รหัสโครงการ SUT7-711-51-12-60

รายงานการวิจัย

การจำลองผลกระทบของอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนา ในสายส่งไฟฟ้าแรงสูงด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์

(Simulation of Temperature Effects Caused by Corona Phenomenon on a HV Transmission Lines by Finite Element Method)

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจาก
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

รหัสโครงการ SUT7-711-51-12-60

รายงานการวิจัย

การจำลองผลกระทบของอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนา ในสายส่งไฟฟ้าแรงสูงด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ (Simulation of Temperature Effects Caused by Corona Phenomenon on a HV Transmission Lines by Finite Element Method)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผู้ร่วมวิจัย

นายพีรวัจน์ มีสุข

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2551

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

ธันวาคม 2555

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ได้สนับสนุนทุนนักวิจัยรุ่นใหม่สำหรับโครงการนี้ โดยการวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ 2551

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนาในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า ซึ่งแสดงอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สอง การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ประยุกต์ใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิที่เกิดขึ้นตลอดสายส่งกำลังไฟฟ้า วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เป็นวิธีการแก้สมการเชิงตัวเลขในรูปแบบสมการที่มีความซับซ้อนที่ได้รับความนิยมอีกวิธีหนึ่ง และได้มีการนำวิธีการดังกล่าวมาใช้ในงานทางวิศวกรรมอย่างกว้างขวาง แม้กระทั่งใช้ในการจำลองผลการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมินี้ วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์สามารถแก้ปัญหาสมการของแม็กเวลล์ที่ปรากฏในแบบจำลองของระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า โดยได้ประยุกต์ใช้การประมาณค่าแบบย้อนหลังกับงานที่ขึ้นกับเวลา งานวิจัยนี้ได้นำประโยชน์ของวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์มาใช้ในการคำนวณค่าความร้อนตลอดสายส่งกำลังไฟฟ้า และนำผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองผลตรวจสอบความถูกต้องกับผลการวัดของอุณหภูมิ ซึ่งผลที่ปรากฏมีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน

ABSTRACT

This research presents a set of mathematical model of electric field and temperature effects caused by corona phenomenon in transmission system which performs in second-order partial differential equations. The computer simulation is applied using 3-D finite element method that is developed by MATLAB program with the graphical performance of electric field effect to temperature occurred around power transmission line. Finite Element Method is one among popular numerical methods that is able to handle problem complexity in various forms. At present, the finite element method has been widely applied in most engineering fields. Even for problems of electric field and temperature distribution, the finite element method is able to estimate solutions of Maxwell's equations governing the transmission systems. To solve this time-dependent system, a step-by-step numerical integration of the backward difference algorithm is applied. This research utilizes the advantages of the finite element method for handling the heat calculation around power transmission line. And discusses about the simulation results show good agreement with the temperature measurement results.

สารบัญ

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

สารบัญรูป

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย

ปัจจุบันผลกระทบที่เกิดจากความเครียดสนามไฟฟ้า (Electric field stress) อันเป็นผลให้เกิดโคโรนาดิสชาร์จ (Corona discharge) หรือปรากฏการณ์โคโรนา (Corona phenomenon) อันมีสาเหตุจากการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าผ่านสายส่งไฟฟ้าแรงสูงได้สร้างปัญหาให้กับหน่วยงานที่ออกแบบและก่อสร้างสายส่งไฟฟ้าเป็นอย่างมาก ทั้งนี้เพราะโคโรนาเป็นกำลังสูญเสียทางไฟฟ้าอย่างหนึ่งที่เกิดขึ้นบนสายส่งไฟฟ้าหรืออุปกรณ์ไฟฟ้าแรงสูง การเกิดโคโรนาจะทำให้กำลังไฟฟ้าถูกเปลี่ยนสภาพเป็นความร้อน แสง เสียง เคมี และแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งนอกจากจะสูญเสียกำลังไฟฟ้าในรูปความร้อนไปโดยเปล่าประโยชน์แล้ว ยังทำให้เกิดคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าไปรบกวนคลื่นวิทยุอีกด้วย การศึกษาผลกระทบของปรากฏการณ์โคโรนาที่เกิดขึ้นในสายส่งไฟฟ้าแรงสูงจริงในภาคสนามนั้นทำได้ยากและมีค่าใช้จ่ายค่อนข้างสูง ดังนั้นการสร้างแบบจำลองพร้อมการประมวลผลด้วยคอมพิวเตอร์จึงเป็นที่นิยมกันอย่างแพร่หลาย ทั้งนี้ยังจำลองระบบได้เกือบทุกกรณีศึกษาโดยไม่ต้องรบกวนการทำงานของระบบจริงด้วย

ปัญหาสนามไฟฟ้าและความร้อนในทางวิศวกรรมศาสตร์ โดยปกติจะสามารถอธิบายได้ในรูปของสมการอนุพันธ์หรือสมการอินทิกรัล เป็นไปได้ยากที่จะหาผลเฉลยแม่นตรง (Exact solution) ได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณด้วยวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข อีกทั้งสมรรถนะของคอมพิวเตอร์ที่สูงขึ้น จึงทำให้การคำนวณเชิงตัวเลขสามารถทำได้อย่างรวดเร็ว สำหรับวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณของสมการที่อยู่ในรูปอนุพันธ์ย่อย (Partial differential equation : PDE) วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดและได้รับความนิยมแพร่หลายในปัจจุบันได้แก่วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ (Finite element method : FEM) โดยเฉพาะงานวิจัยนี้ซึ่งต้องอาศัยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติมาช่วยดำเนินการ

ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เริ่มวิวัฒนาการมาตั้งแต่ต้นปี ค.ศ. 1950 ปัจจุบันเป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ได้รับความนิยมมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่าง ๆ ด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ในปัจจุบันได้มีการนำวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์มาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมแทบทุกสาขา และเริ่มนำมาประยุกต์กับปัญหาสนามไฟฟ้าในปี ค.ศ. 1968 ซึ่งระเบียบวิธีนี้จะแบ่งพื้นที่ของปัญหาเป็นชิ้นส่วนย่อยที่ประกอบขึ้นจากโนด โดยเชื่อมต่อกันด้วยกริด สำหรับปัญหา 2 มิตินิยมใช้ชิ้นส่วนย่อยที่เป็นรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ (Linear triangle) และสำหรับปัญหา 3 มิตินิยมใช้ชิ้น

ส่วนย่อยที่เป็นรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ (Linear tetrahedral) เพื่อประมาณโดเมนของปัญหาได้ ซึ่งข้อดีของระเบียบวิธีนี้คือ สามารถหาผลเฉลยของระบบที่มีรูปร่างซับซ้อนได้ นอกจากนี้ยังง่ายต่อการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่อาจมีหลายลักษณะผสมกันอยู่ในระบบ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำวิธี FEM มาใช้ในการดำเนินการ โดยงานวิจัยนี้ได้ศึกษาถึงค่าสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่กระจายตัวในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าขนาด 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาคเมื่อเกิดปรากฏการณ์โคโรนา เพื่อเป็นแนวทางในการหาทางป้องกันผลกระทบของอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนา และเนื่องจากปัญหาสนามไฟฟ้าและอุณหภูมินั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยซึ่งยากในการหาผลเฉลย ดังนั้นระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์จึงเป็นวิธีเชิงตัวเลขที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการจำลองผลเพื่อหาผลเฉลยในงานวิจัยนี้

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- พัฒนาองค์ความรู้ในการหาทางป้องกันผลของอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนาในสายส่ง
- พัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับคำนวณค่าสนามไฟฟ้าและค่าอุณหภูมิที่กระจายตัวในสายส่งซึ่งเกิดจากปรากฏการณ์โคโรนา ให้สามารถคำนวณได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้อง และแม่นยำ
- พัฒนานักวิจัยใหม่และบุคลากรทางด้านการวิเคราะห์และคำนวณผลของปรากฏการณ์โคโรนาในสายส่ง ด้วยเทคนิคการคำนวณชั้นสูง

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

- พื้นที่ในการทดสอบระบบเป็นพื้นที่โล่ง ปราศจากการกีดขวางของอาคารและสิ่งปลูกสร้างต่าง ๆ
- สายตัวนำเป็นสายเปลือย (Bared wire) รูปทรงกระบอกตัน และมีผิวเรียบ
- กำหนดให้แรงดันและกระแสในสายตัวนำแต่ละเส้นมีค่าแรงดันและกระแสคงที่สม่ำเสมอตลอดทั้งเส้น
- กำหนดให้สภาพพื้นดินในระบบที่พิจารณาเป็นพื้นดินในสภาพทั่วไปปราศจากน้ำขังหรือความชื้นบนหน้าดินสูง

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

- พัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับวิเคราะห์ปัญหาความร้อนที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนาในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า

- พิจารณาสายส่งไฟฟ้าแรงสูงในระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งไฟฟ้าในระบบจำหน่ายขนาด 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค
- วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ที่ใช้ในการวิเคราะห์สนามไฟฟ้าและอุณหภูมิเป็นแบบ 3 มิติ
- ดำเนินการคำนวณเพื่อหาแนวทางการป้องกันผลกระทบของอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนาในสายส่ง

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

- ได้หลักการและแนวความคิดสำหรับการศึกษาการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า
- ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เข้ากับปัญหาจริงในการวิเคราะห์สนามไฟฟ้าและอุณหภูมิในสายส่ง ตลอดจนสามารถนำไปใช้เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอนด้านสนามไฟฟ้า อุณหภูมิ และสายส่งกำลังไฟฟ้า
- ได้ข้อสรุปอันเป็นแนวทางในการป้องกันผลกระทบของอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนาในสายส่งไฟฟ้า

1.6 การจัดรูปเล่มรายงานการวิจัย

รายงานการวิจัยนี้ประกอบด้วย 6 บท และ 1 ภาคผนวก บทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์และเป้าหมายของงานวิจัย รวมทั้งขอบเขตของงานวิจัย ส่วนบทอื่นๆ ประกอบด้วยเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 2 นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่กระจายตัวรอบสายส่ง และนำเสนอการคำนวณสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ โดยได้อธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ เพื่อคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่กระจายรอบ ๆ บริเวณระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่ายขนาด 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค

บทที่ 3 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้าพร้อมผลการจำลองของระบบสายส่งแบบ 3 มิติ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

บทที่ 4 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิพร้อมผลการจำลองของระบบสายส่งแบบ 3 มิติ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล พร้อมเปรียบเทียบผลการจำลองกับผลการทดสอบจริง

บทที่ 5 มีเนื้อหาว่าด้วยผลการจำลองของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนา เพื่อศึกษาถึงผลกระทบของความร้อนบริเวณสายส่งที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนา

บทที่ 6 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะ

ส่วนภาคผนวก เป็นการกล่าวถึงเครื่องมือและการวัดอุณหภูมิบริเวณรอบสายส่ง

บทที่ 2

การคำนวณสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของสายส่งโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

2.1 บทนำ

ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ (Finite Element Method : FEM) เป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยแบบประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial differential equation : PDE) และเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถวิเคราะห์งานที่มีโครงสร้างซับซ้อน หรือรูปร่างที่มีลักษณะโค้งมนได้อีกทั้งประสิทธิภาพและการประมวลผลที่สูงขึ้นของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบัน นอกจากนี้ในบางระบบที่มีบริเวณที่ต้องการวิเคราะห์มีพื้นที่ขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับปัญหารวมของระบบที่เป็นพื้นที่ขนาดใหญ่ ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ก็สามารถแบ่งกริดขนาดเล็กหรือใหญ่ ที่สามารถเชื่อมความสัมพันธ์ของ 2 บริเวณที่มีขนาดแตกต่างกันได้อย่างครอบคลุมและอิสระอย่างเช่น งานวิจัยนี้ที่พิจารณาค่าสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่ปรากฏขึ้นรอบตัวนำภายในสายส่งซึ่งเป็นบริเวณที่มีขนาดเล็ก ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ก็สามารถตีกริดรูปทรงสี่หน้าแบบ 3 มิติให้มีขนาดเล็กเพื่อการวิเคราะห์ภายในบริเวณดังกล่าวได้ ในขณะที่บริเวณส่วนใหญ่เป็นอากาศและไม่มีความจำเป็นสำหรับการศึกษามากนัก ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ก็สามารถตีกริดให้มีขนาดใหญ่ได้เช่นกัน ซึ่งการดำเนินการแบบนี้จะก่อให้เกิดจำนวนอิลิเมนท์ที่ใช้ในระบบที่ศึกษามีจำนวนไม่มาก และสามารถคำนวณหาผลเฉลย ณ บริเวณที่ต้องการได้อย่างรวดเร็ว ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้า พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติเพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่กระจายตัวรอบสายส่งต่อไป

2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้า

2.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้า

สำหรับปัญหาค่าสนามไฟฟ้าใน 3 มิติในระบบพิกัดฉาก ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์นิยมจัดรูปสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปสมการที่ (2-1)

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - G\phi + Q = 0 \qquad (2\text{-}1)$$

โดยที่ ϕ คือ ฟังก์ชันใด ๆ ที่ต้องการทราบค่า ส่วน D_x, D_y, D_z, G และ Q คือ ค่าคงที่สัมประสิทธิ์

แบบจำลองของสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงในรูปแบบ 3 มิติ สามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (2-2) (Christopoulos, 1995)

$$\left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2}\right)-\mu\varepsilon\left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right)-\mu\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)=0 \tag{2-2}$$

โดยที่ $\mathbf{E}$ คือ สนามไฟฟ้า (Electric field)

t คือ เวลา (Time)

μ คือ สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็ก (Permeability)

ε คือ สภาพยอมทางไฟฟ้า (Permittivity)

σ คือ สภาพนำทางไฟฟ้า (Conductivity)

โดยที่ $\mu = \mu_0\mu_r$ และ $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ เมื่อ μ_r คือ สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ และ ε_r คือสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ ซึ่ง $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ H/m, $\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}$ F/m

จากการใช้คุณสมบัติในการแปลงโดเมนเวลาเป็นโดเมนความถี่ (time-harmonic) อย่างเช่นในระบบสายส่งไฟฟ้าจะได้

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \approx j\omega E \tag{2-3}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \approx -\omega^2 E \tag{2-4}$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2-2) จึงได้

$$\left(\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 E}{\partial y^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}\right)+\left(j\mu\omega\sigma-\mu\omega^2\varepsilon\right)E=0 \tag{2-5}$$

เปรียบเทียบสมการที่ (2-1) กับ (2-5) เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ D_x, D_y, D_z, G และ Q จะได้

$$D_x = D_y = D_z = 1$$
$$G = -\mu\varepsilon\omega^2 + j\mu\sigma\omega \tag{2-6}$$
$$Q = 0$$

2.2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์การกระจายตัวของอุณหภูมิในรูปแบบ 3 มิติ สามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (2-7) ดังนี้

$$k \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z} + \mathrm{Q} = \rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t} \tag{2-7}$$

โดยที่ T คือ อุณหภูมิ (Temperature)
k คือ ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Thermal conductivity)
ρ คือ ความหนาแน่นมวล (Mass density)
c คือ ความร้อนจำเพาะ (Specific heat)
Q คือ อัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง (Internal heat generation)

โดยสมการจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ซึ่งปัญหาการถ่ายเทความร้อนนี้เป็นแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ (Linear transient heat transfer problem) เป็นปัญหาอีกรูปแบบหนึ่งที่อุณหภูมิจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา

2.3 การคำนวณสนามไฟฟ้าโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

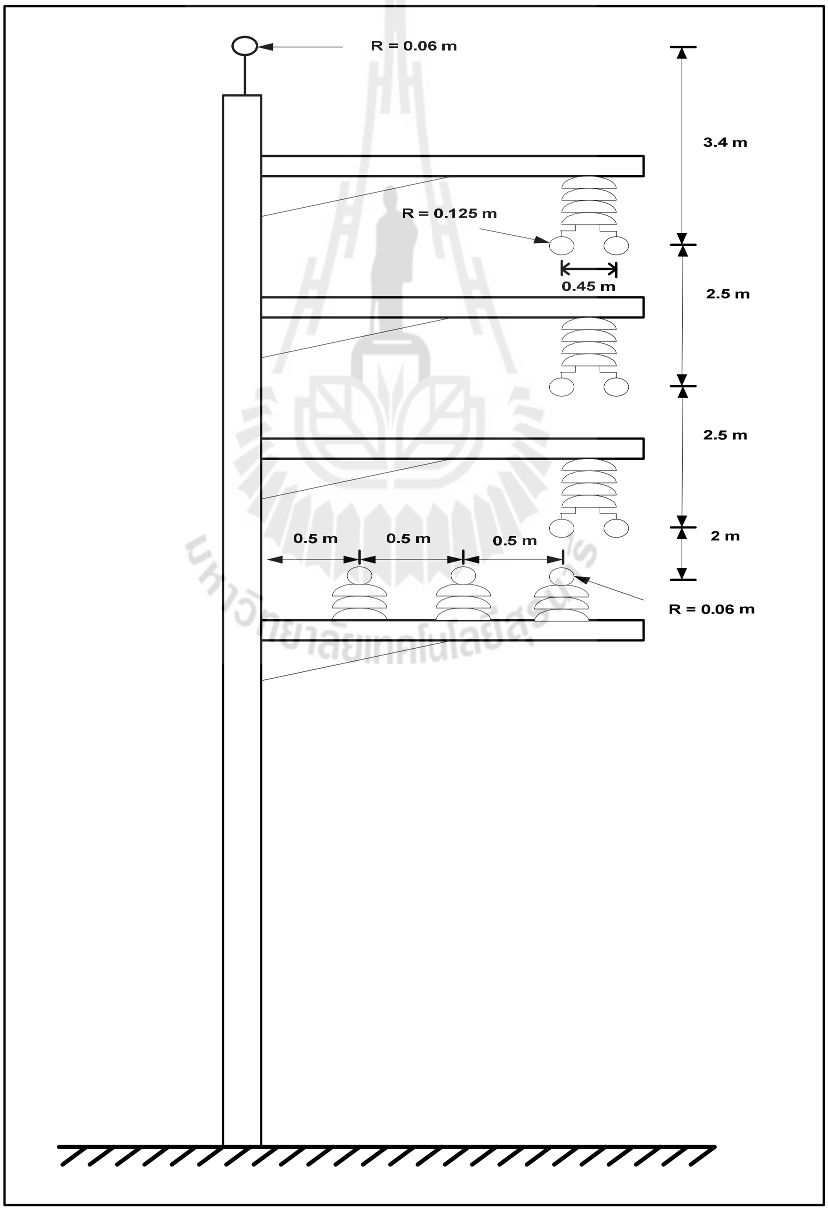
สืบเนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงดังแสดงในสมการที่ (2-5) นั้น หาผลเฉลยแม่นตรงได้ยากเพราะด้วยเหตุที่ติดอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

2.3.1 การแบ่งอิลิเมนท์ของพื้นที่ศึกษา

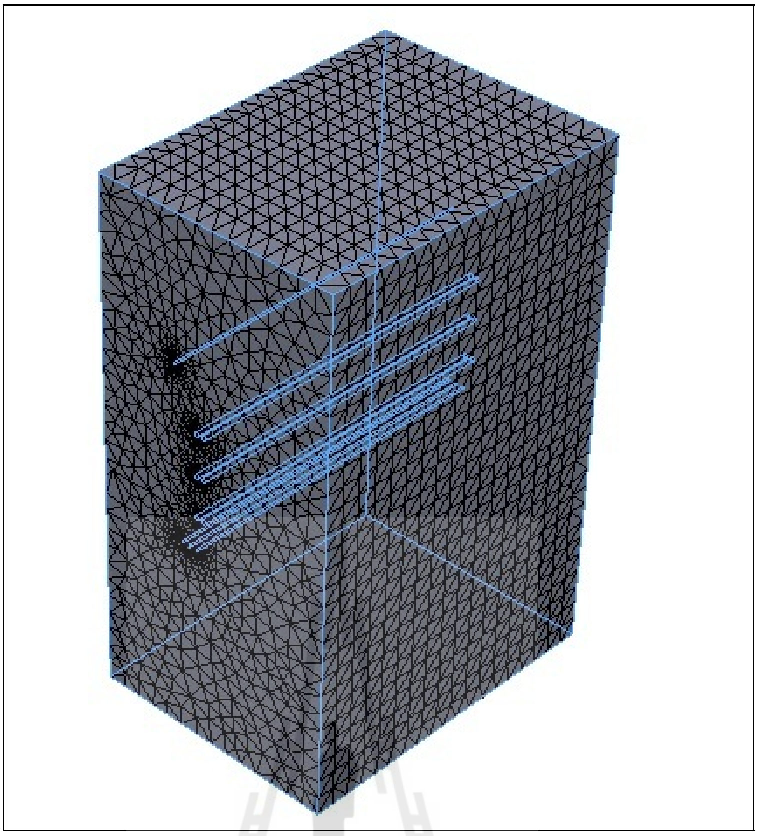
สำหรับงานวิจัยนี้ได้ศึกษาระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าขนาด 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาคดังแสดงในรูปที่ 2.1 การออกแบบกริดให้มีขนาดเล็ก

หรือใหญ่นั้นจะแปรเปลี่ยนตามความต้องการในการวิเคราะห์บริเวณที่สนใจภายในส่วนต่าง ๆ ของระบบ

ขั้นตอนแรกเริ่มจากการแบ่งพื้นที่ของระบบสายส่งออกเป็นอิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้า (Tetrahedral elements) สำหรับปัญหาในแบบ 3 มิติ โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งผ่านการเชื่อมต่อกันระหว่างโนดและอิลิเมนท์ต่าง ๆ การออกแบบกริดเป็นรูปอิลิเมนท์ต่าง ๆ ได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่ชื่อว่า Solidworks โดยจะมีจำนวนโนดและอิลิเมนท์ที่ใช้ภายในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่ายกำลังไฟฟ้าขนาด 22 kV ติดตั้งอยู่เป็น 18,101 โนด และ 97,304 อิลิเมนท์ สำหรับตัวอย่างการออกแบบกริดของปัญหาในแบบ 3 มิติ สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.1 ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า 115 kV พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค



รูปที่ 2.2 การแบ่งอิลิเมนท์ของระบบไฟฟ้า 115 kV ที่พาดผ่านระบบไฟฟ้าขนาด 22 kV ในแบบ 3 มิติ

2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์

ขั้นตอนนี้เป็นการเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$E(x,y,z) = E_1N_1 + E_2N_2 + E_3N_3 + E_4N_4 \tag{2-8}$$

โดยที่ N_n , $n = 1, 2, 3, 4$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ และ E_n, $n = 1, 2, 3, 4$ คือผลลัพธ์ของค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละโนด $1, 2, 3, 4$ ของอิลิเมนท์ ซึ่งในกรณีอิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อจะได้

$$N_i = \frac{1}{6V}\left(a_i + b_ix + c_iy + d_iz\right) \qquad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, 4 \tag{2-9}$$

โดยที่

$$a_1 = x_4\left(y_2z_3 - y_3z_2\right) + x_3\left(y_4z_2 - y_2z_4\right) + x_2\left(y_3z_4 - y_4z_3\right)$$
$$a_2 = x_4\left(y_3z_1 - y_1z_3\right) + x_3\left(y_1z_4 - y_4z_1\right) + x_1\left(y_4z_3 - y_3z_4\right)$$
$$a_3 = x_4\left(y_1z_2 - y_2z_1\right) + x_2\left(y_4z_1 - y_1z_4\right) + x_1\left(y_2z_4 - y_4z_2\right)$$
$$a_4 = x_3\left(y_2z_1 - y_1z_2\right) + x_2\left(y_1z_3 - y_3z_1\right) + x_1\left(y_3z_2 - y_2z_3\right)$$

$$b_1 = y_4\left(z_3 - z_2\right) + y_3\left(z_2 - z_4\right) + y_2\left(z_4 - z_3\right)$$
$$b_2 = y_4\left(z_1 - z_3\right) + y_1\left(z_3 - z_4\right) + y_3\left(z_4 - z_1\right)$$
$$b_3 = y_4\left(z_2 - z_1\right) + y_2\left(z_1 - z_4\right) + y_1\left(z_4 - z_2\right)$$
$$b_4 = y_3\left(z_1 - z_2\right) + y_1\left(z_2 - z_3\right) + y_2\left(z_3 - z_1\right)$$

$$c_1 = x_4\left(z_2 - z_3\right) + x_2\left(z_3 - z_4\right) + x_3\left(z_4 - z_2\right)$$
$$c_2 = x_4\left(z_3 - z_1\right) + x_3\left(z_1 - z_4\right) + x_1\left(z_4 - z_3\right)$$
$$c_3 = x_4\left(z_1 - z_2\right) + x_1\left(z_2 - z_4\right) + x_2\left(z_4 - z_1\right)$$
$$c_4 = x_3\left(z_2 - z_1\right) + x_2\left(z_1 - z_3\right) + x_1\left(z_3 - z_2\right)$$

$$d_1 = x_4\left(y_3 - y_2\right) + x_3\left(y_2 - y_4\right) + x_2\left(y_4 - y_3\right)$$
$$d_2 = x_4\left(y_1 - y_3\right) + x_1\left(y_3 - y_4\right) + x_3\left(y_4 - y_1\right)$$
$$d_3 = x_4\left(y_2 - y_1\right) + x_2\left(y_1 - y_4\right) + x_1\left(y_4 - y_2\right)$$
$$d_4 = x_3\left(y_1 - y_2\right) + x_1\left(y_2 - y_3\right) + x_2\left(y_3 - y_1\right)$$

และ V คือปริมาตรของแต่ละอิลิเมนท์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \tag{2-10}$$

2.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนท์

ขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลิเมนท์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ สำหรับปัญหาของระบบ 3 มิติ ทางระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์จะต้องจัดสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป ดังแสดงในสมการที่ (2-1) ก่อนที่จะเข้าสู่การสร้างสมการของอิลิเมนท์ต่อไป

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - G\phi + Q = 0$$

ประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Weighting functions) ดังสมการที่ (2-11) ซึ่งวิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก W แล้วอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของอิลิเมนท์ (v) และกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ ในปัจจุบันการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างถือเป็นวิธีที่ถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ ซึ่งเมทริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ปกติแล้วจะมีความสมมาตร จึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหาขนาดใหญ่

$$-\int_v W_n R dv = 0 \tag{2-11}$$

การสร้างสมการของอิลิเมนท์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้ คือ การแทนค่าผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (2-1) จะไม่ก่อให้เกิดค่าเท่ากับศูนย์ หากแต่จะมีค่าเท่ากับ R แทน ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-12)

$$R = D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - G\phi + Q \tag{2-12}$$

โดยที่ ϕ คือ ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า

ซึ่ง R เรียกว่าเศษตกค้าง (Residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแม่นตรงของปัญหา เศษตกค้าง R ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าเที่ยงตรงมากที่สุด

งานวิจัยนี้เลือกกริดรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อในการคำนวณ ดังนั้นจุดที่ไม่ทราบค่าจะมี 4 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 4 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นจากสมการที่ (2-11) จะต้องมีค่า n = 1, 2, 3, 4 และในงานวิจัยนี้ วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างได้เลือกใช้วิธีของกาเลอร์คิน (Galerkin) (Preston, Reece, and Sangha, 1988) และ (Kim, Kwon, and Park, 1999) ซึ่งวิธีนี้จะกำหนดให้ $W_n = N_n$ ดังนั้นเมื่อแทน R ด้วยสมการที่ (2-12) ลงในสมการที่ (2-11) จะได้

$$0 = -\int_v [N]^T (D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - G\phi + Q) dv \qquad (2\text{-}13)$$

โดยที่ $[N]^T$ คือ เวกเตอร์เมทริกซ์แนวตั้งของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์

เนื่องจากฟังก์ชันที่ต้องการประมาณ $\phi(x, y, z)$ ไม่มีความต่อเนื่องของอนุพันธ์ระหว่างแต่ละอิลิเมนท์ ดังนั้นสมการอนุพันธ์อันดับสองตามสมการที่ (2-13) สามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งได้ดังนี้

$$[N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \qquad (2\text{-}14)$$

จากสมการที่ (2-13) จะได้

$$0 = \underbrace{-\int_v [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dv}_{(A)} \underbrace{- \int_v [N]^T D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} dv}_{(B)} \underbrace{- \int_v [N]^T D_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} dv}_{(C)} + \underbrace{\int_v [N]^T G\phi dv}_{(D)} \underbrace{- \int_v [N]^T Q dv}_{(E)}$$

(2-15)

เทอม A ในสมการที่ (2-15) จะสามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งโดยอาศัยสมการที่ (2-14) จะได้สมการใหม่ดังสมการที่ (2-16)

$$-\int_v [N]^T D_X \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dv = -\int_v D_X \frac{\partial}{\partial x}\left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dv + \int_v D_X \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} dv \qquad (2\text{-}16)$$

นอกจากนี้ยังสามารถประมาณพจน์ $-\int_v D_X \frac{\partial}{\partial x}\left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dv$ โดยอาศัยสมการที่ (2-17) ได้ดังนี้

$$\int_v \frac{\partial}{\partial x}\left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dv = \int_\Gamma [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos\theta \, d\Gamma \qquad (2\text{-}17)$$

โดยที่ θ คือ มุมที่กระทำกับอิลิเมนท์

Γ คือ ขอบเขตของอิลิเมนท์

แทนค่าสมการที่ (2-17) ใน (2-16) จึงได้เทอม A เป็น

$$-\int_v D_X [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dv = -\int_\Gamma D_X [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos\theta \, d\Gamma + \int_v D_X \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} dv \qquad (2\text{-}18)$$

เทอม B และ C ก็สามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งในทำนองเดียวกัน ดังนั้นสมการที่ (2-15) จึงกลายเป็น

$$0 = -\int_\Gamma [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos\theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \cos\theta + D_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \cos\theta) d\Gamma + \int_v (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} + D_z \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial z}) dv$$
$$+ \int_v G [N]^T \phi \, dv - \int_v Q [N]^T dv \qquad (2\text{-}19)$$

จาก $\phi^{(e)} = [N]\{\Phi^{(e)}\}$ แทนค่าในสมการที่ (2-19) จะได้

$$\begin{aligned} 0 = &-\int_\Gamma [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos\theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \cos\theta + D_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \cos\theta) d\Gamma \\ &+ \left(\int_v (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} + D_z \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \frac{\partial [N]}{\partial z}) dv \right) \{\Phi^{(e)}\} \\ &+ \left(\int_v G [N]^T [N] dv \right) \{\Phi^{(e)}\} - \int_v Q [N]^T dv \end{aligned} \qquad (2\text{-}20)$$

และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้เป็น

$$0 = \{I^{(e)}\} + [K^{(e)}]\{\Phi^{(e)}\} - \{f^{(e)}\} \qquad (2\text{-}21)$$

โดยที่

$$\{I^{(e)}\} = -\int_{\Gamma} [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos\theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \cos\theta + D_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \cos\theta) d\Gamma$$

$$[K^{(e)}] = \int_{v} (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} + D_z \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \frac{\partial [N]}{\partial z}) dv + \int_{v} G[N]^T [N] dv$$

$$\{f^{(e)}\} = \int_{v} Q[N]^T dv$$

โดยที่ $[K^{(e)}]$ สามารถจัดรูปใหม่โดยการดำเนินการต่อไปนี้

$$[D] = \begin{bmatrix} D_x & 0 & 0 \\ 0 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_z \end{bmatrix} \tag{2-22}$$

และเวกเตอร์เกรเดียนต์ (Gradient vector : *gv*)

$$\{gv\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \\ \frac{\partial [N]}{\partial z} \end{bmatrix} \left\{\Phi^{(e)}\right\} = [B]\left\{\Phi^{(e)}\right\}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \\ \frac{\partial [N]}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$[B]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]^T}{\partial x} & \frac{\partial [N]^T}{\partial y} & \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \end{bmatrix} \tag{2-23}$$

จาก $[B]$, $[B]^T$ และ $[D]$ สามารถเขียน $[K^{(e)}]$ ใหม่ได้เป็น

$$[K^{(e)}] = \int_v [B]^T [D][B] dv + \int_v G[N]^T [N] dv$$

$$[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}] \tag{2-24}$$

สำหรับวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ งานวิจัยนี้เลือกกริดรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อในการคำนวณ ดังนั้นค่า ϕ ในรูปทรงสี่หน้าจึงสามารถกำหนดได้เป็น

$$\phi^{(e)} = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4]\{\Phi^{(e)}\} \tag{2-25}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{6V}\left(a_1 + b_1 x + c_1 y + d_1 z\right) \\ N_2 &= \frac{1}{6V}\left(a_2 + b_2 x + c_2 y + d_2 z\right) \\ N_3 &= \frac{1}{6V}\left(a_3 + b_3 x + c_3 y + d_3 z\right) \\ N_4 &= \frac{1}{6V}\left(a_4 + b_4 x + c_4 y + d_4 z\right) \end{aligned} \tag{2-26}$$

และจะได้เวกเตอร์เกรเดียนต์สำหรับอิลิเมนท์นี้เป็น

$$\{gv\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial z} \end{bmatrix} \left\{\Phi^{(e)}\right\} \tag{2-27}$$

แทนค่าสมการที่ (2-26) ในสมการที่ (2-27) จะได้

$$\{gv\} = \frac{1}{6V}\begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_1 & d_1 & d_1 \end{bmatrix} \left\{\Phi^{(e)}\right\} = [B]\{\Phi^{(e)}\}$$

$$[B]=\frac{1}{6V}\begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_1 & d_1 & d_1 \end{bmatrix} \tag{2-28}$$

จากสมการที่ (2-24) จะสังเกตเห็นได้ว่า

$$[K_D^{(e)}]=\int_v [B]^T [D][B]\,dv$$

เนื่องจาก $[B]$ และ $[D]$ เป็นค่าคงที่จะได้

$$[K_D^{(e)}]=[B]^T [D][B]\int_v dv$$

$$[K_D^{(e)}]=[B]^T [D][B]V \tag{2-29}$$

แทนค่า $[B]$ และ $[D]$ จัดอยู่ในรูปสมการ $[K_D^{(e)}]$ ใหม่ได้เป็น

$$[K_D^{(e)}]=\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} D_x & 0 & 0 \\ 0 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_z \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix} V\left(\frac{1}{6V}\right)\left(\frac{1}{6V}\right)$$

$$[K_D^{(e)}]=\frac{1}{36V}\begin{bmatrix} D_x b_1 & D_y c_1 & D_z d_1 \\ D_x b_2 & D_y c_2 & D_z d_2 \\ D_x b_3 & D_y c_3 & D_z d_3 \\ D_x b_4 & D_y c_4 & D_z d_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix}$$

$$[K_D^{(e)}]=\frac{1}{36V}\begin{bmatrix} D_x b_1^2 + D_y c_1^2 + D_z d_1^2 & D_x b_1 b_2 + D_y c_1 c_2 + D_z d_1 d_2 & D_x b_1 b_3 + D_y c_1 c_3 + D_z d_1 d_3 & D_x b_1 b_4 + D_y c_1 c_4 + D_z d_1 d_4 \\ D_x b_2 b_1 + D_y c_2 c_1 + D_z d_2 d_1 & D_x b_2^2 + D_y c_2^2 + D_z d_2^2 & D_x b_2 b_3 + D_y c_2 c_3 + D_z d_2 d_3 & D_x b_2 b_4 + D_y c_2 c_4 + D_z d_2 d_4 \\ D_x b_3 b_1 + D_y c_3 c_1 + D_z d_3 d_1 & D_x b_3 b_2 + D_y c_3 c_2 + D_z d_3 d_2 & D_x b_3^2 + D_y c_3^2 + D_z d_3^2 & D_x b_3 b_4 + D_y c_3 c_4 + D_z d_3 d_4 \\ D_x b_4 b_1 + D_y c_4 c_1 + D_z d_4 d_1 & D_x b_4 b_2 + D_y c_4 c_2 + D_z d_4 d_2 & D_x b_4 b_3 + D_y c_4 c_3 + D_z d_4 d_3 & D_x b_4^2 + D_y c_4^2 + D_z d_4^2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore [K_D^{(e)}] = \frac{D_x}{36V}\begin{bmatrix} b_1^2 & b_1b_2 & b_1b_3 & b_1b_4 \\ b_2b_1 & b_2^2 & b_2b_3 & b_2b_4 \\ b_3b_1 & b_3b_2 & b_3^2 & b_3b_4 \\ b_4b_{11} & b_4b_2 & b_4b_3 & b_4^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{36V}\begin{bmatrix} c_1^2 & c_1c_2 & c_1c_3 & c_1c_4 \\ c_2c_1 & c_2^2 & c_2c_3 & c_2c_4 \\ c_3c_1 & c_3c_2 & c_3^2 & c_3c_4 \\ c_4c_1 & c_4c_2 & c_4c_3 & c_4^2 \end{bmatrix} + \frac{D_z}{36V}\begin{bmatrix} d_1^2 & d_1d_2 & d_1d_3 & d_1d_4 \\ d_2d_1 & d_2^2 & d_2d_3 & d_2d_4 \\ d_3d_1 & d_3d_2 & d_3^2 & d_3d_4 \\ d_4d_1 & d_4d_2 & d_4d_3 & d_4^2 \end{bmatrix} \quad (2\text{-}30)$$

จากสมการที่ (2-24) ถ้ากำหนดให้ G เป็นค่าคงที่ ภายในแต่ละอิลิเมนท์จะได้

$$[K_G^{(e)}] = \int_v G[N]^T[N]dv$$

$$= G\int_v \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} dv$$

$$= G\int_v \begin{bmatrix} N_1^2 & N_1N_2 & N_1N_3 & N_1N_4 \\ N_2N_1 & N_2^2 & N_2N_3 & N_2N_4 \\ N_3N_1 & N_3N_2 & N_3^2 & N_3N_4 \\ N_4N_1 & N_4N_2 & N_4N_3 & N_4^2 \end{bmatrix} dv \quad (2\text{-}31)$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (Factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรทตลอดปริมาตรดังสมการที่ (2-32) โดยที่ $N_1 = L_1,\ N_2 = L_2,\ N_3 = L_3$ และ $N_4 = L_4$ จะได้

$$\int_v L_1^a L_2^b L_3^c L_4^d dv = \frac{a!b!c!d!}{(a+b+c+d+3)!}6V \quad (2\text{-}32)$$

จากสมการที่ (2-31) สามารถแบ่งพิจารณาออกเป็น 2 กรณีคือ $L_n = L_m$ และ $L_n \neq L_m$ ในกรณีที่ $L_n = L_m$ จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 ของรูปทรงสี่หน้าจะได้ $a = 2$, $b = c = d = 0$ ดังนั้นจากสมการที่ (2-32) จะได้

$$\int_v L_1^2 dv = \frac{2!0!0!0!}{(2+0+0+0+3)!}6V$$

$$= \frac{12V}{120} = \frac{2V}{20}$$

ในกรณีที่ $L_n \neq L_m$ จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 และ 2 ของรูปทรงสี่หน้าจะได้ *a = b =1, c = d = 0* ดังนั้นจากสมการที่ (2-32) จะได้

$$\int_v L_1^1 L_2^1 dv = \frac{1!1!0!0!}{(1+1+0+0+3)!} 6V$$

$$= \frac{6V}{120} = \frac{1V}{20}$$

ที่จุดต่ออื่น ๆ ของรูปทรงสี่หน้าก็พิจารณาในลักษณะเช่นเดียวกัน ดังนั้นจากสมการที่ (2-31) จะได้

$$[K_G^{(e)}] = \frac{GV}{20}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}33)$$

จาก $\quad [K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}]$

$$[K^{(e)}] = \frac{D_x}{36V}\begin{bmatrix} b_1^2 & b_1b_2 & b_1b_3 & b_1b_4 \\ b_2b_1 & b_2^2 & b_2b_3 & b_2b_4 \\ b_3b_1 & b_3b_2 & b_3^2 & b_3b_4 \\ b_4b_{11} & b_4b_2 & b_4b_3 & b_4^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{36V}\begin{bmatrix} c_1^2 & c_1c_2 & c_1c_3 & c_1c_4 \\ c_2c_1 & c_2^2 & c_2c_3 & c_2c_4 \\ c_3c_1 & c_3c_2 & c_3^2 & c_3c_4 \\ c_4c_1 & c_4c_2 & c_4c_3 & c_4^2 \end{bmatrix}$$
$$+ \frac{D_z}{36V}\begin{bmatrix} d_1^2 & d_1d_2 & d_1d_3 & d_1d_4 \\ d_2d_1 & d_2^2 & d_2d_3 & d_2d_4 \\ d_3d_1 & d_3d_2 & d_3^2 & d_3d_4 \\ d_4d_1 & d_4d_2 & d_4d_3 & d_4^2 \end{bmatrix} + \frac{GV}{20}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}34)$$

จากสมการที่ (2-21) สำหรับการหาค่า $\{f^{(e)}\}$ แสดงได้ดังนี้

$$\{f^{(e)}\} = \int_v Q[N]^T dv$$

$$\{f^{(e)}\}_e = Q\int_v \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{bmatrix} dv$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรทตลอดปริมาตรดังสมการที่ (2-32) โดยที่ $N_1 = L_1$, $N_2 = L_2$, $N_3 = L_3$ และ $N_4 = L_4$ และสำหรับกรณีที่ $Q \neq 0$ จะได้

$$\{f^{(e)}\} = Q\int_v \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{bmatrix} dv$$

$$\therefore \{f^{(e)}\} = \frac{QV}{4}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}35)$$

จากสมการที่ (2-21) สำหรับการหาค่า $\{I^{(e)}\}$ แสดงได้ดังนี้

$$\{I^{(e)}\} = -\int_\Gamma [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x}\cos\theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y}\cos\theta + D_z \frac{\partial \phi}{\partial z}\cos\theta) d\Gamma$$

โดยที่ค่าขอบเขตของแต่ละอิลิเมนต์ Γ ได้ประยุกต์เงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann condition) โดยกำหนดให้ $\frac{\partial \phi}{\partial \overline{n}} = 0$ เมื่อ $\overline{n}$ คือ เวกเตอร์ตั้งฉากกับขอบเขตของเวกเตอร์ดังนั้นจึงได้

$$\{I^{(e)}\} = 0 \qquad (2\text{-}36)$$

เมื่อแทนสมการที่ (2-35) และ (2-36) ในสมการที่ (2-21) จะได้ดังนี้

$$0 = [K^{(e)}]\{\Phi^{(e)}\} - \frac{QV}{4}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}37)$$

เมื่อพิจารณาปัญหาสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติ โดยการแทนค่าสัมประสิทธิ์จากสมการที่ (2-6) ลงในสมการที่ (2-37) จะได้

$$0=[K^{(e)}]\{\Phi^{(e)}\} \tag{2-38}$$

โดยที่

$$[K^{(e)}]=\frac{1}{36V}\begin{bmatrix} b_1^2 & b_1b_2 & b_1b_3 & b_1b_4 \\ b_2b_1 & b_2^2 & b_2b_3 & b_2b_4 \\ b_3b_1 & b_3b_2 & b_3^2 & b_3b_4 \\ b_4b_{11} & b_4b_2 & b_4b_3 & b_4^2 \end{bmatrix}+\frac{1}{36V}\begin{bmatrix} c_1^2 & c_1c_2 & c_1c_3 & c_1c_4 \\ c_2c_1 & c_2^2 & c_2c_3 & c_2c_4 \\ c_3c_1 & c_3c_2 & c_3^2 & c_3c_4 \\ c_4c_1 & c_4c_2 & c_4c_3 & c_4^2 \end{bmatrix}+\frac{1}{36V}\begin{bmatrix} d_1^2 & d_1d_2 & d_1d_3 & d_1d_4 \\ d_2d_1 & d_2^2 & d_2d_3 & d_2d_4 \\ d_3d_1 & d_3d_2 & d_3^2 & d_3d_4 \\ d_4d_1 & d_4d_2 & d_4d_3 & d_4^2 \end{bmatrix}$$
$$+\frac{(-\mu\varepsilon\omega^2+j\mu\sigma\omega)V}{20}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2.3.4 การประกอบสมการอิลิเมนท์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นการนำสมการของแต่ละอิลิเมนท์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 2.3.1 หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมสำหรับการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าของงานวิจัยนี้ในรูปสมการเชิงเส้นคือ

$$[K]\{E\}=\{f\}$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & . & . & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & . & . & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & . & . & K_{3n} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & . & . & K_{nn} \end{bmatrix}_{sys(n\times n)} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ . \\ . \\ E_n \end{bmatrix}_{sys(n\times 1)} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ . \\ . \\ f_n \end{bmatrix}_{sys(n\times 1)} \tag{2-39}$$

เมื่อ E คือ ค่าสนามไฟฟ้าที่ไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ

เนื่องจากงานวิจัยนี้มีความแตกต่างกันของเนื้อวัสดุที่มีอยู่ภายในระบบ เมื่อมีความแตกต่างกันระหว่างวัสดุเกิดขึ้น นั้นหมายถึงสมการของระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์จะต้องเกิดการเปลี่ยนแปลงตามคุณสมบัติของวัสดุแต่ละชนิด สำหรับงานวิจัยนี้มีวัตถุที่แตกต่างกันอยู่ คือ อากาศ และเหล็ก ทั้งสองมีค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ (ε_r) เท่ากับ 1 และ 3.5 ตามลำดับ ค่าความนำไฟฟ้า (σ) เท่ากับ 0 และ 0.8×10^7 S/m ตามลำดับ และค่าความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ (μ_r) เท่ากับ 1 และ 300 ตามลำดับ

2.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย

สำหรับขั้นตอนการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตในงานวิจัยนี้จะมีทั้งหมดอยู่สองบริเวณที่กำหนดเงื่อนไขค่าขอบ คือ บริเวณขอบตัวนำของสายส่งและพื้นดิน ซึ่งค่าสนามไฟฟ้าที่ป้อนให้กับระบบบริเวณขอบของตัวนำสามารถคำนวณได้จาก พิทักษ์ ปิ่นอนงค์ (2545) โดยสิ่งที่ต้องทราบสำหรับใช้คำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าบริเวณขอบของตัวนำ คือ ขนาดแรงดันของตัวนำ ระยะห่างระหว่างตัวนำ รัศมีตัวนำ ค่าความสูงระหว่างตัวนำกับพื้นดินและค่าพิกัดที่ต้องการคำนวณ โดยค่าขอบเขตของสนามไฟฟ้าของงานวิจัยนี้สามารถสรุปได้ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ค่าสนามไฟฟ้าที่บริเวณผิวของตัวนำ

ตำแหน่งผิวของตัวนำ	ค่าสนามไฟฟ้า (kV/m)
115 kV เฟส A1	$76.8192\angle 0.5972^{\circ}$
115 kV เฟส A2	$76.8775\angle -1.6258^{\circ}$
115 kV เฟส B1	$86.5803\angle -7.1082^{\circ}$
115 kV เฟส B2	$86.6616\angle 10.1435^{\circ}$
115 kV เฟส C1	$84.0464\angle 7.1522^{\circ}$
115 kV เฟส C2	$82.9595\angle -12.1602^{\circ}$
22 kV เฟส A	$4.2147\angle 87.6353^{\circ}$
22 kV เฟส B	$5.6390\angle -76.8926^{\circ}$
22 kV เฟส C	$7.9585\angle -45.9062^{\circ}$
Overhead Ground Wire (OHGW)	$0\angle 0^{\circ}$
พื้นดิน	$0\angle 0^{\circ}$

หลังจากประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตให้กับระบบแล้ว จากสมการที่ (2-39) จะสามารถหาค่าสนามไฟฟ้า (E) ณ โนดต่าง ๆ ได้ดังสมการที่ (2-40)

$$E = K^{-1} f$$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ . \\ . \\ E_n \end{bmatrix}_{sys(n\times1)} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & . & . & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & . & . & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & . & . & K_{3n} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & . & . & K_{nn} \end{bmatrix}^{-1}_{sys(n\times1)} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ . \\ . \\ f_n \end{bmatrix}_{sys(n\times1)} \qquad (2\text{-}40)$$

2.4 การคำนวณอุณหภูมิโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์นั้น จะต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในการคำนวณอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้าแบบ 3 มิติ จะแสดงได้ในสมการที่ (2-7) ที่ผ่านมา

2.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์

จากการออกแบบอิลิเมนท์ในหัวข้อ 2.3.1 ที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้แล้ว รูปแบบของอิลิเมนท์ที่ใช้ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์นั้นจะใช้รูปแบบเหมือนกับอิลิเมนท์ที่ใช้ในการคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ทุกประการ เพราะฉะนั้นในหัวข้อนี้จึงข้ามการออกแบบอิลิเมนท์ของพื้นที่ศึกษาไป

ขั้นตอนนี้เป็นการเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$T(x,y,z) = T_1N_1 + T_2N_2 + T_3N_3 + T_4N_4 \qquad (2\text{-}41)$$

โดยที่ N_n , $n = 1, 2, 3, 4$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ และ T_n, $n = 1, 2, 3, 4$ คือผลลัพธ์ของค่าอุณหภูมิในแต่ละโนด *1, 2, 3, 4* ของอิลิเมนท์ ซึ่งในกรณีอิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อจะได้

$$N_i = \frac{1}{6V}\left(a_i + b_i x + c_i y + d_i z\right) \qquad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, 4 \tag{2-42}$$

โดยที่

$$a_1 = x_4\left(y_2 z_3 - y_3 z_2\right) + x_3\left(y_4 z_2 - y_2 z_4\right) + x_2\left(y_3 z_4 - y_4 z_3\right)$$
$$a_2 = x_4\left(y_3 z_1 - y_1 z_3\right) + x_3\left(y_1 z_4 - y_4 z_1\right) + x_1\left(y_4 z_3 - y_3 z_4\right)$$
$$a_3 = x_4\left(y_1 z_2 - y_2 z_1\right) + x_2\left(y_4 z_1 - y_1 z_4\right) + x_1\left(y_2 z_4 - y_4 z_2\right)$$
$$a_4 = x_3\left(y_2 z_1 - y_1 z_2\right) + x_2\left(y_1 z_3 - y_3 z_1\right) + x_1\left(y_3 z_2 - y_2 z_3\right)$$

$$b_1 = y_4\left(z_3 - z_2\right) + y_3\left(z_2 - z_4\right) + y_2\left(z_4 - z_3\right)$$
$$b_2 = y_4\left(z_1 - z_3\right) + y_1\left(z_3 - z_4\right) + y_3\left(z_4 - z_1\right)$$
$$b_3 = y_4\left(z_2 - z_1\right) + y_2\left(z_1 - z_4\right) + y_1\left(z_4 - z_2\right)$$
$$b_4 = y_3\left(z_1 - z_2\right) + y_1\left(z_2 - z_3\right) + y_2\left(z_3 - z_1\right)$$

$$c_1 = x_4\left(z_2 - z_3\right) + x_2\left(z_3 - z_4\right) + x_3\left(z_4 - z_2\right)$$
$$c_2 = x_4\left(z_3 - z_1\right) + x_3\left(z_1 - z_4\right) + x_1\left(z_4 - z_3\right)$$
$$c_3 = x_4\left(z_1 - z_2\right) + x_1\left(z_2 - z_4\right) + x_2\left(z_4 - z_1\right)$$
$$c_4 = x_3\left(z_2 - z_1\right) + x_2\left(z_1 - z_3\right) + x_1\left(z_3 - z_2\right)$$

$$d_1 = x_4\left(y_3 - y_2\right) + x_3\left(y_2 - y_4\right) + x_2\left(y_4 - y_3\right)$$
$$d_2 = x_4\left(y_1 - y_3\right) + x_1\left(y_3 - y_4\right) + x_3\left(y_4 - y_1\right)$$
$$d_3 = x_4\left(y_2 - y_1\right) + x_2\left(y_1 - y_4\right) + x_1\left(y_4 - y_2\right)$$
$$d_4 = x_3\left(y_1 - y_2\right) + x_1\left(y_2 - y_3\right) + x_2\left(y_3 - y_1\right)$$

และ V คือปริมาตรของแต่ละอิลิเมนท์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \tag{2-43}$$

2.4.2 การสร้างสมการของอิลิเมนท์

จากสมการอนุพันธ์ย่อยของปัญหาความร้อนแบบ 3 มิติ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-7) ที่แสดงก่อนหน้านี้ดังนี้

$$k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}+k\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}+\mathrm{Q}=\rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t} \tag{2-44}$$

สำหรับการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ก็ยังคงประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างด้วยวิธีกาเลอร์คินเช่นเดียวกันกับการคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ที่ผ่านมาดังแสดงด้วยสมการที่ (2-45)

$$\int_V W_n R\,dV = 0 \tag{2-45}$$

โดยเมื่อพิจารณาปัญหาเป็นแบบ 3 มิติ จะได้เศษตกค้าง R ดังสมการที่ (2-46)

$$R = k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}+k\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}-\rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}+\mathrm{Q} \tag{2-46}$$

สำหรับอิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้า จุดที่ไม่รู้ค่ามี 4 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 4 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่รู้ค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (2-45) จะต้องมีค่า n = 1 2 3 4 และโดยปกติจะเลือก $W_n = N_n$ ดังนั้นเมื่อแทนค่า R ด้วยสมการ (2-46) ลงในสมการที่ (2-45) จะได้

$$\int_V N_n\left(k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}+k\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}-\rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}+\mathrm{Q}\right)dV=0 \tag{2-47}$$

แล้วแตกพจน์ต่างๆ ออกมาเพื่อทำการพิจารณา จะได้

$$\begin{aligned}&\int_V N_n\left(k\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}+k\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}+k\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}\right)dV-\int_V N_n\left(\rho \mathrm{c}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}\right)dV\\&+\int_V N_n\left(\mathrm{Q}\right)dV=0\end{aligned} \tag{2-48}$$

พจน์แรกของสมการที่ (2-48) แทนการแพร่กระจายความร้อน พจน์ที่สองแทนอัตราความจุความร้อน และพจน์ที่สามแทนปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นได้เองภายในอิลิเมนท์ตามลำดับ สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ ดังนั้นจากสมการที่ (2-48) เมื่อ *n = 1 2 3 4* จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}&\int_{\Gamma} N_n\left(k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}n_x + k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}n_y + k\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}n_z\right)d\Gamma - \int_{V}\left(k\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} + k\frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y} + k\frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}\right)dV \\ &-\int_{V} N_n \rho c\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}dV + \int_{V} N_n Q dV = 0\end{aligned} \tag{2-49}$$

พจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิลิเมนท์คือพจน์แรกที่มีคุณสมบัติทางกายภาพคือปริมาณความร้อนตลอดขอบนอกของอิลิเมนท์นั้น ๆ อนึ่ง อิลิเมนท์นั้นอาจวางตัวอยู่กลางหรืออยู่ติดขอบนอกของสายส่งกำลังไฟฟ้า หากอิลิเมนท์ที่พิจารณาอยู่ในตำแหน่งขอบนอกตัวนำ ซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตแบบการพาความร้อน เราจึงจำเป็นต้องแทนพจน์นี้ด้วยเงื่อนไขการพาความร้อนดังแสดงด้วยสมการที่ (2-50)

$$q = h\left(T - T_{\infty}\right) \tag{2-50}$$

โดยที่ h คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อน

T_{∞} คือ อุณหภูมิอากาศรอบนอก

ดังนั้นจากสมการที่ (2-49) จะได้

$$\begin{aligned}&\int_{\Gamma} N_n\left(-h(T - T_{\infty})\right)d\Gamma - \int_{V}\left(k\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} + k\frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y} + k\frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}\right)dV \\ &-\int_{V} N_n \rho c\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}dV + \int_{\Omega} N_n Q dV = 0\end{aligned} \tag{2-51}$$

จากสมการที่ (2-51) จัดรูปใหม่จะได้สมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับอิลิเมนท์ได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
&\int_V N_n \rho c \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t} dV + \int_V \left(k \frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y} + k \frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z} \right) dV \\
&+ \int_\Gamma N_n \left(hT \right) d\Gamma = \int_V N_n Q dV + \int_\Gamma N_n \left(h(T_\infty) \right) d\Gamma
\end{aligned}
\qquad (2\text{-}52)
$$

และเนื่องจากสมการที่ (2-52) มีทั้งหมด 4 สมการ เราสามารถเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (2-53) ดังนี้

$$
\begin{aligned}
&\int_V \left(\left[N \right]_{4\times1} \rho c \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t} \right) dV + \int_V \left(k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4\times1} \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} + k \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{4\times1} \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y} + k \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]_{4\times1} \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z} \right) dV \\
&+ \int_\Gamma \left[N \right]_{4\times1} \left(hT \right) d\Gamma = \int_V \left[N \right]_{4\times1} Q dV + \int_\Gamma \left[N \right]_{4\times1} \left(h(T_\infty) \right) d\Gamma
\end{aligned}
\qquad (2\text{-}53)
$$

และจากสมการที่ (2-41) จึงได้ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ T โดยประมาณในแต่ละอิลิเมนท์เป็น

$$
T\left(x, y, z\right) = \left[N \right]_{1\times4} \left[T \right]_{4\times1}
$$

ดังนั้น $\dfrac{\partial T}{\partial x} = \left[\dfrac{\partial N}{\partial x} \right]_{1\times4} \left[T \right]_{4\times1}$, $\dfrac{\partial T}{\partial y} = \left[\dfrac{\partial N}{\partial y} \right]_{1\times4} \left[T \right]_{4\times1}$ และ $\dfrac{\partial T}{\partial z} = \left[\dfrac{\partial N}{\partial z} \right]_{1\times4} \left[T \right]_{4\times1}$

และสมการไฟไนท์อิลิเมนท์จึงกลายมาเป็น

$$
\begin{aligned}
&\int_V \left(\left[N \right]_{4\times1} \rho c \left[N \right]_{1\times4} \right) dV \left[\dot{T} \right]_{4\times1} + \int_V \left(k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4\times1} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1\times4} + k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{4\times1} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1\times4} \right) dV \left[T \right]_{4\times1} \\
&+ \int_\Gamma \left[N \right]_{4\times1} h \left[N \right]_{1\times4} d\Gamma \left[T \right]_{4\times1} = \int_\Gamma \left[N \right]_{4\times1} h T_\infty d\Gamma + \int_V \left[N \right]_{4\times1} Q dV
\end{aligned}
\qquad (2\text{-}54)
$$

หรือเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับแต่ละอิลิเมนท์ที่ประกอบด้วย 4 สมการได้ดังนี้

$$
\left[C \right]_{4\times4} \left\{ \dot{T} \right\}_{4\times1} + \left[\left[K_c \right] + \left[K_h \right] \right]_{4\times4} \left\{ T \right\}_{4\times1} = \left\{ Q_h \right\}_{4\times1} + \left\{ Q_Q \right\}_{4\times1} \qquad (2\text{-}55)
$$

เมทริกซ์ของการจุความร้อน: $\left[C\right]_{4\times4}$

$$\text{จาก } \left[C\right]_{4\times4} = \int_V \left(\left[N\right]_{4\times1}\rho c\left[N\right]_{1\times4}\right)dV \qquad (2\text{-}56)$$

จากสมการที่ (2-42) และหากความหนาแน่นมวล ρ และความร้อนจำเพาะ C มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (2-56) จึงกลายเป็น

$$\left[C\right]_{4\times4} = \rho c\int N_n N_m dxdydz \qquad n\ m = 1\ 2\ 3\ 4 \qquad (2\text{-}57)$$

สมการที่ (2-57) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรเหมือนที่ผ่านมาจะได้

$$\left[C\right]_{4\times4} = \frac{\rho cV}{20}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}58)$$

เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน: $\left[K_c\right]_{4\times4}$

$$\text{จาก } \left[K_c\right]_{4\times4} = \int_V \left(k\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{4\times1}\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times4} + k\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{4\times1}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times4} + k\left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{4\times1}\left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{1\times4}\right)dV \qquad (2\text{-}59)$$

จากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (2-42) จึงได้

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{6V}\ ,\quad \frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{6V} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N_n}{\partial z} = \frac{d_n}{6V} \qquad n = 1\ 2\ 3\ 4 \qquad (2\text{-}60)$$

แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (2-60) ลงในสมการที่ (2-59) จะได้

$$\left[K_c\right]_{4\times4} = k\int\left(\frac{b_n}{6V}\frac{b_m}{6V}+\frac{c_n}{6V}\frac{c_m}{6V}+\frac{d_n}{6V}\frac{d_m}{6V}\right)dxdydz \qquad n\ m = 1\ 2\ 3\ 4 \tag{2-61}$$

$$= \frac{k}{36V^2}\left(b_nb_m + c_nc_m + d_nd_m\right)\int dxdydz$$

$$= \frac{k}{36V}\left(b_nb_m + c_nc_m + d_nd_m\right) \qquad n\ m = 1\ 2\ 3\ 4$$

$$\left[K_c\right]_{4\times4} = \frac{k}{36V}\begin{bmatrix} b_1b_1+c_1c_1+d_1d_1 & b_1b_2+c_1c_2+d_1d_2 & b_1b_3+c_1c_3+d_1d_3 & b_1b_4+c_1c_4+d_1d_4 \\ & b_2b_2+c_2c_2+d_2d_2 & b_2b_3+c_2c_3+d_2d_3 & b_2b_4+c_2c_4+d_2d_4 \\ & & b_3b_3+c_3c_3+d_3d_3 & b_3b_4+c_3c_4+d_3d_4 \\ Sym & & & b_4b_4+c_4c_4+d_4d_4 \end{bmatrix} \tag{2-62}$$

เมทริกซ์ของการพาความร้อน: $\left[K_h\right]_{4\times4}$

จาก $\left[K_h\right]_{4\times4} = \int_\Gamma \left[N\right]_{4\times1} h \left[N\right]_{1\times4} d\Gamma$ (2-63)

จากสมการที่ (2-63) และหากสัมประสิทธิ์การพาความร้อน h มีค่าคงที่ เมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอิลิเมนท์จึงกลายเป็น

$$\left[K_h\right]_{4\times4} = h\int N_nN_m dxdydz \qquad n\ m = 1\ 2\ 3\ 4 \tag{2-64}$$

สมการที่ (2-64) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรจะได้

$$\left[K_h\right]_{4\times4} = \frac{hV}{20}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2-65}$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอิลิเมนท์จะได้กล่าวถึงต่อไป

โหลดเวกเตอร์การพาความร้อน: $\{Q_h\}_{4\times1}$

$$\text{จาก } \{Q_h\}_{4\times1} = \int_{\Gamma} [N]_{4\times1} hT_{\infty} d\Gamma \tag{2-66}$$

หรือเมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอิลิเมนท์ดังนั้นสมการที่ (2-66) จึงกลายเป็น

$$\{Q_h\}_{4\times1} = hT_{\infty} \int N_n dxdydz \qquad n = 1\ 2\ 3\ 4 \tag{2-67}$$

สมการที่ (2-67) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรได้ดังนี้

$$\{Q_h\}_{4\times1} = \frac{hT_{\infty}V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2-68}$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอิลิเมนท์จะได้กล่าวถึงต่อไป

โหลดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง: $\{Q_Q\}_{4\times1}$

$$\text{จาก } \{Q_Q\}_{4\times1} = \int_{\Omega} [N]_{4\times1} Q d\Omega \tag{2-69}$$

หรือ

$$\{Q_Q\}_{4\times1} = Q \int N_n dxdydz \qquad n = 1\ 2\ 3\ 4 \tag{2-70}$$

สมการที่ (2-70) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดปริมาตรได้ดังนี้

$$\{Q_Q\}_{4\times1} = \frac{QV}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2-71}$$

นอกจากการถ่ายเทความร้อนบนปริมาตรของอิลิเมนท์ที่แสดงไปแล้วยังมีการถ่ายเทความร้อนตลอดพื้นผิวขอบใดขอบหนึ่งของอิลิเมนท์ และขอยกตัวอย่างพื้นผิวของอิลิเมนท์ที่ประกอบด้วยโนด 2 3 และ 4 ซึ่งพื้นผิวดังกล่าวมีพื้นที่เท่ากับ A การประดิษฐ์อิลิเมนท์ที่สอดคล้องกับการถ่ายเทความร้อนตลอดพื้นผิวขอบดังกล่าวจะได้

$$\left[K_h\right]_{4\times4} = \frac{hA}{12}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2-72}$$

$$\left\{Q_h\right\}_{4\times1} = \frac{hT_\infty A}{3}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2-73}$$

2.4.3 การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่

ปัญหาในงานวิจัยนี้เป็นปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ โดยค่าอุณหภูมิจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งการแก้ปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่เช่นนี้ทำได้ค่อนข้างยาก โดยการแก้สมการที่ (2-55) จากข้างต้นจะต้องอาศัยวิธีการแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่ที่ใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด (Recurrence relations) เพื่อให้ได้ค่าผลลัพธ์ที่ถูกต้อง

การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่จะใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด โดยจะมีลักษณะของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับค่า β ที่เลือกใช้ ดังแสดงในสมการที่ (2-74) โดย Δt คือค่าของช่วงเวลา (Time step) โดยถ้าเลือกใช้ $\beta = 0$ จะเป็นวิธีของออยเลอร์ (Euler) ถ้า $\beta = 1/2$ เป็นวิธีของแครงก์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson) ถ้า $\beta = 2/3$ เป็นวิธีของกาเลอร์คิน (Galerkin) และถ้า $\beta = 1$ จะเรียกว่าวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (Backward difference) ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลังดังสมการที่ (2-75) เนื่องจากวิธีนี้ประกันการลู่เข้าของผลลัพธ์ และผลลัพธ์จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง

$$\beta\left\{\dot{T}\right\}^{t+\Delta t} + \left(1-\beta\right)\left\{\dot{T}\right\}^{t} = \frac{\left\{T\right\}^{t+\Delta t} - \left\{T\right\}^{t}}{\Delta t} \tag{2-74}$$

$$\left\{\dot{T}\right\}^{t+\Delta t} = \frac{\left\{T\right\}^{t+\Delta t} - \left\{T\right\}^{t}}{\Delta t} \tag{2-75}$$

จากการเลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง สมการที่ (2-55) จึงพัฒนามาเป็นสมการที่ (2-76) จากนั้นแทนค่าสมการที่ (2-75) ลงในสมการที่ (2-76) จึงได้ผลลัพธ์ของสมการไฟไนท์อิลิเมนท์เมื่อพิจารณาปัญหาในสถานะชั่วครู่ ดังสมการที่ (2-77)

$$\left[C\right]\left\{\dot{T}\right\}^{t+\Delta t}+\left[K\right]\left\{T\right\}^{t+\Delta t}=\left\{Q\right\}^{t+\Delta t} \tag{2-76}$$

$$\left(\frac{1}{\Delta t}\left[C\right]+\left[K\right]\right)\left\{T\right\}^{t+\Delta t}=\frac{1}{\Delta t}\left[C\right]\left\{T\right\}^{t}+\left\{Q\right\}^{t+\Delta t} \tag{2-77}$$

โดยที่ $\left[K\right]=\left[K_c\right]+\left[K_h\right]$

และ $\left\{Q\right\}=\left\{Q_h\right\}+\left\{Q_Q\right\}$

2.4.4 การประกอบสมการอิลิเมนท์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นการนำสมการของแต่ละอิลิเมนท์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยหากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้เมื่อพิจารณาปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ คือ

$$\left(\frac{1}{\Delta t}\left[C\right]_{n\times n}+\left[K\right]_{n\times n}\right)\left\{T\right\}_{n\times 1}^{t+\Delta t}=\frac{1}{\Delta t}\left[C\right]_{n\times n}\left\{T\right\}_{n\times 1}^{t}+\left\{Q\right\}_{n\times 1}^{t+\Delta t} \tag{2-78}$$

จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\left(\left[C\right]_{n\times n}+\Delta t\left[K\right]_{n\times n}\right)\left\{T\right\}_{n\times 1}^{t+\Delta t}=\left[C\right]_{n\times n}\left\{T\right\}_{n\times 1}^{t}+\Delta t\left\{Q\right\}_{n\times 1}^{t+\Delta t} \tag{2-79}$$

เมื่อ $\left[M\right]_{n\times n}=\left[C\right]_{n\times n}+\Delta t\left[K\right]_{n\times n}$

$$\left[F\right]_{n\times 1}=\left[C\right]_{n\times n}\left\{T\right\}_{n\times 1}^{t}+\Delta t\left\{Q\right\}_{n\times 1}^{t+\Delta t}$$

ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้คือ

$$\left[M\right]_{n\times n}\left\{T\right\}_{n\times 1}^{t+\Delta t}=\left[F\right]_{n\times 1} \tag{2-80}$$

2.4.5 การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย

ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิ T เริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นให้แก่ระบบสายส่งกำลังไฟฟ้า และเงื่อนไขขอบเขตบริเวณต่างๆ โดยงานวิจัยนี้มีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นในรอบแรกที่พิจารณาระบบสายส่งกำลังไฟฟ้า คือ $T(t=0) = 25\,^{\circ}C$

ส่วนค่าโหลดเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนจะใช้ค่าปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นเองของทั้งปริมาตรที่พิจารณา โดยค่าปริมาณความร้อนจะหาได้จากความสัมพันธ์ของค่าสนามไฟฟ้าดังนี้

$$Q=\sigma E^2 \tag{2-81}$$

เมื่อ σ คือ ค่าสภาพนำทางไฟฟ้า

E คือ ค่าสนามไฟฟ้า

2.5 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิในสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ประกอบกับคำนึงถึงคุณสมบัติต่าง ๆ ทางไฟฟ้าของวัสดุที่แตกต่างกันในระบบ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง การประยุกต์วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติเพื่อคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาเลอร์คิน รายละเอียดต่างๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 3 และบทที่ 4 ต่อไป

บทที่ 3

ผลการจำลองสนามไฟฟ้าของสายส่งกำลังไฟฟ้าที่มีผลต่ออุณหภูมิ

3.1 บทนำ

การจำลองผลของงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณอุณหภูมิในระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค ซึ่งค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้นั้นจะมีผลมาจากค่าสนามไฟฟ้า ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ภายในสายส่งกำลังไฟฟ้า ในบทที่ 3 นี้จึงได้กล่าวถึงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการจำลองผลและอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ โดยโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานการใช้งานของ MATLAB™

3.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้า

การคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่จะได้กล่าวถึงต่อไปนี้ งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อนำข้อมูลของโนดและอิลิเมนท์มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเอง โดยอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลแบบ 3 มิติได้ดังนี้

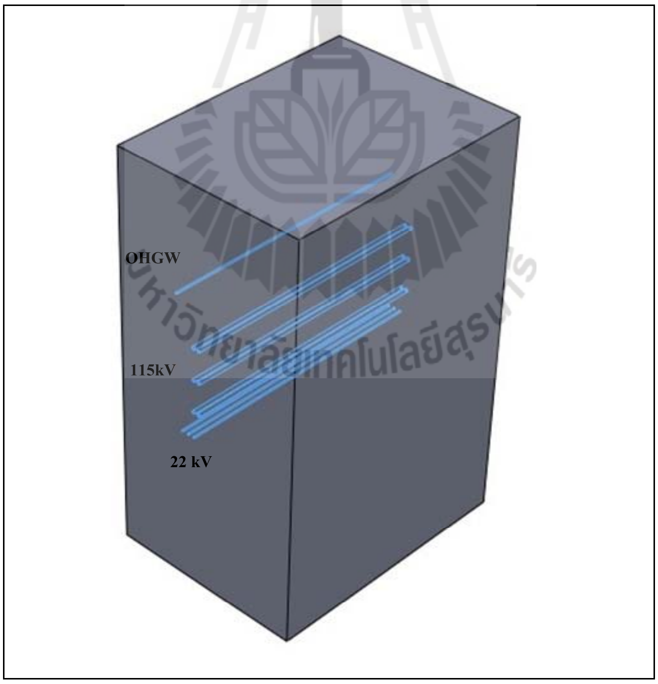
3.2.1 โปรแกรมสร้างกริด

โปรแกรมการสร้างกริดสำหรับปัญหา 3 มิติในงานวิจัยนี้ จะใช้การสร้างกริดจากโปรแกรมสำเร็จรูปที่ชื่อว่า Solidworks ซึ่งประโยชน์ของโปรแกรมสำเร็จรูปนี้จะใช้สำหรับเพียงเพื่อสร้างกริดเท่านั้น สำหรับข้อมูลจากโปรแกรม Solidworks ที่จำเป็นต่อการนำไปพัฒนาเป็นโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติได้แก่ ข้อมูลบอกระยะพิกัดในแนวแกน x, y และ z ข้อมูลบอกหมายเลขโนด ข้อมูลบอกหมายเลขอิลิเมนท์ ข้อมูลบอกหมายเลขที่แบ่งชนิดของวัสดุในระบบ และข้อมูลบอกหมายเลขของขอบเขตชิ้นงานเพื่อกำหนดเงื่อนไข ส่วนขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์อื่น ๆ อันได้แก่ การสร้างสมการของแต่ละอิลิเมนท์ การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม การกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต และการแก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยนั้น จะทำการพัฒนาด้วยโปรแกรมMATLAB ที่ประดิษฐ์ขึ้นเองเพื่อจำลองผลต่อไป

งานวิจัยนี้ได้แบ่งพื้นที่ศึกษาออกเป็นบริเวณย่อย ๆ ได้แก่ บริเวณที่เป็นตัวนำและบริเวณที่เป็นอากาศ (Space) โดยบริเวณตัวนำประกอบไปด้วย

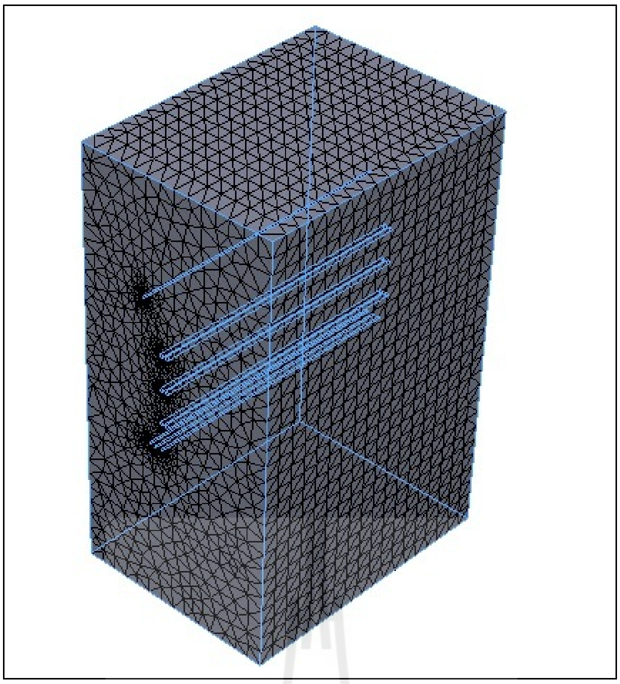
- ระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV วงจรเดี่ยว เฟส A, 2 bundle
- ระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV วงจรเดี่ยว เฟส B, 2 bundle
- ระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV วงจรเดี่ยว เฟส C, 2 bundle
- ระบบส่งจ่ายขนาด 22 kV วงจรเดี่ยว เฟส A, 1 bundle
- ระบบส่งจ่ายขนาด 22 kV วงจรเดี่ยว เฟส B, 1 bundle
- ระบบส่งจ่ายขนาด 22 kV วงจรเดี่ยว เฟส C, 1 bundle
- สายดินเหนือศีรษะ (Overhead ground wire : OHGW)

สำหรับขอบเขตของระบบที่ศึกษา ได้กำหนดขอบเขตของปัญหาให้มีความกว้าง 15 เมตร สูงจากพื้นดิน 30 เมตร และมีความลึก 20 เมตร ซึ่งเป็นขอบเขตของปัญหาที่มีความเหมาะสมต่องานวิจัย ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ใช้การวาดภาพของระบบที่ศึกษาแบบ 3 มิติ โดยการใช้โปรแกรม Solidworks ดังแสดงภาพรวมของระบบที่ศึกษาเป็นแบบ 3 มิติ ได้ดังรูปที่ 3.1 ซึ่งเป็นการแสดงสายส่งในระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV



รูปที่ 3.1 โครงสร้างแบบ 3 มิติ ของระบบที่ศึกษา

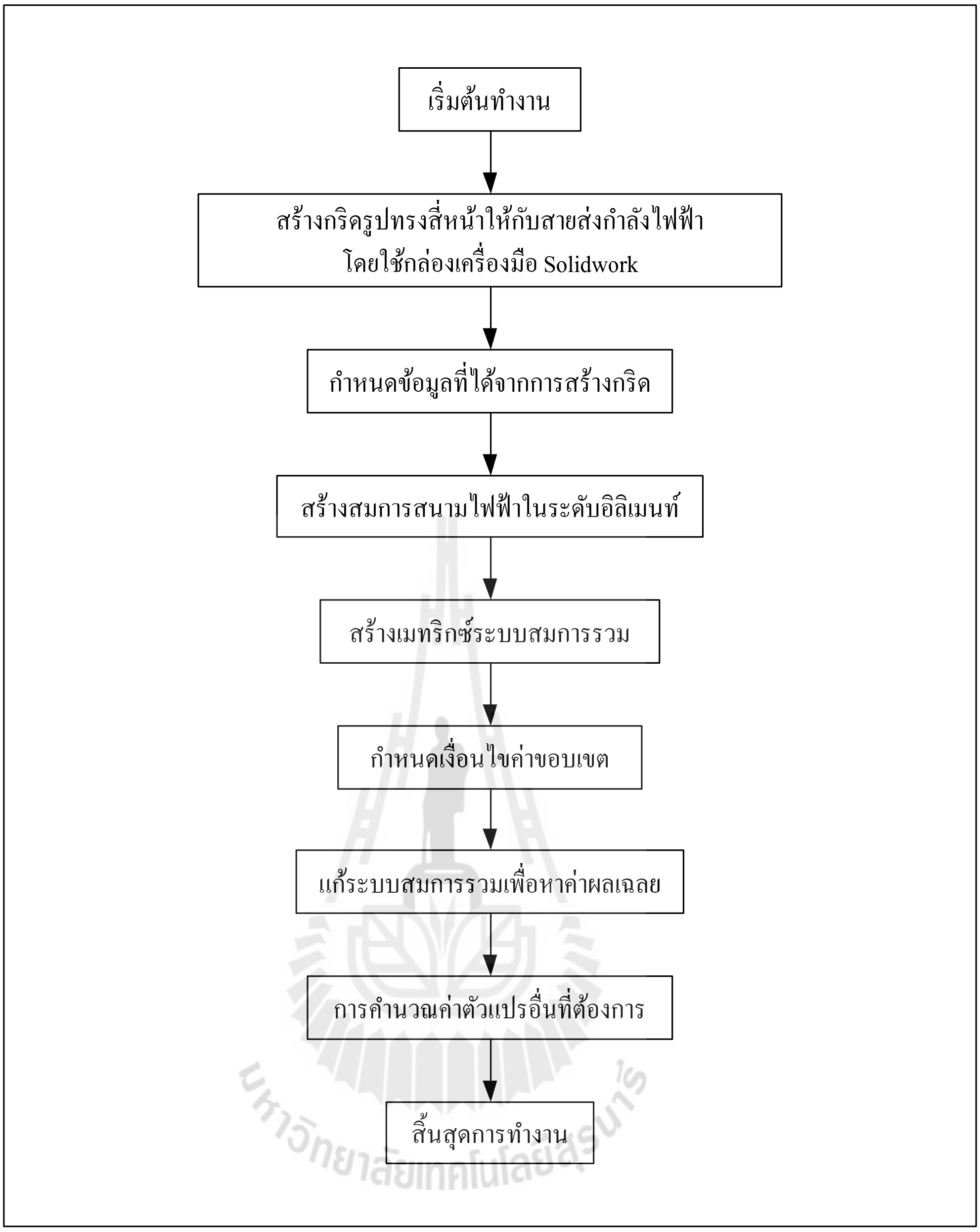
หลังจากแบ่งขอบเขตของปัญหาออกเป็นหมวดหมู่แล้ว จึงทำการสร้างกริดจากโปรแกรม Solidworks ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ลักษณะการสร้างกริดของระบบส่งจ่ายไฟฟ้า 115 kV และ 22 kV ในงานวิจัย

3.2.2 โปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้า

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ โดยข้อมูลที่จำเป็นในการประดิษฐ์โปรแกรมนั้นได้จากในหัวข้อ 3.2.1 ที่อธิบายไว้ก่อนหน้านี้ โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้าสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามไฟฟ้า

จากแผนภูมิในรูปที่ 3.3 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลของระบบแบบ 3 มิติ เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละขั้นตอนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุทซึ่งแสดงถึงลักษณะของโนดและอิลิเมนท์จากโปรแกรมการสร้างกริด Solidworks ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลประกอบด้วย จำนวนและตำแหน่งของโนด หมายเลขโนดที่ประกอบขึ้นเป็นอิลิเมนท์ จำนวนและหมายเลขของอิลิเมนท์ เป็นต้น

ขั้นตอนการสร้างสมการสนามไฟฟ้าในระดับอิลิเมนท์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้างสมการอิลิเมนท์เมทริกซ์ในรูปแบบของทรงสี่หน้าสี่จุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ ของทุก ๆ อิลิเมนท์ เนื่องจากภายในระบบมีชิ้นงานที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันอยู่ 2 ชนิด คือ อากาศ และสายส่งตัวนำ ซึ่งวัตถุทั้งสองมีค่าคุณสมบัติที่แตกต่างกันออกไปได้แก่ ค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ (ε_r) เท่ากับ 1 และ 3.5 ตามลำดับ ค่าความนำไฟฟ้า (σ) เท่ากับ 0 และ 0.8×10^7 ตามลำดับ และ ค่าความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ (μ_r) เท่ากับ 1 และ 300 ตามลำดับ โดยการสร้างสมการอิลิเมนท์เมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนท์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัตถุที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลิเมนท์นั้น ๆ ด้วย

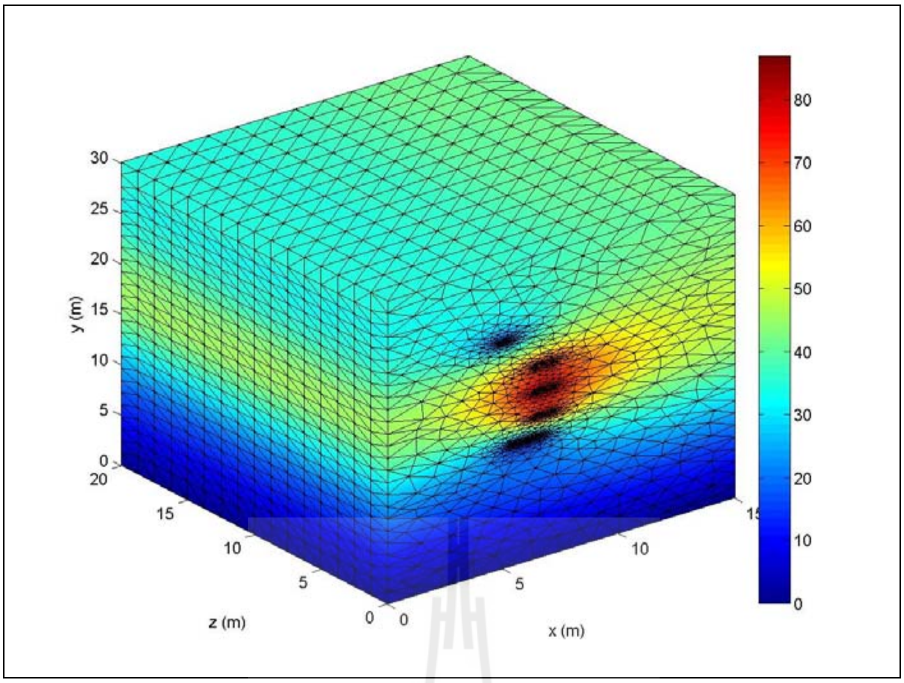
ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมสมการของอิลิเมนท์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวม ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ทั้งหมด n โนดจะก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการทั้งสิ้น n สมการ

ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตดังตารางที่ 2.1 ในบทที่ 2

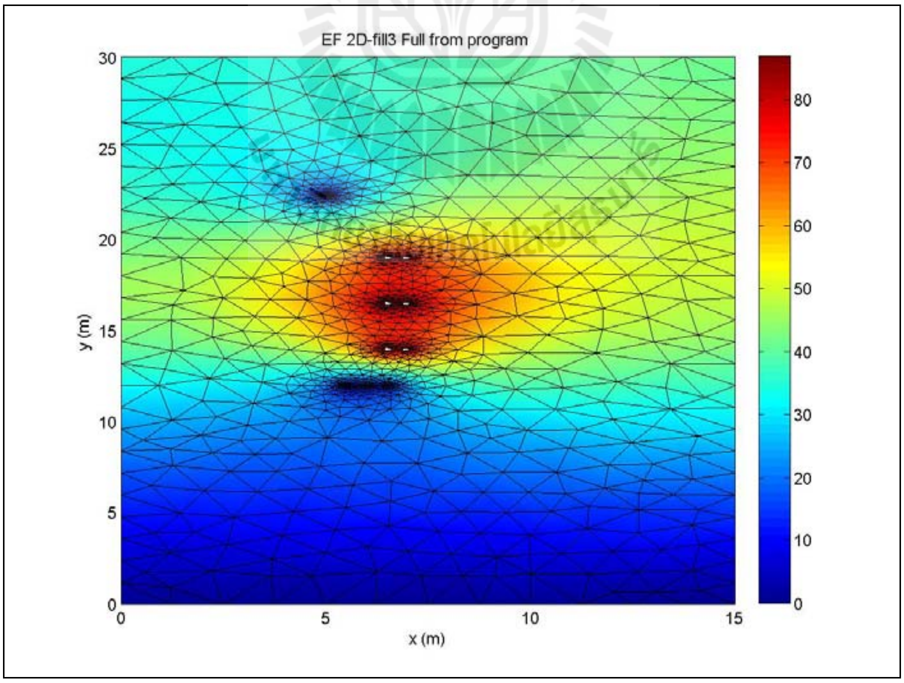
ขั้นตอนการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : ในขั้นตอนสุดท้ายนี้ โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของสนามไฟฟ้าที่ประจำโนดโดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

3.3 ผลการจำลองสนามไฟฟ้าพร้อมวิเคราะห์ผล

สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ โดยจะทำการจำลองระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาคโดยสามารถแสดงผลทางกราฟิกได้ดังรูปที่ 3.4 และ 3.5



รูปที่ 3.4 การกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) บริเวณขอบของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV



รูปที่ 3.5 ภาพตัดขวางการกระจายสนามไฟฟ้า (kV/m) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV

จากผลการจำลองเชิงกราฟิกดังแสดงด้วยรูปที่ 3.4 และ 3.5 ค่าสนามไฟฟ้าจะมีปริมาณสูงที่ตำแหน่งสายส่งตัวนำและจะมีค่าน้อยลงเมื่อระยะห่างจากสายส่งตัวนำมีค่ามากขึ้นโดยจะมีค่าน้อยสุดที่บริเวณพื้นดิน และเมื่อพิจารณาภาพตัดขวางที่ช่วงความลึกใด ๆ ค่าสนามไฟฟ้าจะกระจายตัวในลักษณะคล้ายคลึงกันในทุก ๆ ช่วงความลึก ทั้งนี้เพราะลักษณะของปัญหามีรูปแบบเดียวกันตลอดช่วงความลึก และจากผลการจำลองผลทางกราฟิกข้างต้นสามารถสรุปเป็นตารางเพื่อให้เห็นในเชิงตัวเลขอย่างชัดเจนของการกระจายตัวสนามไฟฟ้าดังแสดงด้วยตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 สนามไฟฟ้าเฉลี่ยของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV เมื่อพิจารณาที่ระยะความสูงต่าง ๆ

ระยะความสูง y (m)	ค่าสนามไฟฟ้าเฉลี่ย (kV/m)
0	0.0000
2	5.1176
4	10.2400
6	15.3740
8	20.5260
10	25.7220
12	31.7530
14	49.9780
16	56.1610
18	55.8610
20	49.8630
22	39.9280
24	37.8950
26	37.8210
28	37.8210
30	37.7560

จากตารางที่ 3.1 จะสังเกตเห็นว่าค่าสนามไฟฟ้าจะมีค่ามากที่สุดที่ช่วงตำแหน่งของสายส่งตัวนำและค่าจะลดน้อยลงไปเมื่อห่างจากสายส่งตัวนำมากขึ้น โดยจะมีค่าน้อยสุดที่ตำแหน่งพื้นดิน

3.4 สรุป

บทที่ 3 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผลพร้อมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าในระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ซึ่งโปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้าสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 3.3 จากผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองผลพบว่าค่าสนามไฟฟ้าจะมีปริมาณสูงที่ตำแหน่งสายส่งตัวนำและมีค่าน้อยลงเมื่อระยะห่างจากตัวนำมีค่ามากขึ้น โดยจะมีค่าน้อยที่สุดที่ตำแหน่งพื้นดิน

บทที่ 4

ผลการจำลองอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้าพร้อมผลการทดสอบจริง

4.1 บทนำ

ในบทที่ 3 ที่ผ่านมา เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลพร้อมผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ ซึ่งงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบ 22 kV ดังนั้นสำหรับบทที่ 4 นี้ จะเป็นการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ในการคำนวณค่าอุณหภูมิ โดยมีแหล่งกำเนิดความร้อน (Heat source) ในสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของปัญหาความร้อนมีผลมาจากค่าสนามไฟฟ้า สำหรับการคำนวณอุณหภูมิในบทนี้จะใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติในการวิเคราะห์ปัญหาในสถานะชั่วครู่ ซึ่งขั้นตอนและวิธีการจะมีความคล้ายคลึงกันกับระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ที่ใช้คำนวณสนามไฟฟ้าในบทที่ 3 ที่ผ่านมา ซึ่งโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานของ MATLAB™ เช่นเดียวกัน

4.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิ

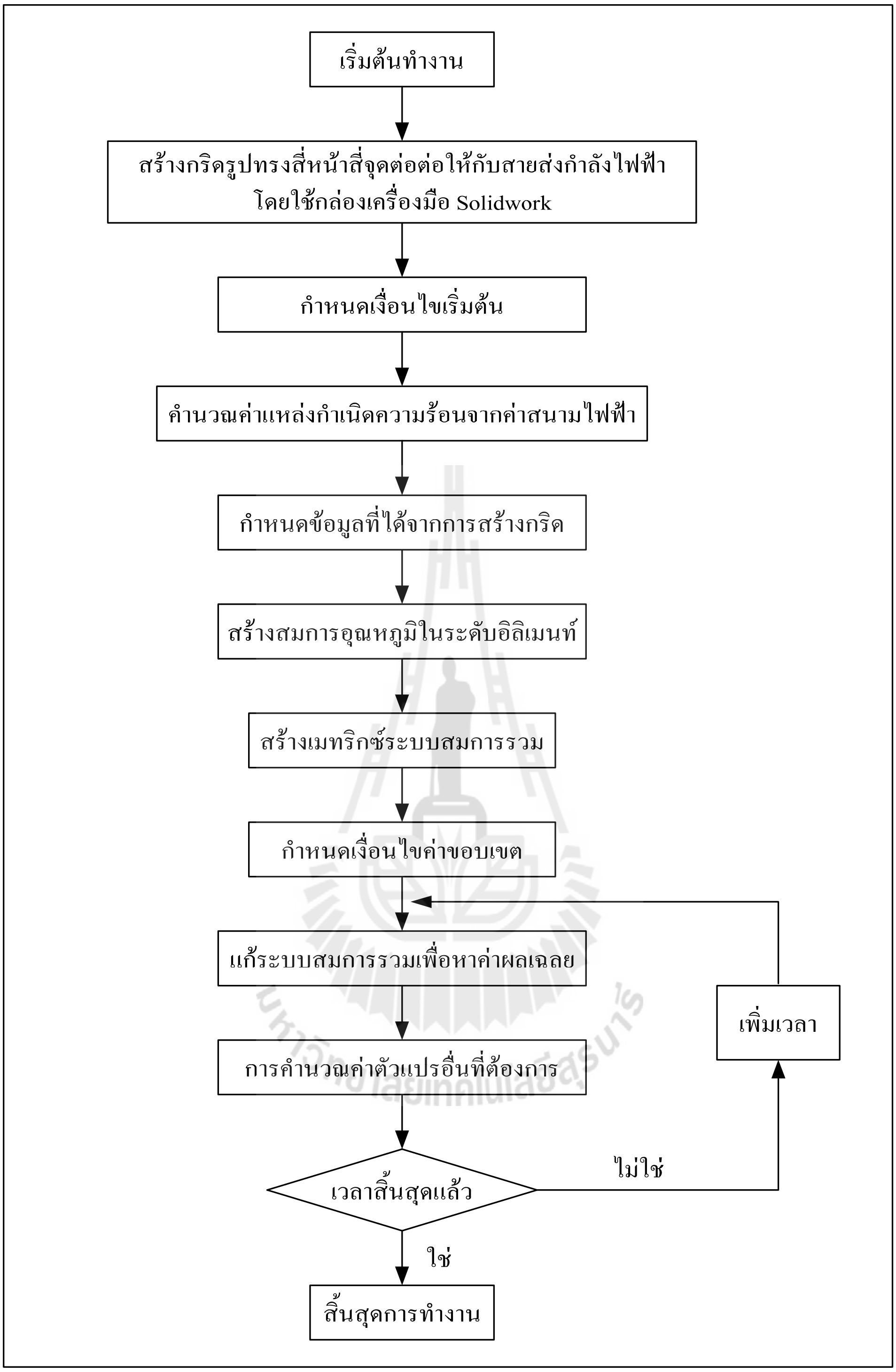
การคำนวณหาค่าอุณหภูมิภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่จะได้กล่าวถึงต่อไปนี้ งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อนำข้อมูลของโนดและอิลิเมนท์มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเอง โดยอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลแบบ 3 มิติได้ดังนี้

4.2.1 โปรแกรมสร้างกริด

ดำเนินการเช่นเดียวกับหัวข้อ 3.2.1 ในบทที่ 3

4.2.2 โปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิ

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ โดยข้อมูลที่จำเป็นในการประดิษฐ์โปรแกรมนั้นได้จากในหัวข้อ 4.2.1 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณอุณหภูมิ

จากแผนภูมิในรูปที่ 4.1 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลแบบ 3 มิติ ของปัญหาความร้อนในสถานะชั่วครู่ เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละขั้นตอนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุทซึ่งแสดงถึงลักษณะของโนดและอิลิเมนท์จากโปรแกรมการสร้างกริด Solidworks ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลจะได้เหมือนกับการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ทุกประการ

ขั้นตอนการกำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้น : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะกำหนดว่าอุณหภูมิเริ่มต้น T(t=0) = 25 °C สำหรับการคำนวณในรอบแรก ส่วนการคำนวณรอบเวลาถัดไปจะใช้คำตอบจากรอบที่ผ่านมาเป็นเงื่อนไขเริ่มต้นทั้งนี้การลู่เข้าหาคำตอบที่ถูกต้องและจำนวนรอบเวลาสิ้นสุดการคำนวณจะขึ้นอยู่กับเวลาที่สายส่งกำลังไฟฟ้าอยู่ในสภาวะจ่ายโหลดจนกระทั่งความร้อนของสายส่งกำลังไฟฟ้าคงที่

ขั้นตอนการคำนวณค่าแหล่งกำเนิดความร้อน : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะนำค่าสนามไฟฟ้ามาคำนวณเป็นค่าแหล่งกำเนิดความร้อน ซึ่งค่าแหล่งกำเนิดความร้อนนี้จะถูกนำไปใช้เป็นโหลดความร้อนสำหรับการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์

ขั้นตอนการสร้างสมการอุณหภูมิในระดับอิลิเมนท์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้างสมการอิลิเมนท์เมทริกซ์ในรูปแบบของทรงสี่หน้าสี่จุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 3 มิติ ของทุก ๆ อิลิเมนท์ เนื่องจากภายในระบบมีชิ้นงานที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันอยู่ 2 ชนิด คือ อากาศ และสายส่งตัวนำ ซึ่งวัตถุทั้งสองมีค่าคุณสมบัติทางความร้อนที่แตกต่างกันออกไปได้แก่ อากาศมีค่าความนำไฟฟ้า (σ) เท่ากับ 0 Ω/m ค่าความร้อนจำเพาะ (c) เท่ากับ 0.8716 J/kg°C ค่าความหนาแน่นมวล (ρ) เท่ากับ 1.184 kg/m^3 ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (k) เท่ากับ 0.024 W/m°C ส่วนสายส่งตัวนำมีค่าความนำไฟฟ้า (σ) เท่ากับ 0.8×10^7 Ω/m ค่าความร้อนจำเพาะ (c) เท่ากับ 900 J/kg°C ค่าความหนาแน่นมวล (ρ) เท่ากับ 2700 kg/m^3 ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (k) เท่ากับ 205 W/m°C และสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเท่ากับ 25 W/m^2 °C โดยการสร้างสมการอิลิเมนท์เมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนท์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางความร้อนของวัตถุที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลิเมนท์นั้นๆด้วย

ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมสมการของอิลิเมนท์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวม ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ทั้งหมด n โนดจะก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการทั้งสิ้น n สมการ

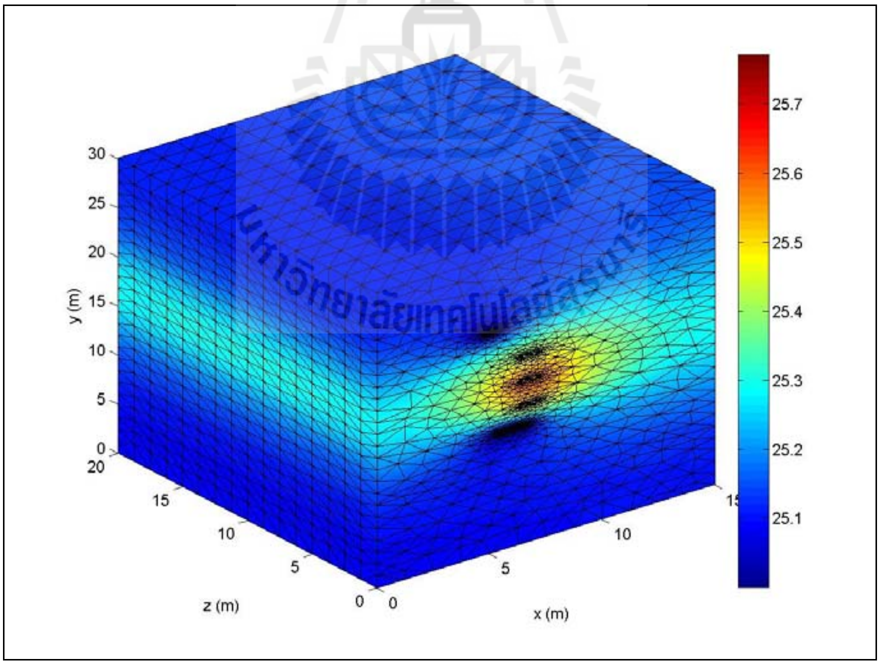
ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตเป็นการพาความร้อนสู่อุณหภูมิสภาพแวดล้อมภายนอกที่บริเวณขอบสายส่งตัวนำ

ขั้นตอนการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : ในขั้นตอนสุดท้ายนี้ โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิที่ประจำโนดโดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

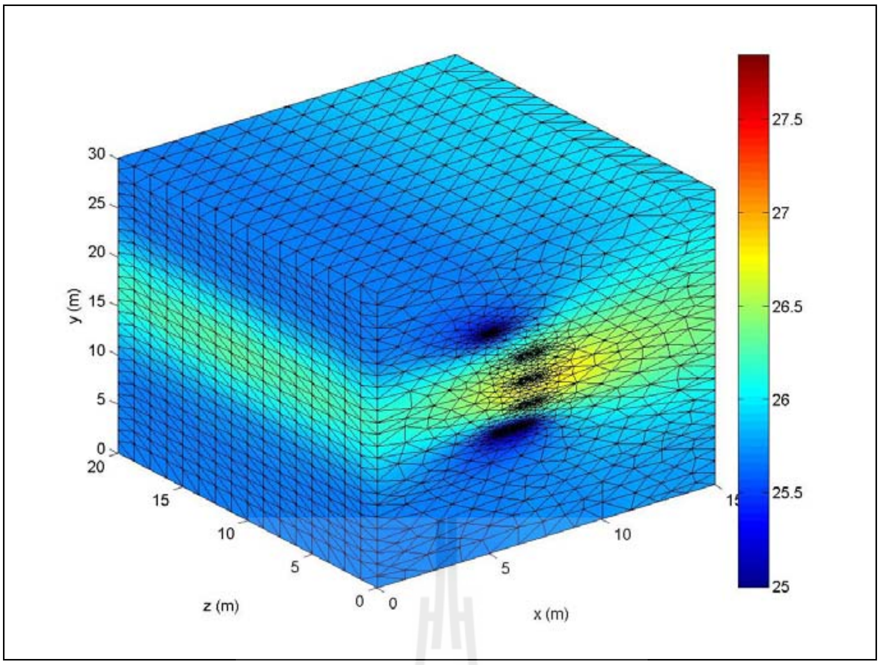
เนื่องจากปัญหาความร้อนนี้แปรผันตามเวลา โปรแกรมจะวนรอบจนกระทั่งสิ้นสุดรอบเวลาที่กำหนด

4.3 ผลการจำลองอุณหภูมิพร้อมวิเคราะห์ผล

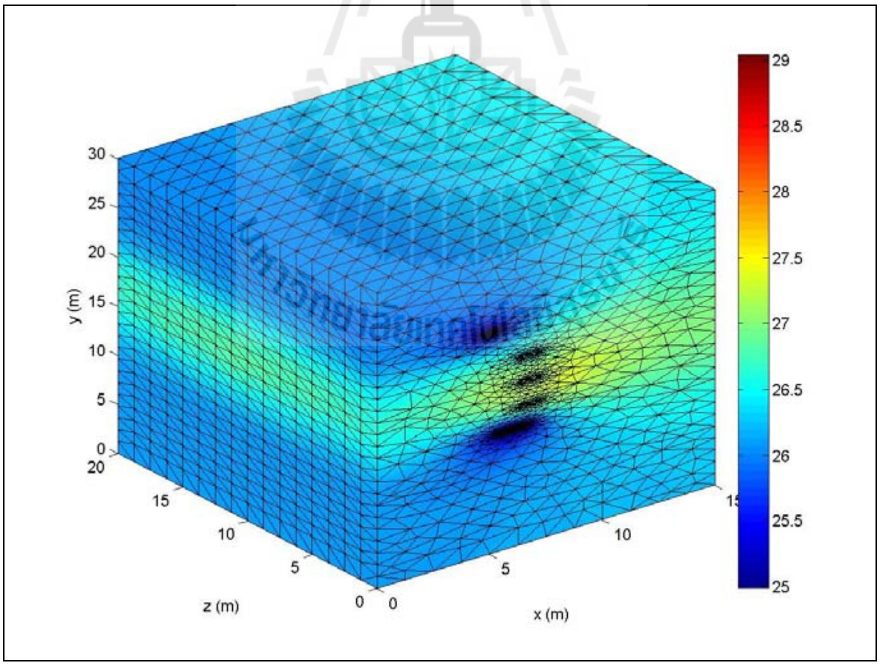
สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าอุณหภูมิของระบบสายส่งไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ โดยจะทำการจำลองระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค โดยสามารถแสดงผลทางกราฟิกได้ดังรูปที่ 4.2 และ 4.3



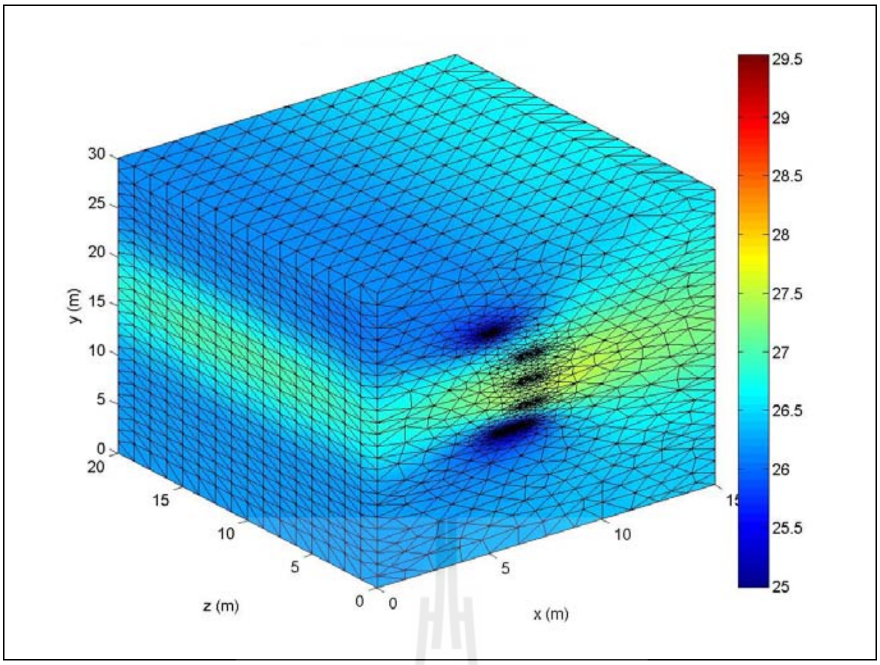
ก) ที่เวลา 1 ชั่วโมง



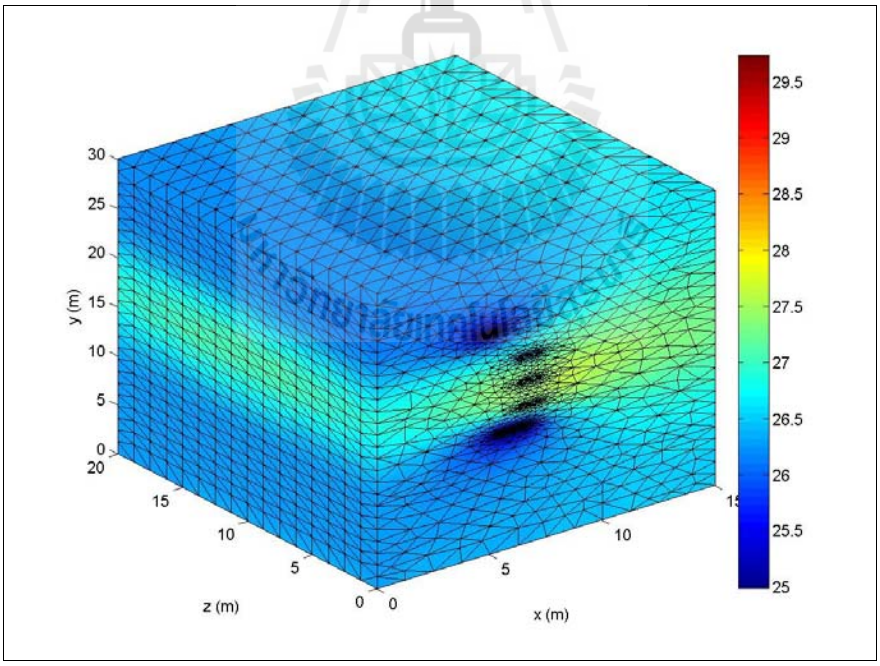
ข) ที่เวลา 5 ชั่วโมง



ค) ที่เวลา 10 ชั่วโมง

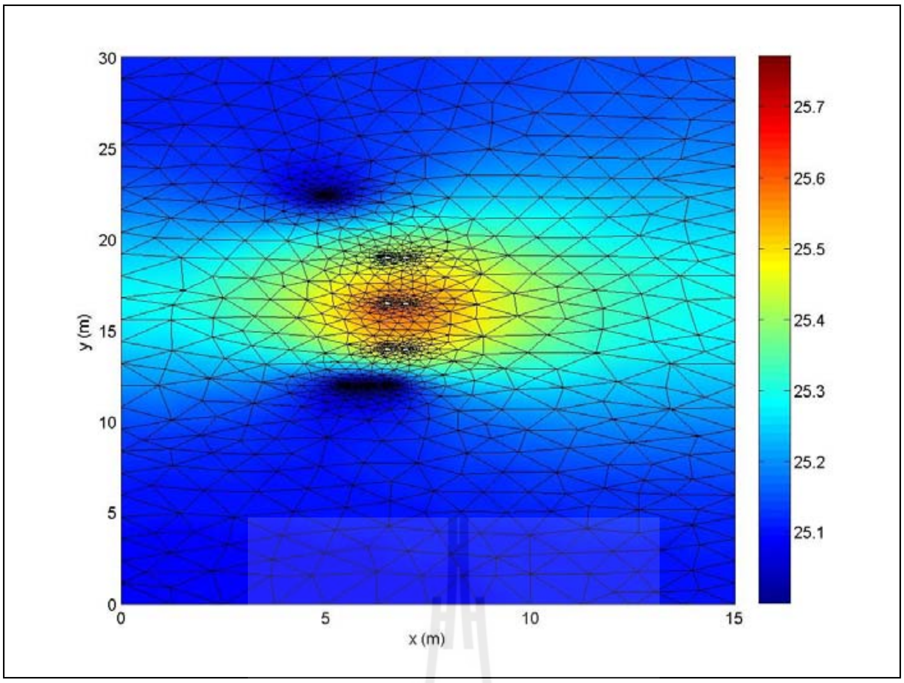


ง) ที่เวลา 15 ชั่วโมง

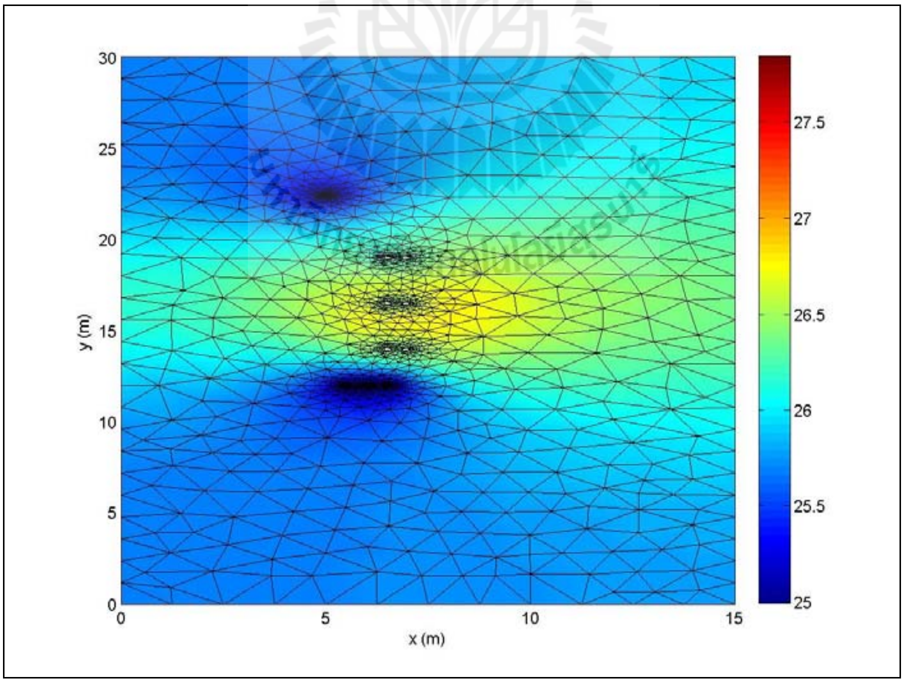


จ) ที่เวลา 20 ชั่วโมง

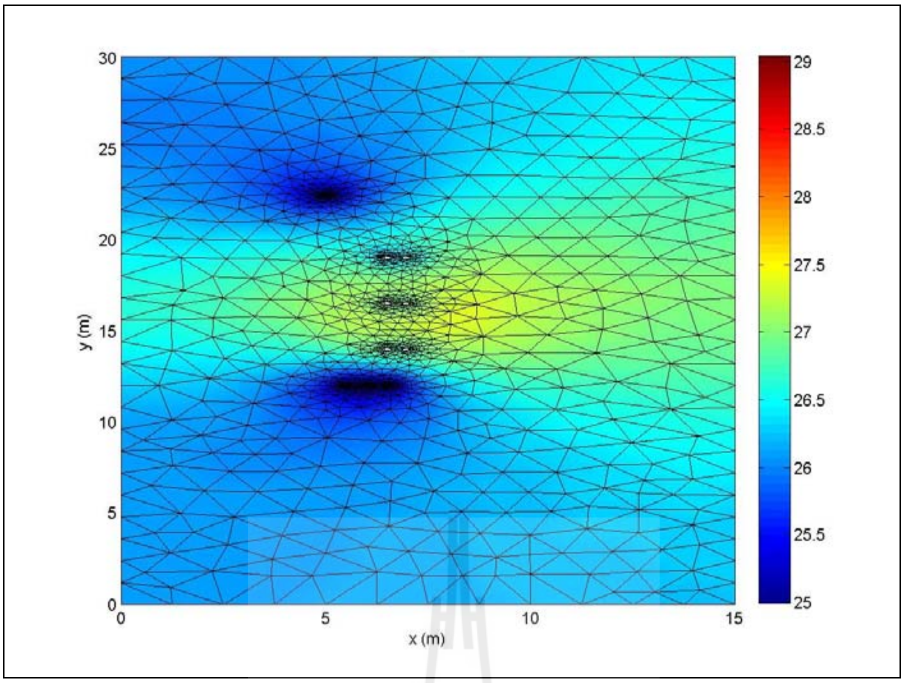
รูปที่ 4.2 การกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) บริเวณขอบของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ณ เวลาใดๆ



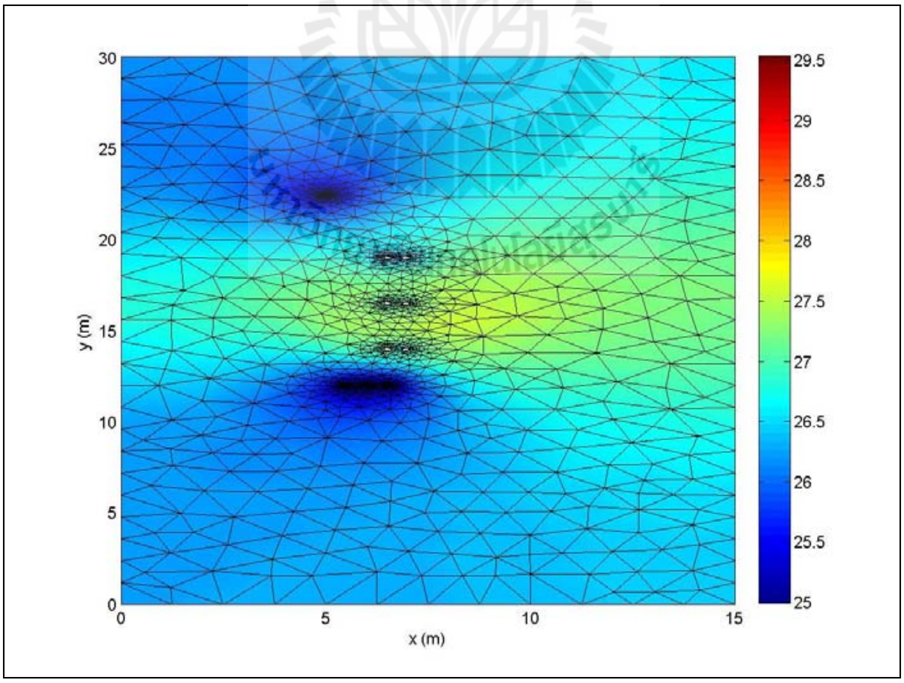
ก) ที่เวลา 1 ชั่วโมง



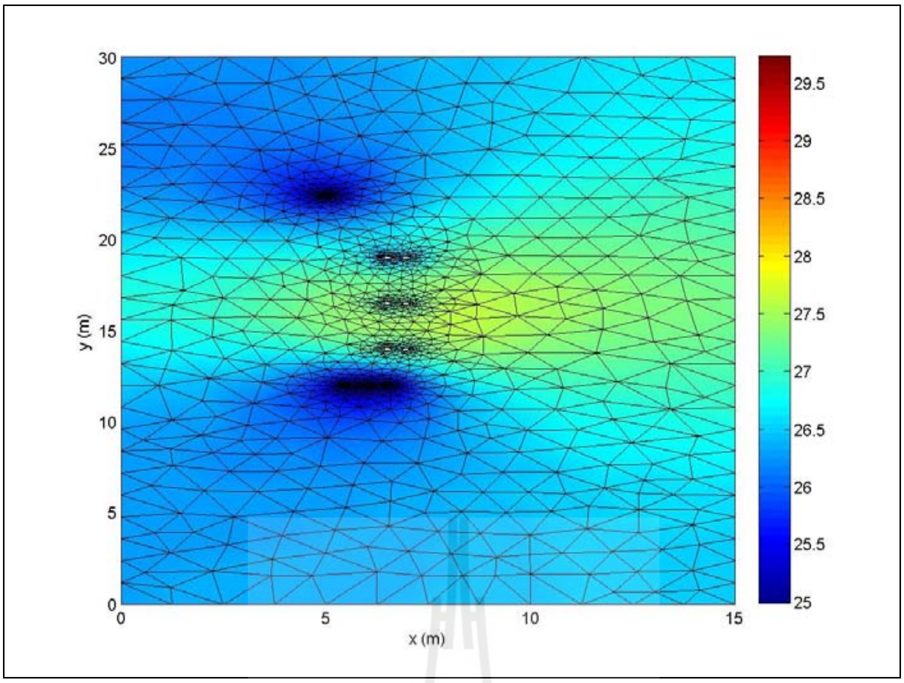
ข) ที่เวลา 5 ชั่วโมง



ค) ที่เวลา 10 ชั่วโมง



ง) ที่เวลา 15 ชั่วโมง



จ) ที่เวลา 20 ชั่วโมง

รูปที่ 4.3 ภาพตัดขวางการกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ณ เวลาใดๆ

จากผลการจำลองเชิงกราฟิกดังแสดงด้วยรูปที่ 4.2 และ 4.3 การกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณตัวนำของสายส่งกำลังไฟฟ้าจะมีค่าสูงกว่าบริเวณอื่น บริเวณที่มีอุณหภูมิสูงจะเคลื่อนที่ไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำ และผลของค่าอุณหภูมิจะมีค่าเพิ่มขึ้นจนกระทั่งอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้าอยู่ในสภาวะคงตัวเมื่อเวลาเพิ่มขึ้น โดยในงานวิจัยนี้จะอยู่ในสภาวะคงตัว ณ ที่เวลา 20 ชั่วโมง และจากผลการจำลองผลทางกราฟิกข้างต้นสามารถสรุปเป็นตารางเพื่อให้เห็นในเชิงตัวเลขอย่างชัดเจนของการกระจายตัวของอุณหภูมิในสภาวะคงตัว ดังแสดงด้วยตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 อุณหภูมิเฉลี่ยของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV เมื่อพิจารณาที่ระยะความสูงต่าง ๆ

ระยะความสูง y (m)	ค่าอุณหภูมิเฉลี่ย (°C)
0	26.4413
2	26.4413
4	26.4419
6	26.4434
8	26.4465
10	26.4538
12	26.5165
14	27.4551
16	27.8042
18	27.7052
20	27.2784
22	26.6376
24	26.5015
26	26.4930
28	26.4874
30	26.4859

จากตารางที่ 4.1 จะสังเกตเห็นว่าค่าอุณหภูมิจะมีค่าสูงที่บริเวณตำแหน่งสายส่งตัวนำ และจะมีค่าลดลงเมื่อระยะห่างจากตัวนำมีค่ามากขึ้น โดยเป็นผลมาจากค่าสนามไฟฟ้า ซึ่งค่าสนามไฟฟ้าจะมีผลต่ออุณหภูมิโดยตรง โดยบริเวณที่มีค่าสนามไฟฟ้าสูงจะมีค่าอุณหภูมิสูงและบริเวณที่มีค่าสนามไฟฟ้าต่ำก็จะมีค่าอุณหภูมิต่ำตามไปด้วย

4.4 การเปรียบเทียบผลการจำลองของอุณหภูมิกับผลการทดสอบจริง

ตารางที่ 4.2 เป็นการวัดค่าอุณหภูมิสูงสุดที่ตำแหน่งตัวนำต่างๆ ที่ได้จากผลการทดสอบจริงที่วัดได้จากกล้องถ่ายภาพความร้อนในภาคผนวก และตารางที่ 4.3 เป็นการเปรียบเทียบค่าอุณหภูมิสูงสุดที่ตำแหน่งตัวนำต่างๆ ระหว่างผลที่ได้จากการจำลองและผลที่ได้จากการทดสอบจริง ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าผลที่ได้จากการจำลองมีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกันกับผลที่ได้จากการ

ทดสอบจริง กล่าวคือ บริเวณตัวนำที่มีค่าสนามไฟฟ้าในปริมาณที่สูงจะมีค่าอุณหภูมิสูงกว่าบริเวณตัวนำที่มีค่าสนามไฟฟ้าในปริมาณที่ต่ำ โดยบริเวณตัวนำที่มีค่าสนามไฟฟ้าในปริมาณที่สูงก็จะมีค่าอุณหภูมิสูงตามไปด้วย

ตารางที่ 4.2 ค่าอุณหภูมิสูงสุดที่ตำแหน่งตัวนำต่างๆ ที่ได้จากผลการวัดจริง

ตัวนำ/เฟส	อุณหภูมิสูงสุด (°C)										
ทดสอบครั้งที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	**ค่าเฉลี่ย**
115kV/A	27.4	24.6	25.2	26.2	26.3	25.7	27.2	28.5	27.4	27.3	**26.6**
115kV/B	29.2	27.3	27.2	28.4	27.3	27.6	30.7	31.1	29.4	29.5	**28.8**
115kV/C	29.1	27.2	27.3	29.2	28.5	27.1	30.2	29.5	29.6	29.1	**28.7**
22kV/A	25.2	19.1	23.0	24.5	25.3	24.1	25.2	25.1	25.3	25.8	**24.3**
22kV/B	25.4	19.5	22.5	24.8	25.4	24.4	25.3	25.2	26.1	25.7	**24.4**
22kV/C	25.8	19.4	22.5	24.4	25.3	24.2	25.0	25.3	25.3	25.4	**24.3**

ตารางที่ 4.3 การเปรียบเทียบค่าอุณหภูมิสูงสุดที่ได้จากการจำลองผลและการวัดจริง

ตัวนำ/เฟส	อุณหภูมิสูงสุด (°C)	
	ผลการจำลอง	ผลการวัดจริง
115kV/A	28.3	26.6
115kV/B	29.5	28.8
115kV/C	28.7	28.7
22kV/A	25.0	24.3
22kV/B	25.1	24.4
22kV/C	25.1	24.3

4.5 สรุป

บทที่ 4 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผลพร้อมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงสนามไฟฟ้าที่มีผลต่อการกระจายตัวของอุณหภูมิในระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB™ โดยโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 4.1 และในบทนี้ยังได้เปรียบเทียบผลการจำลองของอุณหภูมิกับผลการทดสอบจริง จากผลลัพธ์ของค่าอุณหภูมิที่ได้จากการจำลอง

พบว่าค่าสนามไฟฟ้ามีผลโดยตรงต่ออุณหภูมิ โดยบริเวณที่มีค่าสนามไฟฟ้าในปริมาณสูงก็จะมีค่าอุณหภูมิสูงด้วยเช่นกัน ซึ่งอุณหภูมิจะกระจายตัวไปทั่วบริเวณตัวนำของสายส่งกำลังไฟฟ้า โดยจะเคลื่อนที่จากบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำจนกระทั่งอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้าอยู่ในสภาวะคงตัว

บทที่ 5

ผลการจำลองสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนา

5.1 บทนำ

ในบทที่ 5 นี้จะศึกษาถึงค่าสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่กระจายตัวในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าขนาด 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาคเมื่อเกิดปรากฏการณ์โคโรนา (Corona phenomenon) ขึ้น สำหรับการจำลองค่าสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิในบทนี้ยังคงใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติในการวิเคราะห์ปัญหาเช่นเดียวกับบทที่ผ่านๆ มา และโปรแกรมทั้งหมดก็ถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานของ MATLAB™ เช่นเดียวกัน ทั้งนี้ประโยชน์ที่ได้จากการจำลองผลอาจเป็นแนวทางในการหาทางป้องกันผลกระทบของอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนาต่อไป

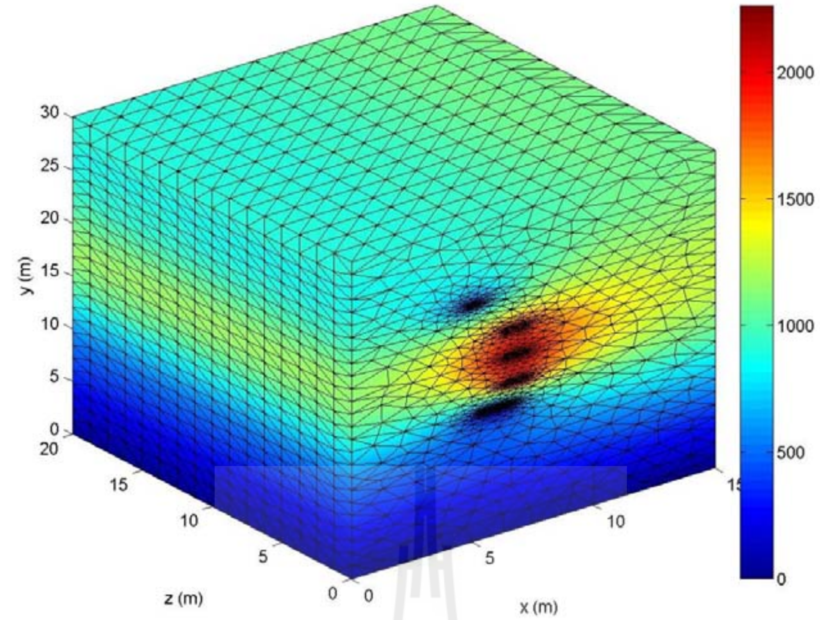
5.2 ผลการจำลองสนามไฟฟ้าที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนา

โคโรนา (Corona) เกิดจากสายส่งที่ได้รับแรงดันไฟฟ้าสูงเกินค่าขีดจำกัดที่กำหนดไว้ ซึ่งตามปกติการเลือกระดับแรงดันเพื่อใช้ส่งพลังงานจะไม่ให้สูงถึงค่าวิกฤต แต่เนื่องจากสภาวะแวดล้อมที่ผิดปกติ จึงทำให้เกิดสิ่งต่อไปนี้ คือ

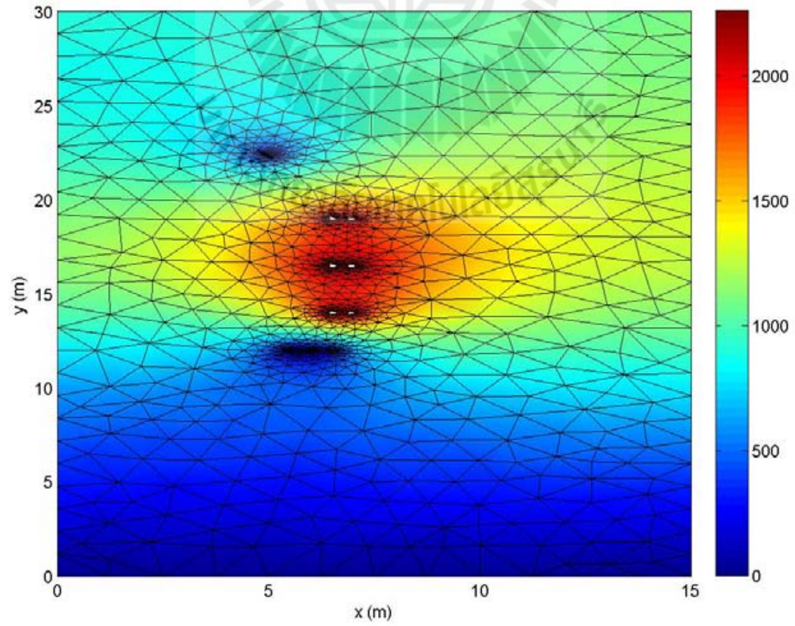
1) แรงดันระหว่างสายสูงเกินค่าแรงดันวิกฤต (Critical voltage) ปรากฏการณ์เช่นนี้จะเกิดขึ้นในกรณีที่สายส่งยาวมากๆ แต่มีโหลดปลายสายต่ำ เนื่องจากสายส่งที่ยาวจะเกิดกระแสอัดประจุในสายสูง และทำให้ตัวประกอบกำลังของวงจรกลายเป็นชนิดนำหน้า (PF leading) ซึ่งจะส่งผลให้แรงดันปลายสายสูงกว่าแรงดันต้นสาย

2) แรงดันวิกฤตมีค่าต่ำลงกว่าสภาวะปกติ ปรากฏการณ์เช่นนี้เกิดจากสภาพดินฟ้าอากาศเปลี่ยนแปลง เช่น ฝนตก ความชื้นในอากาศ และความกดดันของอากาศโดยรอบเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม

โดยเมื่อสนามไฟฟ้าหรือเกรเดียนต์แรงดันที่ผิวของตัวนำสายส่งในอากาศมีค่าเกินจุดเบรกดาวน์ของอากาศจะทำให้อากาศรอบๆ ตัวนำเกิดการแตกตัวขึ้นหรือที่เรียกว่าการเกิดโคโรนา ซึ่งในการทดสอบอากาศแห้งที่ความดันบรรยากาศจะได้ผลของค่าสนามไฟฟ้าที่ทำให้อากาศเกิดการเบรกดาวน์ที่ค่าประมาณ 2,200 kV/m (Sima et al., 2004) ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงสมมติสภาวะการเกิดโคโรนาขึ้นโดยสมมติให้บริเวณที่ผิวตัวนำของสายส่งมีค่าสนามไฟฟ้าที่สูงพอจะทำให้อากาศเกิดการเบรกดาวน์ได้ ดังแสดงค่าสนามไฟฟ้าบริเวณที่ผิวตัวนำของสายส่งทางกราฟิกได้ดังรูปที่ 5.1 และ 5.2 อันมีสาเหตุเกิดจากสภาวะแวดล้อมที่ผิดปกติที่ได้กล่าวไว้ในข้างต้น



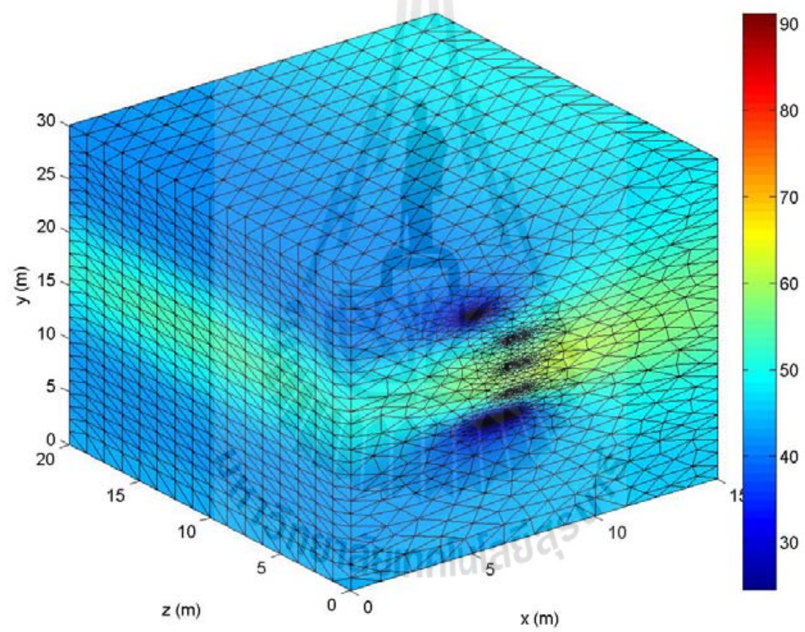
รูปที่ 5.1 ค่าสนามไฟฟ้า (kV/m) เมื่อเกิดโคโรนาบริเวณขอบของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV



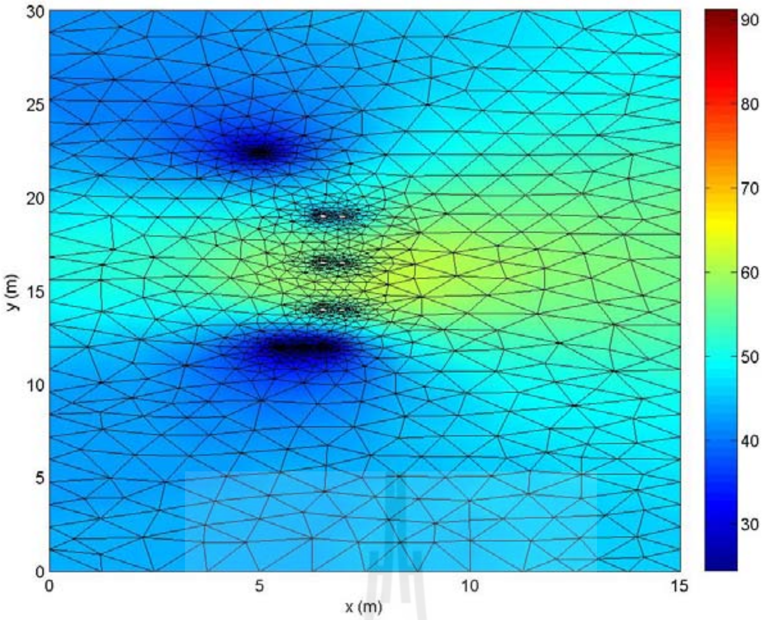
รูปที่ 5.2 ภาพตัดขวางค่าสนามไฟฟ้า (kV/m) เมื่อเกิดโคโรนาของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV

5.3 ผลการจำลองอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนา

การเกิดปรากฏการณ์โคโรนาจะทำให้กำลังไฟฟ้าถูกเปลี่ยนสภาพเป็นทั้งความร้อน แสง เสียง เคมี และคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (ชวลิต, 2533) ดังนั้นเนื่องจากการเกิดโคโรนาจะทำให้กำลังไฟฟ้าถูกเปลี่ยนสภาพไปได้หลายทาง ในงานวิจัยนี้จึงสมมติให้การเกิดโคโรนาจะทำให้ถูกเปลี่ยนสภาพเป็นความร้อนเพียง 10% ที่เหลือจะถูกเปลี่ยนสภาพไปในรูปแบบอื่น และการจำลองผลของความร้อนในหัวข้อนี้จะพิจารณาเมื่อระบบเข้าสู่สภาวะคงตัวแล้ว ดังแสดงค่าอุณหภูมิในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าขนาด 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาคเมื่อเกิดโคโรนาขึ้นได้ดังรูปที่ 5.3 และ 5.4 พร้อมแสดงค่าอุณหภูมิสูงสุดที่ตำแหน่งตัวนำต่างๆ เมื่อเกิดโคโรนาขึ้นได้ดังตารางที่ 5.1 ซึ่งจากผลการจำลองที่ปรากฏค่าอุณหภูมิสูงสุดของระบบเมื่อเกิดโคโรนาขึ้นมีค่าสูงถึง 91.5°C



รูปที่ 5.3 ค่าอุณหภูมิ (°C) เมื่อเกิดโคโรนาบริเวณขอบของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV



รูปที่ 5.4 ภาพตัดขวางค่าอุณหภูมิ (°C) เมื่อเกิดโคโรนาของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV

ตารางที่ 5.1 ค่าอุณหภูมิสูงสุดที่ตำแหน่งตัวนำต่างๆ เมื่อเกิดโคโรนา

ตัวนำ/เฟส	อุณหภูมิสูงสุด (°C)
115kV/A	70.05
115kV/B	91.05
115kV/C	76.08
22kV/A	25.36
22kV/B	25.40
22kV/C	25.49

5.4 สรุป

บทที่ 5 เป็นการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิเมื่อเกิดปรากฏการณ์โคโรนา ในระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านสายส่งในระบบจำหน่าย 22 kV ด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB™ โดยได้สมมติให้บริเวณที่ผิวตัวนำของสายส่งมีค่าสนามไฟฟ้าที่สูงพอจะทำให้เกิดโคโรนาได้ ซึ่งค่าสนามไฟฟ้าของระบบที่สูงนี้ก็ส่งผลให้อุณหภูมิที่ตำแหน่งตัวนำต่างๆ ของสายส่งมีค่าที่สูงตามไปด้วย

บทที่ 6

สรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุป

งานวิจัยนี้ ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยและการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิเมื่อเกิดปรากฏการณ์โคโรนาขึ้นในระบบส่งจ่ายขนาด 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค เพื่อเป็นแนวทางในการหาทางป้องกันผลกระทบของอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนา การจำลองผลได้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ด้วยโปรแกรม MATLABTH ที่พัฒนาขึ้นเอง พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของสนามไฟฟ้าและความร้อนที่เกิดขึ้น

ในบทที่ 2 เป็นขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง และอธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ โดยได้เลือกใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาเลอร์คิน ส่วนในบทที่ 3 เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ พร้อมนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบส่งจ่าย 115 kV ที่พาดผ่านระบบจำหน่าย 22 kV ของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค โดยกระบวนการสร้างกริดแบบ 3 มิติได้เลือกใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่ชื่อว่า Solidworks ในบทที่ 4 เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลของอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ เช่นกัน โดยนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าความร้อนของระบบ พร้อมเปรียบเทียบผลการจำลองกับผลการทดสอบจริงซึ่งผลที่ได้จากการจำลองมีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกันกับผลที่ได้จากการทดสอบจริง และในบทที่ 5 เป็นการนำเสนอผลการจำลองของสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนา เพื่อศึกษาถึงผลกระทบของความร้อนบริเวณสายส่งที่เกิดจากปรากฏการณ์โคโรนา โดยได้สมมติให้บริเวณที่ผิวตัวนำของสายส่งมีค่าสนามไฟฟ้าที่สูงพอจะทำให้เกิดโคโรนาได้ ซึ่งค่าสนามไฟฟ้าของระบบที่สูงนี้ก็ส่งผลให้อุณหภูมิที่ตำแหน่งตัวนำต่างๆ ของสายส่งมีค่าที่สูงตามไปด้วย

6.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต

1. โครงสร้างของระบบทั้งหมดที่ใช้ในการจำลองผลอาทิเช่น ลูกถ้วย, เสาไฟฟ้า และอื่น ๆ ควรมีเข้ามาเพิ่มเติมในระบบ เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่ถูกต้องและชัดเจนมากขึ้น แต่ทั้งนี้ก็เป็นการเพิ่มความยุ่งยากและความซับซ้อนในการพิจารณาตามมา

2. ศึกษาถึงผลกระทบของการเกิดโคโรนาที่อาจเป็นอันตรายต่อมนุษย์ที่อยู่บริเวณใต้แนวสายส่งไฟฟ้าแรงสูง

บรรณานุกรม

ชวลิต ดำรงรัตน์. (2533). **การส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า**. กรุงเทพ ฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

นิรันดร์ คำประเสริฐ. (2545). **วิศวกรรมแม่เหล็กและวิศวกรรมไมโครเวฟ เล่ม2.** (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพ ฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2544). **ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม** (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เผด็จ เผ่าละออ. (2548). **การออกแบบแนวใหม่ของมอเตอร์เหนี่ยวนำเพื่อลดการสั่นสะเทือนโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์**. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.

สำรวย สังข์สะอาด. (2528). **วิศวกรรมไฟฟ้าแรงสูง**. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Christopoulos, C., (1995). **The transmission-line modeling method: TLM**. USA: IEEE Press.

Frazier, M. J., and Dabkowski, J. (1985). Magnetic coupled longitudinal electric field measurements on two transmission lines. **IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems**. 104(4): 933-940.

Gallagher, T. J., and Dudurych, I. M. (2004). Model of corona for an EMTP study of surge propagation along HV transmission lines. **IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib**. 151(1): 61-66.

Haber, F. (1974). The magnetic field in the vicinity of parallel and twisted three wire cable carrying balanced three-phased current. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**. 16(2): 76-82.

Hagel, R., Gong, L., and Unbehauen, R. (1994). On the magnetic field of an infinitely long helical line current. **IEEE Transactions on Magnetics**. 30(1): 80-84.

Harrington, R. F., (2001). **Time-harmonic electromagnetic fields**. USA: IEEE Press.

Hayt, Jr.W.H., and Buck, J.A. (2006). **Engineering electromagnetics (7th edition).** Singapore: McGraw-Hill.

Hossam-Eldin, A. A. (2001). Effect of electromagnetic fields from power lines on living organisms. **International Conference on Solid Dielectrics, IEEE**. 438-441.

Huebner, K. H., Dewhirst, D. L., Smith, D. E., and Byrom, T. G. (2001). **The finite element method for engineer** (4th ed.). USA: John Wiley& Sons Inc.

Keikko, T., Kuusiluoma, S., Sauramaki, T., and Korpinen, L. (2002). Comparison of electric and magnetic fields near 400 kV electric substation with exposure recommendations of the european union**. Transmission and Distribution Conference, Asia Pacific, IEEE/PES**. 1230-1234.

Kirawanich, P., Gleason, D., Cornell, A., and Islam, N. E. (2005). Analysis of field through apertures by applying transmission line matrix method to electromagnetic topology simulations. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**. 883-887.

Kuusiluoma, S., Keikko, T., Hovila, and Korpinen, L. (2000). Comparison of electric and magnetic fields from electric power systems with exposure recommendations of the european union. **IEEE Proceeding International Conference**. 843-848.

Lang, P. G., Allan, D. M., and Zhou, Y. (1994). The investigation of insulation defects in transmission line disc insulators using remote detection techniques. **IEEE Proceeding of the 4th International Conference on Properties and Applications of Dielectric Materials**. 868-871.

Maruvada, P. S., Nguyen, D. H., and Hamadani-Zadeh, H. (1989). Studies on Modeling corona attenuation of dynamic overvoltages. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 4(2): 1441-1449.

Maruvada, P. S. (1993). Characterization of power frequency magnetic fields in different environments. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 8(2): 598-606.

Moser, J. R., and Spencer, R. F., JR. (1968). Predicting the magnetic fields from a twisted-pair cable. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**. 10(3): 324-329.

Olsen, R. G., Deno, D., and Baishiki, R. S. (1998). Magnetic fields from electric power lines theory and comparison to measurements. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 3: 2127-2136.

Pedrow, P. D., Qin B. L., and Wang, Q. Y. (1993). Influence of load current on bipolar dc corona. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 8(3): 1443-1450.

Pettersson, P. (1996). Principles in transmission line magnetic field reduction. **IEEE Transactions on Power Delivery.** 11(3): 1587-1593.

Qin B. L., and Pedrow, P. D. (1994). Particle-in-cell simulation of bipolar dc corona. **IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation**. 1(6): 1104-1118.

Sadiku, M. N. O., and Peterson, A. F. (1990). A comparison of numerical methods for computing electromagnetic fields. **Southeastcon'90 proceeding, IEEE**. 42-47.

Shenfeld, S. (1969). Magnetic fields of twisted-wire pairs. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**. 11(4): 164-169.

Sima, W., Espino-Cortes, F. P., Cherney, E. A., and Jayaram, S. H. (2004). Optimization of corona ring design for long-rod insulators using FEM based computational analysis. **IEEE International Symposium on Electrical Insulation**. 480-483.

Stewart, J. R., Oppel, L. J., Thomann, G. C., Dorazio, T. F., and Brown, M. T. (1992). Insulation coordination, environmental and system analysis of existing double circuit line reconfigured to six-phase operation. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 7(3): 1628-1633.

Weiner, M., (2001). **Electromagnetic analysis using transmission line variables**. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Yang, X., and Xu, X. (1996). Interference of nonlinear ferromagnetic pipeline on magnetic field produced by power lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 11(2): 644-649.

Zakariya, M., and Al-Hamouz. (2002). Corona power loss, electric field, and current density profiles in bundled horizontal and vertical bipolar conductors. **IEEE Transactions on Industry Applications**. 38(5): 1182-1189.

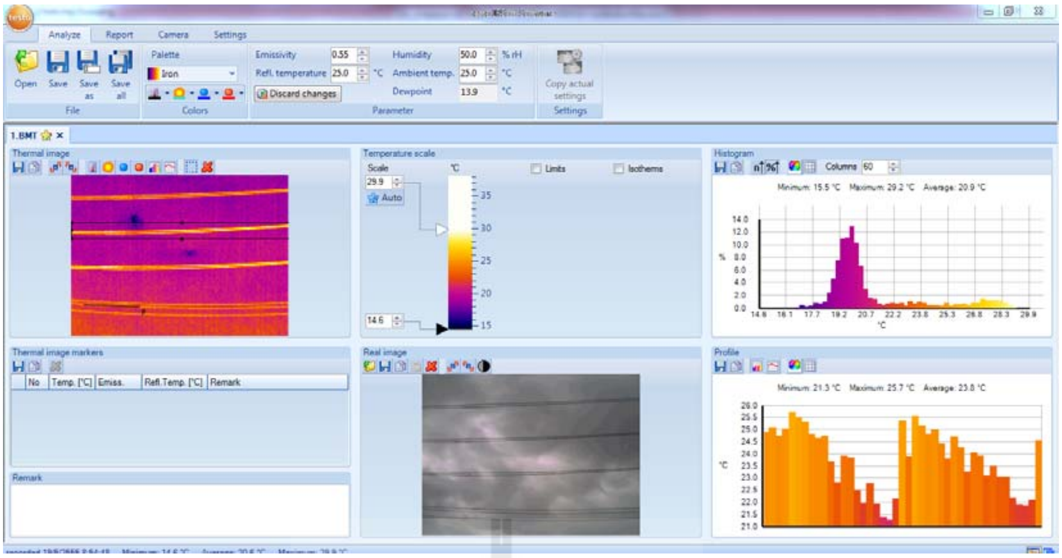
ภาคผนวก

ภาพแสดงเครื่องมือและการวัดอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้า

การแสดงเครื่องมือวัดและการวัดอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้า 115 kV และ 22 kV ของงานวิจัยนี้ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ ก.1

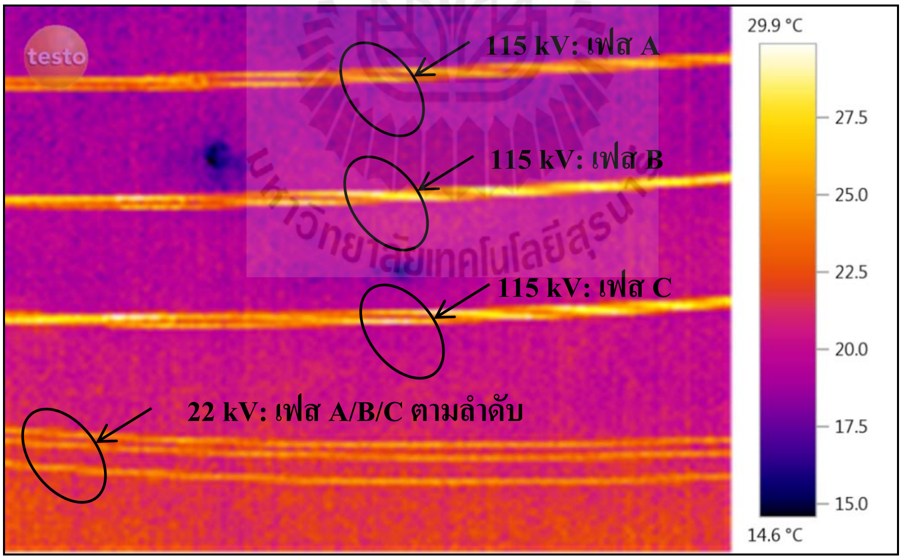
รูปที่ ก.1 กล้องถ่ายภาพความร้อน (Thermo imager) รุ่น TESCO 880

ซึ่งกล้องถ่ายภาพความร้อนนี้สามารถส่งผ่านข้อมูลเพื่อประมวลผลด้วยโปรแกรมการวิเคราะห์อุณหภูมิ TESCO IRSoft software ได้ดังแสดงด้วยรูปที่ ก.2

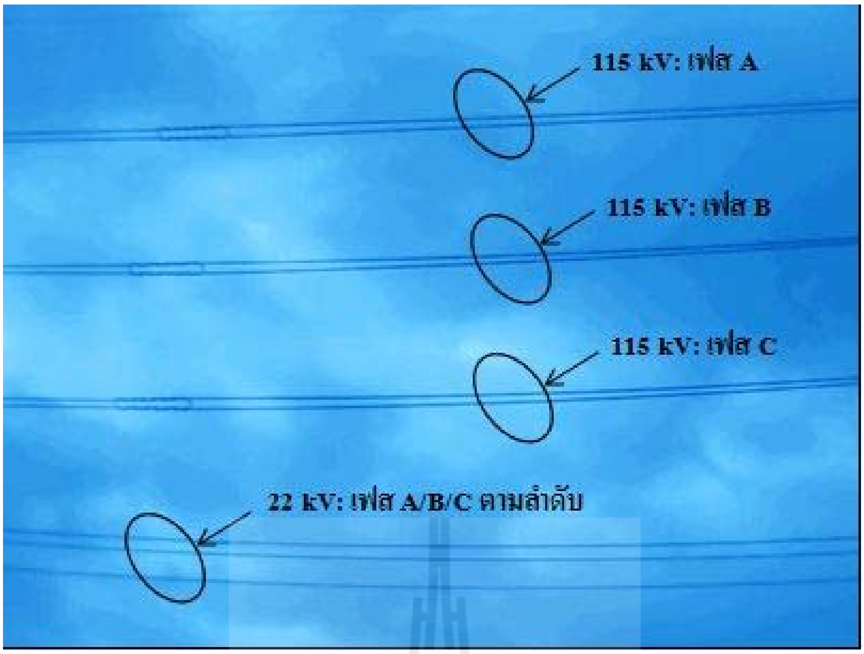


รูปที่ ก.2 โปรแกรมวิเคราะห์การวัดอุณหภูมิ TESCO IRSoft software

และโปรแกรมการวิเคราะห์การวัดอุณหภูมิ TESCO IRSoft software สามารถแสดงผลการวัดอุณหภูมิในลักษณะของภาพถ่ายทางความร้อนและภาพจริง และแสดงค่าอุณหภูมิในลักษณะแบบจุดและแบบกราฟได้ดังแสดงด้วยรูปที่ ก.3



ก) ภาพถ่ายทางความร้อนของสายส่งกำลังไฟฟ้าในงานวิจัย



ข) ภาพถ่ายจริงของสายส่งกำลังไฟฟ้าในงานวิจัย

รูปที่ ก.3 ภาพถ่ายทางความร้อนและภาพถ่ายจริงจากกล้องถ่ายภาพความร้อน

ประวัติผู้วิจัย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ เป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี สำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาตรี ปริญญาโท และปริญญาเอก จากสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ดำเนินงานวิจัยด้าน Applied FEM for Electromagnetic Field, for Electrical Machine, and for Heat Transfer และ Applied AI มีผลงานวิจัยตีพิมพ์ระดับชาติและนานาชาติมากกว่า 30 เรื่อง จดสิทธิบัตร 1 ผลงาน และลิขสิทธิ์โปรแกรม 3 ผลงาน

นายพีรวัจน์ มีสุข สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา ในปี พ.ศ.2551 ภายหลังสำเร็จการศึกษาได้เข้าศึกษาต่อระดับบัณฑิตศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี โดยขณะศึกษาได้เป็นผู้ช่วยสอนปฏิบัติการของสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ทั้งนี้มีความสนใจในด้านการวิเคราะห์ระบบไฟฟ้ากำลัง สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ในงานระบบไฟฟ้ากำลัง