รหัสโครงการ SUT7-711-54-12-13

รายงานการวิจัย

การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ อันเป็นผลจากแท่งโรเตอร์เฉียงด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

(Analysis for Magnetic Field and Vibration of an Induction Motor Caused by Skewed Rotor Bar Using 3-D Finite Element Method)

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจาก

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

รหัสโครงการ SUT7-711-54-12-13

รายงานการวิจัย

การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ อันเป็นผลจากแท่งโรเตอร์เฉียงด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

(Analysis for Magnetic Field and Vibration of an Induction Motor Caused by Skewed Rotor Bar Using 3-D Finite Element Method)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผด็จ เผ่าละออ

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผู้ร่วมวิจัย

นายณัฐพล ประดับเพ็ชร

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2554

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

พฤศจิกายน 2556

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ได้สนับสนุนทุนวิจัยสำหรับโครงการนี้ โดยการวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ 2554

บทคัดย่อ

การสั่นสะเทือน คือ ปรากฏการณ์ของการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาของวัตถุภายใต้แรงที่มากระทำ โดยทั่วไปการสั่นสะเทือนมักเป็นสิ่งที่ไม่ต้องการ แต่หลีกเลี่ยงไม่ได้ อย่างดีที่สุดคือพยายามจำกัดขนาดของการสั่นสะเทือนให้อยู่ภายในขอบเขตที่ยอมรับได้ สำหรับมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส การสั่นสะเทือนอาจเกิดจากหลายสาเหตุ ได้แก่ ความไม่สัมพันธ์กันระหว่างจำนวนร่องของสเตเตอร์และโรเตอร์ การเยื้องศูนย์กลางของโรเตอร์ทั้งแบบสถิตและแบบพลวัต และมุมเอียงในการวางตัวของแท่งโรเตอร์ สาเหตุต่างๆ เหล่านี้อาจเกิดขึ้นได้จากการออกแบบและการผลิตที่ไม่ได้มาตรฐาน ความเสื่อมสภาพตามอายุการใช้งาน หรือเกิดจากปัจจัยภายนอกอื่นๆ ที่มากระทำ ซึ่งสาเหตุต่างๆ เหล่านี้ย่อมส่งผลกระทบต่อการกระจายตัวที่ไม่สมดุลของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์ แล้วส่งผลให้เกิดเสียงและการสั่นสะเทือนขึ้น ทำให้มีการสูญเสียทางกล สมรรถนะในการทำงานและอายุการใช้งานของมอเตอร์ลดลง ด้วยเหตุนี้ งานวิจัยชิ้นนี้จึงเกิดขึ้นเพื่อแสวงหาองค์ความรู้ด้านผลกระทบของร่องเฉียง ในการวางตัวของแท่งโรเตอร์ในมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสที่มีผลต่อการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์ โดยประยุกต์ใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นเอง เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาถึงมุมในการวางตัวของแท่งโรเตอร์ในมอเตอร์เหนี่ยวนำที่มีผลต่อการสั่นสะเทือน

ABSTRACT

Vibration is phenomenon of object motion back to back, under the force of the action. Normally, vibration is not requirement but inevitable. At best is attempt limit the size of the vibration within acceptable limit. For induction motor three phase the vibration may be due to several reasons. That is, irrelevant between the grooves of the stator and rotor, the eccentricity of the rotor both static and dynamic, and angle in the rest of the rotor bars. There is happen from design and manufacturing of non-standard, deterioration from used, or due to other factors external that act. Distortion of sine wave effective to non-distribution of balance of the magnetic field in the motor. Then, the noise and vibration is occur. Which the noise and vibration effective to mechanical loss, performance and motor life time is down. Therefore, this research is occur for contribution impact of skewed slot the rest of the rotor bars in the induction motor three phase effective to distribution of magnetic field and mechanical vibration of motor use 3-D finite element method (3-D FEM). Developed for the way of the study of angle in the rest of the rotor bars of induction motor impact to vibration.

สารบัญ

หน้า

กิตติกรรมประกาศ……………………………………………………………………………ก
บทคัดย่อภาษาไทย...….…………………………………………………………...……..……ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ………………………………………………………………………...ค
สารบัญ…………………………………………………………………………………….…..ง
สารบัญตาราง…………………………………………………………………………………ช
สารบัญรูป……………………………………………………………………………………..ฑ
บทที่ 1 บทนำ…………………………………………………………………………………...1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา…………………………………………………1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย…………………………………………………….…………..2
1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น……………………………………………………………..…...……2
1.4 ขอบเขตของการวิจัย……………………………………………………………….….....2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ……………………………………………………...….….3
1.6 การจัดรูปเล่มรายงานการวิจัย……………………………………………………………3
บทที่ 2 การคำนวณสนามแม่เหล็กของมอเตอร์เหนี่ยวนำโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ……...4
2.1 บทนำ……………………………………………………………...……….....………4
2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก………………………………………….4
2.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ…………………...……6
2.3.1 การแบ่งอิลิเมนท์ของพื้นที่ศึกษา……...………………………………...………..6
2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์………………...………………...……..8
2.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนท์……….………………………………….………9
2.3.4 การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่……………………………………………...16
2.3.5 การประกอบสมการอิลิเมนท์ขึ้นเป็นระบบ………………….………………17
2.3.6 การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย…….…...….17
2.3.7 การคำนวณค่าตัวแปรอื่นที่ต้องการ…………..……………………….……..18
2.4 สรุป…………………………………………………………………………………..19

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 3 การคำนวณการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ…..20
3.1 บทนำ…………………………………………………………………………..20
3.2 การคำนวณการสั่นสะเทือนโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ……………………...20
3.2.1 การแบ่งอิลิเมนท์ของพื้นที่ศึกษา……………………………...…………...20
3.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในและสมการของอิลิเมนท์………..…....……...……21
3.3 การหาผลเฉลยสำหรับการสั่นสะเทือน…………………………...……..……30
3.4 สรุป……………………………………………………………………………..34
บทที่ 4 โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ…......…...35
4.1 บทนำ…………………………………………………………………...………35
4.2 พารามิเตอร์ของมอเตอร์…………………………………………………………...35
4.3 การคำนวณกระแสของมอเตอร์เหนี่ยวนำ……………………………………......…40
4.3.1 แบบจำลองทางไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำ………..…………………….……40
4.3.2 แบบจำลองทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำ………………………...………......…44
4.3.3 การคำนวณกระแสของมอเตอร์เหนี่ยวนำ…………………………………...45
4.4 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล……………………………………...…...48
4.4.1 โปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก……………………………………………48
4.4.2 โปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือน…………………...………………………...52
4.5 สรุป…………………………………………………………………..……………57
บทที่ 5 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ
เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์เฉียง…………………………………………………………….59
5.1 บทนำ……………………………………………………...…………………59
5.2 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กและอภิปรายผล……………………………………...59
5.2.1 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง…..……...….59
5.2.2 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง………..70
5.2.3 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง………..80

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

5.3 ผลการจำลองการสั่นสะเทือนและอภิปรายผล……………………………………….91

5.3.1 ผลการจำลองการสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง………..….91

5.3.2 ผลการจำลองการสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง……...92

5.3.3 ผลการจำลองการสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง……...93

5.4 สรุป………………………………………………………………………..………94

บทที่ 6 สรุปและข้อเสนอแนะ……………………………………………………………96

6.1 สรุป………………………………………………………………………..………96

6.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต……………………….……………………..……97

บรรณานุกรม………………………………………………………………………………...98

ประวัติผู้วิจัย……………………………………………………………………………...104

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

4.1 พารามิเตอร์ทางไฟฟ้าและทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสขนาด 3 แรงม้า........................35

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

2.1 การแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อของมอเตอร์เหนี่ยวนำด้วยรูปทรงสี่หน้า....................................7
2.2 ภาพขยายการแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อบนบริเวณที่สำคัญ…..8
3.1 การแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อของมอเตอร์เพื่อคำนวณการสั่นสะเทือน………………...…21
3.2 อิลิเมนท์สามเหลี่ยมเมื่อพิจารณาระนาบพิกัดวงกว้าง………………………………...22
3.3 อิลิเมนท์สามเหลี่ยมเมื่อพิจารณาระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น…………………………....23
3.4 แผนภูมิการคำนวณการสั่นสะเทือนในมอเตอร์……………………………………33
4.1 ภาคตัดส่วนหนึ่งของมอเตอร์เหนี่ยวนำและมิติ (mm)……………………………...37
4.2 ภาคตัดของร่องสเตเตอร์และมิติ (mm)…………………………………………..37
4.3 ภาคตัดของร่องโรเตอร์และมิติ (mm)……………………………………………38
4.4 การพันขดลวดสเตเตอร์ของกระแสไฟ 3 เฟสใน 36 ร่อง…………………………..39
4.5 ทิศทางการไหลของกระแส ณ เวลาขณะหนึ่ง……………………………………...39
4.6 ขดลวดสเตเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส……………………………………40
4.7 ขดลวดโรเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส……………………………………..40
4.8 แบบจำลองทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำ…………………………………………..44
4.9 รูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าแต่ละเฟสที่จ่ายให้มอเตอร์……………………………………..46
4.10 รูปคลื่นกระแสไฟฟ้าแต่ละเฟสที่จ่ายให้มอเตอร์……………………………………...46
4.11 กราฟความเร็วรอบเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้จากการคำนวณ…………………………..47
4.12 กราฟมุมที่มอเตอร์หมุนเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้จากการคำนวณ……………………..47
4.13 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก……………………………49
4.14 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือน…………………………...53
5.1 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา…………………………………………………...60
5.2 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 32.7272 องศา………………………………………………60

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

5.3 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 65.4544 องศา……………………………………………………61

5.4 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 98.1816 องศา…………………………………………………...61

5.5 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา……………………………………………………………...63

5.6 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 32.7272 องศา…………………………………………………...63

5.7 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 65.4544 องศา…………………………………………………...64

5.8 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 98.1816 องศา……………………………………………………64

5.9 สนามแม่เหล็กตามแนวรัศมีที่กระทำกับฟันสเตเตอร์มื่อพิจารณา ร่องโรเตอร์แบบร่องตรงเมื่อโรเตอร์หมุนไป……………………………………………………66

5.10 แรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับฟันสเตเตอร์มื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง………….69

5.11 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา…………………………………...70

5.12 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 32.7272 องศา………………………………71

5.13 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 65.4544 องศา………………………………71

5.14 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 98.1816 องศา……………………………...72

5.15 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา……………………………………………………………...73

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

5.16 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 32.7272 องศา.......74
5.17 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 65.4544 องศา.......74
5.18 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 98.1816 องศา.......75
5.19 สนามแม่เหล็กตามแนวรัศมีที่กระทำกับฟันสเตเตอร์มื่อพิจารณา ร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไป.......77
5.20 แรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับฟันสเตเตอร์มื่อพิจารณา ร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง.......80
5.21 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา.......81
5.22 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 32.7272 องศา.......81
5.23 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 65.4544 องศา.......82
5.24 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์ แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 98.1816 องศา.......82
5.25 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา.......84
5.26 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 32.7272 องศา.......84
5.27 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 65.4544 องศา.......85

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

5.28 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 98.1816 องศา……85

5.29 สนามแม่เหล็กตามแนวรัศมีที่กระทำกับฟันสเตเตอร์มื่อพิจารณา ร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไป…….87

5.30 แรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับฟันสเตเตอร์มื่อพิจารณา ร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง……90

5.31 การกระจัดตามแนวแกนรัศมีของมอเตอร์เมื่อพิจารณา ร่องโรเตอร์แบบร่องตรง…...91

5.32 การกระจัดตามแนวแกนรัศมีของมอเตอร์เมื่อพิจารณา ร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง……92

5.33 การกระจัดตามแนวแกนรัศมีของมอเตอร์เมื่อพิจารณา ร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง……94

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การสั่นสะเทือน คือ ปรากฏการณ์ของการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาของวัตถุภายใต้แรงที่กระทำ ซึ่งอาจเป็นแรงกระทำจากภายในที่ก่อให้เกิดการสั่นสะเทือนแบบอิสระ (free vibration) โดยสั่นด้วยความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) ซึ่งอาจมีความถี่เดียวหรือหลายความถี่ก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของระบบ หรือเป็นแรงกระทำจากภายนอกที่ก่อให้เกิดการสั่นสะเทือนแบบบังคับ (forced vibration) โดยสั่นด้วยความถี่เท่ากับความถี่ของแรงภายนอกที่มากระทำ และถ้าความถี่ที่มากระทำเท่ากับความถี่ธรรมชาติ จะทำให้เกิดปรากฏการณ์เรโซแนนซ์ (resonance) นั่นคือขนาดของการสั่นสะเทือนจะถูกขยายขึ้นจนทำให้เกิดความเสียหายแก่ระบบได้ โดยทั่วไปการสั่นสะเทือนมักเป็นสิ่งไม่ต้องการ แต่หลีกเลี่ยงไม่ได้ อย่างดีที่สุดคือพยายามจำกัดขนาดของการสั่นสะเทือนให้อยู่ภายในขอบเขตที่ยอมรับได้ สำหรับมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสการสั่นสะเทือนอาจเกิดจากหลายสาเหตุได้แก่ ความไม่สัมพันธ์กันระหว่างจำนวนร่องสเตเตอร์และโรเตอร์ การเยื้องศูนย์กลางของโรเตอร์ทั้งแบบสถิต (static eccentricity) และแบบพลวัต (dynamic eccentricity) และการนำอินเวอร์เตอร์มาใช้ปรับเปลี่ยนค่าความเร็วรอบแล้วส่งผลให้แหล่งจ่ายไฟฟ้าที่จ่ายเข้ามอเตอร์เป็นรูปคลื่นไซน์ที่บิดเบี้ยว สาเหตุต่างๆเหล่านี้อาจเกิดขึ้นได้จากการออกแบบและการผลิตที่ไม่ได้มาตรฐาน ความเสื่อมสภาพตามอายุการใช้งาน หรือเกิดจากปัจจัยภายนอกอื่นๆ ที่มากระทำ ซึ่งสาเหตุต่างๆ เหล่านี้ย่อมส่งผลต่อการกระจายตัวที่ไม่สมดุลของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์ แล้วส่งผลให้เกิดเสียงและการสั่นสะเทือนขึ้น ทำให้มีการสูญเสียทางกล สมรรถนะในการทำงานและอายุการใช้งานของมอเตอร์ลดลง อีกทั้งประสิทธิภาพในการทำงานของบุคลากรที่ควบคุมเครื่องจักรก็จะลดลงตามไปด้วย อย่างไรก็ตาม ณ ปัจจุบันสำหรับประเทศไทย ปัญหาเรื่องเสียงและการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นในมอเตอร์เหนี่ยวนำซึ่งเป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย ก็ยังถูกมองข้ามและขาดการเอาใจใส่อย่างจริงจัง

ปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ส่วนใหญ่ สามารถใช้การอธิบายด้วยสมการอนุพันธ์ (differential equation) หรือสมการอินทิกรัล (integral equation) สมการอนุพันธ์บางรูปแบบอาจหาผลเฉลยแม่นตรงได้ยากหรือทำไม่ได้ จึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณนั้นมีหลายวิธี วิธีที่ได้รับความนิยมกันอย่างกว้างขวางในอดีตที่ผ่านมาคือ วิธี

ผลต่างสืบเนื่อง (finite difference method) ซึ่งเป็นวิธีการที่ง่ายแก่การศึกษาและการทำความเข้าใจ รวมไปถึงความสะดวกในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ส่วนข้อเสียของการใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องมีหลายประการเช่น ความไม่สะดวกในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต และที่สำคัญที่สุดคือ ความยากลำบากในการประยุกต์วิธีการนี้เพื่อใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างลักษณะที่ซับซ้อนอย่างเช่นโครงสร้างหรือชิ้นส่วนต่างๆ ของเครื่องจักรกลไฟฟ้า สาเหตุของความยากลำบากดังกล่าวมีส่วนก่อให้เกิดวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณวิธีใหม่ที่เรียกว่า วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ (finite element method: FEM) ซึ่งวิธีนี้สามารถนำมาใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างลักษณะซับซ้อนใดๆ ก็ได้โดยสามารถจำลองรูปร่างลักษณะดั้งเดิมที่แท้จริงได้ใกล้เคียงและเที่ยงตรงกว่า

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 เพื่อพัฒนาองค์ความรู้ด้านการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส

1.2.2 เพื่อพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ สำหรับคำนวณค่าสนามแม่เหล็กของมอเตอร์เหนี่ยวนำและการแปลงพลังงานไปอยู่ในรูปทางกล ให้สามารถคำนวณได้อย่างถูกต้อง

1.2.3 เพื่อแสวงหาองค์ความรู้ด้านผลกระทบของร่องโรเตอร์เฉียง (skewed slot) ในการวางตัวของแท่งโรเตอร์ในมอเตอร์เหนี่ยวนำที่มีผลต่อการสั่นสะเทือนทางกลของตัวมอเตอร์ โดยประยุกต์ใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

1.3.1 มอเตอร์อยู่ในสภาพสมบูรณ์ ไม่มีการเยื้องศูนย์กลางของโรเตอร์ และแหล่งจ่ายไฟฟ้าเป็นรูปคลื่นไซน์ที่สมบูรณ์

1.3.2 กำหนดให้การวางตัวของขดลวดสเตเตอร์เต็มร่องตลอดทั้งชั้นบนและชั้นล่างของร่องสเตเตอร์เมื่อพิจารณาการพันขดลวดเป็นแบบสองชั้น (double layer winding)

1.3.3 ไม่พิจารณาบริเวณตัวนำรูปวงแหวน (end ring) ที่ยึดอยู่ที่ปลายทั้งสองด้านของแท่งตัวนำ (rotor bar)

1.3.4 วัสดุที่ใช้ทำมอเตอร์มีคุณสมบัติเป็นไอโซทรอปิก (isotropic) และความเป็นเนื้อเดียวกัน (homogeneous)

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1.4.1 ใช้ MATLAB^{TM} เพื่อพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับวิเคราะห์ปัญหาสนามแม่เหล็กที่ทำให้เกิดการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เหนี่ยวนำ

1.4.2 พิจารณามอเตอร์เหนี่ยวนำ 3 เฟส 4 ขั้ว ชนิดกรงกระรอก (squirrel cage)

1.4.3 ดำเนินการคำนวณเพื่อพัฒนาองค์ความรู้ด้านผลของแท่งโรเตอร์เฉียงที่มีผลต่อการสั่นสะเทือนทางกล

1.4.4 วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ที่ใช้ในการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนเป็นแบบ 3 มิติ

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.5.1 ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาจริงในการออกแบบและวิเคราะห์การสั่นสะเทือนในมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส

1.5.2 ได้ข้อสรุปอันเป็นผลประโยชน์เกี่ยวกับมุมในการวางตัวของแท่งโรเตอร์ที่ส่งผลต่อการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำ

1.6 การจัดรูปเล่มรายงานการวิจัย

รายงานการวิจัยนี้ประกอบด้วย 6 บท ซึ่งมีรายละเอียดโดยย่อดังนี้

บทที่ 1 เป็นบทนำซึ่งจะกล่าวถึงความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ และเป้าหมายของการวิจัย ตลอดจนขอบเขต และประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัยนี้

บทที่ 2 มีเนื้อหาว่าด้วย แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์ และขั้นตอนต่างๆ ในการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กดังกล่าว

บทที่ 3 มีเนื้อหาว่าด้วย แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ และขั้นตอนต่างๆ ในการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อคำนวณหาค่าการสั่นสะเทือนดังกล่าว

บทที่ 4 อธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบ 3 มิติ โดยกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่ประยุกต์ใช้ในการจำลองผล รวมถึงอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมจำลอง

บทที่ 5 กล่าวถึงผลลัพธ์ของการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กและขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ขนาดเล็กจากโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น เมื่อพิจารณารูปร่างของร่องโรเตอร์แบบร่องตรงเทียบกับรูปร่างของร่องโรเตอร์แบบเฉียง พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลทางกายภาพของร่องโรเตอร์แบบเฉียงว่าส่งผลต่อการสั่นสะเทือนในมอเตอร์อย่างไร

บทที่ 6 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะ พร้อมงานวิจัยที่จะดำเนินการต่อ

บทที่ 2
การคำนวณสนามแม่เหล็กของมอเตอร์เหนี่ยวนำโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

2.1 บทนำ

วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ได้รับความนิยมมาก เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีความเร็วสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ ทำให้สามารถคำนวณงานต่างๆ ด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น การคำนวณสนามแม่เหล็กในมอเตอร์เหนี่ยวนำที่มีความซับซ้อน จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์มาใช้ในการแก้ปัญหา ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์เหนี่ยวนำ และประยุกต์วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กนี้

2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก

ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็ก **B** สามารถดำเนินการได้โดยเลี่ยงไปคำนวณหาศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** ก่อน เนื่องจากสามารถคำนวณได้ง่ายกว่า โดยสนามแม่เหล็ก **B** สามารถคำนวณได้ด้วยการเคิร์ลศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** เท่านั้น ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\mathrm{B} = \nabla \times \mathrm{A} \tag{2.1}$$

การคำนวณสนามแม่เหล็กในมอเตอร์เหนี่ยวนำ จึงเริ่มจากการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็ก ซึ่งตั้งต้นจากการศึกษาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงค่าตามเวลา (William, 1989) โดยศึกษาได้จากกฎของฟาราเดย์ (Faraday's law) ที่กล่าวว่า สนามแม่เหล็กที่แปรผันตามเวลาจะเหนี่ยวนำให้เกิดสนามไฟฟ้า **E** ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\nabla \times \mathrm{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{2.2}$$

แทนสมการที่ (2.1) ลงในสมการที่ (2.2) จะได้

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\nabla \times \mathbf{A} \tag{2.3}$$

และจากกฎของแอมแปร์ (Ampere's law) ที่ใช้กับสนามที่แปรตามเวลา เมื่อสมมติให้ความหนาแน่นกระแสกระจัด (displacement current density) มีค่าเป็นศูนย์ (Demerdash and Gillott, 1974) และ (Fu, 1999) เนื่องจากแหล่งจ่ายมีค่าความถี่ต่ำ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J_0} + \mathbf{J_e} \tag{2.4}$$

เมื่อ $\mathbf{H}$ คือความเข้มสนามแม่เหล็ก, $\mathbf{J_0}$ คือความหนาแน่นของกระแสภายนอก (external current density) และ $\mathbf{J_e}$ คือความหนาแน่นของกระแสวน (eddy current density) ซึ่งได้จากกฎของโอห์ม โดยที่

$$\mathbf{J_e} = \sigma \mathbf{E} \tag{2.5}$$

เมื่อ σ คือสภาพนำทางไฟฟ้า (electrical conductivity) และจากความสัมพันธ์ของสมการที่ (2.3) จึงได้

$$\mathbf{J_e} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \tag{2.6}$$

นำสมการที่ (2.1) และ (2.6) แทนค่าลงไปในสมการที่ (2.4) จะได้

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu}\nabla \times \mathbf{A}\right) + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J_0} \tag{2.7}$$

จากการศึกษาคุณสมบัติของ $\mathbf{A}$ พบว่า จึงได้สมการของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กดังสมการที่ (2.8)

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\mu \mathbf{J_0} \tag{2.8}$$

ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส ซึ่งกระแสเหนี่ยวนำในวงจรโรเตอร์จะขึ้นอยู่กับค่าสลิป s ของมอเตอร์ด้วย เมื่อพิจารณามอเตอร์ในสามมิติตามระนาบพิกัด *xyz* ซึ่งแปรผันตามเวลา จึงสามารถคำนวณได้จากสมการ โดยสมการจะปรากฏอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation: PDE) อันดับสอง สามารถแสดงด้วยสมการที่ (2.9) (Vassent, Meunier, and Foggia, 1991), (Nagwa, Anthony, and Graham, 1992) และ (Fu,1999) ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\right)-s\sigma\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}+\mathbf{J}_0=0 \tag{2.9}$$

โดยที่ μ คือ ความซาบซึมได้ของแม่เหล็ก (magnetic permeability)

σ คือ สภาพนำทางไฟฟ้า (electrical conductivity)

s คือ ค่าสลิป (slip) ของมอเตอร์

$\mathbf{J}_0$ คือ ความหนาแน่นของกระแสภายนอก (external current density)

จากสมการที่ (2.9) ซึ่งเป็นการสมมติให้สนามแม่เหล็กวางตัวตามพื้นที่หน้าตัดในระนาบพิกัด xy ของมอเตอร์ ดังนั้นการพิจารณาเทอมของ A และ $\mathbf{J}_0$ จะปรากฏเฉพาะส่วนประกอบแกน z เท่านั้น

2.3 การคำนวณสนามแม่เหล็กโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

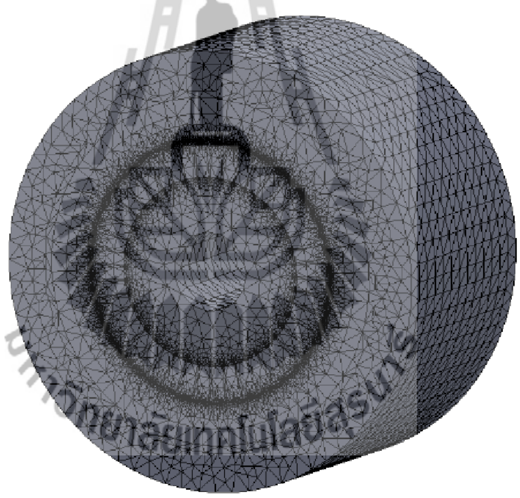
สืบเนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กของมอเตอร์เหนี่ยวนำ ดังแสดงในสมการที่ (2.9) หาผลเฉลยแม่นตรงได้ยาก ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่างๆ ดังนี้

2.3.1 การแบ่งอิลิเมนท์ของพื้นที่ศึกษา

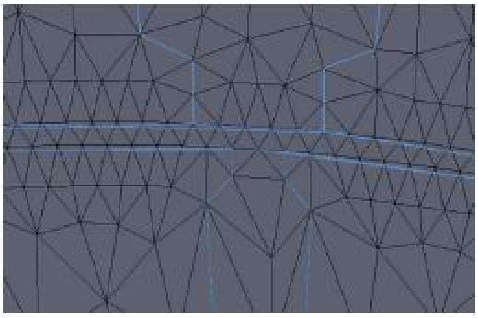
ขั้นตอนแรกเริ่มจากการแบ่งพื้นที่ย่อยของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ ซึ่งในที่นี้จะใช้อิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้า (tetrahedral) โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใดๆ บนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้นซึ่งงานวิจัยนี้จะดำเนินการแบ่งพื้นที่ย่อย โดยอาศัยโปรแกรมสำเร็จรูป Solid Work และได้ผลลัพธ์ออกมาดังรูปที่ 2.1 ซึ่งเป็นตัวอย่างการแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อบนพื้นที่ของ

มอเตอร์ โดยมอเตอร์มีจำนวนร่องของสเตเตอร์และโรเตอร์ทั้งหมดเท่ากับ 36 และ 44 ร่อง ตามลำดับ และการพันขดลวดสเตเตอร์เป็นแบบสองชั้น ส่วนรูปที่ 2.2 เป็นการขยายให้เห็นถึงความละเอียดในการแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อบนบริเวณพื้นที่ที่สำคัญ

ในงานวิจัยนี้การแบ่งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ออกเป็นอิลิเมนท์ จะพิจารณาแยกพื้นที่กันออกเป็น 3 ส่วน ได้แก่ ส่วนของพื้นที่สเตเตอร์ ส่วนของพื้นที่โรเตอร์ และส่วนของพื้นที่ช่องอากาศระหว่างสเตเตอร์และโรเตอร์ โดยส่วนของพื้นที่สเตเตอร์การแบ่งอิลิเมนท์จะกระทำเพียงครั้งเดียว ทั้งนี้เพราะส่วนของสเตเตอร์ถูกยึดอยู่กับที่ ในส่วนของพื้นที่โรเตอร์การแบ่งอิลิเมนท์ดำเนินการเพียงครั้งเดียวเช่นกัน แต่เมื่อพิจารณาถึงตำแหน่งพิกัดของจุดต่อบนพื้นที่แล้ว จะต้องคำนึงถึงมุมของโรเตอร์ที่หมุนเปลี่ยนแปลงไปด้วย



รูปที่ 2.1 การแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อของมอเตอร์เหนี่ยวนำด้วยรูปทรงสี่หน้า



รูปที่ 2.2 ภาพขยายการแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อบนบริเวณที่สำคัญ

2.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์

ขั้นตอนนี้เป็นการเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ (element interpolation function) โดยเมื่อสมมติลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้น จึงได้

$$A(x, y, z) = A_1N_1 + A_2N_2 + A_3N_3 + A_4N_4 \tag{2.10}$$

โดยที่ N_n , n = 1, 2, 3, 4 คือฟังก์ชันการประมาณภายนอิลิเมนท์ และ A_n , n = 1, 2, 3, 4 คือผลลัพธ์ของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กในแต่ละจุดต่อ (1, 2, 3, 4) ของอิลิเมนท์ ซึ่ง

$$N_n = \frac{1}{6V}(a_n + b_nx + c_ny + d_nz) \tag{2.11}$$

V คือปริมาตรของรูปทรงสี่หน้าของแต่ละอิลิเมนท์ ซึ่งหาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธ์ดังนี้

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \tag{2.12}$$

โดยที่

$$
\begin{aligned}
a_1 &= x_4(y_2z_3 - y_3z_2) + x_3(y_4z_2 - y_2z_4) + x_2(y_3z_4 - y_4z_3) \\
a_2 &= x_4(y_3z_1 - y_1z_3) + x_3(y_1z_4 - y_4z_1) + x_1(y_4z_3 - y_3z_4) \\
a_3 &= x_4(y_1z_2 - y_2z_1) + x_2(y_4z_1 - y_1z_4) + x_1(y_2z_4 - y_4z_2) \\
a_4 &= x_3(y_2z_1 - y_1z_2) + x_2(y_1z_3 - y_3z_1) + x_1(y_3z_2 - y_2z_3) \\
b_1 &= y_4(z_3 - z_2) + y_3(z_2 - z_4) + y_2(z_4 - z_3) \\
b_2 &= y_4(z_1 - z_3) + y_1(z_3 - z_4) + y_3(z_4 - z_1) \\
b_3 &= y_4(z_2 - z_1) + y_2(z_1 - z_4) + y_1(z_4 - z_2) \\
b_4 &= y_3(z_1 - z_2) + y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1) \\
c_1 &= x_4(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_4) + x_3(z_4 - z_2) \\
c_2 &= x_4(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_4) + x_1(z_4 - z_3) \\
c_3 &= x_4(z_1 - z_2) + x_1(z_2 - z_4) + x_2(z_4 - z_1) \\
c_4 &= x_3(z_2 - z_1) + x_2(z_1 - z_3) + x_1(z_3 - z_2) \\
d_1 &= x_4(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_4) + x_2(y_4 - y_3) \\
d_2 &= x_4(y_1 - y_3) + x_1(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_1) \\
d_3 &= x_4(y_2 - y_1) + x_2(y_1 - y_4) + x_1(y_4 - y_2) \\
d_4 &= x_3(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1)
\end{aligned}
\tag{2.13}
$$

2.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนท์

ขั้นตอนนี้เป็นการสร้างสมการอิลิเมนท์ (element formulation) ซึ่งขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ อย่างในกรณีอิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้า รูปแบบทั่วไปของสมการของอิลิเมนท์สำหรับปัญหาที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา สามารถแสดงได้ดังนี้ (Huebner, Dewhirst, Smith, and Byrom, 2001)

$$[M]\{\dot{A}\} + [K]\{A\} = \{F\} \tag{2.14}$$

โดย $\{A\}$ คือ เวกเตอร์ของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กซึ่งเป็นตัวไม่ทราบค่าที่จุดต่อ และ $\{\dot{A}\}$ คือเวกเตอร์ของอนุพันธ์อันดับหนึ่งของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก สมการที่ (2.14) นี้สามารถประดิษฐ์ขึ้นได้โดยตรงจากสมการเชิงอนุพันธ์ โดยการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง ซึ่งถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่างๆ ในปัจจุบัน และวิธีนี้ยังสามารถจำแนกแยกย่อยออกไปได้อีกเช่นวิธีของกาเลอร์คิน (Galerkin) ซึ่งเมทริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ ปกติ

แล้วจะมีความสมมาตร จึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหาขนาดใหญ่อย่างเช่นปัญหาในงานวิจัยนี้

การสร้างสมการของอิลิเมนท์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้คือ หากแทนผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (2.9) จะไม่ได้ค่าเท่ากับศูนย์ แต่จะมีค่าเท่ากับ R ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.15)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\right)-s\sigma\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}+\mathbf{J}_0=R \tag{2.15}$$

ซึ่ง R เรียกว่าเศษตกค้าง (residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแม่นตรงของปัญหาเศษตกค้าง R ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าเที่ยงตรงมากที่สุด และในงานวิจัยนี้ วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างได้ใช้วิธีของกาเลอร์คิน (Preston, Reece, and Sangha, 1988) และ (Kim, Kwon, and Park, 1999) ซึ่งวิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (weighting function: W) แล้วอินทิเกรตรอบปริมาตร(V) และกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\int_v W_n R\,dV = 0 \quad , \; n = 1,2,3,4 \tag{2.16}$$

งานวิจัยนี้เลือกอิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อในการคำนวณ ดังนั้นจุดที่ไม่ทราบค่าจะมี 4 จุด ซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสี่ ดังนั้นจึงต้องการ 4 สมการในการแก้ปัญหาจุดที่ไม่ทราบค่า ดังสมการที่ (2.16) จะต้องมีค่า n = 1 , 2 , 3 ,4 และโดยปกติเราจะเลือก $W_n = N_n$ ซึ่งเรียกว่าบับโนฟ-กาเลอร์คิน (Bubnov-Galerkin) ดังนั้นเมื่อแทน R ด้วยสมการที่ (2.15) ลงในสมการที่ (2.16) จึงได้

$$\int_V N_n\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\right)-s\sigma\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}+\mathbf{J}_0\right)dV=0 \tag{2.17}$$

$$\int_v N_n\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\right)\right)dv-\int_v N_n s\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right)dv+\int_v\left(N_n\mathbf{J}_0\right)dv=0 \tag{2.18}$$

พิจารณาการอินทิเกรตทีละพจน์ของสมการที่ (2.18) สำหรับพจน์แรกซึ่งเป็นพจน์อนุพันธ์อันดับสองใช้วิธีการอินทิเกรตทีละส่วน (integrate by parts) โดยจะใช้ทฤษฎีบทของเกาส์ (Gauss's theorem) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\int_v u(\nabla.\mathbf{V})dv = \int_\Gamma u(\mathbf{V}.\mathbf{n})d\Gamma - \int_v (\nabla u.\mathbf{V})dv \tag{2.19}$$

Γ คือขอบเขตของอิลิเมนท์เมื่อเปรียบเทียบสมการที่ (2.19) กับพจน์แรกของสมการที่ (2.18) จะได้

$$u = N_n$$

$$\nabla.\mathbf{V} = \frac{\partial}{\partial x}(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z})$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial}{\partial x}\boldsymbol{j} + \frac{\partial}{\partial x}\boldsymbol{k}$$

$$\mathbf{V} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\boldsymbol{k}$$

และเนื่องจาก $\mathbf{n}$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบเขตของอิลิเมนท์ Γ

$$\mathbf{n} = n_x\boldsymbol{i} + n_y\boldsymbol{j} + n_z\boldsymbol{k}$$

$$\mathbf{V}.\mathbf{n} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}n_x + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}n_y + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}n_z$$

$$u(\mathbf{V}.\mathbf{n}) = N_n\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}n_x + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}n_y + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}n_z\right)$$

$$\nabla u = \frac{\partial N_n}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial N_n}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial N_n}{\partial z}\boldsymbol{k}$$

$$\nabla u.\mathbf{V} = \frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} + \frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2.18) เมื่อ n = 1, 2, 3, 4 จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\int_\Gamma N_n\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}n_x + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}n_y + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}n_z\right)d\Gamma - \int_v\left(\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}+\frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}+\frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\right)dv -$$
$$\int_v N_n s\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right)dv + \int_v\left(N_n\mathbf{J}_0\right)dv = 0 \qquad (2.20)$$

พิจารณาพจน์แรกทางด้านซ้ายมือของสมการที่ (2.20) ซึ่งเป็นพจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของอิลิเมนท์ Γ ที่มีคุณสมบัติทางกายภาพคือปริมาณกระแสตลอดขอบนอกของอิลิเมนท์นั้นๆ อนึ่ง อิลิเมนท์นั้นๆ อาจวางตัวอยู่ภายในหรืออยู่ติดขอบนอกของพื้นที่ศึกษา หากอิลิเมนท์ที่พิจารณาอยู่ตรงตำแหน่งขอบนอกของพื้นที่ศึกษา เงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann condition) จะถูกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้เพื่อเป็นเงื่อนไขตรงขอบนอกของพื้นที่ศึกษา เงื่อนไขนี้เป็นการกำหนดค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งของตัวแปรตามที่ขอบเขตนั้น ซึ่งในปัญหาของงานวิจัยนี้ มีเงื่อนไขขอบเขตแสดงได้ดังสมการที่ (2.21) (Nagwa, Anthony, and Graham, 1992) นั่นคือศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** มีค่าคงที่ตลอดตามขอบของพื้นที่ศึกษา หรือหมายถึงไม่มีการไหลของกระแสไฟฟ้าผ่านบริเวณขอบนอกของมอเตอร์เหนี่ยวนำ (ปริมาณกระแสที่ไหลผ่านขอบเท่ากับศูนย์) และหากอิลิเมนท์ที่พิจารณาอยู่วางตัวอยู่ภายในพื้นที่ศึกษาโดยมีอิลิเมนท์อื่นๆ ล้อมรอบค่าปริมาณกระแสที่ไหลผ่านจุดต่อภายในจุดต่อหนึ่งของอิลิเมนท์นี้ต้องอยู่ในสภาวะสมดุลกับปริมาณกระแสจากอิลิเมนท์ที่อยู่ล้อมรอบ ดังนั้นปริมาณกระแสที่ไหลเข้าและออกจุดต่อจึงต้องหักล้างกันหมดเท่ากับศูนย์เพื่อก่อให้เกิดสภาวะการไหลของกระแสที่สมดุล ดังนั้นจึงได้สมการไฟไนท์อิลิเมนท์ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.22) และเนื่องจากสมการที่ (2.22) มีทั้งหมด 4 สมการ เราสามารถเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์นี้ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (2.23)

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \qquad (2.21)$$

$$\int_v\left(\frac{\partial N_n}{\partial x}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}+\frac{\partial N_n}{\partial y}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}+\frac{\partial N_n}{\partial z}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\right)dv + \int_v N_n s\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right)dv = \int_v\left(N_n\mathbf{J}_0\right)dv \qquad (2.22)$$

$$\int_v \left(\left[\frac{\partial N_n}{\partial x}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \left[\frac{\partial N_n}{\partial y}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} + \left[\frac{\partial N_n}{\partial z}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} \right) dv + \int_v \left[N_n\right]_{4\times1} s\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) dv = \int_v \left[N_n\right]_{4\times1} \mathbf{J}_0 dv \quad (2.23)$$

และจากสมการที่ (2.10) จึงได้ลักษณะการกระจายของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** โดยประมาณในแต่ละอิลิเมนท์เป็น

$$A(x,y,z) = [N]_{1\times4}[A]_{4\times1}$$

ดังนั้น

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times4}[A]_{4\times1} \qquad \frac{\partial A}{\partial y} = \left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times4}[A]_{4\times1} \qquad \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{1\times4}[A]_{4\times1}$$

และสมการไฟไนท์อิลิเมนท์จึงกลายมาเป็น

$$\begin{aligned} &\int_v \left(\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times4} + \left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times4} + \left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial A}{\partial z}\right]_{1\times4} \right) dv[A]_{4\times1} + \\ &\int_v [N]_{4\times1} s\sigma [N]_{1\times4} dv[\dot{A}] = \int_v [N]_{4\times1} \mathbf{J}_0 dv \end{aligned} \quad (2.24)$$

หรือเขียนสมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับแต่ละอิลิเมนท์ที่ประกอบด้วย 4 สมการดังนี้

$$[M]_{4\times4}\{\dot{\mathrm{A}}\}_{4\times1} + [K]_{4\times4}\{\mathrm{A}\}_{4\times1} = \{F\}_{4\times1} \quad (2.25)$$

โดยที่ $[M]_{4\times4}$ = เมทริกซ์การนำไฟฟ้า

$[K]_{4\times4}$ = เมทริกซ์ความซาบซึมได้ของแม่เหล็ก

$\{F\}_{4\times1}$ = โหลกเวกเตอร์กระแสที่ผลิตขึ้นเอง

เมทริกซ์การนำทางไฟฟ้า: $[M]_{4\times4}$

$$[M]_{4\times4} = \int_v [N]_{4\times1} s\sigma [N]_{1\times4} dv \quad (2.26)$$

จากสมการที่ (2.11) ฟังก์ชันการประมาณภายในแสดงได้ดังนี้

$$N_n = \frac{1}{6V}(a_n + b_n x + c_n y + d_n z) \qquad n = 1,2,3,4 \tag{2.27}$$

จากสมการที่ (2.27) และหากค่าสภาพนำทางไฟฟ้า σ มีค่าคงที่ ดังนั้นสมการที่ (2.26) จึงกลายเป็น

$$\left[M\right]_{4\times4} = s\sigma\int_v \left[N\right]_{4\times1}\left[N\right]_{1\times4} dv \qquad n,m = 1,2,3,4 \tag{2.28}$$

สมการที่ (2.28) นี้สามารถคำนวณได้ง่ายโดยใช้สูตรการอินทิเกรตตลอดปริมาตรรูปทรงสี่หน้า (อานนท์ อิศรมงคลรักษ์, 2552) ดังแสดงได้ด้วยสมการที่ (2.29)

$$\int_v N_1^a N_2^b N_3^c N_4^d dv = \frac{a!b!c!d!}{(a+b+c+d+3)!} 6V \tag{2.29}$$

สมการที่ (2.28)สามารถแบ่งการพิจารณาออกเป็น 2 กรณีคือ $N_n = N_m$ และ $N_n \neq N_m$ ในกรณีที่ $N_n = N_m$ และยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 ของรูปทรงสี่หน้า จึงได้ a = 2, b = 0, c = 0, d = 0 ดังนั้นจากสมการที่ (2.29) จะได้

$$\int_v N_1^2 dv = \frac{2!0!0!0!}{(2+0+0+0+3)!} 6V = \frac{2V}{20}$$

ในกรณีที่ $N_n \neq N_m$ และยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 และ2 จึงได้ a = 1, b = 1, c = 0, d =0 ดังนั้นจากสมการที่ (2.29) จะได้

$$\int_v N_1^1 N_2^1 dv = \frac{1!1!0!0!}{(1+1+0+0+3)!} 6V = \frac{V}{20}$$

ที่จุดต่ออื่นๆ ของรูปทรงสี่หน้าก็ได้รับการพิจารณาในลักษณะนี้เช่นกัน ดังนั้นจากสมการที่ (2.29) จึงได้เมทริกซ์การนำทางไฟฟ้า $[M]_{4\times4}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.30) ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าเมทริกซ์ $[M]_{4\times4}$ จะมีค่าคงที่ที่ขึ้นอยู่กับรูปร่างของอิลิเมนท์

$$[M]_{4\times4} = \frac{s\sigma V}{20}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

เมทริกซ์ความซาบซึมได้ของแม่เหล็ก: $[K]_{4\times4}$

$$[K]_{4\times4} = \int_v \left(\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]_{1\times4} + \left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial N}{\partial y}\right]_{1\times4} + \left[\frac{\partial N}{\partial z}\right]_{4\times1} \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial A}{\partial z}\right]_{1\times4} \right) dv \tag{2.31}$$

และจากฟังก์ชันการประมาณภายใน ในสมการที่ (2.27) จึงได้

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{b_n}{6V} \quad \frac{\partial N}{\partial y} = \frac{c_n}{6V} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N}{\partial z} = \frac{d_n}{6V} \qquad n = 1,2,3,4 \tag{2.32}$$

แทนความสัมพันธ์ของสมการที่ (2.32) ลงในสมการที่ (2.31) จะได้

$$\begin{aligned} [K]_{4\times4} &= \frac{1}{\mu}\int \left(\frac{b_n}{6V}\frac{b_m}{6V} + \frac{c_n}{6V}\frac{c_m}{6V} + \frac{d_n}{6V}\frac{d_m}{6V} \right) dxdydz \qquad n,m = 1,2,3,4 \\ &= \frac{1}{36\mu V^2}\left(b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m\right)\int dxdydz \\ &= \frac{1}{36\mu V}\left(b_n b_m + c_n c_m + d_n d_m\right) \end{aligned} \tag{2.33}$$

$$[K]_{4\times4} = \frac{1}{36\mu V}\begin{bmatrix} b_1b_1 + c_1c_1 + d_1d_1 & b_1b_2 + c_1c_2 + d_1d_2 & b_1b_3 + c_1c_3 + d_1d_3 & b_1b_4 + c_1c_4 + d_1d_4 \\ & b_2b_2 + c_2c_2 + d_2d_2 & b_2b_3 + c_2c_3 + d_2d_3 & b_2b_4 + c_2c_4 + d_2d_4 \\ & & b_3b_3 + c_3c_3 + d_3d_3 & b_3b_4 + c_3c_4 + d_3d_4 \\ Sym & & & b_4b_4 + c_4c_4 + d_4d_4 \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

โหลดเวกเตอร์กระแสที่ผลิตขึ้นเอง: $\{F\}_{4\times1}$

$$\{F\}_{4\times1} = \int_v [N]_{4\times1}\,\mathbf{J}_0\,dv \tag{2.35}$$

และจากฟังก์ชันการประมาณภายในดังสมการที่ (2.27) ดังนั้นสมการที่ (2.35) จึงกลายเป็น

$$\{F\}_{4\times1} = \mathbf{J}_0 \int_v N_n \, dv \qquad n,m = 1,2,3,4 \tag{2.36}$$

สมการที่ (2.36) นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรดังสมการ (2.29) โดยยกตัวอย่างการพิจารณาจุดต่อที่ 1 ของรูปทรงสี่หน้า จึงได้ a = 1, b = 0, c = 0, d = 0 ดังนั้นจากสมการที่ (2.29) จะได้

$$\int_v N_1^1 dv = \frac{1!0!0!0!}{(1+0+0+0+3)!} 6V = \frac{V}{4}$$

ซึ่งจุดที่เหลือของรูปทรงสี่หน้าก็ได้รับการพิจารณาเช่นเดียวกันนี้ ดังนั้นจากสมการที่ (2.36) จึงได้โหลดเวกเตอร์กระแสที่ผลิตขึ้นเองแสดงดังนี้

$$\{F\}_{4\times1} = \frac{\mathbf{J}_0 V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

ซึ่งการคำนวณค่าความหนาแน่นของกระแสภายนอก $\mathbf{J}_0$ ของมอเตอร์เหนี่ยวนำในแต่ละเฟส จะแสดงรายละเอียดต่างๆ ให้ปรากฏในบทต่อไป

2.3.4 การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่

ปัญหาในงานวิจัยนี้เป็นปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ (linear transient problem) โดยที่ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** จะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาเนื่องจากเวกเตอร์ $\{F\}$ เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาเนื่องจากแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับ ซึ่งการแก้สมการที่ (2.25) จะต้องอาศัยวิธีการแก้ภายใต้สถานะชั่วครู่ที่เรียกว่าวิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด (recurrence relations)

การแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วครู่จะใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด โดยจะมีลักษณะของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับค่า β ที่เลือกใช้ ดังแสดงในสมการที่ (2.38) โดย Δt คือค่าของช่วงเวลา (time step)โดยถ้าเลือกใช้ $\beta = 0$ จะเป็นวิธีของออยเลอร์ (Euler) ถ้า $\beta = 1/2$ เป็นวิธีของแครงก์-นิโคลสัน(Crank-Nicolson) ถ้า $\beta = 2/3$ เป็นวิธีของกาเลอร์คิน (Galerkin) และถ้า $\beta = 1$ จะเรียกว่าวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (backward difference) ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลังดัง

สมการที่ (2.39) เนื่องจากวิธีนี้รับประกันการลู่เข้าของผลลัพธ์ และผลลัพธ์จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง

$$\beta\{\dot{\mathrm{A}}\}^{t+\Delta t}+(1-\beta)\{\dot{\mathrm{A}}\}=\frac{\{\mathrm{A}\}^{t+\Delta t}-\{\mathrm{A}\}^{t}}{\Delta t} \tag{2.38}$$

$$\{\dot{\mathrm{A}}\}^{t+\Delta t}=\frac{\{\mathrm{A}\}^{t+\Delta t}-\{\mathrm{A}\}^{t}}{\Delta t} \tag{2.39}$$

จากการเลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง สมการที่ (2.25) จึงพัฒนามาเป็นสมการที่ (2.40) จากนั้นแทนค่าสมการที่ (2.39) ลงในสมการที่ (2.40) จึงได้ผลลัพธ์ของสมการไฟไนท์อิลิเมนท์เมื่อพิจารณาปัญหาในสถานะชั่วครู่ ดังสมการที่ (2.41)

$$[M]\{\dot{\mathrm{A}}\}^{t+\Delta t}+[K]\{\mathrm{A}\}^{t+\Delta t}=\{F\}^{t+\Delta t} \tag{2.40}$$

$$\left(\frac{1}{\Delta t}[M]+[K]\right)\{\mathrm{A}\}^{t+\Delta t}=\frac{1}{\Delta t}[M]\{\mathrm{A}\}^{t}+\{F\}^{t+\Delta t} \tag{2.41}$$

2.3.5 การประกอบสมการอิลิเมนท์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นการนำสมการของแต่ละอิลิเมนท์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 2.3.1 หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้เมื่อพิจารณาปัญหาแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ คือ

$$[J]_{n\times n}[A]_{n\times 1}=[f]_{n\times 1} \tag{2.42}$$

2.3.6 การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย

ประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต (initial and boundary condition) ที่สอดคล้องกับปัญหาลงในสมการรวมของระบบ (constraints) ซึ่งงานวิจัยนี้มีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นในรอบแรกที่พิจารณาการหมุนของมอเตอร์คือ $\mathbf{A}(t=0)=0$ ส่วนการหมุนรอบถัดไปจะใช้คำตอบจากรอบที่แล้วเป็นเงื่อนไขเริ่มต้น เพื่อประหยัดเวลาในการลู่เข้าหาคำตอบที่ถูกต้อง ส่วนค่าเงื่อนไขขอบเขต จะ

กำหนดให้ขอบในที่ติดกับเพลาและขอบนอกของมอเตอร์มีค่า **A** = 0 (Brunelli, Casadei, Reggiani and Serra, 1983) และ (Fu, 1999)

2.3.7 การคำนวณค่าตัวแปรอื่นที่ต้องการ

เมื่อทราบค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** ที่จุดต่อต่างๆ แล้ว จึงสามารถคำนวณหาค่าต่างๆ ที่สัมพันธ์กันต่อไปได้ โดยสนามแม่เหล็ก **B** ที่กระจายตัวในระบบพิกัดฉาก (ระนาบ *xyz*) ของมอเตอร์สามารถคำนวณได้จาก $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ ดังนั้นเมื่อพิจารณามอเตอร์ใน 3 มิติ ตามระนาบพิกัด *xyz* จึงได้ค่าสนามแม่เหล็กในแนวแกน x (B_x) และค่าสนามแม่เหล็กในแนวแกน y (B_y) ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.43) และ (2.44) ตามลำดับ

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} = \frac{c_1 A_1 + c_2 A_2 + c_3 A_3 + c_4 A_4}{6V} \tag{2.43}$$

$$B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} = -\frac{b_1 A_1 + b_2 A_2 + b_3 A_3 + b_4 A_4}{6V} \tag{2.44}$$

จากนั้นแปลงระบบจากพิกัดฉากไปเป็นพิกัดทรงกระบอก เพื่อใช้คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กในแนวรัศมี (radial flux density, B_r) และสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัส (tangential flux density, B_t) ที่กระทำกับช่องอากาศของมอเตอร์ตรงส่วนของฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ที่มีมุม ϕ เปลี่ยนแปลงไป สามารถแสดงได้ดังนี้

$$B_r = B_x \cos\phi + B_y \sin\phi \tag{2.45}$$

$$B_t = -B_x \sin\phi + B_y \cos\phi \tag{2.46}$$

เมื่อคำนวณหาค่า B_r และ B_t แล้ว จากนั้นจึงใช้สมการความเค้นของแมกซ์เวลล์หาค่าแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับช่องอากาศ ซึ่งจะมีผลต่อการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เหนี่ยวนำ (Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998) และ (Sakamoto, Hirata, Kobayashi, and Kajiwara, 1999) โดยที่

$$F_r = \frac{1}{2\mu_0}\left(B_r^2 - B_t^2\right) \tag{2.47}$$

$$F_t = \frac{1}{\mu_0}\left(B_r B_t\right) \tag{2.48}$$

ซึ่ง F_r และ F_t คือแรงแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวรัศมีและแนวสัมผัสตามลำดับ โดยขนาดของการสั่นสะเทือนที่เกิดจากแรงแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวสัมผัสจะมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับแนวรัศมี ดังนั้นการพิจารณาแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับช่องอากาศของมอเตอร์ในงานวิจัยนี้ จึงพิจารณาเฉพาะในแนวรัศมีเท่านั้น (Tarnhuvud, and Reichert, 1988) และ (Neves, Carlson, Sadowski, and Bastos, 1998) แต่เมื่อพิจารณาแรงบิดของมอเตอร์ที่ทำให้โรเตอร์หมุน แรงแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวสัมผัสจะเป็นแรงหลักที่ต้องนำมาพิจารณาถึง

2.4 สรุป

ในบทนี้ ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส เมื่อพิจารณามอเตอร์ในสถานะชั่วครู่ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง การประยุกต์วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อคำนวณหาค่าฟลักซ์แม่เหล็กได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกาเลอร์คิน รายละเอียดต่างๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การประดิษฐ์โปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 4 ต่อไป

บทที่ 3

การคำนวณการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

3.1 บทนำ

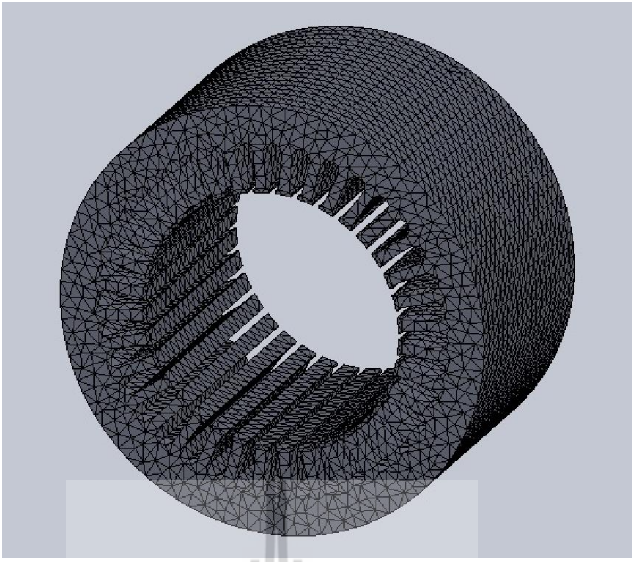
การคำนวณขนาดของการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสในขณะที่โรเตอร์หมุน โดยแสดงผลของการสั่นสะเทือนในรูปของการกระจัดที่ผิดเพี้ยนไปจากรูปร่างดั้งเดิมของมอเตอร์ ค่อนข้างดำเนินการได้ยาก เนื่องจากผลลัพธ์ของการกระจัดอย่างละเอียดที่ครอบคลุมตลอดทั้งปริมาตรของมอเตอร์ต้องอาศัยการคำนวณที่มีความซับซ้อนสูง ซึ่งปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีสมรรถนะสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ จึงสามารถคำนวณการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในทุกๆตำแหน่งด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ ดังนั้นในบทนี้จึงได้ประยุกต์วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อใช้ในการคำนวณหาขนาดของการสั่นสะเทือน

3.2 การคำนวณการสั่นสะเทือนโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ

การคำนวณขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ จะอาศัยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อสร้างสมการการเคลื่อนที่ โดยพิจารณาการสั่นในรูปของฟังก์ชันการกระจัด ซึ่งการดำเนินงานจะมีขั้นตอนคล้ายคลึงกับการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์จากบทที่ 2 ที่ผ่านมา โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานต่างๆ ดังนี้

3.2.1 การแบ่งอิลิเมนท์ของพื้นที่ศึกษา

เริ่มจากการแบ่งปริมาตรของมอเตอร์ออกเป็นอิลิเมนท์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ โดยสมมติลักษณะการกระจายผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใดๆ บนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้น การแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อขอมอเตอร์ขนาดเล็กพิกัด 3 แรงม้า ได้ใช้โปรแกรม Solid Work โดยมีจำนวนจุดต่อและอิลิเมนท์เท่ากับ 5,448 จุด และ 28,059 อิลิเมนท์ ตามลำดับ ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.1 ซึ่งจากรูป การคำนวณการสั่นสะเทือนได้แบ่งพื้นที่การพิจารณาเฉพาะส่วนของแกนสเตเตอร์เท่านั้น เนื่องจากพิจารณาผลของแรงที่มากระทำเฉพาะส่วนของแกนสเตเตอร์ (Henneberger, Sattler, and Shen, 1992), (Durantay, Laurent, Messin, and Kromer, 1999) และ (Ishibashi, Kamimoyo, Noda, and Itomi, 2003)



รูปที่ 3.1 การแบ่งอิลิเมนท์และจุดต่อของมอเตอร์เพื่อคำนวณการสั่นสะเทือน

3.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในและสมการของอิลิเมนท์

การสร้างสมการการเคลื่อนที่ของอิลิเมนท์ เมื่อพิจารณาการสั่นของมอเตอร์ในฟังก์ชันของการกระจัด สมการการเคลื่อนที่ของอิลิเมนท์สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.1) ซึ่งเป็นสมการไฟไนท์อิลิเมนท์สำหรับแต่ละอิลิเมนท์ที่มี 12 สมการประกอบรวมกัน

$$[M]_{12\times12}\frac{\partial^2\{x\}_{12\times1}}{\partial t^2}+[D]_{12\times12}\frac{\partial\{x\}_{12\times1}}{\partial t}+[K]_{12\times12}\{x\}_{12\times1}=\{F\}_{12\times1} \qquad (3.1)$$

โดย $[M]_{12\times12}$ = เมทริกซ์มวล (mass matrix)

$[D]_{12\times12}$ = เมทริกซ์ความหน่วง (dampling matrix)

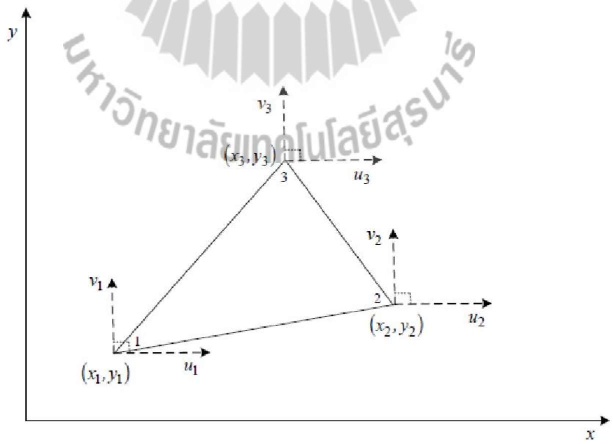
$[K]_{12\times12}$ = เมทริกซ์ความแข็งของสปริง (stiffness matrix)

$\{F\}_{12\times1}$ = เวกเตอร์ของแรงหรือโมเมนต์ที่มากระทำ

$\{x\}_{12\times1}$ = เวกเตอร์การกระจัดเพื่อใช้หาอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\frac{\partial\{x\}_{12\times1}}{\partial t}$ และสอง $\frac{\partial^2\{x\}_{12\times1}}{\partial t^2}$ เทียบกับเวลา หรืออีกนัยหนึ่งคือเวกเตอร์ความสัมพันธ์ของความเร็วและความเร่งตามลำดับ

ซึ่งแรงที่กระทำกับช่องอากาศของมอเตอร์เกิดจากการนำแรงแม่เหล็กไฟฟ้าตรงกลางซี่ในแต่ละซี่ของสเตเตอร์ที่ติดกับช่องอากาศ ซึ่งแรงแม่เหล็กไฟฟ้าดังกล่าวเป็นผลลัพธ์จากการคำนวณดังที่ได้อธิบายไว้ในบทที่ 2 ส่วนเวกเตอร์การกระจัดที่แสดงในสมการที่ (3.2) เป็นการแสดงระยะกระจัดบนจุดต่อหมายเลข 1, 2, 3 และ 4 ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาต่อหนึ่งอิลิเมนท์ โดย u, v และ w แทนระยะกระจัดในแนวแกน x, y และ z ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.2 ซึ่งการแสดงระนาบพิกัดในลักษณะเช่นนี้ จะเรียกว่าระนาบพิกัดวงกว้าง (global coordinate)

$$\{d\}=\begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ w_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ w_4 \end{Bmatrix} \tag{3.2}$$

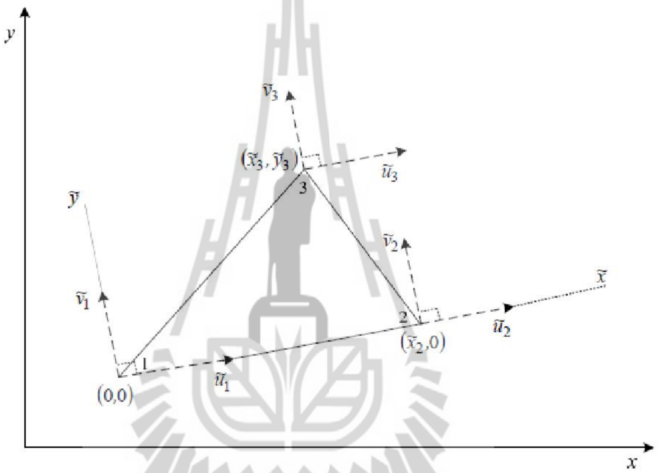


รูปที่ 3.2 อิลิเมนท์สามเหลี่ยมเมื่อพิจารณาระนาบพิกัดวงกว้าง

การพิจารณาการกระจัดของแต่ละอิลิเมนท์ที่มีลักษณะการวางตัวในแต่ละอิลิเมนท์ที่แตกต่างกัน จะต้องพิจารณาการวางตัวของทุกๆ อิลิเมนท์ให้อยู่ในรูปแบบเดียวกันเสียก่อน ซึ่งดำเนินการได้โดยแปลงระนาบพิกัดวงกว้างให้เป็นระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น (local coordinate) (Rao,

1999) ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.3 ซึ่งดำเนินการได้โดย กำหนดให้ที่จุดต่อหมายเลข 1 ของทุกๆ อิลิเมนท์มีพิกัดเฉพาะถิ่น $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{z}_1)$ อยู่ที่จุดกำเนิด (0,0,0) โดยที่แกน $\tilde{x}$ ของทุกๆ อิลิเมนท์บนระนาบพิกัด

เฉพาะถิ่นจะวางตัวตามฐานของสามเหลี่ยมระหว่างจุดต่อหมายเลข 1 และ 2 และแกน $\tilde{y}$ จะตั้งฉากกับแกน $\tilde{x}$ ดังนั้นจุดต่อหมายเลข 2 ของทุกๆ อิลิเมนท์จึงมีพิกัดเฉพาะถิ่น $(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2, \tilde{z})$ เป็น $(\tilde{x}_2, 0, \tilde{z})$ และ $(\tilde{x}_3, \tilde{y}_3, \tilde{z}_3)$ คือจุดต่อหมายเลข 3 ของพิกัดเฉพาะถิ่น โดยมี $\tilde{u}$ และ $\tilde{v}$ ที่จุดต่อหมายเลขต่างๆ แทนระยะกระจัดในแนวแกน $\tilde{x}$ และ $\tilde{y}$ ตามลำดับ เมื่อสร้างสมการอิลิเมนท์ในระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นเพื่อพิจารณาฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์แล้ว จากนั้นจึงแปลงกลับไปเป็นสมการอิลิเมนท์ในระนาบพิกัดวงกว้าง (x, y) ดังเดิม



รูปที่ 3.3 อิลิเมนท์สามเหลี่ยมเมื่อพิจารณาระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น

การพิจารณาฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ ยังคงพิจารณาลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนท์เป็นแบบเชิงเส้นเช่นเดียวกับที่เคยกล่าวมาแล้วในบทที่ 2 ซึ่งลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนท์เมื่อพิจารณาระนาบพิกัดเฉพาะถิ่น สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.3), (3.4) และ (3.5)

$$u(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \tilde{u}_1 N_1 + \tilde{u}_2 N_2 + \tilde{u}_3 N_3 + \tilde{u}_4 N_4 \tag{3.3}$$

$$v(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \tilde{v}_1 N_1 + \tilde{v}_2 N_2 + \tilde{v}_3 N_3 + \tilde{v}_4 N_4 \tag{3.4}$$

$$w(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \tilde{w}_1 N_1 + \tilde{w}_2 N_2 + \tilde{w}_3 N_3 + \tilde{w}_4 N_4 \tag{3.5}$$

โดยที่ N_n , $n=1, 2, 3, 4$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนท์ และ $\widetilde{u}_n$, $\widetilde{v}_n$ และ $\widetilde{w}_n$ เมื่อ $n=1,$ $2, 3, 4$ คือผลลัพธ์ของการกระจัดในแนวแกน $\widetilde{x}$, $\widetilde{y}$ และ $\widetilde{z}$ ในแต่ละจุดต่อ (1, 2, 3, 4) ของอิลิเมนท์ตามลำดับ ซึ่ง

$$N_n = \frac{a_n + b_n\tilde{x} + c_n\tilde{y} + d_n\tilde{z}}{6V} \tag{3.6}$$

โดยที่

$$\begin{aligned}
a_1 &= \widetilde{x}_4(\widetilde{y}_2\widetilde{z}_3 - \widetilde{y}_3\widetilde{z}_2) + \widetilde{x}_3(\widetilde{y}_4\widetilde{z}_2 - \widetilde{y}_2\widetilde{z}_4) + \widetilde{x}_2(\widetilde{y}_3\widetilde{z}_4 - \widetilde{y}_4\widetilde{z}_3)\\
a_2 &= \widetilde{x}_4(\widetilde{y}_3\widetilde{z}_1 - \widetilde{y}_1\widetilde{z}_3) + \widetilde{x}_3(\widetilde{y}_1\widetilde{z}_4 - \widetilde{y}_4\widetilde{z}_1) + \widetilde{x}_1(\widetilde{y}_4\widetilde{z}_3 - \widetilde{y}_3\widetilde{z}_4)\\
a_3 &= \widetilde{x}_4(\widetilde{y}_1\widetilde{z}_2 - \widetilde{y}_2\widetilde{z}_1) + \widetilde{x}_2(\widetilde{y}_4\widetilde{z}_1 - \widetilde{y}_1\widetilde{z}_4) + \widetilde{x}_1(\widetilde{y}_3\widetilde{z}_2 - \widetilde{y}_2\widetilde{z}_3)\\
a_4 &= \widetilde{x}_3(\widetilde{y}_2\widetilde{z}_1 - \widetilde{y}_1\widetilde{z}_2) + \widetilde{x}_2(\widetilde{y}_1\widetilde{z}_3 - \widetilde{y}_3\widetilde{z}_1) + \widetilde{x}_1(\widetilde{y}_3\widetilde{z}_2 - \widetilde{y}_2\widetilde{z}_3)\\
b_1 &= \widetilde{y}_4(\widetilde{z}_3 - \widetilde{z}_2) + \widetilde{y}_3(\widetilde{z}_2 - \widetilde{z}_4) + \widetilde{y}_2(\widetilde{z}_4 - \widetilde{z}_3)\\
b_2 &= \widetilde{y}_4(\widetilde{z}_1 - \widetilde{z}_3) + \widetilde{y}_1(\widetilde{z}_3 - \widetilde{z}_4) + \widetilde{y}_3(\widetilde{z}_4 - \widetilde{z}_1)\\
b_3 &= \widetilde{y}_4(\widetilde{z}_2 - \widetilde{z}_1) + \widetilde{y}_2(\widetilde{z}_1 - \widetilde{z}_4) + \widetilde{y}_1(\widetilde{z}_4 - \widetilde{z}_2)\\
b_4 &= \widetilde{y}_3(\widetilde{z}_1 - \widetilde{z}_2) + \widetilde{y}_1(\widetilde{z}_2 - \widetilde{z}_3) + \widetilde{y}_2(\widetilde{z}_3 - \widetilde{z}_1)\\
c_1 &= \widetilde{x}_4(\widetilde{z}_2 - \widetilde{z}_3) + \widetilde{x}_2(\widetilde{z}_3 - \widetilde{z}_4) + \widetilde{x}_3(\widetilde{z}_4 - \widetilde{z}_2)\\
c_2 &= \widetilde{x}_4(\widetilde{z}_3 - \widetilde{z}_1) + \widetilde{x}_3(\widetilde{z}_1 - \widetilde{z}_4) + \widetilde{x}_1(\widetilde{z}_4 - \widetilde{z}_3)\\
c_3 &= \widetilde{x}_4(\widetilde{z}_1 - \widetilde{z}_2) + \widetilde{x}_1(\widetilde{z}_2 - \widetilde{z}_4) + \widetilde{x}_2(\widetilde{z}_3 - \widetilde{z}_2)\\
c_4 &= \widetilde{x}_3(\widetilde{z}_2 - \widetilde{z}_1) + \widetilde{x}_2(\widetilde{z}_1 - \widetilde{z}_3) + \widetilde{x}_1(\widetilde{z}_3 - \widetilde{z}_2)\\
d_1 &= \widetilde{x}_4(\widetilde{y}_3 - \widetilde{y}_2) + \widetilde{x}_3(\widetilde{y}_2 - \widetilde{y}_4) + \widetilde{x}_2(\widetilde{y}_4 - \widetilde{y}_3)\\
d_2 &= \widetilde{x}_4(\widetilde{y}_1 - \widetilde{y}_3) + \widetilde{x}_1(\widetilde{y}_3 - \widetilde{y}_4) + \widetilde{x}_3(\widetilde{y}_4 - \widetilde{y}_1)\\
d_3 &= \widetilde{x}_4(\widetilde{y}_2 - \widetilde{y}_1) + \widetilde{x}_2(\widetilde{y}_1 - \widetilde{y}_4) + \widetilde{x}_1(\widetilde{y}_4 - \widetilde{y}_2)\\
d_4 &= \widetilde{x}_3(\widetilde{y}_1 - \widetilde{y}_2) + \widetilde{x}_1(\widetilde{y}_2 - \widetilde{y}_3) + \widetilde{x}_2(\widetilde{y}_3 - \widetilde{y}_1)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

และ V คือปริมาตรของแต่ละอิลิเมนท์ ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 1 & \tilde{x}_1 & \tilde{y}_1 & \tilde{z}_1 \\ 1 & \tilde{x}_2 & \tilde{y}_2 & \tilde{z}_2 \\ 1 & \tilde{x}_3 & \tilde{y}_3 & \tilde{z}_3 \\ 1 & \tilde{x}_4 & \tilde{y}_4 & \tilde{z}_4 \end{vmatrix} \tag{3.8}$$

จากสมการไฟไนท์อิลิเมนท์ในสมการที่ (3.1) สามารถคำนวณอิลิเมนท์เมทริกซ์ความแข็งของสปริงและอิลิเมนท์เมทริกซ์มวลได้ดังที่จะอธิบายต่อจากนี้ไป ซึ่งในงานวิจัยนี้จะไม่พิจารณาถึงอิลิเมนท์เมทริกซ์ความหน่วงเนื่องจากมีผลต่อการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ค่อนข้างน้อยประกอบกับการคำนวณมีความยุ่งยาก (Henneberger, Sattler, Hadrys, and Shen, 1992)

เมทริกซ์ความแข็งของสปริง: $[K]_{12\times12}$

ดำเนินการโดยพิจารณาการวางตัวของอิลิเมนท์ในระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นเพื่อให้ทุกๆ อิลิเมนท์มีการวางตัวอยู่ในรูปแบบเดียวกันก่อน จะได้เมทริกซ์ส่วนประกอบความแข็งของสปริง(constitutive matrix, $[\tilde{D}]$) ดังแสดงด้วยสมการที่ (3.9)

$$[\tilde{D}] = \frac{E}{(1+v)(1-2v)}\begin{bmatrix} 1-v & v & v & 0 & 0 & 0 \\ & 1-v & v & 0 & 0 & 0 \\ & & 1-v & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2v}{2} & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & & \frac{1-2v}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2v}{2} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

ซึ่ง E และ v คือค่ามอดุลัส (modulus) และอัตราส่วนของปัวซอง (Poisson's ratio) ตามลำดับ

เมทริกซ์ความเครียดของสปริง(strain relationship, $[\tilde{B}]$) ดังแสดงได้ในสมการที่ (3.10), (3.11), (3.12), (3.13), และ (3.14)

$$[\tilde{B}] = [\tilde{B}_1 \ \tilde{B}_2 \ \tilde{B}_3 \ \tilde{B}_4] \tag{3.10}$$

โดยที่

$$[\widetilde{B}_1]=\begin{bmatrix}\frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0\\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0\\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z}\\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0\\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y}\\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x}\end{bmatrix}=\frac{1}{6V}\begin{bmatrix}b_1 & 0 & 0\\ 0 & c_1 & 0\\ 0 & 0 & d_1\\ c_1 & b_1 & 0\\ 0 & d_1 & c_1\\ d_1 & 0 & b_1\end{bmatrix} \tag{3.11}$$

$$[\widetilde{B}_2]=\begin{bmatrix}\frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & 0\\ 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0\\ 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z}\\ \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0\\ 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial y}\\ \frac{\partial N_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x}\end{bmatrix}=\frac{1}{6V}\begin{bmatrix}b_2 & 0 & 0\\ 0 & c_2 & 0\\ 0 & 0 & d_2\\ c_2 & b_2 & 0\\ 0 & d_2 & c_2\\ d_2 & 0 & b_2\end{bmatrix} \tag{3.12}$$

$$[\widetilde{B}_3]=\begin{bmatrix}\frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & 0\\ 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0\\ 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial z}\\ \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0\\ 0 & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial y}\\ \frac{\partial N_3}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x}\end{bmatrix}=\frac{1}{6V}\begin{bmatrix}b_3 & 0 & 0\\ 0 & c_3 & 0\\ 0 & 0 & d_3\\ c_3 & b_3 & 0\\ 0 & d_3 & c_3\\ d_3 & 0 & b_3\end{bmatrix} \tag{3.13}$$

$$[\widetilde{B}_4]=\begin{bmatrix}\frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 & 0\\ 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} & 0\\ 0 & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial z}\\ \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0\\ 0 & \frac{\partial N_4}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial y}\\ \frac{\partial N_4}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x}\end{bmatrix}=\frac{1}{6V}\begin{bmatrix}b_4 & 0 & 0\\ 0 & c_4 & 0\\ 0 & 0 & d_4\\ c_4 & b_4 & 0\\ 0 & d_4 & c_4\\ d_4 & 0 & b_4\end{bmatrix} \tag{3.14}$$

เมื่อนำค่า $[\widetilde{B}]$ รวมระบบจะได้ดังสมการที่ (3.15)

$$[\widetilde{B}]=\frac{1}{6V}\begin{bmatrix}b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & 0 & 0 & b_4 & 0 & 0\\ 0 & c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 & c_4 & 0\\ 0 & 0 & d_1 & 0 & 0 & d_2 & 0 & 0 & d_3 & 0 & 0 & d_4\\ c_1 & b_1 & 0 & c_2 & b_2 & 0 & c_3 & b_3 & 0 & c_4 & b_4 & 0\\ 0 & d_1 & c_1 & 0 & d_2 & c_2 & 0 & d_3 & c_3 & 0 & d_4 & c_4\\ d_1 & 0 & b_1 & d_2 & 0 & b_2 & d_3 & 0 & b_3 & d_4 & 0 & b_4\end{bmatrix} \tag{3.15}$$

ซึ่งเมทริกซ์ความแข็งของสปริงเฉพาะถิ่น (local stiffness matrix, $[\widetilde{K}]$) เกิดจากผลของเมทริกซ์ส่วนประกอบความแข็งของสปริงและเมทริกซ์ความเครียดของสปริง ดังแสดงด้วยสมการที่ (3.16) และ (3.17) ตามลำดับ

$$[\widetilde{K}]=\iiint_V [\widetilde{B}]^T[\widetilde{D}][\widetilde{B}]dV \tag{3.16}$$

$$[\widetilde{K}]=[\widetilde{B}]^T[\widetilde{D}][\widetilde{B}]V \tag{3.17}$$

เมื่อคำนวณเมทริกซ์ความแข็งของสปริงเฉพาะถิ่นได้แล้ว จากนั้นแปลงกลับเป็นเมทริกซ์ความแข็งของสปริงที่แท้จริงได้ในสมการที่ (3.18)

$$[K]=[R]^T[\widetilde{K}][R] \tag{3.18}$$

โดยที่

$$[R]=\left[\begin{array}{cccccccccccc}
\cos(\tilde{x},x) & \cos(\tilde{x},y) & \cos(\tilde{x},z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cos(\tilde{y},x) & \cos(\tilde{y},y) & \cos(\tilde{y},z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cos(\tilde{z},x) & \cos(\tilde{z},y) & \cos(\tilde{z},z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{x},y) & \cos(\tilde{x},z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{y},x) & \cos(\tilde{y},y) & \cos(\tilde{y},z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{z},x) & \cos(\tilde{z},y) & \cos(\tilde{z},z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{x},x) & \cos(\tilde{x},y) & \cos(\tilde{x},z) & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{y},x) & \cos(\tilde{y},y) & \cos(\tilde{y},z) & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{z},x) & \cos(\tilde{z},y) & \cos(\tilde{z},z) & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{x},x) & \cos(\tilde{x},y) & \cos(\tilde{x},z) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{y},x) & \cos(\tilde{y},y) & \cos(\tilde{y},z) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{z},x) & \cos(\tilde{z},y) & \cos(\tilde{z},z)
\end{array}\right] \tag{3.19}$$

จากสมการที่ (3.19) สมาชิกในเมทริกซ์ $[R]$ จะประกอบไปด้วยฟังก์ชันโคไซน์ระบุทิศทาง (directional cosine) ซึ่งเป็นค่าที่ใช้สำหรับถ่ายโอนจากระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นสู่ระนาบพิกัดวงกว้าง ดังแสดงด้วยความสัมพันธ์ดังสมการที่ (3.20) - (3.30)

$$\cos(\tilde{x},x)=\frac{x_2-x_1}{L}=l \tag{3.20}$$

$$\cos(\tilde{x}, y) = \frac{y_2 - y_1}{L} = m \tag{3.21}$$

$$\cos(\tilde{x}, z) = \frac{z_2 - z_1}{L} = n \tag{3.22}$$

$$\cos(\tilde{y}, x) = -\frac{m}{P} \tag{3.23}$$

$$\cos(\tilde{y}, y) = \frac{l}{P} \tag{3.24}$$

$$\cos(\tilde{y}, z) = 0 \tag{3.25}$$

$$\cos(\tilde{z}, x) = -\frac{(l)(n)}{P} \tag{3.26}$$

$$\cos(\tilde{z}, y) = -\frac{(m)(n)}{P} \tag{3.27}$$

$$\cos(\tilde{z}, z) = P \tag{3.28}$$

โดยที่

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \tag{3.29}$$

$$P = \sqrt{l^2 + m^2} \tag{3.30}$$

เมทริกซ์มวล: $[M]_{12\times 12}$

ดำเนินการโดยพิจารณาการวางตัวของอิลิเมนท์ในระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นก่อนเช่นกัน ดังแสดงได้ในสมการที่ (3.31)

$$[\widetilde{M}]=\frac{\rho V_e}{20}\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

ซึ่ง ρ คือค่าความหนาแน่นมวล (mass density) ในแต่ละอิลิเมนท์ จากนั้นแปลงกลับเป็นเมทริกซ์มวลที่แท้จริงได้ในสมการที่ (3.32)

$$[M]=[R]^T[\widetilde{M}][R] \tag{3.32}$$

การนำสมการการเคลื่อนที่ของแต่ละอิลิเมนท์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมสำหรับการเคลื่อนที่ของระบบ โดยหากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมสำหรับการเคลื่อนที่ของระบบ ซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น $3n$ สมการ ดังแสดงด้วยสมการที่ (3.33) ทั้งนี้เนื่องจากการพิจารณาการกระจัดจะพิจารณาทั้งแนวแกน x, y และแกน z ร่วมกัน

$$[M]_{3n\times 3n}\frac{\partial^2\{x\}_{3n\times 1}}{\partial t^2}+[D]_{3n\times 3n}\frac{\partial\{x\}_{3n\times 1}}{\partial t}+[K]_{3n\times 3n}\{x\}_{3n\times 1}=\{F\}_{3n\times 1} \tag{3.33}$$

3.3 การหาผลเฉลยสำหรับการสั่นสะเทือน

ในการวิเคราะห์สถานะชั่วครู่ในขณะที่มอเตอร์หมุนไป ดังสมการการเคลื่อนที่ที่เวลา t ใดๆ ที่แสดงด้วยสมการที่ (3.34)

$$[M]\frac{\partial^2\{x\}^t}{\partial t^2}+[D]\frac{\partial\{x\}^t}{\partial t}+[K]\{x\}^t=\{F\}^t \tag{3.34}$$

ซึ่งตัวยก t หมายถึงค่าที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา จะสังเกตเห็นว่าเมทริกซ์ $[M]$, $[D]$ และ $[K]$ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเมื่อมอเตอร์หมุนไป การแก้สมการสถานะชั่วครู่ในงานวิจัยนี้ จะใช้วิธีผลต่างกลาง (central difference) เพราะเป็นวิธีที่นิยมใช้กันแพร่หลายสำหรับการแก้สมการการเคลื่อนที่ในสถานะชั่วครู่ (Kwon and Bang, 2000) โดยเมื่อพิจารณาวิธีผลต่างกลาง จะได้

$$\frac{\partial^2 \{x\}^t}{\partial t^2} = \frac{1}{\Delta t^2}\left[\{x\}^{t+\Delta t} - 2\{x\} + \{x\}^{t-\Delta t}\right] \tag{3.35}$$

$$\frac{\partial \{x\}^t}{\partial t} = \frac{1}{2\Delta t}\left[\{x\}^{t+\Delta t} - \{x\}^{t-\Delta t}\right] \tag{3.36}$$

แทนค่าสมการที่ (3.35) และ (3.36) ลงในสมการที่ (3.34) จะได้

$$\left[M_{eff}\right]\{x\}^{t+\Delta t} = \left\{F_{eff}\right\} \tag{3.37}$$

โดยที่

$$\left[M_{eff}\right] = \left[\frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{2\Delta t}[D]\right] \tag{3.38}$$

$$\left\{F_{eff}\right\} = \{F\}^t - \left[[K] - \frac{2}{\Delta t^2}[M]\right]\{x\}^t - \left[\frac{1}{\Delta t^2}[M] - \frac{1}{2\Delta t}[D]\right]\{x\}^{t-\Delta t} \tag{3.39}$$

ซึ่ง $\left[M_{eff}\right]$ และ $\left\{F_{eff}\right\}$ คือเมทริกซ์มวลประสิทธิผล (effective mass matrix) และเวกเตอร์แรงประสิทธิผล (effective force matrix) ตามลำดับ ดังนั้นจึงสรุปเป็นขั้นตอนในการคำนวณหาการสั่นสะเทือนเป็นระยะกระจัดเมื่อมอเตอร์หมุนไป ได้ดังรายละเอียดต่อไปนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> : คำนวณหาเมทริกซ์ระบบสมการรวม $[M]$, $[D]$ และ $[K]$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> : กำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้นที่ $t = 0$ ซึ่งประกอบด้วยเวกเตอร์การกระจัด $\{x\}^0$ และเวกเตอร์ความเร็ว $\frac{\partial \{x\}^0}{\partial t}$ พร้อมทั้งรับค่าเวกเตอร์ของแรงที่กระทำกับมอเตอร์ $\{F\}^0$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> : คำนวณค่าเวกเตอร์ความเร่ง $\frac{\partial^2 \{x\}^0}{\partial t^2}$ ในสมการที่ (3.34) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$[M]\frac{\partial^2 \{x\}^0}{\partial t^2} = \{F\}^0 - [D]\frac{\partial \{x\}^0}{\partial t} - [K]\{x\}^0 \tag{3.40}$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> : คำนวณค่าเวกเตอร์การกระจัดที่เวลา $-\Delta t$ โดยใช้ความสัมพันธ์ของสมการที่ (3.35) และ (3.36) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

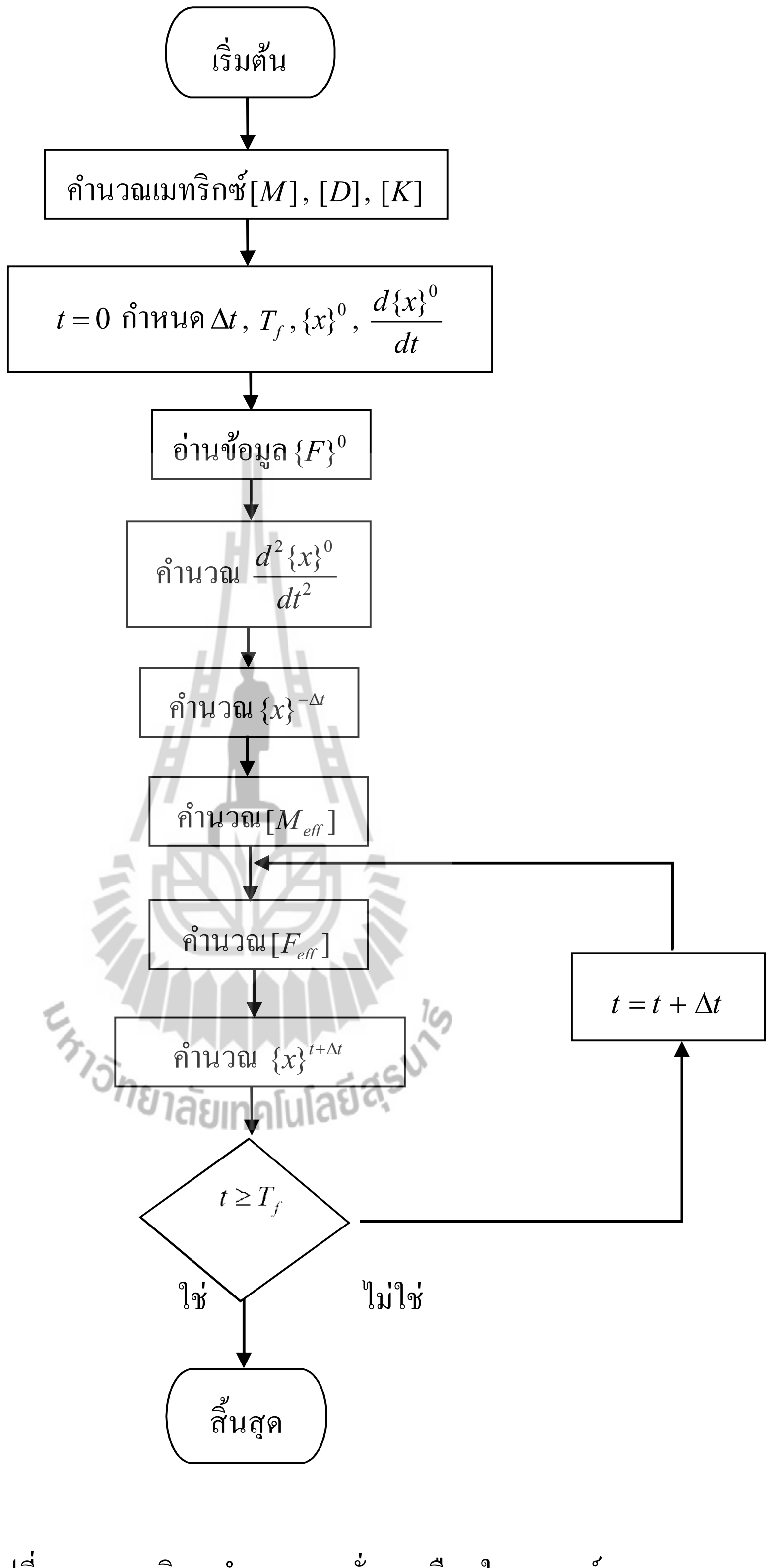
$$\{x\}^{-\Delta t} = \{x\}^0 - \Delta t\frac{\partial \{x\}^0}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2}\frac{\partial^2 \{x\}^0}{\partial t^2} \tag{3.41}$$

<u>ขั้นตอนที่ 5</u> : คำนวณเมทริกซ์มวลประสิทธิผล $\lfloor M_{eff} \rfloor$ โดยใช้สมการที่ (3.38)

<u>ขั้นตอนที่ 6</u> : คำนวณเวกเตอร์แรงประสิทธิผล $\{F_{eff}\}$ โดยใช้สมการที่ (3.39)

<u>ขั้นตอนที่ 7</u> : คำนวณค่าเวกเตอร์การกระจัดที่เวลาถัดไป $\{x\}^{t+\Delta t}$ ในสมการที่ (3.37) จากนั้นที่เวลาถัดไป $t+\Delta t$ ดำเนินการทำซ้ำในขั้นตอนที่ 6-7 จนถึงเวลาสิ้นสุด T_f

ขั้นตอนต่างๆ ที่ได้อธิบายผ่านมา อาจสรุปรวมในรูปของแผนภูมิได้ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แผนภูมิการคำนวณการสั่นสะเทือนในมอเตอร์

3.4 สรุป

บทที่ 3 นี้ ได้อธิบายการประยุกต์วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อคำนวณหาขนาดของการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสเมื่อโรเตอร์หมุน โดยพิจารณาในรูปแบบของฟังก์ชันการกระจัดซึ่งอาศัยสมการการเคลื่อนที่ในรูปของสมการอนุพันธ์สามัญอันดับสอง รายละเอียดต่างๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การประดิษฐ์โปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือนที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 4 ต่อไป

บทที่ 4
โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ

4.1 บทนำ

การจำลองผลเพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กและขนาดของการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำขนาดเล็กพิกัด 3 แรงม้า ในงานวิจัยนี้ ได้ใช้คอมพิวเตอร์ Intel CORE™ i5 2.3 GHz, 4 GB SD-RAM สำหรับประมวลผล โดยได้ประดิษฐ์ไฟไนท์อิลิเมนท์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB บนรากฐานของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กและสมการการเคลื่อนที่ที่ถูกต้อง โดยรับค่าอินพุตซึ่งเป็นคุณลักษณะของจุดต่อและอิลิเมนท์จากการสร้างกริดอัตโนมัติโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปชื่อ Solid Work การจำลองผลนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของฟลักซ์แม่เหล็ก ณ ตำแหน่งต่างๆ ในแต่ละปริมาตรของมอเตอร์เมื่อโรเตอร์หมุนไป และวิเคราะห์ถึงขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ ดังนั้นในบทที่ 4 นี้ จึงได้กล่าวถึงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของมอเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล และอธิบายถึงโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก และ โปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือนในมอเตอร์

4.2 พารามิเตอร์ของมอเตอร์

การจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในบทนี้ ได้พิจารณามอเตอร์เหนี่ยวนำขนาดเล็กพิกัด 3 แรงม้า โดยค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ทั้งทางไฟฟ้าและทางกลของมอเตอร์ได้รับการรวบรวมไว้ในตารางที่ 4.1 ส่วนรายละเอียดและมิติต่างๆของมอเตอร์ ร่องสเตเตอร์และโรเตอร์ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.1, 4.2, และ 4.3 ตามลำดับ

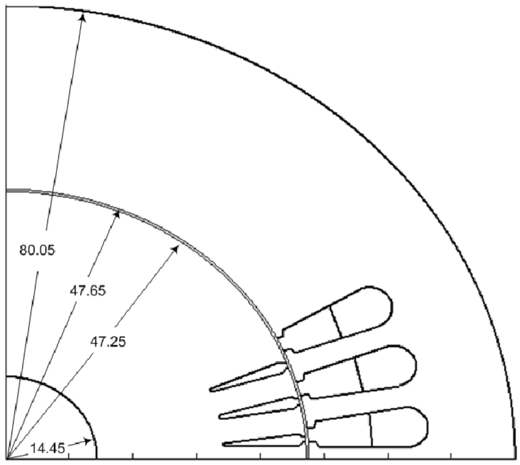
ตารางที่ 4.1 พารามิเตอร์ทางไฟฟ้าและทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสขนาด 3 แรงม้า

พารามิเตอร์	ค่า
กำลังงานขาออก	3 HP
แรงดันแหล่งจ่าย	380 V (ต่อแบบสตาร์)
จำนวนขั้ว	4 P
ความถี่แหล่งจ่าย	50 Hz
ความเร็วพิกัด	1455 rpm

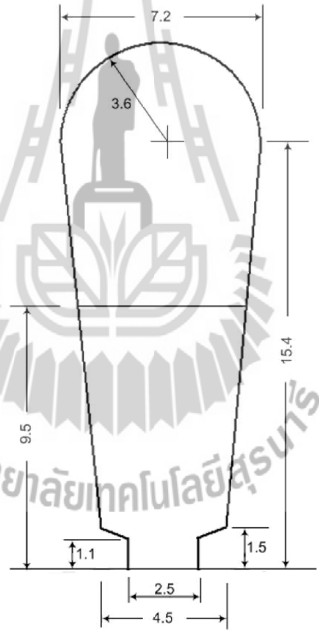
ตารางที่ 4.1 พารามิเตอร์ทางไฟฟ้าและทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสขนาด 3 แรงม้า (ต่อ)

พารามิเตอร์	ค่า
ความต้านทานของขดลวดสเตเตอร์	$1.11\,\Omega/\phi$
ความต้านทานของขดลวดโรเตอร์	$0.47\,\Omega/\phi$
รีแอคแตนซ์ของขดลวดสเตเตอร์	$1.05\,\Omega/\phi$
รีแอคแตนซ์ของขดลวดโรเตอร์	$1.05\,\Omega/\phi$
รีแอคแตนซ์ที่เกิดจากสนามแม่เหล็ก	$22.09\,\Omega/\phi$
โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์	$0.089\,\mathrm{Kg.m^2}$
มอดุลัสของแกนสเตเตอร์	$1.2\times10^{11}\,\mathrm{N/m^2}$
มอดุลัสของเฟรม (อลูมิเนียม)	$7.1\times10^{10}\,\mathrm{N/m^2}$
ความหนาแน่นมวลของแกนสเตเตอร์	$7.8\times10^{3}\,\mathrm{N/m^3}$
ความหนาแน่นมวลของเฟรม	$0.9\times10^{3}\,\mathrm{N/m^3}$
อัตรส่วนของปัวซอง	0.25
ชนิดการพันของขดลวดสเตเตอร์	แบบสองชั้น
จำนวนร่องของสเตเตอร์	36 ร่อง
จำนวนร่องของโรเตอร์	44 ร่อง
ความกว้างช่องอากาศ	0.4 mm
ระยะพิตช์	7/9
จำนวนรอบการพัน/ขดลวด	15 รอบ
เส้นผ่านศูนย์กลางของขดลวดสเตเตอร์	1.8 mm
สภาพการนำไฟฟ้าของแท่งตัวนำโรเตอร์	$4.9\times10^{7}\,\Omega^{-1}/\mathrm{m}$
ความต้านทานของขดลวดสเตเตอร์	$1.11\,\Omega/\phi$
ความต้านทานของขดลวดโรเตอร์	$0.47\,\Omega/\phi$

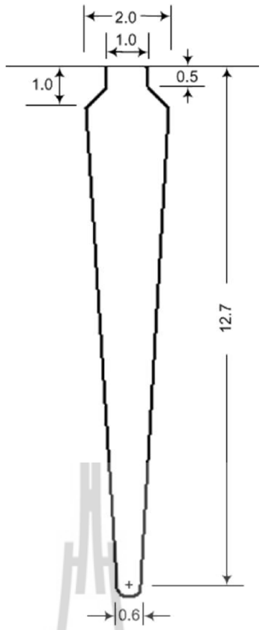
หมายเหตุ แหล่งที่มาของพารามิเตอร์เหล่านี้ได้จากการรวบรวมข้อมูลจากหนังสือและบทความทางวิชาการจำนวนมาก ที่มีการดำเนินงานกับมอเตอร์ขนาดพิกัดใกล้เคียงกันกับงานวิจัยนี้ เพื่อให้ได้มาซึ่งค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ที่สมบูรณ์และเพียงพอต่อการจำลองผล



รูปที่ 4.1 ภาคตัดส่วนหนึ่งของมอเตอร์เหนี่ยวนำและมิติ (mm)



รูปที่ 4.2 ภาคตัดของร่องสเตเตอร์และมิติ (mm)



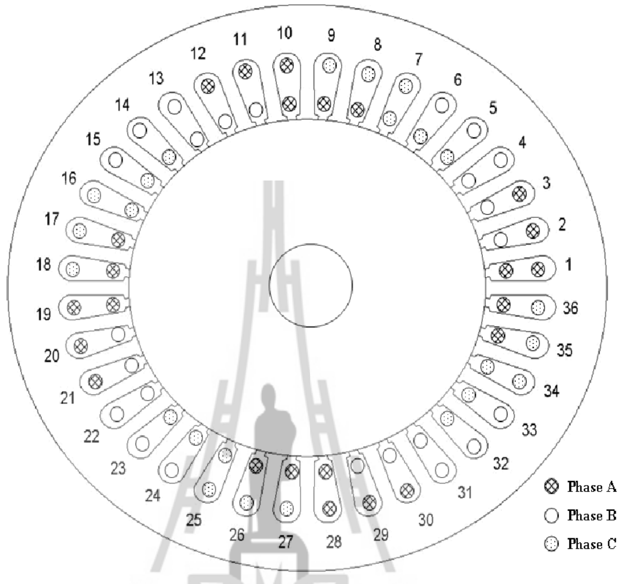
รูปที่ 4.3 ภาคตัดของร่องโรเตอร์และมิติ (mm)

ลักษณะการพันของขดลวดสเตเตอร์ทั้งสามเฟส (A, B และ C) แสดงไว้ในรูปที่ 4.4 ซึ่งเป็นการพันแบบสองชั้น มีระยะพิต 7/9 ร่อง กระแสในแต่ละเฟสที่ไหลอยู่ในขดลวดที่พันอยู่ในแต่ละร่องของสเตเตอร์เปลี่ยนแปลงเป็นฟังก์ชันของเวลาโดยจะขึ้นอยู่กับขนาดของแหล่งจ่าย และค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำ เมื่อทราบกระแส I ในแต่ละเฟสจึงสามารถคำนวณหาค่าความหนาแน่นของกระแสภายนอก J_0 ที่ป้อนเป็นอินพุตให้แก่โปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ดังสมการที่ (4.1) โดยรายละเอียดการคำนวณค่าของกระแสที่จ่ายให้แก่มอเตอร์ จะได้กล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

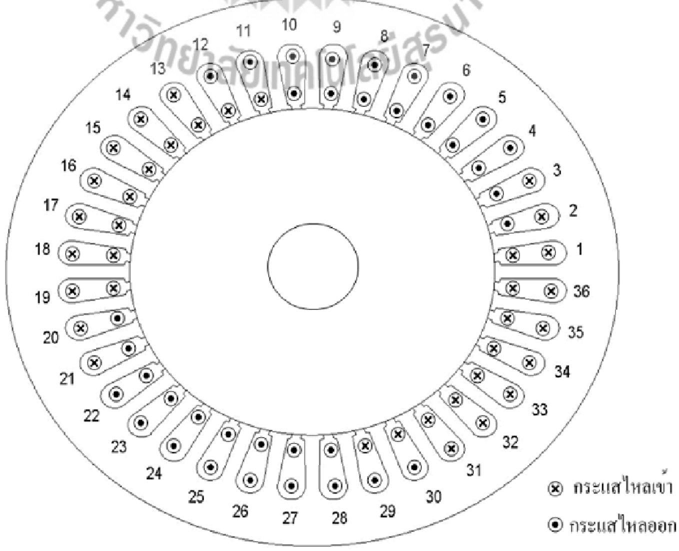
$$J_0 = \frac{n \cdot I}{a_l} \tag{4.1}$$

เมื่อ n คือจำนวนรอบการพันของขดลวด และ a_l คือพื้นที่หน้าตัดของขดลวด โดยการป้อนค่า J_0 ให้แก่โปรแกรมจะต้องคำนึงถึงทิศทางการไหลของกระแสด้วย ดังแสดงด้วยรูปที่ 4.5 ซึ่งเป็นการแสดงทิศทางการไหลของกระแสในแต่ละเฟส ณ เวลาขณะหนึ่ง กรณีที่พิจารณามอเตอร์ใน 2 มิติ (ระนาบ xy) J_0 จะมีทิศทางวิ่งเข้าหรือวิ่งออกจากหน้ากระดาษ ซึ่งในการคำนวณจะกำหนดให้

กระแสที่มีทิศทางวิ่งเข้ากระดาษมีเครื่องหมายบวก และกระแสที่มีทิศทางวิ่งออกกระดาษมีเครื่องหมายลบ สำหรับการคำนวณแล้วสามารถจัดได้โดยง่ายเพราะกระแสในแต่ละจังหวะเวลาหนึ่งๆ จะประกอบด้วยค่ากระแสที่มีค่าเป็นบวก, ลบ และศูนย์ ดังนั้นในแต่ละจังหวะที่มอเตอร์หมุนจะมีทั้งกระแสไหลเข้า, ออก และ ไม่มีกระแสไหลตามลำดับ



รูปที่ 4.4 การพันขดลวดสเตเตอร์ของกระแสไฟ 3 เฟสใน 36 ร่อง



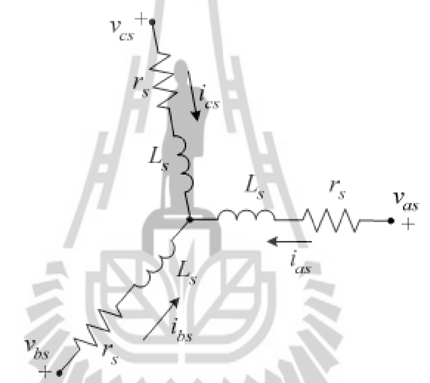
รูปที่ 4.5 ทิศทางการไหลของกระแส ณ เวลาขณะหนึ่ง

4.3 การคำนวณกระแสของมอเตอร์เหนี่ยวนำ

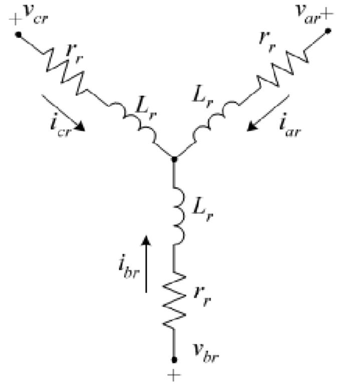
การคำนวณกระแสของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสจะต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของมอเตอร์ เพื่อศึกษาถึงพฤติกรรมทางไฟฟ้าและพฤติกรรมทางกลของมอเตอร์ ดังรายละเอียดที่อธิบายต่อไปนี้

4.3.1 แบบจำลองทางไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำ

ขดลวดสเตเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส มีรูปแบบเป็นอิมพีแดนซ์ (RL อนุกรม) ต่อแบบวาย อิมพีแดนซ์แต่ละกิ่งเป็นสิ่งแทนแกนขดลวดสเตเตอร์ และเป็นการต่ออิมพีแดนซ์แบบสามเฟสสมดุลที่ให้ยึดอยู่กับที่ ดังแสดงด้วยรูปที่ 4.6 ส่วนขดลวดโรเตอร์ดังแสดงด้วยรูปที่ 4.7 มีลักษณะคล้ายกับขดลวดสเตเตอร์ทุกประการ ยกเว้นแต่ไม่ได้ถูกยึดอยู่กับที่ จึงพิจารณาได้ว่าขดลวดโรเตอร์สามารถหมุนเคลื่อนที่ไปที่มุมต่างๆ



รูปที่ 4.6 ขดลวดสเตเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส



รูปที่ 4.7 ขดลวดโรเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส

โดยที่ v_{as}, v_{ar} คือ แรงดันของเฟส a ของขดลวดสเตเตอร์และโรเตอร์ตามลำดับ (V)

v_{bs}, v_{br} คือ แรงดันของเฟส b ของขดลวดสเตเตอร์และโรเตอร์ตามลำดับ (V)

v_{cs}, v_{cr} คือ แรงดันของเฟส c ของขดลวดสเตเตอร์และโรเตอร์ตามลำดับ (V)

i_{as}, i_{ar} คือ แรงดันของเฟส a ของขดลวดสเตเตอร์และโรเตอร์ตามลำดับ (A)

i_{bs}, i_{br} คือ แรงดันของเฟส b ของขดลวดสเตเตอร์และโรเตอร์ตามลำดับ (A)

i_{cs}, i_{cr} คือ แรงดันของเฟส c ของขดลวดสเตเตอร์และโรเตอร์ตามลำดับ (A)

เมื่อพิจารณาแบบจำลองทางไฟฟ้าของมอเตอร์เหนี่ยวนำโดยคิดเทียบมาทางด้านสเตเตอร์ เราอาจเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ทางไฟฟ้าในขดลวดสเตเตอร์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} = r_s \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

โดยที่ λ_{as}, λ_{bs} และ λ_{cs} คือฟลักซ์เชื่อมโยง (flux linkage) ที่ขดลวดสเตเตอร์ในเฟส a, b และ c ตามลำดับ และเขียนแสดงฟลักซ์เชื่อมโยงดังกล่าวในรูปความสัมพันธ์กับกระแสต่างๆ ได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s + L_{ms} & -\frac{1}{2} L_{ms} & -\frac{1}{2} L_{ms} \\ -\frac{1}{2} L_{ms} & L_s + L_{ms} & -\frac{1}{2} L_{ms} \\ -\frac{1}{2} L_{ms} & -\frac{1}{2} L_{ms} & L_s + L_{ms} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} +$$

$$L_{ms} \begin{bmatrix} \cos(\theta_R) & \cos(\theta_R + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_R - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_R - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_R) & \cos(\theta_R + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_R + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_R - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_R) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i'_{ar} \\ i'_{br} \\ i'_{cr} \end{bmatrix}$$

โดย $L_{ms} = \frac{2}{3} L_m$ เมื่อ L_m คือค่าความเหนี่ยวนำที่เกิดจากสนามแม่เหล็ก, θ_R คือมุมของโรเตอร์คิดเทียบกับแกนของขดลวดลวดสเตเตอร์ที่เฟส a และ $'$ เป็นสัญลักษณ์เพื่อสื่อให้ทราบว่าคิดเทียบมา

ทางด้านสเตเตอร์แล้ว ในทำนองเดียวกัน ความสัมพันธ์ทางไฟฟ้าในขดลวดโรเตอร์ อาจเขียนแสดงได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} v'_{ar} \\ v'_{br} \\ v'_{cr} \end{bmatrix} = r'_r \begin{bmatrix} i'_{ar} \\ i'_{br} \\ i'_{cr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \lambda'_{ar} \\ \lambda'_{br} \\ \lambda'_{cr} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

โดยที่

$$\begin{bmatrix} \lambda'_{ar} \\ \lambda'_{br} \\ \lambda'_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_r + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_r + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_r + L_{ms} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i'_{ar} \\ i'_{br} \\ i'_{cr} \end{bmatrix} +$$

$$L_{ms}\begin{bmatrix} \cos(\theta_R) & \cos(\theta_R - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_R + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_R + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_R) & \cos(\theta_R - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_R - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_R + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_R) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}$$

จากปริภูมิสถานะในสมการที่ (4.2) และ (4.3) จะเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt}[i] = [G]^{-1}[H][i] + [G]^{-1}[v] \tag{4.4}$$

เมื่อ

$$[i] = [i_{as} \quad i_{bs} \quad i_{cs} \quad i'_{ar} \quad i'_{br} \quad i'_{cr}]^T$$

$$[v] = [v_{as} \quad v_{bs} \quad v_{cs} \quad v'_{ar} \quad v'_{br} \quad v'_{cr}]^T$$

โดยที่

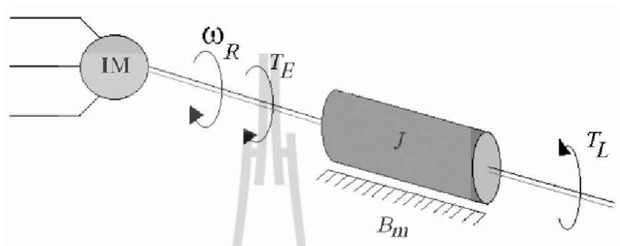
$$
[G]=\begin{bmatrix}
L_s+L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ms}\cos(\theta_R) & L_{ms}\cos\left(\theta_R+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{ms}\cos\left(\theta_R-\frac{2\pi}{3}\right) \\
-\frac{1}{2}L_{ms} & L_s+L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ms}\cos\left(\theta_R-\frac{2\pi}{3}\right) & L_{ms}\cos(\theta_R) & L_{ms}\cos\left(\theta_R+\frac{2\pi}{3}\right) \\
-\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_s+L_{ms} & L_{ms}\cos\left(\theta_R+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{ms}\cos\left(\theta_R-\frac{2\pi}{3}\right) & L_{ms}\cos(\theta_R) \\
L_{ms}\cos(\theta_R) & L_{ms}\cos\left(\theta_R-\frac{2\pi}{3}\right) & L_{ms}\cos\left(\theta_R+\frac{2\pi}{3}\right) & L'_r+L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\
L_{ms}\cos\left(\theta_R+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{ms}\cos(\theta_R) & L_{ms}\cos\left(\theta_R-\frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_r+L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\
L_{ms}\cos\left(\theta_R-\frac{2\pi}{3}\right) & L_{ms}\cos\left(\theta_R+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{ms}\cos(\theta_R) & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_r+L_{ms}
\end{bmatrix}
$$

$$
[H]=\begin{bmatrix}
-r_s & 0 & 0 & \omega_R L_{ms}\sin(\theta_R) & \omega_R L_{ms}\sin s\left(\theta_R+\frac{2\pi}{3}\right) & \omega_R L_{ms}\sin s\left(\theta_R-\frac{2\pi}{3}\right) \\
0 & -r_s & 0 & \omega_R L_{ms}\sin s\left(\theta_R-\frac{2\pi}{3}\right) & \omega_R L_{ms}\sin(\theta_R) & \omega_R L_{ms}\sin\left(\theta_R+\frac{2\pi}{3}\right) \\
0 & 0 & -r_s & \omega_R L_{ms}\sin\left(\theta_R+\frac{2\pi}{3}\right) & \omega_R L_{ms}\sin\left(\theta_R-\frac{2\pi}{3}\right) & \omega_R L_{ms}\sin(\theta_R) \\
\omega_R L_{ms}\sin(\theta_R) & \omega_R L_{ms}\sin\left(\theta_R-\frac{2\pi}{3}\right) & \omega_R L_{ms}\sin\left(\theta_R+\frac{2\pi}{3}\right) & -r'_r & 0 & 0 \\
\omega_R L_{ms}\sin\left(\theta_R+\frac{2\pi}{3}\right) & \omega_R L_{ms}\sin(\theta_R) & \omega_R L_{ms}\sin\left(\theta_R-\frac{2\pi}{3}\right) & 0 & -r'_r & 0 \\
\omega_R L_{ms}\sin\left(\theta_R-\frac{2\pi}{3}\right) & \omega_R L_{ms}\sin\left(\theta_R+\frac{2\pi}{3}\right) & \omega_R L_{ms}\sin(\theta_R) & 0 & 0 & -r'_r
\end{bmatrix}
$$

ในงานวิจัยนี้ได้พิจารณามอเตอร์เหนี่ยวนำชนิดโรเตอร์กรงกระรอก ซึ่งปลายทั้งสองด้านของแท่งตัวนำจะถูกลัดวงจรไว้ ดังนั้นเทอม v'_{ar} , v'_{br} , และ v'_{cr} จะมีค่าเป็นศูนย์

4.3.2 แบบจำลองทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำ

แบบจำลองทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส เมื่อมอเตอร์ขับโหลด สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.8 แบบจำลองทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำ

โดยที่ ω_R คือ ความเร็วเชิงมุมของโรเตอร์ (rad/sec)

J คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์ (Kg.m^2)

B_m คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานเชิงความหนืดของมอเตอร์ (N.m/rad/sec)

T_E คือ แรงบิดที่มอเตอร์สร้างขึ้น (N.m)

T_L คือ แรงบิดของโหลด (N.m)

สมการการเคลื่อนที่ของโรเตอร์อาจเขียนแสดงได้ดังนี้

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{P}{2J}T_E - \frac{B_m}{J}\omega_R - \frac{P}{2J}T_L \tag{4.5}$$

เมื่อ

$$T_E = \frac{3}{2}\frac{P}{2}L_m \cdot \mathrm{Im}\left\{i'_{abcr} i_{abcs} e^{-j\theta_R}\right\}$$

โดยที่

$$i_{abcs} = i_{as} + ai_{bs} + a^2 i_{cs}$$

$$i'_{abcr} = i'_{ar} + ai'_{br} + a^2 i'_{cr}$$

$$a = e^{-j\theta_R}$$

ซึ่ง P คือจำนวนขั้วแม่เหล็กของมอเตอร์ และ Im คือพจน์ของจำนวนจินตภาพ และ

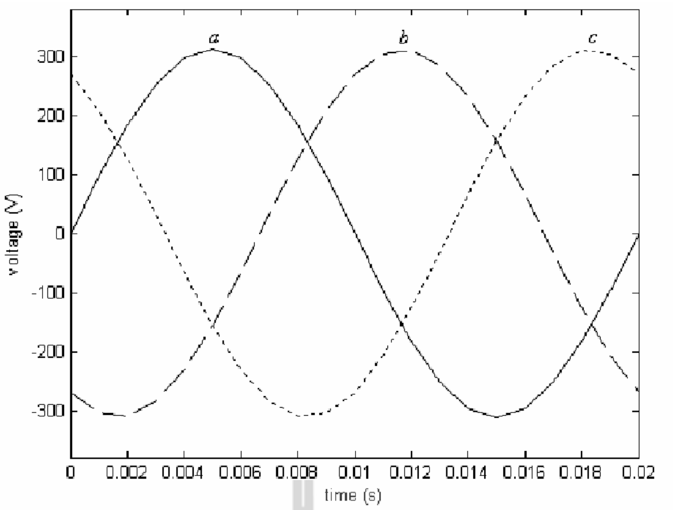
$$\frac{d\theta_R}{dt} = \omega_R \tag{4.6}$$

จากสมการที่ (4.5) และ(4.6) จะเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

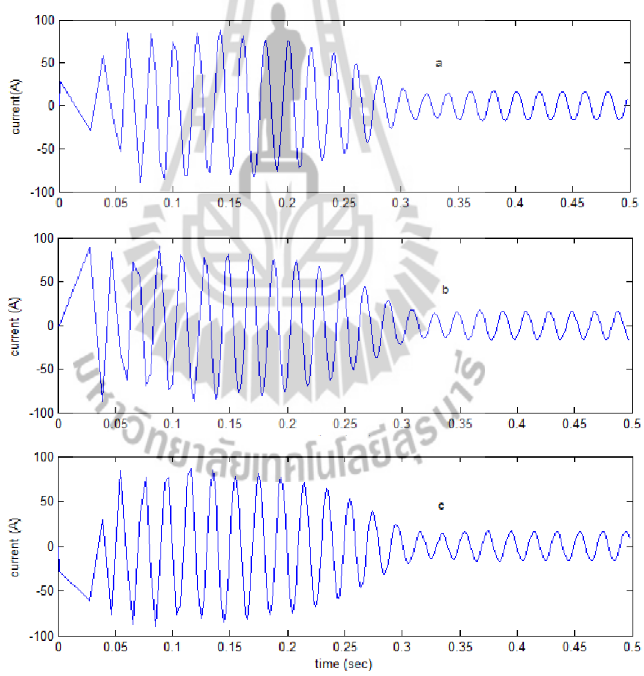
$$\begin{bmatrix} \dfrac{d\omega_R}{dt} \\ \dfrac{d\theta_R}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-B_m}{j} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_R \\ \theta_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{P}{2J} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_E - T_L \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

4.3.3 การคำนวณกระแสของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส

การคำนวณกระแสในแต่ละเฟสจะต้องอาศัยความสัมพันธ์ของสมการแบบจำลองของมอเตอร์ทั้งทางไฟฟ้าและทางกลดังสมการที่ (4.4) และ (4.7) ข้างต้น เมื่อป้อนแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงสามเฟสดังแสดงในรูปที่ 4.9 ประกอบกับค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ดังปรากฏในตารางที่ 4.1 จะได้ผลลัพธ์ของกระแสในแต่ละเฟสดังแสดงในรูปที่ 4.10 ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นกระแสที่ใช้ในการคำนวณหาค่า J_0 ดังได้กล่าวไว้ข้างต้น

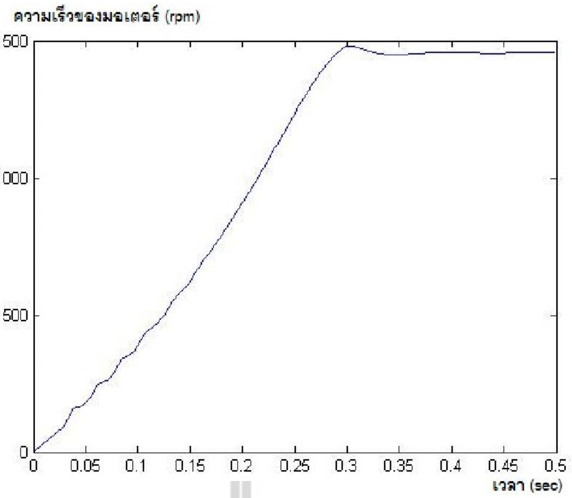


รูปที่ 4.9 รูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าแต่ละเฟสที่จ่ายให้มอเตอร์

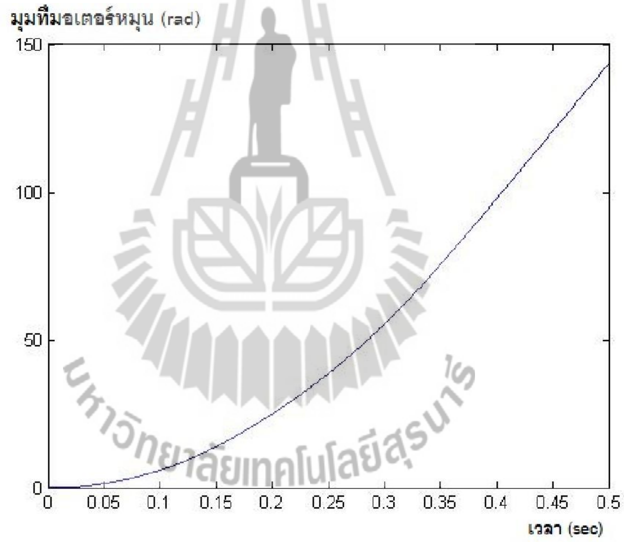


รูปที่ 4.10 รูปคลื่นกระแสไฟฟ้าแต่ละเฟสที่จ่ายให้มอเตอร์

จากสมการที่ (4.4) ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณนอกจากค่า I_a, I_b และ I_c ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา แล้วยังมีความเร็วรอบของมอเตอร์ (N_r) และมุมที่มอเตอร์หมุน (θ) เปลี่ยนแปลงตามเวลาดังแสดงในรูปที่ 4.11 และรูปที่ 4.12 ตามลำดับ



รูปที่ 4.11 กราฟความเร็วรอบเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้จากการคำนวณ



รูปที่ 4.12 กราฟมุมที่มอเตอร์หมุนเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ได้จากการคำนวณ

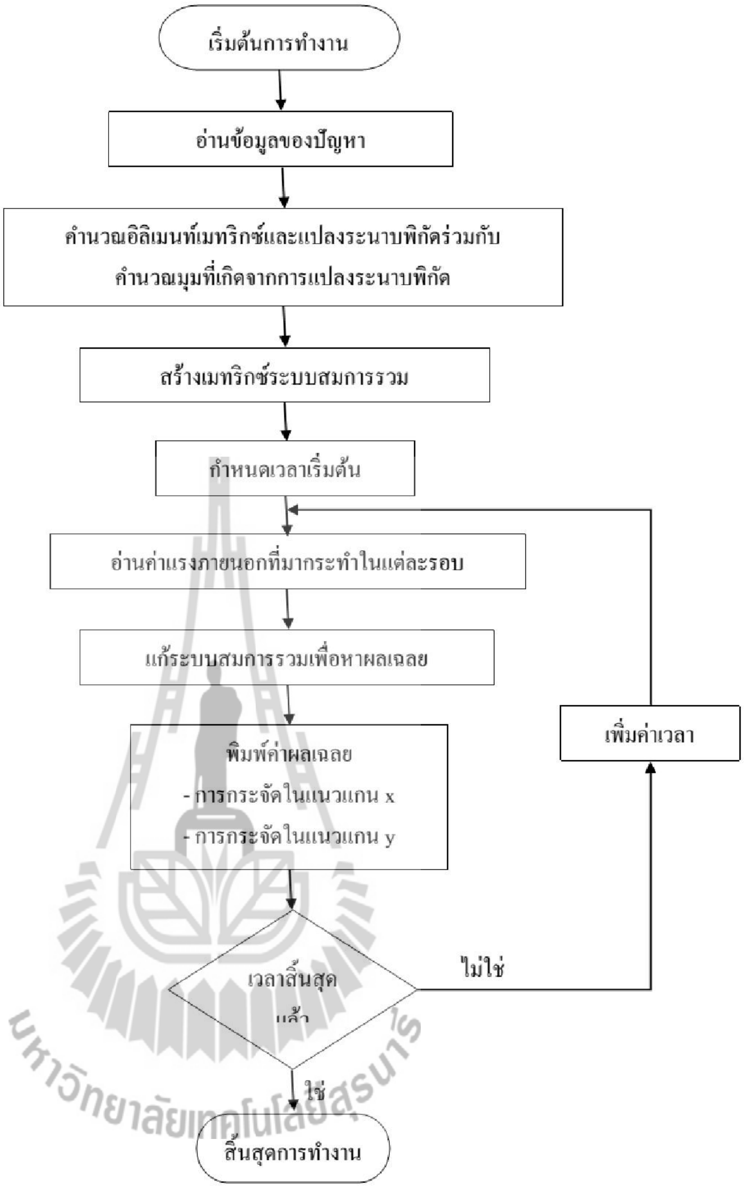
จากรูปที่ 4.11 ค่าความเร็วรอบจะมีค่าเป็นศูนย์ที่เวลาเริ่มต้นและจะมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและคงที่ที่เวลาประมาณ 0.3 วินาที ด้วยค่าความเร็วรอบประมาณ 1455 *rpm* หรือคำนวณเป็นอัตราเร็วเชิงมุมได้จาก $\omega_r = N(2\pi)/60$ ซึ่งจะมีค่าอัตราเร็วเชิงมุมเท่ากับ 152.43 $rad/\sec$ จะเห็นได้ว่ามีค่าความเร็วรอบที่ได้จากการคำนวณใกล้เคียงกับค่าความเร็วพิกัดของมอเตอร์ ซึ่งมีความเร็วพิกัดเท่ากับ 1455 rpm

4.4 โครงสร้างของโปรแกรมจำลองผล

โปรแกรมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก และโปรแกรมจำลองผลเพื่อศึกษาถึงการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ เกิดจากการประดิษฐ์ไฟไนท์อิลิเมนท์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB โดยกริดที่สร้างขึ้นเพื่อกำกับคุณลักษณะของจุดต่อและอิลิเมนท์ที่ป้อนให้แก่โปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนท์ เกิดจากการสร้างกริดโดยโปรแกรมสำเร็จรูปชื่อ Solid Work ซึ่งรายละเอียดของโปรแกรมดังกล่าวสามารถแสดงได้ดังนี้

4.4.1 โปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก

การคำนวณสนามแม่เหล็กของมอเตอร์เหนี่ยวนำสำหรับโรเตอร์หมุน เมื่อคำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงตามเวลาค่อนข้างคำนวณได้ยาก แต่ปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีสมรรถนะสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ จึงสามารถคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น โปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับคำนวณค่าสนามแม่เหล็กที่ใช้กันอยู่ทั่วไป มีราคาแพง ประมวลผลช้า และไม่มีความคล่องตัวเมื่อพิจารณาถึงกรณีที่โรเตอร์หมุนดังนั้นงานวิจัยนี้จึงประดิษฐ์ไฟไนท์อิลิเมนท์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB เพื่อคำนวณค่าสนามแม่เหล็กของมอเตอร์เหนี่ยวนำ สำหรับโครงสร้างของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็กอาจแทนได้ด้วยแผนภูมิในรูปที่ 4.13



รูปที่ 4.13 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณสนามแม่เหล็ก

จากแผนภูมิในรูปที่ 4.13 ซึ่งแสดงโครงสร้างโปรแกรมจำลองผลของระบบโดยรวมเพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่ของโปรแกรมแต่ละส่วน จะได้อธิบายถึงรายละเอียดหน้าที่ต่างๆเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดเวลาเริ่มต้นและค่าเงื่อนไขเริ่มต้น : โปรแกรมจะเริ่มทำงานด้วยการกำหนดค่าเวลาเริ่มต้น $t = 0$ สำหรับการคำนวณในรอบแรก ซึ่งจำนวนรอบหรือเวลาสิ้นสุดของการคำนวณ จะขึ้นอยู่กับจำนวนหรือเวลาที่ใช้ในการหมุนไปที่มุมต่างๆ ของมอเตอร์ โดยเมื่อมอเตอร์หมุนไปลักษณะของอิลิเมนท์และจุดต่อจะแปรเปลี่ยนตามมุมที่หมุนไปด้วย โดยโปรแกรมยังมีหน้าที่ในการกำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้น โดยงานวิจัยนี้มีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นในรอบแรกคือการให้ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเป็นศูนย์ $A(t = 0) = 0$ ส่วนการหมุนรอบถัดไปจะใช้คำตอบจากรอบที่ผ่านมาเป็นค่าเงื่อนไขเริ่มต้น ทั้งนี้เพื่อให้การลู่เข้าหาคำตอบที่ถูกต้องดำเนินการได้รวดเร็ว

ขั้นตอนที่ 2 อ่านข้อมูลของปัญหาในแต่ละรอบ : จากนั้นโปรแกรมจะรับค่าข้อมูลอินพุตซึ่งแสดงถึงลักษณะของอิลิเมนท์และจุดต่อ จากเอาต์พุตไฟล์ที่เกิดจากการสร้างกริดของโปรแกรมสำเร็จรูปชื่อ Solid Work ที่ ซึ่งรายละเอียดในไฟล์ประกอบด้วยจำนวนและตำแหน่งของจุดต่อ หมายเลขของจุดต่อที่ประกอบขึ้นเป็นอิลิเมนท์ จำนวนและหมายเลขของอิลิเมนท์เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณอิลิเมนท์เมทริกซ์ : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะใช้การคำนวณอิลิเมนท์เมทริกซ์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อของทุกๆ อิลิเมนท์ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.41) จากบทที่ผ่านมา หรือนำมาแสดงใหม่ในบทนี้ดังสมการที่ (4.8) โดยที่ $\{A\}_{4\times1}^{t+\Delta t}$ คือเวกเตอร์คำตอบของสมการที่ทำการคำนวณในแต่ละรอบ

$$\left(\frac{1}{\Delta t}[M]_{4\times4} + [K]_{4\times4}\right)\{A\}_{4\times1}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}[M]_{4\times4}\{A\}_{4\times1}^{t} + \{F\}_{4\times1}^{t+\Delta t} \tag{4.8}$$

สมการที่ (4.8) นี้ จะต้องอาศัยความสัมพันธ์ของอิลิเมนท์เมทริกซ์การนำทางไฟฟ้า $[M]_{4\times4}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.30) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.9) อิลิเมนท์เมทริกซ์ความซาบซึมได้ของแม่เหล็ก $[K]_{4\times4}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.34) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.10) และโหลดเวกเตอร์กระแสที่ผลิตขึ้นเอง $\{F\}_{4\times1}^{t+\Delta t}$ ซึ่งยกกำลัง $t+\Delta t$ หมายถึงโหลดเวกเตอร์กระแสที่ผลิตขึ้นเอง ณ เวลาเดียวกับที่ต้องการคำนวณหาคำตอบ ดังแสดงด้วยสมการที่ (2.37) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.11) เมทริกซ์เหล่านี้จะถูกคำนวณทีละอิลิเมนท์ เพื่อนำไปสร้างเป็นระบบเมทริกซ์สมการรวม

$$[M]_{4\times4} = \frac{s\sigma V}{20}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

$$[K]_{4\times4} = \frac{1}{36\mu V}\begin{bmatrix} b_1b_1+c_1c_1+d_1d_1 & b_1b_2+c_1c_2+d_1d_2 & b_1b_3+c_1c_3+d_1d_3 & b_1b_4+c_1c_4+d_1d_4 \\ & b_2b_2+c_2c_2+d_2d_2 & b_2b_3+c_2c_3+d_2d_3 & b_2b_4+c_2c_4+d_2d_4 \\ & & b_3b_3+c_3c_3+d_3d_3 & b_3b_4+c_3c_4+d_3d_4 \\ Sym & & & b_4b_4+c_4c_4+d_4d_4 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\{F\}_{4\times1} = \frac{\mathbf{J}_0 V}{4}\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix} \quad (4.11)$$

ขั้นตอนที่ 4 สร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : โปรแกรมจะทำหน้าที่รวมอิลิเมนท์เมทริกซ์ย่อยๆ เข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมดังแสดงด้วยสมการที่ (2.42) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.12) โดยมีหลักการคือ หาหมายเลขจุดต่อที่แท้จริงของอิลิเมนท์ที่พิจารณาอยู่ แล้วใส่ค่าสัมประสิทธิ์ของอิลิเมนท์เมทริกซ์นั้นลงในเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมให้ถูกต้อง ซึ่งหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ย่อย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยทั้งสิ้น n สมการ

$$[J]_{n\times n}[A]_{n\times1} = [f]_{n\times1} \quad (4.12)$$

ขั้นตอนที่ 5 กำหนดเงื่อนไขขอบเขต : โปรแกรมจะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยมีหลักการคือ ดัดแปลงระบบสมการรวมตามสมการที่ (4.12) ให้สอดคล้องกับค่าเงื่อนไขขอบเขต โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตให้ขอบในที่ติดกับเพลาและขอบนอกของมอเตอร์มีค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเป็นศูนย์ ($A = 0$)

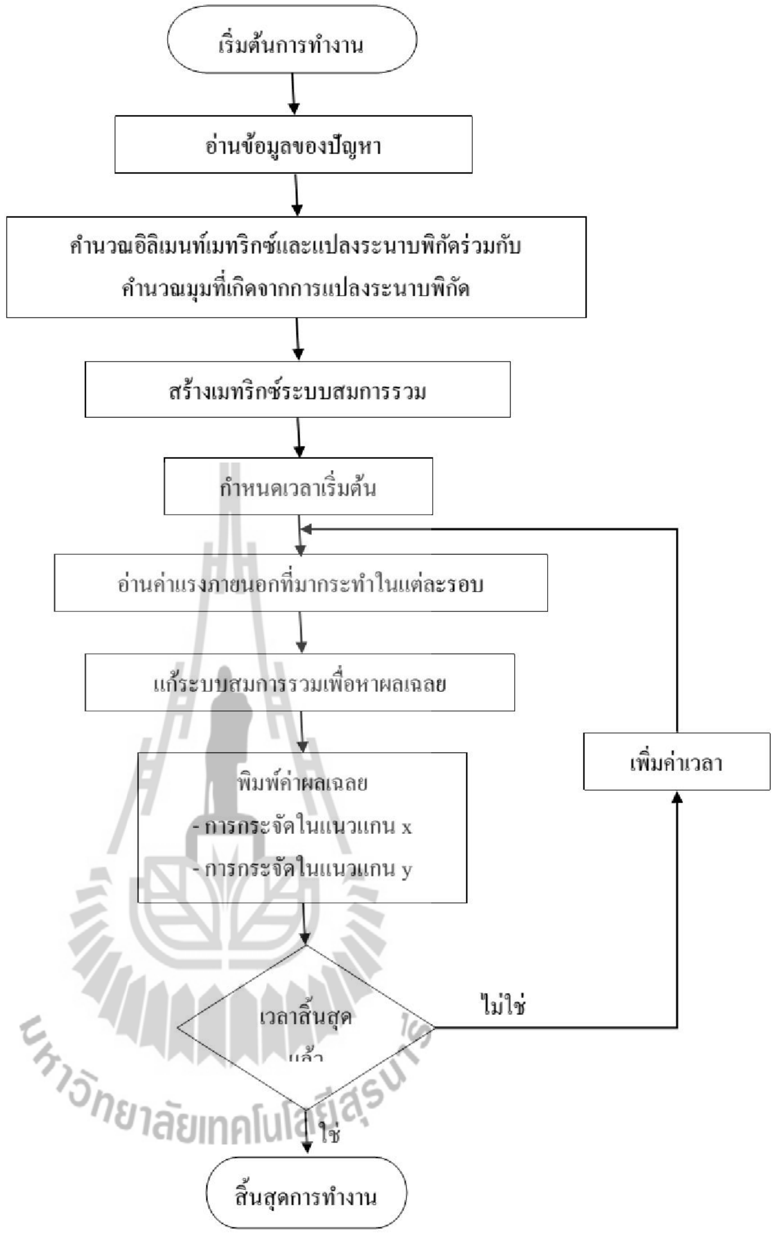
ขั้นตอนที่ 6 แก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลเฉลย : โปรแกรมจะทำหน้าที่แก้สมการเชิงเส้นดังสมการที่ (4.12) เพื่อหาค่าผลเฉลยของระบบสมการรวม

ขั้นตอนที่ 7 พิมพ์ค่าผลเฉลย : จากนั้นโปรแกรมจะพิมพ์ค่าผลเฉลยออกมาเป็นกราฟแสดงขนาดซึ่งจะประกอบด้วยค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก ค่าสนามแม่เหล็ก และแรงแม่เหล็ก

ขั้นตอนที่ 8 เวลาสิ้นสุดแล้ว : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะพิจารณาถึงการคำนวณค่าในรอบถัดไป ถ้าหากเวลาที่กำหนดในการคำนวณยังไม่สิ้นสุดโปรแกรมก็จะย้อนกลับไปที่ขั้นตอนที่ 2 อ่านข้อมูลของปัญหาในแต่ละรอบ และกระทำซ้ำตามขั้นตอนที่ 2 ถึงขั้นตอนที่ 8 ดังเดิม แต่ถ้าหากสิ้นสุดเวลาที่กำหนดให้โปรแกรมก็จะหยุดการคำนวณ เป็นอันจบการทำงานของโปรแกรม

4.4.2 โปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือน

การคำนวณขนาดของการสั่นสะเทือนสำหรับมอเตอร์เหนี่ยวนำ โรเตอร์หมุนที่แสดงอยู่ในรูปของการกระจัดที่ผิดเพี้ยนไปจากรูปร่างดั้งเดิมของมอเตอร์ก่อนที่ยังไม่มีแรงภายนอกมากระทำค่อนข้างดำเนินการได้ยาก เนื่องจากผลลัพธ์ของการกระจัดอย่างละเอียดที่ครอบคลุมตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ต้องอาศัยการคำนวณที่มีความซับซ้อนสูง ปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีสมรรถนะสูงและมีหน่วยความจำขนาดใหญ่ จึงสามารถคำนวณการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ในทุกๆ ตำแหน่งด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์ได้ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงประดิษฐ์ไฟไนท์อิลิเมนท์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นด้วย MATLAB เพื่อคำนวณขนาดของการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ ซึ่งลำดับการทำงานของโปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือน สามารถแทนได้ด้วยแผนภูมิดังรูปที่ 4.14



รูปที่ 4.14 แผนภูมิแสดงการทำงานของโปรแกรมคำนวณการสั่นสะเทือน

จากแผนภูมิดังรูปที่ 4.14 อาจเข้าใจได้ถึงลำดับการทำงานของโปรแกรม โดยโปรแกรมจะทำงานเป็นขั้นตอนและมีหน้าที่ต่างกันไป ซึ่งจะอธิบายการทำงานของโปรแกรมได้ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 อ่านข้อมูลของปัญหา : ขั้นตอนนี้โปรแกรมทำหน้าที่รับค่าข้อมูลต่างๆ ได้แก่ จำนวนและตำแหน่งของจุดต่อ หมายเลขของจุดต่อที่ประกอบขึ้นเป็นอิลิเมนท์ จำนวนและหมายเลขของอิลิเมนท์ และค่าพารามิเตอร์ทางวัสดุต่างๆ เช่น แกนสเตเตอร์และโครงสเตเตอร์ของมอเตอร์เป็นต้น ดังแสดงด้วยรูปที่ 3.1 ในบทที่ 3 ซึ่งเป็นข้อมูลอินพุตที่เรียกใช้ตอนเริ่มต้นของโปรแกรมเพียงครั้งเดียว เนื่องจากเมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนจะพิจารณาในส่วนของแกนสเตเตอร์และโครงสเตเตอร์เท่านั้น ซึ่งจะไม่ปรากฏการเปลี่ยนแปลงพิกัดใดๆ เลยเมื่อโรเตอร์หมุนไป

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณอิลิเมนท์เมทริกซ์และแปลงระนาบพิกัดร่วมกับคำนวณมุมที่เกิดจากการแปลงระนาบพิกัด : จากนั้นโปรแกรมจะคำนวณอิลิเมนท์เมทริกซ์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อของทุกๆ อิลิเมนท์ โดยมีสมการไฟไนท์อิลิเมนท์ซึ่งเป็นสมการการเคลื่อนที่แสดงได้ด้วยสมการที่ (3.1) จากบทที่ผ่านมา หรือนำมาแสดงใหม่ในบทนี้ดังสมการที่ (4.13)

$$[M]_{12\times12}\frac{\partial^2\{x\}_{12\times1}}{\partial t^2}+[D]_{12\times12}\frac{\partial\{x\}_{12\times1}}{\partial t}+[K]_{12\times12}\{x\}_{12\times1}=\{F\}_{12\times1} \tag{4.13}$$

สมการที่ (4.13) นี้ จะต้องอาศัยความสัมพันธ์ของอิลิเมนท์เมทริกซ์มวล $[M]_{12\times12}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (3.32) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.14) อิลิเมนท์เมทริกซ์ความแข็งของสปริง $[K]_{12\times12}$ ดังแสดงด้วยสมการที่ (3.18) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.15) โดยจะไม่พิจารณาถึงอิลิเมนท์เมทริกซ์ความหน่วง $[D]_{12\times12}$

$$[M]=[R]^T[\widetilde{M}][R] \tag{4.14}$$

$$[K]=[R]^T[\widetilde{K}][R] \tag{4.15}$$

โดยที่เมทริกซ์ $[R]$ คือค่าที่ใช้สำหรับถ่ายโอนจากระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นสู่ระนาบพิกัดวงกว้างดังแสดงด้วยสมการที่ (3.19) ของบทที่ 3 หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.16) ส่วน $[\widetilde{M}]$ และ $[\widetilde{K}]$ คือเมทริกซ์มวลและเมทริกซ์ความแข็งของสปริงในระนาบพิกัดเฉพาะถิ่นดังแสดงด้วยสมการที่ (3.31) และ (3.17) ของบทที่ 3 ตามลำดับ หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.17) และสมการที่ (4.18) ตามลำดับ ซึ่งโดยโปรแกรมจะทำหน้าที่ในการแปลงระนาบพิกัดวงกว้างไปเป็นระนาบพิกัด

เฉพาะถิ่นและแปลงกลับไปเป็นระนาบพิกัดวงกว้างตามเดิม เพื่อนำไปสร้างเป็นระบบเมทริกซ์สมการรวม

$$
[R]=\begin{bmatrix}
\cos(\tilde{x},x) & \cos(\tilde{x},y) & \cos(\tilde{x},z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cos(\tilde{y},x) & \cos(\tilde{y},y) & \cos(\tilde{y},z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cos(\tilde{z},x) & \cos(\tilde{z},y) & \cos(\tilde{z},z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{x},y) & \cos(\tilde{x},z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{y},x) & \cos(\tilde{y},y) & \cos(\tilde{y},z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{z},x) & \cos(\tilde{z},y) & \cos(\tilde{z},z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{x},x) & \cos(\tilde{x},y) & \cos(\tilde{x},z) & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{y},x) & \cos(\tilde{y},y) & \cos(\tilde{y},z) & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{z},x) & \cos(\tilde{z},y) & \cos(\tilde{z},z) & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{x},x) & \cos(\tilde{x},y) & \cos(\tilde{x},z) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{y},x) & \cos(\tilde{y},y) & \cos(\tilde{y},z) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\tilde{z},x) & \cos(\tilde{z},y) & \cos(\tilde{z},z)
\end{bmatrix} \tag{4.16}
$$

$$[\widetilde{M}] = \frac{\rho V_e}{20}\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

$$[\widetilde{K}] = \left[\widetilde{B}\right]^T \left[\widetilde{D}\right]\left[\widetilde{B}\right]V \tag{4.18}$$

สำหรับรายละเอียดต่างๆในสมการที่ (4.16), (4.17) และ (4.18) สามารถศึกษาได้จากหัวข้อ 3.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในและสมการของอิลิเมนท์ ในบทที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 สร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม : จากนั้นโปรแกรมจะทำหน้าที่รวมอิลิเมนท์เมทริกซ์ย่อยๆ ที่คำนวณจากได้จากโปรแกรมเข้าเป็นเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวม ดังแสดงด้วยสมการที่ (3.33) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.19) โดยหากแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นอิลิเมนท์ย่อย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมสำหรับการเคลื่อนที่ของระบบ ซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยทั้งสิ้น $3n$ สมการ ทั้งนี้เนื่องจากพิจารณาการกระจัดทั้งแนวแกน x y และ z

$$[M]_{3n\times 3n}\frac{\partial^2\{x\}_{3n\times 1}}{\partial t^2} + [D]_{3n\times 3n}\frac{\partial\{x\}_{3n\times 1}}{\partial t} + [K]_{3n\times 3n}\{x\}_{3n\times 1} = \{F\}_{3n\times 1} \tag{4.19}$$

ขั้นตอนที่ 4 กำหนดเวลาเริ่มต้น : จากนั้นโปรแกรมจะกำหนดแรงเริ่มต้น $F(t=0)=0$ แล้วทำการคำนวณค่าผลลัพธ์ของการกระจัดทั้งแนวแกน x y และ z ซึ่งจะเป็นค่าเงื่อนไขเริ่มต้นในการคำนวณต่อไป

ขั้นตอนที่ 5 อ่านค่าแรงภายนอกที่มากระทำในแต่ละรอบ : โปรแกรมจะรับแรงที่ได้จากการคำนวณในเวลาเดียวกันกับที่จะคำนวณการสั่นในรอบนั้นๆ

ขั้นตอนที่ 6 แก้ระบบสมการรวมเพื่อหาผลเฉลย : จากนั้นโปรแกรมจะทำหน้าที่แก้สมการการเคลื่อนที่ในรูปของสมการสามัญอันดับสองเพื่อหาค่าผลเฉลยของระบบสมการรวมดังสมการที่ (4.19) โดยเลือกใช้วิธีผลต่างกลาง ดังที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 3.3 ในบทที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นตามสมการที่ (3.37), (3.38) และ (3.39) หรือนำมาแสดงใหม่ดังสมการที่ (4.20), (4.21) และ (4.22) ตามลำดับ

$$\left[M_{eff}\right]\{x\}^{t+\Delta t}=\left\{F_{eff}\right\} \tag{4.20}$$

โดยที่

$$\left[M_{eff}\right]=\left[\frac{1}{\Delta t^2}[M]+\frac{1}{2\Delta t}[D]\right] \tag{4.21}$$

$$\left\{F_{eff}\right\}=\{F\}^t-\left[[K]-\frac{2}{\Delta t^2}[M]\right]\{x\}^t-\left[\frac{1}{\Delta t^2}[M]-\frac{1}{2\Delta t}[D]\right]\{x\}^{t-\Delta t} \tag{4.22}$$

ขั้นตอนที่ 7 พิมพ์ค่าผลเฉลย : จากนั้นจะพิมพ์ค่าผลเฉลยที่ต้องการออกมา ซึ่งประกอบด้วยค่าการกระจัดในแนวแกน x y และ z ที่เปลี่ยนแปลงไปจากตำแหน่งดั้งเดิมของทุกๆ จุดต่อ

ขั้นตอนที่ 8 เวลาสิ้นสุดแล้ว : ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะพิจารณาถึงการคำนวณค่าในรอบถัดไป ถ้าหากเวลาที่กำหนดในการคำนวณยังไม่สิ้นสุดโปรแกรมก็จะย้อนกลับไปที่ขั้นตอนที่ 5 อ่านค่าแรงภายนอกที่มากระทำในแต่ละรอบ และกระทำซ้ำตามขั้นตอนที่ 5 ถึงขั้นตอนที่ 8 ดังเดิม แต่ถ้าหากสิ้นสุดเวลาที่กำหนดให้โปรแกรมก็จะหยุดการคำนวณ เป็นอันจบการทำงานของโปรแกรม

4.5 สรุป

การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ เมื่อพิจารณาปัญหาในสถานะชั่วครู่ค่อนข้างดำเนินการได้ยากและมีความซับซ้อน การทำความเข้าใจอย่างละเอียดและลึกซึ้งต่อค่าสนามแม่เหล็กและขนาดของการสั่นสะเทือนที่แปรเปลี่ยนไปในขณะที่โรเตอร์หมุน จึงยากเกินกว่าที่จะนึกหรือจินตนาการได้ เป็นเหตุให้ต้องพึ่งพาเทคนิคการจำลองผลระบบด้วยคอมพิวเตอร์ดังที่บทที่ 4 ได้นำเสนอไว้ โปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนใน

บทนี้ได้รับการพัฒนาขึ้นด้วย MATLAB โดยมีโครงสร้างของโปรแกรมจำลองผลสนามแม่เหล็ก และโปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือนดังที่อธิบายด้วยแผนภูมิในรูปที่ 4.13 และ 4.14 ตามลำดับ โปรแกรมดังกล่าวจะรับค่าอินพุตซึ่งแสดงตำแหน่งของอิลิเมนท์และจุดต่อจากโปรแกรมสำเร็จรูปชื่อ Solid Work และจะส่งค่าผลลัพธ์ที่ได้ให้โปรแกรม MATLAB เพื่อการคำนวณและแสดงผลในรูปกราฟฟิก

บทที่ 5
ผลการจำลองสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์เฉียง

5.1 บทนำ

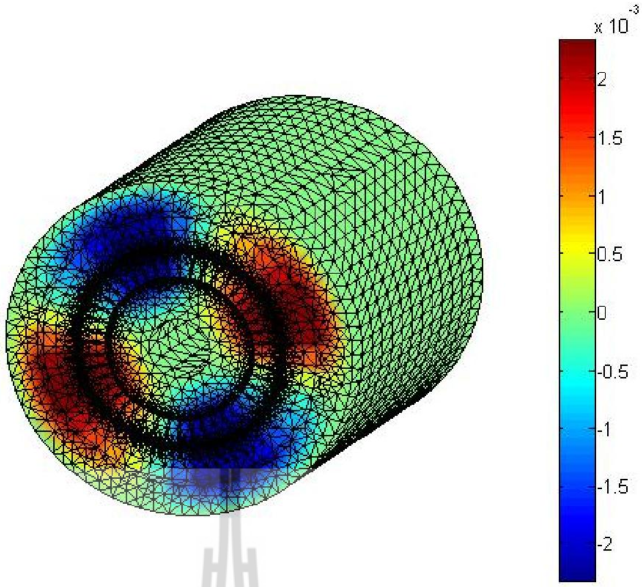
ในบทที่ผ่านๆ มาของงานวิจัยนี้ ได้อธิบายถึงวิธีการคำนวณสนามแม่เหล็กและการคำนวณการสั่นสะเทือนของมอเตอร์ สำหรับในบทที่ 5 นี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อจำลองผลการคำนวณสนามแม่เหล็กและการคำนวณการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำ จากบทที่ผ่านมาพร้อมทั้งอภิปรายผลการจำลองตลอดจนเปรียบเทียบผลการคำนวณการสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรงและร่องโรเตอร์แบบเฉียง สำหรับงานวิจัยนี้ ได้แบ่งการพิจารณาลักษณะร่องโรเตอร์ออกเป็น 3 แบบได้แก่ 1) ร่องโรเตอร์แบบร่องตรง, 2) ร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง, และ 3) ร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง

5.2 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กและอภิปรายผล

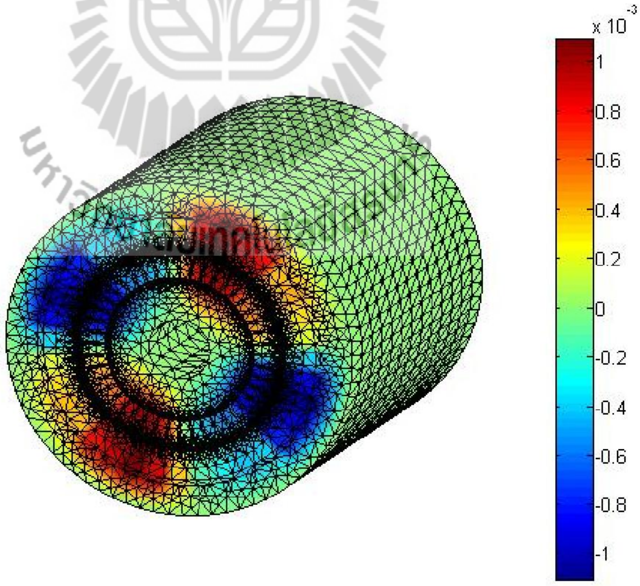
การคำนวณการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำนั้น จะต้องคำนวณค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่กระจายตัวตามปริมาตรของมอเตอร์ก่อน จากนั้นจึงคำนวณค่าสนามแม่เหล็กซึ่งถือว่าเป็นอิทธิพลหลักที่ก่อให้เกิดแรงสั่นสะเทือนของมอเตอร์ ซึ่งในหัวข้อต่อไปนี้จะได้นำเสนอผลการคำนวณค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กและค่าสนามแม่เหล็กพร้อมทั้งอภิปรายผลการจำลอง

5.2.1 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง

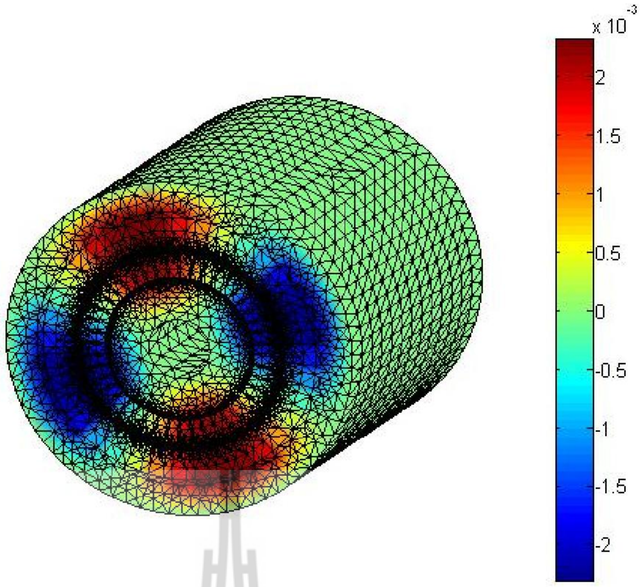
การจำลองผลการกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กตลอดปริมาตรของมอเตอร์เมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่ ด้วยมุมต่างๆ ที่โรเตอร์หมุนใน 98.1816 องศา ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.1 - 5.4 แสดงถึงการกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเริ่มตั้งแต่มุม 0 องศา ถึง 98.1816 องศา โดยแต่ละรูปโรเตอร์หมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาต่างกันด้วยมุมทีละ 32.7272 องศา



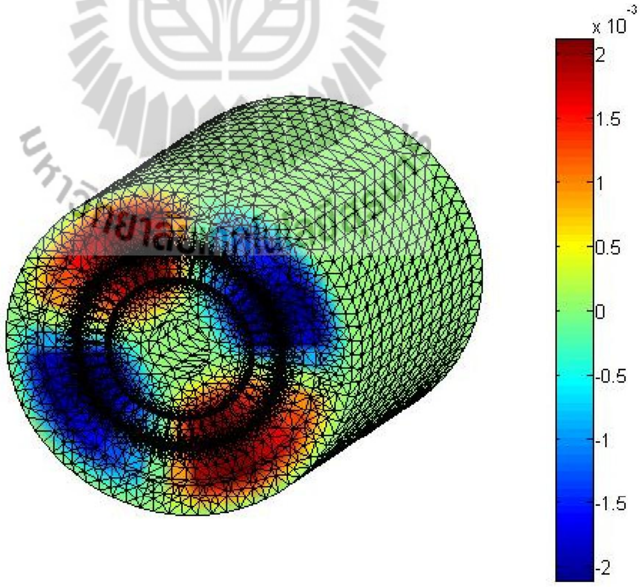
รูปที่ 5.1 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา



รูปที่ 5.2 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 32.7272 องศา



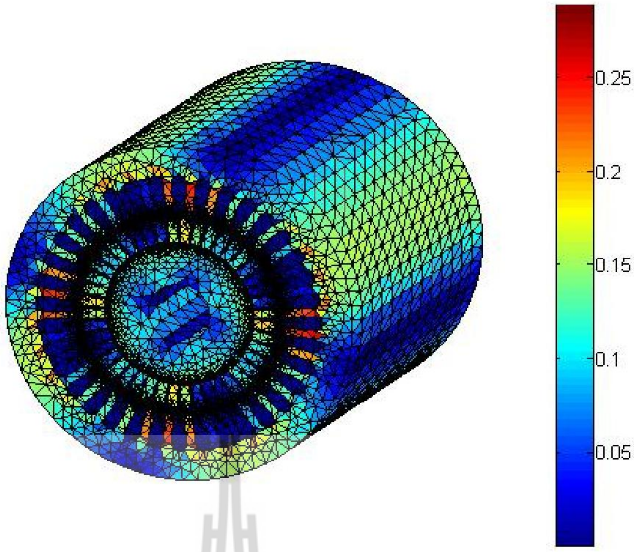
รูปที่ 5.3 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 65.4544 องศา



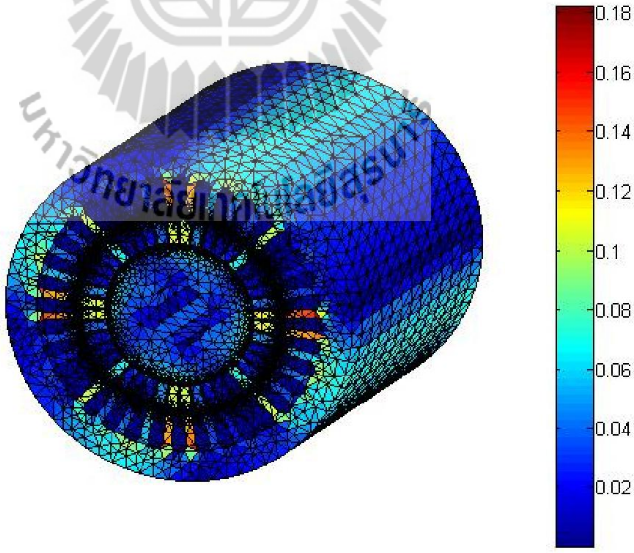
รูปที่ 5.4 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 98.1816 องศา

จากรูปที่ 5.1 - 5.4 จะสังเกตเห็นว่า ทางเดินของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อพิจารณามอเตอร์หมุนในสถานะอยู่ตัวและมีโหลดเต็มพิกัด ปรากฏให้เห็นถึงจำนวนขั้วแม่เหล็ก N (สีแดง) และ S (สีน้ำเงิน) สลับกันไปจำนวน 4 ขั้ว เท่ากับจำนวนขั้วของมอเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผลอย่างเด่นชัด ซึ่งพิจารณาควบคู่กับค่าแถบสีทางด้านขวามือที่มีทั้งค่าบวกและค่าลบ โดยค่าบวกที่มีขนาดสูงสุดจะแทนได้ด้วยสีแดงเข้ม และค่าลบที่มีขนาดสูงสุดจะแทนด้วยสีน้ำเงินเข้ม ดังแสดงอยู่ในรูปที่ 5.1 - 5.4 ซึ่งจากรูปจะสังเกตเห็นศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กแบ่งออกเป็น 2 แถบสีหลักๆ คือ แดงและน้ำเงินสลับกันไป 4 กลุ่ม ซึ่งจำนวนกลุ่มนี้เปรียบเสมือนจำนวนขั้วแม่เหล็ก โดยกลุ่มสีแดงหมายถึงขั้ว N ซึ่งมีทิศทางของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** มีทิศพุ่งเข้าหาหน้ากระดาษ ส่วนกลุ่มสีน้ำเงินหมายถึงขั้ว S ซึ่งมีทิศทางของ **A** พุ่งออกจากหน้ากระดาษ โดยศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะเริ่มซ้ำทางเดินเมื่อโรเตอร์หมุนผ่านไปประมาณ 180° (ในกรณีที่พิจารณาในสภาวะไร้โหลดจะมีค่าเท่ากับ 180° พอดี (Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998)) และศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะแสดงพฤติกรรมที่เรียกว่าสนามแม่เหล็กหมุน โดยมีทิศทางการหมุนทวนเข็มนาฬิกาไปในทิศทางเดียวกับการหมุนของโรเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล

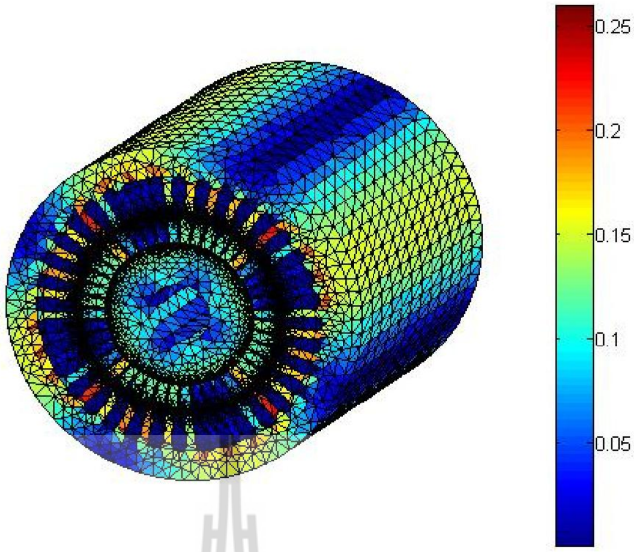
เมื่อทราบค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กก็สามารถนำไปคำนวณค่าสนามแม่เหล็กได้ การคำนวณค่าสนามแม่เหล็กของมอเตอร์นั้นสามารถกระทำได้ด้วยการเคิร์ลศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก รูปที่ 5.5 - 5.8 แสดงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก ตามปริมาตรของมอเตอร์เหนี่ยวนำเมื่อโรเตอร์หมุนไปจากมุม 0 องศา ถึง 98.1816 องศา โดยโรเตอร์หมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุมต่างกัน 32.7272 องศา



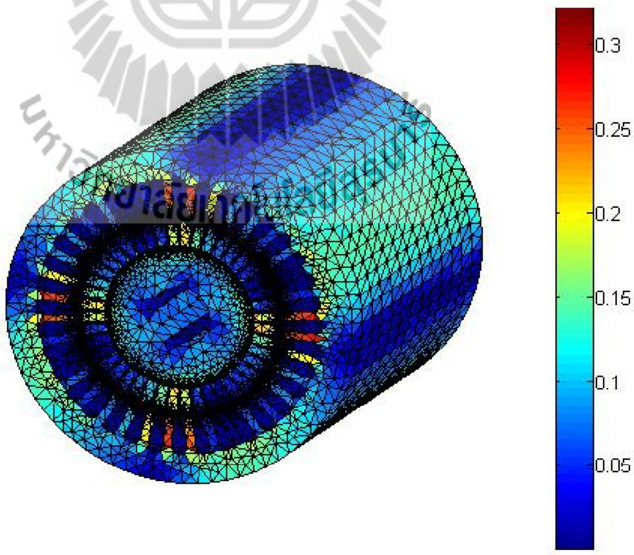
รูปที่ 5.5 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา



รูปที่ 5.6 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 32.7272 องศา



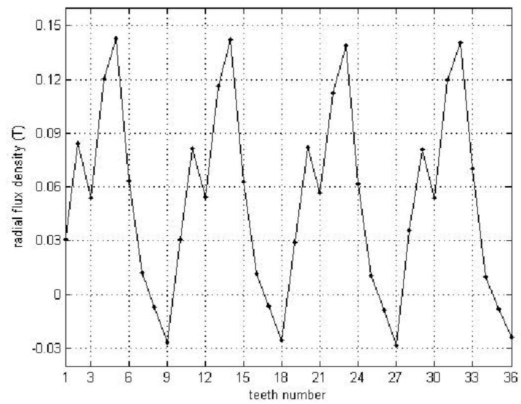
รูปที่ 5.7 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 65.4544 องศา



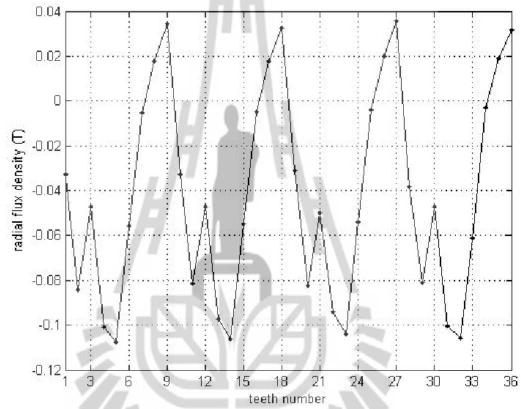
รูปที่ 5.8 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง
เมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 98.1816 องศา

ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่ได้จากการจำลองผลในแต่ละจุดต่อที่กระจายบนพื้นที่หน้าตัดตามแนวแกน z ของมอเตอร์ (A_z) จะนำไปใช้ในการคำนวณหาค่าความหนาแน่นสนามแม่เหล็กในแนวรัศมี (B_r) ที่กระทำกับช่องอากาศของมอเตอร์ตรงส่วนของฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ทั้ง 36 ซี่ ที่มีมุมการหมุนของโรเตอร์แปรเปลี่ยนไป โดยรูปที่ 5.9 เป็นการแสดงค่า B_r ที่กระทำตรงฟันของสเตเตอร์ในแต่ละซี่ ซึ่งเป็นการพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรงเมื่อพิจารณาโรเตอร์หมุนไป 0°, 90° และ 180° (ซี่ที่ 1 คือตำแหน่ง 0° เทียบกับแกน x+ พอดี และซี่ถัดไปจะวางตัวเป็นลำดับในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา) จากรูปที่ 5.9 จะสังเกตเห็นว่า รูปกราฟของ B_r จะมีลักษณะคล้ายรูปคลื่นไซน์แอมพลิจูดสูงสุดประมาณ 0.14 tesla ที่มีคาบเป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนซี่ทั้งหมด โดยกราฟ B_r จะมีลักษณะเหมือนเดิมเมื่อโรเตอร์หมุนผ่านไปประมาณ 180° และเมื่อพิจารณารูปกราฟของ B_r เมื่อโรเตอร์หมุนทำมุม 0° ดังรูปที่ 5.9(ก) เทียบกับรูปของการกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเมื่อโรเตอร์หมุนทำมุม 0° เช่นกัน ดังรูปที่ 5.1จะสังเกตเห็นว่าค่า B_r ในรูปที่ 5.9(ก) จะมีขนาดสูงสุด ณ ตำแหน่งฟันของสเตเตอร์ซี่ที่ 5, 14, 23 และ 32 และจะมีค่าเป็นศูนย์ ณ ตำแหน่งฟันของสเตเตอร์ซี่ที่ 8, 17, 26 และ 35 โดยระยะห่างในแต่ละซี่ที่ปรากฏจะมีค่าเป็น 9 ซึ่งเท่ากับ 1 พิตช์ขั้วแม่เหล็กพอดี (1 pole pitch) ซึ่งจะสอดคล้องกับรูปที่ 5.1 โดยศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก A จะมีค่าเป็นศูนย์ ณ ซี่ที่ 5, 14, 23 และ 32 และจะมีขนาดสูงสุด ณ ซี่ที่ 8, 17, 26 และ 35 ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากค่าสนามแม่เหล็ก B ได้จากการเคิร์ลศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก A ซึ่งรูปที่ 5.9(ข) และ 5.9(ค) สามารถพิจารณาเทียบได้ในทำนองเดียวกัน

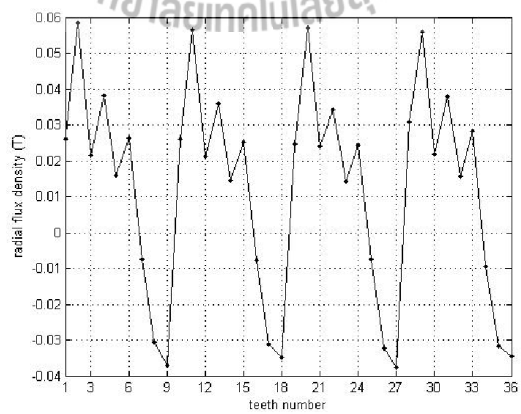
เมื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กแล้ว จากนั้นจึงใช้สมการความเค้นของแมกซ์เวลล์หาค่าแรงแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวรัศมี (F_r) ที่กระทำกับช่องอากาศตรงฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ ซึ่ง $F_r \propto B_r^2$ โดยรูปที่ 5.10 เป็นการแสดงค่า F_r เทียบกับเวลา โดยพิจารณา F_r กระทำกับช่องอากาศตรงส่วนของฟันสเตเตอร์เมื่อโรเตอร์หมุนครบ 1 รอบ เฉพาะในซี่ที่ 1 ถึงซี่ที่ 9 จากทั้งหมด 36 ซี่ เนื่องจากผลของ F_r จะเริ่มซ้ำเป็นคาบในทุกๆ 9 ซี่ ซึ่งสอดคล้องกับระยะ 1 พิตช์ขั้วแม่เหล็ก ดังที่ได้กล่าวถึงข้างต้น



(ก)

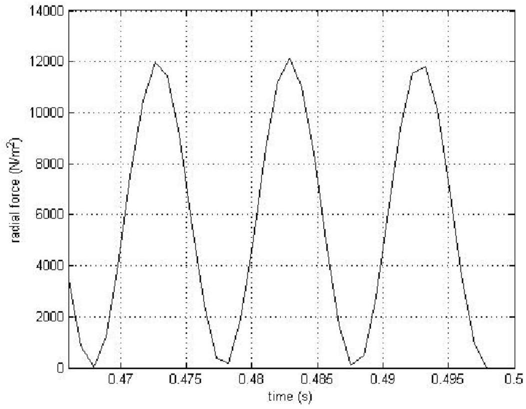


(ข)

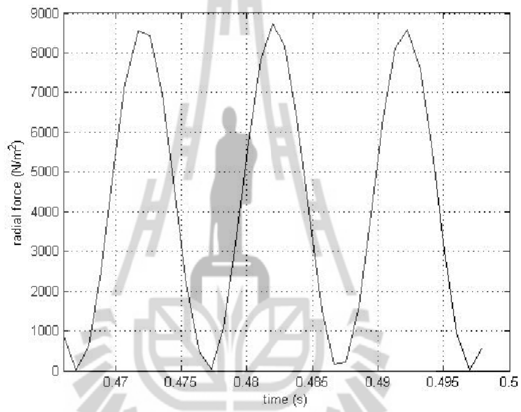


(ค)

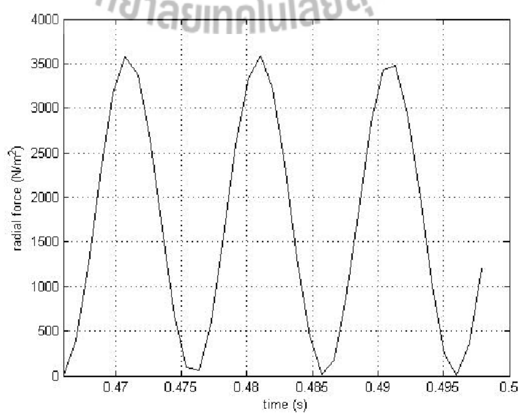
รูปที่ 5.9 สนามแม่เหล็กตามแนวรัศมีที่กระทำกับฟันสเตเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรงเมื่อโรเตอร์หมุนไป (ก) 0°, (ข) 90° และ (ค) 180°


radial force (N/m²)
time (s)

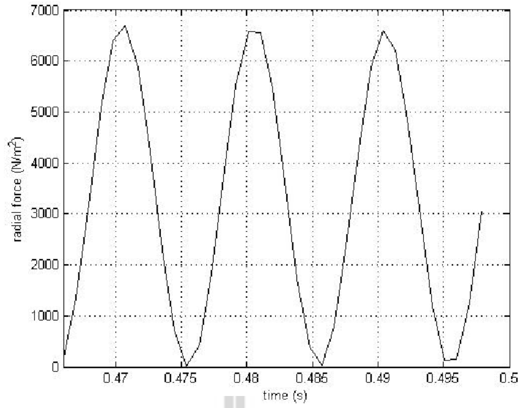
(ก)


radial force (N/m²)
time (s)

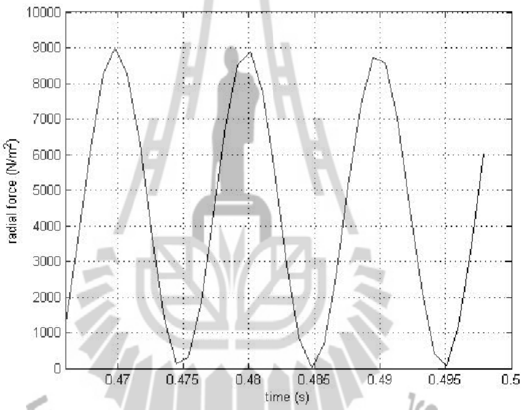
(ข)


radial force (N/m²)
time (s)

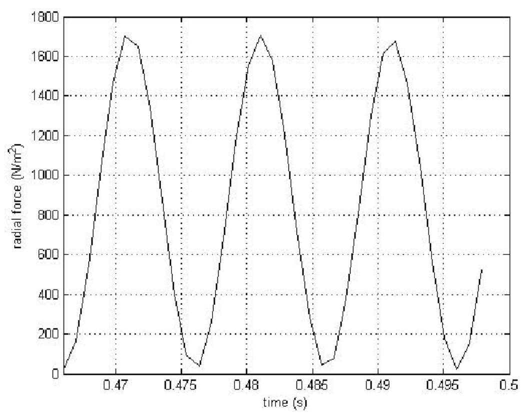
(ค)


radial force (N/m^2)
time (s)

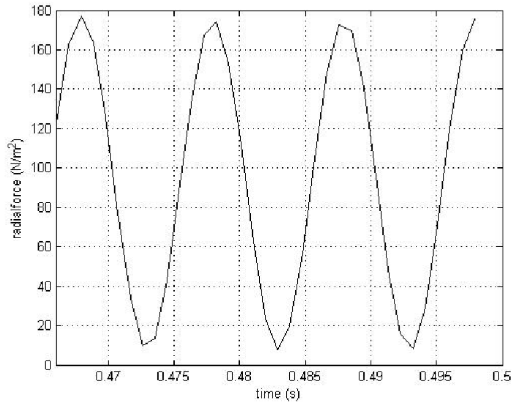
(ง)


radial force (N/m^2)
time (s)

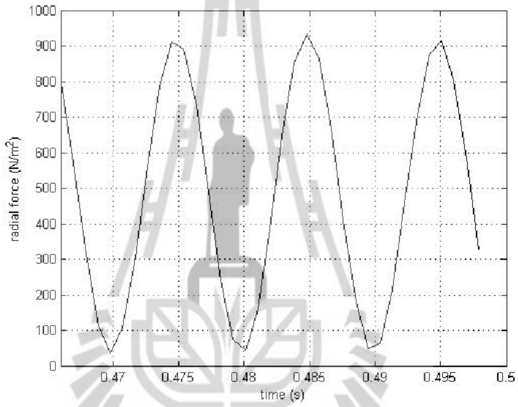
(จ)


radial force (N/m^2)
time (s)

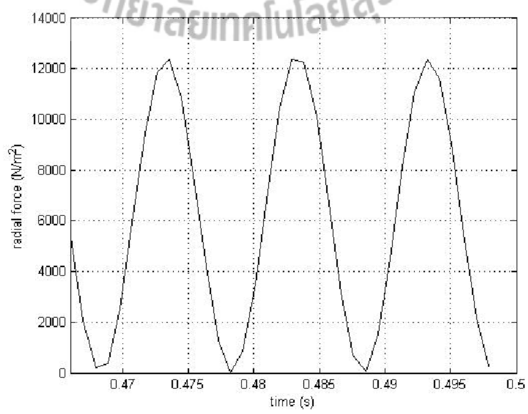
(ฉ)



(ช)



(ซ)



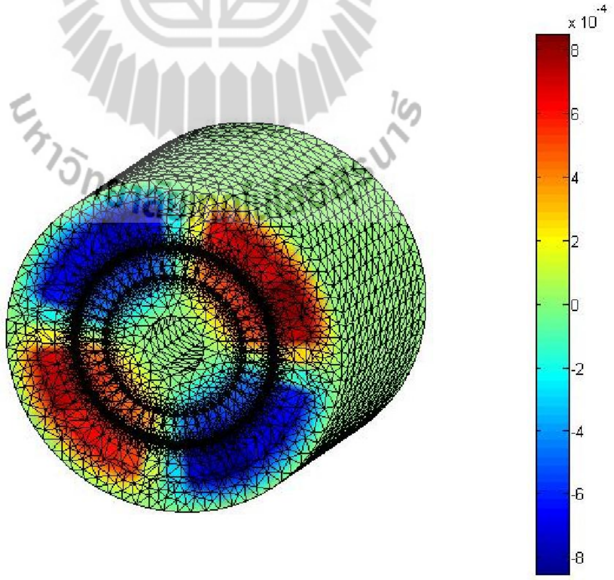
(ฌ)

รูปที่ 5.10 แรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับฟันสเตเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง (ก) ซี่ที่ 1, (ข) ซี่ที่ 2, (ค) ซี่ที่ 3, (ง) ซี่ที่ 4, (จ) ซี่ที่ 5, (ฉ) ซี่ที่ 6, (ช) ซี่ที่ 7, (ซ) ซี่ที่ 8, (ฌ) ซี่ที่ 9

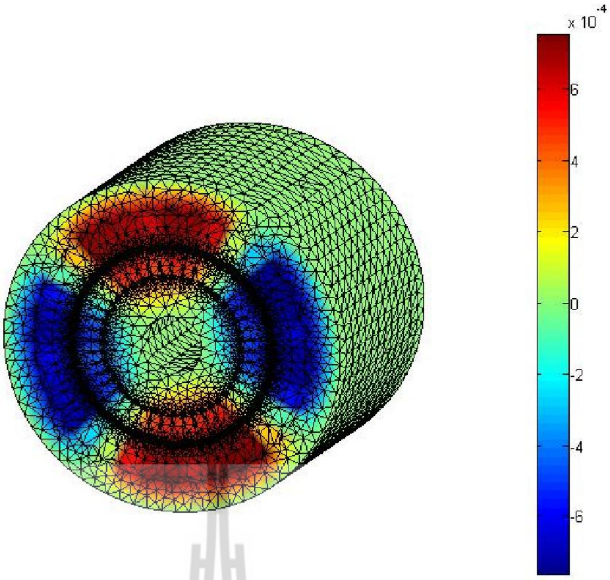
จากรูปที่ 5.10 จะสังเกตเห็นว่ารูปกราฟของ F_r เทียบกับเวลาจะมีลักษณะคล้ายรูปคลื่นไซน์ครึ่งคลื่นบวก ที่มีขนาดแตกต่างกันไปตามแรงที่มากระทำกับฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ และมีคาบประมาณ 0.01 วินาที หรือ 100 Hz (ในกรณีที่พิจารณาในสภาวะไร้โหลดจะมีค่าเท่ากับ 0.01 วินาทีพอดี ซึ่ง F_r จะมีความถี่เป็น2 เท่าของแหล่งจ่ายไฟฟ้า (Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998)) โดยแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับฟันสเตเตอร์ในซี่ที่ 1 ดังแสดงในรูปที่ 5.10(ก) จะมีค่าทั้งขนาดและเฟสเท่ากันกับแรงที่กระทำในซี่ที่ 10, 19 และ 28 ทุกประการ ซึ่งสอดคล้องกับระยะ 1 พิตช์ขั้วแม่เหล็กของมอเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล และแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับฟันสเตเตอร์ในซี่อื่นๆ ก็มีลักษณะเป็นอย่างนี้เช่นกัน

5.2.2 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง

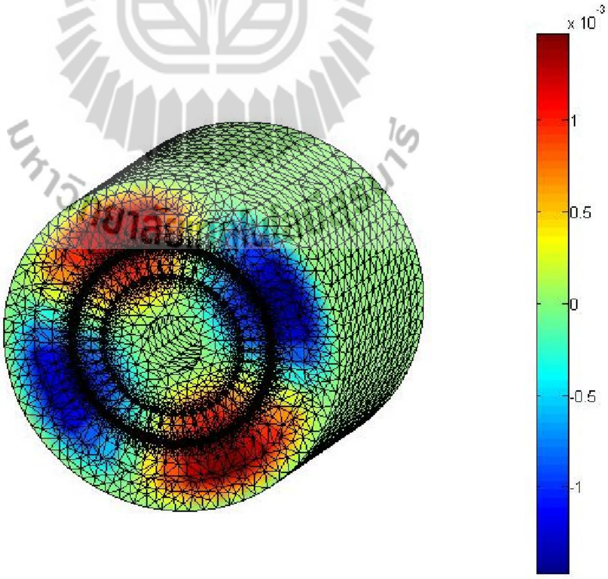
การจำลองผลการกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กตลอดปริมาตรของมอเตอร์เมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่ ด้วยมุมต่างๆ ที่โรเตอร์หมุนใน 98.1816 องศา ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.11 - 5.14 แสดงถึงการกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเริ่มตั้งแต่มุม 0 องศา ถึง 98.1816 องศา โดยแต่ละรูปโรเตอร์หมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาต่างกันด้วยมุมทีละ 32.7272 องศา



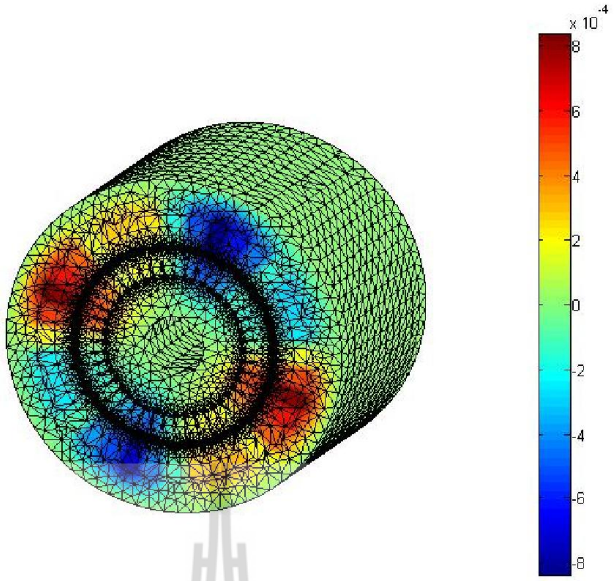
รูปที่ 5.11 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา



รูปที่ 5.12 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 32.7272 องศา



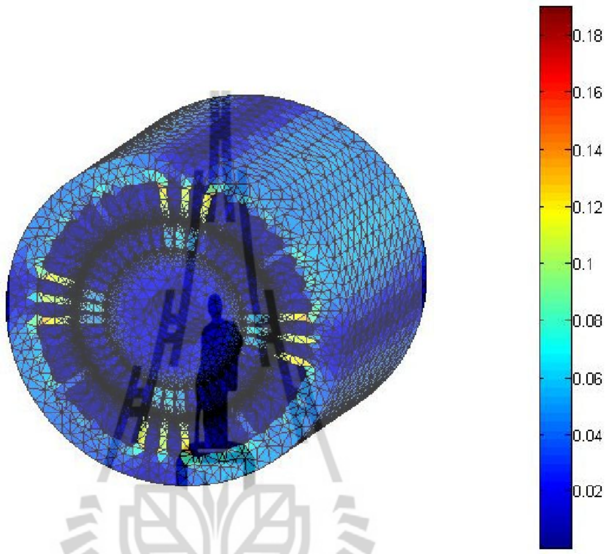
รูปที่ 5.13 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 65.4544 องศา



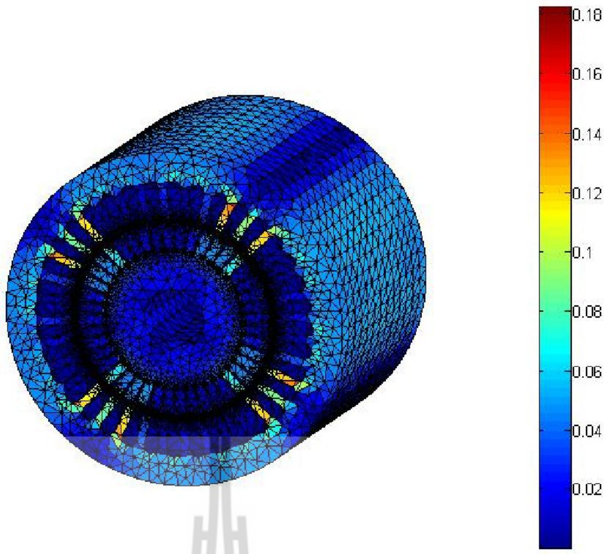
รูปที่ 5.14 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 98.1816 องศา

จากรูปที่ 5.11 - 5.14 จะสังเกตเห็นว่า ทางเดินของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อพิจารณามอเตอร์หมุนในสถานะอยู่ตัวและมีโหลดเต็มพิกัด ปรากฏให้เห็นถึงจำนวนขั้วแม่เหล็ก N (สีแดง) และ S (สีน้ำเงิน) สลับกันไปจำนวน 4 ขั้ว เท่ากับจำนวนขั้วของมอเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผลอย่างเด่นชัด ซึ่งพิจารณาควบคู่กับค่าแถบสีทางด้านขวามือที่มีทั้งค่าบวกและค่าลบ โดยค่าบวกที่มีขนาดสูงสุดจะแทนได้ด้วยสีแดงเข้ม และค่าลบที่มีขนาดสูงสุดจะแทนด้วยสีน้ำเงินเข้ม ดังแสดงอยู่ในรูปที่ 5.11 - 5.14 ซึ่งจากรูปจะสังเกตเห็นศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กแบ่งออกเป็น 2 แถบสีหลักๆ คือ แดงและน้ำเงินสลับกันไป 4 กลุ่ม ซึ่งจำนวนกลุ่มนี้เปรียบเสมือนจำนวนขั้วแม่เหล็ก โดยกลุ่มสีแดงหมายถึงขั้ว N ซึ่งมีทิศทางของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** มีทิศพุ่งเข้าหาหน้ากระดาษ ส่วนกลุ่มสีน้ำเงินหมายถึงขั้ว S ซึ่งมีทิศทางของ **A** พุ่งออกจากหน้ากระดาษ โดยศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะเริ่มซ้ำทางเดินเมื่อโรเตอร์หมุนผ่านไปประมาณ 180° (ในกรณีที่พิจารณาในสภาวะไร้โหลดจะมีค่าเท่ากับ 180° พอดี (Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998)) และศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะแสดงพฤติกรรมที่เรียกว่าสนามแม่เหล็กหมุน โดยมีทิศทางการหมุนทวนเข็มนาฬิกาไปในทิศทางเดียวกับการหมุนของโรเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล

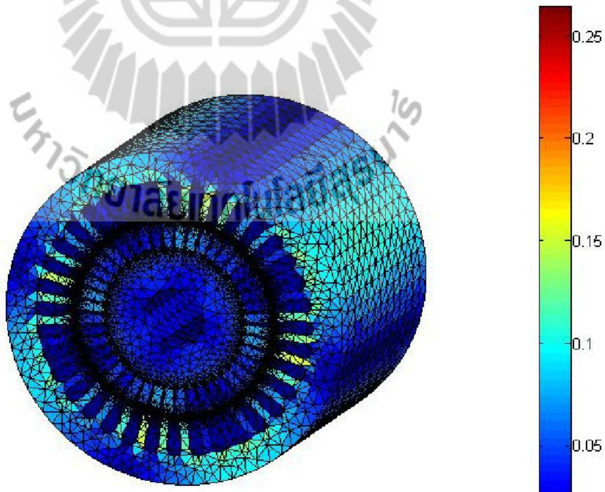
เมื่อทราบค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กก็สามารถนำไปคำนวณค่าสนามแม่เหล็กได้ การคำนวณค่าสนามแม่เหล็กของมอเตอร์นั้นสามารถกระทำได้ด้วยการเคิร์ลศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก รูปที่ 5.15 - 5.18 แสดงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก ตามปริมาตรของมอเตอร์เหนี่ยวนำเมื่อโรเตอร์หมุนไปจากมุม 0 องศา ถึงมุม 98.1816 องศา โดยโรเตอร์หมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ด้วยมุมต่างกัน 32.7272 องศา



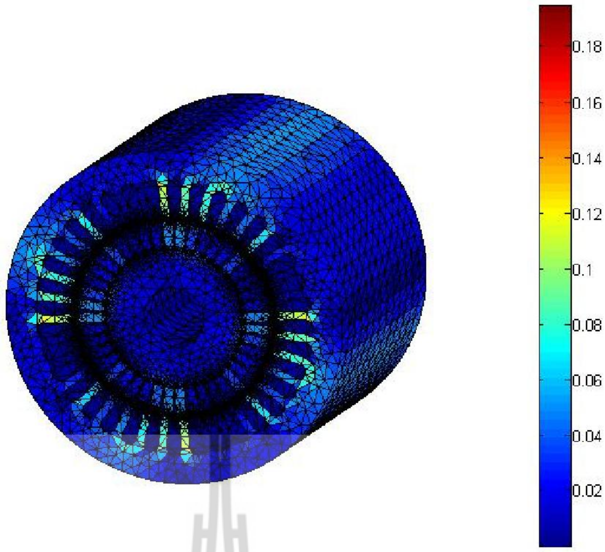
รูปที่ 5.15 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา



รูปที่ 5.16 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 32.7272 องศา



รูปที่ 5.17 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 65.4544 องศา

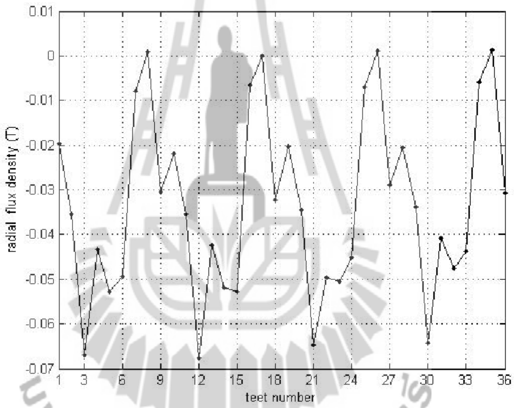


รูปที่ 5.18 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์
แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 98.1816 องศา

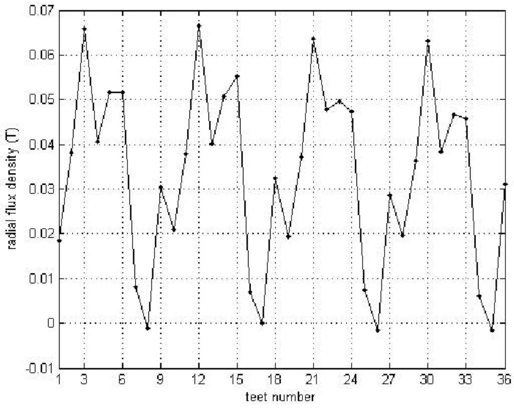
ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่ได้จากการจำลองผลในแต่ละจุดต่อที่กระจายบนพื้นที่หน้าตัดตามแนวแกน z ของมอเตอร์ (A_z) จะนำไปใช้ในการคำนวณหาค่าความหนาแน่นสนามแม่เหล็กในแนวรัศมี (B_r) ที่กระทำกับช่องอากาศของมอเตอร์ตรงส่วนของฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ทั้ง 36 ซี่ ที่มีมุมการหมุนของโรเตอร์แปรเปลี่ยนไป โดยรูปที่ 5.19 เป็นการแสดงค่า B_r ที่กระทำตรงฟันของสเตเตอร์ในแต่ละซี่ ซึ่งเป็นการพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อพิจารณาโรเตอร์หมุนไป 0°, 90° และ 180° (ซี่ที่ 1 คือตำแหน่ง 0° เทียบกับแกน x+ พอดี และซี่ถัดไปจะวางตัวเป็นลำดับในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา) จากรูปที่ 5.19 จะสังเกตเห็นว่า รูปกราฟของ B_r จะมีลักษณะคล้ายรูปคลื่นไซน์แอมพลิจูดสูงสุดประมาณ 0.07 tesla ที่มีคาบเป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนซี่ทั้งหมด โดยกราฟ B_r จะมีลักษณะเหมือนเดิมเมื่อโรเตอร์หมุนผ่านไปประมาณ 180° และเมื่อพิจารณารูปกราฟของ B_r เมื่อโรเตอร์หมุนทำมุม 0° ดังรูปที่ 5.19(ก) เทียบกับรูปของการกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเมื่อโรเตอร์หมุนทำมุม 0° เช่นกัน ดังรูปที่ 5.11 จะสังเกตเห็นว่าค่า B_r ในรูปที่ 5.19(ก) จะมีขนาดสูงสุด ณ ตำแหน่งฟันของสเตเตอร์ซี่ที่ 3, 12, 21 และ 30 และจะมีค่าเป็นศูนย์ ณ ตำแหน่งฟันของสเตเตอร์ซี่ที่ 8, 17, 26 และ 35 โดยระยะห่างในแต่ละซี่ที่ปรากฏจะมีค่าเป็น 9 ซึ่งเท่ากับ 1 พิตช์ขั้วแม่เหล็กพอดี (1 pole pitch) ซึ่งจะสอดคล้องกับรูปที่ 5.11 โดยศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก A จะมีค่าเป็นศูนย์ ณ ซี่ที่ 3, 12, 21 และ 30 และจะมีขนาดสูงสุด ณ ซี่ที่ 8, 17, 26 และ 35 ทั้งนี้เป็นผล

เนื่องมาจากค่าสนามแม่เหล็ก B ได้จากการเคิร์ลศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก A ซึ่งรูปที่ 5.19(ข) และ 5.19(ค) สามารถพิจารณาเทียบได้ในทำนองเดียวกัน จะพบว่าสนามแม่เหล็กจะมีค่าลดลงเมื่อเทียบกับการพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง

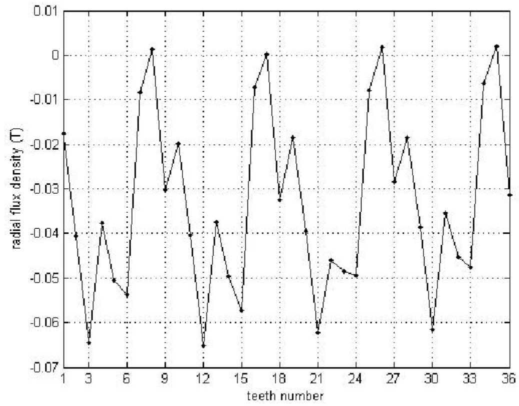
เมื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กแล้ว จากนั้นจึงใช้สมการความเค้นของแมกซ์เวลล์หาค่าแรงแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวรัศมี (F_r) ที่กระทำกับช่องอากาศตรงฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ ซึ่ง $F_r \propto B_r^2$ โดยรูปที่ 5.20 เป็นการแสดงค่า F_r เทียบกับเวลา โดยพิจารณา F_r กระทำกับช่องอากาศตรงส่วนของฟันสเตเตอร์เมื่อโรเตอร์หมุนครบ 1 รอบ เฉพาะในซี่ที่ 1 ถึงซี่ที่ 9 จากทั้งหมด 36 ซี่ เนื่องจากผลของ F_r จะเริ่มซ้ำเป็นคาบในทุกๆ 9 ซี่ ซึ่งสอดคล้องกับระยะ 1 พิตช์ขั้วแม่เหล็ก ดังที่ได้กล่าวถึงข้างต้น จะพบว่าแรงแม่เหล็กในแนวรัศมีจะมีค่าลดลงเมื่อเทียบกับการพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง



(ก)

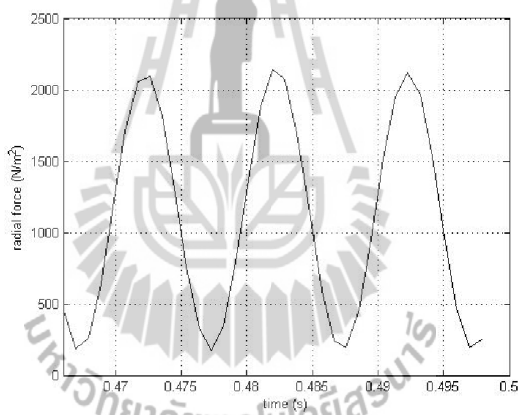


(ข)

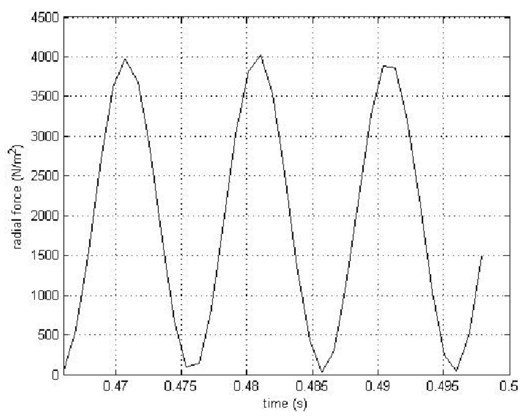


(ค)

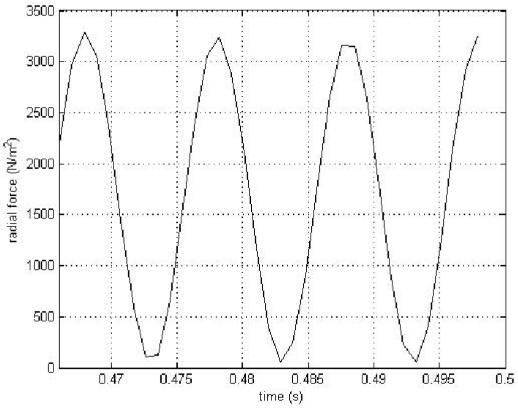
รูปที่ 5.19 สนามแม่เหล็กตามแนวรัศมีที่กระทำกับฟันสเตเตอร์เมื่อพิจารณา
ร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไป (ก) 0 ° , (ข) 90 ° และ (ค) 180 °



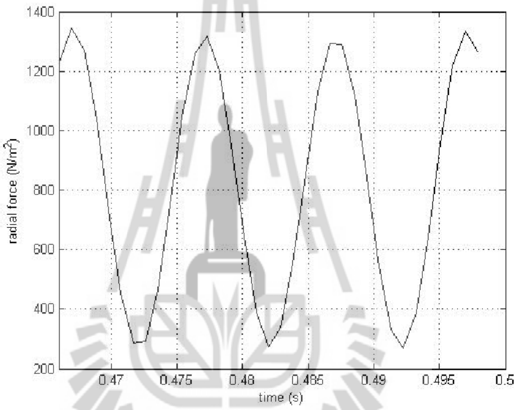
(ก)



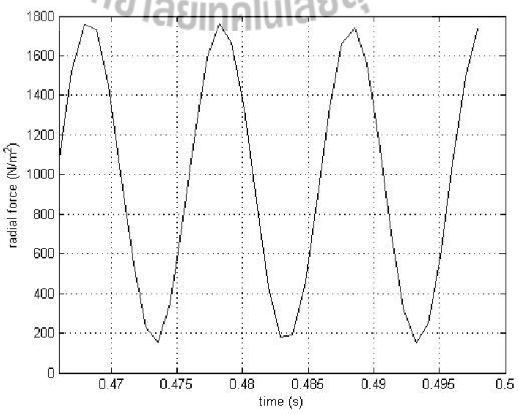
(ข)


3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
radial force (N/m²)
0.47
0.475
0.48
0.485
0.49
0.495
0.5
time (s)

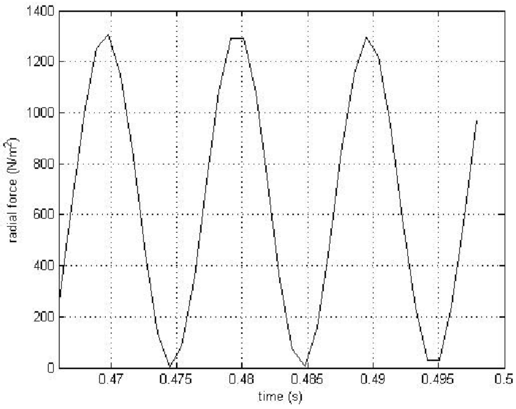
(ค)


1400
1200
1000
800
600
400
200
radial force (N/m²)
0.47
0.475
0.48
0.485
0.49
0.495
0.5
time (s)

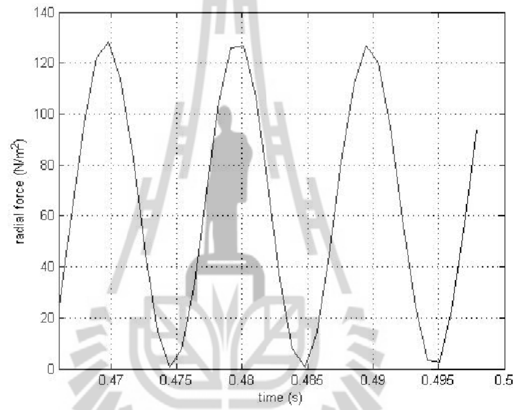
(ง)


1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
radial force (N/m²)
0.47
0.475
0.48
0.485
0.49
0.495
0.5
time (s)

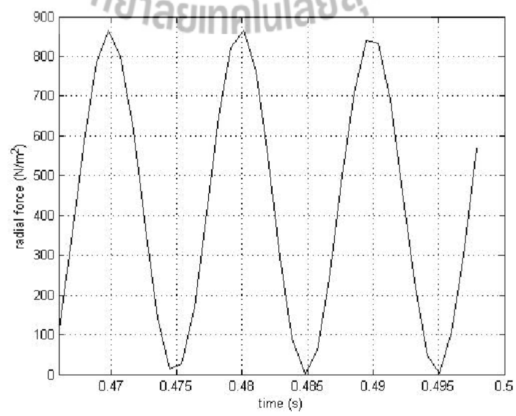
(จ)


radial force (N/m2)
time (s)
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
0.47
0.475
0.48
0.485
0.49
0.495
0.5

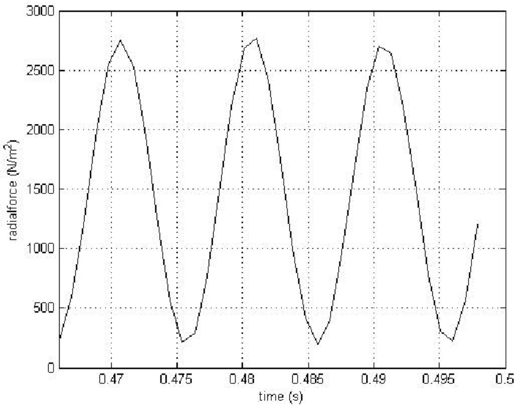
(ฉ)


radial force (N/m2)
time (s)
0
20
40
60
80
100
120
140
0.47
0.475
0.48
0.485
0.49
0.495
0.5

(ช)


radial force (N/m2)
time (s)
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
0.47
0.475
0.48
0.485
0.49
0.495
0.5

(ซ)

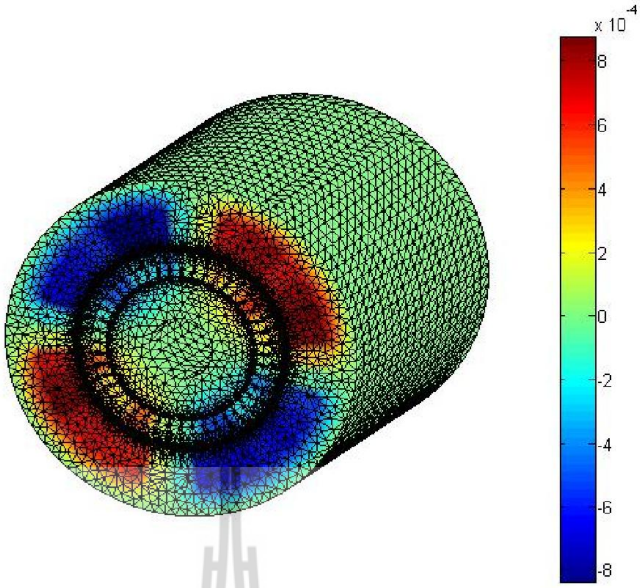


(ฌ)

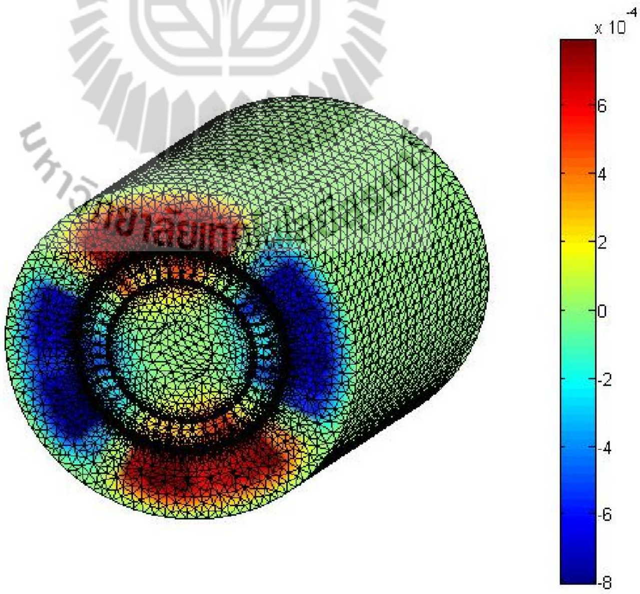
รูปที่ 5.20 แรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับฟันสเตเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง (ก)ซี่ที่ 1, (ข) ซี่ที่ 2, (ค) ซี่ที่ 3, (ง) ซี่ที่ 4, (จ) ซี่ที่ 5, (ฉ) ซี่ที่ 6, (ช) ซี่ที่ 7, (ซ) ซี่ที่ 8, (ฌ) ซี่ที่9

5.2.3 ผลการจำลองสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง

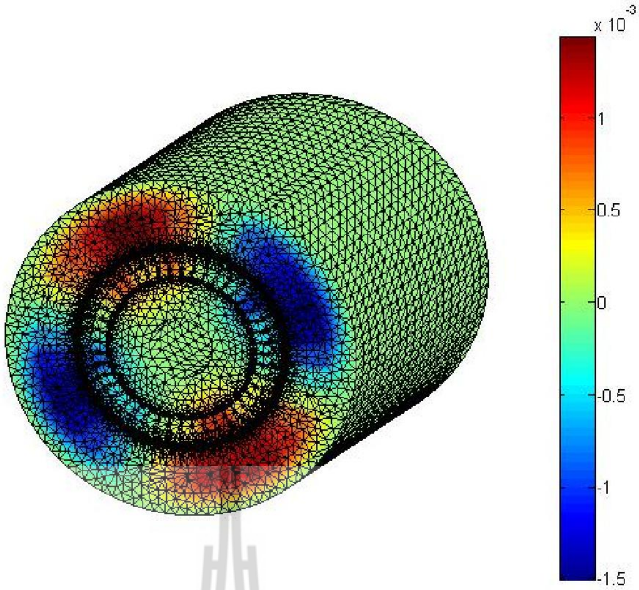
การจำลองผลการกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กตลอดปริมาตรของมอเตอร์เมื่อมอเตอร์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่ ด้วยมุมต่างๆ ที่โรเตอร์หมุนใน 98.1816 องศา ดังแสดงด้วยรูปที่ 5.21 - 5.24 แสดงถึงการกระจายตัวของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเริ่มตั้งแต่มุม 0 องศา ถึง 98.1816 องศา โดยแต่ละรูปโรเตอร์หมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาต่างกันด้วยมุมทีละ 32.7272 องศา



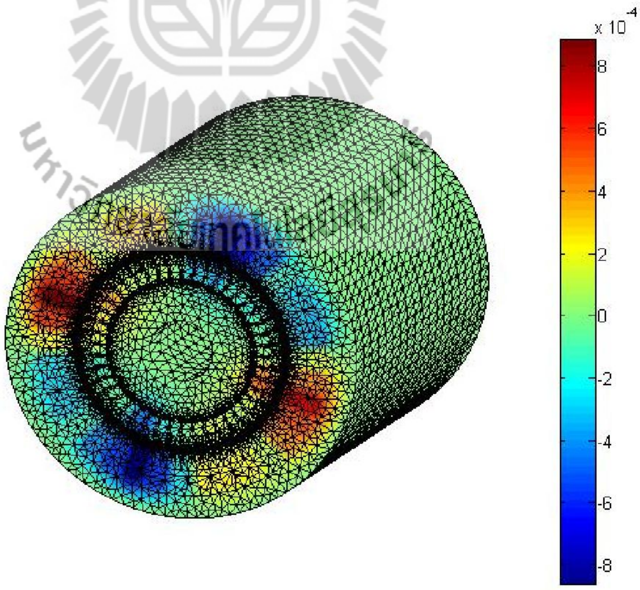
รูปที่ 5.21 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา



รูปที่ 5.22 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 32.7272 องศา



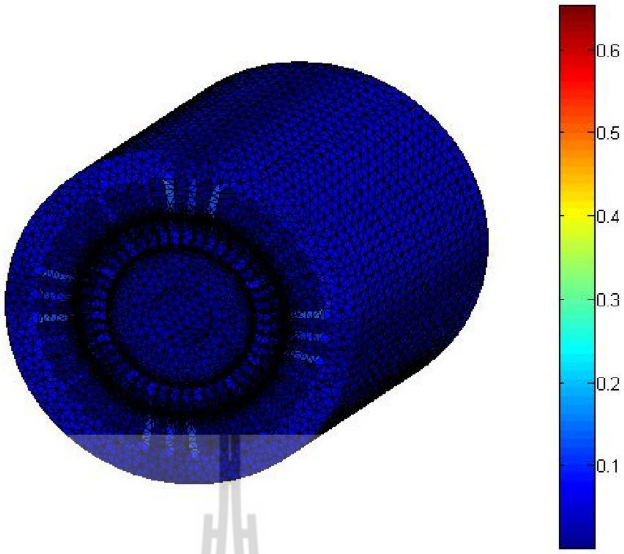
รูปที่ 5.23 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 65.4544 องศา



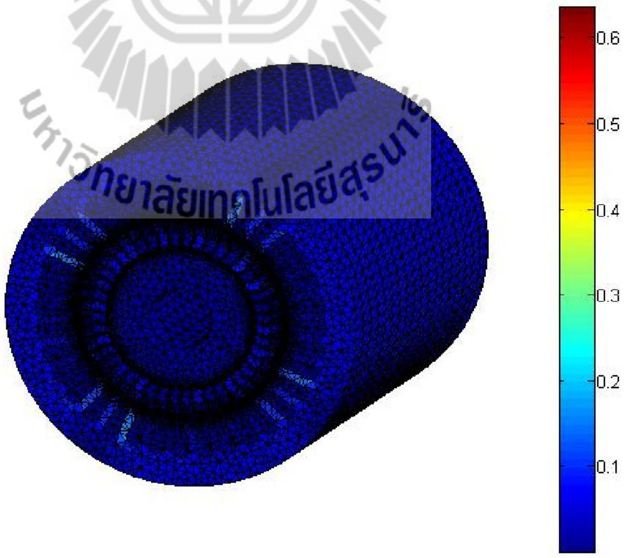
รูปที่ 5.24 การกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก (Wb/m) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 98.1816 องศา

จากรูปที่ 5.21 - 5.24 จะสังเกตเห็นว่า ทางเดินของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่กระจายตัวอยู่บนพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ เมื่อพิจารณามอเตอร์หมุนในสถานะอยู่ตัวและมีโหลดเต็มพิกัด ปรากฏให้เห็นถึงจำนวนขั้วแม่เหล็ก N (สีแดง) และ S (สีน้ำเงิน) สลับกันไปจำนวน 4 ขั้ว เท่ากับจำนวนขั้วของมอเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผลอย่างเด่นชัด ซึ่งพิจารณาควบคู่กับค่าแถบสีทางด้านขวามือที่มีทั้งค่าบวกและค่าลบ โดยค่าบวกที่มีขนาดสูงสุดจะแทนได้ด้วยสีแดงเข้ม และค่าลบที่มีขนาดสูงสุดจะแทนด้วยสีน้ำเงินเข้ม ดังแสดงอยู่ในรูปที่ 5.21 - 5.24 ซึ่งจากรูปจะสังเกตเห็นศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กแบ่งออกเป็น 2 แถบสีหลักๆ คือ แดงและน้ำเงินสลับกันไป 4 กลุ่ม ซึ่งจำนวนกลุ่มนี้เปรียบเสมือนจำนวนขั้วแม่เหล็ก โดยกลุ่มสีแดงหมายถึงขั้ว N ซึ่งมีทิศทางของศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก **A** มีทิศพุ่งเข้าหาหน้ากระดาษ ส่วนกลุ่มสีน้ำเงินหมายถึงขั้ว S ซึ่งมีทิศทางของ **A** พุ่งออกจากหน้ากระดาษ โดยศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะเริ่มซ้ำทางเดินเมื่อโรเตอร์หมุนผ่านไปประมาณ 180˚ (ในกรณีที่พิจารณาในสภาวะไร้โหลดจะมีค่าเท่ากับ 180˚ พอดี(Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998)) และศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กจะแสดงพฤติกรรมที่เรียกว่าสนามแม่เหล็กหมุน โดยมีทิศทางการหมุนทวนเข็มนาฬิกาไปในทิศทางเดียวกับการหมุนของโรเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผล

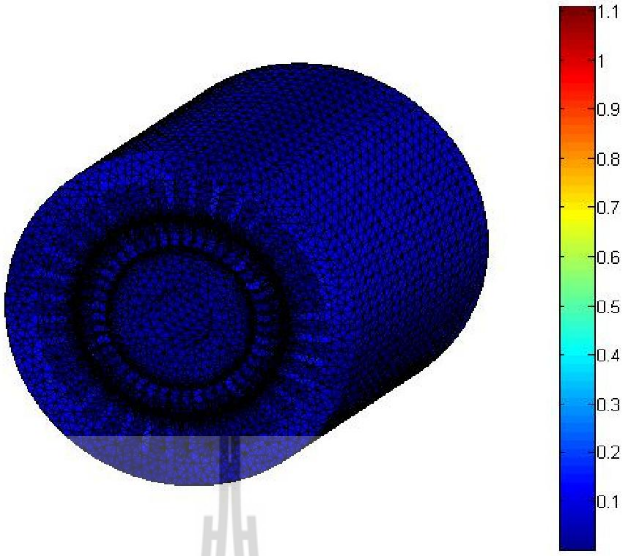
เมื่อทราบค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กก็สามารถนำไปคำนวณค่าสนามแม่เหล็กได้ การคำนวณค่าสนามแม่เหล็กของมอเตอร์นั้นสามารถกระทำได้ด้วยการเคิร์ลศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก รูปที่ 5.25 - 5.28 แสดงการกระจายตัวของสนามแม่เหล็ก ตามปริมาตรของมอเตอร์เหนี่ยวนำเมื่อโรเตอร์หมุนไปจากมุม 0 องศา ถึง 98.1816 องศา โดยโรเตอร์หมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุมต่างกัน 32.7272 องศา



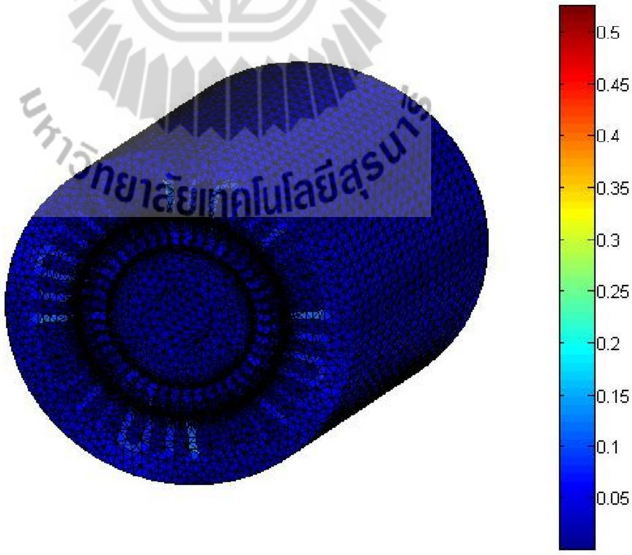
รูปที่ 5.25 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์
แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 0 องศา



รูปที่ 5.26 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์
แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 32.7272 องศา



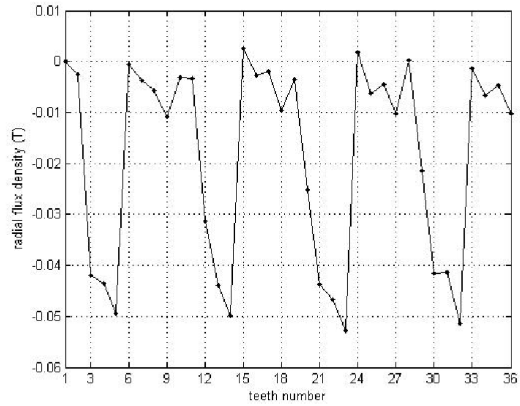
รูปที่ 5.27 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 65.4544 องศา



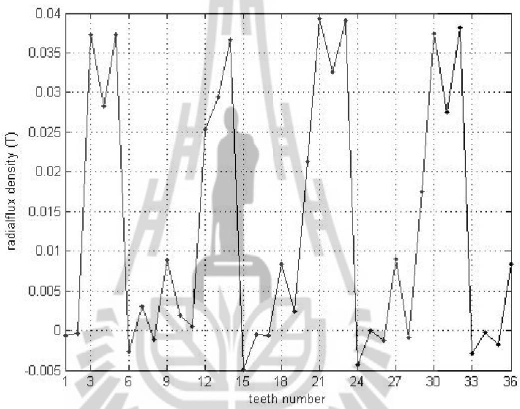
รูปที่ 5.28 การกระจายตัวสนามแม่เหล็ก (T) เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไปเป็นมุม 98.1816 องศา

ค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กที่ได้จากการจำลองผลในแต่ละจุดต่อที่กระจายบนพื้นที่หน้าตัดตามแนวแกน z ของมอเตอร์ (A_z) จะนำไปใช้ในการคำนวณหาค่าความหนาแน่นสนามแม่เหล็กในแนวรัศมี (B_r) ที่กระทำกับช่องอากาศของมอเตอร์ตรงส่วนของฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ทั้ง 36 ซี่ ที่มีมุมการหมุนของโรเตอร์แปรเปลี่ยนไป โดยรูปที่ 5.29 เป็นการแสดงค่า B_r ที่กระทำตรงฟันของสเตเตอร์ในแต่ละซี่ ซึ่งเป็นการพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่องเมื่อพิจารณาโรเตอร์หมุนไป 0°, 90° และ 180° (ซี่ที่ 1 คือตำแหน่ง 0° เทียบกับแกน x+ พอดี และซี่ถัดไปจะวางตัวเป็นลำดับในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา) จากรูปที่ 5.29 จะสังเกตเห็นว่า รูปกราฟของ B_r จะมีลักษณะคล้ายรูปคลื่นไซน์แอมพลิจูดสูงสุดประมาณ 0.05 tesla ที่มีคาบเป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนซี่ทั้งหมด โดยกราฟ B_r จะมีลักษณะเหมือนเดิมเมื่อโรเตอร์หมุนผ่านไปประมาณ 180° และเมื่อพิจารณารูปกราฟของ B_r เมื่อโรเตอร์หมุนทำมุม 0° ดังรูปที่ 5.29(ก) เทียบกับรูปของการกระจายตัวศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็กเมื่อโรเตอร์หมุนทำมุม 0° เช่นกัน ดังรูปที่ 5.21 จะสังเกตเห็นว่าค่า B_r ในรูปที่ 5.29(ก) จะมีขนาดสูงสุด ณ ตำแหน่งฟันของสเตเตอร์ซี่ที่ 5, 14, 23 และ 32 และจะมีค่าเป็นศูนย์ ณ ตำแหน่งฟันของสเตเตอร์ซี่ที่ 6, 15, 24 และ 33 โดยระยะห่างในแต่ละซี่ที่ปรากฏจะมีค่าเป็น 9 ซึ่งเท่ากับ 1 พิตช์ขั้วแม่เหล็กพอดี (1 pole pitch) ซึ่งจะสอดคล้องกับรูปที่ 5.21 โดยศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก A จะมีค่าเป็นศูนย์ ณ ซี่ที่ 5, 14, 23 และ 32 และจะมีขนาดสูงสุด ณ ซี่ที่ 6, 15, 24 และ 33 ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากค่าสนามแม่เหล็ก B ได้จากการเคิร์ลศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก A ซึ่งรูปที่ 5.29(ข) และ 5.29(ค) สามารถพิจารณาเทียบได้ในทำนองเดียวกัน จะพบว่าสนามแม่เหล็กจะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับการพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง

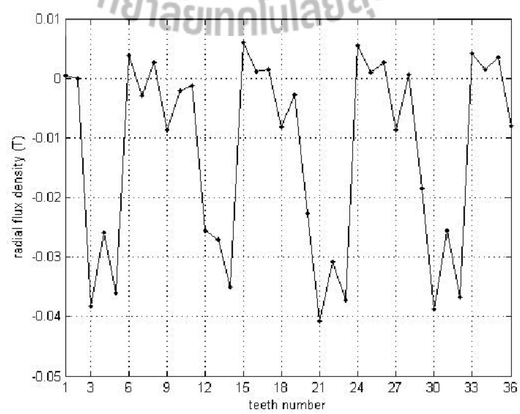
เมื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กแล้ว จากนั้นจึงใช้สมการความเค้นของแมกซ์เวลล์หาค่าแรงแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวรัศมี (F_r) ที่กระทำกับช่องอากาศตรงฟันสเตเตอร์ในแต่ละซี่ ซึ่ง $F_r \propto B_r^2$ โดยรูปที่ 5.30 เป็นการแสดงค่า F_r เทียบกับเวลา โดยพิจารณา F_r กระทำกับช่องอากาศตรงส่วนของฟันสเตเตอร์เมื่อโรเตอร์หมุนครบ 1 รอบ เฉพาะในซี่ที่ 1 ถึงซี่ที่ 9 จากทั้งหมด 36 ซี่ เนื่องจากผลของ F_r จะเริ่มซ้ำเป็นคาบในทุกๆ 9 ซี่ ซึ่งสอดคล้องกับระยะ 1 พิตช์ขั้วแม่เหล็ก ดังที่ได้กล่าวถึงข้างต้น จะพบว่าแรงแม่เหล็กในแนวรัศมีจะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับการพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง



(ก)

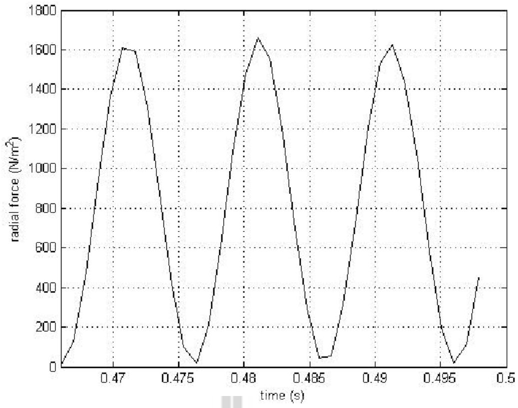


(ข)

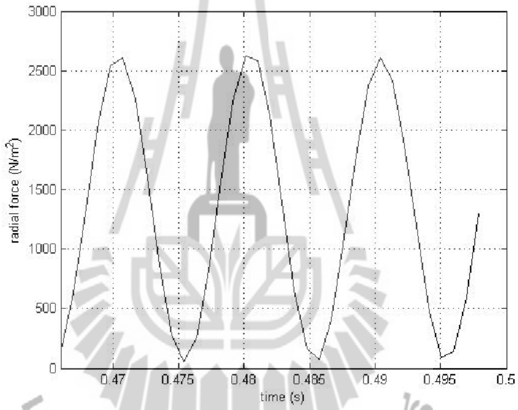


(ค)

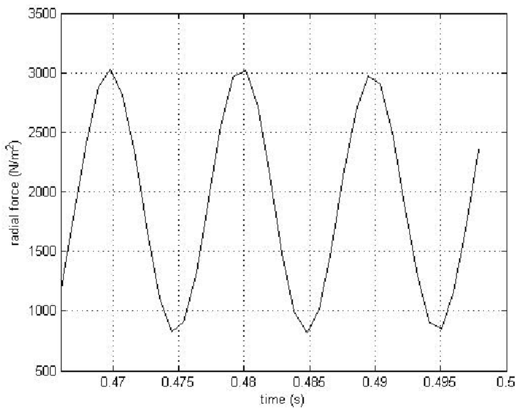
รูปที่ 5.29 สนามแม่เหล็กตามแนวรัศมีที่กระทำกับฟันสเตเตอร์เมื่อพิจารณา
ร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่องเมื่อโรเตอร์หมุนไป (ก) 0 ˚, (ข) 90 ˚ และ (ค) 180 ˚


radial force (N/m^2)
time (s)
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
0.47
0.475
0.48
0.485
0.49
0.495
0.5

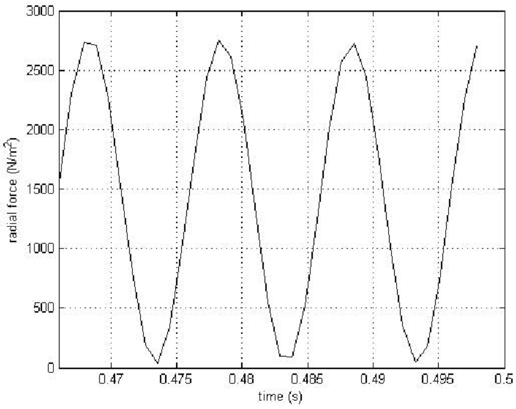
(ก)


radial force (N/m^2)
time (s)
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0.47
0.475
0.48
0.485
0.49
0.495
0.5

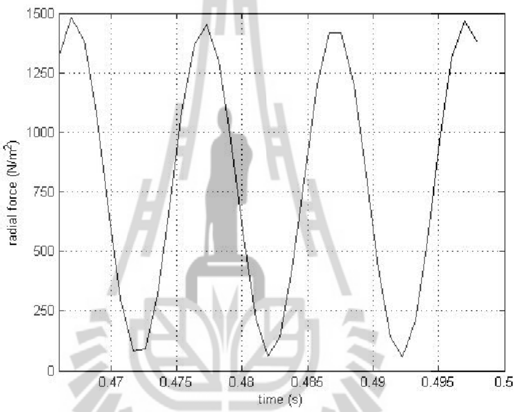
(ข)


radial force (N/m^2)
time (s)
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0.47
0.475
0.48
0.485
0.49
0.495
0.5

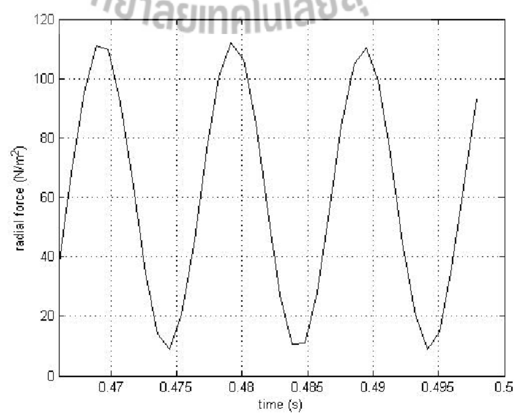
(ค)


radial force (N/m2)
time (s)

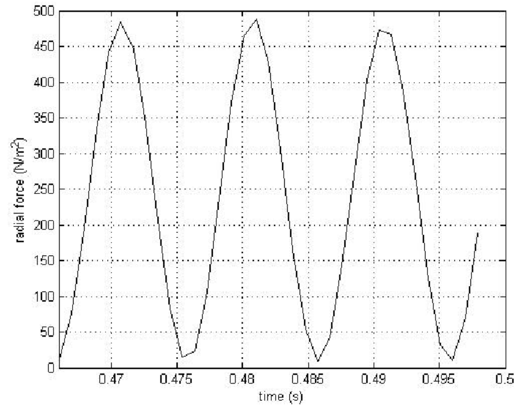
(ง)


radial force (N/m2)
time (s)

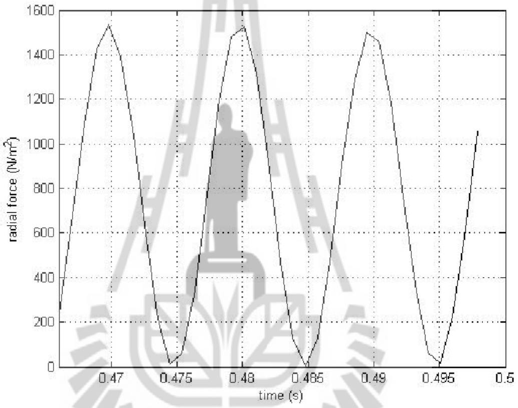
(จ)


radial force (N/m2)
time (s)

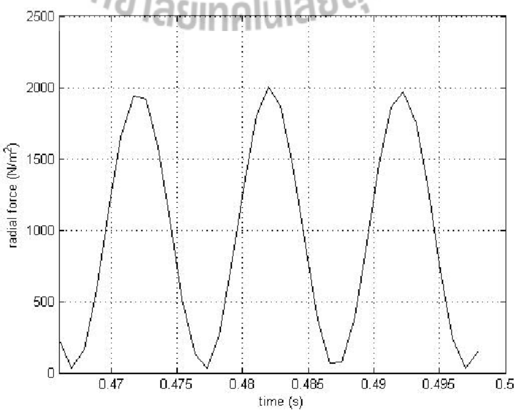
(ฉ)



(ช)



(ซ)



(ฌ)

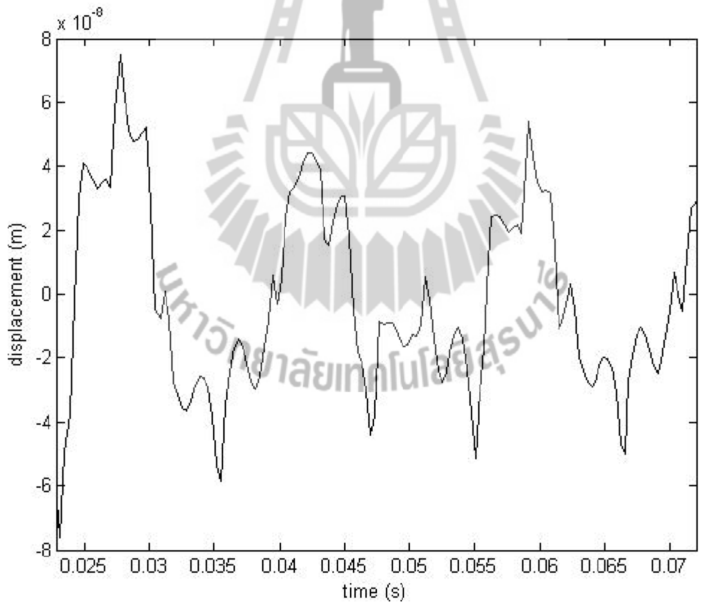
รูปที่ 5.30 แรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำกับฟันสเตเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง (ก) ซี่ที่ 1, (ข) ซี่ที่ 2, (ค) ซี่ที่ 3, (ง) ซี่ที่ 4, (จ) ซี่ที่ 5, (ฉ) ซี่ที่ 6, (ช) ซี่ที่ 7, (ซ) ซี่ที่ 8, (ฌ) ซี่ที่ 9

5.3 ผลการจำลองการสั่นสะเทือนและอภิปรายผล

การสั่นสะเทือนในมอเตอร์มีสาเหตุมาจากแรงแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งเป็นแรงภายนอกมากระทำกับมอเตอร์ให้เกิดการสั่นสะเทือน ในงานวิจัยนี้ได้คำนวณการสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณามอเตอร์เป็นแบบอิลิเมนท์ซึ่งเหมาะสำหรับพิจารณาการสั่นในรูปของการบิดเบี้ยวของสเตเตอร์

5.3.1 ผลการจำลองการสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง

การจำลองการสั่นสะเทือน จะใช้โปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือนดังแสดงรายละเอียดอยู่ในหัวข้อที่ 4.4.2 ของบทที่ 4 ซึ่งใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา วิธีการนี้สามารถนำมาซึ่งผลลัพธ์ของการกระจัดที่ละเอียดและครอบคลุมตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์จากโปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือน ผลลัพธ์ที่ปรากฏคือผลของการสั่นสะเทือนที่เป็นการกระจัดแสดงอยู่ในรูปการกระจัดตามแนวรัศมี รูปที่ 5.31 เป็นการแสดงผลการจำลองของการกระจัดตามแนวแกนรัศมีเทียบกับเวลาตรงตำแหน่งส่วนโครงสเตเตอร์ของมอเตอร์ เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง



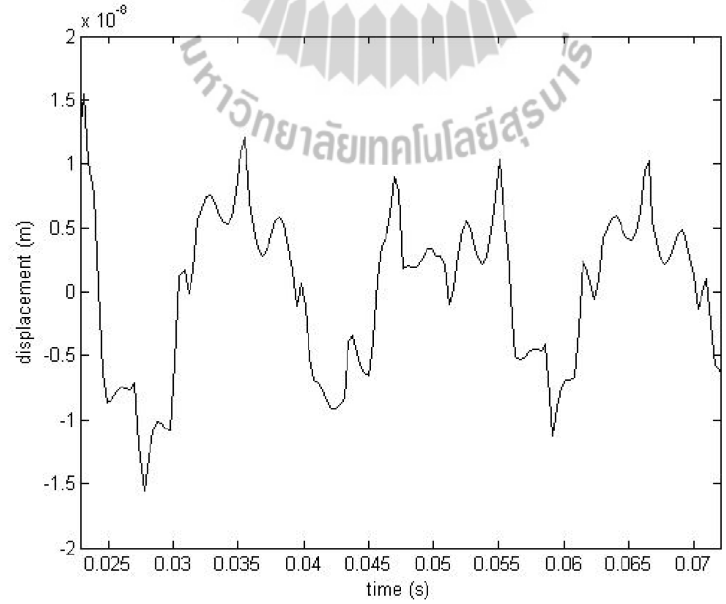
รูปที่ 5.31 การกระจัดตามแนวแกนรัศมีของมอเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง

รูปที่ 5.31 เป็นผลการจำลองการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่สภาวะคงตัว จะเห็นว่าการสั่นสะเทือนตรงตำแหน่งส่วนโครงสเตเตอร์ของมอเตอร์ในแนวแกนตามแนวแกนรัศมี จะมีการสั่นขึ้นลงในลักษณะที่เป็นรายคาบ (ระยะกระจัดที่ 0 m คือตำแหน่งที่อ้างอิง) โดยแอมพลิจูดของ

การกระจัดเฉลี่ยในสภาวะคงตัวมีค่าประมาณ $5.6524 \times 10^{-8} m$ และจากรูปจะสังเกตเห็นว่ามีคาบของการสั่นขึ้นลง T = 0.01 sec โดยหาความถี่การสั่นได้จาก $f = 1/T$ ซึ่งจะได้ความถี่ประมาณ 100 Hz ทั้งนี้เพราะความถี่ที่เกิดการสั่นสะเทือนจะมีค่าเท่ากับความถี่ของแรงภายนอกที่มากระทำ ตามทฤษฎีแล้วแรงแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งเป็นแรงภายนอกที่มากระทำจะต้องมีความถี่เป็น 100 Hz (ความถี่ของแรงแม่เหล็กไฟฟ้ามีค่าเป็น 2 เท่าของความถี่จากแหล่งจ่ายไฟ (Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998)) เพราะความถี่จากแหล่งจ่ายไฟคือ 50 Hz ซึ่งจากผลการจำลองถ้าพิจารณาจากความถี่ก็ถือได้ว่าใกล้เคียงกับทฤษฎี

5.3.2 ผลการจำลองการสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง

การจำลองการสั่นสะเทือน จะใช้โปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือนดังแสดงรายละเอียดอยู่ในหัวข้อที่ 4.4.2 ของบทที่ 4 ซึ่งใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา วิธีการนี้สามารถนำมาซึ่งผลลัพธ์ของการกระจัดที่ละเอียดและครอบคลุมตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์จากโปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือน ผลลัพธ์ที่ปรากฏคือผลของการสั่นสะเทือนที่เป็นการกระจัดแสดงอยู่ในรูปการกระจัดตามแนวรัศมี รูปที่ 5.32 เป็นการแสดงผลการจำลองของการกระจัดตามแนวแกนรัศมีเทียบกับเวลาตรงตำแหน่งส่วนโครงสเตเตอร์ของมอเตอร์ เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์เฉียงครึ่งร่อง

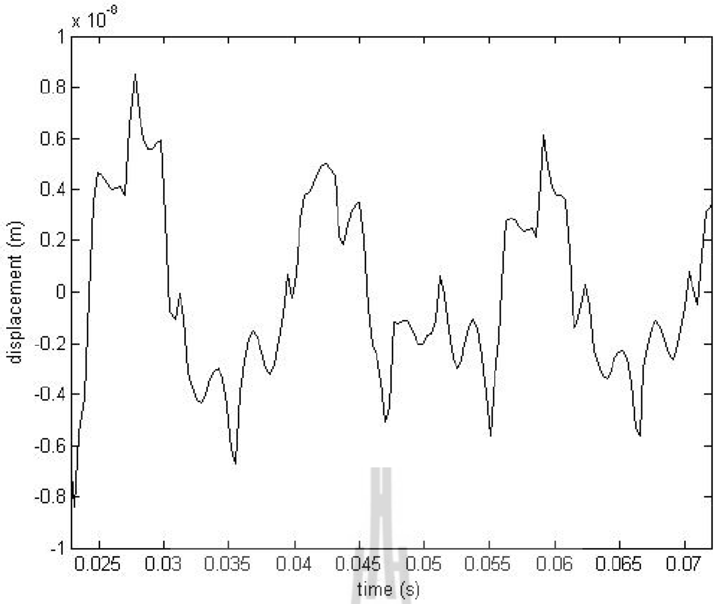


รูปที่ 5.32 การกระจัดตามแนวแกนรัศมีของมอเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง

รูปที่ 5.32 เป็นผลการจำลองการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่สภาวะคงตัว จะเห็นว่าการสั่นสะเทือนตรงตำแหน่งส่วนโครงสเตเตอร์ของมอเตอร์ในแนวแกนตามแนวแกนรัศมี จะมีการสั่นขึ้นลงในลักษณะที่เป็นรายคาบ (ระยะกระจัดที่ $0\ m$ คือตำแหน่งที่อ้างอิง) โดยแอมพลิจูดของการกระจัดเฉลี่ยในสภาวะคงตัวมีค่าประมาณ $1.1375 \times 10^{-8} m$ และจากรูปจะสังเกตเห็นว่ามีคาบของการสั่นขึ้นลง T = 0.01 sec โดยหาความถี่การสั่นได้จาก $f = 1/\mathrm{T}$ ซึ่งจะได้ความถี่ประมาณ 100 Hz ทั้งนี้เพราะความถี่ที่เกิดการสั่นสะเทือนจะมีค่าเท่ากับความถี่ของแรงภายนอกที่มากระทำตามทฤษฎีแล้วแรงแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งเป็นแรงภายนอกที่มากระทำจะต้องมีความถี่เป็น 100 Hz (ความถี่ของแรงแม่เหล็กไฟฟ้ามีค่าเป็น 2 เท่าของความถี่จากแหล่งจ่ายไฟ (Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998)) เพราะความถี่จากแหล่งจ่ายไฟคือ 50 Hz ซึ่งจากผลการจำลองถ้าพิจารณาจากความถี่ก็ถือได้ว่าใกล้เคียงกับทฤษฎี พบว่าแอมพลิจูดการกระจัดเฉลี่ยจะมีค่าลดลงเมื่อเทียบกับการพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรง

5.3.3 ผลการจำลองการสั่นสะเทือนเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง

การจำลองการสั่นสะเทือน จะใช้โปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือนดังแสดงรายละเอียดอยู่ในหัวข้อที่ 4.4.2 ของบทที่ 4 ซึ่งใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา วิธีการนี้สามารถนำมาซึ่งผลลัพธ์ของการกระจัดที่ละเอียดและครอบคลุมตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์จากโปรแกรมจำลองผลการสั่นสะเทือน ผลลัพธ์ที่ปรากฏคือผลของการสั่นสะเทือนที่เป็นการกระจัดแสดงอยู่ในรูปการกระจัดตามแนวรัศมี รูปที่ 5.33 เป็นการแสดงผลการจำลองของการกระจัดตามแนวแกนรัศมีเทียบกับเวลาตรงตำแหน่งส่วนโครงสเตเตอร์ของมอเตอร์ เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง



รูปที่ 5.33 การกระจัดตามแนวแกนรัศมีของมอเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง

รูปที่ 5.33 เป็นผลการจำลองการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่สภาวะคงตัว จะเห็นว่าการสั่นสะเทือนตรงตำแหน่งส่วนโครงสเตเตอร์ของมอเตอร์ในแนวแกนตามแนวแกนรัศมี จะมีการสั่นขึ้นลงในลักษณะที่เป็นรายคาบ (ระยะกระจัดที่ 0 m คือตำแหน่งที่อ้างอิง) โดยแอมพลิจูดของการกระจัดเฉลี่ยในสภาวะคงตัวมีค่าประมาณ $0.6372\times10^{-8}\,m$ และจากรูปจะสังเกตเห็นว่ามีคาบของการสั่นขึ้นลง T = 0.01 sec โดยหาความถี่การสั่นได้จาก $f = 1/\mathrm{T}$ ซึ่งจะได้ความถี่ประมาณ 100 Hz ทั้งนี้เพราะความถี่ที่เกิดการสั่นสะเทือนจะมีค่าเท่ากับความถี่ของแรงภายนอกที่มากระทำตามทฤษฎีแล้วแรงแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งเป็นแรงภายนอกที่มากระทำจะต้องมีความถี่เป็น 100 Hz (ความถี่ของแรงแม่เหล็กไฟฟ้ามีค่าเป็น 2 เท่าของความถี่จากแหล่งจ่ายไฟ (Ishibashi, Noda, and Mochizuki, 1998)) เพราะความถี่จากแหล่งจ่ายไฟคือ 50 Hz ซึ่งจากผลการจำลองถ้าพิจารณาจากความถี่ก็ถือได้ว่าใกล้เคียงกับทฤษฎี พบว่าแอมพลิจูดการกระจัดเฉลี่ยจะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับการพิจารณาร่องโรเตอร์แบบร่องตรงลดลงคิดเป็นร้อยละ 0.88

5.4 สรุป

ในบทที่ 5 นี้ ได้ดำเนินการจำลองผลของสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์เฉียงออกเป็น 3 แบบ ได้แก่ ร่องโรเตอร์แบบร่องตรง, ร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง และ ร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์เมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แต่ละแบบ ซึ่งการกระจัดเฉลี่ยที่เป็นตัวชี้วัดถึงขนาดของการ

สั่นสะเทือนในมอเตอร์จะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง โดยคิดเป็นร้อยละ 0.88 เมื่อเทียบกับร่องโรเตอร์แบบร่องตรง

บทที่ 6
สรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุป

งานวิจัยนี้ ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการจำลองผลสนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนทางกลของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบถึงการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำเมื่อพิจารณาร่องโรเตอร์เฉียงออกเป็น 3 แบบได้แก่ ร่องโรเตอร์แบบร่องตรง ร่องโรเตอร์แบบเฉียงครึ่งร่อง และร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่อง การจำลองผลได้ใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาประกอบกับการเลือกใช้ค่าพารามิเตอร์จากหนังสือและบทความทางวิชาการจำนวนมาก ที่มีการดำเนินงานกับมอเตอร์ขนาดพิกัดใกล้เคียงกันกับงานวิจัยนี้ เพื่อให้ได้มาซึ่งค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ที่สมบูรณ์และเพียงพอต่อการจำลองผล เพื่อศึกษาถึงแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่เป็นแรงภายนอกมากระทำกับมอเตอร์ให้เกิดการสั่นสะเทือน โดยคำนวณผลการสั่นสะเทือนจากการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ การประดิษฐ์ไฟไนท์อิลิเมนท์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้ใช้โปรแกรม MATLAB โดยรับค่าอินพุตจากโปรแกรมการสร้างกริดสำเร็จรูปชื่อ Solid Work พร้อมแสดงผลลัพธ์ด้วยภาพกราฟฟิกต่างๆ ที่แสดงให้เห็นถึงคุณลักษณะทางไฟฟ้าและทางกลของมอเตอร์ เพื่อง่ายต่อการวิเคราะห์ผล

การดำเนินงานวิจัย ในบทที่ 2 เป็นขั้นการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์ และขั้นตอนต่างๆ ในการประยุกต์ใช้ไฟไนท์อิลิเมนท์ เพื่อคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กดังกล่าว ส่วนการคำนวณขนาดของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ในรูปของการกระจัดที่ครอบคลุมตลอดทั้งพื้นที่หน้าตัดของมอเตอร์ต้องอาศัยการคำนวณที่มีความซับซ้อนสูง ทำให้ต้องพึ่งพาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการจำลองผลด้วยการประยุกต์ใช้ไฟไนท์อิลิเมนท์เช่นกัน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการสั่นสะเทือนในมอเตอร์และขั้นตอนต่างๆ ในการประยุกต์ใช้ไฟไนท์อิลิเมนท์เพื่อคำนวณหาค่าการสั่นสะเทือนดังกล่าว ได้แสดงรายละเอียดไว้ในบทที่ 3 เนื้อหาในบทที่ 4 นำเสนอการอธิบายโครงสร้างของโปรแกรมเพื่อใช้จำลองผลสนามแม่เหล็กและจำลองผลการสั่นสะเทือน การดำเนินงานในบทที่ 5 เป็นการศึกษาและวิเคราะห์ผลลัพธ์ทางไฟฟ้าและทางกลที่ได้จากการจำลองผลค่าศักย์เชิงเวกเตอร์แม่เหล็ก สนามแม่เหล็กและการสั่นสะเทือนในมอเตอร์ ซึ่งผลการศึกษาในครั้งนี้ได้เปรียบเทียบผลการสั่นสะเทือนของมอเตอร์เหนี่ยวนำเมื่อพิจารณาการวางตัวของร่องโรเตอร์เฉียงแบบต่างๆ ซึ่งผลที่ปรากฏจึงสรุปได้ว่า ร่องโรเตอร์แบบเฉียงเต็มร่องให้การสั่นสะเทือนของมอเตอร์มีค่าน้อยที่สุดส่วนร่องโรเตอร์แบบร่องตรงให้การสั่นสะเทือนของมอเตอร์มีค่าสูงสุด

6.2 ข้อเสนอแนะและงานวิจัยในอนาคต

1. พัฒนางานวิจัย เพื่อหาการวางตัวของร่องโรเตอร์ให้ได้ค่าที่เหมาะสมที่สุดในการลดการสั่นสะเทือนในมอเตอร์

2. นำลักษณะการมีความสมมาตรของรูปทรงมอเตอร์มาร่วมพิจารณา ซึ่งอาจใช้การประมวลผลโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์เพียง 1/4 ของรูปทรงกลมของมอเตอร์ จึงสามารถประหยัดเวลาและหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ในการจำลองผลลงไปได้มาก

บรรณานุกรม

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2542). **ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม** (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2544). **ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม** (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พีรศักดิ์ วรสุนทโรสถ และ มาบูชิ มาการิซาวา. (2538). **เทคนิคการซ่อมแซมเลือกประเภทและติดตั้งมอเตอร์เหนี่ยวนำ.** กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

เผด็จ เผ่าละออ. (2548). **การออกแบบแนวใหม่ของมอเตอร์เหนี่ยวนำเพื่อลดการสั่นสะเทือนโดยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์**. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.

อานนท์ อิศรมงคลรักษ์. (2552). **การออกแบบอุปกรณ์กำบังสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีผลต่อผู้ปฏิบัติงานที่ทำงานใต้สายส่งกำลังไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนท์แบบ 3 มิติ**. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.

Alfredo, M. R., and Carlos, A. L. (1994). Magnetic vibration of three-phase induction motors supplied by inverters. **International Symposium on Industrial Electronics, IEEE.** 210-213.

Alger, P. L. (1970). **Induction machines: their behavior and uses** (2nd ed.). New York: Gordon and Breach Publishers.

Bickford, W. B. (1994). **A first course in the finite element method** (2nd ed.). USA: IRWIN.

Belmans, R. J. M., D'Hondt, L., Vandenput, A. J., and Geysen, W. (1987). Analysis of the audible noise of three-phase squirrel-cage induction motors supplied by inverters. **IEEE Transactions on Industry Applications.** 23 (5): 842-847.

Belmans, R. J. M., Verdyck, D., Geysen, W., and Findlay, R. D. (1991). Electro-mechanical analysis of the audible noise of an inverter-fed squirrel-cage induction motor. **IEEE Transactions on Industry Applications.** 27 (3): 539-544.

Berman, M. (1993). On the reduction of magnetic pull in induction motors with off-centre rotor. **Industry Applications Society Annual Meeting, IEEE.** 1: 343-350.

Brunelli, B., Casadei, D., Reggiani, U., and Serra, G. (1983). Transient and steady-state behaviour of solid rotor induction machines. **IEEE Transactions on Magnetics.** 19 (6): 2650-2654.

Chapman, S. J. (1998). **Electric machinery fundamentals** (3rd ed.). Singapore: McGraw-Hill.

Chari, M. V. K., and Silvester, P. P. (1980). **Finite elements in electrical and magnetic field problems.** New York: John Wiley & Sons.

Cochran, P. L. (1989). **Polyphase induction motors: analysis, design, and application.** New York: Marcel Dekker.

Davis, J. T., and Bryant, R. A. (1993). NEMA induction motor vibration measurement: a comparison of methods with analysis. **Petroleum and Chemical Industry Conference, Industry Applications Society 40th Annual, IEEE.** 205-209.

Demerdash, N. A., and Gillott, D. H. (1974). A new approach for determination of eddy current and flux penetration in nonlinear ferromagnetic materials. **IEEE Transactions on Magnetics.** 74: 682-685.

Dorrell, D. G. (1996). Calculation of unbalanced magnetic pull in small cage induction motors with skewed rotors and dynamic rotor eccentricity. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** 11(3): 483-488.

Dorrell, D. G., Thomson, W. T., and Roach, S. (1995). Analysis of airgap flux, current and vibration signals as a function of the combination of static and dynamic airgap eccentricity in 3-phase induction motors. **Industry Applications Conference, Thirtieth IAS Annual Meeting, IEEE.** 1: 563-570.

Durantay, L., Laurent, F., Messin, Y., and Kromer, V. (1999). Large band reduction of magnetic vibrations of induction machines with “breaking of impedance” interface. **Electric Machines and Drives International Conference, IEEE.** 475-477.

Finley, W. R. (1991). Noise in induction motors-causes and treatments. **IEEE Transactions on Industry Applications.** 27 (6): 1204-1213.

Finley, W. R., Hodowanec, M. M., and Holter, W. G. (1999). An analytical approach to solving motor vibration problems. **Petroleum and Chemical Industry Conference, Industry Applications Society 46th Annual, IEEE.** 217-232.

Fu, W. N. (1999). **Electromagnetic field analysis of induction motors by finite element method and its application to phantom loading.** Ph.D. Dissertation, Hong Kong Polytechnic University, China.

George, A., and Liu, J. W. (1981). **Computer solution of large sparse linear positive definite systems.** Prentice-Hall.

Guldemir, H. (2003). Detection of airgap eccentricity using line current spectrum of induction motors. **Electric Power Systems Research.** 64:109-117.

Hameyer, K., and Belmans, R. (1999). **Numerical modelling and design of electrical machines and devices.** Southampton, Boston: WIT Press.

Henneberger, G., Sattler, Ph. K., Hadrys, W., and Shen, D. (1992). Procedure for the numerical computation of mechanical vibrations in electrical machines. **IEEE Transactions on Magnetics.** 28 (2): 1351-1354.

Hirotsuka, I., Tsuboi, K., and Ishibashi, F. (1997). Effect of slot-combination on electromagnetic vibration of squirrel-cage induction motor under loaded condition. **Power Conversion Conference-Nagaoka, IEEE.** 2: 843-848.

Ho, S. L., Li, H. L., Fu, W. N., and Wong, H. C. (2000). A novel approach to circuit-field-torque coupled time stepping finite element modeling of electric machines. **IEEE Transactions on Magnetics.** 36 (4): 1886-1889.

Huebner, K. H., Dewhirst, D. L., Smith, D. E., and Byrom, T. G. (2001). **The finite element method for engineers** (4th ed.). USA: John Wiley & Sons, Inc.

Im, D. H., et al. (1997). Analysis of radial force as a source of vibration in an induction motor with skewed slots. **IEEE Transactions on Magnetics.** 33 (2): 1650-1653.

Ishibashi, F., Noda, S., and Mochizuki, M. (1998). Numerical simulation of electromagnetic vibration of small induction motors. **IEE Proc.-Electr. Power Appl.** 145 (6): 1998.

Ishibashi, F., Kamimoto, K., Noda, S., and Itomi, K. (2003). Small induction motor noise calculation. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** 18 (3): 357-361.

Kako, F., Tsuruta, T., Nagaishi, K., and Kohmo, H. (1983). Experimental study on magnetic noise of large induction motors. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems.** 102 (8): 2805-2810.

Kenjo, T. (1991). **Electric motors and their controls.** New York: Oxford University Press.

Kim, B. T., Kwon, B. I., and Park, S. C. (1999). Reduction of electromagnetic force harmonics in asynchronous traction motor by adapting the rotor slot number. **IEEE Transactions on Magnetics.** 35 (5): 3742-3744.

Kobayashi, T., Tajima, F., Ito, M., and Shibukawa, S. (1997). Effects of slot combination on acoustic noise from induction motors. **IEEE Transactions on Magnetics.** 33 (2): 2101-2104.

Kulworawanichpong, T. (2003). **Optimising ac electric railway power flows with power electronic control.** Ph.D. Thesis, The University of Birmingham, UK.

Kurihara, K., and Rahman, M. A. (2004). Transient Performance analysis for permanent-magnet hysteresis synchronous motor. **IEEE Transactions on Industry Applications.** 40 (1): 135-142.

Kwon, Y. W., and Bang H. (2000). **The finite element method using MATLAB** (2nd ed.). Boca Raton: CRC Press.

Mikami, H., Ide, K., Takahashi M., and Kajiwara, K. (1999). Dynamic harmonic field analysis of an inverter-fed induction motor for estimating harmonic secondary current and electromagnetic force. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** 14 (3): 464-470.

Munoz, A. R., and Araya, C. L. (1994). Magnetic vibration of three-phase induction motors supplied by inverters. **International Symposium on Industrial Electronics, IEEE.** 210-213.

Nagwa, M. E., Anthony, R. E., and Graham, E. D. (1992). Detection of broken bars in the cage rotor on an induction machine. **IEEE Transactions on Industry Applications.** 28 (1): 165-171.

Nau, S. L. (1997). The influence of the skewed rotor slots on the magnetic noise of three-phase induction motors. **Eighth International Conference on Electrical Machines and Drives, IEE.** 396-399.

Neves, C. G. C., Carlson, R., Sadowski, N., and Bastos, J. P. A. (1998). A study on magnetic vibration sources identification in induction motors by FEM simulation and experimental procedures. **Industry Applications Conference, Thirty-Third IAS Annual Meeting, IEEE.** 1: 237-242.

Preston, T. W., Reece, A. B. J., and Sangha, P. S. (1988). Induction motor analysis by time-stepping techniques. **IEEE Transactions on Magnetics.** 24 (1): 471-474.

R. Carlson, C. A. da Silva, N. Sadowski, Y. Lefèvre, and M. Lajoie-Mazenc. (2002). The effect of the stator-slot opening on the interbar currents of skewed cage induction motor. **IEEE Transactions on Magnetics.** 38 (2): 1285-1288.

Rao, J. S., (1999). **Dynamics of plates.** New Delhi: Narosa Publishing House.

S. L. Ho, Shuangxia Niu, and W. N. Fu. (2010). A novel solid-rotor induction motor with skewed slits in radial and axial directions and its performance analysis using finite element method. **IEEE Transactions on Applied Superconductivity.** 20 (3): 1089-1092.

S. L. Ho, W. N. Fu, H.C. Wong. (1999). Direct modeling of the starting process of skewed rotor induction motors using a multi-slice technique. **IEEE Transactions on Encrgy Conversion.** 14 (4): 1253-1258.

S. L. Nau. (1997). The influence of the skewed rotor slots on the magnetic noise of three-phase Induction motors. **IEE Conference Publication.** 444: 396-399

Sakamoto, S., Hirata, T., Kobayashi, T., and Kajiwara, K. (1999). Vibration analysis considering higher harmonics of electromagnetic forces for rotating electric machines. **IEEE Transactions on Magnetics.** 35 (3): 1662-1665.

Salon, S. J. (1995). **Finite element analysis of electrical machines.** USA: Kluwer Academic Publishers.

Shen, L. C., and Kong, J. A. (1995). **Applied electromagnetism** (3rd ed.). Boston: PWS Publishing Company.

Silvester, P. P., and Ferrari, R. L. (1996). **Finite elements for electrical engineers** (3rd ed.). New York: Cambridge University Press.

Tadashi Yamaguchi, Yoshihiro Kawase, and Shinya Sano. (2004). 3-D finite-element analysis of skewed squirrel-cage induction motor. **IEEE Transactions on Magnetics.** 40 (2): 969-972.

Tarnhuvud, T., and Reichert, K. (1988). Accuracy problems of force and torque calculation in FEsystems. **IEEE Transactions on Magnetics.** 24 (1): 443-446.

Timar, P. L., Fazekas, A., Kiss, J., Miklos, A., and Yang, S. J. (1989). **Noise and vibration of electrical machines.** Hungary: Elsevier Science Publishers.

Vassent, E., Meunier, G., and Foggia, A. (1991). Simulation of induction machines-using complex magnetodynamic finite element method coupled with the circuit equations. **IEEE Transactions on Magnetics.** 27 (5): 4246-4249.

Verma, S. P., and Balan, A. (1994). Determination of radial-forces in relation to noise and vibration problems of squirrel-cage induction motors. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** 9 (2): 404-412.

Vinay, K. I., and John, G. P. (2000). **Digital signal processing using MATLAB.** USA: Brooks/Cole Publishing Company.

Wang, C., and Lai, J. C. S. (1999). Vibration analysis of an induction motor. **Journal of Sound and Vibration.** 224(4): 733-756.

William, H. H., Jr. (1989). **Engineering electromagnetics** (5th ed.). Singapore: McGraw-Hill.

Yacamini, R., and Chang, S. C. (1995). Noise and vibration from induction machines fed from harmonic sources. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** 10 (2): 286-292.

Yang, S. J. (1981). **Low-noise electrical motors.** New York: Oxford University Press.

Yoshihiro Kawase, Tadashi Yamaguchi, Zhipeng Tu, Naotaka Toida, Norimoto Minoshima, and Kou Hashimoto. (2009). Effects of skew angle of rotor in squirrel-cage induction motor on torque and loss characteristics. **IEEE Transactions on magnetics.** 45 (3): 1700-1703.

ประวัติผู้วิจัย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เผดิ็จ เผ่าละออ เป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี สำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาตรี ปริญญาโท และปริญญาเอก จากสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ดำเนินงานวิจัยด้าน Applied FEM for Electromagnetic Field, for Electrical Machine, and for Heat Transfer และ Applied AI มีผลงานวิจัยตีพิมพ์ระดับชาติและนานาชาติมากกว่า 40 เรื่อง จดสิทธิบัตร 1 ผลงาน และลิขสิทธิ์โปรแกรม 3 ผลงาน

นายณัฐพล ประดับเพ็ชร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) ที่มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมาในปี พ.ศ. 2550 ภายหลังสำเร็จการศึกษาได้เข้าศึกษาต่อระดับบัณฑิตศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี โดยได้เป็นผู้ช่วยสอนปฏิบัติการของสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จำนวน 4 รายวิชา ได้แก่ ปฏิบัติการวิศวกรรมไฟฟ้ามูลฐาน ปฏิบัติการวิศวกรรมไฟฟ้า 2 ปฏิบัติการการแปลงผันพลังงานกลไฟฟ้า และปฏิบัติการวงจรอิเล็กทรอนิกส์ ทั้งนี้มีความสนใจในด้านการวิเคราะห์ระบบไฟฟ้ากำลัง สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและการประยุกต์ใช้ FEM ในงานระบบไฟฟ้ากำลัง