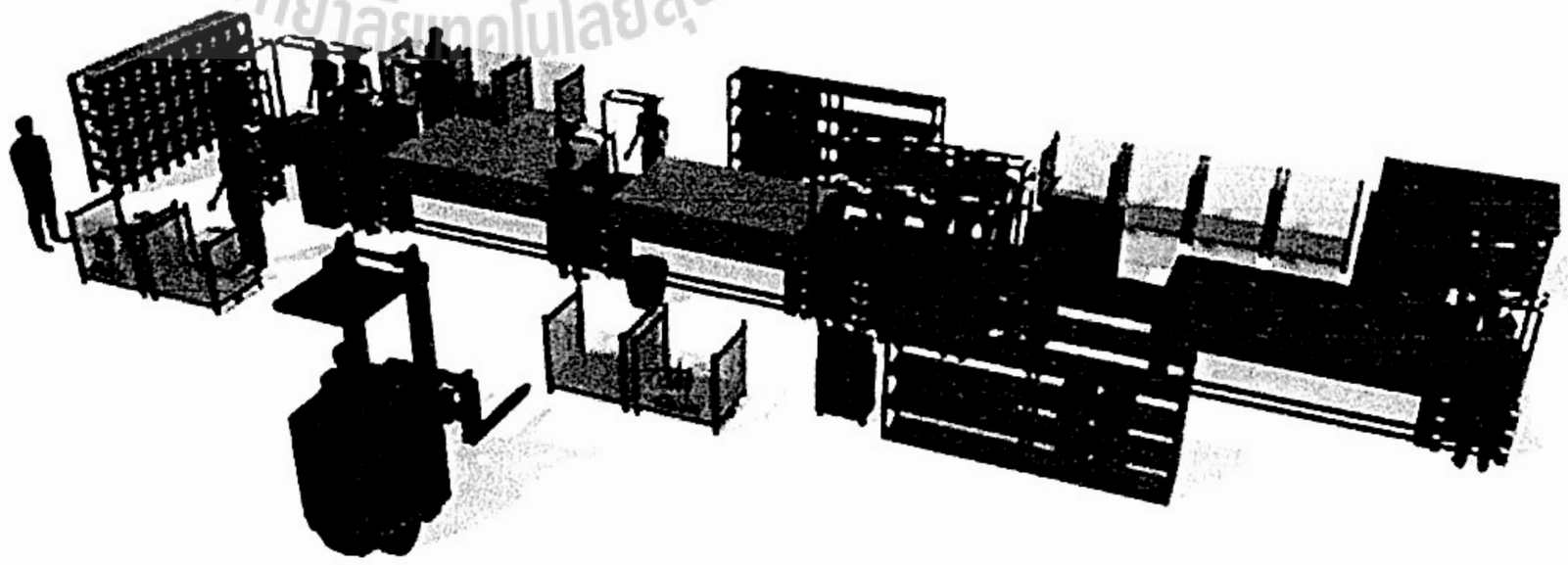
OTOP58

เอกสารประกอบการสอน

วิชา 522411

Simulation for Logistics



อ.กาญจน์กรอง สุอังคะ

สาขาวิชาวิศวกรรมขนส่ง

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ศูนย์บรรณสารและสื่อการศึกษา
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

522411 การจำลองสถานการณ์ในงานโลจิสติกส์ (4-0-8)

(Simulation for logistics)

รายวิชาบังคับก่อน : 522311 การวิจัยการดำเนินงานในงานขนส่งและโลจิสติกส์
(Operation Research in Transportation and Logistics)

จุดมุ่งหมายของรายวิชา

เพื่อให้นักศึกษาเข้าใจถึง กระบวนการจำลองสถานการณ์ (Simulation) วิธีการต่าง ๆที่ใช้จำลองสถานการณ์จริงหรือพฤติกรรมของระบบต่าง ๆ มาไว้ในระบบคอมพิวเตอร์ และการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (Software) เข้ามาช่วย เพื่อที่จะศึกษาการไหลของกิจกรรมในรูปแบบต่าง ๆ โดยมีการเก็บข้อมูล และทำการวิเคราะห์หารูปแบบที่ถูกต้องจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อปรับปรุงกระบวนการทำงานในอนาคตได้

คำอธิบายรายวิชา

แนวคิดของการสร้างแบบจำลองสถานการณ์ แบบจำลองสถานการณ์เบื้องต้นที่ใช้ตัวแปรสุ่มที่มีการกระจายแบบไม่ต่อเนื่อง สำหรับจำลองการผลิตและโลจิสติกส์ที่ซับซ้อน การตระหนักถึงปัญหา การตั้งปัญหา การสร้างแบบจำลองสถานการณ์ การประยุกต์และการอธิบายผล

แผนการสอน

หัวข้อ	จำนวนชั่วโมง
1. แนะนำ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับการจำลอง ข้อดีข้อเสียของการจำลอง องค์ประกอบของระบบ ชนิดของแบบจำลอง	4
2. หลักสถิติที่เกี่ยวข้องในการจำลองสถานการณ์ ของการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง	4
3. การกำหนดปัญหาและการวางแผนในการดำเนินโครงการเพื่อสร้างแบบจำลอง	4
4. การกำหนดความหมายของระบบ การจำแนกระบบในแบบจำลอง การจำลองระบบที่มีเหตุการณ์แบบไม่ต่อเนื่อง และการจำลองระบบที่มีเหตุการณ์แบบต่อเนื่อง	4
5. การนำเข้า ข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล	4
6. การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง	4
7. การสร้างแบบจำลองสถานการณ์ในกระบวนการผลิตอย่างง่าย (ปฏิบัติการ)	4
8. การสร้างแบบจำลองสถานการณ์ในกระบวนการผลิต กรณีที่มีการหยุดทำงานของเครื่องจักร (MTTR, MTTF)	
9. การสร้างแบบจำลองสถานการณ์ของการใช้อุปกรณ์ขนถ่าย ในการขนส่งสินค้า	4
10. การสร้างแบบจำลองสถานการณ์ในการขนส่งสินค้าโดยรถบรรทุก	4
11. การจำลองสถานการณ์ กรณีที่มีการใช้แรงงานในกระบวนการผลิต (Human resources)	4

สารบัญ

เอกสารประกอบการสอนวิชา 522411 Simulation for logistics ประกอบไปด้วย ส่วนที่ 1 ที่เป็นภาคทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง พร้อมกับแบบฝึกหัด จำนวน 10 บทเรียน และส่วนที่ 2 เป็นเอกสารประกอบการเรียนภาคปฏิบัติการ ในการใช้โปรแกรม Enterprise dynamics

ส่วนที่ 1 ภาคทฤษฎี

บทที่		จำนวน (หน้า)
1.	บทนำ (Introduction to Simulation)	15
2.	ความรู้พื้นฐานทางสถิติ (Preliminary Statistics)	30
3.	การสร้างตัวเลขสุ่ม (Random number generations)	15
4.	การทดสอบความเป็นค่าสุ่ม (Random number testing)	10
5.	การสร้างแบบจำลอง (Model Formulation)	16
6.	การแปรรูปแบบจำลอง (Model Translation)	13
7.	ระบบแถวคอย (Queuing System)	7
8.	การออกแบบและการวางแผนการทดลอง (Experimental Design and Planning)	12
9.	การออกแบบและการวางแผนการทดลอง (Experimental Design and Planning)	14
10.	ระบบสินค้าคงคลัง (Inventory Systems)	9

ส่วนที่ 2 ภาคปฏิบัติการใช้งานโปรแกรม Enterprise dynamics 9

	เอกสารประกอบการเรียนโปรแกรม Enterprise dynamics 9	29

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

1

บทนำ

(Introduction to Simulation)

เนื้อหา

1.1 ระบบ (System)

1.2 แบบจำลอง (Simulation Models)

1.3 กระบวนการจำลอง (Simulation Process)

1.4 การใช้งานแบบจำลอง (Applications of Simulation Models)

1.5 การประยุกต์ใช้ตัวแบบจำลอง (Areas of Applications)

1.6 ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งาน

การจำลอง (Simulation) **เป็นวิธีการหนึ่งซึ่งใช้ในกระบวนการในการแก้ปัญหาในด้านต่าง ๆ โดยสามารถให้คำจำกัดความได้ว่าหมายถึง 1"กระบวนการออกแบบแบบจำลอง** (model) **ของระบบงานจริง** (real system) **แล้วดำเนินการใช้แบบจำลองนั้นเพื่อการเรียนรู้พฤติกรรมของระบบงานหรือเพื่อประเมินผลการใช้กลยุทธ์** (strategies) **ต่าง ๆ ในการดำเนินงานของระบบภายใต้ข้อกำหนดที่วางไว้"**

จากคำจำกัดความจะพบว่า กระบวนการจำลองแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ การสร้างแบบจำลองและการนำแบบจำลองไปใช้งานในเชิงวิเคราะห์ กลไกของวิธีการของการจำลองขึ้นอยู่กับแบบจำลองและการใช้งาน แบบจำลองอาจจะอยู่ในรูปหุ่น ระบบ หรือแนวความคิด โดยไม่จำเป็นต้องเหมือนกับระบบงานจริง แต่ต้องสามารถช่วยให้เข้าใจในระบบงานจริง เพื่อประโยชน์ในการอธิบายพฤติกรรมและเพื่อปรับปรุงการดำเนินงานของระบบจริง

การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์เป็นการศึกษาถึงปัญหาของระบบงานด้วยแบบจำลองที่อยู่ในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งเป็นประเภทของแบบจำลองที่เป็นที่นิยมใช้มากที่สุด เพราะสามารถใช้ได้กับปัญหาของระบบงานหลากหลายประเภท โดยในการทำงานจะเกี่ยวข้องกับการคำนวณข้อมูลต่าง ๆ ซึ่งในการจัดเตรียมและการวิเคราะห์ข้อมูลจะใช้วิธีการทางสถิติ

1.1 ระบบ (System)

ในการที่จะสามารถสร้างแบบจำลองเพื่อเรียนรู้หรือประเมินการทำงานของระบบจริง ผู้สร้างต้องมีความเข้าใจในระบบงานจริงเป็นอย่างดี จึงจะสามารถสร้างแบบจำลองซึ่งใช้แทนระบบงานนั้น ๆ ได้

ระบบ หมายถึง กลุ่มขององค์ประกอบ (elements) ที่มีความสัมพันธ์กัน ในการศึกษาระบบงานใด ๆ เพื่อกำหนดเป็นลักษณะของระบบงานนั้น จะใช้วิธีการกำหนดขอบเขตของระบบงาน (System Boundaries) ประกอบด้วย

---

[1] Shannon, Robert E. "System Simulation; the art and science", Prentice-Hall Inc,, New Jersey, 1975.

(1) การกำหนดองค์ประกอบของระบบ โดยมีสิ่งที่ต้องพิจารณา ประกอบด้วย

- ลักษณะเฉพาะตัว (Attributes)
- กิจกรรม (Activities)
- สถานภาพของระบบ (System Status) ภายหลังจากการทำกิจกรรม

(2) การแสดงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบ

(3) การกำหนดองค์ประกอบอื่น ๆ ภายนอกระบบที่มีผลกระทบต่อการทำงานของระบบ ซึ่งเรียกโดยรวมว่า สิ่งแวดล้อมระบบ (System Environment)

ตัวอย่าง 1.1 ระบบการกำหนดงานผลิต (Production Scheduling System)

องค์ประกอบ	ลักษณะเฉพาะตัว	กิจกรรม	สถานภาพของระบบ
คนงาน	ความชำนาญ เงินเดือน ความสามารถในการผลิต ชื่อหรือหมายเลข	ทำงาน หยุดงาน	งานเสร็จ งานไม่เสร็จ จำนวนผลิตภัณฑ์เพียงพอ/ไม่เพียงพอ
วัตถุดิบ			
เครื่องจักร			
ใบสั่งผลิต			

แบบฝึกหัด 1.1 ร้านอาหารฟาสต์ฟู้ด

องค์ประกอบ	ลักษณะเฉพาะตัว	กิจกรรม	สถานภาพของระบบ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ประเภทของระบบ

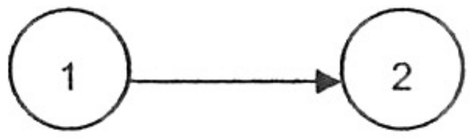
การจำแนกประเภทของระบบ สามารถทำได้หลายวิธีขึ้นกับการนำไปใช้งาน สำหรับการจำลอง จะจำแนกประเภทตามลักษณะการเปลี่ยนสถานภาพ โดยสามารถจำแนกประเภทได้ 2 ลักษณะ ประกอบด้วย

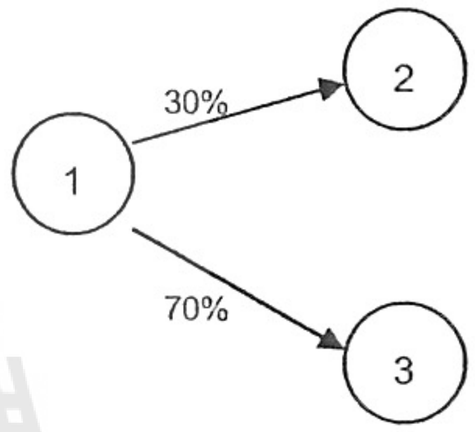
(1) จำแนกตามพฤติกรรมในการเปลี่ยนสถานภาพเทียบกับเวลา

- **ระบบต่อเนื่อง** (Continuous Systems) - ระบบมีการเปลี่ยนสถานภาพไปตามเวลาอย่างต่อเนื่อง
- **ระบบไม่ต่อเนื่อง** (Discrete Systems) - ระบบมีการเปลี่ยนสถานภาพในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง

(2) จำแนกตามสถานภาพที่เปลี่ยนแปลงไป

- **ระบบตายตัว** (Deterministic Systems) - ระบบซึ่งการเปลี่ยนแปลงสถานภาพที่ระดับใหม่สามารถบอกได้จากสถานภาพและกิจกรรมของระบบที่ระดับก่อน
- **ระบบไม่แน่นอน** (Stochastic Systems) - ระบบซึ่งการเปลี่ยนสถานภาพเป็นแบบสุ่ม โดยใช้หลักการของความน่าจะเป็นในการทำนายสถานภาพที่ระดับใหม่





1.2 แบบจำลอง (Simulation Models)

ตัวแทนของวัตถุ ระบบ หรือแนวคิดลักษณะใดลักษณะหนึ่ง โดยสามารถนำไปใช้งานได้หลายลักษณะ

(1) เป็นเครื่องช่วยคิด (An aid to thought) - ช่วยให้ผู้สร้างมองเห็นขั้นตอนการทำงานว่า มีกิจกรรมอะไรบ้างที่จะต้องทำ และทำอะไรก่อนอะไรหลัง

(2) เป็นเครื่องสื่อความหมาย (An aid to communication) - ช่วยให้เข้าใจพฤติกรรมของระบบงาน และช่วยให้สามารถอธิบายพฤติกรรม ปัญหา และการแก้ปัญหาของระบบ

(3) เป็นเครื่องช่วยสอนและฝึกอบรม (A tool of training & instruction) เช่น แบบจำลองเครื่องควบคุมการบินช่วยให้นักบินทำความเข้าใจและความคุ้นเคยกับระบบควบคุมเครื่องบินก่อนขึ้นฝึกบินจริง

(4) เป็นเครื่องมือสำหรับการทำนาย (A tool of prediction) - ช่วยให้ผู้สร้างสามารถคาดคะเนหรือทำนายได้ว่าเมื่อมีเหตุการณ์ที่มีผลกระทบต่อองค์ประกอบเกิดขึ้น จะมีผลอะไรเกิดขึ้นกับระบบ

(5) เป็นเครื่องมือสำหรับการทดลอง (An aid to experimentation) - ในกรณีที่ต้องการทดลองเงื่อนไขต่าง ๆ กับระบบงานจริงแต่ไม่สามารถทำได้ ก็จะนำเอาเงื่อนไขนั้น ๆ มาทดลองกับแบบจำลองเพื่อดูว่าจะให้ผลอย่างไร เพื่อประโยชน์ในการตัดสินใจว่าควรจะนำเงื่อนไขนั้น ๆ ไปใช้กับระบบงานจริงหรือไม่

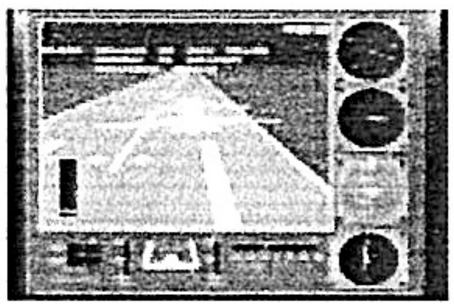
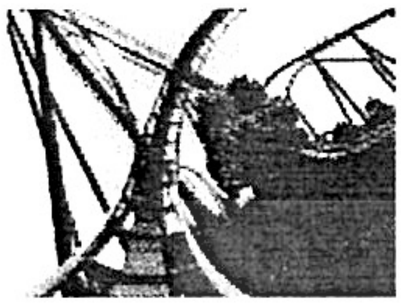
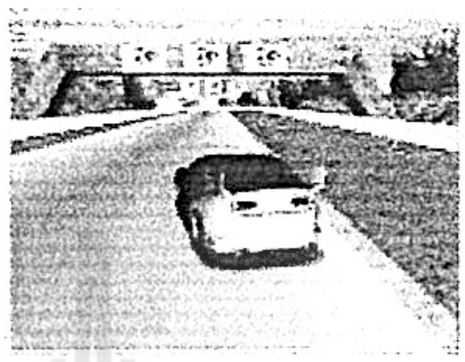
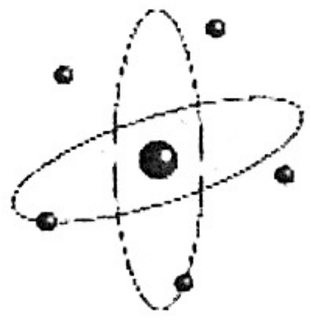
ประเภทของแบบจำลอง (Classification of Simulation Models)

ในการจำแนกประเภทของแบบจำลอง สามารถจำแนกได้ตามประเภทของระบบงานที่แบบจำลองเป็นตัวแทน หรือจำแนกตามลักษณะพิเศษ ดังนี้

(1) แบบจำลองทางกายภาพ (Physical or Iconic Models) - แบบจำลองที่มีลักษณะเหมือนกับระบบงานจริง โดยอาจมีขนาดเท่ากับของจริงหรือมีขนาดที่เล็กว่าหรือใหญ่กว่า (Scaled Models) อาจเป็นแบบจำลองในมิติใดมิติหนึ่งหรือ 3 มิติ

ตัวอย่าง 1.2

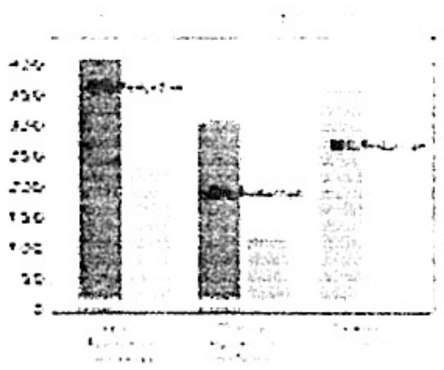
- เครื่องยนต์ต้นแบบ (Prototype) ที่สร้างขึ้นเพื่อทดสอบสมรรถนะก่อนการผลิตจริง
- แบบจำลองของส่วนควบคุมการบินของเครื่องบิน
- เครื่องบินขนาดจำลองที่ใช้ทดสอบ
- แบบจำลองผังโรงงาน
- รูปแสดงการเกาะเกี่ยวของอะตอม

(2) แบบจำลองอนาลอก (Analog Models) - แบบจำลองที่มีพฤติกรรมเหมือนระบบงานจริง แต่อาจมีรูปลักษณะไม่เหมือนกับระบบงานจริง

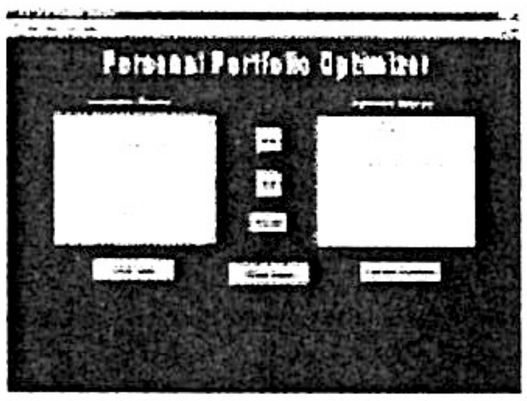
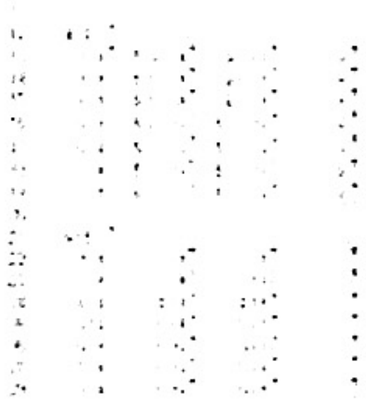
ตัวอย่าง 1.3

- กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่าง ๆ ที่วัดค่าได้ โดยใช้ขนาดความยาวของเส้นกราฟในการแทนค่าปริมาณ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายในการผลิตกับจำนวนสินค้าที่ผลิต
- แผนภูมิการจัดองค์กร (Organization Charts) ใช้รูป 4 เหลี่ยม รูปกล่องและเส้นแสดงความสัมพันธ์และหน้าที่รับผิดชอบของบุคลากรในระดับต่าง ๆ
- แผนภูมิการไหลของวัตถุดิบผ่านกระบวนการผลิต



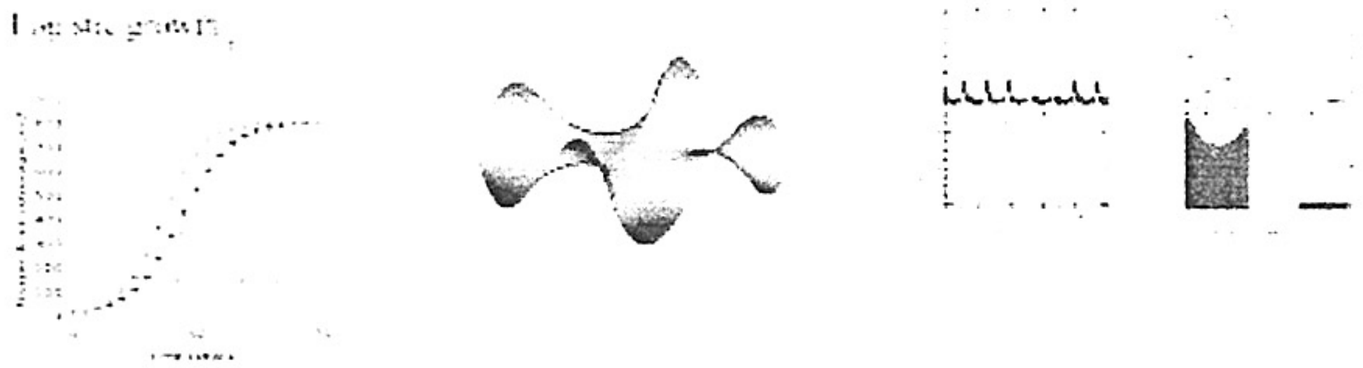
(3) เกมการบริหาร (Management Games) - แบบจำลองการตัดสินใจ (Decision Models) ในกิจการต่าง ๆ เช่น ธุรกิจ การลงทุน สงคราม ฯลฯ เป็นแบบจำลองที่ใช้แสดงผลเปรียบเทียบเมื่อมีการตัดสินในแบบต่าง ๆ เพื่อใช้เป็นข้อมูลสำหรับการตัดสินใจ

(4) แบบจำลองทางคอมพิวเตอร์ (Computer Simulation Models) - แบบจำลองที่อยู่ในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

โดยอาจเป็นแบบจำลองที่แปลงมาจากแบบจำลองประเภทอื่น ๆ

(5) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Models) - แบบจำลองที่ใช้สัญลักษณ์และฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์แทนองค์ประกอบในระบบจริง เช่น X แทนค่าใช้จ่ายในการผลิต Y แทนจำนวนสินค้าที่ผลิต และแทนค่าลงในสูตรการคำนวณต่าง ๆ



ในระบบงานจริงที่มีความยุ่งยากซับซ้อน อาจใช้แบบจำลองหลาย ๆ ประเภทร่วมกัน

โครงสร้างของแบบจำลอง (Structure of Simulation Models)

สามารถเขียนในรูปแบบฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

$$E = f(x_i, y_i)$$

โดยที่ E = ผลของการปฏิบัติการของระบบ

xi = ตัวแปรและพารามิเตอร์ที่สามารถควบคุมได้

yi = ตัวแปรและพารามิเตอร์ที่ไม่สามารถควบคุมได้

f = ความสัมพันธ์ระหว่าง xi และ yi ที่ทำให้เกิด E

จากรูปแบบของฟังก์ชันข้างต้น โครงสร้างของแบบจำลองจะประกอบไปด้วย

(1) องค์ประกอบ (Components) - ทุกระบบจะต้องประกอบไปด้วยองค์ประกอบต่าง ๆ ในแบบจำลองที่ใช้แทนระบบจริง ก็จะต้องประกอบไปด้วยองค์ประกอบที่จำเป็นสำหรับการทำงานของระบบ

(2) ตัวแปรและพารามิเตอร์ (Variables & Parameters)

(2.1) ตัวแปร เป็นค่าที่ผันแปร มีได้หลายค่าตามสภาวะจริงของการใช้งาน แยกออกได้เป็น 2 ประเภท

- ตัวแปรภายนอก (Exogeneous Variables) - มีลักษณะเป็นตัวแปรนำเข้า (Input Variables) ซึ่งหมายถึง ตัวแปรจากภายนอกระบบที่มีผลกระทบต่อสมรรถนะของระบบ หรือเป็นตัวแปรซึ่งเป็นผลมาจากปัจจัยภายนอกระบบ
- ตัวแปรภายใน (Endogeneous Variables) - ตัวแปรที่เกิดขึ้นภายในระบบ มีลักษณะเป็น
  - ตัวแปรสถานภาพ (Status Variables) - ตัวแปรที่ใช้บอกสภาพหรือเงื่อนไขของระบบ
  - ตัวแปรนำออก (Output Variables) - ผลที่ได้จากการใช้งานระบบ

ในเชิงสถิติ ตัวแปรจากภายนอกจะเป็นตัวแปรอิสระ (Independent Variables) และตัวแปรภายในจะเป็นตัวแปรตาม (Dependent Variables)

(2.2) พารามิเตอร์ เป็นค่าคงที่ซึ่งผู้ใช้แบบจำลองเป็นผู้กำหนด อาจเป็นค่าที่กำหนดขึ้นเองเพื่อศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากค่าของพารามิเตอร์นั้น หรือเป็นค่าที่วัดหรือประเมินได้จากข้อมูล

(3) ฟังก์ชันความสัมพันธ์ (Functional Relationships) - ฟังก์ชันที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรกับพารามิเตอร์ซึ่งมีได้ 2 ลักษณะ

(3.1) แน่นอนตายตัว (Deterministic) - เมื่อใส่ข้อมูลนำเข้าจะสามารถหาผลลัพธ์ที่แน่นอนได้

(3.2) ไม่แน่นอน (Stochastic) - เมื่อใส่ข้อมูลนำเข้าให้กับฟังก์ชัน จะไม่สามารถระบุผลลัพธ์ที่แน่นอนได้

รูปแบบของฟังก์ชันจะอยู่ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ เช่น $Y = 4 + 0.7X$ ซึ่งฟังก์ชันความสัมพันธ์เหล่านี้อาจหามาได้จากสมมติฐานหรือประเมินจากข้อมูลร่วมกับวิธีการทางสถิติหรือทางคณิตศาสตร์

(4) ข้อจำกัด (Constraints) - ข้อจำกัดของค่าของตัวแปรต่าง ๆ ซึ่งอาจเป็นข้อจำกัดที่ผู้ใช้กำหนดขึ้น เช่น ปริมาณทรัพยากรในระบบ, ปริมาณที่ผลิตได้ต่อวัน หรืออาจเป็นข้อจำกัดของระบบจริงโดยธรรมชาติ เช่น การขายสินค้าจะไม่สามารถขายได้มากกว่าปริมาณที่ผลิต

(5) ฟังก์ชันเป้าหมาย (Criterion Functions) - ข้อความที่บอกเป้าหมาย (Goals) หรือวัตถุประสงค์ (Objectives) ของระบบและวิธีประเมินผลตามเป้าหมาย โดยวัตถุประสงค์สามารถแบ่งได้ 2 ประเภท

- การคงสภาพของระบบ (Retentive) - วัตถุประสงค์ที่จะทำให้ระบบสามารถคงสภาพการใช้ทรัพยากร เช่น เวลา พลังงาน ความชำนาญ ฯลฯ หรือคงสถานภาพของระบบ เช่น ความสะดวกสบาย คุณภาพ ความปลอดภัย
- การแสวงหา (Acquisitive) - วัตถุประสงค์ที่จะให้ระบบสามารถเพิ่มทรัพยากรต่าง ๆ เช่น กำไร ลูกค้าหรือเปลี่ยนสถานภาพของระบบ เช่น ได้ส่วนแบ่งตลาดเพิ่มขึ้น ลำดับความนิยม

1.3 กระบวนการจำลอง (Simulation Process)

การจำลองในปัจจุบันมักจะนำคอมพิวเตอร์เข้ามาใช้ เนื่องจากสามารถรองรับปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนและาสมารถคำนวณหาข้อมูลต่าง ๆ ที่ต้องการสำหรับการวิเคราะห์หาวิธีการแก้ปัญหา ขั้นตอนการดำเนินงานสำหรับการจำลองที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ ประกอบด้วย

(1) การตั้งปัญหาและให้คำจำกัดความของระบบ (Problem Formulation & System Definition) - การกำหนดวัตถุประสงค์ของระบบ การกำหนดขอบเขต ข้อจำกัดต่าง ๆ และวิธีการประเมินผล

(2) การสร้างแบบจำลอง (Model Formulation) - การเขียนแบบจำลองที่สามารถอธิบายพฤติกรรมของระบบตามวัตถุประสงค์ของการศึกษา

(3) การจัดเตรียมข้อมูล (Data Preparation) - การวิเคราะห์หาข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับแบบจำลอง และจัดเตรียมให้อยู่ในรูปแบบที่สามารถนำไปใช้งานกับแบบจำลองได้

(4) การแปรรูปแบบจำลอง (Model Translation) - แปลงแบบจำลองให้อยู่ในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

(5) การทดสอบความถูกต้อง (Validation) - การวิเคราะห์เพื่อตรวจสอบว่าแบบจำลองสามารถใช้แทนระบบจริงตามวัตถุประสงค์ของการศึกษาได้

(6) การออกแบบการทดลอง (Strategic Planning) - การออกแบบการทดลองที่ทำให้แบบจำลองสามารถให้ข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์หาผลลัพธ์ที่ต้องการ โดยกำหนดเงื่อนไขในการทดลอง

(7) การวางแผนการใช้งานแบบจำลอง (Tactical Planning) - การวางแผนว่าจะใช้แบบจำลองในการทดลองอย่างไรจึงจะได้ข้อมูลสำหรับวิเคราะห์ผลเพียงพอ

(8) การดำเนินการทดลอง (Experimentation) - การคำนวณหาข้อมูลต่าง ๆ ที่ต้องการและความไวของการเปลี่ยนแปลงข้อมูลแบบจำลอง

(9) การตีความผลการทดลอง (Interpretation) - จากผลการทดลองที่ได้รับ ตีความว่าระบบจริงมีปัญหาอย่างไรและการแก้ไขปัญหาจะได้ผลอย่างไร

(10) การนำไปใช้งาน (Implementation) - เปรียบเทียบผลการทดลอง เลือกวิธีการที่แก้ไขปัญหาได้ดีที่สุดไปใช้กับระบบจริง

(11) การจัดทำเอกสารการใช้งาน (Documentation) - การบันทึกกิจกรรมในการจัดทำแบบจำลอง โครงสร้างของแบบจำลอง วิธีการใช้งานและผลที่ได้จากการใช้งาน เพื่อประโยชน์สำหรับผู้นำแบบจำลองไปใช้งาน และการปรับปรุงแบบจำลอง

1.4 การใช้งานแบบจำลอง (Applications of Simulation Models)

การจำลองเป็นเครื่องมือที่ใช้บอกผลต่าง ๆ อันจะเกิดจากระบบภายใต้เงื่อนไขต่าง ๆ ผลที่ได้จากแบบจำลองอาจนำไปใช้งานได้โดยตรงหรืออาจต้องนำไปวิเคราะห์ต่อ การจำลองเป็นวิธีการหนึ่งในหลาย ๆ วิธีที่อาจใช้ช่วยแก้ปัญหาในการดำเนินงานของระบบ โดยการใช้งานแบบจำลองแทนระบบจริง จะเหมาะสมสำหรับกรณีต่าง ๆ ดังนี้

(1) การทดลองกับระบบจริงอาจก่อให้เกิดความขัดข้องในการดำเนินงานตามปกติ

(2) การทดลองกับระบบจริงจะควบคุมเงื่อนไขต่าง ๆ ของการทดลองได้ยาก ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้อาจมีความคลาดเคลื่อน

(3) การทดลองกับระบบจริงต้องใช้เวลาและค่าใช้จ่ายจำนวนมาก จึงจะได้ข้อมูลที่เพียงพอในการวิเคราะห์

(4) การทดลองกับระบบจริง อาจจะเป็นไปไม่ได้ที่จะทดลองกับเงื่อนไขทุกรูปแบบที่ต้องการ

1.5 การประยุกต์ใช้แบบจำลองกับระบบงานจริง (Areas of Application)

ตัวแบบจำลองปัญหา สามารถนำไปแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้หลายระบบงาน ตัวอย่างเช่น

(1) การจำลองระบบงานด้านอุตสาหกรรม เช่น ระบบสินค้าคงคลัง ระบบแถวคอย ระบบการสื่อสาร ระบบการรับ-จ่ายสินค้า

(2) การจำลองระบบงานด้านบริหารธุรกิจและเศรษฐศาสตร์ เช่น ศึกษาภาวะการตลาด ภาวะเงินเฟ้อ พฤติกรรมของผู้บริโภค

(3) การจำลองสถานการณ์ในการรบ

(4) การจำลองปัญหาด้านการจราจร ระยะเวลา การเปิดสัญญาณไฟ

(5) การจำลองปัญหาด้านการจัดการคมนาคมทางอากาศ การกำหนดระดับการบินให้กับเครื่องบินลำต่าง ๆ เพื่อป้องกันอุบัติเหตุเครื่องบินชนกัน

(6) การฝึกหัดบิน

(7) การจำลองการแข่งขันด้านธุรกิจ ด้วยการทดลองใช้แผนธุรกิจรูปแบบต่าง ๆ

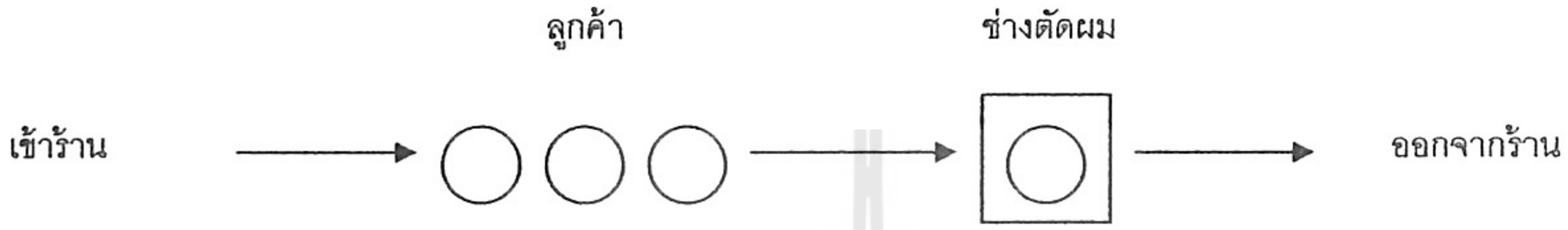
(8) การจำลองเกี่ยวกับระบบการบำบัดน้ำเสียของโรงงานอุตสาหกรรม

(9) การจำลองผลกระทบทางเศรษฐกิจ ในการใช้นโยบายเศรษฐกิจทางด้านต่าง ๆ

1.6 ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งาน

ตัวอย่าง 1.4

ร้านตัดผมแห่งหนึ่งมีช่างตัดผม 1 คน ร้านเปิดเวลา 8.00 น. ในการทำงานจะเริ่มด้วยลูกค้าเข้ามาที่ร้านตัดผม ถ้าช่างตัดผมว่างก็จะเข้ารับบริการ ถ้าไม่ว่างก็จะเข้าคิวรอ เมื่อรับบริการเสร็จก็จะออกจากร้านไป เมื่อมีลูกค้าคนใหม่ก็จะปฏิบัติเหมือนกัน ถ้ากำหนดให้ การเข้ามาในร้านของลูกค้ามีลักษณะสม่ำเสมอ โดยมีระยะห่างระหว่างลูกค้าแต่ละคนเท่ากับ 10-20 นาที โดยถ้าเป็นลูกค้าคนแรก จะหมายความว่าลูกค้าเข้ามาหลังการเปิดร้าน 10 - 20 นาที ระยะเวลาในการใช้บริการของลูกค้าแต่ละคนจะมีลักษณะสม่ำเสมอ อยู่ระหว่าง 10 - 15 นาที ได้แบบจำลองในรูปแบบอนาลอก ดังรูป



ถ้ากำหนดให้มีลูกค้าเข้ามาที่ร้าน 10 คน แต่ละคนมีระยะเวลาห่างกับลูกค้าคนก่อนหน้าและระยะเวลาในการใช้บริการต่าง ๆ กัน คำนวณหา

(1) ระยะเวลาเฉลี่ยที่ลูกค้าแต่ละคนจะต้องนั่งรอคิว

(2) ระยะเวลาทั้งหมดที่ช่างตัดผมว่าง

(3) ระยะเวลาทั้งหมดในการให้บริการลูกค้านับตั้งแต่เปิดร้าน

(4) เปอร์เซ็นต์ของระยะเวลาที่ช่างตัดผมทำงาน

ตารางการจำลองของร้านตัดผม

ลูกค้าคนที่	ระยะเวลาห่างจากลูกค้าคนก่อน (นาที)	ระยะเวลาในการใช้บริการ (นาที)	เวลามาถึงร้าน	เวลาเข้ารับบริการ	เวลาออกจากร้าน	เวลาในการรอคิว (นาที)	ระยะเวลาที่ช่างว่าง (นาที)
1	12	15					
2	10	12					
3	14	10					
4	18	14					
5	10	15					
6	16	12					
7	13	15					
8	12	12					
9	20	13					
10	15	11					
รวม							

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ตัวอย่าง 1.5

ในการเล่นเกม ๆ หนึ่งด้วยการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 1 ครั้ง ผู้เล่นจะต้องเสียค่าโยนครั้งละ 1 บาท ถ้าเหรียญออกหัว ผู้เล่นจะได้รับเงิน 2 บาท แต่ถ้าเหรียญออกก้อยจะไม่ได้รับเงิน ถ้าเมื่อเริ่มต้นผู้เล่นมีเงินทั้งหมด 10 บาท และเขาเล่นเกมทั้งหมด 10 ครั้งโดยมีผลลัพธ์จากการเล่นในแต่ละครั้ง ดังนี้

หัว ก้อย ก้อย ก้อย หัว ก้อย ก้อย ก้อย ก้อย หัว

จงหาว่าผู้เล่นได้กำไรหรือขาดทุนจากการเล่นเป็นจำนวนเท่าไร

ตารางการจำลองการเล่นเกม

ครั้งที่	ผลลัพธ์	จำนวนเงินเริ่มต้น	เงินที่ได้	เงินที่เสีย	เงินคงเหลือ
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
รวม					

การบ้าน 1

1. กำหนดให้ระยะเวลาห่างระหว่างการเข้ามารับบริการของลูกค้ากับลูกค้าคนก่อนอยู่ระหว่าง 1 - 6 นาที ถ้ามีลูกค้าเข้ารับบริการทั้งหมด 15 คน โดยที่ 5 คนแรกใช้เวลารับบริการคนละ 5 นาที และลูกค้าที่เหลืออีก 10 คนใช้เวลารับบริการคนละ 3 นาที และร้านเปิดให้บริการเวลา 8.00 น.

1.1 จงสร้างตารางการจำลองการให้บริการ โดยสำหรับระยะเวลาระหว่างลูกค้าแต่ละคนให้นักศึกษาใช้วิธีโยนลูกเต๋าเพื่อแสดงผลลัพธ์ในแบบสุ่ม

ลูกค้าคนที่	ระยะเวลาห่างจากลูกค้าคนก่อน (นาที)	ระยะเวลาในการใช้บริการ (นาที)	เวลามาถึงร้าน	เวลาเข้ารับบริการ	เวลาออกจากร้าน	เวลาในการรอคิว (นาที)	ระยะเวลาที่พนักงานว่าง (นาที)

1.2 จงคำนวณหา

(1) ระยะเวลาเฉลี่ยที่ลูกค้าแต่ละคนจะต้องรอรับบริการ

(2) ระยะเวลาทั้งหมดที่พนักงานว่าง

2

ความรู้พื้นฐานทางสถิติ (Preliminary Statistics)

เนื้อหา

2.1 ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Mean & Standard Deviation)

2.2 สิ่งตัวอย่าง (Sample)

2.3 การแจกแจงปกติ (Normal Distributions)

2.4 การประมาณค่า (Estimation)

2.5 การทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis Testing)

2.6 การวิเคราะห์การถดถอย (Regression Analysis)

ในระบบงานจริง จะมีลักษณะการดำเนินงานที่ไม่แน่นอน มีความผันแปร ข้อมูลต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจากระบบจึงมีความผันแปรไปตามพฤติกรรมของระบบ แบบจำลองซึ่งใช้เป็นตัวแทนระบบ จำเป็นต้องมีพฤติกรรมผันแปรเช่นเดียวกับระบบที่เป็นตัวแทน ความผันแปรต่าง ๆ ของพฤติกรรมนี้อาจวัดค่าได้ ค่าหรือข้อมูลของความผันแปรมักจะเกิดขึ้นอย่างสุ่ม

ในการสร้างข้อมูลที่แสดงความผันแปรของระบบงานจริงของแบบจำลอง จะใช้

(1) สมการทางคณิตศาสตร์ - สร้างข้อมูล

(2) เครื่องมือทางสถิติ - วิเคราะห์ข้อมูล

2.1 ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Mean & Standard Deviation)

การทดลองสุ่ม (Random Trial) หมายถึง การทดลองใด ๆ ที่ไม่สามารถทำนายผลลัพธ์ล่วงหน้าได้ แต่ทราบผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

ตัวอย่าง 2.1 การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง
การโยนเหรียญ 1 เหรียญ 1 ครั้ง
การหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ

ค่าเฉลี่ย (Mean) หมายถึง ผลลัพธ์จากการทดลองสุ่มที่เกิดขึ้นโดยเฉลี่ย ใช้สัญลักษณ์ μ

$$\mu = \frac{\Sigma x}{N}$$

Σx = ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด N = จำนวนข้อมูลทั้งหมด

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) หมายถึง ค่าที่แสดงให้เห็นว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจริงมีความแตกต่างจากผลลัพธ์โดยเฉลี่ยมากน้อยเพียงใด ใช้สัญลักษณ์ σ หาค่าได้จากความแปรปรวน ($\sigma 2$)

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \mu)^2}{N}$$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\mu)^2}{N}}$$

ตัวอย่าง 2.2 จากการเก็บข้อมูลของเด็ก 4 คน ซึ่งมีอายุ 1, 3, 5 และ 7 ขวบ จะได้

$$\mu = \frac{\Sigma x}{N} = \frac{(1+3+5+7)}{4} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x-\mu)^2}{N} = \frac{(1-4)^2+(3-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2}{4} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{5} = 2.326$$

แบบฝึกหัด 2.1 จำนวนปีในการสอนหนังสือของอาจารย์ทั้งหมด 4 คน มีดังนี้

อาจารย์:	A	B	C	D
จำนวนปี (x):	7	8	12	7

คำนวณหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2.2 สิ่งตัวอย่าง (Sample)

ประชากร (population) - กลุ่มของข้อมูลทั้งหมด ซึ่งอาจเป็นบุคคล สิ่งของ ปริมาณ
สิ่งตัวอย่าง (sample) - ส่วนหนึ่งของข้อมูลที่เลือกมาเป็นตัวแทนประชากร

สิ่งตัวอย่างเป็นข้อมูลส่วนหนึ่งที่เลือกขึ้นมาจากประชากร เมื่อนำมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยค่าเฉลี่ยในการคำนวณของแต่ละชุดอาจจะไม่เท่ากัน ขึ้นกับข้อมูลที่ถูกเลือกขึ้นมา ค่าเฉลี่ยของสิ่งตัวอย่างใช้สัญลักษณ์ $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

Σx = ผลรวมของข้อมูลที่เป็นสิ่งตัวอย่าง n = จำนวนข้อมูลที่เป็นสิ่งตัวอย่าง / ขนาดของสิ่งตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ย $\bar{x}$ ($\mu_{\bar{x}}$) ของ - ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงสิ่งตัวอย่างของ x จะมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยของประชากร

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{\Sigma \bar{x}}{n_{\bar{x}}} = \mu$$

n_x = จำนวนกลุ่มของสิ่งตัวอย่าง

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ $\bar{x}(\sigma_x)$ - ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการแจกแจงสิ่งตัวอย่างของ x เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของ $\bar{x}$ (standard error)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

σ = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร n = ขนาดของสิ่งตัวอย่าง

ตัวอย่าง 2.3 จากจำนวนเด็กทั้งหมด 4 คน ซึ่งมีอายุ 1, 3, 5 และ 7 ขวบ สุ่มเลือกขึ้นมา 3 คน จะได้กลุ่มของสิ่งตัวอย่างที่เป็นไปได้ทั้งหมด 4 ชุด ดังนี้

ตัวอย่างที่	สิ่งตัวอย่าง	รวม	ค่าเฉลี่ย
1	1 3 5	9	3
2	1 3 7	11	3.7
3	1 5 7	13	4.3
4	3 5 7	15	5

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{\Sigma\bar{x}}{n_{\bar{x}}} = \frac{3 + 3.7 + 4.3 + 5}{4} = 4$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2.326}{\sqrt{3}} = 1.343$$

แบบฝึกหัด 2.3 จำนวนปีในการสอนหนังสือของอาจารย์ทั้งหมด 4 คน มีดังนี้

อาจารย์:	A	B	C	D
จำนวนปี (x):	7	8	12	7

กำหนดขนาดของสิ่งตัวอย่างเท่ากับ 3 คำนวณหา $\mu_{\bar{x}}, \sigma_{\bar{x}}$

2.3 การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

ตัวแปรสุ่ม - ตัวแปรที่ใช้ในการเก็บจำนวนของผลลัพธ์ของแต่ละเหตุการณ์

- ตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variables) - ตัวแปรสุ่มที่มีค่าเป็นจำนวนเต็มโดยอาจจะมีค่าจำกัดหรือไม่จำกัดก็ได้ เช่น จำนวนครั้ง
- ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variables) - ตัวแปรสุ่มที่มีค่าเป็นจำนวนจริงโดยอาจอยู่ในช่วงของค่า หรือมีค่าได้ไม่จำกัด เช่น เวลา ส่วนสูง น้ำหนัก

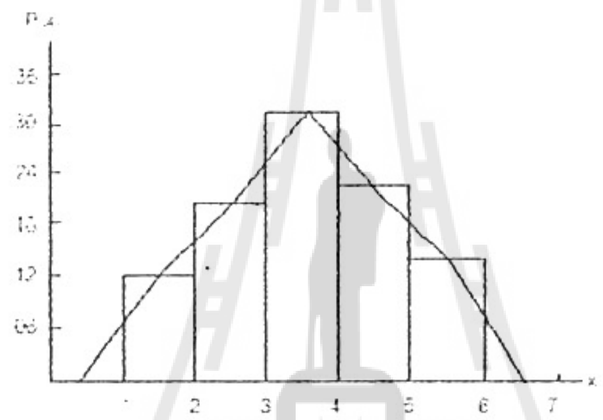
ความถี่สัมพัทธ์ (Relative Frequency) - การคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มโดยคำนวณจาก

$$P(x) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกในช่วงของค่า}}{\text{จำนวนสมาชิกทั้งหมด}} = \frac{n(x)}{n(S)}$$

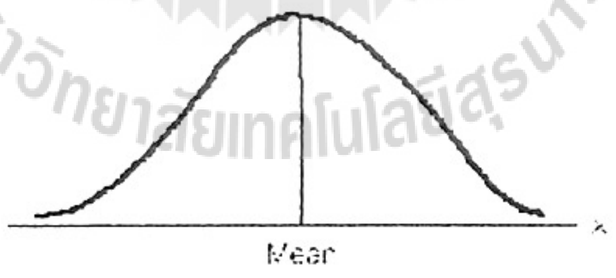
ตัวอย่าง 2.4 เวลาที่ใช้ในการให้บริการลูกค้าของธนาคารจำนวน 100 คน

เวลา (นาที) x	จำนวนลูกค้า (f)	ความถี่สัมพัทธ์ (P(x))
1 ถึงน้อยกว่า 2	12	12 / 100 = .12
2 ถึงน้อยกว่า 3	20	20 / 100 = .20
3 ถึงน้อยกว่า 4	32	32 / 100 = .32
4 ถึงน้อยกว่า 5	22	22 / 100 = .22
5 ถึงน้อยกว่า 6	14	14 / 100 = .14
	100	sum = 1.0

นำมาสร้างเส้นโค้งของการแจกแจงความน่าจะเป็น (Probability Distribution Curve)



การแจกแจงปกติ เป็นรูปแบบหนึ่งของการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง ซึ่งเมื่อนำข้อมูลของตัวแปรดังกล่าวมาลงจุดจะได้เส้นโค้งซึ่งเรียกตามชื่อของการแจกแจงว่า เส้นโค้งปกติ (normal curve) ซึ่งจะได้โค้งรูประฆังคว่ำ (bell-shaped curve)



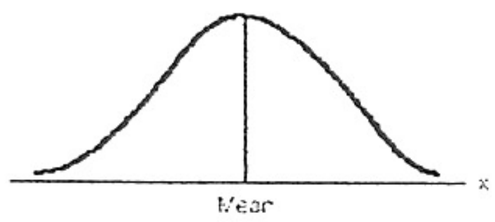
รูปร่างของโค้งปกติขึ้นกับพารามิเตอร์ 2 ค่า

(1) ค่าเฉลี่ย (Mean) = μ (2) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) = σ

x = ตัวแปรสุ่มปกติ (normal random variable)

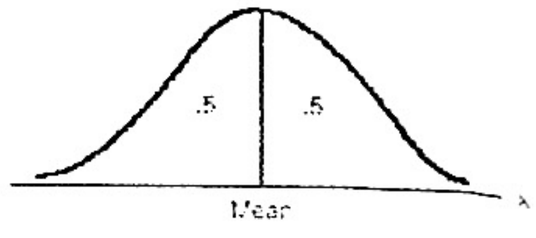
<u>ลักษณะสำคัญ</u>

(1) พื้นที่ภายใต้เส้นโค้ง = 1.0 หรือ 100%

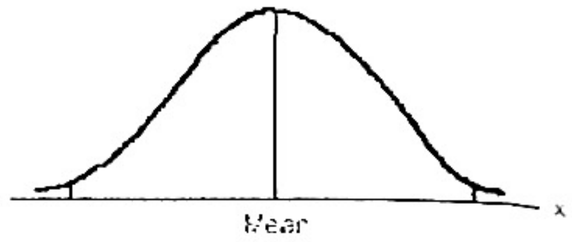


ศูนย์บรรณสารและสื่อการศึกษา
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

(2) เส้นโค้งจะมีลักษณะสมมาตร (symmetric) - พื้นที่ด้านซ้ายมือของค่าเฉลี่ยเท่ากับพื้นที่ด้านขวามือของค่าเฉลี่ย



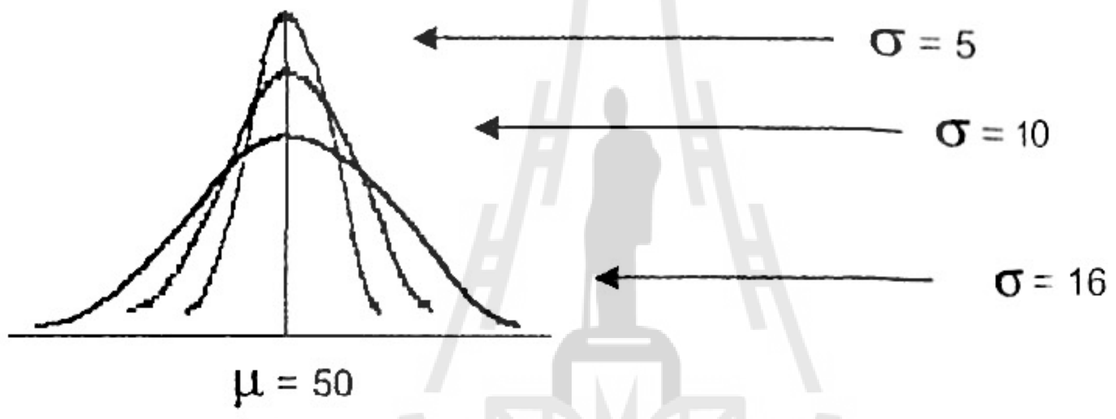
(3) ปลายทั้งสองข้างของโค้งจะลาดลงโดยไม่สัมผัสแกนนอน โดยปกติค่าของ x จะอยู่ระหว่าง $\mu - 3\sigma$ และ $\mu+3\sigma$ โดยประมาณ พื้นที่ของค่าที่อยู่นอกเหนือจากค่าเหล่านี้จะมีค่าเท่ากับ 0 โดยประมาณ



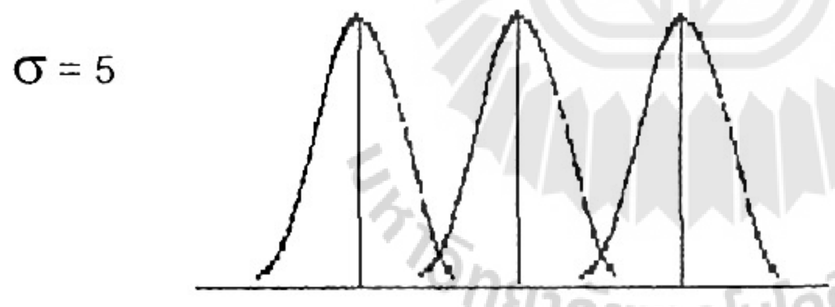
$\mu - 3\sigma$ $\mu + 3\sigma$

ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจะเป็นตัวกำหนดรูปร่างของโค้งปกติ

(1) ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่างกัน

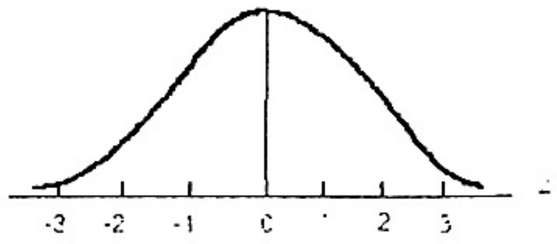


(2) ค่าเฉลี่ยต่างกัน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากัน



การแจกแจงปกติมาตรฐาน (Standard Normal Distribution)

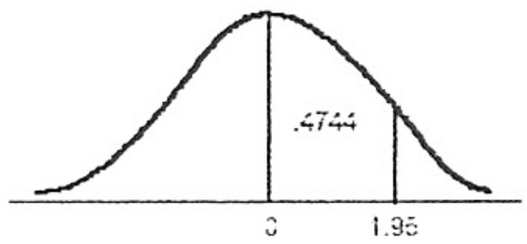
การแจกแจงปกติที่ค่าเฉลี่ย = 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1 ค่าของโค้งปกติ = z เรียกว่า z value หรือ z score



$\mu = 0$ $\sigma = 1$

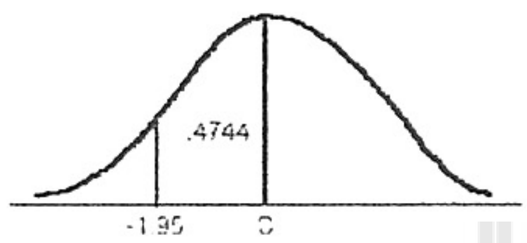
พื้นที่ใต้โค้งปกติสามารถอ่านค่าได้จาก ตารางการแจกแจงปกติมาตรฐาน ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 0.00 ถึง 3.09 โดยพื้นที่ทางด้านซ้ายมือและขวามือจะมีค่าเท่ากัน

ตัวอย่าง 2.5 หาพื้นที่ใต้โค้งปกติระหว่างค่า z = 0 และ z = 1.95



P(0 < z < 1.95) = 0.4744

ตัวอย่าง 2.6 หาพื้นที่ใต้โค้งปกติระหว่างค่า z = -1.95 และ z = 0

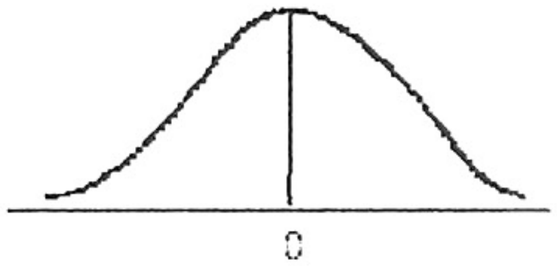


โค้งปกติมีลักษณะเป็นสมมาตรกัน

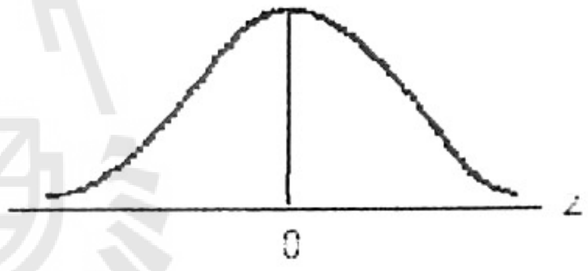
P(-1.95 < z < 0) = P(0 < z <1.95) = 0.4744

แบบฝึกหัด 2.4 หาพื้นที่ใต้โค้งปกติ

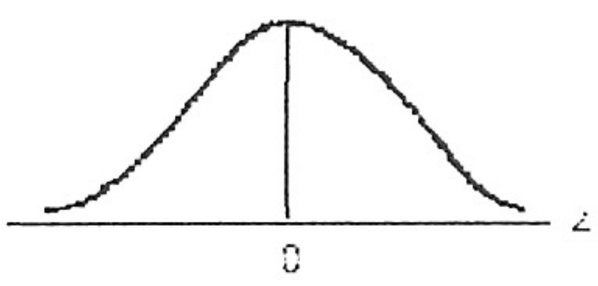
1. พื้นที่ทางด้านขวามือของ z = 2.32



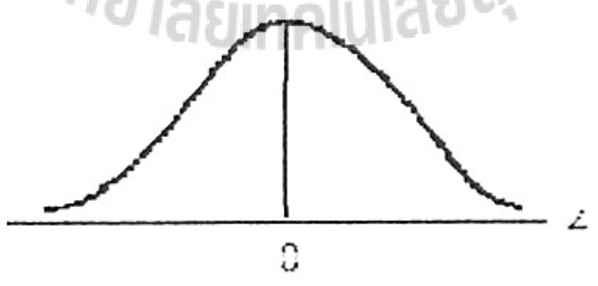
2. พื้นที่ทางด้านซ้ายมือของ z = -1.54



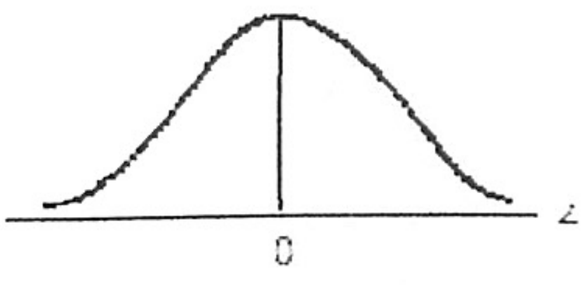
3. P(1.19 < z < 2.12)



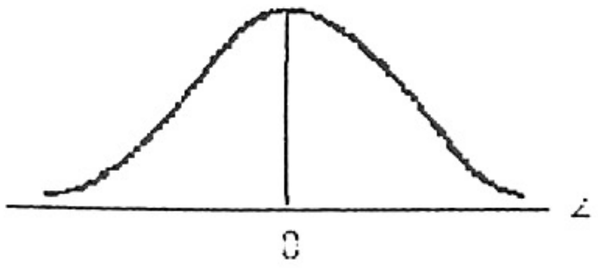
4. P(-1.56 < z < 2.31)



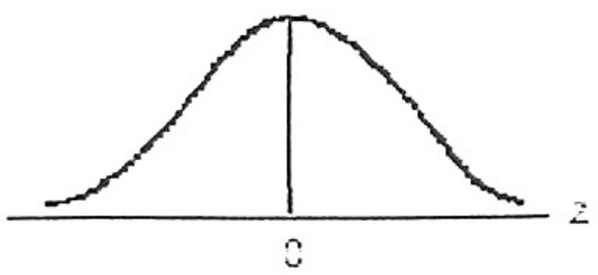
5. P(z > -0.75)



6. P(0 < z < 5.67)



7. P(z < -5.35)



การหาพื้นที่ใต้โค้งปกติ

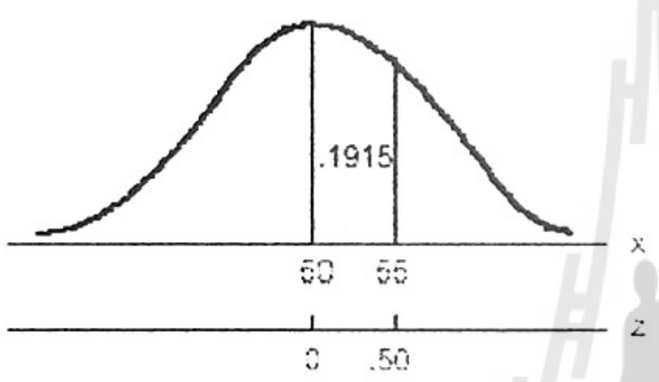
สำหรับกรณีที่ตัวแปรสุ่มไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน คือ มีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เท่ากับ 1 การหาพื้นที่ใต้โค้งจากตารางจะต้องมีการแปลงค่า เรียกว่า การแปลงค่าให้เป็นมาตรฐาน (standardizing transformation) ด้วยการแปลงค่าการแจกแจงปกติ (x) เป็นค่าการแจกแจงปกติมาตรฐาน (z)

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

ตัวอย่าง 2.7 กำหนด x เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องที่มีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย = 50 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 10 แปลงค่า x เป็นค่า z

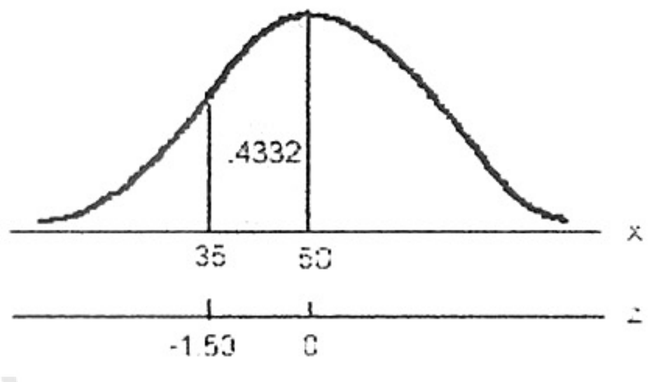
1. x = 55

z = (55 - 50) / 10 = 0.50



2. x = 35

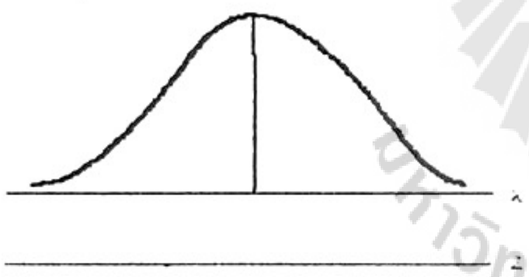
z = (35 - 50) / 10 = -1.50



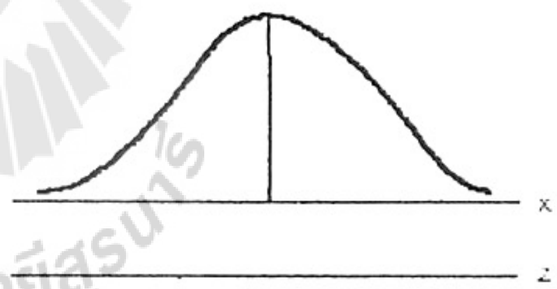
แบบฝึกหัด 2.5

1. กำหนด x เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องที่มีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย = 25 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 4 หาพื้นที่ใต้โค้ง

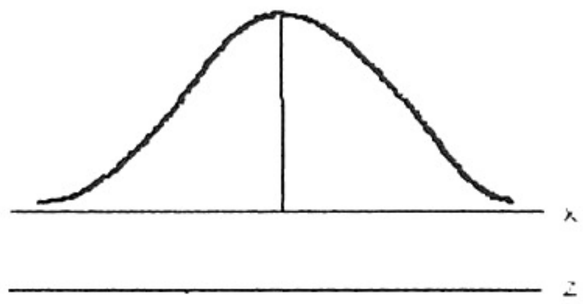
1.1 P(18 < x < 34)



1.2 P(x > 20)



2. คนงานโรงงานผลิตของเล่น สามารถประกอบของเล่นให้เสร็จได้โดยเฉลี่ยชิ้นละ 55 นาที โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสำหรับการประกอบของเล่นเท่ากับ 4 นาที ถ้าโรงงานปิดเวลา 5 โมงเย็นของทุกวัน ความน่าจะเป็นที่คนงานที่เริ่มประกอบของเล่นตั้งแต่ 4 โมงเย็นจะสามารถทำงานให้เสร็จก่อนโรงงานปิดเท่ากับเท่าไร

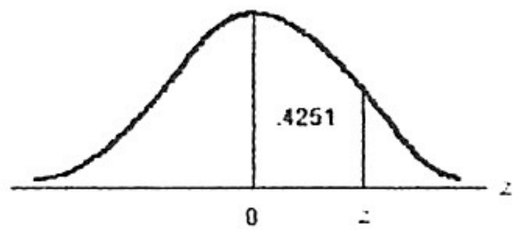


มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

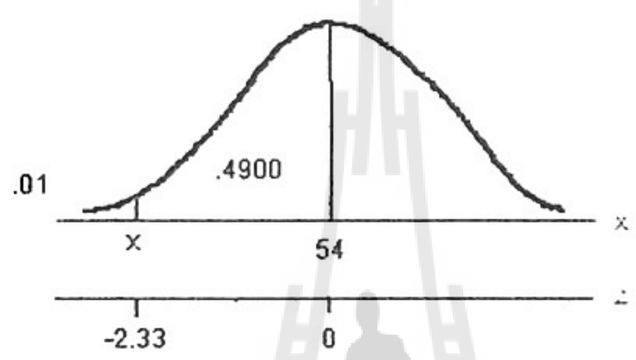
การคำนวณหาค่า z และ x จากเส้นโค้งปกติ

ตัวอย่าง 2.8 ค้นหาค่า z ที่ทำให้พื้นที่ใต้โค้งปกติระหว่าง 0 และ z เท่ากับ 0.4251

จากตาราง z = 1.44



ตัวอย่าง 2.9 อายุการใช้งานของเครื่องคิดเลขโดยเฉลี่ยเท่ากับ 54 เดือน โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 8 เดือน บริษัทควรจะรับประกันในการเปลี่ยนเครื่องใหม่ภายในระยะเวลาการใช้งานกี่เดือน ถ้าบริษัทต้องการให้จำนวนของการเปลี่ยนเครื่องใหม่ไม่เกิน 1%



พื้นที่ระหว่างค่าเฉลี่ยและ x = 0.5 - 0.01 = .4900 เท่ากับ z = -2.33

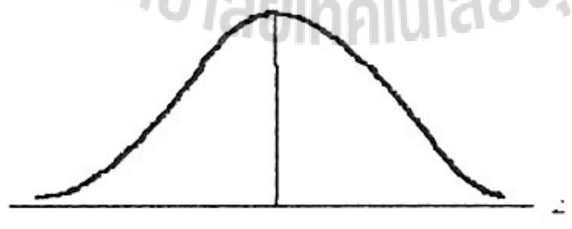
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$x = z\sigma + \mu$$

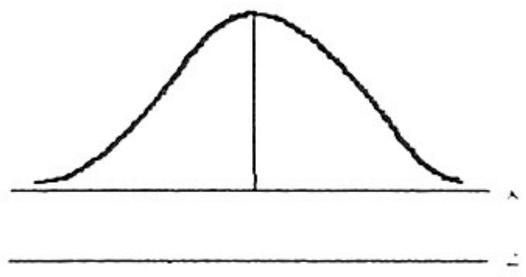
$$= (-2.33)(8) + 54 = 35.36$$

แบบฝึกหัด 2.6

1. ค้นหาค่า z ที่ทำให้พื้นที่ด้านขวามือของค่า z ภายใต้โค้งปกติมีค่าเท่ากับ 0.0050



2. คะแนนเฉลี่ยของการสอบเข้ามหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งเท่ากับ 904 คะแนน และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 153 คะแนน ถ้านักศึกษาคนหนึ่งต้องการให้มีจำนวนผู้สอบได้คะแนนสูงกว่าตนไม่เกิน 10% เขาจะต้องสอบได้คะแนนเท่าไร



การแจกแจงสิ่งตัวอย่าง

ใช้หลักการของการแจกแจงปกติมาตรฐาน โดยค่า z จะมีค่าเท่ากับ

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}$$

แบบฝึกหัด 2.7

1. กำหนดแต้มเฉลี่ยสะสม (GPA) ของนักศึกษาทุกคนที่ลงทะเบียนเรียนมีการแจกแจงปกติซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.02 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.29 หาความน่าจะเป็นที่ GPA โดยเฉลี่ยของนักศึกษาที่สุ่มเลือกขึ้นมาจำนวน 20 คนจะมีค่า 3.10 หรือมากกว่า

2. เวลาโดยเฉลี่ยที่นักศึกษาทุกคนใช้ในการอ่านหนังสือเรียนต่อสัปดาห์เท่ากับ 8.4 ชั่วโมง ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.7 ชั่วโมง หาความน่าจะเป็นที่เวลาโดยเฉลี่ยในการอ่านหนังสือของนักศึกษาที่สุ่มเลือกขึ้นมา 45 คนจะมีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 1 ชั่วโมง

2.4 การประมาณค่า (Estimation)

จากโครงสร้างของแบบจำลอง (Structure of Simulation Models) จะพบว่า พารามิเตอร์เป็นองค์ประกอบหนึ่งในแบบจำลอง

$$E = f(x_i, y_i)$$

โดยที่ E = ผลของการปฏิบัติการของระบบ
xi = ตัวแปรและพารามิเตอร์ที่สามารถควบคุมได้
yi = ตัวแปรและพารามิเตอร์ที่ไม่สามารถควบคุมได้
f = ความสัมพันธ์ระหว่าง xi และ yi ที่ทำให้เกิด E

ตัวแปร - ค่าที่ผันแปร มีได้หลายค่าตามสภาวะจริงของการใช้งาน

พารามิเตอร์ - ค่าคงที่ซึ่งผู้ใช้แบบจำลองเป็นผู้กำหนด อาจเป็นค่าที่กำหนดขึ้นเองเพื่อศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากค่าของพารามิเตอร์นั้น หรือเป็นค่าที่วัดหรือประเมินได้จากข้อมูล

ในการหาค่าพารามิเตอร์จากระบบงานจริงเพื่อกำหนดค่าให้กับแบบจำลอง จะอาศัยเทคนิคการประมาณค่าโดยประมาณของพารามิเตอร์เหล่านั้น

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

การประมาณค่า เป็นการใช้ตัวประมาณค่า (Estimator) ในการหาค่าโดยประมาณของพารามิเตอร์ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

(1) การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation)

(2) การประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval Estimation)

การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation)

การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้ค่าจากตัวอย่างเพียงค่าเดียว เช่น การใช้ค่าเฉลี่ยของสิ่งตัวอย่าง $(\bar{x})$ ในการประมาณค่าค่าเฉลี่ยของประชากร (μ) เรียก $\bar{x}$ ว่าตัวประมาณค่าแบบจุด (Point Estimator) และค่าของ $\bar{x}$ เรียกว่า ค่าประมาณแบบจุด (Point Estimate)

การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร

ในการประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร (μ) โดยใช้ค่าเฉลี่ยของสิ่งตัวอย่าง $(\bar{x})$ จะใช้ค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุด โดยที่

ความคลาดเคลื่อนสูงสุด = $3\sigma_{\bar{x}}$

จะได้

ค่าประมาณแบบจุดของ μ อยู่ระหว่าง $\bar{x} - 3\sigma_{\bar{x}}$ และ $\bar{x} + 3\sigma_{\bar{x}}$

เนื่องจาก จะพบว่า การแจกแจงของ $\bar{x}$ จากตัวอย่างสุ่มขนาด n จะมีความน่าจะเป็น 0.9973 ที่ $\bar{x}$ จะอยู่ภายใน 3 หน่วยความคลาดเคลื่อนมาตรฐานจาก μ

ตัวอย่าง 2.10 น้ำหนักของไก่พันธุ์เนื้อจากฟาร์มแห่งหนึ่งมีน้ำหนักเฉลี่ย μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ = 1.2 กิโลกรัม ถ้าสุ่มเลือกมา 36 ตัว ได้น้ำหนักโดยเฉลี่ย 2 กิโลกรัม จงหาความคลาดเคลื่อนสูงสุดและค่าประมาณแบบจุดของน้ำหนักโดยเฉลี่ยของไก่ทั้งหมด

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1.2}{\sqrt{36}} = 0.2$$

ความคลาดเคลื่อนสูงสุด

$$3\sigma_{\bar{x}} = 3(0.2) = 0.6$$

ค่าประมาณแบบจุด

$$\bar{x} - 3\sigma_{\bar{x}} = 2 - 0.6 = 1.4 \text{ กิโลกรัม}$$
$$\bar{x} + 3\sigma_{\bar{x}} = 2 + 0.6 = 2.6 \text{ กิโลกรัม}$$

น้ำหนักเฉลี่ยที่แท้จริง (μ) อยู่ระหว่าง 1.4 ถึง 2.6 กิโลกรัม

แบบฝึกหัด 2.8

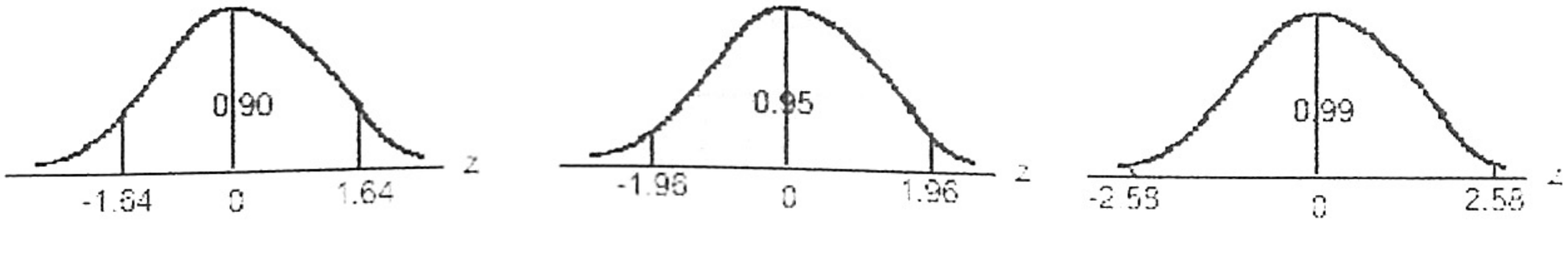
1. โรงงานผลิตสินค้าต้องการประมาณผลผลิตถัวเฉลี่ยต่อชั่วโมงของคนงานทั้งหมดที่ทำงานประเภทเดียวกัน เมื่อสุ่มคนงานมา 100 คน ได้ผลผลิตเฉลี่ย 90 หน่วย จงประมาณผลผลิตเฉลี่ยที่แท้จริง และถ้าความแปรปรวนของผลผลิตต่อชั่วโมงมีค่าเท่ากับ 625 จงคำนวณหาความคลาดเคลื่อนของการประมาณค่า

2. ผู้จัดการฝ่ายบุคคลของห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งต้องการประมาณจำนวนวันลาหยุดของพนักงานใน 1 ปี ถ้าจำนวนวันหยุดถัวเฉลี่ยต่อปีของพนักงานที่สุ่มมา 144 คนคือ 3.5 วัน และความแปรปรวนเท่ากับ 36 จงคำนวณหาความคลาดเคลื่อนและจำนวนวันหยุดถัวเฉลี่ยต่อปีของพนักงานทั้งหมด

การประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval Estimation)

จากตารางค่า z จะพบว่า เมื่อ

z = 1.64	พื้นที่ตรงกลางระหว่างจุด ±1.64	จะมีค่าเท่ากับ	0.9 หรือ 90%
z = 1.96	พื้นที่ตรงกลางระหว่างจุด ±1.96	จะมีค่าเท่ากับ	0.95 หรือ 95%
z = 2.58	พื้นที่ตรงกลางระหว่างจุด ±2.58	จะมีค่าเท่ากับ	0.99 หรือ 99%



ค่าพื้นที่หรือค่าความน่าจะเป็นนี้จะใช้ในการประมาณค่าแบบช่วง เรียกว่า ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) ซึ่งหมายความว่า

ที่ความเชื่อมั่น 90% ค่าประมาณแบบช่วงของ μ อยู่ระหว่าง $\bar{x} - 1.64\sigma_{\bar{x}}$ และ $\bar{x} + 1.64\sigma_{\bar{x}}$

ที่ความเชื่อมั่น 95% ค่าประมาณแบบช่วงของ μ อยู่ระหว่าง $\bar{x} - 1.96\sigma_{\bar{x}}$ และ $\bar{x} + 1.96\sigma_{\bar{x}}$

ที่ความเชื่อมั่น 99% ค่าประมาณแบบช่วงของ μ อยู่ระหว่าง $\bar{x} - 2.58\sigma_{\bar{x}}$ และ $\bar{x} + 2.58\sigma_{\bar{x}}$ เรียก $\bar{x} - 1.64\sigma_{\bar{x}}$ ว่าขีดจำกัดล่าง (Lower Limit) และ $\bar{x} + 1.64\sigma_{\bar{x}}$ เรียกว่าขีดจำกัดบน (Upper Limit) 90% เรียกว่า ระดับความเชื่อมั่น (Confidence Level)

การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร

(1) สิ่งตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n > 30) จะได้ค่าประมาณแบบช่วง

$$\bar{x} - z\sigma_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + z\sigma_{\bar{x}}$$

ณ ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95%, 99%

(2) สิ่งตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n \leq 30$) และไม่รู้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ) จะได้ค่าประมาณแบบช่วง

$$\bar{x} - t\sigma_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + t\sigma_{\bar{x}}$$

โดยที่ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$ เมื่อ s = ค่าประมาณของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

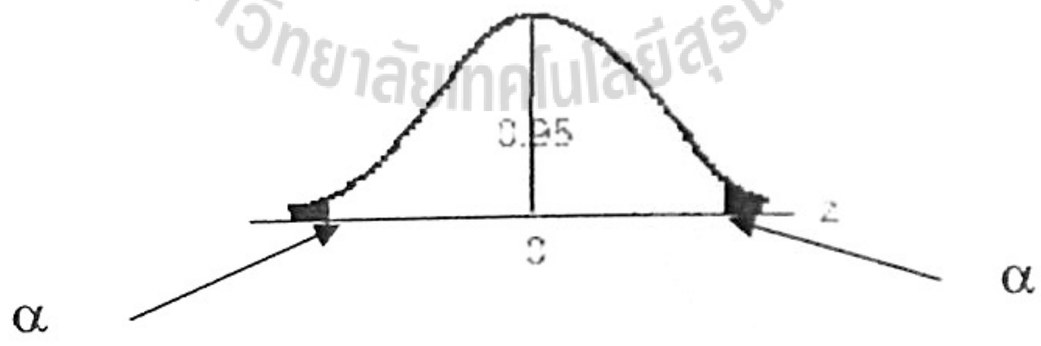
ณ ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95%, 99%

การแจกแจงแบบ t

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}$$

พื้นที่ใต้โค้งแจกแจงแบบ t จะแตกต่างกันไปตามขนาดตัวอย่าง หรือองศาแห่งความเป็นอิสระ (Degree of Freedom, df) :ซึ่งมีค่าเท่ากับ n - 1 และ α = (1 – พื้นที่) / 2

เช่น ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% α = 0.05 / 2 = 0.025



ตัวอย่าง 2.11 หาค่าจากตาราง t สำหรับช่วงเชื่อมั่นโดยกำหนดข้อมูล เมื่อกำหนด n = 5, 99%

df = 5 - 1 = 4 α = 0.01 / 2 = 0.005 จะได้ t = 4.6041

แบบฝึกหัด 2.9

1. หาค่าจากตาราง t สำหรับช่วงเชื่อมั่นโดยกำหนดข้อมูล เมื่อกำหนด

1.1 n = 27, 95%

1.2 n = 14, 90%

2. หาค่าระดับความเชื่อมั่นจากตาราง t เมื่อกำหนดขนาดตัวอย่างและค่า t ดังนี้

2.1 n = 20, t = 1.729

2.2 n = 12, t = 2.201

2.3 n = 7, t = 3.707

ตัวอย่าง 2.12 หาค่าประมาณแบบช่วงของอายุการใช้งานของแผ่นยางติดที่ปัดน้ำฝนบนกระจกรถยนต์ ซึ่งมี σ = 6, n = 100, ค่าเฉลี่ยของสิ่งตัวอย่างเท่ากับ 21 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

n > 30

$$\bar{x} - z\sigma_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + z\sigma_{\bar{x}}$$

ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% z = 1.96

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{100}} = 0.6$$

$$\bar{x} - z\sigma_{\bar{x}} = 21 - 1.96(0.6) = 19.82$$

$$\bar{x} + z\sigma_{\bar{x}} = 21 + 1.96(0.6) = 22.18$$

อายุการใช้งานของแผ่นยางปัดน้ำฝนจะมีอายุระหว่าง 19.82 ถึง 22.18 ด้วยความเชื่อมั่น 95%

ตัวอย่าง 2.13 ผู้จัดการโรงงานต้องการประมาณวัตถุดิบต่อสัปดาห์ ด้วยความเชื่อมั่น 95% โดยที่ n = 10 สัปดาห์ s = 700 ตัน และค่าเฉลี่ยเท่ากับ 11,400 ตัน

$n \leq 30$

$$\bar{x} - t\sigma_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + t\sigma_{\bar{x}}$$

ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% α = 0.025 df = 10 - 1 = 9 t = 2.2622

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{700}{\sqrt{10}} = 221.38$$

$$\bar{x} - t\sigma_{\bar{x}} = 11400 - 2.2622(221.38) = 10,899$$

$$\bar{x} + t\sigma_{\bar{x}} = 11400 + 2.2622(221.38) = 11,901$$

ด้วยความเชื่อมั่น 95% จำนวนวัตถุดิบโดยสัปดาห์อยู่ระหว่าง 10,899 ถึง 11,901 ตัน

แบบฝึกหัด 2.10

1. ฝ่ายการเงินต้องการสำรองค่าใช้จ่ายในการเดินทางสำหรับพนักงานขาย เขาต้องการทราบระยะทางเป็นไมล์ต่อ 1 วัน จากพนักงาน 64 คน ที่สุ่มมาได้ค่าเฉลี่ย 120 ไมล์ต่อวันและ $\sigma = 12$ จงประมาณค่าค่าเฉลี่ยที่แท้จริงที่ช่วงเชื่อมั่น 90%

2. พนักงานการเงินบริษัทหนึ่งต้องการประมาณเวลาที่ใช้สำหรับเรียกเก็บเงินที่เขาสุ่มมา 24 บัญชี พบว่าระยะเวลาเรียกเก็บโดยเฉลี่ยคือ 27.3 วันและ s = 1.9 จงประมาณค่าระยะเวลาเรียกเก็บที่แท้จริงที่ช่วงเชื่อมั่น 98%

การกำหนดขนาดตัวอย่าง

การใช้การประมาณค่าในการจำลองนั้นมีการใช้ทั้งการประมาณค่าแบบจุดและแบบเป็นช่วง ขึ้นกับความจำเป็นและความต้องการของผู้ใช้ ข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่ามีทั้งข้อมูลของระบบงานจริงที่เก็บรวบรวมมาและข้อมูลที่ได้จากแบบจำลอง จำนวนข้อมูลที่จะใช้ในการประมาณค่า มีความต่อสำคัญต่อความแม่นยำและความเชื่อมั่น ในการกำหนดขนาดตัวอย่างสำหรับการประมาณค่าเฉลี่ย จะมีค่าเท่ากับ

$$n = \left(\frac{z\sigma}{h}\right)^2$$

z = ค่าแจกแจงปกติมาตรฐานที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95%ล 99%

σ = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

h = ค่าความแม่นยำ

ตัวอย่าง 2.14 ในการประมาณค่าผลผลิตต่อวันของโรงงานเคมีแห่งหนึ่ง โดยยอมให้มีความผิดพลาดได้ไม่เกิน 4 ตัน และมีความเชื่อมั่น 95% และ $\sigma = 20$ ขนาดของสิ่งตัวอย่างจะมีค่า

$$n = \left(\frac{z\sigma}{h}\right)^2 = \left(\frac{1.96\,(20)}{4}\right)^2 = 96$$

แบบฝึกหัด 2.11

ผู้จัดการโรงแรมต้องการหาเวลาเฉลี่ยที่แม่บ้านรีดเสื้อตัวหนึ่ง ถ้าค่าเฉลี่ยของตัวอย่างต่างจากค่าเฉลี่ยจริงไม่เกิน 20 นาที ที่ความเชื่อมั่น 99% และ $\sigma = 100$ วินาที ควรจะใช้ตัวอย่างขนาดเท่าใด

2.5 การทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis Testing)

ในการหาค่าพารามิเตอร์จากระบบงานจริงเพื่อกำหนดค่าให้กับแบบจำลอง จะอาศัยเทคนิคการประมาณค่าโดยประมาณของพารามิเตอร์เหล่านั้น และใช้การทดสอบสมมติฐานเพื่อตรวจสอบว่าค่าเฉลี่ยที่ได้จากสิ่งตัวอย่างนั้นมีความแตกต่างจากค่าเฉลี่ยของประชากรมากน้อยเพียงใด หรือเป็นการตรวจสอบว่าค่าที่ได้มีความน่าเชื่อถือหรือไม่

สมมติฐาน (Hypothesis) หมายถึง ข้อสมมติหรือข้ออ้างเกี่ยวกับประชากร ซึ่งอาจจะเป็นตริงหรือไม่เป็นจริง

ประเภทของสมมติฐาน

(1) สมมติฐานว่างเปล่า (Null Hypothesis) - สมมติฐานที่ตั้งขึ้นเพื่อสมมติค่าของประชากร ใช้สัญลักษณ์ H0

(2) สมมติฐานรอง (Alternative Hypothesis) - สมมติฐานอื่น ๆ ที่ขัดแย้งกับสมมติฐานว่างเปล่า ใช้สัญลักษณ์ H1

ตัวอย่าง 2.15 การทดสอบอายุการใช้งานของแบตเตอรี่ ซึ่งมีสถิติว่าใช้งานได้โดยเฉลี่ย 3 ปี

H0 : $\mu = 3$ ปี

จะได้สมมติฐานรองได้ 3 ลักษณะคือ

H1 : $\mu > 3$ ปี ผู้ทดสอบเชื่อว่าการปรับปรุงการผลิตช่วยเพิ่มอายุการใช้งาน

H1 : $\mu < 3$ ปี ผู้ทดสอบไม่เชื่อว่ามีอายุการใช้งานถึง 3 ปี

H1 : $\mu \neq 3$ ปี ผู้ทดสอบไม่แน่ใจว่าค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 3 ปี

แบบฝึกหัด 2.12

1. ตั้งสมมติฐานว่างเปล่าและสมมติฐานรองว่า คนมีอายุโดยเฉลี่ย 68 ปี

2. บริษัทน้ำอัดลมอ้างว่า น้ำอัดลมกระป๋องจะมีปริมาณน้ำในกระป๋องอย่างต่ำ 12 ออนซ์ ตั้งสมมติฐานว่างเปล่าและสมมติฐานรอง

การตัดสินใจทางสถิติ

ในการทดสอบสมมติฐานจะแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วน

(1) เขตยอมรับ (Nonrejection Region) - ถ้าผลลัพธ์ที่ได้จากการทดสอบมีค่าอยู่ในเขตนี้ จะถือว่ายอมรับสมมติฐานว่าเป็นจริง เรียกการตัดสินใจว่า ยอมรับ H0

(2) เขตปฏิเสธ (Rejection Region) - ถ้าผลลัพธ์ที่ได้จากการทดสอบมีค่าอยู่ในเขตนี้ จะถือว่าไม่ยอมรับสมมติฐานว่าเป็นจริง เรียกการตัดสินใจว่า ปฏิเสธ H0

ค่าวิกฤติ (Critical Value) - ค่าที่ใช้ในการแบ่งเขตระหว่างเขตยอมรับกับเขตปฏิเสธ

ในการตัดสินใจทางสถิติ อาจจะไม่ถูกต้องเสมอไป บางครั้งการตัดสินใจอาจจะผิดจากความเป็นจริงได้ เรียกว่าความคลาดเคลื่อนในการทดสอบ ประกอบด้วย

(1) ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I Error) - การปฏิเสธ H0 เมื่อ H0 เป็นจริง

$$\alpha = P(\text{ปฏิเสธ H0} \mid \text{H0 เป็นจริง})$$

(2) ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (Type II Error) - การยอมรับ H0 เมื่อ H0 เป็นเท็จ

$$\beta = P(\text{ยอมรับ H0} \mid \text{H0 เป็นเท็จ})$$

เรียก α และ β ว่า ระดับนัยสำคัญ (Significance Level) ซึ่งหมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และประเภทที่ 2 ตามลำดับ

	H0 เป็นจริง	H0 เป็นเท็จ
ปฏิเสธ H0	ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1	การตัดสินใจถูกต้อง
ยอมรับ H0	การตัดสินใจถูกต้อง	ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2

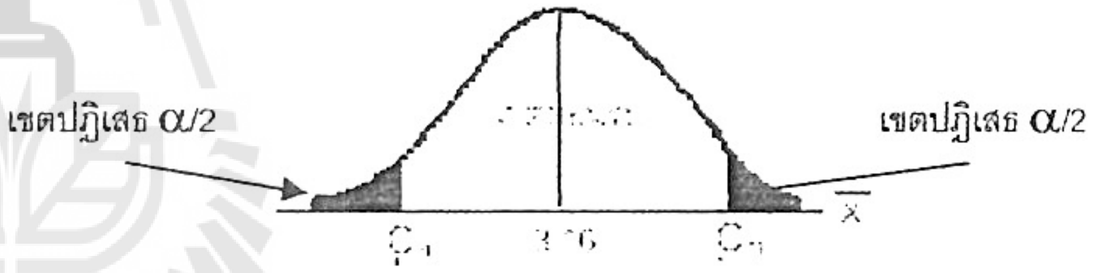
ประเภทของการทดสอบ

(1) การทดสอบสองด้าน (Two-Tailed Test) - การทดสอบที่มีเขตปฏิเสธอยู่ทั้งสองด้านของโค้งปกติ โดยจะอยู่ทางด้านซ้ายสุดและด้านขวาสุด

ตัวอย่าง 2.16 จากการสำรวจในปี พ.ศ. 2540 พบว่า จำนวนสมาชิกในครอบครัวโดยเฉลี่ยเท่ากับ 3.16 ให้ทดสอบว่าในปีปัจจุบันจำนวนสมาชิกโดยเฉลี่ยมีค่าแตกต่างจากค่านี้หรือไม่

H0 : $\mu = 3.16$

H1 : $\mu \neq 3.16$

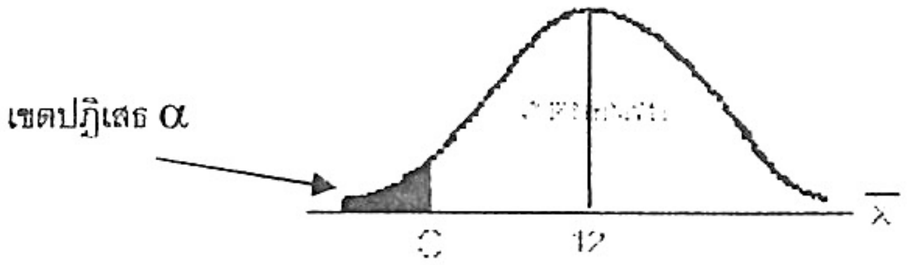


(2) การทดสอบด้านซ้ายสุด (Left-Tailed Test) - การทดสอบที่มีเขตปฏิเสธอยู่ทางด้านซ้ายสุดของโค้งปกติ

ตัวอย่าง 2.17 บริษัทน้ำอัดลมอ้างว่า น้ำอัดลมกระป๋องจะมีปริมาณน้ำในกระป๋องอย่างต่ำ 12 ออนซ์ ให้ทดสอบว่าสมมติฐานนี้เป็นจริง

H0 : $\mu \geq 12$

H1 : $\mu < 12$

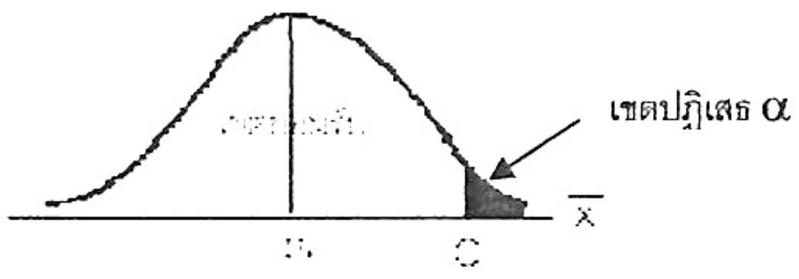


(3) การทดสอบด้านขวาสุด (Right-Tailed Test) - การทดสอบที่มีเขตปฏิเสธอยู่ทางด้านขวาสุดของโค้งปกติ

ตัวอย่าง 2.18 อายุการใช้งานโดยเฉลี่ยของถ่านไฟฉายยี่ห้อหนึ่งเท่ากับ 45 เดือน ให้ทดสอบสมมติฐานว่าอายุการใช้งานโดยเฉลี่ยจะ มากกว่า 45 เดือนหรือไม่

H0 : $\mu = 45$

H1 : $\mu > 45$



การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร

(1) สิ่งตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n > 30) จะใช้การแจกแจง z

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} \qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ที่ระดับนัยสำคัญ 1%, 5%, 10%, 20%

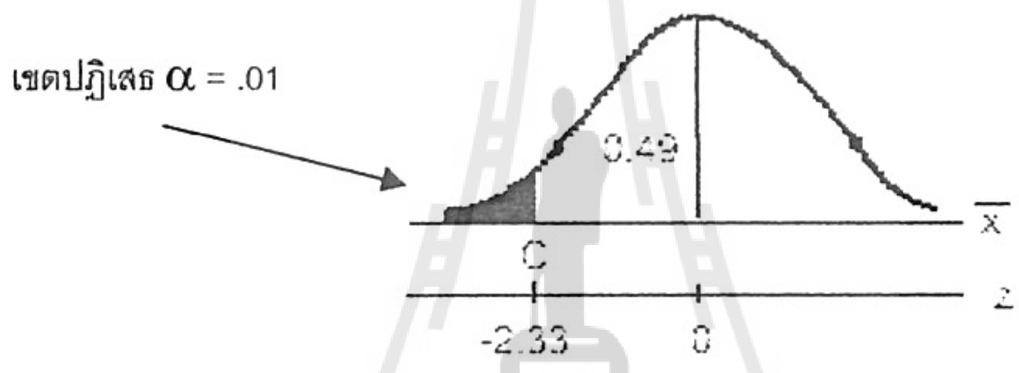
(2) สิ่งตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n \leq 30$) และไม่รู้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร จะใช้การแจกแจง t

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} \qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \qquad df = n - 1$$

ที่ระดับนัยสำคัญ 1%, 5%, 10%, 20%

ตัวอย่าง 2.19 คำนวณหาเขตยอมรับและเขตปฏิเสธของการแจกแจงของค่าเฉลี่ยของสิ่งตัวอย่าง สำหรับการทดสอบด้านซ้ายสุดที่ระดับนัยสำคัญ 1% โดยที่ขนาดของสิ่งตัวอย่างเท่ากับ 67

ระดับนัยสำคัญ 1% $\alpha = .01$ $n = 67$ $z = 2.33$

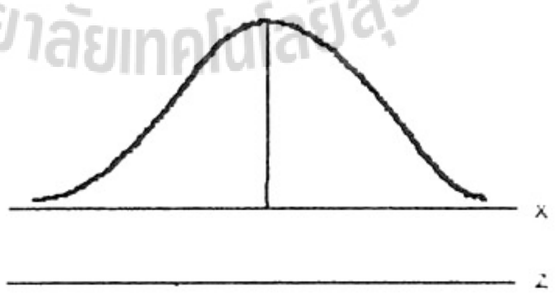


เขตยอมรับ $z \geq -2.33$

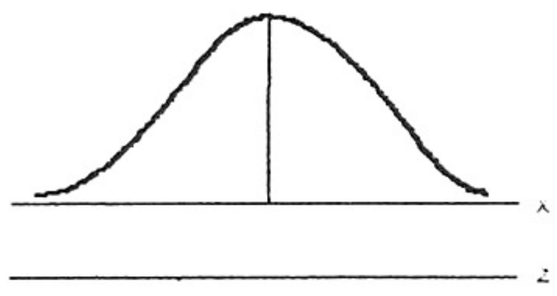
เขตปฏิเสธ $z < -2.33$

แบบฝึกหัด 2.13 คำนวณหาเขตยอมรับและเขตปฏิเสธของการแจกแจงของค่าเฉลี่ยของสิ่งตัวอย่าง

1. การทดสอบสอง ด้านที่ระดับนัยสำคัญ 5% โดยที่ขนาดของสิ่งตัวอย่างเท่ากับ 40



2. การทดสอบด้านขวาสุดที่ระดับนัยสำคัญ 5% โดยที่ขนาดของสิ่งตัวอย่างเท่ากับ 18



ตัวอย่าง 2.20 จากสถิติของบริษัทโทรศัพท์แห่งหนึ่ง พบว่าระยะเวลาโดยเฉลี่ยในการใช้งานโทรศัพท์ทางไกลของลูกค้าเท่ากับ 12.44 นาที บริษัทได้ทดลองสุ่มเลือกการใช้โทรศัพท์ทั้งหมด 150 ครั้ง พบว่ามีระยะเวลาการใช้งานโดยเฉลี่ย 13.71 นาที และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.65 นาที ตรวจสอบว่าระยะเวลาโดยเฉลี่ยที่แท้จริงแตกต่างจาก 12.44 นาทีหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 5%

$n = 150 \qquad \bar{x} = 13.71 \qquad \sigma = 2.65$

(1) กำหนดสมมติฐาน

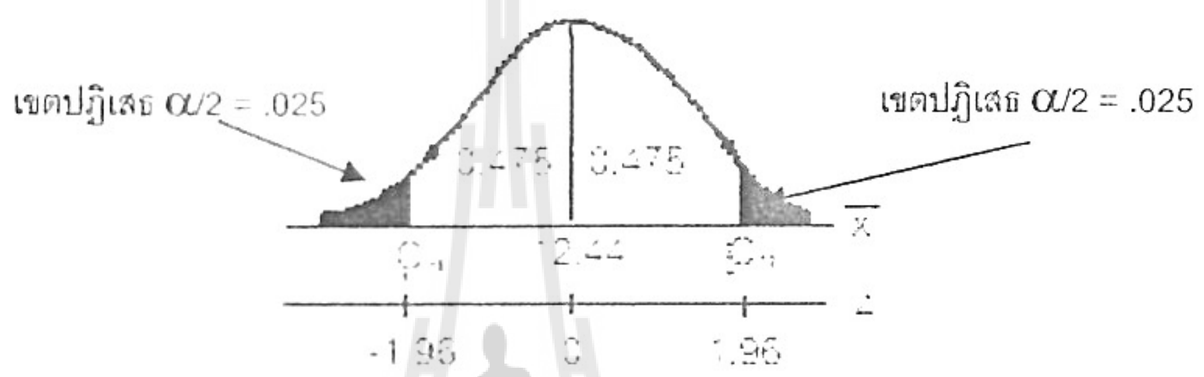
H0 : $\mu = 12.44$

H1 : $\mu \neq 12.44$

(2) กำหนดเขตยอมรับและเขตปฏิเสธ

$\alpha = 5\% = .05$

การทดสอบสองด้าน พื้นที่แต่ละด้าน $\alpha/2 = .025$



เขตยอมรับ $-1.96 \leq z \leq 1.96$

เขตปฏิเสธ $z < -1.96$ หรือ $z > 1.96$

(3) คำนวณหาค่าสถิติในการทดสอบ n > 30

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2.65}{\sqrt{150}} = 0.2164$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{13.71 - 12.44}{0.2164} = 5.87$$

ค่า z ที่ได้ตกอยู่ในเขตปฏิเสธ แสดงว่าปฏิเสธ H0 ซึ่งหมายความว่า ระยะเวลาโดยเฉลี่ยที่แท้จริงไม่เท่ากับ 12.44 นาที

แบบฝึกหัด 2.14

1. จากการสำรวจพบว่าแพทย์จะมีเวลาทำงานโดยเฉลี่ยสัปดาห์ละ 59 ชั่วโมง เมื่อสุ่มตัวอย่างแพทย์ขึ้นมา 36 คน พบว่ามีเวลาทำงานโดยเฉลี่ย 54 ชั่วโมงต่อสัปดาห์และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 7 ชั่วโมง ที่ระดับนัยสำคัญ 1% สามารถสรุปได้หรือไม่ว่าแพทย์ทุกคนจะมีเวลาทำงานโดยเฉลี่ยมากกว่า 59 ชั่วโมง

2. บริษัทผู้ผลิตแบตเตอรี่อ้างว่า อายุการใช้งานโดยเฉลี่ยของแบตเตอรี่จะมีค่าอย่างน้อย 65 เดือน จากการทดสอบแบตเตอรี่ 15 อันพบว่า มีอายุโดยเฉลี่ย 63 เดือนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2 เดือน ที่ระดับนัยสำคัญ 5% สามารถสรุปได้หรือไม่ว่าคำกล่าวอ้างของบริษัทเป็นจริง

การทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย 2 ค่า

การทดสอบสมมติฐานของประชากร 2 กลุ่มเพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างกัน จะได้สมมติฐาน

สมมติฐานว่างเปล่า

H0 : $\mu 1 - \mu 2 = 0$

หรือ H0 : $\mu 1 = \mu 2$ ประชากรทั้ง 2 กลุ่มมีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน

สมมติฐานรอง

(1) H1 : $\mu 1 - \mu 2 > 0$

หรือ H1 : $\mu 1 > \mu 2$ ประชากรกลุ่มที่ 1 มีค่าเฉลี่ยสูงกว่าประชากรกลุ่มที่ 2

(2) H1 : $\mu 1 - \mu 2 < 0$

หรือ H1 : $\mu 1 < \mu 2$ ประชากรกลุ่มที่ 1 มีค่าเฉลี่ยต่ำกว่าประชากรกลุ่มที่ 2

(3) H1 : $\mu 1 - \mu 2 \neq 0$

หรือ H1 : $\mu 1 \neq \mu 2$ ประชากรทั้งสองกลุ่มมีค่าเฉลี่ยแตกต่างกัน

<u>ประเภทของการทดสอบ</u>

(1) การทดสอบสองด้าน H1 : $\mu 1 - \mu 2 \neq 0$

(2) การทดสอบด้านซ้ายสุด H1 : $\mu 1 - \mu 2 < 0$

(3) การทดสอบด้านขวาสุด H1 : $\mu 1 - \mu 2 > 0$

การทดสอบสมมติฐาน

(1) สิ่งตัวอย่างของทั้ง 2 กลุ่มมีขนาดใหญ่ ($n > 30$) และรู้ความแปรปรวนของทั้ง 2 กลุ่ม จะใช้การแจกแจง z

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}{\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}$$

$$\mu_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \mu_1 - \mu_2 = 0 \qquad \sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

(2) สิ่งตัวอย่างของกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งหรือทั้ง 2 กลุ่มมีขนาดเล็ก ($n \leq 30$) และไม่รู้ความแปรปรวนของทั้ง 2 กลุ่มแต่รู้ว่ามีค่าเท่ากัน จะใช้การแจกแจง t

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}{\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}} \qquad df = n_1 + n_2 - 2$$

$$\mu_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \mu_1 - \mu_2 = 0 \qquad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$$ แต่ไม่ทราบค่าใช้ค่าประมาณ S^2

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \sqrt{\frac{s^2}{n_1} + \frac{s^2}{n_2}} = \sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

n1 = ขนาดของสิ่งตัวอย่างของประชากรกลุ่มที่ 1 n2 = ขนาดของสิ่งตัวอย่างของประชากรกลุ่มที่ 2

(3) สิ่งตัวอย่างของทั้ง 2 กลุ่มมีขนาดเล็ก ($n \leq 30$) และมีขนาดเท่ากัน โดยจะมีความสัมพันธ์กันเป็นคู่ ๆ จำนวน n คู่ และไม่รู้ความแปรปรวนของทั้ง 2 กลุ่ม จะใช้การแจกแจง t

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_{\bar{d}}}{s_{\bar{d}}} \qquad df = n - 1$$

$$\bar{d} = \frac{\Sigma d_i}{n} \qquad \mu_{\bar{d}} = \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$s_{\bar{d}} = \frac{s_d}{\sqrt{n}} \qquad s_d^2 = \frac{n\Sigma d_i^2 - (\Sigma d_i)^2}{n(n-1)}$$

di = ผลต่างของค่าแต่ละคู่

แบบฝึกหัด 2.15

1. จำนวนการขายโดนัทต่อวันของร้านโดนัท 2 แห่ง มีดังนี้

ร้าน	จำนวนขายโดยเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ขนาดตัวอย่าง
ร้านที่ 1	695 ชิ้น	40 ชิ้น	200
ร้านที่ 2	710 ชิ้น	60 ชิ้น	175

ทดสอบโดยใช้ระดับนัยสำคัญ 5% ว่าร้านทั้งสองมีจำนวนขายโดยเฉลี่ยต่อวันแตกต่างกันหรือไม่

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

2. โปรแกรมในการฝึกอบรมภาษาอังกฤษสำหรับพนักงานขาย 2 โปรแกรม โดยที่โปรแกรมที่ 1 มีค่าใช้จ่ายสูงกว่าโปรแกรมที่ 2 ทดสอบโดยใช้ระดับนัยสำคัญ 5% ว่าโปรแกรมที่ 1 มีประสิทธิภาพสูงกว่าโปรแกรมที่ 2 หรือไม่

	โปรแกรม	คะแนน	จำนวนผู้ให้คะแนน	ค่าประมาณของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
โปรแกรมที่ 1	92%	12		15%
โปรแกรมที่ 2	84%	15		19%

2.6 การวิเคราะห์การถดถอย (Regression Analysis)

ในระบบงานต่าง ๆ มักจะมีองค์ประกอบซึ่งมีพฤติกรรมอันอาจเกิดขึ้นจากตัวแปรตัวเดียวหรือหลายตัว บางครั้งความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมกับตัวแปรเหล่านั้นอาจจะอยู่ในรูปง่าย ๆ สามารถที่จะหาความสัมพันธ์ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์โดยเพียงแต่อาศัยทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง แต่ส่วนมากแล้วความสัมพันธ์นั้น ๆ มักจะอยู่ในลักษณะที่ค่อนข้างยุ่งยากซับซ้อน จึงต้องมีการตั้งสมมติฐานหรือประมาณเอาว่าลักษณะของความสัมพันธ์ควรจะอยู่ในสมการแบบไหน แล้วใช้เทคนิคการวิเคราะห์การถดถอยในการทดสอบว่าสมการที่ตั้งสมมติฐานไว้นั้นเหมาะสมกับข้อมูลที่เกิดขึ้นจากพฤติกรรมและตัวแปรต่าง ๆ แค่ไหน

ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่เป็นตัวแทนพฤติกรรมขององค์ประกอบของระบบและตัวแปรที่เป็นตัวแทนของปัจจัยต่าง ๆ ที่ทำให้เกิดความผันแปรของตัวแปรพฤติกรรม โดยทำการศึกษาว่าตัวแปรของพฤติกรรมขึ้นกับปัจจัยอะไรบ้าง และปัจจัยนั้น ๆ สามารถวัดค่าได้หรือไม่ ถ้าได้ให้กำหนดตัวแปรขึ้นแทนปัจจัยนั้น ๆ และหาค่าของตัวแปร รวมทั้งหาค่าของตัวแปรพฤติกรรมที่เกิดขึ้นพร้อมกันด้วย

การวิเคราะห์การถดถอยเป็นเทคนิคทางสถิติที่ใช้ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร เพื่อสร้างฟังก์ชันความสัมพันธ์หรือสมการทำนาย และตรวจสอบว่าตัวแปรอิสระมีอิทธิพลต่อตัวแปรตามหรือไม่

ประเภทของตัวแปร

(1) ตัวแปรอิสระ (Independent Variables) - ตัวแปรที่กำหนดค่าได้แน่นอน - ปัจจัย

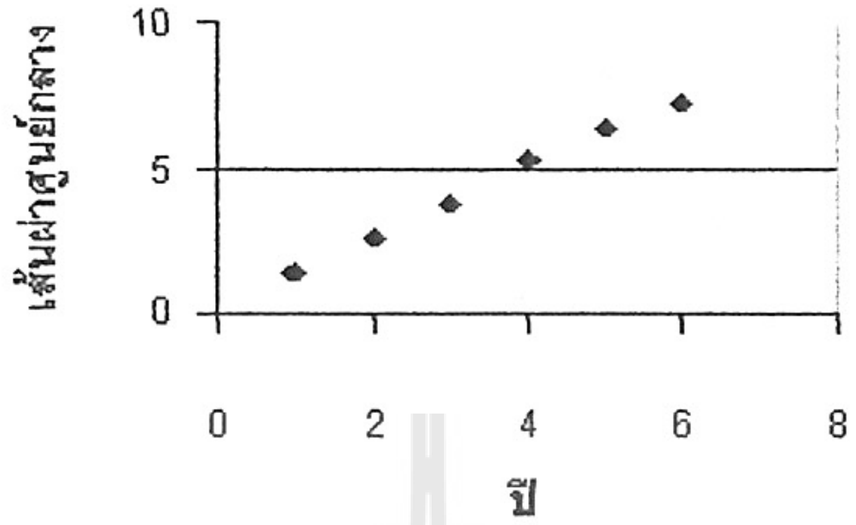
(2) ตัวแปรตาม (Dependent Variables) - ตัวแปรที่เกิดขึ้นโดยสุ่ม - พฤติกรรม

เมื่อทำการเก็บข้อมูลของตัวแปรตามและตัวแปรอิสระแล้ว จะทำการพิจารณารูปแบบความสัมพันธ์ โดยใช้วิธีการสร้างกราฟที่เรียกว่า แผนภาพการกระจาย (Scatter Diagram หรือ Scattergram)

ตัวอย่าง 2.21 ในการเก็บข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างอายุของต้นไม้กับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของลำต้นเป็นเวลา 6 ปี ได้ค่าเฉลี่ยของเส้นผ่าศูนย์กลางในแต่ละปีของต้นไม้ ดังนี้

ปี	1	2	3	4	5	6
ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง (ซม.)	1.3	2.5	3.7	5.3	6.4	7.2

ตัวแปรอิสระ (X) คืออายุต้นไม้ ตัวแปรตาม (Y) คือขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง



การวิเคราะห์การถดถอยอย่างง่ายเชิงเส้นตรง (Simple Linear Regression Analysis)

ข้อมูลประกอบด้วย

X = ตัวแปรอิสระ Y = ตัวแปรตาม

ความสัมพันธ์ระหว่าง X และ Y มีลักษณะเชิงเส้นตรง

รูปแบบการถดถอยอย่างง่ายเชิงเส้นตรง (Linear Regression Model)

$$Yi = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

เมื่อ X_i = ค่าที่ i ของตัวแปรอิสระ

Y_i = ค่าที่ i ของตัวแปรตาม

β_0 = จุดที่เส้นถดถอยตัดแกน Y

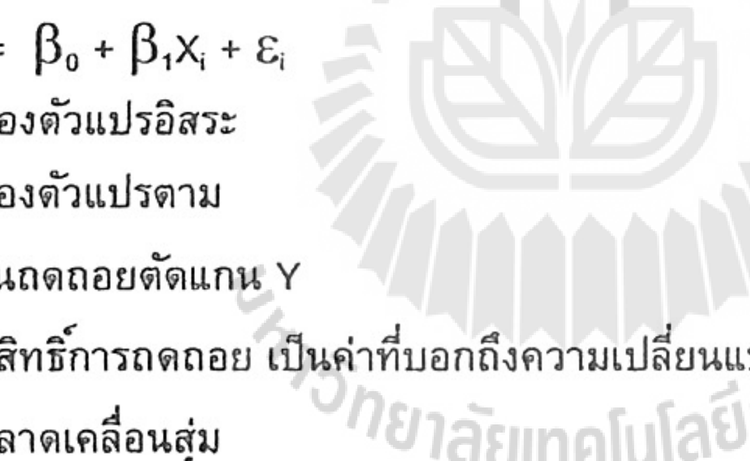
β_1 = สัมประสิทธิ์การถดถอย เป็นค่าที่บอกถึงความเปลี่ยนแปลงของ Y เมื่อ X เปลี่ยนแปลงไป 1 หน่วย

ε_i = ความคลาดเคลื่อนสุ่ม

จากสมการ จะได้ค่าประมาณ Yi ของตัวแปรตาม

$$Y_i = Y_i - \varepsilon_i = \beta_0 + \beta_1 X_i$$

เรียกสมการนี้ว่า สมการเส้นถดถอย Y on X



ด้วยการใช้วิธีการกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Methods) จะสามารถประมาณค่า β_0 และ β_1 ได้

$$\beta_1 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}$$

ตัวอย่าง 2.22 ในการเก็บข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างอายุของต้นไม้กับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของลำต้นเป็นเวลา 6 ปี ได้ค่าเฉลี่ยของเส้นผ่าศูนย์กลางในแต่ละปีของต้นไม้ ดังนี้

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x}$$

ปี	1	2	3	4	5	6
ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง (ซม.)	1.3	2.5	3.7	5.3	6.4	7.2

ตัวแปรอิสระ (X) คืออายุต้นไม้ ตัวแปรตาม (Y) คือขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง

$\bar{x} = 3.5 \quad \bar{y} = 4.4$.

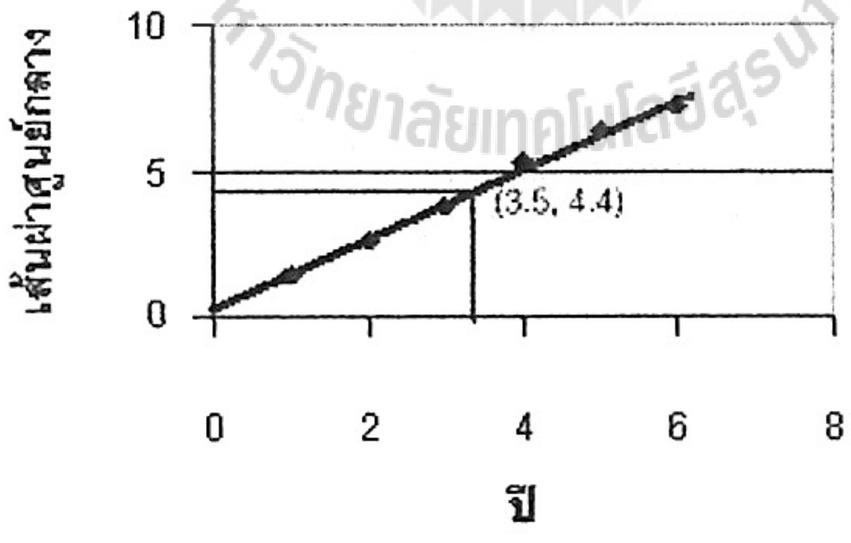
x	y	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})^2$
1	1.3	-2.5	-3.1	7.75	6.25
2	2.5	-1.5	-1.9	2.85	2.25
3	3.7	-0.5	-0.7	0.35	0.25
4	5.3	0.5	0.9	0.45	0.25
5	6.4	1.5	2.0	3.00	2.25
6	7.2	2.5	2.8	7.00	6.25
	26.4			21.40	17.50

จะได้สมการเส้นถดถอย

$$\beta_1 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2} = \frac{21.40}{17.50} = 1.223$$

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x} = 4.4 - (1.223)(3.5) = 0.12$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i = 0.12 + 1.223\ X_i$$



แบบฝึกหัด 2.16

ข้อมูลต่อไปนี้เป็นปริมาณยาเป็นมิลลิกรัม (x) และช่วงเวลาเป็นวัน (y) ที่ผู้ป่วยมีอาการโรคภูมิแพ้จำนวน 5 คน ไม่แสดงอาการของโรคหลังใช้ยา

X	3	4	5	6	7
y	9	12	9	14	22

ให้ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณยาและช่วงเวลาที่ผู้ป่วยไม่แสดงอาการของโรคเป็นแบบเชิงเส้นตรง คำนวณหาสมการถดถอย

การวิเคราะห์สหสัมพันธ์ (Correlation Analysis)

หลังจากที่ได้สมการเส้นสำหรับอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับตัวแปรอิสระแล้ว ขั้นตอนต่อไปจะเป็นการสร้างความเชื่อมั่นในสมการเส้นที่ได้มาโดยอาศัยเทคนิคทางสถิติ ที่นิยมใช้คือ การวิเคราะห์สหสัมพันธ์

การวิเคราะห์สหสัมพันธ์ เป็นวิธีการทางสถิติที่ใช้ในการหาระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสุ่มตั้งแต่สองตัวแปรขึ้นไป ค่าที่ใช้วัดระดับความสัมพันธ์ เรียกว่า ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) ใช้สัญลักษณ์ r

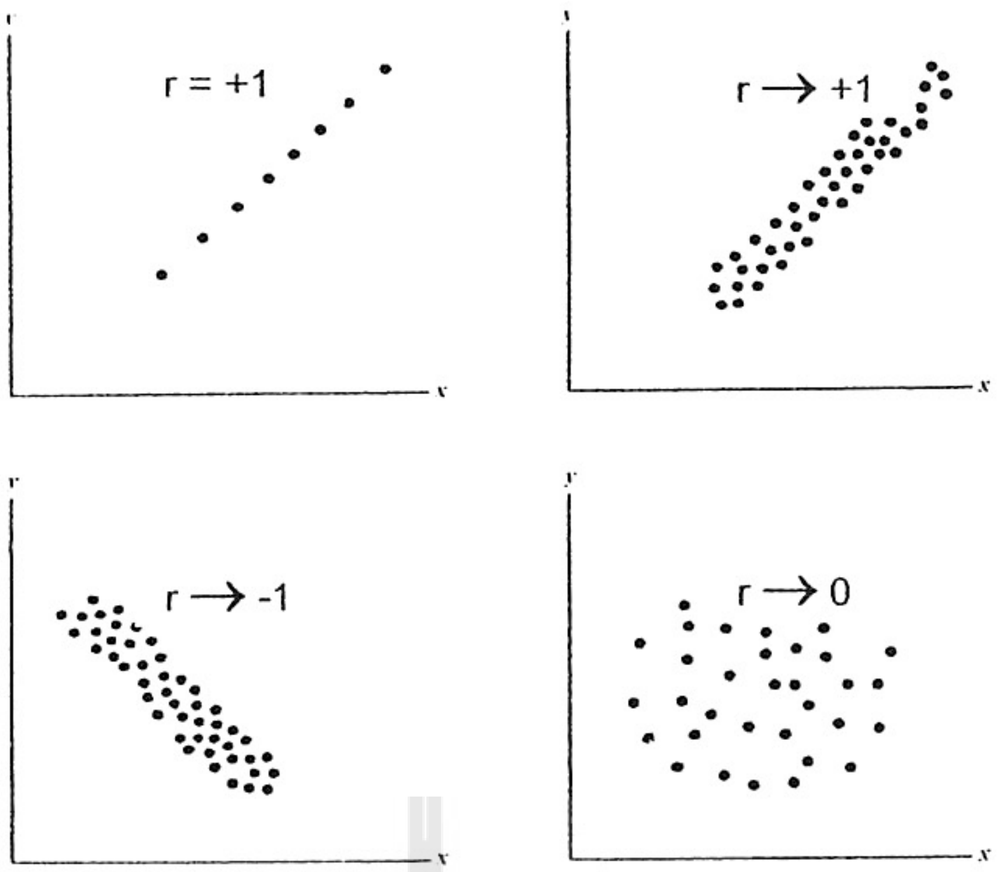
$$r = \frac{n\Sigma XY - \Sigma X\Sigma Y}{\sqrt{[n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2][n\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2]}}$$

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ จะมีค่าอยู่ระหว่าง

$$-1 \leq r \leq 1$$

โดยถ้า

- r = 1 (-1 หรือ +1) แสดงว่า ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์
- r มีค่าเข้าใกล้ 0 แสดงว่า ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์กันน้อย
- r = 0 แสดงว่า ตัวแปร X และ Y ไม่มีความสัมพันธ์กัน
- r มีค่าลบ แสดงว่า ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์ในทางตรงข้าม
- r มีค่าบวก แสดงว่า ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์ในทางตามกัน



สัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (Coefficient of Determination) เป็นค่าที่บอกว่า ในความผันแปรที่เกิดขึ้นทั้งหมดในข้อมูลมีกี่เปอร์เซ็นต์ที่เป็นความผันแปรที่อธิบายได้ด้วยสมการถดถอย มีค่าเท่ากับ r2

ตัวอย่าง 2.23 ในการเก็บข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างอายุของต้นไม้กับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของลำต้นเป็นเวลา 6 ปี ได้ค่าเฉลี่ยของเส้นผ่าศูนย์กลางในแต่ละปีของต้นไม้ ดังนี้

ปี	1	2	3	4	5	6
ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง (ซม.)	1.3	2.5	3.7	5.3	6.4	7.2

x	y	xy	x2	y2
1	1.3	1.3	1	1.69
2	2.5	5.0	4	6.25
3	3.7	11.1	9	13.69
4	5.3	21.2	16	28.09
5	6.4	32.0	25	40.96
6	7.2	43.2	36	51.84
21	26.4	113.8	91	142.52

$$r = \frac{n\Sigma XY - \Sigma X\Sigma Y}{\sqrt{[n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2][n\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2]}} = \frac{6(113.8) - (21)(26.4)}{\sqrt{[6(91) - (21)^2][6(142.52) - (26.4)^2]}} = 0.996$$

$r^2 = 0.992$

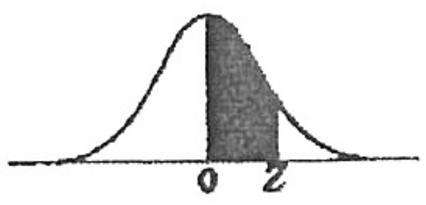
r มีค่าเข้าใกล้ 1 แสดงว่า ความสัมพันธ์ระหว่าง x และ y เป็นเส้นตรง และ 99.2% ของความผันแปรของ y สามารถอธิบายได้ด้วยสมการถดถอย $Y_i = 0.12 + 1.223 X_i$

แบบฝึกหัด 2.17 ข้อมูลต่อไปนี้เป็นปริมาณยาเป็นมิลลิกรัม (x) และช่วงเวลาเป็นวัน (y) ที่ผู้ป่วยมีอาการโรคภูมิแพ้จำนวน 5 คนไม่แสดงอาการของโรคหลังใช้ยา

X	3	4	5	6	7
y	9	12	9	14	22

ให้ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณยาและช่วงเวลาที่.ผู้ป่วยไม่แสดงอาการของโรคเป็นแบบเชิงเส้นตรง คำนวณหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์และสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ และวิเคราะห์ผล

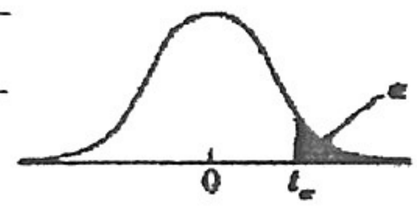
Table I/ The Standard Normal (Z) Distribution*



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Table II / The t-Distribution*

	α					
df	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3138	12.7062	31.8207	63.6574
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0322
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	0.7027	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18	0.6884	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19	0.6876	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20	0.6870	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
21	0.6864	1.3232	1.7207	2.0796	2.5177	2.8314
22	0.6858	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188
23	0.6853	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073
24	0.6848	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969
25	0.6844	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874
26	0.6840	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787
27	0.6837	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707
28	0.6834	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633
29	0.6830	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564
30	0.6828	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500
inf	0.6745	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

การบ้าน 2

ข้อ 1 อายุการใช้งานของหลอดไฟขนาด 100 วัตต์โดยเฉลี่ยเท่ากับ 750 ชั่วโมง และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 50 ชั่วโมง

1.1 คำนวณหาเปอร์เซ็นต์ของหลอดไฟที่จะมีอายุการใช้งานมากกว่า 840 ชั่วโมง

1.2 หาความน่าจะเป็นที่หลอดไฟที่สุ่มเลือกขึ้นมาจะมีอายุการใช้งานระหว่าง 620 ถึง 690 ชั่วโมง

ข้อ 2 จากโจทย์ในข้อ 1 ถ้ากำหนด x เป็นอายการใช้งานของหลอดไฟ

2.1 คำนวณหาค่า x ที่ทำให้มีจำนวนของหลอดไฟที่มีอายุการใช้งานสูงกว่าค่า x มี 2.5%

2.2 คำนวณหาค่า x ที่ทำให้มีจำนวนของหลอดไฟที่มีอายุการใช้งานต่ำกว่าค่า x มี 80%

ข้อ 3 อาหารกล่องยี่ห้อหนึ่งมีน้ำหนักโดยเฉลี่ย 18 ออนซ์ และมีการแจกแจงแบบปกติที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.4 ออนซ์ ถ้าสุ่มเลือกอาหารขึ้นมา 16 กล่อง คำนวณหาความน่าจะเป็นที่ค่าเฉลี่ยของสิ่งตัวอย่างจะมีค่า

3.1 น้อยกว่า 17.75 ออนซ์ 3.2 ระหว่าง 18.15 และ 18.30 ออนซ์

ข้อ 4 โรงงานเคมีภัณฑ์ต้องการประมาณผลผลิตเฉลี่ยต่อสัปดาห์ของเคมีภัณฑ์ชนิดหนึ่ง ซึ่งมีความแปรปรวนต่อสัปดาห์เท่ากับ 400 จากสถิติการผลิต 64 สัปดาห์ ได้ผลผลิตเฉลี่ย 500 ตัน จงประมาณค่า μ และหาความคลาดเคลื่อนสูงสุดที่อาจเกิดขึ้นจากการประมาณ

ข้อ 5 นักประดิษฐ์ไม้ตีกอล์ฟได้ทดลองไม้ชนิดใหม่ที่เขาประดิษฐ์ พบว่า ในจำนวนไม้ 145 อันที่นำไปทดลอง สามารถตีลูกไป ได้ไกลกว่าเดิมโดยเฉลี่ยถึง 25% และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 7.2% จงประมาณค่าค่าเฉลี่ยที่แท้จริงที่ความเชื่อมั่น 90%

ข้อ 6 ตัวอย่างที่ได้มาจากแบบสุ่มตัวอย่างหนึ่งของคณะรัฐมนตรี 9 คน ได้ใช้จ่ายขณะเข้าประชุมเฉลี่ยคนละ 270.50 บาท ด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 18.24 บาท จงประมาณค่าค่าเฉลี่ยที่แท้จริงที่รัฐมนตรีคนหนึ่งใช้จ่ายในการประชุมที่ความเชื่อมั่น 95%

ข้อ 7 ในการคำนวณหาระดับความสามารถพิเศษโดยเฉลี่ยของเสมียนกลุ่มหนึ่ง โดยให้มีความผิดพลาดน้อยกว่า 2.5 และ $\sigma = 15$ ที่ความเชื่อมั่น 99% คำนวณหาขนาดของสิ่งตัวอย่าง

ข้อ 8 จากรายงานของแพทย์พบว่า ยาบรรเทาอาการปวดศีรษะ สามารถระงับอาการปวดได้ภายใน 15 นาที ถ้าโรงงานผลิตยาได้ทดลองใช้ยาแก้ปวดศีรษะที่ผลิตตามสูตรใหม่กับผู้ป่วย 9 ราย พบว่าใช้เวลาระงับอาการปวดโดยเฉลี่ย 13.5 นาที โดยมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.2 นาที ที่ระดับนัยสำคัญ 5% จะสามารถสรุปได้หรือไม่ว่ายาที่ผลิตตามสูตรใหม่ใช้เวลาบรรเทาอาการปวดน้อยกว่ายาสูตรเดิม

ข้อ 9 เลขานุการแห่งหนึ่งต้องการทราบความแตกต่างของจำนวนคำพิมพ์ผิดระหว่างพนักงานพิมพ์ดีดที่สนใจตรวจทานและพนักงานพิมพ์ดีดที่ไม่สนใจตรวจทาน สำหรับพนักงานที่สนใจตรวจทาน 40 คนจะพบที่ผิดโดยเฉลี่ย 20.2 แห่ง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.5 แห่ง ในขณะที่พนักงานที่ไม่สนใจตรวจทาน 50 คน มีจำนวนคำผิดโดยเฉลี่ย 21.0 แห่ง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.1 แห่ง ที่ระดับนัยสำคัญ 1% ตรวจสอบว่ามีความแตกต่างของคำผิดระหว่างพนักงานทั้ง 2 กลุ่มหรือไม่

ข้อ 10 ผู้จัดการร้านขายเครื่องไฟฟ้าแห่งหนึ่ง ต้องการทราบว่า เงินที่เขาใช้โฆษณาโดยการซื้อเวลาจากสถานีโทรทัศน์และสถานีวิทยุ มีความสัมพันธ์กับจำนวนขายอย่างไร เขาได้เก็บข้อมูลประกอบด้วย เวลาโฆษณาเป็นนาที (x) และจำนวนสินค้าหลักที่ขายได้ต่อสัปดาห์ (y) ทั้งหมด 7 สัปดาห์ ดังนี้

เวลาโฆษณา (x)	25	18	32	21	35	28	30
จำนวนสินค้า (y)	16	11	20	15	26	32	20

10.1 สร้าง scatter diagram

10.2 คำนวณหาสมการถดถอย

10.3 คำนวณหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์และสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

3

การสร้างตัวเลขสุ่ม (Random Number Generation)

เนื้อหา

3.1 องค์ประกอบ

3.2 การทดลองสุ่ม

3.3 การใช้ข้อมูลในอดีต

3.4 เทคนิคมอนติคาร์โล (*Monte Carlo Methods*)

3.5 การแปลงผกผัน (Inverse Transformation)

3.6 วิธีการสร้างตัวเลขแบบสุ่ม

ในการจำลองซึ่งแบบจำลองสามารถแทนองค์ประกอบและความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบด้วยค่าเชิงปริมาณ ซึ่งโดยปกติข้อมูลเชิงปริมาณมักมีค่าไม่แน่นอนตายตัว ในการที่จะได้ผลลัพธ์จากแบบจำลองซึ่งมีความคล้ายคลึงกับผลลัพธ์จากระบบงานจริง จะต้องมีการใส่ค่าเชิงปริมาณลงในแบบจำลองที่มีลักษณะไม่แน่นอนเหมือนกับข้อมูลจริง

ในการสร้างค่าที่ไม่แน่นอน จะใช้หลักการสร้างตัวเลขสุ่ม และใช้วิธีการทางสถิติ โดยใช้หลักการคำนวณหาในรูปของค่าความน่าจะเป็น

3.1 องค์ประกอบ

ในการสร้างตัวเลขสุ่ม จะต้องกำหนดค่าในเชิงปริมาณ 2 ค่า ประกอบด้วย

(1) ตัวเลขแบบสุ่ม ซึ่งได้มาจาก

- ตารางตัวเลขแบบสุ่ม (Random Numbers Table)

  วิธีการ

  (1) กำหนดช่วงของค่าที่ต้องการสุ่มและจำนวนค่าที่ต้องการสุ่ม

  (2) เลือกตัวเลขใด ๆ จากตารางเป็นค่าแรก

  (3) ค่าตัวเลขสุ่มจะเป็นค่าเท่าจำนวนตำแหน่งของค่าในช่วงของค่าที่ต้องการ

  (4) พิจารณาตัวเลขถัดไป ถ้าไม่อยู่ในช่วงของค่าที่กำหนด ให้พิจารณาตัวถัดไปจนกว่าจะพบค่าที่อยู่ในช่วงที่กำหนด

  (5) ทำข้อ (4) ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้ตัวเลขสุ่มครบเท่าจำนวนที่ต้องการ

- โปรแกรมคอมพิวเตอร์
- วิธีการต่าง ๆ ในการสร้างตัวเลขสุ่ม
- ลูกเต๋า

ฯลฯ

(2) ความน่าจะเป็นสะสม ได้มาจาก

- การทดลอง
- ข้อมูลในอดีต

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

- ลักษณะของการกระจายของความน่าจะเป็น - ใช้วิธีการแปลงผกผัน

แบบฝึกหัด 4.1 กำหนดช่วงของตัวเลขสุ่มที่ต้องการอยู่ระหว่าง 1 ถึง 185 ให้เลือกตัวเลขสุ่มจากตารางด้านล่างมาจำนวน 5 ค่า ถ้าตัวเลขสุ่มแรกที่เลือกขึ้นมาคือ 20631

Part of a
Table of Random Numbers

61424	20419	86546	00517
90222	27993	04952	66762
50349	71146	97668	86523
85676	10005	08216	25906
02429	19761	15370	43882
90519	61988	40164	15815
20631	88967	19660	89624
89990	78733	16447	27932

4.2 การทดลองสุ่ม

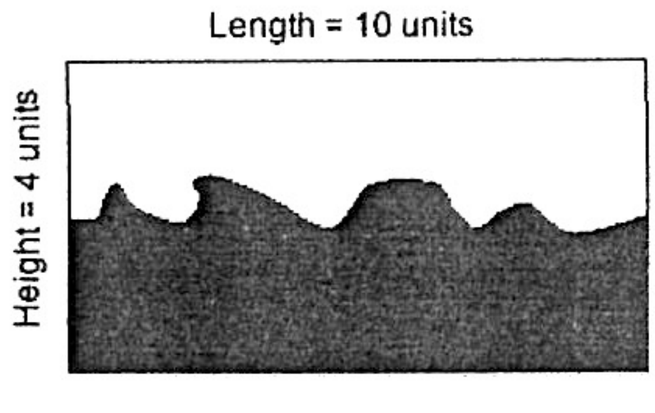
การทดลองสุ่มเพื่อหาค่าที่เป็นไปได้ ขั้นตอนการทำงาน ประกอบด้วย

1. ทำการทดลองส่มจำนวน n ครั้ง
2. นับจำนวนครั้งที่ได้ผลลัพธ์เป็นผลลัพธ์ที่ต้องการ
3. คำนวณหาค่าความน่าจะเป็น โดยใช้สูตรความถี่สัมพัธท์

$$P(x) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกในช่วงของค่า}}{\text{จำนวนสมาชิกทั้งหมด}} = \frac{n(x)}{n(S)}$$

โดย n(x) = จำนวนครั้งที่ได้ผลลัพธ์ที่ต้องการ n(s) = n = จำนวนครั้งที่ทำการทดลอง

แบบฝึกหัด 4.2 กำหนดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีขนาดกว้าง 4 ยาว 10 ซึ่งถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วน



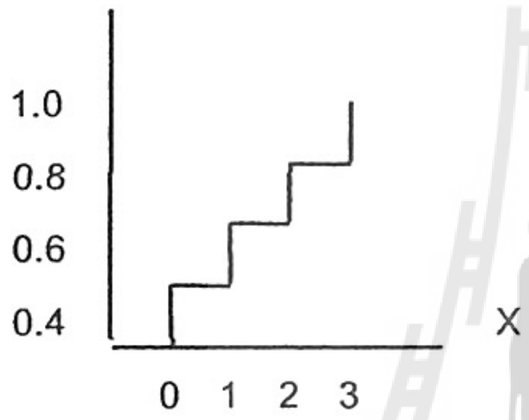
4.3 การใช้ข้อมูลในอดีต

1. ทำการทดลองสุ่ม
2. คำนวณหาค่าความน่าจะเป็น P(x)
3. นำค่าความน่าจะเป็นที่ได้มาคำนวณหาความน่าจะเป็นสะสม F(x)

ตัวอย่าง 4.1

X	ความน่าจะเป็น P(X)	ความน่าจะเป็นสะสม F(X)
0	0.40	0.40
1	0.25	0.65
2	0.20	0.85
3	0.15	1.00

นำมาเขียนกราฟ



จากกราฟได้ P(X) มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 0.40 ค่าของตัวแปรสุ่ม X มีค่าเท่ากับ 0 และในทำนองเดียวกันกับช่วงอื่นๆ ดังนั้นในกรณีที่ X เป็นตัวแปรสุ่มแบบเป็นช่วง ค่าของ X จะสามารถหาได้จากความน่าจะเป็นสะสมโดยกำหนดเป็นช่วงของค่า

X	ความน่าจะเป็น P(X)	ความน่าจะเป็นสะสม F(X)	ช่วงของค่า
0	0.40	0.40	0 - 0.4
1	0.25	0.65	0.41 - 0.65
2	0.20	0.85	0.66 - 0.85
3	0.15	1.00	0.86 - 1.0

4.4 เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Methods)

เทคนิคในการจำลองด้วยการใช้ตัวเลขสุ่มและความน่าจะเป็นสะสม ประกอบด้วยขั้นตอนการทำงาน

1. กำหนดปัญหาหรือระบบในสิ่งที่ต้องการจำลอง
2. ระบุองค์ประกอบของความไม่แน่นอนของระบบ
3. หาการแจกแจงความน่าจะเป็น (Probability Distribution) ขององค์ประกอบที่มีความไม่แน่นอน
4. กำหนดค่าตัวเลขสุ่ม (Random Number, RN)
5. สร้างตัวแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
6. ทำการจำลองตามจำนวนครั้งที่กำหนด เพื่อหาผลลัพธ์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

แบบฝึกหัด 4.3

1. แสดงการจำลอง 10 สัปดาห์ เพื่อคำนวณหาจำนวนเฉลี่ยของผู้ที่ขอติดตั้งเครื่องปรับอากาศต่อสัปดาห์

จำนวนติดตั้ง	5	6	7	8	9	รวม
ความถี่	10	27	30	20	13	100

<u>การแจกแจงความน่าจะเป็น</u>

จำนวนติดตั้ง	ความถี่	ความน่าจะเป็น	ความน่าจะเป็นสะสม	ตัวเลขสุ่ม
5	10			
6	27			
7	30			
8	20			
9	13			
รวม	100			

<u>ตัวแบบจำลอง</u>

สัปดาห์ที่	RN	จำนวนผู้ติดตั้ง
1	0.27	
2	0.30	
3	0.80	
4	0.10	
5	0.50	
6	0.60	
7	0.49	
8	0.78	
9	0.66	
10	0.80	
รวม		

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

2. บริษัทประดิษฐกรรมไทยต้องการประดิษฐ์ระบบเตือนภัยแบบใหม่ซึ่งคาดว่าจะเป็นที่นิยมใช้ ฝ่ายวิศวกรรมให้ความเห็นว่าการพัฒนาระบบดังกล่าวสามารถทำได้ 2 วิธี แต่ละวิธีจะได้มาซึ่งระบบเตือนภัยที่มีคุณสมบัติตามที่ฝ่ายการตลาดต้องการ แต่การพัฒนาจะใช้เวลาและค่าใช้จ่ายต่างกัน ดังนี้

ระยะเวลาที่ใช้พัฒนา	ความน่าจะเป็น	
(เดือน)	วิธีที่ 1	วิธีที่ 2
6	0.1	0.3
9	0.3	0.4
12	0.6	0.3

วิธีที่ 1 จะใช้ค่าใช้จ่าย 500,000 บาท หลังการพัฒนาจะได้ระบบที่ใช้ค่าใช้จ่ายผันแปรในการผลิต 7.50 บาท
วิธีที่ 2 จะใช้ค่าใช้จ่าย 1,900,000 บาท หลังการพัฒนาจะได้ระบบที่ใช้ค่าใช้จ่ายผันแปรในการผลิต 7.25 บาท

ระบบดังกล่าวจะขายในราคา 10 บาท ฝ่ายการตลาดเชื่อว่าปริมาณขายจะขึ้นกับระยะเวลาที่ใช้ในการพัฒนา เพราะบริษัทมีคู่แข่งมาก จากการประมาณการขาย ได้ข้อมูลประมาณการยอดขายและความน่าจะเป็นดังนี้

ยอดขาย (หน่วย)	ระยะเวลาที่ใช้พัฒนา (เดือน)		
	6	9	12
1,000,000	0.2	0.4	0.5
1,500,000	0.8	0.6	0.5

แสดงการจำลอง 5 ครั้ง เพื่อคำนวณว่ากำไรที่บริษัทคาดหมายวาจะได้จากแต่ละวิธีการของการพัฒนาจะเป็นเท่าไร และควรเลือกใช้วิธีใด

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

3. ในระบบพัสดุคงคลังซึ่งค่าใช้จ่ายของระบบประกอบด้วย ค่าเก็บรักษาพัสดุ ค่าสั่งซื้อพัสดุ และการสูญเสียกำไรในการสั่งซื้อ ใช้นโยบายการจัดซื้อแบบใช้จุดสั่งซื้อ (Reorder Point) ซึ่งจะพิจารณาจากปริมาณพัสดุคงเหลือในคลังรวมกับปริมาณพัสดุระหว่างการสั่งซื้อ เป็นดัชนีในการออกใบสั่งซื้อ โดยกำหนดให้ปริมาณการ สั่งซื้อจะเท่ากันทุกครั้งที่สั่งซื้อ

จากการวิเคราะห์ระบบ พบว่า ค่าเก็บรักษาพัสดุต่อหน่วยสินค้าที่สั่งซื้อคือ 200 บาท/สัปดาห์ ค่าสั่งซื้อพัสดุ 500 บาท/ครั้ง และการสูญเสียกำไร 2000 บาท/ชิ้น

ตารางด้านล่าง แสดงข้อมูลความต้องการใช้พัสดุ และระยะเวลาในการส่งของหลังจากออกใบสั่งซื้อที่เก็บรวบรวมจากการทำงานของระบบ 100 ครั้ง

ความต้องการใช้พัสดุ

ความต้องการ (หน่วย)	ความถี่	ความน่าจะเป็น	ความน่าจะเป็นสะสม	ช่วงของตัวเลขแบบสุ่ม
0	2			
1	8			
2	22			
3	34			
4	18			
5	9			
6	7			
รวม	100			

ระยะเวลาสำหรับการส่งของ

ระยะเวลา (สัปดาห์)	ความถี่	ความน่าจะเป็น	ความน่าจะเป็นสะสม	ช่วงของตัวเลขแบบสุ่ม
1	23			
2	45			
3	17			
4	9			
5	6			
รวม	100			

กำหนดให้ใช้จุดสั่งซื้อ 15 หน่วย ปริมาณการสั่งซื้อ 20 หน่วย พัสดุคงเหลือในคลังเมื่อเริ่มการจำลองมี 20 หน่วย คำนวณหาค่าใช้จ่ายเมื่อทำการจำลองทั้งหมด 18 สัปดาห์ เพื่อวิเคราะห์หาจุดสั่งซื้อและปริมาณการสั่งซื้อที่เหมาะสม

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

สัปดาห์ที่	RN_1	ความต้องการใช้ (หน่วย)	RN_2	ระยะเวลา (สัปดาห์)	พัสดุเข้าคลัง (หน่วย)	พัสดุคงเหลือ (หน่วย)	ค่าเก็บรักษาพัสดุ (บาท)	ค่าสั่งซื้อ (บาท)	กำไรสูญเสีย (บาท)	ค่าใช้จ่ายรวม (บาท)
0						20				
1	0.52	3				17	3400			3400
2	0.28									
			0.50							
3	0.89									
4	0.08									
5	0.59									
6	0.81									
7	0.95									
8	0.68									
			0.15							
9	0.90									
10	0.93	6				21	4200			4200
11	0.72	4				17	3400			3400
12	0.89	5				12	2400			
			0.95	5				500		2900
13	0.44	3				9	1800			1800
14	0.60	3				6	1200			1200
15	0.68	4				2	400			400
16	0.52									
17	0.28									
18	0.30									

4.5 การแปลงผกผัน (Inverse Transformation)

การจำลองด้วยการใช้ข้อมูลในอดีต จะได้ผลลัพธ์ของอดีต ถ้าในอนาคตระบบงานไม่มีการเปลี่ยนแปลง การใช้ข้อมูลของอดีตจะไม่มีความผิดพลาด แต่จะพบว่าในสภาพการทำงานจริง ระบบส่วนใหญ่จะมีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้น ถ้าการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นมีค่าของตัวแปรสุ่มที่ใช้ในการคำนวณที่ไม่มีรวมอยู่ในข้อมูลของอดีต ผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองจะมีความผิดพลาดเกิดขึ้น

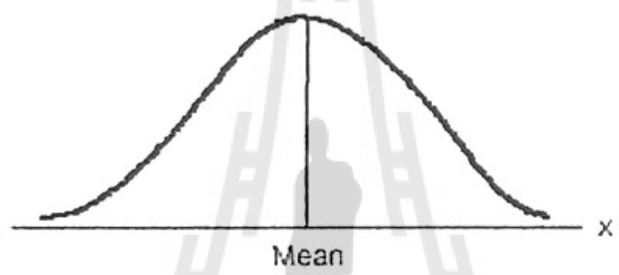
วิธีการอีกวิธีการหนึ่งในการสร้างค่าตัวแปรสุ่มเพื่อใช้สำหรับการคำนวณโดยเทคนิคมอนติคาร์โล คือ ใช้วิธีการแปลงผกผัน ซึ่งมีขั้นตอนการทำงาน ดังนี้

(1) ใช้เทคนิคทางสถิติเพื่อคำนวณหาสมการคณิตศาสตร์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ของระบบ

(2) พิจารณาประเภทของการแจกแจงความน่าจะเป็นขององค์ประกอบเหล่านี้

(3) แปลงค่าเป็นค่าตัวแปรสุ่มตามประเภทของการแจกแจงความน่าจะเป็น

การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)



รูปร่างของโค้งปกติขึ้นกับพารามิเตอร์ 2 ค่า

(1) ค่าเฉลี่ย (Mean) = μ

(2) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) = σ

x = ตัวแปรสุ่มปกติ (normal random variable)

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

เมื่อใช้การแปลงผกผัน จะได้ค่าตัวเลขสุ่ม

$$x_i = \mu + RNN_i\sigma$$

เมื่อ RNN_i = ตัวเลขสุ่มแบบปกติ (Random Normal Number) ซึ่งเปิดได้จากตารางตัวเลขสุ่มแบบนอร์มอล

แบบฝึกหัด 4.4 กำหนด A, B, C เป็นตัวแปรสุ่มซึ่งเป็นอิสระแก่กัน

A เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่า μ = 100 σ = 20

B เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่า μ = 20 σ = 5

C มีการแจกแจงความน่าจะเป็นดังตาราง

ค่าของ C	ความน่าจะเป็น	ความน่าจะเป็นสะสม	ช่วงของค่า RN
10	0.10		
20	0.25		
30	0.50		
40	0.15		

ใช้การจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ในการหาค่า Z ซึ่งมีค่าเท่ากับ (A + B) / C เมื่อใช้ตัวเลขแบบสุ่ม 5 ค่า ดังนี้

RNN	A	RNN	B	RN	C	Z
-0.04		1.48		16		
1.23		1.75		23		
0.93		-0.86		57		
-0.65		1.33		79		
0.56		-0.32		37		
รวม						

การแจกแจงยูนิฟอร์ม (Uniform Distribution)

กำหนดตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง X สำหรับการทดลองหนึ่งซึ่งมีผลลัพธ์อยู่ในช่วงของค่า (a, b) โดยที่ a < b ผลลัพธ์แต่ละผลลัพธ์จะมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน ซึ่งกำหนดให้เป็นค่าคงที่ k จะได้ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ

$$P(X = x) = f(X) = \begin{cases} k = \dfrac{1}{b-a} & ?? \quad a < X < b \\ 0 & ?? \quad x = ??? \; ?? \; ?: \end{cases}$$

แบบฝึกหัด 4.5

จากการสำรวจเบี้ยเลี้ยงของนักศึกษาฝึกงานกลุ่มหนึ่งพบว่า นักศึกษาจะได้รับค่าเบี้ยเลี้ยงวันละตั้งแต่ 50 ถึง 100 บาท ถ้ากำหนดให้ตัวแปรสุ่ม X ซึ่งเป็นค่าเบี้ยเลี้ยงที่นักศึกษาได้รับมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม คำนวณหาความน่าจะเป็นของนักศึกษาที่จะได้ค่าเบี้ยเลี้ยง

(1) 80 บาท (2) 120 บาท

เมื่อใช้การแปลงผกผัน จะได้ค่าตัวเลขสุ่ม

$$x_i = a + RN_i(b - a)$$

แบบฝึกหัด 4.6

กำหนดตัวแปรสุ่ม X เป็นน้ำหนักของเด็กผู้หญิงกลุ่มหนึ่งซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 40 ถึง 50 กิโลกรัม ถ้า X มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม ใช้การจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลในการคำนวณหาส่วนสูง (Y) โดยใช้สูตร Y = 110 + X เมื่อทดลองด้วยการใช้เลขสุ่มจำนวน 5 ค่า ดังนี้

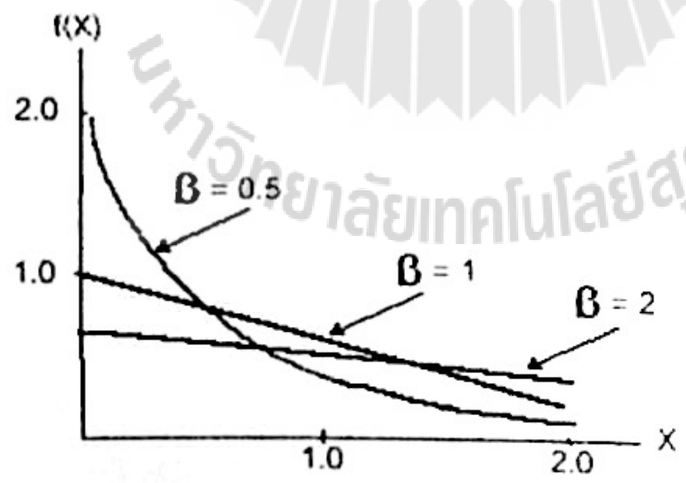
RN	X	Y
0.64		
0.38		
0.45		
0.16		
0.33		
	รวม	

การแจกแจงเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential Distribution)

กำหนดตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง X ซึ่งมีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่มีค่าเฉลี่ย $\beta > 0$ จะมีค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ

$f(X) = \beta e^{-\beta x}$ ถ้า $X > 0$

0 ถ้า x = ค่าอื่น ๆ



เมื่อใช้การแปลงผกผัน จะได้ค่าตัวเลขสุ่ม

$$x_i = -\frac{1}{\beta} \ln(RN_i)$$

แบบฝึกหัด 4.7

1. ในการให้บริการลูกค้าของธนาคารแห่งหนึ่ง ถ้ากำหนดตัวแปรสุ่ม

X เป็นเวลาที่ลูกค้าเข้ามาใช้บริการ มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล

Y เป็นเวลาที่ธนาคารให้บริการลูกค้า มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล

ถ้าค่าเฉลี่ยของการเข้ามาใช้บริการของลูกค้าเป็น 3 คนต่อชั่วโมง และอัตราการให้บริการลูกค้าเป็น 5 คนต่อชั่วโมง

ถ้ากำหนดให้ใช้แบบจำลองในหน่วยของ 1/100 ชั่วโมงและเริ่มต้นให้บริการที่ 0.00 น. จงหาค่าเฉลี่ยของการใช้เวลาเข้ารับบริการของลูกค้า และจำนวนลูกค้าโดยเฉลี่ย เมื่อทดลองด้วยตัวเลขสุ่มจำนวน 10 ค่า

RN	X	เวลาที่มาถึง	RN	Y	เวลาที่ออก	เวลาที่ใช้	จำนวนลูกค้า
0.096			0.608				
0.569			0.571				
0.665			0..347				
0.764	0.09	1.20	0.933	0.01	1.33	0.13	
0.842	0.06	1.26	0.581	0.11	1.44	0.18	
0.491	0.24	1.50	0.173	0.35	1.85	0.35	
0.224	0.50	2.00	0.603	0.10	2.10	0.10	
0.050	0.02	2.02	0.044	0.64	2.74	0.72	
0.610	0.16	2.18	0.605	0.10	2.84	0.64	
0.145	0.64	2.82	0.842	0.03	2.87	0.05	
					รวม		

2. ทันตแพทย์รายหนึ่ง จะนัดคนไข้ที่แจ้งความจำนงมาทำฟัน ห่างกันคนละ ? ชั่วโมง เพราะปกติโดยเฉลี่ยมักจะใช้เวลากับคนไข้แต่ละคนประมาณครึ่งชั่วโมง แต่เวลาที่ใช้กับคนไข้จริง ๆ จะมีลักษณะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย ? ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 15 นาที คนไข้ที่นัดไว้บางรายก็มาเร็วหรือช้ากว่ากำหนด และบางรายก็ไม่มา จากการศึกษาข้อมูลในอดีตพบว่า 10% ของคนไข้ที่นัดไว้จะไม่มา 50% มาตรงเวลา 20% มาเร็วไป ? ชั่วโมง และ 20% มาช้าไป ? ชั่วโมง

จงจำลองแบบกิจกรรมของทันตแพทย์สำหรับการทำงาน 3 ชั่วโมง (คนไข้นัด 6 คน) การบริการคนไข้ใช้หลักมาก่อนบริการก่อน

4.6 วิธีการสร้างตัวเลขแบบสุ่ม

ปัญหาที่ใช้การจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ที่ทำการคำนวณโดยอาศัยคอมพิวเตอร์ มักจะเป็นปัญหาที่ซับซ้อนและใช้หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์มาก การใส่ตารางตัวเลขแบบสุ่มเข้าไว้ในคอมพิวเตอร์เพื่อให้คอมพิวเตอร์เลือกค่ามาใช้คำนวณหาค่าตัวแปร จะทำให้เสียเวลาและหน่วยความจำ จึงจำเป็นจะต้องหาวิธีที่ให้คอมพิวเตอร์สามารถสร้างตัวแปรสุ่มขึ้นใช้เองแทนการใช้ค่าจากตารางค่าตัวเลขสุ่ม

ในการสร้างตัวเลขแบบสุ่ม สามารถทำได้ 2 วิธี

(1) เครื่องมือทางกายภาพ
- ลูกเต๋า
- ไพ่
- กระดาษเขียนเบอร์
- เครื่องอิเล็กทรอนิกส์

(2) การสร้างตัวเลขสุ่มแบบเทียม (Pseudo-random Number) - การใช้สูตรคณิตศาสตร์
- วิธีส่วนกำลังสอง
- วิธีการใช้เศษเหลือ

วิธีตัดกลางกำลังสอง (Midsquare Method)

(1) เลือกตัวเลขสี่หลัก

(2) หาค่ายกกำลังของตัวเลขนั้น ถ้าเลขที่ได้มีไม่ครบ 8 หลักให้เติมศูนย์ข้างหน้า

(3) ใช้สี่หลักกลางของเลขที่ได้ในข้อ 2 เป็นตัวเลขสุ่ม

(4) หาค่ายกกำลังสองของเลขในข้อ (3)

(5) ทำขั้นตอน (3) และ (4) จนกว่าจะได้ตัวเลขสุ่มเท่าจำนวนที่ต้องการ

แบบฝึกหัด 4.8 สร้างตัวเลขแบบสุ่ม 5 ค่า เมื่อกำหนดค่าเริ่มต้น $x_0 = 2712$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

การใช้วิธีนี้จะมีปัญหา
- ไม่ทราบขนาดช่วงความยาวของลำดับตัวเลขสุ่มก่อนที่ตัวเลขสุ่มนั้นจะซ้ำเดิม
- ตัวเลขที่ได้อาจไม่เป็นแบบสุ่ม ถ้าเลือกค่าเริ่มต้นไม่ดี เช่น

$x_0 = 4500$ $\quad x_0^2 = 20250000$

$x_1 = 2500$ $\quad x_0^2 = 06250000$

$x_2 = 2500$ $\quad x_0^2 = 06250000$

$x_3 = 2500$

วิธีตัดกลางของผลคูณ (Midproduct Method)

(1) เลือกตัวเลขสี่หลัก 2 ค่า x'_0 และ x_0

(2) คูณค่า x'_0 และ x_0 เข้าด้วยกัน

(3) ใช้สี่หลักกลางของผลคูณที่ได้ในข้อ (2) เป็นตัวเลขสุ่ม = x_1

(4) คูณ ค่า x_0 และ x_1

(5) ทำขั้นตอน (3) และ (4) จนกว่าจะได้ตัวเลขสุ่มเท่าจำนวนที่ต้องการ

แบบฝึกหัด 4.9 สร้างตัวเลขแบบสุ่ม 3 ค่า เมื่อกำหนดค่าเริ่มต้น $x'_0 = 3579$ และ $x_0 = 9753$

วิธีตัวคูณคงที่ (Constant Multiplier Technique)

(1) กำหนดค่าคงที่ k ขนาดสี่หลัก และค่าเริ่มต้น x_0

(2) คูณค่า k และ x_0 เข้าด้วยกัน

(3) ใช้สี่หลักกลางของผลคูณที่ได้ในข้อ (2) เป็นตัวเลขสุ่ม = x_1

(4) คูณ ค่า k และ x_1

(5) ทำขั้นตอน (3) และ (4) จนกว่าจะได้ตัวเลขสุ่มเท่าจำนวนที่ต้องการ

แบบฝึกหัด 4.10 สร้างตัวเลขแบบสุ่ม 3 ค่า เมื่อกำหนดค่าเริ่มต้น $k = 1357$ และ $x_0 = 3579$

วิธีการบวกเศษเหลือ (Additive Congruent Method)

(1) กำหนดตัวเลขจำนวนเต็ม $x_1, x_2, \ldots, x_n$

(2) สร้าง $x_{n+1}, x_{n+2}, \ldots$ จากตัวเลขในข้อ (1)

(3) สร้างตัวเลขสุ่มโดยใช้สูตร

$$x_i = (x_{i-1} + x_{i-n}) \bmod m$$

$$R_{i-n} = \frac{x_i}{m}$$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

แบบฝึกหัด 4.11 สร้างตัวเลขแบบสุ่ม 3 ค่า เมื่อกำหนดค่า

$x_1 = 65$ $x_2 = 24$ $x_3 = 39$ $x_4 = 88$ $x_5 = 75$ $m = 100$ $n = 5$

วิธีการใช้เศษเหลือ (Congruent Method)

วิธีการที่นิยมใช้ที่สุดในการสร้างตัวเลขแบบสุ่มคือ การใช้เศษเหลือของผลคูณ (Multiplicative Congruential Method)โดยใช้สูตร

$$x_{i+1} = ax_i \pmod{m}$$

ด้วยการกำหนดค่าให้ a และ m ซึ่งจะต้องไม่เป็นค่าลบ และกำหนดค่าเริ่มต้น x_0

แบบฝึกหัด 4.12 สร้างตัวเลขแบบสุ่ม 5 ค่าเมื่อกำหนด a = 2, m = 10 และค่าเริ่มต้น $x_0 = 1$

การบ้าน 3

ข้อ 1 ซูเปอร์มาร์เก็ตแห่งหนึ่ง ได้เก็บข้อมูลปริมาณความต้องการต่อสัปดาห์ของนมสดบรรจุกล่องยี่ห้อหนึ่ง ใน 50 สัปดาห์ที่ผ่านมามีดังนี้

ความต้องการ (กล่อง)	18	19	20	21	22	23	รวม
จำนวนสัปดาห์	2	8	15	15	5	5	100

ถ้าซูเปอร์มาร์เก็ตสั่งนมมาจำหน่ายสัปดาห์ละ 20 กล่อง แสดงการจำลองเป็นเวลา 10 สัปดาห์ และคำนวณหาปริมาณนมที่ไม่พอขายโดยเฉลี่ยต่อสัปดาห์ และปริมาณนมที่เหลือโดยเฉลี่ยต่อสัปดาห์ สำหรับค่าสุ่มให้นักศึกษากำหนดเอง

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ข้อ 2 สายการผลิตสายหนึ่งของบริษัทมอเตอร์สากล ประกอบด้วยหน่วยงานประกอบ 3 หน่วย เวลาที่ใช้และความน่าจะเป็นที่แต่ละหน่วยประกอบ มีดังนี้

	ความน่าจะเป็น		
เวลา (นาที)	หน่วย 1	หน่วย 2	หน่วย 3
4	0.25	0.10	0.05
5	0.25	0.30	0.25
6	0.25	0.40	0.25
7	0.25	0.20	0.45

สร้างตารางการจำลองแบบระบบประกอบมอเตอร์ของการประกอบมอเตอร์ 10 ตัว และหาค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้ในการประกอบ สำหรับค่าสุ่มให้นักศึกษากำหนดเอง

ข้อ 3 กำหนด A และ B เป็นตัวแปรสุ่มซึ่งเป็นอิสระแก่กัน โดยที่ A มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่า $\mu = 30$ $\sigma = 8$ และ B มีการแจกแจงความน่าจะเป็นดังตาราง

ค่าของ B	10	15	20	25	30
ความน่าจะเป็น	0.2	0.2	0.4	0.1	0.1

แสดงการจำลองค่า C ซึ่งมีค่าเท่ากับ (A + B) / 2 จำนวน 5 ค่า พร้อมทั้งคำนวณหาค่าเฉลี่ย สำหรับค่าสุ่มให้นักศึกษากำหนดเอง

ข้อ 4 กำหนดตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนครั้งในการเข้าร่วมกิจกรรมของนักศึกษากลุ่มหนึ่งซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 5 ถึง 10 ครั้ง ถ้า X มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม แสดงการจำลองค่าคะแนน (Y) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 10 + X จำนวน 5 ค่า พร้อมทั้งคำนวณหาค่าเฉลี่ย สำหรับค่าสุ่มให้นักศึกษากำหนดเอง

ข้อ 5 5.1 สร้างตัวเลขแบบสุ่ม 10 ค่าโดยวิธีตัดกลางกำลังสอง เมื่อกำหนด $X_0 = 6677$

5.2 สร้างตัวเลขแบบสุ่ม 10 ค่าโดยวิธีใช้เศษเหลือ เมื่อกำหนด X = 21 a = 4 และ m = 100

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

4

การทดสอบความเป็นค่าสุ่ม (Random Number Text)

เนื้อหา

4.1 วิธีการทดสอบ

4.2 การทดสอบความถี่ (Frequency Test)

4.3 การทดสอบการรัน (Runs Test)

4.4 การทดสอบอัตตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation Test)

4.5 การทดสอบช่องว่าง (Gap Test)

4.6 การทดสอบโป๊กเกอร์ (Poker Test)

คุณสมบัติที่สำคัญของตัวเลขสุ่มประกอบด้วย

(1) ความสม่ำเสมอ (Uniformity) - การที่ค่าทุกค่ามีโอกาสจะได้รับเลือกเท่า ๆ กัน

(2) ความเป็นอิสระ (Independence) - การที่ตัวเลขสุ่ม 2 ตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน

4.1 วิธีการทดสอบ

1. การทดสอบความสม่ำเสมอ - การทดสอบการแจกแจง (Distribution Test) หรือ การทดสอบความถี่ (Frequency Test)
    - การทดสอบแบบโคโมกรอฟ-สเมอร์นอฟ
    - การทดสอบแบบไคสแควร์ (Chi-Squre Test)
2. การทดสอบความเป็นอิสระ
    (2.1) การทดสอบเรียงลำดับตัวเลข หรือการทดสอบการรัน
        - การทดสอบรันขึ้นและรันลง
        - การทดสอบรันเหนือและรันใต้
        - การทดสอบความยาวของรัน
    (2.2) การทดสอบอัตตสหสัมพันธ์
    (2.3) การทดสอบช่องว่าง
    (2.4) การทดสอบโปกเกอร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

4.2. การทดสอบความถี่ (Frequency Test)

โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างตัวเลขแบบสุ่ม จะต้องมีการทดสอบความถี่เพื่อยืนยันความสม่ำเสมอของตัวเลข

สมมติฐานหลัก (Null Hypothesis) ของการทดสอบคือ การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวเลขเป็นแบบสม่ำเสมอ

สมมติฐานรอง (Alternative Hypothesis) ของการทดลองคือ การแจกแจงความน่าจะเป็นเป็นแบบอื่น ๆ

H_0: ตัวเลขสุ่มมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ

H_1: ตัวเลขสุ่มมีการแจกแจงแบบอื่น ๆ

การทดสอบแบบโคโมกรอฟ-สเมอร์นอฟ

ใช้ D เป็นสถิติสำหรับทดสอบ

$$D = \max_{x} | S(x) - F(x) |$$

โดยที่ x = ค่าตัวเลขสุ่ม

S(x) = ความน่าจะเป็นสะสมของตัวอย่าง (Observed Cumulative Probability)

F(x) = ความน่าจะเป็นสะสมของข้อมูลที่มาจากประชากรที่มีการกระจายของความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอ

<u>ขั้นตอนการทำงาน</u>

(1) เรียงลำดับตัวเลขสุ่มจากน้อยไปหามาก

(2) คำนวณ

$$D^{+} = \max [(i / N) - R(i)]$$

$$D^{-} = \max [R(i) - \frac{(i - 1)}{N}]$$

(3) คำนวณ D :

(4) อ่านค่า $D_{\alpha,N}$ จากตารางค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบแบบโคโมกรอฟ-สเมอร์นอฟ

(5) ถ้า $D \leq D_{\alpha,N}$ ยอมรับ H_0

ตัวอย่าง 4.1 กำหนดตัวเลขสุ่ม 5 ค่าคือ 0.54, 0.73, 0.98, 0.11 และ 0.68 เป็นตัวเลขที่ได้จากโปรแกรมสร้างตัวเลขสุ่ม

จงใช้การทดสอบแบบโคโมกรอฟ-สเมอร์นอฟ ในการทดสอบว่าตัวเลขดังกล่าวมีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

R(i)	i / N	(i / N) - R(i)	R(i) - ((i -1) / N)

การทดสอบแบบไคสแควร์ (Chi-Squre Test)

ใช้ X^2 เป็นสถิติสำหรับการทดสอบ

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} [\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}]$$

โดยที่ k = จำนวนกลุ่มของข้อมูล

O_i = ค่าความถี่ของข้อมูล (Observed Frequency)

E_i = ค่าความถี่คาดหมาย (Expected Frequency) ของข้อมูลที่มีการกระจายแบบสม่ำเสมอ = N / k

N = จำนวนข้อมูลทั้งหมด

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ตามหลักของไคสแควร์ ในการกำหนดค่า k เพื่อคำนวณหาค่า E_i จะเลือกค่า k ที่ทำให้ $E_i \geq 5$ ถ้า $E_i < 5$ จะใช้วิธีการบวกค่า E_i เข้ากับค่า E_i ที่อยู่ติดกันเพื่อให้ได้ค่า E_i ที่มากกว่าหรือเท่ากับ 5

หาค่า $\chi^2_{\alpha, k-1}$ เากตารางความน่าจะเป็นแบบ X^2 ถ้า $X^2 \leq \chi^2_{\alpha, k-1}$ ยอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอที่ระดับนัยสำคัญ α%

ตัวอย่าง 4.2 กำหนดตัวเลขสุ่ม 50 ค่าดังนี้ จงใช้การทดสอบไคสแควร์ในการพิสูจน์ว่า ตัวเลขดังกล่าวมาจากการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอ ด้วยระดับนัยสำคัญ 1%

0.75	0.41	0.48	0.83	0.10	0.68	0.35	0.92	0.36	0.18
0.55	0.23	0.90	0.12	0.41	0.30	0.50	0.01	0.75	0.40
0.99	0.99	0.62	0.10	0.02	0.23	0.16	0.90	0.92	0.42
0.78	0.71	0.24	0.66	0.21	0.83	0.18	0.42	0.90	0.58
0.35	0.28	0.93	0.47	0.58	0.66	0.34	0.79	0.81	0.45

กลุ่มที่	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2 / E_i$
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
รวม					

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

4.3. การทดสอบการเรียงลำดับของตัวเลข (Runs Test)

เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การทดสอบรัน เป็นการทดสอบแบบสุ่ม โดยพิจารณาจากการเรียงลำดับของตัวเลข (รัน) ถ้าตัวเลขเป็นตัวเลขแบบสุ่ม การเรียงลำดับของตัวเลขจะต้องมีลักษณะที่ไม่แน่นอน คือ ไม่เป็นวัฏจักร (Cycle) หรือเรียงลำดับเอียงไปด้านใดด้านหนึ่ง (Trend)

การทดสอบรันขึ้นและรันลง (Runs Up & Runs Down)

ในชุดตัวเลข จะมีลักษณะของการรันที่สามารถจำแนกออกเป็น

(1) การรันขึ้น (Runs Up) - ชุดของตัวเลขที่แต่ละจำนวนจะมีค่ามากกว่าเลขที่อยู่ด้านหน้า

(2) การรันลง (Runs Down) - ชุดของตัวเลขที่แต่ละจำนวนจะมีค่าน้อยกว่าเลขที่อยู่ด้านหน้า

<u>ตัวอย่าง</u>	*0.08*	*0.93*	*0.15*	*0.96*
		รันขึ้น	รันลง	รันขึ้น

<u>ขั้นตอน</u>

(1) กำหนดค่าระดับนัยสำคัญสำหรับการทดสอบ

(2) กำหนดเครื่องหมาย + และ - โดยเริ่มพิจารณาจากตัวเลขตัวที่ 2 ถ้าเป็นรันขึ้นให้ใส่เครื่องหมาย + ถ้าเป็นรันลงให้ใส่เครื่องหมาย -

เช่น	0.08	0.93	0.15	0.96
		+	-	+

(3) นับจำนวนรัน (ลำดับของเครื่องหมายที่ต่อเนื่องกัน)

(4) คำนวณค่าสถิติในการทดสอบ

กำหนด a = จำนวนรัน N = จำนวนค่าที่ใช้ในการทดสอบ จะได้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ a เท่ากับ

$$\mu_a = \frac{2N-1}{3} \qquad \sigma_a^2 = \frac{16N-29}{90}$$

ถ้า $N \geq 20$ การแจกแจงความน่าจะเป็นของ a จะเข้าใกล้การแจกแจงปกติ ใช้ค่า Z เป็นค่าสถิติในการทดสอบ

$$Z = \frac{a - \mu_a}{\sigma_a}$$

เปรียบเทียบค่า Z กับค่าจากตารางการแจกแจงปกติ ถ้า z มีค่าอยู่ระหว่าง $-z_{\alpha/2}$ กับ $z_{\alpha/2}$ ยอมรับว่าตัวเลขที่นำมาทดสอบเป็นตัวเลขแบบสุ่มที่ระดับนัยสำคัญ α%

ตัวอย่าง 4.3

จงทดสอบความเป็นแบบสุ่มของตัวเลขต่อไปนี้โดยการทดสอบการรันขึ้นและรันลง ที่ระดับนัยสำคัญ 5%

0.40	0.84	0.75	0.18	0.13	0.92	0.57	0.77	0.30	0.71
0.42	0.05	0.78	0.74	0.68	0.03	0.18	0.51	0.10	0.37

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

การทดสอบรันเหนือและรันใต้ (Runs Above & Runs Below)

การทดสอบการรันที่อ้างอิงกับค่าเฉลี่ย โดยแบ่งออกเป็น

(1) การรันเหนือ (Runs Above) - ชุดของตัวเลขที่แต่ละจำนวนจะมีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ย

(2) การรันใต้ (Runs Below) - ชุดของตัวเลขที่แต่ละจำนวนจะมีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ย

ตัวอย่าง	0.08	0.93	0.15	0.96	ค่าเฉลี่ย = 0.53
	รันใต้	รันเหนือ	รันใต้	รันเหนือ	

ขั้นตอน

(1) กำหนดค่าระดับนัยสำคัญสำหรับการทดสอบ

(2) กำหนดเครื่องหมาย + และ - โดยที่ตัวเลขที่มีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ยมีเครื่องหมาย + และตัวเลขที่มีค่าน้อยกว่ามีเครื่องหมาย -

เช่น	0.08	0.93	0.15	0.96
	-	+	-	+

(3) นับจำนวนรัน (ลำดับของเครื่องหมายที่ต่อเนื่องกัน)

(4) นับจำนวนเครื่องหมาย + และ - โดยที่

n_1 = จำนวนเครื่องหมาย + n_2 = จำนวนเครื่องหมาย -

N = จำนวนค่าที่ใช้ในการทดสอบ b = จำนวนรัน

จะได้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ b เท่ากับ

$$\mu_b = \frac{2n_1n_2}{N} + \frac{1}{2} \qquad \sigma_b^2 = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - N)}{N^2(N-1)}$$

(5) คำนวณค่าสถิติในการทดสอบ ถ้า $N \geq 20$ การแจกแจงความน่าจะเป็นของ b จะเข้าใกล้การแจกแจงปกติ ใช้ค่า Z เป็นค่าสถิติในการทดสอบ

$$Z = \frac{b - \mu_b}{\sigma_b}$$

เปรียบเทียบค่า Z กับค่าจากตารางการแจกแจงปกติ ถ้า z มีค่าอยู่ระหว่าง $-z_{\alpha/2}$ กับ $z_{\alpha/2}$ ยอมรับว่าตัวเลขที่นำมาทดสอบเป็นตัวเลขแบบสุ่มที่ระดับนัยสำคัญ α%

ตัวอย่าง 4.4

จงทดสอบความเป็นแบบสุ่มของตัวเลขต่อไปนี้โดยการทดสอบการรันเหนือและรันใต้ ที่ระดับนัยสำคัญ 5%

0.40	0.84	0.75	0.18	0.13	0.92	0.57	0.77	0.30	0.71
0.42	0.05	0.78	0.74	0.68	0.03	0.18	0.51	0.10	0.37

4.4 การทดสอบอัตตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation Test)

ตัวเลขที่มีอัตตสหสัมพันธ์ต่อกัน หมายถึง ตัวเลขที่ไม่เป็นอิสระแก่กัน นั่นคือ ตัวเลขไม่เป็นแบบสุ่ม เนื่องจากสามารถหาค่าตัวเลขในกลุ่มได้จากค่าของตัวเลขอื่นในกลุ่มนั้น การทดสอบว่าตัวเลขไม่มีอัตตสหสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญ คือ การทดสอบสมมติฐาน

H_0: $\rho_{im} = 0$ ไม่มีอัตตสหสัมพันธ์

H_1: $\rho_{im} \neq 0$ มีอัตตสหสัมพันธ์

โดยใช้สถิติสำหรับการทดสอบ Z โดยที่

= อัตตสหสัมพันธ์ของตัวเลขตัวที่ i กับตัวเลขที่ถัดไปอีก m ตัว

M = เลขจำนวนเต็มมากที่สุดซึ่งทำให้ $i + (M+1)m \leq N$

i = ค่าแรกที่ทำการทดสอบ

N = จำนวนตัวเลขทั้งหมด

m = ระยะห่างระหว่างตัวเลข

R_j = ค่าของตัวเลขตัวที่ j

เปรียบเทียบค่า Z กับค่าจากตารางการแจกแจงปกติ ถ้า z มีค่าอยู่ระหว่าง $-z_{\alpha/2}$ กับ $z_{\alpha/2}$ ยอมรับความเป็นอิสระของตัวเลขด้วยระดับนัยสำคัญ $\alpha\%$

ถ้าค่า $\rho_{im} > 0$ แสดงว่า ถ้าตัวเลขที่พิจารณามีค่าสูง ตัวเลขที่ m ถัดไปจะมีค่าสูง ถ้ามีค่าต่ำ ตัวเลขที่ m ถัดไปก็จะมีค่าต่ำ

ถ้าค่า $\rho_{im} < 0$ แสดงว่า ถ้าตัวเลขที่พิจารณามีค่าสูง ตัวเลขที่ m ถัดไปจะมีค่าต่ำ ถ้ามีค่าต่ำ ตัวเลขที่ m ถัดไปก็จะมีค่าสูง

ตัวอย่าง 4.5 จากตัวเลขข้างล่างนี้ จงทดสอบว่า ตัวเลขตัวที่ 3, 8, 13, ... มีอัตตสหสัมพันธ์ที่ระดับนัยสำคัญ 5%

0.12	0.01	0.23	0.28	0.89	0.31	0.64	0.28	0.83	0.93
0.99	0.15	0.33	0.35	0.91	0.41	0.60	0.27	0.75	0.88
0.68	0.40	0.05	0.43	0.92	0.58	0.19	0.36	0.69	0.87

4.5. การทดสอบช่องว่าง (Gap Test)

การนับจำนวนตัวเลขที่อยู่ระหว่างตัวเลขที่เหมือนกัน เรียกจำนวนตัวเลขว่า ความยาวของช่องว่าง (Length of Gap)

ตัวอย่าง 4 1 3 5 1 7 2 8 2 1

ระหว่าง 1 ตัวแรกและตัวที่ 2 มี 3 และ 5 คั่นกลาง ความยาวของช่องว่าง = 2

1 3 5 1

ระหว่าง 1 ตัวที่ 2 และตัวที่ 3 มี 7 2 8 และ 2 คั่นกลาง ความยาวของช่องว่าง = 4

1 7 2 8 2 1

ในการทดสอบ ใช้ D เป็นสถิติสำหรับทดสอบ

โดยที่ x = ค่าตัวเลขสุ่ม S(x) = ความน่าจะเป็นสะสมซึ่งคำนวณจากค่าความถี่สัมพัทธ์

$$f = \frac{?? \; ?? \; ?? \; ? \; ???? \quad ????}{?? \; ?? \; ?? \; ? \; ???? \quad ???} = \frac{n(x)}{N}$$

F(x) = ความน่าจะเป็นสะสมของข้อมูลที่ได้จากตัวอย่าง

$$F(x) = 1 - (0.9)^{x+1}$$

ถ้า $D \leq D_{\alpha,N}$ ยอมรับความเป็นอิสระของตัวเลขด้วยระดับนัยสำคัญ α%

ตัวอย่าง 4.6 จงใช้การทดสอบช่องว่างกับค่าด้านล่างนี้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

1 3 2 3 1 2 3 1 3 2

2 1 2 3 1 3 2 1 3 1

ความยาวของช่องว่าง (x)	ความถี่	ความถี่สัมพัทธ์	ความถี่สะสม S(x)	F(x)	| S(x) - F(x) |

4.6 การทดสอบแบบโปกเกอร์ (Poker Test)

การทดสอบที่พัฒนาขึ้นมาจากกาหาค่าความน่าจะเป็ของการได้มาซึ่งไพ่คู่ ตอง ฟูลเฮาส์ ฯลฯ ของแต้มโปกเกอร์ เมื่อนำมาทดสอบความเป็นอิสระของตัวเลขในระยะแรก จึงมักใช้กับตัวเลขตั้งแต่ 5 หลักขึ้นไป แต่ปัจจุบันใช้กับตัวเลข 2 หลักขึ้นไป

ในการทดสอบใช้วิธีการทดสอบไคร์สแควร์ ใช้ X^2 เป็นสถิติสำหรับการทดสอบ โดยเปรียบเทียบระหว่างค่าความถี่ของตัวเลขที่ต่างกันและเหมือนกัน กับค่าความถี่คาดหมายเมื่อตัวเลขเป็นอิสระแก่กัน

โดยที่ k = จำนวนกลุ่มของข้อมูล

O_i = ค่าความถี่ของข้อมูล (Observed Frequency)

E_i = ค่าความถี่คาดหมาย (Expected Frequency) ของข้อมูลที่มีการกระจายแบบสม่ำเสมอ = N / k

N = จำนวนข้อมูลทั้งหมด

ตัวอย่างเช่น ตัวเลขที่ได้จาการสร้างตัวเลขแบบสุ่มที่ให้ค่าตัวเลขเป็น 3 ตำแหน่ง เช่น

0.255 0.577 0.331 0.414 0.828 . . .

สำหรับตัวเลขที่เกิดขึ้นโดยอิสระ ตัวเลข 3 ตำแหน่งจะมีโอกาสเกิดขึ้นได้ 3 ลักษณะ คือ

(1) ทุกตำแหน่งมีค่าต่างกัน

(2) ทุกตำแหน่งมีค่าเหมือนกัน

(3) มีคู่ 1 คู่

ในการคำนวณหาความน่าจะเป็นคาดหมายใช้หลักการของทฤษฎีความน่าจะเป็น ในเรื่องการทดลองซ้ำที่เป็นอิสระต่อกัน (Independent Repeated Trials) ซึ่งกำหนด ดังนี้

กำหนด S เป็นการทดลองสุ่มใด ๆ การทดลองสุ่ม n ครั้ง ใช้สัญลักษณ์ S_n ความน่าจะเป็นของการทดลองสุ่ม n ครั้งจะเท่ากับผลคูณของความน่าจะเป็นของการทดลองสุ่มแต่ละครั้ง

$$P(S_1, S_2, ..., S_n) = P(S_1)\,P(S_2) \ldots P(S_n)$$

สำหรับตัวเลข 0 ถึง 9 จะได้ค่าความน่าจะเป็น

P(3 ค่าต่างกัน) = P(ค่าที่ 2 ต่างจากค่าที่ 1) x P(ค่าที่ 3 ต่างจากค่าที่ 1 และ 2)

= (0.9)(0.8) = 0.72

P(3 ค่าเหมือนกัน) = P(ค่าที่ 2 เหมือนค่าที่ 1) x P(ค่าที่ 3 เหมือนค่าที่ 1)

= (0.1)(0.1) = 0.01

P(มีคู่ 1 คู่) = 1 - 0.72 - 0.01 = 0.27

ตัวอย่าง 4.7

1. จากการสร้างตัวเลขแบบสุ่ม 3 ตำแหน่ง 1000 ค่า พบว่ามีอยู่ 680 ค่า ที่ทุกตำแหน่งมีค่าต่างกัน มี 209 ค่าที่มี 1 คู่ และ 31 ค่าที่ทุกตำแหน่งมีค่าเหมือนกัน จงใช้การทดสอบแบบโปกเกอร์ ทดสอบความเป็นอิสระของตัวเลขที่ระดับนัยสำคัญ 5%

ลักษณะตัวเลข	O_i	ความน่าจะเป็นคาดหมาย	E_i	$(O_i - E_i)^2 / E_i$
3 ตำแหน่งต่างกัน				
3 ตำแหน่งเหมือนกัน				
มี 1 คู่				
รวม				

2. ร้านเสริมสวยแห่งหนึ่ง มีช่างทำผม 1 คน ลูกค้ามาถึงร้านทุก ๆ 25 ± 10 นาที ซึ่งมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม ครึ่งหนึ่งของลูกค้าต้องการตัดแห้ง (ตัดโดยไม่สระ) 30% ต้องการเซ็ทอย่างเดียว และ 20% ต้องการเล็มปลายผม การตัดแห้งใช้เวลา 15 ± 5 นาที เซ็ทใช้เวลา 25 ± 10 นาที และเล็มปลายใช้เวลา 10 ± 2 นาที แสดงการจำลองการให้บริการลูกค้าจำนวน 10 คน และคำนวณหา

(1) ระยะเวลาทั้งหมดที่ให้บริการลูกค้า

(2) เปรียบเทียบความน่าจะเป็นของการให้บริการที่ได้จากการจำลองกับความน่าจะเป็นที่คาดหมายโดยใช้วิธีการทดสอบแบบโปกเกอร์เพื่อทดสอบความเป็นอิสระของตัวเลขที่ระดับนัยสำคัญ 5%

การบ้าน 4

ข้อ 1 กำหนดตัวเลข 5 จำนวน คือ 0.65 0.68 0.45 0.05 0.15 เป็นตัวเลขที่ได้จากโปรแกรมสร้างตัวเลขสุ่ม

1.1 ทดสอบด้วยวิธีโคโมกรอฟ-สเมอร์นอฟ ในการทดสอบว่าตัวเลขดังกล่าวมีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ($D_{0.05,5}$) = 0.56

1.2 ทดสอบอัตตสหสัมพันธ์ของตัวเลขที่ 1, 3, 5 ที่ระดับนัยสำคัญ 5%

ข้อ 2 กำหนดตัวเลข 20 จำนวน ดังนี้

0.45	0.87	0.73	0.21	0.15	0.98	0.65	0.83	0.40	0.68
0.44	0.07	0.87	0.73	0.66	0.09	0.19	0.54	0.13	0.36

ทดสอบความเป็นแบบสุ่มของตัวเลขข้างต้น โดยใช้วิธีการทดสอบการเรียงลำดับของตัวเลข

2.1 การทดสอบรันขึ้นและรันลง

2.2 การทดสอบรันเหนือและรันใต้

ข้อ 3 ที่ธนาคารสาขาแห่งหนึ่ง มีพนักงานรับฝากเงิน 2 คน โดยพนักงานคนที่ 1 จะรับจัดการบัญชีธุรกิจ พนักงานคนที่ 2 รับจัดการบัญชีทั่วไป ลูกค้าจะมาถึงธนาคารทุก ๆ 3 ± 1 นาที ซึ่งมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม พบว่า 33% ของลูกค้าจะใช้บัญชีธุรกิจ การจัดการบัญชีธุรกิจใช้เวลา 15 ± 10 นาที และบัญชีทั่วไป 6 ± 5 นาที ซึ่งมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม แสดงการจำลองการให้บริการลูกค้าจำนวน 10 คน และคำนวณหา

3.1 ระยะเวลาทั้งหมดที่ให้บริการลูกค้า

3.2 เปรียบเทียบความน่าจะเป็นของการให้บริการที่ได้จากการจำลองกับความน่าจะเป็นที่คาดหมายโดยใช้วิธีการทดสอบแบบโปกเกอร์เพื่อทดสอบความเป็นอิสระของตัวเลขที่ระดับนัยสำคัญ 5% สำหรับค่าสุ่มให้นักศึกษากำหนดเอง

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

5

การสร้างแบบจำลอง (Model Formulation)

เนื้อหา

5.1 กระบวนการจำลอง (Simulation Process)
5.2 การตั้งปัญหาและการให้คำจำกัดความ (Problem Formulation & System Definition)
5.3 การสร้างแบบจำลอง (Model Formulation)
5.4 การบริหารเวลา (Time Management)

การจำลองในปัจจุบันมักจะนำคอมพิวเตอร์เข้ามาใช้ เนื่องจากสามารถรองรับปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนและสามารถคำนวณหาข้อมูลต่าง ๆ ที่ต้องการสำหรับการวิเคราะห์หาวิธีการแก้ปัญหา

5.1 กระบวนการจำลอง (Simulation Process)

ขั้นตอนการดำเนินงานสำหรับการจำลองที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ ประกอบด้วย

(1) การตั้งปัญหาและให้คำจำกัดความของระบบ (Problem Formulation & System Definition)
(2) การสร้างแบบจำลอง (Model Formulation)
(3) การจัดเตรียมข้อมูล (Data Preparation)
(4) การแปรรูปแบบจำลอง (Model Translation)
(5) การทดสอบความถูกต้อง (Validation)
(6) การออกแบบการทดลอง (Strategic Planning)
(7) การวางแผนการใช้งานแบบจำลอง (Tactical Planning)
(8) การดำเนินการทดลอง (Experimentation)
(9) การตีความผลการทดลอง (Interpretation)
(10) การนำไปใช้งาน (Implementation)
(11) การจัดทำเอกสารการใช้งาน (Documentation)

ขั้นตอนต่าง ๆ ตั้งแต่ขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 9 ไม่จำเป็นจะต้องกระทำตามลำดับ เพราะในระหว่างการดำเนินการสร้างแบบจำลองจะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองบ่อย ๆ จึงอาจมีการย้อนกลับไปยังขั้นตอนแรกใหม่ ขั้นตอนต่าง ๆ จะเปรียบเหมือนแนวทางสำหรับการตรวจสอบว่าได้มีการกระทำตามขั้นตอนที่จำเป็นหรือไม่ มากกว่าจะเป็นกฎข้อบังคับที่จะต้องกระทำโดยลำดับ

5.2 การตั้งปัญหาและให้คำจำกัดความของระบบ (Problem Formulation & System Definition)

ขั้นตอนแรกสุดในการตั้งปัญหาคือ การระบุหรือกำหนดวัตถุประสงค์ (Purposes) ของการศึกษา โดยที่เราสามารถสร้างแบบจำลองสำหรับระบบงานจริงได้หลายลักษณะ ขึ้นกับวัตถุประสงค์ในการสร้างแบบจำลองนั้น

ตัวอย่าง

- เพื่อวัดผลการให้บริการ
- เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงานของระบบ

วัตถุประสงค์จะเป็นเครื่องชี้ให้เห็นถึงความต้องการของการจำลองแบบปัญหา และกำหนดว่าแบบจำลองจะต้องประกอบด้วยองค์ประกอบอะไรบ้าง ในการวัดผลว่าแบบจำลองใด ๆ บรรลุวัตถุประสงค์หรือไม่ อาจจะต้องมีการแปลความหมายของวัตถุประสงค์ให้อยู่ในรูปสมการหรือฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปใช้ในการคำนวณได้ เรียกฟังก์ชันนี้ว่า ฟังก์ชันเป้าหมาย (Objective Function) หรือสมการเป้าหมาย

ในการศึกษาและวิเคราะห์ระบบงานจริง เพื่อนำมาใช้ในการกำหนดองค์ประกอบของแบบจำลองที่ใช้เป็นตัวแทนในการศึกษาและปรับปรุงการทำงานของระบบงานจริง จะใช้เครื่องมือต่าง ๆ ดังนี้

(1) การศึกษาข้อมูลของระบบงาน

(2) การศึกษาการเคลื่อนที่ขององค์ประกอบของระบบงาน

(3) การศึกษาหน้าที่และความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของระบบงาน

1. การศึกษาข้อมูลของระบบงาน

ในการทำความเข้าใจกับระบบงานและปัญหาที่เกิดขึ้น จะใช้วิธีการศึกษาข้อมูลของระบบซึ่งมักจะอยู่ในรูปของเอกสารต่าง ๆ สำหรับข้อมูลที่ไม่ปรากฏอยู่ในเอกสารจะใช้วิธีการสัมภาษณ์หรือสังเกตการณ์ แหล่งข้อมูลของระบบงานประกอบด้วย

- เอกสารด้านบัญชี ได้แก่ ค่าใช้จ่าย ภาษี ค่าสาธารณูปโภค ค่าขนส่ง กำไร
- เอกสารด้านวิศวกรรม ได้แก่ ข้อกำหนดทางวิศวกรรมของวัตถุดิบ สินค้า ชิ้นส่วน เครื่องจักรและอุปกรณ์ต่าง ๆ ประสิทธิภาพและสมรรถนะของอุปกรณ์ในการผลิต
- เอกสารด้านการขาย ได้แก่ ปริมาณและยอดราคาขาย แนวโน้มการขาย ค่าการสูญเสียการขาย
- เอกสารด้านการจัดซื้อ ได้แก่ ราคาพัสดุ ช่วงเวลาในการนำส่งพัสดุ การลดราคาตามปริมาณการซื้อ
- เอกสารด้านพัสดุ ได้แก่ ปริมาณพัสดุคงคลัง ปริมาณพัสดุระหว่างการผลิต ปริมาณสินค้าสำเร็จรูป
- เอกสารด้านการควบคุมการผลิต ได้แก่ สถานภาพด้านการกำหนดการผลิต เวลาสำหรับการปรับแต่งเครื่องและจัดเตรียมอุปกรณ์การผลิต วิธีการและขั้นตอนการผลิต การจัดสมดุลในสายการผลิต การจัดงานให้เครื่องจักร การตัดสินลำดับก่อนหลัง
- เอกสารด้านการควบคุมคุณภาพ ได้แก่ สมรรถนะของเครื่องจักร ปริมาณพัสดุทิ้ง พัสดุบกพร่อง แผนการตรวจรับสินค้า วิธีการควบคุมคุณภาพในการผลิต ผลกระทบด้านคุณภาพจากอายุการใช้งานของเครื่องจักร
- เอกสารด้านการซ่อมบำรุง ได้แก่ ความเชื่อถือได้ขององค์ประกอบต่าง ๆ ของระบบ ระยะเวลาเครื่องจักรเสีย อัตราความบกพร่องของเครื่องจักร
- เอกสารด้านการศึกษาการทำงาน ได้แก่ ลักษณะการกระจายของเวลาที่ใช้ในการผลิต เวลามาตรฐานของการผลิต
- เอกสารด้านการเบิกจ่ายอะไหล่และเครื่องมือ ได้แก่ ความถี่ในการเบิก ความถี่ของการเสียหายของเครื่องจักร
- เอกสารด้านงานบุคคล ได้แก่ เงินเดือน การขาดงาน ประวัติการรักษาพยาบาล การจำแนกทักษะ การลาออกและการรับสมัครคนงานใหม่

เอกสารข้างต้นจะเป็นเอกสารภายในหน่วยธุรกิจ ในบางครั้งจำเป็นจะต้องใช้ข้อมูลจากหน่วยงานภายนอก ได้แก่ บริษัทจำหน่ายสินค้าให้บริษัท ลูกค้า บริษัทวิจัย หน่วยงานของรัฐ วารสารและหนังสือ ฯลฯ

2. การศึกษาการเคลื่อนที่ขององค์ประกอบในระบบงาน

องค์ประกอบที่เคลื่อนที่ในระบบประกอบด้วย คน วัตถุดิบ พัสดุ เอกสาร ข้อมูล ฯลฯ การติดตามการเคลื่อนที่ขององค์ประกอบเหล่านี้ จะช่วยให้สามารถเข้าใจถึงระบบงานและปัญหาที่เกิดขึ้น วิธีการในการศึกษาจะใช้วิธีการสร้างแผนภูมิซึ่งมีทั้งหมด 2 ประเภท คือ

(1) แผนภูมิการเคลื่อนที่ (Flow Diagram) - แสดงวิธีการทำงานโดยอาศัยสัญลักษณ์ของแผนภูมิกระบวนการผลิตร่วมกับผังบริเวณที่ทำการผลิต ซึ่งจะทำให้เราทราบว่ามีการทำอะไรอยู่ที่ส่วนใด (รูปที่ 1)

(2) แผนภูมิกิจกรรม (Activity Chart) - ใช้สำหรับการศึกษาขั้นตอนของการปฏิบัติงานและเวลาที่ใช้ในการปฏิบัติงานในแต่ละขั้นตอน โดยมากใช้ในกรณีที่มีการทำงานร่วมกันระหว่างองค์ประกอบ ใช้สัญลักษณ์เหมือนกับการสร้าง Flow Chart (รูปที่ 2)

3. การศึกษาหน้าที่และความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของระบบงาน

ในระบบงานที่ค่อนข้างซับซ้อน การศึกษาการเคลื่อนที่ขององค์ประกอบอาจจะไม่ใช่วิธีการที่ดีที่สุดสำหรับการศึกษาโดยเฉพาะในระบบงานที่ไม่มีองค์ประกอบที่มีการเคลื่อนที่หรือมีแต่ไม่ชัดเจน หรือมีการเคลื่อนที่เฉพาะในบางจุด ไม่เคลื่อนที่ตลอดทั้งระบบงาน ในกรณีนี้ มักใช้วิธีการศึกษาหน้าที่และความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ โดยจะอยู่ในรูปของ

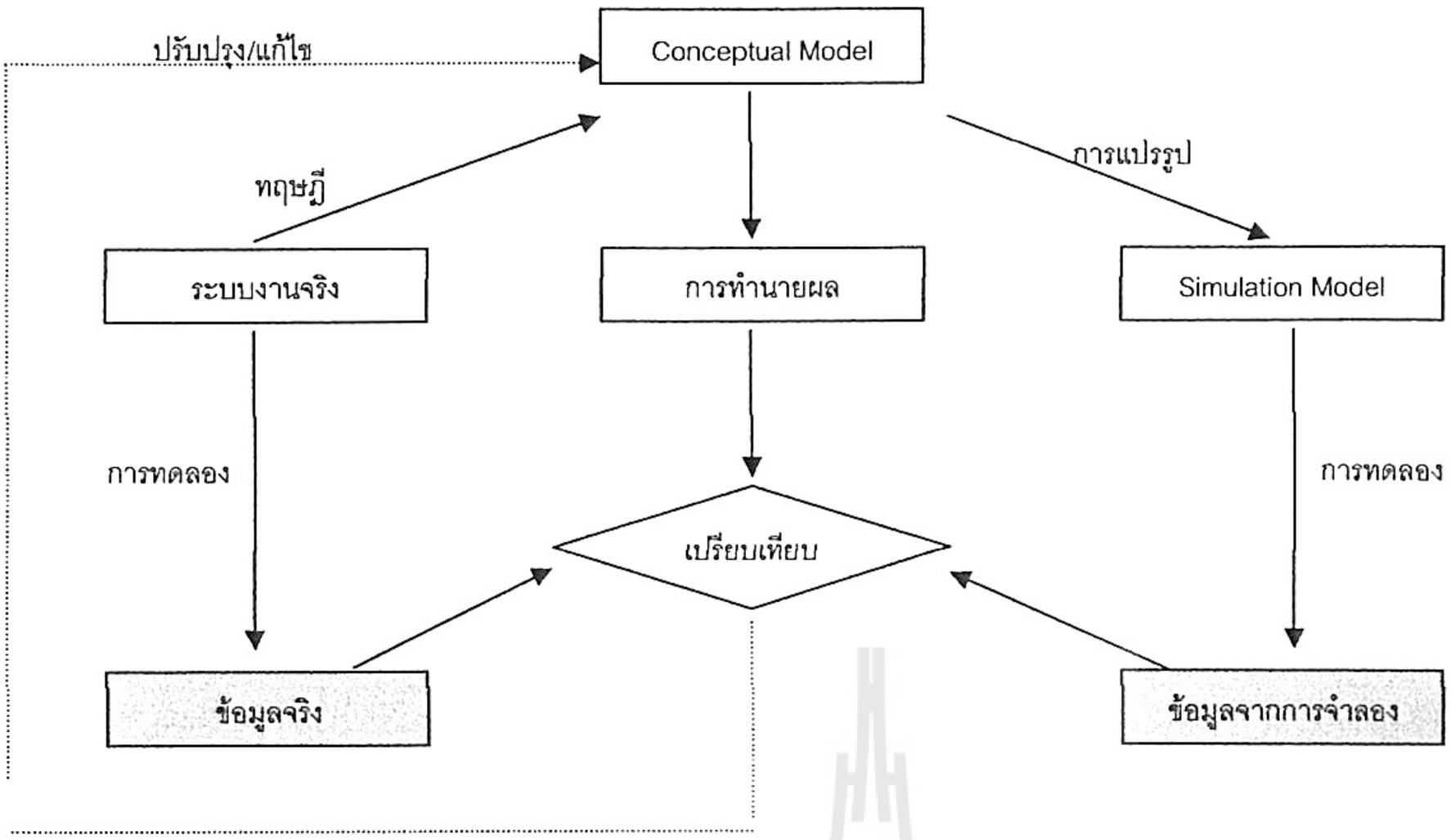
(1) แผนภูมิการจัดองค์กรในธุรกิจ (รูปที่ 3)

(2) แผนภูมิขั้นตอนการทำงาน - ใช้สัญลักษณ์เหมือนกับการสร้าง Flow Chart (รูปที่ 4)

สัญลักษณ์

5.3 การสร้างแบบจำลอง (Model Formulation)

ในการสร้างแบบจำลอง จะเป็นการสร้างแบบจำลองเชิงหลักการ (Conceptual Model) ซึ่งแสดงการทำงานของระบบจริง โดยอ้างอิงจากทฤษฎีในการสร้าง ภายหลังจากที่ได้แบบจำลองเชิงหลักการแล้ว จะใช้วิธีการแปรรูปแบบจำลองโดยใช้คอมพิวเตอร์ (Computer Simulation) เป็นแบบจำลองที่อยู่ในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์
(Simulation Model)



1. ประเภทของการจำลอง (Type of Simulations)

ในการแบ่งประเภทของการจำลองสามารถแบ่งออกได้ 2 ลักษณะ

(1) แบ่งตามรูปแบบของแบบจำลอง

(1.1) Isomorphic - การสร้างแบบจำลองที่เหมือนกับระบบงานจริงทุกประการ โดยมีเงื่อนไขคือ

- แบบจำลองจะต้องมีองค์ประกอบทั้งหมดเหมือนกับระบบงานจริง
- ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบในแบบจำลองจะต้องเหมือนกับความสัมพันธ์ในระบบงานจริง

(1.2) Homomorphic - การสร้างแบบจำลองที่มีลักษณะเหมือนระบบงานจริงบางประการ เช่น รูปร่างหน้าตาเหมือนกัน ทำงานได้เหมือนกัน ฯลฯ

(2) แบ่งตามพฤติกรรมของระบบ

(2.1) การจำลองแบบต่อเนื่อง (Continuous Simulation) - การจำลองสำหรับระบบต่อเนื่อง (Continuous Systems) ซึ่งมีการเปลี่ยนสถานภาพไปตามเวลาอย่างต่อเนื่อง

(2.2) การจำลองแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Simulation) - การจำลองสำหรับระบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Systems) ซึ่งมีการเปลี่ยนสถานภาพในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง

2. หลักการทำงาน

สามารถทำได้หลายกหลายวิธี ความถูกต้องของแบบจำลองจะขึ้นกับความเข้าใจในระบบงานที่ศึกาาและความสามารถในการถ่ายทอดระบบงานออกมาเป็นแบบจำลอง

(1) การแบ่งระบบงานออกเป็นระบบย่อย และศึกษาการทำงานของระบบย่อยแต่ละระบบ โดยถือว่าแต่ละระบบมีการทำงานที่เป็นอิสระต่อกัน เมื่อได้คำตอบของระบบย่อยแต่ละระบบแล้ว จึงนำระบบย่อยมารวมเข้าด้วยกันเพื่อศึกษาระบบใหญ่อีกครั้งหนึ่งในการศึกษาใช้เครื่องมือในขั้นตอนที่แล้ว

(2) การสร้างแบบจำลองง่าย ๆ แบบจำลองนี้จะแป็นแบบจำลองเริ่มต้นสำหรับการสร้างแบบจำลองที่เหมาะสมต่อไป โดยใช้วิธีการ

- เปลี่ยนตัวแปรให้เป็นค่าคงที่
- ลดหรือรวมตัวแปร
- กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเป็นเชิงเส้น
- ใส่สมมติฐานหรือข้อจำกัด
- กำหนดขอบเขตของระบบงานให้ชัดเจน

หลังจากที่ได้แบบจำลองเริ่มต้นแล้ว ให้ทำการทดสอบการทำงานและผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองว่าใกล้เคียงกับระบบงานจริงหรือไม่ ถ้าไม่ควรจะเพิ่มเติมองค์ประกอบใดเข้าไป หรือต้องลดความจำกัดหรือสมมติฐานข้อใด หรือเปลี่ยนแปลงลักษณะของตัวแปรหรือความสัมพันธ์ต่าง ๆ ให้เหมาะสมกับสภาพจริงของระบบงาน

(3) การวิเคราะห์วัตถุประสงค์ของการแก้ปัญหา โดยพิจารณาว่ามีองค์ประกอบใดบ้างในระบบงานจริงที่มีผลต่อวัตถุประสงค์ หลังจากนั้น ก็พิจารณาว่าควรจะกำหนดองค์ประกอบใดบ้างในแบบจำลอง โดยอาจจะต้องมีการเพิ่มหรือนำองค์ประกอบออกจากแบบจำลองหลาย ๆ ครั้ง เมื่อนำไปทดสอบเปรียบเทียบกับระบบงานจริง จนกว่าจะได้ผลลัพธ์เป็นที่พอใจ

ภายหลังจากที่ได้แบบจำลองแล้ว การที่จะใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ จะต้องแปลงแบบจำลองให้อยู่ในรูปแบบจำลองคอมพิวเตอร์ที่สามารถใช้ค่าเชิงปริมาณแทนพฤติกรรมขององค์ประกอบเพื่อคำนวณหาผลลัพธ์ที่ต้องการ โดยจะต้องอยู่ในรูปของตัวแปร พารามิเตอร์และฟังก์ชัน

ตัวอย่าง 5.1

เครื่องจักรกลไฟฟ้าของรถจักรดีเซล ประกอบด้วยอุปกรณ์หลักคือ มอเตอร์ลากจูง เครื่องกำเนิดไฟฟ้าหลัก และเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเสริม การทางรถไฟสนใจที่จะใช้รถจักรดีเซลไฟฟ้าเพิ่มขึ้น ทำให้ความต้องการใช้บริการในการซ่อมบำรุงอุปกรณ์ต่าง ๆ เพิ่มมากขึ้น โดยผู้บริหารมีความเห็นว่าควรจะจัดหาแรงงานและอุปกรณ์ต่าง ๆ ในงานซ่อมมาเพิ่มเติม

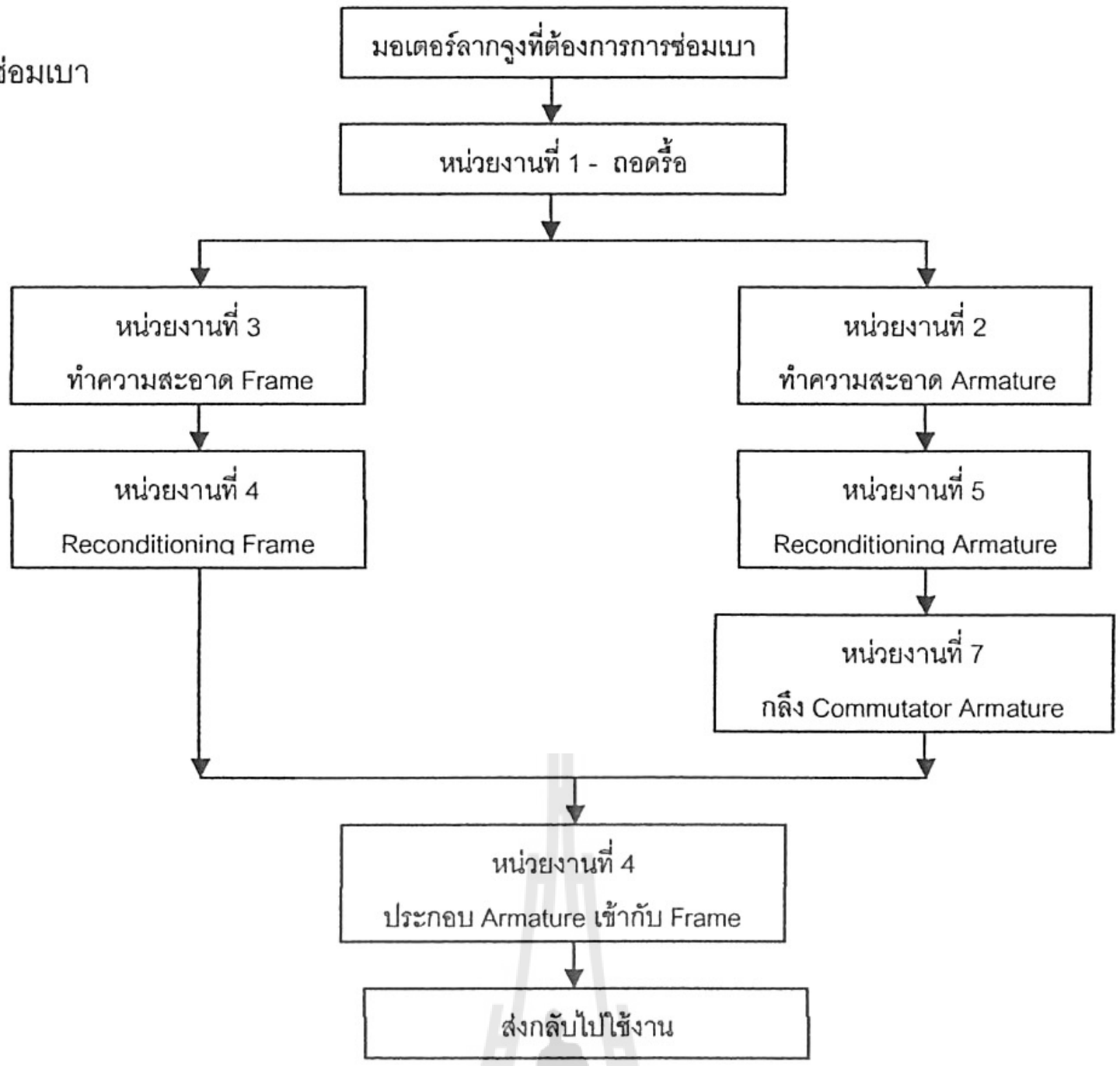
วัตถุประสงค์ของการศึกษาเพื่อหาจำนวนช่างซ่อมที่เหมาะสม โดยในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะการซ่อมมอเตอร์ลากจูง ในการกำหนดจำนวนช่างซ่อมที่เหมาะสมจะต้องหาจำนวนช่างซ่อมที่ทำให้เกิดการสมดุลระหว่างเวลาที่ใช้ในการซ่อมและเวลาที่ช่างว่าง ถ้าสมมติระยะเวลาที่ใช้ซ่อมมอเตอร์เป็นเวลาที่ลดไม่ได้ ดังนั้นเวลาส่วนที่จะลดได้คือ เวลาที่จะต้องรอการซ่อมซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อมีเครื่องต้องซ่อมแต่ช่างไม่ว่าง ซึ่งถ้าจ้างช่างซ่อมจำนวนมากเพื่อใช้มีช่างว่างเสมอ จะทำให้ช่างซ่อมมีเวลาว่างมากเกินไป และเป็นการเสียค่าใช้จ่ายสำหรับเงินเดือนของช่างที่ว่างงาน ดังนั้น จำนวนช่างที่เหมาะสมคือ จำนวนช่างที่ทำให้เกิดความสมดุลระหว่าง
ค่าสูญเสียที่เกิดจากการรอช่างและค่าจ้างช่างที่ไม่มีงานทำ

มอเตอร์ลากจูงประกอบด้วยองค์ประกอบ 2 ส่วนคือ Frame และ Armature โดยในการซ่อมบำรุงจะแบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ

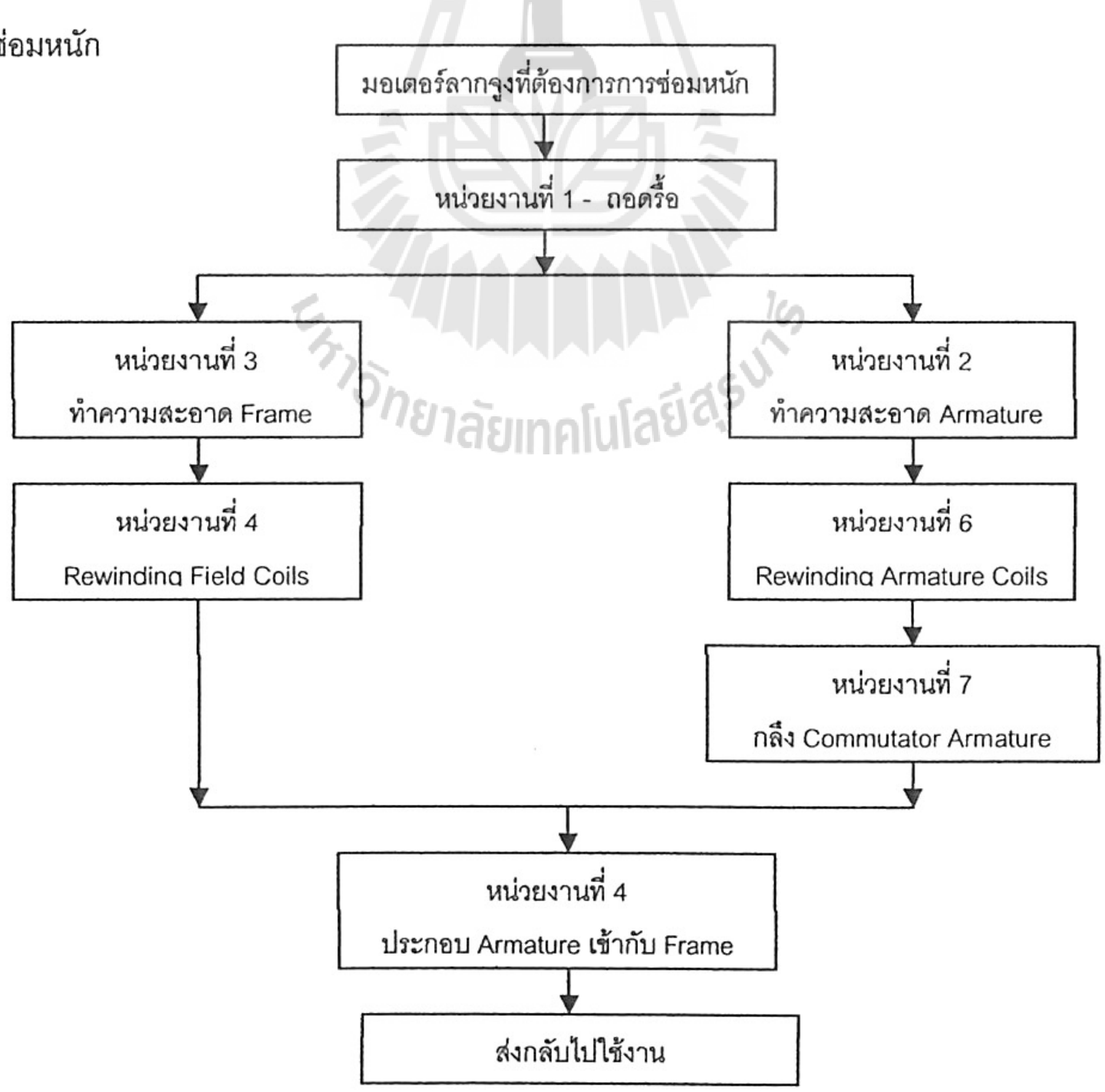
(1) การซ่อมเบา เป็นการตรวจซ่อมตามวาระหรือเป็นการซ่อมบางส่วน โดยจะเป็นการปรับปรุงสภาพของมอเตอร์ให้สามารถใช้งานได้เหมือนเดิม (รูปที่ 5)

(2) การซ่อมหนัก เป็นการซ่อมทุกส่วน (รูปที่ 6)

รูปที่ 5 การซ่อมเบา



รูปที่ 6 การซ่อมหนัก



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

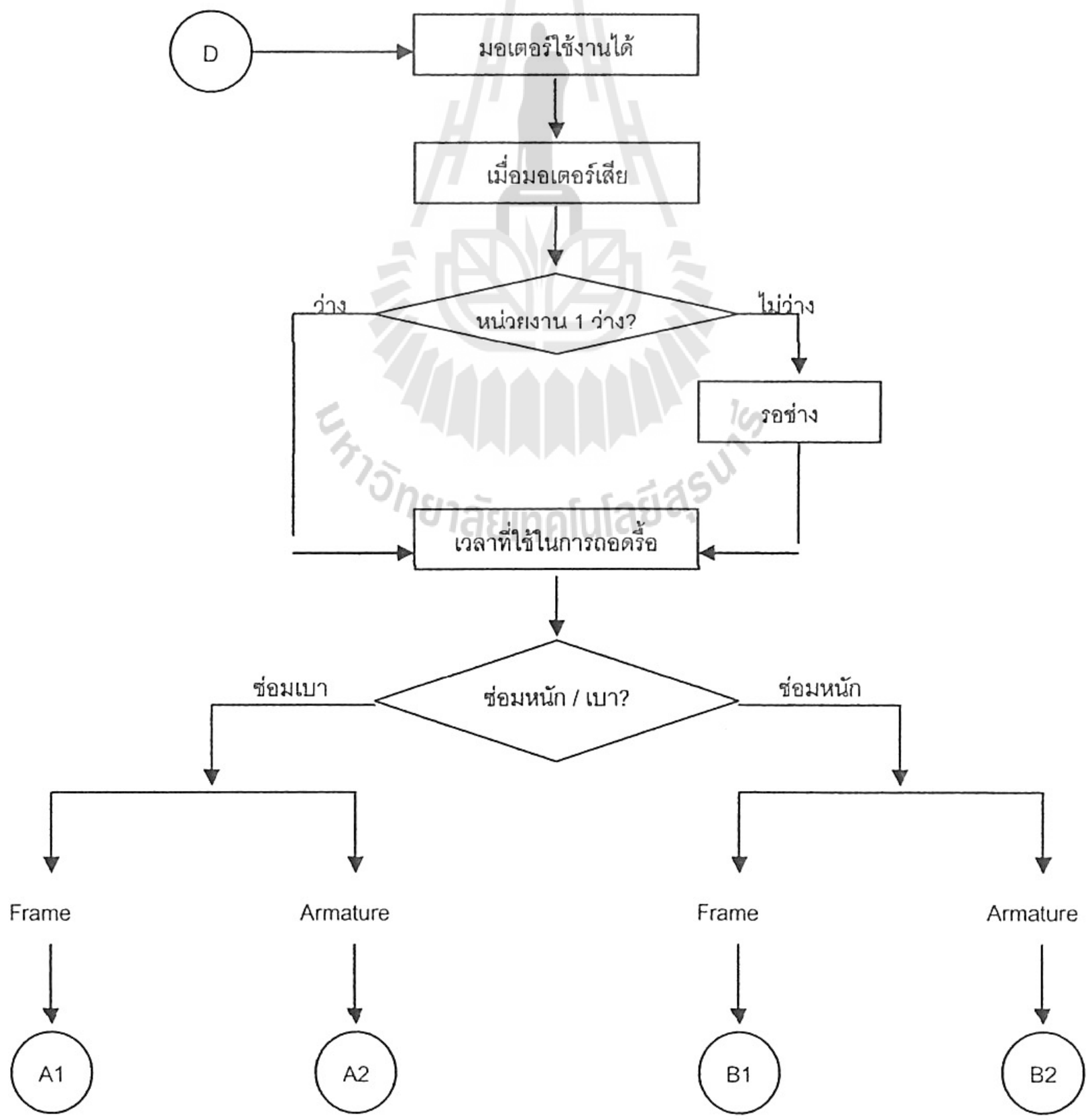
หน่วยงานที่ให้บริการซ่อมบำรุงมี 7 หน่วยงาน ดังนี้

หน่วยงานที่ 1 มีพนักงาน 1 คน
หน่วยงานที่ 2 มีพนักงาน 2 คน
หน่วยงานที่ 3 มีพนักงาน 2 คน
หน่วยงานที่ 4 มีพนักงาน 4 คน
หน่วยงานที่ 5 มีพนักงาน 5 คน
หน่วยงานที่ 6 มีพนักงาน 2 คน
หน่วยงานที่ 7 มีพนักงาน 1 คน

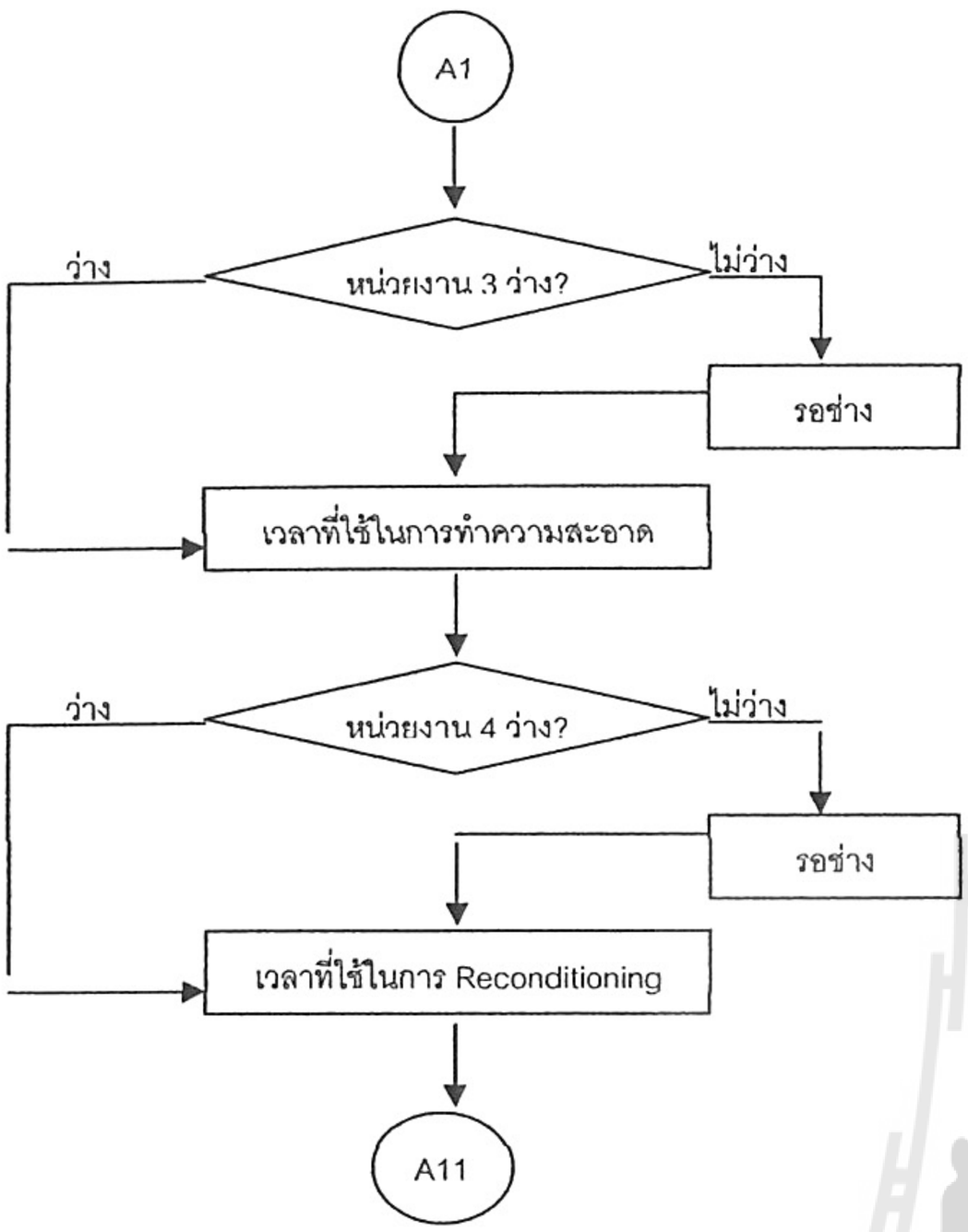
ในการวิเคราะห์ความเหมาะสมของจำนวนช่างจะขึ้นกับเวลาที่ต้องรอคอยการซ่อมและเวลาที่ช่างว่างงาน ดังนั้น ข้อมูลที่ต้องการสำหรับใช้เป็นข้อมูลเข้าในแบบจำลองและผลลัพธ์ของแบบจำลองจะอยู่ในรูปของเวลา ประกอบด้วย

(1) จำนวนของมอเตอร์ที่นำเข้าซ่อมต่อวัน
(2) เวลาที่พนักงานแต่ละคนของแต่ละหน่วยงานใช้ในการทำงาน

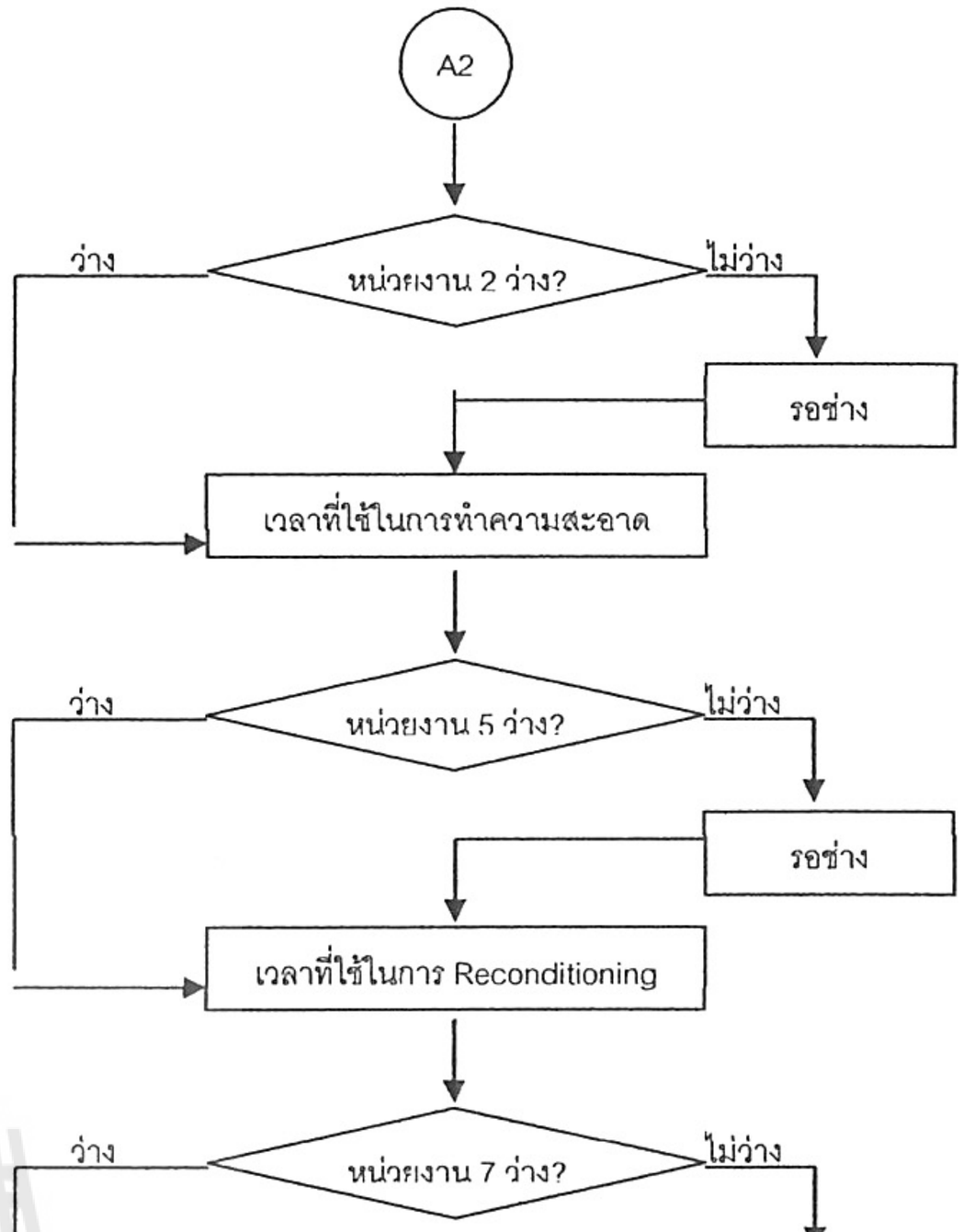
จากการศึกษาการทำงาน จะสามารถสร้างแบบจำลองในลักษณะของแผนภูมิขั้นตอนการทำงานได้ดังรูปที่ 7



รูปที่ 7 ก. แบบจำลองการซ่อมมอเตอร์ลากจูง

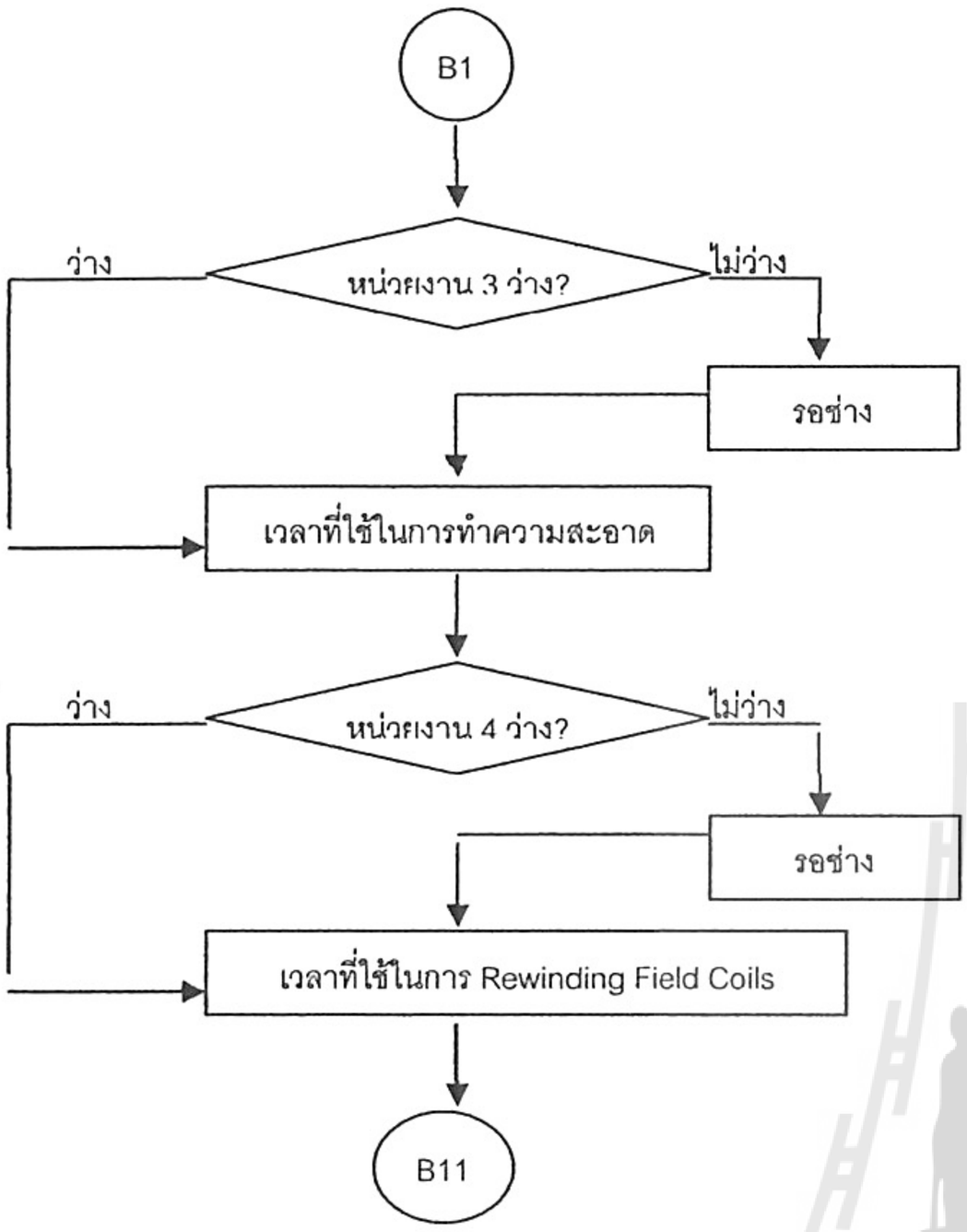


รูปที่ 7 ข. การซ่อมเบา - Frame

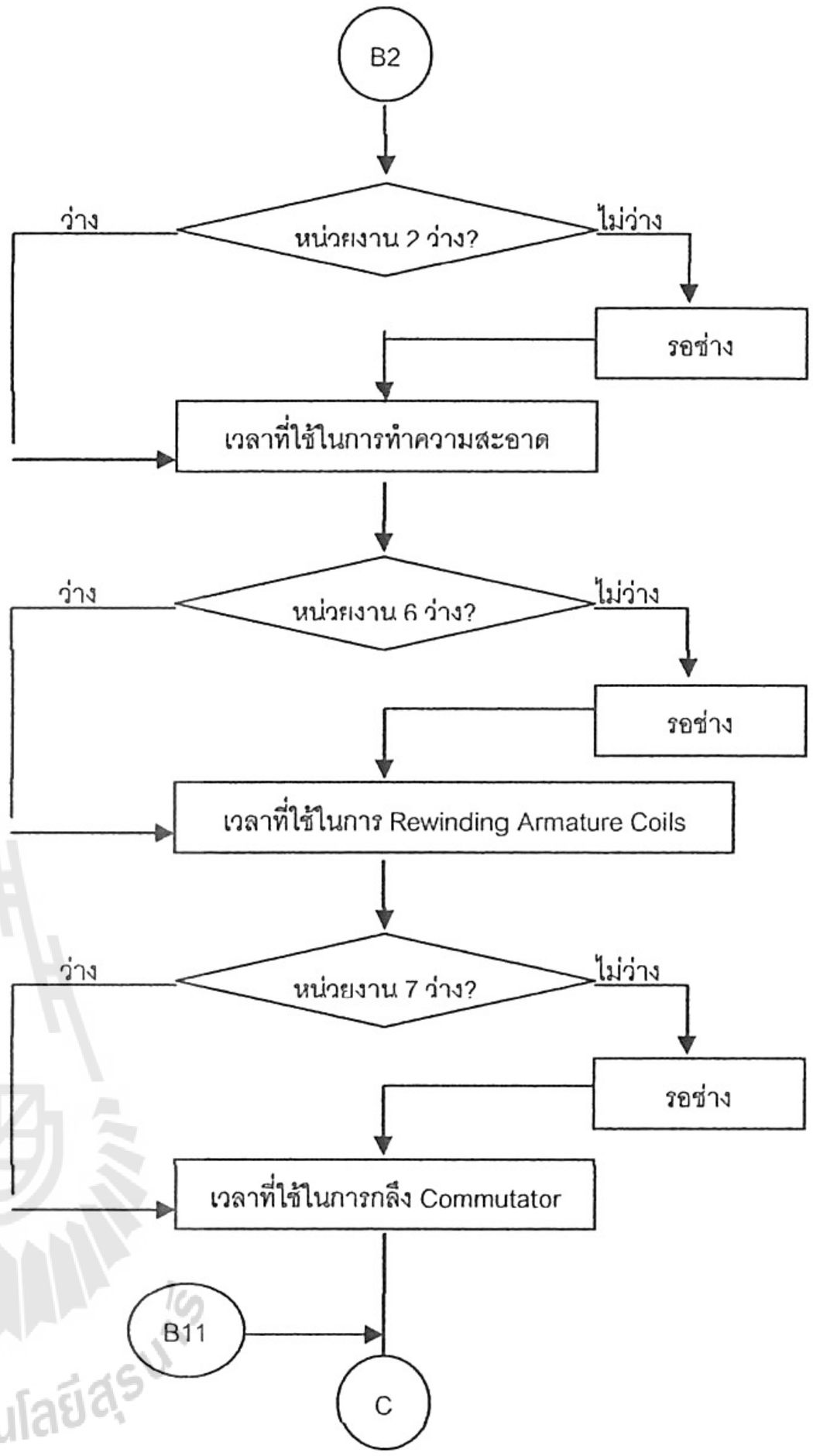


รูปที่ 7 ค. การซ่อมเบา - Armature

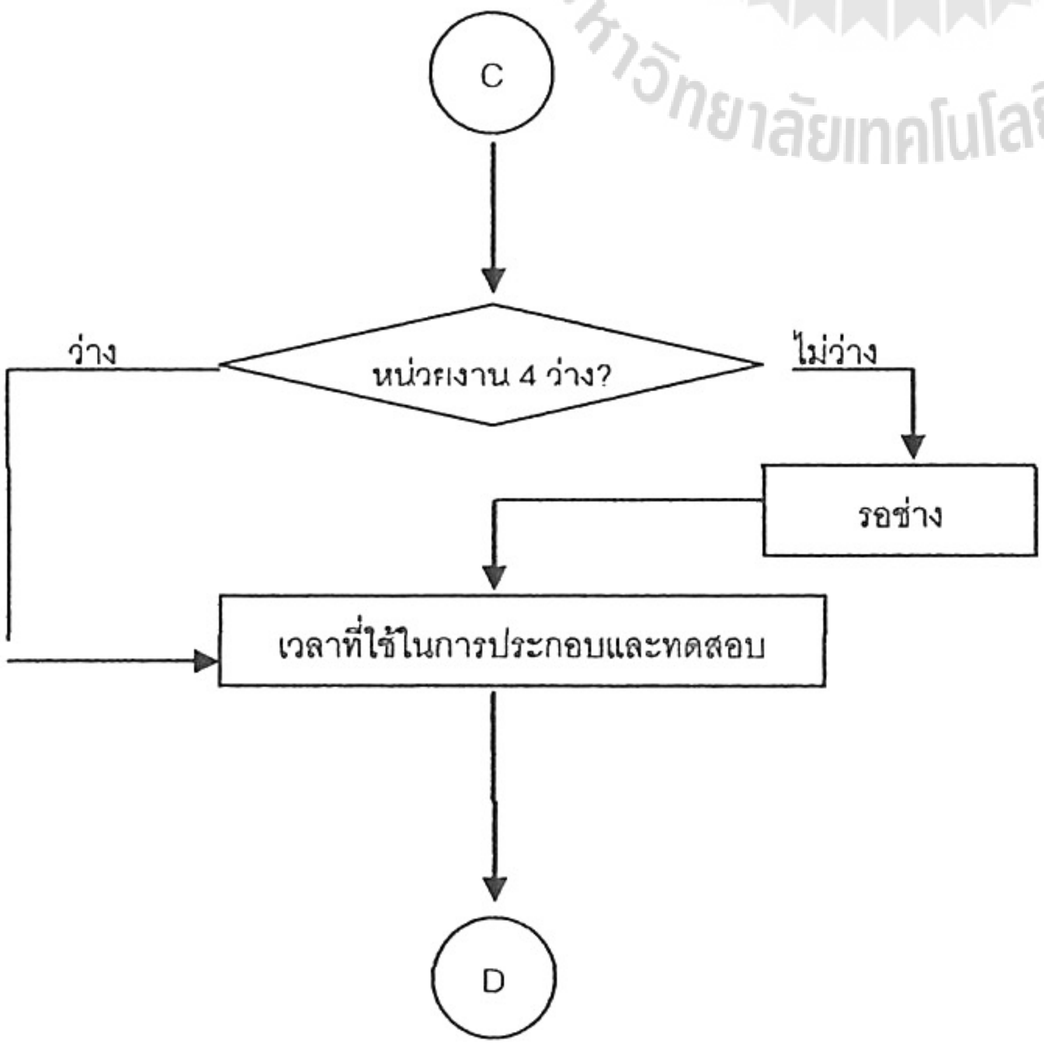
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



รูปที่ 7 ง. การซ่อมหนัก - Frame



รูปที่ 7 จ. การซ่อมหนัก - Armature



รูปที่ 7 ฉ.

5.4 การบริหารเวลา (Time Management)

เมื่อพิจารณาลักษณะของระบบ จะพบว่าไม่ว่าจะเป็นระบบใด ในการจำลองจะมีเรื่องของเวลาเข้ามาเกี่ยวข้องด้วยเสมอ ซึ่งพบว่าเวลาที่ใช้ในการจำลองมี 2 ประเภท คือ

(1) เวลาในแบบจำลอง (Simulation Time) - ช่วงเวลาสำหรับการจำลองในแบบจำลอง หรือช่วงเวลาใด ๆ ที่ผู้ศึกษาต้องการทำการศึกษาระบบงาน โดยมากมักจะตั้งค่าเริ่มต้นเป็น 0 และระหว่างการใช้งานจะเป็นตัวนับหน่วยเวลาในแบบจำลอง ระยะเวลาของแบบจำลองจะหมายถึง ค่าแตกต่างระหว่างเวลาเริ่มต้นกับเวลาสิ้นสุดของการใช้งานแบบจำลอง

(2) เวลาในการรัน (Run Time) - เวลาที่คอมพิวเตอร์ใช้ในการปฏิบัติตามคำสั่งในโปรแกรม โดยจะเป็นเวลาที่เกิดขึ้นจริงตามเวลาบนนาฬิกา (Real Time) เวลาในการรันจะขึ้นกับ

- ความซับซ้อนของแบบจำลอง
- จำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในแบบจำลอง
- ระยะเวลาของการใช้แบบจำลอง

โดยปกติเวลาในการรันจะสั้นกว่าเวลาในแบบจำลอง

ในการสร้างแบบจำลอง จะต้องพิจารณาการจัดการการเคลื่อนที่ของเวลาในแบบจำลอง และวิธีการจัดการให้เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นสอดประสานกับเวลา

1. การเคลื่อนที่ของเวลา (Time Movement)

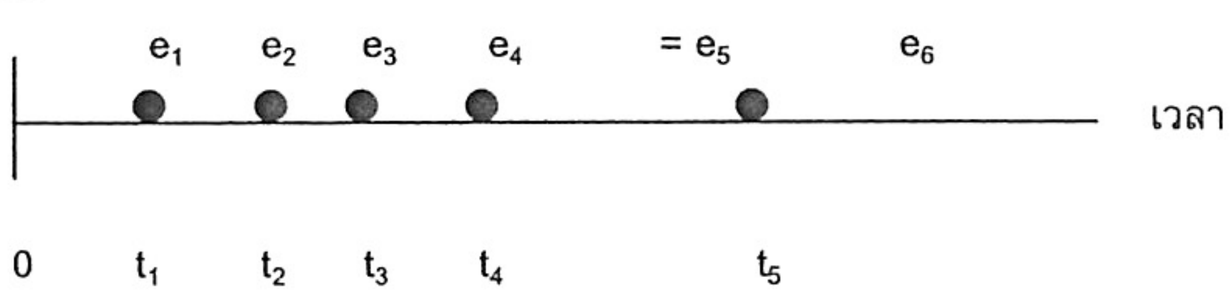
การเคลื่อนที่ของเวลาในแบบจำลอง แบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท ประกอบด้วย

(1) การเคลื่อนที่ตามเวลา - การกำหนดเวลาเริ่มต้นบนนาฬิกาจำลอง (Simulated Clock) แล้วให้เวลาบนนาฬิกาจำลองเคลื่อนที่โดยการบวกค่าคงที่ของเวลา (Fixed Time Increment)

ตัวอย่าง

(2) การเคลื่อนที่ตามเหตุการณ์ - การกำหนดเวลาเริ่มต้นบนนาฬิกาจำลอง แล้วให้เวลาบนนาฬิกาจำลองเคลื่อนที่ไปตามเหตุการณ์ ในการใช้วิธีการนี้ ผู้ใช้จะต้องรู้ว่ามีเหตุการณ์อะไรเกิดขึ้น ณ เวลาใดบ้าง

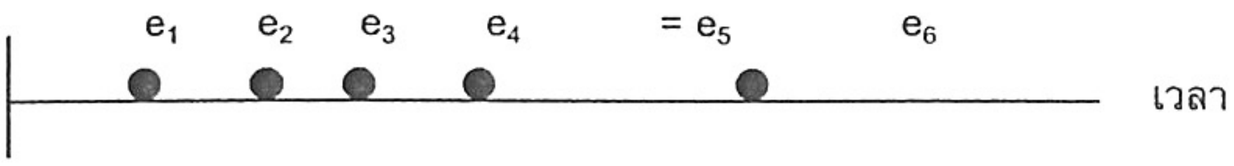
ตัวอย่าง

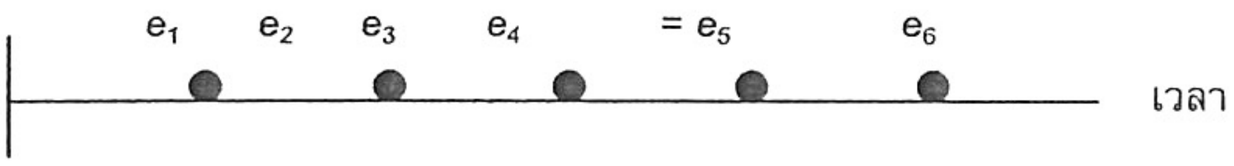


การสร้างแบบจำลองโดยใช้การเคลื่อนที่ตามเวลาจะทำได้ง่ายกว่าการเคลื่อนที่ตามเหตุการณ์ แต่การเคลื่อนที่ตามเหตุการณ์จะมีประสิทธิภาพมากกว่า เพราะมีความใกล้เคียงกับระบบงานจริง ในขณะที่การเคลื่อนที่ตามเวลาจะขึ้นกับการเลือกใช้ค่าคงที่ที่เหมาะสม ถ้าเลือกไม่เหมาะสมอาจเกิดปัญหาการซ้อนกันของเหตุการณ์หรือเวลาที่เกิดเหตุการณ์อาจไม่ตรงกับความเป็นจริง

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ตัวอย่าง





0 t_1 t_2 t_3 t_4 t_5

ในการจำลอง สำหรับระบบต่อเนื่องซึ่งมีการเปลี่ยนสถานภาพไปตามเวลาอย่างต่อเนื่อง จะใช้วิธีการเคลื่อนที่ตามเวลา สำหรับระบบไม่ต่อเนื่อง ซึ่งมีการเปลี่ยนสถานภาพในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง จะใช้การเคลื่อนที่ตามเหตุการณ์

2. การสอดประสานระหว่างเหตุการณ์กับเวลา

องค์ประกอบในแบบจำลองสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ

(1) องค์ประกอบถาวร (Permanent Components) - องค์ประกอบที่ปรากฏอยู่ในแบบจำลองอย่างถาวร เช่น ผู้ให้บริการในระบบการให้บริการ

(2) องค์ประกอบชั่วคราว (Temporary Components) - องค์ประกอบที่จะปรากฏอยู่ในแบบจำลองเฉพาะบางช่วงของเวลา เช่น ผู้รับบริการในระบบการให้บริการ

การเข้ามาและออกไปขององค์ประกอบชั่วคราวจะก่อให้เกิดเหตุการณ์และการเปลี่ยนแปลงสถานะของระบบ ซึ่งการเข้ามาอาจมีลักษณะคงที่หรือแบบสุ่มที่ทราบหรือไม่ทราบรูปแบบการแจกแจงความน่าจะเป็น

ในการพิจารณาการสอดประสานระหว่างกำหนดเวลาที่เกิดเหตุการณ์กับเวลาในแบบจำลอง ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน

(1) กำหนดการเกิดของเหตุการณ์ตามลำดับก่อนหลังลงในรายการเหตุการณ์ต่อเนื่อง (Event Chain)

(2) เลือกใช้วิธีการเคลื่อนที่ของเวลา

(2.1) การเคลื่อนที่ตามเวลา - นาฬิกาจำลองจะเคลื่อนที่ไปครั้งละเท่ากับขนาดของค่าคงที่ของเวลาที่กำหนด ทุกครั้งที่มีการเคลื่อนที่ของเวลาก็จะทำการตรวจสอบว่าในช่วงเวลาระหว่างเวลาก่อนการเคลื่อนที่ของเวลาใหม่ มีเหตุการณ์อะไรเกิดขึ้นบ้างแล้วกำหนดให้เกิดขึ้นที่เวลาใหม่

(2.2) การเคลื่อนที่ตามเหตุการณ์ - นาฬิกาจำลองจะเคลื่อนที่ไปที่กำหนดเวลาของการเกิดเหตุการณ์ตามลำดับก่อนหลังตามที่ปรากฏในรายการเหตุการณ์ต่อเนื่อง

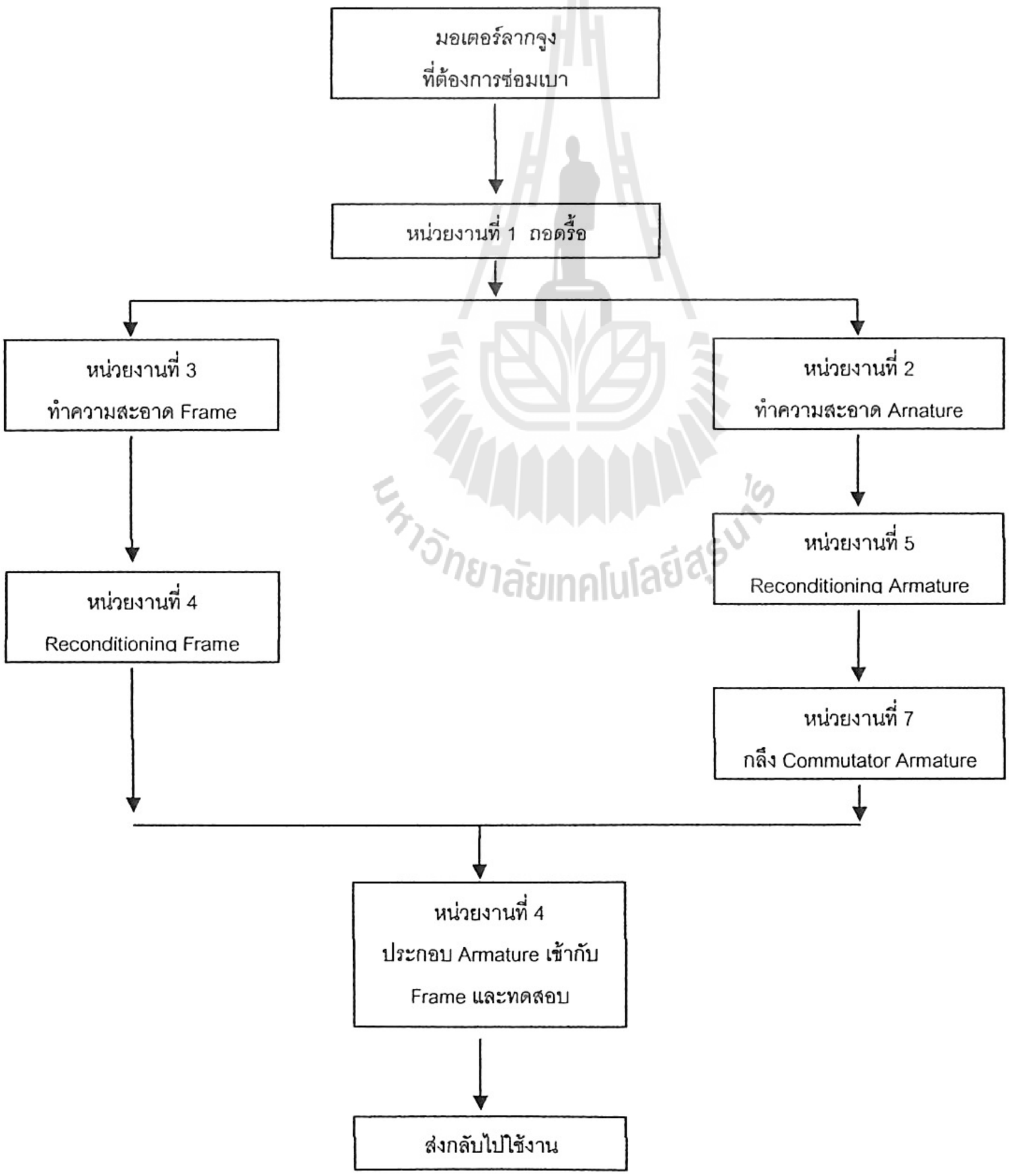
ถ้าการเกิดเหตุการณ์เป็นฟังก์ชันโดยตรงของเวลา เช่น ปริมาณพลังงานความร้อนที่ได้จากแสงอาทิตย์จะเพิ่มขึ้นตามระยะเวลาที่รับแสง การใช้การเคลื่อนที่ตามเวลาจะได้เหตุการณ์ที่สอดประสานกับเวลาที่กำหนดให้เกิดขึ้น แต่ถ้านำการเคลื่อนที่ตามเวลาไปใช้ระบบที่มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงเป็นช่วง ๆ ถ้าใช้การเคลื่อนที่ตามเวลาจะทำให้ประสิทธิภาพการทำงานของการใช้แบบจำลองลดลง

ตัวอย่าง 5.2 การซ่อมเบามอเตอร์ลากจูง

1. ระยะเวลาที่ใช้ในการซ่อม

การซ่อมบำรุง	ระยะเวลา (นาที)
การถอดรื้อ	40
การทำความสะอาด Frame	45
การทำความสะอาด Armature	25
การ Reconditioning Frame	40
การ Reconditioning Armature	25
การกลึง Commutator Armature	40
การประกอบ Armature เข้ากับ Frame และทดสอบ	50

2. แผนภาพแสดงขั้นตอนการซ่อมเบา



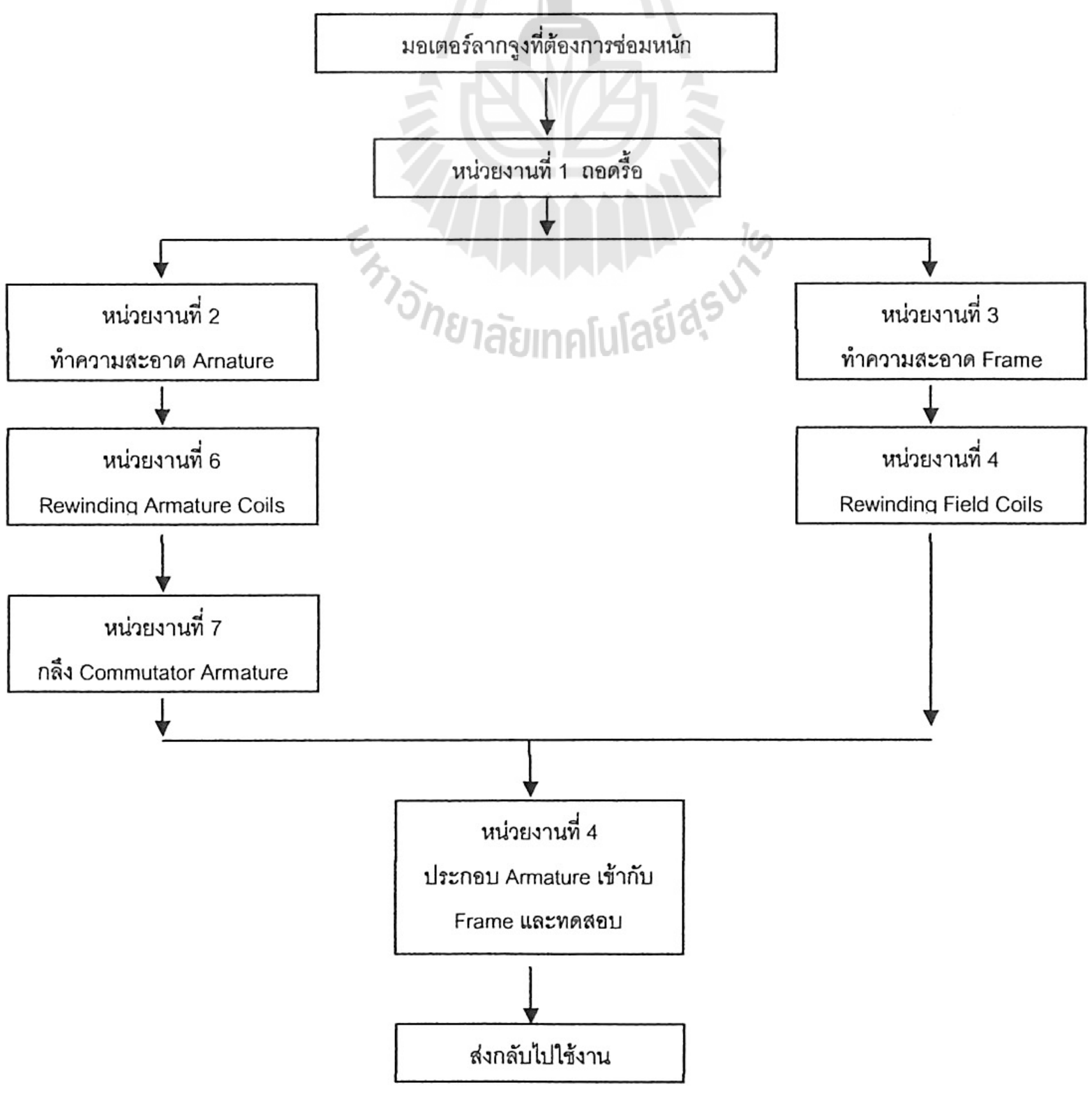
กำหนดให้มอเตอร์ตัวแรกเข้ามาซ่อม ณ เวลา 14.00 น. และมอเตอร์ตัวที่ 2 เข้ามาซ่อมในเวลา 15.30 น. แสดงการจำลองการซ่อมเบามอเตอร์ลากจูงโดยใช้การเคลื่อนที่ตามเวลา (กำหนดให้ระยะห่างระหว่างแต่ละเหตุการณ์คือ 30 นาทีและระยะห่างของการเข้าซ่อมของมอเตอร์คือ 1 ชั่วโมง) เปรียบเทียบกับการเคลื่อนที่ตามเหตุการณ์

การบ้าน 5

ข้อ 1 กำหนดการทำงานของเครื่องขายขนมอัตโนมัติ ที่ราคาขนมอยู่ที่ห่อละ 3 บาท เครื่องจะต้องสามารถรับได้ทั้งเหรียญ 10 บาท 5 บาท และ 1 บาท โดยจะทอนเป็นเหรียญ 1 บาทเท่านั้น ในการซื้อขนมจะซื้อได้ครั้งละ 1 ห่อเท่านั้น ในตอนเช้าของทุกวัน จะมีการนำขนมและเหรียญบาทใส่ลงในเครื่อง จงเขียนแผนภูมิแสดงขั้นตอนการทำงานของเครื่อง

ข้อ 2 กำหนดระยะเวลาและขั้นตอนในการซ่อมหนักมอเตอร์ลากจูง ดังนี้

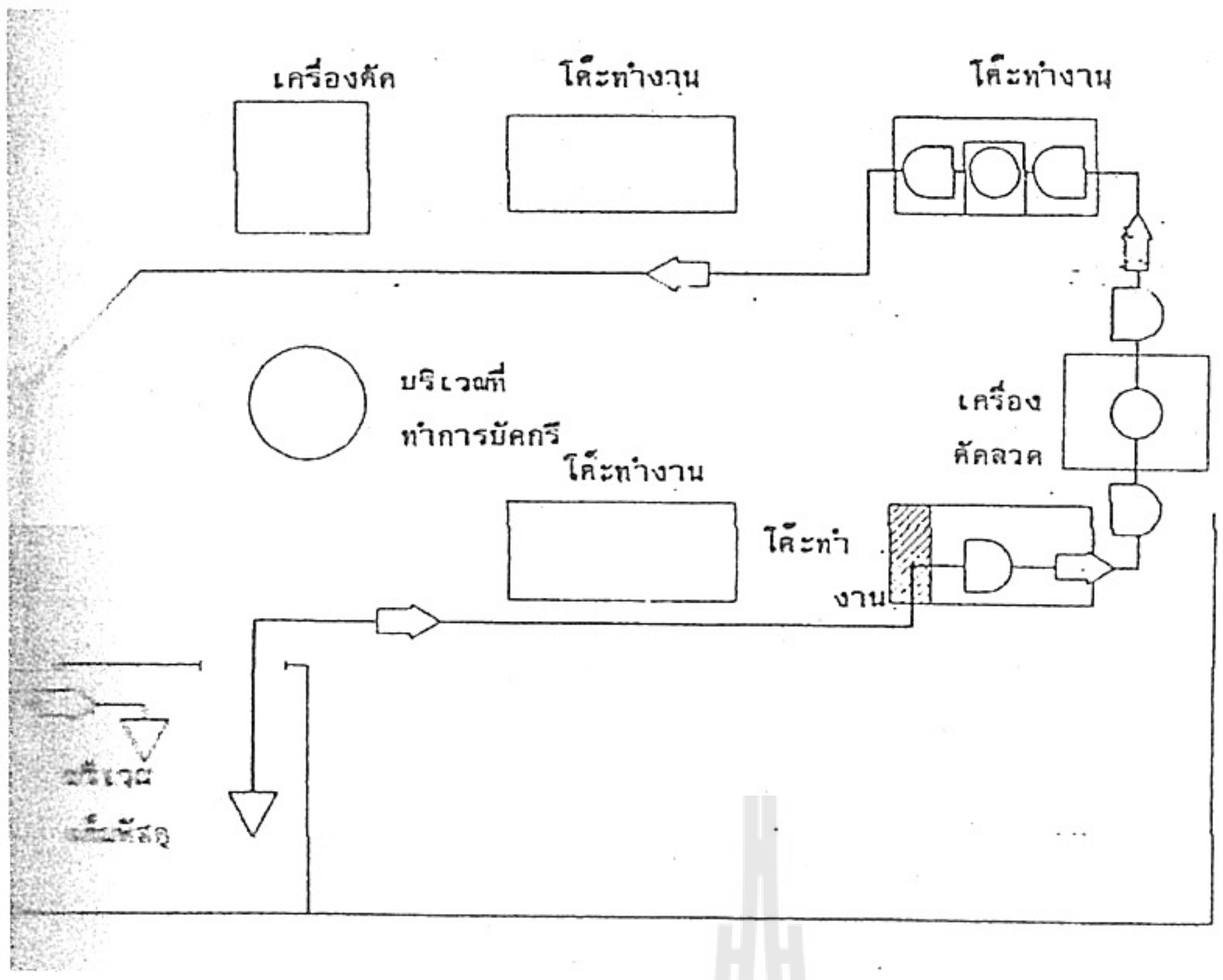
การซ่อมบำรุง	ระยะเวลา (นาที)
การถอดรื้อ	40
การทำความสะอาด Frame	45
การทำความสะอาด Armature	25
การ Rewinding Armature Coils	60
การ Rewinding Field Coils	120
การกลึง Commutator Armature	40
การประกอบ Armature เข้ากับ Frame และทดสอบ	50



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

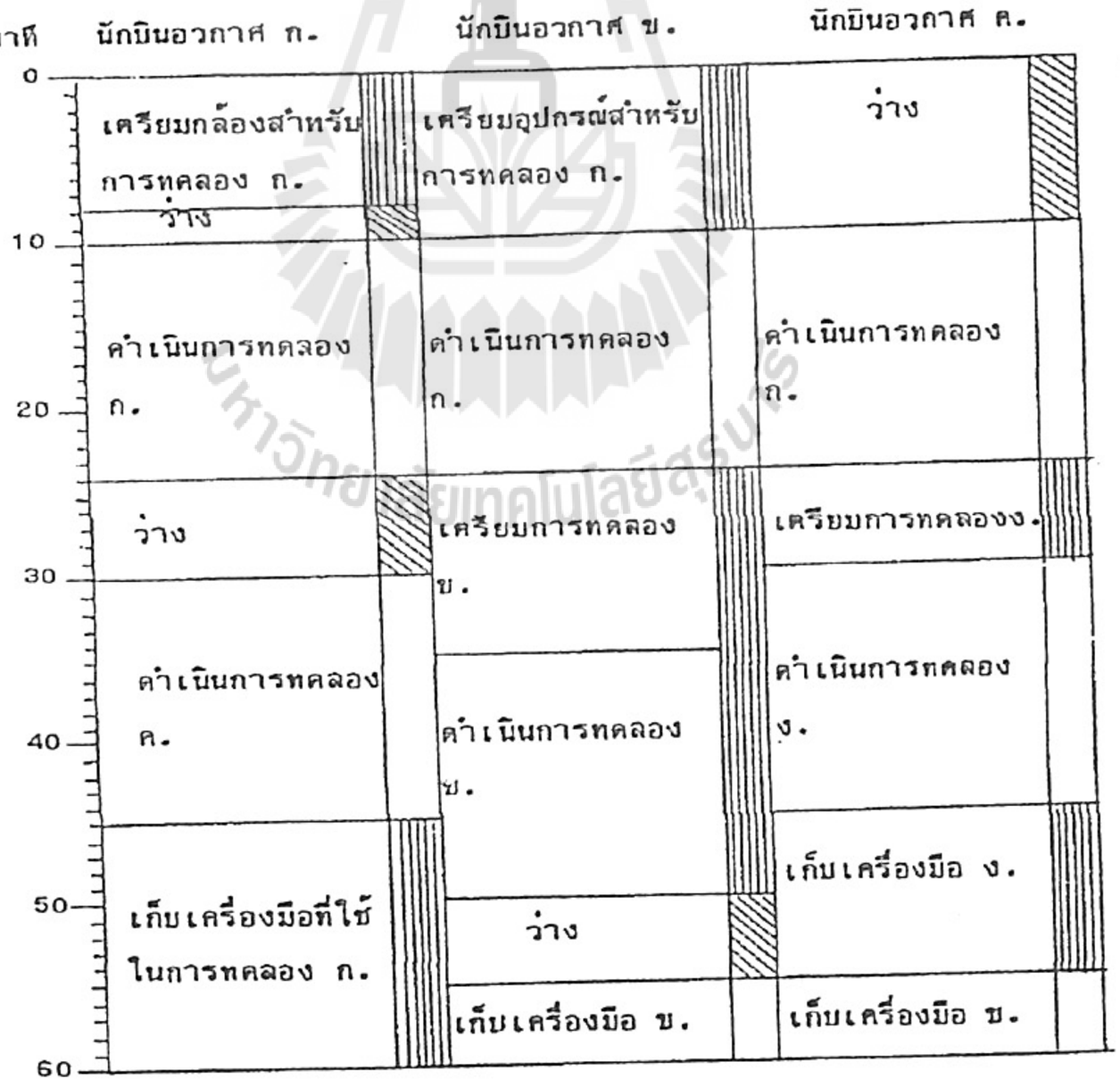
กำหนดให้มอเตอร์ตัวแรกเข้ามาซ่อม ณ เวลา 09.00 น. และมอเตอร์ตัวที่ 2 เข้ามาซ่อมในเวลา 11.00 น. แสดงการจำลองการซ่อมหนักมอเตอร์ลากจูงโดยใช้การเคลื่อนที่ตามเวลา (กำหนดให้ระยะห่างระหว่างแต่ละเหตุการณ์คือ 45 นาทีและระยะห่างของการเข้าซ่อมของมอเตอร์คือ 1 ชั่วโมงครึ่ง) เปรียบเทียบกับการเคลื่อนที่ตามเหตุการณ์

รูปที่ 1 แผนภูมิการเคลื่อนที่

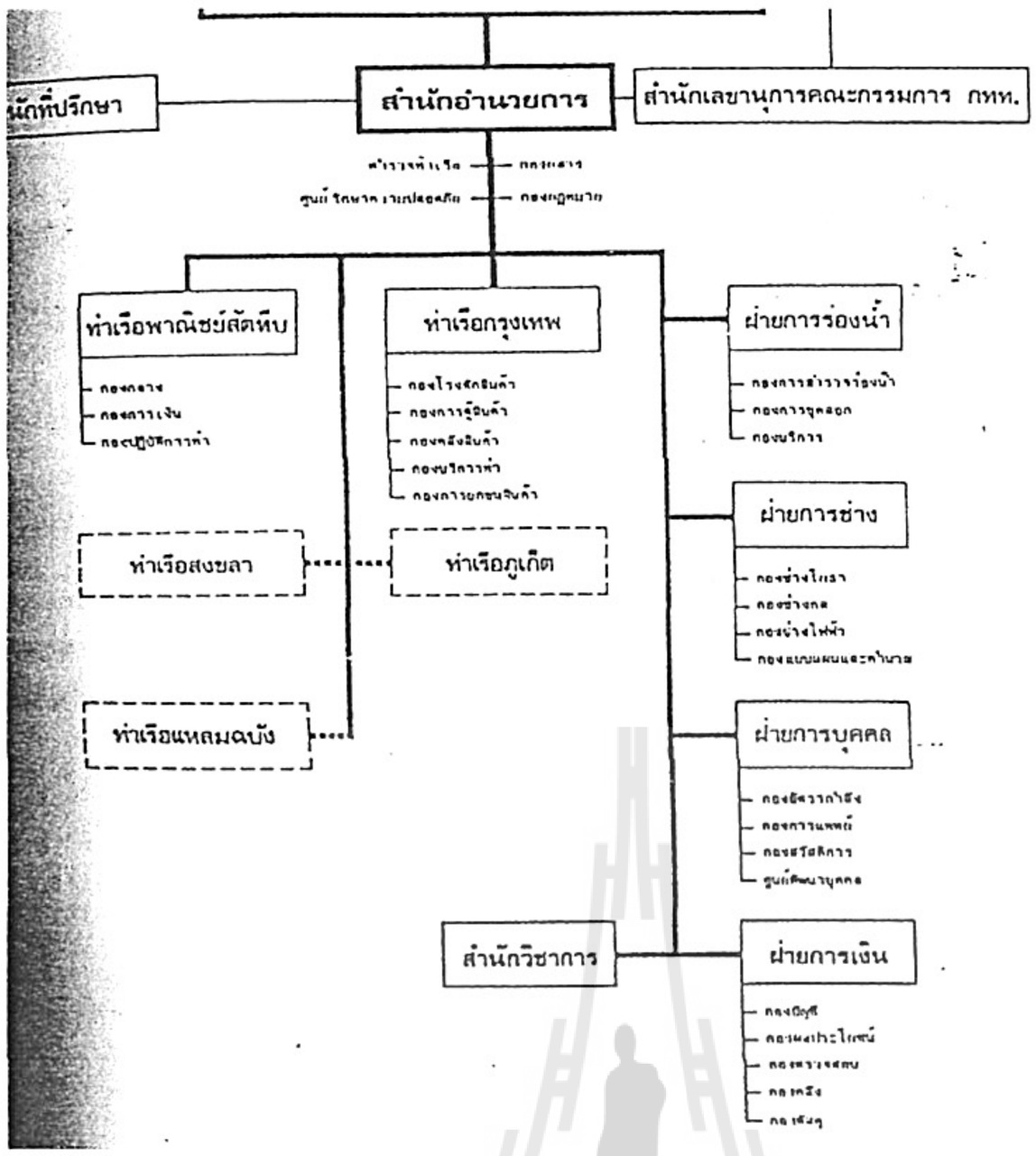


การปฏิบัติงาน การย้ายที่ การตรวจสอบ การล่าช้า การเก็บรักษา

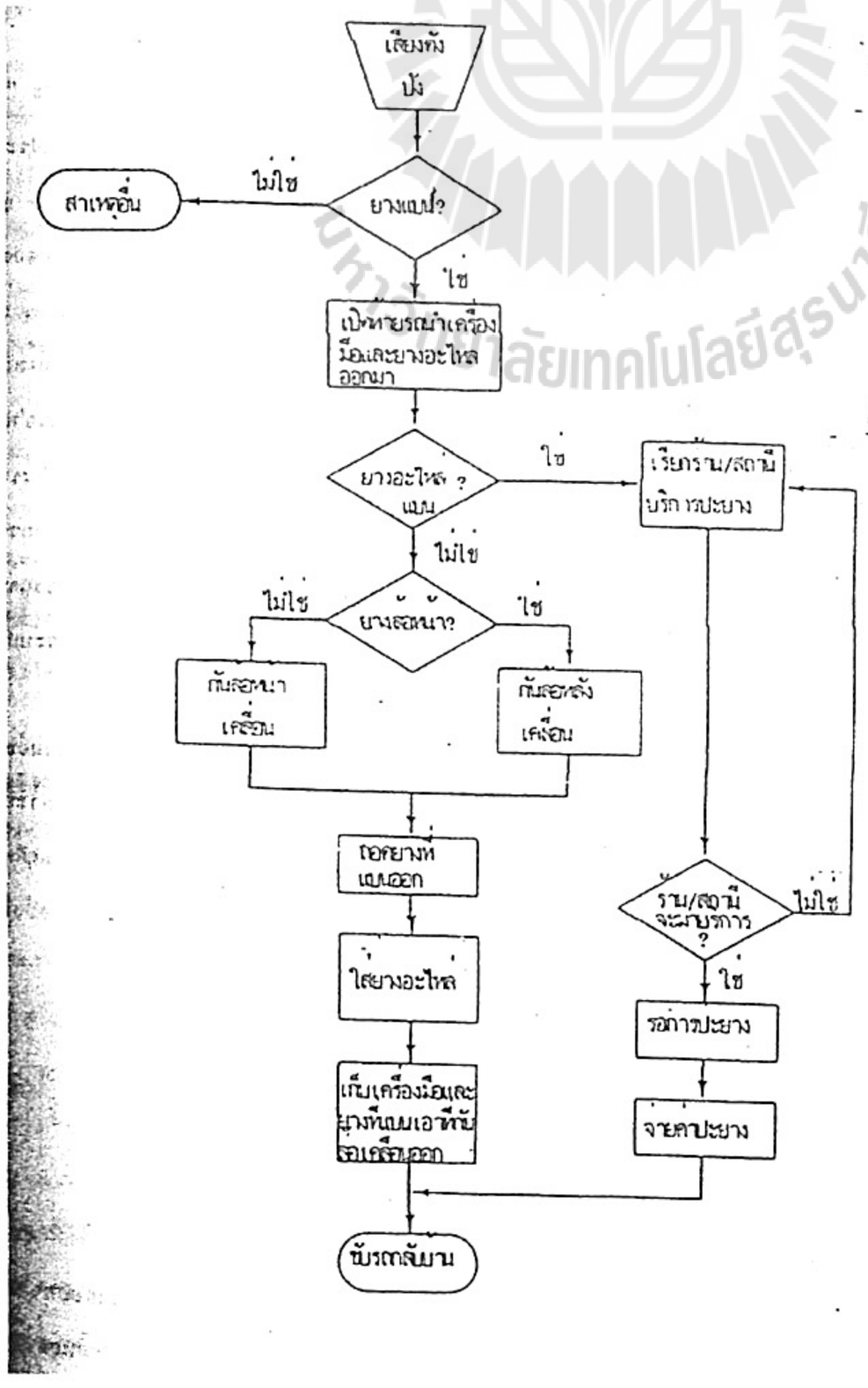
รูปที่ 2 แผนภูมิกิจกรรมร่วม



รูปที่ 3 แผนภูมิการจัดองค์กร



รูปที่ 4 แผนภูมิขั้นตอนการทำงาน



การแปรรูปแบบจำลอง (Model Translation) 6

เนื้อหา

6.1 กระบวนการ

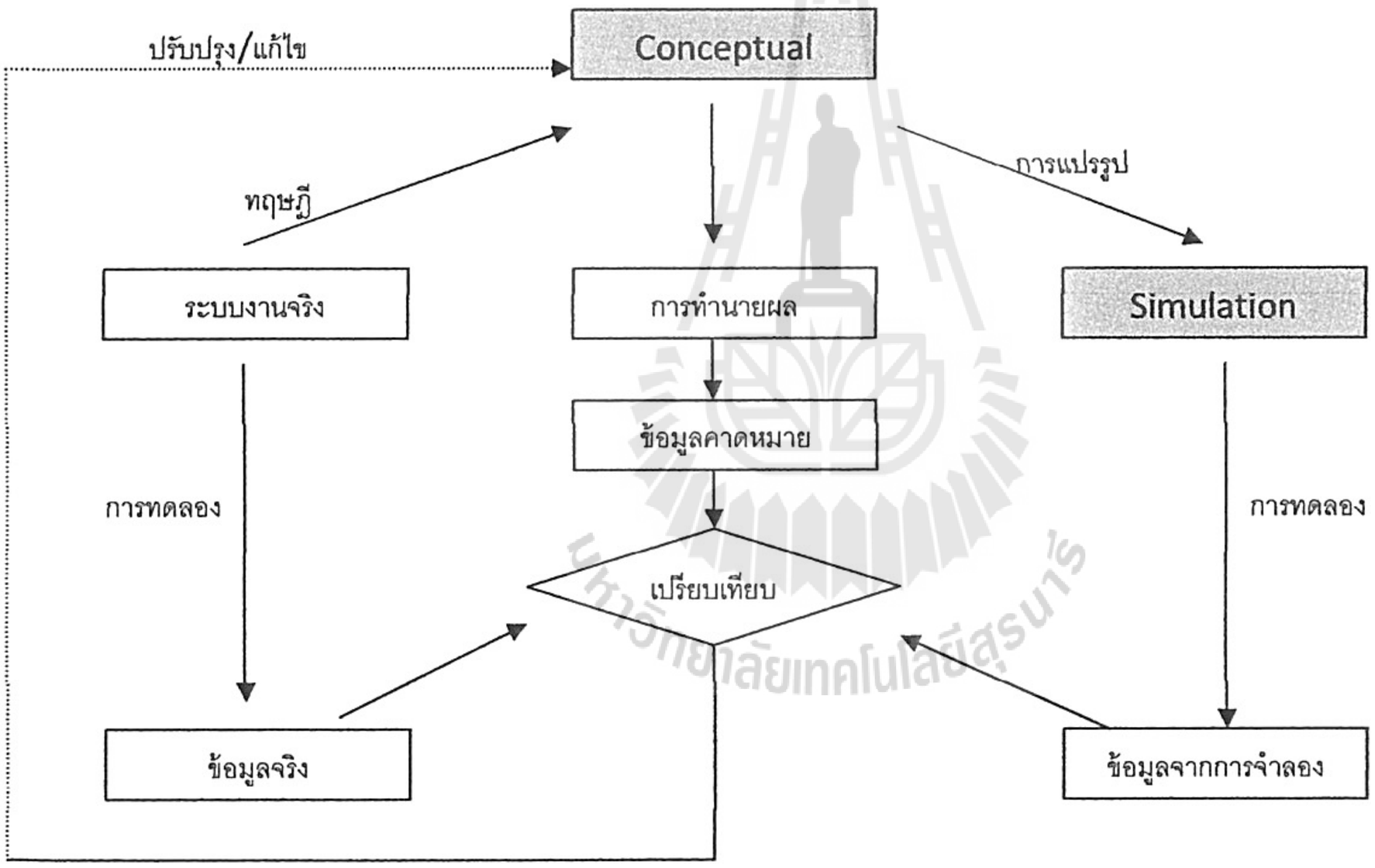
6.2 การใช้งาน

6.3 ภาษาคอมพิวเตอร์

6.4 ขั้นตอนการทำงาน

6.5 การประยุกต์ใช้งาน

เมื่อเสร็จสิ้นขั้นตอนในการสร้างแบบจำลอง จะได้แบบจำลองเชิงหลักการ (Conceptual Model) ซึ่งแสดงการทำงานของระบบจริง โดยอ้างอิงจากทฤษฎีในการสร้าง จากนั้นจึงใช้วิธีการแปรรูปแบบจำลองโดยใช้คอมพิวเตอร์ (Computer Simulation) เป็นแบบจำลองทีjอยู่ในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (Simulation Model)เป็นแบบจำลองที่อยู่ในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (Simulation Model)



เมื่อจะทำการจำลองระบบงานที่มีความซับซ้อนเกินกว่าที่จะใช้โมเดลคณิตศาสตร์แบบง่าย การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์จะสามารถรองรับการทำงานได้ดีกว่า ในการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ จะต้องทำการแปรรูปแบบจำลองเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งผู้จำลองนอกจากจะต้องมีความเข้าใจในกลไกการทำงานของแบบจำลองแล้ว จะต้องเข้าใจในหลักการสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์

6.1 <u>กระบวนการ</u>

(1) สร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการเลียนแบบพฤติกรรมของระบบในช่วงเวลาหนึ่ง โดยกำหนดค่าเริ่มต้นให้กับพารามิเตอร์ที่จุดเริ่มต้นของโปรแกรม

(2) ใช้คำสั่ง / ฟังก์ชันในการสร้างตัวเลขสุ่ม

(3) ในการรันโปรแกรมแต่ละครั้ง จะสร้างค่าสำหรับการจำลอง 1 ครั้ง ค่าพารามิเตอร์เมื่อสิ้นสุดการรันมักจะใช้เป็นค่าเริ่มต้นของการรันครั้งต่อไป

(4) การรันโปรแกรม N ครั้ง จะเป็นการจำลอง N ครั้ง ซึ่งสามารถนำมาคำนวณหาค่าเฉลี่ย เพื่อแสดงการทำงานของระบบจริง

6.2 <u>การใช้งาน</u>

(1) แบบจำลองคอมพิวเตอร์สามารถใช้ในการกำหนดทางเลือกในการทำงานของระบบ เพื่อให้ได้ระบบที่มีประสิทธิภาพสูงสุด โดยใช้วิธีการ

- การเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์และลักษณะของระบบ
- การรันโปรแกรมหลาย ๆ ครั้ง เมื่อกำหนดลักษณะระบบที่แตกต่างกัน

ผลลัพธ์ที่ได้จากการเปรียบเทียบจะเป็นทางเลือกให้ผู้สร้างเลือกทางเลือกที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

(2) สำหรับระบบที่มีความซับซ้อนสูง การใช้แบบจำลองคอมพิวเตอร์ มักจะเป็นทางเลือกเดียวสำหรับการทดลองสร้างระบบทำงานจริงที่ต้องใช้ค่าใช้จ่ายสูง

6.3 <u>ภาษาคอมพิวเตอร์</u>

การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ ผู้จำลองจะต้องมีความรู้ความเข้าใจทั้งในการทำงานของระบบที่จะทำการจำลอง และหลักการสร้างโปรแกรม (Computer Programming)

<u>ภาษาที่ใช้ในการจำลอง</u>

สามารถแบ่งออกได้ 2 ประเภท

(1) ภาษาสำหรับใช้งานทั่วไป (General Purpose Language)

(2) ภาษาเฉพาะสำหรับการจำลอง (Simulation Language)

ในการจำลองมักจะมีการปฏิบัติการที่คล้ายคลึงกันในเกือบทุกปัญหา ประกอบด้วย

(1) การสร้างข้อมูลแบบสุ่ม

(2) การบริหารเวลา

(3) การบริหารโปรแกรมให้ปฏิบัติได้ตามคำสั่ง

(4) การบริหารแถวคอย

(5) การเก็บรวบรวมข้อมูล

(6) การสรุปผลและการวิเคราะห์ข้อมูล

(7) การจัดรูปแบบและพิมพ์ผลการจำลอง

สำหรับภาษาที่ใช้งานทั่วไป ผู้จำลองจะต้องสร้างโปรแกรมย่อยสำหรับการทำงานพื้นฐานข้างต้น สำหรับภาษาเฉพาะสำหรับการจำลอง การปฏิบัติการข้างต้นจะมีกำหนดไว้ให้แล้ว ผู้จำลองสามารถเรียกใช้งานได้ทันที ตัวอย่างของภาษาสำหรับการจำลอง เช่น GASP, GPSS, SIMSCRIPT

6.4 ขั้นตอนการทำงาน

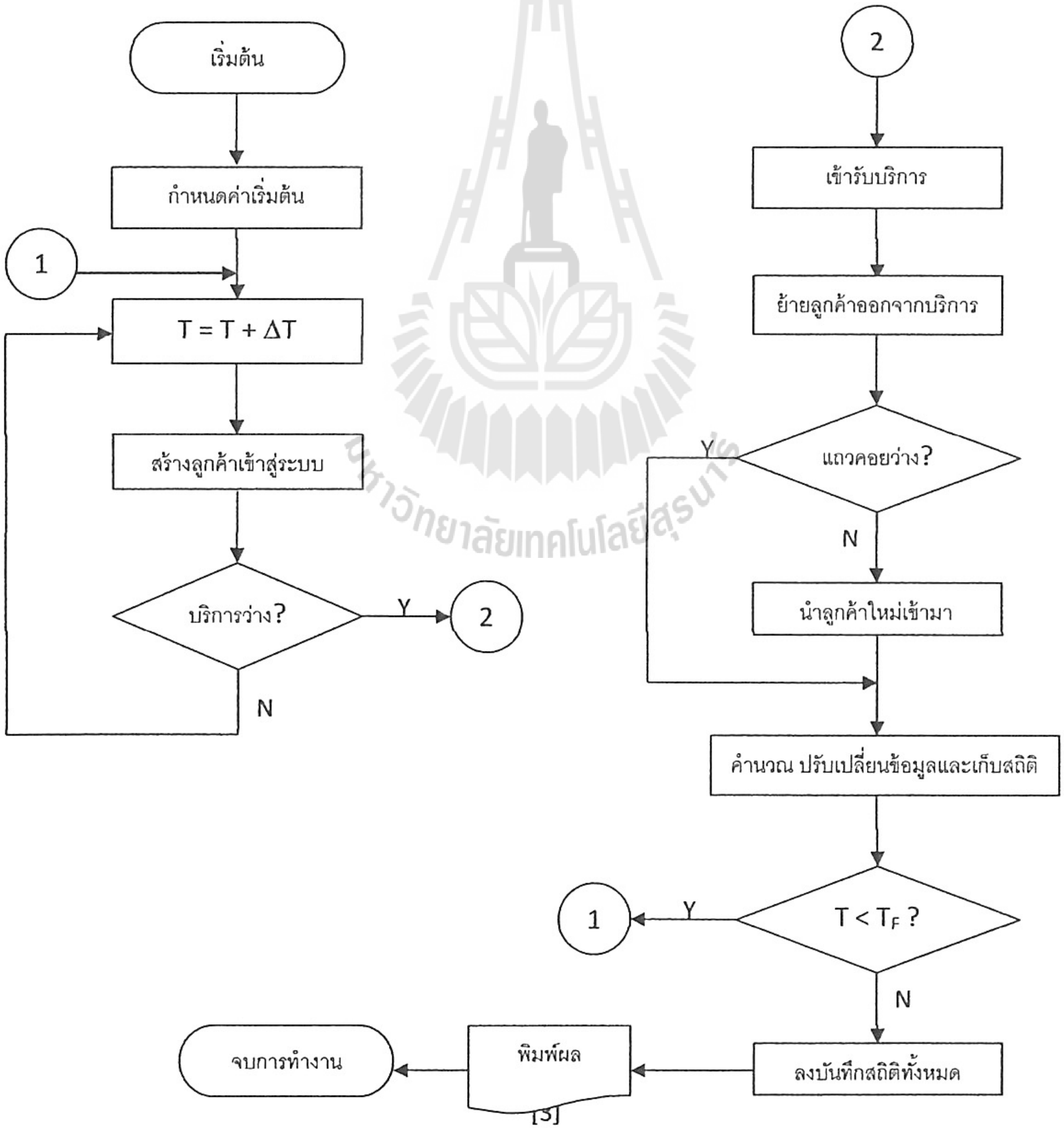
(1) สร้างแผนภูมิแสดงขั้นตอนการทำงาน

(2) แปลงแผนภูมิเป็น pseudocode

(3) แปลง pseudocode เป็นภาษาคอมพิวเตอร์

6.5 ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งาน

ตัวอย่าง 6.1 การบริหารแถวคอย



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ตัวอย่าง 6.2 กำหนด A, B, C เป็นตัวแปรสุ่มซึ่งเป็นอิสระแก่กัน

A เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่า $\mu = 100$ $\sigma = 20$

B เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่า $\mu = 20$ $\sigma = 5$

C มีการแจกแจงความน่าจะเป็นดังตาราง

ค่าของ C	ความน่าจะเป็น	ความน่าจะเป็นสะสม	ช่วงของค่า RN
10	0.10	*0.10*	*0 - 9*
20	0.25	*0.35*	*10 - 34*
30	0.50	*0.85*	*35 - 84*
40	0.15	*1.0*	*85 - 99*

ใช้การจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ในการหาค่า Z ซึ่งมีค่าเท่ากับ (A + B) / C เมื่อใช้ตัวเลขแบบสุ่ม 5 ค่า ดังนี้

RNN	A	RNN	B	RN	C	Z
-0.04	*99.2*	1.48	*27.4*	16	*20*	*6.33*
1.23	*124.6*	1.75	*28.8*	23	*20*	*7.67*
0.93	*118.6*	-0.86	*15.7*	57	*30*	*4.48*
-0.65	*87*	1.33	*26.7*	79	*30*	*3.79*
0.56	*111.2*	-0.32	*18.4*	37	*30*	*4.32*
					รวม	*26.59*

$A_i = 100 + 20RNN_i$ $B_i = 20 + 5RNN_i$

ค่า Z โดยเฉลี่ย = 26.59 / 5 = 5.32

ตัวอย่าง 6.3 ในการให้บริการลูกค้าของธนาคารแห่งหนึ่ง ถ้ากำหนดตัวแปรสุ่ม

X เป็นเวลาที่ลูกค้าเข้ามาใช้บริการ มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล

Y เป็นเวลาที่ธนาคารให้บริการลูกค้า มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล

ถ้าค่าเฉลี่ยของการเข้ามาใช้บริการของลูกค้าเป็น 3 คนต่อชั่วโมง และอัตราการให้บริการลูกค้าเป็น 5 คนต่อชั่วโมง

ถ้ากำหนดให้ใช้แบบจำลองในหน่วยของ 1/100 ชั่วโมงและเริ่มต้นให้บริการที่ 0.00 น. จงหาค่าเฉลี่ยของการใช้เวลาเข้ารับบริการของลูกค้า และจำนวนลูกค้าโดยเฉลี่ย เมื่อทดลองด้วยตัวเลขสุ่มจำนวน 10 ค่า

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

RN	X	เวลาที่มาถึง	RN	Y	เวลาที่ออก	เวลาที่ใช้	จำนวนลูกค้า
0.096	*0.78*	*0.78*	0.608	*0.1*	*0.88*	*0.1*	*1*
0.569	*0.11*	*0.97*	0.571	*0.11*	*1.08*	*0.11*	*1*
0.665	*0.14*	*1.11*	0..347	*0.21*	*1.32*	*0.21*	*1*
0.764	0.09	1.20	0.933	0.01	1.33	0.13	*2*
0.842	0.06	1.26	0.581	0.11	1.44	0.18	*3*
0.491	0.24	1.50	0.173	0.35	1.85	0.35	*1*
0.224	0.50	2.00	0.603	0.10	2.10	0.10	*1*
0.050	0.02	2.02	0.044	0.64	2.74	0.72	*2*
0.610	0.16	2.18	0.605	0.10	2.84	0.64	*2*
0.145	0.64	2.82	0.842	0.03	2.87	0.05	*2*
					รวม	*2.59*	*16*

$\beta = 3 \quad x_i = -\frac{1}{3}\ln(RN_i)$ $\beta = 5 \quad Y_i = -\frac{1}{5}\ln(RN_i)$

ค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้ = 2.59 / 10 = 0.26 ชั่วโมง จำนวนลูกค้า = 16/10 = 1.6 คน

ตัวอย่าง 6.4

ในระบบพัสดุคงคลังซึ่งค่าใช้จ่ายของระบบประกอบด้วย ค่าเก็บรักษาพัสดุ ค่าสั่งซื้อพัสดุ และการสูญเสียกำไร ในการสั่งซื้อใช้นโยบายการจัดซื้อแบบใช้จุดสั่งซื้อ (Reorder Point) ซึ่งจะพิจารณาจากปริมาณพัสดุคงเหลือในคลังรวมกับปริมาณพัสดุระหว่างการสั่งซื้อ เป็นดัชนีในการออกใบสั่งซื้อ โดยกำหนดให้ปริมาณการสั่งซื้อจะเท่ากันทุกครั้งที่สั่งซื้อ

จากการวิเคราะห์ระบบ พบว่า ค่าเก็บรักษาพัสดุต่อหน่วยสินค้าที่สั่งซื้อคือ 200 บาท/สัปดาห์ ค่าสั่งซื้อพัสดุ 500 บาท/ครั้ง และการสูญเสียกำไร 2000 บาท/ชิ้น

ตารางด้านล่าง แสดงข้อมูลความต้องการใช้พัสดุ และระยะเวลาในการส่งของหลังจากออกใบสั่งซื้อที่เก็บรวบรวมจากการทำงานของระบบ 100 ครั้ง

ความต้องการใช้พัสดุ

ความต้องการ (หน่วย)	ความน่าจะเป็น	ความน่าจะเป็นสะสม	ช่วงของตัวเลขแบบสุ่ม
0	0.02	*0.02*	*0 - 1*
1	0.08	*0.1*	*2 - 9*
2	0.22	*0.32*	*10 - 31*
3	0.34	*0.66*	*32 - 65*

4	0.18	*0.84*	*66 - 83*
5	0.09	*0.93*	*84 - 92*
6	0.07	*1.0*	*93 - 99*
รวม	1.0		

ระยะเวลาสำหรับการส่งของ

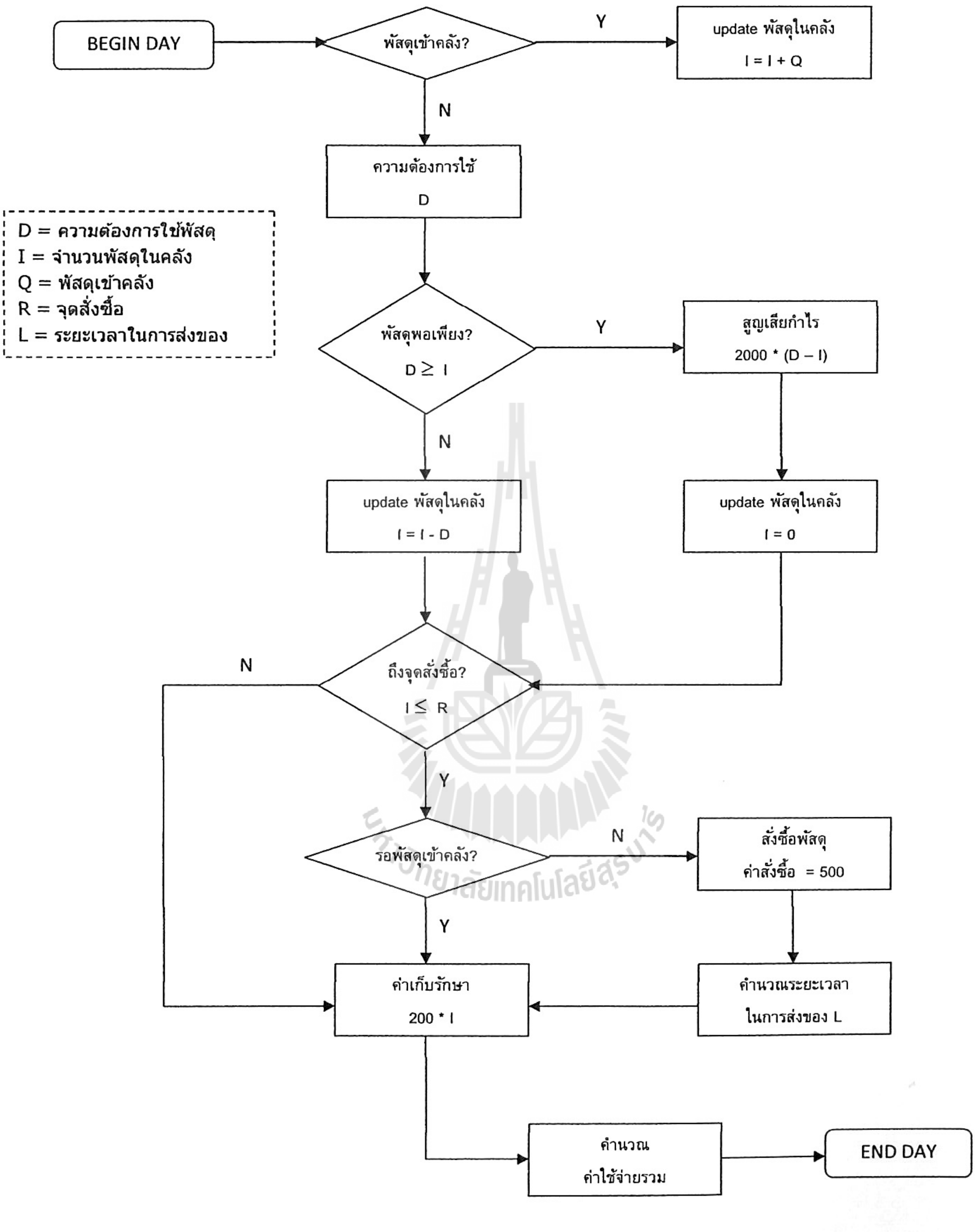
ระยะเวลา (สัปดาห์)	ความน่าจะเป็น	ความน่าจะเป็นสะสม	ช่วงของตัวเลขแบบสุ่ม
1	0.23	*0.23*	*0 - 22*
2	0.45	*0.68*	*23 - 67*
3	0.17	*0.85*	*68 - 84*
4	0.09	*0.94*	*85 - 93*
5	0.06	*1.0*	*94 - 99*
รวม	1.0		

กำหนดให้ใช้จุดสั่งซื้อ 15 หน่วย ปริมาณการสั่งซื้อ 20 หน่วย พัสดุคงเหลือในคลังเมื่อเริ่มการจำลองมี 20 หน่วย คำนวณหาค่าใช้จ่ายเมื่อทำการจำลองทั้งหมด 18 สัปดาห์ เพื่อวิเคราะห์หาจุดสั่งซื้อและปริมาณการสั่งซื้อที่เหมาะสม

สัปดาห์ที่	RN	ความต้องการใช้ (หน่วย)	RN	ระยะเวลา (สัปดาห์)	พัสดุเข้าคลัง (หน่วย)	พัสดุคงเหลือ (หน่วย)	ค่าเก็บรักษาพัสดุ (บาท)	ค่าสั่งซื้อ (บาท)	ค่าปรับสูญเสีย (บาท)	ค่าใช้จ่ายรวม (บาท)
0						20				
1	52	3				17	3400			3400
2	28	2				15	3000			3000
			50	2				500		3500
3	89	5				10	2000			2000
4	08	1			20	29	5800			5800
5	59	3				26	5200			5200
6	81	4				22	4400			4400
7	95	6				16	3200			3200
8	68	4				12	2400			2400
			15	1				500		2900
9	90	5			20	27	5400			5400
10	93	6				21	4200			4200
11	72	4				17	3400			3400
12	89	5				12	2400			
			95	5				500		2900
13	44	3				9	1800			1800
14	60	3				6	1200			1200
15	68	4				2	400			400
16	52	3				0	0		2000	2000
17	28	2			20	18	3600			3600
18	30	2				16	3200			3200

ค่าเฉลี่ยของค่าใช้จ่าย / สัปดาห์ = ผลรวมของค่าใช้จ่ายรวม / จำนวนสัปดาห์ = (3400 + 3500 + ... + 3200) / 18 = 3250 บาท/สัปดาห์

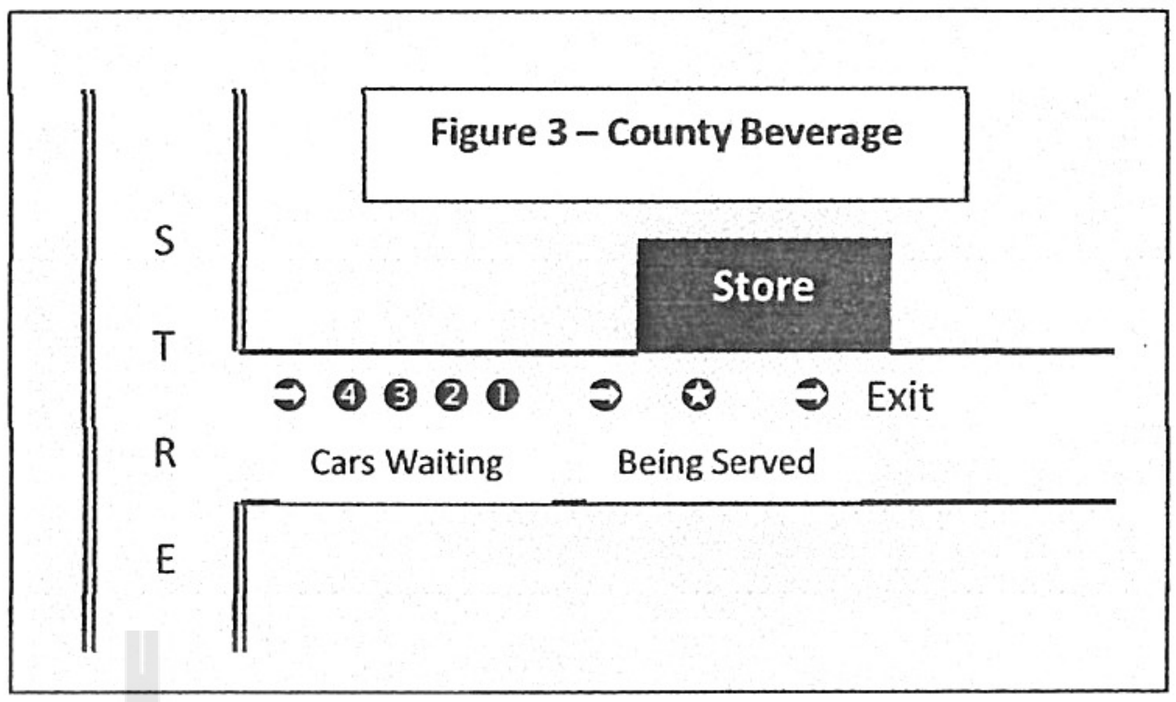
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี


BEGIN DAY
พัสดุเข้าคลัง?
Y
update พัสดุในคลัง
I = I + Q
N
ความต้องการใช้
D
D = ความต้องการใช้พัสดุ
I = จำนวนพัสดุในคลัง
Q = พัสดุเข้าคลัง
R = จุดสั่งซื้อ
L = ระยะเวลาในการส่งของ
พัสดุพอเพียง?
D ≥ I
Y
สูญเสียกำไร
2000 * (D – I)
N
update พัสดุในคลัง
I = I - D
update พัสดุในคลัง
I = 0
ถึงจุดสั่งซื้อ?
I ≤ R
N
Y
รอพัสดุเข้าคลัง?
N
สั่งซื้อพัสดุ
ค่าสั่งซื้อ = 500
Y
ค่าเก็บรักษา
200 * I
คำนวณระยะเวลา
ในการส่งของ L
คำนวณ
ค่าใช้จ่ายรวม
END DAY

ตัวอย่าง 6.5

1. *The County Beverage Drive Thru Liquor Store Queuing System:*

a) Cars enter the waiting area from the street. When the serving window is clear, the first car in line moves up to be served (✪). When it has finished its order, it drives away.



b) Maximum queue is 4 -- up to 4 cars can fit in waiting area, not counting car at window. Any additional Aarriving cars@ are turned away, and their business is lost.

c) Time is measured in 3-minute intervals.

d) Arrival process.
   1) Arrivals follow no known probability distribution, but probabilities in Table 2 have been estimated.
   2) 2-digit random number X between 00 and 99 is generated.
      - If $00 \leq X \leq 18$, then number of new arrivals = 0
      - If $19 \leq X \leq 57$, then arrivals = 1, etc.

Table 2 -- Arrivals	
Number	**Probability**
0	0.19
1	0.39
2	0.19
3	0.15
4	0.08

e) Serving process.
   1) Serving time follows no known probability distribution, but probabilities in Table 3 are estimated.
   2) 2-digit random number Y between 00 and 99 is generated.
      - If $00 \leq Y \leq 38$, then order is small and serving time = 3 min. (1 time interval)
      - If $39 \leq Y \leq 88$, then order is medium and serving time = 6 minutes (2 time intervals), etc.

Table 3 – Serving Process			
Size of Order	**Average Serving Time**	**Prob.**	**Average Profit**
Small	3 minutes	0.39	$1.50
Medium	6 minutes	0.50	$3.00
Large	9 minutes	0.11	$6.00

2. Simulation Program:

REMARK THIS PROGRAM SIMULATES OPERATION OF COUNTY BEVERAGE DRIVE-THRU QUEUING SYSTEM

```
REMARK    INITIALIZING THE SIMULATION MODEL

          HOUR.OF.SIMULATION = 0
          CAR.BEING.SERVED = NO      {CAR.BEING.SERVED = 0 IF NO AND = 1 IF YES}
          CARS.WAITING = 0
          TIME.CAR.FINISHES.SERVICE = 0
          TOTAL.CARS.SERVED = 0
          TOTAL.PROFIT = 0
          TOTAL.CARS.LOST = 0

REMARK    SIMULATION CLOCK UPDATE

100       HOUR.OF.SIMULATION = HOUR.OF.SIMULATION + 1
          THREE.MIN.PERIOD = 0

REMARK    SIMULATE NUMBER OF CARS ARRIVING FROM STREET IN 3-MINUTE PERIOD AND MOVE FIRST CAR WAITING
          IN LINE UP TO SERVICE WINDOW IF WINDOW IS CLEAR

200       THREE.MIN.PERIOD = THREE.MIN.PERIOD + 1
          X=RANDBETWEEN(00,99)
                    IF X < 19, THEN NEW.CARS = 0
                    IF X ∃ 19 AND X < 58 THEN NEW.CARS = 1
                    IF X ∃ 59 AND X < 77 THEN NEW.CARS = 2
                    IF X ∃ 77 AND X < 92 THEN NEW.CARS = 3
                    IF X ∃ 92 THEN NEW.CARS = 4
          TOTAL.CARS.IN.LINE = CARS.WAITING + NEW.CARS
          IF TOTAL.CARS.IN.LINE = 0 THEN GOTO 400
          IF CAR.BEING.SERVED = YES THEN GOTO 300
          TOTAL.CARS.IN.LINE = TOTAL.CARS.IN.LINE - 1

REMARK    SIMULATE ORDER SIZE FOR NEXT CAR SERVED

          Y=RANDBETWEEN(00,99)
                    IF Y < 39 THEN PERIODS.OF.SERVICE = 1
                    IF Y ∃ 39 AND Y < 89 THEN PERIODS.OF.SERVICE = 2
                    IF Y ∃ 89 THEN PERIODS.OF.SERVICE = 3
          TIME.CAR.FINISHES.SVC = THREE.MIN.PERIOD + PERIODS.OF.SERVICE - 1
          CAR.BEING.SERVED = YES

REMARK    CALCULATE NUMBER OF LOST CUSTOMERS AND NUMBER OF CARS WAITING

300       IF TOTAL.CARS.IN.LINE > 4 THEN GOTO 350
          CARS.WAITING = TOTAL.CARS.IN.LINE
          GOTO 400

350       CARS.LOST = TOTAL.CARS.IN.LINE - 4
          CARS.WAITING = 4
          TOTAL.CARS.LOST = TOTAL.CARS.LOST + CARS.LOST
```

```
REMARK    RELEASE A CAR COMPLETING SERVICE AND RECORD PROFIT

400           IF TIME.CAR.FINISHES.SERVICE > THREE.MIN.PERIOD THEN GOTO 200
              IF PERIODS.OF.SERVICE = 1 THEN PROFIT = 1.5
              IF PERIODS.OF.SERVICE = 2 THEN PROFIT = 3
              IF PERIODS.OF.SERVICE = 3 THEN PROFIT = 6
              TOTAL.PROFIT = TOTAL.PROFIT + PROFIT
              TOTAL.CARS.SERVED = TOTAL.CARS.SERVED + 1
              CAR.BEING.SERVED = NO

REMARK    LET SIMULATION RUN FOR 30 HOURS (600 3-MINUTE INTERVALS)

              IF THREE.MIN.PERIOD < 20 THEN GOTO 200
              TIME.CAR.FINISHES.SERVICE = TIME.CAR.FINISHES.SERVICE - 20
              IF HOUR.OF.SIMULATION < 30 THEN GOTO 100

              STOP

REMARK    REMAINING COMMANDS PRINT OUT SIMULATION RESULTS AFTER 30-HOUR SIMULATION RUN COMPLETED
```

3. Sample Results **[Table 4]**:
   Note that we can measure the cost to the firm of lost sales due to limited queue length and customer balking: total profit lost = $2.68 * 575 (cars) = $1,541

Table 4

System Characteristic	Total	Per Hr	Per Car
Number of Cars Served	365	12.17	
Number of Cars Lost	575	19.17	
Earned Profit	$976	$32.56	$2.68
Lost Profit	$1541	$51.37	$2.69

4. Illustration:

<u>First 3-min. period</u>

```
100     HR.OF.SIM = 1
200     3-MIN.PER = 1
        X = 81
        NEW.CARS = 3
        TOT.CARS.IN.LINE = 3
        TOT.CARS.IN.LINE = 2
        Y=62
        PER.SVC = 2
        TIME.CAR.FIN = 2
        CAR.BEING.SVD = yes
        CARS.WAITING = 2
        GOTO 400
400     GOTO 200
```

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Second 3-min. period

```
200     3-MIN.PER = 2
        X = 83
        NEW.CARS = 3
        TOT.CARS.IN.LINE = 5
        GOTO 300
300     GOTO 350
350     CARS.LOST = 1
        CARS.WAITING = 4
        TOT.CARS.LOST = 1
400     PROFIT = 3
        TOT.PROFIT = 3
        TOT.CARS.SVD = 1
        CAR.BEING.SVD = no
        GOTO 200
```

Third 3-min. period

```
200     3-MIN.PER = 3
        X = 61
        NEW.CARS = 2
        TOT.CARS.IN.LINE = 6
        TOT.CARS.IN.LINE = 5
        Y=00
        PER.SVC = 1
        TIME.CAR.FIN = 3
        CAR.BEING.SVD = yes
300     GOTO 350
350     CARS.LOST = 1
        CARS.WAITING = 4
        TOT.CARS.LOST = 2
400     PROFIT = 1.5
        TOT.PROFIT = 4.5
        TOT.CARS.SVD = 2
        CAR.BEING.SVD = no
        GOTO 200
```

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

การบ้าน 6

บริษัทประดิษฐกรรมไทยต้องการประดิษฐ์ระบบเตือนภัยแบบใหม่ซึ่งคาดว่าจะเป็นที่นิยมใช้ ฝ่ายวิศวกรรมให้ความเห็นว่าการพัฒนาระบบดังกล่าวสามารถทำได้ 2 วิธี แต่ละวิธีจะได้มาซึ่งระบบเตือนภัยที่มีคุณสมบัติตามที่ฝ่ายการตลาดต้องการ แต่การพัฒนาจะใช้เวลาและค่าใช้จ่ายต่างกัน ดังนี้

ระยะเวลาที่ใช้พัฒนา (เดือน)	ความน่าจะเป็น วิธีที่ 1	วิธีที่ 2
6	0.1	0.3
9	0.3	0.4
12	0.6	0.3

วิธีที่ 1 จะใช้ค่าใช้จ่าย 500,000 บาท หลังการพัฒนาจะได้ระบบที่ใช้ค่าใช้จ่ายผันแปรในการผลิต 7.50 บาท

วิธีที่ 2 จะใช้ค่าใช้จ่าย 1,900,000 บาท หลังการพัฒนาจะได้ระบบที่ใช้ค่าใช้จ่ายผันแปรในการผลิต 7.25 บาท

ระบบดังกล่าวจะขายในราคา 10 บาท ฝ่ายการตลาดเชื่อว่าปริมาณขายจะขึ้นกับระยะเวลาที่ใช้ในการพัฒนา เพราะบริษัทมีคู่แข่งมาก จากการประมาณการขาย ได้ข้อมูลประมาณการยอดขายและความน่าจะเป็น ดังนี้

ยอดขาย (หน่วย)	ระยะเวลาที่ใช้พัฒนา (เดือน) 6	9	12
1,000,000	0.2	0.4	0.5
1,500,000	0.8	0.6	0.5

ในการจำลอง 5 ครั้ง เพื่อคำนวณว่ากำไรที่บริษัทคาดหมายว่าจะได้จากแต่ละวิธีการ ดังตัวอย่างด้านล่าง

ระยะเวลาในการพัฒนา

ระยะเวลา	ความน่าจะเป็น สะสม วิธีการที่ 1	ช่วงของค่า	ความน่าจะเป็น สะสม วิธีการที่ 2	ช่วงของค่า
6 เดือน	*0.1*	*0 - 0.1*	*0.3*	*0 - 0.30*
9 เดือน	*0.4*	*0.11 - 0.4*	*0.7*	*0.31 - 0.70*
12 เดือน	*1.0*	*0.41 - 1.0*	*1.0*	*0.71 - 1.0*

ยอดขาย

ยอดขาย	ความน่าจะเป็น สะสม 6 เดือน	ช่วงของค่า	ความน่าจะเป็น สะสม 9 เดือน	ช่วงของค่า	ความน่าจะเป็น สะสม 12 เดือน	ช่วงของค่า
1,000,000	*0.2*	*0 - 0.20*	*0.4*	*0 - 0.40*	*0.5*	*0 - 0.50*
1,500,000	*1.0*	*0.21 - 1.0*	*1.0*	*0.41 - 1.0*	*1.0*	*0.51 - 1.0*

การจำลอง

ครั้ง	RN_1	ระยะเวลา วิธีที่ 1	RN_2	ระยะเวลา วิธีที่ 2	RN_3	ยอดขาย วิธีที่ 1 (ล้าน)	RN_4	ยอดขาย วิธีที่ 2 (ล้าน)
1	*0.35*	*9*	*0.17*	*6*	*0.70*	*1.5*	*0.13*	*1*
2	*0.49*	*12*	*0.57*	*9*	*0.23*	*1*	*0.55*	*1.5*
3	*0.16*	*9*	*0.5*	*6*	*0.36*	*1*	*0.66*	*1.5*
4	*0.64*	*12*	*0.44*	*9*	*0.27*	*1*	*0.23*	*1*
5	*0.30*	*9*	*0.38*	*9*	*0.47*	*1.5*	*0.63*	*1*
					รวม	*6*		*6.5*
					ค่าเฉลี่ย	*1.2*		*1.3*

วิธีการที่ 1 ยอดขาย = 12 ล้านบาท ค่าใช้จ่าย = 0.5 + (1.2)7.5 = 9.5 ล้านบาท กำไร = 12 - 9.5 = 2.5 ล้านบาท

วิธีการที่ 2 ยอดขาย = 13 ล้านบาท ค่าใช้จ่าย = 1.9 + (1.3)7.25 = 11.3 ล้านบาท กำไร = 13 - 11.3 = 1.7 ล้านบาท

แสดงการแปรรูปเป็นแบบจำลองทางด้านคอมพิวเตอร์ด้วยการสร้างแผนภูมิแสดงขั้นตอนการทำงาน

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ระบบแถวคอย (Queuing System)

7

เนื้อหา

7.1 โครงสร้างของระบบคิว (Structure of a Queuing System)
7.2 รูปแบบการเข้ามาของผู้รับบริการ (Arrival Pattern of Customers)
7.3 กระบวนการให้บริการ (The Service Process)
7.4 นโยบายการให้บริการ (Service Discipline)
7.5 ขีดความสามารถของระบบในการให้บริการ (System Capacity)
7.6 จำนวนผู้ให้บริการคู่ขนาน (Number of Parallel Servers)
7.7 จำนวนขั้นตอนการให้บริการ (Number of Service Stages)
7.8 ตัวแบบแถวคอย (Queuing Models)
7.9 การจำลองระบบแถวคอย

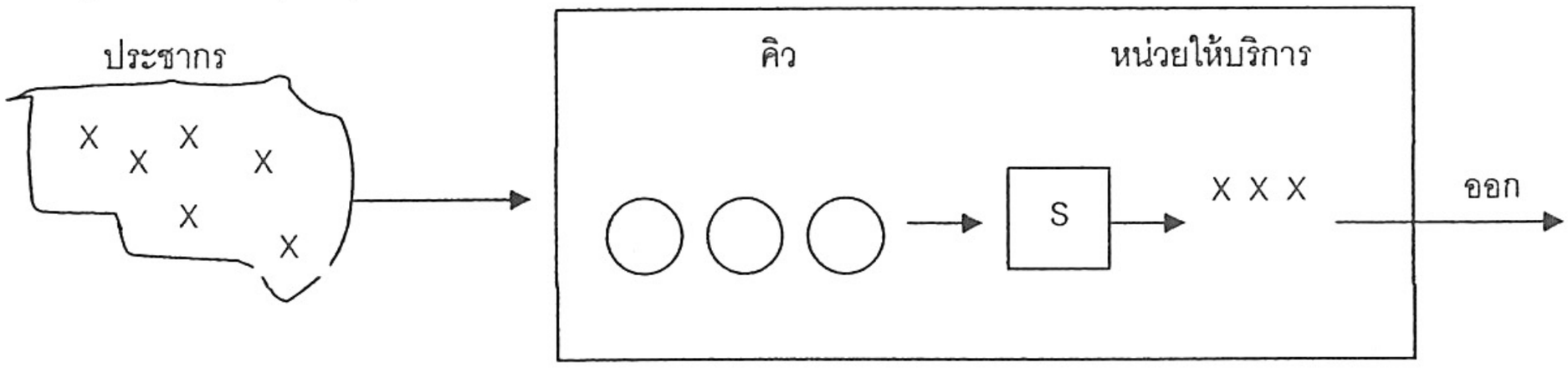
ในระบบงานต่าง ๆ จะพบว่า ระบบงานส่วนใหญ่จะมีทรัพยากรจำกัด ทำให้มีลักษณะของระบบเป็นแบบแถวคอย เนื่องจากความจำเป็นที่ต้องใช้ทรัพยากรร่วมกัน การบริหารแถวคอย จะเป็นการกำหนดนโยบายว่าใครจะมีสิทธิ์ได้ใช้ทรัพยากรก่อนหรือหลัง

ระบบแถวคอยหรือระบบคิวเป็นระบบแบบพลวัตร (Dynamic System) คือ ระบบจะมีการเปลี่ยนแปลงสถานะตามเวลา ซึ่งเหตุการณ์เมื่อเกิดขึ้นจะส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงสถานะของระบบ และโดยทั่วไปการเปลี่ยนแปลงสถานะของระบบแถวคอยจะเปลี่ยนแปลงแบบไม่ต่อเนื่อง หรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นแบบไม่ต่อเนื่อง ในการจำลองใช้วิธีการจำลองระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

ระบบบางระบบจะมีความซับซ้อนสูง การจำลองเชิงคอมพิวเตอร์จะช่วยให้สามารถอธิบายหลักการทำงานและวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นได้

7.1 โครงสร้างของระบบคิว (Structure of a Queuing System)

โครงสร้างทั่วไปจะประกอบด้วย ผู้ใช้บริการหรือลูกค้า (Customer) เช่น คน สิ่งของ วัตถุดิบ อุปกรณ์ เครื่องจักร ฯลฯ เข้ามายังระบบบริการ โดยมาจากแหล่งต่าง ๆ ในช่วงเวลาต่าง ๆ กัน ถ้าขณะนั้นผู้ให้บริการ (Servers) ซึ่งอาจเป็นคน สิ่งของ อุปกรณ์ เครื่องจักร หรืออื่น ๆ ว่าง ผู้ใช้บริการจะเข้ารับบริการได้ทันทีโดยไม่ต้องคอย กรณีจะไม่มีแถวคอยเกิดขึ้น แต่ถ้าหากผู้ให้บริการขณะนั้นไม่ว่าง ผู้ใช้บริการจะต้องคอย หน่วยให้บริการ จะให้บริการแก่ลูกค้าแต่ละคนตามนโยบายการให้บริการ (Service Discipline)



ระบบคิวโดยทั่วไปจะประกอบด้วยองค์ประกอบหลัก 6 องค์ประกอบ

(1) รูปแบบการเข้ามาของผู้รับบริการ

(2) กระบวนการให้บริการ

(3) นโยบายการให้บริการ

(4) ขีดความสามารถของระบบในการให้บริการ

(5) จำนวนผู้ให้บริการคู่ขนาน

(6) จำนวนขั้นตอนการให้บริการ

7.2 รูปแบบการเข้ามาของผู้รับบริการ (Arrival Pattern of Customers)

1. ค่าที่ใช้ในการพิจารณา

ในการอธิบายรูปแบบการเข้ามาหรือกระบวนการเข้า (Input Process) จะอธิบายด้วยค่า 2 ค่า คือ

(1) อัตราเข้ามาโดยเฉลี่ย (Average Arrival Rate) - จำนวนผู้ใช้บริการที่เข้ามาโดยเฉลี่ยต่อหนึ่งหน่วยเวลา

(2) ระยะห่างระหว่างการเข้ามาโดยเฉลี่ย (Average Arrival Time)

2. ลักษณะการเข้ามา

(1) แน่นอน (Deterministic) - การเข้ามาอธิบายด้วยอัตราการเข้า หรือระยะห่างระหว่างเข้า เป็นค่าคงที่ เช่น การเข้ามาห่างกันทุก ๆ 5 นาที

(2) สุ่ม (Random) - การเข้ามาอธิบายด้วยอัตราการเข้า หรือระยะห่างระหว่างเข้า ที่เป็นค่าคาดหมายหรือค่าเฉลี่ย

3. จำนวนผู้เข้ารับบริการ

พิจารณาจำนวนผู้เข้ารับบริการ ณ เวลาหนึ่ง ๆ

(1) แบบเดี่ยว (Single)

(2) แบบกลุ่ม (Batch / Bulk) - มากกว่าหนึ่ง ขนาดของกลุ่มอาจมีค่าไม่แน่นอน มีลักษณะเป็นค่าสุ่ม

4. ขนาดของผู้เข้ารับบริการ

(1) จำกัด (Finite)

(2) ไม่จำกัด (Infinite)

7.3 กระบวนการให้บริการ (The Service Process)

1. ค่าที่ใช้ในการพิจารณา

ในการอธิบายกระบวนการให้บริการหรือรูปแบบการให้บริการ จะอธิบายด้วยค่า 2 ค่า คือ

(1) อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย (Average Service Rate) - จำนวนผู้ได้รับบริการแล้วเสร็จโดยเฉลี่ยต่อหนึ่งหน่วยเวลา

(2) เวลาบริการโดยเฉลี่ย (Average Service Time) - เวลาที่ใช้ในการให้บริการแก่ผู้รับบริการแต่ละคน

2. ลักษณะการบริการ

(1) แน่นอน (Deterministic) - ค่าคงที่

(2) สุ่ม (Random) - ค่าคาดหมายหรือค่าเฉลี่ย

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

3. จำนวนผู้เข้ารับบริการ

(1) แบบเดี่ยว (Single) - ครั้งละหนึ่งผู้ใช้บริการ

(2) แบบกลุ่ม (Batch / Bulk) - ให้บริการมากกว่าหนึ่งผู้ใช้ในเวลาเดียวกัน โดยผู้ให้บริการคนเดียวกัน เช่น ลิฟท์ มัคคุเทศก์

4. อัตราความเร็วในการให้บริการ

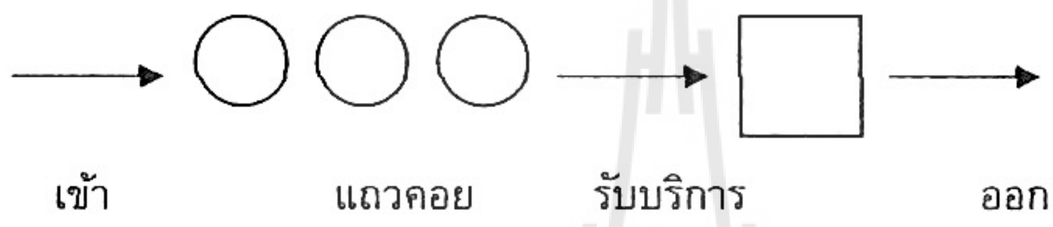
อาจไม่คงที่ขึ้นกับสถานะของระบบ หากในช่วงเวลาใดที่คิวยาว ผู้ให้บริการอาจเร่งการบริการให้เร็วขึ้นทำให้มีอัตราการให้บริการสูงขึ้น แต่ถ้าคิวสั้น ผู้ให้บริการอาจมีความเร็วในการบริการต่ำลง

ในกรณีที่มีผู้ให้บริการหลายคนที่ต่างให้บริการอย่างเดียวกัน แต่ละคนอาจมีความสามารถหรือความรวดเร็วต่างกัน

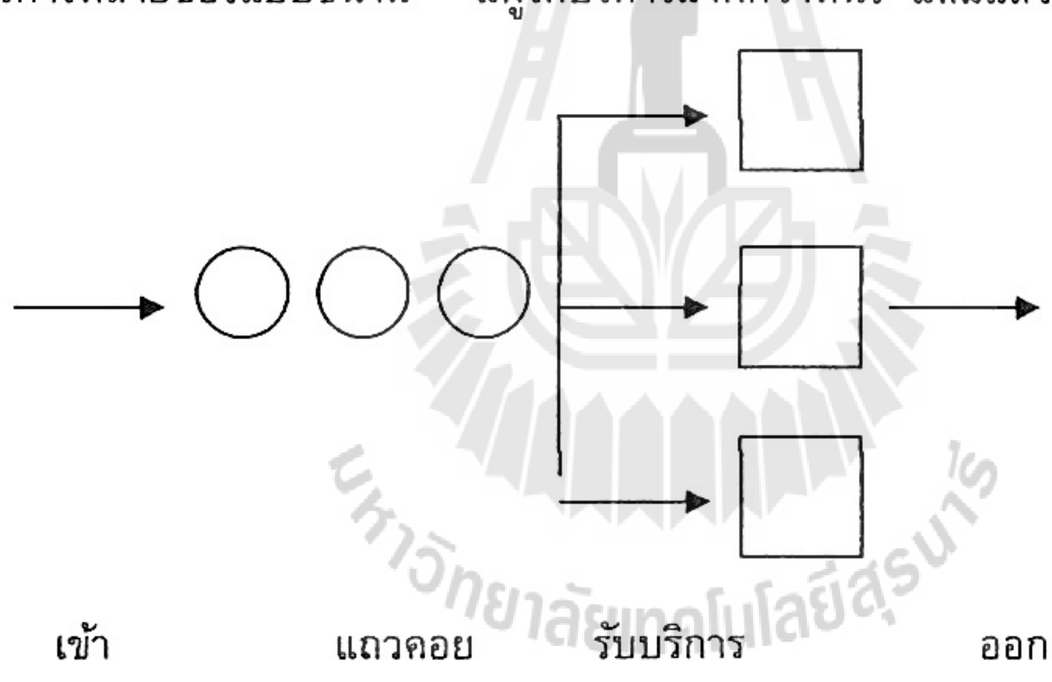
5. รูปแบบ

การให้บริการสามารถจัดได้หลากหลายรูปแบบ

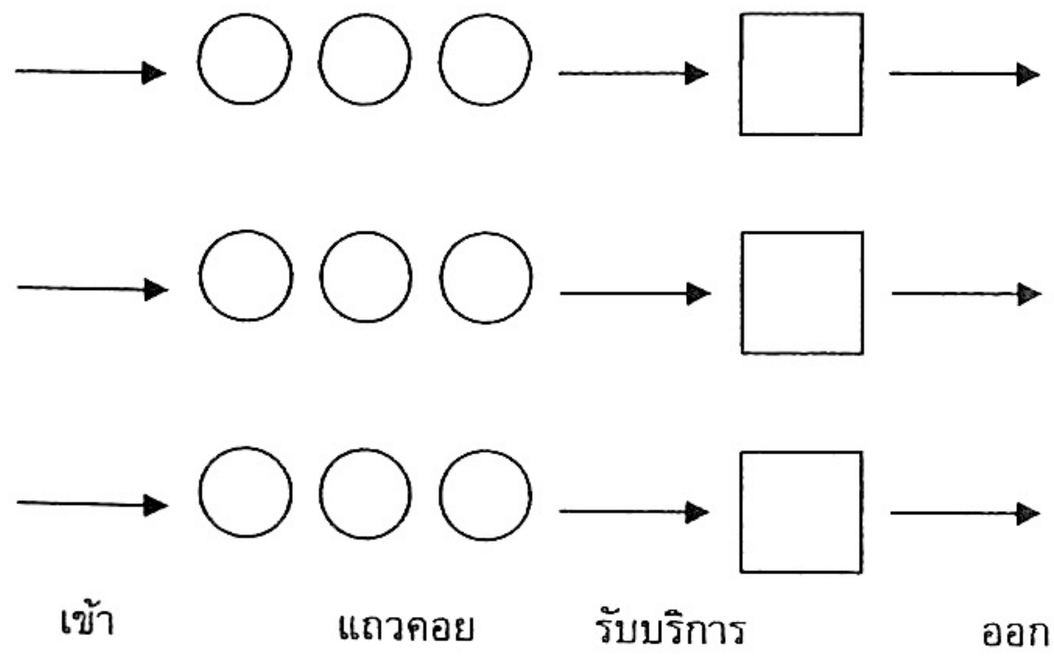
(1) หน่วยบริการช่องเดียว



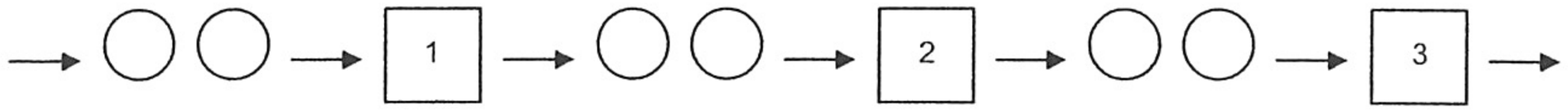
(2) หน่วยบริการหลายช่องแบบขนาน - มีผู้ให้บริการมากกว่าหนึ่ง แต่มีแถวคอยแถวเดียว



(3) หน่วยบริการหลายช่อง - มีผู้ให้บริการมากกว่าหนึ่ง และมีแถวคอยหลายแถว



(4) หน่วยบริการแบบอนุกรม - การเข้ารับบริการมีหลายขั้นตอนต่อเนื่องกัน



7.4 <u>นโยบายการให้บริการ (Service Discipline)</u>

วิธีการที่ใช้ในการเลือกผู้ใช้บริการที่คอยอยู่ในแถวเพื่อเข้ารับบริการ

(1) มาก่อน-ออกก่อน (First In First Out, FIFO)

(2) มาหลัง-ออกก่อน (Last In First Out, LIFO)

(3) เวลาน้อยที่สุด (Shortest Job First, SJF) - เรียงลำดับตามระยะเวลาในการทำงาน งานที่ใช้เวลาทำงานน้อยที่สุดจะออกก่อน

(4) อภิสิทธิ์ (Priorities) - กำหนดลำดับว่ากิจกรรมใดต้องทำก่อน/หลัง กิจกรรมอื่น สำหรับกิจกรรมที่มีระดับอภิสิทธิ์เท่ากัน ให้พิจารณาจากเวลาที่มาถึง

(5) Round Robin - กำหนดระยะเวลาในการทำงานสำหรับแต่ละกิจกรรมเท่ากัน เรียกว่า Time Slice เมื่อครบกำหนดเวลา ถ้ากิจกรรมยังไม่เสร็จสิ้น จะใส่กลับลงในแถวคอยเพื่อรอการทำงานรอบต่อไป ในการเลือกว่าจะทำกิจกรรมใดก่อน อาจใช้วิธี FIFO หรืออภิสิทธิ์

(6) Deadline - เรียงลำดับตามกำหนดการที่กิจกรรมต้องเสร็จสิ้น

7.5 <u>ขีดความสามารถของระบบในการให้บริการ (System Capacity)</u>

จำนวนผู้ใช้บริการซึ่งรวมทั้งจำนวนผู้กำลังรับบริการและผู้ที่กำลังคอยที่ระบบสามารถรับได้ ณ เวลาหนึ่ง ๆ ในบางระบบจะไม่มีแถวคอย บางระบบจะมีความยาวคิวจำกัด (Finite Queue) และบางระบบจะมีความยาวคิวไม่จำกัด (Infinite Queue) หรือมีคิวยาวมากจนกำหนดได้ว่ามีความยาวไม่จำกัด

ในการพิจารณา จะพิจารณาจากอัตราการเข้ามาถึงของผู้รับบริการและอัตราการให้บริการ สามารถแบ่งออกได้เป็น 3 ลักษณะ

(1) อัตราการเข้ามาเท่ากับอัตราการให้บริการ เช่น ลูกค้าเข้ามาในแถวคอยทุก ๆ 10 นาที และเวลาในการให้บริการสำหรับลูกค้าแต่ละคนเท่ากับ 10 นาที เช่นกัน ในลักษณะนี้ หน่วยบริการจะถูกใช้ประโยชน์ต่อเนื่องกันและไม่มีแถวคอยเกิดขึ้น

(2) อัตราการเข้ามามากกว่าอัตราการให้บริการ เช่น ลูกค้าเข้ามาในแถวคอยทุก ๆ 10 นาที (6 คน : ชั่วโมง) แต่อัตราการให้บริการเป็น 12 นาทีต่อ 1 คน (5 คน : ชั่วโมง) ในลักษณะนี้ จะมีแถวคอยเกิดขึ้น เนื่องจากมีลูกค้าที่ไม่ได้รับบริการ

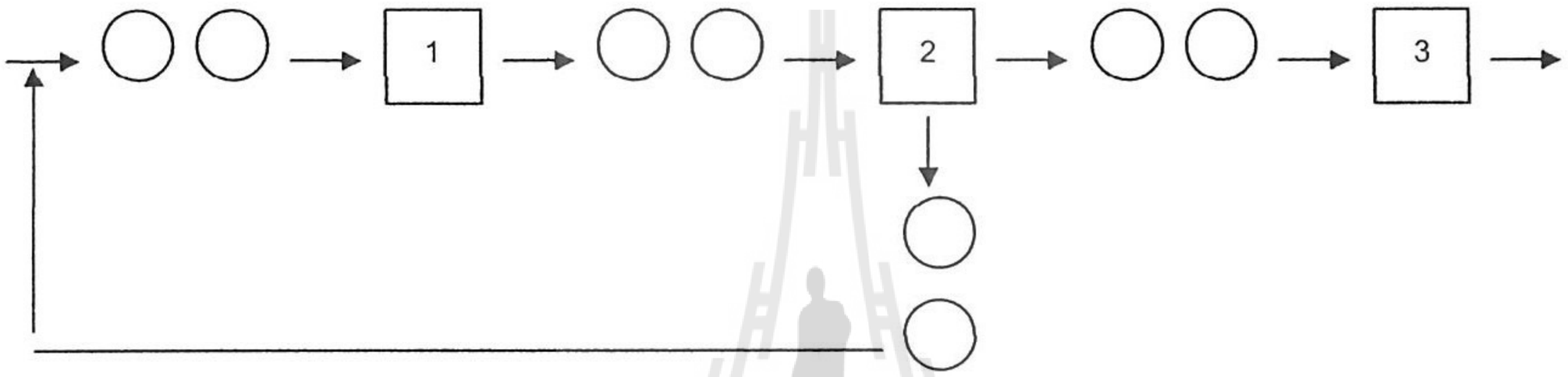
(3) อัตราการเข้ามาน้อยกว่าอัตราการให้บริการ เช่น ลูกค้าเข้ามาในรับบริการ 6 คนต่อชั่วโมง แต่การบริการสามารถให้บริการได้ 8 คนต่อชั่วโมง ในลักษณะนี้ หน่วยบริการจะถูกใช้ประโยชน์เพียงแค่ (6/8๗ * 100 = 75% และไม่มีแถวคอยเกิดขึ้น

7.6 <u>จำนวนผู้ให้บริการคู่ขนาน (Number of Parallel Servers)</u>

ในบางระบบอาจจะมีผู้ให้บริการเพียงหนึ่งเดียวอย่างเช่น รูปแบบการให้บริการในแบบหน่วยบริการช่องเดียว หรือในบางระบบอาจมีมากกว่าหนึ่ง อย่างเช่น รูปแบบการให้บริการในแบบหน่วยบริการหลายช่องและหน่วยบริการหลายช่องแบบขนาน นอกจากนี้ จำนวนผู้ให้บริการอาจไม่คงที่โดยจะแปรเปลี่ยนไปตามจำนวนผู้รับบริการในระบบหรือตามเวลา

7.7 <u>จำนวนขั้นตอนการให้บริการ (Number of Service Stages)</u>

ระบบคิวบางระบบมีขั้นตอนบริการเพียงขั้นตอนเดียว แต่บางระบบอาจประกอบด้วยหลายขั้นตอน อย่างเช่น รูปแบบการให้บริการในแบบอนุกรม ในระบบคิวที่มีหลายขั้นตอน อาจมีกรณีวงรอบเกิดขึ้น เช่น ในระบบสายการผลิตบางระบบ ถ้าสินค้าชนิดใดไม่ได้มาตรฐานตามเกณฑ์ สินค้าชิ้นนั้นจะถูกส่งกลับเข้ากรรมวิธีการผลิตใหม่ ทำให้เกิดวงรอบภายในระบบ



7.8 <u>ตัวแบบแถวคอย (Queuing Models)</u>

การใช้หลักการทางคณิตศาสตร์และสถิติในการอธิบายและวิเคราะห์ผลลัพธ์ของระบบแถวคอย

<u>สัญลักษณ์ที่ใช้</u>

λ = อัตราเข้ามาโดยเฉลี่ย (Average Arrival Rate) - จำนวนผู้ใช้บริการที่เข้ามาโดยเฉลี่ยต่อหนึ่งหน่วยเวลา

μ = อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย (Average Service Rate) - จำนวนผู้ได้รับบริการแล้วเสร็จโดยเฉลี่ยต่อหนึ่งหน่วยเวลา

L = จำนวนลูกค้าที่คาดว่าจะมีในระบบ

L_Q = ความยาวของแถวคอยที่คาดว่าจะมี

W = เวลาที่คาดว่าลูกค้าแต่ละคนจะต้องคอยอยู่ในระบบ

W_Q = เวลาที่คาดว่าลูกค้าแต่ละคนจะต้องคอยอยู่ในแถว

P_n = ความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้า n คนในระบบ

1. ตัวแบบบริการเดี่ยวมาตรฐาน (Standard Single Server Model)

ตัวแบบแถวคอยสำหรับรูปแบบการให้บริการในแบบหน่วยบริการช่องเดียว

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \qquad L_Q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} \qquad W_Q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \qquad P_n = (1-\rho)\rho^n$$

<u>ตัวอย่าง 7.1</u> ถ้าเวลาระหว่างการมาของลูกค้าห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งเป็น 30 นาทีต่อคน และห้างนี้มีพนักงานเก็บเงินเพียง 1 คน และบริการเสร็จในเวลา 20 นาทีต่อคน จงคำนวณหา L, L_Q, W, W_Q, P_0, P_1, P_2

2. ตัวแบบบริการเดี่ยวมาตรฐานหลายช่อง (Standard Multiserver Model)

ตัวแบบแถวคอยสำหรับรูปแบบการให้บริการในแบบหน่วยบริการหลายช่องแบบขนาน

$$L = L_Q + \frac{\lambda}{\mu} \qquad L_Q = \frac{\rho^{c+1} c^c}{c!(1-\rho)^2} P_0 \qquad c = \text{จำนวนผู้ให้บริการ}$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \qquad W_Q = \frac{L_Q}{\lambda} \qquad \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_n = \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \qquad P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^c}{c!}\frac{1}{1-\rho}}$$

7.9 <u>การจำลองระบบแถวคอย</u>

ในการสร้างโมเดลเชิงหลักการ เพื่อแสดงการจำลองระบบงานที่มีลักษณะแถวคอย จะต้องกำหนดกิจกรรมต่าง ๆ ประกอบด้วย

(1) การจัดลำดับการออกจากแถวคอยตามนโยบายการให้บริการ
(2) การเพิ่มองค์ประกอบใหม่เข้าสู่แถวคอย
(3) เวลาที่องค์ประกอบต้องคอยก่อนเข้ารับบริการ
(4) จำนวนขององค์ประกอบในแถวคอย ณ เวลาใด ๆ

ตัวอย่าง 7.2 กำหนดระบบการให้บริการโดยพนักงาน 1 คน ซึ่งให้บริการในแบบแถวคอย โดยมีจำนวนลูกค้าเข้ารับบริการทั้งหมด 5 คน ซึ่งมีเวลาที่มาถึงและระยะเวลาในการใช้บริการ ระดับอภิสิทธิ์และกำหนดการเสร็จงาน แตกต่างกัน ดังนี้

ลูกค้า	A	B	C	D	E
เวลาที่มาถึง	8.13	8.09	8.11	8.15	8.14
การใช้บริการ (นาที)	5	4	1	6	2
ระดับอภิสิทธิ์	1	2	1	2	2
กำหนดการเสร็จงาน	8.21	8.15	8.14	8.30	8.21

แสดงการจำลองด้วยการใช้นโยบายการให้บริการแบบต่าง ๆ และคำนวณหาเวลาที่ลูกค้าแต่ละคนต้องคอยก่อนเข้ารับบริการและจำนวนลูกค้า ณ เวลาที่ให้บริการต่าง ๆ

การบ้าน 7

ข้อ 1 ธนาคารแห่งหนึ่งมีเจ้าหน้าที่บริการลูกค้า 4 คน โดยที่ลูกค้าจะเข้ามารอรับบริการโดยเฉลี่ย 60 คนต่อชั่วโมง โดยจะมีสถานที่เข้าแถวเพียงแถวเดียว ถ้าพนักงานคนใดว่างก่อนก็จะให้บริการลูกค้าคนถัดไป โดยที่เวลาในการให้บริการต่อลูกค้า 1 คนเป็นเวลา 2 นาที คำนวณหา

1.1 จำนวนลูกค้าที่รอเข้ารับบริการโดยเฉลี่ย

1.2 ระยะเวลาที่ลูกค้ารอเข้ารับบริการโดยเฉลี่ย

1.3 ความน่าจะเป็นที่จะไม่มีลูกค้าอยู่ในระบบ

ข้อ 2 ร้านตัดผมแห่งหนึ่งมีช่างตัดผม 1 คน ให้บริการในแบบแถวคอย โดยมีจำนวนเข้ารับบริการในช่วง 9.00 - 10.00 น. ทั้งหมด 6 คน ซึ่งเวลาที่มาถึงและระยะเวลาในการใช้บริการที่แตกต่างกัน ดังนี้

ลูกค้า	ก	ข	ค	ง	จ	ฉ
เวลาที่มาถึง	9.05	9.45	9.21	9.55	9.12	9.15
การใช้บริการ (นาที)	10	8	12	9	8	12

แสดงการจำลองโดยใช้นโยบายการให้บริการในแบบ

2.1 มาก่อน-ออกก่อน

2.2 เวลาน้อยที่สุด

2.3 Round Robin (กำหนด Time Slice = 8 นาที)

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

การออกแบบและการวางแผนการทดลอง (Experimental Design & Planning)

8

เนื้อหา

8.1 การวิเคราะห์ข้อมูลนำเข้า (Input Data Analysis)

8.2 การออกแบบการทดลองทางสถิติ (Statistical Design of Experiments)

8.3 รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทดลอง

8.4 การวางแผนการทดลอง

การศึกษาโดยอาศัยแบบจำลอง สิ่งที่มีความจำเป็นอย่างมากที่เกี่ยวกับตัวแบบจำลอง คือ ข้อมูลที่นำเข้าที่เกี่ยวข้องกับระบบงานจริง เช่น ระบบแถวคอย ข้อมูลนำเข้าที่สำคัญคือ เวลามาถึงของลูกค้าและเวลาในการให้บริการลูกค้า ระบบสินค้าคงคลัง ข้อมูลหลักคือ ความต้องการในสินค้าและระยะเวลาในการจัดส่งสินค้า เป็นต้น

8.1 การวิเคราะห์ข้อมูลนำเข้า (Input Data Analysis)

การวิเคราะห์ข้อมูลนำเข้า เป็นการศึกษาถึงรูปแบบของข้อมูลที่นำเข้าว่ามีการแจกแจงรูปแบบใด ซึ่งลักษณะของข้อมูลส่วนใหญ่จะเป็นค่าไม่แน่นอน ไม่คงที่ และมีได้หลายค่า เมื่อสามารถวิเคราะห์รูปแบบของข้อมูลนำเข้าของระบบงานจริงได้ จะทำให้การกำหนดข้อมูลนำเข้าให้กับแบบจำลองมีรูปแบบที่ชัดเจน และสอดคล้องกับการทำงานของระบบงานจริง ทำให้ได้ผลลัพธ์จากการจำลองที่แสดงให้เห็นถึงการทำงานของระบบงานจริง

การทำงานประกอบด้วย 4 ขั้นตอน

(1) การเก็บรวบรวมข้อมูล (Data Collection)

การศึกษาระบบการทำงานจริง โดยพิจารณาข้อมูลที่มีผลต่อการเปลี่ยนสถานภาพของระบบ และดำเนินการจัดเก็บให้ได้ปริมาณมากพอที่จะให้ตัวแบบจำลองมีความแม่นยำ

(2) การจัดรูปแบบการแจกแจงให้ข้อมูลนำเข้า (*Identifying the Distribution*)

นำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลในขั้นตอนที่ 1 มาพิจารณารูปแบบของการแจกแจง

(3) การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Parameter Estimation)

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงประเภทต่าง ๆ

(4) การทดสอบสภาวะรูปสนิทดี (Goodness Fit of Test)

การทดสอบว่าการแจกแจงของข้อมูลเป็นการแจกแจงประเภทใด ๆ

1. การแจกแจงความน่าจะเป็น (Probability Distribution)

พิจารณาการแจกแจงความน่าจะเป็นหลัก 3 ประเภท

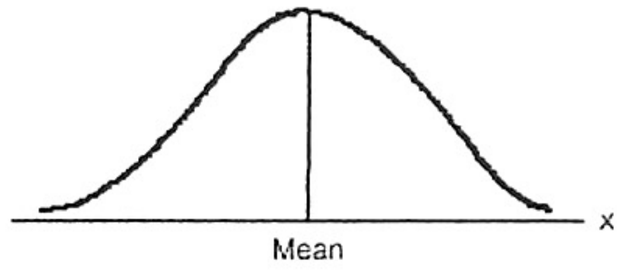
(1) การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

(2) การแจกแจงทวินาม (Binomial Distribution)

(3) การแจกแจงเรขาคณิต (Geometric Distribution)

(1) การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

การแจกแจงที่ขึ้นกับพารามิเตอร์คือ ค่าเฉลี่ย (Mean) = μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) = σ รูปแบบของการแจกแจงจะเป็นเส้นโค้งปกติ (normal curve) เป็นโค้งรูประฆังคว่ำ (bell-shaped curve)



(1) พื้นที่ภายใต้เส้นโค้ง = 1.0 หรือ 100%

(2) เส้นโค้งจะมีลักษณะสมมาตร (symmetric) - พื้นที่ด้านซ้ายมือของค่าเฉลี่ยเท่ากับพื้นที่ด้านขวามือของค่าเฉลี่ย

(3) ปลายทั้งสองข้างของโค้งจะลาดลงโดยไม่สัมผัสแกนนอน โดยปกติค่าของ x จะอยู่ระหว่าง $\mu - 3\sigma$ และ $\mu+3\sigma$ โดยประมาณ พื้นที่ของค่าที่อยู่นอกเหนือจากค่าเหล่านี้จะมีค่าเท่ากับ 0 โดยประมาณ

การแจกแจงปกติมาตรฐาน (Standard Normal Distribution) - การแจกแจงปกติที่ค่าเฉลี่ย = 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 1 ค่าของโค้งปกติ = z เรียกว่า z value หรือ z score

การหาพื้นที่ใต้โค้ง - ค่าความน่าจะเป็น ใช้วิธีการแปลงค่าการแจกแจงปกติ (x) เป็นค่าการแจกแจงปกติมาตรฐาน (z)

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

(2) การแจกแจงทวินาม (Binomial Distribution)

(2.1) การทดลองเบอร์นูลลี่ (Bernoulli Trials)

การทดลองที่ประกอบด้วยผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เพียง 2 ผลลัพธ์คือ ความสำเร็จ (Success) กับความไม่สำเร็จ (Failure) โดยความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จในแต่ละครั้งจะเท่ากับ p และความน่าจะเป็นที่จะเกิดความไม่สำเร็จจะมีค่าเท่ากับ $q = 1 - p$

ตัวอย่าง 8.1 การโยนเหรียญ 1 เหรียญ 1 ครั้ง ถ้ากำหนดให้การที่เหรียญออกหัวเป็นความสำเร็จ จะได้

p = 0.5 *ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะออกหัว*

q = 1 - p = 0.5 *ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะออกก้อย*

ตัวอย่าง 8.2 ในการสุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกจากถุงซึ่งมีลูกบอลสีแดง 3 ลูก สีขาว 5 ลูก ถ้ากำหนดให้การที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงเป็นความสำเร็จ คำนวณหาความน่าจะเป็น p และ q

(2.2) การทดลองทวินาม (Binomial Experiment)

การทดลองที่ประกอบด้วยการทดลองเบอร์นูลลี่ n ครั้ง โดยมีความน่าจะเป็นที่จะได้ผลลัพธ์เป็นสำเร็จ (success) เท่ากับ p ใช้สัญลักษณ์ B(n, p) ซึ่งหมายถึงการทดลอง n ครั้งที่มีความน่าจะเป็นที่จะสำเร็จเท่ากับ p

(1) การทดลองเหมือนกันทั้ง n ครั้ง

(2) ผลลัพธ์มี 2 ค่า - สำเร็จ (success) / ไม่สำเร็จ (failure)

(3) ความน่าจะเป็นของ success = p

ความน่าจะเป็นของ failure = q = 1 - p

(4) การทดลองเป็นอิสระจากกัน

ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลลัพธ์ที่ต้องการหรือสำเร็จ x ครั้งของการทดลองทวินาม B(n, p) ใช้สัญลักษณ์ P(x) จะมีค่าเท่ากับ

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \qquad q = 1 - p$$

$$= \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

<u>ตัวอย่าง 8.3</u> ในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 3 ครั้ง คำนวณหาความน่าจะเป็นที่เหรียญจะออกหัว

1. 2 ครั้ง
2. อย่างน้อย 2 ครั้ง

(3) การแจกแจงเรขาคณิต (Geometric Distribution)

การทดลองสุ่มหลาย ๆ ครั้ง ที่จะกระทำไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะเกิดความสำเร็จ ถ้ากำหนดให้ p เป็นความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จ และ q = 1 - p เป็นความน่าจะเป็นที่จะเกิดความไม่สำเร็จ และ X เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นจำนวนครั้งในการทดลองจะได้ความน่าจะเป็นของ X เท่ากับ

$$P(X = x) = P(x) = q^{x-1} p \qquad ; \ x = 1, 2, 3, \ldots$$

จะได้

$$P(x) \geq 0$$

$$\sum_{x=1}^{\infty} P(x) = 1$$

<u>ตัวอย่าง 8.4</u> การโยนเหรียญ 1 เหรียญจนกว่าเหรียญจะออกหัว

2. <u>การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Parameter Estimation)</u>

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงประเภทต่าง ๆ

การแจกแจง	พารามิเตอร์
ปกติ	μ, σ
ทวินาม	p
เรขาคณิต	p

<u>การคำนวณหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากตารางการแจกแจงความน่าจะเป็น</u>

กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่มและตารางการแจกแจงความน่าจะเป็น

X	x_1	x_2	. . .	x_n
f(X)	$f(x_1)$	$f(x_2)$	. . .	$f(x_n)$

จะได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับผลรวมของผลคูณของตัวแปรสุ่มกับความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มนั้น ๆ

$$\mu = x_1f(x_1) + x_2f(x_2) + \ldots + x_nf(x_n) = \sum x_i f(x_i)$$

หรือ

$$\mu = x_1p_1 + x_2p_2 + \ldots + x_np_n = \sum x_i p_i$$

ความแปรปรวน (Variance) ของ X ใช้สัญลักษณ์ var(X) หรือ σ_X^2

$$\sigma_X^2 = \sum x_i^2 f(x_i) - \mu^2$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) ของ X ใช้สัญลักษณ์ σ_X

<u>ตัวอย่าง 8.5</u> กำหนดตารางการแจกแจงความน่าจะเป็น

X	1	2	3
f(X)	0.3	0.5	0.2

หาค่าของ μ_X σ_X^2 σ_X

3. <u>การทดสอบสภาวะรูปสนิทดี (Goodness Fit of Test)</u>

การทดสอบว่าการแจกแจงของข้อมูลเป็นการแจกแจงประเภทตามที่คาดหมายหรือไม่ มีวิธีที่ใช้ในการทดสอบหลายวิธีโดยใช้หลักการทดสอบสมมติฐาน

<u>การทดสอบไคสแควร์ (Chi-Square Test)</u>

ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน

(1) ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ข้อมูลมีการแจกแจงประเภท ... โดยมีค่าพารามิเตอร์ ...

H_1 : ข้อมูลไม่มีการแจกแจงประเภท ... โดยมีค่าพารามิเตอร์ ...

(2) กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

(3) ใช้ X^2 เป็นสถิติสำหรับการทดสอบ

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

O_i = ค่าความถี่ของข้อมูล (OXbserved Frequency)

E_i = ค่าความถี่คาดหมาย (Expected Frequency) ของข้อมูลที่มีการกระจายแบบสม่ำเสมอ = nP_i

n = จำนวนข้อมูลทั้งหมด

P_i = ความน่าจะเป็นของข้อมูลในช่วงที่ i

k = จำนวนกลุ่มของข้อมูล

(4) สรุปผล

ถ้า $X^2 > X^2_{\alpha,k-s-1}$ ปฏิเสธ H_0

s = จำนวนพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณค่า

<u>ตัวอย่าง 8.6</u> ในการทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ 3 ครั้ง ทั้งหมด 100 รอบ และทำการเก็บข้อมูลจำนวนรอบของจำนวนครั้งที่เหรียญออกหัว ได้ข้อมูลดังนี้

จำนวนครั้งที่ออกหัว	0	1	2	3
จำนวนรอบ	15	22	37	26

ทดสอบว่าการแจกแจงของข้อมูลข้างต้นเป็นการแจกแจงทวินามหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ตัวอย่าง 8.7 ในการทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ ทั้งหมด 100 รอบ และทำการเก็บข้อมูลจำนวนรอบของครั้งที่เหรียญออกหัวครั้งที่ 1, 2 และ 3 ได้ข้อมูลดังนี้

ครั้งที่เหรียญออกหัว	1	2	3
จำนวนรอบ	25	13	21

ทดสอบว่าการแจกแจงของข้อมูลข้างต้นเป็นการแจกแจงเรขาคณิตหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

8.2 การออกแบบการทดลองทางสถิติ (Statistical Design of Experiments)

การกำหนดขั้นตอนสำหรับการดำเนินการทดลองที่ได้มาจากกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ทางสถิติ ขั้นตอนดังกล่าวจะทำให้ได้ข้อมูลมากที่สุดจากผลการทดลองแต่ละครั้ง

การออกแบบการทดลอง ได้มาจากการกำหนดตัวแปรตาม หรือตัวแปรที่ต้องการวัดค่า ซึ่งผู้ทดลองจะต้องทราบว่าตัวแปรตามนั้นมีค่าแปรผันตามปัจจัยอะไรบ้าง อย่างไร และระดับที่เป็นไปได้ของปัจจัยเหล่านี้ การออกแบบการทดลองจะเป็นการกำหนดว่าควรจะดำเนินการอย่างไร ในการกำหนดจำนวนตัวอย่างที่จะเก็บจะขึ้นกับ
ค่าใช้จ่ายและความเชื่อมั่นทางสถิติที่ต้องการ

1. ขั้นตอนการทำงาน

ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนหลัก

(1) การทดลอง (Experiment)

- การระบุปัญหา (Statement of Problem)
- การกำหนดตัวแปรตาม
- การกำหนดตัวแปรที่มีผลต่อการทำงานของระบบ เรียกว่า ปัจจัย (Factor) และค่าต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของปัจจัย เรียกว่า ระดับ (Level)
- การพิจารณาผลกระทบร่วมกันของระดับของปัจจัย ในกรณีที่มีปัจจัยมากกว่าหนึ่ง

(2) การออกแบบ (Design)

- การกำหนดจำนวนข้อมูลที่ต้องการจากการทดลองของแต่ละระดับ
- การกำหนดรูปแบบการทดลอง

- การกำหนดวิธีการสุ่มตัวอย่าง
- การกำหนดรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทดลอง

(3) การวิเคราะห์ผล (Analysis)

- การเก็บและจัดระบบข้อมูล
- การคำนวณค่าสถิติสำหรับการทดสอบที่เหมาะสม - ใช้หลักการวิเคราะห์ความแปรปรวน
- การตีความผลการวิเคราะห์

2. <u>การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance, ANOVA)</u>

เทคนิคในการจัดสรรความแปรปรวนที่เกิดขึ้นในกลุ่มของข้อมูลออกเป็นส่วนย่อยต่าง ๆ ตามแหล่งที่ทำให้เกิดความแปรปรวน สมการเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวน คือ

ความแปรผันทั้งหมด = ความแปรผันจากปัจจัย + ความแปรผันโดยธรรมชาติของข้อมูล

สมการดังกล่าว ได้จากข้อคิดที่ว่าความแตกต่างกันของข้อมูลอาจมีมาจากสาเหตุของความแปรผันโดยธรรมชาติของข้อมูล (หรือความผิดพลาดแบบสุ่ม) เพียงอย่างเดียว หรืออาจจะมาจากการที่ปัจจัยหนึ่งปัจจัยใดหรือหลาย ๆ ปัจจัยทำให้เกิดความแปรผัน ทำให้สามารถสร้างสมการได้ 4 ลักษณะ

(1) ถ้าความแปรผันในข้อมูลนั้นเกิดขึ้นโดยธรรมชาติ จะได้สมการ

$$Y_i = \mu + \varepsilon_i$$

ค่า Y_i จะแตกต่างจากค่าเฉลี่ยของประชากร μ ด้วยค่าความผิดพลาดแบบสุ่ม ε_i

(2) ถ้าจากการทดลองหรือการเก็บรวบรวมข้อมูล พบว่าความแปรผันของข้อมูลมาจากปัจจัยตัวหนึ่ง จะได้สมการ

$$Y_{ij} = \mu + T_j + \varepsilon_{ij}$$

ค่า Y_i จะแตกต่างจากค่าเฉลี่ยของประชากร μ ด้วยความแปรผันจากปัจจัย T และค่าความผิดพลาดแบบสุ่ม ε

(3) ถ้าจากการทดลองพบว่า ความแปรผันของข้อมูลเกิดจากปัจจัย n ตัวที่ทำให้เกิดความแปรผันในข้อมูล จะได้สมการ

$$Y_{ijk} = \mu + T_j + N_k + \ldots + \varepsilon_{ijk}$$

(4) ถ้าความแปรผันของข้อมูล เนื่องมาจากปัจจัย 2 ปัจจัยและอิทธิพลร่วมกันของปัจจัย จะได้สมการ

$$Y_{ijk} = \mu + T_j + N_k + TN_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

สมการ Y เป็น รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทดลองซึ่งได้จากการจัดสรรความแปรผันออกเป็นส่วน ๆ ตามที่มาของแหล่งที่ทำให้เกิดความแปรผัน

จากรูปแบบของ Y การวิเคราะห์กระทำโดยการหาขนาดของความแปรผันของปัจจัยในรูปของผลบวกกำลังสอง (Sum of Square) เทียบกับขนาดของความผิดพลาดแบบสุ่มในรูปของผลบวกกำลังสอง เพื่อพิจารณาว่าขนาดของความแปรผันของปัจจัยนั้น ๆ มีนัยสำคัญทางสถิติที่จะยอมรับว่าปัจจัยนั้น ๆ มีอิทธิพลที่ทำให้เกิดความแปรผัน

ในข้อมูลจริง ๆ โดยใช้สถิติในการทดสอบคือ ตัวสถิติ F โดยที่

$$F = \frac{\text{ผลบวกกำลังสองของปัจจัย / องศาความอิสระของปัจจัย}}{\text{ผลบวกกำลังสองของความผิดพลาดแบบสุ่ม / องศาความอิสระของความผิดพลาดแบบสุ่ม}}$$

เปรียบเทียบค่า F ที่คำนวณได้กับค่า $F_{\alpha, a, b}$ จากตารางการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ F โดยที่ α = ระดับนัยสำคัญ a = องศาความอิสระของปัจจัย b = องศาความอิสระของความผิดพลาดแบบสุ่ม

ถ้า $F > F_{\alpha, a, b}$ ยอมรับอิทธิพลของปัจจัย และถ้า $F \leq F_{\alpha, a, b}$ ปฏิเสธอิทธิพลของปัจจัย

<u>ตัวอย่าง 8.8</u> การศึกษาความสามารถในการผลิตของช่างในโรงงานแห่งหนึ่งซึ่งมีช่างจำนวน 3 คนคือ A, B, C

(1) การทดลอง (Experiment)

- การระบุปัญหา

  ตั้งสมมติฐานว่าช่างแต่ละคนมีความสามารถในการผลิตไม่เท่ากัน และทำการศึกษาว่าไม่เหมือนกันอย่างไร

- การกำหนดตัวแปรตาม

  ตัวแปรตาม = ผลผลิตต่อวันของช่างทั้ง 3 คน

- การกำหนดปัจจัยและระดับของปัจจัย

  ปัจจัย = ความสามารถของช่าง ระดับของปัจจัย = 3 ระดับ

- การพิจารณาผลกระทบร่วมกันของระดับของปัจจัย ในกรณีที่มีปัจจัยมากกว่าหนึ่ง

  ไม่มี เนื่องจากมีปัจจัยเดียว

(2) การออกแบบ (Design)

- การกำหนดจำนวนข้อมูลที่ต้องการจากการทดลองของแต่ละระดับ

  เลือก ผลผลิต / วัน / คน เป็นเวลา 4 วัน

- การกำหนดรูปแบบการทดลอง

  แบบสุ่ม คือ สุ่มเลือก 4 วันใดก็ได้สำหรับแต่ละคน

- การกำหนดวิธีการสุ่มตัวอย่าง

  ใช้ตารางตัวเลขแบบสุ่ม

- การกำหนดรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทดลอง

  การวิเคราะห์ความแปรปรวน ในกรณีที่มีปัจจัย 1 ปัจจัยที่ทำให้เกิดความแผันแปรของข้อมูล

$$Y_{ij} = \mu + T_j + \varepsilon_{ij} \qquad i = 1,2,3,4 \qquad j = 1,2,3$$

โดยที่ Y_{ij} = ผลผลิตของช่างคนที่ j ในวันที่ i

μ = ค่าเฉลี่ยของประชากร

T_j = ความสามารถของช่างคนที่ j

ε_{ij} = ความผิดพลาดแบบสุ่มของผลผลิตในวันที่ i ของช่างคนที่ j

(3) การวิเคราะห์ผล (Analysis)

- การเก็บและจัดระบบข้อมูล

วันที่	ผลผลิตต่อวัน		
	A (1)	B (2)	C (3)
1	170	168	175
2	173	162	175
3	175	165	175
4	170	164	183

รวม	688	659	713
ค่าเฉลี่ย	172.0	164.8	178.3

- การคำนวณค่าสถิติสำหรับการทดสอบที่เหมาะสม - ใช้หลักการวิเคราะห์ความแปรปรวน

ความแปรปรวน	องศาความอิสระ	ผลรวมกำลังสอง
ความสามารถของช่าง	2	365.2
ความผิดพลาดแบบสุ่ม	9	88.5

จะได้

$$F = \frac{\text{ผลบวกกำลังสองของปัจจัย / องศาความอิสระของปัจจัย}}{\text{ผลบวกกำลังสองของความผิดพลาดแบบสุ่ม / องศาความอิสระของความผิดพลาดแบบสุ่ม}}$$

$$= \frac{365.2 / 2}{88.5/9} = 182.6 / 9.83 = 18.58$$

- การตีความผลการวิเคราะห์ - ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$F_{\alpha, a, b} = F_{0.05, 2, 9} = 4.26$

$F > 4.26$ สรุปได้ว่าผลผลิตต่อวันของช่างแต่ละคนที่ไม่เท่ากัน มีผลมาจากความสามารถในการผลิตของช่างที่ไม่เท่ากัน

8.3 <u>รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทดลอง</u>

(1) Completely Randomized Design (CRD)

(2) Randomized Block Design (RBD)

(3) Factorial Design (FD)

1. <u>Completely Randomized Design (CRD)</u>

ใช้สำหรับในกรณีที่ ตัวแปรตามที่ความผันแปรเนื่องจากปัจจัยเดียวซึ่งมีหลายระดับ การเลือกระดับสำหรับการทดลองแต่ละครั้งจะกระทำแบบสุ่ม จำนวนข้อมูลที่แต่ละระดับไม่จำเป็นต้องเท่ากัน

รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของ CRD สำหรับจำนวนข้อมูล n ตัวที่แต่ละระดับและจำนวนระดับ k คือ

$$Y_{ij} = \mu + T_j + \varepsilon_{ij} \qquad i = 1,2,\ldots, n \qquad j = 1,2,\ldots, k$$

การคำนวณหาค่าสถิติสำหรับการทดสอบ F ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน

(1) คำนวณหาค่า T โดยที่

$$T = \sum_j \sum_i Y_{ij}$$

(2) คำนวณผลบวกกำลังสองทั้งหมด (Sum of Squares Total, SS_T)

$$SS_T = \sum_j \sum_i Y_{ij}^2 - \frac{T^2}{nk}$$

องศาความอิสระทั้งหมด

$$\nu_T = nk - 1$$

(3) คำนวณผลบวกกำลังสองของปัจจัย SS_{Tr}

$$SS_{Tr} = \sum_j \frac{Y_j^2}{n} - \frac{T^2}{nk}$$

$$Y_j = \sum_i Y_{ij}$$

องศาความอิสระของปัจจัย

$$\nu_{Tr} = k - 1$$

(4) คำนวณผลบวกกำลังสองของความผิดพลาดแบบสุ่ม SS_E

$$SS_E = SS_T - SS_{Tr}$$

องศาความอิสระ

$$\nu_E = \nu_T - \nu_{Tr}$$

(5) หาค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสอง (Mean Square, MS)

$$MS_{Tr} = SS_{Tr} / \nu_{Tr}$$

$$MS_E = SS_E / \nu_E$$

(6) คำนวณค่าสถิติสำหรับทดสอบ F

$$F = MS_{Tr} / MS_E$$

ถ้า $F > F_{\alpha,\nu_{Tr},\nu_E}$ ยอมรับอิทธิพลของปัจจัย และถ้า$F \le F_{\alpha,\nu_{Tr},\nu_E}$ ปฏิเสธอิทธิพลของปัจจัย

<u>ตัวอย่าง 8.9</u>

ในระบบการให้บริการลูกค้า เพื่อทดสอบนโยบายการให้บริการซึ่งประกอบด้วย FIFO, ให้บริการแบบสุ่มและ LIFO ว่ามีผลต่อจำนวนลูกค้าในระบบเมื่อสิ้นสุด 1 ชั่วโมงหรือไม่ ให้ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวแปรตามคือ จำนวนลูกค้าหลังจาก 1 ชั่วโมง ปัจจัยมีปัจจัยเดียวคือ นโยบายการให้บริการ ระดับของปัจจัยมี 3 ระดับ ในการเก็บข้อมูลใช้วิธีการเก็บข้อมูลแบบสุ่ม โดยทำการรันแบบจำลองเป็นเวลา 1 ชั่วโมงและทำการรัน 4 ครั้งสำหรับแต่ละนโยบาย จะได้จำนวนลูกค้าของแต่ละนโยบายในการรันแต่ละครั้ง ดังนี้

ครั้งที่	จำนวนลูกค้า (หลังจาก 1 ชั่วโมง)		
	FIFO	สุ่ม	LIFO
1	50	32	80
2	48	18	73
3	61	64	54
4	58	72	63
รวม	217	186	270

จากตารางข้างต้น จะได้ $SS_T = 3391.4$ และ $SS_{Tr} = 902.17$

2. Randomized Block Design (RBD)

ในงานที่ใช้การจำลอง ในบางครั้งอาจจะมีปัจจัยบางตัวที่ไม่อาจควบคุมได้หรือไม่อยู่ในความสนใจของผู้วิเคราะห์ และถ้าคิดว่าอิทธิพลของปัจจัยตัวที่ไม่สนใจนั้นไม่ใช่ค่าคงที่และน่าจะมีขนาดมากพอที่จะทำให้เกิดความผันแปรของข้อมูล สามารถใช้วิธีของ RBD ในการขจัดอิทธิพลของปัจจัยที่ไม่ต้องการซึ่งเรียกว่า Block ออกไปก่อนที่จะวิเคราะห์อิทธิพลของปัจจัยที่ต้องการ การทดลองต้องกระทำที่ทุกระดับของปัจจัยที่ต้องการและทุกระดับของปัจจัยที่ไม่ต้องการ การทดลองแต่ละครั้งจะทำการเลือกระดับสำหรับการทดลองแบบสุ่ม

3. Factorial Design (FD)

เมื่อตัวแปรตามที่ค่าแปรผันเนื่องมาจากอิทธิพลของปัจจัยตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป การออกแบบการทดลองจะใช้ FD โดยจะต้องทำการเก็บข้อมูลที่ทุกระดับของปัจจัยและยอมรับว่าการอยู่ร่วมกันของปัจจัยอาจมีอิทธิพลต่อความผันแปรของข้อมูลเช่นเดียวกับปัจจัยตัวใดตัวหนึ่ง การเก็บข้อมูลใช้วิธีการแบบสุ่ม

8.4 การวางแผนการทดลอง

ในการทดลองด้วยแบบจำลอง จะต้องพิจารณาจำนวนครั้งที่จะทำการทดลอง เนื่องจากความแปรผันของข้อมูลซึ่งเป็นลักษณะของข้อมูลส่วนมากของแบบจำลอง จะสามารถวิเคราะห์ได้ด้วยความเชื่อมั่นว่าเป็นผลเนื่องมาจากปัจจัยหรือธรรมชาติของข้อมูลเอง จะต้องมีการกำหนดจำนวนครั้งในการทำงานที่เหมาะสม ซึ่งจะเป็นผลโดยตรงกับค่าใช้จ่ายในการจำลอง

นอกเหนือจากการพิจารณาจำนวนครั้งแล้ว จะต้องพิจารณาว่าข้อมูลที่ได้จากการจำลองแต่ละครั้งควรเก็บข้อมูลที่จุดใด เนื่องจากการหาข้อมูลจากแบบจำลองจะต่างจากการหาข้อมูลจากระบบจริง สำหรับระบบจริงจะได้ข้อมูลที่เกิดขึ้นจากสภาพการใช้งานจริงขณะนั้นของระบบ แต่การเก็บข้อมูลจากแบบจำลองจะต้องรอจนกว่าสภาวะของแบบจำลองจะเข้าสู่สภาวะคงตัว (Steady State) แล้วจึงเก็บข้อมูล เพื่อจะได้ข้อมูลของแบบจำลองที่มีสภาวะการทำงานที่ใกล้เคียงกับสภาวะปกติของระบบจริง

ในการวางแผนการทดลองมีสิ่งที่ต้องพิจารณา 2 สิ่ง ประกอบด้วย

(1) สภาวะแปรเปลี่ยนและสภาวะคงตัว (Transient & Steady State Conditions)

(2) จำนวนข้อมูล

การบ้าน 8

ข้อ 1 ความน่าจะเป็นที่นางสาว ข. จะปาเป้าเข้าเท่ากับ 1/3 ถ้า ข. ปาเป้า 7 ครั้ง คำนวณหาความน่าจะเป็นที่ ข. จะปาเข้าเป้า

1.1 3 ครั้ง

1.2 อย่างน้อย 1 ครั้ง

ข้อ 2 ถ้าความน่าจะเป็นที่จรวดจะถูกยิงเข้าตรงเป้าหมายเท่ากับ 0.2 และถ้ามีการยิงจรวดซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ครั้งจนกว่าจะเข้าเป้าหมาย คำนวณหาความน่าจะเป็นที่ยิงเข้าเป้าตั้งแต่ครั้งที่ 3 เป็นต้นไป

ข้อ 3 กำหนด ความน่าจะเป็นที่นาย ก จะชู้ตบาสลงห่วง p = 1/3 เมื่อทำการทดสอบให้นาย ก ชู้ตบาส 4 ครั้ง จำนวน 50 รอบ ได้ข้อมูลเป็นจำนวนรอบของจำนวนครั้งที่ นาย ก ชู้ตบาสลงห่วง ดังนี้

จำนวนครั้งที่ออกหัว	0	1	2	3	4
จำนวนรอบ	4	18	13	10	5

ทดสอบว่าการแจกแจงของข้อมูลข้างต้นเป็นการแจกแจงทวินามหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ข้อ 4 ในการจำลองเพื่อทดสอบอิทธิพลของปัจจัย 1 ปัจจัยที่มีผลต่อตัวแปรตาม โดยการทดลองแบบ CRD ซึ่งทำการทดลองสำหรับแต่ละระดับ 2 ครั้ง ได้ผลลัพธ์ ดังนี้

ครั้งที่	ค่าของตัวแปรตาม		
	ระดับ 0	ระดับ 1	ระดับ 2
1	19.5	28.1	37.4
2	20.6	31.6	41.8
รวม	40.1	59.7	79.2

แสดงการทดสอบอิทธิพลของปัจจัยด้วยวิธีการ CRD

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

9

การออกแบบและวางแผนการทดลอง
(Experimental Design & Planning)

เนื้อหา

9.1 การออกแบบการทดลองทางสถิติ (Statistical Design of Experiments)

9.2 รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทดลอง

9.3 การวางแผนการทดลอง

9.4 การประยุกต์ใช้งาน

หลังจากที่ได้แบบจำลองมาแล้ว จะต้องมีการออกแบบและวางแผนการทดลองก่อนที่จะดำเนินการทดลองกับแบบจำลอง เนื่องจากมีสิ่งที่ต้องพิจารณา 2 ประการ คือ

(1) การใช้งานผลการทดลอง

(1.1) ทดสอบความถูกต้อง - กระทำได้โดยการใส่เงื่อนไขต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นกับระบบงานจริงให้กับแบบจำลอง เพื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองกับผลลัพธ์จากระบบงานจริง ถ้ามีความใกล้เคียงที่ยอมรับได้จะถือว่าแบบจำลองถูกต้อง ความเชื่อมั่นในความถูกต้องของแบบจำลองจะขึ้นกับ

- จำนวนครั้งในการทดลอง
- เงื่อนไขที่ใช้ในการทดลอง
- จำนวนข้อมูล

(1.2) หาผลลัพธ์ - จำนวนข้อมูลที่มากจะช่วยให้เกิดความมั่นใจในผลลัพธ์

(2) ค่าใช้จ่ายในการทดลอง ขึ้นกับ

- จำนวนครั้งในการทดลอง
- เงื่อนไขที่ใช้ในการทดลอง
- จำนวนข้อมูล

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

9.1 การออกแบบการทดลองทางสถิติ (Statistical Design of Experiments)

การกำหนดขั้นตอนสำหรับการดำเนินการทดลองที่ได้มาจากกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ทางสถิติ ขั้นตอนดังกล่าวจะทำให้ได้ข้อมูลมากที่สุดจากผลการทดลองแต่ละครั้ง

การออกแบบการทดลอง ได้มาจากการกำหนดตัวแปรตาม หรือตัวแปรที่ต้องการวัดค่า ซึ่งผู้ทดลองจะต้องทราบว่าตัวแปรตามนั้นมีค่าแปรผันตามปัจจัยอะไรบ้าง อย่างไร และระดับที่เป็นไปได้ของปัจจัยเหล่านี้ การออกแบบการทดลองจะเป็นการกำหนดว่าควรจะดำเนินการอย่างไร ในการกำหนดจำนวนตัวอย่างที่จะเก็บจะขึ้นกับค่าใช้จ่ายและความเชื่อมั่นทางสถิติที่ต้องการ

ขั้นตอนการทำงาน

ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนหลัก

(1) การทดลอง (Experiment)

- การระบุปัญหา (Statement of Problem)
- การกำหนดตัวแปรตาม
- การกำหนดตัวแปรที่มีผลต่อการทำงานของระบบ เรียกว่า ปัจจัย (Factor) และค่าต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของปัจจัย เรียกว่า ระดับ (Level)
- การพิจารณาผลกระทบร่วมกันของระดับของปัจจัย ในกรณีที่มีปัจจัยมากกว่าหนึ่ง

(2) การออกแบบ (Design)

- การกำหนดจำนวนข้อมูลที่ต้องการจากการทดลองของแต่ละระดับ
- การกำหนดรูปแบบการทดลอง
- การกำหนดวิธีการสุ่มตัวอย่าง
- การกำหนดรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทดลอง

(3) การวิเคราะห์ผล (Analysis)

- การเก็บและจัดระบบข้อมูล
- การคำนวณค่าสถิติสำหรับการทดสอบที่เหมาะสม - ใช้หลักการวิเคราะห์ความแปรปรวน
- การตีความผลการวิเคราะห์

การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance, ANOVA)

เทคนิคในการจัดสรรความแปรปรวนที่เกิดขึ้นในกลุ่มของข้อมูลออกเป็นส่วนย่อยต่าง ๆ ตามแหล่งที่ทำให้เกิดความแปรปรวน สมการเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวน คือ

ความแปรผันทั้งหมด = ความแปรผันจากปัจจัย + ความแปรผันโดยธรรมชาติของข้อมูล

สมการดังกล่าว ได้จากข้อคิดที่ว่าความแตกต่างกันของข้อมูลอาจมีมาจากสาเหตุของความแปรผันโดยธรรมชาติของข้อมูล (หรือความผิดพลาดแบบสุ่ม) เพียงอย่างเดียว หรืออาจจะมาจากการที่ปัจจัยหนึ่งปัจจัยใดหรือหลาย ๆ ปัจจัยทำให้เกิดความแปรผัน ทำให้สามารถสร้างสมการได้ 4 ลักษณะ

(1) ถ้าความแปรผันในข้อมูลนั้นเกิดขึ้นโดยธรรมชาติ จะได้สมการ

$$Y_i = \mu + \varepsilon_i$$

ค่า Y_i จะแตกต่างจากค่าเฉลี่ยของประชากร μ ด้วยค่าความผิดพลาดแบบสุ่ม ε_i

(2) ถ้าจากการทดลองหรือการเก็บรวบรวมข้อมูล พบว่าความแปรผันของข้อมูลมาจากปัจจัยตัวหนึ่ง จะได้สมการ

$$Y_{ij} = \mu + T_j + \varepsilon_{ij}$$

ค่า Y_i จะแตกต่างจากค่าเฉลี่ยของประชากร μ ด้วยความแปรผันจากปัจจัย T และค่าความผิดพลาดแบบสุ่ม ε

(3) ถ้าจากการทดลองพบว่า ความแปรผันของข้อมูลเกิดจากปัจจัย n ตัวที่ทำให้เกิดความแปรผันในข้อมูล จะได้สมการ

$$Y_{ijk} = \mu + T_j + N_k + \ldots + \varepsilon_{ijk}$$

(4) ถ้าความแปรผันของข้อมูล เนื่องมาจากปัจจัย 2 ปัจจัยและอิทธิพลร่วมกันของปัจจัย จะได้สมการ

$$Y_{ijk} = \mu + T_j + N_k + TN_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

สมการ Y เป็น รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทดลองซึ่งได้จากการจัดสรรความแปรผันออกเป็นส่วน ๆ ตามที่มาของแหล่งที่ทำให้เกิดความแปรผัน

จากรูปแบบของ Y การวิเคราะห์กระทำโดยการหาขนาดของความแปรผันของปัจจัยในรูปของผลบวกกำลังสอง (Sum of Square) เทียบกับขนาดของความผิดพลาดแบบสุ่มในรูปของผลบวกกำลังสอง เพื่อพิจารณาว่าขนาดของความแปรผันของปัจจัยนั้น ๆ มีนัยสำคัญทางสถิติที่จะยอมรับว่าปัจจัยนั้น ๆ มีอิทธิพลที่ทำให้เกิดความแปรผันในข้อมูลจริง ๆ โดยใช้สถิติในการทดสอบคือ ตัวสถิติ F โดยที่

$$F = \frac{\text{ผลบวกกำลังสองของปัจจัย / องศาความอิสระของปัจจัย}}{\text{ผลบวกกำลังสองของความผิดพลาดแบบสุ่ม / องศาความอิสระของความผิดพลาดแบบสุ่ม}}$$

เปรียบเทียบค่า F ที่คำนวณได้กับค่า $F_{\alpha, a, b}$ จากตารางการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ F โดยที่ α = ระดับนัยสำคัญ a = องศาความอิสระของปัจจัย b = องศาความอิสระของความผิดพลาดแบบสุ่ม

ถ้า $F > F_{\alpha, a, b}$ ยอมรับอิทธิพลของปัจจัย และถ้า $F \leq F_{\alpha, a, b}$ ปฏิเสธอิทธิพลของปัจจัย

ตัวอย่าง 9.1 การศึกษาความสามารถในการผลิตของช่างในโรงงานแห่งหนึ่งซึ่งมีช่างจำนวน 3 คนคือ A, B, C

(1) การทดลอง (Experiment)

- การระบุปัญหา

  ตั้งสมมติฐานว่าช่างแต่ละคนมีความสามารถในการผลิตไม่เท่ากัน และทำการศึกษาว่าไม่เหมือนกันอย่างไร

- การกำหนดตัวแปรตาม

  ตัวแปรตาม = ผลผลิตต่อวันของช่างทั้ง 3 คน

- การกำหนดปัจจัยและระดับของปัจจัย

  ปัจจัย = ความสามารถของช่าง ระดับของปัจจัย = 3 ระดับ

- การพิจารณาผลกระทบร่วมกันของระดับของปัจจัย ในกรณีที่มีปัจจัยมากกว่าหนึ่ง

  ไม่มี เนื่องจากมีปัจจัยเดียว

(2) การออกแบบ (Design)

- การกำหนดจำนวนข้อมูลที่ต้องการจากการทดลองของแต่ละระดับ

  เลือก ผลผลิต / วัน / คน เป็นเวลา 4 วัน

- การกำหนดรูปแบบการทดลอง

  แบบสุ่ม คือ สุ่มเลือก 4 วันใดก็ได้สำหรับแต่ละคน

- การกำหนดวิธีการสุ่มตัวอย่าง

  ใช้ตารางตัวเลขแบบสุ่ม

- การกำหนดรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทดลอง

  การวิเคราะห์ความแปรปรวน ในกรณีที่มีปัจจัย 1 ปัจจัยที่ทำให้เกิดความผันแปรของข้อมูล

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

$$Y_{ij} = \mu + T_j + \varepsilon_{ij} \qquad i = 1,2,3,4 \qquad j = 1,2,3$$

โดยที่ Y_{ij} = ผลผลิตของช่างคนที่ j ในวันที่ i

μ = ค่าเฉลี่ยของประชากร

T_j = ความสามารถของช่างคนที่ j

ε_{ij} = ความผิดพลาดแบบสุ่มของผลผลิตในวันที่ i ของช่างคนที่ j

(3) การวิเคราะห์ผล (Analysis)

- การเก็บและจัดระบบข้อมูล

วันที่	ผลผลิตต่อวัน		
	A (1)	B (2)	C (3)
1	170	168	175
2	173	162	175
3	175	165	175
4	170	164	183
รวม	688	659	713
ค่าเฉลี่ย	172.0	164.8	178.3

- การคำนวณค่าสถิติสำหรับการทดสอบที่เหมาะสม - ใช้หลักการวิเคราะห์ความแปรปรวน

ความแปรปรวน	องศาความอิสระ	ผลรวมกำลังสอง
ความสามารถของช่าง	2	365.2
ความผิดพลาดแบบสุ่ม	9	88.5

จะได้

$$F = \frac{\text{ผลบวกกำลังสองของปัจจัย / องศาความอิสระของปัจจัย}}{\text{ผลบวกกำลังสองของความผิดพลาดแบบสุ่ม / องศาความอิสระของความผิดพลาดแบบสุ่ม}}$$

$$= \frac{365.2 / 2}{88.5/9} = 182.6 / 9.83 = 18.58$$

- การตีความผลการวิเคราะห์ - ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$F_{\alpha, a, b} = F_{0.05, 2, 9} = 4.26$

$F > 4.26$ สรุปได้ว่าผลผลิตต่อวันของช่างแต่ละคนที่ไม่เท่ากัน มีผลมาจากความสามารถในการผลิตของช่างที่ไม่เท่ากัน

9.2 รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทดลอง

(1) Completely Randomized Design (CRD)

(2) Randomized Block Design (RBD)

(3) Factorial Design (FD)

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Completely Randomized Design (CRD)

ใช้สำหรับในกรณีที่ ตัวแปรตามที่ความผันแปรเนื่องจากปัจจัยเดียวซึ่งมีหลายระดับ การเลือกระดับสำหรับการทดลองแต่ละครั้งจะกระทำแบบสุ่ม จำนวนข้อมูลที่แต่ละระดับไม่จำเป็นต้องเท่ากัน

รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของ CRD สำหรับจำนวนข้อมูล n ตัวที่แต่ละระดับและจำนวนระดับ k คือ

$$Y_{ij} = \mu + T_j + \varepsilon_{ij} \qquad i = 1,2,...,\ n \qquad j = 1,2,...,\ k$$

การคำนวณหาค่าสถิติสำหรับการทดสอบ F ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน

(1) คำนวณหาค่า T โดยที่

$$T = \sum_j \sum_i Y_{ij}$$

(2) คำนวณผลบวกกำลังสองทั้งหมด (Sum of Squares Total, SS_T)

$$SS_T = \sum_j \sum_i Y_{ij}^2 - \frac{T^2}{nk}$$

องศาความอิสระทั้งหมด

$$\nu_T = nk - 1$$

(3) คำนวณผลบวกกำลังสองของปัจจัย SS_{Tr}

$$SS_{Tr} = \sum_j \frac{Y_j^2}{n} - \frac{T^2}{nk}$$

$$Y_j = \sum_i Y_{ij}$$

องศาความอิสระของปัจจัย

$$\nu_{Tr} = k - 1$$

(4) คำนวณผลบวกกำลังสองของความผิดพลาดแบบสุ่ม SS_E

$$SS_E = SS_T - SS_{Tr}$$

องศาความอิสระ

$$\nu_E = \nu_T - \nu_{Tr}$$

(5) หาค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสอง (Mean Square, MS)

$$MS_{Tr} = SS_{Tr} / \nu_{Tr}$$

$$MS_E = SS_E / \nu_E$$

(6) คำนวณค่าสถิติสำหรับทดสอบ F

$$F = MS_{Tr} / MS_E$$

ถ้า $F > F_{\alpha,\nu_{Tr},\nu_E}$ ยอมรับอิทธิพลของปัจจัย และถ้า$F \le F_{\alpha,\nu_{Tr},\nu_E}$ ปฏิเสธอิทธิพลของปัจจัย

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

แบบฝึกหัด 9.1

ในระบบการให้บริการลูกค้า เพื่อทดสอบนโยบายการให้บริการซึ่งประกอบด้วย FIFO, ให้บริการแบบสุ่มและ LIFO ว่ามีผลต่อจำนวนลูกค้าในระบบเมื่อสิ้นสุด 1 ชั่วโมงหรือไม่ ให้ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวแปรตามคือ จำนวนลูกค้าหลังจาก 1 ชั่วโมง ปัจจัยมีปัจจัยเดียวคือ นโยบายการให้บริการ ระดับของปัจจัยมี 3 ระดับ ในการเก็บข้อมูลใช้วิธีการเก็บข้อมูลแบบสุ่ม โดยทำการรันแบบจำลองเป็นเวลา 1 ชั่วโมงและทำการรัน 4 ครั้งสำหรับแต่ละนโยบาย จะได้จำนวนลูกค้าของแต่ละนโยบายในการรันแต่ละครั้ง ดังนี้

ครั้งที่	จำนวนลูกค้า (หลังจาก 1 ชั่วโมง)		
	FIFO	สุ่ม	LIFO
1	50	32	80
2	48	18	73
3	61	64	54
4	58	72	63
รวม	217	186	270

จากตารางข้างต้น จะได้ $SS_T = 3391.4$ และ $SS_{Tr} = 902.17$

Randomized Block Design (RBD)

ในงานที่ใช้การจำลอง ในบางครั้งอาจจะมีปัจจัยบางตัวที่ไม่อาจควบคุมได้หรือไม่อยู่ในความสนใจของผู้วิเคราะห์ และถ้าคิดว่าอิทธิพลของปัจจัยตัวที่ไม่สนใจนั้นไม่ใช่ค่าคงที่และน่าจะมีขนาดมากพอที่จะทำให้เกิดความผันแปรของข้อมูล สามารถใช้วิธีของ RBD ในการขจัดอิทธิพลของปัจจัยที่ไม่ต้องการซึ่งเรียกว่า Block ออกไปก่อนที่จะวิเคราะห์อิทธิพลของปัจจัยที่ต้องการ การทดลองต้องกระทำที่ทุกระดับของปัจจัยที่ต้องการและทุกระดับของปัจจัยที่ไม่ต้องการ การทดลองแต่ละครั้งจะทำการเลือกระดับสำหรับการทดลองแบบสุ่ม

รูปแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับ RBD ที่มีปัจจัยที่ไม่ต้องการ 1 ตัวซึ่งมี n ระดับ และปัจจัยที่ต้องการ 1 ตัวซึ่งมี k ระดับคือ

$$Y_{ij} = \mu + B_i + T_j + \varepsilon_{ij} \qquad i = 1,2,\ldots, n \qquad j = 1,2,\ldots, k$$

การคำนวณหาค่าสถิติสำหรับการทดสอบ F ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน

(1) คำนวณหาค่า T โดยที่

$$T = \sum_j \sum_i Y_{ij}$$

(2) คำนวณผลบวกกำลังสองทั้งหมด (Sum of Squares Total, SS_T)

$$SS_T = \sum_j \sum_i Y_{ij}^2 - \frac{T^2}{nk}$$

องศาความอิสระทั้งหมด

$$\nu_T = nk - 1$$

(3) คำนวณผลบวกกำลังสองของปัจจัย SS_{Tr}

$$SS_{Tr} = \sum_j \frac{Y_j^2}{n} - \frac{T^2}{nk} \qquad Y_j = \sum_i Y_{ij}$$

องศาความอิสระ

$$\nu_{Tr} = k - 1$$

(4) คำนวณผลบวกกำลังสองของ Block SS_{B1}

$$SS_{B1} = \sum_i \frac{Y_i^2}{k} - \frac{T^2}{nk} \qquad Y_j = \sum_i Y_{ij}$$

องศาความอิสระ

$$\nu_{B1} = n - 1$$

(5) คำนวณผลบวกกำลังสองของความผิดพลาดแบบสุ่ม SS_E

$$SS_E = SS_T - SS_{Tr} - SS_{B1}$$

องศาความอิสระ

$$\nu_E = \nu_T - \nu_{Tr} - \nu_{B1}$$

(6) หาค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสอง (Mean Square, MS)

$$MS_{Tr} = SS_{Tr} / \nu_{Tr}$$

$$MS_{B1} = SS_{B1} / \nu_{B1}$$

$$MS_E = SS_E / \nu_E$$

(7) คำนวณค่าสถิติสำหรับทดสอบ F

$$F_{Tr} = MS_{Tr} / MS_E$$

$$F_{B1} = MS_{B1} / MS_E$$

ถ้า $F_{Tr} > F_{\alpha,\nu_{Tr},\nu_E}$ ยอมรับอิทธิพลของปัจจัย และถ้า $F_{Tr} \le F_{\alpha,\nu_{Tr},\nu_E}$ ปฏิเสธอิทธิพลของปัจจัย

ถ้า $F_{B1} > F_{\alpha,\nu_{B1},\nu_E}$ ยอมรับอิทธิพลของ Block และถ้า $F_{B1} \le F_{\alpha,\nu_{B1},\nu_E}$ ปฏิเสธอิทธิพลของ Block

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

แบบฝึกหัด 9.2

จากแบบฝึกหัด 9.1 ถ้ากำหนดให้อัตราการให้บริการมี 4 ค่าขึ้นกับกะการทำงาน เนื่องจากใช้พนักงาน 4 คน ซึ่งอัตราการให้บริการลูกค้าจะมีผลต่อจำนวนลูกค้าในระบบหลัง 1 ชั่วโมง แต่เนื่องจากเราพิจารณาเฉพาะอิทธิพลของนโยบายการให้บริการ จึงต้องขจัดอิทธิพลของอัตราการให้บริการ ถ้าใช้ข้อมูลเดิมโดยที่ค่าที่ได้เป็นผลลัพธ์จากอัตราการให้บริการ 4 กะจะได้

ครั้งที่	จำนวนลูกค้า (หลังจาก 1 ชั่วโมง)		
	FIFO	สุ่ม	LIFO
1	50	32	80
2	48	18	73
3	61	64	54
4	58	72	63
รวม	217	186	270

จากตารางข้างต้น จะได้ $SS_T = 3391.4$ และ $SS_{Tr} = 902.17$ $SS_{B1} = 544.38$

Factorial Design (FD)

เมื่อตัวแปรตามที่ค่าแปรผันเนื่องมาจากอิทธิพลของปัจจัยตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป การออกแบบการทดลองจะใช้ FD โดยจะต้องทำการเก็บข้อมูลที่ทุกระดับของปัจจัยและยอมรับว่าการอยู่ร่วมกันของปัจจัยอาจมีอิทธิพลต่อความผันแปรของข้อมูลเช่นเดียวกับปัจจัยตัวใดตัวหนึ่ง การเก็บข้อมูลใช้วิธีการแบบสุ่ม

รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของ FD กรณีที่มี 2 ปัจจัยคือ ปัจจัย A มี a ระดับ และปัจจัย B มี b ระดับ และทดลอง n ครั้ง คือ

$$Y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + AB_{ij} + \varepsilon_{ijk} \qquad i = 1,2,\ldots, a \quad j = 1,2,\ldots, b \quad k = 1,2,\ldots, n$$

การคำนวณหาค่าสถิติสำหรับการทดสอบ F ประกอบด้วย 8 ขั้นตอน

(1) คำนวณหาค่า T โดยที่

$$T = \sum_i \sum_i \sum_k Y_{ijk}$$

(2) คำนวณผลบวกกำลังสองทั้งหมด (Sum of Squares Total, SS_T)

$$SS_T = \sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk}^2 - \frac{T^2}{nab}$$

องศาความอิสระทั้งหมด

$$\nu_T = abn - 1$$

(3) คำนวณผลบวกกำลังสองของปัจจัย A SS_A

$$SS_A = \sum_i \frac{Y_i^2}{nb} - \frac{T^2}{nab} \qquad Y_i = \sum_j \sum_k Y_{ijk}$$

องศาความอิสระ

$$\nu_A = a - 1$$

(4) คำนวณผลบวกกำลังสองของปัจจัย A SS_B

$$SS_B = \sum_j \frac{Y_j^2}{na} - \frac{T^2}{nab} \qquad Y_j = \sum_i \sum_k Y_{ijk}$$

องศาความอิสระ

$$\nu_B = b - 1$$

(5) คำนวณผลบวกกำลังสองของอิทธิพลร่วมของปัจจัย A และปัจจัย B, SS_{AB}

$$SS_{Tr} = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{T^2}{nab}$$

$$SS_{AB} = SS_{Tr} - SS_A - SS_B$$

$$Y_{ij} = \sum_k Y_{ijk}$$

องศาความอิสระ

$$\nu_{AB} = (a - 1)(b - 1)$$

(6) คำนวณผลบวกกำลังสองของความผิดพลาดแบบสุ่ม SS_E

$$SS_E = SS_T - SS_{Tr}$$

องศาความอิสระ

$$\nu_E = ab(n - 1)$$

(7) หาค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสอง (Mean Square, MS)

$$MS_A = SS_A / \nu_A$$

$$MS_B = SS_B / \nu_B$$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

$MSA_B = SS_{AB} / \nu_{AB}$

$MS_E = SS_E / \nu_E$

(8) คำนวณค่าสถิติสำหรับทดสอบ F

$F_A = MS_A / MS_E$

$F_B = MS_B / MS_E$

$F_{AB} = MS_{AB} / MS_E$

ถ้า $F_A > F_{\alpha,\nu_A,\nu_E}$ ยอมรับอิทธิพลของปัจจัย A และถ้า $F_A \le F_{\alpha,\nu_A,\nu_E}$ ปฏิเสธอิทธิพลของปัจจัย A

ถ้า $F_B > F_{\alpha,\nu_B,\nu_E}$ ยอมรับอิทธิพลของปัจจัย B และถ้า $F_B \le F_{\alpha,\nu_B,\nu_E}$ ปฏิเสธอิทธิพลของปัจจัย B

ถ้า $F_{AB} > F_{\alpha,\nu_{AB},\nu_E}$ ยอมรับอิทธิพลของปัจจัย AB และถ้า $F_{AB} \le F_{\alpha,\nu_{AB},\nu_E}$ ปฏิเสธอิทธิพลของปัจจัย AB

แบบฝึกหัด 9.3

จากแบบฝึกหัด 9.1 ฝ่ายจัดการคิดว่าควรจะมีการว่าจ้างพนักงานเพิ่มขึ้นเป็น 2 คนและต้องการจะทราบว่าจะมีผลต่างกันหรือไม่ระหว่างนโยบาย FIFO และการให้บริการแบบสุ่มปัจจัยที่ 1 จะเป็นนโยบายการให้บริการ ปัจจัยที่ 2 เป็นจำนวนผู้ให้บริการ ถ้ามีการเก็บข้อมูล 2 ครั้งและได้ผลลัพธ์ดังนี้

จำนวนผู้ให้บริการ	ครั้งที่	นโยบายการให้บริการ	
		FIFO	สุ่ม
1	1	62	48
	2	71	47
2	1	32	28
	2	22	28

จากตารางข้างต้น จะได้ $SS_T = 2165.88$ และ $SS_A = 153.12$

$SS_B = 1711.25$ $SS_{Tr} = 2074.5$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

9.3 การวางแผนการทดลอง

ในการทดลองด้วยแบบจำลอง จะต้องพิจารณาจำนวนครั้งที่จะทำการทดลอง เนื่องจากความแปรผันของข้อมูลซึ่งเป็นลักษณะของข้อมูลส่วนมากของแบบจำลอง จะสามารถวิเคราะห์ได้ด้วยความเชื่อมั่นว่าเป็นผลเนื่องมาจากปัจจัยหรือธรรมชาติของข้อมูลเอง จะต้องมีการกำหนดจำนวนครั้งในการทำงานที่เหมาะสม ซึ่งจะเป็นผลโดยตรงกับค่าใช้จ่ายในการจำลอง

นอกเหนือจากกการพิจารณาจำนวนครั้งแล้ว จะต้องพิจารณาว่าข้อมูลที่ได้จากการจำลองแต่ละครั้งควรเก็บข้อมูลที่จุดใด เนื่องจากการหาข้อมูลจากแบบจำลองจะต่างจากการหาข้อมูลจากระบบจริง สำหรับระบบจริงจะได้ข้อมูลที่เกิดขึ้นจากสภาพการใช้งานจริงขณะนั้นของระบบ แต่การเก็บข้อมูลจากแบบจำลองจะต้องรอจนกว่าสภาวะของแบบจำลองจะเข้าสู่สภาวะคงตัว (Steady State) แล้วจึงเก็บข้อมูล เพื่อจะได้ข้อมูลของแบบจำลองที่มีสภาวะการทำงานที่ใกล้เคียงกับสภาวะปกติของระบบจริง

9.4 การประยุกต์ใช้งาน

แบบฝึกหัด 9.4

บริษัทประดิษฐกรรมไทยต้องการประดิษฐ์ระบบเตือนภัยแบบใหม่ซึ่งคาดว่าจะเป็นที่นิยมใช้ ฝ่ายวิศวกรรมให้ความเห็นว่าการพัฒนาระบบดังกล่าวสามารถทำได้ 2 วิธี แต่ละวิธีจะได้มาซึ่งระบบเตือนภัยที่มีคุณสมบัติตามที่ฝ่ายการตลาดต้องการ แต่การพัฒนาจะใช้เวลาและค่าใช้จ่ายต่างกัน ดังนี้

ระยะเวลาที่ใช้พัฒนา (เดือน)	ความน่าจะเป็น วิธีที่ 1	วิธีที่ 2
6	0.1	0.3
9	0.3	0.4
12	0.6	0.3

ฝ่ายการตลาดเชื่อว่าปริมาณขายจะขึ้นกับระยะเวลาที่ใช้ในการพัฒนา เพราะบริษัทมีคู่แข่งมาก จากการประมาณการขาย ได้ข้อมูลประมาณการยอดขายและความน่าจะเป็น ดังนี้

ยอดขาย (หน่วย)	ระยะเวลาที่ใช้พัฒนา (เดือน) 6	9	12
1,000,000	0.2	0.4	0.5
1,500,000	0.8	0.6	0.5

จากการจำลอง 5 ครั้งได้ผลลัพธ์จากการจำลอง ดังนี้

ครั้ง	ระยะเวลา วิธีที่ 1	ระยะเวลา วิธีที่ 2	ยอดขาย วิธีที่ 1 (ล้าน)	ยอดขาย วิธีที่ 2 (ล้าน)
1	*9*	*6*	*1.5*	*1*
2	*12*	*9*	*1*	*1.5*
3	*9*	*6*	*1*	*1.5*
4	*12*	*9*	*1*	*1*
5	*9*	*9*	*1.5*	*1*

ออกแบบการทดลองสำหรับการจำลองข้างต้น

แบบฝึกหัด 9.5

ในการศึกษาต้นแบบสำหรับเครื่องจักรในการผลิตสินค้า 4 รูปแบบ เพื่อทดสอบว่ารูปแบบแต่ละรูปแบบจะใช้ระยะเวลาในการผลิตแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด ในการเก็บข้อมูล ระยะเวลาที่ใช้ในการผลิตโดยใช้ต้นแบบแต่ละรูปแบบสำหรับการผลิตสินค้า 10 ชิ้นได้ข้อมูล ดังนี้

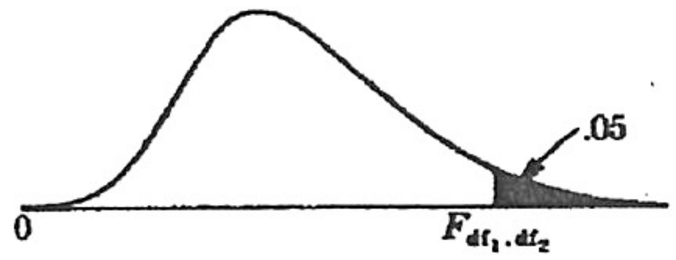
สินค้า	ระยะเวลาที่ใช้ในการผลิต (นาที) ของต้นแบบแต่ละประเภท			
	1	2	3	4
1	30	31	25	23
2	38	32	27	22
3	35	34	28	21
4	36	33	30	24
5	36	35	29	24
6	37	30	27	23
7	38	35	28	21
8	35	31	27	22
9	34	32	25	24
10	33	31	24	23
รวม	352	324	270	227

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่าต้นแบบแต่ละประเภทใช้เวลาในการผลิตที่แตกต่างกันหรือไม่

เมื่อกำหนด $SS_T = 1058.78$ $SS_{Tr} = 932.68$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Table IV/ *F*-Distribution: Upper 5 percent points



Denominator degrees of freedom (df_2) \ Numerator degrees of freedom (df_1)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.330	19.353	19.371	19.385
3	10.128	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8867	8.8452	8.8123
4	7.7086	9.9443	6.5914	6.3882	6.2561	6.1631	6.0942	6.0410	6.9988
5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725
6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2067	4.1468	4.0990
7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.8660	3.7870	3.7257	3.6767
8	5.3177	4.4590	4.0662	3.8379	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3881
9	5.1174	4.2565	3.8625	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789
10	4.9646	4.1028	3.7083	3.4780	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204
11	4.8443	3.9823	3.5874	3.3567	3.2039	3.0946	3.0123	2.9480	2.8962
12	4.7472	3.8853	3.4903	3.2592	3.1059	2.9961	2.9134	2.8486	2.7964
13	4.6672	3.8056	3.4105	3.1791	3.0254	2.9153	2.8321	2.7669	2.7144
14	4.6001	3.7389	3.3439	3.1122	2.9582	2.8477	2.7642	2.6987	2.6458
15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7905	2.7066	2.6408	2.5876
16	4.4940	3.6337	3.2389	3.0069	2.8524	2.7413	2.6572	2.5911	2.5377
17	4.4513	3.5915	3.1968	2.9647	2.8100	2.6987	2.6143	2.5480	2.4943
18	4.4139	3.5546	3.1599	2.9277	2.7729	2.6613	2.5767	2.5102	2.4563
19	4.3807	3.5219	3.1274	2.8951	2.7401	2.6283	2.5435	2.4768	2.4227
20	4.3512	3.4928	3.0984	2.8661	2.7109	2.5990	2.5140	2.4471	2.3928
21	4.3248	3.4668	3.0725	2.8401	2.6848	2.5727	2.4876	2.4205	2.3660
22	4.3009	3.4434	3.0491	2.8167	2.6613	2.5491	2.4638	2.3965	2.3419
23	4.2793	3.4221	3.0280	2.7955	2.6400	2.5277	2.4422	2.3748	2.3201
24	4.2597	3.4028	3.0088	2.7763	2.6207	2.5082	2.4226	2.3551	2.3002
25	4.2417	3.3852	2.9912	2.7587	2.6030	2.4904	2.4047	2.3371	2.2821
26	4.2252	3.3690	2.9752	2.7426	2.5868	2.4741	2.3883	2.3205	2.2655
27	4.2100	3.3541	2.9604	2.7278	2.5719	2.4591	2.3732	2.3053	2.2501
28	4.1960	3.3404	2.9467	2.7141	2.5581	2.4453	2.3593	2.2913	2.2360
29	4.1830	3.3277	2.9340	2.7014	2.5454	2.4324	2.3463	2.2783	2.2229
30	4.1709	3.3158	2.9223	2.6896	2.5336	2.4205	2.3343	2.2662	2.2107
40	4.0847	3.2317	2.8387	2.6060	2.4495	2.3359	2.2490	2.1802	2.1240
60	4.0012	3.1504	2.7581	2.5252	2.3683	2.2541	2.1665	2.0970	2.0401
120	3.9201	3.0718	2.6802	2.4472	2.2899	2.1750	2.0868	2.0164	1.9588
∞	3.8415	2.9957	2.6049	2.3719	2.2141	2.0986	2.0096	1.9384	1.8799

การบ้าน 9

ข้อ 1

กำหนดระบบการให้บริการโดยพนักงาน 1 คน ซึ่งให้บริการในแบบแถวคอย โดยมีจำนวนลูกค้าเข้ารับบริการทั้งหมด 5 คน ซึ่งมีเวลาที่มาถึงและระยะเวลาในการใช้บริการ ระดับอภิสิทธิ์และกำหนดการเสร็จงาน แตกต่างกัน ดังนี้

ลูกค้า	A	B	C	D	E
เวลาที่มาถึง	8.13	8.09	8.11	8.15	8.14
การใช้บริการ (นาที)	5	4	1	6	2
ระดับอภิสิทธิ์	1	2	1	2	2
กำหนดการเสร็จงาน	8.21	8.15	8.14	8.30	8.21

ในการจำลองการบริหารแถวคอยโดยใช้นโยบายการให้บริการต่าง ๆ จะพบว่า นโยบายการให้บริการที่แตกต่างกันจะมีผลต่อเวลาที่ลูกค้าต้องรอคิวและจำนวนลูกค้าในคิว ซึ่งได้ผลลัพธ์ต่าง ๆ กัน ดังนี้

นโยบายการให้บริการ	เวลาที่รอคิว	จำนวนลูกค้า
FIFO	2.8	1.6
LIFO	10.8	3
SJF	4.8	2.2
อภิสิทธิ์	5.2	2.8
Round Robin	3	2.1
Deadline	2.8	1.6

แสดงการออกแบบการทดลองทางสถิติ โดยสำหรับขั้นตอนการวิเคราะห์ผลให้ระบุเฉพาะวิธีที่เลือกใช้ในการทดสอบ

ข้อ 2

ในการจำลองเพื่อทดสอบอิทธิพลของปัจจัย 1 ปัจจัยที่มีผลต่อตัวแปรตาม โดยการทดลองแบบ CRD ซึ่งทำการทดลองสำหรับแต่ละระดับ 2 ครั้ง ได้ผลลัพธ์ ดังนี้

ครั้งที่	ค่าของตัวแปรตาม		
	ระดับ 0	ระดับ 1	ระดับ 2
1	19.5	28.1	37.4
2	20.6	31.6	41.8
รวม	40.1	59.7	79.2

แสดงการทดสอบอิทธิพลของปัจจัยด้วยวิธีการ CRD

10

ระบบสินค้าคงคลัง (Inventory Systems)

เนื้อหา

10.1 ตัวแบบสินค้าคงเหลือ

10.2 ประเภทของตัวแบบ

10.3 ระบบสินค้าที่สั่งซื้อเข้าสต็อกได้ทั้งหมดในคราวเดียวกัน และไม่ติดค้างสินค้ากับลูกค้า (Infinite Delivery Rate, No Backordering)

10.4 ระบบสินค้าที่สั่งซื้อเข้าสต็อกได้ทั้งหมดในคราวเดียวกัน และติดค้างสินค้ากับลูกค้าได้ (Infinite Delivery Rate, Backordering Allowed)

10.5 ระบบสินค้าที่ไม่ได้สินค้าที่สั่งซื้อเข้าสต็อกทั้งหมดในคราวเดียวกัน และไม่ติดค้างสินค้ากับลูกค้า (Finite Delivery Rate, No Backordering)

10.6 ระบบสินค้าที่ไม่ได้สินค้าที่สั่งซื้อเข้าสต็อกทั้งหมดในคราวเดียวกัน และติดค้างสินค้ากับลูกค้าได้ (Finite Delivery Rate, Backordering Allowed)

ในระบบสินค้าคงคลัง ปัญหาที่พบเห็นคือ การที่สินค้าขาดสต็อกเมื่อลูกค้าต้องการ ทำให้สูญเสียรายได้ที่ควรจะได้และอาจทำให้ต้องสูญเสียลูกค้าประจำ นอกจากนี้อาจมีสินค้าหลายชนิดที่ขายไม่ดีค้างสต็อกอยู่นาน เป็นเหตุให้ต้องเสียค่าใช้จ่ายต่าง ๆ เช่น ค่าเก็บรักษาและค่าเสียโอกาส หรือดอกเบี้ยอันเนื่องมาจากเงินจมอยู่กับสินค้า

หลักการสำคัญของระบบสินค้าคงคลัง คือ การกำหนดว่าควรจะสั่งซื้อสินค้าครั้งละเท่าใด (order quantity) และควรสั่งเมื่อใด หรือเมื่อสินค้าในสต็อกเหลือจำนวนเท่าใดจึงควรสั่งซื้อ ซึ่งเรียกว่า "จุดสั่งซื้อ (Reorder Point)" โดยมีวัตถุประสงค์หลักคือให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดหรือได้ผลตอบแทนสูงเท่าที่จะเป็นไปได้ ภายใต้ข้อจำกัดหรือเงื่อนไขต่าง ๆ เช่น พื้นที่ในการจัดเก็บ งบประมาณ และนโยบาย เป็นต้น

10.1 ตัวแบบสินค้าคงเหลือ

ในการจำลองระบบสินค้าคงคลัง จะใช้วิธีการสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) ซึ่งจะแสดงในรูปของค่าใช้จ่ายรวมโดยเฉลี่ยต่อหน่วยเวลา ซึ่งเป็นฟังก์ชันของ จำนวนสั่งซื้อและจุดสั่งซื้อ ตัวแบบอย่างง่ายที่เป็นที่นิยมใช้เรียกว่า ตัวแบบสินค้าคงเหลือภายใต้สภาวะคงที่ (Deterministic Inventory Models) ซึ่งจะมีข้อกำหนด ดังนี้

(1) สินค้ามีเพียงชนิดเดียว

(2) องค์ประกอบต่าง ๆ - ทราบจำนวนแน่นอนและเป็นค่าคงที่

- ความต้องการสินค้า
- ระยะเวลาส่งของ (Lead Time)
- องค์ประกอบอื่น ๆ เช่น ราคาซื้อหรือต้นทุนสินค้า

(3) การตรวจสอบสถานภาพสินค้าคงเหลือ หรือระดับสต็อก เป็นแบบต่อเนื่อง - มีการตรวจสอบทุกครั้งที่จำหน่ายสินค้าออกไป และจะสั่งซื้อสินค้าทันทีเมื่อจำนวนสินค้าลดลงถึงระดับที่กำหนด

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

10.2 ประเภทของตัวแบบ

ตัวแบบสินค้าคงเหลือ สามารถแบ่งประเภทออกตาม

- อัตราการส่งสินค้า (Delivery Rate) และ
- การติดค้างสินค้า (Backordering)

โดยแบ่งออกได้ 4 ประเภท

(1) ระบบสินค้าที่สั่งซื้อเข้าสต็อกได้ทั้งหมดในคราวเดียวกัน และไม่ติดค้างสินค้ากับลูกค้า (Infinite Delivery Rate, No Backordering)

(2) ระบบสินค้าที่สั่งซื้อเข้าสต็อกได้ทั้งหมดในคราวเดียวกัน และติดค้างสินค้ากับลูกค้าได้ (Infinite Delivery Rate, Backordering Allowed)

(3) ระบบสินค้าที่ไม่ได้สินค้าที่สั่งซื้อเข้าสต็อกทั้งหมดในคราวเดียวกัน และไม่ติดค้างสินค้ากับลูกค้า (Finite Delivery Rate, No Backordering)

(4) ระบบสินค้าที่ไม่ได้สินค้าที่สั่งซื้อเข้าสต็อกทั้งหมดในคราวเดียวกัน และติดค้างสินค้ากับลูกค้าได้ (Finite Delivery Rate, Backordering Allowed)

10.3 ระบบสินค้าที่สั่งซื้อเข้าสต็อกได้ทั้งหมดในคราวเดียวกัน และไม่ติดค้างสินค้ากับลูกค้า (Infinite Delivery Rate, No Backordering)

ตัวแบบสินค้าอย่างง่าย เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ตัวแบบ EQQ (Economic Order Quantity Model) หรือสูตรวิลสัน (Wilson Formula)

ข้อสมมติของระบบ

(1) สินค้าที่สั่งซื้อในครั้งหนึ่ง ๆ ต้องได้รับครบทั้งหมดในคราวเดียวกัน ไม่ทยอยส่งเป็นงวด ๆ

(2) ในระบบนี้ ไม่มีการติดค้างสินค้ากับลูกค้า หรือกำหนดนโยบายว่าสินค้าไม่ขาดสต็อก (No Shortages)

องค์ประกอบของระบบ

องค์ประกอบต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ที่แสดงค่าใช้จ่ายรวมของระบบ

(1) ความต้องการสินค้ารวมทั้งหมด = n หน่วย / ปี

(2) ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าเข้าสต็อก (Ordering Cost) = a บาท / ครั้ง

(3) ราคาสินค้า = c บาท / หน่วย

(4) ค่าใช้จ่ายในการเก็บสินค้า (Inventory Carrying Cost) เช่น ค่าเช่าสถานที่ ค่าดูแลรักษา ค่าเสื่อมราคา ค่าเสียหาย ค่าประกันภัย และค่าเสียโอกาส ค่าใช้จ่ายเหล่านี้จะเป็นสัดส่วนกับจำนวนสินค้าในสต็อกโดยเฉลี่ย

จำนวนสินค้าในสต็อกโดยเฉลี่ย	=	x	หน่วย
ค่าใช้จ่ายในการสต็อกสินค้า	=	h	บาท / หน่วย / ปี
ค่าใช้จ่ายในการเก็บสินค้า	=	hx	บาท / ปี

ค่าใช้จ่ายในการสต็อกสินค้า (h) จะคิดเป็นสัดส่วนของราคาสินค้า จะได้

$$h = ic \qquad \text{บาท / หน่วย / ปี}$$

โดยที่ i = อัตราค่าใช้จ่ายของมูลค่าสินค้าต่อปี มีหน่วยเป็น %

(5) ระยะเวลาการส่งสินค้า (Lead Time) = l หน่วยเวลา

(6) ระยะห่างระหว่างการสั่งซื้อสินค้า = t หน่วยเวลา

(7) จำนวนสั่งซื้อในแต่ละครั้ง (Order Quantity) = q หน่วย

(8) จุดสั่งซื้อ (Reorder Point) = r หน่วย

ค่าใช้จ่ายของระบบ

คิดเป็นค่าใช้จ่ายรวมต่อปีโดยเฉลี่ย (Average Annual Cost) เท่ากับ k บาท ประกอบด้วย

(1) ค่าสินค้า = ความต้องการสินค้า * ราคาสินค้า = cn บาท / ปี

(2) ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ

(3) ค่าจัดเก็บสินค้า

จะได้

$$k = cn + \sqrt{2ican}$$

องค์ประกอบอื่น ๆ

จำนวนสั่งซื้อในแต่ละครั้ง q หน่วยต่อครั้ง

$$q = \sqrt{\frac{2an}{ic}}$$

ระยะห่างระหว่างการสั่งซื้อสินค้า t ปี

$$t = \frac{q}{n} = \sqrt{\frac{2an}{icn}}$$

จุดสั่งซื้อ r หน่วย

$$r = nl - mq$$

m = จำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดที่มีค่าน้อยกว่า l / t

ตัวอย่าง 10.1

บริษัทแห่งหนึ่งซื้อวัตถุดิบชนิดหนึ่งมาใช้ปีละ 1500 หน่วย ราคาวัตถุดิบเท่ากับ 48 บาทต่อหน่วย ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อวัตถุดิบแต่ละครั้งเท่ากับ 25 บาท ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาวัตถุดิบใน สต็อกคิดเป็น 10% ต่อปีของราคาวัตถุดิบ และระยะเวลาสั่งของ 7 วัน สมมติใน 1 ปีมีวันทำงาน 300 วัน คำนวณหา

1. จำนวนสั่งซื้อในแต่ละครั้ง
2. ระยะห่างระหว่างการสั่งซื้อสินค้า
3. จุดสั่งซื้อ
4. ค่าใช้จ่ายรวมต่อปีโดยเฉลี่ย

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

10.4 ระบบสินค้าที่สั่งซื้อเข้าสต็อกได้ทั้งหมดในคราวเดียวกัน และติดค้างสินค้ากับลูกค้าได้ (Infinite Delivery Rate, Backordering Allowed)

ข้อสมมติของระบบ

(1) สินค้าที่สั่งซื้อในครั้งหนึ่ง ๆ ต้องได้รับครบทั้งหมดในคราวเดียวกัน ไม่ทยอยส่งเป็นงวด ๆ

(2) ในระบบนี้ มีนโยบายให้สินค้าขาดสต็อกได้ นั่นคือ เมื่อลูกค้าต้องการสินค้าแต่ไม่มีสินค้าจำหน่ายให้จะติดค้างสินค้ากับลูกค้า เมื่อสินค้าที่สั่งงวดต่อไปมาถึง ก็จะจ่ายแก่ลูกค้าที่ติดค้างไว้ทั้งหมดก่อน

องค์ประกอบของระบบ

เหมือนกับระบบแรก โดยมีองค์ประกอบเพิ่มเติม คือ จำนวนสินค้าขาดสต็อก = s หน่วย

ค่าใช้จ่ายของระบบ

คิดเป็นค่าใช้จ่ายรวมต่อปีโดยเฉลี่ย (Average Annual Cost) เท่ากับ k บาท ประกอบด้วย

(1) ค่าสินค้า = ความต้องการสินค้า * ราคาสินค้า = cn บาท / ปี

(2) ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ

(3) ค่าจัดเก็บสินค้า

(4) ค่าใช้จ่ายเนื่องจากสินค้าขาดสต็อก ประกอบด้วย

(4.1) ค่าใช้จ่ายคงที่ = b บาท / หน่วย

(4.2) ค่าใช้จ่ายแปรผัน = e บาท / หน่วย / ปี

จะได้

$$k = cn + \frac{an}{q} + \frac{ic(q-s)}{2q} + \frac{(2bns+es)^2}{2q}$$

องค์ประกอบอื่น ๆ

จำนวนสั่งซื้อในแต่ละครั้ง q หน่วยต่อครั้ง

$$q = \sqrt{2an - \frac{(bn)^2}{ic+e}} - \sqrt{\frac{ic+e}{ice}}$$

จำนวนสินค้าขาดสต็อก s หน่วย

$$s = \frac{icq - bn}{ic+e}$$

ระยะห่างระหว่างการสั่งซื้อสินค้า t ปี

$$t = \frac{q}{n} = \sqrt{\frac{2a}{n} - \frac{b^2}{ic+e}} - \sqrt{\frac{ic+e}{ice}}$$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

จุดสั่งซื้อ r หน่วย

$$r = nl - mq - s$$

m = จำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดที่มีค่าน้อยกว่า l / t

ตัวอย่าง 10.2

จากตัวอย่าง 10.1 ถ้าค่าใช้จ่ายในกรณีสินค้าขาดสต็อก ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายคงที่ 0.3 บาทต่อหน่วย และค่าใช้จ่ายแปรผัน 10 บาทต่อหน่วยต่อปี คำนวณหา

1. จำนวนสั่งซื้อในแต่ละครั้ง
2. ระยะห่างระหว่างการสั่งซื้อสินค้า
3. จุดสั่งซื้อ

10.5 ระบบสินค้าที่ไม่ได้สินค้าที่สั่งซื้อเข้าสต็อกทั้งหมดในคราวเดียวกัน และไม่ติดค้างสินค้ากับลูกค้า (Finite Delivery Rate, No Backordering)

ข้อสมมติของระบบ

(1) สินค้าที่สั่งซื้อในครั้งหนึ่ง ๆ จะไม่ได้รับครบทั้งหมดในคราวเดียวกัน

(2) ในระบบนี้ ไม่มีการติดค้างสินค้ากับลูกค้า หรือกำหนดนโยบายว่าสินค้าไม่ขาดสต็อก (No Shortages)

องค์ประกอบของระบบ

เหมือนกับระบบแรก โดยมีองค์ประกอบเพิ่มเติม คือ อัตราการผลิต = p หน่วย/ปี เนื่องจากของที่สั่งซื้อมาในแต่ละครั้ง จะได้รับไม่ครบในคราวเดียวกัน สินค้าจะทยอยเข้ามาในอัตรา p หน่วยต่อปี โดยจะมีอัตราสูงกว่าความต้องการ n หน่วยต่อปี

ค่าใช้จ่ายของระบบ

คิดเป็นค่าใช้จ่ายรวมต่อปีโดยเฉลี่ย (Average Annual Cost) เท่ากับ k บาท ประกอบด้วย

(1) ค่าสินค้า = ความต้องการสินค้า * ราคาสินค้า = cn บาท / ปี

(2) ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ

(3) ค่าจัดเก็บสินค้า

จะได้

$$k = cn + \frac{an}{q} + \frac{icq}{2} + \left(1 - \frac{n}{p}\right)$$

องค์ประกอบอื่น ๆ

จำนวนสั่งซื้อที่ดีที่สุด q หน่วยต่อครั้ง

$$q = \sqrt{\frac{2an}{ic(1-\frac{n}{p})}}$$

ระยะห่างระหว่างการสั่งซื้อสินค้า t ปี

$$t = \frac{q}{n} = \sqrt{\frac{2a}{icn(1-\frac{n}{p})}}$$

จุดสั่งซื้อ

$$r = nl - mq$$

m = จำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดที่มีค่าน้อยกว่า l / t

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ตัวอย่าง 10.3

ความต้องการสินค้าชนิดหนึ่งเท่ากับ 2,500 หน่วยต่อปี บริษัทสามารถผลิตสินค้าชนิดนี้ได้ด้วยอัตราการผลิต 10,000 หน่วยต่อปี ในราคา 3 บาทต่อหน่วย ในการผลิตต่อครั้ง บริษัทต้องเสียค่าใช้จ่ายในการเตรียมการ 50 บาทต่อครั้ง อัตราค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าเท่ากับ 20% ต่อปีของราคา สินค้าที่ผลิต และระยะเวลานับตั้งแต่สั่งผลิตจนถึงเวลาได้สินค้าที่ผลิตออกมาชิ้นแรกนับได้ 30 วันทำการ กำหนดให้ 1 มีปีวันทำการ 300 วัน คำนวณหาจำนวนสั่งผลิตและจุดสั่งผลิตที่ดีที่สุด

10.6 ระบบสินค้าที่ไม่ได้สินค้าที่สั่งซื้อเข้าสต็อกทั้งหมดในคราวเดียวกัน และติดค้างสินค้ากับลูกค้าได้ (Finite Delivery Rate, Backordering Allowed)

ข้อสมมติของระบบ

(1) สินค้าที่สั่งซื้อในครั้งหนึ่ง ๆ จะไม่ได้รับครบทั้งหมดในคราวเดียวกัน

(2) ในระบบนี้ มีนโยบายให้สินค้าขาดสต็อกได้ นั่นคือ เมื่อลูกค้าต้องการสินค้าแต่ไม่มีสินค้าจำหน่ายให้จะติดค้างสินค้ากับลูกค้า เมื่อสินค้าที่สั่งงวดต่อไปมาถึง ก็จะจ่ายแก่ลูกค้าที่ติดค้างไว้ทั้งหมดก่อน

องค์ประกอบของระบบ

เหมือนกับระบบแรก โดยมีองค์ประกอบเพิ่มเติม คือ

(1) อัตราการผลิต = p หน่วย/ปี เนื่องจากของที่สั่งซื้อมาในแต่ละครั้ง จะได้รับไม่ครบในคราวเดียวกัน สินค้าจะทยอยเข้ามาในอัตรา p หน่วยต่อปีโดยจะมีอัตราสูงกว่าความต้องการ n หน่วยต่อปี

(2) จำนวนสินค้าขาดสต็อก = s หน่วย

ค่าใช้จ่ายของระบบ

คิดเป็นค่าใช้จ่ายรวมต่อปีโดยเฉลี่ย (Average Annual Cost) เท่ากับ k บาท ประกอบด้วย

(1) ค่าสินค้า = ความต้องการสินค้า * ราคาสินค้า = cn บาท / ปี

(2) ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ

(3) ค่าจัดเก็บสินค้า

(4) ค่าใช้จ่ายเนื่องจากสินค้าขาดสต็อก ประกอบด้วย

(4.1) ค่าใช้จ่ายคงที่ = b บาท / หน่วย

(4.2) ค่าใช้จ่ายแปรผัน = e บาท / หน่วย / ปี

จะได้

$$k = cn + \frac{an}{q} + \frac{ic\left[q(1-\frac{n}{p})-s\right]^2}{2q(1-\frac{n}{p})} + \left(\frac{es^2}{2q(1-\frac{n}{p})}\right) + \frac{bsn}{q}$$

องค์ประกอบอื่น ๆ

จำนวนสั่งซื้อที่ดีที่สุด q หน่วยต่อครั้ง

$$q = \sqrt{\frac{2an}{1-\frac{n}{p}} - \frac{(bn)^2}{ic+e}\sqrt{\frac{ic+e}{ice}}}$$

จำนวนสินค้าขาดสต็อก s หน่วย

$$s = \frac{(1cq-bn)(1-\frac{n}{p})}{ic+e}$$

ระยะห่างระหว่างการสั่งซื้อสินค้า t ปี

$$t = \frac{q}{n}$$

ตัวอย่าง 10.4

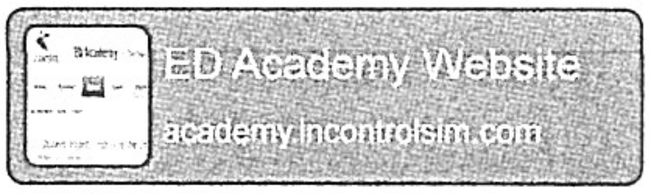
ความต้องการสินค้าชนิดหนึ่งประมาณได้ 45 หน่วย สินค้าถูกสั่งเข้าสต็อกด้วยอัตราหน่วยต่อปีและมีราคา 200 บาทต่อหน่วย ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อเท่ากับ 50 บาทต่อครั้ง อัตราค่าใช้จ่ายในการสต็อก สินค้าคิดเป็น 30% ต่อปี ค่าใช้จ่ายอันเนื่องจากขาดสต็อกประกอบด้วย ค่าใช้จ่ายคงที่ 2 บาทต่อหน่วยและค่าใช้จ่ายผันแปร 4 บาทต่อหน่วยต่อปี ระยะเวลาสั่งซื้อของนับตั้งแต่ตัดสินใจสั่งซื้อจนถึงวันรับสินค้าเข้าสต็อกพร้อมที่จะจำหน่ายนับได้ 3 เดือน คำนวณหาจำนวนการสั่งซื้อที่ดีที่สุดในแต่ละครั้ง

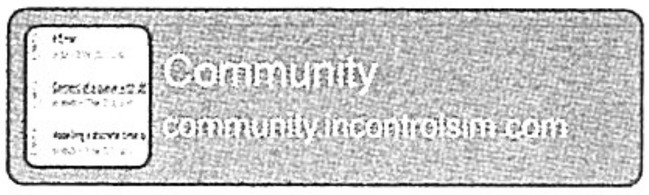
ENTERPRISE DYNAMICS EDUCATIONAL

Modeling, Simulation, Visualization and Control

Contact and support Enterprise Dynamics

- Download the ED Student
- Get answers to your questions about ED





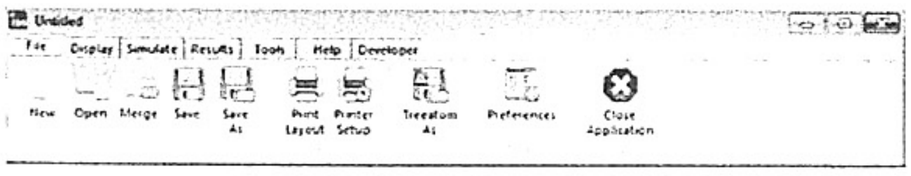
Topics Overview

Topic 1 : ED interface
Topic 2 : Basic steps of modeling in ED
Topic 3 : Library
Topic 4: 4DScript
Topic 5: Labels
Topic 6: Atom References

Topic 1: ED Interface

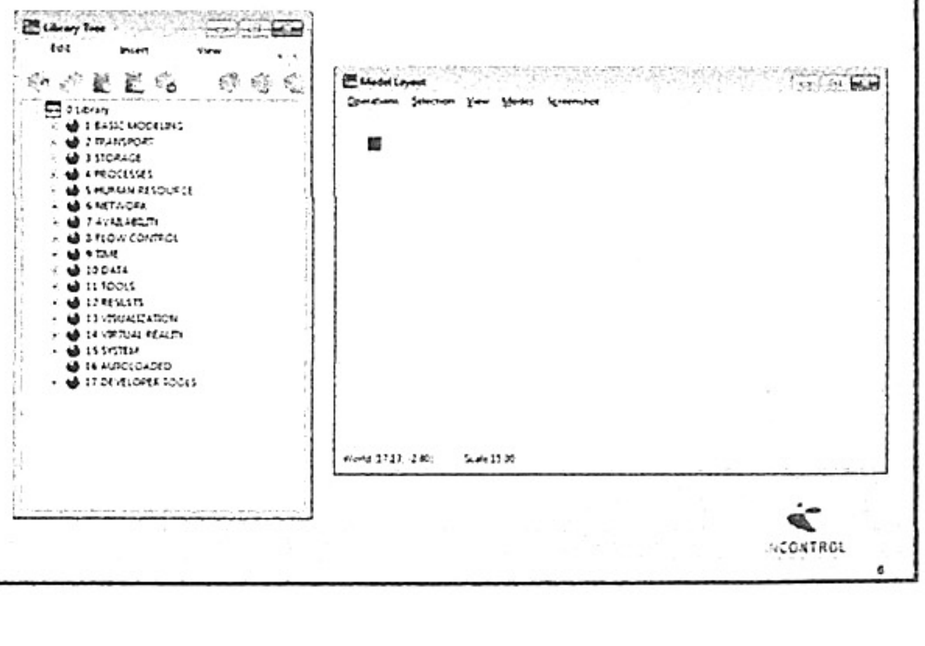
- Menu and Toolbars
- Library Tree and Model Layout
- Library Tree
- Model Tree
- Run Control and Clock

Menu and Toolbars



- <File|Preferences>

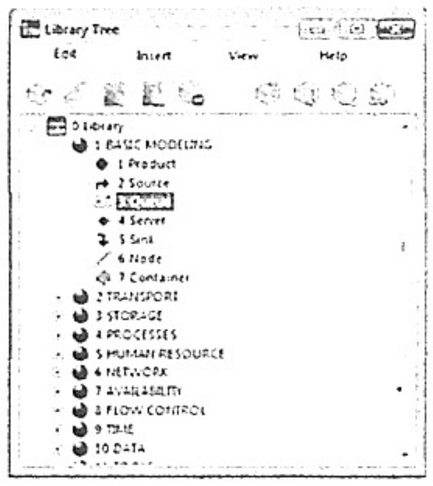
Library Tree & Model Layout



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

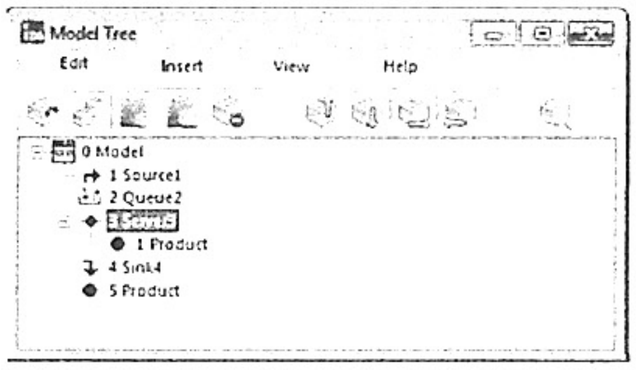
Library Tree

- Atoms categorized
- Ready to be dragged into the model layout to create model
- Add atoms to library
- Delete atoms from library
- Always save library when changed (!!!)

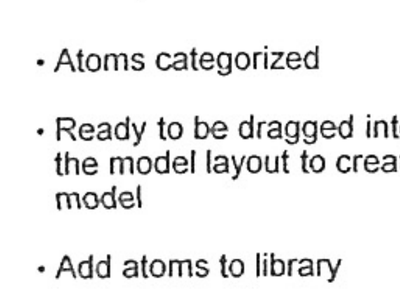


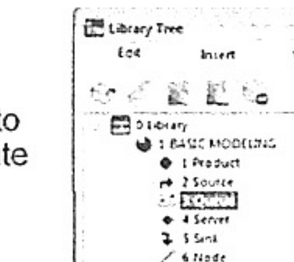
Model Tree <Shift+F3>

- The tree view of the complete model
- See hierarchical relationships more easily
- Refresh the Model Tree with Pressing F5



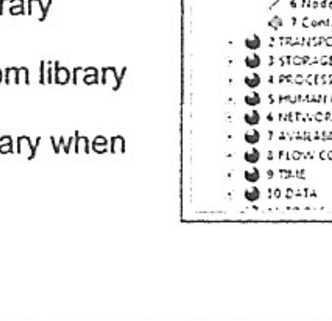
Run Control





Settings

- Stop Time tab
  - set time for automatic stop

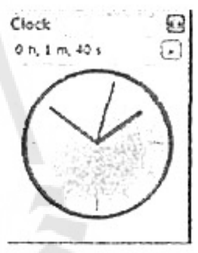


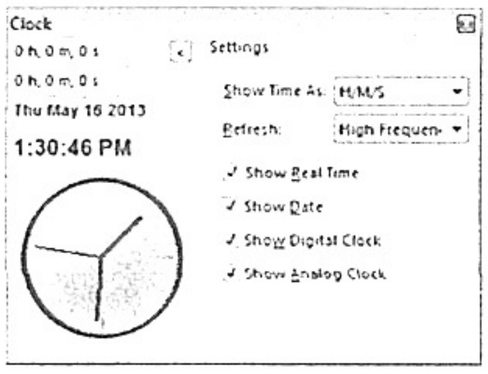
- Random Generator sheet
  - Repetitive makes runs reproducible
  - Each seed value gives a different random stream

- Buttons
  - Reset
  - Start
  - Stop
  - Single step
  - General history on
- Speed options

Clock

- Press to open clock settings

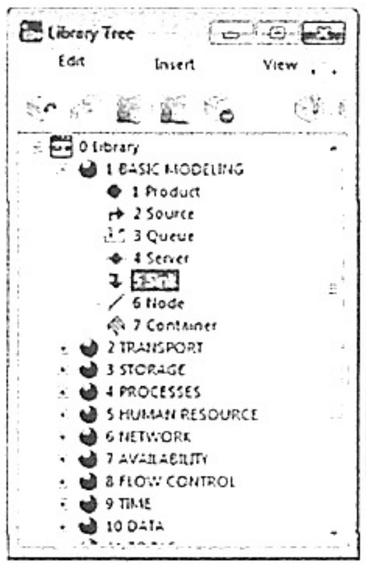




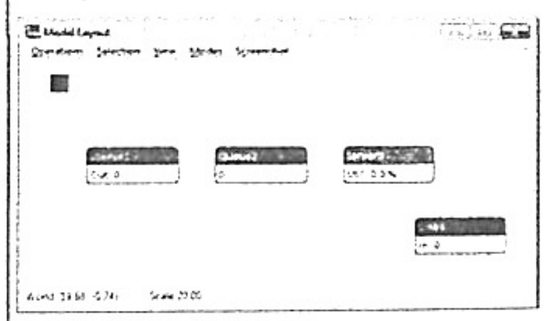
Topic 2: Basic steps of modeling in ED

1. Create a model layout
2. Connect channels
3. Edit the resource parameters
4. Run simulation
5. Analyze initial results
6. Experiment

Step 1: Create a 2D builder/Model layout



- Menu: <Display| 2D Builder>
- Drag atoms from the Library Tree and drop into the Model Layout Window



Move and resize atoms in the model layout

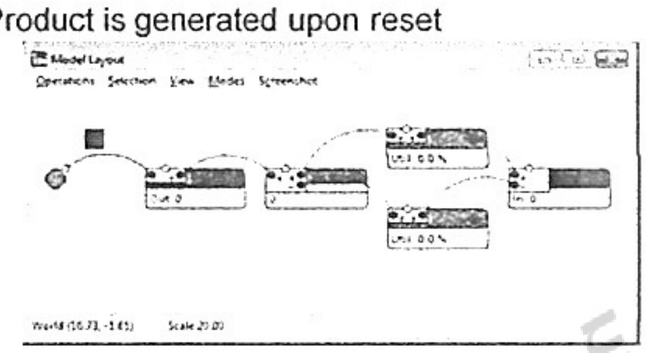
- Resize atoms
  - click on the upper left-hand corner or the bottom right-hand corner of the atom and drag
- Move atoms:
  - click anywhere (except on the upper left-hand corner or bottom right-hand corner) on the atom and drag

Moving around in a view

- Pan
  - press and hold left mouse button
  - or use cursor keys
- Zoom
  - press and hold both left and right mouse button
    - zoom in: move your mouse vertically up
    - zoom out: move your mouse vertically down
    - or use '+' and '–' for zooming in and out

Step 2: Connect the atom channels

- Model Layout Menu: <View | Channels | Enabled> or press Ctrl+R
- Default colors are green for an open channel and red for a closed channel
- Product is generated upon reset

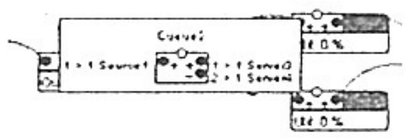


Atom Channel Concept

- 0..n input/output channels
  - Input and output channels are used to pass atoms or to refer to other atoms
- 1 central channel
  - Central channel is used to refer to the particular atom
- Connecting channels
  - an output channel is connected to an input channel of another atom, or to no channel at all
  - an input channel is connected to an output channel of another atom, or to no channel at all
  - multiple channels can be connected to the central channel
- Disconnecting channels
  - connect to central channel of the same atom to delete a connection

Atom channel connections

- View channels with
  <View | Channels | Enabled > or Ctrl+R
- Connect by
  - dragging mouse from dot to dot
  - double click on channel dot and use selector
- Show current connections
  right click on channel dot
- Create/delete input and output channels by pressing the small "+" or "-" signs



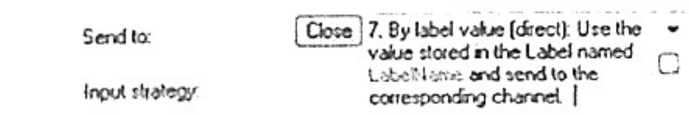
Step 3: Edit the atom parameters

- Double-click or right-click on an atom in either the Model Layout window or the Model Tree window

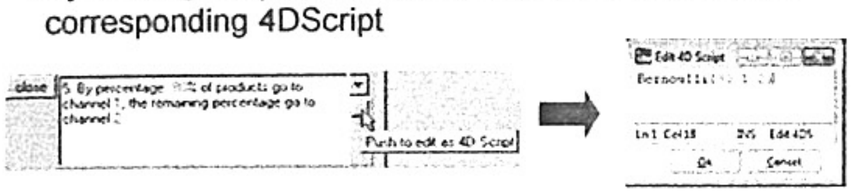
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Predefined Logic

- Predefined logic can be used by choosing an option from the list and changing the blue value(s), if any

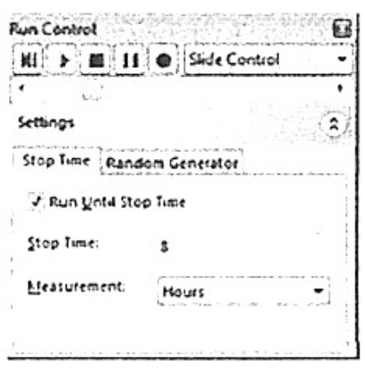


- By clicking the square next to the smart list you can look at the corresponding 4DScript

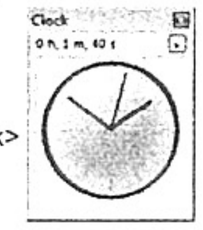


Step 4: Run the Model

- Press reset and then run to start the simulation
- Settings of the Run Control
  - Set the stop time
  - Set the seed value



- Adjust the speed settings to
  - unlimited speed
  - (synchro) real time
  - slide control (default)
  - custom speed
- To bring up the clock
  - < Simulate | Clock>
  - Press <Shift + F12>
  - Click



Reset

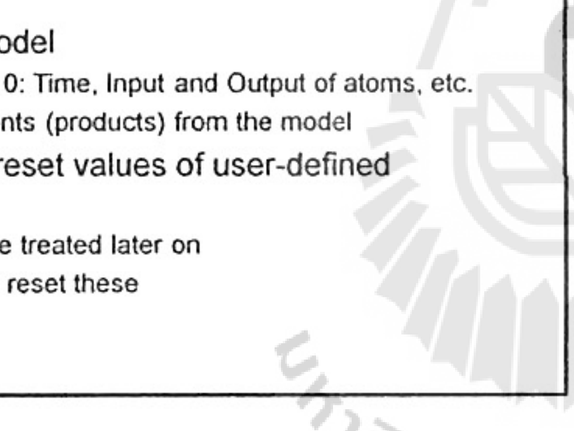
- Always press the reset button before running a model!
- Reset is automatically executed when
  - opening and saving a model
  - saving an atom to disk
- Reset initializes the model
  - sets general statistics to 0: Time, Input and Output of atoms, etc.
  - removes all "flow"-elements (products) from the model
- Note: Reset does not reset values of user-defined statistics
  - For example labels, to be treated later on
  - Use an Initialize-atom to reset these

Step 5: Analyze results

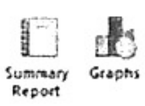
- Generic Monitor atom
  - graphically displays user defined variables in 2D window
- Summary Report
  - creates report of standard system variables in table or rtf format
- Graphs
  - creates a standard graph of output variable

Monitoring

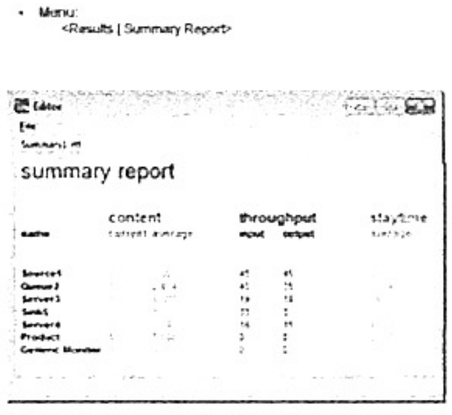
- Drag a Generic Monitor atom into the layout, and double-click it
- Choose
  - the atom to monitor
  - the variable to display
- Set preferences
- Be careful with setting the sample rate too high (rather every minute than the default of every 5 seconds!)

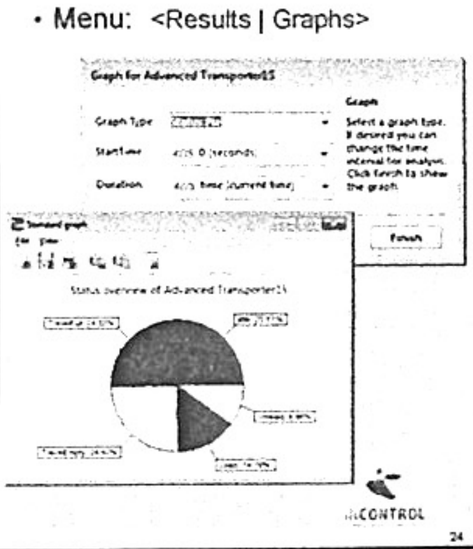


Step 5: Analyze results



- Menu: <Results | Summary Report>
- Menu: <Results | Graphs>



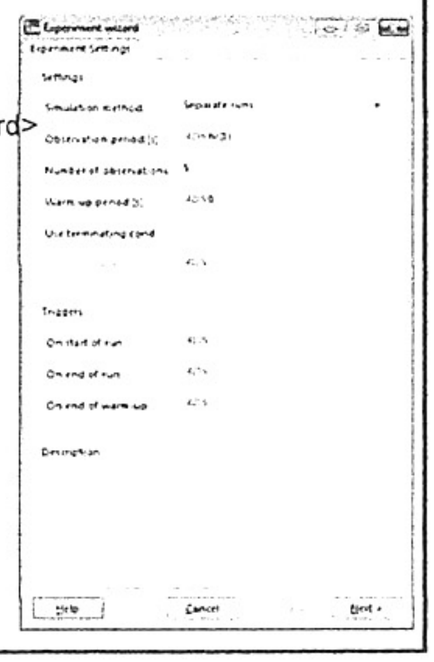


Viewing graphs

- To generate graphs, first go to < Simulate | History >
  - Always check the option General History
  - Select specific atoms to record history from
- General History can also be turned on and off with the red Record button on the Run Control
  - This makes it easy to temporarily disable the extra data collection during a run
- After running the model with History on
  - select the atom you're interested in
  - use < Results | Graphs > to view the results
- Do not switch History on for all atoms. The history file will become too large.

Experiment wizard

- <Experimentation | Experiment Wizard>
- Collect output data for analyses through different runs
- To perform experiments



The Atom Editor

- Menu: < Display | Atom Editor >
- Enables you to modify anything
- Used by developers who want to:
  - Modify or create atoms
    - behavior
    - animation (2D/3D or VR in v3.0)
    - number of channels
  - Modify or create applications
- Detailed explanation in Advanced Training

Topic 3: Library

- Library Overview
- Basic Atoms
- Availability
- Conveyers
- Transport
- Human Resources
- Operations
- Flow control
- Data

Library Overview (1)

- Basic Modeling

  essential atoms to make basic models

  source, queue, server, sink, product
- Transport

  conveyors, transporters, robots, crane, elevator
- Storage

  Warehouse, Kanban bin, Advanced ASRS
- Processes

  multiserver, assembler, unpack

Library Overview (2)

- Human Resource

  HumanResource, HumanResourceTeam
- Network

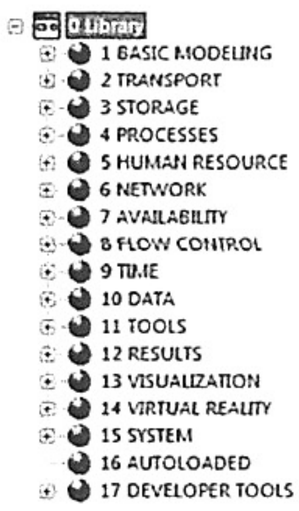
  network node, node manipulator, network controller
- Availability

  availability control, time schedule, mtbf - mttr, switch
- Flow Control

  lock, unlock, condition control

Library Overview (3)

- Time
  arrival list, user event
- Data
  table, connecting with spreadsheets & databases
- Tools
  a variety of atoms to simplify your simulation life. Initialize, empirical distribution
- Results
  monitors, reports, Gantt chart
- Optimization
  Only included if you have an OptQuest add in



Library Overview (4)

- Visualization
  atoms to help you visualize your model
- Virtual Reality
  atoms to make VR representations
- System
  do not use; used internally by ED
- Autoloaded
  atoms that were not in the library when opening the model
- Developer Tools
  Only loaded if you have ED Developer

Basic Modeling

- Contains essential atoms for all models
  - Product
    Are the atoms that flow through the model. They can represent people, production parts or orders etc.
  - Source
    to generate products for the model
  - Queue
    can represent a buffer in a production line
  - Server
    represents a machine or a counter etc
  - Sink
    Through this atom product leave your model

Basic Modeling: Source atom

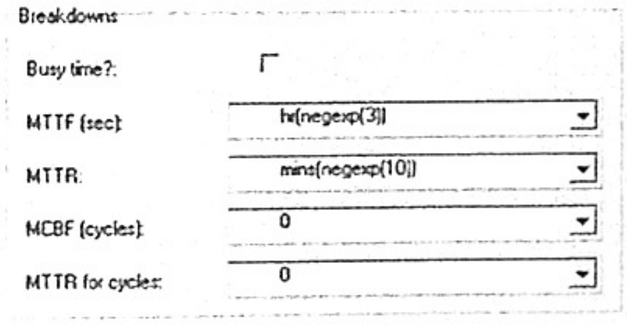
- Puts products in the Model based on an Inter-Arrival time
- Each time a product is generated and put into the model the Source determines based on the Inter-Arrival time when the next product should be generated

Basic Modeling: Source atom

- If the atom connected to the Source can't accept the product, then
  - Product is kept in the Source until it can be put in the model
  - A warning sign of 3 exclamations marks !!! becomes visible in the Source because the inter-arrival rate can't be followed.
- Parameter: Inter-Arrival time
  - `9` or `NegExp(9)` or `Uniform(6,12)` etc.
- Parameter: Number of Products
  - Unlimited
  - Or specify a fixed number of products to be generated

Basic Modeling: Server atom

- Server to model a machine or operation
- On Specific tab of server Gui
  - Batch rules
  - Breakdowns

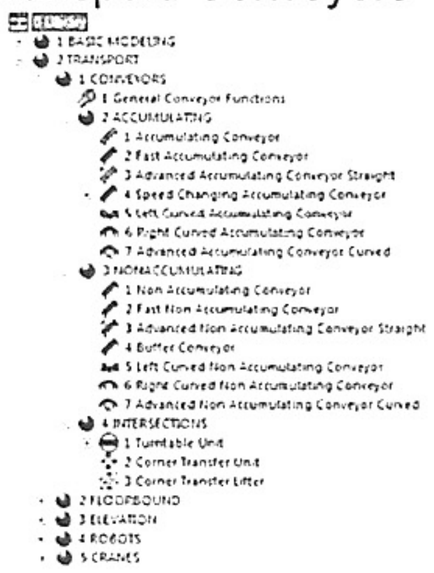


มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Transport

- Contains several transport atoms
  - Conveyors
    non accumulating and accumulating
  - Floorbound
    (advanced) transporter
  - Elevation
    elevator
  - Robot
    robot
  - Cranes
    Portal crane

Transport: Conveyors



- A product can only enter if sufficient space is available. (size matters!)

- Variations:
  - accumulating
  - non-accumulating
  - Intersections for conveyors
    - turn table, corner transfer unit
- Advanced conveyor support sensors
- Curved vs. straight conveyors

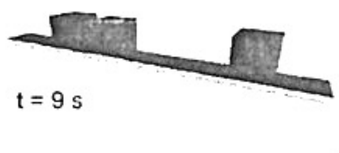
Accumulating vs. Non-accumulating

- Non-accumulating conveyor
  Stops rolling when first product on the conveyor is blocked
  Like a chain conveyor
- Accumulating conveyor
  Allows products to accumulate when first product on the conveyor is blocked
  Like most belt conveyors

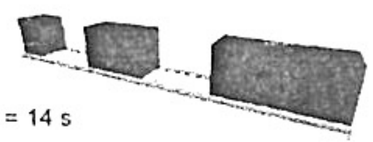
Accumulating vs. Non-accumulating

- Non-accumulating conveyor
  Stops rolling when first product on the conveyor is blocked
  Like a chain conveyor
- Accumulating conveyor
  Allows products to accumulate when first product on the conveyor is blocked
  Like most belt conveyors

Accumulating vs. Non-accumulating



Non-accumulating:
all products freeze when red product blocks exit



Accumulating:
green, blue, etc.
move up to red product when red product blocks exit

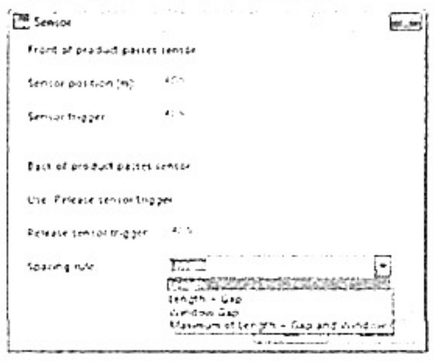
Conveyor Remarks

- The conveyors can be rotated using the popup menu or the window menu. (Note: angles in ED are measured clockwise!)
- To transport products right-to-left, turn the conveyor 180 degrees

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Conveyors: Advanced

- Advanced conveyors can have sensors
- Create at specific position sensors
- Allows the user to define a command that should be executed if the front of the product reaches the sensor
- Check the option Release sensor Trigger if instead, a trigger should be executed at a later time
- For example if the back of the product arrives at the sensor.
  In this case select the spacing rule length



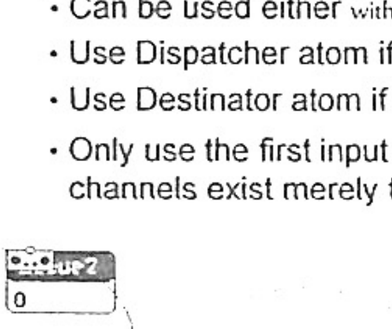
Conveyors: Speed changing

- The Speed changing conveyors can be used if during the run the speed of the conveyor can change.
- Note: the speed can't be set to zero.
- Change the speed of the conveyor by sending a message
  - Example change the speed to 5 m/s:

```
SendMessageDirect(
 AtomByName([Speed Changing Conveyor], Model),
 5)
```

  - Use a different atom reference in the model, `AtomByName` is slow.
- Changing the speed will not change the speed setting in the user interface of the Speed changing conveyor, but the new speed is used in the model until another Message is send to change the speed or the model is reset.

Transport: Floorbound



- Available Floorbound transport atoms are
  - (Advanced) Transporter
- The other atoms are support atoms for the above
  - Battery Charging Station
  - Dispatcher
  - Destinator

Floorbound: Transporter atom

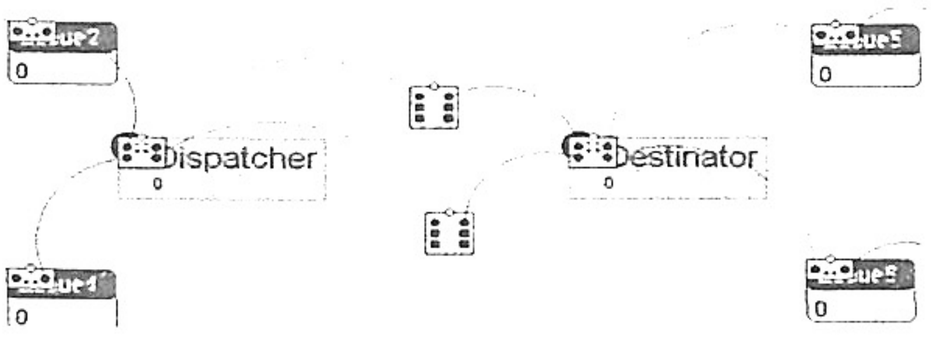
- Limited version of Advanced Transporter atom
- Does not require dispatcher and/or destinator when you have multiple pick-up and/or drop-off locations

But…

- No fixed path (network)
- No lift speed and height
- Loading and unloading of only one product
- No offsets

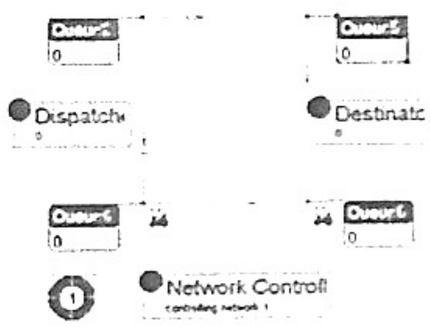
Floorbound: Advanced Transporter

- Can be used either with or without network
- Use Dispatcher atom if more than one pick-up place
- Use Destinator atom if more than one drop-off location
- Only use the first input and output channel. The other channels exist merely for 'technical reasons'.



Advanced transporter: using a network

- Create network by connecting nodes using the node manipulator
- Connect network to pickup places and destinations
- Connect transporter(s) to network by connecting them to a network node
- A Network Controller Atom is necessary to guide the transporters through the network

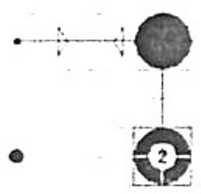


มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Transport Network: Node Manipulator

- Double click Node Manipulator to change mode:
  - Unidirection (1) vs. bidirectional (2)
  - Connect (green) vs. disconnect (red)

- Procedure:
  - Place Manipulator over starting node/atom
  - Right click
  - Move it to destination node/atom
  - Right click again



Transport Network: Network Controller

- After modifying the network, do not forget to click "Optimize Network" in the Network Controller dialog
  This calculates the shortest path between all network nodes
- Only one Network Controller is needed for the entire model, even if you have several unconnected networks
- Every transporter must be assigned to a network using the Link to Network button on its dialog. This also determines its starting position

Storage

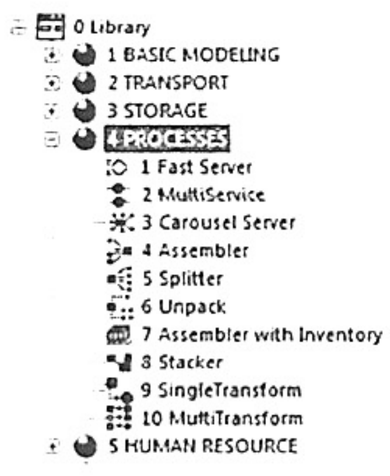
- Advanced automated storages and retrieval system ASRS
- Kanban Bin
- Warehouse
- Ground Storage

Storage: Warehouse

- To store products in a specific location of the warehouse
- The user can define the number of rows and columns of the warehouse
- Each cell of the warehouse can contain 1 product
- If the warehouse is full the input channel is closed
- Use Labels on products to define a more complex rule which determines where a product is placed
- If an output channel of the warehouse is connected to another atom, the warehouse will act as a queue

Processes

- MultiService
- Assembler and Unpack
- Splitter



Processes: MultiService-atom

- A "Concurrent Processor"
- Useful for modeling several parallel servers with a single atom (works well for, e.g., cure times, waiting time until the next stage in a process, sometimes even useful as an "advanced queue")
- Capacity defines the number of servers or number of products which can be concurrently processed.
- Cycletime applies to each individual product separately
- Not FIFO (unless cycle time is a fixed value), just FCFS

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

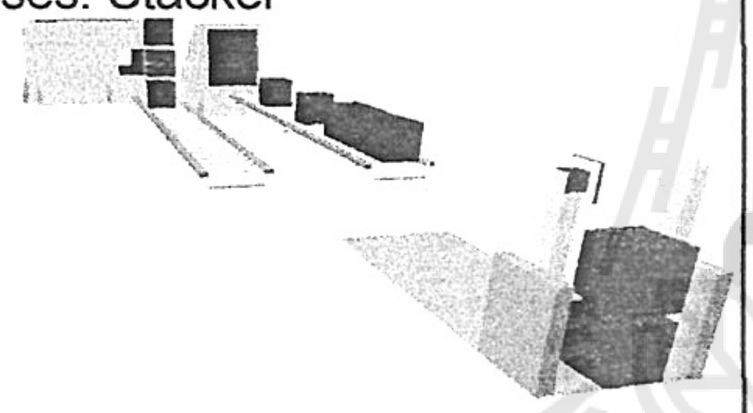
Processes: Assembler-atom

- The Assembler atom is used to join products per a "bill-of-material" table.
- The products can maintain their individual characteristics if "Pack contents" is checked.
- Otherwise, sub-products are destroyed and main (assembled) product continues. In this case, only the characteristics (labels etc.) of the main product are retained.
- Channel 1 is for the container or main product.
- Channels 2-n are for contents or sub-products.
- The table can have multiple columns in order to define multiple assembly types.
- The cycle time starts when all sub-products have arrived.

Processes: Splitter

- The Splitter atom splits a single product atom into a number of copies and sends them out
- Copies are exact duplicates of the original atom, including labels.
- In the table specify for each output channel the number of copies that have to be sent
  - The copies are sent out in numerical order, starting with output channel 1.
  - After entry, the input is closed until the Splitter is empty again.
- Important: The copy atoms are created one at a time. Only when the copy has left, another copy is created. This is repeated until the last copy has been sent out. Then the original atom is destroyed.

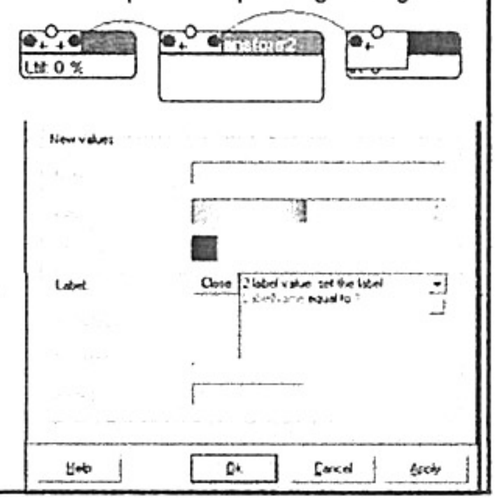
Processes: Stacker



- To stack products
- Stack by label and to a maximum height
- Products are inserted into an invisible container
- Use Unpack atom to de-stack the products

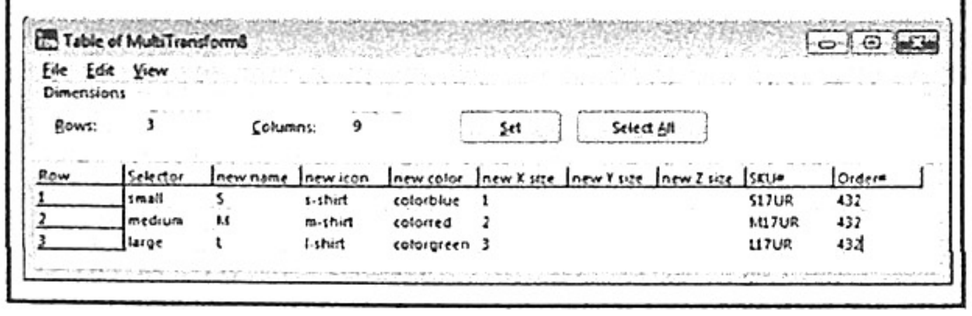
Processes: SingleTransform Atom

- Used to change characteristics of the products passing through
- The "Atom selection rule" defines which of the products passing through are to be changed



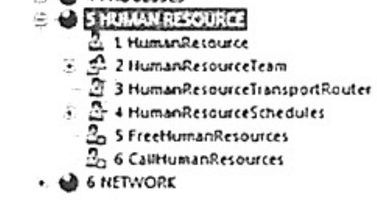
Processes: MultiTransform Atom

- Used to assign multiple labels or when atom characteristics are transformed by product type
- "Atom selection rule" is the first filter criterion
- "Row selection rule" is the second filter, and defines what on the product (name/label/icon) will be used to compare to what is entered into the "Selector" column of the table



Row	Selector	new name	new icon	new color	new X size	new Y size	new Z size	SKU#	Order#
1	small	S	s-shirt	colorblue	1			S17UR	432
2	medium	M	m-shirt	colorred	2			M17UR	432
3	large	L	l-shirt	colorgreen	3			L17UR	432

Human Resources



- HumanResource
- HumanResourceTeam
- HumanResourceTransportRouter
- HumanResourceSchedules
- CallHumanResources
- FreeHumanResources

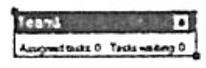
Human Resources

- To model people or other resources working at different locations
- Human resources are called when needed at a specific location
- Human resources are freed and available for other jobs the moment they finish their task
- Calls can be handled FCFS, or based on priorities, etc

HumanResourc

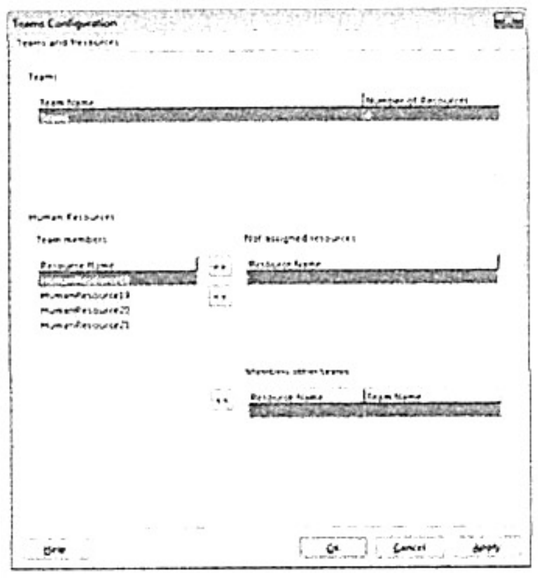
- HumanResources are grouped into teams
- You always need 2 types of atoms in your model
  - HumanResource
  - HumanResourceTeam

HumanResourcesTeam HumanResources



Resource assists at server for every product (resource - product connection).

HR Team – Easy team configuration



- Edit the team members
  - Use Teams configuration window
  - Open window from the Team *Members page* of the team atom
  - Click the arrow buttons to move resources to a team
  - The resource gets a connection to one of the team's output channels. By default channels are not visible.

Call & Free HumanResources

- Call and free HumanResource using:
  - 4DScript functions calls from triggers
    - `HumanResourceTeam_CallResources`
    - `HumanResourceTeam_FreeResources`
  - Call and free atoms
    - CallHumanResources
    - reeHumanResources
- Important difference: the call atom can contain just one product

HumanResources: 4DScript

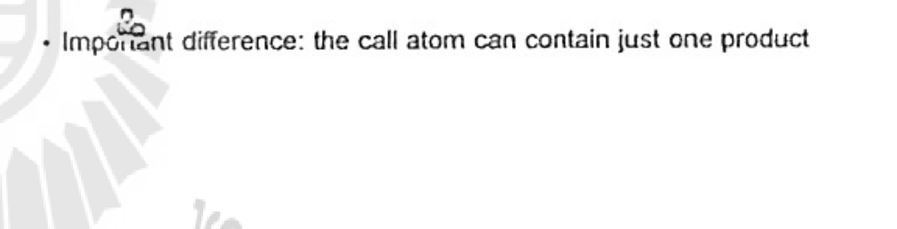
- At entry trigger: `HumanResourceTeam_CallResources`
- At exit trigger (not necessarily of the same atom): `HumanResourceTeam_FreeResources`

- First parameter of both functions is a reference to the team.
- Click on the Team and check *Create reference*. Use the name of the reference to refer to the team `refTeamX`.

- Example: `HumanResourceTeam_FreeResources(refTeam2, c)`

Call & Free HumanResources

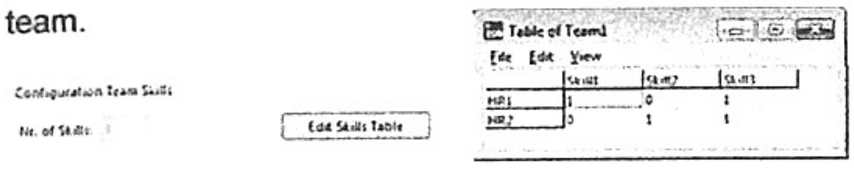
- If using the call and free human resource atoms
- Include these in the model flow
- Connected 2nd input of call and free atoms to the team or create reference to team and update table



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

HR Team – Skills of team members

- Skills can be used to model task specialization.
- Add skills via the *General* page of the HumanResource team.



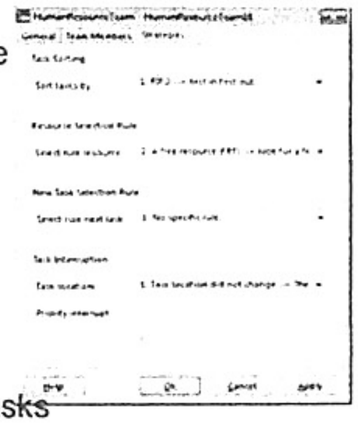
- The 6th parameter in the call function is required skill number.

```
HumanResourceTeam_CallResources(refTeam1,c,i,1,1, 2 )
```

  - Skills number 2: Only HumanResource named HR2 is called.

HR Team – Strategies

- Adjust selection of resources and tasks via the *Strategies* page of the HumanResource team.
- Task sorting
  - FIFO, LIFO or priority based
- Resource selection rule
  - Free resource, nearest in network etc
- New task selection rule
  - From biggest queue, nearest task location
- Task interruption for high priority tasks



HR Team – Task priorities

- The 5th parameter in the call function is the tasks priority.

```
HumanResourceTeam_CallResources(refTeam1,c,i,1,3,1)
```

  - Tasks priority 3
- Tasks can be sorted based on their priority. Set *Sort tasks by* property of team to
  3. By priority ascending
  4. By priority descending

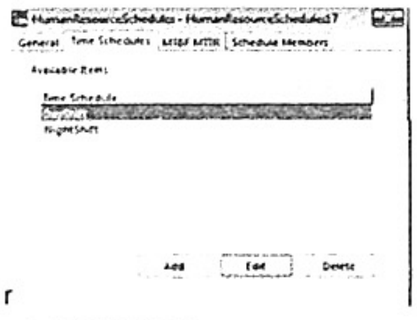
  --> tasks with lowest/highest priority number are assigned first.
- Interruption of tasks possible for tasks with a priority >= the minimum priority defined at the team atom.
  - Current task is set on hold. When HR returns remaining service time is finished.

HR TransportRouter – Carry items

- Human Resource can be called at model processes, but also for transportation tasks.
- To generate transportation tasks, the transport router atom needs to be added to the model flow.
- Load settings are available on the human resource atom.

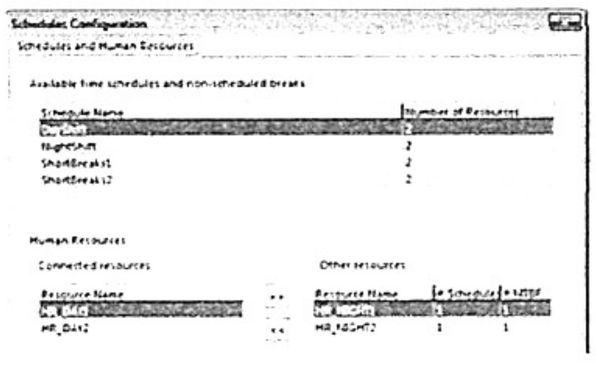
HR Schedules – Easy scheduling

- Use the HumanResourceTransportRouter atom to the model. Define
  - regular Time Schedules
  - irregular breaks (MTBF-MTTR)
- On schedule down:
  - Interrupt current task and return it to the team.
  - Interrupt current task and finish after downtime.
  - Finish current task, do not accept r
- In case of task interruption, the current task location will be put on hold.



HR Schedules – Easy scheduling

- After creating time schedules and breaks use the schedules configuration window to assign members to the schedules. See *Schedule members* page of atom.



A human resource can listen to multiple schedules and/or MTBF-MTTRs.

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

And some technical remarks..

- Not automatically connected to the product. The user has to define the "involved" atom. This gives the user more flexibility and prevents errors.
- Not possible to call a resource on triggers of every atom. Examples
  - a multi server
  - Conveyors
- In that case use call operator atom instead.

Network

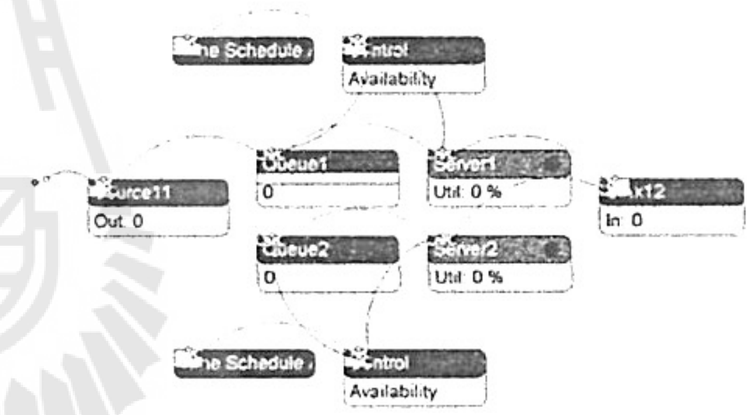
- Create a network for
  - Advanced transporters
  - Human Resources
- Use Network nodes at all corners and intersections and at every pick up and delivery place
- Use a node manipulator to connect the nodes with each other and with the pick up and delivery atoms
- A Network Controller is necessary to determine the optimal route

Availability

- Control the availability of other atoms, such as servers, sources and transporters
- If unavailable, an atom stops executing its task.
- Always use an Availability Control atom in combination with at least one of
  - Mtbf Mttr Availability atom
  - Switch Availability atom
  - Time Schedule Availability atom

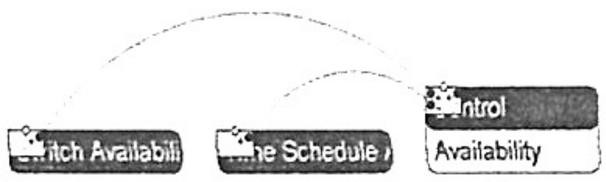
Availability Control Example

- Supermarket where desks open and close at different times

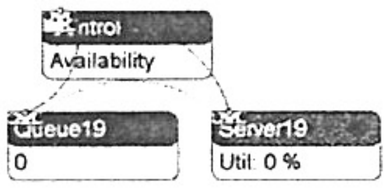


Availability Control Atom

- Input channels: connect to
  - Time Schedule
  - Switch
  - Mtbf atoms

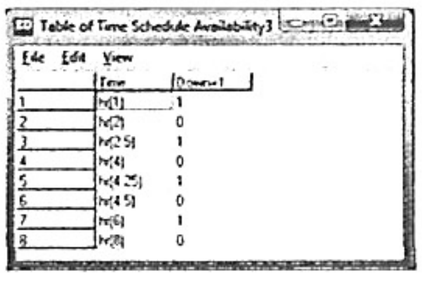


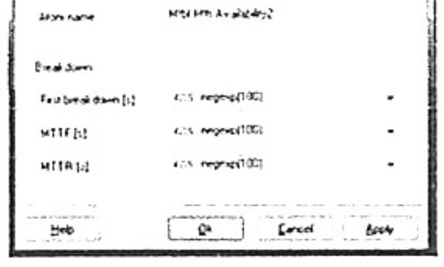
- Output channels: connect to central channel of atoms of which you want to control availability



Availability Control Input

- Switch Availability Atom: toggles availability on user click
- Time Schedule Availability atom: controls availability according to a given time schedule





- Mtbf Mttr Availability Atom: availability according to probability distributions

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Availability Control Aspects

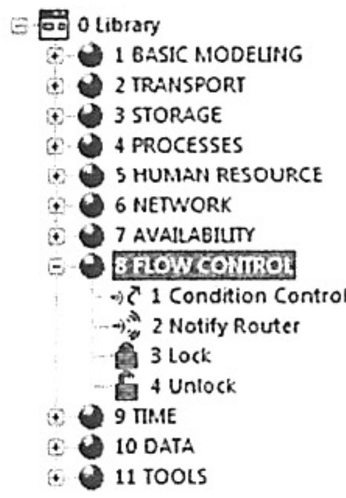
- You can control which aspects of controlled atoms are made unavailable

- open/close input channels
- open/close output channels
- postpone events
- stop motion

- custom 4DScript triggers

Flow Control

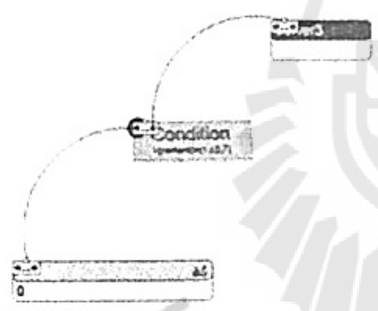
- Condition Control
- Lock & Unlock



Flow control: Condition control

- Atom to control input and/or output of atoms by monitoring a user defined condition
- Condition may involve other atoms in model
- The atoms linked to the output channels are the atoms you want to control.
- Be careful:

  Reduces simulation speed!

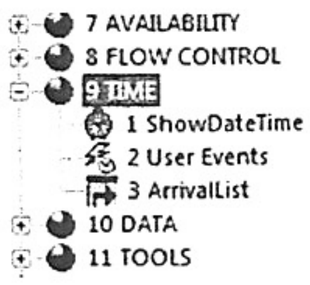


Flow control: Lock and Unlock

- Lock is used to prevent more than a specified number of atoms to pass this atom (the "lock level").
- If used combined with one or more Unlocks they prevent that more than the specified number of atoms are processed at the same time.
- These atoms do not have storage capacity as they have "lock-on-block" logic built in.
- The Lock simply counts the number of products having passed. An Unlock connected to this Lock decreases this count by 1 the moment a product passes the unlock.
- The second (or higher) output channel(s) of a Lock is/are connected to the second input channel of an Unlock!

Time

- User Events
- Arrival List



Time: User Events

- Executes 4DScript code based on a pre-defined event list.
- Events can be added, edited or deleted.
- Each record in the list contains an event time, a 4DScript statement and an optional repeat time.
  - This can be shown by clicking on 'Timetable'.
- For each Event you can assign an atom reference to the involved atom. You can then use the 4DScript command `i` in the code of the event to address this involved atom.
- Assign a priority to the Event to make sure the event is executed before or after other events that need to occur at the same time.

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Time: ArrivalList (1)

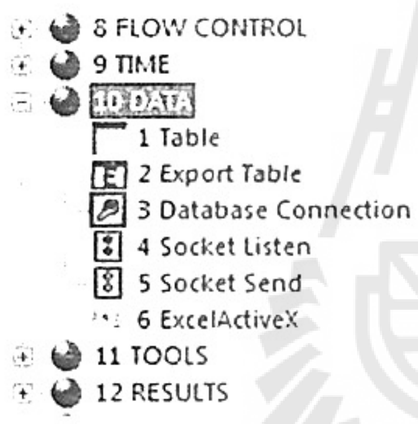
- Used to generate products per a defined time schedule
- The following information is entered in a table for each "arrival"
  - Arrival time (conversions like `mins(7)` and `hr(2.5)` are OK)
  - Name
  - Labels
  - Quantity (may be an expression like `dUniform(5, 10)`)
  - Channel (output channel through which the arrival will exit)

Time: ArrivalList (2)

- You may choose different options for repeating the schedule:
  - No repeat
  - Continuously repeat schedule
  - Repeat time period

Data

- Table
- Export Table
- Database connection
- ExcelActiveX



Data: Table Atom

- Indirect use (no alias):
  - `SetCell(1, 1, 123, c)` or `Cell(1, 1, c) := 123`
  - `Cell(1, 1, c)`
- Direct use (when alias created, e.g. MyTable):
  - `SetMyTable(1, 1, 123)` sets a cell in the table
  - `MyTable(1, 1)` queries a cell in the table
  - `RefMyTable` atom reference to the table
- Column and row 0 represent the header column and row
- Index out of range will not give an error message
  - returns the value 0 when queried
  - writes a trace message when set

Data: Database Connection atom

- Connect to database:
  - Microsoft Access
  - Dbase
  - Paradox
  - SQL Server
- For connection with ODBC (= Open DataBase Connection) you must create alias (Control panel - ODBC settings)

Data: ExcelActiveX

- Use an ExcelActiveX atom to setup a connection with an Excel workbook.
- There are two option to read from and write to Excel.
  - Use `ExcelActiveX_Read` and `ExcelActiveX_Write` functions on triggers to read from and write to a specific cell. Example

```
ExcelActiveX_Write (2, 3, 12.75)
ExcelActiveX_Read (2, 3)
```

  - From the tables page in the dialog of the ExcelActiveX atom. Create tables in the ExcelActiveX atom.

    Specify for each table at what time during a simulation data should be written to or read from Excel.

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Tools

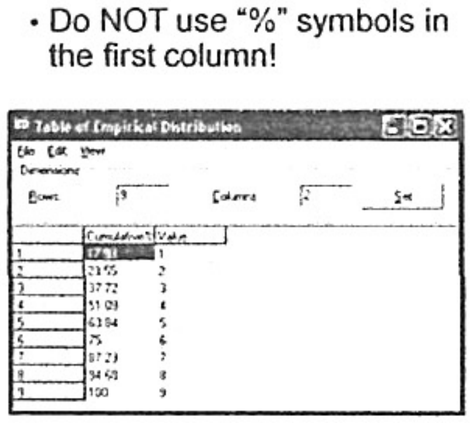
- Composition container
- Empirical Distribution
- Function Editor
- Initialize

Tools: Composition Container

- Can be used to create submodels
- Useful for organizing a model into hierarchical levels
- Define if the contents are to be shown and at which scale
- Move atoms into composition container with
  < Selection | Move into atom >
- Saving the composition (which in fact is a submodel):
  - right-click it, and select "Save composition"
  - DO NOT save it by using "Save atom as"!!!!
  - An extra "*.cmp" file is created where all atom specific variables are stored
- In combination with 'File-Merge' other models can be easily inserted

Tools: Empirical distribution atom

- Customized discrete distribution
- Use an alias name to query the distribution directly
- Do NOT use "%" symbols in the first column!



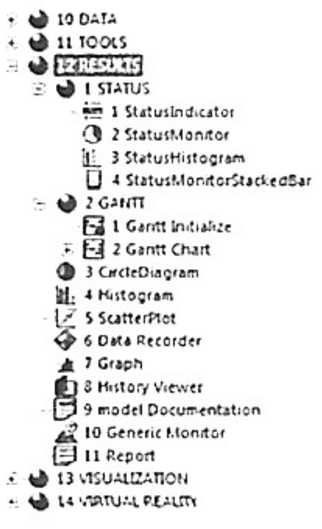
Tools: Function Editor

- Can be used to write your own functions
- The function name becomes a "normal" 4DScript word
- If you assign "public" the word will also appear in the 4DScript overview.
- In order to use it in a new ED session, the function atom should be in the model or in the library.

Tools: Initialize atom

- The Initialize atom executes code every time
  - as first event when the simulation starts (time 0) or
  - on reset (check the option "On reset")
- For example, use it to
  - Initialize a labels or variable (this is not done automatically)
  - To close the in or output channels with `CloseInput/CloseOutput`.
- Does not need any connection with any of the other atoms, but in can be useful to connect the input to a central channel to be able to reference an atom.

Results

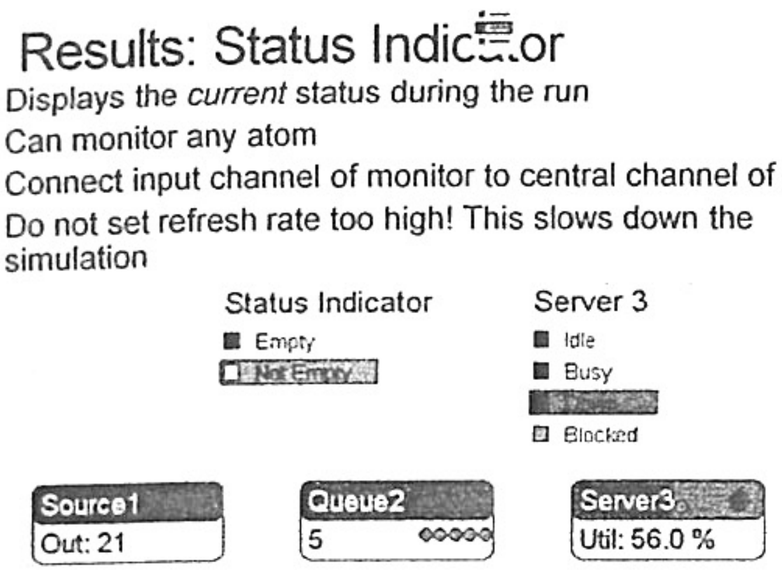


- StatusIndicator/Monitor/Histogram
  - graphically displays status of a single atom
- Data Recorder
  - writes user defined variables to table when products enter
- Graph
  - creates customizable graphs/charts
- Monitor
  - graphically displays user defined variables in 2d window
- Report
  - writes summary report to disk (.rtf or .csv)

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

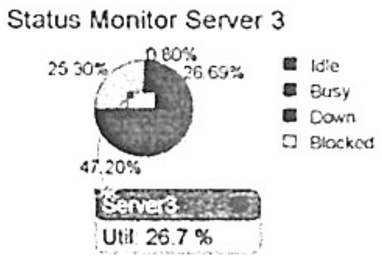
Results: Status Indicator

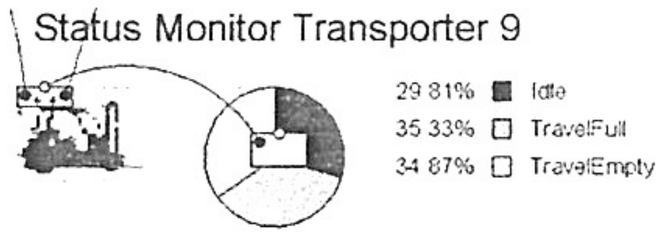
- Displays the *current* status during the run
- Can monitor any atom
- Connect input channel of monitor to central channel of atom
- Do not set refresh rate too high! This slows down the simulation



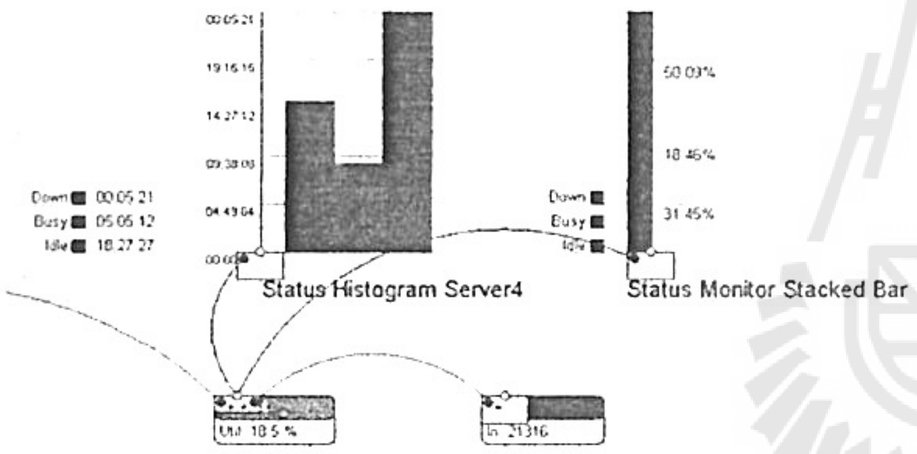
Results: Status Monitor

- Shows status of the atom during a run
- Any atom can be monitored
- Connect input channel to central channel of atom to monitor



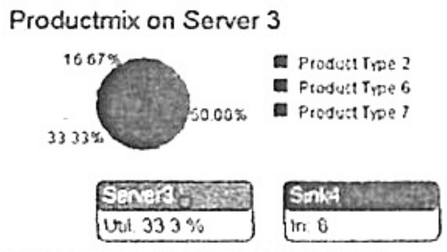


Status Histogram or Status Stacked Bar



Results: Circle Diagram (1)

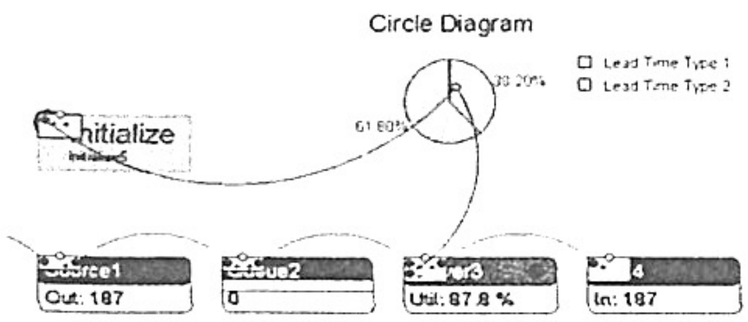
- Updated via 4DScript
- To initialize from Initialize atom:
  - Use `CircleDiagram_Initialize(atomref)`



- To update the size of the slices:
  `CircleDiagram_IncreaseSegmentScore(atomref, segmentnr, value)`
  `CircleDiagram_DecreaseSegmentScore(atomref, segmentnr, value)`
- Atomref: use `In(#,c)` and connect input channel to circle diagram

Results: Circle Diagram (2)

- Exit trigger on Source1 creates 50% type 1, 50% type 2
- Queue discipline gives priority to type 1
- Circle Diagram tracks total lead time of both product types

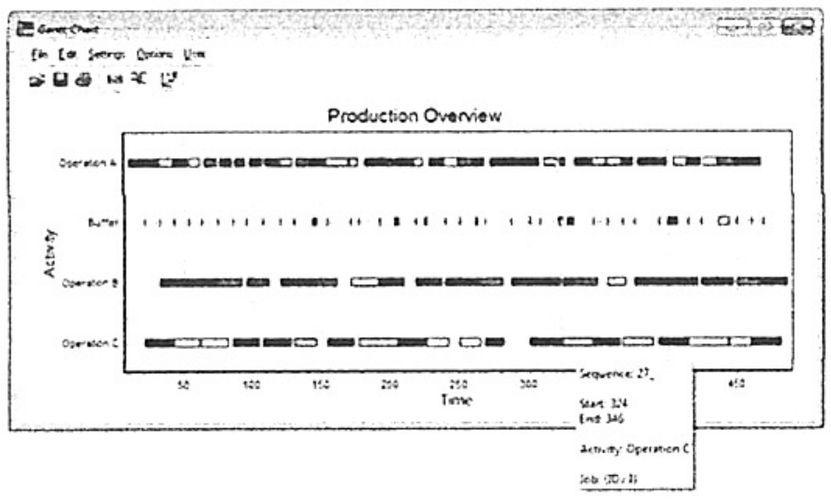


Results: The Graph atom

- Used to create a user-defined graph.
- You must define the "value" to be plotted, and the "label" associated with each value.
- Note: "label" in the graph menu has NOTHING to do with atom labels!
- In the definition of the "value" and the "label", you may refer to the following two graph variables: `gp` and `gs`
  - `gp` (*graph point*) runs from 1 to "Number of points"
  - `gs` (*graph series*) runs from 1 to "Number of series"

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Results: Gantt-chart



Results: Gantt-chart

- Use Gantt-chart atom
- Use as
  1. Stand alone: generate Gantt-chart from data contained by table

  2. In the flow: in combination with Gantt Initialize atom, collect data from atoms passing by

Results: Data Recorder atom

- Used to collect user defined variables.
- Variables are written to this atom's table as products pass through.
- Results can also be written to Excel.
- This atom does not add capacity to your model because it does not allow products to enter unless they can immediately pass through without queuing up.

Visualization

Virtual Reality

Virtual Reality: VR Building

- Even the simplest ED models look sophisticated in 3D if this atom is in your model!
- Does not need a channel connection with any of the other atoms.
- Preferable position of the atom in the 2D layout window is somewhere in the middle among the other atoms.

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Moving around in 3D

- 3D Model View Menu < Camera | Mode | Freehand >
  - Zoom in/out:
    left+right mouse button, move mouse up/down
  - Rotate:
    right mouse button, move mouse
  - Move:
    left mouse button, move mouse

Topic 4: 4DScript

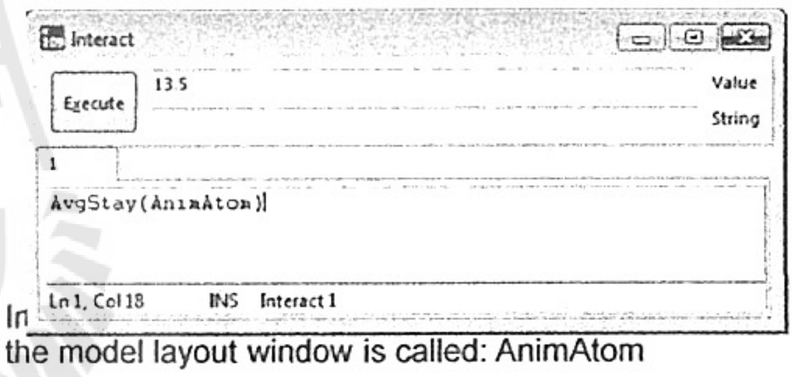
- Introduction
- Interact Window
- Syntax
- Common 4DScripts words
- 4DScript editor tips
- Atom Characteristics and Statistics

4DScript: Introduction

- 4DScript for everything
  - model logic
  - create atoms
  - control ED from outside applications
- Often used to manipulate labels in triggers and in conditional statements
- 4DScript is auto-compiled during run-time: Code changes in the running model are effective immediately

4DScript: Interact Window

- Enter 4DScript code and test it directly
- < Tools | 4DScript Interact...> or Shift-F6



- In the model layout window is called: AnimAtom

4DScript: Interact Window Exercises

- Open the Interact Window
  - Calculate `3 + 5`
- Build a simple source-queue-server-sink model
- While the model is running:
  - Repeatedly execute `Time`
  - Select the sink and execute `Input(AnimAtom)`
  - Select the queue and execute `Content(AnimAtom)`
  - Select the server and execute `AvgStay(AnimAtom)`

4DScript: words and parameters

- Examples:
  - `Time`
  - `NegExp(9)`
  - `Uniform(1,10)`
  - `Content(AnimAtom)`
  - `Msg([Hello])`
  - `If(Time > 3600,Stop)`
- Parameters
  - Between parentheses ( )
  - Separated by commas ,
  - Up to 255 parameters
- Parameters can be
  - Values
  - Strings
  - Atom references
  - Expressions

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

4DScript: Strings (1)

- A Value is a number, a String is a piece of text
- Strings are written between square brackets
  - Try `[Hello, world!]`

- Parameters can be values or strings
  - Try `Msg([Hello, world!])`

- The result of execution can be a value or a string
  - Select an atom and try `Name(AnimAtom)`
  - Select an atom and try `Age(AnimAtom)`

4DScript: Strings (2)

- What's the difference?

```
3/7
[3/7]
String(3/7)
```

- Strings can be combined

```
Concat([Hello, ], [world!])
Concat([3 + 4 =], String(3 + 4))
Concat(
[Age of ], Name(AnimAtom),
[ is ], String(Age(AnimAtom))
)
Msg(Concat([3 + 4 =], String(3 + 4)))
```

4DScript: Syntax (2)

- Multiple lines and spaces: OK

- Lower and/or upper case are interchangeable
  - IndexMin(...), iNdExMiN(...), indexmin(...) are all the same
  - We recommend IndexMin(...)

- All brackets must match!
  - First thing to check on syntax error
  - Press F10 to check syntax

4DScript: Comments

- Comments between curly brackets

```
{This is a comment}
```

- Comments are ignored by ED, but very important for human readers

- Use them to explain how your program works

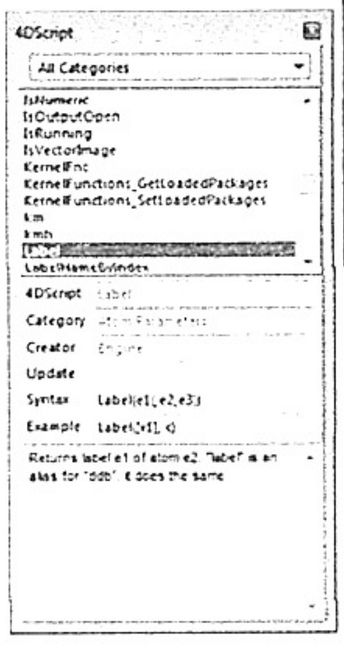
```
Repeat(3,
 Do( { store counter for access in
       inner loop }
  var([valX], vbValue, Count),
  Repeat(2,
   Do( { Count now returns the INNER
         counter }
    Trace(
      [x=], String(valX),  {OUTER 1..3 }
      [, y=], String(Count){INNER 1..2 }
    )
  )) { end of inner loop }
 )
)
```

4DScript: Words Overview

- Quickly find information about words

- < Tools| 4DScript list>
- From a 4DScript editor
  - Place cursor in 4DScript word. Press F2
  - Right-mouse, select "4DScript View"

- If(e1,e2{,e3})
  - e1 and e2 are necessary parameters, e3 is optional



4DScript: Setting a value

- Some 4DScript words are used to get information
  - `Time`, `Name(AnimAtom)`, `Content(AnimAtom)`
  - `IconByName([circlegreen])`, `Icon(AnimAtom)`

- Sometimes the information can be changed
  - `Name(AnimAtom) := [My Server Atom]`
  - `Icon(AnimAtom) := IconByName([circlegreen])`
  - `Color(AnimAtom) := ColorRed`

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

4DScript: Arithmetic statements

- Evaluation order is: {* , /}, {+ , -}, {<, <=, =, >=, >}
  "*" and "/" have same priority, as have "+" and "–"
- Evaluation from left to right when all operators have same priority
- Evaluation order can be overruled with parentheses
  3 + 5 * 2 = 13
  (3 + 5) * 2 = 16
- Old parts of ED use older notation

New	Old Notation
2+5	+(2,5)
9/3	/(9,3)
2*4/2+3-4	-(+(/(*(2,4),2),3),4)
6>2	>(6,2)

4DScript: Multiple Statements

- "Do" function: for executing multiple 4DScript commands ('function containing functions')
- Select a product atom in the model and run the following from the Interact window:

```
Do(
 Color(AnimAtom) := ColorRed,
 Icon(AnimAtom) := 2
)
```

4DScript: Conditional Statements (1)

- If(e1, e2 {, e3})
  - e1 = condition
  - e2 = logic when condition is true
  - e3 = logic when condition is false (not mandatory: 0 is returned)
- Example:

```
If(
 Content(AnimAtom) >= 4,
 Msg([Please open extra server!])
)
```

4DScript: Conditional Statements (2)

- And/or allowed within condition
- Example:

```
If(
 And(
  Content(AnimAtom) >= 4,
  Time > 3600
 ),
 Msg([Please open extra server!])
)
```

4DScript: Conditional Statements (3)

- If(e1, e2, {e3}) is also used as an expression
- Example: in Cycle Time of Server Atom:

```
If(Time > 3600, NegExp(5), NegExp(15))
```

- Example: in Send To of Queue Atom:

```
If(Time > 3600, 1, 2)
```

4DScript: Case statement

- `Case(e1,e2,e3 {,e4...e25})`
  - e1 = defines case number to be executed (result must be 1 to number of cases)
  - e2 = case 1 statement
  - e3 = case 2 statement
  - etc.
- Try from the Interact window:

```
Case(
 1, { change this parameter; try 1, 2 and 3 }
 Msg([The first parameter is one!]),
 Msg([The first parameter is two!]),
 Msg([The first parameter is three!])
)
```

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

4DScript: Debugging statements

- `Msg(e1)`: to display a messagebox containing text e1
  - `Msg(String(Age(AnimAtom)))`
  - You can't miss a message, simulation halts until OK clicked
- `Trace(e1)`: to write a text to tracer window
  - `Trace(Time)`
  - `Trace([Hello], Time)`
  - Simulation not halted, but Tracer window has to be open
- Multiple strings connected by `Concat(e1, …, en)`:

```
Msg(
 Concat(
  [Servicetime is: ],
  String(Label([Servicetime], First(c)))
)
```

4DScript: Repeat Statements (1)

- Repeat(e1,e2)
  - executes e2, e1 times
  - '`Count`' returns the current iteration number
- Try: open a Table atom in the model and run the following in the Interact Window:

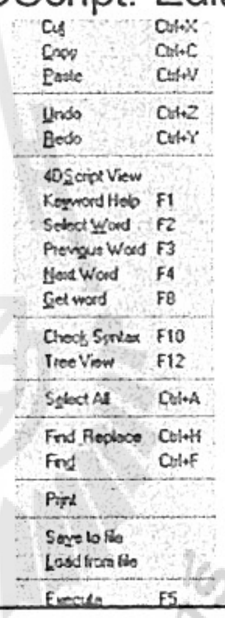
```
Repeat(
 100,
 Cell(Count, 1, AnimAtom) := 1
)
```

4DScript: Repeat Statements (2)

- `LoopUntil(e1, e2, e3)`
  - e1 = condition
  - e2 = statements
  - e3 = maximum repetitions
- Count is the current number of loops made
- Omitting e3 might result in endless loop when errors have been made
- When e1 is true (even during the first loop) e2 is NOT executed

- `While(e1, e2)`
  is the same as
  `LoopUntil(Not(e1), e2)`

4DScript: Editor Functionality (1)



- Right mouse click for functionality list:
  - Undo (Ctrl+Z)
  - Redo (Ctrl+Y)
  - 4DScript View
  - Keyword Help (F1)
  - Select Word (F2)
  - Previous Word (F3)
  - Next Word (F4)
  - Get Word (F8)

4DScript: Editor Functionality (2)

- Check Syntax (F10)
- Tree View (F12)
- Select All (Ctrl+A)
- Find Replace (Ctrl+H)
- Find (Ctrl+F)
- Print
- Save to file
- Load from file
- Execute (F5)

4DScript: Atom Characteristics

- Default atom characteristics:
  - `Name`
  - `Color`
  - `Icon`
  - `xSize`
  - `ySize`
  - `zSize`
  - `AtomId`

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

4DScript: Atom Statistics (1)

Available for every atom at any time

- `Input`
  the number of products which have entered
- `Output`
  the number of products which have exited
- `Age`
  time since creation of the atom or reset
- `Status`
  the status of an atom (see `StatusList` in Help file)
- `TimeForStatus`
  the time an atom has been in a specific status
  (only in Experiment mode)

4DScript: Atom Statistics (2)

- `Content`
  current number of products contained in an atom
- `AvgContent`
  average number of products contained in an atom since reset
- `MaximumContent`
  maximum number of products contained in an atom so far
- `Entrytime`
  time (sec.) at which a product has entered the atom
- `AvgStay`
  average time (sec.) products have stayed inside an atom since reset (only measured for products which exited the atom)
- `MaxStay`
  maximum time (sec.) a product has stayed inside an atom since reset

Topic 5: Labels

- Labels are used to store distinguishing characteristics of products in your model or to store data on atoms
- The purpose of labels is similar to the purpose of a bar code label on a real product
- It can provide information on how to route and/or process the product.

Introduction to Labels: Example

- Airport modeling: There are many distinguishing characteristics possible for the passengers.
- Examples:
  - Class (First, Business or Economy)
  - Check-in Baggage (yes, no)
  - Nationality (European, other)
- Using Labels passengers can be routed differently through the model.

Introduction to Labels: Example

- Class (First, Business or Economy)
  - Name of the label: Class
  - Value of the label: First, Business or Economy
- Check-in Baggage (yes, no)
  - Name of the Label: Baggage
  - Value of the Label: Yes or No
- Nationality (European, other)
  - Name of the Label: Nationality
  - Value of the Label: Eu or Asia, etc

Introduction to Labels: Example

- Typically we use values instead of string
- Label Name: Class
  - Value: 1, 2 or 3
    (1 = First, 2 = Business, 3 = Economy)
- Label Name: Baggage
  - Value: 1 or 0 (Yes = 1, No = 0)
- Label name: Nationality
  - Value: 1, 2, etc (Eu = 1, 2 = Asia, ect)

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Introduction to Labels: Labels Assignment

- A label is simply a local variable assigned to an atom
- Labels do not need to be "declared"

- Labels are assigned to products using:
  - Creation trigger on a source
  - Trigger on entry/exit of other atoms in a model
  - Single or Multi Transform atoms
  - Arrival List atom

Introduction to Labels: labels

- A product (or any atom) can store as many labels as you want
  - Labels have a name to make the distinction
- Labels have a value or string assigned to them
- Labels are assigned to individual atoms, not to all atoms in the model at once.
- Setting a label to the value 0 deletes it, so a label behaves like the M-memory of many pocket-calculators.

Label Exercise

- Create a model as below
- Change the icons of the products
- Use predefined logic on the Creation trigger of the Sources to set a label named type to the values 1 and 2, respectively
- Use predefined logic on the Send To of the Queue to send all type 1 products to the first conveyor, and the others to the second

Label Syntax

- Query syntax:

```
Label([LabelName], atom reference)
```

- Update syntax:

```
Label([LabelName], atom reference) := value
```

- Examples

```
Label([LabelName], AnimAtom) := 3
Label([LabelName], AnimAtom) := [ED]
Label([LabelName], AnimAtom) := Bernoulli(90,1,2)
```

- Labels of `AnimAtom` can also be viewed
  - Through main menu < Display | Atom Labels >

Topic 6: Atom References

- About atom references
- In Entry and Exit triggers
- Direct references
- Relative references

About atom references

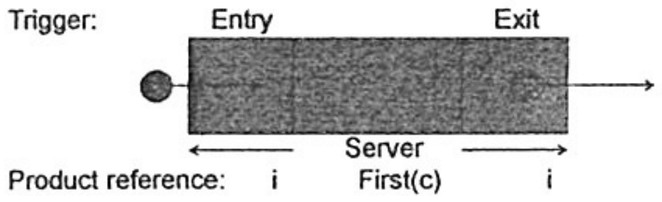
- You need to refer to another atom to:
  - get information or data from that atom
  - send information or data to that atom
  - send atoms or messages to other atoms

- Referring to atoms in ED is like using pointers

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Atom references

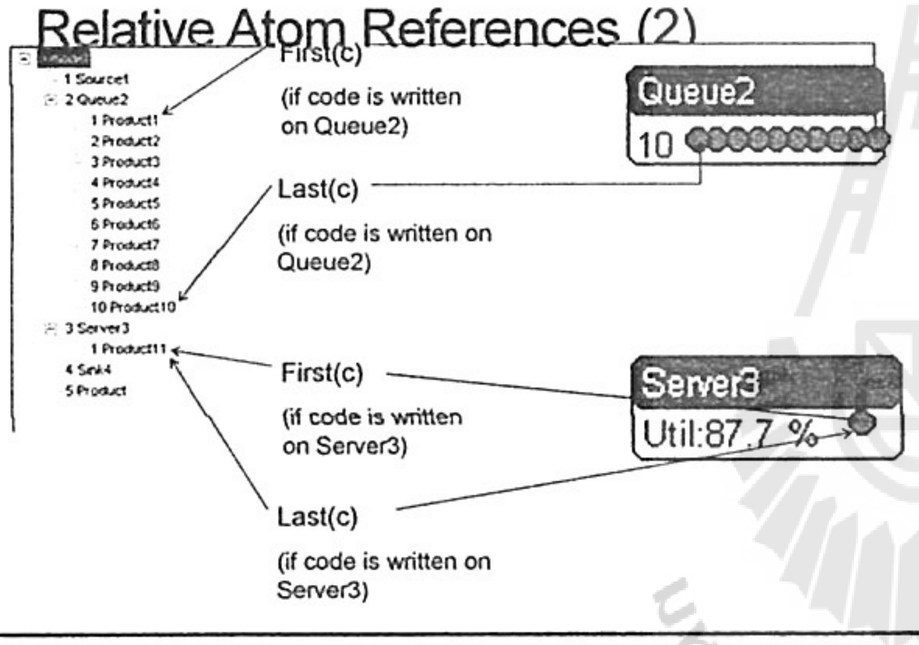
- Current atom is referred to as '`c`'
  - the atom where the statement is written on (e.g. in a trigger on a server, then the server is atom "c")
- Involved atom is referred to as '`i`'
  - the atom that triggered an eventhandler (e.g. a product)
  - Can only be used in triggers (most often: on entry or on exit)



Relative Atom References (1)

- All other references are relative: start from the atom where statement is written (=c):
  - `First(e1)` = first atom inside atom e1
  - `Last(e1)` = last atom inside atom e1

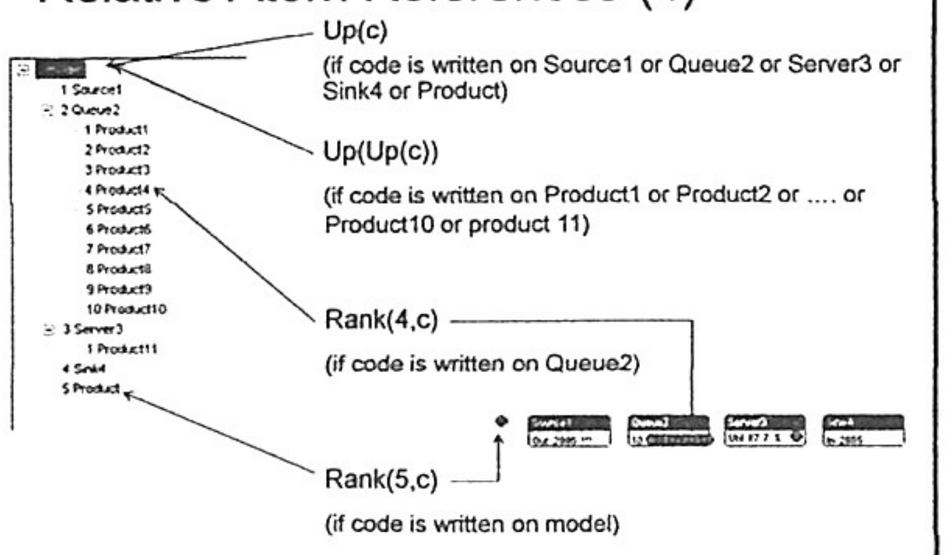
Relative Atom References (2)



Relative Atom References (3)

- `Up(e1)`
  - Returns an atom reference to the container of atom e1
- `Rank(e1,e2)`
  - Return a reference to the atom at position e1 in queue of atom e2

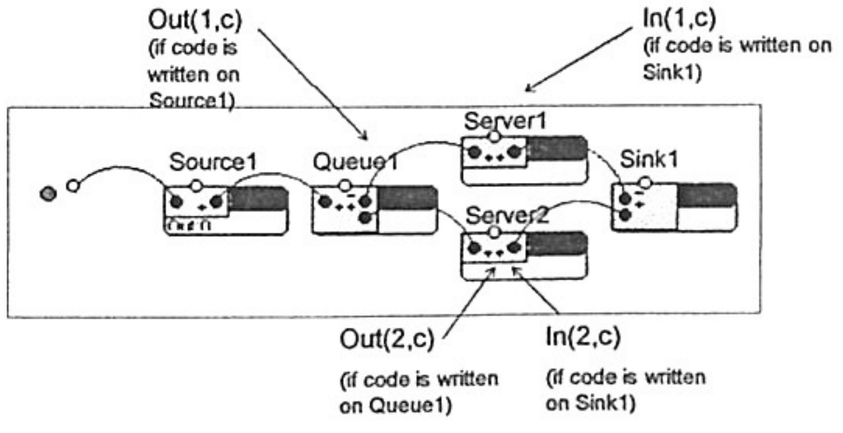
Relative Atom References (4)



Relative Atom References (5)

`In(e1,e2)` = atom connected to input channel e1 of atom e2

`Out(e1,e2)` = atom connected to output channel e1 of atom e2



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Direct Atom References

- Sometimes atoms can be referred to directly:
  - `Library` = library atom
  - `Model` = model atom
  - `TreeAtom` = currently selected atom in the Treeview
  - `AnimAtom` = currently selected atom in 2D animation window
  - `AtomByName([e1],e2)` = atom with name e1 in container e2

- `RefMyTableName`, if tables have aliases you can use the table name directly

Atom references (Summary)

- General atom references
  - `c`
  - `i`
- Relative atom references
  - `First(e1)`
  - `Last(e1)`
  - `In(e1,e2)`
  - `Out(e1,e2)`
  - `Rank(e1,e2)`
  - `Up(e1)`
- Direct atom references
  - `AtomByName([e1],e2)`
  - `AnimAtom`
  - `TreeAtom`
  - `Model`

Atom references (Summary)

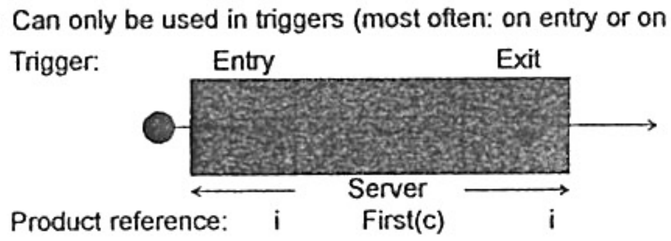
- "`c`" will always refer to the atom the code is written on!
- "`i`" is only used to refer to the product that caused a trigger to execute.
- Do NOT use "`i`" in other places than in Entry or Exit triggers. For example: `First(c)` is used in the Send To field to refer to the first product.
- Multiservice atom: use `Last(c)` when using a label for Cycletime field, and `First(c)` when using a label for the Send to field! (This has to do with the moment Cycletime and Send to are being determined).
- Use `AnimAtom`, `TreeAtom` for debugging purposes only (4DScript interact window) and not in code on atoms.

About atom references

- You need to refer to another atom to:
  - get information or data from that atom
  - send information or data to that atom
  - send atoms or messages to other atoms
- Referring to atoms in ED is like using pointers

Atom references

- Current atom is referred to as '`c`'
  - the atom where the statement is written on (e.g. in a trigger on a server, then the server is atom "c")
- Involved atom is referred to as '`i`'
  - the atom that triggered an eventhandler (e.g. a product)
  - Can only be used in triggers (most often: on entry or on exit)



Direct Atom References

- Sometimes atoms can be referred to directly:
  - `Library` = library atom
  - `Model` = model atom
  - `TreeAtom` = currently selected atom in treeview
  - `AnimAtom` = currently selected atom in 2D animation window
  - `AtomByName([e1],e2)` = atom with name e1 in container e2

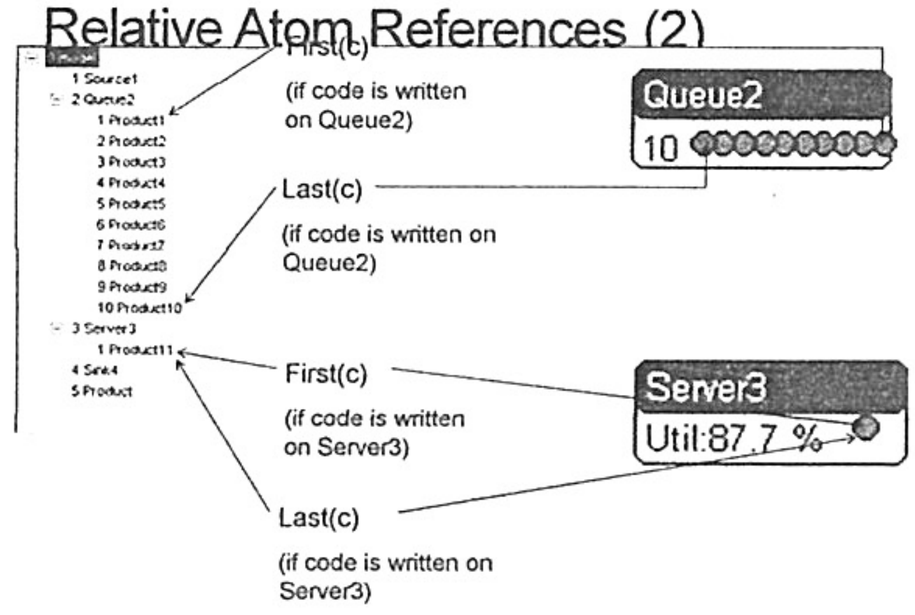
- `RefMyTableName`, if tables have aliases you can use the table name directly

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Relative Atom References (1)

- All other references are relative: start from the atom where statement is written (=c):
  - `First(e1)` = first atom inside atom e1
  - `Last(e1)` = last atom inside atom e1

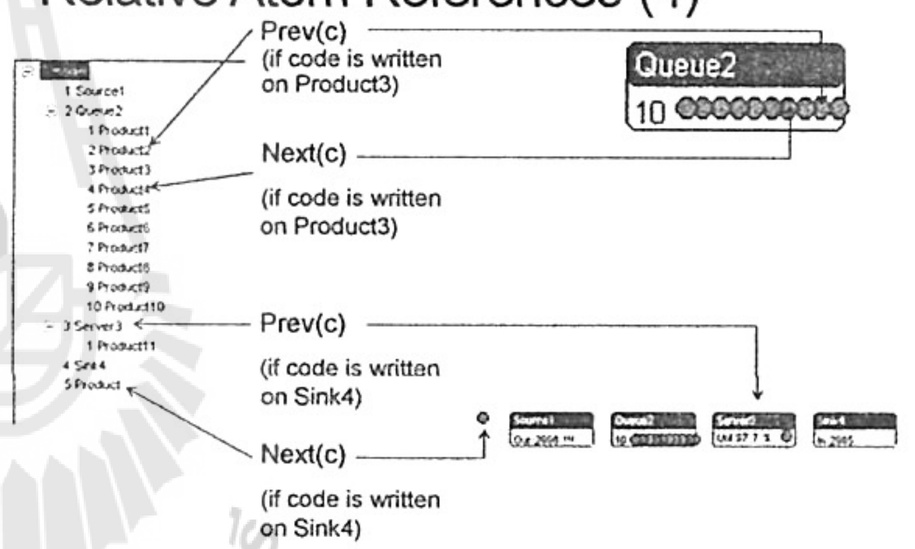
Relative Atom References (2)



Relative Atom References (3)

- `Next(e1)` = the atom succeeding atom e1 in same container
- `Prev(e1)` = the atom preceding atom e1 in same container

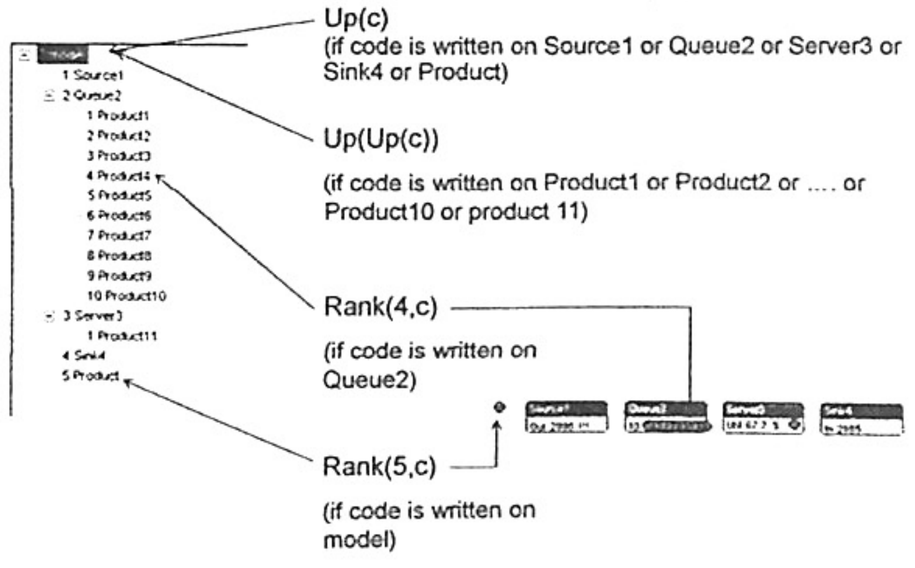
Relative Atom References (4)



Relative Atom References (5)

- `Up(e1)` = container of atom e1
- `Rank(e1,e2)` = atom at position e1 in queue of atom e2

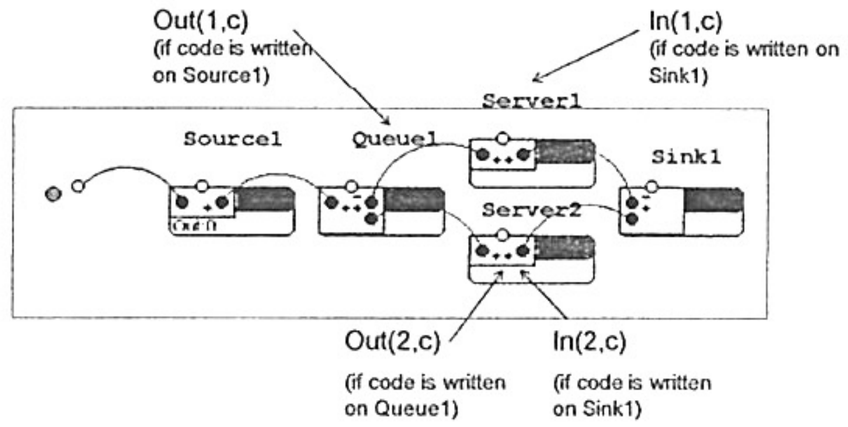
Relative Atom References (6)



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Relative Atom References (7)

- `In(e1,e2)` = atom connected to input channel e1 of atom e2
- `Out(e1,e2)` = atom connected to output channel e1 of atom e2



Atom references (Summary)

- General atom references
  - `c`
  - `i`
- Relative atom references
  - `First(e1)`
  - `Last(e1)`
  - `In(e1,e2)`
  - `Out(e1,e2)`
  - `Prev(e1)`
  - `Next(e1)`
  - `Rank(e1,e2)`
  - `Up(e1)`
- Direct atom references
  - `AtomByName([e1],e2)`
  - `AnimAtom`
  - `TreeAtom`
  - `GuiAtom`
  - `Model`

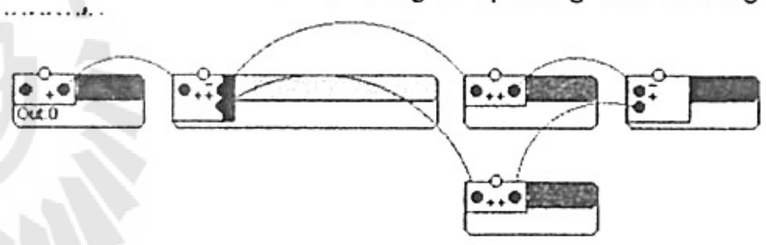
Atom references (Summary)

- "`c`" will always refer to the atom the code is written on!
- "`i`" is only used to refer to the product that caused a trigger to execute.
- Do NOT use "`i`" in other places than in Entry or Exit triggers. For example: `First(c)` is used in the Send To field to refer to the first product.
- Multiservice atom: use `Last(c)` when using a label for Cycletime field, and `First(c)` when using a label for the Send to field! (This has to do with the moment Cycletime and Send to are being determined).
- Use `AnimAtom`, `TreeAtom` for debugging purposes only (4DScript interact window) and not in code on atoms.

4DScript: Flow Control (1)

- To open or close all input or output channels of an atom, use:
  - `CloseInput(e1)`
  - `OpenOutput(e1)`
  - `OpenInput(e1)`
  - `CloseOutput(e1)`

  With e1 an atom reference see slide 119
- Overrules ED's normal handling of opening and closing cl



4DScript: Flow Control (2)

- Use
  - `CloseInput`
  - `OpenOutput`
  - `OpenInput`
  - `CloseOutput`
- Do NOT use
  - `OpenIC, CloseIC`
  - `OpenAllIC, CloseAllIC`
  - `OpenOC, CloseOC`
  - `OpenAllOC, CloseAllOC`
- These are for internal use only, not for building models

4DScript: Entering code in 4DScript fields

- Example code for "trigger on entry" or "trigger on exit":

```
Do(
 Color(i) := ColorRed,
 Icon(i) := 2
)
```

- Example code for "trigger on creation" or "trigger on exit" of Source:

```
Label([producttype], i) := 1
```

or

```
Label([producttype], i) := Bernoulli(80,1,2)
```

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

4DScript: Entering code in 4DScript fields

- Example for product types 1, 2 and 3 in 'Cycle Time':

```
Case(
 Label([producttype], Last(c)),
 {case 1} 10,
 {case 2} NegExp(10),
 {case 3} Uniform(9, 16)
)
```

- Example for product types 1, 2 and 3 in 'Send to' field:

```
if(
 Label([producttype], First(c)) = 3,
 {True} Bernoulli(75,1,2),
 {else} Label([producttype], First(c))
)
```

4DScript: Sum statement

- `Sum(e1,e2)`
  - executes e2, e1 times and returns the sum
- Examples:
  - `Sum(4, 5) = 5 + 5 + 5 + 5 = 20`
  - `Sum(3, Count) = 1 + 2 + 3 = 6`
- To determine total output across several atoms:

```
Sum(3, Output(In(Count, AnimAtom))) =
   Output(In(1, AnimAtom)) +
   Output(In(2, AnimAtom)) +
   Output(In(3, AnimAtom))
```

- Similar words:
  - `Maximum`
  - `Minimum`
  - `Mean`
  - `StDev`

4DScript: IndexMin statement

- `IndexMin(e1,e2)`
  - executes e2, e1 times and returns the count at which e2 had the lowest value.

Example, assume:

- `Content(Out(1,c)) = 4`
- `Content(Out(2,c)) = 3`
- `Content(Out(3,c)) = 9`
- `Content(Out(4,c)) = 5`

```
IndexMin(4, Content(Out(Count, c))) = 2
```

Similar words:

- `IndexMax`
- `IndexMatch`
- `IndexMatchClosest`
- `IndexMatchRank`

4DScript: variables

- You can use local variables to temporarily store information.
- `var(e1,e2 {, e3})`
  - e1: variable name
  - e2: variable type
  - e3: initial value

Type of variable

`vbValue`,
`vbString`,
`vbAtom`,
`vbOle`,
`vbConstant` (must be value)

- Example:

```
do(
 var([atmSink], vbAtom, out(1, out(1,c))),

 Label([expected], atmSink) := i.NumProducts,
 Color(atmSink) := i.SinkColor
)
```

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ศูนย์บรรณสารและสื่อการศึกษา
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี