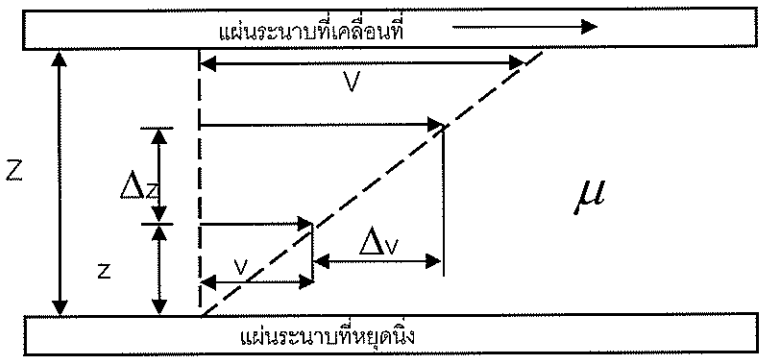
## 1.5 ความหนืดของไหล (Viscosity)

1.5.1 **ความหนืดพลวัต** (Dynamic viscosity) เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ความหนืดสัมบูรณ์ (Absolute viscosity) หมายถึง คุณสมบัติในการต้านแรงเฉือนของของไหล

จากภาพที่ 1.3 แสดงแผ่นระนาบสองแผ่นที่วางซ้อนกัน โดยมีระยะห่างระหว่างแผ่นระนาบนี้เท่ากับ Y ระหว่างแผ่นระนาบบรรจุด้วยของเหลว ที่มีความหนืด $\mu$ เมื่อแผ่นระนาบตัวบนถูกทำให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์คงที่ v ดังนั้น แนวเส้นความเร็ว (Velocity profile) ของของเหลวจึงแสดงการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของชั้นของเหลวที่อยู่ติดกัน ถ้าให้ความหนาแต่ละชั้นเท่ากับ $\Delta z$ ชั้นล่างเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ส่วนชั้นบนเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $(v+\Delta v)$ และจะเกิดความฝืดระหว่างชั้น ซึ่งก็คือแรงเฉือนนั่นเอง ถ้าให้ $\tau$ เป็นความเฉือน จะได้ความสัมพันธ์ว่า $\tau$ จะเป็นสัดส่วนกับอัตราการเปลี่ยนความเร็ว (Velocity gradient, $\frac{\Delta v}{\Delta z}$) และความหนืด $\mu$ จะเป็นค่าคงที่ของสัดส่วนดังกล่าว ดังสมการต่อไปนี้

$$\tau = \mu \cdot \frac{\Delta v}{\Delta z} \tag{1.7}$$

หน่วยของความหนืดในระบบเอสไอ คือ $N \cdot s/m^2$ หรือ $kg/m \cdot s$ แต่หน่วยที่ยังนิยมใช้กันอยู่คือ poise (p) ซึ่งมีหน่วยเป็น $g/cm \cdot s$ นั่นคือ $1\ N \cdot s/m^2 = 10$ poise




**ภาพที่** 1.3 หลักการของความหนืดพลวัต

1.5.2 **ความหนืดจลน์** (Kinematics viscosity); $\upsilon$ คือ อัตราส่วนของความหนืดพลวัตต่อความหนาแน่นของของไหล ดังสมการต่อไปนี้

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho} \tag{1.8}$$

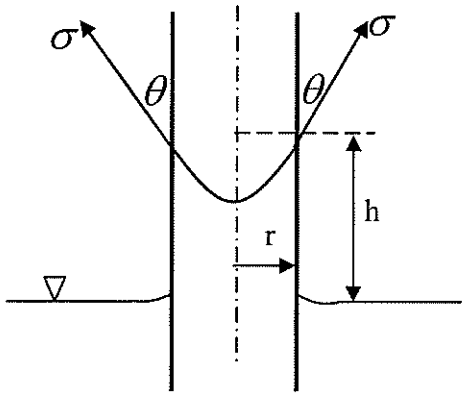
หน่วยของความหนืดจลน์ในระบบ SI สามารถหาค่าได้จากหน่วยของความหนืดพลวัตและความหนาแน่น ดังนี้

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \times \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

## 1.6 ความตึงผิว (Surface tension)

แรงตึงผิว เป็นคุณสมบัติของของไหลในการต้านแรงดึงของผิวของไหล ซึ่งแรงตึงผิว คือ แรงในผิวของเหลวที่ตั้งฉากกับเส้นที่ลากในผิวนั้น มีหน่วยเป็น N/m หลอดคาพิลาลีเป็นตัวอย่างที่ได้แสดงถึงแรงตึงผิวของของเหลว ซึ่งความสูงที่ของเหลวจะไหลขึ้นในหลอดคาพิลาลี พิจารณาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\gamma\cdot r} \qquad (1.9)$$




**ภาพที่** 1.4 หลอดคาพิลาลี

เมื่อ r คือ รัศมีของหลอด

$\gamma$ คือ น้ำหนักจำเพาะของของเหลวที่หลอดจุ่มลงไป

h คือ ความสูงที่ของเหลวจะไหลขึ้นในหลอด หรือเรียกว่า Capillary rise

$\sigma$ คือ แรงตึงผิวต่อหน่วยความยาว

$\theta$ คือ มุมสัมผัส

## 1.7 การวัดความดันของไหล

### 1.7.1 ความดันสัมบูรณ์และความดันเกจ

ความดันสัมบูรณ์ (Absolute pressure) คือ ค่าที่แสดงว่า ณ จุดนั้น ๆ มีค่าความดันจริงเท่าใด โดยใช้ความดันสุญญากาศเป็นตัวอ้างอิง เช่น ความดันสัมบูรณ์ = 10.6 Pa abs

ความดันเกจ (Gage pressure) คือ ค่าที่แสดงว่า ณ จุดนั้น ๆ มีค่าความดันแตกต่างจากความดันบรรยากาศเท่าใด

ถ้าความดันเกจเป็นบวก

ความดันสัมบูรณ์ ($P_{abs}$) = ความดันบรรยากาศ ($P_{atm}$) + ความดันเกจ ($P_{gage}$)

ถ้าความดันเกจเป็นลบ

ความดันสัมบูรณ์ ($P_{abs}$) = ความดันบรรยากาศ ($P_{atm}$) – ความดันสุญญากาศ ($P_{vac}$)

โดยทั่ว ๆ ไป การบอกค่าความดันจะบอกเป็นความดันเกจ ซึ่งจะวัดความดันเกจโดยใช้เครื่องมือที่เรียกว่า เกจบอร์ดัน (Bourdon gage) เป็นต้น เว้นแต่ในบางกรณีที่ระบุว่าเป็นความดันสัมบูรณ์ เช่น 10.6 Pa (abs)

**ตัวอย่าง** 1.7 จงหาค่าความดันสัมบูรณ์ เมื่อความดันเกจเท่ากับ 155 kPa และความดันบรรยากาศในพื้นที่เดียวกันเท่ากับ 98 kPa (abs)

**วิธีทำ**

จาก $P_{abs} = P_{atm} + P_{gage}$

ดังนั้น $P_{abs}$ = 98 kPa (abs) + 155 kPa (abs) = 253 kPa (abs) ตอบ

**ตัวอย่าง** 1.8 จงหาค่าความดันเกจ เมื่อความดันเท่ากับ 225 kPa (abs) และความดันบรรยากาศในพื้นที่เดียวกันเท่ากับ 101 kPa (abs)

**วิธีทำ**

จาก $P_{abs} = P_{atm} + P_{gage}$

ดังนั้น $P_{gage} = -P_{atm} + P_{abs}$ = -101 kPa (abs) + 225 kPa (abs) = 124 kPa (gage) ตอบ

**ตัวอย่าง** 1.9 จงหาค่าความดันเกจ เมื่อความดันเท่ากับ 75.2 kPa (abs) และความดันบรรยากาศในพื้นที่เดียวกันเท่ากับ 103.4 kPa (abs)

**วิธีทำ**

จาก $P_{abs} = P_{atm} + P_{gage}$

ดังนั้น $P_{gage} = -P_{atm} + P_{abs}$ = 75.2 kPa (abs) – 103.4 kPa (abs)

= -28.2 kPa (gage) ตอบ

1.7.2 **ความดันไอ** (Vapor pressure) คือ กระบวนการที่ของเหลวกลายเป็นไอ เนื่องจากโมเลกุลหลุดไปจากผิวของของเหลว โมเลกุลของเหลวจะก่อให้เกิดความดันในช่องว่าง เมื่อเวลาผ่านไประยะหนึ่งโมเลกุลของไอจะกลั่นตัวเป็นของเหลวตามเดิม สำหรับกรณีที่ช่องว่างเหนือผิวของของเหลวมีปริมาตรที่จำกัด

ความดันไอจะแปรผันตามอุณหภูมิและความดัน ตัวอย่างเช่น การเดือดจะเกิดขึ้นเมื่อความดันสัมบูรณ์ภายนอกที่มากระทำต่อของเหลวเท่ากับหรือน้อยกว่าความดันไอของของเหลวนั้น ๆ นั้นคือ อุณหภูมิและความดันเป็นปัจจัยที่สำคัญต่อจุดเดือดของเหลว เช่น การเดือดของน้ำ ณ อุณหภูมิปกติจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อจะต้องลดความดันลงมาจนเท่ากับหรือน้อยกว่าความดันไอของน้ำ

1.7.3 **ความสัมพันธ์ระหว่างความดันกับระดับความสูง** (Relationship between pressure and elevation) สำหรับของเหลวชนิดหนึ่งสามารถหาค่าได้จากสมการต่อไปนี้

$$\Delta P = \gamma h \qquad (1.10)$$

เมื่อ $\Delta P$ คือ ความดันที่เปลี่ยนไป

$\gamma$ คือ น้ำหนักจำเพาะ

h คือ ระดับความสูงที่เปลี่ยนไป

**ตัวอย่าง** 1.10 จงคำนวณหาความดันของน้ำที่ความลึกจากผิวน้ำลงมา 5 m

**วิธีทำ**

จาก $\Delta P = \gamma h$

เมื่อ $\gamma = 9.81\ kN/m^3$, $h = 5\,m$ และ $P_1 = 0\,kPa\,(gage)$

ดังนั้น $P_2 - P_1 = P_2 - 0 = 9.81\frac{kN}{m^3} \times 5\,m = 49.05\ kN/m^2$ ตอบ

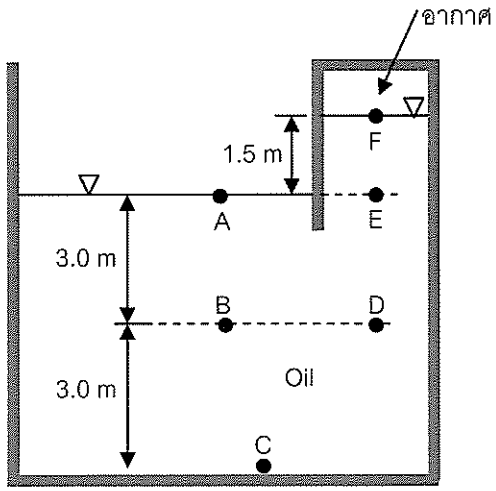
**ตัวอย่าง** 1.11 จงคำนวณหาความดันของน้ำที่ความลึกจากผิวน้ำลงมา 3.05 m

**วิธีทำ**

จาก $\Delta P = \gamma h$

ดังนั้น $P_2 - P_1 = P_2 - 0 = 9.81\frac{kN}{m^3} \times 3.05m = 29.9\ kN/m^2$ ตอบ

**ตัวอย่าง** 1.12 จากภาพ เมื่อถังถูกบรรจุด้วยน้ำมันที่มีค่าความถ่วงจำเพาะ 0.90 จงคำนวณหาความดันเกจที่จุด A, B, C, D, E และ F




**วิธีทำ**

จุด A; ผิวของเหลวได้เปิดสู่ชั้นบรรยากาศ ดังนั้น $P_A$ = 0 Pa (gage) ตอบ

จุด B; จาก $\Delta P = \gamma h$ เมื่อ $\gamma = S \cdot \gamma_w = 0.90 \times 9.81\frac{kN}{m^3} = 8.83\frac{kN}{m^3}$

$$P_B - P_A = \left(8.83\frac{kN}{m^3}\right)(3.0\,m) = 26.49\ kPa\,(gage)$$ ตอบ

จุด C; จาก $\Delta P = \gamma h$

$$P_c - P_A = \left(8.83\frac{kN}{m^3}\right)(6.0\,m) = 52.98\,kPa\,(gage)$$ ตอบ

จุด D; เนื่องจากจุด B และจุด D อยู่ในระดับเดียวกัน ดังนั้น ทั้งสองจุดนี้จึงมีความดันที่เท่ากัน

$P_D = P_B = 26.5\,kPa\,(gage)$ ตอบ

จุด E; เนื่องจากจุด E และจุด A อยู่ในระดับเดียวกัน ดังนั้น ทั้งสองจุดนี้จึงมีความดันที่เท่ากัน

$P_E = P_A = 0\,kPa\,(gage)$ ตอบ

จุด F; เนื่องด้วยจุด F อยู่สูงกว่าจุด A = 1.5 m

จาก $\Delta P = \gamma h$

$$P_F - P_A = -\left(8.83\frac{kN}{m^3}\right)(1.5\,m)$$

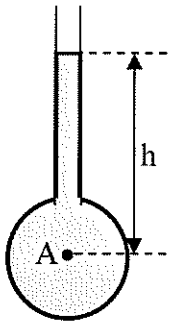
$$P_F = -13.25\frac{kN}{m^2} = -13.2\,kPa\,(gage)$$

หรือ $P_F = 13.25$ kPa (gage) ต่ำกว่าความดันบรรยากาศ ตอบ

## 1.8 มาโนมิเตอร์ (Manometer)

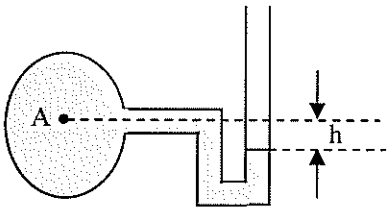
มานอมิเตอร์ คือ เครื่องมือที่ใช้วัดความแตกต่างของความดันระหว่างสองจุดในรูปความสูงของของเหลว ซึ่งมานอมิเตอร์แบบที่ง่ายที่สุดเรียกว่า ไพโซมิเตอร์

ในกรณีที่ต้องการวัดค่าความดันเกจที่สูงกว่าความดันบรรยากาศ จะได้ความดันเกจที่จุด A เท่ากับ $h\cdot\gamma$ ($P_A = h\cdot\gamma$) หรือ $h_A = h\cdot S$ (หน่วยความสูงของน้ำ) เมื่อ S = ความถ่วงจำเพาะ



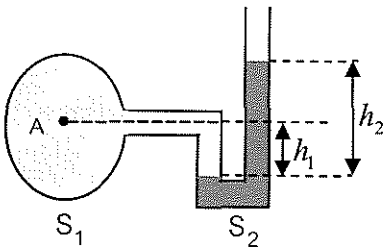

ในกรณีที่ต้องการวัดค่าความดันเกจต่ำ ๆ ทั้งที่เป็นค่าบวกและค่าลบ (ค่าความดันที่สูงกว่าและต่ำกว่าความดันบรรยากาศ ตามลำดับ) ซึ่งความดันเกจที่จุด A มีค่าดังต่อไปนี้

$$P_A = -h\cdot\gamma \text{ หรือ } h_A = -h\cdot S \text{ (หน่วยความสูงของน้ำ)}$$

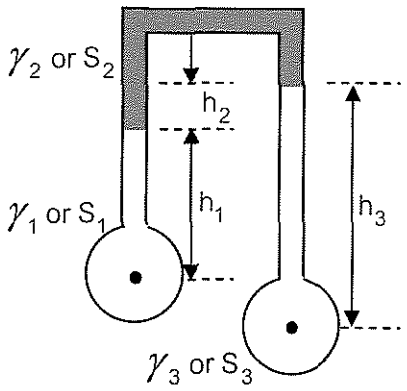


ในกรณีที่ต้องการวัดค่าความดันเกจสูง ๆ ทั้งที่เป็นค่าบวกและค่าลบ ซึ่งความดันเกจที่จุด A มีค่าดังต่อไปนี้

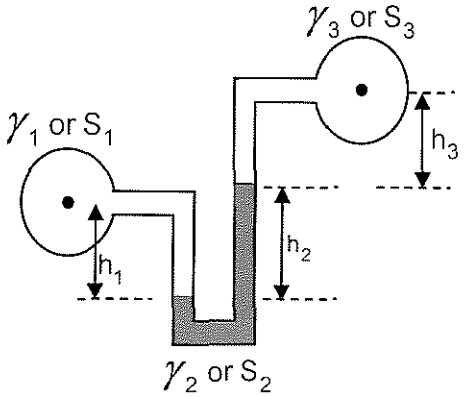
$$P_A = -h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2$$
$$h_A = -h_1 \cdot S_1 + h_2 \cdot S_2$$
หรือ $$h_A + h_1 \cdot S_1 - h_2 \cdot S_2 = 0$$




มานอมิเตอร์แบบความแตกต่าง (Differential manometer) คือ มานอมิเตอร์ที่ใช้วัดค่าความแตกต่างความดันระหว่างสองจุด

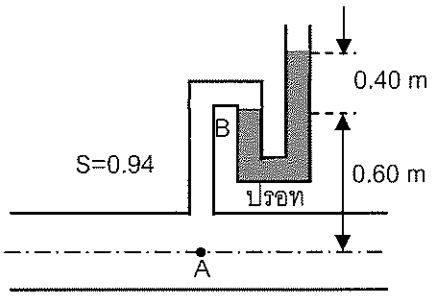



$$P_A = h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2 - h_3\gamma_3 + P_B$$
$$P_A - P_B = h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2 - h_3\gamma_3$$
$$h_A - h_B = h_1S_1 + h_2S_2 - h_3S_3$$




$$P_A = -h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2 + h_3\gamma_3 + P_B$$
$$P_A - P_B = -h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2 + h_3\gamma_3$$
$$h_A - h_B = -h_1S_1 + h_2S_2 + h_3S_3$$

**ตัวอย่าง** 1.13 ในการวัดความดันของน้ำมัน (S = 0.94) ภายในท่ออันหนึ่ง โดยใช้มานอมิเตอร์ที่บรรจุด้วยปรอท ดังแสดงในภาพ จงคำนวณหาความดันเกจที่จุด A ในหน่วยความสูงของน้ำ




**วิธีทำ**

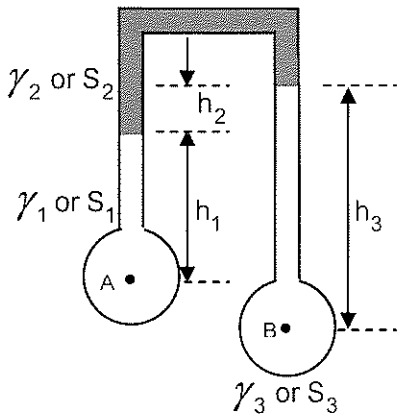
จาก $h_A = (0.6\,m)(0.94) - (0.4\,m)(13.6)$

$h_A = 0.564\,m + 5.44\,m = 6.004\,m$ ของน้ำ ตอบ

**ตัวอย่าง** 1.14 จากภาพ ของเหลว A และ B เป็นน้ำ ของเหลวในหลอดเป็นน้ำมัน ($S_2$ = 0.80) กำหนดให้ $h_1$ = 300 mm $h_2$ = 200 mm และ $h_3$ = 600 mm.

(ก) จงคำนวณหาค่าความแตกต่างความดัน $P_A - P_B$ ในหน่วย Pascal

(ข) ถ้า $P_B$ = 50 kPa และค่าที่อ่านได้จากบารอมิเตอร์เท่ากับ 730 mm ปรอท จงคำนวณหาค่าความดันสัมบูรณ์ที่จุด A ในหน่วยเมตรของน้ำ




**วิธีทำ**

(ก) จาก $P_A = h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2 - h_3\gamma_3 + P_B$

$P_A - P_B = h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2 - h_3\gamma_3$

$$P_A - P_B = (0.3\,m)(9810\frac{N}{m^3}) + (0.2\,m)(0.80\times 9810\frac{N}{m^3}) - (0.6)(9810\frac{N}{m^3})$$

$P_A - P_B = -1{,}373.4\,Pa$ ตอบ

หรือ $h_A = h_1S_1 + h_2S_2 - h_3S_3 + h_B$ (m ของน้ำ)

$h_A = (0.3\,m)(1) + (0.2\,m)(0.8) - (0.6\,m)(1) + h_B$

$$h_A - h_B = -0.14\,\text{m ของน้ำ}$$

และ $$P_A - P_B = \gamma(h_A - h_B) = (9810\frac{N}{m^3})(-0.14\,\text{m}) = \text{-1,373.4 Pa}$$

(ข) จาก $$h_B = \frac{P_B}{\gamma} = \frac{50\times10^3\ \text{Pa}}{9810\frac{N}{m^3}} = 5.10\,\text{m ของน้ำ}$$

$h_B$ (m ของน้ำที่ abs) = $h_B$ (m ของน้ำที่ gage) + $h_{atm}$

$h_B$ (m ของน้ำที่ abs) = (5.10 m ของน้ำ) + (0.730 m)(13.6)

$h_B$ (m ของน้ำที่ abs) = 15.03 m ของน้ำที่ abs

จากข้อ (ก) $h_A - h_B$ = -0.14 m ของน้ำ

$\therefore h_A$ = -0.14 m ของน้ำ + 15.03 m ของน้ำ

$h_A$ = 14.89 m ของน้ำที่ abs ตอบ

**แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 1**

1. น้ำมันชนิดหนึ่งมีน้ำหนัก 2 kN และปริมาตร 0.189 $m^3$ จงคำนวณหาน้ำหนักจำเพาะ ความหนาแน่น และความถ่วงจำเพาะ

2. จงคำนวณหาน้ำหนักจำเพาะ ความถ่วงจำเพาะ และปริมาตรจำเพาะของแอลกอฮอล์ เมื่อมีความหนาแน่น 1.53 slug/$ft^3$

3. จงคำนวณหาปริมาตรจำเพาะ และความถ่วงจำเพาะ ของของเหลวชนิดหนึ่งที่มีความหนาแน่น 824.6 kg/$m^3$

4. จงคำนวณหาน้ำหนักจำเพาะ ความหนาแน่น ปริมาตรจำเพาะ และความถ่วงจำเพาะของของของเหลวชนิดหนึ่งที่มีปริมาตร 5 $m^3$ และหนัก 3700 kg

5. จงคำนวณหาโมดูลัสความยืดหยุ่น ของเหลวชนิดหนึ่งได้รับความดันที่ 550 kPa ทำให้ปริมาตรลดลง 0.030%

6. จงคำนวณหาความดันที่จะต้องใช้เพื่อทำให้น้ำมีปริมาตรลดลง 1% (E = 2.17 GPa)

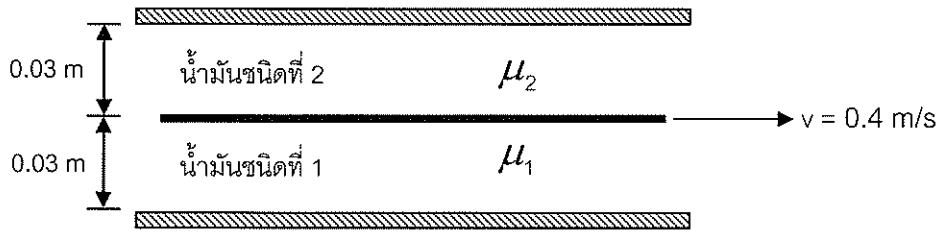
7. จงคำนวณหาโมดูลัสความยืดหยุ่น สำหรับแอลกอฮอล์มีปริมาตร 1.0212 $ft^3$ ได้รับความดัน 7500 psi ทำให้มีปริมาตรเท่ากับ 0.922 $ft^3$

8. จงคำนวณหาอัตราส่วนระหว่างความหนืดจลน์ของอากาศและของน้ำ เมื่อ

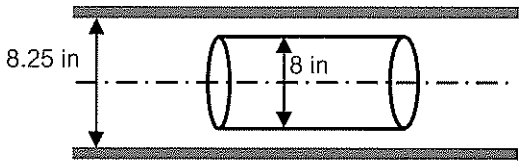
อากาศ $\mu_{air}$ = 0.018 x $10^{-3}$ Pa·s และ $\rho_{air}$ = 1.225 kg/$m^3$

น้ำ $\mu_{water}$ = 1.4 x $10^{-3}$ Pa·s และ $\rho_{water}$ = 999.7 kg/$m^3$

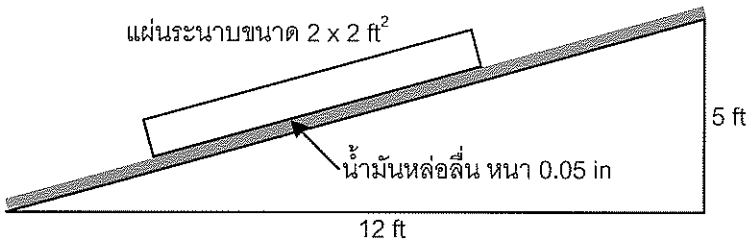
9. แผ่นระนาบบางวางอยู่ระหว่างชั้นของน้ำมันสองชนิด ดังภาพข้างล่าง และแผ่นระนาบนี้ถูกดึงด้วยความเร็ว 0.4 m/s และเกิดแรงเฉือน 30 N จงคำนวณหาความหนืดพลวัตของน้ำมันทั้งสองชนิดนี้ เมื่อความหนืดพลวัตของน้ำมันชนิดที่หนึ่งเป็นสองเท่าของความหนืดพลวัตของน้ำมันชนิดที่สอง



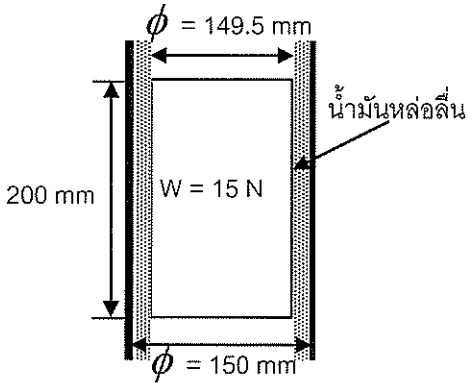
10. ท่อนทรงกระบอกขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 8 in ยาว 3 ft ถูกวางไว้ในตามแนวเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อที่มีขนาด 8.25 in ดังภาพข้างล่าง จงคำนวณหาแรงดึงที่จะต้องใช้เพื่อให้ท่อนทรงกระบอกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ 3 ft/s และระหว่างท่อนทรงกระบอกกับท่อถูกบรรจุด้วยน้ำมันชนิดหนึ่งที่มีความหนืดจลน์ 0.006 $ft^2/s$ และความถ่วงจำเพาะ 0.92




11. จากภาพ จงคำนวณหาความเร็วที่เกิดขึ้น เมื่อความหนืดพลวัตเท่ากับ 0.0167 $lb \cdot s/ft^2$




12. จากภาพ เมื่อก้อนน้ำหนักตกลงมา จงคำนวณความเร็วที่เกิดขึ้น เมื่อความหนืดพลวัตของน้ำมันหล่อลื่น เท่ากับ 0.0794 $Pa \cdot s$

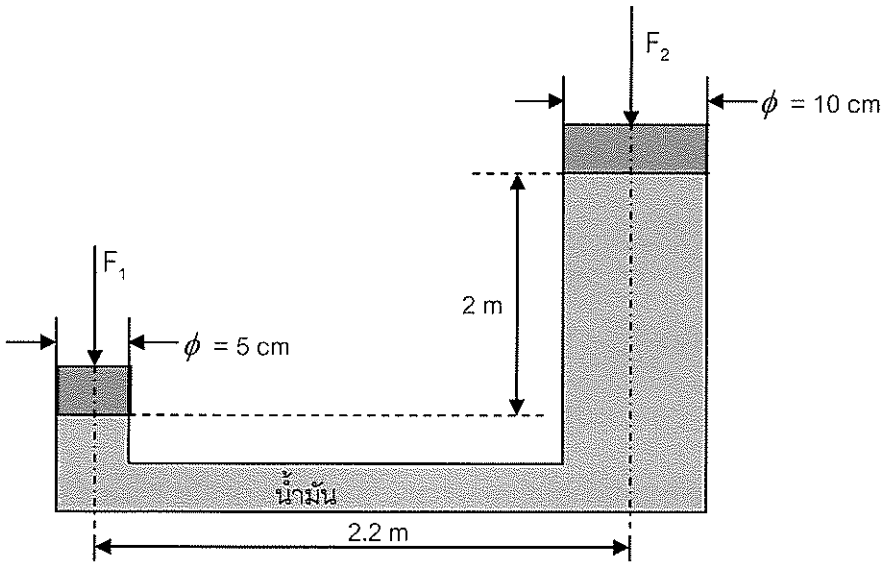



13. วัตถุชิ้นหนึ่งหนัก 45 kg มีผิวเรียบพื้นที่ 0.15 $m^2$ และวางอยู่บนระนาบเอียงทำมุม 30° กับแนวระดับ เลื่อนไถลลงมาตามระนาบเอียงด้วยความเร็วคงที่ 1 m/s โดยระหว่างผิวของวัตถุกับระนาบเอียงมีน้ำมันหล่อลื่นที่มีความหนืดพลวัต 1 poise จงคำนวณหาความหนาของน้ำมันหล่อลื่น

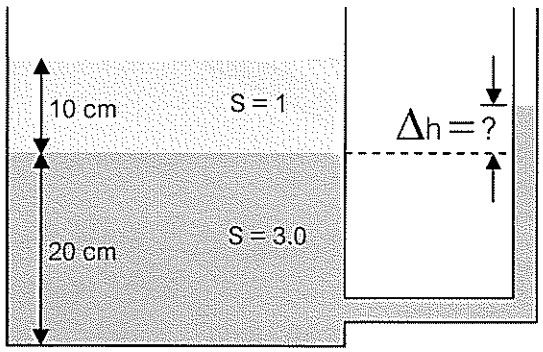
14. จงคำนวณหาความสูงของน้ำสูงสุดในหลอดรูเล็กขนาด 0.5 mm เมื่อน้ำมีความหนาแน่น 998.2 $kg/m^3$ และมีแรงตึง 0.728 N/m

15. จงคำนวณหาแรงเพื่อดึงวงแหวนบาง ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 20 mm ออกจากผิวน้ำ เมื่อน้ำมีแรงตึงผิว 0.073 N/m

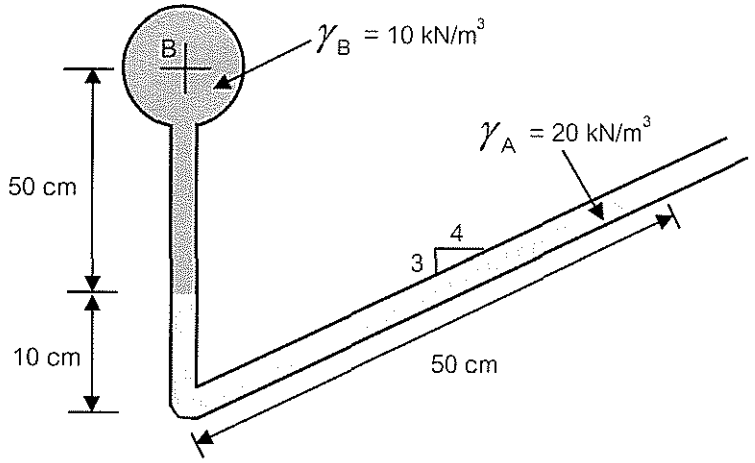
16. จากภาพ ลูกสูบ (Piston) ถูกแรง $F_1$= 200 N กระทำ จงหาขนาดของแรง $F_2$ เพื่อทำให้ระบบอยู่ในสภาวะสมดุล เมื่อน้ำมันที่มีความถ่วงจำเพาะ S = 0.85



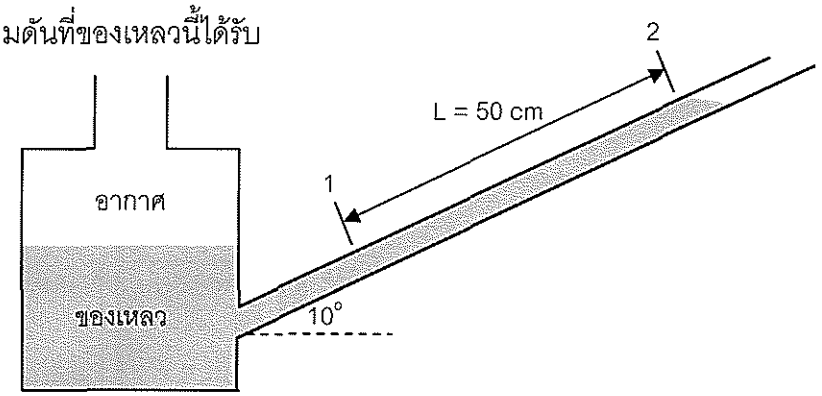

17. จากภาพ จงคำนวณหา $\Delta h$



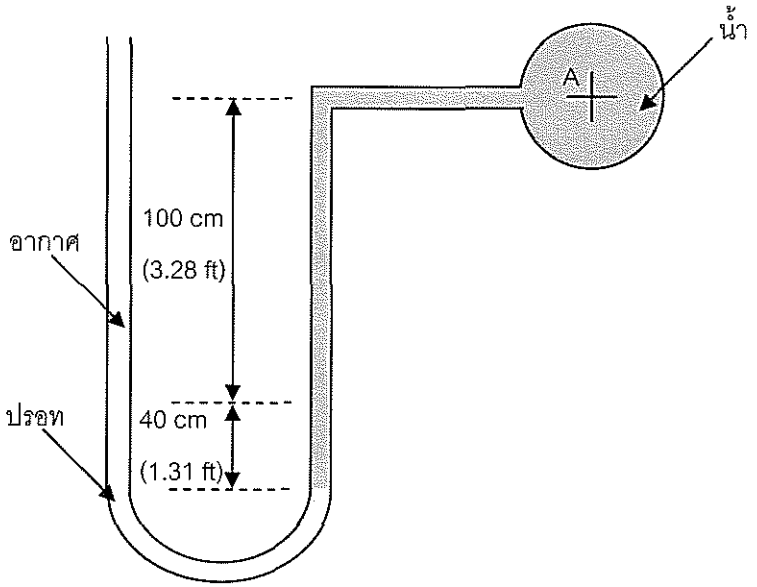
18. จงคำนวณหาความดันที่จุด B




19. จากภาพ อัตราส่วนของเส้นผ่าศูนย์กลางระหว่างถังกับท่อ เท่ากับ 8 และถังบรรจุของเหลวชนิดหนึ่งที่มีความหนาแน่น 800 kg/m$^3$ โดยเมื่อผิวของเหลวสัมผัสกับอากาศ ของเหลวในท่อจะอยู่ที่ตำแหน่ง 1 เมื่ออากาศได้รับความดันเข้าไปทำให้ของเหลวเคลื่อนที่ขึ้นไปที่ตำแหน่ง 2 จงคำนวณหาความดันที่ของเหลวนี้ได้รับ




20. จงคำนวณหาความดันเกจที่จุด A ในหน่วย kPa และ lb/in$^2$



# บทที่ 2
# แรงเนื่องจากของไหลสถิต

เมื่อพิจารณาโครงสร้างที่เก็บกักของไหลที่ไม่มีการเคลื่อนที่ เช่น เขื่อน ถังเก็บน้ำ ถังพักน้ำในระบบบำบัดน้ำ เป็นต้น แรงที่เกิดจากของไหลเหล่านี้จะกระทำตั้งฉากกับพื้นผิวของโครงสร้างที่ของไหลนั้นสัมผัส โดยแรงที่เกิดขึ้นมีความสำคัญอย่างมากกับความแข็งแรงของโครงสร้างนั้น ๆ ในบทนี้ จึงได้กล่าวถึงการคำนวณหาขนาดของแรงที่กระทำ และตำแหน่งที่แรงนั้นกระทำ ดังรายละเอียดในหัวข้อต่อไปนี้

## 2.1 แรงเนื่องจากของไหลสถิต (Forces due to static fluids)

ของไหลสถิต หมายถึง ของไหลที่อยู่นิ่ง ซึ่งเป็นปัญหาที่วิเคราะห์ได้ง่ายกว่าของไหลที่เคลื่อนที่ (Fluid motion) เนื่องจากไม่มีความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างชั้นบางของของไหล ดังนั้น ในการคำนวณเกี่ยวกับของไหลสถิตจะไม่คำนึงถึงผลที่เกิดจากความหนืด ค่าความดันเฉลี่ยในของไหลจะหาได้จากสมการดังนี้

$$P = \frac{F}{A} \tag{2.1}$$

**ตัวอย่าง** 2.1 ลูกสูบทรงกระบอกขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางภายใน 51 mm ถูกกระทำด้วยความดันเกจ 2070 kPa จงคำนวณหาแรงที่กระทำต่อลูกสูบนี้

**วิธีทำ**

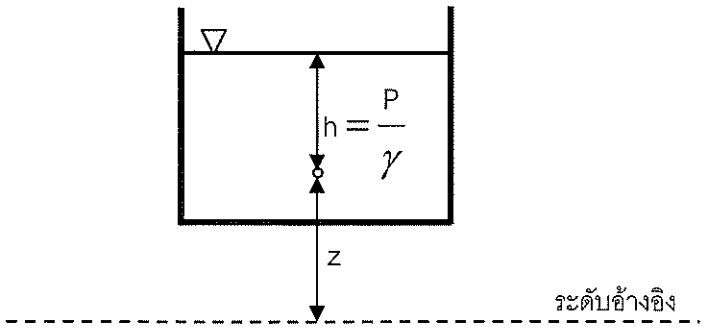
จาก $F = PA$

$$F = \left(2{,}070\,\frac{kN}{m^2}\right)\left(\frac{\pi}{4}(0.051m)^2\right) = 4.23\,kN$$ ตอบ

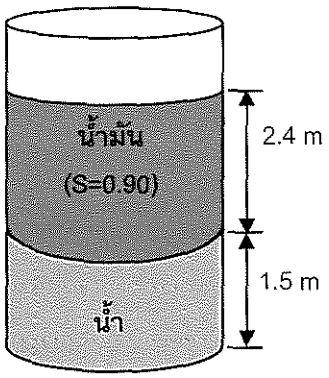
### 2.1.1 สมการพื้นฐานของของไหลสถิต

กำหนดให้ h เป็นระยะจากผิวของไหลที่มีน้ำหนักจำเพาะ $\gamma$ จะได้ความดัน คือ

$P = \gamma h$ หรือ $h = \frac{P}{\gamma}$



**ตัวอย่าง** 2.2 เมื่อทรงกระบอกขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3 m เปิดสู่บรรยากาศ บรรจุน้ำและน้ำมัน ดังภาพ จงคำนวณหาแรงที่กระทำต่อด้านล่างของทรงกระบอกนี้




**วิธีทำ**

กำหนดให้ $P_B$ คือ ความดันที่ก้นทรงกระบอก

$$P_B = P_{atm} + P_{oil} + P_{water}$$

$$P_B = P_{atm} + \gamma_o(2.4\,m) + \gamma_w(1.5\,m)$$

$$P_B = 0\,Pa\,(gage) + (0.9\times 9.81\frac{kN}{m^3})(2.4\,m) + (9.81\frac{kN}{m^3})(1.5\,m)$$

$$P_B = 0 + 21.2 + 14.7\,kPa = 35.9\,kPa\,(gage)$$

$$F = P_B A = \left(35.9\frac{kN}{m^2}\right)\left(\frac{\pi}{4}(3\,m)^2\right) = 253.8\,kN$$ ตอบ

**ตัวอย่าง** 2.3 ห้องเก็บสารกัมมันตภาพรังสีใต้ทะเลถูกออกแบบให้มีขนาดสูง 5 เมตร และหลังคาจมอยู่ที่ระดับ 100 เมตร จากผิวน้ำทะเล จงคำนวณหาการเปลี่ยนแปลงความดันที่กระทำต่อผนังข้างและที่กระทำต่อหลังคาของห้องนี้ กำหนด ให้น้ำทะเลมีความถ่วงจำเพาะ เท่ากับ 1.02

**วิธทำ**

จาก $P = \gamma h$

ที่ระดับ 100 m จากผิวน้ำทะเล; $P = \left(1.02\times 9.81\frac{kN}{m^3}\right)(100\,m) = 1{,}000\,kPa = 1MPa$ ตอบ

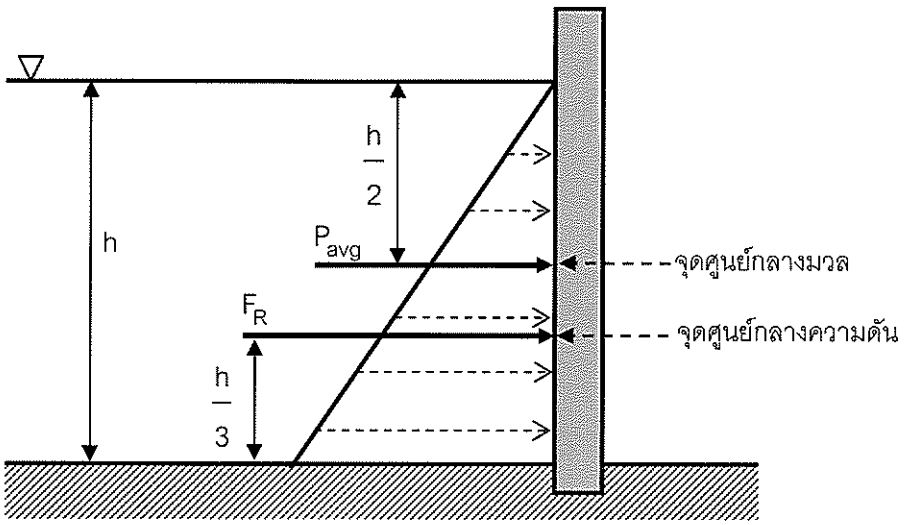
กำหนดให้ z คือ ระยะที่วัดจากหลังคาของห้องปฏิบัติการลงมายังพื้น (m) จะได้

การเปลี่ยนแปลงของความดัน $P = \gamma\cdot(100\,m) + (\gamma\cdot z)\,kPa = \gamma(100+z)\,kPa$

เมื่อ $\gamma = 1.02\times 9.81 kN/m^3 = 10\,kN/m^3$

จะได้ P = 10(100+z) kPa ตอบ

### 2.1.2 ความดันบนพื้นผิวและแรงที่กระทำต่อพื้นผิวเรียบ




**ภาพที่ 2.1** ความดันบนพื้นผิวและแรงที่กระทำต่อพื้นผิวเรียบ

จากภาพที่ 2.1 จะได้ $F_R = P_{avg}A$

เมื่อ $P_{avg}$ คือ ความดันเฉลี่ยกระทำที่จุดศูนย์กลางมวล (Centroid) และ

A คือ พื้นที่ทั้งหมดของกำแพงในส่วนที่จมน้ำ

เนื่องจาก $P_{avg}$ กระทำที่จุดกึ่งกลางกำแพง ดังนั้น $P_{avg} = \gamma\left(\frac{h}{2}\right)$

เมื่อ h คือ ความลึกทั้งหมดของของเหลว

ดังนั้น $F_R = \gamma\left(\frac{h}{2}\right)A = \frac{1}{2}\gamma h A$ (2.2)

ขั้นตอนการคำนวณหาแรงที่กระทำต่อพื้นผิวเรียบ มีดังนี้

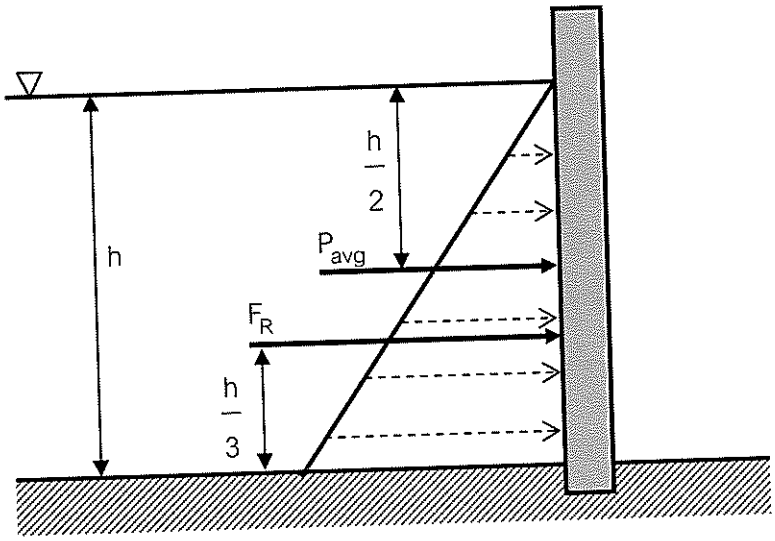
1. คำนวณหาขนาดของแรงลัพธ์ $F_R$ จาก $F_R = \frac{1}{2}\gamma h A$

เมื่อ $\gamma$ คือ น้ำหนักจำเพาะ h คือ ความลึกทั้งหมดของของไหล และ A คือ พื้นที่หน้าตัดของกำแพง

2. จุดที่ $F_R$ กระทำ คือ $\frac{h}{3}$ วัดจากท้องน้ำ หรือเรียกว่า จุดศูนย์กลางความดัน (Center of pressure)

3. วาดรูปแสดงตำแหน่ง $F_R$ และ $P_{avg}$

**ตัวอย่าง** 2.4 จากภาพ เมื่อของเหลวที่พิจารณา คือ แกโซลีน (S = 0.68) และ h = 3.7 m โดยแผ่นผิวเรียบกว้าง 12.2 m จงคำนวณหาขนาดของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อแผ่นผิวเรียบ และตำแหน่งศูนย์กลางของความดัน



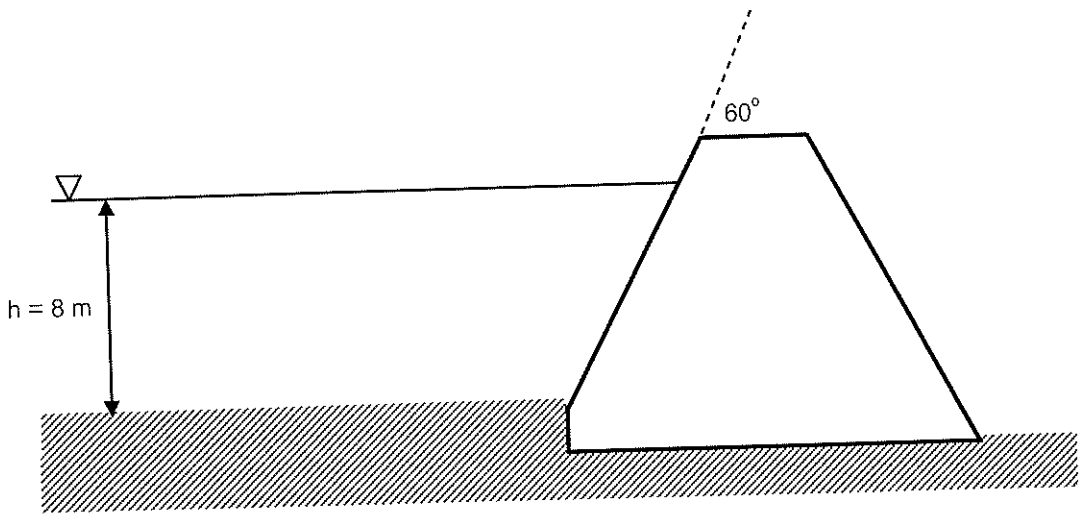

**วิธีทำ**

จาก $F_R = \frac{1}{2}\gamma hA$

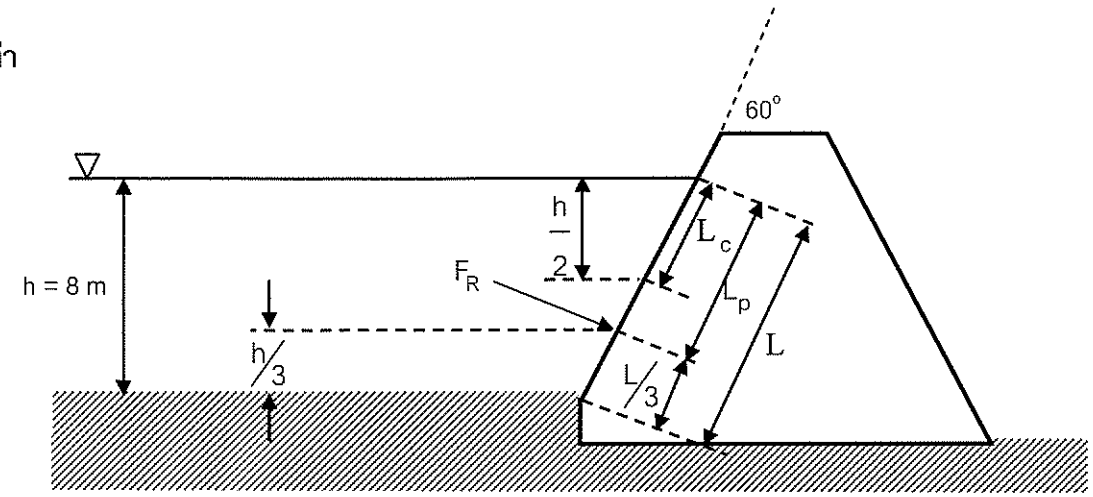
แทนค่า $F_R = \frac{1}{2}\left(0.68 \times 9.81 \frac{kN}{m^3}\right)(3.7\,m)(3.7\,m \times 12.2\,m) = 557\,kN$ ตอบ

ตำแหน่งที่ $F_R$ กระทำคือ $\frac{h}{3} = \frac{3.7}{3}\,m = 1.23\,m$ (วัดจากพื้น) ตอบ

**ตัวอย่าง** 2.5 จากภาพ เมื่อเขื่อนยาว 30.5 m กั้นน้ำที่สูง 8 m จงคำนวณหาขนาดของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อเขื่อน และตำแหน่งจุดศูนย์กลางของความดัน



**วิธีทำ**




จาก $F_R = \frac{1}{2}\gamma hA$

$\sin 60^\circ = \frac{h}{L}$

$L = \frac{h}{\sin 60^\circ} = \frac{8}{\sin 60^\circ} = 9.24\,m$

พื้นที่ของเขื่อน คือ $A = (9.24\,m)(30.5\,m) = 281.75\,m^2$

$$\therefore F_R = \frac{1}{2}\left(9.81\frac{kN}{m^3}\right)(8\,m)(281.75m^2) = 11{,}056\,kN = 11.06\,MN$$ ตอบ

ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางความดัน ในแนวดิ่ง $= \frac{h}{3} = \frac{8}{3} = 2.67\,m$ (วัดจากท้องน้ำ)

หรือตำแหน่งของจุดศูนย์กลางความดัน $= \frac{L}{3} = \frac{9.24}{3}\,m = 3.08\ m$ (วัดตามแนวขนานกับเขื่อน)

กำหนดให้ $L_p$ คือ ระยะจากผิวของเหลวถึงจุดศูนย์กลางความดันตามแนวขนานกับเขื่อน

$$L_p = L - \frac{L}{3} = 9.24\,m - 3.08\,m = 6.16\,m$$ ตอบ

### 2.1.3 แรงที่กระทำต่อพื้นผิวเรียบที่จมในของเหลว

จากภาพที่ 2.2 พิจารณาแรงที่กระทำต่อฝาถังผิวเรียบขนาด H x B ที่จมในของเหลว

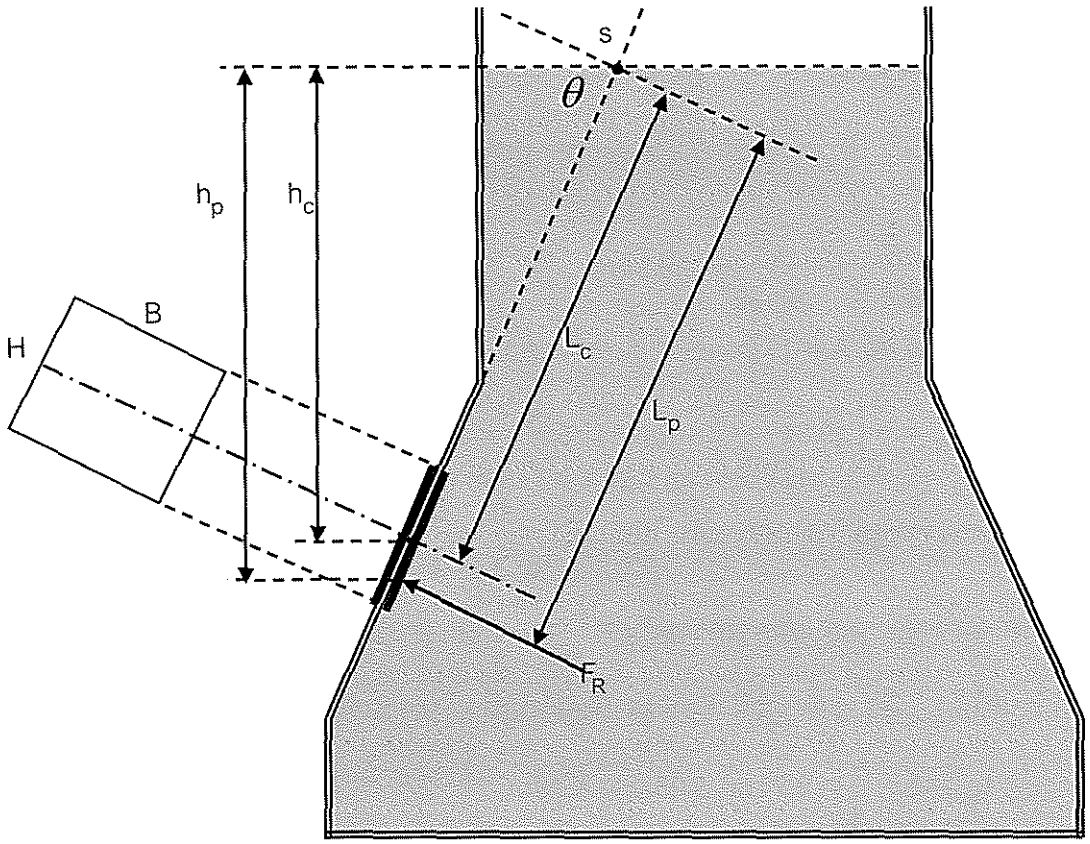
เมื่อ $F_R$ คือ แรงลัพธ์ที่เกิดจากความดันของของไหล

$L_p$ คือ ระยะจากผิวของของเหลวจนถึงจุดศูนย์กลางความดันในแนวขนานกับพื้นเอียง

$h_p$ คือ ระยะจากผิวของของเหลวจนถึงจุดศูนย์กลางความดันในแนวดิ่ง

$L_c$ คือ ระยะจากผิวของของเหลวจนถึงจุดศูนย์กลางมวลในแนวขนานกับพื้นเอียง

$h_c$ คือ ระยะจากผิวของของเหลวจนถึงจุดศูนย์กลางมวลในแนวดิ่ง




**ภาพที่** 2.2 แรงที่กระทำต่อพื้นผิวเรียบที่จมในของเหลว

ขั้นตอนการคำนวณหาค่าแรงที่กระทำต่อพื้นผิวเรียบที่จมในของเหลว

1. คำนวณหามุม $\theta$ ที่แผ่นเอียงนี้กระทำกับแนวระดับ และตำแหน่งที่จุด s
2. คำนวณหาจุดศูนย์กลางมวลของแผ่นผิวเรียบ
3. คำนวณหาค่าระยะ $h_c$

4. คำนวณหา $L_c$ จาก $h_c = L_c \sin\theta$

5. คำนวณหาพื้นที่หน้าตัด A

6. คำนวณหาแรงลัพธ์ $F_R$ จาก $F_R = \gamma h_c A$

7. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อย $I_c$ จากตารางที่ 2.1

8. คำนวณหา $L_p$ จาก $L_p = L_c + \frac{I_c}{L_c A}$ ซึ่งจุดศูนย์กลางความดันนี้ ปกติแล้วจะอยู่ต่ำกว่าจุดศูนย์กลางมวล

9. วาด $F_R$ ลงในภาพ โดยให้ตั้งฉากกับพื้นที่

10. วาด $L_p$ ลงในภาพ

11. วาด $L_c$ ลงในภาพ

12. คำนวณหา $h_p$ จาก $h_p = L_p \sin\theta$ หรือ $h_p = h_c + \frac{I_c \sin^2\theta}{h_c A}$

**ตัวอย่าง 2.6** จากภาพที่ 2.2 เมื่อถังบรรจุน้ำมันชนิดหนึ่งที่มีความถ่วงจำเพาะ 0.91 แผ่นผิวเรียบสี่เหลี่ยมที่จมน้ำมีขนาด B = 1.2 m H = 0.6 m $\theta = 60^\circ$ และจุดศูนย์กลางมวลของแผ่นผิวเรียบนี้อยู่ที่ความลึก 1.5 m จากผิวของน้ำมัน จงคำนวณขนาดของแรงลัพธ์ ($F_R$) และจุดศูนย์กลางของความดัน

**วิธีทำ**

จากโจทย์ $h_c = 1.5\,\text{m}$

จาก $h_c = L_c \sin\theta$; $L_c = \frac{h_c}{\sin\theta} = \frac{1.5\,\text{m}}{\sin 60^\circ} = 1.73\,\text{m}$

$A = BH = (1.2\,\text{m})(0.6\,\text{m}) = 0.72\,\text{m}^2$

จาก $F_R = \gamma h_c A$

$F_R = (0.91 \times 9.81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3})(1.5\,\text{m})(0.72\,\text{m}^2) = 9.64\,\text{kN}$ ตอบ

จาก $I_c = \frac{1}{12} BH^3$

$I_c = \frac{1}{12}(1.2\,\text{m})(0.6^3\,\text{m}^3) = 0.02\,\text{m}^4$

จาก $L_p = L_c + \frac{I_c}{L_c A}$

$L_p = 1.73\,\text{m} + \frac{0.02\,\text{m}^4}{(1.73\,\text{m})(0.72\,\text{m}^2)} = 1.73\,\text{m} + 0.017\,\text{m} = 1.75\,\text{m}$ ตอบ