รหัสโครงการ SUT 1-105-46-12-44

รายงานการวิจัย

ไพออเนียม (สถานะอะตอมของไพออนลบ ไพออนบวก)
[Pionium (π^- π^+ Atomic States)]

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

รองศาสตราจารย์ ดร.ประสาท สืบค้า

สาขาวิชาฟิสิกส์

สำนักวิชาวิทยาศาสตร์

ผู้ร่วมวิจัย

รองศาสตราจารย์ ดร.ยูเป็ง แยน

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ 2546

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

กรกฎาคม 2549

กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ. ศ. 2546

บทคัดย่อ

ไพออเนียมเป็นสถานะยึดเหนี่ยวเชิงอะตอมส่วนใหญ่เป็นผลของอันตรกิริยาคูลอมบ์ อันตรกิริยาชนิดแรงระหว่างไพออนแสดงบทบาทที่ทำให้เกิดการเลื่อนของพลังงาน และการเพี้ยนไปของฟังก์ชันคลื่นของอะตอมคล้ายไฮโดรเจนที่ระยะสั้นๆ ตามทฤษฎีการรบกวนไครอล เวลาชั่วชีวิตของสถานะพื้นของไพออเนียมที่ถูกทำนายไว้อยู่ในอันดับของ 10^{-15} วินาที ศักย์รูปแบบต่างๆ จะถูกนำมาใช้ประโยชน์ รวมถึงรูปแบบของแบบจำลองการแลกเปลี่ยนเมซอน และแบบจำลองควาร์กแบบไม่สัมพัทธภาพด้วย เพื่อที่จะนำไปหาฟังก์ชันคลื่นของไพออเนียม และการเลื่อนพลังงานรวมทั้งความกว้างของการสลายตัวเนื่องจากอันตรกิริยาชนิดแรง นอกจากนั้น จะศึกษากระบวนการการสลายตัวเนื่องจากอันตรกิริยาชนิดแรงและการสลายตัวเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าด้วย

วิธีการศึกษาเชิงตัวเลขที่เหมาะสมอยู่บนพื้นฐานที่ใช้ฟังก์ชันสเตอร์เมียนมาแก้ปัญหาไพออเนียมทั้งกรณีใช้ศักย์เฉพาะท้องที่และใช้ศักย์ไม่เฉพาะท้องที่ วิธีการศึกษา ได้พิจารณาทั้งอันตรกิริยาชนิดแรงพิสัยสั้นและแรงคูลอมบ์พิสัยยาว ใช้ฟังก์ชันคลื่นและพลังงานยึดเหนี่ยวของไพออเนียมที่มีความแม่น การศึกษาพบว่าฟังก์ชันคลื่นสถานะพื้นของไพออเนียมเมื่อพิจารณาอันตรกิริยาชนิดแรงระหว่างไพออน — ไพออน จะแตกต่างมากจากฟังก์ชันคลื่นของอะตอมคล้ายไฮโดรเจนที่ระยะทางค่าน้อยๆ

ปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$ ถูกนำมาศึกษาในแบบจำลองควาร์กแบบไม่สัมพัทธภาพ โดยใช้พลศาสตร์ควาร์ก — แอนติควาร์กสถานะ $^3P_0$ แบบจำลองนี้ถูกกำหนดลักษณะ ดังนี้ (a) แฟกเตอร์ m_q / E_q ในจุดยอดควาร์ก — แอนติ ควาร์ก ถูกประมาณค่าว่ามีค่าใกล้เคียงกับค่า m_π / E_π แทนที่จะใกล้เคียงกับ 1 ซึ่งเป็นที่นิยมใช้กันในแบบจำลองควาร์กแบบไม่สัมพัทธภาพ และ (b) การประลัยและการสร้างขึ้นของควาร์ก — แอนติควาร์กมีสหสัมพันธ์กัน ค่าภาคตัดขวางของปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$ ถูกนำมาคำนวณอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งก็ได้ผลอย่างดีแม้ว่าจะใช้กับกรณีพลังงานค่อนข้างสูงก็ตามโดยไม่ได้นำพารามิเตอร์อิสระใดๆ มาใช้เลย

Abstract

Pionium is an atomic bound state mainly by the Coulomb interaction. The strong interaction between two pions also plays a role, leading to the energy shift and distorting the hydrogen-like wave function at short distance. In the Chiral Perturbation Theory the predicted lifetime of pionium in the ground state is of the order of 10^{-15} seconds. Various versions of potential will be employed including the meson - exchange models and the nonrelativistic quark models in order to derive the pionium wave function, and its energy shift and decay width due to strong interaction. The strong and electromagnetic decay processes of pionium are also studied.

The suitable numerical approach based on the Sturmian functions to solve the pionium problem for both local and nonlocal potentials. The approach accounts for both short - ranged strong interaction and the long – ranged Coulomb force and provides accurately the wave function and binding energy of pionium. It is found that the ground-state pionium wave function in realistic pion – pion strong interactions might be considerably different from the hydrogen - like one at the small distance.

The reaction $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$ is studied in a non-relativistic quark model with the $^3P_0$ quark-antiquark dynamics. The model is characterized by (a) the factor m_q / E_q in the $^3P_0$ quark - antiquark vertex is approximated as m_π / E_π instead of 1 which has been adopted in the traditional non-relativistic quark model, and (b) the quark - antiquark annihilation and creation are correlated. The cross section of the reaction $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$ is well reproduced even for rather high energies without any free parameter employed.

สารบัญ

หน้า

กิตติกรรมประกาศ ..... ก

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ข

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... ค

สารบัญ ..... ง

สารบัญตาราง ..... จ

สารบัญรูป ..... ฉ

บทนำ 1

ส่วนที่ 1. การหาฟังก์ชันคลื่นที่เหมาะสมสำหรับไพออเนียม

1.1 การค้นคว้าเอกสาร 2

1.2 วิธีดำเนินการวิจัย 3

1.3 ผลการวิจัย 6

1.4 ผลสำฤทธิ์ของการวิจัยและแผนการถ่ายทอดผลการวิจัยสู่กลุ่มเป้าหมาย.... 9

1.5 สรุปและข้อเสนอแนะ 9

ส่วนที่ 2. การศึกษาปฏิกิริยาไพออน – ไพออนในแบบจำลองควาร์กแบบไม่สัมพัทธภาพ

2.1 การค้นคว้าเอกสาร 10

2.2 วิธีดำเนินการวิจัย 11

2.2.1 พารามิเตอร์ความยาวของเมซอน 11

2.2.2 ค่าความแรงยังผลของจุดยอดควาร์ก – แอนติควาร์ก 14

2.2.3 ปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ 19

2.3 ผลการวิจัย 23

2.4 ผลสำฤทธิ์ของการวิจัยและแผนการถ่ายทอดผลการวิจัยสู่กลุ่มเป้าหมาย.... 25

2.5 สรุปและข้อเสนอแนะ 25

บรรณานุกรม 27

ภาคผนวก 29

ประวัติผู้วิจัย 33

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1.1 7
ตารางที่ A.1 32

สารบัญรูป

หน้า

รูปที่ 1.1 6
รูปที่ 1.2 8
รูปที่ 2.1 11
รูปที่ 2.2 15
รูปที่ 2.3 19
รูปที่ 2.4 23
รูปที่ 2.5 24

บทนำ

อะตอมเอกโซติก (exotic atom) หมายถึง อะตอมที่ไม่ธรรมดา การศึกษาวิจัยอะตอมเอกโซติกทำให้เข้าใจเรื่องของฟิสิกส์นิวเคลียร์และฟิสิกส์อนุภาคได้ลึกซึ้งขึ้น อะตอมเอกโซติกแตกต่างจากอะตอมปกติตรงที่ว่า อิเล็กตรอนของอะตอมปกติหนึ่งหรือสองตัว ถูกแทนด้วยอนุภาคประจุลบอื่น เช่น มิวออน (muon) เคออน (kaon) ไพออน (pion) เป็นต้น หรือไม่เช่นนั้นก็โปรตอนในนิวเคลียสของอะตอมปกติถูกแทนด้วยอนุภาคมูลฐานที่มีประจุบวก เป็นที่ตระหนักแล้วว่าอนุภาคมูลฐานเกิดจากควาร์ก (quark) สองหรือสามตัวถูกยึดเหนี่ยวด้วยอันตรกิริยาชนิดแรง (strong interaction) โดยทั่วไปอะตอมเอกโซติกจะไม่เกิดโดยธรรมชาติ แต่จะสามารถเกิดได้ในห้องปฏิบัติการ ดังจะเห็นได้จากไพออเนียม (pionium) เป็นอะตอมเอกโซติกหรือสภาวะเชิงอะตอมที่อะตอมส่วนใหญ่ประกอบด้วยอนุภาคเมซอนไพออนบวก (π^+) และอนุภาคเมซอนไพออนลบ (π^-) อะตอมไพออเนียมพบครั้งแรกในห้องปฏิบัติการเครื่องกำเนิดแสงซินโครตรอน Serpukhov U-70 ในรัสเซีย เมื่อปี ค.ศ. 1993 อะตอมไพออเนียมเกิดจากระบบยึดเหนี่ยวด้วยอันตรกิริยาคูลอมบ์ จากการทดลองที่ CERN โดยการทดลองของกลุ่มที่มีชื่อว่า Dimension Relativistic Atomic Complex (DIRAC) พบว่า เวลาชั่วชีวิต (life time) ของไพออเนียม จะอยู่ในอันดับของ 10^{-15} วินาที หรือ เฟมโตวินาที (femtosecond) อนุภาคเมซอนไพออนบวก (π^+) ประกอบด้วย up quark และ down antiquark ขณะที่ไพออนลบ (π^-) ประกอบด้วย down quark และ up antiquark

ในงานวิจัยเชิงคำนวณนี้ จะใช้ประโยชน์ความรู้ทาง Quantum Chromodynamics (QCD) ทั้งนี้เนื่องจากอนุภาคไพออนมีโมเมนตัมค่อนข้างต่ำในอะตอมไพออเนียม อันตรกิริยาจึงอธิบายได้โดยใช้ทฤษฎี QCD พลังงานต่ำ โดยมีเป้าหมายหลักๆ คือ

1. ใช้อันตรกิริยาที่เหมาะสมกับระบบ $\pi^+\pi^-$ เพื่อที่จะใช้หาผลเฉลยและฟังก์ชันคลื่น (wave function) ที่มีความแม่นตรงยิ่งขึ้น
2. ศึกษาอันตรกิริยา ไพออน – ไพออน โดยใช้วิธีแบบจำลองควาร์ก (quark model)

เอกสารวิจัยนี้จึงแยกออกเป็น 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1. การหาฟังก์ชันคลื่นที่เหมาะสมของไพออเนียม [1]

ส่วนที่ 2. การศึกษาปฏิกิริยาไพออน – ไพออนในแบบจำลองควาร์กแบบไม่สัมพัทธภาพ [2]

ส่วนที่ 1.
การหาฟังก์ชันคลื่นที่เหมาะสมสำหรับไพออเนียม

1.1 การค้นคว้าเอกสาร

ไพออเนียมเป็นอะตอมเอกโซติก [3, 4] และเป็นอะตอมแฮดรอนิก (hadronic atom) คือ อะตอมที่ประกอบด้วยอนุภาค แฮดรอน (hadron) ดังได้กล่าวแล้วว่า ไพออเนียมส่วนใหญ่ประกอบ ด้วย π^+ และ π^- แต่ก็มีบ้างที่ประกอบด้วย $\pi^0\pi^0$ อะตอมถูกยึดเหนี่ยวอยู่ด้วยแรงคูลอมบ์เป็นส่วนใหญ่ แต่อันตรกิริยาชนิดแรงก็มีบทบาทมากขึ้นหากระยะระหว่างอนุภาคอยู่ใกล้กันมาก ไพออเนียมจะสลายตัวเป็น $\pi^0\pi^0$ ด้วยอันตรกิริยาชนิดแรงมากกว่าอย่างอื่น อาจจะมีบ้างคือการสลายตัวได้โฟตอนสองตัว การทดลองศึกษาเกี่ยวกับการสลายตัวของไพออเนียม ดังได้กล่าวแล้วว่าวิจัยโดยนักฟิสิกส์ที่ CERN โดยมีเป้าหมายที่จะวัดเวลาชั่วชีวิตของไพออเนียมให้ได้ความแม่นตรงอยู่ในอันดับของร้อยละ 10 การทดลองของ DIRAC ที่ CERN จะทำให้เราเข้าใจอันตรกิริยาชนิดแรงมากยิ่งขึ้น [5, 6]

เพื่อที่จะแยกข้อมูลของระยะความยาวการกระเจิง (scattering length) ของไพออน – ไพออน ได้อย่างถูกต้อง มีความจำเป็นต้องรู้ความสัมพันธ์ระหว่างเวลาชั่วชีวิตและระยะความยาวการกระเจิงที่มีความแม่นสูงสุด นำสูตรแบบไม่สัมพัทธภาพ (nonrelativistic) หรือสูตรที่ไม่นำเอาผลของสัมพัทธภาพมาใช้ ในงานวิจัยเชิงคำนวณดังกล่าว คือ เดเซอร์และคณะ (S. Deser *et al.*) [7] และนักวิจัยอื่นก็ใช้เป็นต้นแบบ [8] คือ

$$\Gamma_0 = \frac{2}{9}\frac{64\pi p}{M^3}|\psi(0)|^2\,|a_0 - a_2|^2 \qquad (1)$$

เมื่อ M คือ มวลของระบบไพออน –ไพออน p คือ โมเมนตัมศูนย์กลางมวลของ π^0 ในระบบไพออเนียม $\psi(0)$ คือ ฟังก์ชันคลื่นเอส (s-wave function) ของไพออเนียมที่จุดกำเนิด (r = 0) ความยาว a_0 และ a_2 คือ ระยะความยาวการกระเจิงของ คลื่นเอส (s – wave)ในปฏิกิริยาของไพออน – ไพออน สำหรับไอโซสปิน I = 0 และ I = 2 ตามลำดับ ในการประมาณค่าฟังก์ชันคลื่นของไพออเนียม ψ ในสมการ (1) เทียบเคียงกับฟังก์ชันคลื่นของอะตอมคล้ายไฮโดรเจน (hydrogen - like wave function) [8] โดยใช้ทฤษฎีการรบกวนแบบไครอล (Chiral Perturbation Theory, ChPT) ผลที่ได้ก็คือ

$$\Gamma = \frac{2}{9}\,\alpha^3\,p\,|a_0 - a_2|^2 \qquad (2)$$

เมื่อ α คือ ค่าคงตัวโครงสร้างละเอียด (fine structure constant)

การนำเอาค่าตรวจแก้เชิงสัมพัทธภาพอันเนื่องมาจากอันตรกิริยาชนิดแรง และการนำค่าตรวจแก้ทางแม่เหล็กไฟฟ้าอันดับสูงขึ้นไป ไปปรับแก้ค่าประมาณการแบบไม่สัมพัทธภาพ (nonrelativistic) ในสมการ (1) โดยการนำทฤษฎีสนามควอนตัม (Quantum Field Theory)และทฤษฎีการรบกวนไครอล (ChPT) มาใช้ปรากฏว่า ได้ผลคล้ายกับสมการ (2) โดยอันดับมีการเปลี่ยนค่าไปประมาณร้อยละ 6 [3, 9-11]

อย่างไรก็ตาม ยังมีข้อโต้แย้งเรื่องการนำเอาอันตรกิริยาชนิดแรงระหว่าง ไพออน – ไพออนมาใช้เป็นการรบกวนค่าน้อยๆ กับทั้งการประมาณค่าโดยใช้อันดับต่ำสุดของฟังก์ชันคลื่นของไพออเนียมว่าเป็นฟังก์ชันที่คล้ายกับฟังก์ชันคลื่นของอะตอมคล้ายไฮโดรเจนที่ระยะทางมีค่าน้อยๆ โดยประมาณรัศมีของโบร์ของไพออเนียม เท่ากับ 387.5 เฟร์มิ [12] ในงานวิจัยส่วนที่ 1. ฉบับนี้ จะทำการคำนวณหาค่าฟังก์ชันคลื่นของไพออเนียมที่เหมาะสมที่สุด สำหรับอันตรกิริยาชนิดแรงระหว่าง ไพออน – ไพออนตามที่เป็นจริง

1.2 วิธีดำเนินการวิจัย

วิธีศึกษาวิจัยไพออเนียมที่ถูกต้อง ต้องนำเอาการคู่ควบ (coupling) ของโครงแบบ $\pi^+\pi^-$ และ $\pi^0\pi^0$ มาพิจารณาด้วย สมการเชิงพลวัตของระบบ $(\pi^+\pi^-,\ \pi^0\pi^0)$ จึงมีรูปเป็น

$$(E - H^0_{\pi^+\pi^-})\psi_{\pi^+\pi^-} = (V_C + V_{11})\psi_{\pi^+\pi^-} + V_{12}\psi_{\pi^0\pi^0} \tag{3}$$

$$(E - H^0_{\pi^0\pi^0})\psi_{\pi^0\pi^0} = V_{22}\psi_{\pi^0\pi^0} + V_{21}\psi_{\pi^+\pi^-} \tag{4}$$

เมื่อ E คือ พลังงานของระบบ $(\pi^+\pi^-,\ \pi^0\pi^0)$, $H^0_{\pi^+\pi^-}$ และ $H^0_{\pi^0\pi^0}$ คือ พลังงานอิสระของ $\pi^\pm$ และ π^0 ตามลำดับ V_C หมายถึง อันตรกิริยาคูลอมบ์ระหว่าง π^+ และ π^- ส่วน V_{ij} คือ อันตรกิริยาชนิดแรงของระบบ อันตรกิริยาชนิดแรงหรือเมทริกส์ของศักย์แฮดรอนิก [13, 14] สำหนับไพออเนียม ฟังก์ชันคลื่นเอส (s-wave) จะมีรูปเป็น

$$V = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}V^0 + \frac{1}{3}V^2 & \frac{\sqrt{2}}{3}(V^2 - V^0) \\ \frac{\sqrt{2}}{3}(V^2 - V^0) & \frac{1}{3}V^0 + \frac{2}{3}V^2 \end{pmatrix} \tag{5}$$

เมื่อ V^0 และ V^2 คือ ศักย์แฮดรอนิกสำหรับไอโซสปิน $I = 0$ และ $I = 2$ ตามลำดับ พูดง่ายๆ ก็คือ V^I คือ ศักย์แฮดรอนิกสำหรับไอโซสปิน I

โดยหลักการแล้วการหาผลเฉลยของสมการ (3) และสมการ (4) โดยการใช้ศักย์ตามสมการ (5) สามารถทำได้โดยการกระจายฟังก์ชันคลื่นของไพออเนียม $\psi_{\pi^+\pi^-}$ และ $\psi_{\pi^0\pi^0}$ ให้อยู่ในรูปของเซตบริบูรณ์ของฟังก์ชันเชิงตั้งฉากปรกติ (orthonormal function) เซตบริบูรณ์ของฟังก์ชันตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกได้เคยประยุกต์อย่างกว้างขวาง สำหรับสถานะยึดเหนี่ยวทั้งในปริภูมิโคออร์ดิเนตและปริภูมิโมเมนตัม ในปัญหาสถานะยึดเหนี่ยวซึ่งเฉพาะอันตรกิริยาชนิดแรง หรือเฉพาะแรงคูลอมบ์ถูกนำมาพิจารณานั้น สามารถจะหาผลเฉลยโดยประมาณได้โดยใช้ฟังก์ชันคลื่นของตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกและเลือกระยะทางของการแกว่งกวัดอยู่ในอันดับของ 1 เฟร์มิ หรือ 100 เฟร์มิ ตามลำดับ อย่างไรก็ตาม การนำฟังก์ชันคลื่นของตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกมาใช้คำนวณ จะประสบความล้มเหลวหากเราศึกษาวิจัยอะตอมแฮดรอนิก ทั้งนี้เพราะว่า อะตอมแฮดรอนิกนั้น ในบางช่วงของระยะทาง อันตรกิริยาส่วนใหญ่จะขึ้นอยู่กับแรงคูลอมบ์ และบางช่วงของระยะทางอันตรกิริยาส่วนใหญ่เป็นอันตรกิริยาชนิดแรงพิสัยสั้น นั่นหมายความว่า ฟังก์ชันคลื่นของตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกไม่เหมาะสมที่จะใช้ได้ดีทั้งสองช่วงระยะดังกล่าวแล้ว

สำหรับปัญหาไพออเนียมยังมีความสลับซับซ้อนมากกว่าอะตอมของโปรโตเนียมอีกมากมาย ในการที่จะคำนวณฟังก์ชันคลื่น ทั้งนี้ เนื่องจากว่าโปรโตเนียมมีรัศมีของโบร์เท่ากับ 57.6 เฟร์มิ แต่ไพออเนียมมีรัศมีของโบร์ เท่ากับ 387.5 เฟร์มิ ซึ่งมากกว่าของโปรโตเนียมมาก การศึกษาวิจัยโปรโตเนียมประสบผลสำเร็จอย่างดีในการคำนวณเชิงตัวเลข โดยการใช้ฟังก์ชันคลื่นในรูปแบบฟังก์ชันสเตอร์เมียน (Sturmian function) [15, 16] และพบว่า วิธีการก็ง่ายและผลลัพธ์ก็แม่นตรงกว่าวิธีอื่นที่เคยใช้กันมา นอกจากนั้น วิธีดังกล่าวยังประสบผลสำเร็จในการศึกษา $\bar{N}N$ ในสภาวะยึดเหนี่ยวด้วย [15, 17] กุญแจแห่งความสำเร็จก็คือ การใช้ฟังก์ชันคลื่นในรูปฟังก์ชันสเตอร์เมียนนั้น สามารถที่จะแก้ปัญหาการหาฟังก์ชันที่เหมาะสมสำหรับอันตรกิริยาในช่วงแรงนิวเคลียร์พิสัยสั้นหรืออันตรกิริยาชนิดแรงโดยฟังก์ชันคลื่นดังกล่าว อยู่ในรูปเซตสมบูรณ์ของฟังก์ชันสเตอร์เมียน

สำหรับงานวิจัยนี้ ได้แก้ปัญหาของอะตอมไพออเนียม โดยใช้ฟังก์ชันคลื่นในรูปฟังก์ชันสเตอร์เมียน โดยแบ่งออกเป็น 2 แบบจำลอง ดังนี้

แบบจำลองที่ 1 (model 1) อันตรกิริยาของระบบ ไพออน – ไพออน จะหามาจากสมการตามแบบจำลองแลกเปลี่ยนเมซอน [18] ข้อมูลสำหรับกระบวนการกระเจิงของ ไพออน – ไพออน และ ไพออน – เคออน สำหรับพลังงานต่ำและพลังงานระดับกลางๆ จะได้ศึกษาอันตรกิริยากรณีนี้ โดยศึกษาในปริภูมิโมเมนตัม อันตรกิริยาขึ้นอยู่กับพลังงานแต่ไม่ประจำที่

แบบจำลองที่ 2 (model 2) ศักย์ V^I ในสมการ (5) ของระบบ ไพออน – ไพออน จะนำมาคำนวณค่าแก้ทางแม่เหล็กไฟฟ้าในการกระเจิง ไพออน – นิวคลีออนพลังงานต่ำ [19, 20] และสำหรับ

การศึกษาอิทธิพลของอันตรกิริยาแฮดรอนิกที่มีต่อฟังก์ชันคลื่นของไพออเนียม [12] ศักย์ไม่ขึ้นอยู่กับทั้งพลังงาน E และมวลของอนุภาคไพออนทั้งสอง

เพื่อเป็นการประกันความถูกต้องแม่นยำของการคำนวณเชิงตัวเลข สำหรับงานวิจัยนี้กลุ่มวิจัยได้ดำเนินการเป็นลำดับ ดังนี้

1. ใช้ศักย์เมทริกส์ของแฮดรอนิกส์ สมการ (5) กับปัญหาอะตอมไพออเนียม โดยอันตรกิริยาจะต้องแรงพอ อย่างน้อยที่สุดก็แรงพอที่จะทำให้เกิดสภาวะยึดเหนี่ยว 1 สถานะสำหรับระบบ ไพออน – ไพออน หาผลเฉลยของสมการไพออนในเชิงคำนวณ ด้วยการใช้ฟังก์ชันคลื่นของไพออเนียมเป็นฐานหลักของเซตบริบูรณ์ของฟังก์ชันตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิก หรือฟังก์ชันสเตอร์เมียนเพื่อที่จะได้พลังงานเฉพาะ (eigen energy) และฟังก์ชันเฉพาะ (eigen function) ของสถานะยึดเหนี่ยวจริงของระบบไพออน – ไพออน
2. แก้ปัญหาไพออเนียมโดยใช้ศักย์คูลอมบ์ ส่วนฟังก์ชันคลื่นใช้ฐานหลักบริบูรณ์ของฟังก์ชันสเตอร์เมียน โดยให้พารามิเตอร์ความยาว b มีค่ามากที่สุดเท่าที่จะเป็นได้
3. แก้ปัญหาสมการ (1) โดยใช้ฐานหลักบริบูรณ์ของฟังก์ชันสเตอร์เมียนเหมือนข้อ 2. จะเห็นว่าพลังงานเฉพาะและฟังก์ชันคลื่นที่ได้จากข้อ 1. ทำให้เราได้ฐานหลักในข้อนี้ที่แน่นตรงขึ้น และนอกจากนั้น ด้วยหลักการเดียวกันนี้ ก็จะเป็นจริงสำหรับผลที่ได้จากข้อ 2. ในกรณีที่ b มีค่ามากด้วย

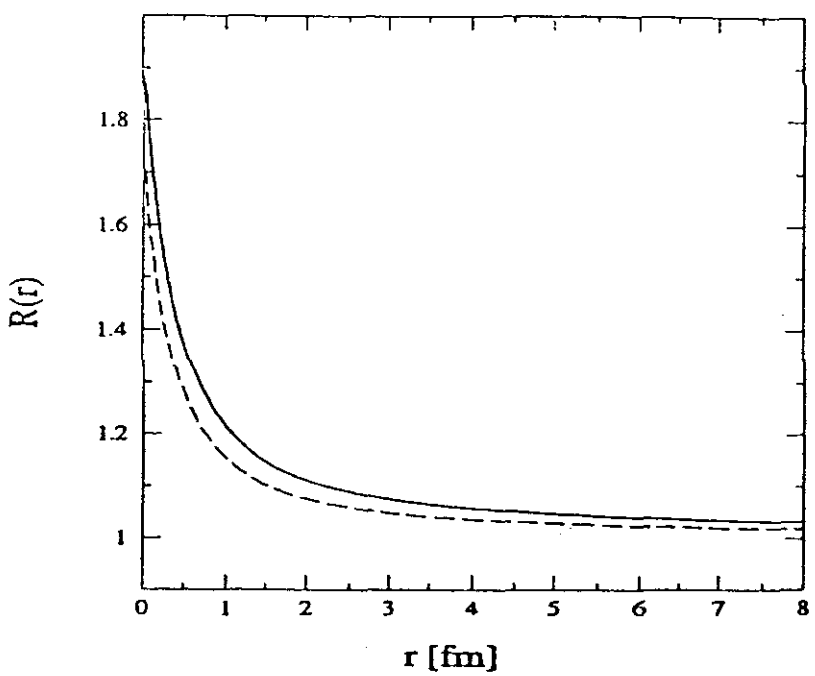
ฟังก์ชันฐานหลัก (basis function) ที่หามาตามลำดับขั้นดังที่กล่าวถึงข้างต้นนั้น ทำให้สามารถคำนวณหาพลังงานยึดเหนี่ยวได้อย่างแม่นยำ วิธีการใช้ฟังก์ชันสเตอร์เมียนที่ใช้โดยนักวิจัย [15] ได้คำนวณและทำการเปรียบเทียบกับวิธีการอื่นๆ ที่นิยมทำกันโดยทั่วไป เช่น วิธีของ Numerov [21] เพื่อศึกษาวิจัยอะตอมของ $\bar{N}N$ โดยใช้ศักย์ของ Kohro-Weise [22] พบว่า การใช้วิธีของ Numerov หาพลังงาน ความกว้างแถบพลังงานและฟังก์ชันคลื่นที่ระยะทางสั้นๆ สำหรับสถานะ $^1S_0$, $^3P_0$, $^3S_1$ และ $^3SD_1$ นั้น การใช้วิธีของฟังก์ชันสเตอร์เมียนได้ผลดีเช่นกัน

เพื่อแสดงให้เห็นประจักษ์ถึงผลสำเร็จของการเลือกฐานหลักบริบูรณ์ ในรูปของฟังก์ชันสเตอร์เมียน งานวิจัยนี้ได้คำนวณปัญหาไพออเนียมโดยไม่นำองค์ประกอบของไพออเนียม ที่อยู่ในโครงแบบ (configuration) $\pi^0\pi^0$ มาคิด ซึ่งจะทำให้อันตรกิริยาชนิดแรงอยู่ในรูปแบบของยุกะวะ (Yukawa's form) เมื่อปัญหาได้ตัดองค์ประกอบ $\pi^0\pi^0$ ของไพออเนียมออกไปแล้ว การแก้ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันคลื่น เป็นฐานหลักบริบูรณ์ของฟังก์ชันสเตอร์เมียนก็ทำได้ง่ายมาก

1.3 ผลการวิจัย

ผลการคำนวณในงานวิจัยนี้ ได้ค่าพลังงานยึดเหนี่ยวของไพออเนียมสถานะพื้น เนื่องจากอันตรกิริยาชนิดแรงดังนี้ [1]

ระดับพลังงานของไพออเนียมสถานะ 1s ถูกเลื่อนต่ำลงเล็กน้อย เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่คิดเฉพาะอันตรกิริยาคูลอมบ์อย่างเดียว วิธีการคำนวณของงานวิจัยนี้ ถือว่า มีสัมฤทธิผลสูงยิ่ง ในกรณีที่ว่าพลังงานยึดเหนี่ยวของไพออเนียมสถานะพื้น สามารถคำนวณได้ละเอียดมากกว่า 10^{-8} ค่า η ที่หาโดยกลุ่มนักวิจัย [23] คือ $\eta = 0.0020256$ จึงสรุปได้ว่า วิธีการที่นำเสนอของกลุ่มนักวิจัย [23] ควรต้องมีการปรับปรุงเพราะมีความแม่นเพียง 10^{-4} ซึ่งไม่ดีพอสำหรับการศึกษาปัญหาไพออเนียม นักวิจัยกลุ่มดังกล่าวได้ตระหนักว่า การทำการคำนวณหาฟังก์ชันคลื่นของไพออเนียมไม่ใช่ปัญหาง่ายๆ รูปที่ 1.1 เปรียบเทียบ อัตราส่วนของ $\psi_{\pi^+\pi^-}(r)/\psi_C(r)$ ระหว่างผลจากงานวิจัยนี้ (เส้นทึบ) กับผลจากงานวิจัยของกลุ่มนักวิจัย [23] จะเห็นว่า ผลการวิจัยนี้ให้ค่าอัตราส่วนสูงกว่าของกลุ่มวิจัย [23] เล็กน้อย ซึ่งก็สอดคล้องกับผลการคำนวณของงานวิจัยนี้ที่พลังงานยึดเหนี่ยวของไพออเนียมสถานะพื้น มีค่ามากกว่า



รูปที่ 1.1 อัตราส่วนระหว่างฟังก์ชันคลื่นในสถานะ 1s ของไพออเนียมต่อฟังก์ชันคลื่นของอะตอมคล้ายไฮโดรเจนโดยเส้นทึบเป็นของผลงานวิจัยนี้ ส่วนเส้นประมาจากงานวิจัยของกลุ่มวิจัย [23]

ผลการคำนวณการเลื่อนพลังงานของไพออเนียมสถานะพื้น อันเนื่องมาจากอันตรกิริยาชนิดแรง ของแบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 ได้ผล ดังนี้

ตารางที่ 1.1 การเลื่อนของพลังงานในสถานะ 1s ของไพออเนียมที่นำเอาอันตรกิริยาชนิดแรงมาร่วมคำนวณแทนที่จะคิดเฉพาะอันตรกิริยาที่เกิดจากแรงคูลอมบ์อย่างเดียว ΔE มีเครื่องหมายเป็นลบแสดงว่าระดับพลังงานถูกดึงให้ต่ำลงโดยอันตรกิริยาชนิดแรง

ชนิดและกรณีของแบบจำลอง	ΔE (eV)
แบบจำลองที่ 1	- 0.1455
แบบจำลองที่ 2 กรณีที่ 1	- 3.8872
แบบจำลองที่ 2 กรณีที่ 2	- 3.0718
แบบจำลองที่ 2 กรณีที่ 3	- 3.2484

$$\eta = \frac{E - E_0}{E_0} = 0.0021543718 \qquad (6)$$

เมื่อ E คือ พลังงานยึดเหนี่ยวสถานะพื้นของไพออเนียม

E_0 คือ พลังงานยึดเหนี่ยวสถานะพื้นของระบบไพออน – ไพออน ซึ่งนำเฉพาะอันตรกิริยาคูลอมบ์มาคิด

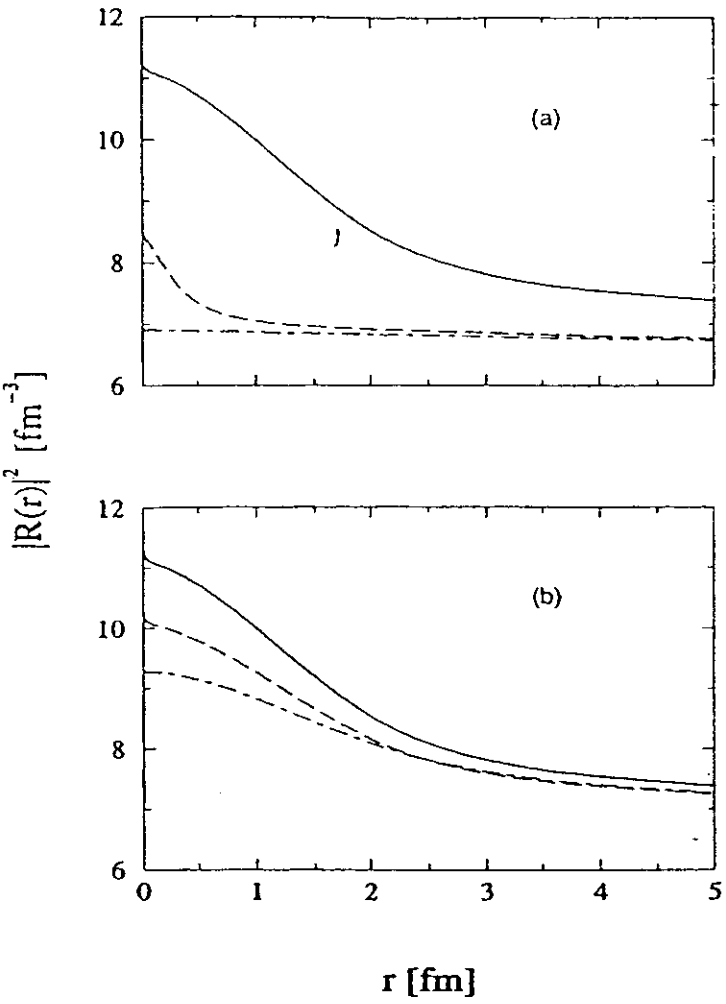
ค่าความแม่นเชิงตัวเลขมีความแม่นกว่า 10^{-8} จากผลการคำนวณที่ได้จะพบว่า พลังงานถูกดึงให้ต่ำลง นั่นคือ อันตรกิริยาชนิดแรงมีลักษณะเป็นแรงดูดสำหรับระบบ ไพออน – ไพออน ทั้งแบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 อย่างไรก็ตาม จากอันตรกิริยาชนิดแรงหรืออันตรกิริยาแฮดรอนิก ในกรณีของไพออเนียม ก็ไม่มีความแรงมากพอที่จะทำให้เกิดสถานะยึดเหนี่ยวที่ลึก (deep) ได้ แต่มิได้หมายความว่า การหาฟังก์ชันคลื่นของไพออเนียมสามารถพิจารณาจากฟังก์ชันคลื่นของอะตอมคล้ายไฮโดรเจนก็พอ

เพื่อแสดงให้เห็นถึงผลเชิงสัมพัทธภาพกับระบบ และความสำคัญของการคู่ควบของโครงแบบ $\pi^+\pi^-$ และ $\pi^0\pi^0$ ในไพออเนียม ผู้วิจัยได้พิจารณาแบบจำลองที่ 2 เป็น 3 กรณี คือ

แบบจำลองที่ 2 กรณีที่ 1 นำผลเชิงสัมพัทธภาพมาร่วมศึกษาพิจารณาด้วย นั่นคือ การแก้สมการชเรอดิงเงอร์เชิงสัมพัทธภาพ (relativistic Schroedinger's equation) โดยได้นำความสำคัญของการคู่ควบของโครงแบบ $\pi^+\pi^-$ และ $\pi^0\pi^0$ ในไพออเนียมมาร่วมพิจารณาด้วย

แบบจำลองที่ 2 กรณีที่ 2 นำผลเชิงสัมพัทธภาพมาคิด นั่นคือ การแก้สมการชเรอดิงเงอร์เชิงสัมพัทธภาพ แต่ไม่นำโครงแบบ $\pi^0\pi^0$ มาพิจารณา

แบบจำลองที่ 2 กรณีที่ 3 ไม่นำผลเชิงสัมพัทธภาพมาคิด นั่นคือแก้สมการชเรอดิงเงอร์ปกติ แต่นำความสำคัญการคู่ควบของโครงแบบ $\pi^+\pi^-$ และ $\pi^0\pi^0$ ในไพออเนียมมาร่วมพิจารณาด้วย



รูปที่ 1.2 ความสัมพันธ์ฟังก์ชันคลื่นแนวรัศมียกกำลังสองกับระยะทางตามแนวรัศมีสำหรับองค์ประกอบ $\pi^+\pi^-$ ของไพออเนียม เส้นประยาวในรูปที่ 1.2a สำหรับแบบจำลองที่ 1 เส้นทึบทั้งในรูปที่ 1.2a และ1.2b สำหรับกรณีที่ 1 ของแบบจำลองที่ 2 (ใช้สัมพัทธภาพและโครงแบบ $\pi^0\pi^0$) เส้นประยาวในรูปที่ 1.2b สำหรับกรณีที่ 2 ของแบบจำลองที่ 2 (ใช้สัมพัทธภาพแต่ไม่ใช้โครงแบบ $\pi^0\pi^0$) และเส้น ประจุดในรูปที่1.2b สำหรับกรณีที่ 3 ของแบบจำลองที่ 2 (ไม่ใช้สัมพัทธภาพแต่ใช้โครงแบบ $\pi^0\pi^0$) ฟังก์ชันคลื่นสำหรับกรณีที่คิดอันตรกิริยาคูลอมบ์เพียงอย่างเดียวแทนด้วยเส้นประจุดในรูปที่ 1.2a ฟังก์ชันคลื่นทุกฟังก์ชันได้ถูกคูณด้วยแฟกเตอร์ของ 10^8 แล้ว

จากการวิจัยพบว่า ในตารางที่ 1.1 ทั้งผลเชิงสัมพัทธภาพและการคู่ควบของโครงแบบ $\pi^+\pi^-$ และ $\pi^0\pi^0$ ในไพออเนียมไม่สามารถละเลยได้ ซึ่งจะเห็นได้จากการแสดงฟังก์ชันคลื่นตามรัศมี (radial wave function) สถานะ 1s ดังรูปที่ 1.2

สำหรับแบบจำลองที่ 1 ได้พิจารณาเฉพาะกรณีผลของสัมพัทธภาพ ซึ่งรวมถึงการคู่ควบ $\pi^0\pi^0$ ด้วย ทั้งนี้ เนื่องจากค่าศักย์ยังผล (effective potential) ที่หามาจากทฤษฎีแบบจำลองการแลกเปลี่ยนเมซอนเป็นค่าเชิงสัมพัทธภาพ ในรูปที่ 1.2 แสดงฟังก์ชันคลื่นตามรัศมี สถานะ 1s จากองค์ประกอบ $\pi^+\pi^-$ ของไพออเนียมทั้งแบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 และเป็นที่ประจักษ์ชัดว่า ฟังก์ชันคลื่นของไพออเนียมสถานะพื้น มีความแตกต่างอย่างเห็นได้เด่นชัดจาก ฟังก์ชันคลื่นของอะตอมคล้ายไฮโดรเจน โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่ระยะทางมีค่าน้อยๆ ดังเช่น ลิมิต $r \to 0$ จะได้

$$\frac{\left|\psi_{\pi^+\pi^-}(0)\right|^2}{\left|\psi_C(0)\right|^2} = \begin{cases} 1.22 & ; \text{model 1} \\ 1.62 & ; \text{model 2} \end{cases} \qquad (7)$$

1.4 ผลสำฤทธิ์ของการวิจัยและแผนการถ่ายทอดผลการวิจัยสู่กลุ่มเป้าหมาย

งานวิจัยนี้สามารถแก้ปัญหาไพออเนียมซึ่งเป็นอะตอมเอกโซติก โดยเริ่มจากการใช้ฟังก์ชันคลื่นที่อยู่ในรูปฟังก์ชันสเตอร์เมียน การนำอันตรกิริยาชนิดแรงที่ระยะใกล้ๆ จุดศูนย์กลางนิวเคลียส ($r \to 0$) มาพิจารณา ซึ่งจากงานวิจัยพบว่าที่ระยะทางค่าน้อยๆ ค่าความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่นที่เหมาะสมของไพออเนียม จะมีความแตกต่างจากของอะตอมคล้ายไฮโดรเจนอย่างมีนัยสำคัญตามสมการ (7) ในส่วนของแผนการถ่ายทอดผลการวิจัยสู่กลุ่มเป้าหมาย ผลงานวิจัยนี้ได้นำเสนอในการสัมมนาวิชาการ "The 8th Annual National Symposium on Computational Science and Engineering (ANSCSE8)" จัดขึ้นระหว่างวันที่ 21 – 23 กรกฎาคม 2547 ภายใต้ชื่อ "Pionium in Sturmian Function Approach" โดย P. Suebka and Y. Yan และต่อมาได้รับการตีพิมพ์ตาม [1]

1.5 สรุปและข้อเสนอแนะ

การแก้ปัญหาไพออเนียมโดยใช้แบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 สอดคล้องกับลักษณะแห่งความเป็นจริง ข้อมูลของการกระเจิง ไพออน – ไพออน พลังงานต่ำ ได้รับการพิจารณาอย่างรอบคอบในงานวิจัยนี้ ดังนั้น ผลลัพธ์ที่ได้ จึงอยู่ในวิสัยของความเป็นจริง กล่าวโดยสรุปก็คือ มันเป็นการอ้างที่ไม่สมเหตุสมผล หากเราพิจารณาอันตรกิริยาชนิดแรงของไพออน – ไพออน เป็นเพียงการรบกวนมีค่าน้อยๆ เท่านั้น โดยเฉพาะอย่างยิ่ง จากงานวิจัยนี้ยืนยันได้ว่า ไม่สามารถหลีกเลี่ยงได้เลยที่ต้องนำอันตรกิริยาชนิดแรงมาร่วมพิจารณาด้วยโดยเฉพาะอย่ายิ่งในกรณีที่ระยะทางในแนวรัศมีมีค่าน้อยๆ.

ส่วนที่ 2.
การศึกษาปฏิกิริยาไพออน-ไพออนในแบบจำลองควาร์กแบบไม่สัมพัทธภาพ

2.1 การค้นคว้าเอกสาร

การศึกษาปฏิกิริยาระหว่างอนุภาคมูลฐานเมซอนพลังงานต่ำ ได้มีผู้ศึกษาทางทฤษฎีหลายวิธี เช่น วิธีใช้แบบจำลองการแลกเปลี่ยนเมซอน วิธีใช้ทฤษฎีการรบกวนไครอล วิธีใช้แบบจำลองควาร์กพลังงานต่ำ เป็นต้น

สำหรับการศึกษา โดยวิธีใช้แบบจำลองการแลกเปลี่ยนเมซอน ประสบความสำเร็จอย่างดีในการศึกษาอันตรกิริยา นิวคลีออน – นิวคลีออน เมซอน – เมซอน และ นิวคลีออน – แอนตินิวคลีออน ทั้งช่วงพลังงานต่ำ และพลังงานระดับกลาง [18, 24-28] หรือแม้แต่การศึกษาการกระเจิงแบบยืดหยุ่นของนิวคลีออน – นิวคลีออนพลังงานสูง [29, 30] อย่างไรก็ตาม การศึกษาโดยใช้วิธีแบบจำลองการแลกเปลี่ยนเมซอน ก็ยังมีจุดอ่อนตรงที่ว่า มีพารามิเตอร์หลายตัวที่ต้องใช้ในการคำนวณ

สำหรับการศึกษาโดยวิธีใช้ทฤษฎีการรบกวนไครอล เป็นวิธีหนึ่งที่ใช้กันมากในการศึกษาไพออเนียม [31] ตัวอย่างเช่น การศึกษาการกระเจิงของไพออน – ไพออนที่พลังงานต่ำ [32] อย่างไรก็ตาม งานวิจัยจะมีความชัดเจนมากขึ้น ถ้าจะพยายามนำวิธีนี้ไปศึกษาอันตรกิริยาที่พลังงานสูงๆ เช่น ใช้ในการศึกษาปฏิกิริยา $\pi\pi \to \pi\pi$ ที่พลังงานใกล้ๆ ขีดเริ่มเปลี่ยน (threshold) $f_2(1270)$ เป็นต้น

ในงานวิจัยนี้ จะศึกษาโดยวิธีใช้แบบจำลองควาร์กแบบไม่สัมพัทธภาพ (nonrelativistic quark model) โดยนำทฤษฎีทาง Quantum Chromodynamics, QCD มาใช้ศึกษาเรื่องนี้ ความได้เปรียบของแบบจำลองควาร์กที่เหนือกว่าแบบจำลองการแลกเปลี่ยนเมซอน ก็เนื่องมาจากความจริงที่ว่า ผลการทดลองเกี่ยวกับไพออเนียมจำนวนมากอธิบายได้ทั้งในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพว่า มันขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์อิสระไม่กี่ตัว ในการใช้แบบจำลองควาร์กอธิบายปรากฏการณ์ของอนุภาคมูลฐานได้อย่างกว้างขวาง [33] เช่น การนำไปอธิบายการสลายตัวของเมซอน (meson decay) การสลายตัวของแบริออน (baryon decay) ปฏิกิริยาเมซอน – แบริออน หรือการประลัย (annihilation) ของแบริออน – แอนติแบริออน ก็สามารถอธิบายได้โดยใช้วิธีแบบจำลองควาร์กพลังงานต่ำ [15, 34-39] โดยศึกษาพลศาสตร์ของสถานะ $^3P_0$ ควาร์ก – แอนติควาร์ก ซึ่งได้รับการพิสูจน์แล้วว่าเป็นส่วนเด่นของพลศาสตร์ $Q\bar{Q}$ (ควาร์ก – แอนติควาร์ก) ของวิธีใช้แบบจำลองควาร์กพลังงานต่ำหรือแบบไม่สัมพัทธภาพ อย่างไรก็ตาม

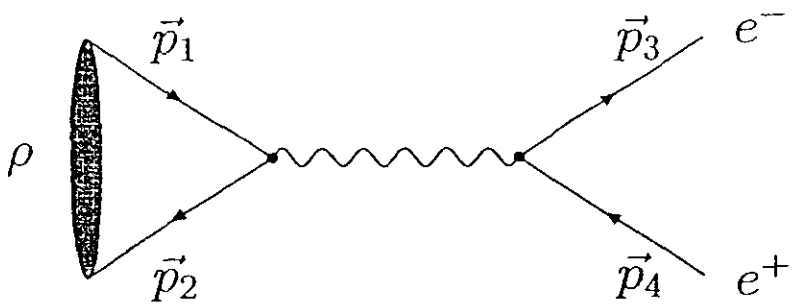
ในแบบจำลองควาร์ก $^3P_0$ ค่าภาคตัดขวาง (cross section) ของปฏิกิริยา $\pi\pi \to \pi\pi$ ไม่มีสภาวะลู่เข้า (divergent) เมื่อพลังงานปฏิกิริยามีค่าสูงขึ้น

ปฏิกิริยา $\pi\pi \to \pi\pi$ ในส่วนที่ไอโซสปิน $I = 2$ มีผู้ประสบความสำเร็จ [40] ในการศึกษาโดยใช้แบบจำลองควาร์กพลังงานต่ำ โดยที่ยังไม่ได้นำเอาแผนภาพควาร์กของ $^3P_0$ มาพิจารณาด้วย ในงานวิจัยนี้จะศึกษาปฏิกิริยา $\pi\pi \to \pi\pi$ ใช้วิธีแบบจำลองควาร์กแบบไม่สัมพัทธภาพ โดยพิจารณาแผนภาพควาร์กของ $^3P_0$ เป็นส่วนสำคัญ กล่าวคือ ในหัวข้อ 2.2 จะเริ่มจากหัวข้อ 2.2.1 หาค่า พารามิเตอร์ความยาว (length parameter) โดยการศึกษากระบวนการสลายตัวของ $\rho \to \gamma\gamma$ และในหัวข้อ 2.2.2 จะหาค่าความแรงยังผลของการประลัย ควาร์ก – แอนติควาร์กและจุดยอด (vertex) ในปฏิกิริยาสลายตัว $\rho \to \gamma\gamma$ ต่อจากนั้น จะศึกษาปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$ ในหัวข้อ 2.2.3 โดยใช้วิธีแบบจำลองควาร์กแบบไม่สัมพัทธภาพ ผลการวิจัยและสรุปและข้อเสนอแนะนำเสนอในหัวข้อ 2.3 และหัวข้อ 2.4

2.2 วิธีดำเนินการวิจัย

2.2.1 พารามิเตอร์ความยาวของเมซอน

หัวข้อนี้จะศึกษากระบวนการสลายตัวเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของ $\rho \to e^+e^-$ ดังแผนภาพรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 : $\rho \to e^-e^+$ ผ่านการเกิดควาร์ก – แอนติควาร์กคู่หนึ่งในการประลัยของ ρ สู่การเกิดเป็นอิเล็กตรอน - โพซิตรอนคู่หนึ่ง

แอมพลิจูดการเปลี่ยนสถานะของปฏิกิริยาการประลัยจากเมซอนหนึ่งตัว ไปเป็นอิเล็กตรอน – โพซิตรอน หนึ่งคู่ โดยทั่วไปเขียนได้เป็น

$$T = \langle e^+e^-|T|q\bar{q}\rangle\langle q\bar{q}|V\rangle \qquad (1)$$

เมื่อ $|V\rangle$ หมายถึง ฟังก์ชันคลื่นของเมซอน และ $\langle e^+e^-|T|q\bar{q}\rangle$ คือ แอมพลิจูดการเปลี่ยนสถานะของควาร์ก – แอนติควาร์กคู่หนึ่ง ไปเป็นอิเล็กตรอน – โพซิตรอน คู่หนึ่ง เรามี

$$|V\rangle = \psi_{spatial}\psi_{color}\psi_{flavor}\psi_{spin} \tag{2}$$

เมื่อ

$$\psi_{color} = \frac{1}{\sqrt{3}}|q\rangle_\beta|\bar{q}\rangle_\beta \tag{3}$$

$$\psi_{flavor} = \left[\frac{1}{2}^{(1)} \otimes \frac{1}{2}^{(2)}\right]_{II_z} \tag{4}$$

$$\psi_{spin} = \left[\frac{1}{2}^{(1)} \otimes \frac{1}{2}^{(2)}\right]_{SS_z} \tag{5}$$

ในกรณีนี้ฟังก์ชันคลื่นส่วนปริภูมิ $\psi_{spatial}$ ขึ้นอยู่กับอันตรกิริยาที่นำมาใช้ สำหรับการศึกษาคำนวณในงานวิจัยนี้ จะใช้ $\psi_{spatial}$ ที่มาจากผลเฉลยการประมาณค่าอันตรกิริยาตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิกสำหรับเมซอน s-wave นั่นคือ

$$\psi_{spatial}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = (b^2/\pi)^{3/4}(2\pi)^{3/2}\exp[-\frac{b^2}{8}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2] \tag{6}$$

ค่าพารามิเตอร์ b ในสมการ (6) หาได้โดยการปรับค่าที่ได้จากทฤษฎี (คำนวณ) กับข้อมูลจากผลการทดลอง ใช้สภาพนอร์แมลิตีกับฟังก์ชันคลื่นส่วนปริภูมิ เขียนได้เป็น

$$\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}|\psi(\vec{p})|^2 = 1 \tag{7}$$

สมาชิกเมทริกส์ของ $\langle q\bar{q}|V\rangle$ หาได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
\langle q\bar{q}|V\rangle_{color} &= \langle q|_\alpha\langle\bar{q}|_\alpha\frac{1}{\sqrt{3}}|q\rangle_\beta|\bar{q}\rangle_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}} \\
\langle q\bar{q}|V\rangle_{flavor} &= \left[\left\langle\frac{1}{2}t_q\right|\left\langle\frac{1}{2}t_{\bar{q}}\right|\right]\left|\frac{1}{2}^{(1)} \otimes \frac{1}{2}^{(2)}\right\rangle_{II_z} = C\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}I; t_q t_{\bar{q}} I_z\right) \\
\langle q\bar{q}|V\rangle_{spin} &= \left[\left\langle\frac{1}{2}m_q\right|\left\langle\frac{1}{2}m_{\bar{q}}\right|\right]\left|\frac{1}{2}^{(1)} \otimes \frac{1}{2}^{(2)}\right\rangle_{SS_z} = C\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}S; m_q m_{\bar{q}} S_z\right)
\end{aligned} \tag{8}$$

เมื่อสัญลักษณ์ $C(j_1 j_2 J; m_1 m_2 m)$ คือ สัมประสิทธิ์เคลบช์ – กอร์ดอน (the Clebsch – Gordon coefficients) ปริมาณ $t_q (t_{\bar{q}})$ และ $m_q (m_{\bar{q}})$ คือ ภาพฉายไอโซสปินและสปินของควาร์ก (แอนติควาร์ก) ตามลำดับ

แอมพลิจูดการเปลี่ยนสถานะของปฏิกิริยา $q\bar{q} \to e^+e^-$ สามารถหาได้จากวิธีมาตรฐานที่ใช้ในวิชาพลศาสตร์ไฟฟ้าควอนตัม (Quantum Electrodynamics, QED) ผลก็คือ

$$\begin{aligned} T_{q\bar{q}\to e^+e^-} &\equiv \langle e^+e^-|T|q\bar{q}\rangle \\ &= e_q e(2\pi)^4\delta^{(4)}(p_1+p_2-p_3-p_4)\frac{1}{(2\pi)^6}\left(\frac{1}{2E_q\,2E_{\bar{q}}\,2E_{e^-}\,2E_{e^+}}\right)^{1/2} \\ &\quad \bar{u}_e(p_3,m_{e^-})\gamma^\mu v_e(p_4,m_{e^+})\frac{-1}{s}\bar{v}_q(p_2,m_{\bar{q}})\gamma_\mu u_q(p_1,m_q) \end{aligned} \tag{9}$$

เมื่อ $s=(p_1+p_2)^2$ และ e_q คือ ประจุของควาร์ก แอมพลิจูดการเปลี่ยนสถานะสำหรับกระบวนการการสลายตัว $V \to e^+e^-$ หาได้เป็น

$$\begin{aligned} T &= \sum_i \sum_{m_q m_{\bar{q}}} \sum_{t_q t_{\bar{q}}} \int \frac{d^3p_1 d^3p_2}{(2\pi)^3}\,\delta^{(3)}(\vec{p}_1+\vec{p}_2)\psi_{spatial}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{3}}C\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}I;t_q t_{\bar{q}} I_z\right)C\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}S;m_q m_{\bar{q}} S_z\right)\,T_{q\bar{q}\to e^+e^-} \\ &= (2\pi)^4\delta^{(4)}(p_1+p_2-p_3-p_4)\frac{1}{(2\pi)^6}\left(\frac{1}{2E_{e^-}\,2E_{e^+}}\right)^{1/2} M \end{aligned} \tag{10}$$

เมื่อ M คือ แอมพลิจูดยืนยง (invariant amplitude) มีรูปแบบเป็น

$$\begin{aligned} M &= \sum_i \sum_{m_q m_{\bar{q}}} \sum_{t_q t_{\bar{q}}} \int \frac{d^3p_1 d^3p_2}{(2\pi)^3}\,\delta^{(3)}(\vec{p}_1+\vec{p}_2)\psi_{spatial}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)\left(\frac{1}{2E_q 2E_{\bar{q}}}\right) \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{3}}C\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}I;t_q t_{\bar{q}} I_z\right)C\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}S;m_q m_{\bar{q}} S_z\right) \\ &\quad e_q e\,\bar{u}_e(p_3,m_{e^-})\gamma^\mu v_e(p_4,m_{e^+})\frac{-1}{s}\bar{v}_q(p_2,m_{\bar{q}})\gamma_\mu u_q(p_1,m_q) \end{aligned} \tag{11}$$

เมื่อผลบวกตามดัชนีดัมมี i ได้รวมเอาคัลเลอร์หรือสีของควาร์ก (quark color) ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ฟังก์ชันเดลตา $\delta^{(3)}(\vec{p}_1+\vec{p}_2)$ หมายความว่า การคำนวณทำในกรอบอ้างอิงเมซอนนิ่ง

ความกว้างการสลายตัวของกระบวนการ $V \to e^+e^-$ นิยามจาก

$$\Gamma = \int d^3p_3 d^3p_4 \Delta\Gamma \tag{12}$$

เมื่อ

$$\Delta\Gamma = (2\pi)^4\delta^{(3)}(\vec{p}_3+\vec{p}_4)\delta(E_1+E_2-E_3+E_4)\left(\frac{1}{2E_{e^-}\,2E_{e^+}}\right)\frac{1}{(2\pi)^6}|M|^2 \tag{13}$$

ผลจากฟังก์ชันเดลตา $(\vec{p}_3 + \vec{p}_4)\delta(E_1 + E_2 - E_3 + E_4)$ สามารถหาปริพันธ์ในสมการ (12) ได้ ผลก็คือ

$$\Gamma = \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{p_f}{M_V}\int d\Omega |M|^2 \tag{14}$$

เมื่อ p_f คือ โมเมนตัมของอิเล็กตรอนสุดท้าย และ M_V คือ มวลของเมซอนเริ่มต้น การหาปริพันธ์กระทำครอบคลุมทั่วมุมของอิเล็กตรอนสุดท้าย

โดยใช้การประมาณค่าของโมเมนตัมของควาร์กค่าน้อยๆ จะได้

$$\Gamma = \frac{\alpha^2 Q^2 (4 + 4B^2 M_v^2)^2}{\sqrt{\pi} B^7 M_v^6} \tag{15}$$

เมื่อ Q^2 คือ ผลบวกของกำลังสองของประจุของควาร์กในเมซอน ซึ่ง Q^2 เท่ากับ $\frac{1}{2}$ สำหรับ ρ เท่ากับ $\frac{1}{18}$ สำหรับ ω และเท่ากับ $\frac{1}{9}$ สำหรับ ϕ มวล $M_\rho = 0.77$ GeV ค่าคงตัว $\alpha = \frac{1}{137}$ และผลจากการทดลอง [41] ได้ $\Gamma_{\rho \to e^+e^-} = 6.85 \pm 0.11$ keV ซึ่งจะได้ค่าพารามิเตอร์ b ดังนี้

$$b = 4.15 \pm 0.02 \ \text{GeV}^{-1} \tag{16}$$

ค่าพารามิเตอร์ความยาวในสมการ (16) ของอนุภาคเมซอน ρ ซึ่งใช้กับฟังก์ชันคลื่นส่วนปริภูมิสมการ (6) จะเห็นว่า พารามิเตอร์ความยาว b ในสมการ (6) จะมีค่าแตกต่างไปบ้างเล็กน้อยหากนำไปใช้กับอนุภาคเมซอนต่างชนิดกัน

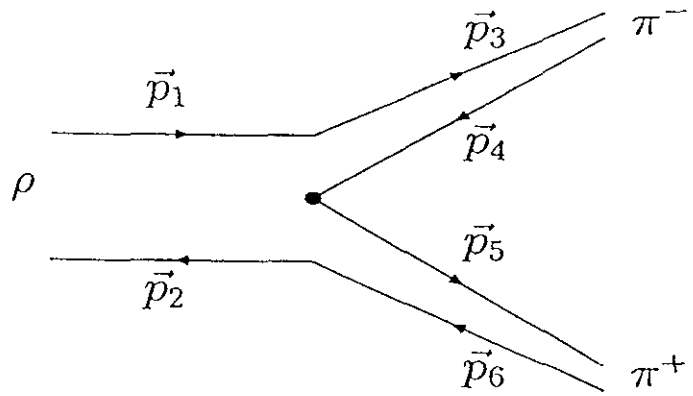
2.2.2 ค่าความแรงยังผลของจุดยอดควาร์ก — แอนติควาร์ก

งานวิจัยนี้จะศึกษาปฏิกิริยา $\rho \to \pi^+\pi^-$ ดังรูปที่ 2.2 เพื่อที่จะหาพารามิเตอร์ความแรงยังผล λ ในจุดยอด $^3P_0$ ควาร์ก — แอนติควาร์ก อันตรกิริยาที่ใช้ คือ

$$\begin{aligned} V_{ij} &= \lambda \frac{m_q}{E_q}\vec{\sigma}_{ij}\cdot(\vec{p}_i - \vec{p}_j)\,\hat{1}_{ij}^F \delta(\vec{p}_i + \vec{p}_j) \\ &= \lambda \sum_\mu \frac{m_q}{E_q}\sqrt{\frac{4\pi}{3}}(-1)^\mu \sigma_{ij}^\mu Y_{1\mu}(\vec{p}_i - \vec{p}_j)\,\hat{1}_{ij}^F \delta(\vec{p}_i + \vec{p}_j) \end{aligned} \tag{17}$$

เมื่อ

$$\vec{\sigma}_{ij} = \frac{\vec{\sigma}_i + \vec{\sigma}_j}{2} \tag{18}$$



รูปที่ 2.2: $\rho \to \pi^+\pi^-$ ในแบบจำลองควาร์กแบบไม่สัมพัทธภาพในสถานะ $^3P_0$

ปริมาณ m_q และ E_q คือ มวลและพลังงานของควาร์กตามลำดับ

$\vec{p}_i$ และ $\vec{p}_j$ คือ โมเมนตัมของควาร์กและแอนติควาร์ก ซึ่งเกิดการประลัยกลายเป็นสุญญากาศ

$\hat{1}^F_{ij}$ คือ ตัวดำเนินการเฟลเวอร์ (flavor operator) ที่จะฉายภาพของควาร์ก — แอนติควาร์ก สู่สุญญากาศในปริภูมิเฟลเวอร์ รายละเอียดการหาและคำอธิบายของพลศาสตร์ควาร์ก — แอนติควาร์ก สำหรับ $^3P_0$ หาได้จากวารสารที่เกี่ยวข้อง [15, 34-39] แต่จะนำผลพิสูจน์สรุปมาใช้ ดังนี้

$$\begin{aligned}
\langle \bar{b}|\sigma^{-1}_{ij}|a\rangle &= -\sqrt{2}\delta_{a,\bar{b}}\delta_{a,1/2} \\
\langle \bar{b}|\sigma^{0}_{ij}|a\rangle &= \sqrt{2}\delta_{a,-\bar{b}} \\
\langle \bar{b}|\sigma^{1}_{ij}|a\rangle &= -\sqrt{2}\delta_{a,\bar{b}}\delta_{a,-1/2}
\end{aligned} \tag{19}$$

เมื่อ $|a\rangle$ และ $|b\rangle$ คือ สถานะสปินของควาร์กและแอนติควาร์กตามลำดับ และ σ^μ_{ij} นิยาม ดังนี้

$$\begin{aligned}
\sigma^1_{ij} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma^x_{ij} + i\,\sigma^y_{ij}) \\
\sigma^0_{ij} &= \sigma^z_{ij} \\
\sigma^{-1}_{ij} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma^x_{ij} - i\,\sigma^y_{ij})
\end{aligned} \tag{20}$$

การดำเนินการของ $\vec{\sigma}_{ij}$ ก็ประดุจว่า มันดำเนินการบนสถานะของควาร์กและแอนติควาร์ก หรือมันฉายภาพของควาร์ก — แอนติควาร์กคู่ ลงสู่สถานะสปิน -1 ซึ่งสมการ (19) สามารถเขียนได้ในรูป

$$\langle 0,0|\sigma^\mu_{ij}|[\bar{\chi}_i \otimes \chi_j]_{JM}\rangle = (-1)^M\sqrt{2}\delta_{J,1}\delta_{M,-\mu} \tag{21}$$

สำหรับเฟลเวอร์ของควาร์ก — แอนติควาร์กคู่หนึ่งๆ จะเกิดการประลัยเป็นสุญญากาศได้นั้น จะต้องมีไอโซสปินเท่ากับศูนย์ ดังนั้น ตัวดำเนินการหน่วย 1^F มีสมบัติ ดังนี้

$$\langle 0,0|\hat{1}^F|T,T_z\rangle = \sqrt{2}\delta_{T,0}\delta_{T_z,0} \tag{22}$$

แอมพลิจูดการการเปลี่ยนสถานะ ของปฏิกิริยาอนุภาคเมซอนหนึ่งตัว สลายตัวเป็นเมซอนสองตัว ในแบบจำลอง $^3P_0$ นิยามว่า

$$T = \langle \Psi_i | V_{45}^{\dagger} | \Psi_f \rangle \tag{23}$$

เมื่อ $|\psi_i\rangle$ และ $|\psi_f\rangle$ คือ สถานะเริ่มต้นและสถานะสุดท้ายตามลำดับ เพื่อให้ง่ายขึ้นในที่นี้จึงจะพิจารณาเฉพาะเมซอน s-wave เท่านั้น กล่าวคือ พิจารณาเมซอนทุกตัวที่มีโมเมนตัมเชิงมุมเท่ากับศูนย์ สถานะเริ่มต้น คือ ฟังก์ชันคลื่นเมซอนตัวเดียว จะอยู่ในรูป

$$|\Psi_i\rangle = N \exp\left(-\frac{1}{8}b^2(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2\right)\left[\frac{1}{2}^{(1)} \otimes \frac{1}{2}^{(2)}\right]_{S_i,M_i}\left[\frac{1}{2}^{(1)} \otimes \frac{1}{2}^{(2)}\right]_{T,T_z} \tag{24}$$

ในกรณีของอนุภาค ρ ที่มีสปิน $s_i = 1$ และไอโซสปิน $T_i = 1$ และ $T_z = 0$ สำหรับ ρ^0 สถานะสุดท้ายประกอบด้วย ฟังก์ชันคลื่นของเมซอนสุดท้าย สองตัวคู่ควบกันอยู่ สำหรับเมซอนสุดท้ายสองตัวในสถานะ s-wave จะได้

$$\begin{aligned}|\Psi_f\rangle \;=\; & N_1 N_2 \exp\left(-\frac{1}{8}b^2(\vec{p}_3 - \vec{p}_4)^2\right)\exp\left(-\frac{1}{8}b^2(\vec{p}_5 - \vec{p}_6)^2\right) \\ & \cdot\left[\left[\frac{1}{2}^{(3)} \otimes \frac{1}{2}^{(4)}\right]_{S_1} \otimes \left[\frac{1}{2}^{(5)} \otimes \frac{1}{2}^{(6)}\right]_{S_2}\right]_{S_f,M_f} \\ & \cdot\left[\left[\frac{1}{2}^{(3)} \otimes \frac{1}{2}^{(4)}\right]_{T_1} \otimes \left[\frac{1}{2}^{(5)} \otimes \frac{1}{2}^{(6)}\right]_{T_2}\right]_{T,T_z}\end{aligned} \tag{25}$$

แอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะอาจเขียนได้ในรูป

$$T = \lambda \frac{m_q}{E_q}\sqrt{\frac{4\pi}{3}} T_{color} T_{flavor} T_{spin} T_{spatial} \tag{26}$$

ซึ่ง

$$\begin{aligned}T_{color} \;&=\; \frac{1}{\sqrt{3}}\langle q_3|_i\langle \bar{q}_4|_i \frac{1}{\sqrt{3}}\langle q_5|_j\langle \bar{q}_6|_j \frac{1}{\sqrt{3}}|q_1\rangle_k|\bar{q}_2\rangle_k \\ &=\; \frac{1}{\sqrt{3}}\end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned}T_{flavor} \;&=\; \left[\left\langle \frac{1}{2}^{(3)} \otimes \frac{1}{2}^{(4)}\right|_{T_1} \otimes \left\langle \frac{1}{2}^{(5)} \otimes \frac{1}{2}^{(6)}\right|_{T_2}\right]_{T,T_z} O_F^{45}\left|\frac{1}{2}^{(1)} \otimes \frac{1}{2}^{(2)}\right\rangle_{T,T_z} \\ &=\; \sqrt{2}\left\langle \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)t, \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)0; TT_z\right| \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)T_1, \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)T_2; TT_z\right\rangle\end{aligned} \tag{28}$$

$$T_{spin} = \left[\left\langle \frac{1}{2}^{(3)} \otimes \frac{1}{2}^{(4)}\right|_{S_1} \otimes \left\langle \frac{1}{2}^{(5)} \otimes \frac{1}{2}^{(6)}\right|_{S_2}\right]_{S_f,M_f} (-1)^{\mu}\sigma^{45}_{-\mu} \left|\frac{1}{2}^{(1)} \otimes \frac{1}{2}^{(2)}\right\rangle_{S_i,M_i}$$
$$= \sqrt{2}\,C(S_iM_i, 1\mu, S_fM_f)\left\langle \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)S_i, \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)1; S_fM_i\right| \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)S_1, \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)S_2; S_fM_f\right\rangle \tag{29}$$

เมื่อตัวประกอบ $\left\langle \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)\alpha, \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)\beta; JJ_z \middle| \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)\alpha', \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)\beta'; JJ_z \right\rangle$ สัมพันธ์กับสัญลักษณ์ $9j$ ของวิกเนอร์ (Wigner) ในรูปแบบทั่วไป ดังนี้

$$\langle (j_1j_3)J_{13}, (j_2j_4)J_{24}; JM | (j_1j_2)J_{12}, (j_3j_4)J_{34}; JM\rangle$$
$$= \sqrt{(2J_{12}+1)(2J_{34}+1)(2J_{13}+1)(2J_{24}+1)} \cdot \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & J_{12} \\ j_3 & j_4 & J_{34} \\ J_{13} & J_{24} & J \end{Bmatrix} \tag{30}$$

ฟังก์ชันคลื่นส่วนปริภูมิ และฟังก์ชันคลื่นส่วนสปิน จะไม่เหมือนกับฟังก์ชันคลื่นส่วนเฟลเวอร์ และฟังก์ชันคลื่นส่วนคัลเลอร์ ตรงที่มันขึ้นอยู่กับอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและแอนติควาร์ก การคำนวณในงานวิจัยนี้ ใช้อันตรกิริยาตัวแกว่งกวัดฮาร์มอนิก พบว่า แอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะ หาได้เป็น

$$T_{spatial} = \int \prod d^3p_i \delta(\vec{p}_1 - \vec{p}_3)\delta(\vec{p}_2 - \vec{p}_6)Y^*_{1\mu}(\vec{p}_4 - \vec{p}_5)\delta(\vec{p}_4 + \vec{p}_5)\delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$$
$$\cdot\delta(\vec{p}_3 + \vec{p}_4 - \vec{k})N_1N_2N \exp\left(-\frac{1}{8}b^2(\vec{p}_3 - \vec{p}_4)^2\right)$$
$$\cdot\exp\left(-\frac{1}{8}b^2(\vec{p}_5 - \vec{p}_6)^2\right)\exp\left(-\frac{1}{8}b^2(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2\right)$$
$$= N_1N_2N \int d^3p_1 \exp\left[-\frac{3}{2}b^2(\vec{p}_1 - \frac{1}{3}\vec{k})^2 - \frac{b^2}{12}k^2\right]\left[2kY^*_{1\mu}(\hat{k}) + 2p_1Y^*_{1\mu}(\hat{p}_1)\right]$$
$$= N_1N_2N(4\pi)\left(\frac{4}{3}k\right)Y^*_{1\mu}(\hat{k}) \exp\left[-\frac{b^2}{12}k^2\right]\int q^2dq \exp\left[-\frac{3}{2}b^2q^2\right] \tag{31}$$

การคำนวณนี้ จะคำนวณในกรอบอ้างอิงศูนย์กลางมวล และได้กำหนดให้โมเมนตัมของเมซอนที่เคลื่อนที่ออกไปเป็น $\vec{k}$ ใช้ตัวประกอบเฟสของระบบที่ประกอบด้วยอนุภาคสองตัวเป็น

$$dQ = \frac{E_1E_2k}{\sqrt{s}}d\Omega_k \tag{32}$$

ดังนั้น จึงสามารถหาความกว้างการสลายตัวของปฏิกิริยาที่เมซอนหนึ่งตัวสลายตัวเป็นเมซอนสองตัวได้ดังนี้

$$\Gamma = 2\pi \frac{E_1 E_2 k}{\sqrt{s}} \int d\Omega_k |T|^2 \tag{33}$$

ในการใช้วิธีแบบจำลองควาร์ก ในกรณีที่โมเมนตัมของควาร์กมีค่าน้อย มักจะใช้ค่าประมาณ $E_q \approx m_q$ ในกรณีที่ปฏิกิริยาเกี่ยวข้องกับเมซอน (π) การประมาณการดังกล่าวถือได้ว่าเป็นการประมาณการที่หยาบไป ทั้งนี้ เนื่องจากมวลของ π มีค่าน้อย ตัวอย่างเช่น กระบวนการปฏิกิริยาการสลายตัว $\rho \to \pi^+\pi^-$ และ $f_2(1270) \to \pi^+\pi^-$ ไพออนที่ถูกสร้างขึ้น จะเข้าใกล้ลักษณะสัมพัทธภาพมาก ดังนั้นในกรณีเช่นนี้ พลังงานของควาร์ก E_q มีค่ามากกว่ามวลของควาร์ก m_q การประมาณค่าที่เหมาะสมจึงควรเป็นไปในลักษณะ

$$\frac{m_q}{E_q} \approx \frac{m_\pi}{E_\pi} \tag{34}$$

ซึ่งจะพบในโอกาสต่อไปว่า ในปฏิกิริยา $\pi\pi \to \pi\pi$ การประมาณค่าตามลักษณะของสมการ (34) ของตัวประกอบ $m_q / E_q \to 1$ ในจุดยอด $^3P_0$ มีความสมเหตุสมผลยิ่งขึ้น

พิจารณากรอบอ้างอิงนิ่งของเมซอน ρ สำหรับปฏิกิริยา $\rho^0 \to \pi^+\pi^-$ โดยใช้ความสัมพันธ์ $\sqrt{s} = m_q = 0.77$ GeV, $E_1 = E_2 = \sqrt{k^2 + m_\pi{}^2}$ เมื่อ $m_\pi = 0.14$ GeV กำหนดให้เมซอน ρ และ π มีพารามิเตอร์ความยาว b ประมาณเท่ากัน นั่นคือ

$$N = N_1 = N_2 = \left(\frac{b^2}{\pi}\right)^{3/4} \tag{35}$$

ซึ่ง $b = 4.15$ GeV^{-1} ได้จากการหาของปฏิกิริยา $\rho_0 \to e^+e^-$ ในหัวข้อที่ผ่านมา ใช้ค่าจากการทดลอง $\Gamma = 0.15$ GeV [41] สำหรับความกว้างการสลายตัวของ $\rho^0 \to \pi^+\pi^-$ ทำให้ต้องใช้ค่าพารามิเตอร์ความแรงยังผล λ มีค่าเป็น

$$\lambda = 0.91 \tag{36}$$

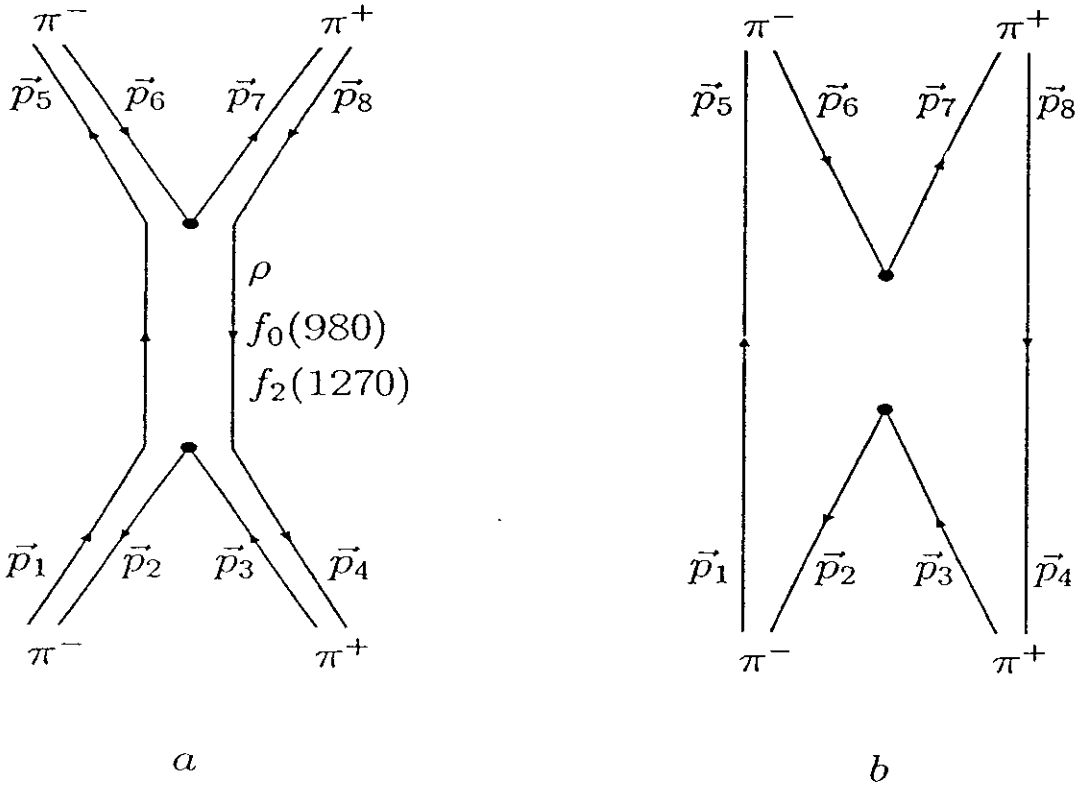
สำหรับกรณีที่ใช้ค่าประมาณ $m_q / E_q \to 1$ และ

$$\lambda = 2.5 \tag{37}$$

สำหรับกรณีที่ใช้ค่าประมาณ $m_q / E_q \to m_\pi / E_\pi$ หัวข้อต่อไป จะได้ศึกษาปฏิกิริยาการสลายตัว $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$ โดยใช้ค่าประมาณทั้งลักษณะของสมการ (36) และสมการ (37)

2.2.3 ปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$

สำหรับพลศาสตร์ของควาร์ก — แอนติควาร์ก $^3P_0$ โดยกระบวนการแสดงได้ดังแผนภาพรูปที่ 2.3 ซึ่งจะมีส่วนในการศึกษาปฏิกิริยา $\pi\pi \to \pi\pi$



รูปที่ 2.3: $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$ ในแบบจำลองควาร์กแบบไม่สัมพัทธภาพในสถานะ $^3P_0$

การคำนวณอาจทำเป็นสองขั้นตอน ตามแผนภาพในรูปที่ 2.3a คือ $\pi\pi$ หนึ่งคู่ เกิดการประลัยไปสู่เมซอนเสมือน (virtual meson) แล้วเมซอนเสมือนสลายตัวเป็น $\pi\pi$ อีกคู่หนึ่ง แอมพลิจูดสำหรับการพิจารณาจะเป็นสองขั้นตอน มีรูปเป็น

$$T = \langle \pi\pi | V_{56}^{\dagger} | \Psi_m \rangle \frac{1}{E - M} \langle \Psi_m | V_{23} | \pi\pi \rangle \tag{38}$$

เมื่อ E คือ พลังงานศูนย์กลางมวลของระบบที่ประกอบไปด้วยไพออนสองตัว โดย ψ_m และ M คือ ฟังก์ชันคลื่นและมวลของเมซอนมัธยันตร์ (intermediate meson) ซึ่งเป็นเมซอนเสมือน สำหรับ V_{ij} คือ จุดยอดควาร์ก — แอนติควาร์ก ที่นิยามตามสมการ (17) ค่า $\langle \psi_m | V_{ij} | \pi\pi \rangle$ สามารถหาได้โดยวิธีเดียวกับกระบวนการปฏิกิริยา $\rho \to \pi^+\pi^-$ ที่กล่าวถึงแล้วในหัวข้อ 2.2.2

จะเห็นได้ว่า ไม่มีพารามิเตอร์อิสระ หรือความกำกวมใดๆ ในการหาแอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะ ตามกระบวนการในแผนภาพ รูปที่ 2.3a เนื่องจากทั้งพารามิเตอร์ความยาว b และพารามิเตอร์ของความแรงยังผล λ ของจุดสุดยอดควาร์ก — แอนติควาร์ก $^3P_0$ ได้หามาแล้วในหัวข้อ 2.3 การศึกษากระบวนการ $\psi_m \to \pi\pi$ จึงตรงไปตรงมา

การคำนวณแอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะ สำหรับกระบวนการในแผนภาพของรูปที่ 2.3b จะอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} T &= \langle \pi\pi | V | \pi\pi \rangle \\ &= \langle \pi\pi | V_{56}^{\dagger} \frac{1}{\Delta E} V_{23} | \pi\pi \rangle \end{aligned} \tag{39}$$

เมื่อตัวประกอบ $1/\Delta E$ นำมาพิจารณาด้วย เนื่องจากเป็นพลังงานการแผ่ของควาร์กมัธยันตร์ ในงานวิจัยนี้ ได้ดัดแปรตัวดำเนินการอันตรกิริยาตามกระบวนการที่แสดงในแผนภาพรูปที่ 2.3b ด้วยวิธีแบบจำลองการแลกเปลี่ยนเมซอน กล่าวคือ อันตรกิริยาสมการ (39) จะเขียนอยู่ในรูป

$$V = \psi(\vec{p}_3 - \vec{p}_6)\psi(\vec{p}_2 - \vec{p}_7) V_{56}^{\dagger} \frac{1}{\Delta E} V_{23} \tag{40}$$

เมื่อ

$$\psi(\vec{p}_i - \vec{p}_j) = \frac{1}{\pi^{3/4}} \exp\left(-\frac{1}{8} a^2 (\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2 \right) \tag{41}$$

ฟังก์ชัน $\psi(\vec{p}_i - \vec{p}_j)$ จะมีส่วนเกี่ยวข้องกับการประลัยของควาร์ก — แอนติควาร์ก ในกรณีนี้จะกำหนดพารามิเตอร์ความยาว a และอยู่ในรูปตัวประกอบยกกำลังประคุจเดียวกับของอนุภาคเมซอนจริง

แอมพลิจูดการเปลี่ยนสถานะในสมการ (39) เขียนใหม่ได้เป็น

$$T = \lambda^2 \left(\frac{m_q}{E_q} \right)^2 \frac{4\pi}{3} \frac{1}{\Delta E} T_{color} T_{flavor} T_{spin} T_{spatial} \tag{42}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} T_{color} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \langle q_5 |_i \langle \bar{q}_6 |_i \frac{1}{\sqrt{3}} \langle q_7 |_j \langle \bar{q}_8 |_j \frac{1}{\sqrt{3}} | q_1 \rangle_k | \bar{q}_2 \rangle_k \frac{1}{\sqrt{3}} | q_3 \rangle_l | \bar{q}_4 \rangle_l \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned} \tag{43}$$

$$\begin{aligned} T_{spin} &= \left\langle \frac{1}{2}^{(5)} \otimes \frac{1}{2}^{(6)} \right|_0 \left\langle \frac{1}{2}^{(7)} \otimes \frac{1}{2}^{(8)} \right|_0 (-1)^{\mu} \sigma_{-\mu}^{23} (-1)^{\nu} \sigma_{-\nu}^{67\dagger} \left| \frac{1}{2}^{(1)} \otimes \frac{1}{2}^{(2)} \right\rangle_0 \left| \frac{1}{2}^{(3)} \otimes \frac{1}{2}^{(4)} \right\rangle_0 \\ &= 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{(-1)^{\mu}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{(-1)^{\nu}}{\sqrt{3}} \end{aligned} \tag{44}$$

$$
\begin{aligned}
{}_{flavor} &= \left[\left\langle \frac{1}{2}^{(5)} \otimes \frac{1}{2}^{(6)}\right|_{i} \otimes \left\langle \frac{1}{2}^{(7)} \otimes \frac{1}{2}^{(8)}\right|_{1}\right]_{T,T_z} \hat{1}^F_{67}\,\hat{1}^F_{23} \left[\left|\frac{1}{2}^{(1)} \otimes \frac{1}{2}^{(2)}\right\rangle_{1} \otimes \left|\frac{1}{2}^{(3)} \otimes \frac{1}{2}^{(4)}\right\rangle_{1}\right]_{T,T_z} \\
&= 2\left\langle \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)T, \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)0; TT_z \middle| \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)1, \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right)1; TT_z \right\rangle^2 \qquad (45)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{spatial} &= N_\pi^4 \int \prod d^3p_i \, e^{-\frac{b^2}{8}(\vec{p}_5-\vec{p}_6)^2} e^{-\frac{b^2}{8}(\vec{p}_7-\vec{p}_8)^2} \delta(\vec{p}_5+\vec{p}_6-\vec{p})\delta(\vec{p}_7+\vec{p}_8+\vec{p}) \\
&\quad Y^*_{1\nu}(\vec{p}_6-\vec{p}_7)\delta(\vec{p}_6+\vec{p}_7)Y_{1\mu}(\vec{p}_2-\vec{p}_3)\delta(\vec{p}_2+\vec{p}_3) e^{-\frac{b^2}{8}(\vec{p}_2-\vec{p}_7)^2} e^{-\frac{b^2}{8}(\vec{p}_3-\vec{p}_6)^2} \\
&\quad e^{-\frac{b^2}{8}(\vec{p}_1-\vec{p}_2)^2} e^{-\frac{b^2}{8}(\vec{p}_3-\vec{p}_4)^2} \delta(\vec{p}_1+\vec{p}_2-\vec{k})\delta(\vec{p}_3+\vec{p}_4+\vec{k})\delta(\vec{p}_1-\vec{p}_5)\delta(\vec{p}_4-\vec{p}_8) \\
&= 4N_\pi^4 \exp\left[-\frac{b^2}{6}(p^2+k^2-\vec{p}\cdot\vec{k})\right]\left[\frac{\sqrt{\pi}}{12\sqrt{3}b^3}\delta_{\mu\nu} + \frac{\sqrt{\pi}}{22\sqrt{3}b^5}F_{\mu\nu}\right] \qquad (46)
\end{aligned}
$$

เมื่อ

$$
F_{\mu\nu} = \frac{4}{9}Y_{1\mu}(\vec{k})Y^*_{1\nu}(\vec{p}) + \frac{1}{9}Y_{1\mu}(\vec{p})Y^*_{1\nu}(\vec{k}) - \frac{2}{9}Y_{1\mu}(\vec{k})Y^*_{1\nu}(\vec{k}) - \frac{2}{9}Y_{1\mu}(\vec{p})Y^*_{1\nu}(\vec{p}) \qquad (47)
$$

โปรดสังเกตว่า การคำนวณทำในกรอบอ้างอิงศูนย์กลางมวลและให้ $\vec{k}$ กับ $\vec{p}$ คือ โมเมนตัมของเมซอน ค่า ΔE ในสมการ (42) เป็น ค่าคงตัวสำหรับพลังงานปฏิกิริยาค่าหนึ่ง [38, 39]

หากพิจารณาอันตรกิริยาจุดยอดควาร์ก — แอนติควาร์ก $^3P_0$ ให้ลึกลงไปจะพบว่า

$$
V_{ij} = \lambda\,\vec{\sigma}_{ij}\cdot(\vec{p}_i-\vec{p}_j)\,\hat{1}^F_{ij}\delta(\vec{p}_i+\vec{p}_j) \qquad (48)
$$

หากใช้สมการ (48) ในสมการ (39) แล้วหาสมการ (46) ใหม่ เทอมที่เป็นฟังก์ชันเลขชี้กำลัง จะอยู่ในรูป

$$
\exp\left[-\frac{b^2}{8}(p^2+k^2-2\vec{p}\cdot\vec{k})\right] \qquad (49)
$$

แทนที่จะอยู่ในรูปเดิม สมการ (46)

$$
\exp\left[-\frac{b^2}{6}(p^2+k^2-\vec{p}\cdot\vec{k})\right] \qquad (50)
$$

ตัวประกอบในสมการ (49) ยังไม่พอเพียงที่จะประกันได้ว่า ได้นำผลเชิงสัมพัทธภาพมาร่วมพิจารณาตามแผนภาพในรูปที่ 2.3b ด้วย

ถ้าเขียนค่าภาคตัดขวางของปฏิกิริยา $a+b \rightarrow c+d$ ในระบบศูนย์กลางมวล ค่าภาคตัดขวางต่อมุมต้น [42] เขียนได้ในรูป

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{v_f}{v_i}|M(\vec{p},\vec{k})|^2 \tag{51}$$

เมื่อ

$$M(\vec{p},\vec{k}) = -(2\pi)^2\frac{E_cE_d}{E_{cm}}T(\vec{p},\vec{k}), \tag{52}$$

ในที่นี้ v_f และ v_i คือ อัตราเร็วสุดท้ายและอัตราเร็วเริ่มต้น นิยามดังนี้

$$\begin{aligned} v_f &= \frac{dE_f}{dp} = p\frac{E_c+E_d}{E_cE_d} \\ v_i &= \frac{dE_i}{dk} = k\frac{E_a+E_b}{E_aE_b} \end{aligned} \tag{53}$$

สำหรับปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ เราประมาณค่า $p=k$ และ $E_a=E_b=E_c=E_d=E_{CM}/2$ ดังนั้น สมการ (15) จะลดรูปเหลือเพียง

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (2\pi)^4\frac{E_{cm}^2}{16}|T(\vec{p},\vec{k})|^2 \tag{54}$$

และค่าภาคตัดขวางรวม สามารถหาได้เป็น

$$\sigma = (2\pi)^4\frac{E_{cm}^2}{16}\sum_L|T_L(k)|^2 \tag{55}$$

เมื่อ T_L คือ แอมพลิจูดการเปลี่ยนสถานะ สำหรับค่าโมเมนตัมเชิงมุมที่เท่ากับ L ของระบบ $\pi\pi$ สำหรับปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ แอมพลิจูด T_L จะมีรูปเป็น

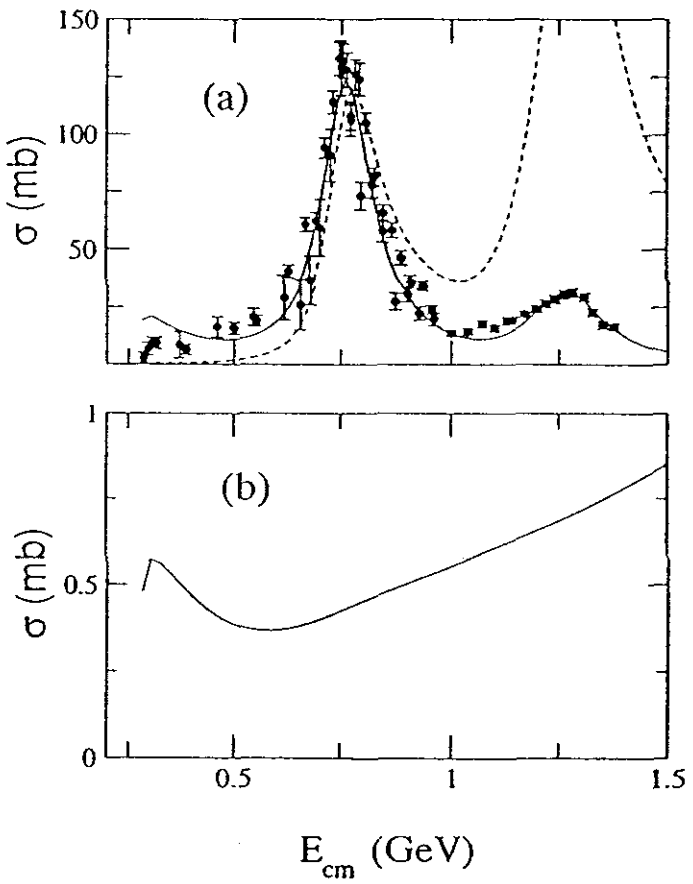
$$\begin{aligned} T_{2n} &= \frac{2}{3}T_{2n}(I=0)+\frac{1}{3}T_{2n}(I=2) \\ T_{2n+1} &= T_{2n+1}(I=1) \end{aligned} \tag{56}$$

เมื่อ I คือ ไอโซสปินของระบบ $\pi\pi$ กราฟที่แสดงในรูปที่ 2.4a คือ ผลการพิจารณากระบวนการสองขั้นตอน ดังแสดงในรูปที่ 2.3a ของปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ ซึ่งพิจารณาทั้งกรณีที่ใช้ค่าประมาณ $m_q/E_q \rightarrow 1$ อันเป็นที่นิยมใช้กันทั่วไป และกรณีที่ใช้ค่าประมาณ $m_q/E_q \rightarrow m_\pi/E_\pi$ สำหรับเมซอนที่เกี่ยวข้องกับสถานะมัธยันตร์ (intermediate state) ตามกระบวนการสองขั้นตอนนี้ คือ เมซอน ρ, $f_0(980)$ และ $f_2(1270)$ จะไม่มีพารามิเตอร์อิสระสำหรับแบบจำลองนี้ ค่าพารามิเตอร์ความยาว b ของเมซอน ρ มีค่าคงตัวในปฏิกิริยา $\rho \rightarrow \gamma\gamma$ และเพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ทั้ง $f_0(980)$ และ $f_2(1270)$ จะใช้ค่าพารามิเตอร์ความยาวค่าเดียวกัน ค่าพารามิเตอร์ความแรงยังผล λ ของจุดยอดควาร์ก

– แอนติควาร์ก สถานะ $^3P_0$ แบบไม่สัมพัทธภาพถูกกำหนดให้เป็นค่าคงตัวในปฏิกิริยา $\rho \to \pi\pi$ และค่านี้ถือว่าเป็นค่าคงตัวสากลสำหรับสถานะมัธยันตร์ต่างๆ ของเมซอน ในกระบวนการสองขั้นตอนดังแสดงในรูปที่ 2.3a งานวิจัยนี้พบว่า การทำนายในกรณีใช้ค่าประมาณ $m_q / E_q \to m_\pi / E_\pi$ มีเหตุมีผลกว่ากรณีใช้ค่าประมาณ $m_q / E_q \to 1$ ซึ่งอาจสรุปได้ว่าอัตราส่วน m_π / E_π ในจุดยอด $^3P_0$ ได้ถูกประมาณค่าที่ถูกต้องยิ่งขึ้นในกระบวนการ $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$

2.3 ผลการวิจัย

ผลการคำนวณค่าภาคตัดขวางของปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$ โดยพิจารณาเป็นกระบวนการหนึ่งขั้นตอนหรือขั้นตอนเดียวและกระบวนการสองขั้นตอน แสดงได้ดังรูปที่ 2.4 และรูปที่ 2.5

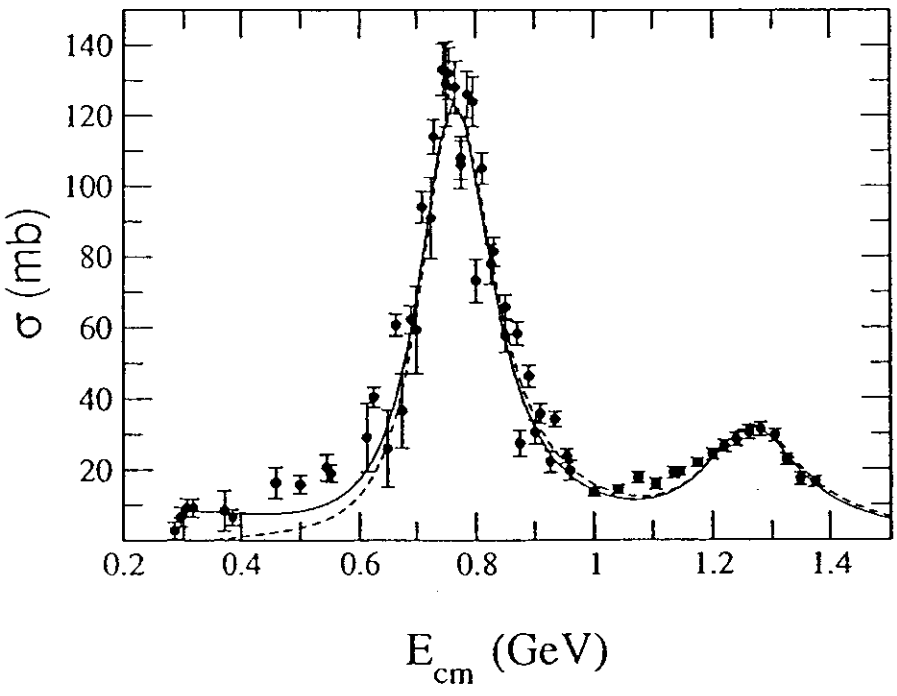


รูปที่ 2.4 การทำนายค่าภาคตัดขวางของปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$ ในแบบจำลองควาร์กแบบไม่สัมพัทธภาพสถานะ $^3P_0$ (a) ใช้กระบวนการสองขั้นตอน เส้นประ คือ ได้จากผลการคำนวณโดยใช้ $m_q / E_q \to 1$ เส้นทึบ คือ ค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ $m_q / E_q \to m_\pi / E_\pi$ และวงกลมทึบ คือ ค่าที่ได้จากการทดลองของกลุ่มนักวิจัย [43, 44] (b) ใช้กระบวนการขั้นตอนเดียว

เป็นที่น่าสังเกตจากรูปที่ 2.4a ด้วยว่า การพิจารณาปฏิกิริยา เป็นกระบวนการสองขั้นตอนเพียงอย่างเดียวไม่สามารถที่จะอธิบายค่าภาคตัดขวางในช่วงพลังงานต่ำ (ส่วนที่ไม่สั่นพ้อง) ของปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$ ได้ จึงมีความจำเป็นที่จะต้องรวมกระบวนการหนึ่งขั้นตอนหรือกระบวนการขั้นตอนเดียว (ดังรูปที่ 2.3b) เข้าไปด้วยในช่วงพลังงานต่ำ ต้องระมัดระวังว่า ส่วนที่รวมเข้าไปต้องมีผลต่อกระบวนการน้อย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ค่าภาคตัดขวางในส่วนของการสั่นพ้อง เพราะว่าในกระบวนการสองขั้นตอนจะไม่มีที่ว่างไว้สำหรับกระบวนการหนึ่งขั้นตอนในพลังงานย่านนั้น กราฟแสดงในรูปที่ 2.4b คือ การทำนายค่าภาคตัดขวางรวมของแผนภาพกระบวนการหนึ่งขั้นตอน หรือกระบวนการขั้นตอนเดียวดังรูปที่ 2.3b สำหรับพลศาสตร์ของสถานะ $^3P_0$ นั่นคือ เมื่อ $m_q / E_q \to 1$ สำหรับจุดยอด V_{ij} และ $\psi(\vec{p}_i - \vec{p}_j) = 1$ ในสมการ (40) พิจารณากรณีกระบวนการสองขั้นตอนโดยใช้ค่าคงตัว ดังนี้ คือ $b = 4.15$ GeV^{-1} และ $\lambda = 0.91$ โดยการประมาณค่า

$$\frac{1}{\Delta E} = \frac{1}{E_{cm}/2} \tag{57}$$

จะพบว่าค่าภาคตัดขวางจะไม่มีค่าเป็นศูนย์ เมื่อพลังงานของปฏิกิริยาเข้าสู่ค่าอนันต์



รูปที่ 2.5 การทำนายค่าภาคตัดขวางของปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$
โดยใช้กระบวนการขั้นตอนเดียวและกระบวนการสองขั้นตอน
สัญลักษณ์วงกลมทึบ คือ ค่าที่ได้จากการทดลองของกลุ่มนักวิจัย [43, 44]

สำหรับกรณีที่ใช้การประมาณ $m_q / E_q \to m_\pi / E_\pi$ สามารถนำไปใช้กับกระบวนการหนึ่งขั้นตอนในแผนภาพรูปที่ 2.3b พบว่าการใช้ค่าประมาณ $m_q / E_q \to m_\pi / E_\pi$ กับจุดสุดยอดควาร์ก – แอนติควาร์ก สถานะ $^3P_0$ ทำให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีขึ้นมาก ดังจะเห็นได้ดังรูปที่ 2.5 ซึ่งในรูปที่ 2.5 แสดงการพิจารณากระบวนการสองขั้นตอนและกระบวนการหนึ่งขั้นตอน เส้นทึบแทนผลลัพธ์ที่ใช้พารามิเตอร์ความยาว $b = 4.15\ \text{GeV}^{-1}$ และพารามิเตอร์ความแรงยังผล $\lambda = 2.5$ โดยใช้ฟังก์ชันคลื่น $\psi(\vec{p}_i - \vec{p}_j)$ ในสมการ (40) มีรูปแบบเหมือนสมการ (41) ขณะที่เส้นประใช้ค่า b และ λ เท่ากัน แต่ใช้ $\psi(\vec{p}_i - \vec{p}_j) = 1$

จึงสรุปได้ว่า การที่มีตัวประกอบในรูปฟังก์ชันเลขชี้กำลัง จะมีส่วนในการอธิบายปรากฏการณ์ประลัยของควาร์ก – แอนติควาร์ก และการสร้างหรือการเกิดควาร์ก – แอนติควาร์ก ขึ้นในกระบวนการเป็นสิ่งที่มีความจำเป็น

2.4 ผลสำฤทธิ์ของการวิจัยและแผนการถ่ายทอดผลการวิจัยสู่กลุ่มเป้าหมาย

จากหัวข้อ 2.3 จะเห็นว่าค่าที่ได้จากการคำนวณค่าภาคตัดขวางมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการทดลอง แสดงว่าการใช้ QCD มาศึกษาปฏิกิริยาไพออน – ไพออน โดยวิธีใช้แบบจำลองควาร์กไม่สัมพัทธภาพได้ผลดี

ผลงานวิจัยในส่วนที่ 2. นี้ ได้มอบให้นักศึกษาปริญญาเอก สาขาวิชาเอกฟิสิกส์นำไปศึกษา และได้เสนอใน " การประชุมวิชาการวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 31 (วทท. 31) (The 31st Congress on Science and Technology)" ที่มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ระหว่างวันที่ 18 – 20 ตุลาคม 2548 ภายใต้ชื่อ "$\pi\pi$ REACTION IN NON-RELATIVISTIC QUARK MODEL" โดย นายชลัมภ์ อุ่นอารีย์ (นักศึกษาปริญญาเอกฟิสิกส์), ประสาท สืบค้า, ชิโนรัตน์ กอบเดช, ยูเป็ง แยน และต่อมาได้รับการตีพิมพ์ในวารสารวิชาการตาม [2]

2.4 สรุปและข้อเสนอแนะ

ภาคตัดขวางของปฏิกิริยา $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$ สามารถคำนวณได้อย่างดีโดยใช้แบบจำลองควาร์กซึ่งไม่มีตัวแปรอิสระ [2] ยอดที่สูงกว่าทางด้านซ้ายของรูปที่ 2.5 มาจากกระบวนการของอนุภาคมูลฐาน $\pi^+\pi^- \to \rho \to \pi^+\pi^-$ ขณะที่ยอดที่ต่ำกว่ามาจาก กระบวนการ $\pi^+\pi^- \to f_2(1270) \to \pi^+\pi^-$ กระบวนการสองขั้นตอน $\pi^+\pi^- \to f_0(980) \to \pi^+\pi^-$ และกระบวนการหนึ่งขั้นตอนร่วมกันมีส่วนในย่านพลังงานต่ำ

สิ่งที่บอกลักษณะเฉพาะของแบบจำลองนี้ต่างจากแบบจำลองอื่น คือ

1. ตัวประกอบ m_q / E_q ในจุดสุดยอดควาร์ก – แอนติควาร์ก สถานะ $^3P_0$ ในสมการ (17) $^3P_0$ มีค่าดังนี้ $m_q / E_q \to m_\pi / E_\pi$ ไม่ใช่ $m_q / E_q \approx 1$
2. การประลัยของควาร์ก – แอนติควาร์ก และการสร้างหรือการเกิดของควาร์ก – แอนติควาร์ก ในกระบวนการหนึ่งขั้นตอนที่แสดงในรูปที่ 2.3b มีสหสัมพันธ์กัน

ลักษณะเฉพาะตามข้อแรกอย่างน้อยที่สุดก็แสดงให้เห็นว่าการประมาณค่าที่ดีสำหรับกระบวนการ $\pi\pi \to \pi\pi$ ที่พลังงานที่มีค่ามากกว่ามวลของ π สำหรับลักษณะเฉพาะข้อที่สอง ที่นำเสนอในสมการ (40) และสมการ (41) การมีตัวประกอบฟังก์ชันคลื่นที่มีส่วนเป็นฟังก์ชันเลขชี้กำลัง เป็นส่วนที่แสดงสหสัมพันธ์ของการประลัยของควาร์ก – แอนติควาร์ก และการสร้างหรือการเกิดของควาร์ก – แอนติควาร์กเป็นสิ่งที่สมเหตุสมผลอย่างยิ่ง

บรรณานุกรม

[1] P. Suebka and Y. Yan, Phys. Rev. C **70**, 034006 (2004).

[2] P. Suebka, C. Kobdaj and Y. Yan, Inter. Journ. of Mod. Phys. E **14**. 987 (2005).

[3] A. Gall, J. Gasser, V. E. Lyubovitskij, and A. Rusetsky, Phys. Lett. B **462**, 335(1992); J. Gasser, V. E. Lyubovitskij, and A. Rusetsky, *ibid.* 471, 244 (1999); J. Gasser, V. E. Lyubovitskij, A. Rusetsky, and A. Gall, Phys. Rev. D **64**, 016008(2001).

[4] G. Colangelo, J. Gasser and H. Luetwyler, Phys. Lett. B **488**, 261 (2000).

[5] B. Adeva *et al.*, proposal to the SPSLC, CERN/SPSLC 95-1, (1995).

[6] J. Schacher *et al.*, in *Results from DIRAC*, Proceedings of the 4th International Workshop on Chiral Dynamics 2003: Theory and Experiment, Bonn, (2003).

[7] S. Deser, M. L. Goldberger, K. Baumann, and W. Thirring, Phys. Rev. **96**, 774 (1954).

[8] J. L. Uretsky and T. R. Palfrey, Jr., Phys. Rev. **121**, 1798 (1961); T. L. Trueman, Nucl. Phys. **26**, 57 (1961).

[9] H. Jallouli and H. Sazdjian, Phys. Rev. D **58**, 014011 (1998).

[10] M. A. Ivanov, V. E. Lyubovitskij, E. Z. Lipartia, and A. G. Rusetsky, Phys. Rev. D **58**, 094024 (1998).

[11] H. Sazdjian, Phys. Lett. B **490**, 203 (2000).

[12] A. Gashi, G. Rasche and W. S. Woolcock, Phys. Lett. B **513**, 269 (2001).

[13] J. Gasser and H. Leutwyler, Ann. Phys. **158**, 142 (1984).

[14] J. Gasser and H. Leutwyler, Phys. Lett. C **87**, 77 (1982).

[15] Y. Yan, R. Tegen, T. Gutsche, and A. Faessler, Phys. Rev. C **56**, 1596 (1997).

[16] M. Rotenberg, Adv. At. Mol. Phys. **6**, 233 (1970).

[17] P. Suebka, Mod. Phys. Lett. A **18**, 402 (2003).

[18] D. Lohse, J. W. Durso, K. Holinde, and J. Speth, Nucl. Phys. A **516**, 513 (1990).

[19] A. Gashi, E. Matsinos, G. C. Oades, G. Rasche, and W. S. Woolcock, Nucl. Phys. A **686**, 553 (2001).

[20] A. Gashi, E. Matsinos, G. C. Oades, G. Rasche, and W. S. Woolcock, Nucl. Phys. A **686**, 569 (2001).

[21] J. Carbonell, G. Ihle and J. M. Richard, Z. Phys. A **334**, 329 (1989).

[22] M. Kohno and W. Weise, Nucl. Phys. A **454**, 429 (1986).

[23] I. Amirkhanov, I. Puzynin, A. Tarasov, O. Voskresenkaya, and O. Zeinalova, Phys. Lett. B **452**, 155 (1999).

[24] W. N. Cottingham and Vinh Mau, Phys. Rev. **130**, 735 (1963); W. N. Cottingham, M. Lacombe, B. Loiseau, J. M. Richard, and Vinh Mau, Phys. Rev. B **8**, 800 Z1973); M. Lacombe *et al.*, Phys. Rev. C **21**, 861 (1980).

[25] R. Machleidt, K. Holinde and Ch. Elster, Phys. Rep. **149**, 1 (1987).

[26] T. Hippchen, J. Haidenbauer, K. Holinde and V. Mull, Phys. Rev. **C 44**, 1323 (1991); V. Mull, J. Haidenbauer, T. Hippchen, and K. Holinde, Phys. Rev. **C 44**, 1337 (1991); J. Haidenbauer, T. Hippchen and R. Tegen, Phys. Rev. **C 44**, 1812 (1991).

[27] J. Côte, M. Lacombe, B. Loiseau, B. Moussallam, and Vinh Mau, Phys. Rev. Lett. **48**, 1319 (1982); M. Lacombe, B. Loiseau, B. Moussallam, and Vinh Mau, Phys. Rev. C **29**, 1800 (1993).
[28] Y. Yan and R. Tegen, Phys. Rev. C **54**, 1441 (1996).
[29] W. R. Gibbs and B. Loiseau, Phys. Rev. C **50**, 2742 (1994).
[30] Y. Yan, K. Pumsa-ad, R. Tegen, T. Gutsche, V. E. Lyubovitskij, and A. Faessler, IJMPE **12**, 367 (2003).
[31] M. Sander, C. Kuhrts and H. V. von Geramb, Phys. Rev. C **53**, R2610 (1996).
[32] J. Bijnens, G. Colangelo, G. Ecker, J. Gasser, and M. E. Sainio, Phys. Lett. B **374**, 210 (1996).
[33] C. B. Dover, T. Gutsche, M. Maruyama and A. Faessler, Prog. Part. Nucl. Phys. **29**, 87 (1992).
[34] A. Le Yaouanc *et al.*, Phys. Rev. D **8**, 2223 (1973); D **9**, 1415 (1974); D **11**, 1272 (1975).
[35] M. Maruyama, S. Furui and A. Faessler, Nucl. Phys. A **472**, 643 (1987); M. Maruyama, S. Furui and A. Faessler and R. Vinh Mau, Nucl. Phys. A **473**, 649 (1987); T. Gutsche, M. Maruyama and A. Faessler, Nucl. Phys. A **503**, 737 (1989).
[36] A. Muhn, T. Gutsche, R. Thierauf, Y. Yan, and A. Faessler, Nucl. Phys. A **598**, 285 (1996).
[37] C. B. Dover, T. Gutsche and A. Faessler, Phys. Rev. C **43**, 379 (1991).
[38] T. Gutsche, R. D. Viollier and A. Faessler, Phys. Lett. B **331**, 8 (1994).
[39] Y. Yan, S. W. Huang and A. Faessler, Phys. Lett. B **354**, 24 (1995).
[40] T. Barnes and E. S. Swanson, Phys. Rev. D **46**, 131 (1992); Phys. Rev. C **63**, 025204 (2001).
[41] H. Hagiwara *et al.*, Phys. Rev. D **66**, 010001 (2002).
[42] C. Joachain, *Quantum Collision Theory*, North-Holland Publishing Comp., 1975.
[43] S. D. Protopopescu *et al.*, Phys. Rev. D **7**, 1279 (1973).
[44] E. A. Alekseeva *et al.*, ZETF **82**, 1007 (1982).
[45] Martin L. Perl, *High Energy Hadron Physics*, Newyork: John Wiley & Sons, 1974.

ภาคผนวก

สัมประสิทธิ์เคลบช์ - กอร์ดอนและฮาร์มอนิกส์ทรงกลม
(Clebsch – Gordon Coefficients and Spherical Harmonics)

สัมประสิทธิ์เคลบช์ — กอร์ดอน สอดคล้องความสัมพันธ์สภาพเชิงตั้งฉาก ดังนี้

$$\sum_{m_1 m_2} C(j_1 j_2 J; m_1 m_2 M)\, C(j_1 j_2 J'; m_1 m_2 M') = \delta_{JJ'}\delta_{MM'} \quad \text{..... A.1}$$

$$\sum_{JM} C(j_1 j_2 J; m_1 m_2 M)\, C(j_1 j_2 J; m_1' m_2' M) = \delta_{m_1 m_1'}\, \delta_{m_2 m_2'} \quad \text{..... A.2}$$

และ

$$C(j_1 j_2 J; m_1 m_2 M) \neq 0 \text{ เฉพาะ } m_1 + m_2 = M \text{ และ } \left|j_1 - j_2\right| \leq J \leq j_1 + j_2 \text{ .... A.3}$$

สมบัติการสมมาตรของสัมประสิทธิ์เคลบช์ — กอร์ดอนบางประการ คือ

$$C(j_1 j_2 J; m_1 m_2 M) = (-1)^{J - j_1 - j_2}\, C(j_2 j_1 J; m_2 m_1 M) \quad \text{..... A.4}$$

และ

$$C(j_1 j_2 J; m_1 m_2 M) = (-1)^{J - j_1 - j_2}\, C(j_1 j_2 J; -m_1, -m_2, -M) \quad \text{..... A.5}$$

ถ้าค่าสปินอันหนึ่งเท่ากับ $\frac{1}{2}$ สัมประสิทธิ์เคลบช์ — กอร์ดอน จะมีค่า ดังนี้

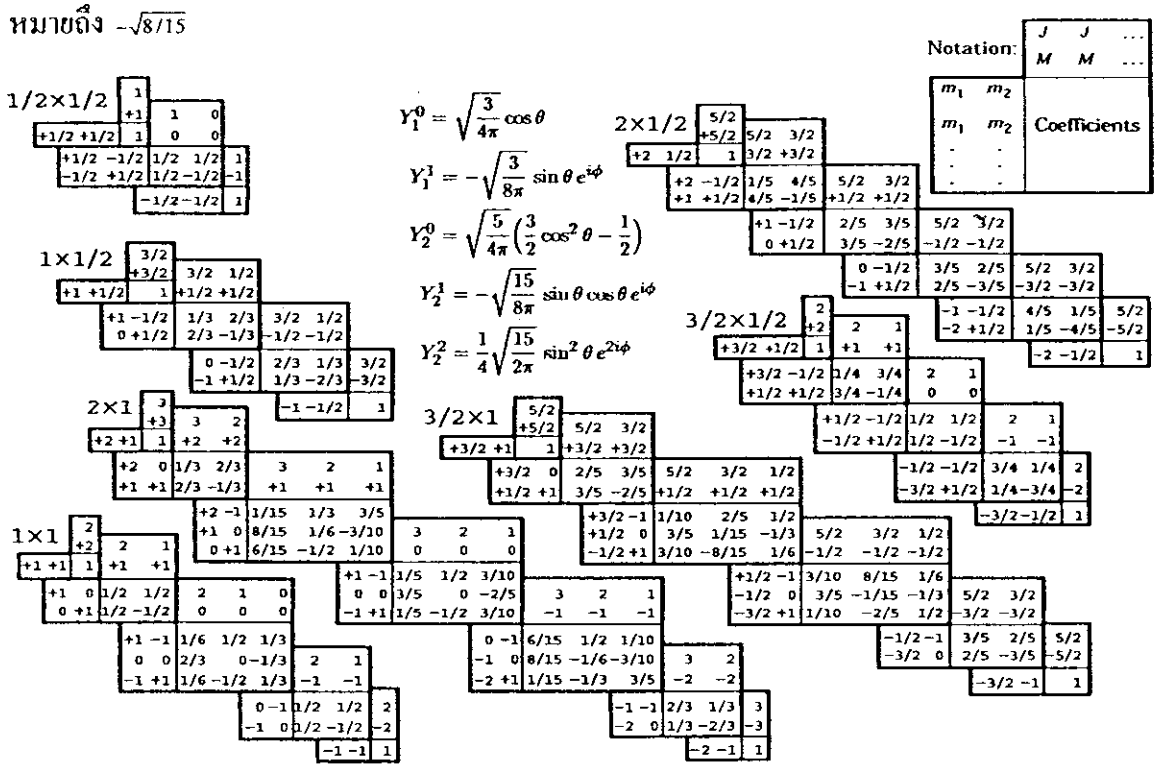
$$C(j_1 \tfrac{1}{2} J; m_1 m_2 M) = \left(\frac{J \pm M}{2j_1 + 1}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ สำหรับ } m_2 = \pm\frac{1}{2} \quad \text{..... A.6}$$

ตารางที่ A.1 แสดงค่าสัมประสิทธิ์เคลบช์ — กอร์ดอนและฮาร์มอนิกส์ทรงกลมบางค่า

ตารางที่ A.1 สัมประสิทธิ์เคลบช์ — กอร์ดอนและฮาร์มอนิกทรงกลม [45]
(Clebsch – Gordon Coefficients and Spherical Harmonics)

หมายเหตุ

ต้องเป็นที่เข้าใจว่าสัมประสิทธิ์ทุกตัวในตารางจะมีเครื่องหมายรากที่สองอยู่ เช่น สำหรับ $-8/15$ หมายถึง $-\sqrt{8/15}$



ประวัตินักวิจัย

หัวหน้าโครงการวิจัย

ประวัติส่วนตัว

ชื่อ รศ. ดร.ประสาท สืบค้า สาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ รหัสนักวิจัย 38100104

ประวัติการศึกษา

คุณวุฒิ(Degree)	ปี พ.ศ.ที่จบ	ชื่อสถานศึกษา(Institution Name)
- หลักสูตรการป้องกันราชอาณาจักร รุ่นที่ 42 (วปอ. รุ่นที่ 42)	2543	วิทยาลัยป้องกันราชอาณาจักร สถาบันวิชาการป้องกันประเทศ
- Ph.D. (Physics)	2527	Arizona State University, Tempe, U.S.A.
- M.S. (Physics)	2523	Indiana University, Bloomington, U.S.A.
- วท.ม. (ฟิสิกส์)	2517	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- กศ.บ. (เกียรตินิยม) วิชาเอกฟิสิกส์	2515	มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร

ประวัติการทำงานที่มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

- รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ ปี พ.ศ. 2536 – 2538 - รองอธิการบดีฝ่ายวางแผน ปี พ.ศ. 2538 – 2539
- รองอธิการบดีฝ่ายบริหาร ปี พ.ศ. 2539 – 2542 - รองอธิการบดีฝ่ายวางแผน (ครั้งที่ 2) ปี พ.ศ. 2543 – 2544
- รองอธิการบดีฝ่ายพัฒนา ปี พ.ศ. 2543 – 2544 - หัวหน้าสาขาวิชาฟิสิกส์ ปี พ.ศ. 2536 – 2544
- คณบดีสำนักวิชาวิทยาศาสตร์ พ.ศ. 2544 – 2548
- คณบดีสำนักวิชาแพทยศาสตร์ (รก.) ปี พ.ศ. 2548 – 2548

ตำแหน่งหน้าที่ปัจจุบัน

- อธิการบดีมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี พ.ศ. 2548 – ปัจจุบัน

รางวัลเกียรติคุณ

- ครูวิทยาศาสตร์ดีเด่นระดับอุดมศึกษา ของสมาคมวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ประจำปี 2532
- รางวัลเกียรติยศ มศว. เพื่อการศึกษา (ศิษย์เก่าดีเด่น)
- อาจารย์ดีเด่น กองทุนเอกิ้น เลาเกเซนอนุสรณ์
- ศิษย์เก่าดีเด่น มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม

ผลงานวิชาการ

งานวิจัยประมาณ 10 เรื่อง เน้นฟิสิกส์ทฤษฎีและฟิสิกส์คำนวณ ตำราฟิสิกส์ไม่น้อยกว่า 6 เล่ม

ผู้ร่วมวิจัย

ประวัติส่วนตัว

ชื่อ รศ. ดร. ยูเป็ง แยน สาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ประวัติการศึกษา

คุณวุฒิ(Degree)	ปี พ.ศ.ที่จบ	ชื่อสถานศึกษา(Institution Name)
- Ph.D. (Physics)	2537	Tuebingen University, Germany
- M.Sc. (Physics)	2530	Nankai University, China
- B. Sc. (Physics)	2527	Nankai University, China

ประวัติการทำงานที่มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

- อาจารย์ สาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี พ. ศ. 2539
- ผู้ช่วยศาสตราจารย์สาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี พ. ศ. 2541
- รองศาสตราจารย์สาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี พ. ศ. 2545

ตำแหน่งหน้าที่ปัจจุบัน

- รองศาสตราจารย์ สาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์

รางวัลทางวิชาการ

- ทุนโครงการปริญญาเอกกาญจนาภิเษก จำนวน 5 ทุน

ผลงานวิชาการ

งานวิจัยประมาณ 20 เรื่อง เน้นโครงสร้างควาร์กและพลศาสตร์แฮดรอน (Quark Structure and Hadron Dynamics) ตำราฟิสิกส์ไม่น้อยกว่า 3 เล่ม

สถานที่ติดต่อได้

สาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

111 ถนนมหาวิทยาลัย ต.สุรนารี

อ.เมือง จ.นครราชสีมา 30000

E-Mail: yupeng@sut.ac.th