

การศึกษาการถ่ายเทมวลของของไหล Non-Newtonian

Transport study of Non-Newtonian fluid

โดย

ผศ. ดร. นล่องศรี พลัด

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

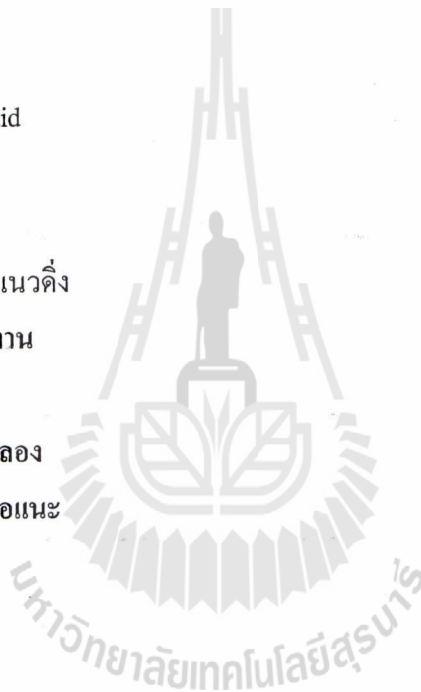
บทคัดย่อ

โครงการนี้ศึกษาการประพฤติตัวของไหลในท่อซึ่งแบ่งการศึกษาออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ทำการศึกษาการประพฤติตัวของของไหลแบบนิวโตเนียนและนอนนิวโตเนียนโดยวิธีการแก้โจทย์ปัญหา และตอนที่ 2 ศึกษาการประพฤติตัวของของไหลแบบนอนนิวโตเนียน โดยใช้สารเคมีคือ สารละลายน้ำแป้ง มัน ทำการทดลองที่อุณหภูมิ 29 °C โดยเตรียมน้ำแป้งมันด้วยองค์ประกอบ แป้งมัน 70 กรัม ต่อ น้ำ 100 มิลลิลิตร ปริมาตร 200 มิลลิลิตร แล้วมาทำการทดลองวัดหาค่า shear rate และ shear stress โดยใช้เครื่อง viscometer (The Haake rotational viscometer : Viscotester VT 550) นำมาพล็อตกราฟ จะได้ค่า n และ K คือ 1.1541, 0.004341 Pa.s^{1.1541} ตามลำดับ จากนั้นทำการทดลองโดยเครื่องมือที่ทำขึ้นมาโดยการเตรียมน้ำ แป้งมันด้วยองค์ประกอบ แป้งมัน 70 กรัม ต่อ น้ำ 100 มิลลิลิตร ปริมาตร 2 L ซึ่งจะได้ความหนาแน่น 1149.6 kg/m³ จากนั้นทำการทดลองโดย เทสารละลายลงในถังของเครื่องมือที่ติดตั้งไว้ ปล่อยให้ น้ำแป้งไหลลงตาม แรงโน้มถ่วงโลก และในขณะเดียวกันทำการเทน้ำแป้งมันเพื่อรักษาระดับความสูงของน้ำแป้งมันที่อยู่จนถึง เพื่อให้ความดันคงที่ จากนั้นทำการวัด อัตราการไหล และระดับความสูงของน้ำแป้งมันในถัง จากนั้นทำการ เปลี่ยนระดับความสูงของน้ำแป้งมันในถัง แล้วจดบันทึกค่า ซึ่งทำการทดลองโดยใช้ท่อที่มีขนาดเส้นผ่าน ศูนย์กลาง 5 มิลลิเมตร และความยาวท่อ 30 เซนติเมตร หลังจากนั้นนำผลที่ได้มาวิเคราะห์จะได้ว่า ค่า n และ K คือ 1.1456, 0.00424 Pa.s^{1.11734} และได้ทำการเปรียบเทียบระหว่างผลการทดลองที่ได้จากเครื่อง viscometer และจากเครื่องมือที่ทำขึ้น ปรากฏว่าเครื่องมือทำขึ้นนั้นสามารถหาค่า n , K ของน้ำแป้งนี้ได้ และน้ำแป้งมัน นั้น มีการประพฤติตัวเป็นของไหลแบบ Dilatant



สารบัญ

บทที่ 1 บทนำและวัสดุประสงค	1
บทนำ	1
วัสดุประสงค	1
ขอบเขตการศึกษา	1
บทที่ 2 ทฤษฎี	2
Non-Newtonian fluid	2
Power Law model	3
ความหนืดปรากฏ	4
การไหลในท่อตามแนวตั้ง	4
บทที่ 3 วิธีการดำเนินโครงการ	6
บทที่ 4 ผลการทดลอง	8
บทที่ 5 วิเคราะห์ผลการทดลอง	30
บทที่ 6 บทสรุปและข้อเสนอแนะ	34
เอกสารอ้างอิง	35
ภาคผนวก	36



สารบัญรูป

	หน้า
บทที่ 2 ทฤษฎี	2
รูปที่ 1 : Flow diagram of various	3
บทที่ 4 ผลการทดลอง	8
รูปที่ 1 : ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_{rz} กับ $\frac{dv_z}{dr}$	11
รูปที่ 2 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln\left(\frac{-dv_z}{dr}\right)$	12
รูปที่ 3 : ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_{rz} กับ $\frac{dv_z}{dr}$	14
รูปที่ 4 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln\left(\frac{-dv_z}{dr}\right)$	15
รูปที่ 5 : ความสัมพันธ์ระหว่าง ΔP กับ mass flow rate	17
รูปที่ 6 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln\left(\frac{\Delta P}{4L}\right)$ กับ $\ln\left(\frac{8v_z}{D}\right)^n$	18
รูปที่ 7 : ความสัมพันธ์ระหว่าง ΔP กับ volumetric flow rate	21
รูปที่ 8 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln\left(\frac{\Delta P}{4L}\right)$ กับ $\ln\left(\frac{8v_z}{D}\right)^n$	22
รูปที่ 9 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $(\tau_{rz})_w$ กับ $\left(\frac{dv_z}{dr}\right)_w$	24
รูปที่ 10 : ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_w กับ γ_w ที่ความยาวท่อ 60 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 3 mm	25
รูปที่ 11 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln\left(\frac{32Q}{\pi D^3}\right)$ ที่ความยาวท่อ 60 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 3 mm	26
รูปที่ 12 : ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_w กับ γ_w ที่ความยาวท่อ 60 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 5 mm	26
รูปที่ 13 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln\left(\frac{32Q}{\pi D^3}\right)$ ที่ความยาวท่อ 60 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 5 mm	27
รูปที่ 14 : ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_w กับ γ_w ที่ความยาวท่อ 30 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 3 mm	27
รูปที่ 15 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln\left(\frac{32Q}{\pi D^3}\right)$ ที่ความยาวท่อ 30 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 3 mm	28
รูปที่ 16 : ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_w กับ γ_w ที่ความยาวท่อ 30 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 5 mm	28
รูปที่ 17 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln\left(\frac{32Q}{\pi D^3}\right)$ ที่ความยาวท่อ 30 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 5 mm	28

สารบัญตาราง

	หน้า
บทที่ 4 ผลการทดลอง	
Table 1 : Data from experiment $D = 2$ in, $\Delta P/L = 20$ lb _r /ft ³	10
Table 2 : Data from experiment $D = 0.25$ in, $L = 125$ in	11
Table 3 : Data from experiment $D = 2$ in, $\bar{v}_z = 1.5$ ft/s	13
Table 4 : Data from experiment $D = 2$ in, $\bar{v}_z = 1.5$ ft/s	14
Table 5 : Data from experiment $D = 0.25$ in, $L = 125$ in	16
Table 6 : Data from experiment $D = 0.25$ in, $L = 125$ in	18
Table 7 : Data from experiment $D = 0.255$ in, $L = 10$ ft, $\rho = 50$ lb _m /ft ³	20
Table 8 : Data from experiment $D = 0.255$ in, $L = 10$ ft, $\rho = 50$ lb _m /ft ³	21
Table 9 : Data from experiment $D = 0.255$ in, $L = 10$ ft, $\rho = 50$ lb _m /ft ³	22
Table 10 : ข้อมูลจากการทดลองเพื่อใช้ในการสร้าง flow curve $D = 0.25$ in, $L = 125$ in	23

บทที่ 1

บทนำและวัตถุประสงค์

1.1 บทนำ

โครงการนี้ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับน้ำแป้งซึ่งเป็นของไหล Non - Newtonian ที่มีการประพฤติตัวเป็น Dilatant ซึ่งได้ใช้แป้งมันผสมกับน้ำเป็นสารทดสอบ เมื่อมีอัตราเฉือนเพิ่มขึ้น แรงเฉือนก็จะเพิ่มขึ้นและทำให้ความหนืดของน้ำแป้งนั้น เพิ่มขึ้นตามไปด้วย

1.2 วัตถุประสงค์

1. ศึกษาการประพฤติตัวของน้ำแป้งที่ไหลในท่อ
2. เพื่อหาค่า Rheological properties (n , K) ของน้ำแป้ง
3. เพื่อนำความรู้จากที่เรียนมา นำมาประยุกต์ใช้ในการออกแบบเครื่องการทดลอง
4. เปรียบเทียบผลการทดลองที่ได้จาก viscometer และผลจากเครื่องมือที่ทำการออกแบบ

1.3 ขอบเขตการศึกษา

1. ศึกษาการไหลของไหลโดยใช้วิธีการคำนวณ
2. ศึกษาพฤติกรรมของน้ำแป้งไหลในท่อที่มีความยาวท่อเท่ากัน แต่เส้นผ่านศูนย์กลางต่างกัน
3. ศึกษาพฤติกรรมของน้ำแป้งไหลในท่อที่มีความยาวท่อต่างกัน แต่เส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากัน
4. ศึกษาว่าน้ำแป้งมีการประพฤติเป็นของไหลแบบ Dilatant หรือไม่
5. ออกแบบเครื่องมือวัดที่ใช้ในการทดลอง

บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 Non – Newtonian fluids

คุณสมบัติของของไหล Non – Newtonian ไม่สามารถอธิบายด้วย Newton's law of viscosity เนื่องจากความหนืดของของไหลประเภท Non – Newtonian เปลี่ยนไปตามอัตราการเฉือน (shear rate) อย่างไรก็ตามความหนืดของของไหลประเภทนี้สามารถเพิ่มขึ้น หรือลดลงเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงอัตราการเฉือนก็ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของของไหล

ของไหล Non – Newtonian ถูกจำแนกออกเป็น 2 พวกใหญ่ๆ ตามคุณสมบัติของค่าแรงเฉือน และ อัตราเฉือน กล่าวคือ พวกแรกเป็นของไหลที่มีค่าแรงเฉือนที่ไม่ขึ้นกับระยะเวลา ซึ่งเรียกว่า time independent fluids อีกพวกเป็นของไหลที่ขึ้นกับระยะเวลา เรียกว่า time dependent fluids นอกจากนี้ คุณสมบัติของค่าแรงเฉือนที่ผิดไปจากของไหล Newtonian แล้วยังมีของไหล Non – Newtonian อีกบางจำพวกที่มีคุณสมบัติยืดหยุ่นได้ (elastic behavior) คุณสมบัติเหล่านี้จะขึ้นอยู่กับเวลาด้วย เรียกของไหลพวกนี้ว่า viscoelastic fluids แต่โดยส่วนใหญ่เมื่อพูดถึงของไหลแบบ Non – Newtonian มักจะหมายถึงพวกของไหลที่มีค่าแรงเฉือนไม่ขึ้นกับระยะเวลา ซึ่งพบมากที่สุด ในจำนวนของไหลทั้งหมด ซึ่งในกรณีนี้เราได้ศึกษาของไหล Non – Newtonian ที่เป็น time independent fluids

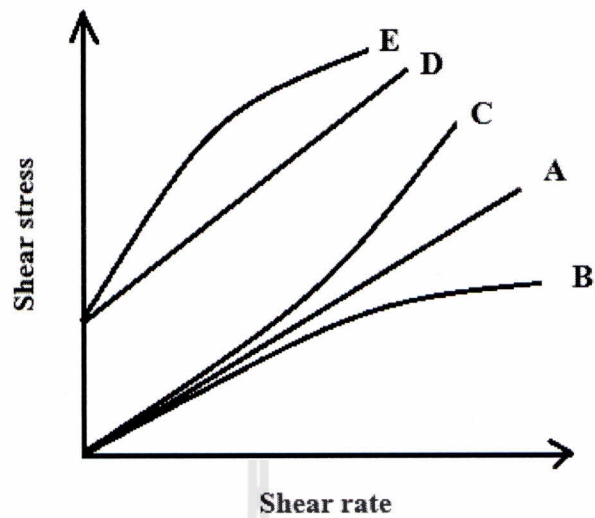
ลักษณะของ Non – Newtonian ที่เป็น time independent fluids แบ่งออกเป็น

Pseudo plastic (shear thinning) คือ ของไหลที่มีความหนืดลดลง เมื่อเพิ่มอัตราการเฉือน หรือยิ่งกวนเร็ว ยิ่งไหลง่ายขึ้น ตัวอย่างเช่น กาวน้ำใส เจลแต่งผม พอลิเมอร์สังเคราะห์ เป็นต้น

Dilatant (shear thickening) คือ ของไหลที่มีความหนืดเพิ่มขึ้น เมื่ออัตราการเฉือนเพิ่มขึ้น หรือยิ่งกวนเร็วยิ่งหนืด ตัวอย่างเช่น น้ำแป้ง น้ำดินขี้ เป็นต้น

Bingham Plastic คือ ของไหลที่เมื่อมีแรงกระทำสูงพอเพื่อเอาชนะความเค้น (yield stress) แล้วจะประพฤติตัวตาม Newtonian fluids คือเมื่อเพิ่มอัตราการเฉือน ความหนืดมีค่าคงที่ ตัวอย่างเช่น ยาสีฟัน น้ำสลিপของเซรามิก เป็นต้น

Plastic คือ ของไหลที่เมื่อมีแรงกระทำสูงพอเพื่อเอาชนะความเค้น (yield stress) แล้วจะประพฤติตัวตาม Pseudo plastic ตัวอย่างเช่น ซอสมะเขือเทศ สี ดินเหนียว มายองเนส เป็นต้น



รูปที่ 2.1 : Flow diagram of various : A-Newtonian, B-Pseudo plastic, C-Dilatant, D-Bingham, E-Plastic

2.2 Power Law Model

Power Law Model เป็นสมการที่ใช้ในการศึกษาคุณสมบัติของ Non – Newtonian fluids

$$\tau = K \left(-\frac{dv}{dr} \right)^n$$

เมื่อ K คือ ค่าคงที่มีหน่วยเป็น $\frac{N \cdot s^n}{m^2}$

$-\frac{dv}{dr}$ คือ อัตราการเฉือน มีหน่วยเป็น s^{-1}

n คือ flow index โดยที่ $n > 1$ คือ Dilatant , $n < 1$ คือ Pseudo plastic , $n = 1$ คือ

Newtonian fluids

ในกรณีของ Newtonian fluids ค่า K ก็คือค่าความหนืด (viscosity) ของสาร

2.3 ความหนืดปรากฏ (Apparent viscosity)

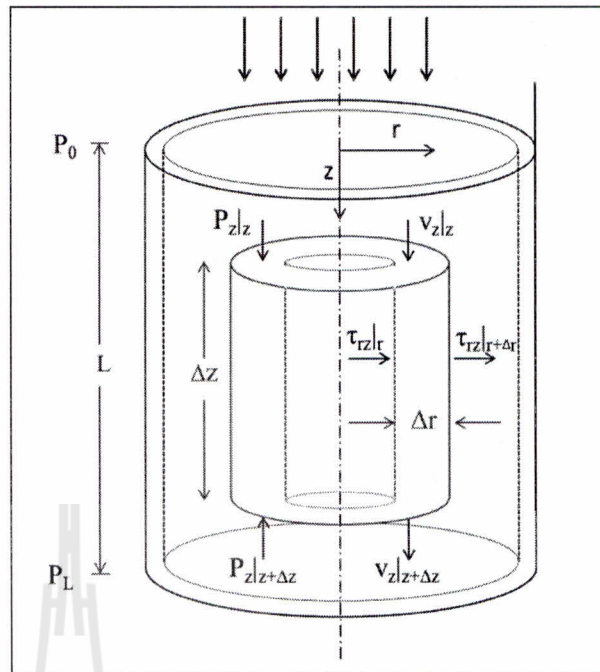
โดยทั่วไป ค่าสัมประสิทธิ์ของความหนืดที่ใช้กับ Non – Newtonian fluids หาได้จากความชันเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดใดจุดหนึ่งกับจุด origin ความหนืดที่ได้เรียกว่าความหนืดปรากฏ(Apparent viscosity) ซึ่งเทียบกับของไหล Newtonian fluids ที่ไหลไปด้วยความต้านทานการไหลที่เท่ากันมีค่าความเค้น(shear stress) หรือ อัตราการเฉือน (shear rate) เดียวกัน

ซึ่งในที่นี้จะทำการศึกษาการไหลในท่อตามแนวดิ่ง

2.4 การไหลในท่อตามแนวดิ่ง

สมมุติฐานในการคำนวณ

1. Isothermal
2. Neglect end effect
3. Steady state flow
4. Laminar flow
5. Power law fluid
6. Vertical flow in pipe
7. Incompressible fluid



และสามารถคำนวณหาความเร็วของของไหลตามแกน z ที่รัศมี r ใดๆ ได้จาก

$$v_z = \left(\frac{P_0 - P_L + \rho g L}{2KL} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{n+1} \right) \left(R^{\frac{n+1}{n}} - r^{\frac{n+1}{n}} \right)$$

สามารถคำนวณหาอัตราการไหลของของไหลตามแกน z ที่รัศมี r ใดๆ ได้จาก

$$Q = \pi \left(\frac{P_0 - P_L + \rho g L}{2KL} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{3n+1} \right) R^{\frac{3n+1}{n}}$$

