



รายงานการวิจัย

การวิเคราะห์ลักษณะการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายของสายส่ง
ที่ส่งผลต่อค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและอุณหภูมิที่กระจายตัว
ในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า
(Phase Sequences and Transmission Lines Transposition Analysis
the Effect of Electromagnetic Field and Temperature Distribution
in Transmission System)



ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจาก
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว



รายงานการวิจัย

การวิเคราะห์ลักษณะการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายของสายส่ง
ที่ส่งผลต่อค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและอุณหภูมิที่กระจายตัว

ในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า

(Phase Sequences and Transmission Lines Transposition Analysis
the Effect of Electromagnetic Field and Temperature Distribution
in Transmission System)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผู้ร่วมวิจัย

นายรัฐรงค์ บุญวุฒิววัฒน์

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2555

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

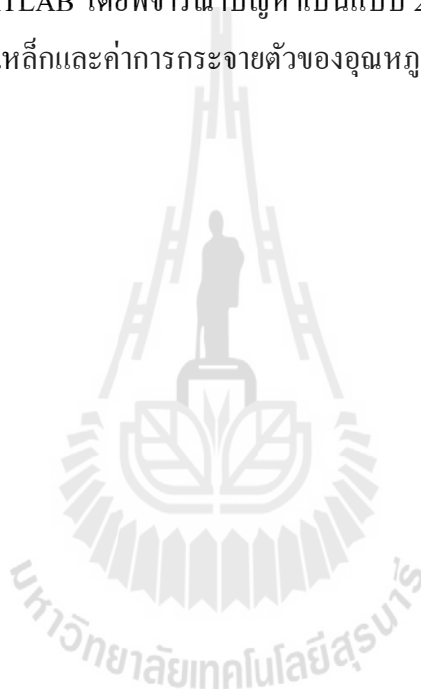
กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ได้สนับสนุนทุนวิจัยสำหรับโครงการนี้ โดยการวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ 2555



บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่ได้รับผลกระทบมาจากค่าสนามแม่เหล็กในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูง ซึ่งแสดงอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สอง โดยได้วิเคราะห์การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่ส่งผลต่ออุณหภูมิรอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง วงจรคู่ ขนาด 500 kV ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย (EGAT) ซึ่งเป็นระดับแรงดันไฟฟ้าสูงที่สุดในประเทศไทย เมื่อพิจารณาในกรณีการจัดเรียงลำดับเฟสทั้ง 6 แบบ และการไขว้สายเมื่อมีการส่งจ่ายเป็นระยะทางไกลทั้ง 6 แบบ การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB โดยพิจารณาปัญหาเป็นแบบ 2 มิติ พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของค่าการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้น



ABSTRACT

This research proposes a mathematical model of temperature which follow on magnetic field of a high voltage transmission line by using a set of second-order partial differential equations. This analyze has considered the effect of conductor six typical phase-sequence orientation and six typical transposition in case of long distance on magnetic field distribution affects the temperature around a double circuit, 500-kV power transmission line of Electricity Generating Authority of Thailand (EGAT), which is recently the highest voltage level in Thailand. Computer-based simulation utilizing the 2-D finite element method, instructed in MATLAB programming environment with graphical representation for magnetic field distribution and temperature distribution has been evaluated.



สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ.....	ก
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ค
สารบัญ.....	ง
สารบัญตาราง.....	ฉ
สารบัญรูป.....	ช
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น.....	2
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	2
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	3
1.6 การจัดรูปเล่มรายงานการวิจัย.....	3
บทที่ 2 การคำนวณสนามแม่เหล็กและอนุภูมิของสายส่งโดยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	4
2.1 บทนำ.....	4
2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอนุภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้า.....	4
2.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก.....	4
2.2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอนุภูมิ.....	6
2.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กโดยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	6
2.3.1 การแบ่งอิลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา.....	6
2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์.....	7
2.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนต์.....	8
2.3.4 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ.....	17
2.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย.....	17
2.4 การคำนวณอนุภูมิโดยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	18
2.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์.....	18
2.4.2 การสร้างสมการของอิลิเมนต์.....	19
2.4.3 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ.....	24

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.4.4 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย.....	25
2.5 สรุป.....	25
บทที่ 3 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กที่มีผลต่ออุณหภูมิเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายของสายส่งกำลังไฟฟ้า.....	26
3.1 บทนำ.....	26
3.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก.....	26
3.2.1 โปรแกรมสร้างกริด.....	26
3.2.2 โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก.....	27
3.3 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กพร้อมวิเคราะห์ผล.....	29
3.3.1 พิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสของสายส่งกำลังไฟฟ้า.....	30
3.3.2 พิจารณาการไขว้สายของสายส่งกำลังไฟฟ้า.....	34
3.4 สรุป.....	36
บทที่ 4 ผลการจำลองอุณหภูมิเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายของสายส่งกำลังไฟฟ้า.....	37
4.1 บทนำ.....	37
4.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิ.....	37
4.2.1 โปรแกรมสร้างกริด.....	37
4.2.2 โปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิ.....	37
4.3 ผลการจำลองอุณหภูมิพร้อมวิเคราะห์ผล.....	39
4.3.1 พิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสของสายส่งกำลังไฟฟ้า.....	40
4.3.2 พิจารณาการไขว้สายของสายส่งกำลังไฟฟ้า.....	44
4.4 สรุป.....	45
บทที่ 5 สรุปและข้อเสนอแนะ.....	46
5.1 สรุป.....	46
5.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต.....	47
บรรณานุกรม.....	48
ประวัติผู้วิจัย.....	51

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 การจัดเรียงลำดับเฟสในแต่ละแบบของสายส่ง.....	30
3.2 การไขว้สายในแต่ละแบบของสายส่ง.....	35



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงวงจรคู่ขนาด 500 kV พร้อมมิติ (m).....	7
3.1 การแบ่งอิลิเมนต์ของระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงวงจรคู่ขนาด 500 kV.....	27
3.2 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก.....	28
3.3 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 1.....	31
3.4 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 2.....	31
3.5 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 3.....	32
3.6 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 4.....	32
3.7 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 5.....	33
3.8 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 6.....	33
3.9 ลักษณะการไขว้สายของสายส่งวงจรคู่ในแต่ละช่วงของระยะทาง.....	35
3.10การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการไขว้สายทั้ง 6 แบบ.....	35
4.1 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณอุณหภูมิ.....	38
4.2 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 1.....	40
4.3 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 2.....	41
4.4 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 3.....	41
4.5 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 4.....	42
4.6 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 5.....	42
4.7 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 6.....	43
4.8 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}C$) เมื่อพิจารณาการไขว้สายทั้ง 6 แบบ.....	44

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย

สายส่งไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย (Electricity Generating Authority of Thailand: EGAT) เป็นระดับแรงดันไฟฟ้าสูงที่สุดในประเทศไทย ณ ขณะนี้ ส่งจาก โรงไฟฟ้าแม่เมาะ จังหวัดลำปาง ถึงสถานีไฟฟ้าแรงสูงท่าตะโก จังหวัดนครสวรรค์ ด้วยสายส่งวงจรรู (double circuit) แล้วส่งต่อด้วยสายส่งวงจรรเดี่ยว (single circuit) จนถึงสถานีไฟฟ้าแรงสูงหนองจอก จังหวัดกรุงเทพ โดยผลของสนามแม่เหล็กจะขึ้นอยู่กับค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลในสายส่งซึ่งจะขึ้นอยู่กับผู้ใช้ไฟในขณะนั้น ดังนั้นกรณีที่เกิดการกระจายตัวของสายส่งขนาด 500 kV ซึ่งเป็นระดับแรงดันไฟฟ้าที่สูงมาก ค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลในสายส่งก็จะมีค่าสูงตามความต้องการของผู้ใช้ไฟด้วยเช่นกัน จึงเป็นผลให้เกิดสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวรอบสายส่งในปริมาณที่สูงอันเป็นสาเหตุให้เกิดอุณหภูมิสูงบริเวณรอบสายส่ง ซึ่งในแต่ละแบบของการจัดเรียงลำดับเฟส (phase sequences) และแต่ละแบบของการไขว้สายของสายส่ง (transmission lines transposition) ก็จะมีลักษณะการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและความร้อนรอบสายส่งที่แตกต่างกันออกไป จึงเป็นหัวข้อวิจัยที่ผู้ศึกษาได้นำเสนอในงานวิจัยนี้

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method: FEM) เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ได้รับนิยามมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่างๆ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ในปัจจุบันได้มีการนำวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมแทบทุกสาขา เนื่องจากสามารถหาผลเฉลยได้แม้กระทั่งปัญหาที่ไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear problem) และปัญหาที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา (time-dependent problem) ดังนั้นการพิจารณาผลของสนามแม่เหล็กและความร้อนที่กระจายตัวรอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงที่อาศัยการแปลงระบบจากโดเมนเวลาเป็นโดเมนความถี่ และลักษณะของสายส่งที่รูปร่างมีความโค้งมน จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ดำเนินการ

งานวิจัยสนามแม่เหล็กที่ทำให้เกิดการกระจายตัวของอุณหภูมิรอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงยังเป็นที่สนใจอยู่อย่างมาก โดยมีงานวิจัยอยู่ไม่น้อยที่คำนึงถึงผลของอุณหภูมิแวดล้อมที่เกิดจากสนามแม่เหล็กโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายของสายส่ง และก็ได้มุ่งเน้นพิจารณาอย่างเฉพาะเจาะจงในชนิดและวัสดุที่ใช้ทำสายส่ง ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเกิดขึ้นเพื่อศึกษาผลของสนามแม่เหล็กที่ทำให้เกิดการกระจายตัวของอุณหภูมิรอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง วงจรรูขนาด 500 kV ซึ่งเป็นระดับแรงดันไฟฟ้าสูงที่สุดในประเทศไทย ที่ในแต่ละแบบของการจัด

เรียงลำดับเฟสและแต่ละแบบของการไขว้สาย ก็จะมีลักษณะการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและความร้อนที่อาจแตกต่างกันออกไป การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่พัฒนาขึ้น โดยพิจารณาปัญหาเป็นแบบ 2 มิติ ที่อาศัยการแปลงระบบจากโดเมนเวลาเป็นโดเมนความถี่ พร้อมแสดงผลทางกราฟิกด้วย MATLAB™ ของค่าสนามแม่เหล็กและค่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้น

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- พัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับคำนวณค่าสนามแม่เหล็กและค่าอุณหภูมิในสายส่งให้สามารถคำนวณได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้อง และแม่นยำ
- พัฒนาการความรู้เพื่อหาแนวทางในการป้องกันการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและความร้อนในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายในแต่ละแบบ
- พัฒนาค่าวิจัยใหม่และบุคลากรทางด้านทฤษฎีการวิเคราะห์ถึงผลกระทบของสนามแม่เหล็กและความร้อนที่มีผลต่อระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า ด้วยเทคนิคการคำนวณขั้นสูง

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

- พื้นที่ในการทดสอบระบบเป็นพื้นที่โล่ง ปราศจากการกีดขวางของอาคารและสิ่งปลูกสร้างต่าง ๆ
- สายตัวนำเป็นสายเปลือย (bared wire) รูปทรงกระบอกตัน และมีผิวเรียบ
- กำหนดให้แรงดันและกระแสในสายตัวนำแต่ละเส้นมีค่าแรงดันและกระแสตรงที่สม่ำเสมอตลอดทั้งเส้น
- กำหนดให้สภาพพื้นดินในระบบที่พิจารณาเป็นพื้นดินในสภาพทั่วไปปราศจากน้ำขังหรือความชื้นบนหน้าดินสูง

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

- ใช้ MATLAB™ เพื่อพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับวิเคราะห์ปัญหาอุณหภูมิที่มีผลจากสนามแม่เหล็กในสายส่งไฟฟ้าทั้ง 3 เฟส
- พิจารณาสายส่งไฟฟ้าแรงสูง วงจรคู่ ขนาด 500 kV ของ EGAT ซึ่งเป็นระดับแรงดันสูงสุดในประเทศไทย
- ดำเนินการคำนวณเพื่อพัฒนาองค์ความรู้ในการป้องกันผลกระทบของสนามแม่เหล็กและความร้อนที่มีผลต่อระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสในแต่ละแบบทั้ง 6 แบบ และเมื่อพิจารณาการไขว้สายในแต่ละแบบทั้ง 6 แบบ ที่อาจมีลักษณะการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและความร้อนที่แตกต่างกันออกไป

- วิถีไฟไนท์อิลลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและความร้อนเป็นแบบ 2 มิติ

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

- ได้หลักการและแนวความคิดสำหรับการศึกษาการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า
- ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลลิเมนต์ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เข้ากับปัญหาจริงในการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและอุณหภูมิในสายส่ง ตลอดจนสามารถนำไปใช้เพื่อประกอบการเรียนการสอนด้านสนามแม่เหล็ก ความร้อน และสายส่งกำลังไฟฟ้า
- ได้ข้อสรุปอันเป็นประโยชน์ของสนามแม่เหล็กและความร้อนที่มีผลต่อระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าขนาด 500 kV ที่เป็นระดับแรงดันสูงสุดในประเทศไทย เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายในแต่ละแบบ

1.6 การจัดรูปเล่มรายงานการวิจัย

รายงานการวิจัยนี้ประกอบด้วย 5 บท โดย บทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงความจำเป็นและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์และเป้าหมายของงานวิจัย รวมทั้งขอบเขตของงานวิจัย ส่วนบทอื่นๆ ประกอบด้วยเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 2 นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิที่กระจายตัวรอบสายส่ง และนำเสนอการคำนวณสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 2 มิติ โดยได้อธิบายขั้นตอนต่างๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ เพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิที่กระจายรอบ ๆ บริเวณสายส่งกำลังไฟฟ้าขนาด 500 kV วงจรคู่ ของ EGAT

บทที่ 3 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายในแต่ละแบบ พร้อมผลการจำลองของระบบ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

บทที่ 4 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิที่เป็นผลมาจากสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายในแต่ละแบบ พร้อมผลการจำลองของระบบ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

บทที่ 5 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะ

บทที่ 2

การคำนวณสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิของสายส่งโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

2.1 บทนำ

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method : FEM) เป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยแบบประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equation: PDE) และเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถวิเคราะห์งานที่มีโครงสร้างซับซ้อน หรือรูปร่างที่มีลักษณะโค้งมนได้อีกทั้งประสิทธิภาพและการประมวลผลที่สูงขึ้นของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบัน นอกจากนี้ในบางระบบที่มีบริเวณที่ต้องการวิเคราะห์มีพื้นที่ขนาดเล็กมาก เมื่อเทียบกับปัญหาโดยรวมของระบบที่เป็นพื้นที่ขนาดใหญ่ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็สามารถแบ่งกริดขนาดเล็กหรือใหญ่ ที่สามารถเชื่อมความสัมพันธ์ของ 2 บริเวณที่มีขนาดแตกต่างกันได้อย่างครอบคลุมและอิสระอย่างเช่น งานวิจัยนี้ที่พิจารณาค่าสนามแม่เหล็กและค่าอุณหภูมิที่ปรากฏขึ้นบริเวณอากาศรอบๆ ตัวนำสายส่งไฟฟ้าแรงสูงขนาด 500 kV ซึ่งพื้นที่ตัวนำเป็นพื้นที่ขนาดเล็กส่วนบริเวณอากาศรอบๆ เป็นพื้นที่ขนาดใหญ่ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติก็สามารถตีกริดรูปสามเหลี่ยมให้มีขนาดเล็กเพื่อการวิเคราะห์ภายในบริเวณตัวนำ ในขณะที่บริเวณส่วนใหญ่เป็นอากาศและไม่มีความจำเป็นสำหรับการศึกษามากนัก ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็สามารถตีกริดให้มีขนาดใหญ่ได้เช่นกัน ซึ่งการดำเนินการแบบนี้จะก่อให้เกิดจำนวนเอลิเมนต์ที่ใช้ในระบบที่ศึกษามีจำนวนไม่มาก และสามารถคำนวณหาผลเฉลย ณ บริเวณที่ต้องการได้อย่างรวดเร็ว ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้า พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติเพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและค่าอุณหภูมิที่กระจายตัวรอบสายส่งต่อไป

2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้า

2.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก

สำหรับปัญหาหาค่าสนามแม่เหล็กใน 2 มิติในระบบพิกัดฉาก ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นิยมจัดรูปสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปสมการที่ (2-1)

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q = 0 \quad (2-1)$$

โดยที่ ϕ คือ ฟังก์ชันใด ๆ ที่ต้องการทราบค่า ส่วน D_x , D_y , G และ Q คือ ค่าคงที่สัมประสิทธิ์

แบบจำลองของสนามแม่เหล็กที่กระจายรอบบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงในรูปแบบ 2 มิติ สามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (2-2) (Christopoulos, 1995)

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \left(\frac{1}{v^2}\right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}\right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\right) = 0 \quad (2-2)$$

โดยที่ \mathbf{H} คือ ความเข้มสนามแม่เหล็ก (Magnetic field intensity)

t คือ เวลา (Time)

μ คือ สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็ก (Permeability)

ε คือ สภาพยอมทางไฟฟ้า (Permittivity)

σ คือ สภาพนำทางไฟฟ้า (Conductivity)

โดยที่ $\mu = \mu_0 \mu_r$ และ $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ เมื่อ μ_r คือ สภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ และ ε_r คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ ซึ่ง $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Hm, $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m

จากการใช้คุณสมบัติในการแปลงโดเมนเวลาเป็นโดเมนความถี่ (time-harmonic) อย่างเช่นในระบบสายส่งไฟฟ้าจะได้

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \approx j\omega \mathbf{H} \quad (2-3)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \approx -\omega^2 \mathbf{H} \quad (2-4)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2-2) จึงได้

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu\varepsilon \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}\right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\right) = 0 \quad (2-5)$$

เปรียบเทียบสมการที่ (2-1) กับ (2-5) เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ D_x , D_y , G และ Q จะ

ได้

$$\begin{aligned}
 D_x &= D_y = 1 \\
 G &= -\mu\epsilon\omega^2 + j\mu\sigma\omega \\
 Q &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2-6}$$

2.2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์การกระจายตัวของอุณหภูมิในรูปแบบ 2 มิติ สามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (2-7) โดยสมการของอุณหภูมิจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ดังนี้

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}
 \tag{2-7}$$

โดยที่ T คือ อุณหภูมิ (Temperature)

k คือ ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Thermal conductivity)

ρ คือ ความหนาแน่นมวล (Mass density)

c คือ ความร้อนจำเพาะ (Specific heat)

Q คือ อัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง (Internal heat generation)

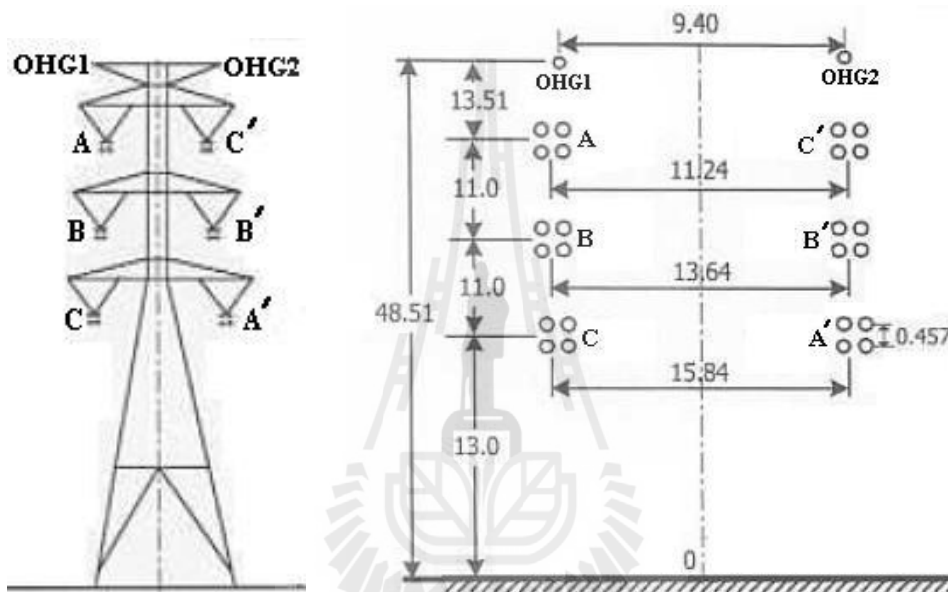
2.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

สืบเนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กของระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงดังแสดงในสมการที่ (2-5) นั้นหาผลเฉลยแม่นยำได้ยากเพราะด้วยเหตุที่ติดอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

2.3.1 การแบ่งเอลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษา

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ศึกษาระบบส่งจ่ายไฟฟ้าแรงสูง วงจรคู่ (double circuit) ขนาด 500 kV ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย (Electricity Generating Authority of Thailand: EGAT) ซึ่งเป็นระดับแรงดันไฟฟ้าสูงที่สุดในประเทศไทย โดยวงจรเป็นแบบสายควบชนิด 4 เส้น (4 bundle conductors) ซึ่งสามารถแสดงระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าพร้อมมิติ ดังแสดงในรูปที่ 2.1 โดยได้พิจารณาความสูงของสายส่งที่ตำแหน่งคกท้องช้าง (midspan) ซึ่งมีระยะหย่อนของสายส่งที่สุด (maximum sag) โดยกำหนดให้ค่าความสูงของสายส่งที่ตำแหน่งนี้อยู่สูงจากพื้นดินเป็นระยะเท่ากับ

ระยะความปลอดภัยต่ำสุด ซึ่งสายส่งขนาด 500 kV จะมีระยะเท่ากับ 13.00 m (พิทักษ์ ปิ่นอนงค์, 2545) และพิจารณาสายตัวนำแต่ละเส้นมีขนาด 795 MCM (เส้นผ่านศูนย์กลาง = 0.02772 m) และสายดินเหนือศีรษะ (overhead ground wire: OHGW) แต่ละเส้นมีขนาด 3/8 inch (เส้นผ่านศูนย์กลาง = 0.009114 m) โดยขั้นตอนแรกเริ่มจากการแบ่งพื้นที่ของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม (Triangular elements) ตลอดพื้นที่หน้าตัดที่ศึกษา สำหรับปัญหาในแบบ 2 มิติ โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพท์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งผ่านการเชื่อมต่อกันระหว่างโนดและอิลิเมนต์ต่าง ๆ



รูปที่ 2.1 ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงวงจรคู่ขนาด 500 kV พร้อมมิติ (m)

2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้เป็นการเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$H(x,y) = H_i N_i + H_j N_j + H_k N_k \quad (2-8)$$

โดยที่ N_n , $n = i, j, k$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ และ H_n , $n = i, j, k$ คือผลลัพท์ของค่าสนามแม่เหล็กในแต่ละโนด i, j, k ของอิลิเมนต์ ซึ่งในกรณีอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อจะได้

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \quad (2-9)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i \end{aligned}$$

และ Δ_e คือ พื้นที่ของแต่ละอิลิเมนต์ ซึ่งหาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\Delta_e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (2-10)$$

2.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ สำหรับปัญหาของระบบ 2 มิติ ทางระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จะต้องจัดสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป ดังแสดงในสมการที่ (2-1) ก่อนที่จะเข้าสู่การสร้างสมการของอิลิเมนต์ต่อไป

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q = 0$$

ประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Weighting functions) ดังสมการที่ (2-11) ซึ่งวิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก W แล้วอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของอิลิเมนต์ (Δ_e) และกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ ในปัจจุบันการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างถือเป็นวิธีที่ถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ ซึ่งเมทริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ปกติแล้วจะมีความสมมาตร จึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหามหาศาล

$$-\int_{\Delta_e} W_n R d\Delta_e = 0 \quad (2-11)$$

การสร้างสมการของอีลิเมนต์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้ คือ การแทนค่าผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (2-1) จะไม่ก่อให้เกิดค่าเท่ากับศูนย์ หากแต่จะมีค่าเท่ากับ R แทน ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-12)

$$R = D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q \quad (2-12)$$

โดยที่ ϕ คือ ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า

ซึ่ง R เรียกว่าเศษตกค้าง (Residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหา เศษตกค้าง R ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าที่เที่ยงตรงมากที่สุด

งานวิจัยนี้เลือกกริดรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อในการคำนวณ ดังนั้นจุดที่ไม่ทราบค่าจะมี 3 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 3 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นจากสมการที่ (2-11) จะต้องมีค่า $n = 1, 2, 3$ และในงานวิจัยนี้ วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างได้เลือกใช้วิธีการกาลเออร์กิน (Galerkin) (Preston, Reece, and Sangha, 1988) และ (Kim, Kwon, and Park, 1999) ซึ่งวิธีนี้จะกำหนดให้ $W_n = N_n$ ดังนั้นเมื่อแทน R ด้วยสมการที่ (2-12) ลงในสมการที่ (2-11) จะได้

$$0 = -\int_{\Delta_e} [N]^T \left(D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q \right) d\Delta_e \quad (2-13)$$

โดยที่ $[N]^T$ คือ เวกเตอร์เมทริกซ์แนวตั้งของฟังก์ชันการประมาณภายในอีลิเมนต์

เนื่องจากฟังก์ชันที่ต้องการประมาณ $\phi(x, y, z)$ ไม่มีความต่อเนื่องของอนุพันธ์ระหว่างแต่ละอีลิเมนต์ ดังนั้นสมการอนุพันธ์อันดับสองตามสมการที่ (2-13) สามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งได้ดังนี้

$$[N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2-14)$$

จากสมการที่ (2-13) จะได้

$$0 = - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e}_{(A)} - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} d\Delta_e}_{(B)} + \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T G \phi d\Delta_e}_{(C)} - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T Q d\Delta_e}_{(D)} \quad (2-15)$$

เทอม A ในสมการที่ (2-15) จะสามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งโดยอาศัยสมการที่ (2-14) จะได้สมการใหม่ดังสมการที่ (2-16)

$$- \int_{\Delta_e} [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e = - \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e + \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Delta_e \quad (2-16)$$

นอกจากนี้ยังสามารถประมาณพจน์ $-\int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e$ โดยอาศัยสมการที่ (2-17) ได้ดังนี้

$$\int_{\Delta_e} \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e = \int_{\Gamma} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma \quad (2-17)$$

โดยที่ θ คือ มุมที่กระทำกับอิลิเมนต์

Γ คือ ขอบเขตของอิลิเมนต์

แทนค่าสมการที่ (2-17) ใน (2-16) จึงได้เทอม A เป็น

$$- \int_{\Delta_e} D_x [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e = - \int_{\Gamma} D_x [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma + \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Delta_e \quad (2-18)$$

เทอม B ก็สามารทดแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งในทำนองเดียวกัน ดังนั้นสมการที่ (2-15) จึงกลายเป็น

$$0 = - \int_{\Gamma} [N]^T \left(D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma + \int_{\Delta_e} \left(D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Delta_e + \int_{\Delta_e} G [N]^T \phi d\Delta_e - \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e \quad (2-19)$$

จาก $\phi^{(e)} = [N]\{\Phi^{(e)}\}$ แทนค่าในสมการที่ (2-19) จะได้

$$\begin{aligned}
 0 = & -\int_{\Gamma} [N]^T \left(D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma \\
 & + \left(\int_{\Delta_e} \left(D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right) d\Delta_e \right) \{\Phi^{(e)}\} \\
 & + \left(\int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e \right) \{\Phi^{(e)}\} - \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e
 \end{aligned} \tag{2-20}$$

และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้เป็น

$$0 = \{I^{(e)}\} + [K^{(e)}]\{\Phi^{(e)}\} - \{f^{(e)}\} \tag{2-21}$$

โดยที่

$$\begin{aligned}
 \{I^{(e)}\} &= -\int_{\Gamma} [N]^T \left(D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma \\
 [K^{(e)}] &= \int_{\Delta_e} \left(D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right) d\Delta_e + \int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e \\
 \{f^{(e)}\} &= \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e
 \end{aligned}$$

โดยที่ $[K^{(e)}]$ สามารถจัดรูปใหม่โดยการดำเนินการต่อไปนี้

$$[D] = \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix} \tag{2-22}$$

และเวกเตอร์เกรเดียนต์ (Gradient vector : gv)

$$\{\text{gv}\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} = [B]\{\Phi^{(e)}\}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial[N]}{\partial x} \\ \frac{\partial[N]}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$[B]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial[N]^T}{\partial x} & \frac{\partial[N]^T}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

จาก $[B]$, $[B]^T$ และ $[D]$ สามารถเขียน $[K^{(e)}]$ ใหม่ได้เป็น

$$[K^{(e)}] = \int_{\Delta_e} [B]^T [D] [B] d\Delta_e + \int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e$$

$$[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}] \quad (2-24)$$

สำหรับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ งานวิจัยนี้เลือกกริดรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อในการคำนวณ ดังนั้นค่า ϕ ในรูปสามเหลี่ยมจึงสามารถกำหนดได้เป็น

$$\phi^{(e)} = [N_i \quad N_j \quad N_k] \{\Phi^{(e)}\} \quad (2-25)$$

โดยที่

$$N_i = \frac{1}{2\Delta_e} (a_i + b_i x + c_i y)$$

$$N_j = \frac{1}{2\Delta_e} (a_j + b_j x + c_j y) \quad (2-26)$$

$$N_k = \frac{1}{2\Delta_e} (a_k + b_k x + c_k y)$$

และจะได้เวกเตอร์เกรเดียนต์สำหรับเอลิเมนต์นี้เป็น

$$\{gv\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_k}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_k}{\partial y} \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} \quad (2-27)$$

แทนค่าสมการที่ (2-26) ในสมการที่ (2-27) จะได้

$$\{gv\} = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} = [B]\{\Phi^{(e)}\}$$

$$[B] = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

จากสมการที่ (2-24) จะสังเกตเห็นได้ว่า

$$[K_D^{(e)}] = \int_{\Delta_e} [B]^T [D] [B] d\Delta_e$$

เนื่องจาก $[B]$ และ $[D]$ เป็นค่าคงที่จะได้

$$[K_D^{(e)}] = [B]^T [D] [B] \int_{\Delta_e} d\Delta_e$$

$$[K_D^{(e)}] = [B]^T [D] [B] \Delta_e \quad (2-29)$$

แทนค่า $[B]$ และ $[D]$ จัดอยู่ในรูปสมการ $[K_D^{(e)}]$ ใหม่ได้เป็น

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} b_i & c_i \\ b_j & c_j \\ b_k & c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \Delta_e \left(\frac{1}{2\Delta_e} \right) \left(\frac{1}{2\Delta_e} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} D_x b_i & D_y c_i \\ D_x b_j & D_y c_j \\ D_x b_k & D_y c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \left(\frac{1}{4\Delta_e} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} D_x b_i^2 + D_y c_i^2 & D_x b_i b_j + D_y c_i c_j & D_x b_i b_k + D_y c_i c_k \\ D_x b_i b_j + D_y c_i c_j & D_x b_j^2 + D_y c_j^2 & D_x b_j b_k + D_y c_j c_k \\ D_x b_k b_i + D_y c_k c_i & D_x b_k b_j + D_y c_k c_j & D_x b_k^2 + D_y c_k^2 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{4\Delta_e} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \frac{D_x}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} \quad (2-30)$$

จากสมการที่ (2-24) ถ้ากำหนดให้ G เป็นค่าคงที่ ภายในแต่ละอิลิเมนต์จะได้

$$\begin{aligned} [K_G^{(e)}] &= \int_{\Delta_e} G[N]^T [N] d\Delta_e \\ &= G \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} d\Delta_e \\ &= G \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i^2 & N_i N_j & N_i N_k \\ N_j N_i & N_j^2 & N_j N_k \\ N_i N_k & N_j N_k & N_k^2 \end{bmatrix} d\Delta_e \end{aligned} \quad (2-31)$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (Factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรตตลอด ปริมาตรดังสมการที่ (2-32) โดยที่ $N_i = L_1$ $N_j = L_2$ และ $N_k = L_3$ จะได้

$$\int_{\Delta_e} L_1^a L_2^b L_3^c d\Delta_e = \frac{a!b!c!}{(a+b+c+2)!} 2\Delta_e \quad (2-32)$$

จากสมการที่ (2-31) สามารถแบ่งพิจารณาออกเป็น 2 กรณีคือ $L_n = L_m$ และ $L_n \neq L_m$ ในกรณีที่ $L_n = L_m$ จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 ของรูปสามเหลี่ยมจะได้ $a=2$, $b=c=0$ ดังนั้นจากสมการที่ (2-32) จะได้

$$\begin{aligned} \int_{\Delta_e} L_1^2 d\Delta_e &= \frac{2!0!0!}{(2+0+0+2)!} 2\Delta_e \\ &= \frac{4\Delta_e}{4!} = \frac{2\Delta_e}{12} \end{aligned}$$

ในกรณีที่ $L_n \neq L_m$ จะขอยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 และ 2 ของรูปสามเหลี่ยมจะ
ได้ $a = b = 1, c = 0$ ดังนั้นจากสมการที่ (2-32) จะได้

$$\int_{\Delta_e} L_1^1 L_2^1 d\Delta_e = \frac{1!1!0!}{(1+1+0+2)!} 2\Delta_e$$

$$= \frac{2\Delta_e}{4!} = \frac{\Delta_e}{12}$$

ที่จุดต่ออื่น ๆ ของรูปสามเหลี่ยมก็พิจารณาในลักษณะเช่นเดียวกัน ดังนั้นจากสมการที่ (2-31) จะได้

$$\therefore [K_G^{(e)}] = \frac{G\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

จาก $[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}]$

$$[K^{(e)}] = \frac{D_x}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} + \frac{G\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

จากสมการที่ (2-21) สำหรับการหาค่า $\{f^{(e)}\}$ แสดงได้ดังนี้

$$\{f^{(e)}\} = \int_{\Delta_e} Q[N]^T d\Delta_e$$

$$\{f^{(e)}\}_e = Q \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} d\Delta_e$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ดังสมการที่
(2-32) โดยที่ $N_i = L_1$ $N_j = L_2$ และ $N_k = L_3$ และสำหรับกรณีที่ $Q \neq 0$ จะได้

$$\{f^{(e)}\} = Q \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} d\Delta_e$$

$$\{f^{(e)}\} = \frac{Q\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

จากสมการที่ (2-21) สำหรับการหาค่า $\{I^{(e)}\}$ แสดงได้ดังนี้

$$\{I^{(e)}\} = - \int_{\Gamma} [N]^T \left(D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma$$

โดยที่ค่าขอบเขตของแต่ละอิเลเมนต์ Γ ได้ประยุกต์เงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann condition) โดยกำหนดให้ $\frac{\partial \phi}{\partial \bar{n}} = 0$ เมื่อ \bar{n} คือ เวกเตอร์ตั้งฉากกับขอบเขตของเวกเตอร์ตั้งนั้นจึงได้

$$\{I^{(e)}\} = 0 \quad (2-36)$$

เมื่อแทนสมการที่ (2-35) และ (2-36) ในสมการที่ (2-21) จะได้ดังนี้

$$0 = [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} - \frac{Q\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-37)$$

เมื่อพิจารณาปัญหาสนามแม่เหล็กแบบ 2 มิติ โดยการแทนค่าสัมประสิทธิ์จากสมการที่ (2-6) ลงในสมการที่ (2-37) จะได้

$$0 = [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} \quad (2-38)$$

โดยที่

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{(-\mu\epsilon\omega^2 + j\mu\sigma\omega)\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2.3.4 การประกอบสมการอิลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นกรนำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 2.3.1 หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมสำหรับการจำลองผลค่าสนามแม่เหล็กของงานวิจัยนี้ในรูปสมการเชิงเส้นคือ

$$[K]_{sys(n \times n)} \{H\}_{sys(n \times 1)} = \{f\}_{sys(n \times 1)} \quad (2-39)$$

เมื่อ H คือ ค่าความเข้มสนามแม่เหล็กที่ไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่ง โหนดต่าง ๆ

2.3.5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย

สำหรับขั้นตอนการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตในงานวิจัยนี้จะมีทั้งหมดอยู่สองบริเวณที่กำหนดเงื่อนไขค่าขอบ คือ บริเวณขอบตัวนำของสายส่งและพื้นดิน ซึ่งค่าสนามแม่เหล็กที่ป้อนให้กับระบบบริเวณขอบของตัวนำสามารถคำนวณได้จากวิธีของ พิทักษ์ ปิ่นอนงค์ (2545) โดยสิ่งที่ต้องทราบสำหรับใช้คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กบริเวณขอบของตัวนำ คือ ขนาดกระแสไฟฟ้าที่ไหลในตัวนำ ระยะห่างระหว่างตัวนำ รัศมีตัวนำ ค่าความสูงระหว่างตัวนำกับพื้นดินและค่าพิกัดที่ต้องการคำนวณ ส่วนค่าสนามแม่เหล็กบริเวณพื้นดินและสายดินเหนือศีรษะถูกกำหนดให้มีค่าเป็นศูนย์

หลังจากประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตให้กับระบบแล้ว จากสมการที่ (2-39) จะสามารถหาค่าสนามแม่เหล็ก (H) ณ โหนดต่าง ๆ ได้ดังสมการที่ (2-40)

$$H = K^{-1} f \quad (2-40)$$

และสามารถหาค่าสนามแม่เหล็ก (B) ต่อได้จากความสัมพันธ์ $B = \mu H$

2.4 การคำนวณอุณหภูมิโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น จะต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในการคำนวณอุณหภูมิของสายส่งกำลังไฟฟ้าแบบ 2 มิติ จะแสดงได้ในสมการที่ (2-7) ที่ผ่านมา

2.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์

จากการออกแบบเอลิเมนต์ในหัวข้อ 2.3.1 ที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้แล้ว รูปแบบของเอลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจะใช้รูปแบบเหมือนกับเอลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทุกประการ เพราะฉะนั้นในหัวข้อนี้จึงข้ามการออกแบบเอลิเมนต์ของพื้นที่ศึกษาไป

ขั้นตอนนี้เป็นทางเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนเอลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$T(x, y) = T_i N_i + T_j N_j + T_k N_k \quad (2-41)$$

โดยที่ N_n $n = ijk$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ และ T_n $n = ijk$ คือผลลัพธ์ของอุณหภูมิในแต่ละโนด ijk ของเอลิเมนต์ ซึ่งในกรณีเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อจะ

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \quad (2-42)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่} \quad a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i \end{aligned}$$

และ Δ_e คือ พื้นที่ของแต่ละเอลิเมนต์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\Delta_e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (2-43)$$

2.4.2 การสร้างสมการของอีลิเมนต์

จากสมการอนุพันธ์ย่อยของปัญหาความร้อนแบบ 2 มิติ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-7) ที่แสดงก่อนหน้านี้นี้ดังนี้

$$k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2-44)$$

สำหรับการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ยังคงประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างด้วยวิธีการเลอร์คินเช่นเดียวกันกับการคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ผ่านมาดังแสดงด้วยสมการที่ (2-45)

$$\int_{\Omega} W_n R d\Omega = 0 \quad n = i, j, k \quad (2-45)$$

โดยเมื่อพิจารณาปัญหาความร้อน จะได้เศษตกค้าง R ดังสมการที่ (2-46)

$$R = k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q \quad (2-46)$$

สำหรับอีลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม จุดที่ไม่รู้ค่ามี 3 จุดซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสาม ดังนั้นจึงต้องการ 3 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่รู้ค่า นั้นหมายถึงในสมการที่ (2-45) จะต้องมีค่า $n = i, j, k$ และโดยปกติจะเลือก $W_n = N_n$ ดังนั้นเมื่อแทนค่า R ด้วยสมการ (2-46) ลงในสมการที่ (2-45) จะได้

$$\int_{\Omega} N_n \left(k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q \right) d\Omega = 0 \quad (2-47)$$

แล้วแตกพจน์ต่างๆ ออกมาเพื่อทำการพิจารณา จะได้

$$\int_{\Omega} N_n \left(k \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_n \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) d\Omega + \int_{\Omega} N_n \left(Q \right) d\Omega = 0 \quad (2-48)$$

พจน์แรกของสมการที่ (2-48) แทนการแพร่กระจายความร้อน พจน์ที่สองแทนอัตราความจุความร้อน และพจน์ที่สามแทนปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นได้เองภายในอีลิเมนต์

ตามลำดับ สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน โดยจะใช้
ทฤษฎีบทของเกาส์ ดังนั้นจากสมการที่ (2-48) เมื่อ $n = i j k$ จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} N_n \left(k \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) d\Gamma - \int_{\Omega} \left(k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega \\ & - \int_{\Omega} N_n \rho c \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} N_n Q d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (2-49)$$

พจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิลิเมนต์คือพจน์แรกที่มีคุณสมบัติทางกายภาพคือ
ปริมาณความร้อนตลอดขอบนอกของอิลิเมนต์นั้น ๆ หนึ่ง อิลิเมนต์นั้นอาจวางตัวอยู่กลาง
หรืออยู่ติดขอบนอกของสายส่งกำลังไฟฟ้า หากอิลิเมนต์ที่พิจารณาอยู่ในตำแหน่งขอบนอกตัวนำ ซึ่ง
มีเงื่อนไขขอบเขตแบบการพาความร้อน เราจึงจำเป็นต้องแทนพจน์นี้ด้วยเงื่อนไขการพาความร้อนดัง
แสดงด้วยสมการที่ (2-50)

$$q = h(T - T_{\infty}) \quad (2-50)$$

โดยที่ h คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อน
 T_{∞} คือ อุณหภูมิอากาศรอบนอก

ดังนั้นจากสมการที่ (2-49) จะได้

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} N_n (-h(T - T_{\infty})) d\Gamma - \int_{\Omega} \left(k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega - \int_{\Omega} N_n \rho c \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega \\ & + \int_{\Omega} N_n Q d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (2-51)$$

จากสมการที่ (2-51) จัดรูปใหม่จะได้สมการไฟไนท์อิลิเมนต์สำหรับอิลิเมนต์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} N_n \rho c \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \left(k \frac{\partial N_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N_n}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega + \int_{\Gamma} N_n (hT) d\Gamma \\ & = \int_{\Omega} N_n Q d\Omega + \int_{\Gamma} N_n (hT_{\infty}) d\Gamma \end{aligned} \quad (2-52)$$

และเนื่องจากสมการที่ (2-52) มีทั้งหมด 3 สมการ เราสามารถเขียนสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (2-53) ดังนี้

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \left([N]_{3 \times 1} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) d\Omega + \int_{\Omega} \left(k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{3 \times 1} \frac{\partial T}{\partial x} + k \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{3 \times 1} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega + \int_{\Gamma} [N]_{3 \times 1} (hT) d\Gamma \\ & = \int_{\Omega} [N]_{3 \times 1} Q d\Omega + \int_{\Gamma} [N]_{3 \times 1} (h(T_{\infty})) d\Gamma \end{aligned} \quad (2-53)$$

และจากสมการที่ (2-41) จึงได้ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ T โดยประมาณในแต่ละเอลิเมนต์เป็น

$$T(x, y) = [N]_{1 \times 3} [T]_{3 \times 1}$$

ดังนั้น
$$\frac{\partial T}{\partial x} = \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 3} [T]_{3 \times 1} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 3} [T]_{3 \times 1}$$

และสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จึงกลายมาเป็น

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \left([N]_{3 \times 1} \rho c [N]_{1 \times 3} \right) d\Omega \left[\dot{T} \right]_{3 \times 1} + \int_{\Omega} \left(k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{3 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{1 \times 3} + k \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{3 \times 1} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{1 \times 3} \right) d\Omega [T]_{3 \times 1} \\ & + \int_{\Gamma} [N]_{3 \times 1} h [N]_{1 \times 3} d\Gamma [T]_{3 \times 1} = \int_{\Gamma} [N]_{3 \times 1} h T_{\infty} d\Gamma + \int_{\Omega} [N]_{3 \times 1} Q d\Omega \end{aligned} \quad (2-54)$$

หรือเขียนสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับแต่ละเอลิเมนต์ที่ประกอบด้วย 3 สมการได้ดังนี้

$$[C]_{3 \times 3} \left\{ \dot{T} \right\}_{3 \times 1} + \left[[K_c] + [K_h] \right]_{3 \times 3} \{T\}_{3 \times 1} = \{Q_h\}_{3 \times 1} + \{Q_Q\}_{3 \times 1} \quad (2-55)$$

โดยงานวิจัยนี้ได้พิจารณาอุณหภูมิที่กระจายรอบสายส่งกำลังไฟฟ้าในสภาวะคงตัว (steady state) ดังนั้นสมการที่ (2-55) จึงลดรูปกลายเป็น

$$\left[[K_c] + [K_h] \right]_{3 \times 3} \{T\}_{3 \times 1} = \{Q_h\}_{3 \times 1} + \{Q_Q\}_{3 \times 1}$$

เมทริกซ์ของการแพร่กระจายความร้อน: $[K_c]_{3 \times 3}$

$$\text{จาก } [K_c]_{3 \times 3} = \int_{\Omega} \left(k \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \end{bmatrix}_{3 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \end{bmatrix}_{1 \times 3} + k \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix}_{3 \times 1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix}_{1 \times 3} \right) d\Omega \quad (2-56)$$

จากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (2-42) จึงได้

$$\frac{\partial N_n}{\partial x} = \frac{b_n}{2\Delta_e} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N_n}{\partial y} = \frac{c_n}{2\Delta_e} \quad n = i, j, k \quad (2-57)$$

แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (2-57) ลงในสมการที่ (2-56) จะได้

$$[K_c]_{3 \times 3} = k \int \left(\frac{b_n}{2\Delta_e} \frac{b_m}{2\Delta_e} + \frac{c_n}{2\Delta_e} \frac{c_m}{2\Delta_e} \right) dx dy \quad n, m = i, j, k \quad (2-58)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{k}{4\Delta_e^2} (b_n b_m + c_n c_m) \int dx dy \\ &= \frac{k}{4\Delta_e^2} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_i + c_k c_i & b_k b_j + c_k c_j & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \\ &= \frac{k}{4\Delta_e^2} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ & & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \\ &= \frac{k}{4\Delta_e^2} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ & \text{Sym} & \\ & & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-59)$$

เมทริกซ์ของการพาความร้อน: $[K_h]_{3 \times 3}$

$$\text{จาก } [K_h]_{3 \times 3} = \int_{\Gamma} [N]_{3 \times 1} h [N]_{1 \times 3} d\Gamma \quad (2-60)$$

จากสมการที่ (2-60) และหากสัมประสิทธิ์การพาความร้อน h มีค่าคงที่ เมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนพื้นผิวของอิเลเมนต์จึงกลายเป็น

$$[K_h]_{3 \times 3} = h \int N_n N_m dx dy \quad n m = i j k \quad (2-61)$$

สมการที่ (2-61) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ที่จะได้

$$[K_h]_{3 \times 3} = \frac{h \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2-62)$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอิเลเมนต์จะได้อีกกล่าวถึงต่อไป

โหลตเวกเตอร์การพาความร้อน: $\{Q_h\}_{3 \times 1}$

$$\text{จาก } \{Q_h\}_{3 \times 1} = \int_{\Gamma} [N]_{3 \times 1} h T_{\infty} d\Gamma \quad (2-63)$$

หรือเมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบนพื้นผิวของอิเลเมนต์ ดังนั้นสมการที่ (2-63) จึงกลายเป็น

$$\{Q_h\}_{3 \times 1} = h T_{\infty} \int N_n dx dy \quad n = i j k \quad (2-64)$$

สมการที่ (2-64) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ได้ดังนี้

$$\{Q_h\}_{3 \times 1} = \frac{h T_{\infty} \Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-65)$$

ส่วนการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบของอิเลเมนต์จะได้อีกกล่าวถึงต่อไป

โหลตเวกเตอร์ของปริมาณความร้อนที่ผลิตเอง: $\{Q_Q\}_{3 \times 1}$

$$\text{จาก } \{Q_Q\}_{3 \times 1} = \int_{\Omega} [N]_{3 \times 1} Q d\Omega \quad (2-66)$$

หรือ

$$\{Q_Q\}_{3 \times 1} = Q \int N_n dx dy \quad n = i j k \quad (2-67)$$

สมการที่ (2-67) ใช้สูตรเชิงตัวประกอบในการประมาณการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ได้ดังนี้

$$\{Q_Q\}_{3 \times 1} = \frac{Q \Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-68)$$

นอกจากการถ่ายเทความร้อนบนพื้นผิวของอิเลเมนต์ที่แสดงไปแล้วยังมีการถ่ายเทความร้อนตลอดพื้นผิวขอบใดขอบหนึ่งของอิเลเมนต์ ซึ่งมีความหนาเท่ากับ t และขอยกตัวอย่างระหว่างจุดต่อ i และ j ตรงขอบของอิเลเมนต์ที่มีความยาวเท่ากับ l การประดิษฐ์อิเลเมนต์ที่สอดคล้องกับการถ่ายเทความร้อนตลอดขอบดังกล่าวจะได้

$$[K_h]_{3 \times 3} = \frac{htl}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-69)$$

$$\{Q_h\}_{3 \times 1} = \frac{hT_\infty tl}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-70)$$

2.4.3 การประกอบสมการอิเลเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นกรนำสมการของแต่ละอิเลเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยหากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิเลเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมสำหรับการจำลองผลค่าอุณหภูมิของงานวิจัยนี้ในรูปสมการเชิงเส้นคือ

$$[[K_c] + [K_h]]_{sys(n \times n)} \{T\}_{sys(n \times 1)} = \{Q_h\}_{sys(n \times 1)} + \{Q_Q\}_{sys(n \times 1)} \quad (2-71)$$

เมื่อ T คือ ค่าอุณหภูมิที่ไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ

2.4.4 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย

ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิ T เริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตบริเวณต่างๆ ของระบบกำลังไฟฟ้า ส่วนค่าโพลเดกเตอร์ของปริมาณความร้อนจะใช้ค่าปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นเอง (Q) ของทั้งพื้นที่ที่พิจารณา โดยค่าปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นเองจะหาได้จากความสัมพันธ์ของค่าความหนาแน่นกระแส (current density: J) ซึ่งเป็นผลมาจากค่าความเข้มสนามแม่เหล็ก (H) ดังนี้

$$Q = \frac{J^2}{\sigma} \quad (2-72)$$

และจากกฎของแมกซ์เวลล์ซึ่งเกี่ยวข้องกับสนามแม่เหล็กคงตัว (steady magnetic field) ซึ่ง $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ โดยเมื่อพิจารณาแบบ 2 มิติ ตามระนาบพิกัด xy จึงได้ค่าความหนาแน่นกระแสในแนวแกน x (J_x) และค่าความหนาแน่นกระแสในแนวแกน y (J_y) ดังแสดงด้วยสมการที่ (2-73) และ (2-74) ตามลำดับ

$$J_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k}{2\Delta_e} \quad (2-73)$$

$$J_y = -\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\left(\frac{b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k}{2\Delta_e}\right) \quad (2-74)$$

โดยที่ $J = \sqrt{J_x^2 + J_y^2}$

2.5 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิในสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ประกอบกับคำนึงถึงคุณสมบัติต่างๆ ทางไฟฟ้าของวัสดุที่แตกต่างกันในระบบ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง การประยุกต์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติเพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลเลอร์คิน รายละเอียดต่างๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้เป็น โปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 3 และบทที่ 4 ต่อไป

บทที่ 3

ผลการจำลองสนามแม่เหล็กที่มีผลต่ออุณหภูมิเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายของสายส่งกำลังไฟฟ้า

3.1 บทนำ

การจำลองผลของงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาองค์ความรู้ในการป้องกันผลกระทบของสนามแม่เหล็กและความร้อนในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูง วงจรคู่ (double circuit) ขนาด 500 kV ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส (phase sequences) และการไขว้สายของสายส่ง (transmission lines transposition) ในแต่ละแบบ ซึ่งค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้นั้นจะมีผลมาจากค่าสนามแม่เหล็ก ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่งต่างๆ ภายในระบบ ภายในบทที่ 3 จึงได้กล่าวถึงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบที่ใช้ในการจำลองผลและอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ พร้อมผลการจำลอง ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ใช้การสร้างกริดจากกล่องเครื่องมือสำเร็จรูปที่ชื่อว่า PDETOOL ของโปรแกรม MATLABTM ซึ่งใช้กริดรูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ โดยได้ดำเนินการประมวลผลให้ทำงานบนพื้นฐานการใช้งานของ MATLABTM

3.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก

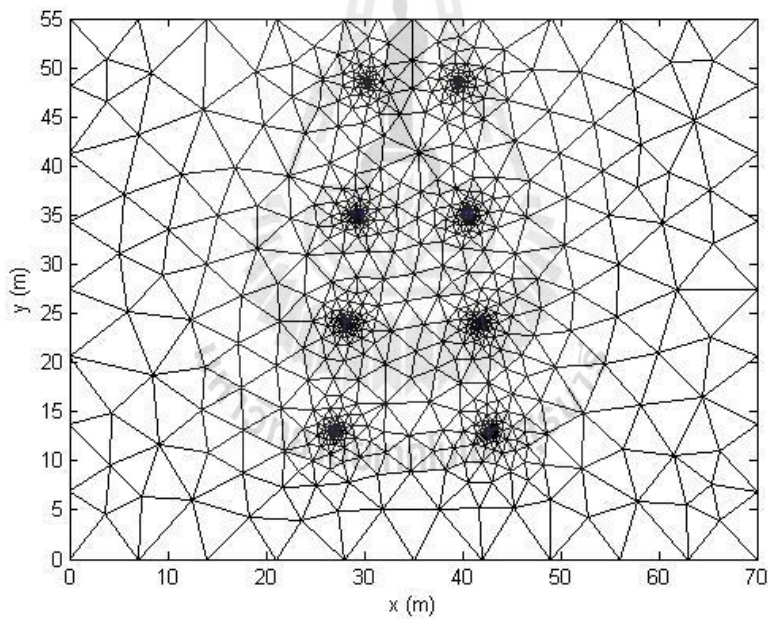
การคำนวณค่าสนามแม่เหล็กภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่จะได้กล่าวถึงต่อไป งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อนำข้อมูลของโนดและอิลิเมนต์มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLABTM ที่ประดิษฐ์ขึ้นเอง โดยอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลแบบ 2 มิติได้ดังนี้

3.2.1 โปรแกรมสร้างกริด

โปรแกรมการสร้างกริดในงานวิจัยนี้ จะใช้การสร้างกริดจากกล่องเครื่องมือสำเร็จรูปที่ชื่อว่า PDETOOL ของ โปรแกรม MATLABTM ซึ่งสามารถสร้างกริดได้เฉพาะปัญหาแบบ 2 มิติ เท่านั้น โดยสามารถเลือกความละเอียดของกริดให้เหมาะสมกับระบบได้ จากนั้นจึงนำข้อมูลของการสร้างกริดที่จำเป็นมาพัฒนาเป็น โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ต่อไป ข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริดได้แก่ ข้อมูลบอกระยะพิกัดในแนวแกน x และ y ข้อมูลบอกหมายเลขโนด ข้อมูลบอกหมายเลขอิลิเมนต์ ข้อมูลบอกหมายเลขที่แบ่งชนิดของวัสดุในระบบ และข้อมูลบอกหมายเลขของ

ขอบเขตชิ้นงานเพื่อกำหนดเงื่อนไขขอบเขต ส่วนข้อจำกัดของกล่องเครื่องมือสำเร็จรูปนี้คือไม่สามารถระบุค่าเงื่อนไขขอบเขตให้กับระบบที่มีหลากหลายเนื้อวัสดุในชิ้นเดียวกันได้ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงได้นำประโยชน์ของกล่องเครื่องมือนี้มาเพื่อช่วยในการสร้างกริดแต่เพียงเท่านั้น ส่วนขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์อื่น ๆ อันได้แก่ การสร้างสมการของแต่ละอีลิเมนต์ การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม การกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต และการแก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยนั้น จะทำการพัฒนาด้วยโปรแกรม MATLAB ที่ประดิษฐ์ขึ้นเองเพื่อจำลองผลต่อไป

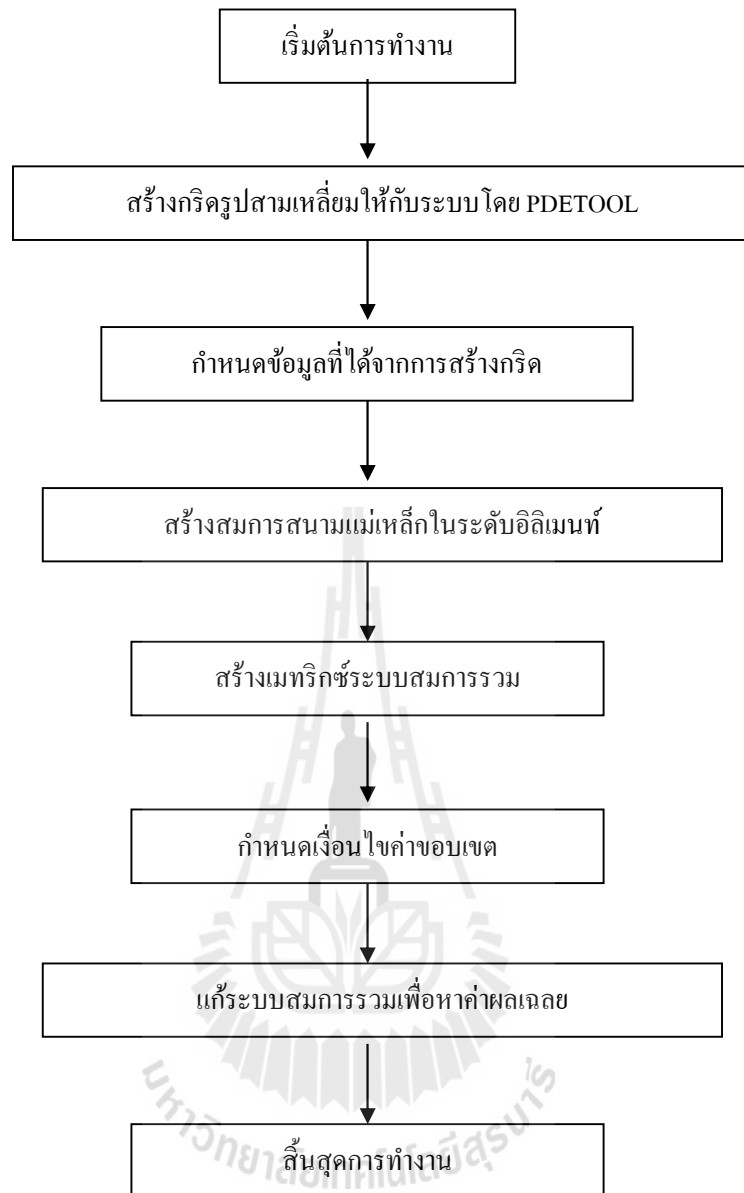
งานวิจัยระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูง วงจรคู่ ขนาด 500 kV นี้ ได้แบ่งพื้นที่ศึกษาออกเป็นพื้นที่ย่อยๆ ได้แก่ พื้นที่ที่เป็นตัวนำและพื้นที่ที่เป็นอากาศด้วยอีลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ สำหรับขอบเขตของระบบที่ศึกษาได้กำหนดพื้นที่ของปัญหาให้มีความกว้าง 70 เมตร และสูงจากพื้นดิน 55 เมตร ซึ่งเป็นพื้นที่ของปัญหาที่มีความเหมาะสมต่องานวิจัย สำหรับกริดแบบ 2 มิติ ของปัญหาในระบบส่งจ่ายไฟฟ้าแรงสูง วงจรคู่ ขนาด 500 kV สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การแบ่งอีลิเมนต์ของระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงวงจรคู่ขนาด 500 kV

3.2.2 โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ โดยข้อมูลที่ใช้เป็นในการประดิษฐ์โปรแกรมนั้นได้จากในหัวข้อ 3.2.1 ที่อธิบายไว้ก่อนหน้านี้ โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก

จากแผนภูมิในรูปที่ 3.2 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลของระบบแบบ 2 มิติ เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละขั้นตอนจะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุต ซึ่งแสดงถึงลักษณะของโนดและอิลิเมนต์จากโปรแกรมการสร้างกริด PDETOOL ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลประกอบด้วย จำนวนและตำแหน่งของโนด หมายเลขโนดที่ประกอบขึ้นเป็นอิลิเมนต์ จำนวนและหมายเลขของอิลิเมนต์ เป็นต้น

ขั้นตอนการสร้างสมการสนามแม่เหล็กในระดับอิลิเมนต์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ในรูปแบบของสามเหลี่ยมสามจุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 2 มิติ ของทุก ๆ อิลิเมนต์ เนื่องจากภายในระบบมีชิ้นงานที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันอยู่ 2 ชนิด คือ อากาศ และสายส่งตัวนำ ซึ่งวัตถุทั้งสองมีค่าคุณสมบัติที่แตกต่างกันออกไป สำหรับงานวิจัยนี้ได้กำหนดให้ระบบมีความถี่ 50 Hz และสมมติให้สายส่งเป็นสายเปลือย (bare wire) ทำจากอะลูมิเนียมแกนเหล็ก (Aluminum Conductor Steel Reinforced: ACSR) ซึ่งมีสภาพนำทางไฟฟ้า (σ) = 0.8×10^7 S/m ความซาบซึมสัมพัทธ์ทางแม่เหล็ก (μ_r) = 300 โดยความซาบซึมทางแม่เหล็กของอากาศ (μ_0) = $4\pi \times 10^{-7}$ H/m และค่าไดอิเล็กทริกสัมพัทธ์ (ϵ_r) = 3.5 โดยไดอิเล็กทริกของอากาศ (ϵ_0) = 8.854×10^{-12} F/m (Hayt and Buck, 2006) โดยการสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนต์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัตถุที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลิเมนต์นั้นๆ ด้วย

ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมสมการของอิลิเมนต์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวม ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ทั้งหมด n โหนดจะก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการทั้งสิ้น n สมการ

ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตของสนามแม่เหล็ก ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 ที่ผ่านมา

ขั้นตอนการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : ในขั้นตอนสุดท้ายนี้ โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของสนามแม่เหล็ก โดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

3.3 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กพร้อมวิเคราะห์ผล

การจำลองผลของระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง วงจรคู่ ขนาด 500 kV ได้พิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติและสมมติให้เป็นการจ่ายโหลดสมดุล โดยค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลในสายส่งซึ่งจะขึ้นอยู่กับผู้ใช้ไฟ (load current) ในขณะนั้น ได้พิจารณาที่ภาระในการจ่ายโหลดสูงสุดมีค่าเท่ากับ 3.15 kA ต่อเฟส (พิทักษ์ ปั่นองงค์, 2545) โดยขนาดกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละเฟสของตัวนำวงจรคู่ทั้ง 24 เส้นนี้ จะใช้ไปคำนวณค่าสนามแม่เหล็กที่ป้อนตรงบริเวณขอบของตัวนำแต่ละเฟส ซึ่งสามารถคำนวณได้จากวิธีของ พิทักษ์ ปั่นองงค์ (2545)

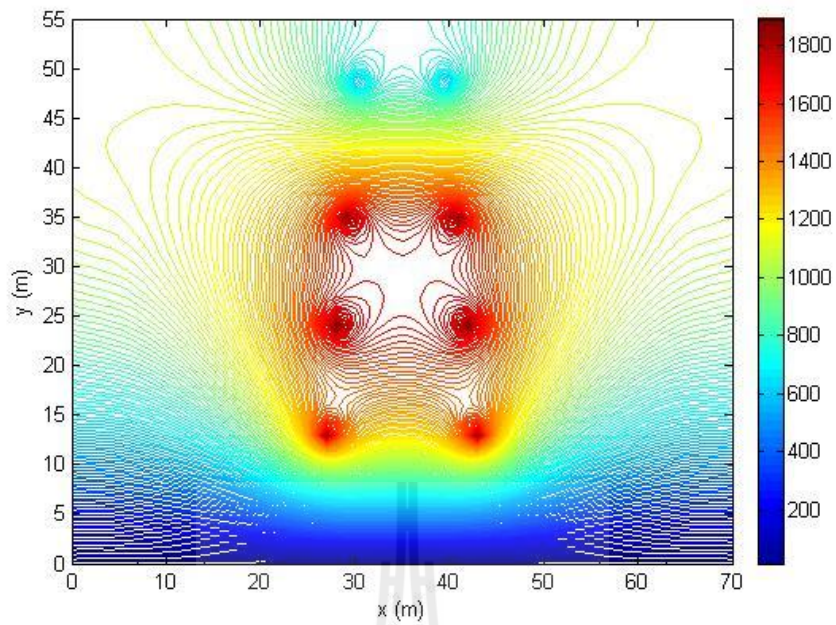
3.3.1 พิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสของสายส่งกำลังไฟฟ้า

พิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงเมื่อมีการจัดเรียงลำดับเฟสที่แตกต่างกันขึ้นในระบบสายส่งกำลังไฟฟ้า 3 เฟส วงจรคู่ โดยแบ่งการพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสออกได้เป็น 6 แบบ (Electric Power Research Institute, 1975) ดังแสดงด้วยตารางที่ 3.1 ซึ่งในแต่ละแบบของการจัดเรียงลำดับเฟส มุมเฟสของกระแสไฟฟ้างี้จะมีความแตกต่างกันออกไป จึงส่งผลให้สนามแม่เหล็กอาจเกิดการเสริมหรือหักล้างซึ่งกันและกันได้ เมื่อ A, B และ C แทนชื่อเฟสทั้งสามของสายส่งวงจรคู่ลำดับที่หนึ่ง และ A', B' และ C' แทนชื่อเฟสทั้งสามของสายส่งวงจรคู่ลำดับที่สอง ส่วน G แทนวงจรต่อลงดินที่มีค่าความต่างศักย์เป็นศูนย์ซึ่งมีปรากฏเฉพาะในแบบที่ 6 ซึ่งเป็นแบบที่เกิดความผิดปกติแบบลัดวงจร (short-circuit fault) ขึ้นในระบบ

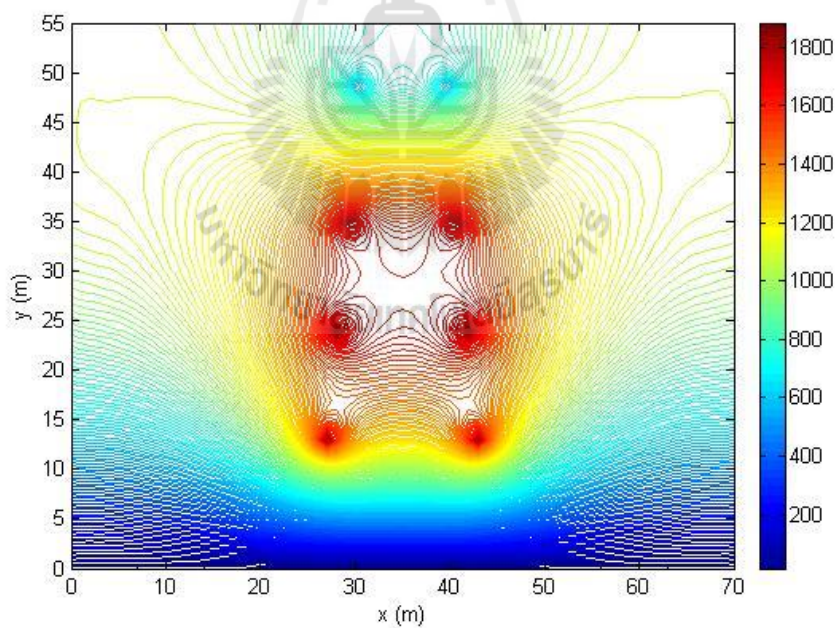
ตารางที่ 3.1 การจัดเรียงลำดับเฟสในแต่ละแบบของสายส่ง

แบบที่ 1	แบบที่ 2	แบบที่ 3	แบบที่ 4	แบบที่ 5	แบบที่ 6
A A'	A B'	A A'	A B'	A C'	A G
B B'	B A'	B C'	B C'	B B'	B G
C C'	C C'	C B'	C A'	C A'	C G

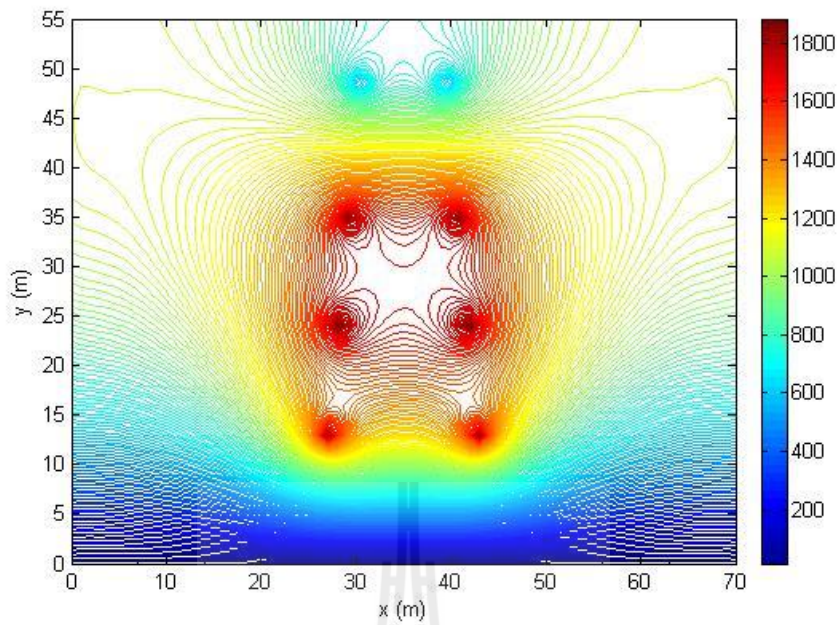
การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ใช้ MATLAB ในการพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์สำหรับคำนวณการกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้น โดยการพล็อตเส้นโครงร่าง (contour) ค่าขนาดของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดที่ศึกษา เมื่อพิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงของสายส่งวงจรคู่เมื่อมีการจัดเรียงลำดับเฟสที่แตกต่างกันทั้ง 6 แบบ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.3 - 3.8 ตามลำดับ



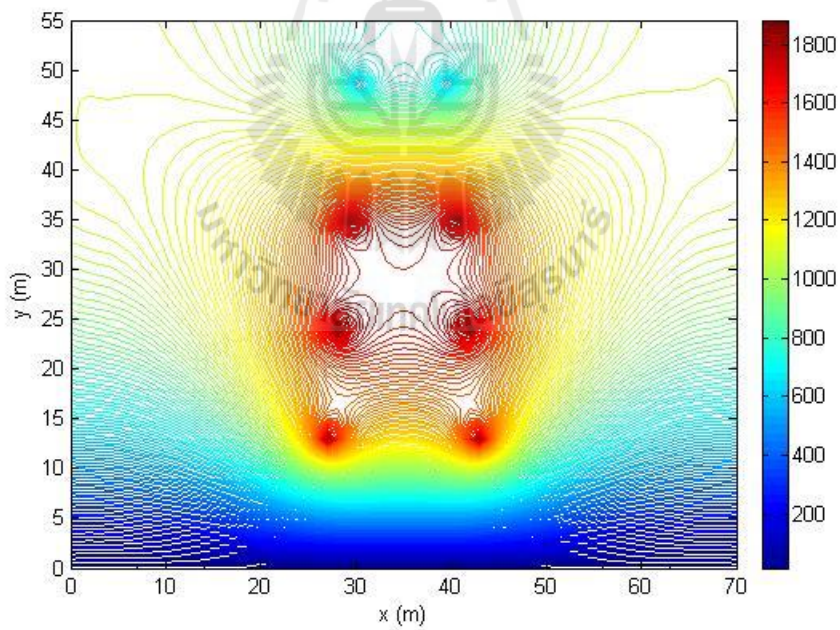
รูปที่ 3.3 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 1



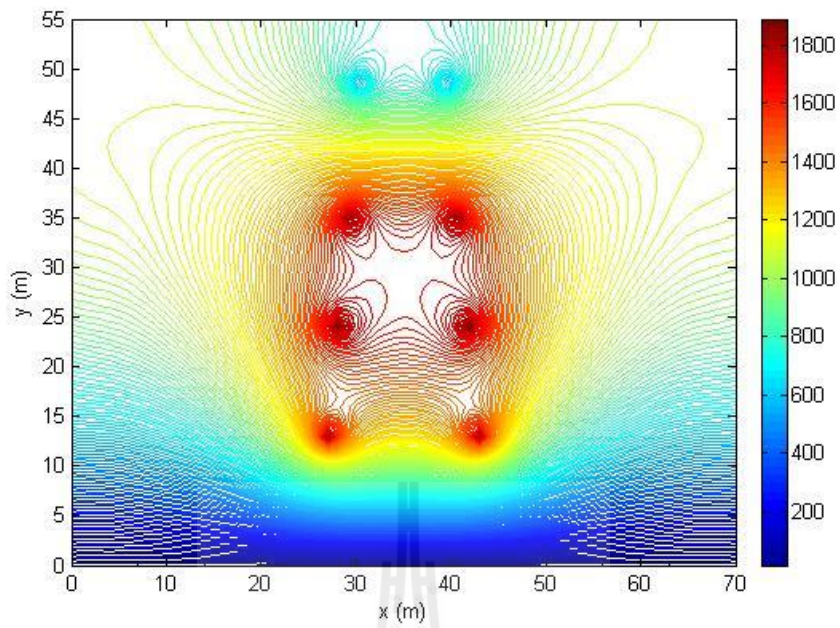
รูปที่ 3.4 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 2



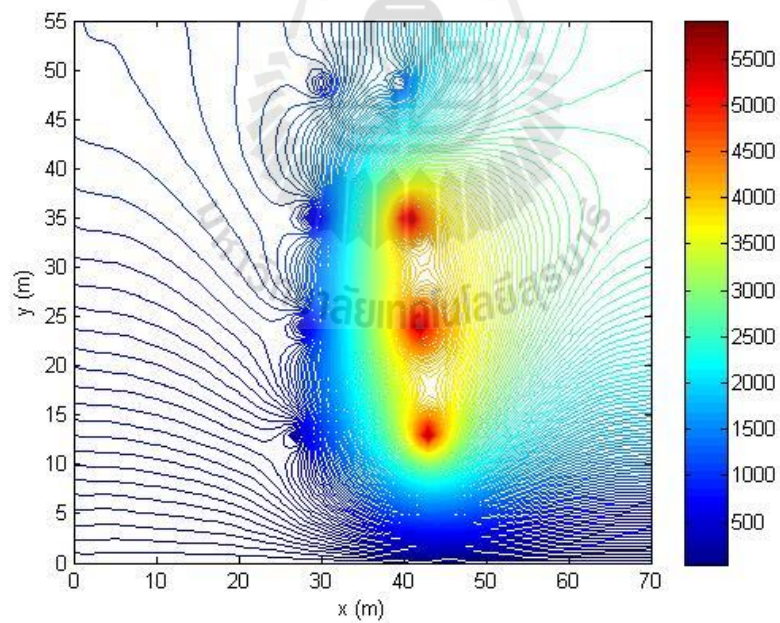
รูปที่ 3.5 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 3



รูปที่ 3.6 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 4



รูปที่ 3.7 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 5



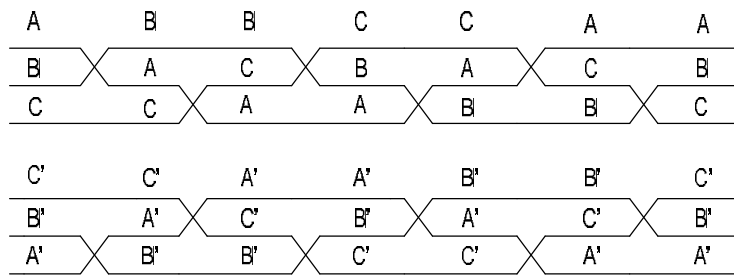
รูปที่ 3.8 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 6

จากเส้นโครงร่าง (contour) ค่าขนาดของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติและสมมติให้เป็นการจ่ายโหลดสมดุลเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสในแต่ละแบบที่ปรากฏดังรูปที่ 3.3 - 3.7 ยกเว้นแบบที่ 6 ซึ่งเกิดความผิดปกติขึ้นในระบบ จะสังเกตเห็นว่า เมื่อพิจารณาสถาปัตยกรรมแม่เหล็กที่กระจายตัวออกไปทางด้านซ้ายและขวาด้านละ 35 m จากตำแหน่งบริเวณกลางแนวสายส่งไฟฟ้า (center line) (บริเวณกึ่งกลางรูป) การกระจายตัวจะมีความสมดุลตลอดทั้งพื้นที่ศึกษา โดยสนามแม่เหล็กจะมีปริมาณสูงที่ตำแหน่งสายส่งตัวนำและจะมีค่าน้อยลงเมื่อระยะห่างจากสายส่งตัวนำมีค่ามากขึ้น โดยจะมีค่าน้อยสุดที่บริเวณพื้นดิน ซึ่งค่าสูงสุดของสนามแม่เหล็กจะเกิดที่ตำแหน่งบริเวณกลางแนวสายส่งไฟฟ้า เพราะที่ตำแหน่งนี้จะมีการเสริมกันของสนามแม่เหล็กมากที่สุด และจะมีค่าลดลงเมื่อมีระยะห่างออกไปจากแนวสายส่งทั้งซ้ายและขวา โดยผลลัพธ์การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กทั้ง 5 แบบของการจัดเรียงลำดับเฟส จะมีลักษณะที่คล้ายคลึงกันโดยมีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

และเมื่อพิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงเมื่อเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรขึ้นในระบบที่ปรากฏดังรูปที่ 3.8 ซึ่งเป็นการจัดเรียงลำดับเฟสในแบบที่ 6 ของงานวิจัยนี้ จะสังเกตเห็นว่าเส้นโครงร่างค่าขนาดของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดเมื่อเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรจะมีค่าสูงกว่าสภาวะการจ่ายโหลดปกติทั้ง 5 แบบ ทั้งนี้เพราะค่าของสนามแม่เหล็กจะมีความสัมพันธ์กับค่าของกระแสที่ไหลในสายส่ง ซึ่งปริมาณกระแสจะมีค่าสูงมากเมื่อเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรขึ้นในระบบ ซึ่งก็สอดคล้องกับผลลัพธ์ที่ปรากฏดังรูปที่ 3.8 โดยปริมาณสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงมากตรงบริเวณสายส่งวงจรคู่ลำดับที่สองซึ่งเป็นลำดับของวงจรที่เกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรขึ้น

3.3.2 พิจารณาการไขว้สายของสายส่งกำลังไฟฟ้า

พิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงเมื่อมีการไขว้สายสำหรับระบบที่มีการส่งจ่ายเป็นระยะทางไกลในระบบสายส่งกำลังไฟฟ้า 3 เฟส วงจรคู่ ซึ่งจะมีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาของการเกิดแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำในสายส่งแต่ละเฟสที่ไม่เท่ากัน โดยแบ่งการพิจารณาลักษณะของการไขว้สายในช่วงเสาไฟฟ้าต่างๆ ได้เป็น 6 แบบ ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.9 ซึ่งเป็นลักษณะการไขว้สายของสายส่งวงจรคู่ในแต่ละช่วงของระยะทาง โดยสามารถสรุปการไขว้สายในแต่ละแบบได้ดังตารางที่ 3.2 เมื่อ A, B และ C แทนชื่อเฟสทั้งสามของสายส่งวงจรคู่ลำดับที่หนึ่ง และ A', B' และ C' แทนชื่อเฟสทั้งสามของสายส่งวงจรคู่ลำดับที่สอง



รูปที่ 3.9 ลักษณะการไขว้สายของสายส่งวงจรคู่ในแต่ละช่วงของระยะทาง

ตารางที่ 3.2 การไขว้สายในแต่ละแบบของสายส่ง

แบบที่ 1	แบบที่ 2	แบบที่ 3	แบบที่ 4	แบบที่ 5	แบบที่ 6
A C'	B C'	B A'	C A'	C B'	A B'
B B'	A A'	C C'	B B'	A A'	C C'
C A'	C B'	A B'	A C'	B C'	B A'

ค่าขนาดของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดที่ศึกษา เมื่อพิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงของสายส่งวงจรคู่เมื่อมีการไขว้สายที่แตกต่างกันทั้ง 6 แบบ จะได้ผลลัพธ์ปรากฏออกมาเท่ากันทุกประการทั้ง 6 แบบ ดังแสดงได้ดังรูปที่ 3.10

รูปที่ 3.10 การกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก (μT) เมื่อพิจารณาการไขว้สายทั้ง 6 แบบ

จากเส้นโครงร่าง (contour) ค่าขนาดของสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัด ภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติและสมมติให้เป็นการจ่ายโหลดสมดุลเมื่อพิจารณาการไขว้สายที่แตกต่างกันทั้ง 6 แบบ ซึ่งมีผลลัพธ์ปรากฏออกมาเท่ากันทุกประการในทุกแบบ จะสังเกตเห็นว่า เมื่อพิจารณาสนามแม่เหล็กที่กระจายตัวออกไปทางด้านซ้ายและขวาด้านละ 35 m จากตำแหน่งบริเวณกลางแนวสายส่งไฟฟ้า (center line) (บริเวณกึ่งกลางรูป) การกระจายตัวจะมีความสมดุลตลอดทั้งพื้นที่ศึกษา โดยสนามแม่เหล็กจะมีปริมาณสูงที่ตำแหน่งสายส่งตัวนำและจะมีค่าน้อยลงเมื่อระยะห่างจากสายส่งตัวนำมีค่ามากขึ้น โดยจะมีค่าน้อยสุดที่บริเวณพื้นดิน ซึ่งค่าสูงสุดของสนามแม่เหล็กจะเกิดที่ตำแหน่งบริเวณกลางแนวสายส่งไฟฟ้า เพราะที่ตำแหน่งนี้จะมีการเสริมกันของสนามแม่เหล็กมากที่สุด และจะมีค่าลดลงเมื่อมีระยะห่างออกไปจากแนวสายส่งทั้งซ้ายและขวา โดยผลลัพธ์การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กทั้ง 6 แบบ จะมีลักษณะเหมือนกันทุกประการ จึงสรุปได้ว่าการไขว้สายส่งไฟฟ้าในแต่ละช่วงของระยะทางที่มีการส่งจ่ายเป็นระยะทางไกล ไม่มีผลกระทบต่อลักษณะการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กแต่อย่างใด

3.4 สรุป

บทที่ 3 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กที่มีผลต่ออุณหภูมิในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูง วงจรคู่ ขนาด 500 kV ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายในแต่ละแบบ ซึ่งโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 3.2 โดยเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสในแต่ละแบบของสายส่งที่แสดงดังตารางที่ 3.1 ผลลัพธ์การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กทั้ง 5 แบบแรกของการจัดเรียงลำดับเฟสซึ่งจ่ายโหลดปกติ จะมีลักษณะที่คล้ายคลึงกันโดยมีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ส่วนในแบบที่ 6 ซึ่งเป็นแบบที่เกิดความผิดพลาดแบบลัดวงจรขึ้น ค่าขนาดของสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงกว่าสภาวะการจ่ายโหลดปกติทั้ง 5 แบบแรก และเมื่อพิจารณาการไขว้สายในแต่ละแบบที่แสดงดังตารางที่ 3.2 ผลลัพธ์การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กทั้ง 6 แบบ จะมีลักษณะเหมือนกันทุกประการ จึงสรุปได้ว่าการไขว้สายส่งไม่มีผลกระทบต่อลักษณะการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กแต่อย่างใด

บทที่ 4

ผลการจำลองอุณหภูมิเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สาย ของสายส่งกำลังไฟฟ้า

4.1 บทนำ

ในบทที่ 3 ที่ผ่านมา เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลพร้อมผลการจำลองค่าสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิของระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูง วงจรคู่ ขนาด 500 kV เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายของสายส่งในแต่ละแบบ ดังนั้นสำหรับบทที่ 4 นี้ จะเป็นการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณค่าอุณหภูมิ โดยมีแหล่งกำเนิดความร้อน (Heat source) ในสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของปัญหาความร้อนมีผลมาจากค่าสนามแม่เหล็ก สำหรับการคำนวณอุณหภูมิในบทนี้จะใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติในการวิเคราะห์ปัญหาในสภาวะคงตัว (steady state) ซึ่งขั้นตอนและวิธีการจะมีความคล้ายคลึงกันกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้คำนวณสนามแม่เหล็กในบทที่ 3 ที่ผ่านมา ซึ่งโปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานของ MATLAB™ เช่นเดียวกัน

4.2 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิ

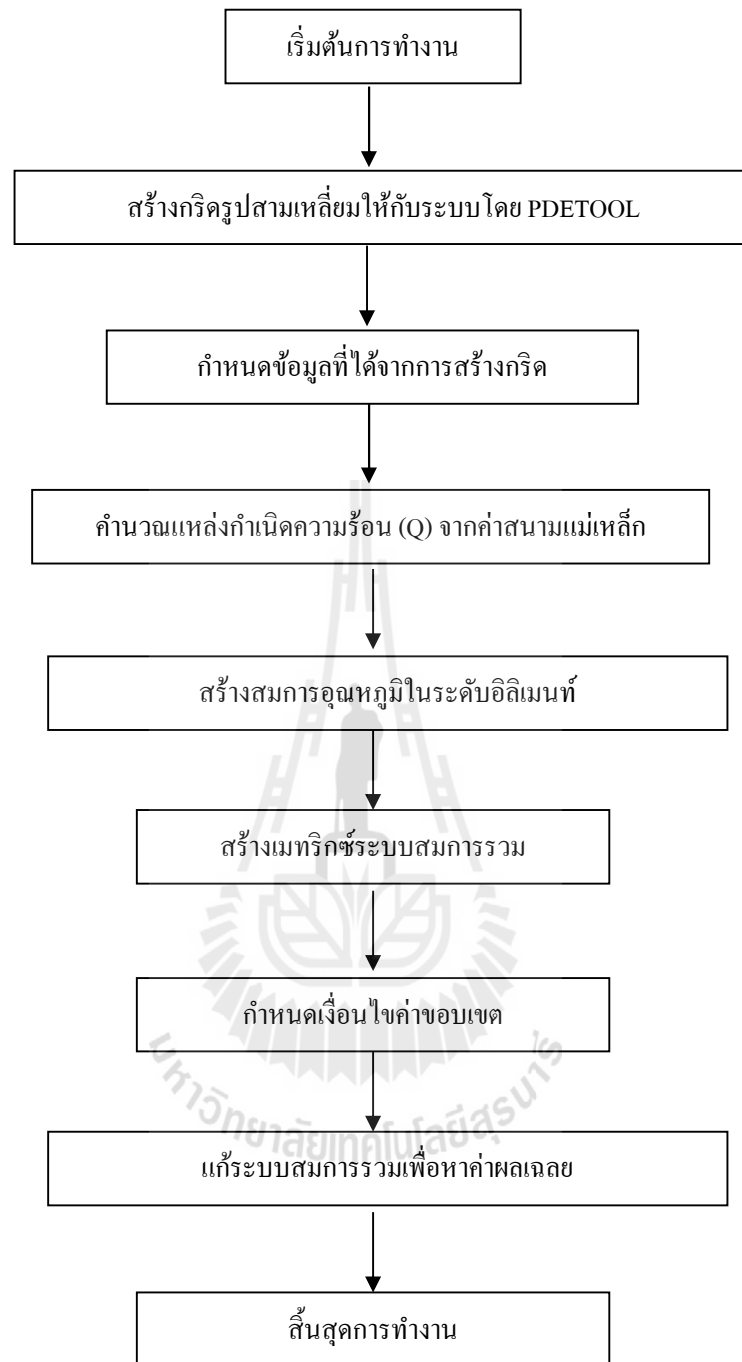
การคำนวณหาอุณหภูมิภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถดำเนินการคำนวณตามขั้นตอนภายในโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลที่จะได้กล่าวถึงต่อไปนี้ งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการสร้างกริดด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อนำข้อมูลของโนดและเอลิเมนต์มาพัฒนาต่อด้วยโปรแกรม MATLAB™ ที่ประดิษฐ์ขึ้นเอง โดยอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลแบบ 2 มิติได้ดังนี้

4.2.1 โปรแกรมสร้างกริด

ดำเนินการเช่นเดียวกับหัวข้อ 3.2.1 ในบทที่ 3

4.2.2 โปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิ

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมาเพื่อจำลองผลค่าอุณหภูมิด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ โดยข้อมูลที่จำเป็นในการประดิษฐ์โปรแกรมนั้นได้จากในหัวข้อ 4.2.1 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิในรูปแบบที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณอุณหภูมิ

จากแผนภูมิในรูปที่ 4.1 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลแบบ 2 มิติ ของปัญหา ความร้อนในสภาวะคงตัว เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละขั้นตอนจะได้อธิบาย ถึงรายละเอียดหน้าที่ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการกำหนดข้อมูลที่ได้จากการสร้างกริด : ขั้นตอนนี้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของโนดและอิลิเมนต์จากโปรแกรมการสร้างกริด PDETOOL ซึ่งรายละเอียดของข้อมูลจะได้เหมือนกับการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์ทุกประการ

ขั้นตอนการคำนวณค่าแหล่งกำเนิดความร้อน : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะนำค่าสนามแม่เหล็กมาคำนวณเป็นค่าแหล่งกำเนิดความร้อน (Q) ซึ่งค่าแหล่งกำเนิดความร้อนนี้จะถูกนำไปใช้เป็นโหลดความร้อนสำหรับการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์

ขั้นตอนการสร้างสมการอุณหภูมิในระดับอิลิเมนต์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ในรูปแบบของสามเหลี่ยมสามจุดต่อเมื่อพิจารณาปัญหาแบบ 2 มิติ ของทุก ๆ อิลิเมนต์ เนื่องจากภายในระบบมีชิ้นงานที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันอยู่ 2 ชนิด คือ อากาศ และสายส่งตัวนำ ซึ่งวัตถุทั้งสองมีค่าคุณสมบัติทางความร้อนที่แตกต่างกันออกไปได้แก่ อากาศมีค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (k) เท่ากับ $0.024 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ส่วนสายส่งตัวนำมีค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (k) เท่ากับ $205 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ และสัมประสิทธิ์การพาความร้อนของสายส่ง (h) เท่ากับ $25 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$ โดยสมมติให้อุณหภูมิบริเวณสภาพแวดล้อมของสายส่ง (T_∞) มีค่าเท่ากับ 37°C โดยการสร้างสมการอิลิเมนต์เมทริกซ์ของแต่ละอิลิเมนต์จะต้องคำนึงถึงค่าคุณสมบัติทางความร้อนของวัตถุที่เกี่ยวข้องในแต่ละอิลิเมนต์นั้นๆ ด้วย

ขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมสมการของอิลิเมนต์ย่อยเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวม ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ทั้งหมด n โหนดจะก่อให้เกิดเมทริกซ์ระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการทั้งสิ้น n สมการ

ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม

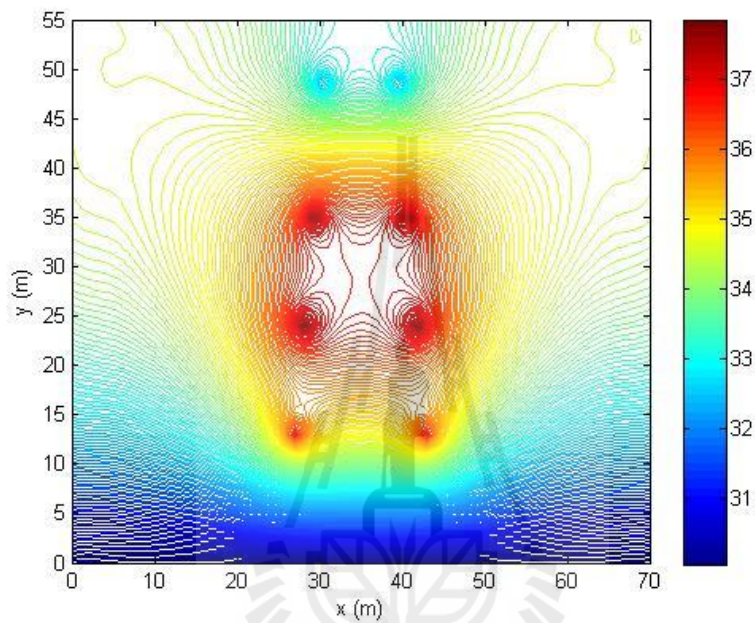
ขั้นตอนการแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : ในขั้นตอนสุดท้ายนี้ โปรแกรมจะทำการแก้ระบบสมการรวมซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิที่ประจำโนด โดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน

4.3 ผลการจำลองอุณหภูมิพร้อมวิเคราะห์ผล

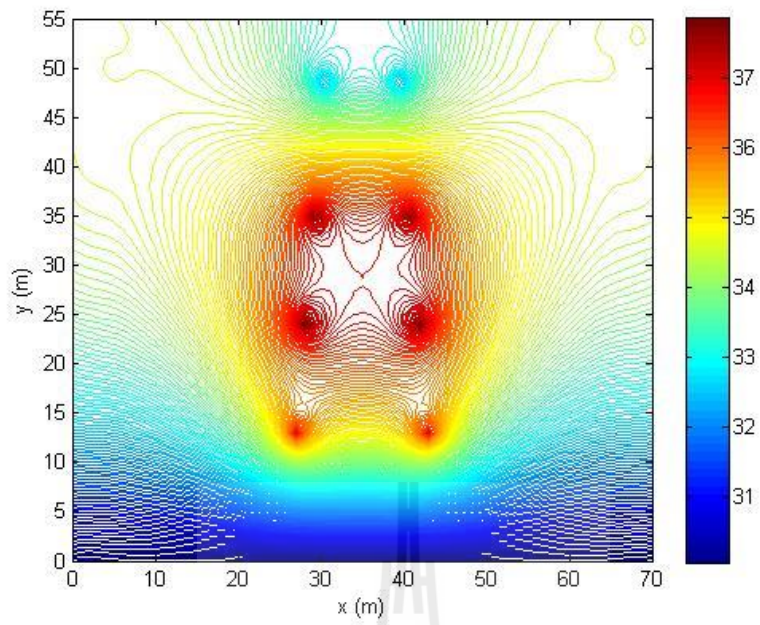
สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าอุณหภูมิของระบบสายส่งไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์ โดยจะทำการจำลองผลของระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง วงจรคู่ ขนาด 500 kV ซึ่งได้พิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงภายใต้สภาวะการจ่ายโหลดปกติและเป็นการจ่ายโหลดสมดุล ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3

4.3.1 พิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสของสายส่งกำลังไฟฟ้า

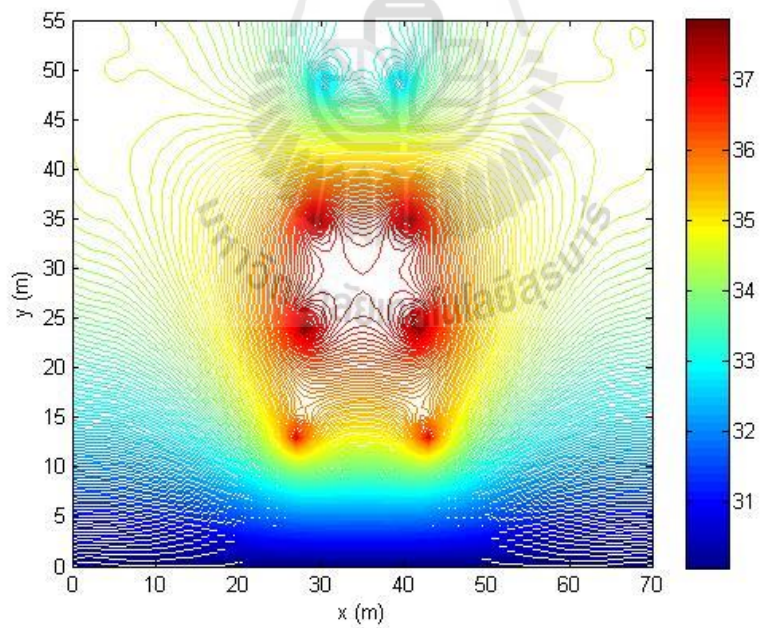
การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ใช้ MATLAB ในการพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อีลิเมนต์สำหรับคำนวณการกระจายตัวของอุณหภูมิ ค่าอุณหภูมิที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดที่ศึกษา เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสของสายส่งวงจรคู่ที่แตกต่างกันทั้ง 6 แบบ ดังแสดงด้วยตารางที่ 3.1 ในบทที่ 3 ที่ผ่านมา สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.2 – 4.7 ตามลำดับ



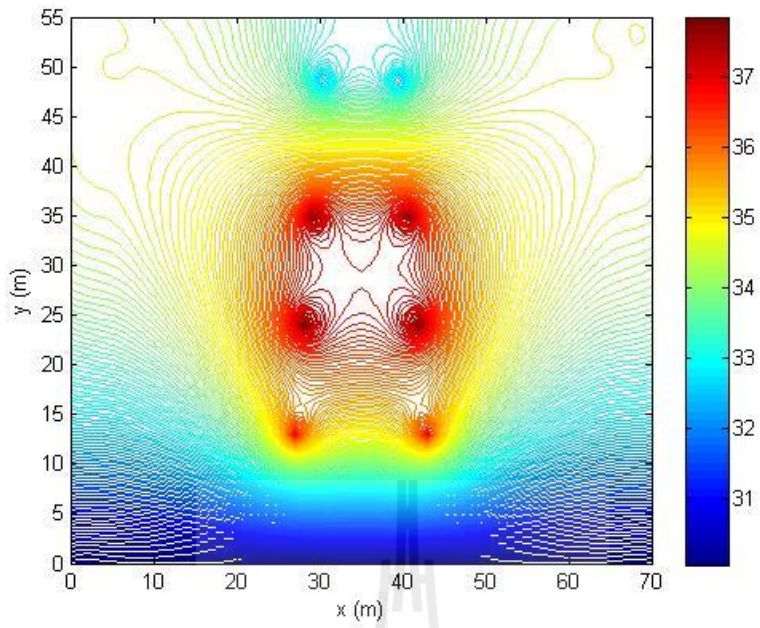
รูปที่ 4.2 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 1



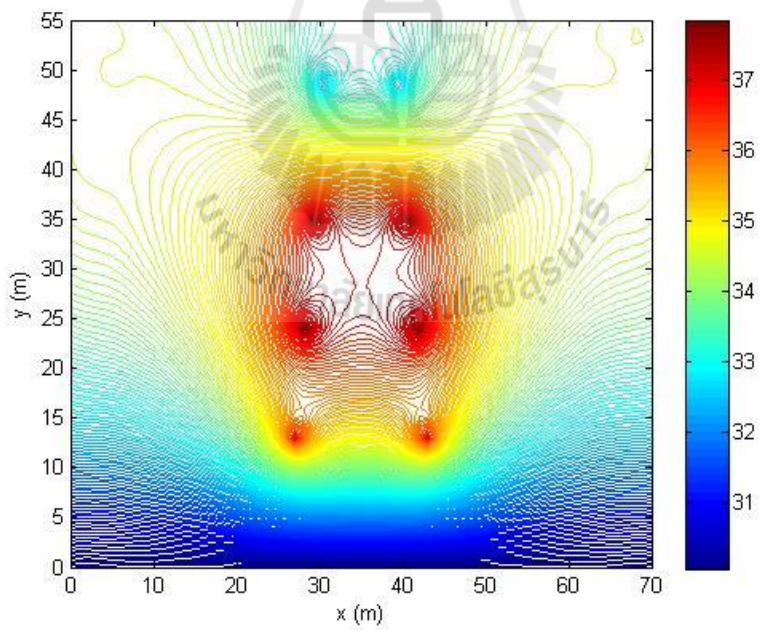
รูปที่ 4.3 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 2



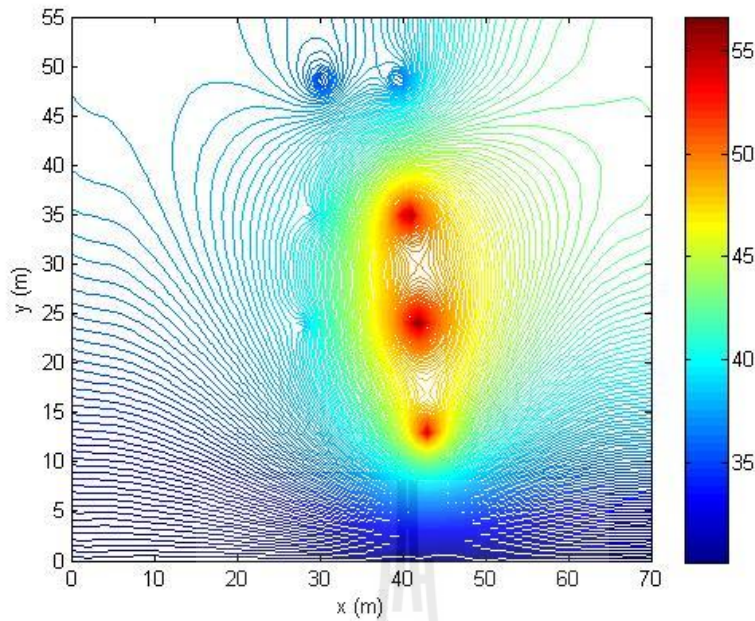
รูปที่ 4.4 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 3



รูปที่ 4.5 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 4



รูปที่ 4.6 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 5



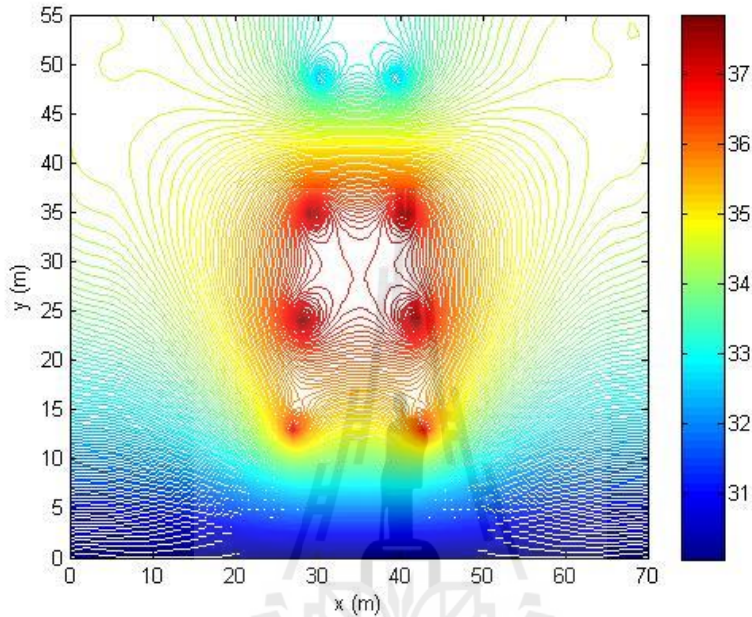
รูปที่ 4.7 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟส แบบที่ 6

จากเส้นโครงร่าง (contour) ค่าอุณหภูมิที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสในแต่ละแบบที่ปรากฏดังรูปที่ 4.2 - 4.6 ยกเว้นแบบที่ 6 ซึ่งเกิดความผิดปกติในระบบ จะสังเกตเห็นว่า เมื่อพิจารณาอุณหภูมิที่กระจายตัวออกไปทางด้านซ้ายและขวาด้านละ 35 m จากตำแหน่งบริเวณกลางแนวสายส่งไฟฟ้า (center line) (บริเวณกึ่งกลางรูป) การกระจายตัวจะมีความสมดุลตลอดทั้งพื้นที่ศึกษา โดยอุณหภูมิจะมีปริมาณสูงที่ตำแหน่งสายส่งตัวนำและจะมีค่าน้อยลงเมื่อระยะห่างจากสายส่งตัวนำมีค่ามากขึ้น โดยเป็นผลมาจากค่าสนามแม่เหล็ก ซึ่งค่าสนามแม่เหล็กจะมีผลต่ออุณหภูมิโดยตรง โดยบริเวณที่มีค่าสนามแม่เหล็กสูงจะมีค่าอุณหภูมิสูงและบริเวณที่มีค่าสนามแม่เหล็กต่ำก็จะมีค่าอุณหภูมิต่ำตามไปด้วย ซึ่งผลลัพธ์การกระจายตัวของอุณหภูมิทั้ง 5 แบบของการจัดเรียงลำดับเฟส จะมีลักษณะที่คล้ายคลึงกัน โดยมีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

และเมื่อพิจารณาการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงเมื่อเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรขึ้นในระบบที่ปรากฏดังรูปที่ 4.7 ซึ่งเป็นการจัดเรียงลำดับเฟสในแบบที่ 6 ของงานวิจัยนี้ จะสังเกตเห็นว่าเส้นโครงร่างค่าอุณหภูมิที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดเมื่อเกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรจะมีค่าสูงกว่าสภาวะการจ่ายโหลดปกติทั้ง 5 แบบ ทั้งนี้เพราะค่าของอุณหภูมิจะมีความสัมพันธ์กับค่าของสนามแม่เหล็กโดยตรง โดยปริมาณความร้อนจะมีค่าสูงตรงบริเวณสายส่งวงจรถูกัดดับที่สองซึ่งเป็นลำดับของวงจรที่เกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรขึ้น

4.3.2 พิจารณาการไขว้สายของสายส่งกำลังไฟฟ้า

ค่าอุณหภูมิที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดที่ศึกษา เมื่อพิจารณาการไขว้สายของสายส่ง วงจรคู่ที่แตกต่างกันทั้ง 6 แบบ ดังแสดงด้วยตารางที่ 3.2 ในบทที่ 3 ที่ผ่านมา จะได้ผลลัพธ์ปรากฏออกมาเท่ากันทุกประการทั้ง 6 แบบ ดังแสดงได้ดังรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.8 การกระจายตัวอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) เมื่อพิจารณาการไขว้สายทั้ง 6 แบบ

จากเส้นโครงร่าง (contour) ค่าอุณหภูมิที่กระจายตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดเมื่อพิจารณาการไขว้สายที่แตกต่างกันทั้ง 6 แบบ ซึ่งมีผลลัพธ์ปรากฏออกมาเท่ากันทุกประการในทุกแบบ จะสังเกตเห็นว่า เมื่อพิจารณาอุณหภูมิที่กระจายตัวออกไปทางด้านซ้ายและขวาด้านละ 35 m จากตำแหน่งบริเวณกลางแนวสายส่งไฟฟ้า (center line) (บริเวณกึ่งกลางรูป) การกระจายตัวจะมีความสมมูลตลอดทั้งพื้นที่ศึกษา โดยอุณหภูมิจะมีปริมาณสูงที่ตำแหน่งสายส่งตัวนำและจะมีค่าน้อยลงเมื่อระยะห่างจากสายส่งตัวนำมีค่ามากขึ้น ซึ่งเป็นผลมาจากค่าสนามแม่เหล็ก โดยบริเวณที่มีค่าสนามแม่เหล็กสูงจะมีค่าอุณหภูมิสูงและบริเวณที่มีค่าสนามแม่เหล็กต่ำก็จะมีค่าอุณหภูมิต่ำตามไปด้วย โดยผลลัพธ์การกระจายตัวของอุณหภูมิทั้ง 6 แบบ จะมีลักษณะเหมือนกันทุกประการ จึงสรุปได้ว่าการไขว้สายส่งไฟฟ้าในแต่ละช่วงของระยะทางที่มีการส่งจ่ายเป็นระยะทางไกล ไม่มีผลกระทบต่อลักษณะการกระจายตัวของอุณหภูมิแต่อย่างใด

4.4 สรุป

บทที่ 4 เป็นการอธิบายโปรแกรมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของอุณหภูมิในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูง วงจรคู่ ขนาด 500 kV ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยมีแหล่งกำเนิดความร้อนมาจากผลของสนามแม่เหล็กที่ได้จากการคำนวณในบทที่ 3 เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสและการไขว้สายในแต่ละแบบ ซึ่งโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิสามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 4.1 โดยเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสในแต่ละแบบของสายส่งที่แสดงดังตารางที่ 3.1 ในบทที่ 3 ที่ผ่านมา ผลลัพธ์การกระจายตัวของอุณหภูมิทั้ง 5 แบบแรกของการจัดเรียงลำดับเฟสจะมีลักษณะที่คล้ายคลึงกัน โดยมีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ส่วนในแบบที่ 6 ซึ่งเป็นแบบที่เกิดความผิดปกติแบบลัดวงจรขึ้น ค่าอุณหภูมิจะมีค่าสูงกว่าสภาวะการจ่ายโหลดปกติทั้ง 5 แบบแรก โดยบริเวณที่มีค่าสนามแม่เหล็กในปริมาณสูงก็จะมีค่าอุณหภูมิสูงด้วยเช่นกัน และเมื่อพิจารณาการไขว้สายในแต่ละแบบที่แสดงดังตารางที่ 3.2 ในบทที่ 3 ที่ผ่านมา ผลลัพธ์การกระจายตัวของอุณหภูมิทั้ง 6 แบบ จะมีลักษณะเหมือนกันทุกประการ จึงสรุปได้ว่าการไขว้สายส่งไม่มีผลกระทบต่อลักษณะการกระจายตัวของอุณหภูมิแต่อย่างใด



บทที่ 5

สรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุป

งานวิจัยนี้ ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยและการจำลองผลของค่าสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิที่เกิดขึ้นจากระบบส่งจ่ายไฟฟ้าแรงสูง วงจรคู่ ขนาด 500 kV ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย เพื่อพิจารณาดูผลกระทบของค่าสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสในแต่ละแบบของสายส่งที่แสดงดังตารางที่ 3.1 และการไขว้สายของสายส่งในแต่ละแบบที่แสดงดังตารางที่ 3.2 การจำลองผลได้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ ด้วยโปรแกรม MATLABTM ที่พัฒนาขึ้นเอง พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิที่เกิดขึ้น

ในบทที่ 2 เป็นขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง และอธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ โดยได้เลือกใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาลเลอร์คิน ส่วนในบทที่ 3 เป็นการอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กพร้อมนำเสนอผลการจำลองสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ โดยได้กล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลซึ่งแสดงได้ดังแผนภูมिरูปที่ 3.2 โดยเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสในแต่ละแบบของสายส่งที่แสดงดังตารางที่ 3.1 ผลลัพธ์การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กทั้ง 5 แบบแรกของการจัดเรียงลำดับเฟสซึ่งจ่ายโหลดปกติ จะมีลักษณะที่คล้ายคลึงกัน โดยมีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ส่วนในแบบที่ 6 ซึ่งเป็นแบบที่เกิดความผิดพร่องแบบลัดวงจรขึ้น ค่าขนาดของสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงกว่าสภาวะการจ่ายโหลดปกติทั้ง 5 แบบแรก และเมื่อพิจารณาการไขว้สายในแต่ละแบบที่แสดงดังตารางที่ 3.2 ผลลัพธ์การกระจายตัวของสนามแม่เหล็กทั้ง 6 แบบ จะมีลักษณะเหมือนกันทุกประการ โดยการไขว้สายส่งจะไม่มีผลกระทบต่อลักษณะการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กแต่อย่างใด และในบทที่ 4 ได้นำเสนอถึงโปรแกรมจำลองผลอุณหภูมิพร้อมนำเสนอผลการจำลองอุณหภูมิที่มีแหล่งกำเนิดความร้อนมาจากผลของสนามแม่เหล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ โดยได้กล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลซึ่งแสดงได้ดังแผนภูมिरูปที่ 4.1 ซึ่งจากผลลัพธ์ของค่าอุณหภูมิที่ได้จากการจำลองพบว่าค่าสนามแม่เหล็กมีผลโดยตรงต่ออุณหภูมิ โดยบริเวณที่มีค่าสนามแม่เหล็กในปริมาณสูงก็จะมีค่าอุณหภูมิสูงด้วยเช่นกัน ซึ่งเมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับเฟสผลลัพธ์การกระจายตัวของอุณหภูมิทั้ง 5 แบบแรกของการจัดเรียงลำดับเฟสจะมีลักษณะที่คล้ายคลึง

กันโดยมีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ส่วนในแบบที่ 6 ซึ่งเป็นแบบที่เกิดความผิดพลาดแบบ ลัดวงจรขึ้น ค่าอุณหภูมิจะมีค่าสูงกว่าสภาวะการจ่ายโหลดปกติทั้ง 5 แบบแรก และเมื่อพิจารณาการ ไขว้สายในแต่ละแบบ ผลลัพธ์การกระจายตัวของอุณหภูมิทั้ง 6 แบบ จะมีลักษณะเหมือนกันทุก ประการ โดยการไขว้สายส่งจะไม่มีผลกระทบต่อลักษณะการกระจายตัวของอุณหภูมิแต่อย่างใด

5.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต

1. โครงสร้างของระบบทั้งหมดที่ใช้ในการจำลองผลอาทิเช่น ลูกถ้วย, เสาไฟฟ้า และ อื่น ๆ ควรมีเข้ามาเพิ่มเติมในระบบ เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่ถูกต้องและชัดเจนมากขึ้น แต่ทั้งนี้ก็เป็น การเพิ่มความยุ่งยากและความซับซ้อนในการพิจารณาตามมา
2. พัฒนาโปรแกรมระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ เพื่อความเสมือนจริงมากยิ่งขึ้น



บรรณานุกรม

- ชวลิต คำรงรัตน์. (2533). การส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- นักสิทธิ์ คุ้มพัฒนาชัย. (2533). การถ่ายเทความร้อน (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2547). ไฟไนต์อิลิเมนต์ในงานวิศวกรรม (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2549). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เผด็จ เผ่าละออ. (2548). การออกแบบแนวใหม่ของมอเตอร์เหนี่ยวนำเพื่อลดการสันสะท้อนโดยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.
- พิทักษ์ ปิ่นอนงค์. (2545). การวิเคราะห์ผลกระทบจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีผลต่อสิ่งแวดล้อมใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูงเหนือพื้นดินและกรณีศึกษาการลดผลกระทบที่เกิดขึ้น. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- สมชัย อัครทิวา และขวัญจิต วงษ์ชาติ. (2545) เทอร์โมไดนามิกส์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ท็อป.
- Bastos, J.P., Sadoski, N., and Carlson, R. (1990). A modeling approach of a coupled problem between electrical current and its thermal effects. **IEEE Transaction on Magnetic**. 26 (2): 536-538.
- Benato, R., and Dughiero, F. (2003). Solution of coupled electromagnetic and thermal problems in gas-insulated transmission lines. **IEEE Transaction on Magnetic**. 39 (3): 1741-1744.
- Bission, S.H. Le G., Leonard P.J., and Rodger, D. (1993). Finite element analysis of transient electromagnetic heating effects in three dimensions. **IEEE Transaction on Magnetic**. 29 (1): 1102-1106.
- Cardelli, E., Gimignani, M., and Raugi, M. (1994). Numerical modeling of 3-D couple electromagnetic and heating diffusion problems. **IEEE Transaction on Magnetic**. 30 (5): 3335-3338.
- Carstea, D., Carstea, I., and Carstea, A. (2005). Numerical Simulation of Coupled Magnetic and Thermal Fields in Two-Bars Line. **Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services. 7th International Conference**, 1:311-314.

- Carstea, D., and Carstea, I. (2003). Simulation of couple electric and thermal fields in coaxial cables. **IEEE Proceedings of papers TELSIS**. 2: 697-700.
- Carstea, D., Carstea, I., and Carstea, A. (2007). Algorithms for numerical analysis of high-voltage insulation. **International journal of mathematic and computers in simulation**. 4(1):317-321.
- Carstea, D., Carstea, I., and Carstea, A. (2005). Numerical simulation of couple magnetic and thermal fields in two-bar line. **IEEE Proceedings of papers TELSIS**. 2: 479-482.
- Chen, Q., S., Zhang, H., Prasad, V. (2001). Heat transfer and kinetics of bulk growth of silicon carbide. **Journal of Crystal Growth**. 230, 239-246.
- Christopoulos, C. (1995). **The Transmission-Line Modeling Method: TLM**. IEEE Press: USA.
- Driesen, J., Belmans, R., and Hameyer, K. (1999). Adaptive relaxation algorithms for thermo-electromagnetic FEM problems. **IEEE Transaction on Magnetic**. 35 (3): 1622-1625.
- Electric Power Research Institute, (1975). **Transmission-Line Reference Book 345 kV and Above**. USA: Fred Weidner & Son Printers, Inc.
- Elhirbawy, M. A., Jennings, L. S., Al Dhalaan, S. M., and Keerthipala, W. W. L. (2003). Practical results and finite difference method to analyze the electric and magnetic field coupling between power transmission line and pipeline. **ISCAS'03, Proceeding of the International Symposium, IEEE**. 3: 431-434.
- Elhirbawy, M. A., Jennings, L. S., and Keerthipala, W. W. L. (2002). Variable step size for calculation of electromagnetic fields of power transmission line using finite difference techniques. **Proceeding of IEEE, TENCON'02**. 1830-1833.
- Elhirbawy, M. A., Nguyen, T. T., Jennings, L., and Keerthipala, W. W. L. (2002). Calculation of electromagnetic fields established by power transmission line using finite difference techniques. **Proceedings of the IEEE Canadian Conference on Electrical & Computer Engineering**. 311-316.
- Fagan, M. J. (1992). **Finite Element Analysis** (1st ed.). England: Longman scientific & Technical.
- Ghassemi, M., and Pasandeh, R. (2003). Thermal and electromagnetic analysis of an electromagnetic launcher. **IEEE Transaction on Magnetic**. 39 (3): 1819-1822.
- Hayt, Jr.W.H., and Buck, J.A. (2006). **Engineering electromagnetics (7th edition)**. Singapore: McGraw-Hill.

- Jang, J. Y., and Chiu, Y. W. (2007). Numerical and experimental thermal analysis for a metallic hollow cylinder subjected to step-wise electro-magnetic induction heating. **Applied Thermal Engineering**, 27, 1883-1894.
- Kim, B. T., Kwon, B. I., and Park, S. C. (1999). Reduction of electromagnetic force harmonics in asynchronous traction motor by adapting the rotor slot number. **IEEE Transactions on Magnetics**. 35 (5): 3742-3744.
- Olsen, R. G., Deno, D., and Baishiki, R. S. (1998). Magnetic fields from electric power lines theory and comparison to measurements. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 3: 2127-2136.
- Petterson, P. (1996). Principles in transmission line magnetic field reduction. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 11(3): 1587-1593.
- Preis, K., Biro, O., Buchgraber, G., and Ticar, L. (2006). Thermal-electromagnetic coupling in the finite-element simulation of power transformers. **IEEE Transactions on Magnetics**. 42(4): 999 – 1002.
- Preston, T. W., Reece, A. B. J., and Sangha, P. S. (1988). Induction motor analysis by time-stepping techniques. **IEEE Transactions on Magnetics**. 24 (1): 471-474.
- Rao, N. N., (1994). **Elements of Engineering Electromagnetics** (4 th ed). New Jersey:Prentice hall.
- Sadiku, M. N. O., and Peterson, A. F. (1990). A comparison of numerical methods for computing electromagnetic fields. **Southeastcon'90 proceeding, IEEE**. 42-47.

ประวัติผู้วิจัย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ เป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชา วิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี สำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาตรี ปริญญาโท และปริญญาเอก จากสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ดำเนินงานวิจัยด้าน Applied FEM for Electromagnetic Field, for Electrical Machine, and for Heat Transfer และ Applied AI มีผลงานวิจัยตีพิมพ์ระดับชาติและนานาชาติมากกว่า 40 เรื่อง จดสิทธิบัตร 1 ผลงาน และ ลิขสิทธิ์โปรแกรม 3 ผลงาน

นางรัฐธรรงค์ บุญวุฒิวิวัฒน์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตร บัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) และปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จาก มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา ในปี พ.ศ.2548 และ พ.ศ.2551 ตามลำดับ ปัจจุบันทำงานอยู่ที่บริษัท ซีเกท เทคโนโลยี (ประเทศไทย) จำกัด จ.นครราชสีมา ทั้งนี้มีความสนใจ ในด้านการวิเคราะห์ระบบไฟฟ้ากำลัง สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์ อิลิเมนต์ในงานระบบไฟฟ้ากำลัง