

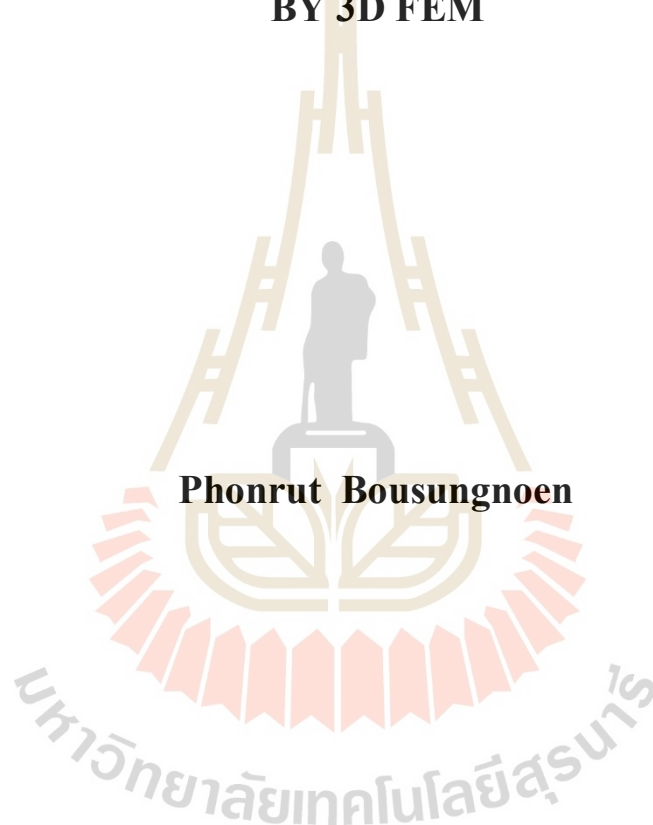
การวิเคราะห์ลักษณะสมบัติของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเมื่อพิจารณารูปแบบ
การอัดประจุและคายประจุด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ปีการศึกษา 2562

**ANALYSIS OF THE CHARACTERISTICS FOR
CHARGING AND DISCHARGING OF
SUPERCAPACITORS**

BY 3D FEM



Phonrut Bousungnoen

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the

Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering

Suranaree University of Technology

Academic Year 2019

การวิเคราะห์ลักษณะสมบัติของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเมื่อพิจารณารูปแบบ
การอัดประจุและคายประจุด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อนุมัติให้นำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



(ศ. ดร. วิจิตร กิณเรศ)

ประธานกรรมการ



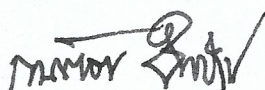
(รศ. ดร. เพ็ญใจ เผ่าละออ)

กรรมการ (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์)



(รศ. ดร. ชนัดชัย กุลวรวานิชพงษ์)

กรรมการ



(รศ. ร.อ. ดร. กนต์ธร ชำนิประศาสน์)

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการและพัฒนาความเป็นสากล



(รศ. ดร. พรศิริ จงกล)

คณบดีสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์



พลรัตน์ เบาลุงเนิน : การวิเคราะห์ลักษณะสมบัติของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเมื่อพิจารณา
รูปแบบการอัดประจุและคายประจุด้วยวิธีไฟไนต์อิเลเมนต์ 3 มิติ (ANALYSIS OF THE
CHARACTERISTICS FOR CHARGING AND DISCHARGING OF
SUPERCAPACITORS BY 3D FEM) อาจารย์ที่ปรึกษา : รองศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ
เผ่าละออ, 131 หน้า.

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้า และความร้อนที่อยู่ใน
รูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ที่มีความสัมพันธ์กับค่าแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า
และอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่มีผลมาจากกระบวนการทำงานคือการอัดประจุและ
คายประจุโดยอาศัยระเบียบวิธีไฟไนต์อิเลเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นจากโปรแกรม MATLAB
สำหรับการจำลองผลการกระจายค่าแรงดันไฟฟ้า ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า และค่าอุณหภูมิภายใน
ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด โดยมุ่งเน้นเพื่อศึกษาลักษณะสมบัติของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ทำการอัด
ประจุและคายประจุที่ค่ากระแสต่างกัน ซึ่งได้นำเสนอทั้งสิ้น 3 รูปแบบคือ ค่ากระแสแบบ
ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียง และค่ากระแสแบบคงที่ ซึ่งผลการจำลอง
จะพิจารณาใน 1 รอบการทำงานและการใช้งานต่อเนื่อง โดยผลการจำลองแสดงให้เห็นว่า เมื่อ
ทำงานต่อเนื่อง ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดที่ทำการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชัน
ลาดเอียง มีอุณหภูมิภายในที่ค่าที่สุด ส่วนตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดที่ทำการอัดประจุและคายประจุ
ด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล มีอุณหภูมิภายในสูงที่สุด เนื่องจากอุณหภูมิที่เพิ่มขึ้น
ขณะใช้งานตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด มีความสัมพันธ์กับค่ากระแสและระยะเวลาที่ใช้งาน ซึ่ง
อุณหภูมิการใช้งานอาจมีผลถึงอายุการใช้งานของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดได้

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
ปีการศึกษา 2562

ลายมือชื่อนักศึกษา พลรัตน์
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา

PHONRUT BOUSUNGNOEN : ANALYSIS OF THE CHARACTERISTICS
FOR CHARGING AND DISCHARGING OF SUPERCAPACITORS BY 3D
FEM. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. PADEJ PAO-LA-OR, Ph.D.,
131 PP.

SUPERCAPACITOR /ELECTRIC POTENTIAL/ELECTRIC FIELD INTENSITY/
TEMPERATURE/ 3D FINITE ELEMENT METHOD

This thesis presents a mathematical model of the electric field and thermal in the form of the second-order partial differential equations, which is associated with electric potential, electric field intensity and the temperature inside the supercapacitor. The result of the process is charging and discharging based on a 3D finite element method developed by the MATLAB. That focuses on studying the properties of supercapacitors that charging and discharging at different current functions. There are three types: exponential function current, ramp function current and constant current. The simulation is determined in one cycle and continuously used. The simulation result, supercapacitors that are charged and discharged with ramp function current is the lowest internal temperature. And supercapacitors that are charged and discharged with exponential function current is the highest internal temperature due to the increased temperature while using supercapacitors is concerning the current and duration of use. The operating temperature of supercapacitors can affect the life of the supercapacitors.

School of Electrical Engineering

Academic Year 2019

Student's Signature พณรัตน์

Advisor's Signature ป.อ.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี เนื่องจากได้รับความช่วยเหลืออย่างยิ่ง ทั้งด้านวิชาการ และด้านดำเนินงานวิจัย จากบุคคล และกลุ่มบุคคลต่าง ๆ ได้แก่

รศ. ดร.เผด็จ เผ่าละออ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำปรึกษา แนะนำ และแนะแนวทางอันเป็นประโยชน์แก่ผู้วิจัยและช่วยชี้แนะแนวทางการแก้ไขปัญหามาโดยตลอด รวมถึงได้ช่วยตรวจทาน และแก้ไขรายงานวิทยานิพนธ์เล่มนี้จนทำให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น รวมทั้งเป็นกำลังใจ และเป็นแบบอย่างที่ดีในการดำเนินชีวิตหลาย ๆ ด้าน

ศ. ดร. วิจิตร กิณเรศ ประธานกรรมการ และ รศ. ดร. ธนดชัย กุลวรรณิขพงษ์ กรรมการ และหัวหน้าสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้าที่กรุณาให้คำปรึกษา และชี้แนะแนวทางการทำวิจัย วิทยานิพนธ์ ให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณคณาจารย์และเจ้าหน้าที่สาขาวิศวกรรมไฟฟ้าทุกท่าน ที่ให้ความรู้และสนับสนุนทางด้านเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ให้ทุนสนับสนุนค่าใช้จ่ายในการศึกษา รวมทั้งการเผยแพร่ผลงานวิจัย

ขอบคุณ พี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ บัณฑิตศึกษาทุกท่าน ที่ให้คำปรึกษาและเป็นกำลังใจในการทำวิจัยมาโดยตลอด

สุดท้ายนี้ ผู้เขียนขอขอบคุณอาจารย์ผู้สอนทุกท่านที่ให้ความรู้ทางด้านวิชาการทั้งในอดีต และปัจจุบัน และขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ให้กำเนิด ความรัก กำลังใจ การอบรมเลี้ยงดู และดูแลส่งเสริมทางการศึกษาอย่างดีมาโดยตลอด จนทำให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จในชีวิต เรื่อยมา

พลรัตน์ เบาลูงเนิน

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ (ภาษาไทย).....	ก
บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ).....	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ค
สารบัญ.....	ง
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญรูป.....	ซ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	3
1.3 สมมุติฐานของการวิจัย.....	3
1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น.....	3
1.5 ขอบเขตของการวิจัย.....	3
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
1.7 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์.....	4
2 ปรัชญ่วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	6
2.1 บทนำ.....	6
2.2 ปรัชญ่วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	6
2.3 สรุป.....	13
3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	14
3.1 บทนำ.....	14
3.2 ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด.....	14
3.2.1 หลักการของตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั่วไป.....	14
3.2.2 หลักการของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด.....	16

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.2.3	ประเภทของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด.....	17
3.2.4	โครงสร้างและส่วนประกอบของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด.....	21
3.3	สนามไฟฟ้า และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้า.....	26
3.4	ความร้อน และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทางความร้อน.....	29
3.5	ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	34
3.6	สรุป.....	39
4	การคำนวณแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิ	
	ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ 3 มิติ.....	40
4.1	บทนำ.....	40
4.2	การคำนวณความเข้มสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	40
4.2.1	การออกแบบอิลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา.....	41
4.2.2	ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์แบบ 3 มิติ.....	42
4.2.3	การสร้างสมการของอิลิเมนต์.....	43
4.2.4	การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ.....	48
4.2.5	การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย.....	48
4.2.6	การคำนวณค่าตัวแปรอื่นที่ต้องการ.....	49
4.3	การคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	49
4.3.1	ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์แบบ 3 มิติ.....	50
4.3.2	การสร้างสมการอิลิเมนต์.....	50
4.3.3	การแก้ปัญหาในสภาวะชั่วคราว.....	57
4.3.4	การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ.....	58
4.3.5	การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่า ผลเฉลย.....	58
4.4	สรุป.....	59
5	ผลการจำลองแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิภายใน	
	ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อพิจารณาการอัดประจุและคายประจุที่ต่างกัน.....	60

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

5.1	บทนำ.....	60
5.2	ผลการจำลองผลแรงดันไฟฟ้า และความเข้มสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติ.....	60
5.2.1	โปรแกรมการสร้างกริด.....	60
5.2.2	โปรแกรมจำลองผลแรงดันไฟฟ้าและความเข้มสนามไฟฟ้า.....	61
5.2.3	พารามิเตอร์ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดที่ใช้จำลองผล.....	63
5.2.4	ผลการจำลองแรงดันไฟฟ้า และความเข้มสนามไฟฟ้าภายใน ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด.....	64
5.3	ผลการจำลองผลอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบ 3 มิติ.....	66
5.3.1	โปรแกรมการสร้างกริด.....	66
5.3.2	โปรแกรมจำลองผลของอุณหภูมิ.....	66
5.3.3	กระแสในการอัดประจุและคายประจุที่ใช้ในการจำลองผล.....	69
5.3.4	พารามิเตอร์ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดที่ใช้จำลองผล ทางความร้อน.....	77
5.3.5	ผลการจำลองอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด.....	77
5.4	สรุปผล.....	97
6	สรุปและข้อเสนอแนะ.....	98
6.1	สรุป.....	98
6.2	ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต.....	99
	รายการอ้างอิง.....	100
	ภาคผนวก	
	ภาคผนวก ก. การเปรียบเทียบผลการจำลองกับงานวิจัยที่ใช้โปรแกรม การจำลองชนิดอื่น.....	103
	ภาคผนวก ข. บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในระหว่างศึกษา.....	115
	ประวัติผู้เขียน.....	131

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2.1	ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	7
5.1	พารามิเตอร์ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดที่ใช้จำลองผล.....	63
5.2	พารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผลทางความร้อนของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด.....	77
ก.1	ค่าพารามิเตอร์ในการจำลองผลเปรียบเทียบ.....	105

สารบัญรูปภาพ

รูปที่		หน้า
1.1	กราฟเปรียบเทียบความหนาแน่นพลังงาน และความหนาแน่นกำลังไฟฟ้า ของแหล่งกักเก็บพลังงานไฟฟ้าชนิดต่าง ๆ	2
3.1	ลักษณะการทำงานของตัวเก็บประจุทั่วไป	15
3.2	ลักษณะการทำงานของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด	17
3.3	ประเภทของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด	18
3.4	โครงสร้างภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้าเคมีสองชั้น	19
3.5	การเปรียบเทียบการทำงานระหว่างตัวเก็บประจุไฟฟ้าเคมีสองชั้นและซูโด คาปาซิเตอร์	20
3.6	ส่วนประกอบภายในของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด	21
3.7	โครงสร้างภายในของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบทรงกระบอก	22
3.8	คาร์บอนแอโรเจล	23
3.9	โครงสร้างอะตอมของท่อนาโนคาร์บอน	24
3.10	โครงสร้างอะตอมของกราฟีน	25
3.11	การถ่ายโอนความร้อนในปริมาตรควบคุม	30
3.12	ลักษณะของอิลิเมนต์รูปทรงต่าง ๆ	35
3.13	อิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า	35
4.1	โครงสร้างและรายละเอียดภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดในการจำลองผล	41
4.2	การแบ่งอิลิเมนต์ของส่วนภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด	42
5.1	กริดรูปทรงสี่หน้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด	61
5.2	แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลแรงดันไฟฟ้า และความเข้ม สนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด	62
5.3	การกระจายตัวของแรงดันไฟฟ้า (V) บริเวณส่วนด้านในของตัวเก็บประจุ ไฟฟ้ายิ่งยวดแบบ 3 มิติ	64
	ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบ 3 มิติ	65

สารบัญรูปร่างภาพ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.4 การกระจายตัวของความเข้มสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณส่วนด้านในของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบ 3 มิติ.....	65
5.5 โมเดลของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดในการจำลอง.....	66
5.6 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยระเบียบไฟในคัลลิเมนต์แบบ 3 มิติ.....	67
5.7 วงจรการอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด.....	69
5.8 วงจรการคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด.....	70
5.9 การอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล.....	71
5.10 การคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล.....	72
5.11 การอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียง.....	72
5.12 การคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียง.....	73
5.13 การอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบคงที่.....	73
5.14 การคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบคงที่.....	74
5.15 การอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล เมื่อกำหนดค่ากระแสสูงสุดเท่ากับ 200 A.....	75
5.16 การคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล เมื่อกำหนดค่ากระแสสูงสุดเท่ากับ 200 A.....	75
5.17 การอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียงเมื่อกำหนดค่ากระแสสูงสุดเท่ากับ 200 A.....	76
5.18 การคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียงเมื่อกำหนดค่ากระแสสูงสุดเท่ากับ 200 A.....	76

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.19 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ณ เวลาเริ่มต้น ($t=0$).....	78
5.20 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ณ สภาวะคงที่ของการอัดประจุและคายประจุด้วยค่ากระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล.....	78
5.21 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ณ สภาวะคงที่ของการอัดประจุและคายประจุด้วยค่ากระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันลาดเอียง.....	79
5.22 การกระจายตัวของอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ณ สภาวะคงที่ของการอัดประจุและคายประจุด้วยค่ากระแสไฟฟ้าแบบคงที่.....	79
5.23 อุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 1.....	80
5.24 อุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 5.....	81
5.25 อุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 10	81
5.26 อุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 50	82
5.27 อุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 100	82
5.28 อุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 200	83
5.29 อุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 300	83
5.30 อุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่สภาวะคงที่	84

สารบัญรูปร่างภาพ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.44 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุ ด้วยกระแสแบบคงที่ ที่รอบการทำงานที่ 200	91
5.45 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุ ด้วยกระแสแบบคงที่ ที่รอบการทำงานที่ 300	91
5.46 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุ ด้วยกระแสแบบคงที่ ที่สภาวะคงที่	92
5.47 อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อทำการอัดประจุและคายประจุ ใน 1 รอบการทำงาน	93
5.48 ค่าแหล่งกำเนิดความร้อนของการอัดประจุและคายประจุไฟฟ้าใน 1 รอบการทำงาน	93
5.49 อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อทำการอัดประจุและคายประจุ แบบต่อเนื่อง	95
5.50 อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อกำหนดค่ากระแสสูงสุดของการ ใช้งานแบบเร่งด่วนเท่ากับ 200 A ใน 1 รอบการทำงาน	96
5.51 อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อกำหนดค่ากระแสสูงสุดของการ ใช้งานแบบเร่งด่วนเท่ากับ 200 A ในการทำงานแบบต่อเนื่อง	96
ก.1 โครงสร้างภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดในการจำลองผลเปรียบเทียบ	104
ก.2 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่รอบการ ทำงานที่ 5 ของโปรแกรม Ansys	106
ก.3 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่รอบการ ทำงานที่ 5 ของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น	106
ก.4 อุณหภูมิสูงสุดภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดของแต่ละรอบการทำงาน โดยการใช้โปรแกรม Ansys	107
ก.5 อุณหภูมิสูงสุดภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดของแต่ละรอบการทำงาน โดยการใช้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้น	108
ก.6 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ เวลาเริ่มต้น ($t=0$)	109

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

รูปที่		หน้า
ก.7	อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 5.....	109
ก.8	อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 10	110
ก.9	อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 15.....	110
ก.10	อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 20.....	111
ก.11	อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 25.....	111
ก.12	อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 30.....	112
ก.13	อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 35.....	112
ก.14	อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 40.....	113
ก.15	อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 45.....	113
ก.16	อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 50.....	114

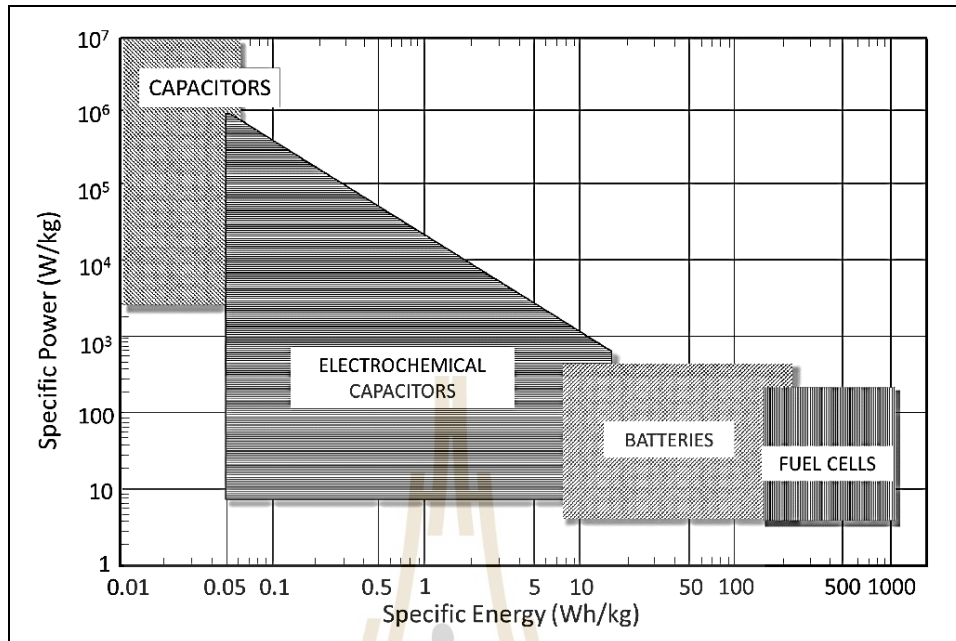
บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันทั่วโลกได้มีการให้ความสำคัญและผลักดันแนวคิดการใช้พลังงานที่สะอาดมากขึ้น และเป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อม เนื่องจากปัญหาทางด้านสิ่งแวดล้อม เป็นผลมาจากการใช้พลังงานที่ก่อให้เกิดมลพิษทำลายสิ่งแวดล้อม จึงได้มีการพัฒนาการใช้พลังงานรูปแบบอื่น ๆ มาทดแทนพลังงานที่อาจส่งผลเสียในอนาคต พลังงานไฟฟ้าเป็นพลังงานอีกรูปแบบหนึ่งที่น่าสนใจแล้วไม่เกิดผลกระทบต่อสิ่งแวดล้อม เพราะไม่มีการเผาผลาญพลังงาน และไม่ทำให้เกิดเป็นแก๊สพิษ จึงมีการนำพลังงานไฟฟ้ามาใช้ประโยชน์อย่างแพร่หลาย เช่น ใช้เป็นพลังงานให้กับระบบขับเคลื่อนของรถยนต์ เกิดเป็นยานยนต์ไฟฟ้า (Electrical Vehicles) และปัจจุบันก็ได้มีการนำความรู้และเทคโนโลยีต่าง ๆ มาพัฒนายานยนต์ไฟฟ้าอย่างต่อเนื่อง แต่ก็ยังมีข้อจำกัดบางอย่างที่ทำให้รถยนต์ไฟฟ้าไม่เป็นที่นิยมใช้ในประเทศ เช่น ข้อจำกัดในด้านระยะทางในการขับขี่ สถานีสำหรับอัดประจุ ระยะเวลาในการอัดประจุ อัตราการเร่งเครื่อง เป็นต้น จึงมักจะนำพลังงานไฟฟ้า มาใช้ร่วมกับระบบเครื่องยนต์เชื้อเพลิง เกิดเป็นรถยนต์ไฮบริด (Hybrid Car) ที่ใช้พลังงานไฟฟ้า และพลังงานจากการเผาผลาญน้ำมันเชื้อเพลิงมาเป็นตัวขับเคลื่อนเครื่องยนต์ หรือมอเตอร์ในรถยนต์ จึงช่วยลดการใช้พลังงานน้ำมันเชื้อเพลิง และลดมลพิษทางอากาศได้ ซึ่งจากการที่การใช้พลังงานไฟฟ้ายังมีข้อจำกัดบางอย่าง ทำให้มีการพัฒนาระบบกักเก็บพลังงานตลอดมาจนถึงปัจจุบัน ซึ่งได้เกิดระบบกักเก็บพลังงานรูปแบบใหม่อย่างมากมาย ซึ่งหนึ่งในนั้นก็คือตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

จากความต้องการในการปรับปรุงประสิทธิภาพที่สูงขึ้นและความยั่งยืนในระบบกักเก็บพลังงานจากผู้ใช้ได้ จึงทำให้เกิดการวิจัยและพัฒนาแบบกักเก็บพลังงานแบบใหม่ซึ่งตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดจัดเป็นอุปกรณ์กักเก็บพลังงานที่มีความหนาแน่นกำลังไฟฟ้า (Power density) ที่สูง ดังแสดงในรูปที่ 1.1 และมีอายุการใช้งานที่นานเมื่อเทียบกับอุปกรณ์กักเก็บพลังงานชนิดอื่น จึงมีแนวโน้มในการใช้งานที่มากขึ้น เช่น ใช้สำหรับเป็นแหล่งพลังงานของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์แบบพกพา ใช้ในงานที่เกี่ยวข้องกับยานยนต์ไฟฟ้า หรือใช้เป็นแหล่งพลังงาน ในยามฉุกเฉิน เป็นต้น ดังนั้น การศึกษาตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดจากกระบวนการทำงาน จึงเป็นอีกทางหนึ่งเพื่อช่วยให้เกิดพัฒนาการไปถึงการใช้งานให้เกิดประโยชน์สูงสุด



รูปที่ 1.1 กราฟเปรียบเทียบความหนาแน่นพลังงาน และความหนาแน่นกำลังไฟฟ้า
ของแหล่งกักเก็บพลังงานไฟฟ้าชนิดต่าง ๆ
ที่มาของภาพ : Ruirong Zhang (2016)

สำหรับการศึกษาลักษณะสมบัติของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดจากกระบวนการใช้งานสามารถวิเคราะห์ได้จากการศึกษาแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดได้ ในการวิเคราะห์แรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดนั้นสามารถวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด โดยปกติจะสามารถอธิบายได้ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation, PDE) ที่มีความยุ่งยากในการหาผลเฉลยที่แม่นยำตรง (exact solution) ดังนั้นจึงได้มีการคิดค้นวิธีหาคำตอบให้ได้ใกล้เคียงมากที่สุดโดยการประมาณ ซึ่งวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณมีด้วยกันอยู่หลายวิธี แต่วิธีที่ได้รับความนิยมในปัจจุบันคือ วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ (finite element method, FEM) ที่มีการนำมาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมแทบทุกสาขา เป็นวิธีที่เหมาะสมกับการนำมาใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างค่อนข้างซับซ้อน โดยจะจัดการแบ่งพื้นที่ของปัญหาเป็นส่วนย่อย หรือ อิลิเมนต์ ที่ประกอบด้วยจุดต่อต่าง ๆ และเชื่อมต่อกันด้วยกริด สำหรับวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ นิยมใช้ อิลิเมนต์ที่เป็นรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ (linear tetrahedral) เพื่อประมาณ โดเมนของปัญหา และจุดเด่นของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์อีกสิ่งหนึ่งคือ

ง่ายต่อการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่อาจมีหลายลักษณะรวมกันอยู่ในระบบ ดังนั้นจึงเลือกวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติมาใช้ในการดำเนินการวิจัยนี้

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

- เพื่อศึกษาผลจากการอัดประจุ และการคายประจุ ที่ส่งผลต่อตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่ลักษณะกระแสต่าง ๆ

- เพื่อพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์ 3 มิติ สำหรับคำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด พร้อมทั้งจำลองผลทางกราฟฟิก

- เพื่อวิเคราะห์ลักษณะสมบัติการทำงานของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ในเรื่องของแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิ ที่มีผลมาจากการอัดประจุ และการคายประจุ ที่ลักษณะกระแสต่าง ๆ

1.3 สมมุติฐานของการวิจัย

ความร้อนสะสมที่เกิดจากการใช้งานอย่างต่อเนื่องในการอัดประจุและคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด จะขึ้นอยู่กับค่าแหล่งกำเนิดความร้อน ซึ่งค่าแหล่งกำเนิดความร้อนก็จะขึ้นกับกระแสไฟฟ้าที่ใช้ในการอัดประจุและคายประจุ และระยะเวลาในการใช้งาน

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

- ไม่พิจารณาผลที่เกิดจากปฏิกิริยาเคมีรีดอกซ์ในเซลล์ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด
- ไม่พิจารณาการถ่ายเทความร้อนที่มาจาก การพาความร้อนและการแผ่รังสีความร้อนภายในเซลล์ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด พิจารณาเฉพาะการพาความร้อนบริเวณผิวด้านนอกของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดกับอากาศ
- กำหนดให้ลักษณะการกระจายตัวทางความร้อนเป็นแบบเชิงเส้น

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

ใช้โปรแกรม MATLAB™ เพื่อพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ สำหรับวิเคราะห์ปัญหาทางด้านแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เพื่อวิเคราะห์ลักษณะสมบัติตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดจากกระบวนการอัดประจุ และการคายประจุที่ลักษณะกระแสต่าง ๆ

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- ได้หลักการและแนวคิดสำหรับการศึกษาระบบการอัดประจุ และการคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

- ได้ทราบลักษณะสมบัติการกระจายตัวของค่าแรงดันไฟฟ้า ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า และการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเมื่อพิจารณาการอัดประจุและคายประจุในรูปแบบต่าง ๆ

- ได้พัฒนาโปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ให้เข้ากับปัญหาจริงในการวิเคราะห์แรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ตลอดจนสามารถนำไปใช้เป็นที่ประกอบการเรียนการสอนในเรื่องแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า อุณหภูมิ และตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดได้

1.7 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วย 6 บท 2 ภาคผนวก ซึ่งมีรายละเอียดโดยย่อดังนี้

บทที่ 1 เป็นบทนำซึ่งจะกล่าวถึงความสำคัญของปัญหาวัตถุประสงค์และเป้าหมายของงานวิจัยวิทยานิพนธ์ ตลอดจนขอบเขตและประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัยนี้

บทที่ 2 กล่าวถึงการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้ทราบถึงแนวทางและระเบียบวิธีการวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยผลจากการสำรวจสืบค้น จะใช้เป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์และพัฒนาเข้ากับงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้

บทที่ 3 นำเสนอทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยวิทยานิพนธ์ซึ่งประกอบไปด้วย ทฤษฎีตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด แรงดันไฟฟ้าและความเข้มสนามไฟฟ้า ความร้อน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทางความร้อน และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ต่างได้ถูกนำมาใช้เป็นพื้นฐานความรู้และความเข้าใจในการดำเนินงานวิจัย

บทที่ 4 กล่าวถึงขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้า และทางความร้อน ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง และอธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยได้เลือกใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลเลอร์คิน

บทที่ 5 ได้อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลพร้อมนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าแรงดันไฟฟ้า ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อพิจารณาการอัดประจุและคายประจุในรูปแบบต่าง ๆ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยใช้โปรแกรม Solidworks ในการสร้างกริดแบบ 3 มิติ ใช้โปรแกรม MATLAB™ ในการคำนวณและ

จำลองผลทางกราฟิก และกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมการจำลองผล

บทที่ 6 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะพร้อมงานวิจัยที่จะดำเนินการต่อ

ภาคผนวกประกอบด้วยเนื้อหา 2 ส่วน ได้แก่

ภาคผนวก ก. การเปรียบเทียบผลการจำลองกับงานวิจัยที่ใช้โปรแกรมการจำลองชนิดอื่น

ภาคผนวก ข. เป็นการรวบรวมผลงานที่ได้รับการเผยแพร่ของงานวิจัยวิทยานิพนธ์

ในขณะดำเนินการศึกษา



บทที่ 2

ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

วัตถุประสงค์หลักของงานวิจัยนี้ คือ การศึกษาลักษณะสมบัติของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเมื่อทำการอัดประจุ และคายประจุด้วยค่ากระแสที่ต่างกัน โดยเลือกใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติที่พัฒนาขึ้นเอง มาเป็นเครื่องมือในการหาคำตอบ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องดำเนินการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรม และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้ทราบถึงแนวทางการวิจัย ผลการดำเนินงานข้อเสนอแนะต่าง ๆ จากคณະนักวิจัยตั้งแต่อดีตเป็นต้นมา โดยใช้ฐานข้อมูลที่เป็นแหล่งสะสมรายงานวิจัยและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้แก่ ฐานข้อมูลจาก IEEE IEE และ ScienceDirect เป็นต้น งานวิจัยดังกล่าวจะใช้เป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์ และพัฒนาเข้ากับงานวิจัยที่จะดำเนินการต่อไป

2.2 ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การนำเสนอปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จากเรื่องการศึกษาตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน สามารถสรุปโดยย่อเป็นตารางได้ดังตารางที่ 2.1 ซึ่งสามารถจัดเรียงลำดับได้ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ค.ศ.	คณะผู้จัดทำ	การดำเนินงานวิจัย
2007	Alcicek, G., et al	<p>ทำการศึกษาการเสื่อมสภาพของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดตามอุณหภูมิการใช้งาน โดยทำการทดสอบที่อุณหภูมิคงที่ และที่แรงดันไฟฟ้าสูงสุด และคำนวณอายุการเสื่อมสภาพของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดโดยพิจารณาค่าความต้านทานภายใน (R_{ESR}) เทียบกับค่าความจุไฟฟ้า โดยการใช้ EIS (Electrosc Impedance Spectroscopy) ซึ่งพบว่าการเสื่อมสภาพของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เกิดจากการเสื่อมสภาพของอิเล็กโทรไลต์และอิเล็กโทรดที่เกิดการสลายตัว เนื่องจากเกิดออกซิเดชัน ส่งผลให้ค่าความต้านทานภายในเพิ่มขึ้น และค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดลดลง</p>
2008	Song Jin-yan, Zhang Li และ Zou Ji-yan	<p>ได้ทำการศึกษาสนามไฟฟ้าไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดกำลังสูง โดยทำการจำลองผลด้วยการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม Ansys โดยทำการเปรียบเทียบขนาดของรูพรุนของอิเล็กโทรดในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด จากการจำลองพบว่า ค่าสนามไฟฟ้าจะเพิ่มขึ้นตามขนาดของรูพรุนของอิเล็กโทรด แต่ค่าความจุไฟฟ้าจะลดลงเมื่อขนาดของรูพรุนมีค่ามากเกินไป (เกิน 50 นาโนเมตร) และทำการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าเมื่อใส่ Ta_2O_5 เข้าไปในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด พบว่าค่าสนามไฟฟ้าบริเวณอิเล็กโทรดมีค่าลดลง ซึ่งจะส่งผลต่อแรงดันเบรกดาวน์ในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่สามารถนำไปสู่การพัฒนาให้ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดสามารถทำงานที่แรงดันสูงได้</p>

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้จัดทำ	การดำเนินงานวิจัย
2010	Wu H. P., et al.	ได้ศึกษาเกี่ยวกับกราฟีนเป็นวัสดุอิเล็กทรอนิกส์ในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด รายงานว่ากราฟีนเป็นอะตอมเดี่ยวของกราฟไฟต์ ซึ่งพบว่าเหมาะสำหรับวัสดุอิเล็กทรอนิกส์ในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเนื่องจากมีค่าการนำไฟฟ้าสูงและพื้นที่เฉพาะสูง
2013	Kai W., et al.	ได้ทำการศึกษาแบบจำลองทางความร้อนของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบซ้อนทับ (stackable supercapacitor) ด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ในการอัดประจุและคายประจุ จากการจำลองผลพบว่าอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดจะขึ้นกับขนาดของกระแสในการอัดและคายประจุรวมไปถึงจำนวนรอบในการอัดและคายประจุด้วย
2013	Karandikar, P. B., et al.	ได้ทำการศึกษาตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดชนิดซ้อนทับ และแบบม้วน จากการทดสอบพบว่า ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบม้วนนั้นมีคุณสมบัติที่ดีกว่า จากการเปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์ต่างๆ พบว่า ค่าความจุไฟฟ้าต่อปริมาตรและต่อมวลมีค่ามากกว่าแบบซ้อนทับ และค่าความหนาแน่นพลังงานมีค่ามากกว่าแบบซ้อนทับ ส่วนค่าความต้านทานภายในและค่าความหนาแน่นกำลังไฟฟ้า มีค่าน้อยกว่าแบบซ้อนทับ ดังนั้นสำหรับการใช้งานทั่วไป ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบม้วนจะเหมาะสมกว่า ส่วนตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบซ้อนทับจะเหมาะกับการใช้งานเกี่ยวกับยานยนต์ถ้าพิจารณาให้มีความสำคัญกับพื้นที่ในการติดตั้ง

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ค.ศ.	คณะผู้จัดทำ	การดำเนินงานวิจัย
2013	Qi, W. et al.	ได้ทำการศึกษาตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดและระบบเบตเตอร์ไฮบริด โดยทำการศึกษาจากการจำลองผลโดยใช้โปรแกรม MATLAB ซึ่งกำหนดให้ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเชื่อมต่อกับเบตเตอร์แบบขนาน จากนั้นใช้วงจรแปลงผันไฟฟ้ากระแสตรงแบบสองทิศทาง (bi-directional buck-boost converter)
2014	Upreti Hema, et al.	ได้ทำการนำเสนอแบบจำลองของตัวเก็บประจุไฟฟ้าชนิดใหม่ คือ แบบซิกแซ็ก โดยได้ทำการทดสอบเปรียบเทียบกับแบบซ้อนทับ และแบบม้วนพบว่า แบบซิกแซ็กมีค่าความจุไฟฟ้าทั้งต่อพื้นที่และต่อมวลมากกว่าทั้งสองแบบ มีความหนาแน่นพลังงาน และความหนาแน่นกำลังไฟฟ้ามากกว่าทั้งสองแบบ แต่มีค่าความต้านทานภายในที่สูงกว่าทั้งสองแบบ ซึ่งตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบซิกแซ็กจะเหมาะกับการใช้งานที่หนัก ส่วนแบบซ้อนทับและแบบม้วนจะเหมาะกับงานทั่วไปที่ค่ากระแสพัลส์ไม่สูง
2015	Kai W., et al.	ได้ทำการจำลองผลจากแบบจำลองทางความร้อนของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบทรงกระบอก (spiral wound supercapacitor) เมื่อเปรียบเทียบผลการจำลองทั้งสองรูปแบบ ทำให้ทราบว่า ที่ค่ากระแสในการอัดและคายประจุเท่ากัน ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบทรงกระบอก มีอุณหภูมิภายในสูงกว่าแบบซ้อนทับได้

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ก.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2016	Zineb Cabran	ได้ทำการศึกษาระบบจัดเก็บพลังงานที่ใช้ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดร่วมกับแบตเตอรี่ในรถยนต์ไฟฟ้า พลังงานแสงอาทิตย์ โดยใช้โปรแกรม MATLAB SIMULINK ในการจำลอง จากการศึกษาพบว่า ทำให้ช่วยลดกระแสสูงสุด (peak currents) ในแบตเตอรี่ และช่วยเพิ่มประสิทธิภาพให้กับระบบกักเก็บพลังงาน รวมไปถึงยืดอายุการใช้งานของแบตเตอรี่ได้อีกด้วย
2017	Fenol, Sheryl Dinglasan, et al.	ได้ทำการนำเสนอการจำลองผลการอัดประจุและคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด โดยทำการจำลองผลทางคอมพิวเตอร์เปรียบเทียบกับ การทดสอบจริง
2017	Pietrzak L., et al.	ได้ทำการศึกษาตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดที่มีท่อนาโนคาร์บอน (Carbon nanotube) เป็นอิเล็กโทรด โดยคำนวณพารามิเตอร์โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้จากแบบจำลองตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ซึ่งในการจำลองขั้วไฟฟ้าทำจากท่อนาโนคาร์บอนที่ได้จากการสังเคราะห์โดยใช้วิธี LSCVD (liquid source chemical vapor deposition)
2018	Nur Farhani Ambo., et al.	ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของสนามไฟฟ้าของการเบรกดาวนในอากาศ ที่อิเล็กโทรดแบบต่าง ๆ และระยะของช่องว่างอากาศด้วยการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ พบว่า อิเล็กโทรดรูปทรงที่แตกต่างกัน ทำให้ค่าสนามไฟฟ้าแตกต่างกันด้วย และระยะของช่องว่างอากาศ มีผลต่อค่าสนามไฟฟ้า โดยค่าสนามไฟฟ้าจะลดลงตามระยะของช่องว่างอากาศที่เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 2.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ต่อ)

ก.ศ.	คณะผู้ทำวิจัย	การดำเนินงานวิจัย
2018	Yangsong L., et al.	ได้ทำการจำลองผลด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ในการจำลองผลทางความร้อนภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด โดยได้ศึกษาตัวเก็บประจุไฟฟ้าแบบซ้อนทับ เทียบกับแบบทรงกระบอก จากการจำลองพบว่า อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด จะมี ค่า สูง สุด บริเวณ ตรง กลาง ส่วนที่ผิวรอบนอกมีอุณหภูมิสูงกว่าเนื่องจากมีการแลกเปลี่ยนหรือถ่ายเทความร้อนกับอากาศรอบ ๆ เมื่อเปรียบเทียบอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ระหว่างแบบซ้อนทับได้ และแบบทรงกระบอก พบว่า ช่วงเวลาที่อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดสูงขึ้น (rise period) ของแบบทรงกระบอก จะมีการเพิ่มขึ้นเร็วกว่าแบบซ้อนทับ
2020	Tseng, K., et al.	ได้ทำการศึกษาตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ในระบบกักเก็บพลังงานแบบไฮบริด สำหรับยานยนต์ไฟฟ้า โดยทำการจำลองผล โดยการให้ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดทำการอัดประจุจากระบบโดยการใช้วงจรแปลงผันไฟฟ้ากระแสตรงแบบฟูลบริดจ์ โดยกำหนดให้แรงดันอินพุตเท่ากับ 380 V และแรงดันเอาต์พุตเท่ากับ 14.6 V สามารถวัดค่าประสิทธิภาพได้เท่ากับ 92.1% ที่โหลดเต็มพิกัดขนาด 1 kW และวัดประสิทธิภาพได้เท่ากับ 93.4% เมื่อโหลดมีขนาด 600 W นอกจากนี้ เมื่อจำลองผลการอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดขนาด 240 F 14.6 V ที่กระแส 65 A สามารถอัดประจุเต็มจาก 0 V ถึง 14.6 V ได้ภายใน 1 นาทีเท่านั้น

จะเห็นได้ว่าจากการสืบค้นปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องที่ได้สรุปผ่านมาสามารถช่วยให้ผู้ที่ดำเนินการศึกษาหรือพัฒนาเกี่ยวกับงานวิจัยนี้ แต่ยังไม่ได้แยกเป็นหมวดหมู่ตามวิธีการดำเนินงานศึกษาได้อย่างชัดเจน ดังนั้นในส่วนถัดไป จึงได้ทำการเรียบเรียงและคัดสรรงานวิจัยหลัก ๆ ที่สำคัญ จากหลาย ๆ ผลงานที่ได้สรุปไว้ในตารางที่ 2.1 โดยจะได้กล่าวถึงโดยย่อ ดังนี้

Song Jin-yan et al. (2008) ได้ทำการศึกษานามไฟฟ้าไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดกำลังสูง โดยทำการจำลองผลด้วยการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม Ansys โดยทำการเปรียบเทียบขนาดของรูพรุนของอิเล็กโทรดในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด จากการจำลองพบว่า ค่าสนามไฟฟ้าจะเพิ่มขึ้นตามขนาดของรูพรุนของอิเล็กโทรด แต่ค่าความจุไฟฟ้าจะลดลงเมื่อขนาดของรูพรุนมีค่ามากเกินไป (เกิน 50 nm) และทำการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าเมื่อใส่ Ta_2O_5 เข้าไปในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดพบว่าค่าสนามไฟฟ้าบริเวณอิเล็กโทรดมีค่าลดลง ซึ่งจะส่งผลต่อแรงดันเบรกควานในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่สามารถนำไปสู่การพัฒนาให้ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดสามารถทำงานที่แรงดันสูงได้ งานวิจัยของ Kai et al. (2013) ได้ทำการศึกษาแบบจำลองทางความร้อนของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบซ้อนทับ (stackable supercapacitor) ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ในการอัดประจุและคายประจุ จากการจำลองผลพบว่าอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดจะขึ้นกับขนาดของกระแสในการอัดและคายประจุ รวมไปถึงจำนวนรอบในการอัดและคายประจุ งานวิจัยของ Kai W et al. (2015) ได้ทำการจำลองผลจากแบบจำลองทางความร้อนของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบทรงกระบอก (spiral wound supercapacitor) ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ เมื่อเปรียบเทียบผลการจำลองทั้งสองรูปแบบ ทำให้ทราบว่า ที่ค่ากระแสในการอัดและคายประจุเท่ากัน ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบทรงกระบอก มีอุณหภูมิภายในสูงกว่าแบบซ้อนทับ งานวิจัยของ Fenol Sheryl Dinglasan et al. (2017) ได้ทำการนำเสนอการจำลองผลการอัดประจุและคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด โดยทำการจำลองผลทางคอมพิวเตอร์เปรียบเทียบกับ การทดสอบจริง งานวิจัยของ Nur Farhani Ambo et al. (2018) ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของสนามไฟฟ้าของการเบรกควานในอากาศ ที่อิเล็กโทรดแบบต่าง ๆ และระยะของช่องว่างอากาศด้วยการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ พบว่า อิเล็กโทรดรูปทรงที่แตกต่างกัน ทำให้ค่าสนามไฟฟ้าแตกต่างกันด้วย และระยะของช่องว่างอากาศ มีผลต่อค่าสนามไฟฟ้า โดยค่าสนามไฟฟ้าจะลดลงตามระยะของช่องว่างอากาศที่เพิ่มขึ้น งานวิจัยของ Yangsong et al. (2018) ได้ทำการจำลองผลด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ในการจำลองผลทางความร้อนภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด โดยได้ศึกษาตัวเก็บประจุไฟฟ้าแบบซ้อนทับ เทียบกับแบบทรงกระบอก จากการจำลองพบว่า อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดจะมีค่าสูงสุดบริเวณตรงกลาง ส่วนที่ผิวรอบนอกมีอุณหภูมิต่ำกว่าเนื่องจากการ

แลกเปลี่ยนหรือถ่ายเทความร้อนกับอากาศรอบ ๆ เมื่อเปรียบเทียบอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังยวระหว่างแบบช้อนทับได้ และแบบทรงกระบอก พบว่า ช่วงเวลาที่เพิ่มขึ้นของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังยวสูงขึ้น (rise period) ของแบบทรงกระบอก จะมีการเพิ่มขึ้นเร็วกว่าแบบช้อนทับ

ดังนั้นงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้จึงมีวัตถุประสงค์ เพื่อแสวงหาคำความรู้ทางด้านลักษณะสมบัติของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังยวและพัฒนาโปรแกรมการจำลองผลการทำงานของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังยวโดยโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่พัฒนาขึ้นเอง เมื่อทำการอัดประจุและคายประจุที่ลักษณะของค่ากระแสไฟฟ้าที่ต่างกัน เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการทำงานของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังยว หรือระบบกักเก็บพลังงานชนิดอื่นได้

2.3 สรุป

บทที่ 2 นี้ ได้นำเสนอรายงานผลการสืบค้นวรรณกรรมและงานวิจัยย้อนหลังที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยที่จะดำเนินการ จากฐานข้อมูล IEEE IEE ScienceDirect และอื่น ๆ เพื่อเป็นแนวทางการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ระเบียบวิธีที่ผู้วิจัยอื่น ๆ ได้นำมาใช้ ผลการดำเนินงาน ข้อเสนอแนะต่าง ๆ จากคณานักวิจัยตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน จาก การสืบค้น ปรึทัศน์ วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ไม่เคยปรากฏงานวิจัยที่มุ่งเน้นการศึกษาลักษณะสมบัติของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังยว ที่ทำการอัดประจุและคายประจุโดยการใช้ลักษณะของค่ากระแสไฟฟ้าที่ต่างกัน ด้วยเหตุนี้งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้จึงพัฒนาขึ้นเพื่อศึกษาลักษณะสมบัติที่เกิดจากการอัดประจุและคายประจุที่ค่ากระแสต่าง ๆ ของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังยว โดยการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

บทที่ 3

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.1 บทนำ

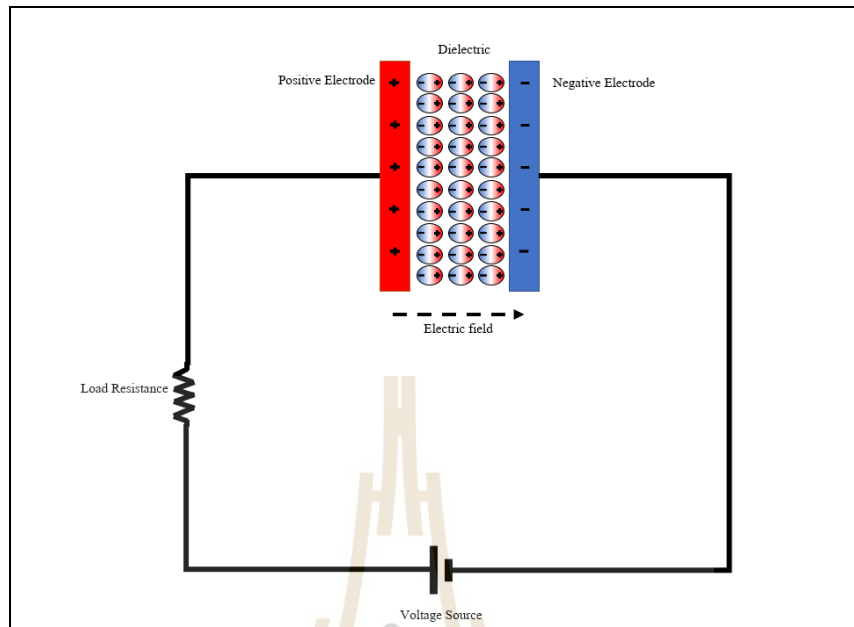
การศึกษาและเข้าใจถึงทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย นับว่ามีความสำคัญ และเป็นประโยชน์อย่างมากในการดำเนินงาน ทั้งนี้เพื่อเป็นพื้นฐานความรู้ และความเข้าใจในงานสำหรับนำไปเป็นแหล่งอ้างอิงในการดำเนินงานวิจัย ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ ซึ่งประกอบไปด้วย 4 หัวข้อหลัก ได้แก่ (1) ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด (2) แรงดันไฟฟ้าและสนามไฟฟ้า (3) ความร้อน และ (4) ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยจะกล่าวถึงเฉพาะส่วนที่เป็นประโยชน์หรือถูกกล่าวอ้างถึงการดำเนินงานวิจัย ทั้งนี้เพื่อให้เนื้อหา มีความกระชับและชัดเจนยิ่งขึ้น

3.2 ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด (Supercapacitor) เป็นอุปกรณ์จัดเก็บพลังงานชนิดหนึ่ง ที่ได้พัฒนาจากตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั่วไป เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการจัดเก็บประจุ (charge) ซึ่งรายละเอียดของหลักการทำงานของตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั่วไป และ ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด มีดังนี้

3.2.1 หลักการของตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั่วไป

ตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั่วไป ประกอบไปด้วย ขั้วไฟฟ้า (Electrode) สองขั้ว คือ ขั้วบวกและขั้วลบ โดยมีวัสดุที่เป็นสารไดอิเล็กทริกทำหน้าที่เป็นฉนวนกั้นขั้วไฟฟ้าทั้งสอง ตามรูปที่ 3.1 เมื่อทำการจ่ายแรงดันไฟฟ้าให้กับตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั่วไป ประจุไฟฟ้าภายในสารไดอิเล็กทริกจะเกิดการเปลี่ยนแปลง โดยจะทำการสะสมประจุขั้วตรงข้ามกับแผ่นขั้วไฟฟ้าทั้งสองขั้ว



รูปที่ 3.1 ลักษณะการทำงานของตัวเก็บประจุทั่วไป

ค่าความจุไฟฟ้า (Capacitance : C) สามารถหาได้จากอัตราส่วนของประจุไฟฟ้าที่สะสม (Charge : Q) และค่าศักย์ไฟฟ้า (Electric Potential : V) ดังสมการที่ (3.1)

$$C = \frac{Q}{V} \quad (3.1)$$

สำหรับตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั่วไป ค่าความจุไฟฟ้าสามารถหาได้จากสมการที่ (3.2)

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{D} \quad (3.2)$$

เมื่อ A คือพื้นที่ผิวของแต่ละขั้วอิเล็กโทรด (m^2), D คือ ระยะห่างระหว่างขั้วอิเล็กโทรด (m), ϵ_0 คือค่าคงที่ไดอิเล็กทริกของอวกาศว่าง (F/m) และ ϵ_r คือค่าคงที่ไดอิเล็กทริกสัมพัทธ์ของวัสดุที่อยู่ระหว่างขั้วอิเล็กโทรดทั้งสอง

ความหนาแน่นของพลังงาน (Energy density) และ ความหนาแน่นของกำลังไฟฟ้า (Power density) ที่เป็นคุณสมบัติของตัวเก็บประจุไฟฟ้า ซึ่งค่าพลังงาน (U) ของตัวเก็บประจุไฟฟ้าสามารถคำนวณได้โดยตรง จากสมการที่ (3.3)

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \quad (3.3)$$

กำลังไฟฟ้า (P) คือพลังงานที่ใช้ต่อหน่วยเวลา ซึ่งกำหนดให้เป็นการต่อวงจรอนุกรมตัวเก็บประจุไฟฟ้ากับตัวต้านทานภายนอก (External resistance : R) เพื่อที่จะหาค่ากำลังไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า แต่สำหรับการหาค่ากำลังไฟฟ้าสูงสุด (P_{\max}) ของตัวเก็บประจุไฟฟ้า จะถูกกำหนดโดยความต้านทานภายในของตัวเก็บประจุไฟฟ้า จะเรียกว่า equivalent series resistance (R_{ESR}) ซึ่งสามารถคำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าสูงสุดของตัวเก็บประจุไฟฟ้าได้ตามสมการที่ (3.4)

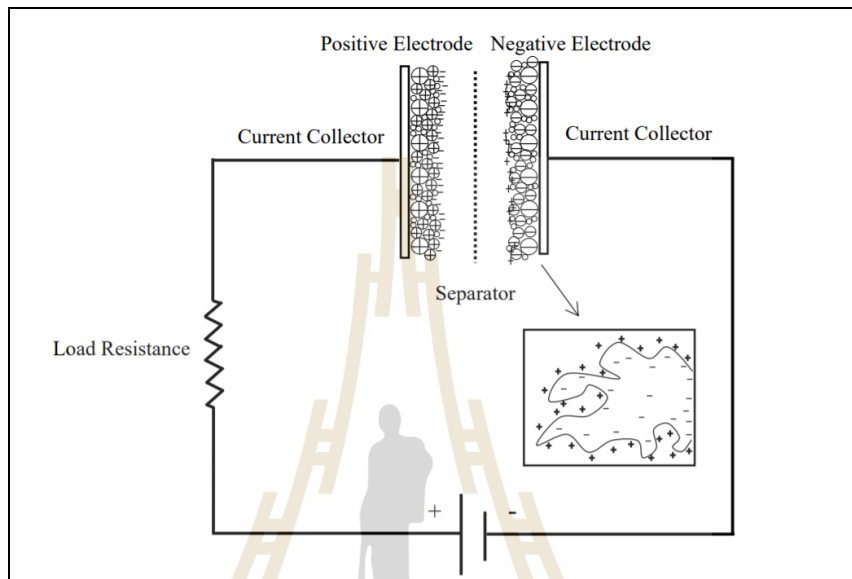
$$P_{\max} = \frac{V^2}{4 \times R_{ESR}} \quad (3.4)$$

สำหรับตัวเก็บประจุไฟฟ้า ความหนาแน่นของพลังงาน และความหนาแน่นของกำลังไฟฟ้าสามารถคำนวณได้เป็นปริมาณต่อหน่วยมวล หรือ ต่อหน่วยปริมาตร ซึ่งตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั่วไปจะมีค่าความหนาแน่นของกำลังไฟฟ้าที่สูง แต่มีค่าความหนาแน่นของพลังงานต่ำเมื่อเทียบกับแบตเตอรี่ที่ใช้เซลล์ไฟฟ้าเคมี และเซลล์เชื้อเพลิง หรือกล่าวได้ว่า แบตเตอรี่สามารถกักเก็บพลังงานได้มากกว่าตัวเก็บประจุไฟฟ้า แต่ไม่สามารถส่งจ่ายพลังงานได้อย่างรวดเร็ว ดังนั้นจึงมีค่าความหนาแน่นของกำลังไฟฟ้าต่ำ ในขณะที่ตัวเก็บประจุไฟฟ้าก็กักเก็บพลังงานได้น้อยกว่า แต่พลังงานไฟฟ้าที่กักเก็บไว้สามารถจ่าย หรือคายประจุในปริมาณที่มากได้ ดังนั้นตัวเก็บประจุไฟฟ้าจึงมีความหนาแน่นของกำลังไฟฟ้าที่สูงนั่นเอง

3.2.2 หลักการของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

โดยทั่วไปหลักการทำงานพื้นฐานของตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั่วไปก็จะคล้ายกับตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.2 โดยที่ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดประกอบไปด้วยขั้วอิเล็กโทรดทั้งสองขั้วที่คั่นด้วยวัสดุฉนวนไดอิเล็กทริก ซึ่งความแตกต่างระหว่างตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั่วไปและตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ตรงที่ขั้วอิเล็กโทรดของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดจะมีพื้นที่ผิว

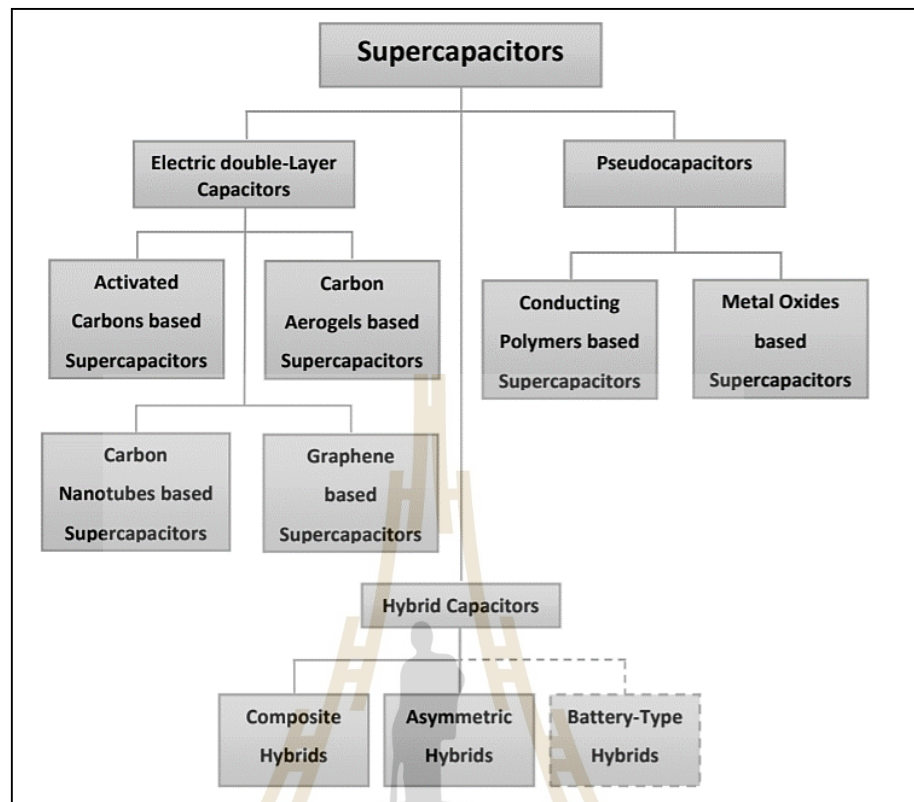
สูงกว่าตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั่วไป และมีสารละลายอิเล็กโทรไลต์คั่นระหว่างขั้วอิเล็กโทรดทั้งสอง ดังนั้น ค่าความจุไฟฟ้า (C) และค่าพลังงาน (E) จะมีค่ามากกว่าตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั่วไป เนื่องจากมีค่าพื้นที่ผิวของขั้วอิเล็กโทรดที่มากกว่า และมีระยะห่างระหว่างขั้วอิเล็กโทรดทั้งสองที่น้อยกว่า



รูปที่ 3.2 ลักษณะการทำงานของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด
ที่มาของภาพ : Ruirong Zhang (2016)

3.2.3 ประเภทของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

โดยทั่วไปประเภทของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดสามารถแบ่งได้ตามกลไกการทำงาน ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็นสามประเภทหลัก ๆ ได้แก่ ตัวเก็บประจุไฟฟ้าเคมีสองชั้น (Electrochemical double-layer capacitors :EDLCs), ซูโดคาปาซิเตอร์ (Pseudocapacitors) และ ไฮบริดคาปาซิเตอร์ (Hybrid capacitors) ตามรูปที่ 3.3

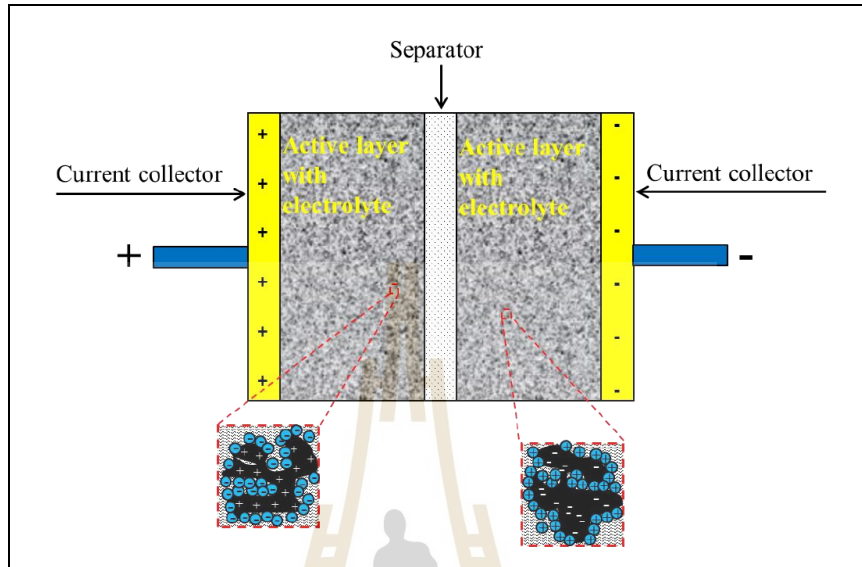


รูปที่ 3.3 ประเภทของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

1) ตัวเก็บประจุไฟฟ้าเคมีสองชั้น (Electrical double-layer capacitors :EDLCs)

ตัวเก็บประจุไฟฟ้าเคมีสองชั้น ประกอบด้วยขั้วอิเล็กโทรด 2 ขั้ว อิเล็กโทรไลต์ และสารกั้นกลาง การอัดประจุและคายประจุของ EDLC นั้นสามารถทำกระบวนการย้อนกลับได้ซึ่งมีความเสถียรภาพสูง การจัดเก็บพลังงานของ EDLC จะอาศัยหลักการทางไฟฟ้าสถิตของประจุไฟฟ้า โดยที่ประจุไฟฟ้าจะทำการสะสมอยู่บนพื้นผิวของอิเล็กโทรด ไอออนของสารอิเล็กโทรไลต์จะกระจายตัวผ่านสารกั้นกลางและเข้าไปยังรูพรุนของอิเล็กโทรด โดยที่ประจุไฟฟ้าที่ขั้วตรงข้ามจะทำการสะสมอยู่ระหว่างพื้นผิวของอิเล็กโทรดและสารอิเล็กโทรไลต์ เมื่อเราทำการจ่ายแรงดันไฟฟ้า จึงเกิดเป็นขั้วไฟฟ้า 2 ชั้นขึ้น ซึ่งวัสดุที่นำมาทำอิเล็กโทรด มักจะเป็นสารจำพวกคาร์บอน เนื่องจากคาร์บอนมีรูพรุนสูงทำให้พื้นที่ผิวสูง ต้นทุนต่ำและมีความเสถียรสูง ถูกนำมาใช้เป็นวัสดุทางอิเล็กโทรดนับตั้งแต่เริ่มมีการพัฒนาตัวเก็บประจุไฟฟ้าเคมี ในปัจจุบันวัสดุของคาร์บอนชนิดต่าง ๆ ได้ถูกนำมาใช้อย่างกว้างขวางเพื่อใช้ในการกักเก็บประจุไฟฟ้าใน EDLC ตัวอย่างเช่น ถ่านกัมมันต์ (activated carbons :ACs) คาร์บอนแอโรเจล (carbon aerogels) คาร์บอนนาโนทิวบ์ (carbon

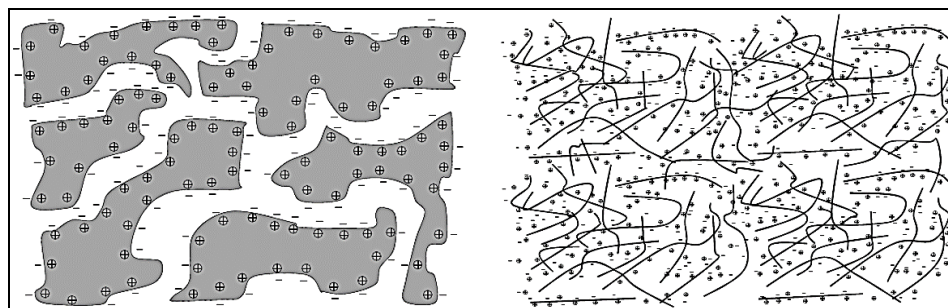
nanotubes) และกราฟีน (graphene) เป็นต้น



รูปที่ 3.4 โครงสร้างภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้าเคมีสองชั้น

2) ซูโดคาปาซิเตอร์ (Pseudocapacitors)

ในขณะที่ EDLC เก็บประจุไฟฟ้าในรูปแบบของไฟฟ้าสถิต ส่วนซูโดคาปาซิเตอร์ก็เก็บประจุไฟฟ้าโดยอาศัยปฏิกิริยารีดอกซ์ที่พื้นผิวของวัสดุ โดยที่วัสดุประเภทเหล็กออกไซด์และพอลิเมอร์มักจะถูกนำมาใช้เป็นวัสดุอิเล็กโทรดเก็บประจุไฟฟ้า และเนื่องจากซูโดคาปาซิเตอร์มีกระบวนการฟาราเดอิก (Faradaic) ที่เกิดจากปฏิกิริยารีดอกซ์ จึงทำให้ค่าความจุไฟฟ้าและความหนาแน่นของพลังงานสูงกว่า เมื่อเทียบกับ EDLC



รูปที่ 3.5 การเปรียบเทียบการทำงานระหว่างตัวเก็บประจุไฟฟ้าเคมีสองชั้นและซูโดคาปาซิเตอร์
ที่มาของภาพ : Ruirong Zhang (2016)

3) ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดชนิดไฮบริด (Hybrid supercapacitors)

เก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดชนิดไฮบริด เป็นการรวมกันของตัวเก็บประจุไฟฟ้าเคมีสองชั้น และซูโดคาปาซิเตอร์ โดยค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดชนิดไฮบริด ประกอบไปด้วยค่าความจุไฟฟ้าสองชั้นที่สะสมในรูพรุนของวัสดุคาร์บอน และค่าความจุไฟฟ้าที่กักเก็บโดยโลหะออกไซด์หรือวัสดุพอลิเมอร์ในซูโดคาปาซิเตอร์ จึงเป็นการรวมข้อดีของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ทั้งสองชนิดเข้าด้วยกัน ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดชนิดไฮบริดสามารถแบ่งได้ 3 ชนิดตามประเภทของอิเล็กโทรด คือ ชนิดไม่สมมาตร (asymmetric hybrids) ชนิดวัสดุผสม (composite hybrids) และชนิดประเภทแบตเตอรี่ (battery-type hybrids)

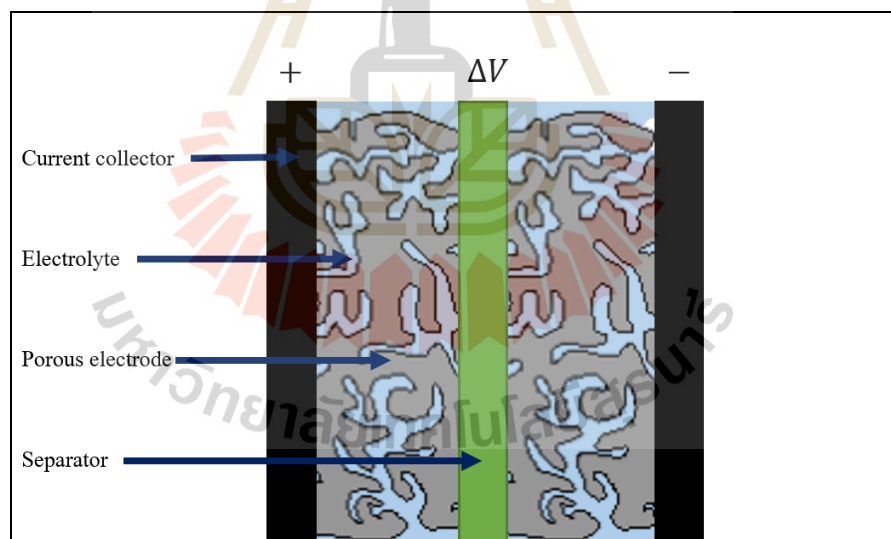
ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดไฮบริดชนิดไม่สมมาตร ประกอบด้วย EDLC อิเล็กโทรด และซูโดคาปาซิเตอร์อิเล็กโทรด ตัวอย่างเช่นมีการพัฒนาตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดไฮบริด โดยใช้พอลิเมอร์เป็นขั้วบวกของอิเล็กโทรด และถ่านกัมมันต์เป็นขั้วลบของอิเล็กโทรด ทำให้ได้ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดที่มีค่ากำลังไฟฟ้าและค่าพลังงานสูงขึ้น เพราะใช้ทั้งกระบวนการ faradaic และ non-faradaic เพื่อกักเก็บพลังงาน ทำให้ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดชนิดนี้มีความเสถียรมากกว่าซูโดคาปาซิเตอร์ และสามารถให้ความหนาแน่นพลังงานและความหนาแน่นของกำลังไฟฟ้าสูงกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับ EDLC

ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดชนิดวัสดุผสม จะแตกต่างจากชนิดไม่สมมาตรโดยที่จะเป็นการใช้วัสดุผสมกันโดยการรวมกันของวัสดุคาร์บอนและโลหะออกไซด์หรือวัสดุพอลิเมอร์เข้าด้วยกันเพื่อทำเป็นอิเล็กโทรด วัสดุคาร์บอนที่มีรูพรุนสูงจะมีพื้นที่ผิวสูง จะเป็นตัวช่วยเพิ่มพื้นที่การสัมผัสระหว่างเหล็กออกไซด์หรือวัสดุพอลิเมอร์กับสารอิเล็กโทรไลต์ ทำให้เกิดเกิดปฏิกิริยา faradaic เพิ่มขึ้น จึงทำให้ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดชนิดนี้มีค่าความจุไฟฟ้าที่มากขึ้น

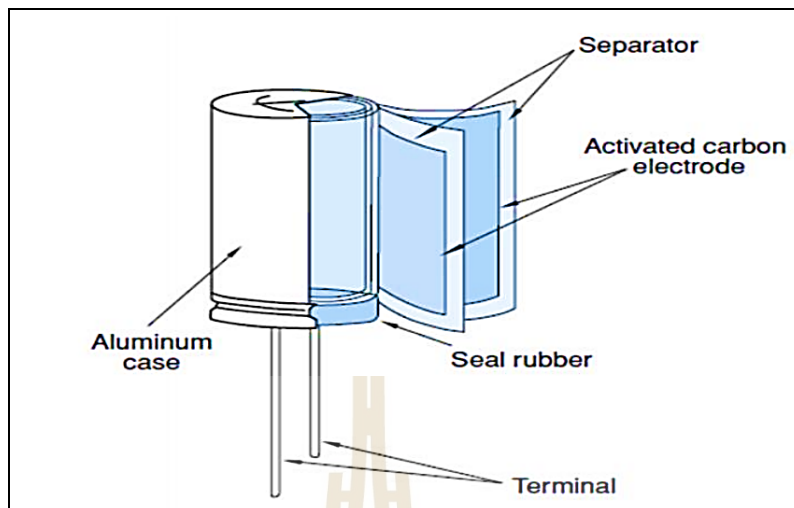
ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดไฮบริดชนิดประเภทแบตเตอรี่ จะประกอบไปด้วยอิเล็กโทรดที่แตกต่างกัน คือ ขั้วหนึ่งจะเป็นอิเล็กโทรดของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด และอีกขั้วหนึ่งจะเป็นอิเล็กโทรดของแบตเตอรี่ เนื่องจากแบตเตอรี่นั้น มีค่าความหนาแน่นพลังงานที่สูงกว่าตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ส่วนค่าความหนาแน่นของกำลังไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด จะสูงกว่าแบตเตอรี่ เพราะฉะนั้นตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดชนิดนี้ จึงเป็นการรวมกันของทั้ง 2 จุดเด่นเข้าด้วยกัน เพื่อให้ได้ค่าความหนาแน่นของพลังงานและความหนาแน่นของกำลังไฟฟ้าที่สูงขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยลดระยะเวลาในการอัดประจุ รวมไปถึงอายุการใช้งานให้สูงขึ้นได้อีกด้วย

3.2.4 โครงสร้างและส่วนประกอบของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

โดยทั่วไปตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดส่วนใหญ่เป็นรูปทรงกระบอก ซึ่งเซลล์ภายในประกอบไปด้วย อิเล็กโทรดที่มีรูพรุนสูงหรือ พื้นผิวสูงเช่นถ่านกัมมันต์ เชื่อมต่อเข้ากับแผ่นอะลูมิเนียมฟอยล์ที่ทำหน้าที่เป็นตัวเก็บกระแส (Current collector) ที่มีชั้นแยกประจุ (Separator) คั่นกลางระหว่างทั้งสองขั้ว ดังแสดงในรูปที่ 3.6 และ 3.7 ตามลำดับ



รูปที่ 3.6 ส่วนประกอบภายในของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด



รูปที่ 3.7 โครงสร้างภายในของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบทรงกระบอก

ที่มาของภาพ : https://www.tecategroup.com/products/ultracapacitors/ultracapacitor-FAQ_files/image003.jpg

1) อิเล็กโทรด (Electrode)

อิเล็กโทรดหรือขั้วไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด โดยทั่วไปจะใช้เป็นวัสดุที่เป็นสารเคลือบบาง ๆ ทำการเชื่อมต่อกับตัวเก็บกระแส (Current collector) ที่เป็นโลหะ โดยที่อิเล็กโทรดจะต้องมีคุณสมบัติในการนำไฟฟ้าที่ดี มีความเสถียรในการทำงานที่อุณหภูมิสูง มีความทนทานต่อปฏิกิริยาเคมี มีความต้านทานต่อการกัดกร่อนสูง และมีพื้นที่ผิวต่อหน่วยปริมาตรหรือต่อหน่วยมวลที่สูง ส่วนคุณสมบัติด้านอื่น ๆ เช่น มีความเป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อม และมีต้นทุนต่ำ เป็นต้น ดังนั้นปริมาณการเก็บพลังงานของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด จะเป็นหน้าที่หลักของอิเล็กโทรด เพราะฉะนั้น อิเล็กโทรดของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดมักจะทำมาจากวัสดุที่มีรูพรุน และมีพื้นที่ผิวสูงเป็นพิเศษ ตัวอย่างเช่น ถ่านกัมมันต์ (Activated carbon) โดยทั่วไป ขนาดของรูพรุนของอิเล็กโทรดที่เล็กกว่า จะทำให้ค่าความจุไฟฟ้า และพลังงานจำเพาะ (specific energy) มากขึ้นด้วย แต่อย่างไรก็ตาม ขนาดรูพรุนที่เล็กกว่า ก็จะทำให้ค่าความต้านทานภายในของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด (R_{ESR}) เพิ่มขึ้น ทำให้กำลังไฟฟ้าจำเพาะ (specific power) ลดลง (เนื่องจากกำลังสูญเสียมากขึ้น) ดังนั้น สำหรับงานที่ใช้กับกระแสสูง จะเหมาะกับอิเล็กโทรดที่มีขนาดรูพรุนใหญ่ ส่วนงานที่ต้องการพลังงานจำเพาะสูง จะเหมาะกับอิเล็กโทรดที่มีขนาดรูพรุนขนาดเล็ก ซึ่งวัสดุที่นิยมนำมาใช้

ทำอิเล็กโทรดของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ได้แก่ วัสดุจำพวกคาร์บอน ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ถ่านกัมมันต์, คาร์บอนแอโรเจล, คาร์บอนนาโนทิวบ์ และกราฟีน

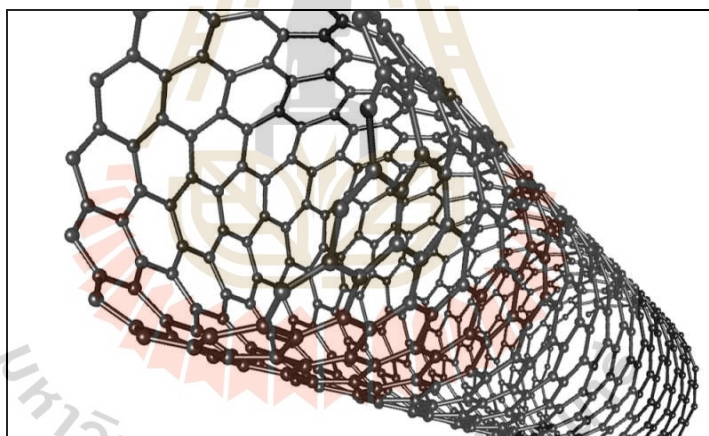
-ถ่านกัมมันต์ (Activated carbon) จัดเป็นวัสดุแรก ๆ ที่ถูกนำมาทำเป็นอิเล็กโทรดของตัวเก็บประจุไฟฟ้าเคมีสองชั้น (EDLC) ถึงแม้ว่าค่าการนำไฟฟ้าของถ่านกัมมันต์จะไม่สูง (1,250–2,000 S/m) แต่ถือว่าเพียงพอสำหรับใช้งานในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ขนาดพื้นที่ผิวของถ่านกัมมันต์ประมาณ 1 กรัม จะมีพื้นที่ผิวประมาณ 1,000 ถึง 3,000 m^2 นอกจากนี้ ถ่านกัมมันต์ยังมีต้นทุนการผลิตต่ำกว่าวัสดุอิเล็กโทรดชนิดอื่น สามารถผลิตจากผงถ่านกัมมันต์แล้วทำการบีบอัดให้เป็นรูปทรงตามต้องการ อิเล็กโทรดที่ทำจากถ่านกัมมันต์ที่มีพื้นที่ผิวประมาณ 1,000 m^2/g จะส่งผลให้ค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าเคมีสองชั้น ประมาณ 10 $\mu F/cm^2$ และมีค่าความจุไฟฟ้าจำเพาะ (specific capacitance) ประมาณ 100 F/g

-คาร์บอนแอโรเจล (carbon aerogels) เป็นวัสดุสังเคราะห์ที่มีรูพรุนสูง กระบวนการผลิตเริ่มจากทำ Alcolgel หรือวัสดุเจลแบบเปียก (Wet gel) ขึ้นมาโดยใช้ Silicon alkoxide ผสมกับตัวทำละลาย เช่น เอทานอล ต่อมากำจัดส่วนที่เป็นของเหลวในเจลออกไปด้วยกระบวนการทำให้แห้งภายใต้เงื่อนไขวิกฤต ซึ่งมีอุณหภูมิและความดันสูงมาก (supercritical drying) โดยไม่ทำให้เจลเสียรูป ผสมกับวัสดุคาร์บอน ทำให้ได้โครงสร้างภายในที่ประกอบด้วยรูพรุนขนาดเล็กระดับนาโนเมตรจำนวนมาก และมีน้ำหนักเบามาก แอโรเจลจะมีค่าความนำไฟฟ้าที่มากกว่าถ่านกัมมันต์ มีขนาดรูพรุนที่สม่ำเสมอ นอกจากนี้ยังมีเสถียรภาพต่อการสั่นสะเทือนสำหรับตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดที่ใช้ในสภาพแวดล้อมที่มีการสั่นสะเทือนที่สูง



รูปที่ 3.8 คาร์บอนแอโรเจล ที่มาของภาพ : <https://i.redd.it/6pomr7eczppy.jpg>

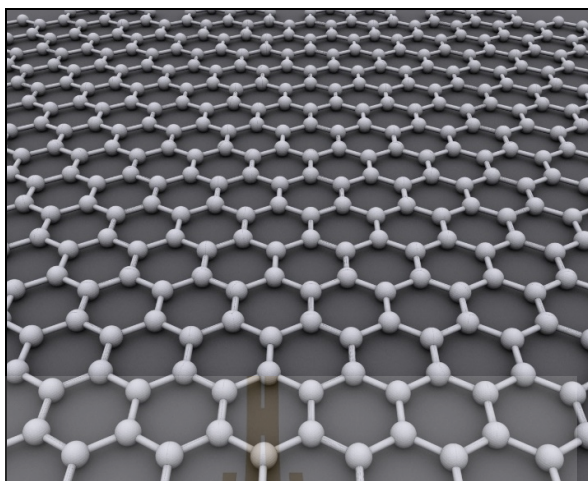
-คาร์บอนนาโนทิวบ์ (Carbon nanotubes :CNTs) หรือ ท่อนาโนคาร์บอน คือ วัสดุที่มีรูปทรงเป็นท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางในระดับนาโนเมตร ผนังท่ออาจมีเพียงแค่ชั้นเดียว (Single-walled) หรือหลายชั้น (Multi-walled) ซึ่งประกอบขึ้นจากอะตอมของธาตุคาร์บอนเพียงธาตุเดียว ท่อนาโนคาร์บอนเป็นท่อขนาดเล็กจิ๋วมากในระดับนาโนเมตร โดยเป็นท่อที่สังเคราะห์ขึ้นมาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางของท่ออยู่ในช่วงระหว่าง 0.4-4.0 นาโนเมตร และสามารถสังเคราะห์ได้ โครงสร้างที่มีความยาวได้ถึง 10 ไมโครเมตรซึ่งคุณสมบัติเชิงกลของท่อนาโนคาร์บอน คือเป็นโครงสร้างนาโนที่มีความแข็งแรง น้ำหนักเบา และมีความยืดหยุ่นอย่างมาก คุณสมบัติเชิงไฟฟ้าของท่อนาโนคาร์บอน คือสามารถเป็นได้ทั้งสารกึ่งตัวนำ (Semiconductor) และเป็นตัวนำไฟฟ้ายิ่งยวด (Superconductor) โดยขึ้นอยู่กับกระบวนการสังเคราะห์การจัดเรียงตัวของอะตอมคาร์บอนตามผนังของท่อ สัดส่วนองค์ประกอบ และวัสดุชนิดอื่นที่ผสมลงไป ในโครงสร้างท่อนาโน ท่อนาโนคาร์บอนสามารถเก็บประจุไฟฟ้าได้เหมือนกับถ่านกัมมันต์ต่อหน่วยพื้นที่ผิว แต่มีค่าความจุไฟฟ้าที่สูงกว่าอิเล็กโทรดที่ทำจากถ่านกัมมันต์



รูปที่ 3.9 โครงสร้างอะตอมของท่อนาโนคาร์บอน

แหล่งที่มาของภาพ : <https://scx1.b-cdn.net>

-กราฟีน (Graphene) คือ หนึ่งชั้นอะตอมของคาร์บอนที่เรียงตัวต่อกันเป็น โครงสร้างรูปหกเหลี่ยม ที่ได้จากแกรไฟต์ (Graphite) กราฟีนมีพื้นที่ผิวประมาณ $2,630 \text{ m}^2/\text{g}$ และมีค่าความจุไฟฟ้าประมาณ 550 F/g นอกจากนี้ จุดเด่นของกราฟีนคือการนำไฟฟ้าที่ดีกว่าถ่านกัมมันต์ ซึ่งในปี 2012 ได้มีการพัฒนาใช้กราฟีนเป็นอิเล็กโทรดโดยตรงที่ไม่มีตัวเก็บกระแส (Current collector) สำหรับการใช้งานในแบบพกพา



รูปที่ 3.10 โครงสร้างอะตอมของกราฟีน แหล่งที่มาของภาพ : <https://th.wikipedia.org/wiki/>

2) อิเล็กโทรไลต์ (Electrolytes)

อิเล็กโทรไลต์ประกอบด้วยตัวทำละลายและสารเคมีที่ละลายซึ่งแยกตัวเป็นไอออนบวกและไอออนลบ ทำให้อิเล็กโทรไลต์นำไฟฟ้า ยิ่งอิเล็กโทรไลต์มีไอออนมาก ก็ยิ่งนำไฟฟ้าได้ดีขึ้น ซึ่งอิเล็กโทรไลต์จะต้องมีความเฉื่อยทางเคมี กล่าวคือ ไม่กัดกร่อนหรือ ทำปฏิกิริยาเคมีกับวัสดุอื่นภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเพื่อให้มีอายุการใช้งานที่ยาวนาน โดยที่สารอิเล็กโทรไลต์มีด้วยกันหลายประเภท ได้แก่

-อิเล็กโทรไลต์ประเภทน้ำ (Aqueous electrolytes) ซึ่ง น้ำเป็นตัวทำละลายที่ค่อนข้างดีสำหรับสารเคมีอนินทรีย์ (Inorganic chemicals) ยกตัวอย่างสารอิเล็กโทรไลต์ประเภทกรด เช่น กรดซัลฟิวริก (H_2SO_4) สารประเภทด่าง เช่น โพแทสเซียมไฮดรอกไซด์ (KOH) หรือสารประเภทเกลือ เช่น โซเดียมเปอร์คลอเรต ($NaClO_4$), ลิเทียมเปอร์คลอเรต ($LiClO_4$) ลิเทียมเฮกซะฟลูออโรไรบอราต ($LiAsF_6$) เป็นต้น โดยที่อิเล็กโทรไลต์ประเภทนี้มีค่าการนำไฟฟ้าค่อนข้างสูงประมาณ 100 ถึง 1,000 mS/cm

-อิเล็กโทรไลต์ประเภทออร์แกนิก (Organic electrolytes) คือสารอิเล็กโทรไลต์ที่มีตัวทำละลายเป็นสารอินทรีย์ ตัวอย่างเช่น อะซิโตไนไตรล์ (Acetonitrile), โพรพิลีนคาร์บอเนต (Propylene carbonate), เตตราไฮโดรฟูแรน (Tetrahydrofuran), ไดเอทิลคาร์บอเนต (Diethyl carbonate), γ -Butyrolactone (GBL) หรือสารละลายเกลือของควอเทอร์นารีแอมโมเนียม (Quaternary ammonium salts) หรือเกลืออัลคิลแอมโมเนียม (alkyl ammonium salts) ซึ่งอิเล็กโทรไลต์ประเภทนี้ จะมีราคาต้นทุนที่สูงกว่าประเภทน้ำ แต่สามารถให้ค่าแรงดันไฟฟ้าต่อขั้วที่สูงกว่า มี

ช่วงอุณหภูมิการทำงานที่สูงกว่า จากการที่สารอิเล็กโทรไลต์ประเภทนี้มีค่าการนำไฟฟ้าที่ต่ำกว่า (ประมาณ 10 – 60 mS/cm) ทำให้ค่ากำลังไฟฟ้าจำเพาะ (Specific power) ลดลงด้วย แต่ค่าพลังงานจำเพาะ (Specific energy) เพิ่มขึ้นเนื่องจากมีแรงดันต่อขั้วที่เพิ่มขึ้น

-อิเล็กโทรไลต์ประเภทไอออนิก (Ionic electrolytes) เป็นสารอิเล็กโทรไลต์ในรูปของของเหลวเกลือที่มีความเสถียรทางเคมี สามารถให้ค่าแรงดันไฟฟ้าต่อขั้วไฟฟ้าได้สูงกว่าชนิดอื่น (ประมาณ 3.5 V) แต่มีค่าการนำไฟฟ้าที่ต่ำกว่าชนิดอื่น

3) ชั้นแยกประจุ (Separators)

ชั้นแยกประจุ (Separators) คือส่วนที่ทำหน้าที่กั้นระหว่างขั้วอิเล็กโทรดทั้งสองขั้วไม่ให้เกิดสัมผัสกันโดยตรง จะมีลักษณะเป็นแผ่นบาง มีรูพรุนมากเพื่อให้ประจุไฟฟ้า หรือไอออนเคลื่อนที่ผ่านไปมาได้ นอกจากนี้ชั้นแยกประจุยังจะต้องมีคุณสมบัติทนต่อการกัดกร่อน หรือ ทำปฏิกิริยาทางเคมี เพื่อเพิ่มอายุการใช้งาน ซึ่งวัสดุที่นำมาใช้ทำเป็นชั้นแยกประจุนั้นมีหลากหลายชนิดด้วยกัน ยกตัวอย่าง ได้แก่ วัสดุจำพวกฟิล์มพอลิเมอร์ เช่น โพลีอะคริโลไนไตรล์ (Polyacrylonitrile: PAN), แคปตอน (Kapton) หรือวัสดุจำพวกใยแก้ว เช่น ใยแก้ว, ใยแก้วเซรามิก หรือสารที่เป็นฉนวนจำพวกพลาสติก เช่น โพลีเอทิลีน (Polyethylene :PE), พอลิโพรพิลีน (polypropylene :PP) เป็นต้น

4) ชั้นเก็บกระแส (Current collector)

ชั้นเก็บกระแส (Current collector) คือส่วนที่เชื่อมต่อเข้ากับขั้วไฟฟ้าหรืออิเล็กโทรดของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ซึ่งจะทำมาจากวัสดุที่นำไฟฟ้าได้ดี คือ วัสดุประเภทโลหะ เช่น แผ่นอะลูมิเนียม โดยทำการฉีดยึด หรือติดเข้าด้วยกันกับวัสดุที่ใช้ทำอิเล็กโทรด

3.3 สนามไฟฟ้า และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้า

สนามไฟฟ้า คือ แรงที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าที่มีทั้งขนาดและทิศทาง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ E มีหน่วยเป็นแรงดันต่อระยะทาง (V/m) โดยค่าแรงดันไฟฟ้าหรือค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุดสองจุดทำให้เกิดสนามไฟฟ้า ซึ่งค่าความเข้มสนามไฟฟ้าจะแปรผันตรงกับขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่ขั้ว และแปรผกผันกับระยะห่างระหว่างขั้ว โดยหลังจากที่ให้แรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ประจุไฟฟ้าภายในจะเกิดการเปลี่ยนแปลงหรือเกิดการเคลื่อนที่สะสมประจุไฟฟ้าที่ขั้วตรงข้ามกับประจุไฟฟ้า ทำให้มีสนามแม่ไฟฟ้าเกิดขึ้น

จากสมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's Equations) ที่ใช้อธิบายถึงพฤติกรรมของสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็ก ประกอบไปด้วยสมการทั้งหมด 4 สมการที่เกี่ยวกับสนามแม่เหล็ก และสนามไฟฟ้า ได้แก่

สมการที่หนึ่ง คือ กฎของเกาส์สำหรับปริมาณทางไฟฟ้า (Gauss's Law of Electricity) ซึ่งอธิบายถึงการไหลของกระแสไฟฟ้า หรือ Electric flux ในพื้นที่ที่ถูกปิดล้อม โดย ฟลักซ์ (Flux) บอกถึงอัตราการไหลของไฟฟ้าซึ่งเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนของเส้นสนามไฟฟ้าและขนาดของประจุไฟฟ้า ดังนั้นถ้ามีประจุอยู่ ณ ที่ใดที่หนึ่ง ผลจากกฎของคูลอมบ์ (Coulomb's law) จะได้ว่า สนามไฟฟ้าในบริเวณนั้นจะขึ้นกับอัตราส่วนของความหนาแน่นประจุต่อค่าสภาพซึมซาบได้ทางไฟฟ้า (permittivity) ในบริเวณพื้นที่นั้น ๆ ตามสมการที่ (3.5)

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.5)$$

เมื่อพิจารณาในบริเวณพื้นที่ปิดล้อมใด ๆ จะเรียกบริเวณพื้นที่ปิดล้อมนี้ว่า พื้นผิวเกาส์เซียน (Gaussian surface) โดยพื้นผิวเกาส์เซียนเป็นวิธีวัดผลกระทบของสนามไฟฟ้าภายในพื้นผิวปิด

สมการที่สอง คือ กฎของแอมป์ (Law of Magnetism) กล่าวว่า ฟลักซ์แม่เหล็ก (Magnetic flux) เป็นสนามที่ตั้งฉากกับพื้นที่ผิว ซึ่งอยู่ในรูปแบบของการคูณกันและมีค่าเท่ากับศูนย์ในบริเวณพื้นที่ปิดล้อมใด ๆ ดังนั้น B คือสนามแม่เหล็กในพื้นที่ผิวเกาส์เซียน ดังสมการที่ (3.6)

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.6)$$

สมการที่สาม คือ กฎของฟาราเดย์ (Faraday's law) หรือ กฎของความเหนี่ยวนำ (The law of induction) กล่าวคือ สนามไฟฟ้ารอบวงปิดเป็นสัดส่วนโดยตรงกับฟลักซ์แม่เหล็กในวงปิดที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังสมการที่ (3.7)

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.7)$$

สมการที่สี่ คือ กฎของแอมแปร์ (Ampere's Law) กล่าวว่าถ้าสนามแม่เหล็กไม่มีการเคลื่อนที่ ปริพันธ์ตามเส้นทางของสนามแม่เหล็กรอบวงปิดจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงปิดนั้น ซึ่งมีการอนุรักษ์ประจุ (Conservation of charges) เกิดขึ้น กฎการอนุรักษ์ประจุกล่าวว่า กระแสไฟฟ้าที่กำลังไหลผ่านผิวปิดเกาส์เซียนเป็นสัดส่วนโดยตรงกับประจุภายในพื้นผิวนั้น โดยเปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังสมการที่ (3.8)

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.8)$$

โดยที่ \vec{E} คือ สนามไฟฟ้า

\vec{B} คือ สนามแม่เหล็ก

μ_0 คือ ค่าสภาพซึมได้ทางแม่เหล็กของสุญญากาศ (permeability) มีค่าเท่ากับ $4\pi \times 10^{-7}$ H/m

ε_0 คือ ค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าของสุญญากาศ (permittivity) มีค่าเท่ากับ 8.854×10^{-12} F/m

\vec{J} คือ ความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า (Current density)

จากทฤษฎีบทของเฮล์มโฮลทซ์ (Helmholtz Theorem) สนามแม่เหล็ก \vec{B} สามารถเขียนให้อยู่ในเทอมของศักย์เวกเตอร์ (vector potential, \vec{A}) ดังสมการที่ (3.9)

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.9)$$

และจากกฎของฟาราเดย์ ในสมการที่ (3.7) สนามไฟฟ้า สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\vec{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (3.10)$$

เมื่อ ϕ คือ แรงดันไฟฟ้า (Electric potential)

นำสมการที่ (3.10) แทนในสมการที่ (3.5) จะได้สมการที่ (3.11)

$$\nabla^2 \phi + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{A}) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (3.11)$$

พิจารณาในกรณีไฟฟ้าสถิต สามารถลดรูปสมการได้ตามสมการที่ (3.12)

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.12)$$

ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของไฟฟ้าสถิตในตัวเก็บประจุยิ่งยวด เมื่อพิจารณาตัวเก็บประจุยิ่งยวดในสามมิติตามระนาบ xyz จะได้ตามสมการที่ (3.13)

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} i + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} j + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} k \quad (3.13)$$

เมื่อพิจารณาวัสดุไดอิเล็กทริก จะได้สมการที่อยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ดังสมการที่ (3.14)

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho_v}{\epsilon} \quad (3.14)$$

เมื่อ $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$, ϵ_r คือ ค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ของวัสดุไดอิเล็กทริก

ρ_v คือ ความหนาแน่นประจุเชิงปริมาตร

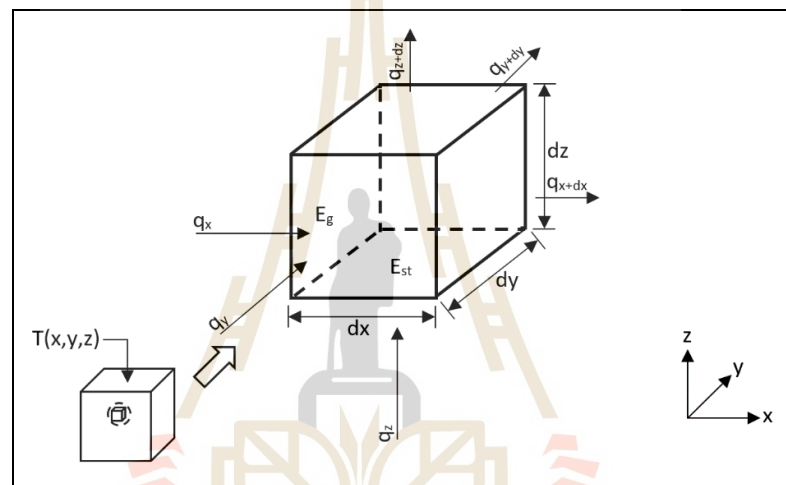
3.4 ความร้อน และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทางความร้อน

แนวคิดของกฎข้อที่หนึ่งนั้นเกี่ยวข้องกับโดยตรงกับ กฎของการอนุรักษ์พลังงาน (conservation of energy) ซึ่งกล่าวว่า “ในกระบวนการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ นั้น พลังงานจะไม่ถูกสร้างขึ้นใหม่และไม่มีการสูญหายไป แต่สามารถเปลี่ยนไปอยู่ในรูปอื่นได้” ดังนั้นเมื่อพิจารณาการถ่ายโอนพลังงานระหว่างระบบกับสิ่งแวดล้อม จะพบว่าพลังงานรวมของระบบกับสิ่งแวดล้อมจะมีค่าคงที่ ดังสมการที่ (3.15)

$$E_{in} - E_{out} = E_{st} - E_g \quad (3.15)$$

- เมื่อ E_{in} คือ พลังงานที่เข้าสู่ระบบ
 E_g คือ พลังงานภายในหรือพลังงานก่อกำเนิด
 E_{out} คือ พลังงานที่ออกจากระบบ
 E_{st} คือ พลังงานที่สะสมในระบบ

ในการวิเคราะห์การถ่ายโอนความร้อนต้องกำหนดปริมาตรควบคุม (Control volume) เพื่อสร้างขอบเขตของสมมติฐานในการศึกษา ดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 การถ่ายโอนความร้อนในปริมาตรควบคุม

จากการกำหนดปริมาตรควบคุมในรูปแบบ 3 มิติ พลังงานที่เข้าสู่ระบบจะได้ ดังนี้

$$E_{in} = q_x + q_y + q_z \quad (3.16)$$

q_x , q_y และ q_z คือพลังงานความร้อนที่เข้าสู่ระบบ ซึ่งขึ้นอยู่กับความชันของอุณหภูมิ (Temperature gradient) ตามกฎของฟูริเยร์ (Fourier's law) ดังนี้

$$\begin{aligned}
 q_x &= -k_x dydz \frac{\partial T}{\partial x} \\
 q_y &= -k_y dx dz \frac{\partial T}{\partial y} \\
 q_z &= -k_z dx dy \frac{\partial T}{\partial z}
 \end{aligned}
 \tag{3.17}$$

เมื่อ k_x k_y และ k_z คือ สัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Thermal conductivity) ในแนวแกน x y และ z ตามลำดับ ดังนั้นแทนสมการที่ (3.17) ลงในสมการที่ (3.16) จะได้สมการที่ (3.18)

$$E_{in} = -k_x dydz \frac{\partial T}{\partial x} - k_y dx dz \frac{\partial T}{\partial y} - k_z dx dy \frac{\partial T}{\partial z}
 \tag{3.18}$$

ส่วนพลังงานที่ออกจากระบบ จะได้ดังนี้

$$E_{out} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz}
 \tag{3.19}$$

พลังงานความร้อนที่ออกจากระบบ q_{x+dx} q_{y+dy} และ q_{z+dz} เมื่อ q_x q_y และ q_z ไหลผ่านระยะ dx dy และ dz โดยอาศัยการกระจายของอนุกรมเทย์เลอร์จะได้ ดังนี้

$$\begin{aligned}
 q_{x+dx} &= q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \\
 q_{y+dy} &= q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \\
 q_{z+dz} &= q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

ดังนั้น แทนสมการที่ (3.20) ลงในสมการที่ (3.19) จะได้

$$E_{out} = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) + \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) + \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right)
 \tag{3.21}$$

ส่วนพลังงานก่อกำเนิดจะเกิดขึ้นเมื่อมีการส่งถ่ายพลังงานเข้าไปในระบบ แล้วปลดปล่อยพลังงานในรูปของพลังงานทางความร้อน สามารถแสดงในรูปสมการภายใต้ปริมาณควบคุมที่ศึกษาในรูปแบบ 3 มิติได้ดังนี้

$$E_g = Qdxdydz \quad (3.22)$$

เมื่อ Q คือ ปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง (Internal heat generation) และพลังงานที่สะสมในระบบเป็นการสะสมพลังงาน ในรูปต่าง ๆ แสดงในรูปสมการได้ดังนี้

$$E_{st} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz \quad (3.23)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นมวล (Mass density)
 c คือ ความจุความร้อนจำเพาะ (Specific heat capacity)
 t คือ เวลา (Time)

ดังนั้นเมื่อแทนสมการที่ (3.18) (3.21) (3.22) และ (3.23) ลงในสมการที่ (3.15) จะได้

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz - Qdxdydz \quad (3.24)$$

หรือแทนสมการที่ (3.17) ลงในสมการที่ (3.24) จะได้

$$k_x dydz \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} dx + k_y dx dz \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} dy + k_z dx dy \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} dz = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz - Qdxdydz \quad (3.25)$$

เขียนใหม่ได้เป็น

$$k_x \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k_z \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.26)$$

กลไกการถ่ายโอนความร้อนเป็นพารามิเตอร์ที่มีความสำคัญต่อการคำนวณค่าอุณหภูมิ เป็นการถ่ายโอนพลังงานจากระบบที่มีการเชื่อมกันไปยังอุณหภูมิต่าง ๆ กันไป ขึ้นกับสภาวะแวดล้อม อาจเกิดขึ้นพร้อมกันหรือเกิดเฉพาะกลไกใดกลไกหนึ่งก็ได้ กลไกการถ่ายโอนความร้อนมี 3 แบบ คือ การนำความร้อน (Conduction) การพาความร้อน (Convection) และการแผ่รังสีความร้อน (Radiation)

3.4.1 การนำความร้อน

การนำความร้อนปรากฏการณ์ที่พลังงานความร้อนถ่ายเทภายในวัตถุหนึ่ง ๆ หรือ ระหว่างวัตถุสองชิ้นที่สัมผัสกัน โดยมีทิศทางของการเคลื่อนที่ของพลังงานความร้อนจากบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า โดยที่ตัวกลางไม่มีการเคลื่อนที่ เป็นไปตามสมการ

$$\dot{Q}_{cond} = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.27)$$

เมื่อ \dot{Q}_{cond} คือ อัตราการนำความร้อน
 A คือ พื้นที่ในการถ่ายโอนความร้อน

3.4.2 การพาความร้อน

การพาความร้อนเป็นการถ่ายโอนความร้อนระหว่างผิวของของแข็งกับของไหลที่มีการเคลื่อนที่ หรือกล่าวได้ว่าเป็นปรากฏการณ์การเคลื่อนที่ของพลังงาน จากแหล่งอุณหภูมิสูงไปยังอุณหภูมิต่ำ โดยที่โมเลกุลตัวกลางมีการเคลื่อนที่ไปด้วย สมการในการหาอัตราการพาความร้อน จะปรากฏอยู่ในรูปกฎการเย็นตัวของนิวตัน (Newton's cooling law) ดังนี้

$$\dot{Q}_{conv} = hA(T_s - T_\infty) \quad (3.28)$$

เมื่อ \dot{Q}_{conv} คือ อัตราการพาความร้อน
 h คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อน (Convection heat transfer coefficient) ระหว่างของไหลกับวัตถุผิวสัมผัส
 T_s คือ อุณหภูมิของผิววัตถุ
 T_∞ คือ อุณหภูมิของของไหลที่อยู่ห่างออกไปจากผิววัตถุ

3.4.2 การแผ่รังสีความร้อน

การแผ่รังสีความร้อนเป็นการถ่ายโอนความร้อนโดยไม่ต้องอาศัยตัวกลาง ความร้อนจะเคลื่อนที่ไปในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และจะเกิดขึ้นได้ดีในบริเวณที่เป็นสุญญากาศ เมื่อพิจารณาการถ่ายโอนความร้อนระหว่างวัตถุใด ๆ จะสามารถหาอัตราการแผ่รังสีความร้อนได้ ดังนี้

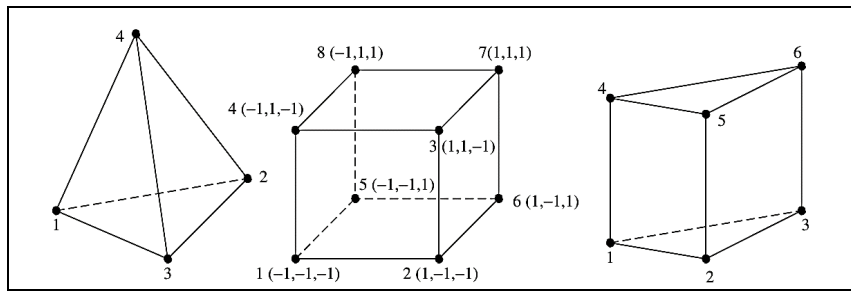
$$\dot{Q}_{rad} = \epsilon_e \sigma_s (T_s^4 - T_\infty^4) \quad (3.29)$$

เมื่อ \dot{Q}_{rad} คือ อัตราการแผ่รังสีความร้อน
 ϵ_e คือ ค่าสภาพเปล่งรังสี (Emissivity)
 σ_s คือ ค่าคงที่สเตฟาน-โบลทซ์มันน์ (Stefan-Boltzmann constant)
 มีค่าเท่ากับ $5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$

3.5 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

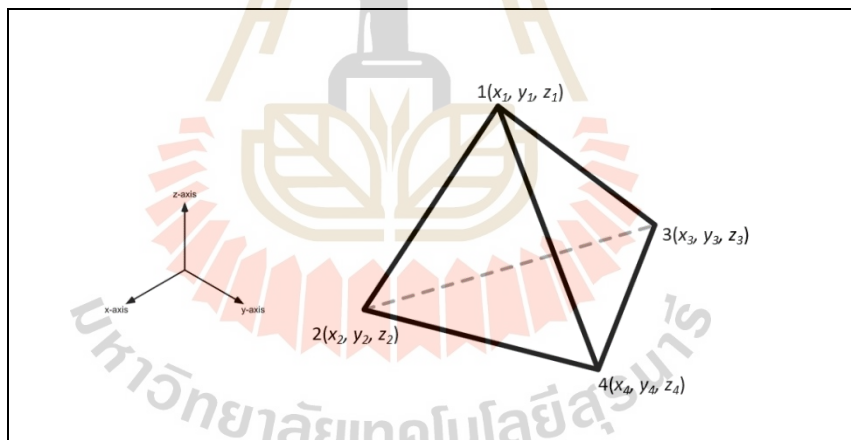
ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อใช้แก้ปัญหาโดยประมาณที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equations :PDEs) โดยการแบ่งรูปร่างขอบเขตของปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ หรือเป็นเอลิเมนต์ แล้วสร้างสมการของแต่ละเอลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ และเอลิเมนต์ต่าง ๆ จะเชื่อมต่อกันด้วยจุดต่อ ซึ่งเป็นตำแหน่งที่คำนวณหาค่าผลเฉลย โดยค่าผลเฉลยโดยประมาณที่มีจำนวนที่นับได้ ที่ได้จากการคำนวณออกมานั้น จะมีความแม่นยำขึ้นอยู่กับขนาด และจำนวนของเอลิเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งขั้นตอนโดยทั่วไปของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ประกอบด้วยขั้นตอนใหญ่ๆ 6 ขั้นตอน (ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 2542)

ขั้นตอนที่ 1 การแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาที่ต้องการจะหาผลลัพธ์ออกเป็นส่วนย่อย ๆ เรียกว่าเอลิเมนต์ (Element) โดยแต่ละเอลิเมนต์จะมีความเป็นปริมาตร ซึ่งเอลิเมนต์เหล่านี้จะเชื่อมต่อกันที่จุดต่อ (Node) ของเอลิเมนต์ที่อยู่ติดกันซึ่งเป็นตำแหน่งที่ต้องการหาผลลัพธ์ของปัญหาตามรูปที่ 3.12 ซึ่งเป็นรูปที่แสดงการแบ่งเอลิเมนต์ของรูปร่างปัญหาแบบ 3 มิติในระนาบ xyz โดยใช้เอลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า (tetrahedral), รูปทรงหกหน้า (hexahedron) และรูปทรงปริซึม (prism) ตามลำดับ โดยสำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิจัยนี้จะดำเนินการคำนวณแบบ 3 มิติ และให้รูปทรงสี่หน้าในการแบ่งเอลิเมนต์ของปัญหา



รูปที่ 3.12 ลักษณะของอิลิเมนต์รูปทรงต่าง ๆ

ขั้นตอนที่ 2 การเลือกฟังก์ชันการประมาณภายในที่เหมาะสมกับรูปแบบอิลิเมนต์ ซึ่งขึ้นอยู่กับจำนวนจุดต่อของอิลิเมนต์ จำนวนตัวไม่ทราบค่าที่จุดต่อ (Nodal unknow) และเงื่อนไขความเข้ากันได้ (Compatibility condition) อย่างในกรณีอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าจะประกอบด้วย 4 จุดต่อที่มีตัวเลข 1, 2, 3 และ 4 ซึ่งเป็นการประมาณค่าภายในอิลิเมนต์แบบเชิงเส้นดังแสดงในรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 อิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า

จากอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า ซึ่งประกอบไปด้วย 4 จุดต่อ (x_i, y_i, z_i) , $i = 1, 2, 3, 4$ มีตำแหน่งของตัวไม่ทราบค่า A_i อยู่ที่จุดต่อตามหมายเลข 1, 2, 3 และ 4 ซึ่งตัวแปรไม่ทราบค่าเหล่านี้เป็นผลลัพธ์ของปัญหาที่จะทำการวิเคราะห์ โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์ $A(x, y, z)$ เป็นแบบเชิงเส้น ดังสมการที่ (3.30)

$$A_e(x, y, z) = a + bx + cy + dz \quad (3.30)$$

โดยที่ a, b, c, d เป็นค่าคงที่ ซึ่งสามารถหาได้จากจุดต่อทั้งสี่ดังนี้

$$\begin{aligned} A_e(x_1, y_1, z_1) &= A_1 = a + bx_1 + cy_1 + dz_1 \\ A_e(x_2, y_2, z_2) &= A_2 = a + bx_2 + cy_2 + dz_2 \\ A_e(x_3, y_3, z_3) &= A_3 = a + bx_3 + cy_3 + dz_3 \\ A_e(x_4, y_4, z_4) &= A_4 = a + bx_4 + cy_4 + dz_4 \end{aligned} \quad (3.31)$$

นำค่า a, b, c, d ที่ได้จากสมการทั้งสี่ในสมการที่ (3.31) แทนค่าลงไปในสมการที่ (3.30) จะได้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณภายในอิลิเมนต์เป็นดังสมการที่ (3.32)

$$A_e(x, y, z) = A_1 N_1 + A_2 N_2 + A_3 N_3 + A_4 N_4 \quad (3.32)$$

ซึ่ง $N_i, i = 1, 2, 3, 4$ คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (3.33)

$$N_i = \frac{1}{6V} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \quad (3.33)$$

โดยที่ ค่า a_i, b_i, c_i และ d_i คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของพิกัดแต่ละจุดต่อ ซึ่งหาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} a_1 &= x_4(y_2 z_3 - y_3 z_2) + x_3(y_4 z_2 - y_2 z_4) + x_2(y_3 z_4 - y_4 z_3) \\ a_2 &= x_4(y_3 z_1 - y_1 z_3) + x_3(y_1 z_4 - y_4 z_1) + x_1(y_4 z_3 - y_3 z_4) \\ a_3 &= x_4(y_1 z_2 - y_2 z_1) + x_2(y_4 z_1 - y_1 z_4) + x_1(y_2 z_4 - y_4 z_2) \\ a_4 &= x_3(y_2 z_1 - y_1 z_2) + x_2(y_1 z_3 - y_3 z_1) + x_1(y_3 z_2 - y_2 z_3) \\ b_1 &= y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3) \\ b_2 &= y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1) \\ b_3 &= y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2) \\ b_4 &= y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_1 &= x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2) \\
c_2 &= x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3) \\
c_3 &= x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1) \\
c_4 &= x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2) \\
d_1 &= x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3) \\
d_2 &= x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1) \\
d_3 &= x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2) \\
d_4 &= x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)
\end{aligned}$$

และ V คือปริมาตรของแต่ละอิเลเมนต์ ที่หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ แสดงได้ดังนี้

$$V = \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 3 การสร้างสมการของอิเลเมนต์ (Element equations) โดยให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหา กรณีสมการของอิเลเมนต์รูปทรงสี่หน้าจะอยู่ในรูปแบบดังแสดงในสมการที่ (3.34)

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix}_e \begin{bmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \\ A_l \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} f_i \\ f_j \\ f_k \\ f_l \end{bmatrix}_e \quad (3.34)$$

สามารถเขียนโดยย่อ จะได้เป็นดังสมการที่ (3.35)

$$[K]_e [A]_e = [f]_e \quad (3.35)$$

โดยที่ $[A]_e$ คือ เมทริกซ์ตัวไม่ทราบค่าที่จุดต่อ และ e แสดงถึง เป็นเมทริกซ์ระดับอิเลเมนต์

สมการของอิลิเมนต์ดังกล่าว จำเป็นต้องถูกสร้างขึ้นมาให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้น ๆ ซึ่งขั้นตอนนี้ ถือเป็นหัวใจที่สำคัญของระเบียบไฟไนต์อิลิเมนต์ การสร้างสมการของอิลิเมนต์ซึ่งอยู่ในรูปแบบของสมการที่ (3.34) สามารถทำได้โดย

1) วิธีการโดยตรง (Direct approach) เป็นวิธีที่ทำความเข้าใจได้ง่ายที่สุด สามารถใช้ได้เฉพาะกับปัญหาที่เข้าใจได้ง่าย ๆ อย่างเช่น ปัญหาต่าง ๆ ในรูปทรง 1 มิติ เท่านั้น ซึ่งไม่สามารถประยุกต์ไปแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนในหลายมิติได้

2) วิธีการแปรผัน (Variational approach) เป็นวิธีที่ในระยะแรกนิยมใช้ โดยประยุกต์เข้ากับปัญหาทางด้าน โครงสร้างเป็นส่วนใหญ่ หลักการคือ จำเป็นจะต้องทำการหาฟังก์ชัน โดยทำการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันนั้น แล้วจะเป็นผลให้เกิดสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขตที่สอดคล้องกับปัญหา มีข้อจำกัดคือ จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้น ๆ ซึ่งปัญหาหลาย ๆ ชนิดในทางปฏิบัติ สามารถสร้างสมการอนุพันธ์ขึ้นมาได้ แต่ไม่สามารถหาฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกันนั้นได้

3) วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Method of weighted residuals) เป็นวิธีที่นำไปใช้ได้สะดวกที่สุด เนื่องจากสามารถสร้างสมการไฟไนต์อิลิเมนต์จากสมการเชิงอนุพันธ์โดยตรง โดยไม่จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกับปัญหาได้ จึงสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาทั่วไปได้

ขั้นตอนที่ 4 การนำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ มาประกอบเข้าด้วยกัน (Assembly) ก่อให้เกิดระบบสมการซึ่งอยู่ในรูปของสมการที่ (3.36)

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (3.36)$$

หรือเขียนโดยย่อ ได้เป็น

$$[K]_{\text{sys}} [A]_{\text{sys}} = [f]_{\text{sys}} \quad (3.37)$$

ขั้นตอนที่ 5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต (Boundary conditions) ของปัญหาลงในสมการที่ (3.36) แล้วจึงทำการแก้สมการดังกล่าวเพื่อหาค่าของ $[A]_{sys}$ ที่เป็นตัวแปรไม่ทราบค่าที่จุดต่อต่าง ๆ ซึ่งตัวแปรที่ไม่ทราบค่าที่กล่าวถึงนี้อาจหมายถึง แรงดันไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังยวค หรือเป็นอุณหภูมิที่จุดต่าง ๆ ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังยวค เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 6 การคำนวณค่าต่าง ๆ ที่ต้องการทราบ เช่น เมื่อทราบค่าผลลัพธ์ที่จุดต่อต่าง ๆ แล้วสามารถคำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กับผลลัพธ์นี้ต่อไปได้

3.6 สรุป

บทนี้ได้นำเสนอทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย อันได้แก่ ตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังยวค สนามไฟฟ้าและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้า ความร้อนและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทางความร้อน และระเบียบไฟในต์อิเลเมนต์ โดยได้กล่าวเฉพาะส่วนที่จะนำมาใช้หรือส่วนที่จะถูกกล่าวอ้างถึงในบทต่อ ๆ ไป ทั้งนี้เพื่อเป็นประโยชน์และเป็นแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้แก่ผู้ดำเนินงานวิจัย



บทที่ 4

การคำนวณแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิ ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ

4.1 บทนำ

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element method : FEM) เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขที่สามารถหาผลเฉลยของปัญหาเชิงอนุพันธ์ย่อยที่ซับซ้อน และจำลองรูปแบบลักษณะได้ใกล้เคียงกับแบบจำลองจริง ซึ่งผลเฉลยที่ได้ สามารถนำไปคำนวณปัญหาด้านอื่น ๆ ต่อเนื่องกันได้อีกด้วย ดังนั้นในงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด และจำลองผลด้วยระเบียบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่พัฒนาขึ้นเอง เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้า ค่าความเข้มสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่กระจายตัวภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

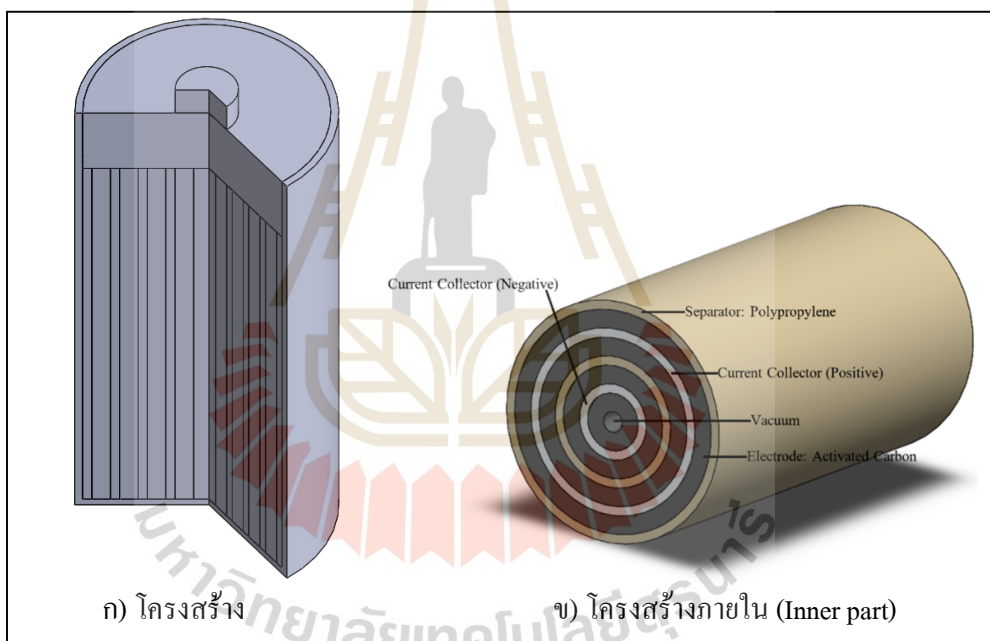
4.2 การคำนวณความเข้มสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

สืบเนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด จะสามารถหาได้จากการคำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดซึ่งแสดงด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองในสมการที่ (4.1) สำหรับปัญหาสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในรูปแบบ 3 มิติ นั้น เป็นการยากที่จะหาผลเฉลยแบบแม่นยำตรง ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho_v}{\epsilon} \quad (4.1)$$

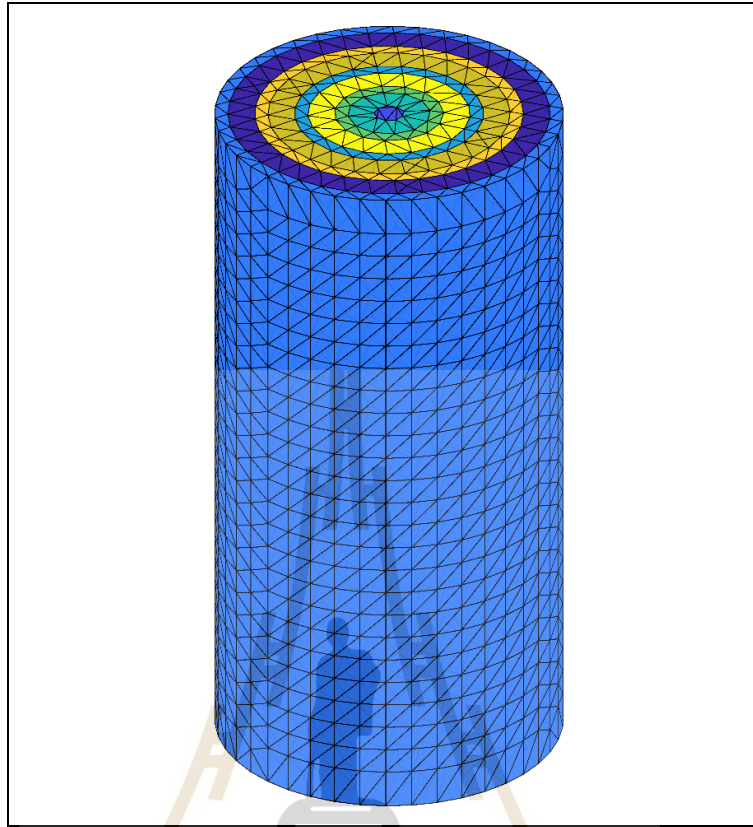
4.2.1 การออกแบบอิเลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ศึกษาตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดชนิด EDLC ที่กักเก็บพลังงานประจุไฟฟ้าโดยใช้หลักการทางไฟฟ้าสถิต (Electrostatics) ที่มีขนาดความจุ 3000 F โดยกำหนดให้มีโครงสร้างภายในคือ ตัวเก็บกระแส (Current collector) ทำจากวัสดุแผ่นอะลูมิเนียม ขั้วไฟฟ้า (Electrode) ทำจากวัสดุถ่านกัมมันต์ (Activated carbon) ชั้นกั้นประจุ (Separator) ทำจากโพรพพิลีน (Polypropylene) และใช้สารละลายโพแทสเซียมไฮดรอกไซด์ (KOH) เป็นสารอิเล็กโทรไลต์ ซึ่งลักษณะโครงสร้างแสดงได้ในรูปที่ 4.1 โดยกำหนดให้ความหนาของชั้นเก็บกระแสมีขนาด 30 μm ความหนาของชั้นกั้นประจุมีขนาด 50 μm และความหนาของชั้นอิเล็กโทรดมีขนาด 120 μm และช่องว่างอากาศมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 mm



รูปที่ 4.1 โครงสร้างและรายละเอียดภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดในการจำลองผล

ขั้นตอนแรกสำหรับปัญหาในรูปแบบ 3 มิติจะเริ่มจากการแบ่งพื้นที่ของส่วนด้านในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดออกเป็นอิเลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า (Tetrahedral elements) การออกแบบกริดเป็นรูปอิเลิเมนต์ต่าง ๆ ได้ใช้โปรแกรม Solidworks โดยจะมีจำนวนจุดต่อและอิเลิเมนต์ที่ใช้เป็นจำนวน 2,345 จุดต่อ และ 11,839 อิเลิเมนต์ สำหรับตัวอย่างการออกแบบกริดของปัญหาในแบบ 3 มิติ ของส่วนภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดสามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 การแบ่งอิลิเมนต์ของส่วนภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังขาด

4.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์แบบ 3 มิติ

เนื่องจากวิทยานิพนธ์นี้ พิจารณาระบบเป็น 3 มิติ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยภายในอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$\varphi(x, y, z) = \varphi_1 N_1 + \varphi_2 N_2 + \varphi_3 N_3 + \varphi_4 N_4 \quad (4.2)$$

โดยที่ N_1, N_2, N_3 และ N_4 คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ และ $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ และ φ_4 คือผลลัพธ์ของค่าแรงดันไฟฟ้าในแต่ละจุดต่อ 1 2 3 4 ของอิลิเมนต์ซึ่งในกรณีอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อจะได้

$$N_i = \frac{1}{6V} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \quad (4.3)$$

เมื่อ $i = 1, 2, 3, 4$ และ ค่า a_i, b_i, c_i, d_i คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของแต่ละจุดต่อ สามารถคำนวณได้จาก

$$\begin{aligned}
 a_1 &= x_4(y_2z_3 - y_3z_2) + x_3(y_4z_2 - y_2z_4) + x_2(y_3z_4 - y_4z_3) \\
 a_2 &= x_4(y_3z_1 - y_1z_3) + x_3(y_1z_4 - y_4z_1) + x_1(y_4z_3 - y_3z_4) \\
 a_3 &= x_4(y_1z_2 - y_2z_1) + x_2(y_4z_1 - y_1z_4) + x_1(y_2z_4 - y_4z_2) \\
 a_4 &= x_3(y_2z_1 - y_1z_2) + x_2(y_1z_3 - y_3z_1) + x_1(y_3z_2 - y_2z_3) \\
 b_1 &= y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3) \\
 b_2 &= y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1) \\
 b_3 &= y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2) \\
 b_4 &= y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1) \\
 c_1 &= x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2) \\
 c_2 &= x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3) \\
 c_3 &= x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1) \\
 c_4 &= x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2) \\
 d_1 &= x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3) \\
 d_2 &= x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1) \\
 d_3 &= x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2) \\
 d_4 &= x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)
 \end{aligned}$$

และ V คือปริมาตรของแต่ละอิลิเมนต์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของพิกัดจุดต่อดังนี้