หาความเร็วเฉลี่ย, \bar{v}_z ; ได้

$$\bar{v}_z = \left(\frac{P_0 - P_L + \rho g L}{2KL} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{3n+1} \right) R^{\frac{n+1}{n}}$$

ซึ่งในความเป็นจริงแล้ว การที่เร็วจะวัดค่าต่างๆ ไม่ว่าจะ เป็น ความเร็ว อัตราการไหล อัตราเลื่อนแรงเฉือน ณ จุด r ใดๆ นั้น เป็นสิ่งที่ยากมาก แต่ในทางทฤษฎีสามารถคำนวณได้ และค่าต่างเหล่านี้เราจะสามารถวัดได้ที่ผนังท่อ

พิจารณาที่ผนังท่อ ($r = R$);

อัตราการเลื่อนที่ผนังท่อหาได้จาก

$$\left(-\frac{dv_z}{dr} \right)_w = \frac{8\bar{v}_z}{D} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)$$

แรงเฉือนที่ผนังท่อหาได้จาก

$$\tau_w = \left(\frac{(P_0 - P_L + \rho g L)D}{4L} \right)$$

จาก Power Law Model

$$\tau_w = K' \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)_w^n$$

บทที่ 3

วิธีการดำเนินโครงการ

วิธีการดำเนินงานแบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ทำการศึกษาเกี่ยวกับการถ่ายโอนมวลสารของของไหลแบบนิวโตเนียนและนอนิวโตเนียน

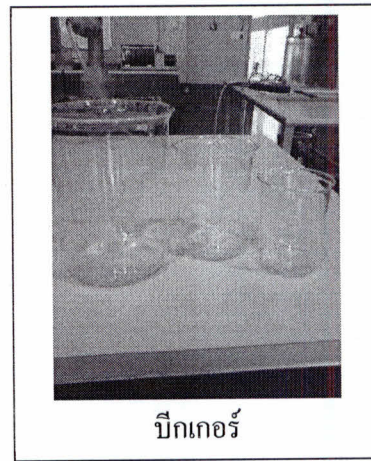
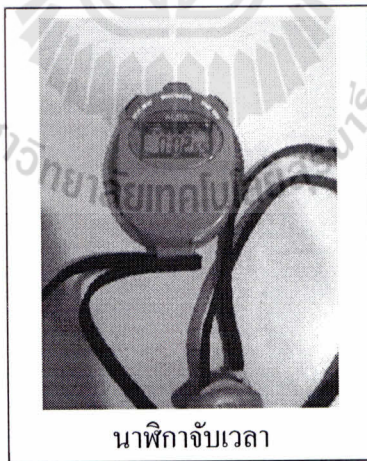
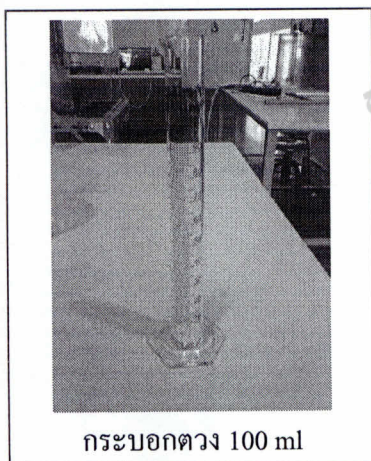
ตอนที่ 2 ทำการทดลองเกี่ยวกับการประพืดตัวของของไหลแบบนอนิวโตเนียนโดยใช้สารละลายน้ำแป้งเป็นสารในการทดลอง ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

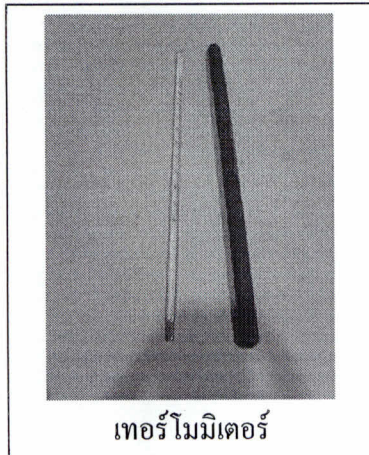
อุปกรณ์

1. กระจกตวงขนาด 100 ml
2. นาฬิกาจับเวลา
3. บีกเกอร์ขนาด 2500 ml วัสดุผสมสาร
4. บีกเกอร์ขนาด 500 ml หรือ 1000 ml วัสดุผสมสาร
5. เทอร์โมมิเตอร์
6. เครื่องมือที่ทำขึ้นมาเองเพื่อใช้วัดคุณสมบัติการไหลของของไหล

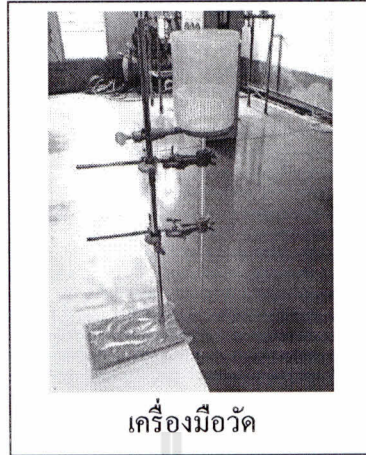
สารเคมี

สารละลายน้ำแป้ง ความเข้มข้น แป้งมัน 70 g ต่อ น้ำ 100 ml





เทอร์โมมิเตอร์



เครื่องมือวัด



แป้งมัน

วิธีการทดลอง

1. เตรียมสารละลายน้ำแป้งความเข้มข้น 0.7 g/ml ปริมาตร 200 ml ทำการทดลองหาค่า n , K โดยใช้เครื่อง viscometer (The Haake rotational viscometer : Viscotester VT 550)
2. เตรียมสารละลายน้ำแป้งความเข้มข้น 0.7 g/ml ปริมาตร 2 ลิตร แล้วคำนวณหาความหนาแน่นและบันทึกค่าความหนาแน่น
3. เทน้ำแป้งใส่เครื่องมือที่ติดตั้งไว้ ในขณะที่เดียวกันให้รักษาระดับความสูงของน้ำแป้งที่อยู่ในถังให้คงที่
4. ทำการวัดค่าอัตราการไหล โดยใช้บีกเกอร์รองน้ำแป้งที่ไหลออกและจับเวลาทุกๆ 10 วินาที และบันทึกค่าความสูงของน้ำแป้งที่อยู่ในถัง, H
5. ทำซ้ำข้อ 4. โดยการเปลี่ยนหรือลดระดับความสูงของน้ำแป้งที่อยู่ในถัง แล้วจดบันทึกค่าต่างๆ

บทที่ 4

ผลการทดลอง

ผลการทดลองจะแบ่งออกเป็น 2 ตอนดังนี้

ตอนที่ 1 ศึกษาของไหลแบบนิวโตเนียนและนอนนิวโตเนียน โดยวิธีการคำนวณ

1) Calculate the pressure drop required to cause a fluid to flow in a horizontal circular pipe.

Data: $D = 3 \text{ cm}$

$Q = 1.1 \text{ liters/sec}$

$\rho = 0.935 \text{ g/cm}^3$

$\mu = 1.95 \text{ cP}$

$T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

Assumptions

- 1.) Newtonian fluid
- 2.) Isothermal
- 3.) Neglect end effects
- 4.) steady state flow
- 5.) Incompressible fluid
- 6.) Horizontal flow in pipe

วิธีทำ

จากสมการ

$$Q = \left(\frac{P_0 - P_L}{8\mu L} \right) \pi R^4 \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

หรือ

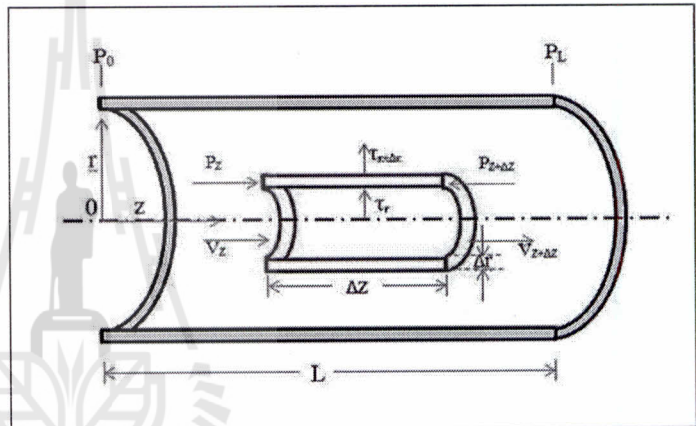
$$Q = \left(\frac{P_0 - P_L}{8\mu L} \right) \pi \left(\frac{D}{2} \right)^4 \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

จัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\left(\frac{P_0 - P_L}{L} \right) = \frac{8\mu Q}{\pi} \cdot \left(\frac{2}{D} \right)^4 \quad (\text{Pa/m})$$

แทนค่า จะได้

$$\left(\frac{P_0 - P_L}{L} \right) = 107.8953 \quad (\text{Pa/m})$$



2) Calculate the pressure drop required to pump water up a circular pipe with the following specifications:

$$Q = 18 \text{ gal/min}$$

$$T = 68^\circ\text{F}$$

$$\mu = 1.002 \text{ cP}$$

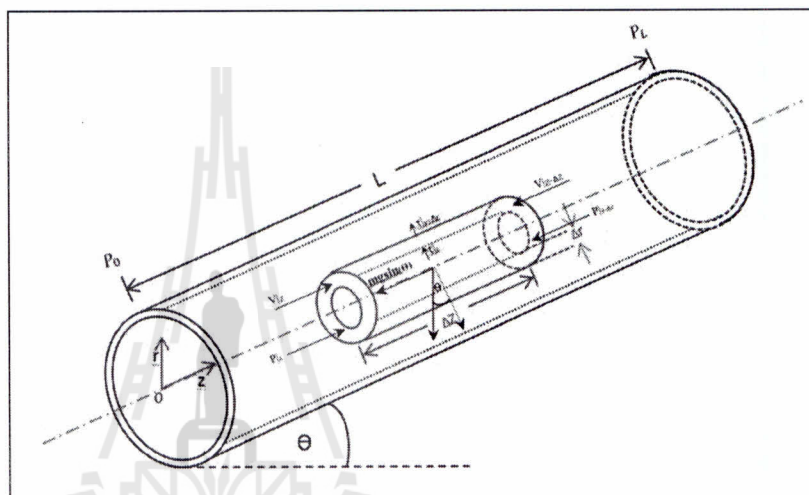
$$\rho = 0.998 \text{ g/ml}$$

$$L = 95 \text{ ft (with two } 45^\circ \text{ elbows)}$$

$$\text{Height pumped} = 35.3 \text{ ft}$$

Assumptions

- 1.) Newtonian fluid
- 2.) Isothermal
- 3.) Neglect end effects
- 4.) steady state flow
- 5.) Incompressible fluid



วิธีทำ จากสมการ

$$Q = \pi \left(\frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin \theta}{2KL} \right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{3n+1} \right) R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)}$$

สำหรับของไหลแบบนิวโตเนียน จะได้ว่า $n = 1$ และ $K = \mu$

$$Q = \pi R^4 \left(\frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin \theta}{8\mu L} \right) \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

$$\text{จัดรูปใหม่จะได้} \quad (P_0 - P_L) = \frac{8\mu L Q}{\pi R^4} + \rho g \sin \theta \quad (\text{Pa})$$

$$\text{หรือ} \quad (P_0 - P_L) = \frac{128\mu L Q}{\pi D^4} + \rho g \sin \theta \quad (\text{Pa})$$

เมื่อ Height pumped 35.3 ft ดังนั้น จะได้ว่า

$$(P_0 - P_L) = \frac{128\mu L Q}{\pi D^4} + \rho g \sin \theta + \rho g h \quad (\text{Pa})$$

$$(P_0 - P_L) = \frac{128\mu L Q}{\pi D^4} + \rho g (\sin \theta + h) \quad (\text{Pa})$$

แทนค่าจะได้

$$(P_0 - P_L) = 36.42208 + 113,1669.7 \quad (\text{Pa})$$

$$\text{หรือ} \quad (P_0 - P_L) = 1.122 \text{ (atm)}$$

3) For the data collected and shown below, calculate the volumetric flow rate to be expected through a circular pipe.

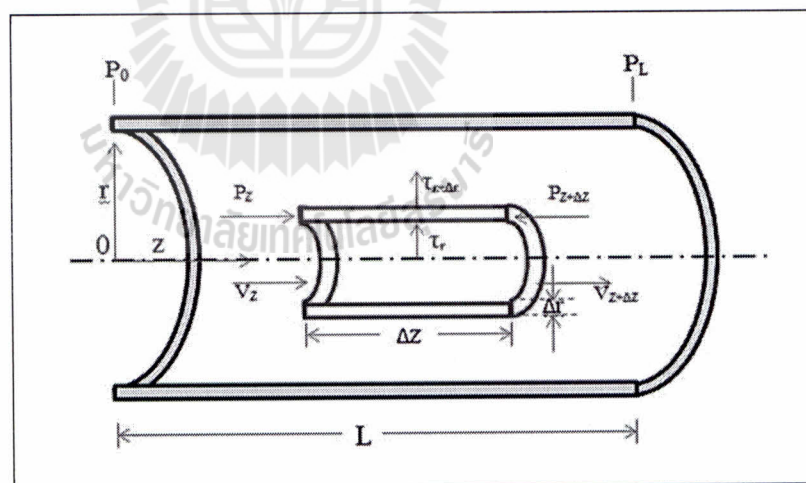
Table 1 : Data from experiment $D = 2 \text{ in}$, $\Delta P/L = 20 \text{ lb}_f/\text{ft}^3$

τ_{rz}	dv_z/dr
Ibf/ft^2	$1/\text{s}$
0.30	0.000
0.40	0.644
0.60	5.780
1.00	31.500
1.50	92.500
2.00	185.800
2.50	311.500
3.00	469.000

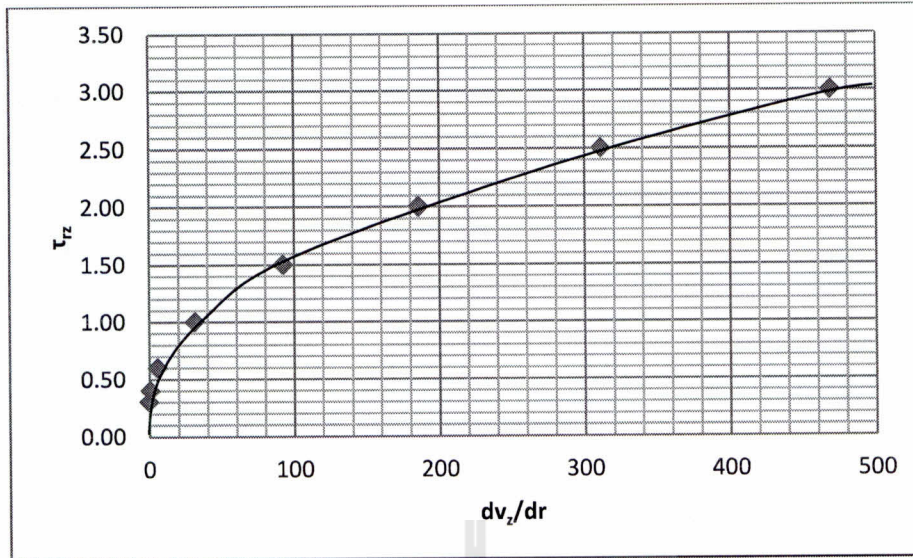
วิธีทำ

Assumptions

1. Isothermal
2. Neglect end effects
3. Steady state flow
4. Horizontal flow in pipe



จาก Table 1 : Data from experiment $D = 2 \text{ in}$, $\Delta P/L = 20 \text{ lb}_f/\text{ft}^3$ สามารถ plot ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_{rz} และ dv_z/dr ได้ดังแสดงในรูปที่ 1 ดังนี้



รูปที่ 1 : ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_{rz} , lb_f/ft² และ dv_z/dr , 1/s

จากรูปที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_{rz} และ dv_z/dr พบว่าของไหลที่ไหลอยู่ในท่อประพุดิตัวเป็น Pseudo plastic จากสมการที่ (1) ;

$$\tau_{rz} = K \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)^n$$

จะได้ว่า ;

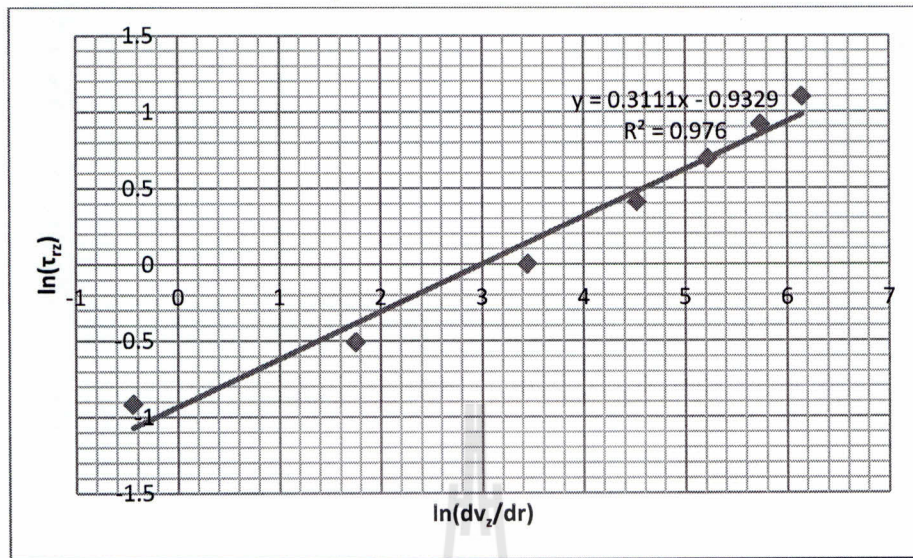
$$\ln(\tau_{rz}) = \ln K + n \cdot \ln \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)$$

เมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)$ จะได้สมการเส้นตรงที่มีจุดตัดแกน y คือ $\ln K$ และ ความชันคือ n

Table 2 : Data from experiment D = 0.25 in , L = 125 in

τ_{rz} lb _f /ft ²	dv_z/dr 1/s	$\ln(\tau_{rz})$	$\ln(dv_z/dr)$
0.40	0.644	-0.91629	-0.44006
0.60	5.780	-0.51083	1.754404
1.00	31.500	0	3.449988
1.50	92.500	0.405465	4.527209
2.00	185.800	0.693147	5.224671
2.50	311.500	0.916291	5.741399
3.00	469.000	1.098612	6.150603

จากตารางที่ 2 เมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)$ จะได้สมการเส้นตรงที่มีจุดตัดแกน y คือ $\ln K$ และ ความชันคือ n ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 : ความสัมพันธ์ระหว่าง ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)$

จาก รูปที่ 2 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)$ พบว่า $n = 0.311$ นั่นคือสารที่ไหลอยู่ในท่อ คือ Pseudo plastic และ $\ln K = -0.932$ ดังนั้น $K = 0.3938 \frac{\text{lb}_f \cdot \text{s}^{0.311}}{\text{ft}^2}$
จากสมการที่ (10) ;

$$Q = \pi \left(\frac{P_0 - P_L}{2KL} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{3n+1} \right) R^{\left(\frac{3n+1}{n} \right)}$$

$$Q = \pi \left(\frac{0.311}{1 + 3(0.311)} \right) \left(\frac{20 \text{ lb}_f}{2 \text{ ft}^3} \cdot \frac{\text{ft}^2}{0.3938 \text{ lb}_f \cdot \text{s}^{0.311}} \right)^{\frac{1}{0.311}} (0.0833 \text{ ft})^{\frac{1+3(0.311)}{0.311}}$$

$$Q = 3.2495 \times 10^{-3} \frac{\text{ft}^3}{\text{s}}$$

4) Given the pipe flow data shown below, determine $\Delta P/L$.

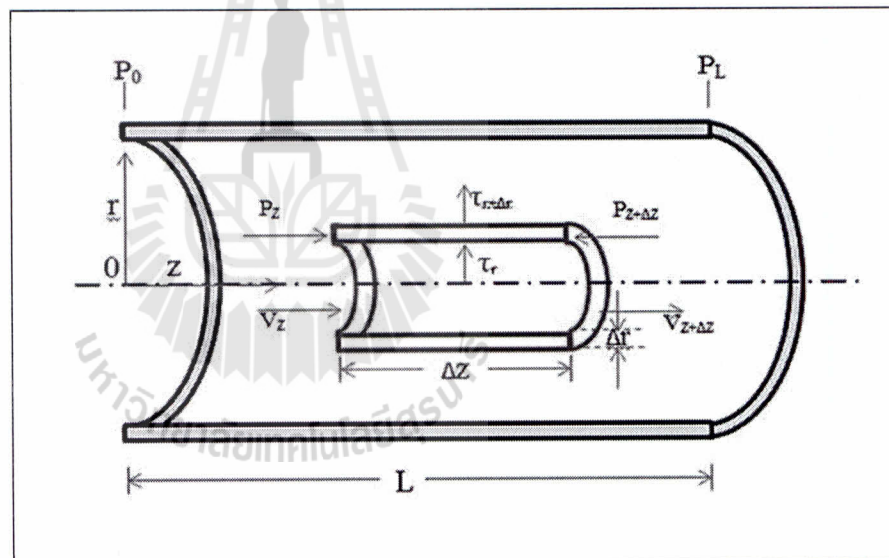
Table 3 : Data from experiment $D = 2$ in, $\bar{V}_Z = 1.5$ ft/s

τ_{rz}	dv_z/dr
Ib/ft ²	1/s
2.00	5.000
2.79	20.000
3.48	50.000
4.10	100.000
6.05	500.000
8.43	1000.000

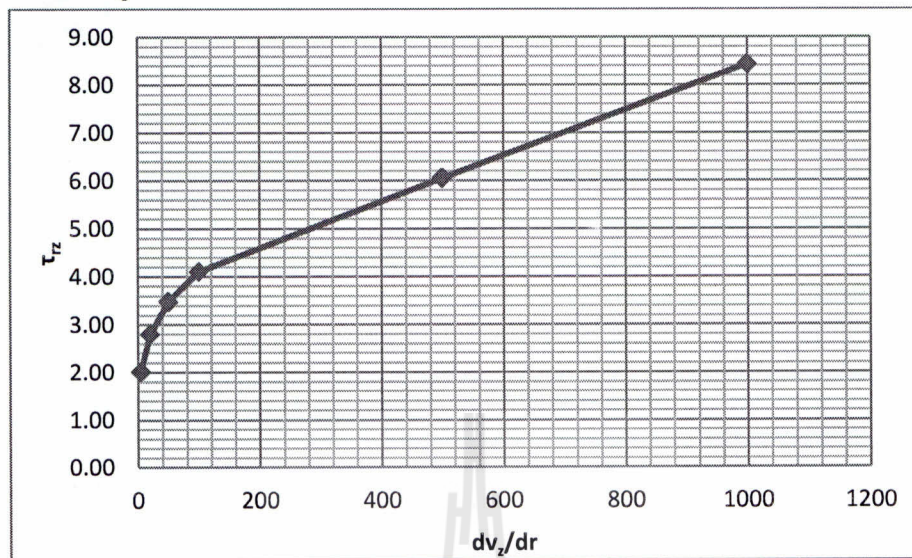
วิธีทำ

Assumptions

1. Isothermal
2. Neglect end effects
3. Steady state flow
4. Horizontal flow in pipe



จาก Table 3 : Data from experiment $D = 2$ in , $\bar{V}_z = 1.5$ ft/s สามารถ plot ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_{rz} และ dv_z/dr ได้ดังแสดงในรูปที่ 4 ดังนี้



รูปที่ 3 : ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_{rz} , lbf/ft² และ dv_z/dr , 1/s

จากรูปที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_{rz} และ dv_z/dr พบว่าของไหลที่ไหลอยู่ในท่อประพุดตัวเป็น Pseudo plastic

จากสมการที่ (1) ;

$$\tau_{rz} = K \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)^n$$

จะได้ว่า ;

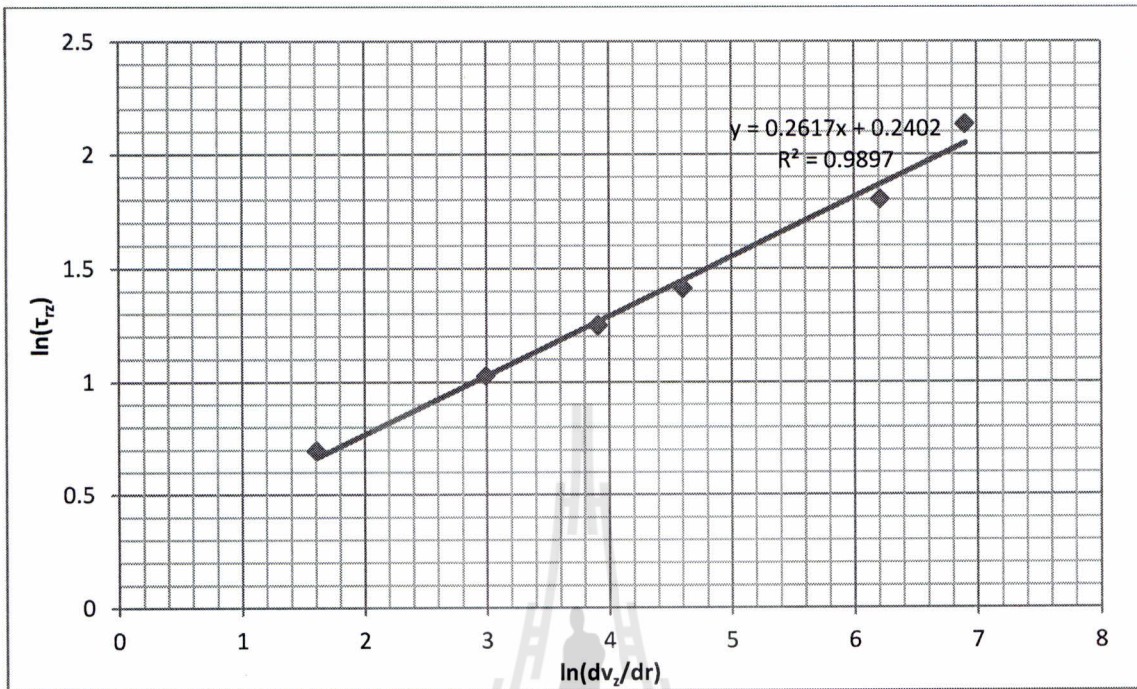
$$\ln(\tau_{rz}) = \ln K + n \cdot \ln \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)$$

เมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)$ จะได้สมการเส้นตรงที่มีจุดตัดแกน y คือ $\ln K$ และความชันคือ n

Table 4 : Data from experiment $D = 2$ in , $\bar{V}_z = 1.5$ ft/s

τ_{rz} lbf/ft ²	dv_z/dr 1/s	$\ln(\tau_{rz})$	$\ln(dv_z/dr)$
2.00	5.000	0.693147	1.609438
2.79	20.000	1.026042	2.995732
3.48	50.000	1.247032	3.912023
4.10	100.000	1.410987	4.60517
6.05	500.000	1.800058	6.214608
8.43	1000.000	2.131797	6.907755

จากตารางที่ 4 เมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)$ จะได้สมการเส้นตรงที่มีจุดตัดแกน y คือ $\ln K$ และ ความชันคือ n ดังแสดงในรูปที่ 5



รูปที่ 4 : ความสัมพันธ์ระหว่าง ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)$

จาก รูปที่ 4 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)$ พบว่า $n = 0.261$ นั่นคือสารที่ไหลอยู่ในท่อ คือ Pseudo plastic และ $\ln K = 0.240$ ดังนั้น $K = 1.2712 \frac{\text{lb}_f \cdot \text{s}^{0.261}}{\text{ft}^2}$

จาก โจทย์กำหนด $\bar{v}_z = 1.5 \text{ ft/s}$

$$Q = A\bar{v}_z = \frac{\pi}{4} \left(2 \text{ in} \cdot \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}}\right)^2 \cdot \left(1.5 \frac{\text{ft}}{\text{s}}\right) = 0.0327 \frac{\text{ft}^3}{\text{s}}$$

จากสมการที่ (10) ;

$$Q = \pi \left(\frac{P_0 - P_L}{2KL}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{3n+1}\right) R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)}$$

$$\left(\frac{P_0 - P_L}{L}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{1+3n}{n\pi}\right) (2K)^{\frac{1}{n}} \cdot Q \cdot R^{-\left(\frac{1+3n}{n}\right)}$$

$$\left(\frac{P_0 - P_L}{L}\right) = \left(\frac{1+3n}{n\pi}\right)^n \cdot 2K \cdot Q^n \cdot R^{-(1+3n)}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{P_0 - P_L}{L}\right) &= \left(\frac{1+3(0.261)}{0.261\pi}\right)^{0.2617} \cdot 2 \left(\frac{1.2712 \text{ lb}_f \cdot \text{s}^{0.2617}}{\text{ft}^2}\right) \cdot \left(\frac{0.0327 \text{ ft}^3}{\text{s}}\right)^{0.2617} \\ &\quad \cdot (0.0833 \text{ ft})^{-(1+3(0.2617))} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{P_0 - P_L}{L}\right) = 107.172 \frac{\text{lb}_f}{\text{ft}^3}$$

Modified Reynolds Number : Re'

จากสมการที่ (35) ;

$$Re \approx \frac{64}{K \left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n \cdot \frac{8}{\rho \bar{v}_z^2}} \approx \frac{D^n \rho \bar{v}_z^{2-n}}{K 8^{n-1}}$$

Assume $\rho = 70 \text{ lb}_m/\text{ft}^3$;

$$Re' = (0.1667 \text{ ft})^{0.261} \cdot \left(\frac{1.5 \text{ ft}}{\text{s}}\right)^{2-0.298} \cdot \left(\frac{70 \text{ lb}_m}{\text{ft}^3}\right) \cdot \left(\frac{\text{lb}_f \text{ s}^2}{32.2 \text{ lb}_m \text{ ft}}\right) \left(\frac{\text{ft}^2}{1.2712 \text{ lb}_f \text{ s}^{0.261}}\right) \left(\frac{1}{8^{0.298-1}}\right)$$

$Re' = 10.0823$; $Re < 2100$ การไหลในท่อนี้เป็นการไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow)

5) For the data collected and shown below, calculate the volumetric flow rate to be expected through a circular pipe.

Plant data mass flow rate = $940 \text{ lb}_m/\text{s}$

$D = 12 \text{ in}$

$\rho = 12 \text{ lb}_m/\text{ft}^3$

Laboratory pipe flow data (viscometer)

Table 5 : Data from experiment $D = 0.25 \text{ in}$, $L = 125 \text{ in}$

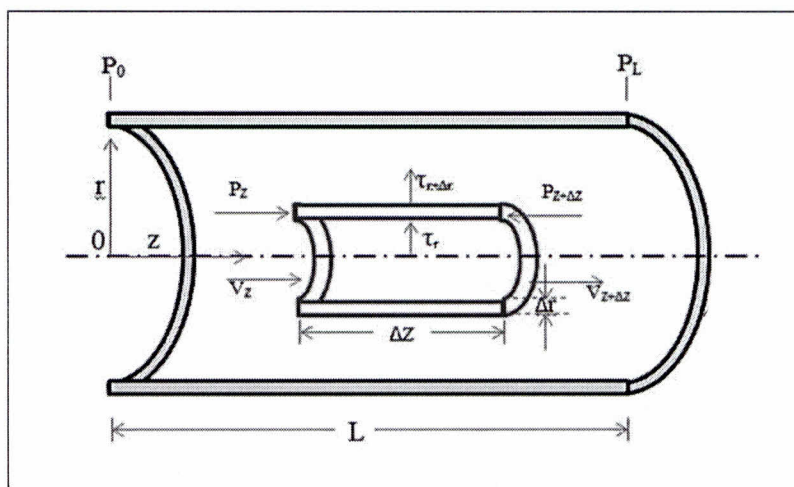
Mass flow rate	ΔP
lb_m/hr	lb_f/ft^2
40	0.000
100	0.644
200	5.780
400	31.500
600	92.500

Is the flow laminar? Is the fluid non-Newtonian? Determine $\Delta P/L$

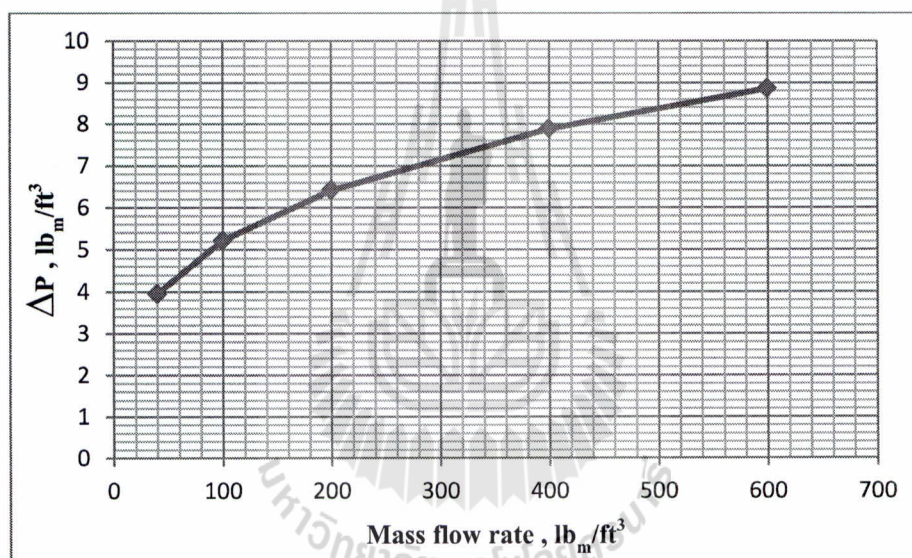
วิธีทำ

Assumptions

1. Isothermal
2. Neglect end effects
3. Steady state flow
4. Horizontal flow in pipe



จาก Table 5 : Data from experiment $D = 0.25$ in , $L = 125$ in สามารถ plot ความสัมพันธ์ระหว่าง ΔP และ mass flow rate ได้ดังแสดงในรูปที่ 6 ดังนี้



รูปที่ 5 : ความสัมพันธ์ระหว่าง ΔP , lb_m/ft^3 และ Mass flow rate , lb_m/ft^3

จากรูปที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่าง ΔP และ Mass flow rate พบว่าของไหลที่ไหลอยู่ในท่อประพฤติตัวเป็น Pseudo plastic

จากสมการ;

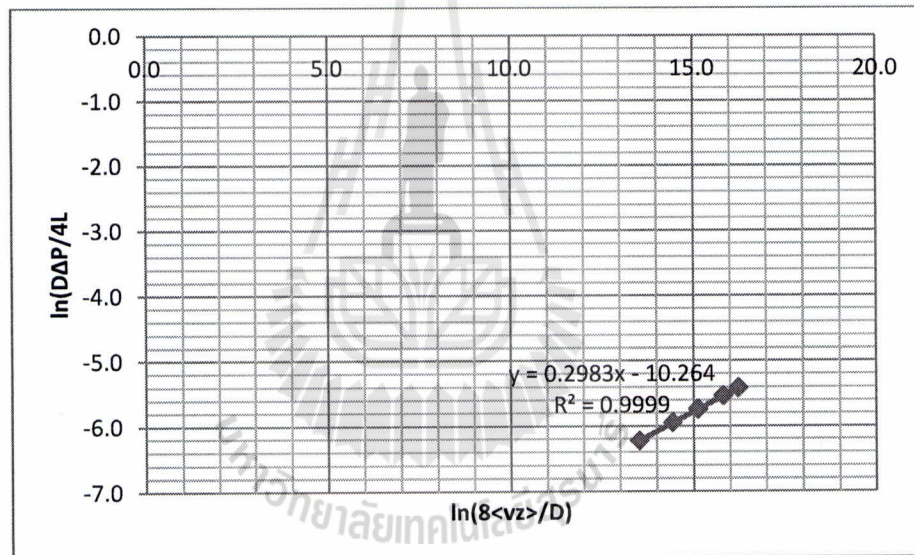
$$\ln\left(\frac{(P_0 - P_L)D}{4L}\right) = \ln K + \ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n$$

พบว่าเมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln\left(\frac{(P_0 - P_L)D}{4L}\right)$ กับ $\ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n$ จะได้สมการเส้นตรงที่มีจุดตัดแกน y คือ $\ln K$ และ ความชันคือ n

Table 6 : Data from experiment $D = 0.25$ in , $L = 125$ in

mass flow lb_m/ft^3	ΔP lb_f/ft^2	\bar{v}_z ft/s	$D\Delta P/4L$ lb_f/ft^2	$8\langle v_z \rangle/D$ 1/s	$\ln(D\Delta P/4L)$	$\ln(8\bar{v}_z/D)$
40	3.95	1961.1798	0.001972	754300	-6.2288	13.5335
100	5.21	4902.9496	0.002601	1885750	-5.9519	14.4498
200	6.41	9805.8992	0.003200	3771500	-5.7446	15.1430
400	7.88	19611.7985	0.003934	7542999	-5.5382	15.8361
600	8.85	29417.6977	0.004418	11314499	-5.4221	16.2416

จากตารางที่ 6 สามารถ ทำการ plot ระหว่าง $\ln\left(\frac{D\Delta P}{4L}\right)$ ึง กับ $\ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n$ ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 6 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln\left(\frac{D\Delta P}{4L}\right)$ และ $\ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n$

จาก รูปที่ 6 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln\left(\frac{D\Delta P}{4L}\right)$ และ $\ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n$ พบว่า $n = 0.298$ นั่นคือสารที่ไหลอยู่ในท่อ คือ Pseudo plastic และ $\ln K = 0.26$ ดังนั้น $K = 3.5 \times 10^{-5} \frac{\text{lb}_f \text{s}^{0.298}}{\text{ft}^2}$

จาก โจทย์กำหนด mass flow rate = $940 \text{ lb}_m/\text{s}$

$$D = 12 \text{ in}$$

$$\rho = 12 \text{ lb}_m/\text{ft}^3$$

จาก สมการ;

$$\bar{v}_z = \frac{Q}{\pi R^2}$$

$$\bar{v}_z = \left(940 \frac{\text{lb}_m}{\text{s}}\right) \left(\frac{\text{ft}^3}{60 \text{ lb}_m}\right) \left(\frac{4}{\pi}\right) \left(\frac{12 \text{ in}}{12 \text{ in}} \cdot \frac{1}{1 \text{ ft}}\right)^2$$

$$\bar{v}_z = 62.67 \text{ ft/s}$$

จากสมการ;

$$\left(\frac{M}{2K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} = \bar{v}_z \left(\frac{3n+1}{n}\right) R^{-\left(\frac{n+1}{n}\right)}$$

จะได้

$$(M)^{\left(\frac{1}{n}\right)} = \bar{v}_z \left(\frac{3n+1}{n}\right) R^{-\left(\frac{n+1}{n}\right)} (2K)^{\frac{1}{n}}$$

$$M = \left(\frac{3n+1}{n} \cdot \bar{v}_z\right)^n \frac{2K}{R^{n+1}}$$

$$M = \left(\frac{3(0.298)+1}{0.298}\right)^{0.298} \cdot \left(62.67 \frac{\text{ft}}{\text{s}}\right)^{0.298} \cdot 2 \cdot \left(3.5 \times 10^{-5} \frac{\text{lb}_f \text{s}^{0.298}}{\text{ft}^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{(0.5 \text{ ft})^{0.298+1}}\right)$$

$$M = \frac{P_0 - P_L}{L} = 0.001025 \frac{\text{lb}_f}{\text{ft}^3}$$

Modified Reynolds Number

จากสมการ;

$$\text{Re} \approx \frac{64}{K \left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n \cdot \frac{8}{\rho \bar{v}_z^2}} \approx \frac{D^n \rho \bar{v}_z^{2-n}}{K 8^{n-1}}$$

$$\text{Re} = (1 \text{ ft})^{0.298} \cdot \left(\frac{62.67 \text{ ft}}{\text{s}}\right)^{2-0.298} \cdot \left(\frac{60 \text{ lb}_m}{\text{ft}^3}\right) \cdot \left(\frac{\text{lb}_f \text{ s}^2}{32.2 \text{ lb}_m \text{ ft}}\right) \left(\frac{\text{ft}^2}{3.5 \times 10^{-5} \text{ lb}_f \text{ s}^{0.298}}\right) \left(\frac{1}{8^{0.298-1}}\right)$$

$\text{Re} = 2.623 \times 10^8$; $\text{Re} > 2100$ การไหลในท่อนี้เป็นการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent flow)

6) Given the pipe flow data shown below, determine the τ_r versus $\frac{dv_z}{dr}$ curve

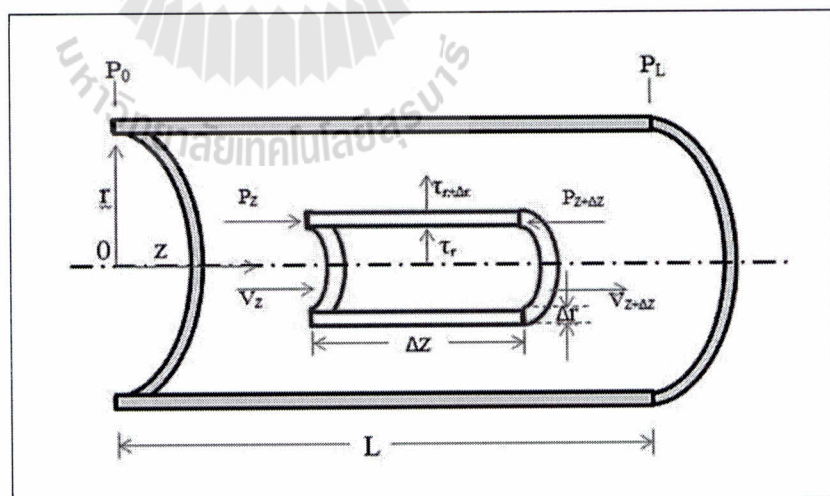
Table 7 : Data from experiment $D = 0.255$ in , $L = 10$ ft , $\rho = 50$ lb_m/ft³

Q	ΔP
ft ³ /s	lb/in ²
0	3.9
0.000187	5.2
0.000374	6.11
0.000935	7.15
0.002240	9.75
0.003750	12.75
0.004300	14.3
0.004860	18.2
0.006550	33.5
0.009350	59.2

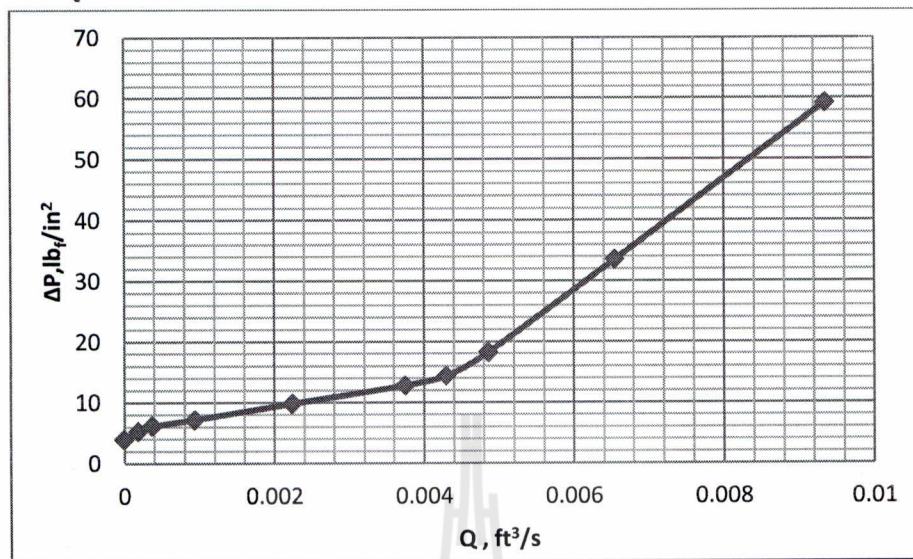
วิธีทำ

Assumptions

1. Isothermal
2. Neglect end effects
3. Steady state flow
4. Horizontal flow in pipe
6. Incompressible fluid



จาก Table 7 : Data from experiment $D = 0.25$ in , $L = 125$ in สามารถ plot ความสัมพันธ์ระหว่าง ΔP และ Q ได้ดังแสดงในรูปที่ 1 ดังนี้



รูปที่ 7 : ความสัมพันธ์ระหว่าง ΔP , lb_m/ft^3 และ Q , lb_m/ft^3

จากรูปที่ 7 ความสัมพันธ์ระหว่าง ΔP และ Mass flow rate พบว่าของไหลที่ไหลอยู่ในท่อประพุดิตตัวเป็น Pseudo plastic

พิจารณาข้อมูลที่ได้จากการทดลอง จะพบว่า ที่อัตราการไหลเริ่มต้น $Q = 0$ ft^3/s , $\Delta P = 3.9$ lb_m/in^2 อาจสืบเนื่องมาจากภายในเครื่องมือที่ใช้วัด pressure drop นั้น อาจมีความคลาดเคลื่อน เพราะในความเป็นจริง ถ้าของไหลไม่มีการไหลก็จะไม่มีความดันตกคร่อม ดังนั้นเวลาคำนวณจึงต้องเอาค่า ΔP ที่อ่านได้ลบออกด้วย 3.9 ก็จะได้ค่าความดันที่ตกคร่อมจริง

Table 8 : Data from new experiment $D = 0.255$ in , $L = 10$ ft , $\rho = 50$ lb_m/ft^3

Q ft ³ /s	ΔP lb _m /in ²
0	0
0.000187	1.3
0.000374	6.11
0.000935	2.21
0.002240	5.85
0.003750	8.85
0.004300	10.4
0.004860	14.3
0.006550	29.6
0.009350	55.3

จากสมการ;

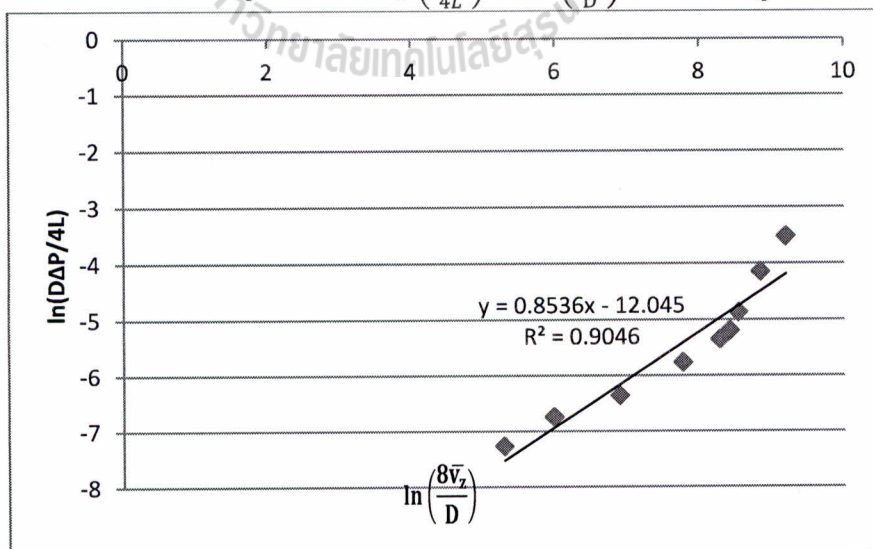
$$\ln\left(\frac{D\Delta P}{4L}\right) = \ln K + n \cdot \ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)$$

จากสมการที่ (20) พบว่าเมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln\left(\frac{D\Delta P}{4L}\right)$ กับ $\ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)$ จะได้สมการเส้นตรงที่มีจุดตัดแกน y คือ $\ln K$ และ ความชันคือ n

Table 9 : Data from experiment $D = 0.25$ in , $L = 125$ in

Q (ft ³ /s)	ΔP (lb _f /in ²)	\bar{v}_z (ft/s)	$D\Delta P/4L$ (lb _f /in ²)	$8\bar{v}_z/D$ (s ⁻¹)	$\ln(D\Delta P/4L)$	$\ln(8\bar{v}_z/D)$
0.000000	0	0	0	0	-	-
0.000187	1.3	0.527271	0.000691	198.502	-7.27791	5.290799
0.000374	2.21	1.054542	0.001174	397.004	-6.74729	5.983946
0.000935	3.25	2.636355	0.001727	992.5101	-6.36162	6.900237
0.002240	5.85	6.315973	0.003108	2377.778	-5.77384	7.773922
0.003750	8.85	10.57362	0.004702	3980.655	-5.35986	8.289202
0.004300	10.4	12.12441	0.005525	4564.485	-5.19847	8.426061
0.004860	14.3	13.70341	0.007597	5158.929	-4.88002	8.548484
0.006550	29.6	18.46858	0.015725	6952.878	-4.1525	8.846911
0.009350	55.3	26.36355	0.029378	9925.101	-3.5275	9.202822

จากตารางที่ 9 สามารถ ทำการ plot ระหว่าง $\ln\left(\frac{D\Delta P}{4L}\right)$ กับ $\ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n$ ดังแสดงในรูปที่ 9



รูปที่ 8 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln\left(\frac{D\Delta P}{4L}\right)$ และ $\ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)$

จาก รูปที่ 8: ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln\left(\frac{D\Delta P}{4L}\right)$ และ $\ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n$ พบว่า $n = 0.853$ นั่นคือสารที่ไหลอยู่ในท่อ คือ Pseudo plastic และ $\ln K = -12.04$ ดังนั้น $K = 5.8739 \times 10^{-6} \frac{\text{lb}_f \cdot \text{s}^{0.8536}}{\text{ft}^2}$

จากสมการ ;

$$\tau_{rz} = \frac{Mr}{2}$$

เมื่อพิจารณาที่ผนังท่อ : $M = \left(\frac{\Delta P}{L}\right)$ และ $R = \frac{D}{2}$;

$$\tau_w = \frac{D\Delta P}{4L}$$

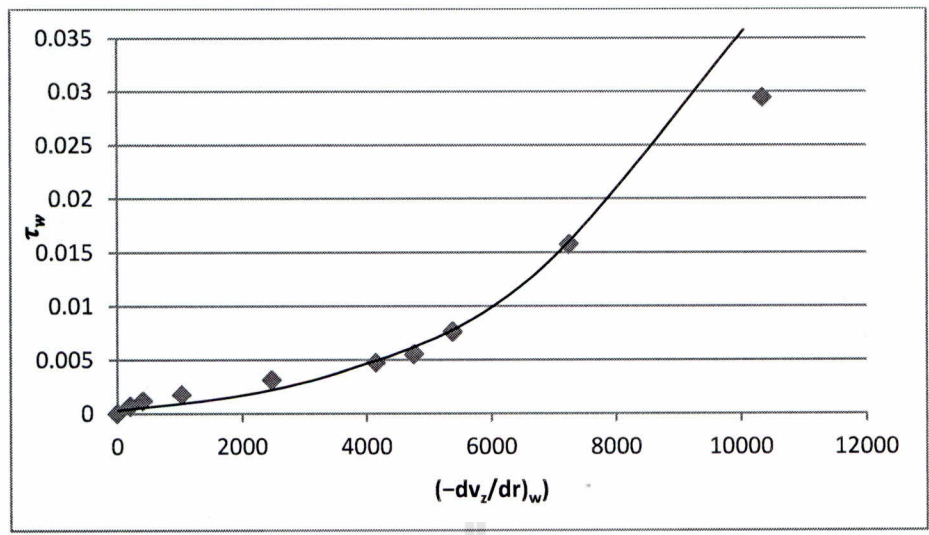
จากสมการ ;

$$\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)_w = \frac{8\bar{v}_z}{D} \left(\frac{3n+1}{4n}\right)$$

สามารถนำมาสร้างความสัมพันธ์ระหว่าง τ_w และ $\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)_w$ ได้ดังนี้

Table 10 : ข้อมูลจากการทดลองเพื่อใช้ในการสร้าง flow curve , $D = 0.25 \text{ in}$, $L = 125 \text{ in}$

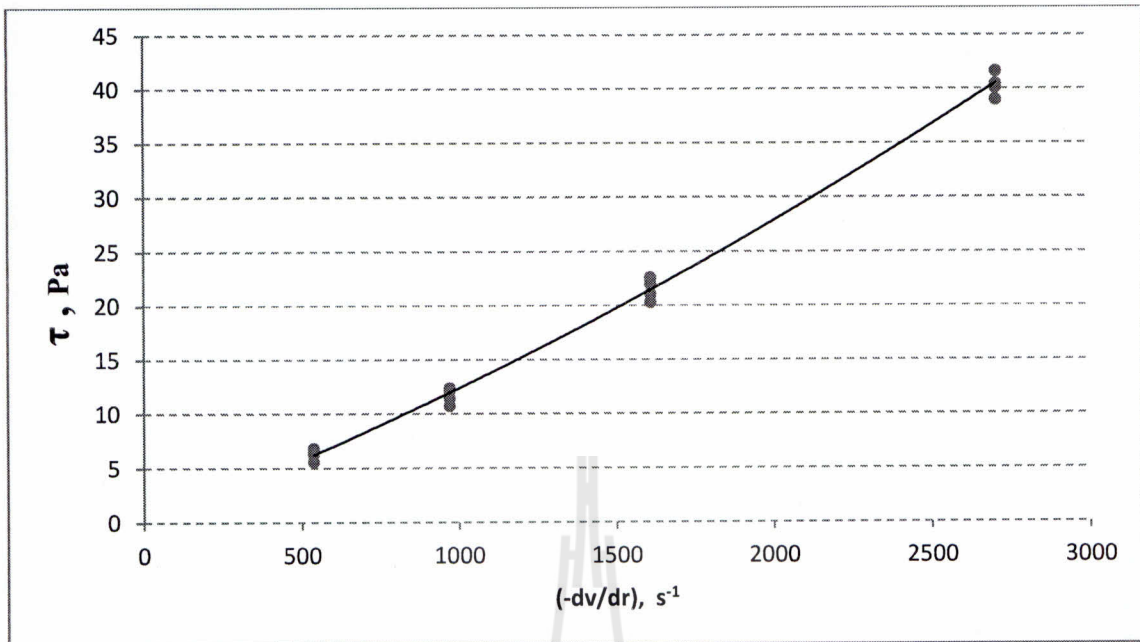
τ_w lb _f /in ²	$\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)_w$ s ⁻¹
0	0
0.000691	207.0132
0.001174	414.0265
0.001727	1035.066
0.003108	2479.731
0.004702	4151.335
0.005525	4760.197
0.007597	5380.13
0.015725	7250.998
0.029378	10350.66



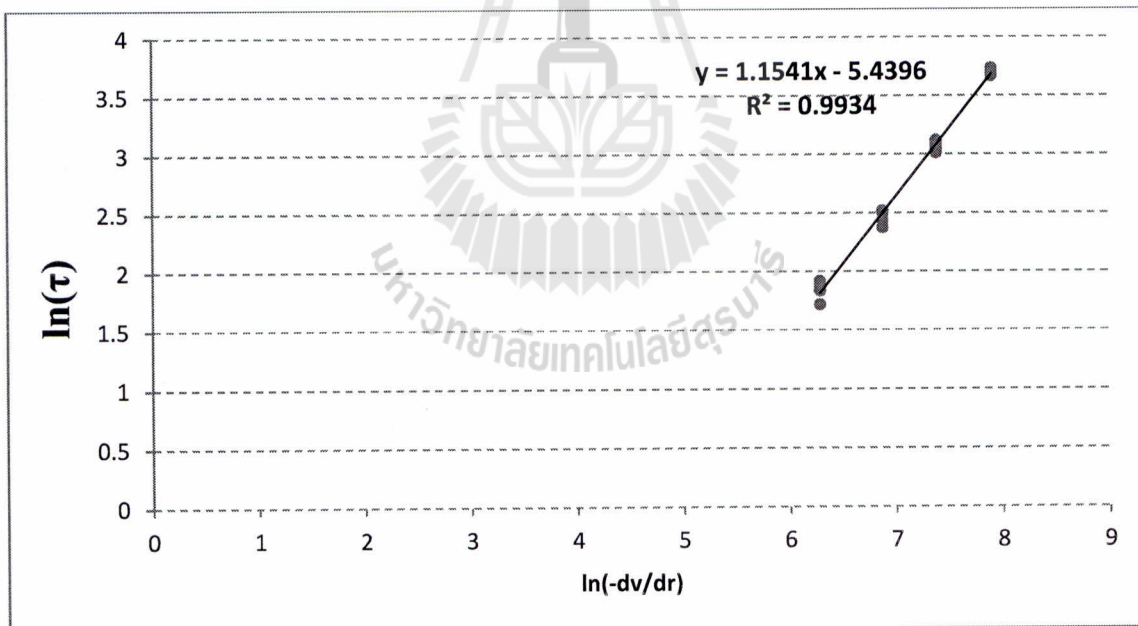
รูปที่ 9 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง τ_w กับ $(-\frac{dv_z}{dr})_w$
จากรูปที่ 9 จะพบว่ากราฟมีลักษณะโค้งขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับทฤษฎี จะพบว่าของไหลประเภทนี้
เป็น Pseudo plastic fluids



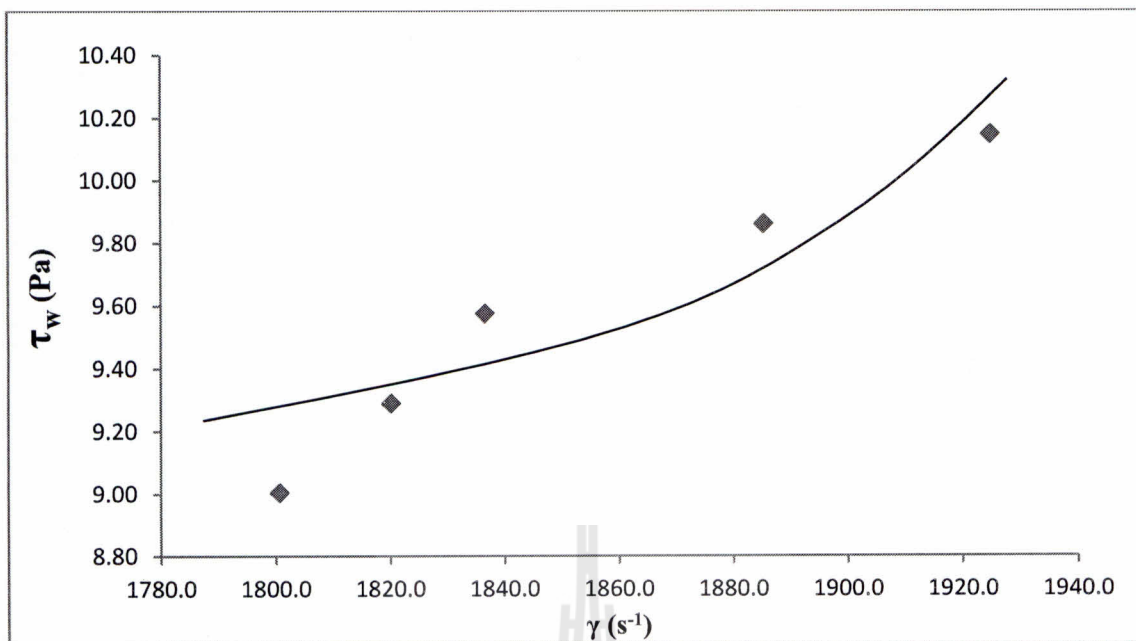
ตอนที่ 2 ทำการทดลองเกี่ยวกับการประพฤติตัวของของไหลแบบนอนนิวโตเนียนโดยใช้น้ำแป้ง



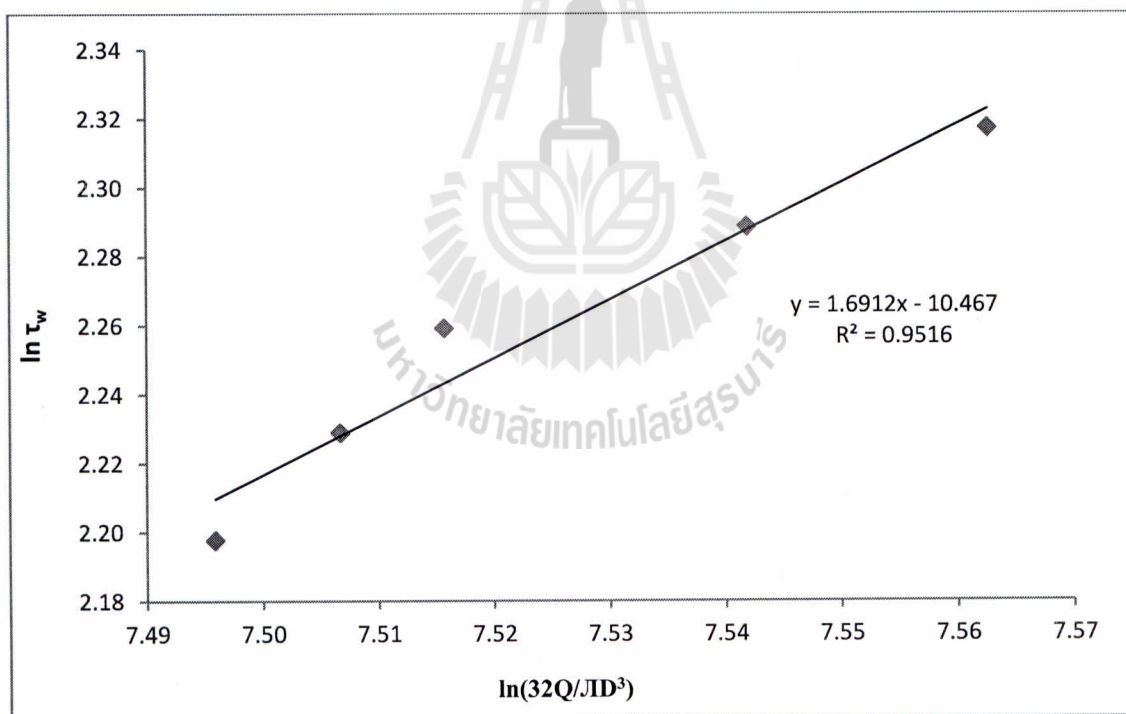
รูปที่10: ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_w กับ $-dv_z/dr$ ของน้ำแป้งทดลองโดยใช้ Viscometer



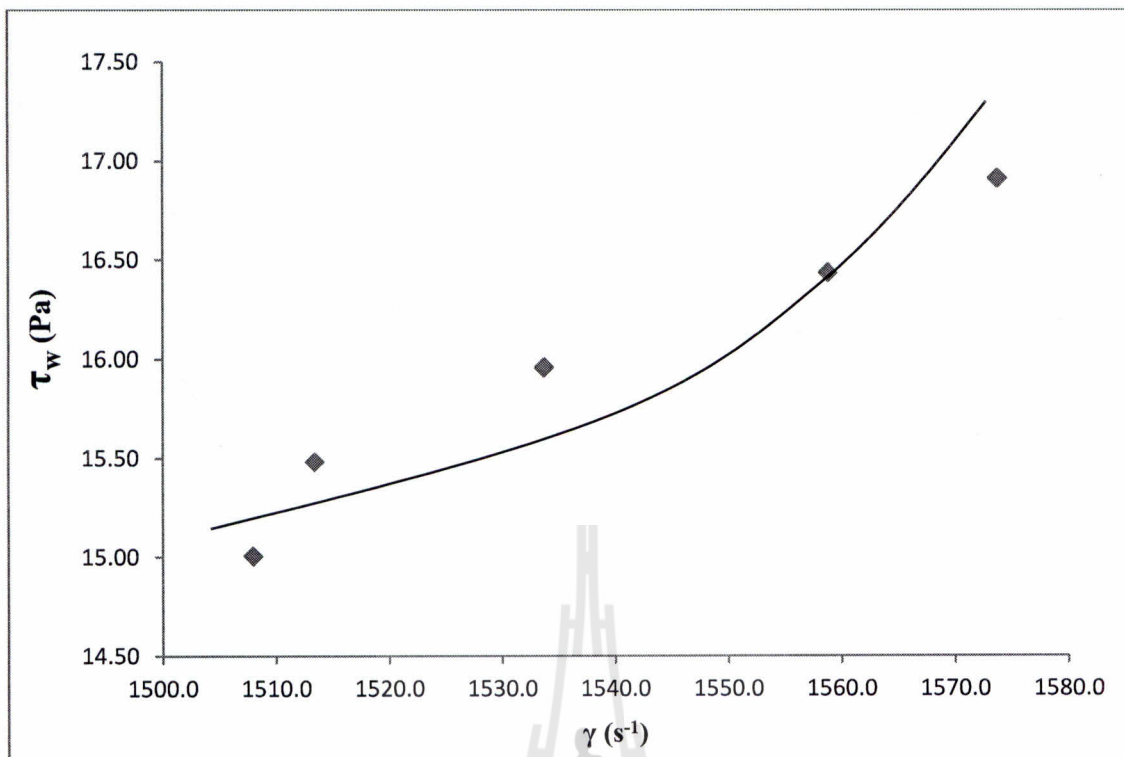
รูปที่11: ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(-dv_z/dr)$ ของน้ำแป้งทดลองโดยใช้ Viscometer



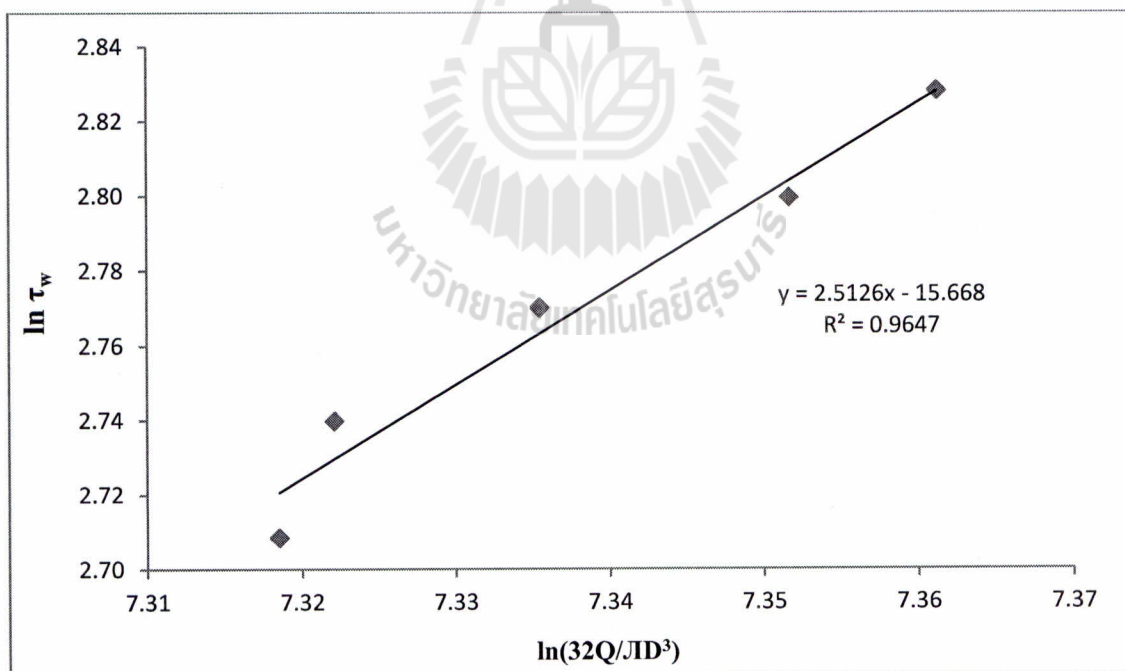
รูปที่12: ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_w กับ γ ที่ความยาวท่อ 60 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 3 mm



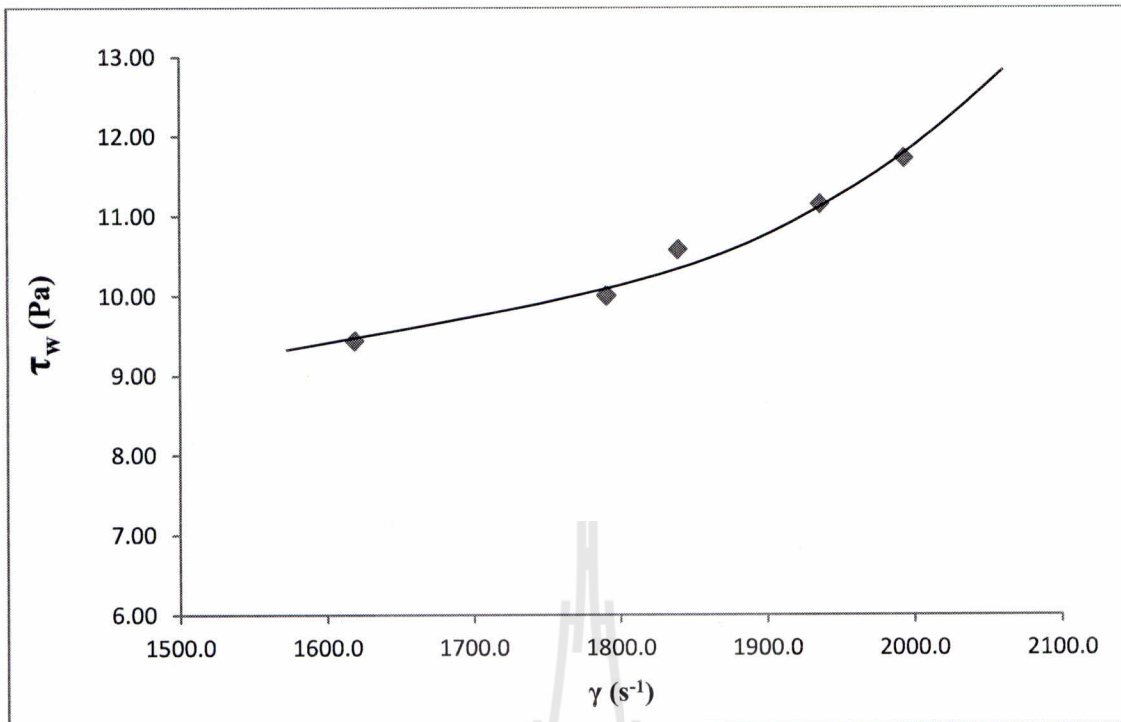
รูปที่13: ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(32Q/JD^3)$ ที่ความยาวท่อ 60 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 3 mm



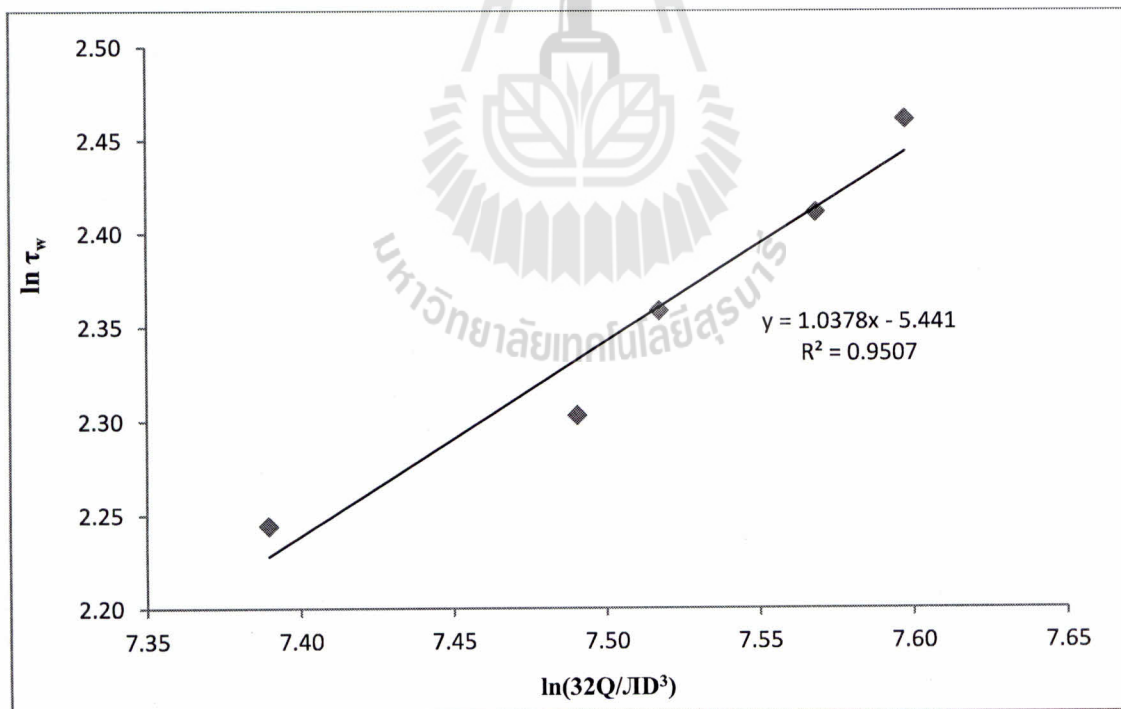
รูปที่14: ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_w กับ γ ที่ความยาวท่อ 60 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 5 mm



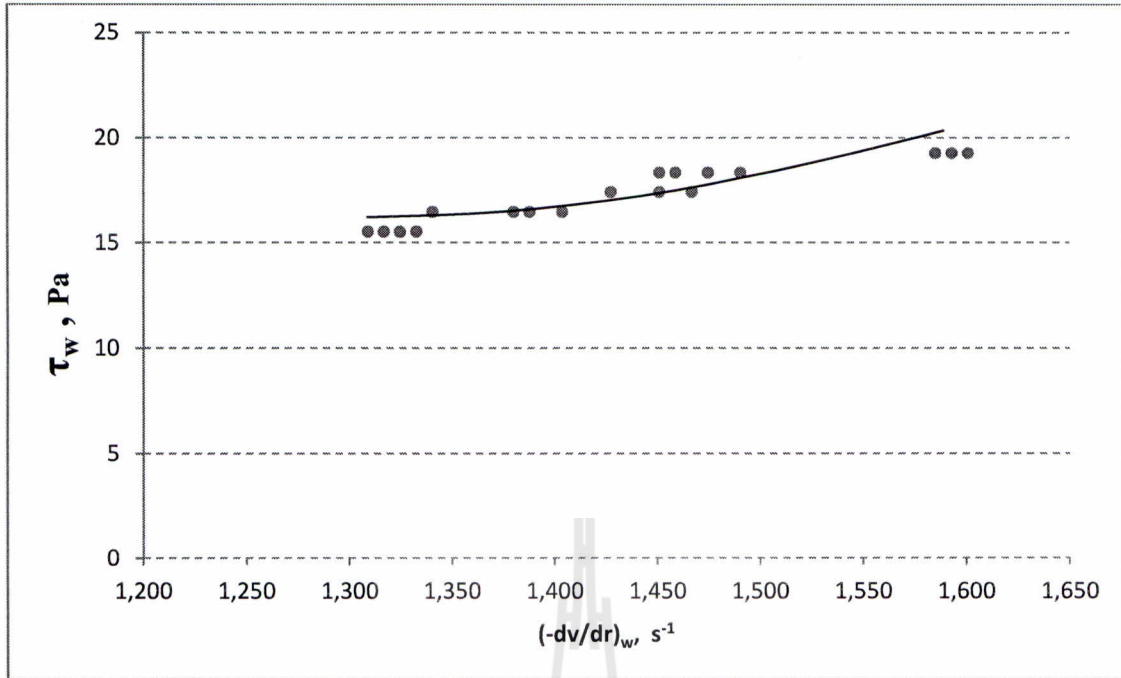
รูปที่15: ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(32Q/\pi D^3)$ ที่ความยาวท่อ 60 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 5 mm



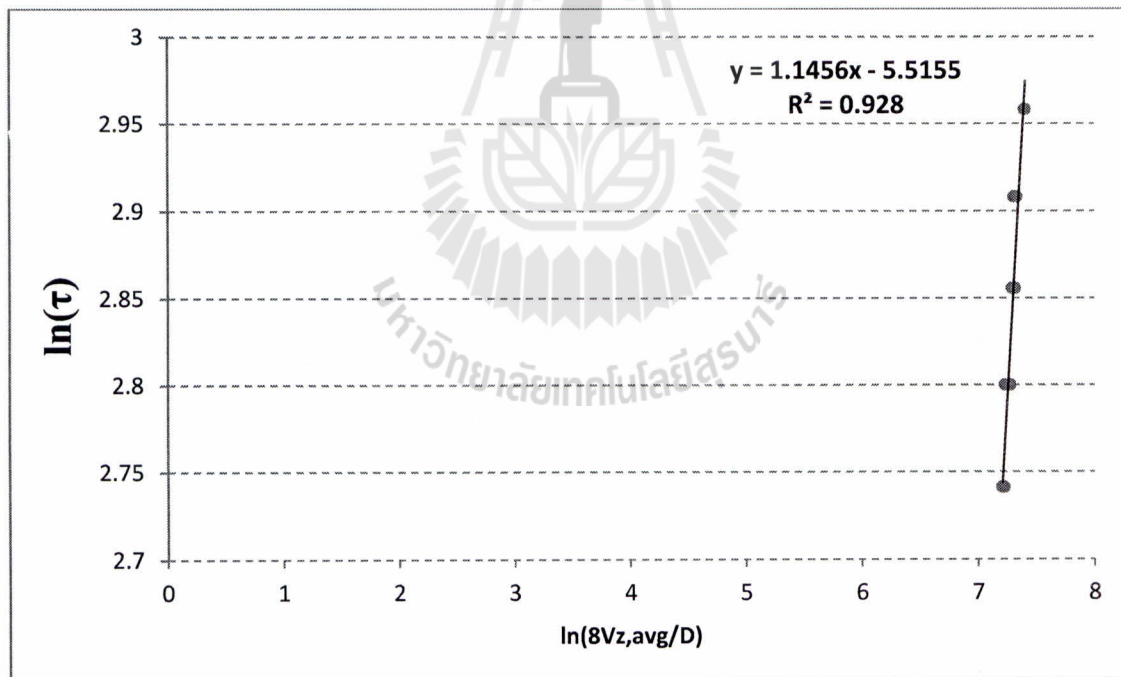
รูปที่16: กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง τ_w กับ γ ที่ความยาวท่อ 30 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 3 mm



รูปที่17: ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(32Q/\pi D^3)$ ที่ความยาวท่อ 30 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 3 mm



รูปที่18: กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง τ_w กับ γ ที่ความยาวท่อ 30 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 5 mm



รูปที่19: กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(32Q/JID^3)$ ที่ความยาวท่อ 30 cm, เส้นผ่านศูนย์กลาง 5 mm

บทที่ 5

วิเคราะห์ผลการทดลอง

ตอนที่ 1 : ศึกษาการประพฤติตัวของของไหลในท่อโดยวิธีการคำนวณ พบว่า

1. จากรูปที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_{rz} และ dv_z/dr พบว่าของไหลที่ไหลอยู่ในท่อประพฤติตัวเป็น

Pseudo plastic

จากสมการที่ (1) ;

$$\tau_{rz} = K \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)^n$$

จะได้ว่า ;

$$\ln(\tau_{rz}) = \ln K + n \cdot \ln \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)$$

เมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)$ จะได้สมการเส้นตรงที่มีจุดตัดแกน y คือ $\ln K$ และความชันคือ n ดังนั้น จากรูปที่ 2 เมื่อ plot ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)$ พบว่า $n = 0.311$ นั่นคือสารที่ไหลอยู่ในท่อ คือ Pseudo plastic และ $\ln K = -0.932$ ดังนั้น $K = 0.3938 \frac{\text{lb}_f \text{s}^{0.311}}{\text{ft}^2}$

2. จากรูปที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่าง τ_{rz} และ dv_z/dr พบว่าของไหลที่ไหลอยู่ในท่อประพฤติตัวเป็น

Pseudo plastic

จากสมการที่ (1) ;

$$\tau_{rz} = K \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)^n$$

จะได้ว่า ;

$$\ln(\tau_{rz}) = \ln K + n \cdot \ln \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)$$

เมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)$ จะได้สมการเส้นตรงที่มีจุดตัดแกน y คือ $\ln K$ และความชันคือ n ดังนั้นจาก รูปที่ 4 เมื่อ plot ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_{rz})$ กับ $\ln \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)$ พบว่า $n = 0.261$ นั่นคือสารที่ไหลอยู่ในท่อ คือ Pseudo plastic และ $\ln K = 0.240$ ดังนั้น $K = 1.2712 \frac{\text{lb}_f \text{s}^{0.261}}{\text{ft}^2}$

3. จากรูปที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่าง ΔP และ Mass flow rate พบว่าของไหลที่ไหลอยู่ในท่อประพฤติตัวเป็น Pseudo plastic

จากสมการ;

$$\ln \left(\frac{(P_0 - P_L)D}{4L} \right) = \ln K + \ln \left(\frac{8\bar{v}_z}{D} \right)^n$$

พบว่าเมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln\left(\frac{(P_0 - P_L)D}{4L}\right)$ กับ $\ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n$ จะได้สมการเส้นตรงที่มีจุดตัดแกน y คือ $\ln K$ และ ความชันคือ n ดังนั้นจาก รูปที่ 6 เมื่อทำการ plot ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln\left(\frac{D\Delta P}{4L}\right)$ และ $\ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n$ พบว่า $n = 0.298$ นั่นคือสารที่ไหลอยู่ในท่อ คือ Pseudo plastic และ $\ln K = 0.26$ ดังนั้น

$$K = 3.5 \times 10^{-5} \frac{\text{lb}_f \cdot \text{s}^{0.298}}{\text{ft}^2}$$

4. จากตารางที่ 7 พิจารณาข้อมูลที่ได้จากการทดลอง จะพบว่า ที่อัตราการไหลเริ่มต้น $Q = 0 \text{ ft}^3/\text{s}$, $\Delta P = 3.9 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ อาจสืบเนื่องมาจากภายในเครื่องมือที่ใช้วัด pressure drop นั้น อาจมีความคลาดเคลื่อน เพราะในความเป็นจริง ถ้าของไหลไม่มีการไหลก็จะไม่มีความดันตกคร่อม ดังนั้นเวลาคำนวณจึงต้องเอาค่า ΔP ที่อ่านได้ลบออกด้วย 3.9 ก็จะได้ค่าความดันที่ตกคร่อมจริง

จากรูปที่ 8: ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln\left(\frac{D\Delta P}{4L}\right)$ และ $\ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n$ พบว่า $n = 0.853$ นั่นคือสารที่ไหลอยู่ในท่อ คือ Pseudo plastic และ $\ln K = -12.04$ ดังนั้น $K = 5.8739 \times 10^{-6} \frac{\text{lb}_f \cdot \text{s}^{0.8536}}{\text{ft}^2}$

ตอนที่ 2 : ทำการศึกษาการประพฤติตัวของสารละลายน้ำแป้งในท่อซึ่งเป็นของไหลประเภทนอนนิวโตเนียน โดยวิธีการทดลอง พบว่า

5. จากรูปที่ 12 : ความสัมพันธ์ระหว่าง Shear stress (τ_w) กับ Shear rate ($\dot{\gamma}_w$) ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ $D = 3 \text{ mm}$, ท่อยาว $L = 60 \text{ cm}$, เมื่อทำการเพิ่ม shear rate โดยการเพิ่มอัตราการไหล (Q) พบว่าเมื่อ shear rate เพิ่มขึ้น ค่า shear stress จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย

6. จากรูปที่ 13 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(32Q/(\pi D^3))$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ $D = 3 \text{ mm}$, ท่อยาว $L = 60 \text{ cm}$, เมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(32Q/(\pi D^3))$ พบว่ากราฟที่ได้มีลักษณะเป็นเส้นตรง โดยมีความชัน (n) = 1.6912 และจุดตัดแกน y ($\ln K$) = -10.467

จากสมการที่ (21); $\ln\left(\frac{(L+H)\rho g D}{4L}\right) = \ln K + n \cdot \ln\left(\frac{32Q}{\pi D^3}\right)$ จะได้ว่า $K' = 2.846 \times 10^{-5} \text{ N s}^{1.6912}/\text{m}^2$ และ $K = 2.846 \times 10^{-5} \text{ N s}^{1.6912}/\text{m}^2$

จากสมการที่ (36); $\text{Re} \approx \frac{64}{K\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n} \cdot \frac{8}{\rho \bar{v}_z^2} \approx \frac{D^n \rho \bar{v}_z^{(2-n)}}{K 8^{(n-1)}}$ จะได้ว่า $\text{Re} = 476.1331$

จากผลการทดลองที่ได้พบว่าสารละลายน้ำแป้งมันสำปะหลังประพฤติตัวเป็นของไหลประเภท Dilatant ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎี

7. จากรูปที่ 14 : ความสัมพันธ์ระหว่าง Shear stress (τ_w) กับ Shear rate ($\dot{\gamma}_w$) ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ $D = 5 \text{ mm}$, ท่อยาว $L = 60 \text{ cm}$, เมื่อทำการเพิ่ม shear rate โดยการเพิ่มอัตราการไหล(Q) พบว่าเมื่อ shear rate เพิ่มขึ้น ค่า shear stress จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย

8. จากรูปที่ 15 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(32Q/ID^3)$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ $D = 5 \text{ mm}$, ท่อยาว $L = 60 \text{ cm}$, เมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(32Q/ID^3)$ พบว่ากราฟที่ได้มีลักษณะเป็นเส้นตรง โดยมีความชัน(n) = 2.5126 และจุดตัดแกน y ($\ln K$) = -15.6680

จากสมการที่ (21) ; $\ln\left(\frac{(L+H)\rho g D}{4L}\right) = \ln K + n \cdot \ln\left(\frac{32Q}{\pi D^3}\right)$ จะได้ว่า $K' = 1.5685 \times 10^{-7} \text{ N s}^{2.5126}/\text{m}^2$
และ $K = 2.363 \times 10^{-7} \text{ N s}^{2.5126}/\text{m}^2$

จากสมการที่ (36) ; $Re \approx \frac{64}{K\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n \cdot \frac{8}{\rho \bar{v}_z^2}} \approx \frac{D^n \rho \bar{v}_z^{(2-n)}}{K 8^{(n-1)}}$ จะได้ว่า $Re = 533.5910$

จากผลการทดลองที่ได้พบว่าสารละลายน้ำแป้งมันสำปะหลังประพืดตัวเป็นของไหลประเภท Dilatant ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎี

9. จากรูปที่ 16 : ความสัมพันธ์ระหว่าง Shear stress (τ_w) กับ Shear rate ($\dot{\gamma}_w$) ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ $D = 3 \text{ mm}$, ท่อยาว $L = 30 \text{ cm}$, เมื่อทำการเพิ่ม shear rate โดยการเพิ่มอัตราการไหล(Q) พบว่าเมื่อ shear rate เพิ่มขึ้น ค่า shear stress จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย

10. จากรูปที่ 17 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(32Q/ID^3)$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ $D = 3 \text{ mm}$, ท่อยาว $L = 30 \text{ cm}$, เมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(32Q/ID^3)$ พบว่ากราฟที่ได้มีลักษณะเป็นเส้นตรง โดยมีความชัน(n) = 1.0378 และจุดตัดแกน y ($\ln K$) = -5.4110

จากสมการที่ (21) ; $\ln\left(\frac{(L+H)\rho g D}{4L}\right) = \ln K + n \cdot \ln\left(\frac{32Q}{\pi D^3}\right)$ จะได้ว่า $K' = 4.4672 \times 10^{-3} \text{ N s}^{1.0378}/\text{m}^2$
และ $K = 4.5098 \times 10^{-3} \text{ N s}^{1.0378}/\text{m}^2$

จากสมการที่ (36) ; $Re \approx \frac{64}{K\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n \cdot \frac{8}{\rho \bar{v}_z^2}} \approx \frac{D^n \rho \bar{v}_z^{(2-n)}}{K 8^{(n-1)}}$ จะได้ว่า $Re = 439.1778$

จากผลการทดลองที่ได้พบว่าสารละลายน้ำแป้งมันสำปะหลังประพืดตัวเป็นของไหลประเภท Dilatant ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎี

11. จากรูปที่ 18 : ความสัมพันธ์ระหว่าง Shear stress (τ_w) กับ Shear rate ($\dot{\gamma}_w$) ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ $D = 5 \text{ mm}$, ท่อยาว $L = 30 \text{ cm}$, เมื่อทำการเพิ่ม shear rate โดยการเพิ่มอัตราการไหล(Q) พบว่าเมื่อ shear rate เพิ่มขึ้น ค่า shear stress จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย

12. จากรูปที่ 18 : ความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(32Q/ID^3)$ ที่เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ $D = 5 \text{ mm}$, ท่อยาว $L = 30 \text{ cm}$, เมื่อทำการ plot ระหว่าง $\ln(\tau_w)$ กับ $\ln(32Q/ID^3)$ พบว่ากราฟที่ได้มีลักษณะเป็นเส้นตรง โดยมีความชัน(n) = 1.1734 และจุดตัดแกน y ($\ln K$) = -5.7053

จากสมการที่ (21) ; $\ln\left(\frac{(L+H)\rho g D}{4L}\right) = \ln K + n \cdot \ln\left(\frac{32Q}{\pi D^3}\right)$ จะได้ว่า $K' = 3.3283 \times 10^{-3} \text{ N s}^{1.0378}/\text{m}^2$
และ $K = 3.4786 \times 10^{-3} \text{ N s}^{1.0378}/\text{m}^2$

จากสมการที่ (36) ; $Re \approx \frac{64}{K\left(\frac{8v_z}{D}\right)^n \cdot \frac{8}{\rho v_z^2}} \approx \frac{D^n \rho v_z^{(2-n)}}{K 8^{(n-1)}}$ จะได้ว่า $Re = 499.1841$

จากผลการทดลองที่ได้พบว่าสารละลายน้ำแป้งมันสำปะหลังประพืดัวเป็นของไหลประเภท Dilatant ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎี



บทที่ 6

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการทดลอง

ตอนที่ 1 : ศึกษาการประพฤติตัวของของไหลในท่อโดยวิธีการคำนวณ

1. สำหรับ Newtonian fluid เมื่อเพิ่มอัตราการเฉือน(Shear rate)ความหนืดจะมีค่าคงที่ ณ อุณหภูมิคงที่
2. สำหรับ Pseudo plastic (shear thinning) เมื่อเพิ่มอัตราการเฉือน(Shear rate)ความหนืดจะลดลง ณ อุณหภูมิคงที่
3. สำหรับ Dilatant (shear thickening) เมื่อเพิ่มอัตราการเฉือน(Shear rate)ความหนืดจะเพิ่มขึ้น ณ อุณหภูมิคงที่

ตอนที่ 2 : ทำการศึกษาการประพฤติตัวของสารละลายน้ำแป้งในท่อซึ่งเป็นของไหลประเภทนอนนิวโตเนียน โดยวิธีการทดลอง

4. สารละลายน้ำแป้งมีความเข้มข้น 0.7 g/ml ประพฤติตัวเป็น Dilatant
5. เครื่องมือที่ออกแบบสามารถหาค่าพารามิเตอร์ n, K ของน้ำแป้งนี้ได้
6. อัตราการไหลของปริมาตรที่คำนวณได้ สอดคล้องกับอัตราการไหลที่วัดได้

ข้อเสนอแนะ

ควรใช้สารละลายน้ำแป้งที่มีความเข้มข้นมากกว่านี้ จะทำให้เห็นภาพชัดเจนขึ้นว่าของไหลที่เป็น Dilatant เป็นอย่างไร และเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ควรออกแบบให้ดีกว่านี้ เช่น อาจใช้ปั๊มในการปั๊มสารใส่ถังเพื่อรักษาระดับความสูงของสารละลายในถัง และควรจะเป็นปั๊มที่ปรับอัตราการไหลได้ เวลาถวนสารละลายในถังควรมี Buffer เพื่อไม่ให้สารละลายที่ถวนเกิด Vortex

เฝ ร็ง

1. CHRISTLE J. GEANKOPLIS, Transport P and Unit Operations, 3rd Edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1993.
2. Robert S. Brodkey & Harny C. Hershey, T Phenomena A Unified Approach, McGraw-Hill Chemical Engineering Series, 1988.
3. C.O. Bennett & J.E. Myers, Momentum, F Mass Transfer, 3rd Edition, McGraw-Hill Book Company Japan, 1983.



ภาคผนวก

ตารางแสดงผลการทดลองจากเครื่อง viscometer

สารเคมี: สารละลายน้ำแป้ง

ความเข้มข้น : 0.7 g แป้งมัน / 100 ml น้ำ

ความหนาแน่น : 1.14963 g/ml

ω , rpm	$(-dv/dr)$, s^{-1}	τ , Pa	μ , mPas
107.8	538.1	5.551	9.46
107.8	538.1	6.788	10.9
107.8	538.1	6.497	11.6
107.8	538.1	6.243	10.3
107.8	538.1	6.606	10.8
179.6	971.6	10.7	11
179.6	971.6	12.12	12.2
179.6	971.6	12.34	12.5
179.6	971.6	11.39	11.7
179.6	971.6	12.16	12.3
279.6	1610	20.25	12.6
279.6	1610	21.88	13.5
279.6	1610	22.57	13.9
279.6	1610	20.98	12.9
279.6	1610	22.39	13.8
500	2705	40	14.4
500	2705	40.4	14.8
500	2705	41.56	15.2
500	2705	38.94	14.2
500	2705	41.59	15.3

ตารางแสดงผลการทดลองจากเครื่องมือที่ออกแบบ

สารเคมี: สารละลายน้ำแข็ง

ความเข้มข้น : 0.7 g ไขมัน / 100 ml น้ำ

ความหนาแน่น : 1.1657 g/ml

Tube length (L)		30 cm		60 cm		60 cm		
Tube ID. (D)		5 mm		3 mm		3 mm		
		Results						
H (cm)	V(ml)	Q(ml/s)	H (cm)	V(ml)	Q(ml/s)	H (cm)	Q(ml/s)	
11.00	201	20.1	11.00	193.6	19.36	11.00	49.8	4.98
11.00	203	20.3	11.00	195.3	19.53	11.00	50.4	5.04
11.00	202	20.2	11.00	195.1	19.51	11.00	52.7	5.27
11.00	203	20.3	11.00	188.5	18.85	11.00	51.3	5.13
9.00	185	18.5	9.00	185.0	18.5	9.00	50.1	5.01
9.00	189	18.9	9.00	196.8	19.68	9.00	50.9	5.09
9.00	184	18.4	9.00	193.3	19.33	9.00	49.0	4.90
9.00	187	18.7	9.00	190.1	19.01	9.00	50.0	5.00
7.00	184	18.4	7.00	189.2	18.92	7.00	48.2	4.82
7.00	186	18.6	7.00	189.0	18.9	7.00	48.3	4.83
7.00	181	18.1	7.00	188.9	18.89	7.00	49.2	4.92
7.00	184	18.4	7.00	185.8	18.58	7.00	49.0	4.90
5.00	176	17.6	5.00	183.0	18.3	5.00	48.2	4.82
5.00	175	17.5	5.00	171.0	17.1	5.00	48.2	4.82
5.00	170	17	5.00	196.9	19.69	5.00	48.4	4.84
5.00	178	17.8	5.00	191.0	19.1	3.00	46.1	4.61
3.00	168	16.8	3.00	180.0	18	3.00	47.8	4.78
3.00	167	16.7	3.00	187.7	18.77	3.00	49.3	4.93
3.00	166	16.6	3.00	186.7	18.67			
3.00	169	16.9	3.00	185.2	18.52			

การคำนวณ

Density at 28°C 1165.7 kg/m³

μ 3.141592654

g 9.807 m/s²

$$\ln\left(\frac{\rho g D}{4L}(L+H)\right) = \ln K' + n \ln\left(\frac{32Q}{\pi D^3}\right)$$

ตารางที่ 11

Tube Length 0.6 m

Inside Diameter 0.005 m

H(m)	Q_{avg} (m ³ /s)	τ_w	$\ln(\tau_w)$	$32Q/\pi D^3$	$\ln(32Q/\pi D^3)$
0.110	1.9313E-05	16.90986	2.82790	1573.78519	7.36124
0.090	1.9130E-05	16.43353	2.79932	1558.83227	7.35169
0.070	1.8822E-05	15.95719	2.76991	1533.75454	7.33547
0.050	1.8573E-05	15.48086	2.73960	1513.42345	7.32213
0.030	1.8506E-05	15.00453	2.70835	1507.98417	7.31853

ตารางที่ 12

Tube Length 0.3 m

Inside Diameter 0.003 m

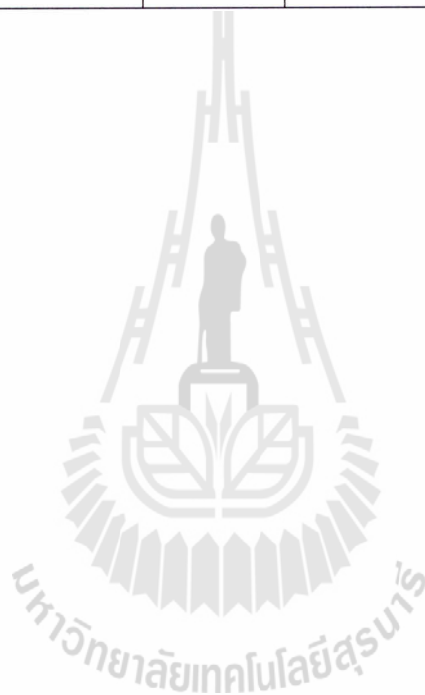
H(m)	Q_{avg} (m ³ /s)	τ_w	$\ln(\tau_w)$	$32Q/\pi D^3$	$\ln(32Q/\pi D^3)$
0.110	5.3598E-06	11.7178	2.4611	2021.9987	7.6118
0.090	5.1550E-06	11.1462	2.4111	1944.7555	7.5729
0.070	4.8770E-06	10.5746	2.3585	1839.8783	7.5175
0.050	4.7478E-06	10.0030	2.3029	1791.1179	7.4906
0.030	4.2373E-06	9.4314	2.2440	1598.5287	7.3768

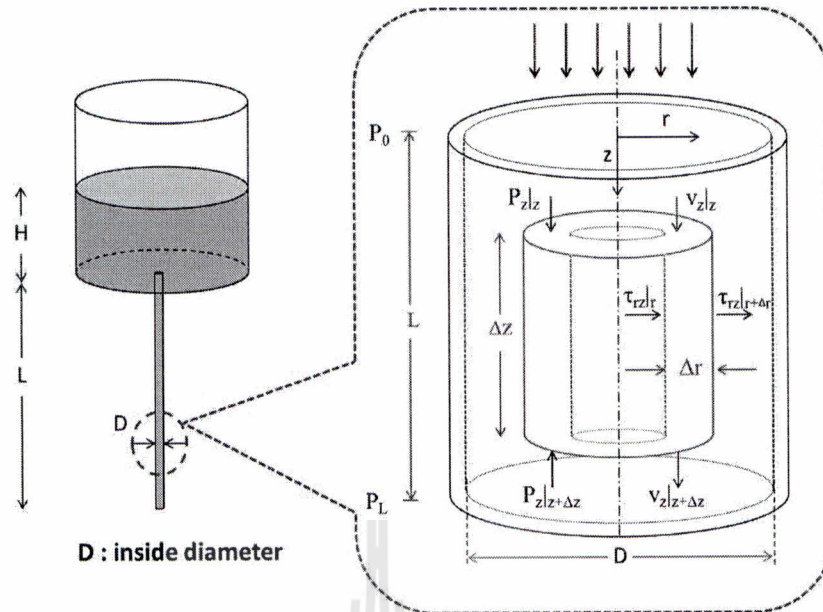
ตารางที่ 13

Tube Length 0.3 m

Inside Diameter 0.005 m

H(m)	Q_{avg} (m ³ /s)	τ_w	$\ln(\tau_w)$	$32Q/\pi D^3$	$\ln(32Q/\pi D^3)$
0.110	2.0219E-05	19.5297	2.9719	1647.5720	7.4071
0.090	1.8638E-05	18.5770	2.9219	1518.7405	7.3256
0.070	1.8388E-05	17.6244	2.8693	1498.3483	7.3121
0.050	1.7473E-05	16.6717	2.8137	1423.8078	7.2611
0.030	1.6731E-05	15.7190	2.7549	1363.3442	7.2177





รูปที่ 20 : รูปเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

Power Law Model

Power Law Model เป็นสมการที่ใช้ในการศึกษาคุณสมบัติของ Non – Newtonian fluids

$$\tau = K \left(-\frac{dv}{dr} \right)^n \quad (1)$$

เมื่อ K คือ ค่าคงที่มีหน่วยเป็น $\frac{N \cdot s^n}{m^2}$

$-\frac{dv}{dr}$ คือ อัตราการเฉือน มีหน่วยเป็น s^{-1}

n คือ flow index โดยที่ $n > 1$ คือ Dilatant, $n < 1$ คือ Pseudo plastic, $n = 1$ คือ Newtonian fluids

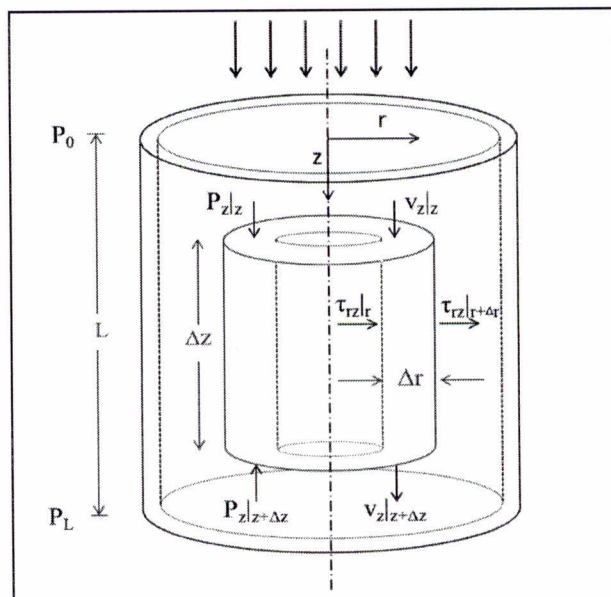
ในกรณีของ Newtonian fluids ค่า K ก็คือค่าความหนืด (viscosity) ของสาร

Shell Momentum balance and velocity profile in Non-Newtonian fluid

Solⁿ

Assumptions

1. Isothermal
2. Neglect end effect
3. Steady state flow
4. Laminar flow
5. Power law fluid
6. Fluid flow down in pipe
7. Incompressible fluid



Rate of momentum balance around shell

$$\left(\begin{array}{c} \text{rate of momentum} \\ \text{in shell} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{rate of momentum} \\ \text{out shell} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{sum of forces} \\ \text{acting on shell} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{rate of momentum} \\ \text{accumulation} \end{array} \right)$$

$$(2\pi r \Delta z \tau_{rz}|_r) - (2\pi r \Delta z \tau_{rz}|_{r+\Delta r}) + (2\pi r \Delta r) \rho v_z^2|_z - (2\pi r \Delta r) \rho v_z^2|_{z+\Delta z} + (2\pi r \Delta r) P|_z - (2\pi r \Delta r) P|_{z+\Delta z} + r \rho g = 0$$

หารตลอดด้วย $2\pi \Delta r \Delta z$ และใส่ limit โดยให้ Δr และ Δz มีค่าเข้าใกล้ 0;

$$- \frac{d(r\tau_{rz})}{dr} - \frac{d(\rho v_z^2)}{dz} - \frac{drP}{dz} + r\rho g = 0$$

Isothermal : ความหนาแน่น, ρ มีค่าคงที่

$$v_z \neq f(z), r \neq f(z); \frac{r\rho d(v_z^2)}{dz} = 0;$$

$$- \frac{d(r\tau_{rz})}{dr} + r \frac{dP}{dz} + r\rho g = 0$$

$$\frac{dP}{dz} \approx \frac{\Delta P}{\Delta z} = \frac{P_L - P_0}{L} = -\frac{P_0 - P_L}{L};$$

$$- \frac{d(r\tau_{rz})}{dr} = -r \frac{(P_0 - P_L + \rho g L)}{L}$$

$$\text{กำหนดให้ } M = \frac{P_0 - P_L + \rho g L}{L};$$

$$\frac{d(r\tau_{rz})}{dr} = Mr$$

$$d(r\tau_{rz}) = (Mr) dr$$

$$\int d(r\tau_{rz}) = \int (Mr) dr$$

ทำการอินทิเกรต แบบไม่กำหนดขอบเขต ครั้งที่ 1;

$$r\tau_{rz} = \frac{Mr^2}{2} + C_1$$

หารตลอดด้วย r ;

$$\tau_{rz} = \frac{Mr}{2} + \frac{C_1}{r} \quad (2)$$

ขอบเขต (B.C.)

$$1.) @ r = 0, v_z = \text{finite} \rightarrow \frac{dv_z}{dr} = 0 \rightarrow \tau_z = 0;$$

$$2.) @ r = R, v_z = 0 \text{ (no slip);}$$

แทน B.C.1) ลงในสมการที่ (2) จะได้ว่า;

$$0 = 0 + \frac{C_1}{r} \rightarrow \infty$$

เพื่อให้สมการเป็นจริง จึงกำหนดให้ $C_1 = 0$;

$$\tau_{rz} = \frac{Mr}{2} \quad (3)$$

แทนสมการที่ (1) ลงในสมการที่ (3) จะได้ว่า ;

$$K \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)^n = \frac{Mr}{2} \quad (4)$$

$$dv_z = - \left(\frac{M}{2K} \right)^{\frac{1}{n}} r^{\left(\frac{1}{n} \right)} dr$$

$$\int dv_z = \int - \left(\frac{M}{2K} \right)^{\frac{1}{n}} r^{\left(\frac{1}{n} \right)} dr$$

ทำการอินทิเกรต แบบไม่กำหนดขอบเขต ครั้งที่ 2;

$$v_z = - \left(\frac{M}{2K} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{r^{\left(\frac{n+1}{n} \right)}}{\frac{n+1}{n}} \right) + C_2 \quad (5)$$

แทน B.C.2) ลงในสมการที่ (5) จะได้ว่า ;

$$C_2 = \left(\frac{M}{2K} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{n+1} \right) R^{\left(\frac{n+1}{n} \right)} \quad (6)$$

แทนสมการที่ (6) ลงในสมการที่ (5) จะได้ว่า ;

$$v_z = \left(\frac{M}{2K} \right)^{\left(\frac{1}{n} \right)} \left(\frac{n}{n+1} \right) \left(R^{\left(\frac{n+1}{n} \right)} - r^{\left(\frac{n+1}{n} \right)} \right) \quad (7)$$

สมการที่ (7) คือ velocity profile ความเร็ว v_z ตามแนวแกน z ขึ้นกับ รัศมี(r) ของท่อ หรือ $v_z = f(r)$

หาอัตราการไหล (Q)

พิจารณาที่ shell

$$\Delta Q = (2\pi r \Delta r) v_z$$

กำหนดให้ $\Delta r \approx dr$ และ $\Delta Q \approx dQ$ จะได้ว่า;

$$dQ = 2\pi r v_z dr$$

ทำการอินทิเกรตทั้งสองข้างของสมการที่ขอบเขต ตั้งแต่ $Q = 0$ ถึง $Q = Q$ และ $r = 0$ ถึง $r = R$;

$$\int_0^Q dQ = \int_0^R 2\pi r v_z dr \quad (8)$$

จากสมการที่(7) $v_z = f(r)$, แทนสมการที่ (7) ลงในสมการที่ (8) จะได้ว่า ;

$$Q = 2\pi \left(\frac{M}{2K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{n+1}\right) \int_0^R r \left(R^{\left(\frac{n+1}{n}\right)} - r^{\left(\frac{n+1}{n}\right)}\right) dr$$

$$Q = 2\pi \left(\frac{M}{2K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{n+1}\right) \int_0^R \left(rR^{\left(\frac{n+1}{n}\right)} - r^{\left(\frac{2n+1}{n}\right)}\right) dr$$

$$Q = 2\pi \left(\frac{M}{2K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(\frac{R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)}}{2} - \frac{R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)}}{\left(\frac{3n+1}{n}\right)}\right)$$

$$Q = 2\pi \left(\frac{M}{2K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{n+1}\right) R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)} \left(\frac{1}{2} - \frac{n}{3n+1}\right)$$

$$Q = 2\pi \left(\frac{M}{2K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{n+1}\right) R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)} \left(\frac{n+1}{2(3n+1)}\right)$$

$$Q = \pi \left(\frac{M}{2K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{3n+1}\right) R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)} \quad (9)$$

จาก $M = \frac{P_0 - P_L + \rho g L}{L}$ แทนค่ากลับ จะได้ว่า ;

$$Q = \pi \left(\frac{P_0 - P_L + \rho g L}{2KL}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{3n+1}\right) R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)} \quad (10)$$

หาความเร็วเฉลี่ย, \bar{v}_z ;

$$\text{จาก} \quad Q = A\bar{v}_z$$

$$\bar{v}_z = \frac{Q}{A}$$

เมื่อ $A = \pi R^2$;

$$\bar{v}_z = \frac{Q}{\pi R^2} \quad (11)$$

แทนสมการที่ (10) ลงในสมการที่ (11) จะได้ว่า;

$$\bar{v}_z = \left(\frac{P_0 - P_L + \rho g L}{2KL}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{3n+1}\right) R^{\left(\frac{n+1}{n}\right)} \quad (12)$$

พิจารณาที่ผนังท่อ ($r = R$) ;

$$\text{จากสมการที่ (4) ;} \quad \left(-\frac{dv_z}{dr}\right)_w = \left(\frac{M}{2K}\right)^{\frac{1}{n}} R^{\frac{1}{n}} \quad (13)$$

$$\text{จากสมการที่ (3) ;} \quad \tau_{rz} = \frac{Mr}{2} \quad (14)$$

จากสมการที่ (12) จัดรูปใหม่ จะได้ ;

$$\left(\frac{M}{2K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} = \bar{v}_z \left(\frac{3n+1}{n}\right) R^{-\left(\frac{n+1}{n}\right)} \quad (15)$$

แทนสมการที่ (15) ลงในสมการที่ (13) จะได้ว่า ;

$$\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)_w = \bar{v}_z \left(\frac{3n+1}{n}\right) \frac{1}{R}$$

$$\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)_w = \bar{v}_z \left(\frac{3n+1}{n}\right) \frac{2}{D}$$

จัดรูปสมการ จะได้ว่า ;

$$\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)_w = \frac{8\bar{v}_z}{D} \left(\frac{3n+1}{4n}\right) \quad (16)$$

ยกกำลัง n ทั้งสองข้างของสมการ จะได้ว่า ;

$$\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)_w^n = \left(\frac{8\bar{v}_z}{D} \left(\frac{3n+1}{4n}\right)\right)^n$$

$$\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)_w^n = \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n \left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n \quad (17)$$

Power Law Model

$$\tau_w = K' \left(-\frac{dv_z}{dr}\right)_w^n \quad (18)$$

แทนสมการที่ (14) และ (17) ลงในสมการที่ (18) จะได้ว่า ;

$$\left(\frac{MR}{2}\right) = K' \left[\left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n \left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n\right]$$

ใส่ \ln ทั้งสองข้างของสมการ จะได้ว่า ;

$$\ln\left(\frac{MR}{2}\right) = \ln\left\{K' \left[\left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n \left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n\right]\right\}$$

$$\ln\left(\frac{MR}{2}\right) = \ln K' + \ln\left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n + \ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n$$

$$\ln\left(\frac{MR}{2}\right) = \ln\left[K'\left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n\right] + \ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n$$

เมื่อ $M = \frac{P_0 - P_L}{L}$, $R = \frac{D}{2}$;

$$\ln\left(\frac{(P_0 - P_L + \rho g L)D}{4L}\right) = \ln\left[K'\left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n\right] + \ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n \quad (19)$$

กำหนดให้ $K = K'\left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n$ สมการที่ (19) จะได้ว่า ;

$$\ln\left(\frac{(P_0 - P_L + \rho g L)D}{4L}\right) = \ln K + n \cdot \ln\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right) \quad (20)$$

พิจารณา $P_0 - P_L$; จะได้ว่า $P_0 - P_L = \rho g H$ และ $\bar{v}_z = Q \cdot A$

ดังนั้น จาก สมการที่ 20

$$\ln\left(\frac{(L+H)\rho g D}{4L}\right) = \ln K + n \cdot \ln\left(\frac{32Q}{\pi D^3}\right) \quad (21)$$

ถ้าในกรณีเป็นของไหลนิวโตเนียน จากสมการ Power law fluid สามารถเปรียบเทียบกับ Newton law of viscosity ได้ดังนี้

Power law Model

$$\tau_{rz} = K \left(-\frac{dv_z}{dr}\right)^n$$

เมื่อ $n = 1$, $K = \mu$ จะได้สมการเป็น

Newton law of viscosity :

$$\tau_{rz} = -\mu \left(\frac{dv_z}{dr}\right)$$

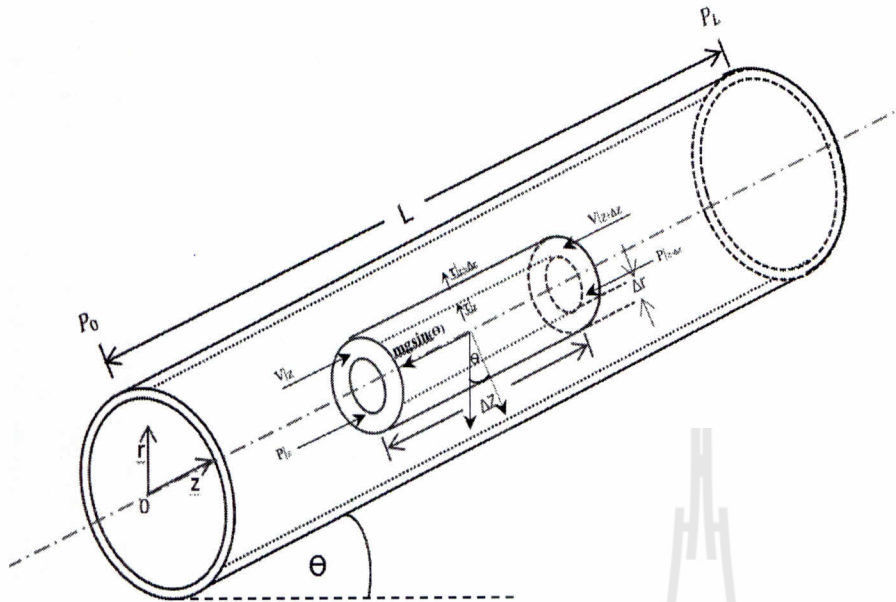
จากสมการที่ (7) สำหรับของไหลแบบนิวโตเนียนจะได้สมการ velocity profile ดังนี้

$$v_z = \left(\frac{P_0 - P_L}{4\mu L}\right)(R^2 - r^2) \quad (22)$$

จากสมการที่ (10) จะได้สมการอัตราการไหลที่เรียกว่า Hagen-Poiseuille equation ;

$$Q = \left(\frac{P_0 - P_L}{8\mu L}\right)\pi R^4 \quad (23)$$

สำหรับการไหลในท่อเอียง



Assumptions

1. Isothermal
2. Neglect end effect
3. Steady state flow
4. Laminar flow
5. Power law fluid
6. Incompressible fluid

Rate of momentum balance around shell

$$\left(\text{rate of momentum in shell} \right) - \left(\text{rate of momentum out shell} \right) + \left(\text{sum of forces acting on shell} \right) = \left(\text{rate of momentum accumulation} \right)$$

$$(2\pi r \Delta z \tau_{rz}|_r) - (2\pi r \Delta z \tau_{rz}|_{r+\Delta r}) + (2\pi r \Delta r) \rho v_z^2|_z - (2\pi r \Delta r) \rho v_z^2|_{z+\Delta z} + (2\pi r \Delta r) P|_z - (2\pi r \Delta r) P|_{z+\Delta z} + (2\pi r \Delta r \Delta z) \rho g \sin \theta = 0$$

หารตลอดด้วย $2\pi r \Delta r \Delta z$ และใส่ limit โดยให้ Δr และ Δz มีค่าเข้าใกล้ 0;

$$-\frac{d(r\tau_{rz})}{dr} - \frac{d(r\rho v_z^2)}{dz} - \frac{d(rP)}{dz} - r\rho g \sin \theta = 0$$

Isothermal: ความหนาแน่น, ρ มีค่าคงที่

$$v_z \neq f(z), r \neq f(z); \frac{r\rho d(v_z^2)}{dz} = 0;$$

$$-\frac{d(r\tau_{rz})}{dr} + r \frac{dP}{dz} - r\rho g \sin \theta = 0$$

$$\frac{dP}{dz} \approx \frac{\Delta P}{\Delta z} = \frac{P_L - P_0}{L} = -\frac{P_0 - P_L}{L};$$

$$-\frac{d(r\tau_{rz})}{dr} = -r \frac{(P_0 - P_L)}{L} + r\rho g \sin \theta$$

$$\frac{d(r\tau_{rz})}{dr} = r \left(\frac{(P_0 - P_L)}{L} - \rho g \sin \theta \right)$$

$$\frac{d(r\tau_{rz})}{dr} = r \left(\frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin\theta}{L} \right)$$

$$d(r\tau_{rz}) = r \left(\frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin\theta}{L} \right) dr$$

$$\int d(r\tau_{rz}) = \int r \left(\frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin\theta}{L} \right) dr$$

ทำการอินทิเกรต แบบไม่กำหนดขอบเขต ครั้งที่ 1;

$$r\tau_{rz} = \left(\frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin\theta}{L} \right) \frac{r^2}{2} + C_1$$

หารตลอดด้วย r;

$$\tau_{rz} = \left(\frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin\theta}{L} \right) \frac{r}{2} + \frac{C_1}{r} \quad (24)$$

กำหนดให้ $N = \frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin\theta}{L}$;

$$\tau_{rz} = N \frac{r}{2} + \frac{C_1}{r}$$

ขอบเขต (B.C.)

- 1.) @ $r = 0$, $v_z = \text{finite} \rightarrow \frac{dv_z}{dr} = 0 \rightarrow \tau_{rz} = 0$;
- 2.) @ $r = R$, $v_z = 0$ (no slip);

แทน B.C.1) ลงในสมการที่ (23) จะได้ว่า;

$$0 = 0 + \frac{C_1}{0} \rightarrow \infty$$

เพื่อให้สมการเป็นจริง จึงกำหนดให้ $C_1 = 0$;

$$\tau_{rz} = \frac{Nr}{2} \quad (25)$$

แทนสมการที่ (1) ลงในสมการที่ (25) จะได้ว่า;

$$K \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)^n = \frac{Nr}{2}$$

$$dv_z = - \left(\frac{N}{2K} \right)^{\frac{1}{n}} r^{\left(\frac{1}{n}\right)} dr$$

ทำการอินทิเกรต แบบไม่กำหนดขอบเขต ครั้งที่ 2 ;

$$v_z = -\left(\frac{N}{2K}\right)^{1/n} \left(\frac{r^{(n+1)}}{n+1}\right) + C_2 \quad (26)$$

แทน B.C.2) ลงในสมการที่ (26) จะได้ว่า;

$$C_2 = \left(\frac{N}{2K}\right)^{1/n} \left(\frac{n}{n+1}\right) R^{(n+1)} \quad (27)$$

แทนสมการที่ (27) ลงในสมการที่ (26) จะได้ว่า;

$$v_z = \left(\frac{N}{2K}\right)^{1/n} \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(R^{(n+1)} - r^{(n+1)}\right) \quad (28)$$

เมื่อ $N = \frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin \theta}{L}$;

$$v_z = \left(\frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin \theta}{2KL}\right)^{1/n} \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(R^{(n+1)} - r^{(n+1)}\right) \quad (29)$$

สมการที่ (29) คือ velocity profile ความเร็ว v_z ตามแนวแกน z ขึ้นกับ รัศมี(r) ของท่อ หรือ $v_z = f(r)$

หาอัตราการไหลของปริมาตร, Q

พิจารณาที่ shell

$$\Delta Q = (2\pi r \Delta r) v_z$$

กำหนดให้ $\Delta r \approx dr$ และ $\Delta Q \approx dQ$ จะได้ว่า;

$$dQ = 2\pi r v_z dr$$

ทำการอินทิเกรตทั้งสองข้างของสมการที่ขอบเขต ตั้งแต่ $Q = 0$ ถึง $Q = Q$ และ $r = 0$ ถึง $r = R$;

$$\int_0^Q dQ = \int_0^R 2\pi r v_z dr \quad (30)$$

จากสมการที่(29) $v_z = f(r)$, แทนสมการที่ (29) ลงในสมการที่ (30) จะได้ว่า ;

$$Q = 2\pi \left(\frac{N}{2K}\right)^{1/n} \left(\frac{n}{n+1}\right) \int_0^R r \left(R^{(n+1)} - r^{(n+1)}\right) dr$$

$$Q = 2\pi \left(\frac{N}{2K}\right)^{1/n} \left(\frac{n}{n+1}\right) \int_0^R \left(rR^{(n+1)} - r^{(2n+1)}\right) dr$$

$$\begin{aligned}
 Q &= 2\pi \left(\frac{N}{2K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(\frac{R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)}}{2} - \frac{R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)}}{\left(\frac{3n+1}{n}\right)}\right) \\
 Q &= 2\pi \left(\frac{N}{2K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{n+1}\right) R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)} \left(\frac{1}{2} - \frac{n}{3n+1}\right) \\
 Q &= 2\pi \left(\frac{N}{2K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{n+1}\right) R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)} \left(\frac{n+1}{2(3n+1)}\right) \\
 Q &= \pi \left(\frac{N}{2K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{3n+1}\right) R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)} \quad (31)
 \end{aligned}$$

จาก $N = \frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin \theta}{L}$; แทนค่ากลับ จะได้ว่า ;

$$Q = \pi \left(\frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin \theta}{2KL}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{3n+1}\right) R^{\left(\frac{3n+1}{n}\right)} \quad (32)$$

หาความเร็วเฉลี่ย, \bar{v}_z

จาก

$$\begin{aligned}
 Q &= A \bar{v}_z \\
 \bar{v}_z &= \frac{Q}{A}
 \end{aligned}$$

เมื่อ $A = \pi R^2$;

$$\bar{v}_z = \frac{Q}{\pi R^2} \quad (33)$$

แทนสมการที่ (31) ลงในสมการที่ (32) จะได้ว่า;

$$\bar{v}_z = \left(\frac{(P_0 - P_L) - \rho L g \sin \theta}{2KL}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{n}{3n+1}\right) R^{\left(\frac{n+1}{n}\right)} \quad (34)$$

Modified Reynolds Number

สำหรับ Newtonian fluid (Laminar flow , $Re \leq 2100$)

$$Re = \frac{\rho D \bar{v}_z}{\mu}$$

เนื่องจากของไหล Non-Newtonian fluid ไม่มีค่า μ

สำหรับการไหลในท่อ ;

$$\frac{\Delta P}{\rho} = -f \frac{L}{D} \frac{\bar{v}_z^2}{2}$$

จะได้ว่า ;

$$f = -\frac{D \Delta P}{4 L \rho \bar{v}_z^2} = \tau_w \frac{8}{\rho \bar{v}_z^2} \quad (35)$$

Power Law Model

การไหลในท่อ เมื่อพิจารณาที่ผนังท่อ ($r = R$) จะได้ว่า ;

$$\tau_w = K(\dot{\gamma}_w)^n = K\left(\frac{8\bar{v}_z}{D} \frac{3n+1}{4n}\right)^n \approx K\left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n \quad (\text{approximate derivation})$$

แทนค่าในสมการที่ (35) จะได้ว่า ;

$$f \approx K \left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n \frac{8}{\rho \bar{v}_z^2}$$

Assume that for laminar flow , $f \approx \frac{64}{\text{Re}}$ (from Newtonian fluid)

$$\text{Re} \approx \frac{64}{K \left(\frac{8\bar{v}_z}{D}\right)^n \cdot \frac{8}{\rho \bar{v}_z^2}} \approx \frac{D^n \rho \bar{v}_z^{(2-n)}}{K 8^{(n-1)}} \quad (36)$$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
Suranaree University of Technology



31051001837455

