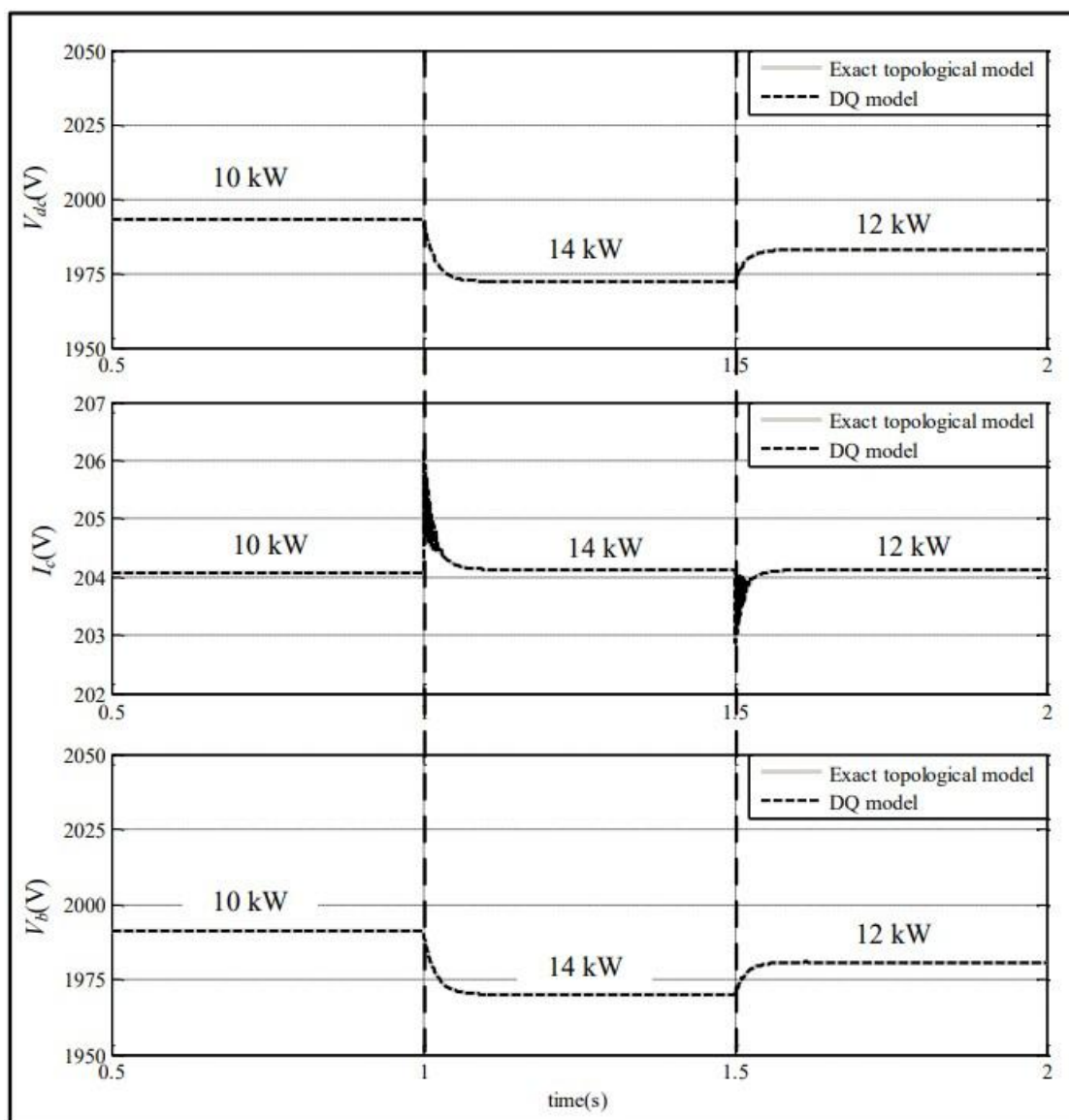


รูปที่ 3.8 ชุดบล็อก SimPowerSytem™ บนโปรแกรม MATLAB ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบันทึกที่ศึกษากรณีไม่มีการควบคุม

ตารางที่ 3.1 พารามิเตอร์ของระบบไฟฟ้าบนเครื่องบินที่ศึกษาในกรณีที่ไม่มีการควบคุม

พารามิเตอร์	ค่า	รายละเอียด
R_s	1.058 m Ω	ความต้านทานของขดลวดสเตเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า
L_s	99 μ H	ความเหนี่ยวนำของขดลวดสเตเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า
$L_d = L_q$	99 μ H	ความเหนี่ยวนำบนแกนดีควิของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า
ϕ_m	0.0364 V.s/rad	ฟลักซ์เชื่อมโยงของแม่เหล็กถาวรของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า
p	6	ขั้วแม่เหล็กของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า
ω_e	$2\pi \times 400$ rad/s	ความถี่เชิงมุมทางไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า
C_{dc}	1 mF	ความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุทางด้านไฟฟ้ากระแสตรง
R_c	6 m Ω	ความต้านทานของสายส่งกำลังไฟฟ้ากระแสตรง
L_c	2 μ H	ความเหนี่ยวนำของสายส่งกำลังไฟฟ้ากระแสตรง
C_b	0.5 mF	ความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า
R_L	10 Ω	ความต้านทานของโหลด
m	0.75	ดัชนีการมอดูเลต
$P_{CPL, rated}$	38 kW	พิกัดกำลังไฟฟ้าของโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัว
$P_{RL, rated}$	7 kW	พิกัดกำลังไฟฟ้าของโหลดความต้านทาน

รูปที่ 3.9 แสดงผลการตอบสนองของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุทางด้านไฟฟ้ากระแสตรง (V_{dc}) กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านสายส่งกำลังไฟฟ้า (I_c) และแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุหรือแรงดันบัสไฟฟ้ากระแสตรง (V_b) สำหรับการเปรียบเทียบรูปสัญญาณระหว่างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการพิสูจน์ด้วยวิธีดีคิวกับรูปสัญญาณที่ได้จากการจำลองสถานการณ์ด้วยชุดบล็อก SimPowerSytem™ บนโปรแกรม MATLAB โดยผลการตรวจสอบความถูกต้องได้มีการเปลี่ยนแปลงค่าของโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัว (P_{CPL}) จาก 10 kW ไปเป็น 14 kW และจาก 14 kW ไปเป็น 12 kW ที่เวลา 1.0 วินาที และ 1.5 วินาที ตามลำดับ



รูปที่ 3.9 ผลตอบสนอง V_{dc} , I_c และ V_b ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินกรณีไม่มีการควบคุม
 สำหรับใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามรูปที่ 3.9 จะพบว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถให้ผลการตอบสนองที่สอดคล้องกับผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์บนโปรแกรม MATLAB ทั้งในส่วนของการตอบสนองในสภาวะชั่วคราว (transient state condition) และในสภาวะอยู่ตัว (steady state condition) ดังนั้นจึงถือได้ว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ใช้ไฟฟ้ามากขึ้นที่มีระบบจำหน่ายแบบไฟฟ้ากระแสตรงในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุมซึ่งพิสูจน์มาจากวิธีคิด มีความถูกต้อง สามารถนำไปใช้งานได้จริง และยังสามารถนำไปพัฒนาเป็นแบบจำลองของระบบที่มีตัวควบคุมเพื่อนำไปใช้ใน

การวิเคราะห์เสถียรภาพได้ โดยรายละเอียดของการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ศึกษาในกรณีที่มีตัวควบคุมจะได้รับการอธิบายในหัวข้อที่ 3.3.4 ต่อไป

3.3.4 การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบในกรณีที่มีการควบคุม

การพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ใช้ไฟฟ้ามากขึ้นที่มีระบบจำหน่ายแบบไฟฟ้ากระแสตรงในกรณีที่มีการควบคุมจะอาศัยการต่อยอดและพัฒนาจากแบบจำลองที่ได้รับการสร้างขึ้นในหัวข้อที่ 3.3.1 ที่ผ่านมา ซึ่งจะเพิ่มเติมเพียงในส่วนของตัวควบคุมแบบเวกเตอร์บนแกนดีคิวของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอคทีฟ ดังแสดงในพื้นที่สี่หาของรูปที่ 3.1 โครงสร้างภายในของตัวควบคุมดังกล่าวแบ่งออกเป็น 2 ลูปคือ ลูปภายใน (inner loop) และลูปภายนอก (outer loop) โดยลูปภายในจะประกอบด้วย 2 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 ตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนดี (current controllers on d -axis) ทำหน้าที่ในการควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนดีให้มีค่าเท่ากับศูนย์ ($I_d = 0$ A) เพื่อให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเชิงโรนัสชนิดแม่เหล็กถาวรอยู่ในโหมดการทำงานแบบฟลักซ์เต็ม (full flux operation mode) และมีตัวประกอบกำลังไฟฟ้า (power factor : pf) ของระบบมีค่าเท่ากับหนึ่ง (unity power factor) ผ่านการกำหนดค่ากระแสไฟฟ้าบนแกนดีอ้างอิง (I_d^*) และส่วนที่ 2 ตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนคิว (current controllers on q -axis) จะทำงานร่วมกันกับตัวควบคุมแรงดันไฟฟ้า (voltage controllers) ที่เป็นลูปควบคุมภายนอก ซึ่งจะทำหน้าที่ในการควบคุมแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุทางด้านไฟฟ้ากระแสตรง (V_{dc}) และแรงดันบัสไฟฟ้ากระแสตรง (V_b) ให้อยู่ในช่วง 250 V ถึง 280 V ตามกรอบมาตรฐาน MIL-STD-704F (Department of Defense Interface Standard, 2004) ผ่านการกำหนดค่าแรงดันไฟฟ้าอ้างอิงหรือ V_b^* ให้มีค่าเท่ากับ 270 V ในส่วนของลูปควบคุมภายนอกจะประกอบด้วย 3 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 ตัวควบคุมแรงดันไฟฟ้า (voltage controllers) ส่วนที่ 2 ตัวควบคุมแบบดรู๊ป (droop controllers) ทำหน้าที่ในการแบ่งกำลังไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าที่ได้จากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องให้มีความเหมาะสมและเพียงพอต่อความต้องการของโหลดต่าง ๆ บนเครื่องบินโดยอาศัยการกำหนดและออกแบบลักษณะเฉพาะของแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้า (V-I droop characteristic) และส่วนที่ 3 ตัวชดเชยแรงดันไฟฟ้า (voltage compensator) ทำหน้าที่ในการชดเชยแรงดันตกอันเนื่องมาจากพฤติกรรมการทำงานของตัวควบคุมแบบดรู๊ป อีกทั้งยังสามารถทำให้กำลังงานสูญเสียในระบบลดลงน้อยที่สุดได้อีกด้วย นอกจากนี้ในรูปที่ 3.1 จะสังเกตได้ว่า ตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าและตัวควบคุมแรงดันไฟฟ้าเป็นตัวควบคุมพีไอที่มีการเรียงต่อกัน (cascaded PI controller) ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์จึงดำเนินการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าวด้วยวิธีการแบบดั้งเดิม (conventional method) (Suyapan, A., Areerak, K-N., and Areerak, K-L., 2017; Phosung, R., Areerak, K., and Areerak, K., 2024) เนื่องจากเป็นวิธีการที่ให้ผลการตอบสนองที่ดีและมีขั้นตอนการออกแบบที่เรียบง่ายโดยอาศัยเพียงการเปรียบเทียบกับสัมประสิทธิ์สมการมาตรฐานของระบบอันดับสอง ในขณะที่การออกแบบตัวควบคุมแบบดรู๊ปและตัวชดเชยแรงดันไฟฟ้าจะอาศัยลักษณะเฉพาะของ

แรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าและสมการอย่างง่ายที่พิสูจน์ขึ้นโดยอาศัยการพิจารณาเงื่อนไขกำลังงานสูญเสียในระบบน้อยที่สุด (Gao, F., Bozhko, S.V., Asher, G., Wheeler, P., and Patel, C., 2016) ตามลำดับ โดยการออกแบบตัวควบคุมทั้งหมดที่กล่าวมาข้างต้นของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบิ้นที่ศึกษาสามารถแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

ตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนดี

ตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนดีสามารถออกแบบได้โดยอาศัยการวิเคราะห์สมการพลวัตของกระแสสเตเตอร์บนแกนดีในสมการที่ (3-1) ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (3-19) และกำหนดให้พจน์ชดเชยบนแกนดีแสดงได้ดังสมการที่ (3-20)

$$\frac{d}{dt}I_d = -\frac{R_s}{L_d}I_d + \frac{\omega_e L_q}{L_d}I_q - \frac{1}{L_d}V_d \quad (3-19)$$

$$V_d' = V_d - \omega_e L_q I_q \quad (3-20)$$

จากสมการที่ (3-19) และสมการที่ (3-20) สามารถจัดรูปสมการของกระแสสเตเตอร์บนแกนดีใหม่ได้ดังสมการที่ (3-21)

$$L_d \frac{d}{dt}I_d = -R_s I_d - V_d' \quad (3-21)$$

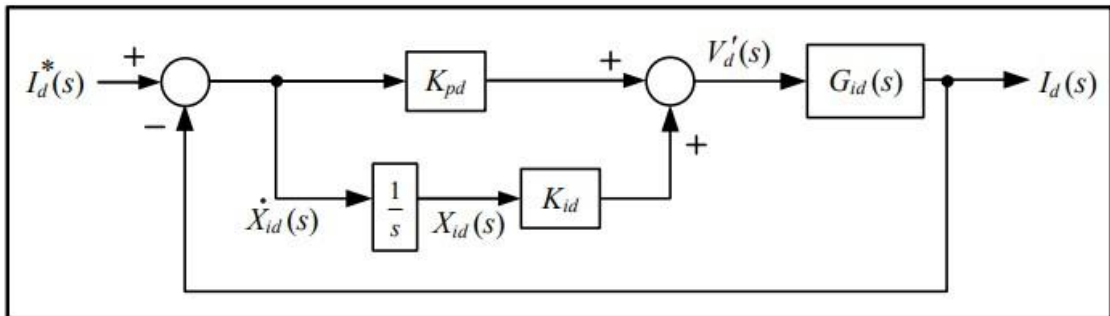
ดำเนินการแปลงลาปลาซสมการที่ (3-21) โดยกำหนดให้เงื่อนไขเริ่มต้นมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นจะได้สมการความสัมพันธ์ในโดเมนเอสแสดงดังสมการที่ (3-22)

$$sL_d I_d(s) = -R_s I_d(s) - V_d'(s) \quad (3-22)$$

จากสมการที่ (3-22) สามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอน ($G_{id}(s)$) แสดงดังสมการที่ (3-23)

$$G_{id}(s) = \frac{I_d(s)}{V_d'(s)} = -\frac{1}{sL_d + R_s} \quad (3-23)$$

กำหนดให้ K_{pd} และ K_{id} คือ พารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีและตัวควบคุมไอบนแกนดีตามลำดับ ดังนั้นจะได้แผนภาพของตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนดีแสดงได้ดังรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 แผนภาพสำหรับออกแบบตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนดี

จากแผนภาพในรูปที่ 3.10 สามารถวิเคราะห์หาฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของลูปรการควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนดี ($T_{id}(s)$) ได้ดังสมการที่ (3-24)

$$\left\{ \begin{aligned} T_{id}(s) = \frac{I_d(s)}{I_d^*(s)} &= \frac{\left(\frac{K_{pd}s + K_{id}}{s} \right) \cdot G_{id}(s)}{1 + \left(\frac{K_{pd}s + K_{id}}{s} \right) \cdot G_{id}(s)} \\ T_{id}(s) = \frac{I_d(s)}{I_d^*(s)} &= \frac{(-K_{pd}s - K_{id}) \left(\frac{1}{L_d} \right)}{s^2 + \left(\frac{R_s - K_{pd}}{L_d} \right) s - \frac{K_{id}}{L_d}} \end{aligned} \right. \quad (3-24)$$

พิสูจน์หาสมการในรูปทั่วไปสำหรับการออกแบบตัวควบคุมโดยอาศัยการเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์พหุนามตัวหารของ $T_{id}(s)$ กับสมการมาตรฐานของระบบอันดับสอง ($T(s)$) ในสมการที่ (3-25) ดังนั้นจะได้สมการที่ใช้ในการออกแบบหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีและตัวควบคุมไอของลูปรควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนดีแสดงได้ดังสมการที่ (3-26) ตามลำดับ

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3-25)$$

$$\begin{cases} K_{pd} = R_s - 2\zeta_i \omega_{ni} L_d \\ K_{id} = -L_d \omega_{ni}^2 \end{cases} \quad (3-26)$$

โดยที่ ζ_i คือ อัตราส่วนการหน่วง (damping ratio) ของลูปกระแสไฟฟ้า

ω_{ni} คือ ความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) ของลูปกระแสไฟฟ้า

ตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนคิว

ตัวควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนคิวสามารถออกแบบได้โดยอาศัยการวิเคราะห์สมการพลวัตของกระแสสเตเตอร์บนแกนคิวในสมการที่ (3-1) ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (3-27) และกำหนดให้พจน์ชดเชยบนแกนคิวแสดงได้ดังสมการที่ (3-28)

$$\frac{d}{dt} I_q = -\frac{\omega_e L_d}{L_q} I_d - \frac{R_s}{L_q} I_q - \frac{1}{L_q} V_q + \frac{\omega_e \phi_m}{L_q} \quad (3-27)$$

$$V_q' = V_q + \omega_e L_d I_d - \omega_e \phi_m \quad (3-28)$$

จากนั้นทำการจัดรูปสมการที่ (3-27) และสมการที่ (3-28) จะได้สมการของกระแสสเตเตอร์บนแกนคิวใหม่ แสดงได้ดังสมการที่ (3-29)

$$L_q \frac{d}{dt} I_q = -R_s I_q - V_q' \quad (3-29)$$

จากสมการที่ (3-29) จะเห็นว่า มีรูปแบบของสมการที่คล้ายกันกับสมการที่ (3-22) ดังนั้นการออกแบบตัวควบคุมพีไอของลูปควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนคิวจะดำเนินการในลักษณะเดียวกันกับการออกแบบตัวควบคุมพีไอของลูปควบคุมกระแสไฟฟ้าบนแกนดี แต่จะมีเพียงพจน์ชดเชยในสมการที่ (3-20) ที่มีความแตกต่างกับสมการที่ (3-28) เท่านั้น ดังนั้นจึงสามารถคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีไอดังกล่าวได้ผ่านสมการในรูปทั่วไปที่แสดงในสมการที่ (3-30) โดยจะกำหนดให้ K_{pq} และ K_{iq} คือ พารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีและตัวควบคุมไอบนแกนคิวตามลำดับ

$$\begin{cases} K_{pq} = R_s - 2\zeta_i \omega_{ni} L_q \\ K_{iq} = -L_q \omega_{ni}^2 \end{cases} \quad (3-30)$$

ตัวควบคุมแรงดันไฟฟ้า

การออกแบบตัวควบคุมแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุทางด้านไฟฟ้ากระแสตรงหรือแรงดันเอาต์พุตของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททีฟ (V_{dc}) จะอาศัยกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ในการวิเคราะห์กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุทางด้านไฟฟ้ากระแสตรง (C_{dc}) ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินในรูปที่ 3.1 โดยกำหนดให้กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านสายส่งกำลังไฟฟ้าทางด้านไฟฟ้ากระแสตรง (I_c) เป็นสัญญาณรบกวน (disturbance) ซึ่งจะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับศูนย์หรือไม่พิจารณาในขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุม ดังนั้นจะได้สมการอนุพันธ์ของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุทางด้านไฟฟ้ากระแสตรงแสดงได้ดังสมการที่ (3-31)

$$C_{dc} \frac{d}{dt} V_{dc} = I_{dc} \quad (3-31)$$

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าอินพุตที่ถูกแปลงให้อยู่บนแกนดีคิวและกระแสไฟฟ้าเอาต์พุตของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททีฟจะได้ดังสมการที่ (3-32) (Gao, F., Zheng, X., Bozhko, S.V., Hill, C., and Asher, G., 2015) โดยในงานวิจัยวิทยานิพนธ์จะควบคุมให้กระแสสเตเตอร์บนแกนดีมีค่าเท่ากับศูนย์ ($I_d = 0$ A) เพื่อให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเชิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรอยู่ในโหมดการทำงานแบบฟลักซ์เต็มและมีตัวประกอบกำลังไฟฟ้ามี่ค่าเท่ากับหนึ่งตามที่ได้กล่าวไว้แล้วข้างต้น

$$I_{dc} = \frac{3}{4} (mI_d + mI_q) \quad (3-32)$$

ดังนั้นสามารถจัดรูปสมการอนุพันธ์ของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุทางด้านไฟฟ้ากระแสตรงใหม่โดยอาศัยสมการที่ (3-31) สมการที่ (3-32) และข้อกำหนดดังกล่าวได้ดังสมการที่ (3-33)

$$C_{dc} \frac{d}{dt} V_{dc} = \frac{3}{4} mI_q \quad (3-33)$$

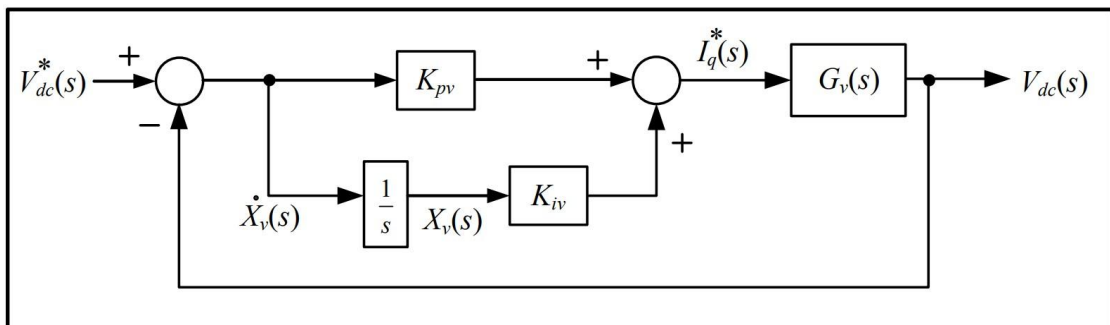
ดำเนินการแปลงลาปลาซสมการที่ (3-33) โดยกำหนดให้เงื่อนไขเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ ศูนย์ ดังนั้นจะได้สมการความสัมพันธ์ในโดเมนเอสแสดงดังสมการที่ (3-34)

$$sC_{dc}V_{dc}(s) = \frac{3}{4}mI_q(s) \quad (3-34)$$

จากสมการที่ (3-34) สามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอน $G_v(s)$ แสดงดังสมการที่ (3-35)

$$G_v(s) = \frac{V_{dc}(s)}{I_q(s)} = \frac{3}{4}m \frac{1}{sC_{dc}} \quad (3-35)$$

กำหนดให้ K_{pv} และ K_{iv} คือ พารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีและตัวควบคุมไอของ ลูปควบคุมแรงดันไฟฟ้า ตามลำดับ ดังนั้นจะได้แผนภาพของตัวควบคุมแรงดันไฟฟ้าแสดงดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 แผนภาพสำหรับออกแบบตัวควบคุมแรงดันไฟฟ้า

จากแผนภาพในรูปที่ 3.11 สามารถวิเคราะห์หาฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของลูปควบคุมแรงดันไฟฟ้า ($T_v(s)$) ได้ดังสมการที่ (3-36)

$$\left\{ \begin{aligned} T_v(s) &= \frac{V_{dc}(s)}{V_{dc}^*(s)} = \frac{\left(\frac{K_{pv}s + K_{iv}}{s} \right) \cdot G_v(s)}{1 + \left(\frac{K_{pv}s + K_{iv}}{s} \right) \cdot G_v(s)} \\ T_v(s) &= \frac{V_{dc}(s)}{V_{dc}^*(s)} = \frac{(K_{pv}s + K_{iv})(3m) \left(\frac{1}{4C_{dc}} \right)}{s^2 + \left(\frac{3mK_{pv}}{4C_{dc}} \right)s + \left(\frac{3mK_{iv}}{4C_{dc}} \right)} \end{aligned} \right. \quad (3-36)$$

พิสูจน์หาสมการในรูปทั่วไปสำหรับการออกแบบตัวควบคุมโดยอาศัยการเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์ของพหุนามตัวหารของ $T_v(s)$ กับสมการมาตรฐานของระบบอันดับสอง ($T(s)$) ในสมการที่ (3-25) ดังนั้นจะได้สมการที่ใช้ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีโอของลูบควบคุมแรงดันไฟฟ้างแสดงในสมการที่ (3-37)

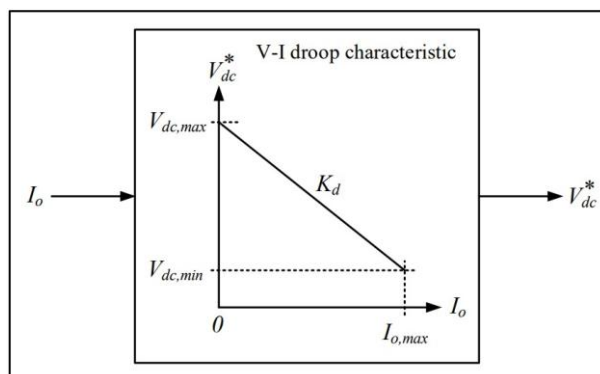
$$\left\{ \begin{aligned} K_{pv} &= \frac{8\zeta_v \omega_{nv} C_{dc}}{3m} \\ K_{iv} &= \frac{4C_{dc} \omega_{nv}^2}{3m} \end{aligned} \right. \quad (3-37)$$

โดยที่ ζ_v คือ อัตราส่วนการหน่วงของลูบแรงดันไฟฟ้า

ω_{nv} คือ ความถี่ธรรมชาติของลูบแรงดันไฟฟ้า

ตัวควบคุมแบบดรู๊ป

ตัวควบคุมแบบดรู๊ปที่พิจารณาในงานวิจัยวิทยานิพนธ์จะเป็นตัวควบคุมแบบดรู๊ปโหมดแรงดัน (voltage-mode droop controller) (Gao, F., Bozhko, S.V., Asher, G., Wheeler, P., and Patel, C., 2016) ซึ่งจะทำหน้าที่ในการแบ่งกำลังไฟฟ้าหรือกระแสไฟฟ้าให้มีความเหมาะสมและเพียงพอต่อความต้องการของโหลดต่าง ๆ บนเครื่องบินผ่านการกำหนดลักษณะเฉพาะของแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้า (V-I droop characteristic) ที่แสดงในรูปที่ 3.12 ในรูปของแรงดันตกจากรูปที่ 3.12 จะเห็นได้ว่า ความชันของกราฟลักษณะเฉพาะของแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าคือ อัตราการขยายดรู๊ป (droop gain : K_d) ซึ่งจะถูกนำไปใช้สำหรับการคำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงอ้างอิงของลูบการควบคุมแรงดันไฟฟ้า (V_{dc}^*) ดังแสดงได้ในสมการที่ (2-38) สำหรับในส่วนของการออกแบบค่าอัตราการขยาย K_d จะอาศัยการออกแบบควบคุมไปกับตัวชดเชยแรงดันไฟฟ้า ซึ่งจะได้รับการนำเสนอในหัวข้อลำดับถัดไป



รูปที่ 3.12 ลักษณะเฉพาะของแรงดันและกระแสสำหรับการควบคุมแบบดรูปโหมดแรงดัน

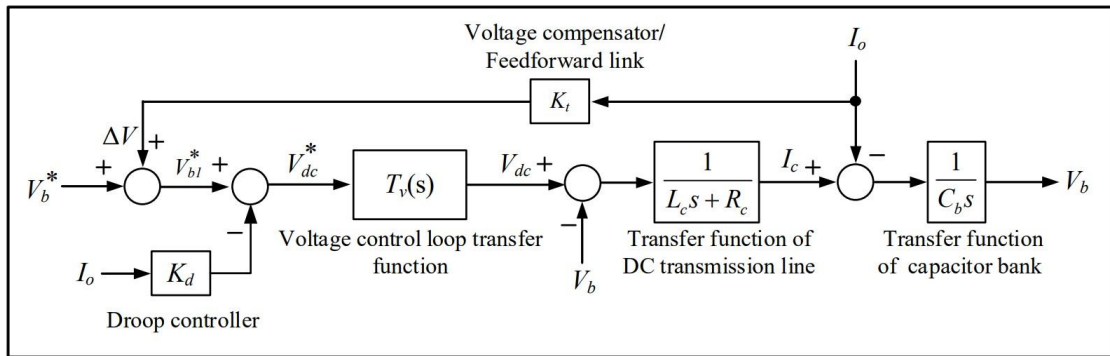
$$V_{dc}^* = V_b^* - K_d I_o \quad (2-38)$$

โดยที่ V_b^* คือ แรงดันไฟฟ้าอ้างอิงของระบบ

I_o คือ กระแสไฟฟ้าของโหลด

ตัวชดเชยแรงดันไฟฟ้า

ตัวชดเชยแรงดันไฟฟ้าสำหรับระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ศึกษาจะทำหน้าที่ในการลดหรือป้องกันไม่ให้อาตมแรงดันไฟฟ้าตกทางฝั่งเอาต์พุตของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททีฟ (V_{dc}) และฝั่งบัสไฟฟ้ากระแสตรง (V_b) อันเนื่องมาจากพฤติกรรมของการแบ่งกำลังไฟฟ้าหรือการแบ่งกระแสไฟฟ้าของการควบคุมแบบดรูป รวมทั้งยังสามารถทำให้กำลังไฟฟ้าสูญเสียจากสายส่งกำลังลดลงน้อยที่สุด ซึ่งทำให้ประสิทธิภาพการทำงานของระบบโดยรวมเพิ่มสูงขึ้น โครงสร้างของตัวชดเชยแรงดันไฟฟ้าสำหรับตัวควบคุมแบบดรูปโหมดแรงดันแสดงได้ดังในรูปที่ 3.13 ซึ่งจากรูปจะสังเกตได้ว่าตัวชดเชยแรงดันไฟฟ้าคือ วงจรเชื่อมโยงแบบป้อนไปหน้า (feedforward link) ที่อาศัยการตรวจจับสนกระแสไฟฟ้าของโหลด (I_o) ผ่านค่าอัตราการขยายดรูปรวม (global droop gain : K) โดยค่าอัตราการขยาย K จะมีค่าเท่ากับค่าอัตราการขยาย K_d เนื่องจากระบบไฟฟ้าที่ศึกษาในงานวิจัยวิทยานิพนธ์เป็นระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ใช้ไฟฟ้ามกขึ้นที่มีระบบจำหน่ายแบบไฟฟ้ากระแสตรง แบบเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเดี่ยวและบัสเดี่ยว จากนั้นจะนำแรงดันเอาต์พุตที่ได้ (ΔV) ไปรวมกับแรงดันไฟฟ้าอ้างอิงของระบบ (V_b^*) เพื่อสร้างแรงดันไฟฟ้าอ้างอิงของระบบใหม่ (V_{b1}^*) ดังแสดงในสมการที่ (3-39)



รูปที่ 3.13 ตัวชดเชยแรงดันไฟฟ้าสำหรับตัวควบคุมแบบดรูพโหมดแรงดัน

$$V_{b1}^* = V_b^* + \Delta V = V_b^* + K_t I_o \quad (3-39)$$

สำหรับการออกแบบค่าอัตราการขยาย K_t ในงานวิจัยวิทยานิพนธ์จะอยู่ภายใต้เงื่อนไขกำลังไฟฟ้าสูญเสียจากสายส่งกำลังหรือกำลังไฟฟ้าสูญเสียของระบบลดลงน้อยที่สุดตลอดระยะทางและระยะเวลาทำการบิน โดยเงื่อนไขดังกล่าวสามารถแสดงได้ดังในสมการที่ (3-40) และสมการที่ (3-41) (Gao, F., Bozhko, S.V., Asher, G., Wheeler, P., and Patel, C., 2016)

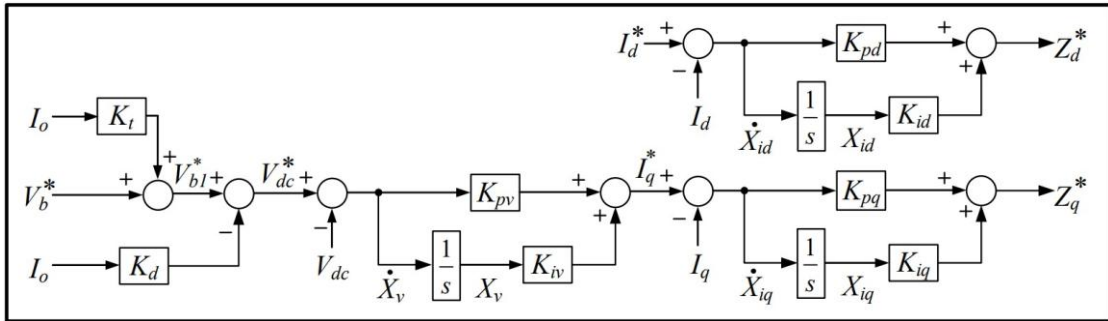
$$\begin{cases} \text{if } \frac{1}{3} < r \leq 1 \\ R_L \frac{1-r}{1+r} < K_t \leq \frac{R_L}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{r}} - 1 \right) \end{cases} \quad (3-40)$$

$$\begin{cases} \text{if } r > 1 \\ 0 < K_t \leq \frac{R_L}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{r}} - 1 \right) \end{cases} \quad (3-41)$$

เมื่อ r คือ อัตราส่วนระหว่างกำลังไฟฟ้าของโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัว (P_{CPL}) และกำลังไฟฟ้าของโหลดตัวต้านทาน (P_{R_L}) ดังแสดงในสมการที่ (3-42)

$$r = \frac{P_{CPL}}{P_{R_L}} \quad (3-42)$$

จากการพิจารณาการออกแบบตัวควบคุมต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ใช้ไฟฟ้ามากขึ้นที่มีระบบจำหน่ายแบบไฟฟ้ากระแสตรงขนาด 270 V แบบเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเดี่ยวและแบตเตอรี่ที่ได้นำเสนอไว้ข้างต้น จึงสามารถแสดงโครงสร้างภายในของระบบควบคุมทั้งหมดได้ดังในรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 โครงสร้างภายในของระบบควบคุมสำหรับระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ศึกษา

จากการวิเคราะห์โครงสร้างภายในของระบบควบคุมในรูปที่ 3.14 สามารถเขียนสมการของตัวควบคุมได้ดังสมการที่ (3-43) และเมื่อพิจารณาความสัมพันธ์แรงดันไฟฟ้าอินพุตและเอาต์พุตของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททิฟบนแกนดีคิวในสมการที่ (3-2) รวมทั้งพจน์ชดเชยบนแกนดีคิวในสมการที่ (3-20) และแกนคิวในสมการที่ (3-28) ในขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมจะสามารถคำนวณหาฟังก์ชันการสวิตช์ของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอททิฟในกรณีที่มีตัวควบคุมบนแกนดีคิว (M_d^*) และแกนคิว (M_q^*) แสดงได้ดังสมการที่ (3-44) และ (3-45) ตามลำดับ

$$\begin{cases} Z_d^* = -K_{pd}I_d + K_{id}X_{id} + K_{pd}I_d^* \\ Z_q^* = -K_{pq}I_q - K_{pv}K_{pq}V_{dc} + K_{iv}K_{pq}X_v + K_{iq}X_{iq} + K_{pv}K_{pq}V_b^* + \frac{K_{pv}K_{pq}K_tV_b}{R_L} \\ \quad + \frac{K_{pv}K_{pq}K_tP_{CPL}}{V_b} - \frac{K_{pv}K_{pq}K_dV_b}{R_L} - \frac{K_{pv}K_{pq}K_dP_{CPL}}{V_b} \end{cases} \quad (3-43)$$

$$\begin{cases} M_d^* = \frac{V_d}{V_{dc}} \\ M_d^* = \left(\frac{1}{V_{dc}} \right) (Z_d^* + \omega_e L_q I_q) \\ M_d^* = \left(\frac{1}{V_{dc}} \right) (-K_{pd} I_d + K_{id} X_{id} + K_{pd} I_d^* + \omega_e L_q I_q) \end{cases} \quad (3-44)$$

$$\begin{cases} M_q^* = \frac{V_q}{V_{dc}} \\ M_q^* = \left(\frac{1}{V_{dc}} \right) (Z_q^* - \omega_e L_d I_d + \omega_e \phi_m) \\ M_q^* = \left(\frac{1}{V_{dc}} \right) \left(-K_{pq} I_q - K_{pv} K_{pq} V_{dc} + K_{iv} K_{pq} X_v + K_{iq} X_{iq} + K_{pv} K_{pq} V_b^* \right. \\ \quad \left. + \frac{K_{pv} K_{pq} K_t V_b}{R_L} + \frac{K_{pv} K_{pq} K_t P_{CPL}}{V_b} - \frac{K_{pv} K_{pq} K_d V_b}{R_L} - \frac{K_{pv} K_{pq} K_d P_{CPL}}{V_b} \right. \\ \quad \left. - \omega_e L_d I_d + \omega_e \phi_m \right) \end{cases} \quad (3-45)$$

พิจารณาในส่วนของฟังก์ชันการสวิตช์ของวงจรเรียงกระแสภาคหน้าแบบแอกทีฟพบนแกนตีควในสมการที่ (3-44) และสมการที่ (3-45) จะเห็นได้ว่า X_{id} X_{iq} ของรูปกระแสและ X_v ของรูปแรงดันจะถูกกำหนดให้เป็นตัวแปรสถานะของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และสามารถดำเนินการหาแบบจำลองของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบิที่ศึกษาในกรณีที่มีการควบคุมได้โดยการแทนค่า M_d และ M_q ในสมการที่ (3-14) ของหัวข้อที่ 3.3.1 ด้วย M_d^* และ M_q^* ตามลำดับ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวแสดงได้ดังสมการที่ (3-46) โดยสมการที่ (3-46) จะถูกนำไปใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไม่เป็นเชิงเส้นด้วยการวิเคราะห์ระนาบเฟสในบทที่ 4 ต่อไป แต่จากที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 งานวิจัยวิทยานิพนธ์ได้มีการนำเสนอการวิเคราะห์เสถียรภาพอีกหนึ่งวิธีคือการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้นผ่านทฤษฎีบทค่าเจาะจง ทั้งนี้ทฤษฎีบทดังกล่าวจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นจึงมีความจำเป็นในการเปลี่ยนแปลงแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นในสมการที่ (3-46) ไปเป็นแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะแสดงรายละเอียดของการทำแบบจำลองให้เป็นเชิงเส้นได้ในหัวข้อที่ 3.3.5

$$\left\{ \begin{aligned}
\dot{I}_d &= \frac{(K_{pd} - R_s)}{L_d} I_d - \frac{K_{id}}{L_d} X_{id} - \frac{K_{pd}}{L_d} I_d^* \\
\dot{I}_q &= \frac{(K_{pd} - R_s)}{L_q} I_q + \frac{K_{pv} K_{pq}}{L_q} V_{dc} - \frac{K_{pv} K_{pq} (K_t - K_d)}{L_q R_L} V_b - \frac{K_{pv} K_{pq} P_{CPL} (K_t - K_d)}{L_q} \cdot \frac{1}{V_b} \\
&\quad - \frac{K_{iv} K_{pq}}{L_q} X_v - \frac{K_{iq}}{L_q} X_{iq} - \frac{K_{pv} K_{pq}}{L_q} V_b^* \\
\dot{V}_{dc} &= \frac{3}{2C_{dc}} \cdot \frac{1}{V_{dc}} \left[K_{pd} I_d^2 + K_{id} I_d X_{id} + K_{pd} I_d I_d^* - K_{pq} I_q^2 + \omega_e \phi_m I_q - K_{pv} K_{pq} I_q V_{dc} \right. \\
&\quad \left. + \frac{K_{pv} K_{pq} (K_t - K_d)}{R_L} I_q V_b + \frac{K_{pv} K_{pq} P_{CPL} (K_t - K_d)}{L_q} \cdot \frac{I_q}{V_b} + K_{iv} K_{pq} I_q X_v \right. \\
&\quad \left. + K_{iq} I_q X_{iq} + K_{pv} K_{pq} I_q V_b^* \right] - \frac{1}{C_{dc}} I_c \\
\dot{I}_c &= \frac{1}{L_c} V_{dc} - \frac{R_c}{L_c} I_c - \frac{1}{L_c} V_b \\
\dot{V}_b &= \frac{1}{C_b} I_c - \frac{1}{R_L C_b} V_b - \frac{P_{CPL}}{C_b} \cdot \frac{1}{V_b} \\
\dot{X}_v &= -V_{dc} + \frac{(K_t - K_d)}{R_L} V_b + (K_t - K_d) P_{CPL} \cdot \frac{1}{V_b} + V_b^* \\
\dot{X}_{id} &= -I_d + I_d^* \\
\dot{X}_{iq} &= -I_q - K_{pv} V_{dc} + \frac{K_{pv} (K_t - K_d)}{R_L} V_b + K_{pv} (K_t - K_d) P_{CPL} \cdot \frac{1}{V_b} + K_{iv} X_v + K_{pv} V_b^*
\end{aligned} \right. \quad (3-46)$$

3.3.5 การทำให้เป็นเชิงเส้นของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ตามที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นแล้วว่าแบบจำลองในสมการที่ (3-46) เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยจะปรากฏพจน์ที่ไม่เป็นเชิงเส้นในสมการเชิงอนุพันธ์ของ $\dot{I}_q$, $\dot{V}_{dc}$, $\dot{V}_b$, $\dot{X}_v$ และ $\dot{X}_{iq}$ ซึ่งการวิเคราะห์หาจุดปฏิบัติงานที่ทำให้ระบบเกิดการขาดเสถียรภาพจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น ภายใต้ทฤษฎีบทค่าเจาะจง ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์จึงได้นำวิธีการทำให้เป็นเชิงเส้นของอนุกรมเทย์เลอร์อันดับที่หนึ่งมาใช้ในการเปลี่ยนแบบจำลองดังกล่าวให้เป็นแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้น โดยสมการในรูปแบบทั่วไปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ถูกทำให้เป็นเชิงเส้น (linearized model) สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3-47)

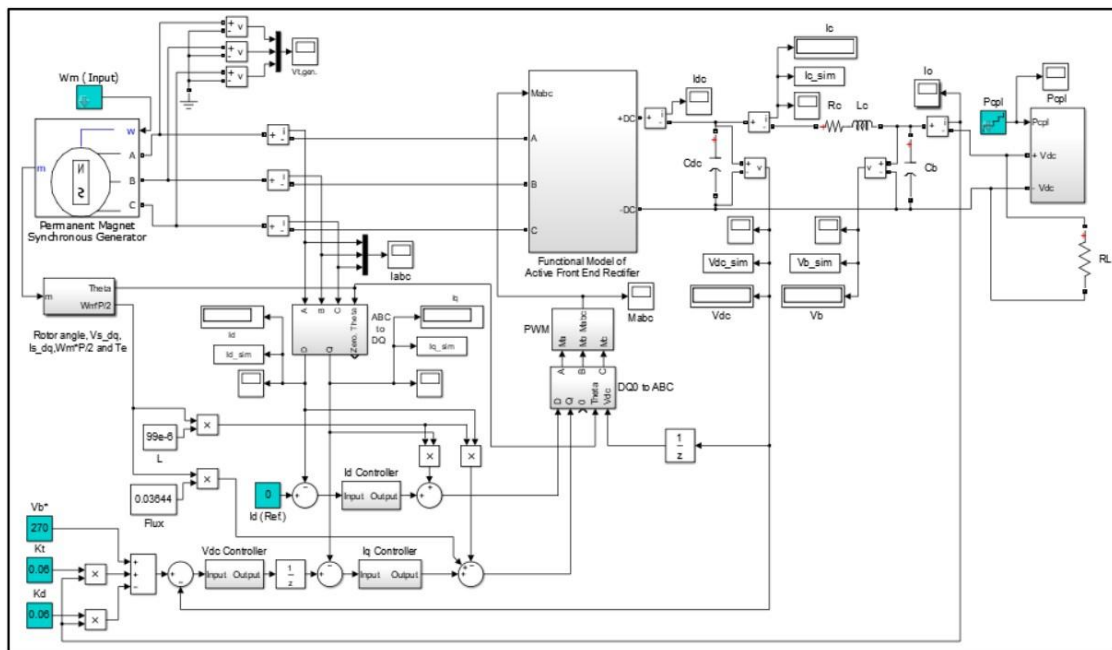
$$\begin{cases} \dot{\delta \mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \delta \mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \delta \mathbf{u} \\ \delta \mathbf{y} = \mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \delta \mathbf{x} + \mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \delta \mathbf{u} \end{cases} \quad (3-47)$$

โดยที่ $\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ $\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ $\mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ และ $\mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ คือ เมตริกซ์จาโคเบียน (jacobian matrix) ซึ่งมีค่าขึ้นอยู่กับค่าของตัวแปรสถานะ $\mathbf{x}_0$ และค่าของตัวแปรอินพุต $\mathbf{u}_0$ ณ จุดปฏิบัติงานที่พิจารณา โดยจุดปฏิบัติงานดังกล่าวคำนวณได้จาก $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$ สำหรับรายละเอียดของ $\delta \mathbf{x}$ $\delta \mathbf{u}$ $\delta \mathbf{y}$ $\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ $\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ $\mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ และ $\mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ ในสมการที่ (3-47) สามารถดูได้จากภาคผนวก ค.

จากเมตริกซ์จาโคเบียน $\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ และ $\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ จะเห็นได้ว่า เมตริกซ์ดังกล่าวจะมีค่าขึ้นอยู่กับค่า $I_{d,0}$ $I_{q,0}$ $V_{dc,0}$ $V_{b,0}$ $X_{v,0}$ $X_{id,0}$ และ $X_{iq,0}$ ซึ่งค่าเหล่านี้เป็นค่าในสถานะอยู่ตัว ณ จุดปฏิบัติงานที่พิจารณา ซึ่งสามารถคำนวณหาได้จากการกำหนดให้ $\dot{I}_d$ $\dot{I}_q$ $\dot{V}_{dc}$ $\dot{V}_b$ $\dot{X}_v$ $\dot{X}_{id}$ และ $\dot{X}_{iq}$ ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบในสมการที่ (3-46) มีค่าเป็นศูนย์

3.3.6 การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

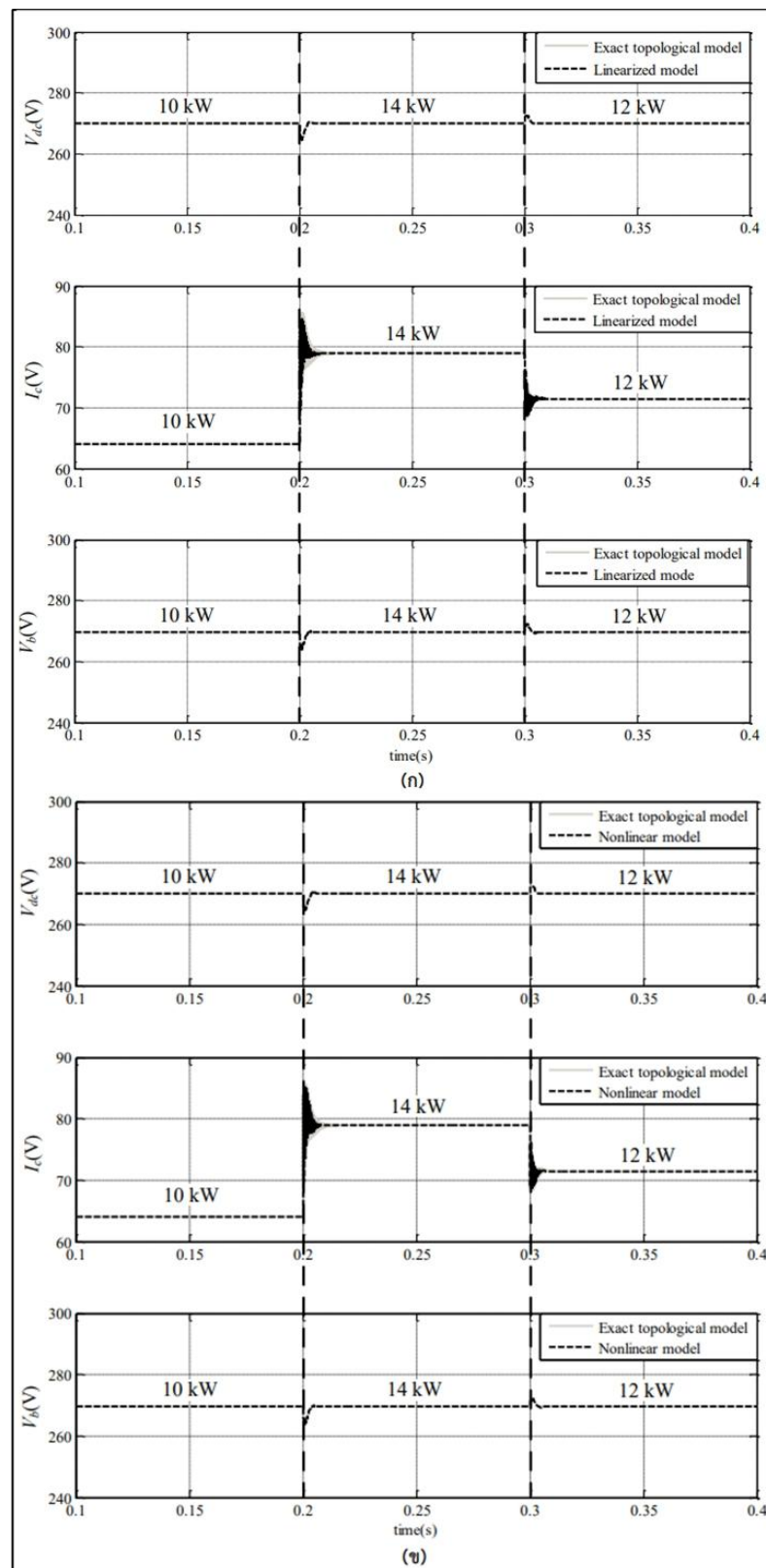
การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ขึ้นอยู่กับเวลาของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ศึกษาจะอาศัยการเปรียบเทียบระหว่างผลตอบสนองที่ได้จากแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นในสมการที่ (3-46) และแบบจำลองที่ถูกทำให้เป็นเชิงเส้นในสมการที่ (3-47) ซึ่งได้มาจากการหาผลเฉลยของสมการด้วยฟังก์ชัน ode45 และ lsim ของ MATLAB กับผลการจำลองสถานการณ์ของระบบไฟฟ้าในรูปที่ 3.1 ด้วยชุดบล็อก SimPowerSystem™ บนโปรแกรม MATLAB ที่แสดงในรูปที่ 3.15 เพื่อพิจารณาพฤติกรรมการทำงานและพลวัตของระบบภายใต้เงื่อนไขการทำงานต่าง ๆ โดยกำหนดให้พารามิเตอร์ที่ใช้ในกระบวนการจำลองสถานการณ์ของระบบยังคงมีค่าเท่าเดิมดังตารางที่ 3.1 ในหัวข้อที่ 3.3.3 แต่จะเพิ่มเติมเฉพาะในส่วน of ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบเวกเตอร์บนแกนดีคิวที่แสดงได้ดังในตารางที่ 3.2



รูปที่ 3.15 ชุดบล็อก SimPowerSytem™ บนโปรแกรม MATLAB ของระบบไฟฟ้ากำลังบน
เครื่องบันทึกการณีนที่มีการควบคุม

ตารางที่ 3.2 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบเวกเตอร์บนแกนดีคิว

พารามิเตอร์	ค่า	รายละเอียด
K_{pv}	3.5744	พารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีสำหรับลูปแรงดันไฟฟ้า ($\zeta_v = 0.8$ และ $\omega_{nv} = 2\pi \times 200$ rad/s)
K_{iv}	2807.3541	พารามิเตอร์ของตัวควบคุมไอสำหรับลูปแรงดันไฟฟ้า ($\zeta_v = 0.8$ และ $\omega_{nv} = 2\pi \times 200$ rad/s)
K_{pd} และ K_{pq}	-1.9895	พารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีบนแกนดีคิวสำหรับ ลูปกระแสไฟฟ้า ($\zeta_i = 0.8$ และ $\omega_{ni} = 2\pi \times 2000$ rad/s)
K_{id} และ K_{iq}	-1563.3453	พารามิเตอร์ของตัวควบคุมไอบนแกนดีคิวสำหรับ ลูปกระแสไฟฟ้า ($\zeta_i = 0.8$ และ $\omega_{ni} = 2\pi \times 2000$ rad/s)
K_d	0.06	อัตราการขยายครูป
K_t	0.06	อัตราการขยายครูปรวม
I_d^*	0 A	กระแสไฟฟ้าอ้างอิงบนแกนดี
V_b^*	270 V	แรงดันไฟฟ้าอ้างอิงของระบบ



รูปที่ 3.16 ผลตอบสนอง V_{dc} , I_c และ V_b (ก) การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่ถูกทำให้เป็นเชิงเส้น
(ข) การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น

รูปที่ 3.16 (ก) และรูปที่ 3.16 (ข) แสดงผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่ถูกทำให้เป็นเชิงเส้นและแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นผ่านการเปรียบเทียบระหว่างผลเฉลยที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับผลการจำลองสถานการณ์ของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุทางด้านไฟฟ้ากระแสตรง (V_{dc}) กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านสายส่งกำลังไฟฟ้า (I_L) และแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุหรือแรงดันบัสไฟฟ้ากระแสตรง (V_b) โดยมีการเปลี่ยนแปลงค่าของโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัว (P_{CPL}) จาก 10 kW ไปเป็น 14 kW และจาก 14 kW ไปเป็น 12 kW ที่เวลา 0.2 วินาที และ 0.3 วินาที ตามลำดับ

จากการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามรูปที่ 3.16 จะเห็นได้ว่า ผลเฉลยที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นเชิงเส้นและถูกทำให้เป็นเชิงเส้นมีลักษณะของรูปสัญญาณที่สอดคล้องกับผลตอบสนองที่ได้จากการจำลองสถานการณ์ผ่านชุดบล็อก SimPowerSytem™ บนโปรแกรม MATLAB อย่างเห็นได้ชัด ทั้งในส่วนของสภาวะชั่วคราวและสภาวะอยู่ตัว ดังนั้นจึงถือได้ว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่พิจารณา มีความถูกต้องแม่นยำ อีกทั้งยังเหมาะสำหรับนำไปใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไม่เป็นเชิงเส้น ด้วยการวิเคราะห์ระนาบเฟสและการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเป็นเชิงเส้นผ่านทฤษฎีบทค่าเจาะจงอีกด้วย

3.4 สรุป

เนื้อหาในบทที่ 3 ได้นำเสนอการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ใช้ไฟฟ้ามามากขึ้นที่มีระบบจำหน่ายแบบไฟฟ้ากระแสตรง แบบเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเดี่ยว และบัสเดี่ยว โดยใช้ทฤษฎีพื้นฐานการแปลงดีคิวด้วยวิธีการของปาร์ค รวมถึงอธิบายหลักการในการออกแบบตัวควบคุมของระบบไฟฟ้าที่ศึกษาไว้อย่างละเอียด ซึ่งจะเห็นได้ว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการพิสูจน์ขึ้นไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์จึงได้ประยุกต์ใช้ออนุกรมเทย์เลอร์อันดับที่หนึ่งเพื่อเปลี่ยนแบบจำลองดังกล่าวไปเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้น พร้อมทั้งดำเนินการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นและถูกทำให้เป็นเชิงเส้นโดยอาศัยการเปรียบเทียบระหว่างผลเฉลยจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และผลการจำลองสถานการณ์ ซึ่งจะสังเกตได้ว่า ผลเฉลยจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นเชิงเส้นและเป็นเชิงเส้นมีลักษณะของรูปสัญญาณที่สอดคล้องกับผลการจำลองสถานการณ์ด้วยชุดบล็อก SimPowerSytem™ บนโปรแกรม MATLAB ทั้งในสภาวะชั่วคราวและในสภาวะอยู่ตัว ดังนั้นจึงเป็นการยืนยันว่าแบบจำลองที่ได้รับการพิสูจน์ขึ้นในงานวิจัยวิทยานิพนธ์เป็นแบบจำลองที่มีความถูกต้องแม่นยำและมีความน่าเชื่อถือสูง เหมาะสำหรับนำไปใช้ในการศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับเสถียรภาพของระบบต่อไป

สำหรับงานวิจัยวิทยานิพนธ์ของบทที่ 3 ในส่วนของการออกแบบตัวควบคุมและการพิสูจน์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไฟฟ้ากำลังบนเครื่องบินที่ศึกษาได้รับการตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติจำนวน 2 บทความ โดยได้แสดงบทความฉบับสมบูรณ์ไว้ในภาคผนวก ก. ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

Phosung, R., Areerak, K-N., and Areerak, K-L. (2023). Modeling and stability assessment of permanent magnet machine-based DC electrical power system in more electric aircraft. *Electrical Engineering*, 105, 3175–3190. doi:10.1007/s00202-023-01863-x (Q2, IF = 1.630)

Phosung, R., Areerak, K., and Areerak, K. (2024). Design and optimization of control system for more electric aircraft power systems using adaptive tabu search algorithm based on state-variables-averaging model. *IEEE Access*, 12, 76579-76588. doi:10.1109/ACCESS.2024.3406855 (Q1, IF = 3.9)