ซีโร่กับการปรุงแต่งสมรรถนะของระบบเชิงเส้น

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการทบทวนภูมิหลังเรื่องซีโร่ของระบบเชิงเส้น ให้ความเข้าใจเกี่ยวกับผลจากซีโร่ในทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน ที่มีต่อการตอบสนองของระบบในภาพรวม และกล่าวถึงผลงานที่เคยปรากฏมาแล้วเกี่ยวกับการปรุงแต่งซีโร่ เพื่อให้เป็นรากฐานสำหรับการวิจัยพัฒนาด้านเทคนิคการออกแบบที่ผสมผสานการจัดตำแหน่งโพลและซีโร่เข้าด้วยกัน

Abstract

This article presents a brief review on zeros of linear systems. It explains the influence of zeros on time-domain responses. Also, a brief review is presented for previous works concerning with placing zeros for transfer functions. This tutorial article is helpful to engineers and researchers for forming conceptual framework for a design technique which combines pole and zero placements.

กล่าวนำ

อิทธิพลของซีโร่ (zeros) ในระบบเชิงเส้น ที่มีต่อการตอบสนองของระบบในโดเมนเวลา เป็นที่ตระหนักกันมานาน อย่างน้อยตั้งแต่ ค.ศ. 1949 [1] Mulligan แสดงผลศึกษาไว้ทั้งในเชิงวิเคราะห์และออกแบบกระสวนโพลและซีโร่ เขาได้เสนอแก่ราฟความสัมพันธ์ (charts) จำนวนไม่น้อย ที่อาจช่วยให้วิศวกรสามารถออกแบบได้อย่างรวดเร็ว เขายังได้เสนอผลการวิเคราะห์เกี่ยวกับโพลทรงอิทธิพล (dominant poles) ที่ส่งผลต่อการตอบสนองของระบบเชิงเส้นในโดเมนเวลา และให้ข้อสรุปว่า ภายใต้เงื่อนไขบางประการ การตอบสนองในโดเมนเวลาอาจประมาณได้จากผลของโพลทรงอิทธิพลเพียงคู่เดียวเท่านั้น เป็นที่น่าเสียดายอย่างยิ่งที่ข้อเสนอแนะในการออกแบบต่างๆ ที่อาศัยรากฐานจากข้อสรุปนี้ ได้กลายมาเป็นสิ่งชี้นำสังคมวิศวกรรมระบบ จนเกิดการละเลยที่จะคำนึงถึงผลของซีโร่มาเกือบ 50 ปี

ความสำคัญของซีโร่ที่มีต่อการตอบสนองของระบบ ได้รับการตอกย้ำอีกครั้งหนึ่งในระยะต่อมาคือ ค.ศ. 1963 [2] Horowitz นำเสนอการออกแบบระบบอันดับที่สองไว้ในหน้า 204-209 ในหนังสือของเขา กราฟการตอบสนองในโดเมนเวลาจำนวนหนึ่งได้รับการตีพิมพ์ เพื่อแสดงรายละเอียดผลกระทบจากตำแหน่งซีโร่จริง (real zero) ที่มีต่อการพุ่งเกิน (overshoot) และเวลาไต่ระดับ (rise time) ตัวอย่างดังกล่าวกลายมาเป็นสิ่งที่ยอมรับกันแพร่หลาย ได้รับการนำมาตีพิมพ์ซ้ำใหม่บ้าง วิเคราะห์คำนวณซ้ำใหม่บ้าง ดังปรากฏในหนังสือที่เป็นตำราเรียนวิชาระบบควบคุมในระดับปริญญาตรี ดังตัวอย่างเช่น [3-6]

อาจเป็นได้ว่า สิ่งที่เหนี่ยวรั้งการใช้ประโยชน์ด้านการปรุงแต่งซีโร่ เพื่อให้ระบบมีการตอบสนองในโดเมนเวลาตามที่ต้องการ มาจากการที่นักวิจัย วิศวกร ไม่มีความรู้ความเข้าใจที่ดีพอ ถึงความหมายและผลของซีโร่ที่มีต่อระบบ แม้ว่าจะพอทราบอย่างคร่าวๆ มาแล้วนับแต่อดีตกาล ผู้ที่ถือได้ว่าเป็นผู้ให้ความกระจ่างถึงความหมาย

PhD, member IEEE, รองศาสตราจารย์, สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
email : sarawut@indy.sut.ac.th

และความสัมพันธ์ของซีโร่ต่อระบบเชิงเส้นได้แก่ MacFarlane และ Karcanias[7] ความรู้ที่ปรากฏในบทความนั้น ได้รับการนำมาอรรถาธิบายด้วยคำพูดที่เข้าใจได้ง่าย ภายใต้บริบทอันจำกัดของวิศวกรรมไฟฟ้าและวิศวกรรมระบบควบคุม [8] นับตั้งแต่การอรรถาธิบายของ MacFarlane และ Karcanias ได้รับการตีพิมพ์ก็เริ่มมีงานวิจัยเกี่ยวกับการใช้ประโยชน์การปรุงแต่งซีโร่ปรากฏออกมาดังที่อาจเห็นได้จากช่วงทศวรรษที่ 80 [9] สืบเนื่องจนถึงทศวรรษที่ 90 ในปัจจุบัน