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (4.4)$$

4.2.3 การสร้างสมการของอิลิเมนต์

จากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ที่แสดงในสมการที่ (4.1) ได้มีการประยุกต์ใช้ระเบียบไฟไนต์อิลิเมนต์เพื่อหาระบบสมการเชิงเส้น โดยการใช้วิธีถ่วงน้ำหนักเศษตค่าง ด้วยวิธีการเลอร์คิน (Galerkin) แสดงได้ดังสมการที่ (4.5)

$$\int_V W_n R dV = 0 \quad (4.5)$$

เมื่อพิจารณาปัญหาในระบบ 3 มิติ จะได้เศษตกค้าง R จากสมการที่ (4.1) ดังแสดงด้วยสมการที่ (4.6)

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\rho_v}{\varepsilon} = R \quad (4.6)$$

โดยที่ φ คือ ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ซึ่ง R เรียกว่า เศษตกค้าง (Residual) ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแบบแม่นยำตรงของปัญหา เศษตกค้าง R ที่เกิดขึ้นจะต้องมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่ได้จะมีค่าเข้าใกล้กับผลเฉลยแม่นยำตรงที่สุด ซึ่งวิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการให้เศษตกค้าง R คูณ ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (Weighting function : W) แล้วอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของอิลิเมนต์ (V) แล้วกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\int_V W_n R dV = 0 \quad ; n = 1, 2, 3, 4 \quad (4.7)$$

สำหรับอิลิเมนต์ที่เป็นรูปทรงสี่หน้า ซึ่งมีจุดที่ไม่ทราบค่ามีอยู่ 4 จุด ได้แก่จุดต่อทั้งสี่ภายในอิลิเมนต์ ดังนั้นจึงต้องการสมการ 4 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า นั่นคือ ในสมการที่ (4.7) จะต้องมีค่า $n = 1, 2, 3, 4$ และ กำหนดให้ $W_n = N_n$ ซึ่งเรียกว่า บับโนฟ-กาลเลอร์กิน (Bubnov-Galerkin) ดังนั้นเมื่อแทน R ด้วยสมการที่ (4.6) ลงในสมการที่ (4.7) จะได้

$$\int_V N_n \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\rho_v}{\varepsilon} \right] dV = 0 \quad (4.8)$$

$$\int_V N_n \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right] dV + \int_V N_n \left[\frac{\rho_v}{\varepsilon} \right] dV = 0 \quad (4.9)$$

จากสมการที่ (4.9) สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสอง ใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน (Integrate by parts) โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ (Gauss's theorem) ซึ่งจะได้ดังนี้

$$\int_{\Gamma} N_n \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x} n_x + \frac{\partial \varphi}{\partial y} n_y + \frac{\partial \varphi}{\partial z} n_z \right] d\Gamma - \int_V \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) dV + \int_V \left(N_n \frac{\rho_v}{\varepsilon} \right) dV = 0 \quad (4.10)$$

พจน์แรกของสมการที่ (4.10) ซึ่งเกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิเลเมนต์ (Γ) ทำการกำหนดให้ขอบของอิเลเมนต์มีอัตราการเปลี่ยนแปลงของแรงดันไฟฟ้าเท่ากับ 0 จึงทำการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตแบบนอยมันน์ (Neumann condition) ที่กำหนดให้ $\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}} = 0$ แสดงดังสมการที่ (4.11) ดังนั้นจากสมการที่ (4.10) จึงสามารถลดรูปเหลือดังแสดงด้วยสมการที่ (4.12)

$$\varphi(x, y, z) = 0 \quad , \quad (x, y, z) \in \Gamma \quad (4.11)$$

$$\int_V \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial N_n}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) dV = \int_V \left(N_n \frac{\rho_v}{\varepsilon} \right) dV \quad (4.12)$$

และเนื่องจากสมการที่ (4.12) จะมีทั้งหมด 4 สมการ ดังนั้นสามารถเขียนสมการไฟไนต์อิเลเมนต์นี้ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (4.13)

$$\int_V \left(\left[\frac{\partial N_n}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \left[\frac{\partial N_n}{\partial y} \right]_{4 \times 1} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \left[\frac{\partial N_n}{\partial z} \right]_{4 \times 1} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) dV = \int_V \left([N_n]_{4 \times 1} \frac{\rho_v}{\varepsilon} \right) dV \quad (4.13)$$

และจากสมการที่ (4.2) จึงได้ลักษณะการกระจายของแรงดันไฟฟ้าโดยประมาณในแต่ละอิเลเมนต์เป็น

$$\varphi(x, y, z) = [N]_{1 \times 4} [\varphi]_{4 \times 1} \quad (4.14)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} [\varphi]_{4 \times 1} \quad , \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} [\varphi]_{4 \times 1} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{1 \times 4} [\varphi]_{4 \times 1}$$

สมการไฟฟ้าในอีลิเมนต์จึงได้

$$\int_V \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{bmatrix}_{1 \times 4} + \begin{bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \end{bmatrix}_{1 \times 4} + \begin{bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{bmatrix}_{1 \times 4} \right) dV \quad (4.15)$$

$$= \int_V \left([N_n]_{4 \times 1} \frac{\rho_v}{\epsilon} \right) dV$$

หรือเขียนสมการไฟฟ้าในอีลิเมนต์สำหรับแต่ละอีลิเมนต์ที่ประกอบด้วย 4 สมการได้ดังนี้

$$[K]_{4 \times 4} \{\varphi\}_{4 \times 1} = \{F\}_{4 \times 1} \quad (4.16)$$

พิจารณาเมทริกซ์ $[K]_{4 \times 4}$ จะได้ว่า

$$[K]_{4 \times 4} = \int_V \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{bmatrix}_{1 \times 4} + \begin{bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \end{bmatrix}_{1 \times 4} + \begin{bmatrix} \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{bmatrix}_{1 \times 4} \right) dV \quad (4.17)$$

และจากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (4.3) จึงได้

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{6V}, \quad \frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{6V} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N_n}{\partial z} = \frac{d_n}{6V} \quad (4.18)$$

แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (4.18) ลงในสมการที่ (4.17) จะได้

$$[K]_{4 \times 4} = \int_V \left(\frac{b_n}{6V} \frac{b_m}{6V} + \frac{c_n}{6V} \frac{c_m}{6V} + \frac{d_n}{6V} \frac{d_m}{6V} \right) dx dy dz \quad (4.19)$$

$$[K]_{4 \times 4} = \frac{1}{36V^2} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m) \int_V dx dy dz$$

$$[K]_{4 \times 4} = \frac{1}{36V} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m) \quad n, m = 1, 2, 3, 4$$

จะได้เมทริกซ์ $[K]_{4 \times 4}$ ดังสมการที่ (4.20)

$$[K]_{4 \times 4} = \frac{1}{36V} \begin{bmatrix} b_{11} + c_{11} + d_{11} & b_{12} + c_{12} + d_{12} & b_{13} + c_{13} + d_{13} & b_{14} + c_{14} + d_{14} \\ b_{21} + c_{21} + d_{21} & b_{22} + c_{22} + d_{22} & b_{23} + c_{23} + d_{23} & b_{24} + c_{24} + d_{24} \\ b_{31} + c_{31} + d_{31} & b_{32} + c_{32} + d_{32} & b_{33} + c_{33} + d_{33} & b_{34} + c_{34} + d_{34} \\ b_{41} + c_{41} + d_{41} & b_{42} + c_{42} + d_{42} & b_{43} + c_{43} + d_{43} & b_{44} + c_{44} + d_{44} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

พิจารณามเมทริกซ์โหนดเวกเตอร์ $[F]_{4 \times 1}$ จาก

$$\{F\}_{4 \times 1} = \int_V [N]_{4 \times 1} \frac{\rho_v}{\varepsilon} dV \quad (4.21)$$

จากสมการที่ (4.21) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (Factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรตตลอดทั้งปริมาตรดังสมการที่ (4.22) โดยที่ $N_1 = L_1, N_2 = L_2, N_3 = L_3$ และ $N_4 = L_4$ จะได้

$$\int_V L_1^a L_2^b L_3^c L_4^d dV = \frac{a!b!c!d!}{(a+b+c+d+3)!} 6V \quad (4.22)$$

จากสมการที่ (4.21) สามารถแบ่งการพิจารณาเป็น 2 กรณีคือ $L_n = L_m$ และ $L_n \neq L_m$ ดังนั้นจากสมการที่ (4.21) เมื่อประยุกต์ใช้สมการที่ (4.22) จะได้

$$\{F\}_{4 \times 1} = \frac{\rho V_v}{4\varepsilon} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

4.2.4 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

การประกอบสมการอิลิเมนต์เป็นการนำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 4.2.1 หากแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการดังนั้นจึงได้สมการรวมสำหรับการจำลองผลค่าแรงดันไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังยวดของงานวิจัยนี้ในระบบสมการเชิงเส้นคือ

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdots & K_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (4.24)$$

- เมื่อ K คือ เมทริกซ์ค่าสัมประสิทธิ์ของระบบรวม
 φ คือ ค่าแรงดันไฟฟ้าที่ไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งจุดต่อต่าง ๆ
 f คือ โหลดเวกเตอร์ของประจุไฟฟ้า ณ ตำแหน่งจุดต่อต่าง ๆ

4.2.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย

สำหรับการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตในงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ คือบริเวณกราวนด์ (Ground :GND) ซึ่งก็คือบริเวณขั้วลบของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยังยวด เป็นการกำหนดเงื่อนไขแบบดิริคเล็ท (Dirichlet boundary conditions) โดยกำหนดให้บริเวณขั้วลบของตัวเก็บประจุไฟฟ้ามีแรงดันไฟฟ้าเท่ากับ 0 โวลต์ หลังจากประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตให้กับระบบแล้ว จากสมการที่ (4.24) จะสามารถหาค่าแรงดันไฟฟ้า (φ) ณ จุดต่อต่าง ๆ ได้ดังสมการที่ (4.25)

$$\varphi = K^{-1}f$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varphi_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdot & \cdot & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdot & \cdot & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdot & \cdot & K_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \cdot & \cdot & K_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)}^{-1} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (4.25)$$

4.2.6 การคำนวณค่าตัวแปรอื่นที่ต้องการ

เมื่อทราบค่าแรงดันไฟฟ้า φ ที่จุดต่อต่าง ๆ แล้ว จะสามารถคำนวณหาค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (\mathbf{E}) ได้ดังสมการที่ (4.26)

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi \quad (4.26)$$

เมื่อพิจารณาตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยาวดในระบบ 3 มิติ ตามพิกัด xyz จึงจะได้ค่าสนามไฟฟ้าตามแนวแกน x (E_x) แกน y (E_y) และแกน z (E_z) ดังแสดงในสมการที่ (4.27), (4.28) และ (4.29) ตามลำดับ

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} \quad (4.27)$$

$$E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y} \quad (4.28)$$

$$E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z} \quad (4.29)$$

4.3 การคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น ต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทางความร้อนที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในการคำนวณอุณหภูมิกายในตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยาวด แบบ 3 มิติ ได้แสดงไว้ในสมการที่ (3.26) ที่ผ่านมา

4.3.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์แบบ 3 มิติ

จากการออกแบบการแบ่งอิลิเมนต์ในหัวข้อ 4.2.1 ที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้ รูปแบบของอิลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยระเบียบไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิตินั้น จะใช้รูปแบบเหมือนกับอิลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณค่าแรงดันไฟฟ้าเพราะฉะนั้นในหัวข้อนี้จึงข้ามการแบ่งอิลิเมนต์ของพื้นที่ที่ศึกษาไป ซึ่งสำหรับการเลือกฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์แบบ 3 มิติ เมื่อกำหนดให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยในอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น จะได้

$$T(x, y, z) = T_1 N_1 + T_2 N_2 + T_3 N_3 + T_4 N_4 \quad (4.30)$$

โดยที่ N_1, N_2, N_3 และ N_4 คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ และ T_1, T_2, T_3 และ T_4 คือผลลัพธ์ของค่าอุณหภูมิในแต่ละจุดต่อ 1 2 3 4 ของอิลิเมนต์ ซึ่งในกรณีอิลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อจะได้ ฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (4.3) และสามารถหาค่าปริมาตรของแต่ละอิลิเมนต์ได้ตามสมการที่ (4.4)

4.3.2 การสร้างสมการอิลิเมนต์

สำหรับการสร้างสมการอิลิเมนต์ของปัญหาทางความร้อน ในงานวิจัยนี้กำหนดให้ปัญหาทางความร้อนเป็นแบบเชิงเส้น โดยพิจารณาจากสมการอนุพันธ์ย่อย ดังที่แสดงในสมการที่ (3.26) ก่อนหน้านี้

$$k_x \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k_z \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

ทำการจัดรูปสมการให้ด้านขวาของสมการเท่ากับศูนย์ จะได้สมการที่ (4.31) สำหรับปัญหาทางความร้อนใน 3 มิติที่คำนวณด้วยระเบียบไฟไนต์อิลิเมนต์นี้ การสร้างสมการอิลิเมนต์ยังคงประยุกต์ใช้วิธีดัดแปลงน้ำหนักเศษตักด้วยวิธีกาลเลอร์กินเช่นเดียวกับปัญหาแรงดันไฟฟ้าที่ผ่านมาดังแสดงในสมการที่ (4.7)

$$k_x \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k_z \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q = 0 \quad (4.31)$$

จะได้เศษตกค้าง R ดังสมการที่ (4.32)

$$R = k_x \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k_z \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q \quad (4.32)$$

โดยที่ T คือ ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ซึ่ง R เรียกว่า เศษตกค้าง (Residual) ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแบบแม่นยำตรงของปัญหา เศษตกค้าง R ที่เกิดขึ้นจะต้องมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่ได้จะมีค่าเข้าใกล้กับผลเฉลยแม่นยำตรงที่สุด สำหรับอิลิเมนต์ที่เป็นรูปทรงสี่หน้า ซึ่งมีจุดที่ไม่ทราบค่ามีอยู่ 4 จุด ได้แก่จุดต่อทั้งสี่ภายในอิลิเมนต์ ดังนั้นจึงต้องการสมการ 4 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า นั่นคือ ในสมการที่ (4.7) จะต้องมีค่า $n = 1, 2, 3, 4$ และ กำหนดให้ $W_n = N_n$ ซึ่งเรียกว่า บับโนฟ-กาลเออร์กิน (Bubnov-Galerkin) ดังนั้นเมื่อแทน R ด้วยสมการที่ (4.32) ลงในสมการที่ (4.7) จะได้

$$\int_V N_n \left[k_x \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k_z \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q \right] dV = 0 \quad (4.33)$$

เขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} & \int_V N_n \left(k_x \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k_z \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV - \int_V N_n \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV \\ & + \int_V N_n (Q) dV = 0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

จากสมการที่ (4.34) สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสอง ใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน (Integrate by parts) โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ (Gauss's theorem) ซึ่งจะได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
& \int_{\Gamma} N_n \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) d\Gamma \\
& - \int_V \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} k_x \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} k_y \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial N_n}{\partial z} k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \\
& - \int_V N_n \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV \\
& + \int_V N_n (Q) dV = 0
\end{aligned} \tag{4.35}$$

จากพจน์แรกในสมการที่ (4.35) เป็นพจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิเลเมนต์ ซึ่งก็คือหากอิเลเมนต์ที่พิจารณาอยู่ในตำแหน่งขอบนอกของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด จากเงื่อนไขขอบเขตการพาความร้อน จึงต้องแทนพจน์นี้ด้วยเงื่อนไขการพาความร้อนดังแสดงในสมการที่ (4.36)

$$q = h(T - T_{\infty}) \tag{4.36}$$

โดยที่ h คือ ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน
 T_{∞} คือ อุณหภูมิของอากาศรอบนอก

และเมื่อความร้อน (q) ที่ไหลออกกำหนดให้มีค่าเป็นลบ ดังนั้นจากสมการที่ (4.35) จะได้

$$\begin{aligned}
& \int_{\Gamma} N_n (-h(T - T_{\infty})) d\Gamma \\
& - \int_V \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} k_x \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} k_y \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial N_n}{\partial z} k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \\
& - \int_V N_n \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV \\
& + \int_V N_n (Q) dV = 0
\end{aligned} \tag{4.37}$$

จากสมการที่ (4.37) จัดรูปใหม่จะได้สมการสำหรับอิเลเมนต์ ดังนี้

$$\begin{aligned}
& \int_V N_n \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV + \int_V \left(\frac{\partial N_n}{\partial x} k_x \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y} k_y \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial N_n}{\partial z} k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \\
& + \int_{\Gamma} N_n (hT) d\Gamma \\
& = \int_V N_n (Q) dV + \int_{\Gamma} N_n (hT_{\infty}) d\Gamma
\end{aligned} \tag{4.38}$$

สมการที่ (4.38) เป็นสมการไฟไนต์อิลิเมนต์ภายในแต่ละอิลิเมนต์ที่ประกอบด้วย 4 สมการ จึงสามารถเขียนสมการไฟไนต์อิลิเมนต์ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (4.39)

$$\begin{aligned}
& \int_V [N]_{4 \times 1} \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV \\
& + \int_V \left(\left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} k_x \frac{\partial T}{\partial x} + \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{4 \times 1} k_y \frac{\partial T}{\partial y} + \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{4 \times 1} k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \\
& + \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} (hT) d\Gamma \\
& = \int_V [N]_{4 \times 1} (Q) dV + \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} (hT_{\infty}) d\Gamma
\end{aligned} \tag{4.39}$$

จากสมการที่ (4.30) จะได้ลักษณะการกระจายตัวโดยประมาณของอุณหภูมิ T ภายในอิลิเมนต์เป็น

$$T(x, y, z) = [N]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1} \tag{4.40}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{\partial T}{\partial x} = \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1}, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1} \text{ และ } \frac{\partial T}{\partial z} = \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{1 \times 4} [T]_{4 \times 1}$$

เมื่อ $k_x = k_y = k_z = k$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน จะได้สมการไฟไนต์อิลิเมนต์ดังสมการที่ (4.41)

$$\begin{aligned}
& \int_V [N]_{4 \times 1} \rho c [N]_{1 \times 4} dV \left[\dot{T} \right]_{4 \times 1} \\
& + \int_V k \left(\left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} + \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{4 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} + \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{4 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{1 \times 4} \right) dV [T]_{4 \times 1} \quad (4.41) \\
& + \int_\Gamma [N]_{4 \times 1} h [N]_{1 \times 4} d\Gamma [T]_{4 \times 1} \\
& = \int_V [N]_{4 \times 1} Q dV + \int_\Gamma [N]_{4 \times 1} (h T_\infty) d\Gamma
\end{aligned}$$

หรือเขียนสมการ ไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับแต่ละเอลิเมนต์ที่ประกอบด้วย 4 สมการได้ดังนี้

$$[C]_{4 \times 4} \{T\}_{4 \times 1} + [K_c + K_h]_{4 \times 4} \{T\}_{4 \times 1} = \{Q_Q\}_{4 \times 1} + \{Q_h\}_{4 \times 1} \quad (4.42)$$

จากสมการที่ (4.42) คือ $[C]_{4 \times 4}$ คือ เมทริกซ์ของการจุความร้อน ซึ่งหาได้จากสมการที่ (4.43)

$$[C]_{4 \times 4} = \int_V [N]_{4 \times 1} \rho c [N]_{1 \times 4} dV \quad (4.43)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นมวล และ c คือ ค่าความจุความร้อนจำเพาะ ซึ่งเป็นค่าคงที่ และจากสมการที่ (4.43) สามารถคำนวณหาได้จากการใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรดังสมการที่ (4.22) จะได้

$$[C]_{4 \times 4} = \frac{\rho c V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$[K_c]_{4 \times 4}$ คือ เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน ซึ่งหาได้จากสมการที่ (4.45)

$$[K_c]_{4 \times 4} = \int_V k \left(\left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 4} + \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{4 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 4} + \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{4 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{1 \times 4} \right) dV \quad (4.45)$$

จากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (4.3) แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (4.45) ลงในสมการที่ (4.18) จะได้

$$[K_c]_{4 \times 4} = k \int \left(\frac{b_n}{6V} \frac{b_m}{6V} + \frac{c_n}{6V} \frac{c_m}{6V} + \frac{d_n}{6V} \frac{d_m}{6V} \right) dx dy dz \quad n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (4.46)$$

$$[K_c]_{4 \times 4} = \frac{k}{36V^2} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m) \int dx dy dz$$

$$[K_c]_{4 \times 4} = \frac{k}{36V} (b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m)$$

จะได้เมทริกซ์ $[K_c]_{4 \times 4}$ ดังสมการที่ (4.47)

$$[K_c]_{4 \times 4} = \frac{k}{36V} \begin{bmatrix} b_1 b_1 + c_1 c_1 + d_1 d_1 & b_1 b_2 + c_1 c_2 + d_1 d_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 + d_1 d_3 & b_1 b_4 + c_1 c_4 + d_1 d_4 \\ b_2 b_1 + c_2 c_1 + d_2 d_1 & b_2 b_2 + c_2 c_2 + d_2 d_2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 + d_2 d_3 & b_2 b_4 + c_2 c_4 + d_2 d_4 \\ b_3 b_1 + c_3 c_1 + d_3 d_1 & b_3 b_2 + c_3 c_2 + d_3 d_2 & b_3 b_3 + c_3 c_3 + d_3 d_3 & b_3 b_4 + c_3 c_4 + d_3 d_4 \\ b_4 b_1 + c_4 c_1 + d_4 d_1 & b_4 b_2 + c_4 c_2 + d_4 d_2 & b_4 b_3 + c_4 c_3 + d_4 d_3 & b_4 b_4 + c_4 c_4 + d_4 d_4 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

$[K_h]_{4 \times 4}$ เมทริกซ์ของการพาความร้อน ซึ่งหาได้จากสมการที่ (4.48)

$$[K_h]_{4 \times 4} = \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} h [N]_{1 \times 4} d\Gamma \quad (4.48)$$

จากสมการที่ (4.48) เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน h มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (4.48) เมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนผิวของอีลิเมนต์จึงกลายเป็น

$$[K_h]_{4 \times 4} = h \int N_n N_m dx dy dz \quad \text{เมื่อ } n, m = 1, 2, 3, 4 \quad (4.49)$$

จากสมการที่ (4.49) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรจะได้

$$[K_h]_{4 \times 4} = \frac{hV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

$\{Q_Q\}_{4 \times 1}$ คือ โหลดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง ซึ่งหาได้จากสมการที่ (4.51)

$$\{Q_Q\}_{4 \times 1} = \int_V [N]_{4 \times 1} Q dV \quad (4.51)$$

จะได้

$$\{Q_Q\}_{4 \times 1} = Q \int N_n dx dy dz \quad (4.52)$$

จากสมการที่ (4.52) เมื่อประยุกต์ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรได้ดังนี้

$$\{Q_Q\}_{4 \times 1} = \frac{QV}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

$\{Q_h\}_{4 \times 1}$ คือ โหลดเวกเตอร์ของการพาความร้อน ซึ่งหาได้จากสมการที่ (4.54)

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = \int_{\Gamma} [N]_{4 \times 1} h T_{\infty} d\Gamma \quad (4.54)$$

หรือเมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนภายในอิเลเมนต์ ดังนั้นสมการที่ (4.54) จึงได้

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = h T_{\infty} \int N_n dx dy dz \quad (4.55)$$

จากสมการที่ (4.55) เมื่อประยุกต์ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรได้ดังนี้

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = \frac{hT_\infty V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

4.3.3 การแก้ปัญหาในสถานะชั่วคราว

การแก้ปัญหภายใต้อณานิยามชั่วคราวจะใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด โดยจะมีลักษณะของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับค่า β ที่เลือกใช้ ดังแสดงในสมการที่ (4.57) โดย Δt คือค่าของช่วงเวลา (Time step) โดยถ้าเลือกใช้ $\beta = 0$ จะเป็นวิธีของออยเลอร์ (Euler) ถ้า $\beta = 1/2$ เป็นวิธีของแครงค์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson) ถ้า $\beta = 2/3$ เป็นวิธีของกาลเอร์คิน (Galerkin) และถ้า $\beta = 1$ จะเรียกว่าวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (Backward difference) ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลังดังสมการที่ (4.58) เนื่องจากวิธีนี้ทำให้การลู่เข้าของผลลัพธ์ และผลลัพธ์จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง

$$\beta \left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} + (1/\beta) \left\{ \dot{T} \right\}^t = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^t}{\Delta t} \quad (4.57)$$

$$\left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^t}{\Delta t} \quad (4.58)$$

จากสมการที่ (4.42) เมื่อเลือกวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง จึงได้สมการที่ (4.59) จากนั้นแทนสมการที่ (4.58) ลงในสมการที่ (4.59) จึงได้สมการไฟไนต์อีลิเมนต์เมื่อพิจารณาในสถานะชั่วคราว ดังสมการที่ (4.60)

$$[C] \left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} + [K] \{T\}^{t+\Delta t} = \{Q\}^{t+\Delta t} \quad (4.59)$$

$$\left(\frac{1}{\Delta t}[C]+[K]\right)\{T\}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}[C]\{T\}^t + \{Q\}^{t+\Delta t} \quad (4.60)$$

โดยที่ $[K]=[K_c]+[K_h]$ และ $\{Q\} = \{Q_h\} + \{Q_o\}$

4.3.4 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

การนำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ที่กำหนดได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ เมื่อทำการแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยที่ประกอบด้วยจุดต่อทั้งหมด n จุดต่อ ดังแสดงในหัวข้อที่ 4.2.1 จะทำให้ได้ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งหมด n สมการ ดังนั้น จึงได้สมการรวมระบบของงานวิจัยนี้ เมื่อพิจารณาปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วคราว ดังแสดงในสมการที่ (4.61)

$$\left(\frac{1}{\Delta t}[C]_{n \times n} + [K]_{n \times n}\right)\{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}[C]_{n \times n}\{T\}_{n \times 1}^t + \{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} \quad (4.61)$$

เขียนใหม่ได้เป็น

$$\left([C]_{n \times n} + \Delta t[K]_{n \times n}\right)\{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = [C]_{n \times n}\{T\}_{n \times 1}^t + \Delta t\{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} \quad (4.62)$$

เมื่อ $[M]_{n \times n} = [C]_{n \times n} + \Delta t[K]_{n \times n}$ และ $[F]_{n \times 1} = [C]_{n \times n}\{T\}_{n \times 1}^t + \Delta t\{Q\}_{n \times 1}^{t+\Delta t}$

ดังนั้น จะได้สมการรวมระบบของงานวิจัยนี้ ดังสมการที่ (4.63)

$$[M]_{n \times n}\{T\}_{n \times 1}^{t+\Delta t} = [F]_{n \times 1} \quad (4.63)$$

4.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาค่าผลเฉลย

การกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นในการหาค่าอุณหภูมิ T ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด สำหรับในงานวิจัยนี้ได้กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น คือ อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด และอุณหภูมิของอากาศรอบนอกมีค่าเท่ากับ $T(t=0) = 28^\circ\text{C}$

ค่าโหลดแวกเตอร์ของปริมาณความร้อน จะใช้ค่าปริมาณความร้อนที่สร้างขึ้นต่อ ปริมาตรที่พิจารณา โดยสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (4.64)

$$Q = \frac{I^2 R_{ESR}}{V} \quad (4.64)$$

เมื่อ I คือ กระแสไฟฟ้าที่ใช้ในการอัดประจุและคายประจุ
 R_{ESR} คือ ค่าความต้านทานภายในของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

4.4 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของความเข้มสนามไฟฟ้า และความร้อน ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อพิจารณากระแสที่ใช้ในการอัดและคายประจุ โดยการประยุกต์ ระเบียบไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อคำนวณหาแรงดันไฟฟ้า ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า และค่าอุณหภูมิ ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ซึ่งได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตักค้างของกาลอ์คิน และ รายละเอียดต่าง ๆ ในบทนี้ นำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้เป็นโปรแกรม จำลองผลที่จะกล่าวถึงในบทที่ 5 ต่อไป

บทที่ 5

ผลการจำลองแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อพิจารณาการอัดประจุและคายประจุที่ต่างกัน

5.1 บทนำ

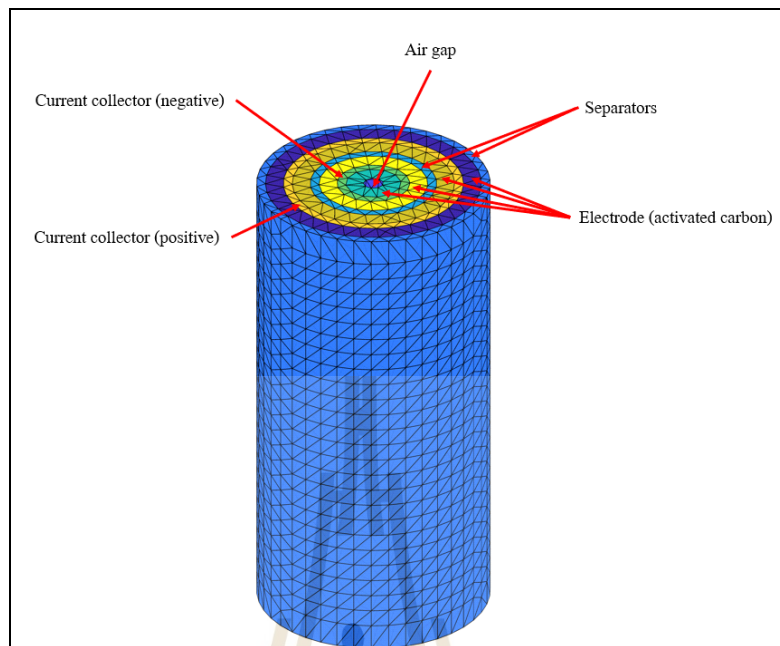
การจำลองผลของงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อทำการอัดประจุ และคายประจุที่ค่ากระแสที่แตกต่างกัน ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องศึกษาถึงการกระจายตัวของค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าความเข้มสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด แบบบทที่ 5 นี้จึงได้กล่าวถึงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการจำลองผลและอธิบายถึง โปรแกรมจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติเพื่อให้เห็นผลเฉลยโดยละเอียดของปัญหา โดยโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานการใช้งานของ MATLAB ที่พัฒนาขึ้น

5.2 ผลการจำลองผลแรงดันไฟฟ้า และความเข้มสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติ

การคำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้า และความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่จะได้กล่าวถึงต่อไป งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อนำข้อมูลของจุดต่อและอิเลิเมนต์มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่พัฒนาขึ้นเอง โดยอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลแบบ 3 มิติได้ดังนี้

5.2.1 โปรแกรมการสร้างกริด

โปรแกรมการสร้างกริดสำหรับปัญหา 3 มิติในงานวิจัยนี้ ได้ทำการสร้างโมเดลของปัญหา และสร้างกริดจากโปรแกรม Solidworks เนื่องจากโปรแกรมหี้กล่าวสามารถสร้างโมเดลของปัญหาที่ซับซ้อนได้ และสามารถใช้งานได้ง่าย รวมทั้งยังสามารถสร้างกริดที่สามารถควบคุมขนาดของกริดได้ ซึ่งข้อมูลที่ได้จากโปรแกรม Solidworks จะเป็นข้อมูลตัวเลขที่แสดงถึงลำดับของอิเลิเมนต์ที่ได้ทำการสร้างกริด ชนิดหรือชิ้นส่วนของแต่ละวัสดุ ลำดับของจุดต่อ และตำแหน่งของจุดต่อต่าง ๆ ในระนาบ xyz ซึ่งข้อมูลเหล่านี้ก็จะถูกนำไปคำนวณในการสร้างสมการของอิเลิเมนต์ การสร้างเมทริกซ์ของระบบสมการรวมของระบบ การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต และการแก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาผลเฉลยโดยการใช้โปรแกรม MATLAB จะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป



รูปที่ 5.1 กริครูปทรงสี่หน้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

5.2.2 โปรแกรมจำลองผลแรงดันไฟฟ้าและความเข้มสนามไฟฟ้า

สำหรับขั้นตอนนี้ เป็นการพัฒนา โปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นเพื่อจำลองผลค่าแรงดันไฟฟ้า และค่าความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อทำการอัดประจุเต็ม ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยข้อมูลอิลิเมนต์และจุดต่อต่าง ๆ ที่จำเป็นที่ใช้ในการคำนวณและประดิษฐ์โปรแกรมนั้น ได้จากหัวข้อที่ 5.2.1 ที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้ โครงสร้างของโปรแกรมการจำลองผลแรงดันไฟฟ้า และความเข้มสนามไฟฟ้า แสดงได้ดังแผนภูมิในรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลแรงดันไฟฟ้า และความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

จากแผนภูมิในรูปที่ 5.2 ซึ่งแสดงขั้นตอนการทำงาน โปรแกรมจำลองผลของระบบแบบ 3 มิติ เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละขั้นตอนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการสร้างโมเดลและกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของจุดต่อและอิลิเมนต์จากโปรแกรมการสร้างกริด Solidworks ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลประกอบด้วย ลำดับของอิลิเมนต์ ชนิดของวัสดุ ลำดับของจุดต่อ และตำแหน่งของจุดต่อ

ขั้นตอนการสร้างสมการแรงดันไฟฟ้าในระดับอิลิเมนต์ : ขั้นตอนนี้ โปรแกรมจะสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ในรูปแบบของทรงสี่หน้าสี่จุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ ของทุก ๆ อิลิเมนต์ เนื่องจากภายในระบบนี้โมเดลของชิ้นงาน ซึ่งมีคุณสมบัติทางไฟฟ้าที่แตกต่างกันคือ แผ่นอะลูมิเนียม ถ่านกัมมันต์ โพลีโพรพิลีน และอากาศ ซึ่งวัสดุเหล่านี้มีค่าคงที่ไดอิเล็กทริกหรือค่า สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ที่แตกต่างกัน ดังนั้นการสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนต์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัสดุที่เกี่ยวข้องเหล่านี้ในแต่ละอิลิเมนต์ด้วย

ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมอิลิเมนต์เมทริกซ์ย่อย ๆ เข้าเป็นเมทริกซ์รวมของระบบ ดังแสดงในสมการที่ (3.36) ซึ่งรายละเอียดได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 3.5 ของบทที่ 3 โดยที่หากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยจำนวน n จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมของระบบ ซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยทั้งสิ้น n สมการ

ขั้นตอนกำหนดเงื่อนไขขอบเขต : เป็นการกำหนดให้โปรแกรมทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต โดยงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ จะทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตไว้ที่บริเวณขั้วลบของตัวเก็บกระแส หรือ บริเวณแผ่นอะลูมิเนียมที่ทำหน้าที่เป็นขั้วลบ ซึ่งกำหนดให้เท่ากับ 0 V

ขั้นตอนแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : โปรแกรมจะทำหน้าที่แก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าแรงดันไฟฟ้าของแต่ละจุดต่อ โดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

ขั้นตอนการคำนวณตัวแปรอื่นที่ต้องการ : ขั้นตอนสุดท้ายนี้จะนำค่าแรงดันไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ มาคำนวณหาค่าความเข้มสนามไฟฟ้า โดยค่าความเข้มสนามไฟฟ้าจะหาได้จากลบเกรเดียนต์แรงดันไฟฟ้า

5.2.3 พารามิเตอร์ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดที่ใช้จำลองผล

การจำลองผลของแรงดันไฟฟ้าและความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ค่าพารามิเตอร์ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่ใช้จำลองผลจะแสดงได้ดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 พารามิเตอร์ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดที่ใช้จำลองผล

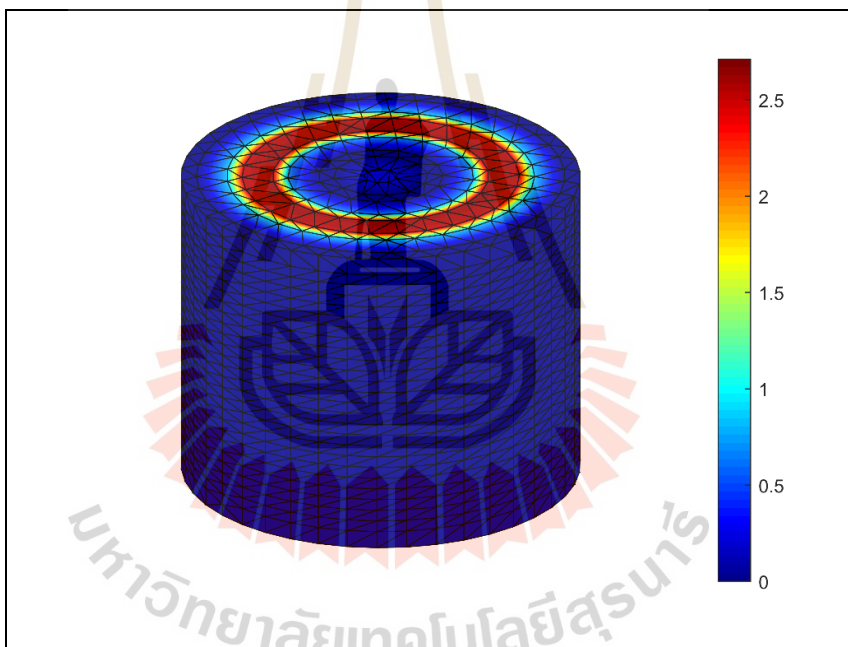
วัสดุ	ค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ (ϵ_r)
อากาศ	1
ถ่านกัมมันต์	23
แผ่นอะลูมิเนียม	10.8
โพลีโพรพิลีน	2.3
โพแทสเซียมไฮดรอกไซด์	76.02

5.2.4 ผลการจำลองแรงดันไฟฟ้า และความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้า ยิ่งยวด

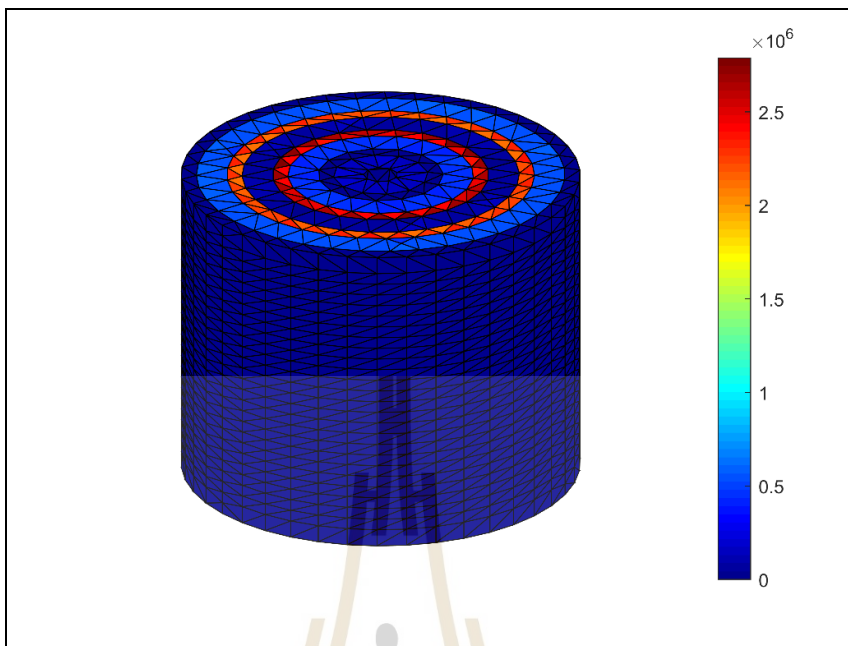
สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าแรงดันไฟฟ้า และค่าความเข้มสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยผลการจำลองจะเป็นการจำลองเมื่อตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดทำการอัดประจุเต็มแล้ว (full charged) ซึ่งจะแสดงดังนี้

- การกระจายตัวของแรงดันไฟฟ้า บริเวณส่วนด้านในของตัวเก็บประจุไฟฟ้า
ยิ่งยวด แบบ 3 มิติ แสดงได้ดังรูปที่ 5.3

- การกระจายตัวของความเข้มสนามไฟฟ้า บริเวณส่วนด้านในของตัวเก็บประจุ
ไฟฟ้ายิ่งยวดแบบ 3 มิติ แสดงได้ดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.3 การกระจายตัวของแรงดันไฟฟ้า (V) บริเวณส่วนด้านในของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด
แบบ 3 มิติ



รูปที่ 5.4 การกระจายตัวของความเข้มสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณส่วนด้านในของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยาวแบบ 3 มิติ

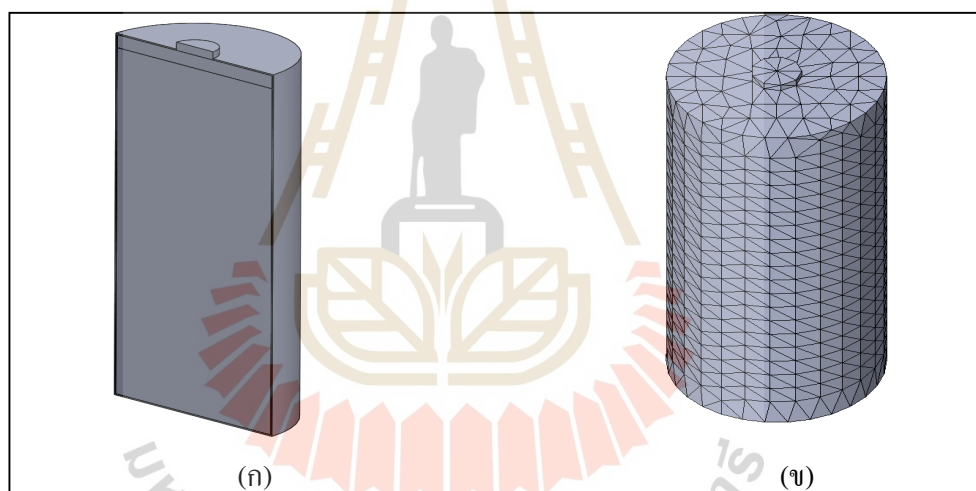
จากผลการจำลองเชิงกราฟิกของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยาว เมื่อพิจารณาการกระจายตัวของแรงดันไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยาว ที่แสดงด้วยรูปที่ 5.3 จะเห็นได้ว่าค่าแรงดันไฟฟ้าจะมีค่าสูงที่ตำแหน่งบริเวณตัวเก็บกระแสหรือบริเวณแผ่นอะลูมิเนียมที่เป็นขั้วบวก โดยจะแพร่กระจายผ่านอิเล็กโทรไลต์ (ถ่านกัมมันต์) ผ่านตัวกั้นประจุ (โพลีโพรพิลีน) ที่ตำแหน่งตรงกลางระหว่างขั้วไฟฟ้าทั้งสอง ซึ่งจะเป็นการลดลงของค่าแรงดันไฟฟ้า และไปถึงบริเวณตัวเก็บกระแสหรือแผ่นอะลูมิเนียมที่เป็นขั้วลบ ซึ่งมีค่าแรงดันเท่ากับ 0 V และเมื่อพิจารณาการกระจายตัวของความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่ยาว ที่แสดงในรูปที่ 5.4 เห็นได้ว่า ค่าความเข้มสนามไฟฟ้ามีค่าสูงอยู่บริเวณตัวกั้นประจุ (โพลีโพรพิลีน) เนื่องจากเป็นวัสดุไดอิเล็กทริก และอยู่ตรงกลางระหว่างขั้วไฟฟ้าทั้งสอง และยังมีบริเวณตัวเก็บกระแสทางด้านขั้วบวกที่มีค่าความเข้มสนามไฟฟ้าสูงอีกด้วย

5.3 ผลการจำลองผลอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบ 3 มิติ

การคำนวณหาค่าอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติสามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่ได้กล่าวถึงต่อไปนี้ งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ได้ดำเนินการสร้างกริดจากโปรแกรม Solidworks เพื่อนำข้อมูลของจุดต่อและอีลิเมนต์มาพัฒนาต่อ โดยการใช้โปรแกรม MATLAB™ โดยอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลแบบ 3 มิติได้ดังนี้

5.3.1 โปรแกรมการสร้างกริด

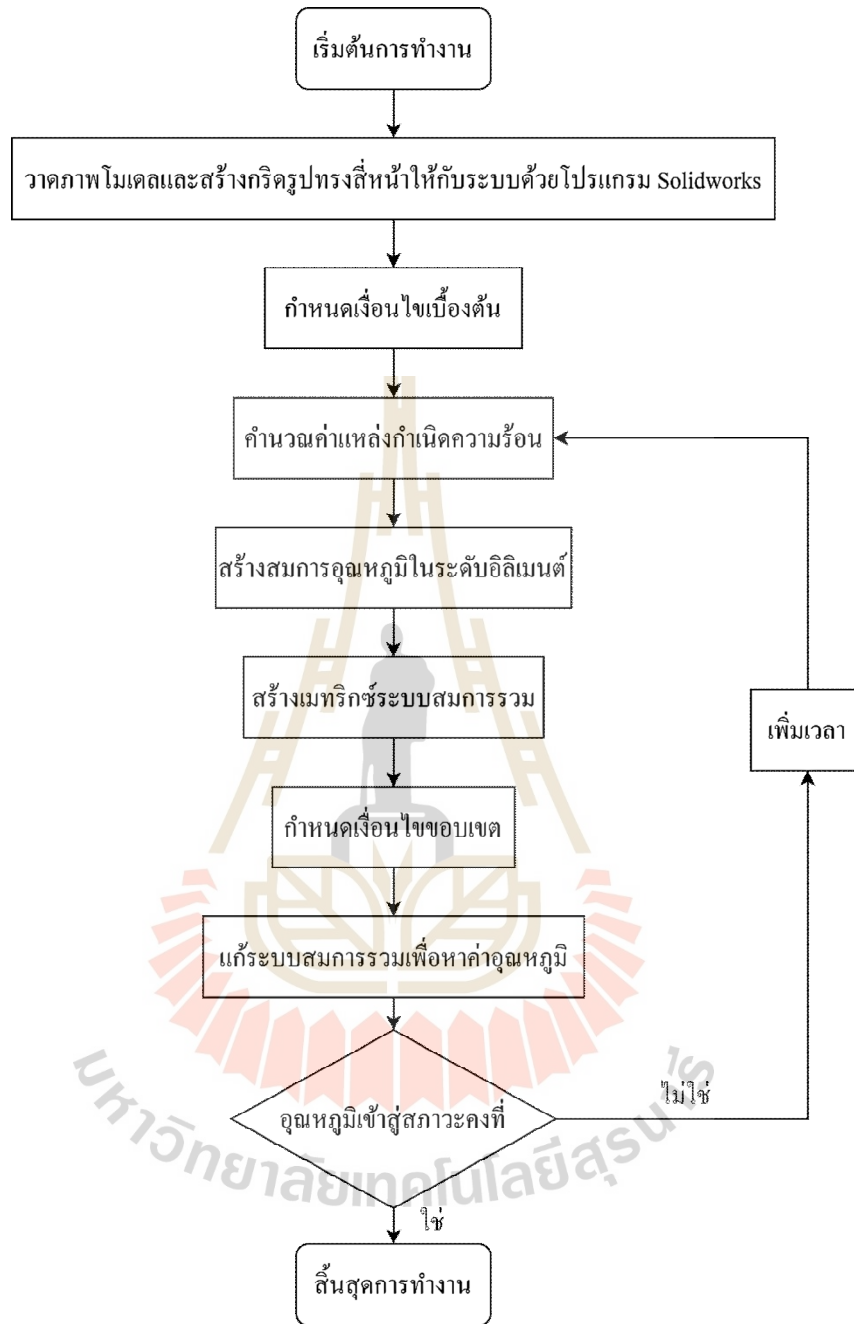
ขั้นตอนนี้ กระทำเช่นเดียวกับขั้นตอนในหัวข้อที่ 5.2.1 โดยกำหนดให้ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่ใช้ในการจำลองผลเป็นแบบ ทรงกระบอก ที่มีขนาดความจุ 3,000 F ซึ่งมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 60 mm และความสูง 138 mm ดังแสดงในรูปที่ 5.5



รูปที่ 5.5 โมเดลของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดในการจำลอง : (ก) โครงสร้างภายใน, (ข) กริด

5.3.2 โปรแกรมจำลองผลของอุณหภูมิ

ขั้นตอนนี้ เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้น เพื่อจำลองผลการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ขนาด 3,000 F เมื่อทำการอัดประจุ และคายประจุที่ค่ากระแสไฟฟ้าต่างกัน ด้วยระเบียบไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นจากหัวข้อที่ 5.3.1 ซึ่งโครงสร้างของโปรแกรมจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิแบบ 3 มิติสามารถแสดงด้วยแผนภูมิในรูปที่ 5.6



รูปที่ 5.6 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมจำลองผลการกระจายตัวของอุณหภูมิภายใน
ตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยระเบียบไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ

จากแผนภูมิในรูปที่ 5.6 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมการจำลองผลทางความร้อนในสภาวะชั่วคราว ซึ่งในแต่ละขั้นตอน มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการสร้างโมเดลและกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของจุดต่อและอิทธิพลจากโปรแกรมการสร้างกริด Solidworks ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลประกอบด้วย ลำดับของอิทธิพลชนิดของวัสดุ ลำดับของจุดต่อ และตำแหน่งของจุดต่อ

ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขเบื้องต้น : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำการกำหนดอุณหภูมิเริ่มต้นของส่วนภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด และอุณหภูมิรอบ ๆ วัสดุที่ 28°C สำหรับการคำนวณในรอบแรก ซึ่งการลู่เข้าหาค่าตอบที่ถูกต้องของการคำนวณจะขึ้นอยู่กับเวลาในการอัดประจุและคายประจุจนกระทั่งความร้อนภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดคงที่

ขั้นตอนการคำนวณค่าแหล่งกำเนิดความร้อน : ขั้นตอนนี้ โปรแกรมจะนำค่ากระแสไฟฟ้าที่ได้จากการจำลองผลของการอัดประจุ และคายประจุที่ค่ากระแสไฟฟ้าต่างกัน มาคำนวณหาค่าแหล่งกำเนิดความร้อน ซึ่งค่าแหล่งกำเนิดความร้อนนี้จะถูกนำไปใช้เป็นโหลดความร้อนสำหรับการคำนวณด้วยระเบียบไฟไนต์อิเลเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

ขั้นตอนการสร้างสมการอุณหภูมิในระดับอิเลเมนต์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้างสมการอิเลเมนต์เมทริกซ์ในรูปแบบของทรงสี่หน้าสี่จุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ ของทุก ๆ อิเลเมนต์ เนื่องจากภายในระบบนี้โมเดลของชิ้นงาน ซึ่งมีคุณสมบัติทางความร้อนที่แตกต่างกัน คือ แผ่นอะลูมิเนียม ถ่านกัมมันต์ โพลีโพรพิลีน และอากาศ ซึ่งวัสดุเหล่านี้มีค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน ค่าความร้อนจำเพาะ และค่าความหนาแน่นที่แตกต่างกัน ดังนั้นการสร้างสมการอิเลเมนต์เมทริกซ์ของแต่ละอิเลเมนต์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางความร้อนของวัสดุที่เกี่ยวข้องเหล่านี้ในแต่ละอิเลเมนต์ด้วย

ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมอิเลเมนต์เมทริกซ์ย่อย ๆ เข้าเป็นเมทริกซ์รวมของระบบ ดังแสดงในสมการที่ (4.42) ซึ่งรายละเอียดได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 3.5 ของบทที่ 3 โดยหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิเลเมนต์ย่อยจำนวน n จุดต่อ จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมของระบบ ซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยทั้งสิ้น n สมการ

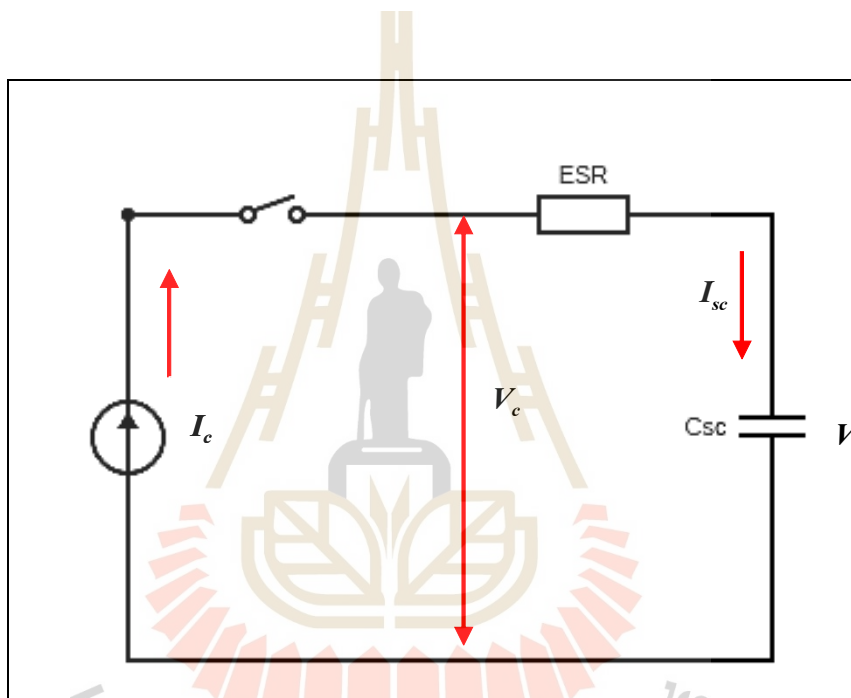
ขั้นตอนกำหนดเงื่อนไขขอบเขต : เป็นการกำหนดให้โปรแกรมทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต โดยงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ จะทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตเป็นการพาความร้อนสู่อุณหภูมิรอบ ๆ ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

ขั้นตอนแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : โปรแกรมจะทำหน้าที่แก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิของแต่ละจุดต่อ โดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์

ผกผัน เนื่องจากปัญหาทางความร้อนแปรผันตามเวลา ดังนั้น โปรแกรมจะทำการวนรอบจนกระทั่งสิ้นสุดรอบเวลาที่กำหนด

5.3.3 กระแสในการอัดประจุและคายประจุที่ใช้ในการจำลองผล

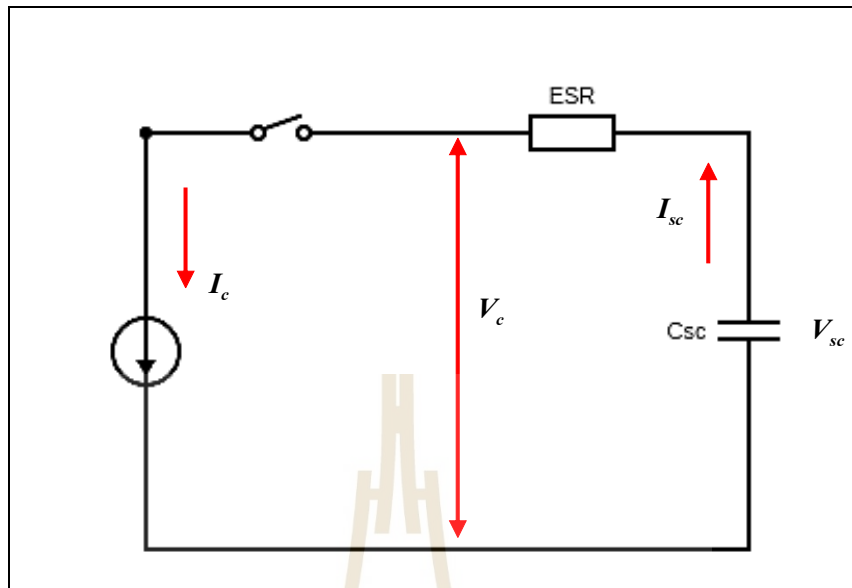
ขั้นตอนนี้ เป็นการหาค่ากระแสที่ใช้ในการอัดประจุ และคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเพื่อนำไปคำนวณหาค่าแหล่งกำเนิดความร้อน โดยทำการศึกษาจากแบบจำลองที่ Sheryl Dinglasan Fenol และคณะ (2017) ได้ทำการศึกษาและนำเสนอการจำลองผลการอัดประจุและคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้



รูปที่ 5.7 วงจรการอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

จากรูปที่ 5.7 แสดงวงจรการอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ดังนั้นจะสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างกระแสที่ใช้ในการอัดประจุ และแรงดันของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดได้ดังสมการที่ (5.1)

$$V_c = I_c R_{ESR} + V_0 + \frac{I_c}{C_{sc}} t \quad (5.1)$$



รูปที่ 5.8 วงจรการคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

และจากรูปที่ 5.8 แสดงวงจรการคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ดังนั้นจะสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างกระแสที่ใช้ในการคายประจุ และแรงดันของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดได้ ดังสมการที่ (5.2)

$$V_c = V_{\max} - 2I_c R_{ESR} - \frac{I_c}{C_{sc}} t \quad (5.2)$$

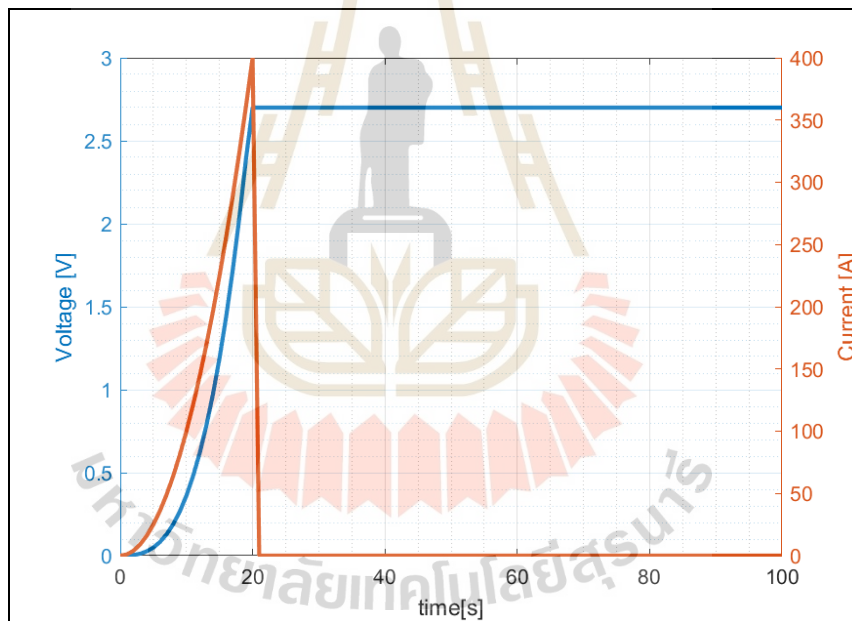
- เมื่อ
- V_c คือ แรงดันไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด (V)
 - V_{\max} คือ แรงดันไฟฟ้าที่ชั่วพิคคของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด (V)
 - I_c คือ กระแสที่ใช้ในการอัดประจุ/คายประจุ (A)
 - R_{ESR} คือ ค่าความต้านทานภายในของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด (Ω)
 - C_{sc} คือ ค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า (F)
 - t คือ เวลาในการอัดประจุ/คายประจุ (second)

จากสมการเป็นการจำลองผลที่ไม่ได้พิจารณาการเกิดกระแสรั่วไหล (leakage current) ดังนั้น ลักษณะกระแสที่ใช้ในการอัดประจุและคายประจุ จะเลือกพิจารณาทั้งหมด 3 กรณี คือ ค่ากระแสที่เป็นฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential function current), ค่ากระแสที่เป็นฟังก์ชันลาดเอียง (Ramp function current) และ ค่ากระแสคงที่ (Constant current) ดังแสดงด้วยรูปต่อไปนี้

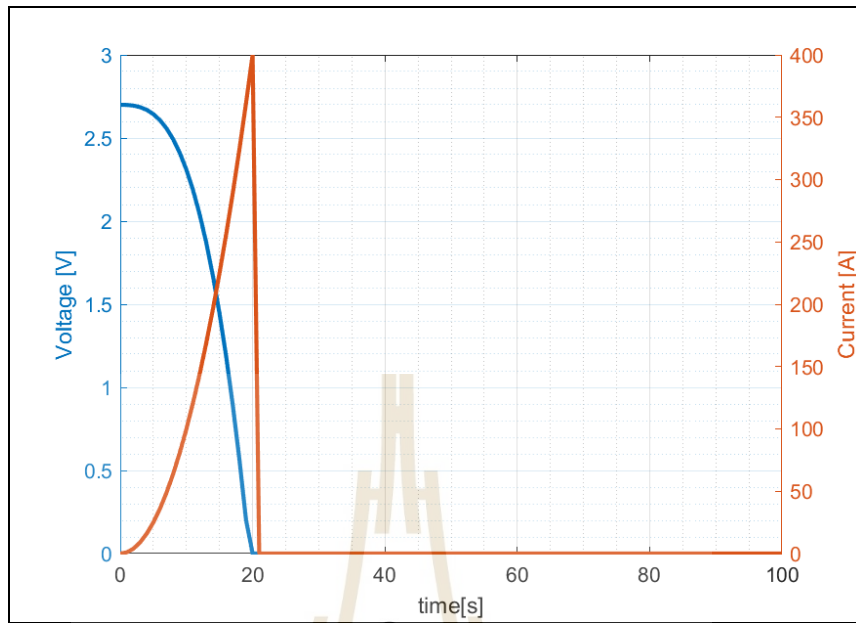
-การอัดประจุและการคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล แสดงด้วยรูปที่ 5.9 และรูปที่ 5.10 ตามลำดับ

-การอัดประจุและการคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียง แสดงด้วยรูปที่ 5.11 และรูปที่ 5.12 ตามลำดับ

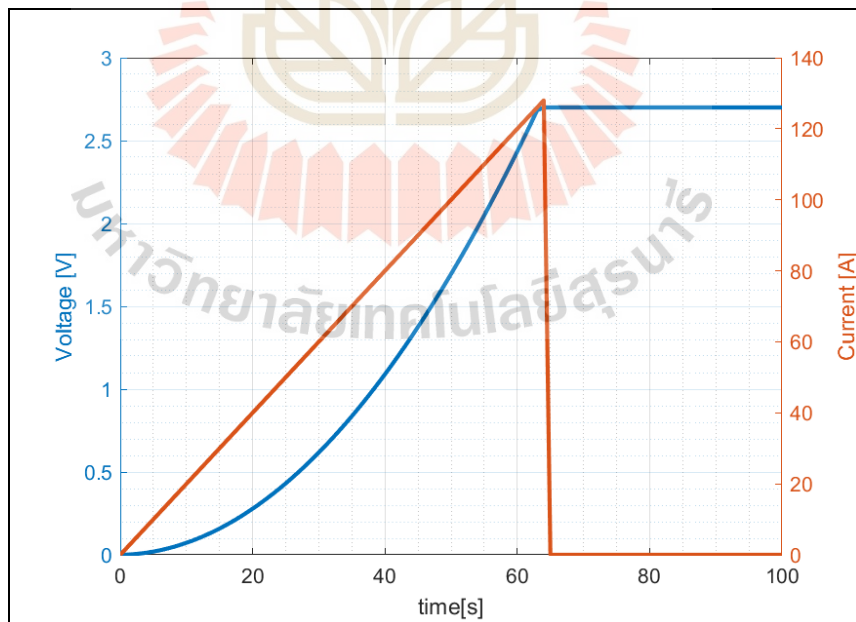
-การอัดประจุและการคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบคงที่ แสดงด้วยรูปที่ 5.13 และรูปที่ 5.14 ตามลำดับ



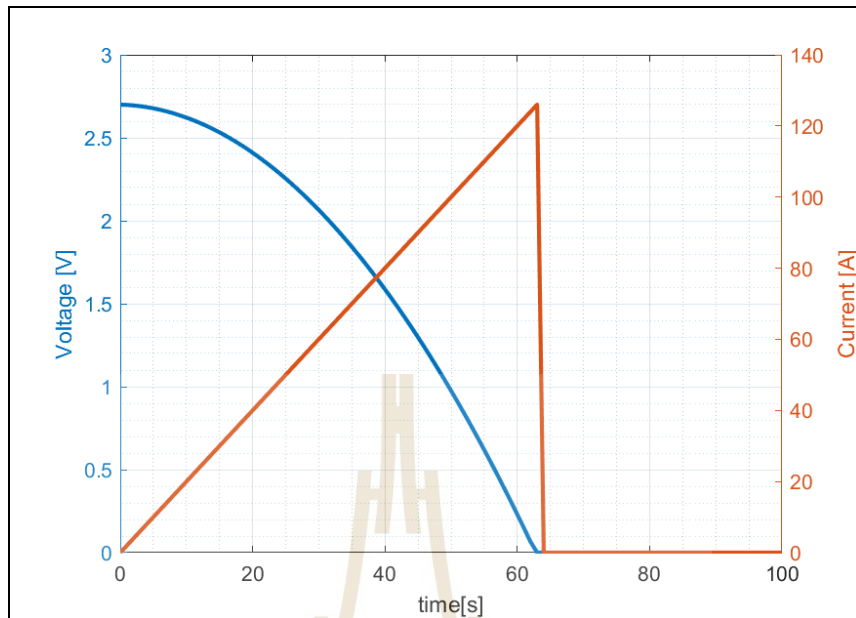
รูปที่ 5.9 การอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล



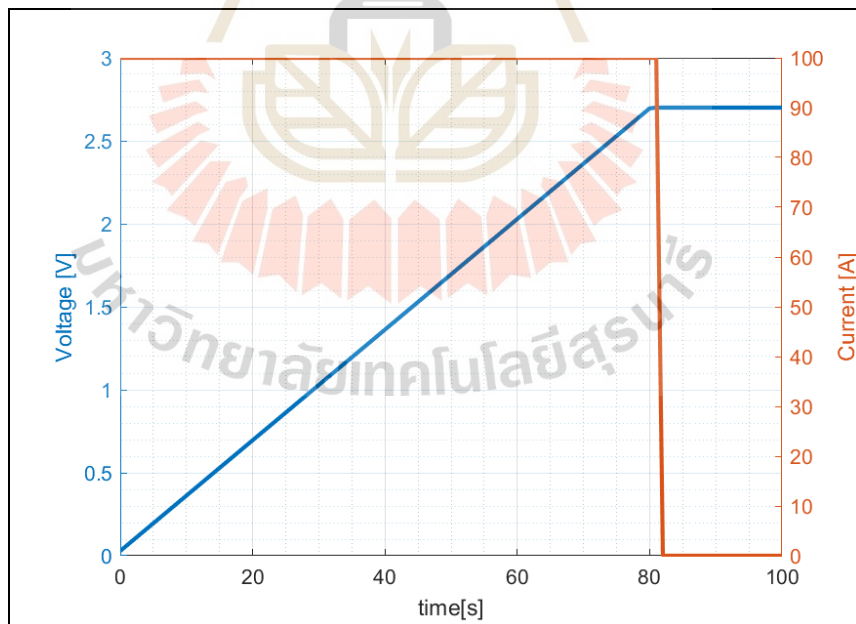
รูปที่ 5.10 การคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชัน เอ็กซ์โพเนนเชียล



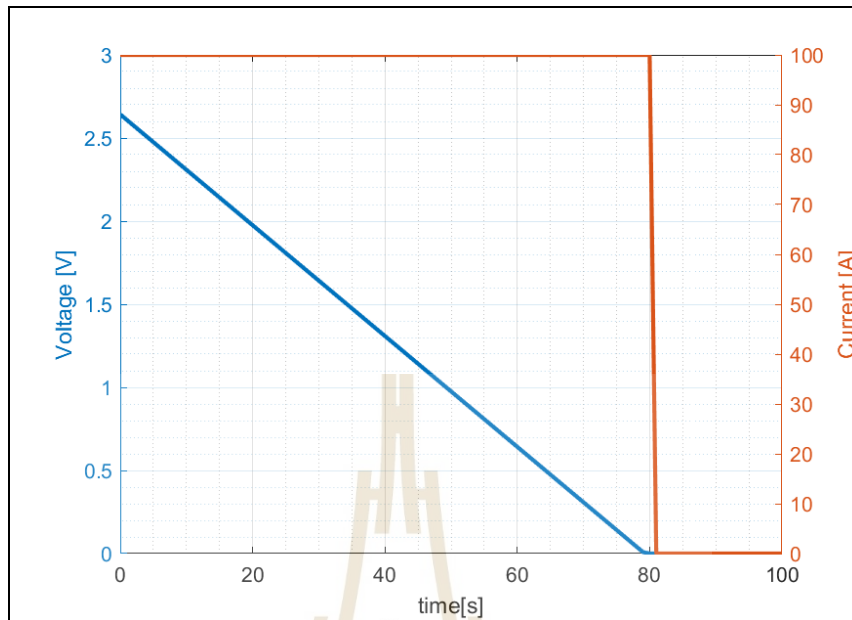
รูปที่ 5.11 การอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียง



รูปที่ 5.12 การคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียง



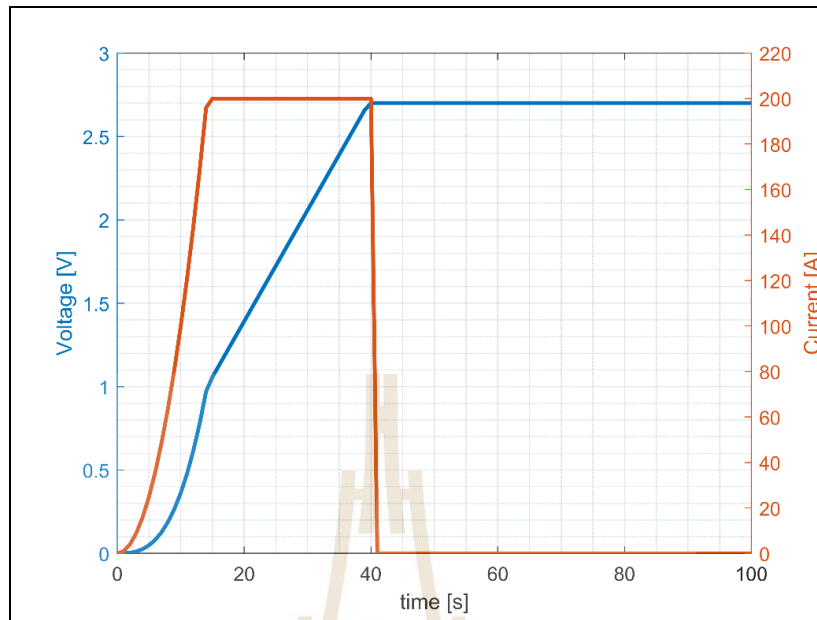
รูปที่ 5.13 การอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบคงที่



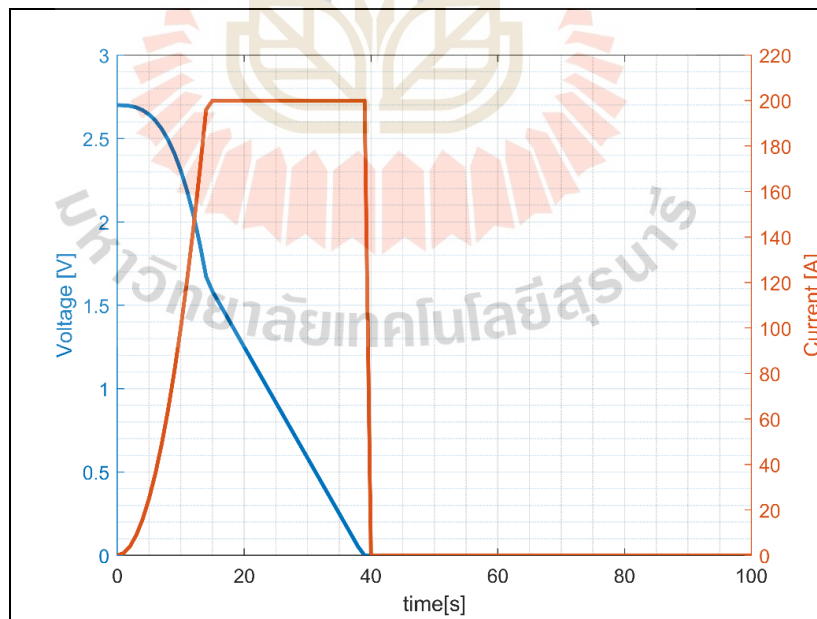
รูปที่ 5.14 การคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบคงที่

จากการจำลองผลของการอัดประจุและคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดขนาด 3,000 F ที่ค่ากระแสไฟฟ้ารูปแบบต่าง ๆ เมื่อกำหนดให้การอัดประจุและคายประจุเป็นค่ากระแสลักษณะเดียวกัน สามารถสรุประยะเวลาในการทำงาน นั่นคือการอัดประจุและคายประจุใน 1 รอบการทำงานคือ ที่การอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียลใช้เวลาเท่ากับ 42 วินาที การอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันลาดเอียงใช้เวลาเท่ากับ 124 วินาที และ การอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสไฟฟ้าแบบคงที่ใช้เวลาเท่ากับ 162 วินาที เห็นได้ว่า ลักษณะกระแสที่ใช้ในการอัดประจุและคายประจุ มีผลการระยะเวลาการทำงานของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

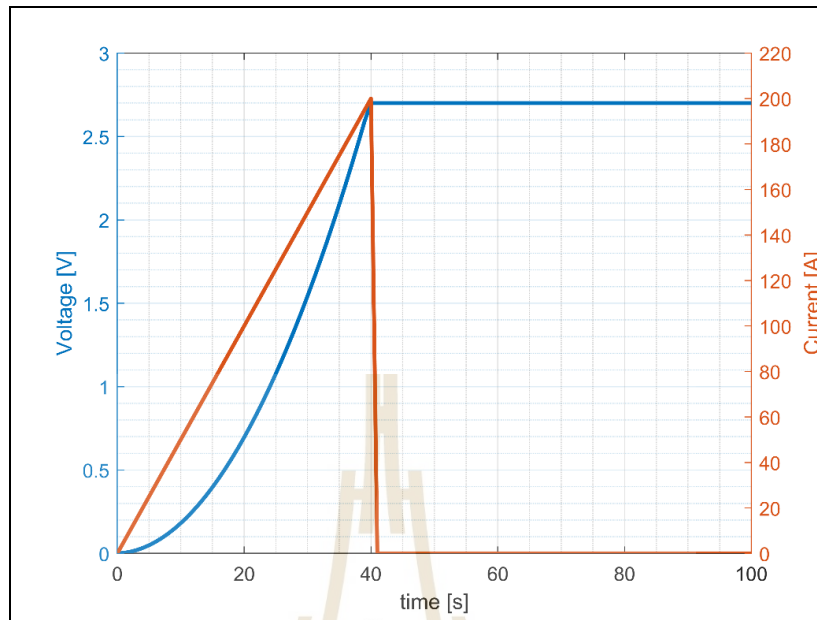
เมื่อพิจารณาที่ลักษณะกระแสในการอัดประจุและคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด จะสามารถแบ่งลักษณะการใช้งานออกได้สองลักษณะด้วยกัน คือ การใช้งานแบ่งเร่งด่วน หรือการอัดประจุแบบรวดเร็ว (Fast Charging) และการใช้งานแบบปกติ หรือการอัดประจุแบบธรรมดา (Normal Charging) เมื่อทำการกำหนดค่ากระแสสูงสุด (Peak Current) ให้มีขนาดที่เท่ากันที่ 200 A สำหรับการใช้งานแบบเร่งด่วน จะมีผลการจำลองลักษณะกระแสดังรูปที่ 5.15-5.18 ตามลำดับ



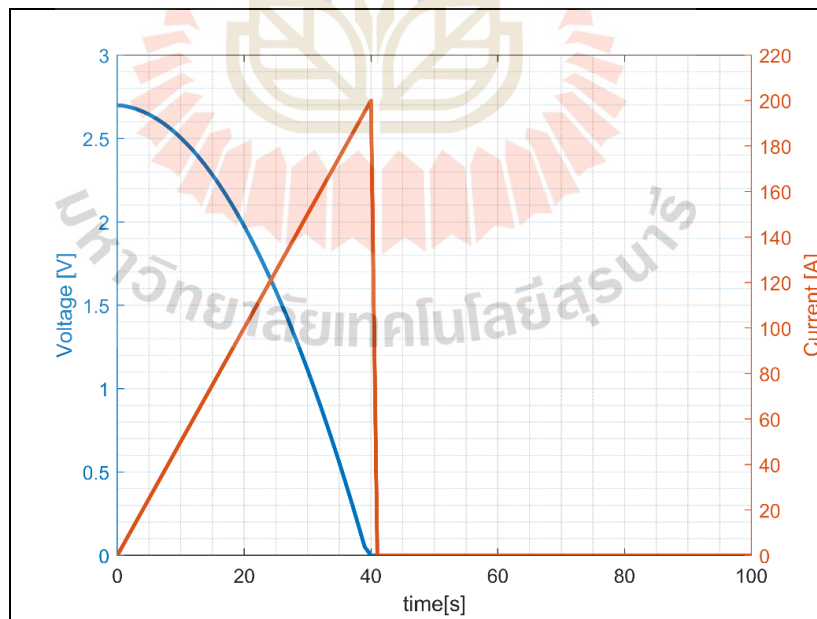
รูปที่ 5.15 การอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชัน
เอ็กซ์โพเนนเชียล เมื่อกำหนดค่ากระแสสูงสุดเท่ากับ 200 A



รูปที่ 5.16 การคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชัน
เอ็กซ์โพเนนเชียล เมื่อกำหนดค่ากระแสสูงสุดเท่ากับ 200 A



รูปที่ 5.17 การอัดประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียง
เมื่อกำหนดค่ากระแสสูงสุดเท่ากับ 200 A



รูปที่ 5.18 การคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ด้วยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียง
เมื่อกำหนดค่ากระแสสูงสุดเท่ากับ 200 A

5.3.4 พารามิเตอร์ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดที่ใช้จำลองผลทางความร้อน

การจำลองผลของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ค่าพารามิเตอร์ของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่ใช้จำลองผลจะแสดงได้ดังตารางที่ 5.2

ตารางที่ 5.2 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผลทางความร้อนของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

วัสดุ	ความหนาแน่น (kg/m^3)	ความจุความร้อน จำเพาะ ($\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$)	สัมประสิทธิ์การนำ ความร้อน ($\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$)
ถ่านกัมมันต์	700	700	5
แผ่นอะลูมิเนียม	2700	900	238
โพลีโพรพิลีน	1008.98	1978.16	0.3344
พินอลิกพลาสติก	1700	1700	0.5

5.3.5 ผลการจำลองอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด

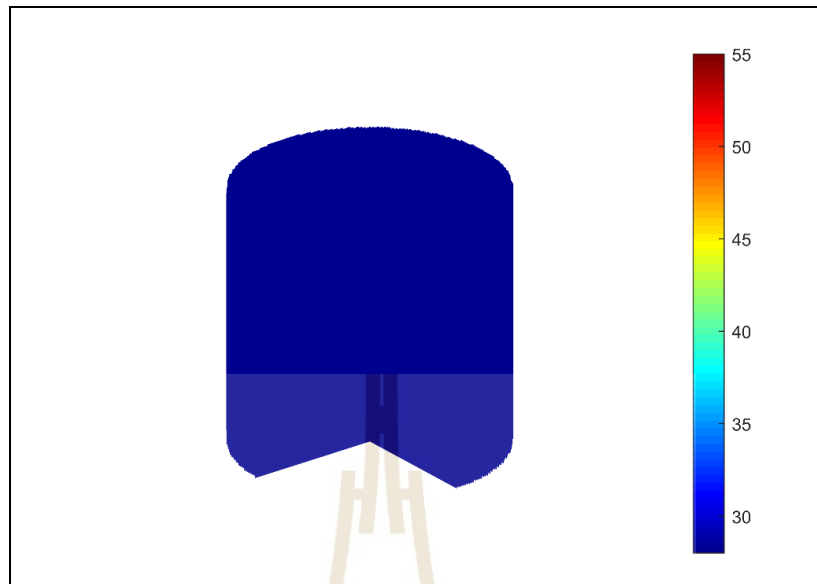
สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยผลการจำลองจะเป็นการจำลองเมื่อตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดทำการอัดประจุและคายประจุที่ค่ากระแสต่างกัน และกำหนดให้ 1 รอบการทำงาน (Cycle) คือการที่อัดประจุจนเต็มและคายประจุจนหมด ซึ่งจะแสดงดังนี้

-ผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ณ เวลาเริ่มต้น ($t=0$) แสดงดังรูปที่ 5.19

-ผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ณ สภาวะคงที่ ของค่ากระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล แสดงดังรูปที่ 5.20

-ผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ณ สภาวะคงที่ ของค่ากระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันลาดเอียง แสดงดังรูปที่ 5.21

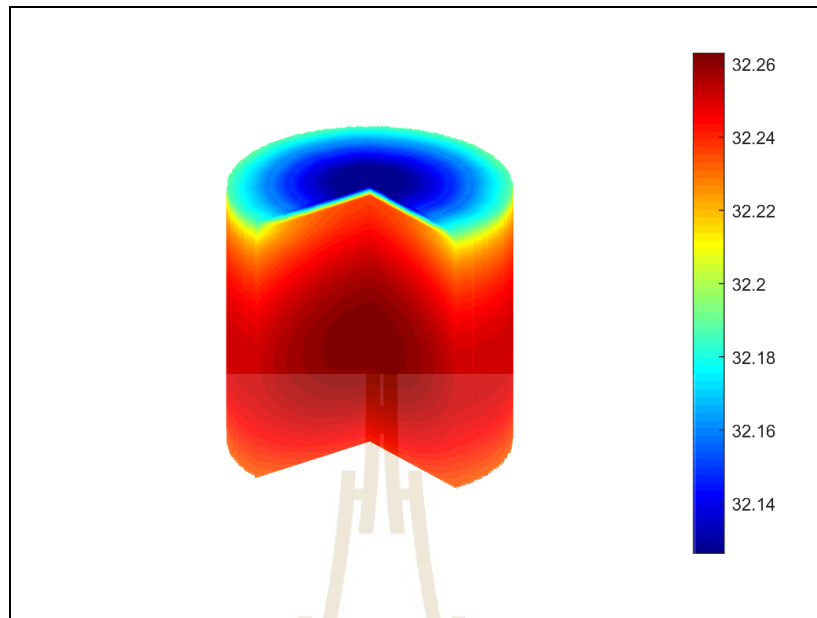
-ผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ณ สภาวะคงที่ ของค่ากระแสไฟฟ้าแบบคงที่ แสดงดังรูปที่ 5.22



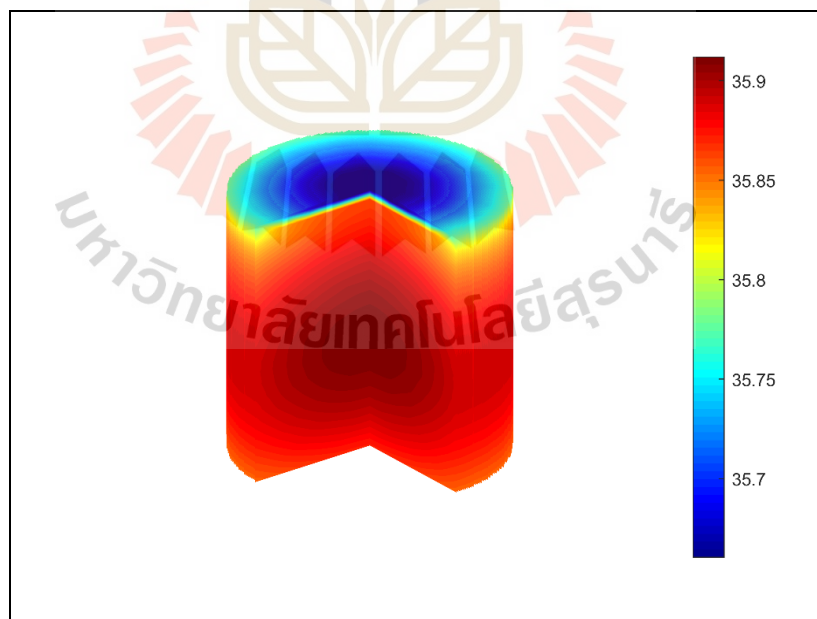
รูปที่ 5.19 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ณ เวลาเริ่มต้น ($t=0$)



รูปที่ 5.20 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ณ สภาวะคงที่ของการอัดประจุและคายประจุด้วยค่ากระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล

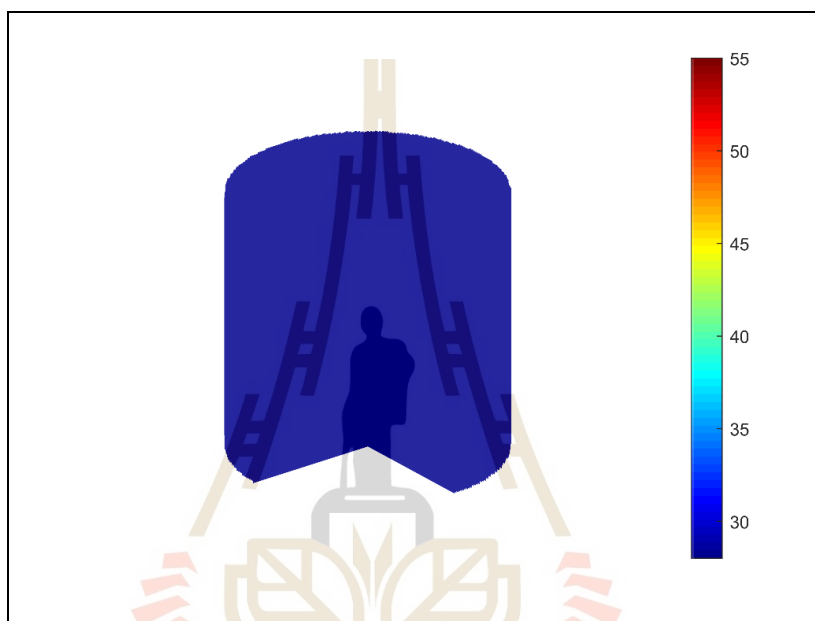


รูปที่ 5.21 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ณ สภาวะคงที่ของการอัดประจุและคายประจุด้วยค่ากระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันลาดเอียง

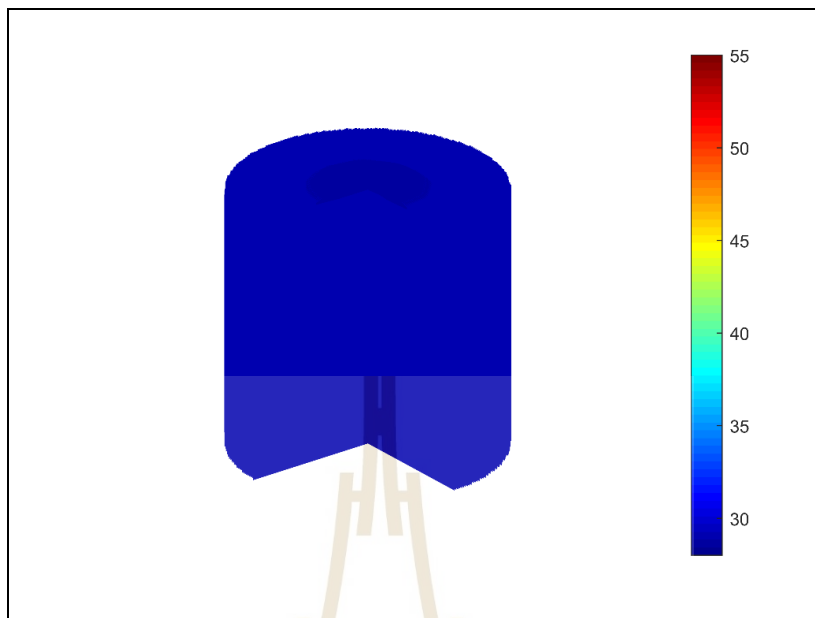


รูปที่ 5.22 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ณ สภาวะคงที่ของการอัดประจุและคายประจุด้วยค่ากระแสไฟฟ้าแบบคงที่

ผลการจำลองอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อพิจารณาการอัดประจุและคายประจุที่ค่ากระแสไฟฟ้าทั้งสามแบบ ที่รอบการทำงานต่าง ๆ โดยจะขอนำเสนอผลการในรอบการทำงานที่ 1, 5, 10, 50, 100, 200, 300 และที่สภาวะคงที่ของแต่ละแบบ เพื่อให้เห็นถึงแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด และเพื่อให้เห็นถึงความแตกต่างกันของอุณหภูมิที่ใช้งานต่างกันทั้งสามแบบ ซึ่งแสดงได้ดังรูปต่อไปนี้



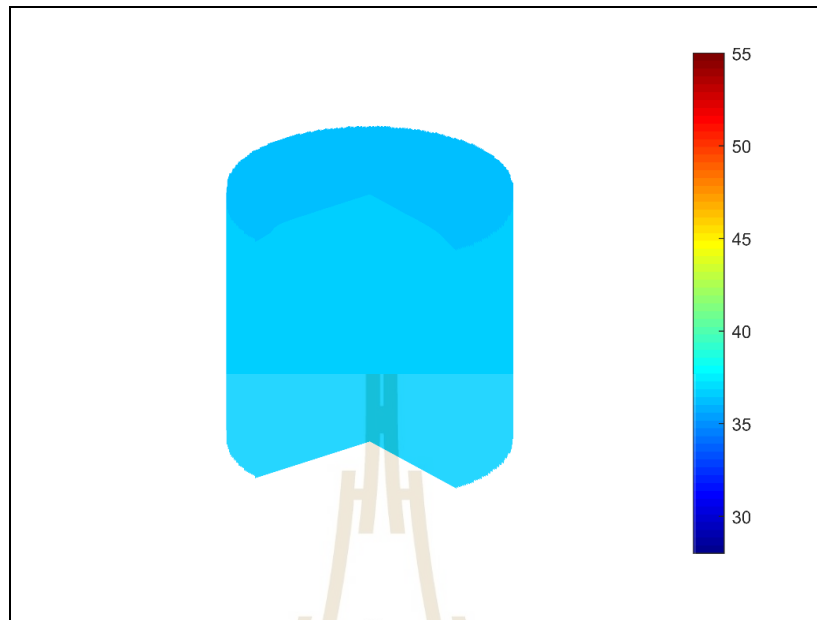
รูปที่ 5.23 อุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 1



รูปที่ 5.24 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 5



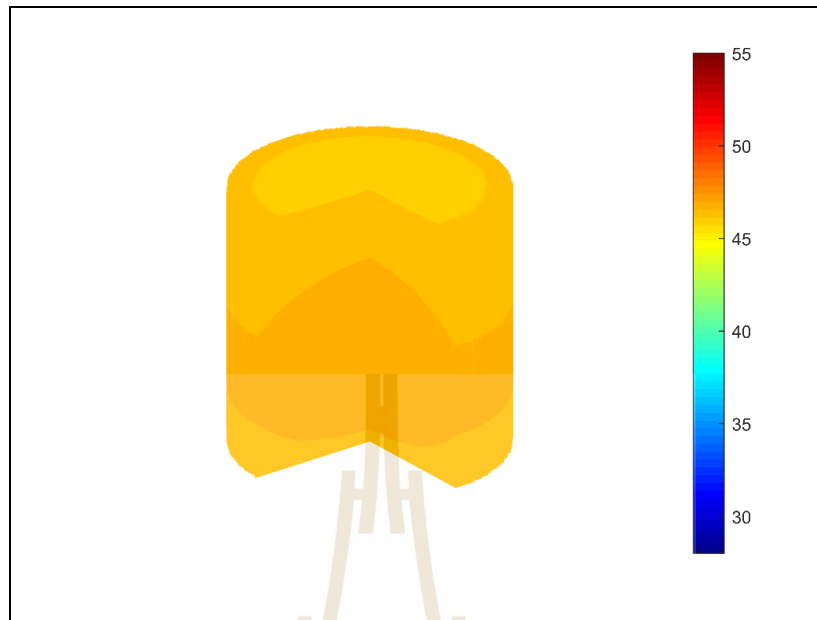
รูปที่ 5.25 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 10



รูปที่ 5.26 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 50



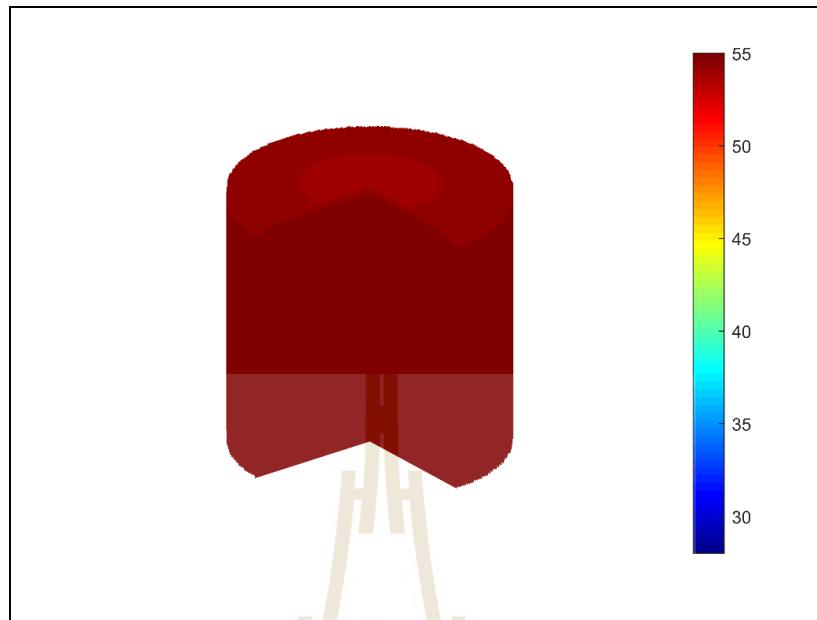
รูปที่ 5.27 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 100



รูปที่ 5.28 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 200



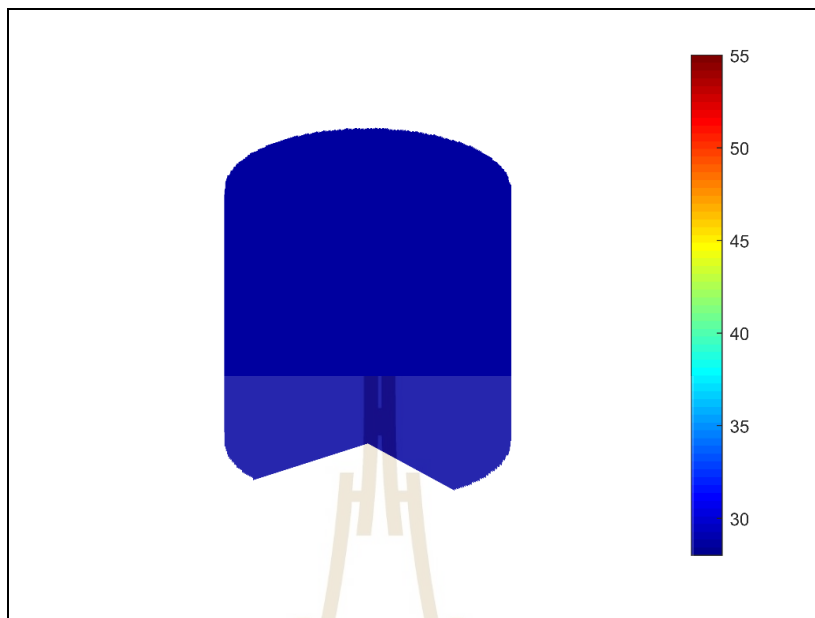
รูปที่ 5.29 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่รอบการทำงานที่ 300



รูปที่ 5.30 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่สภาวะคงที่



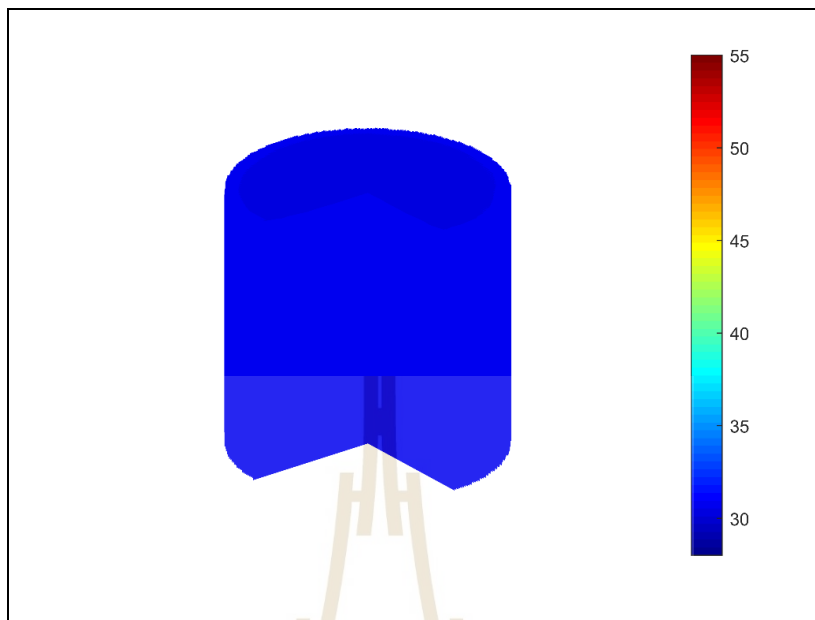
รูปที่ 5.31 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์ลาดเอียง รอบการทำงานที่ 1



รูปที่ 5.32 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย
กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์ลาดเอียง รอบการทำงานที่ 5



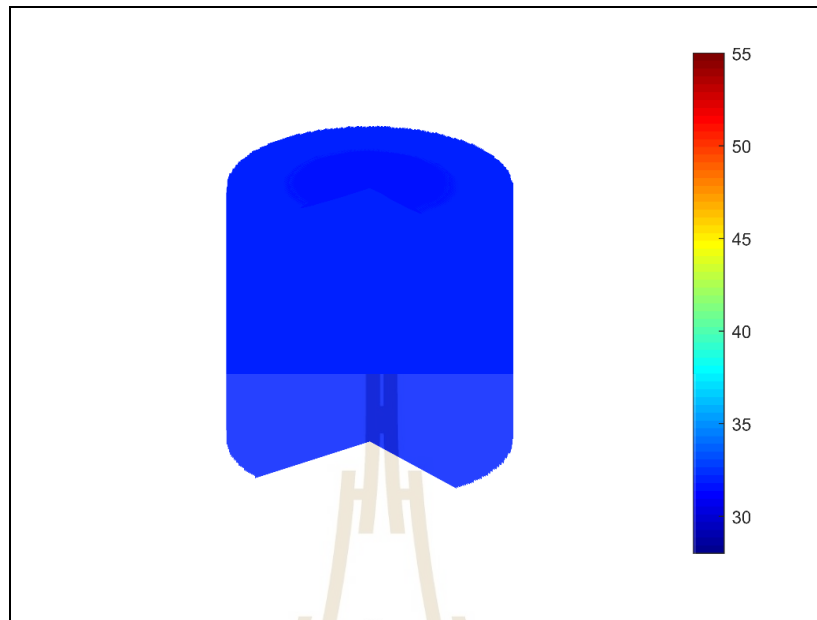
รูปที่ 5.33 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย
กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์ลาดเอียง รอบการทำงานที่ 10



รูปที่ 5.34 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย
กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์ลาดเอียง รอบการทำงานที่ 50



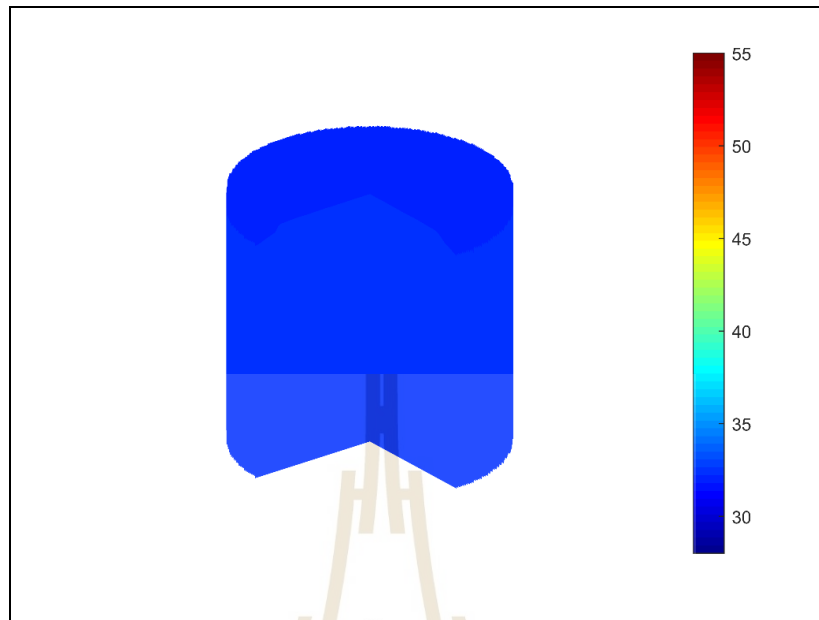
รูปที่ 5.35 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย
กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์ลาดเอียง รอบการทำงานที่ 100



รูปที่ 5.36 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย
กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์ลาดเอียง รอบการทำงานที่ 200



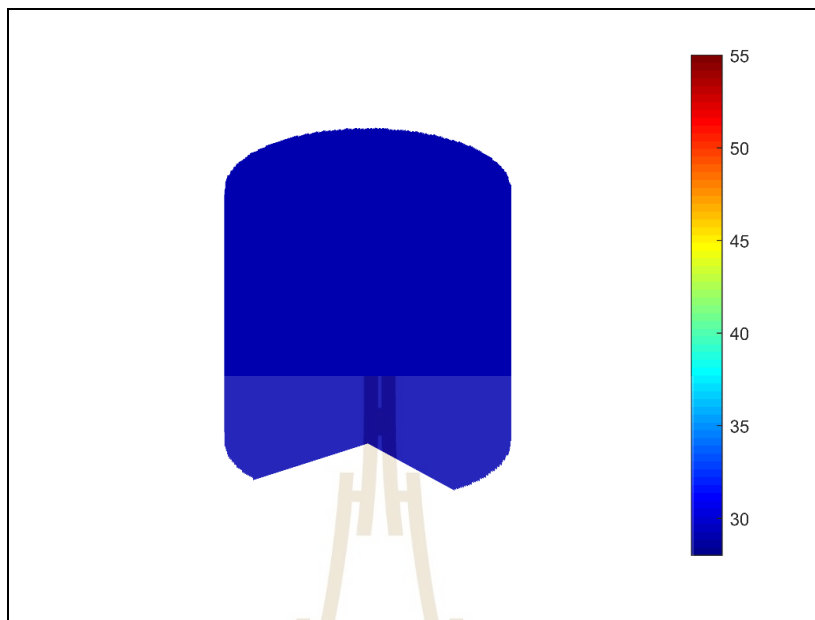
รูปที่ 5.37 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย
กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์ลาดเอียง รอบการทำงานที่ 300



รูปที่ 5.38 อุณหภูมิ(°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วย
กระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์ลาดเอียง ที่สภาวะคงที่



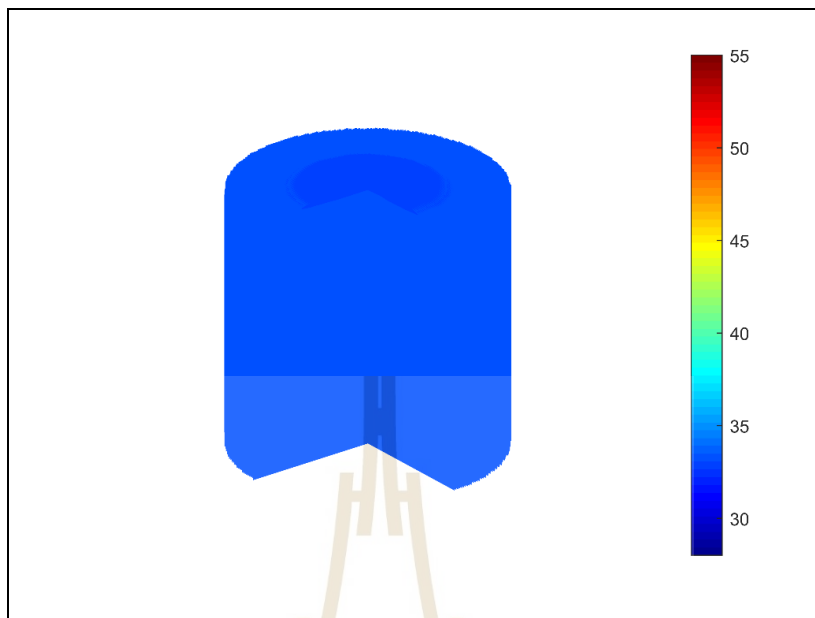
รูปที่ 5.39 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุ
ด้วยกระแสแบบคงที่ ที่รอบการทำงานที่ 1



รูปที่ 5.40 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุ ด้วยกระแสแบบคงที่ ที่รอบการทำงานที่ 5



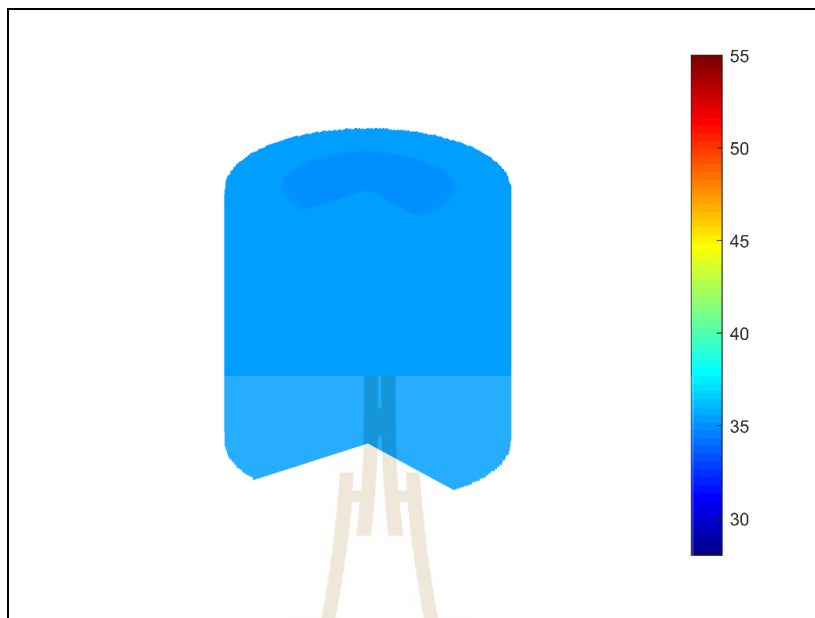
รูปที่ 5.41 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุ ด้วยกระแสแบบคงที่ ที่รอบการทำงานที่ 10



รูปที่ 5.42 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุ ด้วยกระแสแบบคงที่ ที่รอบการทำงานที่ 50



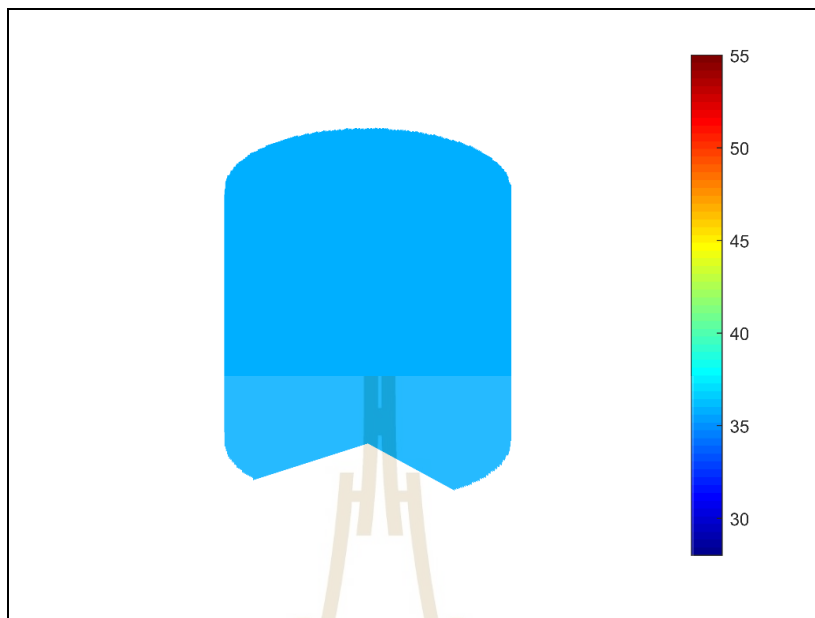
รูปที่ 5.43 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุ ด้วยกระแสแบบคงที่ ที่รอบการทำงานที่ 100



รูปที่ 5.44 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุ ด้วยกระแสแบบคงที่ ที่รอบการทำงานที่ 200

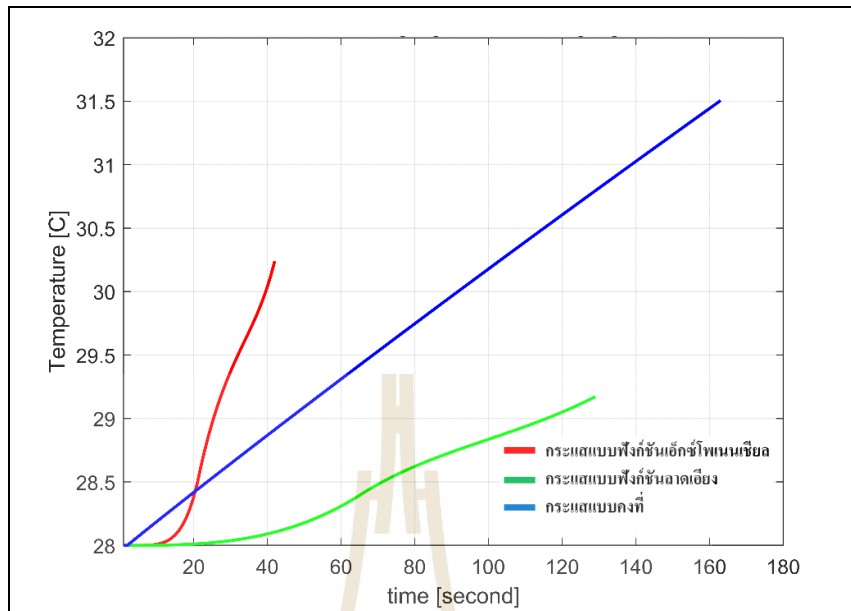


รูปที่ 5.45 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุ ด้วยกระแสแบบคงที่ ที่รอบการทำงานที่ 300

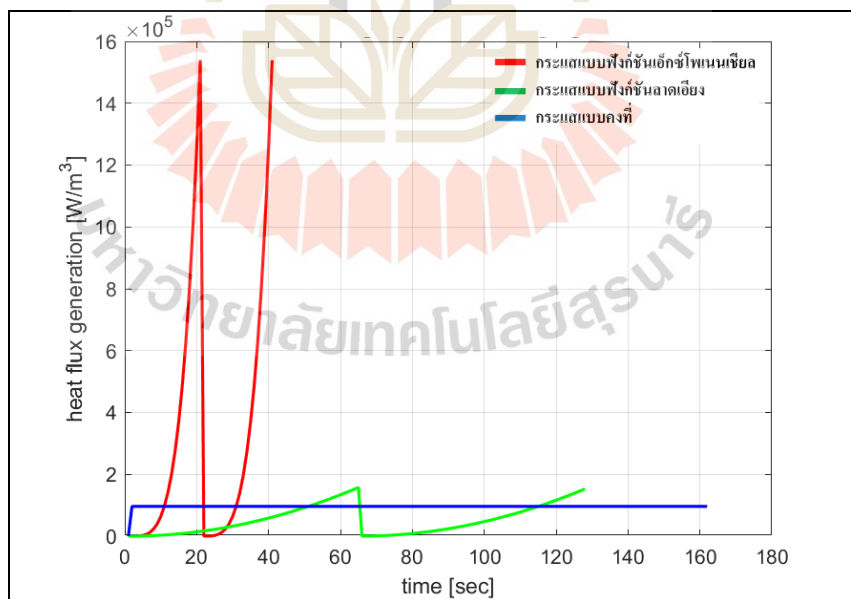


รูปที่ 5.46 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุ ด้วยกระแสแบบคงที่ ที่สภาวะคงที่

เมื่อพิจารณาการทำงานใน 1 รอบการทำงาน อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดที่เพิ่มขึ้น ดังแสดงในกราฟรูปที่ 5.47



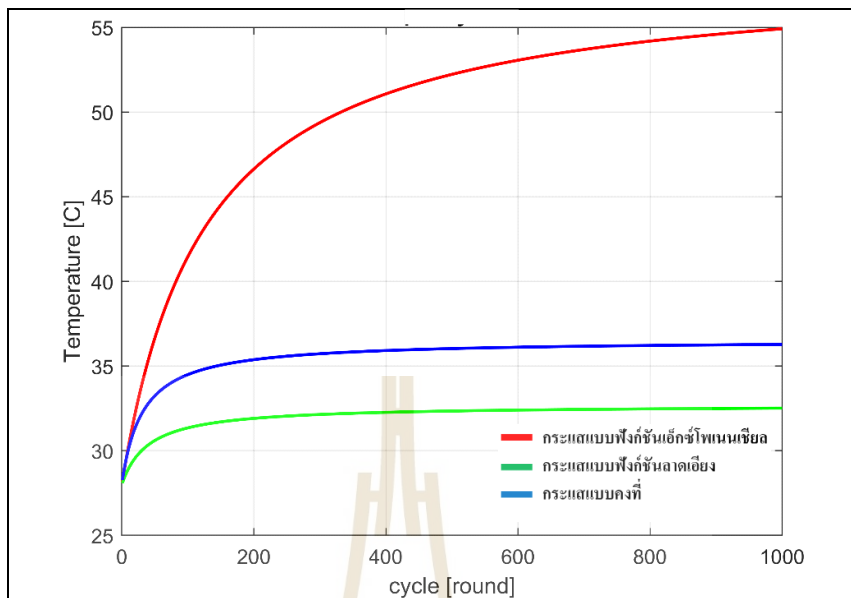
รูปที่ 5.47 อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อทำการอัดประจุและคายประจุใน 1 รอบการทำงาน



รูปที่ 5.48 ค่าแหล่งกำเนิดความร้อนของการอัดประจุและคายประจุไฟฟ้าใน 1 รอบการทำงาน

จากผลการจำลองเชิงกราฟิกของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อพิจารณาการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่แสดงด้วยรูปที่ 5.19– 5.22 จะเห็นได้ว่าลักษณะการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เป็นในลักษณะคือ มีค่าอุณหภูมิสูงสุดที่อยู่บริเวณตรงกลางของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด และจะกระจายอุณหภูมิจนไปยังบริเวณอื่นรอบ ๆ ทำให้ค่าอุณหภูมิต่ำ ๆ ลดลง และเมื่อมีการใช้งานอย่างต่อเนื่อง ค่าอุณหภูมิภายในของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดมีการเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ และเข้าสู่สภาวะคงตัว ดังแสดงในรูปที่ 5.23 - 5.46

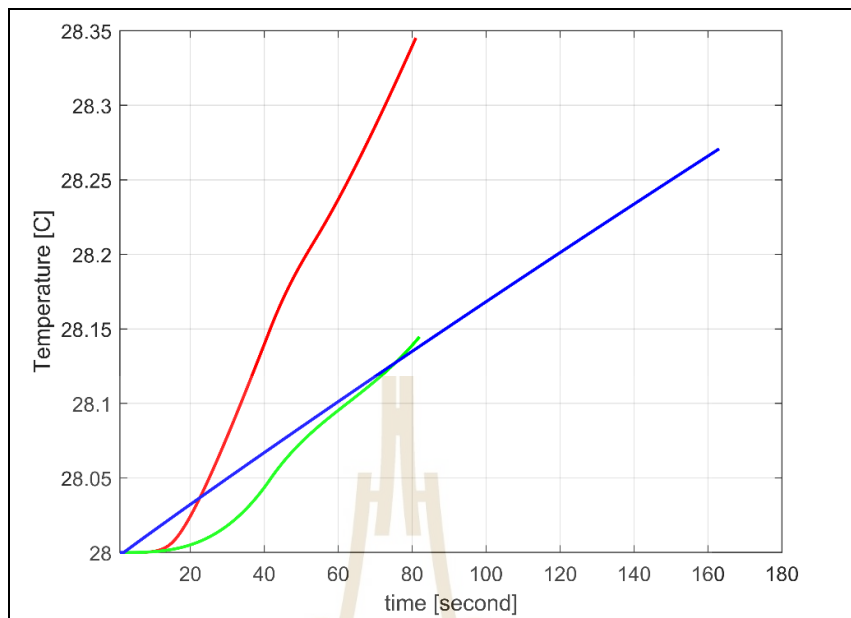
เมื่อพิจารณาการใช้งานใน 1 รอบการทำงาน จากรูปที่ 5.47 ที่แสดงอุณหภูมิสูงสุดต่อระยะเวลาการใช้งาน เห็นได้ว่า อัตราการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดจะมีอัตราการเพิ่มขึ้นที่ต่างกัน โดยที่ การอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียลมีอัตราการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิสูงสุด ส่วนการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันลาดเอียงมีอัตราการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิต่ำที่สุด แต่เมื่อพิจารณาถึงอุณหภูมิสูงสุดเมื่อใช้งานไป 1 รอบการทำงาน การอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสไฟฟ้าแบบคงที่มีค่าอุณหภูมิสูงสุด เนื่องจากใช้ค่ากระแสไฟฟ้าในการอัดประจุ/คายประจุที่ค่าสูง และใช้เวลาในการอัดประจุ/คายประจุมากกว่าแบบอื่น ดังนั้นค่ากระแสที่ใช้ และระยะเวลาที่มีผลต่อค่าแหล่งกำเนิดความร้อน ซึ่งสังเกตได้จากกราฟแสดงค่าแหล่งกำเนิดความร้อนใน 1 รอบการทำงาน ดังแสดงในรูปที่ 5.48 ส่วนเมื่อพิจารณาการใช้งานต่อเนื่อง ดังแสดงในรูปที่ 5.49 อัตราการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิมักมีการเปลี่ยนแปลง โดยที่การอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล มีอุณหภูมิที่สูงสุด รองลงมาคือ การอัดประจุและคายประจุที่ค่ากระแสแบบคงที่ และการอัดประจุและคายประจุที่ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียงมีอุณหภูมิต่ำที่สุด เนื่องจากค่าอุณหภูมิจะขึ้นกับค่าแหล่งกำเนิดความร้อน ซึ่งค่าแหล่งกำเนิดความร้อนขึ้นกับค่ากระแสในการอัดประจุ/คายประจุ และระยะเวลา ดังนั้น เมื่อพิจารณาจากกราฟรูปที่ 5.48 ที่แสดงการเปรียบเทียบค่าแหล่งกำเนิดความร้อน เมื่อใช้งานต่อเนื่องไปเรื่อย ๆ ค่าแหล่งกำเนิดความร้อนของการอัดประจุและคายประจุที่ค่ากระแสแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบกระแสคงที่จะมีค่ามากกว่า การอัดประจุและคายประจุที่ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียง ดังนั้น การอัดประจุและคายประจุที่ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียงจึงทำให้อุณหภูมิการทำงานของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดมีค่าต่ำที่สุด ซึ่งจากรูปที่ 5.49 จะได้อุณหภูมิสูงสุดของการทำงานคือ ที่การอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียลอยู่ที่ 54.91 °C ส่วนการอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสไฟฟ้าแบบคงที่ มีอุณหภูมิสูงสุดคือ 35.91 °C และ การอัดประจุและคายประจุด้วยกระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันลาดเอียงมีอุณหภูมิสูงสุดคือ 32.26 °C



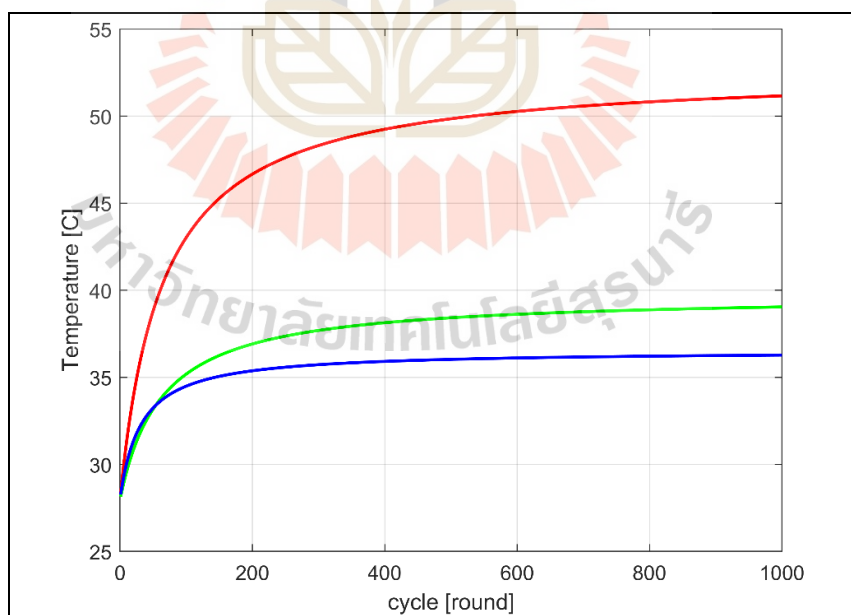
รูปที่ 5.49 อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเมื่อทำการอัดประจุและคายประจุแบบต่อเนื่อง

เมื่อพิจารณาการใช้งานแบบเร่งด่วน และการใช้งานแบบปกติ ผลการจำลองแสดงด้วยรูปที่ 5.50 ที่แสดงการใช้งานตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดใน 1 รอบการทำงาน และรูปที่ 5.51 แสดงการใช้งานตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบต่อเนื่อง โดยกราฟในแต่ละรูปจะแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดสูงสุดของแต่ละรอบการใช้งาน ซึ่ง จากการจำลองผลการใช้งาน 1 รอบการทำงาน แสดงให้เห็นว่า การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเมื่อใช้งาน โดยการใช้กระแสมเบบฟังกัซันเอ็กซ์โพเนนเซียล จะมีค่าสูงที่สุด ถัดมาคือ การใช้งานโดยการใช้กระแสมเบบคงทึ และ การใช้งาน โดยการใช้กระแสมเบบฟังกัซันลาดเอ็ยงทำให้อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดต่ำที่สุด

และเมื่อพิจารณาการใช้งานแบบต่อเนื่อง การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดตามรูปที่ 5.51 ทำให้การใช้งาน โดยการใช้กระแสมเบบฟังกัซันเอ็กซ์โพเนนเซียล มีค่าอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดสูงที่สุด อยู่ที่ 51.16°C รองลงมาคือ การใช้งานโดยการใช้กระแสมเบบฟังกัซันลาดเอ็ยง มีค่าอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเท่ากับ 39.04°C และต่ำสุดคือการใช้งาน โดยการใช้กระแสมเบบคงทึ มีค่าอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเท่ากับ 36.27°C คำลาคับ เห็นได้ว่า การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดจะขึ้นกับค่ากระแสสูงสุด และระยะเวลาในการใช้งาน



รูปที่ 5.50 อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อกำหนดค่ากระแสสูงสุดของการใช้งานแบบเร่วงค่วนเท่ากับ 200 A ใน 1 รอบการทำงาน



รูปที่ 5.51 อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อกำหนดค่ากระแสสูงสุดของการใช้งานแบบเร่วงค่วนเท่ากับ 200 A ในการทำงานแบบต่อเนื่อง

5.4 สรุปผล

บทที่ 5 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผลและค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการจำลองผล เพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของแรงดันไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด และศึกษาถึงการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด สำหรับการอัดประจุและคายประจุที่ค่ากระแสทั้ง 3 รูปแบบ คือ กระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล, กระแสไฟฟ้าแบบฟังก์ชันลาดเอียง และกระแสไฟฟ้าแบบคงที่ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB ซึ่งผลการจำลองที่ได้พบว่าเมื่อใช้งานตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดอย่างต่อเนื่อง อุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ค่อย ๆ เพิ่มขึ้นและเข้าสู่สภาวะคงตัว ซึ่งการอัดประจุและคายประจุโดยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียง ทำให้อุณหภูมิกำลังงานของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อใช้งานแบบต่อเนื่องมีอุณหภูมิภายในที่ต่ำที่สุดคือ อยู่ที่ 32.26°C เนื่องจากอุณหภูมิที่เพิ่มขึ้นขณะใช้งานของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด มีความสัมพันธ์กับค่ากระแสไฟฟ้า และระยะเวลาที่ใช้งาน



บทที่ 6

สรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุป

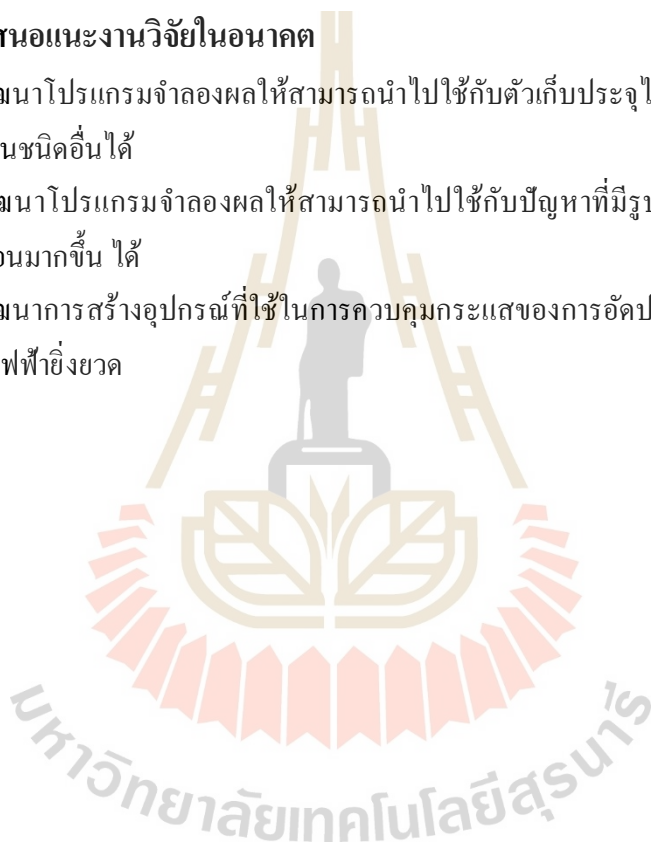
งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย และการจำลองผลค่าแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่การอัดประจุและคายประจุด้วยค่ากระแส 3 รูปแบบคือ แบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล แบบฟังก์ชันลาดเอียง และแบบคงที่ เพื่อศึกษาการทำงาน จากการอัดประจุและคายประจุที่ค่ากระแสต่างกัน เมื่อใช้งานอย่างต่อเนื่อง การจำลองผลอาศัยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ด้วยโปรแกรม MATLAB ที่พัฒนาขึ้น พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมให้เป็นที่น่าเชื่อถือ

การสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในบทที่ 2 ถือเป็นส่วนสำคัญในการดำเนินงานวิทยานิพนธ์ ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการประยุกต์และพัฒนาองค์ความรู้ในงานวิจัย การศึกษาทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย ในบทที่ 3 เป็นการศึกษาทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยทั้งเรื่องตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด แรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า ความร้อน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแรงดันไฟฟ้าและความเข้มสนามไฟฟ้าในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด และระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ต่างได้ถูกนำมาใช้เป็นพื้นฐานความรู้และความเข้าใจในการดำเนินงานวิจัย ส่วนการดำเนินงานในบทที่ 4 เป็นขั้นตอนการศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแรงดันไฟฟ้าและความเข้มสนามไฟฟ้า และศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทางความร้อน ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง และอธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ด้วยโปรแกรม MATLABTM ที่พัฒนาขึ้น โดยได้เลือกใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลเลอร์กิน ในบทที่ 5 ได้อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลพร้อมนำเสนอผลการจำลองค่าแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า และการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ของการอัดประจุและคายประจุด้วยค่ากระแส 3 รูปแบบคือ แบบฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล แบบฟังก์ชันลาดเอียง และแบบคงที่ โดยใช้โปรแกรม Solidworks มาใช้ในกระบวนการสร้างกริดแบบ 3 มิติ พร้อมทั้งแสดงผลกราฟิก โดยแสดงผลการกระจายตัวของค่าแรงดันไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้า และอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อการอัดประจุและคายประจุที่ค่ากระแส

ต่างกัน ทั้งสามรูปแบบ พบว่า ภาระของการใช้งานตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดแบบต่อเนื่องเป็นระยะเวลาหนึ่งจะทำให้ค่าของอุณหภูมิภายในของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ และเข้าสู่สภาวะคงที่ ณ ระยะเวลาหนึ่ง ซึ่งการอัดประจุและคายประจุโดยการใช้ค่ากระแสแบบฟังก์ชันลาดเอียงทำให้อุณหภูมิการทำงานของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อใช้งานแบบต่อเนื่องมีอุณหภูมิภายในที่ต่ำที่สุดคือ อยู่ที่ 32.26°C เนื่องจากอุณหภูมิที่เพิ่มขึ้นขณะใช้งานของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด มีความสัมพันธ์กับค่ากระแสไฟฟ้า และระยะเวลาที่ใช้งาน

6.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต

1. พัฒนาโปรแกรมจำลองผลให้สามารถนำไปใช้กับตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด หรือแหล่งกักเก็บพลังงานชนิดอื่นได้
2. พัฒนาโปรแกรมจำลองผลให้สามารถนำไปใช้กับปัญหาที่มีรูปร่าง หรือ โครงสร้างที่ละเอียดซับซ้อนมากขึ้น ได้
3. พัฒนาการสร้างอุปกรณ์ที่ใช้ในการควบคุมกระแสของการอัดประจุและคายประจุของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด



รายการอ้างอิง

- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2547). **ไฟฟ้ายิ่งยวดในงานวิศวกรรม** (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2549). **ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม** (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เผด็จ เผ่าละออ (2548). การออกแบบแนวคิดใหม่ของมอเตอร์เหนี่ยวนำเพื่อลดการลั่นสะเทือนโดยใช้วิธีไฟฟ้ายิ่งยวด. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.
- มนตรี สว่างพุกภัย. (2556). นาโนเทคโนโลยีนวัตกรรมของตัวเก็บพลังงาน : ตัวเก็บประจุไฟฟ้าเคมียิ่งยวด. วิศวกรรมสาร มก., 26(85) 9-26.
- วรวิศ กอปรศิริพัฒน์. (2557). ตัวเก็บประจุยิ่งยวด (Supercapacitors): อุปกรณ์กักเก็บพลังงานไฟฟ้าที่กำลังมาแรง. TEMCA magazine, 21(75-78).
- Alcicek, G., Gualous, H., Venet, P., Gallay, R., & Miraoui, A. (2007). Experimental study of temperature effect on ultracapacitor ageing. **2007 European Conference on Power Electronics and Applications**. doi:10.1109/epe.2007.4417619
- Allegre, A. L., Trigui, R., & Bouscayrol, A. (2010). Different energy management strategies of Hybrid Energy Storage System (HESS) using batteries and supercapacitors for vehicular applications. **2010 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference**. doi:10.1109/vppc.2010.5729110
- Ambo, N. F., Zainuddin, H., Kamarudin, M. S., Wari, J. M., & Zahari, A. (2018). Finite Element Analysis of Maximum Electric Field for Air Breakdown under Various Electrode Configurations. **Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science**, 10(2), 416. doi:10.11591/ijeecs.v10.i2.pp416-425
- Borisenko, V. E. (2013). **Physics, chemistry and application of nanostructures: Reviews and short notes: Proceedings of international conference Nanomeeting - 2013**, Minsk, Belarus, 28-31 May 2013. World Scientific Pub.

- Burke, A. (2000). Ultracapacitors: Why, how, and where is the technology. **Journal of Power Sources**, 91(1), 37-50. doi:10.1016/s0378-7753(00)00485-7
- Conway, B. E. (1999). **Electrochemical supercapacitors: Scientific fundamentals and technological applications**. New York: Springer Science+Business Media.
- Feng, X. (2015). **Nanocarbons for advanced energy storage**. Wiley-VCH.
- Fenol, S. D., Caluyo, F. S., & Lorenzo, J. L. (2017). Simulation and modeling of charging and discharging of supercapacitors. **2017 International Conference on Circuits, System and Simulation (ICCSS)**. doi:10.1109/cirsyssim.2017.8023172
- Karandikar, P. B., Negi, A., Pandey, A. K., & Kumar, S. (2013). Comparative study of rolled and stacked type aqueous supercapacitor. **2013 IEEE Global Humanitarian Technology Conference: South Asia Satellite (GHTC-SAS)**. doi:10.1109/ghtc-sas.2013.6629927
- Karangia, R., Jadeja, M., Upadhyay, C., & Chandwani, H. (2013). Battery-supercapacitor hybrid energy storage system used in Electric Vehicle. **2013 International Conference on Energy Efficient Technologies for Sustainability**. doi:10.1109/iceets.2013.6533468
- Kinoshita, K. (1992). **Electrochemical oxygen technology**. New York: Wiley.
- Li, Y., Wang, S., Zheng, M., & Liu, J. (2018). Thermal behavior analysis of stacked-type supercapacitors with different cell structures. **CSEE Journal of Power and Energy Systems**, 4(1), 112-120. doi:10.17775/cseejpes.2016.01410
- Maxwell Ultracapacitors: Enabling Energy's Future. (n.d.). Retrieved July 10, 2020, from <https://www.maxwell.com/products/ultracapacitors/>
- Pandolfo, A., & Hollenkamp, A. (2006). Carbon properties and their role in supercapacitors. **Journal of Power Sources**, 157(1), 11-27. doi:10.1016/j.jpowsour.2006.02.065
- Pietrzak, L., Wiak, S., Smolka, K., Was, L., Raniszewski, G., Szymanski, L., & Kolacinski, Z. (2017). Multiwalled carbon nanotube based supercapacitors — Numerical approach. **2017 18th International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF) Book of Abstracts**. doi:10.1109/isef.2017.8090741
- Qi, W., Yukun, S., Kunhua, C., Yonghong, H., & Xiaofu, J. (2013). Research on the ultracapacitor/battery hybrid system. **2013 25th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)**. doi:10.1109/ccdc.2013.6561742

- Srinivasan, S. (2006). **Fuel cells: From fundamentals to applications**. Springer.
- Tseng, K., Chang, Y., & Cheng, C. (2020). Implementation and analysis of ultracapacitor charger in hybrid energy-storage system for electric-vehicle applications. **IET Power Electronics**, 13(9), 1858-1864. doi:10.1049/iet-pel.2019.1469
- Upreti, H., Dixit, A., Paul, A., Shailendra, & Karandikar, P. B. (2014). Introduction to the zigzag modeled ultracapacitor. **2014 Power And Energy Systems: Towards Sustainable Energy**. doi:10.1109/pestse.2014.6805255
- Wang, K., Li, L., Yin, H., Zhang, T., & Wan, W. (2015). Thermal Modelling Analysis of Spiral Wound Supercapacitor under Constant-Current Cycling. **Plos One**, 10(10). doi:10.1371/journal.pone.0138672
- Wang, K., Zhang, L., Ji, B., & Yuan, J. (2013). The thermal analysis on the stackable supercapacitor. **Energy**, 59, 440-444. doi:10.1016/j.energy.2013.07.064
- Wu, H. P., He, D. W., Wang, Y., Fu, M., Liu, Z. L., Wang, J. G., & Wang, H. T. (2010). Graphene as the electrode material in supercapacitors. **2010 8th International Vacuum Electron Sources Conference and Nanocarbon**. doi:10.1109/ivesc.2010.5644267
- Yu, G. L., Jalil, R., Belle, B., Mayorov, A. S., Blake, P., Schedin, F., Elias, D. C. (2013). Interaction phenomena in graphene seen through quantum capacitance. **Proceedings of The National Academy of Sciences**, 110(9), 3282-3286. doi:10.1073/pnas.1300599110
- Yushin, G. (2012). **High Power Electrochemical Capacitors**. doi:10.21236/ada567578
- Yusoff, A. R., & Yusoff, A. R. (2015). **Graphene-based Energy Devices**. Somerset: Wiley.
- Zhang, L., Song, J., & Zou, J. (2008). The Study of Electric Field of High-Power Supercapacitors. **2008 14th Symposium on Electromagnetic Launch Technology**. doi:10.1109/elt.2008.113



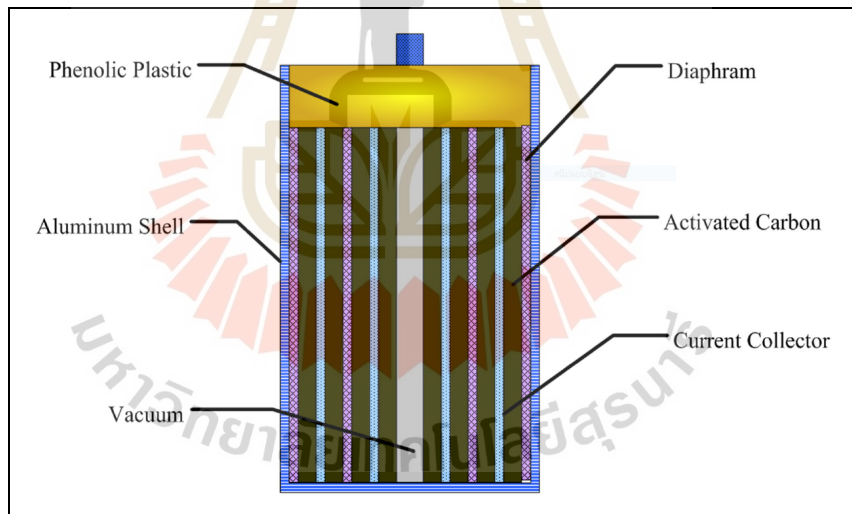
ภาคผนวก ก

การเปรียบเทียบผลการจำลองกับงานวิจัยที่ใช้โปรแกรมการจำลองชนิดอื่น

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

จากการจำลองผลทางด้านอุณหภูมิของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ในการอัดประจุและคายประจุที่ลักษณะกระแสต่างกัน จำเป็นจะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องของผลการจำลอง โดยทำการตรวจสอบจากการเปรียบเทียบผลการจำลอง กับงานวิจัยที่ใช้การจำลองแบบเดียวกัน แต่เลือกใช้โปรแกรมในการจำลองที่ต่างกัน ในที่นี้จะเปรียบเทียบผลการทดลองกับ งานวิจัยของ Kai Wang และคณะ (2015) โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

งานวิจัยของ Kai Wang และคณะ (2015) ได้ทำการจำลองผลทางด้านอุณหภูมิของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด เมื่อทำการอัดประจุและคายประจุที่ค่ากระแสคงที่ โดยการใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งใช้โปรแกรม Ansys ในการจำลองผล โดยทำการกำหนดให้ขนาดของตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 21 mm และมีความยาว 44 mm ตามรูปที่ ก.1 ทำการอัดประจุและคายประจุ ที่ค่ากระแส 2 A ซึ่งสามารถคำนวณค่าแหล่งกำเนิดความร้อนได้เท่ากับ $6.093 \times 10^4 \text{ W/m}^3$ และอุณหภูมิเริ่มต้นเท่ากับ $25 \text{ }^\circ\text{C}$



รูปที่ ก.1 โครงสร้างภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดในการจำลองผลเปรียบเทียบแหล่งที่มาของภาพ : Kai Wang และคณะ (2015)

และค่าพารามิเตอร์ในการจำลองผล ดังแสดงในตารางที่ ก.1

ตารางที่ ก.1 ค่าพารามิเตอร์ในการจำลองผลเปรียบเทียบ

วัสดุ	ความหนาแน่น (kg.m ³)	ค่าความจุความร้อน จำเพาะ (J/kg.K)	ค่าสัมประสิทธิ์การ นำความร้อน (W/m.K)
อิเล็กโทรด (คาร์บอน)	1347.33	1437.4	237
โพลีโพรพิลีน	1008.98	1978.16	0.3344
อากาศ	1.225	1006.43	0.03
พีนอลิกพลาสติก	1700	1700	0.5
แผ่นอะลูมิเนียม	2770	875	170

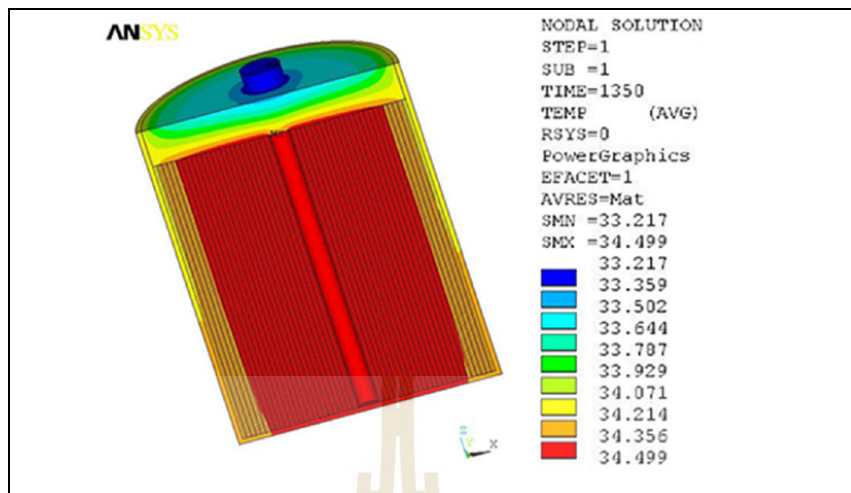
ผลการจำลอง

จากการจำลองผลโดยการใช้ค่าพารามิเตอร์เดียวกัน เพื่อทำการเปรียบเทียบผลการจำลอง ซึ่งแสดงได้ดังรูปต่อไปนี้

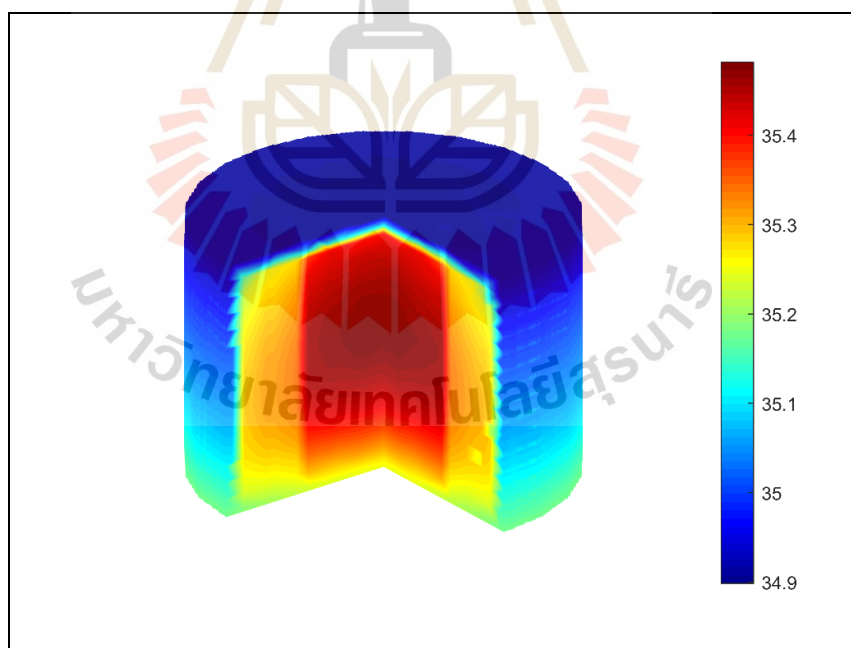
-การกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่รอบการทำงานที่ 5 ของโปรแกรม Ansys แสดงได้ดังรูปที่ ก.2

-การกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่รอบการทำงานที่ 5 ของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเอง แสดงได้ดังรูปที่ ก.3

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

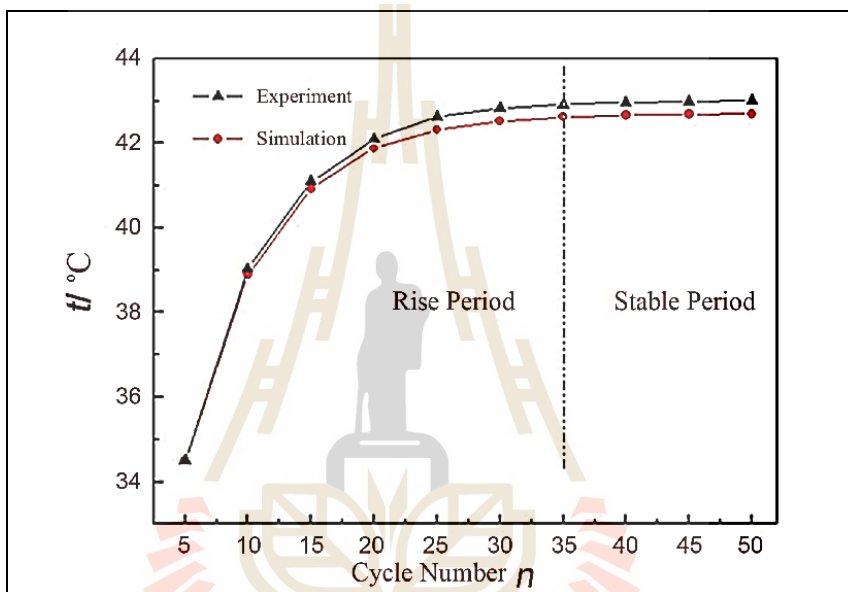


รูปที่ ก.2 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่รอบการทำงานที่ 5 ของโปรแกรม Ansys
 แหล่งที่มาของภาพ : Kai Wang และคณะ (2015)

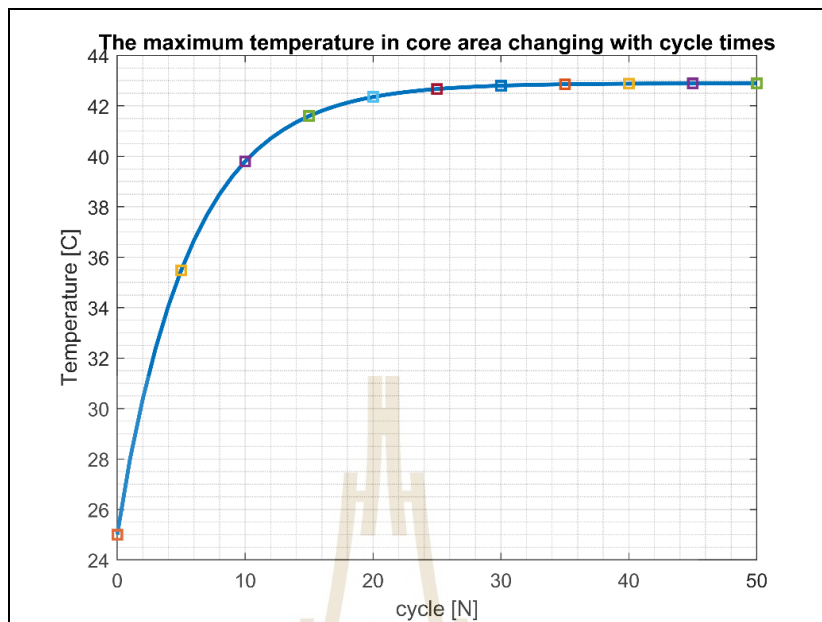


รูปที่ ก.3 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด ที่รอบการทำงานที่ 5 ของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น

จากรูปการณ์จำลองผลของรอบการทำงานที่ 5 ของทั้งสองโปรแกรม จะเห็นว่าลักษณะการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวด จะมีอุณหภูมิสูงที่สุดบริเวณตรงกลาง และกระจายตัวลดลงไปตามบริเวณรอบ ๆ ซึ่งจากการจำลองด้วยโปรแกรม Ansys ของงานวิจัยอื่นที่รอบการทำงานที่ 5 อุณหภูมิสูงสุดอยู่ที่ 34.50 °C และอุณหภูมิสูงสุดของการจำลองอยู่ที่ 42.90 °C ส่วนจากการจำลองผลด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น อุณหภูมิสูงสุดของรอบการทำงานที่ 5 คือ 35.48 °C และอุณหภูมิสูงสุดของการจำลองอยู่ที่ 42.86 °C ดังแสดงในรูปที่ ก.4 และ ก.5 ตามลำดับ



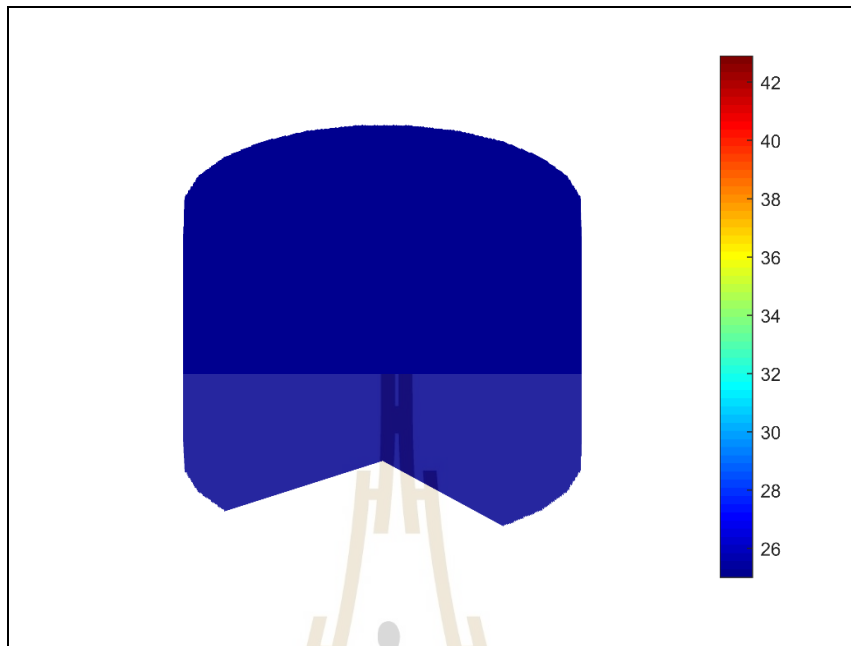
รูปที่ ก.4 อุณหภูมิสูงสุดภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดของแต่ละรอบการทำงาน โดยการใช้โปรแกรม Ansys แหล่งที่มาของภาพ : Kai Wang และคณะ (2015)



รูปที่ ก.5 อุณหภูมิสูงสุดในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดของแต่ละรอบการทำงาน
โดยการใช้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้น

นอกจากนี้ การจำลองผลของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น สามารถแสดงผลกราฟฟิค ของการ
เพิ่มขึ้นของอุณหภูมิภายในตัวเก็บประจุไฟฟ้ายิ่งยวดได้ ดังแสดงในรูปต่อไปนี้

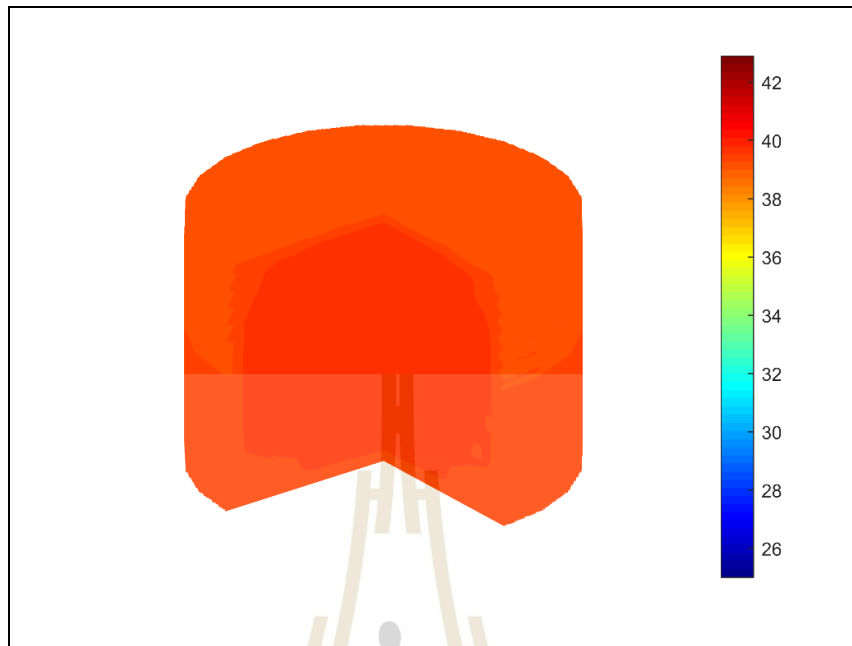
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



รูปที่ ก.6 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ เวลาเริ่มต้น ($t=0$)



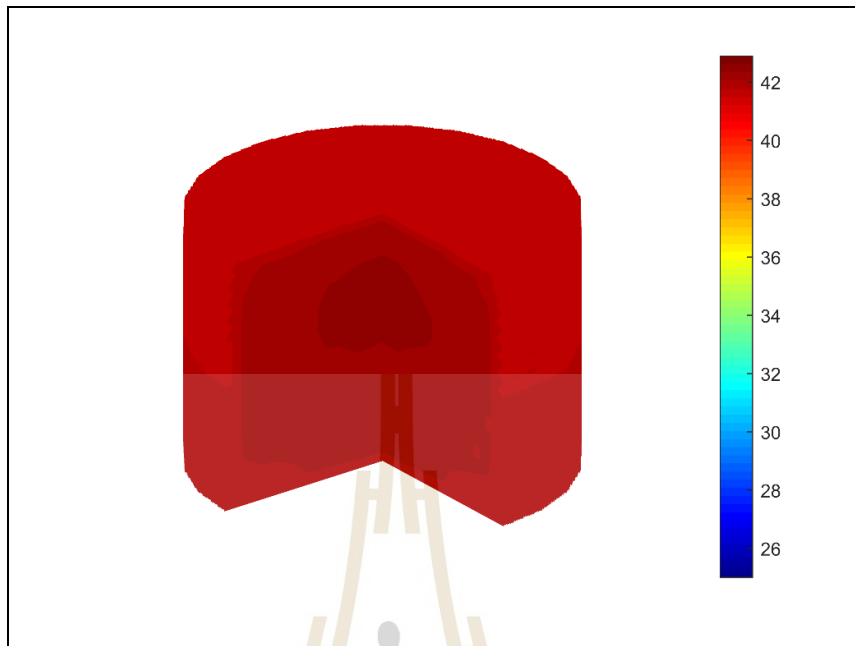
รูปที่ ก.7 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 5



รูปที่ ก.8 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 10



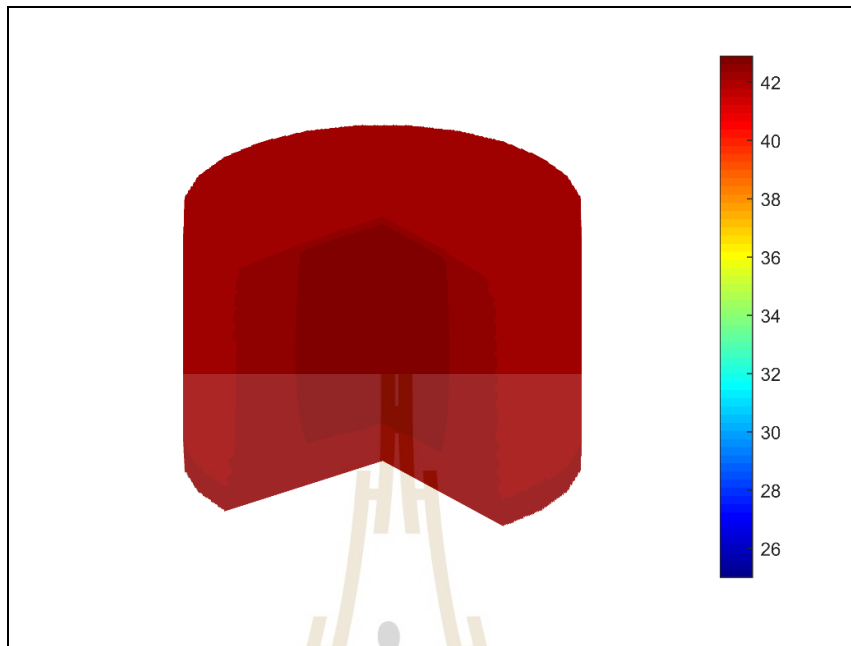
รูปที่ ก.9 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 15



รูปที่ ก.10 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 20



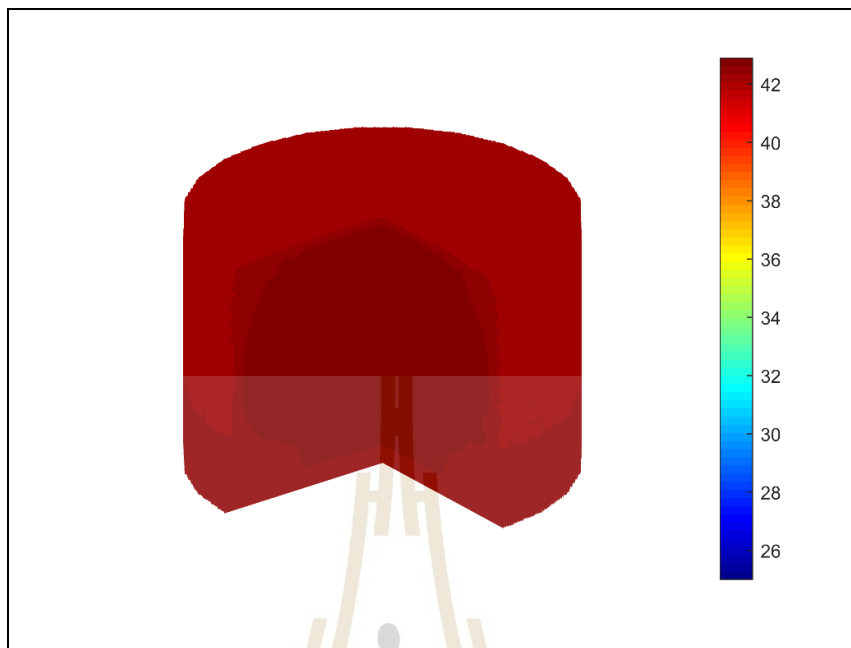
รูปที่ ก.11 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 25



รูปที่ ก.12 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 30



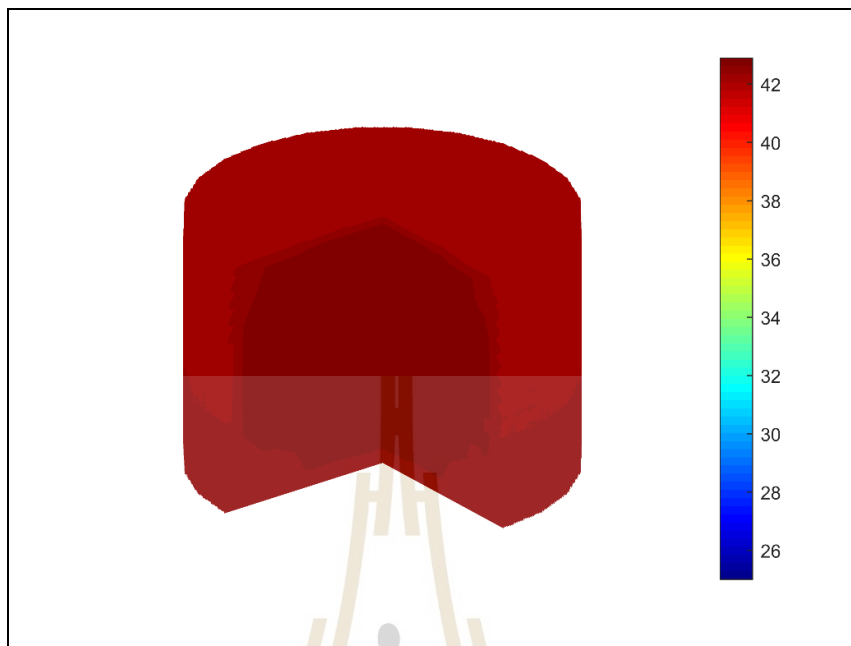
รูปที่ ก.13 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 35



รูปที่ ก.14 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 40

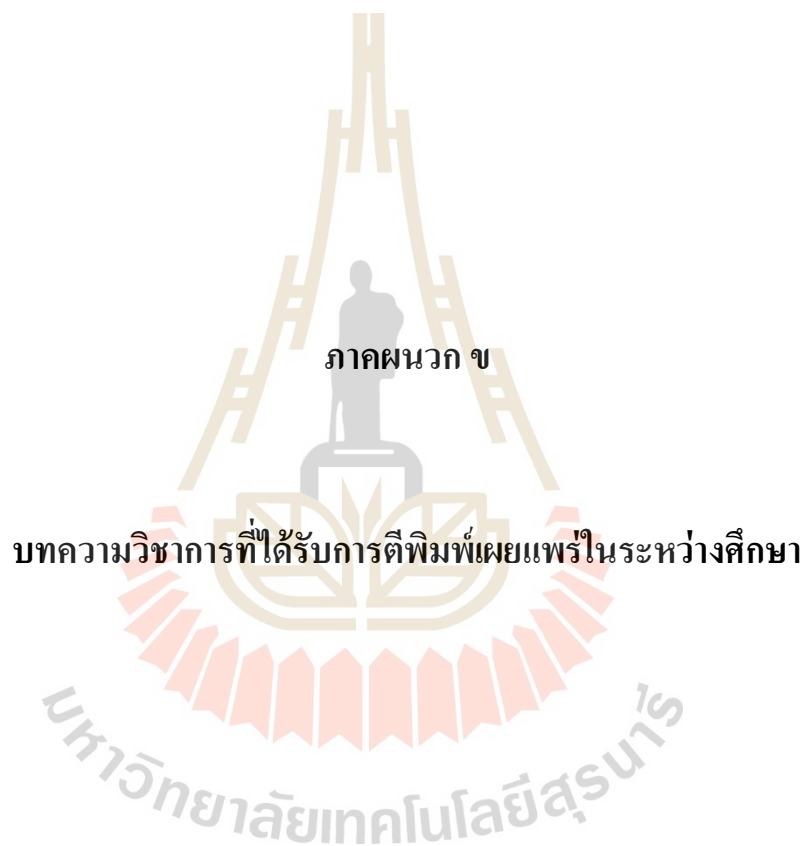


รูปที่ ก.15 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 45



รูปที่ ก.16 อุณหภูมิ (°C) ภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด ณ รอบการทำงานที่ 50

จากการจำลองผลเปรียบเทียบผลการจำลองระหว่างโปรแกรมสำเร็จรูปอย่าง Ansys ของงานวิจัยอื่นและ โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเอง มีผลการจำลองที่ใกล้เคียงกัน จึงสรุปว่า โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมีความเชื่อถือได้



บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในระหว่างศึกษา

พลรัตน์ เบาสุงเนิน, เต้จ เผ่าละออ. (2562). การวิเคราะห์ความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด โดยการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ. การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 11 (EENET2019), วันที่ 15-17 พฤษภาคม 2562, โรงแรมกรุงศรีริเวอร์, พระนครศรีอยุธยา, หน้า 319-322.

P. Pao-la-or, P. Bousungnoen (2020). **Analysis of electric field intensity and temperature distribution with various permittivity in supercapacitor by 3-D FEM.** International Journal of Smart Grid and Clean Energy. Vol. 9, No. 4, pp. 768-777.



การวิเคราะห์ความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด โดยการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

Electric Field Intensity Analysis for Internal of a Supercapacitor by using the 3-D Finite Element Method

พลรัตน์ เมาสูงเนิน¹ และ เพลี้ย เผ่าละออ²

¹สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา โทรศัพท์ 0-4422-4400 Email: phonziium@gmail.com

²สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา โทรศัพท์ 0-4422-4400 E-mail: padej@sut.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้ นำเสนอการศึกษาความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด เพื่อวิเคราะห์ถึงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามไฟฟ้าและสารอิเล็กโทรไลต์ชนิดต่าง ๆ ที่มีค่าอินยอมไฟฟ้าแตกต่างกัน โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาโดยโปรแกรม MATLAB จากการจำลองพบว่าสารอิเล็กโทรไลต์ที่มีค่าอินยอมไฟฟ้าสูง ค่าความเข้มสนามไฟฟ้าบริเวณอิเล็กโทรด (activated carbon) มีค่าลดลง ซึ่งจะส่งผลต่อความจุไฟฟ้าในกระบวนการทำงานของตัวเก็บประจุยิ่งยวด

คำสำคัญ: ตัวเก็บประจุยิ่งยวด, ความเข้มสนามไฟฟ้า, แรงดันไฟฟ้า, วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ, การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์

Abstract

This paper presents the study of the electric field intensity within a supercapacitor to analyze the relationship between electric field intensity and various electrolyte with different permittivity by using 3D finite element method that all coded by MATLAB program. The simulation results show that the electrolyte with high permittivity, the electric field intensity in the electrode layer (activated carbon) decreases. It can provide thoughts on the capacitance of the spiral wound supercapacitor in the working process.

