

## การลดความสั่นสะเทือนของรถตัดหญ้าโดยการช้แรงกระแทก



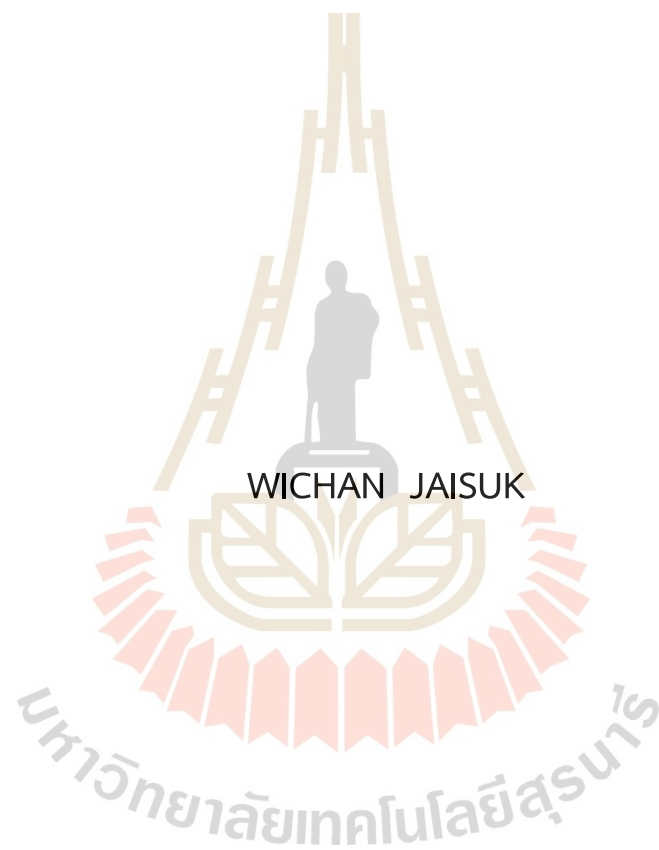
วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเมคคาทรอนิกส์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ปีการศึกษา 2564

VIBRATION REDUCTION OF LAWN MOWER BY USING  
THE ABSORBENT DEVICE



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the  
Degree of Master of Engineering in Mechatronic Engineering  
Suranaree University of Technology  
Academic Year 2021

## การลดความสั่นสะเทือนของรถตัดหญ้าโดยการช้แรงกระแทก

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารบัณฑิต

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



(ผศ. ดร.ไตรฎา แข็งการ)

ประธานกรรมการ



(รศ. ดร.จิระพล ศรีเสรีรัฐผล)

กรรมการ (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์)



(รศ. ดร.บัณฑิต กฤตาคม)

กรรมการ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



(รศ. ดร.ฉัตรชัย โชติษฐียงกูร)

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการและประกันคุณภาพ



(รศ. ดร.พรศิริ จงกล)

คณบดีสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

วิชาญ ใจสุข : การลดความสั่นสะเทือนของรถตัดหญ้าโดยการซับแรงกระแทก (VIBRATION REDUCTION OF LAWN MOWER BY USING THE ABSORBENT DEVICE) อาจารย์  
ที่ปรึกษา : รองศาสตราจารย์ ดร.จิระพล ศรีเสริฐผล, 94 หน้า.

คำสำคัญ: ความถี่ธรรมชาติ/การสั่นสะเทือน/อุปกรณ์ลดความสั่นสะเทือน

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและค่าความสั่นสะเทือนในแต่ละความเร็วยรอบการทำงานของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น เพื่อออกแบบสร้างอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนเพื่อติดตั้งในรถตัดหญ้าแบบรถเข็น ในการศึกษาแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นการหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างทั้งหมดของตัวเครื่องและอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนโดยวิธีการทดสอบแบบแรงดล (Impact Test) ส่วนที่สองเป็นการเปรียบเทียบค่าความสั่นสะเทือนก่อนและหลังติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือน ที่เกิดขึ้นในแต่ละความเร็วยรอบของการใช้งานจริง ในการทดสอบหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างโดยวิธีการทดสอบแบบแรงดล (Impact Test) ได้กำหนดตำแหน่งของการทดสอบไว้ 3 ตำแหน่งคือ ตำแหน่งที่ 1 ส่วนหัว ตำแหน่งที่ 2 ส่วนกลาง ตำแหน่งที่ 3 ส่วนท้ายของเครื่อง ผลจากการทดสอบหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้าง พบว่าบริเวณส่วนท้ายของเครื่องมีค่าแอมพลิจูดสูงสุดเท่ากับ 0.0116 mm/sec (RMS) ที่ความถี่ 17.58 Hz จึงเลือกตำแหน่งนี้ในการติดตั้งอุปกรณ์ลดความสั่นสะเทือน ผู้วิจัยออกแบบอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือนในการทดสอบ 5 โมเดล โดยเลือกอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือนแบบไม่มีตัวหน่วง ให้มีความถี่ธรรมชาติอยู่ในย่านความถี่ 35-50 Hz เพื่อติดตั้งในตำแหน่งส่วนท้ายของรถตัดหญ้า พบว่า โมเดลที่ 5 มีค่าความถี่ธรรมชาติอยู่ในย่านที่กำหนดไว้ และได้กำหนดตำแหน่งการวัดความสั่นสะเทือนไว้ 5 ตำแหน่ง 5 ระดับความเร็วยรอบในการทดสอบคือ 2,200, 2,450, 2,500, 2,630 และ 2,700 RPM พบว่า เมื่อติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือนแล้ววัดความสั่นสะเทือนทั้ง 5 ตำแหน่ง และตำแหน่งที่ 5 เป็นตำแหน่งหางจับ มีค่าความสั่นสะเทือน 21.38 mm/sec (RMS) ที่ความเร็วยรอบ 2,500 RPM เมื่อเปรียบเทียบกับก่อนติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือนที่มีค่าความสั่นสะเทือน 32.32 mm/sec (RMS) สามารถลดความสั่นสะเทือนที่หางจับสูงสุดได้ร้อยละ 33.85 จากการศึกษา พบว่า อุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือนที่ออกแบบสำหรับลดความสั่นสะเทือนของรถตัดหญ้า สามารถลดการสั่นสะเทือน ที่ความเร็วยรอบของเครื่องยนต์ที่ใช้งานจริงที่ 2,500 RPM(41.67 Hz) และ 2,664 RPM (44.40 Hz) ที่เราใช้ในการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบไม่มีตัวหน่วง

สาขาวิชา วิศวกรรมเมคคาทรอนิกส์

ปีการศึกษา 2564

ลายมือชื่อนักศึกษา 

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา 

WICHAN JAISUK : VIBRATION REDUCTION OF LAWN MOWER BY USING THE ABSORBENT DEVICE. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. JIRAPHON SRISERTPOL, Ph.D., 94 PP.

Keywords: Natural Frequency/Vibrations/ Vibrations Absorber

This research is a study to analyze the natural frequency and vibration values at each working speed of a walk-along mower to design a vibration-absorbing device to be installed in the present walk-along mower to reduce vibration. The study was divided into two parts. The first part was to determine the natural frequency of the entire structure of the housing and the vibration absorbing device by the impact testing method. The second part was comparing the vibration values occurring at each speed of real use before and after installing the vibration absorbing device by investigating the natural frequency of the structure by means of the impact testing method. The position of the test has been set for 3 positions including the header, the center, and the rear part of the machine. The result of the natural frequency testing of the structure found that the rear part of the machine had maximum amplitude of 0.0116 mm/sec (RMS) at a frequency of 17.58 Hz, so this location is selected to install a vibration reduction device. The researcher designed 5 models of vibration reduction devices for testing by selecting a vibration-absorbing device without damping to have a natural frequency in the frequency range of 35-50 Hz to be installed at the rear end of the mower. It was found that the fifth model had natural frequencies in the specified range and the vibration measurement position has been set to five positions and 5-speed levels including 2,200, 2,450, 2,500, 2,630, and 2,700 RPM. From the experiment, before installing the vibration absorbing device it has a maximum vibration velocity of 32.32 mm/sec. (RMS) at 2,500 RPM at the handlebar position. After the vibration absorbing device was installed, the vibration value was reduced to 21.38 mm/sec. (RMS) The vibration-absorbing device in this study can reduce the handlebar's vibration by up to 33.85 percent and can reduce the maximum vibration at the actual engine

speed of 2500 RPM (41.67 Hz) and 2,664 RPM (44.40 Hz). The data from this study can be used as a guideline for the vibrations absorber to be located and for further design.



School of Mechatronic Engineering  
Academic Year 2021

Student's Signature Jaisuk W.  
Advisor's Signature Sirapol G.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี เนื่องจากได้รับความช่วยเหลืออย่างยิ่ง ทั้งด้านวิชาการและด้านการดำเนินงานวิจัยจากบุคคลและกลุ่มบุคคลต่าง ๆ ได้แก่

ขอขอบคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.จิระพล ศรีเสริฐผล ซึ่งเป็นที่ปรึกษาของวิทยานิพนธ์ และ นายอัษฎายุทธ รอดพ่าย พร้อมทั้งทีมงานที่ให้คำปรึกษาและอนุเคราะห์เครื่องมือวัดค่าต่าง ๆ ในการทำวิจัยให้แก่ผู้จัดทำ รวมทั้งสละเวลาให้คำแนะนำ และความคิดเห็นที่เป็นประโยชน์เกี่ยวกับแนวทางการทำวิจัย การปรับปรุงและนำเสนองาน ทำให้ผู้จัดทำได้ข้อมูลที่ครบถ้วนและสามารถนำมาใช้วิเคราะห์วางแผน รวมทั้งแผนงานต่าง ๆ และสรุปข้อมูลได้อย่างถูกต้อง ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมาก

ขอขอบคุณนางรუნนา ใจสุข พยาบาลวิชาชีพชำนาญการและครอบครัวที่ให้โอกาสในการศึกษาและสละเวลาช่วยเหลือในการทำงานวิจัย

ขอขอบคุณคณาจารย์วิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรมศรีสงคราม มหาวิทยาลัยนครพนมที่ช่วยเหลือและอนุเคราะห์สถานที่ในการทำงานวิจัยพร้อมทั้งอนุมัติสนับสนุนให้ได้รับทุนการศึกษาจากมหาวิทยาลัยนครพนมเพื่อเป็นค่าบำรุงการศึกษาในครั้งนี้

อนึ่ง ผู้จัดทำหวังว่า งานโครงการนี้จะมีประโยชน์อยู่ไม่น้อย จึงขอมอบส่วนดี ทั้งหมดนี้ให้แก่เหล่าคณาจารย์ จนทำให้ผลงานวิจัยเป็นประโยชน์ต่อผู้ที่เกี่ยวข้อง สำหรับข้อบกพร่องต่าง ๆ ที่อาจจะเกิดขึ้นนั้น ผู้จัดทำจะรับผิดชอบและพร้อมนำไปปรับปรุงและยินดีที่จะรับฟังคำแนะนำจากทุกท่านที่ได้เข้ามาศึกษา เพื่อเป็นประโยชน์ในการพัฒนาต่อไป

วิชาญ ใจสุข

# สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ (ภาษาไทย).....	ก
บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ).....	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ค
สารบัญ.....	จ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญรูป.....	ซ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ .....	ฎ
<b>บทที่</b>	
<b>1 บทนำ.....</b>	<b>1</b>
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย.....	3
1.3 ขอบเขตของการวิจัย .....	3
1.4 ระเบียบวิธีวิจัย .....	3
1.5 สถานที่ทำงานวิจัย.....	4
1.6 เครื่องมือที่ใช้ทำงานวิจัย.....	4
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	4
1.8 ลำดับขั้นตอนการดำเนินการวิจัย.....	4
<b>2 ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย .....</b>	<b>6</b>
2.1 การสั่นสะเทือนและการวัดการสั่นสะเทือน.....	6
2.2 การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน .....	19
2.3 การวัดสัญญาณการสั่นสะเทือน .....	30
2.4 เซนเซอร์วัดการสั่นสะเทือน .....	32
2.5 การวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติ .....	35
2.6 การออกแบบตัวดูดซับการสั่น (Vibration absorber design).....	37
2.7 ปรัชญาบรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	46



## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
<b>3</b> วิธีการดำเนินการวิจัย.....	52
3.1 วิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น.....	52
3.2 ทดสอบการสันสะเทือนแบบอิสระของโครงสร้างรถตัดหญ้าแบบรถเข็น.....	56
3.3 ศึกษาและออกแบบอุปกรณ์ดูดซับการสันสะเทือน.....	58
3.4 คำนวณหาค่าอุปกรณ์ดูดซับความสันสะเทือน.....	59
3.5 เลือกเครื่องมือที่ใช้ในการวัดค่าการสันสะเทือนรถตัดหญ้าแบบรถเข็น.....	62
3.6 ทดลองอุปกรณ์ตัวดูดซับการสันสะเทือนแต่ละโมเดล.....	64
<b>4</b> ผลการศึกษา และการวิเคราะห์ผล.....	71
4.1 การทดสอบการสันสะเทือนแบบอิสระของโครงสร้างรถตัดหญ้าแบบ รถเข็นขณะเครื่องยนต์ทำงาน.....	71
<b>5</b> บทสรุป.....	75
5.1 สรุปผลงานวิจัย.....	75
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	75
รายการอ้างอิง.....	76
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก.....	78
ภาคผนวก ข.....	80
ประวัติผู้เขียน.....	94

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1.1	เกณฑ์แรงสั่นสะเทือนของ Reiher & Meister.....	2
3.1	แสดงค่าความถี่ธรรมชาติ ที่ตำแหน่งที่ 1 .....	54
3.2	แสดงค่าความถี่ธรรมชาติ ที่ตำแหน่งที่ 2 .....	55
3.3	แสดงค่าความถี่ธรรมชาติ ที่ตำแหน่งที่ 3 .....	56
3.4	แสดงค่าความสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นจริงในรถตัดหญ้าแบบรถเข็นแบบอิสระ .....	57
4.1	แสดงค่าความสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นจริงในรถตัดหญ้าแบบรถเข็นแบบอิสระ .....	72
4.2	แสดงค่าความสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นหลังจากติดตั้งอุปกรณ์ลดความสั่นสะเทือน ในรถตัดหญ้าแบบรถเข็น.....	73

## สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
1.1	ลักษณะการใช้งานจริง.....	2
1.2	รถตัดหญ้าแบบรถเข็น(ล้อสูง).....	2
2.1	การสั่นแบบฮาร์มอนิก.....	7
2.2	การสั่นของก้อนมวล $m$ รอบระดับ A-A.....	9
2.3	แสดงลักษณะการสั่นแบบแรนดอม (Random).....	11
2.4	ระบบก้อนมวลและสปริง.....	11
2.5	ระบบสปริงและก้อนมวลแสดงรูปร่างของโหมดที่ 1 และ 2.....	14
2.6	ปัญหาการสั่นของวัสดุท่อน.....	16
2.7	คานมีจุดรองรับที่ปลาย 2 ข้าง.....	17
2.8	ระบบมวล-สปริง-ตัวหน่วง.....	20
2.9	ระบบมวล-สปริง.....	21
2.10	กราฟการสั่นสะเทือนแบบอิสระของระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน.....	22
2.11	การเปรียบเทียบการจัด ความเร็ว และ ความแรงของการสั่นสะเทือน.....	24
2.12	ระบบอย่างง่ายที่ประกอบด้วยมวล สปริง และตัวหน่วงการสั่นสะเทือน.....	25
2.13	การสั่นสะเทือนแบบ Under damped motion.....	27
2.14	การเคลื่อนที่แบบ Critically damped motion.....	28
2.15	การเคลื่อนที่แบบ Over damped motion.....	29
2.16	Logarithmic decrement.....	30
2.17	แสดงคุณภาพแรงสั่นสะเทือนแบบ RMS, 0-pk, pk to pk.....	31
2.18	Eddy current or Proximity transducer.....	33
2.19	หัววัดการสั่นสะเทือนชนิดความเร็ว.....	33
2.20	หัววัดการสั่นสะเทือนชนิดความเร่ง.....	34
2.21	กราฟแสดงความถี่และขนาดการสั่นสะเทือนเพื่อแสดงปรากฏการณ์เรโซแนนซ์ ของลักษณะการยึดติดแบบต่าง ๆ.....	35
2.22	ความถี่ธรรมชาติในการแกว่งของลูกตุ้ม.....	36

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
2.23	แบบจำลองของตัวดูดซับการสั่นสะเทือน ..... 38
2.24	แอมพลิจูดการสั่นของระบบหลักกับความถี่ ..... 41
2.25	ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนมวลกับความถี่ธรรมชาติของระบบ ..... 42
2.26	แบบจำลองกายภาพของตัวดูดซับการสั่นแบบมีตัวหน่วง ..... 44
2.27	ขนาดการสั่นของระบบหลักกับความถี่ ..... 45
3.1	แสดงตำแหน่งทดสอบโครงสร้างรถตัดหญ้าหาค่าความถี่ธรรมชาติ โดยวิธีทดสอบแบบแรงดล ..... 53
3.2	กราฟแสดงโดเมนความถี่ ที่ตำแหน่งที่ 1 ..... 53
3.3	กราฟแสดงโดเมนความถี่ ที่ตำแหน่งที่ 2 ..... 54
3.4	กราฟแสดงโดเมนความถี่ ที่ตำแหน่งที่ 3 ..... 55
3.5	แสดงตำแหน่งที่ใช้เครื่องมือวัดค่าความสั่นสะเทือนในรถตัดหญ้าแบบรถเข็น ..... 57
3.6	กราฟแสดงค่าความสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นกับรถตัดหญ้าแบบรถเข็น ที่ไม่ได้ติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน ..... 58
3.7	แสดงอุปกรณ์ในการออกแบบอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือน ..... 58
3.8	กราฟแสดงขนาดการสั่นของระบบหลักกับความถี่ ..... 61
3.9	แสดงเครื่องมือวัดความสั่นสะเทือน ..... 62
3.10	แสดงเครื่องมือวัดความถี่ธรรมชาติ ..... 63
3.11	แสดงเครื่องมือวัดความเร็วรอบ ..... 63
3.12	แสดงการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบโซ่คู่ แท่งเหล็กคู่กับ ลูกตุ้มถ่วงโมเดลที่ 1 ..... 64
3.13	กราฟแสดงความถี่ธรรมชาติของโมเดลที่ 1 ..... 64
3.14	แสดงการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบโซ่คู่ แท่งเหล็กคู่กับ ลูกตุ้มถ่วงโมเดลที่ 2 ..... 65
3.15	กราฟแสดงความถี่ธรรมชาติของโมเดลที่ 2 ..... 65
3.16	แสดงการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบโซ่คู่ แท่งเหล็กคู่กับ ลูกตุ้มถ่วงโมเดลที่ 3 ..... 66
3.17	กราฟแสดงความถี่ธรรมชาติของโมเดลที่ 3 ..... 66

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.18	แสดงการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบโซ่คู่ แท่งเหล็กคู่กับ ลูกตุ้มถ่วงโมเดลที่ 4..... 67
3.19	กราฟแสดงความถี่ธรรมชาติของโมเดลที่ 4..... 67
3.20	แสดงการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบโซ่คู่ แท่งเหล็กคู่กับ ลูกตุ้มถ่วงโมเดลที่ 5..... 68
3.21	กราฟแสดงความถี่ธรรมชาติของโมเดลที่ 5..... 69
3.22	แสดงลักษณะโครงสร้างของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น..... 69
3.23	แสดงตำแหน่งหารติดตั้งอุปกรณ์ตัวดูดซับการสั่นสะเทือนในการทดลอง..... 70
4.1	แสดงตำแหน่งในการวัดความสั่นสะเทือน..... 71
4.2	กราฟแสดงค่าความสั่นสะเทือนในแต่ละความเร็วรอบใน 5 ตำแหน่งการวัด ก่อนการติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน..... 72
4.3	กราฟแสดงค่าความสั่นสะเทือนในแต่ละความเร็วรอบใน 5 ตำแหน่งการวัด หลังการติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน..... 73
4.4	กราฟแสดงการเปรียบเทียบร้อยละของค่าความสั่นสะเทือนที่ลดลง ก่อนและหลังการติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน ในตำแหน่งที่ 5..... 74

## คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

Hz	=	ความถี่ เฮิรตซ์ (Hertz) (cycle per second, Hz)
$F$	=	แรงภายนอกกระทำ
M	=	มวลของระบบ
$\omega$	=	ความถี่ธรรมชาติวงกลม (natural circular frequency) มีหน่วยเป็น rad/second
$\omega_n$	=	ค่าความถี่ธรรมชาติ
$T$	=	คาบของการเคลื่อนที่ (วินาที)
k	=	ค่าความแข็งแรงแรงของสปริง
c	=	ความหน่วง
$\zeta$	=	อัตราส่วนการหน่วง (Damping ratio)
CPM	=	จำนวนรอบของการสั่นสะเทือนต่อหน่วยเวลา รอบต่อนาที (cycle per minute)
RPM	=	ความเร็วของเครื่องจักร มีหน่วยรอบต่อนาที (revolution per minute)
$f$	=	ความถี่ธรรมชาติ มีหน่วยเป็น Hz, (รอบต่อวินาที)
Impact Test	=	วิธีทดสอบแบบแรงดล
Hp	=	หน่วยแรงม้าของเครื่องยนต์

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา

รถตัดหญ้า (Lawn Mower) เป็นเครื่องจักรกลที่สำคัญอย่างหนึ่ง เป็นเครื่องทุ่นแรงที่ช่วยให้เกษตรกรได้รับความสะดวกสบายในการตัดหญ้า หรือกำจัดวัชพืช รถตัดหญ้ามียุคหลายแบบ ทั้งแบบนั่งขับและแบบเข็น รถตัดหญ้าแบบรถเข็นมีหลายขนาดซึ่งแตกต่างกันไป เช่น แบบที่มีขนาดเล็ก ล้อต่ำเหมาะสำหรับตัดหญ้าที่ขึ้นไม่มากนัก แบบรถเข็นที่มีสามล้อเหมาะสำหรับตัดหญ้าในพื้นที่สนามหญ้าทั่วไป แบบที่มีขนาดล้อสูงเหมาะสำหรับตัดหญ้าได้ทั่วไป ไม่ว่าจะ เป็นบริเวณหญ้าหรือวัชพืชขึ้นน้อยหรือมาก แบบนั่งขับเหมาะสำหรับพื้นที่บริเวณสนามหญ้างอก ๆ เป็นต้น การตัดหญ้าเป็นกระบวนการหนึ่งของการเพาะปลูกพืชต่าง ๆ การเตรียมพื้นที่เพาะปลูกของเกษตรกรในชุมชนขนาดเล็กไปหาขนาดกลางยังใช้เครื่องจักรหรือเครื่องทุ่นแรงขนาดเล็กอยู่เพราะราคาไม่สูงนัก ถ้าทำการเกษตรแปลงใหญ่ เครื่องจักรกลก็ต้องมีขนาดใหญ่และราคาสูงตาม ดังนั้นรถตัดหญ้าแบบรถเข็นจึงยังมีความจำเป็นที่ต้องนำมาใช้ประโยชน์ได้อย่างเหมาะสมและคุ้มค่ากับการลงทุนในการตัดหญ้า

การนำรถตัดหญ้าแบบรถเข็นมาช่วยในงานเกษตรกรรม จะเกิดประโยชน์แก่เกษตรกรผู้ทำการปลูกพืช ไม่ว่าจะทำการเกษตรเพื่อเลี้ยงชีพหรือเพื่อการขายผลผลิต รถตัดหญ้าแบบรถเข็นจะช่วยลดเวลาและลดแรงงานคนในการตัดหญ้าทำความสะอาดพื้นที่ก่อนทำการเกษตรต่อไป นอกจากนี้รถตัดหญ้าแบบรถเข็นยังมีความเหมาะสมในการตัดหญ้าบริเวณพื้นที่แคบ ๆ เช่น บริเวณข้าง ๆ ของแปลงพืชผัก และยังมีราคาไม่สูงนัก ซึ่งเกษตรกรสามารถหาซื้อมาใช้ได้

รถตัดหญ้าแบบรถเข็น (ล้อสูง) ดังรูปที่ 1.1 ที่เกษตรกรนำมาใช้งานปัจจุบันประกอบด้วย ตัวโครงรถและเครื่องยนต์ ส่งถ่ายกำลังจากเครื่องยนต์ไปยังชุดใบตัดโดยสายพาน จากการทำงานของรถตัดหญ้าจะเกิดการสั่นสะเทือนค่อนข้างสูง และสูงขึ้นตามความเร็วรอบของเครื่องยนต์ ขณะที่เกษตรกรผู้ใช้งานนำไปใช้งานก็จะใช้มือทั้งสองข้างจับตรงมือจับ (Hand Grip) ทางของรถตัดหญ้า ทำให้การสั่นสะเทือนถ่ายไปยังข้อมือ แขน และกล้ามเนื้อส่วนอื่น ส่งผลให้ผู้ใช้งานเกิดความเมื่อยล้า (Fatigue) กล้ามเนื้อส่วนที่ได้รับแรงการสั่นสะเทือนจากรถตัดหญ้าแบบรถเข็น (ล้อสูง) และรูปที่ 1.2 แสดงถึงลักษณะการใช้งานจริง การสั่นสะเทือนที่มีผลกระทบต่อปฏิกิริยาของร่างกายมนุษย์ได้มีเกณฑ์ของแรงสั่นสะเทือน ดังตารางที่ 1.1 เกณฑ์แรงสั่นสะเทือนของ Reiher & Meister (1931)



รูปที่ 1.1 รถตัดหญ้าแบบรถเข็น(ล้อสูง)



รูปที่ 1.2 ลักษณะการใช้งานจริง

ตารางที่ 1.1 เกณฑ์แรงสั่นสะเทือนของ Reiher &amp; Meister

ระดับความสั่นสะเทือน	ความเร็วอนุภาคสูงสุด (มิลลิเมตร/วินาที)	ผลกระทบต่อปฏิกิริยาของ มนุษย์
ระดับที่ 1	0.00 – 0.15	ไม่สามารถรับรู้ได้
ระดับที่ 2	0.15 – 0.30	รู้สึกได้เพียงเล็กน้อย
ระดับที่ 3	2	สามารถรับรู้ได้โดยง่าย
ระดับที่ 4	2.5	มีความรู้สึกรำคาญ
ระดับที่ 5	5	รู้สึกไม่สบายและถูกรบกวน
ระดับที่ 6	10 - 15	รู้สึกเจ็บปวด

ที่มา: จากการทดลองของ Dickmann. Reiher & Meister

การสั่นสะเทือนของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น ขณะทำงานจะส่งผ่านไปยังร่างกายของผู้ใช้งาน ก่อให้เกิดการสั่นสะเทือนที่รุนแรงบริเวณข้อมือของผู้ใช้งาน ซึ่งเป็นสาเหตุของการบาดเจ็บ (Ying et al., 1998) และหากเกษตรกรใช้รถตัดหญ้าแบบรถเข็น (ล้อสูง) ตัดหญ้าในสถานะที่มีการสั่นสะเทือนเป็นเวลานานอย่างต่อเนื่อง สิ่งนี้จะส่งผลโดยตรงต่อสุขภาพของเกษตรกร (ISO 5349-1, 2001) ใน การคิดค้นวิธีการลดการสั่นสะเทือนของการใช้งานรถตัดหญ้าแบบรถเข็น ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะ การสั่นสะเทือนจึงมีความจำเป็น การตัดหญ้าในสภาพจริงจำเป็นต้องมีการเร่งรอบของเครื่องยนต์ตาม สถานะแวดล้อม ถ้าหญ้าขึ้นหนามากต้องเร่งเครื่องยนต์ให้สูงขึ้น ความสั่นสะเทือนที่กระทบต่อผู้ใช้งาน ก็สูงตาม ปัญหานี้อุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือนอาจช่วยแก้ไขปัญหาดังกล่าว โดยการถ่ายเทความ สั่นสะเทือนของโครงสร้างไปยังตำแหน่งที่อยู่ห่างจากผู้ใช้งาน เพื่อเป็นการลดการสั่นสะเทือนที่มี ผลกระทบต่อผู้ใช้งาน

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนทางกลของโครงรถตัดหญ้าแบบ รถเข็น และออกแบบระบบซับแรงสั่นสะเทือนเพื่อลดการสั่นสะเทือนที่จะมีผลกระทบต่อผู้ใช้



ลดความเมื่อยล้าจากการใช้งาน ส่งผลให้เกษตรกรสามารถทำงานได้เป็นระยะเวลายาวนานขึ้นซึ่งจะส่งผลต่อคุณภาพชีวิตของเกษตรกรซึ่งเป็นประชากรหลักของประเทศ

## 1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

- 1) เพื่อศึกษาวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น
- 2) เพื่อหาความเร็วรอบที่เหมาะสมในการทำงานของรถตัดหญ้าที่ติดตั้งตัวดูดซับการสั่น (Absorber)
- 3) ออกแบบติดตั้งตัวดูดซับการสั่น (Absorber) เพื่อลดความสั่นสะเทือนในรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

## 1.3 ขอบเขตของการวิจัย

- 1) ใช้รถตัดหญ้าแบบรถเข็นที่มีโครงสร้างขนาดกว้าง x ยาว x สูง (450 x 1,080 x 660 มิลลิเมตร) ใช้เครื่องยนต์เบนซิน 4 จังหวะ 1 สูบ ขนาด 5.5 แรงม้า ใบตัดหมุน 2 ใบ (ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางใบตัด 20 นิ้ว) ขับเคลื่อนโดยสายพาน
- 2) หาค่าความสั่นสะเทือนที่เหมาะสมในความเร็วรอบของการตัดหญ้าจริง จำนวน 1 ค่า
- 3) ลดค่าความสั่นสะเทือนในตำแหน่งบริเวณหางจับลงในขณะตัดหญ้าจริงไม่น้อยกว่าร้อยละ 30
- 4) เปรียบเทียบค่าความสั่นสะเทือนระหว่างติดตั้งและไม่ติดตั้งตัวดูดซับการสั่นสะเทือน
- 5) ติดตั้งตัวดูดซับการสั่นในตำแหน่งบริเวณจับยึดหางจับ เนื่องจากต้องการซับแรงสั่นสะเทือนที่จะส่งผ่านไปยังหางจับ (ตำแหน่งผู้ใช้งาน) และเป็นอุปกรณ์ป้องกันเศษวัสดุอื่นที่อยู่ในสนามหญ้ากระเด็นมา ถูกผู้ใช้งานขณะกำลังตัดหญ้า

## 1.4 ระเบียบวิธีวิจัย

- 1) ศึกษาวิเคราะห์หาสาเหตุที่ทำให้เกิดการสั่นสะเทือนในรถตัดหญ้าแบบรถเข็นที่มีผลกระทบต่อผู้ใช้งาน
- 2) ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับอุปกรณ์ลดความสั่นสะเทือน
- 3) ออกแบบวิธีทดลอง และติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือนกับรถตัดหญ้าแบบรถเข็น
- 4) ทดลองวัดค่าความสั่นสะเทือนโดยใช้เครื่องมือวัด (Vibration Tester)
- 5) เปรียบเทียบผลค่าความสั่นสะเทือนของเครื่องตัดหญ้าแบบรถเข็นที่ติดตั้งและไม่ได้ติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน
- 6) วิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผลลัพธ์ที่ได้

## 7) จัดทำเอกสารและรายงานการวิจัย

### 1.5 สถานที่ทำงานวิจัย

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา และสาขาวิชาช่างยนต์ วิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรมศรีสงคราม มหาวิทยาลัยนครพนม ตำบลศรีสงคราม อำเภอศรีสงคราม จังหวัดนครพนม

### 1.6 เครื่องมือที่ใช้ทำงานวิจัย

- 1) รถตัดหญ้าแบบรถเข็นขนาด กว้างxยาวxสูง (450x1,080x660 มิลลิเมตร) ใช้เครื่องยนต์เบนซิน 4 จังหวะ 1 สูบ ขนาด 5.5 hp. ใบตัดหมุน 2 ใบ (ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางใบตัด 20 นิ้ว) ขับเคลื่อนโดยสายพาน
- 2) โปรแกรมขึ้นรูปสามมิติเพื่อใช้ในการออกแบบ
- 3) เครื่องวัดความสั่นสะเทือน (Vibration Tester)
- 4) เครื่องมือวัดค่าความถี่ธรรมชาติโดยวิธีการทดสอบแบบแรงดล (Impact Test)
- 5) เครื่องมือวัดความเร็วรอบ
- 6) คอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล

### 1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1) ลดการสั่นสะเทือนของรถตัดหญ้าแบบรถเข็นในขณะที่ทำงานได้
- 2) สามารถใช้งานของรถตัดหญ้าแบบรถเข็นได้นานขึ้น
- 3) ได้ค่าความถี่ธรรมชาติของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น และความเร็วรอบที่เหมาะสมในการตัดหญ้า
- 4) ได้อุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนสำหรับรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

### 1.8 ลำดับขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

- 1) ทดสอบหาค่าความถี่ธรรมชาติของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น
- 2) กำหนดตำแหน่งวัดค่าความสั่นสะเทือนแบบอิสระของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น
- 3) ศึกษาและออกแบบอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือน
- 4) คำนวณหาค่าความถี่ธรรมชาติอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือน
- 5) เลือกเครื่องมือวัดค่าต่างๆที่ใช้ในการทำวิจัย
- 6) ทำการทดสอบอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือน

- 7) เก็บข้อมูลผลการทดสอบ และเปรียบเทียบก่อนหลังติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับการสิ้นเสเทือน
- 8) สรุปผลการดำเนินการวิจัย



## บทที่ 2

### ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

รถตัดหญ้าแบบรถเข็นเป็นอุปกรณ์ซึ่งผู้ปฏิบัติงานต้องเดินตามเพื่อบังคับควบคุมตลอดเวลา โดยขณะใช้งานจะมีความสั่นสะเทือนเกิดขึ้นค่อนข้างสูงมาก ก่อให้เกิดความลำบากในการบังคับควบคุม ซึ่งมีผลกระทบต่อร่างกาย และเกิดความเมื่อยล้าหลังจากการทำงาน สำหรับทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีดังต่อไปนี้

#### 2.1 การสั่นสะเทือนและการวัดการสั่นสะเทือน

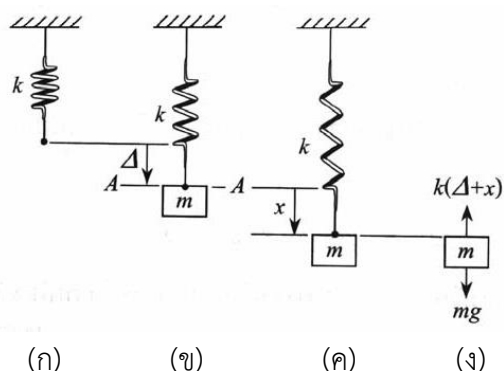
การสั่นสะเทือนเป็นภาวะชนิดหนึ่งที่ทำให้ระบบต่างๆมีภาระเพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นสาเหตุทำให้อุปกรณ์ชิ้นส่วนในระบบเกิดความเสียหาย ถ้าเราสามารถหาวิธีการเพื่อหาค่าความสั่นสะเทือนหรือวัดค่าความสั่นสะเทือนได้ ก็จะสามารถนำค่าความสั่นสะเทือนนั้นมาวิเคราะห์ปัญหา เพื่อเพิ่มความน่าเชื่อถือให้กับกระบวนการผลิตในภาคอุตสาหกรรมได้

##### 2.1.1 ธรรมชาติการสั่นสะเทือน

เมื่อตัวเรือนถูกแรงกระตุ้น จะเกิดการสั่นสะเทือนกลับไปมา การสั่นสะเทือนดังกล่าวอาจจะมีรูปร่างที่แน่นอนหรือไม่แน่นอน โดยปกติการสั่นสะเทือนสามารถแบ่งออกเป็นสองกรณีคือ การสั่นสะเทือนแบบอิสระและการสั่นสะเทือนแบบบังคับ การสั่นสะเทือนอิสระปกติจะเกิดจากเงื่อนไขเริ่มต้นเพียงอย่างเดียว ความถี่ที่เกิดการสั่นสะเทือนเรียกว่าความถี่ธรรมชาติ ซึ่งอาจจะมีค่าเดียวหรือหลายความถี่ก็ได้ ทั้งนี้ ขึ้นอยู่กับระดับความเสรีของตัวเรือนการเคลื่อนที่ การสั่นสะเทือนแบบบังคับ คือการสั่นสะเทือนที่เกิดจากการกระทำของแรงภายนอก และทำให้ระบบเกิดการสั่นกลับไปกลับมา ถ้าความถี่ของแรงที่มากระทำมีค่าเท่ากับความถี่ธรรมชาติของระบบเราเรียกว่าระบบอยู่ภายใต้การสั่นพ้องจะเกิดการสั่นอย่างรุนแรง และเป็นอันตรายต่อชิ้นงานอย่างมาก โดยปกติเครื่องจักรกลหรือโครงสร้างต่าง ๆ จะมีความเสียดทานแบบเสียดทานภายในของแข็งในเนื้อวัสดุ และจะมีผลต่อการลดลงของขนาดการสั่นสะเทือนของชิ้นงานเป็นอย่างมาก

##### 2.1.2 การสั่นแบบฮาร์มอนิกและแบบเรียดอม

การสั่นซึ่งเรียกว่าการสั่นแบบฮาร์มอนิก มีการสั่นขึ้นลงจากจุดหยุดนิ่งรอบแนว A-A และถ้าไม่มีความต้านทานของอากาศหรือแรงต้านใด ๆ แล้วก้อนมวล  $m$  จะเคลื่อนไหวขึ้นลงรอบแนว A-A แบบไม่หยุดนิ่ง ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 การสั่นแบบฮาร์มอนิก (ก) สปริงหยุดนิ่งยังไม่ยึดตัว (ข) มีชิ้นมวลถ่วงทำให้สปริงยืดจากจุดหยุดนิ่ง (ค) มีการสั่นรอบแนว A-A ได้ระยะ  $x$  (ง) แรงกระทำบนชิ้นมวลได้ระยะ  $X$  ใด ๆ (ที่มา: ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2550) .ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม: p. 261)

กฎข้อที่ 2 ของนิวตัน (Newton's second law) อธิบายการสมดุลการเคลื่อนที่ดังนี้

$$\sum F = m\ddot{x} \quad (2.1)$$

$$-\Delta k - kx + mg = m\ddot{x} \quad (2.2)$$

แต่น้ำหนัก  $mg = k$  และ  $\Delta k$  เป็นค่าคงที่ และมีขนาดเท่ากันจึงหักล้างหายไป ทำให้สมการเคลื่อนที่กลายเป็นสมการดังนี้

$$m\ddot{x} = kx = 0$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (2.3)$$

โดยที่  $\omega^2 = \frac{k}{m}$  แทนใน (2.3) จะได้สมการ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (2.4)$$

จาก  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  เป็นความถี่ของวงรอบมีหน่วยเป็น rad/sec จากสมการ (2.4) เป็นสมการเชิงเส้นอันดับสองมีผลเฉลยทั่วไป

$$x(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (2.5)$$

โดย A และ B เป็นค่าคงที่ที่เกิดจากการอินทิเกรตสมการ (2.5) เชิงอนุพันธ์อันดับสอง ใช้ความคล้ายเหมือนทางตรีโกณมิติเขียนได้อีกรูปแบบคือ

$$x(t) = C \sin(\omega t + \varnothing) \quad (2.6)$$

โดยที่ค่า C แทนขนาดของการสั่น (amplitude)  $\varnothing$  (phase angle) แทนตำแหน่งของก้อนมวล m ที่เวลาเท่ากับศูนย์ เพราะ  $x(0) = C \sin \varnothing$  ถ้ากำหนดให้  $x(0) = x_0$  แทนในสมการ (2.6) จะได้  $x(0) = x_0 = A \sin(0) + B \cos(0)$

นั่นคือ

$$B = x_0 \text{ หากกำหนดความเร็วเริ่มต้น}$$

$$\dot{x}(0) = 0 \text{ สมการ (2.6) จะเป็น}$$

$$\dot{x}(t) = A\omega \cos \omega t - B \sin \omega t$$

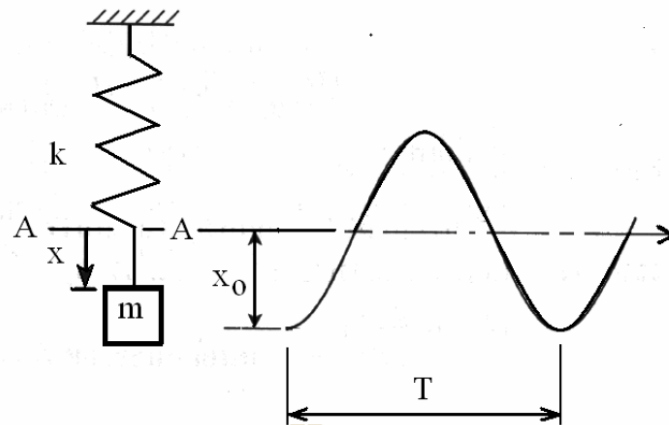
แทนค่าจะได้

$$0 = A\omega \cos(0) - B\omega \sin(0)$$

นั่นคือ  $A = 0$  ในกรณีนี้สมการ (2.6) จะเป็น

$$x(t) = x_0 \cos t \quad (2.7)$$

จากรูปที่ 2.1 หลังจากตั้งก้อนมวล m ไปด้วยระยะ x แล้วปล่อยมือด้วยความเร็วเริ่มต้น  $\dot{x} = 0$  ก้อนมวลจะสั่นขึ้นลงรอบระดับ A-A ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 การสั่นของก้อนมวล  $m$  รอบระดับ A-A

โดยที่

$F$  คือ ความถี่ของการเคลื่อนที่ เฮิรตซ์ (Hz) (รอบต่อวินาที)

$T$  คือ คาบของการเคลื่อนที่ (วินาที)

จำนวนรอบที่ก้อนมวลสั่นขึ้นลงได้ต่อเวลาเป็นวินาที เรียกว่า เฮิรตซ์ (Hertz) คือจะได้  $F = \frac{1}{T}$

ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่รอบวงกลม  $\omega$  และความถี่  $f$  ในสมการ (2.7) คือ  $\omega = 2\pi f$

$\omega$  เป็น rad/second,  $2\pi$  rad/cycle  $f$  cycles/second ค่า  $\omega$  เรียกว่าความถี่ธรรมชาติวงกลม (natural circular frequency) ซึ่งขึ้นอยู่กับค่าความแข็งแรงแรง  $k$  ของสปริงและค่ามวล  $m$  ของก้อนมวลการสั่นขึ้นลงรอบระดับ A-A ที่ความถี่  $\omega$  นี้ตลอดเวลา การสั่นลักษณะเช่นนี้ เรียกว่าเป็นการสั่นแบบอิสระ (free vibration)

ระบบสปริงและก้อนมวลถูกแรงภายนอก  $f(t)$  มากระทำดังรูปที่ 2.2 ขณะที่เกิดการสั่น เรียกว่า การสั่นจากแรง (force vibration) ตัวอย่างเช่นแรงภายนอก  $f(t)$  นี้ ขึ้นอยู่กับเวลาและอาจจะ มีลักษณะที่อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันใดก็ได้ รูปแบบของแรงภายนอก  $f(t)$  ที่ใช้ คือ

$$f(t) = F_0 \cos \omega_f t \quad (2.8)$$

เนื่องจากผลเฉลยสามารถหาได้โดยสะดวก สำหรับกรณีแรงภายนอกนี้ จากสมการ (2.4) เชิงอนุพันธ์สามารถใช้ได้จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน คือ

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \omega_f t \quad (2.9)$$

ผลเฉลยทั่วไป (general solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ (2.9) ประกอบเป็น 2 ส่วนคือ

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (2.10)$$

โดยที่  $x_h(t)$  แทนผลเฉลยเอกพันธ์ (homogeneous solution) คือ

$$x_h(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (2.11)$$

และ  $x_p(t)$  แทนผลเฉลยเฉพาะ (particular solution) คือ

$$x_p(t) = x_0 \sin \omega_f t \quad (2.12)$$

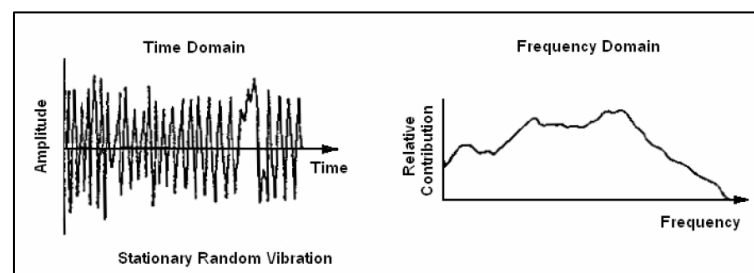
การหาค่า  $x_0$  ได้จากการแทนสมการ 2.12 ลงในสมการเชิงอนุพันธ์ (2.9) ได้

$$x_0 = \frac{F_0}{k} \left( \frac{1}{1 - (\omega_f / \omega)^2} \right) \quad (2.13)$$

ระบบสปริงและก้อนมวลที่มีแรงภายนอกมากระทำ ผลเฉลยทั่วไป คือ

$$x(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t + \frac{F_0}{k} \left( \frac{1}{1 - (\omega_f / \omega)^2} \right) \sin \omega_f t \quad (2.14)$$

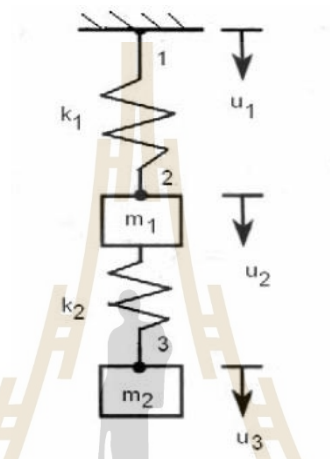
ส่วนการสั่นแบบสุ่ม การสั่นสะเทือนอาจจะมีลักษณะไม่แน่นอน การเคลื่อนที่จะมีส่วนที่ซ้ำกันจะเรียกว่า การสั่นแบบแรนดอม (random) หรือ ซึ่งอาจจะเกิดจากแรงที่มีขนาดไม่แน่นอนกระทำต่อระบบดังรูปที่ 2.3





รูปที่ 2.3 แสดงลักษณะการสั่นแบบแรนดอม (Random)  
 (ที่มา: สมศักดิ์ ปรากฏทอง (2538).การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงสร้างสามล้อเครื่องโดยวิธีการ  
 วิเคราะห์โมดัล: p. 7.)

### 2.1.3 การสั่นของระบบก้อนมวลและสปริง



รูปที่ 2.4 ระบบก้อนมวลและสปริง

ระบบสมการเมทริกในระบับนี้มี 3 สมการย่อย คือ

$$[M]\{\ddot{u}\} + K\{u\} + \{F\} \quad (2.15)$$

ระบบสมการ (2.15) เมทริกกระจายเป็น

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

เนื่องจากจุดต่อที่หมายเลข 1 ที่เพดานดังรูปที่ 2.4 โดยที่ R แทนแรงปฏิกิริยาที่เพดาน  $\ddot{u}_1 = u_1 = 0$  จึงเหลือไม่รู้ค่าจุดต่อ 1 และ 2 หาได้จากสมการย่อยที่ 2 และ 3 ของระบบได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

เริ่มต้นสมมติ  $u_2 t$  และ  $u_3 t$  รูปแบบการสั่นแบบฮาร์มอนิก

$$u(t) = C \sin(\omega t + \varnothing), \quad u(t) = A_2 \sin(\omega t + \varnothing), \quad u(t) = A_3 \sin(\omega t + \varnothing)$$

$A_2$  และ  $A_3$  แทนขนาด (amplitude) ที่จุดต่อ 2 และ 3 ตามลำดับ

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} \sin(\omega t + \varnothing) + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} \sin(\omega t + \varnothing) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

เช่นสมมติให้  $m_1 = 9$ ,  $m_2 = 1$ ,  $k_1 = 24$  และ  $k_2 = 3$  แทนในสมการ (2.18) จะได้

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} \sin(\omega t + \varnothing) + \begin{bmatrix} 27 & -3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} \sin(\omega t + \varnothing) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

หรือเขียนได้ว่า

$$\begin{vmatrix} 27 - 9\omega^2 & -3 \\ -3 & 3 - \omega^2 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

สมการ (2.19) เป็นสมการเอกพันธ์เชิงพีชคณิต (homogeneous algebraic equation) ทางขวามือมีค่าเป็นศูนย์สมการจะเป็นไปได้ก็ต่อเมื่อค่าเทอร์มินันท์สัมประสิทธิ์ต่าง ๆ ด้านซ้ายมือมีค่าเป็นศูนย์

$$\begin{vmatrix} 27 - 9\omega^2 & -3 \\ -3 & 3 - \omega^2 \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

หรือ

$$\begin{aligned}(27-9\omega^2)(3-\omega^2)-9 &= 0 \\ \omega^4-6\omega-8 &= 0 \\ (\omega^2-2)(\omega^2-4) &= 0\end{aligned}$$

ได้เกิดค่ารากความถี่กำลังสอง 2 ค่า คือ  $\omega^2 = 2$  และ  $\omega^2 = 4$   
 $\omega_1 = \sqrt{2}$  และ  $\omega_2 = 2$

แทนค่า  $\omega_1 = \sqrt{2}$  ในสมการ (2.21) เป็นความถี่พื้นฐานในโหมดที่ 1 จะได้ความสัมพันธ์ความถี่  $A_2 = A_3/3$  ในโหมด 1 การเคลื่อนตัว

$$\begin{bmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned}u_2(t) &= A_2 \sin(\sqrt{2}t + \phi) = \frac{1}{3} A_3 \sin(\sqrt{2}t + \phi) \\ u_3(t) &= A_3 \sin(\sqrt{2}t + \phi_1)\end{aligned}\tag{2.22}$$

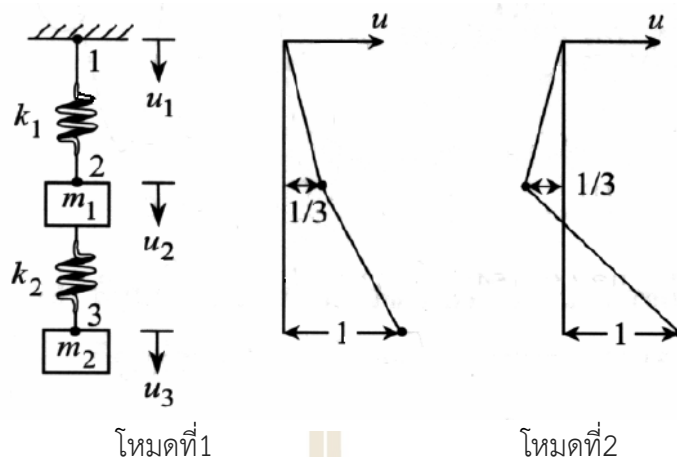
ความถี่พื้นฐานในโหมดที่ 2 แทนค่า  $\omega_2 = 2$  ในสมการ (2-21) กลายเป็น

$$\begin{bmatrix} 9 & -3 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

จะได้ความสัมพันธ์ความถี่  $A_2 = -A_3 / 3$  ในโหมด 2 กับโหมด 3 สมการการเคลื่อนตัว

$$u_2(t) = A_2 \sin(2t + \phi_2) = \frac{1}{3} A_3 \sin(2t + \phi_2)\tag{2.23}$$

ลักษณะการเคลื่อนตัว เรียกว่า รูปร่างของโหมด (mode shape) มีความสัมพันธ์ความถี่  $A_2 = A_3 / 3$  และ  $A_2 = -A_3 / 3$  ดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 ระบบสปริงและก้อนมวลแสดงรูปร่างของโหมดที่ 1 และ 2  
(ที่มา : ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2550). ไฟไนต์เอมิเมนต์ในงานวิศวกรรม p. 269.)

$$\begin{Bmatrix} u_2(t) \\ u_3(t) \end{Bmatrix} = + \begin{Bmatrix} \frac{1}{3} A_3 \sin(\sqrt{2}t + \varnothing_1) - \frac{1}{3} A_3 \sin(2t + \varnothing_2) \\ A_3 \sin(\sqrt{2}t + \varnothing_1) + A_3 \sin(2t + \varnothing_2) \end{Bmatrix}$$

การรวมกันของผลเฉลยของค่าเคลื่อนตัวของโหมดที่ 2 ทำให้เกิดผลเฉลยโดยรวมของระบบคือ

$$\begin{Bmatrix} u_2(t) \\ u_3(t) \end{Bmatrix} = + \begin{Bmatrix} \frac{1}{3} A_3^{(1)} \sin(\sqrt{2}t + \varnothing_1) - \frac{1}{3} A_3^{(2)} \sin(2t + \varnothing_2) \\ A_3^{(1)} \sin(\sqrt{2}t + \varnothing_1) + A_3^{(2)} \sin(2t + \varnothing_2) \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$

ผลเฉลยแต่ละโหมดรวมกันเรียกว่าวิธีทับซ้อนโหมด (modal superposition) หรือเรียกว่าวิธีวิเคราะห์โหมด (modal analysis) การหาผลเฉลยของค่าความเร็วที่จุดต่อหมายเลข 2 และ 3 ได้โดยการหาเชิงอนุพันธ์ของสมการเคลื่อนตัว (2.24)

$$\begin{Bmatrix} \dot{u}_2(t) \\ \dot{u}_3(t) \end{Bmatrix} = + \begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{3} A_3^{(1)} \cos(\sqrt{2}t + \varnothing_1) - \frac{2}{3} A_3^{(2)} \cos(2t + \varnothing_2) \\ \sqrt{2} A_3^{(1)} \cos(\sqrt{2}t + \varnothing_1) + A_3^{(2)} \cos(2t + \varnothing_2) \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

เงื่อนไขเริ่มต้นให้  $u_2(0) = 1$  และ  $u_3(0) = 0$  และ  $\dot{u}_2(0) = \dot{u}_3(0) = 0$

$$A_3^{(1)} \sin \varnothing_1 - A_3^{(2)} \sin \varnothing_2 = 3 \quad (2.26)$$

$$A_3^{(1)} \sin \varnothing_1 + A_3^{(2)} \sin \varnothing_2 = 0 \quad (2.27)$$

$$\sqrt{2}A_3^{(1)} \cos \varnothing_1 - 2A_3^{(2)} \cos \varnothing_2 = 0 \quad (2.28)$$

$$\sqrt{2}A_3^{(1)} \cos \varnothing_1 + 2A_3^{(2)} \cos \varnothing_2 = 0 \quad (2.29)$$

นำสมการ (2.28) รวมกับสมการ (2.29) จะได้  $2\sqrt{2} A_3 \cos \varnothing_1 = 0$

สมการ (2.28) ไปลบกับสมการ (2.29) จะได้  $4 A_3 \cos \varnothing_2 = 0$

ซึ่งได้ผล  $\varnothing_2 = 2\pi$  ถ้าแทนค่า  $\varnothing_2 = 2\pi$  ลงในสมการ (2.26) และ (2.27) จะได้

$$A_3^{(1)} - A_3^{(2)} = 3 \text{ และ } A_3^{(1)} + A_3^{(2)} = 0$$

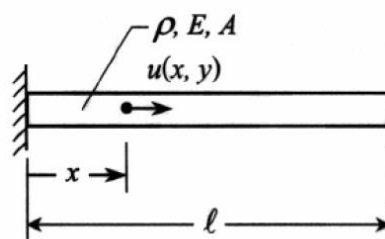
ที่จุดต่อหมายเลข 2 และ 3 การเคลื่อนตัวของก้อนมวล 2 และ 3 ตามสมการ (2.24) จะเป็น

$$\{u_2(t)\} = + \left\{ \frac{1}{2} \sin(\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}) - \frac{1}{2} \sin(2t + \frac{\pi}{2}) \right\} \quad (2.30)$$

$$\{u_3(t)\} = + \left\{ \frac{3}{2} \sin(\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}) + \frac{3}{2} \sin(2t + \frac{\pi}{2}) \right\} \quad (2.31)$$

#### 2.1.4 การสั่นในวัสดุท่อน

ชิ้นส่วนทั่วไปจะประกอบด้วยวัสดุเป็นท่อน คาน แผ่นบางและทรงตัน การศึกษาวิเคราะห์การสั่นโดยเริ่มจากวัสดุท่อนก่อน ดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 ปัญหาการสั่นของวัสดุท่อน

สมการความสมดุลในแนวแกน  $x$  การสั่นในแนวแกน  $x$  คือ

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.32)$$

มีเงื่อนไขขอบเขตประกอบด้วย

$$u(0, t) = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{\partial u}{\partial x}(l, t) = 0$$

และเงื่อนไขเริ่มต้นคือ  $u(x, 0) = 0$  และ  $\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0$

ผลเฉลยทั่วไปคือ

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(\omega_n t + \phi_n) \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \quad (2.33)$$

จากเงื่อนไขเริ่มต้นตามสมการ (2.36)  $A_n$  และ  $\phi_n$  เป็นค่าคงที่ ค่าความถี่ธรรมชาติ คือ

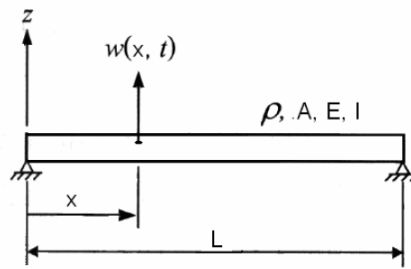
$$\omega_n = \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.34)$$

และรูปร่างของโหมด (mode shape)

$$\phi_n = \sin \left( \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.35)$$

### 2.1.5 การสั่นในคาน

คานประกอบไปด้วยจุดรองรับที่ปลาย 2 ข้าง โดยมีแรง (โดยน้ำหนัก) กระทำดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 คานมีจุดรองรับที่ปลาย 2 ข้าง

การสั่นแนวตั้งแกน z สมการความสมดุล คือ

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \quad (2.36)$$

มีเงื่อนไขขอบเขตคือ

$$w(0, t) = w(l, t) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(0, t) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(l, t) = 0 \quad (2.37)$$

ผลเฉลยทั่วไปของคาน คือ

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(\omega_n t + \phi_n) \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (2.38)$$

จากเงื่อนไขเริ่มต้น  $w(x, 0)$  และ  $\dot{w}(x, 0)$  ที่กำหนดมาให้  $A_n$  และ  $\phi_n$  เป็นค่าคงที่ ค่าความถี่ธรรมชาติ คือ

$$\omega_n = \left( \frac{n\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.39)$$

และรูปร่างของโหมด (Mode shape)

$$\phi = \sin \frac{n\pi x}{l} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.40)$$

### 2.1.6 การสันสะท้อนแบบบังคับมีตัวหน่วงและพิกัดหลัก

สมการการเคลื่อนที่ของระบบที่มีระดับความเร็ว  $n$  ชั้นประกอบด้วยตัวหน่วงชนิดหนืดและมีแรงภายนอก  $f(t)$  กระทำอยู่สามารถเขียนในรูปเมทริกได้ดังนี้

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\dot{u} + K\{u\} = \{F\} \quad (2.41)$$

ซึ่งเมื่อ  $c$  เป็นสัดส่วนกับเมทริกของมวลหรือสติฟเนสเมทริก หรือสัดส่วนกับผลรวมเชิงเส้นของ เมทริกของมวลละสติฟเนสเมทริก เรียกเมทริกนั้นว่า เมทริกการหน่วงสัดส่วน (proportional damping matrix)

$$[c] = a[m] + b[k]$$

เมื่อ  $[u]_n$  เป็นโมดัลเมทริกปกติ

$$[m]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\} = \{F\} \quad (2.42)$$

$$\underbrace{[u]_n^T [m] [u]_n}_{[I]} \underbrace{[u]_n^{-1} \{\ddot{u}\}}_{\{z\}_p} + \underbrace{[u]_n^T [c] [u]_n}_{[c]_p} \underbrace{[u]_n^{-1} \{\dot{u}\}}_{\{z\}_p} + \underbrace{[u]_n^T [k] [u]_n}_{[k]_p} \underbrace{[u]_n^{-1} \{u\}}_{\{z\}_p} = \underbrace{[u]_n^T \{F\}}_{\{F\}_p}$$

ทำการเปลี่ยน  $[c]$  ให้เป็น  $[c]_p$  เมื่อ  $[c] = a[m] + b[k]$

$$\begin{aligned} [u]_n^T [c] [u]_n &= a [u]_n^T [m] [u]_n + b [u]_n^T [k] [u]_n \\ &= a [I] + b [k]_p \end{aligned} \quad (2.43)$$

เมื่อ  $[k]_p$  เป็นเมทริกเฉียงและเป็นค่าเจาะจง ดังสมการที่โหมด  $i^{th}$  จะเป็น

$$\ddot{u}_{pi} (a + b\omega_i^2) + \omega_i^2 u_{pi} = F_{pi} \quad (2.44)$$

ชนิดของตัวหน่วงนี้คือตัวหน่วงสัดส่วน (Proportional Damping) เมื่อตัวหน่วงแต่ละโหมดเป็นสัดส่วนกับตัวหน่วงวิกฤตในแต่ละโหมด และตัวหน่วงยังคงเป็นสัดส่วนกับความเร็ว ถ้าค่าความหน่วงที่มีอยู่ทุกๆโหมดอาจจะเรียกว่าความหน่วงสม่ำเสมอ (Uniform damping) ค่าความหน่วงยังสามารถตั้งให้เป็นแบบอสมการโดยเรียกว่า ความหน่วงไม่สม่ำเสมอ (Non-uniform damping)

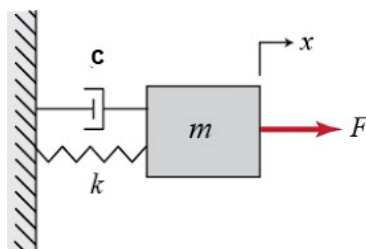


## 2.2 การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน

การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน สามารถกระทำได้โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้น แล้วนำผลทางคณิตศาสตร์มาพิจารณา เพื่อศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องซึ่งจะมีผลต่อขนาดของการสั่นสะเทือน ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้บรรยายปรากฏการณ์การสั่นสะเทือน นั้น จำนวนพิกัดอิสระ (independent coordinate) ที่ใช้ในการบรรยายการเคลื่อนที่ของระบบจะถูกเรียกว่าจำนวนระดับขั้นความเสรี (degree of freedom) ของระบบนั้น ๆ ตัวอย่างเช่น ถ้าอนุภาคอิสระเคลื่อนที่ไปในสามมิติอนุภาคก็จะมีลำดับขั้นความเสรีเท่ากับ 3 เพราะต้องการพิกัด  $x, y, z$  ในการกำหนดตำแหน่งของอนุภาค ในขณะที่วัตถุเกร็งเคลื่อนที่ไปสามมิติ ต้องการระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 6 กล่าวคือ ใช้พิกัด  $x, y, z$  ในการกำหนดตำแหน่งและมุมอีกสามมุมในการกำหนดลักษณะการหมุนของวัตถุเกร็งรอบแกน  $x, y, z$  ด้วย นอกจากนี้สำหรับวัตถุยืดหยุ่นที่ยาวต่อเนื่อง(continuous elastic body) นั้น ต้องใช้จำนวนพิกัดเป็นอนันต์ในการบรรยายการเคลื่อนที่หรือตำแหน่งของวัตถุดังกล่าว (6 พิกัด สำหรับตำแหน่งแต่ละตำแหน่งบนวัตถุต่อเนื่อง) อย่างไรก็ดี ในหลายกรณีการวิเคราะห์ระบบดังกล่าวจะสามารถกระทำได้ โดยการใช้สมมติฐานและการประมาณการใช้ระบบดังกล่าวมีลำดับขั้นความเสรีเป็นจำนวนที่นับได้ และเป็นที่น่าแปลกใจว่าในหลายกรณี การวิเคราะห์ระบบดังกล่าวจะสามารถกระทำได้โดยการใช้สมมติฐานและการประมาณการใช้ระบบดังกล่าวมีลำดับขั้นความเสรีเป็นจำนวนที่นับได้และพบว่าหลาย ๆ กรณีการวิเคราะห์ระบบดังกล่าวสามารถกระทำได้อย่างแม่นยำ โดยการสมมติให้มีระบบการเคลื่อนที่ มีลำดับขั้นความเสรีเท่ากับหนึ่งในการศึกษาพฤติกรรมพื้นฐานของการสั่นสะเทือนจึงจะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่มีลำดับขั้นความเสรีเท่ากับหนึ่งมาอธิบาย เพื่อการศึกษาผลตอบสนองในโหมดใดโหมดหนึ่งเท่านั้น เราสามารถวิเคราะห์การสั่นสะเทือนโดยแบ่งออกเป็น 2 กรณี ได้แก่การสั่นสะเทือนแบบอิสระ(Free Vibration)และการสั่นสะเทือนแบบบังคับ(Forced Vibration)

### 2.2.1 การสั่นสะเทือนแบบอิสระ(Free Vibration)

เป็นการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาของมวลในระบบภายใต้การกระทำของแรงภายในระบบ โดยปราศจากแรงภายนอกกระทำเช่น การสั่นของลูกตุ้มนาฬิกา การแกว่งของชิงช้า เป็นต้น ซึ่งในการศึกษาพลศาสตร์ (Dynamic) ของการสั่นสะเทือนจะอาศัยการศึกษาการตอบสนองของการเคลื่อนที่ผ่านแบบจำลองมวล (mass), ค่าความแข็งของสปริง (stiffness) และตัวหน่วง (damping) ดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 ระบบมวล-สปริง-ตัวหน่วง

สามารถเขียนอยู่ในรูปสมการการเคลื่อนที่ได้

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \quad (2.45)$$

โดย  $m$  คือมวล,  $c$  คือความหน่วง,  $k$  คือค่าความแข็งของสปริงและ  $F$  คือแรงกระทำ

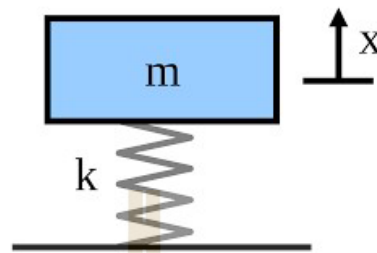
มวล (mass,  $m$ ) มวลเป็นคุณสมบัติของวัตถุในการอธิบายว่ามีปริมาณเนื้อวัสดุมากเพียงใด เวลานั้น แต่สำหรับหลักการของพลศาสตร์แล้ว มวลจะอธิบายถึงความสามารถของวัตถุในการต้านแรงภายนอกที่มากกระทำได้น้อยเพียงใด หรืออาจกล่าวได้ว่า ยิ่งวัตถุมีมวลมากก็ต้องใช้แรงปริมาณมากในการทำให้วัตถุเคลื่อนที่ การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนถ้าเครื่องจักรมีมวลมากและสูญเสียสภาวะสมดุลแล้วปริมาณการสั่นสะเทือนก็จะมากตามไปด้วย

ความแข็งของสปริง (stiffness,  $k$ ) ความแข็งของสปริงนี้เป็นคุณสมบัติของวัตถุที่คล้ายคุณสมบัติสปริง คือบอกถึงระดับความสามารถของวัตถุในการต้านแรงที่มากกระทำซึ่งจะส่งผลให้วัตถุเกิดการเปลี่ยนแปลงระยะทางหรือมิติรูปร่าง หน่วยของความมั่นคงแข็งแรงมักจะกำหนดเป็นน้ำหนักต่อระยะทาง ( $\text{kg/m}$ ) ซึ่งเมื่อค่าความแข็งของสปริงมีค่าน้อยลงค่าการสั่นสะเทือนจะยิ่งมากขึ้น

ความหน่วง (Damping,  $c$ ) ความหน่วงเป็นคุณสมบัติที่แสดงถึงสภาพการต้านการเคลื่อนที่ที่มีผลทำให้ความเร็วของการสั่นสะเทือนลดลง โดยทั่วไปแล้วจะหมายถึงแรงต้านการเคลื่อนที่ที่เกิดจากการกระทำของของเหลวหรือก๊าซ และการเสียดสีสัมผัสของวัตถุอื่น หน่วยของความหน่วงโดยมากจะกำหนดเป็นน้ำหนักต่อระยะทางต่อเวลา ( $\text{kg/m/sec}$ ) โดยทางด้านซ้ายมือของสมการ (2.45) จะเป็นส่วนที่แสดงถึงลักษณะของระบบซึ่งประกอบด้วยข้อมูลของมวล ( $m$ ) ตัวหน่วงการสั่นสะเทือน ( $c$ ) และค่าความแข็งของสปริง ( $k$ ) ส่วนทางด้านขวามือจะแสดงถึงแรง หรือแรงบิดภายนอกที่กระทำกับระบบสำหรับการสั่นอย่างอิสระ เนื่องจากไม่มีแรงภายนอกกระทำต่อระบบขณะสั่นทางด้านขวามือจึงมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นสมการ

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.46)$$

การสั่นสะเทือนแบบอิสระของระบบที่มีลำดับชั้นความเป็นอิสระ (degree of freedom) เท่ากับหนึ่งเท่านั้น เมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนของระบบแบบไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือนดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 ระบบมวล-สปริง

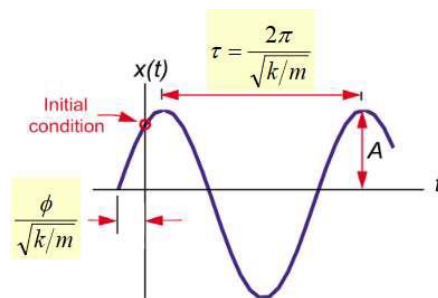
จากรูปที่ 2.9 แบบสมการของการสั่นอย่างอิสระในสมการที่ 2.46 หากไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน จะเขียนได้เป็น

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (2.47)$$

จากสมการที่ 2.47 จะได้ผลเฉลยการเคลื่อนที่แบบไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน แสดงได้ตามสมการ 2.48

$$x = A \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \phi\right) \quad (2.48)$$

โดย  $A$  คือขนาดการสั่นสะเทือนและ  $\phi$  คือ เฟสของการเคลื่อนที่



รูปที่ 2.10 กราฟการสั่นสะเทือนแบบอิสระของระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน

จากรูปที่ 2.10 คาบ ( $\tau$ ) มีความสัมพันธ์กับความถี่ ( $f$ ) แสดงได้ตามสมการ 2.49

$$\tau = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}} \quad (2.49)$$

และ คาบก็ยังมีความสัมพันธ์กับความเร็วเชิงมุมของการสั่นสะเทือน  $\omega$  (angular velocity of the cyclic motion) หรือ circular frequency)

$$\tau = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.50)$$

จะเห็นว่าความเร็วเชิงมุมการสั่น ความถี่การสั่น หรือคาบการสั่นสะเทือนในกรณีการสั่นอย่างอิสระนั้น จะขึ้นอยู่กับค่าความแข็งของสปริง  $K$  และมวล  $m$  ของระบบเท่านั้น ไม่ขึ้นกับสถานะเริ่มต้นของการสั่นสะเทือนเลยพิจารณาตัวอย่างระบบที่มีมวลและสปริงเพียงสองส่วนประกอบเท่านั้นระบบนี้ก็จะมีความถี่การสั่นสะเทือนอยู่ค่าหนึ่งซึ่งสัมพันธ์กับค่าความแข็งสปริงและมวลถึงแม้ว่าจะยึดสปริงหรือถอดสปริงในตอนเริ่มต้นเพื่อปล่อยให้สปริงสั่นแตกต่างกันอย่างไร ระบบนี้ก็ยังมีค่าความถี่เท่าเดิมซึ่งคำนวณได้ตามสมการที่ 2.50 เสมอ ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ เนื่องจากค่าความถี่นี้เป็นสมบัติของระบบการสั่นสะเทือนจึงเรียก ค่าความถี่นี้ว่า ความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) และเขียนโดยใช้ตัวอักษร  $\omega_n$  ห้อยท้ายตัวแปรไว้ดังนั้น สมการที่ 2.51 จึงอาจเขียนได้ว่า

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.51)$$

และ

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.52)$$

จากที่กล่าวมาข้างต้นอาจสรุปการอธิบายความหมายของความถี่ธรรมชาติได้ว่า ความถี่ธรรมชาติเป็นความถี่การสั่นของระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือนที่ปล่อยให้เกิดการสั่นอย่างอิสระ หรืออาจกล่าวอีกอย่างว่าถ้าให้ระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือนสั่นอย่างอิสระแล้ว ระบบนั้นจะสั่นด้วยความถี่เท่ากับความถี่ธรรมชาติ

### ความสัมพันธ์ระหว่างการขจัด ความเร็ว และความเร่ง ระหว่างการสั่นสะเทือน

การขจัดของการสั่นสะเทือนในระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือนสามารถอธิบายได้ด้วยสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \quad (2.53)$$

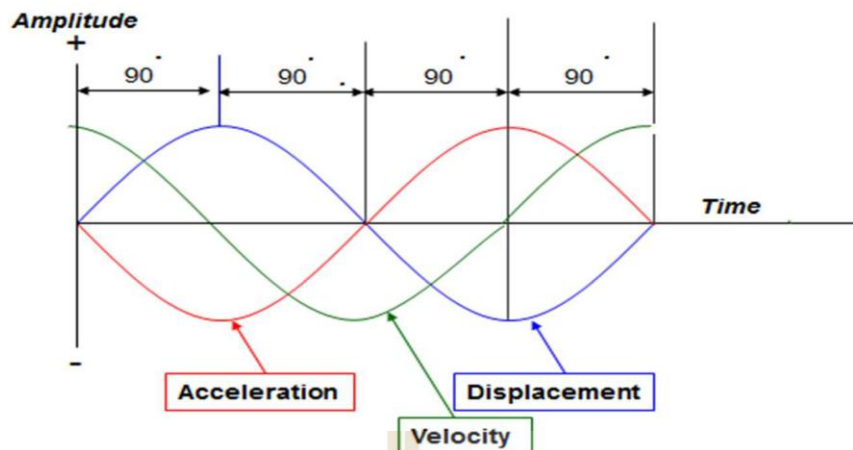
ความเร็วสามารถหาได้โดยหาอนุพันธ์ของการขจัดเทียบกับเวลา ดังแสดงในสมการ 2.54

$$\dot{x}(t) = A\omega \cos(\omega t + \phi) \quad (2.54)$$

ทำนองเดียวกัน ความเร่งก็สามารถหาได้โดยหาอนุพันธ์ของความเร็วเทียบกับเวลา ดังแสดงในสมการ 2.55

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) \quad (2.55)$$

รูปที่ 2.11 แสดงกราฟเปรียบเทียบการขจัด ความเร็ว และความเร่งของการสั่นสะเทือน ตามสมการที่ 2.53 ถึง 2.55 จากกราฟจะเห็นว่าขนาดของการสั่นสะเทือนจะแตกต่างกันโดยมีค่าเท่ากับ  $A$ ,  $A\omega$  และ  $\omega^2 A$  สำหรับการขจัด ความเร็ว และความเร่งตามลำดับ สำหรับเฟสของการสั่นสะเทือนนั้น เฟสของการขจัด ความเร็วและความเร่ง จะต่างกันอยู่อย่างละ  $90^\circ$  และการขจัดจะมีเฟสตรงข้ามกับความเร่ง



รูปที่ 2.11 การเปรียบเทียบการขจัด ความเร็ว และ ความเร่งของการสั่นสะเทือน

### 2.2.2 การสั่นสะเทือนแบบบังคับ (Forced Vibration)

เป็นการเคลื่อนที่ที่กลับไปกลับมาของมวลในระบบอันเกิดจากแรงภายนอก และการสั่นสะเทือนนี้จะเป็นไปตามลักษณะแรงภายนอกและความถี่ของแรงมากระตุ้นระบบ หากความถี่ของแรงภายนอกที่มากกระทำนั้นตรงกับความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) ของระบบ จะมีการสูญเสียพลังงานเนื่องจากสาเหตุต่าง ๆ เช่น จากแรงเสียดทาน แรงต้านทาน การเคลื่อนที่ของของไหล การสูญเสียพลังงานในการเสียรูปของวัสดุ เป็นต้น ดังนั้นการจำลองระบบการสั่นสะเทือนจึงมักจะต้องรวมตัวหน่วงการสั่นสะเทือนเข้าไปด้วย รูปที่ 2.12 แสดงระบบการสั่นสะเทือนอย่างง่าย ซึ่งประกอบด้วยมวล สปริง และตัวหน่วงการสั่นสะเทือน สมการการเคลื่อนที่ของระบบการสั่นสะเทือนนี้คือ

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.56)$$

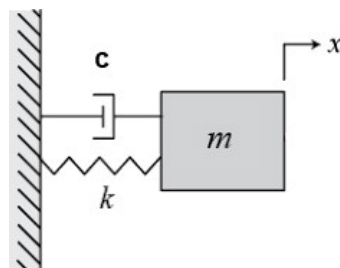
จากสมการที่ 2.56 สามารถเขียนสมการช่วยได้เป็น

$$mr^2 + cr + k = 0 \quad (2.57)$$

ผลเฉลยของสมการช่วย 2.57 จะได้ตามสมการ

$$r_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} \quad (2.58)$$

คำตอบของสมการนี้เป็นไปได้สามกรณีคือ



รูปที่ 2.12 ระบบอย่างง่ายที่ประกอบด้วยมวล สปริง และตัวหน่วงการสั่นสะเทือน

1. กรณี  $c^2 - 4mk < 0$  กรณีนี้คำตอบจะเป็นบ้านวนเชิงซ้อน ซึ่งมีส่วนจริงเป็นจำนวนจริงลบในกรณีนี้คำตอบของสมการอนุพันธ์จะอยู่ในรูปแบบเดียวกับสมการ 2.59 คือ

$$y = Ae^{ax} \sin(bx + \phi) \quad (2.59)$$

2. กรณี  $b^2 - 4mk = 0$  กรณีนี้คำตอบของสมการช่วย  $r_1$  และ  $r_2$  จะเป็นจำนวนจริงลบที่มีค่าเท่ากัน โดย  $r_1 = r_2 = r = -\frac{b}{2m}$  ดังนั้นคำตอบของสมการอนุพันธ์ในกรณีนี้จึงอยู่ในรูปแบบเดียวกับสมการ 2.60 คือ

$$y = (C_1 + C_2)e^{rx} \quad (2.60)$$

3. กรณี  $c^2 - 4mk > 0$  กรณีนี้คำตอบของสมการช่วย  $r_1$  และ  $r_2$  จะเป็นจำนวนจริงลบ 2 จำนวนที่แตกต่างกันทั้งนี้เนื่องจากค่า  $m, c$  และ  $k$  มีค่าเป็นบวกเสมอ จึงทำให้  $c > c^2 - 4mk$  เสมอ ดังนั้น คำตอบของสมการอนุพันธ์ในกรณีนี้จึงอยู่ในรูปแบบเดียวกับสมการ 2.61 คือ

$$y = C_1e^{r_1x} + C_2e^{r_2x} \quad (2.61)$$

เมื่อพิจารณารูปแบบสมการ 2.59, 2.60 และ 2.61 ซึ่งแสดงถึงลักษณะการเคลื่อนที่  $y$  ของมวล  $m$  จะพบว่าสมการที่ 2.59 มวลจะมีการสั่นสะเทือน (มีการเคลื่อนที่กลับไปกลับมา) เนื่องจากในสมการมีเทอมของฟังก์ชันไซน์ประกอบอยู่ ส่วนสมการที่ 2.60 และ 2.61 จะไม่มี การสั่นสะเทือนเนื่องจากในสมการมีแต่เทอมของฟังก์ชัน exponential เท่านั้น จะเห็นว่ากรณีที่ 2 จะเป็นกรณีที่เปลี่ยนผ่านจาก

ระบบที่มีการสั่นไปเป็นไม่มีการสั่น พิจารณาสมการ  $c^2 - 4mk = 0$  ซึ่งเป็นเงื่อนไข ของกรณีที่สอง หรืออาจเขียนได้ว่า

$$c = c_{cr} = 2\sqrt{mk} = 2m\omega_n \quad (2.62)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ตัวหน่วงการสั่นสะเทือน  $c$  ในสมการ 2.62 นี้เรียกว่าเป็นค่าสัมประสิทธิ์หน่วง การสั่นสะเทือนวิกฤต (Critical damping coefficient,  $c_{cr}$ ) ซึ่งเป็นค่าตัวหน่วงที่ทำให้ระบบเปลี่ยนจาก ระบบที่มีการสั่นไปเป็นระบบที่ไม่มีการสั่น หากสัมประสิทธิ์ตัวหน่วงการสั่นสะเทือนมีค่าน้อยกว่าค่า ในสมการที่ 2.62 แล้วจะพบว่าระบบจะมีการสั่นสะเทือน แต่ถ้าสัมประสิทธิ์ตัวหน่วงการสั่นสะเทือนมี ค่ามากกว่าค่าในสมการที่ 2.62 แล้ว ระบบจะไม่มีการสั่นสะเทือนอัตราส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์ตัว หน่วง การสั่นสะเทือน กับค่าตัวหน่วงวิกฤต จะถูกเรียกว่าอัตราส่วนการหน่วง ( Damping ratio,  $\zeta$ ) ดังแสดงในสมการ 2.63

$$\zeta = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \quad (2.63)$$

อัตราส่วนการหน่วงนี้จะบอกให้ทราบว่าระบบที่พิจารณาจะมีการสั่นสะเทือนหรือไม่ ดังจะอธิบาย ต่อไปพิจารณาสมการการเคลื่อนที่ (2.46) เมื่อแทนค่า  $C$  ตามสมการที่ 2.63 และค่าความสัมพันธ์ ระหว่างความถี่ธรรมชาติกับมวลและค่าคงที่สปริงในสมการที่ 2.50 ลงไปจะได้สมการการเคลื่อนที่ใน อีกรูปแบบหนึ่งดังสมการ

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 0 \quad (2.64)$$

ทำนองเดียวกันคำตอบของสมการช่วย 2.58 ก็สามารเขียนได้เป็น

$$r_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (2.65)$$

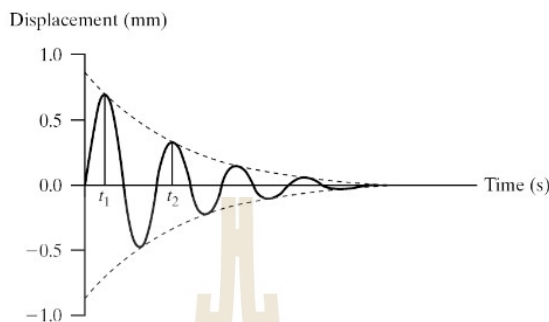
**กรณีที่ 1** ระบบความหน่วงต่ำ (Under damped motion)

กรณี  $c^2 - 4mk < 0$  หรืออาจเขียนได้ว่า  $\sqrt{\zeta^2 - 1} < 0$  หรือ  $0 < \zeta < 1$  กรณีนี้ค่าตัวหน่วงมี ค่าน้อยจึงเกิดการสั่นสะเทือนเรียกกรณีนี้ว่า Under damped motion คำตอบของสมการอนุพันธ์ จะอยู่ในรูปแบบเดียวกับสมการ 2.66 คือ



$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi) \quad (2.66)$$

เมื่อ  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$  โดย  $\omega_d$  ความถี่ธรรมชาติของระบบที่มีตัวหน่วง (Damped natural frequency)



รูปที่ 2.13 การสั่นสะเทือนแบบ Under damped motion

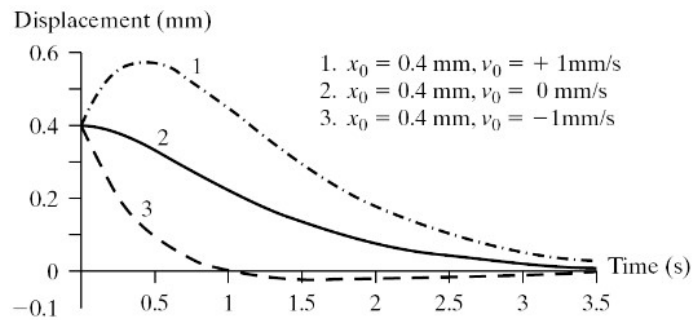
สมการที่ 2.66 ประกอบจากผลคูณของเทอมฟังก์ชัน exponential ที่ยกกำลังติดลบซึ่งทำให้ค่าของฟังก์ชันมีค่าลดลงเมื่อเวลา  $t$  เพิ่มมากขึ้นกับเทอมฟังก์ชันไซน์ดังรูปที่ 2.13 ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการสั่นกลับไปกลับมา ดังนั้น ลักษณะการสั่นสะเทือนในกรณีนี้ จะเป็นการสั่นกลับไปกลับมา และขนาดการสั่นมีค่าลดลงเมื่อเวลา  $t$  เพิ่มมากขึ้นเนื่องจากการสูญเสียพลังงานไปกับตัวหน่วงการสั่นสะเทือน สมการ 2.66 สามารถนำมาเขียนเป็นกราฟแสดงการเคลื่อนที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 2.13

**กรณีที่ 2** ระบบมีความหน่วงวิกฤต (Critically damped motion)

กรณี  $c^2 - 4mk = 0$  หรืออาจเขียนได้ว่า  $\sqrt{\zeta^2 - 1} = 0$  หรือ  $\zeta = 1$  กรณีนี้ค่าตัวหน่วงมีค่าเท่ากับค่าตัวหน่วงวิกฤต ซึ่งเปลี่ยนจากระบบที่สั่นเป็นระบบที่ไม่สั่น เรียกกรณีนี้ว่า Critically damped motion คำตอบของสมการอนุพันธ์จะอยู่ในรูปแบบเดียวกับสมการ 2.67 คือ

$$x(t) = (a_1 + a_2 t)e^{-\omega_n t} \quad (2.67)$$

โดย  $a_1$  และ  $a_2$  เป็นค่าคงที่ที่ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขเริ่มต้นการสั่น



รูปที่ 2.14 การเคลื่อนที่แบบ Critically damped motion

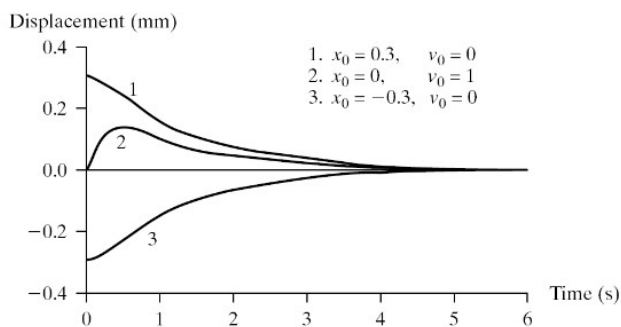
เนื่องจากไม่มีเทอมฟังก์ชันไซน์ในสมการ 2.67 ดังนั้น จึงไม่เกิดการสั่นขึ้น มวล  $m$  ที่ถูกกระทำโดยเงื่อนไขเริ่มต้นให้ออกจากสภาวะสมดุล จะค่อยๆ เคลื่อนที่กลับสู่สภาวะสมดุล โดยไม่สั่น รูปที่ 2.14 แสดงถึงการเคลื่อนที่ของมวลตามสมการที่ 2.67 กราฟเส้นต่างๆแสดงถึงลักษณะการเคลื่อนที่เมื่อมีเงื่อนไขเริ่มต้นแตกต่างกันตัวหน่วงการสั่นสะท้อนในกรณีนี้เป็นตัวหน่วงการสั่นสะท้อนที่น้อยที่สุดที่จะไม่ทำให้เกิดการสั่นสะท้อนขึ้น

### กรณีที่ 3 ระบบมีความหน่วงสูง

กรณี  $c^2 - 4mk > 0$  หรืออาจเขียนได้ว่า  $\sqrt{\zeta^2 - 1} > 0$  หรือ  $\zeta > 1$  กรณีนี้ค่าตัวหน่วงมีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจึงไม่เกิดการสั่นสะท้อน เรียกกรณีนี้ว่า Over damped motion คำตอบของสมการอนุพันธ์จะอยู่ในรูปแบบเดียวกับสมการ 2.67 คือ

$$x(t) = e^{-\omega_n t} \left( a_1 e^{-(\omega_n \sqrt{\zeta-1})t} + a_2 e^{-(\omega_n \sqrt{\zeta+1})t} \right) \quad (2.68)$$

โดย  $a_1$  และ  $a_2$  เป็นค่าคงที่ที่ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขเริ่มต้นการสั่น

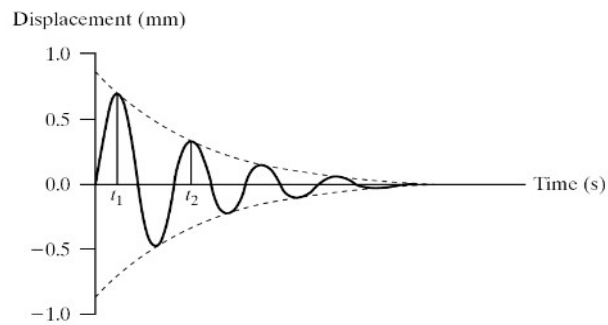


รูปที่ 2.15 การเคลื่อนที่แบบ Over damped motion

เนื่องจากไม่มีเทอมฟังก์ชันไซน์ในสมการ กรณีที่ไม่มีการสั่นสะเทือนเกิดขึ้นเช่นเดียวกับกรณี Critically damped motion เนื่องจากมีสัมประสิทธิ์การหน่วงมากเกินไปลักษณะกราฟของกรณีนี้ ตามสมการที่ 2.67 แสดงในรูปที่ 2.15 เส้นกราฟเส้นต่าง ๆ แสดงการเคลื่อนที่เมื่อมีเงื่อนไขเริ่มต้นที่แตกต่างกันถึงแม้ว่าลักษณะกราฟของกรณี Over damped motion และ Critically damped motion จะมีรูปร่างคล้ายคลึงกัน แต่ทั้งสองกรณีก็เขียนมาจากสมการที่ต่างกันและเมื่อเปรียบเทียบถึงเวลาที่มวลใช้เพื่อกลับคืนสู่สถานะสมดุลแล้วจะพบว่ากรณี Critically damped motion มวลจะกลับเข้าสู่ตำแหน่งสมดุลได้เร็วกว่ากรณี Over damped motion

#### การลดลงอย่างลอการิทึม (Logarithmic decrement)

ในระบบการสั่นสะเทือนที่ประกอบด้วยมวล  $m$  ค่าความแข็งสปริง  $k$  และค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง  $c$  นั้น ค่า  $m$  และ  $k$  ที่จะนำมาใช้ในแบบจำลองการสั่นสะเทือนนั้นมักจะหาได้ง่ายสำหรับมวล  $M$  อาจใช้การชั่งด้วยตาชั่งหรืออาจใช้การทดสอบหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำกับระยะที่เสียรูปไปในกรณีของค่า  $k$  อย่างไรก็ตามค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงมักจะหาค่าได้ยากโดยทั่วไปมักจะประมาณจากลักษณะการสั่นสะเทือนของระบบ ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีการหนึ่งที่ใช้ประมาณค่า  $c$  ของระบบที่มีความสัมพันธ์ความหน่วงน้อยและเป็น under damped motion ซึ่งเป็นระบบที่พบได้มากในโครงสร้างทางวิศวกรรมทั่วไป หลักการที่ใช้เป็นการพิจารณาการลดลงของขนาดการสั่นสะเทือนของระบบหรือที่เรียกกันว่า Logarithmic decrement



รูปที่ 2.16 Logarithmic decrement

พิจารณากราฟแสดงการสั่นสะเทือนของระบบแสดงในรูปที่ 2.16 จากรูปจะนิยาม Logarithmic decrement  $\delta$  ดังนี้

$$\delta = \ln \frac{x(t)}{x(t+T)} \quad (2.69)$$

โดย  $x(t)$  คือ ขนาดการสั่นสะเทือนที่ตำแหน่งใด ๆ  
 $T$  คือ คาบการสั่นสะเทือน  
 $x(t+T)$  คือ ขนาดการสั่นสะเทือนที่เวลาผ่านไป 1 คาบนับจากเวลา  $t$

โดยจะได้ค่า  $\zeta$  สัมพันธ์กับค่า  $\delta$  ดังสมการที่ 2.69

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (2.70)$$

ในการทดลองวัดสัญญาณการสั่นสะเทือน ของระบบที่สั่นสะเทือนอย่างอิสระจะได้ลักษณะสัญญาณดังกราฟในรูปที่ 2.16 ดังนั้น จึงทราบขนาดการสั่นสะเทือน  $x(t)$  และ  $x(t+T)$  ทำให้สามารถ คำนวณค่า Logarithmic decrement,  $\delta$  และหาค่าอัตราส่วนความหน่วง  $\zeta$  ได้จากสมการที่ 2.70

### 2.3 การวัดสัญญาณการสั่นสะเทือน

ความถี่ (Frequency) ในที่นี้หมายถึง จำนวนรอบของการสั่นสะเทือนต่อหน่วยเวลา ซึ่งสามารถอธิบายอยู่ในรูปของ รอบต่อวินาที (cycle per second, Hz), รอบต่อนาที (cycle per

minute, CPM) แต่ถ้าต้องการอธิบายถึงความเร็วของเครื่องจักรจะใช้ รอบต่อนาที (Revolution Per Minute, RPM) ซึ่งในการศึกษางานด้านการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน พารามิเตอร์ที่มีความสำคัญอีกตัวหนึ่งคือ ลำดับชั้น (order) เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงว่าเมื่อเครื่องจักรเกิดการสั่นสะเทือนแล้ว แรงกระทำที่เกิดขึ้นเมื่อเทียบกับความเร็วของเครื่องจักรมีค่าเป็นเท่าไร ดังสมการ

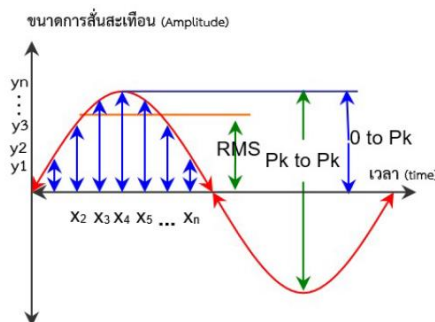
$$order = \frac{CMP}{\sqrt{RPM}} \quad (2.71)$$

### ขนาดของการสั่นสะเทือน (Amplitude)

ขนาดการสั่นสะเทือน (Amplitude) สำหรับงานวัดการสั่นสะเทือนสามารถจำแนกได้เป็น 3 หน่วย ได้แก่

1. การขจัด (displacement)
2. ความเร็ว (velocity)
3. ความเร่ง (acceleration)

โดยส่วนใหญ่เน้นในการตรวจสอบแรงสั่นสะเทือนของเครื่องจักรนิยมใช้หน่วยทั้งสามชนิดในการวิเคราะห์หาความผิดปกติของเครื่องจักร อาทิเช่น การขจัด (displacement) เป็นหน่วยที่ใช้ศึกษาการเคลื่อนที่ของเครื่องจักรของโครงสร้าง หรือของส่วนที่มีการหมุนของเครื่องจักร สำหรับพารามิเตอร์ความเร็ว (velocity) คือความเร็วในการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาของเครื่องจักรเมื่อเกิดการสั่น แสดงถึงความเสียหายของเครื่องจักรที่เกิดแรงล้า(fatigue) ของเครื่องจักร ยิ่งเครื่องจักรมีขนาดของความเร็วมากแสดงว่าเครื่องจักรมีโอกาสเกิดความเสียหายจากแรงล้ามาก และความเร่ง (acceleration) คืออัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วของมวลในการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาดังรูปที่ 2.17 ซึ่งเมื่อพิจารณาจากกฎข้อสองของนิวตันพบว่า ค่าความเร่งมีความสัมพันธ์กับแรงที่กระทำกับเครื่องจักร กล่าวคือ เมื่อสนใจพารามิเตอร์ความเร่งแสดงว่ากำลังสนใจแรงที่เกิดการกระทำภายในเครื่องจักร อาทิเช่น แรงกระแทกเนื่องจากความเสียหายของตลับลูกปืน(Bearing) เป็นต้น



รูปที่ 2.17 แสดงคุณภาพแรงสั่นสะเทือนแบบ RMS,0-pk,pk to pk

ซึ่งในด้านคุณภาพของแรงสั่นสะเทือนที่นิยมใช้วัด ได้แก่ Peak value คือ ค่าสูงสุดของขนาดที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหนึ่ง, Root mean square value (RMS) คือ ค่าเฉลี่ยของผลรวมของแรงสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้น ดังสมการที่ 2.72

$$RMS = \frac{\sqrt{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{n-1}^2 + y_n^2}}{n} \quad (2.72)$$

โดย  $n$  คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

## 2.4 เซนเซอร์วัดการสั่นสะเทือน

เซนเซอร์วัดการสั่นสะเทือน คือ การเปลี่ยนแปลงสัญญาณการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรเป็นสัญญาณทางไฟฟ้า โดยหัววัดการสั่นสะเทือนสามารถจำแนกได้เป็น 2 ชนิด

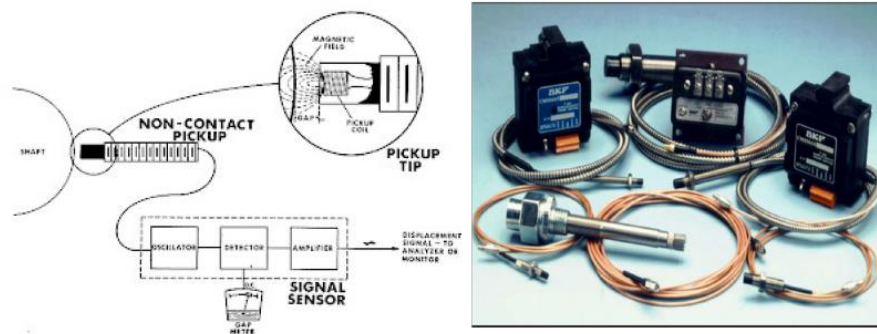
### 2.4.1 หัววัดการสั่นสะเทือนชนิดไร้สัมผัส (non-contact)

หัววัดการสั่นสะเทือนชนิดไร้สัมผัส สำหรับงานวัดการสั่นสะเทือนอาทิเช่น

ก. Eddy current or Proximity transducer เป็นหัววัดที่ไม่ได้สัมผัสโดยตรงกับผิวของเครื่องจักรเพื่อรับสัญญาณการสั่นสะเทือน แต่อาศัยการเหนี่ยวนำทางสนามแม่เหล็ก ระหว่างหัววัด(transducer) กับชิ้นส่วนที่ต้องการวัด โดยหัววัดการสั่นสะเทือนชนิดนี้จะวัดระยะการเปลี่ยนแปลงของวัตถุ เช่น เพลาหมุน ในแบริ่งเมื่อเกิดการสึกหรอก็จะทำให้ระยะการเคลื่อนที่ของเพลามากขึ้นด้วย ทำให้สนามแม่เหล็กเปลี่ยนแปลงไปด้วย แล้วนำผลที่ได้ไปประเมินสภาพความผิดปกติของการหมุนของเพลาส่งแสดงให้เห็นดังรูปที่ 2.18

ข. Laser vibro meter เป็นหัววัดการสั่นสะเทือนแบบไม่ได้สัมผัสโดยตรงกับผิวของเครื่องจักรอีกชนิดหนึ่ง โดยอาศัยเทคโนโลยี Laser ในการ วัดการสั่นสะเทือนลดข้อจำกัดในการวัดโดยใช้ Eddy current อาทิเช่น มีระยะได้การวัดกว่า 3 เมตร หรือวัดการสั่นสะเทือนในวัตถุที่มีขนาดเล็กได้ดี เป็นต้น แต่มีราคาสูงกว่า Eddy current or Proximity transducer มากจึงยังไม่ค่อยถูกนำมาใช้ในโรงงานอุตสาหกรรมมากนัก

ค. Vision-based vibration data collection เป็นการประยุกต์ใช้กล้องความเร็วสูงในการวัดการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยอาศัยกระบวนการทางภาพ (Image processing) ผู้ใช้ต้องมีความชำนาญในการแปลงสัญญาณภาพเป็นข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ อีกทั้งราคากล้องความเร็วสูงยังมีราคาสูงอยู่ด้วย

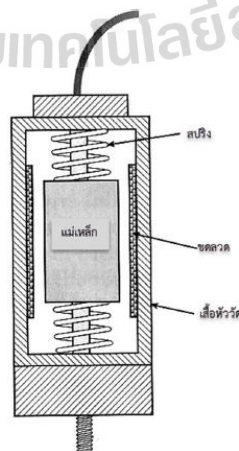


รูปที่ 2.18 Eddy current or Proximity transducer

#### 2.4.2 หัววัดการสั่นสะเทือนแบบสัมผัส(Contact Transducer)

หัววัดการสั่นสะเทือนแบบสัมผัส คือ หัววัดการสั่นสะเทือนที่ต้องมีการสัมผัส หรือ ติดตั้งบนตำแหน่งที่ต้องการวัดค่าการสั่นสะเทือน อาทิเช่น

ก. หัววัดการสั่นสะเทือนแบบความเร็ว (Velocity Transducer) ชนิด Seismic Velocity pickup ดังรูปที่ 2.19 แสดงส่วนประกอบของหัววัดการสั่นสะเทือนชนิดความเร็วแบบ ขดลวดเคลื่อนที่ ประกอบด้วยขดลวดไฟฟ้าเส้นเล็กบริเวณ เสื้อหัววัด แม่เหล็กถาวรรองรับด้วยสปริง ยึดหยุ่น ทำให้เกิดความข้มสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำ ตัดกับขดลวดไฟฟ้า โดยเมื่อนำหัววัดไปจับยึดกับ ชิ้นส่วนหรือเครื่องจักรที่มีการสั่นสะเทือน แม่เหล็กถาวรที่ติดยึดกับเรือนเสื้อของหัววัดจะเกิดการ สั่นสะเทือนเคลื่อนที่ไปด้วยทำให้สนามแม่เหล็กตัดกับขดลวดเกินแรงเคลื่อนไฟฟ้าออกมาจากขดลวด แรงเคลื่อนที่ได้จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความเร็วการเคลื่อนที่ของการสั่นสะเทือน จะใช้หน่วยวัดเป็น มิลลิโวลต์ต่อวินาที (mV/mm/sec)

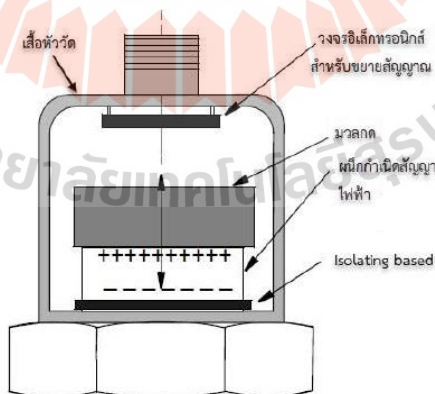


รูปที่ 2.19 หัววัดการสั่นสะเทือนชนิดความเร็ว

โดยหัววัดชนิดนี้สามารถนำไปใช้งานได้ทั่วไป เช่น วิเคราะห์การสั่นสะเทือน หรือนำไปใช้สำหรับการปรับสมดุลเครื่องจักร(Balancing) หรือ การตรวจวัดทั่วไป แต่มีข้อเสียคือ ชำรุดเสียหายง่าย สอบเทียบได้ยาก และ อาจไม่เหมาะสมกับการทำงานภายใต้สนามแม่เหล็ก

### ข. หัววัดการสั่นสะเทือนชนิดความเร่ง (Accelerometer)

หัววัดการสั่นสะเทือนชนิดความเร่ง เป็นหัววัดที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้า หรือ ประจุไฟฟ้าออกมาจากหัววัดเองเมื่อมีแรงการสั่นสะเทือนกระทำกับหัววัด โดยแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่ออกมาจะมากหรือน้อยขึ้นกับความเร่ง ลักษณะและแรงการสั่นสะเทือน โดยหัววัดความเร่งมีความเหมาะสมและมีความไวต่อรับการสั่นสะเทือนความถี่สูงได้ดี เช่นการตรวจวัดวิเคราะห์เกียร์ หรือ ตลับลูกปืน(Rolling element bearing) โดยจะใช้หน่วยวัด mV/G (G คือ ค่าแรงโน้มถ่วงของโลก (Gravity), 1 G = 9815 mm/sec<sup>2</sup>) จากรูปที่ 2.20 แสดงส่วนประกอบของหัววัดการสั่นสะเทือนชนิดความเร่งคือประกอบไปด้วย ฐานรองรับ(Isolating based) เสื้อหัววัด (Frame) ฟิล์มกำเนิดสัญญาณไฟฟ้า หรือแผ่น Piezoelectric disk มวลกด (Mass) อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ขยายสัญญาณ (Amplifier) เป็นต้น เมื่อนำหัววัดไปจับยึดกับเครื่องจักรที่มีการสั่นสะเทือนแรงสั่นสะเทือนจะทำผ่านฐานรองรับ มาถึงแผ่น Piezoelectric ซึ่งเป็นวัตถุที่อยู่ระหว่างมวลกับฐานรองรับทำให้เกิดแรงกระทำกับแผ่น Piezoelectric แล้วทำให้เกิดแรงดันไฟฟ้าออกมาซึ่งจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับขนาดของแรงที่ทำให้เกิดการสั่นสะเทือนโดยข้อดีของหัววัดชนิดนี้คือ มีขนาดเล็ก น้ำหนักเบา ติดตั้งง่าย มีความแข็งแรงทนทาน มีช่วยความถี่ในการวัดสัญญาณกว้าง ราคาถูก แต่ก็ยังมีข้อเสีย คือ ต้องมีการจ่ายแหล่งพลังงานให้กับหัววัดการสั่นสะเทือน มีข้อจำกัดเรื่องอุณหภูมิการใช้งาน เป็นต้น

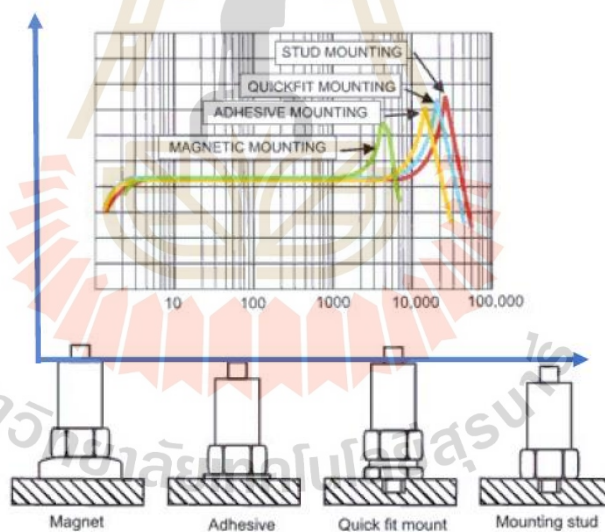


รูปที่ 2.20 หัววัดการสั่นสะเทือนชนิดความเร่ง

ในการใช้หัววัดชนิดนี้ต้องคำนึงถึงวิธีการติดตั้งหรือการจับยึดหัววัดเข้ากับเครื่องจักรที่ต้องการจะวัด โดยวิธีการจับยึด (Mounting) มีผลโดยตรงกับความแม่นยำและความไวต่อการ



ตอบสนองต่อค่าความถี่ของเซนเซอร์ตัวนั้น ๆ ในการติดตั้งโดยทั่วไปจะมีความถี่ธรรมชาติ (Resonance) เกิดขึ้นอยู่แล้วโดยค่าความถี่ดังกล่าวขึ้นกับความแน่นหนาในการติดตั้ง ในการติดตั้งยังทำได้แน่นหนาเท่าใดก็ย่อมส่งผลถึงการตอบสนองต่อค่าความถี่ธรรมชาติได้ดีเท่านั้น ดังรูปที่ 2.21 แสดงให้เห็นได้อย่างชัดเจนถึงค่าความถี่ในการตอบสนองที่ต่างกันของการยึดแบบแม่เหล็ก (Magnetic mounting) และการใช้เกลียวยึด (Stud mounting) บนพื้นผิวแข็งเรียบโดยมีรูปแบบการยึดแบบอื่น ๆ มีการตอบสนองอยู่ในระดับกลาง ๆ ของทั้งสองแบบ สิ่งที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการติดตั้ง ผิวสัมผัสของเซนเซอร์ ต้องได้รับการยึดแบบเต็มหน้าสัมผัสเสมอ ยกตัวอย่าง เช่น การยึดด้วยเกลียว (Stud mounting) ที่เป็นแบบการติดตั้งที่ตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงอัตราเร่งที่ดีที่สุดในรูปแบบการติดตั้ง แต่มีความยุ่งยากที่สุดในการติดตั้ง ซึ่งเหมาะสำหรับงานตรวจวัดการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรแบบ online monitoring ส่วนการใช้แม่เหล็กในการจับยึดผลการตอบสนองมีค่าต่ำสุด แต่ การติดตั้งมีความสะดวกที่สุด เหมาะสำหรับงานตรวจวัดการสั่นสะเทือนแบบ offline monitoring ซึ่งในทางปฏิบัติ ต้องคำนึงถึงองค์ประกอบอื่น ๆ เพื่อให้การใช้งานหัววัด ทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

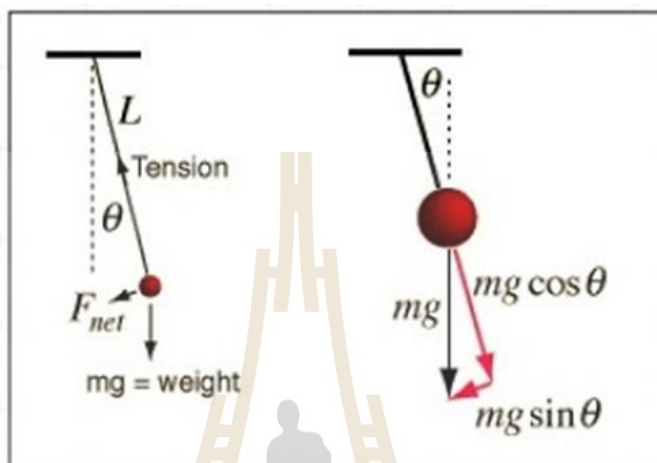


รูปที่ 2.21 กราฟแสดงความถี่และขนาดการสั่นสะเทือนเพื่อแสดงปรากฏการณ์รีโซแนนซ์ ของลักษณะการยึดติดแบบต่าง ๆ

## 2.5 การวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติ

ความถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency) คือความถี่ของการสั่นของวัตถุ ซึ่งเกิดขึ้นจากการรบกวนวัตถุนั้น หรือการให้พลังงานกับวัตถุนั้น ซึ่งพลังงานที่ให้แก่วัตถุจะทำให้วัตถุเกิดการสั่นเราเรียกว่าความถี่ธรรมชาติโดยขึ้นอยู่กับขนาดรูปร่างของวัตถุนั้น ๆ และยังหมายถึงความถี่ในการแกว่ง

อย่างอิสระของวัตถุ ยกตัวอย่างเช่น การแกว่งของลูกตุ้มที่ผูกไว้ด้วยเชือก ถ้าเชือกที่ใช้ผูกลูกตุ้มสั้น ลูกตุ้มก็จะแกว่งด้วยความถี่สูงหรือกล่าวให้เข้าใจง่าย คือ เชือกสั้นลูกตุ้มก็จะแกว่งเร็ว ในขณะที่หากเชือกใช้ผูกลูกตุ้มยาว ลูกตุ้มก็จะแกว่งช้า ๆ นั่นคือ ลูกตุ้มที่ถูกผูกไว้ด้วยเชือกที่ยาวต่างกันก็จะแกว่งด้วยความถี่ธรรมชาติที่ต่าง ๆ กันดังแสดงในรูปที่ 2.22



รูปที่ 2.22 ความถี่ธรรมชาติในการแกว่งของลูกตุ้ม

ความถี่ธรรมชาติในการแกว่งของลูกตุ้ม สามารถคำนวณได้จาก

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

เมื่อ  $f$  คือ ความถี่ธรรมชาติ มีหน่วยเป็น Hz,  $g$  คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก,  $l$  คือ ความยาวของเชือกที่ผูกลูกตุ้ม มีหน่วยเป็น m ความถี่ธรรมชาติในการสั่นของมวลติดสปริง สามารถคำนวณได้จาก

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

เมื่อ  $f$  คือ ความถี่ธรรมชาติ มีหน่วยเป็น Hz,  $k$  คือ ค่าคงที่ของสปริง มีหน่วยเป็น N/m,  $m$  คือ มวล มีหน่วยเป็น kg

การที่เราออกแรงกระทำจากภายนอก โดยที่แรงกระทำนั้นมีความถี่ในการสั่นเท่ากับความถี่ธรรมชาติก็จะทำให้ชิ้นงานเกิดการสั่นที่รุนแรงขึ้น เราเรียกว่า เกิดการสั่นพ้อง (Resonance) ซึ่ง

เป็นสาเหตุที่ทำให้ชิ้นงานเกิดความเสียหายได้ แต่ถ้าหากเราออกแรงกระทำไม่ตรงกับความถี่ธรรมชาติ การสั่นพ้องก็จะไม่เกิดขึ้น และชิ้นงานก็ไม่สั่นรุนแรง (ลองนึกถึงกรณีแกว่งเชือก ถ้าเราแกว่งมั่ว ๆ เชือกก็จะไม่ออกมาเป็น loop หรือการแกว่งชิงช้า ถ้าเราผลักไม่ตรงจังหวะ ชิงช้าก็จะแกว่งน้อยลง)

## 2.6 การออกแบบตัวดูดซับการสั่น (Vibration absorber design)

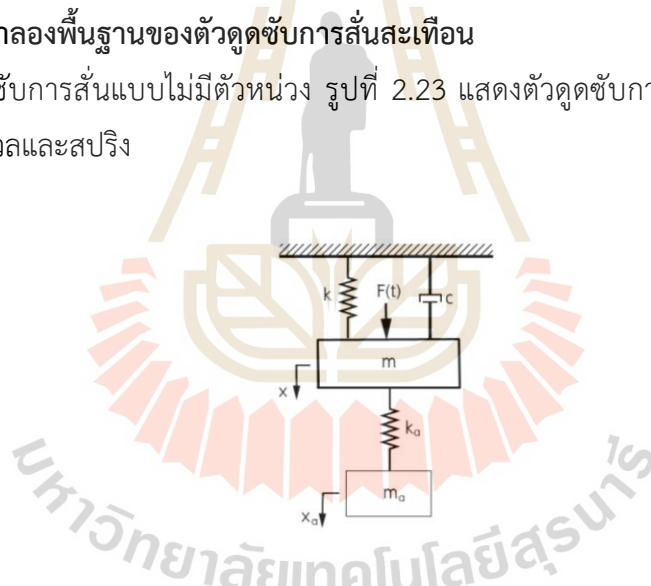
การลดขนาดการสั่นสะเทือนนั้นเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการออกแบบเครื่องจักรกล ทั้งนี้ก็เพราะว่าการสั่นสะเทือนนั้นเป็นสาเหตุสำคัญที่ทำให้ชิ้นส่วนเครื่องจักรเกิดความล้าตัว ซึ่งความล้าตัวที่เกิดขึ้นนี้จะทำให้ชิ้นส่วนเครื่องจักรเกิดการชำรุดเสียหายได้ในที่สุดวิธีลดขนาดการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรวิธีหนึ่งที่มีนิยมนำมาใช้กัน คือ การติดตั้งตัวดูดซับการสั่นสะเทือนเพิ่มเข้าไปในระบบหลักซึ่งอาจจะเป็นเครื่องจักรหรือโครงสร้างโดยตัวดูดซับการสั่นสะเทือนที่ใช้กันอยู่นั้นจะมีด้วยกันสองแบบคือ ตัวดูดซับการสั่นแบบตายตัว (Passive Vibration Absorber) และตัวดูดซับการสั่นแบบปรับค่าได้ (Active Vibration Absorber) ตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบตายตัวได้ถูกคิดค้นขึ้นครั้งแรกโดย Frahm [DenHartog, J.P., 1956. Mechanical Vibrations (4th edition), New York, McGraw-Hill, pp.178-184. ] ในปี 1909 โดยในระบบนั้น จะประกอบไปด้วย มวล-สปริง-ตัวหน่วงที่ติดตั้งเข้ากับระบบหลักในการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบตายตัวนั้นโดยทั่วไปมักจะออกแบบให้ความถี่ธรรมชาติของตัวดูดซับการสั่นสะเทือนเท่ากับความถี่ธรรมชาติของระบบหลักเพื่อป้องกันการสั่นพ้อง (Resonance) ซึ่งเมื่อระบบทำงาน ณ ความถี่ของการสั่นพ้อง (Resonance Frequency) ขนาดการสั่นของระบบหลักก็จะเท่ากับศูนย์ กล่าวคือ ณ ความถี่นี้ตัวดูดซับการสั่นสะเทือนจะมีประสิทธิภาพสูงสุดแต่อย่างไรก็ตามประสิทธิภาพการทำงานของตัวดูดซับการสั่นสะเทือนจะลดลงเมื่อความถี่ของแรงที่กระทำต่อระบบหลักแปรเปลี่ยนไปจากเดิม ตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบปรับค่าได้ได้ถูกคิดค้นขึ้นมาเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของตัวดูดซับการสั่นแบบตายตัว โดยในระบบนั้นจะประกอบไปด้วยเซนเซอร์, อุปกรณ์กระตุ้นและอุปกรณ์ประมวลสัญญาณเนื่องจากตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบปรับค่าได้นั้นสามารถปรับเปลี่ยนค่าความถี่ธรรมชาติของตัวเองได้โดยอัตโนมัติดังนั้นจึงมีประสิทธิภาพสูงกว่าตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบตายตัว โดยสมรรถนะนั้นจะขึ้นอยู่กับชนิดของระบบควบคุมที่ใช้ ซึ่งโดยทั่วไปนั้น จะใช้การควบคุมแบบป้อนกลับ (Feedback control) [ Seto, K. (1992). Trends on Active Vibration Control in Japan. Proc. the 1st International Conf. on Motion and Vibration Control, pp.1-12.] ส่วนระบบควบคุมแบบป้อนไปข้างหน้า (Feedforward control) ได้ถูกนำมาใช้เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการลดขนาดการสั่นให้มากยิ่งขึ้นด้วยเหมือนกัน [Tanaka, N., and Y. Kikushima (1989). Active Control of Impact Vibration Using Feedforward Control Method. ASME Journal of Vibration, Acoustic, Stress, and Reliability in Design, pp.53-60.] ในงานวิจัยนี้จะทำการออกแบบและสร้างตัวดูดซับ การสั่นสะเทือนแบบปรับ

ค่าได้เพื่อให้สามารถกำจัดการสั่นของระบบหลักได้ในทุกความถี่ที่แปรเปลี่ยน โดยจะใช้ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ (Feedback control) สร้างสัญญาณแรงที่ เป็นสัดส่วนโดยตรงกับตำแหน่งและความเร็วของจุดศูนย์กลางการสั่นสะเทือน ซึ่งแรงนี้จะสามารถทำการหักล้างกับแรงฮาร์โมนิกส์ภายนอกที่กระทำต่อระบบหลักได้ในทุกความถี่

วิธีการป้องกันการสั่นที่เกิดขึ้นจากแรงที่กระทำแบบฮาร์โมนิกส์ที่มีความถี่คงที่ คือตัวดูดซับการสั่น ซึ่งมี 2 ชนิดคือ ตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วง (Undamped vibration absorber) และตัวดูดซับการสั่นแบบมีตัวหน่วง (Damped vibration absorber) เราจะทำการติดตั้งตัวดูดซับการสั่นเข้าระบบหลักเพื่อลดการสั่นของระบบหลัก ผลกระทบหลักของการติดตั้งตัวดูดซับการสั่นเพิ่มเข้ากับระบบหลักจะทำให้ลำดับชั้นความอิสระเพิ่มขึ้น ซึ่งระบบใหม่จะมีลำดับชั้นความอิสระเท่ากับสองและมีความถี่ธรรมชาติเท่ากับสอง ส่วนค่าของมวล ค่าความแข็งของสปริงและค่าคงที่ความหน่วงของตัวดูดซับการสั่นนั้นจะเลือกให้มีค่าที่ทำให้การเคลื่อนที่ของมวลระบบหลักเกิดการสั่นน้อยที่สุด การประยุกต์ใช้ตัวดูดซับการสั่นส่วนมากจะใช้กับเครื่องจักรที่มีความเร็วรอบในการทำงานคงที่

#### แบบจำลองพื้นฐานของตัวดูดซับการสั่นสะเทือน

ตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วง รูปที่ 2.23 แสดงตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วงที่ประกอบด้วยมวลและสปริง



รูปที่ 2.23 แบบจำลองกายภาพของตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วง

สมการการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง ( $c = 0$ ) คือ

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k + k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

โดยที่  $x(t)$  – การเคลื่อนที่ของระบบหลัก  $x_a(t)$  – การเคลื่อนที่ของตัวดูดซับการสั่น  $k$  – ค่าความแข็งของสปริงของระบบหลัก และ  $k_a$  – ค่าความแข็งของสปริงของตัวดูดซับการสั่น เมื่อแรงที่กระทำ

เป็นแบบฮาร์โมนิกส์  $F(t) = F_0 \sin \omega t$  สำหรับการออกแบบตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีความหน่วง นั้นมีวัตถุประสงค์ที่ต้องเลือกค่าของมวลและค่าความแข็งของสปริงของตัวดูดซับการสั่น ที่จะทำให้ การเคลื่อนที่ของมวลระบบหลักเกิดขึ้นน้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ ที่สถานะคงตัว สมการ 2.73 เป็นระบบ ที่มีลำดับชั้นความอิสระเท่ากับสอง เราสามารถประยุกต์ใช้วิธีวิเคราะห์โหมดคอลในการหาผลเฉลยได้ ซึ่ง ศึกษาการสั่นแบบบังคับ โดยผลเฉลยที่สถานะคงตัวของระบบคือ

$$x(t) = x \sin \omega t$$

$$x_a(t) = x_a \sin \omega t$$

โดยที่  $X$  - ขนาดการสั่นของระบบหลักและ  $X_a$  - ขนาดการสั่นของตัวดูดซับการสั่น ดังนั้น สมการ 2.73 เราจะได้

$$\begin{bmatrix} k + k_a - m\omega^2 & -k_a \\ -k_a & k_a - m_a\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_a \end{bmatrix} \sin \omega t + \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \sin \omega t \quad (2.74)$$

เราจะได้แอมพลิจูดจากการสั่นที่เกิดขึ้น ที่สถานะคงตัว คือ

$$X = \frac{(k_a m_a \omega^2) F_0}{(k_1 + k_a - m_1 \omega^2)(k_a - m_a \omega^2) - k_a^2} \quad (2.75a)$$

$$X = \frac{k_2 F_0}{(k_1 + k_a - m_1 \omega^2)(k_a - m_a \omega^2) - k_a^2} \quad (2.75b)$$

สมการ 2.75a แอมพลิจูดการสั่นของระบบหลักที่สถานะคงตัว ( $x$ ) ที่สถานะคงตัวจะเท่ากับศูนย์ได้ เมื่อ  $k_a - m_a \omega^2 = 0$  เราสามารถใช้เงื่อนไขนี้ในการออกแบบตัวดูดซับแบบไม่มีความหน่วง ดังนั้น เราจะได้

$$\omega^2 = \frac{k_a}{m_a} \quad (2.76)$$

เมื่อเราเลือกค่าคงที่ของสปริงและมวลของตัวดูดซับแบบไม่มีความหน่วงโดยใช้เงื่อนไขสมการ 2.76 มวลของระบบหลักจะไม่มี การเคลื่อนที่ ส่วนการเคลื่อนที่ของมวลตัวดูดซับที่สถานะคงตัวสามารถหาได้จากสมการ 2.75b และสมการ 2.74 คือ

$$x_a(t) = -\frac{F_0}{k_a} \sin \omega t \quad (2.77)$$

ดังนั้น มวลตัวดูดซับการสั่นจะเคลื่อนที่แกว่งที่ความถี่เดียวกับความถี่ของแรงที่กระทำด้วยขนาดการสั่น  $x_a = \frac{F_0}{k_a}$  ในการออกแบบตัวดูดซับการสั่นให้สามารถดูดซับการสั่นได้ดี เราจำเป็นต้องทราบความถี่ของแรงที่กระทำหรือประมาณช่วงความถี่ที่มีค่าคงที่ ถ้าความถี่ของแรงกระทำมีการเปลี่ยนแปลงจะทำให้ประสิทธิภาพการทำงานของตัวดูดซับน้อยลงได้ และมวลของระบบหลักก็จะเกิดการสั่น

การหลีกเลี่ยงปัญหาของการสั่นพ้องในการออกแบบตัวดูดซับการสั่นในกรณีที่มีความถี่ของแรงที่กระทำเปลี่ยนแปลงโดยการพิจารณาอัตราส่วนมวล  $\mu = m_a / m$  และความถี่ธรรมชาติต่าง ๆ เช่น

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k}{m}} - \text{ความถี่ธรรมชาติของระบบหลักที่ยังไม่ได้ติดตั้งตัวดูดซับการสั่น}$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}} - \text{ความถี่ธรรมชาติของตัวดูดซับการสั่นที่ติดตั้งกับระบบหลัก}$$

และอัตราส่วนระหว่างค่าความแข็งของสปริงของตัวดูดซับการสั่นกับค่าความแข็งของสปริงของระบบหลัก

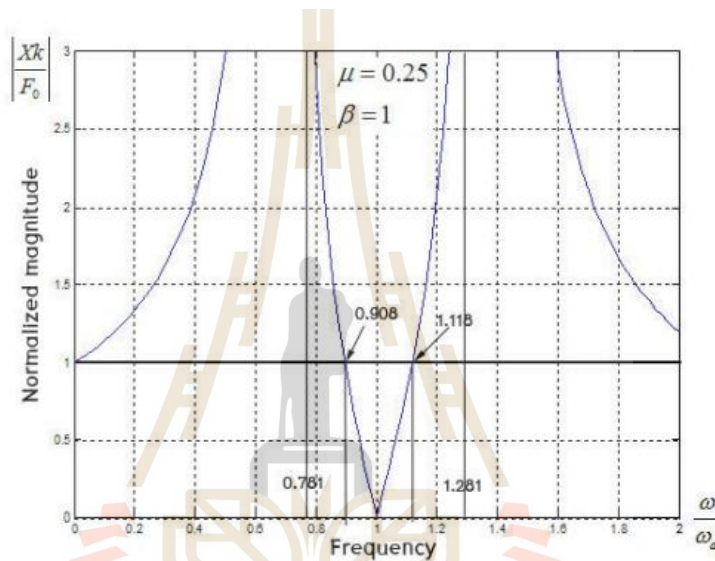
$$\frac{k_a}{k} = \mu \left( \frac{\omega_a}{\omega_p} \right)^2 = \mu \beta^2 \quad (2.78)$$

โดยที่อัตราส่วนความถี่  $\beta = \omega_a / \omega_p$  แทนค่าต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วลงในสมการ 2.75a เราจะได้แอมพลิจูดการสั่นของมวลระบบหลัก คือ

$$\frac{Xk}{F_0} = \frac{1 - (\omega / \omega_a)^2}{\left[ 1 + \mu \left( \frac{\omega_a}{\omega_p} \right)^2 - (\omega / \omega_p)^2 \right] \left[ 1 - (\omega / \omega_p)^2 \right] - \mu \left( \frac{\omega_a}{\omega_p} \right)^2} \quad (2.79)$$

ค่าสัมบูรณ์ของแอมพลิจูดการสั่นในสมการ 2.79 กับความถี่  $\omega / \omega_a$  ดังแสดงในรูปที่ 2.24 โดยกรณีนี้มีค่า  $\mu = 0.25$  และ  $\beta = 1$  กราฟนี้เราสามารถพิจารณาประสิทธิภาพของตัวดูดซับการสั่นกับการ

เปลี่ยนแปลงความถี่ของแรงที่กระทำ เช่น ช่วงความถี่ของตัวดูดซับการสั่นอยู่ระหว่าง  $0.908\omega_a$  ถึง  $1.118\omega_a$  rad / sec หรือช่วงที่ขนาดการสั่นของระบบหลัก  $\left| \frac{X_k}{F_0} \right| \leq 1$  ถ้าความถี่ของแรงที่กระทำเปลี่ยนแปลงนอกช่วงที่กล่าวมาแล้วระบบจะมีขนาดการสั่นที่เกิดขึ้น  $\left| \frac{X_k}{F_0} \right| > 1$  และอาจเกิดการสั่นพ้องได้ที่ความถี่ 0.781, 1.281 rad / sec ด้วยเหตุนี้เองการเปลี่ยนแปลงความถี่ของแรงที่กระทำในช่วงการออกแบบตัวดูดซับการสั่น ( $0.908\omega_a < \omega < 1.118\omega_a$ ) จะสามารถลดการสั่นของมวลระบบหลักได้ที่สถานะคงตัว



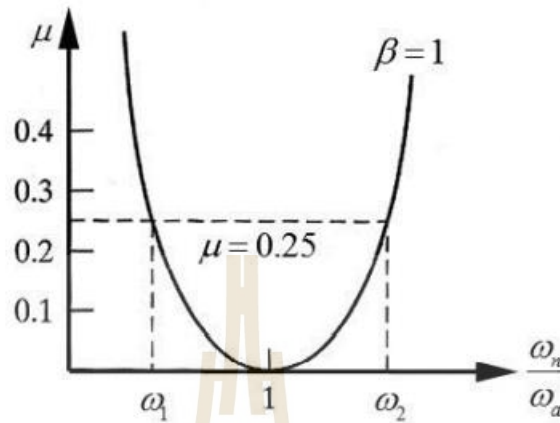
รูปที่ 2.24 แอมพลิจูดการสั่นของระบบหลักกับความถี่

ในการออกแบบตัวดูดซับการสั่นจะพิจารณาค่าอัตราส่วนมวล  $\mu$  และอัตราส่วนความถี่  $\beta$  โดยตัวแปรทั้งสองนี้สามารถนำไปหาค่ามวลและค่าความแข็งของสปริงของตัวดูดซับการสั่นได้ ซึ่งการแปรเปลี่ยนความถี่ธรรมชาติของระบบรวมในกรณีนี้  $\omega_a = \omega_n$  ดังรูปที่ 2.26 สมการ 2.73 แสดงในรูปสมการเมตริกซ์โดยตัวของสมการจะเท่ากับศูนย์ และแทน  $\omega$  ด้วยความถี่ธรรมชาติของระบบ  $\omega_n$  จัดรูปสมการใหม่พร้อมแทนด้วย  $\beta$  เราจะได้

$$\beta^2 \left( \frac{\omega_n^2}{\omega_a^2} \right) - [1 - \beta^2 (1 + \mu)] \left( \frac{\omega_n^2}{\omega_a^2} \right) + 1 = 0 \quad (2.80)$$

และผลเฉลยของสมการ จะได้

$$\left(\frac{\omega_n}{\omega_a}\right)^2 = \frac{1 - \beta^2(1 + \mu)}{2\beta^2} \pm \frac{1}{2\beta^2} \sqrt{\beta^2(1 + \mu)^2 - 2\beta^2(1 - \mu) + 1} \quad (2.81)$$



รูปที่ 2.25 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนมวลกับความถี่ธรรมชาติของระบบ

รูปที่ 2.25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนมวลกับความถี่ธรรมชาติของระบบ สำหรับกรณี  $\beta=1$  เราพบว่า การเพิ่มอัตราส่วนมากจะทำให้ช่วงความถี่ธรรมชาติที่หนึ่งกับที่สองห่างกันมากขึ้น ซึ่งทำให้ช่วงการทำงานของตัวดูดซับการสั่นเพิ่มขึ้นเช่นกัน ดังนั้น ถ้ามวลของตัวดูดซับการสั่นมีค่าน้อยมาก และติดตั้งกับระบบหลักจะเกิดการสั่นมากกว่าก่อนที่จะถึงความถี่ที่กระทำ ส่วนมากค่า  $\mu$  ควรจะอยู่ระหว่าง 0.05 ถึง 0.25 และเมื่อค่า  $\mu$  มีค่ามากจะเป็นการออกแบบที่ไม่ดี เพราะตัวดูดซับการสั่นจะมีแอมพลิจูดใหญ่จะทำให้เกิดการล้า เมื่อการเคลื่อนที่ของมวลตัวดูดซับการสั่นมีขนาดใหญ่ ด้วยเหตุนี้ควรกำหนดแอมพลิจูดการสั่นสูงสุดของมวลตัวดูดซับการสั่นในการออกแบบด้วย ช่วงความถี่การทำงานของตัวดูดซับการสั่นที่  $\left|\frac{Xk}{F_0}\right| \leq 1$

$$\frac{Xk}{F_0} = \frac{1 - (\omega/\omega_a)^2}{[1 + \mu(\omega_a/\omega_p)^2 - (\omega/\omega_p)^2][1 - (\omega/\omega_a)^2] - \mu(\omega_a/\omega_p)^2}$$

โดยที่  $\omega_p = \sqrt{\frac{k}{m}}$  ความถี่ธรรมชาติของระบบหลัก

สำหรับกรณี  $\frac{Xk}{F_0} = 1$

$$[1 + \mu(\omega_a/\omega_p)^2 - (\omega/\omega_p)^2][1 - (\omega/\omega_a)^2] - \mu(\omega_a/\omega_p)^2$$



สำหรับกรณี  $\frac{Xk}{F_0} = -1$

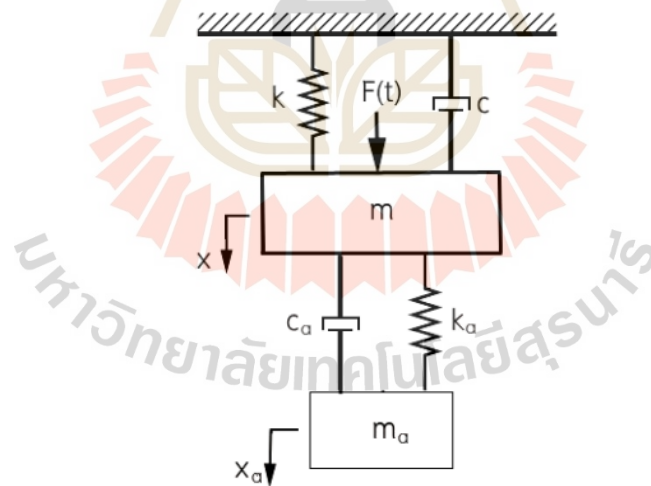
$$\left[1 + \mu \left(\frac{\omega_a}{\omega_p}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2\right] - \mu \left(\frac{\omega_a}{\omega_p}\right)^2 = -1 + \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2$$

หรือ  $\left(\frac{\omega_a}{\omega_p}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^4 - \left[2 + (1 + \mu) \left(\frac{\omega_a}{\omega_p}\right)^2\right] \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2 + 2 = 0$

ค่าความแข็งของสปริงของตัวดูดซับการสั่น ที่จะทำให้การเคลื่อนที่ของมวลระบบหลักเกิดขึ้นน้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ ที่สถานะคงตัวเช่นเดียวกับตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีความหน่วง การเพิ่มความหน่วงของตัวดูดซับการสั่นช่วยลดการสั่นพ้องได้หรือเพิ่มช่วงการทำงานของตัวดูดซับการสั่น ผลกระทบของการมีตัวหน่วงนั้น ทำให้ระบบมีความเชื่อมโยงกัน ( $KM^{-1}C \neq CM^{-1}K$ ) ดังนั้น การหาผลเฉลยที่สถานะคงตัวของระบบจึงไม่สามารถประยุกต์ใช้วิธีวิเคราะห์โมดอลได้

$$x(t) = X e^{j\omega t} = \left[ \frac{X}{X_a} \right] e^{j\omega t} \quad (2.82)$$

โดยที่  $X$  - แอมพลิจูดการสั่นของระบบหลัก และ  $X_a$  - แอมพลิจูดการสั่นของตัวดูดซับการสั่น



รูปที่ 2.26 แบบจำลองกายภาพของตัวดูดซับการสั่นแบบมีตัวหน่วง

จากรูปที่ 2.26 เราสามารถเขียนเป็นสมการตัวดูดซับการสั่น ได้ดังนี้ คือ

$$(2.83) \quad \begin{bmatrix} (k+k_a-m\omega)^2 + (c+c_a)j\omega & -k_a - j\omega_a c_a \\ -k_a - j\omega_a c_a & (k_a - m_a \omega^2) + j\omega_a c_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_a \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} e^{j\omega t}$$

แก้สมการดังกล่าว เราจะได้

$$X = \frac{[(k_a - m_a \omega^2) j\omega_a c_a] F_0}{\det(K - \omega^2 M + j\omega C)} \quad (2.84a)$$

$$X_a = \frac{(k_a + j\omega_a c_a) F_0}{\det(K - \omega^2 M + j\omega C)} \quad (2.84b)$$

โดยที่

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c+c_a & -c_a \\ -c_a & c_a \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} k+k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \quad \text{และ}$$

$$\det(K - \omega^2 M + j\omega C) = mm_a \omega^4 - (cc_a + m_a(k+k_a) + k_a m) \omega^2 + kk_a + j[(kc_a + k_a c) \omega - (c_a(m+m_a) + cm_a) \omega^3]$$

เราจะได้แอมพลิจูดการสั่นของมวลระบบหลัก

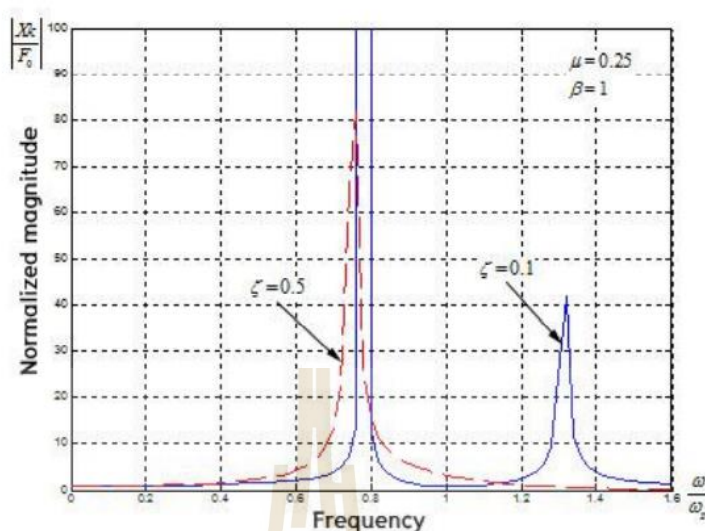
$$\frac{Xk}{F_0} = \frac{(2\zeta)^2 + (r^2 - \beta^2)}{\sqrt{(2\zeta)^2 (r^2 - 1 + \mu r^2)^2 + [\mu r^2 \beta^2 - (r^2 - 1)(r^2 - \beta^2)]^2}} \quad (2.85)$$

โดย

$$\mu = \frac{m_a}{m}, \beta = \frac{\omega_a}{\omega_p}, r = \frac{\omega}{\omega_p}, \text{ และ } \zeta = \frac{c_a}{2m_a \omega_p}$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k}{m}} - \text{ความถี่ธรรมชาติของระบบหลักที่ยังไม่ได้ติดตั้งตัวดูดซับการสั่น}$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}} - \text{ความถี่ธรรมชาติของตัวดูดซับการสั่นที่ติดตั้งกับระบบหลัก}$$



รูปที่ 2.27 ขนาดการสั่นของระบบหลักกับความถี่

จากรูปที่ 2.27 เราจะเห็นว่าขนาดการสั่นของระบบหลักกับความถี่มีค่าเปลี่ยนแปลงไป

## 2.7 ปรัชน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จิรายุทธ กิจกล้าและ ศิริศักดิ์ เขิดเกียรติพ. การศึกษาการสั่นสะเทือนและการส่งผ่านการสั่นสะเทือนของเครื่องพรวนจอบหมุนติรตไถเดินตามทดสอบที่สภาวะไม่เคลื่อนที่ สภาวะเคลื่อนที่บนถนนลาดยาง และบนพื้นแปลงเกษตรกรรม ด้วยความเร็วรอบเครื่องยนต์ต้นกำลัง 1,200 1,600 และ 2,000 rpm และสภาวะการไถพรวน ด้วยความเร็วรอบเครื่องยนต์ต้นกำลัง 2,200 และ 2,400 rpm วัดการสั่นสะเทือนสามทิศทางได้แก่ ทิศตามการเคลื่อนที่ ทิศตามขวางการเคลื่อนที่ และ ทิศแนวตั้ง สัญญาณการสั่นสะเทือนทั้งสามทิศทางถูกวัดในเวลาเดียวกัน โดยใช้อุปกรณ์วัดความเร่ง (Accelerometer) ติดไว้ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ของรถไถเดินตาม ผลการทดสอบพบว่า การสั่นสะเทือนและความถี่การสั่นสะเทือนเพิ่มขึ้นเมื่อความเร็วรอบเครื่องยนต์ต้นกำลังเพิ่มขึ้น ที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์เดียวกันการสั่นสะเทือนสูงสุดปรากฏที่ตำแหน่งเครื่องยนต์ต้นกำลัง และสั่นสะเทือนน้อยที่สุดที่ตำแหน่งโครงเหล็กของรถไถเดินตาม และพบว่าสภาวะเคลื่อนที่บนแปลงเกษตรกรรมมีการสั่นสะเทือนสูงสุด ส่วนสภาวะไม่เคลื่อนที่บนถนนลาดยางพบว่าการสั่นสะเทือนต่ำสุด

พัทรพงษ์ อาสนจินดา. งานวิจัยนี้ทำการศึกษาระดับการสั่นสะเทือนของโครงสร้างทางพิเศษยกระดับที่มีผลต่อการรับรู้ของบุคคล โดยพิจารณากรณีศึกษาการรับรู้ของผู้ปฏิบัติงาน ณ ด้านชำระค่าผ่านทางพิเศษยกระดับบูรพาวิถีจำนวน 3 ด้าน ได้แก่ ด้านชลบุรี ด้านวงแหวนรอบนอก และด้าน

บางนา ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินระดับการสั่นสะเทือนที่ส่งผลต่อผู้ปฏิบัติงาน ซึ่งผลการศึกษาที่ได้จะเป็นข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการบริหารจัดการทรัพยากรบุคคลและเป็นข้อมูลประกอบแนวทางในการประเมินโครงสร้างทางพิเศษยกระดับบูรพาวิถีการศึกษาได้ทำการทดสอบภาคสนามทั้งสามด้านเป็นเวลาแต่ละประมาณ 12 ชั่วโมง โดยตรวจวัดค่าความเร่งการสั่นสะเทือนในแนวดิ่ง บริเวณด้านรับชำระค่าผ่านทางช่องซ้ายสุดซึ่งเป็นช่องบริการสำหรับยานพาหนะทุกประเภท และพิจารณาผลกระทบเนื่องจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น ประเภทยานพาหนะ จากนั้นจึงทำการประเมินระดับการรับรู้การสั่นสะเทือนจากค่าแอมพลิจูดของสัญญาณความเร่งและความถี่ของการสั่นสะเทือน โดยเปรียบเทียบกับเกณฑ์มาตรฐานสากลต่างๆ จากการศึกษาพบว่าด้านชลบุรีมีระดับการสั่นสะเทือนที่รุนแรงที่สุดเมื่อเทียบกับอีกสองด้าน โดยมีระดับสูงสุดถึงระดับไม่พอใจ และระดับสูงสุดของทั้งด้านวงแหวนรอบนอกและด้านบางนาอยู่ในระดับรู้สึกได้ ซึ่งพบว่าอาจมีสาเหตุจากลักษณะของด้านชลบุรีซึ่งมีช่องบริการรถบรรทุกทุกหนกอยู่ในตำแหน่งปลายยื่นของหน้าตัดคานคอนกรีตอัดแรงรูปกล่อง จึงเกิดความเร่งการสั่นสะเทือนที่สูงกว่าด้านอื่น โดยมีแอมพลิจูดที่ต่ำกว่าที่ผิวทางโดยเฉลี่ยที่ประมาณร้อยละ 17 การเคลื่อนที่ในจังหวะออกตัวของยานพาหนะที่ในเวลาใกล้เคียงกับช่องจราจรข้างเคียงสามารถเพิ่มแอมพลิจูดของการสั่นสะเทือนและระดับการรับรู้ได้รุนแรงมากขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ

นพรัตน์ วศยทัตถิณ. งานวิจัยนี้ได้พัฒนาชุดโบกี้รถไฟจำลองและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาเพื่อศึกษาพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของรถไฟ โดยเน้นไปที่การวิเคราะห์การส่ายตัวตามแนวขวางของโบกี้ (Hunting motion) ชุดโบกี้จำลองนี้ออกแบบให้มีรูปทรงคล้ายโบกี้ของรถไฟจริง โดยมีขนาดอยู่ที่ 1:4.5 ประกอบไปด้วยเพลาล้อจำนวน 2 เพลาล้อและล้อจำนวน 4 ล้อ สร้างจากวัสดุอลูมิเนียมกลึงขึ้นรูปทั้งหมด ระหว่างเพลาล้อและโครง โบกี้มีการติดตั้งอุปกรณ์รองรับการสั่นสะเทือนเป็นสปริงและตัวหน่วงแบบของเหลวติดตั้งในแนวดิ่ง และระหว่างโครงโบกี้กับเบาะแคร่ (Bogie bolster) มีการติดตั้งอุปกรณ์รองรับการสั่นสะเทือนเป็นสปริงและตัวหน่วงแบบของเหลวติดตั้งในแนวนอนตามแนวยาวของโบกี้ชุดโบกี้จำลองนี้ถูกขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์ไฟฟ้าผ่าล้อขับ 4 ล้อซึ่งออกแบบมาใช้ทดแทนรางตรง 2 ราง สามารถแปรเปลี่ยนความเร็วเชิงเส้นได้ตั้งแต่ 0 ถึง 11.22 m/s ข้อมูลที่ได้จากการทดลองโบกี้จำลองนี้ จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้นเพื่อศึกษาพฤติกรรมและอิทธิพลของตัวแปรที่มีผลต่อการส่ายโบกี้ ผลการวิจัยพบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถจำลองพฤติกรรมการส่ายของโบกี้ได้ สอดคล้องกับผลการทดลองจากชุดโบกี้รถไฟจำลอง และสามารถทำนายความเร็ววิกฤติของชุดโบกี้จำลองนี้ว่าจะเริ่มเกิดขึ้นเมื่อมีความเร็ว 12.7 m/s สำหรับการส่ายแบบอิสระ และจะเพิ่มขึ้นเป็น 13.6 m/s 16.55 m/s และ 20.05 m/s เมื่อปรับเปลี่ยนค่าคงที่ของสปริงแนวนอนเป็น 45 KN/m, 60 KN/m ตามลำดับ นอกจากนี้ยังพบว่า การปรับเปลี่ยนตัวหน่วงในแนวนอนและการปรับเปลี่ยนวัสดุสำหรับล้อรถไฟมีอิทธิพลต่อการส่ายของโบกี้เช่นกัน แต่ไม่มากเท่าการปรับเปลี่ยนสปริง

ประดิษฐ์ จิตจักร์. การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างชุดฝึกอบรมการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรหมุน เพื่อศึกษาความพึงพอใจของชุดฝึกอบรมการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรหมุน และเพื่อหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ของผู้อบรมต่อชุดฝึกอบรม ชุดฝึกอบรมการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรหมุน เครื่องที่ใช้ประกอบด้วยเครื่องมือวัดการสั่นสะเทือนแบบปากกา กลุ่มทดลองที่ใช้ประกอบด้วยพนักงานบริษัทอุตสาหกรรมน้ำตาลอีสานจำกัด จำนวน 20 คน เพื่อหาความพึงพอใจของชุดฝึกอบรมการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรหมุนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้อบรม ผลการวิจัยพบว่า ได้คะแนนเฉลี่ยหลังกระบวนการ (E post) เท่ากับ 82.50 และคะแนนเฉลี่ยก่อนกระบวนการ (E Per) เท่ากับ 28.25 ดังนั้น ชุดฝึกอบรมการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรหมุนที่สร้างขึ้น ทำให้ผู้เรียนมีคะแนนเฉลี่ยทางการเรียนเพิ่มขึ้น 54.25 และเมื่อนำคะแนนเฉลี่ยแบบทดสอบก่อนเรียนและคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนมาเปรียบเทียบกัน ด้วยการทดสอบค่า (t-test) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 และระดับความพึงพอใจของกลุ่มทดลอง ที่มีต่อชุดฝึกอบรมการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรหมุนนี้ พบว่า กลุ่มทดลองมีความพึงพอใจอยู่ในระดับดี ( $X = 4.49$ ) สรุปได้ว่า ชุดฝึกอบรมการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรหมุนที่สร้างขึ้นมานี้ สามารถที่จะนำไปใช้ในการเรียนหรือศึกษาเรื่องหลักการวัดและวิเคราะห์การสั่นสะเทือนเครื่องหมุนได้

รุ่งเรือง กาลศิริศิลป์ และ เกียรติศักดิ์ แสงประดิษฐ์ โครงานวิจัยเรื่อง การศึกษาค่าการสั่นสะเทือนของเครื่องตัดหญ้าวางราย มีวัตถุประสงค์ต้องการศึกษาค่าการสั่นสะเทือนของเครื่องตัดหญ้าวางรายที่ใช้เครื่องยนต์ไทเกอร์และฮอนด้าขนาด 5.5 แรงม้าเป็นต้นกำลังในการทำงาน ทำการติดตั้งเซนเซอร์วัดความเร่ง (Accelerometer) โดยวิเคราะห์และประมวลผลสัญญาณด้วยโปรแกรม LABVIEW 7.1 ใน 3 ตำแหน่ง คือ 1. คันจับ 2. แท่นวางเครื่อง 3. ชุดใบมีด การทดสอบวัดความเร่งใน 3 ทิศทาง คือ 1.แนวตั้ง 2. แนวรัศมี 3. แนวแกน ความเร็วรอบเครื่องยนต์ไทเกอร์ 5.5 แรงม้า คือ 2,200 2,500 3,000 3,500 รอบต่อนาที และสำหรับเครื่อง ฮอนด้า 5.5 แรงม้า คือ 1,500 1,600 1,800 1,900 รอบต่อนาที ผลการทดสอบเครื่องตัดหญ้าวางราย (ไทเกอร์ 5.5 แรงม้า) ค่าการสั่นสะเทือนมีค่าสูงสุดในแนวตั้งที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 3,500 รอบต่อนาที ในสภาพอยู่กับที่ ค่าความเร่งสูงสุดในตำแหน่งคันจับ เท่ากับ 5.3 เมตรต่อวินาที 2 ความถี่ 12.5 เฮิรท์ และผลการทดสอบเกียร์ 1 ค่าความเร่งสูงสุดในตำแหน่งคันจับเท่ากับ 13.84 เมตรต่อวินาที 2 ความถี่ 16 เฮิรท์ ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที สำหรับเครื่องตัดหญ้าวางรายที่ใช้เครื่องยนต์ ฮอนด้า 5.5 แรงม้า พบว่าความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1,900 รอบต่อนาที ในสภาพอยู่กับที่ ค่าความเร่งสูงสุดในตำแหน่งคันจับ เท่ากับ 2.5 เมตรต่อวินาที 2 ความถี่ 63 เฮิรท์ และผลการทดสอบที่เกียร์ 1 ค่าความเร่งสูงสุดในตำแหน่งคันจับเท่ากับ 3.2 เมตรต่อวินาที 2 ความถี่ 50 เฮิรท์ ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1,500 รอบต่อนาที

สิริพงศ์ เอี่ยมชัยมงคล. โครงการวิจัยนี้ศึกษาเกี่ยวกับการลดการสั่นสะเทือนโดยใช้ตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบไม่มีความหน่วง ภายใต้แรงสั่นสะเทือนแบบฮาร์มอนิก ตัวดูดซับการสั่นสะเทือนประกอบด้วยคานสปริงยึดติดกับชุดมวลหลักแบบคานทิลเวอร์โดยมีมวลของตัวดูดซับติดอยู่ที่ปลายคาน การทดลองการสั่นสะเทือนได้ทำการทดลองกับแรงฮาร์มอนิกที่ความถี่ 6 Hz และ 11 Hz ผลการทดลองพบว่า การลดการสั่นสะเทือนด้วยวิธีดังกล่าวสามารถลดการสั่นสะเทือนได้เป็นอย่างมาก โดยสามารถลดจาก 6.4 mm (RMS) ลงเหลือเพียง 0.05 6.4 mm (RMS) ที่ความถี่ 6 Hz และ ลดลงจาก 5.7 6.4 mm (RMS) เหลือเพียง 0.16 6.4 mm (RMS)

สุวิพงษ์ เหมะธูลิน และ ญัฐดนัย พรรณเจริญวงศ์ การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาชุดขับเคลื่อนใบมีดตัดของเครื่องตัดใบข้าว เพื่อลดการสั่นสะเทือนโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาช่วยในการวิเคราะห์ความแข็งแรง ผลการวิเคราะห์เบื้องต้น พบว่า ค่าการเสียรูปทรงมีค่าสูงสุด 0.13762 mm ถือว่าน้อยมาก และเมื่อเปรียบเทียบการขับเคลื่อนด้วยโซ่กับการขับเคลื่อนด้วยสายพานและเครื่องตัดหญ้า โดยตัดใบข้าวพื้นที่ 400 m<sup>2</sup> ผลการสั่นสะเทือนในแนวแกนนอนที่ความเร็วรอบ 350 rpm เมื่อขับเคลื่อนด้วยโซ่มีค่าการสั่นสะเทือน 4.75 mm และเมื่อขับเคลื่อนด้วยสายพานมีค่าการสั่นสะเทือน 5.61 mm ค่าการสั่นสะเทือนเมื่อขับเคลื่อนด้วยโซ่ลดลงเมื่อเปรียบเทียบกับขับเคลื่อนด้วยสายพาน 15.33% และเมื่อเปรียบเทียบกับเครื่องตัดหญ้าค่าการสั่นสะเทือนมีค่าลดลง 7.44 % และผลการสั่นสะเทือนในแนวแกนตั้งที่ความเร็วรอบ 350 rpm เมื่อขับเคลื่อนด้วยโซ่มีค่าการสั่นสะเทือน 4.32 mm และค่าการสั่นสะเทือนเมื่อขับเคลื่อนด้วยสายพานมีค่า 6.86 mm โดยค่าการสั่นสะเทือนเมื่อขับเคลื่อนด้วยโซ่ลดลงเมื่อเปรียบเทียบกับขับเคลื่อนด้วยสายพานคิดเป็น 37.03% และเมื่อเปรียบเทียบกับเครื่องตัดหญ้า มีค่าลดลง 19.40% ช่วยลดเวลาการทำงานลงได้ 30.90 นาที/ไร่ และสามารถลดต้นทุนในการทำงานได้ 640 บาท/ไร่

เสกสรรค์ วินยางค์กุล และ สุวิน สีสองสม. งานวิจัยนี้ได้นำเสนอการศึกษาการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน ความล้า และการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดของยางรองแท่นเครื่องยนต์แบบสี่สูบในขณะที่เครื่องยนต์ทำงาน อันเป็นผลจากแรงเฉื่อยของกลไกเครื่องยนต์ และแรงจุดระเบิดภายในห้องเผาไหม้ การเกิดการสั่นสะเทือนขึ้นนั้นไม่เป็นที่ต้องการแต่ก็ไม่สามารถหลีกเลี่ยงแรงสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นตลอดการทำงานของเครื่องยนต์ได้ ดังนั้นมีความจำเป็นอย่างมากในการลดการสั่นสะเทือนให้เหลือน้อยที่สุด ดังนั้นจึงกลายมาเป็นวัตถุประสงค์ในการออกแบบที่ต้องการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าความแข็งของยาง รูปทรงของยาง ชนิดของยาง และอายุการใช้งานของยางรองแท่นเครื่องยนต์ โดยพิจารณาการยุบตัวของยางน้อยที่สุด จากผลการออกแบบที่ได้ค่าความแข็งของยางที่เหมาะสม จะทำการเลือกรูปทรงของยางเป็นแบบพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปทรงสี่เหลี่ยม และชนิดของยางในการวิเคราะห์คือยางธรรมชาติ (Natural Rubber, NR), ยางสไตลีนบิวตาไดอิน (Styrene Butadiene Rubber, SBR) และยางคลอโรพรี (Chloroprene Rubber, CR) ผลวิเคราะห์จากการออกแบบยางรองแท่น

เครื่องโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของยางในรูปแบบจำลองของมุนนี่รีฟลินแสดงให้เห็นว่ายางชนิด CR จะให้การยุบตัวสูงสุด (UMAX) ต่ำที่สุดเป็น  $UMAX = 0.114 \text{ mm}$ . ขณะที่ยาง SBR จะให้ค่าความเครียดสูงสุด ( $\epsilon_{max}$ ) ต่ำที่สุดเป็น  $\epsilon_{max} = 0.050$  จากนั้นนำค่าของ  $\epsilon_{max}$  ที่เกิดขึ้นกับยางมาหาอายุความต้านทานต่อการล้าในจำนวนของรอบ NF จะเห็นได้ว่ายางรองแทนเครื่องที่ทำมาจากยาง SBR จะมีอายุความต้านทานต่อการล้าที่มากกว่ายาง NR และ CR จากการวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่าวิธีการออกแบบที่ใช้สามารถใช้เป็นทางเลือกในการออกแบบยางรองแทนเครื่องยนต์

อภิสิทธิ์ แก้วหนู. การสั่นสะเทือนถูกจัดว่าเป็นหนึ่งในปัญหาสำคัญทางโครงสร้างวิศวกรรมไม่ว่าในงานโครงสร้างทางโยธา เช่น ถนน สะพาน ตึก เป็นต้น หรือในงานโครงสร้างทางเครื่องกล เช่น ระบบกลไก ชิ้นส่วน เครื่องจักรต่าง ๆ เป็นต้น ทั้งหมดล้วนประสบปัญหาทางด้าน การสั่นสะเทือนด้วยกันทั้งสิ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งปัญหาการสั่นสะเทือนในเครื่องจักรโรงงาน มักเป็นปัจจัยหลักที่ส่งผลให้เครื่องจักรเกิดความเสียหาย ตลอดจนลดประสิทธิภาพในสายการผลิต ทำให้งานที่ผลิตเกิดความล่าช้า หรือกำลังการผลิตที่ทำได้ต่อวันลดลง ซึ่งส่งผลต่อต้นทุนในการผลิตอีกด้วย ดังนั้น งานวิจัยชิ้นนี้จึงมุ่งเน้นไปที่การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนด้วยวิเคราะห์สเปกตรัม เพื่อศึกษารูปแบบของการสั่นสะเทือน ณ ตำแหน่งที่สนใจ คือ กริปเปอร์และกลิ้ง ของทั้ง 3 โซน (L, C และ R) จากนั้น นำผลการวิเคราะห์ที่ได้ไปใช้ประโยชน์ เพื่อศึกษาหาวิธีที่จะช่วยลดปัญหาการสั่นสะเทือนตามตำแหน่งที่ได้กล่าวมาข้างต้น โดยวิธีที่ใช้คือการต้านการสั่นสะเทือนแบบพาสซีฟและแอคทีฟ ซึ่งคือการติดตั้งอุปกรณ์ลงไปยังจุดที่ต้องการลดการสั่นสะเทือน ทั้งนี้ เพื่อไปต้านพลังงานการสั่นสะเทือน รวมถึงช่วยลดการส่งถ่ายแรงผ่านชิ้นส่วนในเครื่องจักรซึ่งเป็นที่มาของความเสียหายในตัวชิ้นงานอีกด้วย

Reiher, H. and Meister, F.J. (1931). ได้ศึกษาการสั่นสะเทือนที่เกิดจากพื้นดินที่เกิดจากแหล่งต่าง ๆ และส่งผลให้อาคารสิ่งปลูกสร้างที่อยู่อาศัยเกิดความสั่นสะเทือน ทำให้เกิดความรำคาญต่อผู้อยู่อาศัย จากผลการวิเคราะห์อิทธิพลของความสั่นสะเทือนในอาคารสิ่งปลูกสร้างมีแนวโน้มคล้ายคลึงกัน หลังจากปี 2564 หลายประเทศได้มีการเปลี่ยนแปลงมาตรฐานการรับรู้ความสั่นสะเทือนแบบ passive และ active ในแนวทางมาตรฐานที่มีกฎระเบียบเหมือนกันแต่สามารถตีความแตกต่างกันไป การศึกษานี้นำเสนอการวิเคราะห์การตีความดังกล่าวในมาตรฐานต่อไปนี้ ; Polish PN-88/B-02171, British BS 4672-1, Japanese AIJ-GEH-2004, Australian AS 2670.1-2001, American ANSI S3.29-1983, German DIN 4150-2 และ ISO มาตรฐานสากล ISO 2631-1 และ ISO 2631-2 มีการวิเคราะห์พารามิเตอร์เฉพาะสำหรับการประเมินอิทธิพลของการสั่นสะเทือนต่อมนุษย์ช่วงความถี่ที่พิจารณาระยะเวลาของการสั่น การประมวลผลสัญญาณและแนวทางทั่วไปในการแก้ไขปัญหา

Ying, Y., L. Zhang, F. Xu and Dong M. 1998. ได้ศึกษาการปฏิบัติงานของพนักงานกับรถไถเฟลาเดี่ยว ซึ่งควบคุมด้วยมือแขนสัมผัสโดยตรง การสั่นสะเทือนของรถไถมีผลกระทบต่อระบบหลอดเลือด ระบบประสาท ระบบกระดูกและกล้ามเนื้อ ซึ่งเรียกรวมกันว่ากลุ่มอาการสั่นของมือแขน

การสั่นสะเทือน (Raynaud's ปรากฏการณ์) ที่มีผลกระทบที่พบบ่อยต่อผู้ปฏิบัติงานคือนิ้วมือ การวัดค่าความสั่นสะเทือนของรถไถถูกวัดตามสภาวะการทำงานสามแบบได้แก่การวัดในสภาวะสตาร์ทเครื่องอยู่กับที่ การวัดในสภาวะการขับเคลื่อนที่และในสภาวะการขับไถพรวนดิน การวัดระดับค่าความสั่นสะเทือนที่มือจับโดยวิเคราะห์ค่าสเปกตรัมความถี่ที่เกิดขึ้นจากสภาพการทำงานจริงที่มีการคำนวณความเร่งของความถี่ที่เกิดขึ้นกำหนดเป็น  $m/s^2$  และค่าที่ได้รับจะถูกนำเสนอในรูปแบบกราฟิก ค่าที่ได้รับจะนำไปเปรียบเทียบกับค่ามาตรฐาน ISO 5349 ในการวัดค่าความสั่นสะเทือนในสภาวะการขับเคลื่อนที่พบว่า ความสั่นสะเทือนในแนวแกน X และ Y มีค่าสูงกว่าทิศทาง Zdirection ในการไถพรวนดินที่ความเร่งเท่ากับ 3.37, 8.37 และ 9.62  $m/s^2$  ตามลำดับ ผลการวิจัยพบว่า 10% ผู้ปฏิบัติงานกับรถไถมีความเสี่ยงที่จะเกิดความผิดปกติของนิ้วมือ เนื่องจากความสั่นสะเทือน หากใช้รถไถในเวลา 8 ชั่วโมงต่อวันในระยะเวลานั้นๆ (3-4ปี) ควรจำกัดเวลาในการใช้งานรถไถเพลาดเดียว เพื่อป้องกันผู้ปฏิบัติงานไม่ให้สัมผัสกับความสั่นสะเทือนเป็นระยะเวลายาวนาน เมื่อพิจารณาตามเกณฑ์ค่ามาตรฐานของ ISO 5349

สมชาย ชวนอุดม และ วารี ศรีสอน. การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบการสั่นสะเทือนของเครื่องเกี่ยวขนาดข้าวเมื่อใช้ชุดขับราวใบมีด 4 แบบ ประกอบไปด้วย แบบชัก แบบแกว่ง แบบเพลาดั้งฉากขับโดยโซ่ และแบบเพลาดั้งฉากขับโดยสายพาน โดยการวัดและเปรียบเทียบการสั่นสะเทือนและความสูญเสียจากชุดหัวเกี่ยวของเครื่องเกี่ยวขนาดของชุดขับราวใบมีดทั้ง 4 แบบ พบว่า ชุดขับราวใบมีดตัดทั้ง 4 แบบ ไม่มีผลต่อความสูญเสียจากชุดหัวเกี่ยว แต่เมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนของชุดหัวเกี่ยว ชุดขับราวใบมีดแบบเพลาดั้งฉากขับโดยโซ่มีแนวโน้มให้การการสั่นสะเทือนน้อยที่สุด

กนต์ธร ขำนิประศาสน์. อธิบายการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นในส่วนต่าง ๆ ของโครงสร้าง หรือของเครื่องจักร วิธีการหลีกเลี่ยงหรือป้องกันการสั่นสะเทือน รวมถึงการวัดและการควบคุมการสั่นสะเทือน

สุรัตน์ ปัญญาแก้ว. งานวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อออกแบบและสร้างตัวดูดการสั่นสะเทือนแบบปรับค่าได้โดยจะใช้ระบบควบคุมแบบป้อนกลับสร้างสัญญาณแรงที่เป็นสัดส่วนโดยตรงกับตำแหน่งและความเร่งของตัวดูดขับความสั่นสะเทือนเพื่อทำให้ค่ามอดูลัสเชิงพลวัตของตัวดูดขับการสั่นสะเทือนเป็นศูนย์ เป้าหมายระบบควบคุมแบบป้อนกลับที่ออกแบบขึ้นมานี้ก็เพื่อให้สามารถลดขนาดการสั่นสะเทือนของระบบหลักในทุกค่าความถี่ของแรงกระตุ้นที่แปรเปลี่ยน จากการทดลองพบว่าตัวดูดขับการสั่นสะเทือนแบบปรับค่าได้สามารถลดขนาดการสั่นของระบบหลักลงได้ประมาณ 21 % เมื่อความถี่ของแรงกระตุ้นแปรเปลี่ยน



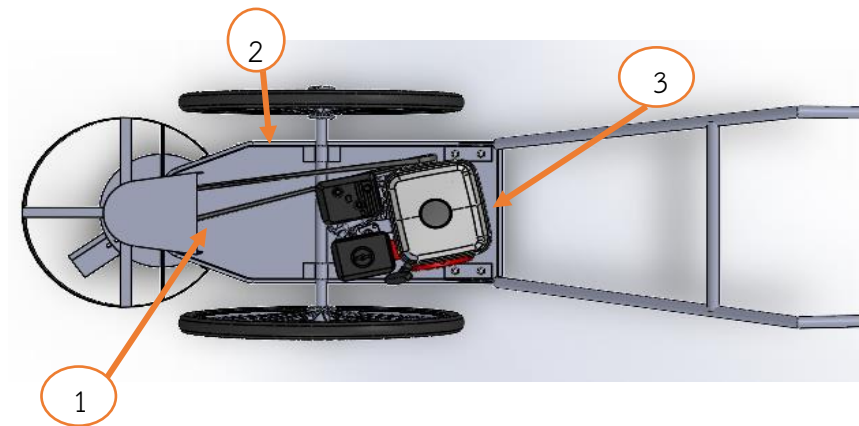
## บทที่ 3

### วิธีการดำเนินการวิจัย

บทนี้จะนำเสนอการศึกษาและวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงรถตัดหญ้าแบบรถเข็นเพื่อนำไปออกแบบอุปกรณ์ลดความสั่นสะเทือนในรถตัดหญ้าแบบรถเข็น ที่มีผลกระทบต่อผู้ใช้งาน โดยใช้วิธีการออกแบบสร้างตัวดูดซับการสั่นสะเทือนขึ้นมา ในการออกแบบสร้างอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือนนั้น ได้ทำการวัดค่าความถี่ธรรมชาติของโครงรถตัดหญ้าและความถี่ธรรมชาติของตัวอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนให้อยู่ในย่านความถี่ที่ใกล้เคียงกันให้มากที่สุด ซึ่งทำการทดสอบด้วยเครื่องมือวัด โดยวิธีทดสอบแบบแรงดล (Impact Test) เพื่อหาค่าการสั่นสะเทือนของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น และหาค่าความเร็วรอบของเครื่องยนต์ที่เหมาะสม ที่ไม่ทำให้เกิดความถี่ธรรมชาติตรงกับความถี่ที่ใช้งานในรถตัดหญ้าแบบรถเข็น มีวิธีการดังนี้

#### 3.1 วิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

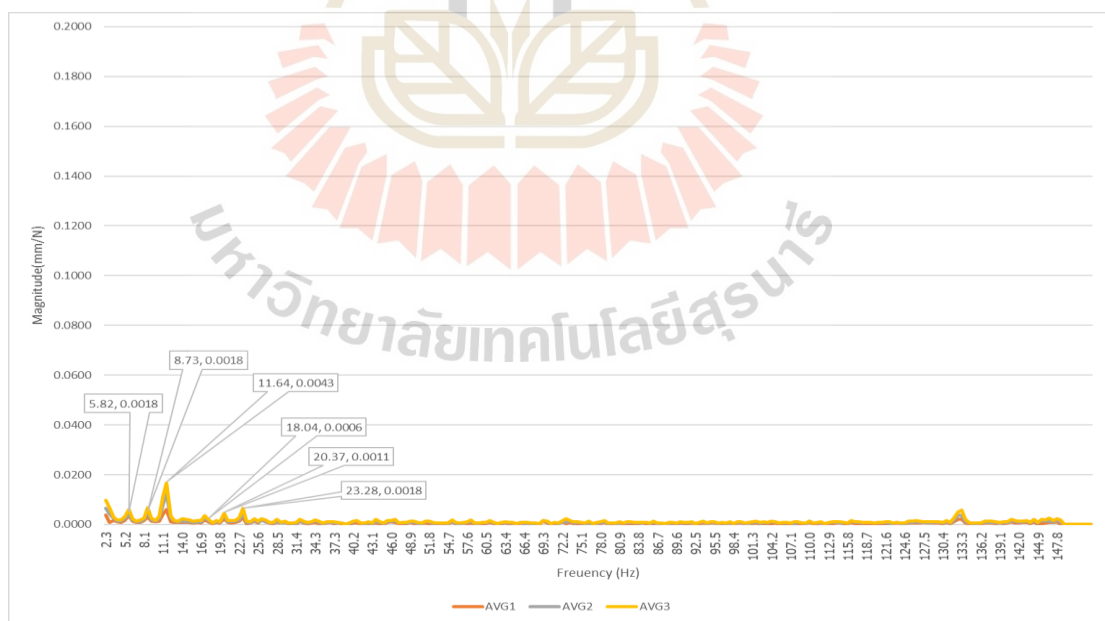
การวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น โดยวิธีทดสอบแบบแรงดล (Impact Test) ทดสอบโครงสร้างเพื่อดูค่าความถี่ธรรมชาติและแรงที่มากระทำที่ทำให้เกิดรีโซแนนซ์ในโครงรถตัดหญ้าแบบรถเข็น วิธีการทดสอบแบบแรงดล (Impact Test) เป็นการวัดค่าความสั่นสะเทือนของโครงสร้างโดยการเคาะ มีตัวตรวจจับสัญญาณความสั่นสะเทือนส่งไปยังเครื่องมือวัดประมวลผลแล้วจะแสดงผลค่าความสั่นสะเทือนออกมาเป็นกราฟให้เห็นในจอคอมพิวเตอร์ จะเห็นค่าแอมพลิจูดสูง-ต่ำ ตามสัญญาณที่ป้อนเข้าไปในเครื่องมือวัด การวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติของโครงรถตัดหญ้าแบบรถเข็นโดยวิธีทดสอบแบบแรงดล (Impact Test) ได้กำหนดตำแหน่งที่จะทำการทดสอบไว้ 3 ตำแหน่งดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แสดงตำแหน่งทดสอบโครงสร้างรถตัดหญ้าหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยวิธีทดสอบแบบแรงดล

ซึ่งในตำแหน่งที่ 1 คือส่วนหัว ตำแหน่งที่ 2 คือส่วนกลาง และตำแหน่งที่ 3 คือส่วนท้ายของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

ผลการทดสอบโครงสร้างรถตัดหญ้าแบบรถเข็นเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยวิธีทดสอบแบบแรงดล (Impact Test) ตามตำแหน่งที่กำหนดไว้ 3 ตำแหน่งดังต่อไปนี้



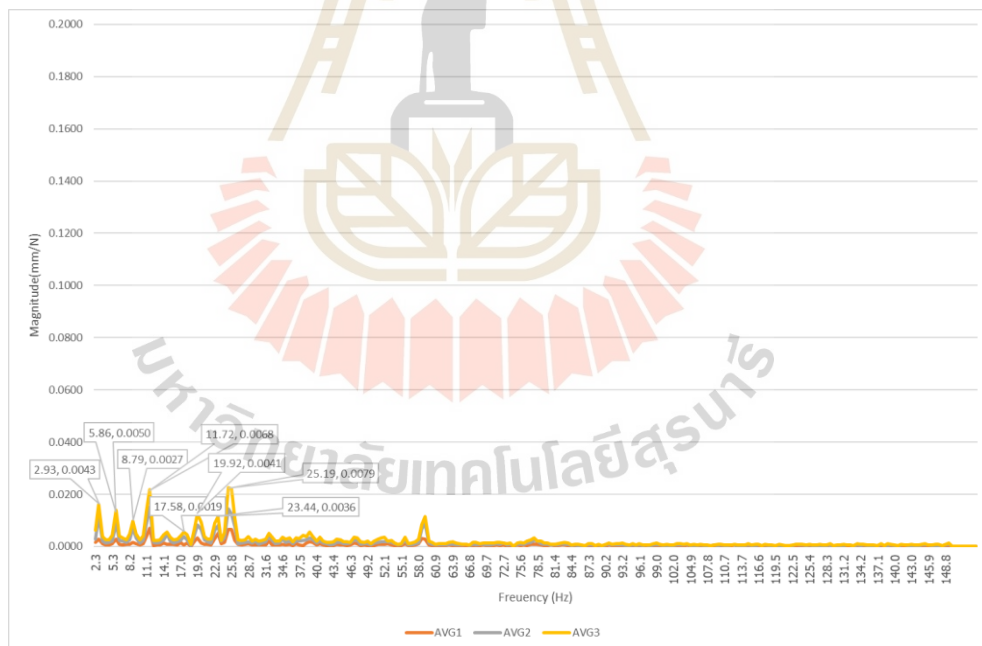
รูปที่ 3.2 กราฟแสดงโดเมนความถี่ ที่ตำแหน่งที่ 1

จากรูปที่ 3.2 เป็นกราฟแสดงผลจากการทดสอบในตำแหน่งที่ 1 ส่วนหัวของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าความถี่ธรรมชาติ ที่ตำแหน่งที่ 1

No.	Frequency		Amplitude(mm/N)
	(Hz)	RPM	
1 <sup>st</sup>	5.82	349.2	0.0018
2 <sup>nd</sup>	8.73	523.8	0.0018
3 <sup>rd</sup>	11.64	698.4	0.0043
4 <sup>th</sup>	18.04	1082.4	0.0006
5 <sup>th</sup>	20.37	1222.2	0.0011
6 <sup>th</sup>	23.28	1396.8	0.0018

จากตารางที่ 3.1 คือ ค่าความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นในการทดสอบ ในตำแหน่งที่ 1 ส่วนหัวของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น



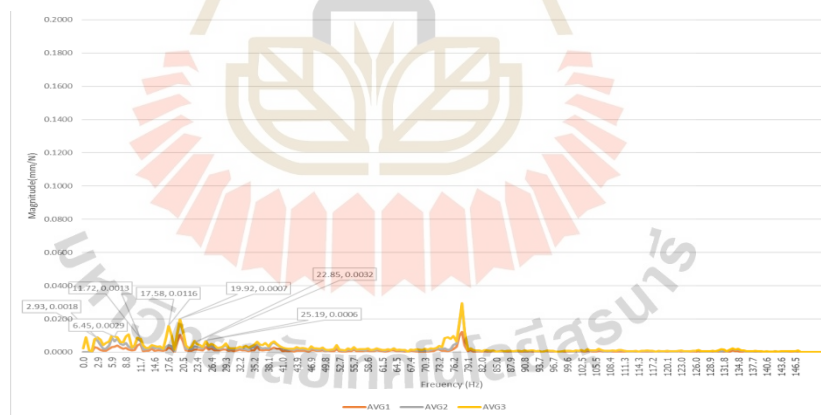
รูปที่ 3.3 กราฟแสดงโดเมนความถี่ ที่ตำแหน่งที่ 2

จากรูปที่ 3.3 เป็นกราฟแสดงผลจากการทดสอบ ในตำแหน่งที่ 2 ส่วนกลางของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

ตารางที่ 3.2 แสดงค่าความถี่ธรรมชาติ ที่ตำแหน่งที่ 2

No.	Frequency		Amplitude(mm/N)
	(Hz)	RPM	
1 <sup>st</sup>	2.93	175.8	0.0043
2 <sup>nd</sup>	5.86	351.6	0.0050
3 <sup>rd</sup>	8.79	527.4	0.0027
4 <sup>th</sup>	11.72	703.2	0.0068
5 <sup>th</sup>	17.58	1054.8	0.0019
6 <sup>th</sup>	19.92	1195.2	0.0041
7 <sup>th</sup>	23.44	1406.4	0.0036
8 <sup>th</sup>	25.19	1511.4	0.0079

จากตารางที่ 3.2 คือ ค่าความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นของการทดสอบ ในตำแหน่งที่ 2 ส่วนกลางของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น



รูปที่ 3.4 กราฟแสดงโดเมนความถี่ ที่ตำแหน่งที่ 3

จากรูปที่ 3.4 เป็นกราฟแสดงผลจากการทดสอบในตำแหน่งที่ 3 ส่วนท้ายของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

ตารางที่ 3.3 แสดงค่าความถี่ธรรมชาติ ที่ตำแหน่งที่ 3

No.	Frequency		Amplitude(mm/N)
	(Hz)	RPM	
1 <sup>st</sup>	2.93	175.8	0.0018
2 <sup>nd</sup>	6.43	385.8	0.0029
3 <sup>rd</sup>	11.72	703.2	0.0013
4 <sup>th</sup>	17.58	1054.8	0.0116
5 <sup>th</sup>	19.92	1195.2	0.0007
6 <sup>th</sup>	22.85	1371	0.0038
7 <sup>th</sup>	25.19	1511.4	0.0006

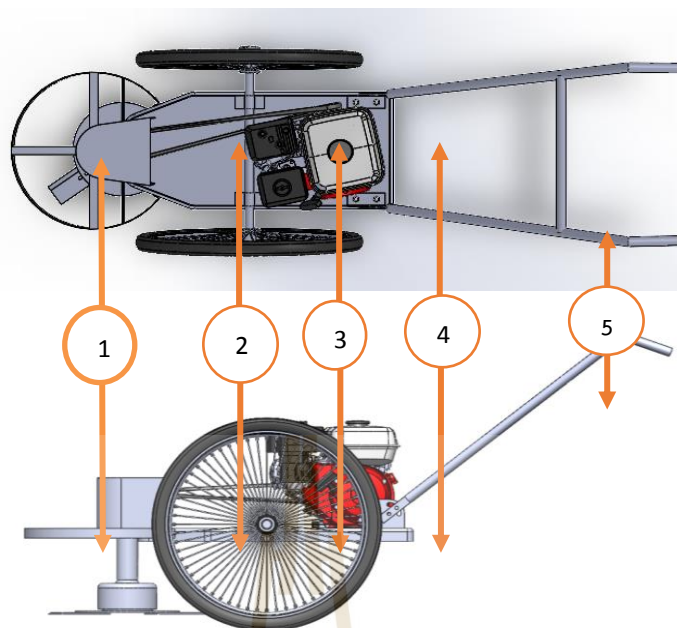
จากตารางที่ 3.3 คือ ค่าความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นของการทดสอบ ในตำแหน่งที่ 3 ส่วนท้ายของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

ผลจากการหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยวิธีการทดสอบแบบแรงดล (Impact Test) พบว่าช่วงความถี่ที่ทำให้เกิดการสั่นสะเทือนสูงสุดโดยพิจารณาจากค่าแอมพลิจูดที่เกิดขึ้นจากการทดสอบโดยวิธีการทดสอบแบบแรงดล (Impact Test) จำนวน 3 ตำแหน่ง ซึ่งได้ผลแต่ละตำแหน่งดังกราฟรูปที่ 3.2-3.4 และตารางที่ 3.1-3.3

จากผลการทดลองวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติโดยวิธีการทดสอบแบบแรงดล (Impact Test) แสดงให้เห็นค่าความถี่ธรรมชาติของรถตัดหญ้าแบบรถเข็นอยู่ในช่วงความถี่ 11.64-17.58 เฮิรตซ์ (Hz) โดยมีค่าแอมพลิจูดที่อยู่ระหว่าง 0.0043-0.0116 mm/N จากตารางที่ 3.1-3.3 แสดงค่าความถี่ธรรมชาติของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

### 3.2 ทดสอบการสั่นสะเทือนแบบอิสระของโครงสร้างรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

ในการทดสอบวัดค่าความสั่นสะเทือนของโครงสร้างแบบอิสระ เพื่อหาขนาดของความสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นจริงในตำแหน่งต่าง ๆ ของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น โดยในการทดลองจะกำหนดตำแหน่งการวัดไว้ 5 ตำแหน่ง ดังรูปที่ 3.5 และกำหนดความเร็วรอบของเครื่องยนต์ไว้ที่ 2,200, 2,450, 2,500, 2,630 และ 2,700 RPM



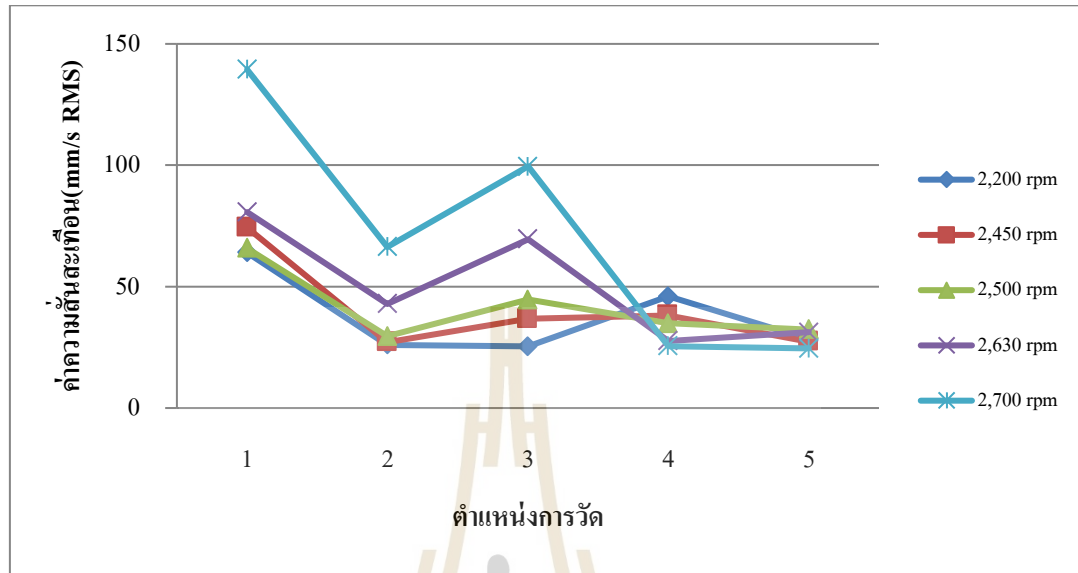
รูปที่ 3.5 แสดงตำแหน่งที่ใช้เครื่องมือวัดค่าความสั่นสะเทือนในรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

วิธีการวัดความสั่นสะเทือนในตำแหน่งต่างๆที่กำหนดไว้ โดยใช้เครื่องมือวัดแต่ละตำแหน่งในขณะที่สตาร์ทเครื่องยนต์บนพื้นปูน แล้วเก็บค่าความสั่นสะเทือน 5 ระดับความเร็วรอบ ดังตารางที่ 3.4

ตารางที่ 3.4 แสดงค่าความสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นจริงในรถตัดหญ้าแบบรถเข็นแบบอิสระ

ความเร็วรอบ ตำแหน่งที่	ค่าความสั่นสะเทือน(mm/s RMS)				
	1	2	3	4	5
2,200 rpm	64.0	26.0	25.4	46.0	28.4
2,450 rpm	74.3	27.1	36.7	38.2	27.4
2,500 rpm	65.8	29.6	44.6	34.9	32.32
2,630 rpm	80.7	42.9	69.6	27.6	31.20
2,700 rpm	139.42	66.33	99.55	25.52	24.56

### กราฟแสดงค่าความสั่นสะเทือน



รูปที่ 3.6 กราฟแสดงค่าความสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นกับรถตัดหญ้าแบบรถเข็นที่ไม่ได้ติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน

จากรูปที่ 3.6 กราฟแสดงข้อมูลค่าความสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นกับรถตัดหญ้าแบบรถเข็นที่ไม่ได้ติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือนที่ได้จากตารางที่ 3.4

### 3.3 ศึกษาและออกแบบอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือน

การออกแบบได้จำลองมาจากหลักการลดการสั่นสะเทือนแบบอิสระ โดยสปริงและลูกตุ้ม ซึ่งผู้วิจัยได้ออกแบบโดยการประยุกต์ใช้โช้ แท่งเหล็ก และลูกตุ้ม เพื่อดูดซับลดแรงสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นกับรถตัดหญ้าแบบรถเข็น ในการออกแบบอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือน และได้ทดลองออกแบบไว้ 5 โมเดล เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติให้อยู่ในย่านความถี่ที่ 35-50 Hz (2,100-3,000 RPM) ซึ่งเป็นค่าความถี่ที่ใช้งานจริงในการตัดหญ้า ดังแสดงในรูปที่ 3.7 โดยกำหนดค่าน้ำหนักมวลมีหน่วยเป็น กิโลกรัม (kg)

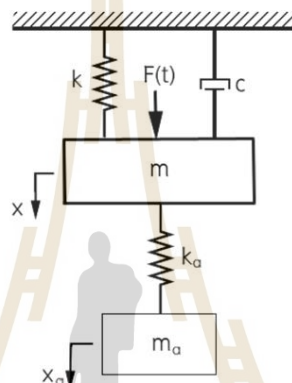


รูปที่ 3.7 แสดงอุปกรณ์ในการออกแบบอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือน

### 3.4 คำนวณหาค่าอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือน

การออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือน ได้ศึกษาข้อมูลและออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนให้อยู่ในย่านความถี่ธรรมชาติระหว่าง 35-50 Hz (2,100-3,000 RPM) ซึ่งเลือกตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบไม่มีตัวหน่วง (Undamped Absorber) ที่ประกอบด้วยมวลโช้ แท่งเหล็กและตุ้มถ่วง สมการการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง ( $c=0$ ) คือ

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k+k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$



$Sol^n$  Engine Total ( $m$ ) = 53.8 Kg,  $k = k_a$

แอมพลิจูดแรง  $F_0 = 29.43$  N ที่ 2,664 RPM

โดยที่ค่า  $\mu = \frac{m_a}{m} = \frac{3kg}{53.8kg} = 0.055$

ความเร็วรอบของการหมุน ( $\omega$ ) 2,664 rpm = 278.9208 rad / sec

เมื่อ  $\mu = \frac{m_a}{m} = 0.055$  เราจะได้มวลของตัวดูดซับการสั่น

มวลของตัวดูดซับการสั่น  $m_a = 3$  kg

ในการออกแบบตัวดูดซับการสั่นแบบไม่มีความหน่วงเราจะใช้เงื่อนไข  $\omega = \omega_a$  ดังนั้น ค่าความแข็งของสปริงของตัวดูดซับการสั่น

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}} \rightarrow k_a = m_a \omega_a^2 = (3kg)(278.9208 \text{ rad/sec})^2$$

$$\therefore k_a = 233,390.438 \text{ N/m}$$



หาแอมพลิจูดการสั่นที่เกิดขึ้นของมวลตัวดูดซับการสั่นจาก

$$X_a = \frac{F_o}{k_a} = \frac{29.43N}{233,390.438N/m} = 0.0001261m$$

หาช่วงความถี่การดูดซับของตัวดูดซับการสั่นที่  $\left| \frac{Xk}{F_o} \right| \leq 1$

$$\frac{Xk}{F_o} = \frac{1 - (\omega / \omega_a)^2}{\left[ 1 + \mu (\omega_a / \omega_p)^2 - (\omega / \omega_p)^2 \right] \left[ 1 - (\omega / \omega_a)^2 \right] - \mu (\omega_a / \omega_p)^2}$$

โดยที่  $\omega_p = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow$  ความถี่ธรรมชาติของระบบหลักที่  $5.82 \text{ Hz}$   
 $\omega_p \approx \sqrt{\frac{k}{m}} \approx 5.82 \text{ Hz} = 36.568 \text{ rad/sec}$

>> ในกรณี  $\frac{Xk}{F_o} = 1$

$$\left[ 1 + \mu (\omega_a / \omega_p)^2 - (\omega / \omega_p)^2 \right] \left[ 1 - (\omega / \omega_a)^2 \right] - \mu (\omega_a / \omega_p)^2$$

แก้สมการดังกล่าวสำหรับ  $\omega / \omega_a$  คือ  $\frac{\omega}{\omega_a} = \pm \sqrt{1 + \mu} = \pm \sqrt{1 + 0.055} = 1.027$

>> ในกรณี  $\frac{Xk}{F_o} = -1$

$$\left[ 1 + \mu (\omega_a / \omega_p)^2 - (\omega / \omega_p)^2 \right] \left[ 1 - (\omega / \omega_a)^2 \right] - \mu (\omega_a / \omega_p)^2 = -1 + (\omega / \omega_a)^2$$

หรือ  $(\omega_a / \omega_p)^2 (\omega / \omega_a)^4 - \left[ 2 + (1 + \mu) (\omega_a / \omega_p)^2 \right] (\omega / \omega_a)^2 + 2 = 0$

เมื่อ  $\mu = 0.055$ ,  $\omega_a = 278.9208 \text{ rad/sec}$  และ  $\omega_p = 36.568 \text{ rad/sec}$

แทนค่าในสมการจะได้

$$58.118(\omega / \omega_a)^4 - 63.369(\omega / \omega_a)^2 + 2 = 0$$

แก้สมการด้วยสมการยกกำลังสองโดยใช้สูตร  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

กำหนดให้  $(\omega / \omega_a)^4$  เขียนแทนด้วย  $x^2$ ;  $a = 58.118$ ;  $c = 2$

$(\omega / \omega_a)^2$  เขียนแทนด้วย  $x$ ;  $b = -63.369$

แทนค่าในสูตรจะได้สูตร  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-(-63.369) \pm \sqrt{(-63.369)^2 - 4(58.118 \times 2)}}{2(58.118)} = 1.057, 0.0325$$

จากที่เรากำหนดให้  $(\omega/\omega_a)^2$  เขียนแทนด้วย  $x$

$$\therefore x = (\omega/\omega_a)^2 = 0.0325, 1.057$$

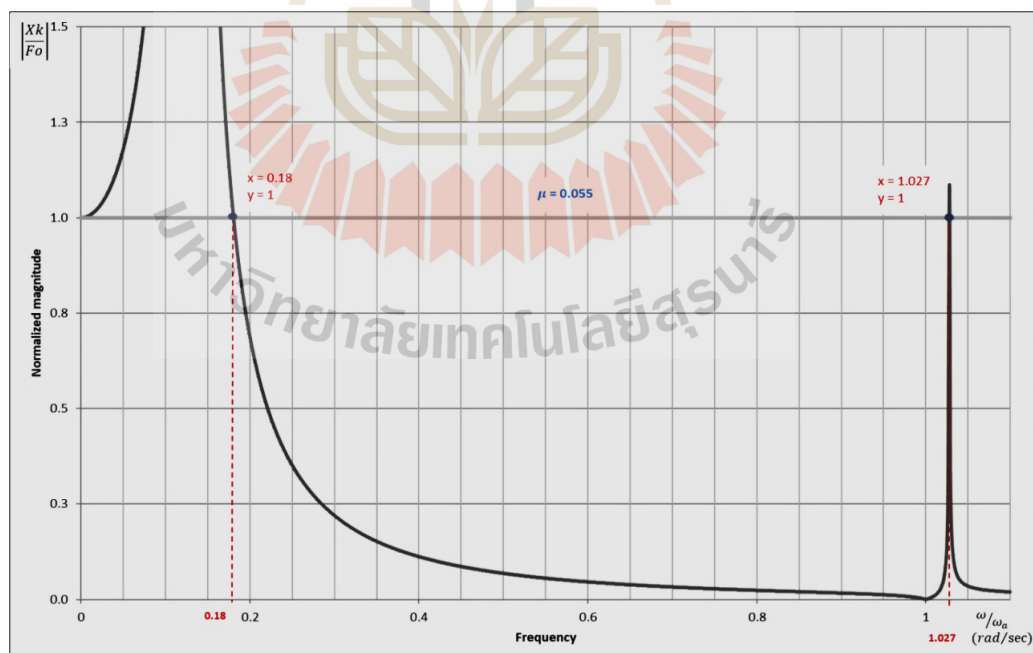
$$\begin{aligned} \omega/\omega_a &= \sqrt{0.0325}, \sqrt{1.057} \\ &= 0.1802, 1.0281 \end{aligned}$$

สำหรับ  $\left| \frac{Xk}{F_0} \right|$  เราจะได้รากสมการจำนวนสามค่า คือ 0.1802, 1.027 และ 1.028 ซึ่งจะได้ช่วงความถี่ระหว่าง  $0.1802\omega_a$  และ  $1.027\omega_a$

เมื่อ  $\omega_a = 278.9208 \text{ rad/sec}$

$\therefore$  เราจะได้ช่วงการทำงานของตัวดูดซับการสั่น ดังรูปที่ 3.8 คือ

$$50.2 < \omega < 286.451 \text{ (rad/sec)}$$



รูปที่ 3.8 กราฟแสดงขนาดการสั่นของระบบหลักกับความถี่

จากช่วงความถี่ของตัวดูดซับการสั่นมีหน่วยเป็น ( $rad/sec$ ) แปลงเป็นหน่วยของความเร็วรอบการทำงานของเครื่องจักร(เครื่องยนต์)

$$\text{เมื่อ } 1 \text{ rad/sec} = 9.5493 \text{ RPM}$$

$$\text{ดังนั้น ช่วงความถี่ } 50.2 \text{ rad/sec} = 50.2 \times 9.5493 = 479.36 \text{ RPM}$$

$$\text{ช่วงความถี่ } 278.9208 \text{ rad/sec} = 278.9208 \times 9.5493 = 2,664 \text{ RPM}$$

$$\text{ช่วงความถี่ } 286.451 \text{ rad/sec} = 286.451 \times 9.5493 = 2,735 \text{ RPM}$$

### 3.5 เลือกเครื่องมือที่ใช้ในการวัดค่าการสั่นสะเทือนรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

#### 3.5.1 เครื่องมือที่ใช้วัดค่าความสั่นสะเทือน

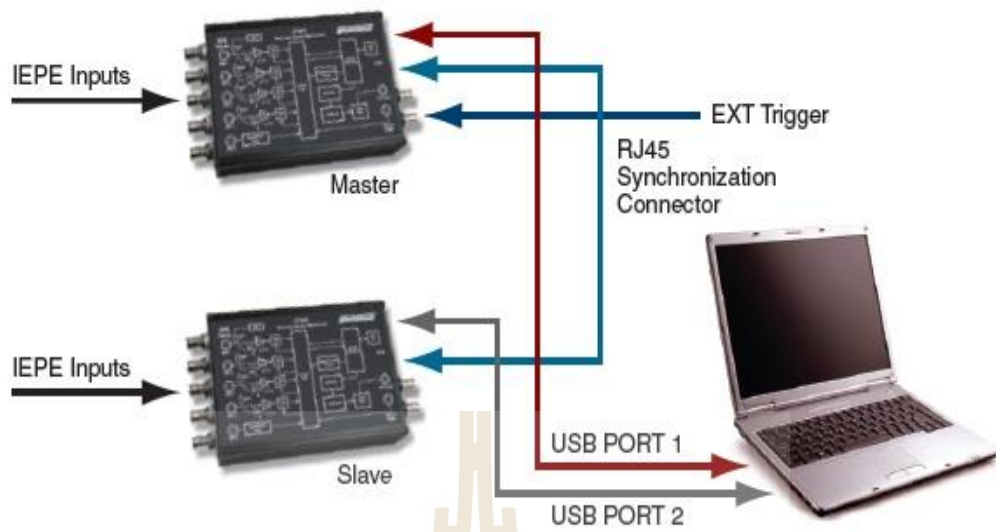
ในการทดลองวัดค่าความสั่นสะเทือนใช้เครื่อง Vibration Monitoring & Analysis รุ่น CXM FFT Analyzer ดังแสดงในรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 แสดงเครื่องมือวัดความสั่นสะเทือน

#### 3.5.2 เครื่องมือที่ใช้วัดค่าความถี่ธรรมชาติ

ในการทดลองวัดค่าความถี่ธรรมชาติ โดยวิธีทดสอบแบบแรงดล ใช้เครื่อง Sound & Vibration Analysis รุ่น DT9837 มีหน่วยเป็น  $mm/s/N$  ดังแสดงในรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 แสดงเครื่องมือวัดความถี่ธรรมชาติ

### 3.5.3 เครื่องมือวัดความเร็วรอบ

ในการวัดค่าความเร็วของการทดลองใช้เครื่อง Laser Photo/contact Tachometer รุ่น Extech 461995 มีหน่วยเป็น RPM ดังแสดงในรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 แสดงเครื่องมือวัดความเร็วรอบ

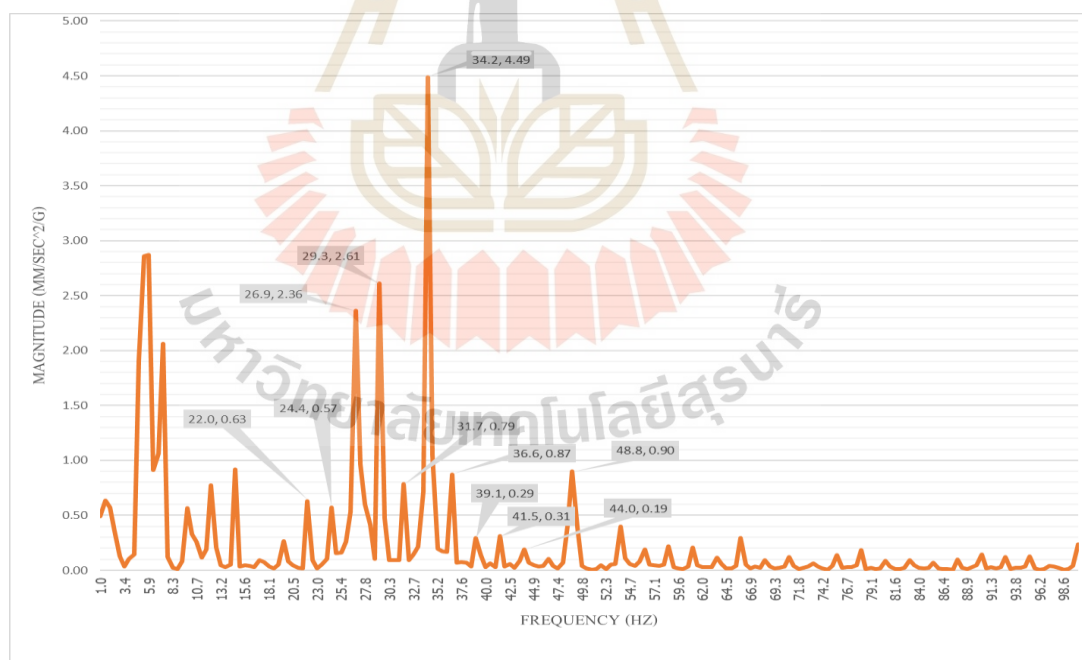
### 3.6 ทดลองอุปกรณ์ตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแต่ละโมเดล

ในการออกแบบและสร้างอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือน ที่จะใช้กับรถตัดหญ้าแบบรถเข็นแต่ละโมเดลมีดังต่อไปนี้

โมเดลที่ 1 ทดลองออกแบบสร้างอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนดังรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.12 แสดงการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบใช้กับตุ้มถ่วงโมเดลที่ 1

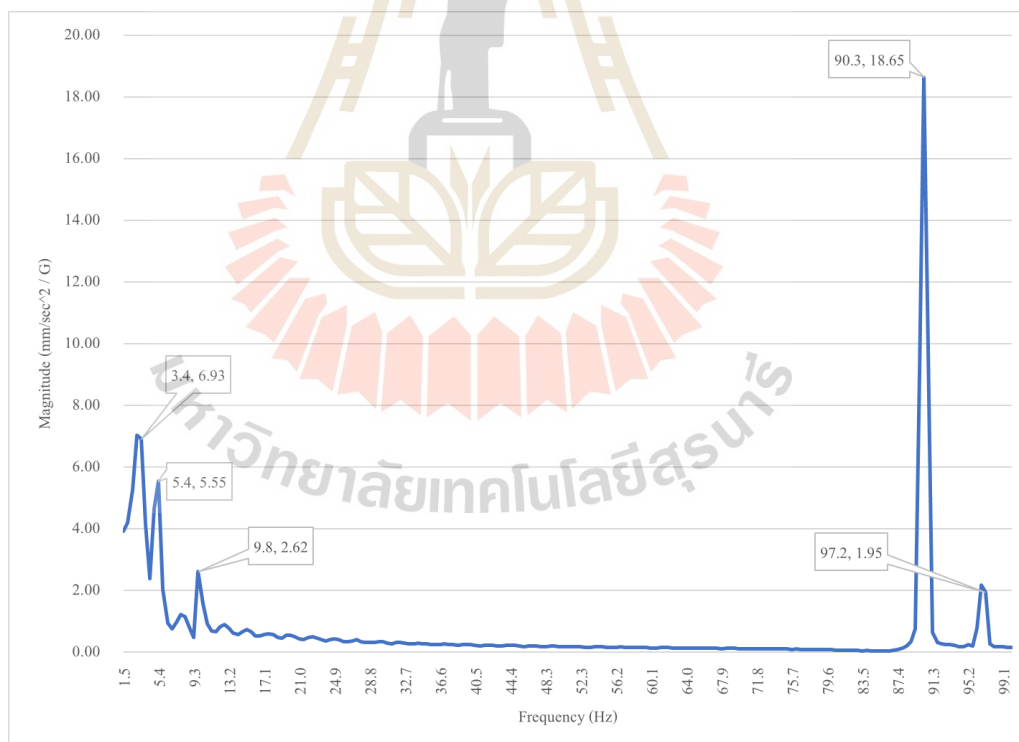


รูปที่ 3.13 กราฟแสดงความถี่ธรรมชาติของโมเดลที่ 1

จากรูปที่ 3.13 เป็นกราฟแสดงความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นในการทดสอบโมเดลที่ 1 ซึ่งมีใช้กับลูกตุ้มมีน้ำหนักรวมเท่ากับ 2.1 kg  
โมเดลที่ 2 ทดลองออกแบบสร้างอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 แสดงการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบแท่งเหล็กกับตุ้มถ่วงโมเดลที่ 2



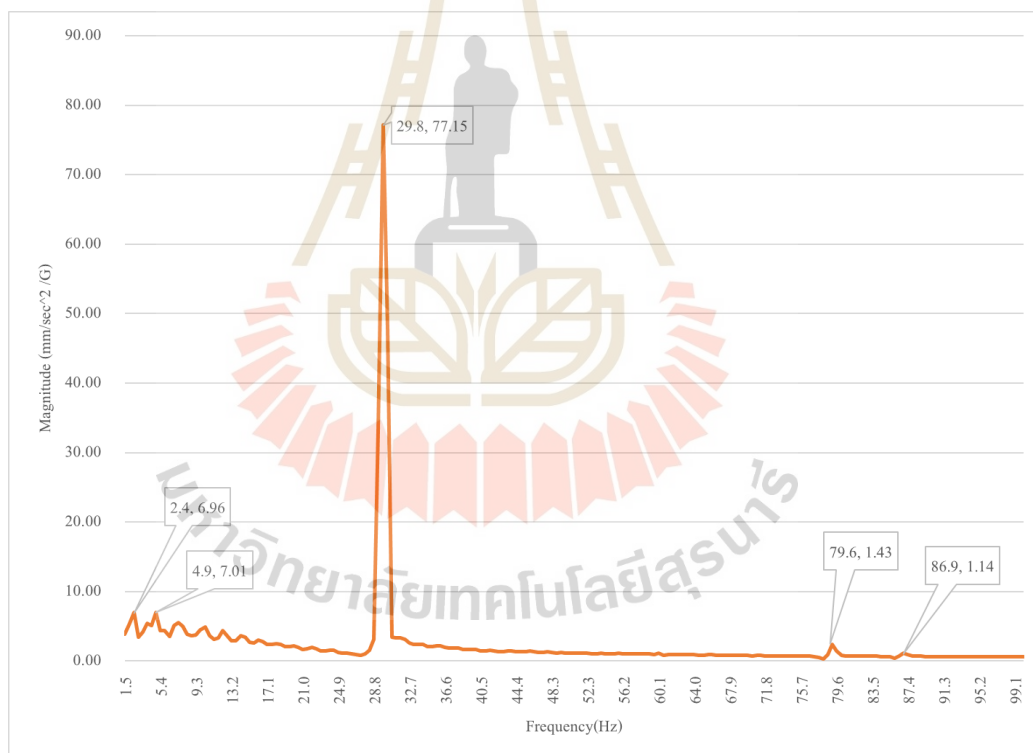
รูปที่ 3.15 กราฟแสดงความถี่ธรรมชาติโมเดลที่ 2

จากรูปที่ 3.15 เป็นกราฟแสดงความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นในการทดสอบโมเดลที่ 2 ซึ่งมีแท่งเหล็กกับลูกตุ้มมีน้ำหนักรวมเท่ากับ 5.4 kg

โมเดลที่ 3 ทดลองออกแบบสร้างอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนดังรูปที่ 3.16



รูปที่ 3.16 แสดงการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบโซ่ แห่งเหล็กกับตุ้มถ่วงโมเดลที่ 3



รูปที่ 3.17 กราฟแสดงความถี่ธรรมชาติโมเดลที่ 3

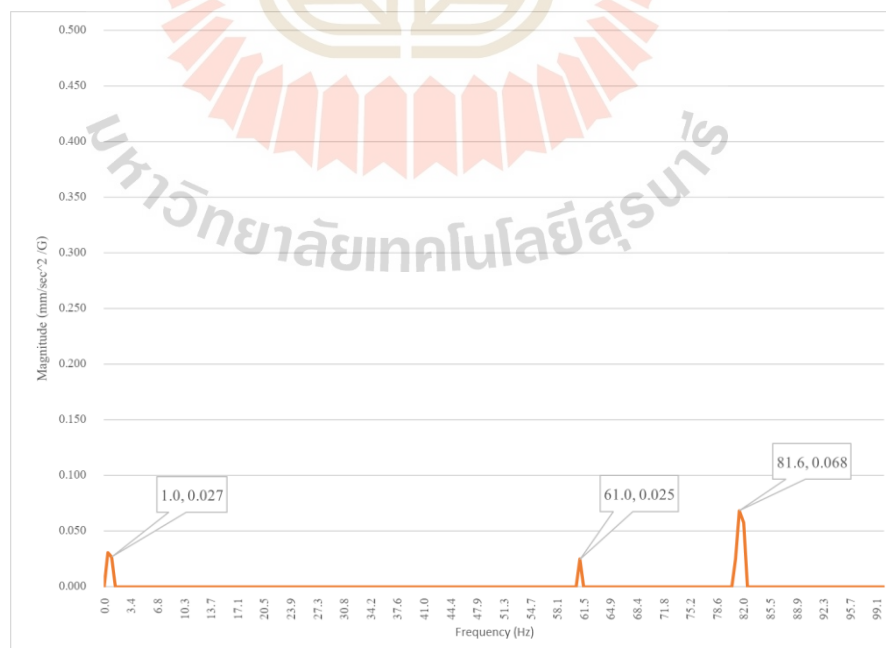
จากรูปที่ 3.17 เป็นกราฟแสดงความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นในการทดสอบโมเดลที่ 3 ซึ่งมีโซ่คู่, แห่งเหล็กกับลูกตุ้มมีน้ำหนักรวมเท่ากับ 2.0 kg

โมเดลที่ 4 ทดลองออกแบบสร้างอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนดังรูปที่ 3.18



น้ำหนัก 2.0 kg

รูปที่ 3.18 แสดงการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบโช้คู่ แ่งเหล็กคู่กับลูกตุ้มถ่วงโมเดลที่ 4



รูปที่ 3.19 กราฟแสดงความถี่ธรรมชาติโมเดลที่ 4

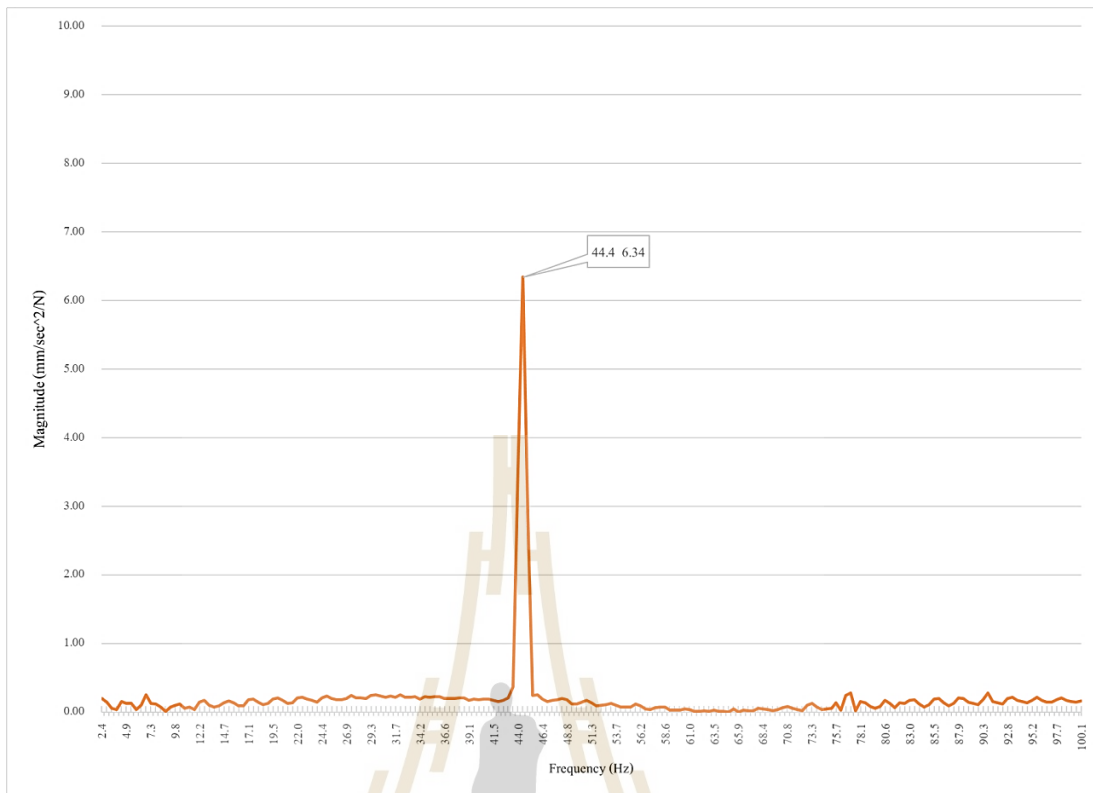


จากรูปที่ 3.19 เป็นกราฟแสดงความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นในการทดสอบโมเดลที่ 4 ซึ่งมีโซ่คู่, แ่งเหล็กคู่กับลูกตุ้มมีน้ำหนักรวมเท่ากับ 2.0 kg โมเดลที่ 5 ทดลองออกแบบสร้างอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนดังรูปที่ 3.20



น้ำหนัก 3.0 kg

รูปที่ 3.20 แสดงการออกแบบตัวดูดซับการสั่นสะเทือนแบบโซ่คู่ แ่งเหล็กคู่กับลูกตุ้มถ่วงโมเดลที่ 5



รูปที่ 3.21 กราฟแสดงความถี่ธรรมชาติ ของโมเดลที่ 5

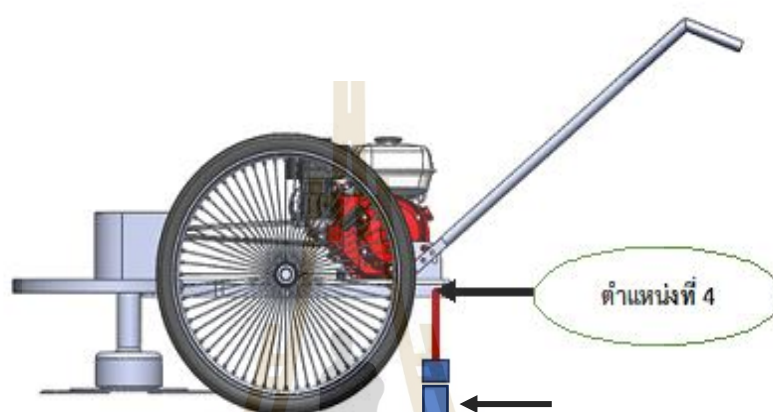
จากรูปที่ 3.21 เป็นกราฟแสดงความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นในการทดสอบโมเดลที่ 5 ซึ่งมีไซค์คู่  
แท่งเหล็กคู่ กับลูกตุ้มมีน้ำหนักรวมเท่ากับ 3.0 kg

ลักษณะโครงสร้างของรถตัดหญ้าแบบรถเข็นมีน้ำหนักรวมทั้งหมดเท่ากับ 53.8 kg ดังรูปที่ 3.22



รูปที่ 3.22 แสดงลักษณะโครงสร้างของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

การติดตั้งตัวดูดซับการสั่นสะเทือน เพื่อดูดซับลดแรงสั่นสะเทือน จะติดตั้งไว้ในตำแหน่งที่ 4 ของโครงรถตัดหญ้าแบบรถเข็น เนื่องจากพิจารณาจากกราฟรูปที่ 3.6 พบว่า ค่าของความสั่นสะเทือนที่แสดงในกราฟตำแหน่งที่ 4 ดังรูปที่ 3.23 มีแนวโน้มของความสั่นสะเทือนเพิ่มสูงขึ้น เมื่อความเร็วรอบของเครื่องยนต์ต่ำ จะส่งผลให้ความสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นกับรถตัดหญ้าแบบรถเข็นส่งผ่านไปยังผู้ใช้งานสูงตาม



รูปที่ 3.23 แสดงตำแหน่งการติดตั้งอุปกรณ์ตัวดูดซับการสั่นสะเทือนในการทดลอง

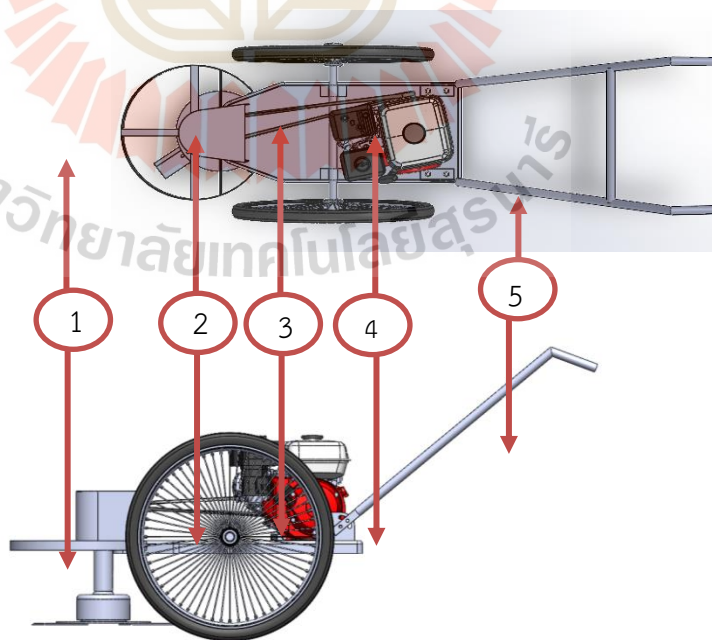
## บทที่ 4

### ผลการศึกษา และการวิเคราะห์ผล

บทนี้จะนำเสนอผลการทดสอบการสั่นสะเทือนแบบอิสระของโครงสร้างรถตัดหญ้าแบบรถเข็นขณะเครื่องยนต์ทำงาน และวิเคราะห์ผลค่าการสั่นสะเทือนของรถตัดหญ้าแบบรถเข็นก่อนและหลังติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน มีวิธีการทดลอง ดังนี้

#### 4.1 การทดสอบการสั่นสะเทือนแบบอิสระของโครงสร้างรถตัดหญ้าแบบรถเข็นขณะเครื่องยนต์ทำงาน

ในการทดสอบวัดค่าความสั่นสะเทือนของโครงสร้างอิสระ เพื่อหาขนาดของความสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นจริงในตำแหน่งต่างๆ ของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น กำหนดความเร็วรอบของเครื่องยนต์ไว้ที่ 2,200, 2,450, 2,500, 2,630, และ 2,700 RPM ถ้าความเร็วรอบของเครื่องยนต์น้อยกว่านี้ไม่สามารถใช้งานจริงได้ ถ้าความเร็วรอบของเครื่องยนต์สูงกว่านี้จะสิ้นเปลืองน้ำมันเชื้อเพลิงเพิ่มขึ้น จากนั้นใช้เครื่องมือวัดค่าความสั่นสะเทือนในแต่ละความเร็วรอบที่กำหนดขึ้น ติดตั้งเซ็นเซอร์ตามตำแหน่งที่ 1-5 ในแต่ละความเร็วรอบ ดังรูปที่ 4.1

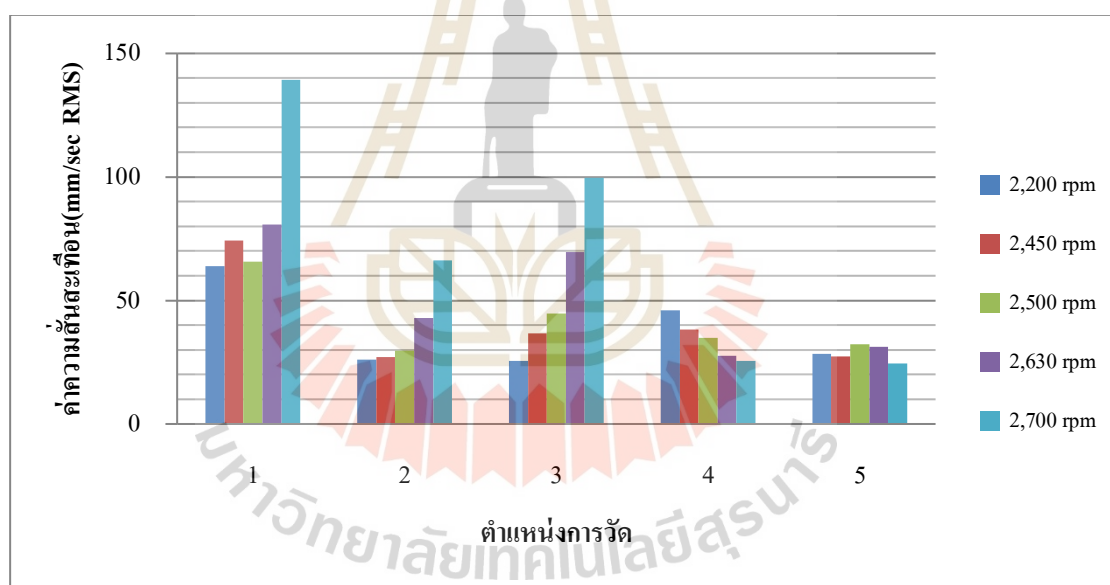


รูปที่ 4.1 แสดงตำแหน่งในการวัดความสั่นสะเทือน

### ตารางแสดงค่าความสั่นสะเทือน

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าความสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นจริงในรถตัดหญ้าแบบรถเข็นแบบอิสระ

ความเร็วรอบ ตำแหน่งที่	ค่าความสั่นสะเทือน(mm/sec RMS)				
	1	2	3	4	5
2,200 rpm	64	26	25.4	46	28.4
2,450 rpm	74.3	27.1	36.7	38.2	27.4
2,500 rpm	65.8	29.6	44.6	34.9	32.32
2,630 rpm	80.7	42.9	69.6	27.6	31.20
2,700 rpm	139.42	66.33	99.55	25.52	24.56



รูปที่ 4.2 กราฟแสดงค่าความสั่นสะเทือนในแต่ละความเร็วรอบใน 5 ตำแหน่งการวัดก่อนการติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน

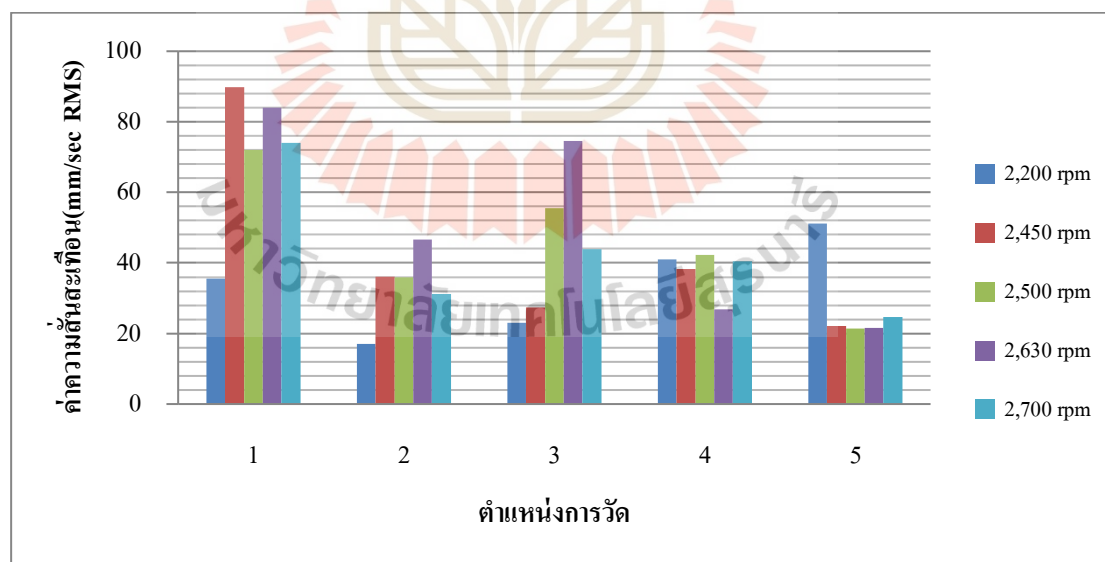
จากการทดลอง ในการทดสอบความสั่นสะเทือนของรถตัดหญ้าแบบรถเข็นก่อนการติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือนดังตารางที่ 4.1 พบว่า ค่าความสั่นสะเทือนสูงที่สุดอยู่ในตำแหน่งที่ 1 บริเวณส่วนหัวเนื่องจากเป็นตำแหน่งที่ใกล้กับแกนหมุนใบตัด และในส่วนท้ายของเครื่องในตำแหน่งที่

4 มีค่าความสั่นสะเทือนค่อนข้างต่ำเนื่องจากเป็นตำแหน่งที่อยู่ห่างจากแกนหมุนมาก ดังกราฟแสดงในรูปที่ 4.2

ในการทดสอบวัดค่าความสั่นสะเทือนของโครงสร้างหลังติดตั้งอุปกรณ์ลดความสั่นสะเทือนที่ออกแบบไว้ โมเดลที่ 5 ติดตั้งในรถตัดหญ้าแบบรถเข็น ใช้เงื่อนไขการทดลองเดียวกันกับก่อนติดตั้งอุปกรณ์ลดความสั่นสะเทือน มีผลการทดสอบดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าความสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นหลังจากติดตั้งอุปกรณ์ลดความสั่นสะเทือนในรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

ความเร็วรอบ ตำแหน่งที่	ค่าความสั่นสะเทือน(mm/sec RMS)				
	1	2	3	4	5
2,200 rpm	35.63	17.04	23.08	40.96	51.17
2,450 rpm	89.90	36.12	27.42	38.30	22.15
2,500 rpm	72.08	35.87	55.57	42.28	21.38
2,630 rpm	84	46.58	74.61	26.78	21.61
2,700 rpm	74.01	31.22	43.89	40.42	24.65

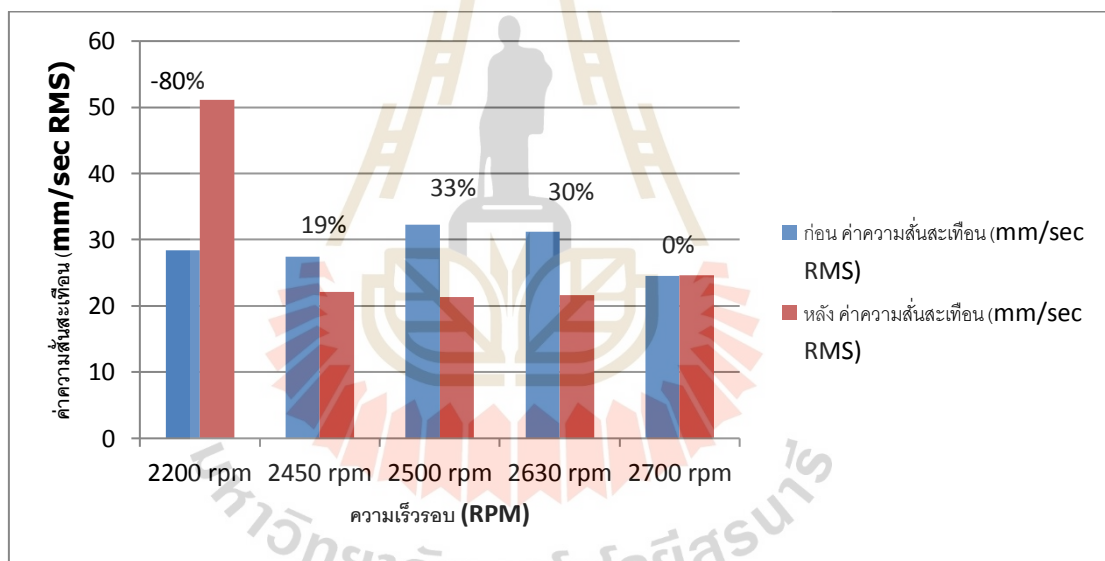


รูปที่ 4.3 กราฟแสดงค่าความสั่นสะเทือนในแต่ละความเร็วรอบใน 5 ตำแหน่งการวัดหลังการติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน

จากกราฟแสดงค่าความสั่นสะเทือนหลังจากติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือนในรถตัดหญ้าแบบรถเข็นในรูปที่ 4.3 จะสังเกตเห็นได้ว่าในตำแหน่งที่ 1 ส่วนหัวของโครงสร้าง จะมีค่าความสั่นสะเทือนในแต่ละความเร็วรอบสูงที่สุดเนื่องจากใกล้กับแกนหมุนใบตัด และในตำแหน่งที่ 4 เป็นส่วนท้ายของโครงสร้าง มีค่าความสั่นสะเทือนต่ำลงเมื่อเทียบกับก่อนติดตั้งอุปกรณ์ขั้วการสั่นสะเทือน เนื่องจากอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนจะสั่นแทนโครงสร้าง ซึ่งมีค่าความถี่อยู่ในย่าน 35-50 Hz (2,100-3,000 RPM) จึงทำให้ค่าความสั่นสะเทือนแต่ละความเร็วรอบลดลง

เมื่อนำค่าความสั่นสะเทือนก่อนและหลังติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน มาเปรียบเทียบโดยใช้ค่าร้อยละความผิดพลาด จะแสดงค่าร้อยละของความสั่นสะเทือน โดยใช้สมการดังนี้

$$\text{ร้อยละความผิดพลาด} = \frac{(\text{ก่อนติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน} - \text{หลังติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน})}{\text{ก่อนติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน}} \times 100$$



รูปที่ 4.4 กราฟแสดงการเปรียบเทียบร้อยละของค่าความสั่นสะเทือนที่ลดลงก่อนและหลังการติดตั้งอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือน ในตำแหน่งที่ 5

จากกราฟจะเห็นได้ว่าการเปรียบเทียบร้อยละของความสั่นสะเทือนในตำแหน่งที่ 5 บริเวณหางจับ แต่ละความเร็วรอบในขณะที่เครื่องยนต์ทำงานจะมีค่าความสั่นสะเทือนลดลงสูงสุดที่ความเร็วรอบ 2,500 RPM ร้อยละ 33 แต่ที่ความเร็วอื่นจะมีค่าร้อยละในการลดลงแตกต่างกัน เนื่องจากค่าความถี่ในการสั่นสะเทือนมีค่าแตกต่างกันไปในแต่ละความเร็วรอบของเครื่องยนต์ ส่วนค่าตัวเลขที่

เป็นลบจะเป็นค่าความสั้นสะท้อนที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากค่าความสั้นสะท้อนไม่อยู่ในย่านความถี่ที่กำหนดไว้ดังรูปที่ 4.4





## บทที่ 5

### บทสรุป

#### 5.1 สรุปผลงานวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษา วิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและค่าความสั่นสะเทือนในแต่ละความเร็วรอบการทำงานของรถตัดหญ้าแบบรถเข็นเพื่อออกแบบสร้างอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนติดตั้งในรถตัดหญ้าแบบรถเข็น เพื่อผลกระทบโดยตรงต่อสุขภาพผู้ใช้งานที่เกิดขึ้นจากการสั่นของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น และผลที่ได้จากการวิจัยมีดังต่อไปนี้

5.1.1 ค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างทั้งหมดของตัวเครื่องและอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนโดยวิธีการทดสอบแบบแรงดล (Impact Test) ได้กำหนดตำแหน่งของการทดสอบไว้ 3 ตำแหน่งคือ ตำแหน่งที่ 1 ส่วนหัว ตำแหน่งที่ 2 ส่วนกลาง ตำแหน่งที่ 3 ส่วนท้ายของเครื่อง ผลจากการทดสอบหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้าง พบว่าบริเวณส่วนหัวที่ความถี่ 11.64 Hz (698.4 RPM) มีค่าแอมพลิจูดสูงสุดเท่ากับ 0.0043 mm/N บริเวณส่วนกลางที่ความถี่ 25.19 Hz (1,511.4 RPM) มีค่าแอมพลิจูดสูงสุดเท่ากับ 0.0079 mm/N และบริเวณส่วนท้ายที่ความถี่ 17.58 Hz (1,054 RPM) มีค่าแอมพลิจูดสูงสุดเท่ากับ 0.0116 mm/N

5.1.2 ความเร็วรอบของรถตัดหญ้าแบบรถเข็นที่เราสนใจและใช้งานจริงอยู่ในย่านความถี่ 35-50 Hz (2,100-3,000 RPM) และเราได้เลือกที่ความเร็วรอบที่ 2,500 RPM (41.67 Hz) และ 2,664 RPM (44.4 Hz) ในการออกแบบอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนแบบไม่มีตัวหน่วง

5.1.3 เลือกอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนโมเดลที่ 5 ที่มีค่าความถี่ธรรมชาติเท่ากับ 44.4 Hz (2,664 RPM) เนื่องจากความถี่นี้ไปตรงกับความถี่หรือความเร็วรอบของเครื่องยนต์ ของรถตัดหญ้าแบบรถเข็นในขณะทำงานและสามารถลดความสั่นสะเทือนที่ตำแหน่งที่ 5 ลงได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 30

#### 5.2 ข้อเสนอแนะ

ในการศึกษาต่ออาจจะเลือกอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือนแบบมีตัวหน่วง (damper) เพื่อเปรียบเทียบผลการลดการสั่นสะเทือนของเครื่องตัดหญ้าแบบรถเข็นที่เกิด นำไปการพัฒนาอุปกรณ์ดูดซับการสั่นสะเทือนที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและนำไปใช้งานได้จริงในอนาคต อันจะเป็นประโยชน์ต่อการทำงานของเกษตรกรต่อไป

## รายการอ้างอิง

- Reiher, H. and Meister, F.J. 1931. **The effect of vibration on people**. U.S. Air Materiel Command, **2(11)**, pp. 381-6
- Ying, Y., L. Zhang, F. Xu and Dong M. 1998. **Vibratory characteristics and hand transmitted vibration reduction of walking tractor**. Transaction of ASAE, **41(4)**:917-922
- ปราโมทย์ เตชะอำไพ และ เสฎฐวรราช สุจริตภวัตสกุล. (2560). หน้า : 260-265 . **การวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโต๊ะข้างแอนซีส**. พิมพ์ครั้งที่ 1. ที่: Green Life Printing House. กรุงเทพฯ
- สมศักดิ์ ปรางทอง (2538). **การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงรถสามล้อเครื่องโดยวิธีการวิเคราะห์โมดัล**: p. 7. **วิทยานิพนธ์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ/ กรุงเทพฯ**.
- เดช พุทธเจริญทอง. (2548). **การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน**. : พิมพ์ครั้งที่ 4, ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ, ชาญ ฉูฉาย, (2541). **การสั่นสะเทือนเชิงกล Mechanical vibration**, พิมพ์ครั้งที่ 1 กรุงเทพฯ, สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี(ไทย-ญี่ปุ่น);
- สุรัตน์ ปัญญาแก้ว. (2014). **การออกแบบและสร้างตัวดูดการสั่นสะเทือนแบบปรับค่าได้**. บทความวิชาการวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร
- จิระพล ศรีเสริมผล. (2556). **MACHANICAL VIBRATION**. วิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. ฉบับปรับปรุงครั้งที่ 2. นครราชสีมา
- จิรายุทธ กิจกล้า และ ศิริศักดิ์ เขิดเกียรติพ. (2555). หน้า 3-10, **การศึกษาการสั่นสะเทือนและการส่งผ่านการสั่นสะเทือนของเครื่องพรวนจอบหมุนดีดรถไถเดินตาม, การประชุมวิชาการแห่งชาติ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน ครั้งที่ 9**
- พัชรพงษ์ อาสนจินดา. (2561). **การศึกษาระดับการสั่นสะเทือนของโครงสร้างทางพิเศษยกระดับที่มีผลต่อการรับรู้ของบุคคล**, รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- นพรัตน์ วยศทักษิณ. (2560). **งานพัฒนาชุดวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของบ็อกซ์รถไฟ**, วิทยานิพนธ์ สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรมและเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

- ประดิษฐ์ จิตจักร. (2552). **ชุดฝึกอบรมการสิ้นสละเทือนของเครื่องจักรหมุน**, วิทยานิพนธ์ สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรมและเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
- รุ่งเรือง กาลศิริศิลป์ และ เกียรติศักดิ์ แสงประดิษฐ์. (2552). **การศึกษาค่าการสิ้นสละเทือนของเครื่องตัดหญ้าวางราย**, รายงานการวิจัย, วิศวกรรมเครื่องจักรกลการเกษตร คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรมและเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
- สิริพงษ์ เอี่ยมชัยมงคล. (2553). **การศึกษาเชิงทดลองการลดการสิ้นสละเทือนโดยใช้ตัวดูดซับการสิ้นสละเทือน**, รายงานการวิจัย, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ
- สุวิพงษ์ เหมะธูลิน และ ญัฐดนัย พรรณเจริญวงศ์. (2561). **การพัฒนาเครื่องตัดใบข้าว เพื่อลดการสิ้นสละเทือน**, วารสารวิจัย งานประชุมวิชาการระดับชาติเชิงสร้างสรรค์ ครั้งที่ 2 ราชมงคลกรุงเทพวิชาการ
- เสกสรรค์ วินยางค์กุล และ สุวิน สลีสองสม. (2558). **การวิเคราะห์การสิ้นสละเทือน ความล้า และการออกแบบที่เหมาะสมของยางรองแท่นเครื่องยนต์**, บทความ การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 29 จังหวัดนครราชสีมา
- อภิสิทธิ์ แก้วหนู. (2560). **การลดการสิ้นสละเทือนของเครื่องประกอบหัวอ่านฮาร์ดดิสก์ด้วยวิธี การต้านการสิ้นสละเทือนแบบแอคทีฟโดยใช้ตัวขับเปียโซ**, วิทยานิพนธ์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
- สมชาย ชวนอุดม และ วารี ศรีสอน. (2555). **การศึกษาเปรียบเทียบการสิ้นสละเทือนของเครื่องเกี่ยวนวดข้าวเมื่อใช้ชุดขับราวไถมีดแบบต่างๆ**, บทความ การประชุมวิชาการสมาคมวิศวกรรมเกษตรแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 13 จังหวัดเชียงใหม่
- กนต์ธร ชำนิประศาสน์. (2545). **การสิ้นสละเทือนทางกล**. กรุงเทพฯ : เพียรสัน เอ็ดดูเคชั่น



ภาคผนวก ก

บทความที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

รายชื่อบทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

การวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติของรถตัดหญ้าแบบรถเข็นเพื่อออกแบบอุปกรณ์ดูดซับการ  
สั่นสะเทือน (NATURAL FREQUENCY ANALYSIS OF LOWN MOWOR FOR DESIGNING  
VIBRATION ABSORBER)

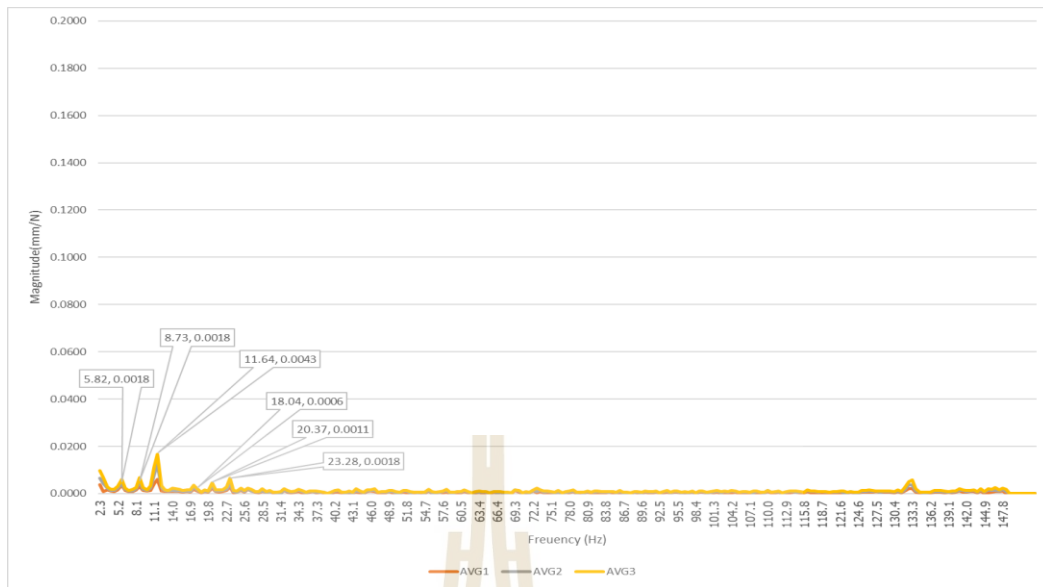




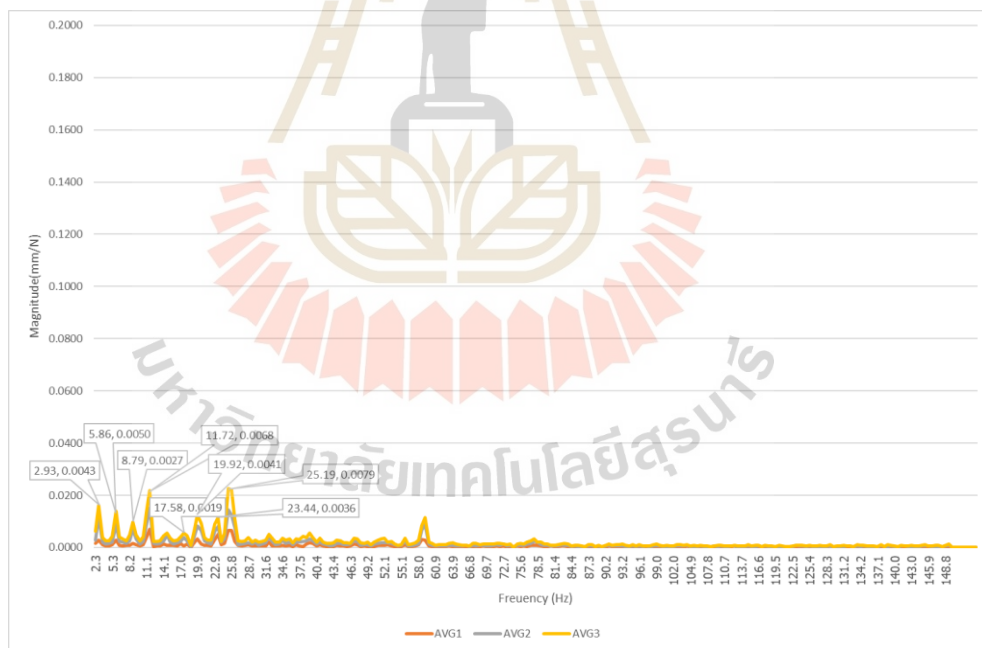
ภาคผนวก ข

กราฟแสดงผลในการทดสอบตัวอุปกรณ์ลดความสั่นสะเทือนและโครงสร้าง  
ของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

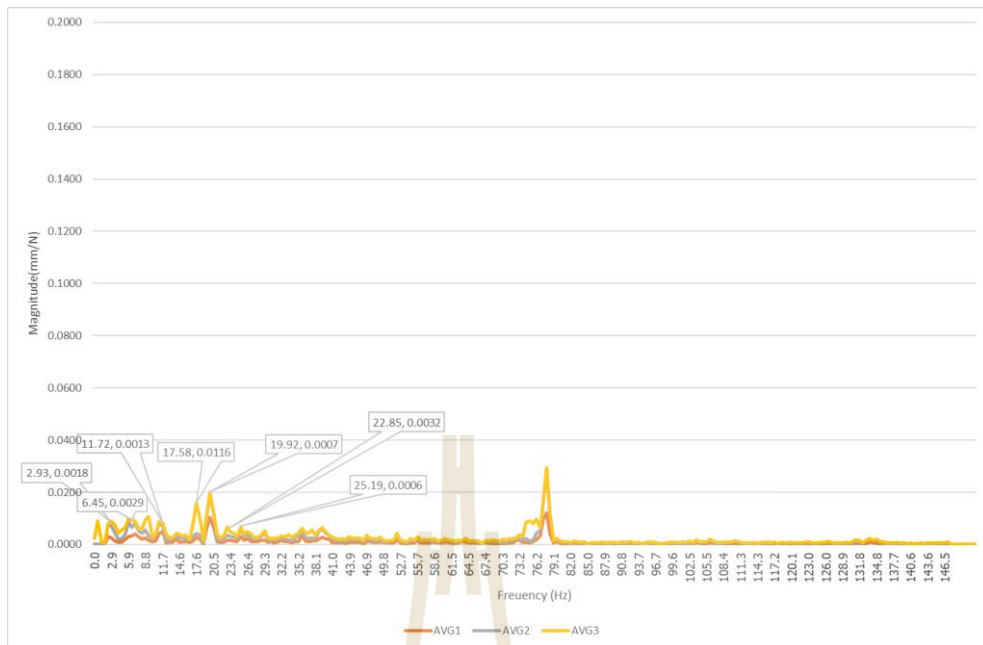
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



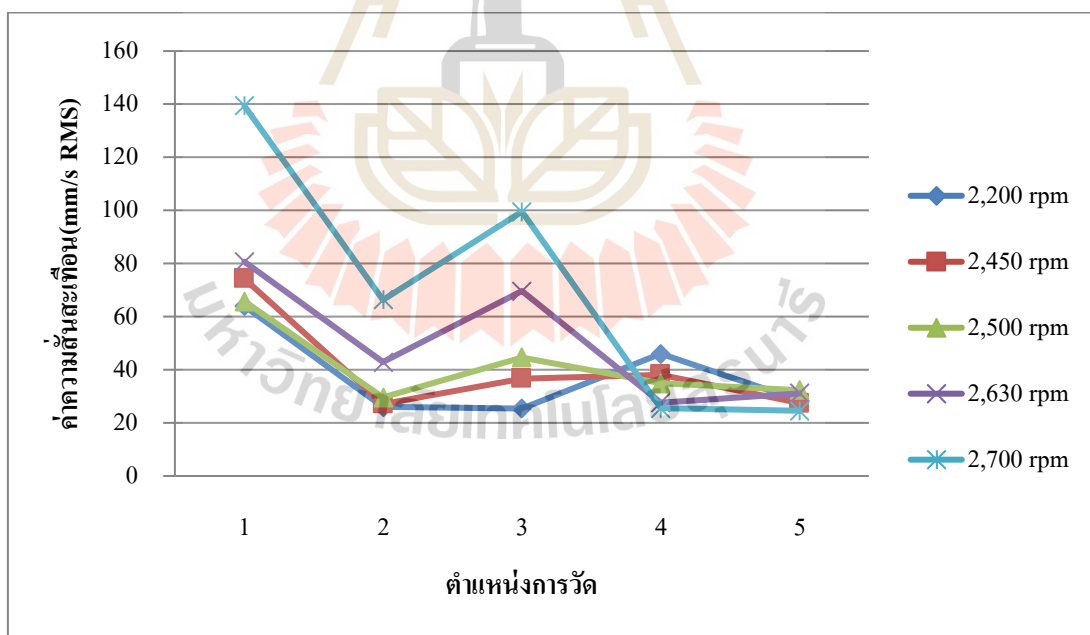
แสดงค่าโดเมนความถี่ธรรมชาติในตำแหน่งที่ 1 ของโครงสร้างรถตัดหญ้าแบบรถเข็น



แสดงค่าโดเมนความถี่ธรรมชาติในตำแหน่งที่ 2 ของโครงสร้างรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

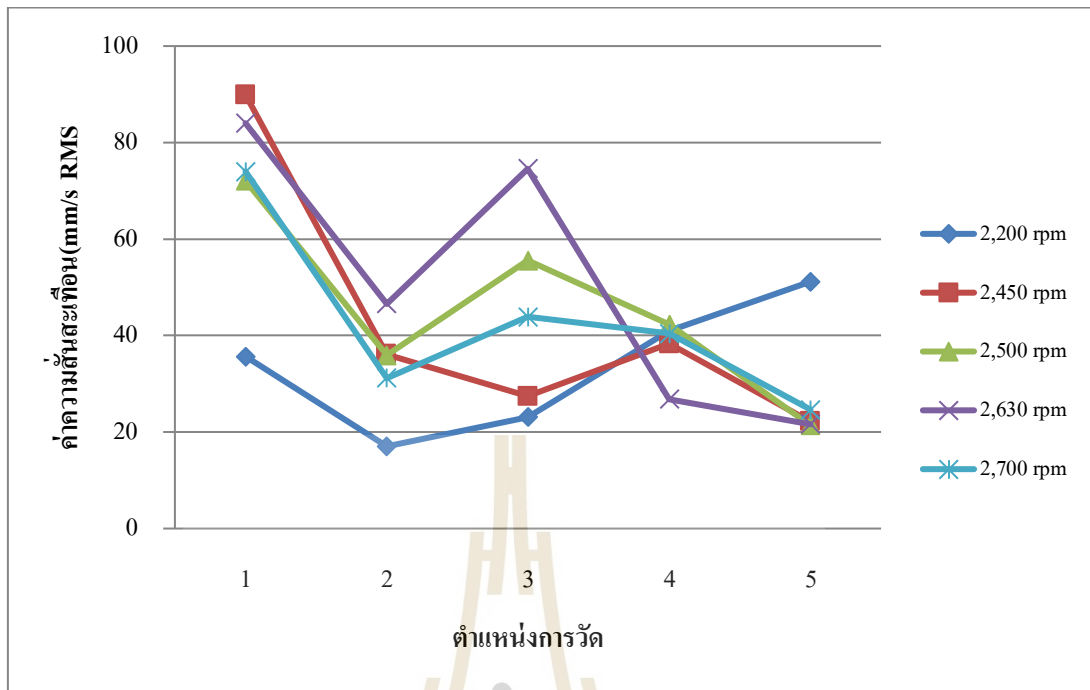


แสดงค่าโดเมนความถี่ธรรมชาติในตำแหน่งที่ 3 ของโครงสร้างรถตัดหญ้าแบบรถเข็น

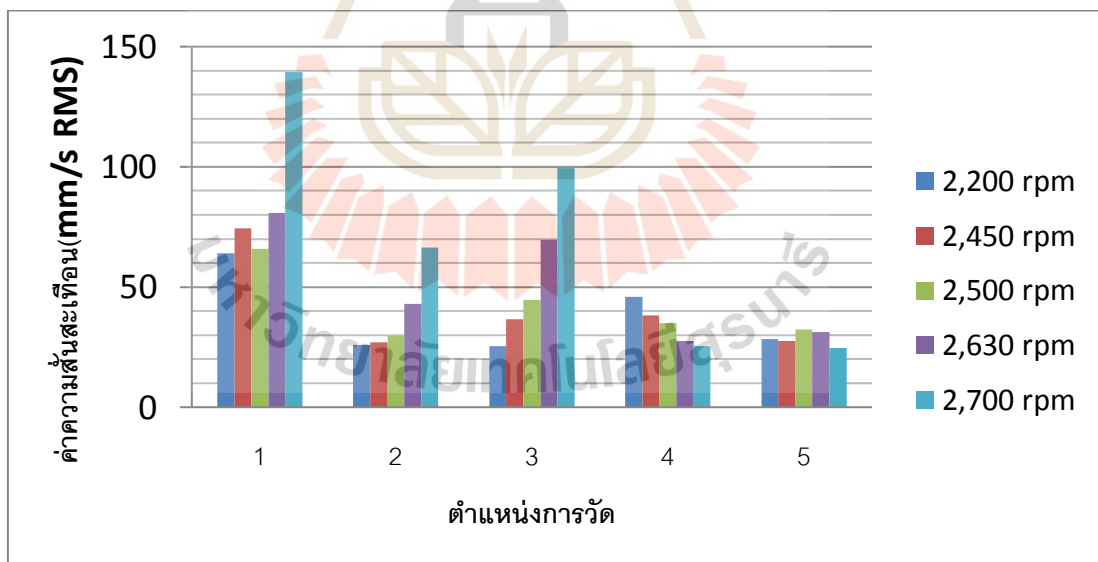


กราฟแสดงค่าความสั่นสะเทือนก่อนติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือน

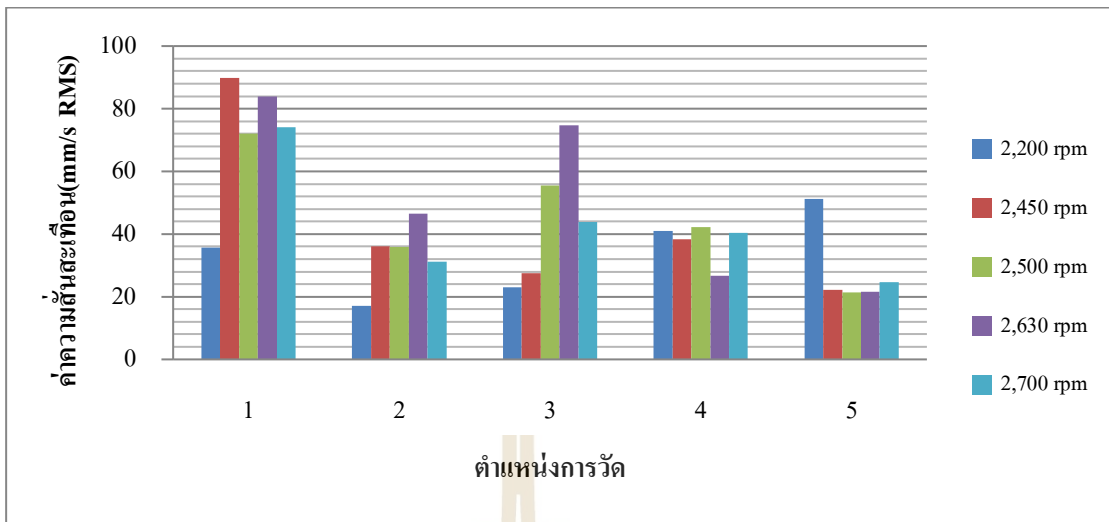




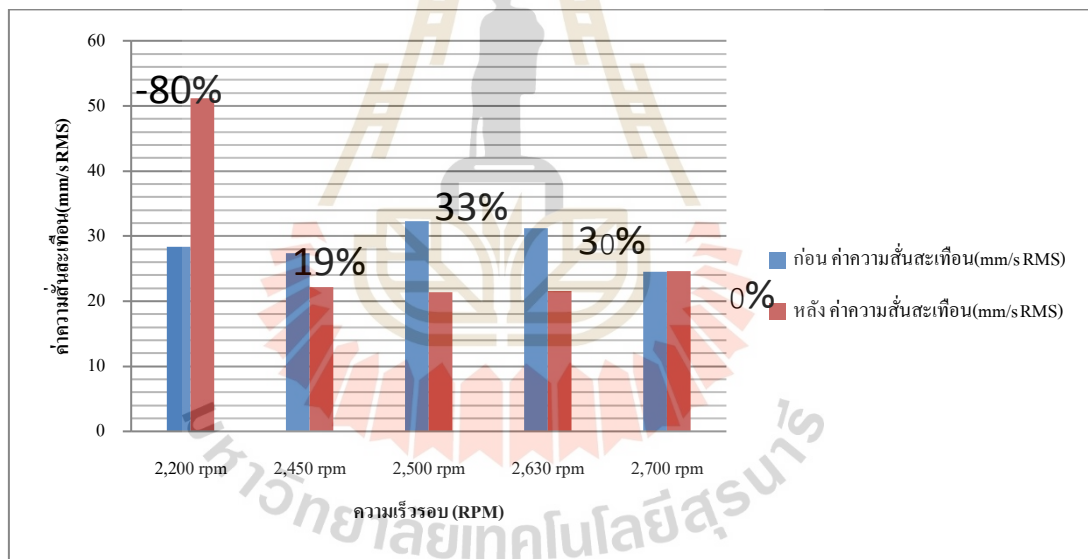
กราฟแสดงค่าความสั่นสะเทือนหลังติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือน



กราฟแสดงค่าความสั่นสะเทือนของรถตัดหญ้าแบบรถเข็นก่อนติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือน



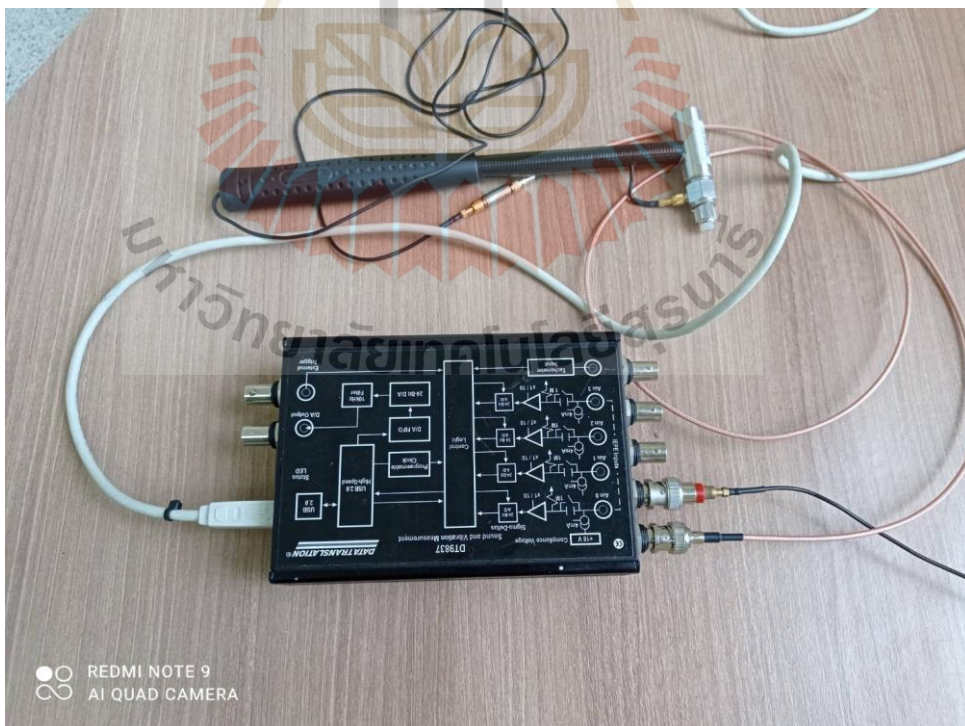
กราฟแสดงค่าความสั่นสะเทือนของรถตัดหญ้าแบบรถเข็นหลังติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือน



กราฟแสดงการเปรียบเทียบในตำแหน่งที่ 5 ก่อน-หลัง การติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือน



แสดงรูปรถตัดหญ้าแบบรถเข็น



เครื่องมือทดสอบแบบแรงดล (Impact test)



การเตรียมเครื่องมือทดสอบแบบแรงดล (Impact test)



แสดงการใช้เครื่องมือวัดค่าความสั่นสะเทือน



แสดงการใช้เครื่องมือวัดค่าความสั่นสะเทือนในตำแหน่งต่าง ๆ



แสดงการวัดค่าความสั่นสะเทือนในตำแหน่งที่ 1



แสดงการวัดค่าความสิ้นสะอาดในตำแหน่งที่ 2



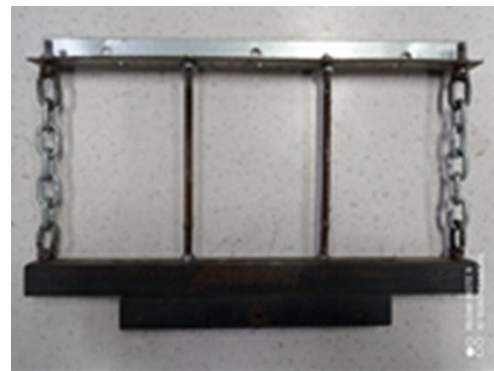
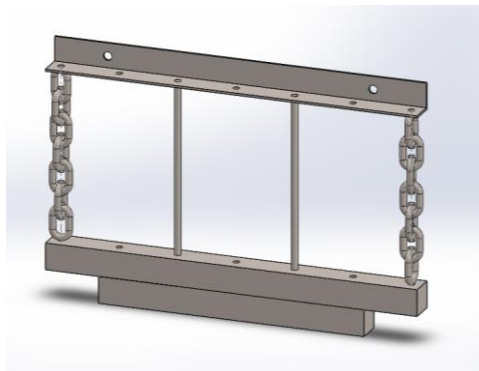
แสดงการวัดค่าความสิ้นสะอาดในตำแหน่งที่ 3



แสดงการวัดค่าความสิ้นสะท้อนในตำแหน่งที่ 4



แสดงการวัดค่าความสิ้นสะท้อนในตำแหน่งที่ 5



อุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือนที่ทำการออกแบบ



ตำแหน่งติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือน





ตำแหน่งติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือน



ตำแหน่งติดตั้งอุปกรณ์ดูดซับความสั่นสะเทือน



แสดงการชั่งน้ำหนักรวมของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น



แสดงการชั่งน้ำหนักรวมของรถตัดหญ้าแบบรถเข็น



แสดงการชั่งน้ำหนักอุปกรณ์ดูดซับความชื้นสะท้อน



แสดงการชั่งน้ำหนักอุปกรณ์ดูดซับความชื้นสะท้อน

## ประวัติผู้เขียน

นายวิชาญ ใจสุข เกิดวันที่ 21 มีนาคม 2510 จังหวัดนครพนม สำเร็จการศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาจากโรงเรียนห้วยน้ำใหญ่วิทยา อำเภอห้วยน้ำใหญ่ จังหวัดมุกดาหาร ในปีการศึกษา 2525 จบระดับชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) และประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) จากวิทยาลัยเทคนิคนครพนม อำเภอเมือง จังหวัดนครพนม ในปีการศึกษา 2532 สาขาวิชาช่างยนต์ และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีจากคณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรมศาสตร์บัณฑิต สาขาเทคโนโลยีอุตสาหกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน วิทยาเขตสกลนคร ในปีการศึกษา 2550 หลังจากสำเร็จการศึกษา ได้ทำการศึกษาต่อในระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมเมคคาทรอนิกส์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ในปีพุทธศักราช 2563 ในขณะที่ศึกษาอยู่ ได้ทำงานอยู่ในวิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรมศรีสงคราม มหาวิทยาลัยนครพนม ในตำแหน่งอาจารย์สอนประจำสาขาวิชาช่างยนต์ ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) และระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.)



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี