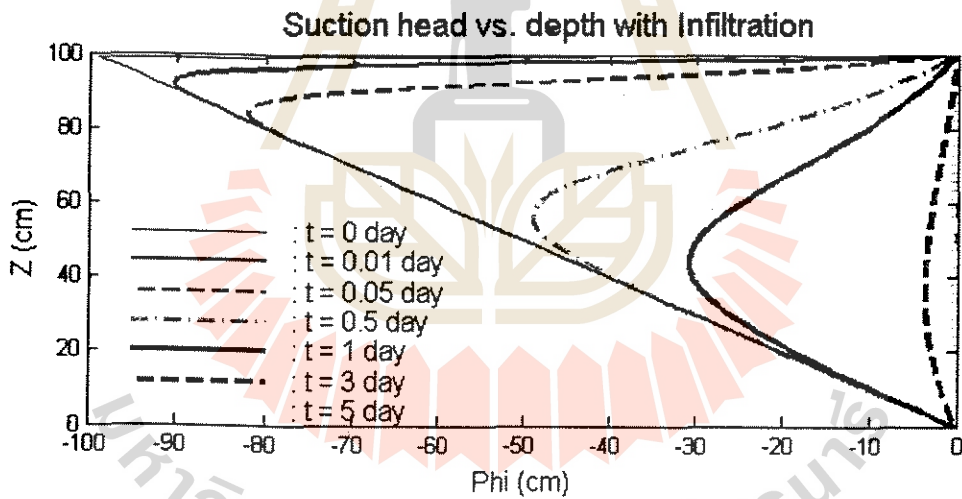
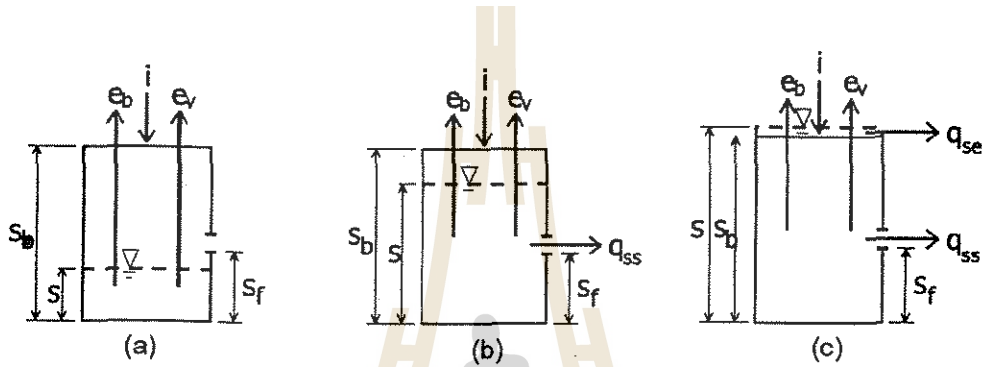


การจำลองกระบวนการทางอุทกวิทยา (Modeling of Hydrological Processes)

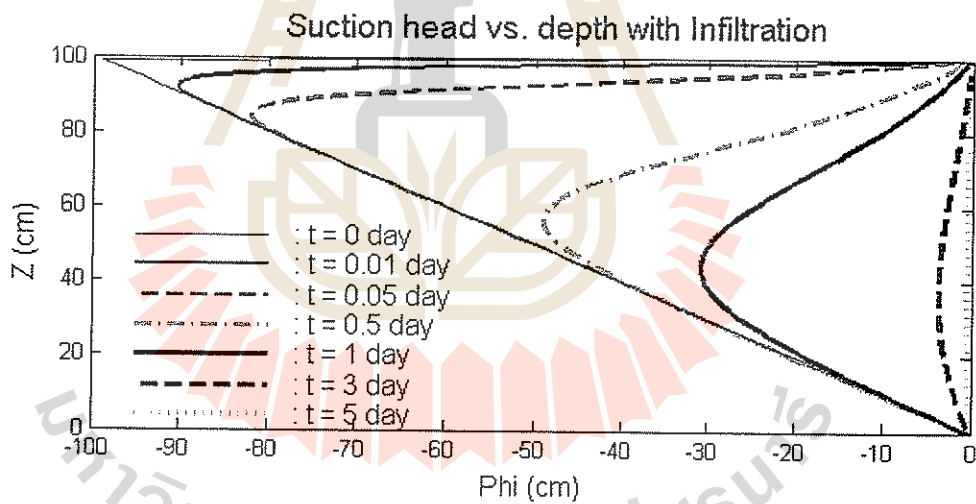
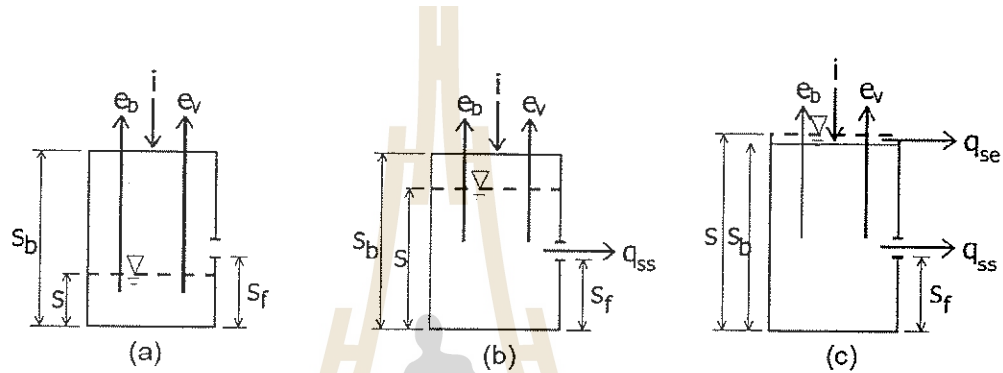


ฉัตรชัย โชติษฐายากร

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

พฤษภาคม 2555

การจำลองกระบวนการทางอุทกวิทยา (Modeling of Hydrological Processes)



ฉัตรชัย โชติษฐียงกูร

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

พฤษภาคม 2555

คำนำ

ความตั้งใจของผู้เขียนในการเขียนและเรียบเรียงหนังสือเรื่อง การจำลองกระบวนการทางอุทกวิทยา นี้ คือเพื่อให้ นักศึกษาระดับบัณฑิตศึกษา ของสาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ได้นำไปใช้ประโยชน์กับการเรียนในรายวิชา การจำลองทางอุทกวิทยา (Modeling of hydrological processes) และอีกหลายรายวิชาที่เกี่ยวข้องเช่น วิชาอุทกวิทยาน้ำใต้ดิน (Subsurface Hydrology) และ ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ในทางวิศวกรรม (Numerical methods in engineering) วิธีการเขียนมีคำอธิบายที่ทำให้ผู้อ่านสามารถทำความเข้าใจได้ง่าย โดยกล่าวหาบทวนทฤษฎี หลักการที่เกี่ยวข้องโดยย่อ การประยุกต์ใช้กับปัญหาทางกายภาพ การสร้างสมการและการแก้สมการโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ประกอบด้วยตัวอย่างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ และผลการคำนวณในรูปของกราฟ มีตัวอย่างการคำนวณที่ทำให้เห็นขั้นตอนต่างๆ ซึ่งง่ายต่อการทำความเข้าใจ เพื่อให้ผู้เรียนมีความพร้อมและความมั่นใจในการสร้างหรือใช้แบบจำลองทางอุทกวิทยาได้อย่างถูกต้อง ก่อนนำไปประยุกต์กับปัญหาจริงที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นได้เองต่อไป

สิ่งสำคัญที่ผู้เรียนต้องฝึกฝน หาประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอต่อไปคือ ความสามารถประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งทักษะที่เกิดขึ้นบวกกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ จะทำให้การสร้างแบบจำลองทางอุทกวิทยา โดยเฉพาะการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสามารถแก้ปัญหาต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ หากผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้อง รวดเร็ว

เนื้อหาของหนังสือแบ่งออกได้เป็นสองส่วนสำคัญคือ ส่วนแรกเป็นเรื่องอุทกวิทยาน้ำผิวดินและภาพรวมการจำลองทางอุทกวิทยา ประกอบด้วยบทที่ 1 ถึง 5 ส่วนที่สองคือ อุทกวิทยาน้ำใต้ดิน ประกอบด้วยบทที่ 6 ถึง 11

ในส่วนแรก ผู้เขียนขอขอบคุณ Prof. Dr.Murugesu Sivapalan อาจารย์ผู้สอนวิชาอุทกวิทยาน้ำผิวดินและเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ในส่วนที่สอง ผู้เขียนขอขอบคุณ Dr.Prabhakar Clement อาจารย์ผู้สอนวิชาระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับการแก้ปัญหาคาร์ไหลของน้ำใต้ดิน (Numerical Method for Subsurface Flow Problem) ในขณะที่ยังเขียนศึกษาอยู่ที่ The University of Western Australia ที่ทำให้ผู้เขียนมีความประทับใจ และสนใจในวิชาเหล่านี้ ประกอบกับประสบการณ์ในการสร้างแบบจำลองทางอุทกวิทยา ซึ่งได้ตีพิมพ์เผยแพร่ไปแล้วหลายบทความ ตั้งแต่แบบจำลองฝน แบบจำลองฝน-น้ำท่า และแบบจำลอง Extreme flood จึงได้นำความรู้ที่ได้รับ และประสบการณ์เหล่านี้มาเป็นเค้าโครงและเป็นเนื้อหาในการเขียนหนังสือนี้ โดยมีคำอธิบาย ตัวอย่าง ให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจมากขึ้น ขอขอบคุณ คุณโกวิท บุญรอด คุณหฤทัย มาศไค้ง คุณชลธิชา ลัมสุวรรณ นักศึกษาระดับบัณฑิตศึกษา ที่ช่วยพิมพ์ต้นฉบับ และคุณพรพีไล กิติรัตน์ตระการที่ได้ตรวจสอบต้นฉบับ

สารบัญ

	หน้า
ส่วนที่ 1 น้ำผิวดิน	
บทที่ 1 กระบวนการสร้างแบบจำลองการไหลออกผิวดิน	1
1.1 ทำไมต้องใช้แบบจำลอง	1
1.2 ประเภทของแบบจำลองทางอุทกวิทยา	1
1.3 กระบวนการสร้างแบบจำลอง	3
1.4 ปัญหาการเลือกใช้แบบจำลองเชิงแนวคิด	9
1.5 การสอบเทียบแบบจำลองและการทดสอบเพื่อรับรองผล	10
1.6 วิวัฒนาการของแบบจำลองฝน-น้ำท่า	10
1.7 ความหลากหลายของวิธีเอกซลภาพ	14
1.8 แบบจำลองในช่วงต้นของยุคดิจิทัลคอมพิวเตอร์	16
1.9 แบบจำลองกระบวนการแบบกระจาย	18
บทที่ 2 การพัฒนาแบบจำลองบนพื้นฐานของข้อมูล	23
2.1 แนวทางถดถอยเอมพิริคัล	24
2.2 แบบจำลองฟังก์ชันส่งผ่าน	26
2.3 ฟังก์ชันส่งผ่านนำเข้าหลายชุดแบบไม่เป็นเชิงเส้น	29
2.4 ฟังก์ชันส่งผ่านที่สร้างจากลักษณะทางกายภาพ	29
2.5 แบบจำลองฝน-น้ำท่าบนพื้นฐานของแนวคิดโครงข่ายใยประสาท	34
2.6 การเข้าคู่กันระหว่างกระบวนการผิวดินและใต้ดินนำไปสู่แบบจำลอง 3 มิติ	35
2.7 แบบจำลองบนพื้นฐานของกริดหรือชั้นประกอบ: แบบจำลอง SHE	38
2.8 แบบจำลองบนพื้นฐานของชั้นประกอบไหลเขา: IHDM, TOPOG	40
บทที่ 3 การจำลองสมดุลของน้ำและปัจจัยที่ควบคุม	51
3.1 กราฟบูติโก	51
3.1.1 การสร้างกราฟบูติโกโดยใช้หลักการสมดุลของน้ำอย่างง่าย	53
3.1.2 ผลลัพธ์จากการวิเคราะห์สำหรับแบบจำลองอย่างง่าย	54
3.2 แบบจำลองน้ำฝน-น้ำท่าอย่างง่าย	56
3.3 การพัฒนาแบบจำลองทางอุทกวิทยาโดยวิธีจากบนลงล่าง	65
3.3.1 ลุ่มน้ำที่ศึกษา	66
3.3.2 แบบจำลองสมดุลของน้ำรายปี	67
3.3.3 การสร้างแบบจำลองสมดุลของน้ำรายเดือน	70
3.3.4 การสร้างแบบจำลองสมดุลของน้ำรายวัน	76
3.3.5 แบบจำลองการกระจายของสมดุลของน้ำระดับลุ่มน้ำ	87
3.4 โปรแกรมแบบจำลองสมดุลของน้ำ	96
3.4.1 แบบจำลองรุ่นที่หนึ่งจำลองสมดุลของน้ำรายปี	96

3.4.2	แบบจำลองรุ่นที่สองจำลองสมดุลของน้ำรายเดือน	99
3.4.3	แบบจำลองรุ่นที่สามจำลองสมดุลของน้ำรายวัน	103
บทที่ 4 แบบจำลองฝน		113
4.1	แบบจำลองฝนตามเวลา	113
4.1.1	ข้อมูลฝน	114
4.1.2	ช่วงเวลาที่มียายุฝนและช่วงเวลาระหว่างพายุฝน	114
4.1.3	ความเข้มฝน	114
4.2	แบบจำลองฝนในเชิงพื้นที่และเวลา	123
4.2.1	แบบจำลองฝนตามเวลาโดยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ	124
4.2.2	แบบจำลองฝนตามพื้นที่บนพื้นฐานของการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มที่แยกกันโดยสิ้นเชิง	125
4.2.3	ตัวอย่างพื้นที่ศึกษาและข้อมูลฝน	130
4.2.4	การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟ	132
4.2.5	การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่ม	134
4.2.6	การสังเคราะห์ข้อมูลฝนตามพื้นที่	140
4.2.7	ผลการทดสอบข้อมูลฝนจากการสังเคราะห์	140
4.2.8	การเขียนโปรแกรมแบบจำลอง	150
บทที่ 5 การจำลองการไหลหลากด้วยวิธีอย่างง่าย		167
5.1	การหลากทางอุทกวิทยา	168
5.1.1	การหลากในอ่างเก็บน้ำ	170
5.1.2	การหลากในลำน้ำ	173
5.2	การหลากโดยวิธีคลื่นจลนศาสตร์	179
5.2.1	คลื่นช็อกจลนศาสตร์และคลื่นที่เอียงลาดไปในทางเดียวกัน	180
5.2.2	รูปตัดตามยาวของคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน	182
5.2.3	การใช้แบบจำลองคลื่นจลนศาสตร์กับการไหลบ่าผิวดิน	183
5.3	การหลากโดยการแพร่	188
5.4	การหลากโดยใช้ความเร็วเฉลี่ย	191
5.4.1	แบบจำลองการเกิดการไหลออกก้นนี้	192
5.4.2	การกักเก็บในลำน้ำข้ามคืน	194
5.4.3	โปรแกรมแบบจำลองการหลากโดยใช้ความเร็วเฉลี่ย	200
5.5	การหลากโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและอัตราการไหล	204
5.5.1	การประมาณค่า k และ m สำหรับลุ่มน้ำที่ศึกษา	205
5.5.2	การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการจำลองการหลากในลำน้ำ	211
5.5.3	การเขียนโปรแกรมแบบจำลองการสร้างกราฟระดับน้ำ-อัตราการไหล-การกักเก็บ	216

5.6 การไหลผิวดินด้วยแบบจำลองค่าระดับความสูงเชิงตัวเลข	224
ส่วนที่ 2 น้ำใต้ดิน	
บทที่ 6 การแก้ปัญหาทางวิศวกรรมโดยวิธีเชิงตัวเลข	239
6.1 การแก้ปัญหาโดยใช้แบบจำลอง	239
6.2 กรอบของปัญหาและการแก้ปัญหา	242
6.3 อนุกรมเทอร์เลอร์	245
บทที่ 7 การแก้สมการเชิงอนุพันธ์แบบสามัญ	247
7.1 สมการเชิงอนุพันธ์แบบสามัญ	247
7.1.1 การเสถียรของผลลัพธ์จากระเบียบวิธีเชิงตัวเลข	252
7.1.2 การคำนวณระเบียบวิธีเชิงตัวเลข	254
7.1.3 วิธีแบบปริยายของออยเลอร์	259
7.1.4 การวิเคราะห์ความเสถียร	264
7.2 ปัญหาการนำความร้อน	266
7.2.1 การสร้างสมการจากปัญหา	266
7.2.2 เงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้น	268
7.2.3 ระเบียบวิธีแบบชัดแจ้ง	269
7.2.4 ระเบียบวิธีแบบปริยาย	273
บทที่ 8 การแก้ปัญหการไหลของน้ำใต้ดิน 1 ทิศทาง	279
8.1 กรณีชั้นให้น้ำแบบปิด	279
8.1.1 สมการการไหลของน้ำใต้ดิน	279
8.1.2 กรณีมีการเติมน้ำจากด้านบน	281
8.1.3 การตรวจสอบการสมดุลของมวลน้ำ	290
8.2 การไหลตามรัศมี กรณีการไหลเข้าบ่อน้ำของชั้นให้น้ำแบบปิด	296
8.2.1 การสร้างสมการการไหลจากสมดุลของน้ำ	296
8.2.2 การใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม	298
8.2.3 การทบทวนวิธีวิเคราะห์การไหลในชั้นให้น้ำแบบปิด	300
8.3 การแก้ปัญหการไหลของน้ำใต้ดิน 1 ทิศทาง กรณีชั้นให้น้ำแบบเปิด	305
8.3.1 สมการการไหลของน้ำใต้ดิน	305
8.3.2 การแก้สมการโดยระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม	306
บทที่ 9 การแก้ปัญหการซึมของน้ำใต้ดินในแนวตั้ง	313
9.1 ความสมดุลทางกลศาสตร์	313
9.2 สมดุลของริชาร์ด	315
9.3 ผลลัพธ์วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมสำหรับสมการของริชาร์ดบนพื้นฐานความดัน	318

บทที่ 10 การเคลื่อนที่ของสารปนเปื้อนในน้ำใต้ดิน	333
10.1 สมดุลของมวล	335
10.2 การแก้สมการโดยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม	338
บทที่ 11 แบบจำลองการไหลของน้ำบาดาล MODFLOW	347
11.1 ลักษณะทั่วไปของแบบจำลอง	347
11.2 ข้อมูลพื้นฐานในการใช้ประโยชน์แบบจำลอง	351
11.3 โปรแกรมที่ใช้งานร่วมกับ MODFLOW	352



บทที่ 1

กระบวนการสร้างแบบจำลองการไหลออกผิวดิน

1.1 ทำไมต้องใช้แบบจำลอง

การวัดและบันทึกข้อมูลทางอุทกวิทยามีข้อจำกัดทั้งทางด้านเทคนิคการวัด ข้อจำกัดของช่วงการวัด ทั้งในมิติของพื้นที่และเวลาที่ไม่สามารถวัดได้ทุกที่ทุกเวลาทั้งพื้นที่ลุ่มน้ำ จึงมีความจำเป็นต้องใช้การประมาณค่านอกช่วง (extrapolating) จากข้อมูลการวัดที่มีอยู่ โดยเฉพาะลุ่มน้ำที่ไม่มีสถานีวัด (ungauged catchments) และการทำนายในอนาคต

เป้าหมายสูงสุดของการคาดการณ์หรือทำนายโดยใช้แบบจำลองคือต้องการจะใช้เป็นเครื่องมือในการตัดสินใจ (decision-making) เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางอุทกวิทยา การวางแผนการจัดการทรัพยากรน้ำ การป้องกันน้ำท่วม เป็นต้น

การทำแบบจำลองฝน-การไหลออก สามารถเริ่มได้ด้วยการใช้ กรอบการวิเคราะห์ล้วนๆ อย่างเดียว (analytical framework) บนพื้นฐานของข้อมูลจากการสังเกตผลการนำเข้า-ออกจากลุ่มน้ำ ลุ่มน้ำถูกมองว่าเป็นกล่องดำ (black box) โดยไม่ได้อ้างอิงกระบวนการภายในใดๆ ที่ควบคุมการเปลี่ยนจากน้ำฝนเป็นน้ำท่า

เส้นทางการไหลของน้ำในดินในสภาพธรรมชาติมีความซับซ้อนมากเป็นปฏิสัมพันธ์ระหว่างมวล 3 สถานะทั้งของแข็ง ของเหลวและก๊าซ การใช้สมการทางคณิตศาสตร์อธิบายการไหลจำเป็นต้องใช้สมมติฐานที่ทำได้โดยง่ายและโดยประมาณ

1.2 ประเภทของแบบจำลองทางอุทกวิทยา

Chow et al. [1988] ได้จำแนกแบบจำลองทางอุทกวิทยาออกเป็น 2 กลุ่ม คือ แบบจำลองทางกายภาพ (physical model) และแบบจำลองนามธรรม (abstract model) แบบจำลองมาตราส่วน (scale model) รวมอยู่ในแบบจำลองทางกายภาพด้วย ซึ่งเป็นตัวแทนของการใช้ระบบย่อยส่วน เช่น แบบจำลองทางชลศาสตร์สำหรับทางระบายน้ำล้นของเขื่อนและแบบจำลองเชิงอุปมา (analog models) ซึ่งเป็นระบบทางกายภาพอีกระบบหนึ่งที่มีคุณสมบัติเหมือนต้นแบบ (prototype) เช่น แบบจำลอง Hele-shaw ซึ่งใช้อธิบายการเคลื่อนที่ของของไหลหนืด (viscous fluid) ระหว่างแผ่นคู่ขนานที่ชิดกันเพื่อจำลองการซึม (seepage) ในชั้นให้น้ำใต้ดิน (aquifer) หรือคั่นดิน

แบบจำลองนามธรรมนำเสนอในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยชุดของตัวแปรนำเข้าและตัวแปรออก ตัวแปรเหล่านี้เป็นฟังก์ชันกับพื้นที่และเวลา และอาจเป็นได้ทั้งตัวแปรความน่าจะเป็นหรือตัว

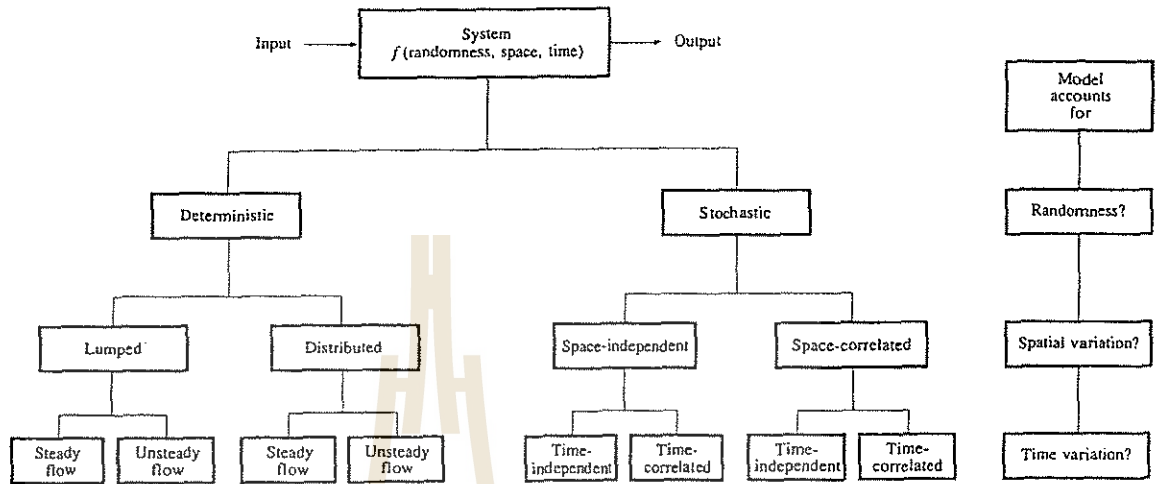
แปรสุ่ม (probabilistic or random variables) ซึ่งไม่ได้เป็นค่าคงที่ แต่อธิบายโดยใช้การแจกแจงความน่าจะเป็น เช่น ปริมาณฝนที่จะตกพรุ่งนี้ ณ.จุดที่กำหนด ไม่สามารถทำนายค่าได้อย่างแน่นอน ทำนายได้เพียงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดฝนจากสนามสุ่ม (random field)

การตัดสินใจขั้นต้นสำหรับจำแนกประเภทของแบบจำลองคือ ตัวแปรของแบบจำลองเป็นแบบสุ่มหรือไม่ แปรเปลี่ยนหรือคงที่สม่ำเสมอทั้งพื้นที่หรือไม่ แปรเปลี่ยนหรือคงที่ตามเวลาหรือไม่ แบบจำลองอาจแสดงเป็นทางเลือกในรูปที่ 1.1

แบบจำลองรู้ค่าแน่นอน (deterministic model) ไม่รวมการสุ่ม ให้ค่าผลลัพธ์เหมือนกันทุกครั้งที่ใส่ค่านำเข้าค่าเดิม ส่วนแบบจำลองสโตแคสติกส์ (stochastic model) ให้ค่าผลลัพธ์ที่มีบางส่วนเป็นการสุ่ม มีการกล่าวว่ใช้แบบจำลองรู้ค่าแน่นอนในการพยากรณ์ (forecast) ขณะที่ใช้แบบจำลองสโตแคสติกส์ในการทำนาย (prediction) ถึงแม้ปรากฏการณ์ทางอุทกวิทยาเกี่ยวข้องกับการสุ่มบ้าง แต่จะมีผลต่อความแปรเปลี่ยนของผลลัพธ์น้อยเมื่อเทียบกับแพ็คเกจที่ไมรู้ค่าต่างๆ ซึ่งจะเหมาะสมกับแบบจำลองรู้ค่าแน่นอน ถ้าการแปรผันจากการสุ่มมีค่ามากแบบจำลองสโตแคสติกส์จะมีความเหมาะสมมากกว่า เช่น แบบจำลองรู้ค่าแน่นอน ใช้ได้ผลอย่างดีในการหาค่าการระเหยรายวัน ณ.จุดที่กำหนด โดยให้ข้อมูลพลังงานที่ได้รับ และการพัดพาไอน้ำ แต่ข้อมูลชุดเดียวกันที่เห็น ไม่สามารถใช้กับแบบจำลองฝนรายวันได้อย่างน่าเชื่อถือ เพราะฝนมีการสุ่มสูงมาก ด้วยเหตุนี้ แบบจำลองฝนส่วนใหญ่จึงเป็นแบบจำลองสโตแคสติกส์ ในผังงานตามรูปที่ 1.1 ในระดับกลาง ที่ต้องตัดสินใจความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่ ปรากฏการณ์ทางอุทกวิทยามีความไม่สม่ำเสมอตามพื้นที่ 3 มิติ แต่การนำความแปรเปลี่ยนทั้งหมด 3 มิติไปพิจารณาอาจทำให้แบบจำลองมีความยุ่งยากในการนำไปประยุกต์ใช้งานสำหรับ แบบจำลองก้อนเดียวแบบรู้ค่าแน่นอน (deterministic lumped model) ระบบจะถูกเฉลี่ยทั้งพื้นที่ นำมาพิจารณาเป็นก้อนเดียวไร้มิติ ตัวอย่าง แบบจำลองสำหรับกระบวนการเปลี่ยนน้ำฝน-น้ำท่า มองฝนน้ำเข้าว่าเป็นค่าคงที่สม่ำเสมอทั่วทั้งพื้นที่ลุ่มน้ำ และไม่สนใจความแปรผันภายในพื้นที่ของการไหลในลำน้ำ ในทางกลับกัน แบบจำลองกระจายแบบรู้ค่าแน่นอน (deterministic distributed model) พิจารณากระบวนการทางอุทกวิทยาที่เกิดขึ้นที่หลายจุดในพื้นที่ และกำหนดตัวแปรของแบบจำลองเป็นฟังก์ชันของมิติของพื้นที่ แบบจำลองแบบสโตแคสติกส์ อาจถูกจัดจำแนกออกเป็นไม่ขึ้นกับพื้นที่ (space-independent) หรือขึ้นกับพื้นที่ (space-dependent) ด้วยเงื่อนไขที่ตัวแปรสุ่มที่จุดต่างๆ ในพื้นที่มีอิทธิพลต่อกันหรือไม่

ในผังงานตามรูปที่ 1.1 ในระดับที่สาม ต้องพิจารณาความแปรเปลี่ยนตามเวลาแบบจำลองรู้ค่าแน่นอน ถูกจัดจำแนกเป็นการไหลแบบคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (steady flow) หรือ การไหลแบบไม่คงที่ (เปลี่ยนแปลงตามเวลา) (unsteady flow) แบบจำลองสโตแคสติกส์ มีผลลัพธ์ที่แปรเปลี่ยนตามเวลาได้ด้วย จัดเป็นประเภทไม่ขึ้นกับเวลา (time-independent) หรือประเภทสัมพันธ์กับเวลา (time-correlated) ซึ่งหมายถึง ลำดับเหตุการณ์ข้างหน้าได้รับอิทธิพลจากเหตุการณ์ปัจจุบัน

แบบจำลองทางอุทกวิทยาทั้งหมดเป็นการประมาณเทียบเคียงกับข้อเท็จจริง ดังนั้นผลลัพธ์ของระบบที่เกิดขึ้นจริงไม่สามารถทำนายได้ด้วยความแน่นอน (certainty) ปรากฏการณ์ทางอุทกวิทยาแปรผันตามพื้นที่ 3 มิติ และตามเวลา อาจกล่าวได้ว่ามี 5 แหล่งของความผันแปร (การสุ่ม พื้นที่ 3 มิติ และเวลา) สามารถนำมาพิจารณาได้ทั้งหมดในกรณีอุดมคติเท่านั้น ในทางปฏิบัติแบบจำลองจะพิจารณาได้เพียง 1 หรือ 2 แหล่งของความผันแปรเท่านั้น



รูปที่ 1.1

การแบ่งประเภทแบบจำลองทางอุทกวิทยาตามหลักเกณฑ์ของการสุ่ม (randomness) ความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่และเวลา ของปรากฏการณ์ทางอุทกวิทยา [Chow et al., 1988]

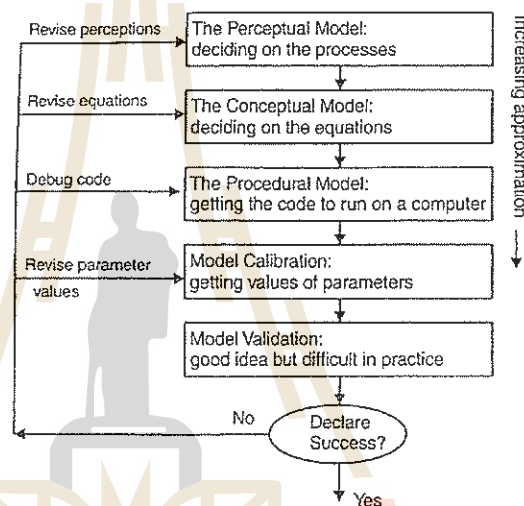
1.3 กระบวนการสร้างแบบจำลอง

กระบวนการสร้างแบบจำลอง (modeling process) มีขั้นตอนตามรูปที่ 1.2 เริ่มต้นจาก

1. แบบจำลองการรับรู้ (perceptual model)
 แบบจำลองนี้ใช้อธิบายกระบวนการเปลี่ยนน้ำฝนเป็นน้ำท่า (rainfall-runoff processes) โดยไม่มีข้อจำกัดตามทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ เป็นการรับรู้ความเข้าใจส่วนบุคคลที่ขึ้นกับประสบการณ์ของนักอุทกวิทยาและความรู้ตามตำราที่ได้ศึกษา
2. แบบจำลองเชิงแนวคิด (conceptual model)
 แบบจำลองที่สร้างขึ้นโดยมีทฤษฎีหรือคำอธิบายทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้พรรณนาการไหลของน้ำ เช่น การไหลของน้ำในดินตามกฎของดาร์ซี (Darcy's law) $v \propto \frac{\Delta h}{L}$ นำมาประยุกต์ใช้การไหลตามรูปตัดความยาวของชั้นดินโดยมีสมมติฐานว่าไม่คิดผลของการไหลตามสะดวก (preferential flow) ผ่านช่องว่างในดินขนาดใหญ่ (macro-pores) แบบจำลองที่มีตั้งแต่ความซับซ้อนน้อยถึงมาก ตั้งแต่ใช้สมการสมดุลของน้ำอย่างง่าย ที่อธิบายองค์ประกอบของการกักเก็บน้ำต่างๆ ในลุ่มน้ำ จนถึงการใช้สมการอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น
3. แบบจำลองเชิงขั้นตอนกระบวนการ (Procedural model)
 แบบจำลองนี้อยู่ในรูปของโค้ด รหัส สำหรับการทำงานของคอมพิวเตอร์โดยใช้เทคนิค การวิเคราะห์เชิงตัวเลข แทนที่สมการอนุพันธ์โดยใช้วิธีผลต่างสลับเนื่อง (finite difference) หรือ วิธีปริมาตรจำกัด (finite volume) อย่างไรก็ตามวิธีการเหล่านี้มีโอกาสที่จะทำให้ผลการคำนวณมีความคลาดเคลื่อนจากค่าที่ถูกต้อง

4. การสอบเทียบแบบจำลอง (model calibration)

เป็นขั้นตอนการหาความสอดคล้องกันมากที่สุด ระหว่างผลการทำนายโดยแบบจำลองและผลการสำรวจหรือผลจากการวัดในสนาม จากความหลากหลายของข้อมูลนำเข้าและตัวแปรสถานะ (state variables) ข้อมูลนำเข้าที่บอกลักษณะทางกายภาพของกลุ่มน้ำจะพิจารณาให้คงที่ ส่วนตัวแปรสถานะ เช่น ความจุของน้ำในดินหรือระดับน้ำจะเปลี่ยนแปลงได้ระหว่างกระบวนการคำนวณ พารามิเตอร์ของแบบจำลองใช้แสดงคุณลักษณะของกลุ่มน้ำหรือกระบวนการไหล กระบวนการทดสอบเพื่อรับรองผล (validation หรือ evaluation) ของผลจากการทำนายช่วยบ่งบอกว่าแบบจำลองนี้มีคุณภาพยอมรับได้หรือไม่



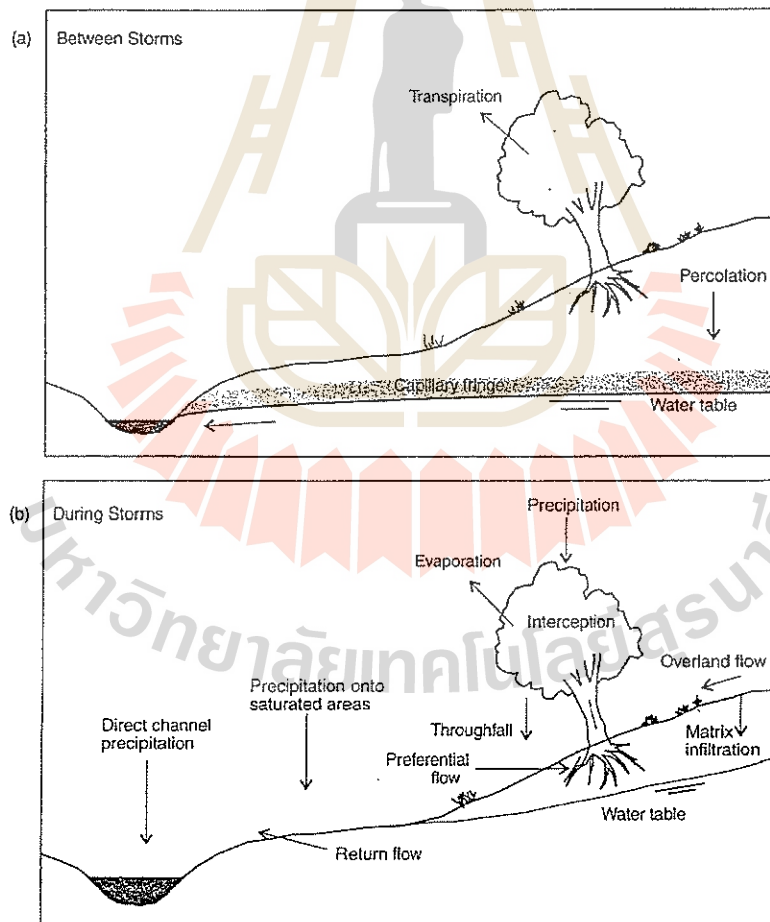
รูปที่ 1.2

แผนภาพเค้าร่างของกรอบ (schematic outline) ขั้นตอนต่างๆ ในกระบวนการสร้างแบบจำลอง [Beven, 2003]

จากปัญหาความสามารถในการวัดในสนาม โดยเฉพาะการประเมินกระบวนการไหลของน้ำใต้ดิน โดยทั่วไปมีข้อจำกัด ที่ข้อมูลมาจากบริเวณที่ติดตั้งเครื่องมือวัดเท่านั้น ดังนั้นการศึกษากระบวนการไหลของน้ำจึงดำเนินการได้ในขอบเขตที่จำกัด เช่น ที่ไหล่เขา (hillslope) แปลงทดลอง (plots) หรือนำแห่งดินที่ไม่ถูกรบกวน (undisturbed soil) กลับมาทดสอบในห้องปฏิบัติการ ขณะที่ลักษณะขอบเขตการไหลเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วในพื้นที่ (บางครั้งในเวลาด้วย) การวัดในพื้นที่ขนาดเล็กจึงเป็นภาพบางส่วนของธรรมชาติการไหล จึงยังมีสิ่งที่ไม่รู้อีกมากเกี่ยวกับธรรมชาติกระบวนการไหลของน้ำใต้ดิน ความไม่รู้นี้ก็ด้วยข้อจำกัดของเทคนิคการวัดในปัจจุบัน ดังนั้นจำเป็นต้องใช้การอนุมานเกี่ยวกับกระบวนการจากผลการทดลองที่มีอยู่ การอนุมานจึงเป็นการเพิ่มข้อมูลให้กับแบบจำลองการรับรู้ของการตอบสนองทางอุทกวิทยา

แบบจำลองการรับรู้ทางอุทกวิทยาลุ่มน้ำ

แบบจำลองการรับรู้ทางอุทกวิทยาลุ่มน้ำแบบหนึ่ง จากสรุปกรอบแนวคิดโดย *Beben* [1991] มีพื้นฐานจากประสบการณ์จากอดีตถึงปัจจุบันดังนี้ ช่วงสภาพส่วนลดระหว่างพายุฝน ปริมาณการกักเก็บน้ำในดินและหินจะลดลง (รูปที่ 1.3(a)) การกักเก็บน้ำและระดับน้ำจะมีค่าสูงใกล้ผิวดินที่จุดต่ำสุดของหุบเขา ที่เรียกว่าพื้นที่ริมน้ำ (riparian area) เพราะเป็นการไหลลงเขาและสู่เข้าหากัน ในที่ต่ำของไหลเขา การสูญเสียน้ำจากการคายระเหยมีผลมากหรือน้อยต่อรูปตัดตามยาวของการกักเก็บ ขึ้นอยู่กับฤดูกาล ภูมิอากาศ และชนิดของพืชพรรณ ความลึกของรากต้นไม้ ต้นไม้หลายชนิดสามารถหยั่งรากลงไปดินหรือรอยแตกของหิน ได้ลึกหลายสิบเมตร เพื่อไปหาและดูดน้ำขึ้นมา ขณะเดียวกันก็เป็นช่องทางให้น้ำฝนซึมลงได้ด้วย ดังนั้นกระบวนการคายระเหยและการระบายน้ำจึงมีความสำคัญในการควบคุมเงื่อนไขที่เกิดขึ้นก่อน (antecedent condition) ก่อนที่พายุฝนใหม่จะเข้ามา เงื่อนไขที่เกิดขึ้นก่อน ปริมาณและความชื้นผิวดินมีความสำคัญในการควบคุมกระบวนการตอบสนองของลุ่มน้ำ เกิดการไหลออกเป็นส่วนหนึ่งของสภาพ (รูปที่ 1.3(b)) ยกเว้นลำธารมีน้ำไหลไม่ตลอดปี (ephemeral stream) ซึ่งเกิดจากการตอบสนองจากฝนโดยตรงลงสู่ลำน้ำ และพื้นที่ริมน้ำ



รูปที่ 1.3

ตัวแทนของกระบวนการที่เกี่ยวข้องในแบบจำลองการรับรู้ทางอุทกวิทยาของไหลเขา [Beben, 2003]

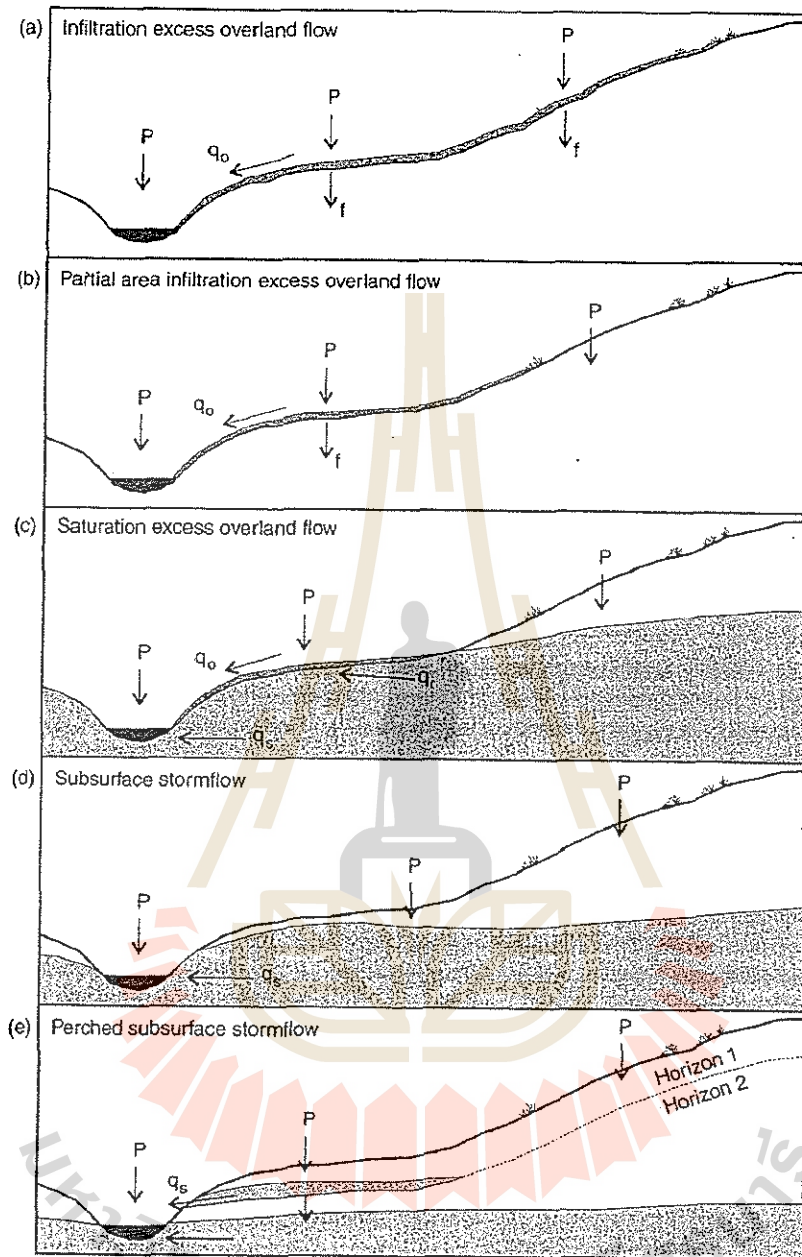
ฝนที่ตกลงมาโดยตรงจนถึงพื้นดินเรียกว่า throughfall แต่บางส่วนของฝนที่ตกจะถูกดักไว้จากร่มไม้ (canopy) และระเหยกลับเข้าสู่บรรยากาศ ฝนที่ตกถึงผิวดินเริ่มการซึมทันที อัตราและปริมาณการซึมถูกจำกัดโดยความชื้นผิวดินที่ตกถึงผิวดิน และความจุการซึม (infiltration capacity) ของดิน ถ้าอัตราของฝนมากกว่าความจุการซึมจะเกิดการไหลผิวดินจากส่วนเกินการซึม (infiltration excess overland flow) ซึ่งมักจะเกิดกับดินที่ไม่มีสิ่งปกคลุม (bare soil) เนื่องจากพลังงานจากการตกของเม็ดฝน สามารถจัดโครงสร้างอนุภาคของดินที่ผิวดินใหม่ และเปลี่ยนรูปเป็นเปลือกปกคลุมที่ผิวดิน (surface crust) ปิดช่องว่างขนาดใหญ่ของอนุภาคของดิน มักเกิดขึ้นกับดินกระจายตัว (dispersive soil) แต่หากไม่เกิดเปลือกปกคลุมที่ผิวดิน โครงสร้างของดินและความพรุนมหภาค (macroporosity) ของดิน จะเป็นปัจจัยควบคุมอัตราการซึม ช่องว่างในดินขนาดใหญ่ (macropores) และรอยแตกของหิน มีความสำคัญในการควบคุมอัตราการไหล รูและโพรงที่เกิดจากไส้เดือนและหนู มีความลึกไม่มากนัก จึงมีผลอย่างจำกัดต่ออัตราการซึมในด้านความจุการกักเก็บ

การไหลผิวดินอาจเกิดจากกลไกส่วนเกินการอิ่มตัว (saturation excess mechanism) พื้นที่ของดินที่อิ่มตัวด้วยน้ำ มีแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นกับดินที่มีความชื้นอยู่ก่อนมาก เช่น ส่วนที่ต่ำของหุบเขา การอิ่มตัวด้วยน้ำ อาจเกิดขึ้นในชั้นดินที่บาง ความจุในการกักเก็บมีน้อย ยอมให้น้ำผ่านได้น้อยและความลาดชันน้อย พื้นที่ของดินที่อิ่มตัวด้วยน้ำจะขยายตัวในช่วงฝนตกและลดขนาดลงในช่วงฝนหยุด เป็นแนวคิดพื้นที่การให้น้ำแบบพลวัต (dynamic contributing area)

เมื่อการอิ่มตัวด้วยน้ำเกิดขึ้นที่ฐานชั้นล่างของดิน เนื้อชั้นดินที่บ้น้ำหรือชั้นหิน เกิดการไหลออกตามความลาดชันของชั้นดิน จากความต่อเนื่องของการอิ่มตัวด้วยน้ำของดิน เรียกว่า การไหลใต้ผิวดิน (subsurface flow) บางกลุ่มน้ำมีความจุในการซึมสูง ดินลึก การตอบสนองของกลุ่มน้ำส่วนใหญ่จึงเป็นการไหลจากฝนใต้ผิวดิน (subsurface stormflow)

กรอบของการพัฒนาแบบจำลองการรับรู้ที่อธิบายข้างต้น เป็นตัวแทนส่วนหนึ่งของการตอบสนองทางอุทกวิทยาที่เป็นไปได้ ที่อาจเกิดขึ้นในสิ่งแวดล้อมต่างๆ หรือในส่วนที่ต่างกันของกลุ่มน้ำเดียวกันที่เวลาต่างกัน การปฏิบัติที่ผ่านมา แนวคิดที่แตกต่างกันของการตอบสนองของกลุ่มน้ำ ใช้พื้นฐานของลักษณะเด่นของชุดกระบวนการที่มากกว่าชุดกระบวนการอื่นๆ เช่น แบบจำลอง Hortonian การไหลเกิดจากกลไกส่วนเกินการซึม (รูปที่ 1.4(a)) ใช้ชื่อตาม Robert E. Horton (1875-1945) ในช่วงเวลาเดียวกัน Charles R. Hursh ซึ่งทำงานในกลุ่มน้ำ Coweeta ประเทศสหรัฐอเมริกา พบว่ากลุ่มน้ำ Southern Appalachian ซึ่งปกคลุมด้วยป่าไม้ ดินมีความลึก มีความจุในการซึมสูงมาก ทำให้เกิดการไหลใต้ผิวดินเป็นส่วนใหญ่ลงสู่ลำน้ำ (รูปที่ 1.4(d))

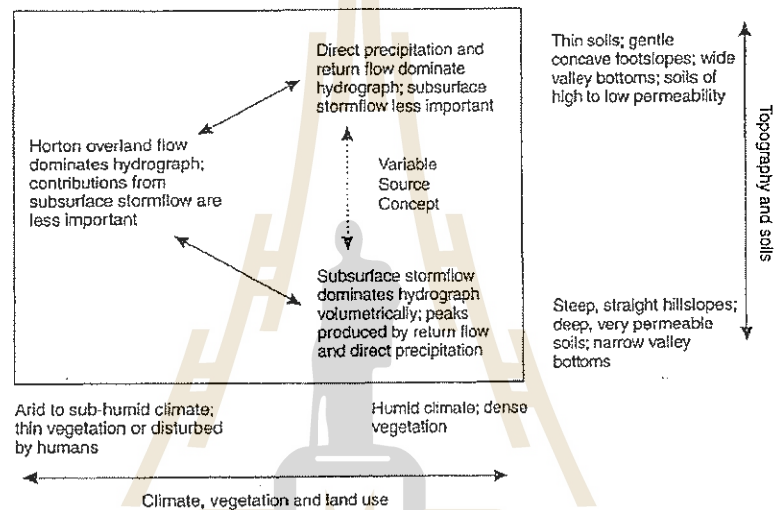
Betson [1964] เสนอว่ามีพื้นที่บางส่วนของกลุ่มน้ำที่สร้างการไหลออกเมื่อเกิดพายุฝน เนื่องจากความสามารถในการซึมมีแนวโน้มลดลงเมื่อความชื้นในดินมากขึ้น การไหลลงตามไหล่เขาให้ผลให้ดินที่ฐานของไหล่เขาเปียกกว่าที่อื่น ดังนั้นพื้นที่ที่เกิดการไหลออกผิวดินจึงเริ่มต้นจากพื้นที่ใกล้ลำน้ำ แล้วขยายขึ้นไปตามเชิงไหล่เขา ซึ่งเรียกว่าแบบจำลองพื้นที่บางส่วน (partial area model) (รูปที่ 1.4(b)) กลไกส่วนเกินการซึมอาจเกิดขึ้นในดินที่มีการหยุดการยอมให้น้ำผ่านเป็นชั้นขอบเขตในแนวนอน ทำให้เกิดระดับน้ำใต้ดินขังชั่วคราว (perched water table) จนทำให้เกิดการอิ่มตัวที่ผิวดิน ทั้งที่ไม่ได้เป็นการอิ่มตัวตลอดความลึกของดิน (รูปที่ 1.4(e))



รูปที่ 1.4

กลไกกระบวนการไหลออกประเภทต่างๆ เปลี่ยนจากฝนเป็นการไหลออกที่ไหลเขา (a) การไหลผิวดินจากส่วนเกินการซึม (infiltration excess overland flow) [Horton, 1933] (b) การไหลผิวดินจากส่วนเกินการซึมบางพื้นที่ (partial area infiltration excess overland flow) [Betson, 1964] (c) การไหลผิวดินจากส่วนเกินการอิ่มตัว (saturation excess overland flow) [Dunne and Black, 1970] (d) การไหลใต้ดิน (subsurface stormflow) [Hursh, 1936; Hewlett, 1961] (e) การอิ่มตัวจากชั้นน้ำใต้ดินขนาดเล็ก (perched saturation and throughflow) [Weyman, 1970]

อีกรูปแบบหนึ่งของพื้นที่บางส่วน มีผลการศึกษาของ *Dunne and Black* [1970] สังเกตเห็นว่าการไหลใต้ผิวดิน กับดินที่มีความจุการซึมสูงที่ผิวดิน ทำให้การไหลออกที่ผิวดินเป็นผลจากกลไกส่วนเกินการอิมตัว (รูปที่ 1.4(c)) จากแนวคิดหลักอธิบายกลไกการเกิดการไหลออกทั้ง 4 แบบ เป็นส่วนหนึ่งของกรอบของแบบจำลองเชิงแนวคิด ปัจจุบันเราทราบว่า ส่วนเกินการซึม ส่วนเกินการอิมตัว และการไหลใต้ผิวดิน อาจเกิดขึ้นพร้อมกันทั้งหมดในกลุ่มน้ำเดียวกัน แต่ที่เวลาต่างกัน หรือต่างจุดในกลุ่มน้ำ ขึ้นกับเงื่อนไขที่เกิดขึ้นก่อน ลักษณะของดิน และความชื้นผืน ความพยายามที่จะแนะนำว่ากลไกใดมีลักษณะเด่น ในสภาพสิ่งแวดล้อมต่างๆ เช่นในรูปที่ 1.5 ถึงอย่างไรก็ตามเรายังต้องเรียนรู้จากการสังเกตโดยตรงถึงกระบวนการไหลออกในกลุ่มน้ำที่สนใจต่อไป



รูปที่ 1.5

กระบวนการที่มีลักษณะเด่น (dominant processes) ของการตอบสนองของไหลเข้ากับฝน [ใช้ตาม *Dunne*, 1978].

กระบวนการไหลและลักษณะทางเคมีธรณี

กระบวนการไหลสามารถติดตามเส้นทางการไหลได้โดยใช้ ตัวติดตามที่สร้างขึ้น (artificial tracers) เช่น ไอโซโทปในสภาพแวดล้อม (environmental isotopes) ของออกซิเจนและไฮโดรเจน โดยวัดความเข้มข้นของไอโซโทปที่เปลี่ยนไปตามเส้นทางการไหล ข้อมูลนี้สามารถนำมาแยกผลภาพเป็นการไหลพื้นฐานซึ่งมาจากน้ำที่ถูกกักเก็บไว้หรือเป็นน้ำเก่าที่สะสมจากฝนครั้งก่อน (pre-event or old water) ออกจากการไหลโดยตรง (direct runoff) ที่เป็นน้ำใหม่จากฝนลูกปัจจุบัน ดูการทบทวนวรรณกรรมของ *Sklash* [1990]

การเกิดการไหลออกและการหลากของน้ำไหลออก

การหลากของน้ำไหลออก (runoff routing) ขึ้นกับกระบวนการไหลภายในลำน้ำ บนพื้นฐานของหลักการชลศาสตร์ โดยทั่วไปแบบจำลองทางอุทกวิทยา ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบสำคัญ คือ (1) ปริมาณฝนเท่าไรที่เปลี่ยนเป็นผลภาพจากพายุฝน (storm hydrograph) ซึ่งเป็นองค์ประกอบของการเกิดการไหลออก (runoff production component) (2) การกระจายของการไหลออกตามเวลาเกิด

เป็นรูปร่างชลภาพจากการหลาก (runoff routing component) ทั้งสององค์ประกอบมีอยู่ในแบบจำลองน้ำฝน-น้ำท่า ในรูปแบบและความซับซ้อนต่างๆ กัน บางครั้งไม่สามารถแยกผลของทั้งสององค์ประกอบได้อย่างชัดเจน ประสบการณ์จากการปฏิบัติ ชี้ให้เห็นว่า ความซับซ้อนและการไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinearities) ของการทำแบบจำลองกระบวนการเกิดการไหล มีความสำคัญมากกว่ากระบวนการหลาก ดังนั้นการใช้แบบจำลองการหลากอย่างง่ายอาจเพียงพอแล้ว

1.4 ปัญหาการเลือกใช้แบบจำลองเชิงแนวคิด

การเลือกใช้แบบจำลอง พิจารณาจากข้อจำกัดของแบบจำลองที่มีอยู่ สามารถแยกประเภทแบบจำลองทางอุทกวิทยาได้ดังนี้ (ตามรูปที่ 1.1 ในระดับขั้นที่สอง)

- (1) การจำลองโดยการรวม (ก้อนเดียว) หรือกระจาย (lumped or distributed modeling approach)

แบบจำลองก้อนรวม เป็นหน่วยเดียว มีตัวแปรสถานะและตัวแปรที่เป็นตัวแทนของค่าเฉลี่ยทั้งพื้นที่ ลุ่มน้ำ ส่วนแบบจำลองกระจาย เป็นการแบ่งเป็นขนาดเล็กๆ (discretizing) ลุ่มน้ำถูกแบ่งออกให้เป็นชั้นประกอบหรือกริดสี่เหลี่ยมจตุรัสส่วนเล็กๆ (elements or grid square) และแก้สมการสำหรับตัวแปรสถานะของแต่ละส่วนเล็กๆ ทุกส่วน

ตัวอย่างของแบบจำลองก้อนรวม เช่น การจำลองความชื้นของดินแบบชัดแจ้ง (explicit soil moisture accounting, (ESMA) model) ของ *O'Connell* [1991] ส่วนแบบจำลองกระจายอาจใช้ฐานของการกระจายทางกายภาพหรือการกระจายทางกระบวนการ (physically based or process based models) และมีการผสมผสานระหว่างแบบจำลอง ESMA กับแบบจำลองกระจายก็ได้ ส่วนแบบจำลองกระจายมากที่สุด มีลักษณะใช้แบบจำลองเชิงแนวคิดเป็นก้อน (lumped conceptual model) ที่มาตราส่วนของชั้นประกอบ (element scale) โดยใช้พารามิเตอร์และตัวแปรเฉลี่ยที่มาตราส่วนของกริดและชั้นประกอบนั้น กรณีของ TOPMODEL ไม่ได้มีการคำนวณหาค่าตัวแปรพารามิเตอร์สำหรับทุกจุดในลุ่มน้ำ แต่ใช้ฟังก์ชันการแจกแจง (distribution function) ของลักษณะกริดหรือชั้นประกอบอาจเรียกว่าเป็นแบบจำลองกึ่งกระจาย (semi-distributed model)

- (2) แบบจำลองที่ให้ผลแน่นอนหรือแบบสโตแคสติกส์ (deterministic or stochastic model)

- ผลจากแบบจำลองที่ให้ผลแน่นอนจะได้ผลลัพธ์ค่าเดียวจากการจำลองเหตุการณ์ (simulation) สำหรับแบบจำลองแบบสโตแคสติกส์ ผลลัพธ์ที่ได้จะมีการสุ่ม (randomness) หรือความไม่แน่นอน (uncertainty) ประกอบอยู่ด้วยจึงให้ค่าที่ไม่แน่นอน อย่างไรก็ตามอาจมีการผสมผสาน เช่น เพิ่มแบบจำลองความคลาดเคลื่อนที่ให้ผลไม่แน่นอนเข้ากับการทำนายที่ให้ผลแน่นอน การใช้ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น (probability distribution function) สำหรับตัวแปรสถานะที่มีค่าไม่แน่นอนแต่ใช้ทำนายที่ให้ผลแน่นอน การพิจารณาว่าเป็นแบบจำลองประเภทใดดูที่ค่าผลลัพธ์ที่ได้หากได้ค่าเดียวเหมือนกันทุกครั้งจากการจำลอง แสดงว่าเป็นแบบจำลองให้ผลแน่นอน

ดังนั้นการเลือกแบบจำลองมีขั้นตอนการพิจารณาตามโครงสร้างการจำลองที่เป็นไปได้ ดังนี้

1. เตรียมแบบจำลอง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีพร้อมอยู่แล้ว และ กลุ่มที่นำมาพิจารณาสำหรับโครงการต่างๆ
2. เตรียมรายการตัวแปรต่างๆ ที่ต้องทำนายโดยแต่ละแบบจำลองที่ต้องการ สามารถจะให้ผลลัพธ์ที่ตรงกับเป้าหมายของแต่ละโครงการ
3. เตรียมรายงานสมมติฐานสำหรับแบบจำลองต่างๆ
4. จัดทำรายการของข้อมูลนำเข้าตามความต้องการของแบบจำลอง พิจารณาการหาข้อมูลตามความต้องการนี้เป็นไปได้ภายใต้ข้อจำกัดและงบประมาณของโครงการอย่างไร
5. พิจารณาว่ามีแบบจำลองเหลืออยู่ให้ใช้หรือไม่ ถ้าไม่เหลือให้ทบทวน 3 ขั้นตอนก่อนหน้านี้ ยืดหยุ่นเกณฑ์ อาจจะมีสักหนึ่งแบบจำลองที่ผ่านเกณฑ์

1.5 การสอบเทียบแบบจำลองและการทดสอบเพื่อรับรองผล (model calibration and validation)

การสอบเทียบมีอุปสรรคสำคัญ 2 ประการคือ (1) มาตรฐานของเทคนิคการวัดที่มีอยู่มีขนาดเล็กกว่ามาตรฐานของค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการมาก เช่น ค่าการนำทางชลศาสตร์ (hydraulic conductivity) การวัดทำได้เป็นจุดเฉพาะตำแหน่ง แต่ต้องการใช้ค่าที่เป็นตัวแทนของทั้งลุ่มน้ำ (2) การสอบเทียบส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการหาค่าที่ดีที่สุดของพารามิเตอร์ (optimization of parameter values) ทำการจำลองแบบหลายๆ ครั้งจนกระทั่งได้พารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด (best fit parameter) ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสอบเทียบใช้ได้สำหรับแบบจำลองที่ใช้สอบเทียบเท่านั้นไม่สามารถใช้ได้กับแบบจำลองอื่นหรือลุ่มน้ำอื่นๆ ที่ต่างออกไปได้ การเลือกชุดของค่าพารามิเตอร์ซึ่งเป็นค่าที่ดีที่สุด (optimum) วิธีการจะอยู่บนพื้นฐานของความเท่าเทียมกันในการบรรลุผลสุดท้าย (equifinality) หมายถึงด้านข้อจำกัดของโครงสร้างแบบจำลองและข้อมูลจากการสังเกต พารามิเตอร์ที่เป็นตัวแทนของลุ่มน้ำอาจมีได้หลายชุด ซึ่งให้ผลได้เหมือนกันคือให้ผลจากการจำลองแบบที่ยอมรับได้ ชุดของค่าพารามิเตอร์ที่ยอมรับได้หลายชุดเหล่านี้ จะให้ช่วงของการทำนายโดยมีความไม่แน่นอนเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการตัดสินใจ ผลสุดท้ายของกระบวนการประเมินผลการใช้แบบจำลอง จะไม่มีเพียงแบบจำลองเดียวแต่จะเป็นแบบจำลองจำนวนหนึ่งที่ยอมรับได้ในการทำนาย

การประยุกต์ใช้แบบจำลองน้ำฝน-น้ำท่า สำหรับการศึกษาอื่นได้ เช่น การทำนายอุทก-ธรณี-เคมีของลุ่มน้ำ (hydro geo chemistry) การผลิตและพัดพาตะกอน (Sediment production and transport) การกระจายตัวของสารปนเปื้อน (dispersion of contaminants) และอุทก-นิเวศวิทยา (hydro ecology)

1.6 วิวัฒนาการของแบบจำลองน้ำฝน-น้ำท่า

แบบจำลองน้ำฝน-น้ำท่า (rainfall-runoff model) เริ่มต้นจากวิศวกรไอริช Thomas James Mulvaney เสนอวิธีนี้ ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1851 เรียกว่าวิธีเรซเชิงเนล (Rational method)

$$Q_p = CA\bar{R} \quad (1.1)$$

- ซึ่ง
- Q_p : ค่าอัตราการไหลสูงสุดของชลภาพ
 - A : พื้นที่ลุ่มน้ำ
 - \bar{R} : ความเข้มฝนเฉลี่ยสูงสุดของลุ่มน้ำ
 - C : ค่าสัมประสิทธิ์เอมพิริคัลหรือจากการทดลอง (empirical coefficient)

วิธีการนี้ไม่ได้แยกผลความแตกต่างของการเกิดการไหลออกและการหลาก ค่า C ไม่ใช่ค่าพารามิเตอร์ที่คงที่ ซึ่งจะแปรเปลี่ยนตามอายุฝนลูกต่างๆ ที่เกิดขึ้นบนลุ่มน้ำเดียวกัน แปรเปลี่ยนระหว่างลุ่มน้ำจากอายุฝนที่เหมือนกัน วิธีการง่ายที่สุดที่จะหาค่า C คือการคำนวณย้อนกลับจากข้อมูลในอดีต

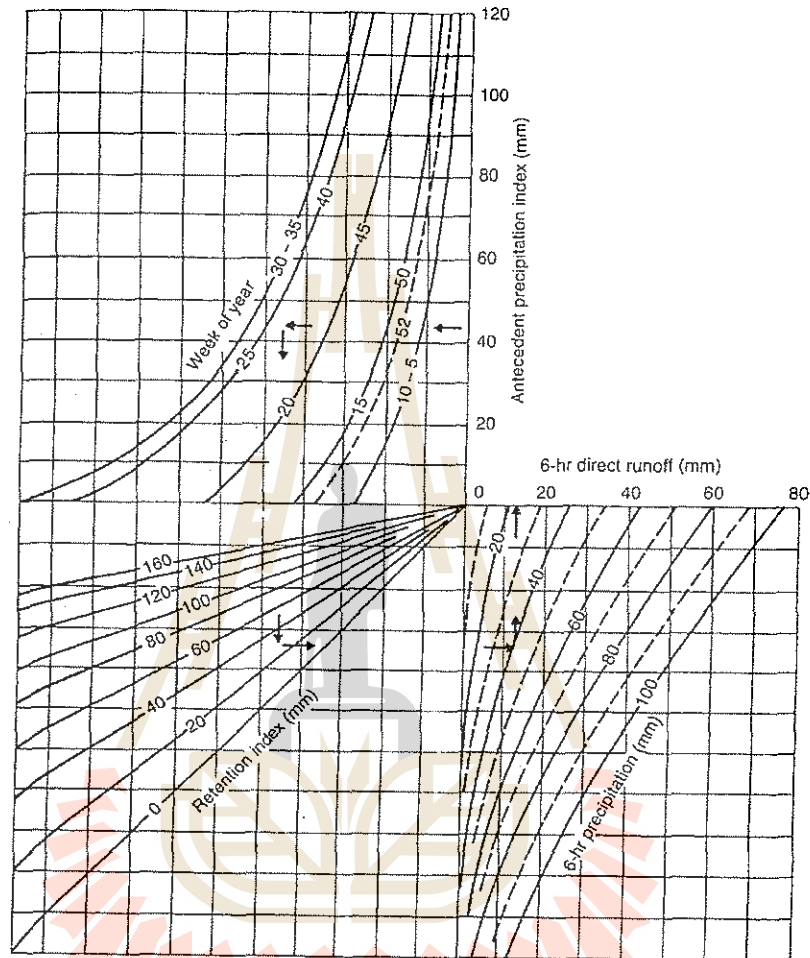
ในช่วงก่อนมีคอมพิวเตอร์ การทำนายด้วยแบบจำลองอย่างง่ายนี้ไม่สามารถทำได้ การใช้วิธี Rational จึงต้องใช้เทคนิคการประมาณจากภาพ ดังแสดงในรูปที่ 1.6 สรุปการวิเคราะห์ปัจจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องในลุ่มน้ำ ในสหรัฐอเมริกา นำมาบรรจุในกราฟ หรือเรียกว่า nomograms ซึ่งสามารถทำนายอัตราการไหลสูงสุดได้ ภายใต้ฝนที่แตกต่างกัน เงื่อนไขเกิดขึ้นก่อน (antecedent conditions) ต่างกัน

ในปี ค.ศ. 1921 Ross เป็นคนแรกที่ใช้แบบจำลองทางอุทกวิทยาแบบกระจายโดยการแบ่งลุ่มน้ำ ออกเป็นโซน โซนที่ 1 การไหลออกใช้เวลาเดินทางภายในช่วงเวลาเดียว (one time step) โซนที่ 2 การไหลออกใช้เวลาเดินทางภายในสองช่วงเวลา แสดงในรูปที่ 1.7 แผนผังเวลา-พื้นที่ ของโรส (Ross time-area diagram) เป็นตัวแทนของการลำช้าสำหรับการไหลออกจากแต่ละส่วนของลุ่มน้ำ ในการศึกษาช่วงแรก มีสมมุติฐานว่าเป็นการไหลออก แบบเชิงเส้น (linearity) คือ เวลาการหลากจากโซนเดียวกันมีค่าเท่ากันไม่เกี่ยวข้องกับปริมาณของน้ำในการหลาก การศึกษาต่อมาพบว่าความเร็วการไหลมีค่าที่เปลี่ยนแปลงในลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นกับอัตราการไหลหรือความลึกการไหล แต่การสมมุติว่าเป็นแบบเชิงเส้นทำให้การคำนวณง่ายขึ้น

ปัญหาการประมาณค่าปริมาณน้ำฝนที่เปลี่ยนเป็นน้ำท่าหรือ ฝนประสิทธิผล (effective rainfall) หรือ สัมประสิทธิ์การไหลออก (runoff coefficient) โดยทั่วไปมีลักษณะแบบไม่ใช่เชิงเส้น ค่าสัมประสิทธิ์การไหลออกขึ้นกับทั้งเงื่อนไขของการเกิดขึ้นก่อนและปริมาณฝน ปัญหาสำคัญของหลักการเวลา-พื้นที่ของ Ross คือ พื้นที่ตรงไหนในลุ่มน้ำที่ถูกจัดอยู่ในโซนต่างๆ ที่ทำให้เกิดน้ำไหลออกที่ต่างกัน เนื่องจากมีข้อมูลน้อยเกี่ยวกับความเร็วการไหลสำหรับเส้นทางไหลของน้ำที่เป็นไปได้ต่างๆ ทั้งบนผิวดินและใต้ผิวดิน

เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาข้างต้น Sherman [1932] ได้เสนอวิธีใช้หน่วยของการผลิตการไหลออก จากฝนประสิทธิผลสำหรับลุ่มน้ำในช่วงเวลาแก้วหนึ่งเรียกว่า เอกชลภาพ (unit hydrograph) เป็นเทคนิคการจำลอง โดยใช้ชลภาพที่นิยมมากที่สุด เอกชลภาพเป็นตัวแทนของฟังก์ชันการส่งผ่านแบบแยกกันโดยสิ้นเชิง (discrete transfer function) สำหรับฝนประสิทธิผล (effective rainfall) ที่เดินทางไปถึงทางออกเสมือนลุ่มน้ำมีลักษณะเป็นก้อนเดียว วิธีเอกชลภาพยังเป็นวิธีเทคนิคเชิงเส้นใช้หลักการซ้อนทับ (principle of superposition) คือ ถ้ามีฝนประสิทธิผล 2 หน่วยในช่วงเวลาแก้ว 1 ช่วง จะทำให้ทำนายการไหลออกได้ 2 เท่าในชลภาพและวิธีนี้ไม่แปรปรวนตามเวลา (time invariance)

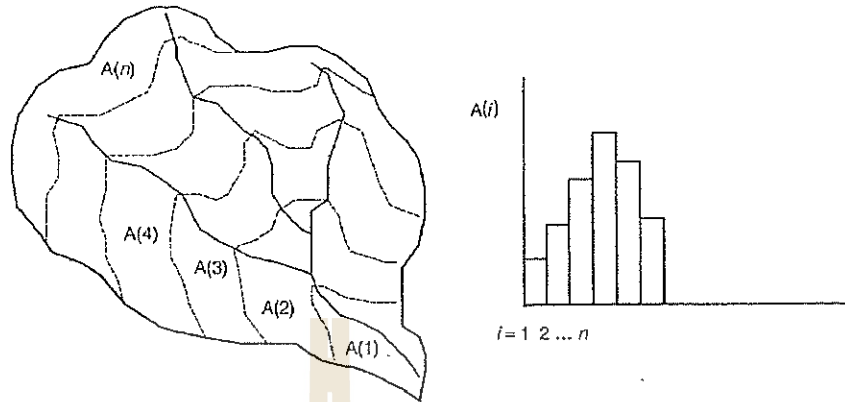
ปัญหาที่สำคัญ คือ หาค่าสัมประสิทธิ์เพื่อประมาณค่าฝนประสิทธิผลได้อย่างไร ซึ่งเกี่ยวข้องกับกระบวนการทางอุทกวิทยาที่หลากหลาย ความชื้นฝนที่กระจายไม่สม่ำเสมอตามพื้นที่ ลักษณะของดินและเงื่อนไขความชื้นที่มีอยู่ก่อน



รูปที่ 1.6

เทคนิคการใช้ภาพสำหรับการประมาณค่าการไหลออก โดยกำหนด ดัชนีของฝนครั้งก่อน (index of antecedent precipitation) สัปดาห์ของปี ดัชนีการเก็บน้ำของดิน (soil water retention index) และปริมาณฝนในอดีต 6 ชั่วโมง ลูกศรแสดงลำดับขั้นตอนการใช้กราฟ [Linsley et al., 1949]

Horton [1933] ได้ทำการทดลอง สามารถอธิบายการลดลงของความจุการซึม (infiltration capacity, f) กับเวลาโดยใช้ฟังก์ชันเอมพิริคัล (empirical function) จากรูปที่ 1.8 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการซึมกับเวลา แบบจำลองส่วนเกินการซึมของฝนประสิทธิผลและเอกชลภาพเป็นองค์ประกอบฟังก์ชันที่จำเป็นสำหรับแบบจำลองทางอุทกวิทยา การไหลออกผิวดินที่เกิดจากส่วนเกินของอัตราการซึมสูงสุดของดินจะทำให้เกิดการหลากโดยใช้เอกชลภาพ รูปที่ 1.9 แสดงวิธีการคำนวณหาค่าฝนประสิทธิผล 3 วิธี

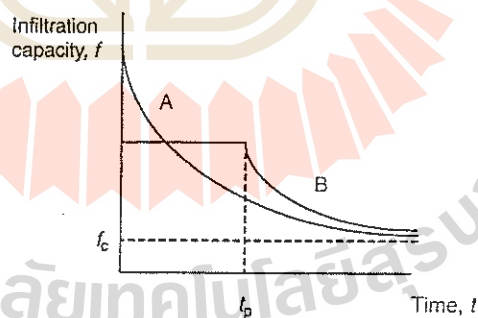


รูปที่ 1.7

การสร้างกราฟแท่ง เวลา-พื้นที่ โดยการแบ่ง ลุ่มน้ำออกเป็น n พื้นที่ ที่ช่วงเวลาต่างๆ จากจุดออก $i = 1, 2, \dots, n$

วิธีอิมพีริเคิลสำหรับประมาณค่าฝนประสิทธิผลใช้วิธี USDA Soil Conservation Service (SCS) การใช้ตัวเลขเส้นโค้ง (Curve Number) [McCuen, 1982] สมมุติฐานที่สำคัญคือ อัตราส่วนของการไหลออกจริงเทียบกับการไหลออกตามศักยภาพ (potential runoff) มีค่าเท่ากับอัตราส่วนของการกักเก็บ (retention) จริง เทียบกับการกักเก็บตามศักยภาพ เนื่องจากอัตราส่วนเหล่านี้จะไม่ใช้เหตุผลทางกายภาพในการตั้งสมมุติฐาน จึงเป็นการใช้ฟังก์ชันอิมพีริคัลล้วนๆ ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การไหลออก

การคำนวณหาฝนประสิทธิผล เป็นปัญหาหลักในการใช้เทคนิควิธีเอกชลภาพซึ่งทำได้อีกวิธี โดยวิธีการแยกชลภาพออก 2 องค์ประกอบคือเป็นการไหลพื้นฐาน (baseflow component) และการไหลออกจากฝน (storm runoff component) หรือเรียกว่าการไหลออกผิวดิน (surface runoff)

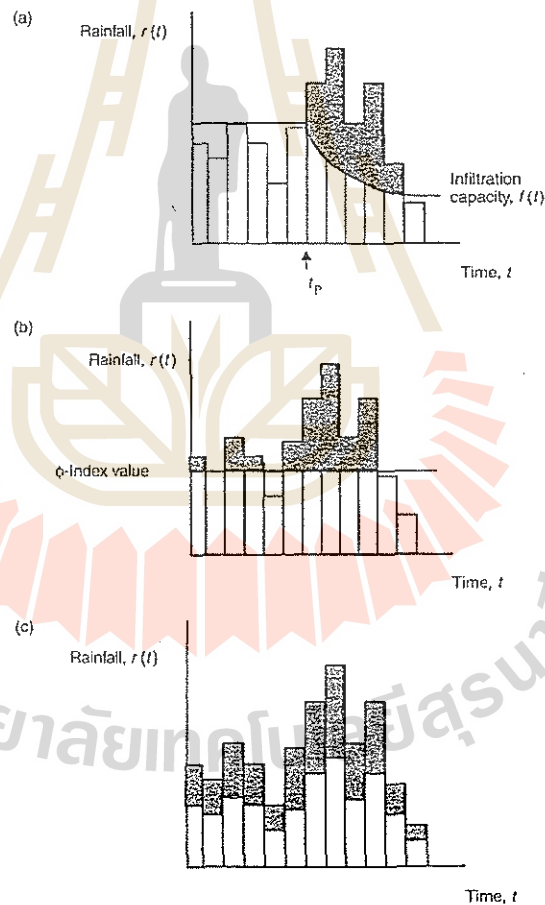


รูปที่ 1.8

การลดลงของความจุการซึมหรือความสามารถในการซึมสูงสุด (infiltration capacity) กับเวลาเมื่อฝนเริ่มตก กรณี A ความเข้มฝนสูงกว่าความสามารถในการซึมสูงสุดเริ่มต้นของดิน กรณี B ความเข้มฝนต่ำกว่าความสามารถในการซึมสูงสุดเริ่มต้นของดิน ดังนั้นอัตราการซึมจึงเท่ากับความเร็วที่น้ำขังที่ผิวดิน t_p ค่า f_c คืออัตราการซึมสุดท้ายของดิน [Boven, 2003]

1.7 ความหลากหลายของวิธีเอกชลภาพ

ปัญหาของการใช้วิธีเอกชลภาพกับแต่ละลุ่มน้ำ ในขั้นตอนการสอบเทียบ (calibration) (1) การแยกชลภาพ การเลือกวิธีที่เหมาะสมเพื่อแยกการไหลโดยตรงซึ่งเท่ากับได้ค่าฝนประสิทธิผลเมื่อเทียบกับฝนทั้งหมด แต่จะไม่ยุ่งยากมากหากตรวจสอบปริมาณการไหลออกให้เท่ากับปริมาณของฝนด้วย ดังนั้นวิธีดัชนีฟี (ϕ index) จึงยังใช้ได้จนถึงปัจจุบัน (2) ความยุ่งยากเชิงตัวเลขในการคำนวณเอกชลภาพ ถ้าเอกชลภาพมีรูปร่างเป็นกราฟแท่ง (histogram) ไม่รู้ค่าความสูงของกราฟแท่งเหล่านี้ แต่ค่าของกราฟแต่ละแท่งมีความสัมพันธ์กันอย่างมาก เมื่อนำมาใช้หาค่าตอบโดยตรงกับบริเวณชลภาพส่วนลด (recession limb) มีแนวโน้มที่จะได้ค่าความสูงของกราฟมีการแกว่งขึ้นลง (oscillations) เพื่อหลีกเลี่ยงพฤติกรรมนี้ อาจใช้รูปร่างเอกชลภาพอย่างง่ายที่สุด เช่น เป็นรูปสามเหลี่ยม ต้องการพารามิเตอร์เพียง 2 ตัวคือ เวลาที่เป็นฐานและเวลาที่เกิดค่าสูงสุด จากสมมูลของมวลของชลภาพสามารถคำนวณหาค่าสูงสุดของชลภาพสามเหลี่ยมได้



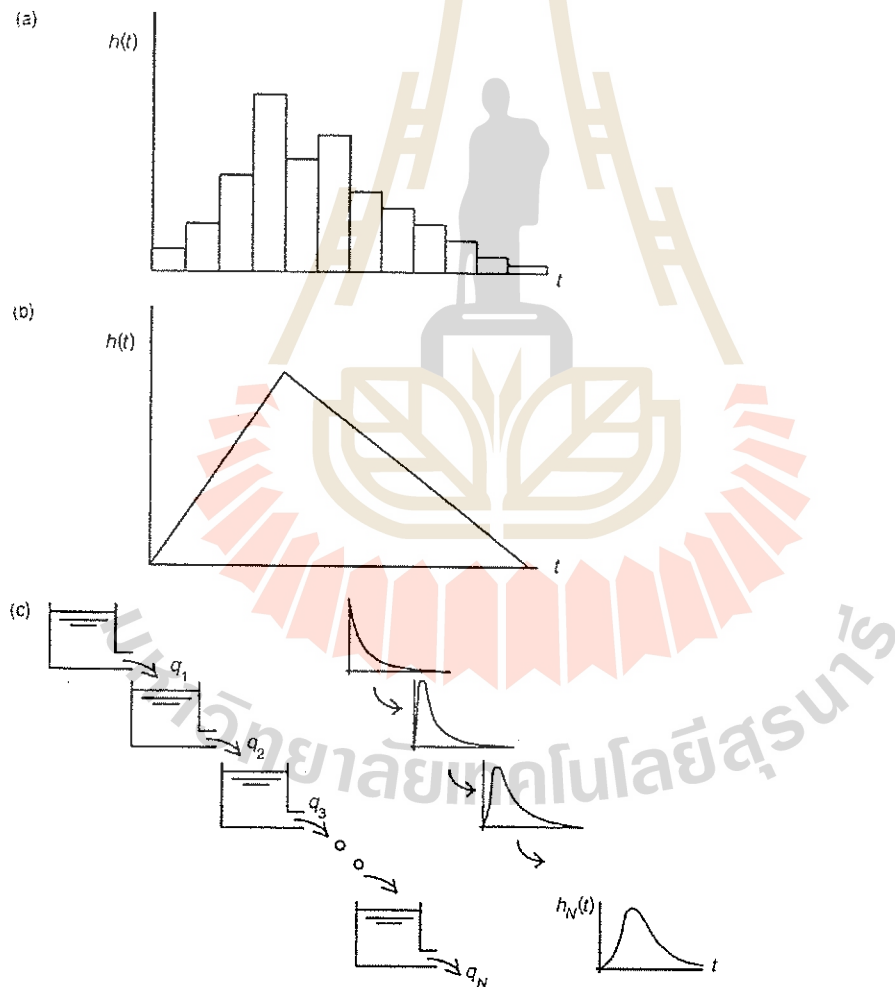
รูปที่ 1.9

วิธีการคำนวณฝนประสิทธิผล (พื้นที่ที่แรงแจ) (a) ความเข้มฝนสูงกว่าความสามารถในการซึมสูงสุดของดิน เริ่มต้นที่เวลาเกิดน้ำขังที่ผิวดิน (time of ponding, t_p) (b) ความเข้มฝนสูงกว่าอัตราการสูญเสีย (loss rate) ที่คงที่ วิธี ϕ index (c) ฝนประสิทธิผลเป็นสัดส่วนที่คงที่กับความเข้มฝนแต่ละช่วงเวลาก้าว [Boven, 2003]

แบบจำลอง Nash cascade [Nash, 1959] สามารถนำเสนอได้เป็นอนุกรมของการกักเก็บเชิงเส้น (linear stores) จำนวน N การกักเก็บแต่ละชุดมีค่าคงที่ของเวลากักเก็บ (residence time) K หน่วยของเวลา ค่าของเอกชลภาพ $h(t)$ มีค่ามาจากการแจกแจงแกมมา (gamma distribution)

$$h(t) = \left(\frac{1}{K}\right)^{N-1} \frac{\exp(-t/K)}{\Gamma(N)} \quad (1.2)$$

โดย $\Gamma(N)$ คือ แกมมาฟังก์ชัน ($\Gamma(N) = (N-1)!$ สำหรับค่าจำนวนเต็ม N) สำหรับค่าต่างๆ ของ N และ K การแจกแจงแกมมาให้ช่วงค่าที่ยืดหยุ่น ค่า N ไม่จำเป็นต้องเป็นตัวเลขจำนวนเต็ม อาจใช้ค่าเป็นสัดส่วนจากช่วงค่าที่กว้างของรูปร่าง เพื่อให้เข้ากันได้กับข้อมูลจากการวัด ดูรูปที่ 1.10 วิธีนี้มีข้อได้เปรียบคือ การประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ค่าที่แน่นอนไม่แกว่ง มีความยืดหยุ่นในการใช้รูปร่างของเอกชลภาพของกลุ่มน้ำที่แตกต่างกันได้ สำหรับเป็นตัวแทนของชลภาพของกลุ่มน้ำที่แตกต่างกัน



รูปที่ 1.10

เอกชลภาพแบบ (a) กราฟแท่ง (b) รูปสามเหลี่ยม และ (c) Nash cascade จำนวน N การกักเก็บ ต่อแบบอนุกรม

Box and Jenkins [1970] เสนอแบบจำลองเชิงเส้นทั่วไป มีองค์ประกอบของการกักเก็บเชิงเส้น (linear storage) จัดวางในแบบอนุกรมหรือแบบขนาน ด้วยความเป็นเชิงเส้นปริมาณฝนทั้งหมดมักจะไม่สามารถสัมพันธ์กับปริมาณการไหลออกทั้งหมดแบบเชิงเส้น จึงมีความพยายามที่จะใช้แบบจำลองฟังก์ชันการส่งผ่านไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear transfer function) โดยยังคงใช้สมมติฐานแบบเชิงเส้นเฉพาะองค์ประกอบการไหล การกักเก็บสำหรับจำลองการตอบสนองของพายุฝน ใช้ค่าเฉลี่ยกับเวลากักเก็บที่สั้น ส่วนการกักเก็บสำหรับจำลองการไหลพื้นฐานใช้ค่าเฉลี่ยเวลากักเก็บที่ยาวกว่า ตัวอย่างแบบจำลอง เช่น แบบจำลอง IHACRES ของ *Jackeman et al.* [1990] แบบจำลองเลขยกกำลังพหุเชิงเส้น (bilinear power model) ของ *Young and Beven* [1994]

การพัฒนาล่าสุดของเอกชลภาพคือการเชื่อมโยงเอกชลภาพโดยตรงกับลักษณะทางกายภาพของกลุ่มน้ำ โคร่งข่ายลำน้ำเพื่อให้ได้ผลการจำลองที่แม่นยำมากขึ้นสำหรับกลุ่มน้ำที่ไม่มีสถานีวัดน้ำท่า มี 2 แนวทางดังนี้

1. การวิเคราะห์โครงสร้างที่แท้จริงของโคร่งข่ายลำน้ำ ใช้ฟังก์ชันความกว้างของโคร่งข่ายลำน้ำ (network width function)
2. การใช้พารามิเตอร์สำหรับลักษณะรูปร่างลำน้ำทางธรณีวิทยาเป็นตัวแทนของโคร่งข่ายลำน้ำที่เรียกว่าเอกชลภาพธรณีสัณฐาน (geo-morphological unit hydrograph, GUH)

ทั้ง 2 แนวทางได้คำนึงถึงกระบวนการไหล แต่ไม่ได้ประมาณค่าฝนประสิทธิผล ซึ่งจะได้กล่าวรายละเอียดในบทที่ 2 ต่อไป

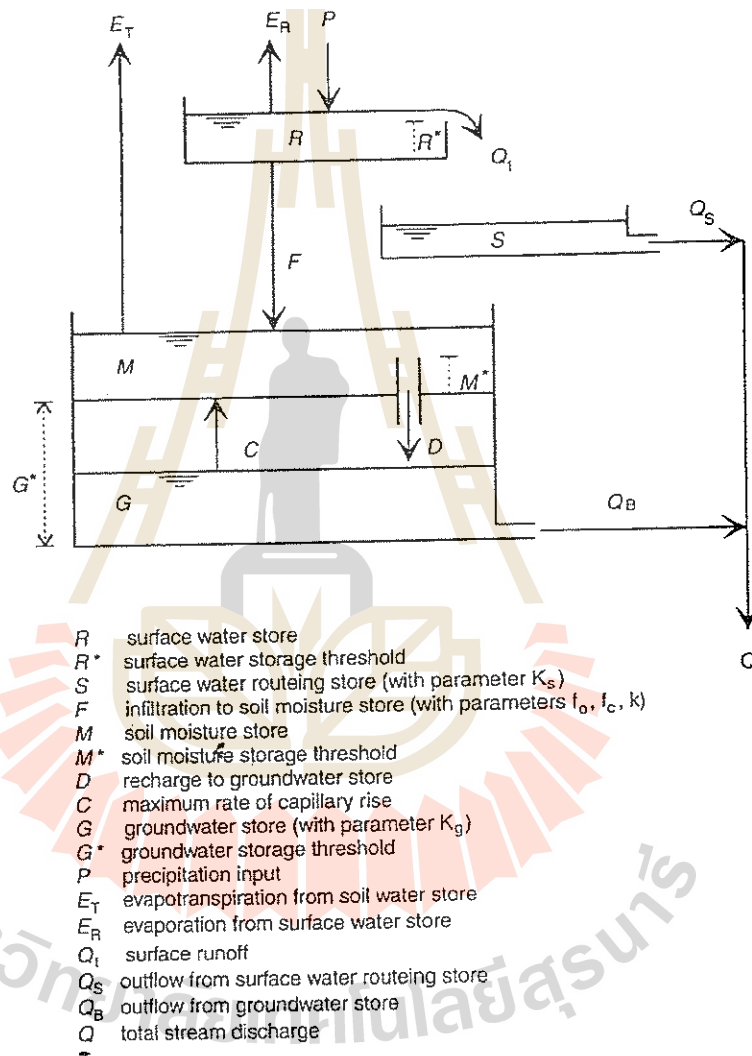
ฐานข้อมูลสารสนเทศทางภูมิศาสตร์ (geographical information systems, GIS) โดยการนำฐานข้อมูลตามพื้นที่ต่างๆ มาซ้อนทับกัน เช่น ดิน พืชพรรณและภูมิประเทศ ทำให้สามารถวิเคราะห์จัดจำแนกองค์ประกอบเล็กๆ (parcels) ของสภาพภูมิประเทศได้ *Amerman* [1965] เรียกองค์ประกอบเล็กๆ ที่เป็นพื้นที่ต้นน้ำเหล่านี้ว่า หน่วยการตอบสนองทางอุทกวิทยา (hydrological response unit, HRUs) หรือ hydrotopes ทิศทางการไหลและระยะทางไปถึงจุดออกของแต่ละ HRU สามารถหาค่าได้ นำไปสู่พื้นฐานกลไกการไหลคล้ายกับแนวคิดของ แผนผังเวลา-พื้นที่ของโรส

1.8 แบบจำลองในช่วงต้นของยุคดิจิทัลคอมพิวเตอร์

แบบจำลอง Stanford watershed model พัฒนาโดย Norman Crawford และ Ray Linsley ที่ Stanford University แบบจำลองประเภทนี้เรียกว่า explicit soil moisture accounting (ESMA) ใช้องค์ประกอบของการกักเก็บน้ำจำนวนมากและมีขนาดต่างๆ กัน แบบจำลองมีจำนวนพารามิเตอร์มากถึง 36 ตัว หลายตัวสามารถกำหนดเป็นค่าคงที่ได้ บนพื้นฐานของลักษณะทางกายภาพของกลุ่มน้ำ มีพารามิเตอร์จำนวนน้อยลงที่ต้องมีการสอบเทียบ *Dawdy and O' Donnell* [1965] นำเสนอแบบจำลองที่มีโครงสร้างอย่างง่าย มีจำนวนพารามิเตอร์น้อย ดูรูปที่ 1.11

จำนวนแบบจำลองที่เพิ่มขึ้นและในประเภทเดียวกันนี้เช่น HSPE, SSARR และ Sacramento model (สหรัฐอเมริกา), HBV model (สวีเดน), Tank model (ประเทศญี่ปุ่น), UBC model (แคนาดา) และ RORB model (ออสเตรเลีย), Xinanjiang model หรือ Arno model หรือ Variable infiltration capacity (VIC) model อธิบายรายละเอียดโดย *Singh* [1995]

ความคล้ายคลึงกันระหว่างแบบจำลอง HACRES รุ่นใหม่กับ ESMA คือ กระบวนการเกิดน้ำไหลออก และการหลากมีองค์ประกอบที่มีพื้นฐานจากหน่วยการกักเก็บ มีแนวคิดแตกต่างที่พยายามหาโครงสร้างแบบจำลองที่ง่ายที่สุดเหมาะสมที่สุดโดยวิเคราะห์จากข้อมูลลุ่มน้ำ การมีข้อมูลเพียงพอสำหรับสอบเทียบพารามิเตอร์ ผลจากแบบจำลอง ESMA ยอมรับได้ทั้งการจำลองอัตราการไหลออกและความชื้นในดิน อย่างไรก็ตามไม่อาจสรุปได้ว่าแบบจำลองเดียวสามารถให้ผลที่ดีกว่าแบบจำลองหนึ่งหลังจากพารามิเตอร์ของแบบจำลองถูกสอบเทียบแล้ว



รูปที่ 1.11

โครงสร้างของแบบจำลองน้ำฝน-น้ำท่าเชิงแนวคิด หรือ explicit soil moisture accounting (ESMA) โดย Dawdy and O'Donnell [1965]

แบบจำลอง ESMA สามารถนำไปใช้สำหรับการทำนายผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงภูมิอากาศของประเทศต่างๆ แต่การใช้งานเป็นปัญหามากขึ้น เพราะความถูกต้องเที่ยงตรงของการทำนายขึ้นอยู่กับข้อมูลที่มีอยู่สำหรับการสอบเทียบ ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองสามารถหาได้จากการสอบเทียบจากเงื่อนไข

ปัจจุบัน แล้วแบบจำลองถูกใช้สำหรับการนำเข้าภูมิอากาศที่ต่างออกไป กรณีมีความเป็นไปได้ที่อาจเกิดขึ้นในศตวรรษนี้ จึงไม่มีหลักประกันว่าความเที่ยงตรงปัจจุบันจะรักษาไว้ได้ ถ้าเงื่อนไขเปลี่ยนแปลงและเป็นภาวะสุดขีด (extreme) มากขึ้น ผลการทำนายจึงมีความไม่แน่นอนมากกว่าผลการทำนายในปัจจุบัน แบบจำลองนี้สามารถใช้ร่วมกับ GIS ในลักษณะ GIS-derived hydrological response units เช่น SLURP model ของ *Kite and Kouwen* [1992], USGS Precipitation-Runoff Modeling system (PMRS) ของ *Leavesley and Stannard* [1995], USDA-ARS SWAT model ของ *Arnold et al.* [1998]

1.9 แบบจำลองกระบวนการแบบกระจาย

แบบจำลองกระบวนการแบบกระจาย (distributed process based models) มีพื้นฐานโดยตรงจากสมการที่อธิบายการไหลผิวดินและใต้ผิวดินภายในลุ่มน้ำ *Freeze and Harlan* [1969] ได้เขียนสมการสำหรับกระบวนการไหลที่แตกต่างกันระหว่างการไหลออกผิวดินและการไหลใต้ดิน สมการทั้งหมดเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไม่ใช่เชิงเส้น (nonlinear partial differential equation) ต้องแก้สมการโดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่เหมาะสม โดยการใช้สมมติฐานเพื่อให้ง่ายต่อการแก้สมการการไหลใต้ดิน สมมติฐานมีทั้งการไหลแบบอิมพัลส์และไม่อิมพัลส์ สามารถอธิบายได้โดยกฎของดาร์ซี (Darcy's law) การไหลถูกพิจารณาให้เป็นการไหลมิติเดียว รูปตัดขวางเฉลี่ยการไหลตามความลาดชันของผิวดินหรือตามช่วงของโครงข่ายลำน้ำ (reach of the channel network) หาค่าพารามิเตอร์สำหรับทุกองค์ประกอบเล็กๆ ในการหาค่าคำตอบ (solution) ดังนั้นจึงต้องการค่าพารามิเตอร์จำนวนมาก การหาค่าโดยการสอบเทียบเปรียบเทียบกับค่าจากการกวดจากในลุ่มน้ำจึงเป็นเรื่องยาก เทคนิคการวัดในสนามส่วนใหญ่สามารถใช้หาค่าได้ที่มีมาตราส่วนเล็กกว่าหน่วยของชิ้นส่วนประกอบ (element mesh) การเชื่อมโยงระหว่างค่าการวัดและค่าของชิ้นส่วนประกอบจึงเป็นเรื่องยาก ดังนั้นหลักการหาค่าที่มีประสิทธิภาพของพารามิเตอร์สำหรับพารามิเตอร์ของชิ้นประกอบมาตราส่วนของลุ่มน้ำจึงยังใช้ไม่ได้ผล ถึงแม้มีความยากลำบากนี้ การใช้แบบจำลองแบบกระจายยังคงมีความน่าสนใจเพราะว่า

1. ความสามารถของคอมพิวเตอร์ที่มากขึ้นเป็นเครื่องมือในการเขียนโปรแกรมและฐานข้อมูลด้านดิจิทัล
2. ความเข้าใจที่มากขึ้นจากแบบจำลองการรับรู้ (perceptual) ของกระบวนการสำคัญต่างๆ
3. ความจำเป็นสำหรับการทำนายตามพื้นที่ของเส้นทางการไหลเป็นพื้นฐานสำหรับการเคลื่อนที่ของตะกอน (sediments) และสารปนเปื้อน (contaminants)
4. มีประโยชน์ต่อการประเมินผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงการใช้ที่ดินเช่น การเปลี่ยนแปลงจากการทำลายป่า (deforestation) การเพิ่มขึ้นของเมือง (urbanization) ซึ่งมีผลต่อบางส่วนของพื้นที่ลุ่มน้ำ

ตัวอย่างของแบบจำลองพื้นฐานของการกระจายตามพื้นที่

- SHE model (Système Hydrologique Européen) โครงการร่วมกันระหว่างสถาบันอุทกวิทยาในประเทศอังกฤษและสถาบันชลศาสตร์ของเดนมาร์ก (Danish Hydraulics Institute) และ SOGREAH ของประเทศฝรั่งเศส

- _ Institute of Hydrology Distributed Model (IHDM) ประเทศอังกฤษ
- _ THALES model ประเทศออสเตรเลีย
- _ CSIRO-TOPOG-dynamic model ประเทศออสเตรเลีย

แบบจำลองเหล่านี้มีความแตกต่างกันในลักษณะการแบ่งลุ่มน้ำออกเป็นส่วนเล็กๆ และการแก้สมการกระบวนการในส่วนเล็กๆ นั้น แต่ทั้งหมดอยู่บนพื้นฐานจุดกำเนิดเดียวกันจากพิมพ์เขียวของ *Freeze and Horton* [1969] พิมพ์เขียวยังคงเป็นหลักการอย่างง่ายสำหรับแบบจำลองแบบรับรู้ สำหรับบางกระบวนการ เช่น การไหลตามสวดก ในช่องว่างในดินขนาดใหญ่ (preferential flow in soil macropores) ยังไม่ถูกนำมาพิจารณา เนื่องจากไม่มีสมการที่สามารถอธิบายการไหลนี้ได้ในมาตราส่วนของชั้นประกอบเล็กๆ (element scale)

แบบจำลองแบบกระจายสามารถทำให้ง่ายขึ้น โดยการใช้พารามิเตอร์บนพื้นฐานของฟังก์ชันการแจกแจง (Distribution functions) การใช้รูปแบบของฟังก์ชันการแจกแจงเป็นตัวแทนของความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่ (spatial variability) ของกลไกการเกิดการไหลออก อาจอยู่บนพื้นฐานของสถิติเพียงอย่างเดียว เหมือนกับแบบจำลองการแจกแจงความน่าจะเป็น (probability distribution model, PDM)

มีการใช้ใน Xinanjiang, ARNO, VIC model และ TOPMODEL (the topography-based model) ของ *Beven and Kirkby* [1979] การกระจายของดัชนีความเหมือนทางอุทกวิทยา (index of hydrological similarity) มีการใช้ฟังก์ชันการแจกแจงแบบสมมาตรสำหรับการซิมสูงที่สุดใน Stanford Model จากความจริงที่ว่าลุ่มน้ำทุกลุ่มน้ำไม่สามารถคาดหวังให้ได้ผลเหมือนกันได้ ข้อได้เปรียบของแนวคิดฟังก์ชันการแจกแจงนี้คือกระบวนการเกิดการไหลออกที่ไม่ใช่เชิงเส้นที่สำคัญสามารถสะท้อนแสดงออกได้ในฟังก์ชันการแจกแจงนี้โดยไม่ต้องเพิ่มจำนวนพารามิเตอร์

แบบจำลองทางอุทกวิทยาแบบกระจายจะได้รับความนิยมต่อไปโดยเพิ่มเติมรายละเอียด ความซับซ้อนเพิ่มมากขึ้นและจะได้รับการพัฒนาควบคู่กับระบบสารสนเทศทางภูมิศาสตร์ (GIS) ความซับซ้อนที่เพิ่มมากขึ้นหมายถึงจำนวนพารามิเตอร์ที่มากขึ้นด้วย จำนวนพารามิเตอร์ที่มากขึ้นหมายถึงปัญหาการสอบเทียบที่มากขึ้นด้วย ปัญหาการสอบเทียบที่มากขึ้นบ่อยครั้งจะหมายถึงความไม่แน่นอนที่มากขึ้นในการทำนาย

คำถามท้ายบท

1. จำแนกปรากฏการณ์ทางอุทกวิทยาตามโครงสร้างที่กำหนดไว้ในรูปที่ 1.1 (ก) การไหลในทางน้ำเปิดแบบคงที่และคงตัว (steady uniform flow) (ข) อนุกรมเวลาของอัตราการไหลเฉลี่ยรายวันที่สถานีวัดน้ำท่า (ค) ค่าสูงสุดรายปีของอัตราการไหลรายวันที่จุดหนึ่งในลุ่มน้ำ (ง) รูปตัดตามยาวของระดับน้ำสำหรับการไหลแบบคงที่ (steady flow) ที่สะพานแห่งหนึ่ง (จ) เหมือนกับข้อ (ง) แต่เกิดคลื่นน้ำท่วมมาตามลำน้ำ (ฉ) อนุกรมเวลาของฝนรายปีที่จุดหนึ่ง (ช) อนุกรมเวลาของฝนรายปีที่ตำแหน่งเป็นกลุ่ม
2. ในกระบวนการพัฒนาแบบจำลองการตอบสนองของลุ่มน้ำที่ศึกษา จากแบบจำลองการรับรู้ เคลื่อนไปสู่การเลือกใช้แบบจำลองเชิงแนวคิด เป็นขั้นตอนสำคัญที่ต้องดำเนินการอย่างไรบ้าง

3. กรอบของการพัฒนาแบบจำลองการรับรู้บนพื้นฐานของการเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองต่างๆ มีประเด็นอะไรบ้างที่ต้องพิจารณา
4. ผลการศึกษาลักษณะทางธรณีเคมีของการไหล โดยใช้ตัวติดตาม (tracers) มีความสำคัญอย่างไรต่อความเข้าใจการไหลใต้ผิวดิน
5. กลยุทธ์พื้นฐานในการจำลองแบ่งประเภทออกได้เป็น (ก) แบบก้อนหรือชิ้นเดียว (lumped) และแบบกระจาย (distributed) (ข) แบบให้ผลที่แน่นอน (deterministic) และแบบสโตแคสติกส์ (stochastic) มีความแตกต่างกันอย่างไร
6. กรอบเบื้องต้นในการเลือกใช้แบบจำลองการรับรู้มีอะไรบ้าง
7. ปัญหาของการสอบเทียบแบบจำลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์มีอะไรบ้าง
8. การประเมินผลกระทบของการสร้างแบบจำลองสุดท้าย อาจได้แบบจำลองที่เหมาะสมกับลุ่มน้ำที่ศึกษาได้มากกว่า 1 แบบจำลอง หรือแบบจำลองเดียวมีตัวแปรได้หลายชุด เป็นไปได้หรือไม่ เป็นเพราะอะไร
9. จากโครงสร้างแบบจำลองเชิงแนวคิด สามารถเพิ่มการทำนายกระบวนการอื่นๆ ได้อีก นอกจากกระบวนการไหลออกที่ได้รับอิทธิพลจากการไหลของน้ำ กระบวนการเหล่านี้มีอะไรบ้าง
10. องค์ประกอบฟังก์ชันพื้นฐานของการจำลองทางอุทกวิทยา ในระดับลุ่มน้ำมีอะไรบ้าง
11. ฝนประสิทธิผล (effective rainfall) มีความหมายอย่างไร เกี่ยวข้องกับการไหลออกอย่างไร และหาค่าได้อย่างไร
12. อธิบายสมมติฐานของการใช้เทคนิคเอกชลภาพ (unit hydrograph) อุปสรรคสำคัญในการใช้เทคนิคนี้มีอะไรบ้าง
13. แบบจำลองแบบกระจายในช่วงต้น บนพื้นฐานของความสัมพันธ์ระหว่าง เวลา-พื้นที่ ของ Ross กับแบบจำลองแบบกระจายในช่วงหลังมีความแตกต่าง และพัฒนาการอย่างไร
14. การใช้แบบจำลองแบบกระจายบนพื้นฐานของการมีกระบวนการต่างๆ อย่างเต็มที่ มีปัญหาในการนำไปใช้งานอย่างไร โดยเฉพาะประเด็น จำนวนพารามิเตอร์ การหาค่าพารามิเตอร์ และข้อมูลที่ใช้ในการสอบเทียบ

บรรณานุกรม

Beven H. K., *Rainfall-runoff modeling; the primer*, John Willy & sons, 2003.

เอกสารอ้างอิง

- Amerman, C. R., The use of unit source watershed data for runoff prediction, *Water Resources Research*, 1, 499-507, 1965.
- Arnold, J. G., R. Srinivasan, R. S. Muttiah, and J. R. William, Large area hydrologic modeling and assessment, Part 1 model development, *Journal of American Water Resources Association*, 34, 73-89, 1998.
- Betson, R. P., What is watershed runoff ?, *Journal of Geophysical Research*, 69, 1541-1551, 1964.
- Beven K. J., Hydrograph separation? In *Proceedings of the BHS 3rd National Hydrology Symposium*, Southampton, 1991.
- Beven K. J. and M. J. Kirkby, A physically based variable contributing area model of basin hydrology, *Hydrological Science Bulletin*, 24(1), 43-69, 1979.
- Box, G. E. P. and G. M. Jenkins, *Time series analysis, forecasting and control*, Holden Day, San Francisco, 1970.
- Chow, V. T., D. R. Maidment and L. W. Mays, *Applied Hydrology*, McGraw-Hill, 1988.
- Dawdy D. R. and T. O' Donnell, Mathematical models of catchment behaviour, *Journal of the hydraulics division, Proceedings of the American society of civil engineers*, 91(HY4), 123-127, 1965.
- Dunne T., Field studies of hillslope flow processes, in Kirkby M. J. (ed), *Hillslope hydrology*, John Wiley, Chichester, pp. 227-293, 1978.
- Dunne T., and R. D. Black, An experimental investigation of runoff production in permeable soils, *Water Resources Research*, 6, 478-490, 1970.
- Freeze, R. A. and R. L. Harlan, Blueprint for a physically-based digitally simulated hydrologic response model, *Journal of hydrology*, 9, 237-258, 1969.
- Hewlett, J. D., Soil moisture as a source of base flow from steep mountain watersheds, US department of agriculture and forestry services, Southeastern forest experiment station, Asheville, NC, station paper, pp. 132, 1961.
- Horton, R. E., The role of infiltration in the hydrologic cycle, *Transactions of the American Geophysical Union*, 14, 446-460, 1933.
- Hursh, C. R., Storm water and adsorption, *Transactions of the American Geophysical Union*, 17, 301-302, 1936.
- Jackeman, A. J., I. G. Littlewood, and P. G. Whitehead, Computational of the instantaneous unit hydrograph and identifiable component flows with application to two small upland catchments, *Journal of Hydrology*, 117, 275-300, 1990.

- Kite, G. and N. Kouwen, Watershed modeling using land classification, *Water Resources Research*, 28, 3193-3200, 1992.
- Leavesley, G. H. and L. G. Stannard, The precipitation-runoff modelling system-PRMS, in Singh, V.P. (ed), *Computer models of watershed hydrology*, Water Resource publication, Highlands Ranch, CO, pp.281-310, 1995.
- Linsley, R. K., M. A. Kohler, and J. L. H. Paulhus, *Applied hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1949.
- McCuen, R. H., *A guide to hydrologic analysis using SCS methods*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1982.
- Nash, J. E., Systematic determination of unit hydrograph parameters, *Journal of Geophysical Research*, 64, 111-115, 1959.
- O'Connell, P. E., A historical perspective, In Bowles, D. S. and O'Connell, P. E.(eds), *Recent Advance in modeling of hydrologic systems*, Kluwer, Dordrecht, pp. 3-30, 1991.
- Sherman, L. K., Streamflow from rainfall by unit-graph method, *Engineering News Record* 108, 501-505, 1932.
- Singh, V. P., *Computer models of watershed hydrology*, Water resource publications Highlands Ranch, CO, 1995.
- Sklash, M. G., Environmental isotope studies of storm and snowmelt generation, in Anderson, M.G. and Burt, T. P. (eds), *Process studies in hillslope hydrology*, John Wiley, Chichester, pp. 401-435, 1990.
- Weyman, D. R., Throughflow on hillslopes and its relation to the stream hydrograph, *Hydrological Science Bulletin*, 15, 25-33, 1970.
- Young, P. C. and Beven, K. J., Data-based mechanistic modelling and the rainfall-flow nonlinearity, *Environmetrics*, 5(3), 335-363, 1994.

บทที่ 2

การพัฒนาแบบจำลองบนพื้นฐานของข้อมูล

การพัฒนาแบบจำลองประกอบด้วย 2 แนวทางหลักที่แตกต่างกัน แนวทางแรกพัฒนาอยู่บนพื้นฐานทางกายภาพ (physically based) เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการประมาณค่านอกช่วง (extrapolation) จากข้อมูลที่มีอยู่ตามพื้นที่ (ลุ่มน้ำที่ต่างๆ กัน) และตามเวลา (ช่วงเวลาที่แตกต่างกัน) แนวทางที่สองมองว่าแบบจำลองควรมีความสามารถมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ ที่สะท้อนความเข้าใจกระบวนการทางกายภาพ แต่แนวทางนี้เป็นการทำนายนอกเหนือขอบเขตของข้อมูลที่มีอยู่ ทั้งตามเวลา (เช่น ในอนาคต) และตามพื้นที่ (ในลุ่มน้ำที่แตกต่างจากที่มีข้อมูล) ซึ่งเกิดคำถามว่าจะมีความน่าเชื่อถือได้เพียงใด การจำลองจึงเป็นเหมือนการนิรนัย (deduction) ซึ่งไม่สามารถหลีกเลี่ยงการนำผลการทดลองมาประยุกต์ใช้ (empiricism) ได้ ในการอธิบายกระบวนการทางอุทกวิทยา และการหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

สำหรับแนวทางแรก ปัญหาของการพัฒนาแบบจำลองจึงเป็นการเรียนรู้จากข้อมูลว่าระบบทำงานได้อย่างไร พยายามเชื่อมโยงหาความสัมพันธ์ระหว่างอนุกรมข้อมูลนำเข้าและอนุกรมข้อมูลนำออก การสร้างแบบจำลองที่ใช้พื้นฐานจากข้อมูล โดยทั่วไปเป็นมาตราส่วนระดับลุ่มน้ำ โดยไม่ต้องอ้างอิงเหตุผลทางกายภาพ หรือทฤษฎีกระบวนการทางอุทกวิทยา ซึ่งเรียกว่าการจำลองแบบกล่องดำ (black box modeling) เป็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลนำเข้าและนำออกล้วนๆ ไม่ต้องกังวลเกี่ยวกับสิ่งที่เกิดขึ้นในกล่องลุ่มน้ำนี้ การอุปมากล่องดำ (black box analogy) ไม่จำเป็นจะให้ผลดีเสมอไป แนวทางการวิเคราะห์ข้อมูลนำเข้าและนำออก อาจนำไปสู่ผลสรุปเกี่ยวกับการทำงานของระบบทางอุทกวิทยาที่แตกต่างจากผลการวิเคราะห์ทางทฤษฎีที่ยอมรับไปแล้ว ทั้งนี้ข้อมูลอาจแนะนำผลการวิเคราะห์ที่ผิดไปจากทางทฤษฎี และจำเป็นต้องมีการตีความทางกายภาพเป็นอย่างอื่น

Young and Beven [1994] และ Young et al. [1997] ได้แนะนำแนวทางการใช้ผลการทดลองหรือแนวทางเอมพิริคัล (empirical approach) หรือเรียกว่าการจำลองกลไกบนฐานข้อมูล (data-based mechanistic modeling) เช่น ให้ข้อมูลแนะนำโครงสร้างแบบจำลองที่เหมาะสม แล้วประเมินผลลัพธ์จากแบบจำลองว่าเป็นการตีความกลไกที่นำไปสู่ความเข้าใจภายใน หรือเป็นสิ่งที่ได้รับจากการจำลองบนพื้นฐานของเหตุผลทางทฤษฎี ตัวอย่างของการจำลองน้ำฝน-น้ำท่า บนพื้นฐานของฟังก์ชันส่งผ่าน (transfer function) จะได้อธิบายในหัวข้อ 2.2 การจำลองบนพื้นฐานของการนำผลการทดลองมาประยุกต์ใช้นี้ จำเป็นต้องมีข้อมูลอย่างเพียงพอ

แนวทางเอมพิริคัลเป็นแนวทางที่เก่าแก่มากที่สุดในการจำลองทางอุทกวิทยา Mulvaney rational method ที่อธิบายในบทที่ 1 และเทคนิคกราฟิกในรูปที่ 1.6 เป็นตัวอย่างของการจำลองเอมพิริคัลบนฐานของข้อมูล เป็นความพยายามหาความเหมือนกันของพฤติกรรมอย่างมีเหตุผล ระหว่างพายุฝนและลุ่มน้ำที่แตกต่างกัน

แบบจำลองแบบกระจาย (distributed model) บนพื้นฐานทางกายภาพ เป็นแบบจำลองฝน-การไหลออก ซึ่งเป็นปฏิสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการที่ผิวดินและใต้ดิน ดังนั้นกรอบแนวคิดทางกายภาพถูกนำเสนอครั้งแรกโดย *Freeze and Harlan* [1969] แบบจำลองที่มีพื้นฐานทางกายภาพ (physically based models) ส่วนใหญ่ในปัจจุบัน ยังคงใช้พิมพ์เขียวของ *Freeze and Harlan* แต่ทำให้ง่ายมากขึ้น อย่างไรก็ตามพิมพ์เขียวนี้อาจยังไม่ถูกนำไปทำได้อย่างสมบูรณ์ เมื่อเทียบกับแบบจำลองการรับรู้ในหัวข้อ 1.3 องค์ประกอบหลายส่วนได้หายไป รวมทั้งผลของช่องว่างขนาดใหญ่ (macropores) และความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่ (heterogeneities) ของกระบวนการไหล ถึงแม้จะมีความพยายามรวมผลของช่องว่างขนาดใหญ่ในแบบจำลองกลุ่มน้ำและไหลเขาโดย *Zuidema* [1985], *Bronstert and Plate* [1997] และ *Faeh et al.* [1997]

2.1 แนวทางถดถอยเอมพีริคัล (empirical regression approach)

การถดถอยเอมพีริคัลเป็นเทคนิคพื้นฐานทางสถิติ สำหรับการประมาณค่านอกช่วงข้อมูล ไปยังสถานะอื่นแตกต่างกันตามพื้นที่และเวลา ข้อมูลถูกเปรียบเทียบเพื่อหาค่าตัวแปรที่ไม่เป็นอิสระหรือตัวแปรตาม (dependent variable) และตัวแปรอิสระ (independent variable) จำนวนหนึ่ง ใช้การคำนวณทางสถิติเพื่อสร้างสมการที่เกี่ยวกับการแปรผันระหว่างตัวแปรที่ไม่เป็นอิสระกับตัวแปรอิสระ ตัวอย่างหนึ่งจาก *Sefton and Howarth* [1998] เป็นความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ของแบบจำลอง IHACRES และตัวแปรต่างๆ ที่บอกลักษณะทางกายภาพของกลุ่มน้ำ (physical catchment descriptor variables, PDC) ความสัมพันธ์แสดงในรูปแบบของ การถดถอยเชิงเส้นหลายค่า ในรูปแบบดังนี้

$$\frac{1}{c} = 7.7 \text{ UPLAND} + 12.9 \text{ DECID} + 7.4 \text{ TILLED} + 9.0 \text{ URBAN} + 7.3 \text{ OTHER} - 0.4 \text{ CLASSB} - 0.8 \text{ REHPMN} \quad (2.1)$$

โดย c เป็นสัดส่วนของฝนเทียบกับการกักเก็บของน้ำในกลุ่มน้ำ *UPLAND* เป็นเปอร์เซ็นต์ของพื้นที่ของการใช้ที่ดินที่ประเภท heath moor และ bracken *DECID* เป็นเปอร์เซ็นต์ของพื้นที่ป่าแบบผลัดใบและแบบผสม *TILLED* เป็นเปอร์เซ็นต์ของพื้นที่การใช้ที่ดินในการปลูกพืช *OTHER* เป็นเปอร์เซ็นต์ของพื้นที่การใช้ที่ดินส่วนที่เหลือ *CLASSB* เป็นเปอร์เซ็นต์ของพื้นที่ของดินที่ยอมให้น้ำผ่านบางส่วน (ไม่มีน้ำใต้ดิน) และ *REHPMN* คือค่าเฉลี่ยความชื้นสัมพัทธ์ในช่วงปี ค.ศ. 1961-1991 สมการความสัมพันธ์นี้ถูกสร้างจากการสอบเทียบแบบจำลองจากข้อมูล 60 กลุ่มน้ำใน England และ Wales มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.61 (อธิบายได้เพียง 37% ของความแปรปรวนของข้อมูล) อนุมานได้ว่ามีความไม่แน่นอนอย่างมีนัยสำคัญในการประมาณค่า $1/c$ สำหรับแต่ละกลุ่มน้ำ

ตัวแปรอิสระตามสมการ (2.1) ถูกเลือกจากตัวแปรรูปร่างของกลุ่มน้ำ (morphometric variables) 10 ตัวแปร ลักษณะของดิน 5 ตัวแปร ประเภทการใช้ที่ดิน 8 ตัวแปร และภูมิอากาศ 7 ตัวแปร การใช้เทคนิคการพิศกรภาพทางสถิติ ทำให้ประเมินได้ว่าตัวแปรอิสระใดส่งผลให้เกิดความแปรผันกับตัวแปรตามตัวแปรอื่นๆ ที่ไม่ส่งผลอย่างมีนัยสำคัญ จะไม่ถูกนำมารวมในสมการนี้ เทคนิคที่ใช้ในการสร้างสมการความสัมพันธ์นี้คือ การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้น (linear regression analysis) ส่วนความสัมพันธ์อื่นๆ ที่ไม่ใช่เชิงเส้น ทำได้โดยการเปลี่ยนรูปตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม เช่น การเปลี่ยนรูปแบบล็อก

(log transforms) ตัวแปรเหล่านี้ ก่อนทำการวิเคราะห์ การวิเคราะห์นี้ใช้กันอย่างกว้างขวาง ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง หรือลักษณะการไหลในภูมิภาค สำหรับลุ่มน้ำที่ไม่มีสถานีวัด (ungauged catchments)

หากความสัมพันธ์ตามสมการ (2.1) สามารถแสดงการรับรู้ทางอุทกวิทยา (hydrological sense) อย่างสมเหตุสมผลจะเป็นผลที่ดีมาก แต่เป็นเรื่องยากที่จะมองเห็นได้จากสมการถดถอยนี้ เช่นจากสมการ (2.1) มีกระบวนการใดทางอุทกวิทยาที่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นกับความชื้นสัมพัทธ์ ที่ให้ผลต่อค่า c

ข้อสังเกตที่ได้จากการวิเคราะห์แบบถดถอย (1) ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ขึ้นอยู่กับว่าการจำลอง พัดกับข้อมูลจากการวัดเติมได้ดีเพียงใด อาจมีปัญหาเฉพาะในการศึกษานี้ เพราะมีพารามิเตอร์เพียง 2 ตัว ที่ให้ค่าสหสัมพันธ์สูง จาก 60 ลุ่มน้ำย่อยที่แตกต่างกัน (2) การทำนายควรวิจาณาความผิดพลาดมาตรฐาน (standard error) ของการประมาณผลลัพธ์ ซึ่งทำให้เห็นผลของความไม่แน่นอนได้ด้วย (3) ความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน ของการประมาณค่าจะมีค่ามากขึ้น ขณะที่ใช้ในการประมาณค่าสูงสุดของ ชุดข้อมูลการวิเคราะห์การถดถอย

การสร้างสมการถดถอยที่คล้ายกันนี้ ได้มีการดำเนินการมาแล้วในการศึกษาวิจัยทางอุทกวิทยา เช่น รายงานการศึกษาน้ำท่วมของประเทศสหราชอาณาจักร (UK flood study report) [NERC,1975] ซึ่งแสดงตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองน้ำฝน-น้ำท่า สมการอัตราการไหลสูงสุดและเวลาที่เกิด ของเอกชลภาพ สำหรับการคำนวณสัดส่วนการเกิดการไหลออก ในการประมาณค่าฝนประสิทธิผล ที่ใช้กับ เอกชลภาพ ยังมีการวิเคราะห์ที่คล้ายกัน เป็นส่วนหนึ่งของคู่มือการประมาณน้ำท่วม [H, 1999; Institute of engineering, Australia, 1977]

แนวทางการถดถอยเอมพิริคัล ตัวแปรที่เลือกไม่ใช่ได้มาโดยบังเอิญ แต่ตัวแปรเหล่านี้ได้สะท้อน เหตุผลทางกายภาพและการรับรู้จากการวิเคราะห์ Hewlett et al. [1984] เสนอผลการวิเคราะห์ชล ภาพจำนวน 4,094 เหตุการณ์ จาก 15 ลุ่มน้ำขนาดเล็ก ในช่วงของภูมิภาคและภูมิภาคหนึ่ง สรุป ได้ว่าตัวแปรความชื้นฝน ส่งผลน้อยต่อสมการถดถอย โดยเฉพาะกับอัตราการไหลสูงสุดและปริมาตรน้ำ ไหลออก ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (coefficient of determination) ของความชื้นฝนรายชั่วโมง สูงสุด ให้ผลในขนาดเพียง 1 เปอร์เซ็นต์ ต่อปริมาตรของน้ำ และ 10 เปอร์เซ็นต์ ต่อค่าสูงสุดของชลภาพ ผลการศึกษาก่อนหน้านี้ของ Hewlett et al. [1977] ให้ผลสนับสนุนว่า ปริมาณฝนทั้งหมดให้ผลอย่าง มากต่อตัวแปรตามทั้งสองข้างต้น แต่ให้ผลที่แตกต่างกับการเกิดการไหลออกในช่วงเวลาสั้นๆ ซึ่งความ ชื้นฝนมีบทบาทสำคัญ โดยเฉพาะแบบจำลองบนพื้นฐานของกลไกการไหลออกแบบส่วนเกินการซึมฮอร์ โทเนียน (Hortonian infiltration excess runoff generation)

ตัวอย่างผลการศึกษาลุ่มน้ำในประเทศไทย โดย ประกอบและฤกษ์ชัย [2543] พบว่า ปริมาณ น้ำท่าเฉลี่ยรายปี (Q_m) มีความสัมพันธ์กับปริมาณฝนเฉลี่ยรายปี (\bar{R}) และขนาดพื้นที่ลุ่มน้ำ (A) สำหรับ ลุ่มน้ำในภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ดังนี้

$$\text{ลุ่มน้ำโขง; } Q_m = 0.3499A^{0.949}\bar{R}^{1.068} \quad (2.2)$$

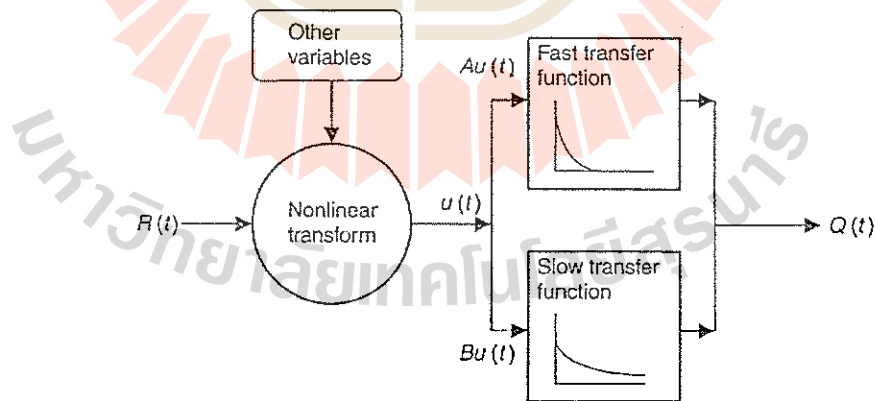
$$\text{ลุ่มน้ำชี; } Q_m = 2.100A^{0.736}\bar{R}^{0.239} \quad (2.3)$$

$$\text{ลุ่มน้ำมูล; } Q_m = 0.7727A^{0.803}\bar{R}^{0.875} \quad (2.4)$$

2.2 แบบจำลองฟังก์ชันส่งผ่าน (Transfer function models, TFM)

จากอนุกรมเวลาของฝน-น้ำท่า ที่มีอยู่ของกลุ่มน้ำ ใช้ข้อมูลสารสนเทศเพื่อจำลองการตอบสนองของกลุ่มน้ำ แนวทางเอมพิริคัลสมัยใหม่ ต่อปัญหานี้เป็นการใช้ฟังก์ชันส่งผ่านหาความสัมพันธ์ระหว่างการนำเข้าและนำออก เทคนิคเอกชลภาพเป็นรูปแบบหนึ่งของฟังก์ชันส่งผ่าน การใช้เอกชลภาพรูปสามเหลี่ยมและเป็นตัวแทนเอกชลภาพแบบ Nash cascade แสดงในรูปที่ 1.10 แบบจำลองเชิงเส้นทั่วไปถูกใช้ในการเสนอแนะโครงสร้างแบบจำลองที่เหมาะสม ที่เข้ากันได้กับข้อมูลนำเข้าและนำออกที่มีอยู่ ผลการใช้แบบจำลองมีประโยชน์ต่อการตีความกลไกที่เกิดขึ้น ตัวอย่างเช่น การประมวลผลฟังก์ชันส่งผ่าน มักเสนอแนะว่าโครงสร้างแบบจำลองแบบขนานมีความเหมาะสม ประกอบด้วยสัดส่วนของการไหลออกที่เกิดการหลากจากเส้นทางการไหลเร็ว (fast pathway) ขนานกับส่วนที่ไหลเป็นเส้นทางการไหลช้า (slow pathway) จากรูปที่ 2.1 แต่ไม่สามารถสรุปได้อย่างมั่นใจว่าเป็นการไหลออกจากกระบวนการไหลผิวดินหรือกระบวนการไหลใต้ผิวดิน อาจทำได้เพียงได้ค่าคงที่ของเวลาสำหรับกลุ่มน้ำ ซึ่งหาได้ในเทอมระยะเวลาพำนักเฉลี่ย (mean residence times) สำหรับเส้นทางการไหลเร็วหรือเส้นทางการไหลช้า

ปัญหาการประยุกต์ใช้วิธีนี้กับระบบน้ำฝน-น้ำท่า คือ ปริมาณฝนสัมพันธ์กับการไหลน้ำท่า ในแบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นสูง ประสพการณ์การใช้เอกชลภาพในการทำนายทางอุทกวิทยาได้แสดงให้เห็นว่า การไหลออกอาจมีความเป็นเชิงเส้นมากขึ้นสัมพันธ์กับฝนประสิทธิผล แต่ต้องการหลีกเลี่ยงความจำเป็นที่ต้องแยกอนุกรมเวลาของฝนและการไหลออกก่อน การแยกชลาภาพเป็นเทคนิคการวิเคราะห์ที่ยุ่งยากมาก การถอดบทเรียนจากประสพการณ์นี้แนะนำว่า ความเป็นไปได้ที่จะใช้แบบจำลองฟังก์ชันส่งผ่านเชิงเส้นสำหรับการคำนวณการกระจายการไหลออกทั้งหมดตามเวลา ถ้าสามารถหาตัวกรอง (filter) ที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่กระทำต่อฝนได้อย่างเหมาะสมเป็นตัวแทนของกระบวนการสร้างการไหลออก



รูปที่ 2.1

โครงสร้างฟังก์ชันส่งผ่านแบบขนานและการแยกชลาภาพที่ทำนายเป็นแบบการตอบสนองช้าและเร็ว

วิธีการหนึ่งสมมุติว่าเป็นรูปแบบที่มีเหตุผลทางกายภาพ และสามารถหาค่าพารามิเตอร์ได้จากการฟิตกับข้อมูลในช่วงสอบเทียบ ผลงานช่วงแรกของฟังก์ชันส่งผ่านเชิงเส้นนำเสนอโดย Dooge [1959]

จากแนวทางดั้งเดิมที่ใช้กับทฤษฎีเอกชลภาพ ซึ่งเปลี่ยนฝนทั้งหมดให้เป็นฝนประสิทธิผล บนพื้นฐานของสมการการซึม เช่นวิธี ϕ -index ฟังก์ชันส่งผ่านเชิงเส้นบนพื้นฐานของแบบจำลอง IHACRES ที่จะได้อธิบายต่อไป อย่างไรก็ตาม ถ้าเอกชลภาพของกลุ่มน้ำมีอยู่แล้ว สามารถใช้ในทางกลับกันในการประมาณรูปแบบของฝนประสิทธิผล จากสภาพการไหลออกที่แยกไว้แล้ว

(1) แบบจำลอง IHACRES

แบบจำลอง IHACRES (Identification of unit Hydrographs and Component flows from Rainfall, Evaporation and Streamflow data) ของ *Jakeman et al.* [1990] พัฒนาจากงานของ *Young* [1975] และ *Whitehead et al.* [1979] ซึ่งเป็นความพยายามหลีกเลี่ยงปัญหาของการแยกชลภาพตามแบบจำลองเอกชลภาพเดิม โดยการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณฝนทั้งหมดกับการไหลออกทั้งหมด การพัฒนาล่าสุดเป็นผลของความร่วมมือระหว่าง สถาบันอุทกวิทยาสหราชอาณาจักร (UK Institute of Hydrology, IH) และศูนย์การศึกษาด้านสิ่งแวดล้อมและทรัพยากร (Centre for Resource and Environmental Studies, CRES) ประเทศออสเตรเลีย ได้ชุดโปรแกรมสำเร็จรูปของ IHACRES สำหรับคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล แบบจำลองใช้ชุดของฟังก์ชันเป็นตัวกรองฝนทั้งหมด ให้ได้ฝนประสิทธิผลที่สัมพันธ์กับการไหลออกทั้งหมด โดยการใช้ฟังก์ชันการส่งผ่านเชิงเส้น ตัวกรองฝนเสนอแนะตัวแปรการกักเก็บของดิน และใช้อุณหภูมิเป็นดัชนีสำหรับการคายระเหย ในการจำลองระยะยาวรูปแบบต่างๆ ของการกรองฝนได้ถูกนำมารวมกับการประยุกต์ใช้งาน IHACRES กรณีต่างๆ รูปแบบหนึ่งที่ *Sefton and Howarth* [1998] เสนอไว้ดังนี้

$$u_t = R_t (S_t + S_{t-1}) / 2 \quad (2.5)$$

$$S_t = cR_t + \left[1 - \frac{1}{\tau(T_t)} \right] S_{t-1} \quad (2.6)$$

$$\tau(T_t) = \tau_w \exp(10f - T_t f) \quad (2.7)$$

โดย R_t คือฝนน้ำเข้าในช่วงเวลา t , u_t เป็นฝนประสิทธิผล S_t เป็นตัวแปรการกักเก็บที่เวลา t , $\tau(T_t)$ คือ ระยะเวลาพำนักเฉลี่ยสำหรับการกักเก็บของดิน ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิเฉลี่ยรายวัน T_t , c คือสัดส่วนของฝนต่อการกักเก็บของกลุ่มน้ำ τ_w คือระยะเวลาพำนักเฉลี่ยสำหรับการกักเก็บของดินที่ 10°C และ f คือพารามิเตอร์มาตราส่วนความสัมพันธ์ระหว่างผลการคายระเหยต่อความแตกต่างของอุณหภูมิ ส่วนนี้ของ IHACRES เป็นรูปแบบอย่างง่ายของ ESMA (explicit soil moisture accounting) พารามิเตอร์ของแบบจำลองหาได้จากการสอบเทียบด้วยการฟิตฟังก์ชันส่งผ่านกับค่าต่างๆของ c , τ_w และ f จนกระทั่งได้ผลที่ดีที่สุด ประมาณค่าความผิดพลาดมาตรฐาน และความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (covariances) สำหรับพารามิเตอร์แบบจำลองฟังก์ชันส่งผ่าน แต่ความไม่แน่นอนในพารามิเตอร์ c , τ_w และ f ไม่ได้นำมาพิจารณา

แบบจำลอง IHACRES ได้ถูกนำไปใช้งานอย่างกว้างขวาง และในการทำนายผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงภูมิอากาศ ต่ออุทกวิทยากลุ่มน้ำ [*Jakeman et al.*, 1993; *Schreider et al.*, 1996]

แบบจำลองสามารถเชื่อมโยงกับองค์ประกอบการกัดเซาะ (erosion) และคุณภาพน้ำได้ด้วย ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าฟังก์ชันส่งผ่านแบบขนาน ในรูปที่ 2.1 เป็นโครงสร้างที่เหมาะสม สำหรับการจำลองน้ำฝน-น้ำท่าในระดับลุ่มน้ำ ซึ่งประกอบด้วยเส้นทางการไหลเร็วและการไหลช้า เส้นทางการไหลเร็วเป็นส่วนสำคัญของชลภาพในช่วงพายุฝน ส่วนเส้นทางการไหลช้าเป็นส่วนสำคัญของชลภาพส่วนลดระหว่างพายุฝน อย่างไรก็ตามผลการทำนายนี้ไม่สามารถบ่งบอกว่าเกิดจากกระบวนการผิวดินหรือใต้ดิน เป็นน้ำเก่าหรือน้ำใหม่สัดส่วนเท่าไร เส้นทางการไหลเร็วไม่ควรถูกแปลความหมายว่าเป็นเส้นทางการไหลผิวดิน อาจเป็นการตอบสนองที่ถูกควบคุมโดยการแทนที่น้ำเก่าจากการกักเก็บน้ำใต้ผิวดินก็ได้ การหลากจากเส้นทางการไหลแบบขนานยังถูกใช้ในแบบจำลองอื่น เช่น แบบจำลอง Xinanjiang/Arno/VIC และ PDM ข้อได้เปรียบของ IHACRES คือข้อมูลเป็นผู้เสนอแนะรูปแบบของฟังก์ชันส่งผ่าน แทนการกำหนดโครงสร้างที่ตายตัวไว้ล่วงหน้า

แบบจำลอง IHACRES มีลำดับการทำงานในการให้ผลลัพธ์ ตอบสนองทางอุทกวิทยาลุ่มน้ำ โดยใช้จำนวนพารามิเตอร์ที่เหมาะสม ระบุได้ในช่วงการสอบเทียบ พารามิเตอร์ที่จำเป็นคือค่าคงที่เวลา 2 ค่า สำหรับเส้นทางการไหลเร็วและการไหลช้า ในฟังก์ชันส่งผ่านแบบขนาน สัดส่วนของฝนประสิทธิผลในแต่ละเส้นทาง และค่า c , τ_w และ f ของตัวกรองฝนประสิทธิผล Jakeman and Hornberger [1993] เสนอว่าพารามิเตอร์เหล่านี้สามารถพิจารณาเป็น ลักษณะเฉพาะการตอบสนองพลวัต (dynamic response characteristics, DRCs) ของลุ่มน้ำและ เชื่อมโยงค่า DRCs กับลักษณะทางกายภาพของลุ่มน้ำได้

ผลการศึกษาของ Post and Jakeman [1996] ได้หาค่าพารามิเตอร์ DRC สำหรับลุ่มน้ำขนาดเล็ก 16 ลุ่มน้ำในรัฐวิกตอเรีย ประเทศออสเตรเลีย พบว่าพารามิเตอร์ 5 ตัวจาก 6 ตัว ที่ต้องใช้กับแบบจำลอง มีความสัมพันธ์กับลักษณะทางกายภาพของลุ่มน้ำ ค่าคงที่ของเวลาของเส้นทางการไหลเร็วสัมพันธ์กับความหนาแน่นการระบายน้ำ (drainage density) และพื้นที่ลุ่มน้ำ ค่าคงที่ของเวลาของเส้นทางการไหลช้า สัมพันธ์กับความลาดชันและรูปร่างของลุ่มน้ำ ค่า f สัมพันธ์กับชนิดพืชพรรณ ค่า c และ τ_w สัมพันธ์กับความหนาแน่นการระบายน้ำ และความลาดชัน มีพารามิเตอร์หนึ่งตัวที่ไม่แสดงความสัมพันธ์ที่ชัดเจนกับลักษณะของลุ่มน้ำคือ สัดส่วนของฝนประสิทธิผลกับเส้นทางการไหลเร็ว

(2) แบบจำลองกลไกบนพื้นฐานข้อมูลโดยใช้ฟังก์ชันส่งผ่าน

แนวทางกลไกบนพื้นฐานของข้อมูล (Data-based mechanistic approach, DBM) ของ Young and Beven [1994] โดยไม่กำหนดสมมุติฐานรูปแบบของแบบจำลองไว้ก่อน แต่ใช้ข้อมูลในการหาโครงสร้างของแบบจำลองที่ควรจะเป็น ซึ่งเสนอตัวกรองฝนแบบไม่ใช้เชิงเส้นดังรูปแบบนี้

$$u_t = Q^n R_t \quad (2.8)$$

โดย u_t คือฝนประสิทธิผล R_t คือฝนน้ำเข้า Q_t คืออัตราการไหล n คือพารามิเตอร์ t คือเวลา กรณีนี้ การประเมินสถานะความชื้นที่มีอยู่ก่อน (antecedent moisture status) ใช้อัตราการไหลเป็นตัวแทนตัวแปรนี้ โดยทั่วไปอัตราการไหลที่ได้จากการวัด เป็นดัชนีที่มีอยู่ที่ดีที่สุด แสดงดัชนีเงื่อนไขความชื้นที่มีอยู่ก่อนในลุ่มน้ำ Young and Beven [1991] ใช้แบบจำลองเชิงเส้นคู่ (bilinear model) $n=1$ ผล

การศึกษาภายหลังเสนอแนะ n มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 แบบจำลองเลขยกกำลังเชิงเส้นคู่ (bilinear power law model)

การประยุกต์ใช้เทคนิคนี้กับข้อมูลระยะยาว ของลุ่มน้ำในภูมิภาคตะวันออกเฉียงของสหรัฐอเมริกา *Young and Beven* [1994] ได้แสดงให้เห็นว่ามีแบบรูปตามฤดูกาลของตัวแปรตามเวลา ในการประมาณพารามิเตอร์ a ของฟังก์ชันส่งผ่าน (ระยะเวลาพ่นักเฉลี่ย) และทำนองเดียวกันในการประมาณพารามิเตอร์ b กับอัตราการไหล จากสหสัมพันธ์ของตัวแปรตามเวลา แบบรูปตามฤดูกาลใน a มีสหสัมพันธ์กับอุณหภูมิรายวันเฉลี่ย ที่อุณหภูมิสูงขึ้นในช่วงฤดูร้อนที่มีการคายระเหยมาก ระยะเวลาพ่นักเฉลี่ยจะยาวนานขึ้น เนื่องจากระดับความชื้นในดินต่ำ ทำให้เวลาตอบสนองของลุ่มน้ำช้าลง

2.3 ฟังก์ชันส่งผ่านนำเข้าหลายชุด(multiple input transfer functions)

แบบไม่เป็นเชิงเส้น

ฟังก์ชันส่งผ่านเชิงเส้นของการนำเข้าฝนประสิทธิผลชุดเดียว ที่อธิบายข้างต้นใช้งานได้ดีถ้ามีข้อมูลเพียงพอสำหรับการสอบเทียบ รูปแบบของฟังก์ชันส่งผ่านสามารถยืดหยุ่นให้แบบจำลองที่ได้ไม่จำเป็นต้องอยู่ในรูปแบบขนาน ทำให้เห็นว่ามีควมไม่แน่นอนของการกำหนดรูปแบบที่เหมาะสมของการกรองไม่เป็นเชิงเส้น ในการหาค่าฝนประสิทธิผล โดยใช้ฟังก์ชันส่งผ่าน ความพยายามในการสร้างฟังก์ชันส่งผ่านแบบไม่เป็นเชิงเส้น วิธีการล่าสุดอยู่บนพื้นฐานของการขยายชั้นของแบบจำลองเชิงเส้นทั่วไป ไปสู่กรณีไม่เป็นเชิงเส้น โดยการใช้แบบจำลอง NARMAX (nonlinear autoregressive moving average with exogenous inputs) *Tabrizi et al.* [1998] สาธิตว่าแบบจำลอง NARMAX ใช้งานอย่างไร สำหรับการนำเข้าชุดเดียวและนำเข้าหลายชุด

วิธีหนึ่งในการจัดการปัญหาความไม่เป็นเชิงเส้น ที่อยู่ในเทอมของการไม่อยู่กับที่ หรือพารามิเตอร์ของฟังก์ชันส่งผ่านที่แปรผันตามเวลา คือการใช้กลยุทธ์การจำลอง DBM ตามที่ได้อธิบายข้างต้น ซึ่งใช้ฟังก์ชันเลขยกกำลังจัดการความแปรผันของค่าพารามิเตอร์ที่วิเคราะห์จากความแปรผันตามเวลา การจำลอง TFM ยังนำไปใช้กับอนุกรมนำเข้าของฝนหลายชุด ในการจำลองการไหลออกที่สร้างได้จากสถานีวัดน้ำฝนหลายสถานีในลุ่มน้ำหรือสร้างได้จากข้อมูลเรดาร์ ตัวอย่างฟังก์ชันส่งผ่านนำเข้าหลายชุด นำเสนอโดย *Liang et al.* [1994] *Tabrizi et al.* [1998] และ *Kothyari and Singh* [1999] ปัญหาหลักของการใช้แนวทางนี้คือสหสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลนำเข้าหลายชุด ซึ่งไม่มีค่าตอบเฉพาะที่ใช้ได้กับปัญหานำเข้าหลายชุดและนำออกชุดเดียวนี้ และการระบุค่าพารามิเตอร์ได้อย่างชัดเจนเป็นเรื่องยาก การแก้ปัญหาวีธีหนึ่งเสนอโดย *Cooper and Wood* [1982] คือการใช้สหสัมพันธ์แบบบัญญัติ (canonical correlation) ป่งบอกโครงสร้างแบบจำลองที่เหมาะสมและการใช้วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood) ประมาณค่าพารามิเตอร์

2.4 ฟังก์ชันส่งผ่านที่สร้างจากลักษณะทางกายภาพ

ฟังก์ชันส่งผ่าน 2 ประเภท บนพื้นฐานของของรูปแบบลุ่มน้ำ ประเภทแรกใช้พื้นฐานของฟังก์ชันความกว้างของโครงข่าย (network width function) ประเภทที่สองคือ เอกชลภาพจากธรณีสัณฐาน

(geomorphological unit hydrograph) อย่างไรก็ตามทั้ง 2 วิธี จัดการได้เพียงปัญหาการหลาก แต่ไม่ทราบปริมาณน้ำท่าเปลี่ยนจากฝนมาเท่าไรที่นำมาหลาก ทั้งสองวิธีจึงต้องมีการประมาณฝนประสิทธิผลออกมาก่อน

(1) การใช้ฟังก์ชันความกว้างของโครงข่าย

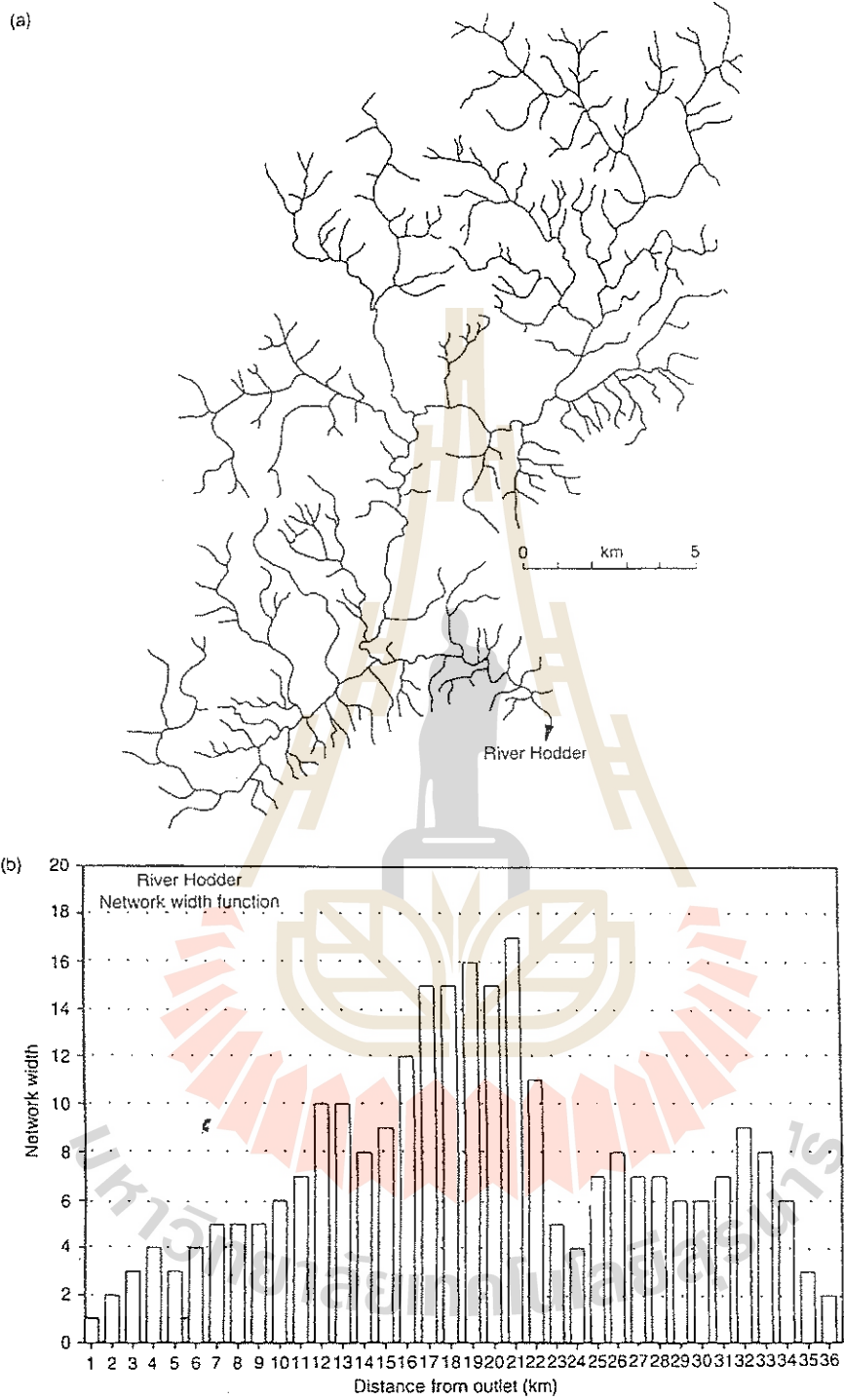
การหลากในกลุ่มน้ำเป็นฟังก์ชันของทั้งการตอบสนองของไหล่เขา (hillslope) และของลำน้ำ Kirkby [1976] และ Beven and Wood [1993] สาธิตให้เห็นว่าการถ่วงเวลาในกลุ่มน้ำขนาดเล็ก ถูกควบคุมโดยการหลากทั้งจากการไหลผิวดินและใต้ดินบนไหล่เขา ขณะที่การหลากของกลุ่มน้ำขนาดใหญ่ โครงข่ายลำน้ำจะมีอิทธิพลต่อรูปร่างของชลภาพ โดยเฉพาะระหว่างการไหลล้นตลิ่ง ถ้าการไหลออกจากไหล่เขาเข้าสู่โครงข่ายลำน้ำ ถูกทำให้กระจายไปตามช่วงของลำน้ำ (channel reaches) ของโครงข่ายรูปร่างของชลภาพจะสะท้อนรูปแบบของโครงข่ายในกลุ่มน้ำขนาดใหญ่ จึงเป็นแนวความคิดการใช้ฟังก์ชันความกว้างของโครงข่าย (network width function) นำมาสร้างฟังก์ชันส่งผ่านสำหรับการไหลออกในโครงข่าย ฟังก์ชันความกว้าง ถูกสร้างโดยการนับจำนวนของช่วงของลำน้ำที่ระยะต่างๆ ที่ห่างจากจุดออก (outlet) จากรูปที่ 2.2 รูปร่างโครงข่ายที่ต่างกัน จะให้ฟังก์ชันความกว้างที่ต่างกันด้วย ด้วยสมมุติฐานของความเร็วคลื่นที่คงที่ในโครงข่าย (ไม่ได้หมายถึงว่าความเร็วการไหลต้องคงที่ทุกแห่ง) ฟังก์ชันความกว้างสามารถใช้เป็นฟังก์ชันส่งผ่านได้โดยตรง สำหรับการหลากในลำน้ำ

ขั้นตอนวิธี (algorithm) การหลากชนิดนี้ ได้ถูกนำมาใช้ใน TOPMODEL มีข้อได้เปรียบคือต้องการเพียงฟังก์ชันความกว้างของโครงข่าย ซึ่งสามารถหาได้โดยตรงจากแผนที่หรือข้อมูลลักษณะภูมิประเทศเชิงตัวเลข (digital terrain data) มีพารามิเตอร์ตัวเดียวคือความเร็วคลื่นในลำน้ำ แต่มีข้อด้อยคือที่ไม่ใช่การหลากในไหล่เขาอย่างชัดเจนและไม่มีการกระจาย (dispersion) ของรูปแบบของฟังก์ชันความกว้างในการหลากจนถึงจุดออก ถ้าแบบรูปของการไหลออกมีความแตกต่างกันในแต่ละส่วนของลำน้ำ ข้อจำกัดนี้สามารถยืดหยุ่นได้ และไม่ยากในการวิเคราะห์ข้อมูลลักษณะภูมิประเทศเชิงตัวเลข เพื่อหาระยะทางที่สั้นที่สุดมาถึงลำน้ำ สำหรับทุกจุดบนไหล่เขาของกลุ่มน้ำ แนวทางนี้สามารถขยายไปใช้กับการหลากของน้ำผิวดินไปยังลำน้ำ บางที่ใช้กับความเร็วที่แตกต่างกัน Mesa and Mifflin [1986] และ Naden [1992] ได้แสดงว่าขั้นตอนวิธีการหลากแบบแพร่ (diffusive routing) นำมาใช้ได้ไม่ยากสำหรับช่วงของลำน้ำต่างๆ โดยการเพิ่มจำนวนพารามิเตอร์

ขั้นตอนวิธีฟังก์ชันความกว้างของโครงข่ายมีการแพร่ ได้รับความนิยมในทางอุทกวิทยาภาค ทำการหลากในมาตราส่วนของทวีปได้อย่างมีประสิทธิภาพ แบบจำลองของ Naden [1992] ประยุกต์ใช้กับกลุ่มน้ำ Thames และ Severn ใน Naden [1993] และกลุ่มน้ำ Amazon และ Arkansas-Red โดยใช้ฝนนำเข้าจาก GCM ใน Naden et al. [1999] สำหรับลำน้ำที่คงตัว ความเร็วคลื่น c พารามิเตอร์การกระจาย D มีความสัมพันธ์กับลักษณะการไหลที่จุดต่างๆ ดังนี้

$$c = (3/2)u_0 \quad (2.9)$$

$$D = \frac{q_0}{2S_0} \left(1 - \frac{F_0^2}{4} \right) \quad (2.10)$$



รูปที่ 2.2

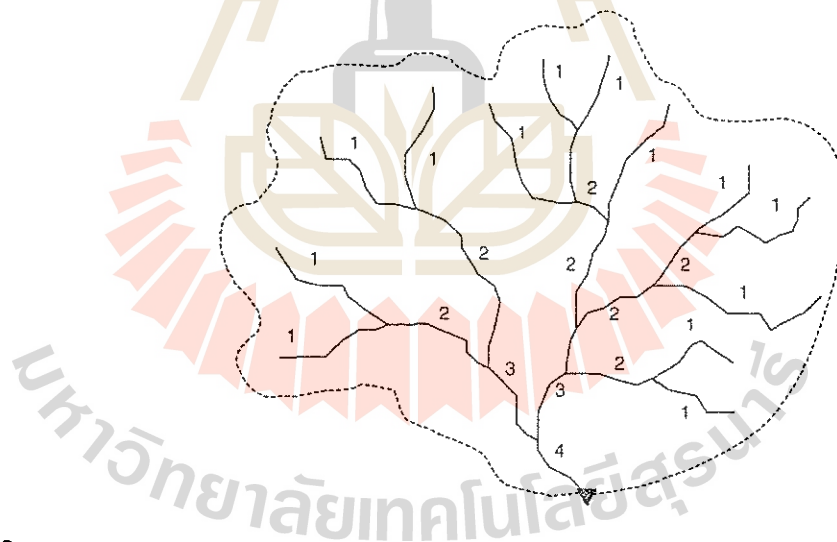
(a) โครงข่ายลำน้ำ (b) ฟังก์ชันความกว้างโครงข่ายสำหรับลุ่มน้ำ Hodder River (250 ตารางกิโลเมตร) ในประเทศอังกฤษ [Beven and Wood, 1993]

โดย u_0 เป็นความเร็วเฉลี่ย ที่อัตราการไหลอ้างอิง q_0 ในลำน้ำมีความลาดชัน S_0 และ Froude number F_0 ในลุ่มน้ำขนาดใหญ่ ลักษณะการไหล รูปร่าง และขนาดของลำน้ำ เปลี่ยนแปลงไปตามทิศทางท้ายน้ำ งาน

ของ *Snell and Sivapalan* [1995] และ *Robinson et al.* [1995] แสดงค่าประสิทธิภาพของพารามิเตอร์ของทั้งลุ่มน้ำ สัมพันธ์กับรูปร่างทางชลศาสตร์ท้ายน้ำที่จุดต่างๆ ของลำน้ำ ดังนั้นความแปรผันของค่าพารามิเตอร์ในลุ่มน้ำขนาดใหญ่ จึงควรมีการประมาณและใช้งานอย่างเหมาะสมในขั้นตอนของการหลาก

(2) เอกชลภาพจากธรณีสัณฐาน (Geomorphological Unit Hydrograph, GUH)

จากการใช้ความกว้างของโครงข่ายเป็นฟังก์ชันส่งผ่านสำหรับการหลาก นำมาสู่หลักการของ เอกชลภาพจากธรณีสัณฐาน แนวคิดนี้ริเริ่มโดย *Rodriguez-Iturbe* [1993] ได้สำรวจความเป็นเหตุเป็นผลของการเชื่อมโยงระหว่างรูปแบบของไหล่เขาและการเกิดการไหลออก ความเปลี่ยนแปลงของลำน้ำและโครงข่ายความเป็นโครงข่ายสะท้อนกลไกการเกิดการไหลออกจากไหล่เขา ที่เกิดขึ้นมาเป็นเวลายาวนาน แต่การพัฒนาโครงข่ายมีผลย้อนกลับต่อรูปแบบของไหล่เขาและการผลิตการไหลออกที่เกิดขึ้นตามมา ความเชื่อมโยงทางธรณีสัณฐาน มีผลต่อความสม่าเสมอทางโครงสร้างของรูปแบบของลุ่มน้ำ ดังนั้นจึงมีความเป็นไปได้ในการใช้ประโยชน์ความสม่าเสมอนี้ในการทำนายทางอุทกวิทยา นักธรณีสัณฐานได้ศึกษาความสม่าเสมอมานานแล้ว และสรุปเป็นกฎของฮอร์ตัน (*Horton 's laws*) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนลำน้ำ พื้นที่รับน้ำ ความยาว ความลาดชัน สำหรับลำดับที่ต่างกันของลำน้ำ ในระบบอันดับลำน้ำของ *Strahler* (*Strahler ordering system*) ลำน้ำอันดับที่หนึ่ง (*first order*) อยู่ต้นน้ำมากที่สุดหรือไม่มีจุดต่อกับลำน้ำอื่นด้านเหนือน้ำ ลำน้ำอันดับที่สองเป็นการรวมกันเป็นจุดต่อของลำน้ำอันดับที่หนึ่งสองสาย และต่อๆ ไป ดูรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3

การจัดอันดับของ *Strahler* สำหรับโครงข่ายลำน้ำ ใช้ในการคำนวณหาเอกชลภาพธรณีสัณฐาน

เอกชลภาพจากธรณีสัณฐานถูกพัฒนา โดยพิจารณาความน่าจะเป็นของการไหลของน้ำฝนตามลำดับชั้นของลำธารต่างๆ และพิจารณาการแจกแจงเวลาในการเดินทางทั้งในไหล่เขาและในลำธารแต่ละอันดับชั้น ใช้กฎของฮอร์ตันในการหาค่าความน่าจะเป็นของการไหลของน้ำฝนในลำธารแต่ละลำดับชั้น และความเชื่อมโยงของลำธารแต่ละลำดับชั้น ลำธารในอันดับที่สาม รับน้ำไหลเข้าจากไหล่เขาในบริเวณใกล้เคียง รับน้ำไหลเข้าจากลำธารในอันดับที่สองด้านเหนือน้ำ และมีความเป็นไปได้ที่รับน้ำจากลำธารในอันดับที่หนึ่ง ที่ไหล

เข้ามาสมทบเพิ่มเติม ทฤษฎีที่สมบูรณ์มีความซับซ้อนมาก และต้องขึ้นกับสมมุติฐานที่ทำให้ง่ายขึ้นเกี่ยวกับการกระจายของเวลาที่น้ำอยู่ในลำธาร *Rodriguez-Iturbe and Valdes* [1979] ได้พยายามทำให้การทำนายผลง่ายขึ้น ในเทอมของรูปแบบฟังก์ชันของเอกชลภาพ สร้างสมการสำหรับเวลาที่เกิดอัตราการไหลสูงสุด และสมการอัตราการไหลสูงสุดของเอกชลภาพรูปสามเหลี่ยม *Rosso* [1984] ทำเหมือนกันแต่ใช้ฟังก์ชันการแจกแจงแกมมา (Gamma distribution density function) เป็นรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของ Nash cascade ได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อ 1.7 ต่อมา *Chutha and Dooge* [1990] นำเสนอรูปแบบต่างๆ ของ GUH สมมุติว่าเวลาที่น้ำอยู่ในลำธารแบบเลขชี้กำลัง (exponential) สำหรับแต่ละช่วงของลำธาร ภายใต้สมมุติฐานของธรณีสัณฐานที่สมเหตุสมผล สร้าง GUH ที่มีรูปร่างใกล้เคียงกับการแจกแจงแกมมา เอกชลภาพการแจกแจงความน่าจะเป็นแกมมา กำหนดโดยพารามิเตอร์ 2 ตัวคือ N และ K ในสมการ (1.2) สำหรับ Nash cascade N คือ จำนวนของการกักเก็บเชิงเส้นต่อกันแบบอนุกรม (ไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนเต็ม) ค่าคงที่ของเวลา K *Rosso* [1984] แสดงให้เห็นว่าพารามิเตอร์ทั้งสองตัว มีความสัมพันธ์กับโครงสร้างทางธรณีสัณฐาน ของโครงข่ายลำน้ำดังนี้

$$N = 3.29 \left[\frac{R_A}{R_B} \right]^{0.78} R_L^{0.07} \quad (2.11)$$

$$K = 0.70 \left[\frac{R_A}{R_B R_L} \right]^{0.48} L_\Omega v^{-1} \quad (2.12)$$

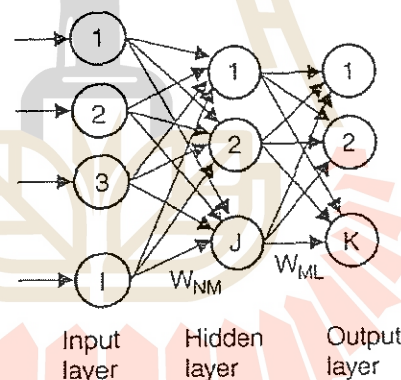
โดย R_b คืออัตราส่วนการแยกสองทาง (bifurcation ratio) ของโครงข่าย มีค่าเท่ากับอัตราส่วนของจำนวนลำธารที่มีอันดับ \bar{w} ต่อจำนวนลำธารที่มีอันดับ $\bar{w} + 1$, R_A คืออัตราส่วนพื้นที่ของโครงข่าย มีค่าเท่ากับอัตราส่วนของพื้นที่ลุ่มน้ำเฉลี่ยของลำธารอันดับ \bar{w} ต่อลำธารอันดับ $\bar{w} + 1$, R_L คืออัตราส่วนความยาวของโครงข่าย มีค่าเท่ากับอัตราส่วนของความยาวเฉลี่ยของลำธารอันดับ \bar{w} ต่อลำธารอันดับ $\bar{w} + 1$, L_Ω คือความยาวของลำน้ำที่มีอันดับสูงสุดในโครงข่าย และ v คือความเร็วเฉลี่ยของน้ำในลำธาร

มีผลการศึกษาจำนวนมากใช้ GUH สำหรับการทำนายในบริบทต่างๆ เช่น การทำนายชลภาพ การทำนายความถี่น้ำท่วม การทำนายการพัดพาตัวถูกละลาย (solute transport) ทำนายผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงภูมิอากาศ การทำนายการให้ตะกอนของลุ่มน้ำ (catchment sediment yield) มีผลสรุปโดย *Rodriguez-Iturbe* [1993] และ *Rodriguez-Iturbe and Rinaldo* [1997] เหมือนกับอัตราส่วนการแยกสองทาง พื้นที่ ความยาว ของโครงข่าย พารามิเตอร์ความเร็วของน้ำจำเป็นต้องสอบเทียบ คล้ายกับการหาค่าคงที่ความเร็วฟังก์ชันความกว้างของโครงข่ายในหัวข้อก่อนหน้านี้ การสอบเทียบใช้ฝนประสิทธิผลและข้อมูลชลภาพ แต่ค่าที่ได้จะขึ้นกับการกำหนดของ GUH ที่ใช้งาน *Al-Wagdany and Rao* [1998] ได้แสดงตัวอย่างว่า ผลการสอบเทียบของการกำหนด GUH 3 รูปแบบที่ต่างกัน ให้ผลที่แตกต่างกัน แต่ยังมีสหสัมพันธ์กับความเร็ว จากปัจจุบันที่โครงข่ายลำน้ำสามารถหาได้ง่ายจากการใช้ GIS หรือข้อมูลภูมิประเทศแบบดิจิทัล ดังนั้นจึงดูไม่เป็นประโยชน์นักในการสร้างตัวแทนโครงข่ายลำน้ำในเทอมของอัตราส่วนธรณีสัณฐาน จากโครงสร้างเครือข่ายทั้งหมด ข้อมูลรายละเอียดบางอย่างเกี่ยวกับโครงข่าย อาจสูญหายไปสู่อัตราส่วนของ GUH เนื่องจากกฎของฮอร์ดัน เป็นเพียงความสัมพันธ์โดยประมาณเท่านั้น *Beven* [1986] ได้แสดงความเห็นต่อแนวทางการใช้ฟังก์ชันความกว้างและเอกชลภาพธรณีสัณฐาน *Nash and Shamseldin* [1998] ได้เสนอแนะว่าสมมุติฐานของเวลาที่น้ำอยู่ในลำธาร

ของแนวทาง GUH อาจจะเป็นการจำกัดรูปร่างของเอกชลภาพและอัตราส่วนตรีโกณมิติพื้นฐานจะมีผลน้อยต่อเอกชลภาพของ Nash cascade

2.5 แบบจำลองน้ำฝน-น้ำท่า บนพื้นฐานของแนวคิดโครงข่ายประสาทเทียม

วิธีการทางเลือกหนึ่งในการจำลองฝน-น้ำท่า คือการใช้โครงข่ายประสาทเทียม (artificial neural networks) โครงข่ายประสาทเทียมมาจากงานวิจัยอัจฉริยะประดิษฐ์ (artificial intelligence) ซึ่งเป็นตัวอย่างของความพยายามที่จะเลียนแบบการทำงานของสมอง ในเทอมของการมีจุดเชื่อมต่อ (nodes) ของเซลล์ประสาท โครงข่ายประสาทเทียมที่ง่ายที่สุด เกี่ยวพันกับสัญญาณนำเข้า (กรณีนี้สนใจการนำเข้าของฝน อัตราการไหลในอดีต) ส่งไปยังสัญญาณนำออก (อัตราการไหลในปัจจุบันหรือในอนาคต) ในความหมายของอนุกรมของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (weighting functions) ซึ่งเกี่ยวข้องกับจำนวนชั้นของจุดที่เชื่อมต่อกันภายในรวมทั้งชั้นที่ถูกซ่อน (hidden layers) ระหว่างกลางทาง (ดูรูปที่ 2.4) การประยุกต์ใช้บางครั้งได้เพิ่มฟังก์ชันกรอง (filtering function) (โดยเฉพาะฟังก์ชันส่งผ่านอย่างง่าย) สำหรับแต่ละจุดต่อในชั้นที่ซ่อนอยู่ ดังนั้นผลที่ออกมาจึงขึ้นอยู่กับรูปแบบและการให้ค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันเหล่านี้ ความหลากหลายของเทคนิคคือการใช้ โครงสร้างแบบจำลองที่เหมาะสมและค่าถ่วงน้ำหนัก หาได้โดยใช้ชุดการเรียนรู้ของข้อมูลนำเข้า-ออก



รูปที่ 2.4

โครงสร้างของโครงข่ายประสาทเทียมแสดงจุดต่อนำเข้า จุดต่อนำออกและชั้นของจุดต่อที่ซ่อนอยู่ แต่ละการเชื่อมต่อต้องการค่าสัมประสิทธิ์อย่างน้อยหนึ่งตัว (อาจเป็นศูนย์)

มีการเปรียบเทียบที่ชัดเจนระหว่างการถ่วงน้ำหนักโครงข่ายประสาทเทียมและพารามิเตอร์ของวิธีการจำลองแบบอื่นๆ และระหว่างชุดการเรียนรู้จากสิ่งที่ยู่มาก่อนในช่วงเวลาของการสอบเทียบ การทำงานในโครงข่ายประสาทเทียมไม่ได้สร้างการเปรียบเทียบ แต่ใช้ให้เกิดประโยชน์ในการเพิ่มจำนวนของพารามิเตอร์ ทำให้แบบจำลองมีองศาเสรี (degree of freedom) เพิ่มขึ้นในการสอบเทียบ แต่อาจจะให้ผลทำให้มีจำนวนพารามิเตอร์มากเกินไป (overparameterization) เมื่อเทียบกับสารสนเทศของชุดข้อมูล ดังนั้นการเพิ่มจำนวนชั้น จำนวนจุดต่อ การต่อเชื่อม จะให้ผลทำให้องศาเสรีเพิ่มขึ้น ในการฝึกช่วงการเรียนรู้ และมีผลให้มีจำนวนพารามิเตอร์มากเกินไป

มีการศึกษาปัญหาฝน-น้ำไหลออกโดยใช้เทคนิคโครงข่ายประสาท เช่น Dawson and Wilby [1998] Fernando and Jayawardena [1998], Tokar and Johnson [1999] การมีข้อมูลระดับน้ำ อัตราการไหลในอดีต เป็นข้อมูลนำเข้าในโครงข่ายประสาท มีผลอย่างสำคัญต่อการประสบความสำเร็จของแบบจำลอง เพราะทำให้ความไม่เป็นเชิงเส้นของกระบวนการฝน-น้ำไหลออก สามารถสะท้อนออกมาในโครงข่าย สำหรับการทำนายช่วงเวลาสั้นๆ Campolo et al. [1999] ใช้โครงข่ายประสาทบนพื้นฐานของการนำเข้าฝน อัตราการไหล หลายชุด ทำให้การพยากรณ์ได้ผลดีถึง 5 ชั่วโมงล่วงหน้า สำหรับลุ่มน้ำขนาด 2,480 ตารางกิโลเมตร ลุ่มน้ำ Tagliamento ประเทศอิตาลี

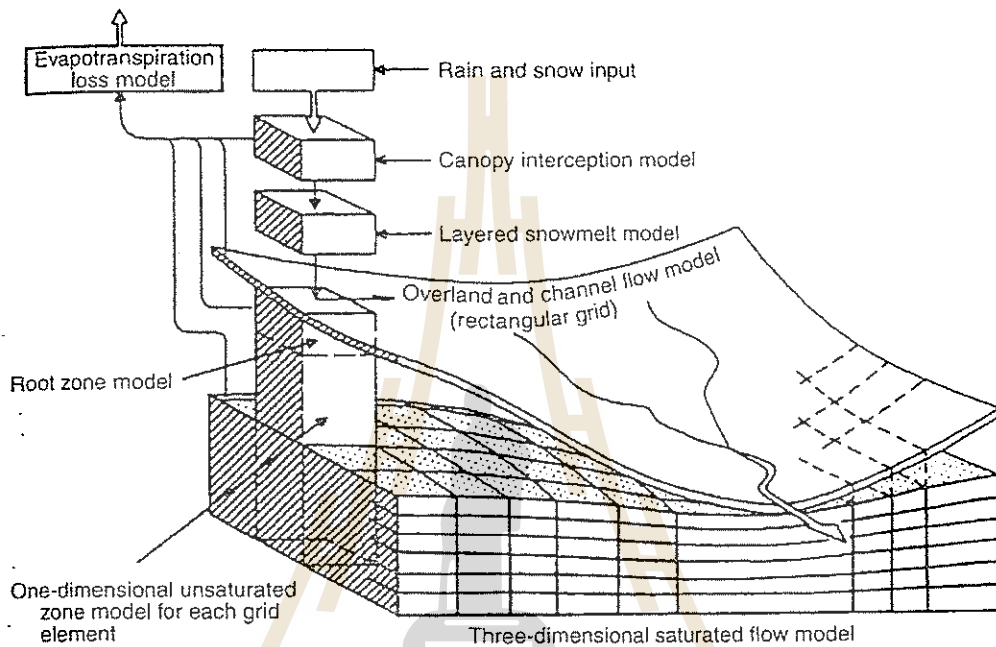
ในการพยากรณ์ แบบจำลองโครงข่ายประสาทสามารถใช้ในลักษณะฟังก์ชันส่งผ่าน ในการทำนายระดับน้ำในแม่น้ำด้านท้ายน้ำ หรืออัตราการไหล โดยรู้ข้อมูลที่ต้นน้ำ [Thirumalaiah and Deo, 1998] การใช้โครงข่ายประสาทพยากรณ์อัตราการไหลสูงสุด ที่คาบการเกิดซ้ำ 2 ปี สำหรับลุ่มน้ำที่ไม่มีสถานีวัดน้ำ เป็นทางเลือกนอกจากการใช้แนวทางการถดถอยพหุคูณ (multiple regression approach) ผลของการมีพารามิเตอร์มากเกินไป นำไปสู่ความไม่แน่นอนที่สูงขึ้นในการทำนาย และการหาค่านอกช่วง โดยเฉพาะนอกช่วงเวลาการเรียนรู้หรือสอบเทียบ ผลดีจากการฟิตกราฟในช่วงการเรียนรู้ ไม่ได้เป็นหลักประกันได้ว่าจะได้ผลการทำนายที่ดี หากมีเงื่อนไขที่ต่างจากช่วงเวลาของการเรียนรู้

2.6 การเข้าคู่กันระหว่างกระบวนการผิวดินและใต้ดินนำไปสู่แบบจำลอง 3 มิติ

แบบจำลองแบบกระจายที่นิยามโดย Freeze and Harlan [1969] เป็นการอธิบายการไหลใต้ผิวดินแบบอิมพัลส์และไม่อิมพัลส์ด้วยน้ำ 3 มิติ เชื่อมต่อการอธิบายการไหลผิวดิน 2 มิติ และอธิบายการไหลในลำน้ำ 1 มิติ การเชื่อมต่อของการอธิบายกระบวนการที่แตกต่างกัน สามารถทำได้โดยการใช้เงื่อนไขขอบเขตร่วมกัน เช่น ความลึกของน้ำที่ซังบนผิวดินทำนายโดยการไหลตามผิวดิน นำมาใช้เป็นขอบเขตของเฮดน้ำสำหรับการไหลใต้ผิวดินในการจำลองอัตราการซึม ในทำนองเดียวกัน ผลการทำนายความลึกการไหลในลำน้ำใช้เป็นเงื่อนไขขอบเขตของเฮดน้ำสำหรับทำนายการไหลออกจากโซนอิมพัลส์ด้วยน้ำผ่านท้องลำน้ำ ในหลักการระบบทั้งหมดที่ประกอบไปด้วยกระบวนการต่างๆ สามารถแก้สมการได้เป็นระบบเดียวที่คิดรวมเงื่อนไขขอบเขตที่ใช้ให้เหมือนกันทั้งหมด ในทางปฏิบัติ การประยุกต์ใช้กับมาตราส่วนลุ่มน้ำหรือแม้กระทั่งไหลเขายังต้องการเวลาคำนวณมาก ด้วยความสามารถของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันก็ตาม ดังนั้นแบบจำลองแบบกระจายส่วนใหญ่ พยายามลดจำนวนกำลังการใช้งานคอมพิวเตอร์เพื่อการคำนวณ ผลลัพธ์ 3 มิติ ยังเป็นจุดเริ่มต้นที่จะถูกนำมาเป็นเครื่องมือแสดงภาพได้ในอนาคต

กลยุทธ์หลายอย่างถูกนำมาใช้เพื่อลดเวลาการคำนวณ วิธีแรกใช้ตาข่ายที่หยาบขึ้น ดังนั้นทำให้มีจุดต่อน้อยลง มีจำนวนสมการที่ต้องแก้ลดลงในแต่ละช่วงเวลาก้าว พารามิเตอร์ที่ต้องกำหนดค่ามีจำนวนน้อยลง แต่จะมีผลเสียตามมาคือได้ผลลัพธ์ที่ไม่เที่ยงตรง กลยุทธ์ที่สองคือ การลดขนาดปัญหา เช่น ทำให้แตกออกเป็นปัญหาย่อยๆ ทางหนึ่งที่ได้คือการพิจารณาโซนอิมพัลส์ด้วยน้ำซึ่งการไหลส่วนใหญ่เป็นแนวตั้ง ทำให้เป็นปัญหา 1 มิติ ส่วนโซนอิมพัลส์ด้วยน้ำการไหลส่วนใหญ่เป็นแนวนอน ทำให้เป็นปัญหา 2 มิติ วิธีการนี้นำไปประยุกต์ใช้โดย แบบจำลอง SHE (ดูรูปที่ 2.5 และ Abbott et al. [1986a]) วิธีนี้ช่วยการแก้ปัญหาเชิงตัวเลข ในการเข้าคู่ผลลัพธ์ที่ขอบเขตซึ่งมีระดับน้ำเคลื่อนที่ขึ้น-ลงในขณะที่ดินเปียกและแห้ง ผลลัพธ์ของ

ปัญหาโซนอิมตัวด้วยน้ำขึ้นอยู่กับรูปตัดตามยาวของความชื้นในดิน ในโซนอิมตัวด้วยน้ำของแต่ละกริดและเป็นผลในทางกลับกัน ตามปกติจำเป็นต้องมีการทำซ้ำ (iterations) บ้างเพื่อให้เกิดความสำเร็จการลู่เข้าหาคำตอบของทั้ง 2 โซน และที่จุดต่อบนผิวดิน ซึ่งเงื่อนไขขอบเขตอาจจะเปลี่ยนจากการซึมเป็นการเกิดน้ำขังผิวดินระหว่างมีพายุฝน



รูปที่ 2.5

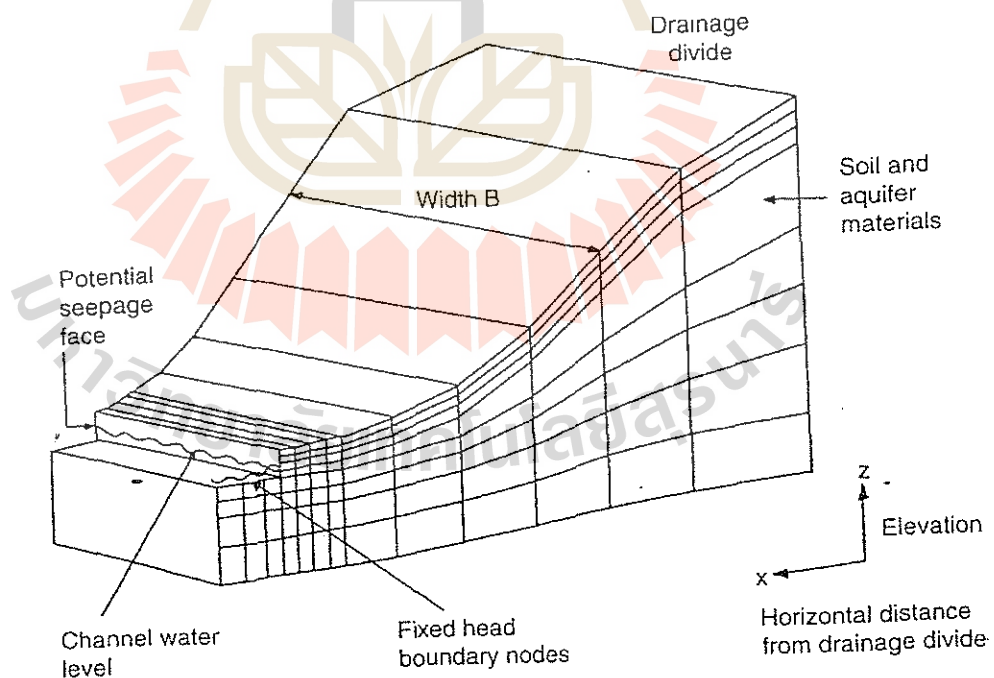
แบบแสดงการทำงาน (schematic diagram) ของการแบ่งลุ่มน้ำเป็นกริด ตามแบบจำลอง SHE [Refsgaard and Storm, 1995]

กลยุทธ์ทางเลือกคือการหลีกเลี่ยงการแยกโซนอิมตัวและอิมตัวออกจากกัน แต่แทนที่ด้วยแยกตามเส้นของความลาดชันสูงสุดในลุ่มน้ำ เพื่อสร้างจำนวนของระนาบของไหล่เขา (hillslope planes) ซึ่งจะถูกแก้ปัญหแยกกันในลักษณะขนาน (in parallel) รูปตัดตามแนวตั้งในแต่ละระนาบถูกแยกออกเป็น 2 มิติ สมมติเงื่อนไขแต่ละระนาบว่าเป็นแบบคงตัว (uniform) วิธีการนี้ถูกนำมาประยุกต์ใช้โดยแบบจำลอง IHDM (รูปที่ 2.6 ดู Calver and Wood [1995]) มีแบบจำลองเช่น TOPOG (Vertessy et al. [1993]) ใช้ระนาบไหล่เขาที่มีความกว้างแปรผันได้ แต่แยกโซนอิมตัวและอิมตัวด้วยน้ำ VSAS2 ใช้ระนาบไหล่เขาที่มีความกว้างแปรผันได้เช่นกันแต่แยกตัวแปรเวลาของพื้นที่ให้น้ำแบบอิมตัวออกมา เพื่อให้ง่ายต่อการแก้ปัญหาเชิงตัวเลข ของการแก้สมการ Richards เมื่อบางส่วนของขอบเขตการไหลอิมตัวด้วยน้ำทั้งหมด [Bernier, 1985; Prevost et al., 1990; Davie, 1996] แบบจำลองของ Duffy [1996] ใช้ระนาบไหล่เขา แต่แก้สมการสำหรับการกักเก็บความชื้นที่แต่ละจุด นำมารวมกันทั้งรูปตัดตามยาวทั้งโซนอิมตัวและอิมตัวด้วยน้ำ

การใช้หลักการประมาณที่มากขึ้น โดยคอมพิวเตอร์และด้วยข้อจำกัดของข้อมูล แต่ต่อไปการเกิดขึ้นของคอมพิวเตอร์ตั้งโต๊ะสมรรถนะสูงที่ต่อแบบขนาน ข้อจำกัดเหล่านี้จะมีผลน้อยลง แบบจำลอง 3 มิติ ที่สมบูรณ์จะมีความเป็นไปได้ในทางปฏิบัติ ในขณะที่ความสามารถของคอมพิวเตอร์สูงขึ้น มีความเป็นไปได้ที่จะ

ใช้กริดที่มีความละเอียดสูงขึ้น ทั้งนี้มีแบบจำลองการไหลใต้ผิวดิน ที่มีจุดต่อหน้าล้นจุดทดลองใช้กับการจำลองในอุดมคติ เป็นแบบจำลองลุ่มน้ำ 3 มิติ ที่สมบูรณ์ ได้ถูกนำมาใช้กับพื้นที่ขนาดเล็ก [Binley et al., 1989; Paniconi and Wood, 1993]

การหาค่าพารามิเตอร์ยังคงเป็นปัญหา ความละเอียดของกริดหรือชิ้นประกอบ (elements) ที่มากขึ้น จำนวนค่าพารามิเตอร์ที่ต้องกำหนดค่าต้องมากขึ้นตามด้วย รายการพารามิเตอร์ที่น้อยที่สุดที่ต้องการสำหรับแบบจำลองลุ่มน้ำ แสดงในตารางที่ 2.1 พารามิเตอร์จำนวนมากถูกสมมุติให้เป็นค่าคงที่สำหรับแบบจำลองเฉพาะกรณี แต่ในความเป็นจริงขึ้นกับตัวแปรอื่นๆ ตัวอย่างเช่น ความต้านทานร่มไม้ (canopy resistance) อาจต้องการการกำหนดค่าพารามิเตอร์พื้นฐาน ที่รวมความแปรผันความชื้นของดิน การแผ่รังสีของดวงอาทิตย์ และอุณหภูมิที่ผิวดิน การกักเก็บจากการดัก (interception storage) อาจแปรผันตามการเติบโตของพืช ความต้านทานการไหลในลำน้ำอาจแปรผันตามความลึกของน้ำ เป็นต้น ตัวแปรตามเหล่านี้ทั้งหมดต้องมีการกำหนดค่าเพื่อใช้กับแบบจำลองที่สมบูรณ์ของกระบวนการต่างๆ แต่ด้วยจำนวนของชิ้นประกอบหลายพันชิ้น จึงต้องการค่าพารามิเตอร์หลายพันค่าด้วยเช่นกัน สิ่งนี้จะเป็นไปได้โดยการเชื่อมต่อแบบจำลองกับฐานข้อมูลสำหรับการเตรียมและเก็บค่าพารามิเตอร์อย่างมีประสิทธิภาพ คือระบบสารสนเทศทางภูมิศาสตร์ (Geographical Information System, GIS) ซอฟต์แวร์เดียวกันนี้ต้องการสำหรับนำเสนอผลหลังการคำนวณได้ผลลัพธ์ออกมาแล้ว วิธีการเดียวในการประเมินผลสารสนเทศที่ได้ง่าย คือทำให้เป็นรูปภาพ หรือใช้คอมพิวเตอร์กราฟิก การพัฒนาเช่นนี้พบได้เห็นได้ในการประยุกต์ใช้แบบจำลองในปัจจุบัน (เช่น Abbott and Refsgaard [1996])



รูปที่ 2.6

แบบแสดงการทำงานของกริดแบ่งลุ่มน้ำเป็นระนาบไหลเซา ตามแบบจำลอง IHDM ตาม Calver and Wood [1995]

ตารางที่ 2.1

จำนวนพารามิเตอร์ที่น้อยที่สุดที่ต้องการสำหรับแบบจำลองที่อยู่บนพื้นฐานของกระบวนการมาตราส่วนลุ่มน้ำ

พารามิเตอร์	สัญลักษณ์	หน่วย SI
พารามิเตอร์การไหลใต้ดิน (สำหรับแต่ละชนิดของชุดดิน/ชั้นประกอบในแนวนอน)		
เมทริกซ์ค่าการนำทางชลศาสตร์อิมตัว	K_s	ms^{-1}
ความพรุน	$\bar{\theta}_s$	-
พารามิเตอร์แสดงลักษณะของความชื้นในดิน		
พารามิเตอร์พืชพรรณ (สำหรับพืชแต่ละชนิด)		
สัดส่วนของการไหลโดยตรงถึงดิน	p	-
ความจุการกักเก็บของการดัก	C	m
พารามิเตอร์การระบายของการดัก		
ความต้านทานการอากาศพลศาสตร์ (อาจแปรผันตามความเร็วลม)	r_a	sm^{-1}
ความต้านทานร่มไม้ (อาจแปรผันตามตัวแปรอื่นๆ)	r_c	sm^{-1}
อัลบีโด	α	-
สัดส่วนของรากที่ทำให้เกิดการกระจาย $E_T(x, y, z, t)$ เหนือชั้นประกอบ		-
พารามิเตอร์การไหลผิวดิน (สำหรับแต่ละชั้นส่วนประกอบความลาดชัน)		
ความขรุขระของการไหลผิวดิน (อาจแปรผันตามความลึกการไหล)	f	-
มุมความลาดเอียงที่ผิวดินจุดต่างๆ	S	-
พารามิเตอร์การไหลในลำน้ำ (สำหรับแต่ละชั้นส่วนประกอบของช่วงลำน้ำ)		
ความขรุขระของการไหลในลำน้ำ (อาจแปรผันตามความลึกการไหล)	f	-
ความขรุขระของการไหลสั้นตลิ่ง (อาจแปรผันตามความลึกการไหล)	f	-
ความลาดชันท้องน้ำจุดต่างๆ	S_0	-
พารามิเตอร์หิมะ (แบบจำลอง degree-day)		
อุณหภูมิเริ่มต้น	T_0	$^{\circ}K$
แฟกเตอร์ degree-day (อาจแปรผันตามเวลา)	F	$mmday^{-1}K^{-1}$

2.7 แบบจำลองบนพื้นฐานของกริดหรือชั้นประกอบ: แบบจำลอง SHE

แบบจำลอง The Système Hydrologique Européen หรือ SHE เป็นแบบจำลองที่เป็นที่รู้จักอย่างกว้างขวาง การพัฒนา SHE เริ่มตั้งแต่ปี ค.ศ. 1977 เป็นความร่วมมือระหว่าง UK Institute of Hydrology, Danish Hydraulics Institute (DHI) และ SOGREAH ประเทศฝรั่งเศส แบบจำลองนี้ถูกเผยแพร่โดย *Beven et al.* [1980] อธิบายปรัชญาการทำงานของแบบจำลองโดย *Abbott et al.* [1986a,b] การประยุกต์ใช้เต็มรูปแบบครั้งแรกใช้กับลุ่มน้ำทดลองแม่น้ำ Wye ที่ Plynlimon, Wales ขนาด 10 ตารางกิโลเมตร ตีพิมพ์เผยแพร่ผลงานเป็นชุดบทความโดย *Bathurst* [1986a,b] มีผลงานการประยุกต์ใช้แบบจำลองตามมาอีกมาก ผลสรุปการประยุกต์ใช้แบบจำลอง SHE นำเสนอโดย *Refsgaard and Storm* [1995], *Abbott and Refsgaard* [1996], *Bathurst et al.* [1995] และ *Bathurst and Cooley* [1996]

SHE เป็นแบบจำลองบนพื้นฐานของกริด คือเป็นการแยกพื้นที่ลุ่มน้ำทั้งหมดออกเป็นชั้นประกอบ กริดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจำนวนหนึ่ง เชื่อมโยงกับช่วงของลำน้ำที่วางตัวเป็นขอบเขตของ กริด

ไหลเขา (รูปที่ 2.5) ขนาดของกริดที่ใช้เปลี่ยนแปลงได้ตามเงื่อนไขการใช้งานต่างๆ จากขนาดด้านข้าง 50 เมตร สำหรับพื้นที่ขนาด 40 เฮกตาร์ กลุ่มน้ำ Upper Sheep Creek ใน Idaho จนถึงขนาดด้านข้าง 2 กิโลเมตร สำหรับกลุ่มน้ำ Kolar และ Narmada ในประเทศอินเดีย ซึ่งกรณีนี้ แบบจำลองไม่สามารถนำมาพิจารณา เป็นตัวแทนการไหลบนไหลเขาหรือในลำน้ำขนาดเล็กของกลุ่มน้ำได้อย่างมีความหมาย ขึ้นประกอบกริดของไหลเขา มีค่าระดับพื้นผิวและองค์ประกอบของแบบจำลองเป็นการเฉพาะ สำหรับการตก การคายระเหย การละลายของหิมะ การไหลในโซนไม่อิ่มตัวในแนวตั้ง 1 มิติ ขึ้นประกอบกริดถูกเชื่อมต่อโดยการไหลออกผิวดิน 2 มิติ และองค์ประกอบของน้ำใต้ดิน เงื่อนไขขอบเขตภายในทำให้มีการจับคู่ของการไหลผิวดินและการซึมลงสู่โซนไม่อิ่มตัว และโซนอิ่มตัวด้วยน้ำที่ระดับน้ำใต้ดินเฉพาะจุดต่างๆ และการไหลในลำน้ำและน้ำบาดาล มีความพยายามที่จะมั่นใจว่ากระบวนการมีการเชื่อมต่อกันอย่างเหมาะสม และผลลัพธ์เชิงตัวเลขมีความเสถียร สำหรับเงื่อนไขต่างๆ แต่เพราะความไม่เป็นเชิงเส้นของสมการโซนไม่อิ่มตัว และการเชื่อมต่อกับกระบวนการต่างๆ ทำให้ไม่มีหลักประกันว่าผลที่ได้จะมีความเสถียร แบบจำลองสามารถทำนายความหลากหลายของกระบวนการสร้างการไหลออก บนแต่ละชั้นประกอบกริด รวมทั้งการไหลออกจากส่วนเกิน การซึม (infiltration excess runoff) และส่วนเกินการอิ่มตัว (saturation excess runoff) และองค์ประกอบการไหลของน้ำใต้ดินสามารถใช้จำลองผลการไหลของน้ำใต้ผิวดิน เป็นส่วนหนึ่งของชลภาพภายใต้เงื่อนไขที่เหมาะสม

การอธิบายการไหลในโซนไม่อิ่มตัวและอิ่มตัว ใช้กฎของดาร์ซี การไหลตามผิวดินและการไหลในลำน้ำ อธิบายโดยใช้สมการการประมาณคลื่นแพร่ (diffusion wave) จนถึงสมการ St.Venant ตัวเลือกอื่นๆ ถูกเพิ่มเข้าไปสำหรับการจำลองการตก การคายระเหย ที่ใช้สมการ Penman-Monteith

ประเภทของพารามิเตอร์ที่ต้องรู้ค่าเหมือนกับในตารางที่ 2.1 ซึ่งอาจต้องใช้ค่าพารามิเตอร์ที่แตกต่างกันสำหรับแต่ละชั้นประกอบกริด และภายในแต่ละชั้นประกอบกริดสำหรับชั้นที่ต่างกัน แนวตั้ง การประยุกต์ใช้แบบจำลอง SHE จึงต้องการการกำหนดค่าพารามิเตอร์นับพันตัว ค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการเป็นค่าประสิทธิผลที่มาตราส่วนของชั้นประกอบกริด ซึ่งอาจไม่เหมือนกับค่าที่วัดได้ในสนาม การทำนายจึงขึ้นอยู่กับขนาดของกริดที่ใช้ Refsgaard [1997] ใช้แบบจำลอง SHE เป็นส่วนหนึ่งในการศึกษาเพื่อตุลของมาตราส่วนของกริดต่อการทำนายผล ใช้กับกลุ่มน้ำ Karup ในประเทศเดนมาร์ก เปรียบเทียบผลการทำนายโดยใช้ขนาดกริดที่เล็กที่สุด 500 เมตร ขยายเป็น 1000, 2000, และ 4,000 เมตร ได้ผลสรุปว่า การใช้ขนาดของกริดมากกว่า 1,000 เมตร มีความเป็นไปได้ที่จะได้รับผลที่สมเหตุสมผล สำหรับอัตราการไหลของกลุ่มน้ำ แต่อาจต้องการการสอบเทียบหลายครั้ง เพื่อหาค่าพารามิเตอร์และการจัดองค์ประกอบของแบบจำลอง ความถูกต้องไม่ดีขึ้นมากนัก หากใช้มาตราส่วนของกริดเล็กกว่า 500 เมตร แต่ข้อสรุปนี้มีเงื่อนไข ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของกลุ่มน้ำ เฉพาะกลุ่มน้ำ Karup อยู่ใต้อิทธิพลของการไหลของน้ำใต้ดินเป็นหลัก

แบบจำลอง SHE สามารถเพิ่มองค์ประกอบอื่นๆ ที่ถูกพัฒนามาภายหลังได้ เช่น SHETRAN ของหน่วยวิจัยระบบแหล่งน้ำ University of Newcastle ได้เพิ่มองค์ประกอบการพัฒนาตะกอน (sediment transport) และการพัดพาสิ่งปนเปื้อน (contamination transport) [Bathurst et al., 1995] แบบจำลอง MIKE SHE รุ่นของ DHI มีการเพิ่มองค์ประกอบการพัฒนาสิ่งปนเปื้อน [Refsgaard and Storm, 1995] ทั้งสองกรณีของการทำนายการพัฒนาสิ่งปนเปื้อนอยู่บนพื้นฐานของสมการ การหักเหการเคลื่อนที่-การกระจายตัว (advection-dispersion) ทั้ง DHI และ University of Newcastle ได้พัฒนา SHE รุ่นใหม่ให้ผลเป็น 3

มิติเต็มรูปแบบ สำหรับขอบเขตการไหลอิมตัวและไม้อิมตัว MIKE SHE ยังได้เพิ่มทางเลือกในการเพิ่มการทำนายอัตราการไหลเฉพาะจากโซนอิมตัวด้วยน้ำเป็นส่วนกับอัตราการซึม ถึงแม้จะไม่ใช่เป็นเหตุเป็นผลทางกายภาพสำหรับแนวคิดนี้

มีแบบจำลองอื่นๆ บนพื้นฐานของกริด เช่น แบบจำลอง 3 มิติของ *Binley et al.* [1989] และ *Paniconi and Wood* [1993] แบบจำลอง ANSWERS [*Beasley et al.*, 1980; *Silburn and Connolly*, 1995; *Connolly et al.*, 1997] มีจุดกำเนิดมาจากแบบจำลองแบบกระจายบนพื้นฐานของกริดรุ่นแรกของ *Huggins and Monke* [1968] ซึ่งให้ความสำคัญเพียงกลไกการเกิดการไหลออกจากส่วนเกินการซึม โดยใช้สมการการซึมของ Green-Ampt เพื่อทำนายฝนส่วนเกินในแต่ละชั้นประกอบ การไหลเป็นการไหลตามลำน้ำในทิศทางที่มีความชันมากที่สุดจากแต่ละชั้นประกอบกริด แบบจำลอง CASC2D ของ *Doe et al.* [1996] ใช้สมการการซึมของ Green-Ampt แต่ใช้การประมาณคลื่นแบบแพร่ 2 มิติ สำหรับการไหลผิวดินบนไหล่เขา และแบบจำลองคลื่นแบบแพร่ 1 มิติสำหรับการไหลในลำน้ำ แบบจำลอง HILLFLOW รุ่น 3 มิติของ *Bronstert and Plate* [1997] เป็นแบบจำลองบนพื้นฐานของกริด มีทางเลือกที่น่าสนใจโดยการจำลองสมการของ Richards ใช้วิธีการตามกฎของ Fuzzy HILLFLOW มีทางเลือก 2 มิติ สำหรับการจำลองชั้นประกอบของไหล่เขาเหมือนกับการจำลองในหัวข้อต่อไป และรุ่น 1 มิติ สำหรับรูปตัดตามยาวของดินแบบจำลอง HILLFLOW ทุกรุ่นมีองค์ประกอบของการจำลองการไหลตามสะดวก (preferential flow) ในช่องว่างในดินขนาดใหญ่ แต่เป็นการเพิ่มจำนวนพารามิเตอร์ *Bronstert* [1999] ได้สรุปทบทวนประสิทธิภาพการใช้ HILLFLOW ในการประยุกต์กับงานต่างๆ ที่หลากหลาย

2.8 แบบจำลองบนพื้นฐานของชั้นประกอบไหล่เขา: IHDM, TOPOG

แบบจำลองบนพื้นฐานของชั้นประกอบไหล่เขา (hillslope-element-based model) เป็นทางเลือกหนึ่งในการแบ่งย่อยลุ่มน้ำออกเป็นระนาบของไหล่เขา (hillslope plane) (รูปที่ 2.6) เป็นการแบ่งในอุดมคติตามเส้นการไหลที่ทำให้ไม่ต้องพิจารณาการแลกเปลี่ยนน้ำระหว่างชั้นประกอบไหล่เขาข้างเคียง แบบจำลองแบบกระจายบนพื้นฐานทางกายภาพรุ่นแรกๆ ใช้วิธีนี้ในการหาคำตอบสำหรับไหล่เขาเดี่ยว (เช่น *Freeze* [1972] ใช้ผลลัพธ์วิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (finite difference) และ *Boven* [1977] ใช้ผลลัพธ์วิธีสมาชิกจำกัด (finite element)) เป็นเรื่องง่ายในการหาเส้นทางการไหล ถ้าการไหลเป็นการไหลตามผิวของภูมิภาค ชั้นประกอบไหล่เขาหาได้จาการวิเคราะห์สภาพภูมิประเทศของลุ่มน้ำ ดังนั้นแบบจำลองนี้จึงทำงานได้ผลดีหากชั้นดินที่มีผลทางอุทกวิทยาอยู่ใกล้ผิวดิน ไม่มีการไหลใต้ดินที่ลึกลงไปมาเกี่ยวข้อง สำหรับระบบที่ลึกกว่านี้ การใช้ระนาบ 2 มิติ (เช่น SHE) หรือ 3 มิติเต็มรูปแบบของการไหลใต้ดินจะมีความเหมาะสมกว่า

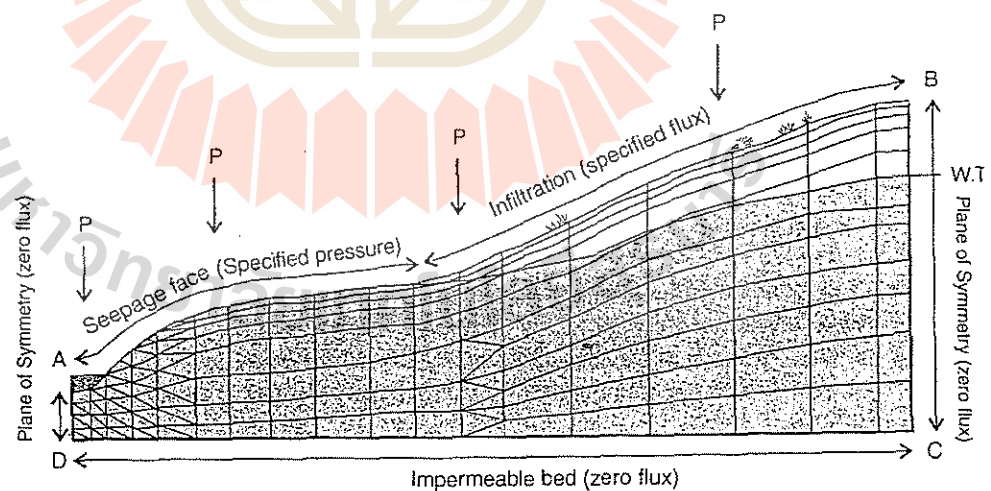
ลุ่มน้ำหลายแห่งที่ใช้การแบ่งชั้นประกอบไหล่เขาบนพื้นฐานสภาพภูมิประเทศที่ผิว ซึ่งใช้ในการประมาณทิศทางการไหล แบบจำลองชนิดนี้ในช่วงแรกเป็นการใช้ชั้นประกอบไหล่เขาที่ความกว้าง ความลึก และความลาดชัน ที่แปรผัน ซึ่งใช้ตัวแทนเป็นระนาบเทียบเท่า (equivalent planes) ของความกว้างที่คงตัว (uniform width) ความลึกที่คงตัว และ ความลาดชันที่คงตัว (และส่วนใหญ่เป็นดินที่คงตัวและใช้พารามิเตอร์ที่ผิว) รุ่นแรกๆ ของแบบจำลอง Institute of Hydrology Distributed Model (IHDM) มีลักษณะเหมือนข้างต้น เช่นเดียวกับบางแบบจำลองที่ใช้พื้นฐานของการเกิดการไหลออกจากส่วนเกินการซึม

ฮอร์ตเนียน (Hortonian infiltration excess runoff generation) ซึ่งไม่ได้รวมผลลัพธ์การไหลใต้ผิวดิน แต่มองการซึมว่าเป็นการสูญเสียของน้ำ (เช่นแบบจำลองของ *Smith and Woolhiser* [1971] ต่อมาพัฒนาเป็นชุด KINEROS อธิบายโดย *Smith et al.* [1995])

แบบจำลองของ *Beven* [1977] แสดงให้เห็นว่าการใช้วิธีสมาชิกจำกัด (finite element) ทำให้ง่ายในการจำลองรูปร่างของไหล่เขาและยอมให้ความลึกของแต่ละชั้นดินเปลี่ยนแปลงได้ (แบ่งแยกกระนาบในแนวตั้งดูรูปที่ 2.7) การศึกษายังเป็นการเสนอแนวคิดง่ายๆ ในการรวมความลาดชัน ความกว้าง ลงในสมการ เป็นตัวแทนของไหล่เขาประเภทลู่เข้าหากันและแผ่ออก ได้นำมาใช้กับ แบบจำลอง IHDM รุ่นที่ 4 [*Beven et al.* 1987] มีการปรับปรุงเชิงตัวเลขโดย *Calver and Wood* [1995]

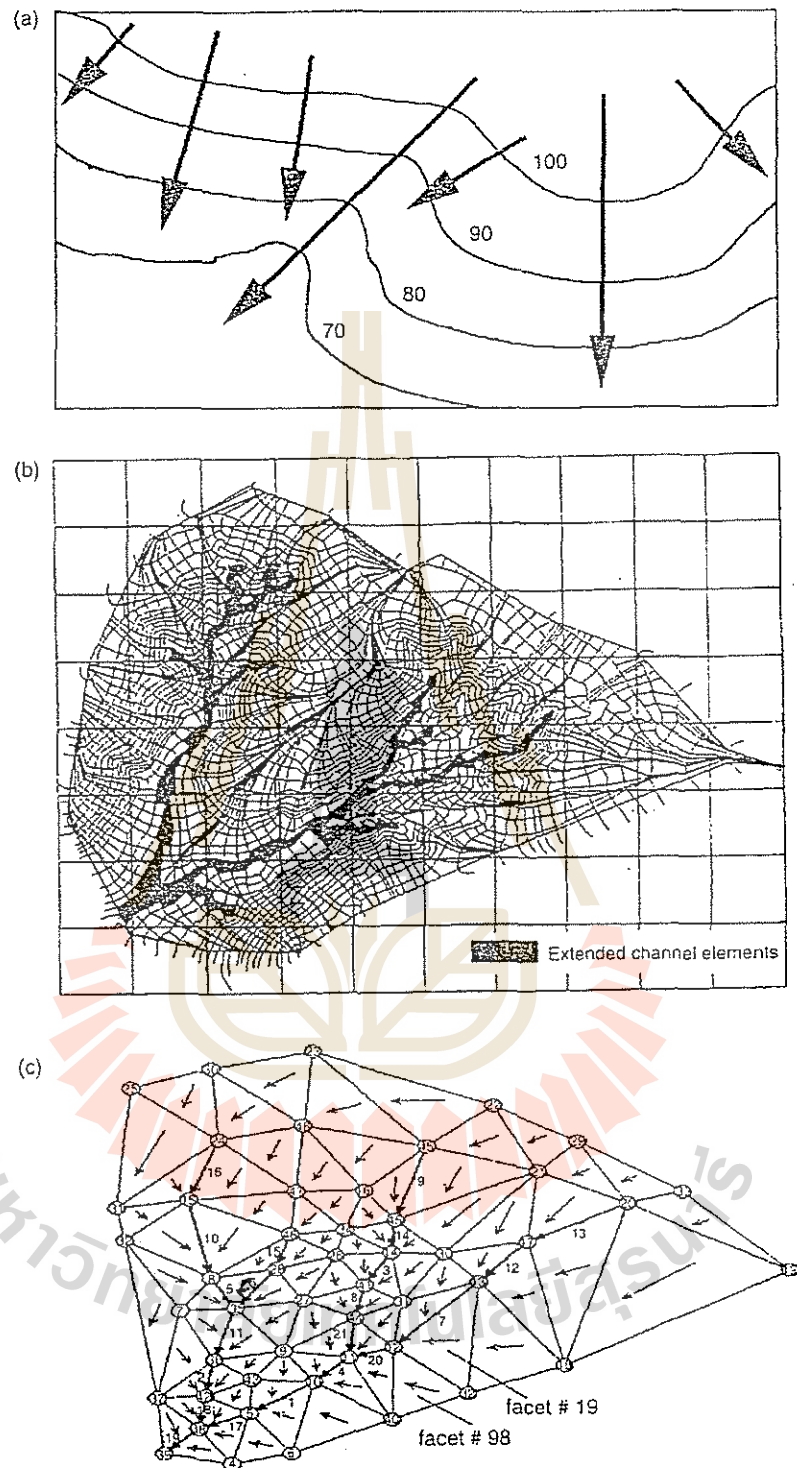
ผลจากรูปแบบการแบ่งแยกเช่นนี้ จึงใช้สมมติฐานว่าดินและพารามิเตอร์ที่ผิว ต้องถูกพิจารณาเป็นค่าคงที่ตลอดความกว้างของไหล่เขา (วิธีการเดียวกับที่แบบจำลอง SHE ใช้เป็นค่าประสิทธิผลสำหรับชั้นประกอบกริด) ความแปรผันของค่าพารามิเตอร์ระหว่างชั้นดินต่างๆ หรือสำหรับชั้นประกอบในการแบ่งแยกแสดงในรูปที่ 2.7 ต้องเป็นค่าประสิทธิผลที่รวมความแตกต่างทั้งความลาดชันได้ ดังนั้นจึงเป็นเรื่องยากที่จะวัดค่าเหล่านี้ในสนาม *Calver and Wood* [1995] ได้รายงานผลการใช้แบบจำลองว่าค่าการวัดการนำทางชลศาสตร์ มีแนวโน้มต่ำกว่าที่ควรจะเป็น ที่ใช้สำหรับการไหลใต้ดินอย่างรวดเร็ว (fast subsurface stormflow) ในแบบจำลอง

ในประเทศออสเตรเลีย แบบจำลองที่คล้ายกัน THALES และ TOPOG ถูกพัฒนาบนพื้นฐานของชุดการวิเคราะห์ภูมิประเทศ TAPES-C ซึ่งสามารถระบุลำดับการเทลง 1 มิติ ของชั้นประกอบไหล่เขาจากข้อมูลเส้นชั้นความสูง โดยไม่ต้องไปยุ่งเกี่ยวกับการหาค่าในช่วงของค่าระดับกริด raster (ดูรูปที่ 2.8) ทั้งสองแบบจำลองใช้การประมาณคลื่นจลนศาสตร์ (kinematic wave) สำหรับการไหลลงเขา ในโซนอ้อมตัวด้วยน้ำ



รูปที่ 2.7

การแบ่งชั้นส่วนประกอบวิธีสมาชิกจำกัด (Finite-element discretization) ตัดตามแนวตั้งตลอดทั้งไหล่เขาโดยใช้ชั้นประกอบกริดแบบผสมของสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม ตามเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดสำหรับการไหลทั้งหมด พื้นที่แรเงาเป็นโซนอ้อมตัวด้วยน้ำ มีระดับเพิ่มขึ้นจนถึงผิวดินที่ส่วนล่างของความลาดชัน [*Beven*, 2003]



รูปที่ 2.8

การวิเคราะห์เส้นทางการไหล (flow streamline) จากข้อมูลระดับดิจิทัลเวกเตอร์ (a) การวิเคราะห์เส้นตั้งฉากกับเวกเตอร์เส้นชั้นความสูง (b) การแบ่งโดย TAPES-C ของเส้นการไหล ในลุ่มน้ำ Lucky Hills LH-104, Walnut Gulch, Arizona [Grayson et al., 1992] (c) TIN ของเส้นทางการไหล ลุ่มน้ำ Lucky Hills LH-104 [Palacios-Veles et al., 1998]

คำถามท้ายบท

1. ความสัมพันธ์เอมพิริคัลที่ได้มาจากการวิเคราะห์แบบถดถอย ในการทำนายทางอุทกวิทยา มีขั้นตอนอย่างไร ต้องคำนึงถึงความไม่แน่นอนอย่างไร
2. เทคนิคฟังก์ชันส่งผ่าน (transfer function) มีประโยชน์อย่างไรต่อการสร้างเอกชลภาพ หากการส่งผ่านเป็นแบบไม่เป็นเชิงเส้น ต้องทำอย่างไร
3. ผลการใช้ฟังก์ชันส่งผ่านมักจะแนะนำรูปแบบโครงสร้างของแบบจำลองเป็นอย่างไร เกี่ยวข้องกับเส้นทางการไหลหรือกระบวนการไหลอย่างไร
4. ฟังก์ชันส่งผ่านอาจจะหาได้โดยตรงจากโครงข่ายลำน้ำในลำน้ำได้กี่วิธีมีอะไรบ้าง มีความเกี่ยวข้องกับฝนประสิทธิผลและการหลากอย่างไร
5. การจำลองฝน-น้ำท่าบนพื้นฐานของข้อมูลวิธีหนึ่งคือวิธีโครงข่ายใยประสาทเทียม วิธีนี้มีหลักการทำงานอย่างไร มีข้อได้เปรียบและข้อจำกัดอย่างไร โดยเฉพาะการทำนายนอกช่วงของข้อมูล
6. แบบจำลองบนพื้นฐานทางกายภาพ 3 มิติเต็มรูปแบบ สำหรับกระบวนการไหลผิวดินและใต้ดิน มีข้อจำกัดในการหาค่าพารามิเตอร์และความสามารถของคอมพิวเตอร์อย่างไร จำเป็นต้องดำเนินการอย่างไร
7. แบบจำลองบนพื้นฐานของชั้นประกอบกริด อย่างเช่น แบบจำลอง SHE มีโครงสร้างการทำงานอย่างไร
8. แบบจำลอง IHDM เป็นตัวอย่างของแบบจำลองชั้นประกอบไหล่เขา (hillslope element model) มีโครงสร้างการทำงานอย่างไร

บรรณานุกรม

Beven H. K., Rainfall-runoff modeling; the primer, John Willy & sons, 2003.

เอกสารอ้างอิง

ประกอบ วิโรจนุกฎ และ ฤกษ์ชัย ศรีวรรมาศ, รายงานผลการวิจัยคุณสมบัติการไหลของน้ำท่าจากกลุ่มน้ำในภาคตะวันออกเฉียงเหนือ, ศูนย์วิจัยทรัพยากรน้ำ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี 2543

Abbott M. B. and J. C. Refsgaard, *Distributed Hydrological Modelling*, Kluwer Academic, Dordrecht, 1996.

Abbott M. B., J. C. Bathurst, J. A. Cunge, P. E. O'Connell and J. Rasmussen, An introduction to the European Hydrological System - Système Hydrologique Européen, SHE, 1. History and philosophy of a physically-based, distributed modeling system, *Journal of Hydrology*, 87, 45-59, 1986a.

- Abbott M. B., J. C. Bathurst, J. A. Cunge, P. E. O'Connell and J. Rasmussen, An introduction to the European Hydrological System - Système Hydrologique Européen, SHE, 2. Structure of a physically-based, distributed modelling system, *Journal of Hydrology*, 87, 61-77, 1986b.
- Al-Wagdany A. S. and A. R. Rao, Correlation of the velocity parameter of three geomorphological instantaneous unit hydrograph models, *Hydrological Processes*, 12, 651-659, 1998.
- Bathurst J. C., Physically-based distributed modeling of an upland catchment using the Système Hydrologique Européen, *Journal of Hydrology*, 87, 79-102, 1986a.
- Bathurst J. C., Sensitivity analysis of the Système Hydrologique Européen for an upland catchment, *Journal of Hydrology*, 87, 103-123, 1986b.
- Bathurst J. C., and K. P. Cooley, Use of the SHE hydrological modeling system to investigate basin response to snowmelt at Reynolds Creek, Idaho, *Journal of Hydrology*, 175, 181-211, 1996.
- Bathurst J. C., J. M. Wicks and P. E. O'Connell, The SHE/SHESED basin scale water flow and sediment transport modeling system, in Singh V.P. (ed.) *Computer models of Watershed Hydrology*, Water Resources Publication, Highland Range, CO, pp.563-594, 1995.
- Beasley D. B., L. F. Huggins and E. J. Monke, Answers: a model for watershed planning, *Transactions of the American Society of Agriculture Engineering*, 23, 938-944, 1980.
- Bernier, P., Variable source areas and stormflow generation: an update of the concept and simulation effort, *Journal of Hydrology*, 79, 195-213, 1985.
- Beven, K. J., Hillslope hydrographs by the finite element method, *Earth Surface Processes*, 2, 13-28, 1977.
- Beven, K. J., Runoff production and flood frequency in catchments of order n: an alternative approach, In Gupta V. K., Rodriguez-Iturbe, I. and Wood E. F. (eds), *Scale Problems in Hydrology*, Reidel, Dordrecht, pp. 107-131, 1986.
- Beven, K. J. and E. F. Wood, Flow routing and the hydrological response of channel networks, In Beven K. J. and Kirkby M. J. (eds) *Channel Network Hydrology*, John Wiley, Chichester, pp. 99-128, 1993.
- Beven, K. J., R. Warren, and J. Zaoui, SHE: towards a methodology for physically-based distributed forecasting in hydrology, IAHS Publication No.129, Wallingford, UK, pp. 133-137, 1980.
- Beven, K. J., A. Calver and E. M. Morris, The Institute of Hydrology distributed model, Technical Report, Report No. 98, Institute of Hydrology, Wallingford, UK, 1987

- Binley A. M., K. J. Beven, and J. Elgy, A physically-based model of heterogeneous hillslope, II Effective hydraulic conductivities, *Water Resource Research*, 25(6), 1227-1233, 1989.
- Bronstert A., Capabilities and limitations of distributed hillslope hydrological modeling, *Hydrological Processes*, 13, 21-48, 1999.
- Bronstert A. and E. Plate, Modelling of runoff generation and soil moisture dynamics for hillslope and microcatchments, *Journal of Hydrology*, 198, 177-195, 1997.
- Calver A. and W. L. Wood, The Institute of Hydrology distributed model, In Singh V.P. (ed) *Computer Models of Watershed Hydrology*, Water Resources Publications, Highlands Ranch, CO, pp. 595-626, 1995.
- Campolo M., P. Andreussi, and A. Soldati, River flood forecasting with neural network model, *Water Resource Research*, 35, 1191-1197, 1999.
- Chutha P. and J. C. I. Dooge, The shape parameters of geomorphologic unit hydrograph, *Journal of Hydrology*, 117, 81-97, 1990.
- Connolly R. D., D. M. Silburn and C. A. A. Ciesiolka, Distributed parameter hydrology model (Answer) applied to a range of catchment scales using rainfall simulator data, III Application to a spatially complex catchment, *Journal of Hydrology*, 193, 183-203, 1997.
- Cooper D. M. and E. F. Wood, Parameter estimation of multiple input-output time series models: application to rainfall-runoff processes, *Water Resource Research*, 18, 1352-1364, 1982.
- Davie T., Modelling the influence of afforestation on hillslope storm runoff, In Anderson M. and Brooks S. M. (eds) *Advances in Hillslope Processes*, V. John Wiley, Chichester, pp. 149-184, 1996.
- Dawson C. and R. Wilby, An artificial neural network approach to rainfall-runoff modeling, *Hydrological Science Journal*, 43, 47-66, 1998.
- Doe W. W., B. Saghafian and P.Y. Julien, Land-use impact on watershed response: the integration of two-dimensional hydrological modelling and geographical information systems, *Hydrological Processes*, 10, 1503-1511, 1996.
- Dooge, J. C. I., A general theory of unit hydrograph, *Journal of Geophysical Research*, 64, 241-256, 1959.
- Duffy C., A two-state integral-balance model for soil moisture and groundwater dynamics in complex terrain, *Water Resource Research*, 32, 2421-2434, 1996.
- Faeh A. O., S. Scherrer and F. Naef, A combined field and numerical approach to investigate flow processes in natural macroporous soils under extreme precipitation, *Hydrology and Earth System Science*, 1(4), 787-800, 1997.

- Fernando D. A. and A. W. Jayawardena, Runoff forecasting using RBF networks with OLS algorithm, *Journal of Hydrological Engineering*, ASCE, 3, 203-209, 1998.
- Freeze R. A., Role of subsurface flow in generating surface runoff, 2. Upstream source area, *Water Resource Research*, 8(5), 1272-1283, 1972.
- Freeze R. A. and R. L. Harlan, Blueprint for a physically-based digitally simulated hydrologic response model, *Journal of Hydrology*, 9, 237-258, 1969.
- Grayson R. B., I. D. Moore and T. A. McMahon, Physically-based hydrologic modelling, 1. A terrain-based model for investigative purposes, *Water Resource Research*, 28, 2639-2658, 1992.
- Hewlett J. D., J. C. Fortson and G. B. Cunningham, The effect of rainfall intensity on storm flow and peak discharge from forest land, *Water Resource Research*, 13(2), 259-266, 1977.
- Hewlett J. D., J. C. Fortson and G. B. Cunningham, Additional tests on the effect of rainfall intensity on storm flow and peak flow from wild-land basins, *Water Resource Research*, 20(7), 985-989, 1984.
- Huggins L. F. and E. J. Monke, Amathematical model for simulating the hydrologic response of a watershed, *Water Resource Research*, 4, 529-539, 1968.
- IH, *Flood Estimation Handbook* (5 Volumes), Centre for Ecology and Hydrology, Wallingford, UK, 1999.
- Institute of engineering, Australia, *Australian Rainfall and Runoff*, Institution of Engineers, Sydney, Australia, 1977.
- Jakeman, A. J. and G. Hornberger, How much complexity is warranted in a rainfall-runoff model? *Water Resource Research*, 29(8), 2637-2649, 1993.
- Jakeman, A. J., I. G. Littlewood and P. G. Whitehead, Computation of the instantaneous unit hydrograph and identifiable component flows with application to two small upland catchment, *Journal of Hydrology*, 117, 275-300, 1990.
- Jakeman, A. J., T. H. Chen, D. A. Post, G. M. Hornberger, I. G. Littlewood, Assessing uncertainties in hydrological response to climate at large scale, In Wikinson W. B. (ed), *Macroscale Modelling of the Hydrosphere*, IAHS Publication No. 214, Wallingford, UK, 37-47, 1993.
- Kirkby M., Tests of the random network model and its application to basin hydrology, *Earth Surface and Processes*, 1, 197-212, 1976.
- Kothyari U. C. and V. P. Singh, A multiple-input single-output model for flow forecasting, *Journal of Hydrology*, 220, 12-26, 1999.
- Liang G. C., K. M. O'Connor and R. K. Kachroo, A multiple-input single-output variable gain-factor model, *Journal of Hydrology*, 155, 185-198, 1994.

- Mesa O. J. and E. R. Mifflin, On the relative role of hillslope and network geometry in hydrologic response, In Gupta V. K., Rodriguez-Iturbe I. and Wood E. F. (eds), *Scale Problems in Hydrology*, 1-17, 1986.
- Naden, P. S., Spatial variability in flood estimation for large catchments: the exploitation of channel network structure, *Hydrological Science Journal*, 37, 53-71, 1992.
- Naden, P. S., A routing model for continental scale hydrology, in Wilkinson W. B. (ed) *Macroscale Modelling of the Hydrosphere*, IASH Publication No. 214, Wallingford, UK, pp. 67-79, 1993.
- Naden, P. S., P. Broadhurst, N. Tauveron and A. Walker, River routing at the continental scale: use of globally-available data and an a priori method of parameter estimation, *Hydrology and Earth System Science*, 3, 109-124, 1999.
- Nash J. E. and A. Y. Shamseldin, The geomorphological unit hydrograph – a critique, *Hydrology and Earth System Science*, 2, 1-8, 1998.
- NERC, *The flood Studies Report* (5 Volumes), Natural Environmental Research Council, Wallingford, UK, 1975.
- Palacios-Velez O. L., W. Gandoy-Bernasconi and B. Cuevas-Renaud, Geometric analysis of surface runoff and the computation order of unit elements in distributed hydrological models, *Journal of Hydrology*, 211, 266-274, 1998.
- Paniconi C. and E. F. Wood, A detailed model for simulation of catchment scale subsurface hydrologic processes, *Water Resource Research*, 29, 1601-1620, 1993.
- Post D. and A. Jakeman, Relationships between physical attributes and hydrologic response characteristics in small Australian mountain ash catchment, *Hydrological Processes*, 10, 877-892, 1996.
- Prevost M., R. Barry, J. J. Stein and A. Plamondon, Snowmelt runoff modeling in a balsam fir forest with a variable source area simulator, *Water Resource Research*, 26, 1067-1077, 1990.
- Refsgaard, J. C., Parameterisation, calibration and validation of distributed hydrological models, *Journal of Hydrology*, 198, 69-97, 1997.
- Refsgaard, J. C. and B. Storm, MIKE SHE, in Singh V. P. (ed) *Computer Models of Watershed Hydrology*, Water Resource Publications, Highlands Park, CO, pp. 809-846, 1995.
- Robinson J. S., M. Sivapalan, J. D. Snell, On the relative role of hillslope processes channel routing, and network geomorphology in the hydrologic response of natural catchment, *Water Resource Research*, 31, 3089-3101, 1995.
- Rodriguez-Iturbe I., The geomorphological unit hydrograph, in Beven K. J. and Kirby M. J. (eds), *Channel Network Hydrology*, John Wiley, Chichester, pp. 43-68, 1993.

- Rodriguez-Iturbe I. and A. Rinaldo, *Fractal River Basins: Chance and self-organisation*, Cambridge University Press, New York, 1997.
- Rodriguez-Iturbe I. and J. Valdes, The geomorphic structure of hydrologic response, *Water Resource Research*, 15, 1409-1420, 1979.
- Rosso R., Nash model relation to Horton order ratios, *Water Resource Research*, 20, 914-920, 1984.
- Schreider S. Yu., A. J. Jakeman, A. B. Pittock and P. H. Whetton, Estimation of possible climate change impacts on water availability, extreme flow events and soil moisture in the Goulburn and Ovens Basins, Victoria, *Climatic Change*, 34, 513-546, 1996.
- Sefton C. E. M. and S. M. Howarth, Relationships between dynamic response characteristics and physical descriptors of catchments in England and Wales, *Journal of Hydrology*, 211, 1-16, 1998.
- Silburn D. M. and R. D. Connolly, Distributed parameter hydrology model (answers) applied to a range of catchment scales using rainfall simulator data, 1. Infiltration modeling and parameter measurement, *Journal of Hydrology*, 172, 87-104, 1995.
- Smith R. E. and D. A. Woolhiser, Overland flow on an infiltrating surface, *Water Resource Research*, 7(4), 899-913, 1971.
- Smith R. E., D. C. Goodrich, D.A. Woolhiser and C. L. Unkrich, KINEROS - a Kinematic runoff and EROSION model, in Singh V. P. (ed) *Computer Models of Watershed Hydrology*, Water Resource Publications, Highlands Ranch, CO, pp.697-732, 1995.
- Snell J. D. and M. Sivapalan, Application of the meta-channel concept: construction of the meta-channel hydraulic geometry for a natural channel, *Hydrological Processes*, 9, 485-505, 1995.
- Tabrizi M. H. N., S. E. Said, A. W. Badr, Y. Mashor and S. A. Billings, Nonlinear modeling and prediction of a river flow system, *Journal of American Water Resources Association*, 34, 1333-1339, 1998.
- Thirumalaiah K. and M. C. Deo, River stage forecasting using artificial neural networks, *Journal of Hydrological Engineering, ASCE*, 3, 26-32, 1998.
- Tokar A. S. and P. A. Johnson, Rainfall-runoff modeling using artificial neural networks, *Journal of Hydrological Engineering, ASCE*, 4, 232-239, 1999.
- Vertessy R. A., T. J. Hatton, P. J. O'Shaughnessy and M. D. A. Jayasuriya, Predicting water yield from a mountain ash forest using a terrain analysis based catchment model, *Journal of Hydrology*, 150, 665-700, 1993.
- Whitehead P. G., P. C. Young, and G. M. Hornberger, A system model of streamflow and water quality in the Bedford-Ouse River, 1. Streamflow modeling, *Water Resource Research*, 13, 1155-1169, 1979.

-
- Young P.C., Recursive approaches to time series analysis, *Bulletin of the Institute of Mathematics and its Applications*, 10, 209-224, 1975.
- Young P.C. and K. J. Beven, Computation of the instantaneous unit-hydrograph and identifiable component flows with application to two small upland catchments – comment, *Journal of Hydrology*, 129(1-4), 389-396, 1991.
- Young P.C. and K. J. Beven, Data-based mechanistic modeling and the rainfall-flow nonlinearity, *Environmetrics*, 5(3), 335-363, 1994.
- Young P. C., A. J. Jackeman, and D. A. Post, Recent advances in the data-based modeling and analysis of hydrological systems, *Water Science Technology*, 36, 99-116, 1997.
- Zuidema, P. K., *Hydraulik der Abflussbildung Während Starniederschlagen*, PhD thesis, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH, Zurich, 1985.



บทที่ 3

การจำลองสมดุลของน้ำและปัจจัยที่ควบคุม

ลุ่มน้ำได้แบ่งปริมาณน้ำฝนที่ได้รับออกเป็นการไหลออก การระเหย และการกักเก็บเป็นความชื้นในดิน (soil-moisture storage) การแบ่งออกเป็นส่วนๆ นี้ สามารถแสดงผ่านสมการสมดุลของน้ำ (water balance equation) เป็นการแสดงผลในลักษณะเฉพาะต่างๆ ของการตอบสนองของลุ่มน้ำ (catchment responses) การตอบสนองของลุ่มน้ำต่อพายุฝนแต่ละเหตุการณ์ นอกจากจะขึ้นกับลักษณะพายุฝน และลักษณะทางกายภาพของลุ่มน้ำแล้ว ยังขึ้นอยู่กับความชื้นที่มีอยู่ในดินเดิม (antecedent wetness) ซึ่งเป็นตัวแทนของความจำที่ฝังอยู่ในสมการสมดุลของน้ำ ทำให้เกิดการสะสมของผลจากพายุฝนที่เกิดขึ้นในครั้งก่อนๆ ความเข้าใจปัจจัยที่ควบคุมทางภูมิอากาศ ภูมิประเทศ ต่อสมดุลของน้ำเป็นส่วนสำคัญต่อการทำนายภาวะน้ำท่วม น้ำแล้งและคุณภาพน้ำ โดยมีความเชื่อมโยงกันระหว่างสมการสมดุลของน้ำ และลักษณะของการเกิดน้ำท่วมทั้งในเชิงขนาดและความถี่ [Robinson and Sivapalan, 1997; Gupta and Waymire, 1998; Sivapalan et al., 2001; Jothityangkoon and Sivapalan, 2001].

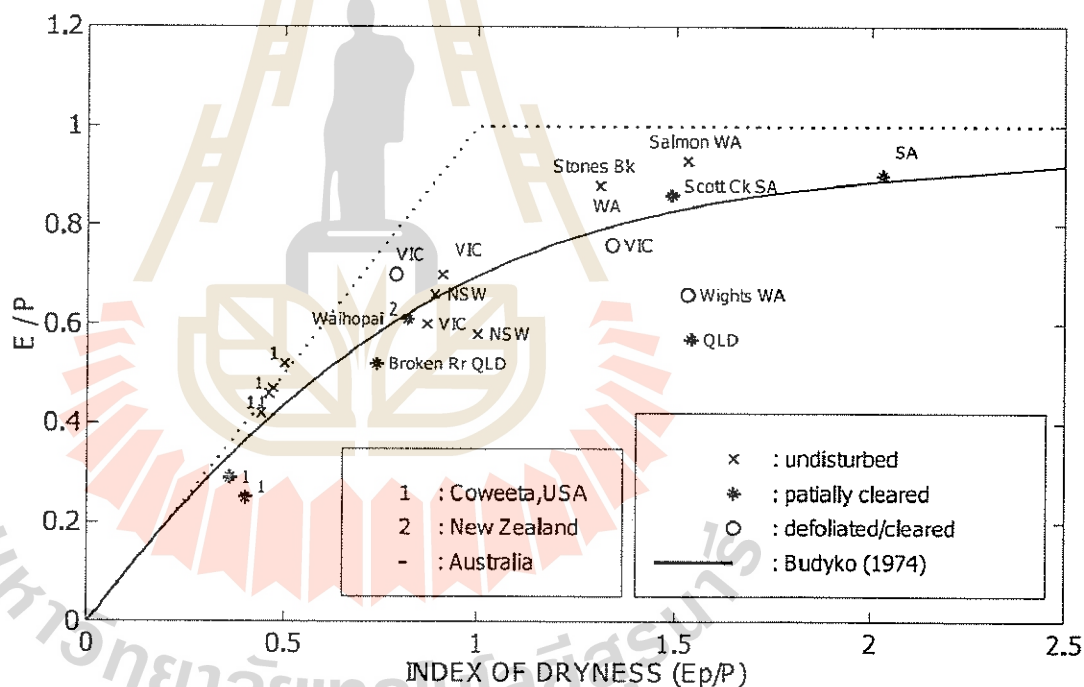
ความพยายามทำความเข้าใจสมดุลของน้ำของแต่ละลุ่มน้ำในภูมิภาคต่างๆ ในภาพรวมเริ่มต้นด้วยการใช้กราฟบูดีโก (Budyko curve) และการใช้สมการสมดุลของน้ำอย่างง่ายเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ตามกราฟนี้ในหัวข้อ 3.1 นำมาสู่การใช้แบบจำลองน้ำฝน-น้ำท่าอย่างง่ายเพื่อเข้าใจปัจจัยทางภูมิอากาศ ดินและพืชพรรณที่ควบคุมสมดุลของน้ำในลุ่มน้ำ ในหัวข้อ 3.2 หัวข้อ 3.3 นำเสนอกระบวนการพัฒนาแบบจำลองทางอุทกวิทยาโดยวิธีจากบนลงล่าง สร้างแบบจำลองที่มีความเหมาะสมกับลุ่มน้ำตัวอย่างจากแบบจำลองอย่างง่าย มีความซับซ้อนน้อยและมีจำนวนพารามิเตอร์ตามความจำเป็น ที่สามารถจำลองการให้น้ำของลุ่มน้ำได้ หากไม่สามารถให้ผลดี จะเพิ่มความซับซ้อน เพิ่มกระบวนการและจำนวนพารามิเตอร์ให้มากขึ้นเป็นลำดับ จนได้แบบจำลองจำนวน 3 รุ่นซึ่งมีกระบวนการ ความซับซ้อนและต้องการจำนวนพารามิเตอร์ที่แตกต่างกัน สำหรับใช้กับแบบจำลองรายปี รายเดือนและรายวัน

3.1 กราฟบูดีโก

Budyko [1974] ได้วิเคราะห์ข้อมูลค่าเฉลี่ยสมดุลของน้ำรายปีในลุ่มน้ำ ในเทอมของอัตราส่วนระหว่าง ปริมาณการระเหยเฉลี่ยรายปี (mean annual evaporation, E) กับ ปริมาณฝนเฉลี่ยรายปี (mean annual precipitation, P) คือ E/P เปรียบเทียบกับอัตราส่วนระหว่าง ปริมาณการคายระเหยตามศักยภาพรายปีเฉลี่ย (mean annual potential evapotranspiration, E_p) กับ ปริมาณฝนเฉลี่ยรายปี (P) คือ E_p/P หรือเรียกว่าดัชนีความแห้งภูมิอากาศ (climatic dryness index) ซึ่งบ่งบอกภาวะความแห้งแล้งของภูมิอากาศ (climatic aridity) โดยการวิเคราะห์ข้อมูลลุ่มน้ำจำนวนมากจากทั่วโลก Budyko จึงได้สร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง E/P และ E_p/P เป็นกราฟเส้นโค้ง ในรูปที่ 3.1 กลุ่มของลุ่มน้ำที่มีค่าดัชนีความแห้งแล้งน้อยกว่า 1 ($E_p/P < 1$) เป็นลุ่มน้ำที่มีความชุ่มชื้นสูงเพราะปริมาณฝนมีค่า

มากกว่าพลังงานที่ลุ่มน้ำได้รับ (แสดงโดย E_p) การระเหยจริงจึงขึ้นอยู่กับจำนวนพลังงานที่ได้รับ ขณะที่มือน้ำจำนวนมาก จึงเรียกลุ่มน้ำในกลุ่มนี้ว่าถูกควบคุมด้วยพลังงาน (energy control) ส่วนกลุ่มของลุ่มน้ำที่มีค่าดัชนีความแห้งแล้งมากกว่า 1 ($E_p/P > 1$) เป็นลุ่มน้ำที่ได้รับพลังงานจำนวนมาก แต่มีปริมาณฝนน้อย ดังนั้นการระเหยจริงจึงขึ้นอยู่กับจำนวนน้ำฝนที่ได้รับ ขณะที่มือน้ำจำนวนมาก จึงเรียกลุ่มน้ำในกลุ่มนี้ว่าถูกควบคุมด้วยน้ำ (water control)

การเพิ่มข้อมูลสมมูลของน้ำรายปีของลุ่มน้ำที่ถูกคัดเลือก มาจากประเทศออสเตรเลีย นิวซีแลนด์ และสหรัฐอเมริกา ในกราฟเดียวกัน แสดงให้เห็นการกระจายของจุดซึ่งเป็นตัวแทนของแต่ละลุ่มน้ำรอบๆ เส้นโค้ง Budyko ซึ่งอาจเกิดจากลักษณะทางภูมิอากาศที่แตกต่างกัน (ฤดูกาล ลักษณะพายุฝน) การเปลี่ยนแปลงการใช้ที่ดิน สิ่งปกคลุมดิน เนื่องจากการกระทำของมนุษย์ ตัวอย่างเช่น สมมูลของลุ่มน้ำ Salmon และ Wights ซึ่งตั้งอยู่ใกล้เคียงกันในทิศตะวันตกเฉียงใต้ของรัฐออสเตรเลียตะวันตก ประเทศออสเตรเลีย มีความแตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด เนื่องจากมีการตัดต้นไม้ออกทั้งหมดในลุ่มน้ำ Wights ขณะที่ Salmon ยังอยู่ในสภาพป่าเดิม



รูปที่ 3.1

Budyko curve และแผนภาพของสมมูลของน้ำรายปีเฉลี่ย เป็นฟังก์ชันของดัชนีความแห้ง (dryness index) E_p/P ของลุ่มน้ำจากภูมิภาคต่างๆ และการมีพืชปกคลุมแบบต่างๆ E คือ การคายระเหย P คือปริมาณฝน และ E_p คือ การคายระเหยตามศักยภาพ จุดที่ไม่มีตัวเลขกำกับคือลุ่มน้ำจากรัฐต่างๆ ของประเทศออสเตรเลีย: นิวเซาท์เวลส์ (NSW), ควีนแลนด์ (QLD), ออสเตรเลียใต้ (SA), วิกตอเรีย (VIC) และ ออสเตรเลียตะวันตก (WA)

ดังนั้นความเข้าใจบทบาทของภูมิอากาศ ดิน พืชพรรณ และปฏิสัมพันธ์กันในการควบคุม สมมูลของน้ำในระยะยาว จึงเป็นความจำเป็นพื้นฐานของการศึกษาวิจัย ในด้านอุทกวิทยาลุ่มน้ำ มีความสำคัญ

ต่อการทำนายสมดุลของน้ำทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ โดยเฉพาะลุ่มน้ำที่ไม่มีสถานีวัด (ungauged catchment) ซึ่งได้รับอิทธิพลจากการเปลี่ยนแปลงภูมิอากาศ การใช้ที่ดิน และการกระทำของมนุษย์

3.1.1 การสร้างกราฟบูติโกโดยใช้หลักการสมดุลของน้ำอย่างง่าย

สมมติให้ลุ่มน้ำถูกจำลองให้อยู่ในรูปของภาชนะที่เก็บกักความชื้นเดียว (single soil-moisture storage) หรือเรียกว่า ถังน้ำ (bucket) ซึ่งมีความจุน้ำที่จำกัด ขนาดความจุประมาณจากค่าเฉลี่ยความลึกของดินทั้งพื้นที่และความพรุนของดิน (porosity) ถังน้ำนี้เมื่อรับน้ำฝนที่เข้ามาแล้ว เกิดน้ำไหลออกอย่างง่ายซึ่งถูกแบ่งออกเป็น (1) การคายระเหย (evapotranspiration) หรือ e และ (2) การไหลออกใต้ผิวดิน (subsurface runoff) หรือ q_{ss} สมการสมดุลของน้ำของถังน้ำเดียว เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\frac{ds}{dt} = i - e - q_{ss} \quad (3.1)$$

โดย s คือ ปริมาตรของการกักเก็บความชื้นในดิน (soil-moisture storage) หน่วยเป็น L และ i คือ อัตราการไหลเข้าเป็นความเข้มข้น หน่วย L/T อัตราการไหลออกจากถังปรากฏเป็นเครื่องหมายลบทางขวามือของสมการ (3.1) อัตราเหล่านี้เป็นฟังก์ชันกับ s

อัตราการไหลออกใต้ผิวดิน (subsurface runoff rate)

$$q_{ss} = \frac{s}{t_c} \quad (3.2)$$

โดย t_c คือค่าคงที่เวลาตอบสนองของลุ่มน้ำที่เกิดน้ำไหลออกจากใต้ผิวดิน (catchment response time) t_c ประมาณจากการใช้กฎของดาร์ซีกับการไหลออกของน้ำใต้ดินจากพื้นที่ลาดเอียงดังนี้

$$t_c = \frac{L\phi}{2K_s \tan \beta} \quad (3.3)$$

โดยให้ ϕ คือความพรุนเฉลี่ยของดิน L คือความยาวเฉลี่ยของพื้นที่ลาดเนิน (hillslope) ของลุ่มน้ำ $\tan \beta$ คือความลาดชันเฉลี่ยของผิวดิน และ K_s คือค่าเฉลี่ยการนำทางชลศาสตร์อิ่มตัว (saturated hydraulic conductivity)

อัตราการคายระเหย (evapotranspiration rate)

$$e = \frac{s}{t_E} \quad (3.4)$$

$$t_E = \frac{S_b}{(1-M)e_p} \quad (3.5)$$

โดย t_E เป็นมาตราส่วนค่าคงที่ของเวลาที่เกี่ยวข้องกับการระเหย e_p คืออัตราการระเหยตามศักยภาพ และ M คือสัดส่วนพื้นที่ที่ปกคลุมด้วยป่าไม้ ($0 < M < 1$) S_b คือความจุในการเก็บความชื้นของถังน้ำคำนวณจาก $S_b = D\phi$ และ ϕ คือค่าเฉลี่ยความพรุนของดินและ D คือความลึกเฉลี่ยของดิน

3.1.2 ผลลัพธ์จากการวิเคราะห์สำหรับแบบจำลองอย่างง่าย

สมมติว่าพายุฝนมีลักษณะเป็นสัญญาณรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (rectangular pulses) มีความเข้มฝนคงที่ $i(t)$ ช่วงเวลาฝนตก t_r เป็นพายุฝนลูกที่หนึ่ง ตามมาด้วยพายุฝนขนาดเดียวกัน แต่มีช่วงเวลาระหว่างพายุฝน t_b เป็นเช่นนี้ไปเป็นจำนวนพายุฝนไม่จำกัด ส่วนอัตราการระเหยตามศักยภาพมีค่าคงที่ตลอดเวลา คือ e_p ดังแสดงในรูปที่ 3.4(a) นำสมการสมดุลของน้ำในสมการที่ (3.1) รวมกับสมการที่เกี่ยวข้อง (3.2) ถึง (3.5) สามารถนำมาเขียนเป็นสมการเป็น 2 ช่วงคือช่วงเวลาที่ฝนตกและช่วงเวลาที่ฝนไม่ตก ได้ดังนี้

ช่วงเวลาที่ไม่มีพายุฝน (เปียก) สมมติว่าไม่มีการคายระเหยในช่วงนี้

$$\frac{ds}{dt} = i - q_{ss} = i - \frac{s}{t_c} \quad (3.6)$$

จัดสมการ (3.6) ใหม่

$$\frac{ds}{it_c - s} = \frac{1}{t_c} dt \quad (3.7)$$

การหาปริพันธ์ (integrate) สมการ (3.7) กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น $t = 0, s = s_0$

$$\ln(it_c - s) = \frac{t}{t_c} + c \quad (3.8)$$

$$\ln(it_c - s) = \frac{t}{t_c} + \ln(it_c - s_0) \quad (3.9)$$

$$\ln\left(\frac{it_c - s}{it_c - s_0}\right) = \frac{t}{t_c} \quad (3.10)$$

$$(it_c - s) = (it_c - s_0) \exp\left(\frac{t}{t_c}\right) \quad (3.11)$$

กำหนดเงื่อนไขขอบเขต $t = t_r, s = s_{\max}$ แทนค่าในสมการ (3.11)

$$s_{\max} = it_c - (it_c - s_0) \exp\left(\frac{t_r}{t_c}\right) \quad (3.12)$$

ช่วงเวลาระหว่างพายุฝน

$$\frac{ds}{dt} = -q_{ss} - e \quad (3.13)$$

แทนค่าจากสมการ (3.2) และ (3.4) ในสมการ (3.13)

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{s}{t_c} - \frac{s}{t_E} \quad (3.14)$$

จัดสมการ (3.14) ใหม่

$$\frac{ds}{s} = -\left(\frac{1}{t_C} + \frac{1}{t_E}\right) dt \quad (3.15)$$

การหาปริพันธ์ของสมการ (3.15) กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น $t = t_r, s = s_{\max}$

$$\ln s = -\left(\frac{1}{t_C} + \frac{1}{t_E}\right)t + c \quad (3.16)$$

$$\ln s = -\left(\frac{1}{t_C} + \frac{1}{t_E}\right)t + \ln s_{\max} + \left(\frac{1}{t_C} + \frac{1}{t_E}\right)t_r \quad (3.17)$$

$$\ln\left(\frac{s}{s_{\max}}\right) = -\left(\frac{1}{t_C} + \frac{1}{t_E}\right)(t - t_r) \quad (3.18)$$

$$s = s_{\max} \exp\left[-\left(\frac{1}{t_C} + \frac{1}{t_E}\right)(t - t_r)\right] \quad (3.19)$$

กำหนดเงื่อนไขขอบเขต $t = t_r + t_b, s = s_0$ แทนค่าในสมการ (3.19)

$$s_0 = s_{\max} \exp\left[-\left(1 + \frac{t_E}{t_C}\right)\frac{t_b}{t_E}\right] \quad (3.20)$$

แทนค่า s_{\max} จากสมการ (3.12) ในสมการ (3.20) ทหารด้วย $P = it_r$ จัดสมการหาค่า s_0

$$\frac{s_0}{P} = \frac{1 - \exp\left(\frac{t_r}{t_C}\right) \exp\left[-\left(1 + \frac{t_E}{t_C}\right)\frac{t_b}{t_E}\right]}{\frac{t_r}{t_C} - \frac{t_r}{t_C} \exp\left(\frac{t_r}{t_C}\right) \exp\left[-\left(1 + \frac{t_E}{t_C}\right)\frac{t_b}{t_E}\right]} \quad (3.21)$$

การหาค่าการคายระเหย สมมุติมีเฉพาะช่วงเวลาระหว่างพายุฝน

$$E = \int_{t_r}^{t_r+t_b} \frac{s}{t_E} dt \quad (3.22)$$

แทนค่า s จากสมการ (3.19) ในสมการ (3.22)

$$E = \frac{s_{\max}}{t_E} \int_{t_r}^{t_r+t_b} \exp\left[-\left(\frac{1}{t_C} + \frac{1}{t_E}\right)(t - t_r)\right] dt \quad (3.23)$$

$$E = -\frac{s_{\max}}{t_E} \left[\frac{t_E}{(1 + t_E/t_C)} \exp\left[-\left(1 + \frac{t_E}{t_C}\right)\left(\frac{t - t_r}{t_E}\right)\right] \right]_{t_r}^{t_r+t_b} \quad (3.24)$$

$$E = \frac{S_{\max}}{(1+t_E/t_C)} \left[1 - \exp\left(-\left(1 + \frac{t_E}{t_C}\right) \frac{t_b}{t_E}\right) \right] \quad (3.25)$$

แทนค่า s_{\max} จากสมการ (3.12) ในสมการ (3.25) หาดด้วย it_r

$$\frac{E}{P} = \frac{1 - \{1 - (t_r/t_C)(s_0/P)\} \exp(t_r/t_C)}{(t_r/t_C)(1+t_E/t_C)} \left[1 - \exp\left(-\left(1 + \frac{t_E}{t_C}\right) \frac{t_b}{t_E}\right) \right] \quad (3.26)$$

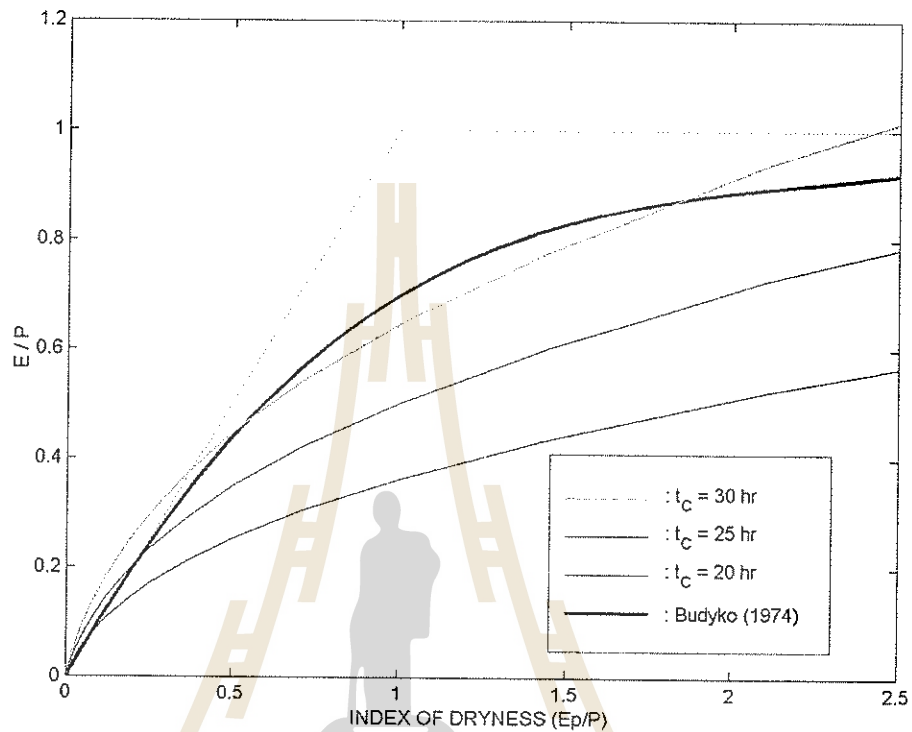
จากสมการข้างต้นหากแทนค่าข้อมูลภูมิอากาศ ลักษณะลุ่มน้ำ กำหนด $i=1$ ถึง 25 มิลลิเมตร/ชั่วโมง $e_p=0.1$ ถึง 10 มิลลิเมตร/ชั่วโมง $t_r=1$ ถึง 50 ชั่วโมง $t_b=1$ ถึง 50 ชั่วโมง $S_b=200$ มิลลิเมตร $t_C=20$ 25 และ 30 ชั่วโมง สามารถจำลองเขียน กราฟ Budyko ได้ดังแสดงในรูปที่ 3.2 ที่ค่า $t_C=30$ ชั่วโมง มีเส้นโค้งที่ใกล้เคียงกับ เส้นโค้งของ Budyko แต่ยังให้ค่า E/P ที่มากขึ้นในช่วงดัชนีความแห้ง มีค่าน้อยเนื่องจากผลการคำนวณให้ค่า $s_{\max} > S_b$ ซึ่งควรจะมีการไหลออกจากส่วนเกินการอิ่มตัว (saturation excess runoff) แต่การจำลองนี้ยังไม่ได้นำมาพิจารณา จึงให้ค่าการคายระเหยที่มากกว่าที่ควรจะเป็น และยังมี ความคลาดเคลื่อนในช่วงดัชนีความแห้งมีค่ามาก พบว่าการคายระเหยจริงมีค่ามากกว่าฝนที่ตก ความคลาดเคลื่อนยังอาจเกิดจาก การจำลองนี้ยังไม่ได้นำผลของการแปรเปลี่ยนตามฤดูกาลของภูมิอากาศเข้ามาพิจารณา และยังมีสมมติว่าปริมาณความชื้นในดินเริ่มต้นและสิ้นสุดวงรอบของการเกิดพายุฝนมีความชื้นมีค่าเท่ากัน

การตรวจสอบผลกระทบจากความแปรเปลี่ยนตามฤดูกาลของปัจจัยน้ำเข้าทางภูมิอากาศต่อสมดุลของน้ำรายปีเฉลี่ยมีผลต่อรูปร่างของกราฟบูดีโกและสมดุลของน้ำรายเดือนเฉลี่ยโดยใช้แบบจำลองทางอุทกวิทยานบนพื้นฐานของสมดุลของน้ำทั้งทางกายภาพและทางทฤษฎี นำเสนอโดย Yokoo et al, [2008] และใช้แบบจำลองน้ำฝน-น้ำท่าอย่างง่ายที่จะนำเสนอต่อไปโดย Jothityangkoon and Sivapalan [2009]

3.2 แบบจำลองน้ำฝน-น้ำท่าอย่างง่าย

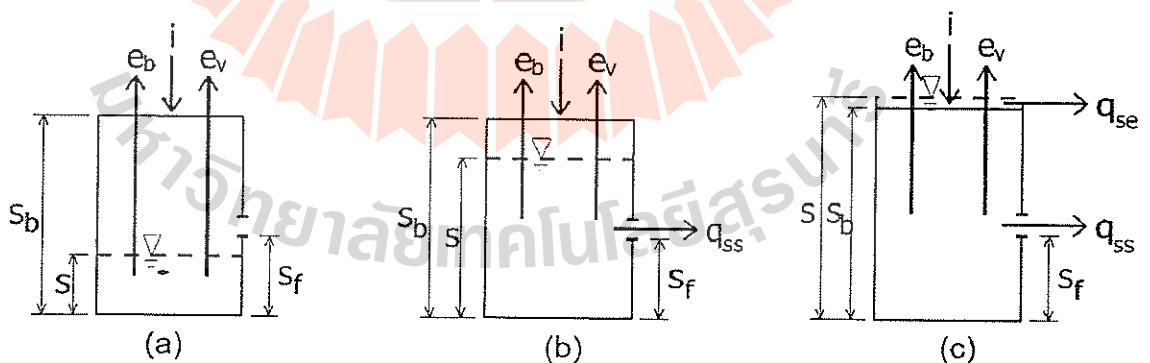
จากแบบจำลองสมดุลของน้ำอย่างง่ายข้างต้น จำเป็นต้องเพิ่มกระบวนการการเปลี่ยนน้ำฝนเป็นน้ำท่าให้สะท้อนความเป็นจริงตามธรรมชาติให้มากขึ้น เริ่มด้วยการเพิ่ม การไหลออกผิวดิน (surface runoff) ที่เกิดจากส่วนเกินการอิ่มตัว (saturation excess) หรือ q_{se} จากเดิมที่มีเฉพาะ q_{ss} คู่อองค์ประกอบการไหลออกของแบบจำลองในรูปที่ 3.3 q_{se} เกิดขึ้นเมื่อถึงมีน้ำเต็ม และเพิ่มเงื่อนไขการเกิด q_{ss} ถูกสมมติให้เกิดขึ้นเมื่อความชื้นในดินที่เก็บกักไว้ในถังมากเกินกว่าค่าความชื้นชลประทาน (field capacity) การคายระเหยเต็ม (e) ถูกแบ่งออกเป็น การระเหยจากผิวดิน (bare soil evaporation) e_b และการคายน้ำของพืช (transpiration) e_p เพื่อสามารถนำผลจากความแตกต่างตามพื้นที่ของพืชพรรณที่ปกคลุม (heterogeneity of vegetation cover) เข้ามาพิจารณาด้วย เนื่องจากถูกมองว่าเป็นแบบจำลองก้อนรวม (lumped model) ดังนั้นจึงไม่ได้รวมผลของความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่ (spatial variability) ของลักษณะภูมิอากาศและภูมิประเทศ เนื่องจากเป็นแบบจำลองอย่างง่าย จึงไม่พิจารณาการชะลอการไหลของน้ำใต้ผิวดินในชั้นดินที่ไม่อิ่มตัวด้วยน้ำ (unsaturated zone) การซึมลึกลงชั้นน้ำ

บาดาล (deep percolation) การดัก (interception) โดยพืชพรรณ และไม่รวมการไหลออกจากส่วนเกินการซึม (infiltration excess runoff)



รูปที่ 3.2

เปรียบเทียบกราฟฟูดิโก (Budyko curve) กับสมดุลของน้ำที่มาจากการวิเคราะห์ เป็นฟังก์ชันของดัชนีความแห้งภูมิอากาศ (climatic dryness index) E_p/P ของกลุ่มน้ำ โดยใช้ค่า $t_c = 20$ 25 และ 30 ชั่วโมง



รูปที่ 3.3

แผนภาพแบบจำลองการกักเก็บความชื้นในดินอย่างง่าย ของการตอบสนองของกลุ่มน้ำใน 3 สถานะที่แตกต่างกัน (a) $s < s_f$ ไม่มีการไหลออก (b) $s_f < s < S_b$ มีการไหลออกใต้ผิวดิน (q_{ss}) (c) $s > S_b$ มีการไหลออกใต้ผิวดินและไหลออกผิวดินจากส่วนเกินการซึมตัว (q_{se}), ซึ่ง s เป็นการกักเก็บของน้ำในดิน, s_f คือ ความชื้นชลประทาน, S_b คือความจุของการกักเก็บน้ำในดิน, i คือความชื้นฝน, e_b คือการระเหยจากผิวดิน และ e_v คือการคายระเหย

สมการสมดุลของน้ำในรูปทั่วไปของปริมาณน้ำ นำมาหารด้วยพื้นที่ลุ่มน้ำ สำหรับช่วงเวลาสั้นๆ และถึงน้ำเดียว ปรับปรุงมาจากสมการ (3.1) เขียนเป็นสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{ds(t)}{dt} = i(t) - q_{ss}(t) - q_{se}(t) - e_b(t) - e_v(t) \quad (3.27)$$

โดย $s(t)$ คือ ปริมาณของการกักเก็บความชื้นในดิน (soil-moisture storage) หน่วยเป็น L และ $i(t)$ คือ อัตราการไหลเข้าเป็นความเข้มข้น หน่วย L/T อัตราการไหลออกจากถึงปรากฏทางขวามือของสมการที่ (3.27) อัตราเหล่านี้เป็นฟังก์ชันกับ $s(t)$

อัตราการไหลออกใต้ผิวดิน (subsurface runoff rate)

$$q_{ss} = \frac{s - s_f}{t_c} \quad \text{if } s > s_f \quad (3.28a)$$

$$q_{ss} = 0 \quad \text{if } s < s_f \quad (3.28b)$$

โดยให้ s_f คือการกักเก็บน้ำในดินที่ความชื้นชลประทาน t_c คือค่าคงที่เวลาตอบสนองของลุ่มน้ำที่เกิดน้ำไหลออกจากใต้ผิวดิน หาได้จากสมการที่ (3.3) $s_f = f_c D$ ซึ่ง f_c คือความชื้นชลประทานของดิน และ D คือความลึกเฉลี่ยของดิน

อัตราการไหลออกจากส่วนเกินการอิ่มตัว (saturation excess runoff)

$$q_{se} = (s - S_b) / \Delta t \quad \text{if } s > S_b \quad (3.29a)$$

$$q_{se} = 0 \quad \text{if } s \leq S_b \quad (3.29b)$$

โดย S_b คือความจุในการเก็บความชื้นของถึงน้ำ คำนวณจาก $S_b = D\phi$ และ ϕ คือค่าเฉลี่ยความพรุนของดิน

อัตราการระเหยจากผิวดินไม่มีป่าไม้ปกคลุม (bare soil evaporation rate)

$$e_b = \frac{s}{t_e} \quad (3.30)$$

$$t_e = \frac{S_b}{(1 - M)e_p} \quad (3.31)$$

โดย t_e เป็นมาตราส่วนค่าคงที่ของเวลาที่เกี่ยวข้องกับการระเหย e_p คืออัตราศักยภาพการระเหย และ M คือสัดส่วนพื้นที่ที่ปกคลุมด้วยป่าไม้ ($0 < M < 1$)

อัตราการคายน้ำของพืช (transpiration rate)

$$e_v = Mk_v e_p \quad \text{if } s > s_f \quad (3.32a)$$

$$e_v = \frac{s}{t_g} \quad \text{if } s < s_f \quad (3.32b)$$

$$t_g = \frac{S_f}{Mk_v e_p} \quad (3.33)$$

โดย t_g คือมาตราส่วนค่าคงที่ของเวลาที่เกี่ยวข้องกับการคายน้ำ k_v คือค่าประสิทธิผลการคายน้ำของพืช ใช้ตาม Eagleson [1978] โดยทั่วไปมีค่าเป็น 1 ค่า M ใช้แบ่งการระเหยทั้งหมดเป็นการระเหยจากดินที่ไม่มีป่าไม้ปกคลุมและการคายน้ำของต้นไม้

ค่า M ใช้แบ่งการระเหยทั้งหมดออกเป็นการระเหยจากผิวดินเปล่าและการคายน้ำของพืช การระเหยจากผิวดินเปล่า เป็นสัดส่วนกับ e_p ขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของ s และ S_b เมื่อ s มีปริมาณมากกว่า S_b อัตราการคายน้ำจะมีค่าสูงสุดเท่ากับ e_p ทั้งนี้อาจยอมให้การคายน้ำมีค่ามากกว่า e_p สำหรับพืชบางชนิด โดยให้ค่า k_v มีค่ามากกว่า 1 เมื่อ s มีค่าต่ำกว่า S_b อัตราการคายน้ำจะเป็นสัดส่วนกับ e_p ซึ่งเป็นฟังก์ชันของ s

ผลลัพธ์จากการวิเคราะห์สำหรับแบบจำลองถังเดียวเชิงเส้น (linear single bucket)

ในขั้นแรกสมมติว่าพายุฝน ดังแสดงในรูปที่ 3.4 (a) นำสมการสมดุลของน้ำในสมการ (3.27) รวมกับสมการที่เกี่ยวข้อง (3.28) ถึง (3.33) สามารถนำมาเขียนสมการเป็น 2 ช่วงคือช่วงเวลาที่ฝนตกและช่วงเวลาที่ฝนไม่ตก ได้ดังนี้

ช่วงเวลาที่พายุฝน (เปียก)

$$\frac{ds}{dt} = i - \frac{(s - S_f)}{t_c} - \frac{s}{t_e} - e_v - q_{se} \quad \text{ถ้า } 0 < t < t_r \quad (3.34)$$

ช่วงเวลาระหว่างพายุฝน

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{(s - S_f)}{t_c} - \frac{s}{t_e} - e_v \quad \text{ถ้า } t_r < t < (t_r + t_b) \quad (3.35)$$

เงื่อนไขเริ่มต้น 2 ชุดนำมาใช้สำหรับ (1) ช่วงเกิดพายุฝนคือ $t = 0, s = s_0$ และ $t = t_r, s = s_{\max}$ (2) ช่วงระหว่างพายุฝน $t = t_r, s = s_{\max}$ และ $t = t_r + t_b, s = s_0$ โดย s_{\max} คือค่าการกักเก็บสูงสุดระหว่าง $0 < t < t_r, s_{\max} = S_b$ ถ้า $s < S_b$ แล้ว $q_{se} = (s - S_b)/dt$ ค่าตัวแปร s_0 ใช้เป็นค่าการกักเก็บเริ่มต้นเมื่อเริ่มต้นพายุฝน และเป็นค่าการกักเก็บสุดท้ายเมื่อสิ้นสุดช่วงเวลาระหว่างพายุฝน การกำหนดให้มีค่าเท่ากันภายใต้สมมติฐานที่ การกักเก็บน้ำของกลุ่มน้ำกลับเข้าสู่สภาวะหรือวัฏจักรที่คงที่ ด้วยเงื่อนไขสภาพภูมิอากาศ ดิน และพืชพรรณที่กำหนด

การกักเก็บความชื้นที่แตกต่างกัน: รูปแบบทางอุทกวิทยา (hydrologic regimes)

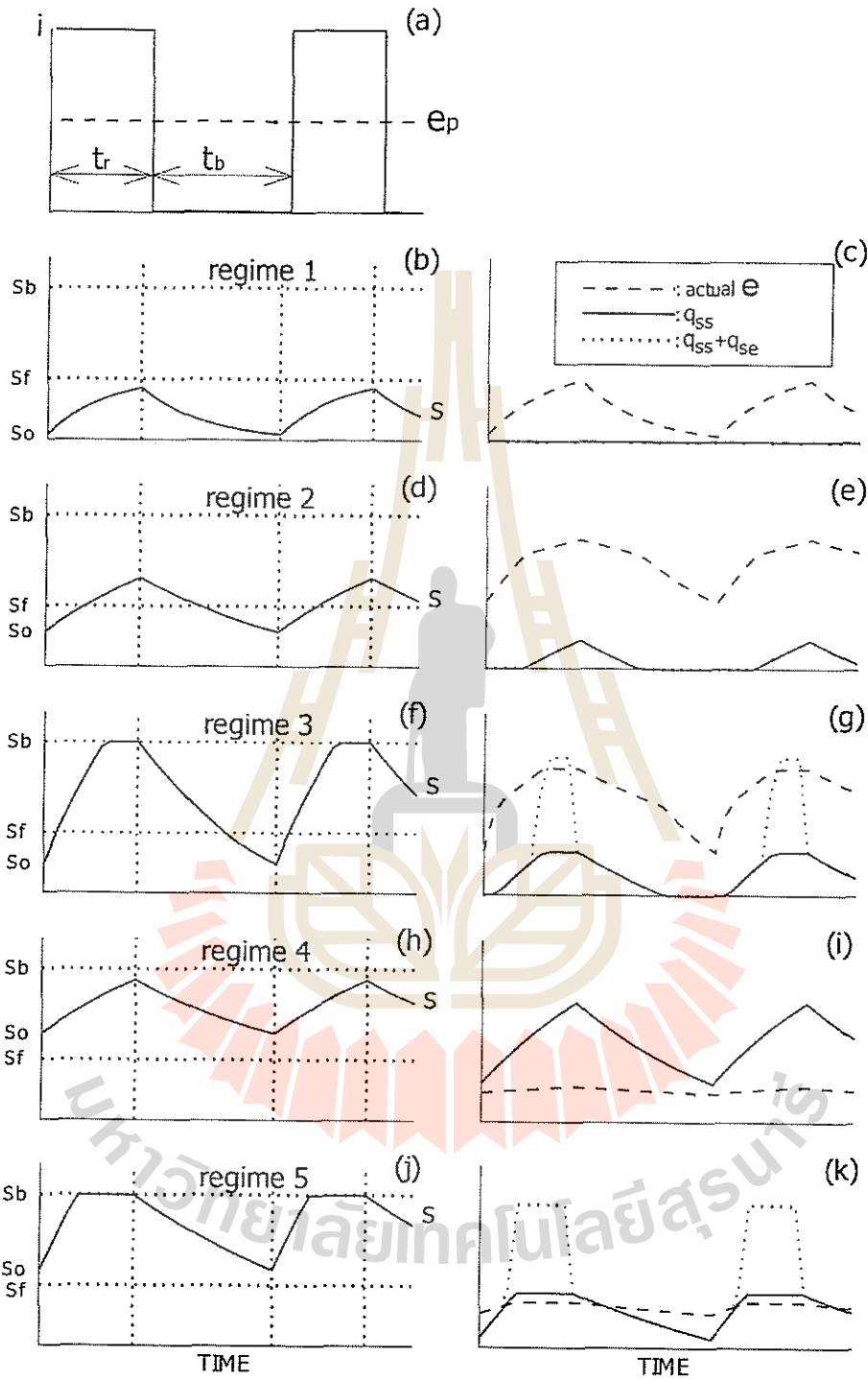
สิ่งสำคัญที่มีผลต่อสมดุลของน้ำคือสภาวะหรือระดับของความชื้นในดิน ซึ่งมีการปรับเปลี่ยนภายในกลุ่มน้ำตามเวลาที่เรียกว่า สมดุลแบบพลวัต (dynamic balance) สำหรับแบบจำลองอย่างง่ายนี้ ระดับความชื้นในดินขึ้นกับตัวแปรภูมิอากาศ ลักษณะทางภูมิประเทศ ความแตกต่างตามเวลาของการกักเก็บ (s) ในแบบจำลองถังน้ำเดียว สามารถแยกพฤติกรรมออกได้เป็น 5 รูปแบบ เรียกว่า regimes ซึ่งหมายถึง

รูปแบบค่าเฉลี่ยความแปรผันของการกักเก็บความชื้นของดินในลุ่มน้ำที่แตกต่างกัน รูปแบบจะช่วยให้ทราบกลไกหลักของการเกิดการไหลออกที่ควบคุมสมดุลของน้ำ รูปที่ 3.4 (b)-(k) นำเสนอ 5 รูปแบบที่เป็นไปได้สำหรับการพิจารณาแบบจำลองอย่างง่าย ข้อมูลภูมิอากาศนำเข้ายังเป็นแบบไม่มีฤดูกาล (non-seasonal) แสดงความแตกต่างตามเวลาของการกักเก็บความชื้นในดิน และแสดงองค์ประกอบต่างๆของการไหลออก และการระเหย แนวคิดของการกำหนดรูปแบบทางอุทกวิทยานี้เป็นการสรุปไปสู่ขั้นทั่วๆไป (generalization) ของความคิดที่เคยเสนอโดย *Robinson and Sivapalan* [1997] ในประเด็นความถี่ของการเกิดน้ำท่วม (flood frequencies)

รูปที่ 3.4 (b), (d), (f), (h) และ (j) แสดง 5 รูปแบบที่แยกกัน (discrete regimes) ที่เป็นไปได้สำหรับลักษณะของแบบจำลองอย่างง่าย และรูปที่ 3.4 (c), (e), (g), (i), และ (k) แสดงแบบรูปอุดมคติของความผันแปรของอัตราการไหลออก ตามสมดุลของน้ำ (จากผิวดิน ใต้ผิวดิน และการคายระเหย) แบบรูปของการแยกเช่นนี้ เป็นผลของขีดเริ่มเปลี่ยนของความจุ (storage thresholds) 2 ค่าคือ S_b และ S_r

การระบุว่าลุ่มน้ำหนึ่งจัดอยู่ในรูปแบบที่บอกลักษณะทางอุทกวิทยารูปแบบใดใน 5 รูปแบบนี้ ขึ้นกับคุณสมบัติทั้งทางภูมิอากาศ และลักษณะลุ่มน้ำ เมื่อลักษณะทางภูมิอากาศและภูมิประเทศเปลี่ยนแปลงไประหว่างแต่ละลุ่มน้ำหรือระหว่างปี รูปแบบทางอุทกวิทยาอาจเปลี่ยนจากรูปแบบหนึ่งไปอีกรูปแบบหนึ่งได้ เนื่องจากการพิจารณาว่าอยู่ในรูปแบบใด เกี่ยวข้องกับขีดเริ่มเปลี่ยนของความจุที่ไม่ใช่เชิงเส้น จึงไม่สามารถทำนายโดยการวิเคราะห์ในลักษณะวิธีแบบชัดแจ้งได้ จำเป็นต้องพัฒนาผังงานในการเลือกรูปแบบด้วยวิธีแบบปริยาย ซึ่งนำเสนอในรูปที่ 3.5

เมื่อรูปแบบหนึ่งถูกเลือกขึ้นมา สามารถใช้สมการควบคุมเชิงเส้นตามขั้นตอน แก้มการโดยการวิเคราะห์สำหรับอนุกรมเวลาของฝนน้ำเข้ารูปแท่งสี่เหลี่ยมที่ไม่จำกัดจำนวน เพื่อสร้างความสัมพันธ์ของความแปรผันของความชื้นในดิน การไหลออกและการระเหย ในช่วงที่มีพายุฝนและช่วงระหว่างพายุฝน และใช้ประเมินสมดุลของน้ำรายปีต่อไป การนำเสนอผลใช้รูปแบบตัวแปรไร้มิติ เช่น s_0/P , Q_{ss}/P , E_b/P , E_r/P , Q/P และ E/P โดยที่ E_p คือการระเหยตามศักยภาพรายปี Q คือการไหลออกรวมรายปี E คือการระเหยจริงรายปี และ P คือปริมาณฝนรายปี ตัวอย่างการแก้มการคำนวณผลของสมดุลของน้ำ สำหรับรูปแบบที่ 1 แสดงได้ดังนี้



รูปที่ 3.4

ความคล้ายคลึงกันของสมดุลของน้ำใน 5 รูปแบบ (regime) ของการเปลี่ยนแปลงความชื้นในดิน ซึ่งขึ้นอยู่กับ การกักเก็บความชื้นเริ่มต้น (S_o), ความจุของการกักเก็บน้ำในดิน (S_b) และ ความชื้นชลประทาน (S_f) (a) ความเข้มฝนน้ำเข้า (b) รูปแบบที่ 1 (d) รูปแบบที่ 2 (f) รูปแบบที่ 3 (h) รูปแบบที่ 4 (j) รูปแบบที่ 5 อนุกรมเวลาของผลลัพธ์การระเหย (e) และการไหลออก (c) รูปแบบที่ 1 (e) รูปแบบที่ 2 (g) รูปแบบที่ 3 (i) รูปแบบที่ 4 (k) รูปแบบที่ 5 ซึ่ง q_{ss} คือการไหลออกได้ผิวดิน q_{se} คือการไหลออกจากส่วนเกินการอิ่มตัว

รูปแบบที่ 1; $S_o < S_f$, $S_m < S_f$

ช่วงเวลาที่มียาฝุ่น:

$$\frac{ds}{dt} = i - \frac{s}{t_E} - \frac{s}{t_G} \quad \text{โดย } t_E = \frac{S_b}{e_p(1-M)} \text{ และ } t_G = \frac{S_f}{k_v e_p M} \quad (3.36)$$

ด้วยเงื่อนไขเริ่มต้น $t = 0, s = s_o$

$$s = \frac{\left[s_o \left(-\frac{1}{t_E} - \frac{1}{t_G} \right) + i \right] \exp \left[-t \left(\frac{1}{t_E} + \frac{1}{t_G} \right) \right] - i}{\left(-\frac{1}{t_E} - \frac{1}{t_G} \right)} \quad (3.37)$$

$$s_{\max} = \frac{i}{\left(\frac{1}{t_E} + \frac{1}{t_G} \right)} + \left[s_o - \frac{i}{\left(\frac{1}{t_E} + \frac{1}{t_G} \right)} \right] \exp \left[-\left(\frac{t_r}{t_E} + \frac{t_r}{t_G} \right) \right] \quad (3.38)$$

ช่วงเวลาระหว่างยาฝุ่น:

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{s}{t_E} - \frac{s}{t_G} \quad (3.39)$$

ด้วยเงื่อนไขเริ่มต้น $t = t_r, s = s_{\max}$

$$s = s_{\max} \exp \left[-\left(\frac{1}{t_E} + \frac{1}{t_G} \right) (t - t_r) \right] \quad (3.40)$$

เงื่อนไขขอบเขต $s = s_o, t = t_r + t_b$

$$s_o = s_{\max} \exp \left[-\left(\frac{1}{t_E} + \frac{1}{t_G} \right) t_b \right] \quad (3.41)$$

$$\frac{s_o}{it_r} = \frac{\frac{1}{\left(\frac{1}{t_E/t_c} + \frac{1}{t_G/t_c} \right)} \left\{ 1 - \exp \left[-\left(\frac{1}{t_E/t_c} + \frac{1}{t_G/t_c} \right) \frac{t_r}{t_c} \right] \right\}}{\left(\frac{t_r}{t_c} \right) \left\{ \exp \left[\left(1 + \frac{t_E}{t_G} \right) \frac{t_b}{t_E} \right] - \exp \left[-\left(\frac{1}{t_E/t_c} + \frac{1}{t_G/t_c} \right) \frac{t_r}{t_c} \right] \right\}} \quad (3.42)$$

การระเหยทั้งหมด

$$E = \int_0^{t_r} e_1 dt + \int_{t_r}^{t_r+t_b} e_2 dt$$

$$E = \frac{1}{t_E} \int_0^{t_r} s_1 dt + \frac{1}{t_E} \int_{t_r}^{t_r+t_b} s_2 dt + \frac{1}{t_G} \int_0^{t_r} s_1 dt + \frac{1}{t_G} \int_{t_r}^{t_r+t_b} s_2 dt \quad (3.43)$$

แทนค่า s จากสมการ (3.37) ใน s_1 (ช่วงเวลาที่น้ำมีพายุฝน)

แทนค่า s จากสมการ (3.40) ใน s_2 (ช่วงเวลาระหว่างพายุฝน)

$$\frac{E}{P} = \frac{1}{1 + \frac{t_E}{t_G}} \left\{ \frac{1}{\left(\frac{t_r}{t_E} + \frac{t_r}{t_G}\right)} \frac{s_0}{it_r} \right\} \left\{ \frac{1}{\left(1 + \frac{t_G}{t_E}\right)} \left[1 - \exp\left\{-\left(\frac{1}{t_E} + \frac{1}{t_G}\right)t_r\right\} \right] \right\} +$$

$$\frac{\frac{s_{\max}}{it_r}}{\left(1 + \frac{t_E}{t_G}\right)} \left[1 - \exp\left\{-\left(\frac{1}{t_E} + \frac{1}{t_G}\right)t_b\right\} \right] + \frac{\frac{s_{\max}}{it_r}}{\left(1 + \frac{t_G}{t_E}\right)} \left[1 - \exp\left\{-\left(\frac{1}{t_E} + \frac{1}{t_G}\right)t_b\right\} \right] +$$

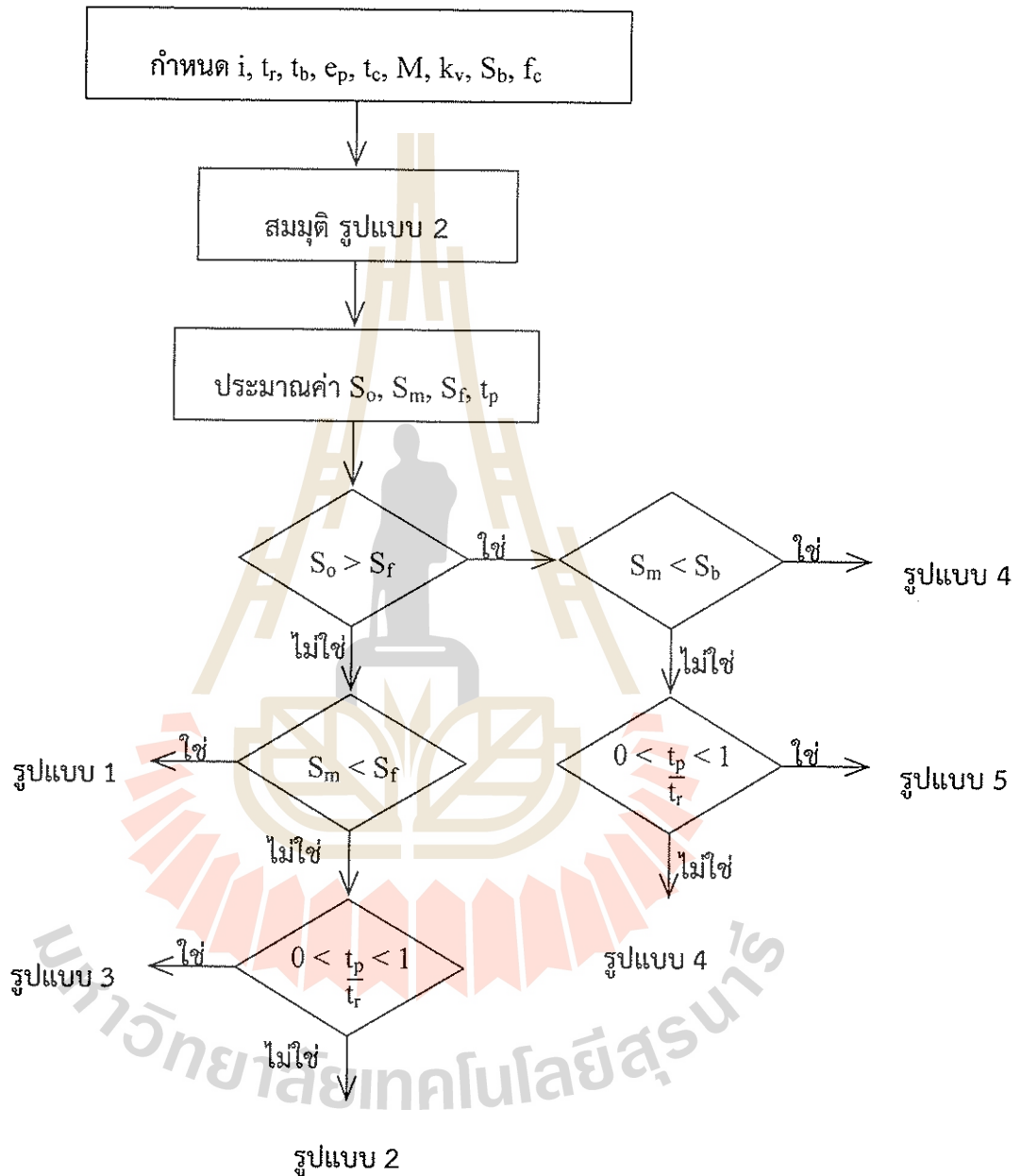
$$\frac{1}{1 + \frac{t_G}{t_E}} \left\{ \frac{1}{\left(\frac{t_r}{t_E} + \frac{t_r}{t_G}\right)} \frac{s_0}{it_r} \right\} \left\{ \frac{1}{\left(1 + \frac{t_G}{t_E}\right)} \left[1 - \exp\left\{-\left(\frac{1}{t_E} + \frac{1}{t_G}\right)t_r\right\} \right] \right\} \quad (3.44)$$

$$\frac{Q_S}{P} = 0 \quad (3.45)$$

$$\frac{Q_{SS}}{P} = 0 \quad (3.46)$$

ผลลัพธ์จากการวิเคราะห์ข้างต้น ตั้งอยู่บนสมมุติฐานว่า การกักเก็บความชื้นในดินมีค่ากลับมาอย่างค่าเริ่มต้น s_0 ทุกครั้งหลังจากสิ้นสุดวงรอบของแต่ละพายุฝน (เปียก 1 ช่วงเวลา แห้ง 1 ช่วงเวลา) รูปที่ 3.6 แสดงตัวอย่างของอนุกรมเวลาของการเปลี่ยนแปลงการกักเก็บความชื้นในดิน ที่เป็นสมมุติฐานของการแก้สมการหาผลลัพธ์ค่าการเก็บกักเริ่มต้น s_0 อัตราการไหลออก อัตราการระเหยจริง สามารถคำนวณแยกตามแต่ละวงรอบของพายุฝนและนำมารวมเป็นผลรวมทั้งปี สำหรับสมดุลของน้ำรายปี อย่างไรก็ตาม การใช้สมมุติฐานนี้ เห็นชัดว่าอาจง่ายเกินไปสำหรับลุ่มน้ำจริง โดยเฉพาะการกักเก็บความชื้นในดินสามารถสะสมจากพายุฝนลูกหนึ่งไปยังพายุฝนอีกลูกหนึ่งได้ในช่วงฤดูฝน และสามารถลดลงอย่างต่อเนื่องระหว่างฤดูแล้งที่ยาวนานได้ โดยทั่วไปการส่งผ่าน (carry-over) ของการเก็บกักความชื้นในดิน มีปฏิสัมพันธ์กับภูมิอากาศที่มีการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล ทำให้ส่งผลต่อการเกิดการไหลออกภายในปี มีผลต่อสมดุลของน้ำรายปีเฉลี่ยและความแปรผันของการให้น้ำและสมดุลของน้ำ ทั้งภายในปีและระหว่างปีได้ ผลลัพธ์จาก

การวิเคราะห์ข้างต้นไม่สามารถนำความซับซ้อนนี้ไปรวมได้ การแก้ปัญหาต้องแก้ในเชิงตัวเลขในขั้นตอนต่อไป ซึ่งจะได้ขยายแบบจำลองสมดุลของน้ำให้รวมการส่งผ่านของการกักเก็บความชื้นในดินระหว่างพายุฝนได้ด้วย

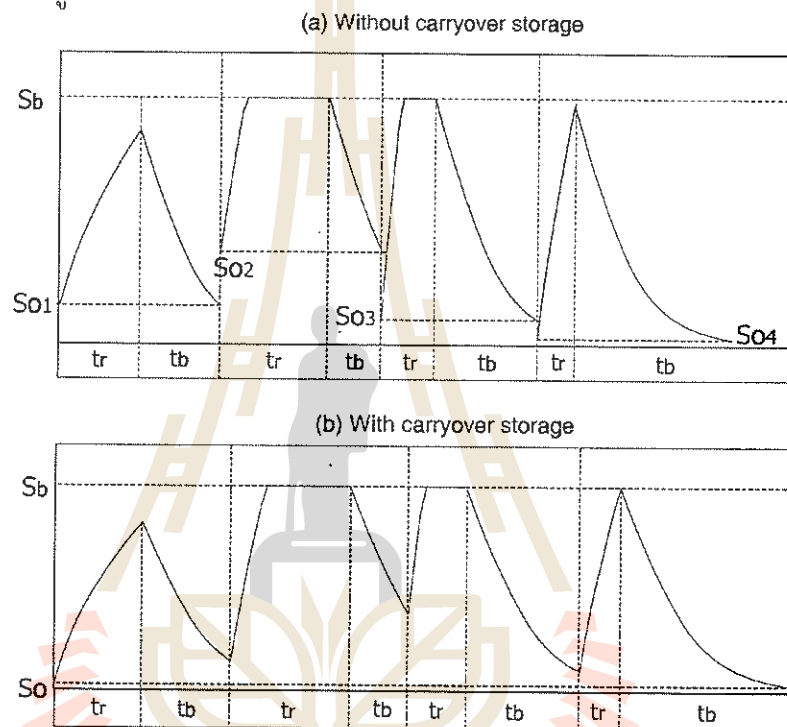


หมายเหตุ: t_p คือเวลาน้ำขังผิวดิน (ponding time)

รูปที่ 3.5

ผังงานสำหรับการจัดประเภทรูปแบบ และการคำนวณสมดุลของน้ำ โดยให้ข้อมูลความเข้มฝนน้ำเข้า (i) ช่วงเวลามีพายุฝน (t) ช่วงเวลาระหว่างพายุฝน (t_b) อัตราการระเหยตามศักยภาพ (e_p) เวลาตอบสนองของกลุ่มน้ำที่เกิดน้ำไหลออกจากใต้ผิวดิน (t_c) สัดส่วนพื้นที่ที่ปกคลุมด้วยป่าไม้ (M) ประสิทธิภาพการคายน้ำของพืช (k_v) คือความจุในการเก็บความชื้นของดินน้ำ (S_b) และ ความชื้นชลประทานของดิน (f_c)

รูปที่ 3.6 (b) แสดงการสะสมการกักเก็บและส่งผ่านความชื้นในดินระหว่างพายุฝนแต่ละลูก เมื่อรวมการส่งผ่านการกักเก็บความชื้นในดิน จึงไม่จำเป็นต้องสมมติว่าค่าเริ่มต้นและค่าสุดท้ายของความชื้นในดินเท่ากัน สำหรับแต่ละวงรอบของพายุฝนแต่คิดวงรอบของ 1 ปี หรือหลายปีแทน กรณีนี้ไม่สามารถหาผลลัพธ์โดยการวิเคราะห์ได้ ต้องใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (numerical method) แบบจำลองเชิงตัวเลขนี้อยู่บนพื้นฐานของสมการ (3.27) ใช้ในการจำลองสมดุลของน้ำ ซึ่งมีการส่งผ่านการเก็บกักความชื้นในดินรวมอยู่ด้วย



รูปที่ 3.6

แผนภาพเค้าร่างของการเปลี่ยนแปลงการกักเก็บ (a) ไม่มีการส่งต่อการกักเก็บ (b) มีการส่งต่อการกักเก็บ t_r คือช่วงเวลาที่มีพายุฝน t_b ช่วงเวลาระหว่างพายุฝน S_b คือความจุในการเก็บความชื้นของถังน้ำ S_{o1} คือปริมาณการเก็บความชื้นของดินเริ่มต้นในวงจรแรก

3.3 การพัฒนาแบบจำลองทางอุทกวิทยาโดยวิธีจากบนลงล่าง

Klemes [1983] เสนอแนะว่ามีสองแนวทางที่ตรงข้ามกันในการพัฒนาทฤษฎีและแบบจำลองของการตอบสนองทางอุทกวิทยาในระดับลุ่มน้ำ วิธีจากล่างขึ้นบน (upward or bottom up approach) เป็นความพยายามใช้การสังเคราะห์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลจากการทดลอง ร่วมกับความรู้อิงทฤษฎีที่มีอยู่ ที่เรียนรู้จากมาตราส่วนพื้นที่ขนาดเล็ก เพื่อทำนายการตอบสนองทางอุทกวิทยาสำหรับพื้นที่ที่มาตราส่วนที่ใหญ่กว่า การพัฒนาจากล่างขึ้นบนสำหรับมาตราส่วนลุ่มน้ำ มีตัวอย่างเช่น Reggiani et al. [1998; 1999; 2000; 2001] สร้างสมการสมดุลของมวล โมเมนตัม พลังงาน และ entropy ที่มาตราส่วนของลุ่มน้ำขึ้นประกอบตัวแทน (representative elementary watershed, REW) ร่วมกับทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง พัฒนาแบบจำลองสมดุลของน้ำระยะยาว ที่มาตราส่วน REW และการไหลในโครงข่ายลำน้ำ บนพื้นฐานของการพัฒนาสมการสมดุลระดับลุ่มน้ำ

วิธีการจากบนลงล่าง (downward or top-down approach) Klemes [1983] ได้พยายามหาหลักการโดยตรงที่ระดับหรือมาตราส่วนที่สนใจ (หรือสูงกว่า) แล้วจึงมองไปยังระดับหรือมาตราส่วนที่เล็กลง Klemes นำเสนอตัวอย่างของการทำนายการไหลออกรายเดือนของกลุ่มน้ำขนาด 39,000 ตารางกิโลเมตร ในประเทศแคนาดา โดยเริ่มจากแบบจำลองอย่างง่าย และพบว่าไม่สอดคล้องกับผลจากการวัด จึงกลับมาตั้งสมมติฐาน หาเหตุผลความไม่สอดคล้องนี้ ต่อมาได้รวมผลเป็นขั้นตอน ตั้งแต่การระเหย การกักเก็บน้ำโดยแรงโน้มถ่วงของโลก และโดยแรงดึงดูดความชื้นในดิน ทั้งนี้แต่ละขั้นตอนถูกตรวจสอบสมมติฐานกับข้อมูลจากการวัด และสามารถแยกผลของการกักเก็บโดยแรงโน้มถ่วงของโลก และโดยแรงดึงดูดความชื้นในดิน มีการศึกษาที่ใช้หลักการจากบนลงล่างสำหรับการพัฒนาแบบจำลองทางอุทกวิทยา [Wittenberg and Sivapalan, 1999; Farmer et al., 2003; Atkinson et al., 2002; Eder et al., 2003]

3.3.1 กลุ่มน้ำที่ศึกษา

กลุ่มน้ำที่เลือกคือกลุ่มน้ำ Collie river basin แสดงในรูปที่ 3.7 มีพื้นที่กลุ่มน้ำ 2,545 ตารางกิโลเมตร ตั้งอยู่ในภูมิภาคตะวันตกเฉียงใต้ของรัฐออสเตรเลียตะวันตก ประเทศออสเตรเลีย ข้อมูลทางอุทกวิทยา ประกอบด้วย ข้อมูลน้ำท่าจากสถานีวัดน้ำท่า 25 สถานี ข้อมูลภูมิอากาศได้จากสถานีวัดน้ำฝน 20 สถานี ซึ่งกระจายอย่างสม่ำเสมอ ทั้งนี้ได้เลือกอนุกรมเวลาของน้ำฝนและน้ำท่า ในช่วงเวลาต่อเนื่อง 9 ปี (ค.ศ. 1983-1991) เป็นช่วงที่สถานีวัดส่วนใหญ่ใช้งานได้ดี รายละเอียดของดิน ธรณีวิทยา ชุดดินและ พืชพรรณ ของกลุ่มน้ำ Collie อธิบายโดย Bettenay et al. [1980] สรุปได้ดังนี้

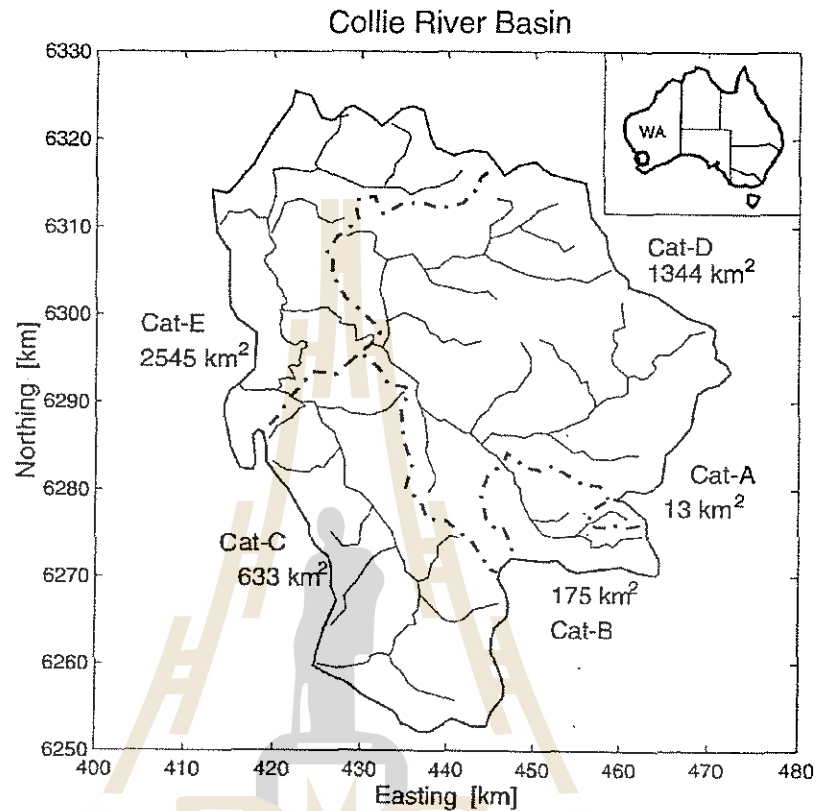
ภูมิอากาศและอุทกวิทยา

กลุ่มน้ำมีภูมิอากาศแบบเมดิเตอร์เรเนียน ซึ่งมีอากาศเย็นและฝนตกในฤดูหนาว (มิถุนายน-สิงหาคม) และอากาศอบอุ่นถึงร้อนในฤดูร้อน (ธันวาคม-กุมภาพันธ์) ปริมาณฝนเฉลี่ยรายปีมีค่าลดลงจาก 1,100 ถึง 550 มิลลิเมตร จากทิศตะวันตกไปทางทิศตะวันออก ประมาณร้อยละ 80 ของฝนทั้งปี เกิดขึ้นในช่วงเดือนพฤษภาคมถึงตุลาคม การระเหยตามศักยภาพ วัดโดย Class A pan มีค่าลดลงจาก 1,600 ถึง 1,400 มิลลิเมตร จากทิศตะวันตกไปทิศตะวันออก ค่าเฉลี่ยในระยะเวลาของฝนรายปี การระเหยตามศักยภาพรายปี และการไหลออกรายปี ของกลุ่มน้ำมีค่า 720 1,500 และ 50 มิลลิเมตร ตามลำดับ

ภูมิประเทศและพืชพรรณ

สภาพพื้นที่ด้านทิศตะวันตกของกลุ่มน้ำ หุบเขามีความลาดชันประมาณ 10-20 % หรือมีความลึกของหุบเขาในช่วง 50-150 เมตร ค่าเหล่านี้ลดลงในทิศตะวันออก หุบเขามีความลาดชันน้อยกว่า 10 % มีความลึกของหุบเขาไม่เกิน 50 เมตร หุบเขาทางทิศตะวันออกมีลักษณะกว้างและแบนราบกว่า ดินที่พบเป็นดินสองชั้น (duplex soil) ประกอบด้วย ชั้นบนเป็นดินลูกรัง ปนกรวดและทรายหนา 1-10 เมตร และมีค่าการนำทางชลศาสตร์ (K_s) สูง ดินชั้นล่างเป็นดินเหนียวปนทราย (kaolinitic sandy clay) ความหนาประมาณ 30 เมตร มีค่า K_s ต่ำ ดินด้านบน (เช่น A horizon soils) ได้ถูกจำแนกเป็นชุดดินต่างๆ (landform types) [Department. of Conservation and Environment, 1980] ข้อมูลความลึกของดินได้ถูกรวบรวมโดยการเจาะสำรวจในสนามจำนวนมาก เพื่อประมาณค่าการกักเก็บเกลือในดิน โดยการช้อนที่บระหว่างแผ่นที่ชุดดินกับตำแหน่งหลุมเจาะสำรวจดินจึงสามารถประมาณการแจกแจง

ความลึกของดิน A horizon soils สำหรับแต่ละชุดดิน [Sivapalan and Woods, 1995] และนำไปใช้ในการพัฒนาแบบจำลองต่อไป



รูปที่ 3.7

แผนที่แสดงตำแหน่งลุ่มน้ำ โครงข่ายลำน้ำและขอบเขตลุ่มน้ำย่อยของลุ่มน้ำของ Collie river basin

พืชพรรณ

พื้นที่ป่าดั้งเดิมปกคลุมด้วยต้นยูคาลิปตัส สปีชีส์ *Eucalyptus marginata* และ *Eucalyptus calophylla* พบตามความลาดชันตอนบนและตอนกลาง บริเวณหุบเขาพบ *Eucalyptus wandoo* และ *Eucalyptus rudis* ในสัดส่วนที่มากขึ้น พื้นที่ป่าที่ถูกทำลายถูกเปลี่ยนเป็นทุ่งหญ้าเลี้ยงสัตว์ สัดส่วนของพื้นที่ ประเมินได้จากภาพถ่ายดาวเทียม Landsat TM (visible band) พบว่า 30 % ของพื้นที่ลุ่มน้ำถูกเปลี่ยนเป็นทุ่งหญ้าเลี้ยงสัตว์

3.3.2 แบบจำลองสมดุลของน้ำรายปี

โดยสมมุติว่าข้อมูลภูมิอากาศใน 1 ปี ประกอบด้วยช่วงเวลาที่ฝนตก (t_r) ช่วงยาวช่วงเดียวและตามด้วยช่วงเวลาที่ฝนไม่ตก $\tau - t_r$ โดย τ มีค่าเท่ากับ 1 ปี ความเข้มข้นฝน p ในช่วงที่ฝนตกสมมุติให้เป็นค่าคงที่ มีค่าเท่ากับปริมาณฝนรายปี P ทหารด้วยช่วงเวลา t_r อัตราการระเหยตามศักยภาพ e_p มีค่า

เท่ากับการระเหยตามศักยภาพรายปี E_p หารด้วย 365 วัน (สมมติให้มีค่าคงที่ตลอดทั้งปี) ค่า P และ E_p มีความแปรเปลี่ยนระหว่างปีได้ แต่สมมติให้ t , มีค่าคงที่เหมือนกันทุกปี

จากความริเริ่มของ Manabe [1969] และ Milly [1994] การจำลองเริ่มต้นด้วยการพิจารณาการตอบสนองของกลุ่มน้ำในเทอมของ ถังเก็บน้ำเดี่ยว (single bucket) เหมือนกับหัวข้อ 3.1.1 ที่มีขนาดความจุที่จำกัด ประเมินจากความลึกของดินเฉลี่ยทั้งพื้นที่และความพรุนของดิน ฝนรายปีถูกแบ่งออกเป็นการระเหยและการไหลออกผิวดิน การระเหยรวมการสูญเสียจากการดัก (interception loss) ของทรงพุ่มของต้นไม้ไว้แล้วและเป็นการรวมการระเหยกับการคายน้ำของพืชเข้าด้วยกันเพื่อตั้งน้ำออกจากถัง ส่วนการไหลออกผิวดินเกิดขึ้นเมื่อปริมาณของน้ำในดินเกินกว่าความจุของดินหรือถังเก็บน้ำ

(1) สมการสมดุลของน้ำ

$$\frac{ds(t)}{dt} = p(t) - q_{se}(t) - e(t) \quad (3.47)$$

โดย $p(t)$ คือความเข้มฝน $q_{se}(t)$ คือการไหลออกจากส่วนเกินการอิ่มตัว $e(t)$ คืออัตราการระเหย และ $s(t)$ คือการกักเก็บของน้ำในดิน อัตราการไหล $q_{se}(t)$ และ $e(t)$ ในสมการ (3.47) อธิบายได้ว่าเป็นฟังก์ชันของการกักเก็บของน้ำในดิน

$$q_s = s - S_b \quad \text{ถ้า } s > S_b \quad (3.48a)$$

$$q_s = 0 \quad \text{ถ้า } s \leq S_b \quad (3.48b)$$

$$e = \frac{s}{S_b} e_p \quad (3.49)$$

โดย $S_b = \phi D$ เป็นความจุในการกักเก็บน้ำของถังเดี่ยว และ D คือความลึกเฉลี่ยของดิน และ ϕ ความพรุนเฉลี่ยของดิน

แบบจำลองสมดุลของน้ำตามสมการ (3.47) มีตัวแปรนำเข้าคืออนุกรมเวลาของฝนและการระเหยตามศักยภาพ ในช่วงเวลาหลายปีโดยใช้ค่าผลรวมรายปีตามที่อธิบายข้างต้น เพื่อหลีกเลี่ยงการไม่ทราบเงื่อนไขเริ่มต้นของการจำลอง จึงสมมติว่าค่าเริ่มต้นของการกักเก็บน้ำในดิน มีค่าเท่ากับค่าสุดท้ายของการกักเก็บน้ำในดินสำหรับแต่ละวงรอบการจำลอง ค่านี้จึงต้องหาด้วยวิธีทำซ้ำ (iteration) จนได้ค่าเริ่มต้นและสุดท้ายที่ใกล้เคียงกัน สมมุติฐานนี้มีเหตุผลสำหรับภูมิอากาศของรัฐออสเตรเลียตะวันตก ที่มีการส่งผ่านความชื้นข้ามปีน้อย

(2) การประมาณค่าพารามิเตอร์

พารามิเตอร์นำเข้าที่จำเป็นสำหรับสมดุลของน้ำรายปีมีดังต่อไปนี้

ภูมิอากาศ P, t, E_p, i

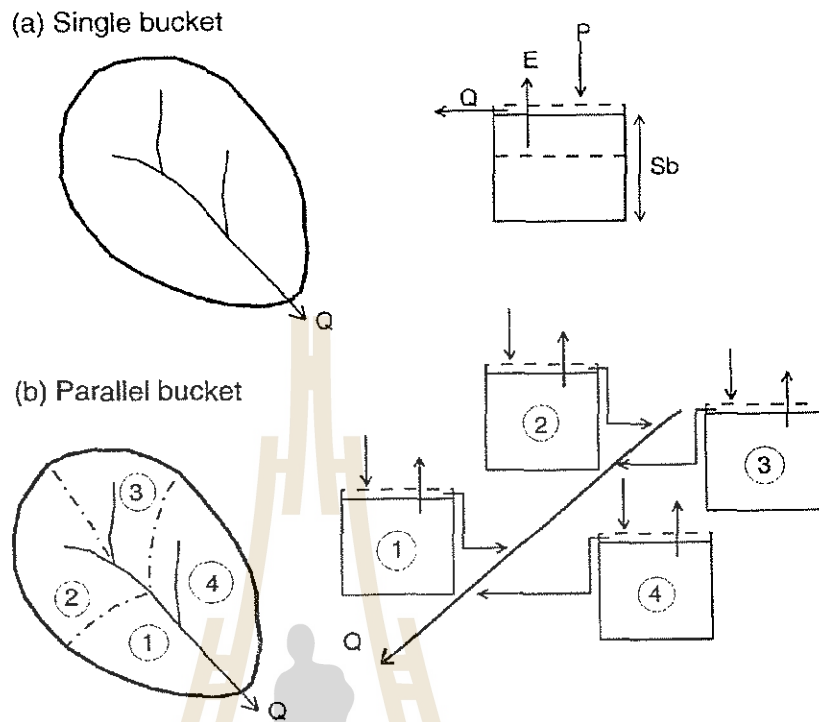
ดิน D, ϕ

แบบจำลองต้องใช้อุณหภูมิอากาศ 2 ชุดคือ ความชื้นฝนและการระเหยตามศักยภาพ ความชื้นฝน p หาได้จากฝนรายปีเฉลี่ย P หารด้วยจำนวนวันที่ฝนตกต่อปี t_r อัตราการระเหยตามศักยภาพ e_p หาได้จากปริมาณการระเหยศักยภาพรายปีหารด้วยจำนวนวันในแต่ละปี (ใช้ 365 วัน) อัตราสูญเสียจากการตกของฝน i เป็นสัดส่วนกับปริมาณฝน สมมติว่ามีค่า 10 % ของฝนสำหรับทุกปี ค่าเฉลี่ยการตกสำหรับพื้นที่ป่าไม้มีค่าประมาณ 13 % และ 70 % ของพื้นที่ศึกษามีสภาพเป็นป่า ปริมาณการระเหยตามศักยภาพประมาณ 1,200 มิลลิเมตร ความลึกเฉลี่ยของดินชั้นบนมีค่า 3 เมตร ความพรุน 0.4 (ดิน sandy loam)

(3) ความซับซ้อนของแบบจำลองที่ต้องการ

วิธีการจากบนลงล่างเริ่มต้นด้วยโครงสร้างแบบจำลองที่ง่ายที่สุด ประกอบด้วยถังเดียว สมมุติลุ่มน้ำ Collie ทั้งหมดมีสภาพภูมิอากาศ ความลึกของดิน ที่สม่ำเสมอเหมือนกันทั้งลุ่มน้ำ (Sim-A1) ในขั้นต่อไปของการเพิ่มความซับซ้อน ใช้ถังน้ำหลายใบต่อกันแบบขนานเป็นตัวแทนของลุ่มน้ำ (รูปที่ 3.8) เริ่มจากสมมุติให้ถังทุกใบมีขนาดเท่ากัน (ความลึกสม่ำเสมอ) แต่มีความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่ของฝนเท่านั้น (Sim-A2) รูปที่ 3.8 ขณะที่คุณสมบัติอื่นของลุ่มน้ำมีค่าคงที่ ในกรณีนี้ใช้การกักเก็บ 16 ถัง มีค่าเท่ากับจำนวนโชนของฝนที่ตกในลุ่มน้ำย่อย จากข้อมูลฝนที่มี 16 สถานี ครอบคลุมทั้งลุ่มน้ำ เพื่อรวมความแปรเปลี่ยนของฝนได้อย่างเพียงพอ ในขั้นต่อไป ถังหลายใบนี้นำไปใช้สำหรับการจำลองความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่ของดิน (ความจุการกักเก็บน้ำ S_b ขณะที่ไม่พิจารณาความแปรเปลี่ยนของภูมิอากาศน้ำเข้า (Sim-A3) เนื่องจากข้อจำกัดของข้อมูลจึงเลือกถัง 4 ใบสำหรับขนาด $S_b = 200, 800, 1,300$ และ $2,000$ มิลลิเมตร เป็นตัวแทนของการแจกแจงตามพื้นที่ของความลึกของดิน ในขั้นตอนสุดท้าย แบบจำลองถังหลายใบนำมาใช้รวมความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่ของทั้งฝนรายปี และความจุของถัง ($16 \times 4 = 64$ ถัง) ด้วยพารามิเตอร์อื่นๆ ยังคงเดิม (Sim-A4) ใช้แบบจำลองแต่ละชุดจำลองสมมูลของน้ำรายปีสำหรับลุ่มน้ำ นำเสนอผลในรูปของกราฟความถี่ เปรียบเทียบกันระหว่างผลจากแบบจำลองและผลการวัดการให้น้ำรายปี (annual water yield) ในรูปความน่าจะเป็นที่การไหลออกรายปี (annual exceedance probability) คือความน่าจะเป็นที่การไหลออกรายปีที่กำหนดมีค่ามากกว่าในปีใดๆ ที่กำหนด ส่วนกลับของความน่าจะเป็นนี้ คือคาบการเกิดซ้ำ (return period) โดยเรียกว่ากราฟความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (inter-annual variability) ของการให้น้ำรายปี และเป็นกราฟแสดงอัตลักษณ์ (signature plot) แรก ที่นำมาประเมินผลการทำนายของแบบจำลอง

รูปที่ 3.9 แสดงการเปรียบเทียบของกราฟความแปรเปลี่ยนระหว่างปี ระหว่างการจำลองแต่ละขั้นตอนที่อธิบายข้างต้นและข้อมูลจากการวัด Sim-A4 ซึ่งรวมความแปรเปลี่ยนทั้งฝนรายปีและความลึกของดิน ให้ผลที่ใกล้เคียงกับผลจากการวัด Sim-A3 ซึ่งมีเฉพาะความแปรเปลี่ยนของความลึกของดิน ให้ผลที่ดีถึงแม้ยังไม่รวมความแปรเปลี่ยนของฝน จึงสรุปได้ว่าสำหรับลุ่มน้ำนี้ ความแปรเปลี่ยนของความลึกของดินมีความสำคัญต่อสมมูลของน้ำมากกว่าความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่ของฝน ถึงแม้ข้อมูลมีความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่ของฝนมาก ฝนเฉลี่ยรายปีลดลงจาก 1,200 มิลลิเมตร จากทิศตะวันตก ลดลงเป็น 550 มิลลิเมตร ในทิศตะวันออก แบบจำลองก้อนรวม (lumped model) ถังเดียว จึงไม่เพียงพอที่จะอธิบายสมมูลของน้ำรายปี

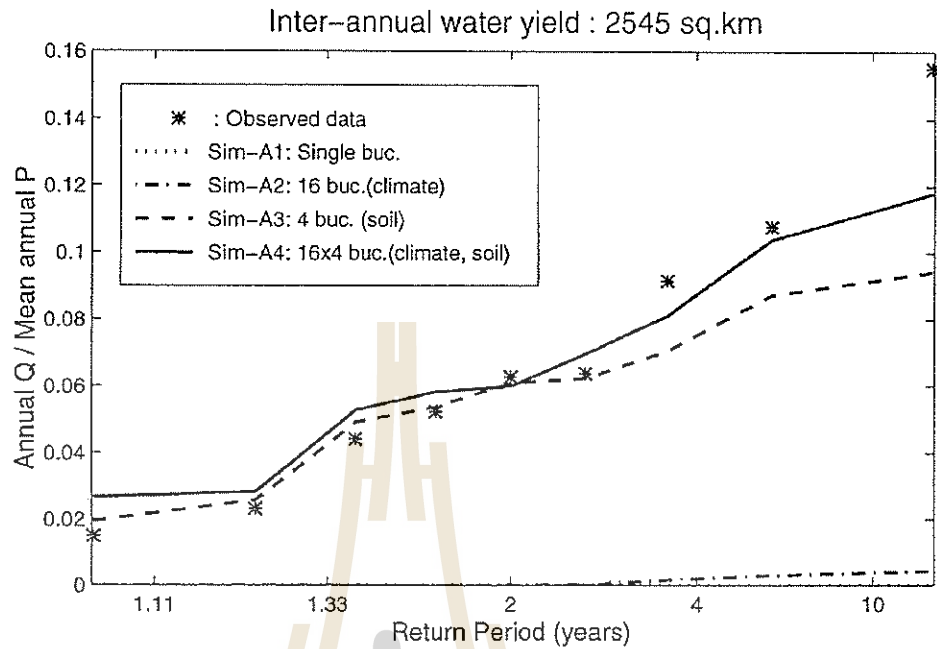


รูปที่ 3.8

แผนภาพเค้าร่างของการแบบจำลองชุดแรก (แบบจำลองรายปี) (a) ถึงเดี่ยว (b) ถึงหลายใบต่อกันแบบขนาน

3.3.3 การสร้างแบบจำลองสมดุลของน้ำรายเดือน

แบบจำลองจากหัวข้อ 3.3.2 นำมาประยุกต์ใช้กับข้อมูลภูมิอากาศน้ำเข้ารายเดือนโดยไม่ได้เปลี่ยนแปลงจำนวนพารามิเตอร์หรือความซับซ้อนของแบบจำลอง ความแตกต่างที่สนใจคือความแปรเปลี่ยนตามฤดูกาลของข้อมูลภูมิอากาศที่นำเข้าแต่ละเดือน แบ่งช่วงเวลาออกเป็น ช่วงเปียก (ฝนตก) และช่วงแห้ง ความชื้นฝนในช่วงที่ฝนตกและการระเหยตามศักยภาพทั้งเดือน สมมติให้มีค่าคงที่สำหรับแต่ละเดือน อนุกรมเวลาระยะยาวหลายปี ของความชื้นฝนและการระเหยตามศักยภาพถูกสร้างขึ้นจากข้อมูลการวัดฝนรายเดือนหารด้วยจำนวนวันที่ฝนตกเฉลี่ยต่อเดือน การระเหยตามศักยภาพรายเดือนหารด้วยจำนวนวันในแต่ละเดือนสำหรับแบบจำลองรายเดือน กราฟความแปรเปลี่ยนของการให้น้ำภายในปี (intra-annual variability water yield) ถูกนำมารวมเป็น อัตลักษณ์ที่สอง ที่แสดงความแปรเปลี่ยนของการไหลออก เพิ่มขึ้นจากความแปรเปลี่ยนระหว่างปีของการให้น้ำรายปีเดิมที่ได้นำมาพิจารณาก่อนแล้ว เงื่อนไขการกักเก็บน้ำเริ่มต้นที่ไม่รู้ค่าสำหรับแต่ละใบ ประมาณว่ามีค่าเท่ากับค่าสุดท้ายของการจำลองในช่วงหลายปี ทำได้โดยวิธีทำซ้ำ เหมือนแบบจำลองรายปี

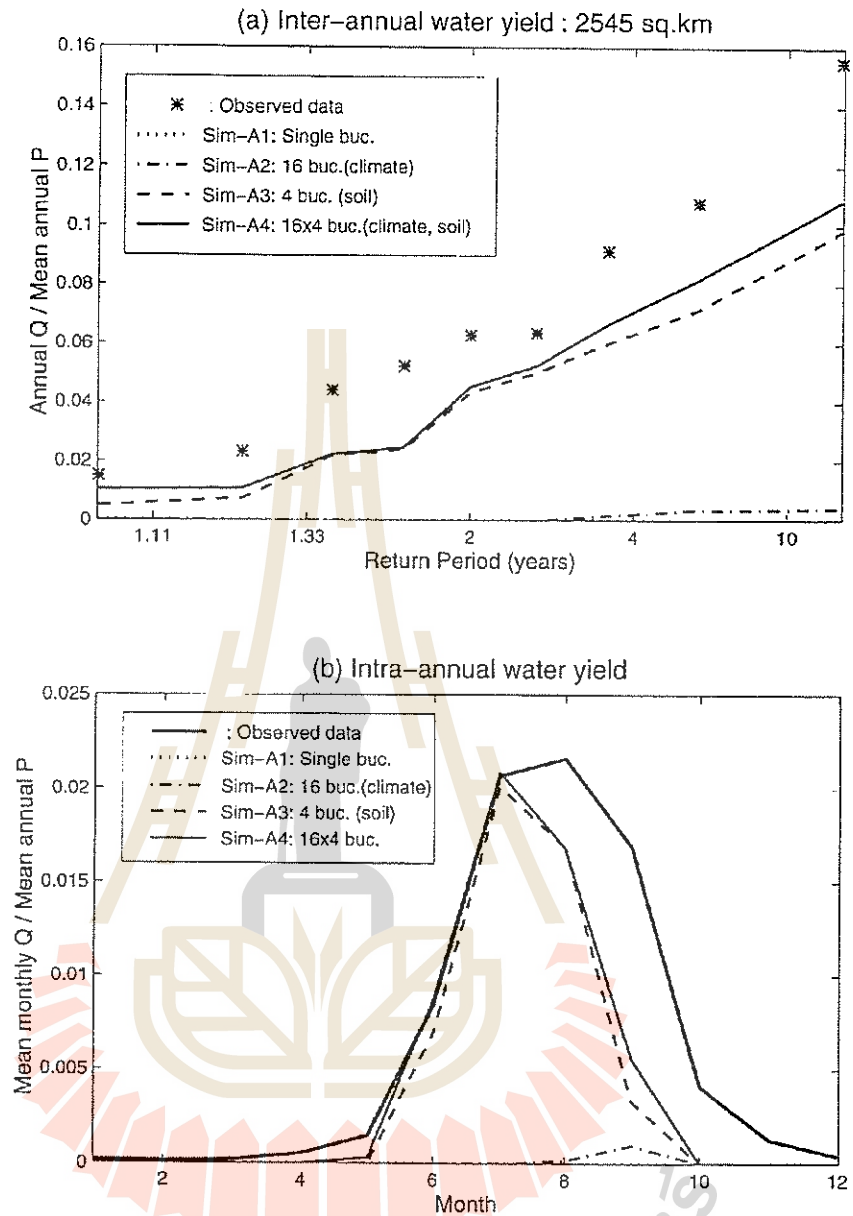


รูปที่ 3.9

การเปรียบเทียบระหว่างผลจากการวัดและผลจากการจำลองการให้น้ำรายปีของแบบจำลองชุดแรก บนฐานข้อมูลน้ำเข้ารายปีสำหรับลุ่มน้ำ Collie

ผลการประยุกต์ใช้แบบจำลองด้วยข้อมูลภูมิอากาศน้ำเข้ารายเดือน นำเสนอในรูปที่ 3.10 กรณีความแปรเปลี่ยนระหว่างปี ผลของ Sim-A1 ถึง Sim-A4 มีความคล้ายคลึงกับผลจากข้อมูลภูมิอากาศรายปี (รูปที่ 3.9) ยกเว้นผลจากแบบจำลองให้ค่าต่ำในกราฟรายปีเล็กน้อย ความแปรเปลี่ยนภายในปี ในรูปที่ 3.10 (b) (เช่นค่าเฉลี่ยรายเดือน) ไม่สามารถให้ผลการทำนายที่ดี ถึงแม้ได้ใช้โครงสร้างแบบจำลองที่ดีที่สุดแล้ว (64 ถึง ต่อแบบขนาน ซึ่งรวมความแปรเปลี่ยนของฝนและความลึกของดินแล้ว) ผลการเปรียบเทียบข้อมูลจากการวัดบ่งบอกว่ามีการทำนายที่ต่ำกว่าที่ควรจะเป็นของการไหลออกรายเดือนในช่วงเดือนกรกฎาคมถึงธันวาคม ซึ่งชี้ให้เห็นว่าควรมีการเพิ่มกลไกชะลออัตราการไหล ในกระบวนการไหลออก

เพื่อปรับปรุงให้ผลการทำนายดีขึ้น องค์ประกอบของแบบจำลองสมดุลของน้ำ (ในตั้งแต่ละใบ) ในแบบจำลองเดิม ถูกขยายให้เพิ่มกระบวนการการไหลออก ดูรูปที่ 3.11 (b) การไหลออกถูกแบ่งออกเป็น 2 องค์ประกอบ คือ การไหลออกใต้ผิวดิน (subsurface runoff) q_{ss} เมื่อการกักเก็บความชื้นในดินเกินกว่าค่าความชื้นชลประทาน (field capacity) และการไหลออกเดิมเกิดจากส่วนเกินการอิมิตัว q_{se} เมื่อถึงเต็มด้วยน้ำจึงเกิดการไหลล้นถึง เพื่อรวมผลของความแตกต่างตามพื้นที่ของพืชพรรณที่ปกคลุมซึ่งปรากฏให้เห็นในลุ่มน้ำที่เกิดจากการตัดป่าไม้เดิมเพื่อนำพื้นที่มาใช้ในการเกษตร การคายระเหยทั้งหมดเดิม จึงถูกแยกออกเป็น การระเหยจากผิวดินเปล่า (bare soil evaporation) e_b และการคายน้ำของพืช (transpiration) e_p กำหนดเป็นสัดส่วนของพื้นที่ว่าเป็นการระเหยจากบริเวณผิวดินเปล่าหรือมีพืชปกคลุม หรือระเหยจากการคายน้ำของพืชจากบริเวณที่มีพืชพรรณรากลึกหรือป่าดั้งเดิม

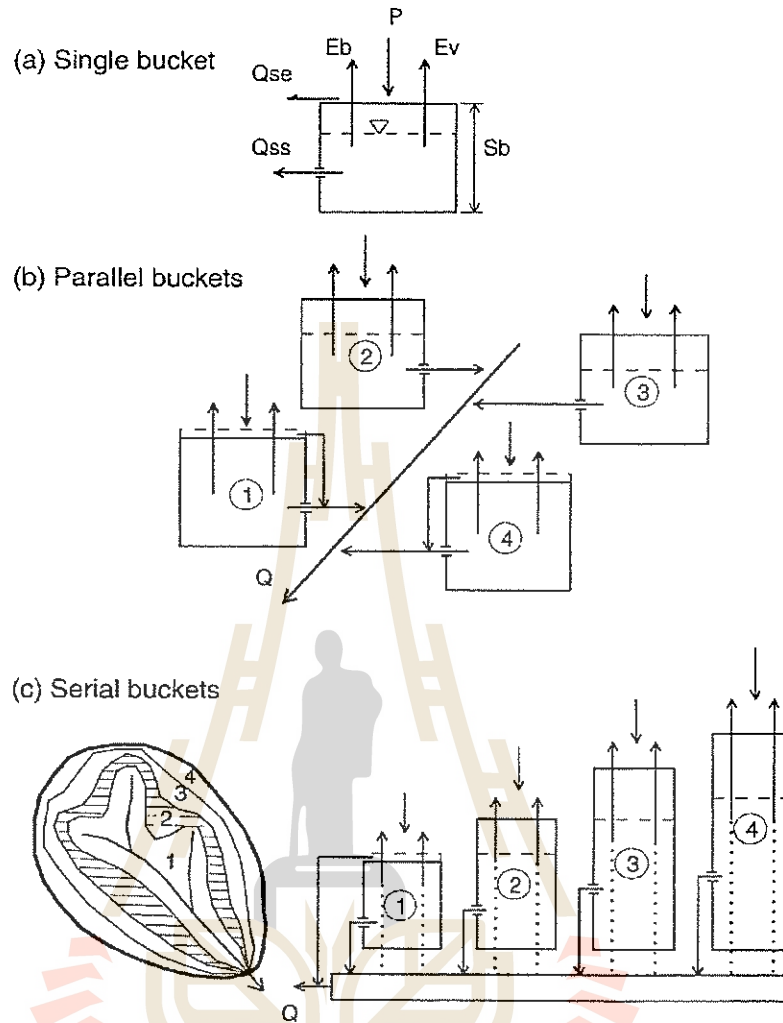


รูปที่ 3.10

การเปรียบเทียบระหว่างผลจากการวัดและผลจากการจำลองการให้น้ำของแบบจำลองรุ่นแรก บนฐานข้อมูลนำเข้ารายเดือนสำหรับลุ่มน้ำ Collie (a) ความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (b) ความแปรเปลี่ยนภายในปี (เฉลี่ยรายเดือน)

(1) สมการสมดุลของน้ำ

สมการสมดุลของน้ำชุดใหม่นี้ สำหรับถึงเดี่ยวใช้เหมือนกับสมการ (3.27) อัตราการไหลออกใต้ผิวดิน ใช้เหมือนกับสมการ (3.28) อัตราการไหลออกจากส่วนเกินการอิ่มตัว ใช้เหมือนกับสมการ (3.29) อัตราการระเหยจากผิวดินเปล่า ใช้เหมือนกับสมการ (3.30) และ (3.31) อัตราการคายน้ำของพืชใช้เหมือนกับสมการ (3.32) และ (3.33)



รูปที่ 3.11

แผนภาพเค้าร่างของแบบจำลองจากการพัฒนาครั้งที่สอง (a) ถึงเก็บน้ำเดียว (b) ถึงหลายใบต่อกันแบบขนาน (c) ถึงหลายใบต่อกันแบบอนุกรม

(2) การประมาณค่าพารามิเตอร์

พารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองสมดุลของน้ำชุดใหม่ที่พัฒนาต่อยอดจากชุดเดิม สามารถจัดกลุ่มได้เป็นดังนี้

- พารามิเตอร์ภูมิอากาศรายเดือน $P_m, t_{rm}, E_{pm}, i_m ; \forall m=1, \dots, 12.$
- พารามิเตอร์ภูมิประเทศและดิน $D, \phi, f_c, L, \tan\beta, K_s$
- คุณสมบัติของพืชพรรณ M, k_v

พารามิเตอร์ของภูมิอากาศรายเดือนได้จากข้อมูลการวัดอัตราการระเหยตามศักยภาพและข้อมูลฝนรายเดือน พารามิเตอร์ของภูมิประเทศและดินสำหรับลุ่มน้ำ Collie แสดงในตารางที่ 3.1 พารามิเตอร์สำหรับแบบจำลอง t_c สามารถประมาณจากลักษณะของกลุ่มน้ำตามตารางที่ 3.1 โดยใช้สมการ (3.3) ตารางที่ 3.2 สรุปค่าพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองที่เป็นค่าประมาณเฉลี่ยทั้งลุ่มน้ำ ทั้งนี้ขนาดและ

ลักษณะของกลุ่มน้ำในตารางที่ 3.1 เป็นค่าประมาณโดยเฉลี่ย ซึ่งตามปกติจะมีค่าแตกต่างกัน แปรเปลี่ยนตามพื้นที่มาก ตัวอย่างเช่น ค่า K_s ที่วัดได้จากจุดต่างๆในกลุ่มน้ำขนาดเล็ก (กลุ่มน้ำ Wights ขนาด 0.94 ตารางกิโลเมตร) พบว่ามีค่าอยู่ระหว่าง 0.2 ถึง 22.7 เมตรต่อวัน [Sharma et al., 1987b] ด้วยความแปรเปลี่ยนเช่นนี้ การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับพื้นที่ของทั้งกลุ่มน้ำจึงมีความไม่แน่นอนที่ต้องคำนึงถึง และจะมีผลต่อความไม่แน่นอนของการทำนายโดยแบบจำลอง ประเด็นนี้ได้มีการวิจารณ์ในลักษณะเดียวกันโดย Atkinson et al., [2002] แบบจำลองนี้ทำงานได้โดยไม่มีการหลากในลำน้ำเพราะเวลาเดินทางของการไหลของน้ำในกลุ่มน้ำอยู่ในช่วง 2 ถึง 3 วัน ซึ่งสั้นกว่ามาตราส่วนเวลาทั้งรายปีและรายเดือนของแบบจำลองมาก แบบจำลองจะถูกประเมินผลการใช้งานและพัฒนาเป็นลำดับจนถึงขั้นที่จำเป็นต้องใช้การหลากต่อไป

ตารางที่ 3.1

ค่าเฉลี่ยลักษณะพื้นที่ของกลุ่มน้ำ Collie

พารามิเตอร์	ค่า	หน่วย
L	300	เมตร
$\tan\beta$	0.1	-
ϕ	0.4	-
K_s	10	เมตร/วัน
D	3.0	เมตร

ตารางที่ 3.2

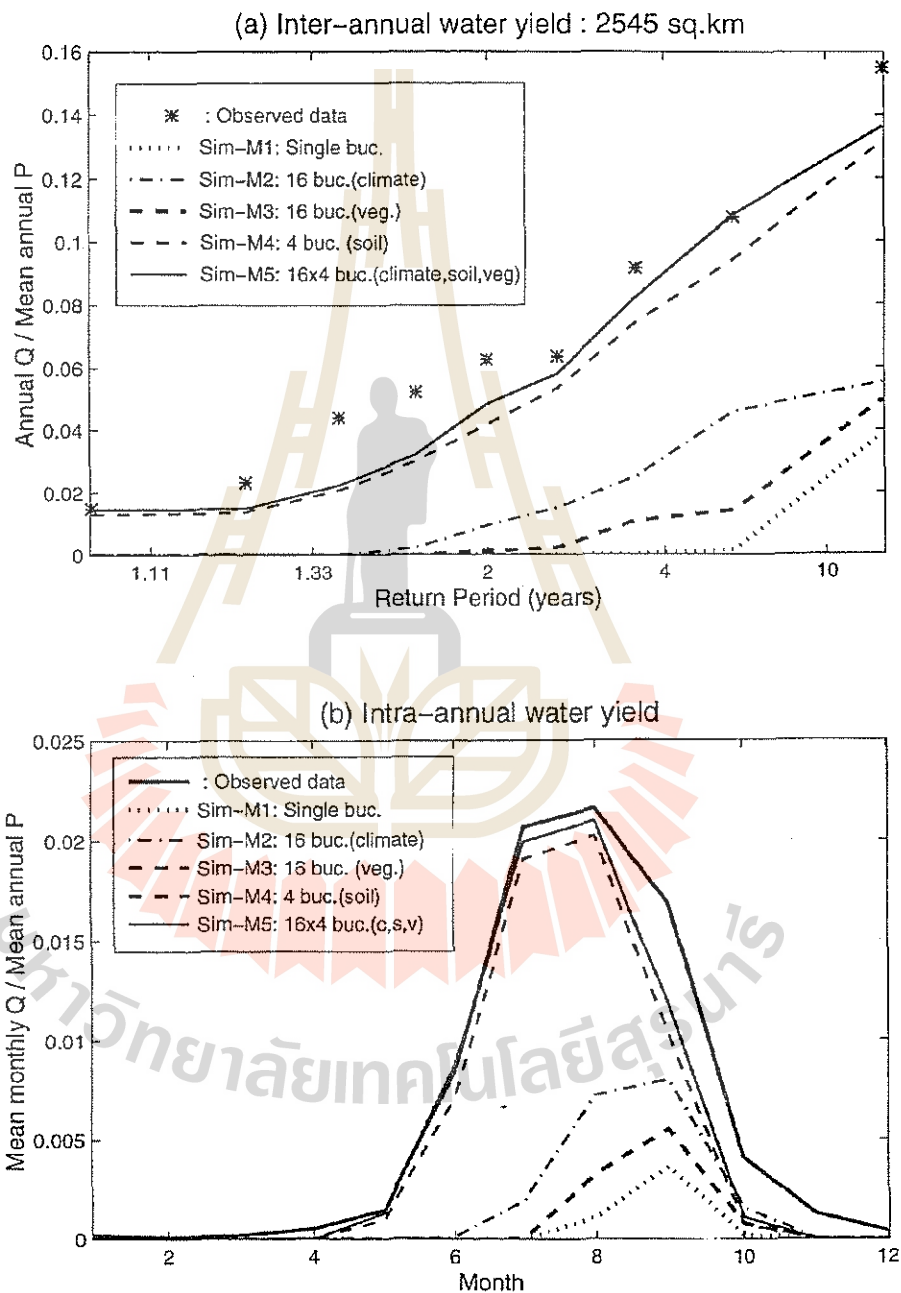
ค่าพารามิเตอร์เฉลี่ยตามพื้นที่สำหรับแบบจำลองระยะที่สอง (แบบจำลองรายเดือน)

พารามิเตอร์	ค่า	หน่วย
S_b	1200	มิลลิเมตร
f_c	0.16	-
t_c	60	วัน
M	0.7	-
k_v	1.2	-
i	10	%

(3) การวิเคราะห์ความซับซ้อนของแบบจำลอง

เหมือนกับหัวข้อ 3.3.2 (3) การวิเคราะห์ความซับซ้อนได้ดำเนินการใน 5 ขั้นตอน (สัญลักษณ์ Sim-M1 ถึง Sim-M5) เพื่อตรวจสอบการควบคุมจากภูมิอากาศ ดินและพืชพรรณ ที่มีต่อความแปรเปลี่ยนของการไหลออก รูปที่ 3.12 แสดงการเปรียบเทียบผลของความแปรเปลี่ยนระหว่างปีและภายในปี (เฉลี่ยรายเดือน) ของการให้น้ำระหว่างแต่ละขั้นตอนการจำลอง เทียบกับข้อมูลจากการวัด ผลการจำลองขั้นตอนที่ห้า (Sim-M5, 64 ถัง) แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองใหม่นี้ เมื่อใช้ถึงหลายใบต่อกันแบบขนาน สามารถจำลองความแปรเปลี่ยนระหว่างปีและภายในปีได้ดีกว่า เปรียบเทียบกับ Sim-A4 ในรูปที่

3.10 ยืนยันได้ว่าการไหลออกใต้ผิวดินที่ทำให้มีการชะลอการไหลออก และแยกการระเหยเป็นการระเหยจากผิวดินเปล่าและการคายน้ำของพืช มีความจำเป็นสำหรับการทำนายความแปรเปลี่ยนภายในปีของการไหลออกที่ถูกต้องมากขึ้น การรวมการไหลใต้ผิวดิน ซึ่งมักเรียกว่าถังรั่ว (leaky bucket) ทำให้แบบจำลองสามารถทำนายผลได้อย่างใกล้เคียงกับการวัด ที่เกิดการชะลอการไหลที่พบจากข้อมูลการไหลรายเดือน



รูปที่ 3.12

การเปรียบเทียบผลการวัดและผลการจำลองการให้น้ำจากแบบจำลองรุ่นที่สอง ที่ใช้ข้อมูลนำเข้ารายเดือน สำหรับลุ่มน้ำ Collie (a) ความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (b) ความแปรเปลี่ยนภายในปี (เฉลี่ยรายเดือน)

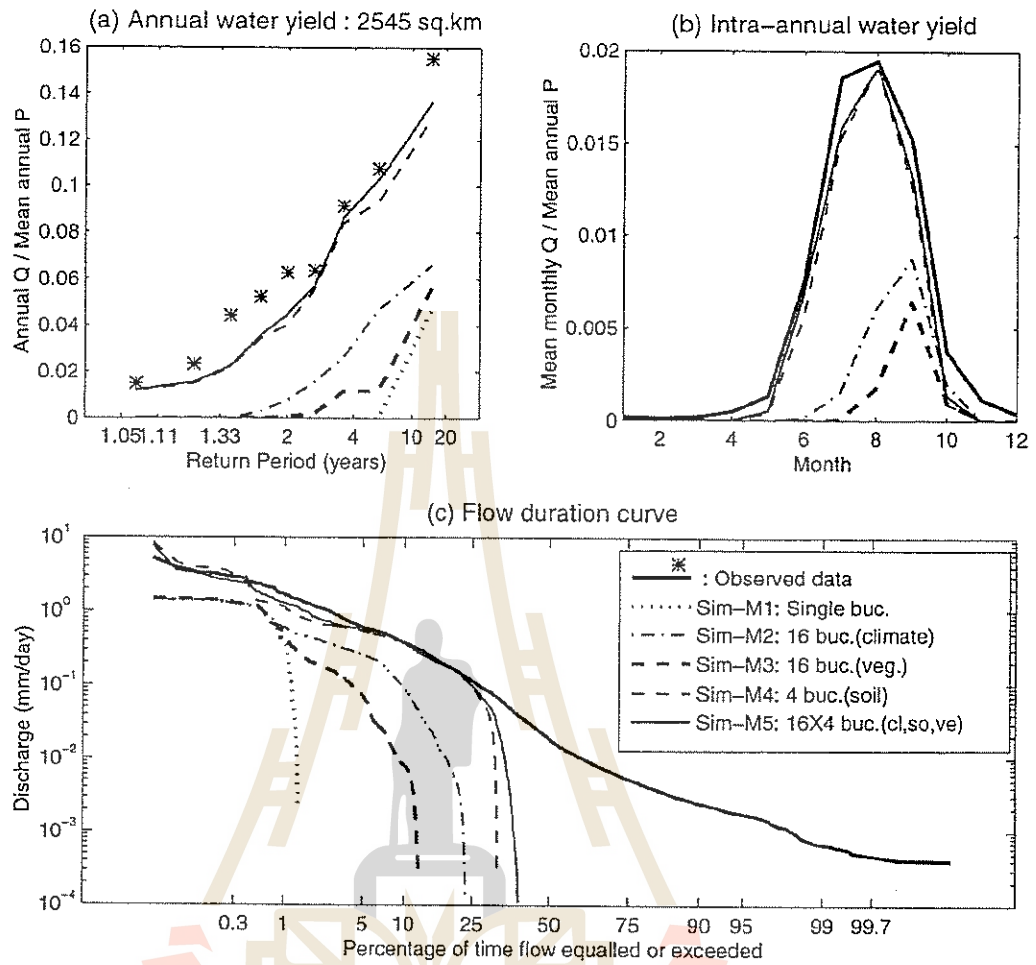
3.3.4 การสร้างแบบจำลองสมดุลของน้ำรายวัน

การทดสอบแบบจำลองการกักเก็บน้ำในหัวข้อที่ 3.3.3 โดยใช้ข้อมูลนำเข้ารายเดือน ได้นำมาทดสอบต่อไปว่าความซับซ้อนของกระบวนการเหล่านี้ เพียงพอที่จะใช้ทำนายเป็นรายวันได้หรือไม่ ทั้งนี้ ถ้าพบว่าไม่เพียงพอ เป้าหมายต่อไปจะได้เป็นการค้นหาว่าควรจะมี ความซับซ้อนของกระบวนการอะไรที่จำเป็นต้องเพิ่มเข้ามา ทำให้ผลการทำนายสอดคล้องกับข้อมูลการไหลออกจากการวัด

กราฟช่วงเวลาการไหล (flow duration curve) ได้ถูกนำมาใช้เป็น กราฟแสดง อัตลักษณ์ตัวที่สาม สำหรับตรวจสอบ ความแปรเปลี่ยนการไหลออกเพิ่มเติมจากกราฟแสดงอัตลักษณ์ตัวที่หนึ่งและสอง คือ กราฟความแปรเปลี่ยนระหว่างปีและภายในปีที่ใช้มาก่อนหน้านี้ กราฟช่วงเวลาการไหลเป็นกราฟ ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหลรายวันกับความน่าจะเป็น ซึ่งมีความมากกว่าจำนวนวันใดๆ ที่กำหนด อีกนัยยะหนึ่งคือเป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการไหลรายวัน เป็นการนำเสนอความแปรเปลี่ยน ภายในปีสุ่มของน้ำท่า (within-year random variability stream flows) รูปที่ 3.13 แสดงการ เปรียบเทียบผลจากแบบจำลองสำหรับ 5 ขั้นตอน ของการจำลอง เหมือนกับที่ได้ดำเนินการมาแล้วใน หัวข้อ 3.3.3 แต่ครั้งนี้ใช้ข้อมูลนำเข้ารายวันของความเข้มข้นและการระเหยตามศักยภาพ ความซับซ้อน ของแบบจำลองถูกประเมินในลักษณะที่ แบบจำลองสามารถที่จะสร้างกราฟอัตลักษณ์ของความ แปรเปลี่ยนการไหลทั้ง 3 อย่างได้ใกล้เคียงกับผลจากการวัดเพียงใด

ผลการจำลองนำเสนอในรูปที่ 3.13 สำหรับทั้งลุ่มน้ำ Collie แสดงให้เห็นว่ากราฟความแปรเปลี่ยน ระหว่างปีและภายในปี ได้ผลไม่แตกต่างกันจากหัวข้อ 3.3.3 เส้นกราฟที่ใกล้กับข้อมูลการวัดมากที่สุดเป็น กราฟของดังหลายใบ ซึ่งรวมผลของความแปรเปลี่ยนของดิน ภูมิอากาศ และพืชพรรณ เข้าไว้ด้วย อย่างไรก็ตาม กราฟช่วงเวลาการไหลยังให้ผลได้ไม่ดี โดยเฉพาะที่อัตราการไหลค่าน้อย ปลายหางของ กราฟช่วงเวลาการไหล ที่ยังทำนายได้ต่ำกว่าความจริง ข้อมูลการวัดการไหลออกชี้แนะว่า น้ำท่าของ แม่น้ำ Collie พบว่ามีน้ำท่าไหลตลอดทั้งปี แบบจำลองปัจจุบัน (รูปที่ 3.11(b) สมการ (3.27) ถึง (3.33)) ทำนายการไหลออกได้ประมาณ 6 เดือนเท่านั้น (รูปที่ 3.13 (c)) ดังนั้นจึงจำเป็นต้องพิจารณาเพิ่มความ ซับซ้อนเพื่อให้ผลการจำลองที่อัตราการไหลค่าน้อยดีขึ้น

เพื่อตรวจสอบความเพียงพอของแบบจำลองในการทำนายในพื้นที่ขนาดใหญ่ จนถึงลุ่มน้ำขนาดเล็ก ขั้นตอนต่อไปจึงเป็นการประยุกต์แบบจำลองนี้ใช้กับลุ่มน้ำย่อยขนาดเล็ก 13 ตารางกิโลเมตร (สัญลักษณ์ Cat-A ในรูปที่ 3.7) ด้วยโครงสร้างและพารามิเตอร์ของแบบจำลองเหมือนเดิม ผลการจำลอง (Sim-D1) แสดงในรูปที่ 3.14 การจำลองให้ผลแย่ง ส่วนใหญ่ทำนายได้ต่ำสำหรับทุกกราฟแสดงอัตลักษณ์ เมื่อ เปรียบเทียบกับการจำลองในภาพรวมของทั้งลุ่มน้ำ นอกจากปัญหาการทำนายการไหลที่มีค่าน้อยแล้ว ผลเช่นนี้ยังชี้แนะว่า พารามิเตอร์สำหรับลุ่มน้ำ Collie ทั้งลุ่มน้ำไม่เพียงพอที่จะนำมาใช้ทำนายลุ่มน้ำย่อย ขนาดเล็ก ซึ่งควรปรับพารามิเตอร์ของแบบจำลองให้เหมาะสมกับลุ่มน้ำย่อยขนาดเล็กนี้ แต่ยังไม่สามารถ ดำเนินการได้ในขั้นตอนนี้ เนื่องจากยังไม่มีข้อมูลดินสำหรับลุ่มน้ำย่อย



รูปที่ 3.13

การเปรียบเทียบการให้น้ำระหว่างการวัดและผลจากการจำลองจากแบบจำลองรุ่นที่สอง ใช้ข้อมูลน้ำเข้ารายวัน สำหรับลุ่มน้ำ Collie (a) ความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (b) ความแปรเปลี่ยนภายในปี (เฉลี่ยรายเดือน) (c) กราฟช่วงเวลากการไหล (การไหลรายวัน)

(1) ความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและการไหลแบบไม่ใช้เชิงเส้น

เพื่อตอบสนองต่อความไม่เพียงพอของแบบจำลองรายวัน ความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและการไหลของการไหลออกใต้ผิวดินได้ถูกปรับปรุงจากความสัมพันธ์เชิงเส้นเป็นแบบไม่ใช้เชิงเส้น สมการความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและการไหลเดิม สมการ (3.28) ใช้กับพารามิเตอร์ t_c ถูกแทนที่ด้วยสัมพันธ์แบบไม่ใช้เชิงเส้น ประกอบด้วยพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ a และ b

$$q_{ss} = \left[\frac{s - s_f}{a} \right]^{\frac{1}{b}} \quad \text{ถ้า } s > s_f \quad (3.50a)$$

$$q_{ss} = 0 \quad \text{ถ้า } s < s_f \quad (3.50b)$$

พารามิเตอร์ a และ b สามารถหาได้จากการวิเคราะห์ชลภาพส่วนลด (recession analysis) ชลภาพจากการวัด ก่อนนำพารามิเตอร์มาใช้กับแบบจำลอง พิจารณาสมการคงมวล (สมการ (3.27)) สำหรับการกักเก็บน้ำใต้ผิวดินเป็นผลจากฝนที่ตก เช่น เมื่อฝนหยุดตก สมมติไม่คิดการไหลออกผิวดินและการสูญเสียจากการระเหย (เป็นสมมติฐานที่มีเหตุผลสำหรับลุ่มน้ำ Collie) สมการ (3.27) จึงถูกทำให้ง่ายขึ้นลดรูปเป็น $ds/dt = -q_{ss}$ สมมติว่าเป็นการภาวะกึ่งคงที่ตามเวลา (quasi-steady) สมมติว่า $Q = q_{ss}$ โดย Q เป็นอัตราการไหลในแม่น้ำ (ทำให้เป็นรูปทั่วไปโดยหารด้วยพื้นที่ลุ่มน้ำ) รวมกับสมการ (3.50) นำไปสู่ [Wittenberg, 1999; Wittenberg and Sivapalan, 1999]:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q^{2-b}}{ab} \quad (3.51)$$

$$Q_t = Q_0 \left[1 + \frac{(1-b)Q_0^{1-b}}{ab} t \right]^{\frac{1}{b-1}} \quad (3.52)$$

โดย Q_0 คืออัตราการไหลจากการวัดที่จุดเริ่มต้นของชลภาพส่วนลด และ Q_t คืออัตราการไหลจากการวัดที่เวลา t ค่า a และ b สามารถประมาณได้ตามสมการ (3.52) จากการฟิตกราฟกับชลภาพส่วนลดจากการวัด ด้วยวิธีการพิตยกำลังสองที่น้อยที่สุดแบบทำซ้ำ (iterative least squares fitting method) [Wittenberg, 1994]

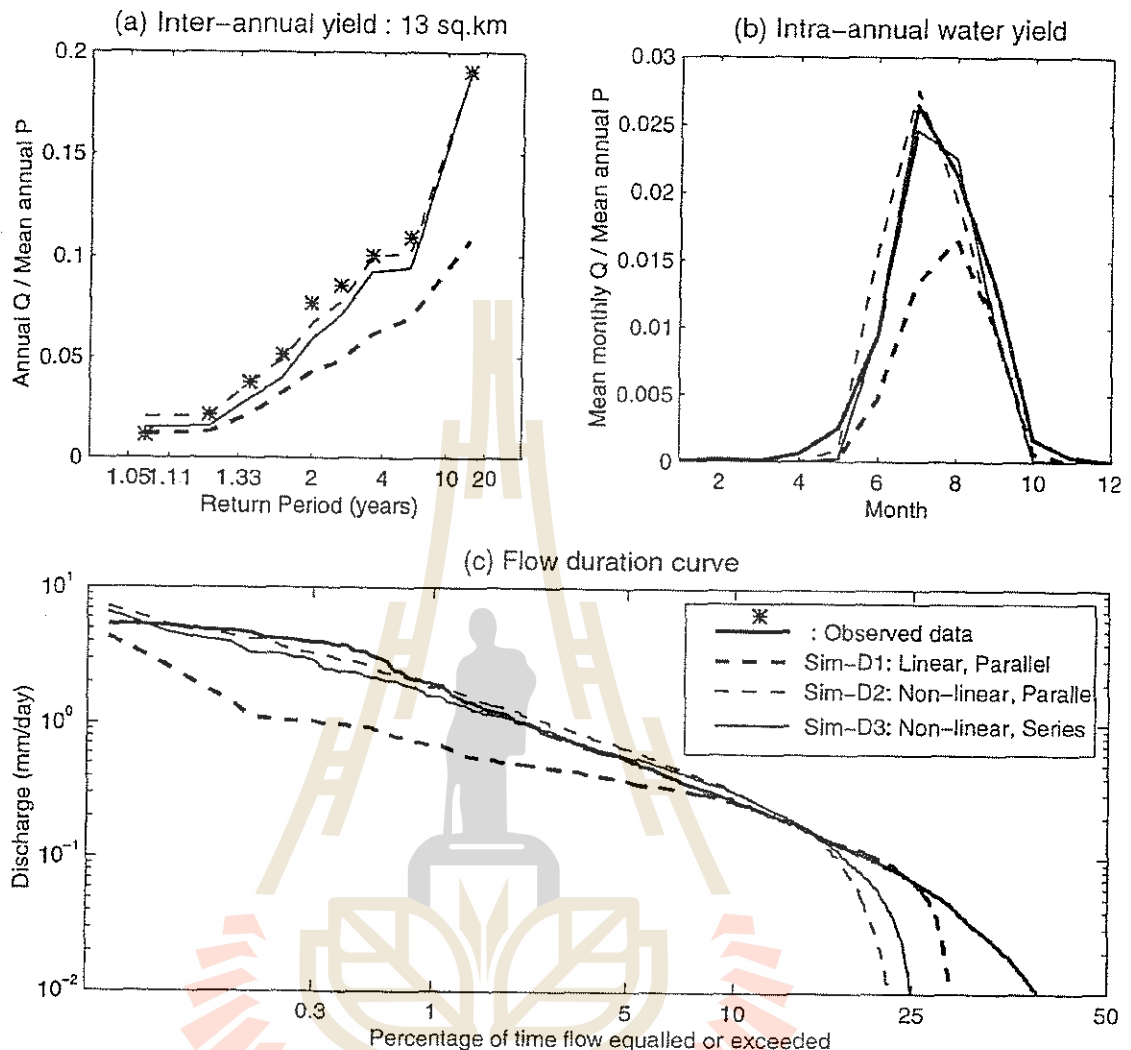
ค่าคงที่ a และ b จากความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บ-อัตราการไหล โดยหลักการยังสามารถหาค่าได้จากการเป็นฟังก์ชันกับลักษณะลุ่มน้ำ Brutsaert and Nieber [1977] แสดงให้เห็นว่าความลาดชันของชลภาพส่วนลด dQ/dt เป็นฟังก์ชันกับอัตราการไหล Q เช่นกันคือ $\frac{dQ}{dt} = -a_1 Q^{b_1}$ โดย a_1 และ b_1 เป็นค่าคงที่ ประมาณได้บนพื้นฐานของ Boussinesq's approximation ที่ใช้กับปัญหาการไหลของน้ำใต้ดินแบบอิสระดังนี้ (ปรับหน่วย Q [LT⁻¹] และ s [L])

$$a_1 = \frac{4.804 K_s^{\frac{1}{2}} L}{\phi \alpha^{\frac{3}{2}} A^{\frac{3}{2}-b_1}} \quad \text{และ} \quad b_1 = \frac{3}{2} \quad (3.53)$$

โดย L คือความยาวลำน้ำของการระบายน้ำออกจากลุ่มน้ำพื้นที่ A , K_s เป็นค่าการนำทางชลศาสตร์ที่อิมิตัวด้วยน้ำประสิทธิผลด้านข้าง (lateral, effective saturated hydraulic conductivity) ϕ เป็นความพรุน (drainable porosity) และ α เป็นสัดส่วนของลุ่มน้ำที่มีชั้นให้น้ำใต้ดินอยู่ด้านล่างและให้น้ำพารามิเตอร์ a และ b มีความสัมพันธ์กับ a_1 และ b_1 ของ Brutsaert and Nieber ดังนี้

$$a = \frac{1}{a_1 b} \quad , \quad b = 2 - b_1 \quad (3.54)$$

แทนค่า (3.53) ใน (3.54) กำหนดความหนาแน่นการระบายน้ำ (drainage density) $D_d = L/A$ แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง a และ b กับลักษณะของลุ่มน้ำดังนี้



รูปที่ 3.14

การเปรียบเทียบการให้น้ำระหว่างผลการวัดและผลจากการจำลอง 3 ขั้นตอน จากแบบจำลองรุ่นที่สอง ใช้ข้อมูลนำเข้ารายวัน สำหรับลุ่มน้ำย่อย Cat-A 13 ตารางกิโลเมตร Sim-D1: ความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและการไหลเป็นแบบเชิงเส้น รวมกับถึงหลายใบต่อแบบขนาน Sim-D2: ความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและการไหลเป็นแบบไม่ใช่เชิงเส้น รวมกับถึงหลายใบต่อแบบขนาน Sim-D3: ความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและการไหลเป็นแบบไม่ใช่เชิงเส้น รวมกับถึงหลายใบต่อแบบอนุกรม (a) ความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (b) ความแปรเปลี่ยนภายในปี (เฉลี่ยรายเดือน) (c) กราฟช่วงเวลาการไหล (การไหลรายวัน)

$$a = \frac{\varphi \alpha^{\frac{1}{2}} A^{b-1}}{4.804 K_s^{1/2} b D_d} \quad \text{และ} \quad b = 0.5 \quad (3.55)$$

ความสัมพันธ์ที่คล้ายคลึงกัน นำเสนอโดย Wittenberg [1999] Troch et al., [1993] ประยุกต์ใช้สมการ (3.53) และเทคนิคของ Brutsaert-Nieber เพื่อประมาณค่าการนำทางชลศาสตร์มาตราส่วนระดับลุ่มน้ำ K_s พบว่าค่าของ K_s มีขนาด 10 ถึง 100 เท่า มากกว่าค่าจากมาตราส่วนระดับห้องทดลอง ซึ่งให้คำอธิบายว่าเป็นผลจากการไหลตามสะดวก (preferential flow) และมีการไหลผ่าน

ช่องว่างในดินขนาดใหญ่ (macro pores) ด้วยเหตุผลนี้จึงเลือกใช้การประมาณค่า a และ b โดยตรงจากการวิเคราะห์ชลภาพส่วนลด

สำหรับภูมิภาคกึ่งแห้งแล้ง (semi-arid) เช่นนี้ อิทธิพลของการระเหยมีผลอย่างมาก ส่งผลต่อค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณจากชลภาพส่วนลดที่แตกต่างกันในฤดูร้อนและฤดูหนาว ซึ่งไม่สามารถละลายได้ในการวิเคราะห์ส่วนลดนี้ *Wittenberg and Sivapalan* [1999] ได้นำเสนอแผนวิธีการทำซ้ำ เพื่อแยกผลของการระเหยออกจากการระบายน้ำได้ดิน เทคนิคนี้นำมาใช้ประมาณพารามิเตอร์ a และ b ในกลุ่มน้ำ Collie และกลุ่มน้ำย่อยภายใน นำเสนอในตารางที่ 3.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลและสนับสนุนโดยผลการศึกษาทางทฤษฎีในอดีต ชี้แนะว่า พารามิเตอร์ b มีค่าประมาณ 0.5 และเพื่อความง่ายในการนำไปใช้จึงใช้เป็นค่าคงที่

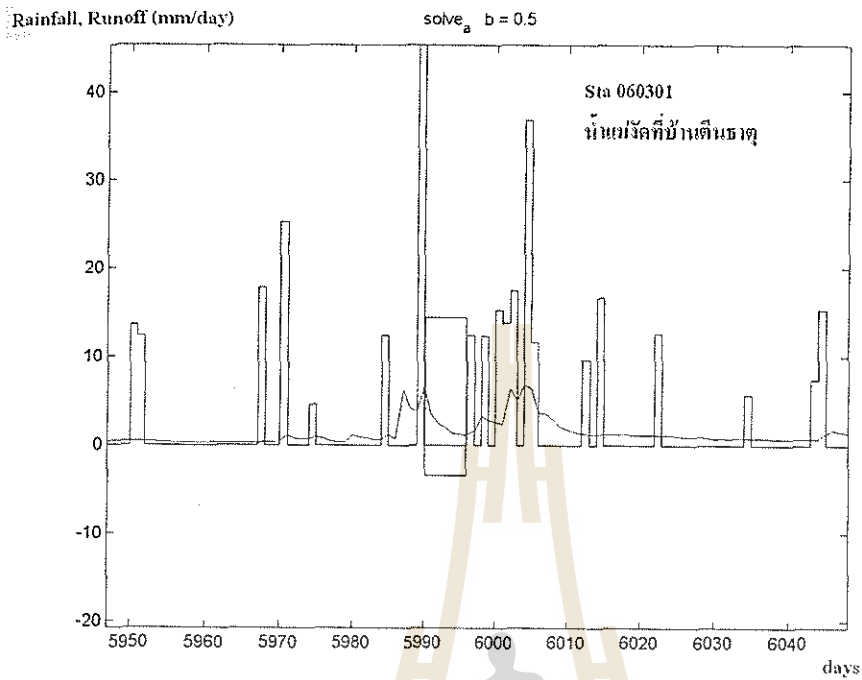
รูปที่ 3.15 แสดงการซ้อนกราฟแห่งของการเกิดฝนกับชลภาพ พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างน้ำฝนและน้ำท่า เพื่อคัดเลือกชลภาพส่วนลด เป็นตัวอย่างข้อมูลน้ำท่าจากสถานีบ้านดินธาตุ กลุ่มน้ำย่อยแมงจืด กลุ่มน้ำปึงตอนบน จังหวัดเชียงใหม่ รูปที่ 3.16 แสดงตัวอย่างการวิเคราะห์ชลภาพส่วนลด เพื่อประมาณค่า a และ b จากชลภาพส่วนลดที่เลือกจากรูปที่ 3.15 ได้ค่า $a=8.5$, $b=0.5$ [*ฉัตรชัย และ เซาว์น, 2552*]

(2) ผลของความไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinearity) ในกลุ่มน้ำย่อยขนาดเล็ก

การทดสอบใช้ความไม่เป็นเชิงเส้น สำหรับการไหลออกจากใต้ผิวดินถูกตรวจสอบด้วยการจำลอง (Sim-D2) สำหรับกลุ่มน้ำย่อย Cat-A (13 ตารางกิโลเมตร) ด้วยพารามิเตอร์ที่ประมาณข้างต้น ผลการทดสอบนำเสนอในรูปที่ 3.14 (Sim-D2 ไม่เป็นเชิงเส้น ถึงต่อแบบขนาน) ผลการเปรียบเทียบระหว่าง Sim-D1 และ Sim-D2 แสดงให้เห็นว่าความไม่เป็นเชิงเส้นให้ผลดังนี้ (1) เพิ่มปริมาณการให้น้ำทั้งรายปีรายเดือน อย่างมีนัยสำคัญ ให้ผลดีขึ้นสอดคล้องกับค่าจากการวัด (2) เพิ่มขนาดของอัตราการไหลสูงสุด ทำให้ปลายด้านน้ำมากของกราฟช่วงเวลาการไหลใกล้ผลจากการวัดมากขึ้น อย่างไรก็ตามสามารถปรับปรุงผลของการไหลต่ำสุดได้เพียงเล็กน้อย

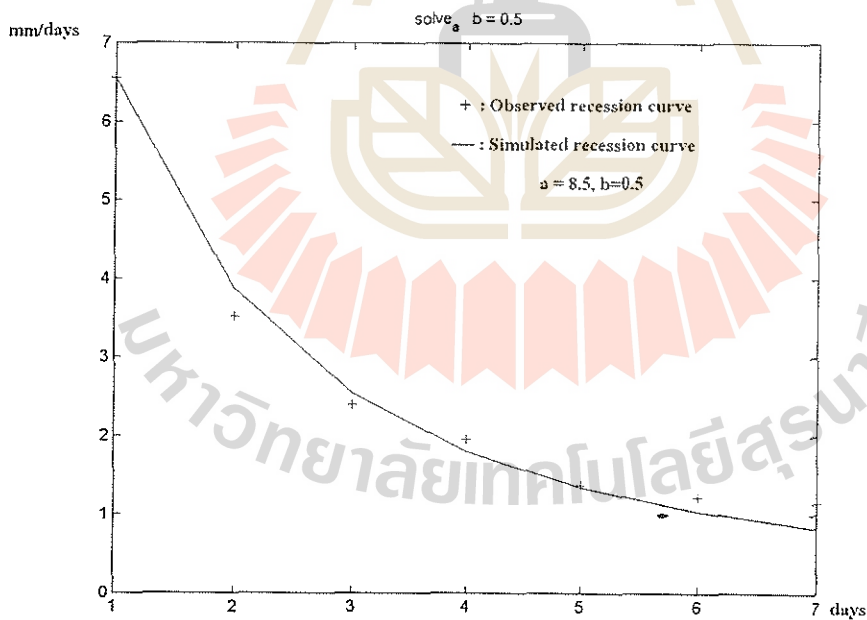
(3) ถึงหลายใบต่อแบบอนุกรม (multiple buckets in series)

การจัดทำถังหลายใบจนถึงขณะนี้เป็นการต่อกันแบบขนาน ซึ่งมีความเป็นไปได้ว่าอาจไม่เพียงพอสำหรับกลุ่มน้ำขนาดเล็ก เพราะไม่ได้สนใจปฏิสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บต่างถังกัน การต่อถังแบบอนุกรมหมายถึงการไหลออกใต้ผิวดินเกิดจากการกักเก็บที่เข้าร่วมกันระหว่างถังหลายใบ (รูปที่ 3.11(c)) รูปที่ 3.14 แสดงการเปรียบเทียบผลระหว่าง Sim-D2 (ไม่ใช่เชิงเส้น แบบขนาน) และ Sim-D3 (ไม่ใช่เชิงเส้นแบบอนุกรม) ด้วยองค์ประกอบอื่นๆ ที่เหมือนกันกับถังขนาดต่างๆก่อนหน้านี้ ผลการเปรียบเทียบแสดงให้เห็นว่า การต่อแบบอนุกรม (serial bucket) ให้ผลดีต่อกราฟช่วงเวลาการไหลมากกว่าถึงต่อแบบขนาน และไม่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลง กราฟอัตลักษณ์ทั้ง 2 กราฟ



รูปที่ 3.15

อนุกรมเวลาของฝน (กราฟแท่ง) และชลภาพ (กราฟเส้น) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ a และ b จากข้อมูลน้ำท่า สถานีแม่จันทน์ที่บ้านดินธาตุ ลุ่มน้ำปึงตอนบน



รูปที่ 3.16

การวิเคราะห์ชลภาพส่วนลด เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ a และ b จากข้อมูลน้ำท่า สถานีแม่จันทน์ที่บ้านดินธาตุ ลุ่มน้ำปึงตอนบน ได้ $a=8.5, b=0.5$

ตารางที่ 3.3

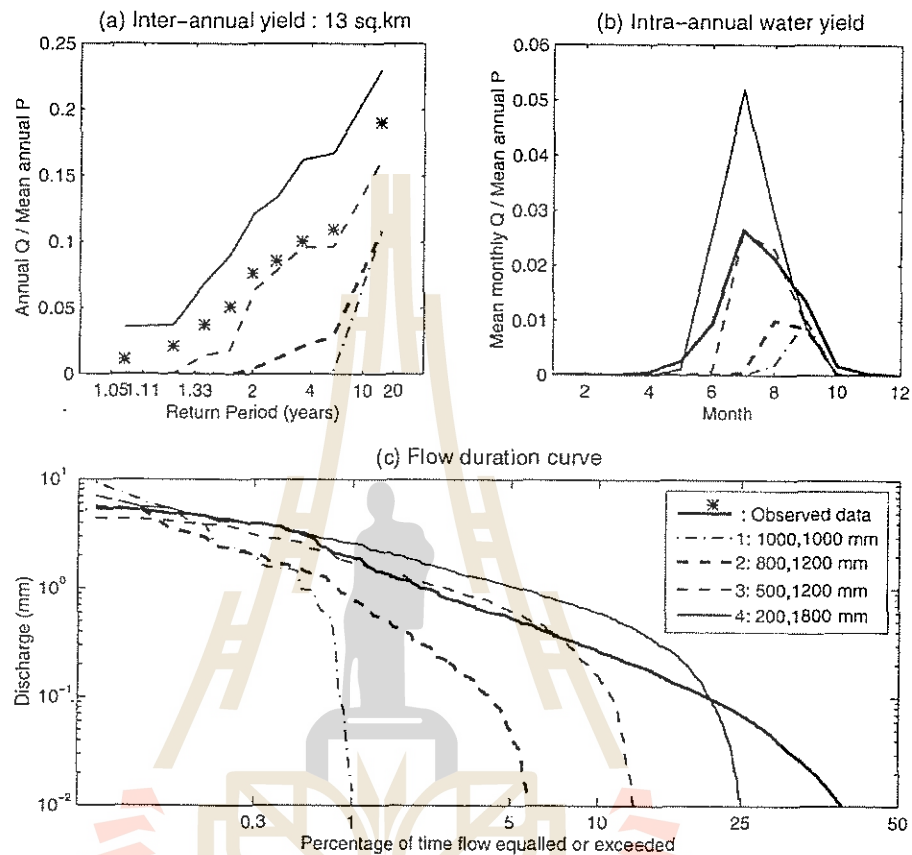
ค่าพารามิเตอร์ประมาณสำหรับแบบจำลองรุ่นที่สาม (แบบจำลองรายวัน) สำหรับลุ่มน้ำย่อย 5 แห่งที่แตกต่างกัน

รายการพารามิเตอร์	Cat-A 13 km ²	Cat-B 175 km ²	Cat-C 633 km ²	Cat-D 1344 km ²	Cat-E 2545 km ²
โครงสร้างแบบจำลอง					
จำนวนลุ่มน้ำย่อย	1	8	27	66	116
จำนวนถังต่อแบบอนุกรมใน แต่ละลุ่มน้ำย่อย	20	20	20	20	20
ความสัมพันธ์การกักเก็บ- อัตราการไหล					
a (mm ^{0.5} day ^{0.5})	14	15	15	15	15
b	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
คุณสมบัติของดิน					
D ที่สำรวจได้ (m)	2.45	2.40	2.60	2.40	2.50
D ที่ปรับแก้ (m)	-	-	-	2.95	3.00
ϕ	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
f_c	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16
พืชพรรณ					
M	0.5	0.2-0.9	0.1-1.0	0.0-1.0	0.0-1.0
k_v	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
i (ป่าไม้, %)	10	10	12-15	10-13	10-15
น้ำใต้ดินระดับลึก					
λ	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
การหลากในลำน้ำ					
ความเร็วการไหล (km/d)	15	15	15	15	15

(4) การแจกแจงความลึกของดิน

จากผลการศึกษาข้างต้นชี้ให้เห็นว่า การแจกแจงความลึกของดิน (distribution of soil depths) มีความสำคัญต่อการให้น้ำของลุ่มน้ำ ขณะที่การเลือกขนาดของถังค่อนข้างเป็นแบบสุ่ม (arbitrary) เพื่อตรวจสอบต่อไปถึงผลของความแปรเปลี่ยนของความลึกของดินในลุ่มน้ำขนาดเล็ก จึงได้ประยุกต์ใช้แบบจำลองการกักเก็บแบบไม่เป็นเชิงเส้นใหม่ โดยประกอบด้วยถัง 2 ใบ ต่อกันแบบอนุกรมสำหรับลุ่มน้ำย่อยขนาดเล็ก Cat-A (13 ตารางกิโลเมตร) แต่ใช้ค่าเฉลี่ยความจุของถังเท่ากัน ผลที่ได้นำเสนอในรูปที่ 3.17 แสดงให้เห็นว่าช่วงของขนาดความจุถังมีผลอย่างมีนัยสำคัญต่อความแปรเปลี่ยน

ของการไหลออก ดูจากกราฟแสดงอัตลักษณ์ทั้ง 3 กราฟ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นในการประมาณค่าการ แจกแจงความลึกของดินอย่างถูกต้อง เพื่อให้ได้ผลการทำนายที่น่าเชื่อถือ

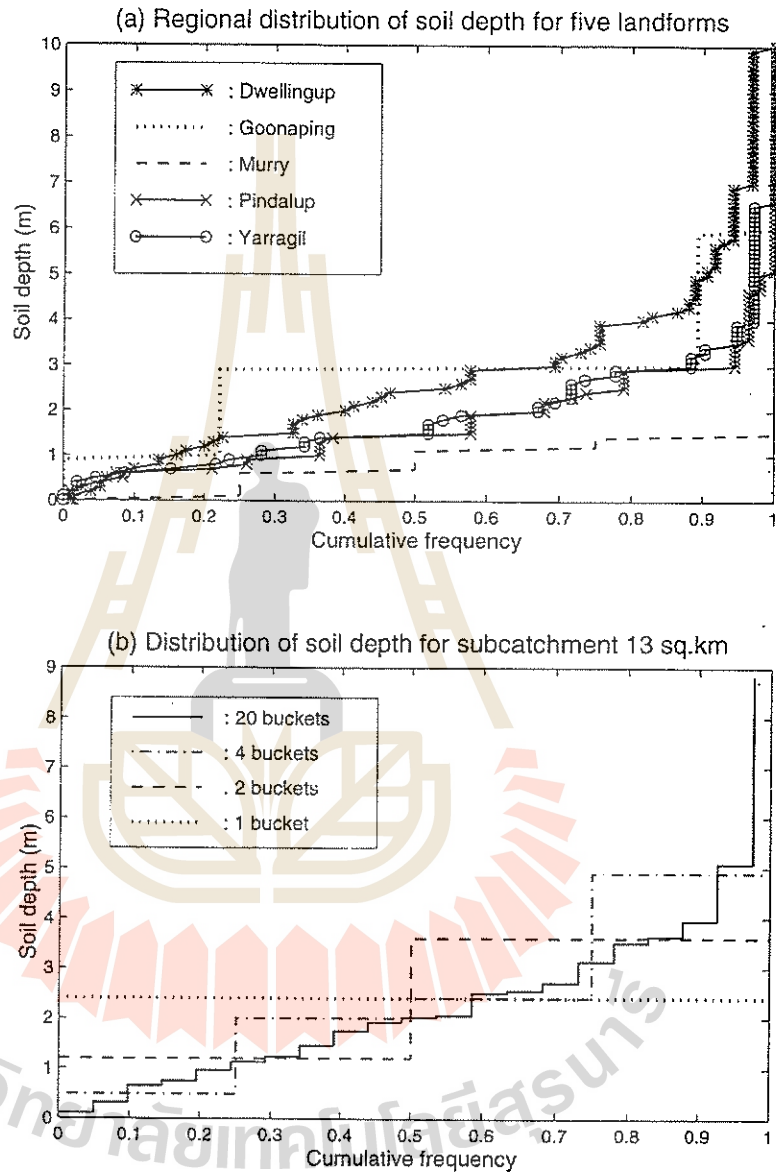


รูปที่ 3.17

การเปรียบเทียบการให้น้ำท่าจากการวัดและการจำลอง ระหว่างขั้นตอนของการจำลอง 4 ชั้น ใช้ถึง 2 ใบ ต่อแบบอนุกรมขนาด (1) 1,000 และ 1,000 มม. (2) 800 และ 1,200 มม. (3) 500 และ 1,500 มม. (4) 200 และ 1,800 มม. สำหรับแบบจำลองรุ่นที่สอง ใช้ความสัมพันธ์การกักเก็บ-อัตราการไหลแบบไม่ใช้เชิงเส้น ใช้ข้อมูลน้ำเข้ารายวัน สำหรับลุ่มน้ำย่อย Cat-A (13 ตารางกิโลเมตร) (a) ความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (b) ความแปรเปลี่ยนภายในปี (c) กราฟช่วงเวลาการไหล

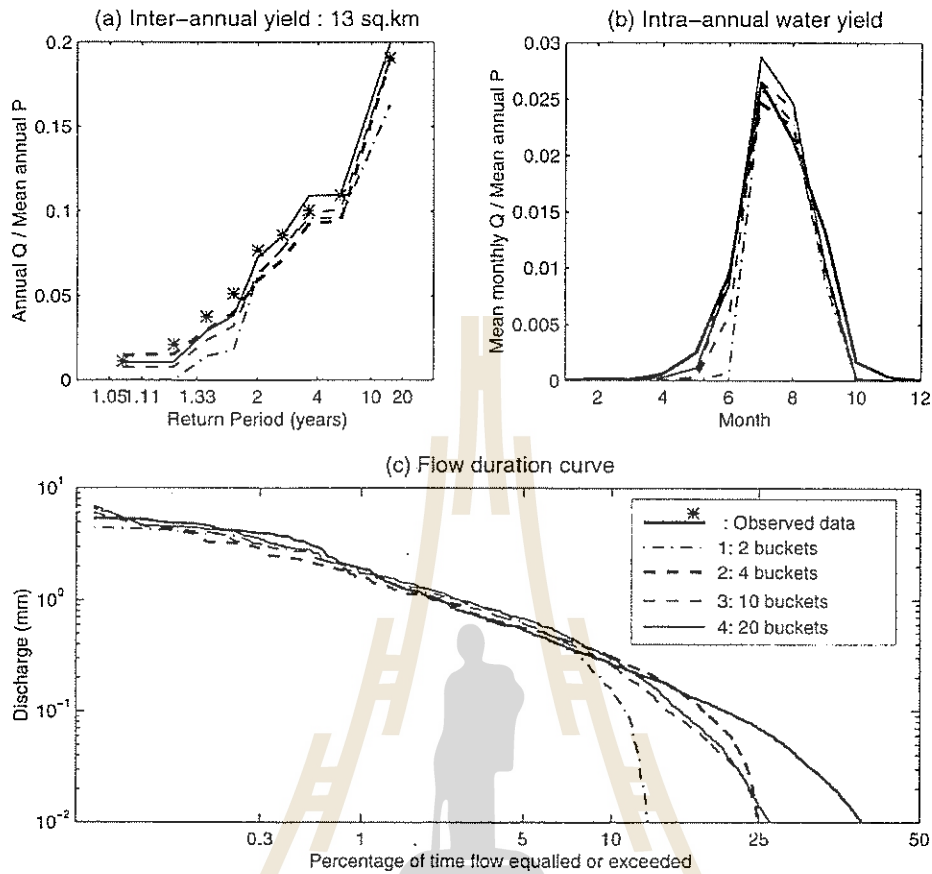
การแจกแจงความลึกของดิน ถูกเปลี่ยนเป็นการแจกแจงความจุการกักเก็บน้ำในดิน โดยหลักการการแจกแจงความลึกของดินสามารถประมาณได้จากแผนที่ชุดดินที่มีอยู่ประกอบกับข้อมูลรูปตัดตามยาว ความลึกของดิน การทราบความแตกต่างของชุดดิน (landform type) ตามพื้นที่และการแจกแจงความลึกของดินจากการสำรวจสำหรับแต่ละชุดดิน การแจกแจงประกอบของความลึกของดิน (composite soil depth distribution) สามารถประมาณได้จากค่าถ่วงน้ำหนักของพื้นที่ของการแจกแจงความลึกของดินสำหรับแต่ละชนิดของชุดดิน ได้อธิบายในรายละเอียดโดย Sivapalan and Woods [1995] รูปที่ 3.18 แสดงค่าจากการสำรวจ (บนพื้นฐานของการเจาะสำรวจภาคสนามจำนวนมาก) เป็นการแจกแจงความลึกของดินในระดับภูมิภาค สำหรับชุดดินต่างๆ ในรัฐออสเตรเลียตะวันตก รูปที่ 3.18(b) แสดงการแจกแจงความลึกของดินประกอบ สำหรับลุ่มน้ำย่อย Cat-A (13 ตารางกิโลเมตร) บนพื้นฐานของค่าถ่วง

น้ำหนักตามพื้นที่ของดิน 2 ชุดคือ 60% Dwellingup และ 40% Pindalup องค์ประกอบที่เป็นไปได้ต่างๆ ของขนาดถึงในช่วง 2 ไบ ถึง 20 ไบ ถูกออกแบบให้เหมาะสมกับการแจกแจงประกอบของความลึกของดินประกอบตามค่าถ่วงน้ำหนักข้างต้น



รูปที่ 3.18

(a) การแจกแจงสะสมความลึกของดินในระดับภูมิภาคสำหรับ 5 ชุดดิน ที่พบทั่วไปในรัฐออสเตรเลียตะวันตก ด้านทิศตะวันตกเฉียงใต้ (b) การแจกแจงจากความลึกของดินประกอบสำหรับลุ่มน้ำย่อย Cat-A (13 ตารางกิโลเมตร) การแจกแจงโดยประมาณสำหรับจำนวนถึงและขนาดถึงที่แตกต่างกัน 4 แบบ



รูปที่ 3.19

การเปรียบเทียบการให้น้ำท่าจากการวัดและการจำลอง ระหว่างขั้นตอนของการจำลอง 4 ชั้น โดยเพิ่มจำนวนถัง (1) 2 ถัง (2) 4 ถัง (3) 10 ถัง (4) 20 ถัง โดยใช้แบบจำลองรุ่นที่สอง ถึงหลายใบต่อแบบอนุกรม และความสัมพันธ์การกักเก็บ-อัตราการไหลแบบไม่ใช่เชิงเส้น ใช้ข้อมูลนำเข้รายวัน สำหรับลุ่มน้ำย่อย Cat-A (13 ตารางกิโลเมตร) (a) ความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (b) ความแปรเปลี่ยนภายในปี (c) กราฟช่วงเวลาการไหล

ขั้นต่อไปได้ประยุกต์ใช้แบบจำลองสมดุลของน้ำใหม่ (ถังหลายใบ แบบอนุกรม และไม่เป็นเชิงเส้น) กับลุ่มน้ำย่อย Cat-A สำหรับองค์ประกอบของขนาดถึงขนาดต่างๆ นำเสนอในรูปที่ 3.18(b) ผลการทดสอบแสดงในรูปที่ 3.19 สาธิตให้เห็นว่าแบบจำลองที่มีจำนวนถังมาก ให้ผลดีใกล้เคียงค่าจากการวัดมากกว่า โดยเฉพาะเมื่อใช้จำนวนถังมากกว่า 4 ใบ อย่างไรก็ตามแม้จะใช้ถึง 20 ใบ กราฟช่วงเวลาการไหลยังคงจำลองน้ำท่าได้ต่ำกว่าค่าจากการวัด โดยเฉพาะกับอัตราการไหลที่มีค่าน้อยๆ

(5) การกักเก็บจากน้ำใต้ดินระดับลึก

ความสามารถในการทำนายอัตราการไหลน้อยๆ มีความสำคัญต่อการจำลองสมดุลของน้ำในระยะยาวในภูมิภาคนี้ แบบจำลองสมดุลของน้ำที่ผ่านมายังไม่เพียงพอในการทำนายทางของกราฟช่วงเวลาการไหล การวิเคราะห์ความอ่อนไหว (sensitivity) ของพารามิเตอร์ และองค์ประกอบของจำนวนถัง ได้ดำเนินการแล้วแต่ไม่สามารถบ่งบอกผลลัพธ์ต่อปัญหานี้ได้

จากลักษณะของดิน 2 ชั้น (duplex soil) และหลักฐานจากการสำรวจภาคสนามถึงการมีระบบน้ำใต้ดินขนาดเล็ก (perched groundwater system) และน้ำใต้ดินที่อยู่ลึกลงไปแบบถาวร ชี้แนะให้สมควรบรรจุกักเก็บน้ำใต้ดินที่อยู่ลึกลงไป (deeper groundwater store) ซึ่งจะช่วยการทำนายอัตราการไหลต่างๆได้ แบบจำลองเชิงแนวคิด (conceptual model) จำนวนหนึ่งได้ถูกพัฒนาสำหรับลุ่มน้ำที่คล้ายกัน และได้บรรจุกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก เพื่อให้ผลการทำนายที่ดี ตัวอย่างของแบบจำลองเหล่านี้คือ Large Scale Catchment Model หรือ LASCAM [Sivapalan et al., 1996a; 1996b], และ Generalized Surface Infiltration Baseflow Model or GSFB [Boughton, 1984; Ye et al., 1997]

โครงสร้างแบบจำลองได้ถูกทบทวนให้รวม การกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก นำเสนอในรูปที่ 3.18 (a) สมดุลของน้ำสำหรับการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก กำหนดโดย

$$\frac{ds_g(t)}{dt} = \lambda q_{ss}(t) - q_{sg}(t) \quad (3.56)$$

$$q_{sg}(t) = \left[\frac{s_g}{a} \right]^b \quad (3.57)$$

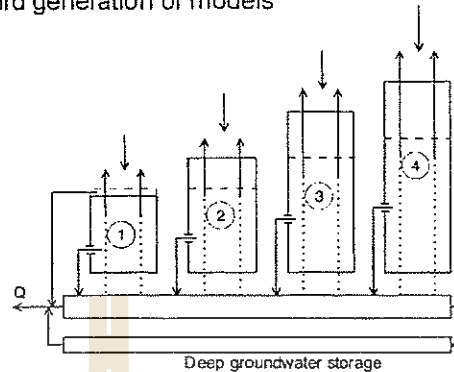
$$q_{total} = (1 - \lambda)q_{ss} + q_{sg} + q_{se} \quad (3.58)$$

โดย $s_g(t)$ เป็นปริมาตรของการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก q_{ss} เป็นเหมือนเดิมคืออัตราการไหลออกของน้ำใต้ผิวดิน λ คือสัดส่วนของการไหลออกใต้ดินที่ซึมลึกลงไปยังการกักเก็บของน้ำใต้ดินระดับลึก q_{sg} เป็นการไหลออกจากน้ำใต้ดินระดับลึก และ q_{total} เป็นการให้น้ำรวมจากลุ่มน้ำ

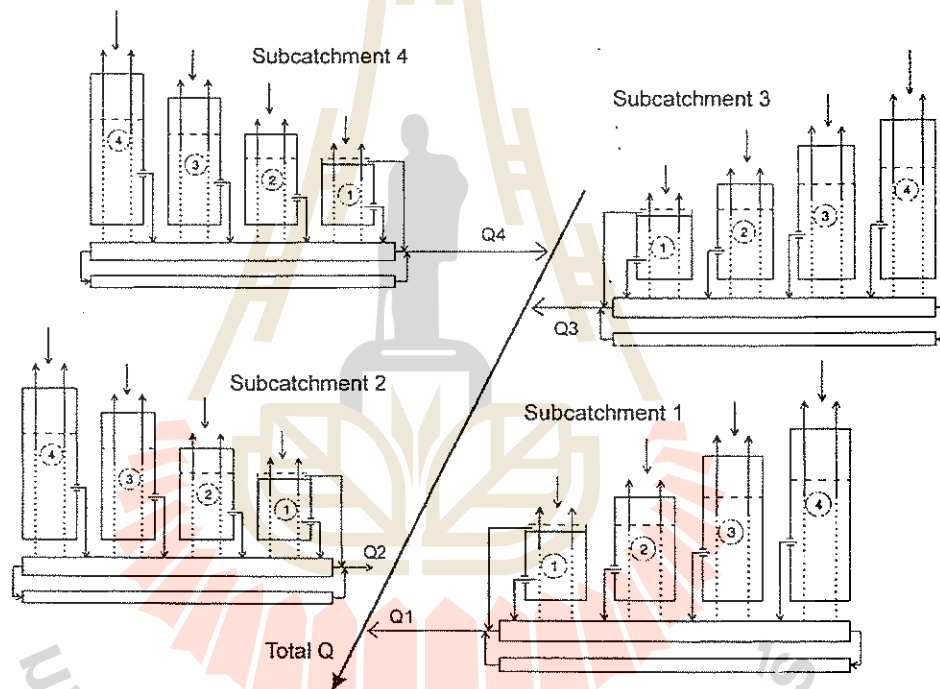
การเติมน้ำใต้ดิน (groundwater recharge) ระดับลึกเฉลี่ยรายปี ในลุ่มน้ำ Salmon ลุ่มน้ำย่อยที่ตั้งอยู่ด้านท้ายน้ำของลุ่มน้ำ Collie ถูกประมาณโดย Stokes [1985] and Johnston et al., [1983] พบว่ามีค่า 25-30 มิลลิเมตรต่อปี หรือประมาณ 20 % ของการไหลออกใต้ผิวดินรายปี บนพื้นฐานของหลักฐานเบื้องต้นนี้ จึงสมมุติว่าการเติมน้ำลงการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึกมีค่า 20 % ($\lambda = 0.2$) เป็นค่าคงที่ทั้งลุ่มน้ำเพื่อความง่ายในการจำลอง ในทำนองเดียวกัน พารามิเตอร์ a และ b ที่เกี่ยวข้องกับ การไหลออกจากชั้นให้น้ำระดับลึก สมมุติให้มีค่าเท่ากับค่าของชั้นให้น้ำระดับตื้น ทั้งหมดเป็นสมมุติฐานแบบเบื้องต้น แต่เพียงพอตามวัตถุประสงค์ของการศึกษานี้

ผลของการประยุกต์ใช้แบบจำลองสมดุลของน้ำ (ไม่ใช่เชิงเส้น ถึงหลายใบต่อแบบอนุกรม การกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก) มีโครงสร้างดังแสดงในรูปที่ 3.20 (a) สำหรับลุ่มน้ำย่อย Cat-A นำเสนอในรูปที่ 3.21 การเพิ่มการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก ได้ช่วยยกหางของกราฟช่วงเวลาการไหล ที่อัตราการไหลต่ำ ให้ขยับเข้ามาใกล้ เส้นกราฟจากการวัดมากขึ้น ชุดพารามิเตอร์ของแบบจำลองสำหรับ ลุ่มน้ำย่อย Cat-A สรุปในตารางที่ 3.3

(a) Structure of the third generation of models



(b) Distributed structure of the third generation of models

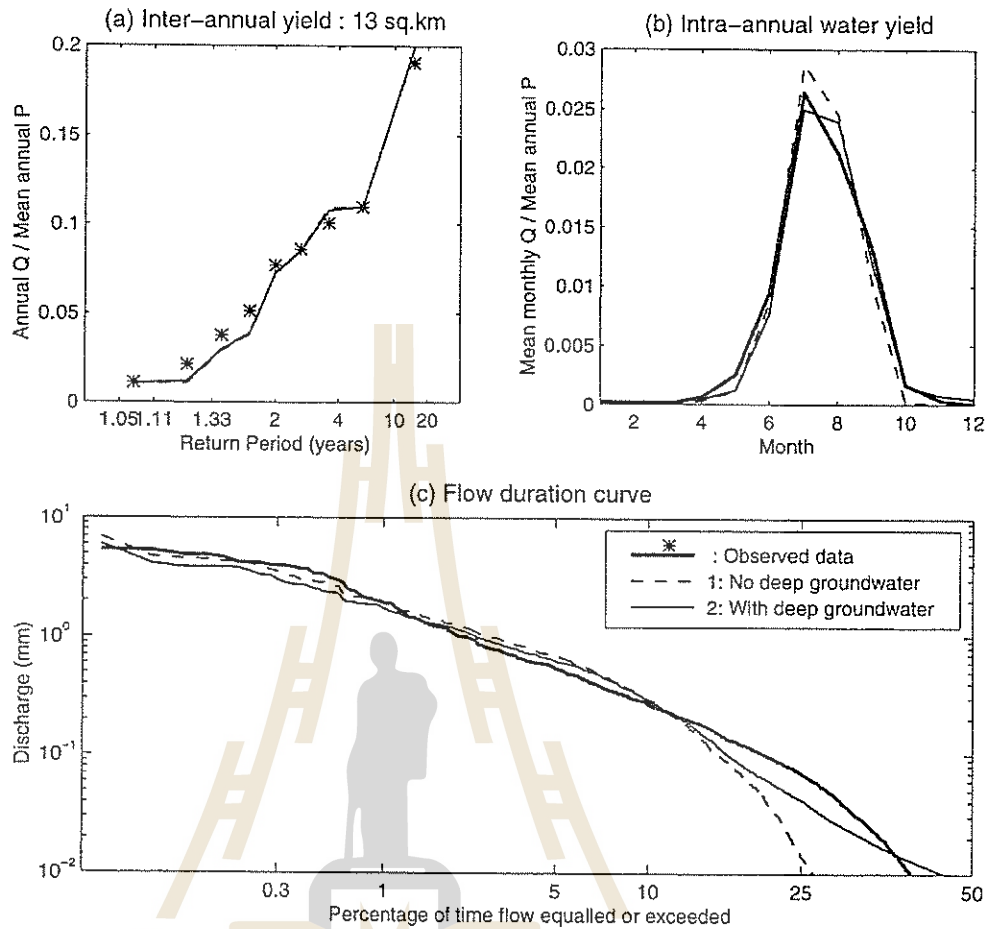


รูปที่ 3.20

(a) องค์ประกอบของแบบจำลองรุ่นที่สาม ผสมผสานการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก (b) องค์ประกอบของแบบจำลองรุ่นที่สามของแบบจำลองการกระจาย (distributed models) สำหรับกลุ่มน้ำขนาดใหญ่

3.3.5 แบบจำลองการกระจายของสมดุลของน้ำระดับลุ่มน้ำ

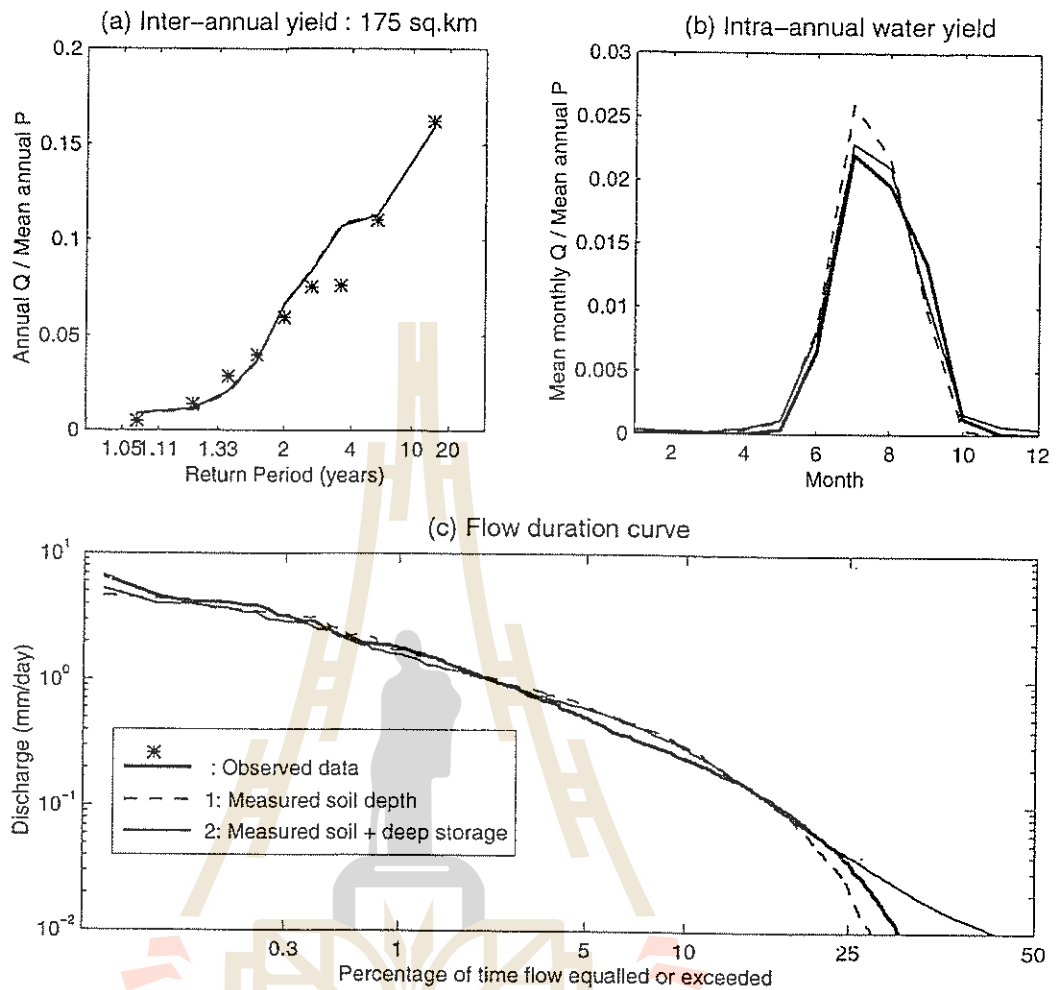
เริ่มต้นจากแบบจำลองอย่างง่ายที่สุด ได้เพิ่มกระบวนการเป็นขั้นตอนที่ละน้อยและเป็นระบบเปรียบเทียบผลจากอัตลักษณ์ของความแปรเปลี่ยนการไหลออกที่มาตราส่วนรายปี รายเดือน และรายวัน ความซับซ้อนและกระบวนการที่ถูกเพิ่มตามลำดับดังนี้ ถึงหลายไบบนพื้นฐานของการแจกแจงความลึกของดินจากการวัด การไหลใต้ผิวดินชะลอการไหลออก ความไม่เป็นเชิงเส้นของความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บ-อัตราการไหล และการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก ได้ทดสอบผลของการเพิ่มกระบวนการเหล่านี้ในลุ่มน้ำย่อยขนาดเล็ก



รูปที่ 3.21

การเปรียบเทียบผลการให้น้ำท่าจากการวัดและการจำลอง ระหว่างขั้นตอนของการจำลอง 2 ชั้น (1) ไม่มีการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก (2) มีการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก โดยใช้แบบจำลองรุ่นที่สาม สำหรับลุ่มน้ำย่อย Cat-A (13 ตารางกิโลเมตร) (a) ความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (b) ความแปรเปลี่ยนภายในปี (c) กราฟช่วงเวลาการไหล

ในขั้นต่อไป ได้ประยุกต์ใช้แบบจำลองล่าสุด แสดงในรูปที่ 3.20 (ถึงไม่เป็นเชิงเส้นหลายใบ ต่อแบบอนุกรม มีการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก) เป็นกรอบโครงสร้างของแบบจำลองแบบกระจาย (distributed model) สำหรับลุ่มน้ำ Collie ทั้งหมดแสดงในรูปที่ 3.20(b) ลุ่มน้ำทั้งหมดถูกแบ่งออกเป็น 116 ลุ่มน้ำย่อย บนพื้นฐานของสภาพภูมิประเทศ และโครงข่ายลำน้ำ แต่ละลุ่มน้ำย่อยมีข้อมูลนำเข้าเป็นของตนเอง ขึ้นกับภูมิอากาศ ดิน และพืชพรรณ ณ.ที่ตั้งของแต่ละลุ่มน้ำย่อย การตัด (interception loss) ของพื้นที่ป่ามีค่าอยู่ระหว่าง 10 % ทางทิศตะวันออกของลุ่มน้ำ และ 15 % ทางทิศตะวันตกของลุ่มน้ำ เสนอโดย *Williamson et al.*, [1987] แบบจำลองแบบกระจายนี้มีลักษณะที่ ลุ่มน้ำย่อยที่แตกต่างกัน สมมติให้ตอบสนองต่อภูมิอากาศนำเข้าอย่างเป็นอิสระ (แสดงแบบขนาน) เกิดการไหลออกแล้วไหลลงมาตามโครงข่ายลำน้ำ สำหรับลุ่มน้ำขนาดนี้การทำนายความแปรเปลี่ยนการไหลออกรายวันยังไม่ต้องการองค์ประกอบที่หลากหลาย

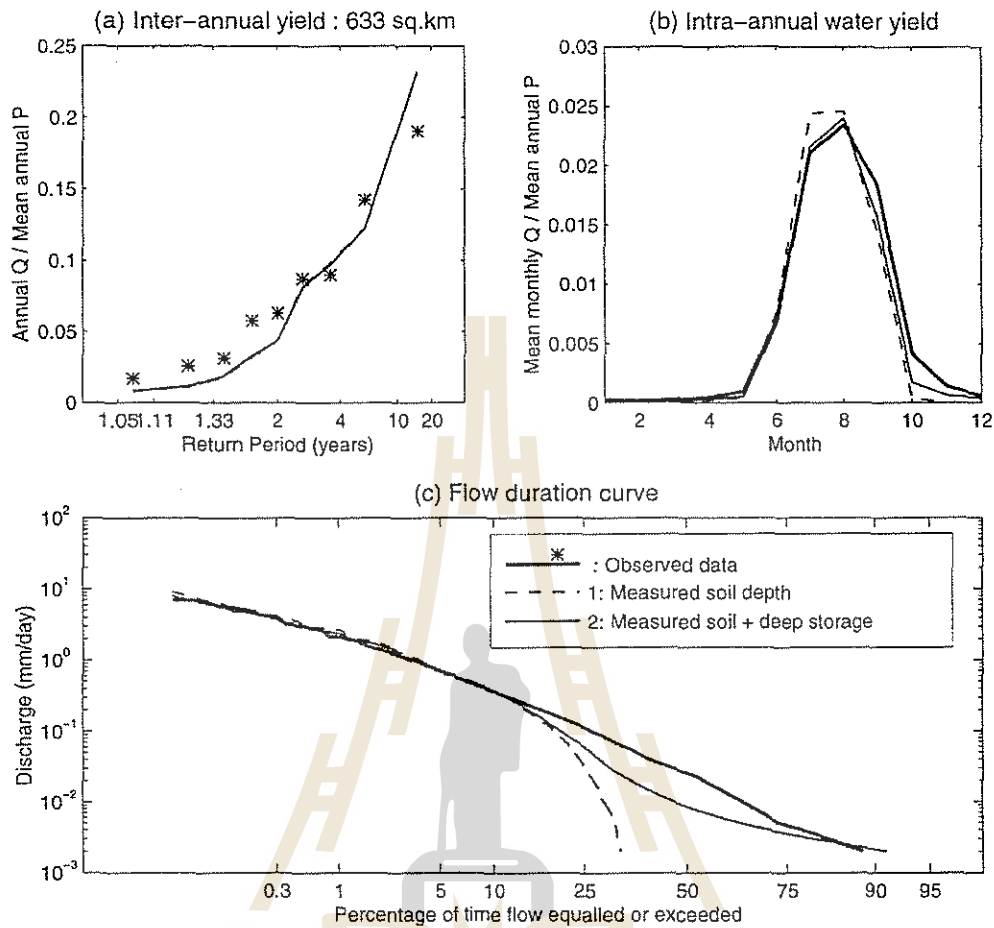


รูปที่ 3.22

การเปรียบเทียบ (1) ความลึกของดินจากการวัด ไม่มีน้ำใต้ดินระดับลึก (2) ความลึกของดินจากการวัด มีการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก ใช้แบบจำลองรุ่นที่ 3 สำหรับลุ่มน้ำ Cat-B (175 ตารางกิโลเมตร) (a) ความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (b) ความแปรเปลี่ยนภายในปี (c) กราฟช่วงเวลาการไหล

(1) การไหลตามโครงข่ายลำน้ำ (Stream network routing)

แบบจำลองการไหลใช้หลักการความเร็วการไหลของน้ำในลำน้ำมีค่าคงที่ พัฒนาโดย *Viney and Sivapalan [1995]* ปริมาตรการไหลออกจากลุ่มน้ำย่อยต้นน้ำ เข้าสู่ลำน้ำอย่างสม่ำเสมอตามเวลาตลอดทั้งวัน และการไหลออกจากไหลเข้าข้างเคียง ไหลเข้าสู่ลำน้ำอย่างสม่ำเสมอตามเวลาและพื้นที่ ตามความยาวของลำน้ำ โดยการใช้พารามิเตอร์ความเร็วการไหลของน้ำ (v) สมมุติว่าคงที่ตามพื้นที่และเวลา แบบจำลองนี้ต่างจากแบบจำลอง Muskingum-Cunge model ที่ไม่ต้องการข้อมูลรูปตัดลำน้ำ และพารามิเตอร์ที่ไม่รู้ค่าอื่นๆ รายละเอียดของแบบจำลองการไหลนี้แสดงในหัวข้อ 5.4 การไหลโดยใช้ความเร็วเฉลี่ย



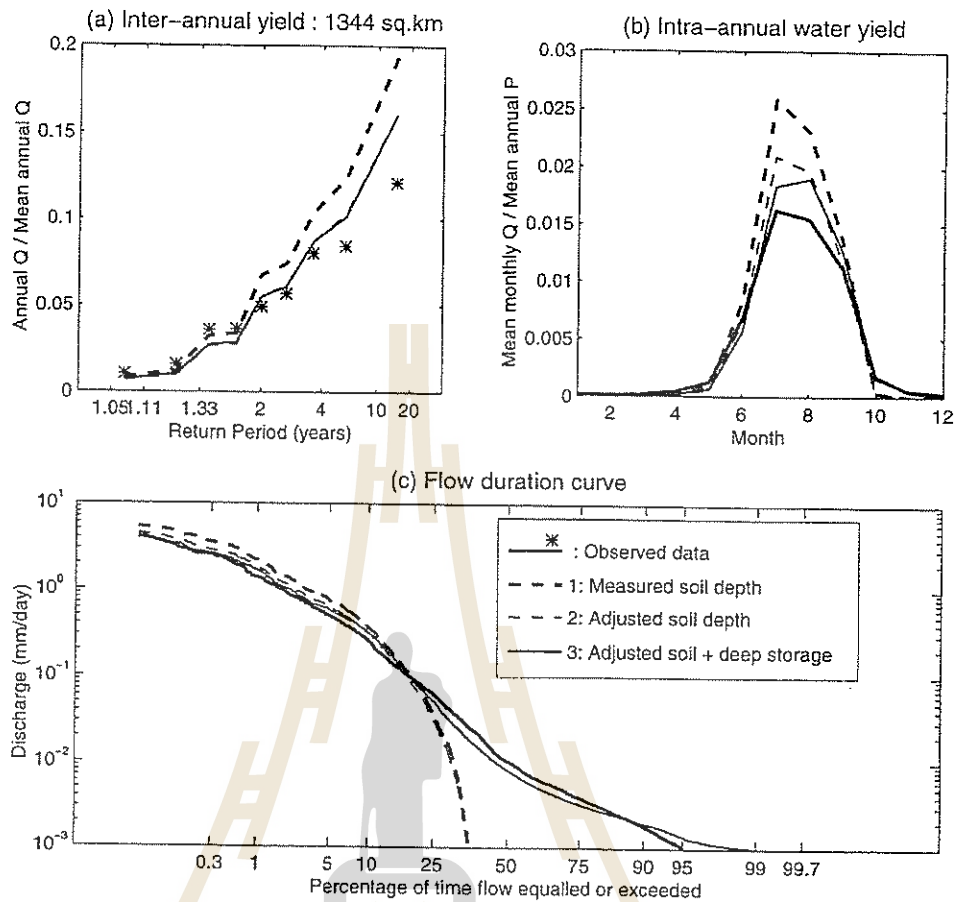
รูปที่ 3.23

การเปรียบเทียบ (1) ความลึกของดินจากการวัด ไม่มีน้ำใต้ดินระดับลึก (2) ความลึกของดินจากการวัด มีการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก ใช้แบบจำลองรุ่นที่ 3 สำหรับลุ่มน้ำ Cat-C (633 ตารางกิโลเมตร) (a) ความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (b) ความแปรเปลี่ยนภายในปี (c) กราฟช่วงเวลาการไหล

(2) ผลการจำลองตัวแทนลุ่มน้ำย่อยที่เลือก

ผลการประยุกต์ใช้แบบจำลองระดับลุ่มน้ำขนาดใหญ่แบบกระจาย นำเสนอในรูปที่ 3.22 ถึง 3.25 เปรียบเทียบความแปรเปลี่ยนระหว่างปี ภายในปี และกราฟช่วงเวลาการไหล ผลการทำนายโดยแบบจำลองเปรียบเทียบกับผลจากการวัด ได้เลือกลุ่มน้ำย่อย 5 ลุ่มน้ำ เป็นตัวแทนในการนำเสนอผล ซึ่งมีขนาดพื้นที่รับน้ำ 13 ถึง 2,545 ตารางกิโลเมตร ตารางที่ 3.3 แสดงค่าพารามิเตอร์ ที่ประมาณได้

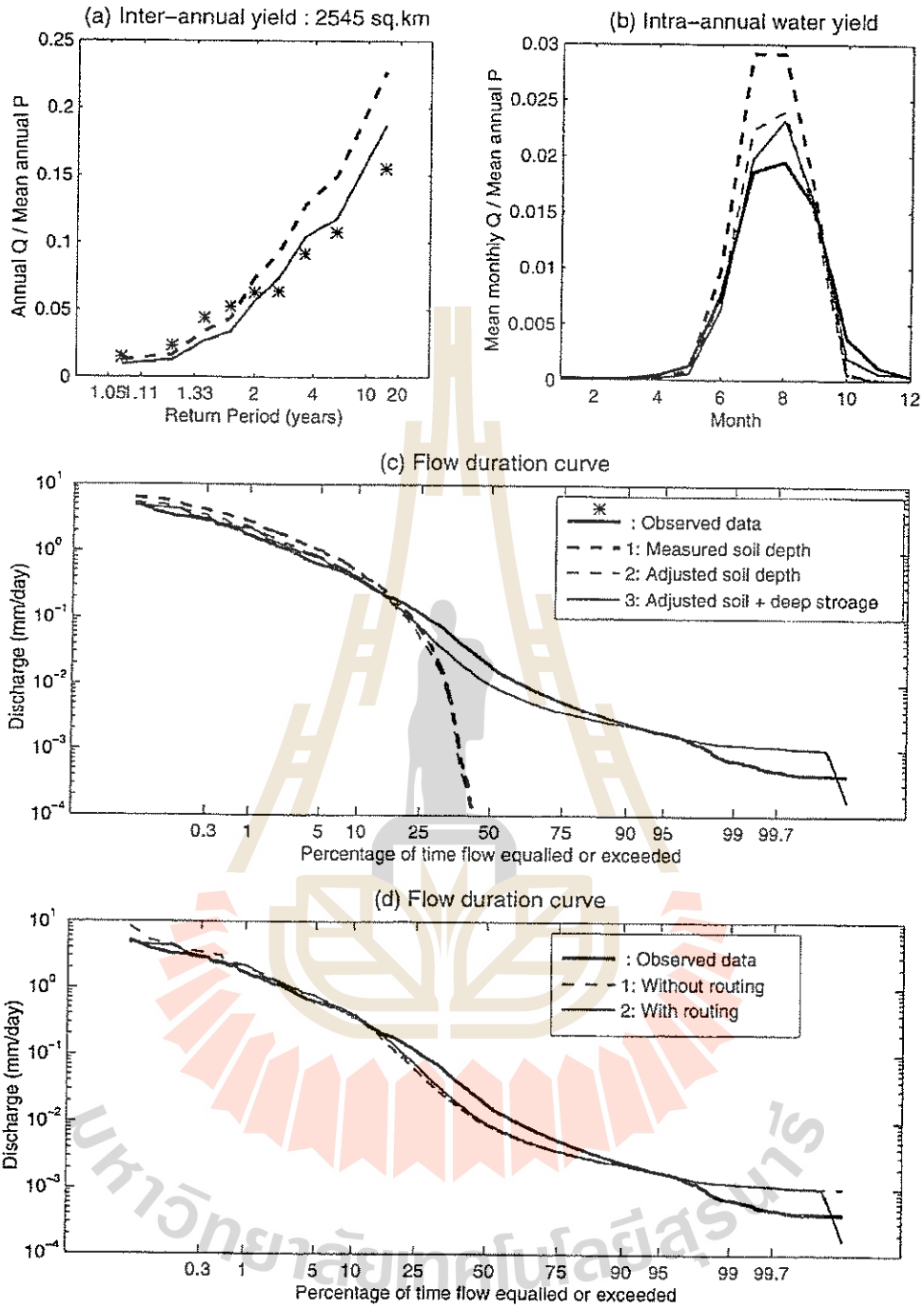
มีความชัดเจนและเป็นไปได้ว่าการจำลองได้ผลดีสำหรับลุ่มน้ำ Cat-A (13 ตารางกิโลเมตร), Cat-B (175 ตารางกิโลเมตร) and Cat-C (633 ตารางกิโลเมตร) ดังแสดงในรูปที่ 3.22 ถึง 3.24 ถึงแม้ องค์ประกอบ การมีการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก ให้น้ำมากกว่าค่าจากการวัดเล็กน้อยใน Cat-B อาจเป็นผลเนื่องมาจากการใช้อัตราส่วน λ คงที่สำหรับทุกลุ่มน้ำย่อย หรือมีความเป็นไปได้ที่การให้น้ำใต้ดินระดับลึก ให้ผลที่ลุ่มน้ำย่อยท้ายน้ำมากกว่าลุ่มน้ำย่อยที่ต้นน้ำ ซึ่งต้องมีการตรวจสอบต่อไป ดังนั้นการวัดการไหลออกรวมอย่างเดียว จึงไม่สามารถตอบปัญหานี้ได้



รูปที่ 3.24

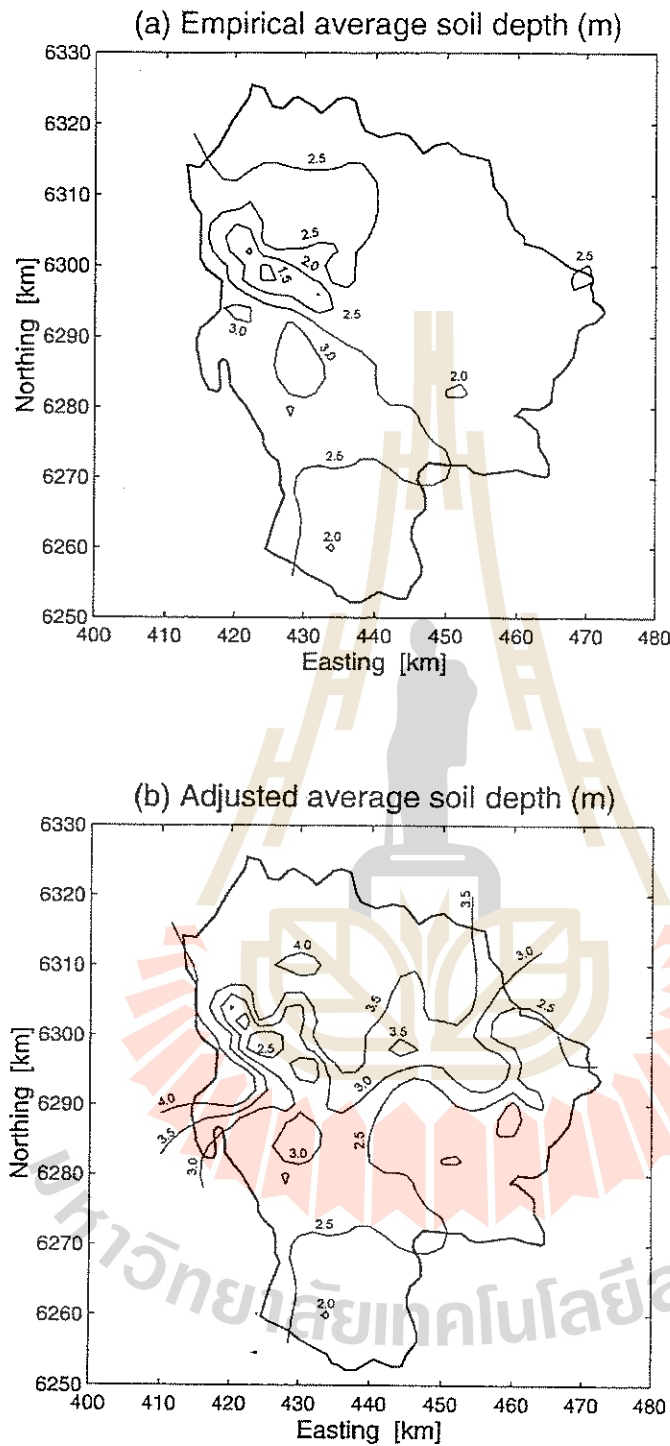
การเปรียบเทียบ (1) ความลึกของดินจากการวัด ไม่มีน้ำใต้ดินระดับลึก (2) ความลึกของดินจากการวัด มีการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก (3) ความลึกของดินที่ปรับแก้ มีการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก ใช้แบบจำลองรุ่นที่ 3 สำหรับลุ่มน้ำ Cat-D (1,344 ตารางกิโลเมตร) (a) ความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (b) ความแปรเปลี่ยนภายในปี (c) กราฟช่วงเวลาการไหล

อีกด้านหนึ่ง ลุ่มน้ำ Cat-D (1,344 ตารางกิโลเมตร) และ Cat-E (2,545 ตารางกิโลเมตร) แบบจำลองใช้ข้อมูลความลึกของดินจากการวัด มีแนวโน้มให้น้ำรายปี มากกว่าผลจากการวัด (ไม่ได้ให้น้ำเสนอ) กราฟความแปรผันการให้น้ำภายในปีให้ค่ามากกว่าการวัดด้วย ดังแสดงในรูปที่ 3.24 (a) และ 3.25 (a) กราฟช่วงเวลาการไหลยังให้ผลการทำนายที่ไม่ดีเช่นกัน การวิเคราะห์ความอ่อนไหว (sensitivity analysis) ของพารามิเตอร์ของแบบจำลอง ชี้แนะว่า ความคลาดเคลื่อนของการประมาณค่าเฉลี่ยความลึกของดินอาจเป็นต้นเหตุของความแตกต่างนี้ การแจกแจงความลึกของดินที่ใช้ในแบบจำลองมาจากข้อมูลความลึกของดินที่สำรวจทั้งพื้นที่ ภูมิภาคตะวันตกเฉียงใต้ของรัฐออสเตรเลียตะวันตก การเจาะสำรวจไม่ได้กระจายตามพื้นที่อย่างทั่วถึงและเพียงพอ ดังนั้นค่าที่นำมาใช้อาจไม่แม่นยำ ที่เป็นตัวแทนของความแปรเปลี่ยนที่แท้จริงของความลึกของดิน ภายในลุ่มน้ำ Collie



รูปที่ 3.25

การเปรียบเทียบการจำลอง 3 ขั้นตอน (1) ความลึกของดินจากการวัด ไม่มีน้ำใต้ดินระดับลึก (2) ความลึกของดินจากการวัด มีการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก (3) ความลึกของดินที่ปรับแก้ มีการกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก ใช้แบบจำลองรุ่นที่ 3 สำหรับลุ่มน้ำ Cat-E (2,545 ตารางกิโลเมตร) (a) ความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (b) ความแปรเปลี่ยนภายในปี (c) กราฟช่วงเวลาการไหล (d) เปรียบเทียบกราฟช่วงเวลาการไหล การจำลอง 2 ขั้นตอน (1) ไม่มีการหลากในลำน้ำ (2) มีการหลากในลำน้ำ



รูปที่ 3.26

แบบรูปตามพื้นที่ของความลึกเฉลี่ยของดิน (a) ความลึกของดินจากการวัด (b) ความลึกของดินปรับแก้

แบบรูปตามพื้นที่ของความลึกเฉลี่ยของดิน ที่ใช้ในแบบจำลองแสดงในรูปที่ 3.26 (a) บ่งบอกว่า ความลึกของดินมีค่าไม่แตกต่างกันทั้งลุ่มน้ำ ลึกเฉลี่ยประมาณ 2.5 เมตร แต่ผลการสำรวจดินในลุ่มน้ำ ทดลองทางทิศตะวันออกและทิศเหนือ ของลุ่มน้ำ Collie เพื่อดูความเปลี่ยนแปลงปริมาณน้ำในดินที่

ความลึกต่างๆ พบว่าดินมีความชื้นเปลี่ยนแปลงได้ที่ระดับความลึกถึง 6 เมตร แสดงว่าดินควรมีความลึกมากกว่านี้ [Sharma et al., 1987a] ดังนั้นในการจำลองขั้นต่อไปจึงได้ทดลองเพิ่มความลึกของดินเฉลี่ยของดิน ทางทิศเหนือและทิศตะวันออกเฉียงเหนือ โดยไม่เปลี่ยนรูปร่างการแจกแจงความลึกของดิน ที่ใช้ในแต่ละลุ่มน้ำย่อย ในรูปที่ 3.26 (b)

ผลการจำลองโดยใช้ความลึกของดินที่ปรับแก้ แสดงในรูปที่ 3.24 และ 3.25 แสดงให้เห็นว่าการปรับความลึกของดินบ้างช่วยปรับปรุงผลการจำลองได้ดีขึ้น ทั้งกรณีลุ่มน้ำ Cat-D และ Cat-E อย่างไรก็ตาม การทำนายการให้น้ำรายเดือนในเดือนกรกฎาคมและสิงหาคมยังให้ค่ามากเกินไป ขณะที่เดือนตุลาคมและพฤศจิกายนให้ค่าต่ำเกินไป ดูรูปที่ 3.24 (b) และ 3.25 (b) มีเหตุผลสองประการที่นำมาอธิบายความแตกต่างนี้ได้คือ (1) ลุ่มน้ำขนาดใหญ่อาจมีระบบน้ำใต้ดินขนาดใหญ่กว่าช่วยชะลอการไหลออกของน้ำใต้ดินให้ใช้เวลานานหลายเดือน (2) ความคลาดเคลื่อนของความลึกของดินยังคงอยู่ ตามที่ได้ทดลองปรับความลึก ดังนั้นการเพิ่มระบบกักเก็บน้ำใต้ดินระดับลึก และเพิ่มการปรับแก้ความลึกของดินมีผลอย่างมีนัยสำคัญที่ปรับปรุงกราฟช่วงเวลาการไหลให้ดีขึ้น ดูรูปที่ 3.24 (c) และ 3.25 (c) ขณะที่การเพิ่มการหลากในลำน้ำทำให้ได้ผลดีขึ้นสำหรับอัตราการไหลค่ามากแต่ไม่มีผลต่ออัตราการไหลน้อย ดูรูปที่ 3.25 (d)

กระบวนการและความซับซ้อนที่จำเป็นสำหรับการทำนายความแปรเปลี่ยนของการไหลออกรายปี รายเดือน และรายวัน สรุปลงในตารางที่ 3.4 สำหรับทุกมาตราส่วนของเวลา ความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่ของความลึกของดิน แสดงให้เห็นว่าเป็นตัวแปรที่มีอิทธิพลมากที่สุด ซึ่งควบคุมความแปรเปลี่ยนของการไหลออกของลุ่มน้ำในภูมิภาคนี้ รองลงมาเป็นความแปรเปลี่ยนของภูมิอากาศและพืชพรรณ สิ่งเหล่านี้ชี้ให้เห็นว่าการปรับปรุงความสามารถในการจำลองให้มากขึ้น สามารถทำได้อย่างมีนัยสำคัญ หากได้รับข้อมูลที่มีความเที่ยงตรงสูง โดยเฉพาะข้อมูลการสำรวจ ศึกษา การแจกแจงความลึกของดิน

ตารางที่ 3.4

สรุปละบวนการที่ควบคุม และรายการองค์ประกอบและความซับซ้อนที่จำเป็นสำหรับการจำลองสมดุลของน้ำที่มาตราส่วนเวลารายปี รายเดือน และรายวัน

	การให้น้ำรายปี	การให้น้ำรายเดือน	การให้น้ำรายวัน
ประเภทแบบจำลอง	รุ่นที่หนึ่ง	รุ่นที่สอง	รุ่นที่สาม
มาตราส่วนเวลาข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลรายปี	ข้อมูลรายเดือน	ข้อมูลรายวัน
ความสัมพันธ์การกักเก็บ- อัตราการไหล	เชิงเส้น	เชิงเส้น	ไม่ใช่เชิงเส้น
การเชื่อมต่อถึงหลายใบ	ขนาน	ขนาน	อนุกรมและขนาน
การกักเก็บเพิ่ม	-	-	น้ำใต้ดินระดับลึก
โครงข่ายลำน้ำ	-	-	แบบจำลองการหลาก
พารามิเตอร์	D, ϕ, i	$D, \phi, i, f_o, L, \tan\beta,$ K_s, M, K_v	$D, \phi, i, f_o, a, b, \lambda,$ v, M, k_v

ตัวอย่างที่ 3.1 คำนวณการเกิดน้ำท่าจาก 3 กลไก คือ การไหลออกจากส่วนเกินการซึม (infiltration excess runoff, q_f) การไหลออกจากส่วนเกินการอิ่มตัว (saturation excess runoff, q_{SE}) และการไหลออกใต้ผิวดิน (subsurface runoff, q_{SS}) เป็นที่เปอร์เซ็นต์ของน้ำฝน สำหรับพบว่าดินมีความลึก 0.3 ม. ความพรุน 0.4 ความอิ่มตัวเริ่มต้น 75% ความจุในการซึม (ความสามารถในการซึมสูงสุด) (infiltration capacity, f^*) คำนวณจาก Phillip's equation, $f^* = K_s + \frac{S_0^2}{2F}$ ($K_s = 10$ mm/hr, $S_0 = 5$ mm/hr^{0.5}), $q_{SS} = \frac{S}{t_c}$, ค่าคงที่เวลาตอบสนองของกลุ่มน้ำ (catchment response time, t_c) = 30 hr, โดย F = การซึมสะสม (มม.), K_s = ค่าการนำทางชลศาสตร์อิ่มตัวด้วยน้ำ, S = การกักเก็บน้ำในดิน (Soil water storage)

ชั่วโมง	1	2	3	4	5	รวม
ฝน (p) (มม.)	15	21	38	16	10	100

วิธีทำ

ความจุของถัง = $300 \times 0.4 = 120$ มิลลิเมตร

ปริมาณน้ำในถังเริ่มต้น = $120 \times 0.75 = 90$ มิลลิเมตร

ที่เวลาชั่วโมงที่ 1

$f^* = 10 + 5^2/0 = \text{Infinity}$, $p < f^*$, $q_f = 0$ และ $f_a = p = 15$ มม.

$S_{t+1} = S_t + f_a - q_{SS} - q_{SE} = 90 + 15 - (90/30) - 0 = 102$ มม.

ที่เวลาชั่วโมงที่ 2

$f^* = 10 + 5^2/15 = 10.83$, $f_a = f^* = 10.83$, $p > f^*$, $q_f = p - f_a = 21 - 10.83 = 10.17$

$S_{t+1} = S_t + f_a - q_{SS} - q_{SE} = 102 + 10.83 - (102/30) - 0 = 109.43$ มม.

เวลา (ชม.)	p (มม.)	F (มม.)	f* (มม.)	f _a (มม.)	q _f (มม.)	S _t (มม.)	q _{SS} (มม.)	q _{SE} (มม.)	S _{t+1} (มม.)
1	15	0	Inf	15	0	90	3.00	0	102
2	21	15	10.83	10.83	10.17	102	3.40	0	109.43
3	38	25.83	10.48	10.48	27.52	109.43	3.65	0	116.27
4	16	36.32	10.34	10.34	5.66	116.27	3.88	2.74	120.00
5	10	46.66	10.27	10.00	0.00	120.00	4.00	6.00	120.00
รวม	100			56.66	43.34		17.92	8.74	

สรุป	การไหลออกจากส่วนเกินการซึม (q _f)	43.34 มม.	43 %
	การไหลออกใต้ผิวดิน (q _{SS})	17.92 มม.	18 %
	การไหลออกจากส่วนเกินการอิ่มตัว (q _{SE})	8.74 มม.	9 %
	ความชื้นที่เพิ่มขึ้นในดิน (ΔS)	70 มม.	30 %
	รวม	100 มม.	100%

3.4 โปรแกรมแบบจำลองสมดุลของน้ำ

การพัฒนาแบบจำลองทางอุทกวิทยาในหัวข้อ 3.3 ได้สร้างแบบจำลองจำนวน 3 รุ่นคือ แบบจำลองรุ่นที่หนึ่งจำลองสมดุลของน้ำรายปี แบบจำลองรุ่นที่สองจำลองสมดุลของน้ำรายเดือน และแบบจำลองรุ่นที่สามจำลองสมดุลของน้ำรายวัน โปรแกรมของแบบจำลองแต่ละรุ่นมีรายละเอียดดังนี้

3.4.1 แบบจำลองรุ่นที่หนึ่งจำลองสมดุลของน้ำรายปี

โปรแกรมหลัก

aw_collie1.m ทำงานเปิดไฟล์ข้อมูลฝนที่อยู่ในรูปของ binary files ผ่านโปรแกรมย่อย areal_r.m สร้างเมทริกซ์ ชื่อ collie_r ขนาด (3287×16) ฝนรายวัน 3287 วัน หรือ 9 ปี (ปี ค.ศ. 1983-1991) สร้างฝนเฉลี่ยทั้งพื้นที่ด้วยแพกเตอร์ถ่วงน้ำหนัก วิธี Thiessen polygons หาปริมาณฝนรายปี (annr) ทำนองเดียวกับข้อมูลฝนเปิดไฟล์ข้อมูลน้ำท่าในระยะเวลาเดียวกัน หาปริมาณน้ำท่ารายปี (aWB) โปรแกรมแสดงในรูปที่ 3.27 เขียนโค้ดตามสมการ (3.47) ถึง (3.49) นำเสนอผลการคำนวณปริมาณน้ำท่ารายปีจากการวัด (aWB) และการจำลองน้ำท่ารายปี กรณี Sim-A2 ถึง 16 ใบ สำหรับฝนที่แตกต่างกันจาก 16 สถานี ความลึกของดินคงที่ (aWB2) เท่านั้น การจำลองกรณีอื่นๆ มีการเขียนโปรแกรมที่คล้ายกันไม่ได้แสดงในรูป ส่วนผลลัพธ์สุดท้ายของการจำลองและเปรียบเทียบทั้งหมดแสดงในรูปที่ 3.9

โปรแกรมฟังก์ชัน

yearRpar.m รับข้อมูลฝนรายวัน การระเหยตามศักยภาพรายวัน รวมข้อมูลให้เป็นรายปี ตามช่วงปีที่ต้องการ โปรแกรมแสดงในรูปที่ 3.28

date2jul.m ใช้ในการเปลี่ยนตัวเลข วัน-เดือน-ปี เป็นตัวเลขในระบบ Julian day ตัวเลข 5 ตัว เพื่อสะดวกในการคำนวณ การนับจำนวนวัน เช่น วันที่ 1 เมษายน 2012 เปลี่ยนเป็น 40634 วันที่ 31 มีนาคม 2013 เปลี่ยนเป็น 40998 จำนวนวัน 40998-40634 +1= 365 วัน ไม่ได้แสดงโปรแกรม

```
% Manabe bucket with annual model.
% Collie catchment

% Open rainfall file (1983-1991)
sty=1983;
eny=1991;
numy=eny-sty+1;
areal_r;
wfac=[0.0678 0.0584 0.0393 0.0645 0.0063 0.0206 0.0410 0.0630 0.0965 0.0444 0.0378 0.1471 0.0778
0.0371 0.1706 0.0278];
for n=1:length(collie_r)
    arain(n,1)=sum(wfac.*collie_r(n,:));
end

%Annual rainfall
jdf=date2jul(1,1,sty);
n=1;
for yr1=sty:eny
    jd1=date2jul(1,1,yr1);
```

```

jd2=date2jul(31,12,yr1);
obsr=arain(jd1-jdf(1)+1:jd2-jdf(1)+1);
annr(n)=sum(obsr);
antr(n)=length(find(obsr>1));
ani(n)=annr(n)/antr(n);
n=n+1;
end

% Open observed daily runoff.
area=2545.26; % km^2
numy=eny-sty+1
tem=fopen('K:\cwr_uwa\stream2\collie_data\s612002.bin','r','b');
f=fread(tem,[4],'long');
startday2=f(3);
endday2=f(4);
obsf=fread(tem,[Inf],'float');
for i=1:length(obsf)
    if obsf(i)<0
        obsf(i)=0;
    end
end

obsf=(1/area).*obsf;
jdf=[startday2:endday2];
jd1=date2jul(1,1,sty);
jd2=date2jul(31,12,eny);
obsff=obsf(jd1-jdf(1)+1:jd2-jdf(1)+1);

% Observed Annual Runoff
n=1;
st=1;
for yr1=sty:eny
    jd1=date2jul(1,1,yr1);
    jd2=date2jul(31,12,yr1);
    nday=jd2-jd1+1;
    en=st+nday-1;
    Qsa(n)=sum(obsff(st:en));
    st=en+1;
    n=n+1;
end
aWB=Qsa./mean(annr);

% Test 2 : Multiple buckets for climate
%      Single bucket soil.

clear evap;
aEp=[1550 1600 1600 1400 1650 1650 1450 1500 1550 1400 1450 1500 1600 1450 1500 1450];
nsta=size(collie_r);

for ns=1:nsta(2)
    clear EB;clear EV;clear QssP;clear QsP;clear SoP;clear P;clear QS;clear QSS;clear E;clear So;
    k=1;ns
    Ep=aEp(ns);
    rain1=0.9.*collie_r(:,ns);
    [rain evap]=yearRpar(sty,eny,rain1,Ep);
    sb=Sb;
    ss=sb;
    dif=10;
    rk=length(rain);
    while dif>3

```

```

s(1)=ss;
for t=1:rk
    i=rain(t);
    ep=evap(t);
    if ep==0
        ep=0.001;
    else
        end
    te=sb/ep;
    if (s(t)>0)&(s(t)<=sb)
        eb1=s(t)/te;
        qs1=0;
        s1=s(t)+i-eb1-qs1;
    elseif s(t)>sb
        eb1=s(t)/te;
        qs1=s(t)-sb;
        s1=s(t)+i-eb1-qs1;
    elseif s(t)<0
        s(t)=s(t);
    end
    s(t+1)=s1;
    EB(t)=eb1;
    QS(t)=qs1;
end
dif=abs(s(1)-s(t+1));
ss=(s(1)+s(t+1))/2;
end
WB2(ns,:)=wfac(ns).*QS;
end
dWB2=sum(WB2);

% Simulated Annual Runoff
n=1;
st=1;
for yr1=sty:eny
    jd1=date2jul(1,1,yr1);
    jd2=date2jul(31,12,yr1);
    nday=jd2-jd1+1;
    en=st+nday-1;
    Qsa(n)=sum(dWB2(st:en));
    st=en+1;
    n=n+1;
end
aWB2=Qsa./mean(annr);

```

รูปที่ 3.27

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมหลัก แบบจำลองรุ่นที่หนึ่ง จำลองสมดุลของน้ำรายปี (ชื่อไฟล์ aw_collie1.m)

```
function[rain,evap]=monthRpar(sty,eny,obsr1,Ep)
```

```
mon1=[31 28 31 30 31 30 31 31 30 31 30 31];
mon2=[31 29 31 30 31 30 31 31 30 31 30 31];
```

```
%Annual rainfall
jdf=date2jul(1,1,sty);
n=1;
for yr1=sty:eny
    jd1=date2jul(1,1,yr1);
```



```

jd2=date2jul(31,12,yr1);
obsr=obsr1(jd1-jdf(1)+1:jd2-jdf(1)+1);
annr(n)=sum(obsr);
antr(n)=length(find(obsr>1));
ani(n)=annr(n)/antr(n);
n=n+1;
end

st=1;n=1;
for yr=sty:eny
numd=-date2jul(1,1,yr)+date2jul(31,12,yr)+1;
rdur=ani(n).*ones(1,antr(n));
nora=zeros(1,numd-antr(n));
simr=[rdur nora];
en=st+numd-1;
rain(st:en,1)=simr';
aep=Ep./numd;
simep=aep.*ones(1,numd);
evap(st:en,1)=simep';
st=en+1;
n=n+1;
end

```

รูปที่ 3.28

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน (ชื่อไฟล์ yearRpar.m)

3.4.2 แบบจำลองรุ่นที่สองจำลองสมดุลของน้ำรายเดือน

โปรแกรมหลัก

mw_collie4.m การเปิดไฟล์ข้อมูลฝน การคำนวณฝนรายเดือน การเปิดไฟล์ข้อมูลน้ำท่า ใช้โปรแกรมเช่นเดียวกับแบบจำลองรุ่นที่หนึ่ง (รายปี) ไม่ได้แสดงซ้ำ รูปที่ 3.29 แสดงโปรแกรมการคำนวณกรณี Sim-M5 ใช้ถึง 16 ถึง (nsta) และ 4 ถึง (sb) ร่วมกัน เท่านั้น กรณีอื่นมีลักษณะที่คล้ายกันไม่ได้แสดง ผลลัพธ์จากการจำลองและเปรียบเทียบทั้งหมดแสดงในรูปที่ 3.12

โปรแกรมฟังก์ชัน

monthRpar.m ใช้ในการสร้างข้อมูลรายเดือนของ ช่วงเวลาฝนตก (motr) ช่วงเวลาระหว่างพายุฝน (motb) ปริมาณฝนสะสม (mra) ความชื้นฝน (moi) การระเหยสะสม (mEp) อัตราการระเหย (moep) ปริมาณน้ำท่า (mq) จากข้อมูลนำเข้ารายวัน

num_fcars.m ใช้คำนวณสมดุลของน้ำตามสมการ (3.27) ถึง (3.33)

```

% The second generation of water (monthly model)
% monthly average tr tb i ep
% Modified from mw_collie3.m

aEp=[1550 1600 1600 1400 1650 1650 1450 1500 1550 1400 1450 1500 1600 1450 1500 1450];
sb=[200 800 1300 2500];
aM=[0.999 0.999 0.999 0.6 0.9 0.9 0.95 0.95 0.75 0.4 0.95 0.6 0.7 0.5 0.5 0.3];
nsta=size(collie_r);
WB9=zeros(16,9);

```

```

simqt=zeros(numy,12);
simqq=zeros(numy,12);
stort=zeros(numy,12);
nsta=size(collie_r);
for ns=1:nsta(2)
    clear EB;clear EV;clear QssP;clear QsP;clear SoP;clear P;clear QS;clear QSS;clear E;clear So;
    k=1;ns
    Ep=aEp(ns);
    M=aM(ns);
    nk=1;
    for yr=sty:eny
        numd=-date2jul(1,1,yr)+date2jul(31,12,yr)+1;
        epd=calc_ep(Ep,1,numd);
        evap(nk:(nk+length(epd)-1),1)=epd;
        nk=length(evap)+1;
    end
    I=1-(M*0.15);
    rain=I.*collie_r(:,ns);
    [mq,mEp,mra,mi,mtr,mtb,mep]=monthRpar(sty,eny,rain,evap,obsff);
    [ro co]=find(isnan(mi));
    for rk=1:length(ro)
        for ck=1:length(co)
            mi(ro(rk),co(ck))=0.001;
            mtr(ro(rk),co(ck))=0.001;
        end
    end
    kv=1.2;
    tc=60;
    fc=0.40;

    for nb=1:length(sb)
        Sb=sb(nb);
        sf=Sb*fc;
        dif=10;
        ss=Sb/3;
        while dif>2
            s(1)=ss;
            st=s(1);
            k=1;
            for y=1:numy
                trA=mtr(y,:);
                tbA=mtb(y,:);
                iA=mi(y,:);
                epA=mep(y,:);

                for n=1:length(trA)
                    if epA(n)==0
                        epA(n)=0.001;
                    end
                    end
                    [Eb(n),Ev(n),Qss(n),Qs(n),So(n),s(n+1)]=num_fcars(s(n),iA(n),trA(n),tbA(n),epA(n),tc,M,kv,Sb,fc);
                    P(n)=trA(n)*iA(n);
                    QS(n)=Qs(n);
                    QSS(n)=Qss(n);
                    E(n)=Eb(n)+Ev(n);
                    simq(y,n)=QS(n)+QSS(n);
                    sto(y,n)=s(n);
                end
            end
        end
    end

```

```

aP(y)=sum(P);
aE(y)=sum(E);
aQS(y)=sum(QS);
aQSS(y)=sum(QSS);
s(1)=s(n+1);
end
dif=abs(st-s(n+1));
ss=(st+s(n+1))/2;
end
WB9(ns,:)=WB9(ns,:)+aQS+aQSS;
simqt=simqt+simq;
stort=stort+sto;
end
WB9(ns,:)=(1/length(sb)).*WB9(ns,:);ns
simq=(1/length(sb)).*simqt;
simqq=simqq+(wfac(ns).*simq);
simqt=zeros(numy,12);
store(ns,:)=(1/length(sb)).*mean(stort);
stort=zeros(numy,12);

end

for nk=1:numy
aWB9(nk)=sum(wfac'.*WB9(:,nk));
end
aWB9=aWB9./mean(annr);
simq9=simqq;

```

รูปที่ 3.29

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมหลัก แบบจำลองรุ่นที่สอง จำลองสมดุลของน้ำรายเดือน (ชื่อไฟล์ mw_collie4.m)

```

function[mq,mEp,mra,moi,motr,motb,moep]=monthRpar(sty,eny,obsr1,evap,flow)

mon1=[31 28 31 30 31 30 31 31 30 31 30 31];
mon2=[31 29 31 30 31 30 31 31 30 31 30 31];

clear monq;clear monep;clear monra;
n=1;
minr=1.0;
for yrt=sty:eny
jd1=date2jul(1,1,yrt);
jd2=date2jul(31,12,yrt);
if (jd2-jd1+1)==365
mon=mon1;
else
mon=mon2;
end
for nm=1:12
jdr(1)=date2jul(1,1,sty);
jd1=date2jul(1,nm,yrt);
jd2=date2jul(mon(nm),nm,yrt);
st=jd1-jdr(1)+1;
en=jd2-jdr(1)+1;
monq(n)=sum(flow(st:en));
monEp(n)=sum(evap(st:en));
monra(n)=sum(obsr1(st:en));
wetp=find(obsr1(st:en)>minr);
mtr(n)=length(wetp);

```

```

    mtb(n)=mon(nm)-mtr(n);
    mi(n)=monra(n)/mtr(n);
    mep(n)=mean(evap(st:en));
    n=n+1;
end
end
siz=size(monra);
ny=siz(2)/12;
my=zeros(ny,12);
st=1;
clear mq; clear mEp; clear mra; clear moep;
for k=1:ny
    en=st+12-1;
    mq(k,:)=monq(st:en);
    mEp(k,:)=monEp(st:en);
    mra(k,:)=monra(st:en);
    moep(k,:)=mep(st:en);
    moi(k,:)=mi(st:en);
    motr(k,:)=mtr(st:en);
    motb(k,:)=mtb(st:en);
    st=en+1;
end
mmq=mean(mq);
mmEp=mean(mEp);
mmra=mean(mra);
mmoep=mean(moep);
mmi=mean(moi);
mmtr=mean(motr);
mmtb=mean(motb);

```

รูปที่ 3.30

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแลบ โปรแกรมฟังก์ชัน (ชื่อไฟล์ monthRpar.m)

```

% Water balance calculation based on monthly input data
function[Eb,Ev,Qss,Qs,So,sn]=num_fcars(ss,r,tr,tb,ep,tc,M,kv,sb,fc)

ntr=r.*ones(tr,1);
ntb=zeros(tb,1);
rn=[ntr;ntb];
en=ep.*ones(length(rn),1);

dif=10;
rk=length(rn);

s(1)=ss;
for t=1:rk
    i=rn(t);
    ep=en(t);
    sf=fc*sb;
    te=sb/(ep*(1-M));
    tg=sf/(M*kv*ep);
    if (s(t)>0)&(s(t)<=sf)
        eb1=s(t)/te;
        ev1=s(t)/tg;
        qss1=0;
        qs1=0;
        s1=s(t)+i-eb1-ev1-qss1-qs1;
    elseif (s(t)>sf)&(s(t)<sb)

```

```

eb1=s(t)/te;
ev1=M*kv*ep;
qss1=((s(t)-sf)/tc)^1.0;
qs1=0;
s1=s(t)+i-eb1-ev1-qss1-qs1;
elseif (s(t)>=sb)
eb1=sb/te;
ev1=M*kv*ep;
qss1=((sb-sf)/tc)^1.0;
qs1=s(t)-sb;
s1=sb+i-eb1-ev1-qss1;
else
end
s(t+1)=s1;
EB(t)=eb1;
EV(t)=ev1;
QSS(t)=qss1;
QS(t)=qs1
end
sn=s(t+1);
P=r*tr;
Eb=sum(EB);
Ev=sum(EV);
Qss=sum(QSS);
Qs=sum(QS);
So=s(1);

```

รูปที่ 3.31 .

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน (ชื่อไฟล์ num_fcars.m)

3.4.3 แบบจำลองรุ่นที่สามจำลองสมดุลของน้ำรายวัน

โปรแกรมหลัก

dw_collie.m การเปิดไฟล์ข้อมูลฝน การคำนวณฝนรายวันและการเปิดไฟล์ข้อมูลน้ำท่า ใช้โปรแกรมเช่นเดียวกับแบบจำลองรุ่นที่หนึ่ง (รายปี) ไม่ได้แสดงซ้ำ รูปที่ 3.32 แสดงโปรแกรมการคำนวณกรณีมีการปรับความลึกของดินให้เหมาะสม และใช้การหลากในลำน้ำ เท่านั้น ผลการจำลองเปรียบเทียบแสดงในรูปที่ 3.25 มีไฟล์ข้อมูลนำเข้า 3 ไฟล์

collie_sub.txt เป็นข้อมูลทางกายภาพของกลุ่มน้ำย่อย 116 กลุ่มน้ำย่อย แสดงเป็นเมทริกซ์ขนาด 116×12 คอลัมน์ 1 เป็นหมายเลขกลุ่มน้ำย่อยเรียงมา 116 ไปหาน้อย 1 (ต้นน้ำไปท้ายน้ำ) คอลัมน์ 2 เป็นความยาวของลำน้ำในกลุ่มน้ำย่อยนั้น คอลัมน์ 3 เป็นหมายเลขกลุ่มน้ำย่อยที่อยู่ท้ายน้ำติดกัน คอลัมน์ 4 เป็นพื้นที่กลุ่มน้ำย่อย คอลัมน์ 5 เป็นพื้นที่กลุ่มน้ำสะสมจากต้นน้ำถึงกลุ่มน้ำย่อยนี้ และ คอลัมน์ 11 และ 12 เป็นพิกัดในระบบ UTM ของตำแหน่งกลุ่มน้ำย่อย เป็นต้น

landform116.txt เป็นข้อมูลสัดส่วนของชุดดินในแต่ละกลุ่มน้ำย่อย แสดงเป็นเมทริกซ์ขนาด 116×10 หมายถึงมีชุดดินทั้งหมด 10 ชุดดิน เช่น กลุ่มน้ำย่อย 116 ประกอบด้วยชุดดินที่ 1 (Dwellingup) 60 % และ ชุดดินที่ 2 (Pindalup) 40 %

landform20.txt เป็นข้อมูลการแจกแจงความลึกของดินของชุดดิน 6 ชุดดิน ที่ได้จากการสำรวจ แสดงเป็นเมทริกซ์ขนาด 21×7 คอลัมน์ 1 เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นจาก 0 ถึง 1 (ทุก 0.05) คอลัมน์ 2 ถึง 7 เป็นการแจกแจงความลึกของชุดดินทั้ง 6 ชุด ชุดดิน 4 ชุดที่ไม่มีข้อมูลสมมติให้มีค่าเท่ากับชุดดินข้างเคียงที่มีข้อมูล

โปรแกรมฟังก์ชัน

num_daily2b.m ใช้ในการคำนวณสมดุลของน้ำรายวัน ความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและการไหลออกใต้ผิวดินเป็นแบบไม่ใช้เชิงเส้น สมการ (3.50) การต่อของการกักเก็บน้ำในลักษณะดังหลายใบ เป็นการต่อแบบอนุกรม มีการกักเก็บจากน้ำใต้ดินระดับลึก สมการ (3.56) ถึง (3.58) แสดงในรูปที่ 3.33

calc_ep.m สร้างแบบรูปของอัตราการระเหยตามศักยภาพรายวัน ที่แตกต่างกันตามฤดูกาล จากข้อมูลปริมาณการระเหยรายปีที่กำหนด แสดงในรูปที่ 3.34

routing_d2.m จากน้ำท่าที่ไหลเข้าโครงข่ายลำน้ำจาก 116 ลุ่มน้ำย่อย ทำการไหลลงมาตามโครงข่ายลำน้ำ รายละเอียดของการคำนวณและโปรแกรมที่ใช้ แสดงในหัวข้อ 5.4 การไหลโดยใช้ความเร็วเฉลี่ย

```
% The third generation of water balance model
% Collie River Basin
% TEST 1 : Most complexity ( +topo +routing)
```

```
load collie_sub.txt;
load landform116.txt;
load landform20.txt;
Dwel=(1000*0.41).*flipud(landform20(:,2));
Dwel(21)=Dwel(20)/2;
Goon=(1000*0.41).*flipud(landform20(:,3));
Murr=(1000*0.41).*flipud(landform20(:,4));
Murr(21)=Murr(20);
Pind=(1000*0.41).*flipud(landform20(:,5));
Swam=(1000*0.41).*flipud(landform20(:,6));
Yarra=(1000*0.45).*flipud(landform20(:,7));
Mu=Goon;
Wg=Dwel;
Co=Goon;
Cr=Goon;
tbuc(:,1)=(1:21)';
tbuc(:,2)=Dwel;
tbuc(:,3)=Pind;
tbuc(:,4)=Yarra;
tbuc(:,5)=Goon;
tbuc(:,6)=Co;
tbuc(:,7)=Cr;
tbuc(:,8)=Wg;
tbuc(:,9)=Mu;
tbuc(:,10)=3.*Murr;
dfac=collie_sub(:,9);
tcg=collie_sub(:,10);
north=collie_sub(:,11);
east=collie_sub(:,12);
```

```
for n=1:116
```

```

clear evap;
Ep=collie_sub(n,7);
k=1;
for yr=sty:eny
    numd=-date2jul(1,1,yr)+date2jul(31,12,yr)+1;
    epd=calc_ep(Ep,1,numd);
    evap(k:(k+length(epd)-1))=epd;
    k=length(evap)+1;
end
if tcg(n)>25
    tcg(n)=60;
else
end
int=((tcg(n)-10)/50)*0.05+0.1;
M=collie_sub(n,8);
I=1-(M*int);
rain=I.*collie_r(:,collie_sub(n,6));
if M==1
    M=0.999;
else
end

kv=1.2;
a=15;
b=0.5;
fc=0.4;
len=size(tbuc);
sb=zeros(len(1),1);
for k=2:10
    sb=sb+(landform116(n,k)/100).*tbuc(:,k);
end
if sb(21)==0
    sb(21)=sb(20);
else
end
sb=(dfac(n)-0.5).*sb; % adjusted soil depth
[EB,EV,QSS,QS,QG]=num_daily2b(rain,evap,M,kv,sb,fc,a,b); % Linear/Non + serial+ deep groundwater
Qss=QS+QSS+QG;
flow(:,n)=Qss';
end

linklen=flipud(collie_sub(:,2));
next=flipud(collie_sub(:,3));
linka=flipud(collie_sub(:,4));
totarea=flipud(collie_sub(:,5));
nsub=116;

runoff=routing_d2(flow,linklen,next,linka,totarea,nsub);

```

รูปที่ 3.32

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมหลัก แบบจำลองรุ่นที่สาม จำลองสมดุลของน้ำรายวัน (ชื่อไฟล์ dw_collie.m)

```

% Numerical daily model with carrying over storage
% Series Buckets
% Deep ground water

function[Ebs,Ev,Qss,Qse,Qsg]=num_daily2b(r,evap,M,KV,Buc,fc,a,b)

nbuc=length(Buc);
BucS(1,:)=Buc';
ss=0.15;
dif=10;
rk=length(r);

s(1)=ss;
yBucS=ss.*BucS(1,:);
ySpw=0;
Sg(1)=1.5;
Spw=ySpw-(BucS(1,:)*fc);
fneg=find(Spw<0);
Spw(fneg)=zeros(1,length(fneg));

for t=1:rk
    dP=r(t);
    dEp=evap(t);
    for ib=1:nbuc
        dQqf = (ySpw/a).^(1/b);
        if ySpw>0
            Qqf(ib)=dQqf*(Spw(ib)/ySpw);
        else
            Qqf(ib)=0;
        end
        dEbs(ib) = (1-M)*dEp*(yBucS(ib)/BucS(1,ib));
        if (yBucS(ib)<(BucS(1,ib)*fc))
            dEv1(ib) = M*KV*dEp*((yBucS(ib))/(BucS(1,ib)*fc));
            dQse(ib)=0;
            BucS(2,ib)=yBucS(ib)+dP-dEbs(ib)-dEv1(ib)-dQse(ib)-Qqf(ib);
        elseif ((yBucS(ib)>=(BucS(1,ib)*fc))&(yBucS(ib)< BucS(1,ib)))
            dEv1(ib) = M*KV*dEp;
            dQse(ib)=0;
            BucS(2,ib)=yBucS(ib)+dP-dEbs(ib)-dEv1(ib)-dQse(ib)-Qqf(ib);
        elseif (yBucS(ib)>= BucS(1,ib))
            dEv1(ib) = M*KV*dEp;
            dQse(ib)=yBucS(ib)-BucS(1,ib);
            BucS(2,ib)=yBucS(ib)+dP-dEbs(ib)-dEv1(ib)-dQse(ib)-Qqf(ib);
        else
            end
    end
end

Ev(t)=sum(dEv1)/nbuc;
Ebs(t)=sum(dEbs)/nbuc;
Qse(t)=sum(dQse)/nbuc;
qss2=(Sg(t)/a).^(1/b);
Sg(t+1)=Sg(t)+(0.2*dQqf)-qss2;
Qss(t)=0.8*dQqf;
Qsg(t)=qss2;
yBucS=BucS(2,:);
fneg=find(yBucS<0);
yBucS(fneg)=zeros(1,length(fneg));
Spw=(BucS(2,:)-(BucS(1,:)*fc));

```



```
fneg=find(Spw<0);
Spw(fneg)=zeros(1,length(fneg));
ySpw=sum(Spw)/nbuc;
r(t)=ySpw;
end
```

รูปที่ 3.33

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน (ชื่อไฟล์ num_daily2b.m)

```
function[dEvap]=calc_ep(AnnEp,dayStart,dayFinish)
day=dayStart:dayFinish;
amp=0.67;
dEvap=(AnnEp/365)*(1+(amp*cos(day(:)*2*3.1416/365)));
```

รูปที่ 3.34

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน (ชื่อไฟล์ cal_ep.m)

คำถามท้ายบท

1. การใช้กราฟบูติโก สามารถจัดกลุ่มลุ่มน้ำตามหลักสมดุลของน้ำได้เป็น กลุ่มที่ E_p/P น้อยกว่า 1 และกลุ่มที่ E_p/P มากกว่า 1 ทั้งสองกลุ่มมีธรรมชาติต่างกันอย่างไร
2. จากหัวข้อ 3.1.2 ผลลัพธ์จากการวิเคราะห์สำหรับแบบจำลองอย่างง่าย ที่ได้แสดงการวิเคราะห์หาค่า E/P ให้แสดงการวิเคราะห์หาค่า Q/P
3. จากตัวอย่างการวิเคราะห์สมการของรูปแบบที่ 1 (regime 1) ในหัวข้อ การกักเก็บความชื้นที่แตกต่างกัน: รูปแบบทางอุทกวิทยา ให้วิเคราะห์สมการของรูปแบบที่ 2 หาค่า S_0/P , E/P , Q_s/P และ Q_{ss}/P
4. การส่งผ่าน (carry-over) และการไม่ส่งผ่าน (without carry-over) ของการกักเก็บความชื้นในดิน มีความแตกต่างกันอย่างไร มีผลต่อการจำลองสมดุลของน้ำอย่างไร
5. แนวทางการพัฒนาทฤษฎีและแบบจำลองจากบนลงล่างและจากล่างขึ้นบนต่างกันอย่างไร
6. ตัวอย่างผลการพัฒนาแบบจำลองทางอุทกวิทยาที่เหมาะสมกับลุ่มน้ำ Collie ได้แบบจำลอง 3 รุ่น สำหรับข้อมูลนำเข้ารายปี มีกระบวนการที่จำเป็นอะไรบ้าง เมื่อพัฒนาเป็นแบบจำลองรุ่นที่ 2 รายเดือนมีกระบวนการที่ต้องเพิ่มเติมอะไรบ้าง สุดท้ายเมื่อพัฒนาเป็นแบบจำลองรุ่นที่ 3 รายวัน มีกระบวนการที่ต้องเพิ่มเติมอะไรบ้าง
7. หากจะพัฒนาแบบจำลองจากข้อ 6 ต่อไปเป็นรายชั่วโมง ควรต้องมีกระบวนการ มีพารามิเตอร์อะไร เพิ่มเติมเข้าไปจากแบบจำลองรายวัน
8. ค่าพารามิเตอร์ของความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและการไหลออกแบบไม่เป็นเชิงเส้น มีวิธีการหาค่าอย่างไร
9. จากความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่ของภูมิอากาศ ดิน และพืชพรรณ ปัจจัยใดมีอิทธิพลต่อสมดุลของน้ำในลุ่มน้ำ Collie มากที่สุดใช้เกณฑ์ในการประเมินอย่างไร

10. จากตัวอย่างที่ 3.1 หาก มีปริมาณฝนเพิ่มขึ้นร้อยละ 10 แต่ความลึกของดินลดลงเป็น 0.25 เมตร คำนวณหาสมดุลของน้ำ

บรรณานุกรม

- Jothityangkoon, C. and M. Sivapalan, Framework for exploration of climate and landscape controls on catchment water balance, with emphasis on inter-annual variability, *Journal of Hydrology*, 371, 154-168, 2009
- Jothityangkoon, C., M. Sivapalan and D.L. Farmer, Process controls of water balance in a large semi-arid catchment: downward approach to hydrological model development, *Journal of Hydrology*, 254, 174-198, 2001
- ฉัตรชัย โชติษฐียงกูร และ เขาวาน์ หิรัญติยะกุล, โครงการ การทำนาย Probable maximum Flood (PMF) โดยใช้เขื่อนภูมิพลเป็นต้นแบบ รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์ สนับสนุนโดยการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย สิงหาคม 2552

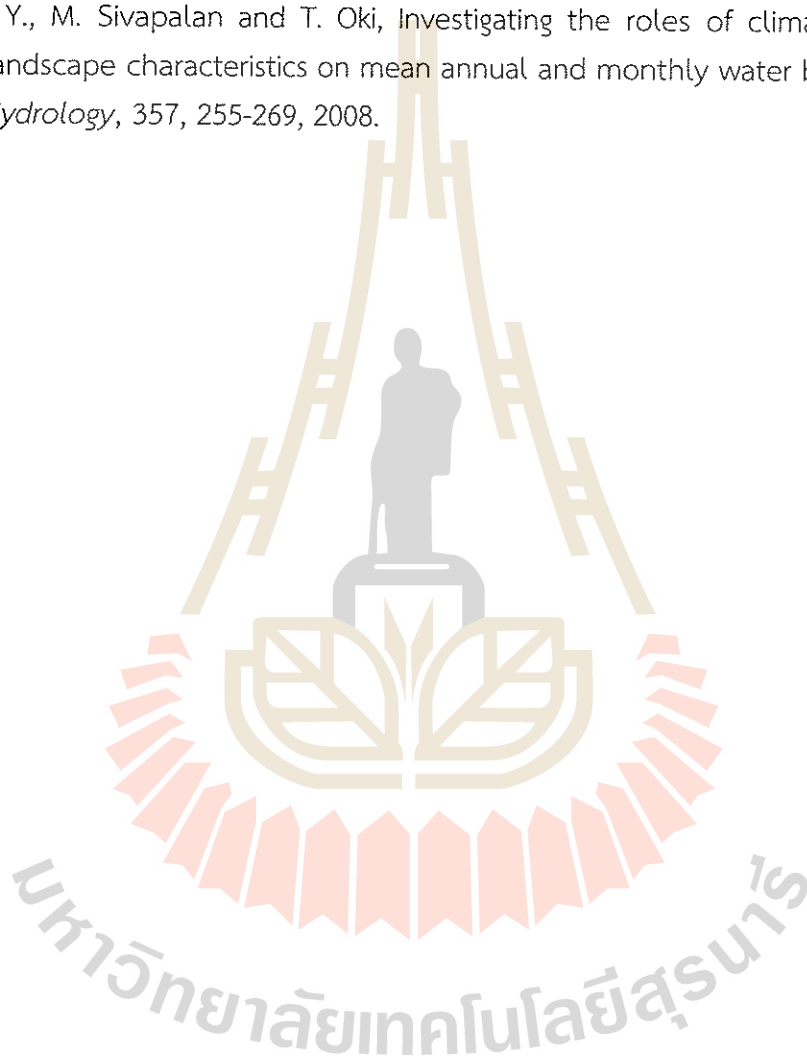
เอกสารอ้างอิง

- Atkinson, S. E., R. A. Woods, and M. Sivapalan, Climate, and landscape controls on water balance model complexity over changing time scales, *Water Resource Research*, 38, 1314, doi:10.1029/2002WR001487, 2002.
- Bettenay, E., W. G. R. Russell, D. R. Hudson, R. J. Gilkes, and R. J. Edmiston, A description of experimental catchment in the Collie area, Western Australia, CSIRO Aust. Div. Land Resour. Manage., Tech. Pap. No. 7, 1980.
- Brutsaert, W. and J. L. Nieber, Regionalized drought flow hydrographs from a mature glaciated plateau, *Water Resource Research*, 13(3), 637-643, 1977.
- Boughton, W. C., A simple model for estimating the water yield of ungauged catchments, *Civil Engineering Transactions, The Institute of Engineers, Australia*, CE(26), 83-88, 1984.
- Budyko, M. I., *Climate and Life*, Academic Press, 508 p., 1974.
- Department of Conservation and Environment, Atlas of Natural Resources, Darling System, Western Australia, University of Western Australia Press. Perth, Western Australia, 1980.
- Eagleson, P. S., Climate soil, and vegetation 1. Introduction to water balance dynamics, *Water Resource Research*, 14(5), 705-712, 1978.
- Eder, G., M. Sivapalan, , H. P. Nachtnebel, Modeling of water balances in Alpine catchment through exploitation of emergent properties over changing time scales. *Hydrological Processes*, 17, 2125-2149. doi:10.1002/hyp.1325, 2003

- Farmer, D.L., M. Sivapalan, C. Jothityangkoon, Climate, soil and vegetation controls upon the variability of water balance in temperate and semi-arid landscapes: downward approach to hydrological prediction, *Water Resource Research*, 39 (2), 1035. doi:10.1029/2001WR000328, 2003.
- Gupta, V. K. and E. Waymire, Scale variability and scale invariance in hydrological regionalization, In: *Scale Invariance and Scale Dependence in Hydrology*, (ed. By G. Sposito), Cambridge Univ. Press, New York, 88-135, 1998.
- Johnston, C. D., D. H. Hurlle, D. R. Hudson, and M. I. Height, Water movement through preferred paths in lateritic profiles of the Darling Plateau, Western Australia, Tech. paper No.1, CSIRO Division Groundwater Research, Perth, 1983
- Jothityangkoon, C. and M. Sivapalan, Temporal scales of rainfall-runoff processes and spatial scaling of flood peaks: Space-time connection through catchment water balance. *Advances in Water Resources*, 24, 1015-1036, 2001.
- Manabe, S., Climate and ocean circulation 1. The atmospheric circulation and the hydrology of the earth's surface, *Monthly Weather Review*, 97(11), 739-774, 1969.
- Milly, P. C. D., Climate, soil water storage, and the average annual water balance, *Water Resour. Res.*, 30(7), 2143-2156, 1994.
- Reggiani, P., M. Sivapalan, and S. M. Hassanizadeh, A unifying framework for watershed thermodynamics: Balance equations for mass, momentum, energy, entropy and the 2nd law of thermodynamics, *Advances in Water Resources*, 22(4), 367-398, 1998.
- Reggiani, P., S. M. Hassanizadeh, M. Sivapalan, and W. G. Gray, A unifying framework for watershed thermodynamics: Constitutive relationships, *Advances in Water Resources*, 23(1), 15-39, 1999.
- Reggiani, P., M. Sivapalan, and S. M. Hassanizadeh, Conservation equations governing hillslope responses: Exploring the physical basis of water balance, *Water Resource Research*, 36(7), 1845-1864, 2000.
- Reggiani, P., M. Sivapalan, S. M. Hassanizadeh, and W. G. Gray, Coupled equations for mass and momentum balance in a stream network: Theoretical derivation and computational experiments, *Proceeding of the Royal Society (London)*, Ser. A, 457, 157-189, 2001.
- Robinson, J. S. and M. Sivapalan, Temporal scales and hydrological regimes: Implication for flood frequency scaling, *Water Resource Research*, 33(12), 2981-2999, 1997.
- Sharma, M. L., R. J. W. Barron, and D. R. Williamson, Soil water dynamics of lateritic catchments as affected by forest clearing for pasture, in Peck A.J., Williamson, D.R.,

- (Editors), Hydrology and Salinity in the Collie River Basin, Western Australia, *Journal of Hydrology*, 94, 29-46, 1987a.
- Sharma, M. L., R. J. W. Barron, and M. S. Fernie, Areal distribution of infiltration parameters and some soil physical properties in lateritic catchments, in Peck, A.J., Williamson, D.R., (Editors), Hydrology and Salinity in the Collie River Basin, Western Australia, *Journal of Hydrology*, 94, 109-127, 1987b.
- Sivapalan, M., P. Kumar and D. Harris, Non-linear propagation of multi-scale dynamics through hydrologic subsystems, *Advances in Water Resources*, 24, 9-10, 935-940, 2001.
- Sivapalan M., J. K. Ruprecht, and N. R. Viney, Water and salt balance modelling to predict the effect of land use changed in forested catchments, 1. Small catchment water balance model, *Hydrological Processes*, 10, 393-411, 1996a.
- Sivapalan M., N. R. Viney, and J. K. Ruprecht, Water and salt balance modelling to predict the effect of land use changed in forested catchments, 3. The large catchment model, *Hydrological Processes*, 10, 429-446, 1996b.
- Sivapalan M. and R. A. Woods, Evaluation of the effects of general circulation models' subgrid variability and patchiness of rainfall and soil moisture on land surface water balance fluxes, *Hydrological Processes*, 9, 453-473, 1995.
- Stokes, R. A., Stream water and chloride generation in a small forested catchment in south western Australia, Masters Thesis, Department of Civil Engineering, University of Western Australia, 1985.
- Troch, P. A., F. P. De Troch., and W. Brutsaert, Effective water table depth to describe initial conditions prior to storm rainfall in humid regions, *Water Resource Research*, 29(2), 427-434, 1993.
- Viney, N. R., and M. Sivapalan, LASCAM: The large scale catchment model, user manual, Report number WP 1070 NV, Centre for Water Research, University of Western Australia, 199 pp., 1995.
- Williamson, D. R., R. A. Stokes, and J. K. Ruprecht, Response of input and output of water and chloride to clearing for agriculture, in Peck, A.J., Williamson, D.R. (Editors), Hydrology and Salinity in the Collie River Basin, Western Australia, *Journal of Hydrology*, 94, 1-28, 1987.
- Wittenberg, H., Nonlinear analysis of flow recession curves, IAHS Publ. 221, 61-67, 1994.
- Wittenberg, H., Baseflow recession and recharge as a nonlinear storage processes. *Hydrological Processes*, 13, 715-726, 1999.

- Wittenberg, H. and M. Sivapalan, Watershed groundwater balance estimation using streamflow recession analysis and baseflow, *Journal of Hydrology*, 219, 20-33, 1999.
- Ye, W., B. C. Bates, N. R. Viney, and M. Sivapalan, Performance of conceptual rainfall-runoff models in low-yielding ephemeral catchments, *Water Resource Research*, 33(1), 153-166, 1997.
- Yokoo Y., M. Sivapalan and T. Oki, Investigating the roles of climate seasonality and landscape characteristics on mean annual and monthly water balances, *Journal of Hydrology*, 357, 255-269, 2008.



บทที่ 4

แบบจำลองฝน

ฝนเป็นปัจจัยนำเข้าที่สำคัญทางกายภาพที่ทำให้เกิดความแปรเปลี่ยนในเชิงพื้นที่และเวลา (space-time variability) ของผลการตอบสนองของกลุ่มน้ำ (catchment responses) ถ้าต้องการตรวจสอบปฏิสัมพันธ์ระหว่างฝนและการไหลออกในระดับกลุ่มน้ำ บทบาทของกระบวนการทางอุทกวิทยา ซึ่งรวมทั้งความแปรเปลี่ยนของกระบวนการไหลออก (runoff processes) ตามธรรมชาติและโดยการกระทำของมนุษย์ ที่มีผลต่อคุณภาพน้ำในลำน้ำและในแหล่งน้ำ การพัฒนาแบบจำลองกลุ่มน้ำสำหรับการทำนายปริมาณและคุณภาพน้ำ จำเป็นต้องมีการจำลองที่เหมือนจริง (realistic simulation) ของแบบรูปของฝนตามเวลาและพื้นที่ (space-time patterns of rainfall) เพื่อนำไปจำลองการไหลออกทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ จากความสนใจในปัจจุบันถึงผลของเปลี่ยนแปลงภูมิอากาศ โดยเฉพาะการแบ่งแยก (disaggregation) ผลการทำนายความแปรเปลี่ยนของฝนจากแบบจำลองภูมิอากาศซึ่งเป็นมาตรฐานที่หยาบของแบบจำลองการหมุนเวียนของภูมิอากาศโลก (Global circulation model, GCM) ไปสู่มาตรฐานที่ละเอียดระดับกลุ่มน้ำขนาดเล็ก

4.1 แบบจำลองฝนตามเวลา

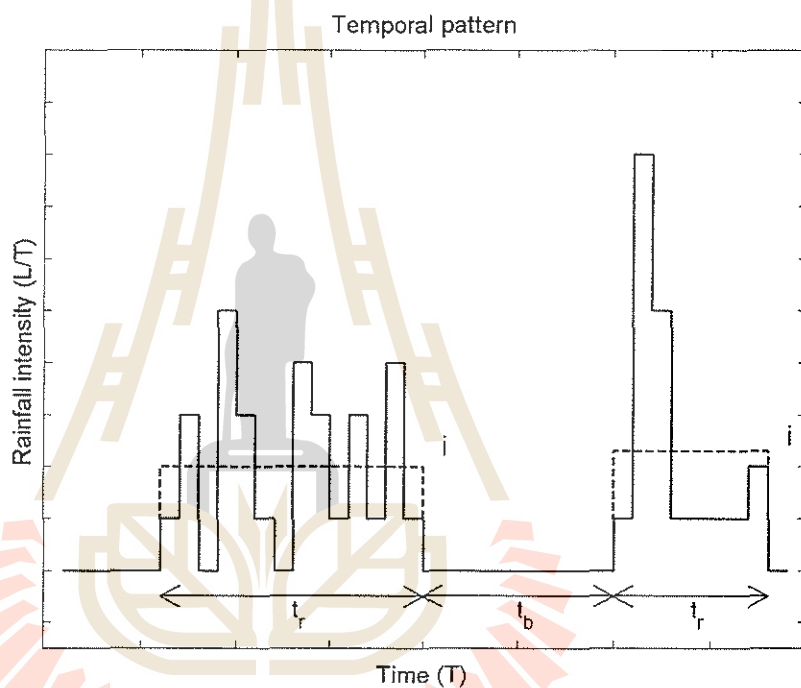
แบบจำลองฝนสโตแคสติกส์ตามเวลา (temporal stochastic rainfall model) *Robinson and Sivapalan [1997]* ได้พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ตรวจสอบผลของมาตรฐานของเวลาที่มีต่อกราฟความถี่การเกิดน้ำท่วม (flood frequency curve) แบบจำลองนี้เป็นตัวอย่างแบบจำลองฝนที่พัฒนาโดยตรงจากข้อมูลจากสถานีวัดน้ำฝนสถานีเดียว บนกลุ่มน้ำขนาดเล็กที่เป็นพื้นที่เป้าหมายของการวิจัยคือกลุ่มน้ำ Salmon Creek ตั้งอยู่ทางทิศตะวันตกเฉียงใต้ ของรัฐออสเตเรียตะวันตก ประเทศออสเตรเลีย แบบจำลองนี้ได้รับแรงบันดาลใจจากงานในอดีตของ *Acreman [1990]*, *Koutsoyiannis [1992]*, *Koutsoyiannis and Foufoula-Georgiou [1993]* และ *Garcia-Guzman and Aranda-Oliver [1993]*

รูปที่ 4.1 แสดงแผนภาพเค้าร่างการกระจายของฝนตามเวลา การพัฒนาแบบจำลองใช้แนวคิดจากแผนภาพนี้ แบ่งขั้นตอนการพัฒนาได้ดังนี้ (1) กำหนดการเกิดขึ้นของพายุฝนโดยใช้การแจกแจงความน่าจะเป็น (probability distribution) ของช่วงเวลาที่พายุฝน (t_r) และช่วงเวลาระหว่างพายุฝน (t_b) โดยสมมติว่า t_r และ t_b เป็นอิสระต่อกัน แต่ทั้งคู่มีการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล (2) ความเข้มฝน (rainfall intensity) อยู่ในรูปของความเข้มฝนเฉลี่ย (i) โดยสมมติว่าในทางสถิติมีค่าขึ้นอยู่กับ t_r แต่มีการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลด้วยเช่นกัน

ความสัมพันธ์อย่างไม่เป็นอิสระระหว่าง i และ t_r ถูกนำเสนอในเทอมของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม (joint probability distribution function) ความแตกต่างของความเข้มฝนภายในพายุฝน (ใช้ช่วงเวลาก้าวเป็นรายชั่วโมง) สร้างจากการแยกค่าจากความเข้มเฉลี่ยของฝน โดยใช้กราฟน้ำฝนทับทวี ที่สร้างมาแบบสโตแคสติกส์ (stochastically generated mass curve)

4.1.1 ข้อมูลฝน

จากข้อมูลฝนรายชั่วโมงทั้งหมด 3 ปีนำมาแยกออกเป็นช่วงเวลาที่มียาฝน (storm duration, t_r) และช่วงเวลาระหว่างยาฝน (inter-storm period, t_b) โดยใช้เกณฑ์กำหนดช่วงเวลาที่ไม่มียาฝนที่สั้นที่สุด (minimum dry period) ซึ่งการแยกยาฝนแต่ละลูกประมาณได้จากเหตุการณ์การเคลื่อนที่ของยา (synoptic or frontal event) จากแผนที่อากาศ ประมาณได้ว่าช่วงเวลาเฉลี่ยที่ไม่มียาฝนมีค่า 7 ชั่วโมง ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับงานวิจัยอื่นๆ เช่น Huff [1967] ใช้ 6 ชั่วโมง Koutsoyiannis and Foufoula-Georgiou [1993] ใช้ 7 ชั่วโมง และ Cordova and Rodriguez-Iturbe [1983] ใช้ 12 ชั่วโมง



รูปที่ 4.1

แผนภาพเค้าร่างการกระจายของฝนตามเวลาและพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้อง

4.1.2 ช่วงเวลาที่มียาฝนและช่วงเวลาระหว่างยาฝน

ค่าเฉลี่ยและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน (coefficient of variation) ของช่วงเวลาที่มียาฝนและช่วงเวลาระหว่างยาฝนถูกประมาณสำหรับแต่ละเดือน ซึ่งแสดงการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล จากข้อมูลนี้จึงใช้ ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นเลขชี้กำลัง (exponential probability density function, pdf) ซึ่งค่าพารามิเตอร์แปรผันตามฤดูกาลในการประมาณค่าช่วงเวลาที่มียาฝนและช่วงเวลาระหว่างยาฝนดังนี้

$$f_{t_r}(t_r/\delta) = \frac{1}{\delta} \exp\left(-\frac{t_r}{\delta}\right) \quad t_r > 0 \quad (4.1)$$

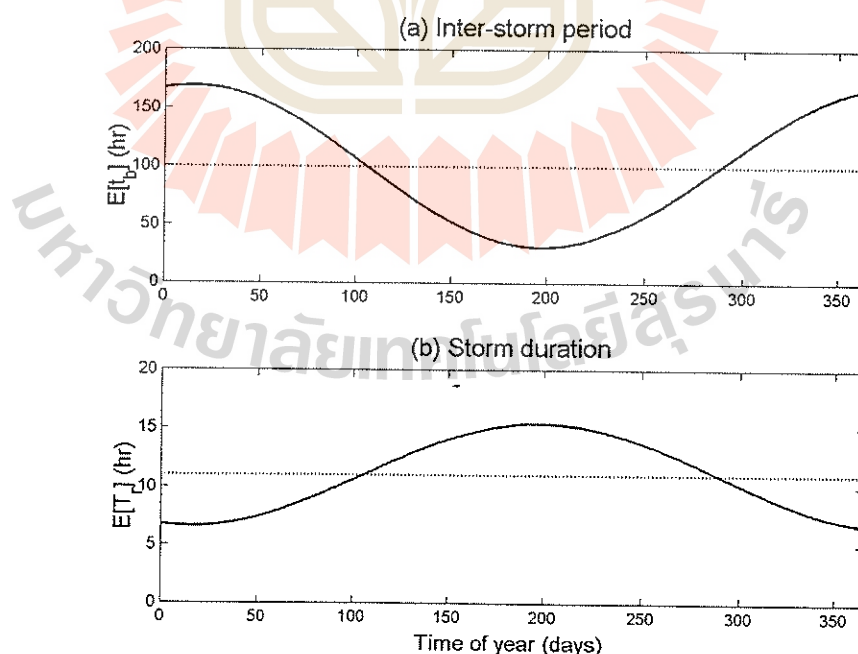
$$f_{T_b}(t_b/\gamma) = \frac{1}{\gamma - \varepsilon} \exp\left(-\frac{t_b - \varepsilon}{\gamma - \varepsilon}\right) \quad t_b > \varepsilon \quad (4.2)$$

ซึ่ง ค่าที่เลื่อน ε คือช่วงเวลาระหว่างพายุฝนที่น้อยที่สุด 7 ชั่วโมง δ คือช่วงเวลาที่พายุฝนเฉลี่ย γ คือช่วงเวลาระหว่างพายุฝนเฉลี่ย โดยสมมุติว่า δ และ γ แปรผันตามเดือนต่างๆ ในช่วง 1 ปี เป็นรูปไซน์ ดังนี้

$$\delta = \delta_r + \alpha_r \sin\left\{\frac{2\pi}{\omega_h}(\tau - \tau_r)\right\} \quad (4.3)$$

$$\gamma = \gamma_b + \alpha_b \sin\left\{\frac{2\pi}{\omega_h}(\tau - \tau_b)\right\} \quad (4.4)$$

โดย δ_r และ γ_b คือค่าเฉลี่ยช่วงเวลาที่พายุฝนและช่วงเวลาระหว่างพายุฝนซึ่งแปรเปลี่ยนตามฤดูกาล τ_r และ τ_b คือการเลื่อนเฟสตามฤดูกาล (seasonal phase shifts) ซึ่งสมมุติว่ามีค่าเท่ากับ α_r และ α_b คือแอมพลิจูด (amplitudes) ของ t_r และ t_b มีค่าแตกต่างกันในแต่ละเดือน τ เป็นเวลาของปี และ ω_h คือจำนวนทั้งหมดของหน่วยเวลาในปีใดๆ (เช่น $\omega_h = 365$ วัน ถ้า τ , τ_r และ τ_b มีหน่วยเป็นวัน) รูปที่ 4.2 แสดงกราฟของฟังก์ชันตามสมการ (4.3) และ (4.4) เหล่านี้กับข้อมูลจากการสังเกต โดย δ_r และ γ_b มีค่าประมาณ 11.0 และ 100.0 ชั่วโมง $\tau_r = \tau_b = 106$ วัน $\alpha_r = 4.4$ ชั่วโมง และ $\alpha_b = -69$ ชั่วโมง การใช้ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นเลขชี้กำลังอธิบาย t_r และ t_b บ่งบอกได้ว่าสัมประสิทธิ์ของความผันแปร (coefficient of variation, CV), $CV[t_r] = CV[t_b - \varepsilon] = 1$



รูปที่ 4.2

ช่วงเวลาที่พายุฝนและช่วงเวลาระหว่างพายุฝน เปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล จากสมการ (4.3) และ (4.4)

4.1.3 ความเข้มข้น

ค่าเฉลี่ยความเข้มข้น i เป็นตัวแปรสุ่ม (random variable) ซึ่งมีค่าขึ้นอยู่กับช่วงเวลาที่มียาสูบ t_r ทั้ง i และ t_r มีความสัมพันธ์ตามฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม $f_{i,t_r}(i, t_r / \delta)$ ซึ่งค่า δ แปรผันตามฤดูกาล ว่าเป็นช่วงใดของปี x ความเข้มข้นเฉลี่ยถูกนำมาแยกเป็นรายชั่วโมง โดยใช้ การสร้างกราฟน้ำฝนทับทิวแบบสุ่ม [Huff, 1967] ต่อไป

ตารางที่ 4.1

สถิติของฝนในช่วงเวลาที่มียาสูบชั้นต่างๆ

ชั้น	ระยะของช่วงเวลา	จำนวนเหตุการณ์	$E[i/t_r]$ (มม./ชม)	$CV^2[i/t_r]$
1	$3 \leq t_r < 6$ ชม.	253	0.93	1.34
2	$6 \leq t_r < 10$ ชม.	277	0.77	1.38
3	$10 \leq t_r < 17$ ชม.	308	0.79	0.95
4	$17 \leq t_r < 30$ ชม.	308	0.79	0.55
5	$30 \leq t_r < 100$ ชม.	267	0.89	0.41

(ก) ความเข้มข้นเฉลี่ยของยาสูบ

เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างช่วงเวลาที่มียาสูบและความเข้มข้น สามารถทำได้โดยการวิเคราะห์ความถี่ของข้อมูลฝนที่ Salmon Creek แบ่งช่วงเวลาที่มียาสูบออกเป็น 5 ชั้น และคำนวณค่าทางสถิติของตัวอย่างสำหรับแต่ละชั้น ตารางที่ 4.1 สรุปผลการคำนวณค่าทางสถิติ การหาค่าพารามิเตอร์ความสัมพันธ์ระหว่าง i และ t_r ทำได้โดยสมมติค่าทางสถิติเงื่อนไขของ $E[i/t_r]$ และ $CV^2[i/t_r]$ เป็นฟังก์ชันเลขยกกำลังกับ t_r

$$E[i/t_r] = a_1 t_r^{b_1} \quad \text{และ} \quad CV^2[i/t_r] = a_2 t_r^{b_2} \quad (4.5)$$

ผลการถดถอย (regression) ดูในตารางที่ 4.2 ค่าสัมประสิทธิ์ a_1 และ a_2 มีค่า 0.65 และ 0.34 ค่าสัมประสิทธิ์ b_1 และ b_2 มีค่า 0.08 และ -0.55 ตามลำดับ ค่า b_1 มีค่าต่ำบ่งบอกว่า $E[i/t_r]$ เกือบเป็นอิสระกับช่วงเวลาที่มียาสูบ ค่าสถิติเหล่านี้สัมพันธ์กับการแจกแจงแม่ (parent distribution) ของฝน โดยไม่ใช่ค่าสูงสุดรายปีเหมือนกับกราฟ ความเข้ม-ช่วงเวลา-ความถี่ฝนตก (intensity-duration-frequency curve, IDF)

ฟังก์ชันเลขยกกำลังในสมการ (4.5) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์อันดับหนึ่งและอันดับสองของ $f_i(i/t_r)$ การแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของ i เมื่อให้ค่า t_r สมมติให้เป็นไปตามการแจกแจงแกมมา (gamma distribution)

$$f_i(i/t_r) = \frac{\lambda}{\Gamma(\kappa)} (\lambda i)^{\kappa-1} \exp(-\lambda i) \quad (4.6)$$

พารามิเตอร์ของการแจกแจงแกมมา κ และ λ เป็นฟังก์ชันของ t_r โดยการจับคู่ทางสถิติของการแจกแจงแกมมากับ สมการ (4.5) ทำให้สามารถประมาณค่า κ และ λ ได้ดังนี้

$$\kappa = \frac{t_r^{-b_2}}{a_2} \quad \text{และ} \quad \lambda = \frac{t_r^{-b_1-b_2}}{a_1 a_2} \quad (4.7)$$

ตารางที่ 4.2

สรุปค่าพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองฝน

พารามิเตอร์	สมการที่ใช้	ค่า	หน่วย
ε	(4.1)	7	ชั่วโมง
δ_r	(4.3)	11	ชั่วโมง
α_r	(4.3)	4.4	ชั่วโมง
γ_b	(4.4)	100	ชั่วโมง
α_b	(4.4)	-69	ชั่วโมง
$\tau_r = \tau_b$	(4.3) และ(4.4)	106	วัน
ω_h	(4.3) และ(4.4)	365	วัน
a_1	(4.7)	0.65	-
b_1	(4.7)	0.08	-
a_2	(4.7)	0.34	-
b_2	(4.7)	-0.55	-
$\alpha = \beta$	(4.16)	1	-

จากการประมาณค่าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข ของความเข้มฝน i เมื่อให้ค่า t_r (สมการ (4.6) และ (4.7)) และการแจกแจงตามขอบ (Marginal distribution) ของช่วงเวลาที่มียายุฝน (สมการ (4.1) ถึง (4.4)) สามารถนำมาสร้างฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นร่วมสองตัวแปร (bivariate joint pdf.) ของ i และ t_r ได้ดังนี้

$$f_{i,t_r}(i,t_r/\delta) = f_i(i/t_r) f_{t_r}(t_r/\delta) \quad (4.8)$$

โดย $f_{t_r}(t_r/\delta)$ และ $f_i(i/t_r)$ ได้มาจากสมการ (4.1) และ (4.6) ตามลำดับ ใช้สมการ (4.1), (4.6), (4.7) และ (4.8) ตามทฤษฎีทางสถิติเรื่องการแจกแจงร่วม (joint distribution) สามารถสร้างความสมการสัมพันธ์ โมเมนต์ของความเข้มฝน i และผลของ it_r (ความลึกของฝน) ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) ระหว่าง i และ t_r [Mood et al. 1974] ได้ผลดังนี้

$$E[i/\delta] = a_1 \delta^{b_1} \Gamma(1 + b_1) \quad (4.9)$$

$$Var[i/\delta] = a_1^2 \delta^{2b_1} [a_2 \delta^{b_2} \Gamma(1 + b_2 + 2b_1) + (1 + 2b_1) - \Gamma^2(1 + b_1)] \quad (4.10)$$

$$E[it_r/\delta] = a_1 \delta^{b_1+1} \Gamma(2 + b_1) \quad (4.11)$$

$$\rho[i, t_r/\delta] = \frac{E[it_r/\delta] - E[i/\delta]}{\sqrt{\text{Var}[i/\delta]}} \quad (4.12)$$

ได้ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองโดยการเปรียบเทียบผลจากสมการข้างต้นกับค่าที่ได้จากสถานีวัดน้ำฝนที่ Salmon Creek ผลจากสมการมีความเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลใกล้เคียงกับค่าจากการวัดเมื่อเทียบกันระหว่าง $E[i/\delta]$, $\text{Var}[i/\delta]$ และ $E[it_r/\delta]$ แต่มีความแตกต่างกันมากที่ค่า $\rho[i, t_r/\delta]$ อาจเนื่องจากปัญหาการเกิดพายุฝนในฤดูร้อนมากขึ้น ในช่วง 20 ปี

(ข) แบบรูปตามเวลาภายในพายุฝน (within-storm temporal pattern)

การกำหนดแบบรูปการกระจายตามเวลาของความเข้มฝนภายในพายุฝน ใช้หลักการของกราฟแสดงค่าน้ำฝนทับทวี [Huff, 1967; Chow et al., 1988] กราฟแสดงค่าน้ำฝนทับทวีที่เป็นบรรทัดฐาน (normalized mass curve) แสดงได้จาก

$$H(t^*) = \frac{1}{it_r} \int_0^{t^*} p(t) dt \quad (4.13)$$

ซึ่ง $t^* = t/t_r$ ($0 \leq t^* \leq 1$) i คือความเข้มฝนเฉลี่ยสำหรับพายุฝนใดๆ $p(t)$ คือความเข้มฝนที่แยกกระจายภายในพายุฝนที่ช่วงเวลา t ของพายุฝน ($0 \leq t \leq t_r$) และ t_r คือช่วงเวลาที่ฝนตก

เพื่อสร้างแบบรูปของความแตกต่างของความเข้มฝนภายในพายุฝนที่เหมือนของจริง Robinson and Sivapalan [1997] ได้พัฒนา แบบจำลองสโตแคสติกส์ (stochastic model) ที่สามารถสร้างกราฟแสดงค่าน้ำฝนทับทวีที่เป็นบรรทัดฐานได้ เหมือนกับลักษณะทางสถิติของข้อมูลฝนจริง แบบจำลองมีโครงสร้างในการคูณตัวเองขยายออกไปเรื่อยๆ คล้ายกับการแบ่งขยายลงมาเป็นชั้นๆ แบบสุ่ม (random cascades) ในขั้นแรกของการแบ่งแยก $H(t^*)$ เป็นไปได้ดังนี้

$$\begin{aligned} H(0) &= 0 \\ H(0.5) &= w_1 \\ H(1) &= 1 \end{aligned} \quad (4.14)$$

โดย w_1 คือตัวเลขจากการสุ่มในชั้นที่ 1 ซึ่งมีคุณสมบัติ $0 \leq w_1 \leq 1$ ทำให้แบบรูปความเข้มฝนเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 ส่วนมีค่า w_1 และ $1 - w_1$ นำไปคูณกับความเข้มฝนเฉลี่ยต่อไป ในชั้นที่สอง การแบ่งขยายทำได้โดยการใส่ค่าตัวเลขจากการสุ่มในชั้นที่ 2 ที่เป็นอิสระกันอีก 2 ตัว คือ w_2^1 และ w_2^2 ดังนี้

$$\begin{aligned} H(0) &= 0 \\ H(0.25) &= w_1 w_2^1 \\ H(0.5) &= w_1 w_2^1 + w_1 (1 - w_2^1) = w_1 \\ H(0.75) &= w_1 + (1 - w_1) w_2^2 \\ H(1) &= 1 \end{aligned} \quad (4.15)$$

แบบรูปความเข้มฝนเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 4 ส่วน การแบ่งขยายดำเนินการต่อไป จนถึงระดับชั้นที่สูงขึ้น จนมีความละเอียดได้ตามมาตราส่วนของเวลาที่ต้องการ (ในการศึกษานี้ใช้ 1 ชั่วโมง) ทั้งนี้ตัวเลขจากการสุ่มที่เป็นอิสระ w_1, w_2, \dots, w_j ($0 \leq w_j \leq 1$) ถูกสุ่มเลือกมาจากการแจกแจงเบต้า (Beta distribution) $f_w(w)$ ดังสมการต่อไปนี้

$$f_w(w) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} w^{\alpha-1} (1-w)^{\beta-1} \quad 0 \leq w \leq 1, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (4.16)$$

เมื่อ $\alpha = \beta$, $f_w(w)$ จะมีลักษณะสมมาตรรอบ $w = 0.5$ เป็นผลให้ได้กราฟน้ำฝนทับทวี เป็นเส้นตรง ความลาดชัน 1:1 ขนาดของ $\alpha = \beta$ จึงเป็นตัวควบคุมการแปรเปลี่ยนรอบเส้นมัธยฐาน (median curve) หาก α, β มีค่าสูงทำให้การแปรเปลี่ยนน้อยเพราะส่วนใหญ่ $f_w(w)$ จะอยู่รอบ $w = 0.5$ เป็นส่วนใหญ่

ตัวอย่างการคำนวณการกระจายตามเวลาของความเข้มฝนภายในพายุฝน โดยใช้ $t_r = 10$ ชั่วโมง $\alpha = \beta = 1$ และ ความเข้มฝนเฉลี่ยเริ่มต้น 1 มิลลิเมตร โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแลบ ฟังก์ชัน `mass3` ในรูปที่ 4.6 แสดงผลการคำนวณในเชิงตัวเลข ค่า H ในระดับที่ 1 ถึง 4 แสดงในตารางที่ 4.3 แนวตั้งสุดท้ายของตาราง แสดงค่าสัดส่วนความเข้มฝนของช่วงเวลา 10 ชั่วโมงจากวิธีการประมาณค่าในช่วง (interpolation) จากค่า H ที่มีการแบ่งขยายลงมาเป็น 4 ชั้น (16 ชั่วโมง) ผลการเปรียบเทียบระหว่างค่าจากตารางในแนวตั้งสุดท้าย (ความเข้มฝน 10 ชั่วโมง) และรองสุดท้าย (ค่า H ระดับ 4) แสดงในรูปที่ 4.3 รูปที่ 4.4 แสดงผลการสร้างอนุกรมเวลาของความเข้มฝนรายชั่วโมง เป็นเวลา 1 ปี จากแบบจำลองฝนแบบสโตแคสติกส์ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแลบ โปรแกรมหลัก แสดงในรูปที่ 4.5 และฟังก์ชันในรูปที่ 4.6

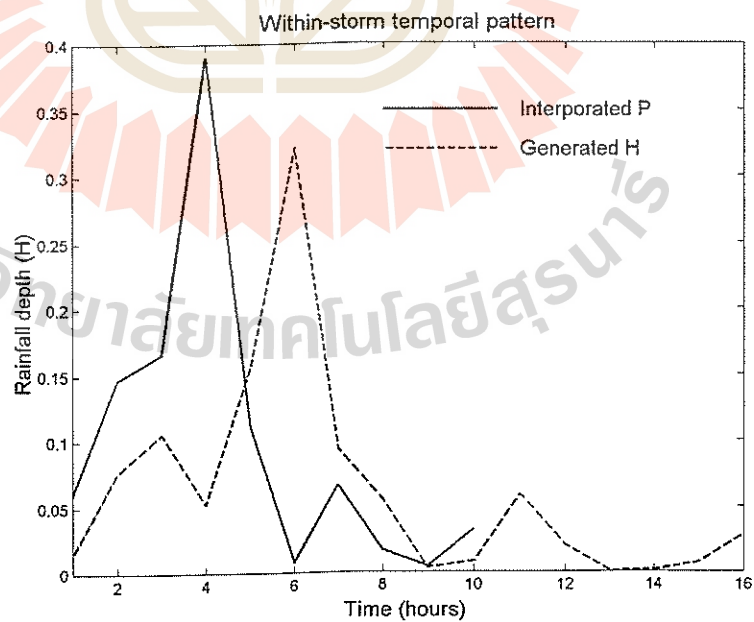
โปรแกรมในรูปที่ 4.5 ยังสามารถสร้างอนุกรมเวลารายชั่วโมงของความเข้มฝนที่ไม่มีแบบรูปตามเวลาภายในพายุฝน (พารามิเตอร์ `m_large`) และอนุกรมเวลารายชั่วโมงของความเข้มฝนที่ไม่มีแบบรูปฤดูกาล (พารามิเตอร์ `m_ns`)

การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแลบ ในรูปที่ 4.5 และ 4.6 ต้องใช้ฟังก์ชันที่อยู่ใน `stat tool` ของโปรแกรม แมทแลบ ด้วยเช่น `exprnd` `gamrnd` และ `betarnd` เพื่อสร้างค่าแบบสุ่มจากการแจกแจงแบบ เลขชี้กำลัง แกมมา และ เบต้า ตามลำดับ

ตารางที่ 4.3

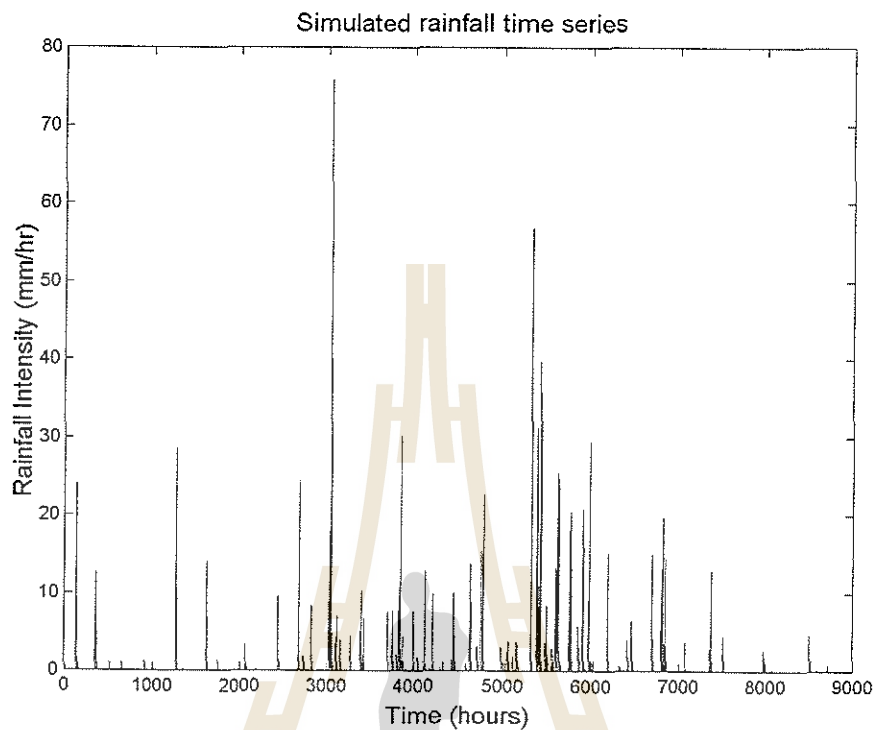
ตัวอย่างการคำนวณการกระจายความเข้มฝนภายในพายุฝนช่วงเวลา 10 ชั่วโมง ความเข้มฝนเริ่มต้นเฉลี่ย 1 มม./ชม

เวลา (ชม)	ระดับ 0	w_1	H ระดับ 1	w_2	ระดับ 2	w_3	ระดับ 3	w_4	ระดับ 4	$p(t')$
1	1.0000	0.8733	0.8733	0.2835	0.2476	0.3634	0.0900	0.1566	0.0141	0.0596
2			0.1267		0.6257		0.1576		0.0759	0.1463
3				0.7074	0.0896	0.7631	0.4775	0.6698	0.1055	0.1661
4					0.0371		0.1482		0.0520	0.3903
5						0.1227	0.0110	0.3259	0.1556	0.1110
6							0.0786		0.3219	0.0078
7						0.0507	0.0019	0.6289	0.0932	0.0658
8							0.0352		0.0550	0.0165
9								0.2743	0.0030	0.0042
10									0.0080	0.0324
11								0.7447	0.0586	
12									0.0201	
13								0.2842	0.0005	
14									0.0013	
15								0.1961	0.0069	
16									0.0283	
รวม			1.0000		1.0000		1.0000		1.0000	1.0000



รูปที่ 4.3

เปรียบเทียบผลจากตารางที่ 4.3 ระหว่างค่าสัดส่วนความเข้มฝน H และค่าสัดส่วนความเข้มฝน p จากวิธีการประมาณในช่วง ปรับจาก 16 ช่วงเวลาเป็น 10 ช่วงเวลา



รูปที่ 4.4

ผลการสร้างอนุกรมเวลาของความเข้มฝนรายชั่วโมง เป็นเวลา 1 ปี จากแบบจำลองฝนแบบสโตแคสติกส์

```
% Stochastic temporal rainfall model
% Generate hourly rainfall for "years" years.
```

```
rand('seed',sum(100*clock));
```

```
%rainfall prms;
clear tr;
clear tb;
clear tau;
```

```
a1=0.65;
b1=0.08;
a2=3.4;
b2=-0.55;
ave_tr=11;
alfa_tr=4.4;
ave_tb=100;
alfa_tb=-69;
shift=106*24;
yh=365.25*24;
alfa=1;
crit_tb=7;
years=1;
```

```
%calculate storm durations
tau=1;ns=0;
while tau<365.26*years*24,
ns=ns+1;
```

```

delta=ave_tr+alfa_tr*sin(2*pi/yh.*(tau(ns)-shift));
gam=ave_tb+alfa_tb*sin(2*pi/yh.*(tau(ns)-shift));
tr(ns)=max(1,round(exprnd(delta)));
tb(ns)=crit_tb+round(exprnd(gam-crit_tb));
tau(ns+1)=tau(ns)+tr(ns)+tb(ns);
end

%rand('seed',sum(100*clock));

% intensity coefs
kappa=1./(a2.*tr.^b2);
lambda=1./(a1*a2.*tr.^(b1+b2));
rnl=gamrnd(kappa,lambda);
rnlarge=zeros(max(tau),1);
rnsml=zeros(max(tau),1);
start_end=zeros(ns,2);

%rand('seed',sum(100*clock));

% calculate time series
for n=1:1:ns
    point=tau(n):tau(n)+tr(n)-1;
    rnlarge(point)=(rnl(n)*ones(size(point)));
    rnsml(point)=(rnl(n)*tr(n)*mass3(tr(n),alfa));
    start_end(n,1)=point(1);
    start_end(n,2)=point(length(point));
end

%storms with no seasonal structure
nosn=randperm(ns);
nosn2=randperm(ns);
rnl2=rnl(nosn);tr2=tr(nosn);tb2=tb(nosn2);
rn_ns=zeros(max(tau),1);
tau2(1)=1;
for n=1:1:ns
    tau2(n+1)=tau2(n)+tr2(n)+tb2(n);
    point=tau2(n):tau2(n)+tr2(n)-1;
    p=start_end(nosn(n),:);
    rn_ns(point)=rnsml(p(1):p(2));
end

%final results
lng=365*24*years;
t=1:1:lng;
rnsml=rnsml(1:1:lng); % Within storm pattern
rnlarge=rnlarge(1:1:lng); % No within storm pattern
rn_ns=rn_ns(1:1:lng); % No seasonal structure
plot(rnsml);

```

รูปที่ 4.5

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแลบ โปรแกรมหลัก สำหรับแบบจำลองฝนแบบสโตแคสติกส์ (ชื่อไฟล์ fit.m)

```

function[HH]=mass3(tr,alfa);

clear HH;
if (tr>1)
    n=ceil(log(tr)/log(2)+1);

```

```

iall=zeros(tr,n);
iall(1,1)=1;
for level=2:1:n
    sub=1:2:2^(level-1);
    w1=betarnd(alfa,alfa,2^(level-2),1);
    iall(sub,level)=w1.*iall(floor(sub./2)+1,level-1);
    iall(sub+1,level)=(1-w1).*iall(floor(sub./2)+1,level-1);
end
if n==(log(tr)/log(2)+1)
    HH=iall(:,level);
else
    h=interp1(1/2^(n-1):1/2^(n-1):1,cumsum(iall(:,level)),1/tr:1/tr:1);
    H=h(1);H(2:tr)=diff(h);
    HH=H';
end
else
    HH=1;
end
end

```

รูปที่ 4.6

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ ฟังก์ชัน สำหรับแบบจำลองฝนแบบสโตแคสติกส์ (ชื่อไฟล์ mass3.m)

4.2 แบบจำลองฝนในเชิงพื้นที่และเวลา

การสร้างแบบจำลองฝนตามเวลาและพื้นที่แบบสโตแคสติกส์ (stochastic modeling of space-time rainfall) โดยทั่วไปดำเนินการได้ 2 แนวทาง แนวทางแรกเน้นการใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ ของกระบวนการจุด-คลัสเตอร์ (cluster-point processes) เพื่อสร้างช่วงชั้นโครงสร้างของฝนตามเวลาและพื้นที่ (hierarchical spatial and temporal organization) เหมือนที่พบจากธรรมชาติของฝนตามเวลาและพื้นที่ [Austin and Houze, 1972; Gupta and Waymire, 1979; Waymire et al., 1984; Kavvas et al., 1987] พบปัญหาหลัก 2 ข้อในการใช้แนวทางกระบวนการจุด-คลัสเตอร์เพื่อจำลองฝน ข้อแรกที่เป็นอุปสรรคสำคัญคือการประมาณค่าพารามิเตอร์ เพราะลักษณะของฝนในแต่ละมาตราส่วน และช่วงชั้นโครงสร้างที่ต้องการการจำลองแยกกัน แต่ละมาตราส่วนและแต่ละช่วงชั้นต้องการชุดของค่าพารามิเตอร์ ทำให้มีจำนวนพารามิเตอร์มากและยากต่อการประมาณค่า [Sivapalan and Wood, 1987] ปัญหาที่สองคือ แบบจำลองส่วนใหญ่ที่ใช้แนวทางกระบวนการจุด ไม่สามารถใช้แบบจำลองอธิบายโครงสร้างทางสถิติของฝนในมาตราส่วนขนาดใหญ่ได้ [Foufoula-Georgiou and Krajewski, 1995] เช่นการตกของฝนที่หยุดเป็นช่วงๆ (intermittency) และการตกเป็นหย่อมๆ กระจายไม่สม่ำเสมอ (nonhomogeneity) ซึ่งพบได้จากการสังเกตธรรมชาติของฝนและยากที่จะจำลอง

แนวทางที่สองพยายามใช้ประโยชน์จากลักษณะความไม่แปรปรวนของมาตราส่วน (scaling invariance) ที่วัดได้จากข้อมูลฝน โดยเฉพาะข้อมูลจากข้อมูลเรดาร์ [Schertzer and Lovejoy, 1987; Lovejoy and Schertzer, 1990; Gupta and Waymire, 1990] เช่นความแปรเปลี่ยนสุดขีด (extreme variability) การตกของฝนที่หยุดเป็นช่วงๆ [Georgakakos and Krajewski, 1996] ผลการวิเคราะห์ทางสถิติของข้อมูลเรดาร์ พบว่าความแปรเปลี่ยนตามพื้นที่และเวลา ที่ประมาณจากมาตราส่วนที่ต่างกัน (จากเล็กไปหาใหญ่) มีแนวโน้มที่มีแบบรูปของความคล้ายคลึงตัวเอง (self-similarity) ต่างกันที่อัตราส่วนของมาตราส่วน (scale ratio) การศึกษาปัจจุบันส่วนใหญ่จึงพยายามจำลองฝนตามเวลาและ

พื้นที่ที่ใช้ประโยชน์ลักษณะของความไม่แปรปรวนของมาตราส่วนหรือความคล้ายคลึงตัวเอง บนพื้นฐานของทฤษฎีการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มหลายชั้น (multiplicative random cascades) [Lovejoy and Schertzer, 1990; Gupta and Waymire, 1993] คุณสมบัติของความคล้ายคลึงตัวเอง ทำให้การหาค่าพารามิเตอร์มีจำนวนน้อยลงสำหรับสนามของฝน (rainfall fields) ใช้ได้กับช่วงของมาตราส่วนที่กว้าง [Lovejoy and Schertzer, 1990; Gupta and Waymire, 1993; Foufoula-Georgiou and Krajewski, 1995] นอกจากนี้ ลักษณะตามธรรมชาติของฝน เช่น การตกของฝนที่หยุดเป็นช่วงๆ และการตกเป็นหย่อมๆ ตามพื้นที่ (spatial patchiness) สามารถนำมาคิดรวมอยู่ในแบบจำลองเหล่านี้ได้ [Gupta and Waymire, 1993; Tessier et al., 1993]

การแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มหลายชั้น มีพื้นฐานแนวคิดมาจากทฤษฎีความปั่นป่วน (turbulence theory) ซึ่งการแบ่งระดับชั้นวงความปั่นป่วน (turbulence eddies) เกิดจากการถ่ายโอนพลังงานจลศาสตร์ (kinetic energy) จากมาตราส่วนพลังงานขนาดใหญ่ก้าวหน้าไปสู่มาตราส่วนพลังงานขนาดเล็กจากการสลายพลังงาน (dissipation scales) สำหรับฝน มีสภาพที่คล้ายคลึงกันคือมวลทั้งหมดของน้ำฝนหรือความชื้นฝน ถูกแบ่งแยกเป็นระดับชั้น พื้นที่ที่มีความชื้นฝนสูงอยู่รวมในพื้นที่ขนาดใหญ่ที่มีความชื้นฝนเฉลี่ยต่ำ ยิ่งพื้นที่ขนาดใหญ่มากขึ้นเท่าใด ความชื้นฝนเฉลี่ยจะยิ่งต่ำลงเท่านั้น ทฤษฎีการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มหลายชั้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการจำลองฝนตามเวลาและพื้นที่ได้ใน 2 รูปแบบที่ต่างกันคือ แบบต่อเนื่อง (continuous) และแบบแยกกันโดยสิ้นเชิง (discrete) รูปแบบต่อเนื่องมีข้อได้เปรียบในการพัฒนาการแบ่งระดับชั้น สำหรับช่วงที่ต่อเนื่องกันสำหรับมาตราส่วนต่างๆ แทนที่เป็นชุดของการแบ่งระดับชั้น [Marsan et al., 1996; Schertzer and Lovejoy, 1991] ในอีกด้านหนึ่ง Over and Gupta [1996] ให้เหตุผลข้อดี 2 ข้อในการใช้รูปแบบแบบแยกกันโดยสิ้นเชิง ข้อแรกวิธีนี้สามารถจัดการพื้นที่ที่ไม่มีฝนได้โดยธรรมชาติ ขณะที่การจัดการนี้ไม่ชัดเจนหากใช้รูปแบบต่อเนื่อง [Gupta and Waymire, 1993; Over and Gupta, 1994] ข้อที่ 2 รูปแบบแบบแยกกันโดยสิ้นเชิง สามารถปรับให้เข้ากับการแบ่งพื้นที่ลุ่มน้ำที่เป็นแบบแยกกันโดยสิ้นเชิง (discrete sub-catchment partitioning) ที่จำลองสภาพภูมิประเทศและโครงข่ายลำน้ำ Over and Gupta [1996] ได้นำเสนอแนวทางขั้นต้นในการขยายผลการใช้แบบจำลองการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มสำหรับฝนตามพื้นที่ ให้รวมความเปลี่ยนแปลงตามพื้นที่ เข้าไปด้วย ซึ่งมีความสำคัญที่มาตราส่วนขนาดเล็ก

4.2.1 แบบจำลองฝนตามเวลาโดยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ (Markov chain)

การวิเคราะห์แผนภาพสหสัมพันธ์ (correlogram) ของอนุกรมเวลาของปริมาณฝนเฉลี่ยทั้งพื้นที่ บ่งบอกว่า กรณีมีฝนตกติดต่อกันหลายวัน ปริมาณฝนรายวันที่ตกวันนี้ จะขึ้นอยู่กับปริมาณฝนที่เกิดขึ้นในวันก่อน ขณะเดียวกันยังมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีฝนตกเลยในวันหนึ่งวันใด ซึ่งแบบจำลองอนุกรมเวลาของฝนโดยทั่วไป เช่น การเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถดถอยอัตโนมัติ (autoregression moving average, ARMA) ไม่สามารถนำมารวมอยู่ในแบบจำลองนี้ได้ ต่อมาลูกโซ่มาร์คอฟซึ่งแยกกันโดยสิ้นเชิง (discrete Markov chain) ได้ถูกนำมาใช้จำลองฝนรายวันอย่างได้ผลดี [Goodspeed and Pierrehumbert, 1975; Carey and Haan, 1978; and Srikanthan and McMahon, 1983; Foufoula-Georgiou and

Lettenmaier, 1987] ด้วยเหตุผลนี้จึงได้นำหลักการของลูกโซ่มาร์คอฟซึ่งแยกกันโดยสิ้นเชิง มาใช้สร้างแบบจำลองอนุกรมเวลาของปริมาณฝนเฉลี่ยรายวันตามพื้นที่

ลูกโซ่มาร์คอฟซึ่งแยกกันโดยสิ้นเชิงเป็นกระบวนการแบบสุ่ม อธิบายการเกิดขึ้นของฝนรายวันที่มีปริมาณแตกต่างกันตามจำนวนภาวะที่แยกกันโดยสิ้นเชิง (discrete states) ประกอบด้วยภาวะไม่มีฝนต่อกับภาวะที่มีฝนหนึ่งค่าหรือมากกว่าพร้อมกับระบุความลึกของฝน ความเป็นไปได้ของฝนในวันใดๆ ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขภาวะของการเกิดฝนในวันก่อนๆ ลูกโซ่มาร์คอฟอันดับแรก (First order Markov chain) กำหนดปริมาณฝนของวันนี้ ขึ้นกับภาวะของฝนเมื่อวันวานนี้เท่านั้น

ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนผ่าน (transition probabilities)

ลูกโซ่มาร์คอฟในอันดับแรกถูกกำหนดโดยเมทริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนผ่าน (transition probability matrix) ประกอบด้วยชุดของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนผ่าน $p_{i,j}$ อธิบายความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของฝนในวันนี้อยู่ที่ภาวะ i เมื่อมีฝนตกเมื่อวานอยู่ในภาวะ j ถ้าจำนวนภาวะที่ถูกเลือกคือ m เมทริกซ์ ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนผ่าน P ประกอบด้วยองค์ประกอบ $p_{i,j}$ ในเมทริกซ์ขนาด $m \times m$ ดังนี้ $\sum_{i=1}^m p_{ij} = 1$ สำหรับ $j = 1, \dots, m$

ความลึกของฝน

ลูกโซ่มาร์คอฟในอันดับแรก ภาวะ m (กำหนด $m = 4$) สามารถใช้ในการจำลองลำดับเหตุการณ์ของภาวะที่มีฝนเป็นรายวัน ขั้นตอนต่อไปเป็นการกำหนดความลึกของฝนที่ตกในวันที่กำหนด ซึ่งจะมีปริมาณฝนอยู่ในภาวะหนึ่งจากทั้งหมด 4 ภาวะที่มีฝนตก ปริมาณความลึกฝนในวันที่ฝนตกสร้างจากการแจกแจงแกมมา 2 พารามิเตอร์ในรูปแบบที่ตัดปลาย (truncated form) ของความเข้มฝน พารามิเตอร์ของการแจกแจงแกมมามีความแปรเปลี่ยนไปตามช่วงเวลาต่างๆ ของปี เพื่อนำผลความแตกต่างของฝนตามฤดูกาลเข้ามาพิจารณาด้วย พารามิเตอร์แกมมา จึงประมาณจากข้อมูลฝนเฉลี่ยตามพื้นที่จากการวัดสำหรับเดือนต่างๆ ของปีปฏิทิน การแจกแจงแกมมาแบบที่ตัดปลายถูกสร้างสำหรับแต่ละภาวะของฝนจากทั้งหมด 4 ภาวะที่มีฝนตก การรู้ขีดจำกัดต่ำสุดและสูงสุดของความเข้มฝนสำหรับแต่ละภาวะ คำนี้นักของความน่าจะเป็นระหว่างขีดจำกัดเหล่านี้สามารถประมาณค่าได้ การแจกแจงแกมมาแบบที่ตัดปลายสำหรับแต่ละภาวะคำนวณได้จากการแบ่งการแจกแจงแกมมาทั้งหมดตามค่านี้ นักของความน่าจะเป็น

4.2.2 แบบจำลองฝนตามพื้นที่บนพื้นฐานของการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มที่แยกกันโดยสิ้นเชิง

การแบ่งแยกตามพื้นที่ของฝนดำเนินการโดยใช้แนวทางวิธีการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มที่แยกกันโดยสิ้นเชิง (discrete random cascade approach) และขยายผลให้รวมความแปรเปลี่ยนที่เป็นระบบ (systematic variability) ของความไม่เป็นแบบเดียวกัน (non-homogeneity) ของฝนทั้งภูมิภาค เริ่มจากรูปแบบที่เป็นแบบเดียวกัน (homogeneous form) ของแบบจำลองการแบ่งชั้นแบบสุ่มที่แยกกันโดยสิ้นเชิง นำเสนอโดย Over and Gupta [1996] การสร้างการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มที่แยกกันโดย

สิ้นเชิง เริ่มต้นด้วยมวลหรือปริมาตรของฝนใน 2 มิติ ($d=2$) ในพื้นที่ที่กำหนด พื้นที่ถูกแบ่งออกเป็นชั้นๆ แต่ระดับชั้นแบ่งออกเป็น b ส่วนเท่ากัน ($b=2^d$) การแบ่งมวลที่ได้รับจากระดับชั้นก่อน ถูกกระจายออกเป็น b ส่วนย่อยด้วยชุดของตัวก่อกำเนิดการแบ่งระดับชั้น (cascade generator, w) ตามที่แสดงแผนภาพเค้าโครงในรูปที่ 4.7 (กรณี $d=2, b=4$)

สำหรับพื้นที่เริ่มต้น (ที่ระดับ 0) กำหนดให้มีความเข้มข้นเฉลี่ย R_0 มิลลิเมตรต่อวัน โดยการสร้างจากแบบจำลองฝนตามเวลาที่อธิบายในหัวข้อ 4.1 ทำให้มีปริมาตรฝนเริ่มต้น $R_0 L_0^d$ โดย L_0 คือมาตราส่วนความกว้างของพื้นที่ของพื้นที่ศึกษา ดังนั้นที่ระดับชั้นแรกปริมาตรนี้ถูกแบ่งออกเป็น 4 ส่วน ($b=4$) พื้นที่ย่อยแสดงสัญลักษณ์โดย $(\Delta_1^i, i=1,2,3,4)$ ที่ระดับชั้นที่ 2 แต่ละพื้นที่ถูกแบ่งต่อไปอีก 4 ส่วน ($b=4$) แสดงสัญลักษณ์โดย $\Delta_2^i, i=1,2,\dots,16$ มีจำนวนพื้นที่ย่อย 16 พื้นที่ย่อย ($b^2=16$) การแบ่งพื้นที่ดำเนินการอย่างต่อเนื่อง จนถึงระดับที่ n ทำให้มีพื้นที่ย่อยจำนวน b^n แสดงสัญลักษณ์ของพื้นที่ $\Delta_n^i, i=1,2,\dots, b^n$

ตามที่แสดงในรูปที่ 4.7 หลังจากการแบ่งระดับชั้นแรก มีพื้นที่ย่อย 4 พื้นที่ย่อย $(\Delta_1^i, i=1,2,\dots,b)$ กำหนดปริมาตรของฝนลงในแต่ละพื้นที่ย่อย มีปริมาตร $R_0 L_0^d b^{-1} W_1^i$ สำหรับ $i=1,2,\dots, b$ กระบวนการแบ่งดำเนินการต่อไปจนได้ปริมาตร $\mu_n(\Delta_n^i)$ ในพื้นที่ย่อยที่ระดับ n ของการแบ่งแยก $(\Delta_n^i, i=1,2,\dots, b^n)$ ดังนี้

$$\mu_n(\Delta_n^i) = R_0 L_0^d b^{-n} \prod_{j=1}^n W_j^i \quad (4.17)$$

สำหรับแต่ละ j ค่า i เป็นตัวแทนของพื้นที่ย่อย ตามเส้นทางที่ถูกแบ่งออกเป็นระดับที่ n ตัวคูณ W ใน (4.17) เป็นตัวก่อกำเนิดการแบ่งระดับชั้น โดยมีเงื่อนไขว่าต้องไม่ใช่ค่าที่เป็นลบ และ $E[W]=1$ เงื่อนไขต่อมาคือ มวลต้องถูกรักษาให้คงที่จากค่าเฉลี่ยระดับชั้นหนึ่งไปสู่การแบ่งแยกในอีกระดับชั้นหนึ่งที่สูงขึ้น

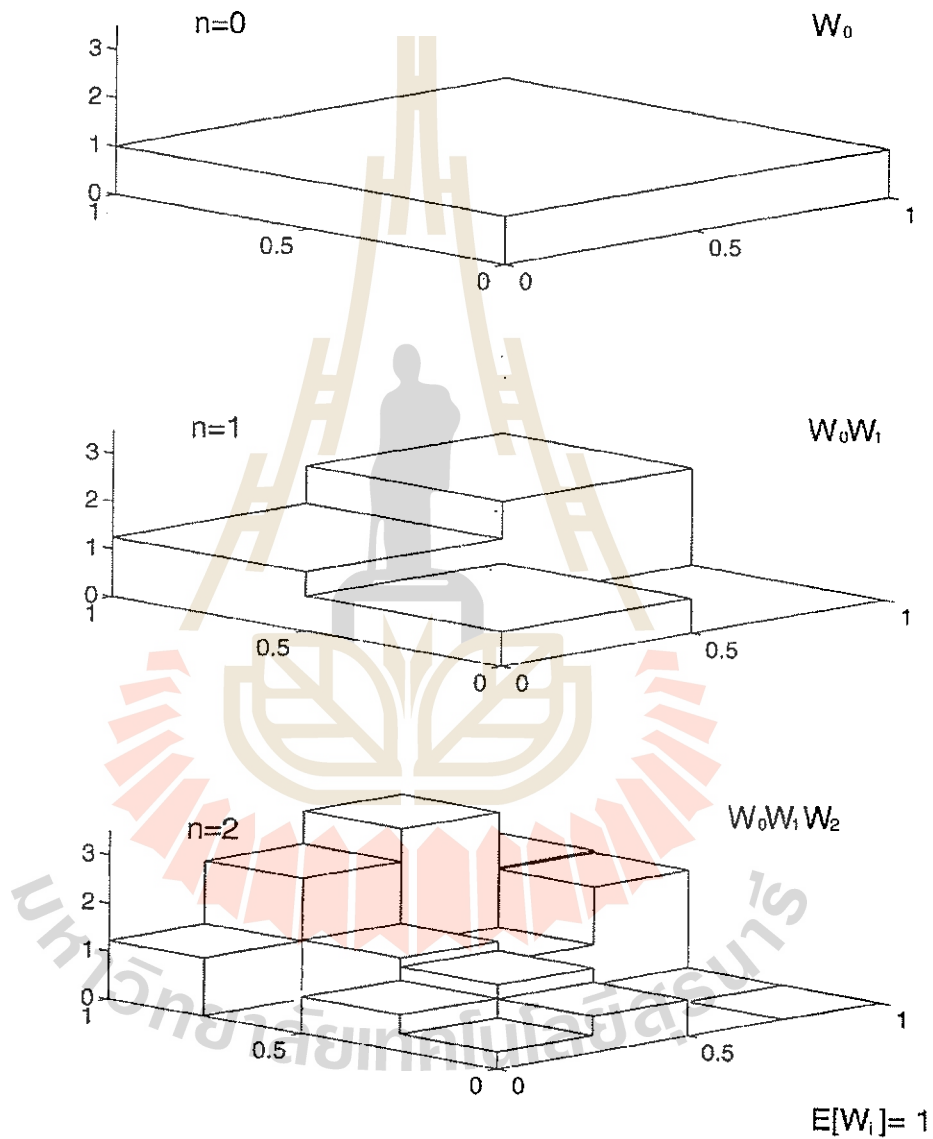
Over and Gupta [1994, 1996] เสนอแบบจำลองที่เรียกว่า แบบจำลองเบตา-ปรกติแบบล็อก (beta-lognormal model) เพื่อสร้างตัวก่อกำเนิดการแบ่งระดับชั้น W แบบจำลองเบตา-ปรกติแบบล็อก พิจารณา W เป็นตัวก่อกำเนิดประกอบ (composite generator) $W=BY$ โดย B เป็นตัวก่อกำเนิดจากแบบจำลองเบตา (beta model) และ Y สุ่มเลือกจากการแจกแจงปรกติแบบล็อก (lognormal distribution) [Gupta and Waymire, 1993] ส่วนที่สำคัญคือ แบบจำลองเบตา แบ่งพื้นที่ทั้งหมดให้เป็นชุดของพื้นที่ 2 ชุดคือ พื้นที่ชุดที่มีฝนและพื้นที่ชุดที่ไม่มีฝน ขณะที่แบบจำลองปรกติแบบล็อก กำหนดปริมาณฝนในพื้นที่ชุดที่มีฝนทุกพื้นที่ย่อย แบบจำลองเบตา เป็นฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นที่แยกกันโดยสิ้นเชิง (discrete probability mass function) ซึ่งให้ผลลัพธ์ 2 แบบคือ ($B=0$ และ $B=b^\beta$) ดังนี้

$$P(B=0) = 1 - b^{-\beta} \quad (4.18a)$$

$$P(B=b^\beta) = b^{-\beta} \quad (4.18b)$$

โดย b เป็นตัวเลขการแบ่ง (branching number) β เป็นพารามิเตอร์ Y มาจากการแจกแจงปรกติสามารถเขียนสมการได้ว่า $Y=b^{-\ln b \sigma^2 / 2 + \alpha X}$ โดย X เป็นตัวแปรปรกติมาตรฐาน (standard normal

variation) และ $\sigma^2 (>0)$ เป็นพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับความแปรปรวน (variance) ของ $\log_e Y$ ด้วยเงื่อนไข $E[Y]=1$ ซึ่งมีผลทำให้ $E[W]=1$ ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของ $W = BY$ สามารถแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 4.7

แผนภาพเค้าร่างของแบบจำลองการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มที่แยกกันโดยสิ้นเชิงด้วย $b = 4$

$$P(W = 0) = 1 - b^{-\beta} \tag{4.19a}$$

$$P(W = b^\beta Y = b^{\beta - \ln b \cdot \sigma^2 / 2 + \sigma X}) = b^{-\beta} \tag{4.19b}$$

Over and Gupta [1994, 1996] เสนอว่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองเบตา-ปกติแบบล็อก คือ β และ σ^2 สามารถประมาณได้จากฟังก์ชัน Mandelbrot-Kahane-Peyriere (MKP) ใช้ชื่อตาม Mandelbrot [1974] และ Kahane and Peyriere [1976] ฟังก์ชัน MKP ใช้สัญลักษณ์ $\chi(q)$ แสดงความลาดชันของความสัมพันธ์ของมาตราส่วนของ โมเมนต์ที่หึงชุดลำดับที่ q (q^{th} ensemble moment) ของสนามแบบสุ่ม (random field) ขึ้นอยู่กับระดับขั้นของการแบ่งแยก n

อัตราส่วนของความกว้างด้านข้างของพื้นที่ศึกษาที่ระดับศูนย์ (เริ่มต้น) L_0 ต่อความกว้างของพื้นที่ย่อยที่ระดับ n , L_n เรียกว่าอัตราส่วนมาตราส่วน (scale ratio) แทนด้วยสัญลักษณ์ λ_n แสดงได้ว่า $\lambda_n = b^{n/d} = 2^n$ สำหรับ $d = 2$ สำหรับแต่ละระดับขั้นที่มีการแบ่งพื้นที่ n (เกี่ยวข้องกับ λ_n) มวลของฝ่น $\mu_n(\Delta'_n)$ สามารถคำนวณได้สำหรับแต่ละพื้นที่ย่อยในแต่ละระดับขั้น ($\Delta'_n, i=1,2,\dots,b^n$) ยกกำลังด้วยค่า q และหาผลรวมเพื่อคำนวณหาค่า โมเมนต์ทางสถิติ $M(\lambda_n, q)$

$$M(\lambda_n, q) = \sum_i [\mu_n(\Delta'_n)]^q \quad (4.20)$$

โมเมนต์สามารถประมาณได้จากข้อมูลฝ่นจากสถานีวัดน้ำฝ่น $\mu_n(\Delta'_n)$ ทำได้ 2 วิธี คือ วิธีแรก ใช้ค่าเฉลี่ยทางคณิตศาสตร์ของความลึกฝ่นจากทุกสถานีภายในพื้นที่ย่อยต่างๆ ควบกับขนาดพื้นที่ย่อยนั้น (เช่นงานของ Svensson et al., [1996]) วิธีที่สองใช้วิธีรูปหลายเหลี่ยมของทีเชิน (Thiessen polygon method) ซึ่งแบ่งพื้นที่เป็นรูปหลายเหลี่ยมขึ้นอยู่กับจำนวนและตำแหน่งของสถานีวัดน้ำฝ่นภายในพื้นที่ย่อย และใช้พื้นที่รูปหลายเหลี่ยมเป็นค่าถ่วงน้ำหนักสำหรับประมาณค่าฝ่นเฉลี่ยทั้งพื้นที่ การทดสอบทั้งสองวิธีพบว่าวิธีที่สอง รูปหลายเหลี่ยมให้ผลได้ดีกว่า ในการใช้ประมาณค่า $\chi(q)$ การสร้างโมเมนต์ตัวอย่าง $M(\lambda_n, q)$ พฤติกรรมของมาตราส่วน λ_n สามารถตรวจสอบได้ สำหรับเลขยกกำลัง q ต่างๆ ในรูปแบบของความสัมพันธ์ดังนี้

$$M(\lambda_n, q) = [\lambda_n]^{\tau(q)} \quad (4.21)$$

การเขียนกราฟล็อก-ล็อกของ $M(\lambda_n, q)$ สำหรับค่าเลขยกกำลัง q ที่ต่างกันจะให้ค่า $\tau(q)$ เป็นความลาดชันของกราฟความสัมพันธ์นี้ (เช่นงานของ Svensson et al. [1996]) จากข้อเท็จจริงที่ว่า $\lambda_n = b^{n/d}$ ค่าที่ประมาณได้สำหรับฟังก์ชัน MKP, $\chi(q)$ มีค่าเท่ากับ $\tau(q)/d$ อย่างไรก็ตามโมเมนต์ทางสถิติ $M(\lambda_n, q)$ สามารถคำนวณได้สำหรับ λ_n ซึ่งไม่ต้องคูณด้วย 2 ตามข้างต้น (เกี่ยวข้องกับค่า n ที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม) นำมาประมาณความลาดชัน $\tau(q)$ และได้ผลลัพธ์ $\chi(q) = \tau(q)/d$

ฟังก์ชัน MKP เป็นฟังก์ชันที่มีความสำคัญ ใช้บ่งบอกลักษณะของแฟร็กทัล (fractal) หรือพฤติกรรมที่ไม่แปรเปลี่ยนตามมาตราส่วน (scale-invariant behaviour) ของกระบวนการการแบ่งระดับขั้นหลายระดับ (multiplicative cascade process) [Mandelbrot, 1974; Kahane and Peyriere, 1976]. Over and Gupta [1996] ได้สร้างสมการในทางทฤษฎี $\chi(q)$ สำหรับแบบจำลองเบตา-ปกติแบบล็อก ในเทอมของพารามิเตอร์การแบ่งระดับขั้น (cascade parameters) β, σ^2, b และเลขยกกำลัง q ดังนี้

$$\chi_n(q) = (\beta - 1)(q - 1) + \frac{\sigma^2 \ln b}{2}(q^2 - q) \quad (4.22)$$

ดังนั้นด้วยข้อมูลสนามของฝน (rainfall field) ที่เป็นของการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มแยกกันโดยสิ้นเชิงด้วยตัวก่อกำเนิด เป็นไปตามลักษณะแบบจำลอง เบตา-ปกติแบบล็อก ดังสมการที่ (4.22) สามารถเข้ากันได้กับตัวประมาณค่าจากข้อมูล $\pi(q)/d$ เพื่อประมาณค่า β และ σ^2 ตามวิธีของ *Over and Gupta* [1996] เป็นการหาค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งและสอง (the first and second derivatives) เทียบกับค่า q ของ $\pi(q) = d \chi(q)$ จากสมการ (4.22) ได้ผลดังนี้

$$\tau^{(1)}(q) = d \left[\beta - 1 + \frac{\sigma^2 \ln b}{2}(2q - 1) \right] \quad (4.23)$$

$$\tau^{(2)}(q) = d \sigma^2 \ln b \quad (4.24)$$

ทั้งค่า $\tau^{(1)}(q)$ และ $\tau^{(2)}(q)$ สามารถคำนวณเป็นตัวเลขโดยการหาอนุพันธ์จากกราฟข้อมูลฝนระหว่าง $\pi(q)$ เทียบกับ q สมการ (4.23) และ (4.24) นำมารวมกันแสดงค่าพารามิเตอร์การแบ่งระดับชั้น β และ σ^2 ในเทอมของ $\tau^{(1)}(q)$ และ $\tau^{(2)}(q)$ ได้ดังนี้

$$\sigma^2 = \frac{\tau^{(2)}(q)}{d \ln b} \quad (4.25a)$$

$$\beta = 1 + \frac{\tau^{(1)}(q)}{d} - \frac{\sigma^2 \ln b}{2}(2q - 1) \quad (4.25b)$$

สามารถคำนวณหาค่า β และ σ^2 จากสมการ (4.25a) และ (4.25b) โดยใช้ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลฝนในรูปของค่า $\tau^{(1)}(q)$ และ $\tau^{(2)}(q)$ การประเมินเพื่อเลือกใช้ค่า q ในทางปฏิบัติใช้ $q=1$ แต่ในการศึกษานี้เลือกใช้ $q=2$ ด้วยเหตุผลแสดงในหัวข้อต่อไป

การขยายผลให้รวมผลของความไม่เหมือนกันตามพื้นที่ (spatial nonhomogeneity)

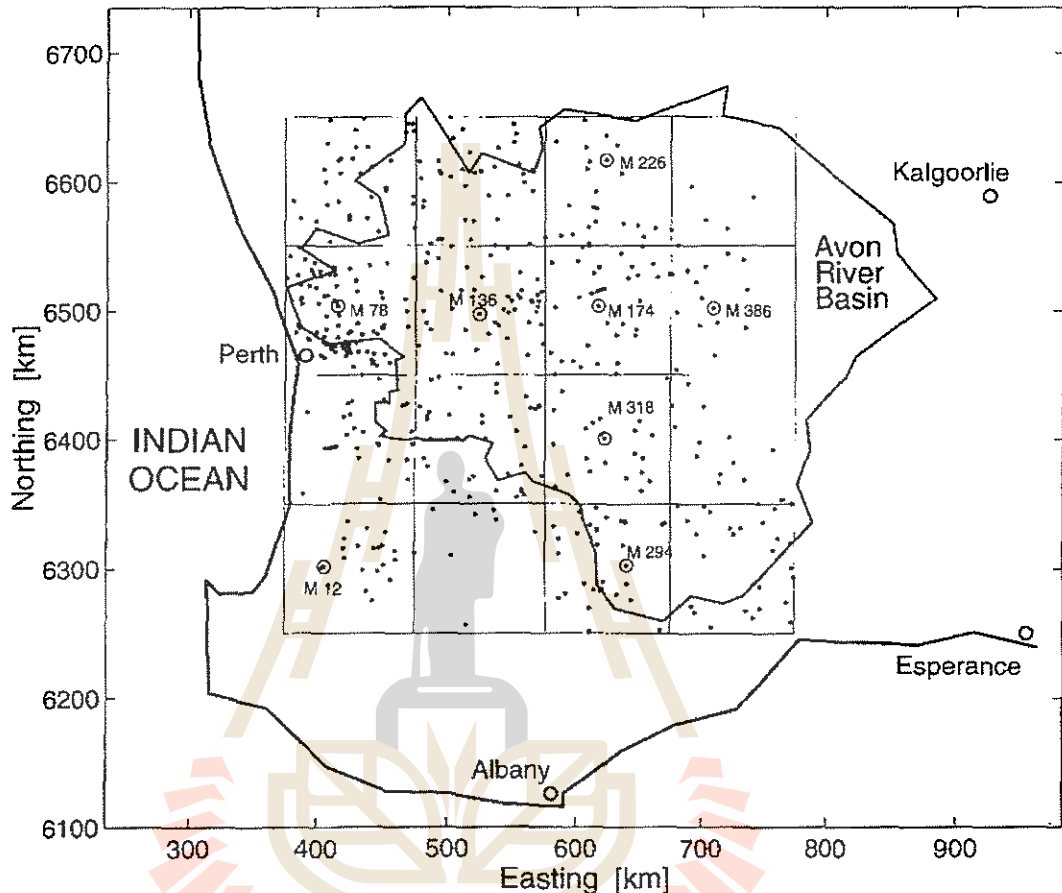
ข้อมูลฝนในพื้นที่ศึกษาอาจแสดงความแตกต่างกันตามพื้นที่ (spatial gradients) ทั้งในค่าเฉลี่ยรายปี รายเดือน และรายวัน แบบจำลองการแบ่งระดับชั้นข้างต้น จึงได้ถูกขยายความสามารถให้คิดรวมการแปรผันอย่างเป็นระบบ (systematic variations) นี้เข้าไปด้วย การเปลี่ยนแปลงหลักคือการแทนค่าตัวก่อกำเนิดการแบ่งระดับชั้น W ในสมการ (4.17) และในรูปที่ 4.7 ด้วยตัวคูณที่รู้ค่า (deterministic multiplier) G ดังนี้

$$W = B \cdot Y \cdot G \quad (4.26)$$

ด้วยเงื่อนไขค่า G เฉลี่ยทั้งพื้นที่มีค่าเท่ากับ 1 ในแต่ละระดับชั้นของการแบ่งแยก ดังนั้นมวลจึงยังมีค่าคงที่

ค่า G ประมาณได้จากสัดส่วนของปริมาตรเฉลี่ยของข้อมูลฝนจากการวัดด้วยสถานีวัดน้ำฝน ปริมาตรฝนที่ตกในแต่ละพื้นที่ย่อยในช่วงเวลาต่างๆ เทียบกับปริมาตรของฝนในพื้นที่ย่อยเดียวกันใน

ระดับชั้นที่สูงขึ้นไป การศึกษานี้ได้เลือกใช้ช่วงก้าวรายเดือนเพื่อรวมผลของความเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล เนื่องจากเป็นปริมาณที่รู้ค่าแน่นอน (deterministic quantity) ค่า G จึงขึ้นอยู่กับตำแหน่งของพื้นที่ย่อย การแบ่งแยกที่ระดับชั้นต่างๆ และขึ้นอยู่กับว่าเป็นเดือนใดของปี



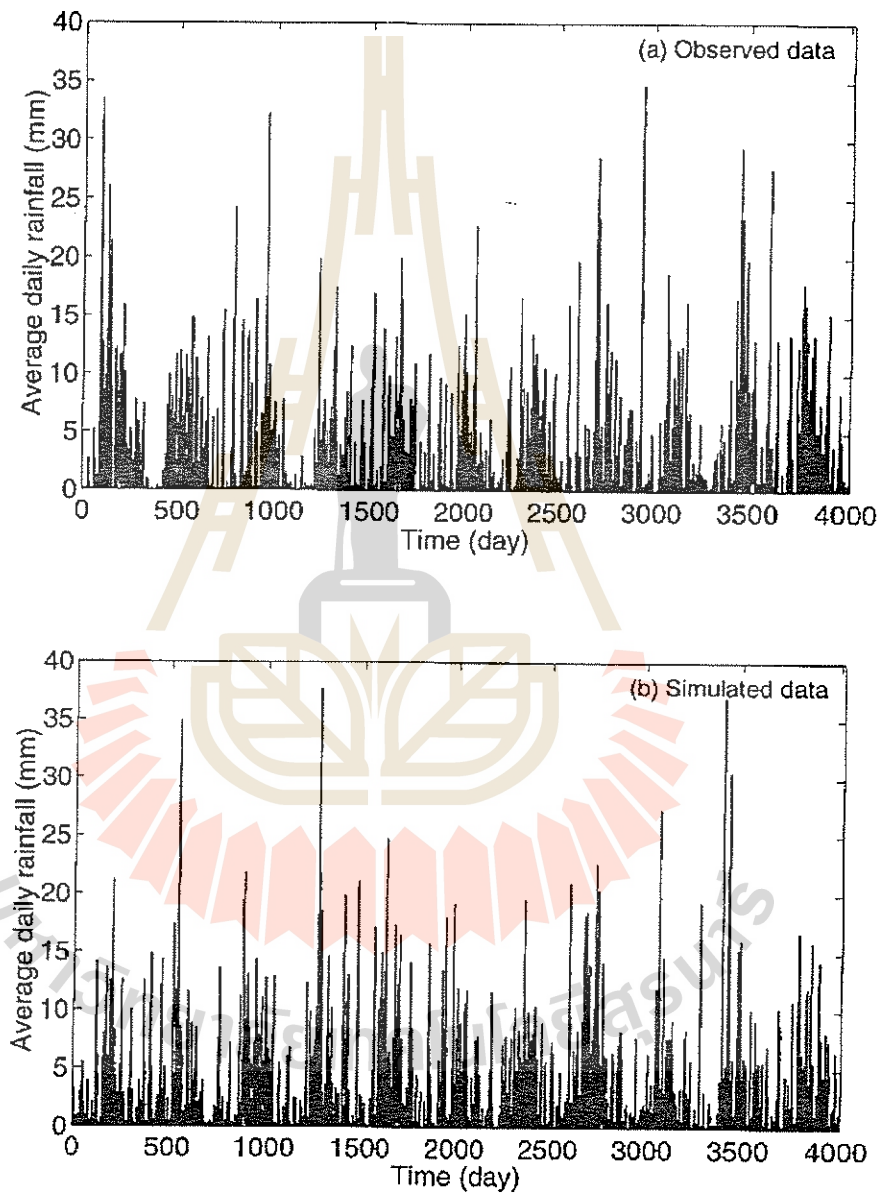
รูปที่ 4.8

พื้นที่ศึกษา ลุ่มน้ำ Avon และตำแหน่งสถานีวัดน้ำฝน 490 สถานี

4.2.3 ตัวอย่างพื้นที่ศึกษาและข้อมูลฝน

พื้นที่ศึกษามีขนาด 400×400 ตารางกิโลเมตร อยู่ระหว่างเส้นรุ้งที่ 30.3° ถึง 33.9° ใต้ และระหว่างเส้นแวงที่ 115.7° ถึง 120.0° ตะวันออก ตั้งอยู่ในทิศตะวันตกเฉียงใต้ของรัฐออสเตรเลียตะวันตก ประเทศออสเตรเลีย พื้นที่ส่วนใหญ่อยู่ในลุ่มน้ำแม่น้ำ Swan-Avon (120,000 ตารางกิโลเมตร) ภูมิอากาศเป็นแบบเมดิเตอร์เรเนียน (dry Mediterranean) ด้านทิศตะวันตกอยู่ติดกับมหาสมุทรอินเดีย ในสภาพภูมิอากาศเช่นนี้ ฝนตกหนักในช่วง 3 เดือนของฤดูหนาว และตกหนักทางด้านทิศตะวันตกของพื้นที่ศึกษา ปริมาณฝนเฉลี่ยรายปีมีความแตกต่างกันมากภายในพื้นที่ศึกษา คืออยู่ในช่วง 1,000 ถึง 300 มิลลิเมตร ในทิศตะวันตก-ตะวันออก จากค่าเฉลี่ยฝนรายปีทั้งพื้นที่มีค่าประมาณ 400 มิลลิเมตร (ดูรูปที่ 4.8 และ 4.18(a))

จำนวนสถานีวัดน้ำฝนมีทั้งหมด 490 สถานี สำหรับในช่วงเวลาที่ศึกษาและตำแหน่งของสถานีเหล่านี้กระจายอย่างไม่สม่ำเสมอ (รูปที่ 4.8) ข้อมูลฝนรายวัน บันทึกด้วยด้วยความละเอียด 0.1 มิลลิเมตร ใช้เป็นข้อมูลสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลองต่อไป เนื่องจากมีข้อมูลบางสถานีขาดหายไปในช่วงเวลา ดังนั้นจึงเลือกข้อมูลในช่วงเวลา 11 ปี ที่ต่อเนื่องกัน ระหว่างปี ค.ศ. 1974 ถึง 1984 ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์



รูปที่ 4.9

การเปรียบเทียบ (a) อนุกรมเวลาของฝนรายวันจากการวัด (b) อนุกรมเวลาของฝนรายวันจากการสร้างขึ้นโดยแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟ

4.2.4 การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟ

อนุกรมเวลาของฝนรายวันเฉลี่ยทั้งพื้นที่ แสดงในรูปที่ 4.9(a) สำหรับ 11 ปี โดยใช้ค่าเฉลี่ยทางคณิตศาสตร์ของทุกสถานีวัดน้ำฝนในพื้นที่ศึกษา สำหรับภาวะของฝน (rainfall states) แบ่งออกเป็น 4 ระดับดังนี้

- ภาวะที่ 1: ความเข้มฝน ≤ 0.00025 มิลลิเมตรต่อวัน
- ภาวะที่ 2: $0.00025 \leq$ ความเข้มฝน ≤ 0.5 มิลลิเมตรต่อวัน
- ภาวะที่ 3: $0.5 \leq$ ความเข้มฝน ≤ 3 มิลลิเมตรต่อวัน
- ภาวะที่ 4: ความเข้มฝน ≥ 3 มิลลิเมตรต่อวัน

ค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนผ่าน สำหรับลูกโซ่มาร์คอฟที่แยกกันโดยสิ้นเชิง 4 ภาวะ อันดับหนึ่ง (first-order, four-state discrete Markov chain) $p_{i,j}$ ประมาณจากตารางจำนวนการเปลี่ยนผ่านจากภาวะ i ไปสู่ภาวะ j แล้วหารจำนวนเหล่านี้ด้วยจำนวนทั้งหมดของการเปลี่ยนผ่านภาวะจากภาวะ i ไปยังภาวะทั้งหมด ความน่าจะเป็น $p_{i,j}$ ถูกประมาณแยกเป็นแต่ละเดือนทั้ง 12 เดือน (สมมุติว่าลูกโซ่มาร์คอฟเหมือนกันภายในเดือนเดียวกัน) ผลการประมาณแสดงในตารางที่ 4.4

ปริมาณฝนที่บันทึกได้ในวันที่ฝนตกถูกนำมาใช้รวมกันและใช้คำนวณฟังก์ชันแจกแจงความน่าจะเป็นสำหรับฝนรายวัน และสำหรับแต่ละเดือนของปี การแจกแจงแกมมา 2 พารามิเตอร์ นำมาเทียบกับผลการแจกแจงความน่าจะเป็นจากข้อมูลฝน ตารางที่ 4.4 นำเสนอค่าพารามิเตอร์แกมมาที่ประมาณได้สำหรับแต่ละเดือนของปี

ตัวอย่างที่ 4.1 สังเคราะห์ฝนรายวันจำนวน 3 วัน ในเดือนมกราคมโดยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ

วิธีการ

โดยการนำข้อมูลฝนรายวันของเดือนมกราคม ทั้ง 11 ปี จำนวนวันทั้งหมด 341 วัน นำมาทำเป็นอนุกรมเวลาเดียวกัน ตรวจสอบฝนแต่ละวันว่าอยู่ในภาวะ (Z) ไດ นับจำนวนวันได้ว่า Z 1 จำนวน 15 วัน Z 2 จำนวน 290 วัน Z 3 จำนวน 27 วัน Z 4 จำนวน 9 วัน เมื่อตรวจสอบว่าในวันถัดไป มีฝนอยู่ในภาวะใดพบว่า Z 1 จำนวน 15 วัน ในวันต่อไปจะมีฝนเกิดขึ้นใน Z 1 จำนวน 1 วัน และ Z 2 จำนวน 14 วัน เท่านั้น รายละเอียดแสดงในตาราง

		ฝนของวันถัดไป (วัน)				รวม
		Z 1	Z 2	Z 3	Z 4	
ฝนของวันนี้ (วัน)	Z 1	1	14	0	0	15
	Z 2	14	254	17	5	290
	Z 3	0	19	6	2	27
	Z 4	0	3	4	2	9
	รวม	15	290	27	9	341

- Z 1: ความเข้มฝน ≤ 0.00025 มิลลิเมตรต่อวัน
- Z 2: $0.00025 \leq$ ความเข้มฝน ≤ 0.5 มิลลิเมตรต่อวัน
- Z 3: $0.5 \leq$ ความเข้มฝน ≤ 3 มิลลิเมตรต่อวัน

Z 4: ความเข้มฝน ≥ 3 มิลลิเมตรต่อวัน

เปลี่ยนจากตารางจำนวนวันเป็นตารางความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนผ่าน และการสะสมความน่าจะเป็นได้ดังนี้

		ฝนของวันถัดไป				
		Z 1	Z 2	Z 3	Z 4	รวม
ฝนของวันนี้	Z 1	0.0667	0.9333	0	0	1.0
	Z 2	0.0483	0.8759	0.0586	0.0172	1.0
	Z 3	0	0.7037	0.2222	0.0741	1.0
	Z 4	0	0.3333	0.4444	0.2222	1.0

ตารางนี้มีข้อมูลเหมือนกับ ตารางที่ 4.4 เดือนมกราคม

		ฝนของวันถัดไป			
		Z 1	Z 2	Z 3	Z 4
ฝนของวันนี้	Z 1	0.0667	1.0	1.0	1.0
	Z 2	0.0483	0.9241	0.9828	1.0
	Z 3	0	0.7037	0.9259	1.0
	Z 4	0	0.3333	0.7778	1.0

ฝนวันแรก

ใช้การแจกแจงแกมมา ที่มีพารามิเตอร์ $\eta=0.2571$ และ $\lambda=0.550$ ของฝนเดือนมกราคม สุ่มเลือกฝนในวันแรกของเดือนมกราคมได้ 0.0898 มม. ซึ่งอยู่ในภาวะ Z 2 (0.00025-0.5 มม.)

ฝนวันที่สอง

สุ่มตัวเลขระหว่าง 0 ถึง 1 จากการแจกแจงเอกรูปแบบต่อเนื่อง (continuous uniform distribution) ได้ค่า 0.5593 เมื่อเทียบกับตารางการสะสมความน่าจะเป็น ฝนในวันที่สองจะอยู่ในภาวะ Z 2 (0.00025-0.5 มม.) เช่นเดียวกับวันแรก หากเปลี่ยนความลึกฝนช่วงนี้ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมแกมมา (Gamma cumulative distribution function) ได้ค่า 0.1528 และ 0.9195 สุ่มตัวเลขระหว่าง 0 ถึง 1 ครั้งที่สอง จากการแจกแจงเอกรูปแบบต่อเนื่อง ได้ค่า 0.6579 นำไปหาค่าประมาณในช่วง (interpolation) ระหว่าง 0.1528-0.9195 ได้ค่าการแจกแจงสะสม 0.6579 แล้วนำไปหาค่าผกผัน (inverse) ของการฟังก์ชันการแจกแจงสะสมแกมมา ได้ค่าความลึกฝน 0.0818 มม.

ฝนวันที่สาม

สุ่มตัวเลขระหว่าง 0 ถึง 1 จากการแจกแจงเอกรูปแบบต่อเนื่องได้ค่า 0.9677 เมื่อเทียบกับตารางการสะสมความน่าจะเป็น ฝนในวันที่สามจะอยู่ในภาวะ Z 3 (0.5-3.0 มม.) หากเปลี่ยนความลึกฝนช่วงนี้ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมแกมมา ได้ค่า 0.9195 และ 0.9997 สุ่มตัวเลขระหว่าง 0 ถึง 1 ครั้งที่สอง จากการแจกแจงเอกรูปแบบต่อเนื่อง ได้ค่า 0.8912 นำไปหาค่าแทรก ระหว่าง 0.9195-0.9997 ได้ค่าการแจกแจงสะสม 0.9910 แล้วนำไปหาค่าผกผันของการฟังก์ชันการแจกแจงสะสมแกมมา ได้ค่าความลึกฝนเท่ากับ 1.4009 มม.

ตารางที่ 4.4

พารามิเตอร์ของแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสำหรับฝนตามเวลา

พารามิเตอร์	มค.	กพ.	มีค.	เมย.	พค.	มิย.	กค.	สค.	กย.	ตค.	พย.	ธค.
Transition probabilities												
P ₁₁	0.067	0.300	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.125
P ₁₂	0.933	0.700	1.000	1.000	0	0	0	0	0	0	0	0.875
P ₁₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P ₁₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P ₂₁	0.048	0.029	0.003	0.009	0	0	0	0	0	0	0	0.025
P ₂₂	0.876	0.866	0.929	0.840	0.778	0.726	0.689	0.715	0.734	0.847	0.855	0.886
P ₂₃	0.059	0.084	0.058	0.126	0.151	0.152	0.199	0.145	0.181	0.118	0.125	0.071
P ₂₄	0.017	0.021	0.010	0.025	0.071	0.122	0.112	0.140	0.085	0.035	0.020	0.018
P ₃₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P ₃₂	0.704	0.468	0.485	0.509	0.446	0.361	0.379	0.364	0.482	0.517	0.547	0.590
P ₃₃	0.222	0.383	0.303	0.254	0.284	0.253	0.305	0.434	0.318	0.241	0.151	0.282
P ₃₄	0.074	0.149	0.212	0.237	0.270	0.386	0.316	0.202	0.200	0.242	0.302	0.128
P ₄₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P ₄₂	0.333	0.188	0.333	0.193	0.160	0.181	0.165	0.186	0.261	0.310	0.241	0.167
P ₄₃	0.445	0.562	0.500	0.452	0.333	0.446	0.400	0.443	0.478	0.483	0.483	0.667
P ₄₄	0.222	0.250	0.167	0.355	0.507	0.373	0.435	0.371	0.261	0.207	0.276	0.166
Gamma distribution												
η	0.257	0.265	0.299	0.310	0.361	0.415	0.470	0.474	0.425	0.356	0.332	0.294
λ	0.550	0.370	0.699	0.283	0.181	0.179	0.203	0.235	0.312	0.426	0.399	0.630

ภาวะที่ 1: ความชื้นฝน ≤ 0.00025 มิลลิเมตรต่อวัน

ภาวะที่ 2: 0.00025 ≤ ความชื้นฝน ≤ 0.5 มิลลิเมตรต่อวัน

ภาวะที่ 3: 0.5 ≤ ความชื้นฝน ≤ 3 มิลลิเมตรต่อวัน

ภาวะที่ 4: ความชื้นฝน ≥ 3 มิลลิเมตรต่อวัน

Gamma distribution, $f_x(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{\eta-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(\eta)}$

4.2.5 การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองการแบ่งระดับขั้นแบบสุ่ม (random cascade model)

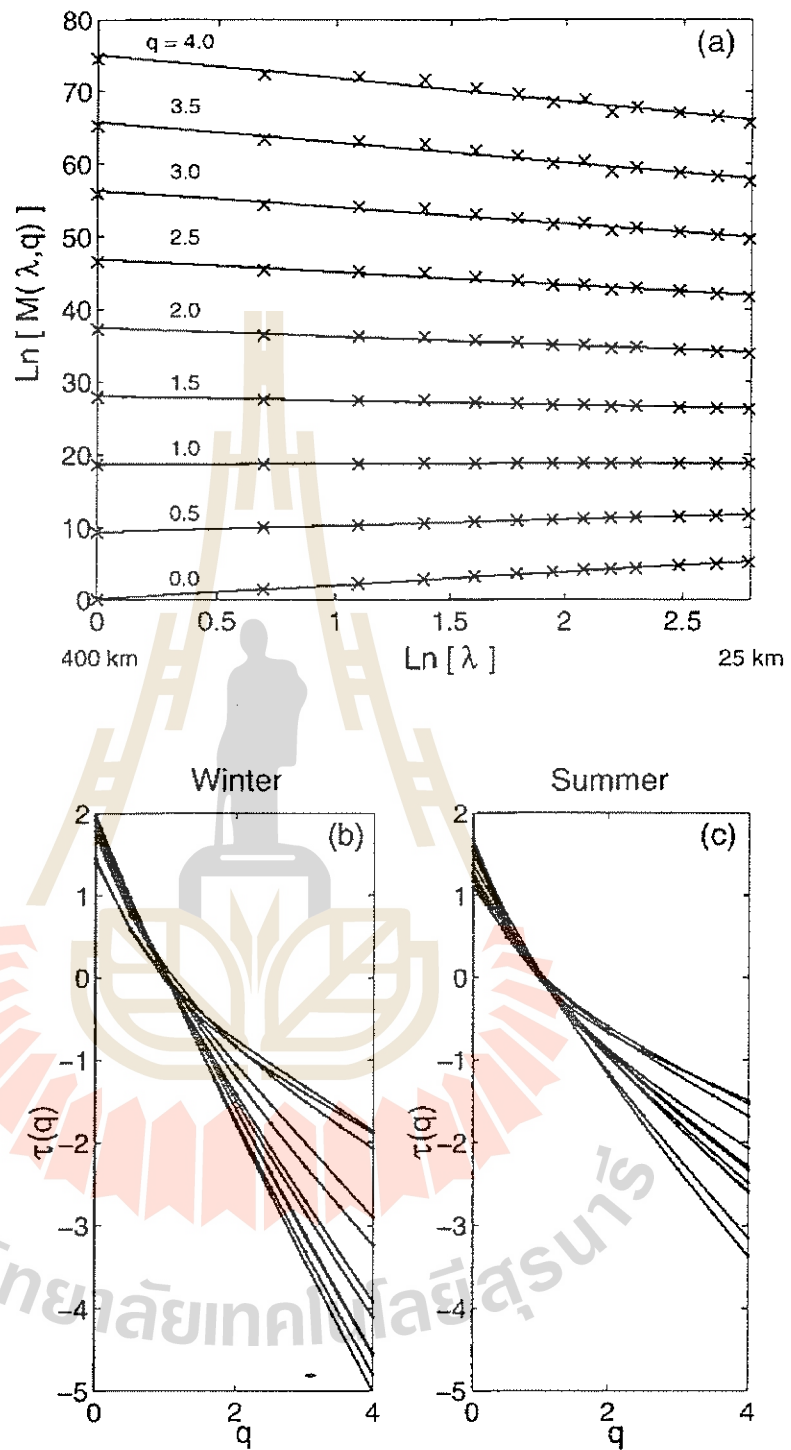
รูปที่ 4.10 (a) แสดงตัวอย่างของการแปรเปลี่ยนของ โมเมนต์ทางสถิติอันดับที่ q คือ $M(\lambda_n, q)$ เป็นฟังก์ชันของ λ_n อยู่ในช่วงค่า 1 ถึง 16 (ขนาดความกว้างของพื้นที่ในช่วง 400 ถึง 25 กิโลเมตร) และสำหรับค่า q ในช่วง 0 ถึง 4.0 การประมาณนี้ใช้ข้อมูลจากสถานีวัดน้ำฝนที่ตั้งอยู่ในพื้นที่ศึกษาทั้งหมดตามวันที่กำหนด ค่า λ_n ที่ไม่ใช่ตัวเลขจำนวนเต็ม (non-integer) ไม่สามารถใช้วิธีนี้ได้ เพื่อหาพารามิเตอร์ของแบบจำลอง สำหรับค่าเลขยกกำลัง q การถดถอยที่เป็นเส้นตรงในกระดาษกราฟล็อก-

ล็อก และความลาดชัน $\pi(q)$ สามารถประมาณได้จากเส้นการถดถอยนี้ ตัวอย่างผลที่ได้แสดงในรูปที่ 4.10 (b) และ 4.10 (c) สำหรับ 11 วันฝนตกที่เลือกมานำเสนอทั้งในช่วงฤดูหนาวและฤดูร้อน แสดง $\pi(q)$ เป็นฟังก์ชันของ q ได้ดำเนินการคำนวณสำหรับทุกวันที่มีฝนตกในช่วงปี ค.ศ. 1974-1984

พารามิเตอร์การแบ่งระดับชั้น β และ σ^2 ประมาณสำหรับแต่ละวันที่ฝนตก โดยใช้วิธีที่นำเสนอข้างต้น (สมการ (4.25(a)) และ (4.25(b))) โดยใช้ค่า $\tau^{(1)}(q)$ และ $\tau^{(2)}(q)$ ที่ประมาณจากการกำหนดค่า $q=2$ (และ $d=2$) ผลลัพธ์สำหรับ 4,018 วัน นำเสนอในรูปที่ 4.11(a) และ 4.11(b) เป็นฟังก์ชันของความเข้มฝนเฉลี่ย R (การประมาณค่าเฉลี่ยของทั้งพื้นที่ศึกษา) β และ σ^2 มีค่าขึ้นอยู่กับค่า R ผลที่ได้มีความคล้ายคลึงกับผลของ *Over and Gupta* [1996] ซึ่งใช้การวิเคราะห์ข้อมูลฝนจากข้อมูลเรดาร์แต่ละภาพ ในช่วงเวลาสั้นๆ (นาทีก) จากบริเวณ tropical Atlantic พบว่ากราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\beta - R$ มีแนวโน้มเป็นเส้นตรงในกระดาดขมิ-ล็อก σ^2 มีค่าค่อนข้างคงที่ที่ 0.10 และไม่ขึ้นกับค่า R อย่างชัดเจน ค่า β และ σ^2 ที่แปรผันกับความเข้มฝน R สามารถเขียนเป็นฟังก์ชัน แสดงในรูปที่ 4.11 ค่าพารามิเตอร์ หาได้จากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดยกกำลังสองที่น้อยที่สุด (least square optimization)

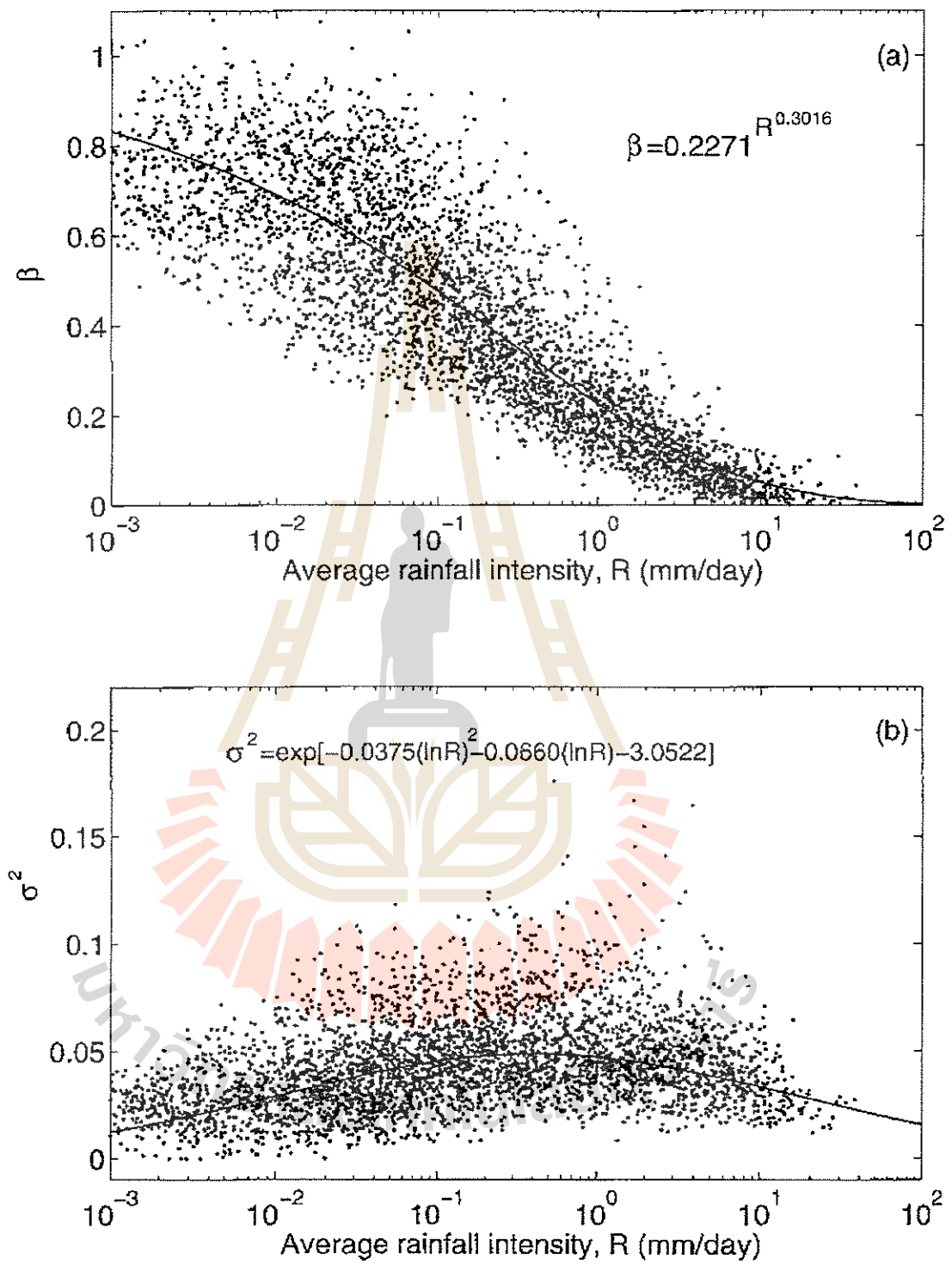
การประมาณค่า β และ σ^2 ได้ทดลองใช้ทั้ง $q=1$ และ $q=2$ ในที่สุดได้เลือกใช้ $q=2$ เนื่องจากการใช้ $q=1$ ให้ผลที่มีความแปรเปลี่ยนมากกว่า (ให้ผลกระจัดกระจาย (scatter) สูงกว่า) ผลที่ได้จาก $q=2$ (แสดงในรูปที่ 4.11) ผลของการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดยกกำลังสองที่น้อยที่สุด สำหรับ β และ σ^2 ที่เป็นฟังก์ชันของ R ให้ผลไม่แตกต่างกันมากจากทั้ง 2 กรณีนี้ ดังนั้นการจำลองฝนที่จะนำเสนอต่อไปจะไม่ได้รับผลกระทบจากการเลือก $q=2$

การหาค่าตัวก่อกำเนิดที่รู้ค่าแน่นอน (deterministic generator) G ซึ่งรวมความแปรเปลี่ยนที่เป็นระบบของฝนเข้าไว้ด้วยแล้ว เช่น อิทธิพลของภูมิประเทศ (orographic influences) และการแปรผันของฝน ค่า G ประมาณได้จากแต่ละระดับชั้นของการแบ่งแยก (level of disaggregation) จากสัดส่วนของปริมาณฝนเฉลี่ยทั้งพื้นที่ในแต่ละพื้นที่ย่อย เทียบกับปริมาณฝนเฉลี่ยทั้งพื้นที่ในแต่ละพื้นที่ย่อยในระดับชั้นที่สูงกว่า ค่า G ประมาณสำหรับแต่ละเดือนของปี ระดับชั้นของค่า G ที่ได้สำหรับเดือนกรกฎาคม นำเสนอในรูปที่ 4.12 ระดับชั้น $n=5$ ถึง 1 ค่า G ถูกประมาณจากลำดับของระดับชั้นที่กลับกัน ตรงข้ามกับลำดับของการสร้างข้อมูลฝน รูปที่ 4.13 นำเสนอเส้นชั้นของค่า G ซึ่งเป็นค่าสะสม $\prod_{i=1}^5 G_i$ เป็นมาตราส่วน 12.5×12.5 ตารางกิโลเมตร ของแต่ละเดือน แสดงให้เห็นว่าฝนตกสม่ำเสมอในฤดูร้อน (เกิดจากฝนประเภทการพา (convective)) มีค่าไม่สม่ำเสมอในฤดูหนาว เป็นฝนจากแนวปะทะ (frontal event) จากมหาสมุทรอินเดีย และอิทธิพลของ Darling Range แนวเทือกเขาระดับต่ำที่วางตัวในแนวเหนือ-ใต้ ใกล้ชายฝั่งทางทิศตะวันตกของพื้นที่ศึกษา ค่า G ที่ประมาณได้นำไปใช้สร้างสนามของน้ำฝนสังเคราะห์ (synthetic rainfall fields) ต่อไป



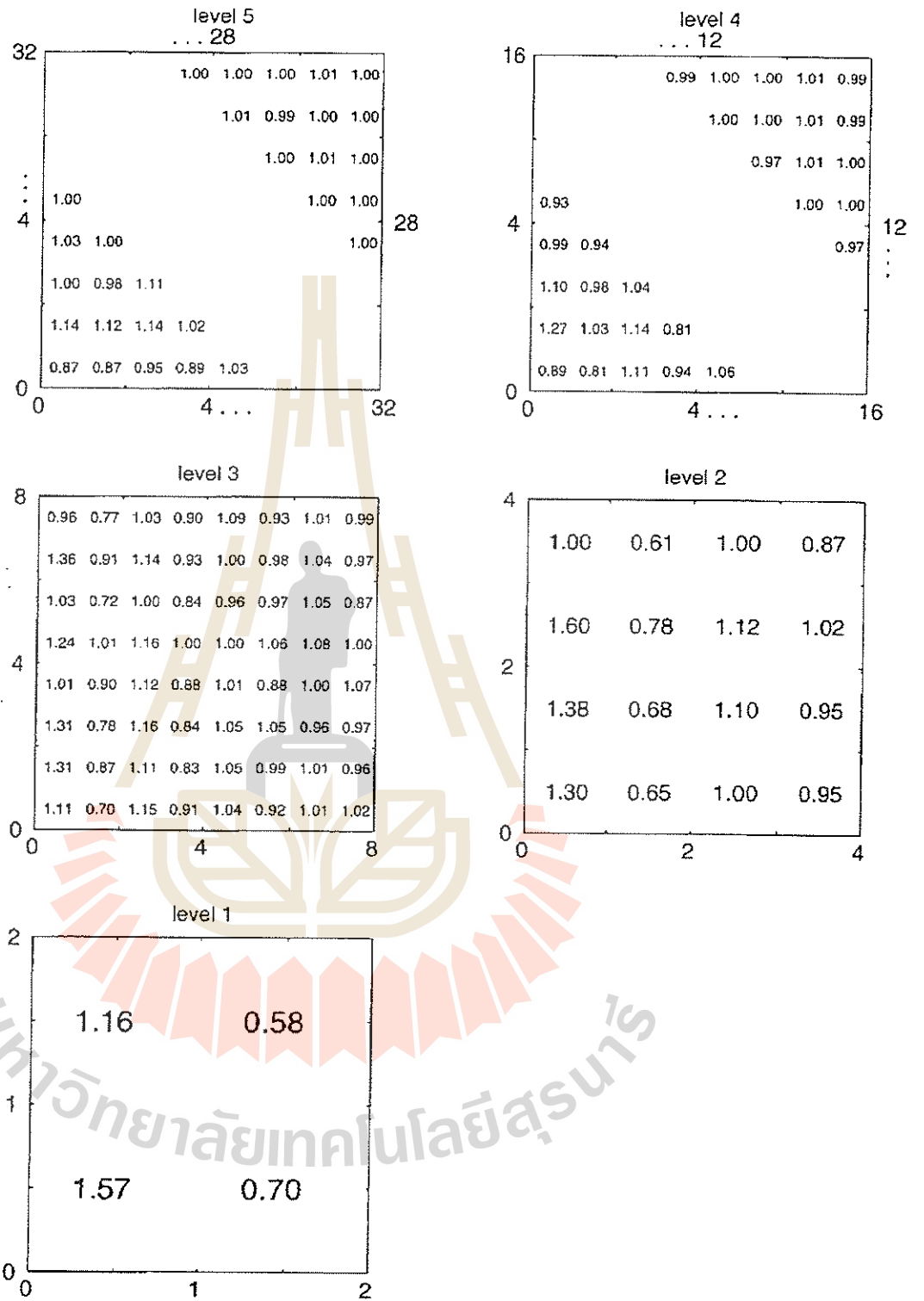
รูปที่ 4.10

(a) โมเมนต์ทางสถิติอันดับที่ q $M(\lambda, q)$ เป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนมาตราส่วน λ ประมาณจากข้อมูลฝนในวันที่กำหนด (b) ประมาณค่า $\tau(q)$ เป็นฟังก์ชันของ q สำหรับ 11 วันฝนตกในฤดูหนาว (c) ประมาณค่า $\tau(q)$ เป็นฟังก์ชันของ q สำหรับ 11 วันฝนตกในฤดูร้อน



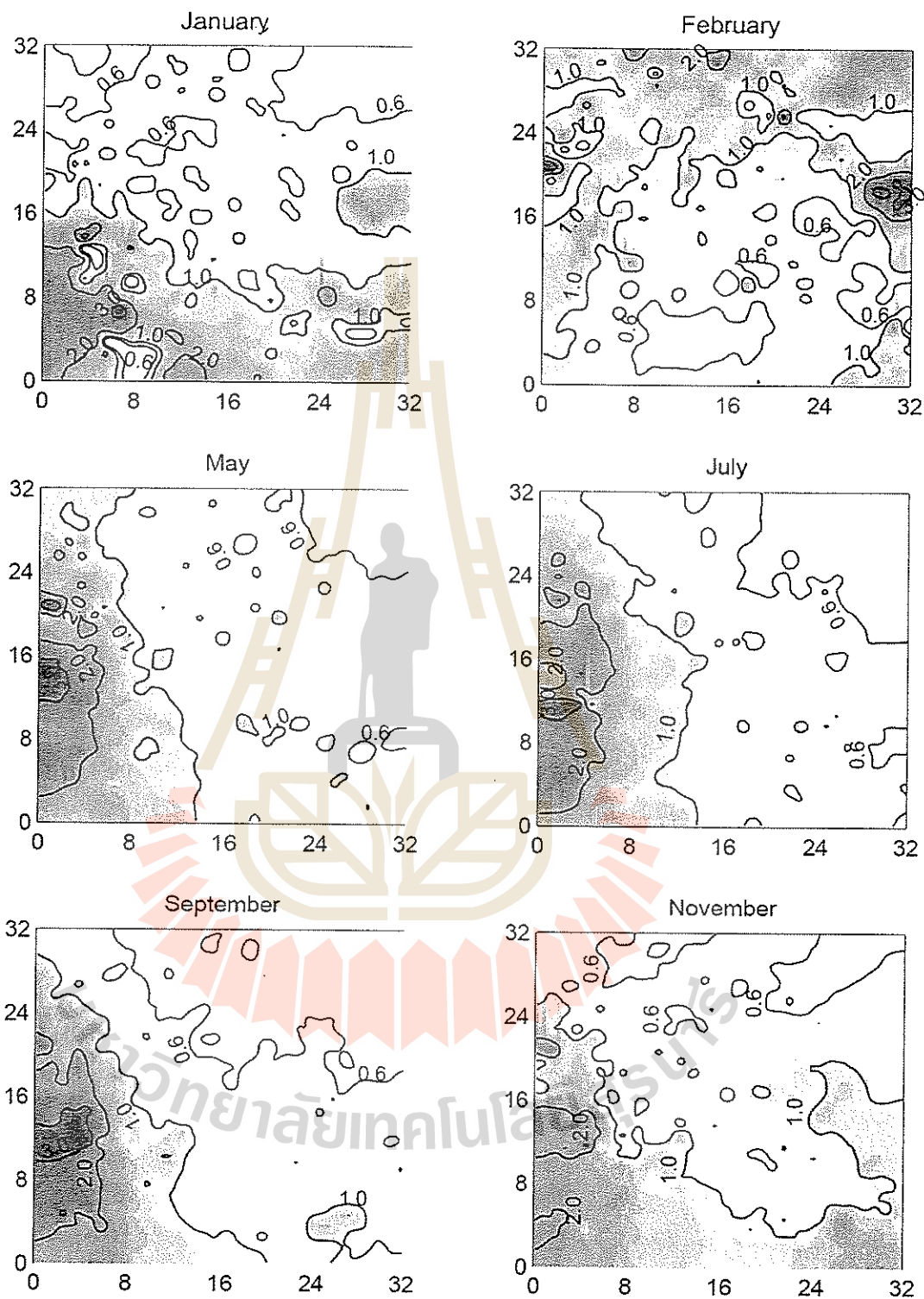
รูปที่ 4.11

พารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองการแบ่งระดับชั้น (a) β และ (b) σ^2 เป็นฟังก์ชันของความเข้มฝนเฉลี่ย



รูปที่ 4.12

ตัวก่อกำเนิดที่รู้ค่าแน่นอน (deterministic generators) G สำหรับเดือนกรกฎาคมเป็นฟังก์ชันของระดับของการแบ่งแยก (level of discretisation)



รูปที่ 4.13

ผลลัพธ์สะสมของตัวก่อกำเนิดที่รู้ค่าแน่นอน ($G, i=1, \dots, 5$) มีขนาดย่อลงไปที่มาตราส่วน 12.5×12.5 ตารางกิโลเมตร สำหรับเดือน มกราคม มีนาคม พฤษภาคม กรกฎาคม กันยายน และ พฤศจิกายน

4.2.6 การสังเคราะห์ข้อมูลฝนตามพื้นที่

แบบจำลองฝนตามเวลาสำหรับฝนเฉลี่ยทั้งพื้นที่ (โดยการใช้ลูกโซ่มาร์คอฟ) นำมารวมกับแบบจำลองการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มที่แยกกันโดยสิ้นเชิงหลายระดับ (multiplicative discrete random cascade) เพื่อสร้างสนามพื้นที่และเวลา (space-time fields) ของฝนรายวันในช่วงหลายปี กระบวนการจำลองฝนประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ (1) สร้างอนุกรมเวลาของฝนเฉลี่ยทั้งพื้นที่ โดยใช้ลูกโซ่มาร์คอฟอันดับที่หนึ่ง (2) สำหรับแต่ละวันของอนุกรมเวลา แบ่งกระจายฝนเฉลี่ยรายวันไปตามพื้นที่ย่อย โดยใช้ แบบจำลองการแบ่งระดับชั้นแบบค่าแน่นอนและแบบสโตแคสติกส์ (stochastic-deterministic cascade model)

การจำลองของลูกโซ่มาร์คอฟ เป็นแบบตรงไปตรงมา คือคำนวณไปข้างหน้าตามเวลาจากปริมาณในภาวะเริ่มต้น คำนวณฝนที่ตกในภาวะต่อมาโดยใช้พื้นฐานของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนผ่านที่เหมาะสม ในขั้นที่สองขึ้นอยู่กับภาวะใหม่ที่จำลองขึ้น ใช้การแจกแจงแกมมาแบบตัดปลาย (truncated gamma distribution) สุ่มเลือกความเข้มฝน การจำลองฝนในช่วงเวลาก้าวต่อไป (วันต่อไป) ดำเนินการในทำนองเดียวกัน

แบบจำลองการแบ่งระดับชั้น ทำงานโดยการแบ่งพื้นที่ 400×400 ตารางกิโลเมตร ลงมาเป็น 5 ระดับชั้นต่อเนื่อง จนมีความละเอียดที่ 12.5 กิโลเมตร แต่ละระดับชั้นคูณปริมาตรฝนจากระดับชั้นก่อนด้วยตัวก่อกำเนิดการแบ่งระดับชั้นแบบค่าแน่นอนและแบบสโตแคสติกส์ (stochastic-deterministic cascade generator) โดย $W = B \cdot Y \cdot G$ จากการแบ่ง 5 ระดับชั้น พื้นที่ทั้งหมดถูกแบ่งออกเป็น $1024 (32 \times 32)$ เซลล์ ฝนภายในพื้นที่เซลล์ 12.5×12.5 ตารางกิโลเมตร สมมุติให้มีค่าสม่ำเสมอ ค่าถ่วงน้ำหนัก B สร้างจากแบบจำลองเบตาโดยใช้พารามิเตอร์ β ประมาณจากความสัมพันธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลฝนกับ R ดังแสดงในรูปที่ 4.11

ค่า R ที่ใช้ในการคำนวณข้างต้นสามารถคำนวณหาได้ 2 วิธีคือ (1) ค่าเฉลี่ยทั้งพื้นที่ศึกษาสำหรับฝนแต่ละวัน (2) ความเข้มฝนเฉลี่ยที่ระดับชั้นก่อนที่จะทำการแบ่งแยก หลังจากได้ทดลองใช้ทั้ง 2 วิธีพบว่าวิธีหลังให้ผลที่ดีกว่าเล็กน้อยในเทอมของความแปรเปลี่ยนของฝน ที่ตำแหน่งสถานีวัดน้ำฝนแต่ละสถานี โดยเฉพาะอย่างยิ่งสามารถจำลองการเกิดขึ้นของปริมาณฝนสูงสุด (extreme rainfall) ได้ดีกว่า ด้วยเหตุผลนี้ ค่าพารามิเตอร์ β และ σ^2 สำหรับแบบจำลองการแบ่งระดับชั้นจะถูกปรับตามค่า R ที่แต่ละระดับชั้นของการแบ่งแยก ความจริงค่า R ในแต่ละระดับชั้นได้ถูกผนวกรวมกับแฟกเตอร์ที่ไม่สม่ำเสมอตามพื้นที่คือค่า G อยู่แล้วด้วย

4.2.7 ผลการทดสอบข้อมูลฝนจากการสังเคราะห์

เพื่อตรวจสอบความเพียงพอ เหมาะสมของแบบจำลองฝน ข้อมูลฝนรายวันกระจายตามพื้นที่และเวลา ได้ถูกสังเคราะห์ขึ้นในช่วงเวลา 11 ปี ถูกนำไปเปรียบเทียบกับข้อมูลฝนจากการวัดในอดีต การทดสอบมีประเด็นเน้นในลักษณะดังต่อไปนี้

- (1) ลักษณะทางสถิติของความแปรเปลี่ยนของฝนตามเวลา (temporal rainfall variability)
- (2) แบบรูปตามพื้นที่ (spatial pattern) ของฝนรายวัน ฝนเฉลี่ยรายเดือน และฝนเฉลี่ยรายปี

- (3) การตกเป็นหย่อมของฝน (patchiness) เช่นสัดส่วนของพื้นที่ที่ฝนตก (wet fraction) เทียบกับพื้นที่ทั้งหมด
- (4) ลักษณะความแปรเปลี่ยนของฝนตามเวลาที่สถานีวัดน้ำฝนจำนวนหนึ่ง เพื่อดูช่วงเวลาที่มียายุฝนและช่วงเวลาระหว่างพายุฝน

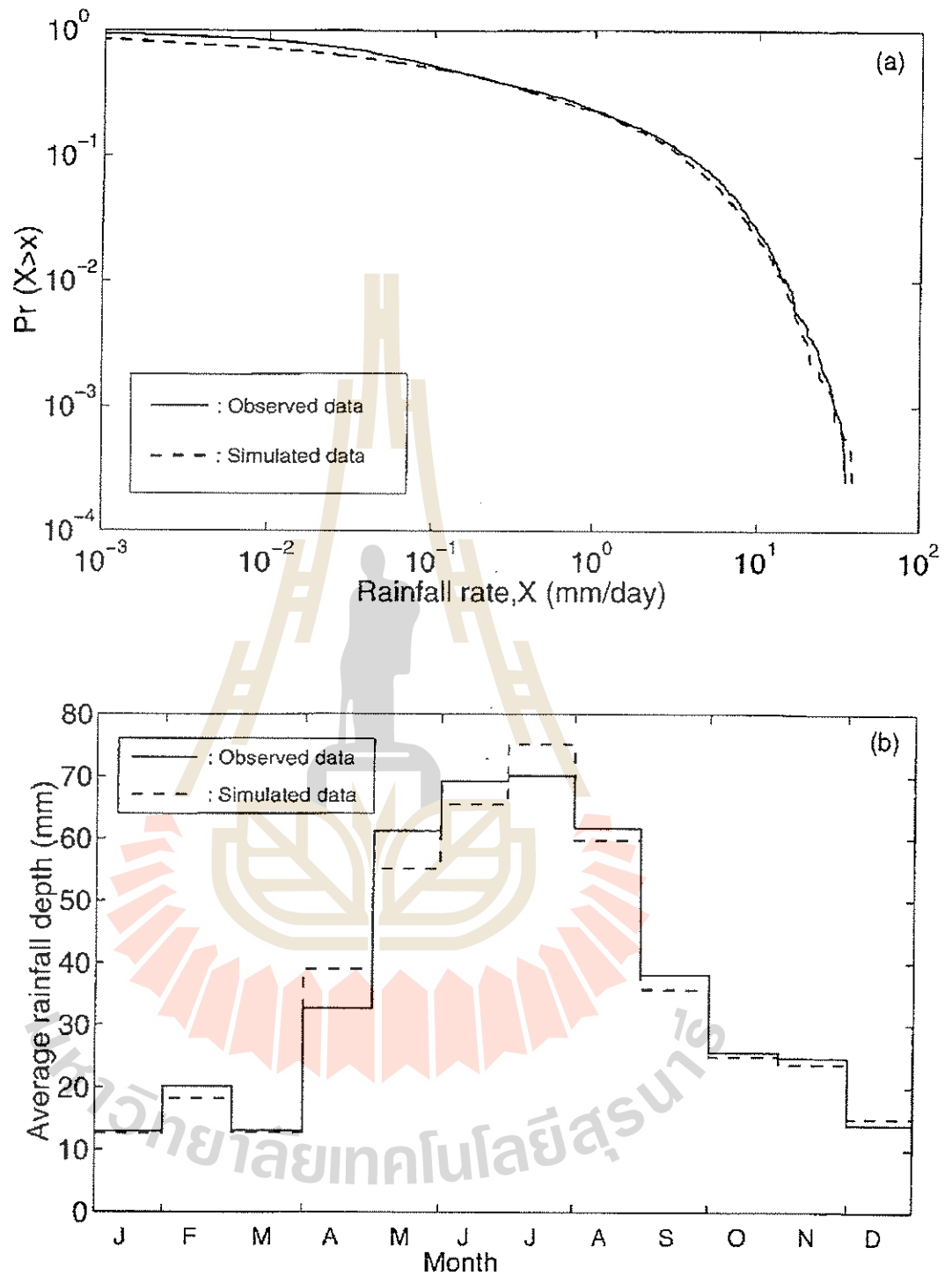
ผลการตรวจสอบสรุปได้ดังนี้ รูปที่ 4.9 (b) แสดงอนุกรมเวลาของฝนรายวันที่สังเคราะห์ขึ้นมา (เฉลี่ยทั้งพื้นที่) ดูด้วยตามีความคล้ายคลึงกับข้อมูลฝนจากการวัด ในรูปที่ 4.9 (a) รูปที่ 4.14 (a) แสดงค่าความน่าจะเป็นที่มากกว่า (probability of exceedance) เปรียบเทียบระหว่างฝนรายวันที่สังเคราะห์ ขึ้นมากับข้อมูลฝนจากการวัด เป็นค่าเฉลี่ยทั้งพื้นที่ที่ศึกษา รูปที่ 4.14 (b) แสดงการแปรผันตามฤดูกาล (seasonal variation) ของปริมาณฝนเฉลี่ยรายเดือน ผลจากทั้งสองรูป บ่งบอกได้ว่า แบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟ สามารถจำลองลักษณะสำคัญของอนุกรมเวลาของฝนได้จากการวัดได้ดี

แบบรูปตามพื้นที่ของฝนรายวัน วันที่ 5 กรกฎาคม ค.ศ. 1984 แสดงในรูปที่ 4.15 เปรียบเทียบกับฝนจากการสังเคราะห์วันใดๆ ในเดือนกรกฎาคม ที่มีค่าเฉลี่ย R เท่ากัน ถึงแม้ผลการจำลองฝนรายวันจะไม่สอดคล้องกันอย่างสมบูรณ์กับผลจากการวัด ผลที่ได้แสดงลักษณะตามพื้นที่ที่มีความเหมือนกัน เช่นการตกเป็นหย่อมตามพื้นที่ (spatial patchiness) พื้นที่ที่ไม่มีฝนแสดงด้วยพื้นที่ที่ถูกระงา และความไม่สม่ำเสมอของฝนในแนวตะวันตก-ตะวันออก เปรียบเทียบกับข้อมูลจากการวัด

การตรวจสอบต่อไปว่าสนามของฝนที่สังเคราะห์ขึ้น สามารถแสดงความแปรผันตามฤดูกาลและพื้นที่ได้ ดังเช่นพบจากข้อมูลฝนจากการวัด ข้อมูลฝนรายวันที่ถูกสร้างขึ้นนำมารวมกันเป็นรายเดือน และรายปี หาค่าเฉลี่ยจากจำนวนปีที่ทำการจำลอง เป็นค่าเฉลี่ยรายเดือนแต่ละเดือน และค่าเฉลี่ยรายปี เปรียบเทียบกับแบบรูปของฝนที่ได้มาจากการวัดในช่วงเวลา 11 ปี ผลที่ได้นำเสนอในรูปของแผนที่เส้นชั้นน้ำฝน (isohyetal maps) ในรูปที่ 4.16 ถึง 4.18 (เส้นชั้นน้ำฝนจากการวัดเป็นจุดข้อมูลตามตำแหน่งสถานีวัดน้ำฝน แต่เส้นชั้นน้ำฝนจากการจำลอง เป็นค่าเฉลี่ยของพื้นที่ย่อย 12.5×12.5 ตารางกิโลเมตร) รูปที่ 4.16 แสดงแผนที่เส้นชั้นน้ำฝนเปรียบเทียบระหว่างฝนจากการวัด และการจำลองฝนรายเดือนในเดือนมกราคม (ฤดูร้อน) รูปที่ 4.17 แสดงผลของเดือนกรกฎาคม (ฤดูหนาว) ทั้งสองกรณีมีค่าเฉลี่ยใกล้เคียงกันแต่แบบจำลองให้ค่าฝนสูงสุดที่สูงกว่า ผลจากเดือนอื่นๆ แสดงผลเช่นเดียวกัน รูปที่ 4.18 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างฝนรายปีเฉลี่ยจากการวัดและจากการจำลอง ผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองฝนสามารถรวมลักษณะความแตกต่างตามพื้นที่อย่างเป็นระบบ ได้เหมือนลักษณะของฝนจากการวัด

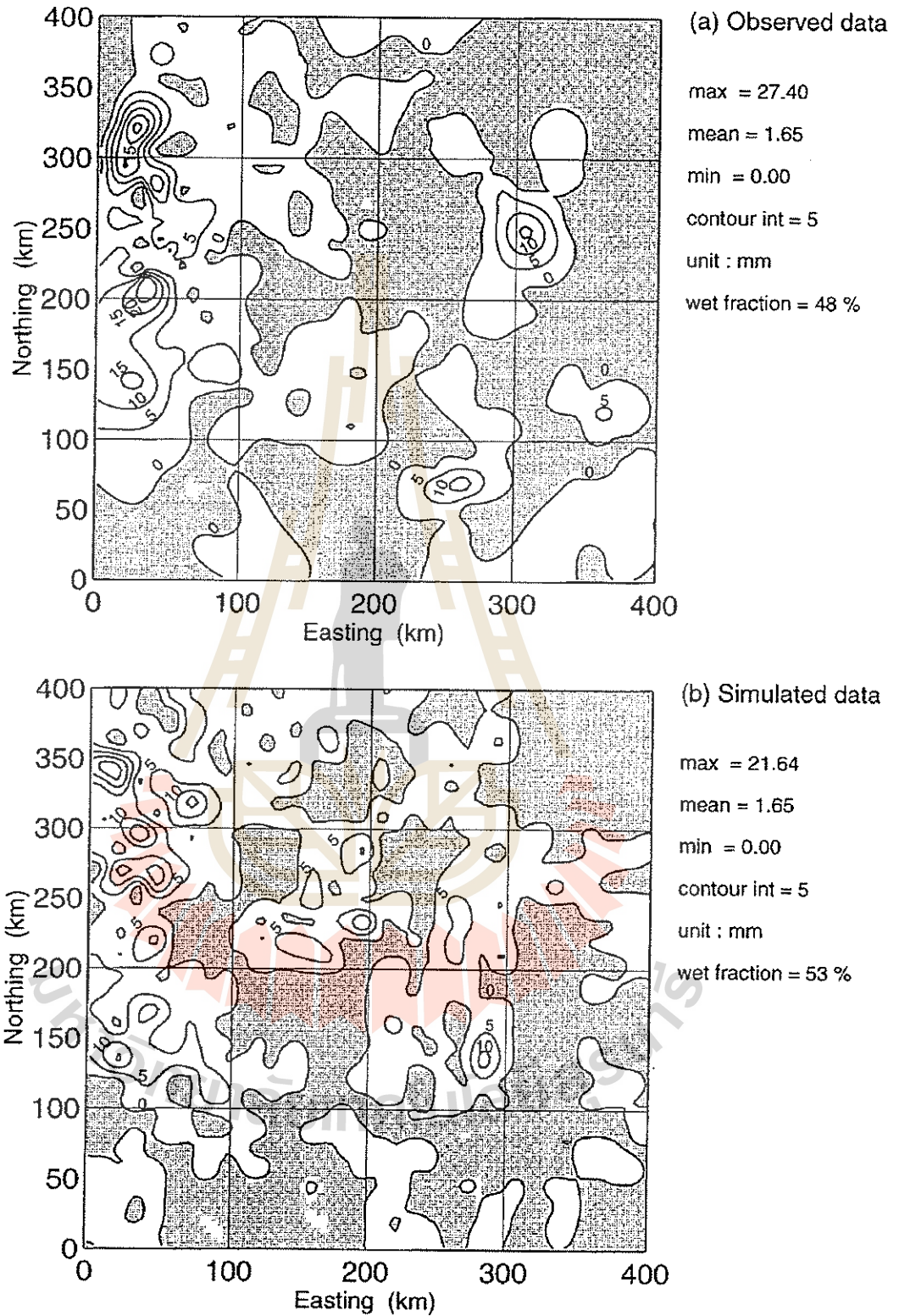
รูปที่ 4.19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนของพื้นที่ที่มีฝนตก (wet fraction) เป็นฟังก์ชันของความเข้มฝนเฉลี่ยทั้งพื้นที่ R ทั้งที่ประมาณจากแบบจำลองและจากการวัด แสดงความสอดคล้องกันอย่างดี ยืนยันว่าแบบจำลองสามารถจำลองการตกเป็นหย่อมๆ ตามพื้นที่ (spatial patchiness) ของฝนรายวันได้ ทั้งสองกรณีแสดงให้เห็นว่า สัดส่วนพื้นที่ที่ฝนตกเพิ่มขึ้น เมื่อ R มีค่าเพิ่มขึ้น

ผลการทดสอบลักษณะความแปรเปลี่ยนของฝนตามเวลาที่สถานีวัดน้ำฝนจำนวนหนึ่ง เพื่อดูช่วงเวลาที่มียายุฝนและช่วงเวลาระหว่างพายุฝนไม่ได้นำเสนอในที่นี้ สามารถดูรายละเอียดได้ที่ Jothityangkoon et al. [2000]



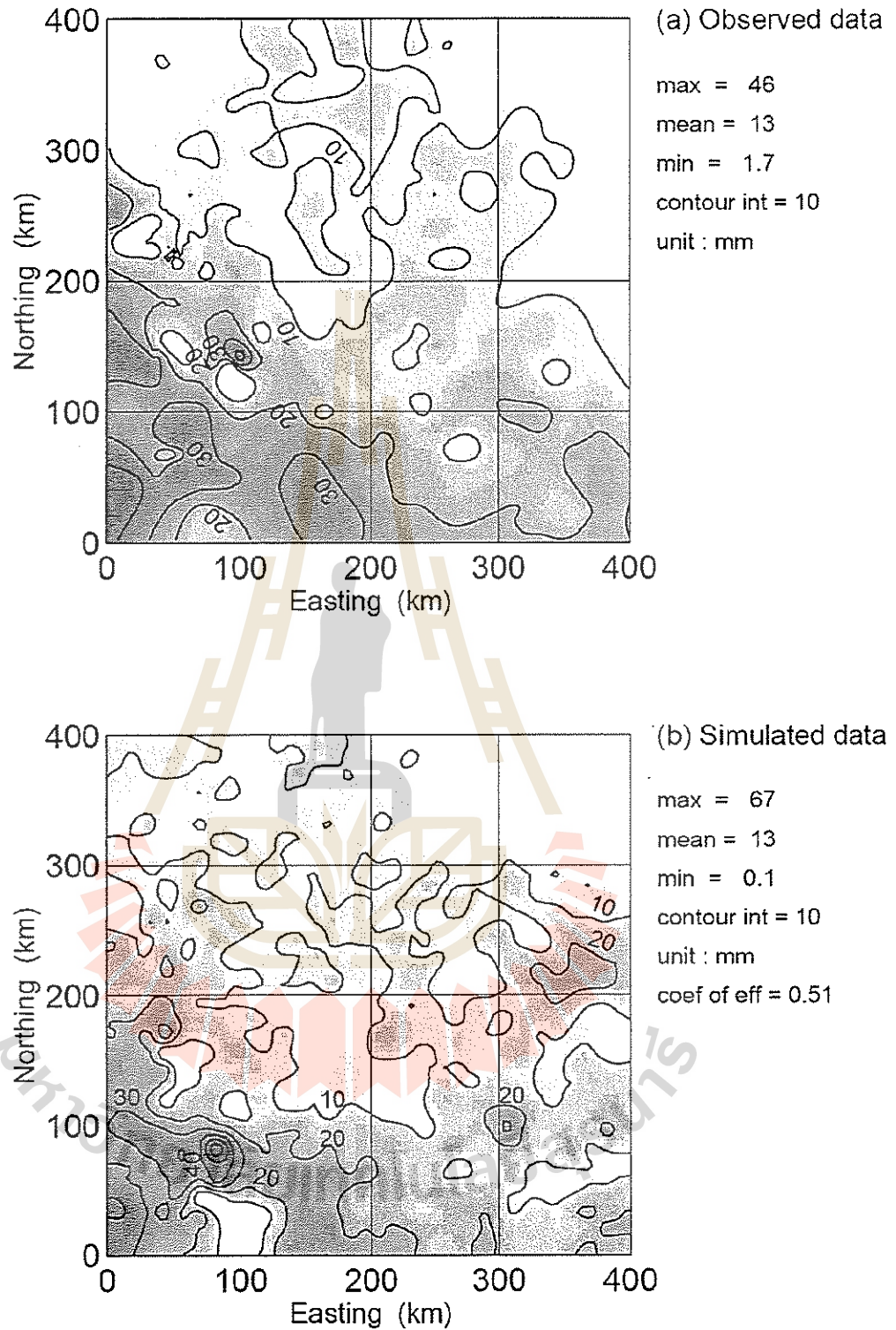
ปีที่ 4.14

ก) การเปรียบเทียบความน่าจะเป็นที่มากกว่า (exceedance probabilities) $Prob(X > x)$ ของอนุกรมเวลาของฝนรายวันจากการวัดและจากการสร้างจากแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟ (b) การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยฝนรายเดือนจากการวัดและการจำลอง



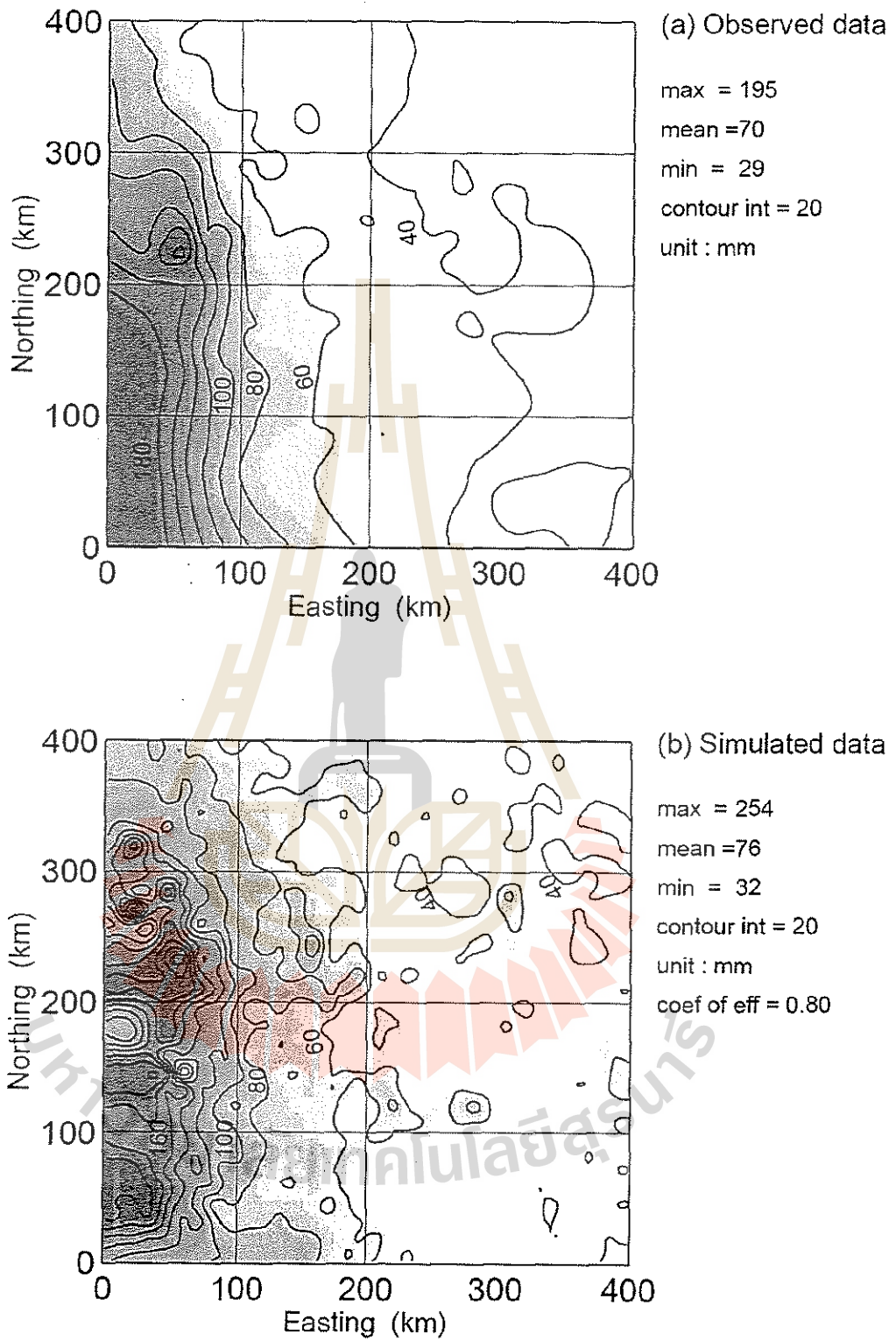
รูปที่ 4.15

แผนที่เส้นชั้นน้ำฝน (isohyetal maps) ของฝนรายวันสำหรับ (a) ฝนจากการวัดในวันที่ 5 กรกฎาคม ค.ศ. 1984 (b) ฝนจากการจำลองวันหนึ่งในเดือนกรกฎาคม (ใช้ค่าเฉลี่ยความลึกฝนที่เท่ากัน) พื้นที่แรเงาเป็นบริเวณไม่มีฝนตก



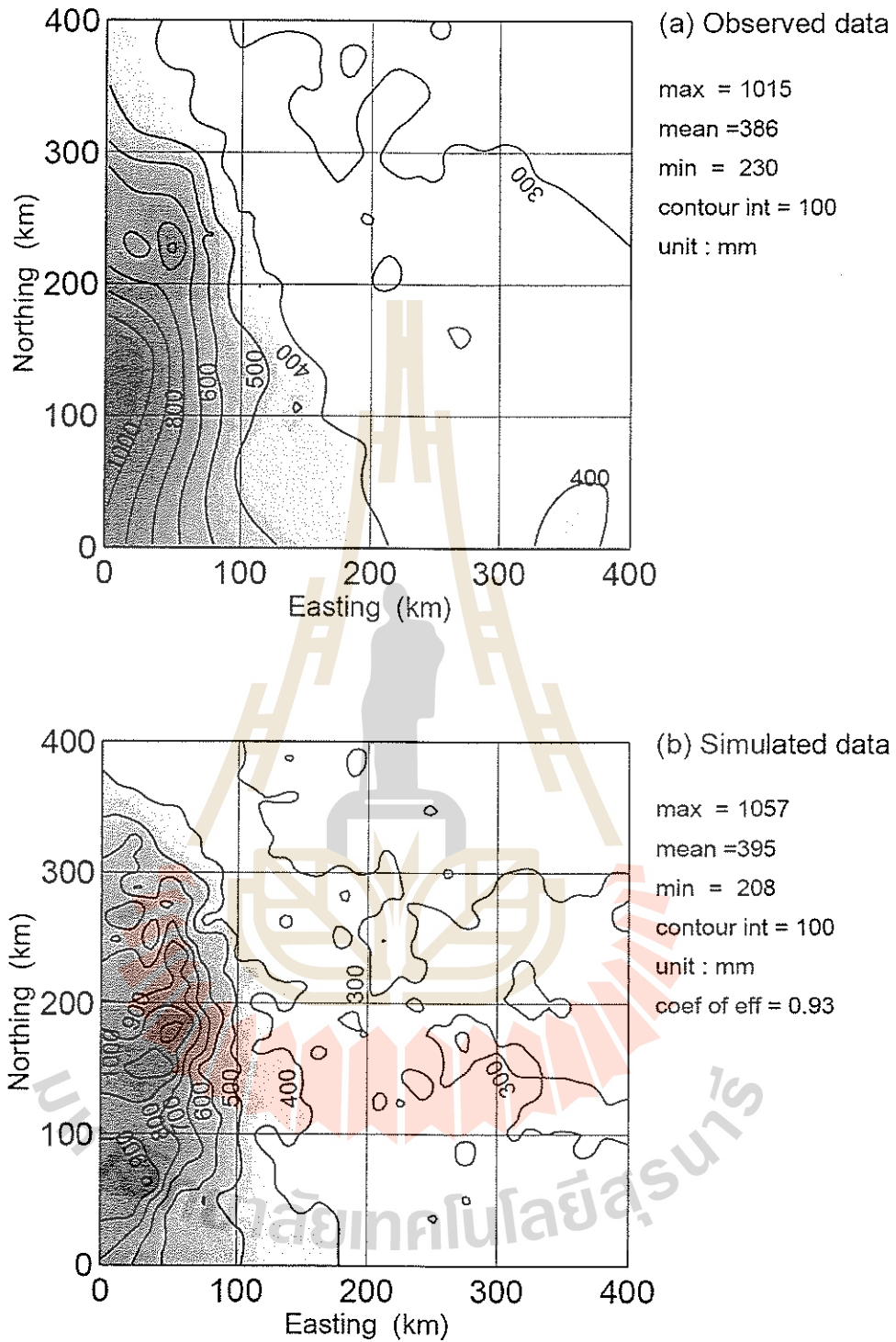
รูปที่ 4.16

แผนที่เส้นชั้นน้ำฝน (isohyetal maps) ของฝนรายเดือน สำหรับเดือนมกราคม (a) ฝนเฉลี่ยรายเดือนจากการวัดในช่วง 11 ปี (ค.ศ. 1974-1984) (b) ฝนเฉลี่ยรายเดือนจากการจำลอง ในช่วง 11 ปี



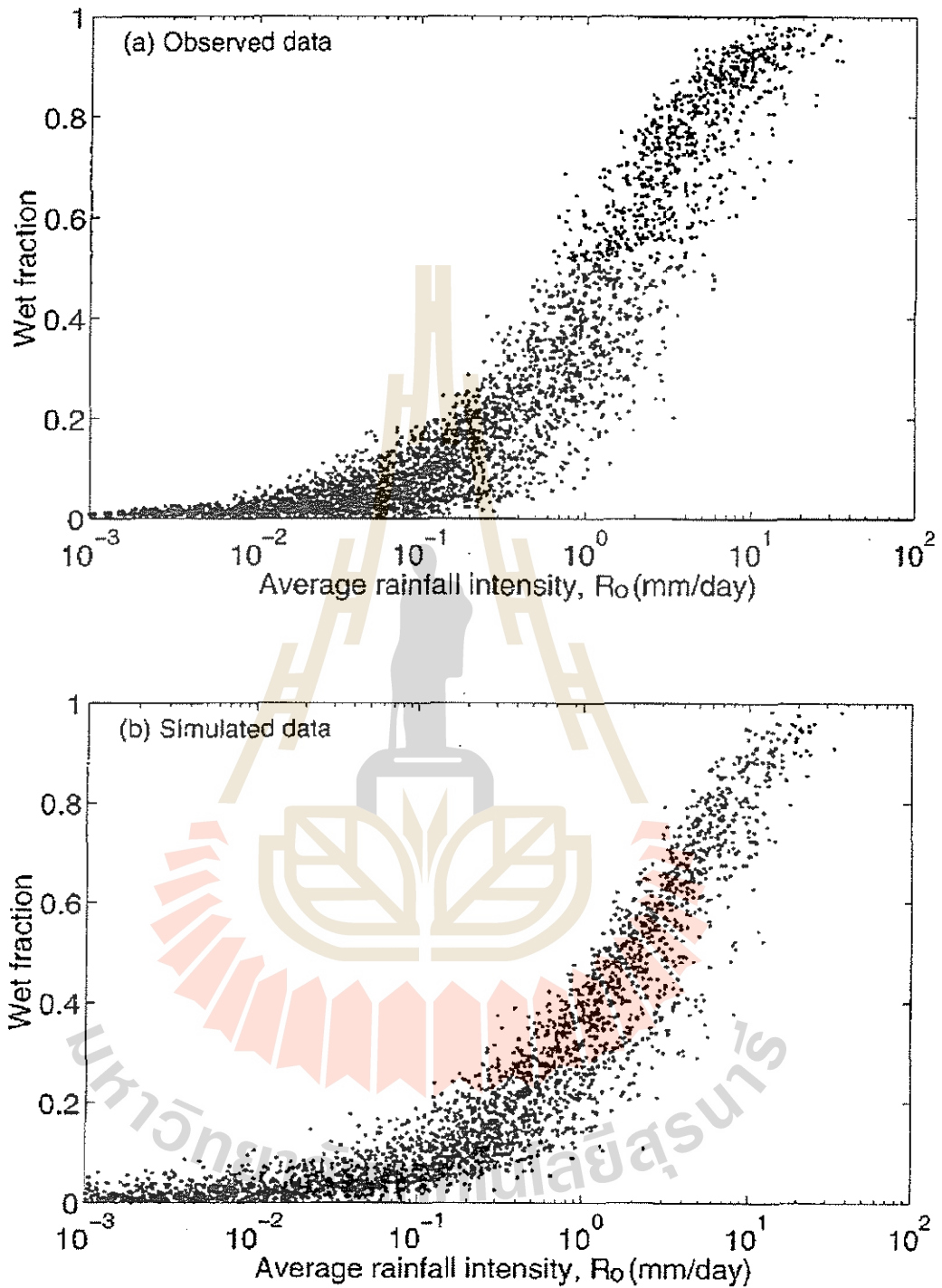
รูปที่ 4.17

แผนที่เส้นชั้นน้ำฝน (isohyetal maps) ของฝนรายเดือน สำหรับเดือนกรกฎาคม (a) ฝนเฉลี่ยรายเดือนจากการวัด ในช่วง 11 ปี (ค.ศ. 1974-1984) (b) ฝนเฉลี่ยรายเดือนจากการจำลอง ในช่วง 11 ปี



รูปที่ 4.18

แผนที่เส้นชั้นน้ำฝน (isohyetal maps) ของฝนรายปี (a) ฝนเฉลี่ยรายปีจากการวัด ในช่วง 11 ปี (ค.ศ. 1974-1984) (b) ฝนเฉลี่ยรายปีจากการจำลอง ในช่วง 11 ปี



รูปที่ 4.19

การประมาณค่าสัดส่วนของพื้นที่ที่ฝนตก (wet fraction) สำหรับฝนรายวันเป็นฟังก์ชันของค่าเฉลี่ยความเข้มฝน (a) ฝนจากการวัด (b) ฝนจากการจำลอง

ตัวอย่างที่ 4.2 สังเคราะห์ฝนวันหนึ่งตามพื้นที่ในเดือนมกราคม โดยใช้แบบจำลองการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่ม ถึงระดับชั้นที่ 2 (level 2) กำหนดปริมาณฝนเฉลี่ยทั้งพื้นที่เท่ากับ 1 มิลลิเมตร/วัน $b=4$

วิธีทำ

1. ประมาณค่าพารามิเตอร์การแบ่งระดับชั้น จากความสัมพันธ์ในรูปที่ 4.11

$$\beta = 0.2271^{1.0^{0.3016}} = 0.2271$$

$$\sigma^2 = \exp[-0.0375\{\ln(1.0)\}^2 - 0.0660\{\ln(1.0)\} - 3.0522] = 0.0473$$

$$\text{ความน่าจะเป็น (พื้นที่ฝนตก)} = (4)^{-\beta} = 0.7299$$

2. ระดับชั้นที่ 1

1.6220

$x =$ 0.6264

0.0918

-0.8076

หาค่า B·Y ได้ผลดังนี้

2.1345

1.5812

$w =$ 1.3459

1.0264

หารด้วย $b=4$

0.5336

0.3953

$w/b =$ 0.3365

0.2566

โดยใช้สมการ $w = b^{\beta - \sigma^2 \ln b / 2 + \alpha x}$

พื้นที่ฝนตก = 0.7299×4 เซลล์ = 2.92 เซลล์ บัดเป็น 3 เซลล์ โดยเฉลี่ย จึงเป็นไปได้ที่อาจมีฝนตกใน 2 หรือ 4 เซลล์ ได้ด้วย นำค่า w/b มาวางลงในเซลล์ที่มีฝนในกรณีเป็น 3 เซลล์ ผลรวมทุกเซลล์มีค่า 1.2654

spr1s= 0.5336 0.3953

0.3365 0

ค่า G หาค่าเฉลี่ยของเดือนมกราคม สำหรับ 4 เซลล์ ได้ผลดังนี้ ผลรวมเท่ากับ 1

fmo1= 1.4871 1.1265

0.6896 0.6968

หาค่า B·Y·G

0.7935 0.4453

spr1w= 0.2320 0

ปรับให้ผลรวมทุกเซลล์มีค่า 1.2654 เท่าเดิม

Spr1= 0.6827 0.3831

0.1996 0

คูณด้วย แฟกเตอร์ $aR=3.1610$ (4×1 มม/1.2654) ทำให้ค่าเฉลี่ยฝน ($2.1580 + 1.2110 + 0.6310 + 0.0000$)/4 = 1.00 มิลลิเมตร

$$\text{Spr1d} = \begin{matrix} 2.1580 & 1.2110 \\ 0.6310 & 0 \end{matrix}$$

3. ระดับชั้นที่ 2

จากฝนในเซลล์ 2.1580 มม. ทำซ้ำเหมือนระดับชั้นที่ 1 คือ หาค่า β, σ^2 พื้นที่ที่ฝนตก แล้วกระจายลงมายังอีก 4 เซลล์ ในระดับชั้นที่ 2 นี้ (ผลรวมทุกเซลล์ = 1.1430)

$$\text{Spr2s} = \begin{matrix} 0.2380 & 0.1289 & 0 & 0.1416 \\ 0.1908 & 0.1790 & 0.0941 & 0.1251 \\ 0 & 0.0453 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

ค่า G หาค่าเฉลี่ยสำหรับ 16 เซลล์ ได้ผลดังนี้ ผลรวมเท่ากับ 1

$$\text{fmo2} = \begin{matrix} 1.3537 & 1.0022 & 1.0977 & 1.1646 \\ 1.0393 & 0.6049 & 0.7751 & 0.9625 \\ 1.1110 & 0.9247 & 1.0738 & 1.4207 \\ 0.8758 & 1.0885 & 0.8592 & 0.6463 \end{matrix}$$

หาค่า B·Y·G

$$\text{spr2w} = \begin{matrix} 0.3221 & 0.1292 & 0 & 0.1650 \\ 0.1983 & 0.1083 & 0.0730 & 0.1204 \\ 0 & 0.0419 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

ปรับให้ผลรวมทุกเซลล์มีค่า 1.1430 เท่าเดิม

$$\text{spr2} = \begin{matrix} 0.3179 & 0.1275 & 0 & 0.1628 \\ 0.1957 & 0.1069 & 0.0720 & 0.1189 \\ 0 & 0.0414 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

คูณด้วย แฟกเตอร์ $aR = 13.9983$ (4×1 มม/1.1430) ทำให้ค่าเฉลี่ยฝน ($4.4500 + 1.7846 + 2.2787 + 2.7394 + 1.4961 + 1.0081 + 1.6638 + 0.5792$)/16 = 1.00 มิลลิเมตร

$$\text{Spr2d} = \begin{matrix} 4.4500 & 1.7846 & 0 & 2.2787 \\ 2.7394 & 1.4961 & 1.0081 & 1.6638 \\ 0 & 0.5792 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

ดำเนินการคำนวณในระดับชั้นที่ 3 ต่อไป

ชื่อตัวแปรในรูปเมทริกซ์ สัมพันธ์กับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในรูปที่ 4.27

4.2.8 การเขียนโปรแกรมแบบจำลองฝน

แบบจำลองฝนในเชิงพื้นที่และเวลาแบ่งการเขียนโปรแกรมออกเป็น 2 ส่วนหลัก คือ

(1) แบบจำลองฝนตามเวลาโดยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ

โปรแกรมหลัก

markovp1.m ทำงานเปิดไฟล์ข้อมูลฝน (drain.mat) ส่งข้อมูลฝน ไปคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และการสร้างอนุกรมตามเวลาของฝนสังเคราะห์ แต่ละปี และแต่ละเดือน โดยใช้ ฟังก์ชัน markov4p.m และเก็บข้อมูลในไฟล์ผลลัพธ์ (annualtp.mat) แสดงในรูปที่ 4.20

โปรแกรมฟังก์ชัน

markov4p.m ทำงานนำข้อมูลฝนเฉลี่ยจากการวัดแต่ละเดือน ทั้ง 11 ปี นำมาเรียงต่อกัน ปรับแก้ข้อมูลที่ขาดหาย คำนวณจำนวนวันของแต่ละภาวะ (Z) และส่งไปคำนวณตารางความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนผ่าน การสังเคราะห์อนุกรมเวลาของฝนเริ่มจาก สุ่มเลือกฝนในวันแรกและสุ่มภาวะฝนวันที่สองจากตารางความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนผ่าน และสุ่มความลึกฝนจากการกระจายแกมมา ที่ภาวะของวันที่สอง และดำเนินการเป็นวงรอบจนได้ฝนครบตามจำนวนวันที่ต้องการ แสดงในรูปที่ 4.21

tranprop4.m สร้างตารางความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนผ่าน ที่แต่ละภาวะ (Z) แสดงในรูปที่ 4.22

gammarm0.m หาค่าพารามิเตอร์การแจกแจงแกมมา 2 ตัว สำหรับแต่ละเดือน แสดงในรูปที่ 4.23

startday.m ใช้กำหนดวันเริ่มต้นและสิ้นสุดของแต่ละเดือนของแต่ละปี แสดงในรูปที่ 4.24

ฟังก์ชันอื่นๆ ที่อยู่ใน stat tool box ของ แมทแล็บ คือ gamrnd.m, unifrnd.m, gamcdf.m, gaminv.m

```
% Estimate parameters of first order Markov process for daily rainfall each month.
% Modified from markovp.m
% Generate time series of averaged daily rainfall for 11 year.

load drain;

for t=1:4018
    wlo=find(r(t,:)>-0.01);
    lc=length(wlo);
    wavr(t)=(1./lc)*sum(r(t,wlo))/10.0;
end

clear day;

dinmon=[31 28 31 30 31 30 31 31 30 31 30 31];
year=11;
for ny=1:year
    for nm=1:12
        monr=markov4p(r,nm,dinmon(nm));
        [st en]=startday(74,nm);
```

```

st1=st+365*(ny-1);
en1=en+365*(ny-1);
day(st1:en1)=monr
end
end
plot(day);
save annualtp day;

```

รูปที่ 4.20

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมหลัก สำหรับแบบจำลองฝนตามเวลาโดยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ (ชื่อไฟล์ markovp1.m)

```
% Modified from markov4.m, change state 1 <0.00025
```

```
function[dayr]=markov4p(r,nmon,nday)
```

```
clear daily;
clear dayr;
clear mr;
```

```
nums=490;
ty=[74:84];
nty=length(ty);
sz=zeros(41);
en=0;
for ny=1:nty
[t1 t2]=startday(ty(ny),nmon);
st=en+1;
en=st+(t2-t1);
mr(st:en,1:nums)=r(t1:t2,:);
end
```

```
mz=size(mr);
ii=(1:nums);
for i=1:nums;
ii(i)=length(find(mr(:,i)>-0.01));
end;
gg=find(ii>(mz(1)-10));
daily=zeros(mz(1),1);
for i=1:mz(1);
ii=find(mr(i,:)>-0.01);
kn=length(ii);
if kn~=0
daily(i)=(sum(mr(i,ii))/10.)/kn;
else
daily(i)=0;
end
end;
end;
```

```
rand('seed',sum(100*clock));
```

```
clear dayr;
tol=length(daily);
z1=find(daily<=0.00025);
z2=find((daily>0.00025)&(daily<=0.5));
z3=find((daily>0.5)&(daily<=3.0));
z4=find(daily>3.0);
```

```
mat=zeros(4);
```

```

daily(tol+1)=daily(1);
mat(1,:)=tranprop4(z1,daily);
mat(2,:)=tranprop4(z2,daily);
mat(3,:)=tranprop4(z3,daily);
mat(4,:)=tranprop4(z4,daily);
cumat=cumsum(mat)';

[eta,rlam]=gammarmo(daily(1:tol));

cl=[0.00025 0.5 3];
rcl=[0 0.00025;0.00025 0.5;0.5 3;3 100];
cln=length(cl);
today=gamrnd(eta,rlam);
dayr(1)=today;
for nr=2:nday
    if today>0
        cday=1+cln-length(find(cl>today));
    else
        cday=1;
    end
    ur=unifrnd(0,1);
    if ur>0
        cnext=1+(cln+1)-length(find(cumat(cday,:)>ur));
    else
        cnext=1;
    end
    if cnext==2
        crx=rcl(cnext,:);
        gamr=gamcdf(crx,eta,rlam);
        u=unifrnd(0,1);
        v=gamr(1)+u*(gamr(2)-gamr(1));
        nextd=gaminv(v,eta,rlam);
    elseif cnext==3
        crx=rcl(cnext,:);
        gamr=gamcdf(crx,eta,rlam);
        u=unifrnd(0,1);
        v=gamr(1)+u*(gamr(2)-gamr(1));
        nextd=gaminv(v,eta,rlam);
    elseif cnext==4
        crx=rcl(cnext,:);
        gamr=gamcdf(crx,eta,rlam);
        u=unifrnd(0,1);
        v=gamr(1)+u*(gamr(2)-gamr(1));
        nextd=gaminv(v,eta,rlam);
    else
        nextd=0;
    end
    today=nextd;
    dayr(nr)=nextd;
end

```

รูปที่ 4.21

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน สำหรับแบบจำลองฝนตามเวลาโดยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ (ชื่อไฟล์ markov4p.m)

```
function[ma1]=tranprop4(z1,daily)
```

```
z1n=z1+1;
if isempty(z1n)
```

```

z1n1=0;
z1n2=0;
z1n3=0;
z1n4=0;
else
z1n1=length(find(daily(z1n)<=0.00025));
z1n2=length(find((daily(z1n)>0.00025)&(daily(z1n)<=0.5)));
z1n3=length(find((daily(z1n)>0.5)&(daily(z1n)<=3.0)));
z1n4=length(find(daily(z1n)>3.0));
end
ma=[z1n1 z1n2 z1n3 z1n4];
sma=sum(ma);
if sma>0
    ma1=(1./sma).*ma;
else
    ma1=ma;
end

```

รูปที่ 4.22

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน สำหรับสร้างตารางความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนผ่าน (ชื่อไฟล์ tranprop4.m)

```

% Estimate parameters of Gamma distribution for daily rainfall each month.

function[eta1,be]=gammarmo(daily1)

fz=find(daily1);
lz=length(fz);
for nz=1:lz
    dailyf(nz)=daily1(fz(nz));
end

mr=mean(dailyf);
sr=std(dailyf);
lam=mr./(sr^2);
eta=(mr./sr)^2;
eta1=eta;
be=1./lam;

```

รูปที่ 4.23

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน สำหรับหาค่าพารามิเตอร์การแจกแจงแกมมา 2 ตัว สำหรับแต่ละเดือน (ชื่อไฟล์ gammarmo.m)

```

% Find startday, endday for given year(74 to 84) and
% month (1 to 12)

```

```

function[st,en]=startday(year,month)

nyear=year-74+1;
ty=[74:84];
dinmon1=[31 28 31 30 31 30 31 31 30 31 30 31];
dinmon2=[31 29 31 30 31 30 31 31 30 31 30 31];
nm1=length(dinmon1);
days=zeros(12,1);
daye=zeros(12,1);
diff=0;
for ny=1:nyear
    ch=ty(ny)/4;

```

```

ch1=ch-round(ch);
if ch1~=0
  for nm=1:nm1
    days(nm)=diff+1;
    daye(nm)=days(nm)+dinmon1(nm)-1;
    diff=daye(nm);
  end
else
  for nm=1:nm1
    days(nm)=diff+1;
    daye(nm)=days(nm)+dinmon2(nm)-1;
    diff=daye(nm);
  end
end
end
st=days(month);
en=daye(month);

```

รูปที่ 4.24

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแลบ โปรแกรมฟังก์ชัน กำหนดวันเริ่มต้นและสิ้นสุดของแต่ละเดือนของแต่ละปี (ชื่อไฟล์ startday.m)

(2) แบบจำลองฝนตามพื้นที่บนพื้นฐานของการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่ม

โปรแกรมหลัก (1) การหาค่าพารามิเตอร์สำหรับการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่ม

Scalemof1e.m ทำงานเปิดไฟล์ข้อมูลฝน (drain.mat) คำนวณหาโมเมนต์ทางสถิติอันดับที่ q คือ $M(\lambda_n, q)$ เป็นฟังก์ชันของ λ_n อยู่ในช่วงค่า 1 ถึง 16 (ขนาดความกว้างของพื้นที่ในช่วง 400 ถึง 25 กิโลเมตร) และสำหรับค่า q ในช่วง 0 ถึง 4.0 ประมาณค่าพารามิเตอร์ β และ σ^2 เป็นฟังก์ชันของ R ผลการคำนวณแสดงในรูปที่ 4.11 โปรแกรมแสดงในรูปที่ 4.25

โปรแกรมฟังก์ชัน

regrescof.m หาค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้น (linear regression coefficient) โปรแกรมแสดงในรูปที่ 4.26

โปรแกรมหลัก (2) การสร้างการกระจายของฝนตามพื้นที่

betavon71.m จากผลการสังเคราะห์ข้อมูลฝนเฉลี่ยตามเวลา นำมากระจายตามพื้นที่ ตามขั้นตอนในตัวอย่างที่ 4.2 ไฟล์นำเข้าคือ angr30a.mat ตัวก่อกำเนิดที่มีค่าแน่นอน G ไฟล์นำเข้าคือ G_par.mat ผลการคำนวณแสดงในรูปที่ 4.16 เดือนมกราคม รูปที่ 4.17 เดือนกรกฎาคม และ รูปที่ 4.18 ฝนเฉลี่ยรายปี โปรแกรมแสดงในรูปที่ 4.27

โปรแกรมฟังก์ชัน

casmass1.m ใช้สุ่มตัวเลขจากการแจกแจงแบบสมมาตร จัดลงในเซลล์ที่มีฝน เช่นตัวแปร spr1s ในตัวอย่างที่ 4.2 โปรแกรมแสดงในรูปที่ 4.28

wfactor.m การปรับค่า G จากการข้อมูลฝนเฉลี่ย 490 สถานี จากเมทริกซ์ 32×32 เป็นค่า G ที่ระดับชั้นที่ 1 เป็นเมทริกซ์ 4×4 ตัวแปร fmo1 ในตัวอย่างที่ 4.2 นำไปคูณกับ B และ Y ต่อไป โปรแกรมแสดงในรูปที่ 4.29

cascade1.m การกระจายฝนตามพื้นที่ด้วยแบบจำลอง B·Y เช่นจากระดับชั้นที่ 1 ขนาด 2×2 เป็นระดับชั้นที่ 2 ขนาด 4×4 (ตัวแปร spr2s ในตัวอย่างที่ 4.2) การใช้พารามิเตอร์ β และ σ^2 จะปรับตามปริมาณฝนเฉลี่ยแต่ละเซลล์ใน 2×2 นำไปสร้างเป็น 4×4 โปรแกรมแสดงในรูปที่ 4.30

cascade2.m เหมือนกับ cascade1.m ต่างกันที่ใส่ค่า β และ σ^2 ที่คงที่เมื่อเปลี่ยนระดับชั้น ไปสู่ระดับชั้นที่สูงกว่า โปรแกรมแสดงในรูปที่ 4.31

adjustwf1.m คล้ายกับ wfactor.m การปรับค่า G จากการข้อมูลฝนเฉลี่ย เมทริกซ์ 32×32 เป็นค่า G ที่ระดับชั้นที่ 2 เป็นเมทริกซ์ 4×4 และระดับชั้นที่สูงกว่า 2 ตัวแปร fmo2 ในตัวอย่างที่ 4.2 โปรแกรมแสดงในรูปที่ 4.32

ฟังก์ชันอื่นๆ ที่อยู่ใน stat tool box ของ แมทแล็บ คือ unifrnd.m, normrnd.m, norminv.m

```
% Calculate scaling moment function
% Use Finite Difference Approx. to fit curve.
```

```
load drain;
```

```
%q=[0 0.5 1 1.5 1.8 1.9 2 2.1 2.2 2.5 3 3.5 4]; % for q=2
q=[0 0.5 0.8 0.9 1 1.1 1.2 1.5 2 2.5 3 3.5 4]; % for q=1
```

```
lq=length(q);
```

```
for t=1:4018
    wlo=find(r(t,:)>-0.01);
    lc=length(wlo);
    wavr(t)=(1./lc)*sum(r(t,wlo))/10.0;
end
t1=1;
t2=4018;
llc=find(wavr(t1:t2)>0);
lk=length(llc);
bta=zeros(lk,1);
sig=zeros(lk,1);
wavt=zeros(lk,1);
wavr1=wavr(llc+t1-1);
lamda=[1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 12 14 16];
cl=length(lamda);
ni=0;
ncell=100;
```

```
for t=t1:t2
    clear rm;
    ne=1;
    len=400/ncell;
    for nr=1:ncell
        for nc=1:ncell
            gem(ne)=(len/2)+len*(nc-1);
```



```

gnm(ne)=(len/2)+len*(nr-1);
x=abs(ge-gem(ne));
y=abs(gn-gnm(ne));
dis=(x.^2+y.^2).^0.5;
mind=min(dis);
loc=find(dis==mind);
w=length(loc);
if w>1
    rm(ne)=mean(r(t,loc));
    ne=ne+1;
else
    rm(ne)=r(t,loc);
    ne=ne+1;
end
end
end
tau=zeros(lq,cl);t
wlo=find(rm>-0.01);
lc=length(wlo);
if lc>0
    wavr(t)=(1./lc)*sum(rm(wlo))/10.0;
else
    wavr(t)=0;
end
if wavr(t)>0
    for ln=1:cl
        glen=400000/lamda(ln);
        sumM=0;
        for rn=1:lamda(ln)
            for cn=1:lamda(ln)
                bx1=(400/lamda(ln))*(cn-1);
                bx2=(400/lamda(ln))*cn;
                by1=(400/lamda(ln))*(rn-1);
                by2=(400/lamda(ln))*rn;
                hc=find(((gem>=bx1)&(gem<=bx2))&((gnm>=by1)&(gnm<=by2)));
                loc=find(rm(hc)>-0.01);
                lc=length(loc);
                if lc>0
                    avr=(1./lc)*sum(rm(hc(loc)))/10.0;
                else
                    avr=0;
                end
                vol=((avr/1000)*glen*glen);
                if vol>0
                    M=vol.^q;
                    sumM=sumM+M;
                else
                    end
                end
            end
        end
        end
        los=log(sumM);%plot(log(lamda(ln)*ones(lq,1)),los,'yo');hold on
        tau(:,ln)=los';
    end
    lg1=log(lamda);
    for n=1:lq
        [a(n),b(n)]=regrescof(lg1',tau(n,:));
    end
    end
    % b1=(-b(9)+8*b(8)-8*b(6)+b(5))/(12*0.1); % for q=2
    % b3=(-b(9)+16*b(8)-30*b(7)+16*b(6)-b(5))/(12*(0.1^2)); % for q=2
    b1=(-b(7)+8*b(6)-8*b(4)+b(3))/(12*0.1); % for q=1

```

```

b3=(-b(7)+16*b(6)-30*b(5)+16*b(4)-b(3))/(12*(0.1^2)); % for q=1
sigm=b3/(2*log(4));
% betaex=1+(b1/2)-sigm*log(4)*1.5; % for q=2
betaex=1+(b1/2)-sigm*log(4)*0.5; % for q=1
ni=ni+1; bta(ni)=betaex; sig(ni)=sigm;
wavt(ni)=wavr(t);
else
end
end
end

%save impbeta1q bta sig wavt;

```

รูปที่ 4.25

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมหลัก ใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์สำหรับ (ชื่อไฟล์ scalemof1e1.m)

```

% cb=slope, ca=intersection

function[ca,cb]=regrescof(mx,my)

n=length(mx);
cb=(sum(mx.*my)-(sum(mx)*sum(my)./n))/(sum(mx.^2)-((sum(mx))^2)/n);
ca=mean(my)-cb*mean(mx);

```

รูปที่ 4.26

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน (ชื่อไฟล์ regrescof.m)

```

% Space-time rainfall model for Avon river basin
% Modified 26/9/98
% Beta-Lognormal generator.

% Load G_par.mat get Deterministic generator: jan4,..,dec4.
% Load for ge gn;

load G_par;
mon1=[31 28 31 30 31 30 31 31 30 31 30 31];
mon2=[31 29 31 30 31 30 31 31 30 31 30 31];

% Daily rainfall for 11 years.
%load annualt;
load annr30a;
load rgaugeto;
RR=day;% day1 for annualt

year=11;
b=4;
grid1=2;
monsp1=zeros(32);
monjul=zeros(32);
monjan=zeros(32);
daily_avr=zeros(4018,(32*32));%4018 for 11 year
siz=size(monsp1);

% Generate spatial rainfall,1920-30 for annual and July rain.
nd=0;
for yrt=1910:1920
jd1=date2jul(1,1,yrt);yrt
jd2=date2jul(31,12,yrt);
if (jd2-jd1+1)==365

```

```

mon=mon1;
else
  mon=mon2;
end
for nm=1:12
  jdr(1)=date2jul(1,1,1901);
  jd1=date2jul(1,nm,yrt);
  jd2=date2jul(mon(nm),nm,yrt);
  st=jd1-jdr(1)+1;
  en=jd2-jdr(1)+1;
  R=RR(st:en);
  len=length(R);
  if nm==1
    fmo=jan4;
  elseif nm==2
    fmo=feb4;
  elseif nm==3
    fmo=mar4;
  elseif nm==4
    fmo=apr4;
  elseif nm==5
    fmo=may4;
  elseif nm==6
    fmo=jun4;
  elseif nm==7
    fmo=jul4;
  elseif nm==8
    fmo=aug4;
  elseif nm==9
    fmo=sep4;
  elseif nm==10
    fmo=oct4;
  elseif nm==11
    fmo=nov4;
  else
    fmo=dec4;
  end

  for nt=1:len
    if R(nt)>0.0001
      LR=log(R(nt));
      beta=0.2271.^(R(nt).^0.3016);
      sigma=exp((-0.0375.*LR.^2)-(0.0660.*LR)-3.0522);
      Pr_rain=b.^(-beta);

      n=1;% Level 1
      zn=normrnd(0,1,4,1);
      w=b.^(beta-(sigma*log(b)/2)+(sqrt(sigma).*zn));
      mass1=w./b;
      spr1s=casmass1(mass1,Pr_rain);
      fmo1=wfactor(n,fmo);
      spr1w=fmo1.*spr1s;
      spr1=sum(sum(spr1s))*(1/sum(sum(spr1w)))*spr1w;
      aR=(b^n)*R(nt)/sum(sum(spr1));
      spr1d=aR*spr1;

      n=2; % Level 2
      spr2s=cascade1(n,spr1,spr1d);          % varying beta sigma
      % spr2s=cascade2(n,spr1,spr1d,beta,sigma); % fixed beta sigma
      fmo2=adjustwf1(fmo,n);
    end
  end
end

```

```

spr2w=fmo2.*spr2s;
spr2=sum(sum(spr2s))*(1/sum(sum(spr2w)))*spr2w;
aR=(b^n)*R(nt)/sum(sum(spr2));
spr2d=aR*spr2;

n=3; % Level 3
spr3s=cascade1(n,spr2,spr2d);          % varying beta sigma
% spr3s=cascade2(n,spr2,spr2d,beta,sigma); % fixed beta sigma
fmo3=adjustwf1(fmo,n);
spr3w=fmo3.*spr3s;
spr3=sum(sum(spr3s))*(1/sum(sum(spr3w)))*spr3w;
aR=(b^n)*R(nt)/sum(sum(spr3));
spr3d=aR*spr3;

n=4; % Level 4
spr4s=cascade1(n,spr3,spr3d);          % varying beta sigma
% spr4s=cascade2(n,spr3,spr3d,beta,sigma); % fixed beta sigma
fmo4=adjustwf1(fmo,n);
spr4w=fmo4.*spr4s;
spr4=sum(sum(spr4s))*(1/sum(sum(spr4w)))*spr4w;
aR=(b^n)*R(nt)/sum(sum(spr4));
spr4d=aR*spr4;

n=5; % Level 5
spr5s=cascade1(n,spr4,spr4d);          % varying beta sigma
% spr5s=cascade2(n,spr4,spr4d,beta,sigma); % fixed beta sigma
fmo5=adjustwf1(fmo,n);
spr5w=fmo5.*spr5s;
spr5=sum(sum(spr5s))*(1/sum(sum(spr5w)))*spr5w;
aR=(b^n)*R(nt)/sum(sum(spr5));
spr5d=aR*spr5;
monsp1=monsp1+spr5d;
else
nd=nd+1;
spr5d=zeros(32);
end
nn=1;
for nr=1:siz(1)
for nc=1:siz(2)
daily_avr(nd,nn)=spr5d(nr,nc);
nn=nn+1;
end
end
end
end
end

level=5;
ge1=(400/(2^level))*[1:2^level];
gn1=(400/(2^level))*[1:2^level];
v=100*(1:20);
contour(ge1,gn1,(1/11).*monsp1,v)
set(gca,'linewidth',1);
axis('square')
hold on
for i=0:4;
plot(100*i+[0,0],[0,400],'g','linewidth',.2)
end;
for j=0:4;

```

```

plot([0,400],100*j+[0,0],'g','linewidth',.2)
end;
xlabel('Easting (km)','fontsize',15);
ylabel('Northing (km)','fontsize',15);
title('Generated Annual Rainfall','fontsize',18);

```

รูปที่ 4.27

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมหลัก สร้างฝนกระจายตามพื้นที่(ชื่อไฟล์ betavon71.m)

```

function[spr1]=casmass1(mass,Pr_rain)

```

```

spr1=zeros(2);
ck=0;
k=1;
while ck==0
for ro=1:2
for co=1:2
state=unifrnd(0,1);
if state<=Pr_rain
spr1(ro,co)=mass(k);
k=k+1;
else
spr1(ro,co)=0;
end
end
end
ck=length(find(spr1));
end

```

รูปที่ 4.28

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน สุ่มตัวเลขจากการแจกแจงแบบสมมาตร จดลงในเซลล์ที่มีฝน (ชื่อไฟล์ casmass1.m)

```

% Initial size of fmo=32x32

```

```

function[prop]=wfactor(level,fmo)

lamda=2^level;
prop=zeros(lamda,lamda);
siz=size(fmo);
bx2=0;by2=0;
for rn=1:lamda
by1=1+by2;
by2=(siz(1)./lamda)*rn;
for cn=1:lamda
bx1=1+bx2;
bx2=(siz(1)./lamda)*cn;
avr=mean(mean(fmo(by1:by2,bx1:bx2)));
prop(rn,cn)=avr;
end
bx2=0;
end

```

รูปที่ 4.29

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน การปรับค่า G จากการข้อมูลฝนเฉลี่ย เมทริกซ์ 32x32 เป็นค่า G ที่ระดับชั้นที่ 1 เป็นเมทริกซ์ 4x4 (ชื่อไฟล์ wfactor.m)

```

% For varying beta and sigma along cascade level.
function[spr3]=cascade1(n,spr2,spr2d)

b=4;
spr3=zeros(2^n);
s=size(spr2);
for row=1:s(1)
    sr=2*row-1;
    for col=1:s(2)
        sc=2*col-1;
        if spr2(row,col)>0
            LR=log(spr2d(row,col));
            R=spr2d(row,col);
            % beta=exp((-0.0056.*LR.^3)-(0.1003.*LR.^2)-(0.6182.*LR)-1.5944);
            beta=0.2271.^(R.^0.3016);
            sigma=exp((-0.0375.*LR.^2)-(0.0660.*LR)-3.0522);
            Pr_rain=b^(-beta);
            gn=normrnd(0,1,4,1);
            w=b.^(beta-(sigma*log(b)/2)+(sqrt(sigma).*gn));
            mass3=spr2(row,col)*w./b;
            spr3(sr:(sr+1),sc:(sc+1))=casmass1(mass3,Pr_rain);
        else
            spr3(sr:(sr+1),sc:(sc+1))=zeros(2);
        end
    end
end
end

```

รูปที่ 4.30

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชันการกระจายฝนตามพื้นที่ด้วยแบบจำลอง B-Y ค่า β และ σ^2 เปลี่ยนตามปริมาณฝนเฉลี่ยแต่ละเซลล์ที่ระดับชั้นต่างๆ (ชื่อไฟล์ cascade1.m)

```

% For fix beta and sigma along cascade level.
function[spr3]=cascade2(n,spr2,spr2d,beta,sigma)

b=4;
spr3=zeros(2^n);
s=size(spr2);
for row=1:s(1)
    sr=2*row-1;
    for col=1:s(2)
        sc=2*col-1;
        if spr2(row,col)>0
            LR=log(spr2d(row,col));
            R=spr2d(row,col);
            Pr_rain=b^(-beta);
            gn=normrnd(0,1,4,1);
            w=b.^(beta-(sigma*log(b)/2)+(sqrt(sigma).*gn));
            mass3=spr2(row,col)*w./b;
            spr3(sr:(sr+1),sc:(sc+1))=casmass1(mass3,Pr_rain);
        else
            spr3(sr:(sr+1),sc:(sc+1))=zeros(2);
        end
    end
end
end

```

รูปที่ 4.31

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน การกระจายฝนตามพื้นที่ด้วยแบบจำลอง B-Y ค่า β และ σ^2 เป็นคงที่ที่ระดับชั้นต่างๆ (ชื่อไฟล์ cascade2.m)

```
function[fmo2d]=adjustwf1(fmo,level)

fmo2=wfactor(level,fmo);
fmo1=wfactor(level-1,fmo);

fmo2n=zeros(2^level);
s=size(fmo1);
for row=1:s(1)
    sr=2*row-1;
    for col=1:s(2)
        cas2=fmo1(row,col)*ones(2);
        sc=2*col-1;
        fmo2n(sr:(sr+1),sc:(sc+1))=cas2;
    end
end
fmo2d=fmo2./fmo2n;
```

รูปที่ 4.32

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน การปรับค่า G จากการข้อมูลฝนเฉลี่ย เมทริกซ์ 32×32 เป็นค่า G ที่ระดับชั้นที่ 2 เป็นเมทริกซ์ 4×4 และระดับชั้นที่สูงกว่า 2 (ชื่อไฟล์ adjustwf1.m)

คำถามท้ายบท

1. พิสูจน์การได้มาของสมการ (4.9) ถึง (4.12)
2. ลักษณะที่สำคัญของแบบรูปฝนตามเวลา ณ.จุดหนึ่ง (temporal rainfall pattern) เป็นอย่างไร ซึ่งแบบจำลองต้องสามารถจำลองได้
3. ลักษณะที่สำคัญของฝนตามพื้นที่และเวลา (space-time rainfall field) เป็นอย่างไร ที่ต้องนำมาบรรจุในการจำลอง
4. วิธีลูกโซ่มาร์คอฟอันดับที่ 1 มีลักษณะอย่างไร
5. จากตารางฝนเฉลี่ยรายเดือนของเดือนกรกฎาคมในตารางที่ 4.5 จำนวน 11 ปี ให้คำนวณเหมือนตัวอย่างที่ 4.1 สังเคราะห์ฝนรายวันจำนวน 3 วัน ในเดือนกรกฎาคมโดยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ
6. จากตัวอย่างที่ 4.2 สังเคราะห์ฝนหนึ่งวันตามพื้นที่ โดยใช้แบบจำลองการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มถึงระดับชั้นที่ 2 (level 2) กำหนดปริมาณฝนเฉลี่ยทั้งพื้นที่เท่ากับ 0.1 มิลลิเมตร/วัน $b=4$
7. จากตัวอย่างที่ 4.2 สังเคราะห์ฝนหนึ่งวันตามพื้นที่ โดยใช้แบบจำลองการแบ่งระดับชั้นแบบสุ่มถึงระดับชั้นที่ 2 (level 2) กำหนดปริมาณฝนเฉลี่ยทั้งพื้นที่เท่ากับ 10 มิลลิเมตร/วัน $b=4$

ตารางที่ 4.5

ปริมาณฝนรายวันของเดือนกรกฎาคม ในช่วงปี ค.ศ. 1974-1984 (หน่วย มม.)

วันที่	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
1	10.10	1.80	4.71	5.03	0.87	0.47	0.12	0.24	0.17	0.25	0.16
2	8.82	0.09	0.19	0.17	0.19	0.10	0.09	0.05	0.15	0.16	0.82
3	3.05	0.01	0.54	0.13	0.04	0.25	0.02	0.14	3.45	0.22	13.40
4	0.15	0.09	2.14	0.03	1.11	1.48	0.02	0.10	0.68	0.03	4.05
5	0.30	0.36	0.12	0.22	5.39	0.52	0.03	0.35	5.54	0.03	4.98
6	0.06	0.65	0.19	0.08	0.64	10.22	0.06	0.53	0.07	0.35	1.65
7	0.47	2.64	0.05	0.11	0.23	1.23	0.01	0.67	0.10	13.54	4.77
8	5.02	1.19	0.03	1.34	0.52	1.07	0.13	0.06	0.28	12.73	1.32
9	0.82	1.65	0.15	0.10	0.23	0.11	9.27	0.33	0.99	2.28	0.18
10	0.96	9.62	0.01	0.43	0.04	1.39	4.02	0.17	0.05	0.44	0.05
11	2.08	7.41	0.01	1.56	3.56	3.14	11.82	0.97	0.05	0.07	0.19
12	6.62	0.89	0.00	0.06	0.84	0.72	2.73	0.20	0.07	0.03	0.35
13	4.29	0.24	0.08	0.02	3.92	2.04	0.97	0.12	0.24	0.02	0.14
14	1.98	0.04	0.19	0.08	19.96	6.41	0.59	1.14	2.96	0.04	0.30
15	6.96	0.48	0.04	0.25	16.31	1.58	9.82	0.51	9.79	0.01	4.39
16	11.48	7.19	0.00	4.81	6.53	0.23	0.34	4.53	2.15	0.08	0.66
17	3.19	3.57	0.04	7.17	3.22	0.19	0.09	7.19	0.17	0.27	0.34
18	3.09	0.96	0.08	1.83	7.34	0.71	0.21	2.18	0.60	0.50	0.31
19	1.15	4.10	2.08	5.99	6.50	4.03	0.08	0.30	7.57	0.05	5.07
20	0.50	2.19	3.67	4.26	16.44	0.20	0.05	0.67	5.39	0.31	1.14
21	3.37	2.43	0.82	1.54	3.34	0.27	0.04	13.45	5.70	0.32	0.77
22	1.91	0.87	0.20	0.28	1.61	0.77	0.06	16.14	1.82	0.74	0.47
23	1.42	0.95	6.54	0.04	0.63	0.59	1.17	1.05	0.59	16.53	0.08
24	11.70	0.20	1.36	0.03	7.25	0.10	2.49	3.77	0.86	19.81	0.19
25	0.37	0.72	1.28	0.01	0.52	0.08	8.66	0.42	0.43	11.51	4.29
26	0.07	14.80	0.51	0.01	0.30	0.01	6.28	8.45	2.10	0.86	1.58
27	0.67	9.31	0.27	0.01	0.16	0.08	1.47	0.15	1.47	0.10	0.19
28	7.89	14.73	0.49	0.13	0.02	5.15	0.27	0.20	0.05	0.36	0.06
29	5.20	8.77	0.81	0.63	0.24	4.22	0.10	8.39	0.05	7.88	0.29
30	3.13	0.41	0.51	0.07	0.81	0.08	1.28	2.62	0.01	0.39	0.12
31	15.92	0.23	0.07	2.27	0.19	0.12	4.58	7.15	1.01	0.80	0.24

บรรณานุกรม

Jothityangkoon C., M. Sivapalan and N.R. Viney, Tests of a space-time model of daily rainfall in southwestern Australia based on non-homogeneous random cascades *Water Resource Research*, 36(1), 267-284, 2000.

Robinson, J. S., and M. Sivapalan, Temporal scales and hydrological regimes: Implication for flood frequency scaling, *Water Resource Research*, 33(12), 2981-2999, 1997.

เอกสารอ้างอิง

Acreman, M.C., A simple model of hourly rainfall for Farnborough, England, *Hydrological Science Journal*, 35, 119-148, 1990.

Austin, P. M., and R. A. Houze, Jr., Analysis of the structure of precipitation patterns in New England, *Journal of Applied Meteorology*, 11, 926-935, 1972.

- Carey, D. I., and C. T. Haan, Markov processes for simulating daily point rainfall, *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 104, 111-125, 1978.
- Chow V. T., D. R. Maidment and L. W. Mays, *Applied Hydrology*, McGraw-Hill, 572 pp., 1988
- Cordova, J. R. and I. Rodriguez-Iturbe, Geomorphologic estimation of extreme flow probabilities, *Journal of Hydrology*, 65, 159-173, 1983.
- Foufoula-Georgiou, E. and D. P. Lettenmaier, A Markov renewal model for rainfall occurrences, *Water Resource Research*, 23(5), 875-884, 1987.
- Foufoula-Georgiou, E. and W. Krajewski, Recent advances in rainfall modeling, estimation, and forecasting, *Reviews of Geophysics*, 33, 1125-1137, 1995
- Garcia-Guzman, A. and E. Aranda-Oliver, A stochastic model of dimensionless hyetograph, *Water Resource Research*, 29(7), 2363-2370, 1993.
- Georgakakos, K. P. and W. F. Krajewski, Statistical-microphysical causes of rainfall variability in the tropics, *Journal of Geophysical Research*, 101, 26,165-26,180, 1996.
- Goodspeed, M. J., and C. L. Pierrehumbert, Synthetic input data time series for catchment model testing, in *Prediction in Catchment Hydrology*, edited by T.G. Chapman, and F.X. Dunin, pp. 159-370, Aust. Acad. of Sci., Canberra, 1975.
- Gupta, V. K., and E. C. Waymire, A stochastic kinematic study of subsynoptic space-time rainfall, *Water Resource Research*, 15(3), 637-644, 1979.
- Gupta, V. K., and E. C. Waymire, Multiscaling properties of spatial rainfall and river flow distributions, *Journal of Geophysical Research*, 95, 1999-2009, 1990.
- Gupta, V. K., and E. C. Waymire, A statistical analysis of mesoscale rainfall as a random cascade, *Journal of Applied Meteorology*, 32(2), 251-267, 1993.
- Huff, F. A., Time distribution of rainfall in heavy storms, *Water Resource Research*, 3, 1007-1018, 1967.
- Kahane, J.P., and J. Peyriere, Sur certains martingales de Benoit Mandelbrot, *Advanced in Mathematics*, 22, 131-145, 1976.
- Kavvas, M.L., M.N. Saquib, and P.S. Puri, On a stochastic description of the time-space behavior of extratropical cyclonic precipitation fields, *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, 1, 37-52, 1987
- Koutsoyiannis, D., A nonlinear disaggregation method with a reduced parameter set for simulation of hydrologic series, *Water Resource Research*, 28(12), 3175-3191, 1992.
- Koutsoyiannis D. and E. Foufoula-Georgiou, A scaling model of a storm hyetograph, *Water Resource Research*, 29(7), 2345-2361, 1993.

- Lovejoy, S., and D. Schertzer, Multifractals, universality classes, and satellite and radar measurements of cloud and rain fields, *Journal of Geophysical Research*, 95, 2021-2034, 1990
- Mandelbrot, B. B., Intermittent turbulence in self-similar cascades: Divergence of high moments and dimension of the carrier, *Journal of Fluid Mechanics*, 62, 331-358, 1974.
- Marsan, D., D. Schertzer, and S. Lovejoy, Causal space-time multifractal processes: Predictability and forecasting of rain fields, *Journal of Geophysical Research*, 101, 26,333-26,346, 1996.
- Mood, A. M., F. A. Graybill and D. C. Boes, *Introduction to Statistical Theory*, 3rd Edition, 564 pp., McGraw-Hill, New York, 1974.
- Over, T. M., and V. K. Gupta, Statistical analysis of mesoscale rainfall: Dependence of a random cascade generator on large-scale forcing, *Journal of Applied Meteorology*, 33, 1526-1542, 1994.
- Over, T. M., and V. K. Gupta, A space-time theory of mesoscale rainfall using random cascades, *Journal of Geophysical Research*, 101, 26,319-26,331, 1996.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy, Physical modeling and analysis of rain and clouds by anisotropic scaling multiplicative processes, *Journal of Geophysical Research*, 92, 9693-9713, 1987.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy, Scaling nonlinear variability in geodynamics: Multiple singularities, observables and universality classes, in *Nonlinear Variability in Geophysics: Scaling and Fractals*, edited by D. Schertzer, and S. Lovejoy, pp. 41-82, Kluwer Acad., Norwell, Mass., 1991.
- Sivapalan, M., and E. F. Wood, A multidimensional model of nonstationary space-time rainfall at the catchment scale, *Water Resource Research*, 23(7), 1289-1299, 1987.
- Srikanthan, R., and T. A. McMahon, Stochastic simulation of daily rainfall for Australia stations, *Transactions of the American Society of Agriculture Engineers*, 26, 754-759,766, 1983.
- Svensson, C., J. Olsson, and R. Berndtsson, Multifractal properties of daily rainfall in two different climates, *Water Resource Research*, 32(8), 2463-2472, 1996.
- Tessier, Y., S. Lovejoy, and D. Schertzer, Universal multifractals: Theory and observations for rain and clouds, *Journal of Applied Meteorology*, 32, 223-250, 1993
- Waymire, E. C., V. K. Gupta, and I. Rodriguez-Iturbe, A spectral theory of rainfall intensity at the meso- β scale, *Water Resource Research*, 20(10), 1453-1465, 1984

บทที่ 5

การจำลองการไหลหลากด้วยวิธีอย่างง่าย

การไหลหลาก (flow routing) หมายถึงการเปลี่ยนแปลงลักษณะของคลื่นน้ำตามเวลาและตามพื้นที่ โดยเฉพาะอัตราการไหลหรือระดับน้ำสูงสุด ขณะที่น้ำเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางการไหล และมีการซ้อนรวมกันตามสภาพทางกายภาพของลำน้ำและเครือข่ายลำน้ำ ปัญหาการไหลหลากมีตั้งแต่การไหลหลากของน้ำท่วม หรือคลื่นน้ำจากการเกิดเขื่อนแตก (dam-break surge) ลงมาตามแม่น้ำ จนถึงการไหลหลากจากลานจอดรถ หรือลุ่มน้ำบริเวณต้นน้ำ ผลลัพธ์ทั่วไปจากการแก้ปัญหาการไหลหลากคือ การทราบการกระจายอัตราการไหลหรือระดับน้ำตามเวลา ด้านท้ายน้ำของแม่น้ำ หมายถึงทำนายชลภาพที่ออกมา เมื่อทราบชลภาพที่ใส่เข้าไปด้านต้นน้ำ โดยทราบความลาดชันและความขรุขระของท้องน้ำ อีกนัยยะหนึ่งเป็นการแปรเปลี่ยนและลดขนาด (attenuation) ของอัตราการไหลสูงสุดหรือระดับน้ำเมื่อเทียบกับเวลา วิธีการไหลหลากอย่างง่ายนี้ เหมาะสมสำหรับการนำไปใช้กรณีการจำลองทางอุทกวิทยาในระยะยาวของลุ่มน้ำขนาดใหญ่ ซึ่งควรทำความเข้าใจกับข้อจำกัดของการใช้วิธีอย่างง่ายนี้ต่อไป

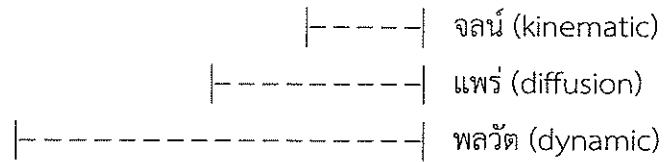
วิธีการไหลหลากสามารถจำแนกได้เป็น 2 วิธีหลักคือ การหลากทางอุทกวิทยา (hydrologic routing) และการหลากทางชลศาสตร์ (hydraulic routing) สำหรับการหลากทางอุทกวิทยาหรือการหลากจากการกักเก็บน้ำ (storage routing) จะไม่นำสมการโมเมนตัม (momentum equation) มาพิจารณา ใช้เพียงสมการคงมวล (continuity equation) หนึ่งมิติ พิจารณารวมกันทั้งพื้นที่ในทิศทางการไหล ดังนั้นอาจเรียกได้ว่าเป็นระบบรวม (lump system) ไม่ได้นำผลความแตกต่างของพารามิเตอร์ตามพื้นที่ภายในปริมาตรควบคุมมาพิจารณา ส่วนการไหลหลากทางชลศาสตร์ ส่วนใหญ่เป็นระบบกระจาย (distributed system) เพื่อคำนวณหาอัตราการไหลที่เป็นฟังก์ชันของทั้งพื้นที่และเวลา สำหรับสมการคงมวลของการไหลหลากทางอุทกวิทยา อยู่ในรูปของสมการการกักเก็บ (storage equation) ดังนี้

$$\frac{ds}{dt} = I - Q \quad (5.1)$$

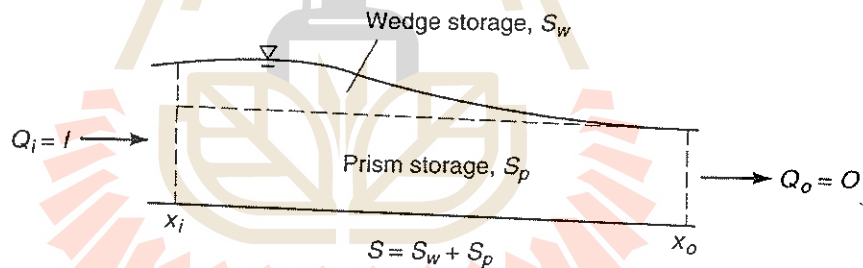
ซึ่งค่า s คือการกักเก็บในลำน้ำช่วงหนึ่งเป็นปริมาตรควบคุม (control volume) I คืออัตราการไหลเข้าสู่ลำน้ำช่วงนั้น และ Q คืออัตราการไหลออกจากลำน้ำช่วงนั้น จำเป็นต้องมีสมการเพิ่มเติมเพื่อแก้ปัญหาการไหลออกในสมการ (5.1) คือสมการความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บ อัตราการไหลเข้าและอัตราการไหลออก โดยการกักเก็บน้ำในลำน้ำเป็นฟังก์ชันของอัตราการไหลเข้าและอัตราการไหลออกเป็นสมการ $s = f(I, Q)$ ต่างจากการไหลหลากทางชลศาสตร์ที่ประกอบด้วย การไหลหนึ่งมิติ สมการคงมวลที่ไม่คงที่ตามเวลา (unsteady) และทั้งหมดหรือบางส่วนของสมการโมเมนตัม เป็นดังนี้

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \tag{5.3}$$



จากสมการ (5.3) หากเป็นการหลากแบบพลวัต (dynamic routing) จะรวมทุกเทอมในสมการ โมเมนตัม ขณะที่การหลากแบบแพร่ (diffusion routing) ไม่คิดเทอมการเฉื่อย (inertia term) หรือ ความเร่งเนื่องจากการพา (local and convective acceleration) สำหรับการหลากตามหลักกลศาสตร์ ที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่หรือเรียกว่าการหลากทางจลนศาสตร์ (kinematic routing) คิดรวมเพียงเทอม แรงโน้มถ่วงและการต้านทานการไหลเท่านั้น ในเชิงความแตกต่างตามพื้นที่ วิธีการหลากทางชลศาสตร์ ทั้งหมด สามารถพิจารณาเป็นแบบจำลองแบบกระจายได้ (distributed models) แต่ด้วยเงื่อนไขที่บาง เทอมที่ไม่นำมาคิดมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับเทอมที่ยังคงอยู่ เทคนิคระเบียบวิธีเชิงตัวเลข วิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference) ได้นำมาใช้อธิบายสำหรับการไหลหลากด้วยวิธีอย่างง่าย ผลจากการใช้สมการอย่าง ง่ายถูกเปรียบเทียบกับผลลัพธ์จากสมการพลวัต เพื่อสามารถระบุเงื่อนไขของการใช้งานได้ของวิธีอย่าง ง่าย สุดท้ายเป็นวิธีแบบผสมผสาน Muskingum-Cunge ถูกพัฒนาให้รวมเทอมการแพร่ในเชิงตัวเลข (numerical diffusion) และ การแพร่ในเชิงกายภาพ (physical diffusion) ในสมการการไหลหลาก



รูปที่ 5.1 การไหลเข้า ไหลออกและการกักเก็บ ในการหลากทางอุทกวิทยาผ่านช่วงของลำน้ำ [Sturm, 2010]

5.1 การหลากทางอุทกวิทยา

การหลากทางอุทกวิทยา อ้างอิงจากปริมาตรควบคุมในรูปที่ 5.1 สมการคงมวลมิติเดียวจากสมการ (5.2) สามารถหาปริพันธ์ (integrate) ตามเส้นทางการไหลจากทางเข้ารูปตัด x_i ไปยังทางออกรูปตัด x_0 ดังนี้

$$\int_{x_i}^{x_0} \frac{\partial Q}{\partial x} dx + \int_{x_i}^{x_0} \frac{\partial A}{\partial t} dx = 0 \tag{5.4}$$

การหาปริพันธ์เทอมแรกคือ ผลต่างของอัตราการไหลระหว่าง x_0 และ x_i ($Q_0 - Q_i$) คือความแตกต่าง ระหว่างอัตราการไหลออกและอัตราการไหลเข้าของปริมาตรควบคุม โดยใช้ Leibniz rule อนุพันธ์เทียบกับเวลา (time derivative) สามารถนำออกไปด้านนอกของการหาปริพันธ์เทอมที่สอง ได้ผลดังนี้

$$Q_0 - Q_1 + \frac{\partial}{\partial t} \int_{x_1}^{x_0} A dx = 0 \quad (5.5)$$

การหาปริพันธ์เทอมที่สามเป็นปริมาตรกักเก็บ (S) และแทนที่อัตราการไหลออก (Q_0) ด้วย O และอัตราการไหลเข้า (Q_1) ด้วย I จะได้ผลเหมือนกับสมการ (5.1)

สำหรับสมการ Muskingum เพื่อการหลากในลำน้ำ ต้องการความสัมพันธ์สมการกักเก็บเพิ่มเติมเพื่อแก้ปัญหการหลาก โดยใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างการกักเก็บและฟังก์ชันการถ่วงน้ำหนักของการไหลเข้าและการไหลออก

$$S = k[xI + (1-x)O] \quad (5.6)$$

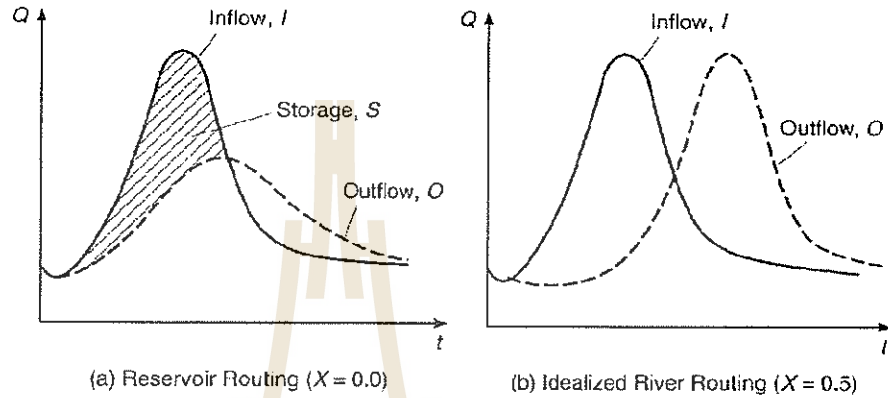
ซึ่ง k คือค่าคงที่ของเวลา, x คือค่าถ่วงน้ำหนัก (น้อยกว่า 1) S คือการกักเก็บ I คืออัตราการไหลเข้า และ O คืออัตราการไหลออก สมการ (5.6) อาจพิจารณาในเชิงกายภาพได้ว่าเป็นการกักเก็บน้ำในลำน้ำที่มีรูปร่างเป็นปริซึมหรือลิ้ม ซึ่งขึ้นอยู่กับทั้งน้ำเข้าและน้ำออก การกักเก็บปริซึมเป็นส่วนที่การไหลที่คงตัวและคงที่ (steady uniform) ขึ้นอยู่กับการไหลออก ส่วนการกักเก็บลิ้มเกิดขึ้นเมื่อระดับน้ำเพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งขึ้นอยู่กับความแตกต่างระหว่างอัตราการไหลเข้าและการไหลออกของช่วงแม่น้ำ

อาจมีข้อโต้แย้งว่าสมการ (5.6) เป็นแบบจำลองเชิงแนวคิด (conceptual model) มีพารามิเตอร์ k เพื่อเปลี่ยนชลภาพการไหลเข้า และพารามิเตอร์ x เป็นค่าถ่วงน้ำหนักที่เกี่ยวกับการกักเก็บและการลดลงของอัตราการไหลสูงสุด ทั้งค่า k และ x ได้จากการสอบเทียบ ถ้าค่าคงที่ของเวลา k คงที่สำหรับทุกอัตราการไหล สมการที่ (5.6) จะเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างการกักเก็บและอัตราการไหลที่ถูกถ่วงน้ำหนัก ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์ของสัดส่วนนี้ สามารถตีความได้ว่าเป็นเวลาในการเดินทางของคลื่นน้ำในลำน้ำ

ค่าคงที่ x ตามวิธี Muskingum มีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 0.5 แสดงพฤติกรรมสองด้านที่แตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับการเคลื่อนที่ของคลื่นน้ำ สำหรับ $x=0$ สมการ (5.6) ถูกทำให้ง่ายขึ้นเป็นความสัมพันธ์ของการกักเก็บแบบอ่างเก็บน้ำเชิงเส้น (linear reservoir) บางครั้งใช้กับการหลากจากกลุ่มน้ำที่ต่อกันแบบอนุกรมการหลากในอ่างเก็บน้ำสามารถตีความได้ว่าเป็นกรณีพิเศษของการหลากในแม่น้ำแบบ Muskingum ซึ่งการกักเก็บขึ้นอยู่กับการไหลออกเพียงอย่างเดียว หากสมมุติว่าระดับผิวน้ำของอ่างเก็บน้ำอยู่ในแนวนอนเรียกอีกอย่างได้ว่าการไหลหลากของระดับน้ำในอ่าง (level pool routing) คือทั้งการกักเก็บน้ำและการไหลออกขึ้นอยู่กับระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำหรือกลับกันในขณะที่การไหลเข้าเพิ่มมากขึ้นตามเวลา น้ำบางส่วนถูกกักเก็บไว้ในอ่างเก็บน้ำ ดังนั้นการไหลออกจึงถูกทำให้ลดลง ดังแสดงในรูปที่ 5.2 (a) เป็นผลให้การไหลออกสูงสุดลดลง เมื่อเปรียบเทียบกับการไหลเข้า ซึ่งตรงกับวัตถุประสงค์ของการใช้อ่างเก็บน้ำควบคุมน้ำท่วม อาจแนะนำได้ว่าการไหลออกสูงสุดจะเกิดขึ้นที่จุดตัดของชลภาพการไหลเข้าและการไหลออก เพราะการกักเก็บสูงสุดเกิดขึ้น ณ เวลาที่มีการไหลออกสูงสุด เมื่อ $ds/dt = 0$ ดังนั้น $I = O$ การหลากในอ่างเก็บน้ำเป็นกรณีหนึ่งของการหลากจากการกักเก็บ ที่ทำให้เกิดการลดลงของอัตราการไหลและกระจายไปตามเวลาของชลภาพการไหลออก บางครั้งเหมือนกับการแพร่ (diffusion)

กรณีที่ $x=0$ เทคนิคการหลากวิธี Muskingum ให้ค่าถ่วงน้ำหนักอย่างเท่ากันระหว่างการไหลเข้าและการไหลออก ในความสัมพันธ์กับการกักเก็บ ผลที่ได้เป็นการไถล (translation) ของชลภาพการ

ไหลเข้าเท่านั้น อัตราการไหลถูกทำให้ช้าลงตามความเร็วของคลื่นน้ำที่ช้าลง ด้วยค่า k ชลภาพการไหลออกไม่มีการลดขนาดหรือเปลี่ยนรูปร่าง ดังแสดงในรูปที่ 5.2 (b) แม่น้ำส่วนใหญ่มีพฤติกรรมอยู่ระหว่าง 2 แบบนี้ ซึ่งแสดงลักษณะผสมระหว่างการแพร่ และการไหลของชลภาพ



รูปที่ 5.2

รูปร่างชลภาพจากการหลาก (a) ผลจากการกักเก็บเพียงอย่างเดียว (b) ผลจากการไหลเพียงอย่างเดียว [Sturm, 2010]

5.1.1 การหลากในอ่างเก็บน้ำ (Reservoir routing)

สมการ (5.1) และ (5.6) สามารถใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข เช่น เทคนิควิธีผลต่างสืบเนื่อง ใช้วิธีความแตกต่างแบบไปข้างหน้าสำหรับ การอนุพันธ์เทียบกับเวลา ในสมการ (5.1) กับ ค่าเฉลี่ยของ I และ O เทียบกับ ช่วงเวลา Δt ได้ผลดังนี้

$$\frac{S_2 - S_1}{\Delta t} = \frac{I_1 + I_2}{2} - \frac{O_1 + O_2}{2} \tag{5.7}$$

ตัวห้อย 1 และ 2 หมายถึงเวลาที่เริ่มต้นและสิ้นสุดของช่วงเวลาอาจจะระบุเป็น k ในปัจจุบัน และ $k + 1$ เป็นช่วงเวลาในอนาคต จัดสมการ (5.7) ใหม่ให้เป็นกลุ่มสำหรับช่วงเวลาเดียวกัน คูณด้วย 2 ได้ดังนี้

$$\frac{2S_2}{\Delta t} + O_2 = I_1 + I_2 + \frac{2S_1}{\Delta t} - O_1 \tag{5.8}$$

เพราะว่าทั้งการกักเก็บและการไหลออกเป็นฟังก์ชันของระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำ ด้านซ้ายมือของสมการ (5.8) เป็นค่าที่จะได้ในช่วงเวลาถัดไป จากการรู้ค่าทางด้านขวามือ ซึ่งต้องใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง $2S/\Delta t + O$ และ O เพื่อหาค่า O_2 ต่อไป

ตัวอย่างที่ 5.1 อ่างเก็บน้ำสำหรับทำน้ำประปาขนาดเล็ก ระดับน้ำปกติที่ $z=0$ และระดับสันทางน้ำสันอยู่ที่ $z = 0.5$ m (1.64 ft) ทางระบายน้ำล้นเป็นฝายสันกว้าง มีค่าสัมประสิทธิ์การไหล $C_d = 0.848$ ความยาวสันฝาย 20 m (66 ft) ความสัมพันธ์ ระดับน้ำ-ความจุ-การไหลออก กำหนดไว้ในตารางที่ 5.1

ถ้าระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำ เริ่มต้น ที่ระดับปกติ จากชลภาพไหลเข้าในตารางที่ 5.2 คำนวณหาการไหลผ่านฝายน้ำล้นและหาค่าอัตราการไหลออกสูงสุด

วิธีทำ

เลือกช่วงเวลาการไหล $\Delta t=0.5$ ชั่วโมง สอดคล้องกับการแบ่งช่วงเวลาของชลภาพการไหลเข้าในตารางที่ 5.1 คำนวณหา $2S/\Delta t+O$ เพื่อใช้ในการไหล ซึ่งต้องระมัดระวังหน่วยให้สอดคล้องกันเป็นลูกบาศก์เมตรต่อวินาที ตารางที่ 5.2 คำนวณตามสมการ (5.8) การเริ่มการไหลค่าการไหลออกค่าแรกกำหนดให้เป็นศูนย์ ค่า $2S/\Delta t+O$ ในตารางค่าเริ่มต้นที่ระดับน้ำปกติ ($z=0$) ซึ่งต่ำกว่าสันทางระบายน้ำล้นค่า $2S/\Delta t-O$ มาจากค่า $2S/\Delta t+O$ ลบด้วยสองเท่าของ O ที่เวลาเดียวกัน เมื่อได้ค่า $2S/\Delta t+O$ สำหรับช่วงเวลาต่อไปหาค่าประมาณในช่วง (interpolated)

$$\text{ที่เวลา } 0 \text{ ชั่วโมง: } 2S/\Delta t+O = 7668, O = 0$$

$$2S/\Delta t-O = 2S/\Delta t+O - 2O = 7668-(2 \times 0) = 7668$$

$$\text{ที่เวลา } 0.5 \text{ ชั่วโมง: } 2S/\Delta t+O = 2S/\Delta t-O + (I_1+I_2) 7668+(0+79.2) = 7748, O = 0$$

$$2S/\Delta t-O = 7748 - (2 \times 0) = 7748,$$

$$(O=0, \text{ เพราะ } 2S/\Delta t+O = 7748 < 8579)$$

$$\text{ที่เวลา } 2 \text{ ชั่วโมง: } 2S/\Delta t+O = 9275,$$

$$O = 0+10.22 \times (9275-8579)/(9546-8579) = 7.3$$

$$2S/\Delta t-O = 9275-(2 \times 7.3) = 9260$$

จากตารางที่ 5.1 เพื่อหาค่าการไหลออก อัตราการไหลออกยังคงเป็นศูนย์ จนกว่าระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำสูงกว่าสันทางระบายน้ำล้น การคำนวณนี้ดำเนินการอย่างต่อเนื่องจนกระทั่งการไหลออกมีค่าน้อยลง ค่าการไหลออกสูงสุดจะเกิดขึ้นที่จุดตัดกับชลภาพการไหลเข้า $94.7 \text{ m}^3/\text{s}$ (3340 cfs) ที่เวลา $t = 7$ ชั่วโมง ซึ่งมีค่าสูงสุดลดลงจาก $400 \text{ m}^3/\text{s}$ (14,100 cfs) ที่เวลา 2.5 ชั่วโมง ผลแสดงในรูปที่ 5.3

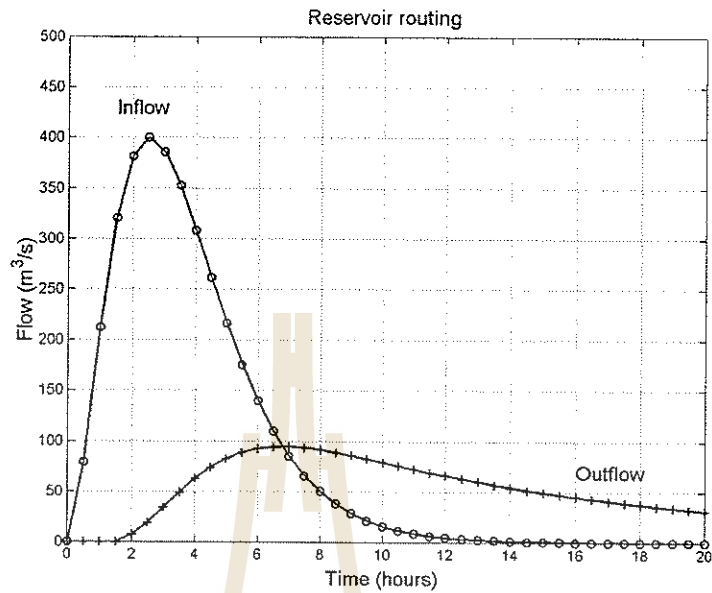
ตารางที่ 5.1

ความสัมพันธ์ระหว่าง ค่าระดับ-ความจุ-การไหลออก ของอ่างเก็บน้ำ ในตัวอย่างที่ 5.1

Z (m)	S (m ³)	O (m ³ /s)	2S/Δt+O
0.0	6.90E+06	0.0	7668
0.5	7.72E+06	0.0	8579
1.0	8.58E+06	10.2	9546
1.5	9.49E+06	28.9	10569
2.0	1.04E+07	53.1	11642
2.5	1.14E+07	81.8	12767
3.0	1.24E+07	114.3	13942
3.5	1.35E+07	150.2	15166
4.0	1.46E+07	189.3	16440
4.5	1.58E+07	231.3	17763
5.0	1.70E+07	276.0	19136

ตารางที่ 5.2
ผลการคำนวณการไหลจากตัวอย่างที่ 5.1

เวลา (ชั่วโมง)	I (m^3/s)	$2S/\Delta t-O$	$2S/\Delta t+O$	O (m^3/s)
0.0	0.0	7668	7668	0.0
0.5	79.2	7748	7748	0.0
1.0	212.5	8039	8039	0.0
1.5	320.5	8572	8572	0.0
2.0	381.9	9260	9275	7.3
2.5	400.0	10003	10042	19.3
3.0	386.1	10722	10789	33.9
3.5	352.3	11362	11460	49.0
4.0	308.4	11897	12023	62.8
4.5	261.7	12319	12467	74.1
5.0	216.5	12632	12797	82.6
5.5	175.6	12846	13024	88.9
6.0	140.1	12977	13162	92.7
6.5	110.2	13038	13227	94.5
7.0	85.7	13044	13234	94.7
7.5	65.9	13009	13196	93.7
8.0	50.3	12942	13125	91.7
8.5	38.1	12852	13030	89.1
9.0	28.6	12746	12918	86.0
9.5	21.4	12631	12796	82.6
10.0	15.9	12510	12668	79.3
10.5	11.7	12386	12537	75.9
11.0	8.6	12261	12406	72.6
11.5	6.3	12137	12276	69.3
12.0	4.6	12016	12148	66.0
12.5	3.4	11898	12024	62.8
13.0	2.4	11785	11904	59.8
13.5	1.8	11675	11789	56.9
14.0	1.3	11570	11678	54.0
14.5	0.9	11469	11572	51.5
15.0	0.7	11372	11471	49.2
15.5	0.5	11279	11373	47.1
16.0	0.3	11190	11280	45.0
16.5	0.2	11105	11190	42.9
17.0	0.2	11023	11105	41.0
17.5	0.1	10945	11024	39.2
18.0	0.1	10871	10945	37.4
18.5	0.1	10799	10871	35.7
19.0	0.0	10731	10799	34.1
19.5	0.0	10666	10731	32.6
20.0	0.0	10604	10666	31.1



รูปที่ 5.3

ชลภาพการไหลเข้าและไหลออกสำหรับการหลากในอ่างเก็บน้ำ ตามตัวอย่างที่ 5.1

5.1.2 การหลากในลำน้ำ

สำหรับการหลากในแม่น้ำวิธี Maskingum สมการ (5.6) ใช้ในการหาค่า S_1 และ S_2 แทนค่าในสมการ (5.7) ได้ผล

$$\theta[X(I_2 - I_1) + (1 - X)(O_2 - O_1)] = \frac{\Delta t}{2} [(I_1 + I_2) - (O_1 + O_2)] \quad (5.9)$$

จัดเทอมในสมการ (5.9) และแก้สมการสำหรับ O_2 ทำให้ได้

$$O_2 = C_0 I_2 + C_1 I_1 + C_2 O_1 \quad (5.10)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ C_0 , C_1 และ C_2 เรียกว่าค่าสัมประสิทธิ์การไหลหลาก กำหนดได้ดังนี้

$$C_0 = \frac{-\theta X + 0.5\Delta t}{\theta - \theta X + 0.5\Delta t} \quad (5.11)$$

$$C_1 = \frac{\theta X + 0.5\Delta t}{\theta - \theta X + 0.5\Delta t} \quad (5.12)$$

$$C_2 = \frac{\theta - \theta X - 0.5\Delta t}{\theta - \theta X + 0.5\Delta t} \quad (5.13)$$

ผลรวมของ $(C_0 + C_1 + C_2) = 1$ ค่าสัมประสิทธิ์การไหลหลาก สามารถมองได้ว่าเป็นแฟกเตอร์ถ่วงน้ำหนัก ใช้กับการไหลเข้าในช่วงเวลาหนึ่ง เพื่อคำนวณหาการไหลออกที่ช่วงเวลาเดียวกัน สมการ (5.10) ใช้ในการหาชลภาพการไหลออกที่ช่วงลำน้ำด้านท้ายน้ำของลำน้ำ (river reach) โดยให้ชลภาพไหลเข้าที่

ช่วงลำน้ำด้านต้นน้ำของลำน้ำ การใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขวิธีผลต่างสืบเนื่อง สมการ (5.10) สามารถเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$Q_{i+1}^{k+1} = C_0 Q_i^{k+1} + C_1 Q_i^k + C_2 Q_{i+1}^k \quad (5.14)$$

สำหรับลำน้ำช่วงที่ i และช่วงเวลาก้าว k เป็นการไถลอยอย่างเดียว (pure translation) ในช่วงเวลา Δt ค่า C_0 และ C_2 ควรมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้น $C_1 = 1$ และ $Q_{i+1}^{k+1} = Q_i^k$ สอดคล้องตามสมการ (5.11) ถึง (5.13) สำหรับกรณีพิเศษ $X = 0.5$ และ $\Delta t = \theta$ หาก $\Delta t = \theta$ ทำให้ Courant number มีค่าเท่ากับหนึ่ง θ อาจตีความว่าเป็นเวลาเดินทางของคลื่นที่เคลื่อนที่ระยะทางหนึ่งช่วงลำน้ำ Δx

การเลือกช่วงเวลาก้าว Δt และช่วงระยะทาง Δx มีความสำคัญและมีข้อจำกัดที่ต้องนำมาพิจารณา สิ่งแรก Δt ควรถูกเลือกให้ช่วงชลภาพขาขึ้นแทนด้วยชุดของเส้นตรงแนวนอนที่เพียงพอ ซึ่งต้องให้ $\Delta t \leq t_p/5$ โดย t_p คือเวลาที่เกิดอัตราการไหลเข้าสูงสุด สิ่งที่สอง ค่าสัมประสิทธิ์การไหลที่เป็นลบอาจยอมรับได้ ถ้าเป็นตัวแทนของค่าถ่วงน้ำหนักสำหรับการไหลเข้า-ออก อย่างไรก็ตาม *Ponce and Theurer* [1982] แสดงผลจากการทดลองเชิงตัวเลข พบว่ากรณีมีความจำเป็น $C_0 \geq 0$ ขณะที่ C_1 และ C_2 สามารถเป็นลบได้ โดยไม่มีผลกระทบต่อความถูกต้องของการไหล (เพื่อหลีกเลี่ยงการไหลออกเป็นลบ) ที่ต้องให้ $C_0 \geq 0$ ตามสมการ (5.11) ทำให้มีข้อจำกัดของ Δt ดังนี้

$$\Delta t \geq 2\theta X \quad (5.15)$$

ถ้า θ คือเวลาในการเดินทางของคลื่นน้ำ หาได้จาก $\Delta x / V_w$ โดย V_w เป็นค่าความเร็วในการเดินทางของคลื่น ดังนั้นสมการ (5.15) สามารถแสดงในลักษณะข้อจำกัดของ Δx สำหรับการแบ่งช่วงเวลาก้าว Δt ของชลภาพน้ำไหลเข้า

$$\Delta x \leq \frac{V_w \Delta t}{2X} \quad (5.16)$$

Cunge [1969] แสดงให้เห็นว่า การวิเคราะห์ความเสถียร เงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพ คือ $X \leq 0.5$ และแนะนำว่า $X \geq 0$ ทางกายภาพคือลิมหรือปริซึมของการกักเก็บ *Ponce and Theurer* [1982] ได้แย้งว่า X สามารถเป็นลบได้

วิธี *Muskingum* ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ θ และ X สำหรับช่วงหนึ่งของลำน้ำ ต้องมีค่าชลภาพไหลเข้าและไหลออกจากการวัด เพื่อการสอบเทียบ แต่ค่าพารามิเตอร์อาจแตกต่างกัน หากเกิดน้ำท่วมต่างจากเหตุการณ์น้ำท่วมที่ใช้สอบเทียบ ชลภาพน้ำไหลเข้า-ออก จากการวัดสำหรับช่วงหนึ่งของลำน้ำ การกักเก็บน้ำสะสมสามารถคำนวณได้จากการจัดสมการ (5.7) ดังนี้

$$S_2 = S_1 + \frac{\Delta t}{2}(I_2 + I_1 - O_2 - O_1) \quad (5.17)$$

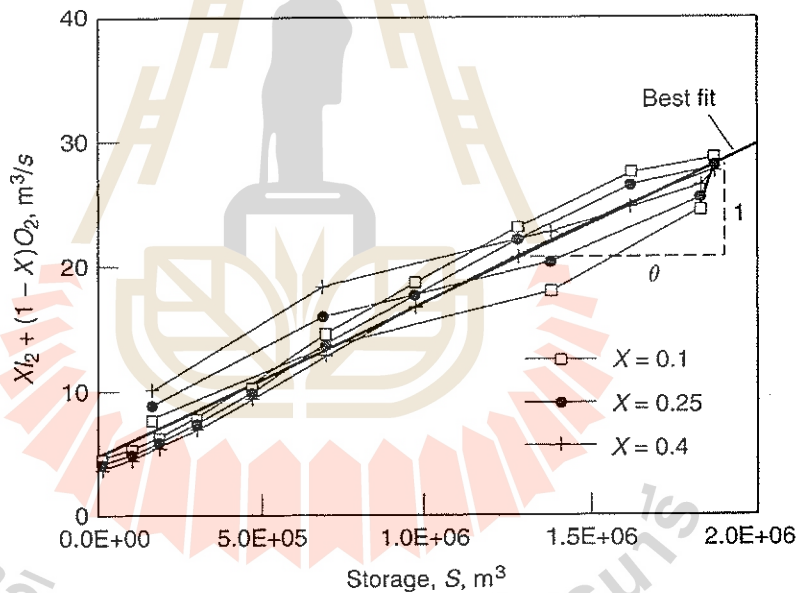
ใช้สมการ (5.17) หาค่าการกักเก็บ (S) ที่เวลา t ต่างๆ ค่าเริ่มต้นของการกักเก็บมักกำหนดเป็นศูนย์ ใช้สมการ (5.6) หาความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างค่าการกักเก็บ (S) และค่าการไหลถ่วงน้ำหนัก $\{XI + (1 - X)O\}$ สามารถคำนวณได้จากชลภาพน้ำเข้า-ออก ซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา ความสัมพันธ์มีลักษณะของฮิสเทอรีซิส (hysteresis) ในทางปฏิบัติใช้ค่า X ที่ให้ความสัมพันธ์ของกราฟเป็นเส้นตรงที่ดี

ที่สุด หรือได้วงเส้นกราฟที่แคบที่สุด หาได้โดยการใช้ค่า X แบบลองผิดลองถูก ความลาดชันของเส้นตรงที่ได้ ให้ค่า θ ตามสมการ (5.6) สาธิตในรูปที่ 5.4 ตัวอย่างที่ 5.2

นอกจากใช้วิธีกราฟฟิกเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ θ และ X ตามรูปที่ 5.4 ยังสามารถประมาณได้จากวิธีที่ใช้เทคนิคค่ายกกำลังสองที่น้อยที่สุด (least-squares) Singh and McCann [1980] แสดงการใช้เทคนิคค่ายกกำลังสองที่น้อยที่สุดของผลต่างที่น้อยที่สุดระหว่างค่าการกักเก็บจากการวัดและจากการคำนวณ หรือเทียบเท่ากับค่าสูงสุดของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) ระหว่าง S และอัตราการไหลที่ถ่วงน้ำหนักในวิธีกราฟฟิก เทคนิคค่ายกกำลังสองที่น้อยที่สุดเพื่อหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันความคลาดเคลื่อน (error function, E) ดังนี้

$$E = \sum_j [AI_j + BO_j + S_j - S_j]^2 \tag{5.18}$$

โดย $A = \theta X$; $B = \theta(1 - X)$; S = การกักเก็บเริ่มต้น และ S_j = การกักเก็บสัมพัทธ์ที่วัดได้ ที่ช่วงเวลาก้าว j



รูปที่ 5.4

วิธีกราฟฟิกเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ Muskingum θ และ X จากตัวอย่างที่ 5.2 [Sturm, 2010]

ตัวอย่างที่ 5.2 ใช้ข้อมูลการไหลเข้าและไหลออกจากการวัด ของช่วงหนึ่งของแม่น้ำในตารางที่ 5.3 เพื่อหาค่า θ และ X โดยใช้วิธีกราฟฟิก หาค่าสัมประสิทธิ์การไหลและ ทำการไหลชลภาพน้ำไหลเข้าผ่านลำน้ำช่วงนี้

วิธีทำ

การกักเก็บคำนวณจากค่าเฉลี่ยอัตราน้ำไหลเข้าและไหลออก ในแต่ละช่วงก้าวของเวลา โดยใช้สมการ (5.17) ใช้ค่าการกักเก็บเริ่มต้นเป็นศูนย์ แสดงในตารางที่ 5.3 ทดลองใช้ค่า X หลายค่า เป็นค่าถ่วงน้ำหนักระหว่างอัตราการไหลเข้าและไหลออก นำปริมาณ $XI + (1 - X)O$ และค่าการกักเก็บตาม

สมการ (5.6) มาเขียนกราฟในรูปที่ 5.4 ส่วนกลับของความลาดชันจากกราฟมีค่าเท่ากับค่าคงที่เวลา θ รูปที่ 5.4 แสดงผลของการใช้ค่า $X = 0.10, 0.25$ และ 0.40 โดยการลองผิดลองถูก เส้นกราฟที่เป็นวงแคบที่สุดเกิดขึ้นเมื่อ X มีค่าเท่ากับ 0.25 ให้ค่า $\theta = 0.92$ วัน หากใช้วิธีค่ายกกำลังสองที่น้อยที่สุด จะให้ค่า $X = 0.243$ และ $\theta = 0.897$ วัน ใช้ข้อมูลชุดที่สองหาค่าสัมประสิทธิ์การหลาก Muskingum ตามสมการ (5.11) ถึง (5.13) ได้ผลดังนี้

$$C_0 = 0.034 \quad C_1 = 0.504 \quad C_2 = 0.462$$

ตารางที่ 5.3

การคำนวณการกักเก็บและพารามิเตอร์ วิธี Muskingum ของตัวอย่างที่ 5.2

เวลา (วัน)	I (m^3/s)	O (m^3/s)	I_{avg}	O_{avg}	S (m^3)	$XI + (1-X)O$		
						$X = 0.10$	0.25	0.40
0.0	2.2	2.0			0	2.0	2.1	2.1
0.5	14.5	7.0	8.4	4.5	166000	7.8	8.9	10
1.0	28.4	11.7	21.5	9.4	689000	13.4	15.9	18.4
1.5	31.8	16.5	30.1	14.1	1380000	18.0	20.3	22.6
2.0	29.7	24.0	30.8	20.3	1830000	24.6	25.4	26.3
2.5	25.3	29.1	27.5	26.6	1870000	28.7	28.2	27.6
3.0	20.4	28.4	22.9	28.8	1620000	27.6	26.4	25.2
3.5	16.3	23.8	18.4	26.1	1290000	23.1	21.9	20.8
4.0	12.6	19.4	14.5	21.6	976000	18.7	17.7	16.7
4.5	9.3	15.3	11.0	17.4	700000	14.7	13.8	12.9
5.0	6.7	11.2	8.0	13.3	473000	10.8	10.1	9.4
5.5	5.0	8.2	5.9	9.7	300000	7.9	7.4	6.9
6.0	4.1	6.4	4.6	7.3	188000	6.2	5.8	5.5
6.5	3.6	5.2	3.9	5.8	104000	5.0	4.8	4.6
7.0	2.4	4.6	3.0	4.9	216000	4.4	4.1	3.7

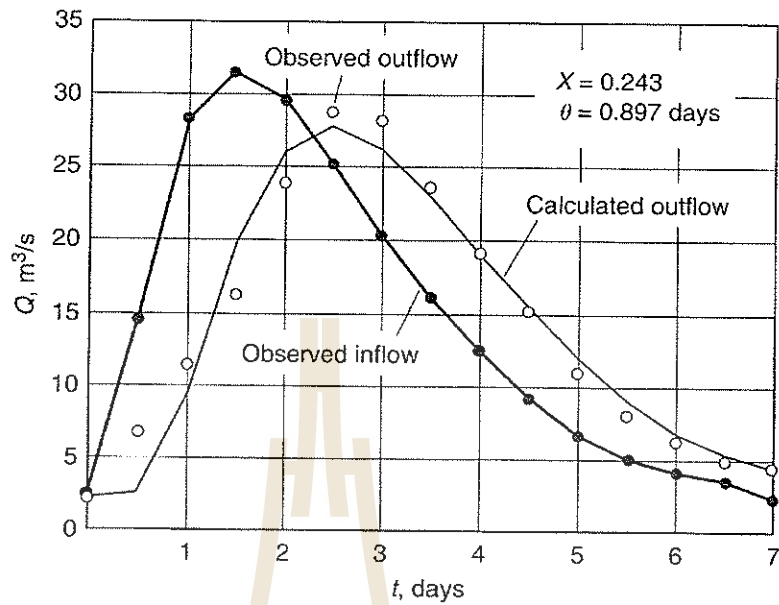
$$X = 0.10$$

$$\text{ที่ } t = 0.0 \quad XI + (1-X)O = 0.1(2.2) + (1-0.1)(2.0) = 2.0$$

$$\text{ที่ } t = 0.5 \quad XI + (1-X)O = 0.1(14.5) + (1-0.1)(7.0) = 7.8$$

$$S_2 = S_1 + I_{avg} - O_{avg} = 0 + (8.35 - 4.5)(0.5 \times 24 \times 3600) = 166000$$

สำหรับกรณีนี้ $\Delta t > 2\theta X$ ดังนั้น $C_0 > 0$ คำตอบการหลากจากสมการ (5.10) แสดงผลในตารางที่ 5.4 ค่าอัตราการไหลออกค่าเริ่มต้นสมมุติให้มีค่าเท่ากับอัตราการไหลเข้า ผลการหลากแสดงในรูปที่ 5.5 เปรียบเทียบผลระหว่างการคำนวณและผลจากการวัด อัตราการไหลออกสูงสุดที่คำนวณได้ต่างจากค่าการวัดที่เวลาเดียวกันเพียง 4 % กราฟทั้งสองมีความสอดคล้องกันมากในช่วงชลภาพส่วนลดมากกว่าช่วงชลภาพส่วนขึ้น



รูปที่ 5.5

ชลภาพอัตราการไหลเข้าและอัตราการไหลออกของการหลาก วิธี Muskingum ตัวอย่างที่ 5.2 [Sturm, 2010]

ตารางที่ 5.4

การหลากโดยวิธี Muskingum ($C_0 = 0.034$, $C_1 = 0.504$, $C_2 = 0.462$) จากตัวอย่างที่ 5.2

เวลา (วัน)	I (m^3/s)	$C_0 \times I_2$	$C_1 \times I_1$	$C_2 \times O_1$	O_2 (m^3/s)
0.0	2.2				2.2
0.5	14.5	0.50	1.11	1.02	2.62
1.0	28.4	0.97	7.31	1.21	9.49
1.5	31.8	1.09	14.32	4.38	19.79
2.0	29.7	1.02	16.03	9.13	26.18
2.5	25.3	0.86	14.98	12.09	27.93
3.0	20.4	0.70	12.76	12.89	26.34
3.5	16.3	0.56	10.29	12.16	23.00
4.0	12.6	0.43	8.22	10.62	19.27
4.5	9.3	0.32	6.35	8.89	15.56
5.0	6.7	0.23	4.69	7.18	12.10
5.5	5.0	0.17	3.38	5.59	9.14
6.0	4.1	0.14	2.52	4.22	6.88
6.5	3.6	0.12	2.07	3.17	5.37
7.0	2.4	0.08	1.82	2.48	4.37

5.2 การไหลโดยวิธีคลื่นจลนศาสตร์

การไหลโดยวิธีคลื่นจลนศาสตร์ (kinematic wave routing) จากสมการ (5.3) สมการโมเมนต์ถูกทำให้มีรูปแบบง่ายขึ้น เป็นการไหลตามหลักกลศาสตร์ของคลื่นที่เคลื่อนที่ โดยไม่นำเทอมแรงเฉื่อยและเทอมความต่างของความดัน เข้ามาพิจารณา จึงกลายเป็น

$$S_o = S_f \quad (5.19)$$

สมการ (5.19) รวมกับสมการคงมวล (5.2) จะได้ สมการคลื่นจลนศาสตร์ การไหลตามสมการ (5.19) คือการไหลแบบเอกรูป (uniform flow) โดยการสมมติว่าเป็นกึ่งคงที่ตามเวลา (quasi-steady) จากช่วงเวลาหนึ่งไปยังอีกช่วงเวลาหนึ่ง ในแต่ละช่วงของความยาวลำน้ำ ในการหาผลลัพธ์ด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่องของสมการคงมวล สมการ (5.19) เขียนในรูปของอัตราการไหล Q สำหรับการไหลแบบคงตัวแบบสมการ Manning ได้ดังนี้

$$Q = \left[\frac{K_n S_o^{1/2}}{n P^{2/3}} \right] A^{5/3} = b_o A^m \quad (5.20)$$

ซึ่ง b_o คือค่าคงที่สำหรับทางน้ำเปิดกว้างมาก ที่ความลาดชันและความขรุขระคงที่ A คือพื้นที่หน้าตัดขวางของลำน้ำ และเลขยกกำลัง $m = 5/3$ ภายใต้เงื่อนไข อัตราการไหล (Q) เป็นฟังก์ชันของ A

$$\frac{dQ}{dA} = m b_o A^{m-1} = mV \quad (5.21)$$

ซึ่ง $V = Q/A$ คือความเร็วการไหลเฉลี่ย จากสมการ (5.2) จัดให้มีรูปแบบเหมือน สมการ (5.21) ได้

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial x} + \left(\frac{dA}{dQ} \right) \frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \quad (5.22)$$

จัดสมการใหม่ได้

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \left(\frac{dQ}{dA} \right) \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (5.23)$$

สมมติให้ระดับน้ำ (หรือพื้นที่) และอัตราการไหลมีความสัมพันธ์กัน ดังนั้นความหมายทางกายภาพของ dQ/dA แสดงได้โดย ผลรวมเชิงอนุพันธ์ของ Q เท่ากับ 0 ดังนี้

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial t} dt + \frac{\partial Q}{\partial x} dx = 0 \quad (5.24)$$

เปรียบเทียบกันระหว่างสมการ (5.23) และ (5.24) จะเห็นได้ว่า $\frac{dQ}{dA} = \frac{dx}{dt}$ อาจตีความได้ว่าเป็นความเร็วคลื่นจลนศาสตร์แบบสมบูรณ์ (absolute kinematic wave celerity, C_k)

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + C_k \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (5.25)$$

สมการ (5.25) มีลักษณะของเส้นกราฟเป็นชุดในระนาบ $x-t$ ซึ่งอัตราการไหล (Q) มีค่าคงที่ มีความลาดชันเป็นบวก กำหนดโดยค่า C_k ลักษณะของเส้นกราฟเป็นเส้นตรง เนื่องจากสมมุติฐานความสัมพันธ์ระหว่าง ความลึก-อัตราการไหล มีลักษณะเฉพาะ จึงให้ค่าอัตราการไหล ความลึก ความเร็วคลื่น ที่คงที่ หากผู้สังเกตการณ์ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว C_k จะไม่เห็นการเปลี่ยนแปลงค่า Q อีกความหมายหนึ่งคือ สมการอนุพันธ์ย่อย (5.25) สามารถแสดงในลักษณะเป็นสมการคู่กันดังนี้

$$Q = \text{ค่าคงที่} \tag{5.26}$$

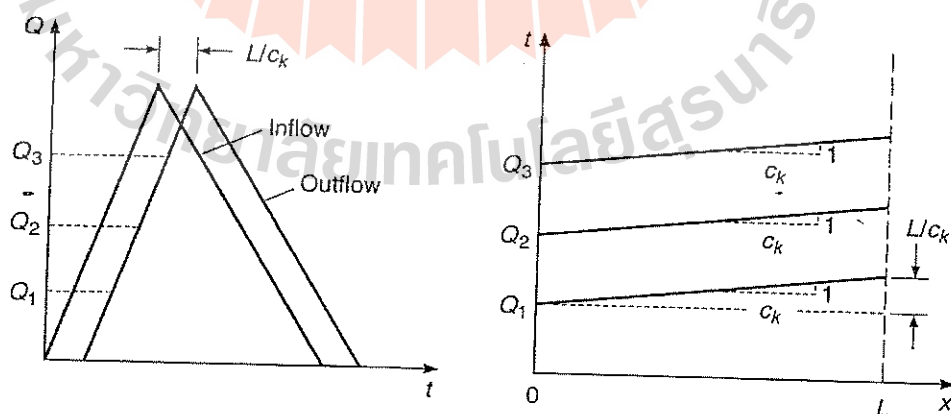
$$\frac{dx}{dt} = C_k \tag{5.27}$$

ค่าคงที่นี้ และความเร็วของคลื่น C_k โดยทั่วไปมีความแตกต่างกัน ตามลักษณะที่ต่างกัน สมการ (5.21) (5.23) และ (5.25) ความเร็วคลื่นสมบูรณ์ C_k สามารถแสดงได้โดย

$$C_k = \frac{dQ}{dA} = \frac{1}{B} \frac{dQ}{dy} = mV \tag{5.28}$$

ซึ่ง B คือความกว้างของผิวน้ำ สมการ (5.28) แสดงว่า ความเร็วคลื่น หาได้จากส่วนกลับของความกว้าง คูณความลาดชันของความสัมพันธ์ระดับน้ำและอัตราการไหล ซึ่งมีค่าเท่ากับค่าคงที่คูณกับความเร็วเฉลี่ย ค่าคงที่ $m = \frac{5}{3}$ ใช้สมการของ Manning และ $m = \frac{3}{2}$ ใช้สมการของ Chezy

โดยทั่วไป C_k จะเปลี่ยนแปลงตามความลึกของน้ำและอัตราการไหล แต่เพื่อให้ง่าย จึงสมมุติว่าเป็นค่าคงที่ เท่ากับค่าอ้างอิงที่ขึ้นกับค่าอัตราการไหลสูงสุด หรือค่าเฉลี่ยอัตราการไหล สำหรับชลภาพการไหลเข้า ด้วยเงื่อนไขลักษณะเส้นกราฟ จึงเป็นเส้นกราฟที่เป็นเส้นตรงขนานกัน ดังรูปที่ 5.6 ซึ่งหมายถึงอัตราการไหล (หรือความลึก) เคลื่อนที่แบบไกลด้วยความเร็ว C_k ดังนั้นผลลัพธ์จากการวิเคราะห์สมการคลื่นความเร็วที่มีความเร็วยอดคลื่นที่คงที่ เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นที่สามารถหาผลลัพธ์ได้โดยการวิเคราะห์



รูปที่ 5.6
การไหลอย่างเดี่ยวของคลื่นจลนศาสตร์เชิงเส้น [Sturm, 2010]

หากไม่กำหนดให้ C_k เป็นค่าคงที่ C_k จะเพิ่มขึ้นตามค่า Q ที่เพิ่มขึ้น และค่า y ที่เพิ่มขึ้น ดังนั้นด้วยอัตราการไหลที่เพิ่มขึ้น จะทำให้คลื่นทางท้ายน้ำมีความเร็วมากขึ้น เป็นผลให้แนวหน้าของคลื่นมีความลาดชันมากขึ้น (ชลภาพการไหลของน้ำด้านขาขึ้นจะชันขึ้นด้วย) อย่างไรก็ตามการแบนลงของคลื่น (attenuation หรือ subsidence) ของคลื่นจนศาสตร์นี้ ยังคงไม่เกิดขึ้น เพราะไม่ได้นำเทอมความแตกต่างของความดัน และแรงเฉื่อย ในสมการโมเมนตัมเข้ามาพิจารณา ซึ่งเป็นส่วนสำคัญของคลื่นพลวัต (dynamic wave)

คลื่นน้ำท่วมในแม่น้ำปกติจะแบนหรือยวบยวบลง สมการโมเมนตัม นำมาใช้หาค่า S_f ได้ผลดังนี้

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} \quad (5.29)$$

Handerson [1966] สรุปว่า S_0 มีค่ามากกว่าเทอมที่เหลือทั้งหมด สำหรับน้ำท่วมในแม่น้ำที่มีความลาดชันมาก กรณีแม่น้ำที่มีความลาดชันน้อย Froude number น้อย S_0 และ $\partial y/\partial x$ มีขนาดที่ใกล้เคียงกันและไม่นำเทอมแรงเฉื่อยมาคิด

5.2.1 คลื่นช็อคจนศาสตร์ (Kinematic shocks) และ คลื่นที่เอียงลาดไปในทางเดียวกัน (Monoclinal wave)

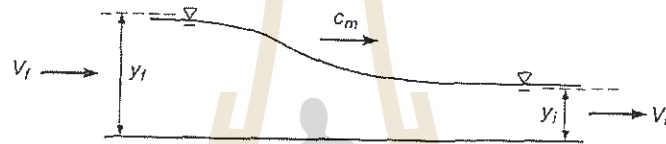
มักมีคำถามเกิดขึ้นเสมอว่าคลื่นจนศาสตร์ที่มีความชันมากจะมีเสถียรภาพหรือไม่ ลักษณะของคลื่นเช่นนี้ถูกเรียกว่า คลื่นช็อคจนศาสตร์ [Handerson, 1966] ก่อนที่จะเกิดความสูงของระดับน้ำเพิ่มขึ้นอย่างฉับพลัน (abrupt surge) เหมือนเทอมพลวัตในสมการโมเมนตัม ซึ่งมีความสำคัญนำไปสู่กรณีพิเศษของการเกิดคลื่นก้าวหน้าเอียงลาดไปในทางเดียวกันแบบเอกรูปที่เรียกว่า (monoclinal rising wave) ดังแสดงในรูปที่ 5.7 คลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน เป็นแนวคิดที่เป็นผลของการเพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดของอัตราการไหลที่ด้านเหนือน้ำของลำน้ำรูปทรงเรขาคณิตที่ยาวมาก ด้านเหนือน้ำที่ไหลออกไปเป็นเอกรูป (uniform flow) น้ำมีความลึก y_f ความเร็ว V_f ขณะที่การไหลท้ายน้ำที่ไหลออกไปเป็นเอกรูปเช่นกัน น้ำมีความลึก y_i ความเร็ว V_i และ $y_c < y_i < y_f$ โดย y_c เป็นความลึกวิกฤตของคลื่นที่กำลังเคลื่อนที่ ผู้สังเกตการณ์ที่อยู่กับที่จะเห็นความลึกของน้ำค่อยๆ เพิ่มขึ้นจาก y_i เป็น y_f ขณะที่คลื่นเคลื่อนที่มาท้ายน้ำเมื่อเวลานานพอ ความลาดชันของรูปตัดตามยาวของคลื่น มีค่าไม่มาก จึงไม่พิจารณาเป็นเซิร์จ (surge) แต่เนื่องจากคลื่นไม่ได้เปลี่ยนรูปร่างขณะที่เคลื่อนที่ลงไปท้ายน้ำ จึงสามารถใช้วิธีเหมือนกับปฏิบัติกับเซิร์จได้ สำหรับคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกันเคลื่อนที่ไปทางท้ายน้ำนี้ มีความเร็วสมบูรณที่คงที่ C_m สามารถแก้ปัญหาให้อยู่กับที่ได้โดยซ้อนความเร็ว C_m ไปทางเหนือน้ำ ใช้สมการคงมวลที่จุด i และ f ตามรูปตัดตามยาวคลื่นดังแสดงในรูปที่ 5.7(a) ได้สมการ

$$(C_m - V_f)A_f = (C_m - V_i)A_i = Q_r \quad (5.30)$$

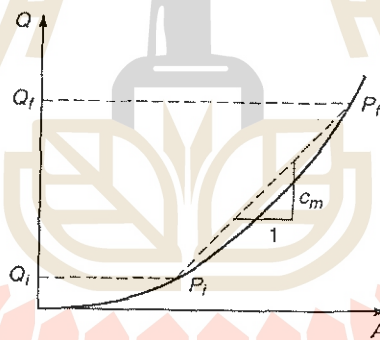
โดย Q_r คือการไหลที่เพิ่มขึ้น (overrun discharge) เห็นได้โดยผู้สังเกตการณ์ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว C_m เมื่อแก้สมการ (5.30) สำหรับคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน ได้ผลลัพธ์ที่เรียกว่า หลักการของ Kleitz-Seddon [Chow, 1959] ดังนี้

$$C_m = \frac{Q_f - Q_i}{A_f - A_i} \quad (5.31)$$

แสดงได้ดังรูปที่ 5.7(b) เป็นความลาดชันของเส้นตรงระหว่างจุด P_i และ P_f เส้นโค้งในรูปที่ 5.7(b) เป็นโค้งหงายเพราะความเร็วเพิ่มขึ้นตามระดับน้ำและพื้นที่การไหลในลำน้ำหลัก (main channel) อย่างเดียว พิจารณาจากรูปจะเห็นว่า C_m มีค่ามากกว่าความเร็วการไหลทั้งที่จุด i และ f ค่าสูงสุดของ C_m เกิดขึ้นขณะที่ความลึก y_i เปลี่ยนเป็น y_f สำหรับลำน้ำกว้างมาก สมการ (5.31) ปรับเป็น



(a) Monoclinical Wave Definition Sketch



(b) Monoclinical Wave Celerity

รูปที่ 5.7

นิยามของคลื่นเอียงลาดไปทางเดียวกันและความเร็วคลื่นจากกราฟอัตราการไหล-ความเร็ว [Sturm, 2010]

$$C_m = \frac{V_f y_f - V_i y_i}{y_f - y_i} \quad (5.32)$$

ด้วยการใช้สมการ Chezy สำหรับลำน้ำกว้างมากๆ อัตราส่วนของความเร็วคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน C_m ต่อความเร็วคลื่นจลนศาสตร์ (kinematic wave celerity) ที่การไหลเอกรูปเริ่มต้น C_{ki} สามารถหาได้จากสมการ (5.32) ดังนี้

$$\frac{C_m}{C_{ki}} = \frac{2 \left(\frac{y_f}{y_i} \right)^{3/2} - 1}{\frac{y_f}{y_i} - 1} \quad (5.33)$$

โดย C_{hi} หาได้จากสมการ Chezy และสมการ (5.28) มีค่า $(3/2)V_i$ ดังนั้น $m = 3/2$ จากสมการ (5.33) แสดงให้เห็นว่าความเร็วคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกันมีค่ามากกว่าความเร็วคลื่นจนศาสตร์ และความเร็ว V_i มีค่าขึ้นอยู่กับอัตราส่วน y_f/y_i และ V_i ขณะที่ y_f เข้าใกล้ค่า y_i ค่า C_m จะเข้าใกล้ค่าขอบเขตที่ต่ำที่สุด คือความเร็วคลื่นจนศาสตร์ที่การไหลเอกรูปเริ่มต้น

การหารูปร่างของรูปตัดตามยาวของคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน ต้องนำสมการโมเมนตัมมาใช้ร่วมกับ การให้ผู้สังเกตการณ์เคลื่อนที่ด้วยความเร็วสมบูรณ์คงที่ C_m ซึ่งจะเห็นรูปตัดการไหลค่อยๆ เปลี่ยน คงที่ตามเวลา (steady gradually varied flow profile) ได้สมการสำหรับลำน้ำกว้างมากๆ ที่มีแรงเสียดทานของ Chezy ดังนี้

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - \frac{q^2}{C^2 y^3}}{1 - \frac{q^2}{gy^3}} \quad (5.34)$$

ซึ่ง y = ความลึก, x = ระยะทางตามลำน้ำ, q = อัตราการไหลต่อความกว้าง = Vy , C = ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน Chezy และ q_r = การไหลที่เพิ่มขึ้นต่อความกว้าง = $(C_m - V_i)y_i = \sqrt{gy_i^3}$

5.2.2 รูปตัดตามยาวของคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน

คำตอบจากการวิเคราะห์สมการ (5.34) สำหรับคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน โดย Agsorn and Dooge [1991] ดังนี้

$$\frac{S_0 x}{y_i} = \frac{y}{y_i} + a_1 \ln(y - y_i) + a_2 \ln(y_f - y) + a_3 \ln(y - Y_0) + C_1 \quad (5.35)$$

โดย

$$a_1 = \frac{y_i^3 - y_c^3}{y_i(y_i - y_f)(y_i - Y_0)} \quad (5.36a)$$

$$a_2 = \frac{y_f^3 - y_c^3}{y_i(y_f - y_i)(y_f - Y_0)} \quad (5.36b)$$

$$a_3 = \frac{Y_0^3 - y_c^3}{y_i(Y_0 - y_i)(Y_0 - y_f)} \quad (5.36c)$$

$$Y_0 = \frac{y_i y_f}{(\sqrt{y_i} + \sqrt{y_f})^2} \quad (5.36d)$$

และ C_1 = ค่าคงที่การปริพันธ์ เพื่อหารูปตัดตามยาวคลื่นที่เวลาใดๆ ผลลัพธ์ได้จากสมการ (5.35) โลกด้วยระยะทาง $C_m t_1$ ใช้ C_m จากสมการ (5.33) เนื่องจากรูปตัดตามยาวนี้มีระยะทางไม่จำกัด บางความลึกอาจมีค่าน้อยกว่าความลึกปกติสุดท้าย จึงกำหนดที่ $x=0$ ด้วยค่าคงที่ของการปริพันธ์ C_1 อีกทางหนึ่ง

C_1 หาได้จากจุดกึ่งกลางความลึกของคลื่นที่ $x=0$ เมื่อ $t = 0$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว C_m เหมือนจุดอื่นในรูปตัดตามยาวของคลื่นนี้

5.2.3 การใช้แบบจำลองคลื่นจนศาสตร์กับการไหลบ่าผิวดิน (Overland flow)

จากสมการ (5.2) กำหนดอัตราการไหลต่อความกว้าง q (L^2/T) มีค่าเท่ากับ Vy เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = p - f \quad (5.37)$$

โดย y คือความลึกของน้ำ (L) V คือความเร็วของน้ำ (L/T) p คือความเข้มข้น (L/T) และ f คืออัตราการซึม (L/T) จากสมการ (5.3) จึงลดรูปเหลือเป็น

$$q = Vy = \alpha y^m \quad (5.38)$$

สมการความสัมพันธ์ทั่วไประหว่าง ความเร็ว ความลาดชัน และความขรุขระ ของการไหลของน้ำ คือความสัมพันธ์ Manning และ Chezy

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} \sqrt{S_0} \quad (5.39)$$

$$V = C \sqrt{RS_0} \quad (5.40)$$

โดย V คือ ความเร็วของน้ำ [L/T]
 n คือ ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน แมนนิ่ง (Manning friction coefficient) [$T/L^{1/3}$]
 R คือ รัศมีทางชลศาสตร์ [L]
 C คือ ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน เชซี (Chezy coefficient) [$L^{1/2}/T$]
 S_0 คือ ความลาดชันท้องน้ำ

สำหรับการไหลในหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมที่กว้างมาก เช่นการไหลบ่าผิวดิน รัศมีทางชลศาสตร์จะมีค่าเท่ากับความลึกของน้ำ y และสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ (fully turbulent flow) ค่า α และ m ในสมการ (5.38) มีค่าดังนี้

$$\alpha = \frac{1}{n} \sqrt{S_0} \quad m = \frac{5}{3} \quad \text{ใช้กับ Manning} \quad (5.41)$$

$$\alpha = C \sqrt{S_0} \quad m = \frac{3}{2} \quad \text{ใช้กับ Chezy} \quad (5.42)$$

ค่าเลขยกกำลัง m สำหรับการไหลแบบราบเรียบ (laminar) และการไหลแบบผสมระหว่างราบเรียบและปั่นป่วน นำเสนอเป็นตารางโดย Ponce [1989] สำหรับปัญหาการไหลผิวดินโดยใช้ kinematic wave สมการคงมวลและสมการโมเมนตัม สามารถนำสมการที่ (5.37) และ (5.38) มารวมกันเป็นสมการอนุพันธ์ดังนี้

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \alpha \frac{\partial (y^m)}{\partial x} = p - f \quad (5.43)$$

การใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข วิธี MacCormack splitting method

วิธีนี้นิยมในการคำนวณทางอากาศพลศาสตร์ที่เป็นวิธีแยก หมายถึงทั้งสองครึ่งของวิธีนี้ มีความแม่นยำที่ต่ำกว่าวิธีแบบสมบูรณ์ [Ferziger, 1981] โดยทั่วไปจะใช้ผลต่างสี่เหลี่ยมแบบไปข้างหน้า ในครั้งแรก ในขั้นตอนการทำนาย (predictor step: forward time forward space, FTFS) และใช้ผลต่างสี่เหลี่ยมแบบไปข้างหลัง ในครั้งที่สองในขั้นตอนการปรับแก้ (corrector step: backward time backward space, BTBS) วิธีนี้ให้ผลเทียบเท่ากับวิธี Lax-Wendroff สำหรับปัญหาเชิงเส้นตรง โดยการใช้ข้อมูลจากจุด $i-1$, i และ $i+1$ แต่ละช่วงเวลาก้าว ทำให้มีคุณสมบัติไม่เป็นเชิงเส้นตามต้องการ ผลต่างสี่เหลี่ยมทั้งแบบไปข้างหน้าและถอยหลังสามารถใช้กลับกันได้แต่ละช่วงเวลาก้าว เพื่อหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุด และสามารถขยายไปเป็น 2 และ 3 มิติได้ จากสมการ (5.43) ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ได้ดังนี้

ขั้นการทำนาย (FTFS)

$$\frac{y_p(i) - y(i)}{\Delta t} + \alpha \frac{y(i)^m - y(i-1)^m}{\Delta x} = p - f \quad (5.44)$$

$$y_p(i) = y(i) - \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x} [y(i)^m - y(i-1)^m] + (p - f)\Delta t \quad (5.45)$$

โดย $y_p(i)$: ระดับน้ำที่จุด i ที่เวลาในอดีต
 $y(i)$: ระดับน้ำที่จุด i ที่เวลาปัจจุบัน
 $y(i-1)$: ระดับน้ำที่จุด $i-1$ ที่เวลาปัจจุบัน
 $i=1$: จุดเริ่มต้นด้านต้นน้ำ

ขั้นการปรับแก้ (BTBS)

$$\frac{y_c(i) - y_p(i)}{\Delta t} + \alpha \frac{y_p(i)^m - y_p(i-1)^m}{\Delta x} = p - f \quad (5.46)$$

$$y_c(i) = y_p(i) - \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x} y_p(i)^m + \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x} y_p(i-1)^m + (p - f)\Delta t \quad (5.47)$$

ค่าที่ช่วงเวลาใหม่

$$y_n(i) = 0.5[y(i) + y_c(i)] \quad (5.48)$$

$$q_n = \alpha y_n(i)^m \quad (5.49)$$

ตัวอย่างที่ 5.3 ลานจอดรถคอนกรีตขนาด $600 \times 600 \text{ ft}^2$ มีความลาดชัน 0.0016 มีฝนตกความเข้ม 2 นิ้วต่อชั่วโมง ช่วงเวลานาน 30 นาที ค่า Manning $n = 0.025$ พารามิเตอร์ $m=5/3$ สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน ให้คำนวณหาค่าชลภาพของการไหลผิวดินที่จุดปลายท้ายน้ำของลานจอดรถ ต่อความกว้าง 1 หน่วย

วิธีทำ

คำตอบจากการวิเคราะห์

$$p = \frac{2.0}{12(3600)} = \frac{1}{21,600} \frac{ft}{s}$$

$$\alpha = \frac{1.49}{n} \sqrt{S_o} = \frac{1.49}{0.025} \sqrt{0.0016} = 2.384 \frac{ft^{1/3}}{s}$$

$$t_s = \left[\frac{L}{\alpha p^{m-1}} \right]^{\frac{1}{m}} = \left[\frac{600}{2.384(0.0000463)^{2/3}} \right]^{\frac{3}{5}} = 1494 \text{ s}$$

สำหรับ $0 < t < 1494 \text{ s}$

$$Q = 600\alpha(pt)^m = 8.538 \times 10^{-5} t^{5/3}$$

จาก t_s ถึง t_o $Q_{max} = 16.67 \text{ cfs}$

สำหรับชลภาพส่วนลด $t > 1800 \text{ s}$

$$\text{แก้สมการแบบปริยาย } t - t_o = \frac{600 - 36Q}{0.218Q^{2/3}}$$

โปรแกรมหลัก

Kinematic.m โปรแกรมการคำนวณของแบบจำลองคลื่นจลนศาสตร์ตามระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ตามขั้นการทำนาย (FTFS) และขั้นการปรับแก้ (BTBS) เปรียบเทียบผลจากวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขและวิธีวิเคราะห์ โปรแกรมแสดงในรูปที่ 5.8 ผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 5.10

โปรแกรมฟังก์ชัน

solveQ.m m จากสมการสุดท้ายที่ได้จากวิธีวิเคราะห์ ใช้แก้สมการแบบปริยายเพื่อหาค่า t เมื่อกำหนด Q ต่างๆ โปรแกรมแสดงในรูปที่ 5.9

```
% Kinematic Wave Routing - Overland Flow

rough=0.025;
So=0.0016;
CL=600; % ft
m=5/3;
nrx=69;
dt=0.15; % min
tlast=90; % min
Tr=25; % min
Tp=30; % min
hyet=2; % in/hr
dx=CL/nrx;
n1=nrx+2;
alpha=(1.49/rough)*(So)^0.5; % m^(1/3)/s
t=0;
nt=tlast/dt;

% Initializing the values
for i=1:n1
    x(i)=(i-1)*dx;
    a(i)=0;
    q(i)=0;
end;
```

```

% Calculation processes
for j=1:nt
    t=t+dt;
    if t<=Tr
        qbar=hyet/(12*60*60);
    elseif t> Tr
        qbar=0;
    end;

    % Predictor Step
    for i=2:(n1-1)
        ap(i)=a(i)-(alpa*dt*60/dx)*((a(i)^m)-(a(i-1)^m))+qbar*dt*60;
    end;
    if t<Tr
        ap(1)=ap(2);
    end
    if t>Tp
        ap(1)=0;
    end;

    % Corrector step
    for i=2:(n1-1)
        b=alpa;
        ac(i)=ap(i)-(alpa*dt*60/dx)*((ap(i)^m)-(ap(i-1)^m))+qbar*dt*60;
    end;

    %Values at new time step
    for i=2:(n1-1)
        an(i)=0.5*(a(i)+ac(i));
        qn(i)=alpa*(an(i)^m);
    end;
    if t<Tr
        an(1)=an(2);
        qn(1)=qn(2);
    elseif t>Tp
        an(1)=0;
        qn(1)=0;
    end;

    % Assigning the value
    sum=0;
    for i=1:(n1-1)
        a(i)=an(i);
        q(i)=qn(i);
    end;
    for i=1:(n1-1)
        sum=sum+q(i);
    end;
    tt(j)=t;
    qq(j)=sum*dx;
end;
plot(tt,qq);hold on

%Analytical model
io=hyet/(12*60*60);
st=60.*tt;
for j=1:nt
    if st(j)<=1494
        Q(j)=600*alpa*(io*st(j))^m;
    elseif st(j)>1800

```

```
t=st(j)-1800;
Q(j)=solveQ(t);
else
Q(j)=16.67;
end;
end;
plot(tt,Q,'r');
```

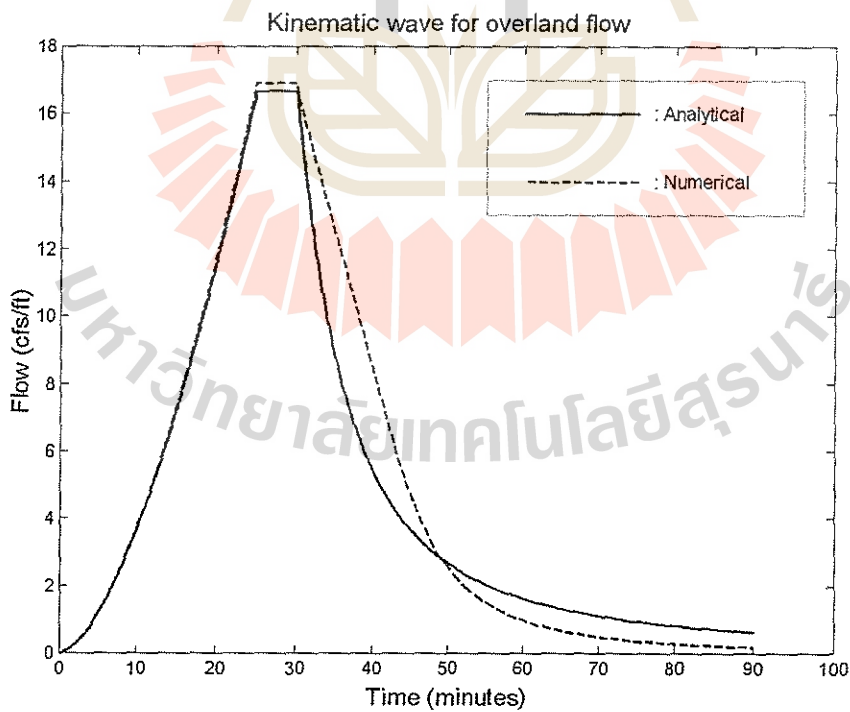
รูปที่ 5.8

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณ การไหลผิวดินจากแบบจำลองการหลากจลนศาสตร์ จากตัวอย่างที่ 5.3 (ชื่อไฟล์ Kinematic.m)

```
function qq=solveQ(t)
q=[16.67:-0.01:0.01];
n=length(q);
for i=1:n
dt(i)=(600-36*q(i))/(0.218*q(i)^(2/3));
end;
A=dt-t;
B=min(abs(A));
loc=find(abs(A)==B);
qq=q(loc);
```

รูปที่ 5.9

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) ฟังก์ชัน เพื่อใช้คำนวณ การไหลผิวดินจาก แบบจำลองการหลากจลนศาสตร์ จาก ตัวอย่างที่ 5.3 (ชื่อไฟล์ solveQ.m)



รูปที่ 5.10

การเปรียบเทียบผลการคำนวณการไหลออกผิวดิน ด้วยระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่องและด้วยการวิเคราะห์ จากตัวอย่างที่ 5.3

5.3 การหลากโดยการแพร่

การใช้การหลากโดยการแพร่ (diffusion routing) เนื่องจาก การหลากตามหลักกลศาสตร์ของคลื่นที่เคลื่อนที่ไม่สามารถทำนายการลดลงของความสูงคลื่นน้ำได้ด้วยการไหล จึงต้องนำผลความแตกต่างของความดันตามระยะทางในสมการพลวัต ไม่คิดเทอมความเฉื่อย (inertia term) ดังนั้นสมการโมเมนต์จึงเป็น

$$S_f = S_o - \frac{\partial y}{\partial x} \quad (5.50)$$

แทนค่า $S_f = Q^2/K^2$ คือ channel conveyance แทนในสมการ (5.50) การหาอนุพันธ์ (differentiating) เทียบกับเวลา ได้สมการโมเมนต์อย่างง่าย

$$\frac{2Q}{K^2} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2Q^2}{K^3} \frac{\partial K}{\partial t} = -\frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} \quad (5.51)$$

ทางขวาของสมการ (5.51) สามารถแทนค่าได้ด้วย การหาอนุพันธ์ของสมการคงมวล (5.2) เทียบกับระยะทาง x

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} = 0 \quad (5.52)$$

สมมุติทางน้ำเป็นรูปสี่เหลี่ยมมีความกว้าง B แทนสมการ (5.51) ใน (5.52)

$$\frac{2Q}{K^2} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2Q^2}{K^3} \frac{\partial K}{\partial t} = \frac{1}{B} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (5.53)$$

ค่า conveyance K ขึ้นอยู่กับความลึก y อย่างเดียว หรือขึ้นกับพื้นที่หน้าตัด A เทอมที่สองด้านขวามือของ (5.53) สามารถเปลี่ยนรูป โดยใช้สมการคงมวลเป็น

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{dK}{dA} \frac{\partial A}{\partial t} = -\frac{dK}{dA} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (5.54)$$

สมมุติ dK/dA หาค่าได้จากการไหลแบบเอกรูป (uniform flow) $K = Q/S_o^{0.5}$ แทนค่า (5.54) ใน (5.53)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{dQ}{dA} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q}{2BS_o} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (5.55)$$

ถ้า dQ/dA คือความว่าเป็นความเร็วคลื่นจลนศาสตร์ (kinematic wave celerity, C_k) เทอมทางซ้ายของสมการ (5.55) เหมือนสมการคลื่นจลนศาสตร์ แต่เทอมทางขวามือมีเทอมการแพร่ (diffusion term) ปรากฏ ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ (diffusion coefficient) $D = (Q/2BS_o)$ พฤติกรรมของเทอมการแพร่และการแพร่กระจาย (diffusion dispersion term) ทำให้ Q มีค่าลดลงจากการพาของน้ำ (advection) ที่ C_k

สำหรับค่าความเร็วคลื่น (wave celerity) และ ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ที่คงที่ สมการ (5.55) เป็นสมการควบคุมสำหรับการหลากโดยการแพร่เชิงเส้น (linear diffusion routing) ซึ่งมีผลลัพธ์ที่ถูกต้อง (exact solutions)

เพื่อแสดงข้อจำกัดของการหลากโดยการแพร่ แสดงความลึก y และความเร็ว v ในเทอมของค่าเริ่มต้น y_i และ v_i รวมกับค่าที่เปลี่ยนแปลงจากค่าเริ่มต้น เช่น $y = y_i + y'$ และ $v = v_i + v'$ ใช้ในการวิเคราะห์ห้อนับของขนาด (order of magnitude) สมการคงมวลสำหรับทางน้ำกว้างได้ดังนี้

$$\frac{\partial y'}{\partial t} + V_i \frac{\partial y'}{\partial x} + y_i \frac{\partial V'}{\partial x} = 0 \quad (5.56)$$

ทำนองเดียวกันสมการโมเมนตัมที่ไม่มี inertia term เป็นดังนี้

$$\frac{\partial y'}{\partial t} + S_o \left(\frac{S_f}{S_o} - 1 \right) = 0 \quad (5.57)$$

อัตราส่วน S_f/S_o สามารถประเมินผลได้โดยใช้สมการ Chezy สำหรับทางน้ำกว้าง ไม่คิดบางเทอมที่มีค่าน้อย สมการโมเมนตัมลดรูปเป็น

$$\frac{\partial y'}{\partial x} + S_o \left(\frac{2V'}{V_i} - \frac{y'}{y_i} \right) = 0 \quad (5.58)$$

สมการโมเมนตัม ถูกการอนุพันธ์เทียบกับ x เทอม $\partial V'/\partial x$ ถูกแทนที่ด้วยสมการคงมวล จัดสมการใหม่เป็น

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + C_k \frac{\partial \phi}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (5.59)$$

โดย $\phi = y'$; $C_k = (3/2)V_i$ จาก Chezy และ $D = (V_i y_i)/(2S_o)$ สำหรับทางน้ำกว้าง สมการการหลากโดยการแพร่เชิงเส้น (linear diffusion routing) ที่ได้ ใช้ได้สำหรับการอนุพันธ์ขนาดเล็กของความลึกจากความลึกเริ่มต้น ผลลัพธ์ของ สมการ (5.59) สำหรับเงื่อนไขขอบเขตเหนือน้ำ ที่มีการเพิ่มขึ้นของระดับน้ำอย่างทันทีทันใด จากค่าเริ่มต้น ϕ_i เป็น ϕ_f ตัวแปร ϕ สามารถเขียนในรูปเทอมไร้มิติ $\phi_a = (y - y_i)/(y_f - y_i)$ ผลลัพธ์ของสมการการแพร่เชิงเส้น หาได้โดย Carslaw and Yeager [1959]

$$\phi_a = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc} \left\{ \frac{x - C_k t}{(4Dt)^{1/2}} \right\} + \exp \left(\frac{C_k x}{D} \right) \operatorname{erfc} \left\{ \frac{x + C_k t}{(4Dt)^{1/2}} \right\} \right] \quad (5.60)$$

โดย erfc คือ ฟังก์ชันความคลาดเคลื่อนประกอบ (complementary error function) ผลลัพธ์บ่งบอกว่า คลื่นจะเคลื่อนที่ทางท้ายน้ำที่ความเร็ว C_k ขณะเดียวกันมีการกระจายหรือแพร่ ที่อัตราที่กำหนดโดยค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ D ตามนิยามของค่า D เมื่อการกระจายมากขึ้น ทำให้ความลาดชันน้อยลงและความลึกของน้ำมากขึ้น

Ferrick and Goodman [1998] ได้เปรียบเทียบผลของเทอมการแพร่ (diffusion term) กับเทอมความเฉื่อย (inertia term) โดยเปรียบเทียบผลลัพธ์ของรูปแบบพลวัตเชิงเส้นของสมการโมเมนต์และสมการคงมวลกับผลลัพธ์ของการไหลโดยการแพร่ สำหรับคลื่นน้ำท่วม เงื่อนไขขอบเขตประกอบด้วย การเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วของความลึกและอัตราการไหลที่ด้านเหนือ น้ำ เงื่อนไซเริ่มต้นเป็นการไหลเอกรูปคงที่ (steady uniform flow) การศึกษาพบว่า เกิดคลื่นเดินทางไปทางท้ายน้ำด้วยความเร็วยอดคลื่น ($V_f + c_f$) มีลักษณะรูปตัดตามยาวผิวน้ำที่แตกต่างจากรูปตัดตามยาวคลื่นโดยการแพร่จนกระทั่งคลื่นเกิดการสลายยุบตัว ทำให้ความเร็วตามรูปตัดตามยาวปรับเข้าสู่ความเร็วคลื่นจนลบล้าง

ตัวอย่างที่ 5.4 แม่น้ำกว้างแห่งหนึ่งมีความลาดชัน 0.0005 เริ่มต้นมีการไหลแบบเอกรูปที่ความลึก 1.0 เมตร (3.3 ฟุต) ค่า Chezy $C = 24$ ในหน่วยระบบ SI ($n=0.042$) ถ้าความลึกการไหลเพิ่มขึ้นอย่างกะทันหันเป็น 1.2 เมตร ด้านเหนือ น้ำ ซึ่ง $x = 0$ คำนวณหารูปตัดตามยาวของคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกันและเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ของคลื่นแบบแพร่

วิธีทำ

ความเร็วการไหลตั้งต้นเป็นไปตามสมการ Chezy

$$V_f = Cy_f^{1/2} S_0^{1/2} = 24 \times (1.0)^{1/2} \times 0.0005^{1/2} = 0.537 \text{ เมตร/วินาที (1.76 ฟุต/วินาที)}$$

ดังนั้นความเร็วคลื่นจนลบล้าง $C_k = (3/2)V_f = 0.805$ เมตร/วินาที (2.64 ฟุต/วินาที) ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่มีค่า

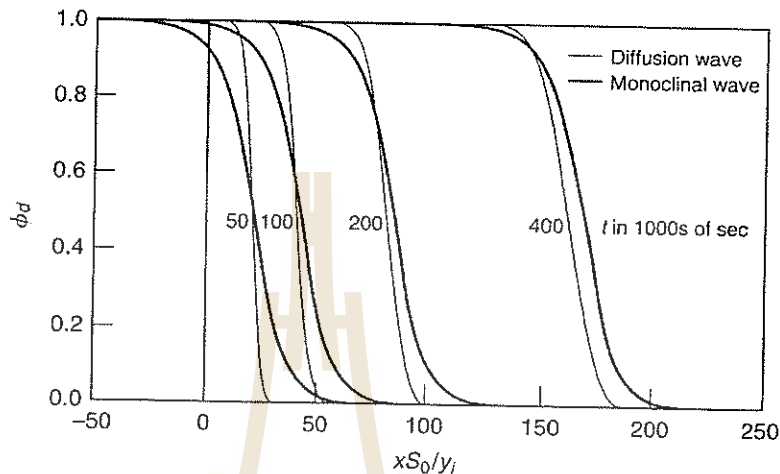
$$D = \frac{q}{2S_0} = \frac{0.537 \times 1.0}{2 \times 0.0005} = 537 \text{ เมตร}^2/\text{วินาที (5780 ฟุต}^2/\text{วินาที)}$$

ความเร็วคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกันคำนวณจากสมการ (5.33) เป็นดังนี้

$$C_m = \frac{2(1.2)^{3/2} - 1}{3(1.2 - 1)} \times 0.805 = 0.844 \text{ เมตร/วินาที (2.77 ฟุต/วินาที)}$$

ความเร็วคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกันมีค่ามากกว่าความเร็วคลื่นจนลบล้างเล็กน้อย เพราะการเพิ่มขึ้นของความลึกเพียง 20 % ของความลึกเริ่มต้น การเพิ่มเพียงเล็กน้อยนี้มีความจำเป็นสำหรับคำตอบของสมการการแพร่เชิงเส้น แก๊สมการ (5.60) สำหรับชุดของค่า x ที่เวลาต่างๆ ตามที่ต้องการ ใช้ค่าของเวลาเป็น 50 100 200 และ 400×10^3 วินาที ตามที่แสดงในรูปที่ 5.11 ค่า ϕ_d หาได้จาก $(y - y_f)/(y_r - y_f)$ โดย y_f และ y_r คือค่าความลึกเริ่มต้นและสุดท้ายของการไหล ผลลัพธ์ของรูปตัดตามยาวคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกันมาจากสมการ (5.35) และ (5.36) ได้ $a_1 = -6.814$, $a_2 = 9.271$ และ $a_3 = 0.0160$ ค่าคงที่การปริพันธ์ที่เลือกที่จุดกึ่งกลางความลึก ($\phi_d = 0.5$) เดินทางด้วยความเร็ว C_m จาก $x = 0$ และ $t = 0$ ดังแสดงในรูปที่ 5.11 รูปร่างของรูปตัดตามยาวคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน ไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อเวลามากขึ้น รูปตัดตามยาวของคลื่นแพร่แสดงการกระจายที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากการแพร่เมื่อเวลามากขึ้น จนเข้ามาใกล้และมีรูปร่างเหมือนกับคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน มีเวลาเหลื่อมกันเล็กน้อยเนื่องจากความเร็วคลื่นจนลบล้างมีค่าน้อยกว่า คลื่นแพร่ต้องใช้เวลาและระยะทางที่มากพอที่จะทำให้ได้รูปร่างที่เข้าใกล้คลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน ดังนั้นการใช้กับแม่น้ำที่ยาวมากๆ จึงจะให้ผลดี ไม่คลาดเคลื่อน การประยุกต์ใช้กับผลลัพธ์ของคลื่นแพร่สำหรับปัญหานี้ขึ้นอยู่กับ

เวลาที่ต้องยาวนานเพื่อให้การซ็อกเริ่มต้นสลายตัว อัตราการแพร่ขึ้นอยู่กับความลาดชันของลำน้ำ ความลึกเริ่มต้น ความขรุขระของลำน้ำ ซึ่งการแพร่และการสลายตัวจะมีผลมากในลำน้ำที่มีความลาดชันน้อย ระดับน้ำลึก และไหลแบบราบเรียบ



รูปที่ 5.11

เปรียบเทียบรูปตัดตามยาวระหว่างคลื่นแพร่ (diffusion wave) และคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน (monoclonal wave) ที่เวลาต่างๆ

5.4 การหลากโดยใช้ความเร็วเฉลี่ย

แบบจำลองการหลากอย่างง่ายนี้ได้รับการพัฒนาโดย *Viney and Sivapalan [1995]* ต้องการข้อมูลเพียงความเร็วเฉลี่ยของน้ำในลำน้ำ และความยาวลำน้ำแต่ละช่วงในเครือข่ายลำน้ำเท่านั้น เพื่อคำนวณการหลากในลำน้ำ ต่างจากวิธีอื่นๆ ที่ต้องการข้อมูลลักษณะทางกายภาพของลำน้ำจำนวนมาก เช่น รูปตัดขวางลำน้ำ ความขรุขระของท้องน้ำ ความลาดชันของลำน้ำ เป็นต้น

แบบจำลองการไหลหลากนี้มีสมมติฐานที่สำคัญคือ ข้อที่ (1) อัตราการเกิดน้ำไหลออก (runoff) ที่เวลาใดๆ ระหว่างวัน สามารถแสดงได้ด้วยผลรวมเชิงเส้นตรงของอัตราการไหลรายวันเมื่อวานนี้และวันนี้ ข้อที่ (2) น้ำไหลออก ที่เกิดขึ้นจากกระบวนการไหลผิวดินไหลเข้าลำน้ำอย่างทันทีทันใด และข้อที่ (3) แหล่งการเกิดน้ำไหลออก กระจายอย่างสม่ำเสมอตามความยาวของลำน้ำ

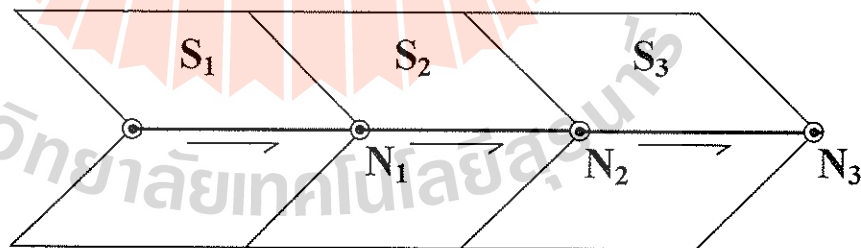
จากสมมติฐานข้อที่ 1 หมายถึงมีน้ำไหลออกกระจายเกิดขึ้นตลอดทั้งวัน สมมติฐานนี้อาจไม่มีความจำเป็นนักในวันที่เกิดพายุฝน เพราะว่าหากไม่มีการบันทึกข้อมูลน้ำฝนที่ละเอียดพอเป็นรายชั่วโมง เราไม่มีทางรู้ได้เลยว่าฝนเกิดขึ้นตอนไหนของวัน สำหรับพายุฝนที่เกิดขึ้นจริงในช่วงเช้าของวัน สมมติฐานนี้จะให้ค่าอัตราการไหลของน้ำทำต่ำกว่าที่ควรเป็นในช่วงตอนเช้า และจะให้ค่าอัตราการไหลของน้ำทำสูงกว่าที่ควรเป็นในช่วงตอนเย็น ในทางกลับกัน หากเกิดพายุฝนที่เกิดขึ้นจริงในช่วงตอนเย็น สมมติฐานที่ 1 จะนำมาสู่การทำนายที่สูงเกินไปในช่วงต้นของวัน และทำนายต่ำเกินไปในช่วงท้ายของวัน อย่างไรก็ตาม สถานการณ์ส่วนใหญ่ แบบจำลองสามารถให้ผลการกระจายตามเวลาของการเกิดการไหลออกได้ดีกว่า การสมมุติว่า อัตราการเกิดน้ำไหลออกคงที่ตลอดทั้งวัน สำหรับวันที่ไม่มีพายุฝน ปริมาณน้ำท่าจะลดลงอย่างช้าๆ ซึ่งสมมติฐานที่ 1 ดูเหมือนจะให้ผลดี

สมมุติฐานข้อที่ 2 อาจมีข้อทักท้วงว่า การไหลออกผิวดินที่เกิดจากส่วนเกินการซึม (infiltration excess) หรือกลไกส่วนเกินการอิ่มตัว (saturation excess mechanisms) จะไม่เข้าสู่ลำน้ำอย่างทันทีทันใด การไหลออกผิวดินโดยเฉพาะการไหลออกจากส่วนเกินการซึม เกิดขึ้นจากแหล่งให้น้ำที่ไม่จำเป็นอยู่ริมสองข้างของลำน้ำ แต่กระจายทั่วไปในลุ่มน้ำย่อย มีความชัดเจนว่า อาจจะมีการหน่วงเวลา การไหล ก่อนน้ำจำนวนนี้จะไหลเข้าลำน้ำ การหน่วงการไหลนี้ สามารถสร้างแบบจำลองได้โดยกระจายพื้นที่แหล่งน้ำให้ไหลออกไปตลอดความยาวของกลุ่มน้ำย่อย สำหรับลุ่มน้ำในรัฐออสเตรเลียตะวันตก ประเทศออสเตรเลีย ดูเหมือนว่าจะไม่ทำให้เกิดการปรับปรุงอย่างมีนัยสำคัญในแบบจำลองการไหล เพราะว่าการไหลออกผิวดินมีสัดส่วนเพียง 10 % ของการไหลออกทั้งหมด ในพื้นที่ป่า สัดส่วนส่วนใหญ่ของการไหลออกเกิดจากกลไกส่วนเกินการอิ่มตัว และมีผลมากบริเวณใกล้กับลำน้ำ

สมมุติฐานข้อที่ 3 อัตราการไหลออกที่เกิดขึ้นที่จุดใดๆ ตามความยาวลำน้ำ สมมุติว่ามีค่าอัตราที่คงที่ ไม่เกี่ยวข้องกับขนาดของพื้นที่ไหลเขาต้นน้ำ หากมองรูปตัดตามขวางของกลุ่มน้ำ รูปร่างทั่วไปจะแคบบริเวณปลายหัว-ท้ายของช่วงลำน้ำ (stream link) และกว้างกว่าบริเวณช่วงกลางของช่วงลำน้ำ สมมุติฐานข้อที่ 3 นี้อาจคาดว่ามีผลทำให้การทำนายน้ำไหลออกมากเกินไปที่ปลายหัว-ท้าย ของช่วงลำน้ำ และทำนายต่ำเกินไป ในช่วงกลางของกลุ่มน้ำย่อย การกระจายลักษณะนี้สามารถปรับปรุงได้ โดยการนำความกว้างของลำน้ำที่มีค่าไม่คงที่เข้ามาคิดด้วย (เมื่อมีข้อมูลพร้อมแล้ว) อย่างไรก็ตามวิธีการนี้ได้ผลดีกว่าการสมมุติฐานว่าการไหลออกเกิดจากที่จุดศูนย์กลางของกลุ่มน้ำย่อย

5.4.1 แบบจำลองการเกิดการไหลออกวันนี้

พิจารณาการไหลออกในกลุ่มน้ำย่อย S_1 สมมุติว่า S_1 มีตำแหน่งอยู่เหนือน้ำของกลุ่มน้ำย่อย S_2 และ S_2 มีตำแหน่งอยู่เหนือน้ำของกลุ่มน้ำย่อย S_3 กรณีทั่วไป ลุ่มน้ำย่อย S_i มีความยาวลำน้ำ d_i (km) และมีจุดออกของกลุ่มน้ำย่อยที่จุดเชื่อมต่อ (node) N_i สมมุติว่าความเร็วการไหลของน้ำมีค่า v (km/d) และมีค่าคงที่ตลอดลุ่มน้ำ



รูปที่ 5.12

โครงข่ายลำน้ำโดยมีลุ่มน้ำย่อย 3 ลุ่มน้ำย่อยต่อกันแบบอนุกรม

ด้วยสมมุติฐานข้อที่ 1 อัตราการเกิดน้ำท่าไหลออก (mm/d) ทันทีทันใดที่เวลาใดๆ t (วัน) อาจแสดงด้วยความสัมพันธ์ในรูปแบบดังนี้

$$q(t) = A + Bt \quad (5.61)$$

โดย A และ B เป็นค่าคงที่ เป็นฟังก์ชันของอัตราการไหลออกที่เข้าสู่ลำน้ำ S_1 ที่เวลา $t = 0$ (q_0) และอัตราการไหลออกที่เข้าสู่ลำน้ำ S_1 ที่เวลา $t = 1$ (q_1) หมายถึงอัตราการไหลออกจาก S_1 ของเมื่อวานนี้ และวันนี้ตามลำดับ หาก $q_1 \geq \frac{1}{3}q_0$ จากสมมติฐานข้อที่ 2 เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$q(t) = \frac{1}{2}(q_1 + q_0) + (q_1 - q_0)t \quad (5.62)$$

สมการนี้จะทำให้อัตราการไหลออกมีค่าเป็นลบที่เวลา t มากๆ เมื่อ $q_1 < (1/3)q_0$ ดังนั้นในกรณีนี้ จึงต้องสมมติให้อัตราการไหลออกลดลงแบบเชิงเส้นเข้าหาศูนย์ ที่ $t = 1$ ดังนั้น (5.61) จึงปรับเป็น

$$q(t) = 2q_1(1-t) \quad (5.63)$$

การไหลออกเกิดขึ้นที่เวลา t ที่จุดใดๆ มีระยะทาง r (km) เหนือน้ำของจุดต่อ N_1 จะเดินทางผ่าน N_1 ก่อนเที่ยงคืน ถ้า $1-t$ มีเวลามากพอ และ r มีค่าน้อยเพียงพอ นั่นคือ ถ้า $t < 1-r/v$ โดย d_1 มีค่าน้อยกว่าความเร็ว v (v หมายถึง ระยะทางที่น้ำในลำน้ำเคลื่อนที่ได้ใน 1 วัน) ในเวลา 1 วัน อย่างน้อยบางส่วนของมวลจากทุกจุดตามความยาวของลำน้ำใน S_1 จะไหลผ่านออกจาก S_1 ก่อนเที่ยงคืน อย่างไรก็ตาม ถ้า $d_1 > v$ หมายถึงจะไม่มีน้ำไหลออกจากลำน้ำเลยหรือไม่มีน้ำไหลผ่านจุดต่อ N_1 เลยในวันนี้ ดังนั้นปริมาณการไหลออก (mm) ทั้งหมดที่เกิดขึ้นวันนี้ในลุ่มน้ำย่อย S_1 และไหลผ่านจุดต่อ N_1 วันนี้ คือ

$$Q_{N_1} = \frac{1}{d_1} \int_0^{d_1} \int_0^{1-r/v} q(t) dt dr \quad (5.64)$$

โดยที่ $X_1 = \min\{d_1, v\}$ สมการทั่วไป ปริมาณการไหลออกทั้งหมดของวันนี้ในลุ่มน้ำย่อย S_1 และไหลผ่านจุดต่อ N_n วันนี้คือ

$$Q_{N_n} = \frac{1}{d_1} \int_0^{X_n} \int_0^{-(r+D_n)/v} q(t) dt dr \quad (5.65)$$

โดยที่ $X_n = \max[\min\{d_1, v - D_n\}, 0]$ และ $D_n = \begin{cases} 0 & \text{if } n=1 \\ \sum_{i=2}^n d_i & \text{if } n>1 \end{cases}$

เมื่อแทนค่าสมการ (5.61) ในสมการ (5.65) คำตอบจากการปริพันธ์สมการ (5.65) คือ

$$Q_{N_n} = \frac{X_n}{2d_1v^2} \left[2AV \left\{ v - D_n - \frac{1}{2}X_n \right\} + B \left\{ (v - D_n)^2 - (v - D_n)X_n + \frac{1}{3}X_n^2 \right\} \right] \quad (5.66)$$

โดย $A = \begin{cases} 1/2(q_1 + q_0) & \text{ถ้า } q_1 > (1/3)q_0 \\ 2q_1 & \text{ถ้า } q_1 \leq (1/3)q_0 \end{cases}$ $B = \begin{cases} q_1 - q_0 & \text{ถ้า } q_1 > (1/3)q_0 \\ -2q_1 & \text{ถ้า } q_1 \leq (1/3)q_0 \end{cases}$

5.4.2 การกักเก็บในลำน้ำข้ามคืน

ขั้นตอนการคำนวณการไหลของน้ำที่เก็บอยู่ในลำน้ำข้ามคืนในลุ่มน้ำย่อย S_1 ใช้วิธีการในทำนองเดียวกัน แต่ไม่มีความจำเป็นต้องกระจายน้ำออกตามเวลาอีก (การไหลในลำน้ำเกิดขึ้นที่ $t = 0$ เท่านั้น) แต่ยังคงสมมติว่ามีการกระจายของน้ำตามความยาวลำน้ำอย่างสม่ำเสมอ ถ้า Q_S เป็นปริมาณน้ำที่ถูกกักเก็บไว้ข้ามคืนในลุ่มน้ำย่อย S_1 ดังนั้น ส่วนหนึ่งของ Q_S จะไหลผ่านจุดต่อ N_n วันนี้ มีค่า

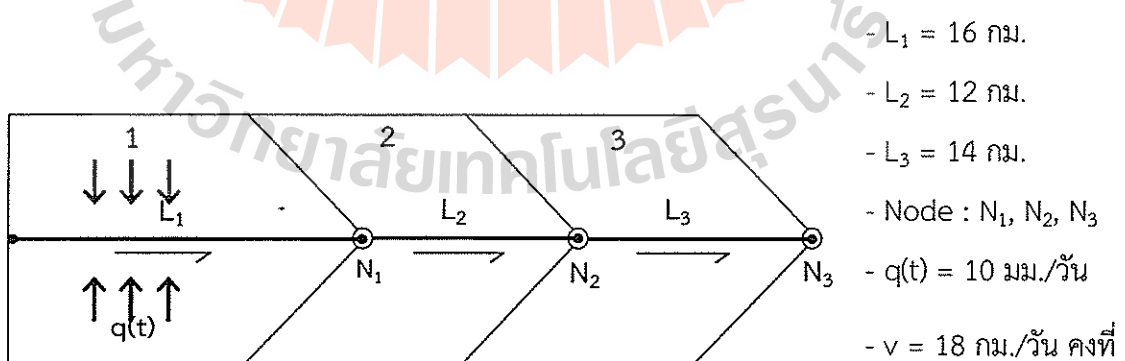
$$Q_{N_n} = Q_S X_n / d_1 \tag{5.67}$$

โดย X_n เป็นค่าเดียวกับสมการ (5.65)

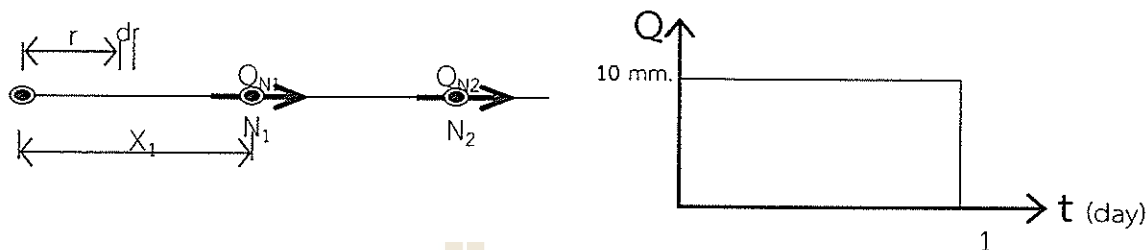
สำหรับกรณี $v < d_1$ การกักเก็บข้ามคืนทั้งหมดจะไม่ไหลออกจาก S_1 วันนี้ บางส่วนยังคงอยู่ในลำน้ำย่อยเพื่อไหลอีกครั้งในวันรุ่งขึ้น ถ้าสมการ (5.67) นำมาใช้อีกครั้งวันพรุ่งนี้ ปริมาณน้ำที่เหลือ จะถูกกระจายตามความยาวลำน้ำ S_1 อีกครั้ง หมุนเวียนอยู่ลักษณะนี้อาจทำให้มีน้ำบางส่วนไม่สามารถไหลไปถึง N_1 การลดลงของการกักเก็บน้ำจะไม่ทำให้การกักเก็บเป็นศูนย์เลย ผลจากการมีปริมาณน้ำ ตกค้างอยู่ในลำน้ำนี้ จะหมดไปถ้าไม่ทำให้ $v \ll d_1$ อย่างไรก็ตามถ้าไม่มีการตรวจสอบอย่างเหมาะสม อาจนำไปสู่ความผิดพลาดในการคำนวณของโปรแกรม ข้อเสนอแนะหากไม่สามารถแบ่งลุ่มน้ำย่อย $d_1 \leq v$ สำหรับทุกลุ่มน้ำย่อย ดังนั้นการกักเก็บข้ามคืนควรมีการไหลออกอย่างอัตโนมัติ ไปยังลุ่มน้ำย่อยถัดไป เมื่อ Q_S มีค่าน้อยกว่าค่าที่กำหนด

ตัวอย่างที่ 5.5 คำนวณการไหลในโครงข่ายลำน้ำ มีลุ่มน้ำย่อย 3 ลุ่มน้ำ ต่อกันแบบอนุกรม ตามรูปโครงข่ายข้างล่างนี้ มีปริมาณน้ำผิวดินไหลลงลำน้ำ 10 มิลลิเมตรต่อวัน เป็นเวลา 1 วัน กำหนดความเร็วของน้ำไหลในลำน้ำคงที่ 18 กิโลเมตร/วัน ความยาวลำน้ำช่วงที่ 1 มีค่า 16 กิโลเมตร (L_1) ลำน้ำช่วงที่ 2 ที่อยู่ท้ายน้ำถัดมา มีค่า 12 กิโลเมตร (L_2) และความยาวลำน้ำช่วงที่ 3 ที่อยู่ท้ายน้ำของช่วงที่ 2 มีค่า 14 กิโลเมตร (L_3)

วิธีทำ



วันที่ 1: กลุ่มน้ำย่อยที่ 1



ปริมาณน้ำจากกลุ่มน้ำย่อย No.1 ที่ไหลผ่าน Node \$N_1\$ (\$Q_{N1}\$), \$X_1 = \min. (d_1, v) = \min. (16, 18) = 16\$ กิโลเมตร เวลาเดินทางจาก \$r\$ ใดๆ ถึงจุดออก (outlet) = \$1 - (r/18)\$ ถ้า \$r = 1\$ กม., \$t = 0.944\$ วัน, \$r = 8\$ กม., \$t = 0.500\$ วัน และ \$r = 16\$ กม., \$t = 0.111\$ วัน

$$Q_{N_1} = \frac{1}{L_1} \int_0^{X_1} \int_0^{t-(r/v)} q(t) dt dr \quad \text{หน่วย} \left[\frac{1}{m} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{day}} \cdot \text{day} \cdot m \right]$$

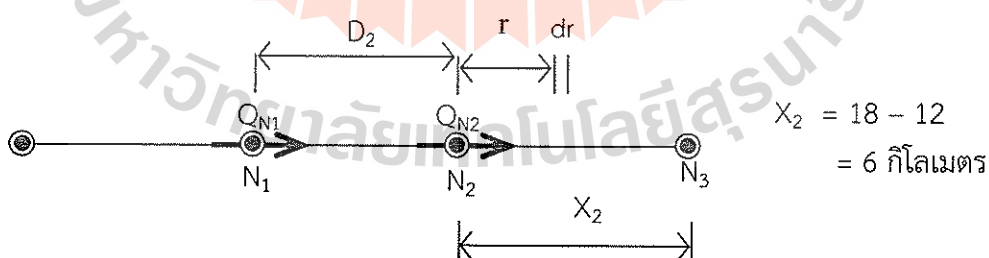
$$Q_{N_1} = \frac{1}{L_1} \int_0^{X_1} \int_0^{t-(r/18)} q(t) dt dr$$

$$= \frac{1}{L_1} \int_0^{16} q(t) \left[1 - \frac{r}{18} \right] dr$$

$$= \frac{1}{L_1} \left\{ [q(t)r]_0^{16} - q(t) \left[\frac{r^2}{2 \times 18} \right]_0^{16} \right\} = \frac{5}{9} q(t) = 5.555 \text{ มม./วัน}$$

ปริมาณน้ำที่ยังค้างอยู่ใน \$L_1 = \frac{4}{9} q(t)\$ จะไหลหลากออกในวันพรุ่งนี้ จาก \$Q_{N_2} = Q_s X_n / d_1\$,

$$Q_{N_1} = \frac{4}{9} q(t) \frac{16}{16} = \frac{4}{9} q(t) = 4.45 \text{ มม./วัน} \quad Q_{N_2} = \frac{4}{9} q(t) \frac{6}{16} = \frac{1}{6} q(t) = 1.67 \text{ มม./วัน}$$



น้ำผิวดินจากกลุ่มน้ำย่อยที่ 1 ไหลลงตลอดความยาวลำน้ำ \$L_1\$ น้ำในลำน้ำ \$L_1\$ ที่อยู่ที่ใกล้ Node \$N_1\$ จะไหลผ่าน Node \$N_1\$ ตั้งแต่เริ่มต้นวัน ดังนั้นภายใน 1 วัน น้ำส่วนนี้จะสามารถไหลไปได้ไกล 18 กิโลเมตร ตามความเร็วน้ำ ซึ่ง \$L_2 = 12\$ กิโลเมตร ดังนั้นจะมีน้ำจำนวนหนึ่งไหลผ่าน \$N_2\$ (\$Q_{N2}\$)

ปริมาณน้ำจาก ลุ่มน้ำย่อย No.1 ที่ไหลผ่าน Node N_2 (Q_{N_2}), $D_2=12$ กม. เวลา $1 - (r + D_2)/v = 1 - (r + 12)/18$, ที่ $r = 1$ กม., $t = 0.28$ วัน, $r = 6$ (18-12) กม., $t = 0.00$ วัน และ $r = 0$ กม., $t = 0.33$ วัน, $D_2 = d_2$ ถ้า $n > 1$, $X_2 = \max.[\min.\{16, (18-12)\}, 0] = \max.[6, 0] = 6$ กม.

$$\begin{aligned} Q_{N_2} &= \frac{1}{L_1} \int_0^{x_2} \int_0^{1 - \frac{r+D_2}{v}} q(t) dt dr \\ &= \frac{1}{L_1} \int_0^6 q(t) \left[1 - \frac{r+D_2}{v} \right] dr \\ &= \frac{q(t)}{16} \left[\frac{6}{18} r - \frac{r^2}{2(18)} \right]_0^6 = \frac{1}{16} q(t) = 0.625 \text{ มม./วัน} \end{aligned}$$

สรุป: ปริมาณน้ำท่าจากลุ่มน้ำย่อยที่ 1 ภายในเวลา 1 วัน มีการไหลไปอยู่ในลำน้ำช่วงต่างๆ ดังนี้
 $L_1 = \frac{4}{9} q(t)$, $L_2 = \left(\frac{5}{9} - \frac{1}{16} \right) q(t) = \frac{71}{144} q(t)$, $L_3 = \frac{1}{16} q(t)$ รวมทั้งสามช่วงเท่ากับ $q(t)$ ทั้งนี้ไม่มี
 การไหลไปถึง Node No. 3 เพราะ $L_2 + L_3 > v \times (1 \text{ day})$, $12 + 14 > 18$ กม.

วันที่ 1: ลุ่มน้ำย่อยที่ 2

$$Q_{N_2} = \frac{q(t)}{12} \left\{ 12 - \frac{12^2}{2 \times 18} \right\} = \frac{6}{9} q(t) = 6.67 \text{ มม./วัน}$$

ปริมาณน้ำที่ค้างในลำน้ำ = $\frac{3}{9} q(t)$ หลากในวันรุ่งขึ้น

$$Q_{N_2} = \frac{3}{9} q(t) \frac{12}{12} = \frac{3}{9} (10) = 3.33 \text{ มม./วัน}$$

$$Q_{N_3} = \frac{3}{9} q(t) \frac{4}{12} = \frac{1}{9} (10) = 1.11 \text{ มม./วัน}$$

ปริมาณน้ำจากลุ่มน้ำย่อยที่ 2 ที่ไหลผ่าน N_3

$$Q_{N_3} = \frac{q(t)}{12} \left[\frac{6}{18} r - \frac{r^2}{2(18)} \right]_0^4 = \frac{q(t)}{12} \left[\frac{24}{18} - \frac{16}{36} \right] = \frac{8}{108} q(t) = 0.74 \text{ มม./วัน}$$

วันที่ 1: ลุ่มน้ำย่อยที่ 3

$$Q_{N_3} = \frac{q(t)}{14} \left\{ 14 - \frac{14^2}{2 \times 18} \right\} = \frac{11}{18} q(t) = 6.11 \text{ มม./วัน}$$

ปริมาณน้ำที่ค้างในลำน้ำ = $10 - 6.11 = 3.89$ มม./วัน

สรุปผล

ปริมาณน้ำที่ผ่าน Node N ของวันที่ 1

Sub.	N ₁	N ₂	N ₃
1	5.55	0.625	-
2	-	6.67	0.74
3	-	-	6.11
รวม	5.55	7.295	6.85

ปริมาณน้ำที่กักเก็บอยู่ในลำน้ำ

Sub.	S ₁	S ₂	S ₃
1	4.45	-	-
2	-	3.33	-
3	-	-	3.89
รวม	4.45	3.33	3.89

ปริมาณน้ำที่หลากข้ามคืน

Sub.	N ₁	N ₂	N ₃
1	4.45	1.67	-
2	-	3.33	1.67
รวม	4.45	5.00	1.67

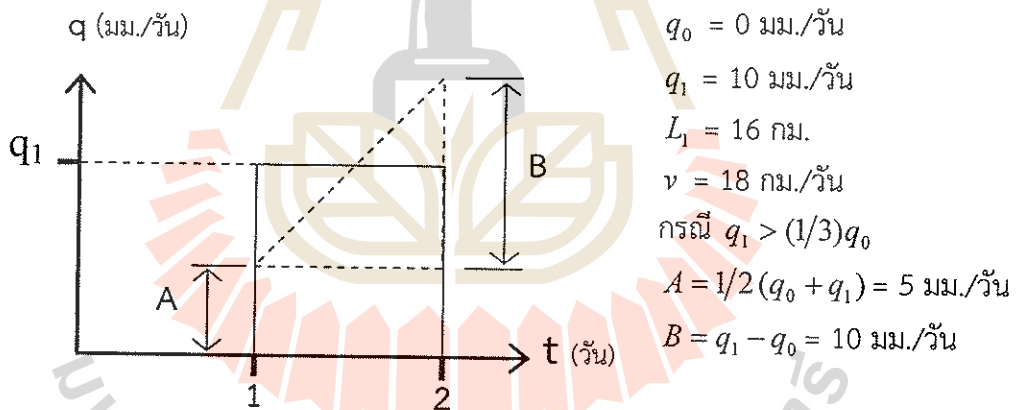
ปริมาณน้ำสำหรับการหลากในวันที่ 2

$$q_1 = 0$$

$$q_2 = 10 - 6.67 + 5.55 - 0.625$$

$$= 8.255 \text{ mm./day}$$

ตัวอย่างที่ 5.6 คำนวณการหลากในโครงข่ายลำน้ำ เหมือนตัวอย่างที่ 5.5 แต่ใช้ $q(t) = A + Bt$ โดย $L_1=16$ กม., $L_2=12$ กม., $L_3=14$ กม., $L_4=15$ กม.



วิธีทำ

วันที่ 1: สุ่มน้ำย่อยที่ 1
 น้ำจาก L_1 ที่ไหลผ่าน Node N_1 ($L_1=16$ กม., $X_1=16$ กม.)

$$Q_{N_1} = \frac{1}{L_1} \int_0^{t_1} \int_0^{t-(r/v)} (A + Bt) dt dr$$

ผลการปริพันธ์จาก (5.66) โดย $D_n = 0$

$$Q_{N_1} = \frac{X_1}{2L_1v^2} \left[2Av(v - \frac{1}{2}x_1) + B \left\{ v^2 - vx_1 + \frac{1}{3}x_1^2 \right\} \right]$$

$$= \frac{16}{2(16)18^2} \left[2(5)(18)(18 - \frac{16}{2}) + 10 \left\{ 18^2 - 18(16) + \frac{1}{3}(16)^2 \right\} \right] = 4.650 \text{ มม./วัน}$$

น้ำจาก L_1 ที่ไหลผ่าน Node N_2 , $D_2 = 12$, $X_2 = \text{Max}[\text{Min}(d_1, v - D_2), 0] = \text{max}[\text{min}.(16, 6), 0] = 6$ กม.

$$\begin{aligned} Q_{N_2} &= \frac{1}{L_1} \int_0^{x_2} \int_0^{-(r+D_2/v)} (A+Bt) dt dr \\ &= \frac{X_2}{2L_1 v^2} \left[2Av \left(v - D_2 - \frac{1}{2} x_2 \right) + B \left\{ (v - D_2)^2 - (v - D_2)x_2 + \frac{1}{3} x_2^2 \right\} \right] \\ &= \frac{6}{2(16)18^2} \left[2(5)(18) \left\{ 18 - 12 - \frac{6}{2} \right\} + 10 \left\{ (18 - 12)^2 - (18 - 12)(6) + \frac{1}{3} (6)^2 \right\} \right] \\ &= 0.382 \text{ มม./วัน} \end{aligned}$$

ปริมาณน้ำที่ยังค้างอยู่ใน $L_1 = 5.35$ มม./วัน จะหลากไหลออกในวันพรุ่งนี้ จาก $Q_{N_n} = Q_s X_n / d_1$
 $Q_{N_1} = 5.35(16/16) = 5.35$ มม./วัน $Q_{N_2} = 5.35(6/16) = 2.01$ มม./วัน

วันที่ 1: สุ่มน้ำย่อยที่ 2

น้ำจาก L_2 ที่ไหลผ่าน Node N_2 , $L_2 = 12$ กม., $X_2 = 12$ กม.

$$Q_{N_2} = \frac{1}{L_2} \int_0^{x_2} \int_0^{-(r/v)} (A+Bt) dt dr$$

ผลการปริพันธ์ จาก (5.66) โดย $D_2 = 0$

$$\begin{aligned} Q_{N_2} &= \frac{X_2}{2L_2 v^2} \left[2Av \left(v - \frac{1}{2} x_2 \right) + B \left\{ v^2 - vx_2 + \frac{1}{3} x_2^2 \right\} \right] \\ &= \frac{12}{2(12)18^2} \left[2(5)(18) \left(18 - \frac{12}{2} \right) + 10 \left\{ 18^2 - 18(12) + \frac{1}{3} (12)^2 \right\} \right] = 5.741 \text{ มม./วัน} \end{aligned}$$

น้ำจาก L_2 ที่ไหลผ่าน Node N_3 , $D_3 = 14$, $X_3 = \text{max}[\text{min}.\{d_2, (v - D_3)\}, 0] = \text{max}[\text{min}.\{12, (18-14)\}, 0] = 4$ กม.

$$\begin{aligned} Q_{N_3} &= \frac{1}{L_2} \int_0^{x_3} \int_0^{-(r+D_3/v)} (A+Bt) dt dr \\ &= \frac{X_3}{2L_2 v^2} \left[2Av \left(v - D_3 - \frac{1}{2} x_3 \right) + B \left\{ (v - D_3)^2 - (v - D_3)x_3 + \frac{1}{3} x_3^2 \right\} \right] \\ &= \frac{4}{2(12)18^2} \left[2(5)(18) \left\{ 18 - 14 - \frac{4}{2} \right\} + 10 \left\{ (18 - 14)^2 - (18 - 14)(4) + \frac{1}{3} (4)^2 \right\} \right] \\ &= 0.213 \text{ มม./วัน} \end{aligned}$$

ปริมาณน้ำที่ยังค้างอยู่ใน $L_2 = 4.259$ มม./วัน จะหลากไหลออกในวันพรุ่งนี้ จาก $Q_{N_n} = Q_s X_n / d_1$

$Q_{N_2} = 4.259(12/12) = 4.259$ มม./วัน $Q_{N_3} = 4.259(4/12) = 1.420$ มม./วัน

วันที่ 1: สุ่มน้ำย่อยที่ 3

น้ำจาก L_3 ที่ไหลผ่าน Node N_3 , $L_3 = 14$ กม., $X_3 = 14$ กม.

$$Q_{N_3} = \frac{1}{L_3} \int_0^{x_3} \int_0^{t-(r/v)} (A + Bt) dt dr$$

ผลการปริพันธ์ จาก (5.66) โดย $D_3 = 0$

$$\begin{aligned} Q_{N_3} &= \frac{X_3}{2L_3v^2} \left[2Av\left(v - \frac{1}{2}x_3\right) + B\left\{v^2 - vx_3 + \frac{1}{3}x_3^2\right\} \right] \\ &= \frac{14}{2(14)18^2} \left[2(5)(18)\left(18 - \frac{14}{2}\right) + 10\left\{18^2 - 18(14) + \frac{1}{3}(14)^2\right\} \right] = 5.175 \text{ มม./วัน} \end{aligned}$$

น้ำจาก L_3 ที่ไหลผ่าน Node N_4 , $D_3 = 15$, $X_4 = \text{Max}[\text{Min}\{d_3, (v - D_3)\}, 0] = \text{Max}[\text{Min}\{14, (18-15)\}, 0] = 3$ กม.

$$\begin{aligned} Q_{N_4} &= \frac{1}{L_3} \int_0^{x_4} \int_0^{t-(r+D_3/v)} (A + Bt) dt dr \\ &= \frac{X_4}{2L_3v^2} \left[2Av\left(v - D_3 - \frac{1}{2}x_4\right) + B\left\{(v - D_3)^2 - (v - D_3)x_4 + \frac{1}{3}x_4^2\right\} \right] \\ &= \frac{3}{2(14)18^2} \left[2(5)(18)\left\{18 - 15 - \frac{3}{2}\right\} + 10\left\{(18 - 15)^2 - (18 - 15)(3) + \frac{1}{3}(3)^2\right\} \right] \\ &= 0.099 \text{ มม./วัน} \end{aligned}$$

ปริมาณน้ำที่ยังค้างอยู่ใน $L_3 = 4.825$ mm./day จะไหลออกในวันพรุ่งนี้ $Q_{N_3} = 4.825 (14/14) = 4.825$ มม./วัน $Q_{N_4} = 4.825 (3/14) = 1.034$ มม./วัน

สรุป

ปริมาณน้ำที่ผ่าน Node N ของวันที่ 1				ปริมาณน้ำที่กักเก็บอยู่ในลำน้ำ เพียงคืนวันที่ 1					
Sub.	N_1	N_2	N_3	N_4	Sub.	S_1	S_2	S_3	S_4
1	4.650	0.382	-	-	1	5.350	4.268	-	-
2	-	5.741	0.213	-	2	-	4.259	5.528	-
3	-	-	5.175	0.099	3	-	-	4.825	5.076
รวม	4.650	6.123	5.388	0.099	รวม	5.350	8.527	10.353	5.076

ปริมาณน้ำที่ผ่าน Node N ของวันที่ 2					ปริมาณน้ำที่กักเก็บอยู่ในลำน้ำ สำหรับการ หลากในวันที่ 2				
Sub.	N ₁	N ₂	N ₃	N ₄	Sub.	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
1	5.350	2.010	-	-	1	-	3.340	2.010	-
2	-	8.527	2.842	-	2	-	-	5.685	2.842
3	-	-	10.353	2.219	3	-	-	-	8.134
รวม	5.350	10.537	13.195	2.219	รวม	0.000	3.340	7.695	10.976

ปริมาณน้ำที่ผ่าน Node N ของวันที่ 3				
Sub.	N ₁	N ₂	N ₃	N ₄
1	-	-	-	-
2	-	3.340	0.716	-
3	-	-	7.695	-
รวม	-	3.340	8.411	-

5.4.3 โปรแกรมแบบจำลองการหลากโดยใช้ความเร็วเฉลี่ย

โปรแกรมหลัก

routing_test.m มีข้อมูลนำเข้าทั้งหมด เหมือนกับตัวอย่างที่ 5.6 มีรายการตัวแปรนำเข้า และพารามิเตอร์ที่ระบุลักษณะโครงข่ายลำน้ำดังนี้

- flow เป็นอนุกรมเวลาของอัตราการไหลเข้า 10 มม./วัน วันที่ 1 ส่วนวันที่ต่อๆ มาไม่มีน้ำไหลเข้า เหมือนกับทั้ง 4 ช่วงของลำน้ำย่อย
- linklen เป็นความยาวลำน้ำทั้ง 4 ช่วง เริ่มจากท้ายน้ำ ($L_1=15,000$ เมตร) มาต้นน้ำ ($L_4 = 16,000$ เมตร) ลำดับที่ในเมทริกซ์ จะกลับกับในตัวอย่างที่ $L_1 = 16,000$ เมตร
- next ระบุว่าช่วงลำน้ำที่อยู่ท้ายน้ำถัดไปเป็นอะไร เช่น next ของ L_4 คือ 3
- linka คือพื้นที่ลุ่มน้ำย่อยของแต่ละช่วงของลำน้ำ กำหนดให้เป็น 1 กิโลเมตร มีค่าคงที่คูณปรับให้เป็นจำนวนชั้นประกอบกริด เนื่องจาก โปรแกรมเดิมคำนวณพื้นที่จากจำนวนกริด โดยแต่ละกริดมีขนาด 50 x 50 เมตร
- totarea คือพื้นที่ลุ่มน้ำสะสมทั้งหมดจนถึง outlet แต่ละจุดในลำน้ำ ที่จุด N_4 จึงมีขนาดพื้นที่ลุ่มน้ำสะสมเท่ากับ 4 กิโลเมตร

โปรแกรม routing_test.m แสดงในรูปที่ 5.12

โปรแกรมฟังก์ชัน

routemidn.m ทำงานจัดเตรียมข้อมูลของแต่ละช่วงของลำน้ำและส่งข้อมูลไปทำการหลาก โปรแกรมแสดงในรูปที่ 5.13

routegen.m ทำงานจัดเตรียมข้อมูลนำเข้าที่กักเก็บไว้ข้ามคืนทำการหลากอีกครั้งในวันต่อไป โปรแกรมแสดงในรูปที่ 5.14

route.m คำนวณการหลาก กำหนดความเร็วของน้ำ $vel0 = 18,000$ เมตร/วินาที
 โปรแกรมแสดงในรูปที่ 5.15

ผลลัพธ์จากการใช้โปรแกรม routing_test.m จากตัวแปร runoff เมื่อนำพื้นที่ลุ่มน้ำย่อยมาพิจารณาพร้อมด้วยการไหลออกเฉลี่ยแต่ละช่วงลำน้ำทั้งหมดมีค่า 10 มิลลิเมตร ได้ผลตามตารางนี้

วันที่	อัตราการไหลออก (มม./วัน)			
	N_4	N_3	N_2	N_1
1	1.2517	1.7958	3.0613	4.6502
2	3.1703	4.5259	5.2668	5.3498
3	3.2313	2.9352	1.6718	0
4	1.9088	0.7430	0	0
5	0.4379	0	0	0
รวม	10.000	10.000	10.000	10.000

ตัวเลขที่ได้ต่างจากผลการคำนวณของตัวอย่างที่ 5.6 แต่ปรับให้เหมือนกันได้ เช่น สรุปผลจากตัวอย่างที่ 5.6 ปริมาณน้ำที่ผ่าน Node N_2 ของวันที่ 1 ทหารด้วย $2 (6.123/2) = 3.06$ ปริมาณน้ำที่ผ่าน Node N_3 ของวันที่ 1 ทหารด้วย $3 (5.388/3) = 1.79$ เพราะในตัวอย่างที่ 5.6 ยังไม่ได้นำพื้นที่ลุ่มน้ำมาพิจารณา

```
% Network routing model modified from t_route.f and routing_d2.m
% Assume constant water flow velocity.

flow=[10 10 10 10;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
linklen=[15000 14000 12000 16000];
next=[0 1 2 3];
linka=(1000000/2500).*[1 1 1 1];
totarea=(1000000/2500).*[4 3 2 1];
nsub=4;

dvel=0.001;
nday=length(flow);
qave=zeros(nsub,1);
qyes=zeros(nsub,1);
qin=zeros(nsub,1);
qout=zeros(nsub,1);
qstor=zeros(nsub,1);

for jday=1:nday
    flow1=flipr(flow(jday,:));
    qgen=(1/1000).*flow1.*linka.*50.*50;
    routprelim=2;
    routreset=4;
    [qave,qout,qin,qstor]=routemidn(qave,qin,qstor,qout,next,linklen,routreset,routprelim,nsub);

    for j=nsub:-1:1
        [qave,qout,qin,qyes0]=routegen(qave,qgen(j),qin,qyes(j),qout,next,linklen,j);
        qyes(j)=qyes0;
    end
end
```

```
runoff(jday,:)=1000.*(qout')./(totarea.*50.*50);
end
```

รูปที่ 5.12

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมหลัก คำนวณการไหลโดยใช้ความเร็วเฉลี่ย (ชื่อไฟล์ routing_test.m)

```
function[qave,qout,qin,qstor]=routemidn(qave,qin,qstor,qout,next,linklen,reset,prelim,nsub)

if (prelim==2)|(reset==2)
    for j=1:nsub
        qave(j)=0;
        qout(j)=0;
        qstor(j)=qin(j);
        qin(j)=0;
    end
else
end
rtflag=4;
for j=nsub:-1:1
    if qstor(j)>0
        [qout,qin,qave]=route(qave,qstor(j),qin,qout,0,linklen,j,next,rtflag);
    else
    end
end
rtflag=2;
```

รูปที่ 5.13

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน เตรียมข้อมูลสำหรับการไหลในวันนี้ (ชื่อไฟล์ routemidn.m)

```
function[qave,qout,qin,qyes0]=routegen(qave,qgen,qin,qyes0,qout,next,linklen,j)

rtflag=2;
if qgen>0
    qnew=qgen;
    qyes=qyes0;
    [qout,qin,qave]=route(qave,qnew,qin,qout,qyes,linklen,j,next,rtflag);
else
end
qyes0=qgen;
```

รูปที่ 5.14

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน เตรียมข้อมูลสำหรับการไหลในวันต่อไป (ชื่อไฟล์ routegen.m)

```
function[qout,qin,qave]=route(qave,qnew,qin,qout,qyes,linklen,j,next,flg)

vel0=18000;
dvel=0;

if flg==2
    if(qnew>qyes/3)
        a=(1+qyes/qnew)/2;
        b=1-qyes/qnew;
    else
        a=2;
        b=-2;
    end
else
```

```

end

i=j;
flotime=0;
oldalpha=1;
velstart=vel0;

x=min(linklen(j),velstart*(1-flotime));
while x>0
  if flg==2;
    y=velstart*(1-flotime)-x/2;
    x1=x/linklen(j)/velstart;
    z1=x1*y;
    z2=(x1/(2*velstart))*(y*y+x*x/12);
  else
    end

  if (i~=j)
    oldalpha=nalpha;
  else
    end

  if flg==2
    nalpha=z1*a+z2*b;
  else
    nalpha=x/linklen(j);
  end
  if nalpha<0
    nalpha=0;
  else
    end

  qtot=oldalpha*qnew;
  qpass=max(0,(nalpha*qnew));
  if (i==j)&(linklen(j)>velstart)&((qtot-qpass)<0.00001)
    qpass=qtot;
  else
    end

  qout(i)=qout(i)+qpass;
  qin(i)=qin(i)+qtot-qpass;
  qave(j)=qave(j)+qpass/2;

  i=next(i);
  if i>0
    flotime=flotime+linklen(i)/vel0;
    x=min(linklen(j),velstart*(1-flotime));
  else
    x=-1;
  end
end
end
if i>0
  qin(i)=qin(i)+qpass;
else
  end
end

```

รูปที่ 5.15

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน คำนวณการหลาก (ชื่อไฟล์ route.m)

5.5 การหลากโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและอัตราการไหล

สำหรับลำน้ำที่มีลักษณะการไหลแบบทางน้ำประกอบ (compound channel) ซึ่งมีการไหลล้นตลิ่งในที่ราบน้ำท่วม (floodplain) ร่วมกับการไหลในทางน้ำหลัก (main channel) การจำลองการหลากจึงไม่ได้ใช้วิธีการหรือสมการที่เคยใช้ทั่วไป เช่น สมการ St.Venant แต่ใช้หลักการที่แต่ละช่วงของลำน้ำในโครงข่ายลำน้ำมีลักษณะเป็นการกักเก็บแบบไม่เป็นเชิงเส้น (non-linear reservoir) ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับ ROHB model [Laurenson and Mein, 1988] การไหลของน้ำในแต่ละช่วงลำน้ำถูกจำลองโดยแก้สมการสมดุลของน้ำ $dS/dt = I(t) - Q(t)$ ร่วมกับ ความสัมพันธ์การกักเก็บแบบไม่เป็นเชิงเส้น (non-linear storage, S) เปลี่ยนเป็นการไหลออก (discharge, Q) ซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชันยกกำลัง

$$S = kQ^m \quad (5.68)$$

ซึ่ง k , m เป็นพารามิเตอร์ของแบบจำลอง $I(t)$ คือ ชลภาพที่ไหลเข้า ซึ่งมาจากผลรวมของการไหลเข้าจากพื้นที่ลุ่มน้ำย่อยข้างเคียง และจากด้านเหนือลำน้ำของช่วงลำน้ำนั้น k และ m ต้องประมาณจากแต่ละช่วงลำน้ำตลอดทั้งโครงข่ายลำน้ำ ทำให้รวมผลความแตกต่างของคุณลักษณะโครงข่ายลำน้ำด้านท้ายน้ำ เช่น พื้นที่ลุ่มน้ำที่มากขึ้น ลำน้ำที่ลึกและกว้างขึ้น

เพื่อให้ความหมายทางกายภาพกับพารามิเตอร์ k และ m ของความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและอัตราการไหล โดยมีค่าความเร็วการไหลเฉลี่ยในลำน้ำ ดังนี้ $Q = AV$ และ $S = AL$ ซึ่ง A คือพื้นที่หน้าตัดของลำน้ำ, L คือ ความยาวลำน้ำช่วงนั้น และ V คือความเร็วของน้ำ ได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$S = LA = \frac{L}{V}Q \quad (5.69)$$

ถ้า V เป็นค่าคงที่ไม่ขึ้นกับ Q จะให้ความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บ-การไหลเป็นแบบเชิงเส้นด้วย $k = L/V$ และ $m = 1$ อีกด้านหนึ่ง V เปลี่ยนตามอัตราการไหล ดังนั้นจึงเป็นความสัมพันธ์ที่ไม่ใช่เชิงเส้น k และ m ขึ้นอยู่กับความเปลี่ยนแปลงของ V เทียบกับ Q

ตัวอย่าง สมมติใช้สมการ Chezy ประมาณความเร็วการไหลในลำน้ำกว้าง w มีค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานเชซี (Chezy, C), Manabde and Sivapalan [2001] แสดงว่า

$$k = C^{-2/3} S_0^{-1/3} w^{1/3} L \quad \text{และ} \quad m = 2/3 \quad (5.70a)$$

ซึ่ง S_0 เป็นความลาดชันของลำน้ำ ในอีกด้านหนึ่งอยู่ในรูปของค่าสัมประสิทธิ์ Manning แสดงได้ว่า

$$k = n^{3/5} S_0^{-3/10} w^{1/5} L \quad \text{และ} \quad m = 3/5 \quad (5.70b)$$

เมื่อการไหลยังจำกัดอยู่ในทางน้ำหลักของแม่น้ำ ค่าเลขยกกำลังต่างๆ มีค่าประมาณที่คงที่ ตามสมการข้างบน และความเร็วเพิ่มเมื่ออัตราการไหลเพิ่ม แต่เมื่อเกิดการไหลล้นตลิ่ง ทำให้เกิดการชะลอการไหล ความเร็วมีแนวโน้มลดลง อาจคงที่ขณะที่มีอัตราการไหลมากขึ้นเลยระดับที่กำหนด [Bates and Pilgrim, 1983; Wong and Laurenson, 1983] ผลนี้ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บ-อัตราการไหล เป็นแบบเชิงเส้นตามสมการที่ (5.69) มีค่า $m = 1$ เมื่อเกิดการไหลล้นตลิ่ง ค่า m มีค่าระหว่าง 0.6

ถึง 1 ดังนั้นการเปลี่ยนจากสภาพน้ำท่วมปกติไปสู่ น้ำท่วมวิกฤต (extreme flood) มีการเปลี่ยนแปลงลักษณะการไหล และเปลี่ยนค่า k และ m

ตัวอย่างการประมาณค่า k และ m ในช่วงเปลี่ยนจากไหลในลำน้ำ (in-bank) เป็นไหลล้นตลิ่ง (over-bank) จากการทดลองในห้องปฏิบัติการโดย Wormleaton and Merrett [1990] การจัดการทดลองแสดงในรูปที่ 5.16(a) การทดลองได้ใช้รูปร่าง รูปตัดลำน้ำที่เป็นทางน้ำประกอบ (compound channel) หลายแบบ และมีความขรุขระของผิวที่ต่างกันทั้งในทางน้ำหลักและที่ราบน้ำท่วม รูปที่ 5.16(a) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระดับน้ำ (H) และอัตราการไหลจากการวัด (Q) การทดลองทั้งหมดใช้ค่าสัมประสิทธิ์ Manning สำหรับทางน้ำหลักคงที่ $n_m = 0.01$ สำหรับที่ราบน้ำท่วมมีค่า n_f เปลี่ยนแปลงเริ่มต้นด้วย $n_f = n_m$ การเพิ่มขนาดที่ราบน้ำท่วม ทำให้อัตราการไหลเพิ่มขึ้น เมื่อ $n_f > n_m$ เป็นผลให้อัตราการไหลโดยรวมมีค่าน้อยกว่าเมื่อ $n_f = n_m$ ที่น่าสนใจคือ มีค่าน้อยกว่ามีการไหลในทางน้ำหลักเพียงอย่างเดียว แสดงให้เห็นว่าผลจากที่ราบน้ำท่วม ทำให้เกิดการชะลออัตราการไหลรวม ดังนั้นการชะลอการไหลต้องนำมาพิจารณาในการประมาณค่า น้ำท่วมวิกฤต ซึ่งพบว่ามีผลที่มีนัยสำคัญ

รูปที่ 5.16(a) นำพื้นที่หน้าตัดการไหลที่สัมพันธ์กับความลึก สำหรับรูปร่างหน้าตัดต่างๆ สร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและอัตราการไหล แสดงในรูปที่ 5.16(b) ค่า k และ m ขึ้นกับรูปร่างของหน้าตัดลำน้ำ และความขรุขระของที่ราบน้ำท่วม เมื่อ $n_f = n_m$ ค่า m ของรูปร่าง 1 ถึง 4 มีค่าเท่ากัน ค่า k เพิ่มขึ้นเมื่อที่ราบน้ำท่วมมีความกว้างมากขึ้น เมื่อ $n_f > n_m$ ทำให้ทั้งค่า k และ m มีค่ามากขึ้น เป็นผลจากการเปลี่ยนการไหลในทางน้ำหลักเป็นการไหลในที่ราบน้ำท่วม เป็นส่วนใหญ่แทน

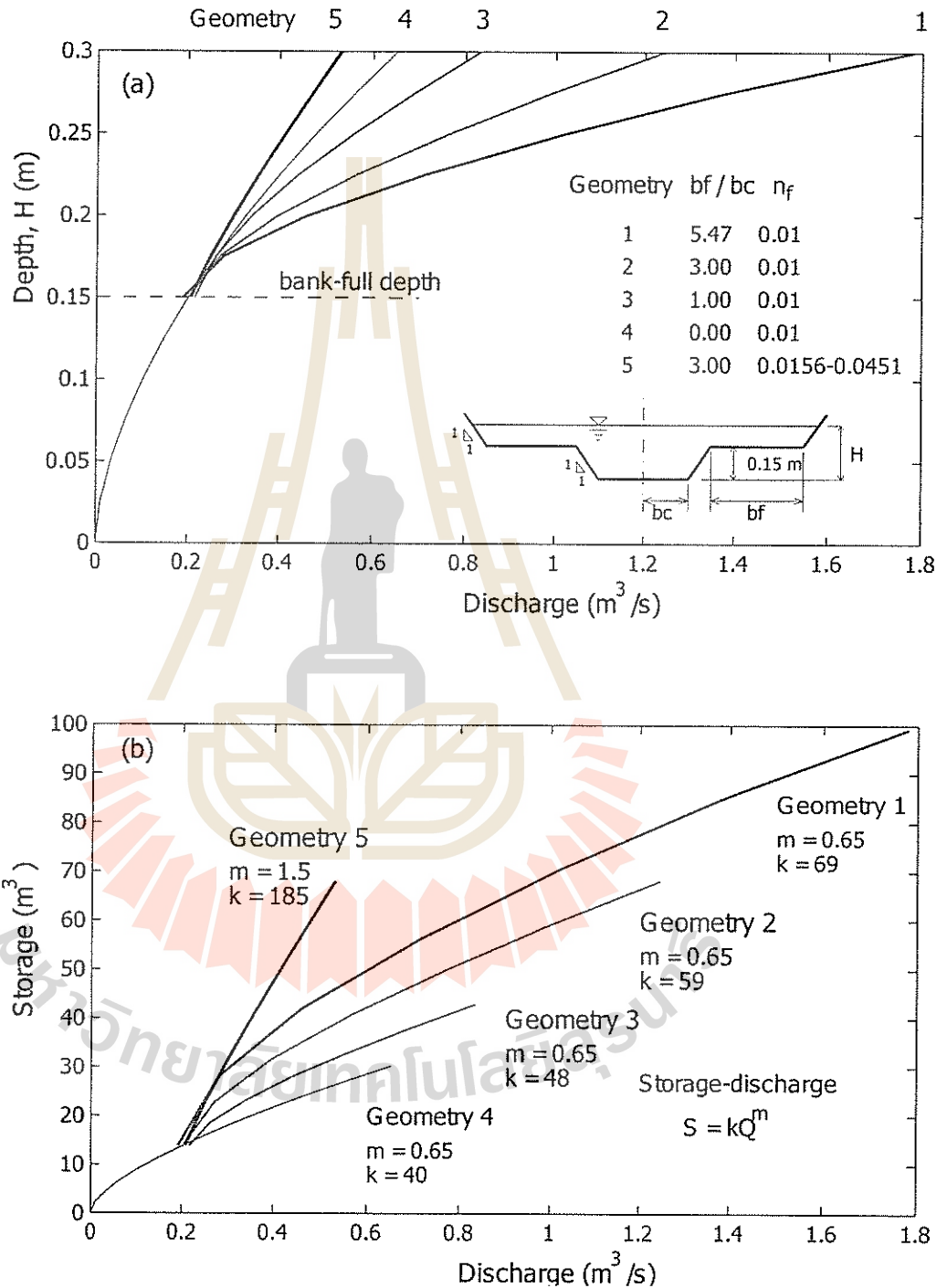
5.5.1 การประมาณค่า k และ m สำหรับลุ่มน้ำที่ศึกษา

การใช้กราฟระดับน้ำ-อัตราการไหล (rating curves) ที่ได้จากการวัดในสนามร่วมกับข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่หน้าตัดการไหลและความลึกของรูปตัดลำน้ำแบบต่างๆ และความยาวลำน้ำแต่ละช่วงกราฟระดับน้ำ-อัตราการไหล ส่วนใหญ่ไม่มีข้อมูลในช่วงการไหลล้นตลิ่ง ซึ่งอาจเกิดขึ้นทุก 2-3 ปี และไม่มีการบันทึกข้อมูลเหตุการณ์น้ำท่วมวิกฤต ซึ่งนอกจากโอกาสเกิดขึ้นได้น้อยมากแล้วการวัดยังทำได้ยาก ดังนั้นการประมาณค่า กราฟระดับน้ำ-อัตราการไหล เกินจากข้อมูลจากการวัดทำได้โดยต้องใช้ผลการทดลองในห้องปฏิบัติการ หรือการใช้แบบจำลองเชิงตัวเลข การศึกษานี้เราใช้วิธีอย่างง่าย โดยแบ่งทางน้ำประกอบ ออกเป็นทางน้ำหลักและที่ราบน้ำท่วม อัตราการไหลทั้ง 2 ส่วน คำนวณแยกกัน กรณีการไหลในทางน้ำหลัก กราฟการกักเก็บ-อัตราการไหลจากข้อมูลการวัดนำมาใช้ได้โดยตรง กรณีของที่ราบน้ำท่วม ประมาณค่าสัมประสิทธิ์เชซี (Chezy) โดยวิธีของ Tamai [1992a,b] ซึ่งได้นำผลของพีชพรรณและความขรุขระบนที่ราบน้ำท่วมเข้าพิจารณาด้วย อัตราการไหลทั้ง 2 ส่วน นำมารวมกันเป็นอัตราการไหลรวม โดยคำนึงถึงผลการชะลอหรือหน่วงอัตราการไหล จากการไหลบนที่ราบน้ำท่วม ต่อการไหลในทางน้ำหลัก

(1) ความต้านทานการไหลในที่ราบน้ำท่วม

เพื่อทำนายสภาพน้ำท่วมในพื้นที่ห่างไกล ทางทิศตะวันตกเฉียงเหนือของรัฐออสเตรเลียตะวันตก ประเทศออสเตรเลีย Tamai [1992a,b] เสนอวิธีการวิเคราะห์เป็นการประมาณค่าความต้านทานการไหลเนื่องจากการไหลล้นตลิ่งในสภาพปั่นป่วน (turbulent) ความต้านทานการไหลแบ่งออกเป็น 2 ส่วน

คือ (1) ความต้านทานที่ผิว (แรงเสียดทาน) และ (2) แรงต้านจากรูปร่าง (form drag) การมีพืชพรรณยืนต้นในที่ราบน้ำท่วมทำให้เกิดแรงต้านจากรูปร่างใน 2 ลักษณะ



รูปที่ 5.16

ผลการทดลองในห้องปฏิบัติการโดย Wormleaton and Merrett [1990] (a) กราฟระดับน้ำ-อัตราการไหลสำหรับรูปร่างหน้าตัด 5 แบบ (b) การประมาณกราฟความจุ-อัตราการไหลและค่า k และ m โดย η_m และ η_f คือค่าสัมประสิทธิ์ n สำหรับทางน้ำหลักและที่ราบน้ำท่วม

(1) การไหลผ่านต้นไม้ที่จมน้ำ เช่น ตัวลำต้น (2) แรงต้านจากการสลายพลังงานโดยรอยแฉกการหมุนวนที่สอดคล้องกัน (coherent eddy patches) ที่เกิดรอบทรงพุ่มของต้นไม้ยืนต้นหรือไม้พุ่ม มองจากแรงต้านจากรูปร่างที่เพิ่มขึ้น ความต้านทานการไหลบนที่ราบน้ำท่วม ที่เป็นพื้นที่ดินโล่งหรือมีพืชพรรณพุ่มเตี้ย เช่น หญ้า สมมุติให้ความต้านทานการไหลเหมือนกับการไหลในทางน้ำหลัก สมการความต้านทานที่ใช้ทั่วไป เช่น Chezy หรือ Manning นำมาใช้ประมาณค่าความต้านทานเนื่องจากแรงต้านทานที่ผิว (แรงเสียดทาน) เมื่อประมาณค่า C และ n เนื่องจากแรงต้านทานที่ผิวได้แล้ว ข้อมูลรูปร่างของต้นไม้ยืนต้นและรูปร่างทรงพุ่มที่มีอยู่ในที่ราบน้ำท่วม นำมาประมาณ C ที่เทียบเท่ากัน สำหรับการไหลล้นตลิ่งต่อไป

(2) การคำนวณหาแรงต้านจากรูปร่างทางทฤษฎี

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานเชซี และหาความเร็วการไหลเฉลี่ยขณะเกิดการไหลล้นตลิ่งในที่ราบน้ำท่วม โดยแบ่งที่ราบน้ำท่วมออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่มีต้นไม้ และส่วนที่ไม่มีต้นไม้ ความเร็วเฉลี่ยของการไหลบริเวณที่มีต้นไม้ คือ U_{tot} บริเวณที่ไม่มีต้นไม้คือ U_{fof} ถูกประมาณแยกกันก่อน จะนำมารวมกันหาความเร็วเฉลี่ยทั้งพื้นที่ราบน้ำท่วม U_{fo} โดยใช้สัดส่วนของพื้นที่ต้นไม้ในพื้นที่ราบน้ำท่วม β_f เป็นพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนัก สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวดินสำหรับประมาณค่า U_{fof} สมมุติให้มีค่าเท่ากับในทางน้ำหลัก

การประมาณค่า U_{fof} Tamai [1992a,b] สมมุติว่าการกระจายของต้นไม้ในที่ราบน้ำท่วมสามารถประมาณได้จากการจำลองกลุ่มของแท่งทรงกระบอกเส้นผ่าศูนย์กลาง d แรงต้านจากรูปร่าง ที่เกิดจากแท่งทรงกระบอกเดี่ยว F_{D1} มีค่าดังนี้

$$F_{D1} = C_D D_f d \frac{\rho}{2} U_{fof}^2 \quad (5.71)$$

โดยที่ C_D คือสัมประสิทธิ์แรงต้าน (drag coefficient), D_f คือ ความลึกของน้ำบนที่ราบน้ำท่วม, ρ คือ ความหนาแน่นของน้ำ และ U_{fof} คือ ความเร็วเฉลี่ยของน้ำบริเวณมีต้นไม้

การหาค่าแรงต้านจากรูปร่าง (form drag) ที่เกิดจากรอยแฉกการหมุนวนที่สอดคล้องกัน ความเร็วตามแนวยาวในรอยแฉก (patches) ที่เกิดขึ้นรอบต้นไม้จะสมมุติให้มีค่าเป็นศูนย์ สมมุติเป็นสถานะคงที่ตามเวลา จำนวนเฉลี่ยของรอยแฉกการหมุนวนที่สอดคล้องกันคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงและอัตราการเกิดหรือสลายตัวของรอยแฉก มีค่าเท่ากับแรงต้านจากรูปร่างที่เกิดจากการปั่นป่วนในมาตราส่วนใหญ่ (macro-scale turbulence, F_{D2}) อธิบายได้ดังนี้

$$F_{D2} = \rho \pi a^2 D_f \frac{U_{fof}}{T} \quad (5.72)$$

โดย a คือ ตัวแทนรัศมีของรอยแฉกการหมุนวนที่สอดคล้องกัน สมมุติให้มีค่าเท่ากับรัศมีทรงพุ่มของต้นไม้ และ T คือ ตัวแทนช่วงเวลาของการเกิดรอยแฉกการหมุนวนที่สอดคล้องกัน ซึ่งเรียกว่าการระเบิดและทำให้เดือดมาตราส่วนใหญ่ (macro-scale bursts and boils) ที่เกิดขึ้นที่ด้านหลังของทรงพุ่มของต้นไม้

โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นแรงเฉือนที่ผิวพื้นทางน้ำ (bed shear stress) และ สมการ Chezy ค่า ความต้านทานที่ผิว (F_{SD}) ที่เกิดจากความขรุขระของผิวพื้นทางน้ำ สามารถคำนวณได้จากองค์ประกอบตามแนวยาวของความเค้นแรงเฉือนที่พื้นทางน้ำ (τ_{bx}) และพื้นที่หน้าตัดการไหลประสิทธิผล (effective flow area)

$$F_{SD} = \tau_{bx} A' LW \quad (5.73)$$

$$F_{SD} = A' LW \rho g U_{fot}^2 / C_m^2 \quad (5.74)$$

เมื่อ A' คือพื้นที่หน้าตัดการไหลประสิทธิผล, L คือช่วงระยะห่างตามยาว (longitudinal interval) ของต้นไม้, W คือช่วงระยะห่างตามขวาง (traverse interval) ของต้นไม้, g คือ ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก, C_m คือค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานเชซี ของลำน้ำหลักและในที่ราบน้ำท่วมโดยมีค่าเชื่อมต่อกับค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานแมนนิง (Manning, n_m)

สำหรับค่าแรงขับที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลกที่เกิดจากมวลของน้ำ F_G สามารถหาได้จากสมการ (5.75) และ (5.76) ดังนี้

$$F_G = (\rho A' L W D_f) g S_0 \quad (5.75)$$

$$A' = 1 - 2a l_b / W \quad (5.76)$$

เมื่อ S_0 เป็น ความลาดชันทางชลศาสตร์ตามยาว (longitudinal hydraulic gradient) ของพื้นที่ราบน้ำท่วม และ l_b คือ อัตราส่วนของพุ่มไม้ที่ขวางทางน้ำ

โดยการใช้สมการโมเมนตัมเชิงเส้น ในทิศการไหล แรงโน้มถ่วงของโลกจากมวลของน้ำ (F_G) สมดุลกับแรงเสียดทานรวมจากแรงต้านของรูปร่างจริง ที่เกิดจากลำต้นของต้นไม้ (F_{D1}) และ แรงต้านของรูปร่างที่เกิดจากการปั่นป่วนในมาตราส่วนใหญ่ (F_{D2}) และเกิดจากความขรุขระที่ผิว (F_{SD})

$$F_G - (F_{D1} + F_{D2} + F_{SD}) = 0 \quad (5.77)$$

แทนค่าสมการ (5.71), (5.72), (5.74), (5.75) ใน (5.77) และหารด้วย $\rho g A' LW$ ได้

$$D_f S_0 - \frac{C_D}{2g} \frac{D_f d}{A' LW} U_{fot}^2 - \frac{\pi a^2}{A' LW} \frac{D_f U_{fot}}{gT} - \frac{U_{fot}^2}{C_m} = 0 \quad (5.78)$$

เนื่องจากไม่มีความรู้เกี่ยวกับคุณสมบัติของ macro-scale bursts ด้านหลังของต้นไม้ จากงานศึกษาของ Tamai ได้นำความรู้ที่มีอยู่เกี่ยวกับ micro-scale และ (intermediate) meso-scale bursts มาประมาณค่า T โดยกำหนดให้ T_B เป็นตัวแทนช่วงเวลาในการเกิด micro-scale bursts จากการทดลองในทางน้ำเปิดพบว่าอัตราส่วน $T_B U_{max} / D_f$ หรือ α_p มีค่าประมาณ 1.5 ถึง 3 เมื่อให้ U_{max} คือ ค่าความเร็วสูงสุดที่ผิวน้ำ

ความสัมพันธ์ระหว่าง T และ T_B ยังไม่เป็นที่ทราบแน่ชัด Tamai ได้สมมุติว่าความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองเป็นแบบเชิงเส้น $T = \alpha_B T_B$ จึงได้ผลว่า

$$T = \frac{\alpha_B \alpha_P D_f}{\alpha_S U_{foi}} \quad (5.79)$$

โดย

$$\alpha_S = U_{\max} / U_{foi} \quad (5.80)$$

$$\alpha_B = T / T_B \quad (5.81)$$

เมื่อนำสมการ (5.79) แทนลงในสมการ (5.78) จะได้ว่า

$$D_f S_0 - \frac{U_{foi}^2}{C_m^2} \left[C_D \beta_t \frac{C_m^2}{2g} + \beta_b \frac{\alpha_S}{\alpha_B \alpha_P} \frac{C_m^2}{g} + 1 \right] = 0 \quad (5.82)$$

ซึ่ง

$$\beta_t = \frac{D_f d}{A' LW} \quad (5.83)$$

$$\beta_b = \frac{\pi a^2}{A' LW} \quad (5.84)$$

เมื่อทำการจัดรูปสมการ (5.82) จะได้ความเร็วเฉลี่ยของการไหลเอกรูป (uniform flow) ในบริเวณต้นน้ำของพื้นที่ราบน้ำท่วมดังนี้

$$U_{foi} = \frac{C_m \sqrt{D_f S_0}}{\sqrt{1 + K_1 + K_2}} = C_f \sqrt{D_f S_0} \quad (5.85)$$

ซึ่ง

$$K_1 = (C_m^2 / 2g) C_D \beta_t \quad (5.86)$$

$$K_2 = (C_m^2 / g) (\beta_b \alpha_S / \alpha_P \alpha_B) \quad (5.87)$$

เมื่อ C_f คือ ค่าสัมประสิทธิ์เซซีเทียบเท่า สำหรับการไหลแบบล้นตลิ่งในบริเวณต้นน้ำ, K_1 คือ อัตราส่วนของแรงต้านจากรูปร่าง ที่เกิดจากลำต้นไม้กับแรงต้านจากผิว และ K_2 คือ อัตราส่วนของแรงต้านจากรูปร่างที่เกิดจากรอยแฉกการหมุนวนที่สอดคล้องกัน กับแรงต้านที่ผิว

ความเร็วการไหลเฉลี่ยสำหรับการไหลล้นตลิ่งทั้งหมด (U_{fo}) เกิดจากการรวมกันของความเร็วเฉลี่ยในพื้นที่ไม่มีต้นน้ำ (U_{fof}) และความเร็วเฉลี่ยในพื้นที่มีต้นน้ำ (U_{foi}) ซึ่งขึ้นกับอัตราส่วนของพื้นที่มีต้นน้ำต่อพื้นที่ทั้งหมดที่ตั้งฉากกับการไหลล้นตลิ่งในที่ราบน้ำท่วม (β_S)

$$U_{fo} = (1 - \beta_S) U_{fof} + \beta_S U_{foi} \quad (5.88)$$

แทนค่าความเร็วจากสมการ Chezy เดิม คือ $U_{fo} = C_f \sqrt{D_f S_0}$, $U_{fof} = C_m \sqrt{D_f S_0}$ และ U_{foi} ในสมการ (5.85) แทนในสมการ (5.88) โดยสมมติให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์เซซี สำหรับทั้งหมดของการไหลล้นตลิ่งดังนี้

$$C_f = C_m \left[(1 - \beta_S) + \frac{\beta_S}{\sqrt{1 + K_1 + K_2}} \right] \quad (5.89)$$

(3) การประมาณค่าสัมประสิทธิ์สำหรับการไหลล้นตลิ่ง

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ในสมการ (5.85) และ (5.87) สำหรับใช้ในสมการ (5.89) ความสัมพันธ์ระหว่างช่วงเวลาของการเกิด burst ของ macro-scale boil (T) อธิบายในหัวข้อที่ผ่านมา และ meso-scale bursts (T_M) ในด้านหลังของผิวท้องน้ำรูปร่างเป็นคลื่นขนาดเล็ก (ripples) และเนินทราย (sand dunes) มีความสำคัญ หาได้จากการทดลองในห้องปฏิบัติการ ความรู้ในปัจจุบันเรื่อง meso-scale bursts แนะนำว่าช่วงเวลาเฉลี่ยจากการวัดของการเกิด burst (vortex) ด้านหลัง ripples (T_M) สามารถเขียนได้

$$T_M = 7.5 \frac{D_f}{U_{fof}} \quad (5.90)$$

อัตราส่วนของช่วงเวลาเฉลี่ยของการเกิดระหว่าง meso-scale และ macro-scale bursts เขียนได้ดังนี้

$$\frac{T_M}{T_B} = \frac{7.5 D_f / U_{fof}}{\alpha_p D_f U_{\max}} = \frac{7.5 \alpha_s}{\alpha_p} \quad (5.91)$$

โดยการใช้รูปตัดตามยาวความเร็วแบบล็อก (logarithmic velocity profile) สำหรับความเร็วการไหลในทางน้ำเปิดในสมการที่ (5.80) สามารถประมาณ α_s มีค่า 1.2 ค่าโดยทั่วไปของ α_p คือ 2 [Nakagawa and Nezu, 1981] สมมุติอัตราส่วนระหว่างช่วงเวลา macro-scale bursts (T) และ meso-scale bursts (T_M) มีค่าคงที่เหมือนกับในสมการ (5.91) ทำให้ได้ $\alpha_B = \left(\frac{7.5 \alpha_s}{\alpha_p}\right)^2$ ได้ผล

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_B \alpha_p} = \frac{\alpha_s}{(7.5 \alpha_s / \alpha_p)^2 \alpha_p} = 3.0 \times 10^{-2} \quad (5.92)$$

ค่าทั่วไปของ ค่าสัมประสิทธิ์แรงต้าน (C_D) สำหรับบริเวณต้นไม้กำหนดไว้ที่ 1.5 ค่า C_D ที่ได้จากการวัดมีค่าอยู่ระหว่าง 1 ถึง 2 โดยมีการกระจายของแท่งทรงกระบอกขวางทางน้ำกับพื้นที่ คิดเป็นสัดส่วน 50% ของความกว้างของลำน้ำ แทนค่า C_D ในสมการ (5.86) และแทนค่าสมการ (5.92) ในสมการ (5.87) ได้

$$K_1 = 0.75 \beta_t \left(\frac{C_m^2}{g} \right) \quad (5.93)$$

$$K_2 = 3.0 \times 10^{-2} \beta_b \left(\frac{C_m^2}{g} \right) \quad (5.94)$$

แทนค่ากลับในสมการ (5.89) สำหรับประมาณค่าสัมประสิทธิ์เชิงประสิทธิผล สำหรับการไหลในที่ราบน้ำท่วม รายละเอียดที่มากกว่านี้สำหรับการประมาณการไหลล้นตลิ่งสามารถดูได้จาก Tamai [1992 a,b] และประยุกต์ใช้กับลุ่มน้ำ Serpentine ใน Deshon [1994]

(4) การคำนวณอัตราการไหลรวม

หากสมมุติว่าทั้งการไหลในทางน้ำหลักและในที่ราบน้ำท่วม มีสภาพทางชลศาสตร์เหมือนกัน วิธีปฏิบัติทั่วไปในการคำนวณอัตราการไหลใช้สมการการไหลในทางน้ำเปิด เช่น Chezy และ Manning รวมการไหลทั้ง 2 ส่วน เป็นอัตราการไหลรวม อย่างไรก็ตามผลการศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างการไหลในทางน้ำหลักและในที่ราบน้ำท่วมในทางน้ำประกอบ Sellin [1964] พบว่าความแตกต่างของความเร็วการไหลระหว่างทางน้ำหลักและในที่ราบน้ำท่วมทำให้เกิดผลของแรงเฉือนและกระแสน้ำวนปั่นป่วน (turbulent eddies) พฤติกรรมนี้มีผลต่อมาทำให้เกิดการส่งผ่านโมเมนตัมจากของไหลที่เคลื่อนที่ช้ากว่าในที่ราบน้ำท่วม Wormleaton and Merrett [1990] แสดงให้เห็นว่าการไม่นำปฏิสัมพันธ์ระหว่างทางน้ำหลักและที่ราบน้ำท่วมมาพิจารณา จะนำไปสู่ความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าอัตราการไหลรวมได้

Radojnovic and Djordjevic [1985] เสนอให้ใช้ ϕ -index แสดงผลของการส่งถ่ายโมเมนตัมระหว่างทางน้ำหลักและที่ราบน้ำท่วม กำหนดเป็นอัตราส่วนระหว่างแรงเฉือนที่ผิว (boundary shear force) กับ แรงเนื่องจากแรงโน้มถ่วง (gravitational force) ทำให้เกิดการไหลในแต่ละส่วน อัตราส่วนแสดงโดย ϕ_m สำหรับทางน้ำหลักและ ϕ_f สำหรับที่ราบน้ำท่วม Wormleaton and Merrett [1990] ประมาณค่าจากการทดลองได้ค่า $\phi_m = 0.8$ และ $\phi_f = 1.3$ Ervine and Baird [1982] เสนอวิธีการรวมผลของการส่งถ่ายโมเมนตัมต่อการไหลรวม (Q_t) ดังนี้

$$Q_t = Q_m \phi_m^{1/2} + Q_f \phi_f^{1/2} \quad (5.95)$$

ซึ่ง Q_m และ Q_f เป็นอัตราการไหลในทางน้ำหลักและในที่ราบน้ำท่วมอย่างเดียวนั้น ประมาณได้โดยใช้สมการแรงเสียดทานทั่วไป

5.5.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการจำลองการหลากในลำน้ำ

การประมาณขั้นแรก สมมุติค่าสัมประสิทธิ์เซซี ค่าคำนวณจากแรงต้านที่ผิว ในที่ราบน้ำท่วม (เนื่องจากผิวดินเปล่า, หญ้า, ไม้พุ่มขนาดเล็กในที่ราบน้ำท่วม) มีค่าเหมือนกับในทางน้ำหลัก C_m ในขั้นตอนที่สองสำหรับระดับน้ำค่าต่าง ๆ ในทางน้ำประกอบ ค่าสัมประสิทธิ์ Chezy สำหรับที่ราบน้ำท่วม C_f ความเร็วเฉลี่ยการไหลและอัตราการไหลถูกประมาณจากค่าที่สมมุติ C_m การกระจายของต้นไม้ในที่ราบน้ำท่วมได้ข้อมูลจากการสำรวจ ค่าตัวเลขแสดงในตารางที่ 5.5 ซึ่งประยุกต์ใช้กับลุ่มน้ำปิงตอนบน ขนาดลุ่มน้ำ 26,386 ตารางกิโลเมตร เหนือเขื่อนภูมิพล บริเวณสถานีวัดน้ำท่า PE.2 บัณทอนหิน จ. เชียงใหม่ และรูปที่ 5.17 แสดงความหมายของพารามิเตอร์ที่ใช้คำนวณ

ที่ระดับน้ำแต่ละค่า อัตราการไหลทั้งในลำน้ำหลักและที่ราบน้ำท่วมถูกคำนวณแยกกับ (1) Q_m สำหรับลำน้ำหลักใช้ข้อมูลกราฟระดับน้ำ-อัตราการไหล จากการวัดโดยตรงหรือโดยอ้อมจากการใช้ C_m (2) Q_f สำหรับที่ราบลุ่มน้ำท่วมใช้ค่าสัมประสิทธิ์เซซี C_f การรวมผลจาก 2 ส่วนเข้าด้วยกันโดยใช้สมการ (5.95) การทดลองของ Wormleaton and Merrett [1990] แนะนำว่า ϕ -indices เปลี่ยนแปลงตามระดับน้ำและรูปร่างของทางน้ำประกอบ ขนาดของ ϕ_m มีค่าน้อยกว่า 1 มากขึ้น เมื่อพื้นที่ราบน้ำท่วมมีความกว้างมากขึ้น อย่างไรก็ตามไม่มีค่า ϕ -indices สำหรับแม่น้ำจริงในพื้นที่ศึกษา

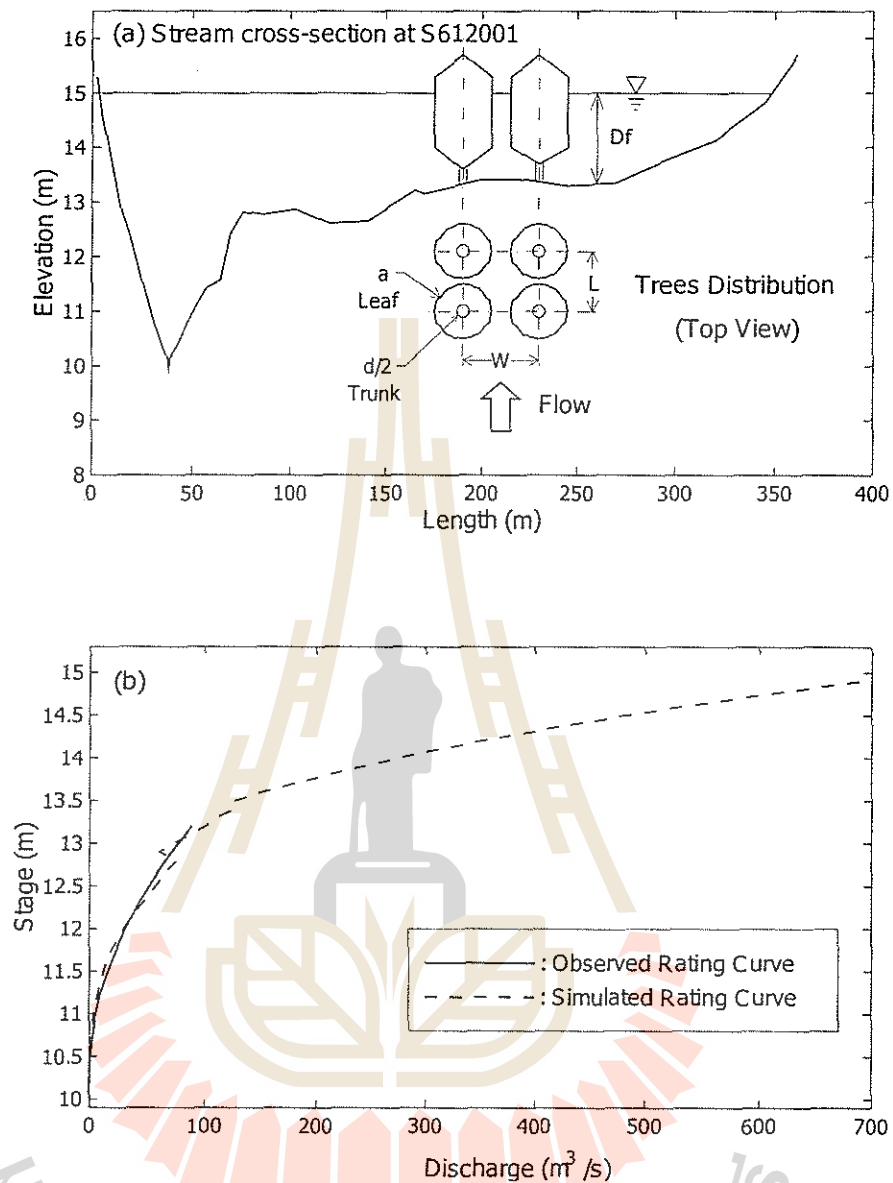
ดังนั้นในขั้นตอนจึงใช้ค่าเฉลี่ย ϕ -indices จากการทดลองในห้องปฏิบัติการของ Wormleaton and Merrett; $\phi_m = 0.8$ และ $\phi_f = 1.3$ และสมมติให้มีค่าคงที่ตามความลึก

รูปที่ 5.18 แสดงการคำนวณสร้างกราฟระดับน้ำ-อัตราการไหล บนที่ราบน้ำท่วม การเปลี่ยนเป็นความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรกักเก็บน้ำในลำน้ำ และอัตราการไหลเพื่อคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ m และ k ตารางที่ 5.6 แสดงค่าพารามิเตอร์ m และ k ที่ประมาณจากกราฟการกักเก็บ-อัตราการไหล เพื่อนำไปใช้สำหรับแบบจำลองการหลากในลำน้ำต่อไป

ตารางที่ 5.5

ตัวอย่างพารามิเตอร์สำหรับการกระจายของต้นไม้บนที่ราบน้ำท่วมบริเวณสถานี PE.2 บ้านกองหิน

พารามิเตอร์	ค่า	หน่วย	หมายเหตุ
L	8.0	เมตร	ระยะห่างต้นไม้ตามยาวลำน้ำ
W	8.0	เมตร	ระยะห่างต้นไม้ตามขวางลำน้ำ
a	7.0	เมตร	เส้นผ่าศูนย์กลางทรงพุ่มของต้นไม้
d	0.4	เมตร	เส้นผ่าศูนย์กลางลำต้นของต้นไม้
β	0.5		อัตราส่วนพื้นที่ที่มีต้นไม้ต่อพื้นที่การไหลทั้งหมด ตามแนวรูปตัดตามขวางของลำน้ำ



รูปที่ 5.17

แสดงการสาธิตการประมาณค่าพารามิเตอร์จากข้อมูลรูปตัดขวางลำน้ำและ กราฟระดับน้ำ-อัตราการไหล (rating curve)

ตัวอย่างที่ 5.6 จากรูปตัดขวางลำน้ำบึงที่สถานีวัดน้ำท่า PE.2 (รูปที่ 5.18(a)) คำนวณห้อตราการไหลของน้ำในขณะที่มีน้ำไหลล้นตลิ่งที่ระดับน้ำ 265 เมตร กำหนดให้ Manning $n = 0.045$ ความลาดชันท้องน้ำ = 0.0005715 บนที่ราบน้ำท่วมมีต้นไม้ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางลำต้นและทรงพุ่ม = 0.3 และ 7.00 เมตร ระยะห่างระหว่างต้นไม้ทั้งในแนวตั้งฉากและขนานกับลำน้ำ = 8 เมตร และมีพื้นที่เป็นต้นไม้ที่ราบน้ำท่วมร้อยละ 80 และอัตราส่วนของพุ่มไม้ที่ขวางทางน้ำ = 0.5

วิธีทำ

พารามิเตอร์ทางกายภาพที่กำหนดให้สรุปได้คือ $n = 0.045$, $S_0 = S_f = 0.0005715$,
 $L = 8$ เมตร $M = 8$ เมตร $a = 7$ เมตร $d = 0.3$ เมตร $\beta = 0.8$ และ $l_b = 0.5$

ส่วนการไหลในลำน้ำหลัก

ที่ระดับน้ำ 265 เมตร จากรูปที่ 5.18 (a) ประมาณพื้นที่การไหลของน้ำได้ 1,129 ตารางเมตร
 (A) เส้นขอบเปียก (wetted perimeter, P) = 166.15 เมตร หาค่ารัศมีทางชลศาสตร์ (R) และค่า
 สัมประสิทธิ์ Chezy ของลำน้ำหลักได้ดังนี้

$$R = \frac{A}{P} = \frac{1,129}{166.15} = 6.795 \text{ เมตร}$$

$$C_m = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{0.045} (6.795)^{\frac{1}{6}} = 30.583 \text{ เมตร}^{0.5}/\text{วินาที}$$

$$Q_m = AC_m \sqrt{R_m S_f} = 1,129 \times 30.583 \times \sqrt{6.795 \times 0.0005715} = 2152 \text{ ลูกบาศก์เมตร/วินาที}$$

ส่วนการไหลในที่ราบน้ำท่วมทางด้านซ้ายของลำน้ำหลัก

ที่ระดับน้ำ 265 เมตร จากรูปที่ 5.18 (a) ประมาณพื้นที่การไหลของน้ำได้ (A_{f1}) 2,381 ตาราง
 เมตร เส้นขอบเปียก (P_{f1}) = 658.51 เมตร หาค่าความลึกเฉลี่ย (D_f) ได้ 4.368 เมตร เป็นการไหลในทาง
 น้ำกว้างมากจึงให้ $R_f = D_f$

$$C_{mf} = \frac{1}{n} R_f^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{0.045} (4.368)^{\frac{1}{6}} = 28.411 \text{ เมตร}^{0.5}/\text{วินาที}$$

หาค่า A' จากสมการ (5.76)

$$A' = 1 - 2al_b / M = 1 - (2 \times 7 \times 0.5) / 8 = 0.125$$

หาค่า β_t จากสมการ (5.83)

$$\beta_t = \frac{D_f d}{A' LM} = \frac{4.368 \times 0.3}{0.125 \times 8 \times 8} = 0.164$$

หาค่า β_b จากสมการ (5.84)

$$\beta_b = \frac{\pi a^2}{A' LM} = \frac{\pi (7)^2}{0.125 \times 8 \times 8} = 19.242$$

หาค่า K_1 จากสมการ (5.93)

$$K_1 = 0.75 \beta_t \left(\frac{C_{mf}^2}{g} \right) = 0.75 \times 0.164 \left(\frac{28.411^2}{9.81} \right) = 10.107$$

หาค่า K_2 จากสมการ (5.94)

$$K_2 = 0.03 \beta_b \left(\frac{C_{mf}^2}{g} \right) = 0.03 \times 19.242 \left(\frac{28.411^2}{9.81} \right) = 47.500$$

หาค่า C_f จากสมการ (5.85)

$$C_{f1} = \frac{C_{mf}}{\sqrt{1+K_1+K_2}} = \frac{28.411}{\sqrt{1+10.107+47.500}} = 3.711$$

หาค่า C_f จากสมการ (5.89)

$$C_f = (1-\beta)C_m + \beta C_{f1} = (1-0.8) \times 30.583 + 0.8 \times 3.711 = 9.086$$

$$R_f = A_{f1}/P_{f1} = 2381/658.51 = 3.616$$

อัตราการไหลในที่ราบน้ำท่วม

$$Q_{f1} = A_{f1} C_f \sqrt{R_f S_f} = 2,381 \times 9.086 \sqrt{3.616 \times 0.0005715} = 983.449 \text{ ลูกบาศก์เมตร/วินาที}$$

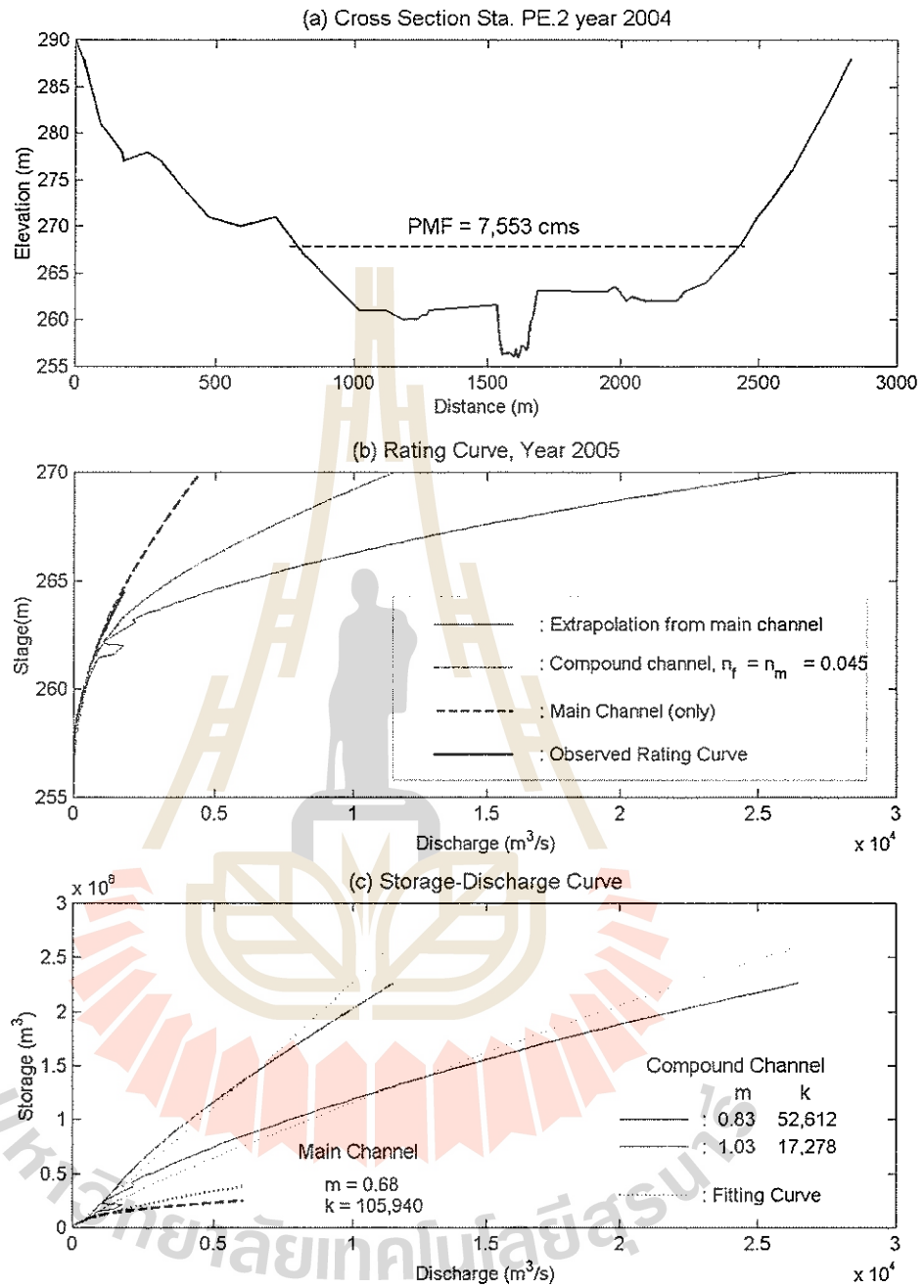
ส่วนการไหลในที่ราบน้ำท่วมทางด้านขวาของลำน้ำหลัก

ที่ระดับน้ำ 265 เมตร จากรูปที่ 5.18 (a) ประมาณพื้นที่การไหลของน้ำได้ (A_{f2}) 1,373.7 ตารางเมตร เส้นขอบเปียก (P_{f2}) = 657.48 เมตร หาความลึกเฉลี่ย (D_f) ได้ 2.243 เมตร เป็นการไหลในทางน้ำกว้างมากจึงให้ $R_f = D_f$ ดำเนินการคำนวณในทำนองเดียวกับที่ราบน้ำท่วมทางซ้ายของลำน้ำหลักข้างต้น ได้ค่าตัวแปรต่างๆ $C_m = 25.425$, $A' = 0.125$, $\beta_1 = 0.084$, $\beta_2 = 19.242$, $K_1 = 4.156$, $K_2 = 38.038$, $C_{f1} = 3.838$, $C_f = 9.211$, $R_f = 2.122$ และ $Q_{f2} = 440.613$ ลูกบาศก์เมตร/วินาที

ดังนั้นที่ระดับน้ำ 265 เมตร อัตราการไหลเฉพาะในลำน้ำหลักเท่านั้นมีค่า 2,152 ลูกบาศก์เมตร/วินาที จากสมการ (5.95) อัตราการไหลรวมมีค่า

$$Q_t = Q_m \phi_m^{\frac{1}{2}} + Q_f \phi_f^{\frac{1}{2}} = 2,152(0.8)^{\frac{1}{2}} + (983.449 + 440.613)(1.3)^{\frac{1}{2}} = 3,548 \text{ ลูกบาศก์เมตร/วินาที}$$





รูปที่ 5.18

ความสัมพันธ์ของระดับน้ำ-อัตราการไหล-การกักเก็บน้ำในลำน้ำช่วงลุ่มน้ำย่อยที่ 38 และสถานีวัดน้ำท่า PE.2 (a) รูปตัดขวางลำน้ำ (b) กราฟระดับน้ำ-อัตราการไหลในทางน้ำหลักและในที่ราบน้ำท่วม (c) ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณกักเก็บ-อัตราการไหล

ตารางที่ 5.6

พารามิเตอร์ที่ประมาณค่าจากกราฟการกักเก็บ-อัตราการไหล สำหรับแบบจำลองการหลากในลำน้ำ

Item	Site number	Site name	Subcatchment number	Area (km ²)	Main channel		Compound channel	
					m	k	m	k
1	P.1	สะพานนารัฐ อ.เมือง	95	6,350	0.43	395,370	1.08	12,319
2	P.14	แก่งออบหลวง อ.ฮอด	46	3,836	0.68	36,997	0.72	28,567
3	P.19A	บ้านท่าศาลา อ.จอมทอง	89	14,023	0.59	59,166	0.94	7,699
4	P.20	บ้านเชียงดาว อ.เชียงดาว	203	1,345	0.64	108,400	0.85	36,666
5	P.21	บ้านแม่ริมใต้ อ.แม่ริม	166	452	0.69	34,076	0.92	14,898
6	P.24A	สะพานประชาอุทิศ อ.จอมทอง	82	452	0.35	87,178	0.90	20,232
7	P.42	บ้านแม่บนใหม่	113	318	0.73	89,576	0.79	73,943
8	PE.2	บ้านกองหิน อ.ฮอด	38	18,932	0.68	103,700	1.10	111,720
9	060201	น้ำแม่เมะที่บ้านแม่เมะ	201	47	0.74	8,521	0.67	15,053
10	060202	น้ำแม่ปามที่ได้สับห้วยแม่มาศ	204	203	0.74	14,718	0.67	26,000
11	060301	น้ำแม่จืดที่บ้านดินธาตุ	220	81	0.72	21,706	0.81	15,456
12	060402	ห้วยบ้านที่บ้านยางห้วยบ้าน	182	12	0.71	3,042	0.85	1,776
13	060403	ห้วยแม่แพลมที่ได้บ้านแม่แพลม	179	20	0.71	2,109	0.79	1,107
14	060404	น้ำแม่คองที่เหนือสบห้วยบ้าน	183	194	0.67	9,400	0.74	6,432
15	060405	ห้วยท่าเออะที่เหนือสบห้วยท่า	185	34	0.70	9,827	0.86	5,768
16	060406	น้ำแม่แดงที่เหนือบ้านสันป่าสัก	184	835	0.70	16,960	0.86	9,709
17	060603	น้ำแม่ริมที่บ้านภาคฮาว	171	169	0.70	43,648	1.07	31,674
18	060701	น้ำแม่หวานที่บ้านแม่หวาน	160	53	0.69	20,629	0.69	26,489
19	060702	ห้วยแม่ตอนที่บ้านป่าเมี่ยงแม่หวานปางกลาง	161	38	0.72	6,953	0.75	6,328
20	060703	น้ำแม่ลายที่บ้านป่าเมี่ยงปางแก	157	24	0.70	7,500	1.22	478
21	060704	ห้วยมะเกลือที่บ้านป่าเมี่ยงปางปง	163	5	0.70	398	0.90	112
22	060804	น้ำแม่สะปือกที่บ้านแม่สะปือกเหนือ	130	35	0.74	806	0.67	1,601
23	060805	น้ำแม่ปวยที่เหนือบ้านห้วยโปง	129	41	0.76	1,174	0.67	3,431
24	060806	น้ำแม่ขานที่เหนือสบแม่เสมิง	122	548	0.71	20,139	0.77	13,837
25	060807	น้ำแม่วางที่บ้านสบวิน	127	343	0.73	5,779	0.68	9,106

ตารางที่ 5.6 (ต่อ)

พารามิเตอร์ที่ประมาณค่าจากกราฟการกักเก็บ-อัตราการไหล สำหรับแบบจำลองการหลากในลำน้ำ

Item	Site number	Site name	Subcatchment number	Catchment area (km ²)	Main channel		Compound channel	
					m	k	m	k
26	060808	น้ำแม่ขานที่บ้านเปียง	118	1,170	0.43	72,508	0.98	7,966
27	061001	น้ำแม่กลางที่บ้านสบหาด	86	92	0.71	22,104	1.15	1,785
28	061002	น้ำแม่ยะที่บ้านหัวเสือ	84	90	0.70	26,653	0.71	25,888
29	061003	ห้วยแม่เตี้ยที่บ้านยางแม่เตี้ย	80	65	0.69	24,217	0.74	18,861
30	061005	ห้วยแม่แต๊ะที่เหนือสบแม่แต๊ะ	81	33	0.70	20,388	0.83	12,421
31	061101	น้ำแม่ก้อที่บ้านก้อทุ่ง	29	84	0.72	7,071	0.73	6,506
32	061201	น้ำแม่แจ่มที่บ้านห้วยผึ้ง	68	1,270	0.72	20,310	0.82	12,019
33	061302	น้ำแม่แจ่มที่บ้านกองกาน	61	1,950	0.65	21,371	0.80	7,701
34	061501	น้ำแม่ต้นที่บ้านป่าคา	12	1,470	0.74	4,017	0.76	3,358

5.5.3 การเขียนโปรแกรมแบบจำลองเพื่อสร้างกราฟระดับน้ำ-อัตราการไหล-การกักเก็บ

โปรแกรมหลัก คำนวณและเขียนกราฟตามรูปที่ 5.18

PE_2_a.m เปิดไฟล์ข้อมูล (egat_PE2_f.txt) และเขียนกราฟรูปตัดขวางลำน้ำ ของลำน้ำช่วงลุ่มน้ำย่อยที่ 38 และสถานีวัดน้ำท่า PE.2 ไฟล์ข้อมูลนี้มี 4 คอลัมน์ ประกอบด้วย ชื่อสถานี ปีที่วัด ระยะทางตามขวาง และค่าระดับตามลำดับ เปิดไฟล์ข้อมูล (rpe2_.txt) และเขียนกราฟระดับน้ำ-อัตราการไหล ไฟล์ข้อมูลนี้มี 5 คอลัมน์ ประกอบด้วย ชื่อสถานี ปีที่วัด ครึ่งที่วัด ระดับน้ำ และอัตราการไหลตามลำดับ แสดงกราฟความสัมพันธ์ของระดับน้ำ-อัตราการไหล ทั้งในทางน้ำหลักและในที่ราบน้ำท่วม จากการวัดและการจำลอง คำนวณหาค่านอกช่วงจากข้อมูลของลำน้ำหลักและการใช้ข้อมูลของที่ราบน้ำท่วม ตามที่ได้กล่าวถึงสมการ (5.71) ถึง (5.95) และความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณกักเก็บ-อัตราการไหลการกักเก็บน้ำในลำน้ำ โปรแกรมแสดงในรูปที่ 5.19

โปรแกรมฟังก์ชัน

chezy_vel.m จำลองกราฟระดับน้ำ-อัตราการไหลจากการวัด ใช้ข้อมูลนำเข้าคือ รูปตัดขวางลำน้ำ (sc) ความลาดชันท้องน้ำ (Sf) ค่าManning (n) ค่าระดับน้ำสูงสุด-ต่ำสุด (maxl-minl) โปรแกรมแสดงในรูปที่ 5.20

fun_hydrau.m ใช้คำนวณพื้นที่การไหลของน้ำ เส้นขอบเปียก และความเร็วเฉลี่ยของน้ำ จากข้อมูลรูปตัดขวางลำน้ำและระดับน้ำที่กำหนด โปรแกรมแสดงในรูปที่ 5.21

chezy_fplain.m ใช้ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์เซซี บนที่ราบน้ำท่วม โปรแกรมแสดงในรูปที่ 5.22

```

% Sta PE.2 บ้านกองหิน

% Open Cross-section file year 2004
load D:\Research\PMF\data\section\egat_PE2_f.txt;
sc=egat_PE2_f;
yr=2004;
sta=2;
loc1=find(sc(:,1)==sta&sc(:,2)==yr);

%Plot Cross section
subplot(3,1,1)
sc(loc1,3)=sc(loc1,3)+1537;      % shift x axis to non zero meter
cor=[sc(loc1,3) sc(loc1,4)];
plot(cor(:,1),cor(:,2));hold on

% Open Rating Curve file
nsub=38;
load D:\Research\PMF\data\rating\จากกฟพ\rpe2.txt;
rc=rpe2;
s001=1;
yr=2005;
loc=find(rpe2(:,1)==sta&rpe2(:,3)==s001&rpe2(:,2)==yr);

% Plot Rating curve
subplot(3,1,2)
plot(rpe2(loc,5),rpe2(loc,4)+256.5,'linewidth',1.75);hold on % Convert to Ele.

% Simulate rating curve
n=0.045;
maxl=270;
minl=255;
Sf=0.001143/2;
[Qm,Vm,wlevel]=chezy_vel(sc,loc1,n,maxl,minl,Sf);

subplot(3,1,2)
Qmm=Qm;
plot(Qmm,wlevel,'r','linewidth',0.8);

nr=length(cor);
p=zeros(nr,3);
p(:,1)=cor(:,1);
p(:,2)=cor(:,2);
p(:,3)=n.*ones(nr,1);

% Estimate stage-discharge for high flood including effect of vegetation on flood plain
% Divide into main channel and flood plain xl:left x

xl=1537;
locxl=find(p(:,1)==xl);
fsec1=p(1:locxl,:);
fsec1(locxl+1,1)=xl;
fsec1(locxl+1,2)=max(fsec1(:,2));
fsec1(locxl+1,3)=fsec1(locxl,3);

xr=1696;
locxr=find(p(:,1)==xr);
fsec2(1,1)=xr;
fsec2(1,2)=max(fsec1(:,2));
fsec2(1,3)=fsec1(locxl,3);
len=length(p)-locxr+1;

```

```

fsec2(2:len+1,:)=p(locxr:length(p),:);

locx=find(p(:,1)>=xl&p(:,1)<=xr);
mch1(1,1)=xl;
mch1(1,2)=max(fsec1(:,2));
mch1(1,3)=fsec1(locx1,3);
mch1(2:length(locx)+1,:)=p(locx,:);
xn=length(mch1);
mch1(xn+1,1)=xr;
mch1(xn+1,2)=max(fsec2(:,2));
mch1(xn+1,3)=mch1(xn,3);

% Estimate velocity and discharge.
L=8;
M=8;
a=7.0;
d=0.3;
beta=0.8;
L1=L;

if L>0
    wlevel=(minl:0.1:maxl);
    for k=1:length(wlevel)
        wl=wlevel(k);
        ck=length(find(mch1(:,2)<wl));
        if ck>=1
            [marea,mperi]=fun_hydrau(mch1,wl,0.1);
            amain(k)=sum(marea);
            Rm=marea/mperi;
            Cm=(1/n)*Rm^(1/6);
            Qm(k)=sum(marea.*Cm.*sqrt(Rm.*Sf));
        else
            Qm(k)=0;
        end
        ck=length(find(fsec1(:,2)<wl));
        if ck>=1
            [farea,fperi]=fun_hydrau(fsec1,wl,0.1);
            afplain1(k)=sum(farea);
            loc1=find(fsec1(:,2)<wl);
            Df=wl-mean(fsec1(loc1,2));
            Cft=chezy_fplain(L,M,d,a,Df,n);
            Cf=(1-beta)*Cm+(beta*Cft);
            Rf=farea/fperi;
            Qf1(k)=sum(farea.*Cf.*sqrt(Rf.*Sf));
        else
            Qf1(k)=0;
            afplain1(k)=0;
        end
        ck=length(find(fsec2(:,2)<wl));
        if ck>=1
            [farea,fperi]=fun_hydrau(fsec2,wl,0.1);
            afplain2(k)=sum(farea);
            loc1=find(fsec2(:,2)<wl);
            Df=wl-mean(fsec2(loc1,2));
            Cft=chezy_fplain(L,M,d,a,Df,n);
            Cf=(1-beta)*Cm+(beta*Cft);
            Rf=farea/fperi;
            Qf2(k)=sum(farea.*Cf.*sqrt(Rf.*Sf));
        else
            Qf2(k)=0;
        end
    end
end

```



```

    afplain2(k)=0;
    end
end
Qm1=Qm;
Qt1=Qm+Qf1+Qf2;
else
    Qm1=0;
    Qt1=0;
end

% No Urban area
L=-1;
Qm2=0;
Qt2=0;
Qma=Qm1;
Qta= sqrt(0.8).*Qm+ sqrt(1.3).*(Qf1+Qf2);

subplot(3,1,2)
plot(Qm,wlevel,'m--','linewidth',1.5);hold on
plot(Qta,wlevel,'g','linewidth',1.25);

At=amain+afplain1+afplain2;
L=17.5*1000;
St1=L.*amain;      % L: link length (m)
St2=L.*At;
loc=find(St2>St1);
St2c=St2(loc);
At2=At(loc);
Qtc=Qta(loc);

% Estimate main channel parameters
subplot(3,1,3)
plot(Qta(1:120),St1(1:120),'m--','linewidth',1.5);hold on
xx=log(Qta);
yy=log(St1);
p=polyfit(xx(11:101),yy(11:101),1);p(1),exp(p(2))
z=polyval(p,xx);
plot(Qt(1:120),exp(z(1:120)),'m:','linewidth',1.5);

% extrapolation from main channel
plot(Qmm,St2,'r','linewidth',0.8);hold on
xx=log(Qmm(25:151));
yy=log(St2(25:151));
p=polyfit(xx,yy,1);p(1),exp(p(2)) z=polyval(p,xx);
plot(Qmm(25:151),exp(z),'r','linewidth',0.8);

% Estimate flood plain parameters
plot(Qtc,St2c,'g','linewidth',1.25);
xx=log(Qtc);
yy=log(St2c);
p=polyfit(xx,yy,1);p(1),exp(p(2)) z=polyval(p,xx);
plot(Qtc,exp(z),'g:','linewidth',1.25);

```

รูปที่ 5.19

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแลบ โปรแกรมหลัก ใช้ในการจำลอง ความสัมพันธ์ของระดับน้ำ-อัตราการไหล และการกักเก็บอัตราการไหล (ชื่อไฟล์ PE_2_a.m)

```

% Estimate Q and V for simulated rating curve

function[Qm,Vm,wlevel]=chezy_vel(sc,loc,n,maxl,minl,Sf)
nr=length(sc(loc,3));
p=zeros(nr,3);
p(:,1)=sc(loc,3);
p(:,2)=sc(loc,4);
p(:,3)=n.*ones(nr,1);
msec=p;

wlevel=(minl:0.1:maxl);
for k=1:length(wlevel)
    wl=wlevel(k);
    ck=length(find(msec(:,2)<wl));
    if ck>=1
        [marea,mperi,avn]=fun_hydrau1(msec,wl,0.1);
        for j=1:length(marea)
            Rm=marea(j)/mperi(j);
            Cm=(1/avn(j))*Rm^(1/6);
            Q(j)=marea(j)*Cm*sqrt(Rm*Sf);
            V(j)=Q(j)/marea(j);
        end
        Qm(k)=sum(Q);
        Vm(k)=mean(V);
    else
        Qm(k)=0;
        Vm(k)=0;
    end
end
end

```

รูปที่ 5.20

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน ใช้ในการจำลอง ความสัมพันธ์ของระดับน้ำ-อัตราการไหล (ชื่อไฟล์ chezy_vel.m)

```

% Calculate cross section area of flow and perimeters.

```

```

function[area,peri,avn]=fun_hydrau(p,yi,deltax)
x=p(:,1);
y=p(:,2);
nx=p(:,3);
loca=find(y<yi);
np=length(loca);
if np==1
    gg=1;
else
    for k=1:(np-1)
        gg(k)=loca(k+1)-loca(k);
    end
end
loc1=find(gg>1);
ck=isempty(loc1);
if ck==1;
    ch=1;
else
    ch=length(loc1)+1;
end
loc1=[loc1 length(loca)];

```

```

st=1;
for n=1:ch
    en=loc1(n);
    loc=loca(st:en);

    yy=y((loc(1)-1):loc(1));
    xx=x((loc(1)-1):loc(1));
    nxx=nx((loc(1)-1):loc(1));
    xi=interp1(yy,xx,yi);
    ni=interp1(yy,nxx,yi);
    diff=abs(round(xi)-xi);
    if diff<0.01;
        xi=round(xi);
    else
    end
    sx(1)=xi;sy(1)=yi;sn(1)=ni;
    yy=y(max(loc):(max(loc)+1));
    xx=x(max(loc):(max(loc)+1));
    nxx=nx(max(loc):(max(loc)+1));
    xi=interp1(yy,xx,yi);
    ni=interp1(yy,nxx,yi);
    sx(2)=xi;sy(2)=yi;sn(2)=ni;

    % Set of point under water
    xx=[sx(1);x(loc);sx(2)];
    yy=[sy(1);y(loc);sy(2)];
    nn=[sn(1);nx(loc);sn(2)];

    % Perimeter
    clear sec;clear pn;
    nline=length(loc)+1;
    for k=1:nline
        sec(k)=sqrt(((xx(k)-xx(k+1))^2)+((yy(k)-yy(k+1))^2));
        pn(k)=sec(k)*nn(k)^1.5;
    end
    peri(n)=sum(sec);
    avn(n)=(sum(pn)/peri(n))^(2/3);

    % Area
    xii=(xx(1):deltax:max(xx));
    dst=abs(xx(1)-xx(2));
    den=abs(xx(length(xx))-xx(length(xx)-1));
    if (dst<0.0001)&(den<0.0001)
        xx1=xx(2:(length(xx)-1));
        yy1=yy(2:(length(yy)-1));
        yii=interp1(xx1,yy1,xii);
        loc=find(isnan(yi-yii)==0);
        area(n)=deltax*sum(yi-yii(loc));
    elseif (den<0.0001)
        xx1=xx(1:(length(xx)-1));
        yy1=yy(1:(length(yy)-1));
        yii=interp1(xx1,yy1,xii);
        loc=find(isnan(yi-yii)==0);
        area(n)=deltax*sum(yi-yii(loc));
    elseif (dst<0.0001)
        xx1=xx(2:(length(xx)));
        yy1=yy(2:(length(yy)));
        yii=interp1(xx1,yy1,xii);
        loc=find(isnan(yi-yii)==0);

```

```

area(n)=deltax*sum(yi-yii(loc));
else
xii=(xx(1):deltax:max(xx));
yii=interp1(xx,yy,xii);
loc=find(isnan(yi-yii)==0);
area(n)=deltax*sum(yi-yii(loc));
end
st=loc1(n)+1;
end

```

รูปที่ 5.21

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน ใช้ในการคำนวณพื้นที่รูปตัด เส้นขอบเปียก (wetted perimeter) และความเร็วเฉลี่ย (ชื่อไฟล์ fun_hydrau.m)

```

% Function for estimate Chezy coefficient on flood plain
% Using method of [Tamai, 1993]

```

```

function[Cft]=chezy_fplain(L,M,d,a,Df,n)
lb=0.5;
Cm=(1/n)*Df^(1/6);
Ap=1-(2*a*lb)/M;
Bt=Df*d/(Ap*L*M);
Bb=pi*(a^2)/(Ap*L*M);
K1=0.75*Bt*(Cm^2)/9.81;
K2=0.03*Bb*(Cm^2)/9.81;
Cft=Cm/sqrt(1+K1+K2);

```

รูปที่ 5.22

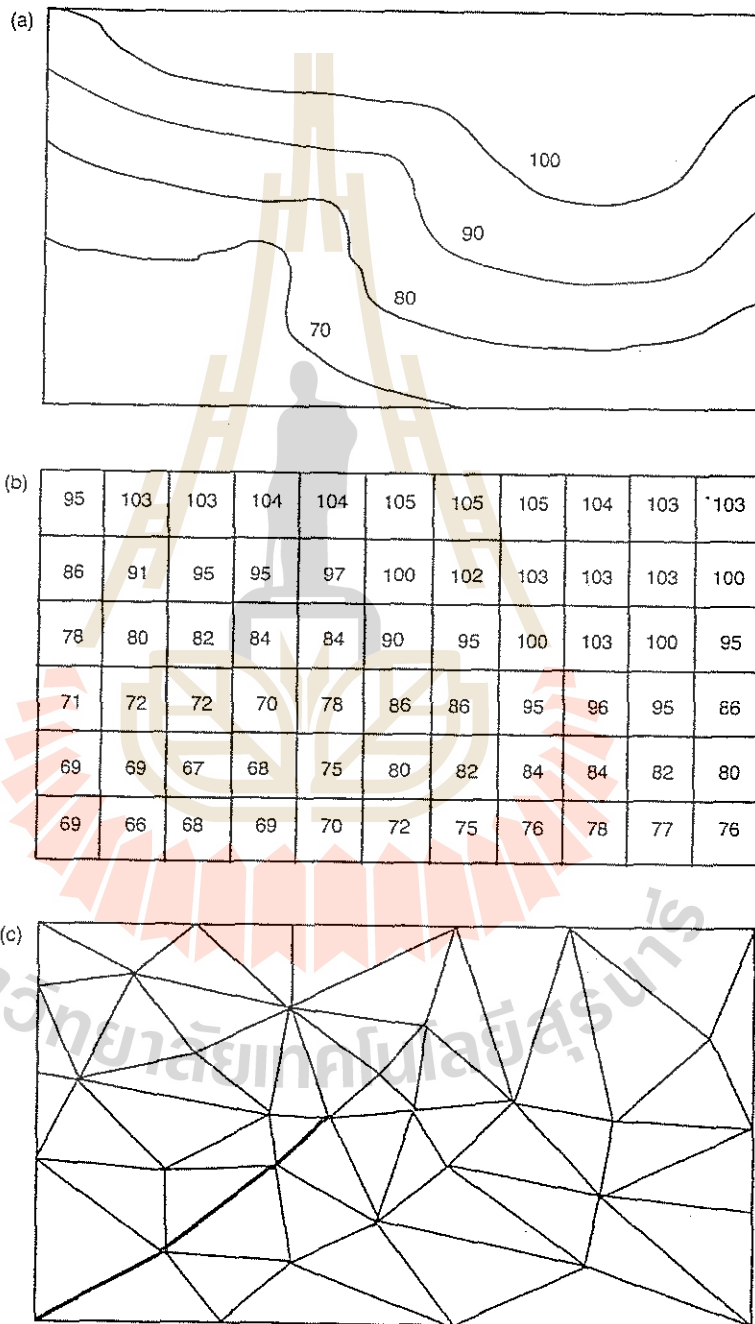
โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน ใช้ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ Chezy บนที่ราบน้ำท่วม (ชื่อไฟล์ chezy_fplain.m)

5.6 การไหลผิวดินด้วยแบบจำลองค่าระดับความสูงเชิงตัวเลข

แบบจำลองค่าระดับความสูงเชิงตัวเลข (Digital Elevation Model, DEM หรือ Digital Terrain Model, DTM) แสดงข้อมูลค่าระดับความสูงของพื้นผิว มีลักษณะเป็นกริดเซลล์ ขนาดเท่ากัน เรียงต่อเนื่องกันครอบคลุมทั้งพื้นที่ รูปที่ 5.23(a) มีแบบจำลองหลายแบบที่สามารถใช้คำนวณหาทิศทางการไหลตามโครงข่ายของกริด บนพื้นฐานการใช้ข้อมูลของ DEM วิธีที่ง่ายที่สุดวิธีหนึ่ง และนิยมใช้กันอย่างแพร่หลายคือวิธี D8 เพื่อหาทิศทางการไหลใน DEM เสนอโดย *O'Callaghan and Mark* [1984] และ *Jensen and Dominique* [1988] ในหลายประเทศที่พัฒนาแล้วจะมีข้อมูล DEM ที่มีความละเอียด (resolution) เพียงพอ ที่สามารถใช้เป็นตัวแทนแสดงลักษณะรูปร่างของไหลเขาได้

DEM ที่มีขนาดกริดคงที่มาจาก ข้อมูล raster แผนที่เส้นชั้นความสูงดิจิทัล (digitized contour maps หรือ vector DEMs) มีให้ใช้งานได้ตามรูปที่ 5.23(a) ปัจจุบันส่วนใหญ่ของ DEMs raster ได้ถูกสร้างจากการประมาณค่าในช่วง (interpolating) จากเส้นชั้นความสูงที่ถูกแปลงเป็นดิจิทัล (รูปที่ 5.23(b)) ผลที่ได้อาจมีความคลาดเคลื่อนอย่างมีนัยสำคัญ ของแผนที่ในบริเวณภูมิประเทศที่เป็นที่ราบ มีเส้นชั้นความสูงน้อย หรือมีความลาดชันมากในระยะทางสั้นๆ สภาพภูมิประเทศสามารถแสดงได้อย่างมีประสิทธิภาพโดยโครงข่ายไม่สม่ำเสมอรูปสามเหลี่ยม (triangular irregular network, TIN) (รูปที่ 5.23(c)) การพัฒนาข้อมูลภูมิประเทศที่มีความละเอียดสูงจากการวิเคราะห์ทำแผนที่จากภาพถ่ายทาง

อากาศ (photogrammetric analysis) จากข้อมูลภาพถ่ายดาวเทียมสามมิติ (satellite-derived stereo images) หรือข้อมูลจากการบินถ่ายของเครื่องวัดความสูงแบบเลเซอร์ (aircraft-borne laser altimetry) (ตัวอย่างเช่น *Weltz et al.*[1994]) เทคนิคแพลตฟอร์มเครื่องบินสามารถให้ค่าระดับที่มีความละเอียด 2 เมตร \times 2 เมตร หรือดีกว่า และมีความแม่นยำในแนวตั้ง (vertical accuracy) 0.1 เมตร ภาพผลลัพธ์ที่ได้แสดงพื้นผิวตามที่เห็นโดยเลเซอร์ รวมทั้งอาคาร รั้วไม้ของต้นไม้

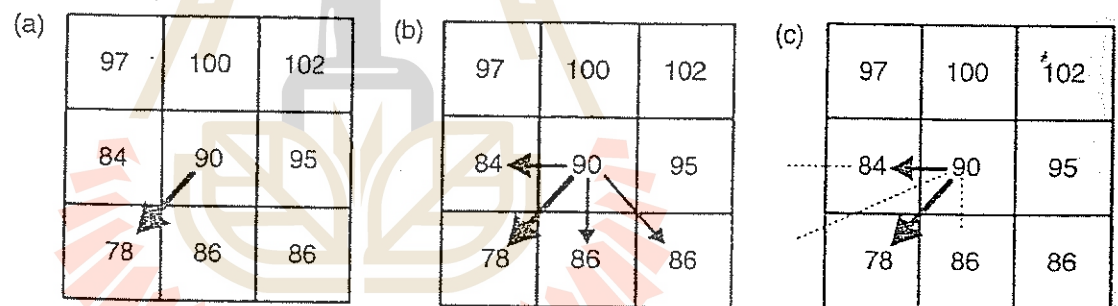


รูปที่ 5.23

รูปแบบที่แตกต่างกันของการจำลองลักษณะภูมิประเทศ (a) เวกเตอร์ตัวแทนของเส้นชั้นความสูง (b) ค่าระดับของจุดกริด raster (c) ตัวแทนโครงข่ายรูปสามเหลี่ยม (Triangular irregular network representation)

ธรรมชาติการไหลของน้ำลงสู่ที่ต่ำ ดังนั้นการรูปร่างของภูมิประเทศจึงมีประโยชน์ต่อการจำลองทางอุทกวิทยา แบบจำลองแบบกระจาย (distributed models) สามารถใช้ข้อมูลประเภทนี้ได้โดยตรง เช่น TOPMODEL ซึ่งการจำลองอยู่บนพื้นฐานการวิเคราะห์ภูมิประเทศของกลุ่มน้ำก่อน ประเด็นของความละเอียดของข้อมูลมีความสำคัญ ความละเอียดที่หยาบ (coarse resolution) ของ DEMs จะไม่สามารถให้การอธิบายเส้นทางการไหลของน้ำบนไหลเขาได้อย่างเพียงพอ ขณะที่แบบจำลองแบบกระจายอาจไม่สามารถใช้ข้อมูลทั้งหมดที่มาตราส่วนที่ละเอียดของ DEM ได้เพราะด้วยข้อจำกัดของการคำนวณ ตัวแปรที่สร้างจากข้อมูลภูมิประเทศ ค่าพารามิเตอร์จากการสอบเทียบ และการทำนายภายในของแบบจำลองแบบกระจาย ล้วนอ่อนไหวต่อความละเอียดของกริด

การวิเคราะห์ DEM เพื่อหาเส้นทางการไหลเป็นประเด็นที่งานศึกษาด้านแบบจำลองสนใจ วิธีการที่มีอยู่ขึ้นกับอยู่กับว่าเป็น DEM ประเภท raster หรือ vector สำหรับ raster DEMs การเปรียบเทียบวิธีต่างๆ นำเสนอโดย *Taboton* [1997] แต่ละกริดเซลล์ มีทิศทางการไหลที่เป็นไปได้แปดทิศทาง ไปยังกริดเซลล์ที่อยู่รอบๆ ที่มีระดับที่ต่ำกว่า รายละเอียดจะได้อธิบายในหัวข้อต่อไป ปัญหาคือการไหลมีศักยภาพในการกระจายไปในทิศทางใดได้บ้าง ขั้นตอนวิธีของทิศทางการไหลของน้ำหลายทาง ของ *Quinn et al.* [1995a] (ดูรูปที่ 5.24(b)) และวิธีเวกเตอร์ลัพท์ของ *Taboton* [1997] (ดูรูปที่ 5.24(c)) ให้ผลได้ดีที่สุด ข้อมูลเส้นทางการไหลนี้้นำไปคำนวณการแจกแจงดัชนีภูมิประเทศ (topographic index distribution) สำหรับ TOPMODEL ต่อไป



รูปที่ 5.24

การวิเคราะห์เส้นการไหลจากข้อมูลระดับดิจิทัลแบบ raster (a) ทิศทางการไหลเส้นทางเดียวตามทางลาดชันมากที่สุด (b) ขั้นตอนวิธีทิศทางการไหลหลายทาง ของ *Quinn et al.* [1995a] (c) วิธีเวกเตอร์ลัพท์ของ *Taboton* [1997]

กรณีของข้อมูลเวกเตอร์ ปัญหาคือต้องหาเส้นทางที่มีความลาดชันมากที่สุดหรือ streamlines สำหรับการไหลของน้ำบนไหลเขา น้ำควรไหลไปตามพื้นผิวในทิศทางเดียวกัน ไม่ควรไหลข้าม streamlines อาจแทนที่การไหลระหว่าง streamlines สองเส้นด้วย stream tube เป็นการไหลมิติเดียวที่ความกว้างต่างๆ ในทิศทางลงเขา (เป็นสองมิติถ้าพิจารณาแนวตั้งด้วย) (ดูรูปที่ 2.8(b)) แบบจำลองกระจายที่ใช้ข้อมูลนี้เช่น TOPOG [*Vertessy et al.* 1993] และ แบบจำลองกระจายของสถาบันทางอุทกวิทยา [*Calver and Wood*, 1995] streamlines ควรทำมุมตั้งฉากกับเส้นชั้นความสูงเสมอ ถ้าเส้นชั้นความสูงอยู่ในรูปเชิงตัวเลข การคำนวณ streamlines อัตโนมัติ เป็นปัญหาที่ซับซ้อน มีชุดโปรแกรมที่สามารถทำงานนี้ได้เช่น TAPES-C ใช้ร่วมกับแบบจำลอง THALES ของออสเตรเลีย และ TOPOG [เช่น *O'Loughlin* 1986; *Grayson et al.* 1995]

TIN DEMs ถูกใช้อย่างกว้างขวางในระบบ GIS เพื่อแสดงภาพภูมิประเทศ 3 มิติ และนำไปใช้กับแบบจำลองทางอุทกวิทยาแบบกระจายหลายแบบจำลอง แต่ละมุมของความลาดชันของ TIN มุมของความลาดเอียงและทิศทางการไหลของเขาสามารถคำนวณได้ไม่ยาก (ดูรูปที่ 2.8(c)) การสร้าง TIN เป็นการแบ่งแยกให้สัญลักษณ์ (discretization) หรือการนำรูปหลายเหลี่ยมมาเรียงต่อกัน (tessellation) ของพื้นที่เป็นตัวแทนรูปร่างภูมิประเทศที่ดีที่สุดและมีประสิทธิภาพมากที่สุด การศึกษาของ Nelson *et al.* [1999] แสดงการใช้เทคนิคการสร้าง TIN อัตโนมัติ จากจุดค่าระดับภูมิประเทศหรือ เวกเตอร์ DEM เมื่อ TIN ถูกกำหนดแล้ว จึงใช้ขั้นตอนวิธีอัตโนมัติที่มีอยู่ เขียนโครงข่ายลำน้ำและพื้นที่ลุ่มน้ำสำหรับจุดใดๆ ในโครงข่ายลำน้ำ [Palacios-Velez and Cuevas-Renaud 1986; Jones *et al.* 1990]

แนวคิดการวิเคราะห์ภูมิประเทศของกลุ่มน้ำ เพื่อบ่งบอกเส้นทางการไหลของน้ำเป็นสิ่งที่น่าสนใจ และให้ผลทางคอมพิวเตอร์กราฟิกที่ดึงดูดใจ เมื่อนำผลการทำนายจากแบบจำลองมาซ้อนทับกลับไปยังรูปสามมิติของภูมิประเทศ อย่างไรก็ตามมีข้อจำกัดในการวิเคราะห์ที่ต้องระมัดระวัง ไม่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนวิธี หรือชนิดของ DEM ที่ใช้ การวิเคราะห์ DEM ทั้งหมด ขึ้นอยู่กับสมมติฐานว่าเส้นทางการไหลถูกควบคุมเป็นหลักโดยสภาพภูมิประเทศของกลุ่มน้ำ ซึ่งยังเป็นสมมติฐานที่ดีสำหรับลุ่มน้ำที่มีชั้นดินตื้นตั้งอยู่บนชั้นหินที่ไม่ยอมให้น้ำซึมผ่าน (impermeable or near-impermeable bedrock) ถ้าเส้นทางการไหลลึกลงไปมาก จะให้ผลที่ต่างจากการวิเคราะห์ภูมิประเทศผิวดิน มีผลการศึกษาที่แสดงว่าระบบดินตื้น ภูมิประเทศที่มีชั้นหินอยู่ด้านล่าง อาจควบคุมการไหลแบบอ้อมตัวลงเขา มากกว่าพื้นผิวภูมิประเทศอย่างน้อยก็เกิดขึ้นกับบางลุ่มน้ำ [McDonnell *et al.*, 1996] ผลการศึกษาเสนอแนะว่าสำหรับ ข้อมูล raster ความละเอียดที่มีค่าหยาบกว่า 100 เมตร ไม่เพียงพอสำหรับการหารูปร่างของไหลเขา

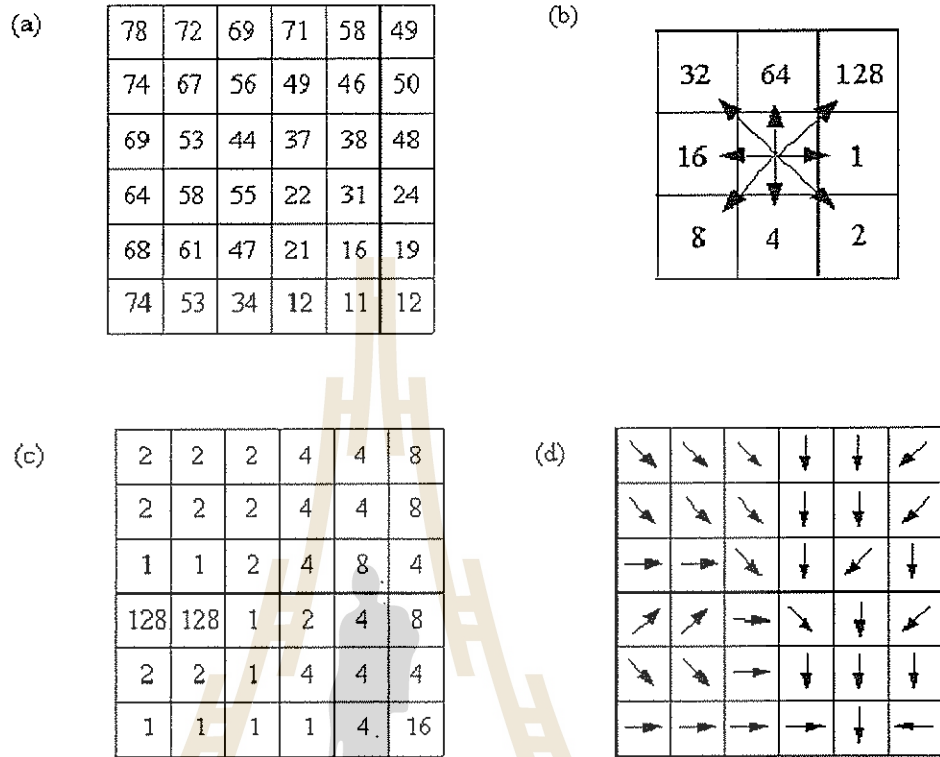
ทิศทางการระบายน้ำ

ฟังก์ชันทิศทางการไหลของแบบจำลอง D8 มีสมมติฐานว่า มวลของน้ำจากแต่ละเซลล์ของ DEM ไหลไปในทิศทางเดียว ไปยังเซลล์ข้างเคียง ในทิศทางที่มีความลาดชันมากที่สุด โดยการคำนวณจากค่าต่างระดับกับเซลล์ข้างเคียง แล้วหารด้วย $\sqrt{2}$ สำหรับเซลล์ข้างเคียงที่อยู่ในแนวทแยง หรือหารด้วย 1 สำหรับเซลล์ข้างเคียงที่ไม่อยู่ในแนวทแยง

ทิศทางการไหลที่เป็นไปได้ทั้ง 8 ทิศทาง ถูกกำหนดขึ้นแทนด้วยตัวเลขที่แสดงนี้ (ตะวันออก = 1; ตะวันออกเฉียงใต้ = 2; ใต้ = 4; ตะวันตกเฉียงใต้ = 8; ตะวันตก = 16; ตะวันตกเฉียงเหนือ = 32; เหนือ = 64; ตะวันออกเฉียงเหนือ = 128) ดังแสดงใน รูปที่ 5.25(b) รหัสทิศทางการไหลไปยังเซลล์ข้างเคียงที่มีความลาดชันมากที่สุดหรืออยู่ต่ำที่สุด ถูกระบุในแต่ละเซลล์ดังแสดงในรูปที่ 5.25(c) ทิศทางการไหลแสดงในรูปที่ 5.25(d)

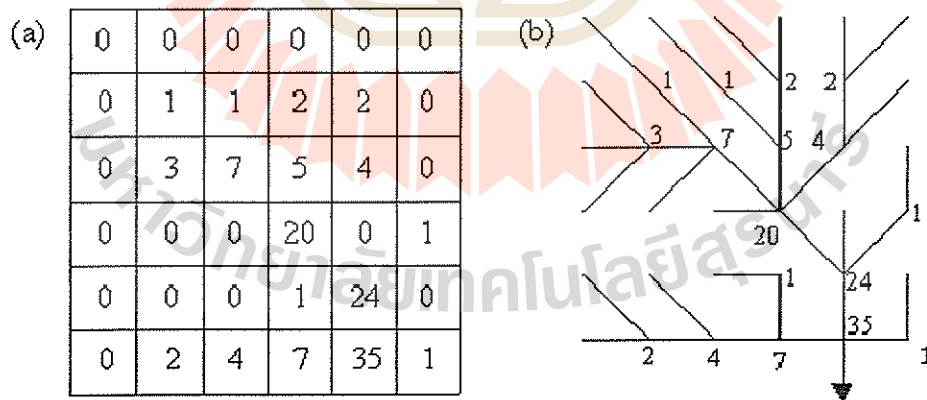
การสะสมของการไหล

โดยใช้ทิศทางการไหลและการถ่วงน้ำหนักของแต่ละกริดเซลล์ ฟังก์ชันการสะสมของการไหลถูกกำหนดขึ้นแต่ละเซลล์ เป็นผลรวมของค่าถ่วงน้ำหนักจากทุกเซลล์ ที่ไหลเข้ามาหาเซลล์นั้น ถ้าใช้ค่าถ่วงน้ำหนักของทุกเซลล์เท่ากันคือ 1 ผลรวมของอัตราการไหลมีค่าเท่ากับจำนวนเซลล์ที่อยู่ต้นน้ำและน้ำไหลสะสมมาถึงเซลล์นั้นที่พิจารณา จำนวนเซลล์สะสมการไหล และโครงข่ายการไหลแสดงในรูปที่ 5.26 โดยใช้ค่าถ่วงน้ำหนักแต่ละเซลล์เท่ากัน เท่ากับ 1



รูปที่ 5.25

การกำหนดทิศทางการไหล โดยใช้แบบจำลอง D8 (a) ค่าระดับ (b) โค้ดทิศทางการไหล (c) ค่ากริดทิศทางการไหล (d) สัญลักษณ์บอกรหัสทิศทางการไหล (ที่มา: www.nws.noaa.gov/oh/hrl/gis/data.html)



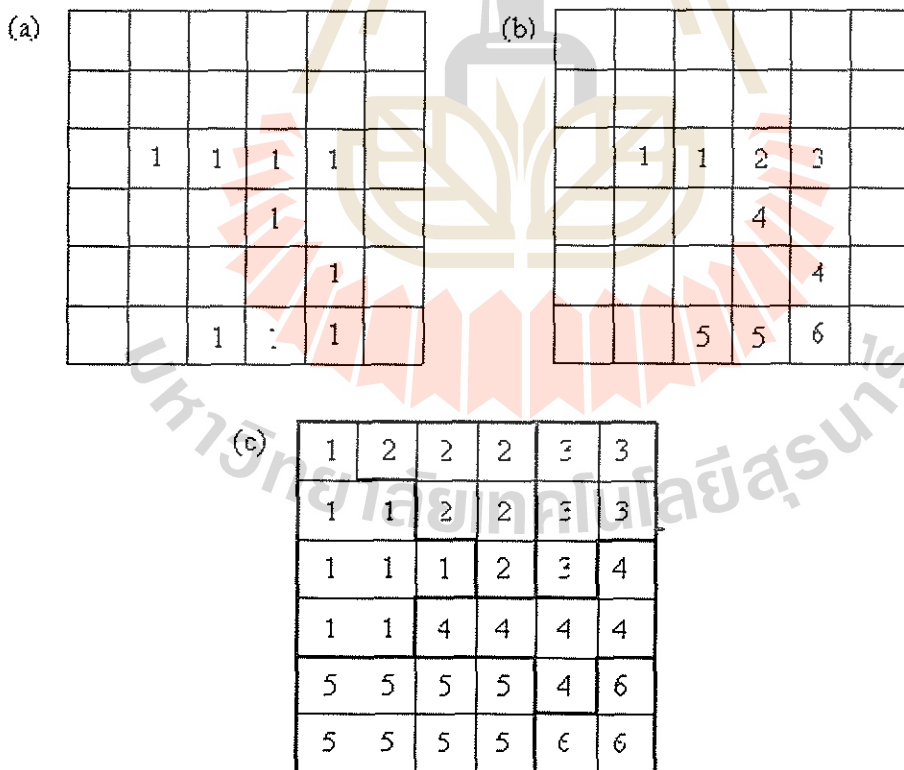
รูปที่ 5.26

(a) การสะสมการไหลของน้ำในกริด (b) โครงข่ายการระบายน้ำ (ที่มา: www.nws.noaa.gov/oh/hrl/gis/data.html)

โครงข่ายการระบายน้ำและการกำหนดขอบเขตลุ่มน้ำ

วิธีที่ง่ายและสะดวกต่อการนำไปปฏิบัติในการกำหนด โครงข่ายการระบายน้ำคือ การระบุว่าเซลล์ใดเป็นลำน้ำ ที่รับน้ำจากเซลล์ที่อยู่สูงกว่า โดยการกำหนดค่าการสะสมของการไหลต่ำสุดเป็นค่าเริ่มต้น ค่าเริ่มต้นนี้จะมีผลต่อความหนาแน่นของโครงข่ายลุ่มน้ำ ขนาดพื้นที่ต่ำสุดของการระบายน้ำเริ่มต้นจะถูกเลือก เพื่อกำหนดขนาดของลุ่มน้ำที่ต้องการศึกษา ในทางกายภาพคือการเปลี่ยนกลไกการไหล จากการไหลตามไหล่เขา (hillslope) ซึ่งเป็นการไหลแบบแผ่น (sheet flow) มาเป็นการไหลในลำน้ำ (channel flow)

การวาดขอบเขตลุ่มน้ำจาก DEM ต้องการข้อมูลกริดทิศทางการไหล และชุดของจุดที่มีการไหลออก โดยการใช้ GIS จุดที่ไหลออกอาจกำหนดได้โดย (1) เลือกจากหน้าจอกอมพิวเตอร์แบบมีปฏิสัมพันธ์ โดยใช้เมาส์ (2) เลือกโดยอัตโนมัติ จากจุดท้ายน้ำของแต่ละการเชื่อมต่อ (link) ในโครงข่ายการระบายน้ำ โดยใช้จำนวนพื้นที่เริ่มต้น [Jenson and Domingue ,1988; Maidment and Mizgalewicz 1993] หรือ (3) ระบุโดยใช้ข้อมูลพิกัด โดยการเลือกใช้วิธีที่ 2 กำหนดจุด ขนาดพื้นที่เริ่มต้น ผลของการวาดรูปขอบเขตลุ่มน้ำโดยอัตโนมัติ แสดงในรูปที่ 5.27 รูปที่ 5.27(a) แสดงเซลล์ที่มีป้ายติดว่าเป็นลำน้ำ โดยการใช้เกณฑ์กำหนดขึ้นว่า เป็นเซลล์ที่มีการสะสมการไหลมากกว่า 2 เซลล์ รูปที่ 5.27(b) แสดงแต่ละ stream link ถูกกำหนดด้วยตัวเลขจำนวนเต็ม รูปที่ 5.27(c) แสดงการแบ่งออกเป็น 6 ลุ่มน้ำย่อย เซลล์ที่อยู่ในลุ่มน้ำเดียวกันจะมีตัวเลขโค้ดเหมือนกัน



รูปที่ 5.27

(a) เซลล์ที่เป็นลำน้ำ (b) กริดที่เป็นการเชื่อมต่อลำน้ำ (c) ขอบเขตลุ่มน้ำย่อย (ที่มา: www.nws.noaa.gov/oh/hr/gis/data.html)

ตัวอย่างที่ 5.7 เขียนโปรแกรมเพื่อคำนวณทิศทางการไหล และการสะสมการไหลของน้ำในกริดจาก DEM ที่ให้มา

วิธีทำ

โปรแกรมอ่านข้อมูล DEM จาก file name: Dem1.txt ซึ่งเป็นข้อมูล 3 คอลัมน์ (x y z) นำมาจัดเป็นเมทริกซ์ ขนาด 6 x 6 ชื่อ Ele ดังตารางข้างล่างนี้

78	72	69	71	58	49
74	67	56	49	46	50
69	63	44	37	38	48
64	58	55	22	31	24
68	61	47	21	16	19
74	53	34	12	11	12

โปรแกรมตรวจสอบค่าระดับแต่ละเซลล์เทียบกับเซลล์ข้างเคียง หากเป็นเซลล์ตรงมุม เซลล์ข้างเคียงมี 3 เซลล์ หากเป็นเซลล์ที่ขอบ เซลล์ข้างเคียงมี 5 เซลล์ หากเป็นเซลล์ที่อยู่ภายใน เซลล์ข้างเคียงมี 8 เซลล์ ทิศทางที่ได้ แสดงด้วยเมทริกซ์ Qdir

2	2	2	2	2	8
2	2	2	4	8	8
2	1	2	4	8	4
1	128	2	2	4	8
2	2	2	2	4	8
1	1	1	1	4	16

การคำนวณการสะสมการไหล กำหนดให้ปริมาณการไหลออกที่เกิดจากทุกเซลล์ สมมุติมีค่าเป็น 1 (ค่าถ่วงน้ำหนักเท่ากัน) โปรแกรมตรวจสอบว่า ตำแหน่งที่น้ำไหลจากแต่ละเซลล์ไปทางเซลล์ไหน จึงนำค่า 1 ไปเพิ่มให้กับเซลล์ที่อยู่ท้ายน้ำอันดับถัดไป ตัวเลขเป็นศูนย์แสดงว่าเป็นเซลล์ที่อยู่ต้นน้ำที่สุด มีแค่การไหลออกไปท้ายน้ำ ตัวเลขเป็นหนึ่งแสดงว่ารับน้ำจากเซลล์เหนือน้ำมาหนึ่งเซลล์ สุดท้ายตัวเลข 35 แสดงว่ารับน้ำมาจาก 35 เซลล์ ที่อยู่เหนือน้ำ ผลลัพธ์แสดงด้วยเมทริกซ์ flowacc

การคำนวณโดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ แสดงในรูปที่ 5.28 โปรแกรมหลัก และ รูปที่ 5.29 เป็นฟังก์ชันกำหนดสัญลักษณ์ทิศทางการไหล

0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	3	0
0	1	7	8	1	0
0	2	0	19	0	1
0	0	0	1	23	0
0	2	4	6	35	0

```

% Calculate flow direction (Qdir)
% Calculate flow accumulation (flowacc)

load Dem1.txt;
Dem=Dem1;
k=size(Dem);
for n=1:k(1)
    Ele(Dem(n,1),Dem(n,2))=Dem(n,3);
end

j=1;
nk=size(Ele);
AQ=zeros(nk(1),nk(2));
for m=1:nk(1)
    for n=1:nk(2)
        clear sdem;
        locx=[m-1 m m+1];
        locy=[n-1 n n+1];
        %loc=find(locx>0);
        loc=find((locx>0)&(locx<=nk(1)));
        x=locx(loc);
        loc=find((locy>0)&(locy<=nk(2)));
        y=locy(loc);
        for i=1:length(x)
            for k=1:length(y)
                sdem(i,k)=Ele(x(i),y(k));
            end
        end
        L=size(sdem);
        cenx=round(L(1)/2);
        ceny=round(L(2)/2);
        if n==nk(2)
            cenx=round(L(1)/2);
            ceny=round(L(2));
        end
        if m==nk(1)
            cenx=round(L(1));
            ceny=round(L(2)/2);
        end
        if (n==nk(2))&(m==nk(1))
            cenx=round(L(1));
            ceny=round(L(2));
        end
        vmin=min(min(sdem));
        k=size(sdem);
        set=vmin.*ones(k(1),k(2));
        diff=sdem-set;
        L=size(diff);
        for u=1:L(1)
            for v=1:L(2)
                if diff(u,v)==0;
                    xx=u;
                    yy=v;
                else
                    end
            end
        end
        dx=(xx-cenx);
        dy=(yy-ceny);
    end
end

```

```

[dir nr nc]=flow_dir(dx,dy);
Qdir(m,n)=dir; %flow direction
next(j,:)= [m n m+nr n+nc Dem(j,3)];
j=j+1;
end
end

[D I]=sort(next(:,5),1,'descend');
next1=[next(I,1) next(I,2) next(I,3) next(I,4) D];

kk=size(next1);
flowacc=zeros(nk(1),nk(2));
for i=1:kk(1)
nr=next1(i,3);
nc=next1(i,4);
if nr<=nk(1)
flowacc(nr,nc)=flowacc(nr,nc)+1;
next1(i,6)=flowacc(next1(i,1),next1(i,2));
else
end
end
end

for i=1:kk(1)
nr1=next1(i,1);
nc1=next1(i,2);
if flowacc(nr1,nc1)>0
nr=next1(i,3);
nc=next1(i,4);
if nr<=nk(1)
flowacc(nr,nc)=flowacc(nr,nc)+flowacc(nr1,nc1);
else
end
else
end
end
end
end

```

รูปที่ 5.28

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมหลัก คำนวณทิศทางการไหลและการสะสมการไหลของน้ำในกริด (ชื่อไฟล์ Grid1.m)

```

% Determine flow direction
function [dir,nr,nc]=flow_dir(dx,dy)
if(dx==0)&(dy==1)
dir=1;
nr=0;
nc=1;
elseif(dx==1)&(dy==1)
dir=2;
nr=1;
nc=1;
elseif(dx==1)&(dy==0)
dir=4;
nr=1;
nc=0;
elseif(dx==1)&(dy==-1)
dir=8;
nr=1;
nc=-1;

```

```

dir=16;
nr=0;
nc=-1;
elseif(dx==-1)&(dy==-1)
dir=32;
nr=-1;
nc=-1;
elseif(dx==-1)&(dy==0)
dir=64;
nr=-1;
nc=0;
elseif(dx==-1)&(dy==1)
dir=128;
nr=-1;
nc=1;
elseif(dx==0)&(dy==0)
dir=4;
nr=1;
nc=0;
else
end

```

รูปที่ 5.29

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน คำนวณทิศทางการไหล (ชื่อไฟล์ flow_dir.m)

คำถามท้ายบท

1. อ่างเก็บน้ำแห่งหนึ่งถูกใช้เป็นที่แก้มลิง มีขนาด 220×220 เมตร มีความลาดชันของผนังภายในอ่าง 4:1 (ตั้ง:ราบ) ทางระบายน้ำออกเป็นท่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.3 เมตร ระดับท้องท่อนรับน้ำ 30 เมตร ที่กั้นอ่างเก็บน้ำ ทางระบายน้ำเป็นฝายสันกว้าง มีระดับที่สันฝาย 32.4 เมตร ความยาวฝาย 3 เมตร ระดับคันดินของฝาย 33 เมตร ซลภาพไหลเข้าออกแบบประมาณเป็นรูปสามเหลี่ยมมีอัตราการไหลสูงสุด 3.5 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที ที่เวลา 8 ชั่วโมง และฐานเวลา 24 ชั่วโมง ถ้าแก้มลิงนี้เริ่มต้นจากไม่มีน้ำ ทำการหลากผ่านอ่างเก็บน้ำ หาค่าอัตราการไหลออกสูงสุด และระดับน้ำ แก้มลิงนี้สามารถลดอัตราการไหลสูงสุดได้เท่าไร
2. ซลภาพไหลเข้าสำหรับช่วงหนึ่งของลำน้ำยาว 25,000 ฟุต ให้ทำการหลากโดยใช้วิธี Muskingum ด้วย $\Delta t = 2$ ชั่วโมง $\Delta x = 25,000$ ฟุต $\theta = 3.6$ ชั่วโมง และ $X = 0.2$ เขียนกราฟซลภาพการไหลเข้าและออก และหาค่าเปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของซลภาพการไหลเข้าและเวลาเดินทางที่เกิดอัตราการไหลสูงสุด

t (ชั่วโมง)	Q (cfs)	t (ชั่วโมง)	Q (cfs)
0	100	20	22000
2	500	22	17500
4	1500	24	14000
6	2500	26	10000
8	5000	28	7000
10	11000	30	4500
12	22000	32	2500
14	28000	34	1500
16	28500	36	1000
18	26000	38	500
		40	100

- การไหลแบบเอกรูป (Uniform flow) มีความลึก 5 เซนติเมตร บนลาดจอตลอดคอนกรีตมีความลาดชัน 0.01 มีความยาวการไหล 200 เมตร คำนวณหา ตัวเลขคลื่นเชิงกลศาสตร์ (kinematic wave number) α นำไปใช้กับการลากเชิงกลศาสตร์ได้หรือไม่ หากใช้กับลำน้ำกว้างมากที่มีความลาดชัน 0.001, $n=0.0035$ ความลึกของน้ำ 5 เมตร มีความยาวเท่ากันที่ 200 เมตร วิเคราะห์ผลที่ได้
- คำนวณการลากของชลภาพการไหลผิวดิน ระยะทาง 300 เมตร โดยใช้ผลลัพธ์คลื่นเชิงกลศาสตร์จากวิธีวิเคราะห์ ที่มีความเร็วคลื่นไม่คงที่ การไหลผิวดินเกิดขึ้นบนระนาบกว้าง 100 เมตร ความลาดชันคงที่ 0.006 มีค่า $n=0.015$ ชลภาพน้ำเข้าเป็นรูปสามเหลี่ยม มีค่าอัตราการไหลสูงสุด 1.25 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที เกิดที่เวลา 15 นาที จากฐานชลภาพ 45 นาที อัตราการไหลพื้นฐาน 0.25 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที เขียนกราฟชลภาพน้ำเข้าและออก วิเคราะห์รูปร่างชลภาพที่ได้ออกมา
- พิสูจน์ที่มาของสมการ (5.33) และแสดงให้เห็นว่า y_f เมื่อมีค่าเข้าใกล้ y_c ความเร็วคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน (monodinal) มีค่าเข้าใกล้ความเร็วคลื่นเชิงกลศาสตร์
- คำนวณและเขียนรูปตัดตามยาวคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน ในแม่น้ำกว้างที่มีความลึกเริ่มต้น 1 เมตร และความลึกสุดท้าย 4 เมตร ความลาดชันของแม่น้ำ 0.001 Manning n มีค่า 0.040 สมมุติว่าความลึกที่ $x=0$ และ $t=0$ มีค่า 3.99 เมตร คำนวณความเร็วคลื่นที่เอียงลาดไปทางเดียวกัน และเปรียบเทียบกับความเร็วคลื่นเชิงกลศาสตร์เริ่มต้น
- จากตัวอย่างที่ 5.6 คำนวณอัตราการไหลรวมของน้ำ ในขณะที่มีน้ำไหลล้นตลิ่ง ที่ระดับน้ำ 264 เมตร ในลำน้ำหลักมีพื้นที่การไหล 969.94 m^2 $P = 164.15 \text{ m}^2$ ที่ราบน้ำท่วมด้านซ้ายมือมีค่า (A_{f1}) 1,743.1 ตารางเมตร เส้นขอบเปียก (P_{f1}) = 623.49 เมตร หากความลึกเฉลี่ย (D_f) ได้ 3.368 เมตร ที่ราบน้ำท่วมด้านขวามือมีค่าพื้นที่การไหลของน้ำได้ (A_{f2}) 743.9 ตารางเมตร เส้นขอบเปียก (P_{f2}) = 614.97 เมตร หากความลึกเฉลี่ย (D_f) ได้ 1.338 เมตร

8. ใช้โปรแกรมคำนวณหาทิศทางการไหล เส้นทางไหล และการสะสมการไหลจาก ข้อมูล DEM มีหน่วยเป็นเมตร ข้างล่างนี้

78	72	69	71	58
74	67	56	49	46
69	53	44	37	38
64	58	55	22	31
68	61	47	21	16

บรรณานุกรม

ฉัตรชัย โชติษฐียงกูร และ เซาว์น ทิรัญตียะกุล, รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์โครงการการทำนาย Probable Maximum Flood (PMF) โดยใช้เขื่อนภูมิพลเป็นต้นแบบ, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี, 2552.

Beven H. K., Rainfall-runoff modeling; the primer, John Willy & sons, 2003.

Jothityangkoon, C., M. Sivapalan , Towards estimation of extreme floods: Examination of the roles of runoff process changes and floodplain flows, *Journal of Hydrology*, 281, 206-229, 2003.

Sturm, T. W., *Open channel hydraulics*, 2nd Edition, McGraw Hill, 2010.

เอกสารอ้างอิง

Agsorn, S. and J. C. I. Dooge, Numerical experiments on the monoclinal rising wave, *Journal of Hydrology*, 124, pp.293-306, 1991.

Bates, B. C., and D. H. Pilgrim, Investigation of storage-discharge relations for river reaches and runoff routing models, *Civ. Eng. Trans., Inst. Engrs. Aust.*, CE25(3), 153-161, 1983.

Calver and Wood, [1995]

Carslaw, H.S., and J. C. Yeager, *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed. New York: Oxford University Press, 1959.

Chow, V. T., *Open Channel Hydraulics*, New York, McGraw-Hill, 1959.

Cunge, J. A., On the subject of a flood propagation computational method, *J. Hyd. Res.*, 7, No. 2, 205-230, 1969.

Deshon, C. J., Improved characterisation of river channel hydraulics for flood estimation, BE Honours thesis, Dept. of Civil Eng., Univ. of West. Aust., 1994.

Ervine, D. A., and J. I. Baird, Rating curves for rivers with overbank flow, *Proc. Inst. of Civil Engrs. London*, 73(2), 465-472, 1982.

Ferrick, M. G., and N. J. Goodman., Analysis of Linear and Monoclinal River Wave Solution, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE 124, no. 7, pp. 728-41, 1998.

- Ferziger, J. H., *Numerical Methods for Engineering Application*, John Willy & Sons, 1981
- Grayson R. B., G. Blöschl and I. D. Moore, Distributed parameter hydrologic modeling using vector elevation data: THALES and TAPES-c, in Singh V. P. (ed) *Computer models of Watershed Hydrology*, Water Resources Publication, Highland Range, CO, pp. 669-696, 1995.
- Handerson F. M., *Open channel flow*, New York, Macmillan, 1966.
- Jenson S.K. and J.O. Dominique, Extracting topographic structure from digital elevation model data for geographic information system analysis, *Photogram. Eng. Remote Sensing*, 54 (11), pp. 1593-1600, 1988.
- Jones N. L., S. G. Wright, D. R. Maidment, Watershed delineation with triangle-based terrain models, *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, 110, 1232-1251, 1990.
- Laurenson, E. M., and R. G. Mein, *RORB - Version 4 Runoff Routing Program User Manual*, Dept. Civil Eng., Monash Univ., 186 pp., 1988.
- Maidment, D. R., P. Mizgalewicz, Digital delineation of watersheds and stream networks in the Allegheny basin. Report prepared for the Hydrologic Engineering Center, U.S. Army Corps of Engineers, Davis, CA, 1993
- McDonnell J. J., J. Freer, R. Hooper, C. Kendall, D. Burns, K. Beven and J. Peters, New method developed for studying flow on hillslopes, *EOS, Transactions of the AGU* 77(47), 465-472, 1996].
- Menabde, M., and M. Sivapalan, Linking space-time variability of river runoff and rainfall fields: a dynamical approach, *Adv. in Water Resour*, 24, 1001-1014, 2001.
- Nakagawa, H., and I. Nezu, Structure of space-time correlation of bursting phenomena in an open-channel flow, *J. Fluid Mech.*, 104, 1-43, 1981.
- Nelson E. J., N. L. Jones and R. J. Berrett, Adaptive tessellation method for creating TINs from GIS data, *Journal of Hydrological Engineering*, ASCE, 4, 2-9, 1999.
- O'Callaghan, J. F. and D. M. Mark, The extraction of drainage networks from digital elevation data. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* 28(3): 323-344, 1984.
- O'Loughlin E., Prediction of surface saturation zones in natural catchments by topographic analysis, *Water Resources Research.*, 22, 794-804, 1986.
- Palacios-Velez O. L. and Cuevas-Renaud B., Automated river course, ridge and basin delineation from digital elevation data, *Journal of Hydrology*, 88, pp.299-314, 1986.
- Ponce, V.M., *Engineering Hydrology: Principles and Practices*, Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.
- Ponce, V. M. and F.D. Theurer, Accuracy criteria in diffusion routing, *J. Hyd. Div.*, ASCE 108, No. HY6, 747-757, 1982.

- Quinn, P. F., K. J. Beven and A. Culf, The introduction of macroscale hydrological complexity into land surface-atmosphere transfer function model and the effect on planetary boundary layer development, *Journal of Hydrology*, 166, 421-444, 1995
- Radojkovic, M., and S. Djordjevic, Computation of discharge distribution in compound channels, Proc. 21st Congress, *International Association for Hydraulic Research*, Melbourne, Australia, Vol. 3, pp. 367-371, 1985.
- Sellin, R. J. H., A laboratory investigation into the interaction between flow in the channel of a river and that of its floodplain, *La Houille Blanche*, 7, 793-801, 1964.
- Singh V. P. and R. McCann, Some notes on Muskingum method of flood routing, *Journal of Hydrology*, 48, 343-361, 1980.
- Taboton D. G., A new method for the determination of flow direction and upslope areas in grid digital elevation model, *Water Resources Research.*, 33, 309-319, 1997.
- Tamai, N., Discharge prediction for flow in a compound channel: A new approach to overbank flow, Part 1: Evaluation of floodplain resistance, *Civil Eng. Trans., Inst. Engrs. Aust.*, CE34(4), 285-294, 1992a.
- Tamai, N., Discharge prediction for flow in a compound channel: A new approach to overbank flow, Part 2: Discharge prediction based on a depth-averaged flow equation, *Civil Eng. Trans., Inst. Engrs. Aust.*, CE34(4), 295-302, 1992b.
- Vertessy R. A., T. J. Hatton, P. J. O'Shaughnessy, and M. D. A. Jayasuriya, Predicting water yield from a mountain ash forest using a terrain analysis based catchment model, *Journal of Hydrology*, 150, 665-700, 1993.
- Viney N. R. and M. Sivapalan, LASCAM: The large scale catchment, User manual, Report number WP 1070 NV, Centre for Water Research, The University of Western Australia, pp.199, 1995.
- Weltz M. A., J. C. Ritchie, and H. D. Fox, Comparison of laser and field measurements of vegetation height and canopy cover, *Water Resources Research*, 30, 1311-1319, 1994.
- Wong, T. H. F., and E. M. Laurenson, Wave speed-discharge relations in natural channels, *Water Resour. Res.*, 19, 701-706, 1983.
- Wormleaton, P. R., and D. J. Merrett, An improved method of calculation for steady uniform flow in prismatic main channel/flood plain sections, *J. Hydraul. Res.*, 28(2), 157-174, 1990.

บทที่ 6

การแก้ปัญหาทางวิศวกรรมโดยวิธีเชิงตัวเลข

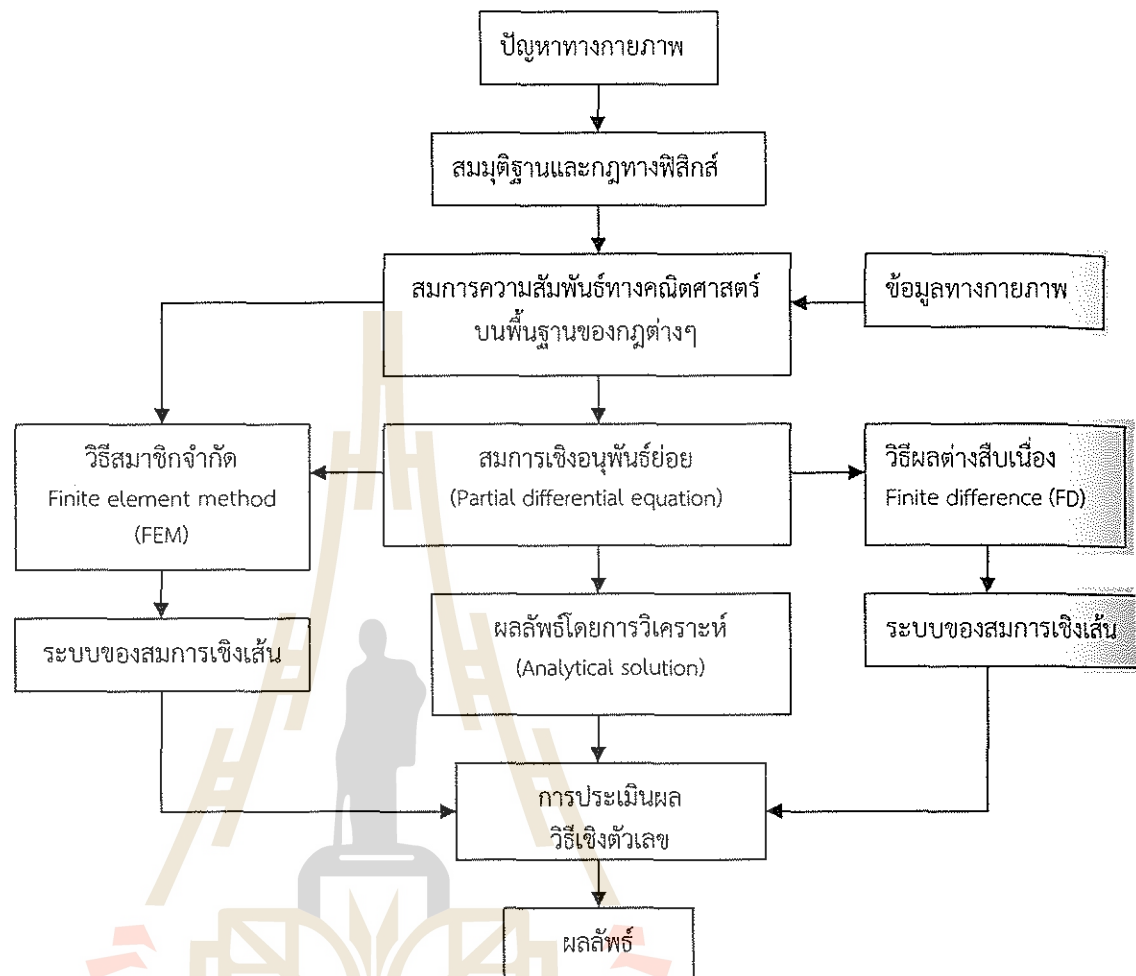
6.1 การแก้ปัญหาโดยใช้แบบจำลอง

วิธีแก้ปัญหาทางวิศวกรรมศาสตร์ส่วนใหญ่ดำเนินการได้ 2 แนวทางที่แตกต่างกัน คือ (1) การวิเคราะห์จากการสังเกตหรือทดลอง (empiricism) และ (2) วิเคราะห์ทางทฤษฎี (theoretical analysis) อย่างไรก็ตามทั้ง 2 วิธีมีความเชื่อมโยงกัน เช่น เมื่อมีผลการทดลองใหม่ๆ นำความรู้ใหม่ที่ได้ไปปรับปรุงการวางนัยยะทั่วไป (generalization) หรือได้การวางนัยยะทั่วไปใหม่ ขณะเดียวกันนัยยะทั่วไปนี้มีอิทธิพลต่อการทดลองในห้องปฏิบัติการ และการสังเกต นัยยะทั่วไปนี้สามารถใช้เป็นหลักการที่นำไปสังเคราะห์ผลจากการทดลองและการสังเกตในรอบงานที่ซับซ้อนสัมพันธ์กับการนำไปสู่ผลสรุปของการศึกษา ซึ่งในมุมมองของการแก้ปัญหาทางวิศวกรรมรอบงานเช่นนี้มีประโยชน์อย่างมาก เพื่อนำมาแสดงในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (mathematical model) [Chapa and Canale, 1998]

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (numerical method) เป็นวิธีคำนวณหาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์วิธีหนึ่ง ซึ่งประกอบไปด้วยเครื่องมือที่สำคัญ 2 อย่าง คือ การดำเนินการทางเลขคณิต (arithmetic operations) และ คอมพิวเตอร์ การมีทักษะการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะสนับสนุนการศึกษาวีธีเชิงตัวเลข โดยทำให้รู้ความสามารถ ข้อจำกัดของเทคนิควิธีเชิงตัวเลขเพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาทางวิศวกรรม

การสร้างแบบจำลองน้ำบาดาล โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข อาจแบ่งออกได้เป็น 2 วิธีใหญ่ๆ คือ วิธีกริด หรือการแบ่งแยกพื้นที่อย่างชัดเจน (gridded or discretized method) และวิธีไม่ใช้กริด (non-gridded or mesh-free methods) ในกลุ่มแรกประกอบด้วยระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference) และวิธีสมาชิกจำกัด (finite element method, FEM) ซึ่งมีการแบ่งออกเป็นกริด (โดยการแบ่งออกเป็นกริดหรือตาข่ายขององค์ประกอบเล็กๆ) กลุ่มที่สองคือ ระเบียบวิธีสมาชิกการวิเคราะห์ (analytical element method, AEM) และวิธีสมการปริพันธ์ขอบเขต (boundary integral equation method, BIEM) หรือเรียกว่า boundary element method (BEM) ซึ่งมีลักษณะที่ใกล้เคียงกับวิธีการวิเคราะห์ (analytical solutions) มีการประมาณในบางขั้นตอนของการแก้สมการการไหล รวมทั้งการประมาณที่บริเวณขอบเขต วิธีการนี้ให้คำตอบที่มีความถูกต้อง ใกล้เคียงกับวิธีการวิเคราะห์ แต่ไม่เป็นที่นิยมมากนัก ยกเว้นในกลุ่มนักวิจัย [<http://en.wikipedia.org/wiki/Hydrogeology>]

รูปที่ 6.1 แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาทางวิศวกรรมโดยวิธีเชิงตัวเลข เริ่มต้นจากการระบุปัญหาทางกายภาพ นำมาตั้งสมมติฐาน และอ้างอิงหลักการตามกฎทางฟิสิกส์เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปของสมการความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์บนพื้นฐานของกฎต่างๆ



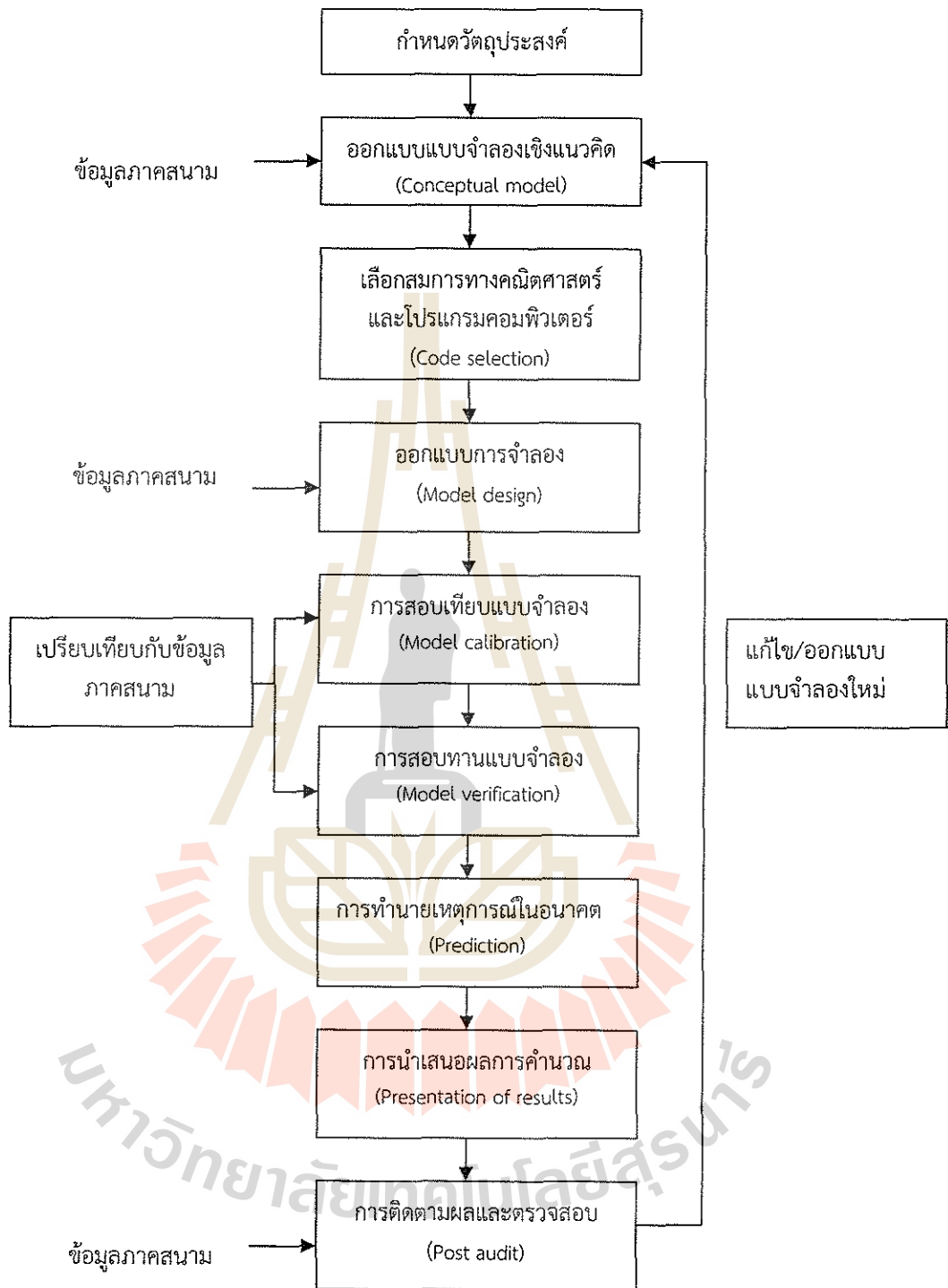
รูปที่ 6.1

ผังงาน (flowchart) แสดงขั้นตอนวิธีแก้ปัญหาทางวิศวกรรมโดยวิธีเชิงตัวเลข

โดยใช้รูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation) ซึ่งสามารถแก้สมการได้ด้วยวิธี (1) หาผลลัพธ์โดยการวิเคราะห์ (analytical solution) หรือ (2) ระเบียบวิธีสมาชิกจำกัด (finite element method) หรือ (3) วิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (finite difference) สองวิธีหลังเป็นการหาผลลัพธ์โดยใช้สมการแบบเชิงเส้น อย่างไรก็ตามควรมีการเปรียบเทียบผลจากวิธีที่ 2 และ 3 กับวิธีที่ 1 ก่อนสรุปเป็นผลลัพธ์สุดท้าย โดยถือว่าผลลัพธ์โดยการวิเคราะห์ วิธีที่ 1 ไม่มีความคลาดเคลื่อน

เนื่องจากการศึกษาปัญหาการไหลของน้ำใต้ดิน จากอดีตถึงปัจจุบันส่วนใหญ่นิยมใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยม ดังนั้นหนังสือเล่มนี้จึงเลือกใช้กระบวนการพัฒนาแบบจำลอง ตามเงื่อนไขของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

เมื่อแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ถูกเลือกใช้ในการแก้สมการ เพื่อแก้ปัญหาสำหรับพื้นที่หนึ่ง งานการออกแบบและพัฒนาแบบจำลองจึงเริ่มต้นขึ้น ขั้นตอนมาตรฐานในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แสดงในรูปที่ 6.2



รูปที่ 6.2

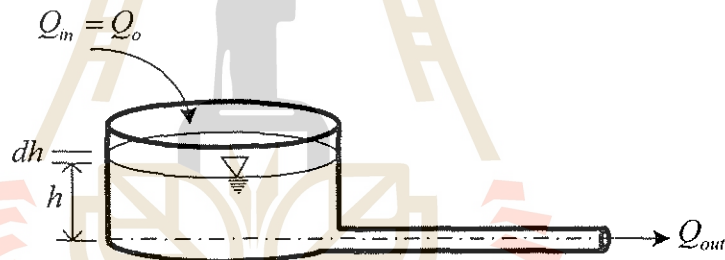
ผังงาน (flowchart) แสดงขั้นตอนมาตรฐานในการพัฒนาแบบจำลอง [Anderson and Woessner, 1991]

6.2 กรอบของปัญหาและการแก้ปัญหา

การนำวิธีเชิงตัวเลขไปใช้ประโยชน์กับการแก้ปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ ต้องทำความเข้าใจปัญหาทางกายภาพ เพื่อเลือกใช้วิธีเชิงตัวเลขที่เหมาะสมกับปัญหานั้นๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ตัวอย่างอย่างง่ายต่อไปนี้ แสดงให้เห็นว่าวิธีเชิงตัวเลขเป็นวิธีที่ไม่ยากที่จะทำความเข้าใจ และนำมาใช้เพื่อการคำนวณหาคำตอบโดยประมาณสำหรับปัญหาด้านวิศวกรรมศาสตร์

การศึกษาและวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมโดยเฉพาะที่เกี่ยวกับสภาพการไหลของน้ำบาดาล เป็นเรื่องที่ซับซ้อน และไม่สามารถตรวจวัดหรือสังเกตได้ง่าย การสร้างแบบจำลองทางกายภาพเพื่อเป็นเครื่องมือในการอธิบายพฤติกรรม และศึกษาปัญหาการไหลของน้ำบาดาลในลุ่มน้ำขนาดใหญ่เป็นเรื่องยากที่ทำได้จริง ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จึงเป็นทางออกและเครื่องมือที่เหมาะสมที่สุด ขั้นตอนมาตรฐานในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่อาจใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาการจำลองสำหรับกรณีศึกษาต่างๆ แสดงในรูปที่ 6.2

ตัวอย่างการแก้ปัญหาทางวิศวกรรม คำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับน้ำในถัง (h) กับเวลา (t) โดยเป็นถังรูปทรงกระบอก มีน้ำไหลเข้าถัง Q_o และมีน้ำไหลออกจากถังถึง Q_{out} มีพื้นที่ผิวของน้ำในถังถึง A ท่อน้ำออกมีพื้นที่หน้าตัด A_1



รูปที่ 6.3

การไหลของน้ำออกจากถังโดยแรงโน้มถ่วงของโลก

ปริมาตรน้ำในถัง $dV = Adh$ จากหลักการของพลังงาน พลังงานศักย์เปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad (6.1)$$

$$v = \sqrt{2gh} \quad (6.2)$$

$$Q_{out} = CA_1\sqrt{2gh} \quad (6.3)$$

$$Q_m - Q_{out} = \frac{dV}{dt} = A\frac{dh}{dt} \quad (6.4)$$

$$Q_o - CA_1\sqrt{2gh} = A\frac{dh}{dt} \quad (6.5)$$

โดย g : ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก v : ความเร็วของน้ำ และ C : ค่าสัมประสิทธิ์การไหล

จากสมการ (6.5) ในการหาค่า h สามารถทำได้โดยการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ได้ 2 วิธี ดังนี้

(ก) ด้วยวิธีวิเคราะห์ซึ่งทำให้ได้ผลลัพธ์แน่นอนตรง (exact solution)

(ข) ด้วยวิธีเชิงตัวเลขซึ่งได้ผลลัพธ์โดยประมาณ (approximate solution)

วิธีเชิงตัวเลข

$$\frac{h_2 - h_1}{\Delta t} + C \left(\frac{A_1}{A} \right) \sqrt{2gh_1^{\frac{1}{2}}} = \frac{Q_o}{A} \quad (6.6)$$

เขียนให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปโดย $i=1,2,3,\dots$

$$\frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta t} + C \left(\frac{A_1}{A} \right) \sqrt{2gh_i^{\frac{1}{2}}} = \frac{Q_o}{A} \quad (6.7)$$

จัดรูปสมการใหม่

$$h_{i+1} = h_i + \Delta t \left\{ \frac{Q_o}{A} - C \left(\frac{A_1}{A} \right) \sqrt{2gh_i^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (6.8)$$

แทนค่า $Q_o = 2.80 \frac{l}{s}$, $A = 1 \text{ m}^2$, $A_1 = 0.04 \text{ m}^2$, $C = 0.90$, $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$

$$h_{i+1} = h_i + \Delta t \left\{ 0.0028 - 0.15946h_i^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (6.9)$$

กำหนดช่วงเวลา $\Delta t = 0.2$ วินาที และรู้ระดับน้ำที่ i สามารถคำนวณหาระดับน้ำที่ $i+1$ กำหนดระดับน้ำเริ่มต้นมีค่า 2 เมตร สมการที่ (6.9) จะได้ผลลัพธ์ดังแสดงในตารางที่ 6.1 เปรียบเทียบผลลัพธ์กับการคำนวณแบบแน่นอนตรงจากสมการ (6.20)

วิธีวิเคราะห์

สามารถหาผลลัพธ์แน่นอนตรงได้จากสมการ (6.5) โดยการวิเคราะห์ จัดรูปสมการใหม่ดังนี้

$$A \frac{dh}{dt} = Q_o - Kh^{\frac{1}{2}} \quad (6.10)$$

กำหนด $K = CA_1 \sqrt{2g}$ จัดสมการ (6.10) ใหม่

$$dt = \frac{A dh}{Q_o - Kh^{\frac{1}{2}}} \quad (6.11)$$

กำหนด $z = Q_o - Kh^{\frac{1}{2}}$ จัดสมการ (6.11) ใหม่

$$h^{\frac{1}{2}} = \frac{Q_o - z}{K} \quad (6.12)$$

$$h = \frac{(Q_o - z)^2}{K^2} \quad (6.13)$$

หาอนุพันธ์ (differentiate) สมการ (6.13) เทียบกับ z

$$\frac{dh}{dz} = -\frac{2(Q-z)}{K^2} \quad (6.14)$$

แทนค่า dh ใน สมการ (6.11) และจัดสมการใหม่

$$dt = -\frac{2(Q-z)Adz}{zK^2} \quad (6.15)$$

$$dt = -\frac{2A}{K^2} \left(\frac{Q}{z} - 1 \right) dz \quad (6.16)$$

หาปริพันธ์ (integrate) สมการ (6.16)

$$T = -\frac{2A}{K^2} [Q \ln z - z] \quad (6.17)$$

แทนค่า z ในสมการ (6.17)

$$T = -\frac{2A}{K^2} [Q \ln(Q - Kh^{\frac{1}{2}}) - (Q - Kh^{\frac{1}{2}})] \quad (6.18)$$

เวลาที่ระดับน้ำในถังเพิ่มขึ้นหรือลดลงจาก H_1 เป็น H_2 จะได้

$$T = -\frac{2A}{K^2} [Q \ln(Q - KH_2^{\frac{1}{2}}) - (Q - KH_2^{\frac{1}{2}}) - Q \ln(Q - KH_1^{\frac{1}{2}}) + (Q - KH_1^{\frac{1}{2}})] \quad (6.19)$$

$$T = -\frac{2A}{K^2} \left[Q \ln \frac{(Q - KH_2^{\frac{1}{2}})}{(Q - KH_1^{\frac{1}{2}})} + K(H_2^{\frac{1}{2}} - H_1^{\frac{1}{2}}) \right] \quad (6.20)$$

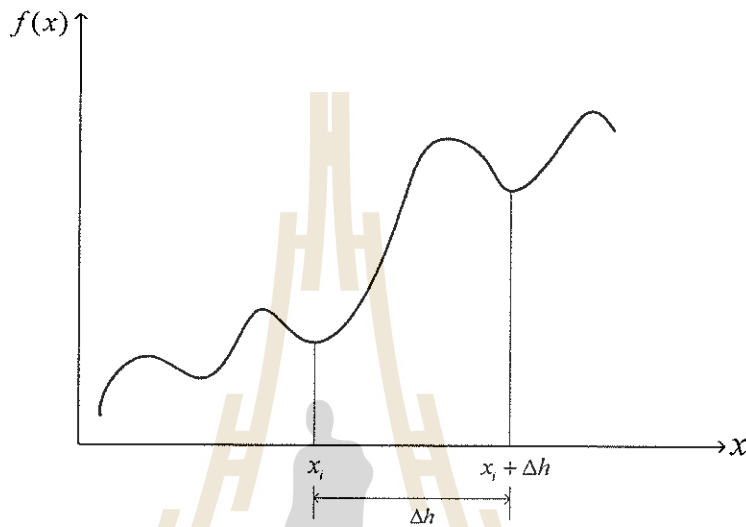
ตารางที่ 6.1

ผลการเปรียบเทียบผลลัพธ์วิธีการคำนวณโดยประมาณ และวิธีแม่นยำตรงหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับน้ำในถังกับเวลา

i	$i+1$	เวลา (t) วินาที	ระดับน้ำ (m) ผลลัพธ์โดยประมาณ จากสมการ(6.9)	ระดับน้ำ (m) ผลลัพธ์แม่นยำตรง จากสมการ(6.20)
0	1	0	2.0	2.0
1	2	0.2	1.9555	1.9557
2	3	0.4	1.9114	1.9119
3	4	0.6	1.8679	1.8686
4	5	0.8	1.8349	1.8258
5	6	1.0	1.7823	1.7835

6.3 อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor Series)

อนุกรมเทย์เลอร์มีประโยชน์มากสำหรับการศึกษาวิธีเชิงตัวเลข เพราะอนุกรมเทย์เลอร์ช่วยในการทำนายค่าฟังก์ชันที่จุดใดๆ ในรูปของค่าฟังก์ชันและการหาอนุพันธ์จากอีกจุดหนึ่ง เช่น ต้องการรู้ค่า $f(x_i+\Delta h)$ ในรูปที่ 6.4



รูปที่ 6.4
กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง x และ $f(x)$

จาก $f(x)$ ขนาดของช่วงก้าว (step size) $\Delta h = (x_i + \Delta h) - x_i$ หากค่า $f(x + \Delta h)$ ได้ดังนี้

$$f(x + \Delta h) = f(x) + f'(x)\Delta h + \frac{f''(x)(\Delta h)^2}{2!} + \dots + \frac{f^{(n)}(x)(\Delta h)^n}{n!} \quad (6.21)$$

สมการ (6.21) เรียกว่า อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor series) หรือ (Taylor's formula)
กรณี ความลาดชันของกราฟ = 0 สมการ (6.21) ลดจำนวนเทอมเป็น

$$f(x_i + \Delta h) = f(x_i) \quad (6.22)$$

กรณี ความลาดชันของกราฟ = ค่าคงที่ = $\frac{\Delta f(x)}{\Delta h}$ สมการ (6.21) ลดจำนวนเทอมเป็น

$$f(x_i + \Delta h) = f(x_i) + \frac{f'(x_i)\Delta h}{1!} \quad (6.23)$$

วิธีเชิงตัวเลขสมมุติให้ช่วงเวลาก้าวมีค่าน้อยลง และสมมุติการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลานั้นเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง สมมุติเป็นเชิงเส้นตรง (linear polynomial) $f''(x_i) = 0$ สมการ (6.21) ขวามือเทอมที่สามเป็นต้นไปจึงเป็นศูนย์ การใช้สัญลักษณ์ดังนี้

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)\Delta h \quad (6.24)$$

กรณี $f'''(x_i) = 0$

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)\Delta h + \frac{f''(x_i)(\Delta h)^2}{2!} \quad (6.25)$$

หรือ

$$U_{i+1} = U_i + U'_i \Delta x \quad (6.26)$$

$$U_{i+1} = U_i + U'_i \Delta x + \frac{U'' \Delta x^2}{2!} \quad (6.27)$$

จากสมการ (6.26) การประมาณความแตกต่างไปด้านหน้า (forward differential approximation) Δx เป็น บวก จัดสมการใหม่ได้ดังนี้

$$U'_i = \frac{U_{i+1} - U_i}{\Delta x} \quad (6.28)$$

จากสมการ (6.26) การประมาณความแตกต่างไปด้านหลัง (backward differential approximation) Δx เป็น ลบ จัดสมการใหม่ได้ดังนี้

$$U'_i = \frac{U_i - U_{i-1}}{\Delta x} \quad (6.29)$$

เมื่อนำสมการ (6.28) รวมกับ สมการ (6.29) ได้

$$2U'_i = \frac{U_{i+1} - U_i + U_i - U_{i-1}}{\Delta x} \quad (6.30)$$

$$U'_i = \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta x} \quad (6.31)$$

จาก สมการ (6.27) จัดสมการใหม่

$$U''_i = (U_{i+1} - U_i - U'_i \Delta x) \frac{2!}{\Delta x^2} \quad (6.32)$$

แทนค่า U'_i จากการแทนสมการ (6.31) ใน สมการ (6.32)

$$U''_i = (U_{i+1} - U_i - \frac{U_{i+1} + U_{i-1}}{2} \Delta x) \frac{2!}{\Delta x^2} \quad (6.33)$$

$$U''_i = \frac{2U_{i+1} - 2U_i - U_{i+1} + U_{i-1}}{\Delta x^2} \quad (6.34)$$

$$U''_i = \frac{U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}}{\Delta x^2} \quad (6.35)$$

สมการ (6.31) และ (6.35) สามารถนำไปใช้ในการแก้สมการอนุพันธ์ย่อย ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขต่อไป

คำถามท้ายบท

1. การประเมินผลลัพธ์ควรมีการเปรียบเทียบระหว่างผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีวิเคราะห์และผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีเชิงตัวเลขเสมอ ด้วยเหตุผลอะไร
2. วิเคราะห์ผลการเปรียบเทียบผลลัพธ์จากทั้งสองวิธี ในตารางที่ 6.1
3. ประโยชน์ของอนุกรมเทย์เลอร์ ในการนำไปใช้กับวิธีเชิงตัวเลข
4. การศึกษาปัญหาการไหลของน้ำบาดาลนิยมใช้วิธีเชิงตัวเลขวิธีใด เพราะอะไร

บทที่ 7

การแก้สมการเชิงอนุพันธ์แบบสามัญ

7.1 สมการเชิงอนุพันธ์แบบสามัญ

การแก้สมการเชิงอนุพันธ์แบบสามัญ (Ordinary Differential Equations, ODEs) คือ การหาค่า x และ y จากฟังก์ชันในสมการ (7.1)

$$F(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}) = 0 \quad (7.1)$$

ตัวอย่างสมการ ODE ลำดับแรก (First order ODE)

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (7.2)$$

$$\frac{dh}{dt} = f(h, t, Q) \quad (7.3)$$

การแก้สมการต้องการ เงื่อนไขเริ่มต้น (initial condition) เช่น $t = 0, h = ?$

$$y(x_0) = y_0 \quad (7.4)$$

ตัวอย่างที่ 7.1 แก้สมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dC}{dt} = -KC$ โดยการวิเคราะห์ เงื่อนไขเริ่มต้น $t = 0, C = C_0$

วิธีทำ

$$\int \frac{1}{C} dC = - \int K dt$$

$$\ln(C) = -Kt + a$$

$$\text{ที่ } t = 0, C = C_0$$

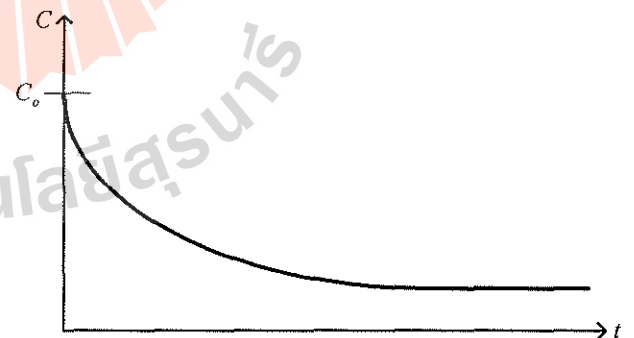
$$\ln(C_0) = -K(0) + a$$

$$a = \ln(C_0)$$

$$\ln(C) = -Kt + \ln(C_0)$$

$$\ln\left(\frac{C}{C_0}\right) = -Kt$$

$$C = C_0 \exp(-Kt)$$



ตัวอย่างที่ 7.2 แก้มการอนุพันธ์แบบสามัญ $\frac{dy}{dt} = -100y$ โดยวิธีการเชิงตัวเลขเปรียบเทียบกับวิธีการวิเคราะห์ กำหนด $t = 0$ ถึง 0.003 วัน กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น $t = 0, y(0) = 10$ ทดสอบที่ $\Delta t = 0.001$ วัน

วิธีทำ

(1) วิธีการเชิงตัวเลข จากสมการ (6.26)

$$y_{i+1} = y_i + y'_i \Delta t$$

$$y_{i+1} = y_i + (-100y) \Delta t$$

$$t = 0.001; y_{i+1} = 10 - 100(10)(0.001) = 9$$

$$t = 0.002; y_{i+1} = 9 - 100(9)(0.001) = 8.1$$

$$t = 0.003; y_{i+1} = 8.2 - 100(8.1)(0.001) = 7.29$$

(2) วิธีการวิเคราะห์

$$y = y_0 \exp(-100t)$$

$$t = 0.001; y_1 = 10 \exp(-100 \times 0.001) = 9.048$$

$$t = 0.002; y_2 = 10 \exp(-100 \times 0.002) = 8.187$$

$$t = 0.003; y_3 = 10 \exp(-100 \times 0.003) = 7.408$$

ตัวอย่างขั้นตอนการคำนวณข้างต้น นำมาเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังรูปที่ 7.1 และ 7.2 และผลการคำนวณเปรียบเทียบระหว่างการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข วิธีผลต่างสี่เบื้อง (FD) และด้วยการวิเคราะห์ แสดงในรูปที่ 7.3

```
% EULER METHOD TO SOLVE A SINGLE ODE dy/dt=-100y
```

```
ti=0; % Starting time
tf=0.003; % Final time
y(1)=10; % Initial condition of Y at ti
delt=0.003; % Time step1 (sec)
maxsteps=(tf-ti)/delt;
[y ya]=Ode(y(1),delt,maxsteps,tf);
t=[0:delt:tf];
plot(t,y,'r--','linewidth',1.0);hold on
plot(t,ya,'r','linewidth',1.0);
axis([0 0.003 6.5 10]);
```

```
delt=0.001; % Time step2 (sec)
maxsteps=(tf-ti)/delt;
[y2 ya2]=Ode(y(1),delt,maxsteps,tf);
t2=[0:delt:tf];
plot(t2,y2,'b--','linewidth',2);
plot(t2,ya2,'b','linewidth',2);
```

รูปที่ 7.1

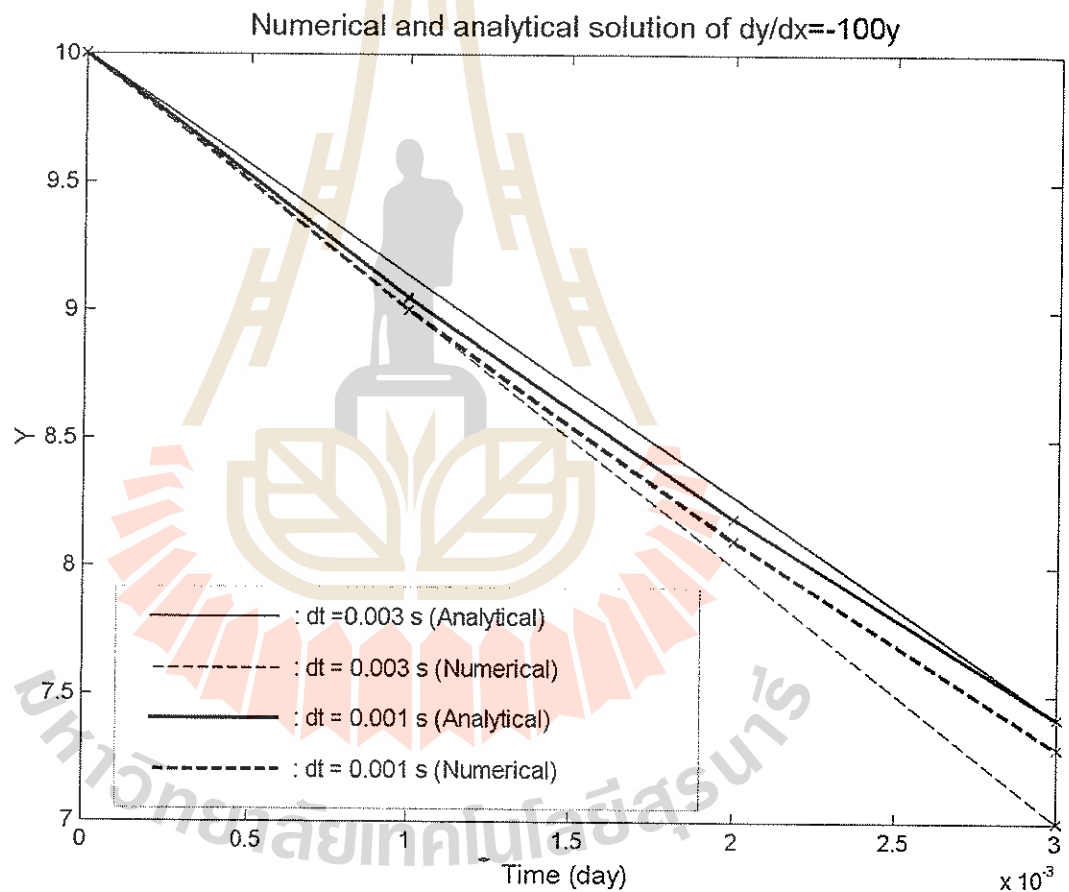
โปรแกรมคอมพิวเตอร์(แมทแลบ) โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณ จากตัวอย่างที่ 7.2 (ชื่อไฟล์: Euler1.m)

```
function [y,ya]=Ode(y0,delt,maxsteps,tf)
```

```
% Numerical solution
y(1)=y0;
for i=1:maxsteps
    t(i)=i*delt;
    y(i+1)=y(i)+(-100*y(i))*delt;
end
% Analytical solution
t=[0:delt:tf];
ya=y(1).*exp(-100*t);
```

รูปที่ 7.2

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแลบ) ฟังก์ชัน เพื่อใช้คำนวณ จากตัวอย่างที่ 7.2 (ชื่อไฟล์: Ode.m)



รูปที่ 7.3

การเปรียบเทียบผลการคำนวณด้วยระเบียบเชิงตัวเลขวิธีผลต่างสืบเนื่อง (FD) และด้วยการวิเคราะห์ จากตัวอย่างที่ 7.2

ตัวอย่างที่ 7.3 แก๊สการเชิงอนุพันธ์แบบสามัญ ของการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของสาร A เปลี่ยนเป็นสาร B และเปลี่ยนเป็นสาร C ตามลำดับ โดยวิธีเชิงตัวเลขเปรียบเทียบกับวิธีการวิเคราะห์

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= -K_1[A] && \text{การเกิดปฏิกิริยาเคมีทำให้สารตั้งต้น A เปลี่ยนแปลงเป็นสาร B} \\ \frac{dB}{dt} &= +K_1[A] - K_2[B] && \text{และ C ตัวอย่างปัญหาทางกายภาพ เช่น} \\ \frac{dC}{dt} &= +K_2[B] && \text{-Radio Active work} \\ & && \text{-TCE degradation} \\ & && \text{-De-nitrification (กระบวนการเปลี่ยนไนเตรตเป็นไนโตรเจน)} \end{aligned}$$

วิธีทำ

กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น $t = 0, A_0 =$

$$K_1 = 100 \text{ 1/วัน}, K_2 = 75 \text{ 1/วัน}$$

$$\Delta t = 0.001 \text{ วัน}, t = 0 \text{ ถึง } 0.05 \text{ วัน}$$

วิธีเชิงตัวเลข

$$A_{i+1} = A_i + A'_i \Delta t$$

$$A_{i+1} = A_i + (-K_1 A_i) \Delta t$$

$$B_{i+1} = B_i + B'_i \Delta t$$

$$B_{i+1} = B_i + \{K_1 A_i - K_2 B_i\} \Delta t$$

$$C_{i+1} = C_i + C'_i \Delta t$$

$$C_{i+1} = C_i + (K_2 B_i) \Delta t$$

ตัวอย่างการคำนวณที่เวลาต่างๆ

$$\begin{aligned} t = 0.001; & \quad A_{i+1} = 10 + (-100 \times 10) 0.001 = 9 \\ & \quad B_{i+1} = 0 + \{(100)(10) - (75)(0)\} 0.001 = 1 \\ & \quad C_{i+1} = 0 + (75)(0)(0.001) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t = 0.002; & \quad A_{i+1} = 9 + (-100 \times 9) 0.001 = 8.1 \\ & \quad B_{i+1} = 1 + \{(100)(9) - (75)(1)\} 0.001 = 1.825 \\ & \quad C_{i+1} = 0 + (75)(1)(0.001) = 0.075 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t = 0.003; & \quad A_{i+1} = 8.1 + (-100 \times 8.1) 0.001 = 7.29 \\ & \quad B_{i+1} = 1.825 + \{(100)(8.1) - (75)(1.825)\} 0.001 = 2.498 \\ & \quad C_{i+1} = 0.075 + (75)(1.825)(0.001) = 0.2119 \end{aligned}$$

วิธีการวิเคราะห์

$$A = A_0 \exp(-Kt)$$

$$B = A_0 \frac{K_1}{K_2 - K_1} [\exp(-K_1 t) - \exp(-K_2 t)]$$

$$C = A_0 - A - B$$

$$t = 0.001; \quad A_1 = 10 \exp(-100 \times 0.001) = 9.048$$

$$B_1 = 10 \frac{100}{75-100} [\exp(-100 \times 0.001) - \exp(-75 \times 0.001)] = 0.9162$$

$$C_1 = 10 - 10 - 0 = 0$$

$$t = 0.002; \quad A_2 = 10 \exp(-100 \times 0.002) = 8.187$$

$$B_2 = 10 \frac{100}{75-100} [\exp(-100 \times 0.002) - \exp(-75 \times 0.002)] = 1.6791$$

$$C_2 = 10 - 9.048 - 0.9162 = 0.0358$$

$$t = 0.003; \quad A_3 = 10 \exp(-100 \times 0.003) = 7.408$$

$$B_3 = -40 [\exp(-100 \times 0.003) - \exp(-75 \times 0.003)] = 2.3079$$

$$C_3 = 10 - 8.187 - 0.0358 = 1.7772$$

ตัวอย่างขั้นตอนการคำนวณข้างต้น นำมาเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังรูปที่ 7.4 และ 7.5 และผลการคำนวณเปรียบเทียบระหว่างการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข วิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (FD) และด้วยการวิเคราะห์ แสดงในรูปที่ 7.6

```
% EULER METHOD TO SOLVE A SINGLE ODE 3 species
% dA/dt=-K1[A], dB/dt=K1[A]-K2[B], dC/dt=K2[B]

ti=0;           % Starting time
tf=0.05;       % Final time
A(1)=10;       % Initial condition of A at ti
B(1)=0;        % Initial condition of B at ti
C(1)=0;        % Initial condition of C at ti

delt=0.025;    % Time step1 (sec)
maxsteps=(tf-ti)/delt;
[A B C Aa Ba Ca]=Ode2(A(1),B(1),C(1),delt,maxsteps,tf);
t=[0:delt:tf];

delt=0.01;     % Time step2 (sec)
maxsteps=(tf-ti)/delt;
[A B C Aa Ba Ca]=Ode2(A(1),B(1),C(1),delt,maxsteps,tf);

delt=0.001;    % Time step3 (sec)
maxsteps=(tf-ti)/delt;
[A B C Aa Ba Ca]=Ode2(A(1),B(1),C(1),delt,maxsteps,tf);
```

รูปที่ 7.4

โปรแกรมคอมพิวเตอร์(แมทแลบ) โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณ การเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของสาร A B และ C จากตัวอย่างที่ 7.3 (ชื่อไฟล์: Euler2.m)

```
function [A B C Aa Ba Ca]=Ode2(Ao,Bo,Co,delt,maxsteps,tf)

% Numerical solution
A(1)=Ao;
B(1)=Bo;
C(1)=Co;
K1=100;
K2=75;
for i=1:maxsteps
    dAdt=-K1*A(i);
    dBdt=K1*A(i)-K2*B(i);
    dCdt=K2*B(i);
    t(i)=i*delt;
    A(i+1)=A(i)+(dAdt*delt);
    B(i+1)=B(i)+(dBdt*delt);
    C(i+1)=C(i)+(dCdt*delt);
end

% Analytical solution
t=[0:delt:tf];
Aa=A(1).*exp(-100*t);
Ba=A(1).*(K1/(K2-K1)).*(exp(-K1.*t)-exp(-K2.*t));
Ca=A(1)-Aa-Ba;
```

รูปที่ 7.5

โปรแกรมคอมพิวเตอร์(แมทแลบ) ฟังก์ชัน เพื่อใช้คำนวณ จากตัวอย่างที่ 7.3 (ชื่อไฟล์: Ode2.m)

7.1.1 ความเสถียรของผลลัพธ์จากระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Stability of numerical solution)

จากอนุกรมเทย์เลอร์ซึ่งอยู่ในรูปแบบของอนุกรมอนันต์ สำหรับวิธีของออยเลอร์ (Euler method) ได้ตัดพจน์ที่มากกว่าพจน์ที่สองออกไป ไม่นำมาคำนวณ ส่วนที่ตัดทิ้งออกไปนั้นก่อให้เกิดความผิดพลาดจากการตัดปลาย (truncation error)

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + \frac{f'(x)\Delta h}{1!} + \underbrace{\frac{f''(x)\Delta h^2}{2!} + \dots + \frac{f^{(n)}(x)\Delta h^n}{n!}}_{\text{Truncation error สำหรับวิธี Euler}} \quad (7.5)$$

จากสมการเชิงอนุพันธ์แบบสามัญ

$$\frac{dy}{dx} = -K_1 y \quad (7.6)$$

วิธีการเชิงตัวเลขตามระเบียบวิธีของออยเลอร์

$$y_{i+1} = y_i + K_1 y_i' \Delta h \quad (7.7)$$

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข สมมติแต่ละช่วงเวลาก้าว (time step) มีความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น เพื่อปรับปรุงผลการคำนวณโดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขให้มีความคลาดเคลื่อนลดลงทำได้โดย

$$y_{i+1} = y_i + \frac{(a_1K_1 + a_2K_2 + \dots + a_nK_n)}{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)} \quad (7.8)$$

ใช้ความลาดชันหลายค่า (multiple slope) เพื่อประมาณค่าที่ช่วงเวลาข้างหน้า

7.1.2 การคำนวณระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

การคำนวณแบ่งออกเป็น 3 วิธี ดังนี้

1. ระเบียบวิธีของฮวน (Heun's method)
2. ระเบียบวิธีของออยเลอร์ที่ปรับปรุง (Modified Euler's method)
3. ระเบียบวิธีของรุงเงอ-คุททา (Runge-Kutta method)

(1) ระเบียบวิธีของฮวน

ใช้ค่าเฉลี่ยความชัน 2 ค่าที่ x_i และ x_{i+1}

$$y_{i+1} = y_i + \frac{K_1 + K_2}{2} \Delta h \quad (7.9)$$

$$K_1 = f(x_i, y_i) \quad (7.10)$$

$$K_2 = f(x_i + \Delta h, y_i) \quad (7.11)$$

$$K_2 = f(x_i + \Delta h, y_i + \Delta h K_1) \quad (7.12)$$

ทั้งนี้ค่า $y_{i+1} = y_i + K_1 \Delta h$ ได้มาจากวิธีของออยเลอร์ นำความชันที่จุดตั้งต้นและจุดปลายของความกว้างของช่วง Δh มาทำการเฉลี่ยกัน ดังแสดงในรูปที่ 7.7

ตัวอย่างการคำนวณ

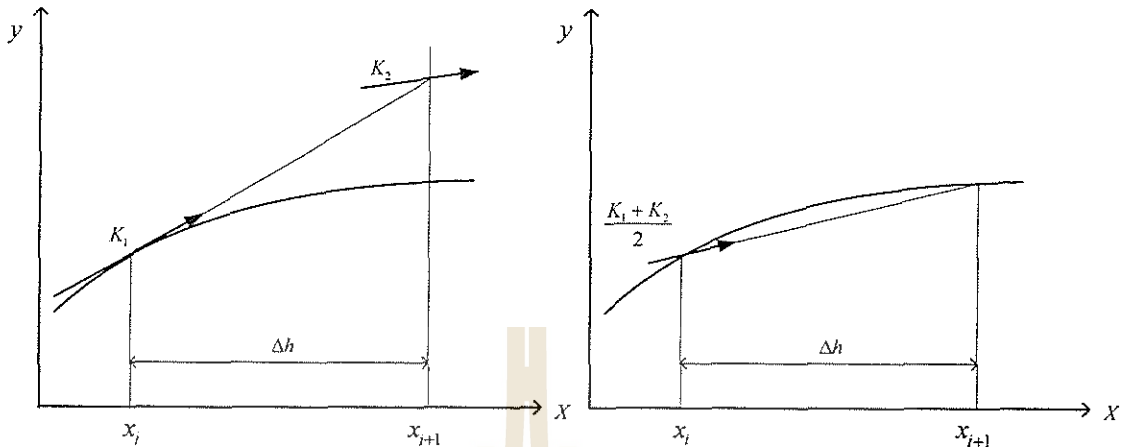
$$\frac{dA}{dt} = -100A, \quad t = 0, A = 10, \Delta t = 0.001$$

$$K_1 = -100A = -100(10) = -1000$$

$$A_{i+1} = A_i + K_1 \Delta t = 10 + (-100)(10)(0.001) = 9$$

$$K_2 = f(t_0 + \Delta t, A_{i+1}) = f(0.001, 9) = -100(9) = -900$$

$$A_{i+1} = 10 + \left(\frac{-1000 - 900}{2} \right) 0.001 = 9.05$$



รูปที่ 7.7

ระเบียบวิธีของฮวน โดยใช้ความชันที่จุดตั้งต้นและจุดปลายของความกว้างของช่วง Δh มาทำการเฉลี่ยกัน

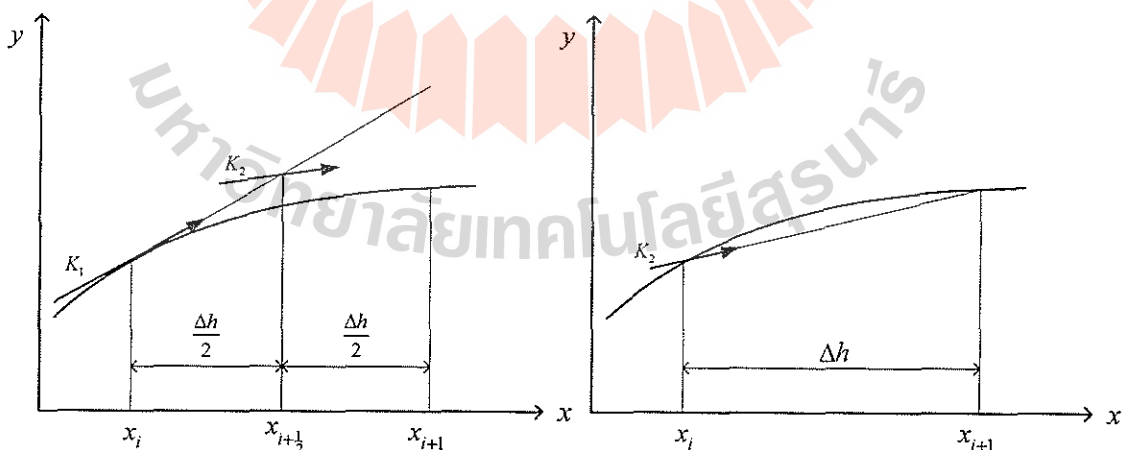
(2) ระเบียบวิธีของออยเลอร์ที่ปรับปรุง

หาค่าความชันที่จุดกึ่งกลางของขนาดช่องความกว้าง Δh และใช้ค่าความชันนี้ไปใช้คำนวณผลลัพธ์ที่จุดปลายของช่วงความกว้างที่ต้องการ ดังแสดงในรูป 7.8

$$y_{i+1} = y_i + K_2 \Delta h \tag{7.13}$$

$$K_1 = f(x_i, y_i) \tag{7.14}$$

$$K_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2} \Delta h, y_i + \frac{1}{2} \Delta h K_1\right) \tag{7.15}$$



รูปที่ 7.8

ระเบียบวิธีของออยเลอร์ที่ปรับปรุงแล้ว โดยการหาค่าความชันที่จุดกึ่งกลางของขนาดช่องความกว้าง Δh

ตัวอย่างการคำนวณ

$$\frac{dA}{dt} = -100A, \quad t = 0, A = 10, \Delta t = 0.001$$

$$K_1 = -100A$$

$$A_{i+\frac{1}{2}} = A_i + \frac{1}{2} \Delta t K_1 = 10 + \frac{0.001}{2} (-100 \times 10) = 9.5$$

$$K_2 = f\left(0 + \frac{0.001}{2}, A_{i+\frac{1}{2}}\right) = -100(9.5) = -950$$

$$A_{i+1} = 10 + (-950)(0.001) = 9.05$$

(3) ระเบียบวิธีของรุงเงอ-คัททา (Runge-Kutta Method, R-K)

ระเบียบวิธีนี้ให้ผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูง จึงได้รับความนิยมและใช้กันอย่างกว้างขวาง หลักการคือ การหาค่าความชันที่มีความเที่ยงตรงสูง เพื่อใช้หาผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูงตามมา มีการใช้ระเบียบวิธีรุงเงอ-คัททา ตั้งแต่อันดับสองถึงอันดับสี่ (second to fourth-order R-K) สำหรับอันดับที่สี่ให้ผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูง ทำให้ระเบียบวิธีนี้ถูกนำไปประยุกต์กับงานการคำนวณในหลายๆ ด้าน

$$K_1 = f(x_i, y_i) \quad (7.16)$$

แทนค่า K_1 ในสมการหาค่า K_2

$$K_2 = f\left(x_i + \frac{\Delta h}{2}, y_i + \frac{\Delta h}{2} K_1\right) \quad (7.17)$$

แทนค่า K_2 ในสมการหาค่า K_3

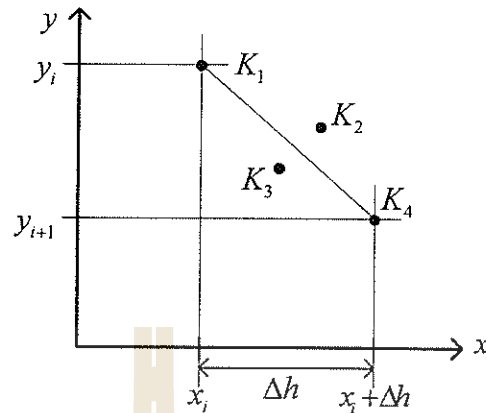
$$K_3 = f\left(x_i + \frac{\Delta h}{2}, y_i + \frac{\Delta h}{2} K_2\right) \quad (7.18)$$

แทนค่า K_3 ในสมการหาค่า K_4

$$K_4 = f(x_i + \Delta h, y_i + \Delta h K_3) \quad (7.19)$$

$$y_{i+1} = y_i + \left[\frac{1}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \right] \Delta h \quad (7.20)$$

วิธี R-K เป็นวิธีแบบชัดแจ้ง (explicit method) ใช้ข้อมูลที่มีอยู่ปัจจุบัน คำนวณหาข้อมูลช่วงเวลาข้างหน้า เป็นวิธีที่ใช้อนุพันธ์อันดับแรก (First derivation) แต่มีความแม่นยำ ถึงลำดับที่ 4 (4th order accurate) เป็นแบบชัดแจ้งที่ดีที่สุด สำหรับปัญหาในทางปฏิบัติ รูปที่ 7.9 แสดงตำแหน่งของค่า K ทั้ง 4 ตัวที่นำมาถ่วงน้ำหนักหาค่าเฉลี่ย



รูปที่ 7.9

ตำแหน่งของค่า K ของวิธีรุงเงอ-คุททาอันดับสี่

ตัวอย่างที่ 7.4 ใช้ระเบียบวิธีรุงเงอ-คุททา อันดับสี่แก้สมการอนุพันธ์สามัญ จากตัวอย่างที่ 7.1 และแก้สมการจากตัวอย่างที่ 7.3

$$\frac{dA}{dt} = K_1, \quad K_1 = -100A, \quad t = 0, \quad A = 10, \quad \Delta t = 0.001$$

วิธีทำ

$$K_1 = -100(10) = -1000$$

$$A_{i+\frac{1}{2}} = 10 + \frac{0.001}{2}(-1000) = 9.5$$

$$K_2 = -100(9.5) = -950$$

$$A_{i+\frac{1}{2}} = 10 + \frac{0.001}{2}(-950) = 9.525$$

$$K_3 = -100(9.525) = -952.2$$

$$A_{i+1} = 10 + \frac{0.001}{2}(-952.2) = 9.0475$$

$$K_4 = -100(9.0475) = -904.75$$

$$A_{i+1} = 10 + \left[\frac{1}{6}(-1000 + 2(-950) + 2(-952.2) - 904.75) \right](0.001) = 9.0484$$

ตัวอย่างการขั้นตอนการคำนวณข้างต้น นำมาเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังรูปที่ 7.10 และ 7.11 และผลการคำนวณเปรียบเทียบระหว่างการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข วิธีผลต่างสี่เหลี่ยม และด้วยการวิเคราะห์ แสดงในรูปที่ 7.12

การเขียนโปรแกรม

วงรอบแต่ละขั้นการคำนวณ

for สมการทั้งหมด

หาค่า K_1

end

```

ปรับค่าความเข้มข้นใหม่
for สมการทั้งหมด
    หาค่า  $K_2$ 
end
ปรับค่าความเข้มข้นใหม่

```

```

% RUNGE-KUTTA METHOD TO SOLVE A ODE 3 species
% dA/dt=-K1[A], dB/dt=K1[A]-K2[B], dC/dt=K2[B]

ti=0;           % Starting time
tf=0.05;       % Final time
A(1)=10;       % Initial condition of A at ti
B(1)=0;       % Initial condition of B at ti
C(1)=0;       % Initial condition of C at ti

delt=0.025;    % Time step1 (sec)
maxsteps=(tf-ti)/delt;
[A B C Aa Ba Ca]=Rk4(A(1),B(1),C(1),delt,maxsteps,tf);
t=[0:delt:tf];

delt=0.01;     % Time step2 (sec)
maxsteps=(tf-ti)/delt;
[A B C Aa Ba Ca]=Rk4(A(1),B(1),C(1),delt,maxsteps,tf);

delt=0.001;    % Time step3 (sec)
maxsteps=(tf-ti)/delt;
[A B C Aa Ba Ca]=Rk4(A(1),B(1),C(1),delt,maxsteps,tf);

```

รูปที่ 7.10

โปรแกรมคอมพิวเตอร์(แมทแลบ) โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณ จากตัวอย่างที่ 7.4 (ชื่อไฟล์: R_K2.m)

```
function [A B C Aa Ba Ca]=Rk4(Ao,Bo,Co,delt,maxsteps,tf)
```

```

% Numerical solution
A(1)=Ao;
B(1)=Bo;
C(1)=Co;
K1=100;
K2=75;
for i=1:maxsteps
    %Runge-Kutta step 1
    dAdt1=-K1*A(i);
    dBdt1=K1*A(i)-K2*B(i);
    dCdt1=K2*B(i);

    %Runge-Kutta step 2
    Aes(i)=A(i)+dAdt1*delt/2;
    Bes(i)=B(i)+dBdt1*delt/2;
    Ces(i)=C(i)+dCdt1*delt/2;
    dAdt2=-K1*Aes(i);
    dBdt2=K1*Aes(i)-K2*Bes(i);
    dCdt2=K2*Bes(i);

    %Runge-Kutta step 3
    Aes(i)=A(i)+dAdt2*delt/2;
    Bes(i)=B(i)+dBdt2*delt/2;

```

```

Ces(i)=C(i)+dCdt2*delt/2;
dAdt3=-K1*Aes(i);
dBdt3=K1*Aes(i)-K2*Bes(i);
dCdt3=K2*Bes(i);

%Runge-Kutta step 4
Aes(i)=A(i)+dAdt3*delt;
Bes(i)=B(i)+dBdt3*delt;
Ces(i)=C(i)+dCdt3*delt;
dAdt4=-K1*Aes(i);
dBdt4=K1*Aes(i)-K2*Bes(i);
dCdt4=K2*Bes(i);

A(i+1)=A(i)+(dAdt1+2*dAdt2+2*dAdt3+dAdt4)*delt/6;
B(i+1)=B(i)+(dBdt1+2*dBdt2+2*dBdt3+dBdt4)*delt/6;
C(i+1)=C(i)+(dCdt1+2*dCdt2+2*dCdt3+dCdt4)*delt/6;
end

% Analytical solution
t=[0:delt:tf];
Aa=A(1).*exp(-100*t);
Ba=A(1).*(K1/(K2-K1)).*(exp(-K1.*t)-exp(-K2.*t));
Ca=A(1)-Aa-Ba;

```

รูปที่ 7.11

โปรแกรมคอมพิวเตอร์(แมทแลบ) ฟังก์ชัน เพื่อใช้คำนวณ จากตัวอย่างที่ 7.4 (ชื่อไฟล์: Rk4.m)

7.1.3 วิธีแบบปริยายของออยเลอร์

จากระเบียบวิธีข้างต้นเป็นวิธีแบบชัดแจ้งของออยเลอร์ (explicit Euler)

$y_{i+1} = y_i + f'(y_i)\Delta h$ ใช้ข้อมูลที่ทราบแล้วในปัจจุบัน i หาข้อมูลในอนาคต $i+1$ ส่วนระเบียบวิธีแบบปริยาย (Implicit Euler) ใช้ข้อมูลในอนาคตเพื่อประมาณหาข้อมูลในอนาคต

$$y_{i+1} = y_i + f'(y_{i+1})\Delta h \quad (7.21)$$

เปลี่ยนใช้สัญลักษณ์ $U_{new} = y_{i+1}, U_{old} = y_i$

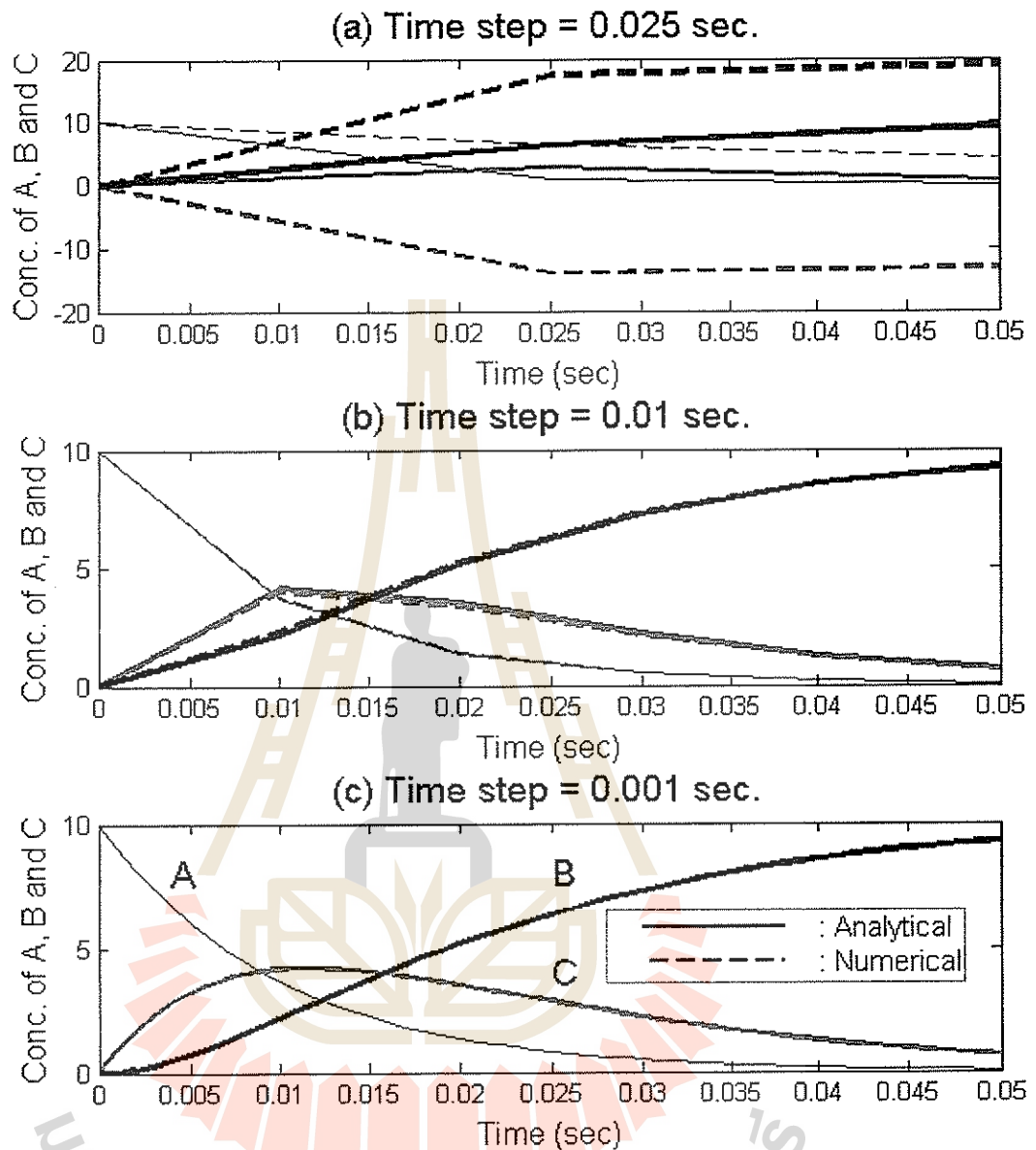
$$U_{new} = U_{old} + \frac{dU_{new}}{dt} \Delta t \quad (7.22)$$

$$V_{new} = V_{old} + \frac{dV_{new}}{dt} \Delta t \quad (7.23)$$

หากกำหนดให้สมการ ODE มีความลาดชันดังนี้

$$\frac{dU_{new}}{dt} = 988U_{new} + 1998V_{new} \quad (7.24)$$

$$\frac{dV_{new}}{dt} = -999U_{new} - 1999V_{new} \quad (7.25)$$



รูปที่ 7.12

การเปรียบเทียบผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (FD) และด้วยการวิเคราะห์ จากตัวอย่างที่ 7.4

แทนค่า $\frac{dU_{new}}{dt}$ จาก (7.24) ใน (7.22) และ $\frac{dV_{new}}{dt}$ จาก (7.25) ใน (7.23)

$$U_{new} = U_{old} + 988U_{new}\Delta t + 1998V_{new}\Delta t \quad (7.26)$$

$$V_{new} = V_{old} - 999U_{new}\Delta t - 1999V_{new}\Delta t \quad (7.27)$$

จัดรูปสมการ (7.26), (7.27) แยกกลุ่มตัวแปรเก่าและใหม่ ได้ดังนี้

ตัวอย่างที่ 7.5 ใช้ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์เพื่อแก้เมทริกซ์ข้างล่างนี้ ซึ่งอยู่ในรูปของเมทริกซ์ระบบสามแถวทแยง

$$\begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 200 \\ 200 \\ 200 \\ 200 \end{Bmatrix}$$

วิธีทำ

กระบวนการเริ่มจากการกำจัดไปข้างหน้า (forward elimination) โดยการหารสมการแถวแรกตลอดด้วย b_1 ได้ $[1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 50]$ จากนั้นนำไปคูณกับ a_2 ได้ $[-1 \ 1 \ 0 \ 0 \ -50]$ นำผลที่ได้ไปลบจากสมการแถวที่สอง ได้ $[0 \ 3 \ -2 \ 0 \ 250]$ เพื่อให้ได้ค่า b_2 และ d_2 ค่าใหม่

$$b'_2 = b_2 - \frac{a_2}{b_1} c_1 = 4 - \frac{(-1)}{4}(-4) = 3$$

$$d'_2 = d_2 - \frac{a_2}{b_1} d_1 = 200 - \frac{(-1)}{4}(200) = 250$$

สังเกตได้ว่าค่า c_2 ไม่เปลี่ยนแปลง เนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์ที่อยู่เหนือ c_2 ในเมทริกซ์นี้มีค่าเป็นศูนย์ ได้เมทริกซ์ ที่ปรับค่าแถวที่สองแล้วดังนี้

$$\begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 200 \\ 250 \\ 200 \\ 200 \end{Bmatrix}$$

ในแถวต่อไป หารสมการแถวที่สองตลอดด้วย b_2 ได้ $[0 \ 1 \ -2/3 \ 0 \ 250/3]$ จากนั้นนำไปคูณกับ a_3 ได้ $[0 \ -2 \ 4/3 \ 0 \ -500/3]$ นำผลที่ได้ไปลบจากสมการแถวที่สาม ได้ $[0 \ 0 \ -8/3 \ -4 \ 1100/3]$ เพื่อให้ได้ค่า b_3 และ d_3 ค่าใหม่

$$b'_3 = b_3 - \frac{a_3}{b_2} c_2 = 4 - \frac{(-2)}{3}(-2) = \frac{8}{3}$$

$$d'_3 = d_3 - \frac{a_3}{b_2} d_2 = 200 - \frac{(-2)}{3}(250) = \frac{1100}{3}$$

ได้เมทริกซ์ ที่ปรับค่าแถวที่สามแล้วดังนี้

$$\begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 8/3 & -4 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 200 \\ 250 \\ 1100/3 \\ 200 \end{Bmatrix}$$

ในแถวต่อไป หารสมการแถวที่สามตลอดด้วย b_3 ได้ $[0 \ 0 \ 1 \ -12/8 \ 137.5]$ จากนั้นนำไปคูณกับ a_4 ได้ $[0 \ 0 \ -1 \ 12/8 \ -137.5]$ นำผลที่ได้ไปลบจากสมการแถวที่สี่ ได้ $[0 \ 0 \ 0 \ 20/8 \ 337.5]$ เพื่อให้ได้ค่า b_4 และ d_4 ค่าใหม่

$$b_4' = b_4 - \frac{a_4}{b_3} c_3 = 4 - \frac{(-1)}{8/3} (-4) = \frac{20}{8}$$

$$d_4' = d_4 - \frac{a_4}{b_3} d_3 = 200 - \frac{(-1)}{8/3} \left(\frac{1100}{3}\right) = \frac{2700}{8}$$

ได้เมทริกซ์ ที่ปรับค่าแถวที่สี่แล้วดังนี้

$$\begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 8/3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 20/8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 200 \\ 250 \\ 1100/3 \\ 2700/8 \end{Bmatrix}$$

แก้สมการหาค่า x แต่ละตัว จากข้างล่างขึ้นข้างบน

$$x_4 = \frac{d_4'}{b_4'} = \frac{2700/8}{20/8} = 135$$

$$x_3 = \frac{d_3' - c_3 x_4}{b_3'} = \frac{1100/3 - (-4)(135)}{8/3} = 340$$

$$x_2 = \frac{d_2' - c_3 x_3}{b_2'} = \frac{250 - (-2)(340)}{3} = 310$$

$$x_1 = \frac{d_1' - c_1 x_2}{b_1'} = \frac{200 - (-4)(310)}{4} = 360$$

ขั้นตอนการคำนวณในตัวอย่างที่ 7.5 นำมาเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เป็นฟังก์ชันแบบเมทแลบได้ ดังแสดงในรูปที่ 7.13

```
function [v]=tridia(n,a,b,c,d)
```

```
for i=2:n
```

```
    ff=a(i)/b(i-1);
```

```
    b(i)=b(i)-c(i-1)*ff;
```

```
    d(i)=d(i)-d(i-1)*ff;
```

```
end
```

```
v(n)=d(n)/b(n);
```

```
for i=1:(n-1)
```

```
    j=n-i;
```

```
    v(j)=(d(j)-c(j)*v(j+1))/b(j);
```

```
end
```

รูปที่ 7.13

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (เมทแลบ) ที่ใช้ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์เพื่อแก้สมการ (ชื่อไฟล์: tridia.m)

7.1.4 การวิเคราะห์ความเสถียร (stability)

ประเภทของความคลาดเคลื่อน (error) มี 2 ประเภท

1. การตัดปลายหรือตัดทอนอนุกรมให้สั้นลง (Truncation error, TE) ตัวอย่างเช่น อนุกรมเทย์เลอร์ ในหัวข้อ 7.1.1
2. การปัดเศษ (Round off error, RO) ตัวอย่างเช่น $e = \frac{1}{3} = 0.3333\dots$

ความคลาดเคลื่อน = ค่าที่ถูกต้อง - ค่าที่ประมาณ

(1) คลาดคลาดเคลื่อนจากการตัดปลาย

พิจารณา สมการเชิงอนุพันธ์แบบสามัญ (Ordinary differential equation, ODE)

ที่ $t = 0, y = y_0$

$$\frac{dy}{dt} = \lambda y \quad (7.35)$$

วิธีการวิเคราะห์ที่ได้ผล

$$y = y_0 e^{\lambda t} \quad (7.36)$$

วิธีการเชิงตัวเลขของออยเลอร์

$$y_{i+1} = y_i + y_i' \Delta t \quad (7.37)$$

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t \lambda y_i \quad (7.38)$$

$$y_{i+1} = y_i (1 + \Delta t \lambda) \quad (7.39)$$

$$y_1 = y_0 (1 + \Delta t \lambda) + TE_1 \quad (7.40)$$

$$y_2 = y_1 (1 + \Delta t \lambda) + TE_2 \quad (7.41)$$

แทนค่า (7.40) ใน (7.41)

$$y_2 = y_0 (1 + \Delta t \lambda)^2 + TE_1' + TE_2 \quad (7.42)$$

สมการทั่วไปของ (7.42)

$$y_i = y_0 (1 + \Delta t \lambda)^i + \sum TE_i \quad (7.43)$$

พิสูจน์ TE จะมีค่าลดลงถ้าลดค่า Δt โดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์

$$TE = f''(y_i) \frac{\Delta t^2}{2} + f'''(y_i) \frac{\Delta t^3}{3} + \dots \quad (7.44)$$

ถ้า $\Delta t = 4, TE \approx \Delta t^2 \approx 16$

$$\Delta t = 2, TE \approx \Delta t^2 + \Delta t^2 \approx 2^2 + 2^2 \approx 8$$

การใช้ช่วงเวลาก้าว (time step) ยิ่งสั้นลง มีผลทำให้ความผิดพลาด จากการตัดปลายน้อยลง แต่ในทางกลับกันจะมีผลให้ความผิดพลาดจากการปัดเศษมากขึ้น

(2) ความผิดพลาดจากการปัดเศษ (RO error)

สมมติความผิดพลาดจากการปัดเศษครั้งแรก = e_0 ถ้า $y_0|_{\text{real}}$ เป็นค่าที่ถูกต้อง ค่าที่คำนวณได้ โดยคอมพิวเตอร์คือ $y_0|_{\text{com}}$

$$y_0|_{\text{com}} = [y_0|_{\text{real}} - e_0] \quad (7.45)$$

ทำนองเดียวกัน $y_i = (y_i - e_i)$ โดย e_i เป็นความผิดพลาดจากการปัดตัวเลขสะสม กำหนด

$$y_i = y_0(1 + \Delta t \lambda)^i \quad (7.46)$$

$$(y_i - e_i) = (y_0 - e_0)(1 + \Delta t \lambda)^i \quad (7.47)$$

สมการ (7.45) ลบ (7.47)

$$e_i = e_0(1 + \Delta t \lambda)^i \quad (7.48)$$

สำหรับขั้นตอนเดียว $i = 1$

$$e_{i+1} = e_i(1 + \Delta t \lambda) \quad (7.49)$$

$$\frac{e_{i+1}}{e_i} = 1 + \Delta t \lambda \quad (7.50)$$

เกณฑ์ความเสถียรของ Von-Neumann

$$\left| \frac{e_{i+1}}{e_i} \right| \leq 1 \quad (7.51)$$

แทนค่า (7.50) ใน (7.51)

$$-1 \leq 1 + \Delta t \lambda \leq 1 \quad (7.52)$$

$$-2 < \Delta t \lambda < 0 \quad (7.53)$$

สมการ (7.53) เป็นเงื่อนไขความเสถียรสำหรับวิธีของออยเลอร์ สำหรับปัญหาที่เกิดขึ้นจริง λ จะมีค่าเป็นลบ

$$\Delta t = \frac{2}{|\lambda|} \quad (7.54)$$

เกณฑ์ความเสถียรใช้สำหรับประมาณค่าสูงสุด (upper limit) ของ Δt สำหรับระเบียบวิธีแบบชัดแจ้ง ถ้าใช้ช่วงเวลาก้าวมากกว่า Δt ผลที่ได้จะใช้งานไม่ได้ สำหรับระเบียบวิธีของรุงเงอ-คุททา

$$\Delta t = \frac{2.8}{|\lambda|} \quad (7.55)$$

เนื่องจากมีความแม่นยำถึงอันดับที่ 4 ดังนั้นความผิดพลาดจากการตัดปลายจึงมีความแม่นยำที่มากกว่าวิธีของออยเลอร์

7.2 ปัญหาการนำความร้อน

เพื่อเป็นการทบทวนก่อนนำสมการพาราโบลา (parabolic equation) ไปใช้แก้ปัญหาการไหลของน้ำใต้ดิน ขอนำการใช้สมการสมการพาราโบลาเกี่ยวกับปัญหาการถ่ายเทความร้อน (Heat conduction) เป็นตัวอย่างการสร้างสมการจากปัญหา ซึ่งเป็นสาระที่บรรจุอยู่ในรายวิชาระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม

รูปแบบหนึ่งของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่เรียกว่า สมการพาราโบลา สามารถนำมาใช้กับปัญหาการถ่ายเทความร้อนในแท่งโลหะ ซึ่งลักษณะการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิในแท่งโลหะเนื่องจากการถ่ายเทความร้อน มีการเปลี่ยนแปลงตามความยาวของแท่งโลหะ (x) และเวลา (t)

7.2.1 การสร้างสมการจากปัญหา

การสร้างสมการจากปัญหาการถ่ายเทความร้อนในแท่งโลหะเริ่มต้นจาก หลักการปริมาณการเคลื่อนที่ต่อหน่วยพื้นที่และต่อหน่วยเวลา

$$\text{Flux}(q) = \frac{\text{Stuff}}{\text{Unit area} \times \text{Time}} \quad (7.56)$$

Stuff = มวล (mass), โมเมนตัม (momentum) หรือ ความร้อน (thermal) กรณีนี้เป็น Heat flux, q_x [$\text{cal} / \text{cm}^2 / \text{sec}$] เขียนเป็นสมการปริพันธ์ทั่วไปได้ดังนี้

$$\bar{U}(t) = \frac{1}{\Delta x} \int_x^{x+\Delta x} U(x,t) dt; \quad (7.57)$$

ความหมายอักษรย่อ

$U(x,t)$ = อุณหภูมิเปลี่ยนแปลงตามระยะทางและเวลา [$^{\circ}\text{C}$]

$\bar{U}(t)$ = อุณหภูมิเฉลี่ยตามเวลา

x = ระยะทาง [cm]

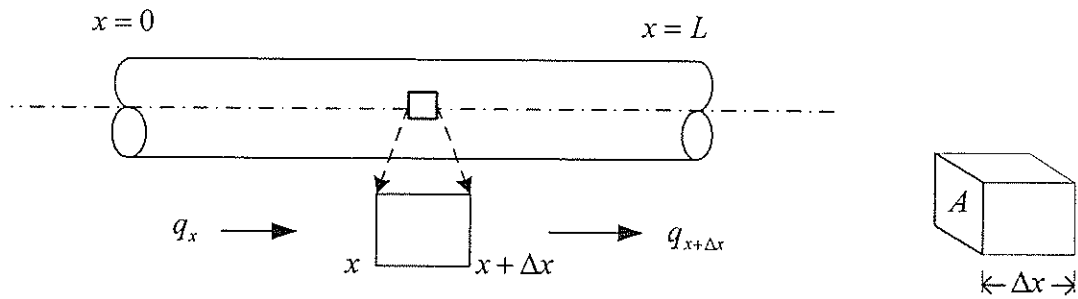
C_v = ความจุความร้อนจำเพาะ (Specific heat capacity) [$\text{cal} / \text{g} / ^{\circ}\text{C}$]

$C = \rho C_v$ = ความจุความร้อน (Heat capacity) [$\text{cal} / \text{cm}^2 / ^{\circ}\text{C}$]

ρ = ความหนาแน่นของอากาศ [g / cm^3]

กฎข้อที่ 1 การอนุรักษ์พลังงาน

ปริมาณความร้อนถูกนำเข้า - ปริมาณความร้อนถูกนำออก = ปริมาณความร้อนสะสมในแท่งโลหะ



รูปที่ 7.14

การถ่ายเทความร้อนโดยการนำในแท่งโลหะกลม

$$q_x A - q_{x+\Delta x} A = \frac{\partial}{\partial t} [\rho A \Delta x C_v \bar{U}] \quad (7.58)$$

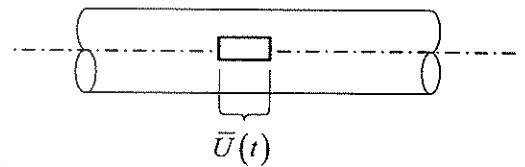
โดย q_x และ $q_{x+\Delta x}$ แทนปริมาณความร้อนที่ถูกนำเข้าและนำออกผ่านพื้นที่หน้าตัด A ของชิ้นประกอบหนึ่งของแท่งโลหะ

$A \Delta x$ = ปริมาตรของชิ้นประกอบที่พิจารณา [cm^3]

$\rho A \Delta x$ = มวล [g]

$\rho A \Delta x C_v$ = พลังงานความร้อนต่ออุณหภูมิ [$\text{cal}/^\circ\text{C}$]

$\rho A \Delta x C_v \bar{U}$ = พลังงานความร้อน [cal]



จาก สมการ (7.58) ทหาร $A \Delta x$

$$-\left[\frac{q(x+\Delta x) - q(x)}{\Delta x} \right] = C \frac{\partial}{\partial t} [\bar{U}] \quad (7.59)$$

โดย $C = \rho C_v$

$$-\frac{\partial q}{\partial x} = C \frac{\partial U}{\partial t} \quad (7.60)$$

กฎข้อที่ 2 กฎเอมพิริคัล (Empirical Law)

ตามกฎของฟูรีเยร์ (Fourier's law) ปริมาณความร้อนนี้ขึ้นอยู่กับความชันของอุณหภูมิต่อระยะทาง (temperature gradient) (Jean Joseph Fourier, 1798)

$$q \propto \frac{\partial U}{\partial x} \quad (7.61)$$

$$q = -\alpha \frac{\partial U}{\partial x} \quad (7.62)$$

α = สัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Thermal conductivity) [$\text{cal}/\text{cm}/\text{sec}/^\circ\text{C}$]

แทนค่า q ในสมการ (7.62) ลงในสมการ (7.60)

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(-\alpha \frac{\partial U}{\partial x} \right) = C \frac{\partial U}{\partial t} \quad (7.63)$$

$$C \frac{\partial U}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (7.64)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = D_r \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (7.65)$$

โดย $D_r = \frac{\alpha}{C}$ = Thermal Diffusivity [cm^2/sec] สมการ (7.65) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบพาราโบลา (parabolic partial differential equation) สำหรับปัญหาการนำความร้อน ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้แก้สมการอนุพันธ์ย่อย (7.65) เลือกใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยม เพื่อหาค่า $U(x,t)$

7.2.2 เงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้น

การแก้สมการอนุพันธ์ย่อย (7.65) ผลลัพธ์ที่ได้ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) และเงื่อนไขเริ่มต้น (initial condition) ที่กำหนดให้ เงื่อนไขขอบเขตหมายถึงเงื่อนไขที่กำหนดขอบเขตของปัญหานั้น ยกตัวอย่างเช่น เงื่อนไขขอบเขตของปัญหาการถ่ายเทความร้อนในแท่งโลหะ ประกอบด้วย การกำหนดอุณหภูมิที่ปลายทั้งสองของแท่งโลหะนั้น เป็นต้น โดยทั่วไปเงื่อนไขขอบเขตสามารถจำแนกได้เป็น 2 แบบคือ

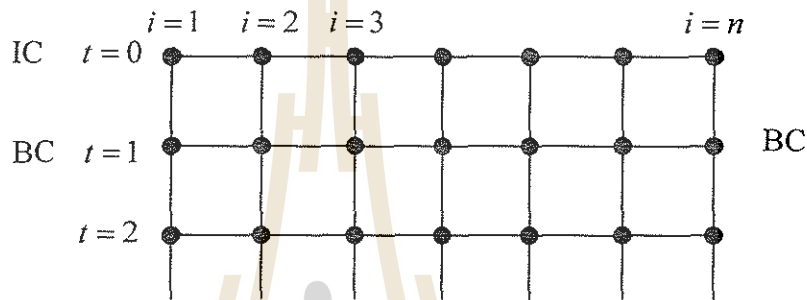
- (ก) เงื่อนไขแบบดิริชเลต (Dirichlet condition) เป็นเงื่อนไขกำหนดตัวแปรตาม U ที่ขอบเขต เช่น กำหนดอุณหภูมิคงที่ที่ปลายแท่งโลหะ
- (ข) เงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann condition) เป็นเงื่อนไขกำหนดค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งของตัวแปรตาม U ที่ขอบเขตนั้น เช่น กำหนด $\partial U/\partial x = 0$ ที่ปลายแท่งโลหะ ซึ่งหมายถึงไม่มีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิตามระยะทางหรือไม่มีการถ่ายเทความร้อน เกิดจากการหุ้มฉนวนมิให้เกิดการถ่ายเทความร้อนที่ปลายแท่งโลหะ หากกำหนด $\partial U/\partial x =$ ค่าคงที่ หมายถึง ยอมให้มีการถ่ายเทความร้อนได้ในปริมาณที่คงที่

เงื่อนไขเริ่มต้นหมายถึงเงื่อนไขที่กำหนดไว้ที่เวลาเริ่มต้นของการแก้ปัญหา เช่น ปัญหาการถ่ายเทความร้อนในแท่งโลหะเริ่มต้นที่เวลา $t=0$ อุณหภูมิในแท่งโลหะทุกจุดมีค่า $0^\circ C$ หรือเป็นฟังก์ชันของระยะทาง $U(x,0) = f(x)$ เป็นต้น ทั้งเงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้นที่เหมาะสม จะนำมาใช้ควบคู่กันในการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยซึ่งอยู่ในรูปแบบของสมการพาราโบลา และรูปแบบอื่นๆ เช่น สมการเอลลิปติก และ ไฮเพอร์โบลา

สำหรับปัญหาการถ่ายเทความร้อนในแท่งโลหะ กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น (initial condition, IC) อุณหภูมิ (U) ที่ระยะ x ต่างๆ เมื่อเวลา $t=0$ กำหนดเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition, BC) อุณหภูมิ (U) ที่ $x = x_1$ และ U ที่ $x = x_2$ กำหนดสัญลักษณ์ $U(i, j)$, i เป็นมิติของตำแหน่ง และ j เป็นมิติของเวลา U มีค่าเปลี่ยนแปลงจากจุดหนึ่งไปยังจุดหนึ่ง

7.2.3 ระเบียบวิธีแบบชัดแจ้ง

จากสมการ (7.65) แก้สมการโดยระเบียบวิธีผลต่างต่อเนื่อง วิธีแบบชัดแจ้ง (explicit method) ซึ่งเป็นระเบียบวิธีที่ง่ายในการทำความเข้าใจและสะดวกต่อการนำไปใช้เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ในขั้นตอนแรกแท่งโลหะจะถูกแบ่งออกเป็นหลายส่วน แต่ละส่วนมีความยาวเท่ากับ Δx และส่วนต่างๆ เหล่านี้เชื่อมต่อกันที่จุดต่อต่างๆ ใช้สัญลักษณ์ $i = 1, 2, \dots$ ถึง n ดังรูปที่ 7.15 จุดต่อเหล่านี้เป็นตำแหน่งที่ใช้คำนวณหาค่าของอุณหภูมิ (U) ซึ่งอุณหภูมิแต่ละจุดมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา (t)



รูปที่ 7.15

การแบ่งแท่งโลหะเป็นส่วนๆ และแสดงตำแหน่งจุดต่อ $i = 1, 2, \dots$ ถึง n และตามเวลา $j = 1, 2, \dots$

ประยุกต์การประมาณของผลต่างแบบตรงกลาง (Central difference) เข้ากับพจน์อนุพันธ์อันดับสองที่แปรผันกับระยะทาง x ดังสมการที่ (7.66) และใช้การประมาณของผลต่างแบบไปข้างหน้า (forward difference) กับพจน์อนุพันธ์อันดับหนึ่งที่แปรผันกับเวลา ดังสมการที่ (7.67) ดังนี้

$$\frac{\partial^2 U_j}{\partial x^2} = \frac{U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}}{\Delta x^2} \quad (7.66)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{\Delta t} \quad (7.67)$$

แทนค่าสมการที่ (7.66) และ (7.67) ลงในสมการ (7.65)

$$\frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{\Delta t} = D_T \left[\frac{U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}}{\Delta x^2} \right] \quad (7.68)$$

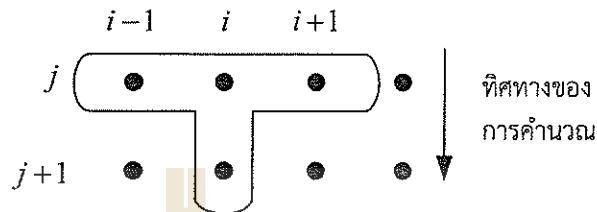
$$U_{i,j+1} = U_{i,j} + \frac{\Delta t D_T}{\Delta x^2} [U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}] \quad (7.69)$$

$$R = \frac{\Delta t D}{\Delta x^2} \quad (7.70)$$

วิธีการนี้จะเสถียรถ้าเป็นไปตามเกณฑ์ดังนี้

$$R = \frac{\Delta t D}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2} \quad (7.71)$$

อุณหภูมิที่จุดต่อ i ณ.เวลาในอนาคต $j+1$ สามารถคำนวณได้โดยตรงจากอุณหภูมิของจุดต่อ 3 จุดที่ $i-1, i$ และ $i+1$ ซึ่งรู้ค่าอุณหภูมิแล้ว จากการคำนวณ ณ.เวลาปัจจุบัน j ดังแสดงในรูปที่ 7.16



รูปที่ 7.16

แผนภาพการคำนวณโดยระเบียบวิธีแบบชัดแจ้ง

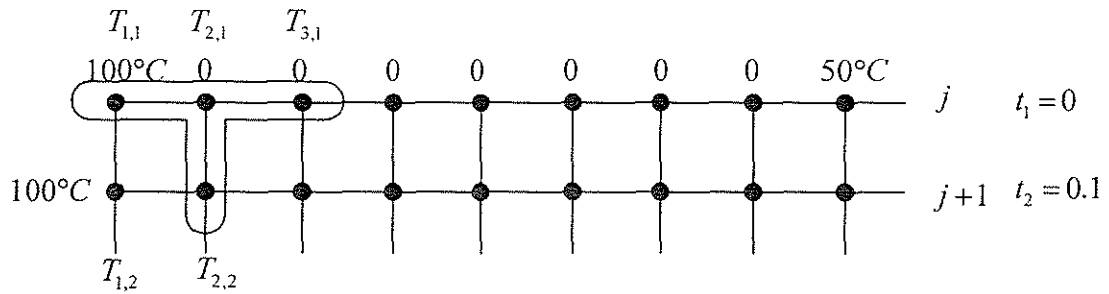
ค่าอุณหภูมิที่เวลาในอนาคต $j+1$ สามารถคำนวณได้โดยตรงจากสมการ (7.69) และโดยใช้ค่าอุณหภูมิที่เวลาในปัจจุบัน j ระเบียบวิธีการเช่นนี้ จึงถูกเรียกว่าเป็นระเบียบวิธีแบบชัดแจ้ง (explicit method) ถึงแม้การใช้วิธีนี้มีข้อดีที่มีความสะดวกในการคำนวณ แต่มีเงื่อนไขว่าค่า R ต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ $\frac{1}{2}$ ดังสมการ (7.71)

ความหมายของเงื่อนไขนี้คือ เมื่อกำหนดระยะห่างระหว่างจุดต่อเท่ากับ Δx ค่าใดค่าหนึ่งแล้ว จะสามารถใช้ค่า Δt สูงสุดได้เพียงค่าหนึ่งเท่านั้น ซึ่งเรียกว่าเป็นค่าช่วงเวลาวิกฤต (critical time step) หากใช้ค่า Δt มากกว่าค่าสูงสุดในการคำนวณแล้ว มีผลให้ผลลัพธ์ที่ได้จะเกิดการลู่ออก (diverge) จากผลลัพธ์ที่ควรจะเป็น

จากเงื่อนไขนี้ยังบอกเป็นนัยว่าหากต้องการค่าผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูง จำเป็นต้องใช้จำนวนจุดต่อมาก ซึ่งหมายถึงความกว้างช่วง Δx มีค่าลดลง การใช้ Δt ต้องมีค่าลดลงมากยิ่งขึ้นตามไปด้วย เมื่ออัตราของ Δx เป็นกำลังสอง

ตัวอย่างที่ 7.6 แก๊สสารเชิงอนุพันธ์แบบพาราโบติก (7.65) เพื่อคำนวณหาการกระจายของอุณหภูมิภายใต้สภาวะไม่อยู่ตัวในแท่งโลหะซึ่งยาว 10 เซนติเมตร โดยแบ่งแท่งโลหะออกเป็น 10 ส่วน ($\Delta x=1$ เซนติเมตร) ปลายด้าน $x=0$ ซม. และปลายด้าน $x=10$ ซม. กำหนดให้มีอุณหภูมิคงที่เท่ากับ 100°C และ 50°C ตามลำดับ และนอกจากปลายทั้งสองด้าน จุดอื่นๆ ในแท่งโลหะมีอุณหภูมิเริ่มต้นเท่ากับ ศูนย์ $^\circ\text{C}$

กำหนด $D_T=0.835 \text{ cm}^2/\text{sec}$ และ $\Delta t=0.1$ วินาที เขียนกราฟอุณหภูมิ $T(x)$ ที่เวลา 2.5 10 และ 25 วินาที



รูปที่ 7.17

แผนภาพการแบ่งแท่งโลหะ เจ็อนไขเริ่มต้น เจ็อนไขขอบเขต สำหรับระเบียบวิธีแบบชัดแจ้ง

วิธีทำ จากโจทย์นี้สามารถเขียนสรุปให้อยู่ในรูปแบบของสมการ ตัวแปร ข้อมูลที่กำหนดให้ได้ดังนี้

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_r \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad 0 \leq x \leq 10 \text{ ซม.}$$

$$T(0, t) = 100^\circ\text{C}$$

$$T(10, t) = 50^\circ\text{C}$$

$$T(x, t) = 0^\circ\text{C}$$

รูปที่ 7.17 แสดงการแบ่งแท่งโลหะออกเป็น 10 ส่วน โดยแต่ละส่วนมีความยาว $\Delta x = 1$ เซนติเมตร และมีจุดต่อทั้งหมด 11 จุด จุดต่อที่ปลายหมายเลข 1 ซ้ายสุด และจุดต่อที่ปลายหมายเลข 11 ขวาสุด กำหนดค่าอุณหภูมิเท่ากับ 100 และ 50 °C คงที่ ตามลำดับ ตลอดการคำนวณ ขณะที่จุดตรงกลางทั้งหมดในช่วงเริ่มต้นมีอุณหภูมิเท่ากับ 0 °C

การคำนวณหาค่าอุณหภูมิที่จุดต่อภายใน สามารถใช้สมการ (7.69) ซึ่งสามารถคำนวณได้โดยตรง เช่น อุณหภูมิใหม่ที่จุดต่อหมายเลข 2 สามารถคำนวณได้จากอุณหภูมิเก่าที่จุดต่อหมายเลข 1, 2 และ 3 ดังนี้

$$T_{2,2} = T_{2,1} + \frac{\Delta t D}{\Delta x^2} [T_{3,1} + 2T_{2,1} + T_{1,1}]$$

โดยตัวห้อยตัวแรกแทนหมายเลขของจุดต่อ และตัวห้อยตัวที่สอง แทนเวลาครั้งที่ 1 กำหนดให้ $\Delta t = 0.1$ วินาที ดังนั้นจากสมการ (7.70)

$$R = \frac{\Delta t D}{\Delta x^2} = 0.1 \frac{0.835}{1^2} = 0.0835$$

ดังนั้นอุณหภูมิที่จุดต่อหมายเลข 2 ที่ $t = 0.1$ วินาที จากสมการ $T_{2,2}$ คือ

$$T_{2,2} = 0 + 0.0835[0 + 2(0) + 100] = 8.35^\circ\text{C}, \quad T_{3,2} = 0^\circ\text{C}$$

$$T_{2,3} = 8.35 + 0.0835[100 + 2(8.35) + 0] = 18.09^\circ\text{C}$$

กระบวนการคำนวณหาอุณหภูมิของทุกๆ จุดต่อที่อยู่ภายในแท่งโลหะนี้ สามารถประดิษฐ์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้โดยง่าย ดังรูปที่ 7.18 และ 7.19 ผลการคำนวณสามารถแสดงการกระจายของอุณหภูมิในแท่งโลหะ ณ.เวลาต่างๆ เมื่อใช้ช่วงเวลาก้าว 0.01 0.1 และ 0.8 วินาที แสดงในรูปที่ 7.20

```
% EXPLICIT FD METHOD TO SOLVE DIFFUSION EQNS

Totaltime=25;          % Total Time (sec)
length=10;            % Rod length
dx=1;                 % Space step (cm)
nodes=(length/dx)+1; % Computing Nodes
Diff=0.835;           % Diffusion coefficient
u=zeros(nodes,1);    % Initial condition for U
u(1)=100;             % Boundary Condition 1 (degree C)
u(nodes)=50;         % Boundary Condition 1 (degree C)

dt=0.01;              % Time step1 (sec)
T=Explicit_fn(dt,dx,Totaltime,Diff,nodes,u);
x=[0:dx:10];

dt=0.1;               % Time step2 (sec)
T=Explicit_fn(dt,dx,Totaltime,Diff,nodes,u);

dt=0.8;               % Time step3 (sec)
T=Explicit_fn(dt,dx,Totaltime,Diff,nodes,u);
```

รูปที่ 7.18

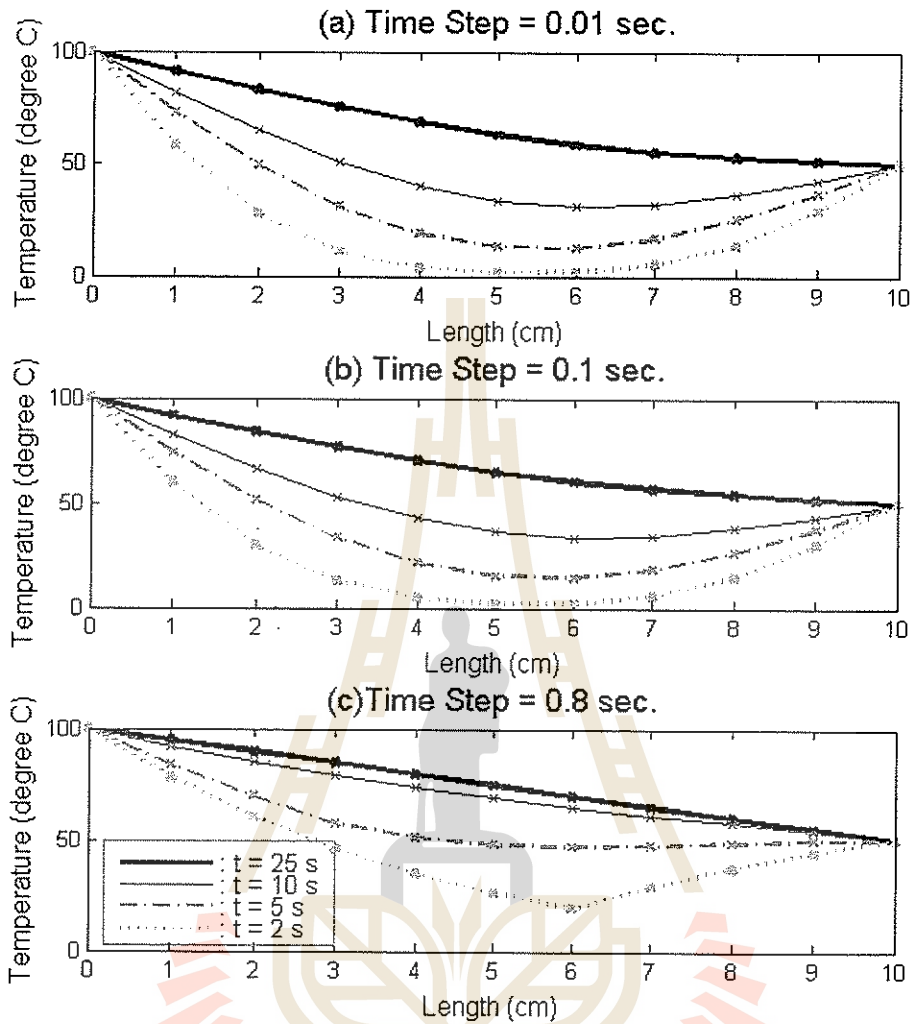
โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ เพื่อใช้คำนวณหาการกระจายของอุณหภูมิในแท่งโลหะภายใต้สภาวะไม่อยู่ตัว โดยระเบียบวิธีแบบชัดเจน (ชื่อไฟล์: Explicit1.m)

```
function [T]=Explicit_fn(dt,dx,Totaltime,Diff,nodes,u)

% Numerical solution
R=dt*Diff/(dx^2);
maxsteps=Totaltime/dt;
T(1,:)=u';
for j=1:maxsteps
    for i=2:(nodes-1)
        u(i)=u(i)+R*(u(i+1)-2*u(i)+u(i-1));
    end
    T(j,:)=u';
end
```

รูปที่ 7.19

โปรแกรมคอมพิวเตอร์(แมทแล็บ) ฟังก์ชัน เพื่อใช้คำนวณหาการกระจายของอุณหภูมิในแท่งโลหะภายใต้สภาวะไม่อยู่ตัว โดยระเบียบวิธีแบบชัดเจน (ชื่อไฟล์: Explicit_fn.m)



รูปที่ 7.20

ผลการคำนวณหาการกระจายของอุณหภูมิในแท่งโลหะภายใต้สภาวะไม่อยู่ตัว โดยระเบียบวิธีแบบชัดเจนจากตัวอย่างที่ 7.6

7.2.4 ระเบียบวิธีแบบปริยาย

ระเบียบวิธีแบบชัดเจนใช้ประมาณค่าอนุพันธ์อันดับสองซึ่งแปรผันกับระยะ x ที่ตำแหน่งต่างๆ ที่เวลาในอนาคต โดยใช้ข้อมูลอุณหภูมิที่ทราบค่าแล้วในปัจจุบัน แต่สำหรับระเบียบวิธีแบบปริยาย (Implicit method) การประมาณค่าอนุพันธ์อันดับสองนี้ ใช้ข้อมูลอุณหภูมิที่ยังไม่ทราบค่าในอนาคต

$$\frac{\partial^2 U_{j+1}}{\partial x^2} = \frac{U_{i+1,j+1} - 2U_{i,j+1} + U_{i-1,j+1}}{\Delta x^2} \tag{7.72}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{\Delta t} \tag{7.73}$$

แทนค่าสมการที่ (7.72) และ (7.73) ลงใน (7.65)

$$\frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{\Delta t} = D_T \left[\frac{U_{i+1,j+1} - 2U_{i,j+1} + U_{i-1,j+1}}{\Delta x^2} \right] \quad (7.74)$$

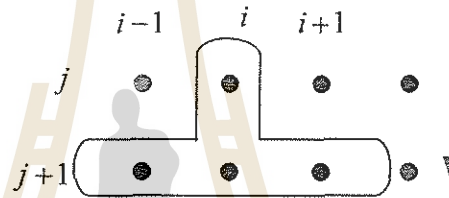
$$\frac{\Delta t D_T}{\Delta x^2} [U_{i+1,j+1} - 2U_{i,j+1} + U_{i-1,j+1}] - U_{i,j+1} = -U_{i,j} \quad (7.75)$$

$$\alpha U_{i-1,j+1} - (1 + 2\alpha)U_{i,j+1} - \alpha U_{i+1,j+1} = -U_{i,j} \quad (7.76)$$

$$aU_{i-1,j+1} + bU_{i,j+1} + cU_{i+1,j+1} = d \quad (7.77)$$

โดย $a = \alpha$, $b = -(1 + 2\alpha)$, $c = \alpha$, และ $d = -1 \cdot U_{i,j}$, $\alpha = \Delta t D_T / \Delta x^2$

อุณหภูมิที่ตำแหน่งจุดต่อ $i-1$, i และ $i+1$ ณ เวลา $j+1$ ทางด้านซ้ายของสมการ เป็นอุณหภูมิที่เวลา $j+1$ ซึ่งยังไม่ทราบค่า ส่วนทางด้านขวาของสมการเป็นอุณหภูมิที่เวลา j ซึ่งรู้ค่าแล้ว สมการ (7.77) สามารถแสดงโดยรูปที่ 7.21



รูปที่ 7.21

แผนภาพการคำนวณโดยระเบียบวิธีแบบปริยาย

ตัวอย่างที่ 7.7 คำนวณหาการกระจายของอุณหภูมิในแท่งโลหะที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาดังได้อธิบายในตัวอย่างที่ 7.6 อีกครั้ง แต่ใช้วิธีระเบียบวิธีแบบปริยาย กำหนดให้ใช้ค่าของช่วงเวลา $\Delta t = 1$ วินาที และแสดงคำตอบที่สถานะอยู่ตัว

วิธีทำ

ใช้สมการ (7.77) ประยุกต์เข้ากับทุกๆ จุดต่อที่ต้องการคำนวณหาอุณหภูมิภายในแท่งโลหะ ดังนี้

$$i = 1; \quad U_{1,j+1} = T_1$$

$$i = 2; \quad aU_{1,j+1} + bU_{2,j+1} + cU_{3,j+1} = -U_{2,j} = d_{2,j}$$

$$i = 3; \quad aU_{2,j+1} + bU_{3,j+1} + cU_{4,j+1} = -U_{3,j} = d_{3,j}$$

$$i = 10; \quad aU_{9,j+1} + bU_{10,j+1} + cU_{11,j+1} = -U_{10,j}$$

$$i = 11; \quad U_{11,j+1} = T_2$$

เขียนสมการทั้งหมดในรูปเมทริกซ์ ทำให้เกิดเมทริกซ์แบบสามแถวแฉงดังแสดงในสมการ (7.78) ที่ $i = 1$ และ $i = 11$ เป็นเงื่อนไขขอบเขตของอุณหภูมิที่ปลายทั้งสอง

สามารถแก้สมการ (7.78) เพื่อหาผลลัพธ์ของอุณหภูมิที่จุดต่อ ณ.เวลา t+1 ได้โดยใช้ระเบียบวิธีการแก้สมการแบบสามแถวทแยง (Tri-diagonal system) หรือ เรียกว่า Thomas algorithm

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 a & b & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & a & b & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & a & b & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & a & b & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & a & b & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & b & c & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & b & c & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & b & c & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & b & c \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 U_1^{t+1} \\
 U_2^{t+1} \\
 U_3^{t+1} \\
 U_4^{t+1} \\
 U_5^{t+1} \\
 U_6^{t+1} \\
 U_7^{t+1} \\
 U_8^{t+1} \\
 U_9^{t+1} \\
 U_{10}^{t+1} \\
 U_{11}^{t+1}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 d'_1 \\
 d'_2 \\
 d'_3 \\
 d'_4 \\
 d'_5 \\
 d'_6 \\
 d'_7 \\
 d'_8 \\
 d'_9 \\
 d'_{10} \\
 d'_{11}
 \end{bmatrix}
 \tag{7.78}$$

รูปที่ 7.22 และ 7.23 แสดงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นเพื่อใช้คำนวณหาค่าการกระจายของอุณหภูมิในแท่งโลหะภายใต้สถานะไม่อยู่ตัวโดยระเบียบวิธีแบบปริยาย มีขั้นตอนการคำนวณในโปรแกรมคอมพิวเตอร์คล้ายกับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ระเบียบวิธีวิธีแบบชัดแจ้งในรูปที่ 7.18 ยกเว้นขั้นตอนการสร้างระบบสมการ (7.78) และระเบียบวิธีการแก้สมการนี้ การเปรียบเทียบผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีแบบปริยาย ที่เวลาต่างๆ แสดงในรูปที่ 7.24

```

% Implicit FD method to solve heat conduction

totaltime=25;          % total time in sec
dt=2.5 ;              % time step (sec.)
maxstep=totaltime/dt; % max time steps
length=10;           % Rod length (cm)
dx=1;                % Space step (cm)
n=(length/dx)+1;    % computing nodes
Diff=0.835;          % Diffusion coefficient
R=dt*Diff/(dx^2);
T1=100;              % Boundary condition (degree C)
T2=50;               % Boundary condition (degree C)

u=zeros(1,n);        % Initial condition
a(1)=0;
b(1)=1;
c(1)=0;
a(n)=0;
b(n)=1;
c(n)=0;
d(1)=T1;
d(n)=T2;
u(1)=T1;              % Boundary condition (degree C)
u(n)=T2;              % Boundary condition (degree C)

for j=1:maxstep
    
```

```
[a b c d]=assemble3(n,R,u,a,b,c,d);
v=tridia(n,a,b,c,d);
for i=2:(n-1)
    u(i)=v(i);
end
T(j,:)=v;
end
```

รูปที่ 7.22

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ เพื่อใช้คำนวณหาการกระจายของอุณหภูมิในแท่งโลหะภายใต้สภาวะไม่อยู่ตัว โดยระเบียบวิธีแบบปริยาย (ชื่อไฟล์: Implicit1.m)

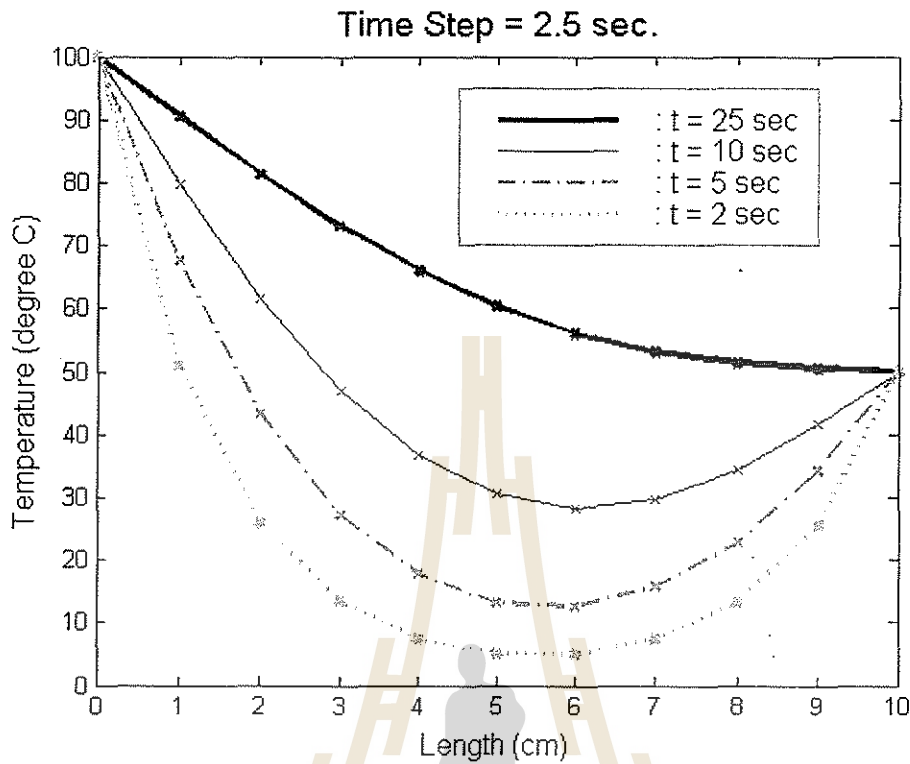
```
function [a b c d]=assemble3(n,R,u,a,b,c,d)
for i=2:(n-1)
    a(i)=R;
    b(i)=-(1+(2*R));
    c(i)=R;
    d(i)=-1*u(i);
end
```

```
function [v]=tridia(n,a,b,c,d)
for i=1:n
    bb(i)=b(i);
    dd(i)=d(i);
end
for i=2:n
    ff=a(i)/bb(i-1);
    bb(i)=bb(i)-c(i-1)*ff;
    dd(i)=dd(i)-d(i-1)*ff;
end
v(n)=dd(n)/bb(n);
for i=1:(n-1)
    j=n-i;
    v(j)=(dd(j)-c(j)*v(j+1))/bb(j);
end
```

รูปที่ 7.23

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ (2 ฟังก์ชัน) เพื่อใช้คำนวณหาการกระจายของอุณหภูมิในแท่งโลหะภายใต้สภาวะไม่อยู่ตัว โดยระเบียบวิธีแบบปริยาย (ชื่อไฟล์: assemble3.m และ tridia.m)

ระเบียบวิธีแบบปริยายทำให้เราใช้ค่าช่วงเวลาก้าวได้สูงกว่าระเบียบวิธีแบบชัดแจ้ง แต่ความเที่ยงตรงของผลลัพธ์ที่ได้ไม่สูงมากนัก เมื่อเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากระเบียบวิธีแบบชัดแจ้ง ทั้งนี้เนื่องมาจากการใช้ช่วงเวลาก้าว Δt ที่มีค่าสูงเกินไป จะก่อให้เกิดความผิดพลาดมากตามมา โดยเฉพาะกับการประมาณค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งที่แปรผันตามเวลา มีอันดับความผิดพลาด $O(\Delta t)$ ในขณะที่การประมาณค่าอนุพันธ์อันดับสองที่แปรผันกับระยะทาง มีอันดับความผิดพลาด $O(\Delta x^2)$



รูปที่ 7.24

การเปรียบเทียบผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีแบบปริยาย ที่เวลาต่างๆ จากตัวอย่างที่ 7.7

คำถามท้ายบท

1. จากตัวอย่างที่ 7.2 คำนวณโดยวิธีเชิงตัวเลข $t = 0$ จนถึง 0.1 วัน คำนวณเพิ่มด้วย Δt ค่าต่างๆ และเขียนกราฟทั้ง 4 เส้น ($\Delta t = 0.05, 0.01, 0.001, 0.0001$ วัน) เปรียบเทียบกับวิธีการเชิงวิเคราะห์ เขียนโปรแกรมโดยใช้ MATLAB
2. จากตัวอย่างที่ 7.3 คำนวณโดยวิธีเชิงตัวเลข $t = 0$ วัน จนถึง 0.1 วัน คำนวณเพิ่มด้วย $\Delta t = 0.01, 0.02, 0.05$ วัน เขียนกราฟความเข้มข้นของ A, B, C ที่ Δt ต่างๆ เปรียบเทียบกับวิธีการเชิงวิเคราะห์ เขียนโปรแกรมโดยใช้ MATLAB
3. ปรับปรุง Code เพื่อการใช้วิธี Runge-Kutta สำหรับโจทย์ 3 species จากข้อ 2
4. จาก stiff differential equation

$$\frac{du}{dt} = 988u + 1998v$$

$$\frac{dv}{dt} = -999u - 1999v$$

กำหนด initial condition $u(0) = 1, v(0) = 0$

(ก) เขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง x และ u , ระหว่าง x และ v ของ analytical solution โดยใช้มาตราส่วนของ x เป็น log scale

$$u = 2e^{-x} - e^{-1000x}$$

$$v = -e^{-x} + e^{-1000x}$$

- (ข) คำนวณโดยใช้วิธีของออยเลอร์ที่ $dt=0.0019, 0.002$ และ 0.0021 วินาที เปรียบเทียบกับ analytical solution ที่ dt ใดที่เกิดความไม่เสถียรของผลลัพธ์
- (ค) คำนวณโดยใช้ระเบียบวิธีของรุงเง-คุททา ทหาว่าที่ dt มากกว่ากี่วินาทีจึงทำให้เกิดภาวะไม่เสถียร
- (ง) คำนวณโดยใช้ระเบียบวิธีแบบปริยายของออยเลอร์ ที่ $dt=0.004, 0.01$ และ 0.1 วินาที
5. ทำการวิเคราะห์ความเสถียร กรณีระเบียบวิธีแบบปริยายของออยเลอร์ที่คล้ายคลึงกันกับ ระเบียบวิธีแบบชัดแจ้งของออยเลอร์ $y_{i+1} = y_i + \Delta t \lambda y_{i+1}$ พิสูจน์ว่าไม่มีปัญหาด้านความเสถียร

$$\left| \frac{e_{i+1}}{e_i} \right| = \left| \frac{1}{1 - \Delta t \lambda} \right| \leq 1 \quad \text{เป็นจริงเสมอสำหรับทุกค่าของ } \Delta t \text{ ถ้า } \lambda \text{ เป็นลบ}$$

6. จากตัวอย่างที่ 7.6 คำนวณหาการกระจายของอุณหภูมิภายใต้สภาวะไม่อยู่ตัวในแท่งโลหะเปลี่ยน $\Delta t = 0.2, 0.5, 1, 2$ วินาที
7. จากตัวอย่างที่ 7.7 คำนวณหาการกระจายของอุณหภูมิภายใต้สภาวะไม่อยู่ตัวในแท่งโลหะเปลี่ยน $\Delta t = 1, 2, 5, 10$ วินาที
8. สร้างสมการของจุดต่อเพื่อใช้แก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบพาราโบลา

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 2 \quad 0 \leq x \leq 1, \quad t > 0$$

โดยมีเงื่อนไขขอบเขต

$$u(0, t) = u(1, t) = 0 \quad t > 0$$

เงื่อนไขเริ่มต้น

$$u(x, 0) = \cos \pi x + x(1-x) \quad 0 \leq x \leq 1$$

กำหนดให้ใช้ระเบียบวิธี แบบชัดแจ้ง โดยแบ่งขอบเขตของปัญหาเป็น 4 ช่วง (5 จุดต่อ) ใช้ช่วงเวลาในการคำนวณ $\Delta t = 0.02$ วินาที เพื่อคำนวณหาผลลัพธ์ในช่วง $0 \leq t \leq 0.1$ เปรียบเทียบความเที่ยงตรงของผลลัพธ์ที่ได้กับผลเฉลยแม่นยำตรงจากการวิเคราะห์ คือ

$$u(x, t) = e^{-\pi^2 t} \sin \pi x + x(1-x)$$

บทที่ 8

การแก้ปัญหาการไหลของน้ำใต้ดิน 1 ทิศทาง

8.1 กรณีชั้นให้น้ำแบบปิด (Confined aquifer)

8.1.1 สมการการไหลของน้ำใต้ดิน

จากกฎข้อที่ 1 : หลักการคงมวล (Conservation of mass) จากกรอบปริมาตรควบคุมในรูปที่ 8.1 เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$q|_x A - q|_{x+\Delta x} A = \frac{\partial}{\partial t} [S_s A \Delta x \bar{h}] \quad (8.1)$$

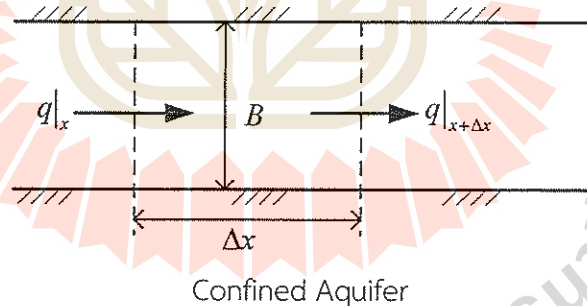
กำหนดตัวแปรที่คล้ายกับปัญหาการนำความร้อนได้ดังนี้

q = อัตราการไหลตามกฎของดาร์ซี (Darcy) หน่วย $[m^3 / m^2 - sec]$

$h = h(x, t)$ เสดทางชลศาสตร์ (Hydraulic or piezometric head) [m]

S_c = ความจุจำเพาะของชั้นให้น้ำ (Specific storage of aquifer) หน่วย

$$\left[\frac{m^3}{m^3 \times m} \right] = \left[\frac{1}{m} \right]$$



รูปที่ 8.1

การไหลของน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบปิด (Confined aquifer)

นิยามของ S_c คือปริมาณน้ำใต้ดินที่ปล่อยออกมา (\forall ของน้ำ) ต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรของชั้นให้น้ำและต่อหน่วยการเปลี่ยนแปลงเสดชลศาสตร์

$$S_s = \forall \text{ ของน้ำ} / (\forall \text{ ของชั้นอุ้มน้ำ} \times \bar{h}) \quad (8.2)$$

โดย \forall ของน้ำ = $S_s A \Delta x \bar{h}$ แทนค่าต่างๆ ในสมการ (8.1) ได้ผลดังนี้

$$[q|_x B(1) - q|_{x+\Delta x} B(1)] \Delta t = B(1) \Delta x S_s [h(t + \Delta t) - h(t)] \quad (8.3)$$

$$\frac{-B[q(x + \Delta x) - q(x)]}{\Delta x} = S_s B \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.4)$$

$\Delta x \rightarrow 0$ สมการ (8.4) เขียนในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยได้ดังนี้

$$-B \frac{\partial q}{\partial x} = BS_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.5)$$

กฎข้อที่ 2 : กฎของดาร์ซี (Darcy's law)

$$\bar{q} = -K \frac{\partial h}{\partial x} \quad (8.6)$$

โดย K : ค่าการนำทางชลศาสตร์ (hydraulic conductivity) แทนค่า (8.6) ใน (8.5)

$$BS_s \frac{\partial h}{\partial t} = BK \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (8.7)$$

โดย $BK =$ อัตราการไหลผ่าน (transmissivity, T) ของชั้นให้น้ำ และ $BS_s = S =$ ค่าสัมประสิทธิ์การกักเก็บ (storage coefficient) แทนค่าในสมการ (8.7) ได้

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = T \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (8.8)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = D_h \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (8.9)$$

โดย $D_h = \frac{T}{S} =$ ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ทางชลศาสตร์ (hydraulic diffusivity) [cm^2/sec] สมการ

(8.9) มีลักษณะเป็นสมการพาราโบลิก คล้ายกับสมการปัญหาของการนำความร้อนในแท่งโลหะในสมการ

(7.64) ดังนั้น เมื่อใช้ระเบียบวิธีแบบชัดแจ้ง สำหรับ $\frac{\partial U}{\partial t} = D \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ ได้ผลดังนี้

$$\frac{U_i^{t+1} - U_i^t}{\Delta t} = D \frac{U_{i+1}^t - 2U_i^t + U_{i-1}^t}{\Delta x^2} \quad (8.10)$$

$$U_i^{t+1} = U_i^t + \frac{D\Delta t}{\Delta x^2} [U_{i+1}^t - 2U_i^t + U_{i-1}^t] \quad (8.11)$$

หากใช้ระเบียบวิธีแบบปริยายเป็นการใช้ข้อมูลเป็นเวลา t และ $t+1$ หาค่าที่เวลา $t+1$ ซึ่งไม่สามารถแก้สมการหาค่า U_i^{t+1} ได้ เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\frac{U_i^{t+1} - U_i^t}{\Delta t} = D \left[\frac{U_{i+1}^{t+1} - 2U_i^{t+1} + U_{i-1}^{t+1}}{\Delta x^2} \right] \quad (8.12)$$

จัดสมการ (8.12) ใหม่ให้ด้านซ้ายเป็นตัวแปรในปัจจุบันที่ไม่ทราบค่า ส่วนด้านขวามือเป็นตัวแปรในอดีตที่ทราบค่าแล้ว ได้สมการดังนี้

$$\frac{D\Delta t}{\Delta x^2} [U_{i+1}^{t+1} - 2U_i^{t+1} + U_{i-1}^{t+1}] - U_i^{t+1} = -U_i^t \quad (8.13)$$

ด้านซ้ายมือเป็นเวลาใหม่ (LHS new time) ส่วนด้านขวามือเป็นเวลาเก่า (RHS old time) กำหนดให้

$$\alpha = \frac{D\Delta t}{\Delta x^2} \quad (8.14)$$

แทนค่า α ในสมการ (8.13) และจัดใหม่ได้ดังนี้

$$\alpha U_{i-1}^{t+1} - (1+2\alpha)U_i^{t+1} + \alpha U_{i+1}^{t+1} = -1 \cdot U_i^t \quad (8.15)$$

$$aU_{i-1}^{t+1} + bU_i^{t+1} + cU_{i+1}^{t+1} = d \quad (8.16)$$

โดย กำหนด $a = \alpha, b = -(1+2\alpha), c = \alpha, d = -1 \times U_i^t$ ทั้งนี้ U_i^t เป็นตัวแปรที่รู้ค่าจากเวลาในอดีต

8.1.2 กรณีมีการเติมน้ำ (recharge) จากด้านบน

จากรูปที่ 8.2 นำมาเขียนเป็นสมการตามหลักการคงมวลได้ดังนี้ มวลของน้ำเข้า-มวลของน้ำออก = อัตราเปลี่ยนแปลงปริมาตรน้ำในชั้นหินน้ำ

$$\begin{aligned} \rho q(x) B \cdot 1 - \rho q(x + \Delta x) B \cdot 1 + w \cdot 1 \cdot \Delta x \rho &= \frac{\partial}{\partial t} (S_s \Delta x B \cdot 1 \bar{h}(t) \rho) \\ &= S_s \Delta x B \rho \frac{\partial \bar{h}(t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (8.17)$$

โดย ปริมาตรของชั้นประกอบของชั้นหินน้ำแบบปิด = $\Delta x B \cdot 1$

ปริมาตรของน้ำที่เก็บในชั้นประกอบต่อหน่วยเสต = $S_s \Delta x B \cdot 1$

ปริมาตรของน้ำทั้งหมด = $S_s \Delta x B \cdot 1 \cdot \bar{h}(t)$

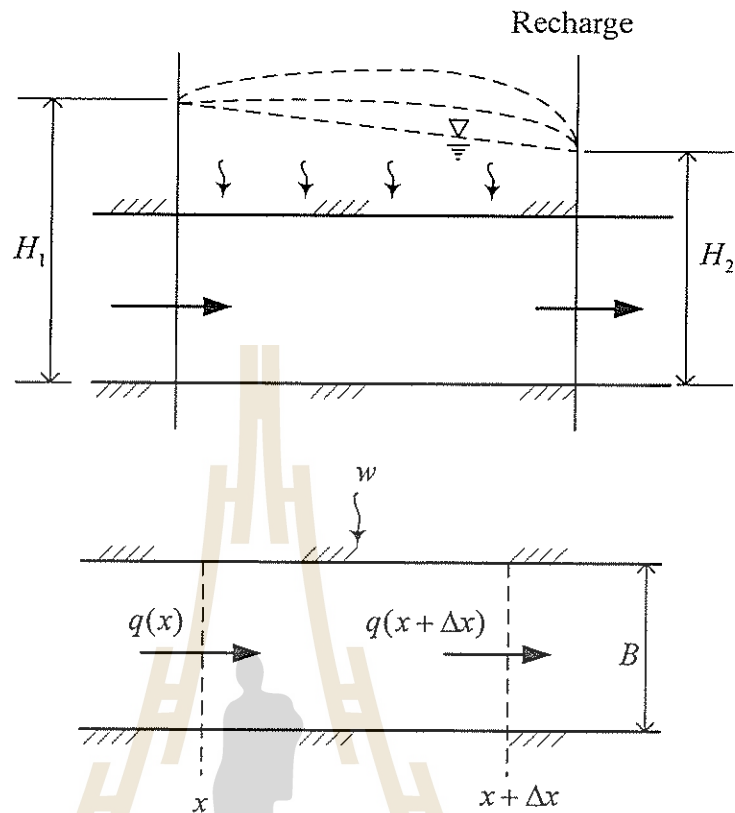
มวลของน้ำสะสม = $S_s \Delta x B \cdot 1 \bar{h}(t) \rho$

และ q : การไหลตามหลักดาร์ซี (Darcy flux) หน่วย ($m^3/m^2 \cdot day$) และ w : อัตราการเติมน้ำจากด้านบน (Recharge) หน่วย ($m^3/m^2 \cdot day$) สมการ (8.17) ทหารด้วย $\Delta x \rho$

$$\frac{-B[q(x + \Delta x) - q(x)]}{\Delta x} + w = BS_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.18)$$

$\Delta x \rightarrow 0$ สมการ (8.18) เขียนในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยได้ดังนี้

$$-B \frac{\partial q}{\partial x} + w = BS_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.19)$$



รูปที่ 8.2

รูปตัดตามยาวของการไหลของน้ำใต้ดิน ในชั้นหินน้ำแบบปิดเป็นชั้นประกอบปริมาตร $\Delta x B \cdot 1$

กฎข้อที่ 2 ของดาร์ซี (Darcy's law)

$$q = -K \frac{\partial h}{\partial x} \quad (8.20)$$

แทนค่า q จาก (8.20) ใน (8.19)

$$-B \frac{\partial}{\partial x} \left(-K \frac{\partial h}{\partial x} \right) + w = BS_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.21)$$

$$BK \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + w = BS_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.22)$$

$$T \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + w = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.23)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{T}{S} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{w}{S} \quad (8.24)$$

ที่สภาวะคงตัวตามเวลา (steady state), $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$ ดังนั้น สมการ (8.24) ลดทอนเป็น

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -\frac{w}{T} = -\alpha \quad (8.25)$$

หากกำหนดเงื่อนไขขอบเขต $x=0, h=h_0$ และ $x=L, h=h_L$ หาคำตอบโดยการวิเคราะห์ก็ได้ผลดังนี้

$$h(x) = -\frac{\alpha x^2}{2} + \left[\frac{h_L - h_0}{L} + \frac{dL}{2} \right] x + h_0 \quad (8.26)$$

ใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม ประมาณโดยวิธีแบบปริยาย จากสมการ (8.24) แทน $A_1 = T/S$ และ $A_2 = w/S$ ได้ผลดังนี้

$$\frac{\partial h}{\partial t} = A_1 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + A_2 \quad (8.27)$$

$$\frac{h'_{i+1} - h'_i}{\Delta t} = A_1 \left[\frac{h'_{i+1} - 2h'_i + h'_{i-1}}{\Delta x^2} \right] + A_2 \quad (8.28)$$

จัดสมการ (8.28) ใหม่

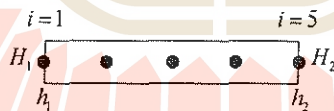
$$\left[\frac{A_1}{\Delta x^2} \right] h'_{i-1} - \left[\frac{2A_1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta t} \right] h'_i + \frac{A_1}{\Delta x^2} h'_{i+1} = \left[-\frac{h'_i}{\Delta t} - A_2 \right] \quad (8.29)$$

$$ah_{i-1} + bh_i + ch_{i+1} = d_i \quad (8.30)$$

โดย $a = \left[\frac{A_1}{\Delta x^2} \right]$, $b = -\left[\frac{2A_1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta t} \right]$, $c = \frac{A_1}{\Delta x^2}$, $d_i = \left[-\frac{h'_i}{\Delta t} - A_2 \right]$ และ d_i เป็นฟังก์ชันของเวลา

เดิม

เขตศาสตร์สามารถคำนวณได้จากเงื่อนไขเริ่มต้น หรือจากข้อมูลจากเวลาอดีต สมมติแบ่งชั้นให้น้ำแบบปิดออกเป็น 4 ส่วน มี 5 จุดต่อดังนี้



(BC₁)

$$i=1 \quad h_1 = H_1 \quad (8.31)$$

$$i=2 \quad ah_1 + bh_2 + ch_3 = d_2 \quad (8.32)$$

$$i=3 \quad ah_2 + bh_3 + ch_4 = d_3 \quad (8.33)$$

$$i=4 \quad ah_3 + bh_4 + ch_5 = d_4 \quad (8.34)$$

$$i=5 \quad h_5 = H_2 \quad (8.35)$$

โดยที่ $i=1$ เป็นเงื่อนไขขอบเขตที่ 1 (BC₁) ที่ $i=5$ เป็นเงื่อนไขขอบเขตที่ 2 (BC₂) d_2 , d_3 และ d_4 เป็นข้อมูลจากเวลาในอดีต สมการเหล่านี้นำไปเขียนในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & b & c & 0 & 0 \\ 0 & a & b & c & 0 \\ 0 & 0 & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1^{'+1} \\ h_2^{'+1} \\ h_3^{'+1} \\ h_4^{'+1} \\ h_5^{'+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{bmatrix} \quad (8.36)$$

$\swarrow H_1$
 $\nwarrow H_2$

เงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition)

ใช้เงื่อนไขขอบเขตประเภทนอยมันน์ (Neumann BC or derivation BC) กรณีไม่มีการไหลของน้ำผ่านขอบเขตที่ $x = x_B$

$$-K \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=x_B} = 0 \quad (8.37)$$

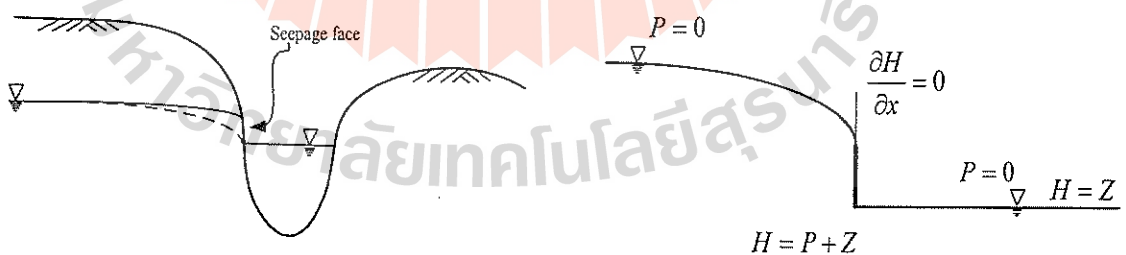
$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=x_B} = 0 \quad (8.38)$$

กรณีมีการไหลของน้ำผ่านขอบเขต $= q_B$

$$q_B = -K \frac{\partial h}{\partial x} \quad (8.39)$$

$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=x_B} = \frac{-q_B}{K} \quad (8.40)$$

ใช้กรณีเงื่อนไขขอบเขตแบบผสม (mixed BC) ระหว่างแบบดิริชเลต (Dirichlet condition) ซึ่งมีเฮดคงที่ขณะเดียวกันมีการไหลของน้ำผ่านซึ่งเป็นขอบเขตประเภทนอยมันน์ เช่น กรณี ผิวหน้าการซึมออก (seepage face)

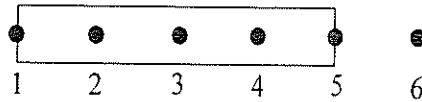


รูปที่ 8.3

กรณีเงื่อนไขขอบเขตแบบผสม ใช้ที่ ผิวหน้าการซึมออก (seepage face)

สมมุติการไหลในแนวนอนผ่านผิวหน้าการซึมออก = 0 ตามหลักการ “Dupuit approximation” จากสมการ (8.38) ให้ U เป็นเฮดชลศาสตร์ แทนในสมการ (8.30)

$$aU_{i-1} + bU_i + cU_{i+1} = d \quad (8.41)$$



จุดต่อที่ 5 เป็นผิวหน้าการซึมออก มีเฮดชลศาสตร์ที่คงที่ นำสมการ (8.38) มาใช้ได้ดังนี้

$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{at i=5} = 0 \tag{8.42}$$

$$\frac{U_6 - U_4}{2\Delta x} = 0 \tag{8.43}$$

$$U_6 = U_4 \tag{8.44}$$

ที่ $i = 5$ แทนค่าสมการ (8.44) ในสมการ (8.41)

$$aU_4 + bU_5 + cU_6 = d_5 \tag{8.45}$$

$$(a+c)U_4 + bU_5 = d_5 \tag{8.46}$$

แทนสมการ (8.46) ในเมทริกซ์จากสมการ (8.36)

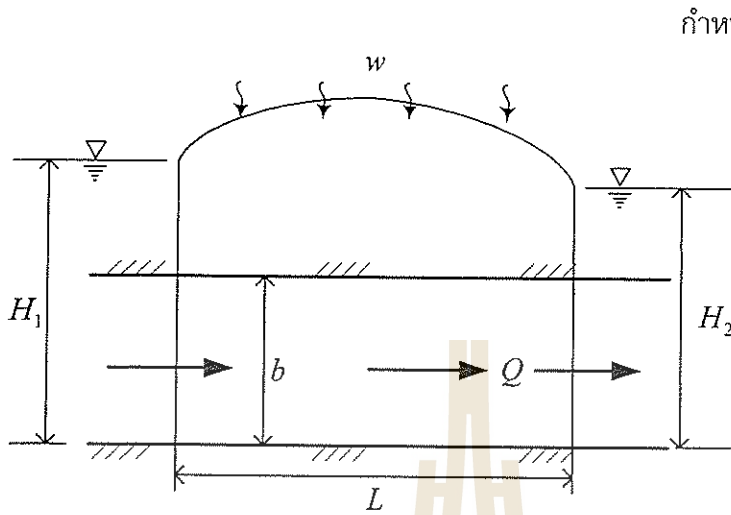
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & b & c & 0 & 0 \\ 0 & a & b & c & 0 \\ 0 & 0 & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & (a+c) & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{bmatrix} \tag{8.47}$$

โดย $d_1 = H_1, d_5 = H_2$

ตัวอย่างที่ 8.1 ใช้วิธีระเบียบวิธีผลต่างสลับเนื่องแบบปริยาย (Implicit FD method) แก้ปัญหาการไหลของน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบปิด มิติเดียว (1-D Confined aquifer) ที่มีการเติมน้ำ (recharge) กำหนดชั้นให้น้ำมีความยาว (L) 1,500 m. ความหนา (b) = 15 m. ความจุจำเพาะ (Specific storage, S_s) = 0.001, อัตราการเติมน้ำ (w) = 0.4 m/year ค่าการนำทางชลศาสตร์ (hydraulic conductivity, K) = 1.2 m/day เงื่อนไขขอบเขต $h_1 = 31$ m และ $h_2 = 29$ m เวลาทั้งหมด 200 วัน ใช้ $\Delta x = 50$ m $\Delta t = 1$ วัน

เปรียบเทียบผลการคำนวณกับผลลัพธ์แม่นยำตรงจากสมการที่ได้จากการวิเคราะห์ ในสภาพการไหล

แบบคงตัว (steady state)
$$h = -\frac{w}{T} \frac{x^2}{2} + \left[\frac{(h_2 - h_1)}{L} + \frac{w}{2T} \right] x + h_1$$



กำหนดค่า : $L=1,500\text{ m}$
 $S_s = 0.001$
 $\omega = 0.4\text{ m/year}$
 $K = 1.2\text{ m/day}$
 $b = 15\text{ m}$
 $H_1 = 31\text{ m}$
 $H_2 = 29\text{ m}$
 $t = 200\text{ day}$
 $\Delta x = 50\text{ m}$
 $\Delta t = 1\text{ day}$
 ต้องการหาค่า $h(x,t)$

วิธีทำ

ดำเนินการตามขั้นตอนเหมือนการพัฒนาจากสมการ (8.24) จนถึงสมการ (8.30) เขียนแยกออกเป็นจุดต่อ i ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} i=1, & h_1 = H_1 \\ i=2, & ah_1 + bh_2 + ch_3 = d_2 \\ i=3, & ah_2 + bh_3 + ch_4 = d_3 \end{aligned}$$

เขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a & b & c & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & c & \dots & & & \\ \vdots & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & (a+c) & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1^{t+1} \\ h_2^{t+1} \\ h_3^{t+1} \\ \vdots \\ h_{n-1}^{t+1} \\ h_n^{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{bmatrix} \tag{8.48}$$

แทนค่าพารามิเตอร์

$$A_1 = \frac{T}{S_s} = \frac{Kb}{S_s} = \frac{1.2(15)}{0.001} = 18,000$$

$$a = \frac{A_1}{\Delta x^2} = \frac{18,000}{50^2} = 72$$

$$A_2 = \frac{w}{S_s} = \frac{0.4}{365} \times \frac{1}{0.001} = 1.096$$

$$\tilde{b} = -\frac{2A_1}{\Delta x^2} = \frac{-2(18,000)}{50^2} = 14.14$$

$$d_1 = H_1 = 31\text{ m}$$

$$c = \frac{A_1}{\Delta x^2} - \frac{1}{\Delta t} = \frac{18,000}{50^2} - \frac{1}{1} = 6.2$$

ที่ $t = 0$; สมมุติเขตทางชลศาสตร์ เป็นสมการเส้นตรงจาก $H_1 = 31\text{ m}$ ไปยัง $H_2 = 29\text{ m}$

$$\begin{array}{cccc}
 i=1 & 2 & 3 & 4 \\
 |-----|-----|-----|-----| \\
 0 & 50 & 100 & 150 \\
 \\
 t=0; h' = & 31 & 30.93 & 30.87 \\
 \\
 h_2^0 = 31 - \frac{(31-29)(50)}{1500} = 30.93 \\
 h_3^0 = 31 - \frac{(31-29)(100)}{1500} = 30.87
 \end{array}$$

หาค่า d ซึ่งรู้ค่าจากเวลาในอดีตสำหรับจุดต่อต่างๆ

$$d_1 = 31$$

$$d_2 = -\frac{1}{\Delta t} h_1' - A_2 = -\frac{30.93}{1} - 1.096 = -32.026$$

$$d_3 = -\frac{1}{\Delta t} h_2' - A_2 = -\frac{30.87}{1} - 1.096 = -31.966$$

จุดต่อสุดท้าย

$$d_{31} = -\frac{1}{\Delta t} h_{30}' - A_2 = -\frac{29}{1} - 1.096 = -30.096$$

แทนค่าตัวเลขเหล่านี้ในสมการเมทริกซ์ (8.48) แก้สมการต่อไป

จากตัวอย่างขั้นตอนการคำนวณข้างต้นสามารถนำมาเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ แสดงในรูปที่ 8.4 8.5 และ 8.6 ผลการเปรียบเทียบผลการคำนวณแฮดด้วยระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (FD) แบบปริยาย และด้วยการวิเคราะห์ ของการไหลน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบปิดที่มีการเติมน้ำ แสดงในรูปที่ 8.7

```
% IMPLICIT FINITE DIFFERENCE METHOD TO SOLVE
% 1 D FLOW IN CONFINED AQUIFER WITH RECHARGE
```

```

Totaltime=200;           %(day)
dt=1;                   % Time step (day)
maxstep=Totaltime/dt;
L=1500;                 % Length of aquifer(m)
dx=50;                  % Space step (m)
grid=L/dx;              % Number of grids
n=round(grid)+1;        % Number of nodes
S=0.001;                % Storage coefficient
w=0.4/365;              % Recharge rate (m/day)
K=1.2;                  % Hydraulic conductivity (m/day)
b=15;                   % Aquifer thickness (m)
T=K*b;                  % Transmissivity (m^2/day)
alpha=w/T;
a1=T/S;
a2=w/S;
h1=31;                  % Left water level (m)
h2=29;                  % Righth water level (m)
a(1)=0;
b(1)=1;

```

```

c(1)=0;
a(n)=0;
b(n)=1;
c(n)=0;
d(1)=h1;           % BC1
d(n)=h2;

% Analytical solution
c1=((h2-h1)/L)+(alpha*L/2);
for i=1:n
    x(i)=dx*(i-1);
    h(i)=(-alpha*(x(i)^2)/2)+(c1*x(i))+h1;
end

%Initial condition of piezometric surface
for i=1:n
    u(i)=h1-(h1-h2)*x(i)/L;
end
ih=u;

% Calculation processes
for j=1:maxstep
    [a b c d]=assemble2(n,a1,a2,dx,dt,a,b,c,d,u);
    v=tridia(n,a,b,c,d);
    u=v;
    H(j,:)=v';
end

plot(x,h,'r','linewidth',2);hold on
plot(x,H(70,:),'b','linewidth',3);

```

รูปที่ 8.4

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณหาค่าเขตทางชลศาสตร์ของการไหลน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบปิดที่มีการเติมน้ำ จากตัวอย่างที่ 8.1 (ชื่อไฟล์ confined1.m)

```

function [a b c d]=assemble2(n,a1,a2,dx,dt,a,b,c,d,u)

for i=2:(n-1)
    a(i)=a1/dx^2;
    b(i)=(-2*a1/dx^2)-(1/dt);
    c(i)=a1/dx^2;
    d(i)=(-u(i)/dt)-a2;
end

```

รูปที่ 8.5

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) ฟังก์ชัน เพื่อใช้คำนวณหาค่า สัมประสิทธิ์ a b c และ d วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมแก้สมการแบบปริยาย จากตัวอย่างที่ 8.1 (ชื่อไฟล์ assemble2.m)

```

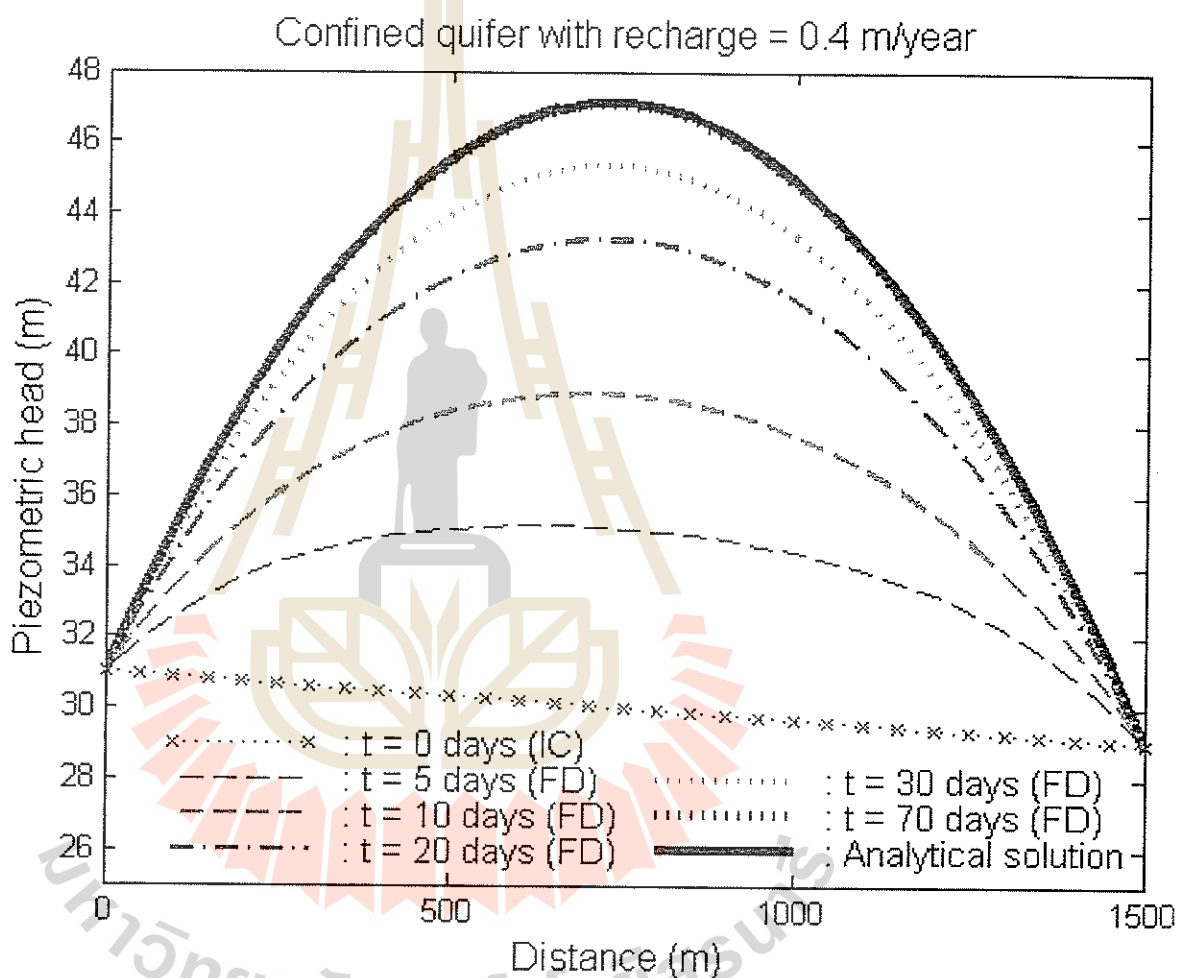
function [v]=tridia(n,a,b,c,d)
for i=1:n
    bb(i)=b(i);
    dd(i)=d(i);
end
for j=2:n
    ff=a(i)/bb(i-1);
    bb(i)=bb(i)-c(i-1)*ff;
    dd(i)=dd(i)-dd(i-1)*ff;
end

```

```
v(n)=dd(n)/bb(n);
for i=1:(n-1)
    j=n-i;
    v(j)=(dd(j)-c(j)*v(j+1))/bb(j);
end
```

รูปที่ 8.6

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) ฟังก์ชัน เพื่อแก้สมการแบบปริยาย วิธีผลต่างสืบเนื่องจากตัวอย่างที่ 8.1 (ชื่อไฟล์ tridia.m)



รูปที่ 8.7

การเปรียบเทียบผลการคำนวณเฮดด้วยระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (FD) และด้วยการวิเคราะห์ ของการไหลน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบปิดที่มีการเติมน้ำ จากตัวอย่างที่ 8.1

รูปที่ 8.7 แสดงกราฟผลการคำนวณการเปลี่ยนแปลงเฮดของน้ำในชั้นให้น้ำ (piezometric head) ที่เพิ่มขึ้นตามเวลาเนื่องจากการเติมน้ำจากด้านบน เมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 70 วัน ระดับของเฮดจะคงที่เข้าสู่ภาวะสมดุล คือการกักเก็บน้ำในชั้นให้น้ำมีปริมาตรคงที่ อัตราการไหลเข้าเท่ากับอัตราการไหลออก ค่าเฮดคงที่สูงสุดเท่ากับ 47.1 เมตร ที่ตำแหน่ง 750 เมตร กึ่งกลางของความยาวของชั้นให้น้ำ

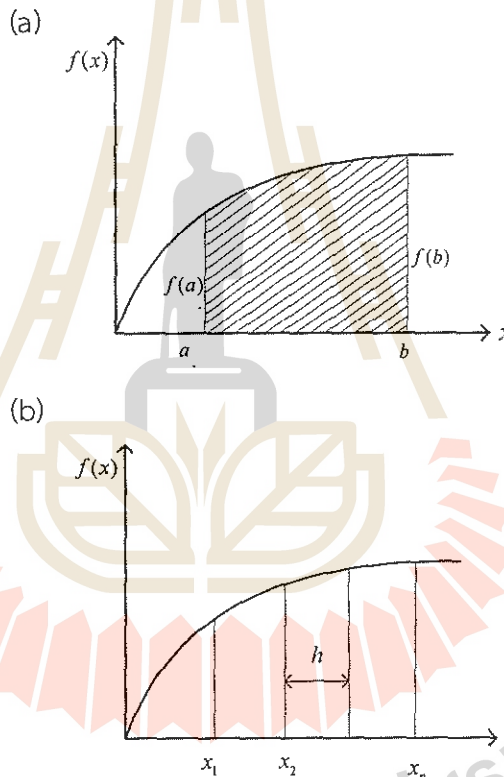
8.1.3 การตรวจสอบสมดุลของมวลน้ำ (Mass balance)

ทบทวนการหาปริพันธ์เชิงตัวเลข (numerical integration) กฎสี่เหลี่ยมคางหมู (trapezoidal Rule) รูปที่ 8.8 แสดงการกระจายของฟังก์ชัน $f(x)$ ใดๆ ในช่วง $a \leq x \leq b$ เราต้องการหาปริพันธ์ A ซึ่งเป็นการประมาณค่าปริพันธ์หรือพื้นที่ใต้ฟังก์ชัน $f(x)$ ด้วยพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู (พื้นที่ที่แรเงา)

$$A = \int_a^b f(x) dx \quad (8.49)$$

$$A = (b-a) \left[\frac{f(a) + f(b)}{2} \right] \quad (8.50)$$

การหาปริพันธ์โดยประมาณของฟังก์ชันใดๆ ด้วยการคำนวณหาพื้นที่ใต้กราฟ ที่เกิดจากการรวมของพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูแบบหลายช่วง (multiple trapezoidal) แสดงในรูปที่ 8.8(b)



รูปที่ 8.8

การประมาณค่าปริพันธ์โดยใช้กฎสี่เหลี่ยมคางหมู

การหาปริพันธ์ A ตลอดช่วงของ x

$$A = \int_{x_1}^{x_n} f(x) dx \quad (8.51)$$

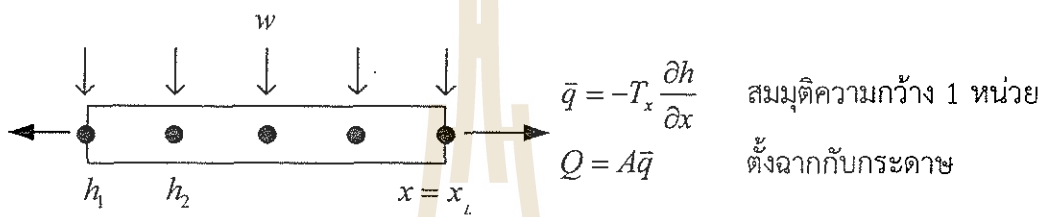
$$A = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \int_{x_2}^{x_3} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \quad (8.52)$$

$$A = (x_2 - x_1) \left[\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \right] + (x_3 - x_2) \left[\frac{f(x_2) + f(x_3)}{2} \right] + \dots \quad (8.53)$$

$$A = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^{n-1} [f(x_i) + f(x_{i-1})] \quad (8.54)$$

(1) การเปลี่ยนแปลงมวลที่ขอบเขต

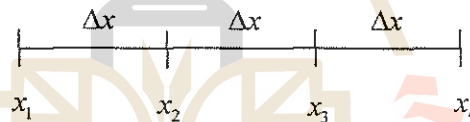
กรณีชั้นให้น้ำยอมให้น้ำไหลผ่านและไหลออกทางด้านข้างทั้งสองด้าน



โจทย์ คือ หา $\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=x_i}$ ได้อย่างไร ใช้อนุกรมเทย์เลอร์

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \Delta x \quad (8.55)$$

กรณีขอบเขตด้านขวาใช้ อนุกรมเทย์เลอร์แบบถอยหลัง



จากจุดต่อ 2 ถอยหลังมาหาค่าที่จุดต่อ 1

$$f(x_2 - \Delta x) = f(x_2) + f'(x_2) (-\Delta x) \quad (8.56)$$

จาก $x_2 - \Delta x = x_1$ ดังนั้น

$$f(x_1) = f(x_2) - f'(x_2) \Delta x \quad (8.57)$$

กรณีนี้ $f(x) = \frac{\partial h}{\partial x}$

$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=x_1} = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=x_2} - \left. \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right|_{x=x_2} \cdot \Delta x \quad (8.58)$$

ดังนั้น

$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=x_1} = \frac{h_3 - h_1}{2\Delta x} - \left[\frac{h_1 - 2h_2 + h_3}{\Delta x^2} \right] \Delta x \quad (8.59)$$

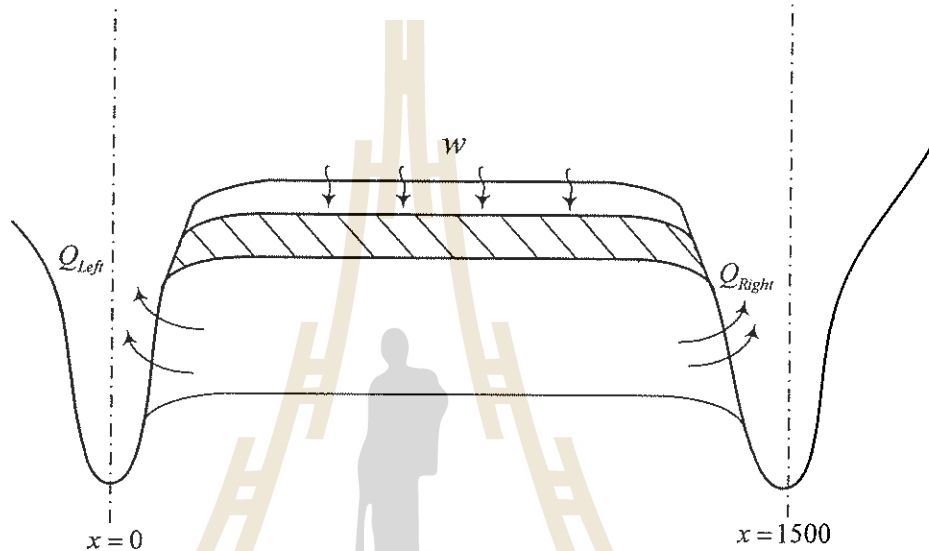
$$= \frac{h_3 - h_1 - 2h_1 + 4h_2 - 2h_3}{2\Delta x} \quad (8.60)$$

$$= \frac{-3h_1 + 4h_2 - h_3}{2\Delta x} \quad (8.61)$$

$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=x_1} = \frac{-3h_1 + 4h_2 - h_3}{2\Delta x} \quad (8.62)$$

สมการ (8.62) เป็นเงื่อนไขขอบเขตด้านซ้าย

(2) การตรวจสอบสมดุลของมวล



รูปที่ 8.9

รูปตัดตามยาวชั้นให้น้ำแบบปิดที่มีการเติมน้ำและการไหลออก เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขต

การไหลเข้า - การไหลออก = การเปลี่ยนแปลงความจุการไหลเข้าจากข้างบนในช่วงเวลา Δt มีค่า

$$W = \int_t^{t+\Delta t} \int_0^{1500} w dx dt \quad (8.63)$$

การเปลี่ยนแปลงความจุ

$$\Delta S = \int_0^{1500} S [h(x, t + \Delta t) - h(x, t)] dx \cdot 1 \quad (8.64)$$

การไหลออกที่ขอบเขตด้านข้างมีค่าเท่ากับ $Q_{Left} - Q_{Right}$ โดยให้ทิศทางการไหลไปทางซ้ายเป็นบวก

$$Q_{Left} - Q_{Right} = \int_t^{t+\Delta t} T_x \frac{\partial h(0, t)}{\partial x} dt - \int_t^{t+\Delta t} T_x \frac{\partial h(1500, t)}{\partial x} dt \quad (8.65)$$

จากสมการ (8.63)

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_0^{1500} w dx dt = w(1500) \Delta t \quad (8.66)$$

จากสมการ (8.65) ใช้อนุกรมเทย์เลอร์ หนึ่งช่วง ที่เงื่อนไขขอบเขตด้านซ้าย

$$\int_t^{t+\Delta t} T \frac{\partial h(0,t)}{\partial x} dt = T \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{t=t} + \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{t=t+\Delta t} \right] \quad (8.67)$$

เขียนสมการ (8.67) ในรูประเบียบวิธีผลต่างแบบสี่เหลี่ยม เนื่องจากสมการ (8.62) ใช้สัญลักษณ์ $h_i(t+\Delta t) = h_i$ (เขตที่เวลาปัจจุบัน) และ $h_i(t) = ph_i$ (เขตที่เวลาในอดีต)

$$\int_t^{t+\Delta t} T \frac{\partial h(0,t)}{\partial x} dt = T \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{-3ph_1 + 4ph_2 - ph_3}{2\Delta x} + \frac{-3h_1 + 4h_2 - h_3}{2\Delta x} \right] \quad (8.68)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} T \frac{\partial h(0,t)}{\partial x} dt = \frac{T\Delta t}{4\Delta x} [-3(ph_1 + h_1) + 4(ph_2 + h_2) - (ph_3 + h_3)] \quad (8.69)$$

(3) สมการการเปลี่ยนแปลงความจุ

จากสมการ (8.64)

$$\Delta S = S \int_0^{1500} [h(x) - ph(x)] dx \quad (8.70)$$

ใช้หลักการรวมกันของพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหลายรูปรวมกัน (multiple Taylor series) ในสมการ (8.54)

$$\Delta S = \sum_{i=1}^{n-1} S\Delta x \left[\frac{(h_i - ph_i) + (h_{i+1} - ph_{i+1})}{2} \right] \quad (8.71)$$

สรุป สำหรับแต่ละ Δt

$$\text{การไหลเข้า} = 1500\omega\Delta t \quad (8.72)$$

$$\text{การไหลออก} = \frac{T\Delta t}{4\Delta x} [-3(ph_1 + h_1) + 4(ph_2 + h_2) - (ph_3 + h_3)] \quad (8.73)$$

$$= \frac{T\Delta t}{4\Delta x} [(h_{n-2} + ph_{n-2}) - 4(h_{n-1} + ph_{n-1}) + 3(h_n + ph_n)] \quad (8.74)$$

$$\text{การเปลี่ยนแปลงความจุ} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{S\Delta x}{2} [(h_i - ph_i) + (h_{i+1} - ph_{i+1})] \quad (8.75)$$

การเขียนโปรแกรม ปริมาณน้ำทั้งหมดต้องคงที่เป็นไปตามความสัมพันธ์ อัตราการไหลเข้า - อัตราการไหลออก = การเปลี่ยนแปลงความจุ

ตัวอย่างที่ 8.2 จากตัวอย่างที่ 8.1 เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ตรวจสอบสมดุลของน้ำในชั้นให้น้ำแบบปิด $\sum Q_{in} - \sum Q_{out}$ และ $\sum \Delta S$ ใช้ $\Delta t = 1$ วัน เวลาทั้งหมด 70 วัน จัดทำตารางดังนี้

Time	Q_{in}	Q_{out}	$Q_{in} - Q_{out}$	ΔS	ผลรวมสะสม $Q_{in} - Q_{out} - \Delta S$
1					
2					
3					
⋮					

วิธีทำ

ตารางที่ 8.1 แสดงผลการคำนวณการตรวจสอบสมดุลของน้ำในชั้นให้น้ำแบบปิด โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) ในรูปที่ 8.10 Q_{in} เกิดจากการเติมน้ำมีอัตราที่คงที่ แต่ Q_{out} ในช่วงแรกมีค่าน้อย ซึ่งมีผลทำให้การสะสมของน้ำในชั้นให้น้ำมีค่ามากขึ้น ดูได้จาก Δs มีค่าเป็นบวกและสูงในช่วงเวลาแรก เมื่อเวลาผ่านไป Q_{out} มีค่ามากขึ้นจนในที่สุดคงที่เท่ากับ Q_{in} ทำให้มีการเปลี่ยนแปลงความจุของน้ำในชั้นให้น้ำน้อยมาก ทั้ง Δs และ $Q_{in} - Q_{out} - \Delta s$ เข้าสู่ศูนย์

```
% IMPLICIT FINITE DIFFERENCE METHOD TO SOLVE
% 1 D FLOW IN CONFINED AQUIFER WITH RECHARGE AND CHECK MASS BALANCE
```

```
Totaltime=70;           %(day)
dt=1;                   % Time step (day)
maxstep=Totaltime/dt;
L=1500;                 % Length of aquifer(m)
dx=50;                  % Space step (m)
grid=L/dx;              % Number of grids
n=round(grid)+1;        % Number of nodes
S=0.001;                % Storage coefficient
w=0.4/365;              % Recharge rate (m/day)
K=1.2;                  % Hydraulic conductivity (m/day)
b=15;                   % Aquifer thickness (m)
T=K*b;                  % Transmissivity (m^2/day)
alpha=w/T;
a1=T/S;
a2=w/S;
h1=31;                  % Left water level (m)
h2=29;                  % Righth water level (m)
a(1)=0;
b(1)=1;
c(1)=0;
a(n)=0;
b(n)=1;
c(n)=0;
d(1)=h1;                % BC1
d(n)=h2;                % BC2
```

```
% Analytical solution
c1=((h2-h1)/L)+(alpha*L/2);
for i=1:n
    x(i)=dx*(i-1);
    h(i)=(-alpha*(x(i)^2)/2)+(c1*x(i))+h1;
end
```

```

% Initial condition of piezometric surface
for i=1:n
    u(i)=h1-(h1-h2)*x(i)/L;
end
ih=u;

% Calculation processes
for j=1:maxstep
    ttime(j)=j*dt;
    dels(j)=0;           % Storage at each time step
    pu=u;
    [a b c d]=assemble2(n,a1,a2,dx,dt,a,b,c,d,u);
    v=tridia(n,a,b,c,d);
    u=v;
    H(j,:)=v';
    qin(j)=L*w*dt;
    q1=-3*(pu(1)+u(1))+4*(pu(2)+u(2))-(pu(3)+u(3)); % Left outflow
    q2=-(u(n-2)+pu(n-2))+4*(u(n-1)+pu(n-1))-3*(u(n)+pu(n)); % Right outflow
    qout(j)=T*dt*(q1+q2)/(4*dx);
    for i=1:(n-1)
        dels1=(dx*S/2)*((u(i)-pu(i))+(u(i+1)-pu(i+1)));
        dels(j)=dels(j)+dels1;
    end
    qq(j)=qin(j)-qout(j);
    err(j)=qin(j)-qout(j)-dels(j);
end
R=[ttime; qin; qout; qq; dels; err];
fid=fopen('confined2.txt','wt');
fprintf(fid,'%6.0f %12.4f %12.4f %12.4f %12.4f %12.5f\n',R);
fclose(fid);

```

รูปที่ 8.10

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแลบ) โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณหาสมมูลของน้ำของการไหลของน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบปิดที่มีการเติมน้ำ จากตัวอย่างที่ 8.2 (ชื่อไฟล์ confined2.m)

ตารางที่ 8.1

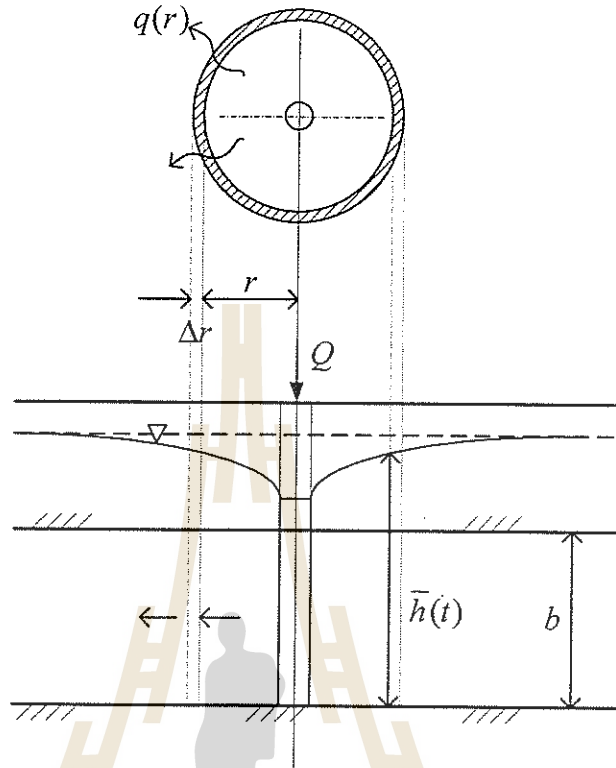
ผลการตรวจสอบสมดุลของน้ำในชั้นให้น้ำแบบปิดจากการใช้โปรแกรมในรูปที่ 8.10

Time (day)	Q _{in}	Q _{out}	Q _{in} -Q _{out}	Δ_s	Q _{in} -Q _{out} - Δ_s
1	1.6438	0.1411	1.5028	1.3447	0.15804
2	1.6438	0.3579	1.2860	1.2002	0.08574
3	1.6438	0.4895	1.1543	1.0908	0.06354
4	1.6438	0.5917	1.0522	0.9996	0.05254
5	1.6438	0.6780	0.9659	0.9202	0.04562
6	1.6438	0.7538	0.8900	0.8494	0.04065
7	1.6438	0.8219	0.8220	0.7852	0.03677
8	1.6438	0.8837	0.7601	0.7266	0.03357
9	1.6438	0.9403	0.7036	0.6728	0.03082
10	1.6438	0.9923	0.6515	0.6232	0.02839
60	1.6438	1.6292	0.0146	0.0140	0.00063
61	1.6438	1.6303	0.0135	0.0130	0.00058
62	1.6438	1.6313	0.0125	0.0120	0.00054
63	1.6438	1.6322	0.0116	0.0111	0.00050
64	1.6438	1.6331	0.0108	0.0103	0.00047
65	1.6438	1.6338	0.0100	0.0096	0.00043
66	1.6438	1.6346	0.0093	0.0089	0.00040
67	1.6438	1.6353	0.0086	0.0082	0.00037
68	1.6438	1.6359	0.0080	0.0076	0.00034
69	1.6438	1.6365	0.0074	0.0071	0.00032
70	1.6438	1.6370	0.0068	0.0065	0.00030

8.2 การไหลตามรัศมี (radial flow) กรณีการไหลเข้าบ่อน้ำของชั้นให้น้ำแบบปิด

8.2.1 การสร้างสมการการไหลจากหลักสมดุลของน้ำ

การไหลของน้ำใต้ดินของชั้นให้น้ำแบบปิดนี้ หากเป็นการสูบน้ำออกจากชั้นให้น้ำแบบปิด Q เป็นบวก หากเป็นการสูบน้ำเข้าในบ่อ เข้าไปในชั้นให้น้ำแบบปิด Q เป็นลบ รูปที่ 8.11 แสดงกรณีการสูบน้ำเข้าในบ่อน้ำ



รูปที่ 8.11

การไหลของน้ำใต้ดินของชั้นให้น้ำแบบปิด เข้าสู่บ่อน้ำจากการสูบเข้าหรือสูบออกจากบ่อ

จากหลักการสมดุลของน้ำ อัตราการไหลเข้า - อัตราการไหลออก = อัตราการเปลี่ยนแปลงการกักเก็บ จากรูปที่ 8.11 ปริมาตรควบคุม (control volume) ของชั้นให้น้ำที่พิจารณามีขนาด $= \pi [(r + \Delta r)^2 - r^2] b$ และจากนิยามของค่าการกักเก็บจำเพาะ (specific storage, S_s) จากสมการ (8.2) S_s เท่ากับปริมาณน้ำที่อัดลงดิน / (ปริมาณของชั้นให้น้ำ \times เสดน้ำที่เพิ่มขึ้น) สามารถนำมาเขียนสมการสมดุลของน้ำที่ปริมาตรควบคุมได้ดังนี้

$$q(r)2\pi r b - q(r + \Delta r)2\pi(r + \Delta r)b = \frac{\partial}{\partial t} [S_s \pi [(r + \Delta r)^2 - r^2] b \bar{h}(t)] \quad (8.76)$$

จัดรูปสมการปริมาตรควบคุมใหม่ได้ $\pi [(r + \Delta r)^2 - r^2] b = \pi [2r\Delta r + \Delta r^2] b = \pi \Delta r (2r + \Delta r) b$

แทนค่าในสมการ (8.76) และหารสมการ (8.76) ด้วย $2\pi r \Delta r$ ได้ผลดังนี้

$$\frac{q(r)2\pi r b}{2\pi r \Delta r} - \frac{q(r + \Delta r)2\pi r b}{2\pi r \Delta r} - \frac{q(r + \Delta r)2\pi \Delta r b}{2\pi r \Delta r} = \frac{S_s \pi}{2\pi r \Delta r} \frac{\partial}{\partial t} [\Delta r (2r + \Delta r) b \bar{h}(t)] \quad (8.77)$$

$$-b \left[\frac{q(r + \Delta r) - q(r)}{\Delta r} \right] - \frac{b}{r} q(r + \Delta r) = \frac{S_s}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t} [(2r + \Delta r) b \bar{h}(t)] \quad (8.78)$$

สัมประสิทธิ์ความจุ (Storage coefficient), $S = S_s b$ และ $\Delta r \rightarrow 0$ สมการ (8.78) เปลี่ยนเป็นสมการอนุพันธ์ย่อยได้ดังนี้

$$-b \frac{\partial q}{\partial r} - \frac{b}{r} q = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.79)$$

ใช้กฎของดาร์ซี (Darcy law) หรือ หลักสมดุลโมเมนตัม (momentum balance) แทนค่า $q = -K \frac{\partial h}{\partial r}$

ในสมการ (8.79)

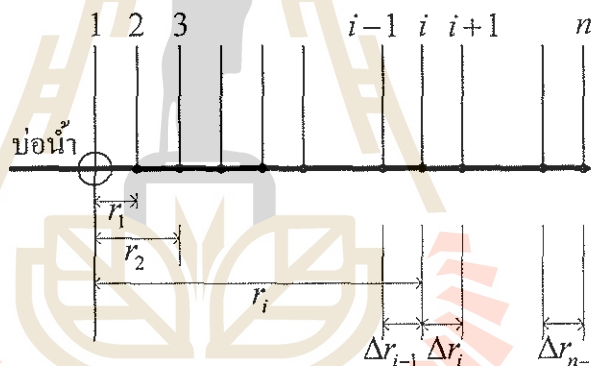
$$-b \frac{\partial}{\partial r} \left(-K \frac{\partial h}{\partial r} \right) - \frac{b}{r} \left(-K \frac{\partial h}{\partial r} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.80)$$

หารสมการ (8.80) ด้วย $T = bK$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.81)$$

8.2.2 การใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

การใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม ต้องกำหนดจุดต่อตามรัศมีที่ห่างจากบ่อสูบน้ำตามรูปที่ 8.12



รูปที่ 8.12

การแบ่งจุดต่อตามรัศมีห่างจากบ่อน้ำ จำนวน n จุดต่อ ใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมสำหรับสมการ (8.81)

จากสมการ (8.81) แก้สมการด้วยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมได้ดังนี้

$$\frac{S}{T} \left[\frac{h_i - ph_i}{\Delta t} \right] = \left[\frac{\left(\frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta r_i} \right) - \left(\frac{h_i - h_{i-1}}{\Delta r_{i-1}} \right)}{\left(\frac{\Delta r_i + \Delta r_{i-1}}{2} \right)} \right] + \frac{1}{r_i} \left[\frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{\Delta r_i + \Delta r_{i-1}} \right] \quad (8.82)$$

กำหนด $D = \Delta r_i + \Delta r_{i-1}$ แทนในสมการ (8.82) จัดสมการใหม่

$$-\frac{S}{T} \frac{ph_i}{\Delta t} = -\frac{S}{T} \frac{h_i}{\Delta t} + \frac{h_{i+1}}{0.5\Delta r_i D} - \frac{h_i}{0.5\Delta r_i D} - \frac{h_i}{0.5\Delta r_{i-1} D} - \frac{h_{i-1}}{0.5\Delta r_{i-1} D} + \frac{h_{i+1}}{r_i D} - \frac{h_{i-1}}{r_i D} \quad (8.83)$$

$$\left[\frac{1}{0.5\Delta r_{i-1}D} - \frac{1}{r_i D} \right] h_{i-1} + \left[-\frac{S}{T\Delta t} - \frac{1}{0.5\Delta r_i D} - \frac{1}{0.5\Delta r_{i-1}D} \right] h_i + \left[\frac{1}{0.5\Delta r_i D} + \frac{1}{r_i D} \right] h_{i+1} = -\frac{S}{T\Delta t} ph_i \quad (8.84)$$

$$ah_{i-1} + bh_i + ch_{i+1} = d \quad (8.85)$$

โดย $a = \left[\frac{1}{0.5\Delta r_{i-1}D} - \frac{1}{r_i D} \right]$, $b = \left[-\frac{S}{T\Delta t} - \frac{1}{0.5\Delta r_i D} - \frac{1}{0.5\Delta r_{i-1}D} \right]$, $c = \left[\frac{1}{0.5\Delta r_i D} + \frac{1}{r_i D} \right]$

$$d = -\frac{S}{T\Delta t} ph_i$$

สมการ (8.83) ใช้ได้สำหรับจุดต่อ $i=2$ ถึง $n-1$ ที่ $i=1$ เงื่อนไขขอบเขต (BC_1) คือรู้ค่า Q ที่ $i=n$ เงื่อนไขขอบเขต (BC_2) คือเขตมีค่าคงที่ สำหรับที่ $i=1$; $Q=VA$

$$Q = K \frac{\partial h}{\partial r} (2\pi r b) \quad (8.86)$$

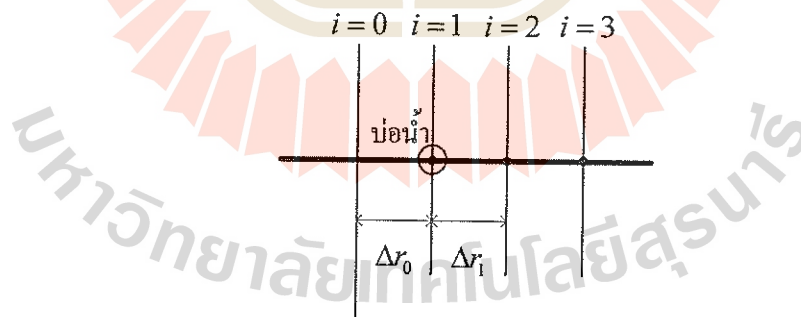
โดย r_1 คือรัศมีของบ่อสูบ

$$\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{Q}{2\pi b K r_1} \quad (8.87)$$

$$\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{C_1}{r_1} \quad (8.88)$$

โดย $C_1 = \frac{Q}{2\pi b K}$

ที่ $i=1$; การใช้ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่องเป็นการสร้างจุดเชื่อมต่อในอุดมคติขึ้นมา (hypothetical node)



สมมติ $\Delta r_0 = \Delta r_1$ ดังนั้น $\Delta r_{i-1} = \Delta r_i$ จากสมการ (8.85) ที่ $i=1$ เขียนได้ดังนี้

$$ah_0 + bh_1 + ch_2 = d \quad (8.89)$$

เงื่อนไขขอบเขตที่ $i=1$ จากสมการ (8.88)

$$\left. \frac{\partial h}{\partial r} \right|_{r=r_1} = \frac{C_1}{r_1} \quad (8.90)$$

$$\frac{h_2 - h_0}{2\Delta r_1} = \frac{C_1}{r_1} \quad (8.91)$$

$$h_0 = h_2 - \frac{C_1 2\Delta r_1}{r_1} \quad (8.92)$$

ใช้เงื่อนไขนี้ สำหรับการเขียนสมการตามระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม สำหรับจุดต่อที่ 1 จากสมการ (8.81)

$$\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} \quad (8.93)$$

$$\frac{S}{T} \left[\frac{h_1 - ph_1}{\Delta t} \right] = \frac{h_2 - 2h_1 + h_0}{\Delta r_1^2} + \frac{1}{r_1} \left[\frac{h_2 - h_0}{2\Delta r_1} \right] \quad (8.94)$$

แทนค่า h_0 จากสมการ (8.92) ในสมการ (8.94)

$$\frac{S}{T} \frac{h_1}{\Delta t} - \frac{S}{T} \frac{ph_1}{\Delta t} = \frac{h_2 - 2h_1 + h_2 - \frac{C_1 2\Delta r_1}{r_1}}{\Delta r_1^2} + \frac{1}{r_1} \left[\frac{h_2 - h_2 + \frac{C_1 2\Delta r_1}{r_1}}{2\Delta r_1} \right] \quad (8.95)$$

$$\frac{S}{T} \frac{h_1}{\Delta t} - \frac{S}{T} \frac{ph_1}{\Delta t} = -\frac{2h_1}{\Delta r_1^2} - \frac{2C_1}{r_1 \Delta r_1} + \frac{2h_2}{\Delta r_1^2} + \frac{C_1}{r_1^2} \quad (8.96)$$

$$\left[-\frac{S}{T\Delta t} - \frac{2}{\Delta r_1^2} \right] h_1 + \left[\frac{2}{\Delta r_1^2} \right] h_2 = -\frac{C_1}{r_1^2} + \frac{2C_1}{r_1 \Delta r_1} - \frac{S}{T} \frac{ph_1}{\Delta t} \quad (8.97)$$

$$b_1 h_1 + c_1 h_2 = d_1 \quad (8.98)$$

โดย $a_1 = 0$, $b_1 = \left[-\frac{S}{T\Delta t} - \frac{2}{\Delta r_1^2} \right]$, $c_1 = \left[\frac{2}{\Delta r_1^2} \right]$ และ $d_1 = -\frac{C_1}{r_1^2} + \frac{2C_1}{r_1 \Delta r_1} - \frac{S}{T} \frac{ph_1}{\Delta t}$

8.2.3 การทบทวนวิธีวิเคราะห์การไหลในชั้นให้น้ำแบบปิด

(1) การไหลแบบคงตัว

การหาผลลัพธ์โดยการวิเคราะห์ (analytical solution) สำหรับการไหลแบบคงตัวสูบน้ำจากชั้นให้น้ำแบบปิด (steady flow to well in confined aquifer) ใช้สมการ

$$Q = \frac{2\pi T(h_0 - h_i)}{\ln(r_0/r_i)} \quad (8.99)$$

(2) การไหลแบบไม่คงตัว

ในกรณีการไหลแบบไม่คงตัว (unsteady flow) ในชั้นให้น้ำแบบปิด (confined aquifer) จากสมการ (8.81) เมื่อระดับน้ำลด (drawdown) $z = h_0 - h$ เป็นดังนี้

$$\frac{\partial^2 z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial z}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial z}{\partial t} \quad (8.100)$$

Theis [1935] แก้สมการการไหลแบบไม่คงตัวได้ผล

$$z = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad (8.101)$$

$$W(u) = \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \quad (8.102)$$

โดย $W(u)$ คือ well function

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (8.103)$$

$$W(u) = -0.5772 - \ln(u) - \frac{u^2}{2(2!)} + \frac{u^3}{3(3!)} - \dots \quad (8.104)$$

การประมาณโดย Cooper - Jacop approximation เมื่อ $u < 0.01$

$$W(u) = -0.5773 - \ln(u) \quad (8.105)$$

$$z = \frac{Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt}{r^2 S}\right) \quad (8.106)$$

ตัวอย่างที่ 8.3 แก้สมการการไหลเข้าสู่บ่อน้ำสำหรับชั้นให้น้ำแบบปิด $\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r}$ ใช้จุดต่อ

ระยะทาง 100 nodes $S = 2 \times 10^{-4}$, $T = 0.8 \text{ m}^2/\text{min}$, $r_w = 0.15 \text{ m}$, $Q = 0.95 \text{ m}^3/\text{min}$ เงื่อนไขเริ่มต้น ที่ $t = 0$, $h = 61 \text{ m}$ สำหรับทุก node เงื่อนไขขอบเขต รัศมีอิทธิพล (r_{RI}) = 2000 m ใช้ระยะห่างช่วงกว้างของรัศมีที่ไม่คงที่ ใช้ $\ln(r)$ ที่มีระยะห่างช่วงกว้างที่คงที่ เปรียบเทียบผลการคำนวณกับคำตอบที่ได้จากการวิเคราะห์ (analytical solution) ที่การไหลแบบคงตัว (steady flow)

วิธีทำ

การคำนวณตำแหน่งของจุดต่อตามรัศมีจากบ่อ (กรณีใช้ 101 nodes), $0.15 < r < 2,000 \text{ m}$ หรือ $-1.897 < \ln(r) < 7.60$ แบ่ง $\ln(r)$ ออกเป็น 100 ช่วงเท่าๆ กัน แต่ละช่วงมีค่า

$$\Delta \ln(r) = \frac{7.60 + 1.897}{100} = 0.09497$$

รัศมีจากบ่อสูบลึงจุดต่อที่ 1, 2, 3 ..., 101 มีค่าดังนี้

$$r_1 = e^{[-1.897 + 0(0.09497)]} \approx 0.15$$

$$r_2 = e^{[-1.897 + 1(0.09497)]} \approx 0.16$$

$$r_3 = e^{[-1.897 + 2(0.09497)]} \approx 0.18$$

⋮

$$r_{101} = e^{[-1.897 + 100(0.09497)]} \approx 2000$$

การคำนวณช่วงก้าวของเวลา (time nodes), $0 < t < 1,500$ นาที สมมุติ $\Delta t = 0.001$ นาที

$$\Delta t = a\Delta t(i-1)$$

โดย แฟกเตอร์สำหรับช่วงเวลาก้าว $a = 1.1295$, $t_{100} = 1,500$ นาที จากสมการ (8.101) ที่ $i=1$

$$\begin{aligned} b(1) &= -\frac{S}{T\Delta t} - \frac{2}{\Delta r_1^2} \\ &= -\frac{0.002}{0.8(0.001)} - \frac{2}{(0.014946)^2} \\ &= -8954.0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(1) &= \frac{2}{\Delta r_1^2} \\ &= \frac{2}{(0.014946)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(1) &= -\frac{C_1}{r_1^2} + \frac{2C_1}{r_1\Delta r_1} - \frac{S}{T} \frac{ph_1}{\Delta t}, \quad C_1 = \frac{Q}{2\pi T} = \frac{0.95}{2\pi(0.8)} = 0.189 \\ &= -\frac{0.189}{(0.15)^2} + \frac{2(0.189)}{0.15(0.014946)} - \frac{0.0002(61)}{0.8(0.001)} \\ &= 144.96 \end{aligned}$$

จากตัวอย่างการคำนวณข้างต้น สามารถนำมาเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ ได้ดังรูปที่ 8.13 และ 8.14 ส่วนรูปที่ 8.15 แสดงผลการคำนวณการเปลี่ยนแปลงเฮตระดับน้ำในชั้นให้น้ำ ที่เวลาต่างๆ จนถึงสภาวะแบบคงตัว ผลจากระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเมื่อเวลามากกว่า 1500 นาที เฮตระดับน้ำในชั้นให้น้ำที่คำนวณได้ มีค่าใกล้เคียงกับผลที่ได้จากการวิเคราะห์

```

% IMPLICIT FINITE DIFFERENCE METHOD TO SOLVE
% RADIAL FLOW IN CONFINED AQUIFER
% Varied time nodes

Totaltime=1500;          %(min)
aa=1.1295;
dt(1)=0.001;
t(1)=0.001;
n=101;                  % computing node
for i=2:n
    dt(i)=aa*dt(i-1);
    t(i)=t(i-1)+dt(i);
end
% Nodes 's distance from well and interval
rw=0.15;                % Well radius (m)
ri=2000;                % Radius of Influence (m)
idr=(log(ri)-log(rw))/100; % Interval step
for i=1:n
    r(i)=exp(log(rw)+(i-1)*idr);
end
for i=1:(n-1)
    dr(i)=r(i+1)-r(i);
end
% Given parameters
Q=0.95;                % Pumping rate (m^3/min)
T=0.8;                 % Transmissivity(m^2/min)
S=0.0002;              % Specific storage (m^3/m^3-m)
H1=61;                 % Initial piezometric head (m)
a(n)=0;
b(n)=1;
c(n)=0;
d(n)=H1;
% Analytical solution for steady flow
for i=1:n
    h(i)=H1-log(ri/r(i))*Q/(2*3.141593*T);
end
% Initial boundary condition
u=H1.*ones(n,1);
%Piezometric head calculation at time j
for j=1:n
    dtt=dt(j);
    [a b c d]=assemble(n,r,dr,dtt,u,T,S,Q,a,b,c,d);
    v=tridia(n,a,b,c,d);
    for i=1:(n-1)
        u(i)=v(i);
    end
    for i=1:n
        rt(j,i)=v(i);
    end
end
end
plot(r,h,'r','linewidth',2);hold on
plot(r,rt(100,:),'b--','linewidth',2);

```

รูปที่ 8.13

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแลบ) โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณหาค่าเฮดทางชลศาสตร์ของการไหลน้ำใต้ดินเข้าสู่บ่อน้ำในชั้นให้น้ำแบบปิดจากตัวอย่างที่ 8.3 (ชื่อไฟล์: radial.m)

```

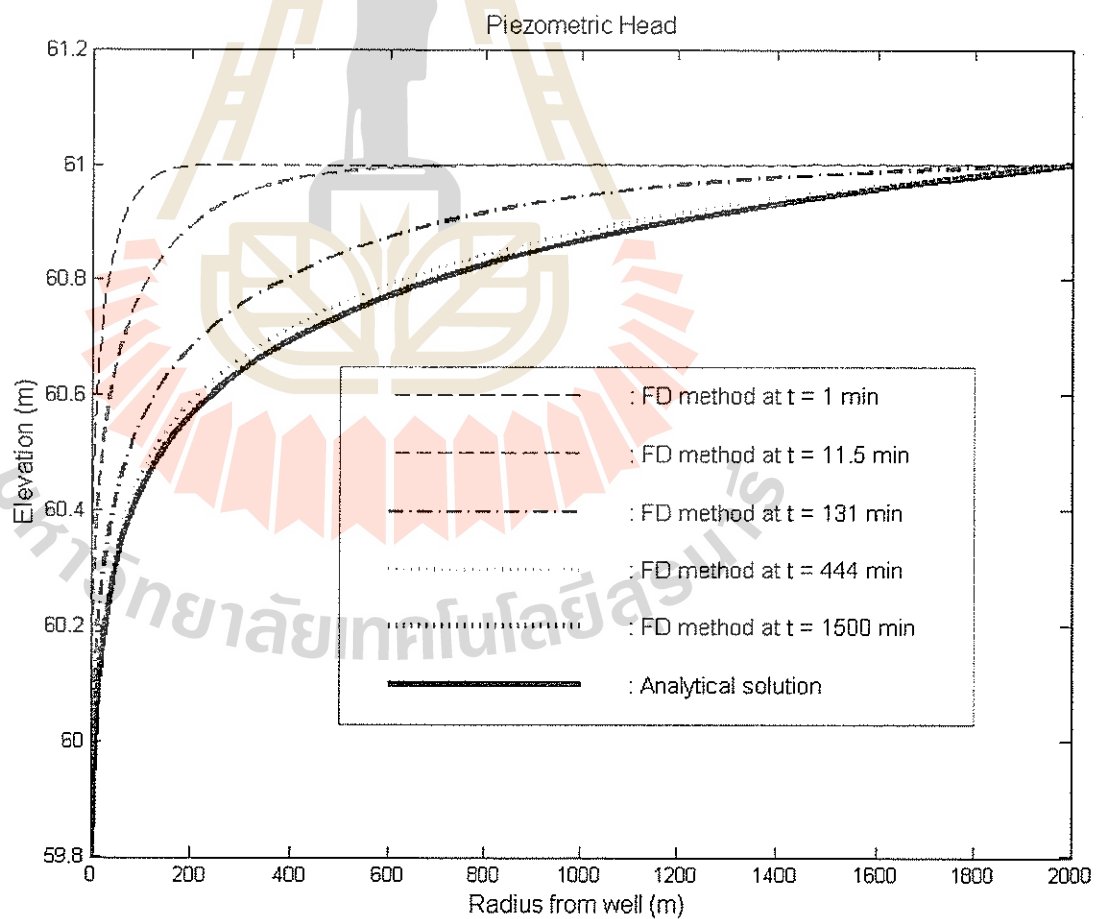
function [a b c d]=assemble(n,r,dr,dt,u,T,S,Q,a,b,c,d)

c1=Q/(2*3.141593*T);
a(1)=0;
b(1)=-(S/(T*dtt))-(2/(dr(1)^2));
c(1)=2/dr(1)^2;
d(1)=-(c1/r(1)^2)+2*c1/(r(1)*dr(1))-(S/T)*u(1)/dt;
for i=2:(n-1)
    D=dr(i)+dr(i-1);
    A1=1/(0.5*D*dr(i-1));
    A2=1/(0.5*D*dr(i));
    A3=1/(D*r(i));
    A4=S/(T*dtt);
    a(i)=A1-A3;
    b(i)=-A4-A2-A1;
    c(i)=A2+A3;
    d(i)=-A4*u(i);
end

```

รูปที่ 8.14

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแลบ) ฟังก์ชัน เพื่อใช้คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ a b c และ d วิธีผลต่างสืบเนื่องแก้สมการแบบปริยาย จากตัวอย่างที่ 8.3 (ชื่อไฟล์: assemble.m)

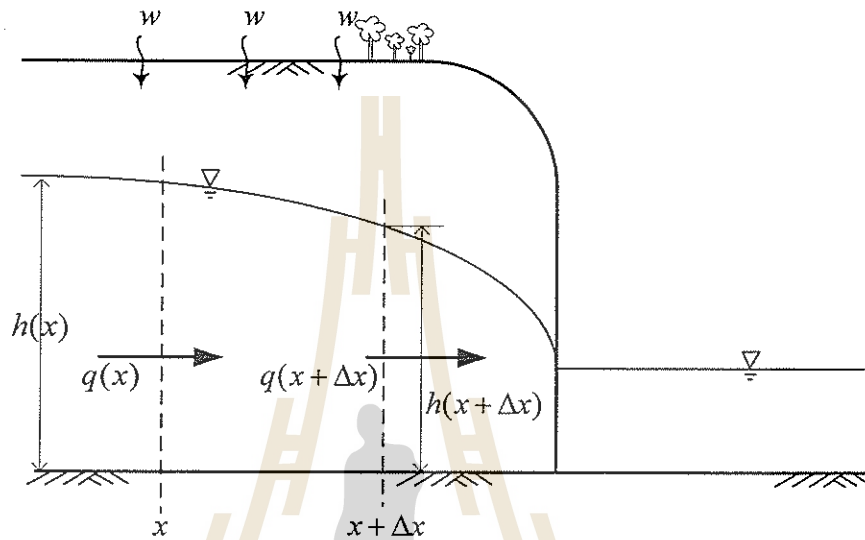


รูปที่ 8.15

การเปรียบเทียบผลการคำนวณเฮดด้วยระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง และด้วยการวิเคราะห์ ของการไหลน้ำใต้ดินเข้าสู่บ่อน้ำในชั้นให้น้ำแบบปิด

8.3 การแก้ปัญหาการไหลของน้ำใต้ดิน 1 ทิศทางกรณีชั้นให้น้ำแบบเปิด (unconfined aquifer)

8.3.1 สมการการไหลของน้ำใต้ดิน



รูปที่ 8.16

รูปตัดตามยาวของชั้นให้น้ำแบบเปิดและแสดงทิศทางการไหล

สมการสมดุลของการไหลของน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบเปิด ของขอบเขตควบคุม (เส้นประ) ในรูปที่ 8.16 มีตัวแปรที่เกี่ยวข้องคือ $q(x)$: อัตราการไหลของน้ำใต้ดินที่ระยะ x , $h(x)$: เสดทางชลศาสตร์ (hydraulic head) ที่ระยะ x , \bar{h} : เสดทางชลศาสตร์เฉลี่ย, S_s : การกักเก็บจำเพาะ (specific storage)

มีหน่วย $\left[\frac{\text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{m}} \right]$ S_y : สัมประสิทธิ์การกักเก็บ (storage coefficient) มีหน่วย $\left[\frac{\text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{m}} \right]$ และ

$$S_y = S_s h$$

สมมุติฐานของการประมาณดูพิต (Dupuit approximation)

1. การไหลโดยประมาณอยู่ในแนวนอนเท่านั้น $q(x)$, การไหลจริง $q(x, y)$
2. ความลาดทางชลศาสตร์ (Hydraulic gradient) อยู่ในแกน x เท่านั้น $\frac{\partial h}{\partial x}$ คือ ความลาดชันของ

$$\text{ผิวน้ำ ที่เป็นจริง } \nabla h = \frac{\partial h}{\partial x} i + \frac{\partial h}{\partial y} j \approx \frac{\partial h}{\partial x} \text{ สมมุติฐานข้อ 1 และ 2 มีความสัมพันธ์กัน}$$

3. ไม่มีการไหลในโซนไม่อิ่มตัวด้วยน้ำ (unsaturated zone)
4. ไม่มีการไหลผ่านขอบเขต

สมดุลของมวล

$$\text{อัตราการไหลเข้า} - \text{อัตราการไหลออก} = \text{การสะสมของมวลน้ำในปริมาตรควบคุม} \quad (8.107)$$

$$\text{ปริมาตรควบคุม} = \bar{h} \cdot 1 \cdot \Delta x \quad (8.108)$$

$$\text{การสะสมของมวลน้ำ} = S_y (\bar{h} \cdot 1 \cdot \Delta x) \bar{h} \quad (8.109)$$

$$\text{ปริมาตรของชั้นให้น้ำ} = \bar{h} \cdot 1 \cdot \Delta x \quad (8.110)$$

จาก รูปที่ 8.16 แทนค่าสมการ (8.108) ถึง (8.110) ในสมการ (8.107)

$$q(x)h(x) \cdot 1 + w\Delta x - q(x+\Delta x)h(x+\Delta x) \cdot 1 = \frac{\partial}{\partial t} [S_y \cdot \bar{h} \cdot 1 \cdot \Delta x \cdot \bar{h}] \quad (8.111)$$

$$\frac{-q(x+\Delta x)h(x+\Delta x) + q(x)h(x)}{\Delta x} + w = \frac{\partial}{\partial t} [S_y \bar{h}] \quad (8.112)$$

เมื่อ $\Delta x \rightarrow 0$ เปลี่ยนสมการ (8.112) เป็นสมการอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$-\frac{\partial}{\partial x} (qh) + w = S_y \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.113)$$

สมการสมดุลของมวลในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในสมการ (8.113) เมื่อรวมกับสมการความเร็วของดาร์ซี $q = -K \frac{\partial h}{\partial x}$ ได้

$$K \frac{\partial}{\partial x} \left[h(x) \frac{\partial h}{\partial x} \right] + w = S_y \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.114)$$

$$\text{จาก } \frac{\partial (h^2)}{\partial x} = 2h \frac{\partial h}{\partial x} \text{ และ } h \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial (h^2)}{\partial x}$$

แทนค่าสมการ (8.114) ในสมการ (8.113)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{K}{2} \frac{\partial (h^2)}{\partial x} \right] + w = S_y \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8.115)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{K}{2S_y} \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2} + \frac{w}{S_y} \quad (8.116)$$

8.3.2 การแก้สมการโดยระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

จากสมการ (8.116) นำมาแก้สมการโดยระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมได้ดังนี้

$$\frac{h_i - ph_i}{\Delta t} = \frac{K}{2S_y} \left[\frac{h_{i-1}^2 - 2h_i^2 + h_{i+1}^2}{\Delta x^2} \right] + \frac{w}{S_y} \quad (8.117)$$

$$\frac{2S_y \Delta x^2}{K \Delta t} (h_i - ph_i) = h_{i-1}^2 - 2h_i^2 + h_{i+1}^2 + \frac{2\Delta x^2 w}{K} \quad (8.118)$$

$$\beta h_i - \beta ph_i = h_{i-1}^2 - 2h_i^2 + h_{i+1}^2 + \zeta \quad (8.119)$$

โดยที่ $\beta = \frac{2S_y \Delta x^2}{K \Delta t}$, $\zeta = \frac{2\Delta x^2 w}{K}$

h_i = เสดชลศาสตร์ที่จุดต่อ i ในปัจจุบัน

ph_i = เสดชลศาสตร์ที่จุดต่อ i ในอดีต

h_i^m = เสดชลศาสตร์ที่จุดต่อ i ในปัจจุบัน ที่ Picard iteration level “m”

h_i^{m-1} = เสดชลศาสตร์ที่จุดต่อ i ในปัจจุบัน ที่ Picard iteration level “m-1”

ใช้ Picard method เพื่อเปลี่ยนแปลงสมการที่ (8.119) ให้อยู่ในรูปของการแก้สมการแบบสามแถวทแยง (tri-diagonal solver)

เริ่มต้นที่ $m=1$; $h_i^{m=0} = ph_i$; $i=1, 2, \dots, n$ สมการ (8.119) สามารถเขียนได้เป็น

$$(-h_{i-1}^0)h_{i-1}^1 + (2h_i^0 + \beta)h_i^1 + (-h_{i+1}^0)h_{i+1}^1 = \beta ph_i + \zeta \quad (8.120)$$

โดย $a = -h_{i-1}^0$, $b = (2h_i^0 + \beta)$, $c = (-h_{i+1}^0)$, $d = \beta ph_i + \zeta$

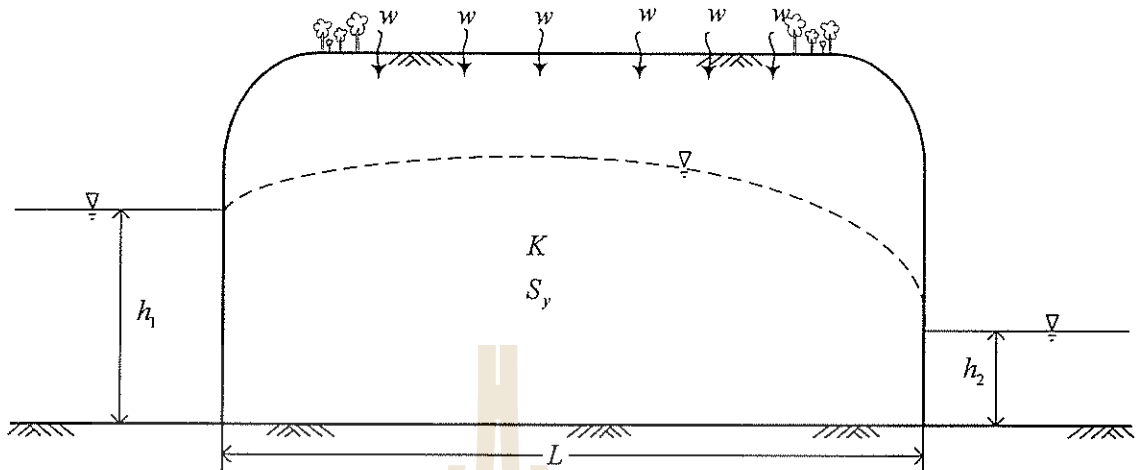
$$m=2 ; \left. \begin{array}{l} a = -h_{i-1}^1 \\ b = 2h_i^1 + \beta \\ c = -h_{i+1}^1 \end{array} \right\} \text{ใช้เพื่อคำนวณหา } h_{i+1}^{m=2}$$

คำนวณประมาณ 5 รอบ (iteration) ก่อนเคลื่อนไปยังช่วงเวลาก้าวต่อไป ใช้ ph_i คำนวณหา h_i^m เป็น time step loop มี Picard loop ใช้ h_i^m คำนวณหา h_i^{m+1} และใช้ ph_i คำนวณหา h_i สมการทั่วไป

$$-h_{i-1}^{m-1}h_{i-1}^m + (\beta + 2h_i^{m-1})h_i^m - h_{i+1}^{m-1}h_{i+1}^m = \beta ph_i + \zeta \quad (8.121)$$

ตัวอย่างที่ 8.4 เขียนเส้นระดับผิวน้ำ (piezometric surface profile) การไหลของน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบเปิด (unconfined aquifer) อยู่ระหว่างแม่น้ำ 2 สาย ใช้ 5 Picard iteration กำหนด $h_1=31$ m, $h_2=29$ m, $K=1.2$ m/วัน, $S_y=0.15$

$w=0.4$ m/ปี, $\Delta x=50$ m, $L=1.5$ km, $\Delta t=10$ วัน, เวลาทั้งหมด 3,000 วัน
เปรียบเทียบผลจากวิธีการเชิงตัวเลขกับผลจากวิธีการวิเคราะห์ที่ภาวะ steady state และวิจารณ์ผล



วิธีทำ

จากตัวอย่างขั้นตอนการคำนวณที่คล้ายกับตัวอย่างที่ 8.3 แต่ต้องเปลี่ยนการหาค่า a ถึง d ตามสมการ (8.119) ถึง (8.121) และใช้สมการจากการวิเคราะห์ที่ต่างกับกรณีชั้นให้น้ำแบบปิด สามารถนำมาเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ แสดงในรูปที่ 8.17 และ 8.18 การเปรียบเทียบผลการคำนวณเสตด้วยระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (FD) และด้วยการวิเคราะห์การไหลน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบเปิดที่มีการเติมน้ำ แสดงในรูปที่ 8.19

```
% IMPLICIT FINITE DIFFERENCE METHOD TO SOLVE
% 1 D FLOW IN UNCONFINED AQUIFER WITH RECHARGE
```

```
Totaltime=3000;           %(day)
dt=10;                    % Time step (day)
maxstep=Totaltime/dt;
L=1500;                   % Length of aquifer(m)
dx=50;                    % Space step (m)
grid=L/dx;                % Number of grids
n=round(grid)+1;         % Number of nodes
sy=0.15;                  % Storage yield
w=0.4/365;                % Recharge rate (m/day)
K=1.2;                    % Hydraulic conductivity (m/day)
h1=31;                    % Left water level (m)
h2=29;                    % Right water level (m)
```

```
beta=2*sy*(dx^2)/(K*dt);
xi=2*w*(dx^2)/K;
```

```
a(1)=0;
b(1)=1;
c(1)=0;
a(n)=0;
b(n)=1;
c(n)=0;
d(1)=h1;                % BC1
d(n)=h2;                % BC2
```

```
% Steady state solution with recharge
for i=1:n
```

```

x(i)=dx*(i-1);
c1=(x(i)/L)*((h2^2)-(h1^2));
c2=(w*x(i)/K)*(L-x(i));
h(i)=((h1^2)+c1+c2)^0.5;
end

%Initial condition of piezometric surface
for i=1:n
    u(i)=h1-(h1-h2)*x(i)/L;
    pu(i)=u(i);
    ih(i)=u(i);
end

% Calculation processes
for j=1:maxstep
    for i=1:5
        [a b c d]=assemble5(n,a,b,c,d,u,pu,beta,xi);
        v=tridia(n,a,b,c,d);
        u=v;
    end
    for i=2:(n-1)
        u(i)=v(i);
        pu(i)=u(i);
    end
    H(j,:)=v';
end

```

รูปที่ 8.17

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณหาค่าเฮดทางชลศาสตร์ของการไหลน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบเปิดที่มีการเติมน้ำ จากตัวอย่างที่ 8.4 (ชื่อไฟล์: unconfined1.m)

```

function [a b c d]=assemble5(n,a,b,c,d,u,pu,beta,xi);

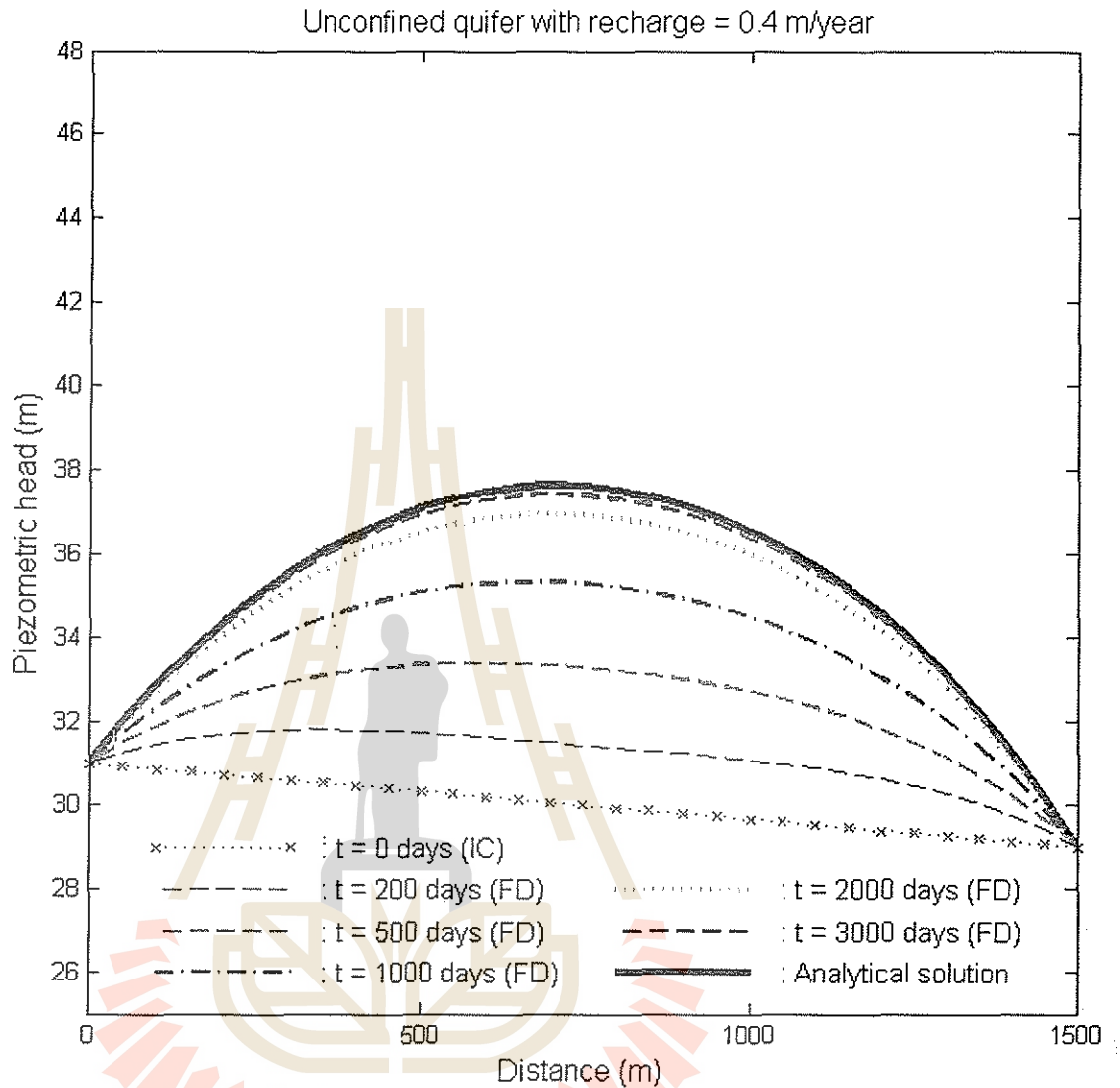
for i=2:(n-1)
    a(i)=-u(i-1);
    b(i)=2*u(i)+beta;
    c(i)=-u(i+1);
    d(i)=beta*pu(i)+xi;
end

```

รูปที่ 8.18

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) โปรแกรมฟังก์ชัน เพื่อใช้คำนวณ a b c และ d วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมเนื่องแก่สมการแบบปริยาย จากตัวอย่างที่ 8.4 (ชื่อไฟล์: assemble5.m)

หากเปรียบเทียบผลเส้นระดับผิวน้ำระหว่างชั้นให้น้ำแบบปิด ในรูปที่ 8.7 และชั้นให้น้ำแบบเปิด ในรูปที่ 8.19 ด้วยลักษณะทางกายภาพของชั้นให้น้ำที่คล้ายกัน และอัตราการเติมน้ำที่เท่ากัน พบว่าเส้นระดับผิวน้ำของชั้นให้น้ำแบบเปิดเพิ่มสูงขึ้นช้ากว่าของชั้นให้น้ำแบบปิด กว่าจะถึงสภาพการไหลแบบคงตัวชั้นให้น้ำแบบเปิด ต้องใช้เวลาประมาณมากกว่า 3000 วัน และมีระดับน้ำสูงสุด 37.45 เมตร ขณะที่ชั้นให้น้ำแบบปิด ใช้เวลาประมาณ 70 วัน มีระดับน้ำสูงสุด 47.1 เมตร



รูปที่ 8.19

การเปรียบเทียบผลการคำนวณเขตด้วยระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (FD) และด้วยการวิเคราะห์ ของการไหลน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบเปิดที่มีการเติมน้ำ จากตัวอย่างที่ 8.4

คำถามท้ายบท

1. กรณีการเปลี่ยนแปลงมวลที่ขอบเขตของชั้นให้น้ำแบบปิด จงพิสูจน์ว่าเงื่อนไขขอบเขตด้านขวามือเป็นสมการดังนี้

$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=x_n} = \frac{h_{n-2} - 4h_{n-1} + 3h_n}{2\Delta x}$$

2. จากสมการการไหลออกด้านข้างที่ขอบเขตด้านขวามือ สมการ (8.65) จงพิสูจน์ว่าเงื่อนไขขอบเขต

$$\int_0^{\Delta t} T \frac{\partial h(L,t)}{\partial x} dt \text{ ในรูประเบียบวิธีผลต่างแบบสี่เหลี่ยม}$$

$$\int_0^{\Delta t} T \frac{\partial h(L,t)}{\partial x} dt = -\frac{T\Delta t}{4\Delta x} [h_{n-2} + ph_{n-2} - 4(h_{n-1} + ph_{n-1}) + 3(h_n + ph_n)]$$

3. พิสูจน์สมการ เหนือทางชลศาสตร์กับระยะทาง ของการไหลของน้ำใต้ดินของชั้นให้น้ำแบบปิดและมีการเติมน้ำจากด้านบน (w) จากสมการตั้งต้น $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -\frac{w}{T}$ เงื่อนไขขอบเขต $x=0, h=h_1$
 $x=L, h=h_2$

$$h = -\frac{w}{T} \frac{x^2}{2} + \left[\frac{(h_2 - h_1)}{L} + \frac{w}{2T} \right] x + h_1$$

4. ใช้ข้อมูลเหมือนกับตัวอย่างที่ 8.1 แต่เปลี่ยนอัตราการเติมน้ำ (w) = 1.0 m/year ใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมแบบปริยาย แก้ปัญหาการไหลของน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบปิด เปรียบเทียบผลการคำนวณกับผลลัพธ์จากตัวอย่างที่ 8.1
5. ใช้ข้อมูลเหมือนกับตัวอย่างที่ 8.1 แต่เปลี่ยนเงื่อนไขขอบเขต $h_1=h_2=31$ m ใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมแบบปริยาย แก้ปัญหาการไหลของน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำแบบปิด
6. จากตัวอย่างที่ 8.2 ตรวจสอบสมดุลของน้ำในชั้นให้น้ำแบบปิด ของคำถามข้อที่ 5
7. พิสูจน์ผลของการใช้กฎสี่เหลี่ยมคางหมูหลายรูป (multiple-application trapezoidal rule) เพื่อประมาณค่า $f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$ โดย x มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 0.8 เป็นไปตามตารางข้างล่างนี้ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (ผลลัพธ์ที่ถูกต้องมีค่า 1.64053334)

n	Δx	f(x)	error(%)
2	0.4	1.0688	34.9
3	0.2667	1.3695	16.5
4	0.2	1.4848	9.5
5	0.16	1.5399	6.1
6	0.1333	1.5703	4.3
7	0.1143	1.5887	3.2
8	0.1	1.6008	2.4
9	0.0889	1.6051	1.9
10	0.08	1.6150	1.6

8. จากตัวอย่างที่ 8.3 หากใช้จุดต่อระยะทาง 50 nodes และปรับค่า $T = 0.5 \text{ m}^2/\text{min}$ เปรียบเทียบผลการคำนวณกับ คำตอบที่ได้จากการวิเคราะห์ ใช้เวลาเท่าไรจึงเข้าสู่สภาวะการไหลแบบคงตัว
9. จากตัวอย่างที่ 8.3 ในสภาพการไหลที่ไม่คงตัว (unsteady flow) เปรียบเทียบผลการคำนวณจากระเบียบวิธีเชิงตัวเลข กับผลจากการประมาณโดยวิธี (ก) Theis (ข) วิธี Cooper-Jacob ที่เวลาต่างๆ
10. จากสมการการไหลของน้ำในชั้นให้น้ำแบบเปิด (unconfined aquifer) $-\frac{\partial}{\partial x}(qh) + w = S_y \frac{\partial h}{\partial t}$ ที่สภาวะ steady state มีเงื่อนไขขอบเขต $x = 0, h = h_1, x = L, h = h_2$ จงพิสูจน์ว่า
- $$h^2 = h_1^2 + \frac{x}{L}(h_2^2 - h_1^2) + \frac{wx}{K}(L - x)$$
11. จากตัวอย่างที่ 8.4 ทดลองเปลี่ยนค่า $w = 2 \text{ m/year}$ และ เปรียบเทียบค่าระดับผิวน้ำที่คำนวณได้ระหว่างชั้นให้น้ำแบบเปิด ชั้นให้น้ำแบบปิดจากตัวอย่างที่ 8.1 และผลการวิเคราะห์ที่สภาพการไหลแบบคงตัว

บทที่ 9

การแก้ปัญหาการซึมของน้ำใต้ดินในแนวตั้ง

9.1 ความสมดุลทางชลศาสตร์ (Hydraulic Equilibrium)

จากรูปที่ 9.1 หากระดับอ้างอิง (datum) อยู่ที่ $z=0$ ความดันของน้ำในดินที่อ่านได้จากเกจวัดความดันมีค่าเท่ากับ P

$$P = \rho gh + z \quad (9.1)$$

$$h = \frac{P}{\rho g} + z \quad (9.2)$$

$$h = \psi + z \quad (9.3)$$

โดย ψ เรียกว่าศักย์ของน้ำ-ดิน (soil – water potential) หรือความดันในหลอดขนาดเล็ก (capillary pressures) h คือ เฮดทางชลศาสตร์ (hydraulic head,



รูปที่ 9.1
การวัดความดันของน้ำในดิน

พิจารณาในรูปที่ 9.2 จุดที่ความดันเป็นลบ เนื่องจากจุดนั้นอยู่เหนือระดับน้ำใต้ดิน จึงเกิดแรงดึงความชื้นให้น้ำไหลลงมาที่ระดับน้ำใต้ดินอิมตัว ค่าเฮดทางชลศาสตร์ (h) -ซึ่งประกอบด้วยเฮดแรงดึงความชื้น (suction head) บวกกับเฮดสถิตย์ (static head) รวมกันเป็นค่าคงที่

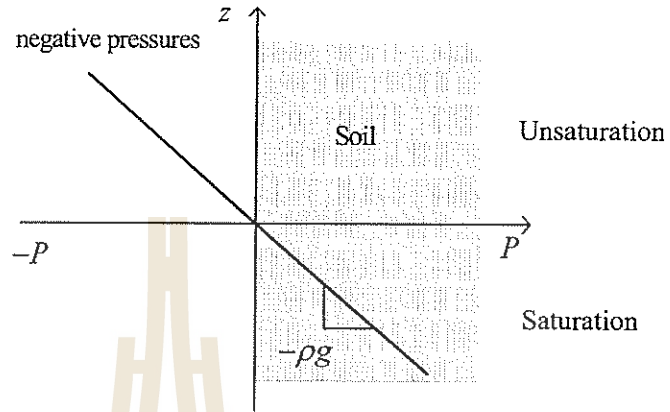
$$h = \frac{P}{\rho g} + z = \text{ค่าคงที่} = C_1 \quad (9.4)$$

$$P = (C_1 - z)\rho g \quad (9.5)$$

ถ้าความดัน $p=0$ ที่ $z=0$ ดังนั้น $C_1 = 0$

$$P = -\rho gz \quad (9.6)$$

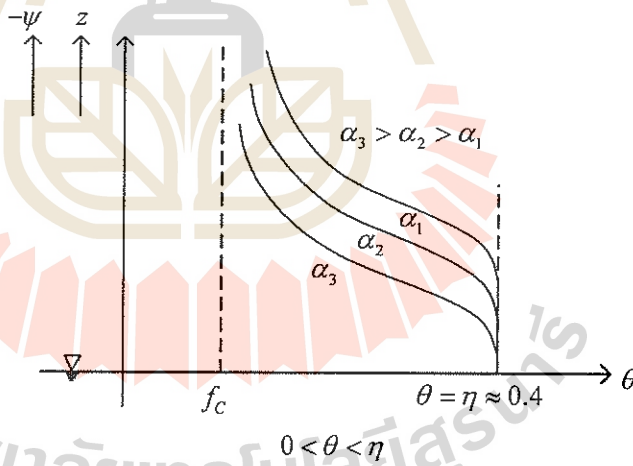
$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \tag{9.7}$$



รูปที่ 9.2

ความสัมพันธ์ระหว่างความสูงและเฮดความดันทางชลศาสตร์

รูปที่ 9.3 แสดงกราฟการกักเก็บซึมน้ำในดิน (water retention curve) เป็นความสัมพันธ์ระหว่าง ความชื้นในดิน (water content, θ) กับค่าเฮดสถิตย นิยามของ θ คืออัตราส่วนของปริมาตรน้ำที่อยู่ในดินต่อปริมาตรทั้งหมดของดิน ดังนั้นที่จุดอิ่มตัวด้วยน้ำ (saturation) ค่า $\theta = \eta$ หรือความพรุน (porosity)



รูปที่ 9.3

ความสัมพันธ์ระหว่าง ความชื้นในดินกับค่าเฮดสถิตย ที่ค่า α ต่างๆ (water retention curve)

แบบจำลองของ Van Genuchten [1980] ทำนายค่าการนำทางชลศาสตร์ในดินที่ไม่อิ่มตัวด้วยน้ำ (unsaturated soil) เป็นความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นในดินเป็นฟังก์ชันของแรงดึงความชื้น (water retention curve)

$$\theta(\psi) = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[1 + (\alpha|\psi|)^n\right]^m} \quad (9.8)$$

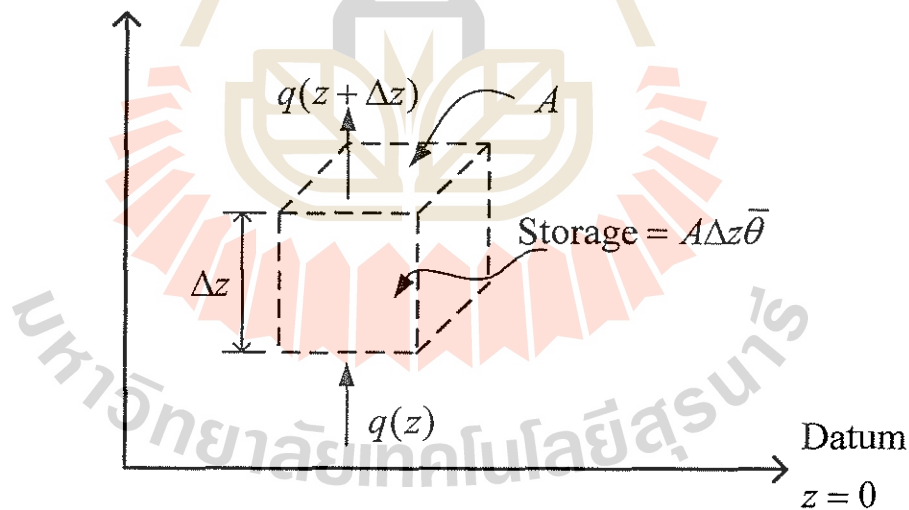
$$m = 1 - \frac{1}{n} \quad (9.9)$$

$$\alpha = \frac{1}{m} \quad (9.10)$$

โดย $|\psi|$: แรงดึงความชื้น (suction pressure) [L] หรือ cm ของน้ำ
 θ_s : ความชื้นอิ่มตัว (saturated water content)
 θ_r : ความชื้นคงที่ (residual water content)
 α : ส่วนกลับของแรงดูดอากาศ (air entry suction) [L⁻¹]
 n : ขนาดช่องว่างในดิน (pore size distribution) เป็นพารามิเตอร์ไร้มิติ (dimensionless parameter)

9.2 สมดุลของริชาร์ด (Richard's equilibrium)

จากหลักสมดุลของมวล: อัตราการไหลเข้าลบอัตราการไหลออก เท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงการกักเก็บของปริมาตรควบคุมและจากรูปที่ 9.4 สร้างสมการได้ดังนี้



รูปที่ 9.4

ปริมาตรควบคุมเพื่อสร้างสมการสมดุลของริชาร์ด

$$q(z)A - q(z + \Delta z)A = \frac{\partial}{\partial t} [A\Delta z\bar{\theta}] \quad (9.11)$$

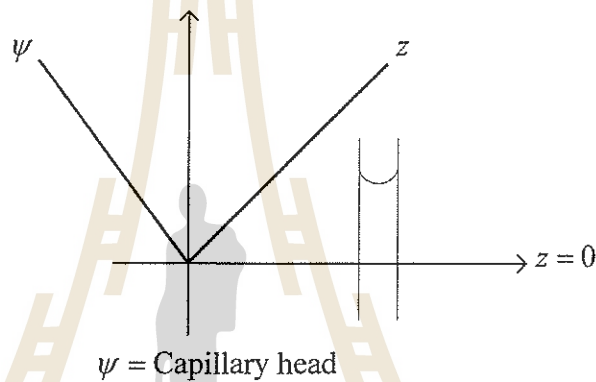
โดย θ : ความชื้นโดยปริมาตร (volumetric water content) q : อัตราการไหลของดาร์ซี (Darcy flux) [m³ของน้ำ/พื้นที่-เวลา] ทารสมการ (9.11) ด้วย $A\Delta z$

$$\frac{-q(z + \Delta z) + q(z)}{\Delta z} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (9.12)$$

เมื่อ $\Delta z \rightarrow 0$ เปลี่ยนสมการ (9.12) เป็นสมการอนุพันธ์

$$-\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (9.13)$$

จากความเร็วการไหลตามกฎของดาร์ซี (Darcy's law) $q = -K \frac{\partial h}{\partial z}$ สำหรับการไหลแบบอิ่มตัว (saturated flow) แต่การไหลแบบไม่อิ่มตัว (unsaturated flow) ค่า K ขึ้นอยู่กับ ψ หรือ θ



รูปที่ 9.5

ความสัมพันธ์ระหว่าง เฮดคาพิลลารี และ คาระดับ

แทนค่า เฮดทางชลศาสตร์ (h) จากสมการ (9.3) ในสมการความเร็วของดาร์ซี

$$q = -K(\psi) \frac{\partial}{\partial z} (\psi + z) \quad (9.14)$$

แทนค่า q จากสมการ (9.14) ใน สมการ (9.13) ได้

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left[-K(\psi) \frac{\partial}{\partial z} (\psi + z) \right] = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (9.15)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} K(\psi) \quad (9.16)$$

ใช้กฎ chain rule

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial t} = C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (9.17)$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง θ และ ψ เป็นสมการพาราโบลา ดังในรูปที่ 9.6 เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

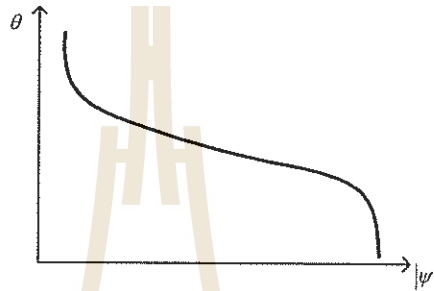
$$\theta(\psi) = C_0 + C_1\psi + \hat{C}_2\psi^2 \quad (9.18)$$

โดย C_0 C_1 และ \hat{C}_2 เป็นค่าคงที่ อนุพันธ์สมการ (9.18) เทียบกับ ψ

$$\frac{\partial \theta}{\partial \psi} = C(\psi) = C_1 + 2\hat{C}_2\psi \quad (9.19)$$

$$C(\psi) = C_1 + C_2\psi \quad (9.20)$$

โดย ψ มีหน่วยเป็น L และมีค่าเป็นลบ



รูปที่ 9.6

ความสัมพันธ์ระหว่าง θ และ ψ

แทนค่าสมการ (9.17) ในสมการ (9.16)

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} K(\psi) \quad (9.21)$$

สมการ (9.21) เป็นรูปแบบอนุพันธ์บนฐานของความดัน ของการสมดุลของริชาร์ด (pressure based form of Richard equilibrium) หากสร้างสมการที่มีรูปแบบอนุพันธ์บนฐานของความชื้น (water content based equation) ทำได้ดังนี้ จากกฎ chain rule

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (9.22)$$

$\frac{\partial \psi}{\partial \theta}$ ได้ความสัมพันธ์จากกราฟ water retention curve แทนค่าสมการ (9.22) ในสมการ (9.16)

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} K(\theta) \quad (9.23)$$

กำหนดให้ $K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = D(\theta)$ แทนค่า $D(\theta)$ ใน (9.23)

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} K(\theta) \quad (9.24)$$

โดย $\frac{\partial}{\partial z} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right]$ คือ เทอมแรงดูด (suction term) และ $\frac{\partial}{\partial z} K(\theta)$ คือเทอมแรงโน้มถ่วงของโลก (gravity term) สมการ (9.24) จึงเป็นสมการสมดุลของริชาร์ดที่มีรูปแบบอนุพันธ์บนฐานของความชื้น (water content based form of Richard equilibrium)

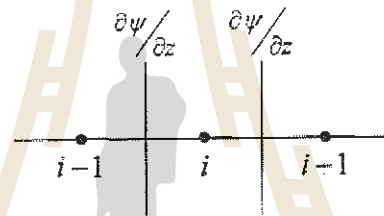
9.3 ผลลัพธ์วิธีผลต่างสืบเนื่องสำหรับสมการของริชาร์ดบนพื้นฐานความดัน (Finite difference solution for pressure based Richard's Equation)

จากสมการ (9.21) แก้สมการโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขได้โดยใช้สัญลักษณ์

$n+1$ คือ ระดับของการทำซ้ำพิคาสโนปัจจุบัน (current Picard level)

$n+1$ คือ ระดับของเวลาในปัจจุบัน (current time level)

ในเชิงพื้นที่จุดต่อ 3 จุดมีค่าดังนี้



ได้สมการเชิงตัวเลขวิธีผลต่างสืบเนื่องดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] \approx \frac{1}{\Delta z} \left[\left(\frac{K_i^{n+1,m} + K_{i+1}^{n+1,m}}{2} \right) \left(\frac{\psi_{i+1}^{n+1,m+1} - \psi_i^{n+1,m+1}}{\Delta z} \right) - \left(\frac{K_i^{n+1,m} + K_{i-1}^{n+1,m}}{2} \right) \left(\frac{\psi_i^{n+1,m+1} - \psi_{i-1}^{n+1,m+1}}{\Delta z} \right) \right] \tag{9.25}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} K(\psi) = \frac{K_{i+1}^{n+1,m} - K_{i-1}^{n+1,m}}{2\Delta z} \tag{9.26}$$

โดย $F_2 = \frac{K_i + K_{i+1}}{2\Delta z^2}$, $F_3 = -\left(\frac{K_i + K_{i-1}}{2\Delta z^2} \right)$, $F_4 = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2\Delta z}$ และ F_2, F_3, F_4 สามารถคำนวณได้จาก

Picard level ในช่วงเวลา ก่อน เทอมมิติของพื้นที่ (spatial term) แทนค่า F_2, F_3, F_4 ในสมการ (9.25) ได้

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] = F_2 [\psi_{i+1}^{n+1,m+1} - \psi_i^{n+1,m+1}] + F_3 [\psi_i^{n+1,m+1} - \psi_{i-1}^{n+1,m+1}] + F_4 \tag{9.27}$$

เทอมมิติของเวลา (temporal term)

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = C_i^{n+1,m} \left[\frac{\psi_i^{n+1,m+1} - \psi_i^n}{\Delta t} \right] \tag{9.28}$$

กำหนดให้ $F_1 = \frac{C_i^{n+1,m}}{\Delta t}$ แทนในสมการ (9.28)

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = F_1 \psi_i^{n+1,m+1} - F_1 \psi_i^n \quad (9.29)$$

แทนค่าจากสมการ (9.27) และ (9.29) ในสมการ (9.21) ได้ผลดังนี้

$$F_1 \psi_i^{n+1,m+1} - F_1 \psi_i^n = F_2 [\psi_{i+1}^{n+1,m+1} - \psi_i^{n+1,m+1}] + F_3 [\psi_i^{n+1,m+1} - \psi_{i-1}^{n+1,m+1}] + F_4 \quad (9.30)$$

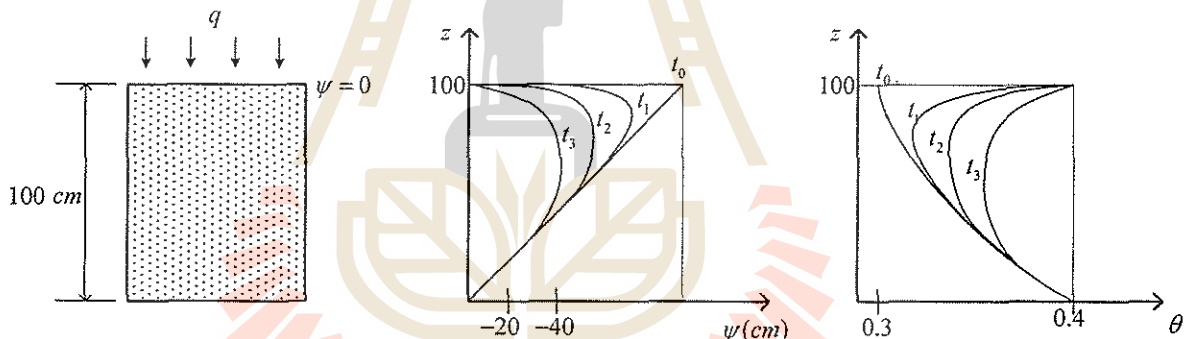
จัดสมการ (9.30) ใหม่

$$-F_3 \psi_{i-1}^{n+1,m+1} + (-F_2 + F - F_1) \psi_i^{n+1,m+1} + F_2 \psi_{i+1}^{n+1,m+1} = -F_1 \psi_i^n - F_4 \quad (9.31)$$

โดย $a = -F_3$, $b = (-F_2 + F - F_1)$, $c = F_2$ และ $d = -F_1 \psi_i^n - F_4$ แทนค่า a, b, c, d ใน (9.31) ได้

$$a \psi_{i-1}^{n+1,m+1} + b \psi_i^{n+1,m+1} + c \psi_{i+1}^{n+1,m+1} = d \quad (9.32)$$

ตัวอย่างที่ 9.1 แ่งดินมีความสูง 100 cm ฝนตกอัตรา (q) ที่ผิวบนของแ่งดินอย่างต่อเนื่อง เขียนกราฟการเปลี่ยนแปลงแรงดูดความชื้น (ψ) ตามความลึกของดิน (z) และกราฟการเปลี่ยนแปลงความชื้นในดิน (θ) ตามความลึกของดิน (z) ที่เวลาต่างๆ และตรวจสอบว่าใช้เวลาเท่าไรแ่งดินจึงเปียกทั้งหมด



วิธีทำ การระบายน้ำในแ่งดิน กำหนด $\Delta z = 1 \text{ cm}$, $\Delta t = 0.01 \text{ day}$

เงื่อนไขเริ่มต้น $\psi = -z$, $0 \leq z \leq 100 \text{ cm}$ ความชื้นเริ่มต้น $\theta = 0.4$

เงื่อนไขขอบเขต ที่ $z = 0$; $\psi = 0$, $q = \infty$ สำหรับ $t \geq 0$

ที่ $z = 100$; $\psi = 0$

กำหนด สมการความสัมพันธ์ที่ใช้คำนวณ $\theta = C_0 + C_1 \psi + \frac{C_2}{2} \psi^2$ และ $C(\psi) = C_1 + C_2 \psi$

$K = \exp(C_3 \psi)$ โดย $C_0 = 0.4$, $C_1 = 0.00105$, $C_2 = 8.4 \times 10^{-6}$, $C_3 = 0.0268$

รูปที่ 9.7 แสดงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณหาการเปลี่ยนแปลง ψ และ θ เทียบกับ z โดยแก้สมการของริชาร์ด บนพื้นฐานความดัน ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข วิธีแบบปริยาย รูปที่ 9.8 และ 9.9 แสดงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน รูปที่ 9.10 แสดงกราฟผลลัพธ์สุดท้าย เปรียบเทียบความเปลี่ยนแปลง ψ และ θ เทียบกับ z ที่เวลาต่างๆ

จากรูปที่ 9.10 การซึมของน้ำฝนลงในดินจะทำให้ดินทั้งแ่งเปียกตลอดทั้งแ่งเมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 5 วัน

```

% Implicit FD method to solve 1-D pressure-based Richards eqns
% Infiltration from rainfall all times at the soil surface
% BC1 at z=0, phi=0 for t>=0, water table
% BC2 at z=100 cm(soil surface)phi=0, flux BC

%tot=5;           % total time in days try 0.02,0.1,1,3,5 days
dt=0.01;         % time step 0.01 days
maxstep=tot/dt;  % max time steps
length=100;      % soil column length (cm)
dz=1;           % space step (cm)
n=round(length/dz)+1; % computing nodes
h2=0;           % top pressure head (cm)
h1=0;           % bottom pressure head (cm)

u=zeros(1,n);   % Initial Condition
pu=zeros(1,n);
a=zeros(1,n);
b=zeros(1,n);
c=zeros(1,n);
d=zeros(1,n);
b(1,1)=1;
b(1,n)=1;
d(1,1)=h1;      % BC 1
d(1,n)=h2;      % BC 2
u(n)=0;         % Suction head at surface z=100cm
pu(n)=u(n);

% Initial condition of u
for i=1:(n-1)
    z=-dz*(i-1);
    u(i)=z;
    pu(i)=u(i);
end
for i=1:n
    zz(i)=dz*(i-1);
end
subplot(2,1,1)
plot(u,zz,'r','linewidth',0.5);hold on

% Numerical calculation
for i=1:maxstep
    [a b c d]=assemble_R(n,u,pu,dz,dt,a,b,c,d);
    v=tridia2(n,a,b,c,d);
    for k=2:(n-1)
        u(k)=v(k);
        pu(k)=u(k);
    end
end

co=0.4;
c1=0.00105;
c2=0.0000084;
for i=1:n
    theta(i)=co+c1*u(i)+(c2/2)*u(i)^2;
end

```

รูปที่ 9.7

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ เพื่อใช้คำนวณหาการเปลี่ยนแปลง ψ และ θ เทียบกับ z โดยใช้สมการของริชาร์ดบนพื้นฐานความดัน (ชื่อไฟล์: Richard1.m)

```
function [a b c d]=assemble_R(n,u,pu,dz,dt,a,b,c,d)

c1=0.00105;
c2=0.0000084;
for i=1:n
    ca(i)=c1+c2*u(i);
end

c3=0.0268;
for i=1:n
    K(i)=exp(c3*u(i));
end

for i=2:(n-1)
    F1=ca(i)/dt;
    F2=(K(i)+K(i+1))/(2*dz^2);
    F3=-(K(i)+K(i-1))/(2*dz^2);
    F4=(K(i+1)-K(i-1))/(2*dz);
    a(i)=-F3;
    b(i)=-F2+F3-F1;
    c(i)=F2;
    d(i)=-F1*pu(i)-F4;
end
```

รูปที่ 9.8

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ (ฟังก์ชัน) เพื่อใช้คำนวณหาการเปลี่ยนแปลง ψ และ θ เทียบกับ z โดยใช้สมการของ ริชาร์ด บนพื้นฐานความดัน (ชื่อไฟล์: assemble_R.m)

```
function [v]=tridia2(n,a,b,c,d)

bb=b;
dd=d;

for i=2:n
    ff=a(1,i)/bb(1,i-1);
    bb(1,i)=bb(1,i)-c(1,i-1)*ff;
    dd(1,i)=dd(1,i)-dd(1,i-1)*ff;
end
v(n)=dd(n)/bb(n);
for i=1:(n-1)
    j=n-i;
    v(1,j)=(dd(1,j)-c(1,j)*v(1,j+1))/bb(1,j);
end
```

รูปที่ 9.9

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ (ฟังก์ชัน) เพื่อใช้ในการแก้สมการวิธีแบบปริยาย (ชื่อไฟล์: tridia2.m)

(1) เงื่อนไขขอบเขตที่มีการไหลเข้า-ออก (Flux BC)

จากสมการ (9.14) หากที่ผิวดินมีน้ำซึมลงมา $q_z = C_1$, และหากไม่มีการไหล $C_1 = 0$

$$q_z = -K(\psi) \frac{\partial}{\partial z} (\psi + z) = C_1 \quad (9.33)$$

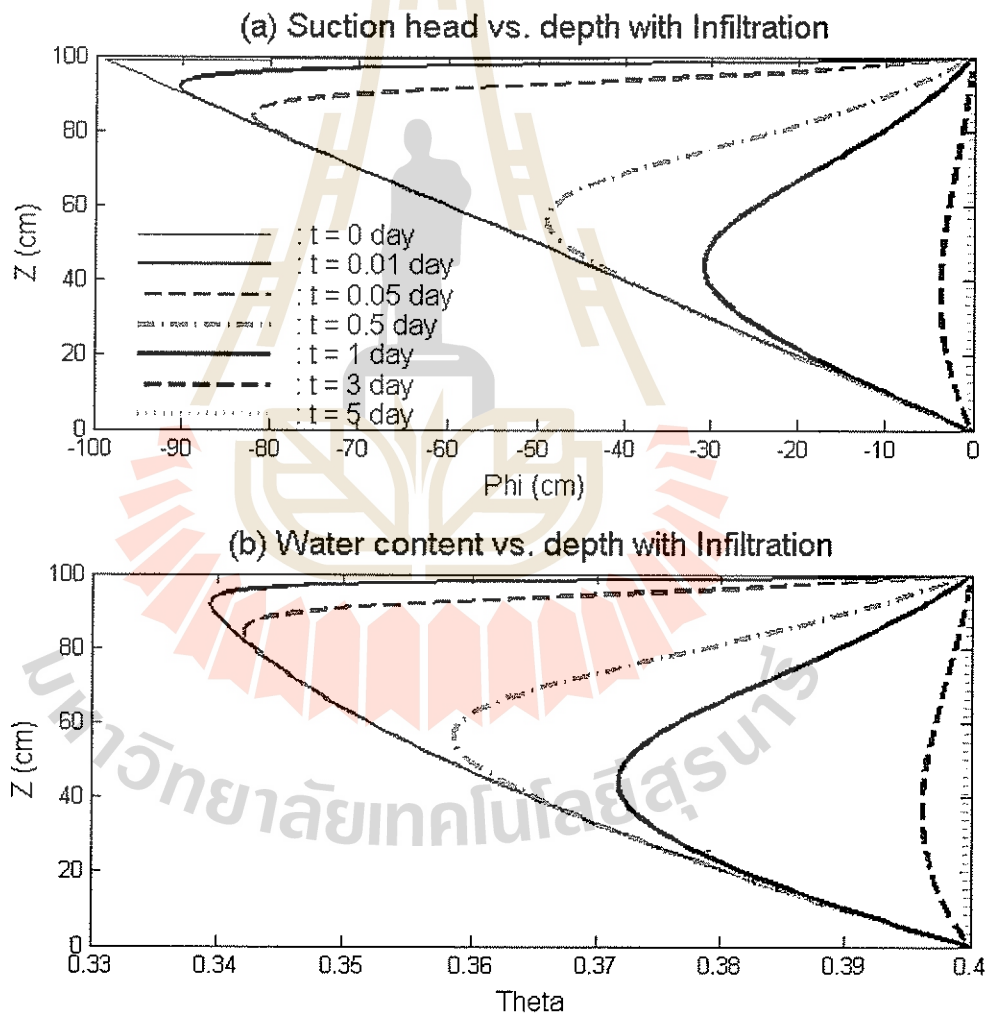
$$q_z = -K(\psi) \left[\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right] = C_1 \quad (9.34)$$

ใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมผืนผ้า (9.34)

$$q_z = - \left(\frac{K_{n+1} + K_n}{2} \right) \left(\frac{\psi_{n+1} - \psi_n}{\Delta z} + 1 \right) = C_1 \quad (9.35)$$

ให้ $K_{avg} = \left(\frac{K_{n+1} + K_n}{2} \right)$ แทนในสมการ (9.35)

$$\frac{\psi_{n+1} - \psi_n}{\Delta z} = \left[\frac{-C_1}{K_{avg}} - 1 \right] \quad (9.36)$$



รูปที่ 9.10

ผลการใช้โปรแกรมคำนวณเปรียบเทียบความเปลี่ยนแปลง ψ และ θ เทียบกับ z ที่เวลาต่างๆ

$$\psi_{n+1} = \Delta z \left[\frac{-C_1}{K_{avg}} - 1 \right] + \psi_n \quad (9.37)$$

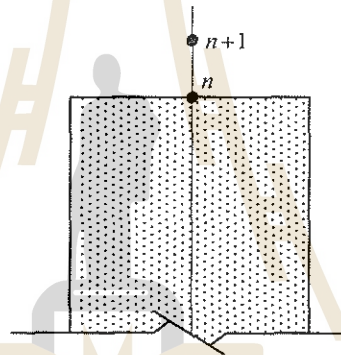
จากสมการ (9.32) $a\psi_{i-1} + b\psi_i + c\psi_{i+1} = d$ บริเวณปลายจุดต่อ n

$$a\psi_{n-1} + b\psi_n + c\psi_{n+1} = d \quad (9.38)$$

แทนค่า ψ_{n+1} จากสมการ (9.37) และ (9.34) ในสมการ (9.38)

$$a\psi_{n-1} + b\psi_n + c \left[\psi_n + \Delta z \left(\frac{q_z}{K_{avg}} - 1 \right) \right] = d_n \quad (9.39)$$

$$a\psi_{n-1} + (b+c)\psi_n = d_n + c_n \Delta z \left(1 - \frac{q_z}{K_{avg}} \right) \quad (9.40)$$

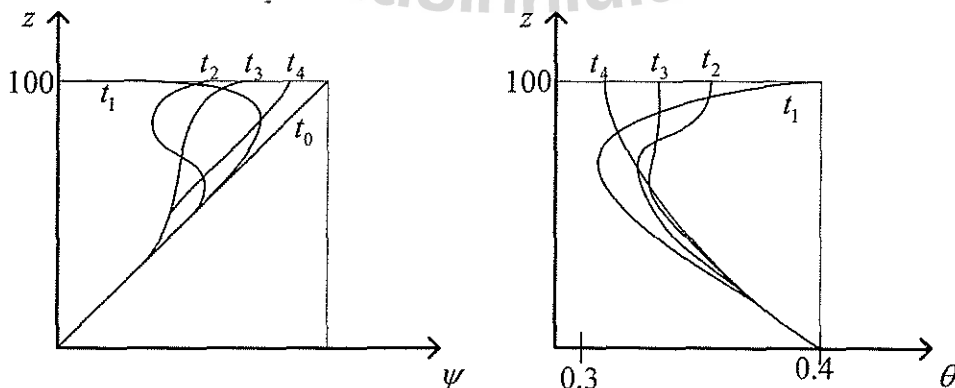


ตัวอย่างที่ 9.2 เขียนกราฟการเปลี่ยนแปลงความชื้นในดิน (θ) และแรงดูดความชื้น (ψ) ตามความลึกของดิน (z) ที่เวลาต่างๆ ทำเหมือนตัวอย่างที่ 9.1 แต่เปลี่ยนแปลงเงื่อนไขขอบเขต มีฝนตกในช่วง $0 - 0.1$ วัน แล้วหยุดตก, $t > 0.1$ วัน ($q_z = 0$)

เงื่อนไขขอบเขตที่ $z = 100$ cm; $\psi = 0$ จน $t = 0.1$ วัน

เงื่อนไขขอบเขตที่ $z = 100$ cm, $t > 0.1$ วัน $q_z = 0$ (No flux BC)

ใช้วิธีเชิงตัวเลขระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม ให้ได้ผลตามร่างกราฟข้างล่างนี้



วิธีทำ

รูปที่ 9.11 แสดงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณหาการเปลี่ยนแปลง ψ และ θ เทียบกับ z โดยแก้สมการของริชาร์ด บนพื้นฐานความดัน ด้วยวิธีเชิงตัวเลข ระเบียบวิธีแบบปริยาย รูปที่ 9.12 และ 9.13 แสดงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน รูปที่ 9.14 แสดงกราฟผลลัพธ์สุดท้าย เปรียบเทียบความเปลี่ยนแปลง ψ และ θ เทียบกับ z ที่เวลาต่างๆ

```
% Implicit FD method to solve 1-D process-based Richards eqns
% After 0.1 day, there is no inflow

tot=5;           % total time in days
dt=0.01;        % time step in days
maxstep=tot/dt; % max time steps
length=100;     % flow length (cm)
dz=1;          % space step (cm)
n=round(length/dz)+1; % computing nodes
h2=0;          % top pressure head (cm)
h1=0;          % bottom pressure head (cm)

a(1)=0;
b(1)=1;
c(1)=0;
a(n)=0;
b(n)=1;
c(n)=0;
d(1)=h1;
d(n)=h2;
u(n)=0;
pu(n)=u(n);

% Initial condition
for i=1:(n-1)
    z(i)=-dz*(i-1);
    u(i)=z(i);
    pu(i)=u(i);
end
for i=1:n
    zz(i)=dz*(i-1);
end
subplot(2,1,1)
plot(u,zz,'r','linewidth',0.5);hold on

% Condition for no rainfall t < 0.1 day
for j=1:10
    for i=1:8
        [a b c d]=assemble_R(n,u,pu,dz,dt,a,b,c,d);
        [v]=tridia(n,a,b,c,d);
        for k=2:(n-1)
            u(k)=v(k);
        end
    end
    for i=2:(n-1)
        u(i)=v(i);
        pu(i)=u(i);
    end
end
end
theta=wtcurve1(u,n);
```

```

subplot(2,1,1)
plot(u,zz,'b','linewidth',1.5);
subplot(2,1,2)
plot(theta,zz,'b','linewidth',1.5);hold on

for j=11:maxstep
    for i=1:8
        [a b c d]=assemble_R4(n,u,pu,dz,dt,a,b,c,d);
        [v]=tridia(n,a,b,c,d);
        for k=2:n
            u(k)=v(k);
        end
    end
    for i=2:n
        u(i)=v(i);
        pu(i)=u(i);
    end
    ph(j,:)=u;
    the(j,:)=wtcurve1(u,n);
end

```

รูปที่ 9.11

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ เพื่อใช้คำนวณหาการเปลี่ยนแปลง ψ และ θ เทียบกับ z โดยใช้สมการของริชาร์ดบนพื้นฐานความดัน จากตัวอย่างที่ 9.2 (ชื่อไฟล์: Richard2.m)

```

function [a b c d]=assemble_R4(n,u,pu,dz,dt,a,b,c,d)

c1=0.00105;
c2=0.0000084;
for i=1:n
    ca(i)=c1+c2*u(i);
end

c3=0.0268;
for i=1:n
    K(i)=exp(c3*u(i));
end

K(n+1)=K(n);
for i=2:n
    F1=ca(i)/dt;
    F2=(K(i)+K(i+1))/(2*(dz^2));
    F3=-(K(i)+K(i-1))/(2*(dz^2));
    F4=(K(i+1)-K(i-1))/(2*dz);
    a(i)=-F3;
    b(i)=-F2+F3-F1;
    c(i)=F2;
    d(i)=-F1*pu(i)-F4;
end
b(n)=b(n)+c(n);
d(n)=d(n)+c(n)*dz;
c(n)=0;

```

รูปที่ 9.12

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ (ฟังก์ชัน) เพื่อใช้กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ a b c และ d ที่ $t > 0.1$ วัน จากตัวอย่างที่ 9.2 (ชื่อไฟล์: assemble_R4.m)


```

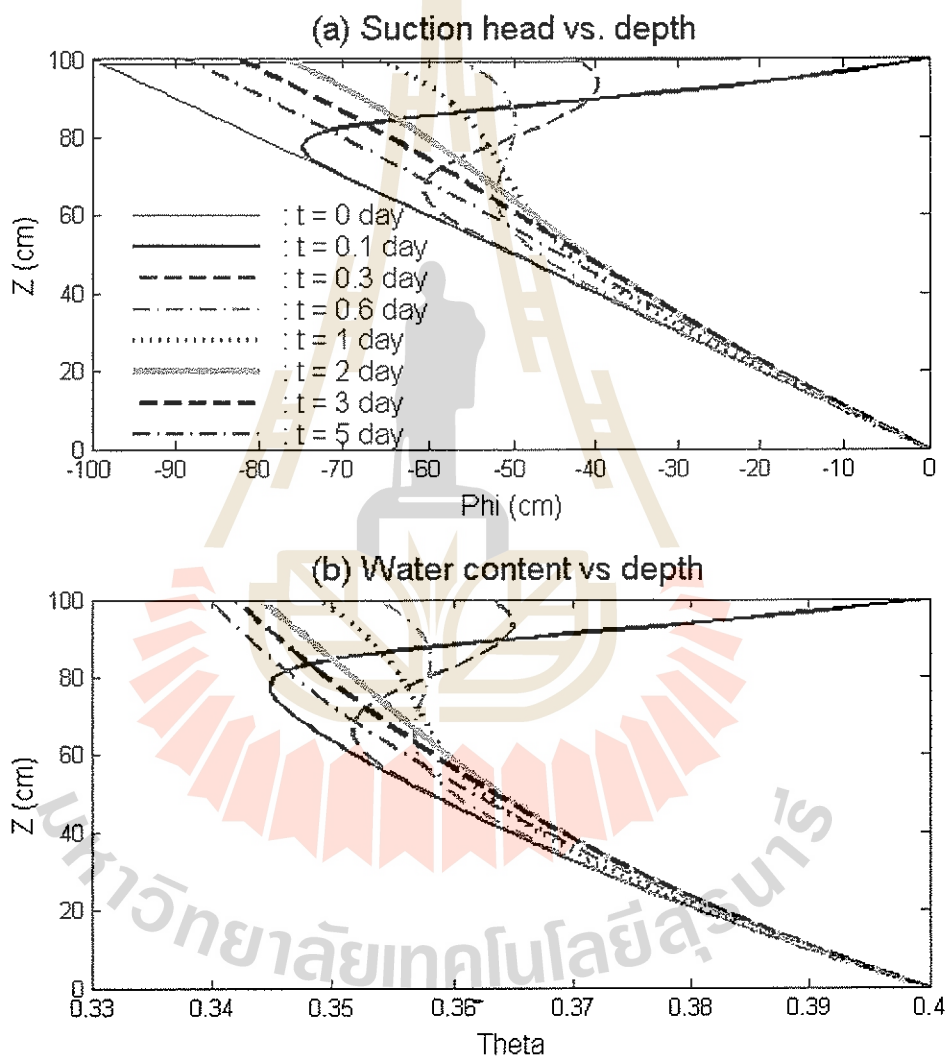
function theta=wtcurve1(u,n)

c0=0.4;
c1=0.00105;
c2=0.0000084;
A=1610000;
for i=1:n
    theta(i)=c0+(c1*u(i))+(c2/2)*u(i)^2;
end

```

รูปที่ 9.13

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ (ฟังก์ชัน) เพื่อใช้คำนวณ θ เมื่อให้ค่า ψ จากตัวอย่างที่ 9.2 (ชื่อไฟล์: wtcurve1.m)



รูปที่ 9.14

ผลการใช้โปรแกรมคำนวณเปรียบเทียบความเปลี่ยนแปลง ψ และ θ เทียบกับ z ที่เวลาต่างๆ จากตัวอย่างที่ 9.2

Haverkamp et al. [1977] ได้นำสมการจากการวิเคราะห์ เทียบกับผลการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ได้ดังนี้

$$\theta = \frac{A(\theta_s - \theta_r)}{A + (100|\psi|)^B} + \theta_r \quad (9.41)$$

โดย θ_s = ความพรุน (porosity), θ_r = ความชื้นคงที่ภายใน (residual water content), ψ = เฮดแรงดึงความชื้น (pressure head), A และ B มีค่า 1.61×10^6 และ 3.96

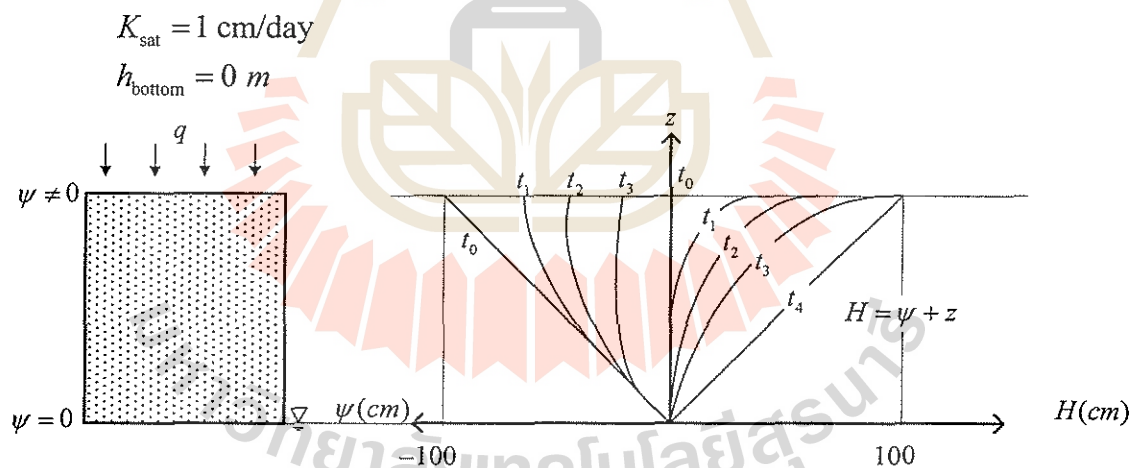
สมการจากการวิเคราะห์สำหรับค่าการนำทางชลศาสตร์สัมพัทธ์

$$K_T(\psi) = \frac{C}{C + (100|\psi|)^D} \quad (9.42)$$

โดย K_T = ค่าการนำทางชลศาสตร์สัมพัทธ์ (relative hydraulic conductivity) C และ D มีค่า 1.18×10^6 และ 4.74

ตัวอย่างที่ 9.3 เขียนกราฟการเปลี่ยนแปลง ψ ตามความลึกของดิน (z) และการเปลี่ยนแปลง θ ตามความลึกของดิน (z) Transient profile เป็น steady state

กำหนด : $q = 0.2$ และ 0.8 cm/day



ดินอิ่มตัวด้วยน้ำ $K = K_{\text{sat}}$

วิธีทำ

รูปที่ 9.15 แสดงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณหาการเปลี่ยนแปลง ψ และ θ เทียบกับ z โดยแก้สมการของริชาร์ด บนพื้นฐานความดัน ด้วยวิธีเชิงตัวเลขระเบียบวิธีแบบปริยาย รูปที่ 9.16 และ 9.17 แสดงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ โปรแกรมฟังก์ชัน รูปที่ 9.18 แสดงกราฟผลลัพธ์สุดท้าย เปรียบเทียบความเปลี่ยนแปลง ψ และ θ เทียบกับ z ที่เวลาต่างๆ

```

% Implicit FD method to solve 1-D process-based Richards eqns
% Discharge from soil 's surface
% BC1 at z=0, phi=0 for t>=0
% BC2 at z=100 cm, qz= 0.2,0.8 cm/day

tot=10; % total time in days try 0.1,0.2,0.5,1,3,10
dt=0.01; % time step 0.01 days
maxstep=tot/dt; % max time steps
length=100; % flow length (cm)
dz=1; % space step (cm)
n=round(length/dz)+1; % computing nodes
q=0.2; % Surface Inflow (cm/day)
h1=0; % bottom pressure head (cm)
Ks=1.0; % Saturated K, cm/d

a(1)=0;
b(1)=1;
c(1)=0;
a(n)=0;
b(n)=1;
c(n)=0;
d(1)=h1; % BC 1

for i=1:n
    z=-dz*(i-1);
    u(i)=z;
    pu(i)=u(i);
end
for i=1:n
    zz(i)=dz*(i-1);
end
theta=wtcurve(u,n);

plot(u,zz);hold on
TotalH=u+zz;
plot(TotalH,zz);

% Numerical Calculation
for j=1:maxstep
    for i=1:5
        [a,b,c,d]=assemble7(n,u,pu,dz,dt,q,a,b,c,d,Ks);
        v=tridia2(n,a,b,c,d);
        for k=2:n
            u(k)=v(k);
        end
    end
    for i=2:n
        u(i)=v(i);
        pu(i)=u(i);
    end
    theta=wtcurve(u,n);
end

plot(u,zz,'r');hold on
TotalH=u+zz;
plot(TotalH,zz);

```

รูปที่ 9.15

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ เพื่อใช้คำนวณหาการเปลี่ยนแปลง ψ และ θ เทียบกับ z โดยใช้สมการของริชาร์ดบนพื้นฐานความดัน จากตัวอย่างที่ 9.3 (ชื่อไฟล์: Richard5.m)

```
function [a,b,c,d]=assemble7(n,u,pu,dz,dt,q,a,b,c,d,Ks)
```

```
c1=0.00105;
c2=0.0000084;
for i=1:n
    ca(i)=c1+c2*u(i);
end

c3=0.0268;
Ks=1.0;
for i=1:n
    K(i)=exp(c3*u(i));
    if K(i)>Ks
        K(i)=Ks;
    else
        end
    end
end

K(n+1)=K(n);
for i=2:n
    F1=ca(i)/dt;
    F2=(K(i)+K(i+1))/(2*dz^2);
    F3=-(K(i)+K(i-1))/(2*dz^2);
    F4=(K(i+1)-K(i-1))/(2*dz);
    a(i)=-F3;
    b(i)=-F2+F3-F1;
    c(i)=F2;
    d(i)=-F1*pu(i)-F4;
end
b(n)=b(n)+c(n);
Ka=(K(n)+K(n+1))/2;
d(n)=d(n)+c(n)*dz*(1-q/Ka);
c(n)=0;
```

รูปที่ 9.16

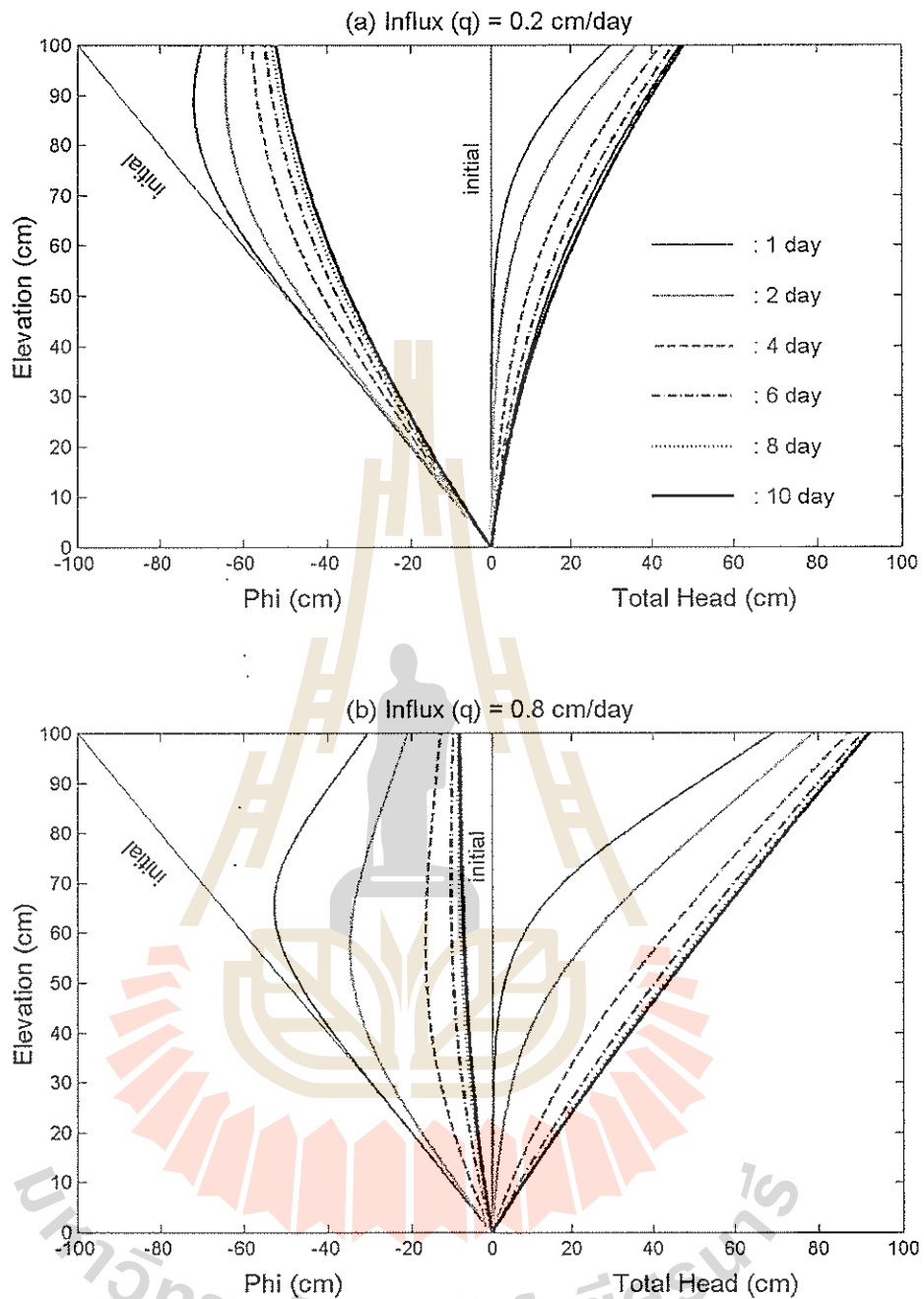
โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ (ฟังก์ชัน) เพื่อใช้กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ a b c และ d จากตัวอย่างที่ 9.3 (ชื่อไฟล์: assemble7.m)

```
function theta=wtcurve(u,n)
```

```
A=1610000;
B=3.96;
tr=0.075;
ts=0.287;
for i=1:n
    top=A*(ts-tr);
    bot=A+(100*abs(u(i)))^B;
    theta(i)=tr+top/bot;
end
```

รูปที่ 9.17

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแล็บ (ฟังก์ชัน) เพื่อใช้คำนวณ θ เมื่อให้ค่า ψ จากตัวอย่างที่ 9.3 (ชื่อไฟล์: wtcurve.m)



รูปที่ 9.18

ผลการใช้โปรแกรมคำนวณเปรียบเทียบความเปลี่ยนแปลง ψ และ $\psi + z$ เทียบกับ z ที่เวลาต่างๆ จากตัวอย่างที่ 9.3

คำถามท้ายบท

- จากสมการความสัมพันธ์ระหว่าง θ และ ψ ข้างล่างนี้ จงเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง θ และ ψ กำหนดให้ $\theta_r = 0.02$ และ $\theta_s = 0.4$ (ก) $\alpha = 1.0$ คงที่ ใช้ค่า $n=1, 1.25, 2.5$ และ 4 , $m=1-1/n$ (ข) ใช้ค่า $n=1.25$ คงที่ เปลี่ยนแปลงค่า $\alpha = 0.2, 0.5, 1, 4$ ตามลำดับ

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (\alpha |\psi|)^n]^m}$$

$$K(\psi) = \frac{K_s \left[1 - (\alpha\psi)^{n-1} \{ 1 + (\alpha\psi)^n \}^{-m} \right]^2}{\left[1 + (\alpha\psi)^n \right]^{m/2}}$$

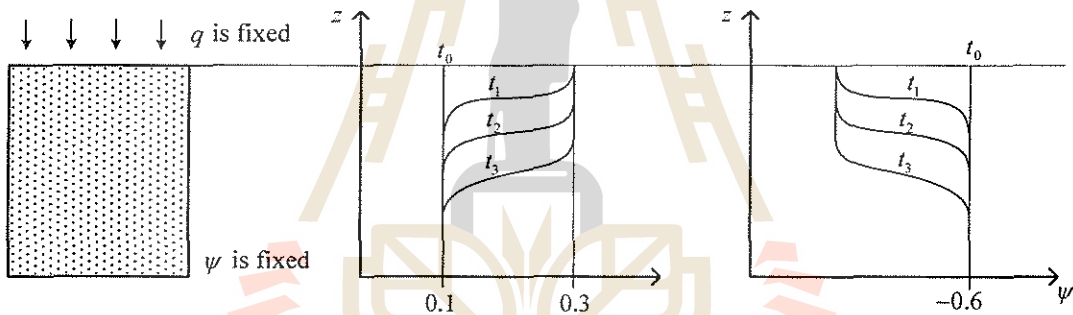
A closed form Equilibrium by Van Genuchten Soil Sci Am J. Vol. 44 p. 892,1980

2.เขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง (ก) ψ และ $K(\psi)$, (ข) θ และ $K(\theta)$ กำหนดให้

$$C_3 = 0.0268, K(\psi) = e^{C_3\psi}, C_0 = 0.4, C_1 = 1.05 \times 10^{-3}, C_2 = 8.4 \times 10^{-6}, C_3 = 0.0268,$$

$$\hat{C}_2 = \frac{C_2}{2} \text{ และ } \theta(\psi) = C_0 + C_1\psi + \hat{C}_2\psi^2$$

3.จากตัวอย่างที่ 9.3 คำนวณและเขียนกราฟ การเปลี่ยนแปลง ψ ตามความลึกของดิน (z) และการเปลี่ยนแปลง θ ตามความลึกของดิน (z) กรณีเป็นการเปลี่ยนแปลงการซึม (transient infiltration) กำหนดเฮดแรงดึงความชื้นเริ่มต้นคงที่ตลอดความลึกเท่ากับ -0.615 มีอัตราการซึมคงที่ 3.29 m day^{-1}



บทที่ 10

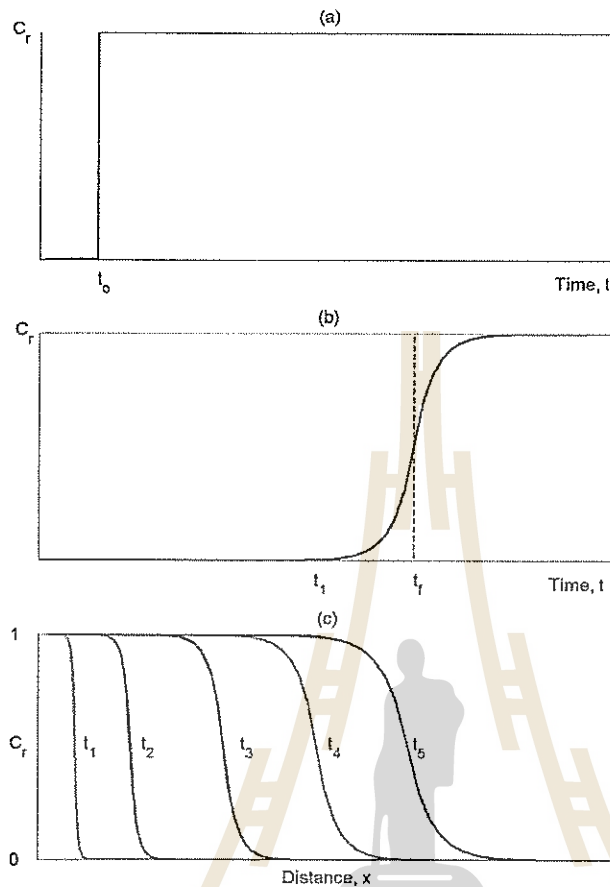
การเคลื่อนที่ของสารปนเปื้อนในน้ำใต้ดิน (Contamination Transport)

การเคลื่อนที่ของสารปนเปื้อนในน้ำใต้ดินเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษากระบวนการเคลื่อนที่ (transport processes) ของสาร (substances) ที่มีผลต่อสิ่งแวดล้อมทั้งในน้ำใต้ดิน ในแหล่งน้ำและลำน้ำ เช่น อ่างเก็บน้ำ ทะเลสาบ แม่น้ำ ลำธาร และปากอ่าว (estuaries) สารเหล่านี้อาจเป็นสารปนเปื้อน (contaminants), มลภาวะ (pollutants) ตัวติดตามที่สร้างขึ้น (artificial tracers) หรือวัสดุต่าง ๆ ที่เคลื่อนที่ไปกับน้ำที่ประกอบขึ้นเป็นสารเหล่านี้ การเดินทางไปกับน้ำจึงทำให้เกิดการกระจายของสาร เนื่องจากการเคลื่อนที่ไปกับน้ำหรือการพา (advection), การแพร่ (diffusion) และการกระจาย (dispersion)

นิยามและลักษณะพารามิเตอร์

ปริมาณของสารในน้ำแสดงในรูปของความเข้มข้น (concentration, C) ซึ่งหมายถึงมวลของสารต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรของน้ำ ส่วนประกอบของสารยังคงเดิมไม่เปลี่ยนแปลง (conservative) หนาไม่เกิดการย่อยสลาย (decay) หรือถูกดูดซับ (absorbed) หรือไม่เกิดปฏิกิริยาทางเคมี ทางชีววิทยา หรือ ทางนิวเคลียร์ ให้เปลี่ยนรูปไป การเคลื่อนที่ของส่วนประกอบของสารเนื่องจากการเคลื่อนที่ของมวลรวมของน้ำ เรียกว่า การพา (advection) การกระจายที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของของเหลว เรียกว่า การกระจายเชิงกล (mechanical dispersion) ซึ่งมีสาเหตุจากความแตกต่างของความเข้มข้นต่อระยะทาง (concentration gradient) ที่เรียกว่า การแพร่ (diffusion) หากรวมผลของการแพร่และการกระจายเชิงกล เรียกว่า การกระจายชลพลศาสตร์ (hydrodynamic dispersion)

กรณีการไหลแบบเอกรูปคงที่ (steady uniform flow) ในท่อที่เวลา t_0 ใส่สารลงในท่อด้านเหนือ น้ำมีความเข้มข้น C_0 ตลอดหน้าตัดของท่อและค่า C คือความเข้มข้นของสาร ณ ตำแหน่งใด ๆ ในท่อท้ายน้ำ ทำให้อยู่ในรูปไร้มิติความเข้มข้นสัมพันธ์ $C_r = C/C_0$ การเปลี่ยนแปลงตามเวลาของ C_r ที่ตำแหน่งใด ๆ เขียนเป็นกราฟฟังก์ชันขั้นบันได (step function) ในรูปที่ 10.1(a) ถ้าส่วนประกอบของสารไม่เปลี่ยนแปลงหมายถึงไม่มีการแพร่การกระจาย ส่วนประกอบของสารจะเคลื่อนที่เป็นแบบเป็นก้อน (plug flow) และที่เวลา t_f จะเคลื่อนที่มายังตำแหน่ง 1 แสดงโดยเส้นประ อย่างไรก็ตาม เนื่องจากการแพร่และการกระจาย ความเข้มข้นสัมพันธ์ที่ทางออกแสดงได้ในรูปที่ 10.1(b) ส่วนประกอบของสารแนวหน้า (constituent front) พบได้ตั้งแต่เวลา t_1 ถ้าเขียนกราฟความเข้มข้นสัมพันธ์ที่เวลาต่าง ๆ ขณะที่แนวหน้าเคลื่อนที่ผ่านท่อ แสดงได้ในรูปที่ 10.1(c) เนื่องจากการกระจายเชิงกลและการแพร่ของโมเลกุลอนุภาคส่วนประกอบบางส่วนจึงเคลื่อนที่ได้รวดเร็วกว่าค่าเฉลี่ยความเร็วการไหล ขณะที่บางส่วนเคลื่อนที่ได้ช้ากว่า



รูปที่ 10.1

การเคลื่อนที่ของสารปนเปื้อนไปกับน้ำ หรือการพา (dispersion) ใน 1 มิติ

มวลของส่วนประกอบการแพร่ต่อหน่วยเวลาที่ผ่านหน้าตัดใด ๆ เป็นสัดส่วนกับความแตกต่างของความเข้มข้นต่อระยะทาง ซึ่งเป็นไปตามกฎ Fick's First Law,

$$F = -D \frac{dC}{dx} \quad (10.1)$$

โดย F คือ มวล (mass flux) ต่อหน่วยเวลาต่อหน่วยพื้นที่ [M/L^2T], D คือ ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ [L^2/T], C คือความเข้มข้นของสารประกอบ [M/L^3] และ $\frac{dC}{dx}$ ผลต่างความเข้มข้นต่อระยะทาง กฎของ Fick อยู่บนพื้นฐานของการเคลื่อนที่เชิงโมเลกุล อธิบายว่าสารมีแนวโน้มกระจายความเข้มข้นให้สม่ำเสมอ เช่น จะเกิดการไหลจากบริเวณที่มีความเข้มข้นสูงไปยังบริเวณที่มีความเข้มข้นต่ำ

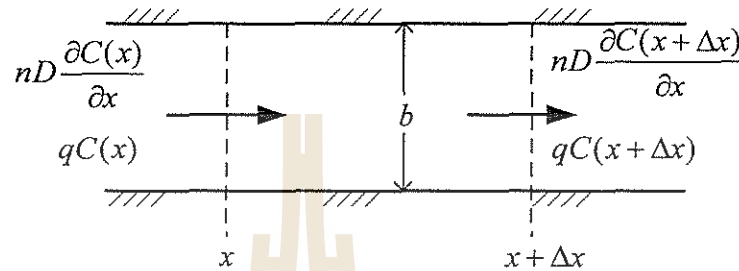
การเคลื่อนที่ของส่วนประกอบของสารเนื่องจากการเคลื่อนที่ของของไหล เรียกว่า การพา สมการการพาสำหรับสารที่คงตัวเขียนได้ดังนี้

$$\frac{dC}{dt} + U \frac{dC}{dx} = 0 \quad (10.2)$$

โดย U คือ ความเร็วเฉลี่ยของของไหล

10.1 สมดุลของมวล (Mass balance)

ปริมาณควบคุมการไหลของน้ำใต้ดินและสารปนเปื้อนในชั้นให้น้ำแบบปิด เขียนสมการสมดุลของน้ำดังแสดงในรูปที่ 10.2



รูปที่ 10.2

ปริมาณควบคุมการไหลของน้ำใต้ดินและสารปนเปื้อน ในชั้นให้น้ำแบบปิด

สัญลักษณ์ :

q = อัตราการไหลของดาร์ซี (Darcy flux) ($\text{cm}^3/\text{cm}^2 \text{ sec}$)

n = ความพรุน (porosity)

C = ความเข้มข้นของสารปนเปื้อน (solute concentration) ($\text{mg}/\text{ปริมาตรของน้ำ}$)

v = ความเร็วการไหลจริง (seepage velocity) = q/n

$$J_a = qC \quad \text{หน่วย} \quad \frac{\text{cm}^3}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \times \frac{\text{mg}}{\text{cm}^3} = \left[\frac{\text{mg}}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \right]$$

$$J_d = -nD \frac{\partial C}{\partial x} \quad \text{หน่วย} \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \times \frac{\text{mg}}{\text{cm}^3 \text{ cm}} = \left[\frac{\text{mg}}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \right]$$

$$D = \text{Hydrodynamic Dispersion} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right]$$

$$\text{การกักเก็บ (storage)} = b \Delta x \cdot 1 \cdot n \bar{C}$$

$$J_d = \text{Dispersion contaminant flux}$$

$$J_a = \text{Advection (convection) contaminant flux}$$

จากรูปที่ 10.2 สามารถเขียนสมดุลของมวล คือ อัตราการไหลเข้า (influx) ลบ อัตราการไหลออก (efflux) เท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงความจุของปริมาณควบคุม \pm การสูญเสียหรือการได้รับส่วนประกอบที่เกิดขึ้นหรือหายไปจากปฏิกิริยา หากยังไม่คิดผลของปฏิกิริยานี้เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$b \cdot 1 \cdot C(x)q - b \cdot 1 \cdot C(x + \Delta x)q + b \cdot 1 \cdot nD \frac{\partial C(x)}{\partial x} - b \cdot 1 \cdot nD \frac{\partial C(x + \Delta x)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial t} (b \cdot \Delta x \cdot 1 \cdot n \cdot \bar{C}) \quad (10.3)$$

หารสมการ (10.3) ด้วย $b \Delta x$

$$-q \left[\frac{C(x+\Delta x) - C(x)}{\Delta x} \right] + nD \left[\frac{\frac{\partial C(x)}{\partial x} - \frac{\partial C(x+\Delta x)}{\partial x}}{\Delta x} \right] \approx n \frac{\partial C}{\partial t} \quad (10.4)$$

เมื่อ $\Delta x \rightarrow 0$; สมการ (10.4) เขียนในรูปสมการอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$n \frac{\partial C}{\partial t} = nD \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - q \frac{\partial C}{\partial x} \quad (10.5)$$

โดย การเปลี่ยนแปลงการกักเก็บ (storage change) : $n \frac{\partial C}{\partial t}$, dispersion: $nD \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$, advection $q \frac{\partial C}{\partial x}$ กำหนดให้ $V = \frac{q}{n}$ = ความเร็วในการเคลื่อนที่จริงของสารปนเปื้อน (contaminant transport velocity) แทนในสมการ (10.5) เรียกว่าสมการ advection-dispersion

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -V \frac{\partial C}{\partial x} + D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - R \quad (10.6)$$

โดย R = reaction term = $-K_1 C_1$

สมการสมดุลของมวลที่รวมการดูดซับ (sorption)

ใช้สัญลักษณ์

ρ_b = ความหนาแน่นมวลแห้ง (dry bulk density) ของสารปนเปื้อนทั้งหมดใน porous media (PM) เท่ากับ มวลสารปนเปื้อนทั้งหมดต่อปริมาตรทั้งหมดของ PM

\bar{Q} = มวลสารปนเปื้อนที่ถูกดูดซับต่อมวลของสารปนเปื้อนที่มีอยู่ทั้งหมด

$\rho_b \bar{Q}$ = มวลสารปนเปื้อนที่ถูกดูดซับต่อปริมาตรของ PM

C = มวลของสารปนเปื้อนที่ละลายน้ำต่อปริมาตรน้ำทั้งหมด

nC = (ปริมาตรของน้ำ/ปริมาตร PM) \times (มวลของสารปนเปื้อนที่ละลาย/ปริมาตรน้ำ) = มวลของสารปนเปื้อนที่ละลาย/ปริมาตร PM

สารปนเปื้อนที่กักเก็บทั้งหมด = สารปนเปื้อนที่กักเก็บในของเหลว + สารปนเปื้อนที่กักเก็บในของแข็ง = $b \cdot \Delta x \cdot 1 \cdot n \cdot \bar{C} + b \cdot \Delta x \cdot 1 \cdot \rho_b \bar{Q}$

จากสมการ (10.5) แทนเทอมของเวลา (Temporal term) = $n \frac{\partial}{\partial t} \left[C + \frac{\rho_b \bar{Q}}{n} \right]$

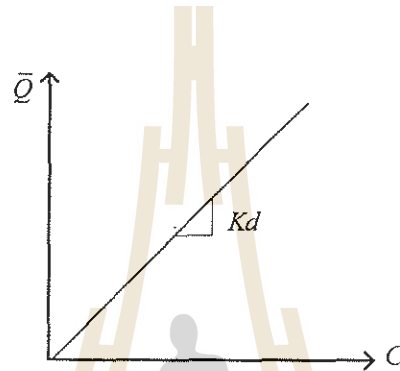
$$n \frac{\partial}{\partial t} \left[C + \frac{\rho_b \bar{Q}}{n} \right] = -q \frac{\partial C}{\partial x} + nD \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (10.7)$$

จากผลการทดลองสมดุลของความเข้มข้นของแข็ง (equilibrium concentration solid)

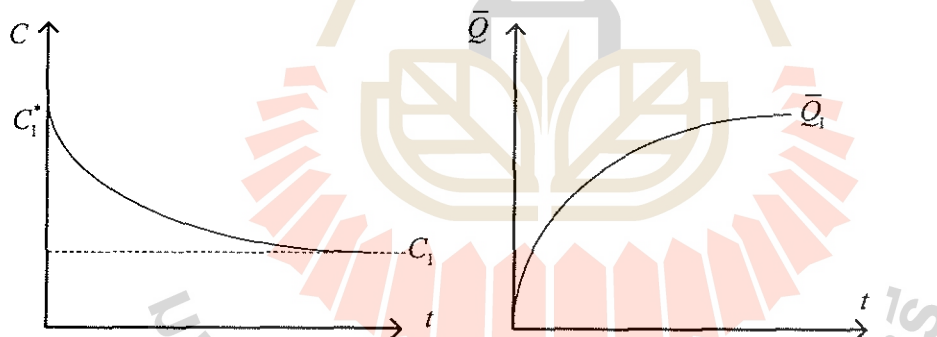
$$\frac{d\bar{Q}}{dC} = K_d \quad (10.8)$$

$$\bar{Q} = K_d C \quad (10.9)$$

โดย K_d = ค่าสัมประสิทธิ์การดูดซับเชิงเส้น (linear sorption coefficient หรือ distribution coefficient) \bar{Q} แปรผันโดยตรงกับ C ตามรูปที่ 10.3 และทั้งสองตัวแปรนี้แปรผันแบบไม่เป็นเชิงเส้นกับเวลาตามรูปที่ 10.4



รูปที่ 10.3
ความสัมพันธ์เชิงเส้นจากผลการทดลองระหว่าง \bar{Q} และ C



รูปที่ 10.4
ความสัมพันธ์การเปลี่ยนแปลง C และ \bar{Q} ตามเวลา
แทนค่าสมการ (10.9) ใน สมการ (10.7)

$$n \frac{\partial}{\partial t} \left[C + \frac{\rho_b K_d C}{n} \right] = -q \frac{\partial C}{\partial x} + nD \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (10.10)$$

หารสมการ (10.10) ด้วย n

$$\left[1 + \frac{\rho_b K_d}{n} \right] \frac{\partial C}{\partial t} = -V \frac{\partial C}{\partial x} + D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (10.11)$$

แทนค่า Retardation (R) = $\left[1 + \frac{\rho_b K_d}{n} \right]$ ในสมการ (10.11)

$$R \frac{\partial C}{\partial t} = -V \frac{\partial C}{\partial x} + D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (10.12)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{V}{R} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{D}{R} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (10.13)$$

แทนค่า $\frac{V}{R} = V^*$, $\frac{D}{R} = D^*$ ในสมการ (10.13)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -V^* \frac{\partial C}{\partial x} + D^* \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (10.14)$$

10.2 การแก้สมการโดยระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

แก้สมการ (10.14) พร้อมกัน สำหรับหาค่า C, \bar{Q} โดยระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

$$\left[\frac{C_i - pC_i}{\Delta t} \right] = D^* \left[\frac{C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1}}{\Delta x^2} \right] - V^* \left[\frac{C_{i+1} + C_{i-1}}{2\Delta x} \right] \quad (10.15)$$

$$\frac{\Delta x^2}{D^* \Delta t} (C_i - pC_i) = C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1} - \frac{V^* \Delta x}{2D^*} (C_{i+1} + C_{i-1}) \quad (10.16)$$

กำหนด $\frac{\Delta x^2}{D^* \Delta t} = \beta$ และ $\frac{V^* \Delta x}{2D^*} = \alpha$ แทนค่าในสมการ (10.16)

$$\beta C_i - \beta p C_i = C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1} - \alpha C_{i-1} - \alpha C_{i+1} \quad (10.17)$$

$$(1-\alpha)C_{i-1} - (2+\beta)C_i + (1-\alpha)C_{i+1} = -\beta p C_i \quad (10.18)$$

กำหนด Courant number $[C_0] = \frac{V \Delta t}{\Delta x}$ โดย $C_0 \leq 1$ เงื่อนไขความเสถียร (stability constraint)

กำหนด Grid Peclet number ; $D = \alpha_v V$

$$P_a = \frac{\Delta x V}{D} = \frac{\Delta x}{\alpha_v} \quad (10.19)$$

โดยทั่วไป $P_a \leq 2$ สำหรับวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม
 $P_a \leq 5$ สำหรับวิธีสมาชิกจำกัด

ตัวอย่างที่ 10.1 คำนวณการเคลื่อนที่ของสารปนเปื้อน (1 - D Contaminant transport) ในน้ำบาดาลโดยวิธีแบบปริยาย สำหรับ advective-dispersion equation เปรียบเทียบกับผลลัพธ์จากการวิเคราะห์ (analytical solution) กำหนด

เงื่อนไขเริ่มต้น (IC): $C(x, 0) = 0$ ไม่มีสารปนเปื้อนที่ x ใดๆ ที่ $t=0$

เงื่อนไขขอบเขต (BC): $C(0, t) = 1 \text{ mg/L}$ มีสารปนเปื้อนความเข้มข้น = 1 mg/L ที่

$x=0$ ที่ $0 < t < 30$ วัน และ $C(0, t) = 0 \text{ mg/L}$ เมื่อ $t > 30$ วัน

เงื่อนไขขอบเขต (BC): $C(\infty, t) = 0$

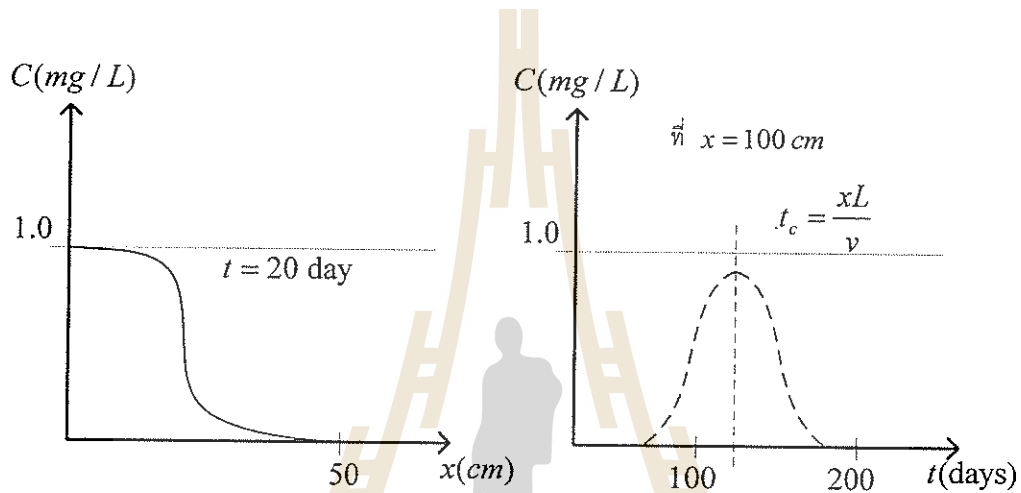
$L = 100 \text{ cm}, \Delta x = 0.5 \text{ cm}$

$D = 0.3 \text{ cm}^2 / \text{day}$ (Longitudinal dispersivity)

$\Delta t = 0.1 \text{ day}$

$V = 1.0 \text{ cm/day}$ (flux velocity)

ตัวอย่างการนำเสนอผลการคำนวณ



รูปที่ 10.5

ร่างกราฟผลการคำนวณความเข้มข้นสารปนเปื้อนกับเวลา

วิธีทำ

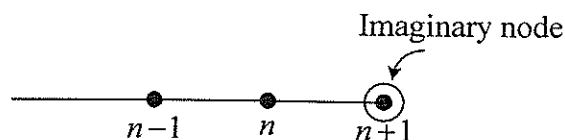
ตรวจสอบ

$$P_a = \frac{\Delta x V}{D} = \frac{0.5(1)}{0.3} = 1.67 < 2 \quad \text{OK}$$

$$C_0 = \frac{V \Delta t}{\Delta x} = \frac{1(0.1)}{0.5} = 0.2 < 1 \quad \text{OK}$$

สำหรับ เงื่อนไขขอบเขตที่สอง (second BC)

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \text{ค่าคงที่} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0$$



รูปที่ 10.6

ตำแหน่ง จุดเชื่อมต่ออุดมคติ (imaginary node)

$$C_{n-1} - 2C_n + C_{n+1} = 0$$

$$C_{n+1} = 2C_n - C_{n-1}$$

ใช้สมการนี้สำหรับปรับแก้จุดต่อสุดท้าย

โดยการกำหนดเป็นการไหลของน้ำใต้ดินแบบคงตัว (uniform groundwater flow field) ไปทิศทาง x กำหนด \bar{V}_x = ความเร็วเฉลี่ยเชิงเส้น ที่เวลาน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ความเข้มข้นของสารละลายตลอดชั้นอุ้มน้ำ (aquifer) มีค่าเป็นศูนย์ เมื่อเวลามากกว่าศูนย์ ความเข้มข้นด้านขอบซ้ายของชั้นให้น้ำมีค่าคงที่ C_0 เงื่อนไขขอบเขตเริ่มต้นเกิดการเทลงอย่างกะทันหันของคลอไรด์ หรือสารละลายอื่นๆที่ไม่เกิดปฏิกิริยาในสภาพการไหล steady state, uniform flow ใช้สมการ (10.14) ทำนายการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของคลอไรด์ตามเวลาที่ระยะทาง x ตลอดชั้นให้น้ำ

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \bar{V}_x \frac{\partial C}{\partial x}$$

เงื่อนไขเริ่มต้น $C(x, 0) = 0$ สำหรับทุกตำแหน่ง x

$C(0, t) = C_0$ สำหรับ $t > 0$

$C(x, t) = 0$ สำหรับ $t > 0$

ผลลัพธ์โดยการวิเคราะห์แก้สมการโดย Ogata and Banks (1961)

$$C(x, t) = \frac{C_0}{2} \left\{ \exp\left(\frac{\bar{V}_x x}{D_L}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x + \bar{V}_x t}{2\sqrt{D_L t}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{x - \bar{V}_x t}{2\sqrt{D_L t}}\right) \right\}$$

ซึ่ง \bar{V}_x คือ ความเร็วเชิงเส้นเฉลี่ย, D_L คือ ค่าสัมประสิทธิ์การกระจายตัว (dispersion coefficient) ตามแนวยาว (longitudinal component) $\operatorname{erfc}(z)$ คือ complementary error function, $\operatorname{erf}(z)$ คือ error function

$$\begin{aligned} \operatorname{erfc}(z) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty e^{-u^2} du \\ &= 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-u^2} du \\ &= 1 - \operatorname{erf}(z) \end{aligned}$$

$$\operatorname{erf}(x) = 1 - [a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5] e^{-x^2} + \epsilon(x)$$

$$a_1 = 0.25482 \ 9592$$

$$a_2 = -0.28449 \ 6736$$

$$a_3 = 1.42141 \ 3741$$

$$a_4 = -1.45315 \ 2027$$

$$a_5 = 1.06140 \ 5429$$

$$t = \frac{1}{1 + px}$$

$$p = 0.3275911$$

$$|\epsilon(x)| \leq 1.5 \times 10^{-7}$$

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$$

$$\operatorname{erfc}(-x) = \operatorname{erf}(x)$$

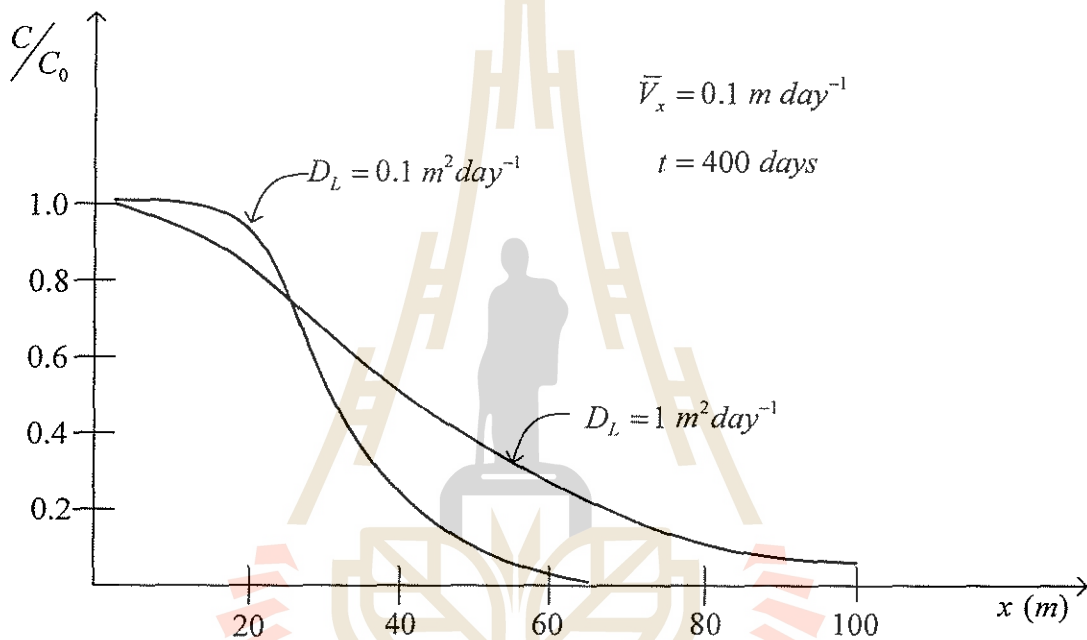
ตัวอย่างการคำนวณ

$$x=1.0$$

$$t = \frac{1}{1+px} = \frac{1}{1+(0.3275911)(1)} = 0.753244$$

$$\operatorname{erfc}(x) = 0.84270\ 0690 \quad ; \text{กำหนด } \epsilon(x) = 0$$

$$\operatorname{erfc}(x) = 0.84270\ 07928 \quad ; \text{ตามตาราง Error Function}$$



รูปที่ 10.7

ตัวอย่างผลการคำนวณการเคลื่อนที่ของสารปนเปื้อนที่ค่าสัมประสิทธิ์การกระจายตัวต่างกัน

รูปที่ 10.8 และ 10.9 แสดงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแลบ โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณ การเคลื่อนที่ของสารปนเปื้อน ด้วยวิธีเชิงตัวเลขระเบียบวิธีแบบปริยาย รูปที่ 10.10, 10.11, และ 10.12 แสดงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แมทแลบ โปรแกรมฟังก์ชัน รูปที่ 10.13 แสดงกราฟการเปรียบเทียบการคำนวณโดยการวิเคราะห์และโดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่เวลาต่างๆ และที่จุดคงที่ระยะทาง 100 เมตร

```
% IMPLICIT FINITE DIFFERENCE METHOD TO SOLVE
% 1 D Contaminant Transport, plot the results
```

```
tt=200;          % 20 days
contaminat;
subplot(2,1,1)
plot(x,cc,'r','linewidth',2);hold on
plot(x,u,'b-','linewidth',2);
axis([0 50 0 1])
```

```
tt=400;          % 40 days
contaminat;
subplot(2,1,1)
plot(x,u,'b-','linewidth',2);
```

```
tt=2000;         % 200 days
contaminat;
subplot(2,1,2)
plot(tt,st100,'b-','linewidth',2);
```

รูปที่ 10.8

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) โปรแกรมหลัก1 เพื่อใช้คำนวณหาการเคลื่อนที่ของสารปนเปื้อนในน้ำใต้ดิน (ชื่อไฟล์: conta_fig.m)

```
% IMPLICIT FINITE DIFFERENCE METHOD TO SOLVE
% 1 D Contaminant Transport
```

```
Totaltime=200;      %(day)
dt=0.1;             % Time step (day)
maxstep=Totaltime/dt;
L=100;              % Length of aquifer(cm)
dx=0.5;             % Space step (cm)
grid=L/dx;          % Number of grids
n=round(grid)+1;    % Number of nodes
h1=1;               % Input Concentration (mg/L)
v1=1;               % Flux velocity (cm/day)
dd=0.3;             % Long. Dispersivity (cm^2/day)
```

```
be=(dx^2)/(dd*dt);
alp=v1*dx/(2*dd);
```

```
a(1)=0;
b(1)=1;
c(1)=0;
d(1)=h1;           % BC1
u(1)=1;
```

```
% Analytical solution
t=20;              % days
for i=1:n
    x(i)=dx*(i-1);
    cc(i)=anasol(v1,dd,x(i),t,h1);
end
```

```
%Initial condition of piezometric surface
for i=2:n
    u(i)=0;
end
```



```

% Calculation processes
for j=1:tt          % set tt from conta_fig.m
    if j>300
        d(1)=0;
        u(1)=0;
    else
        end
    [a b c d]=assemble4(n,a,b,c,d,u,be,alp);
    v=tridia(n,a,b,c,d);
    for k=2:n
        u(k)=v(k);
    end
    st100(j)=u(n);
    tt(j)=j*dt;;
end

```

รูปที่ 10.9

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) โปรแกรมหลัก เพื่อใช้คำนวณหาการเคลื่อนที่ของสารปนเปื้อนในน้ำใต้ดิน (ชื่อไฟล์: contaminat.m)

```

function [cc]=anasol(v1,dd,x,t,h1);

F1=v1*x/dd;
F2=(x+v1*t)/(2*(dd*t)^0.5);
F3=(x-v1*t)/(2*(dd*t)^0.5);
x1=F2;
erf=erfunc(x1);
erfc1=1-erf;
x1=F3;
if x1<0
    x1=abs(x1);
    erf=erfunc(x1);
    erfc2=1+erf;
else
    erf=erfunc(x1);
    erfc2=1-erf;
end
if erfc1<0
    cc=(h1/2)*erfc2;
else
    cc=(h1/2)*(exp(F1)*erfc1+erfc2);
end

```

รูปที่ 10.10

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) ฟังก์ชัน เพื่อใช้คำนวณผลจากการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของสารปนเปื้อนในน้ำใต้ดิน (ชื่อไฟล์: anasol.m)

```
function [erf]=erfunc(x1);
a1=0.254829592;
a2=-0.284496736;
a3=1.421413741;
a4=-1.453152027;
a5=1.061405429;
p=0.3275911;
t=1/(1+p*x1);
F1=(a1*t)+(a2*t^2)+(a3*t^3)+(a4*t^4)+(a5*t^5);
erf=1-F1*exp(-x1^2);
```

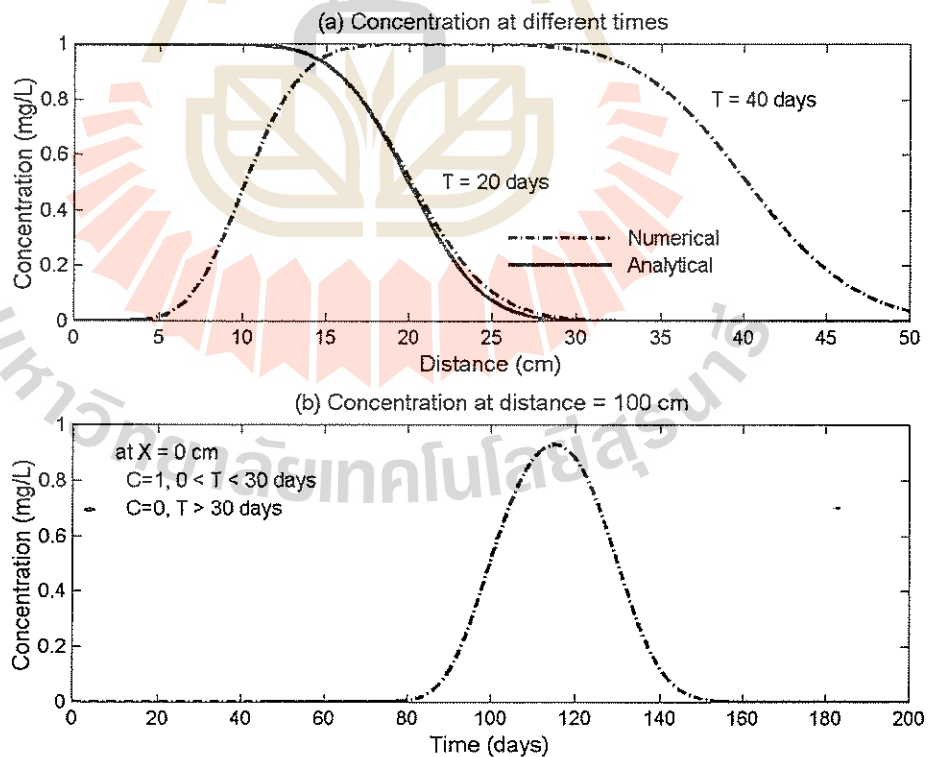
รูปที่ 10.11

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) ฟังก์ชัน เพื่อใช้คำนวณ Error function (ชื่อไฟล์: erfunc.m)

```
function [a b c d]=assemble4(n,a,b,c,d,u,be,alp)
for i=2:n
    a(i)=1+alp;
    b(i)=-(2+be);
    c(i)=1-alp;
    d(i)=-be*u(i);
end
a(n)=a(n)-c(n);
b(n)=b(n)+2*c(n);
c(n)=0;
```

รูปที่ 10.12

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แมทแล็บ) ฟังก์ชัน เพื่อใช้กำหนดค่า a b c และ d (ชื่อไฟล์: assemble4.m)



รูปที่ 10.13

การเปรียบเทียบการคำนวณโดยการวิเคราะห์และโดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (a) ที่เวลาต่างๆ (b) ที่จุดคงที่ระยะทาง 100 เซนติเมตร

คำถามท้ายบท

1. ทำซ้ำตัวอย่าง 10.1 โดยใช้ค่า $D = 0.5 \text{ cm}^2/\text{day}$ และ $v = 1.2 \text{ cm/day}$

2. จากสมการ (10.5) $\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\rho_b}{n} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} = -V \frac{\partial C}{\partial x} + D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$

$$\frac{\rho_b}{n} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} = \zeta \left[C - \frac{\bar{Q}}{K_a} \right] ; \zeta = \text{mass transfer rate coefficient} \left[\frac{1}{T} \right]$$

พิสูจน์ว่าเมื่อ $\zeta \rightarrow \infty$ แบบจำลองข้างบนมีความสัมพันธ์กับ retardation model



บทที่ 11

แบบจำลองการไหลของน้ำบาดาล MODFLOW

11.1 ลักษณะทั่วไปของแบบจำลอง

MODFLOW เป็นตัวอย่างแบบจำลองการไหลของน้ำบาดาล โดยใช้ระเบียบวิธีผลต่างสับเนื่อง (finite difference) ซึ่งเป็นแบบจำลองที่เป็นที่รู้จัก และได้รับความนิยมใช้งานมากที่สุดแบบจำลองหนึ่ง แบบจำลองนี้ถูกพัฒนาโดย McDonald and Harbaugh จาก US Geological Survey (USGS) ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2526 เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการศึกษาปัญหาการไหลของน้ำใต้ดิน และเป็นซอฟต์แวร์ที่เปิดเผยต่อสาธารณะ (Public domain) เผยแพร่โดย USGS ต่อมา มี software ในเชิงพาณิชย์ถูกผลิตออกมาอีกมาก ทำให้การใช้งานเป็น graphical user interface ในกระบวนการนำข้อมูลเข้าและออก มีแบบจำลองที่เชื่อมต่อกับ MODFLOW เพื่อจำลองกระบวนการทางอุทกวิทยา เช่น แบบจำลองการไหลและพัดพา แบบจำลองการสูบและอัดน้ำใต้ดิน และแบบจำลองปฏิกิริยาเคมี

ในเชิงพื้นที่ MODFLOW สามารถจำลองการไหลได้ทั้งแบบ 1 มิติ 2 มิติ และ 3 มิติ ในเชิงเวลา สามารถจำลองการไหลได้ทั้งสภาวะการไหลแบบคงตัว (steady flow) และการไหลแบบไม่คงตัว (unsteady flow) สำหรับชั้นให้น้ำแบบเปิด (unconfined aquifer) ชั้นให้น้ำแบบปิด (confined aquifer) รวมทั้งชั้นให้น้ำแบบผสม (mixed aquifer) และสามารถรวมกระบวนการอุทกวิทยา ทางชลศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องได้ เช่น การสูบน้ำใต้ดิน การเติมน้ำลงใต้ดิน การระเหย และความสัมพันธ์ระหว่างระดับน้ำผิวดินในทางน้ำและระดับน้ำใต้ดิน สมการหลักที่ใช้คือ

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) - W = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (11.1)$$

โดย K_{xx}, K_{yy}, K_{zz} คือค่าการนำทางชลศาสตร์ตามแนวแกน x, y และ z, h คือเฮดของน้ำทั้งหมด, W คือปริมาณการสูบน้ำหรือเติมน้ำ (sources and sinks) S_s คือ การกักเก็บจำเพาะ (specific storage) และ t คือเวลา

สมมุติฐานของการใช้แบบจำลองการไหลของน้ำใต้ดิน MODFLOW มีเงื่อนไขดังนี้ (1) เป็นชั้นให้น้ำที่อิ่มตัวด้วยน้ำ (2) การไหลของน้ำใต้ดินเป็นไปตามกฎของดาร์ซี (3) ความหนาแน่นของน้ำใต้ดินมีค่าคงที่ (4) การกระจายตัวของวัสดุพรุนที่เป็นสื่อการไหลในแนวนอน มีความแปรเปลี่ยนไม่มากนัก

แบบจำลอง MODFLOW ประกอบด้วยชุดการคำนวณและการจัดการข้อมูลจำนวนไม่ต่ำกว่า 17 ชุด ดังแสดงในตารางที่ 11.1 ชุดรายการข้อมูลและพารามิเตอร์ที่ต้องการใช้ในชุดการคำนวณต่างๆ แสดงในตารางที่ 11.2 แต่ละชุดการคำนวณทำงานเฉพาะเจาะจงที่แตกต่างกัน ข้อมูลนำเข้าของแต่ละชุด ถูกเก็บในไฟล์นำเข้าที่แยกจากกัน และสามารถเพิ่มชุดการคำนวณและการจัดการข้อมูลใหม่ๆ ได้อีก ชุดการคำนวณ Basic packages และ Block Centered Flow packages เป็นชุดการคำนวณพื้นฐานสำหรับ

การคำนวณทุกครั้ง เช่น ชุดการคำนวณ Basic packages ประกอบด้วย (1) การกำหนดเฮดเริ่มต้น (starting heads) (2) ช่วงเวลาการสูบ/อัดน้ำ (stress periods) (3) การเลือกชุดการคำนวณ (package selection) (4) การให้ค่ากับเซลล์ต่างๆ เช่น ศูนย์ = ไม่ทำงาน ลบ = เฮดที่คงที่ และ บวก = เฮดที่แปรผันได้ (IBOUND Array) (5) กำหนดจำนวนแถว คอลัมน์ และ เซลล์ ดูตัวอย่างในรูปที่ 11.1 (6) กำหนดชื่อ หน่วย และอื่นๆ

ตารางที่ 11.1

ชุดการคำนวณในแบบจำลอง MODFLOW

ชื่อชุดการคำนวณ	การใช้งาน
Basic	จัดการลักษณะพื้นฐานของแบบจำลอง เช่น กำหนดขอบเขตของกริดที่ทำงาน ระบบกริด ช่วงเวลาการคำนวณ เงื่อนไขเริ่มต้น และรูปแบบการนำเสนอผล
Block Centered Flow	กำหนดค่าพารามิเตอร์ในการคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์ของการไหลในตัวกลางพรุน ในแต่ละกริดเซลล์ เช่นค่าพารามิเตอร์ทางชลศาสตร์ของชั้นให้น้ำ ชนิดของชั้นให้น้ำ
Well	จัดการข้อมูลการสูบน้ำ ที่ตั้งบ่อบาดาล และพจน์ที่เกี่ยวข้องในสมการเชิงอนุพันธ์
River	จัดการข้อมูลทางน้ำและระดับน้ำในทางน้ำ ซึ่งมีผลต่อการไหลของน้ำบาดาล
Drain	จัดการข้อมูลการระบายน้ำ จากพื้นที่ต่างๆ พื้นที่เกษตร ลำน้ำ
Evapotranspiration	จัดการข้อมูลการคายระเหย จำลองการสูญเสียน้ำไปกับการระเหย การคายน้ำของพืช
General head boundary	กำหนดระดับน้ำบาดาลในชั้นให้น้ำต่างๆ ในการคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์
Changing head boundary	ยอมให้ระดับน้ำบาดาลเปลี่ยนผ่านได้ ไม่คงตัว (transient) ตามเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนด
Horizontal flow barrier	ใช้จำลองสิ่งกั้นขวางการไหลที่ยอมให้น้ำผ่านได้น้อยเช่น sheet pile, slurry trenches
Stream-Aquifer interaction	ต่างจาก River คือระดับน้ำมาจากการไหลหลากในทางน้ำทางชลศาสตร์อย่างง่าย ระหว่างลำน้ำและชั้นให้น้ำ ใช้สมการ Manning
Recharge	การเติมน้ำโดยฝนซึมลงในแนวตั้ง ในภาวะคงที่ หรือช่วงเปลี่ยนผ่าน
Strong Implicit Procedure	ควบคุมระเบียบวิธีทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาระบบสมการด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่อง โดยการคำนวณซ้ำแบบ implicit
Slice successive over relaxation	ควบคุมระเบียบวิธีทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาระบบสมการด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่อง โดยการคำนวณซ้ำแบบ Slice successive over relaxation

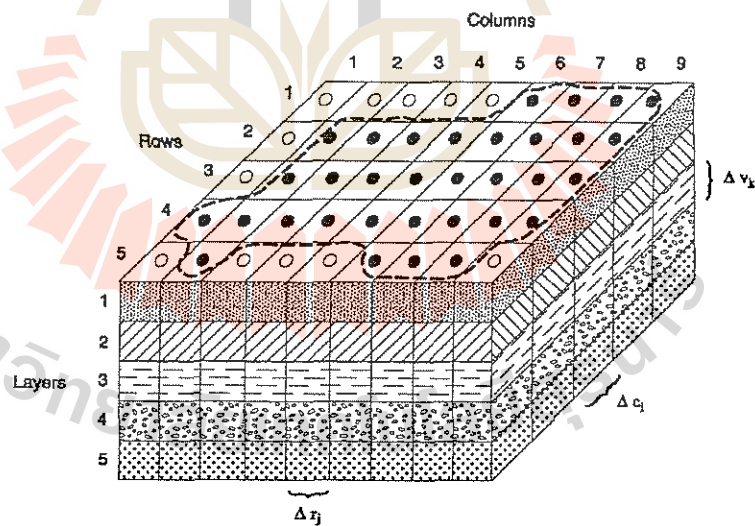
ขั้นตอนการคำนวณของแบบจำลอง MODFLOW แสดงเป็นผังงานในรูปที่ 11.2 เริ่มต้นด้วยขั้นตอนการกำหนดสภาพและสถานะของปัญหาที่ทำการจำลอง (Define) เช่น สถานะคงตัวหรือไม่คงตัว หรืออยู่ระหว่างการเปลี่ยนผ่าน การจัดสรรตำแหน่งของหน่วยความจำ (Allocate) จัดเตรียมข้อมูลทางกายภาพ ครั้งที่ 1 (Read & Prepare) เช่น เงื่อนไขเริ่มต้น เงื่อนไขขอบเขต พารามิเตอร์ของชั้นให้น้ำ เป็นต้น ขั้นตอนต่อไปกำหนดช่วงเวลาการคำนวณซ้ำ (Stress) และเตรียมข้อมูลในช่วง stress period เช่น การสูบน้ำ การเติมน้ำ เป็นต้น เตรียมข้อมูลนำเข้าครั้งที่ 2 ที่เป็นอนุกรมของเวลา (Read & Prepare) แล้วดำเนินการคำนวณซ้ำ เพื่อหาค่าระดับน้ำ (Advance) หาค่าสัมประสิทธิ์แต่ละจุด (Formulate) และประมาณคำตอบของสมการค่าระดับน้ำ (Approximate) ซึ่งจะทำให้การคำนวณซ้ำจนกว่าจะได้ผลลัพธ์ที่สอดคล้องกัน ตามเงื่อนไขที่กำหนด ขั้นตอนต่อไปกำหนดรูปแบบของการนำเสนอ

ผลการคำนวณ (Output control) เช่น ค่าระดับน้ำ สมดุลของน้ำ และปริมาณการไหลของแต่ละกริด และแสดงผลการคำนวณตามที่กำหนด (Output)

ตารางที่ 11.2

ข้อมูลที่ต้องการใช้สำหรับชุดการคำนวณของแบบจำลอง MODFLOW

ชื่อชุดการคำนวณ	ข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณ
Basic	จำนวนชั้นให้น้ำหลัก แถวของระบบกริด ค่าระดับน้ำเริ่มต้น จำนวน stress period จำนวนช่วงเวลา และขอบเขต
Block Centered Flow	สภาพการจำลอง ชนิดของชั้นให้น้ำ ค่าพารามิเตอร์ทางชลศาสตร์ เช่น ค่าสัมประสิทธิ์การซึมได้ ค่าสัมประสิทธิ์การกักเก็บ ค่าสัมประสิทธิ์การซึมผ่านในแนวตั้ง
Well	จำนวน ตำแหน่งของบ่อนบาดาล อัตราการสูบน้ำ แต่ละช่วงเวลา
Recharge	พื้นที่ในการเติมน้ำ อัตราการเติมน้ำในแต่ละช่วงเวลา
River	ตำแหน่ง รูปร่างของทางน้ำ ระดับน้ำ ระดับท้องน้ำ การนำทางชลศาสตร์ตามกฎหมายของดาร์ซี
Drain	ค่าระดับพื้นดิน และค่าการนำทางชลศาสตร์
Evapotranspiration	อัตราการคายระเหยสูงสุด พื้นผิวการคายระเหย ความลึกสูงสุดที่เกิดการคายระเหย
General Head Boundary	ค่าระดับน้ำบาดาลในชั้นให้น้ำต่างๆ ระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำ ค่าการนำทางชลศาสตร์
Strong Implicit Procedure	เงื่อนไขในการคำนวณซ้ำในแต่ละช่วงเวลา และรายละเอียดของการคำนวณ

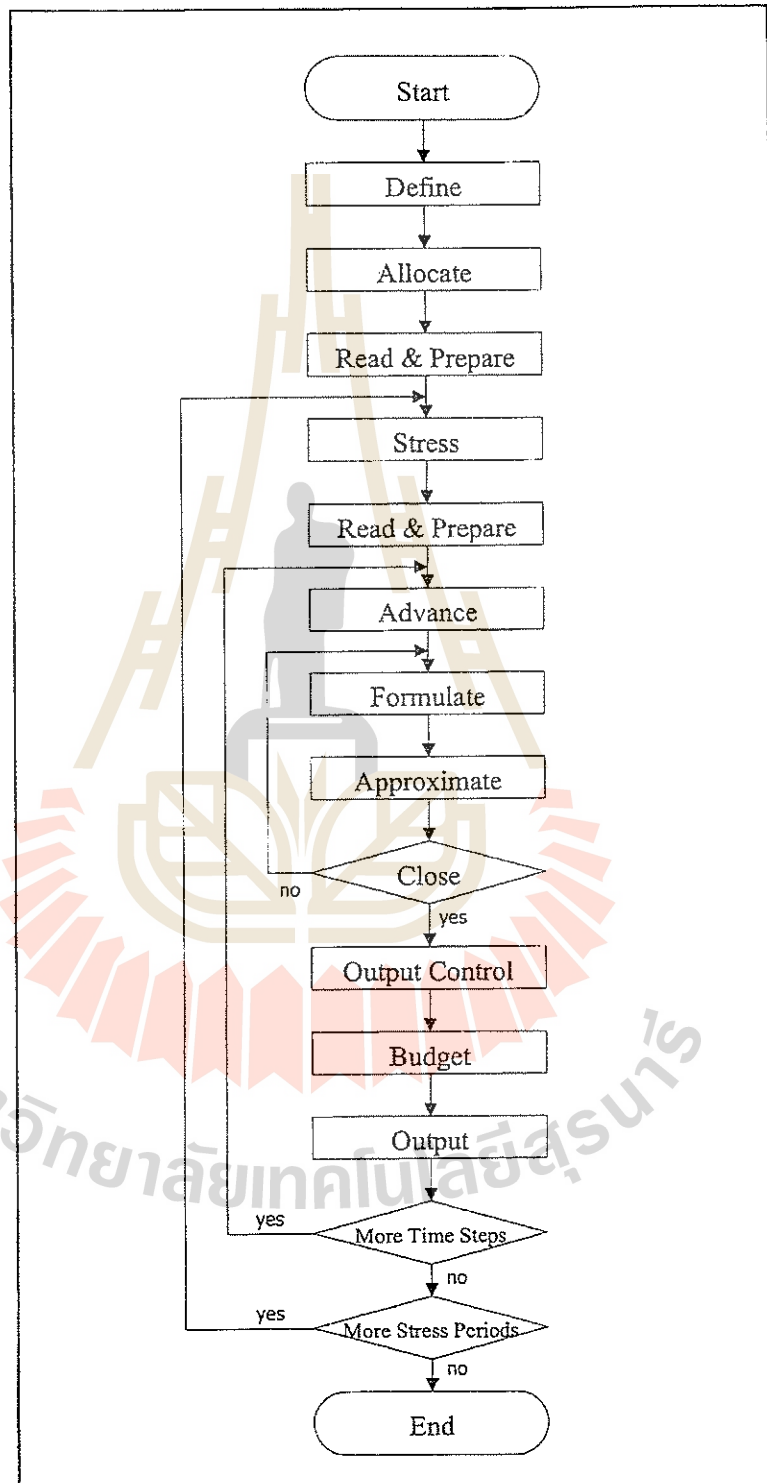


รูปที่ 11.1

การกำหนดจำนวนแถว คอลัมน์ เซลล์ และชั้นดิน ของแบบจำลอง MODFLOW เซลล์ที่เป็นวงกลมสีขาวคือเซลล์ที่ไม่ทำงาน (มาจาก <http://en.wikipedia.org/wiki/MODFLOW>)

การใช้โปรแกรม MODFLOW นี้มีความยุ่งยากพอสมควร เนื่องจากผู้ใช้สามารถสื่อสารกับโปรแกรมได้ ต้องมีความเข้าใจภาษา Fortran ที่ใช้ในการสร้างแบบจำลอง MODFLOW ดังนั้นจึงมีผู้พัฒนาโปรแกรม

คอมพิวเตอร์ชุดต่างๆ เพื่อใช้งานร่วมกับ MODFLOW การสื่อสารกับ MODFLOW ได้ง่ายขึ้นด้วยเครื่องมือที่เรียกว่า Graphic user interface (GUI) ตัวอย่างของ GUI เช่น GMS VisualMOD GMVista MikeShe PMWIN เป็นต้น



รูปที่ 11.2

ผังงานขั้นตอนการทำงานของแบบจำลอง MODFLOW

11.2 ข้อมูลพื้นฐานในการใช้ประโยชน์แบบจำลอง

กระบวนการในการนำแบบจำลองไปใช้ประโยชน์ จำเป็นต้องมีข้อมูลพื้นฐานทางกายภาพ ทางอุทกวิทยา ทางอุทกธรณีของแหล่งน้ำบาดาลที่มีปริมาณที่เพียงพอและมีคุณภาพดีพอ สรุปรายการข้อมูลแสดงในตารางที่ 11.3 ข้อมูลเหล่านี้จะถูกนำมาวิเคราะห์ สมดุลของน้ำบาดาลของพื้นที่ศึกษา เป็นขั้นต้นของการพัฒนาการใช้ประโยชน์แบบจำลองการไหลของน้ำบาดาลต่อไป

ตารางที่ 11.3

ข้อมูลสำหรับการพัฒนาใช้ประโยชน์แบบจำลองการไหลของน้ำบาดาล [Boonstra and Ridder, 1990]

ประเภทของข้อมูล	ตัวอย่างข้อมูล
(ก) ข้อมูลทางกายภาพ	
ภูมิประเทศ	แผนที่ภูมิประเทศ ระดับความสูงและความลาดชัน แหล่งน้ำผิวดิน บ่อบาดาล ระบบชลประทาน สภาพการใช้ที่ดิน
ธรณีวิทยา	ประเภทแอ่งชั้นให้น้ำบาดาล ขอบเขตความลึก การกำเนิดและความเชื่อมโยงระหว่างแอ่งน้ำบาดาลกับแหล่งน้ำผิวดิน ชนิดของชั้นให้น้ำ คุณสมบัติทางชลศาสตร์
ประเภทของชั้นให้น้ำ	ชั้นให้น้ำที่ประกอบด้วยวัสดุประเภทใด จัดกลุ่มและวางตัวอย่างไร ที่สามารถยอมให้น้ำไหลผ่านได้ต่างกัน
ขอบเขตของชั้นให้น้ำ	ขอบเขตด้านข้างในระนาบ 2 มิติ ความลึกของชั้นให้น้ำ ขอบเขตด้านบนและด้านล่างของชั้นให้น้ำ ดูจากข้อมูลหลุมเจาะสำรวจ ข้อมูลทางธรณีฟิสิกส์
สภาพการไหลที่ขอบเขตของชั้นให้น้ำ	ประเภทขอบเขตที่ไม่มีการไหลของน้ำผ่าน ประเภทขอบเขตที่ระดับน้ำเป็นปัจจัยควบคุม เช่น ทะเลสาบ มหาสมุทร และประเภทขอบเขตที่อัตราการไหลของน้ำเป็นปัจจัยควบคุม เช่น พื้นที่เติมน้ำหรือสูญเสีย
คุณสมบัติทางชลศาสตร์ของชั้นให้น้ำ	อธิบายลักษณะของตัวกลางรูพรุนในการยอมให้น้ำผ่านได้ ประเมินค่าพารามิเตอร์ สัมประสิทธิ์การจ่ายน้ำ สัมประสิทธิ์การซึมผ่านได้ของน้ำ สัมประสิทธิ์การกักเก็บ สัมประสิทธิ์การกักเก็บจำเพาะ
(ข) ข้อมูลทางอุทกวิทยาและอุทกธรณีวิทยา	
ระดับน้ำบาดาล	จากบ่อสังเกตการณ์หรือบ่อบาดาลทั่วทั้งแอ่งชั้นให้น้ำ และบริเวณขอบแอ่ง สร้างแผนที่ระดับน้ำบาดาลของชั้นให้น้ำแต่ละชั้น แต่ละช่วงเวลา
ประเภทและขอบเขตของพื้นที่เติมน้ำ	หากเป็นชั้นให้น้ำแบบปิดมีการเติมน้ำที่ขอบแอ่ง ส่วนชั้นให้น้ำแบบเปิด มักมีการเติมน้ำจากการซึมผ่านของน้ำฝน
อัตราการเติมน้ำ	จากฝนหรือน้ำจากแม่น้ำ ลำธาร คลองชลประทาน
ประเภทและขอบเขตของพื้นที่สูญเสียน้ำ อัตราการสูญเสียน้ำ	การสูญเสียน้ำตามธรรมชาติ จากการซึมออกสู่ลำธาร หรือช่องทางระบายน้ำต่างๆ และการสูญเสียน้ำจากการสูบของมนุษย์

ตารางที่ 11.3 (ต่อ)

ข้อมูลสำหรับการพัฒนาใช้ประโยชน์แบบจำลองการไหลของน้ำบาดาล [Boonstra and Ridder, 1990]

ประเภทของข้อมูล	ตัวอย่างข้อมูล
(ค) ข้อมูลระบบสมมูลของน้ำ	ผลต่างระหว่างปริมาณน้ำที่เข้าสู่แอ่งน้ำบาดาลและปริมาณน้ำที่ออกจากแอ่งเท่ากับการเปลี่ยนแปลงการกักเก็บน้ำบาดาล

การรวบรวมข้อมูลตามรายการในตารางที่ 11.3 ควรพิจารณารายละเอียดลักษณะของข้อมูลในประเด็นต่างๆ ที่เกี่ยวข้องดังนี้

- ข้อมูลมีความแปรเปลี่ยนเชิงพื้นที่หรือไม่
- ข้อมูลมีความแปรเปลี่ยนตามความลึกหรือตามชั้นให้น้ำหรือไม่
- ข้อมูลมีความแปรเปลี่ยนตามเวลาหรือไม่ ควรเลือกช่วงเวลาใด
- ข้อมูลใดมีผลอย่างมีนัยสำคัญ สำหรับกรณีศึกษานั้นๆ

ข้อมูลเป็นข้อมูลทุติยภูมิ ที่มีอยู่ที่ใด ในรูปแบบของ แผนที่ รายงาน ข้อมูลเชิงตัวเลข (กระดาษ/ดิจิทัล) หรือเป็นข้อมูลปฐมภูมิ ที่ต้องดำเนินการสำรวจเองจากภาคสนาม

11.3 โปรแกรมที่ใช้งานร่วมกับ MODFLOW

(1) MODFLOWP

การจำลองการไหลของน้ำบาดาลทั่วไป นิยมทำการจำลองในทิศทางไปข้างหน้า (forward modeling) หมายถึงการกำหนดและแทนค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่เป็นคุณสมบัติของชั้นให้น้ำ เพื่อคำนวณให้ได้ผลลัพธ์ เป็น ค่าระดับน้ำบาดาล อัตราการไหล แต่มีหลายกรณีที่มีข้อมูลการวัดในภาคสนามทั้งระดับน้ำบาดาล อัตราการไหล และอายุของน้ำบาดาล มีอยู่มากกว่าการรู้ค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ ดังนั้นการคำนวณจึงจำเป็นต้องทำการจำลองย้อนกลับ (reverse modeling) คือจากข้อมูลระดับน้ำ อัตราการไหล คำนวณย้อนกลับไปหาค่าพารามิเตอร์ที่ไม่รู้ค่าต่างๆ

การสอบเทียบแบบจำลองส่วนใหญ่ใช้วิธี ลองผิดลองถูก (trial and error process) เป็นวิธีที่ให้ผลที่ยอมรับได้ แต่ต้องใช้เวลา และอาจไม่ช่วยให้ได้ค่าพารามิเตอร์ตามต้องการที่เหมาะสม กับพื้นที่ศึกษามากที่สุด การจำลองแบบย้อนกลับเป็นวิธีการสอบเทียบแบบจำลองที่ทำได้ โดยการปรับค่าพารามิเตอร์จนให้ผลเข้ากันได้กับข้อมูลจากการสำรวจภาคสนาม ด้วยการใช้องค์ประกอบ weighted least squares objective การวัดผลว่าพารามิเตอร์มีค่าเหมาะสมที่สุดหรือไม่ ดูจากค่าฟังก์ชันที่ให้น้อยที่สุดตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการใช้วิธีที่ตัดแปลงจากวิธี Gauss-Newton หรือวิธี conjugate-direction ซึ่งต้องมีความเข้าใจหลักการไหลของน้ำบาดาล ร่วมกับหลักการทางสถิติ

(2) MODPATH

โปรแกรม MODPATH เป็นโปรแกรมการติดตามการเคลื่อนที่ของอนุภาค (particle tracking program) เพื่อใช้ประเมินเส้นทางการไหลและเวลาที่น้ำบาดาลเดินทางในระบบ โดยทั่วไปนิยมใช้ใน

การศึกษาเส้นทาง และเวลาการเคลื่อนที่ของมลสาร ในบริเวณพื้นที่เติมน้ำ และพื้นที่สูญเสียน้ำ จากบ่อบาดาล แม่น้ำ เป็นต้น

(3) GMS

แบบจำลองระบบการจำลองน้ำใต้ดิน (groundwater modeling system, GMS) ทำหน้าที่จัดการและเชื่อมโยงข้อมูลระหว่างผู้ใช้งานกับแบบจำลอง MODFLOW และช่วยแสดงผลการคำนวณในรูปแบบต่างๆ เช่น แผนที่ แบบจำลอง GMS เป็นผลงานของห้องทดลองคอมพิวเตอร์กราฟฟิก ของมหาวิทยาลัย Brigham Young ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้เริ่มพัฒนาโปรแกรมนี้ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1991 คุณสมบัติที่สำคัญของ GMS ที่สามารถใช้งานร่วมกับ MODFLOW ในแต่ละขั้นตอนของการจำลองสภาพการไหลของน้ำบาดาล ดังนี้

- การประมวลผลข้อมูลทางอุทกธรณีวิทยาของชั้นให้น้ำบาดาล เพื่อการแบ่งประเภทชั้นให้น้ำที่จะใช้ในแบบจำลอง
- การกำหนดลักษณะพื้นที่ การแบ่งกลุ่มพื้นที่
- การนำเข้าข้อมูลต่างๆ สำหรับการสร้างแบบจำลอง
- การแสดงผลการคำนวณที่ได้จาก MODFLOW แสดงการเปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากการสำรวจ เพื่อใช้ในการสอบเทียบแบบจำลอง

นอกจากนี้ ยังสามารถใช้งานร่วมกับแบบจำลอง 2 มิติ และ 3 มิติ อื่นๆ ได้หลากหลาย เช่น MODPATH, MT3D, RT3D, FEMWATER, SEEP2D เป็นต้น โดยใช้คำสั่งจาก GMS โดยตรง ยังสามารถรับและส่งข้อมูลกับโปรแกรม GIS ต่างๆ ได้เช่น ArcView, ArcInfo, Grass ในรูปแบบ DXF ได้ และยังสามารถถ่ายโอนข้อมูล หรือผลการคำนวณไปยังรูปแบบการจัดการข้อมูลอื่นๆ ได้ เช่น dBASE, EXCELL ทำงานได้ทั้งบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล หรือระบบ Unix

การเชื่อมโยงข้อมูลระหว่างแบบจำลอง GMS และ MODFLOW ทำให้ GMS สามารถส่งผ่านข้อมูลจากระบบแผนที่ บ่อเจาะสำรวจ การแบ่งชั้นให้น้ำ และข้อมูลอื่นๆ ให้กับ MODFLOW ได้อย่างสะดวก เพื่อทำการทดสอบเบื้องต้นว่าการแบ่งชั้นให้น้ำมีความสอดคล้องกับข้อมูลทางชลศาสตร์เพียงใด ผลการคำนวณจาก MODFLOW สามารถถ่ายโอนให้ GMS เพื่อแสดงผลในระบบแผนที่ได้ทันที ในทำนองเดียวกัน การนำเข้าข้อมูล การคำนวณ และการแสดงผลลัพธ์ ของการจำลองสภาพการไหล การสอบเทียบแบบจำลอง สามารถทำได้สะดวก รวดเร็วขึ้น

ชุดการทำงานของ GMS มีทั้งหมด 10 ชุด เพื่อช่วยในการจัดการข้อมูลประเภทต่างๆ แสดงเป็นรายการได้ในตารางที่ 11.4

ตารางที่ 11.4

ชุดการทำงานของ GMS และการใช้ประโยชน์

ชุดที่	ชื่อชุดการทำงาน	การใช้ประโยชน์
1	Triangulated Irregular Network (TIN) Module	ใช้เพื่อการแสดงพื้นที่ผิวของกลุ่มชั้นให้น้ำ ตามสภาพทางอุทกธรณีวิทยา โดยการเชื่อมโยงจุดข้อมูลในระบบแกน 3 มิติ แสดงผลในระบบกริด ด้วยการให้สี หรือสร้างเส้นชั้นความสูง
2	Borehole Module	ใช้ในการแสดงผลการสำรวจทางอุทกธรณีวิทยา นำเข้าข้อมูลในรูปแบบของ Text file แสดงผลและเชื่อมโยงข้อมูลในตำแหน่งต่างๆ และใช้ในการสร้าง TINs Solid Mesh และ 3D Mesh
3	Solid Module	ใช้ในการสร้างขอบเขตชั้นให้น้ำต่างๆ ในการสร้างแบบจำลอง สามารถสร้างภาพรูปตัดขวาง ที่ตำแหน่งต่างๆได้
4	2D Mesh Module	ใช้ในการสร้างแบบจำลอง 2 มิติ
5	2D Grid Module	ใช้ในการสร้างระบบกริดของแบบจำลอง 2 มิติ นำเข้าข้อมูลจาก 2D Scatter Point Module
6	2D Scatter Module	ใช้ในการคำนวณค่าระหว่างจุด (interpolate) จากกลุ่มข้อมูล 2 มิติ
7	3D Mesh Module	ใช้ในการสร้างแบบจำลอง 3 มิติ
8	3D Grid Module	ใช้ในการสร้างระบบกริดของแบบจำลอง 3 มิติ นำเข้าข้อมูลจาก 3D Scatter Point Module
9	3D Scatter Point Module	ใช้ในการคำนวณค่าระหว่างจุด จากกลุ่มข้อมูล 3 มิติ
10	Map Module	ใช้ในการแสดงภาพแผนที่ของแบบจำลอง และผลการจำลองสภาพ และสามารถเชื่อมโยงข้อมูลกับ ArcInfo ได้

คำถามท้ายบท

- อธิบายคุณลักษณะที่สำคัญของแบบจำลอง MODFLOW
- เครื่องมือ Graphic user interface (GUI) มีประโยชน์อย่างไรต่อการทำงานร่วมกับ แบบจำลอง MODFLOW ให้ยกตัวอย่าง GUI 3 โปรแกรมและอธิบายหลักการทำงาน
- ขั้นตอนการคำนวณของแบบจำลอง MODFLOW ขั้นตอน Stress มีการดำเนินการอย่างไร
- แบบจำลอง GMS มีประโยชน์ต่อการทำงานร่วมกับแบบจำลอง MODFLOW อย่างไร
- แบบจำลอง MODFLOW ทำงานร่วมกับ GIS อย่างไร
- การรวบรวมข้อมูลพื้นฐานสำหรับใช้กับแบบจำลอง MODFLOW ในเชิงปริมาณและคุณภาพของข้อมูล ต้องคำนึงถึงประเด็นที่สำคัญอะไรบ้าง
- อธิบายรายละเอียดของหลักการทำงาน สมการที่ใช้ของตัวอย่างของ GMS 2 ตัวอย่าง คือ MT3D และ RT3D

บรรณานุกรม (บทที่ 6 ถึง 11)

- ปราโมทย์ เตชะอำไพ และ นิพนธ์ วรรณโสภณชัย, *ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม* พิมพ์ครั้งที่ 6 สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2551
- สุจรีต คุณธนากุลวงศ์ โชคชัย สุทธิธรรมจิต ปณต อีสรสกุล ธิดาวีสุทธิ จันทระเครือ, *การจำลองสภาพการไหลของน้ำบาดาล*, พิมพ์ครั้งที่ 2 หน่วยปฏิบัติการวิจัยระบบการจัดการแหล่งน้ำ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 133 หน้า 2550.
- Anderson, M.P. and W. W. Woessner, *Applied groundwater modeling*, Academic Press., 1992.
- Beer J., *Hydraulics of groundwater*, Mc GrawHill, 1979.
- Boonstra, J. and N. A. de, Ridder, *Numerical Modelling of Groundwater Basins: a user-oriented manual*, 2th edition, Wageningen, The Netherlands, 226p, 1990.
- Chapa, S.C. and R. P. Canale, *Numerical methods for Engineers: with programming and software applications*, 3th edition, Mc Graw Hill, 1998.
- Clement T.P., RT3D-Reactive transport in 3-Dimensions, Pacific northwest national laboratory report, available on the web as a PDF file, 1997.
- Clement, T.P., W. R., Wise, and F. J. Molz, , A physically based, two-dimensional, finite-difference algorithm for modeling variably saturated flow, *Journal of Hydrology*, 161, 71-90, 1994.
- Clement, T.P., W. R., Wise, F. J. Molz, and M. Wen, A comparison of modeling approaches for steady-state unconfined flow, *Journal of Hydrology*, 181, 188-209, 1996.
- Haverkamp, R., M. Vauclin, J. Touma, P. J. Wierenga, and G. Vachaud, Comparison of numerical simulation models for one-dimensional infiltration, *Soil Science Society of America Journal*, 41: 285-294, 1977.
- Koorevaar D., G. Menelik and C. Dirksen, *Elements of soil physics*, Elsevier, 1983.
- McDonald M.G. and A. W. Harbaugh, MODFLOW – A modular three-dimensional finite difference groundwater flow model, USGS report available on the web as a PDF file, 1998.
- Remson I., G. M. Hornberger and F. J. Molz, *Numerical methods in subsurface hydrology*, Wiley, 1971.
- Roberson, J. A., J. J. Cassidy, M. H. Chaudhry, *Hydraulic Engineering*, John Wiley & Son, Inc. 2nd Ed., 1997.
- Van Genuchten, M. T., A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soil, *Soil Science Society of America Journal*, 44, 892-898, 1980.

-
- Wang H.F. and M. P. Anderson, *Introduction to groundwater modeling*, Academic Press. , 1982.
- Zheng C. and G. D. Bennett, *Applied contaminant transport modeling, Theory and practice*, Van Nostrand, Reinhold, 1995.
- Zheng C. and P. P. Wang, MT3DMS- A modular three-dimensional multi-species transport model, available on the web as a PDF file, 1998.



ดรรชนี

- กฎของดาร์ซี (Darcy 's law) 3 18 53 279 280
298 316 347 349
- กฎของฮอร์ตัน (Horton 's laws) 32 33
- กฎของฟูรีเยร์ (Fourier's law) 267
- กฎสี่เหลี่ยมคางหมู (trapezoidal rule)
แบบช่วงเดียว (single) 25
แบบหลายช่วง (multiple) 290
- กฎเอมพิริคัล (empirical law) 267
- กระบวนการ (processes)
การแบ่งระดับชั้นหลายระดับ
(multiplicative cascade) 128
ที่มีลักษณะเด่น (dominant) 8
- กระแสน้ำวนปั่นป่วน (turbulent eddies) 211
- การกระจายตัวของสารปนเปื้อน (dispersion of
contaminants) 10 333
- การแกว่งขึ้นลง (oscillations) 14
- การแก้สมการแบบสามแนวทแยง (tridiagonal
solver) 261 275
- การกักเก็บเชิงเส้น (linear stores) 15 16
- การกักเก็บแบบไม่เป็นเชิงเส้น (non-linear
storage) 204
- การกักเก็บจำเพาะ (specific storage) 279 297
305 345
- การกำจัดไปข้างหน้า (forward elimination)
262
- การคายน้ำของพืช (transpiration) 56 58 71
- การคายระเหย (evapotranspiration) 53
- การจำลอง (modeling)
กลไกบนฐานข้อมูล (data-based
mechanistic) 23
แบบกล่องดำ (black box) 23
แบบสโตแคสติกส์ของฝนตามเวลาและพื้นที่
(stochastic of space-time rainfall) 123
- การแจกแจง (distribution)
แกมมา (Gamma) 15 125 153
แกมมาแบบตัดปลาย (truncated gamma)
140
ความน่าจะเป็น (probability) 113
- ความลึกของดิน (soil depths) 66 82 83
- ตามขอบ (margin) 117
- เบต้า (Beta) 119
- ปรกติแบบล็อก (lognormal) 126
- การซึมลึกลงชั้นน้ำบาดาล (deep percolation) 56
- การดูดซับ (sorption) 334
- การตกของฝนที่หยุดเป็นช่วงๆ (intermittency) 123
- การตกเป็นหย่อมๆตามพื้นที่ (spatial patchiness) 124 141
- การเติมน้ำใต้ดิน (groundwater recharge) 86 281
- การตอบสนองของลุ่มน้ำ (catchment responses) 113
- การถดถอย (regression)
เอมพิริคัล (empirical) 24
- การถ่ายเทความร้อน (Heat conduction) 266
- การแปล (translation) 169 174
- การทำนายเหตุการณ์ในอนาคต (prediction) 241
- การทดสอบเพื่อรับรองผล (validation) 4 10
- การนิรนัย (deduction) 23
- การแบ่งเป็นขนาดเล็กๆ (discretizing) 9
- การแบ่งระดับชั้นแบบสุ่ม (random cascades)
ที่แยกกันโดยสิ้นเชิง (discrete) 125 127
ที่แยกกันโดยสิ้นเชิงหลายชั้น (multiplicative discrete)
140
หลายชั้น (multiplicative) 124
- การเบนลงของคลื่น (attenuation หรือ subsidence) 180
- การปนเปื้อน (contamination) 333
- การปั่นป่วนในมาตราส่วนใหญ่ (macro-scale turbulence)
207
- การประมาณของดูพิต (Dupuit approximation) 284 305
- การประมาณค่านอกช่วง (extrapolation) 1 23 24 35
- การประมาณค่าในช่วง (interpolation) 119 133 224
- การประมาณความแตกต่างไปด้านหน้า (forward differential
approximation) 246
- การประมาณความแตกต่างไปด้านหลัง (backward
differential approximation) 246
- การประมาณ Cooper-Jacob 301
- การประมาณของ Boussinesq 79
- การพา (advection) 333
- การแพร่ (diffusion) 333

- การผลิตและพัดพาตะกอน (sediment production and transport) 10
- การไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinearities) 9
- การระเหยจากผิวดิน (bare soil evaporation) 56 58 71
- การลู่ออก (diverge) 270
- การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้น (linear regression analysis) 24 25
- การวิเคราะห์สภาพส่วนลด (recession analyses) 79-81
- การสอบเทียบแบบจำลอง (model calibration) 10 14 34 241
- การสอบทานแบบจำลอง (model verification) 4 241
- การส่งผ่าน (carry-over) 63
- การส่งผ่านโมเมนตัม (momentum transfer) 211
- การสุ่ม (randomness) 9
- การหาค่าที่ดีที่สุด (optimization) 10
- การไหลผิวดิน (overland flow) 8 13 18 183
 - ส่วนเกินการซึม (infiltration excess) 6-8, 12
 - ส่วนเกินการอิ่มตัว (saturation excess) 7 8
 - ฮอร์ตตัน (Horton) 6
- การไหล (flow)
 - เข้าสู่บ่อน้ำ (to well) 296
 - ตามสะดวก (preferential) 3 19 40 79
 - ตามรัศมี (radial) 296
 - ในลำน้ำ (channel) 229
 - แบบปั่นป่วนสมบูรณ์ (fully turbulent) 183
 - แบบราบเรียบ (laminar) 183
 - แบบเอกรูป (uniform) 178 180
 - แบบเอกรูปคงที่ (steady uniform) 190
 - เป็นแผ่น (sheet) 229
- การไหลหลาก (flow routing) 167
 - ของระดับน้ำในอ่าง (level pool) 169
- การไหลออก (runoff)
 - โดยตรง (direct runoff) 8
 - ใต้ผิวดิน (subsurface) 53 57 59 61 71 75 80 95
 - ส่วนเกินการซึม (infiltration excess) 95 192
 - ส่วนเกินการอิ่มตัว (saturation excess) 56 57 58 61 68 95
 - การไหลใต้ผิวดิน (subsurface flow) 6 8 18
 - การไหลจากฝนใต้ผิวดิน (subsurface stormflow) 6 7
- การหลาก (routing)
 - ของน้ำไหลออก (runoff) 8
 - จากการกักเก็บน้ำ (storage) 167
 - โดยการแพร่ (diffusion) 189
 - โดยใช้ความเร็วเฉลี่ย (averaged flow velocity) 191
 - โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บและอัตราการไหล (storage-discharge relationship) 204
 - โดยวิธีคลื่นจลนศาสตร์ (kinematic wave) 178
 - ตามโครงข่ายลำน้ำ (stream network) 89
 - ทางชลศาสตร์ (hydraulic) 167
 - ทางจลนศาสตร์ (kinematic) 168
 - ทางอุทกวิทยา (hydrologic) 167 168
 - ในลำน้ำ (channel) 173
 - ในอ่างเก็บน้ำ (reservoir) 170
 - แบบแพร่ (diffusive) 30 168
 - แบบพลวัต (dynamic) 168
 - การอิ่มตัวจากชั้นน้ำใต้ดินขนาดเล็ก (perched saturation) 7
 - กริดสี่เหลี่ยมจัตุรัส (grid square) 9
 - กราฟการกักเก็บ-อัตราการไหล (storage-discharge curve) 217
 - กราฟการกักเก็บชะลอน้ำในดิน (water retention curve) 314
 - กราฟความเข้ม-ช่วงเวลา-ความถี่ฝนตก (intensity-duration-frequency curve, IDF) 116
 - กราฟความถี่การเกิดน้ำท่วม (flood frequency curve) 113
 - กราฟความแปรเปลี่ยนระหว่างปี (inter-annual variability) 69 70
 - กราฟความแปรเปลี่ยนภายในปี (intra-annual variability) 70
 - กราฟช่วงเวลาการไหล (flow duration curve) 76
 - กราฟน้ำฝนทับทวี (mass curve) 113 115 118 119
 - กราฟบูดีโก (Budyco curve) 51 53 56 57
 - กราฟระดับน้ำ-อัตราการไหล (rating curves) 205 211 213 216 218
 - กราฟแสดงอัตลักษณ์ (signature plots) 69 76 83
 - ขีดเริ่มเปลี่ยนของความจุ (storage thresholds) 60
 - ขั้นตอนการทำนาย (predictor step) 184

- ขั้นตอนการปรับแก้ (corrector step) 184
- ค่าการนำทางชลศาสตร์ (hydraulic conductivity) 10 280
- ค่าคงที่เวลาตอบสนองของกลุ่มน้ำ (catchment response time) 53 58 95
- โครงข่ายไม่สม่ำเสมอรูปสามเหลี่ยม (triangular irregular network, TIN) 224 225
- โครงข่ายใยประสาทเทียม (artificial neural networks) 34
- เครื่องวัดความสูงแบบเลเซอร์ (aircraft-borne laser altimetry) 224
- คลื่นขนาดเล็ก (ripples) 211
- คลื่นช็อกจลนศาสตร์ (kinematic shocks) 180
- คลื่นจลนศาสตร์เชิงเส้น (linear kinematic wave) 179
- คลื่นที่เอียงลาดไปในทางเดียวกัน (monoclonal wave) 180 182 190 191
- คลื่นแพร่ (diffusion wave) 190 191
- ควบคุมด้วยพลังงาน (energy control) 52
- ควบคุมด้วยน้ำ (water control) 52
- ความเข้มข้นของสารปนเปื้อน (solute concentration) 335
- ความคล้ายคลึงตัวเอง (self-similarity) 123
- ความเค้นแรงเฉือนที่พื้นทางน้ำ (bed shear stress) 209
- ความจุ (capacity)
- การซึม (infiltration) 6 8 12
 - ความร้อนจำเพาะ (specific heat) 266
- ความชื้นชลประทาน (field capacity) 56 57 58 71
- ความชื้นที่มีอยู่เดิม (antecedent wetness) 51
- ความต้านทานร่มไม้ (canopy resistance) 37
- ความเท่าเทียมกันในการบรรลุผลสุดท้าย (equifinality) 10
- ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนผ่าน (transition probabilities) 125 153
- ความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (covariances) 27
- ความแปรเปลี่ยน (variability)
- ของการไหลออก (runoff) 74 94
 - เชิงพื้นที่และเวลา (space-time) 113
 - ตามพื้นที่ (spatial) 19 94
 - ตามพื้นที่ (heterogeneities) 23 56
 - ฝนตามเวลา (temporal rainfall) 140
- ความผิดพลาด (error)
- จากการตัดปลาย (truncation) 252 264 265
 - จากการปัดเศษ (round-off) 251 264 265
- มาตรฐาน (standard) 25 27
- ความพรุนมหภาค (macroporosity) 6
- ความไม่แน่นอน (uncertainty) 9 10
- ความไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinearity) 80
- ความไม่แปรปรวนของมาตราส่วน (scaling invariance) 123
- ความไม่เหมือนกันตามพื้นที่ (spatial nonhomogeneity) 129
- ความเร็วคลื่นจลนศาสตร์ (kinematic wave celerity) 181 188 190
- ความเร็วคลื่นจลนศาสตร์แบบสมบูรณ์ (absolute kinematic wave celerity) 178
- ความเสถียร (stability) 252 264
- ของ Von-Neumann 265
 - วิธีของออยเลอร์ 265
- ความสมดุลทางชลศาสตร์ (hydraulic equilibrium) 313
- ความสัมพันธ์ระหว่างการกักเก็บ-อัตราการไหล (storage-discharge relationship) 78 216
- ความแห้งแล้งของภูมิภาค (climatic aridity) 51
- ความหนาแน่นการระบายน้ำ (drainage density) 28 78
- เงื่อนไข (condition)
- เกิดขึ้นก่อน (antecedent) 5 8
 - ขอบเขต (boundary) 35 54 55 64 268 321
 - แบบดิริชเลต (Dirichlet) 268 284
 - แบบนอยมันน์ (Neumann) 268 284
 - แบบผสม (mixed) 284
 - เริ่มต้น (initial) 54 55 64 247 268
- เงื่อนไขความเสถียร (stability constraint) 336
- จุดเชื่อมต่อ (nodes) 34 192 299 340
- จำนวนพารามิเตอร์มากเกินไป (overparameterization) 34 35
- ชุดดิน (landform) 66 83
- ชิ้นประกอบ (element) 9 37 38
- ชั้นให้น้ำแบบปิด (confined aquifer) 279 281 285 287 294-296 300 309 347
- การไหลแบบไม่คงตัว (unsteady flow) 301

- ชั้นให้น้ำแบบเปิด (unconfined aquifer) 305
 307 308-310 347
 ชั้นให้น้ำแบบผสม (mixed aquifer) 347
 ชลภาพจากพายุฝน (storm hydrograph) 8
 ชลภาพส่วนลด (recession limb) 14 28
 ช่วงเวลา (time step) 252 265
 ช่วงเวลาวิกฤต (critical time step) 270
 ช่องว่างในดินขนาดใหญ่ (macro pores) 3 6 19
 23 40 80
- ดัชนี (index)
 การเก็บน้ำของดิน (soil water retention)
 12
 ความเหมือนทางอุทกวิทยา (hydrological
 similarity) 19
 ความแห้งภูมิอากาศ (climatic dryness) 51
 52 56 57
 ฝนครั้งก่อน (antecedent precipitation)
 12
 พี (ϕ index) 14 27
- ดินกระจายตัว (dispersive soil) 6
 ดินที่ไม่มีสิ่งปกคลุม (bare soil) 6
 ดินที่ไม่อิ่มตัวด้วยน้ำ (unsaturated soil) 314
 ดินสองชั้น (duplex soil) 66
- ตะกอน (sediments) 18
 ตัวกลางพรุน (porous media) 336
 ตัวก่อกำเนิด (generator)
 การแบ่งระดับชั้น (cascade) 126
 การแบ่งระดับชั้นแบบรู้ค่าแน่นอน-สโตแค
 สติกส์ (stochastic-deterministic
 cascade) 140
 จากแบบจำลองเบตา (beta model) 126
 แบบรู้ค่าแน่นอน (deterministic) 135 138
 139
 ประกอบ (composite) 126
 ตัวคูณที่รู้ค่า (deterministic multiplier) 129
 ตัวแปร (variable)
 ตาม (dependent) 24
 รูปร่างของกลุ่มน้ำ (morphometric) 24
 สถานะ (state) 4 9
- สุ่ม (random) 116
 อิสระ (independent) 24
 ตัวติดตามที่สร้างขึ้น (artificial tracers) 8
 ตัวเลข (Courant number) 175 338
 ตัวเลข (Grid Peclet number) 338
 ตัวเลขเส้นโค้ง (curve number) 13
- ถังเก็บน้ำเดียว (single bucket) 68 73
 ถังรั่ว (leaky bucket) 75
 ถังหลายใบต่อแบบอนุกรม (multiple buckets in series) 81
- ทางน้ำประกอบ (compound channel) 204 205
 ทางน้ำหลัก (main channel) 204 205
 ทฤษฎีความปั่นป่วน (turbulence theory) 124
 ที่ราบน้ำท่วม (floodplain) 205
 เทอมการแพร่และการแพร่กระจาย (diffusion dispersion
 term) 188
- น้ำเก่าที่สะสมจากฝนครั้งก่อน (pre-event or old water) 8
 แนวทางเอมพิริคัล (empirical approach) 23
 แนวทางการถดถอยพหุคูณ (multiple regression approach)
 35
 เนินทราย (sand dunes) 210
 นัยทั่วไป (generalization) 239
- แบบจำลอง (model)
 กึ่งกระจาย (semi-distributed) 9
 การแบ่งระดับชั้นแบบสุ่ม (random cascade) 134
 การแบ่งระดับชั้นแบบรู้ค่าแน่นอน-สโตแคสติกส์
 (stochastic-deterministic cascade) 140
 การรับรู้ (perceptual) 3 5 18
 การหลากในลำน้ำ (channel routing)
 ค่าระดับความสูงเชิงตัวเลข (Digital Elevation Model,
 DEM หรือ Digital Terrain Model, DTM) 224
 คลื่นจลนศาสตร์ (kinematic wave) 183
 เชิงขั้นตอนกระบวนการ (procedural) 3
 เชิงตัวเลข (numerical) 65
 เชิงแนวคิด (conceptual) 3 8 9 86 169 241
 เชิงเส้น (linear) 16 26
 ถังเดียวเชิงเส้น (linear single bucket) 59
 ทางคณิตศาสตร์ (mathematical) 239 240

- ทางอุทกวิทยา (hydrologic) 8 12 65 95
 น้ำฝน-น้ำท่า (rainfall-runoff) 9 10 11 23
 25 34 51 56
 เบตา-ปรกติแบบล็อก(beta-lognormal)
 126 129
 ฟังก์ชันส่งผ่าน (transfer function, TFM)
 26 29
 ฟังก์ชันส่งผ่านไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear
 transfer function, NARMAX) 29
 ลูกโซ่มาร์คอฟ (Markov chain) 132 134
 เลขยกกำลังเชิงเส้นคู่ (bilinear power
 law) 29
 สมดุลของน้ำรายปี (annual water
 balance) 67
 สมดุลของน้ำรายเดือน (monthly water
 balance) 70
 สมดุลของน้ำรายวัน (daily water
 balance) 76
 สโตแคสติกส์ (stochastic) 118
 Nash cascade 15 26 33 34
 แบบจำลองการแจกแจงความน่าจะเป็น
 (probability distribution model, PDM)
 19 28
 แบบจำลองกระบวนการแบบกระจาย
 (distributed process based models) 18
 Arno 28
 IHDM 19
 TOPMODEL 9 19 30 226
 TOPOG 224
 SHE 19 35 36 38
 THALES 19 227
 CSIRO-TOPOG dynamic 19
 Xinanjiang 17 28
 Variable infiltration capacity (VIC) 17
 28
 แบบจำลองการไหลของน้ำบาดาล MODFLOW
 347
 แบบจำลองก้อนรวม (lumped model) 9 56 69
 ความชื้นของดินแบบชัดแจ้ง (explicit soil
 moisture accounting, (ESMA)) 9 16-18
 27
 เลขยกกำลังพหุเชิงเส้น (bilinear power) 16
 IHACRES 16 17 24 27 28
 Stanford watershed 16
 HSPE 16
 SSARR 16
 Sacramento 16
 HBV 16
 Tank 16
 UBC 16
 RORB 17
 แบบจำลองโครงข่ายประสาทเทียม (Neural network
 model) 34
 แบบจำลองฝน (rainfall model)
 สโตแคสติกส์ตามเวลา (temporal stochastic) 111 122
 แบบจำลองแบบกระจาย (distributed model) 9 24 88 226
 แบบจำลองพื้นที่บางส่วน (partial area model) 6
 แบบจำลองฟังก์ชันส่งผ่าน (transfer function model) 26-33
 แบบจำลอง 3 มิติ 35
 ANSWERS 40
 CASC2D 40
 HILLFLOW 40
 IHDM 36
 TOPOG 36
 VSAS2 36
 แบบจำลองสโตแคสติกส์ (stochastic model) 9
 แบบเชิงเส้น (linearity) 11
 แบบไม่เชิงเส้น (nonlinearity) 11
 แบบรูปตามเวลาภายในพายุฝน (within-storm temporal
 pattern) 118
 ปริมาณความร้อน (heat flux) 266
 ปริพันธ์เชิงตัวเลข (numerical integration) 290
 โปรแกรมการติดตามการเคลื่อนที่ของอนุภาค (partial
 tracking program) 352
 โปรแกรมที่ใช้งานร่วมกับ MODFLOW 352
 โปรแกรมแบบจำลองการไหล (programming of routing
 model)
 โดยใช้ความเร็วเฉลี่ย 200
 โปรแกรมแบบจำลองฝน (programming of rainfall model)
 150

- โปรแกรมแบบจำลองเพื่อสร้างกราฟระดับน้ำ-
อัตราการไหล-การกักเก็บ 218
- โปรแกรมแบบจำลองสมดุลของน้ำ (water
balance programming) 95
- รายปี (annual) 97
- รายเดือน (monthly) 99
- รายวัน (daily) 103
- แผนที่เส้นชั้นความสูงดิจิทัล (digitized contour
maps หรือ vector DEMs) 224
- แผนที่เส้นชั้นน้ำฝน (isohyetal maps) 141
143-146
- แผนผังเวลา-พื้นที่ของโรส (Ross time-area
diagram) 11 16
- แผนภาพสหสัมพันธ์ (correlogram) 124
- ผลลัพธ์โดยการวิเคราะห์ (analytical solution)
240 300
- ฝน (rainfall)
- ประสิทธิผล (effective) 11-14 26 27 30
- สูงสุด (extreme) 140
- พื้นฐานของกริด (grid based) 38 224
- พื้นฐานทางกายภาพ (physically based) 23 24
- พื้นที่การให้น้ำแบบพลวัต (dynamic
contributing area) 6
- พื้นที่ริมน้ำ (riparian area) 5
- พารามิเตอร์ (parameter)
- การแบ่งระดับชั้น (cascade) 128
- ที่เหมาะสมที่สุด (best fit) 10
- ฟังก์ชัน (functions)
- แกมมา (Gamma) 15
- การแจกแจง (distribution) 9
- การแจกแจงแกมมา (Gamma distribution
density) 33
- การแจกแจงความน่าจะเป็น (probability
distribution) 9
- การแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม (joint
probability distribution) 113
- การแจกแจงสะสมแกมมา (Gamma cumulative
distribution density) 133
- การส่งผ่านไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear transfer) 16
กรอง (filtering) 34
ของ well 301
- ความกว้างของโครงข่ายลำน้ำ (network width) 16 29
30 33
- ความคลาดเคลื่อนประกอบ (complementary error)
189
- ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นเลขชี้กำลัง
(exponential probability density, pdf) 114
- ถ่วงน้ำหนัก (weighting) 34
- ส่งผ่าน (transfer) 23 26 28 35
- ส่งผ่านเชิงเส้น (linear transfer) 27
- ส่งผ่านแบบขนาน (parallel transfer) 28
- ส่งผ่านแบบแยกกันโดยสิ้นเชิง (discrete transfer) 11
- ส่งผ่านนำเข้าหลายชุด (multiple input transfer) 29
- ส่งผ่านไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear transfer) 29
- เอ็มพีริคัล (empirical) 12 13
- Mandelbrot-Kahane-Peyriere (MKP) 128
- ภาพถ่ายดาวเทียมสามมิติ (satellite-derived stereo images)
224
- เมทริกซ์ (matrix)
- สามแถวทแยงมุม (tridiagonal) 274
- ไม่แปรปรวนตามเวลา (time invariance) 12
- แรงต้านจากรูปร่าง (form drag) 207
- ระดับชั้นของการแบ่งแยก (level of disaggregation) 135
- ระดับน้ำลด (drawdown) 301
- ระดับน้ำใต้ดินซึ่งชั่วคราว (perched water table) 6
- ระบบของสมการเชิงเส้น (linear equation system) 240
- ระบบน้ำใต้ดินขนาดเล็ก (perched groundwater system)
86
- ระบบสารสนเทศทางภูมิศาสตร์ (Geographical Information
System, GIS) 37
- ระบบอันดับลำน้ำของ Strahler (Strahler stream ordering
system) 32
- ระเบียบวิธี (method)
- การกำจัดแบบเกาส์ (Gauss elimination) 261 263

- ของออยเลอร์ปรับปรุง (modified Euler) 254 255
- ของฮวน (Heun) 254
- เชิงตัวเลข (numerical) 18 65 184 239
- ตัวทำนาย-ตัวแก้ (predictor-corrector)
- แบบชัดแจ้ง (explicit) 256 269 273 276 279
- แบบปริยาย (implicit) 273 276 279 319 324 327
- ปริมาตรจำกัด (finite volume) 3
- สมาชิกการวิเคราะห์ (analytical element method, AEM) 239
- ระเบียบวิธีของรุงเงอ-คุททา (Runge-Kutta method) 254 256 257
- อันดับสอง (second-order) 256
- อันดับสี่ (fourth-order) 256
- ระเบียบวิธีของออยเลอร์ (Euler method)
- แบบชัดแจ้ง (explicit) 259 265
- แบบปริยาย (implicit) 259
- ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference method) 3 167 239 240 248 251 283 293 298 300 306 338 347
- แบบปริยาย (implicit) 285 287
- ระเบียบวิธีสมาชิกจำกัด (finite element method) 239 240
- รูปตัดการไหลค่อยๆเปลี่ยนแปลงที่ตามเวลา (steady gradually varied flow profile) 182
- รูปตัดตามยาวความเร็วแบบล็อก (logarithmic velocity profile) 210
- รูปแบบทางอุทกวิทยา (hydrologic regimes) 59
- ร่มไม้ (canopy) 6
- ระยะเวลาพำนักเฉลี่ย (mean residence times) 26 29
- รอยแฉกการหมุนวนที่สอดคล้องกัน (coherent eddy patches) 207 209
- ลูกโซ่มาร์คอฟ (Markov chain) 124 125 150-152
- อันดับแรก (First order) 125
- อันดับแรกสี่ภาวะแยกกันโดยสิ้นเชิง (First order four-state discrete) 132
- ลักษณะเฉพาะการตอบสนองพลวัต (dynamic response characteristics, DRCs) 28
- ลำธารมีน้ำไหลไม่ตลอดปี (ephemeral stream) 5
- ลุ่มน้ำขึ้นประกอบตัวแทน (representative elementary watershed, REW) 65
- ลุ่มน้ำที่ไม่มีสถานีวัด (ungauged catchments) 1 25 53
- วิเคราะห์ทางทฤษฎี (theoretical analysis) 239
- วิธีกริด (gridded method) 239
- วิธีการจากบนลงล่าง (downward or top-down approach) 66 69
- วิธีการจากล่างขึ้นบน (upward or bottom up approach) 65
- วิธีการพิตยกำลังสองที่น้อยที่สุดแบบทำซ้ำ (iterative least squares fitting method) 78
- วิธีการแบ่งแยกพื้นที่อย่างชัดเจน (discretized method) 239
- วิธีการแบ่งระดับชั้นแบบลุ่มที่แยกกันโดยสิ้นเชิง (discrete random cascade approach) 125
- วิธีของออยเลอร์ (Euler method) 252
- วิธีความลาดชันถ่วงน้ำหนัก (weighted slope method) 253
- วิธีทำซ้ำ (iteration method) 68 69
- วิธีไม่ใช่กริด (non-gridded or mesh-free methods) 239
- วิธีแรชเชินนัล (rational method) 11
- วิธีรูปหลายเหลี่ยมของทีเซิน (Thiessen polygon method) 128
- วิธี MacCormack splitting 184
- วิธี Muskingum 169 174-177
- วิธี Picard 307
- วิธี SCS 13
- ศักย์ของน้ำ-ดิน (soil – water potential) 313
- สัดส่วนของพื้นที่ที่ฝนตก (wet fraction) 141 147
- สถานะความชื้นที่มีอยู่ก่อน (antecedent moisture status) 28
- สมการ (equation)
- พาราโบลิก (parabolic) 266
- ถดถอย (regression) 25
- สมดุลของน้ำ (water balance) 51 54 65 68 72

- ระบบสามแถวทแยง (Tri-diagonal system) 261
- สมการของริชาร์ด (Richard's equation) 36
- บนพื้นฐานความดัน (pressure based) 318
- สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation) 240
- ไม่ใช่เชิงเส้น (nonlinear) 18
- สามัญ (ordinary) 247 250
- สมดุลน้ำ (water balance) 59
- สมดุลของมวลน้ำ (mass balance) 290
- สมดุลของริชาร์ด (Richard's equilibrium) 315 318
- สมดุลแบบพลวัต (dynamic balance) 59
- สัมประสิทธิ์ (coefficient)
- การกักเก็บ (storage) 280 305
 - การดูดซับเชิงเส้น (linear sorption) 337
 - การตัดสินใจ (determination) 25
 - การถดถอย (regression) 25
 - การถดถอยเชิงเส้น (linear regression) 154
 - การนำความร้อน (thermal conductivity) 267
 - การแพร่ (diffusion) 188 189
 - การแพร่ทางชลศาสตร์ (hydraulic diffusivity) 280
 - การไหลออก (runoff) 11 13
 - ของความผันแปร (of variation) 115
 - ความจุ (storage) 298
 - แรงต้าน (drag) 207 210
 - แรงเสียดทานเชซี (Chezy) 183 204 207-209 218
 - แรงเสียดทานแมนนิง (Manning friction) 183 -
 - สหสัมพันธ์ (correlation) 117 175
 - เอ็มพีริคัล (empirical) 11
- สารปนเปื้อน (contaminants) 18
- สหสัมพันธ์แบบบัญญัติ (canonical correlation) 29
- หน่วยการตอบสนองทางอุทกวิทยา (hydrological response unit, HRUs หรือ hydrotopes) 16
- หลักการซ้อนทับ (principle of superposition) 11
- หลักการคงมวล (conservation of mass) 279
- เอกชลภาพ (unit hydrograph) 11 12 14-16 25 26
- ธรณีสัณฐาน (geo-morphological, GUH) 16 29 32 33
- อ่างเก็บน้ำเชิงเส้น (linear reservoir) 169
- ไอโซโทปในสภาพแวดล้อม (environmental isotopes) 8
- องศาเสรี (degree of freedom) 34
- อัตราการไหลผ่าน (transmissivity) 280
- อัตราการไหลของดาร์ซี (Darcy flux) 335
- อัตราส่วนมาตราส่วน (scale ratio) 128 136
- อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor series) 245 252 291 293
- เฮดแรงดึงความชื้น (suction head) 313