Keywords: supercapacitor, electric field intensity, electric potential, 3-D finite element method, computer simulation

1. บทนำ

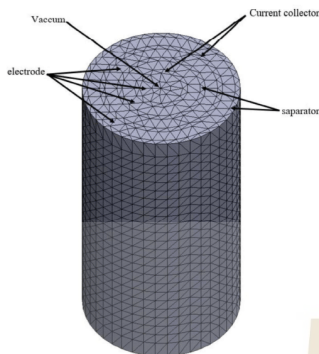
ในปัจจุบัน ตัวเก็บประจุยิ่งยวดเป็นที่นิยมในการใช้เป็นแหล่งกักเก็บพลังงานสำรองเนื่องจากมีอายุการใช้งานที่ยาวนาน และถือเป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่มีความหนาแน่นพลังงาน (energy density) สูง เมื่อเทียบกับตัวเก็บประจุทั่วไป [1] อย่างไรก็ตาม ตัวเก็บประจุยิ่งยวดยังมีจุดเด่นอีกมากมาย เช่น มีประสิทธิภาพสูง, การตอบสนองเร็ว, ความจุไฟฟ้าสูง, มีเสถียรภาพสูง และอุณหภูมิการทำงานที่กว้าง [2] ตัวเก็บประจุยิ่งยวดนั้นอาศัยหลักการแยกกันทางไฟฟ้าสถิต (electrostatic) ระหว่าง อิเล็กโทรไลต์ และ อิเล็กโทรดที่มีพื้นที่ผิวสูง โดยทั่วไปใช้ถ่านกัมมันต์ (activated carbon) [3] เนื่องจากแรงดันไฟฟ้าที่เซลล์ของตัวเก็บประจุยิ่งยวดต่ำ จึงสามารถใช้หลักการเชื่อมต่อบนขนาน หรืออนุกรมมาช่วยเพิ่มความจุไฟฟ้า หรือแรงดันไฟฟ้าที่เกิดขึ้นที่ต้องการได้ [4] แต่อย่างไรก็ตาม แรงดันไฟฟ้าที่เกิดขึ้นของตัวเก็บประจุยิ่งยวดจะส่งผลต่อความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด และส่งผลต่อความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุยิ่งยวดด้วย

2. การใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์กับตัวเก็บประจุยิ่งยวด

ในบทความนี้ ศึกษาส่วนภายใน ของตัวเก็บประจุยิ่งยวด แบบทรงกระบอก (spiral wound supercapacitor) ที่ประกอบไปด้วย แผ่นอะลูมิเนียม (aluminum shell) พลาสติกฟีนอล (phenolic plastic) และส่วนภายใน (inner part) ซึ่งโครงสร้างที่ศึกษาแสดงในรูปที่ 1 [5] ส่วนภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวดประกอบไปด้วย ตัวเก็บกระแส (current collector) ที่ทำจากแผ่นอะลูมิเนียม ตัวแยกขั้วไฟฟ้า (separator) ที่ทำจากวัสดุที่เป็นฉนวน เช่น โพลีโพรพิลีน (polypropylene) และขั้วไฟฟ้า (electrode) ที่ทำจากวัสดุที่มีพื้นที่ผิวสูง เช่น ถ่านกัมมันต์ ที่ใช้ KOH เป็นสารละลายอิเล็กโทรไลต์ [6]

บทความวิจัย
การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 11
11th Conference of Electrical Engineering Network 2019 (EENET2019)

PW
PE
ES
CT
GP-11
EC
IN
GN
SS



รูปที่ 1 โครงสร้างภายใน (inner part) ของตัวเก็บประจุยิ่งยวด

ทำการแบ่งอิลิเมนต์ (mesh) โดยใช้โปรแกรม Solid Work แบ่งอิลิเมนต์ของงานวิจัยนี้ ในรูปแบบทรงสี่หน้า (tetrahedron) จะได้ทั้งหมด 33,873 อิลิเมนต์ และ 6,449 จุดต่อ

3. การวิเคราะห์ทางไฟฟ้าสถิตของตัวเก็บประจุยิ่งยวด

สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equations : PDE) ที่แสดงในสมการ (1) แสดงด้วยสมการปัวซอง (Poisson's equation) ที่เกี่ยวข้องกับไฟฟ้าสถิต (electrostatics) ซึ่งสามารถหาลักษณะการกระจายตัวของแรงดันไฟฟ้าของตัวเก็บประจุยิ่งยวด

$$\epsilon \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) = -\rho \tag{1}$$

เมื่อ U คือ แรงดันไฟฟ้า (V), ρ คือ ความหนาแน่นประจุเชิงปริมาตร (C/m³) และ ϵ คือ ค่าความอินยอมไฟฟ้า (permittivity, F/m) ซึ่งหาได้จาก $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ เมื่อ ϵ_0 คือ ค่าความอินยอมไฟฟ้าในอวกาศว่าง มีค่าเท่ากับ 8.854×10^{-12} F/m และ ϵ_r คือ ค่าความอินยอมไฟฟ้าสัมพัทธ์ (relative permittivity)

จากฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ ในปัญหา 3 มิติที่ได้จากสมการปัวซอง กำหนดให้ค่าการกระจายตัวของค่าขอบภายในอิลิเมนต์เป็นรูปแบบเชิงเส้น ดังแสดงในสมการ (2) [7]

$$U(x, y, z) = U_i N_i + U_j N_j + U_k N_k + U_l N_l \tag{2}$$

เมื่อ N_i, N_j, N_k, N_l คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ของ

จุดต่อ i, j, k, l และ U_i, U_j, U_k, U_l คือ ค่าแรงดันไฟฟ้าที่จุดต่อ i, j, k, l ซึ่งฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์สามารถหาได้จากสมการ (3)

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y + d_n z}{6V} \tag{3}$$

เมื่อ a_n, b_n, c_n, d_n คือ ค่าสัมประสิทธิ์ตำแหน่งของจุดต่อ $n = i, j, k, l$ และ V คือ ปริมาตรของอิลิเมนต์

จากสมการ (1) ทำการสร้างสมการของอิลิเมนต์โดยใช้วิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (weighted residuals method) ของกาลูเออร์คิน (Galerkin) และอินทิเกรตโดยใช้วิธีการอินทิเกรตที่ละส่วนโดยใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ จะได้ดังสมการ (4)

$$\int_V N_n \epsilon \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) dv + \int_V (N_n \rho) dv = 0 \tag{4}$$

จากสมการ (4) เมื่อดำเนินการทางไฟไนต์อิลิเมนต์ ซึ่งได้สมการเชิงเส้น ซึ่งสามารถแสดงให้อยู่ในรูปแบบเมทริกซ์ได้ดังสมการ (5)

$$[K]\{U\} = \{F\} \tag{5}$$

เมื่อ $[K]$ คือ เมทริกซ์ของความอินยอมไฟฟ้า หาได้จากสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชัน x, y และ z ของแต่ละจุดต่อ ส่วน $\{F\}$ คือ เมทริกซ์ของแหล่งจ่ายของตัวเก็บประจุยิ่งยวด ซึ่งค่าขอบของระบบสมการ จะได้จากกรณีสมการเชิงเส้น เพื่อคำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้า อย่างไรก็ตาม ค่าความเข้มสนามไฟฟ้าสามารถคำนวณต่อได้จากสมการ (6) [8]

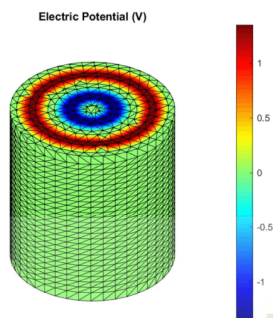
$$\mathbf{E} = -\nabla U \tag{6}$$

เมื่อ \mathbf{E} คือ ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (V/m)

4. ผลการจำลอง

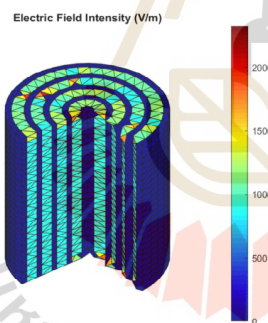
การจำลองผลไฟไนต์อิลิเมนต์ 3 มิติในบทความนี้ พัฒนาโดยใช้โปรแกรม MATLAB ในการคำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้า และค่าความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวด

สำหรับการจำลองผล แรงดันไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุยิ่งยวดแบบทรงกระบอกเมื่อไม่มีแหล่งจ่าย และกำหนดเงื่อนไขขอบเขตบริเวณตัวเก็บกระแส ทั้งขั้วบวกและขั้วลบ ให้มีแรงดันเซลล์ เท่ากับ 2.7 โวลต์ (+1.35 โวลต์ และ -1.35 โวลต์) ซึ่งผลการจำลองแสดงในรูปที่ 2



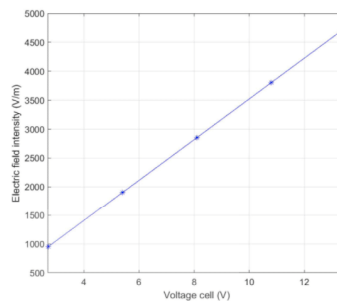
รูปที่ 2 การกระจายของแรงดันไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุเชิงขั้ว

จากรูปที่ 2 จะเห็นว่าค่าแรงดันไฟฟ้าจะกระจายเต็มบริเวณแผ่นอะลูมิเนียม ที่มีค่าเท่ากับ +1.35 โวลต์ สำหรับด้านขั้วบวกแล้วจะค่อยๆ ลดลงในบริเวณอิเล็กโทรด และจะเท่ากับ 0 โวลต์เมื่ออยู่ในบริเวณแผ่นกัน ส่วนที่ขั้วลบแรงดันไฟฟ้าเท่ากับ -1.35 โวลต์ แล้วจะกระจายตัวในทำนองเดียวกันกับด้านขั้วบวก ส่วนในรูปที่ 3 แสดงความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุเชิงขั้ว



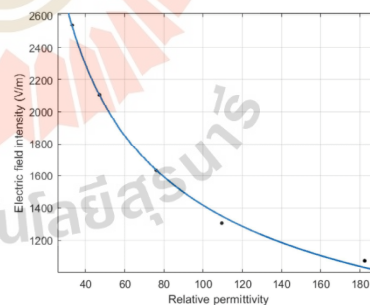
รูปที่ 3 ความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุเชิงขั้ว

เมื่อทำการจำลองผลโดยการเปลี่ยนแปลงค่าแรงดันไฟฟ้าเป็น 5.4 โวลต์, 8.1 โวลต์, 10.8 โวลต์ และ 13.5 โวลต์ ตามลำดับ จะส่งผลต่อค่าความเข้มสนามไฟฟ้าภายในตัวเก็บประจุเชิงขั้วบริเวณชั้นอิเล็กโทรดสูงขึ้นตามไปด้วย ดังแสดงด้วยกราฟในรูปที่ 4



รูปที่ 4 กราฟแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าเฉลี่ยกับแรงดันไฟฟ้าในบริเวณอิเล็กโทรดของตัวเก็บประจุเชิงขั้ว

เมื่อทำการจำลองผล โดยให้ค่าความอินยอมไฟฟ้าสัมพัทธ์ (relative permittivity) ของสารอิเล็กโทรไลต์เปลี่ยนไป โดยใช้สารละลายอิเล็กโทรไลต์จากโซเดียมไฮโอไดรด์ที่มีตัวทำละลายแตกต่างกัน ได้แก่ CH_3OH , $(\text{CH}_3)_2\text{SO}$, HCONH_2 , และ HCONHNH_2 , ซึ่งให้ค่าความอินยอมไฟฟ้าสัมพัทธ์ที่แตกต่างกัน คือ 33.2, 47.1, 109.5 และ 182.4 ตามลำดับ [9] และเปรียบเทียบกับ KOH ที่มีค่าความอินยอมไฟฟ้าสัมพัทธ์เท่ากับ 76.02 [10] ผลการจำลองความเข้มสนามไฟฟ้าแสดงดังรูปที่ 5 ค่าความเข้มสนามไฟฟ้าเฉลี่ยบริเวณอิเล็กโทรดจะลดลงตามค่าความอินยอมไฟฟ้าสัมพัทธ์ของอิเล็กโทรไลต์ที่เพิ่มขึ้น เป็นไปในลักษณะฟังก์ชันยกกำลัง จากกราฟรูปที่ 5 จะได้สมการสมการความสัมพันธ์คือ $E = 15980E^{-0.5263}$



รูปที่ 5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามไฟฟ้ากับค่าความอินยอมไฟฟ้าสัมพัทธ์ในบริเวณอิเล็กโทรดของตัวเก็บประจุเชิงขั้ว

บทความวิจัย

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 11

11th Conference of Electrical Engineering Network 2019 (EENET2019)

5. สรุป

บทความนี้ได้นำเสนอการจำลองผลโดยการใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ เพื่อแก้ปัญหาของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของแรงดันไฟฟ้า และความเข้มข้นของสารอิเล็กโทรไลต์ในบริเวณชั้นประจุยิ่งยวด การจำลองผลแสดงค่าความเข้มข้นไฟฟ้าในบริเวณชั้นอิเล็กโทรดที่เพิ่มขึ้นตามแรงดันไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้น หรือค่าความอินยอมไฟฟ้าสัมพันธ์ของสารอิเล็กโทรไลต์ที่ลดลง ทำให้ส่งผลต่อค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุยิ่งยวดด้วย ซึ่งความจุไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับวัสดุที่นำมาทำอิเล็กโทรด, สารละลายอิเล็กโทรไลต์ และโครงสร้างภายในของตัวเก็บประจุยิ่งยวด ดังนั้นเทคโนโลยีการออกแบบตัวเก็บประจุยิ่งยวดจึงเป็นทางเลือกหนึ่งในการเพิ่มความจุไฟฟ้าให้กับตัวเก็บประจุยิ่งยวดที่จะนำไปสู่การเพิ่มประสิทธิภาพการทำงานได้

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ที่สนับสนุนการดำเนินงานวิจัยในครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] P. Simon and Y. Gogotsi, "Materials for electrochemical capacitors," *Nature Materials*, vol. 7, no. 11, pp. 845-854, Dec. 2008.
- [2] L. Jiang and B. J. Arnet, "Charging Supercapacitors from Low Voltage with an Induction Machine," in *Proc. 2007 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conf.*, 2007, pp. 537-543.
- [3] D. Tashima, M. Taniguchi, M. Ostubo, A. Okazaki and S. Araki, "Thickness Dependence of Carbon Electrode on Space Charge of Electric Double Layer Capacitor," *Electrical Insulation and Dielectric Phenomena*, Vancouver, BC, Oct 14-17, 2007.
- [4] K. Manesut and U. Supatti, "Reviews of supercapacitor cell voltage equalizer topologies for EVs," *14th International Conference on Electrical Engineering/Electronics Computer Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON 2017)*, pp. 608-611, Phuket Thailand, 2017.
- [5] W. Kai, L. Liwei, Y. Huaixian, Z. Tiezhu and W. Wubo. (October 2015). Thermal Modelling Analysis of Spiral Wound Supercapacitor under Constant-Current Cycling. *PLOS ONE*. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0138672>

- [6] P. Simon and A. Burke, "Nanostructured Carbons: Double-Layer Capacitance and More," *The Electrochemical Society Interface*, pp. 38-43, 2008.
- [7] S. Vacharakup, M. Peerasaksophol, T. Kulworawanichpong and P. Pao-la-or, "Study of Natural Frequencies and Characteristics of Piezoelectric Transformers by Using 3-D Finite Element Method," *Applied Mechanics and Materials*, vols. 110-116, pp. 61-66, 2012.
- [8] S. Jin-yan, Z. Li and Z. Ji-yan, "The Study of Electric Field of High-Power Supercapacitors," *14th Symposium on Electromagnetic Launch Technology (ELT 2008)*, pp. 1-5, Victoria, BC, Canada, 2008.
- [9] P. Winsor and R. H. Cole (1982). Dielectric properties of electrolyte solutions. 1. Sodium iodide in seven solvents at various temperatures. *The Journal of Physical Chemistry*. [Online]. 86(13). pp. 2486-2490. Available: <https://pubs.acs.org/doi/pdf/10.1021/j100210a049>
- [10] M. A. A. Zaini, N. M. N. Aini, M. J. Kamaruddin, Y. K. Yeow and S. H. M. Setapar (2015). Dielectric Properties of Potassium Hydroxide-Treated Palm Kernel Shell. *Jurnal of Teknologi*, 74(7). pp. 13-18.



ดร. เศด็จ แซ่ลืออ

อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา สำเร็จการศึกษา วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (2541), วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (2545) และวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต (2549) ในสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี งานวิจัยที่สนใจ เรื่อง ไฟไนต์อีลิเมนต์, สนามแม่เหล็กไฟฟ้า, เครื่องจักรกลไฟฟ้าและการแปลงพลังงาน



พลรัตน์ นานสูงเนิน

นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา สำเร็จการศึกษา วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (2560) ในสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี งานวิจัยที่สนใจ เรื่อง ไฟไนต์อีลิเมนต์, สนามแม่เหล็กไฟฟ้า, เครื่องจักรกลไฟฟ้าและการแปลงพลังงาน

Analysis of electric field intensity and temperature distribution with various permittivity in supercapacitor by 3-D FEM

Padej Pao-la-or, Phonrut Bousungnoenb

*School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology,
Nakhon Ratchasima 30000, Thailand*

Abstract

This paper presents a simulation of electric potential distribution, electric field intensity and temperature in the spiral wound supercapacitor. The paper simulation using the 3-D finite element method that all coded by MATLAB program and show the graphical representation for electric potential, the electric field intensity and temperature of inner part for a supercapacitor and studies the permittivity of the electrolyte that affect the electric field intensity and temperature of supercapacitor. The simulation results show an electric field intensity and temperature of the inner part with various electrolytes including KOH and sodium iodide in various solvents electrolyte. Solvents of sodium iodide consist of CH_3OH , $(\text{CH}_3)_2\text{SO}$, HCONH_2 and HCONHCH_3 that have different relative permittivity. It can indicate to the working process of supercapacitor.

Keywords: Supercapacitor, electric field intensity, temperature, 3-D finite element method, permittivity

1. Introduction

At present, supercapacitors are popular as a source of electrical energy or used in backup power applications because of their long lifespan. Supercapacitors are electronic devices that have an unusually high energy density when compared to common capacitors [1]. However, supercapacitors have many advantages such as high efficiency, fast dynamic response, high capacitance, high level of stability and wide temperature operating range [2-4]. Supercapacitors exploit the electrostatic separation between electrolyte and high surface area electrodes, typically activated carbon [5][6]. Due to the low rated voltage cell of a supercapacitor, the series and parallel connection of supercapacitors are used to increase the energy storage capacity or high voltage requirement [7].

The finite element method (FEM) is a numerical technique used to perform finite element analysis (FEA) of any given physical phenomenon. The analytical solution of problems generally requires the solution to boundary value problems for partial differential equations (PDE) it can utilize to solve problems in electric field intensity [8] and heat transfer [9] of supercapacitor.

This paper will discuss on electric field intensity inside supercapacitor in activated carbon electrode layer and temperature distribution by using the 3-D finite element method. The finite element modeling of a supercapacitor in section 2, electrostatics analysis of supercapacitor in section 3 and thermal analysis of supercapacitor in section 4. Section 5 presents the 3-D FEM simulation result, and section 6 presents the conclusion of the study.

* Manuscript received August 12, 2019; revised June 4, 2020.

Corresponding author. *E-mail address:* padej@sut.ac.th.

doi: 10.12720/sgce.9.4.768-777

2. The Finite Element Modeling of Supercapacitor

In this paper study is the inner part of the spiral wound stacked supercapacitor produced by the domestic manufacturer, which is made up of the aluminum shell, phenolic cover and the inner part, and the dimension is 21 mm × 44 mm (Diameter × Length, lead wire is excluded) [9]. The structure is shown in Fig. 1. The inner part is a stackable structure that consists of the aluminum current collector, polypropylene separator and activated carbon electrode with KOH organic electrolyte system [10] stacked in layers.

In this paper study inner part of supercapacitor by using SOLIDWORK program to mesh the entity model shown in Fig. 2. by using linear tetrahedron elements. The whole element model consists of 33,873 elements and 6,449 nodes.

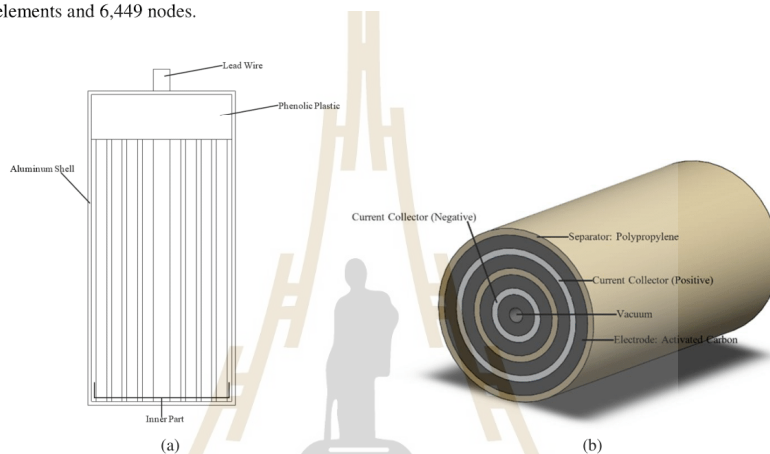


Fig. 1. Structure schematic of supercapacitor: (a) Details of supercapacitor and (b) Details of inner part

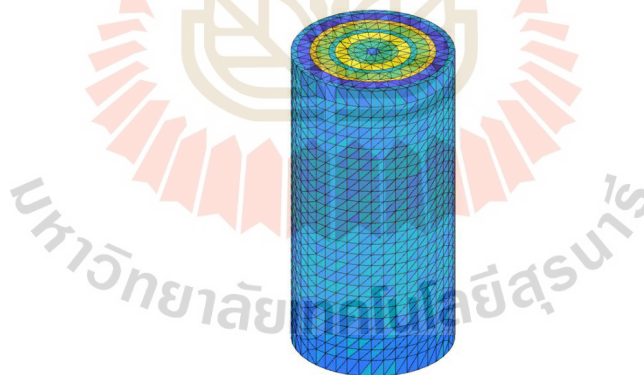


Fig. 2. Mesh of supercapacitor

3. Electrostatics Analysis of Supercapacitors

The partial differential equations (PDE) in Equation (1) is shown 3-D the Poisson's equation with the electrostatics is used to obtain the electric potential distribution in a supercapacitor.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1)$$

Where, U is electric potential (V), ρ is charge density (C/m^3) and ε is electric permittivity (F/m) derived from $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ where, ε_0 is the permittivity of free space is equal to 8.854×10^{-12} F/m and ε_r is relative permittivity

Formulating of the element interpolation function in three dimensions is derived from the Poisson's equations, assume the characteristics distribution of solution in the element by linear representation shown in Equation (2) [11].

$$U(x, y, z) = U_i N_i + U_j N_j + U_k N_k + U_l N_l \quad (2)$$

Where, N_i, N_j, N_k, N_l are the shape function in the element of node i, j, k, l respectively, and U_i, U_j, U_k, U_l are the electric potential at node i, j, k, l respectively. The shape function of each element is derived from Equation (3).

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y + d_n z}{6V} \quad (3)$$

Where, $n = i, j, k, l$, and V is the volume of the element, which derived from Equation (4).

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_l & y_l & z_l \end{vmatrix} \quad (4)$$

The positional coefficient defined by

$$\begin{aligned} a_i &= x_l (y_j z_k - y_k z_j) + x_k (y_l z_j - y_j z_l) + x_j (y_k z_l - y_l z_k) & b_i &= y_l (z_k - z_j) + y_k (z_j - z_l) + y_j (z_l - z_k) \\ a_j &= x_l (y_k z_i - y_i z_k) + x_k (y_l z_i - y_i z_l) + x_i (y_j z_k - y_k z_j) & b_j &= y_l (z_i - z_k) + y_i (z_k - z_l) + y_k (z_l - z_i) \\ a_k &= x_l (y_l z_j - y_j z_l) + x_j (y_l z_i - y_i z_l) + x_i (y_j z_l - y_l z_j) & b_k &= y_l (z_j - z_i) + y_j (z_i - z_l) + y_i (z_l - z_j) \\ a_l &= x_k (y_j z_i - y_i z_j) + x_j (y_i z_k - y_k z_i) + x_i (y_k z_j - y_j z_k) & b_l &= y_k (z_i - z_j) + y_j (z_j - z_k) + y_j (z_k - z_i) \\ c_i &= x_l (z_j - z_k) + x_j (z_k - z_l) + x_k (z_l - z_j) & d_i &= x_l (y_k - y_j) + x_k (y_j - y_l) + x_j (y_l - y_k) \\ c_j &= x_l (z_k - z_i) + x_k (z_i - z_l) + x_i (z_l - z_k) & d_j &= x_l (y_i - y_k) + x_k (y_k - y_l) + x_k (y_l - y_i) \\ c_k &= x_l (z_i - z_j) + x_j (z_j - z_l) + x_j (z_l - z_i) & d_k &= x_l (y_j - y_i) + x_j (y_i - y_l) + x_i (y_l - y_j) \\ c_l &= x_k (z_j - z_i) + x_j (z_i - z_k) + x_i (z_k - z_j) & d_l &= x_k (y_i - y_j) + x_i (y_j - y_k) + x_j (y_k - y_i) \end{aligned}$$

The formulating each element equations used the weighted residual method and the approximate results in Equation (1) which is equal residual function as follow Equation (5).

$$\varepsilon \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) + \rho = R \quad (5)$$

Where, R is the residual function, and make the integration by parts using Gauss's theory as follow Equation (6).

$$\int_V \left[N_n \left[\varepsilon \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) + \rho \right] \right] dv = 0 \quad (6)$$

Equation (6) can be divided into two parts as follows

$$\int_V N_n \varepsilon \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) dv + \int_V (N_n \rho) dv = 0 \quad (7)$$

From equation (7) each element equation can be expressed in matrix form

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (8)$$

Where $[K]$ is the permittivity matrix of problem. From Equation (7) became the permittivity matrix depends on coordination x , y and z direction of each node as follow Equation (9).

$$[K]_{4 \times 4} = \frac{\varepsilon}{36V} \begin{bmatrix} b_1 b_1 + c_1 c_1 + d_1 d_1 & b_1 b_2 + c_1 c_2 + d_1 d_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 + d_1 d_3 & b_1 b_4 + c_1 c_4 + d_1 d_4 \\ b_1 b_2 + c_1 c_2 + d_1 d_2 & b_2 b_2 + c_2 c_2 + d_2 d_2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 + d_2 d_3 & b_2 b_4 + c_2 c_4 + d_2 d_4 \\ b_1 b_3 + c_1 c_3 + d_1 d_3 & b_2 b_3 + c_2 c_3 + d_2 d_3 & b_3 b_3 + c_3 c_3 + d_3 d_3 & b_3 b_4 + c_3 c_4 + d_3 d_4 \\ b_1 b_4 + c_1 c_4 + d_1 d_4 & b_2 b_4 + c_2 c_4 + d_2 d_4 & b_3 b_4 + c_3 c_4 + d_3 d_4 & b_4 b_4 + c_4 c_4 + d_4 d_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

And $\{F\}$ is the source vector of a problem as follow (10).

$$[F]_{4 \times 1} = \frac{\rho V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

The result of the problem is derived from solving a linear equation for calculation of electric potential. Therefore, the electric field intensity can be calculated as follows Equation (11).

$$E = -\nabla U \quad (11)$$

Where, E is an electric field intensity of the supercapacitor.

4. Thermal Analysis of Supercapacitors

Studying thermal in supercapacitor use PDEs thermal heat transfer equation as follow Equation (12). That used to obtain temperature distribution in supercapacitor.

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (12)$$

Where, T is temperature ($^{\circ}\text{K}$), k is thermal conductivity ($\text{W}/^{\circ}\text{K}\cdot\text{m}^2$), c is specific heat capacity ($\text{J}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{K}$), ρ is density (kg/m^3) and Q is internal heat generation (W/m^3) can be calculated as follows Equation (13)

$$Q = JE \quad (13)$$

Where, J is current density (A/m^2) and E is electric field intensity (V/m^2)

From Equation (12), solving finite element method same as electrostatic analysis. Each element equation can be expressed in matrix form

$$[C]\{\dot{T}\} + ([K_c] + [K_h])\{T\} = \{Q\} + \{q_h\} \quad (14)$$

Where, $[C]$ is heat capacity matrix, $[K_c]$ is heat diffusion matrix, $[K_h]$ is heat convection matrix, $\{Q\}$ is internal heat generation load vector and $\{q_h\}$ is heat convection load vector can be obtained from

$$[c] = \frac{\rho c V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$[K_c] = \frac{k}{36V} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i + d_i d_i & b_i b_j + c_i c_j + d_i d_j & b_i b_k + c_i c_k + d_i d_k & b_i b_l + c_i c_l + d_i d_l \\ b_j b_i + c_j c_i + d_j d_i & b_j b_j + c_j c_j + d_j d_j & b_j b_k + c_j c_k + d_j d_k & b_j b_l + c_j c_l + d_j d_l \\ b_k b_i + c_k c_i + d_k d_i & b_k b_j + c_k c_j + d_k d_j & b_k b_k + c_k c_k + d_k d_k & b_k b_l + c_k c_l + d_k d_l \\ b_l b_i + c_l c_i + d_l d_i & b_l b_j + c_l c_j + d_l d_j & b_l b_k + c_l c_k + d_l d_k & b_l b_l + c_l c_l + d_l d_l \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$[K_h] = \frac{hV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\{Q\} = \frac{QV}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\{q_h\} = \frac{hT_{\infty}V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Where, h is convective heat transfer (kJ/kg) and T_{∞} is ambient temperature ($^{\circ}\text{K}$)

From Equation (14), $\{\dot{T}\}$ is the derivative of temperature. Therefore, using the backward difference method as follows Equation (20) [12].

$$\{\dot{T}\}^{t+\Delta t} = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^t}{\Delta t} \quad (20)$$

5. 3-D FEM Simulation Result

The 3-D finite element method simulation in this paper is coded by MATLAB programming for calculated the electric field intensity and temperature distribution within supercapacitor.

5.1. Electrostatic model

For the simulation results, this paper has considered the electric potential of the spiral wound supercapacitor with each type of electrolyte by assuming electrolyte are made sodium iodide in various solvents. The simulated initial voltage cell of the supercapacitor is 2.7 V (+1.35 V in the positive side and -1.35 V in the negative side). Table 1 shows parameter simulation [13-17].

Table 1. Relative permittivity of components in supercapacitor and sodium iodide in various solvents electrolyte

components	material	relative permittivity (ϵ_r)
Current collector	Aluminum	10.8
Electrode	Activated carbon	14.1
Separator	Polypropylene	2.3
Electrolyte	KOH	76
	CH ₃ OH	33.2
	(CH ₃) ₂ SO	47.1
	HCONH ₃	109.5
	HCONHCH ₃	182.4

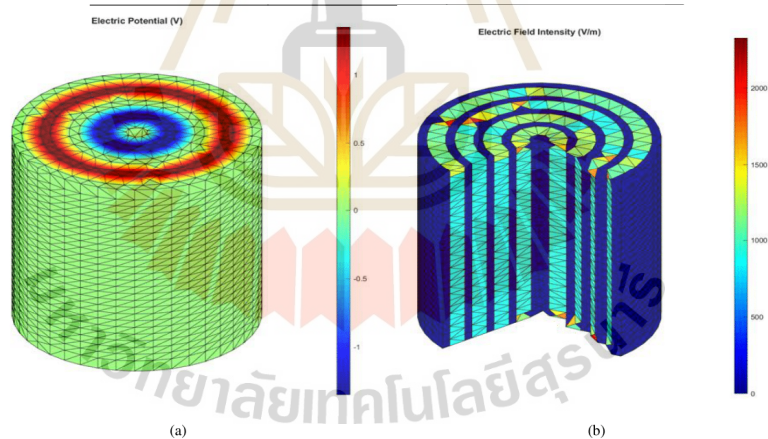


Fig. 3. Electrostatic simulation result: (a) electric potential distribution and (b) electric field intensity

In Fig. 3 (a), the electric potential is fully distributed around the current collector (aluminum plate) as defined boundary conditions. In the positive voltage side, the electric potential will gradually decrease around the electrode (activated carbon) and reduced to zero at separator (polypropylene). In the negative voltage side, the electric potential will gradually increase around the electrode and increased to zero at the separator. In Fig. 3 (b), the electric field intensity distributed only in the area of electrodes (activated carbon), in current collector, separator and vacuum the electric field intensity are zero. Therefore, the simulation by using sodium iodide in various solvents electrolyte that different values of permittivity are cause electric field intensity decreases when permittivity is increased in exponential function as shown in Fig. 4.

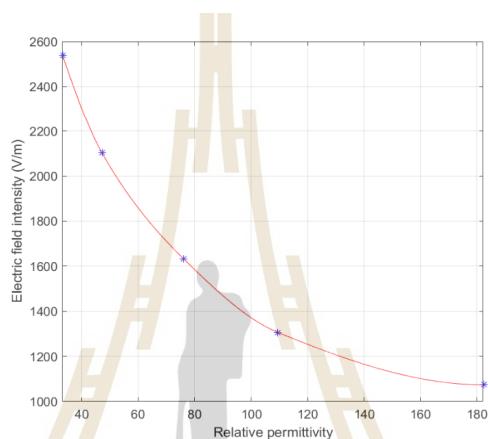


Fig. 4. Electric field intensity in the electrode layer with the value of the relative permittivity

5.2. Thermal model

The simulation parameter of thermal model shown in Table 2 [18] and the initial condition defines the ambient temperature is 28 °C. Assume the electrolyte solution does not gravitate on the inner part of the supercapacitor, do not have the convection and radiation in this region. On the external surface of the supercapacitor, heat transfer includes the heat convection to ambient temperature. Fig. 5. show the temperature distribution in supercapacitor with various electrolytes from the beginning to the constant.

Table 2 Parameter of thermal model

Materials	ρ (kg/m ³)	c (J/kg. °K)	k (W/ °K.m ²)
Aluminum	2700	900	238
Activated carbon	700	700	5
Polypropylene	1008.98	1978.16	0.3344

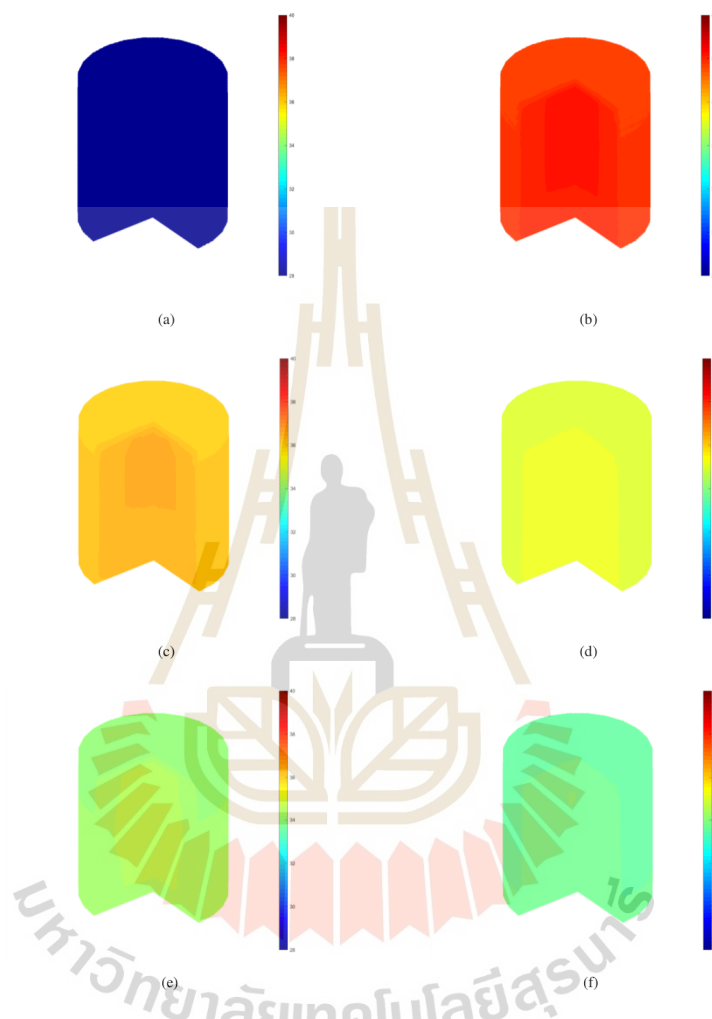


Fig. 5. Temperature distribution ($^{\circ}\text{C}$) in supercapacitor: (a) beginning (b) CH_3OH solvent electrolyte (c) $(\text{CH}_3)_2\text{SO}$ solvent electrolyte (d) KOH electrolyte (e) HCONH_3 solvent electrolyte and (f) HCONHCH_3 solvent electrolyte

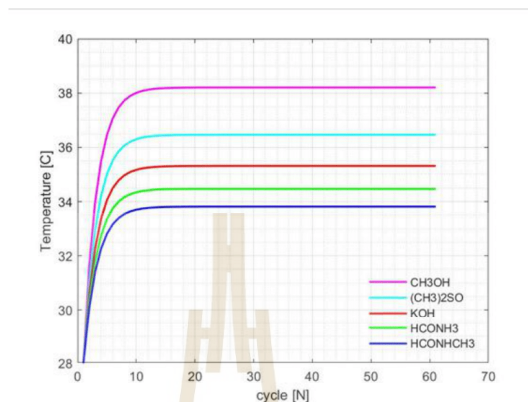


Fig. 6. Maximum temperature (°C) of supercapacitor with various electrolyte per cycle

The simulation, the temperature of the supercapacitor will increase and stabilize at a certain value, which varies according to the type of electrolyte with a higher temperature in the middle then spread to the surrounding area. From Fig. 6. maximum temperature distribution in supercapacitor shown in Table 3.

Table 3. Maximum temperature of supercapacitor with various electrolytes

	CH ₃ OH	(CH ₃) ₂ SO	KOH	HCONH ₃	HCONHCH ₃
Maximum temperature (°C)	38.205	36.426	35.313	34.468	33.813

6. Conclusion

This paper simulation used the 3-D finite element method for solving the partial differential equation of electrostatic and thermal to illustrate the relationship between electrolytes and electric field intensity, which may affect the operation of the supercapacitor. Also, the simulation presents a value of the electric field intensity and temperature distribution in the electrode layer. The simulation results show that the electric field intensities decrease as the permittivity of electrolyte increases because the temperature in supercapacitor decreases. For electrolytes consists of KOH and sodium iodide in various solvents, HCONHCH₃ makes the operating temperature of the supercapacitor is lowest. The efficacy of supercapacitor is based on the materials used to make electrodes, electrolyte and the internal structure design of the supercapacitor. Therefore, designing technology of the supercapacitor is the alternative way to increase the efficacy of the supercapacitor that leads to more performance.

Conflict of Interest

The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions

Pao-la-or conducted the research; Bousungnoen analyzed the data; Pao-la-or and Bousungnoen wrote the paper; all authors had approved the final version.

Acknowledgements

This work was supported by School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology.

References

- [1] Simon P and Gogotsi Y. Materials for electrochemical capacitors, *Nature Materials*. Dec. 2008; 7(11): 845-854.
- [2] Chan CC and Chau KT. *Modern Electric Vehicle Technology*. Oxford University Press, vol. 2001.
- [3] Yao YY, Zhang DL and Xu DG. A study of supercapacitor parameters and characteristics. in *Proc. Power System Technology Conf.*, 2006; 1-4.
- [4] Jiang L and Arnet BJ. Charging supercapacitors from low voltage with an induction machine. in *Proc. 2007 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conf.*, 2007; 537-543.
- [5] Tashima D, Taniguchi M, Ostubo M, Okazaki A and Araki S. Thickness dependence of carbon electrode on space charge of electric double layer capacitor. *Electrical Insulation and Dielectric Phenomena*, Vancouver, BC, Oct 14-17, 2007.
- [6] Schneuwly A and Gallay R. Properties and applications of supercapacitors from the state-of-the-art to future trends. in *Proc. PCIM Conf.*, 2000: 1-10.
- [7] K. Maneesut and U. Supatti, "Reviews of supercapacitor cell voltage equalizer topologies for EVs," 14th International Conference on Electrical Engineering/Electronics Computer Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON 2017), pp. 608-611, Phuket Thailand, 2017.
- [8] Jin-yan S, Li Z, and Ji-yan Z. The study of electric field of high-power supercapacitors. 14th Symposium on Electromagnetic Launch Technology (ELT 2008), 2008; 1-5, Victoria, BC, Canada.
- [9] Kai W, Liwei L, Huaixian Y, Tiezhu Z, and Wubo W. (October 2015). Thermal Modelling Analysis of Spiral Wound Supercapacitor under Constant-Current Cycling. PLOS ONE. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0138672>
- [10] Simon P. and Burke A. Nanostructured carbons: double-layer capacitance and more. *The Electrochemical Society Interface*, 2008; 38-43.
- [11] Vacharakup S, Peerasaksophol M, Kulworawanichpong T, and Pao-la-or P. Study of natural frequencies and characteristics of piezoelectric transformers by using 3-D finite element method. *Applied Mechanics and Materials*, 2012; 110-116: 61-66.
- [12] Pao-La-Or P, and Amornsawatwattana I. Analysis of water temperature distribution in various type of absorber in solar thermal by 3-D finite element method. *International Journal of Smart Grid and Clean Energy*, July 2019; 8(4): 461-469.
- [13] Jackson JD, *Classical Electrodynamics*, 3rd ed. New York: Wiley, 1998; 154.
- [14] Singh R, and Ulrich RK. High and Low Dielectric Constant Materials. *The Electrochemical Society Interface*, 1999; 26-30.
- [15] Ramana CHVV, Ashok Kumar M, Kiran KABV, and Venumadhav K. Dielectric Constant measurement for solids using discrete components. *International Journal of Advanced Engineering and Global Technology (IJAEGT)*. 2013; 1(4): 163-167.
- [16] Zaini MAA, Aini NMN, Kamaruddin MJ, Yeow YK and Setapar SHM. Dielectric properties of potassium hydroxide-treated palm kernel shell. *Jurnal of Teknologi*, 2015; 74(7): 13-18.
- [17] Winsor P and Cole RH. (1982). Dielectric properties of electrolyte solutions. 1. Sodium iodide in seven solvents at various temperatures. *The Journal of Physical Chemistry*. [Online]. 86(13), pp. 2486-2490. Available: <https://pubs.acs.org/doi/pdf/10.1021/j100210a049>
- [18] Li Y, Wang S, Zheng M, & Liu J. Thermal behavior analysis of stacked-type supercapacitors with different cell structures. *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, 2018; 4(1): 112-120.

Copyright © 2020 by the authors. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License (CC BY-NC-ND 4.0), which permits use, distribution and reproduction in any medium, provided that the article is properly cited, the use is non-commercial and no modifications or adaptations are made.

ประวัติผู้เขียน

นายพลรัตน์ เบาสูงเนิน เกิดเมื่อวันที่ 25 พฤษภาคม พ.ศ.2537 เกิดที่อำเภอสูงเนิน จังหวัดนครราชสีมา สำเร็จการศึกษาระดับประถมศึกษา จากโรงเรียนบ้านนากลาง ตำบลนากลาง อำเภอสูงเนิน จังหวัดนครราชสีมา สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษา จากโรงเรียนอุบลรัตนราชกัญญาราชวิทยาลัย นครราชสีมา ตำบลบ้านใหม่ อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา เมื่อ พ.ศ.2560 และได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโทวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี เมื่อ พ.ศ.2561 โดยขณะกำลังศึกษาได้รับทุนการศึกษากิตติบัณฑิต และได้เป็นผู้ช่วยสอนในวิชาปฏิบัติการต่าง ๆ ของสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ระหว่างศึกษาระดับปริญญาโท ได้มีผลงานทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ดังปรากฏรายละเอียดในภาคผนวก ข



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี