



## รายงานการวิจัย

# การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโซอิเล็กทริก แบบหลายชั้นที่หลากหลาย

(Analysis of Electric Field Effect to Temperature in Various  
Multilayer Piezoelectric Transformer)



ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจาก  
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว



## รายงานการวิจัย

# การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโซอิเล็กทริก แบบหลายชั้นที่หลากหลาย

(Analysis of Electric Field Effect to Temperature in Various  
Multilayer Piezoelectric Transformer)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผู้ร่วมวิจัย

นายชวลิต ปัญญาอิสระ

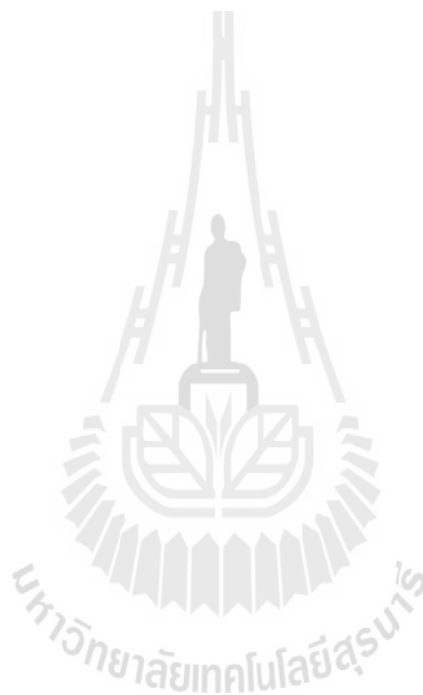
ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2557

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

กุมภาพันธ์ 2558

## กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ได้สนับสนุนทุนวิจัยสำหรับโครงการนี้ โดยการวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ 2557



## บทคัดย่อ

หม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์จะทำหน้าที่ในการเพิ่มหรือลดระดับพลังงานไฟฟ้าให้เหมาะสมกับการส่งจ่ายพลังงาน โดยในทางด้านขาเข้าของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์จะแปลงพลังงานไฟฟ้าให้เป็นพลังงานกลก่อนแล้วจึงแปลงพลังงานกลกลับเป็นพลังงานไฟฟ้าอีกครั้งทางด้านขาออกของหม้อแปลง สำหรับการส่งจ่ายพลังงานทางกลจะส่งจ่ายในรูปแบบของการสั่นสะเทือน ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง โดยได้ทำการจำลองผลการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายตัวของการกระจัดเชิงกลรวมถึงวิเคราะห์ค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์แบบหลายชั้นที่หลากหลาย ซึ่งการจำลองผลจะดำเนินการด้วยคอมพิวเตอร์โดยประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB พร้อมทั้งแสดงผลทางกราฟิกของค่าศักย์ไฟฟ้า ค่าการกระจายตัวการกระจัดเชิงกล และค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์แบบหลายชั้นที่หลากหลาย พร้อมทั้งนำผลที่ได้จากการจำลองเทียบกับผลการวัดของอุณหภูมิ ซึ่งผลที่ปรากฏนั้นมีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน



## ABSTRACT

A piezoelectric transformer has the main function as increase or decrease power level. When applying electric stress on its input terminal, the piezoelectric material converts electrical energy into mechanical energy in form of vibration. In this research, presents a set of mathematical model of piezoelectric transformer which performs in second-order partial differential equation. The research is to simulate the distribution of voltage, mechanical displacement and analyze of the electric filed affects the temperature in various multilayer piezoelectric transformer. The computer simulation is applied using 3-D finite element method that is developed by MATLAB program with the graphical performance of the distribution voltage, mechanical displacement and temperature in various multilayer piezoelectric transformer. And discusses about the simulation results show good agreement with the temperature measurement results.



## สารบัญ

|                                                                                                                | หน้า |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| กิตติกรรมประกาศ.....                                                                                           | ก    |
| บทคัดย่อภาษาไทย.....                                                                                           | ข    |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....                                                                                        | ค    |
| สารบัญ.....                                                                                                    | ง    |
| สารบัญตาราง.....                                                                                               | ช    |
| สารบัญรูป.....                                                                                                 | ซ    |
| บทที่ 1 บทนำ.....                                                                                              | 1    |
| 1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย.....                                                                     | 1    |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....                                                                               | 2    |
| 1.3 ขอบเขตของเรื่อง.....                                                                                       | 2    |
| 1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....                                                                                     | 2    |
| 1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....                                                                          | 3    |
| 1.6 การจัดรูปแบบรายงานการวิจัย.....                                                                            | 3    |
| บทที่ 2 การคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก<br>ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์..... | 5    |
| 2.1 บทนำ.....                                                                                                  | 5    |
| 2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของ<br>หม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบ 3 มิติ.....         | 5    |
| 2.3 การคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....                                           | 8    |
| 2.3.1 การออกแบบอีลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา.....                                                                   | 9    |
| 2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอีลิเมนต์แบบ 3 มิติ.....                                                           | 12   |
| 2.3.3 การสร้างสมการอีลิเมนต์.....                                                                              | 13   |
| 2.3.4 การประกอบสมการอีลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ.....                                                                 | 19   |
| 2.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย.....                                                           | 19   |
| 2.4 สรุป.....                                                                                                  | 21   |

## สารบัญ (ต่อ)

|                                                                                                               | หน้า |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| บทที่ 3 การคำนวณอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกที่มีผลจากสนามไฟฟ้าด้วย<br>ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์       | 22   |
| 3.1 บทนำ                                                                                                      | 22   |
| 3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิ                                                                          | 22   |
| 3.3 ความสัมพันธ์ของศักย์ไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และอุณหภูมิ                                                           | 23   |
| 3.4 การคำนวณอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์                                                            | 24   |
| 3.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์                                                                         | 24   |
| 3.4.2 การสร้างสมการอิลิเมนต์                                                                                  | 26   |
| 3.4.3 การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่                                                                          | 34   |
| 3.4.4 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ                                                                     | 35   |
| 3.4.5 การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย                                            | 36   |
| 3.5 สรุป                                                                                                      | 36   |
| บทที่ 4 ผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก<br>แบบหลายชั้น                   | 37   |
| 4.1 บทนำ                                                                                                      | 37   |
| 4.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล                                                                                | 37   |
| 4.2.1 โปรแกรมการสร้างกริด                                                                                     | 38   |
| 4.2.2 โปรแกรมจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกล                                                           | 39   |
| 4.3 ผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก<br>แบบหลายชั้น                       | 42   |
| 4.4 สรุป                                                                                                      | 67   |
| บทที่ 5 ผลการจำลองค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น<br>พร้อมขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงเพื่อทดสอบ | 68   |
| 5.1 บทนำ                                                                                                      | 68   |
| 5.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์                                                 | 68   |
| 5.2.1 โปรแกรมการสร้างกริด                                                                                     | 69   |
| 5.2.2 โปรแกรมจำลองผลค่าอุณหภูมิ                                                                               | 69   |
| 5.3 ผลการจำลองค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น                                               | 72   |

สารบัญ (ต่อ)

|                                                                 | หน้า |
|-----------------------------------------------------------------|------|
| 5.4 การสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก.....                       | 78   |
| 5.4.1 สารประกอบไฟโอโซอิเล็กทริก.....                            | 78   |
| 5.4.2 ขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก.....              | 80   |
| 5.5 การเปรียบเทียบผลการจำลองและการทดสอบจริง.....                | 92   |
| 5.5.1 ผลการทดสอบหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก.....                   | 92   |
| 5.5.2 ผลการวัดค่าอุณหภูมิหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก.....          | 96   |
| 5.5.3 เปรียบเทียบผลการจำลองและผลการทดสอบจริง.....               | 99   |
| 5.6 สรุป.....                                                   | 100  |
| บทที่ 6 สรุปและข้อเสนอแนะ.....                                  | 101  |
| 6.1 สรุป.....                                                   | 101  |
| 6.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต.....                              | 102  |
| บรรณานุกรม.....                                                 | 103  |
| ภาคผนวก                                                         |      |
| ภาพแสดงอุปกรณ์และการวัดอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก..... | 107  |
| ประวัติผู้วิจัย.....                                            | 115  |

## สารบัญตาราง

| ตารางที่                                                                                       | หน้า |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 2.1 จำนวนจุดต่อและอีลิเมนต์ที่ได้จากการออกแบบกริดด้วยโปรแกรม Solidworks.....                   | 9    |
| 2.2 พารามิเตอร์ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกที่ใช้ในการจำลองผล.....                              | 20   |
| 5.1 การเปรียบเทียบคุณสมบัติของสารไฟโอโซอิเล็กทริก.....                                         | 78   |
| 5.2 ขนาดของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกชนิดโหมดการสันตามแนวรัศมี<br>แบบหลายชั้นในแต่ละชั้นงาน..... | 80   |
| 5.3 สารเคมีที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก.....                                       | 81   |
| 5.4 อุปกรณ์ที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก.....                                       | 81   |
| 5.5 น้ำหนักของผงสารตัวอย่าง.....                                                               | 83   |
| 5.6 ความหนาของชั้นงาน.....                                                                     | 87   |
| 5.7 ขนาดของชั้นงานหลังผ่านกระบวนการทั้งหมด.....                                                | 89   |
| 5.8 ผลการทดสอบค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแต่ละกรณี.....                           | 94   |
| 5.9 ผลการวัดค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแต่ละกรณี.....                               | 98   |
| 5.10 เปรียบเทียบผลการจำลองและผลการทดสอบจริง.....                                               | 99   |



## สารบัญรูป

| รูปที่                                                                                    | หน้า |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 2.1 โครงสร้างของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (PZT-1).....                          | 10   |
| 2.2 โครงสร้างของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (PZT-2).....                          | 10   |
| 2.3 โครงสร้างของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (PZT-3).....                          | 11   |
| 2.4 การแบ่งอิลิเมนต์และจุดต่อของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกแบบ 3 มิติ.....                   | 11   |
| 2.5 ภาพการขยายการแบ่งอิลิเมนต์และการเชื่อมต่อของอิลิเมนต์ต่างๆ.....                       | 12   |
| 3.1 การพาความร้อนของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก.....                                         | 29   |
| 4.1 หม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริกที่ใช้ในการศึกษา.....                                         | 38   |
| 4.2 ลักษณะกริดที่ใช้ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก.....                                      | 39   |
| 4.3 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผล<br>ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ..... | 40   |
| 4.4 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ที่ความถี่ 50 kHz.....         | 43   |
| 4.5 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ที่ความถี่ 55 kHz.....         | 43   |
| 4.6 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ที่ความถี่ 60 kHz.....         | 44   |
| 4.7 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ที่ความถี่ 65 kHz.....         | 44   |
| 4.8 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ที่ความถี่ 70 kHz.....         | 45   |
| 4.9 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ที่ความถี่ 75 kHz.....         | 45   |
| 4.10 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ที่ความถี่ 50 kHz.....      | 47   |
| 4.11 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ที่ความถี่ 55 kHz.....      | 47   |
| 4.12 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ที่ความถี่ 60 kHz.....      | 48   |

สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่                                                                               | หน้า |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 4.13 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ที่ความถี่ 65 kHz ..... | 48   |
| 4.14 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ที่ความถี่ 70 kHz ..... | 49   |
| 4.15 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ที่ความถี่ 75 kHz ..... | 49   |
| 4.16 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ที่ความถี่ 50 kHz .....   | 50   |
| 4.17 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ที่ความถี่ 60 kHz .....   | 51   |
| 4.18 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ที่ความถี่ 70 kHz .....   | 51   |
| 4.19 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ที่ความถี่ 80 kHz .....   | 52   |
| 4.20 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ที่ความถี่ 85 kHz .....   | 52   |
| 4.21 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ที่ความถี่ 90 kHz .....   | 53   |
| 4.22 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ที่ความถี่ 50 kHz ..... | 54   |
| 4.23 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ที่ความถี่ 60 kHz ..... | 55   |
| 4.24 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ที่ความถี่ 70 kHz ..... | 55   |
| 4.25 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ที่ความถี่ 80 kHz ..... | 56   |
| 4.26 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ที่ความถี่ 85 kHz ..... | 56   |

สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่                                                                                 | หน้า |
|----------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 4.27 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ที่ความถี่ 90 kHz .....   | 57   |
| 4.28 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ที่ความถี่ 55 kHz .....     | 58   |
| 4.29 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ที่ความถี่ 65 kHz .....     | 58   |
| 4.30 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ที่ความถี่ 70 kHz .....     | 59   |
| 4.31 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ที่ความถี่ 73 kHz .....     | 59   |
| 4.32 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ที่ความถี่ 85 kHz .....     | 60   |
| 4.33 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ที่ความถี่ 90 kHz .....     | 60   |
| 4.34 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ที่ความถี่ 55 kHz .....   | 62   |
| 4.35 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ที่ความถี่ 65 kHz .....   | 62   |
| 4.36 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ที่ความถี่ 70 kHz .....   | 63   |
| 4.37 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ที่ความถี่ 73 kHz .....   | 63   |
| 4.38 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ที่ความถี่ 85 kHz .....   | 64   |
| 4.39 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ที่ความถี่ 90 kHz .....   | 64   |
| 4.40 ค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก<br>เมื่อพิจารณาจำนวนชั้นในแต่ละกรณี ..... | 65   |

## สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่                                                                                                                       | หน้า |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 4.41 การกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก<br>เมื่อพิจารณาจำนวนชั้นในแต่ละกรณี .....                                    | 66   |
| 5.1 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก<br>ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ..... | 70   |
| 5.2 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก<br>PZT-1 ณ เวลาใดๆ .....                                        | 74   |
| 5.3 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก<br>PZT-2 ณ เวลาใดๆ .....                                        | 75   |
| 5.4 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก<br>PZT-3 ณ เวลาใดๆ .....                                        | 77   |
| 5.5 ขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก .....                                                                            | 82   |
| 5.6 ผงสารไฟโอโซอิเล็กทริก (APC-841) .....                                                                                    | 83   |
| 5.7 ชิ้นงานตัวอย่างที่ผ่านการอัดขึ้นรูป .....                                                                                | 84   |
| 5.8 การจัดวางชิ้นงานในภาชนะเพื่อเตรียมการเผา .....                                                                           | 85   |
| 5.9 ขั้นตอนการเผาผนึกชิ้นงานตัวอย่าง .....                                                                                   | 86   |
| 5.10 ชิ้นงานตัวอย่างหลังการเผาผนึก .....                                                                                     | 87   |
| 5.11 ชิ้นงานที่เคลือบโลหะตัวนำ .....                                                                                         | 88   |
| 5.12 การติดแผ่นทองแดงเข้ากับชิ้นงาน .....                                                                                    | 91   |
| 5.13 ชิ้นงานตัวอย่างที่ติดทองแดงและบัดกรีสายไฟ .....                                                                         | 92   |
| 5.14 วงจรทดสอบหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก .....                                                                                 | 93   |
| 5.15 ค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกจากการทดสอบจริง .....                                                           | 95   |
| 5.16 ค่าอุณหภูมิของ PZT-1 จากกล้องภาพถ่ายความร้อน .....                                                                      | 96   |
| 5.17 ค่าอุณหภูมิของ PZT-2 จากกล้องภาพถ่ายความร้อน .....                                                                      | 97   |
| 5.18 ค่าอุณหภูมิของ PZT-3 จากกล้องภาพถ่ายความร้อน .....                                                                      | 97   |

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย

ในสถานการณ์การแข่งขันของอุตสาหกรรมเครื่องใช้ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์ ความกะทัดรัดและมีประสิทธิภาพสูงของเครื่องใช้ไฟฟ้าประกอบกับราคาของต้นทุนการผลิต กลายเป็นดัชนีชี้วัดถึงความสำเร็จในการนำผลิตภัณฑ์ออกสู่ตลาดได้เป็นอย่างดี ตัวอย่างใกล้ตัวที่เห็นได้ชัดในปัจจุบัน ได้แก่ โทรศัพท์มือถือและคอมพิวเตอร์พกพาแบบต่างๆ เป็นต้น อุปกรณ์ที่สำคัญชิ้นหนึ่งในเครื่องใช้ไฟฟ้าเหล่านี้ ได้แก่ หม้อแปลงไฟฟ้า (transformer) โดยทั่วไป หม้อแปลงไฟฟ้ามักทำจากขดลวดพันโดยรอบเข้ากับแท่งแม่เหล็ก (magnetic core) โดยมีจำนวนขดลวดที่พันในด้านป้อนพลังงาน (input) และจ่ายพลังงาน (output) ที่ต่างกัน ก่อให้เกิดความต่างศักย์ (potential) ที่ต่างกันของด้านป้อนและจ่ายพลังงาน ทั้งในแง่ของการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของแรงดันไฟฟ้า หม้อแปลงไฟฟ้าชนิดนี้มีการนำมาใช้งานกันอย่างแพร่หลาย เนื่องจากความสะดวกในการผลิตและประสิทธิภาพการใช้งานที่ดี แต่อย่างไรก็ตามเมื่อมีการนำหม้อแปลงชนิดนี้ไปใช้ในเครื่องใช้ไฟฟ้าที่มีขนาดเล็ก ซึ่งมีข้อจำกัดของขนาดหม้อแปลงไฟฟ้า ประสิทธิภาพหรือเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างระหว่างพลังงานที่ออกมากับพลังงานที่ให้เข้าไปจะลดลงอย่างมาก จากสาเหตุและความจำเป็นในการแก้ไขปัญหาดังกล่าว ปัจจุบันได้มีการพัฒนาหม้อแปลงไฟฟ้าที่ทำจากเซรามิกประเภทไพโซอิเล็กทริก (piezoelectric materials) ซึ่งมีข้อได้เปรียบกว่าหม้อแปลงไฟฟ้าแบบเดิมคือ สามารถลดขนาดลงได้มากโดยการสูญเสียของพลังงานต่ำมาก (ประสิทธิภาพมีค่าสูง) มีขนาดเล็กและน้ำหนักเบา ทั้งนี้เนื่องจากหม้อแปลงไฟฟ้าชนิดนี้ทำจากเซรามิก

หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก (piezoelectric transformer) เป็นอุปกรณ์ที่ใช้เชื่อมโยงระหว่างระบบไฟฟ้าที่มีแรงดันไฟฟ้าต่างกัน โดยจะทำหน้าที่เพิ่มหรือลดแรงดันไฟฟ้าให้เหมาะสมกับการส่ง การจ่าย และการใช้พลังงานไฟฟ้า ฉะนั้นหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจะต้องมีประสิทธิภาพที่ดีเพื่อให้ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าเป็นระบบที่มีความเสถียร (stable) และมีความน่าเชื่อถือ (reliability) สิ่งหนึ่งที่จะบอกถึงประสิทธิภาพของหม้อแปลงได้คือ อุณหภูมิ (temperature) เพราะความร้อนของอุณหภูมิจะเป็นตัวการให้เกิดกำลังงานสูญเสียและก่อให้เกิดอันตรายต่ออุปกรณ์ชิ้นส่วนอื่นๆ ได้ซึ่งการวิเคราะห์ปัญหาอุณหภูมิที่กล่าวมานั้น โดยปกติจะสามารถอธิบายได้ในรูปของสมการอนุพันธ์ หรือสมการอินทิกรัล เป็นไปได้ยากที่จะหาผลเฉลยแน่นอนตรง (exact solution) ได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ (approximate solution) ด้วยวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข อีกทั้งสมรรถนะของคอมพิวเตอร์

ที่สูงขึ้น จึงทำให้การคำนวณเชิงตัวเลขสามารถทำได้อย่างรวดเร็ว สำหรับวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณของสมการที่อยู่ในรูปอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation : PDE) อาทิเช่นสมการสนามไฟฟ้าหรือสมการของอุณหภูมิ วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและได้รับความนิยมแพร่หลายในปัจจุบันได้แก่วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method : FEM) โดยเฉพาะงานวิจัยนี้ซึ่งต้องอาศัยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ (3-D FEM) มาใช้ในการแก้ปัญหา

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มวิวัฒนาการมาตั้งแต่ต้นปี ค.ศ. 1950 ปัจจุบันเป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่มีความนิยมมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่าง ๆ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ในปัจจุบันได้มีการนำวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมแทบทุกสาขา ซึ่งระเบียบวิธีนี้จะจัดแบ่งพื้นที่ของปัญหาเป็นชิ้นส่วนย่อยที่ประกอบขึ้นจากจุดต่อ โดยเชื่อมต่อกันด้วยกริด สำหรับปัญหา 3 มิตินิยมใช้ชิ้นส่วนย่อยที่เป็นรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ (linear tetrahedral) เพื่อประมาณโดเมนของปัญหา ซึ่งข้อดีของระเบียบวิธีนี้คือ สามารถหาผลเฉลยของระบบที่มีรูปร่างซับซ้อนได้ดี นอกจากนี้ยังง่ายต่อการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่อาจมีหลายลักษณะ หลายรูปแบบผสมกันอยู่ภายในระบบ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับงานวิจัยหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกที่ต้องนำวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ในการดำเนินการ

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาและจำลองผลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (multi-layer piezoelectric transformer) ชนิดวงแหวนแบน (circular ring) โหมคการสั้นตามแนวรัศมี โดยจะมุ่งเน้นไปในส่วนของการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิและการจำลองผลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกในแบบ 3 มิติ สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกนั้นจะอยู่ในรูปแบบของความสัมพันธ์ทางไฟฟ้าและทางกล โดยจะแสดงอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองซึ่งยากในการหาผลเฉลย ดังนั้นระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จึงเป็นวิธีเชิงตัวเลขที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการจำลองผลเพื่อหาผลเฉลยในงานวิจัยนี้โดยได้ทำการวิเคราะห์ผลการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้า (electrical potential) และการกระจัดเชิงกล (mechanical displacement) ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ตลอดทั้งปริมาตรของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกเพื่อที่จะใช้ในการคำนวณค่าต่าง ๆ ในทางไฟฟ้าและทางกลที่ส่งผลต่อค่าสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบน ซึ่งหม้อแปลงชนิดนี้เหมาะสำหรับการนำไปประยุกต์ใช้ในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ เช่น วงจรบัลลาสต์ไฟโอโซอิเล็กทริก เป็นต้น สำหรับการจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ของงานวิจัยนี้ได้ประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB โดยพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของค่าศักย์ไฟฟ้า การกระจัดเชิงกลและอุณหภูมิที่เกิดขึ้นโดยผลลัพธ์ของอุณหภูมิที่ได้ จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจริง

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- เพื่อศึกษาคุณสมบัติและการทำงานของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก
- เพื่อพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์ 3 มิติ สำหรับคำนวณหาค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เป็นผลมาจากสนามไฟฟ้าและสำหรับคำนวณหาค่าการกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลพร้อมจำลองผลทางกราฟิกของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้นชนิดวงแหวนแบนให้สามารถทำนายค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิและคำนวณผลของศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ พร้อมเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจริง
- เพื่อศึกษาพร้อมวิเคราะห์ผลของสนามไฟฟ้าที่ส่งผลกระทบต่อค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้นที่เกิดขึ้น

## 1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

- หม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกเป็นแบบวงแหวนแบนอยู่ในสภาพที่สมบูรณ์และแหล่งจ่ายไฟเป็นรูปคลื่นไซน์ที่สมบูรณ์
- วัสดุที่ใช้ทำหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกมีคุณสมบัติความเป็นไอโซทรอปิก (isotropic) และความเป็นเนื้อเดียวกัน (homogeneous) ประกอบกับหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกทำงานที่อุณหภูมิห้องคงที่ จึงยังไม่พิจารณาผลจากการขยายตัวของวัสดุ

## 1.4 ขอบเขตของการวิจัย

- ใช้ MATLAB เพื่อพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์สำหรับวิเคราะห์ปัญหาสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก
- วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์เป็นแบบ 3 มิติ
- พิจารณาเปรียบเทียบผลของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้นด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ
- เปรียบเทียบผลของอุณหภูมิที่ได้จากการจำลองในภาคทฤษฎีกับผลการทดสอบจริงที่ได้จากกล้องถ่ายภาพความร้อนในภาคปฏิบัติ

## 1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

- ได้หลักการและแนวความคิดสำหรับการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้น อันมีผลต่อค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก
- ได้ข้อสรุปของอุณหภูมิภายในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกที่มีการจัดเรียงของสารเซรามิกแบบหลายชั้น

- ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์ลิเมนต์แบบ 3 มิติที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เข้ากับปัญหาจริงในการวิเคราะห์การกระจายตัวของค่าสนามไฟฟ้าและการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก

## 1.6 การจัดรูปแบบรายงานการวิจัย

รายงานการวิจัยนี้ประกอบด้วย 6 บท และ 1 ภาคผนวก บทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์และเป้าหมายของงานวิจัย รวมทั้งขอบเขตของงานวิจัย ส่วนบทอื่นๆ ประกอบด้วยเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 2 มีเนื้อหาว่าด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจายของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยได้อธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ลิเมนต์เพื่อคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าและการกระจายของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก

บทที่ 3 นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการคำนวณค่าอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยได้อธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ลิเมนต์เพื่อคำนวณหาอุณหภูมิที่กระจาย ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก รวมถึงอธิบายความสัมพันธ์ของศักย์ไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และความร้อน

บทที่ 4 แสดงผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น โดยแสดงออกมาในรูปแบบ 3 มิติ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล และแสดงผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิ

บทที่ 5 เป็นการนำเสนอผลการจำลองค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น โดยแสดงเป็นแบบ 3 มิติ พร้อมทั้งอธิบายขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกเพื่อใช้ในการทดสอบจริงและนำผลที่ได้จากการทดสอบนั้นมาเปรียบเทียบกับผลการจำลอง

บทที่ 6 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะ

ส่วนภาคผนวก เป็นการกล่าวถึงอุปกรณ์และเครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินงานวิจัย

## บทที่ 2

### การคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

#### 2.1 บทนำ

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method : FEM) เป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยแบบประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation : PDE) ดังเช่น สมการสนามไฟฟ้า สนามแม่เหล็ก และสมการการกระจายของอุณหภูมิ เป็นต้น ซึ่งเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถวิเคราะห์งานที่มีโครงสร้างซับซ้อน หรือรูปร่างที่มีลักษณะโค้งมนได้ อีกทั้งประสิทธิภาพและการประมวลผลที่สูงขึ้นของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันสามารถรองรับการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ นอกจากนี้ในบางระบบที่มีบริเวณที่ต้องการวิเคราะห์มีพื้นที่ขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับปัญหาของระบบที่เป็นพื้นที่ขนาดใหญ่ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็สามารถแบ่งกริดขนาดเล็กหรือใหญ่ ที่สามารถเชื่อมความสัมพันธ์ของ 2 บริเวณที่มีขนาดแตกต่างกันได้อย่างครอบคลุมและอิสระอย่างเช่น งานวิจัยนี้ที่พิจารณาค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่ปรากฏขึ้นรอบตัวหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก ซึ่งพื้นที่บริเวณดังกล่าวมีลักษณะที่โค้งมนแต่ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็สามารถดัดกริดรูปทรงสี่เหลี่ยมสำหรับการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติให้มีขนาดเล็กเหมาะสมเพื่อการวิเคราะห์ภายในบริเวณดังกล่าวให้ได้ค่าผลเฉลยที่มีความแม่นยำได้ ซึ่งระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็สามารถดัดกริดให้มีขนาดใหญ่เพื่อลดปริมาณของกริดของบริเวณที่ไม่จำเป็นเพื่อช่วยย่นระยะเวลาในการหาผลเฉลยแต่ยังสามารถรักษาความแม่นยำของผลเฉลยได้เช่นกัน ซึ่งการดำเนินการแบบนี้จะก่อให้เกิดจำนวนเอลิเมนต์ที่ใช้ในระบบที่ศึกษามีจำนวนไม่มาก และสามารถคำนวณหาผลเฉลย ณ บริเวณที่ต้องการได้อย่างรวดเร็ว รวมทั้งยังสามารถจำลองผลระบบที่มีความแตกต่างกันทางด้านวัสดุได้ ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกและขั้นตอนการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติเพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่กระจายตัวรอบหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกต่อไป

#### 2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก

##### แบบ 3 มิติ

การทำงานของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก ซึ่งเป็นการทำงานในลักษณะของไฟโอโซอิเล็กทริกแอกชวลเอเตอร์ที่มีการเปลี่ยนจากพลังงานไฟฟ้าเป็นพลังงานกล (inverse effect) และมีการ

ทำงานในลักษณะของไพโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์ที่มีเปลี่ยนจากพลังงานกลเป็นไฟฟ้า (direct effect) เพราะฉะนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจะปรากฏในรูปแบบของสมการความสัมพันธ์ระหว่างทางไฟฟ้าและทางกล โดยจะประกอบไปด้วยพารามิเตอร์ทางไฟฟ้าและทางกลได้แก่ ความเค้น (stress tensor:  $\mathbf{T}$ ) ความเครียด (strain tensor:  $\mathbf{S}$ ) สนามไฟฟ้า (electric field:  $\mathbf{E}$ ) และความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า (electric displacement:  $\mathbf{D}$ ) สามารถแสดงด้วยสมการความสัมพันธ์ดังนี้ (Joo, Lee, and Jung, 2001)

$$\mathbf{T} = c^E \mathbf{S} - e^T \mathbf{E} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{D} = e \mathbf{S} + \epsilon^S \mathbf{E} \quad (2.2)$$

เมื่อ  $\epsilon^S$  คือ เมตริกซ์สภาพยอมทางไฟฟ้าเมื่อความเครียดคงที่ (dielectric permittivity tensor at constant strain) มีค่าเท่ากับ  $\epsilon_0 \epsilon_r$

$\epsilon_0$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของสุญญากาศ (permittivity of free space) มีค่าเท่ากับ  $8.854 \times 10^{-12}$  F/m

$\epsilon_r$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ (relative permeability) โดยจะขึ้นกับวัสดุตัวกลาง

$c^E$  คือ เมตริกซ์ค่าคงที่เมื่อสนามไฟฟ้าคงที่ (elastic stiffness tensor at constant electric)

$e$  คือ เมตริกซ์ค่าคงที่ความเค้นของไพโซอิเล็กทริก (piezoelectric stress tensor)

ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้า  $\mathbf{E}$  สามารถดำเนินการได้โดยเล็งไปคำนวณหาศักย์ไฟฟ้า  $\Phi$  ก่อน โดยที่ค่าสนามไฟฟ้า  $\mathbf{E}$  สามารถคำนวณได้ด้วยเกรเดียนต์ (gradient) ศักย์ไฟฟ้า  $\Phi$  ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi \quad (2.3)$$

การคำนวณหาความเครียด  $\mathbf{S}$  สามารถกระทำได้โดยผ่านการกระจัดเชิงกล  $u$  แสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{S} = \mathbf{B}u \quad (2.4)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}$$

จากกฎข้อ 2 ของนิวตัน (Newton's law) จะได้ว่า

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad (2.5)$$

เมื่อ  $\rho$  คือ ความหนาแน่นมวลของวัสดุ (mass density) และจากการศึกษาคุณสมบัติจากกฎของเกาส์ (Gauss's law) ในรูปอนุพันธ์ความหนาแน่นของฟลักซ์ไฟฟ้า โดยที่การกระจายประจุเชิงไฟฟ้าเป็นศูนย์ พบว่า

$$(\nabla \cdot \mathbf{D}) = 0 \quad (2.6)$$

แล้วนำสมการที่ (2.5) แทนลงในสมการที่ (2.1) แล้วนำสมการที่ (2.6) แทนลงในสมการที่ (2.2) จะได้

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot (c^E \mathbf{S} - e^T \mathbf{E}) \quad (2.7)$$

$$0 = \nabla \cdot (e \mathbf{S} + \varepsilon^s \mathbf{E}) \quad (2.8)$$

นำสมการที่ (2.3) และ (2.4) แทนลงในสมการที่ (2.7) และ (2.8) จะได้

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot (c^E B \mathbf{u} + e^T \nabla \Phi) \quad (2.9)$$

$$0 = \nabla \cdot (eBu - \varepsilon^s \nabla \Phi) \quad (2.10)$$

ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ ซึ่งจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation: PDE) อันดับสอง สามารถแสดงได้ด้วยสมการที่ (2.11) และ (2.12) ดังนี้

$$c^E (\nabla \cdot Bu) - \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + e^T (\nabla \cdot \nabla \Phi) = 0 \quad (2.11)$$

$$e(\nabla \cdot Bu) - \varepsilon^s (\nabla \cdot \nabla \Phi) = 0 \quad (2.12)$$

ในกรณีปัญหาที่พิจารณามีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาและมีเพียงความถี่เดียว (time harmonic) โดยสามารถแทน  $\mathbf{u}$  อยู่ในรูปของจำนวนเชิงซ้อน  $\mathbf{u} = u e^{j\omega t}$  ดังนั้น

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = -\omega^2 u \quad (2.13)$$

ซึ่ง  $\omega$  คือความถี่เชิงมุมเมื่อแทนค่าลงในสมการที่ (2.13) จึงได้สมการเป็น

$$c^E (\nabla \cdot Bu) + \rho \omega^2 u + e^T (\nabla \cdot \nabla \Phi) = 0 \quad (2.14)$$

$$e(\nabla \cdot Bu) - \varepsilon^s (\nabla \cdot \nabla \Phi) = 0 \quad (2.15)$$

การหาผลเฉลยแม่นยำตรง (exact solution) ของสมการอนุพันธ์ย่อย อันดับที่สองที่ปรากฏในสมการที่ (2.14) และ (2.15) ซึ่งมีความยากและซับซ้อนอย่างมากในการแก้ปัญหา ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณซึ่งเป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขที่มีประสิทธิภาพสูงสุดสำหรับการแก้สมการอนุพันธ์ย่อย

### 2.3 การคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

สืบเนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์เพื่อใช้ในการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ดังแสดงในสมการที่ (2.14) และ (2.15) สำหรับปัญหาในรูปแบบ 3 มิติ

นั้นหาผลเฉลยแม่นยำตรงได้ยากเพราะด้วยเหตุที่ติดอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยขนาด 3 มิติ ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

### 2.3.1 การออกแบบอีลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา

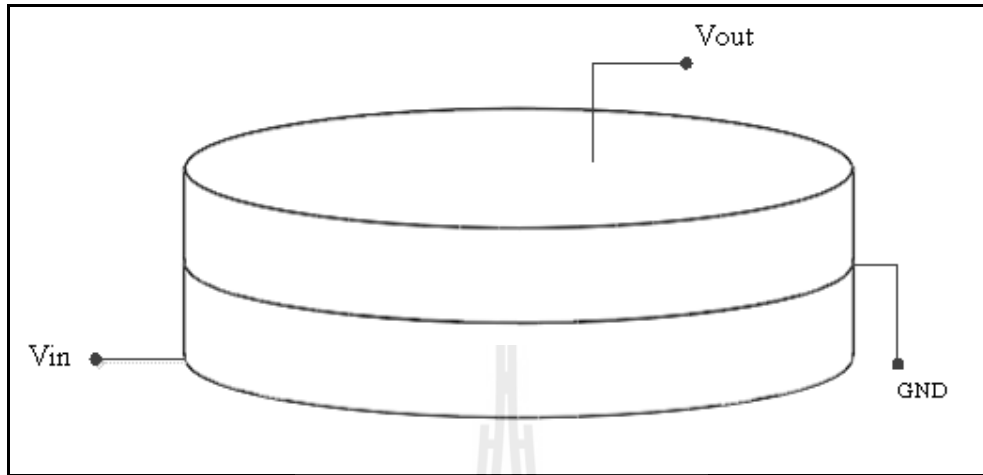
งานวิจัยนี้ได้พิจารณาหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบน (circular ring) แบบหลายชั้น ซึ่งเป็นชนิดโหมดการสันตามแนวรัศมี โดยจะแบ่งหม้อแปลงออกเป็น 3 กรณีคือ PZT-1 มีจำนวนชั้นเท่ากับ 2 ชั้น PZT-2 มีจำนวนชั้นเท่ากับ 3 ชั้น และ PZT-3 มีจำนวนชั้นเท่ากับ 4 ชั้น ซึ่งมีลักษณะเป็นวงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง (D) ขนาด 16 mm มีความหนา (t) รวมเท่ากับ 4.6 mm ซึ่งแต่ละด้านของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกจะทำการทาสีผิวเล็กทรงแปดเหลี่ยม ด้านบนทำหน้าที่เป็นขั้วแรงดันขาออก โดยที่ระหว่างชั้นจะมีแรงดันขาเข้าและกราวด์วางตัวสลับชั้นกัน ซึ่งหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกที่นำมาทดสอบนั้นจะมีจำนวนชั้นที่ต่างกัน สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.1 รูปที่ 2.2 และรูปที่ 2.3 ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ศึกษาในรูปแบบ 3 มิติ เพื่อให้เห็นการออกแบบอีลิเมนต์ในที่ต่าง ๆ กันของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก การจำลองผลสำหรับปัญหาที่รูปร่างมีความลึกหรือความหนา การออกแบบกริดให้มีขนาดเล็กหรือใหญ่นั้นจะแปรเปลี่ยนตามความต้องการในการวิเคราะห์บริเวณพื้นที่ที่สนใจภายในส่วนต่าง ๆ ของระบบ

สำหรับการแก้ปัญหาในรูปแบบ 3 มิตินั้น ขั้นตอนแรกจะเริ่มจากการแบ่งปริมาตรของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกออกเป็นอีลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ (tetrahedral elements) โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอีลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งผ่านการเชื่อมต่อกันระหว่างจุดต่อและอีลิเมนต์ต่าง ๆ การออกแบบกริดของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกเป็นรูปอีลิเมนต์ต่าง ๆ ได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่ชื่อว่า Solidworks โดยจะกำหนดความละเอียดของกริดสูงสุด ซึ่งในแต่ละกรณีที่ศึกษานั้นสามารถแบ่งจำนวนจุดต่อและอีลิเมนต์ที่ใช้ภายในระบบได้ดังตารางที่ 2.1

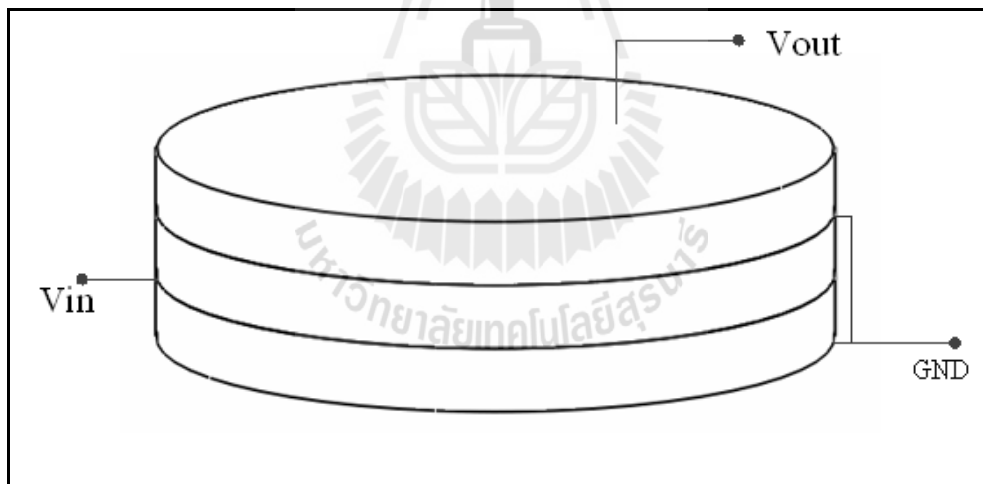
ตารางที่ 2.1 จำนวนจุดต่อและอีลิเมนต์ที่ได้จากการออกแบบกริดด้วยโปรแกรม Solidworks

| ชนิดของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก | จำนวนจุดต่อ | จำนวนอีลิเมนต์ |
|---------------------------------|-------------|----------------|
| PZT-1                           | 8,095       | 39,972         |
| PZT-2                           | 8,178       | 40,545         |
| PZT-3                           | 8,966       | 45,258         |

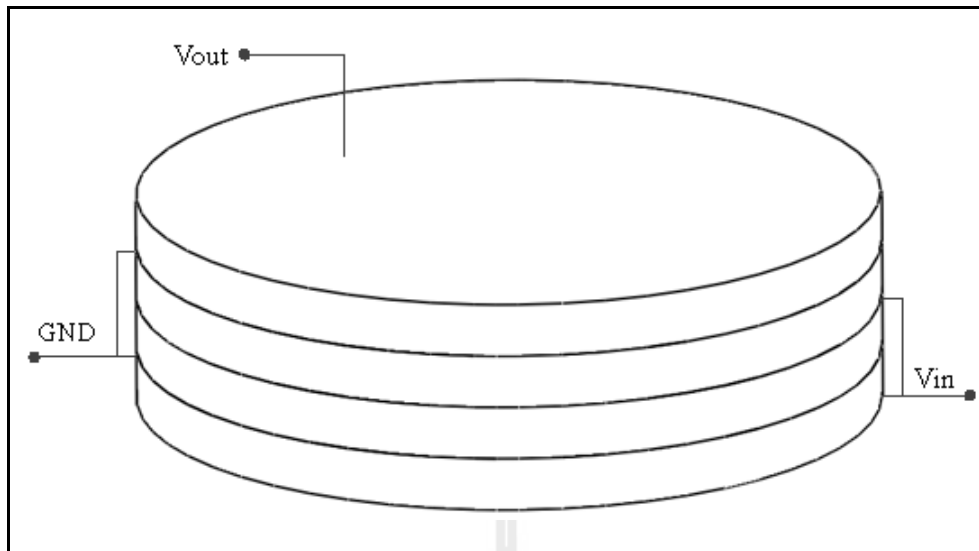
ซึ่งลักษณะโครงสร้างการจัดเรียงชั้นของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณีที่  
ทำการศึกษาในงานวิจัยนี้สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.1-2.3 ตามลำดับ



รูปที่ 2.1 โครงสร้างของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (PZT-1)

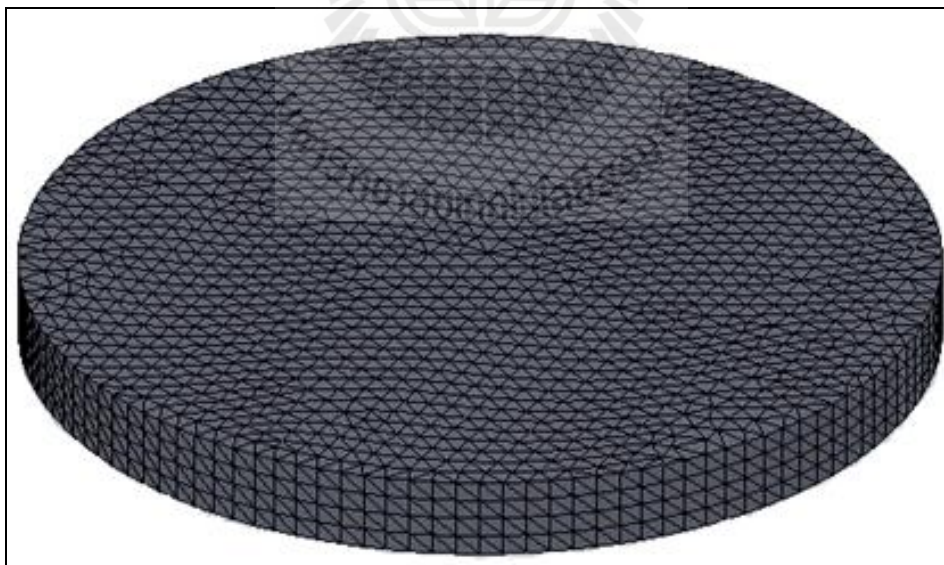


รูปที่ 2.2 โครงสร้างของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (PZT-2)

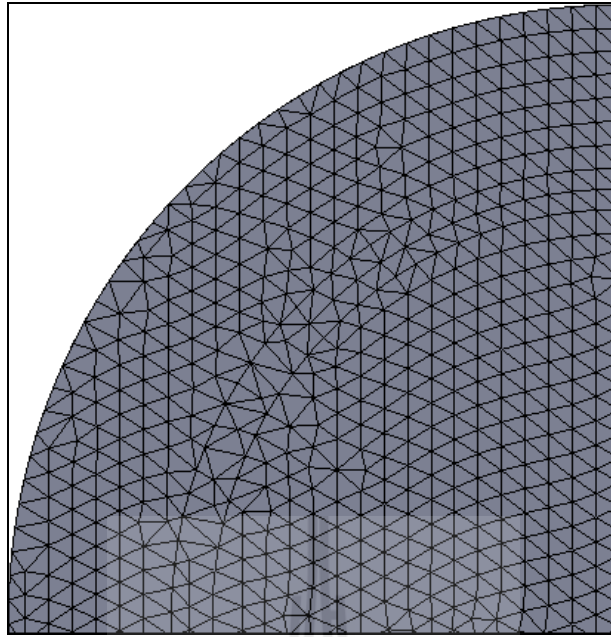


รูปที่ 2.3 โครงสร้างของหม้อแปลงไฟโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น (PZT-3)

ตัวอย่างการออกแบบกริดของปัญหาในแบบ 3 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 2.4 โดยจะแสดงให้เห็นถึงความละเอียดในการออกแบบกริดและในรูปที่ 2.5 จะแสดงภาพการขยายการแบ่งอิลิเมนต์ของหม้อแปลงไฟโซอิเล็กทริกเพื่อให้เห็นถึงการเชื่อมต่อระหว่างจุดต่ออย่างชัดเจนยิ่งขึ้น



รูปที่ 2.4 การแบ่งอิลิเมนต์และจุดต่อของหม้อแปลงไฟโซอิเล็กทริกแบบ 3 มิติ



รูปที่ 2.5 ภาพการขยายการแบ่งอิลิเมนต์และการเชื่อมต่อของอิลิเมนต์ต่างๆ

### 2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์แบบ 3 มิติ

การออกแบบอิลิเมนต์นั้นสามารถออกแบบได้หลายรูปแบบ โดยรูปแบบของอิลิเมนต์ที่ต่างกันนี้นำมาซึ่งการเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ที่ต่างกันไปด้วย ดังนั้นในหัวข้อนี้ได้ทำการพิจารณาฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ในรูปแบบทรงสี่หน้าสี่จุดต่อและแสดงให้เห็นถึงกระบวนการดำเนินงานในการเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ที่ถูกต้องตามรูปร่างของอิลิเมนต์ที่เลือกใช้

ขั้นตอนนี้เป็นทางเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น ในที่นี้จะขอยกตัวอย่างเมื่อพิจารณาการกระจายตัวของผลเฉลย  $A$  ใดๆ ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ จะได้

$$A(x, y, z) = A_1 N_1 + A_2 N_2 + A_3 N_3 + A_4 N_4 \quad (2.16)$$

สมการที่ (2.16) คือฟังก์ชันรูปร่าง (shape function) ของรูปแบบทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ โดยที่  $N_n$ ,  $n = 1, 2, 3, 4$  คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ และ  $A_n$ ,  $n = 1, 2, 3, 4$  คือ ผลลัพธ์แต่ละจุดต่อ (1, 2, 3, 4) ในแต่ละอิลิเมนต์ โดย

$$N_n = \frac{1}{6V} (a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \quad \text{เมื่อ } n = 1, 2, 3, 4 \quad (2.17)$$

โดยที่

$$a_1 = x_4(y_2z_3 - y_3z_2) + x_3(y_4z_2 - y_2z_4) + x_2(y_3z_4 - y_4z_3)$$

$$a_2 = x_4(y_3z_1 - y_1z_3) + x_3(y_1z_4 - y_4z_1) + x_1(y_4z_3 - y_3z_4)$$

$$a_3 = x_4(y_1z_2 - y_2z_1) + x_2(y_4z_1 - y_1z_4) + x_1(y_2z_4 - y_4z_2)$$

$$a_4 = x_3(y_2z_1 - y_1z_2) + x_2(y_1z_3 - y_3z_1) + x_1(y_3z_2 - y_2z_3)$$

$$b_1 = y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3)$$

$$b_2 = y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1)$$

$$b_3 = y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2)$$

$$b_4 = y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1)$$

$$c_1 = x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2)$$

$$c_2 = x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3)$$

$$c_3 = x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1)$$

$$c_4 = x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2)$$

$$d_1 = x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3)$$

$$d_2 = x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1)$$

$$d_3 = x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2)$$

$$d_4 = x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)$$

และ  $V$  คือปริมาตรของรูปทรงสี่หน้าของแต่ละอิลิเมนต์ ซึ่งหาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (2.18)$$

### 2.3.3 การสร้างสมการอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้อถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ สำหรับปัญหาของระบบ 3 มิติ ทางระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จะต้องจัดสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบ

ทั่วไป ดังแสดงในสมการที่ (2.14) และ (2.15) ก่อนที่จะเข้าสู่การสร้างสมการของอิลิเมนต์ ดังต่อไปนี้ (Yong, and Cho, 1994)

$$\begin{bmatrix} (K+M)_{11} & (K+M)_{12} \\ (K+M)_{21} & (K+M)_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ Q \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

โดยที่  $[U]$  และ  $[\Phi]$  คือ ค่าการกระจัดเชิงกลและค่าศักย์ไฟฟ้าซึ่งเป็นตัวที่ไม่ทราบค่าในแต่ละจุดต่อ ซึ่งสมการที่ (2.19) นี้ สามารถเขียนขึ้นได้โดยตรงจากสมการเชิงอนุพันธ์ โดยการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (method of weighted residuals) ซึ่งถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่างๆ ในปัจจุบัน และวิธีนี้ยังสามารถจำแนกแยกย่อยออกไปได้อีกเช่น ใช้วิธีของกาลเลอร์กิน (Galerkin) ซึ่งเมตริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ ปกติแล้วจะมีความสมมาตร จึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหาขนาดใหญ่

การสร้างสมการของอิลิเมนต์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้คือ หากแทนผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (2.14) และ (2.15) จะไม่ได้ค่าเท่ากับศูนย์ แต่จะมีค่าเท่ากับ  $R$  ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.20) และ (2.21)

$$c^E (\nabla \cdot Bu) + \rho \omega^2 u + e^T (\nabla \cdot \nabla \Phi) = R \quad (2.20)$$

$$e(\nabla \cdot Bu) - \varepsilon^s (\nabla \cdot \nabla \Phi) = R \quad (2.21)$$

ซึ่ง  $R$  เรียกว่าเศษตกค้าง (residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหา เศษตกค้าง  $R$  ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าที่เที่ยงตรงมากที่สุด และในงานวิจัยนี้ วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างได้ใช้วิธีของกาลเลอร์กิน (Preston, Reece, and Sangha, 1988) และ (Kim, Kwon, and Park, 1999) วิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง  $R$  ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (weighting function:  $W$ ) แล้วอินทิเกรตรอบปริมาตรและกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\int_V W_n R dv = 0 \quad , n = 1, 2, 3, 4 \quad (2.22)$$

งานวิจัยนี้เลือกกริดรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อในการคำนวณ ดังนั้นจุดที่ไม่ทราบค่าจะมี 4 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 4 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า นั้นหมายถึงในสมการ

ที่ (2.19) จะต้องมามีค่า  $n = 1, 2, 3, 4$  และโดยปกติจะเลือก  $W_n = N_n$  (Lerch, 1990) ซึ่งเรียกว่า บับ โนฟ-กาเลอรัคิน (Bubnov-Galerkin) ดังนั้นเมื่อแทนค่า  $R$  ด้วยสมการ (2.20) และ (2.21) ลงใน สมการที่ (2.22) จะได้

$$\int_v \nabla \cdot N_n (c^E Bu) dv + \int_v N_n (\rho \omega^2 u) dv + \int_v \nabla \cdot N_n (e^T \nabla \Phi) dv = 0 \quad (2.23)$$

$$\int_v \nabla \cdot N_n (eBu) dv - \int_v \nabla \cdot N_n (\varepsilon^s \nabla \Phi) dv = 0 \quad (2.24)$$

และจากสมการที่ (2.3) เขียนในรูปใหม่จะได้ (Safari, and Akdogan, 2008)

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi = -[\nabla N_1 \quad \nabla N_2 \quad \dots \nabla N_n] \Phi \quad (2.25)$$

เมื่อ  $n$  คือ จำนวนจุดต่อที่อยู่ในอีลิเมนต์และจากสมการที่ (2.25) สามารถเขียนเป็น

$$\mathbf{E} = -[B_\Phi] \Phi \quad (2.26)$$

โดยที่

$$[B_\Phi] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

และ

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{6V} \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{6V} \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial N_n}{\partial z} = \frac{d_n}{6V} \quad (2.30)$$

เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4$  ดังนั้นสามารถเขียนสมการที่ (2.31) ได้ดังนี้

$$[B_\Phi] = \frac{1}{6V} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix}_{3 \times 4} \quad (2.31)$$

และจากสมการที่ (2.4) สามารถเขียนในรูปใหม่แสดงได้ดังนี้

$$S = [B]u = [B_u]U \quad (2.32)$$

โดยที่

$$[B_u] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_n}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} & \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_n}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_n}{\partial y} & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4$  และแทนสมการที่ (2.28), (2.29) และ (2.30) ในสมการที่ (2.33) ได้ดังนี้

$$[B_u] = \frac{1}{6V} \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & 0 & 0 & b_4 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 & c_4 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 & 0 & 0 & d_2 & 0 & 0 & d_3 & 0 & 0 & d_4 \\ 0 & d_1 & c_1 & 0 & d_2 & c_2 & 0 & d_3 & c_3 & 0 & d_4 & c_4 \\ d_1 & 0 & b_1 & d_2 & 0 & b_2 & d_3 & 0 & b_3 & d_4 & 0 & b_4 \\ c_1 & b_1 & 0 & c_2 & b_2 & 0 & c_3 & b_3 & 0 & c_4 & b_4 & 0 \end{bmatrix}_{6 \times 12} \quad (2.34)$$

แทนค่าทั้งหมดลงในสมการที่ (2.23) และ (2.24) จะได้

$$\int_v \frac{1}{36V^2} [B_u]^T [c^E] [B_u] U dv + \int_v \rho \omega^2 [N]^T [N] U dv + \int_v \frac{1}{36V^2} [B_u]^T [e^T] [B_\Phi] \Phi dv = 0 \quad (2.35)$$

$$\int_v \frac{1}{36V^2} [B_\Phi]^T [e] [B_u] U dv - \int_v \frac{1}{36V^2} [B_\Phi]^T [\varepsilon^s] [B_\Phi] \Phi dv = 0 \quad (2.36)$$

โดยเมื่อดำเนินการอินทิเกรตสมบรูณ์แล้วจะได้ผลลัพธ์เป็นสมการเชิงเส้น ซึ่งแสดงอยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้ (Yong, 1993)

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] - \omega^2 [M] & [K_{u\Phi}] \\ [K_{u\Phi}]^T & [K_{\Phi\Phi}] \end{bmatrix}_{16 \times 16} \begin{bmatrix} U \\ \Phi \end{bmatrix}_{16 \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{16 \times 1} \quad (2.37)$$

โดยที่

$$[K_{uu}]_{12 \times 12} = \frac{1}{36V^2} [B_u]^T [c^E] [B_u] \int_V dv = \frac{1}{36V} [B_u]^T [c^E] [B_u] \quad (2.38)$$

$$[K_{u\Phi}]_{12 \times 4} = \frac{1}{36V^2} [B_u]^T [e]^T [B_\Phi] \int_V dv = \frac{1}{36V} [B_u]^T [e]^T [B_\Phi] \quad (2.39)$$

$$[K_{\Phi\Phi}]_{4 \times 4} = \frac{1}{36V^2} [B_\Phi]^T [-\varepsilon^s] [B_\Phi] \int_V dv = \frac{1}{36V} [B_\Phi]^T [-\varepsilon^s] [B_\Phi] \quad (2.40)$$

$$[M]_{12 \times 12} = \int_V (-\rho) [N]^T [N] dv \quad (2.41)$$

จากสมการที่ (2.41) ถ้ากำหนดให้  $\rho$  เป็นค่าคงที่ภายในแต่ละอีลิเมนต์จะได้

$$[M]_{12 \times 12} = (-\rho) \int_V \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \vdots \\ N_{12} \end{bmatrix}_{12 \times 1} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & \dots & N_{12} \end{bmatrix}_{1 \times 12} dv$$

$$[M]_{12 \times 12} = (-\rho) \int_V \begin{bmatrix} N_1^2 & N_1 N_2 & N_1 N_3 & \dots & N_1 N_{12} \\ N_2 N_1 & N_2^2 & N_2 N_3 & \dots & N_2 N_{12} \\ N_3 N_1 & N_3 N_2 & N_3^2 & \dots & N_3 N_{12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{12} N_1 & N_{12} N_2 & N_{12} N_3 & \dots & N_{12}^2 \end{bmatrix}_{12 \times 12} dv \quad (2.42)$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรดังสมการที่ (2.43) เพราะเนื่องจาก  $N_1 = L_1$ ,  $N_2 = L_2$ ,  $N_3 = L_3, \dots, N_{12} = L_{12}$  จะได้

$$\int_v L_1^a L_2^b L_3^c, \dots, L_{12}^l dv = \frac{a!b!c!, \dots, l!}{(a+b+c, \dots, +l+3)!} 6V \quad (2.43)$$

จากสมการที่ (2.42) สามารถพิจารณาแยกเป็น 2 กรณี คือ  $L_n = L_m$  และ  $L_n \neq L_m$  ในกรณี  $L_n = L_m$  จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 ของรูปทรงสี่หน้าจะได้  $a = 2$  และนอกนั้นจะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นจากสมการที่ (2.43) จะได้

$$\begin{aligned} \int_v L_1^2 dv &= \frac{2!0!0!, \dots, 0!}{(2+0+0, \dots, +0+3)!} 6V \\ &= \frac{12V}{5!} = \frac{2V}{20} \end{aligned} \quad (2.44)$$

ในกรณีที่  $L_n \neq L_m$  จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 และ 2 ของรูปทรงสี่หน้าจะได้  $a = b = 1$  และนอกนั้นจะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นจากสมการที่ (2.43) จะได้

$$\begin{aligned} \int_v L_1^1 L_2^1 dv &= \frac{1!1!0!, \dots, 0!}{(1+1+0, \dots, +0+3)!} 6V \\ &= \frac{6V}{5!} = \frac{V}{20} \end{aligned} \quad (2.45)$$

ที่จุดต่ออื่น ๆ ของรูปทรงสี่หน้าก็พิจารณาในลักษณะเช่นเดียวกัน ดังนั้นจากสมการที่ (2.42) จะได้

$$[M]_{12 \times 12} = \frac{(-\rho)V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & . & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & . & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (2.46)$$

### 2.3.4 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็น การนำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 2.3.1 หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย  $n$  จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น  $4 \times n$  สมการดังนั้นจึงได้สมการรวมสำหรับการจำลองผลค่าของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของงานวิจัยนี้ในรูปสมการเชิงเส้นคือ

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] - \omega^2[M] & [K_{u\Phi}] \\ [K_{u\Phi}]^T & [K_{\Phi\Phi}] \end{bmatrix}_{4n \times 4n} \begin{bmatrix} U \\ \Phi \end{bmatrix}_{4n \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{4n \times 1} \quad (2.47)$$

- เมื่อ  $K, M$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของระบบรวม  
 $U$  คือ ค่าศักย์ไฟฟ้าที่ไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งจุดต่อต่าง ๆ  
 $\Phi$  คือ ค่าการกระจัดเชิงกลที่ไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งจุดต่อต่าง ๆ

### 2.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย

สำหรับขั้นตอนการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตในงานวิจัยนี้จะมีทั้งหมดอยู่ 2 บริเวณที่กำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต คือ ศักย์ไฟฟ้าบริเวณขั้วอิเล็กโทรดขาเข้าและศักย์ไฟฟ้าบริเวณขั้วอิเล็กโทรดของกราวด์ โดยค่าศักย์ไฟฟ้าที่บริเวณดังกล่าวและค่าคงที่วัสดุต่างๆของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก สามารถสรุปเป็นตารางที่ 2.2 ดังนี้

ตารางที่ 2.2 พารามิเตอร์ของหม้อแปลงไฟโซอิลิกทรกที่ใช้ในการจำลองผล

| พารามิเตอร์                                                 | ค่า                                                                                                                                                                                                                            |
|-------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ศักย์ไฟฟ้าบริเวณขั้วอิเล็กโทรดขาเข้า                        | $5V$                                                                                                                                                                                                                           |
| ศักย์ไฟฟ้าบริเวณขั้วอิเล็กโทรดของกราวด์                     | $0V$                                                                                                                                                                                                                           |
| เมตริกซ์ค่าคงที่เมื่อสนามไฟฟ้าคงที่ ( $c^E$ )               | $\begin{bmatrix} 13.2 & 7.1 & 7.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13.2 & 7.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 11.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6 \end{bmatrix} \times 10^{10} N / m^2$ |
| เมตริกซ์สภาพยอมทางไฟฟ้าเมื่อความเครียดคงที่ ( $\epsilon'$ ) | $\begin{bmatrix} 7.124 & 0 & 0 \\ 0 & 7.124 & 0 \\ 0 & 0 & 7.124 \end{bmatrix} \times 10^{-9} F / m^2$                                                                                                                         |
| เมตริกซ์ค่าคงที่ความเค้นของไฟโซอิลิกทรก ( $e$ )             | $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -4.1 & 0 & 0 & 10.5 \\ 0 & 0 & -4.1 & 0 & 10.5 & 0 \\ 0 & 0 & 14.1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C / m^2$                                                                                                 |
| สภาพยอมทางไฟฟ้าของสูญญากาศ ( $\epsilon_0$ )                 | $8.854 \times 10^{-12} F / m$                                                                                                                                                                                                  |
| ความหนาแน่นมวลของวัสดุ ( $\rho$ )                           | $7600 Kg / m^3$                                                                                                                                                                                                                |

หลังจากประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตให้กับระบบแล้ว ก็ดำเนินการหาค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกล ณ จุดต่อต่าง ๆ ของระบบสมการเชิงเส้นต่อไป

## 2.4 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกสำหรับคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง การประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ในแบบ 3 มิติเพื่อคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกล ได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาเลอร์คิน โดยรายละเอียดต่าง ๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 4 ต่อไป



### บทที่ 3

## การคำนวณอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกที่มีผลจากสนามไฟฟ้า ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ

### 3.1 บทนำ

การคำนวณค่าอุณหภูมิในงานวิจัยนี้ จำเป็นต้องใช้การแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยแบบประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์หรือสมการอินทิกรัล และเนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถวิเคราะห์ทั้งงานที่มีโครงสร้างซับซ้อน หรือรูปร่างที่มีลักษณะโค้งมนได้ดี อีกทั้งประสิทธิภาพและการประมวลผลที่สูงขึ้นของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันสามารถรองรับการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ได้ ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่มีผลมาจากสนามไฟฟ้าในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกที่มีความสัมพันธ์กัน พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติเพื่อใช้ในการคำนวณค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก

### 3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิ

การถ่ายเทความร้อนจะแสดงอยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการกระจายตัวของอุณหภูมิ สำหรับแบบจำลองของปัญหาใน 3 มิติจะแสดงได้ดังสมการที่ (3.1) ดังนี้

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.1)$$

โดยที่  $T$  คือ อุณหภูมิ (temperature)

$k$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (thermal conductivity)

$\rho$  คือ ความหนาแน่นมวล (mass density)

$c$  คือ ความร้อนจำเพาะ (specific heat)

$Q$  คือ อัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง (internal heat generation)

โดยสมการจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ซึ่งปัญหาการถ่ายเทความร้อนนี้เป็นแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ (linear transient heat transfer problem) เป็นปัญหาอีกรูปแบบหนึ่งโดยอุณหภูมิที่จุดต่อจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาซึ่ง อุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปอาจมีสาเหตุมาจากเงื่อนไขขอบเขต เช่น โหลดปริมาณความร้อนนั้นมีการเปลี่ยนแปลงไป ถ้าเรามองปัญหาเช่นนี้ในภาพรวม การแก้ปัญหาก็เหมือนการแก้ปัญหาค่าอุณหภูมิที่เวลาต่าง ๆ กันซึ่งเป็นผลลัพธ์ของปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่ นั่นก็เปรียบเสมือนการแก้ปัญหาค่าอุณหภูมิที่เวลาต่าง ๆ กัน ซึ่งเป็นผลลัพธ์ของปัญหานั้น ภายใต้สถานะอยู่ตัวมาเรียงประกอบกันขึ้น ดังนั้น ในการแก้ปัญหาค่าอุณหภูมิที่เวลาต่าง ๆ กันนี้ จึงจำเป็นต้องทำการแก้ระบบสมการรวมหลายๆ ครั้งแทนที่จะต้องแก้ระบบสมการรวมเพียงครั้งเดียวดังเช่นปัญหาค่าอุณหภูมิที่เวลาเดียว

### 3.3 ความสัมพันธ์ของศักย์ไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และอุณหภูมิ

จากบทที่ 2 การคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติได้กล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลไว้ดังสมการ (3.2) และ (3.3) ดังนี้

$$\mathbf{T} = c^E \mathbf{S} - e^T \mathbf{E} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{D} = e \mathbf{S} + \epsilon^S \mathbf{E} \quad (3.3)$$

ซึ่งในการคำนวณค่าสนามไฟฟ้า ( $\mathbf{E}$ ) นั้นสามารถดำเนินการได้โดยการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้า ก่อนแล้วจึงนำค่าศักย์ไฟฟ้าที่ได้มาทำการเกรเดียนต์ (gradient) ซึ่งแสดงได้ดังสมการ (3.4)

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi \quad (3.4)$$

หลังจากดำเนินการหาผลเฉลยของสนามไฟฟ้าด้วยขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์เรียบร้อยแล้ว จากนั้นจะสามารถคำนวณค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกได้จากสมการที่ (3.1) ในข้างต้นซึ่งในการคำนวณค่าอุณหภูมินั้น จำเป็นต้องทราบถึงอัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง ( $Q$ ) ที่มีความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้าก่อน ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$Q = E^2 \sigma \quad (3.5)$$

โดยที่  $\sigma$  คือ สภาพนำไฟฟ้า (electrical conductivity)

$E$  คือ สนามไฟฟ้า (electric field)

ดังนั้น จากความสัมพันธ์เมื่อแทนสมการที่ (3.4) ลงในสมการที่ (3.5) แล้วจะได้สมการอัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เองซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (3.6) และนำค่าอัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เองไปคำนวณต่อไป

$$Q = (-\nabla\Phi)^2 \sigma \quad (3.6)$$

### 3.4 การคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น จะต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในการคำนวณอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอซิอิเล็กทริกใน 3 มิติ แสดงได้ดังสมการที่ (3.1) ที่ผ่านมาสำหรับปัญหาในรูปแบบ 3 มิตินั้นหาผลเฉลยแม่นยำได้ยาก ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จึงถูกนำมาใช้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

#### 3.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์

จากการออกแบบเอลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษาในหัวข้อ 2.3.1 ที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 2 นั้น รูปแบบของเอลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจะใช้รูปแบบเหมือนกับเอลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทุกประการ เพราะฉะนั้นในหัวข้อนี้จึงข้ามการออกแบบเอลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษาไป ซึ่งการเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ของการคำนวณอุณหภูมินั้นจะพิจารณาการประมาณภายในเอลิเมนต์เป็นแบบ 3 มิติ เช่นเดียวกับการคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่ผ่านมา

กรณีที่พิจารณาระบบเป็นแบบ 3 มิติ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนเอลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$T(x, y, z) = T_1 N_1 + T_2 N_2 + T_3 N_3 + T_4 N_4 \quad (3.7)$$

โดยที่  $N_n, n = 1, 2, 3, 4$  คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ และ  $T_n, n = 1, 2, 3, 4$  คือผลลัพธ์ของค่าอนุกรมในแต่ละจุดต่อ  $1, 2, 3, 4$  ของอิลิเมนต์ ซึ่งในกรณีอิลิเมนต์รูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะได้

$$N_n = \frac{1}{6V} (a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \quad \text{เมื่อ } n = 1, 2, 3, 4 \quad (3.8)$$

$$\text{โดยที่ } a_1 = x_4(y_2 z_3 - y_3 z_2) + x_3(y_4 z_2 - y_2 z_4) + x_2(y_3 z_4 - y_4 z_3)$$

$$a_2 = x_4(y_3 z_1 - y_1 z_3) + x_3(y_1 z_4 - y_4 z_1) + x_1(y_4 z_3 - y_3 z_4)$$

$$a_3 = x_4(y_1 z_2 - y_2 z_1) + x_2(y_4 z_1 - y_1 z_4) + x_1(y_2 z_4 - y_4 z_2)$$

$$a_4 = x_3(y_2 z_1 - y_1 z_2) + x_2(y_1 z_3 - y_3 z_1) + x_1(y_3 z_2 - y_2 z_3)$$

$$b_1 = y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3)$$

$$b_2 = y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1)$$

$$b_3 = y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2)$$

$$b_4 = y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1)$$

$$c_1 = x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2)$$

$$c_2 = x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3)$$

$$c_3 = x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1)$$

$$c_4 = x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2)$$

$$d_1 = x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3)$$

$$d_2 = x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1)$$

$$d_3 = x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2)$$

$$d_4 = x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)$$

และ  $V$  คือปริมาตรของแต่ละอิลิเมนต์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (3.9)$$

### 3.4.2 การสร้างสมการอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้อถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ โดยตั้งต้นจากสมการอนุพันธ์ย่อยของปัญหาความร้อนแบบ 3 มิติ ดังแสดงด้วยสมการที่ (3.1) ที่แสดงก่อนหน้านี้ดังนี้

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q = 0 \quad (3.10)$$

สำหรับการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ ก็ยังคงประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างด้วยวิธีกาลิเลอ์คินเช่นเดียวกับการคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติที่ผ่านมาดังแสดงด้วยสมการ

$$\int_V W_n R dV = 0, \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (3.11)$$

โดยเมื่อพิจารณาปัญหาเป็นแบบ 3 มิติจะได้เศษตกค้าง R ดังสมการ

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q = R \quad (3.12)$$

สำหรับอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า จุดที่ไม่รู้ค่ามี 4 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 4 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่รู้ค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (3.11) จะต้องมีค่า  $n = 1, 2, 3, 4$  และโดยปกติจะเลือก  $W_n = N_n$  ดังนั้นเมื่อแทนค่า R ด้วยสมการ (3.12) ลงในสมการที่ (3.11) จะได้

$$\int_V N_n \left( k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q \right) dV = 0 \quad (3.13)$$

แล้วทำการแตกพจน์ต่าง ๆ ออกมาเพื่อทำการพิจารณา จะได้

$$\begin{aligned} \int_V N_n \left( k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV - \int_V N_n \left( \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV \\ + \int_V N_n (Q) dV = 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

พจน์แรกของสมการที่ (3.14) แทนการแพร่กระจายความร้อน พจน์ที่สองแทนอัตราความจุความร้อน และพจน์ที่สามแทนปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นได้เองภายในอีลิเมนต์ตามลำดับ สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\int_{\Omega} u(\nabla \cdot \mathbf{V}) d\Omega = \int_{\Gamma} u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma - \int_{\Omega} (\nabla u \cdot \mathbf{V}) d\Omega \quad (3.15)$$

ซึ่ง  $\Gamma$  คือขอบเขตของอีลิเมนต์  $\Omega$  เมื่อเปรียบเทียบกับพจน์แรกของสมการที่ (3.14) จะได้

$$u = N_n$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{V} = k \frac{\partial T}{\partial x} \mathbf{i} + k \frac{\partial T}{\partial y} \mathbf{j} + k \frac{\partial T}{\partial z} \mathbf{k}$$

และเนื่องจาก  $\mathbf{n}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบเขตของอีลิเมนต์  $\Gamma$

$$\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k}$$

$$\text{ดังนั้น } \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = k \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k \frac{\partial T}{\partial z} n_z$$

$$u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) = N_n \left( k \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right)$$

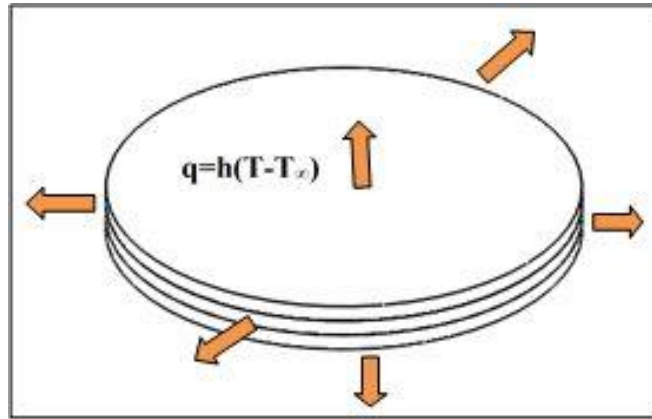
$$\nabla u = \frac{\partial N_n}{\partial x} i + \frac{\partial N_n}{\partial y} j + \frac{\partial N_n}{\partial z} k$$

$$\nabla u \cdot \mathbf{V} = \frac{\partial N_n}{\partial x} k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} k \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial N_n}{\partial z} k \frac{\partial T}{\partial z}$$

ดังนั้นจากสมการที่ (3.14) เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4$  จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} N_n \left( k \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) d\Gamma - \int_V \left( k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \\ - \int_V N_n \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_V N_n Q dV = 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

พจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอีลิเมนต์คือพจน์แรกที่มีคุณสมบัติทางกายภาพคือ ปริมาณความร้อนตลอดขอบนอกของอีลิเมนต์นั้น ๆ อนึ่ง อีลิเมนต์นั้นอาจวางตัวอยู่กลางหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกหรืออยู่ติดขอบนอกของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก หากอีลิเมนต์ที่พิจารณาอยู่ในตำแหน่งขอบนอกทั้งหกด้านของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก แสดงดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การพาความร้อนของหม้อแปลงไฟฟ้าชนิดเล็ก

ซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตแบบการพาความร้อน เราจึงจำเป็นต้องแทนพจน์นี้ด้วยเงื่อนไขการพาความร้อนดังสมการที่ (3.17)

$$q = h(T - T_\infty) \quad (3.17)$$

โดยที่  $h$  คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อน  
 $T_\infty$  คือ อุณหภูมิอากาศรอบนอก

และเมื่อความร้อน ( $q$ ) ที่ไหลออกจากขอบจะมีค่าเป็นลบ ดังนั้นจากสมการที่ (3.16) จะได้

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} N_n (-h(T - T_\infty)) d\Gamma - \int_V \left( k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \\ - \int_V N_n \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_{\Omega} N_n Q dV = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

จากสมการที่ (3.18) จัดรูปใหม่จะได้สมการไฟไนต์อีลิเมนต์สำหรับอีลิเมนต์ที่ได้นี้

$$\begin{aligned} \int_V N_n \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_V \left( k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV + \int_{\Gamma} N_n (hT) d\Gamma \\ = \int_V N_n Q dV + \int_{\Gamma} N_n (h(T_\infty)) d\Gamma \end{aligned} \quad (3.19)$$

และเนื่องจากสมการที่ (3.19) มีทั้งหมด 4 สมการ เราสามารถเขียนสมการไฟไนต์อีลิเมนต์ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (3.20) ดังนี้

$$\begin{aligned} \int_V \left( [N]_{4 \times 1} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV + \int_V \left( k \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \frac{\partial T}{\partial x} + k \left[ \frac{\partial N}{\partial y} \right]_{4 \times 1} \frac{\partial T}{\partial y} + k \left[ \frac{\partial N}{\partial z} \right]_{4 \times 1} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \\ + \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} (hT) d\Gamma = \int_V [N]_{4 \times 1} Q dV + \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} (h(T_{\infty})) d\Gamma \end{aligned} \quad (3.20)$$

และจากสมการที่ (3.7) จึงได้ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ  $T$  โดยประมาณในแต่ละอีลิเมนต์เป็น

$$T(x, y, z) = [N]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1} \quad (3.21)$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{\partial T}{\partial x} = \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1}, \frac{\partial T}{\partial y} = \left[ \frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1} \text{ และ } \frac{\partial T}{\partial z} = \left[ \frac{\partial N}{\partial z} \right]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1}$$

จะได้สมการไฟไนต์อีลิเมนต์ ดังนี้

$$\begin{aligned} \int_V \left( [N]_{4 \times 1} \rho c [N]_{1 \times 4} \right) dV \left[ \dot{T} \right]_{4 \times 1} + \int_V \left( k \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \left[ \frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} + k \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \left[ \frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} \right) dV [T]_{4 \times 1} \\ + \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} h [N]_{1 \times 4} d\Gamma [T]_{4 \times 1} = \int_V [N]_{4 \times 1} h T_{\infty} d\Gamma + \int_V [N]_{4 \times 1} Q dV \end{aligned} \quad (3.22)$$

หรือเขียนสมการไฟไนต์อีลิเมนต์สำหรับแต่ละอีลิเมนต์ที่ประกอบด้วย 4 สมการได้ดังนี้

$$[C]_{4 \times 4} \left\{ \dot{T} \right\}_{4 \times 1} + \left[ [K_c] + [K_h] \right]_{4 \times 4} \{T\}_{4 \times 1} = \{Q_h\}_{4 \times 1} + \{Q_o\}_{4 \times 1} \quad (3.23)$$

โดย  $[C]_{4 \times 4}$  คือ เมทริกซ์ของการจุความร้อน

$[K_c]_{4 \times 4}$  คือ เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน

$[K_h]_{4 \times 4}$  คือ เมทริกซ์ของการพาความร้อน

$\{Q_h\}_{4 \times 1}$  คือ โหลดเวกเตอร์การพาความร้อน

$\{Q_o\}_{4 \times 1}$  คือ โหลดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง

เมทริกซ์ของการจุความร้อน :  $[C]_{4 \times 4}$

$$\text{จาก } [C]_{4 \times 4} = \int_V ([N]_{4 \times 1} \rho c [N]_{1 \times 4}) dV \quad (3.24)$$

จากสมการที่ (3.8) ฟังก์ชันการประมาณภายในแสดงได้ดังนี้

$$N_n = \frac{1}{6V} (a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \text{ เมื่อ } n = 1, 2, 3, 4 \quad (3.25)$$

จากสมการที่ (3.25) และหากความหนาแน่นมวล  $\rho$  และความร้อนจำเพาะ  $c$  มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (3.24) จึงกลายเป็น

$$[C]_{4 \times 4} = \rho c \int N_n N_m dx dy dz \text{ เมื่อ } n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (3.26)$$

สมการที่ (3.26) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรเหมือนดังสมการที่ 2.43 บทที่ 2 ที่ผ่านมาจะได้

$$[C]_{4 \times 4} = \frac{\rho c V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน :  $[K_c]_{4 \times 4}$

$$\text{จาก } [K_c]_{4 \times 4} = \int_V \left( k \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} + k \left[ \frac{\partial N}{\partial y} \right]_{4 \times 1} \left[ \frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} + k \left[ \frac{\partial N}{\partial z} \right]_{4 \times 1} \left[ \frac{\partial N}{\partial z} \right]_{1 \times 4} \right) dV \quad (3.28)$$

จากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (3.25) จึงได้

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{6V}, \frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{6V} \text{ และ } \frac{\partial N_n}{\partial z} = \frac{d_n}{6V} \text{ เมื่อ } n = 1, 2, 3, 4$$

แทนความสัมพันธ์ที่ได้ ลงในสมการที่ (3.28) จะได้

$$\begin{aligned}
 [K_c]_{4 \times 4} &= k \int \left( \frac{b_n}{6V} \frac{b_m}{6V} + \frac{c_n}{6V} \frac{c_m}{6V} + \frac{d_n}{6V} \frac{d_m}{6V} \right) dx dy dz \\
 &= \frac{k}{36V^2} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m) \int dx dy dz \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (3.29) \\
 &= \frac{k}{36V} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m)
 \end{aligned}$$

$$[K_c]_{4 \times 4} = \frac{k}{36V} \begin{bmatrix} b_1 b_1 + c_1 c_1 + d_1 d_1 & b_1 b_2 + c_1 c_2 + d_1 d_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 + d_1 d_3 & b_1 b_4 + c_1 c_4 + d_1 d_4 \\ & b_2 b_2 + c_2 c_2 + d_2 d_2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 + d_2 d_3 & b_2 b_4 + c_2 c_4 + d_2 d_4 \\ & & b_3 b_3 + c_3 c_3 + d_3 d_3 & b_3 b_4 + c_3 c_4 + d_3 d_4 \\ Sym & & & b_4 b_4 + c_4 c_4 + d_4 d_4 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

เมทริกซ์ของการพาความร้อน :  $[K_h]_{4 \times 4}$

$$\text{จาก} \quad [K_h]_{4 \times 4} = \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} h [N]_{1 \times 4} d\Gamma \quad (3.31)$$

จากสมการที่ (3.31) และหากสัมประสิทธิ์การพาความร้อน  $h$  มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (3.31) เมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอีลิเมนต์จึงกลายเป็น

$$[K_h]_{4 \times 4} = h \int N_n N_m dx dy dz \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (3.32)$$

สมการที่ (3.32) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรจะได้

$$[K_h]_{4 \times 4} = \frac{hV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอีลิเมนต์แบบ 3 มิติจะได้กล่าวถึงต่อไป

โหลคเวกเตอร์การพาความร้อน :  $\{Q_h\}_{4 \times 1}$

$$\text{จาก } \{Q_h\}_{4 \times 1} = \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} h T_{\infty} d\Gamma \quad (3.34)$$

หรือเมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอีลิเมนต์ดั่งนั้นสมการที่ (3.34) จึงกลายเป็น

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = h T_{\infty} \int N_n dx dy dz \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (3.35)$$

จากสมการที่ (3.35) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรจึงได้ดังนี้

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = \frac{h T_{\infty} V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอีลิเมนต์แบบ 3 มิติจะได้กล่าวถึงต่อไป  
โหลคเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง :  $\{Q_o\}_{4 \times 1}$

$$\text{จาก } \{Q_o\}_{4 \times 1} = \int_{\Omega} [N]_{4 \times 1} Q d\Omega \quad (3.37)$$

$$\text{หรือ } \{Q_o\}_{4 \times 1} = Q \int N_n dx dy dz \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (3.38)$$

สมการที่ (3.38) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรจึงได้  
ดังนี้

$$\{Q_o\}_{4 \times 1} = \frac{Q V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

นอกจากการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอิเลเมนต์ที่แสดงไปแล้วยังมีการถ่ายเทความร้อนตลอดพื้นผิวขอบใดขอบหนึ่งของอิเลเมนต์ และขอยกตัวอย่างพื้นผิวของอิเลเมนต์ที่ประกอบด้วยจุดต่อ 2, 3 และ 4 ซึ่งพื้นผิวดังกล่าวมีพื้นที่เท่ากับ A การประดิษฐ์อิเลเมนต์ที่สอดคล้องกับการถ่ายเทความร้อนตลอดพื้นผิวขอบดังกล่าวจะได้

$$[K_h]_{4 \times 4} = \frac{hA}{12} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = \frac{hT_\infty A}{3} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

### 3.4.3 การแก้ปัญหภายใต้สถานะชั่วครู่

ปัญหาในงานวิจัยนี้เป็นปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ โดยค่าอุณหภูมิจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งการแก้ปัญหามาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่เช่นนี้ทำได้ค่อนข้างยาก โดยเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ การแก้สมการที่ (3.23) จากข้างต้นนั้นจะต้องอาศัยวิธีการแก้ปัญหภายใต้สถานะชั่วครู่ที่ใช้วิธีการแก้ปัญหามาแบบความสัมพันธ์เวียนบังเกิด (recurrence relations) เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ต้องการ

การแก้ปัญหภายใต้สถานะชั่วครู่จะใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด โดยจะมีลักษณะของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับค่า  $\beta$  ที่เลือกใช้ ดังแสดงในสมการที่ (3.42) โดย  $\Delta t$  คือค่าของช่วงเวลา (time step) โดยถ้าเลือกใช้  $\beta = 0$  จะเป็นวิธีของออยเลอร์ (Euler) ถ้า  $\beta = 1/2$  เป็นวิธีของแครงค์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson) ถ้า  $\beta = 2/3$  เป็นวิธีของกาลเอร์กิน (Galerkin) และถ้า  $\beta = 1$  จะเรียกว่าวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (backward difference) ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลังดังสมการที่ (3.43) เนื่องจากวิธีนี้ประกันการลู่เข้าของผลลัพธ์ และผลลัพธ์จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง

$$\beta \left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} + (1-\beta) \left\{ \dot{T} \right\}^t = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^t}{\Delta t} \quad (3.42)$$

$$\left\{\dot{T}\right\}^{t+\Delta t} = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^t}{\Delta t} \quad (3.43)$$

จากการเลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง สมการที่ (3.23) จึงพัฒนามาเป็น สมการที่ (3.44) จากนั้นแทนค่าสมการที่ (3.43) ลงในสมการที่ (3.44) จึงได้ผลลัพธ์ของสมการ ไฟไนต์อีลิเมนต์เมื่อพิจารณาปัญหาในสถานะชั่วคราว ดังสมการที่ (3.45)

$$[C]\left\{\dot{T}\right\}^{t+\Delta t} + [K]\{T\}^{t+\Delta t} = \{Q\}^{t+\Delta t} \quad (3.44)$$

$$\left(\frac{1}{\Delta t}[C] + [K]\right)\{T\}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}[C]\{T\}^t + \{Q\}^{t+\Delta t} \quad (3.45)$$

โดยที่  $[K] = [K_c] + [K_h]$  และ  $\{Q\} = \{Q_h\} + \{Q_o\}$

#### 3.4.4 การประกอบสมการอีลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นกรนำสมการของแต่ละอีลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 2.3.1 ในบทที่ 2 ที่ได้กล่าวมาแล้วนั้นในระบบ 3 มิติ หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอีลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย  $n$  จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น  $n$  สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้เมื่อพิจารณาปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วคราว คือ

$$\left(\frac{1}{\Delta t}[C]_{n \times n} + [K]_{n \times n}\right)\{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}[C]_{n \times n}\{T\}_{n \times 1}^t + \{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} \quad (3.46)$$

จัดรูปใหม่จะได้

$$([C]_{n \times n} + \Delta t[K]_{n \times n})\{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = [C]_{n \times n}\{T\}_{n \times 1}^t + \Delta t\{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} \quad (3.47)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} [M]_{n \times n} &= [C]_{n \times n} + \Delta t[K]_{n \times n} \\ [F]_{n \times 1} &= [C]_{n \times n}\{T\}_{n \times 1}^t + \Delta t\{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} \end{aligned}$$

ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้คือ

$$[M]_{n \times n} \{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = [F]_{n \times 1} \quad (3.48)$$

### 3.4.5 การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย

ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิ  $T$  เริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นให้แก่ม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก และเงื่อนไขขอบเขตบริเวณต่างๆ โดยงานวิจัยนี้มีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นในรอบแรกที่พิจารณาหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกคือ  $T(t=0) = 25^\circ\text{C}$

ส่วนค่าโหลดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนจะใช้ค่าปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นเองของทั้งพื้นที่หรือปริมาตรที่พิจารณา โดยค่าปริมาณความร้อนจะหาได้จากความสัมพันธ์ของค่าศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นดังสมการที่ 3.4 และ 3.5 ตามลำดับ

## 3.5 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอความสัมพันธ์ของค่าศักย์ไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และอุณหภูมิ รวมถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง โดยจะใช้การประยุกต์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ 3 มิติ เพื่อคำนวณหาอุณหภูมิที่มีผลมาจากสนามไฟฟ้าในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลอ์เคิน โดยพิจารณาปัญหาเป็นแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ รายละเอียดต่าง ๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลของระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 5 ต่อไป

## บทที่ 4

### ผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกล ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น

#### 4.1 บทนำ

การจำลองผลของงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อจำลองการทำงานของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบนโหมดการันตามแนวรัศมีแบบหลายชั้น โดยจะสังเกตจากความสัมพันธ์ของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นในช่วงความถี่ธรรมชาติและผลของค่าศักย์ไฟฟ้ากับการกระจัดเชิงกลที่ได้จากการจำลองนั้นสามารถนำไปประยุกต์ในการใช้งานจริง ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องศึกษาถึงการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายตัวของการกระจัดเชิงกลที่ตำแหน่งต่าง ๆ ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก โดยภายในบทที่ 4 นี้จะอธิบายถึงโปรแกรมที่ใช้สำหรับการจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ทั้งนี้เพื่อให้เห็นถึงลักษณะการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่สอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น โดยโปรแกรมที่ใช้สำหรับการจำลองผลของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิตินั้นเป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเอง โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ จะใช้กริดรูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสและได้ใช้การสร้างกริดจากโปรแกรมสำเร็จรูปที่ชื่อว่า Solidworks และใช้โปรแกรม MATLAB ในการจำลองผลของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลในแบบ 3 มิติ

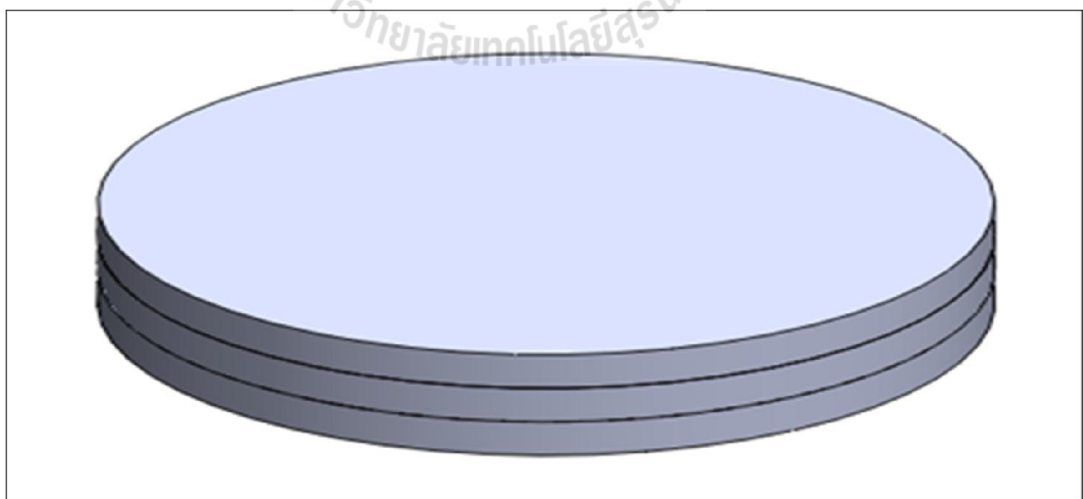
#### 4.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

ในงานวิจัยนี้การคำนวณเพื่อหาค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิตินั้น สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่ได้กล่าวถึงต่อไปนี้ โดยในงานวิจัยนี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรม Solidworks เพื่อนำข้อมูลของจุดต่อและอิเล็กโทรดต่าง ๆ ที่ได้มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLAB ที่พัฒนาขึ้นเอง โดยจะอธิบายถึงโครงสร้างต่าง ๆ ของโปรแกรมที่ใช้สำหรับการจำลองผลแบบ 3 มิติได้ดังต่อไปนี้

#### 4.2.1 โปรแกรมการสร้างกริด

โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างกริดสำหรับปัญหาแบบ 3 มิติในงานวิจัยนี้จะใช้การสร้างกริดจากโปรแกรมที่ชื่อว่า Solidworks โดยความสามารถของโปรแกรม Solidworks จะนำมาใช้สำหรับการวาดรูปหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก รวมไปถึงสร้างกริด โดยสามารถเลือกความละเอียดของกริดให้เหมาะสมกับระบบ จากนั้นนำข้อมูลที่ได้จากโปรแกรม Solidworks ที่มีความจำเป็นต่อการนำไปพัฒนาเป็นโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติซึ่งประกอบไปด้วยข้อมูลที่บอกตำแหน่งระยะพิกัดในแนวแกน  $x$   $y$  และ  $z$  ข้อมูลที่บอกหมายเลขจุดต่อ ข้อมูลที่บอกหมายเลขเอลิเมนต์และข้อมูลที่บอกหมายเลขของขอบเขตของชิ้นงานที่ต้องการกำหนดเงื่อนไขของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก ส่วนขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่นอกเหนือจากนี้ซึ่งได้แก่ การสร้างสมการของแต่ละเอลิเมนต์ การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม การกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขตของชิ้นงานรวมไปถึงการแก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยนั้น จะทำการโดยใช้โปรแกรม MATLAB ที่พัฒนาขึ้นเองเพื่อจำลองผลต่อไป

งานวิจัยนี้ได้ใช้ปริมาตรตลอดตัวหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกเป็นขอบเขตในการศึกษา ซึ่งใช้การวาดภาพของระบบที่ศึกษาเป็นในรูปแบบของ 3 มิติ โดยการประยุกต์ใช้โปรแกรม Solidworks ทั้งนี้เพราะโปรแกรม Solidworks มีความสามารถในการวาดภาพที่มีความซับซ้อนได้แล้วสามารถวาดในรูปแบบที่เป็น 3 มิติ ได้ง่าย และรวดเร็วซึ่งจะแสดงภาพโดยรวมของระบบที่ศึกษาในแบบ 3 มิติ ได้ดังรูปที่ 4.1 ซึ่งเป็นการแสดงภาพของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบบโหมดการสันตามแนวรัศมี



รูปที่ 4.1 หม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกที่ใช้ในการศึกษา

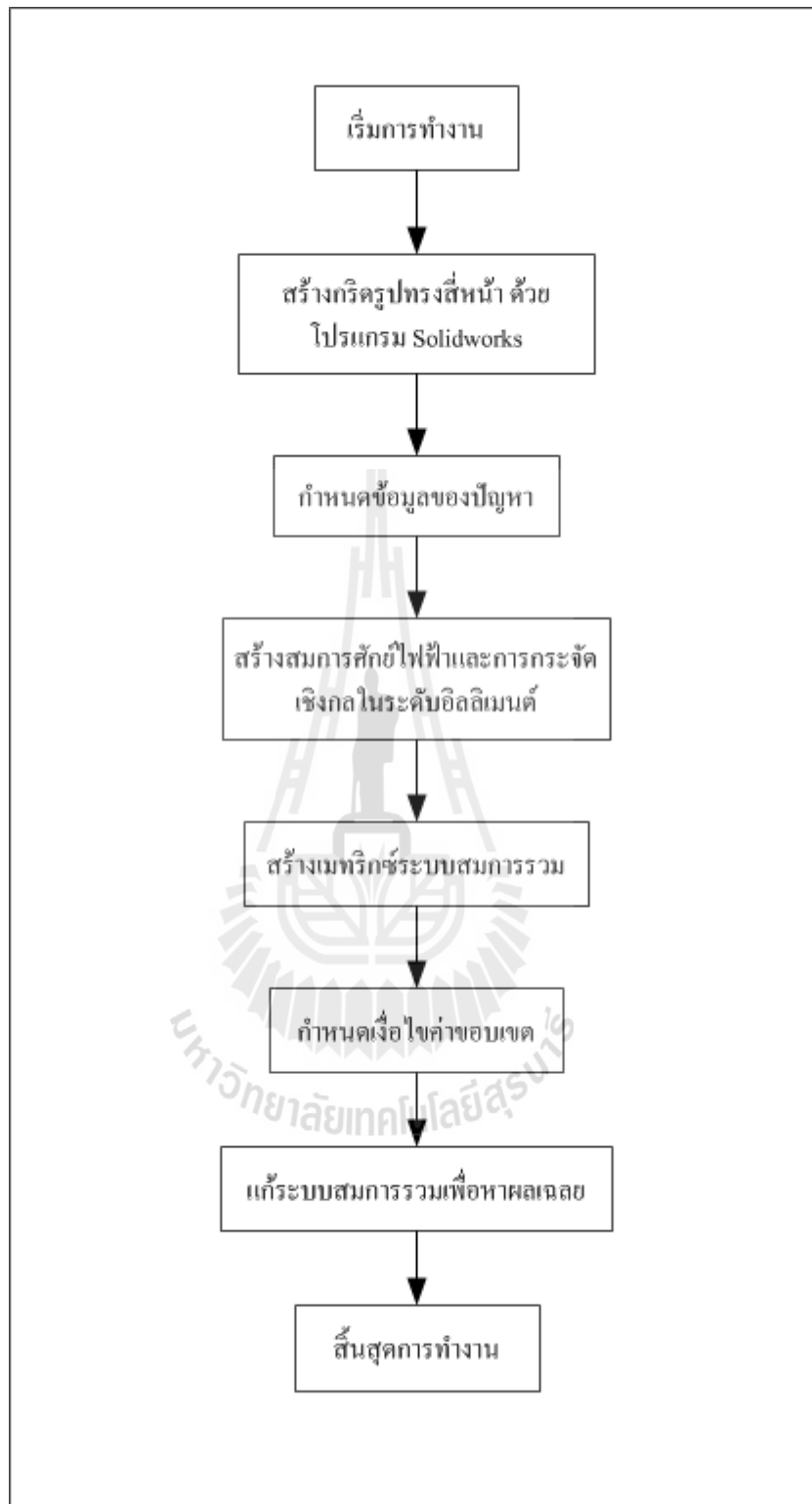
หลังจากวาดภาพหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์ด้วยโปรแกรม Solidworks แล้ว สำหรับขั้นตอนต่อไปคือ ทำการสร้างกริดเป็นลักษณะรูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยสำหรับงานวิจัยนี้ได้ปรับความละเอียดของกริดไว้ที่สูงสุดซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 4.2 โดยแสดงกริดให้เห็นเพียงบริเวณขอบของชิ้นงานเท่านั้น



รูปที่ 4.2 ลักษณะกริดที่ใช้ของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทรอนิกส์

#### 4.2.2 โปรแกรมจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกล

ในขั้นตอนนี้เป็นการประยุกต์ใช้โปรแกรมที่ได้พัฒนาขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยข้อมูลที่จำเป็นต่อการพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์นั้นได้นำมาจากในหัวข้อ 4.2.1 ที่ได้อธิบายไว้ก่อนหน้านี้แล้ว โดยโครงสร้างของโปรแกรมที่ใช้สำหรับจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผล  
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ

จากแผนภูมิการดำเนินงานในรูปที่ 4.3 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลของระบบในรูปแบบของ 3 มิติ เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมในแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียดชัดเจน โดยจะอธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

- ขั้นตอนแรกการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : โดยขั้นตอนแรกนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุต ซึ่งจะแสดงถึงลักษณะของจุดต่อพร้อมกับอิลิเมนต์ที่ได้จากโปรแกรมการสร้างกริด Solidworks ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลประกอบด้วย จำนวนและตำแหน่งของจุดต่อ หมายเลขของจุดต่อที่ประกอบขึ้นเป็นอิลิเมนต์รวมไปถึง จำนวนและหมายเลขของอิลิเมนต์ เป็นต้น

- ขั้นตอนการสร้างสมการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลในระดับอิลิเมนต์ : โดยขั้นตอนนี้ โปรแกรมจะสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ในรูปแบบของทรงสี่หน้าสี่จุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาในรูปแบบของ 3 มิติ ของทุก ๆ อิลิเมนต์โดยการสร้างสมการอิลิเมนต์ที่เป็นเมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนต์โดยจะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าและทางกลของวัสดุที่ใช้ผลิตหุ้มแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลิเมนต์นั้น ๆ ด้วย ซึ่งค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าและทางกลของวัสดุต่าง ๆ ได้ถูกกล่าวไว้แล้วในบทที่ 2

- ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ซึ่งขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมสมการของอิลิเมนต์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมดังแสดงรายละเอียดอยู่ในหัวข้อที่ 2.3.4 ของบทที่ 2 ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ทั้งหมด  $n$  จุดต่อจะก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการการกระจัดเชิงกลในแกนนอน ( $U_x$ ) สมการการกระจัดเชิงกลในแกนตั้ง ( $U_y$ ) สมการการกระจัดเชิงกลในแกนลึก ( $U_z$ ) และสมการศักย์ไฟฟ้า ( $\Phi$ ) โดยรวมทั้งสิ้น  $4n$  สมการ

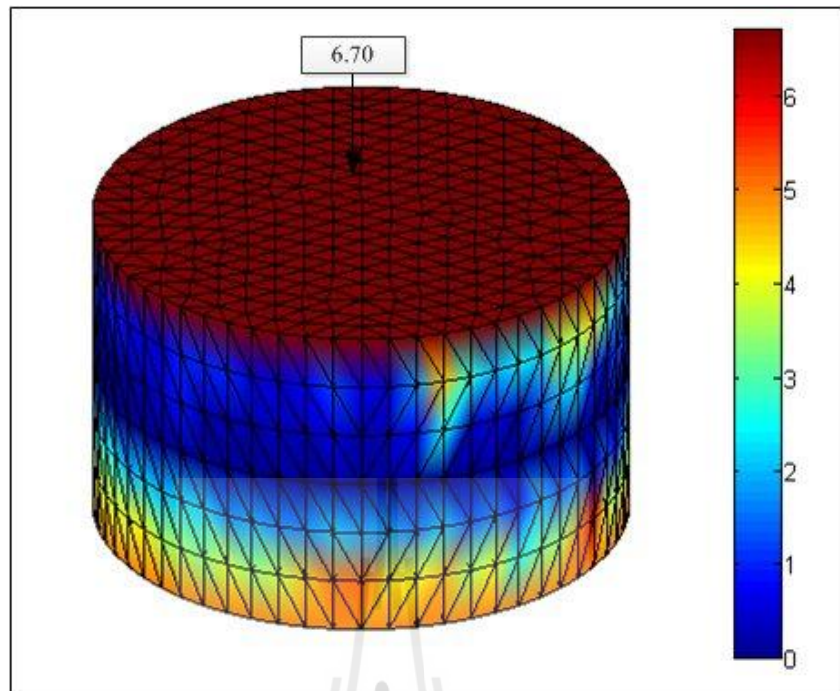
- ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต : ซึ่งขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนแล้วจึงทำการแก้ระบบสมการรวม โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตดังตารางที่ 2.2 ในบทที่ 2

- ขั้นตอนสุดท้ายการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : โดยในขั้นตอนสุดท้ายนี้ โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่อยู่ประจำแต่ละจุดต่อโดยจะเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

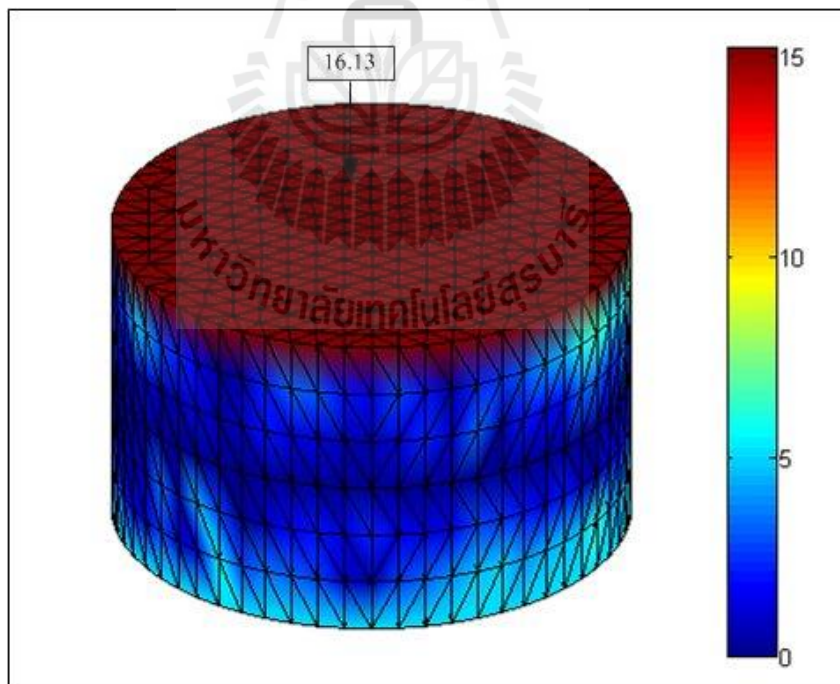
#### 4.3 ผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น

สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลอง โดยการจำลองผลนั้นจะจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ ซึ่งได้ใช้โปรแกรม MATLAB ในการพัฒนาโปรแกรมไฟในทอไลเมนต์สำหรับคำนวณการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟในทอไลเมนต์ พร้อมแสดงผลทางกราฟการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้น โดยการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นนั้นจะจำลองแบบกระจายตัวตลอดทั้งปริมาตรที่ศึกษา และจะพิจารณาในช่วงความถี่ 5-120 kHz ทุกกรณี และค่าแรงดันไฟฟ้าขาเข้ามีค่าเท่ากับ 5 V ทุกกรณี โดยจะแบ่งเป็น 3 กรณีซึ่งได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 หัวข้อ 2.3.1 เพื่อให้เห็นถึงลักษณะของการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของความถี่โดยจะแสดงผลในรูปแบบ 3 มิติ และจะแสดงเฉพาะค่าที่มีการเปลี่ยนแปลงเท่านั้น เนื่องจากลักษณะของภาพจะมีความคล้ายคลึงกันแตกต่างกันที่ค่าการจำลองผลเท่านั้น จึงจะขอยกตัวอย่างบางภาพที่มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงมานำเสนอ โดยจะแสดงการกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกกรณี PZT-1 เป็นอันดับแรก ซึ่งแสดงได้ดังต่อไปนี้

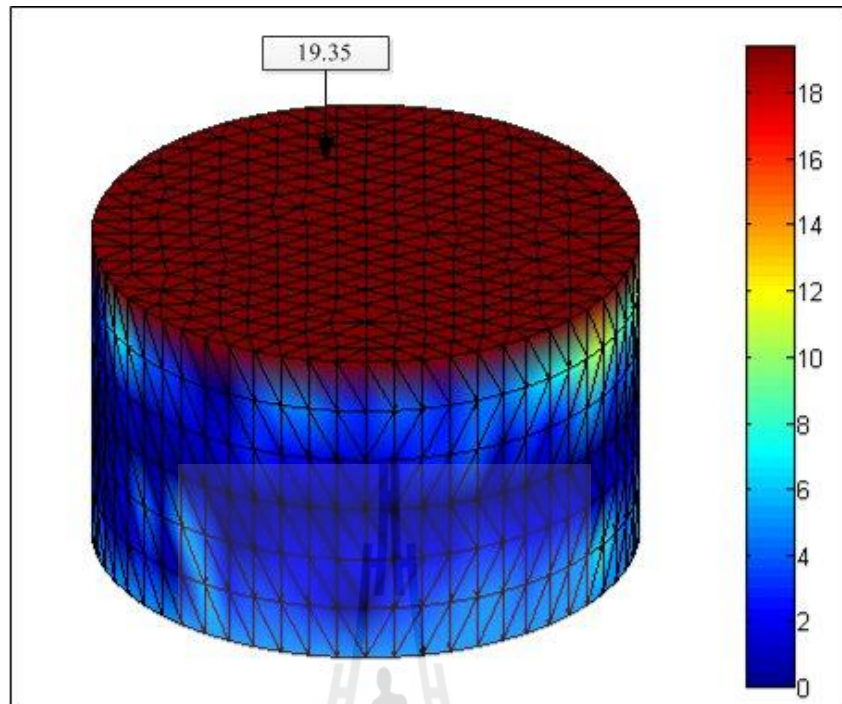




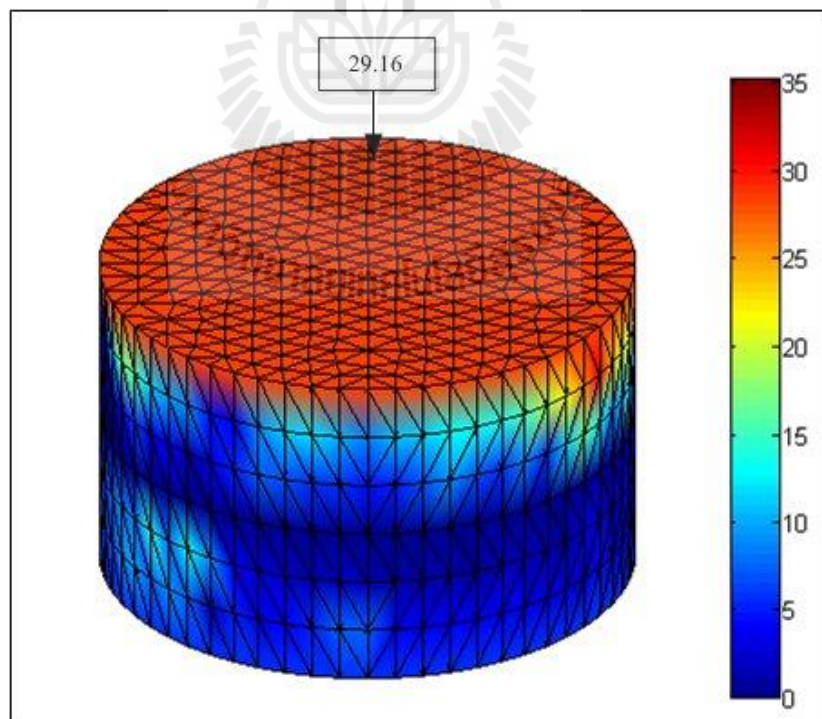
รูปที่ 4.4 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 50 kHz



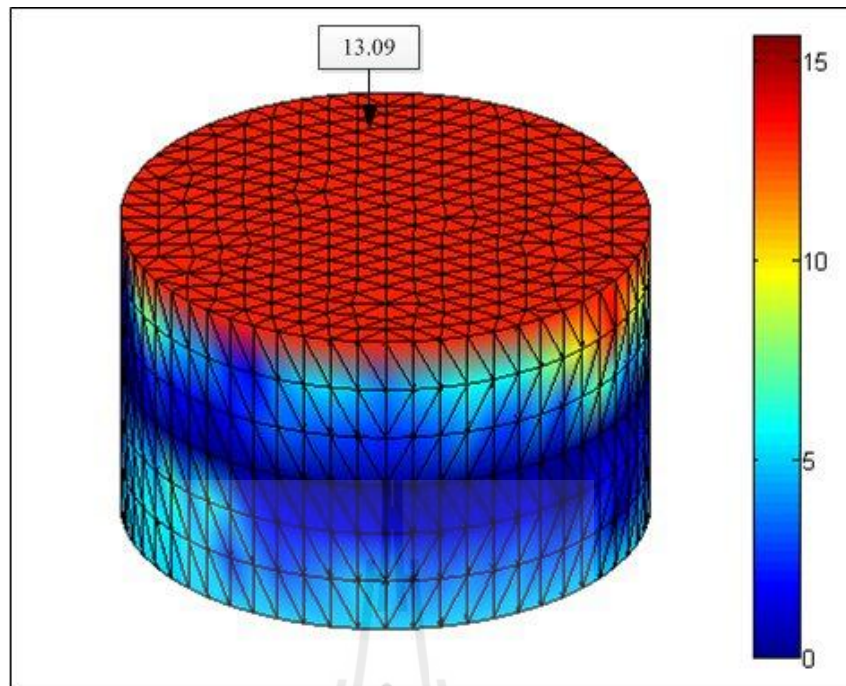
รูปที่ 4.5 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 55 kHz



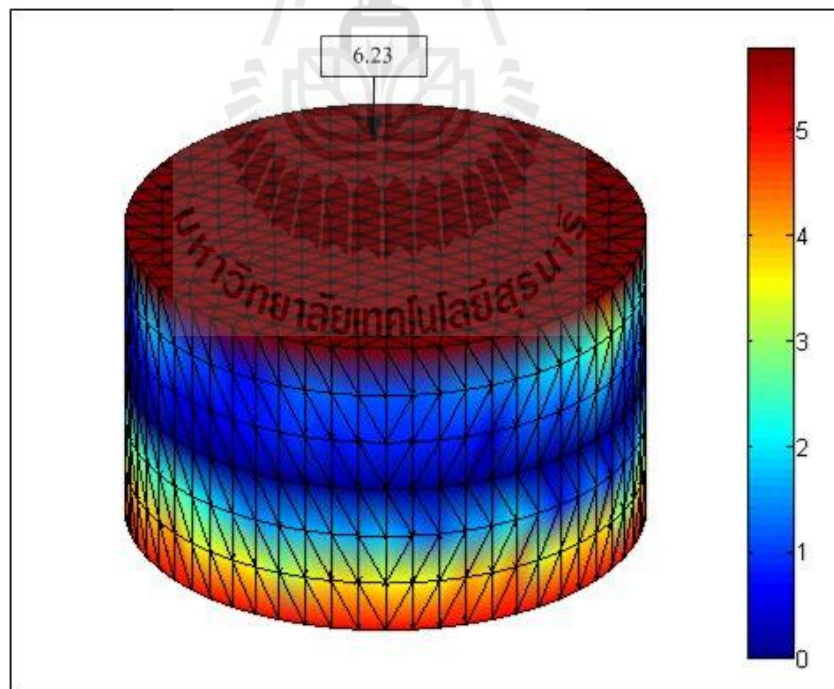
รูปที่ 4.6 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 60 kHz



รูปที่ 4.7 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 65 kHz

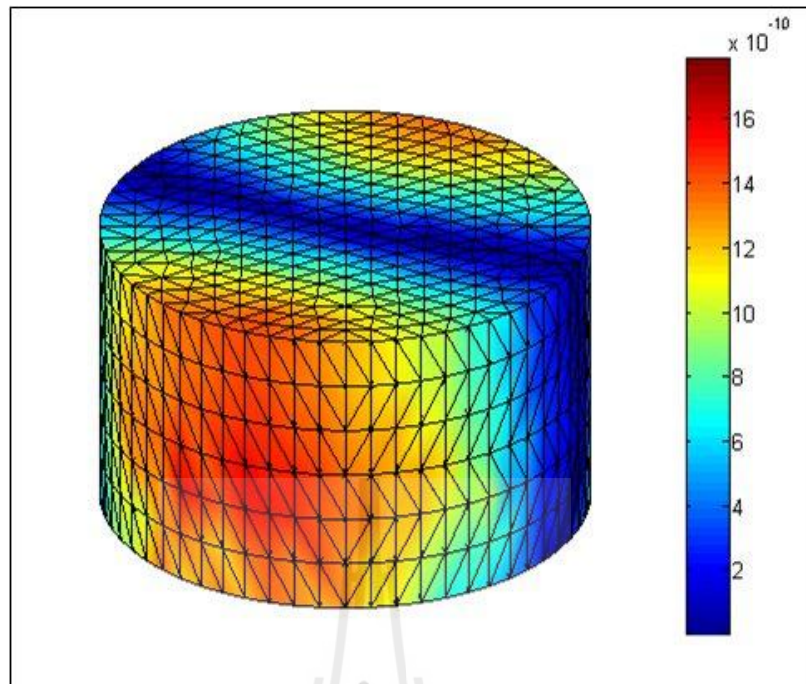


รูปที่ 4.8 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 70 kHz

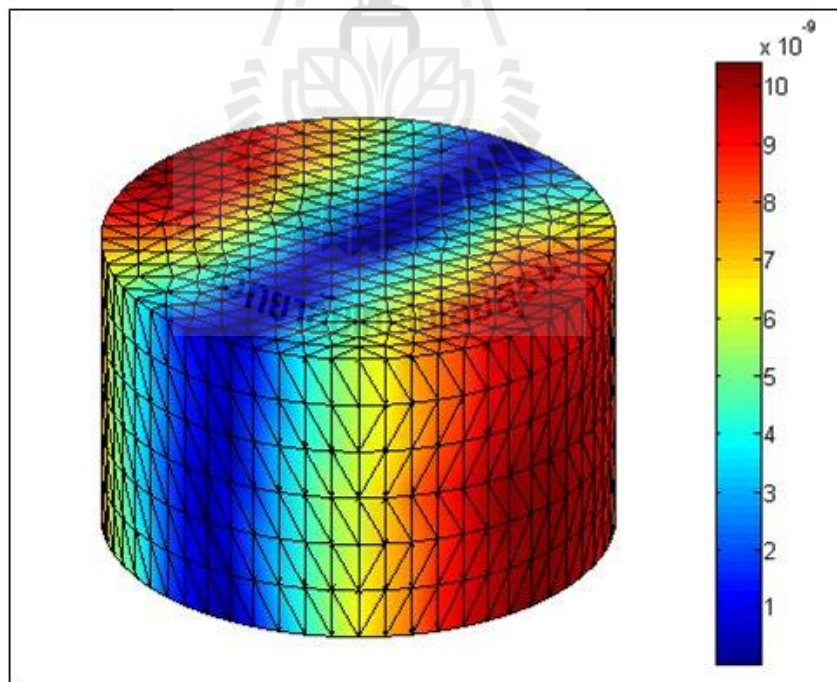


รูปที่ 4.9 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 75 kHz

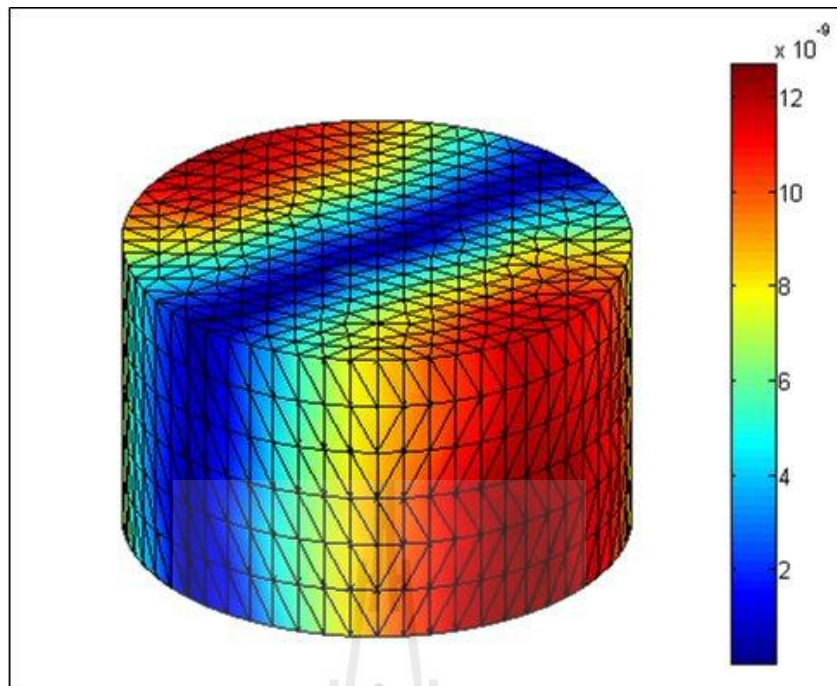
จากรูปที่ 4.4-4.9 เป็นรูปที่แสดงผลการจำลองการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิด PZT-1 ในช่วงความถี่ 50-75 kHz เนื่องจากเป็นช่วงที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกมีการทำงานได้ดี รวมถึงยังเห็นการเปลี่ยนแปลงของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกได้ดีอีกด้วย โดยในรูปที่ 4.4 นั้นจะสังเกตเห็นว่าที่ค่าความถี่ 50 kHz แรงดันไฟฟ้าขาออกมีค่าเท่ากับ 6.7 V ซึ่งเป็นช่วงความถี่ที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกเริ่มสามารถทำงานได้เนื่องจากเริ่มมีค่าศักย์ไฟฟ้าขาออกมากกว่าแรงดันไฟฟ้าขาเข้า แต่เพียงเล็กน้อยเท่านั้น ในช่วงความถี่ต่อไปดังรูปที่ 4.5 ที่ความถี่ 55 kHz แรงดันไฟฟ้าขาออกมีค่าเท่ากับ 16.13 V จะสังเกตเห็นว่าค่าศักย์ไฟฟ้าเริ่มมีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากเดิมและลักษณะรูปการจำลองผลมีการเปลี่ยนแปลงเช่นกัน ที่ความถี่ 60 kHz แสดงดังรูปที่ 4.6 แรงดันไฟฟ้าขาออกมีค่าเท่ากับ 19.35 V ค่าศักย์ไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิมลักษณะรูปการจำลองผลมีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย ในช่วงความถี่ต่อไปคือที่ความถี่ 65 kHz แสดงได้ดังรูปที่ 4.7 ซึ่งเป็นช่วงความถี่ที่มีค่าแรงดันขาออกสูงสุดคือ 29.16 V และเป็นช่วงความถี่ที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทำงานได้ดีที่สุด และในรูปที่ 4.8-4.9 จะสังเกตเห็นได้ว่าที่ความถี่ 70-75 kHz ค่าแรงดันขาออกมีค่าลดลงจากเดิม และลักษณะรูปการจำลองผลมีการเปลี่ยนแปลง อันเนื่องมาจากหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกมีการทำงานลดลง จึงส่งผลให้ค่าแรงดันขาออกนั้นลดลงด้วยตามลำดับ โดยในส่วนต่อไปจะแสดงผลการจำลองการกระจายตัวของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกกรณี PZT-1 ที่ช่วงความถี่ 50-75 kHz โดยจะแสดงในรูปแบบ 3 มิติ เช่นเดียวกัน แสดงได้ดังนี้



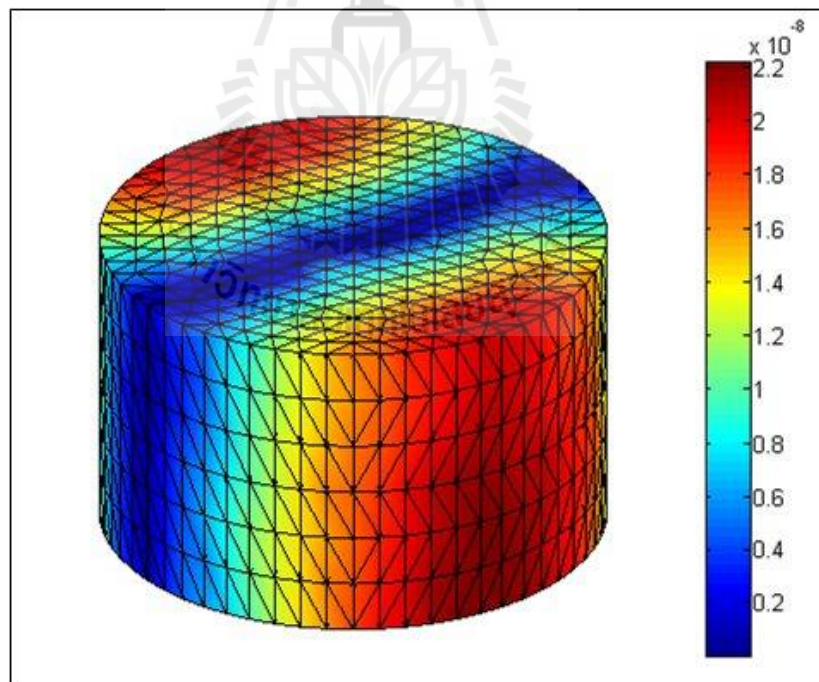
รูปที่ 4.10 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 50 kHz



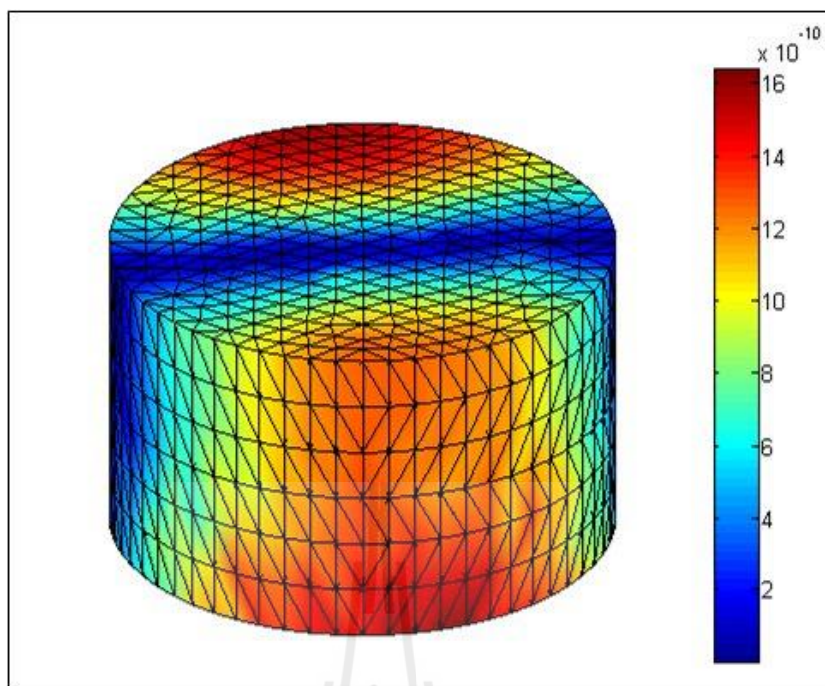
รูปที่ 4.11 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 55 kHz



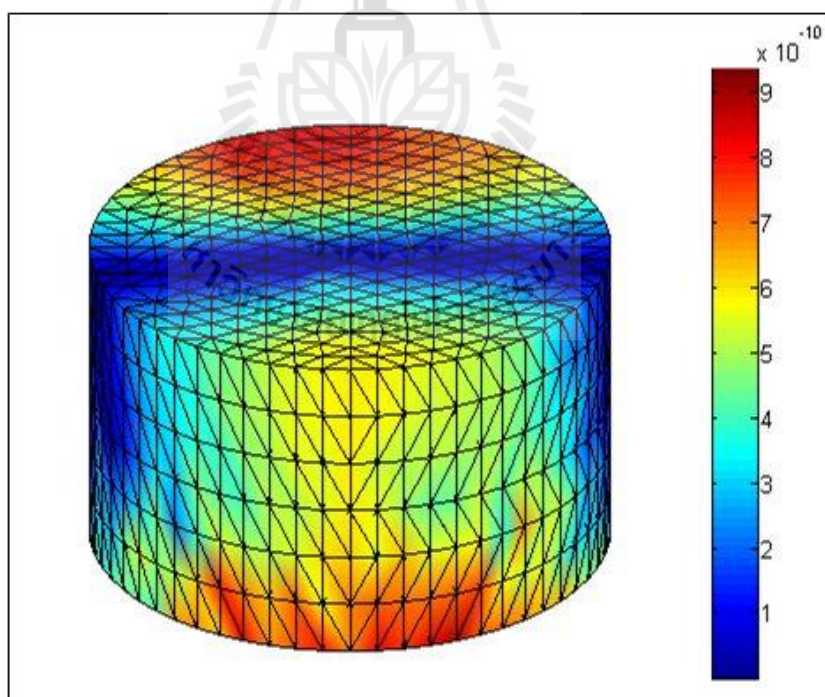
รูปที่ 4.12 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 60 kHz



รูปที่ 4.13 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 65 kHz



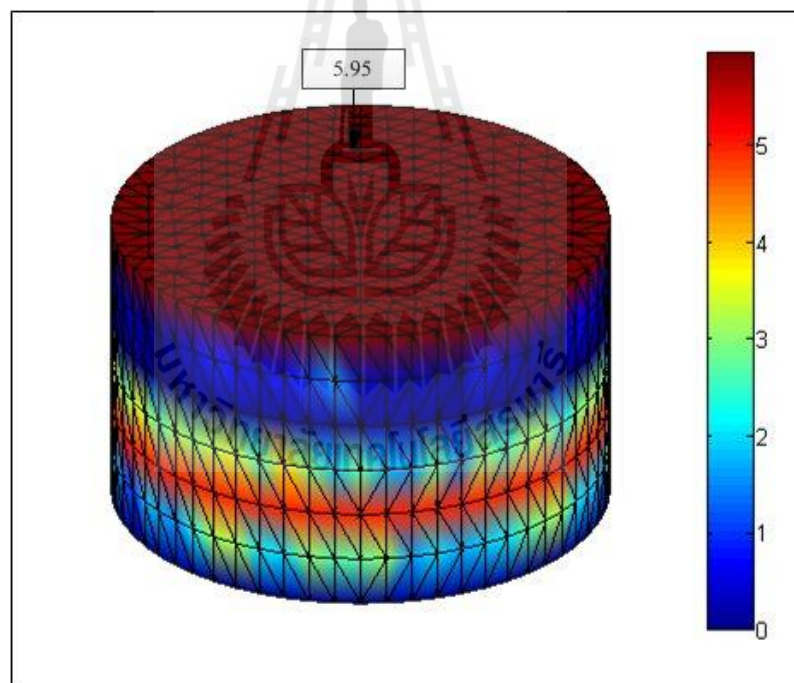
รูปที่ 4.14 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 70 kHz



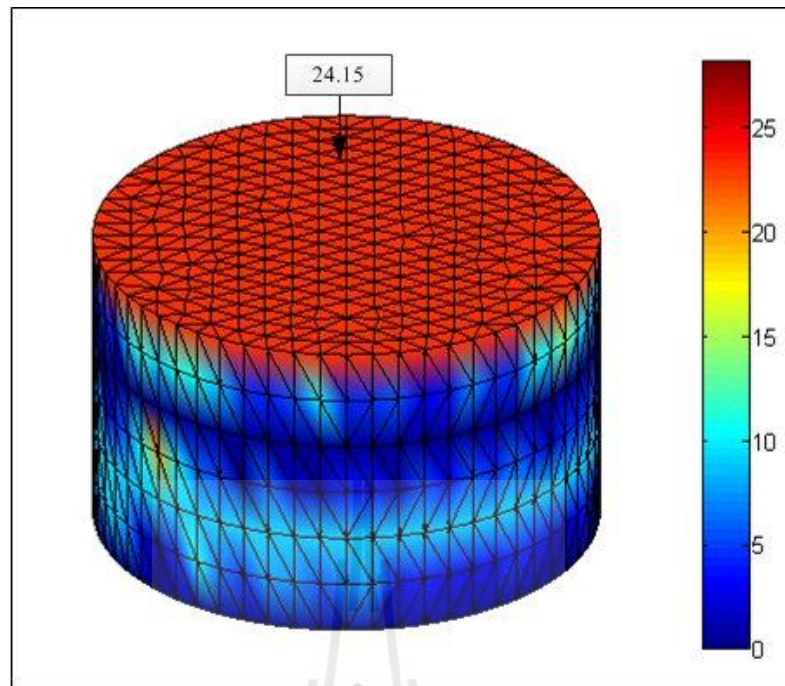
รูปที่ 4.15 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ที่ความถี่ 75 kHz

จากรูปที่ 4.10-4.15 เป็นรูปที่แสดงผลการจำลองการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-1 ในช่วงความถี่ 50-75 kHz ซึ่งหลังจากผ่านกระบวนการคำนวณโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แล้ว ได้แสดงผลการจำลองในแบบ 3 มิติ ซึ่งจากรูปจะสังเกตได้ว่าลักษณะของการกระจัดเชิงกลมีการกระจายตัวที่คล้ายคลึงกัน โดยสิ่งที่แตกต่างกันคือระยะของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้น โดยที่ค่าระยะของการกระจัดเชิงกลจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ เมื่อเข้าใกล้ช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก และที่ความถี่ 65 kHz ค่าการกระจัดเชิงกลจะมีค่ามากที่สุดและจะลดลงตามลำดับเมื่อออกจากช่วงความถี่ธรรมชาติ ซึ่งการจำลองผลค่าการกระจัดเชิงกลนั้นสอดคล้องกับการจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าที่ได้แสดงไว้ข้างต้น

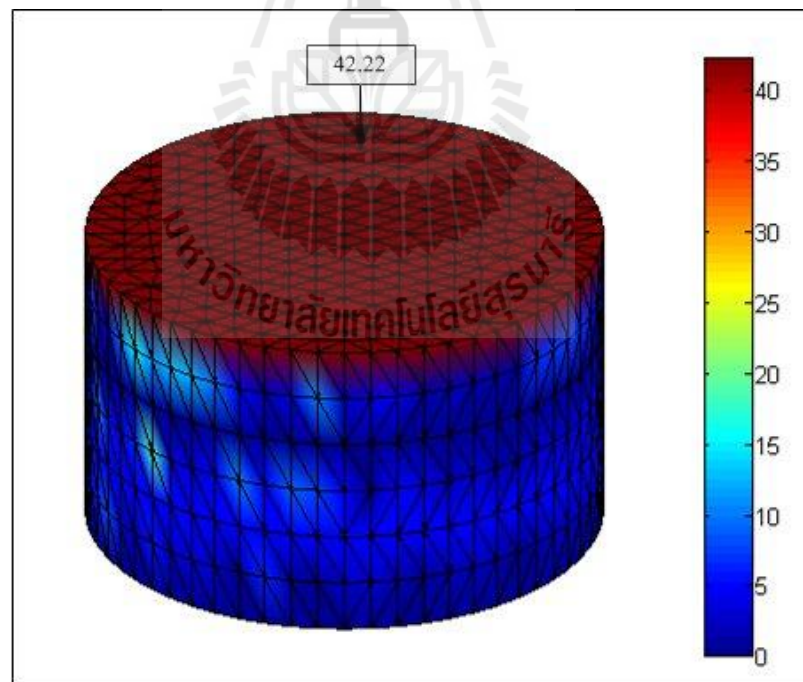
ในลำดับต่อไปจะแสดงผลการจำลองของการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกกรณี PZT-2 ซึ่งจะทำให้การพิจารณาศึกษาหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบบโหมดการสั่นตามแนวรัศมีในช่วงความถี่ 50-90 kHz ดังนี้



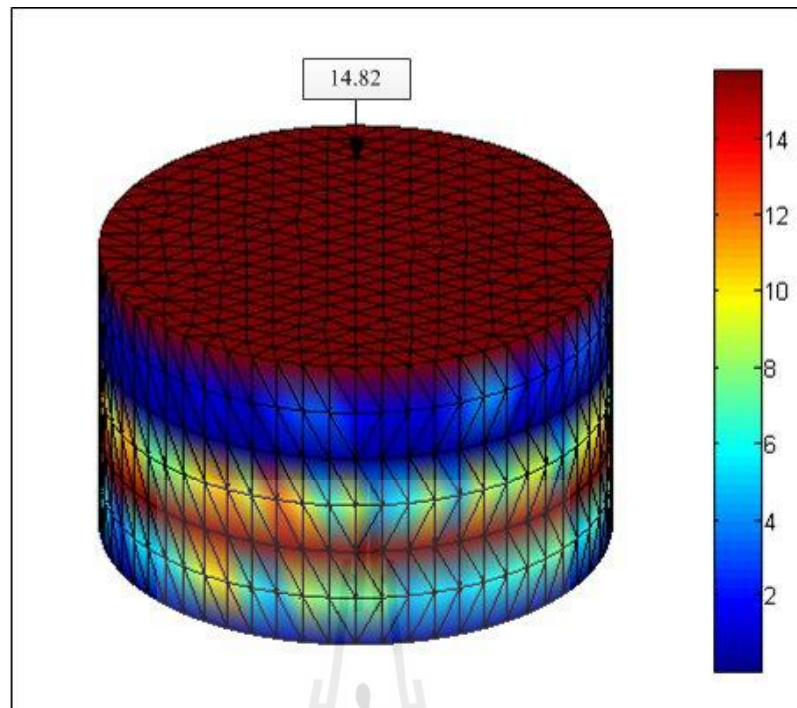
รูปที่ 4.16 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 50 kHz



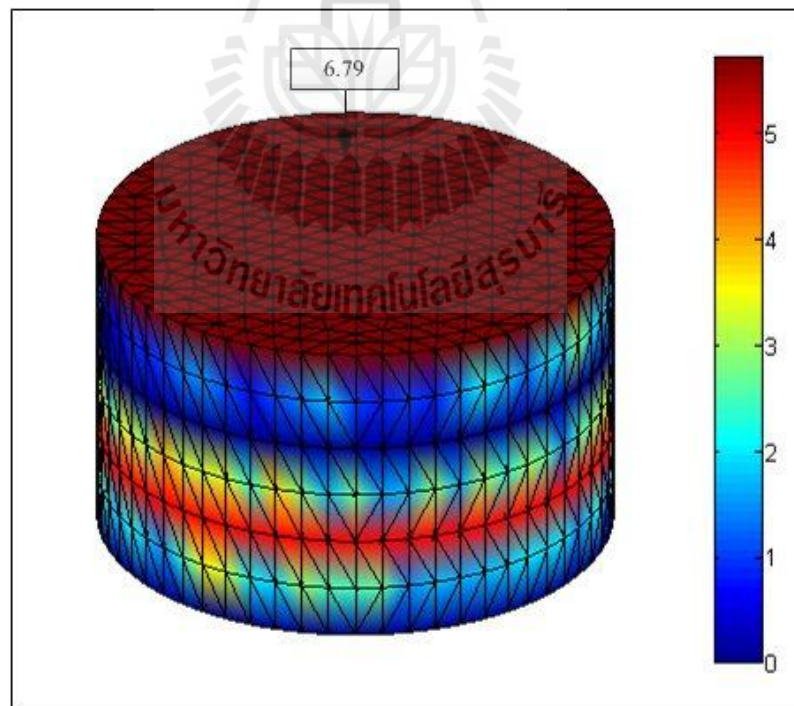
รูปที่ 4.17 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 60 kHz



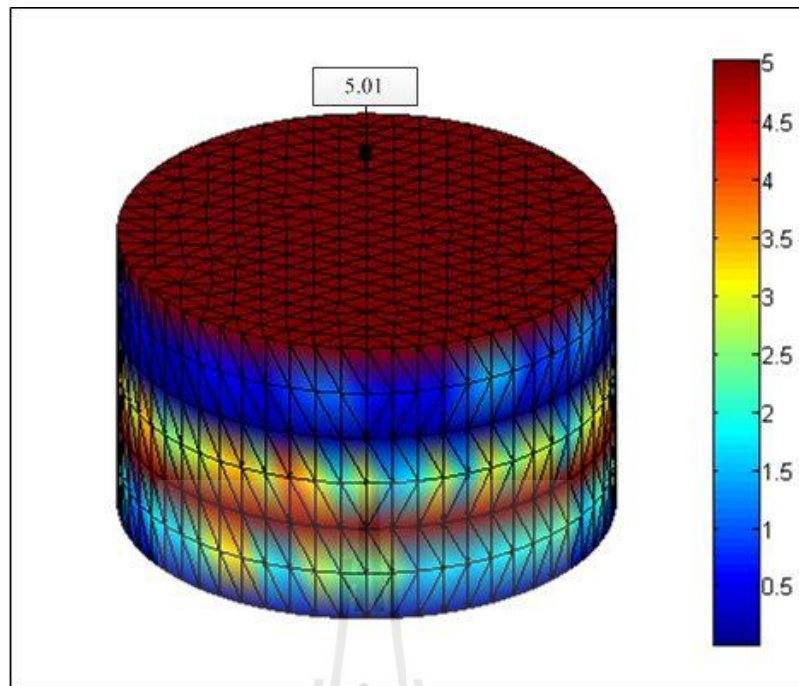
รูปที่ 4.18 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 70 kHz



รูปที่ 4.19 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 80 kHz



รูปที่ 4.20 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 85 kHz

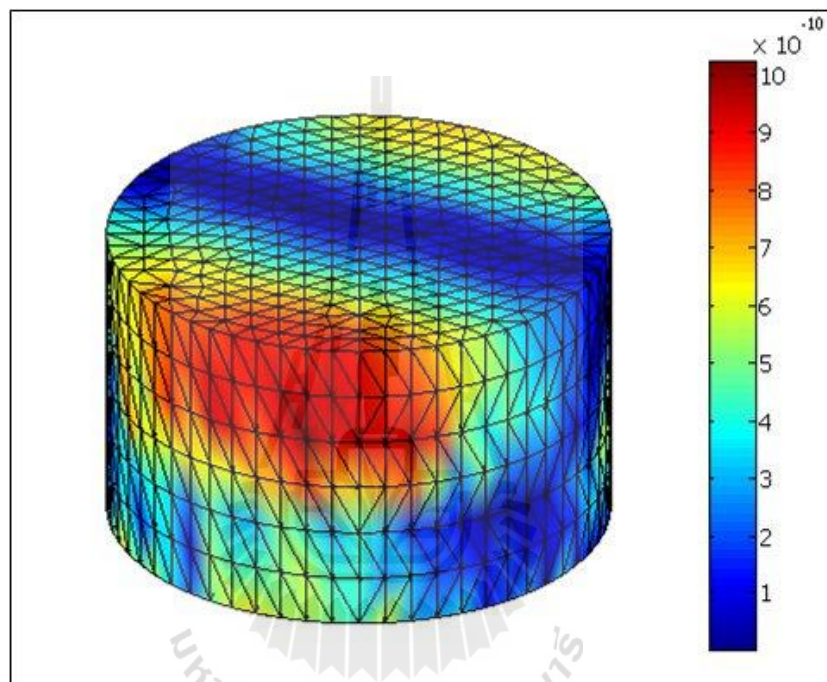


รูปที่ 4.21 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 90 kHz

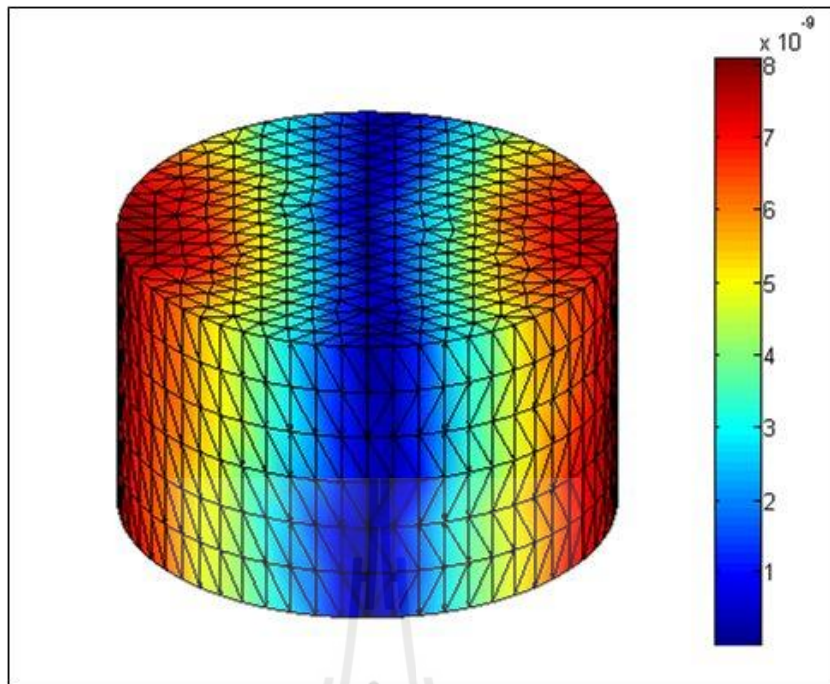
จากรูปที่ 4.16-4.21 เป็นรูปที่แสดงผลการจำลองการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ในช่วงความถี่ 50-90 kHz เนื่องจากเป็นช่วงที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกมีการทำงาน รวมถึงเป็นช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก และยังเห็นการเปลี่ยนแปลงของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกได้ดี โดยรูปที่ 4.16 นั้นจะสังเกตเห็นว่าที่ความถี่ 50 kHz ซึ่งเป็นช่วงความถี่ที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกเริ่มทำงาน เนื่องจากเริ่มมีการเปลี่ยนแปลงค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกแต่เพียงเล็กน้อยเท่านั้น และที่ความถี่ 60 kHz ดังรูปที่ 4.17 จะสังเกตเห็นว่าลักษณะของรูปการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้านั้นมีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม และค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกมีค่าเพิ่มมากขึ้นจากเดิมอีกด้วย ซึ่งเป็นในช่วงความถี่ที่เข้าใกล้กับความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก ในรูปที่ 4.18 ที่ความถี่ 70 kHz สังเกตได้ว่าค่าแรงดันขาออกมีค่าเพิ่มขึ้นสูง และลักษณะรูปการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกนั้นมีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม และจากรูปที่ 4.19-4.21 แสดงที่ความถี่ 80-90 kHz สังเกตได้ว่าค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกนั้นมีค่าลดลงตามลำดับ และลักษณะรูปการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกนั้นมีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม อันเนื่องมาจากหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกมีการทำงานลดลง จึงส่งผลให้ค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกนั้นลดลงด้วยตามลำดับ ดังนั้นที่ค่าความถี่ 70 kHz เป็นช่วงความถี่ที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทำงานได้ดีที่สุดและเป็นช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ซึ่งผลการ

จำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าของ PZT-2 มีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิม เป็นผลเนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นของจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีที่ค่าศักย์ไฟฟ้าจะแปรผันโดยตรงกับจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

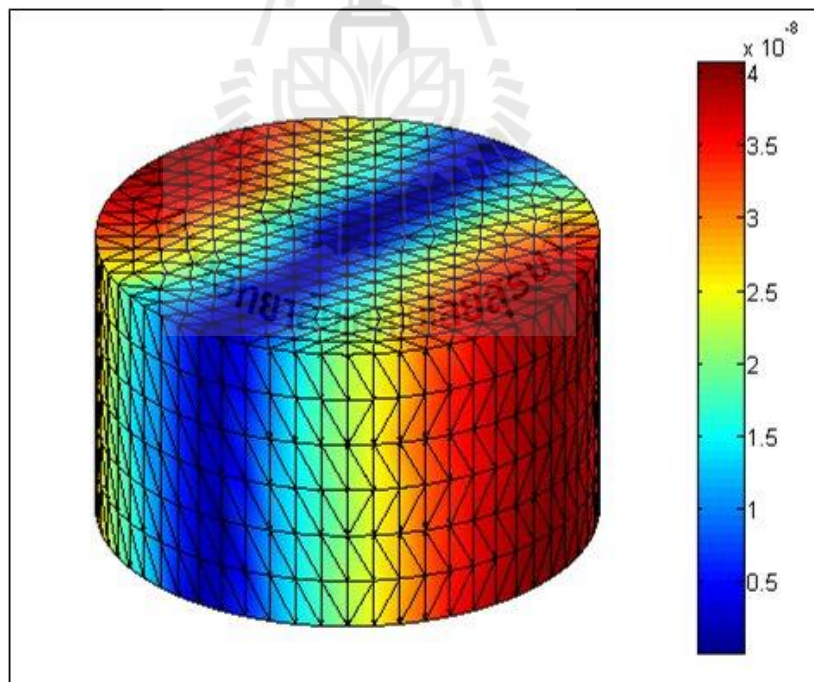
ในส่วนต่อไปจะแสดงผลการจำลองการกระจายตัวของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกกรณี PZT-2 ที่ช่วงความถี่ 50-90 kHz เช่นเดียวกับค่าการกระจายตัวค่าศักย์ไฟฟ้า แสดงได้ดังนี้



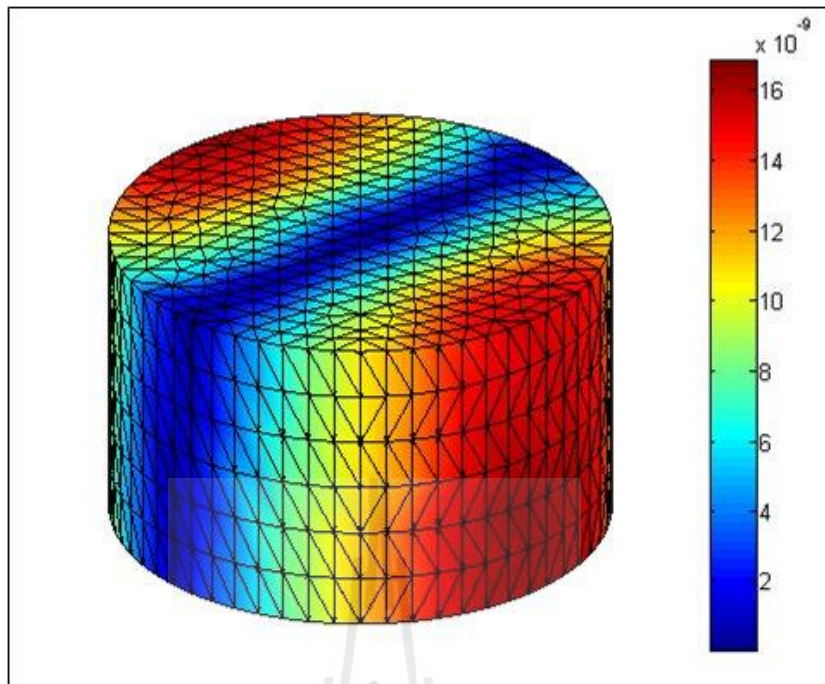
รูปที่ 4.22 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 50 kHz



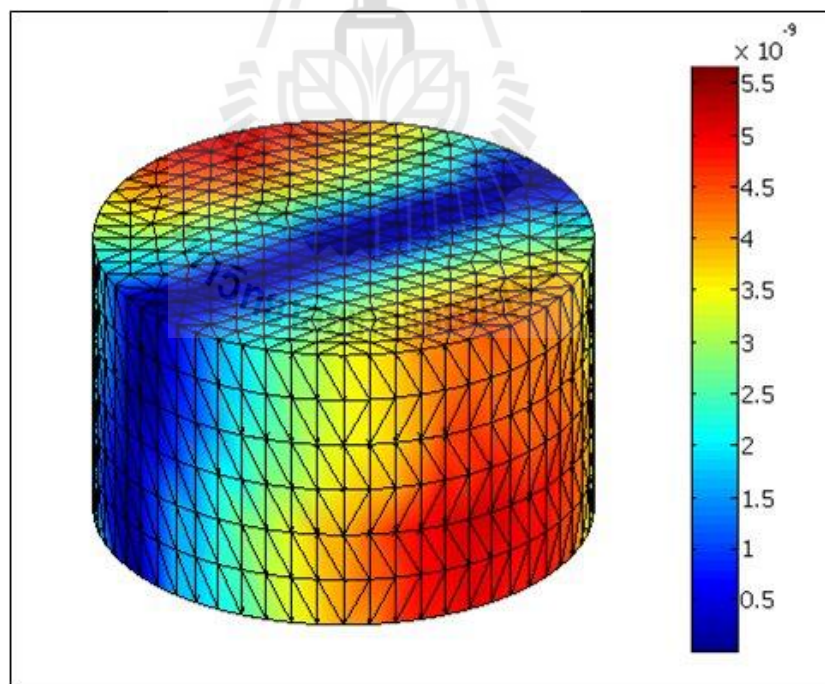
รูปที่ 4.23 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 60 kHz



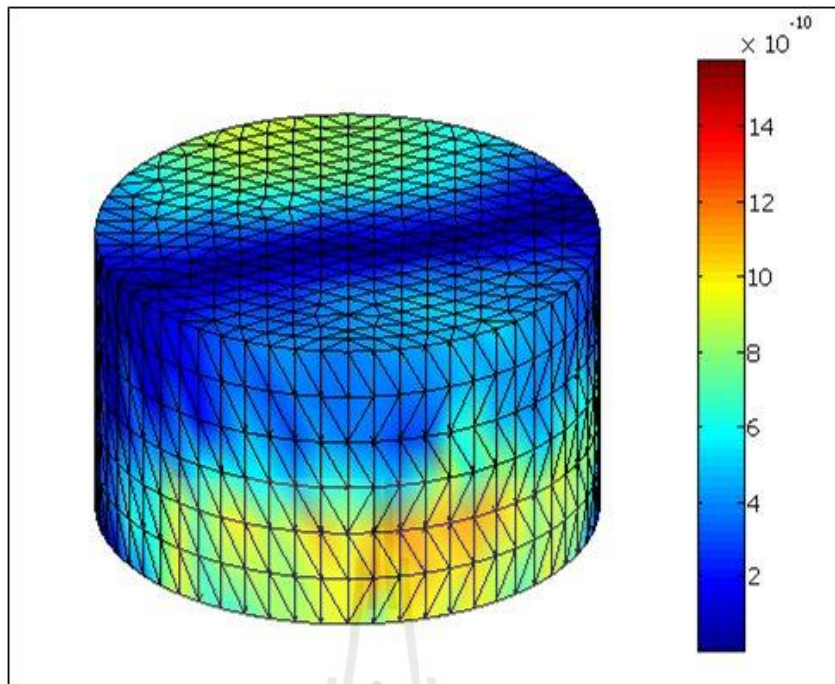
รูปที่ 4.24 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 70 kHz



รูปที่ 4.25 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 80 kHz



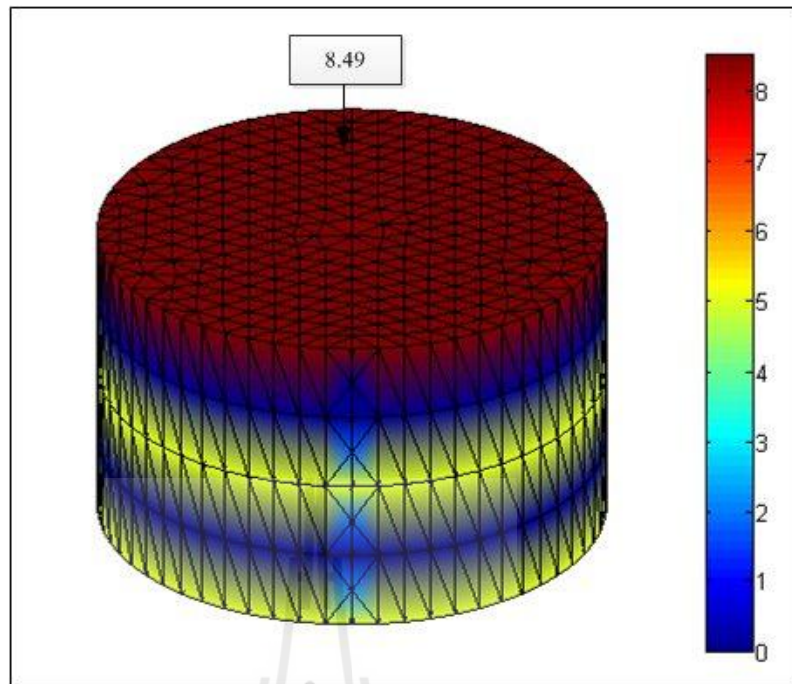
รูปที่ 4.26 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 85 kHz



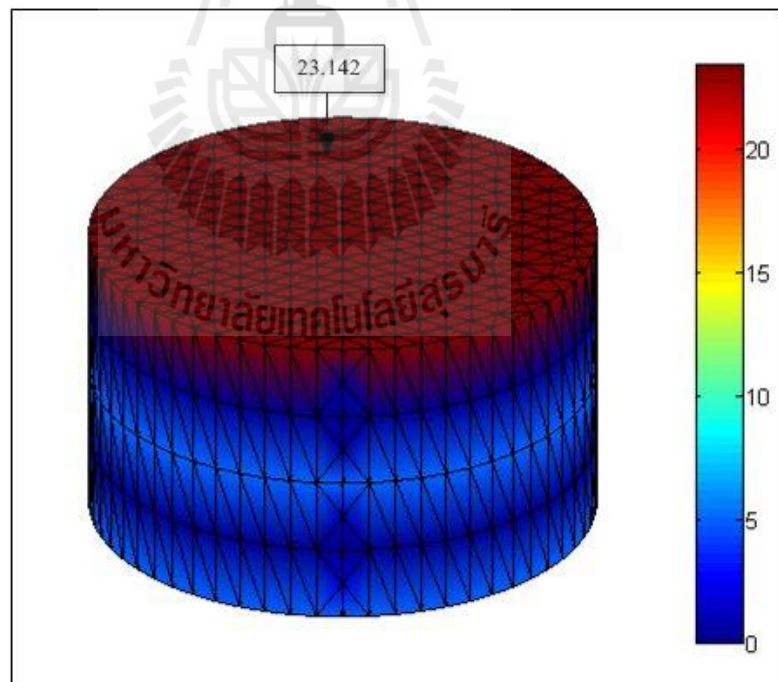
รูปที่ 4.27 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ที่ความถี่ 90 kHz

จากรูปที่ 4.22-4.27 เป็นรูปที่แสดงผลการจำลองการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ในช่วงความถี่ 50-90 kHz ซึ่งหลังจากผ่านกระบวนการคำนวณโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แล้ว ได้แสดงผลการจำลองในรูปแบบ 3 มิติ ซึ่งจากรูปจะสังเกตเห็นได้ว่าลักษณะของการกระจัดเชิงกลมีการกระจายตัวที่คล้ายคลึงกันเช่นเดียวกับ PZT-1 โดยสิ่งที่แตกต่างกันคือระยะของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้น โดยที่ค่าระยะของการกระจัดเชิงกลจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ เมื่อเข้าใกล้ช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก และมีค่าลดลงเมื่อออกห่างช่วงความถี่ธรรมชาติ จะสังเกตเห็นได้ว่าเมื่อป้อนความถี่ให้กับหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแล้ว หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจะเกิดการสั่นสะเทือนซึ่งการสั่นสะเทือนนั้นอาจจะมีรูปร่างที่แน่นอนหรือไม่แน่นอน จึงมีผลทำให้รูปร่างการกระจายของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นในช่วงที่ไม่เป็นความถี่ธรรมชาตินั้นมีรูปร่างที่ต่างกันไป

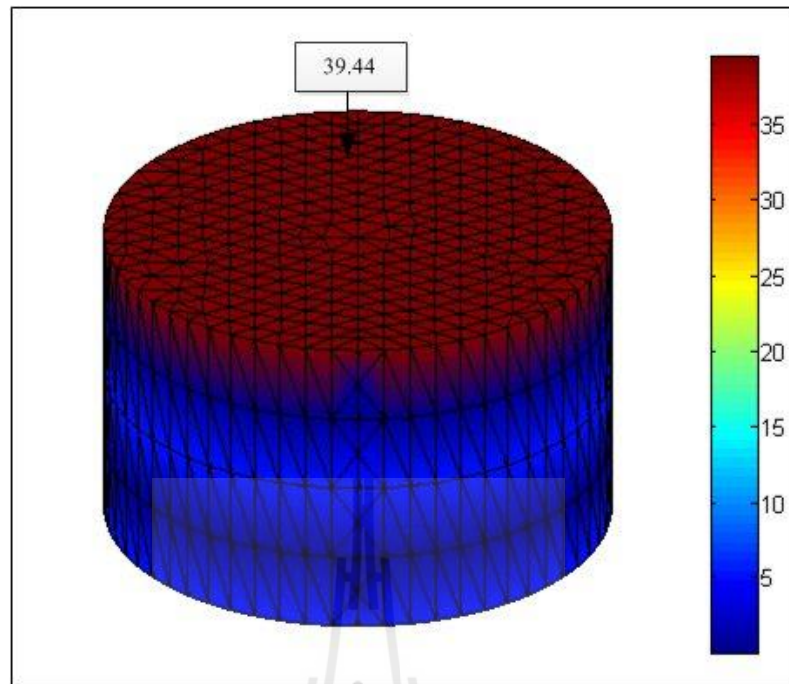
ในลำดับต่อไปจะแสดงผลการจำลองของการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ซึ่งจะทำให้การศึกษาหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบบโหมดการสั่นตามแนวรัศมีในช่วงความถี่ 55-90 kHz ดังนี้



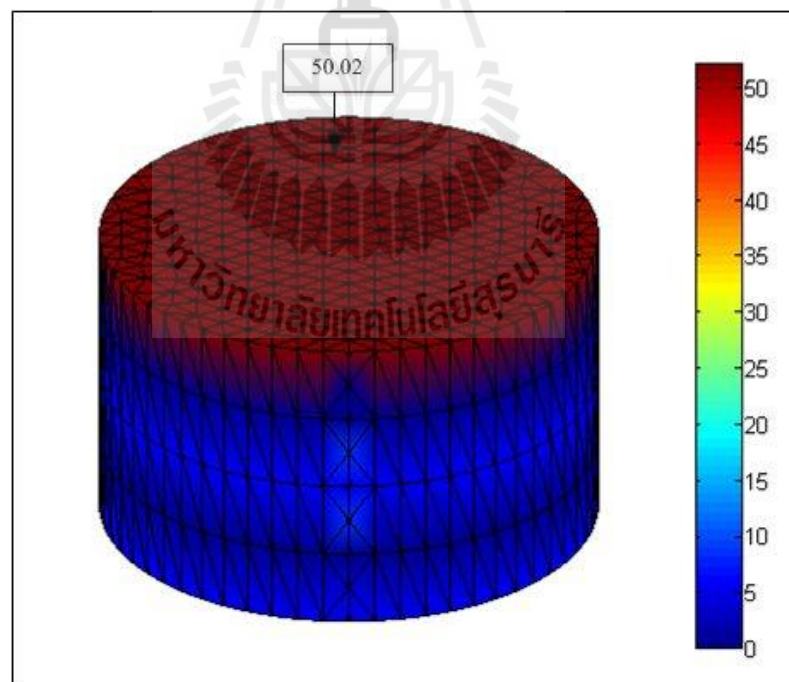
รูปที่ 4.28 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 55 kHz



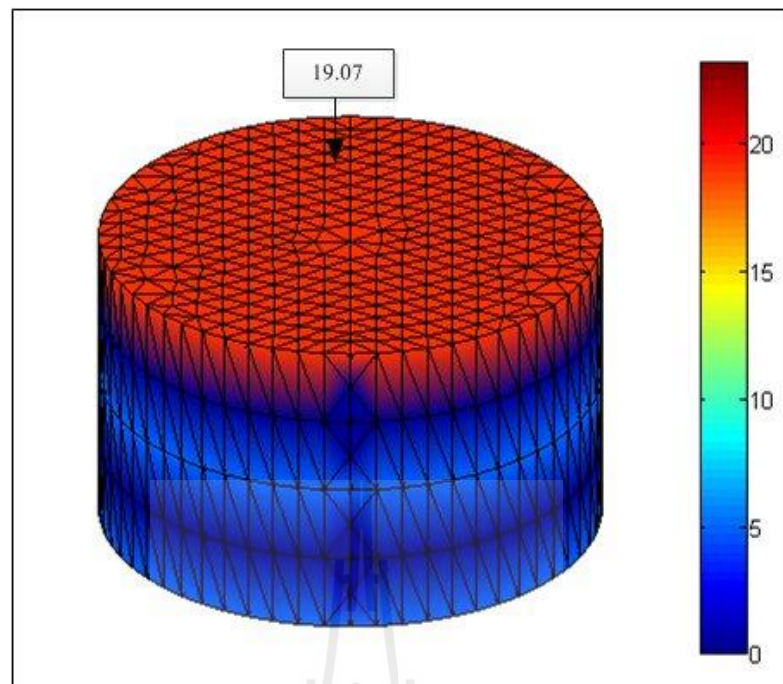
รูปที่ 4.29 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 65 kHz



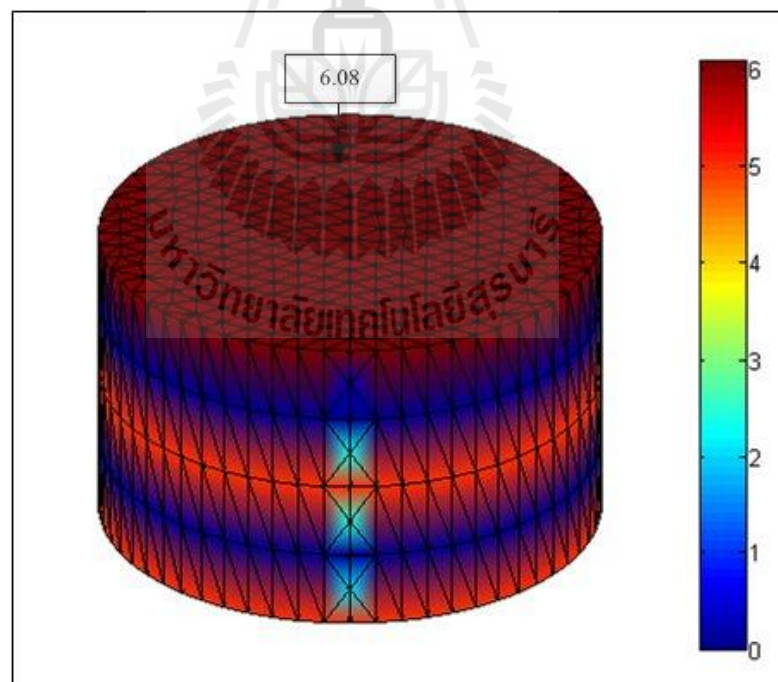
รูปที่ 4.30 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 70 kHz



รูปที่ 4.31 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 73 kHz



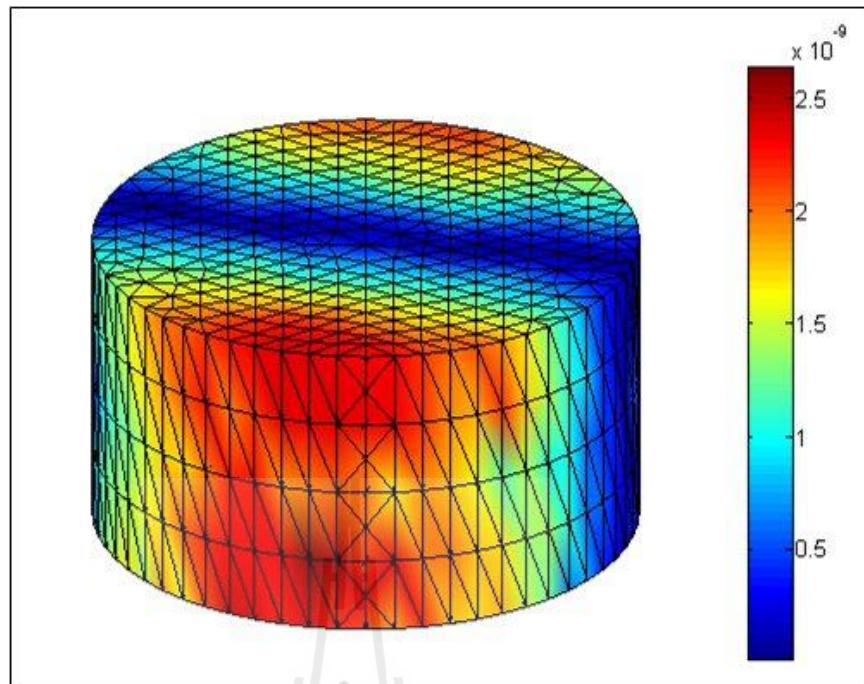
รูปที่ 4.32 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 85 kHz



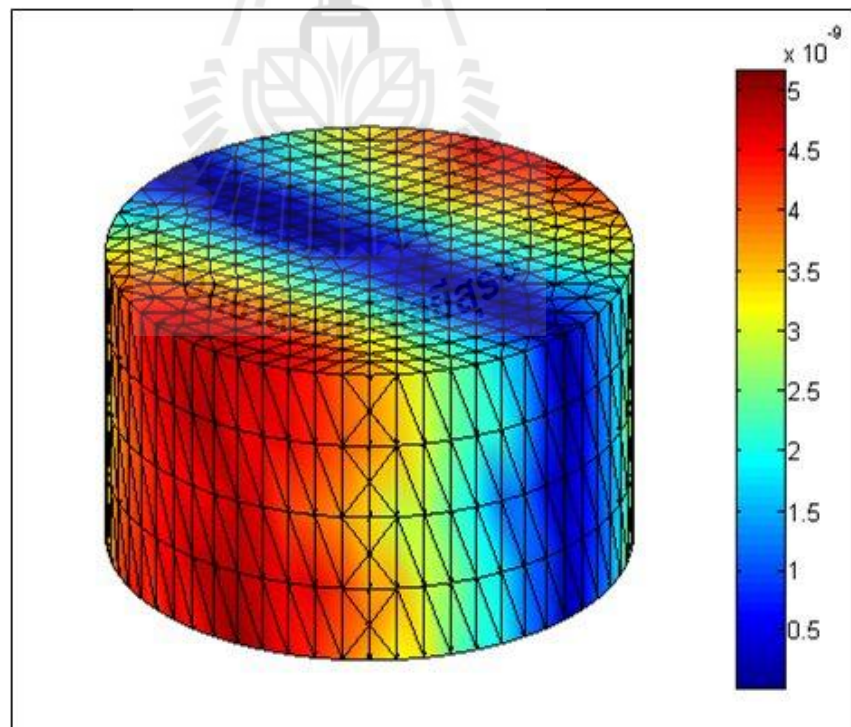
รูปที่ 4.33 ค่าศักย์ไฟฟ้า (V) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 90 kHz

จากรูปที่ 4.28-4.33 kHz เป็นรูปที่แสดงผลการจำลองการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ในช่วงความถี่ 55-90 kHz เนื่องจากเป็นช่วงที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกมีการทำงาน รวมถึงเป็นช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก จากรูปที่ 4.28 ที่ความถี่ 55 kHz จะสังเกตได้ว่าค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกนั้นเริ่มมีการเปลี่ยนแปลงจากเดิม (แรงดันไฟฟ้าขาเข้าเท่ากับ 5 V) ซึ่งเป็นช่วงความถี่ที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกเริ่มมีการทำงาน และที่ช่วงความถี่ต่อไปคือ 65-70 kHz แสดงดังรูปที่ 4.29-4.30 จะสังเกตเห็นว่าค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกนั้นมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ และลักษณะรูปการกระจายตัวมีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม อันเนื่องมาจากเป็นช่วงความถี่ที่เข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก และที่ความถี่ 73 kHz แสดงดังรูป 4.31 จะเห็นได้ว่าค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกนั้นมีค่าเท่ากับ 50.02 V ซึ่งในช่วงความถี่นี้เป็นช่วงที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทำงานได้ดี และเป็นช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก โดยที่ความถี่ต่อไปคือที่ความถี่ 85-90 kHz แสดงดังรูปที่ 4.32-4.33 ค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกนั้นมีค่าที่ลดลง อันนั้นเนื่องมาจากเป็นช่วงความถี่ที่ออกจากความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจึงส่งผลให้มีการทำงานลดลง และค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกนั้นลดลงด้วยตามลำดับ

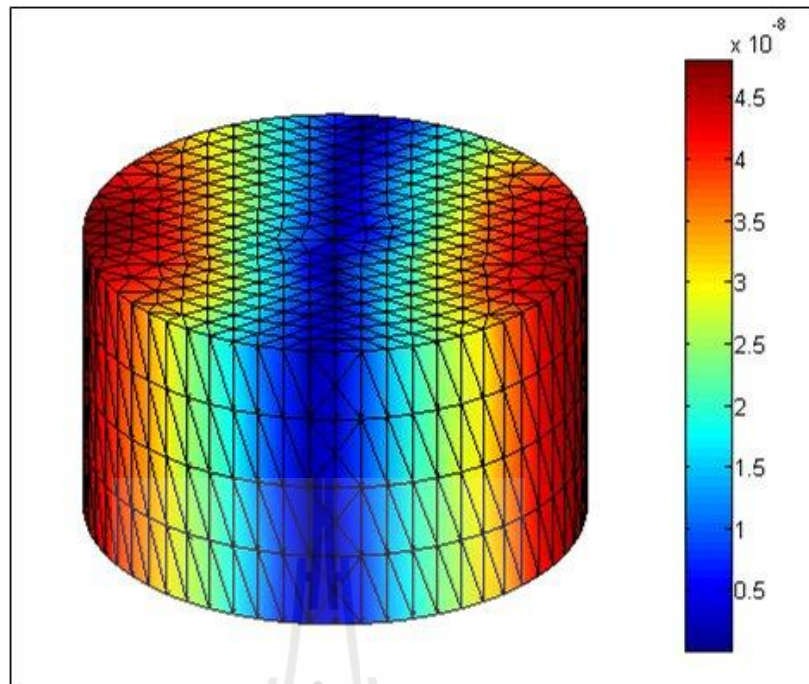
ในส่วนต่อไปจะแสดงผลการจำลองการกระจายตัวของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ช่วงความถี่ 55-90 kHz เช่นเดียวกับค่าการกระจายตัวค่าศักย์ไฟฟ้า แสดงได้ดังนี้



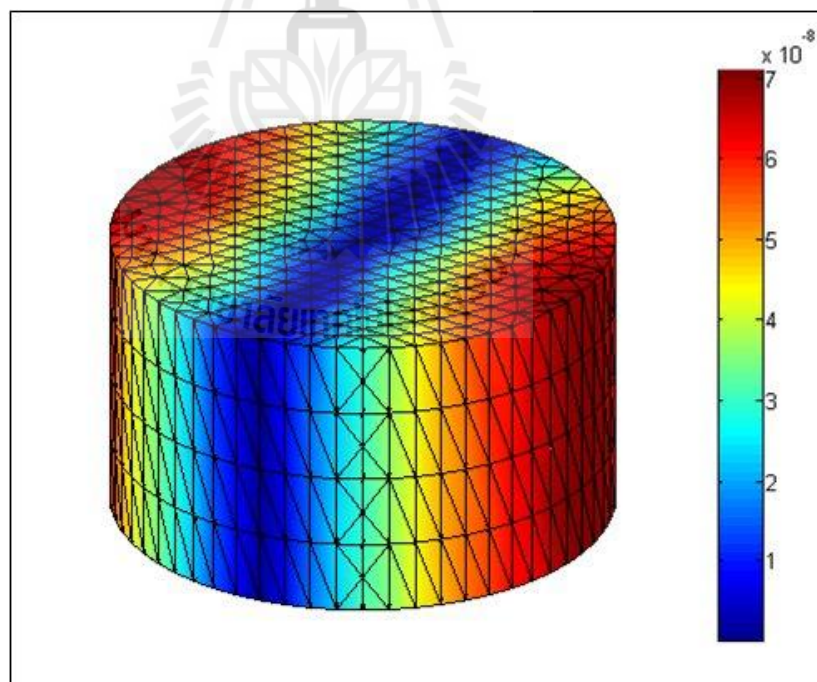
รูปที่ 4.34 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 55 kHz



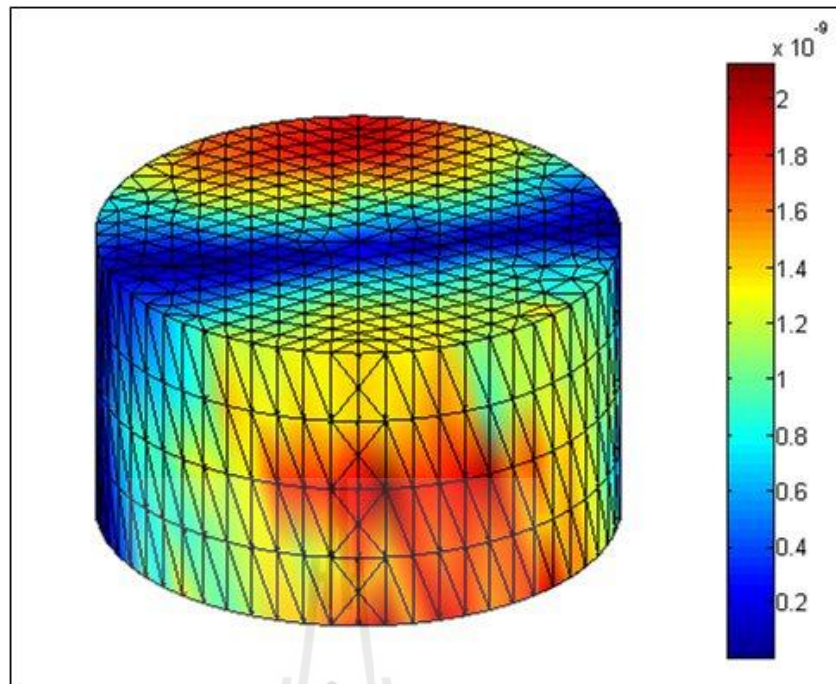
รูปที่ 4.35 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 65 kHz



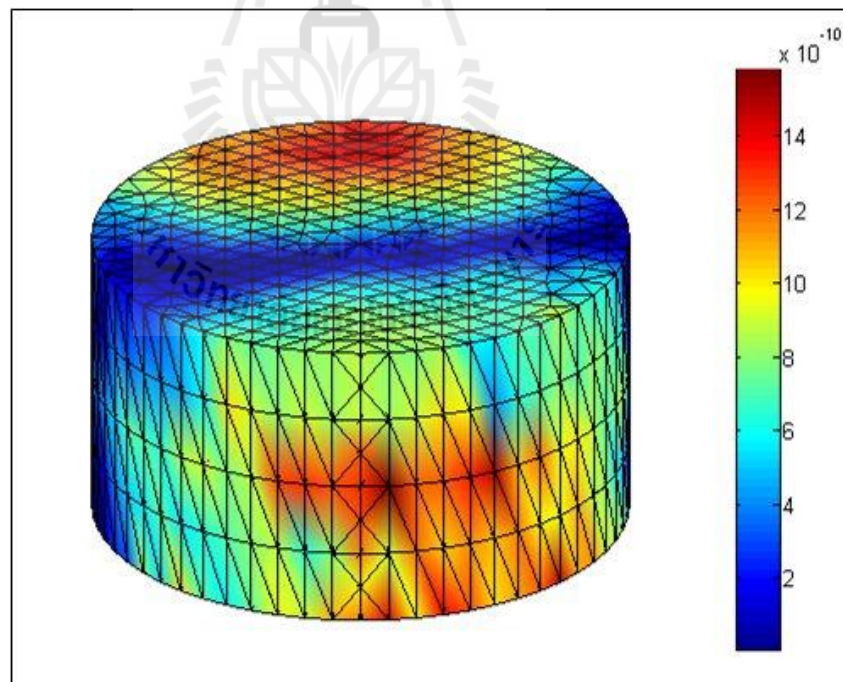
รูปที่ 4.36 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 70 kHz



รูปที่ 4.37 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 73 kHz



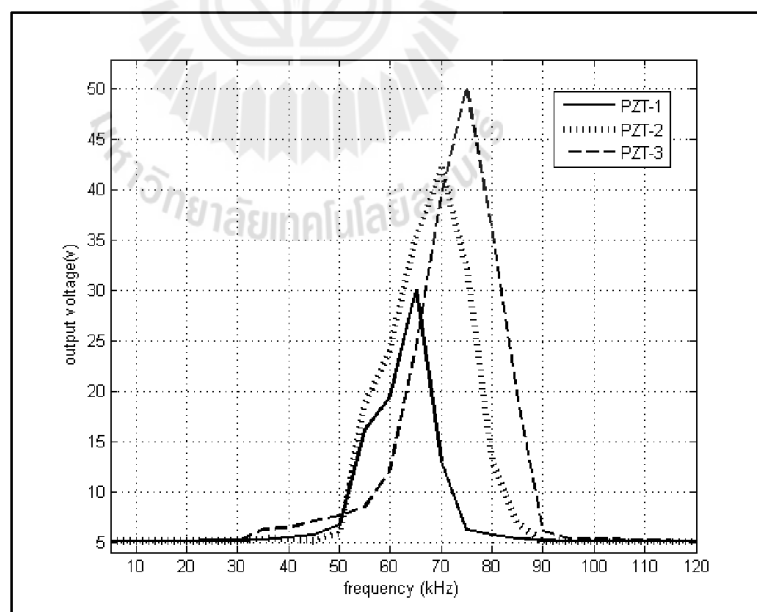
รูปที่ 4.38 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 85 kHz



รูปที่ 4.39 การกระจัดเชิงกล (m) ของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ที่ความถี่ 90 kHz

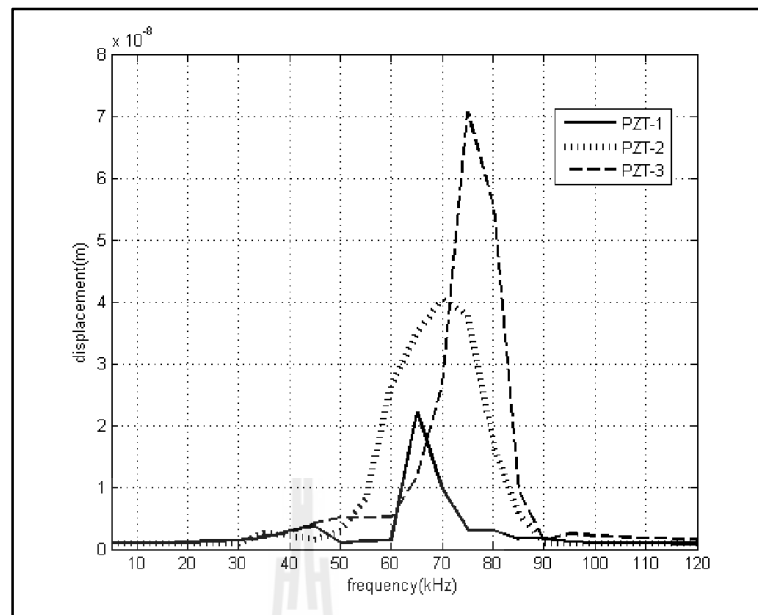
จากรูปที่ 4.34-4.39 เป็นรูปที่แสดงผลการจำลองการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก PZT-3 ในช่วงความถี่ 55-90 kHz ซึ่งหลังจากผ่านกระบวนการคำนวณโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แล้ว ได้แสดงผลการจำลองในรูปแบบ 3 มิติ ซึ่งจากรูปจะสังเกตได้ว่าลักษณะของการกระจัดเชิงกลมีการกระจายตัวที่คล้ายคลึงกันเช่นเดียวกับ PZT-1 และ PZT-2 โดยสิ่งที่แตกต่างกันคือระยะของการกระจัดเชิงกลที่เกิดขึ้น โดยที่ค่าระยะของการกระจัดเชิงกลจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ เมื่อเข้าใกล้ช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก และมีค่าลดลงเมื่อออกห่างช่วงความถี่ธรรมชาติ

จากผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณีนั้นสังเกตได้ว่าลักษณะรูปร่างการกระจายตัวนั้นมีลักษณะที่คล้ายคลึงกัน จะต่างกันที่ขนาดของค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลเท่านั้น คือเมื่อมีการเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกในแต่ละกรณี ค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลก็จะเพิ่มขึ้นตามด้วยเช่นกัน ซึ่งจากผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี สามารถนำค่าที่ได้ขึ้นมาแสดงผลเพื่อเปรียบเทียบในลักษณะกราฟเชิงเส้นของค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแสดงได้ดังรูปที่ 4.40 และ 4.41 ตามลำดับ ดังนี้



รูปที่ 4.40 ค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

เมื่อพิจารณาจำนวนชั้นในแต่ละกรณี

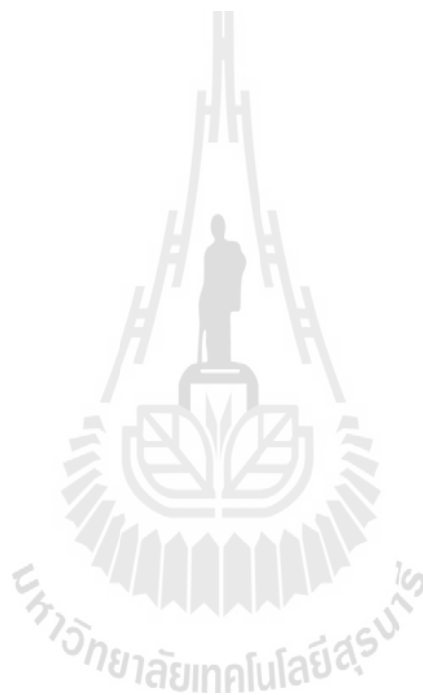


รูปที่ 4.41 การกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก  
เมื่อพิจารณาจำนวนชั้นในแต่ละกรณี

จากรูปที่ 4.40 และ 4.41 แสดงค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี สังเกตได้ว่าค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลมีความสอดคล้องกัน กล่าวคือ เมื่อมีการเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงมากขึ้นในแต่ละกรณี ค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลก็จะเพิ่มขึ้นตามด้วยเช่นกัน และเมื่อถึงที่ความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแล้ว ค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลจะมีค่าสูงที่สุด คือช่วงที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทำงานได้ดีที่สุด และหลังจากผ่านช่วงความถี่ธรรมชาติไปแล้วค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลจะมีค่าลดลงตามลำดับ

#### 4.4 สรุป

บทที่ 4 นี้ได้ศึกษาเปรียบเทียบการกระจายตัวของค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบบแบนแบบหลายชั้น สำหรับการจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB โดยผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองผลแสดงให้เห็นว่าในช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกนั้นจะส่งผลให้เกิดค่าศักย์ไฟฟ้าและเกิดระยะการกระจัดเชิงกลมีค่ามากที่สุด และจากผลการจำลองเมื่อทำการเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกมากขึ้น จะส่งผลให้ค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลเพิ่มขึ้นด้วย



## บทที่ 5

### ผลการจำลองค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น พร้อมขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงเพื่อทดสอบ

#### 5.1 บทนำ

ในบทที่ 4 เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลพร้อมผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น ดังนั้นสำหรับบทที่ 5 เป็นการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น โดยมีแหล่งกำเนิดความร้อน (heat source) ในสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equation : PDE) ของปัญหาความร้อนนั้นมีผลมาจากค่าสนามไฟฟ้า สำหรับการคำนวณอุณหภูมิในบทนี้จะใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาในสถานะชั่วคราว ซึ่งขั้นตอนและวิธีการจะมีความคล้ายคลึงกันกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้คำนวณศักย์ไฟฟ้าและการกระจายเชิงกลในบทที่ 2 ที่ผ่านมา ซึ่งโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานของ MATLAB เช่นเดียวกัน และในบทที่ 5 นี้ จะกล่าวถึงขั้นตอน และวิธีการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก เพื่อนำมาทดสอบ และนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลการจำลองด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเอง

#### 5.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

การคำนวณค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่จะได้กล่าวถึงต่อไปนี้ งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรม Solidworks เพื่อนำข้อมูลของจุดต่อและเอลิเมนต์มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLAB ที่ประดิษฐ์ขึ้นเองจากผู้ทำการวิจัยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เลือกใช้ จะเป็นการวิเคราะห์ปัญหาความร้อนในสถานะชั่วคราวแบบ 3 มิติ ซึ่งอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลได้ดังนี้

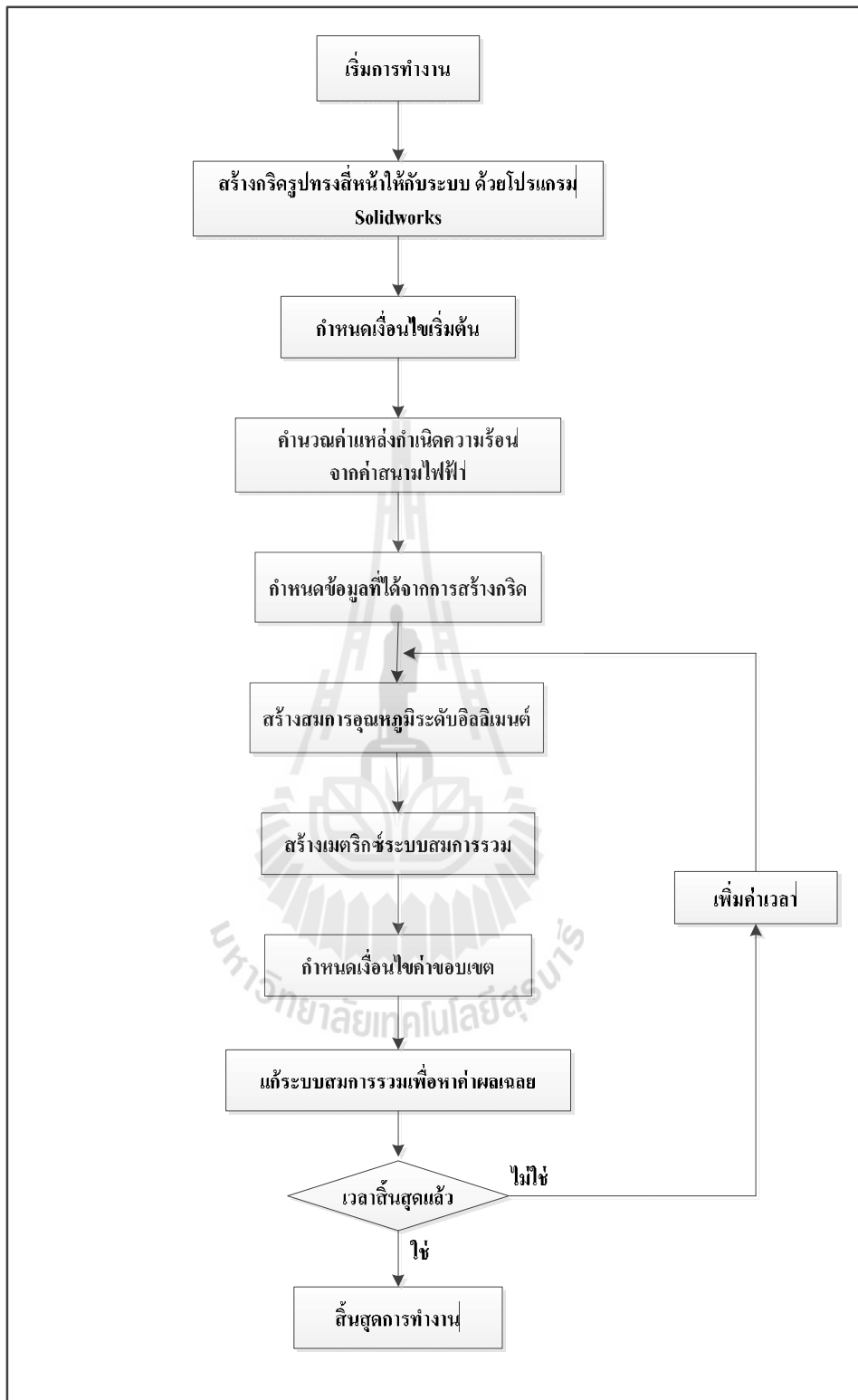
### 5.2.1 โปรแกรมการสร้างกริด

โปรแกรมการสร้างกริดในงานวิจัยในบทนี้ จะใช้การสร้างกริดจากโปรแกรม Solidworks โดยสามารถเลือกความละเอียดของกริดให้เหมาะสมกับระบบ จากนั้นนำข้อมูลจากการสร้างกริดที่จำเป็นมาพัฒนาเป็นโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์ต่อไป ข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด ได้แก่ ข้อมูลของระยะพิกัดในแนวแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$  ข้อมูลบอกหมายเลขจุดต่อ ข้อมูลบอกหมายเลขอีลิเมนต์ ข้อมูลบอกหมายเลขที่แบ่งชนิดวัสดุในระบบ ข้อมูลบอกหมายเลขของขอบเขต ชิ้นงานเพื่อกำหนดเงื่อนไขขอบเขต ส่วนขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์อื่น ๆ อัน ได้แก่ การสร้างสมการอีลิเมนต์ การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต และการแก้ไขสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยนั้น จะทำการพัฒนาด้วยโปรแกรม MATLAB ที่ประดิษฐ์ขึ้นเองจากผู้ทำการวิจัยเพื่อจำลองผลต่อไป

ซึ่งการจำลองผลค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกนั้นได้ใช้ปริมาตรตลอดตัวหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกเช่นเดียวกับการจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลเช่นเดียวกับการแบ่งปริมาตรในหัวข้อที่ 4.2.1

### 5.2.2 โปรแกรมจำลองผลค่าอุณหภูมิ

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าอุณหภูมิภายในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยวิเคราะห์ปัญหาในรูปแบบปัญหาความร้อนแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วคราว โดยข้อมูลที่จำเป็นในการประดิษฐ์โปรแกรมนั้นได้มาจากในหัวข้อ 5.2.1 ที่อธิบายไว้ก่อนหน้านี้ โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิแบบ 3 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 5.1 ดังนี้



รูปที่ 5.1 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิในหม้อแปลง  
ไฟไอโซเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ

จากแผนภูมิในรูปที่ 5.1 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมการจำลองผลทางปัญหา ความร้อนในสถานะชั่วคราว เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมอย่างชัดเจนในแต่ละ ขั้นตอนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดและหน้าที่ต่างๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้น จะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของจุดต่อและอิลิเมนต์จากโปรแกรม Solidworks ซึ่ง รายละเอียดของข้อมูลจะได้เช่นเดียวกับการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ทุกประการ

ขั้นตอนการกำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้น : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะกำหนดว่าอุณหภูมิ เริ่มต้น  $T(t=0) = 25^{\circ}\text{C}$  สำหรับการคำนวณในรอบแรก ส่วนการคำนวณรอบเวลาถัดไปจะใช้คำตอบ จากรอบที่ผ่านมาเป็นเงื่อนไขเริ่มต้นทั้งนี้การรู้เข้าหาคำตอบที่ถูกต้องและจำนวนรอบเวลาสิ้นสุด การคำนวณจะขึ้นอยู่กับเวลาที่หม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกอยู่ในสถานะจ่ายโหลดจนกระทั่ง ความร้อนของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกคงที่

ขั้นตอนการคำนวณค่าแหล่งกำเนิดความร้อน : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะนำค่า ศักย์ไฟฟ้าที่แปลงมาเป็นค่าสนามไฟฟ้ามาคำนวณ เป็นค่าแหล่งกำเนิดความร้อน ซึ่งค่าแหล่งกำเนิดความร้อนนี้จะถูกนำไปใช้เป็นโหลดความร้อนสำหรับการคำนวณด้วย ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

ขั้นตอนการสร้างสมการอุณหภูมิในระดับอิลิเมนต์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้าง สมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ในรูปแบบของรูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ ของทุกๆอิลิเมนต์ ภายในระบบมีชิ้นงานที่มีคุณสมบัติทางความร้อนดังนี้ ค่าความร้อนจำเพาะ ( $c$ ) เท่ากับ  $420 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$  ค่าความหนาแน่นมวล ( $\rho$ ) เท่ากับ  $7,600 \text{ kg/m}^3$  ค่าสัมประสิทธิ์การ นำความร้อน ( $k$ ) เท่ากับ  $1.5 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$  และสัมประสิทธิ์การพาความร้อน ( $h$ ) เท่ากับ  $25 \text{ W/m}^2\text{C}$  โดยการสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนต์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางความร้อน ของวัตถุที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลิเมนต์นั้นๆด้วย

ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่รวม สมการของอิลิเมนต์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวม ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหา ออกเป็นอิลิเมนต์ทั้งหมด  $n$  จุดต่อจะก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการ ทั้งสิ้น  $n$  สมการ

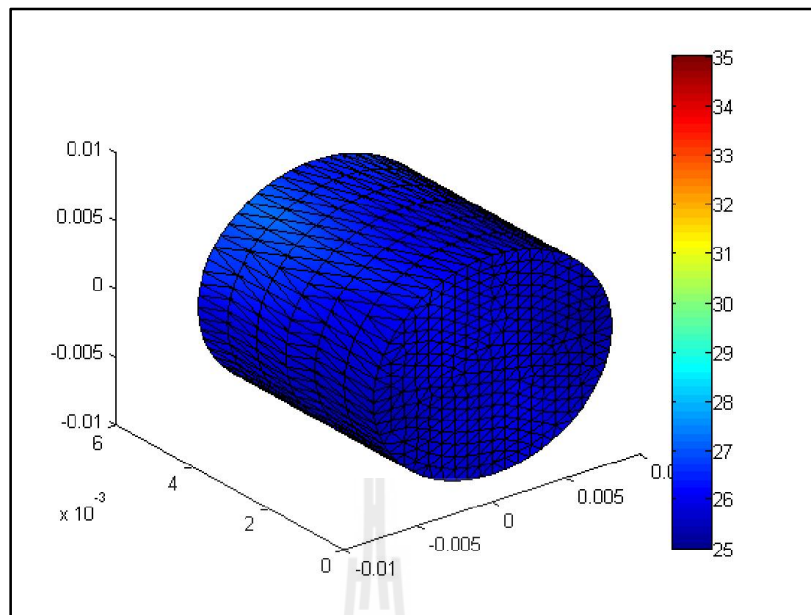
ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยงานวิจัยนี้ จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตแบบ 3 มิติ เป็นการพาความร้อนสู่อุณหภูมิสภาพแวดล้อมภายนอกที่บริเวณรอบของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทุกด้าน

ขั้นตอนการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิ (T) ที่ประจำจุดต่อโดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

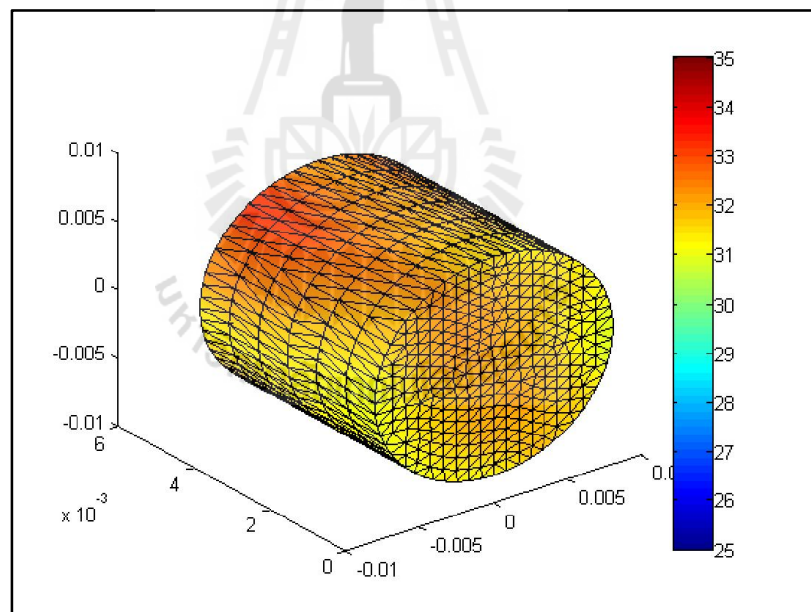
เนื่องจากปัญหาความร้อนนี้แปรผันตามเวลา การทำงานของโปรแกรมจะวนรอบจนกระทั่งสิ้นสุดรอบเวลาที่กำหนด

### 5.3 ผลการจำลองค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น

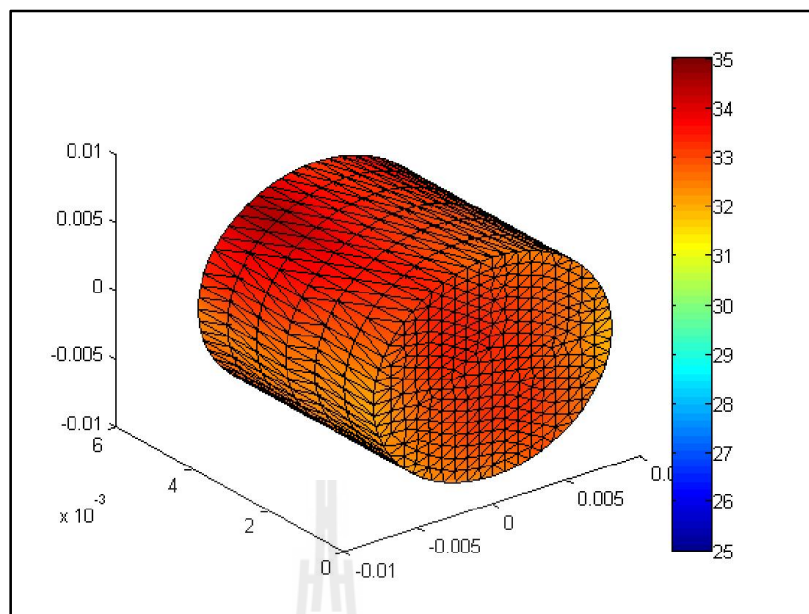
สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลอง โดยการจำลองผลนั้นจะจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ซึ่งได้ใช้โปรแกรม MATLAB ในการพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์สำหรับคำนวณหาอุณหภูมิของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้นด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ แบบ 3 มิติ พร้อมแสดงผลทางกราฟการกระจายตัวของค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้นโดยการจำลองค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้นนั้นจะจำลองแบบกระจายตัวตลอดปริมาตรที่ทำการศึกษา โดยจะแบ่งเป็น 3 กรณี เช่นเดียวกับการจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลในบทที่ 4 ซึ่งในกรณี PZT-1 จะพิจารณาศึกษาหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบนโหมดการสั่นตามแนวรัศมีที่มีความถี่ธรรมชาติคือ 65 kHz เช่นเดียวกับกรณี PZT-2 และ PZT-3 จะพิจารณาศึกษาหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกชนิดวงแหวนแบนโหมดการสั่นตามแนวรัศมีที่มีความถี่ธรรมชาติคือ 70 kHz และ 73 kHz ตามลำดับ และเพื่อให้เห็นถึงลักษณะของการกระจายค่าอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปตลอดทั่วทั้งปริมาตรโดยจะแสดงผลในแบบ 3 มิติ ซึ่งจะแสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิในหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกกรณี PZT-1 , PZT-2 และ PZT-3 ตามลำดับ ซึ่งแสดงได้ดังต่อไปนี้



ก) ที่เวลา 10 นาที่

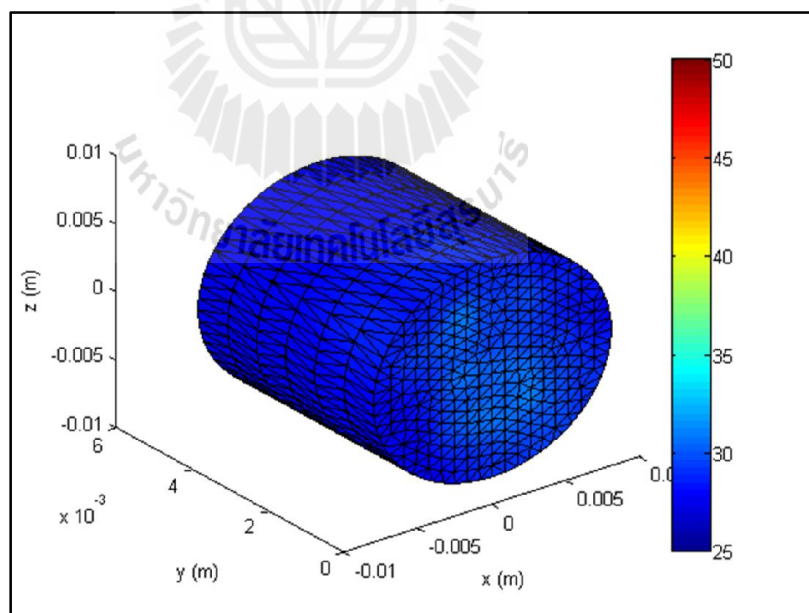


ข) ที่เวลา 40 นาที่

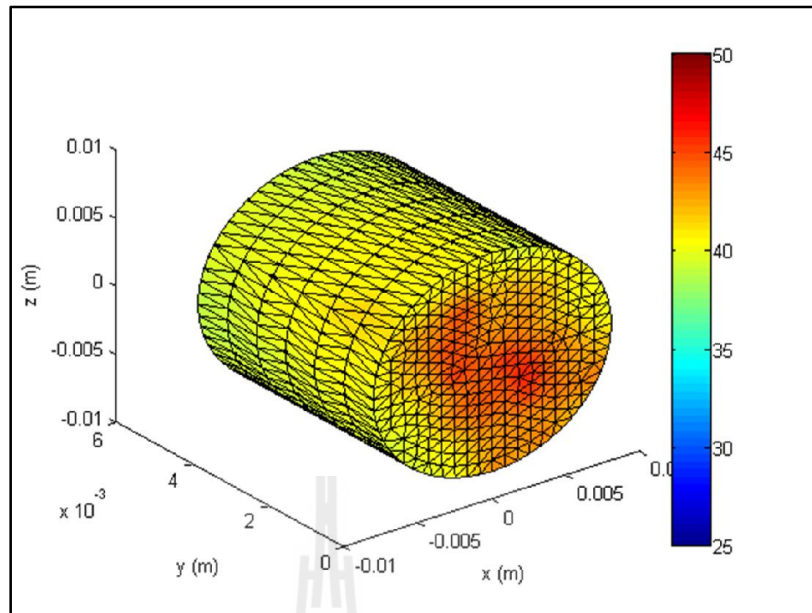


ค) ที่เวลา 60 นาที

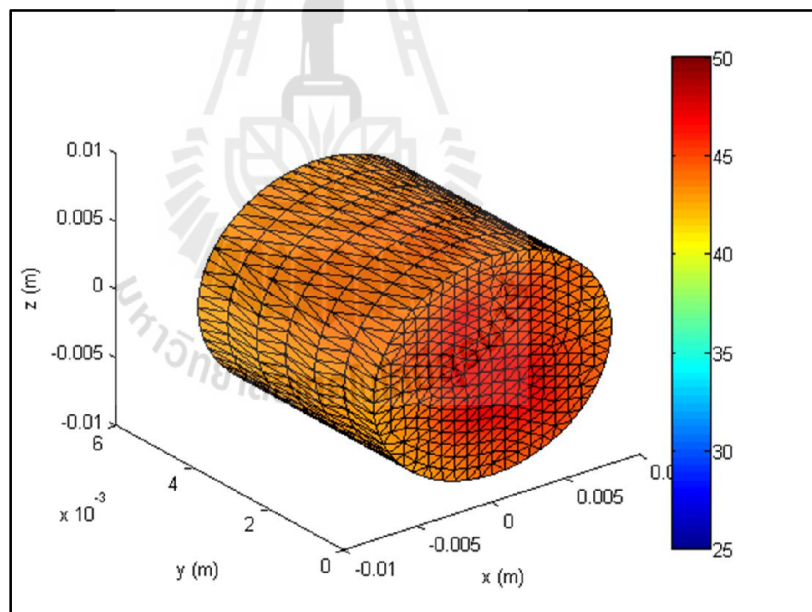
รูปที่ 5.2 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ( $^{\circ}\text{C}$ ) ของหม้อแปลง  
ไพโซโซอิเล็กทริก PZT-1 ณ เวลาใด ๆ



ก) ที่เวลา 10 นาที

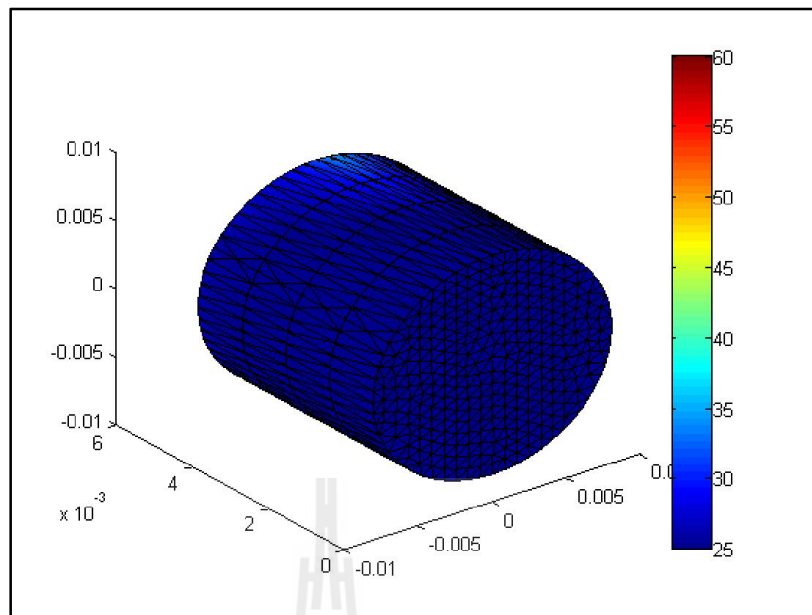


ข) ที่เวลา 40 นาที่

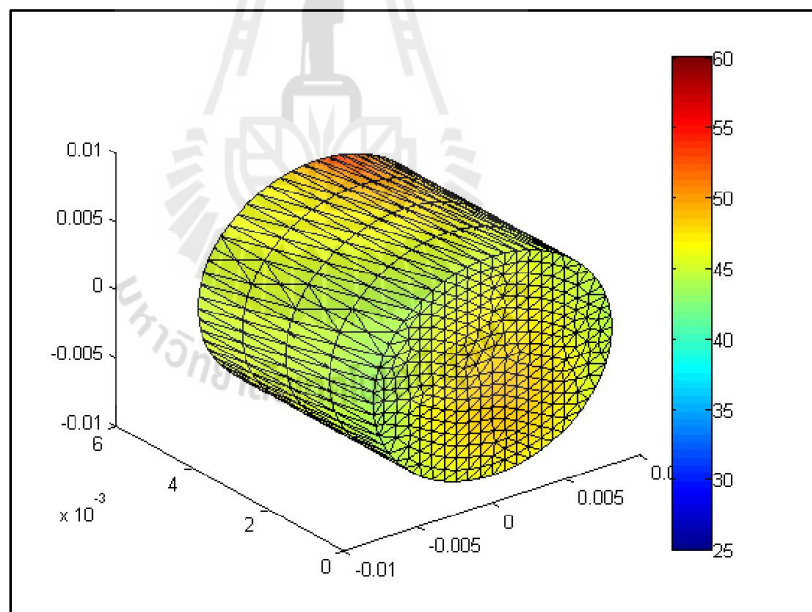


ค) ที่เวลา 60 นาที่

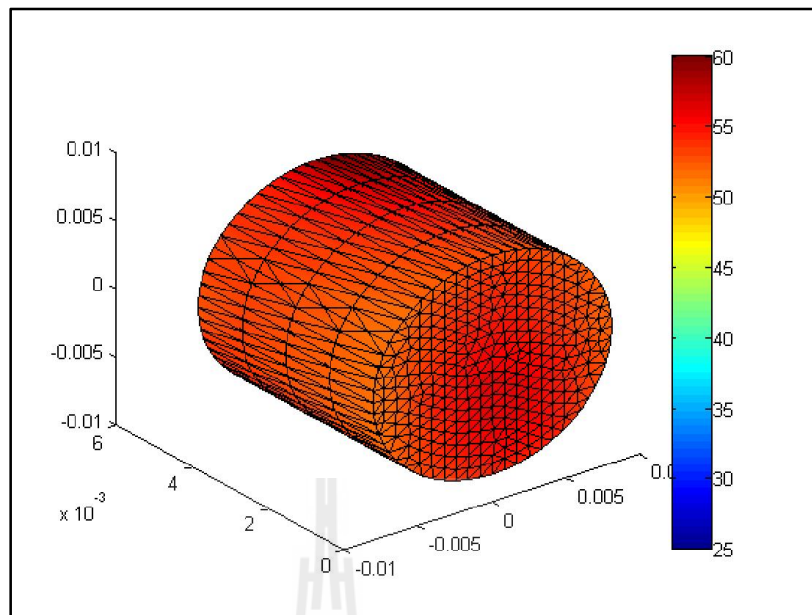
รูปที่ 5.3 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ( $^{\circ}\text{C}$ ) ของหม้อแปลง  
ไพโซอิเล็กทริก PZT-2 ณ เวลาใด ๆ



ก) ที่เวลา 10 นาที่



ข) ที่เวลา 40 นาที่



ก) ที่เวลา 60 นาที

รูปที่ 5.4 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ( $^{\circ}\text{C}$ ) ของหม้อแปลง  
ไพโซโซอิเล็กทริก PZT-3 ณ เวลาใด ๆ

จากผลการจำลองค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไพโซโซอิเล็กทริกทุกกรณี ด้วยโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นเอง แสดงได้ดังรูปที่ 5.2 - 5.4 จะสังเกตเห็นว่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นนั้นจะกระจายตัวอยู่ทั่วทั้งปริมาตรของหม้อแปลงไพโซโซอิเล็กทริก และผลของค่าอุณหภูมิจะเพิ่มมากขึ้นจนกระทั่งอุณหภูมิของหม้อแปลงไพโซโซอิเล็กทริกอยู่ในสภาวะคงตัวเมื่อระยะเวลาเพิ่มขึ้น โดยงานวิจัยนี้ค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไพโซโซอิเล็กทริกจะอยู่ในสภาวะคงตัว ณ ที่เวลา 1 ชั่วโมง โดยที่อุณหภูมิของ PZT-1 มีค่าเท่ากับ  $33.5^{\circ}\text{C}$  อุณหภูมิของ PZT-2 มีค่าเท่ากับ  $47.4^{\circ}\text{C}$  และอุณหภูมิของ PZT-3 มีค่าเท่ากับ  $55.7^{\circ}\text{C}$  จะสังเกตเห็นว่าค่าอุณหภูมิจะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนชั้นของหม้อแปลงเพิ่มขึ้นในแต่ละกรณี ซึ่งจะสอดคล้องกับผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้น

#### 5.4 การสร้างหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

ในปัจจุบันหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกหรือเรียกอีกอย่างว่า หม้อแปลงไฟฟ้าเซรามิกนั้นมีการใช้กันอย่างแพร่หลายในอุปกรณ์ไฟฟ้าขนาดเล็ก ซึ่งในการสร้างหม้อแปลงไฟฟ้าเซรามิกนั้นส่วนมากสารเซรามิกที่ใช้จะเป็นสารที่มีคุณสมบัติเปลี่ยนแปลงพลังงานกลเป็นพลังงานไฟฟ้าหรือเปลี่ยนจากพลังงานไฟฟ้าเป็นพลังงานกล ซึ่งเกี่ยวข้องกับคุณสมบัติเฉพาะของสารแต่ละชนิด

##### 5.4.1 สารประกอบไพโซอิเล็กทริก

สารเซรามิกที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกนั้นสามารถที่จะแบ่งสารตามลักษณะทางไพโซอิเล็กทริกออกเป็น 2 ชนิดคือ

1) สารประกอบไพโซอิเล็กทริกแบบอ่อน (soft piezoelectric materials) ลักษณะของสารไพโซอิเล็กทริกแบบอ่อนจะมีอุณหภูมิคูรี (curie temperature,  $T_c$ ) หรืออุณหภูมิที่บ่งบอกขอบเขตของการแสดงปรากฏการณ์ไพโซอิเล็กทริกที่ต่ำ โดยทั่วไปจะต่ำกว่า  $300\text{ }^{\circ}\text{C}$  และมีค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบการเปลี่ยนแปลงพลังงานกล - ไฟฟ้า ค่าสัมประสิทธิ์ไพโซอิเล็กทริกค่าคงที่ไดอิเล็กทริกและค่าการสูญเสียทางไดอิเล็กทริกที่สูง แต่จะมีค่าสัมประสิทธิ์คุณภาพเชิงกลที่ต่ำ

2) สารประกอบไพโซอิเล็กทริกแบบแข็ง (hard piezoelectric materials) ลักษณะของสารไพโซอิเล็กทริกแบบแข็งจะมีอุณหภูมิคูรีและค่าสัมประสิทธิ์คุณภาพเชิงกลที่สูง แต่จะมีค่าสัมประสิทธิ์ไพโซอิเล็กทริก ค่าคงที่ไดอิเล็กทริกและค่าการสูญเสียทางไดอิเล็กทริกที่ต่ำ

ตารางที่ 5.1 การเปรียบเทียบคุณสมบัติของสารไพโซอิเล็กทริก

| คุณสมบัติ                                                   | สารไพโซอิเล็กทริกแบบอ่อน | สารไพโซอิเล็กทริกแบบแข็ง |
|-------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| ค่าสัมประสิทธิ์ไพโซอิเล็กทริก( $d_{33}$ )                   | สูง                      | ต่ำ                      |
| ค่าคงที่ไดอิเล็กทริก(K)                                     | สูง                      | ต่ำ                      |
| ค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบการเปลี่ยนแปลงพลังงานกล-ไฟฟ้า( $k_p$ ) | สูง                      | ต่ำ                      |
| ค่าความต้านทานทางไฟฟ้า( $Z_r$ )                             | สูง                      | ต่ำ                      |
| ค่าสัมประสิทธิ์คุณภาพเชิงกล( $Q_m$ )                        | ต่ำ                      | สูง                      |
| ค่าวงจรอิสระเทอริชิส                                        | กว้าง                    | แคบ                      |

โดยทั่วไปแล้วสารไพโซอิเล็กทริก จะมีลักษณะคุณสมบัติที่เป็นไพโซอิเล็กทริกแบบอ่อน ซึ่งการที่จะทำให้เปลี่ยนเป็นสารไพโซอิเล็กทริกแบบแข็งนั้น สามารถที่จะทำได้โดยการเติมตัวโด๊ป (dopant) เข้าไปเพื่อปรับปรุงคุณสมบัติให้ดีขึ้น โดยสารที่เติมลงไปนั้นจะช่วยกระตุ้นการจัดทิศทางใหม่ของโดเมนทำให้คุณสมบัติทางไพโซอิเล็กทริก ค่า  $k_p$  และ  $Q_m$  มีค่าที่สูงขึ้น ซึ่งสารไพโซอิเล็กทริกที่ส่วนมากนิยมใช้กัน มีดังนี้

1) สารแบเรียมไททาเนต ( $\text{BaTiO}_3$ ) : หรือ BT เป็นสารที่นำมาพัฒนาในยุคแรกเพื่อนำมาทำทรานสดิวเซอร์ แต่การใช้งานมีข้อจำกัดพื้นฐานคืออุณหภูมิคูรีของสารนี้มีค่าต่ำ ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้งานที่อุณหภูมิสูงได้ และนอกจากนั้นค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบการเปลี่ยนแปลงพลังงานกล-ไฟฟ้ายังมีค่าน้อย สำหรับข้อดีของสารแบเรียมไททาเนตคือมีความเสถียรมากกว่าสารอื่น เนื่องจากไม่มีสารตะกั่วเป็นส่วนประกอบ

2) สารเลดเซอร์โคเนตไททาเนต ( $\text{Pb}(\text{Zr,Ti})\text{O}_3$ ) : หรือ PZT เป็นสารละลายของแข็งที่ผสมกันระหว่างสาร  $\text{PbZrO}_3$  และ  $\text{PbTiO}_3$  ซึ่งเป็นสารที่ถูกจัดเป็นสารต้นแบบของสารเซรามิกประเภทสารไพโซอิเล็กทริกที่มีการศึกษาค้นคว้ากันอย่างกว้างขวาง เนื่องจากมีจุดเด่นมากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับสารแบเรียมไททาเนตก็คือ จะมีค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบการเปลี่ยนแปลงพลังงานกล-ไฟฟ้า และมีอุณหภูมิคูรีที่สูงกว่า

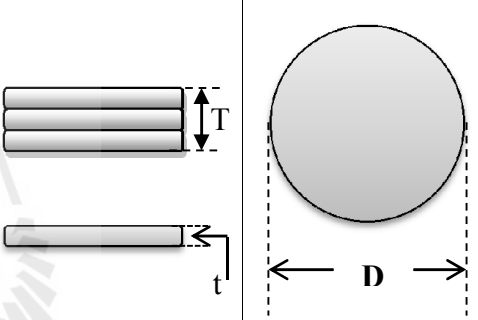
3) สารเลดแมกนีเซียมไนโอเบต ( $\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3$ ) : หรือ PMN เป็นสารที่ถูกพัฒนาขึ้นมาภายหลังสาร PZT โดยมีช่วงอุณหภูมิที่เหมาะสมสำหรับการใช้งานกว้างมากกว่าโดยครอบคลุมถึงช่วงอุณหภูมิห้อง แต่สาร PMN นั้นมีค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบการเปลี่ยนแปลงพลังงานกล-ไฟฟ้าต่ำกว่าสาร PZT มาก และการเตรียมสาร PMN ให้มีความบริสุทธิ์นั้นกระทำได้ยากกว่าการเตรียมสาร PZT

สำหรับในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้สารไพโซอิเล็กทริกประเภท PZT ซึ่งใช้ผงสารไพโซอิเล็กทริกจากบริษัท APC International, Ltd, USA (โดยใช้ผงสารไพโซอิเล็กทริก APC-841) ซึ่งมีคุณสมบัติที่สามารถนำมาใช้เป็นวัสดุในการสร้างหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกได้

#### 5.4.2 ขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริก

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการแบ่งกรณีการศึกษาหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกชนิดโหมดการสันตามแนวรัศมีแบบหลายชั้นได้ดังตารางที่ 5.2

ตารางที่ 5.2 ขนาดของหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกชนิดโหมดการสันตามแนวรัศมีแบบหลายชั้นในแต่ละชั้นงาน

| ชั้นงาน | เส้นผ่านศูนย์กลาง (D) (mm.) | ความหนาแต่ละชั้น (t) (mm.) | ความหนา รวม (T) (mm.) | จำนวนชั้น | หมายเหตุ                                                                            |  |
|---------|-----------------------------|----------------------------|-----------------------|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------|--|
| PZT-1   | 16                          | 2.3                        | 4.6                   | 2         |  |  |
| PZT-2   | 16                          | 1.53                       | 4.6                   | 3         |                                                                                     |  |
| PZT-3   | 16                          | 1.15                       | 4.6                   | 4         |                                                                                     |  |

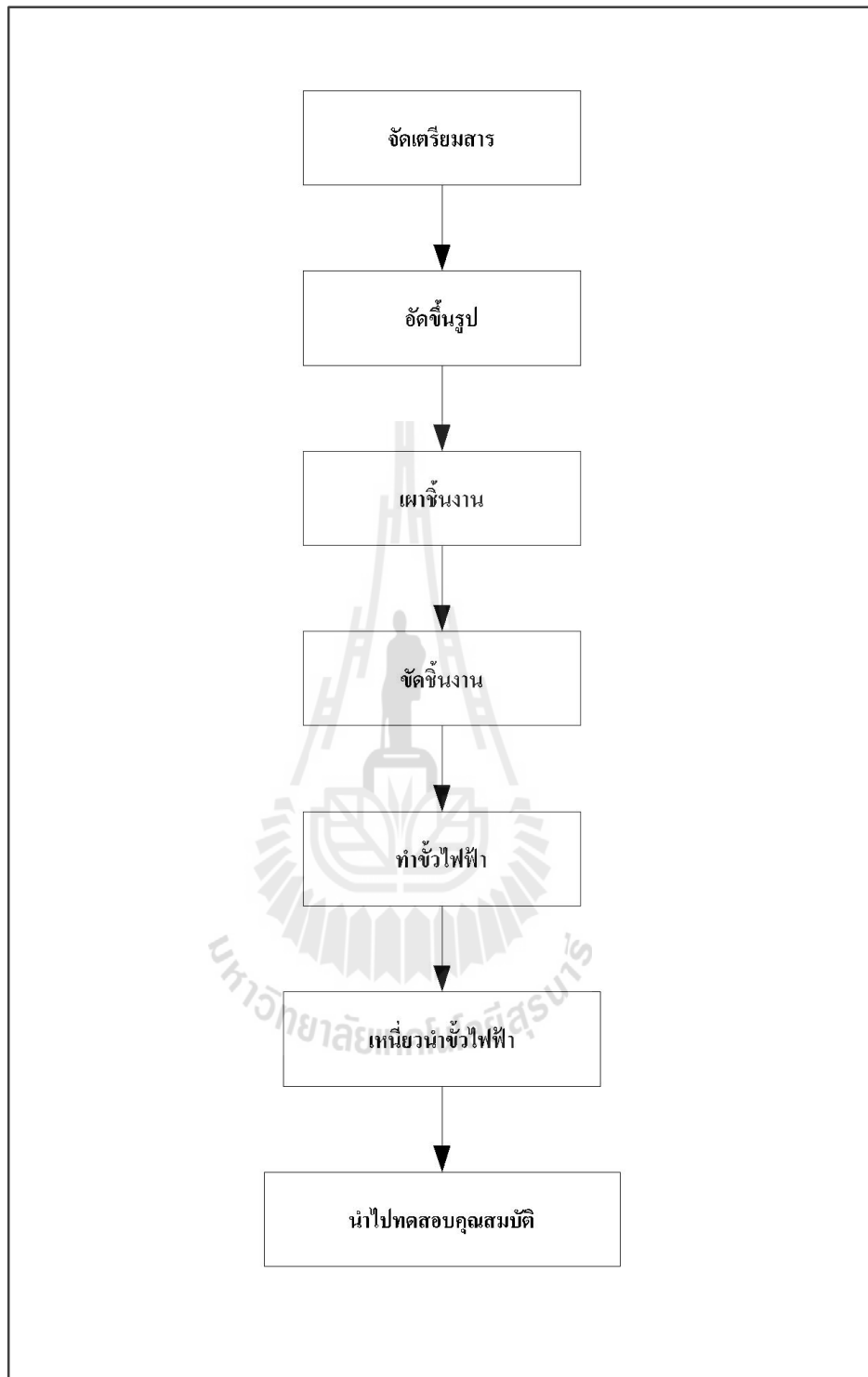
ซึ่งชั้นงานในทั้ง 3 กรณีนั้นมีความหนารวมเท่ากับ 4.6 mm และมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 16 mm โดยที่ PZT-1 มีจำนวนชั้นสารจำนวน 2 ชั้นโดยความหนาในแต่ละชั้นมีค่าเท่ากับ 2.3 mm ในส่วนของ PZT-2 มีจำนวนชั้นสารจำนวน 3 ชั้นโดยความหนาในแต่ละชั้นมีค่าเท่ากับ 1.53 mm และ PZT-3 มีจำนวนชั้นสารจำนวน 4 ชั้นโดยความหนาในแต่ละชั้นมีค่าเท่ากับ 1.15 mm โดยจะทำการสร้างในแบบและลักษณะเดียวกันทั้งหมด ใช้สารไฟอโซอิเล็กทริก APC-841 ซึ่งสารเคมีและอุปกรณ์ที่ใช้ในการดำเนินการสร้างนั้นแสดงได้ดังตารางที่ 5.3 และ 5.4 ตามลำดับ และแผนภาพขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไฟอโซอิเล็กทริกสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.5

ตารางที่ 5.3 สารเคมีที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก

| ชื่อการค้า         | ชนิด                    | ผู้ผลิต                |
|--------------------|-------------------------|------------------------|
| APC 841            | Soft PZT                | APC International Ltd. |
| Acetone            | -                       | CARLO ERBA             |
| Oleic acid         | -                       | CARLO ERBA             |
| Isopropyl alcohol  | -                       | CARLO ERBA             |
| Silver-Palladium   | Dupont 7095 Ag/Pd-paste | -                      |
| Epoxy steel filler | -                       | Pattex                 |

ตารางที่ 5.4 อุปกรณ์ที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไพเอโซอิเล็กทริก

| อุปกรณ์                      | ผู้ผลิต                | แบบ/รุ่น    |
|------------------------------|------------------------|-------------|
| Digital Multimeter           | FLUKE                  | 79 III      |
| เครื่องอัด Hydraulic Press   | T.M.C.                 | HP-10       |
| เครื่องชั่งสาร               | METTLER TOLEDO         | PG 503-S    |
| เตาเผา                       | CARBOLITE              | RHF 15/35   |
| Oscilloscope                 | Tektronix              | TDS 420A    |
| Function generater           | Tektronix              | CFG 250     |
| Piezoelectric $d_{33}$ meter | APC International Ltd. | APC 90-2030 |
| Precision LCR Meter          | HEWLETT PACKARD        | 4284A       |
| Power Amplifier              | NF                     | HSA4101     |
| เครื่องอัดเรียงข้าว          | -                      | -           |
| ภาชนะ (Crucible)             | -                      | -           |
| กระดาษทราย                   | -                      | -           |
| แผ่นทองแดง                   | -                      | -           |



รูปที่ 5.5 ขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก

ซึ่งจากแผนภาพที่ 5.5 สามารถอธิบายโดยละเอียดได้ดังนี้

- **เตรียมสาร** : สารที่ใช้ในงานวิจัยนี้ เป็นผงสาร PZT จากบริษัท APC International Ltd. โดยใช้สารเบอร์ APC-841 แสดงได้ดังรูปที่ 5.6 ซึ่งผงนี้สามารถทำการอัดขึ้นรูปได้เลย โดยไม่เกิดการแตกร้าวเนื่องจากแหล่งผลิตผสมตัวช่วยประสานแล้วจึงไม่ต้องเติม polyvinyl alcohol (PVA) อีก



รูปที่ 5.6 ผงสารไพโซอิเล็กทริก (APC-841)

- **อัดขึ้นรูป** : การอัดขึ้นรูปนั้นทำการอัดด้วยวิธีการอัดแห้ง (Dry press) โดยทำการอัดให้เป็นเม็ด (pellet) รูปทรงกระบอกเส้นผ่านศูนย์กลางขนาด 16 mm ด้วยเครื่องอัดไฮดรอลิก (hydraulic press) ซึ่งในแต่ละกรณีจะใช้ผง PZT ที่มีน้ำหนักที่ต่างกันแสดงได้ดังตารางที่ 5.5

ตารางที่ 5.5 น้ำหนักของผงสารตัวอย่าง

| ชนิดของหม้อแปลง<br>ที่ใช้ในงานวิจัย | น้ำหนัก<br>(กรัม/ชิ้น) |
|-------------------------------------|------------------------|
| PZT-1                               | 3.3                    |
| PZT-2                               | 2.4                    |
| PZT-3                               | 2                      |

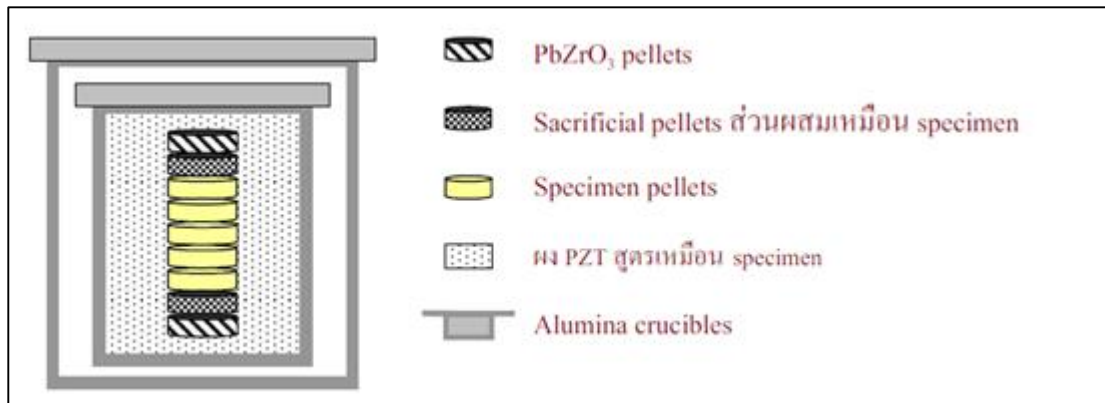
โดยขั้นตอนการอัดขึ้นรูปมีดังนี้

- 1) ชั่งผงสาร PZT ตามตารางที่ 5.5
- 2) ทำความสะอาดแม่แบบ (Mold) โดยใช้ Isopropyl Alcohol เช็ดให้ทั่ว หลังจากนั้นใช้กรด oleic เช็ดแม่แบบ เพื่อเป็นการหล่อลื่นและเป็นการช่วยให้ชิ้นงานออกจากแม่แบบได้ง่ายขึ้น
- 3) นำผง PZT ใส่ลงในแม่แบบ และนำไปวางที่เครื่องอัดไฮดรอลิก โดยวางให้อยู่ตำแหน่งกึ่งกลางของเครื่องอัด
- 4) เพิ่มแรงอัดอย่างช้าๆ ให้ถึงแรงอัดที่กำหนด ซึ่งในงานวิจัยนี้ ใช้แรงอัดเท่ากับ 4 ตัน (นิธิพนธ์ พุทธงชัย, 2552) หลังจากนั้นแช่แรงอัดไว้ที่ 4 ตัน เป็นเวลา 2 นาที เพื่อเป็นการไล่อากาศออกจากแม่แบบ และช่วยลดการแตกร้าวทำให้ชิ้นงานมีความแข็งแรงมากขึ้น หลังจากอัดสารแล้วได้ชิ้นงานเป็นแผ่นวงกลมแบนแสดงดังรูปที่ 5.7 ซึ่งมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางแล้วความหนาที่ต้องการ พร้อมทั้งจะนำไปเผาชิ้นงานในขั้นตอนต่อไป



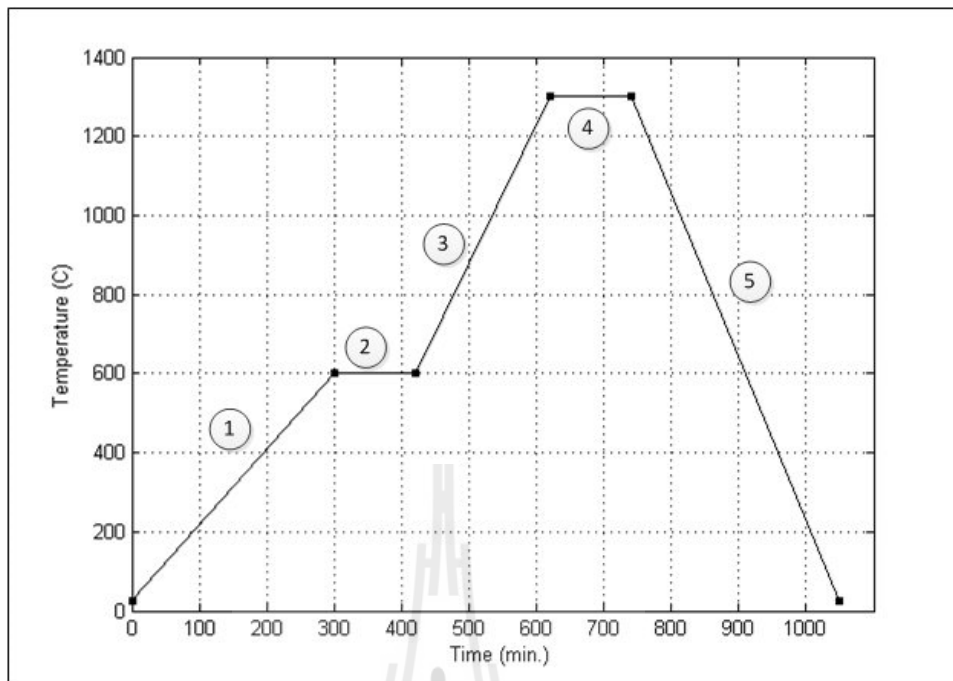
รูปที่ 5.7 ชิ้นงานตัวอย่างที่ผ่านการอัดขึ้นรูป

- **เผาชิ้นงาน :** โดยทั่วไปแล้วการเผาผนึก (sinter) สาร PZT มักจะเผาที่อุณหภูมิ 1200-1300 °C ซึ่งการเผาผนึก PZT นั้นต้องใช้ความระมัดระวังเป็นอย่างมาก เนื่องจากสารตะกั่ว (PbO) ที่ผสมอยู่ในวัตถุดิบนั้นจะระเหยออกที่อุณหภูมิที่สูงกว่า 750 °C ดังนั้นเราจะต้องทำการควบคุมให้บรรยากาศโดยรอบ PZT ที่เผาผนึกให้อิ่มตัวด้วยไอตะกั่ว เพื่อไม่ให้ตะกั่วระเหยออกไปจากสาร PZT มาก แต่สารตะกั่วเป็นอันตรายต่อร่างกาย โดยทั่วไปจึงนิยมเผาผนึก PZT ในภาชนะ (crucible) 2 ชั้น แสดงได้ดังรูปที่ 5.8 (สุธรรม ศรีหล่มสัก, 2547)



รูปที่ 5.8 การจัดวางชิ้นงานในภาชนะเพื่อเตรียมการเผา

จากรูปที่ 5.8 จะเห็นว่าภายในภาชนะ ได้บรรจุชิ้นงานตัวอย่าง (Specimen pellets) ไว้ในผงสาร PZT ชนิดเดียวกับชิ้นงาน โดยชั้นแรกและชั้นสุดท้ายอาจจะใส่ ตะกั่วเซอร์โคเนต ( $\text{PbZrO}_3$ ) ที่อัดเป็นเม็ดเข้าไป เพราะ  $\text{PbZrO}_3$  สามารถระเหยให้ไอของตะกั่ว ออกมาง่ายกว่าสาร PZT ชั้นต่อมาเป็น sacrificial pellets ซึ่งมีส่วนผสมเหมือนกับชิ้นงาน ตัวอย่าง ทำหน้าที่ป้องกันไม่ให้สารอื่นที่มีส่วนผสมต่างกันมาสัมผัสกับชิ้นงานตัวอย่าง โดยสังเกต จากภาพจะเห็นว่าชิ้นงานตัวอย่างนั้นวางเรียงกันต่อจากชั้น sacrificial pellets และวางเรียงกันเป็น ชั้น ๆ โดยช่องว่างในแต่ละชั้นนั้นจะโรยด้วยผงที่มีส่วนผสมชนิดเดียวกับชิ้นงานเพื่อป้องกัน ไม่ให้ชิ้นงานติดกันหลังจากนั้นทำการปิดฝาภาชนะชั้นใน โดยทำการปิดผนึกฝาด้วย ผงอะลูมินา ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) ผสมกับกาวน้ำ เพื่อป้องกันไม่ให้ตะกั่วระเหยออกไป หลังจากนั้นนำภาชนะมา ใส่ทับอีกชั้นเพื่อป้องกันการระเหยของไอตะกั่ว เรียกเทคนิคการจัดเรียงแบบนี้ว่า double crucible technique หลังจากนั้นนำชิ้นงานที่บรรจุในภาชนะเข้าเตาเผา โดยที่ลำดับขั้นตอนการเผาฝึก ชิ้นงานตัวอย่างนั้นจะเป็นไปดังรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.9 ขั้นตอนการเผาไหม้ชิ้นงานตัวอย่าง

จากรูปที่ 5.9 แสดงขั้นตอนการเผาไหม้ชิ้นงานตัวอย่างโดยช่วงที่ 1 ทำการเผาชิ้นงานจากอุณหภูมิห้องขึ้นไปที่ 600 °C โดยใช้อัตราการเพิ่มอุณหภูมิ 2 °C ต่อนาที ช่วงที่ 2 ยืนไฟเป็นเวลา 120 นาที เพื่อไล่ตัวช่วยประสานออกจากชิ้นงาน ช่วงที่ 3 เผาขึ้นไปถึงอุณหภูมิ 1300 °C โดยใช้อัตราการเพิ่มอุณหภูมิ 3.3 °C / นาที ช่วงที่ 4 ยืนไฟที่อุณหภูมิ 1300 °C เป็นเวลา 120 นาที หลังจากนั้นลดอุณหภูมิลงจนถึงอุณหภูมิห้องด้วยอัตราการลดลงเท่ากับ 5 °C/นาที หลังจากนั้นนำชิ้นงานตัวอย่างที่ผ่านกระบวนการการเผาไหม้แล้วออกจากเตาเผา วางชิ้นงานทิ้งไว้ที่อุณหภูมิห้องสักครู่ แล้วจึงนำชิ้นงานออกจากภาชนะเตรียมเข้าสู่กระบวนการขัดชิ้นงานต่อไป โดยที่ลักษณะชิ้นงานตัวอย่างที่ผ่านกระบวนการการเผาไหม้แล้วนั้น แสดงได้ดังรูปที่ 5.10



รูปที่ 5.10 ชิ้นงานตัวอย่างหลังการเผาผนึก

- **ขัดชิ้นงาน :** นำชิ้นงานที่ได้จากการเผาผนึก ซึ่งจะเรียงติดกันลักษณะจะเหมือนตอนที่เรียงใส่ในภาชนะ นำมาแยกออกจากกันเป็นชิ้น ๆ โดยใช้มีดคัตเตอร์แซะออกและบดผงวัสดุที่เกิดขึ้นจากการฟุ้งกลบชิ้นงานออกจากวัสดุ จากนั้นนำชิ้นงานมาขัดผิวหน้าให้เรียบสม่ำเสมอขึ้นด้วยกระดาษทรายเบอร์ 600 800 และ 1000 ตามลำดับ ให้ได้ความหนาดังตารางที่ 5.6

ตารางที่ 5.6 ความหนาของชิ้นงาน

| ชนิดของหม้อแปลง<br>ที่ใช้ในงานวิจัย | ความหนา<br>(mm/ชิ้น) |
|-------------------------------------|----------------------|
| PZT-1                               | 2.3                  |
| PZT-2                               | 1.53                 |
| PZT-3                               | 1.15                 |

ทำการขัดผิวด้านข้างชิ้นงานออกด้วย เนื่องจากขณะทำการเผาผนึกจะมีสาร  $\text{PbZrO}_3$  เกาะที่ผิวด้านข้างของชิ้นงานด้วย เนื่องจากไม่มีชิ้นงานปิดผิวด้านข้างเหมือนกับผิวด้านหน้าในระหว่างการเผาผนึก โดยในระหว่างขัดจะใช้ Isopropyl alcohol เป็นตัวหล่อลื่นแทนการใช้น้ำ เพราะ Isopropyl alcohol สามารถระเหยได้ง่ายกว่าซึ่งเมื่อซึมเข้าเนื้อวัสดุก็สามารถที่จะระเหยออกได้ง่ายกว่าและช่วยลดฝุ่นละอองที่เกิดขึ้นจากการขัดชิ้นงานด้วย

- **ทำขั้วไฟฟ้า** : การทำขั้วไฟฟ้าคือการเคลือบโลหะตัวนำลงบนผิวของชิ้นงาน เนื่องจากวัสดุเซรามิกเป็นฉนวนไฟฟ้า ดังนั้นหากเรานำชิ้นงานที่ไม่ได้เคลือบโลหะไปต่อกับวงจรไฟฟ้าจะทำได้ยาก ฉะนั้นจึงนำชิ้นงานตัวอย่างที่เผาผนึกแล้วขัดผิวหน้าและผิวด้านข้างให้เรียบสม่ำเสมอ จากนั้นใช้ฟุ้งกันจุ่มโลหะตัวนำ (silver-palladium dupont 7095) ทาลงบนผิวหน้าชิ้นงานทั้ง 2 ด้านเพื่อทำหน้าที่เป็นขั้วไฟฟ้าของชิ้นงานและทำความสะอาดผิวด้านข้างชิ้นงานให้สะอาดด้วยอะซิโตนอีกครั้ง จากนั้นทำการอบแห้งแล้วจึงนำไปเผาที่อุณหภูมิ  $550^{\circ}\text{C}$  ที่ทิ้งไว้ 15 นาที นำชิ้นงานที่ได้จากการเผาทำอิเล็กโทรดมาลบออกไซด์ที่ผิวหน้าชิ้นงานออกโดยใช้ยางลบปากกาที่ผิวชิ้นงานจนขาวสะอาดและขัดผิวด้านข้างเพื่อลบอิเล็กโทรดที่ยังเหลืออยู่ด้วยกระดาษทรายอีกครั้งก่อนที่จะนำไปถึงขั้นตอนการเหนี่ยวนำขั้วไฟฟ้าเพื่อป้องกันการกระโดดของกระแสไฟฟ้าจากขั้วหนึ่งไปอีกขั้วหนึ่ง ซึ่งชิ้นงานที่เคลือบโลหะตัวนำจะมีลักษณะดังรูปที่ 5.11



รูปที่ 5.11 ชิ้นงานที่เคลือบโลหะตัวนำ

- **เหนี่ยวนำขั้วไฟฟ้า** : เป็นการเหนี่ยวนำทิศทางของขั้วไฟฟ้าภายในสาร PZT ให้เกิดการจัดเรียงตัว (polarization) ในทิศทางเดียวกัน โดยการนำชิ้นงานที่ทำด้วยอิเล็กโทรดเรียบเรียบร้อยแล้วไปเหนี่ยวนำขั้วไฟฟ้าด้วยเครื่อง poling ซึ่งจะนำชิ้นงานตัวอย่างใส่ในแท่นใส่ตัวอย่างสำหรับการ pole โดยด้านบนของ sample holder (ลักษณะเป็นเนื้อทองเหลือง) จะต่อเข้ากับขั้วบวก ส่วนด้านล่างจะต่อเข้ากับขั้วลบของสายไฟ จากนั้นนำไปใส่อ่างน้ำมัน ซึ่งน้ำมันจะทำหน้าที่เป็นตัวกลางเนื่องจากมีความเป็นฉนวนไฟฟ้าเพราะในขณะที่ทำการเหนี่ยวนำขั้วไฟฟ้าต้องใช้แรงดันไฟฟ้าที่สูง จากนั้นให้ความร้อนน้ำมันไปที่อุณหภูมิ  $100^{\circ}\text{C}$  เมื่อได้อุณหภูมิ

ดังกล่าวจึงเปิดเครื่องขยายแรงดันไฟฟ้าแล้วทำการปรับให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านชิ้นงานเพียงเล็กน้อยเพื่อให้ง่ายต่อการ pole โดยจะยอมให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านชิ้นงานไม่เกิน 0.4 mA เนื่องจากถ้ากระแสไฟฟ้าไหลผ่านชิ้นงานมากเกินไปจะทำให้ชิ้นงานตัวอย่างร้อนและแตกได้ จากนั้นจ่ายค่าแรงดันไฟฟ้าให้กับชิ้นงานตัวอย่าง โดยในที่นี้จะใช้แรงดันไฟฟ้าเท่ากับ 2.5 kV ต่อความหนา 1 mm เมื่อปรับแรงดันไฟฟ้าได้ตามที่ต้องการแล้ว แซ่ทิ้งไว้ประมาณ 20 นาที เพื่อให้เกิดการจัดเรียงข้อไฟฟ้า เมื่อครบกำหนดเวลาดังกล่าวจึงลดอุณหภูมิน้ำมัน (ประมาณ 50 °C) แรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าลงตามลำดับ หลังจากนั้นปิดเครื่องทำความร้อน รอจนกระทั่งสนามไฟฟ้าที่ตกค้างมีค่าเท่ากับศูนย์ก่อนแล้วจึงนำแท่นใส่ตัวอย่างออกจากอ่างน้ำมัน หลังจากนั้นทำความสะอาดชิ้นงานด้วยอะซิโตน พร้อมทั้งทำสัญลักษณ์ข้อทางไฟฟ้าลงบนผิวของชิ้นงานตัวอย่าง

- **ทดสอบคุณสมบัติ :** เริ่มด้วยการวัดขนาดของชิ้นงานหลังจากผ่านกระบวนการทั้งหมด เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับค่าที่วัดไว้ในตอนต้น ซึ่งค่าที่วัดได้แสดงดังตารางที่ 5.7

ตารางที่ 5.7 ขนาดของชิ้นงานหลังจากผ่านกระบวนการทั้งหมด

| ชนิดของ<br>หม้อแปลง | เส้นผ่านศูนย์กลาง<br>(mm) |       | น้ำหนัก<br>(กรัม/ชิ้น) |      |
|---------------------|---------------------------|-------|------------------------|------|
|                     | ก่อน                      | หลัง  | ก่อน                   | หลัง |
| PZT-1               | 16                        | 14.32 | 3.3                    | 2.9  |
| PZT-2               | 16                        | 14.32 | 2.5                    | 2    |
| PZT-3               | 16                        | 14.32 | 2                      | 1.7  |

หลังจากนั้นจึงนำชิ้นงานที่ผ่านกระบวนการทั้งหมดมาทดสอบ ซึ่งการทดสอบคุณสมบัตินี้จะแบ่งออกได้ดังนี้

1) ตรวจสอบค่า Piezoelectric Strain Constant ( $d_{33}$ ): การตรวจสอบค่า  $d_{33}$  ของ PZT นั้นทำได้โดยนำชิ้นงานตัวอย่างที่เหนี่ยวนำด้วยไฟฟ้าเรียบร้อยแล้ว โดยทิ้งไว้ 24 ชั่วโมง หลังจากนั้นจึงนำมาวัดค่า  $d_{33}$  ด้วยเครื่อง  $d_{33}$  Meter (บริษัท APC International Ltd. รุ่น APC 90-2030) และนำค่าดังกล่าวมาคำนวณหาค่า piezoelectric voltage constant ( $g_{33}$ ) ได้ดังสมการที่ 5.1

$$g_{33} = \frac{d_{33}}{\epsilon'} = \frac{d_{33}}{K' \epsilon_0} \quad (5.1)$$

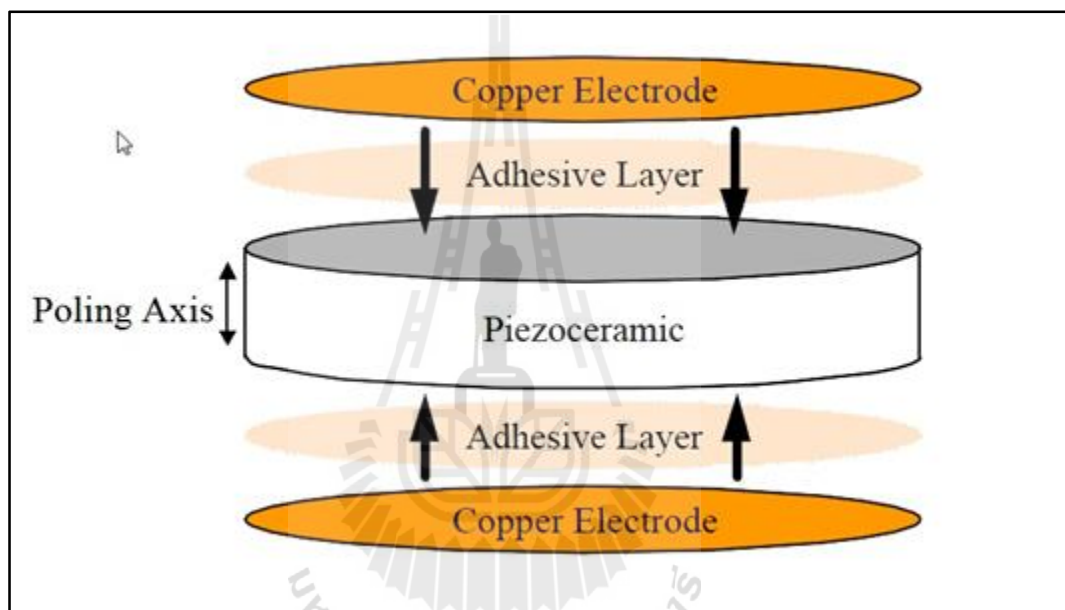
เมื่อ  $\epsilon'$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของวัสดุ (permittivity of material)  
 $\epsilon_0$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของอากาศ (permittivity of free space)  
 $K$  คือ relative permittivity เท่ากับ  $K' = \frac{\epsilon'}{\epsilon_0}$   
 $d_{33}$  คือ piezoelectric strain constant

2) ตรวจสอบค่าความเก็บประจุไฟฟ้าและค่าสูญเสียทางไดอิเล็กทริก: การตรวจสอบค่าความเก็บประจุไฟฟ้า (C) และค่าสูญเสียทางไดอิเล็กทริก (Dielectric loss) ของชิ้นงานนี้สามารถตรวจสอบได้จากเครื่อง Precision LCR Meter ซึ่งในการวัดค่าความเก็บประจุไฟฟ้านั้นจะจ่ายแรงดันไฟฟ้า 1 V ที่ชิ้นงานและใช้ความถี่ 1 kHz จากนั้นนำไปคำนวณหาค่า Dielectric constant ได้ดังสมการที่ 5.2

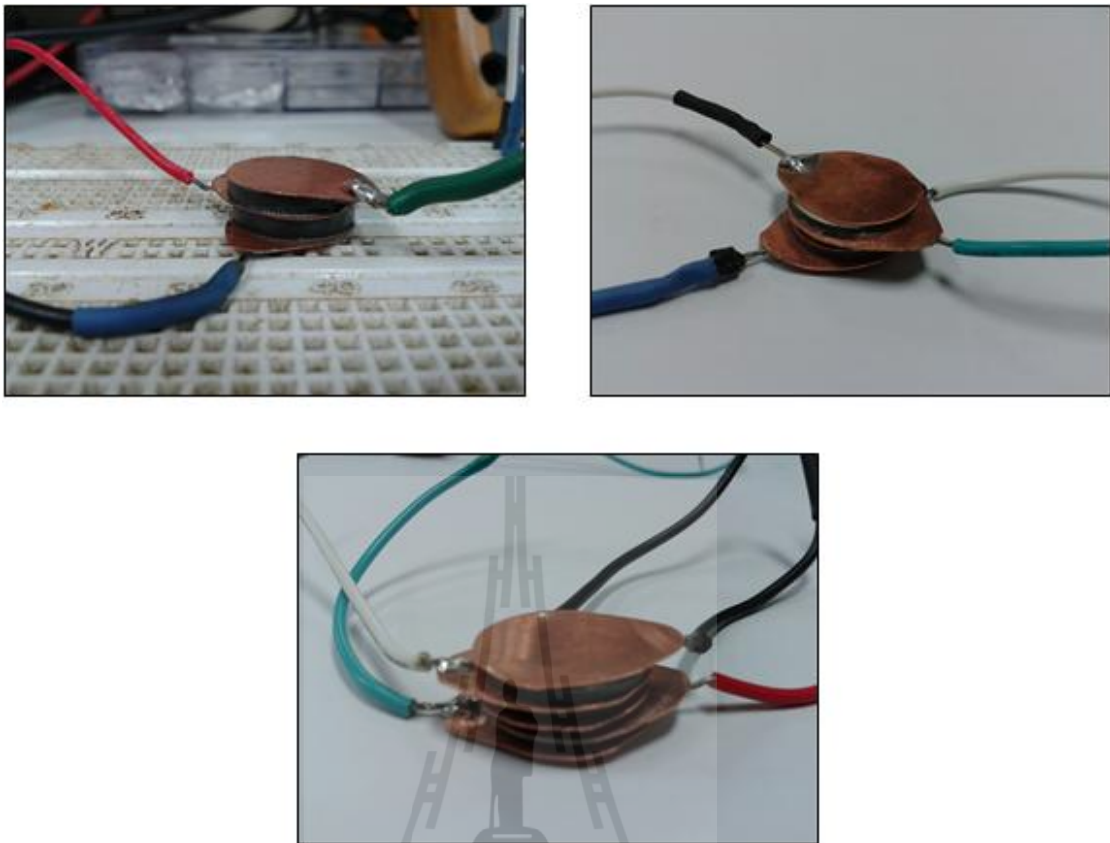
$$K' = \frac{Cd}{\epsilon_0 A} \quad (5.2)$$

เมื่อ  $C$  คือ ค่าความเก็บประจุ (F)  
 $d$  คือ ความหนาของชิ้นวัสดุ (m)  
 $\epsilon_0$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของอากาศ เท่ากับ  $8.85 \times 10^{-12}$  (F/m)  
 $A$  คือ พื้นที่หน้าตัดของชิ้นวัสดุ ( $m^2$ )

- การติดแผ่นทองแดงกับชิ้นงานตัวอย่าง : งานวิจัยนี้ได้นำชิ้นงานมาเรียงซ้อนกันแบ่งออกเป็น 3 กรณีดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทข้างต้น ซึ่งผิวหน้าของชิ้นงานนั้นจะถูกทาทดด้วย dupont 7095 แล้วประกบชิ้นงานตัวอย่างเข้าด้วยกัน โดยหั่นขั้วไฟฟ้าที่เหมือนกันเข้าหากัน และระหว่างชั้นของชิ้นงานตัวอย่างจะใช้แผ่นทองแดงเป็นตัวชั้น เพื่อทำหน้าที่เชื่อมขั้วไฟฟ้าของชิ้นงานตัวอย่างแสดงได้ดังรูปที่ 5.12 โดยจะใช้กาว epoxy steel filler เป็นตัวประสาน บัดกรีสายไฟติดที่แผ่นทองแดง จะได้ชิ้นงานตัวอย่างดังรูป 5.13 (Eric,2002) แล้วจึงนำชิ้นงานตัวอย่างไปทดสอบ



รูปที่ 5.12 การติดแผ่นทองแดงเข้ากับชิ้นงาน



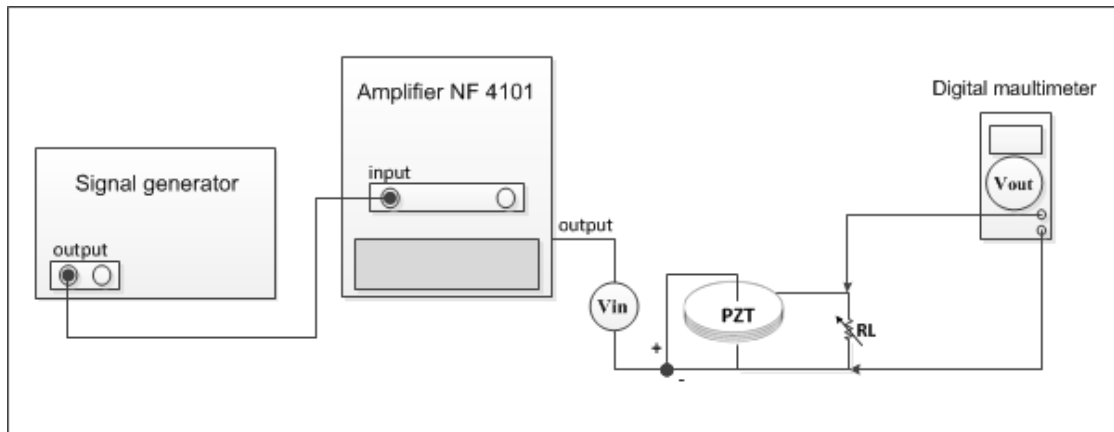
รูปที่ 5.13 ชิ้นงานตัวอย่างที่ติดทองแดงและบัดกรีสายไฟ

## 5.5 การเปรียบเทียบผลการจำลองและการทดสอบจริง

จากการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้า และค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น ด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเอง เมื่อโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานของโปรแกรม MATLAB นั้น ซึ่งการจำลองผลที่ได้นั้นได้แสดงไว้ในหัวข้อที่ 4.3 และ 5.3 โดยในหัวข้อนี้จะเป็นการทดสอบในทางปฏิบัติ เพื่อนำผลลัพธ์ที่ได้นั้นมาเปรียบเทียบกับผลการจำลองทางโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเอง

### 5.5.1 ผลการทดสอบหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก

นำชิ้นงานตัวอย่างที่เตรียมไว้ในหัวข้อ 5.4.2 มาทำการทดสอบโดยต่อวงจรดังรูปที่ 5.14 ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้พิจารณาจ่ายแรงดันไฟฟ้าขาเข้าให้กับหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกเท่ากับ 5 V คงที่ตลอดการทดสอบ (แรงดันไฟฟ้าขาเข้าที่ใช้ในการทดสอบหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกใช้ตามความเหมาะสมแต่ไม่ควรเกิน 400 V)

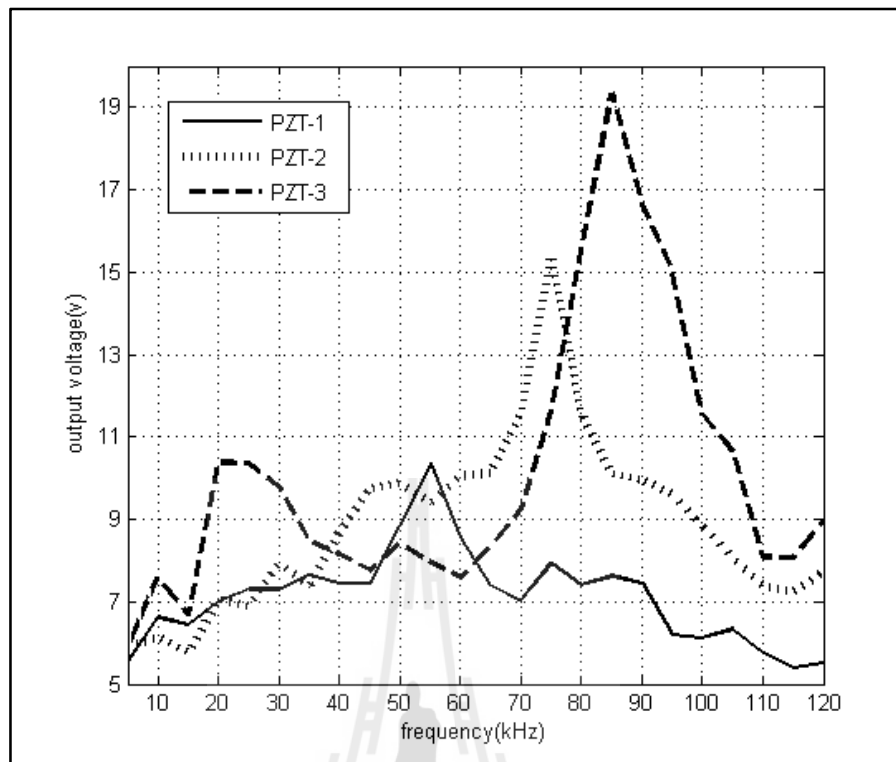


รูปที่ 5.14 วงจรทดสอบหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริก

จากรูปที่ 5.14 แสดงการต่อวงจรเพื่อทำการทดสอบหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริก โดยปรับค่าความถี่จากเครื่อง singnal generator ป้อนให้ทางขาเข้าของเครื่อง amplifier เพื่อขยายสัญญาณ หลังจากนั้นจ่ายเข้าที่ขาเข้าของหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริกซึ่งความถี่ที่ปรับนั้นจะอยู่ในช่วงความถี่ 5 - 120 kHz โดยต่อตัวต้านทานปรับค่าได้ขนานกับหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริก และทำการวัดค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกของหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริก ซึ่งแสดงผลการทดสอบของหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริกทั้ง 3 กรณีได้ดังตารางที่ 5.8 และนำค่าที่ได้จากตารางมาแสดงผลในลักษณะกราฟเชิงเส้นระหว่างค่าศักย์ไฟฟ้ากับความถี่ของหม้อแปลงไฟโซอิเล็คทริกได้ดังรูปที่ 5.15

ตารางที่ 5.8 ผลการทดสอบค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไฟโซอิลิกทรานส์แต่ละกรณี

| ความถี่<br>(kHz) | PZT-1<br>แรงดันไฟฟ้าขาออก<br>(V) | PZT-2<br>แรงดันไฟฟ้าขาออก<br>(V) | PZT-3<br>แรงดันไฟฟ้าขาออก<br>(V) |
|------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 5                | 5.521                            | 5.865                            | 5.861                            |
| 10               | 6.625                            | 6.144                            | 7.568                            |
| 15               | 6.433                            | 5.745                            | 6.687                            |
| 20               | 6.994                            | 7.048                            | 10.373                           |
| 25               | 7.312                            | 6.909                            | 10.351                           |
| 30               | 7.293                            | 7.917                            | 9.778                            |
| 35               | 7.643                            | 7.374                            | 8.452                            |
| 40               | 7.44                             | 8.656                            | 8.126                            |
| 45               | 7.434                            | 9.757                            | 7.758                            |
| 50               | 8.825                            | 9.876                            | 8.415                            |
| 55               | <b>10.357</b>                    | 9.387                            | 7.944                            |
| 60               | 8.552                            | 10.06                            | 7.571                            |
| 65               | 7.391                            | 10.126                           | 8.34                             |
| 70               | 7.021                            | 11.536                           | 9.253                            |
| 75               | 7.923                            | <b>15.424</b>                    | 11.621                           |
| 80               | 7.407                            | 11.498                           | 15.506                           |
| 85               | 7.633                            | 10.101                           | <b>19.351</b>                    |
| 90               | 7.441                            | 9.962                            | 16.671                           |
| 95               | 6.196                            | 9.581                            | 14.993                           |
| 100              | 6.121                            | 8.832                            | 11.545                           |
| 105              | 6.335                            | 8.057                            | 10.633                           |
| 110              | 5.762                            | 7.384                            | 8.091                            |
| 115              | 5.401                            | 7.213                            | 8.076                            |
| 120              | 5.523                            | 7.718                            | 8.956                            |

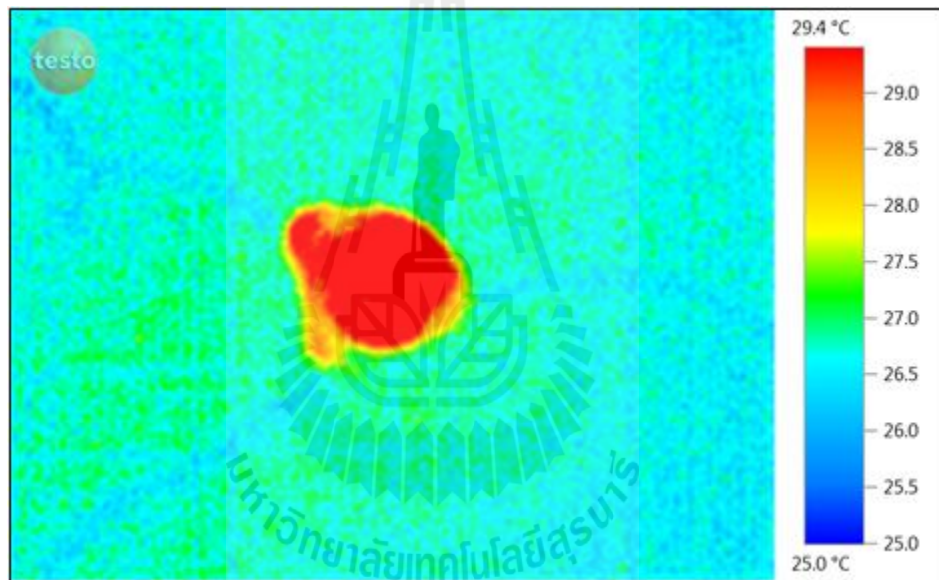


รูปที่ 5.15 ค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกจากการทดสอบจริง

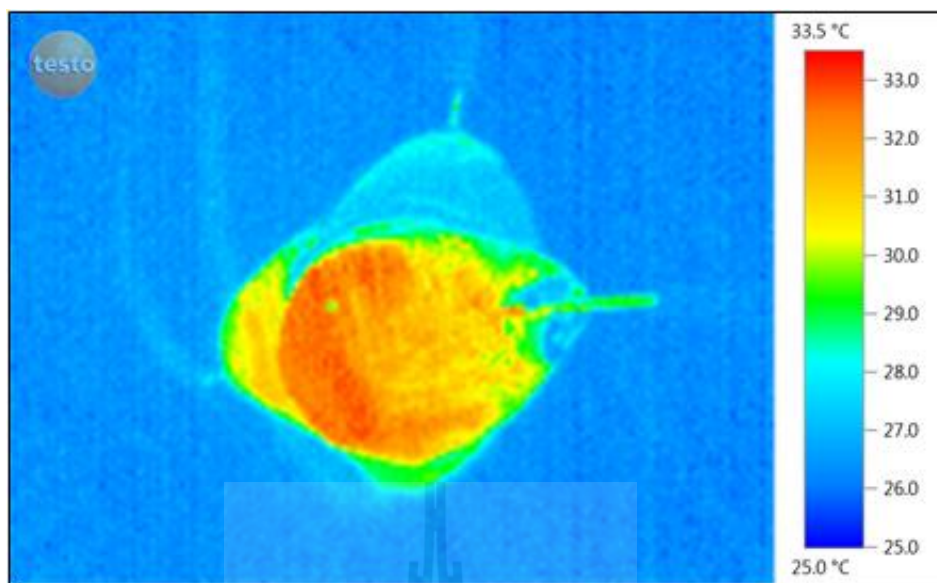
จากตารางที่ 5.8 แสดงผลการทดสอบค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี และจากรูปที่ 5.15 แสดงค่าศักย์ไฟฟ้าจากการทดสอบจริงของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี จะเห็นได้ว่าค่าศักย์ไฟฟ้าจากการทดสอบนั้นเพิ่มขึ้นที่ความถี่หนึ่ง ซึ่งความถี่นั้นคือความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริก และเป็นความถี่ที่หม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกสามารถทำงานได้ดีที่สุด โดยจะเห็นว่าที่กรณี PZT-1 มีค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกมากที่สุดเท่ากับ 10.357 V ที่ความถี่ 55 kHz ในส่วนของกรณี PZT-2 มีค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกมากที่สุดเท่ากับ 15.424 V ที่ความถี่ 75 kHz และในกรณี PZT-3 มีค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกมากที่สุดเท่ากับ 19.351 V ที่ความถี่ 85 kHz จะสังเกตเห็นว่าค่าแรงดันไฟฟ้าขาออกมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพโซอิเล็กทริกซึ่งมีความสอดคล้องกับการจำลองผลที่ได้นำเสนอไว้แล้วในบทที่ 4

### 5.5.2 ผลการวัดค่าอุณหภูมิหม้อแปลงไฟฟ้โซอิล็กทริก

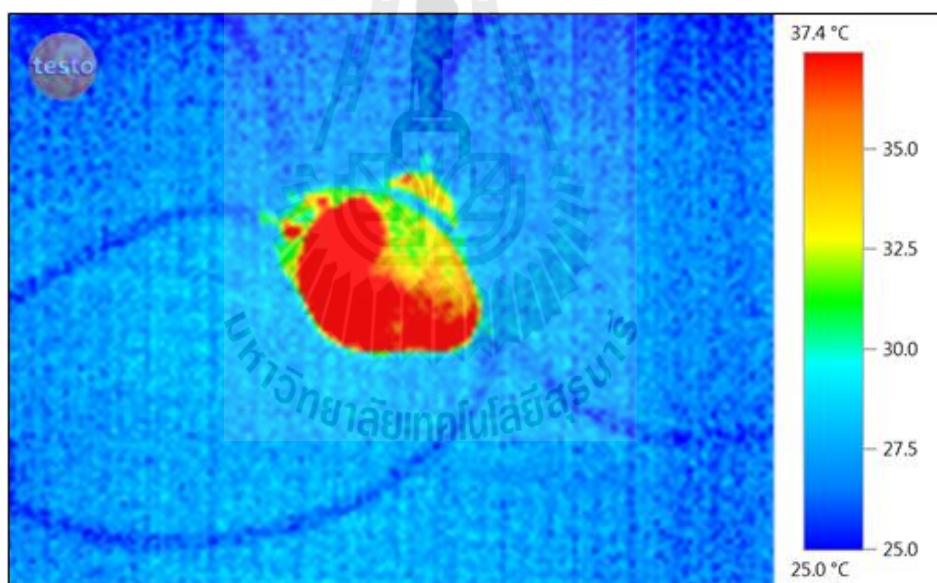
เมื่อทำการทดสอบวัดค่าศักย์ไฟฟ้าของหม้อแปลงไฟฟ้โซอิล็กทริกเรียบร้อยแล้วทำการต่อวงจรดังรูป 5.14 เช่นเดิม และดำเนินการเช่นเดียวกับในหัวข้อ 5.5.1 ต่างกันตรงที่ในการทดสอบนี้จะปรับค่าความถี่ที่ไว้ที่ความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงไฟฟ้โซอิล็กทริกแต่ละกรณี และป้อนแรงดันไฟฟ้าขาเข้าคงที่เท่ากับ 5 V เช่นเดียวกัน และทำการวัดค่าอุณหภูมิด้วยกล้องถ่ายภาพความร้อน รุ่น TESCO 880 (ภาคผนวก) ซึ่งกล้องถ่ายภาพความร้อนนี้สามารถส่งผ่านข้อมูลเพื่อประมวลผลด้วยโปรแกรมการวิเคราะห์อุณหภูมิ TESCO IRSOft software ซึ่งสามารถแสดงผลการวัดอุณหภูมิในลักษณะของภาพถ่ายความร้อนของหม้อแปลงไฟฟ้โซอิล็กทริกทั้ง 3 กรณีได้ดังนี้



รูปที่ 5.16 ค่าอุณหภูมิของ PZT-1 จากกล้องถ่ายภาพความร้อน



รูปที่ 5.17 ค่าอุณหภูมิของ PZT-2 จากกล้องถ่ายภาพความร้อน



รูปที่ 5.18 ค่าอุณหภูมิของ PZT-3 จากกล้องถ่ายภาพความร้อน

จากรูปที่ 5.16 - 5.18 แสดงภาพอุณหภูมิที่ถ่ายได้จากกล้องถ่ายภาพความร้อน ซึ่งจากภาพจะเห็นได้ว่าลักษณะการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกนั้นมีลักษณะการกระจายตัวทั่วทั้งหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก แต่ภาพที่ถ่ายได้นั้นอาจจะมีความไม่ชัดเจนเกิดขึ้นอยู่บ้าง อันเนื่องมาจากปัจจัยต่าง ๆ อาทิเช่น สภาพแวดล้อมในขณะที่ทำการทดสอบ เป็นต้น ซึ่งในการทดสอบนี้ได้ทำการวัดค่าอุณหภูมิที่สภาวะคงตัวเป็นจำนวน 10 ครั้งแล้วนำค่าที่ได้มาหาค่าเฉลี่ย ซึ่งผลการวัดอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแสดงได้ดังตารางที่ 5.9

ตารางที่ 5.9 ผลการวัดค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกแต่ละกรณี

| ชนิดของหม้อแปลง | ค่าอุณหภูมิสูงสุด (°C) |      |      |      |      |      |      |      |      |      |           |
|-----------------|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----------|
| ทดสอบครั้งที่   | 1                      | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | ค่าเฉลี่ย |
| PZT-1           | 29.6                   | 29.8 | 29.6 | 28.6 | 29.6 | 29.1 | 28.3 | 29.4 | 28.3 | 29.4 | 29.2      |
| PZT-2           | 32.8                   | 33.6 | 33.4 | 32.4 | 33.2 | 32.4 | 33.5 | 32.4 | 33.1 | 33.3 | 33.0      |
| PZT-3           | 36.9                   | 37.4 | 37.6 | 38.2 | 37.1 | 37.6 | 37.4 | 37.4 | 36.2 | 37.8 | 37.4      |

จากตารางที่ 5.9 แสดงผลการวัดค่าอุณหภูมิสูงสุดของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกทั้ง 3 กรณี โดยทำการวัดหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกที่สภาวะคงตัว โดยค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก PZT-1 มีค่าเท่ากับ 29.2 °C ค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก PZT-2 มีค่าเท่ากับ 33.0 °C และค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก PZT-3 มีค่าเท่ากับ 37.4 °C โดยค่าอุณหภูมิจะเพิ่มขึ้นตามจำนวนชั้นของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกที่เพิ่มขึ้น

### 5.5.3 เปรียบเทียบผลการจำลองและผลการทดสอบจริง

จากการจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่เกิดขึ้นภายในหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกที่ได้กล่าวไว้ในข้างต้นนั้น เมื่อนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจริง สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 5.10 ดังนี้

ตารางที่ 5.10 เปรียบเทียบผลการจำลองและผลการทดสอบจริง

| ชนิดของ<br>หม้อแปลง | ค่าศักย์ไฟฟ้า<br>(V) |              | ค่าอุณหภูมิ<br>(°C) |              |
|---------------------|----------------------|--------------|---------------------|--------------|
|                     | การจำลองผล           | การทดสอบจริง | การจำลองผล          | การทดสอบจริง |
| PZT-1               | 29.16                | 10.36        | 33.5                | 29.2         |
| PZT-2               | 42.22                | 15.42        | 47.4                | 33.0         |
| PZT-3               | 50.02                | 19.35        | 55.7                | 37.4         |

จากตารางที่ 5.10 แสดงการเปรียบเทียบผลการจำลองและผลการทดสอบจริงของค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้นทั้ง 3 กรณีจากตารางจะพบว่าค่าศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นนั้นมีผลทำให้ค่าอุณหภูมิเพิ่มขึ้นด้วยตามลำดับ กล่าวคือ จากความสัมพันธ์ในหัวข้อที่ 3.3 พบว่าค่าศักย์ไฟฟ้านั้นมีความสัมพันธ์กับค่าสนามไฟฟ้าที่ใช้ในการคำนวณหาอัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง เพื่อนำไปคำนวณหาอุณหภูมิต่อไปนั้น เมื่อค่าศักย์ไฟฟ้าเพิ่มขึ้นจึงทำให้ค่าสนามไฟฟ้าเพิ่มขึ้น ส่งผลทำให้ค่าอุณหภูมิเพิ่มขึ้นตามลำดับ และเมื่อเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกในแต่ละกรณี ค่าศักย์ไฟฟ้าที่หม้อแปลงจ่ายออกมาทางด้านขาออกเพิ่มมากขึ้นตามจำนวนชั้น ส่งผลให้ค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้นภายในหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้นในแต่ละกรณีนั้นมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วย

ซึ่งจากตารางที่ 5.10 จะสังเกตเห็นว่าค่าการจำลองผลด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิตินั้นมีค่าที่มากกว่าค่าที่ได้จากการทดสอบจริง ซึ่งเป็นผลอันเนื่องมาจากปัจจัยภายนอกต่าง ๆ อาทิเช่น ปัจจัยทางด้านวัสดุ กล่าวคือ ในขั้นตอนกระบวนการสร้างหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกนั้นอาจมีผลทำให้คุณสมบัติทางกายภาพของสารไพโอโซอิเล็กทริกมีค่าที่ลดน้อยลงจากเดิม รวมไปถึงปัจจัยทางด้านสิ่งแวดล้อม เป็นต้น ซึ่งเมื่อเทียบกับการจำลองผลแล้วนั้น ค่าที่ใช้ในการจำลองผลเป็นค่าคุณสมบัติที่คงที่ในอุดมคติ ซึ่งค่าที่นำมาใช้นั้นไม่ได้มีการเปลี่ยนแปลงตามปัจจัยต่างๆ จึงเป็นผลทำให้ค่าที่ได้มานั้นมีความแตกต่างกัน แต่สังเกตจากผลการจำลองและการทดสอบจริงแล้วนั้น พบว่าค่าที่ได้จากการจำลองผลด้วย

โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเองโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิตินั้น มีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกันกับผลที่ได้จากการทดสอบจริง

## 5.6 สรุป

บทที่ 5 เป็นการอธิบายโปรแกรมการจำลองผลค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอซิโอเล็กทริกแบบหลายชั้นที่มีผลมาจากค่าสนามไฟฟ้า พร้อมทั้งแสดงผลการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟโอซิโอเล็กทริกในรูปแบบ 3 มิติ รวมถึงได้อธิบายเกี่ยวกับขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไฟโอซิโอเล็กทริกอย่างละเอียด และนำผลที่ได้นำมาเปรียบเทียบกับระหว่างผลที่ได้จากการจำลองผลด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเองที่คำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับผลที่ได้จากการทดสอบในเชิงปฏิบัติ ซึ่งผลที่ได้นั้นพบว่าค่าที่ได้จากการจำลองผลและค่าที่ได้จากการทดสอบในเชิงปฏิบัติ นั้น มีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน และยังพบว่าการเพิ่มจำนวนชั้นของหม้อแปลงไฟโอซิโอเล็กทริกในแต่ละกรณีนั้น ส่งผลให้ค่าอุณหภูมิเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่าศักย์ไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นตามจำนวนชั้นมีความสัมพันธ์กับค่าสนามไฟฟ้าในเชิงการคำนวณ จึงส่งผลให้ค่าอุณหภูมิมีการเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย



## บทที่ 6

### สรุปและข้อเสนอแนะ

#### 6.1 สรุป

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยและการจำลองผลค่าศักย์ไฟฟ้า การกระจัดเชิงกล และอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกแบบหลายชั้น เพื่อพิจารณาผลกระทบของค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิ การจำลองผลในงานวิจัยนี้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ด้วยโปรแกรม MATLAB ที่พัฒนาขึ้นเอง พร้อมตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมกับผลการทดสอบจริงในเชิงปฏิบัติ

การดำเนินงานวิจัยในบทที่ 2 เป็นขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกล ซึ่งจะอยู่ในรูปของอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง และอธิบายถึงขั้นตอนต่างๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาเลอร์กินเข้ามาดำเนินการในการคำนวณไฟไนต์อีลิเมนต์ ซึ่งได้แบ่งการศึกษาหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกออกเป็น 3 กรณี คือ PZT-1, PZT-2 และ PZT-3 ซึ่งในแต่ละกรณีนั้นมีความแตกต่างกันอยู่ที่จำนวนชั้นของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกที่พิจารณา โดยจำนวนชั้นจะแบ่งออกเป็น 2, 3 และ 4 ชั้นตามลำดับ ส่วนในบทที่ 3 เป็นการอธิบายถึงการคำนวณอุณหภูมิที่เกิดขึ้นภายในหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกโดยการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ เช่นเดียวกับในบทที่ 2 และได้อธิบายเกี่ยวกับค่าศักย์ไฟฟ้าที่มีความสัมพันธ์กับค่าสนามไฟฟ้าเพื่อนำค่าสนามไฟฟ้าไปประยุกต์ใช้ในการคำนวณหาอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก

ในบทที่ 4 ได้กล่าวถึงโปรแกรมการจำลองผลของค่าศักย์ไฟฟ้าและการกระจัดเชิงกลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ พร้อมทั้งแสดงผลการจำลองด้วยภาพกราฟิก 3 มิติ โดยผลการจำลองค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนชั้นของหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกเพิ่มขึ้น ซึ่งค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลจะสูงที่สุดที่ค่าความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลง ซึ่งเป็นจุดที่ทำให้หม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกสามารถทำงานได้ดีที่สุด และเมื่อออกจากช่วงความถี่ธรรมชาติของหม้อแปลงแล้ว ค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าการกระจัดเชิงกลจะลดลงตามลำดับ ส่วนในบทที่ 5 ได้นำเสนอการจำลองผลค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งผลของการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นภายในหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกนั้นมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนชั้นของหม้อแปลงเพิ่มขึ้นเช่นกัน ทั้งนี้ยังได้อธิบายถึงขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริกอย่างละเอียด โดยในงานวิจัยนี้ได้ใช้สาร

ไฟโอโซอิเล็กทริกเบอร์ APC 841 ในการสร้างหม้อแปลงเพื่อนำชิ้นงานนี้มาทดสอบจริงในเชิงปฏิบัติและนำผลที่ได้จากการทดสอบมาเปรียบเทียบกับโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเอง ซึ่งผลที่ได้นั้นก็สอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน

## 6.2 ข้อเสนอแนะและงานวิจัยในอนาคต

1) ประยุคนำระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ มาวิเคราะห์ปัญหาทางด้านอื่น ๆ อาทิ เช่น วิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับแรงกดที่มีผลต่อสารไฟโอโซอิเล็กทริก นำมาวิเคราะห์เกี่ยวกับอายุการใช้งานของสารไฟโอโซอิเล็กทริก เป็นต้น

2) จากการศึกษาการวิเคราะห์ปัญหาความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกในงานวิจัยนี้ ซึ่งได้ทำการศึกษาแต่เพียงการทดสอบตัวหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกเพียงอย่างเดียว ซึ่งในอนาคตอาจจะนำหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริกไปประยุกต์ใช้กับวงจรต่าง ๆ อาทิเช่น วงจรขับหลอดฟลูออเรสเซนต์ เพื่อศึกษาผลที่อาจเกิดขึ้นต่อไป



## บรรณานุกรม

- นิธิพนธ์ พุทธงชัย. (2552). ผลของคุณสมบัติวัสดุ PZTs ต่อการเก็บเกี่ยวพลังงาน วิทยานิพนธ์  
มหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมเซรามิก มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2542). ไฟในต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ:  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2549). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม. (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ:  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เผด็จ เผ่าละออ. (2548). การออกแบบแนวใหม่ของมอเตอร์เหนี่ยวนำเพื่อลดการสั่นสะเทือนโดยวิธี  
ไฟในต์เอลิเมนต์. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัย  
เทคโนโลยีสุรนารี.
- พิทักษ์ เหล่ารัตนกุล. (2548). หม้อแปลงไฟฟ้าเซรามิก. กรุงเทพฯ: ศูนย์เทคโนโลยีโลหะ  
และวัสดุแห่งชาติ.
- มณฑกานต์ พิรศักดิ์โสภณ. (2553). บัลลาสต์ไฟโซอิเล็กทริกสำหรับหลอดฟลูออเรสเซนต์ 36  
วัตต์ ชนิด T8. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยี  
สุรนารี.
- มนทล นาวงษ์. (2546). การศึกษาเพียโซอิเล็กทริกทรานส์ฟอร์มเมอร์สำหรับการประยุกต์ใช้งานในวงจร  
จ่ายกำลังแบบสวิตซ์ชิ่ง. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- ศุภทัศน์ จันบัวลา. (2549) การศึกษาสมบัติทางเพียโซอิเล็กทริกของสาร  $\text{PMnM-PZT}$   
ที่ผ่านการสังเคราะห์ที่อุณหภูมิต่ำ สำหรับประยุกต์ใช้งานหม้อแปลงไฟฟ้าชนิด  
เพียโซอิเล็กทริก. งานวิจัย คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต.
- สุธรรม ศรีห่มลัก. (2555) เอกสารประกอบการสอนรายวิชา piezoelectric ceramic.  
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. นครราชสีมา.
- สมชัย อัครทิวา และขวัญจิต วงษ์ชาติ. (2545) เทอร์โมไดนามิกส์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ท็อป.
- อานนท์ อิศรมงคลรักษ์. (2552). การออกแบบอุปกรณ์กักเก็บพลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีผลต่อ  
ผู้ปฏิบัติงานที่ทำงานได้สายส่งกำลังไฟฟ้าด้วยวิธีไฟในต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ. วิทยานิพนธ์  
มหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.

- Ando, E.I., and Kagawa, Y. (1992). Finite-element simulation of transient heat response in ultrasonic transducers. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 39 (3): 432-440.
- Buchanan, G. R., and Peddieson, J., (1989). Axsymmetric vibration of infinite piezoelectric cylinders using one-dimensional finite element. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 36 (4): 459-465.
- Dalessandro, L., and Rosato, D. (2005). Finite element analysis of the frequency response of a metallic cantilever coupled with a piezoelectric transducer. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 54 (5): 1881-1890.
- Eric, M.B.(2005). Design of Radial mode piezoelectric transformer for Lamp ballast applications. Thesis Master of science in Electrical Engineering., Virginia polytechnic institute and state university.
- Eric, M.B., Weixing, H., Dan, Y.C., and Fred, C.L. (2005). Radial mode piezoelectric transformer design for fluorescent Lamp ballast applications. **IEEE Transactions on Power Electronics**. 20(5): 1213-1220.
- Friedrich, W., Lerch, R., Prestele, K., and Soldner, R., (1990). Simulation of piezoelectric lamb wave delay lines using a finite element method. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 37 (2): 248-254.
- Henderson, I. R. (2002). Piezoelectric ceramics: principles and applications. **APC International Ltd.** American Piezo Ceramics Inc & APC Products, Inc.
- Jin, Y., Foo, C.F., and Zhu, W.G. (1999). Three-dimensional simulation of piezoelectric transformer for the switching power supply. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 54 (1): 295-299.
- Joo, H-W., Lee, C-H., and Jung, H-K. (2001). Analysis of piezoelectric transformer by using finite-element method and equivalent-circuit considering load variation. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 56 (1): 459-462.
- Joo, H-W., Lee, C-H., Rho, J-S., and Jung, H-K. (2006). Analysis of temperature rise for piezoelectric transformer using finite-element method. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 53 (8): 1449-1457.

- Kim, I., Joo, H., Jeong, S., Kim, M., Song, and J. Thang, V. V. (2011). Output power of a ring-type stacked piezoelectric transformer with pure Ag electrode. **Journal of the Korean Physical Society**. 58 (3): 627-631.
- Kim, B. T., Kwon, B. I., and Park, S. C. (1999). Reduction of electromagnetic force harmonics in asynchronous traction motor by adapting the rotor slot number. **IEEE Transactions on Magnetics**. 35 (5): 3742-3744.
- Loaratanakul, P., and Uchino, K. (2004). Designing a radial mode laminated piezoelectric transformer for high power application. **IEEE International ultrasonic, Ferroelectrics**. : 229-232.
- Loaratanakul, P. (2007). Characteristics of radial mode piezoelectric transformers. *Materials forum* 31 : 152-155.
- Lee, C-H., Joo, H-W., Rho, J-S, Cho H-S., and Jung H-K., (2002). Inversion of piezoelectric material coefficients by using finite element method with asymptotic waveform evaluation. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 56 (4): 661-664.
- Lerch, R. (1990). Simulation of piezoelectric devices by two and three dimension finite element. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 37 (2): 233-247.
- Li, H.L., Hu, J.H., and Chan, H.L.W. (2004). Finite element analysis on piezoelectric ring transformer. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 51 (10): 1247-1254.
- Lin, R. L., Lee, F. C., Baker, E. M., and Chen, D. Y. (2000). Inductor-less piezoelectric transformer ballast for linear fluorescent lamps. **Proceeding on CPES Power Electronics System**. 309-314.
- Lovau, V., Liu, Y.P., and Costa, F. (2009). Analysis of the heat dissipated by losses in a piezoelectric transformer **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 56 (8): 1745-1752.
- Park, J-H., Cho, B-H., Choi, S-J., and Lee, S-M. (2009). Analysis of the thermal balance characteristics for multiple-connected piezoelectric transformers. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 56(8) : 1617-1626.
- Prieto, R., Sanz, M., Cobos, J.A., Alou, P., Garcia, O., and Uceda, J. (2001). Design considerations of multi-layer piezoelectric transformers. **APEC 2001. Sixteenth Annual IEEE**. vol.2 1258 - 1263 .
- Preston, T. W., Reece, A. B. J., and Sangha, P. S. (1988). Induction motor analysis by time-stepping techniques. **IEEE Transactions on Magnetics**. 24 (1): 471-474.

- Safari, A., and Akdogan, E. K. (2008). Piezoelectric and acoustic materials for transducer application. USA: Springer.
- Shin, H., Ahn, H., and Han, D-Y., (2005). Modeling and analysis of multilayer piezoelectric transformer. **Science Direct Materials Chemistry and Physics** 92(2005): 616-620.
- Srilomsak, S., Putthongchai, N., Pitiket, B., Narasri, K., Kulworawanichpong, T., Phirasaksophon, M., Laoratanakul, P. (2011). Effects of thickness and input/output area ratio on electrical characteristics of circular ring/dot type piezoelectric transformer. **Integrated Ferroelectric** .130 : 39-49
- Tsuchiya, T., Kagawa, Y., Wakatsuki, N., and Okamura H. (2001). Finite element simulation of piezoelectric transformers. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 48 (4): 872-878.
- Thang, V.V., Kim, I., Joo, H., Jeong, S., Kim, M., and Song, J. (2011). Investigation of the optimum design for a 10 W step-down 3-layer piezoelectric transformer. **Journal of the Korean Physical Society**. 58 (3): 622-626.
- Wang, Y.C., He, J.J., Liu, Y.P., Wu, J., and Lee, C.K. (2005). Theory and experiment of high voltage step-up ratio disk type piezoelectric transformer for LCD-TV. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 55 (8): 284-287.
- Wang, J.S., and Ostergaard, D.F. (1999). A finite element-electric circuit coupled simulation method for piezoelectric transducer. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 59 (9): 1105-1108.
- Yong, Y-K., and Cho, Y. (1994). Algorithms for eigenvalue problems in piezoelectric finite element analyses. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 54 (5): 1057-1062.
- Yong, Y-K., and Zhen, Z. (1993). A perturbation method for finite element modeling of piezoelectric vibrations in quartz plate resonators. **IEEE Transactions on Ultrasonics**. 40 (5): 551-562.
- Yoo, J-H., Kim, K-J., Lee, C-B., Paik, D-S., Yoon, H-S., and Hong, J.(2006). Electrical properties of step-down multilayer piezoelectric transformer for AC-DC converter. **IEEE Conferences**. 220–223.
- Zhiming, W., Xinghong, Y., Yadong, J., and Guangzhong, X. (1999). The analysis of multilayer piezoelectric transformer. **Optoelectronic Information School University of Electronic Science and technology of China**.

## ภาคผนวก

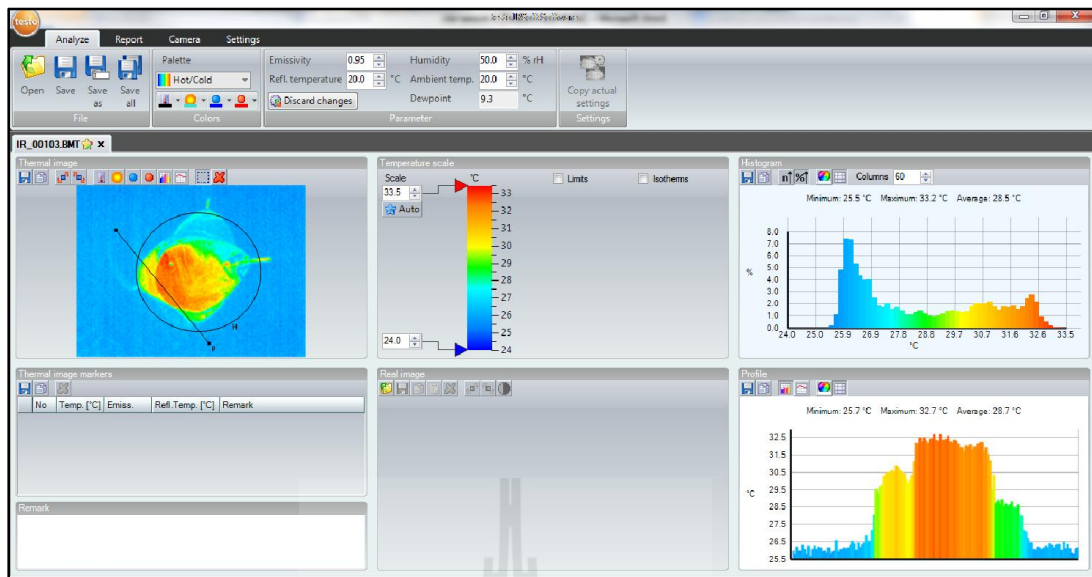
### ภาพแสดงอุปกรณ์และการวัดอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก

การแสดงเครื่องมือวัดและอุปกรณ์ต่างๆ ที่ใช้ในการวัดค่าอุณหภูมิของหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก สามารถแสดงได้ดังรูปที่ ก.1



รูปที่ ก.1 กล้องถ่ายภาพความร้อน (Thermo imager) รุ่น TESCO 880

ซึ่งกล้องถ่ายภาพความร้อนนี้สามารถส่งผ่านข้อมูลเพื่อประมวลผลด้วยโปรแกรมการวิเคราะห์อุณหภูมิ TESCO IRSOFT software ได้ดังแสดงด้วยรูปที่ ก.2



รูปที่ ก.2 โปรแกรมวิเคราะห์การวัดอุณหภูมิ TESCO IRSOFT software

งานวิจัยนี้ได้ทำการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก เพื่อนำมาทดสอบในทางปฏิบัติ ซึ่งในส่วนต่อไปนี้จะเป็นการแสดงภาพอุปกรณ์และเครื่องมือที่ใช้ในขั้นตอนการสร้างหม้อแปลงและทดสอบหม้อแปลงไฟโอโซอิเล็กทริก ซึ่งในส่วนแรกจะแสดงถึงอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดสอบ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ ก.3-ก.5



รูปที่ ก.3 เครื่อง function generator



รูปที่ ก.4 เครื่อง power amplifier



รูปที่ ก.5 เครื่อง digital multimeter Fluke 79 II

จากรูปที่ ก.3-ก.5 แสดงอุปกรณ์และเครื่องมือวัดที่ใช้ในวงจรทดสอบหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก โดยที่รูป ก.3 แสดงเครื่อง function generator ซึ่งมีหน้าที่ในการจ่ายแรงดันและความถี่ให้กับหม้อแปลงทดสอบ รูปที่ ก.4 เครื่อง power amplifier มีหน้าที่เป็นตัวช่วยขยายสัญญาณที่ออกจากเครื่อง function generator และรูปที่ ก.5 เครื่อง digital multimeter เป็นเครื่องมือวัดค่าแรงดันไฟฟ้าที่เกิดขึ้น

ในส่วนต่อไปจะเป็นการแสดงผลของเครื่องมือและอุปกรณ์ในส่วนของการสร้างหม้อแปลงไพโอโซอิเล็กทริก สามารถแสดงได้ดังรูปที่ ก.6-ก.13



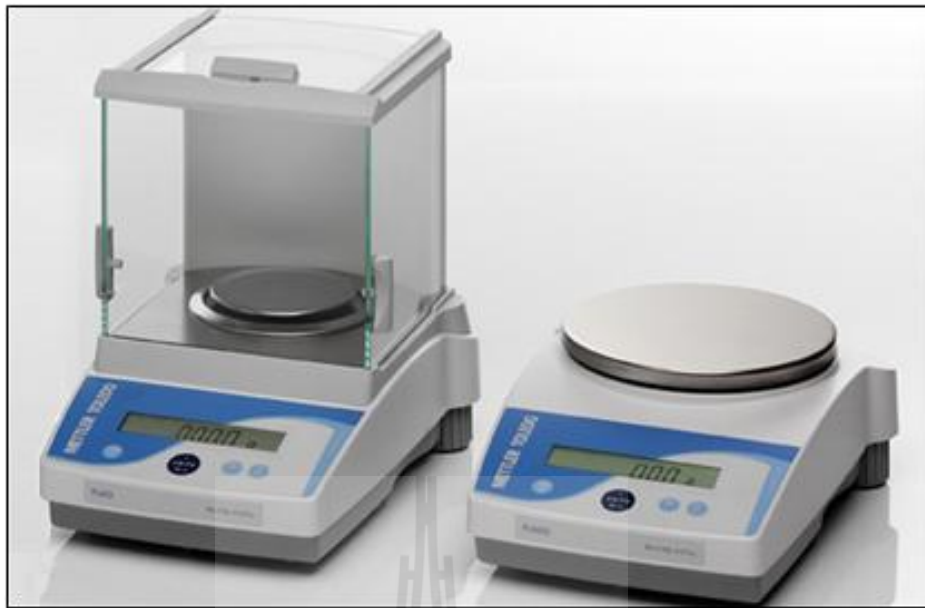
รูปที่ ก.6 เครื่องอัดไฮดรอลิก (hydraulic press)



รูปที่ ก.7 เตาเผาชิ้นงาน



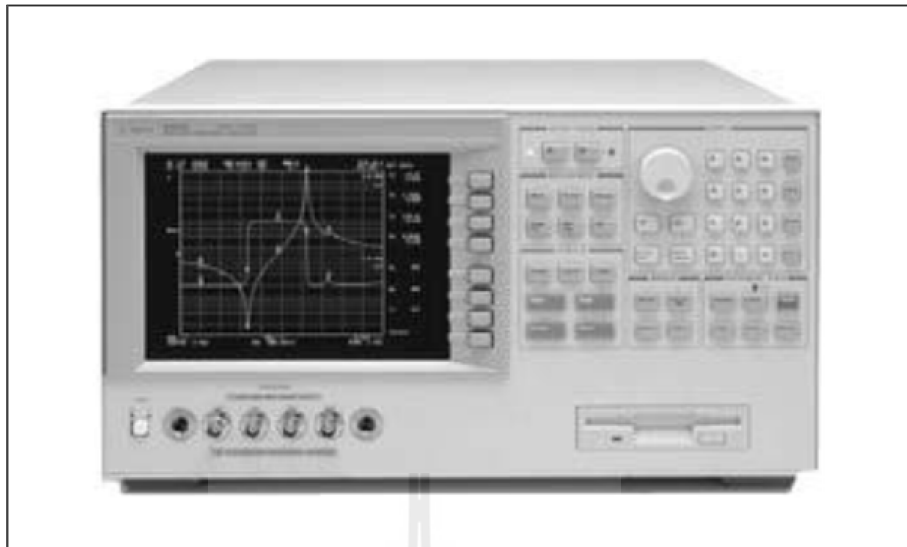
รูปที่ ก.8 เครื่องเหนี่ยวนำขั้วไฟฟ้า



รูปที่ ก.9 เครื่องชั่งสาร



รูปที่ ก.10 เครื่องวัดค่า d33



รูปที่ ก.11 เครื่อง precision LCR Meter



รูปที่ ก.12 แผ่นทองแดง



รูปที่ ก.13 กาว Epoxy

จากรูปที่ ก.6-ก.13 แสดงอุปกรณ์และเครื่องมือต่างๆที่ใช้ในการสร้างหม้อแปลงไฟโอโซอิลิกทริก ซึ่งจากรูปที่ ก.6 แสดงเครื่องอัดไฮดรอลิก ซึ่งหน้าที่อัดชิ้นงานให้เป็นลักษณะเม็ดกลม รูปที่ ก.7 คือเตาเผาชิ้นงาน ซึ่งเมื่อทำการอัดเม็ดเสร็จแล้วจึงนำชิ้นงานตัวอย่างมาเผา และนำชิ้นงานไปสู่กระบวนการต่อไป จากรูปที่ ก.8 แสดงเครื่องจัดเรียงขั้ว ซึ่งเครื่องนี้มีหน้าที่เหนียวนำขั้วของหม้อแปลงไฟโอโซอิลิกทริกให้จัดเรียงตัวกันอย่างเป็นระเบียบ โดยรูปที่ ก.9 แสดงภาพเครื่องชั่งสาร ซึ่งเราต้องทำการชั่งสารทั้งก่อนและหลังเพื่อดูค่าการเปลี่ยนแปลงของหม้อแปลงไฟโอโซอิลิกทริก และเมื่อผ่านกระบวนการต่างๆ แล้ว จึงนำชิ้นงานไปทดสอบคุณสมบัติต่างๆ ด้วยเครื่องวัดค่า d33 แสดงได้ดังรูปที่ ก.10 และตรวจสอบค่าความเก็บประจุไฟฟ้าและค่าสูญเสียทางไดอิเล็กทริกด้วยเครื่อง precision LCR Meter แสดงได้ดังรูปที่ ก.11 ใน ส่วน ของรูปที่ ก.12 และ ก.13 แสดงภาพแผ่นทองแดงที่นำมาเป็นตัวนำไฟฟ้า ขึ้นในแต่ละชั้นของหม้อแปลง โดยแต่ละชั้นนั้นประสานกันด้วยกาว Epoxy

## ประวัติผู้วิจัย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ เป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชา วิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี สำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาตรี ปริญญาโท และปริญญาเอก จากสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ดำเนินงานวิจัยด้าน Applied FEM for Electromagnetic Field, for Electrical Machine, and for Heat Transfer และ Applied AI มีผลงานวิจัยตีพิมพ์ระดับชาติและนานาชาติมากกว่า 40 เรื่อง จดสิทธิบัตร 1 ผลงาน และ ลิขสิทธิ์โปรแกรม 3 ผลงาน

นายชวลิต ปัญญาอิสระ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตร บัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) ที่มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมาใน ปี พ.ศ. 2551 หลังจากสำเร็จการศึกษาได้เข้าศึกษาต่อระดับปริญญาโท สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี โดยขณะศึกษาได้ปฏิบัติงานเป็นผู้ช่วยสอน ปฏิบัติการของสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้าสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ทั้งนี้มีความสนใจในด้านการวิเคราะห์ความร้อนโดยใช้ FEM รวมไปถึงการประยุกต์ใช้ FEM ในงาน ระบบไฟฟ้ากำลัง