เพื่อความเข้าใจที่ดี บทความนี้จึงได้นำเสนอความหมายของซีโร่ ผลของซีโร่ที่มีต่อการตอบสนองการปรุงแต่งซีโร่ ซึ่งเป็นการกล่าวในภาพรวมของการทบทวนภูมิหลังของวิทยากร ด้วยหวังเป็นอย่างยิ่งว่าเนื้อหาที่นำเสนอจะเป็นประโยชน์ต่องานออกแบบ งานค้นคว้าวิจัยด้านวิศวกรรมระบบต่อไป

ชนิดและความหมายของซีโร่

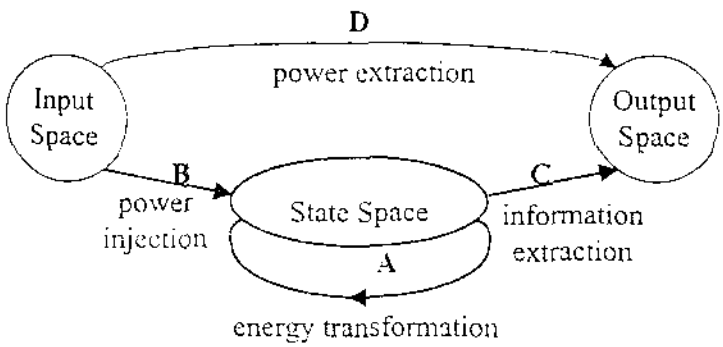
ระบบควบคุมเชิงเส้นอาจอธิบายได้ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \end{aligned} \qquad (1)$$

มีแมทริกซ์ของระบบ (system matrix) คือ

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \mathbf{sI-A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{-C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{(sI-A)^{-1}B} \\ \mathbf{O} & \mathbf{C(sI-A)^{-1}B+D} \end{bmatrix} \quad [9]$$

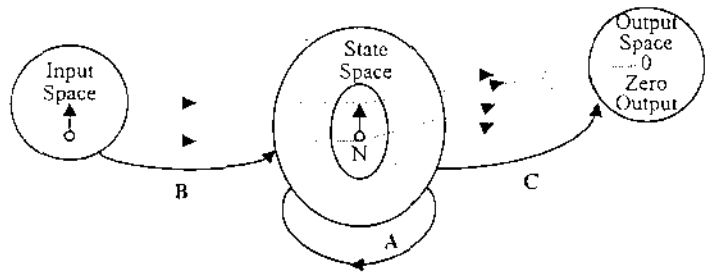
อิลิเมนต์ Σ_{22} คือ แมทริกซ์ของทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน **G**(s) หรืออาจเรียกว่า ทรานสมิทแทนซ์



รูปที่ 1 ความหมายของแมทริกซ์ A, B, C, และ D ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แมทริกซ์ (transmittance matrix) หากระบบเป็น SISO (single-input-single-output) ที่เหมาะสม (proper) หรือ **D** = [0] Σ_{22} ก็คือ ทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน **G**(s) นั่นเอง

หากระบบทางกายภาพมีแบบจำลองเป็นชนิดตัวแปรสถานะตัวสมการที่ (1) รูปที่ 1 ก็คาจใช้ประกอบการทำความเข้าใจเกี่ยวกับแบบจำลอง กล่าวคือ แมทริกซ์ **A** บ่งบอกการถ่ายทอดพลังงานภายในระบบหรือระหว่างสถานะ แมทริกซ์ **B** บ่งบอกการคู่ควบพลังงานภายนอกหรืออินพุตเข้ากับระบบ แมทริกซ์ **C** บ่งบอกการคู่ควบพลังงานภายในระบบหรือพฤติภาพทางพลวัตของระบบออกสู่สภาวะแวดล้อมภายนอก ซึ่งหมายถึงเอาต์พุตนั่นเอง และแมทริกซ์ **D** บ่งบอกถึงการที่พลังงานอินพุตได้รับการถ่ายทอดตรงออกไปสู่สภาวะภายนอกหรือเอาท์พุต โดยทั่วไปแล้ว **D** = [0] ซึ่งหมายถึงระบบที่เหมาะสมหรือ proper การสร้างความเข้าใจในแบบจำลองชนิดตัวแปรสถานะ ช่วยให้เราสามารถเข้าใจความหมายของซีโร่ประเภท ***invariant zeros*** ได้ง่ายขึ้น ดังแผนภาพในรูปที่ 2 [7] ใช้อธิบายปัญหาเกี่ยวกับการปรุงแต่งสถานะของระบบและอินพุต ผสมผสานกันอย่างลงตัวที่ค่าเฉพาะของความถี่เชิงซ้อน ทำให้ระบบผลิตเอาต์พุตเป็นศูนย์อยู่เสมอ (output zeroing problem) ค่าเฉพาะใดๆ ของความถี่เชิงซ้อนดังกล่าวหมายถึง ***invariant zeros***



รูปที่ 2 ระบบที่ได้รับการปรุงแต่งสถานะและอินพุตอย่างเหมาะสม เพื่อผลิตเอาต์พุตที่เป็นศูนย์อยู่เสมอ

ซีโร่อีกประเภทหนึ่งได้แก่ ***decoupling zeros*** ที่ใช้อธิบายกรณีระบบหลายตัวแปร โหมดของระบบอาจไม่สามารถสังเกตได้ (unobservable) หรือไม่สามารถควบคุมได้ (uncontrollable) ปรากฏการณ์ของระบบเช่นนี้ ถือว่าเกิดขึ้นเนื่องมาจาก ***decoupling zeros*** เป็นองค์ประกอบของระบบ บางส่วนของซีโร่ประเภทนี้จะเป็น invariant zeros ด้วย

ซีโร่กลุ่มสุดท้ายคือ ***transmission zeros*** ซึ่งเป็นซีโร่ของทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน G(s) นั่นเอง มีความหมายถึง การที่ค่าความถี่เชิงซ้อนเฉพาะใดๆ ก่อให้เกิดการขาดตอนในการส่งผ่านพลังงานของระบบความถี่เชิงซ้อนเหล่านี้ คือ ***transmission zeros*** ซึ่งเป็นส่วนหนึ่ง (ซับเซ็ท) ของ invariant zeros ด้วย

นอกจากประเภทและความหมายของซีโร่ต่างๆ แล้ว ผลของซีโร่ที่มีต่อการตอบสนองในโดเมนเวลา เป็นสิ่งที่มีความสำคัญที่ควรทำความเข้าใจเป็นประการแรก หัวข้อต่อไปจึงกล่าวถึงประเด็นดังกล่าวนี้ และนำเสนอการบรรยายโดยย่อ ถึงงานการปรุงแต่งซีโร่ที่เคยปรากฏ

มาก่อนแล้ว ตามลำดับ

ผลของซีโร่ต่อการตอบสนองทางเวลา

ในวิทยาการระบบควบคุม เราทราบกันเป็นอย่างดีมานานแล้วว่า โพล (poles) ส่งผลต่อโหมดของการตอบสนอง หรือพจน์ของการตอบสนอง ซึ่งหมายถึง พจน์เอกซ์โพเนนเชียลยกกำลังติดลบ เป็นต้น ซีโร่มิได้ส่งผลใดๆ ต่อพจน์เหล่านี้ ในภาพรวมเราอาจพิจารณาว่าโพลเกี่ยวพันกับการกำทอนในระบบ (system resonance) ซีโร่เกี่ยวกับการต้านการกำทอน (anti-resonance) ซึ่งอีกนัยหนึ่งหมายถึงปรากฏการณ์การตัดทอนหรือขัดขวางการแพร่กระจายพลังงานผ่านระบบนั้นเกี่ยวข้องกับซีโร่โดยตรง

เราอาจแสดงให้เห็นได้โดยง่ายด้วยตัวอย่างที่ปรากฏใน [10] ว่า ซีโร่มีผลต่อแอมพลิจูดของการตอบสนองระบบที่พิจารณา 3 ระบบ มีโพลเหมือนกัน ต่างกันแต่เพียงซีโร่ ระบบดังกล่าวอธิบายได้ด้วย

$$T_1(s) = \frac{6s^2 + 10s + 2}{(s+1)(s+2)}$$

$$T_2(s) = \frac{3s^2 + 7s + 2}{(s+1)(s+2)} \quad \text{และ}$$

$$T_3(s) = \frac{4s^2 + 6s + 2}{(s+1)(s+2)}$$

แต่ละระบบมีการตอบสนองต่ออินพุตแบบขั้นบันไดหนึ่งหน่วย, u(t) ดังต่อไปนี้

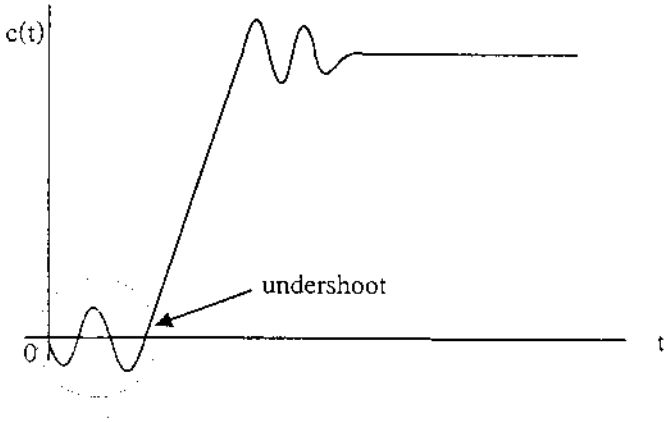
$$C_1(s) = \frac{6s^2 + 10s + 2}{s(s+1)(s+2)} = \frac{1}{s} + \frac{2}{s+1} + \frac{3}{s+2}$$

$$C_2(s) = \frac{3s^2 + 7s + 2}{s(s+1)(s+2)} = \frac{1}{s} + \frac{2}{s+1} \quad \text{และ}$$

$$C_3(s) = \frac{4s^2 + 6s + 2}{s(s+1)(s+2)} = \frac{1}{s} + \frac{3}{s+2}$$

การตอบสนองแต่ละชุดมีองค์ประกอบที่ไม่เหมือนกันทุกประการ เพราะระบบ T_2 และ T_3 มีซีโร่ที่ $s = -2$ และ $s = -1$ ตามลำดับ ซีโร่ดังกล่าวอาจตัดทอนได้กับโพลที่ $s = -2$ และ $s = -1$ ในทางพีชคณิต ลักษณะเช่นนี้ทำให้วิศวกรและนักวิจัยบางกลุ่มถือปฏิบัติเป็นเทคนิควิธีที่จะปรุงแต่งการตอบสนองทางเวลา โดยปรุงระบบให้มีซีโร่ที่สามารถตัดทอนได้กับโพลตัวที่กำหนด เทคนิคดังกล่าวรู้จักกันในชื่อทางวิชาการว่า pole - zero cancellation ข้อจำกัดประการหนึ่งของเทคนิคนี้ คือ จะต้องไม่ใช้ซีโร่ตัดทอนโพลที่ไม่เสถียร หรือที่หมายถึงโพลทางฝั่งขวาของระนาบ s (RHS s-plane) เพราะในทางปฏิบัติพจน์ต่างๆ ที่ประกอบขึ้นเป็นทรานสเฟอร์ฟังก์ชันยังคงอยู่ หากอุปกรณ์ที่ประกอบสร้างขึ้นจากหลักการที่ใช้โพลและซีโร่ตัดทอนกันทางพีชคณิต เกิดมีความคลาดเคลื่อนแม้แต่เพียงน้อยนิด พฤติกรรมที่ไม่มีเสถียรภาพจากโพลที่กล่าวถึงจะแสดงออกมาทันทีและอาจส่งผลเสียต่อระบบได้ การตัดทอนโพลด้วยซีโร่ยังมีความหมายโดยนัย ถึงการสูญเสียความสามารถในการควบคุมระบบและการเฝ้าสังเกตสถานะของระบบอีกด้วย [10, p.449] การตัดทอนโพลด้วยซีโร่ที่ไม่สมบูรณ์แบบยังส่งผลให้เกิดสัญญาณรบกวนขึ้นที่ช่องสัญญาณความคลาดเคลื่อน [3-6] ในทางปฏิบัติ ระบบควบคุมส่วนใหญ่มีพฤติภาพทางพลวัตที่เป็นเชิงเส้นเมื่อทำงานภายใต้สัญญาณที่มีขนาดน้อยๆ ในวงรอบการควบคุม (small-signal control loop) พฤติกรรมทางพลวัตจะไม่เป็นเชิงเส้นเมื่อระบบประสบกับสัญญาณขนาดใหญ่ เช่น แสดงภาวะอิ่มตัว ระบบป้อนกลับไม่สามารถลดความคลาดเคลื่อนให้เป็นศูนย์ได้ หรืออาจกระทำได้แต่ต้องใช้เวลาเนิ่นนาน [11] ข้อสังเกตเหล่านี้ล้วนเป็นสิ่งที่วิศวกรและนักวิจัยพึงระมัดระวังเป็นพิเศษ เมื่อจะใช้เทคนิคการตัดทอนโพลด้วยซีโร่

จากที่ผ่านมาข้างต้น เป็นการกล่าวถึงผลของซีโร่ที่อยู่ทางฝั่งซ้ายของระนาบ s เท่านั้น (LHS s - plane) เมื่อระบบมีซีโร่ทางฝั่งขวาของระนาบ s หรือ RHS ซีโร่ ซีโร่เหล่านี้ก่อให้เกิดเฟสล้าหลังเพิ่มแก่การตอบสนองของระบบในโดเมนความถี่ โดยไม่เปลี่ยนแปลงระดับเกน (gain) ใดๆ เลย RHS ซีโร่จึงรู้จักกันในอีกชื่อหนึ่งว่า "non-minimum phase zero" ส่งผลให้เกิดการจำกัดย่านความถี่ที่ระบบจะตอบสนองได้ให้แคบลง [10] หมายถึงระบบจะมีการตอบสนองทางเวลาที่ช้าลง นอกจากนั้น RHS ซีโร่ยังมีผลโดยตรงต่อการเกิดการพุ่งลงทางลบ (undershoot) ของการตอบสนองในโดเมนเวลา ต่อสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 3 การตอบสนองลักษณะเช่นนี้จะไม่เกี่ยวข้องกับ ผลจากโพลที่มีต่อการสั่นไหวในการตอบสนองเลย [12]



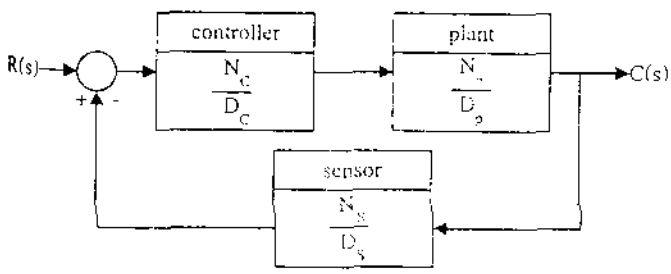
รูปที่ 3 การตอบสนองต่ออินพุตแบบขั้นบันได อาจเกิดการพุ่งลงทางลบได้ เนื่องจาก RHS ซีโร่

ในภาพรวมจะเห็นว่า ซีโรมิได้ส่งผลต่อโหมดของการตอบสนองในโดเมนเวลา แต่ส่งผลต่อแอมพลิจูดของการตอบสนองในภาวะชั่วครู่ (transient response) และมีผลต่อเครื่องหมายบวกหรือลบในพจน์ต่างๆ ที่เป็นองค์ประกอบของการตอบสนองในภาวะชั่วครู่ที่มีต้นกำเนิดมาจากโพลของระบบ การมีซีโรปรากฏในทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน อาจทำให้ระบบมีการตอบสนอง r(t=0) เป็นศูนย์หรือไม่เป็นศูนย์ก็ได้ และ RHS ซีโร่ส่งผลให้เกิดการพุ่งลงทางลบ ในการตอบสนองต่ออินพุตแบบขั้นบันไดในระบบ SISO นอกจากนี้แล้ว ผู้อ่านอาจศึกษาเพิ่มเติมถึงความสำคัญของซีโร่ต่องานวิจัยพัฒนาทางระบบควบคุมในด้านอื่นๆ ได้จาก [9]

งานการปรุงแต่งซีโร่ที่เคยปรากฏมาก่อนแล้ว

จากเนื้อหาในหัวข้อที่ผ่านมา เราอาจจะตระหนักว่า ซีโร่มีผลต่อรูปทรง (shape) ของการตอบสนองหากเราสามารถปรุงแต่งซีโร่ของระบบได้ ก็จะเป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่วิศวกรสามารถปรับรูปทรงการตอบสนองให้เป็นไปตามความต้องการหรือให้ได้ใกล้เคียงอุดมคติได้มากที่สุด อาจกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่า จะมีหลักการและวิธีการปรุงแต่งซีโร่อย่างไร จึงจะส่งผลให้ระบบมีการตอบสนองในโดเมนเวลาตามความต้องการของผู้ออกแบบ

เพื่อให้ได้รากฐานทางแนวคิด ในตอนนี้บทความจึงนำเสนองานที่เคยปรากฏมาก่อนแล้ว ใน ค.ศ. 1987 ได้เริ่มมีผู้ระบุเทคนิคการออกแบบด้วยชื่อการปรุงแต่งหรือการจัดตำแหน่งซีโร่ (zero placement) อย่างชัดเจน [13] Lee และคณะได้เลือกใช้ vibrational feedback controller [14] ที่เอื้อต่อการจัดวางตำแหน่งของซีโร่เมื่อเปิดลูป (open-loop zeros) ซีโรดังกล่าวจะปรากฏในเซ็ทของซีโร่เมื่อปิดลูป (close-loop zeros) ด้วย หากไม่มีการตัดทอนโพลด้วยซีโร่ ถึงแม้ว่า Lee และคณะจะอธิบายถึงข้อดีในการใช้ตัวควบคุมดังกล่าว แต่คณิตศาสตร์ที่อธิบายตัวควบคุมนั้นเป็นสิ่งที่เข้าใจได้ยาก และหากอนุวัตตัวควบคุมก็คงจะทำได้แต่เพียงวิธีโบรแกรมที่ซับซ้อน ซึ่งจะเป็นอุปสรรคลึกเช่นกันต่อการใช้ประโยชน์กับการควบคุมแบบเวลาจริง (real time control) หากไม่สามารถหาโพรเซสเซอร์ที่มีความเร็วสูงพอมาใช้งานได้



รูปที่ 4 แผนภาพบล็อกแทนระบบควบคุมตามการพิจารณาของ Hang [15]

Hang [15] ได้นำการออกแบบตัวควบคุมพีไอดี มาวินิจฉัยใหม่ในรูปแบบที่เน้นถึงการเลือกซีโร่ของตัวควบคุม ซึ่งจากแผนภาพในรูปที่ 4 ตามโครงสร้างของระบบควบคุมป้อนกลับเช่นนี้ พหุนามที่เป็นเศษของตัวควบคุม (N_C) หรือซีโร่ของตัวควบคุม ย่อมปรากฏเป็นซีโร่ของระบบป้อนกลับด้วยส่วนหนึ่ง Hang ได้ให้ข้อแนะนำในการเลือกตำแหน่งซีโรของตัวควบคุมพีไอดี ไว้ดังนี้

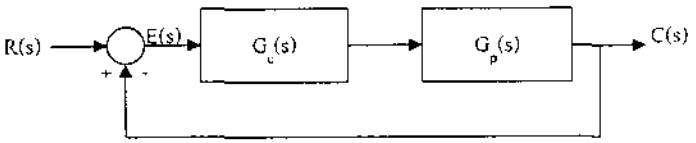
- การเลือกซีโร่ของตัวควบคุมใช้ตัดทอนโพลตอบสนองช้า (slow poles) แต่เสถียรของกระบวนการจะให้ผลดีสำหรับการควบคุมแบบตามรอยอินพุต (tracking control)
- การคุมค่า (regulating control) จะใช้การตัดทอนโพลด้วยซีโร่ ไม่ค่อยได้ผลดีและผู้ออกแบบพึงหลีกเลี่ยงการตัดทอนโพลตอบสนองช้าและแกว่งไกว (slow oscillatory poles) เทคนิคที่เหมาะสม ควรแก่การเลือกใช้อาจเป็นการวางตำแหน่งโพล (pole placement) หรืออาจใช้การปรับแต่งตามวิธีของ Ziegler-Nichols

ข้อแนะนำของ Hang มีข้อจำกัดในเรื่องรูปแบบของตัวควบคุม อีกทั้งยังแนะนำวิธีการตัดทอนโพลด้วยซีโร่ ซึ่งมีข้อจำกัดอยู่ในตัวของมันเองอยู่แล้ว ดังที่ได้กล่าวถึงมาก่อนหน้านี้

Moore และ Bhattacharyya [16] นำเสนอวิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุม ที่ถือว่าเหมาะสมที่สุดในเชิงของการทำให้ระบบผลิตการตอบสนองที่มีการพุ่งเกินต่ำสุด เมื่อพิจารณาเทียบกับตัวควบคุมแบบอื่นๆ เทคนิคการเลือกตำแหน่งซีโร่นั้นใช้การโปรแกรมเชิงเส้นเพื่อจัดการให้ได้ l_∞ - norm ของความคลาดเคลื่อนของการตอบสนองน้อยที่สุด การเลือกตำแหน่งซีโร่ที่เหมาะสมนั้นได้นำเงื่อนไขของเสถียรภาพและการที่มีซีโร่ตายตัวบางค่า ซึ่งปรากฏอยู่ก่อนแล้วกับระบบเข้ามาพิจารณาร่วมด้วย ข้อจำกัดของเทคนิคที่นำเสนอนี้ คือ ใช้ได้กับระบบดีสครีท (discrete system) หากจะใช้กับระบบต่อเนื่อง เช่น ในงานวิจัยนี้ก็จะต้องทำการแปลงทรานสเฟอร์ฟังก์ชันจาก s - โดเมนไปเป็น z - โดเมนก่อน แล้วจึงค่อยทำการสังเคราะห์ตัวควบคุม เมื่อได้ผลตอบสำหรับตัวควบคุมในรูป $G_C(z)$ ก็ต้องแปลงทรานสเฟอร์ฟังก์ชันนี้ไปอยู่ใน s - โดเมนอีกครั้งหนึ่ง ความคลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นได้และเกิดสะสมได้ ในระหว่างดำเนินกระบวนการแปลงโดเมนต่างๆ ที่กล่าวถึง

การออกแบบระบบควบคุมที่คำนึงถึงเสถียรภาพและความสามารถในการตามรอยอินพุตไปพร้อมๆ กันนั้น นับได้ว่าเป็นแนวคิดร่วมของวิศวกรระบบควบคุม บนรากฐานแนวคิดนี้ Tu และ Lin [17] ได้นำเสนอวิธีการสังเคราะห์ซีโร่ของระบบ ภายหลังจากที่ได้กำหนดตำแหน่งโพล เพื่อความมั่นใจด้านเสถียรภาพและการตอบสนองในโดเมนเวลาเป็นเบื้องแรก ซีโร่ที่สังเคราะห์ขึ้นมีวัตถุประสงค์ให้ระบบ

สามารถติดตามอินพุตได้อย่างดี โดยใช้พลังงานเพื่อการควบคุมต่ำสุด หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า ระบบจะใช้อินพุตที่ระดับต่ำสุด Tu และ Lin พิจารณาระบบป้อนกลับที่มีอัตราขยายเป็นหนึ่งในวิถีป้อนกลับ ดังแผนภาพที่แสดงในรูปที่ 5 โดยให้ความสนใจอย่างมากต่อความไว, S(s), (sensitivity) ที่แสดงได้ดังนี้



รูปที่ 5 แผนภาพบล็อกแทนระบบควบคุมป้อนกลับที่ Tu และ Lin ให้การพิจารณา

$S(s) = \frac{1}{1 + G_C(s)G_p(s)}$ และได้กำหนดกฎการควบคุมเป็นการจัดตำแหน่งซีโร่ของ S(s) เพื่อให้เอาต์พุตของระบบสามารถติดตามอินพุตได้เป็นอย่างดี ข้อจำกัดของวิธีการนี้อยู่ที่มุ่งลด L_2 - norm ของสัญญาณอินพุตให้เหลือน้อยที่สุดเท่านั้น

นอกจากที่กล่าวมาข้างต้นแล้ว ยังพบผลงานที่เคยปรากฏมาก่อนที่พิจารณาซีโร่ในระบบ ในลักษณะของเทคนิคทางการคำนวณ มากกว่าจะเน้นถึงการออกแบบที่จะต้องคำนึงถึงเงื่อนไขด้านเสถียรภาพ รูปแบบการควบคุมว่าจะเป็นประเภทการติดตามอินพุต (tracking) หรือประเภทการคุมค่า (regulation/disturbance rejection) หรืออาจผสมผสานรวมไปจนถึงการคำนึงถึงสมรรถนะของการตอบสนองในโดเมนเวลา อย่างไรก็ตามเทคนิคการคำนวณก็อาจเป็นประโยชน์ต่อการนำไปใช้เพื่อการออกแบบได้ ดังตัวอย่าง เช่น ผลงานที่นำเสนออย่างละเอียดโดย Kouvaritakis และ MacFarlane [18] ถึงเทคนิคการคำนวณหาค่าซีโร่จากการที่เรามีแบบจำลองประเภทตัวแปรสถานะทั้งเมื่อสามารถวัดสถานะต่างๆ ได้ และเมื่อไม่อาจวัดได้ทั้งหมด (square/non-square systems): Mita [19] ให้การพิจารณาระบบ LTI ที่มีแบบจำลองเป็น $\dot{x}(t) = Ax + bu$ และ $y = cx$ เมื่อ $x(0) \neq 0$ ซีโร่ คือ รากของ $Z(s) = c\ adj\ (sI - A)b$ ผลการวิเคราะห์ของ Mita ยืนยันว่า ขนาดความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง สามารถลดทอนได้จากการใช้เทคนิคการตัดทอนโพลด้วยซีโร่ และยังบ่งชี้อีกว่า การพุ่งเกินในการตอบสนองของระบบจะสูง ถ้าโพลต่างๆ มีตำแหน่งห่างไกลออกไปจากซีโร่ : Syrmos และ Lewis [20] ได้ศึกษาระบบที่อาจเข้าถึงสถานะได้ทั้งหมดหรือเพียงบางส่วน ได้ให้ข้อสรุปว่าปัญหาด้านการจัดวางตำแหน่งซีโร่นั้น สมมูลกับปัญหาการจัดวางตำแหน่งโพลของระบบทั่วๆ ไป เทคนิคการคำนวณที่นำเสนออาศัยคุณสมบัติ block Hessenberg form ของระบบ : Shen และ Cheng [21] ได้นำเสนอเทคนิคการคำนวณไฟไนท์และอินฟินิทซีโร่ ที่สอดคล้องกับการจัดตั้งค่าเอาต์พุตแมทริกซ์ (C) ซึ่งมีความหมายถึง เอาต์พุตที่วัดได้ หรืออาจพิจารณาว่าเป็นปัญหาการเลือกเซนเซอร์ ในการคำนวณได้อาศัย Burnovsk canonical form ของระบบเชิงเส้น อย่างไรก็ตาม บทความก็มิได้คำนึงถึงข้อจำกัดทางปฏิบัติที่เกี่ยวข้องกับการเลือกใช้เซนเซอหรือทรานสดิวเซอร์จริงใดๆ

สรุป

ที่ผ่านมาบทความได้กล่าวถึงชนิดและความหมายของซีโร่ และผลของซีโร่ที่มีต่อการตอบสนองทางเวลาของระบบ เพื่อเป็นการนำเสนอข้อเท็จจริงให้ประจักษ์ว่า คุณภาพของการตอบสนองของระบบมิได้มาจากการส่งผลของโพลแต่เพียงอย่างเดียว หากแต่ซีโร่ก็มีผลไม่น้อยเช่นกัน การปรับโครงร่างของการตอบสนอง (response profile) อาจกระทำได้ง่ายขึ้น เมื่อนำเอาการปรับตำแหน่งหรือการจัดกำหนดตำแหน่งซีโร่ เข้ามาร่วมปฏิบัติควบคู่ไปกับการจัดตำแหน่งโพล นอกจากนั้นยังได้นำเสนอผลงานของนักวิจัยท่านอื่นๆ ที่ได้เคยปรากฏมาก่อนแล้ว ในด้านการปรุงแต่งซีโร่ด้วยวิธีการต่างๆ เพื่อให้ระบบผลิตการตอบสนองที่ดีขึ้น ความรู้ความเข้าใจดังกล่าวสามารถใช้เป็นรากฐานพัฒนาการด้านเทคนิคการออกแบบแนวใหม่ที่ผสมผสานทั้งการจัดตำแหน่งโพลและซีโร่ไปด้วยกัน

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณศูนย์เทคโนโลยีอิเลคทรอนิคส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติที่ได้สนับสนุนทุนวิจัย

เอกสารอ้างอิง

[1] J. H. Mulligan, "The effect of pole and zero locations on the transient response of linear dynamic systems" Proc. IRE, vol. 37, pp. 516-529, 1949.

[2] I. M. Horowitz, Synthesis of Feedback Systems Academic Press, 1963.

[3] R.C. Dorf and R. H. Bishop, Modern Control Systems, Addison-Wesley, 1995.

[4] G. F. Frankin, J.D. Powell and A. Emani-Naeini, Feedback Control of Dynamic Systems, 1994.

[5] B. C. Kuo, Automatic Control Systems, Prentice-Hall 1991.

[6] J. Golten and A. Verwer, Control System Design and Simulation, McGraw-Hill, 1991

[7] A. G. J. MacFarlane and N. Karcanias, "Poles and zero

of linear multivariable systems : a survey of the algebraic, geometric and complex-variable theory", Int. J. Control, vol. 24, no. 1, pp. 33-74, 1976.

[8] R. J. Maddock, Poles and Zeros in Electrical and Control Engineering, Holt Rinehart and Winston, 1982.

[9] C. B. Schrader and M. K. Sain, "Research on system zeros : a survey", Int. J. Control, vol. 50, no. 4, pp. 1407-1433, 1989.

[10] W. S. Levine (ed.), The Control Handbook, CRC Press & IEEE Press, 1996.

[11] R. N. Clark, "Another reason to eschew pole-zero cancellation", IEEE Contr. Sys. Mag., vol. 8, no. 2, pp. 87-88, 1988.

[12] B.A. Leon de la Barra, "On undershoot in SISO systems', IEEE Trans. AC, vol. 39, no. 3, pp. 578-581, 1994.

[13] S. Lee, S. M. Meerkov and T. Runolfsson, "Vibrational feedback control : Zeros placement capabilities", IEEE Trans. AC, vol. 32, no. 7, pp. 604-611, 1987.

[14] S. M. Meerkov, "Principle of vibrational control : theory and applications", IEEE Trans. AC, vol. 25, pp. 755-762, 1980.

[15] C. C. Hang, "The choice of controller zeros", IEEE Contr. Sys. Mag., pp. 72-75, Jan. 1989.

[16] K. L. Moore and S.P. Bhattacharyya, "A technique for choosing zero locations for minimal overshoot", IEEE Trans. AC, vol. 35, no. 5, pp. 577-580, 1990.

[17] M.-H. Tu and C.-M. Lin, "Synthesis of pole-zero assignment control law with minimum control input", IEE Proc.-D, vol. 139, no. 3, pp. 291-295, 1992.

[18] B. Kouvaritakis and A. G. J. MacFarlane, "Geometric approach to analysis and synthesis of system zeros : Part 1-Square systems/Part 2-Non-square systems", Int. J. Control, vol. 23, no. 2, pp. 149-166/167-181, 1976.

[19] T. Mita, "On zeros and responses of linear regulators and linear observers", IEEE Trans. AC, vol. 22, pp. 423-428, 1977.

[20] V. L. Syrmos and F. L. Lewis, "Transmission zero assignment using semistate descriptions", IEEE Trans. AC, vol. 38, no. 7, pp. 1115-1120, 1993.

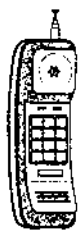
[21] B. M. Chen and D.-Z. Zheng, "Simultaneous finite-and infinite-zero assignments of linear systems", Automatica, vol. 31, no. 4, pp. 643-648, 1995.

THAILAND ENGINEERING JOURNAL
วิศวกรรมสาร

โยธาสาร
CIVIL ENGINEERING MAGAZINE

THAILAND ENGINEERING JOURNAL
วิศวกรรมสาร เทคโนโลยี

ไฟฟ้า & อุตสาหกรรม
ELECTRICITY & INDUSTRY MAGAZINE



สนใจสมัครสมาชิก

ติดต่อส่วนงานสมาชิกได้ที่

โทรศัพท์ 882-4500-20, 434-7057-9 ต่อ 209, 214 โทรสาร 434-8101-2

TECHNOLOGY MEDIA

บริษัท เทคโนโลยี มีเดีย จำกัด

691/5 ถนนจรัญสนิทวงศ์ บางกอกน้อย กรุงเทพฯ 10700

E-mail : TECHNOLOGY_MEDIA@mozart.inet.co.th

http://www.technologymedia.com