

การเพิ่มความจุของสัญญาณระบบโมโตด้วยการประมวลผลโดเมนเชิงมุม

นางสาวอภิญา อินทร์นอก

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ปีการศึกษา 2553

**MIMO CAPACITY ENHANCEMENT USING
ANGLE DOMAIN PROCESSING**

Apinya Innok

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Degree of Master of Engineering in Telecommunication Engineering**

Suranaree University of Technology

Academic Year 2010

การเพิ่มความจุของสัญญาณระบบโมเด็มด้วยการประมวลผลโดเมนเชิงมุม

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อนุมัติให้นักวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

(ผศ. ดร.ชาญชัย ทองโสภิต)

ประธานกรรมการ

(ผศ. ดร.พีระพงษ์ อุซารสกุล)

กรรมการ (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์)

(ผศ. ดร.ปิยาภรณ์ กระจงนอก)

กรรมการ

ศ. ดร.ชูกิจ ลิมปิจำนงค์

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

(รศ. น.อ. ดร.วรพจน์ ขำพิศ)

คณบดีสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

อภิญา อินทร์นอก : การเพิ่มความจุช่องสัญญาณระบบโมโมด้วยการประมวลผล
โดเมนเชิงมุม (MIMO CAPACITY ENHANCEMENT USING ANGLE DOMAIN
PROCESSING) อาจารย์ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พีระพงษ์ อุฑารสกุล, 104 หน้า

ระบบโมโมเป็นระบบที่มีสายอากาศแถวลำดับทั้งภาครับและภาคส่ง ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม สามารถเพิ่มขึ้นเป็นเชิงเส้นตามจำนวนคู่ของสายอากาศระหว่างภาครับและภาคส่ง ซึ่งโดยปกติช่องสัญญาณในระบบโมโมเป็นการประมวลผลโดเมนแถวลำดับ (Array Domain Processing) แต่ในทางตรงกันข้ามช่องสัญญาณประกอบด้วยปัจจัยเชิงมุมเป็นหลัก เช่น มุมของสัญญาณที่เกิดจากการตกกระทบและสะท้อนกับสิ่งแวดล้อม โดยอ้างอิงมุมจากตำแหน่งของสายอากาศแถวลำดับ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงตรวจสอบหาคุณลักษณะของระบบโมโมด้วยการประมวลผลโดเมนเชิงมุม (Angle Domain Processing) เปรียบเทียบกับการประมวลผลโดเมนแถวลำดับ จากการจำลองแบบพบว่าการประมวลผลโดเมนเชิงมุมให้ความจุช่องสัญญาณมากกว่าการประมวลผลโดเมนแถวลำดับ และวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอวิธีการทำการประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติ โดยเลือกใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์ (Butler Matrix) ซึ่งเป็นอุปกรณ์สำหรับเปลี่ยนการประมวลผลโดเมนแถวลำดับให้เป็นการประมวลผลโดเมนเชิงมุม ข้อดีของบัทเลอร์ เมทริกซ์ จะทำให้เกิดมุมในแต่ละทิศทางได้ทันที เมื่อนำสายอากาศต่อเข้ากับบัทเลอร์ เมทริกซ์แล้ว จะได้สัญญาณขาออกเป็นวิธีการประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติ แนวคิดนี้น่าสนใจเพราะมีวิธีการดำเนินงานง่าย ไม่ซับซ้อนและไม่เปลืองค่าใช้จ่ายในการหาตัวปรับเฟส โดยงานวิจัยนี้ได้ทดสอบวัดช่องสัญญาณเพื่อศึกษาสมรรถนะความจุช่องสัญญาณในระบบโมโมเมื่อใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมเปรียบเทียบกับ การประมวลผลโดเมนแถวลำดับ ผลที่ได้จากการวัดจริงพบว่าความจุช่องสัญญาณจากการประมวลผลโดเมนเชิงมุมดีกว่าการประมวลผลโดเมนแถวลำดับ

APINYA INNOK : MIMO CAPACITY ENHANCEMENT USING ANGLE
DOMAIN PROCESSING. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. PEERAPONG
UTHANSAKUL, Ph.D., 104 PP.

MIMO CAPACITY/ANGLE DOMAIN PROCESSING/BUTLER MATRIX

MIMO system is based on the array antennas at both transmitter and receiver. The capacity of MIMO system increases as the number of antenna pairs between receiver and transmitter increases. Normally, the channel matrix is considered by array domain processing. However, the channel matrix includes main angular factors such as angle of incidents and reflections due to environment. Therefore, it's interesting to investigate the performance of MIMO systems using the angle domain processing in comparing with the array domain processing. The simulation results reveal that the angle domain outperforms the array domain. Also this thesis verifies the concept of angle domain in practice by applying Butler matrix. The advantage of the Butler matrix is to convert array domain to angle domain by just inserting Butler matrix right after array antennas. Thus, the output signals achieved by the proposed system become the angle domain in practice. It's attractive to practically use such a system because it's easy to implement, uncomplicated and low cost. In addition, this thesis carries out the measured channels to investigate the MIMO capacity using angle domain in comparing with the array domain. The results confirm that the angle domain realized by Butler matrix outperforms the conventional array domain.

School of Telecommunication Engineering Student's Signature _____

Academic Year 2010 Advisor's Signature _____

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี เนื่องจากได้รับความช่วยเหลืออย่างดียิ่ง ทั้งด้านวิชาการ และด้านดำเนินงานวิจัย จากบุคคลและกลุ่มบุคคลต่าง ๆ ได้แก่

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พีระพงษ์ อุฑารสกุล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำปรึกษา ช่วยแก้ปัญหาและให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด รวมทั้งช่วยตรวจทานและแก้ไขวิทยานิพนธ์เล่มนี้จนเสร็จสมบูรณ์

รองศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ วงศ์สรรคร์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ ทองทา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชาญชัย ทองโสภณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชุติมา พรหมมาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิภาวี หัตถกรรม ผู้ช่วยศาสตราจารย์ เรืออากาศเอก ดร.ประโยชน์ คำสวัสดิ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนต์ทิพย์ภา อุฑารสกุล อาจารย์ ดร.สมศักดิ์ วาณิชอนันต์ชัย และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปิยาภรณ์ กระจงนอก อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ที่ให้ความรู้ทางวิชาการและให้โอกาสในการศึกษา

ขอขอบคุณ พี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ บัณฑิตศึกษาทุกท่าน รวมถึงมิตรสหายทั้งในอดีตและปัจจุบันที่คอยให้ความช่วยเหลือ และคอยให้กำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์มาโดยตลอด นางสาวปณิษฐาท์ อาจหาญ ที่ช่วยดูแลในเรื่องเอกสารต่าง ๆ ระหว่างศึกษาจนสำเร็จการศึกษาไปด้วยดี และขอขอบคุณ นายสำราญ สันทาลุณย์ เป็นพิเศษสำหรับการให้คำแนะนำเกี่ยวกับรูปแบบการจัดทำวิทยานิพนธ์

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอขอบคุณอาจารย์ผู้สอนทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้ด้านต่าง ๆ ทั้งในอดีตและปัจจุบัน และขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา รวมถึงญาติพี่น้องของผู้วิจัยทุกท่าน ที่ให้การอบรมเลี้ยงดู ให้ความรักความอบอุ่น และให้การสนับสนุนทางการศึกษาอย่างดียิ่งมาโดยตลอด อีกทั้งเป็นกำลังใจที่ยิ่งใหญ่ในยามที่ผู้วิจัยท้อแท้และท้อใจ ทำให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จในชีวิตเรื่อยมา สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ผู้วิจัยขอมอบให้กับบิดามารดา รวมถึงญาติพี่น้องซึ่งเป็นที่รักและเคารพยิ่ง ตลอดจนครูอาจารย์ผู้สอนที่เคารพทุกท่านที่ได้ถ่ายทอดประสบการณ์ที่ดีให้แก่ผู้วิจัยทั้งในอดีตและปัจจุบัน จนสำเร็จการศึกษาไปด้วยดี

อภิัญญา อินทร์นอก

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ (ภาษาไทย)	ก
บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ)	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญรูป	ช
สารบัญตาราง	ญ
บทที่	
1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 ปรัชญ์นั้วรณกรรม	2
1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	4
1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น	5
1.5 ขอบเขตของการวิจัย	5
1.6 วิธีดำเนินการวิจัย	5
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	7
1.8 รายละเอียดในวิทยานิพนธ์	7
2 ความจุช่องสัญญาณในระบบการสื่อสารไร้สาย	9
2.1 กล่าวนำ	9
2.2 ความจุช่องสัญญาณแบบ AWGN	10
2.3 ความจุช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบราบ	12
2.3.1 ช่องสัญญาณและแบบจำลองระบบ	12
2.3.2 การกระจายข้อมูลของช่องสัญญาณที่รับรู้ได้	13
2.3.3 มีข้อมูลสถานะช่องสัญญาณที่ภาครับ	13
2.3.4 มีข้อมูลช่องสัญญาณที่ภาคส่งและภาครับ	15
2.3.5 ความจุช่องสัญญาณเมื่อใช้โคเวอรัจตีที่ภาครับ	21

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.3.6	เปรียบเทียบความจุช่องสัญญาณในแต่ละกรณี	21
2.4	ความจุช่องสัญญาณในการจางหายแบบเลือกความถี่.....	21
2.4.1	ช่องสัญญาณที่มีเวลาคงที่	22
2.4.2	ช่องสัญญาณที่แปรผันตามเวลา	24
2.5	สรุป	26
3	ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม่ที่ใช้การประมวลผลโดเมนแถวลำดับ	27
3.1	กล่าวนำ	27
3.2	ระบบโมโม่ที่เป็นแถบความถี่แคบ	28
3.3	การแยกช่องสัญญาณแบบขนานในระบบโมโม่.....	28
3.4	ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม่	31
3.4.1	ช่องสัญญาณไม่มีการเปลี่ยนแปลง	31
3.4.2	การจางหายของช่องสัญญาณ.....	34
3.4.3	ความจุช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผล โดเมนแถวลำดับ.....	35
3.5	สรุป	35
4	ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม่ที่ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุม	36
4.1	กล่าวนำ	36
4.2	ความจุช่องสัญญาณการประมวลผลโดเมนเชิงมุม	36
4.3	การประยุกต์ใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์ กับการประมวลผลโดเมนเชิงมุม	39
4.3.1	โครงข่ายออร์รูปคำคลื่นแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์	39
4.3.2	การหาช่องสัญญาณและความจุช่องสัญญาณ จากแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์.....	45
4.4	เปรียบเทียบระหว่างการประมวลผลโดเมนแถวลำดับ และโดเมนเชิงมุม.....	45
4.5	สรุป	49

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

5	การสร้างชุดทดสอบและผลการทดลอง	50
5.1	กล่าวนำ	50
5.2	การทดสอบระบบโมโมด้วยการจำลองแบบในคอมพิวเตอร์	50
5.2.1	วิธีการประมวลผลโดเมนแถวลำดับ	51
5.2.2	วิธีการประมวลผลโดเมนเชิงมุม	52
5.3	การออกแบบ สร้าง และวัดผลบัทเลอร์ เมทริกซ์	54
5.3.1	การออกแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์	54
5.3.2	การสร้างบัทเลอร์ เมทริกซ์	61
5.3.3	ผลการทดสอบค่าพารามิเตอร์จากบัทเลอร์ เมทริกซ์	62
5.4	การทดสอบระบบโมโมในสถานการณ์จริง	74
5.4.1	การทดสอบชุดอุปกรณ์ต้นแบบสำหรับการ วัดช่องสัญญาณ	74
5.4.2	การหาความจุช่องสัญญาณ	81
5.5	วิเคราะห์ผลการจำลองแบบและการทดสอบ	83
5.6	สรุป	83
6	สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	85
6.1	สรุปเนื้อหาของวิทยานิพนธ์	85
6.2	ปัญหาและข้อเสนอแนะ	86
6.3	แนวทางการพัฒนาในอนาคต	86
	รายการอ้างอิง	88
	ภาคผนวก	90
	ภาคผนวก ก. บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์	90
	ภาคผนวก ข. รายละเอียดวงจรพิมพ์	102
	ประวัติผู้เขียน	104

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1	รูปแบบระบบเมื่อช่องสัญญาณมีการจางหายแบบราบ12
2.2	ระบบที่มีข้อมูลช่องสัญญาณที่ภาคส่งและภาครับ 15
2.3	การเข้ารหัสและถอดรหัสที่ภาคส่งและภาครับ 16
2.4	Optimal power allocation ด้วยวิธี Water filling 18
2.5	ช่องสัญญาณที่มีการเลือกความถี่การจางหายเมื่อแปรผันตามเวลา 22
2.6	แผนภาพการเลือกความถี่การจางหายด้วยวิธี Water-filling 22
2.7	การแบ่งช่องสัญญาณเมื่อมีการเลือกความถี่การจางหาย 24
3.1	การรับส่งข้อมูลในระบบโมเด็ม 27
3.2	การเข้ารหัสที่ภาคส่งและและสัญญาณที่รับได้ 29
3.3	แสดงการเดินทางของคลื่นในแต่ละทิศทางของระบบโมเด็ม 30
4.1	ตัวอย่างช่องสัญญาณจากการประมวลผลโดเมนเชิงมุม เมื่อมุมที่ส่งออกไปและรับเข้ามา 38
4.2	วงจรถ่ายรูปลำคลื่นแบบแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์ 39
4.3	แบบรูปการแผ่พลังงานในแต่ละทิศทาง ของโครงข่ายถ่วงรูปลำคลื่นแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์ 40
4.4	ตัวคัปเปอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศา 41
4.5	ตัวไขว้สัญญาณ 42
4.6	ตัวเลื่อนเฟส 45 องศา 43
4.7	ความยาวของเส้นทางการเดินทางของพลังงานภายในตัวไขว้สัญญาณ 44
5.1	แสดงทิศทางการส่งและรับข้อมูลของระบบโมเด็ม 51
5.2	ความจุช่องสัญญาณเทียบกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน 54
5.3	คัปเปอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศา 55
5.4	คัปเปอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศาที่ออกแบบเสร็จ 57
5.5	ตัวไขว้สัญญาณ 58
5.6	ตัวไขว้สัญญาณที่ออกแบบเสร็จ 59

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.7	ตัวเลื่อนเฟส 45 องศา 59
5.8	ความยาวของเส้นทางการเดินทางของพลังงานภายในตัวไขว้สัญญาณ 60
5.9	ค่าความยาวของตัวเลื่อนเฟส 45 องศาภายในโครงข่ายที่ออกแบบเสร็จ 61
5.10	โครงข่ายก่อรูปลักษณะแบนด์พาส เมทริกซ์ที่สร้างจากการออกแบบ 61
5.11	วัดค่าพลังงานระหว่างพอร์ต P1 กับพอร์ต E1 S ₁₁ มีค่าเท่ากับ - 10.017 dB 62
5.12	วัดค่าพลังงานระหว่างพอร์ต P2 กับพอร์ต E2 S ₁₁ มีค่าเท่ากับ - 22.047 dB 62
5.13	วัดค่าพลังงานระหว่างพอร์ต P3 กับพอร์ต E3 S ₁₁ มีค่าเท่ากับ - 18.154 dB 63
5.14	วัดค่าพลังงานระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต E4 S ₁₁ มีค่าเท่ากับ - 12.319 dB 63
5.15	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P1 กับพอร์ต E1 มีค่าเท่ากับ 158 องศา 64
5.16	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P1 กับพอร์ต E 2 มีค่าเท่ากับ 25 องศา 64
5.17	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P1 กับพอร์ต E3 มีค่าเท่ากับ - 122 องศา 65
5.18	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P2 กับพอร์ต E4 มีค่าเท่ากับ 118 องศา 65
5.19	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P2 กับพอร์ต E1 มีค่าเท่ากับ - 87 องศา 66
5.20	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P2 กับพอร์ต E2 มีค่าเท่ากับ - 137 องศา 66
5.21	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P2 กับพอร์ต E3 มีค่าเท่ากับ 176 องศา 67
5.22	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P2 กับพอร์ต E4 มีค่าเท่ากับ 137 องศา 67
5.23	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P3 กับพอร์ต E1 มีค่าเท่ากับ 132 องศา 68
5.24	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P3 กับพอร์ต E2 มีค่าเท่ากับ 178 องศา 68
5.25	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P3 กับพอร์ต E3 มีค่าเท่ากับ - 139 องศา 69
5.26	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P3 กับพอร์ต E4 มีค่าเท่ากับ - 98 องศา 69
5.27	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต E1 มีค่าเท่ากับ 136 องศา 70
5.28	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต E2 มีค่าเท่ากับ - 90 องศา 70
5.29	วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต E3 มีค่าเท่ากับ 40 องศา 71

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.30 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต E4 มีค่าเท่ากับ 176 องศา	71
5.31 แบบรูปการแผ่พลังงานในแต่ละทิศทาง	73
5.32 รูปแสดงการประยุกต์ใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์ เข้ากับสายอากาศที่ภาคส่งและภาครับ	73
5.33 โครงสร้างของระบบที่ใช้ในการวัดช่องสัญญาณ	74
5.34 แผนสำหรับวัดช่องสัญญาณ	75
5.35 ความจุช่องสัญญาณเทียบกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน ในแต่ละจุดที่ทำการวัดผล	82
5.36 ค่าเฉลี่ยรวมความจุช่องสัญญาณทั้งสองกรณี เมื่อเทียบกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน	83
ข.1 บัทเลอร์ เมทริกซ์ที่ภาคส่งและภาครับ	103

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1 แสดงเฟสของสายอากาศ ทิศทางของลำคลื่นและเฟส ที่มาจากบัทเลอร์ เมทริกซ์ในรูปที่ 3.5 ตามทฤษฎี	40
5.1 แสดงเฟสของสายอากาศ ทิศทางของลำคลื่นและเฟส ที่มาจากบัทเลอร์ เมทริกซ์ที่ได้จากการวัดผล	72
5.2 แสดงค่าเฉลี่ยความจุช่องสัญญาณในแต่ละจุดที่ทำการวัดผล เมื่อ SNR = 10 dB	82

บทที่ 1

บทนำ

เนื้อหาในบทนี้เป็นการอธิบายถึงประวัติความเป็นมาและเหตุจูงใจสำหรับงานวิจัย ซึ่งประกอบด้วย ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหาการวิจัย การสำรวจปริทัศน์วรรณกรรม วัตถุประสงค์ของงานวิจัย ข้อตกลงเบื้องต้น ขอบเขตงานวิจัย ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ และ รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ระบบโมเด็มเป็นเทคโนโลยีที่ใช้สายอากาศภาคส่งและภาครับมากกว่าหนึ่งต้นในการรับส่ง ข้อมูลหลายชุดพร้อมกันในเวลาเดียวกัน โดยใช้ความถี่เดียวกัน ซึ่งจะแบ่งออกได้เป็นหลายรูปแบบ ขึ้นอยู่กับจำนวนสายอากาศส่งและรับ และมีอัตราเร็วการส่งข้อมูลที่มีคุณภาพเนื่องจากระบบโมเด็มอาศัยหลักการของการสลับเชิงตำแหน่ง (Spatial Multiplexing) และไดเวอร์ซิตี (Diversity) นอกจากนี้ ความจุช่องสัญญาณในระบบโมเด็ม สามารถเพิ่มขึ้นเป็นเชิงเส้นตามจำนวนคู่ของสายอากาศระหว่าง ภาครับและภาคส่ง โดยปกติช่องสัญญาณในระบบโมเด็มเป็นการประมวลผลในโดเมนแวลวลำดับ ซึ่งจากการสำรวจงานวิจัยเกี่ยวกับระบบโมเด็ม ในหลาย ๆ งานวิจัยมีการเสนอการเพิ่มความจุของ ช่องสัญญาณด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ด้วยวัตถุประสงค์เดียวกันคือต้องการเพิ่มอัตราเร็วในการรับและ ส่งข้อมูลให้สูงขึ้น จากการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมที่ผ่านมาการพัฒนาเทคนิคเพื่อเพิ่มความจุของ ช่องสัญญาณระบบโมเด็มเป็นการประมวลผลในโดเมนแวลวลำดับแทบทั้งสิ้น แต่ด้วยพฤติกรรมของ ช่องสัญญาณในธรรมชาตินั้นจะได้รับผลกระทบจากปัจจัยเชิงมุมหลาย ๆ ปัจจัย เช่น มุมที่รับเข้ามา (Angle of Arrival) หรือมุมที่ส่งออกไป (Angle of Departure) ดังนั้นเมื่อมาพิจารณาช่องสัญญาณ แล้วพบว่าประกอบด้วยองค์ประกอบที่เกิดจากมุมทั้งสิ้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะตรวจหา คุณลักษณะค่าความจุของช่องสัญญาณของระบบระบบโมเด็มที่ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุม เพื่อเปรียบเทียบกับผลการประมวลผลโดเมนแวลวลำดับ

เมื่อไม่นานมานี้ ได้มีการพัฒนาการประมวลช่องสัญญาณสำหรับระบบโมเด็ม ที่ใช้ การมอดูเลตแบบ OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) โดยใช้การประมวลผล โดเมนเชิงมุมในการพิจารณา งานวิจัยนี้ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมเพื่อช่วยประมวล ช่องสัญญาณของระบบ ซึ่งให้ผลการประมวลช่องสัญญาณที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น อย่างไรก็ตาม

ยังไม่มีการวิจัยใดเลยที่พัฒนาความจุของช่องสัญญาณในระบบโมโม่ด้วยการประยุกต์ใช้หลักการประมวลผลโดเมนเชิงมุม ดังนั้นผู้วิจัยจึงเสนอแนวคิดในที่ใ้ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุม มาช่วยเพิ่มความจุของช่องสัญญาณในระบบโมโม่แทนกระบวนการโดเมนแวลด์ลำดับ ซึ่งจากการวิเคราะห์ทางทฤษฎีเบื้องต้น ทำให้ผู้วิจัยเชื่อว่าการประมวลผลโดเมนเชิงมุมให้ความจุของช่องสัญญาณมากกว่าการประมวลผลโดเมนแวลด์ลำดับ แต่ในทางปฏิบัติการประมวลผลในโดเมนเชิงมุมสามารถทำได้ยาก เนื่องจากต้องมีการแบ่งมุมให้เท่า ๆ กัน ต้องใช้การปรับเฟสเข้าช่วย ทำให้มีวิธีการที่ซับซ้อน ดังนั้นผู้วิจัยจึงเสนอแนวคิดที่ง่าย ไม่ซับซ้อนในการสร้างชุดทดสอบของการประมวลผลโดเมนเชิงมุม ด้วยวิธีการใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์ เพราะบัทเลอร์ เมทริกซ์เป็นโครงสร้างการจัดเฟสที่แบ่งทิศทางของสัญญาณจากมุมต่าง ๆ โดยอาศัยหลายวงจรง่าย ๆ เหมาะที่จะใช้แทนวิธีการตามทฤษฎีที่ต้องมีการปรับเฟสยุ่งยาก เมื่อต่อบัทเลอร์ เมทริกซ์เข้ากับสายอากาศแวลด์ลำดับ ทั้งภาครับและภาคส่ง ทำให้เราได้อุปกรณ์ชุดสายอากาศที่เป็นระบบโมโม่ด้วยการประมวลผลโดเมนเชิงมุมทันที นอกจากนี้ยังเป็นวิธีที่ไม่ซับซ้อน ง่ายในการดำเนินการและค่าใช้จ่ายในการสร้างไม่มากด้วย โดยผลที่ได้จากการทดสอบจะถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการจำลองแบบเพื่อศึกษาประสิทธิภาพในทางปฏิบัติต่อไป

1.2 ปรัชญาวรรณกรรม

เพื่อให้ทราบถึงปัญหาและแนวทางในการดำเนินงานวิจัยจึงได้มีการศึกษางานวิจัยที่ผ่านมา รวมถึงการค้นคว้าจากห้องสมุดมหาวิทยาลัย และทางอินเทอร์เน็ต โดยเนื้อหาในส่วนนี้จะกล่าวถึง ปรัชญาวรรณกรรมซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้ ความจุช่องสัญญาณระบบโมโม่ การประมวลผลโดเมนแวลด์ลำดับในระบบโมโม่และการประมวลผลโดเมนเชิงมุมในระบบโมโม่

1.2.1 ความจุช่องสัญญาณระบบโมโม่

ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม่เป็นงานวิจัยที่ได้รับความสนใจ ไม่ว่าจะเป็นงานของ Foschini G.J. (1996) and Telatar I.E. (1995) ได้แสดงให้เห็นว่าสำหรับช่องสัญญาณแบบ i.i.d. (Independent Identically Distributed) ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม่สามารถเพิ่มขึ้นเป็นเชิงเส้นตามจำนวนคู่ของสายอากาศระหว่างภาครับและภาคส่ง เนื่องจากระบบโมโม่ได้อาศัยผลประโยชน์จากโดเมนเชิงมุมตำแหน่งของช่องสัญญาณ งานของ Foschini อยู่ภายใต้ข้อสมมติฐานที่ว่า มีเพียงภาครับเท่านั้นที่มีการรับรู้ข้อมูลของช่องสัญญาณ โดยถูกต้องสมบูรณ์ นั้นหมายความว่ารูปแบบการจัดสรรกำลังส่งสัญญาณที่เท่ากันสำหรับสายอากาศแต่ละต้น (Telatar I.E., 1995) ถูกนำมาใช้เพื่อคำนวณความจุช่องสัญญาณ นอกจากนี้ความจุช่องสัญญาณยังสามารถเพิ่มขึ้นจากเดิม

ได้หากมีการรับรู้ข้อมูลสถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่งสำหรับการทำความเข้าใจระบบ โมโมเบื้องต้นสามารถศึกษาได้จากงานของ Gesbert D., Shafi M., Shan Shiu D., Smith P.J. and Naguib A. (2003) และมีงานวิจัยที่ทำการวัดช่องสัญญาณเพื่อหาความจุช่องสัญญาณในระบบ โมโมไม่ว่าจะเป็น Molisch, A.F., Steinbauer, M., Toeltsch, M., Bonek, E., and Thoma R.S. (2002); Stridh, R., Ottersten, B., and Karlsson, P. (2000); Vieira, R.D., Brandao, J.C.B., and Siqueira, G.L. (2006) โดยงานวิจัยเหล่านี้ได้นำพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของช่องสัญญาณมาวิเคราะห์ด้วย

1.2.2 การประมวลผลโดเมนแวลด์ำดับในระบบ โมโม

ระบบ โมโมในปัจจุบันส่วนใหญ่ใช้การประมวลผลโดเมนแวลด์ำดับ (Tse, D., and Viswanath, P., 2005) โดยมีการใช้สายอากาศส่งและรับ เรียงกันในแนวแวลด์ำดับ และช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นระหว่างภาครับและภาคส่งนั้น มีหลายวิธีที่สามารถพิจารณาได้ เช่น ช่องสัญญาณที่เกิดจากการ फैนสุ่ม (Random) ช่องสัญญาณที่เกิดจากการค้ำนวนมตกกระทบและมมสะท้อน ช่องสัญญาณเรย์ลีและริเชียน เป็นต้น แต่ส่วนที่จะพิจารณาใช้ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นจากมมตกกระทบและมมสะท้อน โดยช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้เรียกว่า ช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนแวลด์ำดับ เมื่อนำมาพิจารณาแล้วช่องสัญญาณที่ได้จะเกิดจากการรวมกันของแต่ละทิศทางการเดินทางของคลื่น ซึ่งมีสิ่งที่พิจารณาหลายกรณี เช่น ระยะห่างระหว่างสายอากาศแต่ละต้นที่วางเรียงกันจะต้องมีระยะที่เท่า ๆ กัน ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นจะให้ความจุช่องสัญญาณเป็นไปตามจำนวนสายอากาศที่เพิ่มมากขึ้น โดยจะเพิ่มเป็นจำนวนเท่าของสายอากาศ แต่วิธีการดำเนินการในกรณีนี้ให้ความจุช่องสัญญาณยังไม่มากเท่าที่ควร ดังนั้นผู้วิจัยจึงหาวิธีการที่จะเพิ่มความจุช่องสัญญาณในระบบ โมโมนั้นคือ การใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุม เพราะถ้าเราพิจารณาพารามิเตอร์ที่เกิดขึ้น เช่น มุมตกกระทบและมมสะท้อน ล้วนเกิดจากมุมทั้งสิ้น ดังนั้นจึงคิดว่าถ้าใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมแทนการประมวลผลโดเมนแวลด์ำดับแล้วน่าจะให้ความจุช่องสัญญาณที่เพิ่มขึ้น ทั้งนี้ก็ต้องมีการพิสูจน์สมการทางคณิตศาสตร์เพื่อยืนยันผลการทดลองว่าการประมวลผลโดเมนเชิงมุมให้ความจุช่องสัญญาณที่มากกว่าการประมวลผลโดเมนแวลด์ำดับ และต้องมีการจำลองแบบ รวมถึงการสร้างทดสอบและวิเคราะห์ผลเพื่อยืนยันด้วย

1.2.3 การประมวลผลโดเมนเชิงมุมในระบบ โมโม

จากปริทัศน์วรรณกรรมที่ผ่านมาไม่มีการพิจารณาในเรื่องความจุช่องสัญญาณในระบบ โมโมที่ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุม แต่พิจารณาเรื่องช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นจาก

การประมวลผลโดเมนเชิงมุม โดยเริ่มพิจารณาจากเมทริกซ์ยูนิแทรี (Unitary matrix) ทั้งภาคส่งและภาครับ นำเมทริกซ์ยูนิแทรีของภาครับมาทำการคอนจูเกต ทรานสโพสค์ แล้วคูณกับช่องสัญญาณแถวลำดับจากนั้นทำการคูณเข้ากับเมทริกซ์ยูนิแทรีที่ภาคส่ง แล้วจะได้ช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนเชิงมุมทันที

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประมวลผลโดเมนเชิงมุม (Li, Hang, Bergmans, J.W.M., and Willems, F.M.J., 2007); (Li, Huang, Chin, Keong, Ho, Bergmans, J.W.M., and Willems, F.M.J., 2008) เสนอวิธีการใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมในการหาช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นเพื่อพิจารณาคุณลักษณะการประมาณช่องสัญญาณในแต่ละเทคนิค ซึ่งเป็นวิธีการที่น่าสนใจ เพราะมีการเข้าและถอดรหัสที่ดี น่าเชื่อถือ แต่มีความซับซ้อนในการดำเนินการ เช่นการปรับเฟสและแอมพลิจูด ซึ่งในขั้นตอนนี้สามารถทำได้ยาก และไม่มีการนำช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นมาใช้ให้เกิดประโยชน์ในเรื่องความจุช่องสัญญาณเลย ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้ จึงเป็นการศึกษาหาความจุช่องสัญญาณเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพ และคิดหาวิธีการใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมสามารถทำให้เป็นจริงได้ในทางปฏิบัติ เพื่อลดความซับซ้อนในการดำเนินการที่เกิดขึ้น และประหยัดค่าใช้จ่ายในการหาจุดวางจาร์การปรับเฟสและแอมพลิจูด ดังนั้นจึงหันมาประยุกต์ใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์ (Liberti, J.C., and Rappaport, J.T.S., 1999) เพราะสามารถใช้ได้จริงกับระบบที่มีสายอากาศส่งและสายอากาศรับ ภาละ 4 ดัน โดยการนำบัทเลอร์ เมทริกซ์ต่อที่ภาครับและภาคส่ง เท่านั้นก็จะได้ การประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติทันที เนื่องจากบัทเลอร์ เมทริกซ์มีการปรับเฟสและแอมพลิจูดในตัวแล้ว จึงง่ายสำหรับวิธีการดำเนินการดำเนินงาน เป็นต้น

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้ศึกษาถึงประสิทธิภาพของระบบโมโมด้วยการประมวลผลโดเมนเชิงมุม โดยรายละเอียดสามารถอธิบายได้ดังนี้

1.3.1 เพื่อศึกษาหลักการทํางานและทฤษฎีพื้นฐานความจุช่องสัญญาณของระบบโมโมที่มีการประมวลผลโดเมนแถวลำดับ

1.3.2 เพื่อศึกษาหลักการทํางานและทฤษฎีพื้นฐานความจุช่องสัญญาณของระบบโมโมที่มีการประมวลผลโดเมนเชิงมุม

1.3.3 เพื่อศึกษาและหาวิธีการสร้างการประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติ

1.3.4 เพื่อเปรียบเทียบผลการจำลองแบบและผลทางปฏิบัติ

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

1.4.1 สายอากาศภาคส่งและสายอากาศภาครับมีภาคละ 4 ต้นเพื่อความเหมาะสมในการนำไปประยุกต์ใช้งานจริง

1.4.2 ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการจำลองแบบ (Simulate) ความจุช่องสัญญาณของระบบโมโมเพื่อศึกษาและหาวิธีการสร้างการประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติ

1.4.3 องค์ประกอบของอุปกรณ์ที่ภาครับและภาคส่งเป็นชนิดเดียวกัน เพื่อให้ช่องสัญญาณเป็นไปตามทฤษฎี

1.4.4 การศึกษาสมรรถนะของช่องสัญญาณพิจารณาด้วยการจัดสรรกำลังส่งสัญญาณที่เท่า ๆ กันในสายอากาศแต่ละต้น (Equal Power Allocation)

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1.5.1 ศึกษาหลักการทำงานรวมถึงทฤษฎีความจุช่องสัญญาณของระบบโมโม ด้วยการประมวลผลโดเมนแวลด์ลำดับ

1.5.2 ศึกษาหลักการทำงานรวมถึงทฤษฎีความจุช่องสัญญาณของระบบโมโม ด้วยการประมวลผลโดเมนเชิงมุม

1.5.3 จำลองแบบการทดลอง (Simulation) เพื่อพิจารณาประสิทธิภาพของระบบโมโม ด้วยการประมวลผลโดเมนแวลด์ลำดับเปรียบเทียบกับประมวลผลโดเมนเชิงมุม

1.5.4 ศึกษาหลักการทำงานรวมถึงทฤษฎีที่สามารถประยุกต์ใช้สำหรับการประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติได้

1.5.5 ทำการสร้างชุดทดสอบที่มีทั้งโดเมนเชิงมุมและโดเมนแวลด์ลำดับ เพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้ในทางปฏิบัติ

1.6 วิธีดำเนินการวิจัย

1.6.1 แนวทางการดำเนินงาน

- 1) สํารวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์
- 2) ศึกษาหลักการทำงานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในระบบโมโม ด้วยการประมวลผลโดเมนแวลด์ลำดับ
- 3) ศึกษาหลักการทำงานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในระบบโมโม ด้วยการประมวลผลโดเมนเชิงมุม

4) ทำการจำลองแบบความจุของช่องสัญญาณในระบบโมโม ที่ได้ช่องสัญญาณจากการสุ่ม (Random) ด้วยการประมวลผลโดเมนแกลวลำดับเพื่อเปรียบเทียบกับผลการประมวลผลโดเมนเชิงมุม

5) สร้างชุดทดสอบของระบบโมโมทั้งโดเมนแกลวลำดับและโดเมนเชิงมุม เพื่อวัดผลช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นของทั้งสองกระบวนการ

6) นำผลของช่องสัญญาณที่ได้จากการวัดจริงมาจำลองแบบหาความจุช่องสัญญาณเพื่อเปรียบเทียบว่าการประมวลผลในโดเมนใดให้ความจุของช่องสัญญาณที่เหนือกว่า

7) ทำการวิเคราะห์และสรุปผลการทดสอบที่ได้ในทางปฏิบัติเปรียบเทียบกับผลการจำลองแบบ

1.6.2 ระเบียบวิธีวิจัยเป็นงานวิจัยประยุกต์ ซึ่งดำเนินการตามกรอบงานดังต่อไปนี้

1) ศึกษาและสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 2) ทดสอบสมรรถนะของระบบโมโมด้วยการประมวลผลโดเมนแกลวลำดับและการประมวลผลโดเมนเชิงมุม โดยเขียนโปรแกรมจำลองแบบการทำงานด้วยโปรแกรมแมทแลบ (MATLAB)

3) สร้างชุดทดสอบเพื่อพิจารณาความจุช่องสัญญาณทั้งโดเมนแกลวลำดับและโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติ

4) ทำการวิเคราะห์และสรุปผลการทดลองที่ได้จากการทดสอบในหัวข้อที่ 2) และ 3) รวบรวมข้อมูลเพื่อเขียนเป็นรายงาน

1.6.3 สถานที่ทำการวิจัย

ห้องปฏิบัติการสื่อสารไร้สาย อาคารเครื่องมือ 4 มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
 111 ถนนมหาวิทยาลัย ต. สุรนารี อ. เมือง จ. นครราชสีมา 30000

1.6.4 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- 1) คอมพิวเตอร์แบบพกพา (Laptop)
- 2) โปรแกรมเฉพาะทางวิศวกรรม เช่น โปรแกรมแมทแลบ
- 3) เครื่องวิเคราะห์โครงข่าย (Network Analyzer)
- 4) เครื่องลดทอนสัญญาณรบกวน (Low Noise Amplifier)
- 5) เครื่องขยายกำลัง (Power Amplifier)

1.6.5 การเก็บรวบรวมข้อมูล

1) เก็บรวบรวมข้อมูลของระบบโมโมที่ใช้การประมวลผลโดเมนแกลวลำดับและการประมวลผลโดเมนเชิงมุม จากการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2) เก็บรวบรวมผลการจำลองแบบที่ได้จากการจำลองสมรรถนะความจุช่องสัญญาณของระบบโมโมทั้งการประมวลผลโดเมนแกลวลำดับและโดเมนเชิงมุม

3) เก็บรวบรวมผลการทดสอบเพื่อหาช่องสัญญาณที่ได้จากการสร้างชุดทดสอบแล้วนำไปจำลองแบบ หาความจุของช่องสัญญาณในระบบโมโมทั้งการประมวลผลโดเมนแกลวลำดับและโดเมนเชิงมุม

1.6.6 การวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลของสมรรถนะของระบบโมโมทั้งการประมวลผลโดเมนแกลวลำดับและโดเมนเชิงมุม มีการจำลองแบบนำมาเปรียบเทียบกัน และสร้างชุดสอบการประมวลผลโดเมนแกลวลำดับและโดเมนเชิงมุม โดยข้อมูลที่ได้จากผลการทดสอบและการจำลองแบบนำไปใช้ในการวิเคราะห์และสรุป

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.7.1 ความจุช่องสัญญาณเพิ่มขึ้นด้วยวิธีการประมวลผลโดเมนเชิงมุม

1.7.2 แนวทางในการสร้างระบบโมโมด้วยการประมวลผลโดเมนเชิงมุมเพื่อให้ใช้งานในทางปฏิบัติได้อย่างเหมาะสม

1.8 รายละเอียดในวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ประกอบด้วย 6 บท และภาคผนวก

บทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงความเป็นมาของระบบการสื่อสารโมโม รวมถึงการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรม วัตถุประสงค์ของการวิจัย ข้อตกลงเบื้องต้น ขอบเขตงานวิจัย และประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีความจุช่องสัญญาณในระบบการสื่อสารไร้สาย และพิจารณาช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นจากวิธีการที่แตกต่างกัน

บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีความจุช่องสัญญาณในระบบโมโมโดยใช้การประมวลผลโดเมนแกลวลำดับ

บทที่ 4 กล่าวถึงทฤษฎีความจุช่องสัญญาณในระบบโมโมโดยใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุม ทฤษฎีโครงข่ายก่อรูปลำคลื่นแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์ และนำบัทเลอร์ เมทริกซ์มาประยุกต์ใช้กับการประมวลผลโดเมนเชิงมุม

บทที่ 5 กล่าวถึงแบบจำลองความจุช่องสัญญาณระบบไม โมเมื่อใช้การประมวลผลโดเมน แถวลำดับเปรียบเทียบกับการประมวลผลโดเมนเชิงมุม (บัทเลอร์ เมทริกซ์) การออกแบบ สร้าง และวัดจริง แล้วนำผลการทดลองทั้งในส่วนของการวัดจริงและการจำลองแบบมาวิเคราะห์

บทที่ 6 กล่าวถึงการสรุปผล โดยอ้างอิงจากผลของชุดทดสอบและการจำลองแบบ ในเทอมของความจุช่องสัญญาณ รวมถึงปัญหาที่เกิดขึ้น ข้อเสนอแนะ แนวทางแก้ไข และแนวทางการพัฒนาในอนาคต

บทที่ 2

ความจุช่องสัญญาณในระบบการสื่อสารไร้สาย

2.1 กล่าวนำ

การสื่อสารไร้สายมีการเติบโตอย่างต่อเนื่อง ผลที่ได้มีอิทธิพลต่อการตัดสินใจในเรื่องการจำกัดความจุช่องสัญญาณ ความจุช่องสัญญาณเหล่านี้ส่งผลถึงอัตราเร็วข้อมูลและช่องสัญญาณไร้สาย ทำให้เกิดความน่าจะเป็นที่ระบบผิดพลาด (Error probability) โดยสมมุติไม่มีค่าหน่วงเวลา (Delay) หรือความซับซ้อนของการเข้ารหัสและถอดรหัส จากทฤษฎีทางคณิตศาสตร์สำหรับการสื่อสารภายใต้ความจุช่องสัญญาณมีผู้ริเริ่มโดย Claude Shannon ในปี ค.ศ. 1940 ทฤษฎีนี้ อยู่ภายใต้ความคิดการรวมกันของข้อมูลที่ป้อนเข้าไปและข้อมูลที่ส่งออกมาผ่านช่องสัญญาณ ความสำคัญนี้มีทฤษฎีการเข้ารหัสโดย Shannon ซึ่งมันตรงข้ามทฤษฎีการเข้ารหัสโดยปกติ พิสูจน์ โดยการใส่รหัสซึ่งสามารถได้รับอัตราเร็วข้อมูลเท่าเทียมกันกับความจุช่องสัญญาณ เมื่อไม่เกิดความผิดพลาดเลย ตรงกันข้ามการพิสูจน์เรื่องของอัตราเร็วข้อมูลจะมากกว่าความจุช่องสัญญาณ ซึ่งความจุของช่องสัญญาณจะไม่สามารถได้รับเลยถ้าหากมีความผิดพลาดมาก ดังนั้น Shannon จึงมีความคิดที่จะเปลี่ยนแปลงโดเมนเวลาให้อัตราเร็วของข้อมูลที่สูงใช้ทำนายการส่งสัญญาณของระบบ โทรศัพท์และใช้การเข้ารหัสและถอดรหัสเพื่อลดความผิดพลาด โดยทำการลดอัตราเร็วของข้อมูล หรือการลดการขยายตัวของแถบความถี่ในช่วงเวลาที่มีการมอดูเลตและการเข้ารหัส ซึ่งเทคนิคนี้ ใช้ในทฤษฎีของ Shannon จะเรียกว่าความจุช่องสัญญาณของ Shannon (Shannon capacity) มีความผิดพลาดน้อยมาก

ในบทนี้ผู้เขียนจะเสนอเรื่องความจุช่องสัญญาณไร้สายที่มีสายอากาศส่งและสายอากาศรับ อย่างละหนึ่งต้น ส่วนสายอากาศส่งและสายอากาศรับหลายต้นจะเสนอในบทถัดไป โดยความจุช่องสัญญาณมีการนำเสนอ 2 รูปแบบในโดเมนเวลา ได้แก่ เวลาคงที่ (Time invariant) และเวลาที่แปรผัน (Time varying) สิ่งแรกจะเสนอสูตรการหาความจุช่องสัญญาณเวลาคงที่ มีการปรุงแต่งสัญญาณ โดยช่องสัญญาณแบบ AWGN และเมื่อพิจารณาความจุช่องสัญญาณสำหรับเวลาแปรผัน มีความแตกต่างจาก AWGN เพราะความจุของช่องสัญญาณขึ้นอยู่กับความแปรผันของช่องสัญญาณ ทั้งภาคส่งและภาครับ แต่อย่างไรก็ตามความแตกต่างของช่องสัญญาณเกิดจากการสมมุติโดยการอาศัยคุณลักษณะค่าเฉลี่ยอัตราเร็วมากที่สุด โดยทั่วไปความหลากหลายของสัญญาณหรือค่าคงที่อัตราเร็วมากที่สุดสามารถคงไว้ในทุก ๆ ความหลากหลายของสัญญาณได้นั้นจะหมายถึงความผิดพลาดมีค่าเท่ากับศูนย์

ในส่วนแรกพิจารณาความหลากหลายของสัญญาณมาจากกระจายตัวของช่องสัญญาณทั้งภาคส่งและภาครับ ความจุช่องสัญญาณภายใต้การสมมุติที่ว่าไปมีสองถึงสามกรณีที่อยู่ติดกัน ซึ่งส่วนถัดไปเราพิจารณาความจุช่องสัญญาณเมื่อช่องสัญญาณมีการจางหายที่ภาครับหรือทั้งภาครับและภาคส่ง ช่องสัญญาณที่รับได้ในกรณีข้างต้นนี้ต้องมีการปรับที่ภาคส่งเช่น อัตราเร็วการส่งข้อมูลและการเข้ารหัสที่เปลี่ยนแปลงไป กำลังที่ดีที่สุดที่รับได้อยู่ในกรณี Water-filling โดยที่กำลังและอัตราเร็วของข้อมูลมีการเพิ่มขึ้นของช่องสัญญาณที่เอื้ออำนวยและจะลดลงเมื่อช่องสัญญาณไม่เอื้ออำนวย

ความจุของช่องสัญญาณโดยวิธีเลือกความถี่ (Frequency-selective) สำหรับเวลาคงที่ วิธีนี้จะให้กำลังสูงสุดเมื่อใช้วิธีการของ Water-filling ความจุช่องสัญญาณในเวลาแปรผันสามารถประมาณโดยความเป็นอิสระของความหลากหลายของสัญญาณซึ่งช่องสัญญาณเหล่านี้ สามารถนำมารวมกันเมื่อหาความจุของช่องสัญญาณได้

ส่วนถัดไปจะพิจารณาเวลาที่ไม่ต่อเนื่อง (Discrete-time) และเวลาที่ต่อเนื่อง (Continuous time) ส่วนมากสามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยการสุ่มตัวอย่าง (Sampling) แต่อย่างไรก็ตามสิ่งที่ต้องใช้เหมาะสมคืออัตราการสุ่มตัวอย่างโดยกล่าวได้ว่าความจุช่องสัญญาณขึ้นอยู่กับ การเพิ่มหรือลดของอัตราการสุ่มตัวอย่างนั่นเอง

2.2 ความจุช่องสัญญาณแบบ AWGN (Capacity in AWGN)

พิจารณาเวลาไม่ต่อเนื่องสำหรับช่องสัญญาณแบบ AWGN มีอินพุตและเอาต์พุตสัมพันธ์กัน โดย $y[i] = x[i] + n[i]$ กำหนดให้ $x[i]$ คืออินพุตของช่องสัญญาณใช้ที่เวลา i $y[i]$ คือเอาต์พุตของช่องสัญญาณและ $n[i]$ คือสัญญาณรบกวนแบบ AWGN สมมุติให้ช่องสัญญาณมีแบนด์วิดท์ B และกำลังของสัญญาณที่รับได้ P โดยอัตราส่วนที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน (SNR) เป็นค่าคงที่ $\gamma = P / N_0 B$ โดยที่ $N_0 / 2$ คือกำลังของสัญญาณรบกวน ดังนั้นความจุช่องสัญญาณของ Shannon เขียนได้เป็น

$$C = B \log_2(1 + \gamma) \quad (2.1)$$

ความจุช่องสัญญาณมีหน่วยเป็นบิตต่อวินาที (bps) การเข้ารหัสทฤษฎี Shannon's พิสูจน์โดยมีรหัสที่ได้จากอัตราเร็วข้อมูลที่ไม่เจาะจง ซึ่งมีความผิดพลาดเล็กน้อย ในทางตรงกันข้ามแสดงรหัสต่าง ๆ จากอัตราเร็ว $R > C$ มีความผิดพลาดเท่ากับศูนย์ ทฤษฎีนี้ใช้การพิสูจน์แนวคิดของการรวมกันของข้อมูลระหว่างช่องสัญญาณที่ป้อนเข้าไปและสัญญาณที่ส่งออกมา สำหรับ

ความไม่ต่อเนื่องในการส่งผ่านมีเวลาคงที่ ช่องสัญญาณมีการสุ่มให้สัญญาณที่ป้อนเข้าไปเป็น x และสัญญาณที่ออกมาเป็น y ส่วนข้อมูลของช่องสัญญาณรวมเป็นนิยามโดย

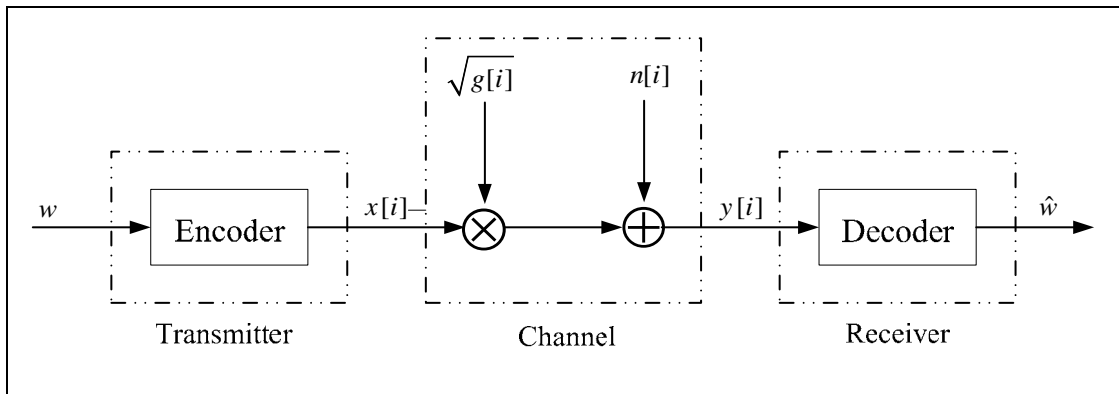
$$I(X;Y) = \sum_{x \in X, y \in Y} p(x, y) \log \left(\frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \right) \quad (2.2)$$

โดยผลรวมคือ การทำทุก ๆ ความเป็นไปได้ของสัญญาณที่ป้อนเข้าไปและส่งออกแบบคู่ $x \in X$ และ $y \in Y$ โดยที่ค่า x และ y เป็นความไม่ต่อเนื่องของสัญญาณที่ป้อนเข้าไปและส่งออก การรวมกันของข้อมูลสามารถเขียนในเทอมของเงื่อนไข $y|x$ โดย $I(X;Y) = H(Y) - H(Y|X)$ ซึ่ง $H(Y) = -\sum p(y) \log p(y)$ และมีค่า $H(Y|X) = -\sum p(x, y) \log(x, y)$ โดย Shannon ได้พิสูจน์ที่ความจุของช่องสัญญาณมีค่าเท่ากับการรวมกันของข้อมูลในช่องสัญญาณที่มากที่สุดภายใต้ความเป็นไปได้ของสัญญาณที่ป้อนเข้าไป

$$C = \max_{p(x)} I(X;Y) = \max_{p(x)} \sum_{x, y} p(x, y) \log \left(\frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \right) \quad (2.3)$$

สำหรับช่องสัญญาณแบบ AWGN ที่มีการรวมกันของสมการ (2.3) มาจากค่าการอินทิเกรตและความต่อเนื่องของอักขระรวมถึงสัญญาณที่ป้อนเข้าไปมีค่ามากที่สุด

การพิสูจน์การเข้ารหัสนี้ตรงกันข้ามกับความไม่คงที่ มีความซับซ้อนหรือค่าหน่วยเวลาในระบบดังนั้นความจุของสัญญาณของ Shannon โดยทั่วไปใช้ขอบเขตบนในอัตราเร็วของข้อมูลซึ่งหาได้จากค่าความจริงของระบบ ซึ่ง Shannon ได้พัฒนาทฤษฎีว่า โดยทั่วไปในสายโทรศัพท์มีอัตราเร็ว 100 bps ดังนั้นความจุซึ่งทำในความเร็วอย่างหยาบ ๆ ประมาณ 30 kbps ได้เช่นกันซึ่งมันไม่ได้ใช้ประโยชน์ในความเป็นจริง แต่อย่างไรก็ตามการฟันฝ่าอุปสรรคในเรื่องของอุปกรณ์ที่ทำการมอดูเลตและการเข้ารหัสมีการซื้อลิขสิทธิ์จนถึงทุกวันนี้ ในความเป็นจริงเทคโนโลยีสมัยใหม่มีความเร็วเหนือกว่า 30 kbps บนบางช่องสัญญาณโทรศัพท์ แต่นั่นก็เพราะทุกวันนี้มีคุณภาพที่ดีกว่าในยุค Shannon



รูปที่ 2.1 รูปแบบระบบเมื่อช่องสัญญาณมีการจางหายแบบราบ

2.3 ความจุช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบราบ (Capacity of flat fading channel)

2.3.1 ช่องสัญญาณและแบบจำลองระบบ (Channel and system model)

อัตราขยายแทนได้โดยการแจกแจง $p(g)$ เช่นช่องสัญญาณแบบเรย์ลี (Rayleigh) $p(g)$ แทนได้โดยรูปเอกซ์โพเนนเชียล และสมมุติ $g[i]$ เป็นอิสระจากช่องสัญญาณที่ส่งมา อัตราการขยายช่องสัญญาณ $g[i]$ สามารถเปลี่ยนแปลงไปในแต่ละช่วงเวลา i ในแต่ละช่องสัญญาณ มีความเป็นอิสระและมีการกระจายตัวที่เหมือนกัน (i.i.d) ให้ \bar{P} แสดงตัวค่าเฉลี่ยกำลังส่ง สัญญาณ $N_0/2$ คือกำลังของสัญญาณรบกวน B คือกำลังสัญญาณที่รับได้ในรูปแบบด์วิดท์ อัตราส่วนของสัญญาณนี้ที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวนแทน $\gamma[i] = \bar{P}g[i]/N_0B$ เมื่อ $0 \leq \gamma[i] \leq \infty$ และมีค่าคาดหวังทุก ๆ เวลา คือ $\bar{\gamma} = \bar{P}g/N_0B$ เมื่อ \bar{P}/N_0B เป็นค่าคงที่ และการแจกแจงของ $g[i]$ หาได้จากการแจกแจงของ $\gamma[i]$

รูปแบบของระบบที่แสดงดังรูปที่ 2.1 อธิบายได้โดยมีข่าวสารที่เข้ามา w ภาคส่ง ส่งไปยังภาครับซึ่งสร้างใหม่ได้โดยการประมาณค่าจากสัญญาณข่าวสารที่รับได้ \hat{w} เมื่อข่าวสาร มีการเข้ารหัสไปยังค่านัยซึ่งภาคส่งส่งภายใต้ความแปรผันทางเวลาของช่องสัญญาณแสดง $x[i]$ ที่เวลา i อัตราการขยายของช่องสัญญาณ $g[i]$ แสดงอีกนัยหนึ่งว่าเป็นขนาดข้อมูลของช่องสัญญาณ ที่มีการรับรู้สถานะของข้อมูล (CSI)

ความจุของช่องสัญญาณอยู่ภายใต้อัตราขยาย $g[i]$ สามารถพิจารณาแตกต่างกัน 3 แบบ

1. การกระจายข้อมูลของช่องสัญญาณที่รับรู้ได้ (Channel dist. information) เป็นการแจกแจงอัตราขยาย $g[i]$ ที่รู้ทั้งภาคส่งและภาครับ

2. การมีข้อมูลสถานะช่องสัญญาณที่ภาครับ (Receiver CSI) โดยรู้ค่า $g[i]$ ที่ภาครับ ณ เวลา $g[i]$ โดยภาครับและภาคส่งมีการกระจายตัว $g[i]$

3. การมีข้อมูลสถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่งและที่ภาครับ (Transmitter and Receiver CSI) โดยรู้ค่าของ $g[i]$ ทั้งภาครับและภาคส่ง ที่เวลา i โดยภาครับและภาคส่ง มีการกระจายตัวของ $g[i]$

ภาคส่งและภาครับที่มีขนาดข้อมูลช่องสัญญาณจะสมมุติให้ภาคส่งปรับกำลังของสัญญาณทั้งคู่ได้และอัตราขยายของช่องสัญญาณที่เวลา $g[i]$ จะทำให้ได้ช่องสัญญาณที่มากที่สุด ข้อสังเกตสำหรับ อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนนั้น $\gamma[i]$ จะต้องเป็นค่าคงที่ $\bar{P}/N_0 B$

2.3.2 การกระจายข้อมูลของช่องสัญญาณที่รับรู้ได้

พิจารณากรณีของอัตราขยายช่องสัญญาณที่มีการแจกแจง สำหรับความอิสระและการกระจายตัวที่เหมือนของความจุแทนได้โดยสมการ (2.3) แต่วิธีการของความจุช่องสัญญาณได้รับการกระจายตัวข้อมูลที่ป้อนเข้าไปขึ้นอยู่กับลักษณะธรรมชาติของการกระจายของสัญญาณ แต่อย่างไรก็ตามช่องสัญญาณมีการกระจายร่วมกัน นำไปสู่ช่องสัญญาณในกรณีของความจุที่ได้รับจากการกระจายของข้อมูลที่ป้อนเข้าไป หาได้จากอินพุตที่มากที่สุดเพราะมีวิธีการหาช่องสัญญาณในวิธีที่แตกต่างกัน สำหรับเหตุผลนี้หาได้จากความจุของช่องสัญญาณภายใต้ CDI

2.3.3 มีข้อมูลสถานะช่องสัญญาณที่ภาครับ

กรณีนี้พิจารณาในส่วน CSI $g[i]$ มีการรับรู้สถานะข้อมูลที่ภาครับ เวลา t ส่วนของ $\gamma[i]$ มีการรับรู้สถานะข้อมูลภาครับ ณ เวลา t เช่นกัน ดังนั้นเราสมมุติให้ทั้งภาคส่งและภาครับมีการแจกแจงอัตราขยาย $g[i]$ ซึ่งในกรณีนี้มี 2 วิธี การหาความจุช่องสัญญาณ หาได้จากความจุของช่องสัญญาณแบบ Shannon โดยจะเรียกว่าความจุช่องสัญญาณแบบเออร์กอร์ดิก (Ergodic capacity) และวิธีถัดไปเป็นวิธีหาความจุช่องสัญญาณแบบขาดหาย (Outage capacity)

กรณีของความจุช่องสัญญาณที่ไม่สามารถรับได้ ในส่วนของกรณีช่องสัญญาณแบบ AWGN ความจุช่องสัญญาณหาได้โดยอัตราข้อมูลมากที่สุด สามารถส่งบนช่องสัญญาณซึ่งมีความเป็นไปได้ที่จะเกิดความผิดพลาดน้อยมาก ข้อสังเกตสำหรับความจุช่องสัญญาณของ Shannon มีอัตราการส่งข้อมูลบนช่องสัญญาณคงที่ ดังนั้นช่องสัญญาณที่มีน้อย โดยทั่วไปจะลดลงเพราะการส่งผ่านจะไม่เกิดการสูญหายของข้อมูลและสามารถเปลี่ยนวิธีการหาความจุของช่องสัญญาณจากค่ามากที่สุดของอัตราการส่งข้อมูล ภายใต้ช่องสัญญาณที่มีความน่าจะเป็นที่ระบบไม่สามารถรับได้ โดยการส่งผ่านเกิดความผิดพลาดในการถอดรหัส ดังนั้นจึงมีความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาด ทฤษฎีพื้นฐานของความจุช่องสัญญาณที่เกี่ยวกับระบบไม่สามารถรับข้อมูลได้นั้นแสดงว่ามีการขยายของสัญญาณที่สูง เป็นต้น

1) ความจุช่องสัญญาณแบบเออร์กอร์ดิก (Ergodic)

ความจุช่องสัญญาณมีวิธีการรับรู้สถานะข้อมูลทีภากรับมีกำลังเฉลี่ยคงที่สามารถหาความจุได้ดังนี้

$$C = \int_0^{\infty} B \log_2(1 + \gamma) p(\gamma) d(\gamma) \quad (2.4)$$

ข้อสังเกตของสูตรนี้เป็นสมการความน่าจะเป็นเฉลี่ย ดังนั้นความจุช่องสัญญาณ C มีค่าเท่ากับ ความจุช่องสัญญาณแบบ AWGN มี SNR เท่ากับ γ โดย $C = B \log_2(1 + \gamma)$ เป็นค่าเฉลี่ยการกระจาย ดังนั้น

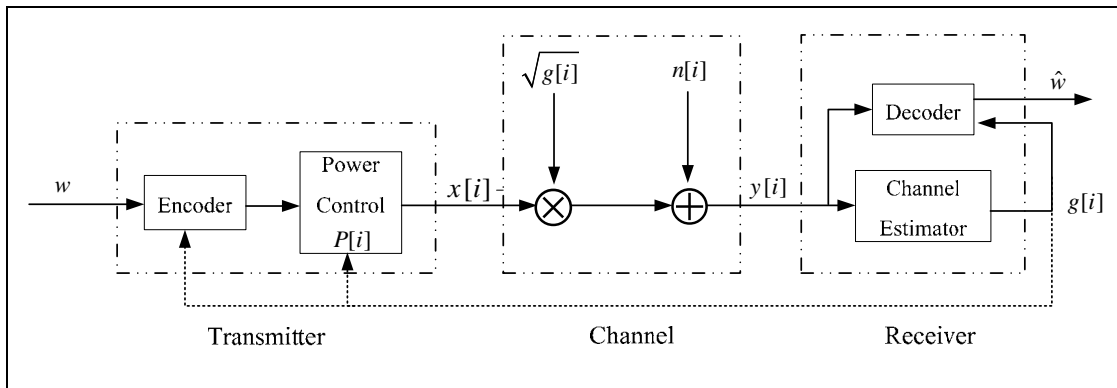
$$\begin{aligned} E[B \log_2(1 + \gamma)] &= \int B \log_2(1 + \gamma) p(\gamma) d(\gamma) \leq B \log_2(1 + E[\gamma]) \\ &= B \log_2(1 + \bar{\gamma}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

โดยที่ γ คือ ค่าเฉลี่ยสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวนจากสมการทำให้เราทราบว่าความจุช่องสัญญาณของ Shannon มีการรับรู้ที่ภากรับ ให้ความจุที่น้อยกว่ากรณีช่องสัญญาณแบบ AWGN

2) ความจุช่องสัญญาณที่มีการขาดหาย (Outage capacity)

ความจุช่องสัญญาณที่มีการขาดหายมีการประยุกต์โดยช่องสัญญาณแปรผัน โดยอัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวนมีค่าคงที่ อยู่ภายใต้การส่งผ่านช่องสัญญาณ และมีค่าเปลี่ยนแปลงเมื่อมีการกระจายตัวของสัญญาณจางหาย ในรูปแบบนี้ถ้าช่องสัญญาณมีการรับ γ ระหว่างที่มีการสูญหายของข้อมูล การส่งผ่านสัญญาณจะมีการถอดรหัสทางภากรับ และมีความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดขึ้น โดยเฉพาะกำหนดให้ภาคส่งมีอัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวนที่รับได้น้อยที่สุดเป็น γ_{\min} มีการเข้ารหัสที่ใช้สำหรับอัตราส่งข้อมูล $C = B \log_2(1 + \gamma_{\min})$

ถ้าเราใช้ SNR น้อยกว่า γ_{\min} แล้วจะได้ความจุของช่องสัญญาณที่จางหาย เท่ากับ 1 ดังนั้นความน่าจะเป็นของสัญญาณจางหาย แทนด้วย $P_{out} = p(\gamma < \gamma_{\min})$ ค่าเฉลี่ยอัตราเร็วในการส่งผ่านที่ถูกต้องหาได้จาก $C_{out} = (1 + P_{out}) B \log_2(1 + \gamma_{\min})$



รูปที่ 2.2 ระบบที่มีข้อมูลช่องสัญญาณที่ภาคส่งและภาครับ

2.3.4 มีข้อมูลช่องสัญญาณที่ภาคส่งและภาครับ

เมื่อภาคส่งสามารถปรับให้เข้ากับการส่งผ่านสัญญาณได้ เมื่อมีการรับรู้สถานะของสัญญาณแสดงดังรูปที่ 2.2 ในกรณีนี้ไม่คิดความจุช่องสัญญาณเทียบกับสัญญาณขาดหาย ในหัวข้อนี้ผู้เขียนจะแสดงการหาความจุของช่องสัญญาณแบบ Shannon สมมุติให้มีกำลังส่งสูงสุดและรับรู้สถานะช่องสัญญาณ

1) ความจุของช่องสัญญาณแบบ Shannon

พิจารณาความจุช่องสัญญาณมีอัตราขยาย $g[i]$ โดยมีการรับรู้ข้อมูลทั้งภาคส่งและภาครับที่เวลา i ความจุของช่องสัญญาณ Shannon แปรผันตามเวลา ให้ $s[i]$ คือกระบวนการรับรู้ข้อมูลของช่องสัญญาณซึ่งมีค่าขีดจำกัดที่ S เป็นความไม่ต่อเนื่องของช่องสัญญาณ ให้ C_s ใช้แทนความจุช่องสัญญาณ โดยเฉพาะที่ $s \in S$ และให้ $p(s)$ ใช้แทนความน่าจะเป็นหรือส่วนของเวลาที่สถานะช่องสัญญาณ s ดังนั้นจะได้ความจุช่องสัญญาณที่เกิดจากเวลาแปรผัน

$$C = \sum_{s \in S} C_s p(s) \quad (2.6)$$

เราสามารถประยุกต์ระบบในรูปที่ 2.3 เพื่อหาความจุของช่องสัญญาณได้โดยการรับรู้ความจุช่องสัญญาณแบบ AWGN มีค่าเฉลี่ยอัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน γ แล้ว $C_\gamma = B \log(1 + \gamma)$ ให้ $p(\gamma) = p(\gamma[i] = \gamma)$ ใช้แทนการแจกแจงอัตราส่วนที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน จาก (2.6) จะได้ความจุช่องสัญญาณที่มีการจางหายของสัญญาณ เมื่อภาครับและภาคส่งมีการรับรู้สถานะข้อมูล

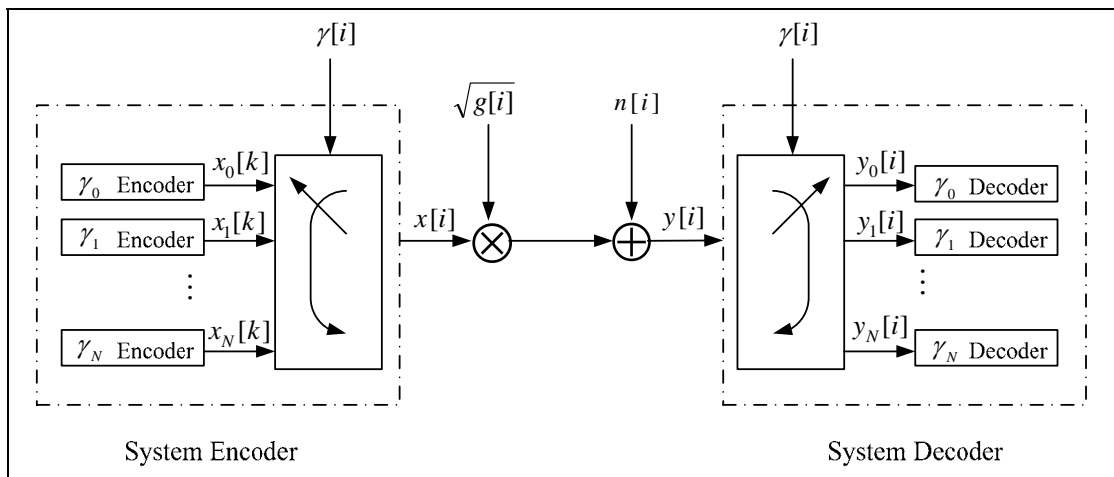
$$C = \int_0^\infty C_\gamma p(\gamma) d(\gamma) = \int_0^\infty B \log_2(1 + \gamma) p(\gamma) d(\gamma) \tag{2.7}$$

เราสามารถบอกได้ว่า (2.4) และ (2.7) เป็นสมการที่เหมือนกัน ดังนั้นเมื่อมีการรับรู้ข้อมูลที่ภาคส่งและภาครับไม่สามารถเพิ่มความจุของช่องสัญญาณได้ เมื่อกำลังส่งเป็น $P(\gamma)$ แปรผันตาม γ และมีค่าเฉลี่ยของกำลังส่งที่ \bar{P} จะได้

$$\int_0^\infty P(\gamma) p(\gamma) d(\gamma) \leq \bar{P} \tag{2.8}$$

ดังนั้นจึงพูดได้ว่าค่าความจุช่องสัญญาณที่มีค่าเฉลี่ยกำลังส่งที่ \bar{P} ก็คือค่าเฉลี่ยความจุช่องสัญญาณ (2.7) ซึ่งจะได้กำลังสูงสุดในการกระจายทุก ๆ แฉวสามารถเขียนความจุช่องสัญญาณได้

$$C = \max_{P(\gamma): \int P(\gamma) p(\gamma) d(\gamma) = \bar{P}} \int_0^\infty B \log_2 \left(1 + \frac{\gamma P(\gamma)}{\bar{P}} \right) p(\gamma) d(\gamma) \tag{2.9}$$



รูปที่ 2.3 การเข้ารหัสและถอดรหัสที่ภาคส่งและภาครับ

ความจุช่องสัญญาณจาก (2.9) สามารถให้อัตราเร็วข้อมูลที่มากกว่าความจุช่องสัญญาณที่มีความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาด แสดงแนวคิดหลักดังรูปที่ 2.3 โดยที่ γ_j มีการออกแบบทั้งการเข้ารหัสที่ภาคส่งและการถอดรหัสที่ภาครับ โดยมีช่องสัญญาณแบบ AWGN

มีอินพุตของสัญญาณ $x[i]$ สำหรับการเข้ารหัส γ_j มีค่าเฉลี่ยกำลัง $P(\gamma_j)$ และมีอัตราเร็วข้อมูล R_j เท่ากับ C_j โดยที่ C_j คือความจุช่องสัญญาณเมื่อเวลาที่มีกำลังที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน $P(\gamma_j)\gamma_j/\bar{P}$ เมื่อให้ $\gamma[i] \approx \gamma_j$ ซึ่งมีการเชื่อมต่อแต่ละช่องสัญญาณซึ่งจะเกิดผลกระทบในการลดการแปรผันทางเวลาโดยหันมาใช้เวลาที่ ค่าเฉลี่ยของสัญญาณจะต้องนำมารวมกันในแต่ละอัตราเร็วจนกระทั่งได้ค่าเฉลี่ยความจุช่องสัญญาณ (2.9) เราสามารถหาการจัดสรรกำลังสูงสุดที่รับได้ $P(\gamma)$ ตามสมการ Lagrangian

$$J(P(\gamma)) = \int_0^\infty B \log_2 \left(1 + \frac{\gamma P(\gamma)}{P} \right) p(\gamma) d\gamma - \lambda \int_0^\infty P(\gamma) p(\gamma) d\gamma \quad (2.10)$$

ส่วนถัดไปจะหาอนุพันธ์ของสมการ Lagrangian แล้วให้เท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial J(P(\gamma))}{\partial P(\gamma)} = \left[\left(\frac{B/\ln 2}{1 + \gamma P(\gamma)/P} \right) \frac{\gamma}{P} - \lambda \right] p(\gamma) = 0 \quad (2.11)$$

วิธีการหา $P(\gamma)$ จากค่าคงที่ $P(\gamma) > 0$ โดยให้การจัดสรรกำลังสูงสุดจาก (2.9) จะได้

$$\frac{P(\gamma)}{P} = \begin{cases} \frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma} & \gamma \geq \gamma_0 \\ 0 & \gamma < \gamma_0 \end{cases} \quad (2.12)$$

เมื่อ γ_0 คือค่าความถี่ตัดผ่าน ถ้า $\gamma[i]$ อยู่ภายใต้ความถี่ตัดผ่าน เมื่อไม่มีข้อมูลที่ภาครับใดเลยในเวลา i ดังนั้นช่องสัญญาณจึงใช้ที่เวลา t ทุก ๆ เวลา เมื่อ $\gamma_0 \leq \gamma[i] < \infty$ ถ้าเราแทน (2.12) เข้าไปใน (2.9) จะได้

$$C = \int_{\gamma_0}^\infty B \log_2 \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right) p(\gamma) d(\gamma) \quad (2.13)$$

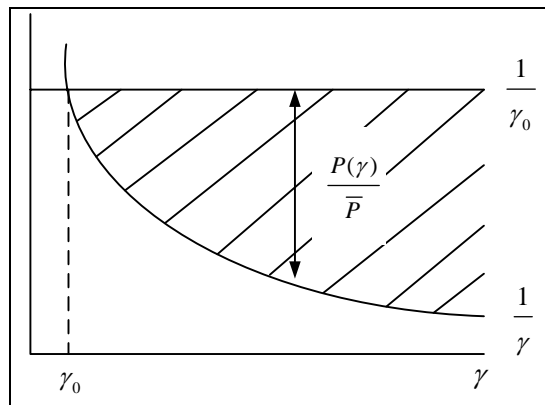
ซึ่งการส่งสัญญาณพร้อม ๆ กันในธรรมชาติ จะได้ความจุช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นแปรผันตามเวลา โดยมีอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน $\gamma = B \log_2 \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right)$ เมื่อให้การจัดสรรสูงสุดใน (2.12)

มีการจางหายของสัญญาณและมีการแจกแจง $P(\gamma)$ ทุก ๆ ความถี่ตัดผ่าน γ_0 เราสามารถนำ (2.8) มาเขียนใหม่ได้โดยให้มีค่าเท่ากับหนึ่ง จะได้

$$\int_{\gamma_0}^{\infty} \frac{P(\gamma)}{\bar{P}} p(\gamma) d(\gamma) = 1 \quad (2.14)$$

แทน (2.12) ลงใน (2.14) จะได้

$$\int_{\gamma_0}^{\infty} \left(\frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma} \right) p(\gamma) d(\gamma) = 1 \quad (2.15)$$



รูปที่ 2.4 Optimal power allocation ด้วยวิธี Water-filling

หลังจากที่ค่า γ มีการแปรผันโดยให้ค่าสูงสุดมีการเปลี่ยนแปลงตาม (2.14) ซึ่งเป็นวิธีการ Water-filling ดังรูปที่ 2.4 เนื่องจากวิธีการ Water-filling เป็นการปรับอัตราส่วนให้ความจุช่องสัญญาณมีมากที่สุดในช่วงนั้น ๆ โดยรูปที่ 2.5 อัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวนมีการแปรผันตามเวลาที่ $\gamma(t) = \gamma$ สามารถหาค่าความจุช่องสัญญาณได้จาก (2.9) โดยจะมีการเปลี่ยนแปลง $P(\gamma)$ จากค่าเฉลี่ย \bar{P} จะได้

$$C = \int_0^{\infty} B \log_2 \left(1 + \frac{P(\gamma)\gamma}{\bar{P}} \right) p(\gamma) d(\gamma) \quad (2.16)$$

ซึ่งความน่าจะเป็นที่จะรับได้มีความผิดพลาดที่จะเกิดขึ้นน้อย สำหรับวิธีนี้ความจุช่องสัญญาณไม่เหนือกว่า (4.9) แต่อย่างไรก็ตามวิธีนี้เป็นวิธีที่ดีอีกวิธีหนึ่งรองจาก (2.9) และในสองหัวข้อถัดไป จะอธิบายในเรื่องวิธีที่ให้ผลดีรองลงมา โดยให้อัตราเร็วคงที่

2) ความจุช่องสัญญาณที่มีการขาดหายเท่ากับศูนย์และช่องสัญญาณผกผัน

(Zero-outage capacity and channel inversion)

เมื่อพิจารณาส่วนย่อยของภาคส่งที่ดีที่สุด มีการรับรู้สถานะช่องสัญญาณ มีกำลังที่ภาครับคงที่ ช่องสัญญาณจะปรากฏเมื่อมีการเข้ารหัสและถอดรหัสในเวลาคงที่ จากช่องสัญญาณแบบ AWGN กำลังที่มีการปรับเปลี่ยนนี้จะเรียกว่า ช่องสัญญาณผกผัน (Channel inversion) สามารถแทนได้โดย $P(\gamma)/\bar{P} = \sigma/\gamma$ เมื่อ σ คือกำลังของสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้น การหาค่าคงที่ σ จะต้องเป็นไปตาม $\int \left(\frac{\sigma}{\gamma}\right) p(\gamma) d(\gamma) = 1$ ดังนั้น

$$\sigma = 1/E[1/\gamma] \quad (2.17)$$

ความจุช่องสัญญาณที่หายไป เกิดจากช่องสัญญาณตรงกันข้าม ซึ่งได้ความจุช่องสัญญาณดังนี้

$$C = B \log_2 [1 + \sigma] = B \log_2 \left[1 + \frac{1}{E[1/\gamma]} \right] \quad (2.18)$$

ความจุช่องสัญญาณที่รับได้ใช้สำหรับการจำกัดอัตราการเข้ารหัสและถอดรหัสด้วยช่องสัญญาณแบบ AWGN ความจุช่องสัญญาณใน (2.18) เรียกว่า ความจุช่องสัญญาณที่มีการขาดหายเท่ากับศูนย์ ภายใต้การจำกัดอัตราการส่งข้อมูล มีเงื่อนไขว่าช่องสัญญาณไม่มีการขาดหาย ข้อสังเกตคือมีการเข้ารหัสที่รับได้จากระยะไกล โดยช่องสัญญาณ AWGN ดังนั้น ความจุช่องสัญญาณที่มีการขาดหายเท่ากับศูนย์สามารถมีได้โดยการประมาณในทางปฏิบัติ

ความจุช่องสัญญาณที่มีการขาดหายเท่ากับศูนย์สามารถแสดงโดยการลดอัตราการส่งข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ซึ่งมีการจางหายของช่องสัญญาณที่เกิดจากสิ่งแวดล้อมได้ ช่องสัญญาณในการแผ่กระจายของสัญญาณสเปกตรัมที่ระยะไกลและไกล ซึ่งจะมีไม่เท่ากัน ดังนั้นจึงเป็นวิธีการง่ายที่สุดในการดำเนินการ เพราะการเข้ารหัสและถอดรหัสออกแบบโดยช่องสัญญาณแบบ AWGN ที่เป็นอิสระจากความหลากหลายของช่องสัญญาณในทางสถิติ

3) ความจุช่องสัญญาณที่มีการขาดหายและความจุช่องสัญญาณผกผันแบบตัดปลาย
(Outage capacity and truncated channel inversion)

จากเหตุผลของความจุช่องสัญญาณที่มีการขาดหายอาจจะสำคัญน้อยกว่าความจุช่องสัญญาณของ Shannon ในการจางหายของช่องสัญญาณซึ่งมีความต้องการในการรักษาอัตราการส่งข้อมูลให้คงที่ แต่ความไม่แน่นอนในการส่งผ่าน โดยเฉพาะสัญญาณจางหายที่มีมาก เราสามารถรักษาอัตราการส่งข้อมูลให้คงที่ในสถานะอื่น ๆ ด้วยวิธีการเพิ่มความจุช่องสัญญาณที่มีการขาดหาย หาได้จากอัตราการส่งข้อมูลมากที่สุดและสามารถรักษาโดยไม่ให้มีการขาดหายของช่องสัญญาณคุณด้วยความน่าจะเป็นที่จะไม่เกิดการขาดหายของช่องสัญญาณ เมื่อ

$$\frac{P(\gamma)}{P} = \begin{cases} \sigma/\gamma & \gamma \geq \gamma_0 \\ 0 & \gamma < \gamma_0 \end{cases} \quad (2.19)$$

โดยที่ γ_0 อยู่บนพื้นฐานความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาด เมื่อ $P_{out} = p(\gamma < \gamma_0)$ ดังนั้นช่องสัญญาณจะใช้ได้เมื่อ $\gamma \geq \gamma_0$ มีกำลังคงที่ตาม (2.8) จนกระทั่ง $\sigma = 1/E_{\gamma_0} \left[\frac{1}{\gamma} \right]$ โดยที่

$$E_{\gamma_0} \left[\frac{1}{\gamma} \right] = \int_{\gamma_0}^{\infty} \frac{1}{\gamma} p(\gamma) d(\gamma) \quad (2.20)$$

ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดของช่องสัญญาณ P_{out}

$$C(P_{out}) = B \log_2 \left(1 + \frac{1}{E_{\gamma_0} \left[\frac{1}{\gamma} \right]} \right) p(\gamma \geq \gamma_0) \quad (2.21)$$

เราสามารถรักษาความผิดพลาดเพื่อให้ได้ความจุช่องสัญญาณมากที่สุดโดย

$$C = \max_{\gamma_0} B \log_2 \left(1 + \frac{1}{E_{\gamma_0} \left[\frac{1}{\gamma} \right]} \right) p(\gamma \geq \gamma_0) \quad (2.22)$$

ค่ามากที่สุดของความจุช่องสัญญาณที่เกิดความผิดพลาดใน (2.22) จะมีน้อยกว่าความจุช่องสัญญาณใน (2.13) เพราะช่องสัญญาณที่แตกต่างถูกจำกัดในแต่ละค่ามากที่สุด แต่อย่างไรก็ตาม การส่งและรับมีความเกี่ยวข้องกับการดำเนินการที่ง่ายและซับซ้อนน้อยกว่าวิธี Water-filling

2.3.5 ความจุช่องสัญญาณเมื่อใช้โดเมนเวลาที่ภาครับ (Capacity with receiver diversity)

จากความหลากหลายของช่องสัญญาณที่ภาครับ เราสามารถรับรู้จากการเพิ่มคุณลักษณะในการสื่อสารไร้สายผ่านช่องสัญญาณที่มีการจางหาย ข้อดีหลักในการรับความหลากหลายนี้ ทำให้มีความไม่แน่นอนของช่องสัญญาณจางหายที่ได้มาน้อย โดยเฉพาะช่องสัญญาณแบบ AWGN ดังนั้นภาครับที่มีความหลากหลายจะได้รับผลกระทบที่มีการจางหายของช่องสัญญาณน้อยและน่าสนใจตรงที่ทำให้ความจุของช่องสัญญาณเพิ่มขึ้นได้ ลักษณะสำคัญของสูตรการหาความจุช่องสัญญาณ อาศัยการสมมติที่การรับรู้สถานะช่องสัญญาณ เช่น ตัวอย่างกรณีการรับรู้ข้อมูลทั้งภาครับและภาคส่งอย่างสมบูรณ์ใน (2.13) ซึ่งกรณีนี้มีความจุช่องสัญญาณที่มากกว่าการรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาครับเท่านั้น และในทางกลับกัน กรณีการรับรู้ช่องสัญญาณทั้งภาครับและภาคส่งดีกว่าการใช้ช่องสัญญาณแบบที่มีการปรับเปลี่ยนหรือแตกต่าง

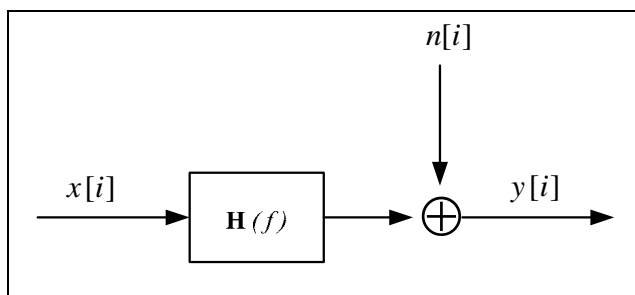
2.3.6 การเปรียบเทียบความจุช่องสัญญาณในแต่ละกรณี

ในหัวข้อนี้จะเปรียบเทียบความจุช่องสัญญาณ ซึ่งมีการรับรู้สถานะข้อมูลทั้งภาครับและภาคส่ง โดยมีความแตกต่างในแต่ละวิธี ดังนี้ (1) สมการที่ 2.4 เป็นการหาความจุช่องสัญญาณโดยการรับรู้สถานะข้อมูลเฉพาะภาครับ (2) สมการที่ 2.13 เป็นการหาความจุช่องสัญญาณโดยการรับรู้สถานะข้อมูลทั้งภาครับและภาคส่ง (3) สมการที่ 2.18 เป็นการหาความจุช่องสัญญาณแบบขาดหายมีค่าเท่ากับศูนย์ (zero-outage capacity) (4) สมการที่ 2.22 เป็นการหาความจุช่องสัญญาณแบบขาดหายมากที่สุด (maximum-outage capacity)

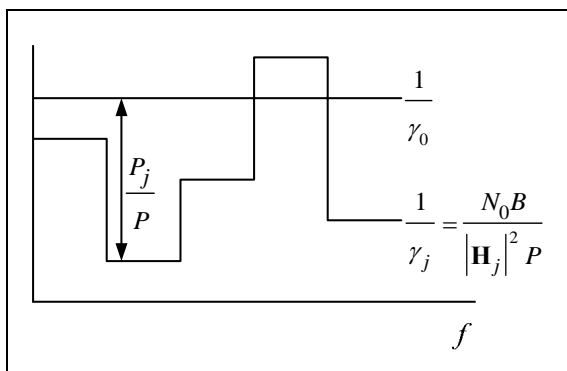
โดยจะมีการหาค่าเฉลี่ยอัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน ด้วยวิธีการจางหายของสัญญาณแบบ Log-normal มีความแตกต่างกับการใช้ช่องสัญญาณแต่ละประเภท เช่น Rayleigh fading Log-normal fading หรือ Nakagami fading ก็จะทำให้ความจุช่องสัญญาณในลักษณะที่แตกต่างกัน เช่นในกรณี Log-normal fading จะให้ความจุช่องสัญญาณที่มากที่สุด

2.4 ความจุช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเลือกความถี่ (Capacity of frequency selective fading channel)

ในหัวข้อนี้เราจะอธิบายถึงค่าความจุช่องสัญญาณของ Shannon โดยใช้ช่องสัญญาณแบบเลือกความถี่การจางหายของสัญญาณ ส่วนแรกที่พิจารณา คือความจุช่องสัญญาณที่มีเวลาคงที่และส่วนถัดไปจะพิจารณาความจุช่องสัญญาณที่มีเวลาแปรผัน



รูปที่ 2.5 ช่องสัญญาณที่มีการเลือกความถี่การจางหายเมื่อแปรผันตามเวลา



รูปที่ 2.6 แผนภาพการเลือกความถี่การจางหายด้วยวิธี Water-filling

2.4.1 ช่องสัญญาณที่มีเวลาคงที่

กล่าวถึงช่องสัญญาณแบบเวลาคงที่ ซึ่งจะมีการตอบสนองทางด้านความถี่เป็น $H(f)$ แสดงดังรูปที่ 2.5 สมมติให้กำลังส่งทั้งหมดเป็นค่าคงที่ P เมื่อช่องสัญญาณเป็นแบบเวลาคงที่ มีการรับรู้สถานะข้อมูลทั้งภาครับและภาคส่ง

การเลือกความถี่ของช่องสัญญาณจะใช้ช่องสัญญาณแบบ AWGN โดยจะให้อัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้น SNR คือ $|H_j|^2 P_j / N_0 B$ บน j ช่องสัญญาณ เมื่อ P_j คือ กำลังที่จัดสรรใน j ช่องสัญญาณ โดยจะต้องมี $\sum P_j \leq P$

ความจุช่องสัญญาณในวิธีนี้เกิดจากการรวมกันของอัตราการส่งข้อมูลในแต่ละช่องสัญญาณ ทำให้ได้กำลังสูงสุดที่ได้จากการจัดสรรเป็น

$$C = \sum_{\max P_j: \sum_j P_j \leq P} B \log_2 \left(1 + \frac{|H_j|^2 P_j}{N_0 B} \right) \quad (2.23)$$

ข้อสังเกตของสมการนี้กับความจุช่องสัญญาณมีการจัดสรรกำลังให้ดีที่สุด สำหรับช่องสัญญาณที่จางหายโดยกำลังและอัตราเร็วของข้อมูลอยู่ภายใต้ความถี่ กำลังสูงสุดที่มีการจัดสรรนี้หาได้จากทฤษฎีของลากรองจ์ (Lagrangian) ใช้กรณีการจางหายของสัญญาณ โดยนำมาใช้กับวิธี Water-filling

$$\frac{P_j}{P} = \begin{cases} \frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma_j} & \gamma_j \geq \gamma_0 \\ 0 & \gamma_j < \gamma_0 \end{cases} \quad (2.24)$$

โดย γ_0 คือความถี่ตัดผ่าน และ γ_j คืออัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน หาได้จาก $\gamma_j = |\mathbf{H}_j|^2 P / N_0 B$ ที่มี j ช่องสัญญาณ และกำลังสูงสุดที่ได้จากการจัดสรรนี้สามารถดูได้จากรูปที่ 2.6 ส่วนความถี่ตัดผ่านจะต้องเป็นไปตาม

$$\sum_j \left(\frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma_j} \right) = 1 \quad (2.25)$$

ดังนั้นความจุช่องสัญญาณจึงได้ว่า

$$C = \sum_{j: \gamma_j \geq \gamma_0} B \log_2 \left(\frac{\gamma_j}{\gamma_0} \right) \quad (2.26)$$

ความจุช่องสัญญาณจากสมการข้างต้นได้รับโดยการส่งสัญญาณที่แตกต่างกันในแต่ละอัตราเร็วและกำลังในแต่ละช่องสัญญาณ เมื่อ $\mathbf{H}(f)$ มีความต่อเนื่อง จะได้ความจุช่องสัญญาณในกรณีนี้ภายใต้กำลังคงที่ P

$$C = \max_{P(f): \int P(f) df \leq P} \log_2 \left(1 + \frac{|\mathbf{H}(f)|^2 P(f)}{N_0} \right) df \quad (2.27)$$

โดยที่ความถี่ f อยู่ภายใต้แถบความถี่ $d(f)$ ซึ่งมีกำลังที่เกิดจากการจัดสรร $P(f)$ และอัตราขยายของช่องสัญญาณ $|\mathbf{H}(f)|^2$ จากสูตรข้างต้นนี้ พิสูจน์มาจากทฤษฎีของ Kaohunen-Loeve

การจัดสรรกำลังภายใต้ความถี่ $P(f)$ มีค่ามากที่สุด หาได้โดยเทคนิคของ Lagrangian ผลของกำลังสูงสุดที่ได้จากการจัดสรรเมื่อใช้วิธี Water-filling จะได้

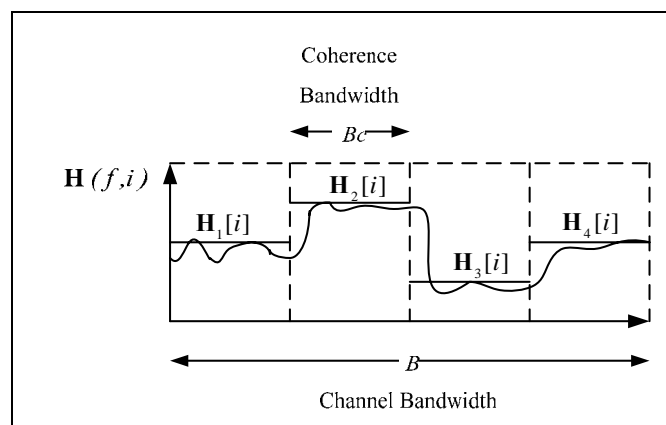
$$\frac{P(f)}{P} = \begin{cases} \frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma(f)} & \gamma(f) \geq \gamma_0 \\ 0 & \gamma(f) < \gamma_0 \end{cases} \quad (2.28)$$

โดยที่ $\gamma(f) = |\mathbf{H}(f)|^2 P / N_0 B$ แล้วจะได้ความจุของช่องสัญญาณ

$$C = \int_{f: \gamma(f) \geq \gamma_0} \log_2 \left(\frac{\gamma(f)}{\gamma_0} \right) df \quad (2.29)$$

2.4.2 ช่องสัญญาณที่แปรผันตามเวลา

ช่องสัญญาณในกรณีนี้จะแปรผันตามทั้งความถี่และเวลา ซึ่งยากที่จะหาความจุช่องสัญญาณ เมื่อเลือกความถี่การจางหาย จะได้ช่องสัญญาณนับพลาตัน $\mathbf{H}(f, i)$ เมื่อรู้สถานะช่องสัญญาณอย่างสมบูรณ์ทั้งภาครับและภาคส่ง มีผลกระทบจากสัญญาณแทรกสอดภายในตัว (ISI) รู้สถานะช่องสัญญาณทั้งภาครับและภาคส่ง การปรับให้สูงสุดจะต้องพิจารณา (a) ผลกระทบของช่องสัญญาณที่ผ่านลำดับการส่งบิต และ (b) ทำโดยให้ผลกระทบจากสัญญาณแทรกสอดภายในตัวจากบิตนี้มีผลต่อการส่งผ่านในอนาคต



รูปที่ 2.7 การแบ่งช่องสัญญาณเมื่อมีการเลือกความถี่การจางหาย

เราสามารถประมาณความจุของสัญญาณที่แปรผันตามเวลา โดยมีแถบความถี่ B และมีแถบความถี่แต่ละช่องสัญญาณมีขนาด B_c ตามรูปที่ 2.7 เมื่อเราสมมติแต่ละช่องสัญญาณมีความเป็นอิสระต่อกัน มีการแปรผันตามสัญญาณจางหายแบบราบ กำหนดให้ $\mathbf{H}(f, i) = \mathbf{H}_j(i)$ บนแต่ละช่องสัญญาณ j สมมติให้ช่องสัญญาณแต่ละช่องมีกำลังเฉลี่ย \bar{P}_j มีกำลังคงที่ทั้งหมด P_j เมื่อช่องสัญญาณเป็นอิสระต่อกันจะได้

$$C = \max_{\{\bar{P}_j\}: \sum_j \bar{P}_j \leq \bar{P}} \sum_j C_j(\bar{P}_j) \quad (2.30)$$

โดยที่ $C_j(\bar{P}_j)$ คือความจุในแต่ละช่องสัญญาณ

B_c คือแถบความถี่ในแต่ละช่องสัญญาณ

กำหนดให้ $\gamma_j[i] = |\mathbf{H}_j[i]|^2 \bar{P} / N_0 B$ เป็นอัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวนในแต่ละช่องสัญญาณ j เวลา i และมีกำลังส่งทั้งหมด \bar{P} มีกำลัง $P_j(\gamma_j)$ แปรผันตาม $\gamma_j[i]$ นำตัวแปรต่าง ๆ แทนในสมการ (2.9) จะได้

$$C = \max_{P_j(\gamma_j): \sum_j \int_0^\infty P_j(\gamma_j) p(\gamma_j) d\gamma_j \leq \bar{P}} \sum_j \int_0^\infty B_c \log_2 \left(1 + \frac{P_j(\gamma_j) \gamma_j}{\bar{P}} \right) p(\gamma_j) d\gamma_j \quad (2.31)$$

เมื่อหาลำดับสูงสุดที่ได้จากการจัดสรร $P_j(\gamma_j)$ จาก Lagrangian

$$J(P_j(\gamma_j)) = \sum_j \int_0^\infty B_c \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_j P_j(\gamma_j)}{\bar{P}} \right) p(\gamma_j) d\gamma_j - \lambda \sum_j \int_0^\infty P_j(\gamma_j) p(\gamma_j) d\gamma_j \quad (2.32)$$

จะเห็นว่า (2.32) คล้ายกับ (2.10) เมื่อทำการหาอนุพันธ์แล้วเท่ากับศูนย์จะได้

$$\frac{\partial J(P_j(\gamma_j))}{\partial P_j(\gamma_j)} = \left[\left(\frac{B_c / \ln 2}{1 + \gamma_j P_j(\gamma_j) / \bar{P}} \right) \frac{\gamma_j}{\bar{P}} - \lambda \right] p(\gamma_j) = 0 \quad (2.33)$$

ใช้วิธีการแบบ Water-filling ได้

$$\frac{P_j(\gamma_j)}{P} = \begin{cases} \frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma_j} & \gamma_j \geq \gamma_0 \\ 0 & \gamma_j < \gamma_0 \end{cases} \quad (2.34)$$

โดยที่มีความถี่ตัดผ่าน γ_0 จากกำลังสูงสุดภายใต้เวลาและความถี่มีค่าคงที่ได้

$$\sum_j \int_0^\infty p(\gamma_j) d\gamma_j = \bar{P} \quad (2.35)$$

นำ (2.35) แทนลงใน (2.34) จะได้

$$\sum_j \int_0^\infty \left(\frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma_j} \right) p(\gamma_j) d\gamma_j = 1 \quad (2.36)$$

แล้วแทน (2.34) ลงใน (2.31) จะได้

$$C = \sum_j \int_0^\infty B_c \log_2 \left(\frac{\gamma_j}{\gamma_0} \right) p(\gamma_j) d\gamma_j \quad (2.37)$$

2.5 สรุป

เนื้อหาบทนี้อธิบายถึงความจุช่องสัญญาณระบบการสื่อสารไร้สาย โดยใช้วิธีการหาความจุช่องสัญญาณที่แตกต่างกัน เช่น ช่องสัญญาณแบบ AWGN ช่องสัญญาณที่มีการจางหาย หรือช่องสัญญาณที่มีการเลือกความถี่การจางหาย เป็นต้น และกล่าวถึงทฤษฎีความจุช่องสัญญาณ มีการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระบบดังกล่าวด้วยค่าความจุช่องสัญญาณ ซึ่งระบบมีการรับรู้ข้อมูล ทำให้สามารถจัดสรรกำลังส่งสัญญาณเพื่อให้ได้ความจุช่องสัญญาณสูงที่สุด รวมถึงได้ศึกษาช่องสัญญาณที่มีเวลาคงที่และแปรผันตามเวลา โดยการศึกษากล่าวถึงทฤษฎีความจุช่องสัญญาณเหล่านี้สำคัญในการสร้างการจำลองแบบเพื่อนำไปใช้พิจารณาความจุช่องสัญญาณ

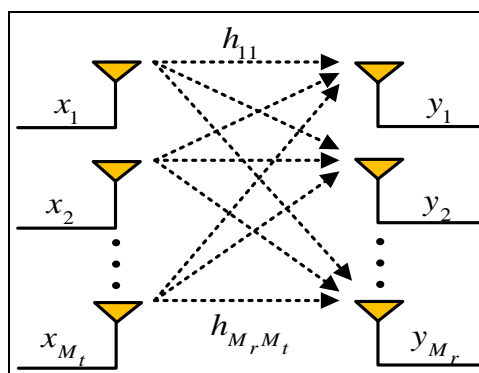
บทที่ 3

ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโมที่ใช้การประมวลผลโดเมนแถวลำดับ

3.1 กล่าวนำ

ในบทนี้กล่าวถึงทฤษฎีความจุช่องสัญญาณ โดยพิจารณาระบบที่มีสายอากาศส่งและรับมากกว่า 1 ต้น ซึ่งเป็นระบบที่เรียกโดยทั่วไปว่าระบบโมโม (MIMO) การที่มีจำนวนสายอากาศมากกว่า 1 ต้น จะสามารถให้อัตราการส่งข้อมูลที่เพิ่มขึ้น โดยการมัลติเพลกซ์ (Multiplexing) หรือพัฒนาคุณลักษณะด้วยไคเวอร์ซิตี (Diversity) ในระบบนี้สายอากาศส่งและรับช่วยในการเพิ่มอัตราขยายไคเวอร์ซิตี การมัลติเพลกซ์จะส่งเสริมในด้าน โครงสร้างของอัตราขยายของช่องสัญญาณ ซึ่งจะมีความเป็นอิสระในแต่ละทิศทางทางการเดินทางของคลื่น โดยมีผู้ที่เริ่มใช้ระบบนี้ได้แก่ Winters, Foschini, Gans, and Telater (1995) ซึ่งในระบบนี้เราจะตรวจสอบความแตกต่างการใช้สายอากาศหลาย ๆ ต้นเพื่อหาคุณลักษณะที่ดีของระบบ โดยพิจารณาช่องสัญญาณที่เกิดในหลาย ๆ แบบ

ก่อนเข้าสู่เนื้อหาของบทนี้ ขอทำความเข้าใจเรื่องการประมวลผลโดเมนแถวลำดับว่าเป็นการประมวลผลตามวิธีปกติของระบบโมโม ซึ่งไม่ต้องเขียนบอกว่าเป็นการประมวลผลโดเมนแถวลำดับก็จะให้ความหมายที่เข้าใจตรงกันว่าเป็นการพิจารณาแถวลำดับไม่ใช่เชิงมุม ดังนั้นเพื่อให้อะกาศรัด การอ้างอิงในบทนี้จึงไม่ใช่คำว่าประมวลผลโดเมนแถวลำดับต่อท้ายระบบโมโม



รูปที่ 3.1 การรับส่งข้อมูลในระบบโมโม

3.2 ระบบโมโม่ที่เป็นแถบความถี่แคบ (Narrowband MIMO Model)

ในหัวข้อนี้จะพิจารณาช่องสัญญาณระบบโมโม่ที่เป็นแถบแคบ ใช้กับการสื่อสารจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง โดยให้ M_t คือจำนวนสายอากาศส่ง และ M_r คือจำนวนสายอากาศรับ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.1 ระบบนี้สามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{M_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1M_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_r,1} & \cdots & h_{M_r,M_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{M_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_{M_r} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

หรือทั่วไปเขียนเป็น $y = \mathbf{H}x + n$ เมื่อ n คือเวกเตอร์สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นที่ภากรับ ส่วน \mathbf{H} คือเมทริกซ์ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นในแต่ละองค์ประกอบ สมมติให้ช่องสัญญาณมีแถบความถี่ B และสัญญาณรบกวนแบบเกาส์มีค่าเฉลี่ยศูนย์ สัมพันธ์กับเมทริกซ์ $\sigma^2 I_{M_r}$ โดย $\sigma^2 \square E[n_i^2] = N_0/2$ และมีกำลังคงที่ P โดยสมมติให้กำลังสัญญาณรบกวน σ^2 และ $P/\sigma^2 = \rho$ คืออัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน จะต้องเป็นไปตาม

$$\sum_{i=1}^{M_t} E[x_i x_i^*] = \rho \quad (3.2)$$

* แสดงถึงการส่งยุคเชิงซ้อน

3.3 การแยกช่องสัญญาณแบบขนานในระบบโมโม่

(Parallel decomposition of MIMO channel)

เมื่อมีจำนวนสายอากาศส่งและสายอากาศรับมากกว่า 1 ต้น การทำงานในลักษณะนี้เรียกว่า การมัลติเพล็กซ์อัตราขยาย เราสามารถแยกช่องสัญญาณได้เป็นค่าคงที่ แทนด้วย R โดยจะมีความเป็นอิสระของข้อมูลและช่องสัญญาณ ซึ่งเมื่อเราใช้สายอากาศส่งและรับมากกว่า 1 ต้นแล้วจะให้อัตราเร็วของข้อมูลที่เพิ่มขึ้น โดยพิจารณาในระบบโมโม่ที่มี \mathbf{H} คือ ช่องสัญญาณ M_t คือจำนวนสายอากาศส่ง M_r คือจำนวนสายอากาศรับ $R_{\mathbf{H}}$ คือลำดับชั้นของช่องสัญญาณ กล่าวได้ว่าลำดับชั้นของช่องสัญญาณจะมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าน้อยที่สุดของจำนวนสายอากาศส่งและสายอากาศรับ ($R_{\mathbf{H}} \leq \min(M_t, M_r)$)

เราสามารถแยกช่องสัญญาณ \mathbf{H} โดยการวิเคราะห์ค่าเฉพาะตัวจาก

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H \quad (3.3)$$

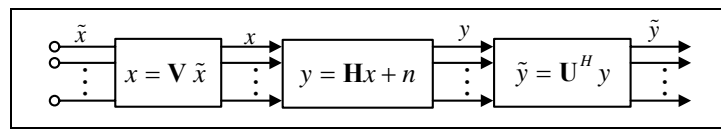
โดยที่ \mathbf{U} คือเมทริกซ์ยูนิแทรีขนาด $M_t \times M_t$

\mathbf{V} คือเมทริกซ์ยูนิแทรีขนาด $M_r \times M_r$

Σ คือเมทริกซ์เฉียง (Diagonal Matrix) ที่สมาชิกไม่มีค่าติดลบขนาด $M_r \times M_t$

H คือการทรานสโพสคอนจูเกต

จากสมการ (3.3) เป็นวิธีการของเอสวีดี (Singular Value Decomposition : SVD) เช่นเมื่อมี $\text{diag}(\mathbf{A})$ เป็นเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยค่าในแกนทแยงมุมของเมทริกซ์ \mathbf{A} นี้และค่า $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ คือค่าไอเกน (Eigen values) จะได้ว่า $\Sigma = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m, 0, \dots, 0)$

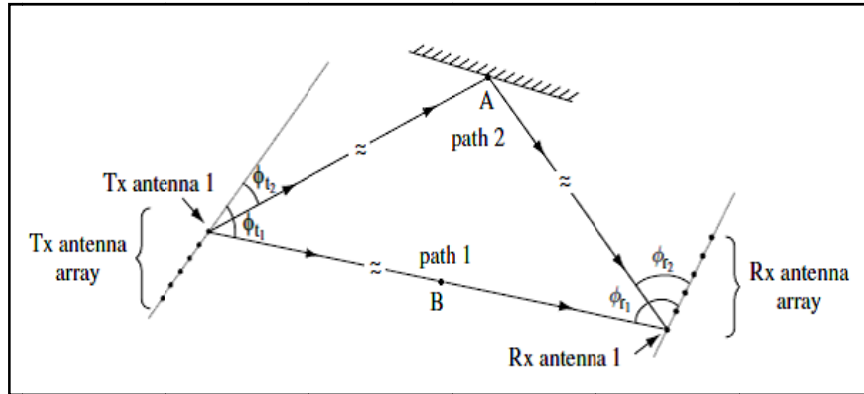


รูปที่ 3.2 การเข้ารหัสที่ภาคส่งและและสัญญาณที่รับได้

จากรูปที่ 3.2 สามารถพิจารณาได้ว่า

$$\begin{aligned} \tilde{y} &= \mathbf{U}^H (\mathbf{H}x + n) \\ &= \mathbf{U}^H (\mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H x + n) \\ &= \mathbf{U}^H (\mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H \mathbf{V}\tilde{x} + n) \\ &= \mathbf{U}^H \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H \mathbf{V}\tilde{x} + \mathbf{U}^H n \\ \tilde{y} &= \Sigma\tilde{x} + \tilde{n} \end{aligned} \quad (3.4)$$

ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้เรียกว่า การประมวลผลช่องสัญญาณโดเมนแถวลำดับในระบบไมโม (Array domain processing)



รูปที่ 3.3 แสดงการเดินทางของคลื่นในแต่ละทิศทางของระบบไมโม

จากรูปที่ 3.3 แสดงการเดินทางของคลื่นในแต่ละทิศทาง เมื่อมีการรับรู้สถานะช่องสัญญาณ โดยมีอัตราการลดทอนที่เกิดขึ้นในแต่ละทิศทาง แทนด้วย a_i มุมส่ง แทนด้วย ϕ_{ti} ($\Omega_{ti} = \cos \phi_{ti}$) และมุมรับ แทนด้วย ϕ_{ri} ($\Omega_{ri} = \cos \phi_{ri}$) ดังนั้นช่องสัญญาณ หาได้จาก

$$\mathbf{H} = \sum_i a_i^b \mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) \mathbf{e}_t(\Omega_{ti})^H \quad (3.5)$$

โดย $a_i^b = a_i \sqrt{M_t M_r} \exp\left(\frac{-j2\pi d_i}{\lambda_c}\right)$ (3.6)

$$\mathbf{e}_t(\Omega_{ti}) = \frac{1}{M_t} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp[-j(2\pi\Delta_t\Omega_{ti})] \\ \vdots \\ \exp[-j(M_t - 1)(2\pi\Delta_t\Omega_{ti})] \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) = \frac{1}{M_r} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp[-j(2\pi\Delta_r\Omega_{ri})] \\ \vdots \\ \exp[-j(M_r - 1)(2\pi\Delta_r\Omega_{ri})] \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

- โดยที่ d_i คือระยะทางระหว่างภาคส่ง ๆ ไปยังภาครับในแต่ละทิศการเดินทางของคลื่น
 $e_t(\Omega_i)$ คือเวกเตอร์ใช้แทนการกระจายตัวในทิศทาง Ω_i
 $e_r(\Omega_i)$ คือเวกเตอร์ใช้แทนการกระจายตัวในทิศทาง Ω_i
 λ_c คือความยาวคลื่นของความถี่กลาง
 Δ_t คือระยะห่างระหว่างสายอากาศมีการนอล์แมลโลสซ์ที่ภาคส่ง
 Δ_r คือระยะห่างระหว่างสายอากาศมีการนอล์แมลโลสซ์ที่ภาครับ

3.4 ความจุช่องสัญญาณในระบบ MIMO (MIMO channel capacity)

หัวข้อนี้เสนอความจุช่องสัญญาณโดยทฤษฎีของ Shannon ซึ่งจะให้อัตราการส่งข้อมูลสูงสุด ภายใต้ช่องสัญญาณที่มีความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดน้อย ความจุช่องสัญญาณเทียบกับปริมาณที่สูญเสียอธิบายโดยอัตราเร็วการส่งข้อมูล ได้จากการส่งผ่านช่องสัญญาณซึ่งมีความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดไม่เป็นศูนย์ ความจุช่องสัญญาณอยู่ภายใต้การรับรู้สถานะช่องสัญญาณ รวมถึงอัตราขยายช่องสัญญาณทั้งภาคส่งและภาครับ ในส่วนแรกจะอธิบายถึงความจุช่องสัญญาณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงภายใต้ความแตกต่างในการสมมติช่องสัญญาณที่รับรู้ได้

3.4.1 ช่องสัญญาณไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Static channel)

ความจุช่องสัญญาณในระบบ MIMO สามารถกระจายได้จากสูตรของช่องสัญญาณในระบบที่มีสายอากาศส่งและรับภาคละ 1 ต้น จากสมการ (2.3) โดยกำหนดให้มีการรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาครับ ช่องสัญญาณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงนี้สามารถรับได้ที่ระยะไกล ๆ ภายใต้การสมมติความจุช่องสัญญาณในเทอมของข้อมูลร่วมกันระหว่างช่องสัญญาณที่ส่งจากภาคส่งไปยังภาครับ ขณะที่

$$C = \max_{p(x)} I(X; Y) = \max_{p(x)} [\mathbf{H}(Y) - \mathbf{H}(Y|X)] \quad (3.9)$$

สำหรับ $\mathbf{H}(Y)$ และ $\mathbf{H}(Y|X)$ อยู่ภายใต้ y โดยที่ $\mathbf{H}(Y|X) = \mathbf{H}(n)$ เป็นสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นโดยสัญญาณรบกวน n มีความเป็นอิสระจากอินพุตที่ส่งเข้ามา

กำหนดความสัมพันธ์ของเมตริกซ์ R_x อยู่บนอินพุตเวกเตอร์ x และ R_y อยู่บนเอาต์พุตเวกเตอร์ y จะได้

$$R_y = E[yy^H] = \mathbf{H}R_x\mathbf{H}^H + \mathbf{I}_{M_r} \quad (3.10)$$

$$\text{เมื่อ } I(X;Y) = B \log_2 \det[\mathbf{I}_{M_r} + \mathbf{H}\mathbf{R}_x\mathbf{H}^H] \quad (3.11)$$

ดังนั้นความจุช่องสัญญาณหาได้จาก การแทน (3.11) ลงใน (3.9) จะได้

$$C = \max_{\mathbf{R}_x: T_r(\mathbf{R}_x) = \rho} B \log_2 \det[\mathbf{I}_{M_r} + \mathbf{H}\mathbf{R}_x\mathbf{H}^H] \quad (3.12)$$

โดย $T_r(\mathbf{R}_x)$ มีค่าเท่ากับอัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน

1. การรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่งโดยวิธีวอเตอร์ฟิวลิ่ง (Channel known at transmitter : Water filling)

เมื่อไม่มีการเปลี่ยนแปลงลงช่องสัญญาณ มีการรับรู้สถานะของช่องสัญญาณทั้งภาครับและภาคส่ง โดยเฉพาะความจุช่องสัญญาณมีค่าเท่ากับการรวมกันในแต่ละช่องสัญญาณแทน (3.3) ลงใน (3.12) จะได้ว่า

$$C = \max_{\rho: \sum_i \rho_i \leq \rho} \sum_{i=1}^{R_H} B \log_2 (1 + \sigma_i^2 \rho_i) \quad (3.13)$$

โดย R_H คือจำนวนค่าเฉพาะตัวที่ไม่ใช่ศูนย์ และในสมการ (3.13) แสดงให้เห็นในเทอมของการจัดสรร P_i ในแต่ละช่องสัญญาณ จะได้

$$C = \max_{P_i: \sum_i P_i \leq P} \sum_{i=1}^{R_H} B \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_i^2 P_i}{\sigma^2}\right) = \max_{P_i: \sum_i P_i \leq P} \sum_{i=1}^{R_H} B \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_i^2 \gamma_i}{P}\right) \quad (3.14)$$

เมื่อ $\gamma_i = \sigma_i^2 P / \sigma^2$ คืออัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในแต่ละช่องสัญญาณ แสดงให้เห็นว่า เมื่อ γ_i มีค่าสูงๆ ความจุช่องสัญญาณที่รับได้ก็จะสูงตามไปด้วย ความจุช่องสัญญาณใน (3.14) คล้ายกับกรณีของสัญญาณรบกวนเรียบใน (2.9) หรือกรณีที่เลือกความถี่การจางหาย (2.23) เมื่อใช้การจัดสรรด้วยวิธีการวอเตอร์ฟิวลิ่งจะได้

$$\frac{P_i}{P} = \begin{cases} \frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma_i} & \gamma_i \geq \gamma_0 \\ 0 & \gamma_i < \gamma_0 \end{cases} \quad (3.15)$$

และความจุช่องสัญญาณ

$$C = \sum_{i=\gamma_i \geq \gamma_0} B \log_2 \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_0} \right) \quad (3.16)$$

2. การไม่รู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่ง : การจัดสรรกำลังที่สม่ำเสมอ (Channel unknown at transmitter : uniform power allocation)

เมื่อรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาครับแต่ไม่รู้ที่ภาคส่ง ข้อมูลที่ภาคส่งไม่สามารถจัดสรรข้อมูลได้ โดยให้ความสัมพันธ์เป็นเมตริกซ์ $R_x(\rho/M_t)I_{M_t}$ ภายใต้การสมมติให้สัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าไปมีค่ามากที่สุด จะได้ข้อมูลร่วมกัน คือ

$$I(X;Y) = B \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_r} + \frac{\rho}{M_t} \mathbf{H}\mathbf{H}^H \right] \quad (3.17)$$

เมื่อใช้ SVD เทคนิคในโปรแกรมเมทแพลหาช่องสัญญาณ \mathbf{H} แล้วจะได้ข้อมูลเป็น

$$I(X;Y) = \sum_{i=1}^{R_H} B \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_i}{M_t} \right) \quad (3.18)$$

โดยที่ $\gamma_i = \sigma_i^2 \rho = \sigma_i^2 P / \sigma^2$ ข้อมูลที่ใช้ร่วมกันของระบบไมโมใน (3.18) อยู่ภายใต้เมตริกซ์ช่องสัญญาณ \mathbf{H} ซึ่งในทางปฏิบัติจะได้ค่าเฉพาะตัว σ^2 ในช่องสัญญาณแบบราบ ภาคส่งสามารถส่งด้วยอัตราเร็วที่เท่ากับค่าเฉลี่ยข้อมูลที่ใช้ร่วมกันและมีความถูกต้องด้วย แต่ช่องสัญญาณคงที่ ภาคส่งไม่สามารถรับรู้สถานะช่องสัญญาณ และไม่รู้อัตราการส่งข้อมูล ทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่ไม่สามารถรับได้ P_{out} ต้องมีความสัมพันธ์กับอัตราเร็วการส่งผ่าน R โดยข้อมูลที่ใช้ร่วมกันต้องมีค่าน้อยกว่า R จะได้ว่า

$$P_{out} = p(\mathbf{H} : B \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_r} + \frac{\rho}{M_t} \mathbf{H}\mathbf{H}^H \right] < R) \quad (3.19)$$

เราสามารถหาการกระจายค่าราคาของสมการที่มีลักษณะเฉพาะของ $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ การกระจายค่านี้จะใช้วิธีการของ SVD จากเหตุผลที่ว่าจำนวนสายอากาศที่เพิ่มขึ้นทั้งภาครับและภาคส่งมีผลทำให้ความจุช่องสัญญาณเพิ่มขึ้นตามไปด้วยเป็นแบบจำนวนเชิงเส้น

3.4.2 ช่องสัญญาณที่มีการจางหาย (Fading channel)

หัวข้อนี้สมมติให้อัตราขยายของช่องสัญญาณได้จากช่องสัญญาณราบเรียบแทนด้วย \mathbf{H}_{ij} ในกรณีที่ช่องสัญญาณเป็นแบบคงที่ ความจุช่องสัญญาณจะขึ้นอยู่กับความรู้สถานะช่องสัญญาณทั้งภาครับและภาคส่ง ซึ่งมีความสมบูรณ์แบบมากจึงได้ความจุช่องสัญญาณเท่ากับค่าเฉลี่ยช่องสัญญาณภายใต้การจัดสรรกำลังสูงสุด

1. การรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่งโดยวิธีวอเตอร์ฟิวลิงค์ (Channel known at transmitter : water filling)

การรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่งจะมีการส่งผ่านในแต่ละช่องสัญญาณโดยค่ากำลังสูงสุด และค่าเฉลี่ยความจุช่องสัญญาณนี้เรียกว่า ความจุช่องสัญญาณ แบบเออร์กอร์ดิก มีค่าเฉลี่ยกำลังคงที่ในแต่ละพอร์ตแทนด้วย \bar{P} ดังนั้นจะได้ความจุช่องสัญญาณ

$$\begin{aligned} C &= E_{\mathbf{H}} \left[\max_{R_x, T_r (R_x) = \rho} B \log_2 \det[\mathbf{I}_{M_r} + \mathbf{H}\mathbf{R}_x\mathbf{H}^H] \right] \\ &= E_{\mathbf{H}} \left[\max_{P_i: \sum_i P_i \leq P} \sum_i B \log_2 \left(1 + \frac{P_i \gamma_i}{P} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

โดย $\gamma_i = \sigma_i^2 \bar{P} / \sigma^2$

2. เมื่อไม่รู้ช่องสัญญาณที่ภาคส่ง : ความจุช่องสัญญาณแบบเออร์กอร์ดิกและความจุช่องสัญญาณแบบขาดหาย (Channel unknown at transmitter : Ergodic capacity and capacity with outage)

พิจารณาเวลาแปรผันตามช่องสัญญาณ โดยมีการสุ่มใช้ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้น มีการรับรู้สถานะข้อมูลที่ภาครับแต่ไม่รู้ที่ภาคส่ง หาความจุช่องสัญญาณได้จาก

$$C = \max_{R_x, T_r (R_x) = \rho} E_{\mathbf{H}} [B \log_2 \det[\mathbf{I}_{M_r} + \mathbf{H}\mathbf{R}_x\mathbf{H}^H]] \quad (3.21)$$

โดยความจุช่องสัญญาณจะเพิ่มขึ้นตามจำนวนสายอากาศที่มีค่าน้อยสุดของภาคส่งหรือภาครับ

$$M = \min(M_t, M_r)$$

3. เมื่อไม่รู้ช่องสัญญาณที่ภาคส่งหรือภาครับ (No CSI at transmitter or receiver)

ความจุช่องสัญญาณจะเพิ่มขึ้นเป็นจำนวนเชิงเส้นเช่นเดียวกับเมื่อรับรู้สถานะช่องสัญญาณ แต่จะให้ความจุช่องสัญญาณที่น้อยกว่า แต่อย่างไรก็ตามความจุช่องสัญญาณจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับช่องสัญญาณที่เปลี่ยนไป ซึ่งการหาช่องสัญญาณในแต่ละวิธีจะมีวิธีการที่แตกต่างกันออกไป

3.4.3 ความจุช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนแวลลำดับ

เมื่อไม่มีการรับรู้สถานะข้อมูลที่ภาคส่ง ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโมที่ใช้การประมวลผลโดเมนแวลลำดับ แสดงได้ดังนี้

$$C = \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_r} + \frac{P_t}{P_n M_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right] \quad (3.22)$$

โดยที่ (3.22) มีหน่วยเป็นบิตต่อวินาทีต่อเฮิรตซ์ เมื่อ \mathbf{I}_{M_r} คือเมทริกซ์เอกลักษณ์ ขนาด $M_r \times M_r$, \mathbf{H} คือช่องสัญญาณ ขนาด $M_r \times M_t$, \mathbf{H}^H คือการทรานสโพสคอนจูเกตของเมทริกซ์ช่องสัญญาณ และ P_t/P_n คืออัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน

3.5 สรุป

สำหรับเนื้อในบทนี้ได้อธิบายถึงช่องสัญญาณระบบโมโมที่เป็นแถบแคบ โดยใช้เทคนิคการประมวลผลโดเมนแวลลำดับ เทคนิคการประมวลผลโดเมนแวลลำดับเป็นเทคนิคขั้นพื้นฐานสำหรับการหาความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม เพื่อให้ได้ความจุช่องสัญญาณที่มากกว่าเดิม วิทยานิพนธ์นี้ได้มีการเปรียบเทียบการประมวลผลโดเมนเชิงมุมกับการประมวลผลโดเมนแวลลำดับ โดยเนื้อหาบทต่อไปจะเสนอเทคนิคการประมวลผลโดเมนเชิงมุมรวมถึงการประยุกต์ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติ โดยนำบทเลออร์ เมทริกซ์มาประยุกต์ใช้กับการประมวลผลโดเมนเชิงมุม

บทที่ 4

ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม่ที่ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุม

4.1 กล่าวนำ

ในบทนี้กล่าวถึงทฤษฎีความจุช่องสัญญาณที่ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุม รวมถึงการนำบทเลอว์ เมทริกซ์มาประยุกต์ใช้กับการประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติ เพื่อความสะดวกในการสร้าง รวมถึงประหยัดค่าใช้จ่าย และหัวข้อสุดท้ายกล่าวถึงการเปรียบเทียบระหว่างการประมวลผลโดเมนเชิงมุมและการประมวลผลโดเมนแถวลำดับ

4.2 ความจุช่องสัญญาณการประมวลผลโดเมนเชิงมุม

จากการส่งและรับข้อมูลในรูปที่ 3.3 แสดงให้เห็นว่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นมุมที่ส่งออกไปหรือมุมที่รับเข้ามาเกิดจากองค์ประกอบของมุมทั้งสิ้น โดยสัญญาณที่รับเข้ามาจากมุม Ω_r ที่ภาครับ และแทนเวกเตอร์หนึ่งหน่วยได้เป็น $\mathbf{e}_r(\Omega_r)$ จากสมการ (3.8) ดังนั้นจะได้เวกเตอร์มูลฐานที่ภาครับ

$$\xi_r = \left\{ \mathbf{e}_r(0), \mathbf{e}_r\left(\frac{1}{L_r}\right), \dots, \mathbf{e}_r\left(\frac{M_r - 1}{L_r}\right) \right\} \quad (4.1)$$

ในทำนองเดียวกันการประมวลผลโดเมนเชิงมุมจะมีสัญญาณที่ส่งออกไปที่ภาคส่ง และมีเวกเตอร์หนึ่งหน่วยเป็น $\mathbf{e}_t(\Omega_t)$ หาได้จากสมการ (3.7) ดังนั้นจะได้เวกเตอร์มูลฐานที่ภาคส่ง

$$\xi_t = \left\{ \mathbf{e}_t(0), \mathbf{e}_t\left(\frac{1}{L_t}\right), \dots, \mathbf{e}_t\left(\frac{M_t - 1}{L_t}\right) \right\} \quad (4.2)$$

โดยที่ $L_t = M_t \Delta_t$ และ $L_r = M_r \Delta_r$ คือการนอร์มัลไลซ์ระยะห่างระหว่างสายอากาศที่ภาคส่งและภาครับ ส่วน Δ_t และ Δ_r คือระยะห่างระหว่างสายอากาศที่ภาคส่งและภาครับ

กำหนดให้ U_t และ U_r เป็นเมทริกซ์ยูนิแทรี จะมีจำนวนคอลัมน์เป็นไปตามเวกเตอร์มูลฐานตามสมการ (4.1) และ (4.2) จะได้สมการ (4.3) และ สมการ (4.4) ตามลำดับ

$$U_t = \frac{1}{\sqrt{M_t}} \exp\left(\frac{-j2\pi kl}{M_t}\right) \quad k, l = 0, 1, \dots, M_t - 1 \quad (4.3)$$

$$U_r = \frac{1}{\sqrt{M_r}} \exp\left(\frac{-j2\pi kl}{M_r}\right) \quad k, l = 0, 1, \dots, M_r - 1 \quad (4.4)$$

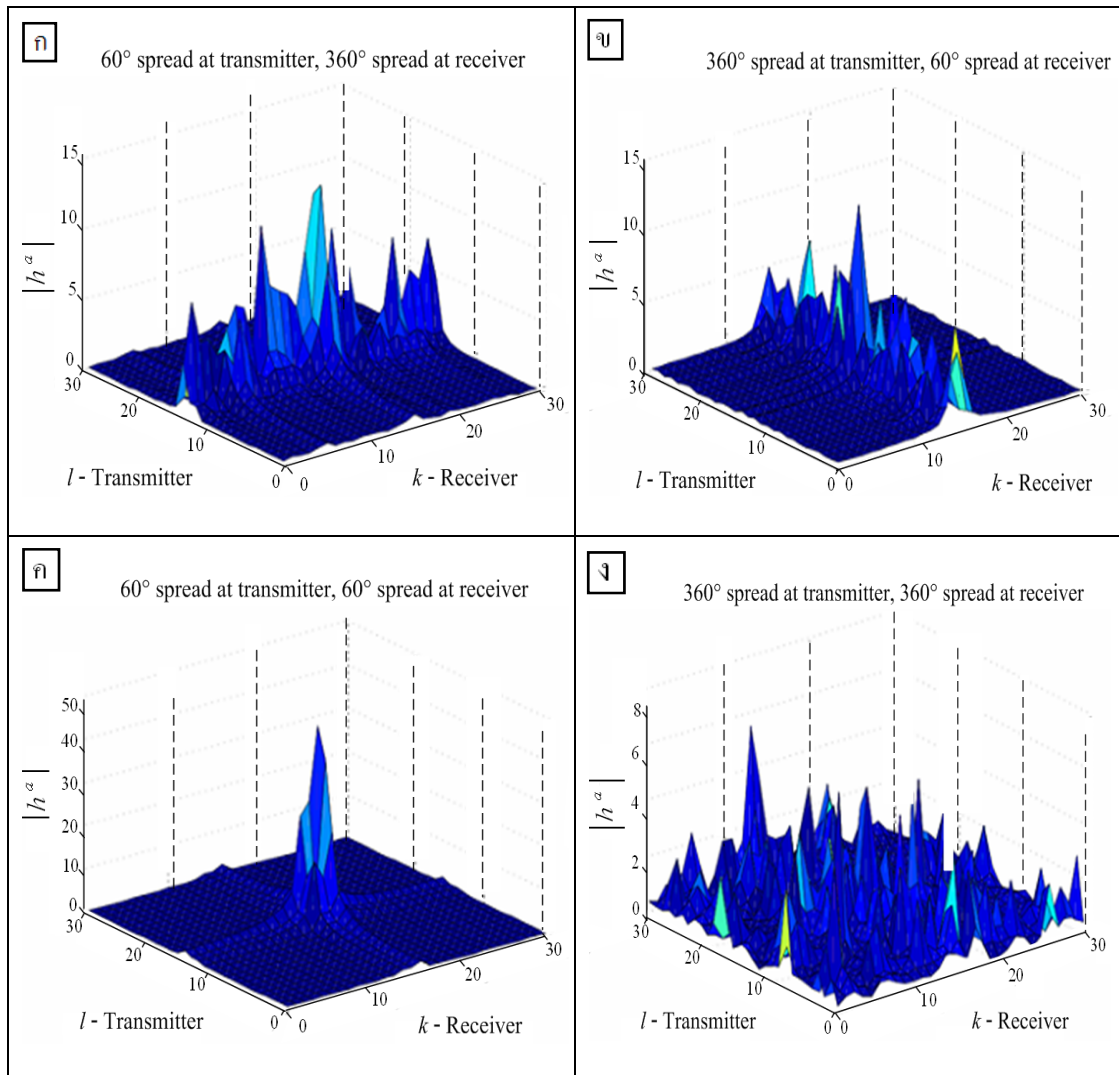
เมื่อแปลงช่องสัญญาณ โดเมนแถวลำดับให้เป็นโดเมนเชิงมุมสามารถทำได้โดยนำเมทริกซ์ยูนิแทรีของภาครับมาทำการทรานสโพสและคอนจูเกตแล้วคูณด้วยช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนเชิงมุมสุดท้ายคูณด้วยเมทริกซ์ยูนิแทรีของภาควัดแล้วจะได้ ช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนเชิงมุมใน (4.5)

$$\mathbf{H}^a = \mathbf{U}_r^H \mathbf{H} \mathbf{U}_t \quad (4.5)$$

ดังนั้นจากสมการความจุช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนแถวลำดับสามารถแปลงเป็นความจุช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนเชิงมุมได้ โดยเปลี่ยนช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนแถวลำดับให้เป็นโดเมนเชิงมุมในสมการ (4.5) จะได้ความจุช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนเชิงมุมดังสมการ (4.6)

$$C = \log_2 \det\left[\mathbf{I}_{M_r} + \frac{P_t}{P_n M_t} \mathbf{H}^a \mathbf{H}^{aH}\right] \quad (4.6)$$

เมื่อ \mathbf{H}^a คือเมทริกซ์ช่องสัญญาณที่ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุม ขนาด $M_r \times M_t$

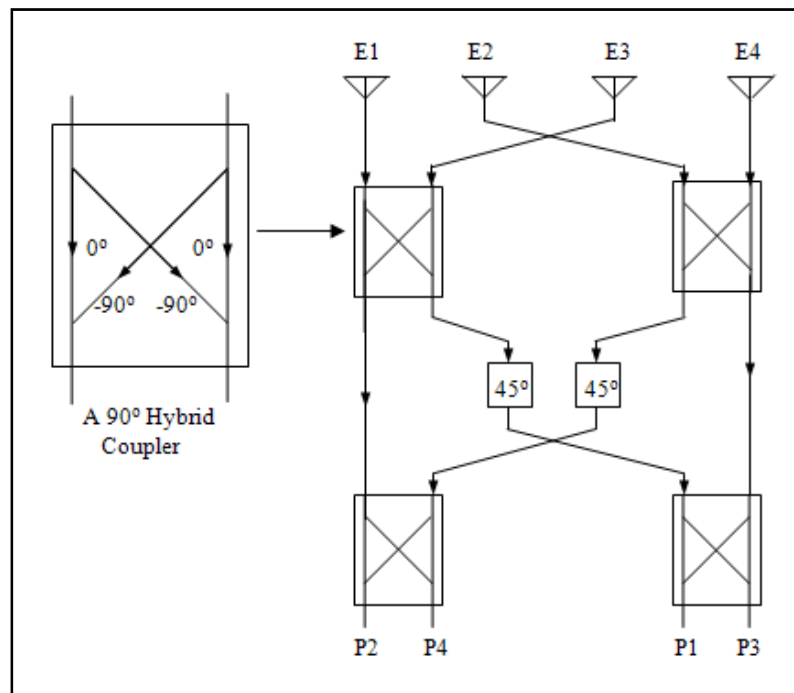


รูปที่ 4.1 ตัวอย่างช่องสัญญาณจากการประมวลผลโดเมนเชิงมุม เมื่อมุมที่ส่งออกไปและรับเข้ามา ขนาดที่ต่างกัน

จากรูปที่ 4.1 เป็นการแสดงการจำลองแบบจากโปรแกรมแมทแล็บ เพื่อพิสูจน์ช่องสัญญาณ ให้เป็นไปตามการอ้างอิง Tse, D., and Viswanath, P. (2005) โดยใช้สมการ (3.5) พิจารณาการส่ง และรับ 4 กรณี ได้แก่ ก) มุมส่ง 60 องศา มุมรับ 360 องศา ข) มุมส่ง 360 องศา มุมรับ 60 องศา ค) มุมส่ง 60 องศา มุมรับ 60 องศา ง) มุมส่ง 360 องศา มุมรับ 360 องศา ทั้ง 4 กรณีนี้ใช้ในการหา ช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนแกลวลาคับ จากนั้นนำสมการ(3.5) (4.3) และ (4.4) มาแปลงเป็นช่องสัญญาณที่เป็นโดเมนเชิงมุม H^a ใน (4.5) และนำสมการ (4.5) คิดเฉพาะขนาดแล้ว นำขนาดที่ได้พล็อตให้เห็นความแตกต่างของการส่งและรับในแต่ละกรณี

4.3 การประยุกต์ใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์กับการประมวลผลโดเมนเชิงมุม

4.3.1 โครงข่ายก่อรูปลำคลื่นแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์

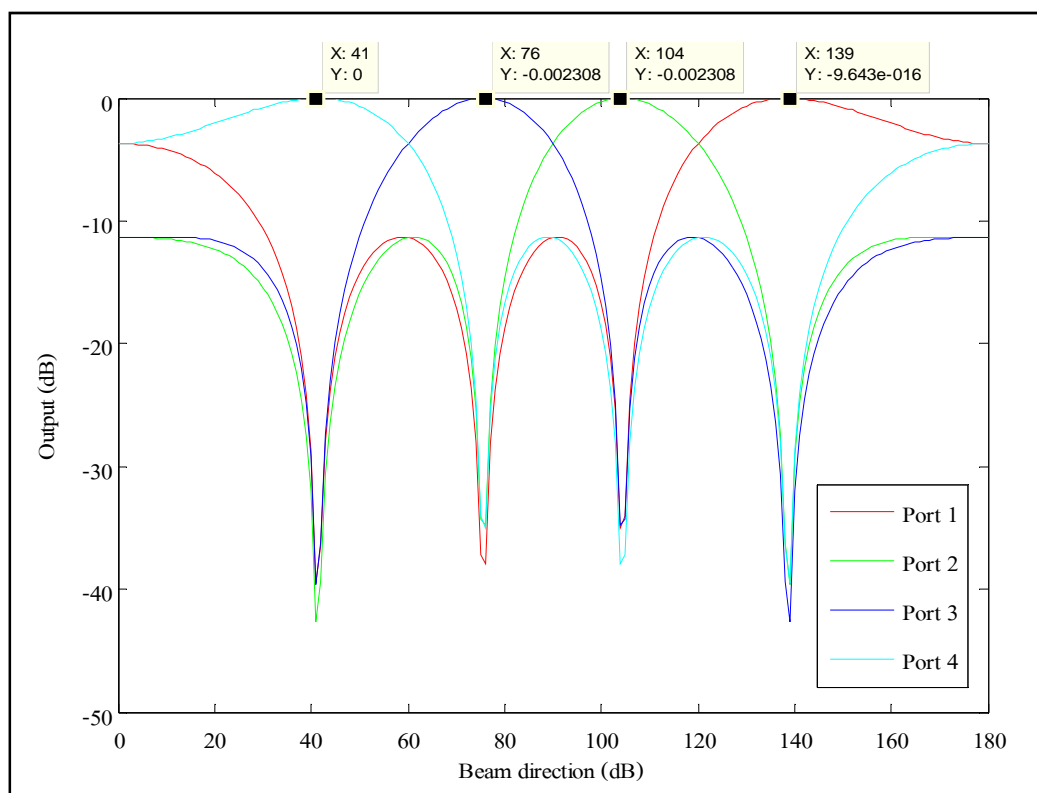


รูปที่ 4.2 โครงข่ายก่อรูปลำคลื่นแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์

จากรูปที่ 4.2 แสดงถึงเมทริกซ์ 4×4 อย่างง่าย ๆ ในการก่อรูปลำคลื่น ประกอบไปด้วยตัวไขว้สัญญาณ 2 ตัว ตัวคัปเปอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศา 4 ตัว และสายอากาศโมโนโพลอีก 4 ต้น สามารถแสดงเป็นตารางของโครงข่ายก่อรูปลำคลื่นบัทเลอร์ เมทริกซ์ได้ดังตารางที่ 4.1 โดยแสดงถึงเฟสของสายอากาศแต่ละต้น ทิศทางของลำคลื่นและเฟสที่มาจากบัทเลอร์ เมทริกซ์ เช่น สายอากาศต้นที่ 1 จะมีค่าเฟส 45° 0° 135° 90° จากพอร์ตที่ 1 2 3 และ 4 ตามลำดับ จะมีค่าทิศทางของลำคลื่นเป็น 138.6° 104.5° 75.5° 41.4° จากพอร์ตที่ 1 2 3 และ 4 ตามลำดับ และมีเฟสที่มาจากแต่ละต้นเป็น 135° 45° 45° 135° จากพอร์ตที่ 1 2 3 และ 4 ตามลำดับเช่นกัน

ตารางที่ 4.1 แสดงเฟสของสายอากาศ ทิศทางของลำคลื่น และเฟสที่มาจากบัทเลอร์ เมทริกซ์
 ในรูปที่ 4.2 ตามทฤษฎี

θ_{kl}	E1 ($l=1$)	E2 ($l=2$)	E3 ($l=3$)	E4 ($l=4$)	Beam Direction	Inter-Element Phasing
Port 1 ($k=1$)	-45°	-180°	45°	-90°	138.6°	-135°
Port 2 ($k=2$)	0°	-45°	-90°	-135°	104.5°	-45°
Port 3 ($k=3$)	-135°	-90°	-45°	0°	75.5°	45°
Port 4 ($k=4$)	-90°	45°	-180°	-45°	41.4°	135°



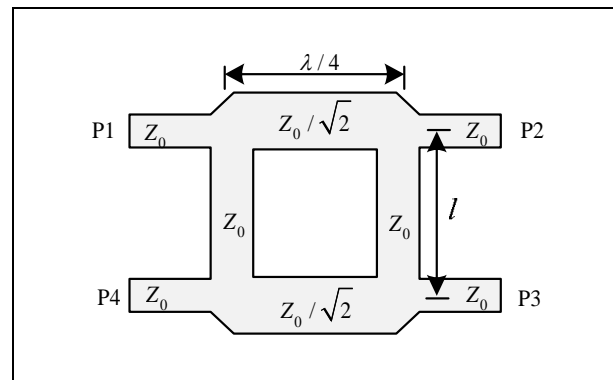
รูปที่ 4.3 แบบรูปการแผ่พลังงานในแต่ละทิศทางของโครงข่ายท่อรูปลำคลื่นแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์

จากรูปวงจรท่อนำคลื่นแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์ซึ่งแบ่งลักษณะการออกแบบของวงจรได้ดังนี้

- ตัวคัปเปอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศา (Hybrid coupler 90°) 4 ตัว
- ตัวไขว้สัญญาณ (Crossover) 1 ตัว
- ตัวเลื่อนเฟส 45 องศา (Phase shifters 45°) 2 ตัว

ซึ่งรายละเอียดของแต่ละส่วนมีดังต่อไปนี้

1. ตัวคัปเปอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศา (Hybrid coupler 90°)



รูปที่ 4.4 ตัวคัปเปอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศา (Hybrid coupler 90°)

จากการอ้างอิงรูปที่ 4.4 โดยการดำเนินการขึ้นพื้นฐานของการแยกเส้นทางของการเชื่อมต่อ ถ้าทุกพอร์ตมีค่าอิมพีแดนซ์เท่ากันและเมื่อใส่พลังงานเข้าไปที่พอร์ต P1 พลังงานจะถูกแบ่งแยกอย่างเท่าเทียมระหว่าง พอร์ต P2 และ พอร์ต P3 ซึ่งพลังงานที่ได้จะมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของพลังงานที่เข้ามาใน พอร์ต P1 แล้วพลังงานที่ได้จาก พอร์ต P2 และ พอร์ต P3 จะล่าหลังกันอยู่ 90 องศา และจะไม่มีพลังงานออกไปที่ พอร์ตที่ P4 (พอร์ตโดดเดี่ยว) ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการ $[S]$ เมทริกซ์ ได้ดังสมการ (4.7)

$$[S] = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ 0 & 1 & j & 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

จากวงจรและสมการค่า $[S]$ เมตริกซ์ จะได้ค่าดังนี้

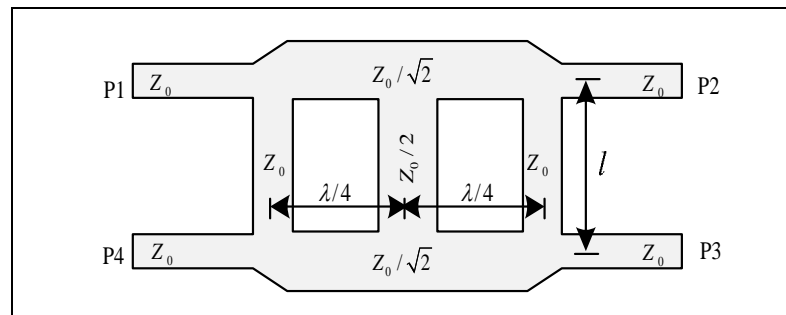
$$P1 = 0 \quad (\text{พอร์ตเข้าของพลังงาน})$$

$P2 = -(j/\sqrt{2})$ (พลังงานลดลงครึ่งหนึ่งจากที่เข้ามาในพอร์ต P1 และมีเฟส
ล่าช้าอยู่ -90 องศาจากพอร์ต P1 ถึงพอร์ต P2)

$P3 = -(1/\sqrt{2})$ (พลังงานลดลงครึ่งหนึ่งจากที่เข้ามาในพอร์ต P1 และมีเฟสล่าช้า
อยู่ -180 องศาจากพอร์ต P1 ถึงพอร์ต P3)

$$P4 = 0 \quad (\text{ไม่มีพลังงานออกจากพอร์ต P4})$$

2. ตัวไขว้สัญญาณ (Crossover)



รูปที่ 4.5 ตัวไขว้สัญญาณ (Crossover)

จากรูปที่ 4.5 ตัวไขว้สัญญาณ (Crossover) เป็นวงจรเชื่อมต่อโดยที่มีสัญญาณมารวมกันโดยไม่มี
การสูญเสียพลังงานและความล่าช้าระหว่างกัน ในพอร์ตใดเลย ลักษณะการไหลของพลังงาน
จะเป็นแบบไขว้ เมื่อพลังงานเข้าพอร์ต P1 พลังงานนี้ก็จะออกที่พอร์ต P3 และเมื่อพลังงาน
เข้าพอร์ต P4 พลังงานนี้ก็จะออกที่พอร์ต P2 ดังนั้นค่าเมตริกซ์ $[S]$ เขียนได้ดังสมการ (4.8)

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j \\ j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

จากวงจรและสมการค่า $[S]$ เมตริกซ์ จะได้ค่าดังนี้

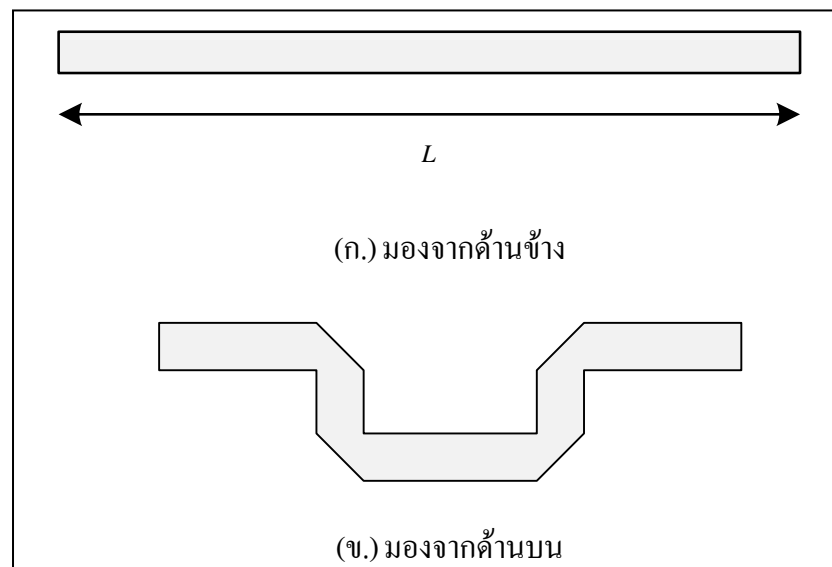
$$P1 = 0 \quad (\text{พอร์ตเข้าของพลังงาน})$$

$P2 = -j$ (พลังงานที่เข้ามาในพอร์ต P4 และมีเฟสล่าหลังอยู่ 0 องศา จากพอร์ต P4 ถึงพอร์ต P2)

$P3 = -j$ (พลังงานที่เข้ามาในพอร์ต P1 และมีเฟสล่าหลังอยู่ 0 องศา จากพอร์ต P1 ถึงพอร์ต P3)

$$P4 = 0 \quad (\text{พอร์ตเข้าของพลังงาน})$$

3. ตัวเลื่อนเฟส 45 องศา (Phase shifters 45°)



รูปที่ 4.6 ตัวเลื่อนเฟส 45 องศา (phase shifters 45°)

จากวงจรระยะห่าง 45 องศา สร้างมาจากการออกแบบสายส่ง โดยที่มี w คือความกว้างตัวเลื่อนเฟส ในสายส่งแบบไมโครสตริป และมีความยาวเท่ากับ L ซึ่งได้จากการคำนวณจากสมการดังต่อไปนี้

$$\theta = \frac{2\pi}{\lambda} L \quad (4.9)$$

$$\frac{W}{d} = \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} \quad (4.10)$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (4.11)$$

เมื่อ L คือความยาว

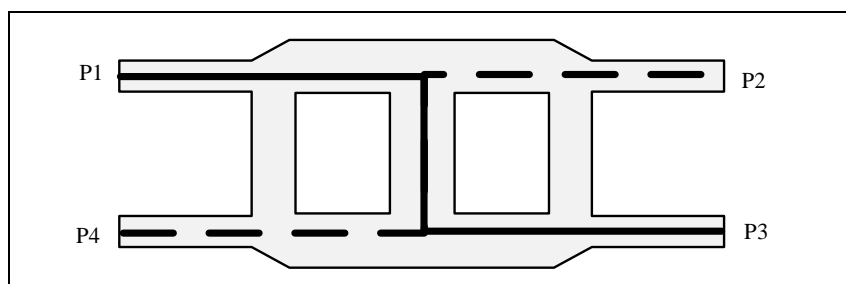
θ คือมุม

λ คือค่าความยาวคลื่นในตัวกลางของสายส่ง

λ_0 คือค่าความยาวคลื่นในตัวกลางของอากาศ

w คือความกว้างตัวเลื่อนเฟสในสายส่งแบบไมโครสตริป

จากรูป (ก.) เป็นตัวเลื่อนเฟสที่เป็นเส้นตรงซึ่งมีการเลื่อนเฟส 45 องศาโดยการสร้างรวมในวงจรมันจะเป็นการสร้าง โดยการนำค่าความยาวระหว่างพอร์ต P1 กับ พอร์ต P3 ในการสร้างเฟสด้านล่าง และนำค่าความยาวระหว่างพอร์ต P4 กับ พอร์ต P2 ในการสร้างเฟสด้านบนเพื่อให้มีการเพิ่มเฟสโดยเส้นทางของตัวไขว้สัญญาณดังรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.7 ความยาวของเส้นทางการเดินทางของพลังงานภายในตัวไขว้สัญญาณ

(ก) เส้นทึบเป็นความยาวระหว่างพอร์ต P1 กับ พอร์ต P3

(ข) เส้นประเป็นความยาวระหว่างพอร์ต P4 กับ พอร์ต P2

ดังนั้นค่าของตัวเลื่อนเฟส 45 องศาภายในโครงข่ายระหว่างพอร์ต P1 กับพอร์ต P3 มีความยาวเท่ากับ ความยาวระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต P2 รวมกับค่าของตัวเลื่อนเฟส 45 องศาที่มีค่าเท่ากันกับค่าของตัวเลื่อนเฟส 45 องศาภายในโครงข่ายระหว่าง พอร์ต P1 กับ พอร์ต P3 วิธีเลื่อนเฟสนี้เป็นการทำให้ทิศทางได้ตามต้องการภายในโครงข่ายก่อรูปลาคลิ้นแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์ ซึ่งจากรูปที่ 4.2 นั้นมีการนำตัวเลื่อนเฟส 45 องศาอยู่ระหว่างพอร์ต 1 กับ พอร์ต 3 และอยู่ระหว่างพอร์ต 4 กับพอร์ต 2 เพื่อทำให้เกิดการก่อรูปลาคลิ้นเลื่อนเฟสไป 45 องศา เมื่อรวมทั้งวงจรแล้ว

จะทำให้ได้ค่าดังตารางที่ 4.1 แล้วนำไปหาแบบรูปการแผ่พลังงานในแต่ละทิศทางของโครงข่าย
ก่อรูปคลื่นแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์ แสดงดังรูปที่ 4.3

4.3.2 การหาช่องสัญญาณและความจุช่องสัญญาณจากแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์

จากรูปที่ 4.2 แสดงโครงสร้างของบัทเลอร์ เมทริกซ์ นำมาประยุกต์ใช้กับการ
ประมวลผลโดเมนเชิงมุม สำหรับระบบโมโมที่ใช้สายอากาศส่งและรับภาคละ 4 ต้น การชี้ทิศทาง
แต่ละทิศทางหาได้จากตารางที่ 4.1 มีสมการในการหาทิศทางสำหรับสายอากาศแต่ละต้น โดยการ
ประยุกต์จากสมการ (4.3) และ (4.4) ดังนี้

$$\mathbf{B}_t = \frac{1}{\sqrt{M_t}} e^{-j\theta_{kl}} \quad k, l = 0, 1, \dots, M_t - 1 \quad (4.12)$$

$$\mathbf{B}_r = \frac{1}{\sqrt{M_r}} e^{-j\theta_{kl}} \quad k, l = 0, 1, \dots, M_r - 1 \quad (4.13)$$

จะได้ช่องสัญญาณที่เกิดจากการประยุกต์ใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์กับการประมวลผล โดเมนเชิงมุม

$$\mathbf{H}^b = \mathbf{B}_r^H \mathbf{H} \mathbf{B}_t \quad (4.14)$$

เมื่อ \mathbf{B}_t และ \mathbf{B}_r คือ เมทริกซ์ยูนิแทรี ที่มีอย่างละ 4 ทิศทางในภาคส่งและภาครับ และ \mathbf{H} คือเมทริกซ์
ช่องสัญญาณที่มีขนาด $M_r \times M_t$ หาได้จากช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนแวลค่าดับ
ดังนั้นความจุช่องสัญญาณในระบบโมโมเมื่อมีการประยุกต์ใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์

$$C = \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_r} + \frac{P_t}{P_n M_t} \mathbf{H}^b \mathbf{H}^{bH} \right] \quad (4.15)$$

4.4 เปรียบเทียบระหว่างการประมวลผลโดเมนแวลค่าดับและโดเมนเชิงมุม

จากการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมจะเห็นว่าความจุช่องสัญญาณขึ้นอยู่กับค่าสหสัมพันธ์
ของช่องสัญญาณ (Channel correlation) เมื่อมีขนาดสัมพันธ์ค่าสหสัมพันธ์มากส่งผลให้ความจุ
ช่องสัญญาณมีค่าลดลง ดังนั้นหัวข้อนี้จึงเสนอการวิเคราะห์การประมวลผลโดเมนเชิงมุม
เปรียบเทียบกับ การประมวลผลโดเมนแวลค่าดับ โดยแสดงผลกระทบที่เกิดจากค่าสหสัมพันธ์
ของช่องสัญญาณ

กำหนดให้เมทริกซ์ช่องสัญญาณ

$$\mathbf{H} = \Psi_r^{1/2} \mathbf{H}_{iid} \Psi_t^{1/2} \quad (4.16)$$

โดยที่ \mathbf{H}_{iid} เป็นเมทริกซ์ช่องสัญญาณที่เกิดจากการสุ่ม และที่มีการกระจายตัวอย่างอิสระ ส่วน Ψ_r และ Ψ_t เมทริกซ์ช่องสัญญาณสหสัมพันธ์ของภาคส่งและภาครับตามลำดับ

4.4.1 วิเคราะห์การประมวลผลโดเมนแวลลำดับ

จากสมการช่องสัญญาณ $\mathbf{H} = \sum_i a_i^b \mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) \mathbf{e}_t(\Omega_{ti})^H$ ความสัมพันธ์ของอิลิเมนต์ (k, l) จากเมทริกซ์ค่าสหสัมพันธ์ที่ภาครับแสดงได้โดย

$$\Psi_r |_{k,l} = E \left\{ \left(\sum_i a_i^b e^{-j2\pi k \Delta_r \Omega_{ri}} \mathbf{e}_t(\Omega_{ti})^H \right) \left(\sum_i a_i^b e^{-j2\pi l \Delta_r \Omega_{ri}} \mathbf{e}_t(\Omega_{ti})^H \right)^H \right\} \quad (4.17)$$

เมื่อ $E\{\cdot\}$ คือค่าคาดหวัง และกำหนดให้ในแต่ละเส้นทางมีความเป็นอิสระต่อกันสามารถลดรูปได้จากสมการ (4.17) มาเป็นสมการ (4.18)

$$\Psi_r |_{k,l} = \sum_i |a_i^b|^2 e^{-j2\pi(k-l)\Delta_r \Omega_{ri}} \quad (4.18)$$

ในทำนองเดียวกันกับภาครับ ที่ภาคส่งแสดงความสัมพันธ์ของอิลิเมนต์ (k, l) โดย

$$\Psi_t |_{k,l} = \sum_i |a_i^b|^2 e^{j2\pi(k-l)\Delta_t \Omega_{ti}} \quad (4.19)$$

จากปริทัศน์วรรณกรรม การลดลงของค่าความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม จะขึ้นอยู่กับขนาดสัมประสิทธิ์ค่าสหสัมพันธ์ จากสมการ (4.18) และ (4.19) ขนาดจะเปลี่ยนแปลงตามค่าสัมประสิทธิ์การลดทอน รวมถึงมุมที่รับเข้ามาและส่งออกไป ดังนั้นจึงไม่มีผลลัพธ์ที่แน่นอนในการอธิบายขนาดสัมประสิทธิ์ค่าสหสัมพันธ์ แต่อย่างไรก็ตามในการที่จะหาค่าเจาะจงเพื่อเปรียบเทียบ พิจารณากรณีแย่งที่สุดเมื่อขนาดสัมประสิทธิ์ค่าสหสัมพันธ์มากที่สุดที่ภาครับและภาคส่ง $k \neq l$ จะได้ว่า

$$|\Psi_r|_{\max} = |\Psi_t|_{\max} = \sum_i |a_i^b|^2 \quad (4.20)$$

4.4.2 วิเคราะห์การประมวลผลโดเมนเชิงมุม

ในทำนองเดียวกับสมการ (4.16) เมื่อนำแต่ละช่องสัญญาณมาพิจารณาในรูปแบบการประมวลผลโดเมนเชิงมุมจาก $\mathbf{H}^a = \mathbf{U}_r^H \mathbf{H} \mathbf{U}_t$ และเพื่อให้ง่ายต่อการเปรียบเทียบกับกรประมวลผลโดเมนแถวลำดับ แสดงความสัมพันธ์ของเมทริกซ์ช่องสัญญาณได้โดย

$$\mathbf{H}^a = \Psi_r^{a/2} \mathbf{H}_{iid} \Psi_t^{a/2} \quad (4.21)$$

แล้วความสัมพันธ์ของอีลิเมนต์ (k,l) ค่าสหสัมพันธ์ที่ภากรับแสดงได้โดย

$$\Psi_r^a|_{k,l} = E \left\{ \left(\mathbf{e}_r \left(\frac{k}{L_r} \right)^H \left(\sum_i a_i^b \mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) \mathbf{e}_t(\Omega_{ri})^H \right) \mathbf{U}_t \right) \left(\mathbf{e}_r \left(\frac{l}{L_r} \right)^H \left(\sum_i a_i^b \mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) \mathbf{e}_t(\Omega_{ri})^H \right) \mathbf{U}_t \right)^H \right\} \quad (4.22)$$

เมื่อกำหนดให้แต่ละเส้นทางมีความเป็นอิสระต่อกันจะได้

$$\begin{aligned} \Psi_r^a|_{k,l} &= \sum_i |a_i^b|^2 \left(\mathbf{e}_r \left(\frac{k}{L_r} \right)^H \mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) \right) \left(\mathbf{e}_r \left(\frac{l}{L_r} \right)^H \mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) \right)^H \\ &= \sum_i |a_i^b|^2 \left(\frac{1}{M_r} \cdot \frac{1 - e^{j2\pi M_r \Delta_r \left(\frac{k}{L_r} - \Omega_{ri} \right)}}{1 - e^{j2\pi \Delta_r \left(\frac{k}{L_r} - \Omega_{ri} \right)}} \right) \left(\frac{1}{M_r} \cdot \frac{1 - e^{j2\pi M_r \Delta_r \left(\frac{l}{L_r} - \Omega_{ri} \right)}}{1 - e^{j2\pi \Delta_r \left(\frac{l}{L_r} - \Omega_{ri} \right)}} \right)^H \\ &= \sum_i |a_i^b|^2 e^{\left(\frac{j\pi(M_r-1)(k-l)}{M_r} \right)} \left(\frac{\sin \left(\pi M_r \Delta_r \left(\frac{k}{L_r} - \Omega_{ri} \right) \right)}{M_r \sin \left(\pi \Delta_r \left(\frac{k}{L_r} - \Omega_{ri} \right) \right)} \right) \\ &\quad \left(\frac{\sin \left(\pi M_r \Delta_r \left(\frac{l}{L_r} - \Omega_{ri} \right) \right)}{M_r \sin \left(\pi \Delta_r \left(\frac{l}{L_r} - \Omega_{ri} \right) \right)} \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

ที่ภาคส่งสัมประสิทธิ์ค่าสหสัมพันธ์แสดงได้โดย

$$\Psi_t^a |_{k,l} = \sum_i |a_i^b|^2 e^{\left(\frac{-j\pi(M_t-1)(k-l)}{M_t}\right)} \left(\frac{\sin\left(\pi M_t \Delta_t \left(\frac{k}{L_t} - \Omega_{ii}\right)\right)}{M_t \sin\left(\pi \Delta_t \left(\frac{k}{L_t} - \Omega_{ii}\right)\right)} \right) \left(\frac{\sin\left(\pi M_t \Delta_t \left(\frac{l}{L_t} - \Omega_{ii}\right)\right)}{M_t \sin\left(\pi \Delta_t \left(\frac{l}{L_t} - \Omega_{ii}\right)\right)} \right) \quad (4.24)$$

$$\text{จากข้อเท็จจริงที่ว่า} \left(\frac{\sin\left(\pi M_t \Delta_t \left(\frac{k}{L_t} - \Omega_{ii}\right)\right)}{M_t \sin\left(\pi \Delta_t \left(\frac{k}{L_t} - \Omega_{ii}\right)\right)} \right) = \begin{cases} 1 & \frac{k}{L_t} = \Omega_{ii} \\ < 1 & \frac{k}{L_t} \neq \Omega_{ii} \end{cases}$$

ดังนั้นจะได้ค่าความจุช่องสัญญาณแยที่สูงสุดเมื่อขนาดสัมประสิทธิ์ค่าสหสัมพันธ์มากที่สุด เมื่อ $k \neq l$ จะได้ว่า

$$|\Psi_r^a|_{\max} = |\Psi_t^a|_{\max} < \sum_i |a_i^b|^2 \quad (4.25)$$

เปรียบเทียบระหว่างสมการ (4.20) และ (4.25) ขนาดสัมประสิทธิ์ค่าสหสัมพันธ์ที่ได้ ในกรณีที่ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมมีค่าน้อยกว่าการประมวลผลโดเมนแถวลำดับ จากปริทัศน์วรรณกรรม ถ้าขนาดสัมประสิทธิ์ค่าสหสัมพันธ์น้อยส่งผลให้ค่าความจุช่องสัญญาณในระบบมีค่ามาก ดังนั้นสามารถประยุกต์ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมแทนการประมวลผลโดเมนแถวลำดับได้

4.5 สรุป

สำหรับเนื้อหาในบทนี้ได้อธิบายถึงช่องสัญญาณในระบบโมโม มีการใช้เทคนิคการประมวลผลโดเมนเชิงมุม รวมถึงประยุกต์ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติ โดยเทคนิคการประมวลผลโดเมนเชิงมุมเป็นการประยุกต์การประมวลผลโดเมนแวลค่าดับเพื่อให้ได้ความจุช่องสัญญาณมากขึ้น และมีการนำบัทเลอร์ เมทริกซ์มาประยุกต์ใช้กับการประมวลผลโดเมนเชิงมุมเพื่อให้ได้ผลจริงในทางปฏิบัติ และช่วยลดต้นทุนในการผลิต เนื่องจากบัทเลอร์ เมทริกซ์ไม่ต้องใช้ตัวถ่วงน้ำหนักในการหาค่าแอมพลิจูดและค่าเฟส โดยสามารถนำมาใช้งานได้เลย แต่บัทเลอร์ เมทริกซ์สามารถใช้ได้กับสายอากาศส่งและรับภาคละ 4 ต้น เท่านั้น และเนื้อหาในส่วนสุดท้ายแสดงการเปรียบเทียบการประมวลผลโดเมนเชิงมุมและการประมวลผลโดเมนแวลค่าดับโดยวิเคราะห์สมการ ส่วนเนื้อหาบทถัดไปได้แสดงแบบจำลองของระบบโมโมเมื่อใช้การประมวลผลโดเมนแวลค่าดับเปรียบเทียบกับ การประมวลผลโดเมนเชิงมุมมีการประยุกต์ใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์ในทางปฏิบัติ รวมถึงการออกแบบ สร้างและวัดผลจริงเพื่อเปรียบเทียบการประมวลผลทั้งสองวิธี

บทที่ 5

การสร้างชุดทดสอบและผลการทดลอง

5.1 กล่าวนำ

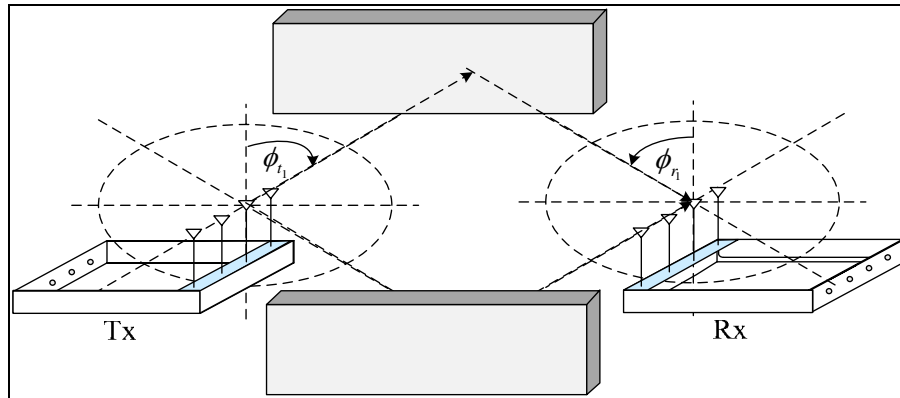
เนื้อหาก่อนหน้านี้อธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานการสื่อสารในระบบโมโม โดยกล่าวถึงทฤษฎีความจุช่องสัญญาณ เทคนิคและวิธีการด้วยกัน 2 วิธีคือวิธีการประมวลผลโดเมนแวลค่าดับและการประมวลผลเมนเชิงมุม จากที่ได้อธิบายก่อนหน้านี้ จะเห็นว่าการประมวลผลโดเมนเชิงมุมระบบสามารถให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่มากกว่าการประมวลผลโดเมนแวลค่าดับ และมีการประยุกต์ใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์ ในการประมวลผลโดเมนเชิงมุม เพื่อความสะดวกในการเข้าและถอดรหัส เนื่องจากบัทเลอร์ เมทริกซ์มีความสามารถในการเข้ารหัสและถอดรหัสได้เลย โดยทำการใส่บัทเลอร์ เมทริกซ์ที่ภาคส่งและภาครับ เพราะบัทเลอร์ เมทริกซ์มีมุมที่ใช้ในการปรับปรับเฟสดังนั้นบัทเลอร์ เมทริกซ์จึงมีความสะดวกในการสร้างและทดสอบ อย่างไรก็ตาม บัทเลอร์ เมทริกซ์สามารถใช้ได้กับชุดสายอากาศที่มีภาคส่ง 4 ต้นและภาครับ 4 ต้น โดยองค์ประกอบของอุปกรณ์ที่ภาครับและภาคส่งเป็นชนิดเดียวกัน เพื่อให้ช่องสัญญาณเป็นไปตามทฤษฎี และการศึกษาสมรรถนะช่องสัญญาณพิจารณาด้วยการจัดสรรกำลังส่งสัญญาณที่เท่า ๆ กันในสายอากาศแต่ละต้น ช่องสัญญาณที่วัดได้นั้นสามารถนำมาเพื่อใช้ในการหาความจุช่องสัญญาณ โดยช่องสัญญาณจากการประมวลผลโดเมนเชิงมุมและโดเมนแวลค่าดับจะใช้วัดที่เวลา สถานที่ ทดสอบจุดเดียวกัน เพื่อให้สามารถเปรียบเทียบความแตกต่างได้ แต่สิ่งที่แตกต่างกันคือการประมวลผลโดเมนเชิงมุมจะมีส่วนของบัทเลอร์ เมทริกซ์เข้ามาแทรกที่ภาคส่งและภาครับของชุดสายอากาศ ซึ่งบัทเลอร์ เมทริกซ์ได้แสดงให้เห็นว่าสามารถลดความซับซ้อนและลดต้นทุนในการสร้างชุดทดสอบ ซึ่งเนื้อหาสำคัญในบทนี้กล่าวถึงการนำวิธีการการประมวลผลโดเมนเชิงมุมมาประยุกต์ใช้แทนการประมวลผลโดเมนแวลค่าดับ โดยทำการทดสอบจริงเพื่อวัดช่องสัญญาณและจำลองแบบหาความจุช่องสัญญาณโดยใช้โปรแกรม MATLAB

5.2 การทดสอบระบบโมโมด้วยการจำลองแบบในคอมพิวเตอร์

ระบบโมโมสามารถเพิ่มประสิทธิภาพค่าความจุช่องสัญญาณได้เมื่อเปลี่ยนวิธีการจากการประมวลผลโดเมนแวลค่าดับมาเป็นการประมวลผลเมนเชิงมุมและเพื่อความสะดวกในการสร้างและดำเนินการ สามารถนำบัทเลอร์ เมทริกซ์ มาประยุกต์ใช้กับการประมวลผลโดเมนเชิงมุมได้

5.2.1 วิธีการประมวลผลโดเมนแวลลำดับ

สำหรับวิธีการนี้เป็นการใช้สายอากาศส่งและสายอากาศรับ ภาคละ 4 ต้น สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการส่งและรับสัญญาณ มีการจำลองมุมที่ใช้ในการส่งและรับสัญญาณ จำลองระยะห่างระหว่างสายอากาศ ดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 แสดงทิศทางการส่งและรับข้อมูลของระบบไมโม

จากรูปที่ 5.1 ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{H} = \sum_i a_i^b \mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) \mathbf{e}_t(\Omega_{ti})^H \quad (5.1)$$

โดยที่

$$a_i^b = a_i \sqrt{M_t M_r} \exp\left(\frac{-j2\pi d_i}{\lambda_c}\right) \quad (5.2)$$

$$\mathbf{e}_t(\Omega_{ti}) = \frac{1}{M_t} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp[-j(2\pi\Delta_r\Omega_{ti})] \\ \vdots \\ \exp[-j(M_t - 1)(2\pi\Delta_r\Omega_{ti})] \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) = \frac{1}{M_r} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp[-j(2\pi\Delta_r\Omega_{ri})] \\ \vdots \\ \exp[-j(M_r-1)(2\pi\Delta_r\Omega_{ri})] \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

โดยที่ d_i คือระยะทางระหว่างภาคส่ง ๆ ไปยังภาครับในแต่ละทิศการเดินทางของคลื่น

$\mathbf{e}_t(\Omega_{ti})$ คือเวกเตอร์ใช้แทนการกระจายตัวในทิศทาง Ω_{ti}

$\mathbf{e}_r(\Omega_{ri})$ คือเวกเตอร์ใช้แทนการกระจายตัวในทิศทาง Ω_{ri}

λ_c คือความยาวคลื่นของความถี่กลาง

Δ_r คือระยะห่างระหว่างสายอากาศมีการนอล์แมลไลซ์ที่ภาคส่ง

Δ_r คือระยะห่างระหว่างสายอากาศมีการนอล์แมลไลซ์ที่ภาครับ

ดังนั้น ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม่ที่ใช้การประมวลผลเมนแวลล่าดับ แสดงได้โดย

$$C = \log_2 \det[\mathbf{I}_{M_r} + \frac{P_t}{P_n M_t} \mathbf{H}\mathbf{H}^H] \quad (5.5)$$

โดยที่ (5.5) มีหน่วยเป็นบิตต่อวินาทีต่อเฮิรตซ์ เมื่อ \mathbf{I}_{M_r} คือเมทริกซ์เอกลักษณ์ ที่มีขนาด $M_r \times M_r$, \mathbf{H} คือช่องสัญญาณ ที่มีขนาด $M_r \times M_t$, \mathbf{H}^H คือการทรานสโพสคอนจูเกตของเมทริกซ์ช่องสัญญาณและ P_t/P_n คืออัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน

5.2.2 วิธีการประมวลผลโดเมนเชิงมุม

จากทฤษฎีการประมวลผลโดเมนเชิงมุม ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นภาคส่งและภาครับ จะมีข้อมูลที่ใช้ในการเข้าและถอดรหัสจากเมทริกซ์ มีเมทริกซ์ยูนิแทรีขนาด $M_t \times M_t$ ที่ภาคส่ง \mathbf{U}_t และเมทริกซ์ยูนิแทรีขนาด $M_r \times M_r$ ที่ภาครับ \mathbf{U}_r สามารถแสดงได้ดังสมการ (5.6) และ (5.7)

$$\mathbf{U}_t = \frac{1}{\sqrt{M_t}} \exp\left(\frac{-j2\pi kl}{M_t}\right) \quad k, l = 0, 1, \dots, M_t - 1 \quad (5.6)$$

$$\mathbf{U}_r = \frac{1}{\sqrt{M_r}} \exp\left(\frac{-j2\pi kl}{M_r}\right) \quad k, l = 0, 1, \dots, M_r - 1 \quad (5.7)$$

เมื่อแปลงช่องสัญญาณจากโดเมนแกลวล่าดับให้เป็นโดเมนเชิงมุมจะได้

$$\mathbf{H}^a = \mathbf{U}_r^H \mathbf{H} \mathbf{U}_t \quad (5.8)$$

ดังนั้นจากสมการความจุช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนแกลวล่าดับ และช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนเชิงมุมใน (5.8) จะให้ความจุช่องสัญญาณ

$$C = \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_r} + \frac{P_t}{P_n M_t} \mathbf{H}^a \mathbf{H}^{aH} \right] \quad (5.9)$$

เมื่อ \mathbf{H}^a คือเมทริกซ์ช่องสัญญาณที่ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุม ขนาด $M_r \times M_t$

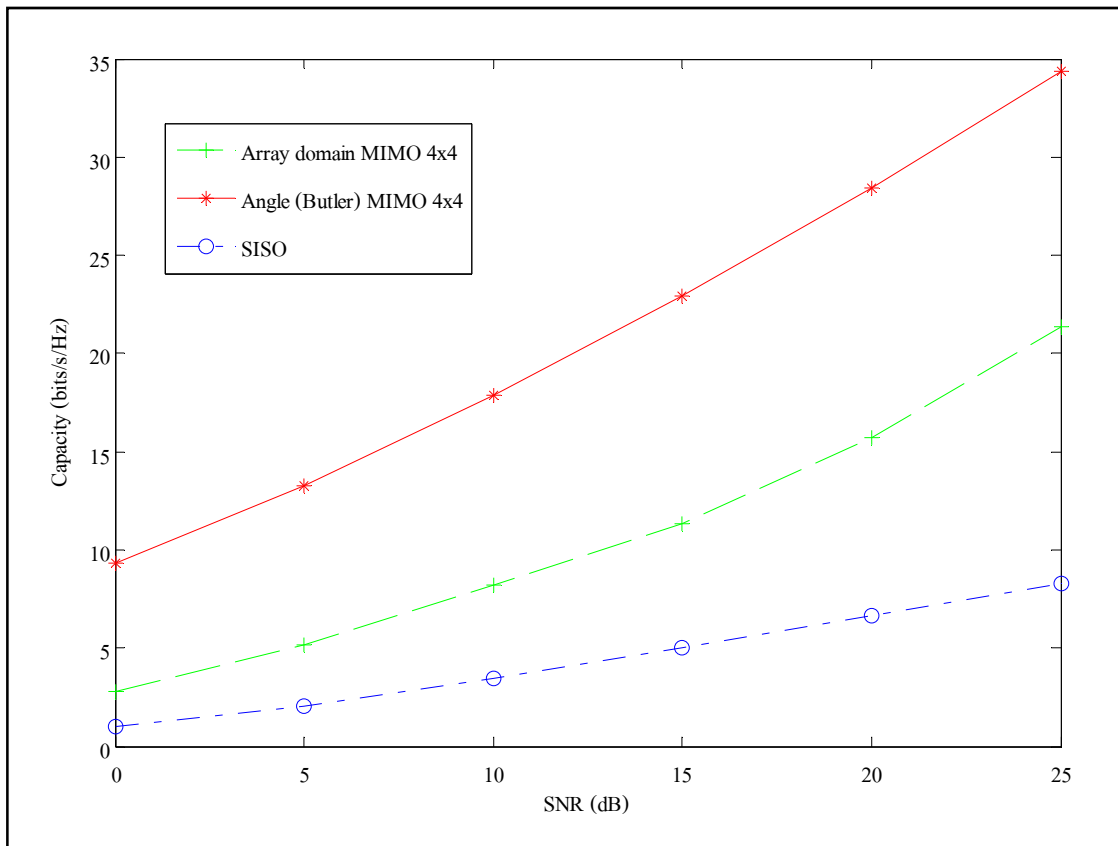
จากการประมวลผลโดเมนเชิงมุมสามารถทำให้เป็นจริงได้ในทางปฏิบัติ โดยการนำบทเลอว์ เมทริกซ์ มาประยุกต์ใช้ช่องสัญญาณใหม่ จากการนำช่องสัญญาณที่ได้จากประมวลผลโดเมนแกลวล่าดับมาคูณเข้ากับเมทริกซ์ยูนิแทรีดังนี้

$$\mathbf{H}^b = \mathbf{B}_r^H \mathbf{H} \mathbf{B}_t \quad (5.10)$$

เมื่อ \mathbf{B}_r และ \mathbf{B}_t คือเมทริกซ์ยูนิแทรีทิศทางในภาคส่งและภาครับ \mathbf{H} คือเมทริกซ์ช่องสัญญาณที่มีขนาด $M_r \times M_t$ หาได้จากช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนแกลวล่าดับ ดังนั้นความจุช่องสัญญาณในระบบโมโมเมื่อมีการประยุกต์ใช้บทเลอว์ เมทริกซ์

$$C = \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_r} + \frac{P_t}{P_n M_t} \mathbf{H}^b \mathbf{H}^{bH} \right] \quad (5.11)$$

เมื่อนำพารามิเตอร์จากสมการ (5.2) (5.3) และ (5.4) มาหาช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนแกลวล่าดับจะได้สมการ (5.1) แล้วนำสมการนี้ไปจำลองแบบหาช่องสัญญาณที่เกิดขึ้น แล้วหาความจุช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นจากสมการ (5.5) ในโปรแกรมแมทแล็บ และเปรียบเทียบความจุช่องสัญญาณที่ได้กับความจุช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลโดเมนเชิงมุม (5.11) เมื่อประยุกต์ใช้บทเลอว์ เมทริกซ์และเปรียบเทียบกับกรณีที่ใช้สายอากาศรับและส่งภาคละ 1 ต้น จะได้กราฟเปรียบเทียบดังนี้



รูปที่ 5.2 ความจุช่องสัญญาณเทียบกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน

จากรูปที่ 5.2 จะเห็นว่าระบบไมโมเมื่อใช้สายอากาศส่งและรับภาคละ 4 ต้น ระยะห่างระหว่างสายอากาศแต่ละต้นเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่น ใช้ที่ความถี่ 2.4 GHz และกำหนดให้มุมส่งและมุมรับ มีการกระจายรอบทิศทาง 360 องศา แล้วจะได้การประมวลผลโดเมนเชิงมุม เมื่อมีการประยุกต์ใช้บัทเลอร์เมทริกซ์ให้ความจุช่องสัญญาณที่มากกว่าการประมวลผลโดเมนแถวลำดับ และการใช้สายอากาศส่งและรับภาคละ 1 ต้น (SISO) นั้นจะให้ความจุช่องสัญญาณที่น้อยที่สุด

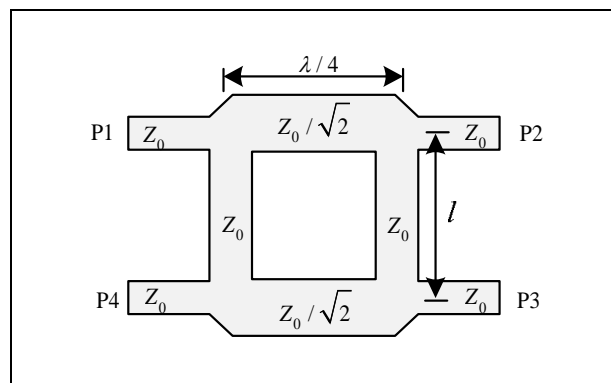
5.3 การออกแบบ สร้าง และวัดผลบัทเลอร์ เมทริกซ์

5.3.1 การออกแบบบัทเลอร์ เมทริกซ์

วงจรออรูปล่าคลื่นบัทเลอร์ เมทริกซ์จำเป็นต้องมีการออกแบบ ประกอบไปด้วย ตัวคัปเปอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศา (Hybrid coupler 90°) 4 ตัว ตัวไขว้สัญญาณ (Crossover) 1 ตัว และตัวเลื่อนเฟส 45 องศา (Phase shifters 45°) 2 ตัว

- คัปเปอเรอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศา (Hybrid coupler 90°)

คัปเปอเรอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศา ทำหน้าที่ดำเนินการขึ้นพื้นฐานของการแยกเส้นทางของการเชื่อมต่อ ถ้าทุกพอร์ตมีค่าอิมพีแดนซ์เท่ากันและเมื่อใส่พลังงานเข้าไปที่พอร์ต P1 พลังงานจะถูกแบ่งแยกอย่างเท่าเทียมระหว่างพอร์ต P2 และพอร์ต P3 ซึ่งพลังงานที่ได้จะมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของพลังงานที่เข้ามาในพอร์ต P1 พลังงานที่ได้จากพอร์ต P2 และ P3 จะล่าหลังอยู่ 90 องศา และจะไม่มีพลังงานออกไปที่พอร์ตที่ P4 (พอร์ตโดดเดี่ยว)



รูปที่ 5.3 คัปเปอเรอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศา

คัปเปอเรอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศา สามารถคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ จากรูปได้ดังต่อไปนี้

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_e}} \ln \left(\frac{8d}{W} + \frac{W}{4d} \right) & ; W/d \leq 1 \\ \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_e} [W/d + 1.393 + 0.667 \ln(W/d + 1.444)]} & ; W/d \geq 1 \end{cases} \quad (5.12)$$

$$\frac{W}{d} = \begin{cases} \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} & ; W/d \leq 2 \\ \frac{2}{\pi} \left[B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left\{ \ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right\} \right] & ; W/d > 2 \end{cases} \quad (5.13)$$

เมื่อ

$$A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right) \quad (5.14)$$

$$B = \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\epsilon_r}} \quad (5.15)$$

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12d/W}} \quad (5.16)$$

$$k_0 = \frac{2\pi f}{c} \quad (5.17)$$

$$l = \frac{90^\circ \left(\pi/180^\circ \right)}{\sqrt{\epsilon_e} k_0} \quad (5.18)$$

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{\epsilon_r}} \times \frac{1}{f} \quad (5.19)$$

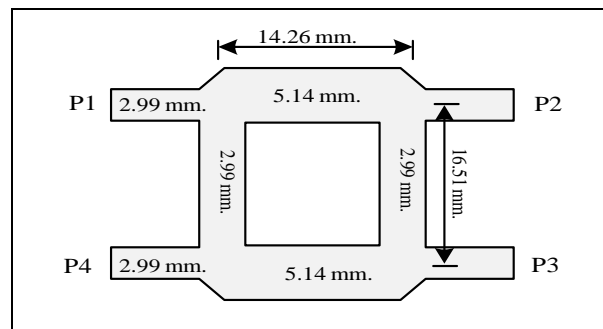
กำหนดค่า $Z_0 = 50 \Omega$
 $\epsilon_r = 4.8$
 $f = 2.4 \text{ GHz}$
 $d = 1.67 \text{ mm}$
 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

นำค่าพารามิเตอร์เหล่านี้แทนในสมการ (5.14) และ (5.15) เมื่อทราบค่าแล้วนำไปแทนในสมการ (5.13) ตามเงื่อนไขที่ต้องพิจารณาเพื่อให้ได้ค่า W จากนั้นหาค่าตามสมการ (5.16) (5.17) (5.18) และ (5.19)

ทำการคำนวณค่าพารามิเตอร์ต่างๆจากสมการดังกล่าวจะได้ดังต่อไปนี้

ที่ Z_0 $A = 1.584$ นำค่า A ที่ได้แทนลงในสมการ (5.13) ได้
 $W/d = 1.792 \leq 2$ เป็นไปตามเงื่อนไข ดังนั้นจะได้ค่า W เท่ากับ
 $\therefore W = 2.992 \text{ mm.}$

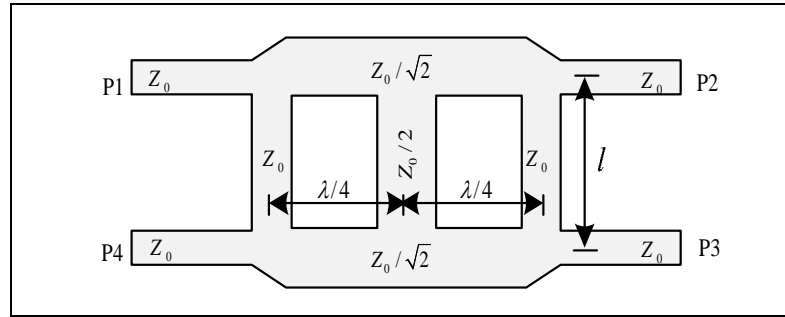
ที่ $Z_0/\sqrt{2}$ $A = 1.169$
 $W/d = 3.0799 > 2$ ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขที่ $W/d \leq 2$ จึงหาค่า B
 $B = 7.645$
 $W/d = 3.0807$ เป็นไปตามเงื่อนไข $W/d > 2$
 $\therefore W = 5.144 \text{ mm.}$
 $\therefore \epsilon_c = 3.585$
 $\therefore k_0 = 50.256$
 $\therefore l = 16.51$
 $\therefore \lambda/4 = 14.2635 \text{ mm.}$



รูปที่ 5.4 คัปเปออร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศาที่ออกแบบเสร็จ

- ตัวไขว้สัญญาณ (Crossover)

ตัวไขว้สัญญาณเป็นวงจรเชื่อมต่อโดยที่มีสัญญาณมารวมกันโดยไม่มี การสูญเสียพลังงานและความล่าช้าระหว่างกัน ลักษณะการไหลของพลังงานจะเป็นแบบไขว้ เมื่อพลังงานเข้าพอร์ต P1 แล้วพลังงานนั้นจะออกพอร์ต P3 และเมื่อพลังงานเข้าพอร์ต P4 แล้ว พลังงานก็จะออกพอร์ต P2 ดังรูปที่ 5.5



รูปที่ 5.5 ตัวไขว้สัญญาณ

จากรูปที่ 5.5 จะเห็นได้ว่าตัวไขว้สัญญาณจะมีรูปร่างคล้ายกับตัวคัปเปอร์ 2 ตัวมาต่อรวมกัน ดังนั้นการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของตัวไขว้สัญญาณจะมีลักษณะคล้ายกับการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ของตัวคัปเปอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศาดังต่อไปนี้

ที่ Z_0 $A = 1.584$ นำค่า A ที่ได้แทนลงในสมการ (5.13) จะได้

$$\therefore W = 2.992 \text{ mm.}$$

ที่ $Z_0/\sqrt{2}$

$$A = 1.169$$

$W/d = 3.0799 > 2$ ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขที่ $W/d \leq 2$ จึงหาค่า B

$$B = 7.645$$

$W/d = 3.0807$ เป็นไปตามเงื่อนไข $W/d > 2$

$$\therefore W = 5.144 \text{ mm.}$$

ที่ $Z_0/2$

$$A = 1.584 / 2 = 0.792 \text{ mm.}$$

$$\therefore W = 8.29 \text{ mm.}$$

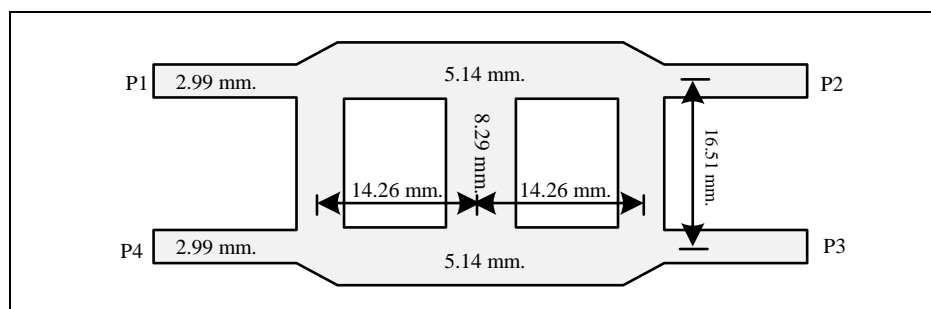
$$\therefore \epsilon_c = 3.585$$

$$\therefore k_0 = 50.256$$

$$\therefore l = 16.51$$

$$\therefore \lambda/4 = 14.2635 \text{ mm.}$$

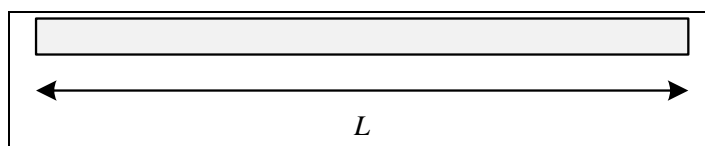
เมื่อได้ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ แล้ว นำค่าเหล่านี้ไปใส่ในตัวไขว้สัญญาณส่วนต่าง ๆ เช่น ที่ Z_0 มีค่า $W = 2.992 \text{ mm.}$ ที่ $Z_0/\sqrt{2}$ มีค่า $W = 5.144 \text{ mm.}$ และที่ $Z_0/2$ มีค่า $W = 8.29 \text{ mm.}$ ส่วนค่า $\lambda/4 = 14.2635$ และค่า $l = 16.51 \text{ mm.}$



รูปที่ 5.6 ตัวไขว้สัญญาณที่ออกแบบเสร็จ

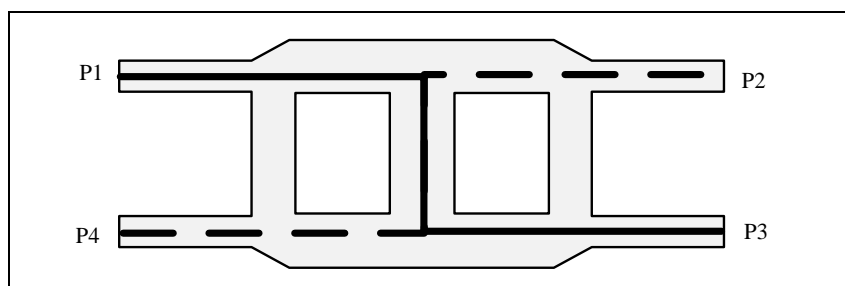
- ตัวเลื่อนเฟส 45 องศา (phase shifter 45°)

การคำนวณค่าตัวเลื่อนเฟส 45 องศา จะได้จากผลการคำนวณออกแบบของตัวคัปเปอร์แบบไฮบริดจ์ 90 องศา สามารถทำให้ทราบค่าของ λ เนื่องจากใช้วัสดุในการสร้างและความถี่เดียวกัน



รูปที่ 5.7 ตัวเลื่อนเฟส 45 องศา

จากสมการ $\theta = 360^\circ l / \lambda$ เมื่อทราบค่า $\theta = 45^\circ$ ทำให้ได้ $\lambda = 57.054$ mm. ทำการหาค่า L โดยแทนค่า θ และ λ ในสมการ $L = (\theta \times \lambda) / 360^\circ$ จะได้ $L = (45 \times 57.054) / 360^\circ$ $L = 7.13$ mm. โดยการสร้างรวมในวงจรมันจะเป็นการสร้างโดยการนำค่าความยาวระหว่างพอร์ต P1 กับพอร์ต P3 ในการสร้างเฟสด้านล่างและนำค่าความยาวระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต P2 ในการสร้างเฟสด้านบนเพื่อให้มีการเพิ่มเฟสโดยเส้นทางของตัวไขว้สัญญาณดังรูปที่ 5.8



รูปที่ 5.8 ความยาวของเส้นทางการเดินทางของพลังงานภายในตัวไขว้สัญญาณ

(ก) เส้นทึบเป็นความยาวระหว่างพอร์ต P1 กับ พอร์ต P3

(ข) เส้นประเป็นความยาวระหว่างพอร์ต P4 กับ พอร์ต P2

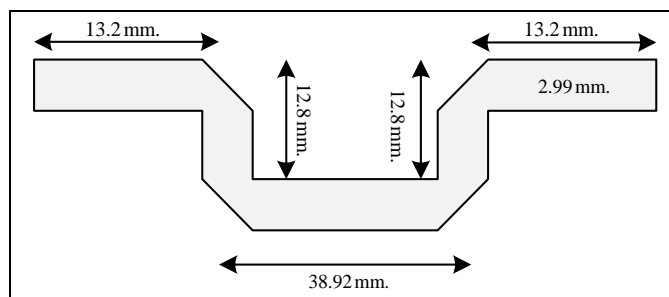
จากรูปที่ 5.8 ความยาวระหว่างพอร์ต P1 กับพอร์ต P3 มีค่าเท่ากับ $13.2 + 12.8 + 38.92 + 12.8 + 13.2 = 90.92 \text{ mm}$. ดังนั้นค่าของตัวเลื่อนเฟส 45° องศา ภายใน โครงข่ายระหว่างพอร์ต P1 กับพอร์ต P3 มีความยาว เท่ากับ

$$L = 90.92 + 7.13 = 98.05 \text{ mm.} \quad (5.20)$$

และความยาวระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต P2 รวมกับค่าของตัวเลื่อนเฟส 45° องศา มีค่าเท่ากับ ค่าของตัวเลื่อนเฟส 45° องศาภายใน โครงข่ายระหว่าง พอร์ต P1 กับพอร์ต P3

ดังนั้นความยาวของตัวเลื่อนเฟส 45° ภายใน โครงข่าย มีค่าเท่ากับ 98.05 mm .

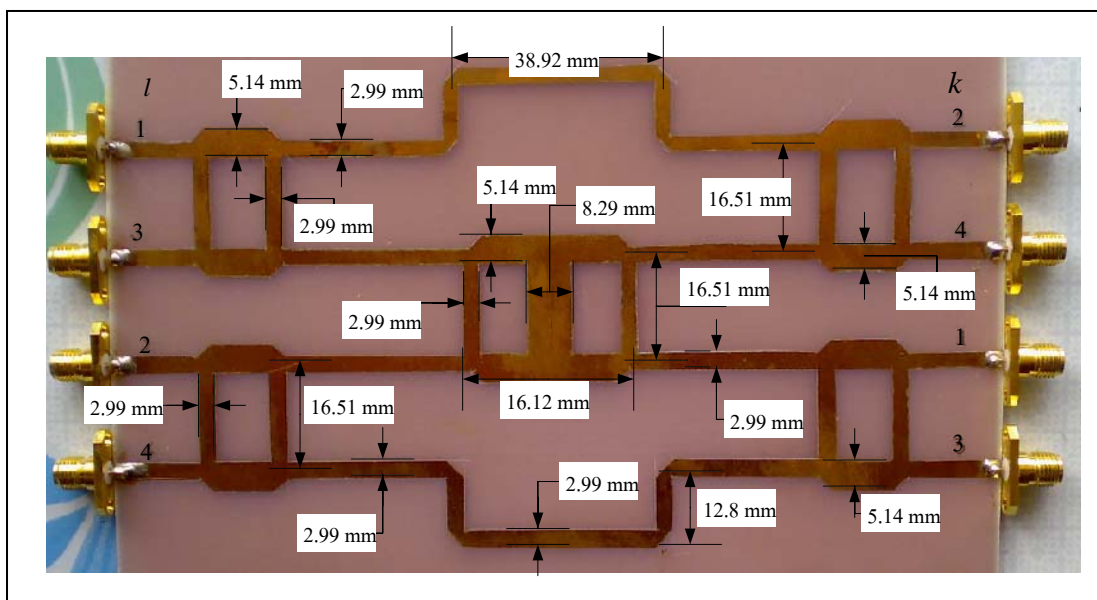
เนื่องจากมีความยาวมากเกินไปไม่เข้ากับโครงข่ายอื่นจึงมีการคดงอขึ้น โดยการคดงอนั้น ทำได้โดย นำค่าความยาวของตัวเลื่อนเฟส 45° ภายในโครงข่าย ลบออกจากค่าความยาวที่ตัวเลื่อนเฟส 45° ภายในโครงข่ายสามารถเชื่อมต่อได้แล้ว ค่าที่เหลือให้นำค่ามางอขึ้นตามความสวยงาม โดยที่ค่าความกว้างจะต้องคงที่ ดังรูปที่ 5.9 เพื่อให้เข้ากับโครงข่ายได้



รูปที่ 5.9 ค่าความยาวของตัวเลื่อนเฟส 45 องศาภายในโครงข่ายที่ออกแบบเสร็จ

5.3.2 การสร้างบัทเลอร์ เมทริกซ์

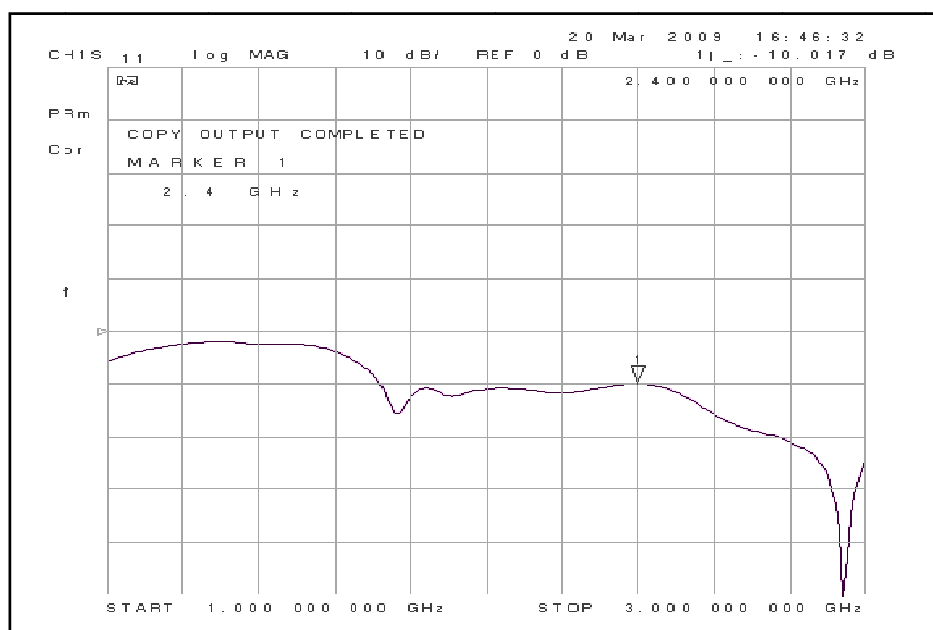
เมื่อได้พารามิเตอร์ที่เป็นส่วนประกอบของบัทเลอร์ เมทริกซ์แล้วนำค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ นี้มาสร้างโครงข่ายก่อรูปลาคลิ้นบัทเลอร์ เมทริกซ์ โดยใช้แผงลายวงจร (FR4) แล้วทำการเขียนแบบโดยโปรแกรมออโตแคด (AutoCAD) ในการสร้างลายวงจร จากนั้นทำการตัด แล้วนำไปกัดแผงลายวงจร จะได้โครงข่ายก่อรูปลาคลิ้นบัทเลอร์ เมทริกซ์ออกมา ทำเช่นนี้อีก 1 แผ่น เพื่อใช้สำหรับวงจรภาครับและภาคส่ง โดยโครงข่ายก่อรูปลาคลิ้นบัทเลอร์ เมทริกซ์ ที่สร้างเสร็จสมบูรณ์แสดงได้ดังนี้



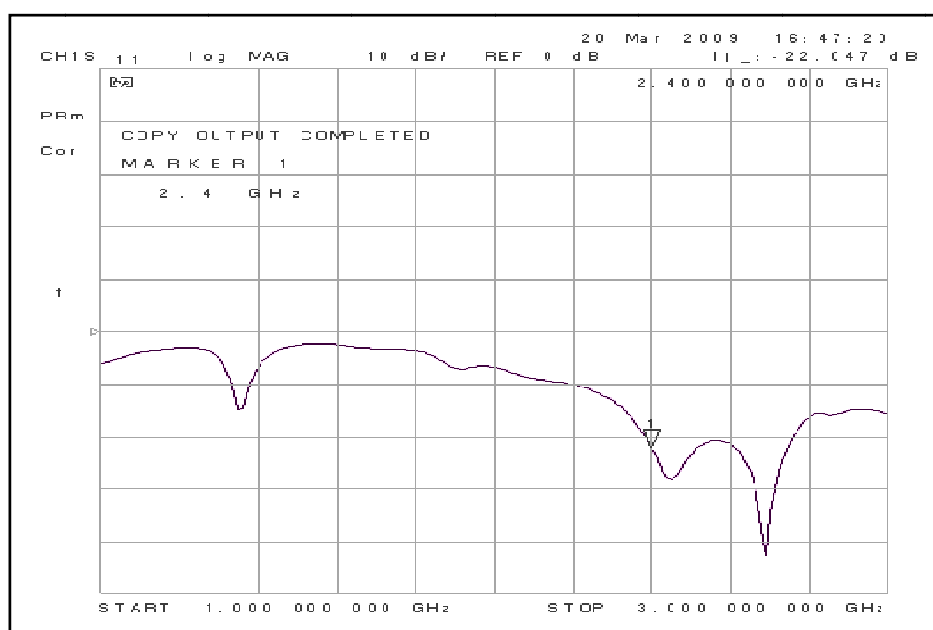
รูปที่ 5.10 โครงข่ายก่อรูปลาคลิ้นบัทเลอร์ เมทริกซ์ที่สร้างจากการออกแบบ

5.3.3 ผลการทดสอบค่าพารามิเตอร์จากบัทเลอร์ เมทริกซ์

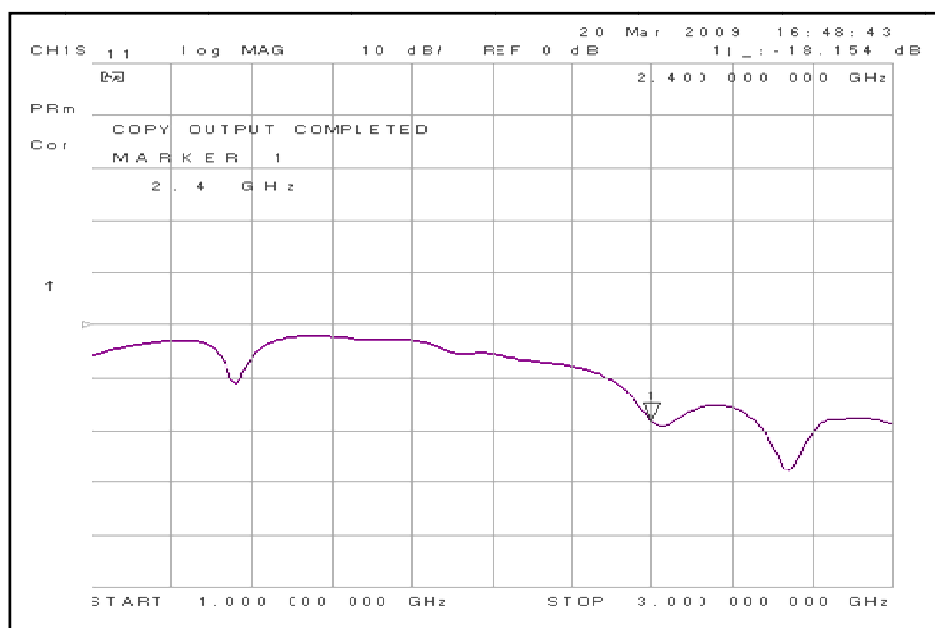
- ผลการทดสอบค่าการไหลของพลังงาน (S_{11})



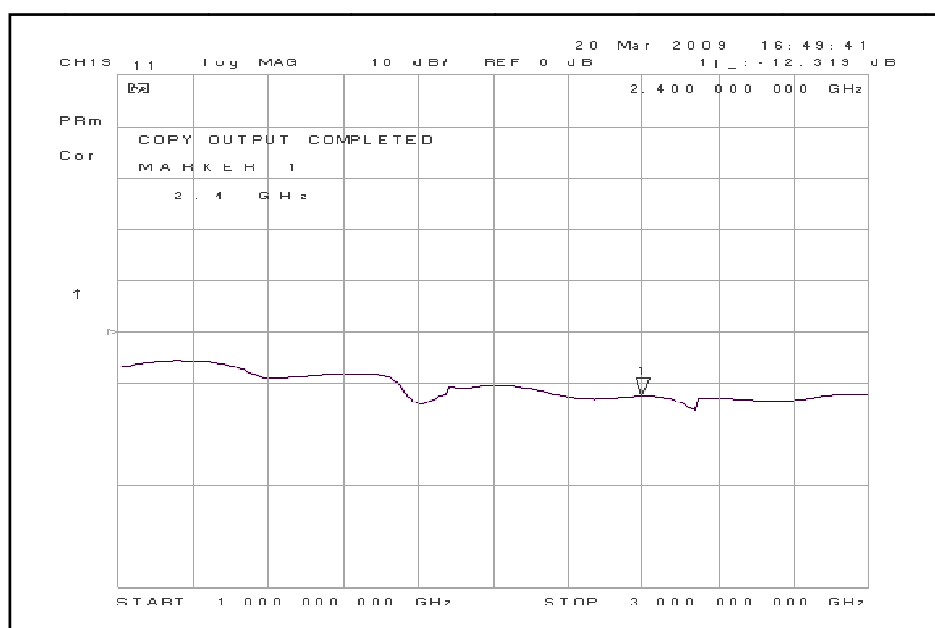
รูปที่ 5.11 วัดค่าพลังงานระหว่างพอร์ต P1 กับพอร์ต E1 (S_{11} มีค่าเท่ากับ -10.017 dB)



รูปที่ 5.12 วัดค่าพลังงานระหว่างพอร์ต P2 กับพอร์ต E2 (S_{11} มีค่าเท่ากับ -22.047 dB)

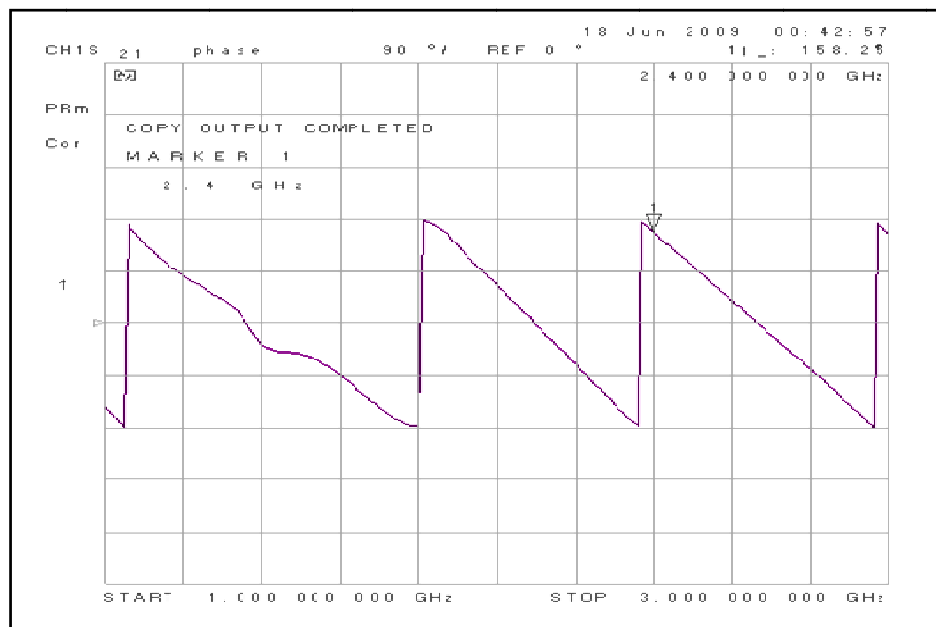


รูปที่ 5.13 วัดค่าพลังงานระหว่างพอร์ต P3 กับพอร์ต E3 (S_{11} มีค่าเท่ากับ -18.154 dB)

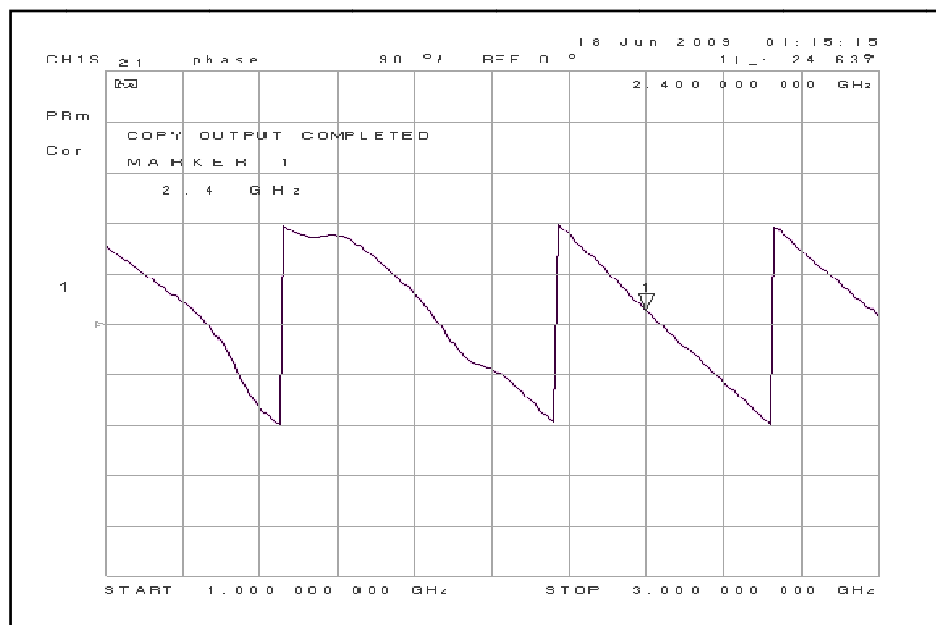


รูปที่ 5.14 วัดค่าพลังงานระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต E4 (S_{11} มีค่าเท่ากับ -12.319 dB)

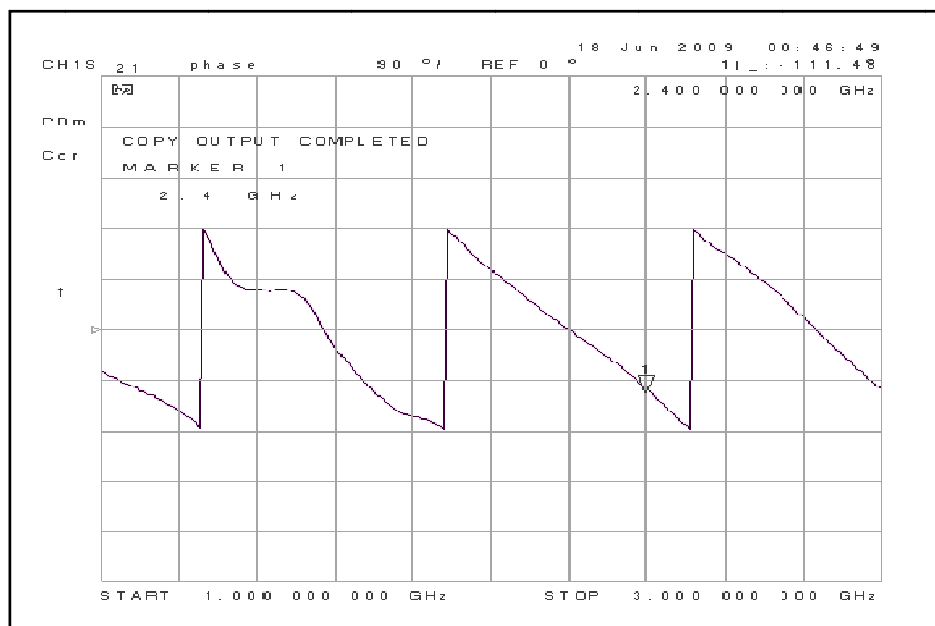
- ผลการทดสอบค่าการเลื่อนเฟส



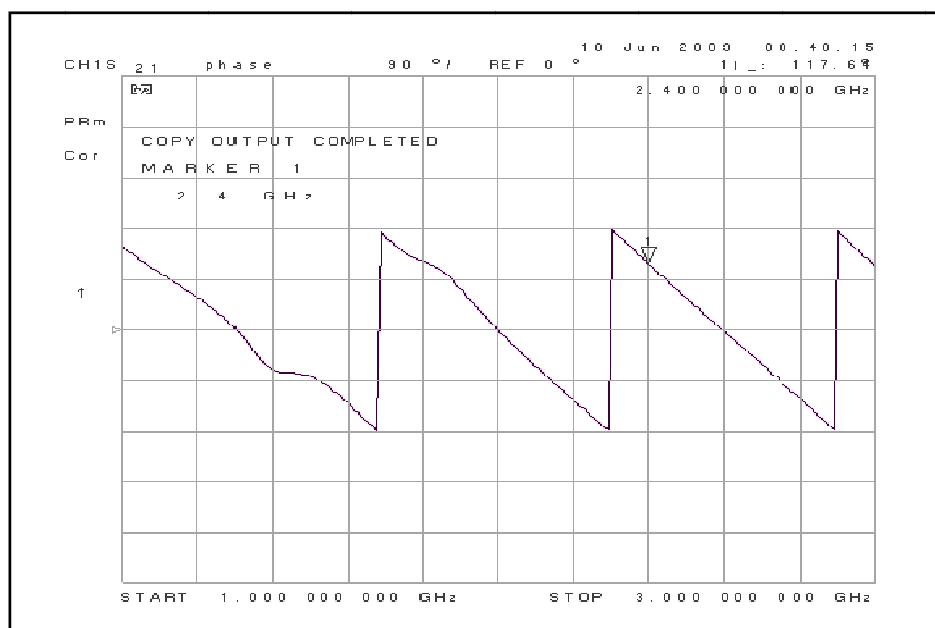
รูปที่ 5.15 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P1 กับพอร์ต E1 มีค่าเท่ากับ 158 องศา



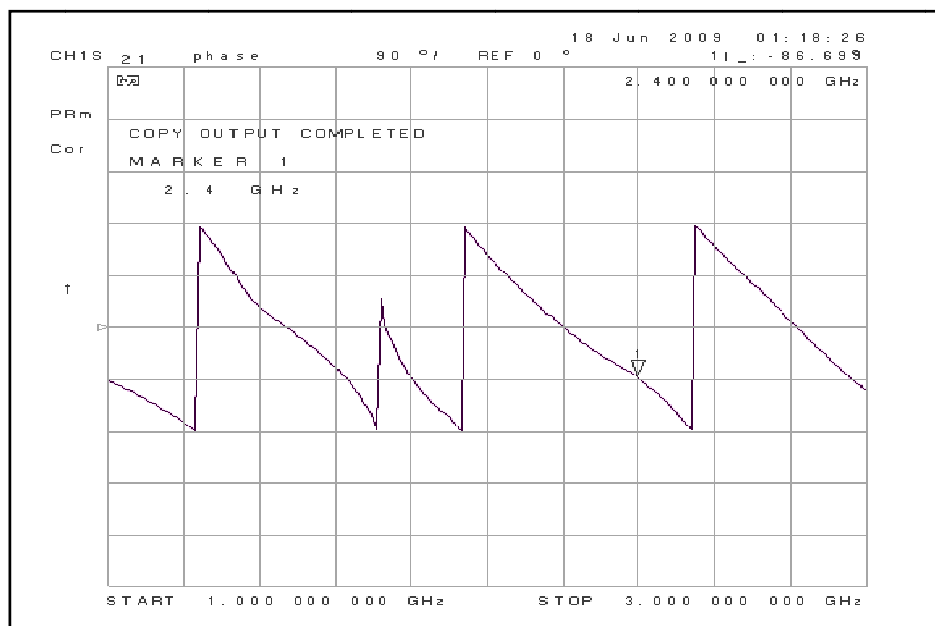
รูปที่ 5.16 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P1 กับพอร์ต E2 มีค่าเท่ากับ 25 องศา



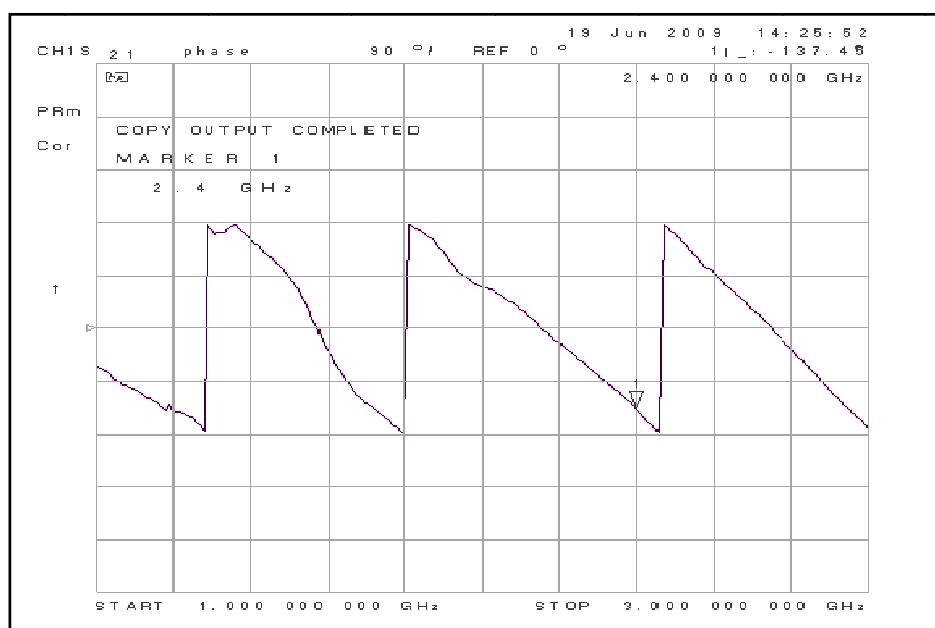
รูปที่ 5.17 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P1 กับพอร์ต E3 มีค่าเท่ากับ -122 องศา



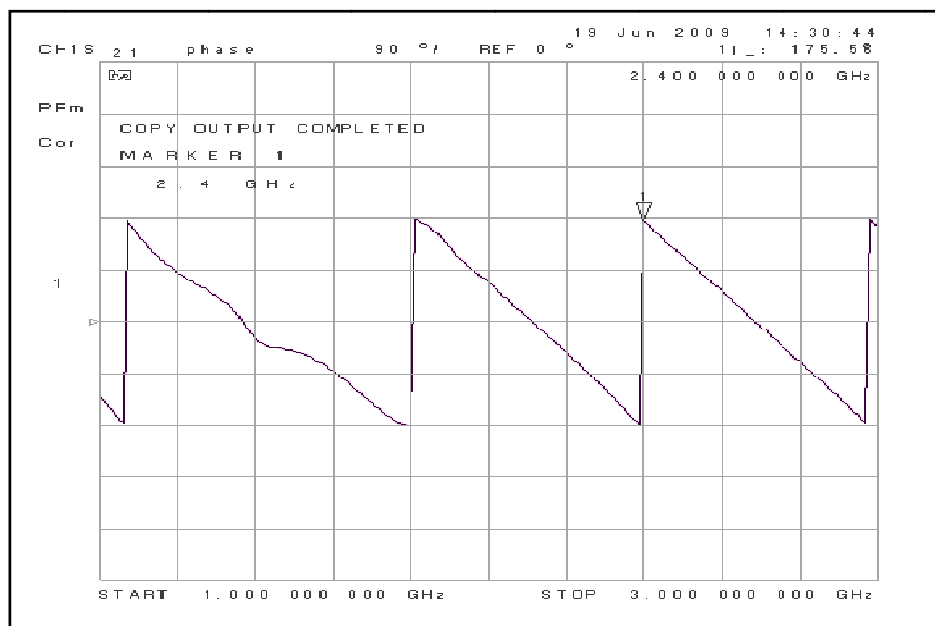
รูปที่ 5.18 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P2 กับพอร์ต E4 มีค่าเท่ากับ 118 องศา



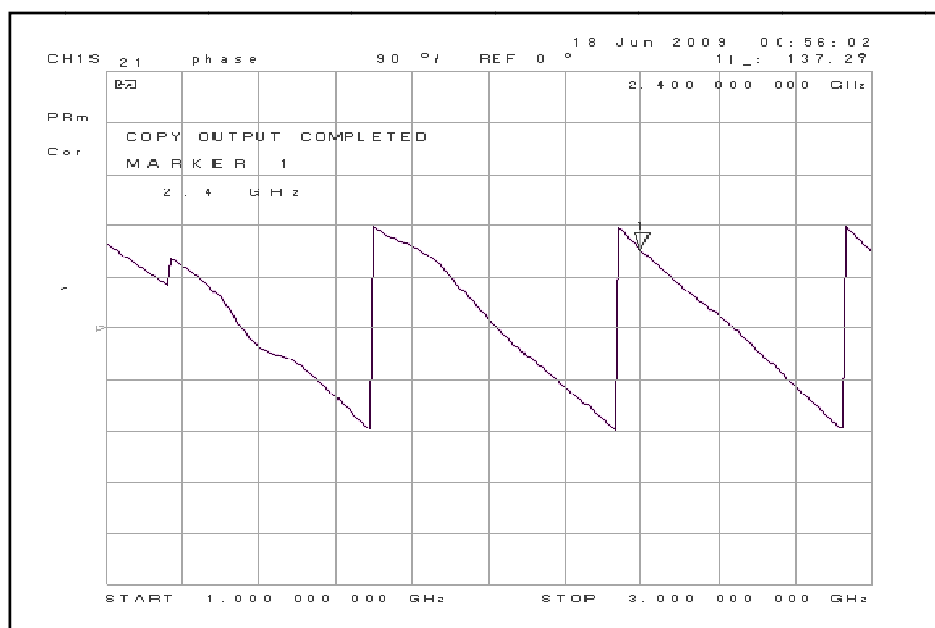
รูปที่ 5.19 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P2 กับพอร์ต E1 มีค่าเท่ากับ -87 องศา



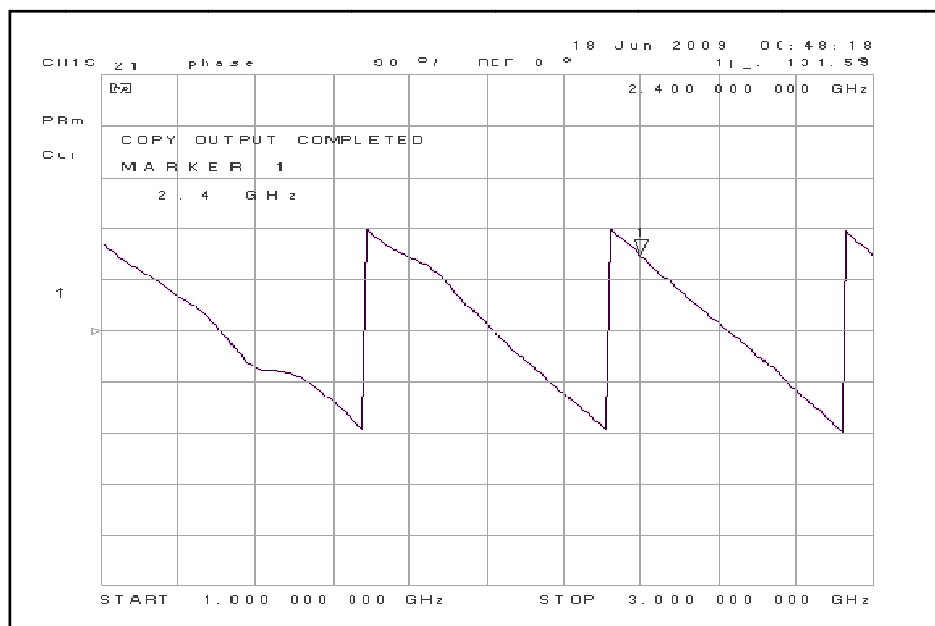
รูปที่ 5.20 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P2 กับพอร์ต E2 มีค่าเท่ากับ -137 องศา



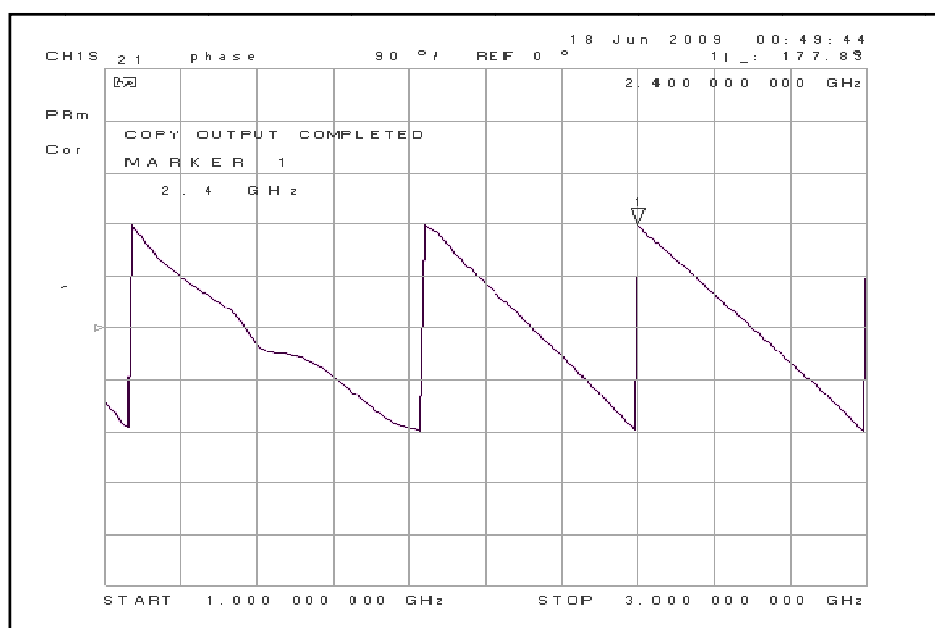
รูปที่ 5.21 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P2 กับพอร์ต E3 มีค่าเท่ากับ 176 องศา



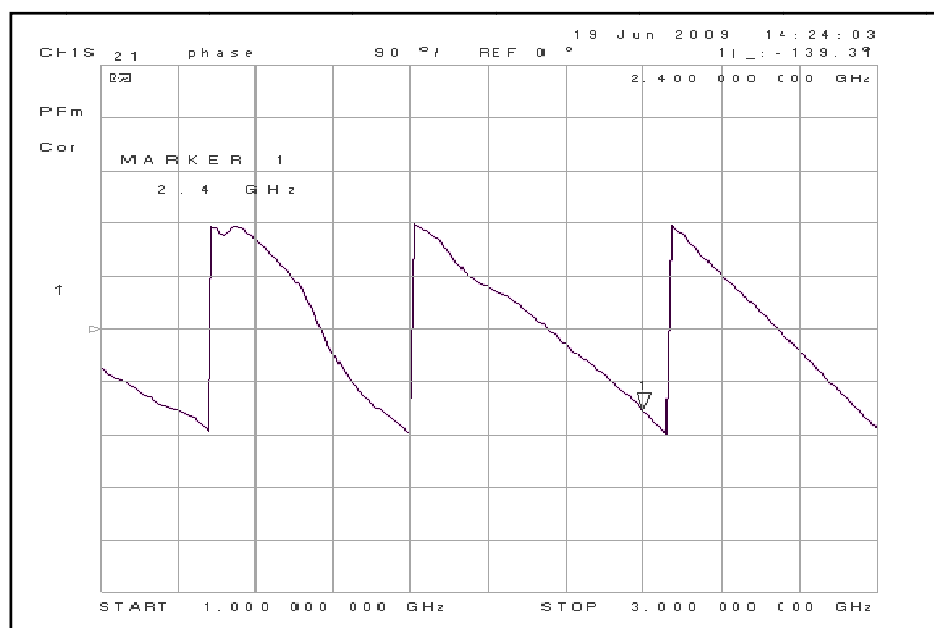
รูปที่ 5.22 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P2 กับพอร์ต E4 มีค่าเท่ากับ 137 องศา



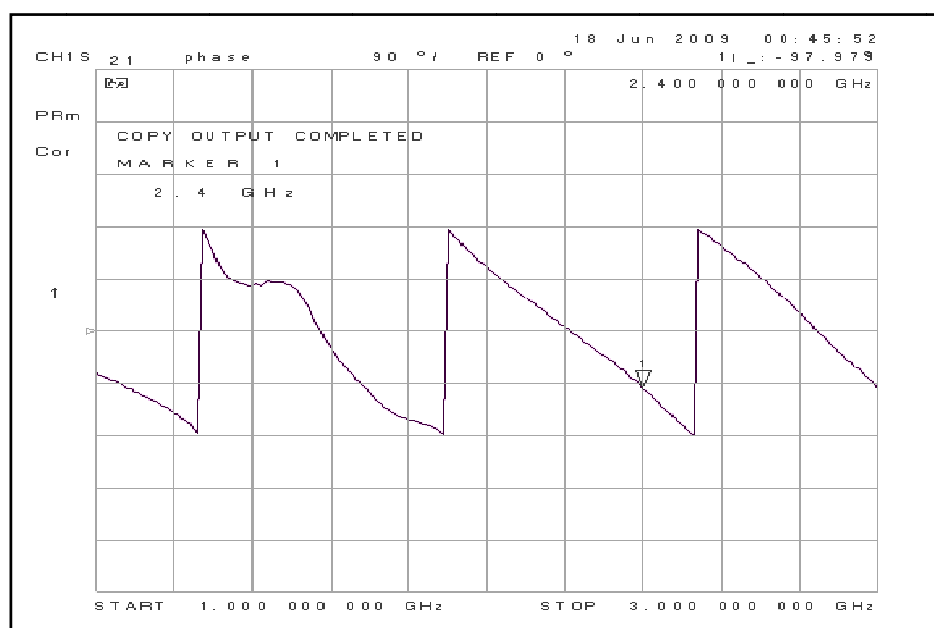
รูปที่ 5.23 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P3 กับพอร์ต E1 มีค่าเท่ากับ 132 องศา



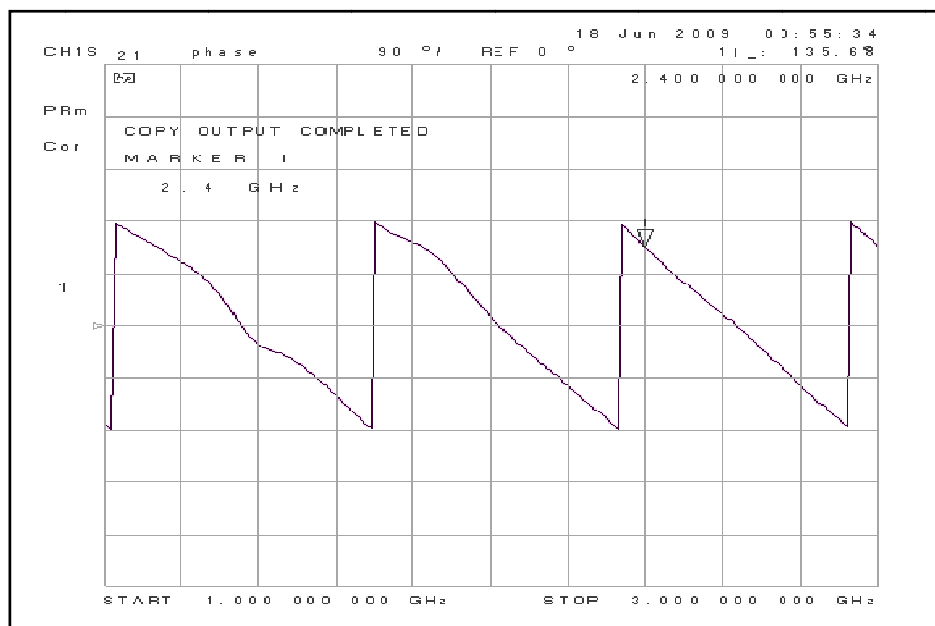
รูปที่ 5.24 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P3 กับพอร์ต E2 มีค่าเท่ากับ 178 องศา



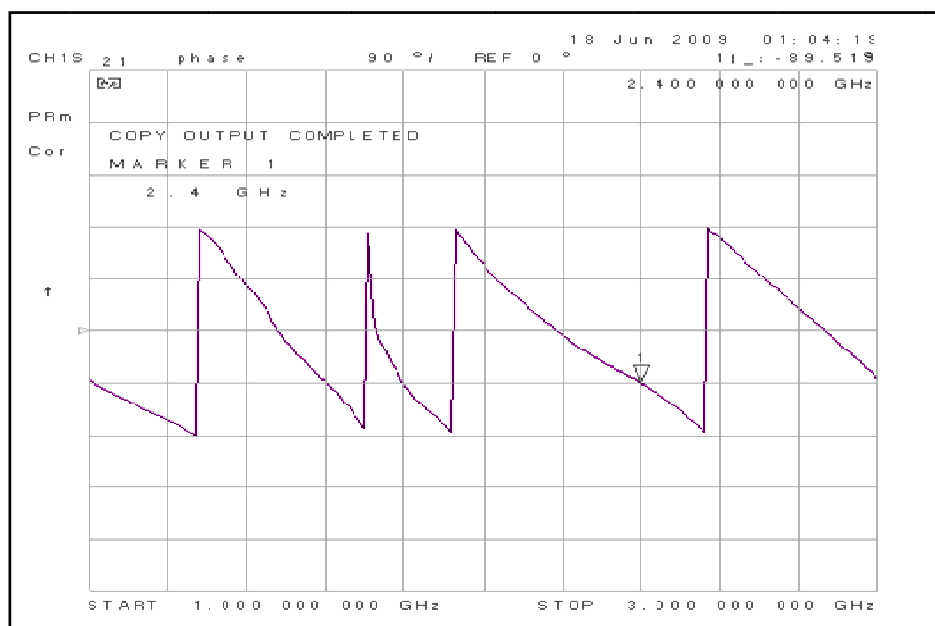
รูปที่ 5.25 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P3 กับพอร์ต E3 มีค่าเท่ากับ -139 องศา



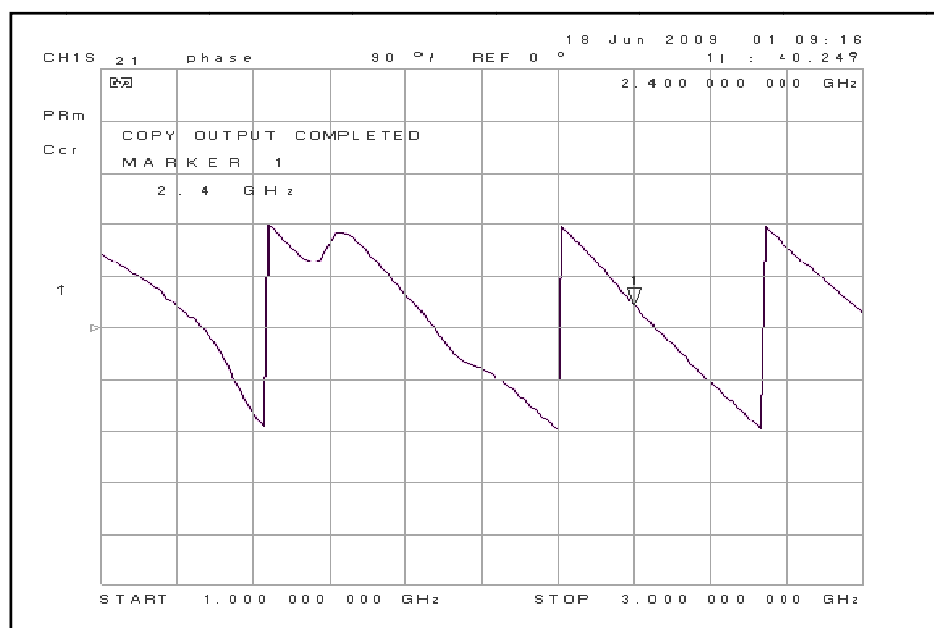
รูปที่ 5.26 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P3 กับพอร์ต E4 มีค่าเท่ากับ -98 องศา



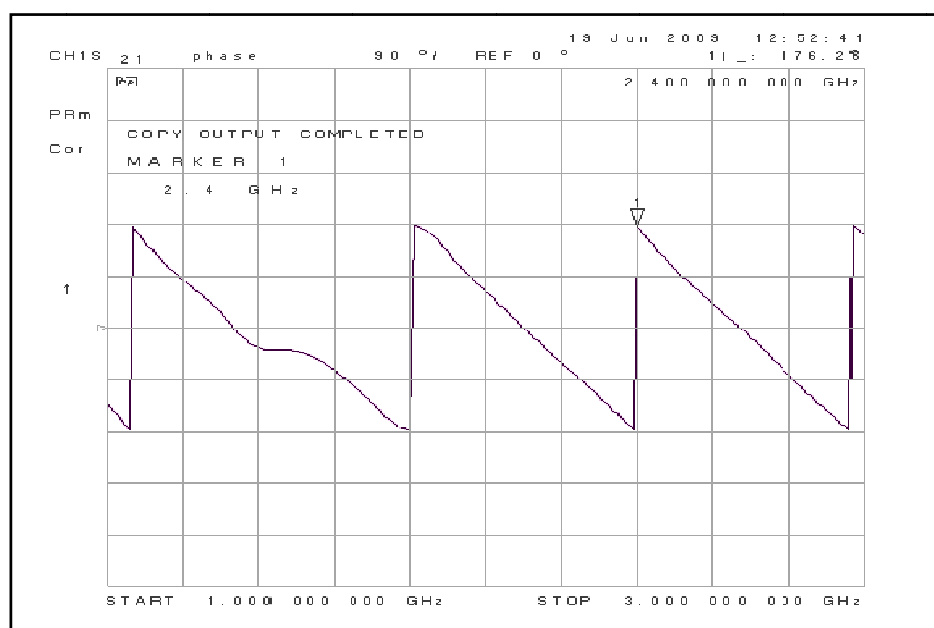
รูปที่ 5.27 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต E1 มีค่าเท่ากับ 136 องศา



รูปที่ 5.28 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต E2 มีค่าเท่ากับ -90 องศา



รูปที่ 5.29 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต E3 มีค่าเท่ากับ 40 องศา



รูปที่ 5.30 วัดค่าเฟสระหว่างพอร์ต P4 กับพอร์ต E4 มีค่าเท่ากับ 176 องศา

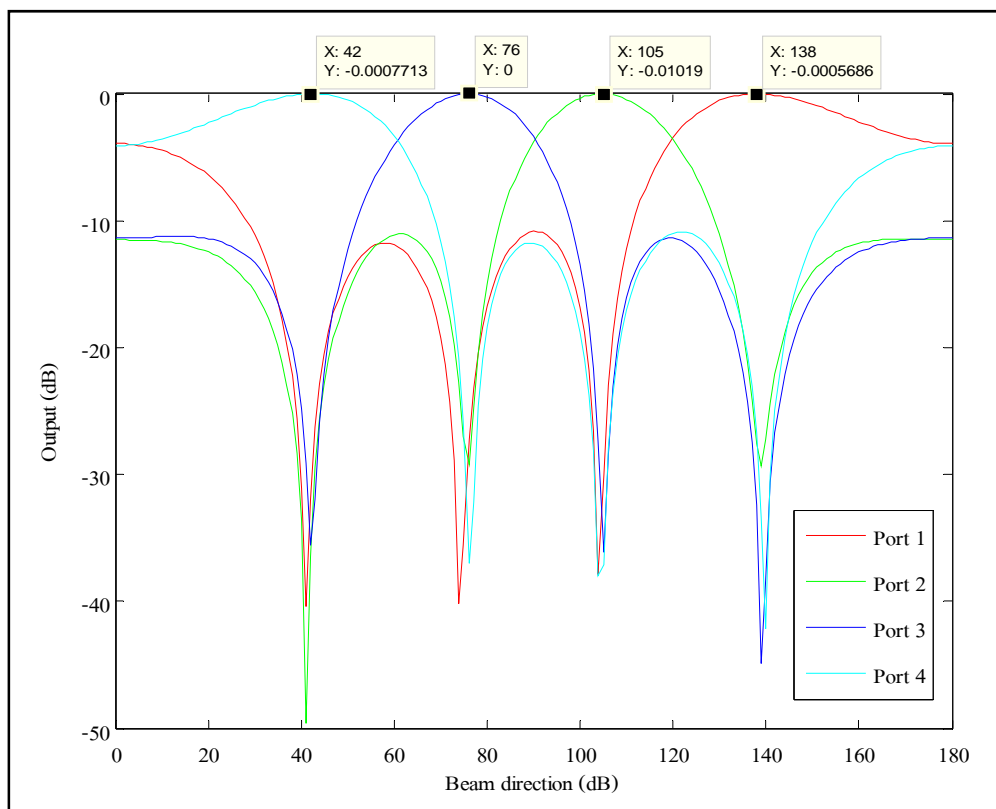
- ผลการจำลองแบบรูปการแผ่กระจายลำคลื่น

จากผลที่วัดการไหลของพลังงานนั้นสามารถแพร่กระจายพลังงานออกไปเป็นที่ยอมรับได้ เนื่องจากค่าที่ได้ต่ำกว่า -10 dB และจากการทดสอบวัดค่ามุมเฟสที่พอร์ตต่าง ๆ ของสายอากาศแต่ละต้นแล้วนำไปคำนวณหาการชี้ทิศทางของสายอากาศในโปรแกรมแมทแลบ และวัดระยะห่างระหว่างเฟสโดยเฉลี่ยได้ค่าดังตารางที่ 5.1

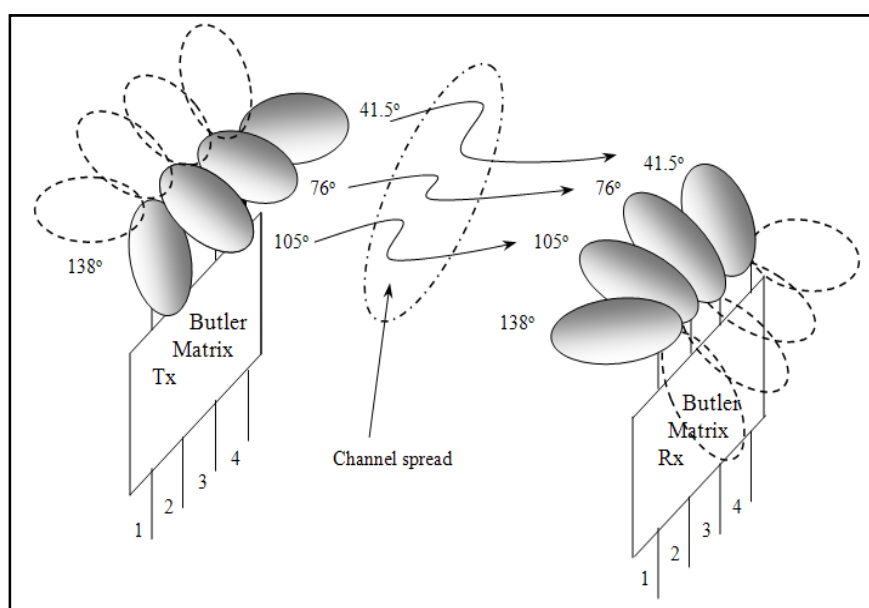
ตารางที่ 5.1 แสดงเฟสของสายอากาศ ทิศทางของลำคลื่น และเฟสที่มาจากบัทเลอร์ เมทริกซ์ที่ได้จากการวัดผล

θ_{kl}	E1 ($l=1$)	E2 ($l=2$)	E3 ($l=3$)	E4 ($l=4$)	Beam Direction	Inter-Element Phasing (average)
Port 1 ($k=1$)	158°	25°	-112°	118°	138°	-130°
Port 2 ($k=2$)	-87°	-137°	176°	137°	105°	-42°
Port 3 ($k=3$)	132°	178°	-139°	-98°	76°	50°
Port 4 ($k=4$)	136°	-90°	40°	176°	42°	138°

เมื่อนำผลการทดสอบนี้มาพล็อตแบบรูปการแผ่พลังงานในแต่ละทิศทาง (Beam Direction) ด้วยโปรแกรม MATLAB ใช้สมการการชี้ทิศทาง (4.12) และ (4.13) โดยกำหนดให้แกน x เป็นมุมที่สายอากาศแต่ละต้นชี้ทิศทาง ส่วนแกน y เป็นเอาท์พุท มีผลดังรูปที่ 5.31 ซึ่งรูปที่ 5.31 ผลที่ได้สามารถยอมรับได้ตามทฤษฎี ดังนั้นจึงนำโครงข่ายก่อรูปลำคลื่นบัทเลอร์ เมทริกซ์นี้ไปใช้งานและพัฒนาต่อไปได้ นั่นหมายความว่าเราสามารถใส่บัทเลอร์ เมทริกซ์เข้าที่ภาคส่งและภาครับของสายอากาศได้เลย โดยผลที่ได้จะเป็นการประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติทันที สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.32



รูปที่ 5.31 แบบรูปการแผ่พลังงานในแต่ละทิศทาง



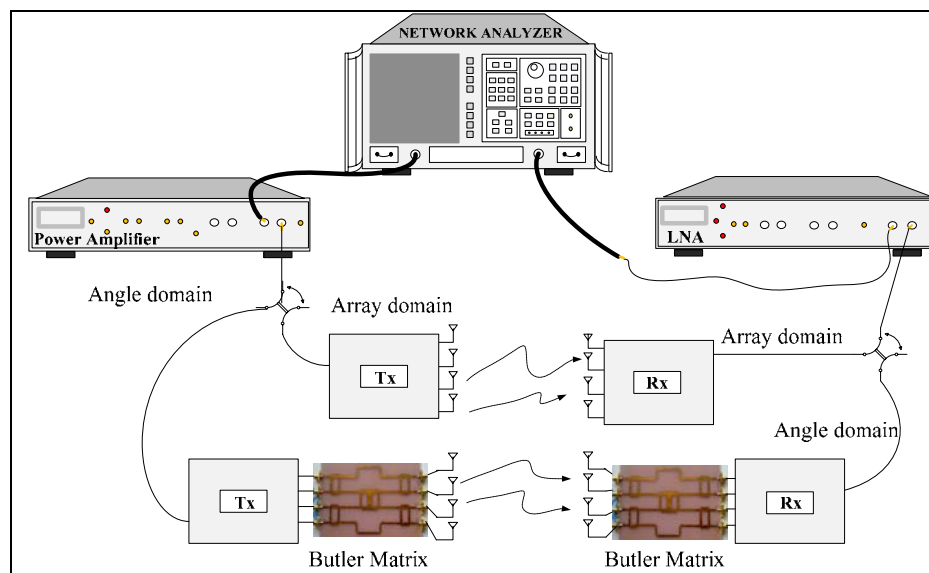
รูปที่ 5.32 รูปแสดงการประยุกต์ใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์เข้ากับสายอากาศที่ภาคส่งและภาครับ

5.4 การทดสอบระบบไมโมในสถานการณ์จริง

จากการสร้างชุดอุปกรณ์ต้นแบบโดยอ้างอิงจากทฤษฎีที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 และ บทที่ 4 ได้ชุดอุปกรณ์ต้นแบบที่สมบูรณ์หลังจากนั้นนำไปทดสอบในห้องปฏิบัติการและทดสอบใช้งานจริง ซึ่งในบทนี้ได้กล่าวถึงผลการทดสอบอุปกรณ์ต้นแบบต่อไป

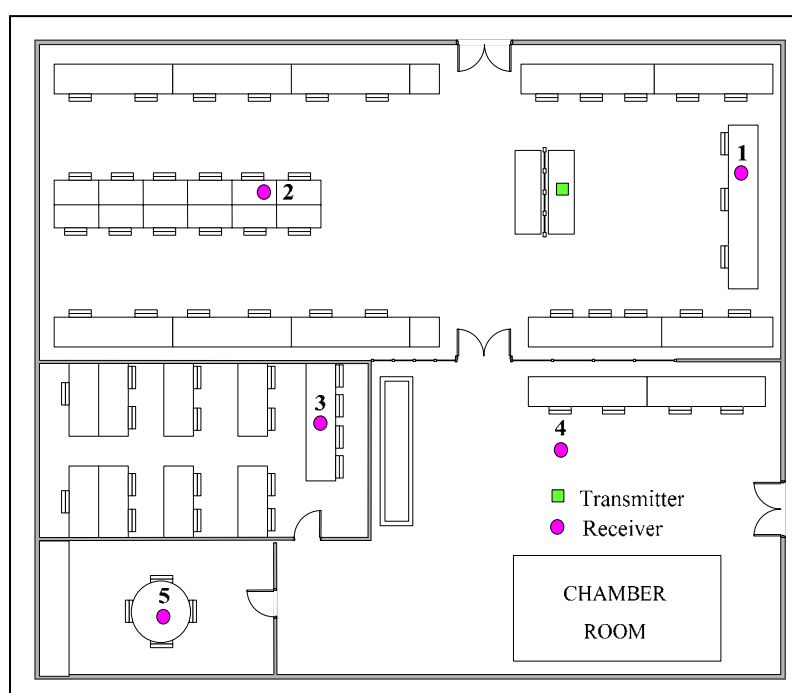
5.4.1 การทดสอบชุดอุปกรณ์ต้นแบบสำหรับการวัดช่องสัญญาณ

จากโครงสร้างของการวัดช่องสัญญาณในระบบไมโมแบบ 4x4 สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.3 โดยที่องค์ประกอบของระบบไมโมแบบ 4x4 ประกอบด้วยเครื่องวิเคราะห์ห้วงจรข่าย (Network Analyzer) โดยที่โมดูลตัวขยายกำลัง (Power Amplifier : PA) และ โมดูลตัวขยายที่มีสัญญาณรบกวนต่ำ (Low Noise Amplifier : LNA) สำหรับ PA จะถูกนำมาใช้เพื่อเพิ่มกำลังส่งสัญญาณที่ภาคส่ง โดย LNA ถูกนำมาใช้เพื่อเพิ่มระดับสัญญาณที่ภาครับ โดยค่าสัมประสิทธิ์ของช่องสัญญาณทั้งขนาด และเฟสถูกวัดจากเครื่องวิเคราะห์ห้วงจรข่าย (S_{21}) โดยแต่ละช่องสัญญาณจะวัดทั้งหมด 5 ครั้ง สำหรับสายอากาศที่ใช้ในการวัดช่องสัญญาณเป็นสายอากาศโมโนโพล ความถี่ที่ทำการทดสอบคือ 2.4 GHz อย่างไรก็ตามช่องสัญญาณที่วัดได้เป็นระบบไมโมแบบ 4x4 การสร้างชุดทดสอบหรือการจำลองแบบสำหรับระบบไมโมสามารถนำช่องสัญญาณที่วัดได้ทั้งสองวิธีมาเปรียบเทียบกันในการหาความจุช่องสัญญาณ



รูปที่ 5.3 โครงสร้างของระบบที่ใช้ในการวัดช่องสัญญาณ

สถานที่ที่ทำการวัดช่องสัญญาณเราได้เลือกห้องทำงานที่มีขนาดใหญ่ในรูปที่ 5.4 แสดงแบบจำลองสถานที่ที่ทำการวัดผล ห้องปฏิบัติการวิศวกรรมโทรคมนาคม อาคารวิจัย 4 มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี เพื่อเพิ่มกรณีของการศึกษาช่องสัญญาณในหลายรูปแบบ ได้แสดงแผนที่ของห้องที่ได้ทำการวัดช่องสัญญาณ โดยที่จุดวงกลมหมายถึงจุดทดสอบที่ได้ทำการรับมีทั้งหมด 5 จุดในแต่ละจุดภาคส่งจะอยู่ที่ตำแหน่งเดิมและทำการวัดผลทั้งการประมวลผลโดเมนแอมพลิจูดและการประมวลผลโดเมนเชิงมุม



รูปที่ 5.34 แผนที่สำหรับวัดช่องสัญญาณ

ช่องสัญญาณที่วัดได้ถูกแสดงในรูปของขนาดหน่วย dB และเฟสในหน่วยองศา ส่วนการสูญเสียเนื่องจากสายส่งสัญญาณทำการวัดแล้วได้ -24 dB โดยจะทำการวัดแต่ละค่าทั้งหมด 5 ครั้งแล้วนำมาเฉลี่ยให้เหลือ 1 ค่า ทำทั้งแอมพลิจูดและเฟสแล้วจะได้ค่าดังต่อไปนี้

-49 dB/29°	-39 dB/-124°	-35 dB/21°	-35 dB/-57°
-39 dB/53°	-40 dB/32°	-40 dB/41°	-42 dB/35°
-46 dB/-60°	-43 dB/41°	-49 dB/2°	-46 dB/-11°
-30 dB/20°	-37 dB/-140°	-41 dB/43°	-39 dB/19°

ค่าแอมพลิจูดและเฟส จุดทดสอบที่ 1 (การประมวลผลโดเมนแถวลำดับ)

-38 dB/-148°	-34 dB/-97°	-31 dB/171°	-30 dB/72°
-28 dB/-148°	-30 dB/166°	-31 dB/83°	-40 dB/-13°
-33 dB/-60°	-27 dB/-153°	-29 dB/98°	-31 dB/45°
-28 dB/-143°	-32 dB/125°	-39 dB/116°	-37 dB/72°

ค่าแอมพลิจูดและเฟส จุดทดสอบที่ 1 (การประมวลผลโดเมนเชิงมุม)

-60 dB/-55°	-48 dB/-130°	-53 dB/-70°	-59 dB/-94°
-53 dB/-92°	-49 dB/-118°	-48 dB/-49°	-55 dB/-176°
-58 dB/-80°	-48 dB/-135°	-52 dB/-74°	-56 dB/-81°
-59 dB/-113°	-51 dB/-95°	-54 dB/-69°	-52 dB/-60°

ค่าแอมพลิจูดและเฟส จุดทดสอบที่ 2 (การประมวลผลโดเมนแถวลำดับ)

-62 dB/8°	-55 dB/34°	-55 dB/142°	-61 dB/134°
-60 dB/108°	-50 dB/-197°	-50 dB/146°	-61 dB/-174°
-62 dB/171°	-48 dB/66°	-52 dB/116°	-59 dB/94°
-62 dB/135°	-52 dB/62°	-58 dB/-155°	-55 dB/-171°

ค่าแอมพลิจูดและเฟส จุดทดสอบที่ 2 (การประมวลผลโดเมนเชิงมุม)

-62 dB/-62°	-63 dB/-63°	-63 dB/-63°	-63 dB/-63°
-60 dB/-60°	-61 dB/-61°	-61 dB/-61°	-61 dB/-61°
-61 dB/-61°	-49 dB/-49°	-61 dB/-61°	-62 dB/-62°
-62 dB/62°	-62 dB/-62°	-63 dB/-63°	-64 dB/-64°

ค่าแอมพลิจูดและเฟส จุดทดสอบที่ 3 (การประมวลผลโดเมนแถวลำดับ)

-60 dB/172°	-61 dB/36°	-61 dB/7°	-60 dB/-47°
-60 dB/75°	-60 dB/-151°	-59 dB/138°	-58 dB/92°
-55 dB/122°	-48 dB/108°	-53 dB/124°	-60 dB/117°
-61 dB/39°	-61 dB/-169°	-63 dB/-151°	-64 dB/51°

ค่าแอมพลิจูดและเฟส จุดทดสอบที่ 3 (การประมวลผลโดเมนเชิงมุม)

-59 dB/-15°	-47 dB/7°	-55 dB/-11°	-58 dB/22°
-50 dB/15°	-44 dB/26°	-43 dB/-6°	-53 dB/47°
-51 dB/-13°	-43 dB/23°	-43 dB/17°	-52 dB/22°
-59 dB/56°	-53 dB/8°	-53 dB/-18°	-57 dB/-114°

ค่าแอมพลิจูดและเฟส จุดทดสอบที่ 4 (การประมวลผลโดเมนแถวลำดับ)

-60 dB/143°	-56 dB/116°	-55 dB/129°	-59 dB/-145°
-57 dB/174°	-48 dB/140°	-58 dB/-175°	-55 dB/-150°
-57 dB/164°	-46 dB/118°	-53 dB/-169°	-61 dB/146°
-62 dB/157°	-59 dB/143°	-53 dB/168°	-59 dB/168°

ค่าแอมพลิจูดและเฟส จุดทดสอบที่ 4 (การประมวลผลโดเมนเชิงมุม)

-63 dB/-106°	-61 dB/-103°	-62 dB/66°	-62 dB/96°
-64 dB/176°	-62 dB/-64°	-60 dB/156°	-60 dB/50°
-66 dB/-58°	-62 dB/59°	-66 dB/15°	-63 dB/-78°
-63 dB/-164°	-64 dB/102°	-66 dB/-158°	-64 dB/84°

ค่าแอมพลิจูดและเฟส จุดทดสอบที่ 5 (การประมวลผลโดเมนแกลว์ลำดับ)

-61 dB/-73°	-59 dB/168°	-61 dB/17°	-61 dB/160°
-62 dB/-32°	-60 dB/-153°	-59 dB/95°	-58 dB/-36°
-63 dB/116°	-62 dB/-171°	-61 dB/92°	-63 dB/145°
-61 dB/25°	-62 dB/-149°	-63 dB/-12°	-63 dB/78°

ค่าแอมพลิจูดและเฟส จุดทดสอบที่ 5 (การประมวลผลโดเมนเชิงมุม)

เมื่อแปลงจากรูปแบบโพลาร์ให้อยู่ในรูปแบบจำนวนเชิงซ้อน จาก $A(\cos \theta + i \sin \theta) = A + Bi$ เราสามารถนำค่าที่ได้แสดงอยู่ในรูปแบบเมทริกซ์ จะได้เมทริกซ์ช่องสัญญาณทั้ง 5 จุดทดสอบ ทั้งการประมวลผลโดเมนแกลว์ลำดับและการประมวลผลโดเมนเชิงมุม ช่องสัญญาณสามารถสรุปได้ดังนี้

$(1.70+0.97i) \times 10^{-2}$	$(-1.80-2.60i) \times 10^{-2}$	$(7.40+2.80i) \times 10^{-2}$	$(4.30-6.70i) \times 10^{-2}$
$(1.90+2.50i) \times 10^{-2}$	$(2.10+1.30i) \times 10^{-2}$	$(1.90+1.60i) \times 10^{-2}$	$(1.30+0.90i) \times 10^{-2}$
$(0.30-0.50i) \times 10^{-2}$	$(0.95+0.80i) \times 10^{-2}$	$(0.30+0.01i) \times 10^{-2}$	$(0.60-0.10i) \times 10^{-2}$
$(23.00+8.60i) \times 10^{-2}$	$(-3.80-3.20i) \times 10^{-2}$	$(1.50+1.40i) \times 10^{-2}$	$(3.00+1.00i) \times 10^{-2}$

เมทริกซ์ช่องสัญญาณ จุดทดสอบที่ 1 (การประมวลผลโดเมนแกลว์ลำดับ)

$(-3.40-2.10i) \times 10^{-2}$	$(-1.20-9.90i) \times 10^{-2}$	$(-19.70+3.10i) \times 10^{-2}$	$(7.80+23.90i) \times 10^{-2}$
$(-33.70-21.1i) \times 10^{-2}$	$(-24.40+6.10i) \times 10^{-2}$	$(24.30+19.80i) \times 10^{-2}$	$(2.40-0.60i) \times 10^{-2}$
$(6.30-10.60i) \times 10^{-2}$	$(-44.70-22.80i) \times 10^{-2}$	$(-4.40+31.30i) \times 10^{-2}$	$(14.00+14.00i) \times 10^{-2}$
$(-32.00-24.0i) \times 10^{-2}$	$(-9.00+13.00i) \times 10^{-2}$	$(-1.40+2.80i) \times 10^{-2}$	$(1.50+4.80i) \times 10^{-2}$

เมทริกซ์ช่องสัญญาณ จุดทดสอบที่ 1 (การประมวลผลโดเมนเชิงมุม)

$(1.40-2.10i) \times 10^{-4}$	$(-26.00-31.00i) \times 10^{-4}$	$(4.30-12.00i) \times 10^{-4}$	$(-0.20-3.20i) \times 10^{-4}$
$(-0.40-13.00i) \times 10^{-4}$	$(-15.00-28.00i) \times 10^{-4}$	$(26.00-30.00i) \times 10^{-4}$	$(-7.90-0.60i) \times 10^{-4}$
$(0.70-3.90i) \times 10^{-4}$	$(-28.00-28.00i) \times 10^{-4}$	$(4.40-15.00i) \times 10^{-4}$	$(0.90-6.20i) \times 10^{-4}$
$(-1.20-2.90i) \times 10^{-4}$	$(-1.70-20.00i) \times 10^{-4}$	$(3.60-9.30i) \times 10^{-4}$	$(7.90-14.00i) \times 10^{-4}$

เมทริกซ์ช่องสัญญาณ จุดทดสอบที่ 2 (การประมวลผลโดเมนแถวลำดับ)

$(1.60+0.20i) \times 10^{-4}$	$(6.60+4.40i) \times 10^{-4}$	$(-6.30+4.90i) \times 10^{-4}$	$(-1.40+1.40i) \times 10^{-4}$
$(-0.80+2.40i) \times 10^{-4}$	$(-24.00+7.30i) \times 10^{-4}$	$(-21.00+14.00i) \times 10^{-4}$	$(-2.00-0.20i) \times 10^{-4}$
$(-1.60+0.30i) \times 10^{-4}$	$(16.00+36.00i) \times 10^{-4}$	$(-6.90+14.00i) \times 10^{-4}$	$(-0.20+3.20i) \times 10^{-4}$
$(-1.10+1.10i) \times 10^{-4}$	$(7.40+14.00i) \times 10^{-4}$	$(-3.60-1.70i) \times 10^{-4}$	$(-7.80-1.20i) \times 10^{-4}$

เมทริกซ์ช่องสัญญาณ จุดทดสอบที่ 2 (การประมวลผลโดเมนเชิงมุม)

$(1.30+0.90i) \times 10^{-4}$	$(1.20+0.30i) \times 10^{-4}$	$(1.20+0.40i) \times 10^{-4}$	$(0.80-0.90i) \times 10^{-4}$
$(-2.50+0.20i) \times 10^{-4}$	$(2.00+0.40i) \times 10^{-4}$	$(-0.50-1.90i) \times 10^{-4}$	$(1.80-0.80i) \times 10^{-4}$
$(-0.70-1.90i) \times 10^{-4}$	$(-24.00+20.00i) \times 10^{-4}$	$(-0.90-1.80i) \times 10^{-4}$	$(0.50-1.50i) \times 10^{-4}$
$(-1.30-0.90i) \times 10^{-4}$	$(-1.50+0.60i) \times 10^{-4}$	$(-1.20-0.50i) \times 10^{-4}$	$(-0.90-0.50i) \times 10^{-4}$

เมทริกซ์ช่องสัญญาณ จุดทดสอบที่ 3 (การประมวลผลโดเมนแถวลำดับ)

$(-2.50+0.30i) \times 10^{-4}$	$(1.60+1.10i) \times 10^{-4}$	$(2.00+0.20i) \times 10^{-4}$	$(1.70-1.80i) \times 10^{-4}$
$(0.70+2.40i) \times 10^{-4}$	$(-2.20-1.20i) \times 10^{-4}$	$(-2.40+2.10i) \times 10^{-4}$	$(-0.10+4.00i) \times 10^{-4}$
$(-4.20+6.70i) \times 10^{-4}$	$(-12.00+38.00i) \times 10^{-4}$	$(-7.00+10.00i) \times 10^{-4}$	$(-1.10+2.20i) \times 10^{-4}$
$(1.60+1.30i) \times 10^{-4}$	$(-2.00-0.40i) \times 10^{-4}$	$(-1.10-0.60i) \times 10^{-4}$	$(0.60-0.80i) \times 10^{-4}$

เมทริกซ์ช่องสัญญาณ จุดทดสอบที่ 3 (การประมวลผลโดเมนเชิงมุม)

$(3.10-0.80i) \times 10^{-4}$	$(-22.00+45.00i) \times 10^{-4}$	$(7.80-1.50i) \times 10^{-4}$	$(3.70+1.50i) \times 10^{-4}$
$(24.00+6.50i) \times 10^{-4}$	$(89.00+44.00i) \times 10^{-4}$	$(125.00-13.00i) \times 10^{-4}$	$(8.60+9.20i) \times 10^{-4}$
$(19.40-4.50i) \times 10^{-4}$	$(116.00+49.00i) \times 10^{-4}$	$(120.40+37.80i) \times 10^{-4}$	$(14.70+5.90i) \times 10^{-4}$
$(1.80+2.60i) \times 10^{-4}$	$(12.50+1.80i) \times 10^{-4}$	$(12.00-3.90i) \times 10^{-4}$	$(-2.10-4.60i) \times 10^{-4}$

เมทริกซ์ช่องสัญญาณ จุดทดสอบที่ 4 (การประมวลผลโดเมนแถวลำดับ)

$(-2.00+1.50i) \times 10^{-4}$	$(-2.80+5.70i) \times 10^{-4}$	$(-5.00+6.20i) \times 10^{-4}$	$(-2.60-1.80i) \times 10^{-4}$
$(-5.00+0.50i) \times 10^{-4}$	$(-30.00+26.00i) \times 10^{-4}$	$(-4.00-0.30i) \times 10^{-4}$	$(-6.90-4.00i) \times 10^{-4}$
$(-4.80+1.40i) \times 10^{-4}$	$(-29.60-55.70i) \times 10^{-4}$	$(-12.40-2.40i) \times 10^{-4}$	$(-1.70+1.10i) \times 10^{-4}$
$(-1.50+0.60i) \times 10^{-4}$	$(-2.20+2.30i) \times 10^{-4}$	$(-12.30+2.60i) \times 10^{-4}$	$(-3.10+0.70i) \times 10^{-4}$

เมทริกซ์ช่องสัญญาณ จุดทดสอบที่ 4 (การประมวลผลโดเมนเชิงมุม)

$(-0.40-1.20i) \times 10^{-4}$	$(-0.50-1.90i) \times 10^{-4}$	$(0.60+1.50i) \times 10^{-4}$	$(-0.17+1.60i) \times 10^{-4}$
$(-1.00+0.07i) \times 10^{-4}$	$(0.70-1.40i) \times 10^{-4}$	$(-2.30+10i) \times 10^{-4}$	$(1.60+1.90i) \times 10^{-4}$
$(0.30-0.50i) \times 10^{-4}$	$(0.80+1.40i) \times 10^{-4}$	$(0.60+0.16i) \times 10^{-4}$	$(0.26-1.23i) \times 10^{-4}$
$(-1.20-0.35i) \times 10^{-4}$	$(-0.20+0.98i) \times 10^{-4}$	$(-0.59-0.24i) \times 10^{-4}$	$(0.10-0.99i) \times 10^{-4}$

เมทริกซ์ช่องสัญญาณ จุดทดสอบที่ 5 (การประมวลผลโดเมนแถวลำดับ)

$(0.58-1.90i) \times 10^{-4}$	$(-3.10+0.66i) \times 10^{-4}$	$(1.90+0.58i) \times 10^{-4}$	$(-1.87+0.68i) \times 10^{-4}$
$(1.34-0.84i) \times 10^{-4}$	$(-2.20-1.14i) \times 10^{-4}$	$(-0.28+3.15i) \times 10^{-4}$	$(3.20-2.34i) \times 10^{-4}$
$(-0.60+1.13i) \times 10^{-4}$	$(-1.56-0.25i) \times 10^{-4}$	$(-0.07+2.00i) \times 10^{-4}$	$(-1.00+0.72i) \times 10^{-4}$
$(1.80+0.84i) \times 10^{-4}$	$(-1.40-0.82i) \times 10^{-4}$	$(1.23-0.26i) \times 10^{-4}$	$(0.26+1.23i) \times 10^{-4}$

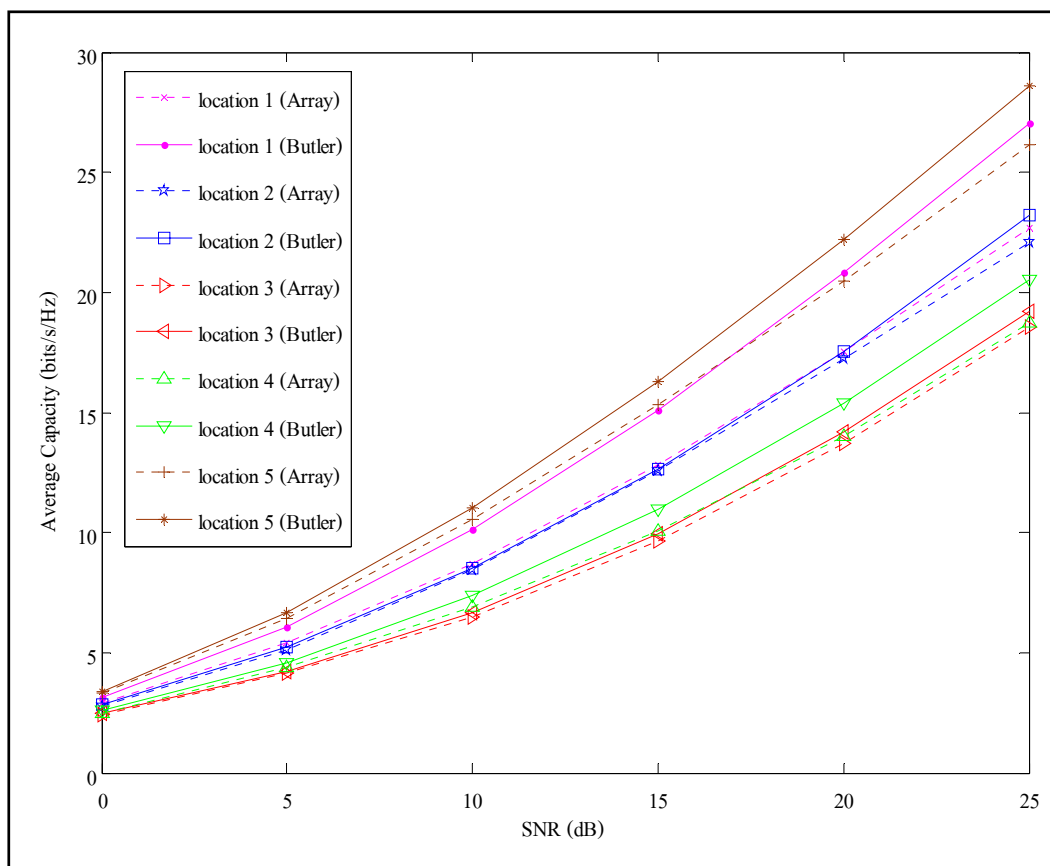
เมทริกซ์ช่องสัญญาณ จุดทดสอบที่ 5 (การประมวลผลโดเมนเชิงมุม)

จากผลช่องสัญญาณที่ได้จะเห็นว่า ทั้งช่องสัญญาณมีลักษณะใกล้เคียงกันทั้งในส่วนของเฟสและขนาด อย่างไรก็ตาม ในบางจุดทดสอบช่องสัญญาณมีความแตกต่างกับจุดอื่นมาก เช่น ในจุดทดสอบที่ 5 ผลจากความแตกต่างนี้อาจเกิดจากการที่จุดทดสอบมีระยะทางระหว่างภากรับและภาคส่งที่ไกลรวมถึงสภาพแวดล้อมรอบ ๆ ที่อาจทำให้มีผลกระทบเนื่องจากสัญญาณหลายวิถีสูงกว่าจุดทดสอบอื่น

5.4.2 การหาความจุช่องสัญญาณ

เมื่อนำแอมพลิจูดและมุมเฟสมาแปลงเป็นช่องสัญญาณที่อยู่ในรูปเชิงซ้อน แล้วนำช่องสัญญาณในแต่ละพื้นที่ ที่ได้จากการประมวลผลโดเมนแถวลำดับมาจำลองแบบหาความจุช่องสัญญาณจากสมการ (5.15) แล้วนำช่องสัญญาณในแต่ละพื้นที่ ที่ได้จากการประมวลผลโดเมนเชิงมุมที่เกิดจากการประยุกต์ใช้บัทเลอรีเมทริกซ์มาจำลองแบบหาความจุช่องสัญญาณจากสมการ (5.21) จะได้กราฟเปรียบเทียบดังนี้

รูปที่ 5.35 แสดงความจุช่องสัญญาณเทียบกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นทั้ง 5 จุดที่ทำการวัดผล และเมื่อพิจารณาอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนมีค่าเท่ากับ 10 dB ในแต่ละจุดที่ทำการวัดผล สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 5.2 จากตารางที่ 5.2 ซึ่งให้เห็นว่า การประมวลผลโดเมนเชิงมุมที่ใช้บัทเลอรีเมทริกซ์มาประยุกต์ในทางปฏิบัติให้ความจุช่องสัญญาณที่มากกว่าการประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทุกพื้นที่ที่ทำการวัดผล

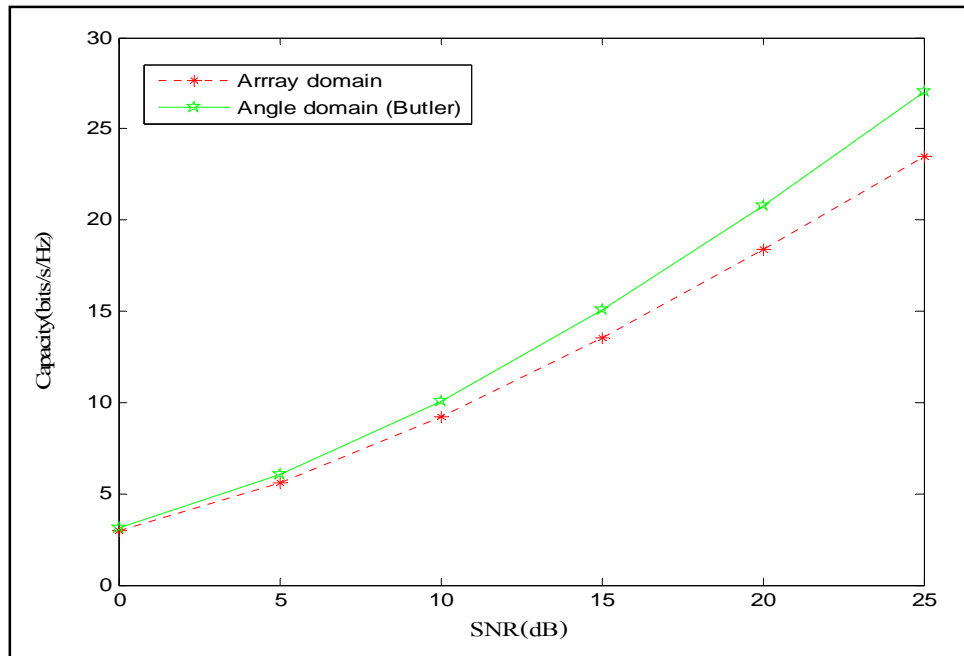


รูปที่ 5.35 ความจุช่องสัญญาณเทียบกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน
ในแต่ละจุดที่ทำการวัดผล

ตารางที่ 5.2 แสดงค่าเฉลี่ยความจุช่องสัญญาณในแต่ละจุดที่ทำการวัดผล เมื่อ SNR = 10 dB

พื้นที่	ค่าเฉลี่ยความจุช่องสัญญาณ (bits/s/Hz)	
	โดเมนแวลด์ลำดับ	โดเมนเชิงมุม (บัทเลอร์ เมทริกซ์)
1	8.72	10.12
2	8.43	8.52
3	6.46	6.65
4	6.88	7.37
5	10.57	11.03

และเมื่อนำแต่ละพื้นที่ ที่ทำการวัดผลมาหาค่าเฉลี่ยรวมของทั้งสองกรณีจะได้ดังรูปที่ 5.36



รูปที่ 5.36 ค่าเฉลี่ยรวมความจุช่องสัญญาณทั้งสองกรณีเมื่อเทียบกับอัตราส่วนสัญญาณที่ได้รับต่อสัญญาณรบกวน

5.5 วิเคราะห์ผลการจำลองแบบและการทดสอบ

การจำลองแบบโดยโปรแกรมแมทแลบสำหรับระบบโมโมแบบที่ใช้สายอากาศส่งและรับภาคละ 4 ต้น ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าการประมวลผลโดเมนเชิงมุมให้ความจุช่องสัญญาณมากกว่าการประมวลผลโดเมนแถวลำดับทุก ๆ มุมที่มีการจำลองขึ้น ส่วนการทดสอบโดยการประยุกต์ใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติโดยใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์และมีการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบกับผลการประมวลผลโดเมนแถวลำดับ ผลการทดสอบแสดงให้เห็นว่าการประมวลผลโดเมนเชิงมุมให้คุณลักษณะที่ดีกว่าการประมวลผลโดเมนแถวลำดับในทุก ๆ พื้นที่ทำการวัดผล

5.6 สรุป

เนื้อหาที่สำคัญของบทนี้เป็นการกล่าวถึงการจำลองแบบเพื่อหาความจุช่องสัญญาณในระบบโมโมโดยใช้การประมวลผลโดเมนแถวลำดับเปรียบเทียบกับผลการประมวลผลโดเมนเชิงมุม รวมถึงการสร้างชุดทดสอบและผลการทดสอบจริงสำหรับระบบโมโมเมื่อใช้การประมวลผลโดเมนแถวลำดับเปรียบเทียบกับผลการประมวลผลโดเมนเชิงมุม โดยจะทำการวัดช่องสัญญาณ

ของทั้งสองกรณีแล้วนำมาจำลองผลหาความจุช่องสัญญาณ ผลที่ได้จากการทดสอบจริงพบว่า ช่องสัญญาณทั้งสองกรณี มีลักษณะไม่แตกต่างกันมากนัก ซึ่งช่องสัญญาณที่ให้ความจุมากที่สุด เป็นช่องสัญญาณที่มีผลกระทบจากสัญญาณหลายวิถี อีกทั้งยังมีระยะทางไกล ทำให้เป็นผลดีต่อระบบโมโม และการประมวลผลโดเมนเชิงมุมให้ความจุช่องสัญญาณที่มากกว่าการประมวลผลโดเมนแถวลำดับทุกกรณีไม่ว่าจะเป็นผลที่เกิดจากการจำลองแบบหรือผลที่เกิดจากการวัดจริง และการจำลองแบบได้กำหนดให้สายอากาศส่งและสายอากาศรับมีภาคละ 4 ด้านเพื่อความเหมาะสมในการนำไปประยุกต์ใช้งานจริง มีการจำลองแบบด้วยโปรแกรมแมทแลบในคอมพิวเตอร์ เพื่อหาความจุช่องสัญญาณของระบบโมโม ซึ่งองค์ประกอบของอุปกรณ์ที่ภาครับและภาคส่งเป็นชนิดเดียวกัน เพื่อให้ช่องสัญญาณเป็นไปตามทฤษฎี และการศึกษาสมรรถนะของช่องสัญญาณพิจารณาด้วยการจัดสรรกำลังส่งสัญญาณที่เท่า ๆ กันในสายอากาศแต่ละด้าน

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปเนื้อหาของวิทยานิพนธ์

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการเพิ่มประสิทธิภาพความจุช่องสัญญาณในระบบไมโมด้วยการประมวลผลโดเมนเชิงมุม โดยการเปรียบเทียบความจุช่องสัญญาณระหว่างการประมวลผลโดเมนแนวลำดับเทียบกับการประมวลผลโดเมนเชิงมุม โดยเริ่มจากวิเคราะห์ช่องสัญญาณในทางทฤษฎี ซึ่งผลที่ได้ชี้ให้เห็นว่าการประมวลผลโดเมนเชิงมุมให้คุณลักษณะที่ดีกว่าการประมวลผลโดเมนแนวลำดับ เนื่องจากค่าสหสัมพันธ์ของกรณีที่ใช้การประมวลผลโดเมนแนวลำดับมีมากกว่าการประมวลผลโดเมนเชิงมุม จึงส่งผลให้ค่าความจุช่องสัญญาณ กรณีการประมวลผลโดเมนแนวลำดับมีค่าน้อยกว่าการประมวลผลโดเมนเชิงมุม เพราะช่องสัญญาณถ้ามีความสัมพันธ์กันมากจะส่งผลต่อการกวนกันระหว่างสายอากาศ ทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้มีค่าลดลง อีกทั้งพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่นำมาคิดเกิดจากองค์ประกอบของมุมทั้งสิ้น เช่น มุมที่ส่งออกไปหรือมุมที่รับเข้ามา ดังนั้นจึงเป็นเหตุผลว่าการประมวลผลโดเมนเชิงมุมให้ความจุช่องสัญญาณมากกว่าการประมวลผลโดเมนแนวลำดับ แต่การวิเคราะห์ผลทางทฤษฎียังเป็นเหตุผลที่ไม่เพียงพอเพื่อยืนยันการประมวลผลโดเมนเชิงมุมให้ความจุช่องสัญญาณมากกว่าการประมวลผลโดเมนแนวลำดับ ดังนั้นผู้วิจัยจึงทำการจำลองแบบและทดสอบเพื่อวัดผลช่องสัญญาณจริงเพื่อยืนยันผลในทางทฤษฎี โดยกำหนดให้สายอากาศภาคส่งและสายอากาศภาครับมีจำนวน 4 ต้นเพื่อความเหมาะสมในการนำไปประยุกต์ใช้งานจริง และใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการจำลองแบบความจุช่องสัญญาณระบบไมโม เมื่อองค์ประกอบของอุปกรณ์ที่ภาครับและภาคส่งเป็นชนิดเดียวกัน เพื่อให้ได้ช่องสัญญาณที่เป็นไปตามทฤษฎี

เพื่อบรรลุตามวัตถุประสงค์การดำเนินงานวิจัยเริ่มจากการศึกษาปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยงานวิจัยที่เกี่ยวข้องใช้การประมวลผลโดเมนแนวลำดับเป็นส่วนใหญ่ในการหาความจุช่องสัญญาณ และใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมในการศึกษาช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นแต่ยังไม่มีการพิจารณาในเรื่องการหาความจุช่องสัญญาณ ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำการประมวลผลโดเมนเชิงมุมมาพิจารณาหาความจุช่องสัญญาณในระบบไมโม ทำการจำลองแบบช่องสัญญาณทั้งการประมวลผลโดเมนแนวลำดับและการประมวลผลโดเมนเชิงมุม มีการกำหนดมุมที่ส่งออกไปและมุมที่รับเข้ามา 4 กรณีในการหาความจุช่องสัญญาณ ซึ่งผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าความจุ

ช่องสัญญาณเมื่อใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมให้ความจุช่องสัญญาณมากกว่าการประมวลผลโดเมนแถวลำดับ

จากนั้นได้ทำการสร้างชุดทดสอบสำหรับภาครับและภาคส่งโดยใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์เข้ามาประยุกต์ใช้สำหรับการประมวลผลโดเมนเชิงมุม เพื่อจำลองช่องสัญญาณในการสื่อสารระหว่างภาคส่งและภาครับ จากผลที่ได้ในบทที่ 5 พบว่าช่องสัญญาณที่ได้จากการประมวลผลโดเมนเชิงมุมให้ความจุช่องสัญญาณที่มากกว่าการประมวลผลโดเมนแถวลำดับในทุก ๆ ตำแหน่งแต่ความจุช่องสัญญาณที่ตำแหน่ง 5 มีค่ามากที่สุด เนื่องจากสัญญาณมีการกระทบกับผนังและมีระยะทางไกล ซึ่งเป็นผลดีต่อระบบโมโม

จากผลการทดลองทั้งหมดที่ได้กล่าวมา เราสามารถสรุปได้ว่าเมื่อใช้การประมวลผลโดเมนเชิงมุมในระบบโมโมให้ประสิทธิภาพที่ดีกว่าการประมวลผลโดเมนแถวลำดับในทุก ๆ จุดที่ทำการทดสอบ ด้วยเหตุผลเหล่านี้จึงทำให้เราสามารถประยุกต์ใช้บัทเลอร์ เมทริกซ์กับการประมวลผลโดเมนเชิงมุมในทางปฏิบัติได้ ซึ่งมีความสะดวกและรวดเร็วในการสร้างโดยไม่ต้องเสียเวลาในการจัดหาตัวอุปกรณ์ปรับค่าการถ่วงน้ำหนักเพื่อให้ชี้ทิศทางได้ตามต้องการ จึงทำให้เหมาะต่อการสร้าง ประหยัดเวลาและค่าใช้จ่าย

6.2 ปัญหาและข้อเสนอแนะ

ปัญหา	ข้อเสนอแนะ
1. โครงข่ายก่อรูปลำคลื่นที่สร้างขึ้นจากทฤษฎีไม่สามารถใช้งานได้จริง	ต้องทำการปรับค่าพารามิเตอร์ โดยการเพิ่มลดในบางส่วนที่สามารถปรับได้
2. ค่าที่ได้จากการทดสอบมีค่าไม่นิ่ง โดยเฉพาะค่าเฟส	ทดสอบในสถานะที่ไม่มีมีการเคลื่อนไหว เช่น ไม่มีมีการเคลื่อนที่ของคนหรือสิ่งของ และทำการทดสอบหลาย ๆ ครั้งในจุดนั้นแล้วเอาค่าที่ทำการทดสอบได้มาเฉลี่ย

6.3 แนวทางการพัฒนาในอนาคต

สำหรับงานวิจัยนี้ได้นำเสนอการศึกษาถึงประสิทธิภาพของการประมวลผลโดเมนเชิงมุม สำหรับระบบโมโม โดยพิจารณาค่าความจุช่องสัญญาณ ซึ่งในการพิจารณาประสิทธิภาพความจุช่องสัญญาณเพียงอย่างเดียวนั้น ไม่สามารถบ่งบอกประสิทธิภาพโดยรวมทั้งหมดได้ ดังนั้นงานวิจัยในอนาคตควรมีการศึกษาคุณภาพของสัญญาณ (QoS) และอัตราความผิดพลาดบิต (Bit Error Rate: BER) ด้วย นอกจากนี้ในงานวิจัยนี้มีเฉพาะในบริเวณห้อง (Indoor) ดังนั้นงานวิจัย

ในอนาคตจึงควรศึกษาระบบที่มีการสื่อสารนอกรอาคาร (Outdoor) ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงของสภาพแวดล้อมตลอดเวลาอันเนื่องจากการเคลื่อนที่ของผู้ใช้บริการ รวมถึงสภาพอากาศ เช่นระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ และ WiMAX

รายการอ้างอิง

- Andrea, G. (2005) **Wireless Communications**, Stanford University, Chap. 10.
- Foschini, G.J. (1996) **Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multielement antennas**. Bell Labs Technical Journal. : pp 41-59.
- Foschini, G.L., and Gans, M.J. (1998) **On limit of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas**. Wireless Personal Communications. : pp 311-335.
- Georgy, L., and Sergey, L. (2008) **On the Outage Capacity Distribution of Correlated Keyhole MIMO Channels**. IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 54, No. 7 : pp 3232-3245.
- Gesbert, D., Shafi, M., Shan, S.D., Smith, P.J., and Naguib, A. (2003) **From theory to practice : an overview of MIMO space-time coded wireless systems**. IEEE J. Select. Areas Commun., Vol. 21, No. 3 : pp 281 - 302.
- Hyundong, S., .Moe, Z.W., Jae, H.L., and Marco, C. (2006) **On the Capacity of Doubly Correlated MIMO Channels**. IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 5, No. 8 : pp 2253-2265.
- Kermoal, J.P., Mogensen .E., Jensen, S.H., Andersen, J.B., Frederiksen, F., Sorensen, T.B., and Pedersen, K.I. (2000) **Experimental investigation of multipath richness for multi-element transmit and receive antenna array**. IEEE 51st Vehicular Technology Conference Proceedings, No. 3 : pp 2004-2008.
- Liberti, J.C., and Rappaport, J.T.S. (1999) **Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications**, Chap. 3.
- Li, H., Bergmans, J.W.M., and Willems, F.M.J. (2007) **Low-complexity LMMSE-based MIMO-OFDM channel estimation via angle domain processing**. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 55, No. 12: pp 5668-5680.

- Li H., Chin, K.H., Bergmans, J.W.M., and Willems, F.M.J. (2008) **Pilot-aided angle domain channel estimation techniques for MIMO-OFDM system**. IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 57, No. 2 : 906-920.
- Ming, K., and Alouini, M.S. (2003) **Impact of correlation on the capacity of MIMO channels**. IEEE International Conference on Communications, Vol. 4 : pp 2623-2627.
- Molisch, A.F., Steinbauer, M., Toeltsch, M., Bonek, E., and Thoma, R.S. (2002) **Capacity of MIMO systems based on measured wireless channel**. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 20, No. 3 : pp 561-569.
- Ratnarajah, T. (2006) **Spatially correlated multiple-antenna channel capacity distributions**. IEE Proceedings : Communications, Vol. 153, No. 2 : pp 263 - 271.
- Shi, J., Xiqi, G., and Xiaohu Y. (2007) **On the Ergodic Capacity of Rank-1 Ricean-Fading MIMO Channels**. IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 53, No. 2 : pp 502-517.
- Stridh, R., Ottersten, B., and Karlsson, P. (2000) **MIMO channel capacity of a measured indoor radio channel at 5.8 Ghz**. Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar-Conference on Signals, Systems and Computers, No.1 : pp 733-737.
- Telatar, I.E. (1995) **Capacity of multiantenna Gaussian channels**. AT&T Bell Laboratories. Tech. Memo.
- Tse, D., and Viswanath, P. (2005) **Fundamentals of Wireless Communication, Cambridge : Cambridge University Press**, Chap. 7.
- Vieira, R.D., Brandao, J.C.B., and Siqueira, G.L. (2006) **MIMO measured channels : Capacity results and analysis of channel parameters**. International Telecommunications Symposium. : pp 152-157.
- Xiaolin, Z., Zhaowei, L., Zongxin, W., Suraweera, H.A., and Armstrong, J. (2007) **Capacity Analysis for a Distributed MIMO-OFDM System in Composite Spatially Correlated Channels**, Second International Conference on Communications and Networking, China, 22-24 Aug. 2007 : pp 1116-1120.

ภาคผนวก ก

รายชื่อบทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในการประชุมวิชาการระดับนานาชาติ

Innok, A., Uthansakul, M. and Uthansakul, P. (2009) **Performance of MIMO Capacity using Angle Domain Processing Realized by Butler Matrix.** International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications, and Information Technology, Pattaya, Thailand, 6-9 May 2009 : pp 844-847.

Innok, A., Uthansakul, M. and Uthansakul, P. (2009) **The Enhancement of MIMO Capacity using Angle Domain Processing Based on Measured Channels.** Asia-Pacific Microwave Conference, Suntec, Singapore, 7-10 Dec. 2009 : pp 2172-2175.

บทความวิชาการที่ตอบรับให้ตีพิมพ์เผยแพร่ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ

Innok, A., Uthansakul, M. and Uthansakul, P. (2010) **THE IMPROVEMENT OF MIMO CAPACITY USING SIMPLE TECHNIQUE REALIZED BY BUTLER MATRIX.** Suranaree Journal of Science and Technology

Performance of MIMO Capacity using Angle Domain Processing Realized by Butler Matrix

Apinya Innok, Monthippa Uthansakul and Peerapong Uthansakul
 School of Telecommunication Engineering, Suranaree University of Technology
 Muang, Nakhon Ratchasima, Thailand 30000
 E-mail: apinya_in@hotmail.com, mtp@sut.ac.th and uthansakul@sut.ac.th

Abstract—This paper aims to present the benefit of using a Butler matrix for MIMO systems employing angle domain processing instead of array domain processing. By applying Butler matrix, the concept of angle domain processing can be realized in practice and it still takes a full advantage of multiple antennas. The different scenarios of a fading MIMO environments are examined. The simulation results on channel capacity indicate that the angle domain processing with Butler matrix outperforms the conventional array domain processing. Also the proposed system is attractive to MIMO implementation due to its low cost and complexity.

Index terms—MIMO capacity, Angular spread, Butler matrix, Angle domain processing, Array domain processing.

I. INTRODUCTION

In the research area of MIMO systems, many works have been proposed to enhance the channel capacity in order to satisfy the user demand for high data rate applications [1]-[4]. Some studies have been focused on theoretical works and some are performed by measurements. Nevertheless, most of them develop the technique enhancing channel capacity through channel behavior [5]-[7]. It can be noticed that the general consideration of channel capacity is based on the array antennas at both transmitter and receiver but the channel behavior is considered by many angle parameters such as angle of arrival, angle of departure and angle spread. Therefore, it is interesting to investigate the performance of MIMO systems using angle domain processing instead of conventional array domain. Recently, the authors in [9] develop the channel estimation of MIMO-OFDM system based on angle domain consideration. The applicability of angle domain technique is dependent on the channel stochastic information available to the receiver. The design of suitable pilots is proposed by facilitating the direct implementation of angle domain and analyzing the performances of different channel estimation techniques. Although the significant improvement on MIMO capacity can be expected by using angle domain processing but, so far in literature, there is no work to illustrate the capacity benefit of using angle domain processing. The reason is that the pre and post coding schemes of angle domain transformations increase the complexity on both transmitter and receiver. Hence, it challenges to find the technique with low cost and complexity matching with the concept of angle domain processing.

In this paper, the advantage of using angle domain instead of array domain processing is presented. Also the low profile concept of angle domain processing which is convenient for implementation is proposed by using Butler matrix. This

matrix simultaneously forms multiple beams into four directions. By only inserting Butler matrix before antenna array, the conventional MIMO systems can be transformed into the MIMO systems with angle domain processing without the need of additional burden on processing units at both transmitter and receiver. Also it is low cost, uncomplicated and easy to implement so the proposed system is attractive to be used in practice.

The paper is organized as follows. In section II, the details of both array domain and angle domain are described. Then, the feature of Butler matrix to apply for angle domain processing is given in section III. Section IV provides the simulation results of angle domain realized by Butler matrix in comparing with conventional array domain. Finally in section V, the conclusion of this paper is given.

II. MIMO SYSTEMS MODEL

A. Array domain

This section details the array domain representation of MIMO systems. Let \mathbf{x} be a vector of the transmitted signals with N_t transmitted antennas and \mathbf{y} be a vector of the received signals with N_r received antennas. Then the relation between transmitted and received signals is given by

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

where \mathbf{n} is an $(N_r \times 1)$ noise vector and \mathbf{H} is an $(N_r \times N_t)$ channel matrix. With this notation channel output sequence can be written in matrix form as:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \cdots & h_{1,N_t} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \cdots & h_{2,N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1} & h_{N_r,2} & \cdots & h_{N_r,N_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_{N_r} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Fig.1 shown the angle domain representation of MIMO systems. There is an arbitrary number of physical paths between the transmitter and receiver [8]; the i th path having attenuation of a_i , makes an angle of ϕ_i^t ($\Omega_{t_i} = \cos \phi_i^t$) with the transmit antenna array and an angle of ϕ_i^r ($\Omega_{r_i} = \cos \phi_i^r$) with the receive antenna array. The channel matrix \mathbf{H} can be written as:

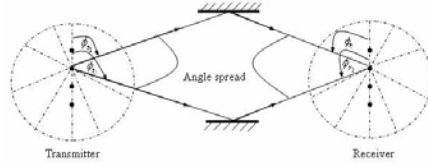


Fig. 1 Angle-domain representation of MIMO channel with four transmit and receive antennas.

$$\mathbf{H} = \sum_i a_i^{\beta} \mathbf{e}_r(\Omega_{r_i}) \mathbf{e}_t(\Omega_{t_i})^* \quad (3)$$

where

$$a_i^{\beta} = a_i \sqrt{N_t N_r} \exp\left(-\frac{j2\pi d_i}{\lambda_c}\right) \quad (4)$$

$$\mathbf{e}_r(\Omega) := \frac{1}{\sqrt{N_r}} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp[-j(2\pi\Delta_r\Omega)] \\ \vdots \\ \exp[-j(N_r-1)(2\pi\Delta_r\Omega)] \end{bmatrix} \quad (5)$$

And

$$\mathbf{e}_t(\Omega) := \frac{1}{\sqrt{N_t}} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp[-j(2\pi\Delta_t\Omega)] \\ \vdots \\ \exp[-j(N_t-1)(2\pi\Delta_t\Omega)] \end{bmatrix} \quad (6)$$

Also, d_i is the distance between transmit and receive antennas along path i th. The vector $\mathbf{e}_t(\Omega)$ and $\mathbf{e}_r(\Omega)$ are, respectively, the transmitted and received unit spatial signatures along the direction Ω , λ_c is the wavelength of the center frequency in the whole signal bandwidth, Δ_t is the normalized transmit antenna separation and Δ_r is the normalized receive antenna separation. When Channel State Information (CSI) is not available at the transmitter, the capacity of MIMO systems [11] expressed in bits per second per hertz (bps/Hz) can be written as

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P_t}{P_n N_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^* \right) \quad (7)$$

where \mathbf{I}_{N_r} is the identity matrix of size $N_r \times N_r$, \mathbf{H} is the channel matrix of size $N_r \times N_t$ with \mathbf{H}^* being its transpose conjugate, and P_t gives the average Signal-to-Noise Ratio (SNR) per receiver branch independent of the number of transmitting antennas N_t .

B. Angle domain

The concept of angle domain can be represented by the transmitted and received signals. The signal arriving at a directional cosine Ω onto the receive antenna array is along the unit spatial signature $\mathbf{e}_r(\Omega)$ given by (5). Hence, the N_r fixed vector is given by

$$\xi_r := \left\{ \mathbf{e}_r(0), \mathbf{e}_r\left(\frac{1}{L_r}\right), \dots, \mathbf{e}_r\left(\frac{N_r-1}{L_r}\right) \right\} \quad (8)$$

In (8), it can be noticed that there is a set of orthonormal basis for the received signal space. This basis provides the representation of received signals in the angular domain.

It is similarly defined for the angular domain representation of the transmitted signal. The signal transmitted at direction Ω is along the unit vector $\mathbf{e}_t(\Omega)$, defined in (6). The N_t fixed vector is given by

$$\xi_t := \left\{ \mathbf{e}_t(0), \mathbf{e}_t\left(\frac{1}{L_t}\right), \dots, \mathbf{e}_t\left(\frac{N_t-1}{L_t}\right) \right\} \quad (9)$$

where $L_r = N_r \Delta_r$ and $L_t = N_t \Delta_t$ are the normalized antenna array lengths of the transmitter and receiver [9], respectively. Let \mathbf{U}_t and \mathbf{U}_r be the unitary matrices whose columns are the basis vector in (8) and (9), respectively, can be written as:

$$\mathbf{U}_t = \frac{1}{\sqrt{N_t}} \exp\left(\frac{-j2\pi k l}{N_t}\right) \quad k, l = 0, 1, \dots, N_t - 1. \quad (10)$$

And

$$\mathbf{U}_r = \frac{1}{\sqrt{N_r}} \exp\left(\frac{-j2\pi k l}{N_r}\right) \quad k, l = 0, 1, \dots, N_r - 1. \quad (11)$$

We can transform the array domain into the angle domain by

$$\mathbf{H}^* := \mathbf{U}_r^* \mathbf{H} \mathbf{U}_t \quad (12)$$

Thus, the capacity of MIMO systems given by

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P_t}{P_n N_t} \mathbf{H}^* \mathbf{H} \right) \quad (13)$$

where \mathbf{I}_{N_r} is the identity matrix of size $N_r \times N_r$, \mathbf{H}^* is the channel matrix of size $N_r \times N_t$.

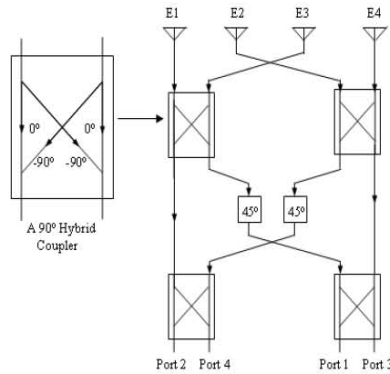


Fig. 2 A block diagram of Butler Matrix [10]

III. PRACTICAL REALIZATION USING BUTLER MATRIX

Fig. 2 shows a block diagram of Butler matrix [10] which is applied for the concept of angle domain processing for 4x4 MIMO systems. The fixed beamforming matrix is bi-direction, which means that each port corresponding to a particular received as well as transmitted signals from the same radiation pattern.

It is easily shown that the weight vectors corresponding to each port in TABLE I are mutually orthogonal. Therefore, instead of using (10) and (11), the basis vector of applying Butler matrix can be written by the following:

$$\mathbf{B}_t = e^{-j\theta_{kl}} \quad k, l = 0, 1, \dots, N_t - 1 \quad (14)$$

And

$$\mathbf{B}_r = e^{-j\theta_{kl}} \quad k, l = 0, 1, \dots, N_r - 1 \quad (15)$$

Fig. 3 illustrates the beam direction of applying Butler matrix to both transmitter and receiver. It is interesting to see that the concept of angle domain processing is successfully achieved by simply adding Butler matrix before antenna elements. Then, the channel matrix realized by Butler matrix, can be written as:

$$\mathbf{H}^b := \mathbf{B}_r^* \mathbf{H} \mathbf{B}_t \quad (16)$$

where \mathbf{B}_t and \mathbf{B}_r be the unitary matrices whose columns are the basis vector in four direction for transmitter and receiver and \mathbf{H} is channel matrix of size $N_r \times N_t$ to get array domain. Thus, the capacity of MIMO systems when applying Butler matrix is given by

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P_t}{P_r N_t} \mathbf{H}^b \mathbf{H}^{b*} \right) \quad (17)$$

TABLE I
Element phasing, beam direction, and inter-element phasing for the Butler matrix shown in Fig. 2

θ_{kl}	E1 ($l=1$)	E2 ($l=2$)	E3 ($l=3$)	E4 ($l=4$)	Beam Direction	Inter-Element Phasing
Port 1 ($k=1$)	-45°	-180°	45°	-90°	138.6°	-135°
Port 2 ($k=2$)	0°	-45°	-90°	-135°	104.5°	-45°
Port 3 ($k=3$)	-135°	-90°	-45°	0°	75.5°	45°
Port 4 ($k=4$)	-90°	-45°	-180°	-45°	41.4°	135°

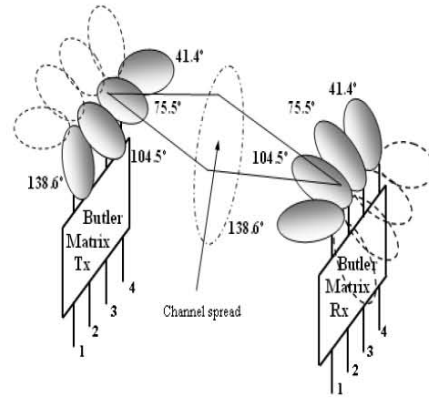


Fig. 3 An illustration of applying Butler Matrix for 4x4 MIMO systems.

IV. RESULTS AND DISCUSSIONS

The simulations are undertaken by MATLAB programming and the capacity results are evaluated by using (7) and (17). For array domain approach, the channel matrix (\mathbf{H}) is found by assumptions in (4), (5) and (6). For angle domain approach realized by Butler matrix, it can find channel matrix (\mathbf{H}^b) from basis vector in Table I resulting in (14) and (15). The channel fading environments are simulated by changing the conditions of angle spreads at transmitter and receiver. Four cases are considered as (i) 60° spread at transmitter, 360° spread at receiver, (ii) 360° spread at transmitter, 60° spread at receiver, (iii) 60° spread at transmitter, 60° spread at receiver, (iv) 360° spread at transmitter, 360° spread at receiver. Note that case (iii) is equivalent to line of sight scenario and case (iv) is equivalent to Rayleigh fading channel.

Fig. 4 shows the capacity versus inter-element spacing for SNR = 10dB. The results indicate that to use angle domain processing realized by Butler matrix can improve the channel

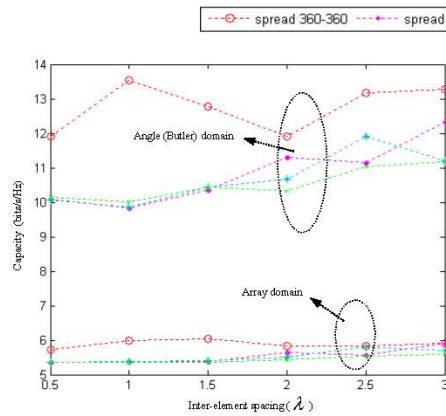


Fig. 4 Capacity vs. inter-element spacing for SNR = 10dB

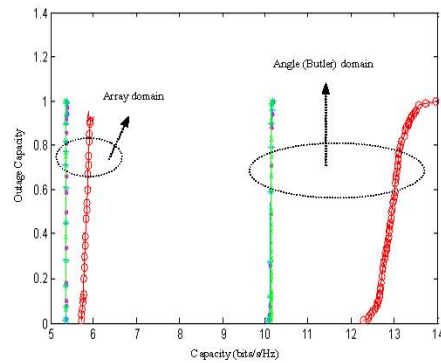
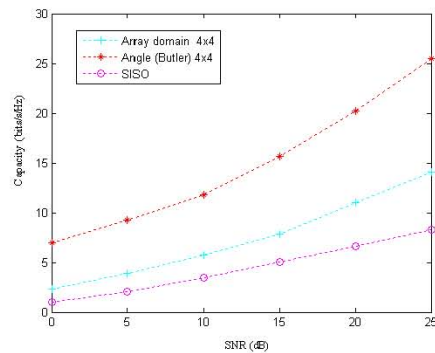


Fig. 5 Outage Capacity for SNR = 10 dB.

Fig. 6 Capacity vs. SNR for 360-360 angle spread, $\Delta_r = \Delta_t = 0.5$.

capacity for any fading conditions. This is also confirmed by the outage capacity shown in Fig. 5 that the distribution of all angle domain is higher than array domain.

In Fig. 6, the capacity comparison between 4x4 MIMO systems with angle domain processing, array domain processing and SISO system is presented. The MIMO systems offer better performance than SISO system and the best performance is achieved by angle domain processing.

V. CONCLUSION

This paper presents the performance of MIMO systems using angle domain processing realized by Butler matrix. The result reveals that the proposed system outperforms the conventional array domain processing for every fading cases.

It is attractive to apply Butler matrix for angular consideration on MIMO systems because of its low cost and easy to implement.

REFERENCES

- [1] R. D. Vieira, J. C. B. Brandao and G. L. Siqueira, "MIMO measured channels: Capacity results and analysis of channel parameters," *Telecommunications Symposium, 2006 International*, pp. 152 – 157, Sept. 2006.
- [2] G. L. Foschini and M. J. Gans, "On limit of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," *Wireless Personal Communications*, vol. 06, no. 03, pp. 311-335, 1998.
- [3] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *ATT Bell Labs Tech. Memo.*, June 1995.
- [4] G. J. Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multiple antennas," *Bell Labs Tech. J.*, no. 2, pp. 41-49, 1996.
- [5] S. J. P. T. S. J.P.Kermoal, P.E.Mogensen and K. Pedersen, "Experimental investigation of multipath richness for multi-element transmit and receive antenna array," in *Proceedings of 51th IEEE Vehicular Technology conference-Spring Tokyo*, vol. 3, 2000, pp.2004-2008.
- [6] B. R. Stridh and P.Karlsson, "Mimo channel capacity indoor radio channel at 5.8 ghz at 5.8 ghz," in *Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, vol. 1, 2000, pp. 733-737.
- [7] M. T. E. B. A. F. Molisch, M. Steinbauer and R. Thoma, "Capacity of MIMO systems based on measured wireless channel," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, no. 20, pp. 561-569, April 2002.
- [8] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2005, ch. 7.
- [9] L. Hang, J. W. M. Bergmans and F. M. J. Willems, "Low-complexity LMMSE-based MIMO-OFDM channel estimation via angle-domain processing," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 12, page 5668-5680, Dec. 2007.
- [10] J. C. Liberti and Jr. T. S. Rappaport, *Smart Antennas for Wireless Communications*. IS-95 and Third Generation CDMA Applications, ch. 3
- [11] R. G. Tsoulos, *MIMO systems Technology for Wireless Communications*. The electrical engineering and applied signal processing Series, ch. 4.

The Enhancement of MIMO Capacity using Angle Domain Processing Based on Measured Channels

Apinya Innok^{#1}, Monthippa Uthansakul^{#2}, Peerapong Uthansakul^{#3}

School of Telecommunication Engineering, Suranaree University of Technology

Muang, Nakhon Ratchasima, Thailand 30000

apinya_in@hotmail.com

^{#1}mtp@sut.ac.th

^{#3}uthansakul@sut.ac.th

Abstract — In this paper, the verification of using angle domain processing for Multiple Input Multiple Output (MIMO) system is presented. This paper proposes the concept of angle domain processing by applying a Butler matrix into 4x4 MIMO systems. A butler matrix is the most attractive technique for constructing angle domain due to its low cost and easy to implement. The measured results are compared with conventional MIMO system so called as array domain processing. The capacity performance indicates that the angle domain processing realized by Butler matrix outperforms the conventional system.

Index Terms — MIMO capacity, Array domain processing, Angle domain processing, Butler matrix.

I. INTRODUCTION

In the research area of MIMO systems, many works have been proposed to enhance the channel capacity in order to satisfy the user demand for high data rate applications. Some studies have been focused on theoretical works and some are performed by measurements. In general, most of them still develop the technique enhancing channel capacity through channel behavior [1]-[3]. It can be noticed that the common consideration of channel capacity is based on the array antennas at both transmitter and receiver. However, the channel behavior is considered by many angle parameters such as angle of arrival, angle of departure and angle spread [4]. Therefore, it is interesting to investigate the performance of MIMO systems using angle domain processing instead of conventional array domain. Recently, the authors in [5] develop the channel estimation of MIMO-OFDM system based on angle domain consideration. The applicability of angle domain technique is dependent on the channel stochastic information available to the receiver. Although the significant improvement on MIMO capacity can be expected by using angle domain processing but, so far in literature, there is no work to illustrate the capacity benefit of using angle domain processing. The reason is that the pre and post coding schemes of angle domain transformations increase the complexity on both transmitter and receiver. Hence, it challenges to find the technique with low cost and complexity matching with the concept of angle domain processing.

From simulation result, the authors investigate the advantage of using angle domain instead of array domain processing and reported in [6]. However, only simulation results cannot claim the use of proposed system. In this paper, low profile concept of angle domain processing is conveniently implemented. By only inserting Butler matrices

before antenna array at transmitter and receiver, the 4x4 MIMO system can perform as angle domain processing so the channel matrices is able to be measured. Then the channel capacity is calculated by utilizing the measured data. In addition, the capacity comparison between array domain processing and angle domain processing are given in this paper.

The paper is organized as follows. In section II, the details of both array domain and angle domain are described. Then, the feature of Butler matrix to apply for angle domain is given in section III. Section IV and V provides the measurement and simulation results of angle domain realized by Butler matrix in comparing with conventional array domain. Finally in section VI, the conclusion of this paper is given.

II. MIMO SYSTEM MODEL

A. Array domain processing

The array domain processing represent of MIMO systems. Let \mathbf{x} be a vector of the transmitted signals with N_t transmitted antennas and \mathbf{y} be a vector of the received signals with N_r received antennas. Then the relation between transmitted and received signals is given by

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

Where \mathbf{n} is an $(N_r \times 1)$ noise vector and \mathbf{H} is an $(N_r \times N_t)$ channel matrix. With this notation channel output sequence can be written in matrix form as:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1N_t} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r 1} & h_{N_r 2} & \cdots & h_{N_r N_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_{N_r} \end{bmatrix} \quad (2)$$

The angle domain represent of MIMO systems. There is an arbitrary number of physical paths between the transmitter and receiver [4]; the i th path having attenuation of a_p makes an angle of ϕ_{t_i} ($\Omega_{t_i} = \cos \phi_{t_i}$) with the transmit antenna array and an angle of ϕ_{r_i} ($\Omega_{r_i} = \cos \phi_{r_i}$) with the receive antenna array. The channel matrix \mathbf{H} can be written as:

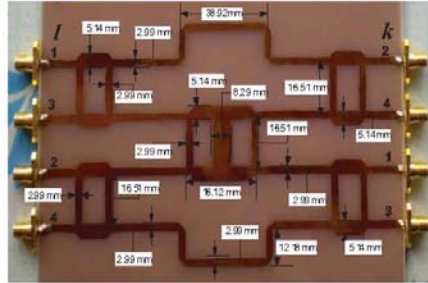


Fig. 1. A configuration of Butler matrix.

$$\mathbf{H} = \sum_i a_i^t \mathbf{e}_t(\Omega_i) \mathbf{e}_r(\Omega_i)^* \quad (3)$$

Where

$$a_i^t = a \sqrt{N_t N_r} \exp\left(\frac{j2\pi d_i}{\lambda_c}\right) \quad (4)$$

$$\mathbf{e}_t(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{N_t}} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp[-j(2\pi\Delta_r\Omega)] \\ \vdots \\ \exp[-j(N_t-1)(2\pi\Delta_r\Omega)] \end{bmatrix} \quad (5)$$

And

$$\mathbf{e}_r(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{N_r}} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp[-j(2\pi\Delta_t\Omega)] \\ \vdots \\ \exp[-j(N_r-1)(2\pi\Delta_t\Omega)] \end{bmatrix} \quad (6)$$

Also, d_i is the distance between have been transmit and receive antennas along path i th. The vectors $\mathbf{e}_t(\Omega)$ and $\mathbf{e}_r(\Omega)$ are, respectively, the transmitted and received unit spatial signatures along the direction Ω , λ_c is the wavelength of the center frequency in the whole signal bandwidth, Δ_r is the normalized transmit antenna separation and Δ_t is the normalized receive antenna separation. When Channel State Information (CSI) is not available at the transmitter, the capacity of MIMO systems expressed in bits per second per hertz (bps/Hz) can be written as

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P_t}{P_n N_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^* \right) \quad (7)$$

Where \mathbf{I}_{N_r} is the identity matrix of size $N_r \times N_r$, \mathbf{H} is the channel matrix of size $N_r \times N_t$ with \mathbf{H}^* being its transpose conjugate, and P_t gives the average Signal-to-Noise Ratio (SNR) per receiver branch independent of the number of transmitting antennas N_t .

TABLE I
ELEMENT PHASING AND INTER-ELEMENT PHASING FOR THE BUTLER MATRIX SHOW IN FIG.1

θ_{kl}	E1 ($l=1$)	E2 ($l=2$)	E3 ($l=3$)	E4 ($l=4$)	Inter- Element Phasing
Port 1 ($k=1$)	-45°	-180°	45°	-90°	-135°
Port 2 ($k=2$)	0°	-45°	-90°	-135°	-45°
Port 3 ($k=3$)	-135°	-90°	-45°	0°	45°
Port 4 ($k=4$)	-90°	-45°	-180°	-45°	135°

B. Angle domain processing

The concept of angle domain can be represented by the transmitted and received signals. Let \mathbf{U}_t and \mathbf{U}_r be the unitary matrices whose columns are the basis vector [4]. We can transform the array domain into the angle domain by

$$\mathbf{H}^a = \mathbf{U}_r^* \mathbf{H} \mathbf{U}_t \quad (8)$$

Thus, the capacity of MIMO systems given by

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P_t}{P_n N_t} \mathbf{H}^a \mathbf{H}^{a*} \right) \quad (9)$$

III. PRACTICAL REALIZATION USING BUTLER MATRIX

Fig.1 shows configuration of Butler matrix which is applied for the concept of angle domain processing for 4×4 MIMO systems. The dimensions in Butler matrix is simply calculated from transmission line theory. The fixed beam forming matrix is bi-direction, which mean that each port corresponding to a particular received as well as transmitted signals from the same radiation pattern.

It is easily shown that the weight vectors corresponding to each port in Table I is mutually orthogonal. Therefore, the basis vector of applying Butler matrix can be written by the following:

$$\mathbf{B}_r = e^{-j\theta_{kl}} \quad k, l = 0, 1, \dots, N_r - 1 \quad (10)$$

And

$$\mathbf{B}_t = e^{-j\theta_{kl}} \quad k, l = 0, 1, \dots, N_t - 1 \quad (11)$$

It is interesting to see that the concept of angle domain processing is successfully achieved by simply adding Butler matrix before antenna array elements. Then, the channel matrix realized by Butler matrix can be written as:

$$\mathbf{H}^b := \mathbf{B}_r^* \mathbf{H} \mathbf{B}_t \quad (12)$$

Where \mathbf{B}_r and \mathbf{B}_t be the unitary matrices whose columns are the basis vector in four direction for receiver and transmitter and \mathbf{H} is a channel matrix of size $N_r \times N_t$ to get array domain.

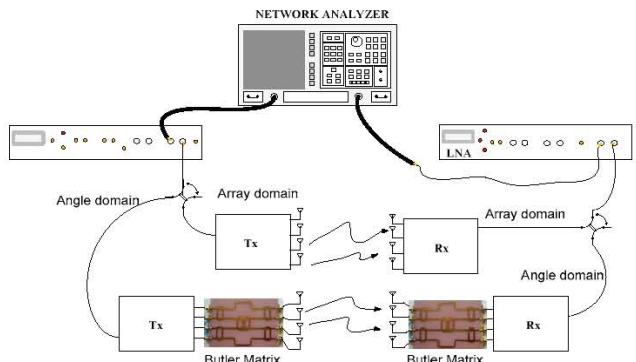


Fig. 2. A block diagram of measurement setup.

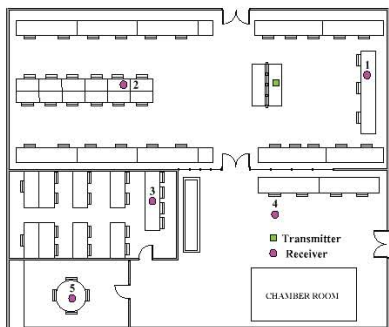


Fig. 3. Measurement scenarios.

Thus, the capacity of MIMO systems when applying Butler matrix is given by

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P_t}{P_N N_t} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) \quad (13)$$

IV. MEASUREMENT

Fig.2 shows a block diagram of measurement set up for 4x4 MIMO system. It is clearly seen that the angle domain processing can be implemented by just inserting the Butler matrix on both transmitter and receiver. The network analyzer is used for measurement channel coefficients in magnitude and phase. The power amplifier (PA) is used at transmitter to provide more transmitted power. Low noise amplifier (LNA) is used at receiver to increase received signal level. The channel measurements are undertaken by five times at each location.

Fig.3 shows measurement scenarios. We choose a large room to provide many test locations. The location of transmitter is fixed as shown in Fig.3 with rectangular point. There are five measured locations for receiver shown

by circular point in Fig.3. It is easy to measure both array domain processing and angle domain processing by using switches presented in Fig.2. The measured results achieved by network analyzer are used as a channel response in MIMO system. Also seen in Fig.2, apart from Butler matrix, all components of array and angle domain are the same. Therefore, the measured channels can be directly compared to each other as presented in the next section.

V. RESULT AND DISCUSSIONS

The simulations are undertaken by utilizing measured data into MATLAB programming and the capacity results are evaluated by using (7) and (13). The channel matrix \mathbf{H} and \mathbf{H}^H are found by measured data from network analyzer. The channel fading environments are measured by changing the locations of receiver. Five locations are considered in Fig.3. We also assumed that, the mismatches among RF circuits in transmit/receive components and mutual coupling effects are included in the measured channel.

In Fig.4 shows comparison of array and angle domain channels of 4x4 MIMO systems at location 5, where H_{ij} is referred to the channel coefficient at i th receive antenna and j th transmit antenna. It can be observed that channels of array domain processing and angle domain processing are quite different. The amplitude deviation is about ± 5 dB and the phase deviation is about $\pm 100^\circ$. These deviations are dominant to the capacity performance of MIMO system. For other locations, the deviations of amplitude and phase are similar to location 5.

In Fig.5, the average capacity versus signal to noise ratio (SNR) at each location is presented. The results indicate that to use the angle domain processing realized by Butler matrix offers better performance than array domain processing. In order to justify the results, the numeric values of average capacity at SNR = 10 dB are given in Table II.

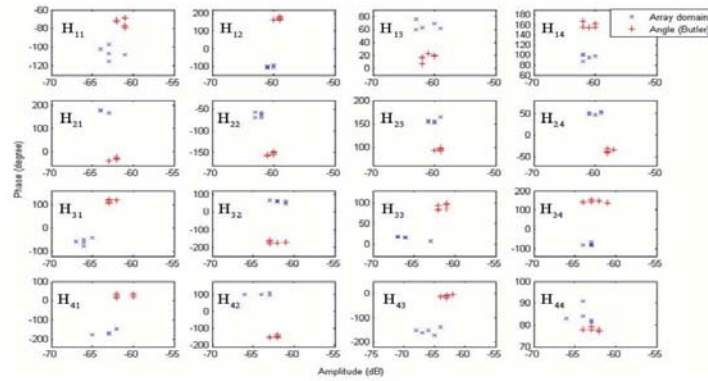


Fig. 4. Measured 4x4 MIMO channels of array domain processing and angle domain processing (Butler matrix), at location 5.

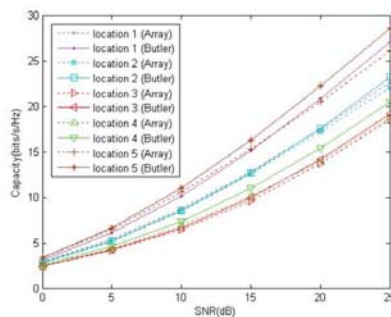


Fig. 5. The average capacity vs. SNR at each location.

It is noticed that the benefit of angle domain processing is more pronounced at location 1 and 5. The reason is that these locations are close to wall and there are many surrounding furniture providing more multipath. However, the improvement of MIMO capacity can be observed from all locations.

VI. CONCLUSION

This paper verifies the benefit of using angle domain processing for 4x4 MIMO systems by measured results. The angle domain processing realized by Butler matrix is implemented and compared with array domain processing. The results reveal that the angle domain processing outperforms the conventional array domain processing for all fading locations. Hence, the proposed system is attractive to practically implement on MIMO systems due to its ease and low complexity.

TABLE II
AVERAGE CAPACITY COMPARISONS BETWEEN ARRAY DOMAIN AND ANGLE DOMAIN FOR SNR = 10


Location	Average capacity (bits/s/Hz)	
	Array domain	Angle domain (Butler)
1	8.72	10.12
2	8.43	8.52
3	6.46	6.65
4	6.88	7.37
5	10.57	11.03

ACKNOWLEDGEMENT

The authors acknowledge the financial support from Thailand research fund and Suranaree University of Technology, Thailand.

REFERENCES

- [1] R. D. Vieira, J. C. B. Brandao and G. L. Siqueira, "MIMO measured channels: capacity results and analysis of channel parameters," *Telecommunications Symposium, 2006 International*, pp. 152 - 157, September 2006.
- [2] B. R. Stridh and P. Karlsson, "Mimo channel capacity indoor radio channel at 5.8 ghz at 5.8 ghz," in *Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, vol. 1, pp. 733-737, 2000.
- [3] M. T. E. B. A. F. Molisch, M. Steinbauer and R. Thoma, "Capacity of MIMO systems based on measured wireless channel," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, no. 20, pp. 561-569, April 2002.
- [4] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2005, ch. 7.
- [5] L. Hang, J. W. M. Bergmans and F. M. J. Willems, "Low-complexity LMMSE-based MIMO-OFDM channel estimation via angle-domain processing," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 12, pp. 5668-5680, December 2007.
- [6] A. Innok, P. Uthansakul, and M. Uthansakul, "Performance of MIMO Capacity using Angle Domain Processing Realized by Butler Matrix," *ECTI-CON, Thailand*, 6-9 May 2009.



SURANAREE JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Suranaree Journal of Science and Technology

Suranaree University of Technology

EDIT PROFILE | CHANGE PASSWORD | LOG OUT

Summary of submitted manuscript

Suranaree Journal of Science and Technology

Manuscript Information	
I.D. :	1001005
Type of manuscript :	Research article
Department :	Engineering
Title :	THE IMPROVEMENT OF MIMO CAPACITY USING SIMPLE TECHNIQUE REALIZED BY BUTLER MATRIX
Status :	Wait for galley proof
Text of manuscript :	1001005.doc



บันทึกข้อความ
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

หน่วยงาน Suranaree Journal of Science and Technology Tel / Fax : 4756 / 4750

ที่ No. 5621/ 1148

วันที่ 22 JUL 2010

เรื่อง **Letter of acceptance**

Dear Miss Apinya Innok,

I am pleased to inform you that your article entitled "THE IMPROVEMENT OF MIMO CAPACITY USING SIMPLE TECHNIQUE REALIZED BY BUTLER MATRIX" has been accepted to be published in Suranaree Journal of Science and Technology. The galley proof will be later sent to you for the final corrections.

Thank you for publishing with Suranaree Journal of Science and Technology.

Sincerely,

Suksun Horpibulsuk, Ph.D.

Associate Professor

Editor of Engineering

ภาคผนวก ข

รายละเอียดวงจรพิมพ์

ประวัติผู้เขียน

นางสาวอภิญญา อินทร์นอก เกิดเมื่อวันที่ 28 กันยายน 2528 ที่จังหวัดนครราชสีมา สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมปลายจากโรงเรียนสุนารีวิทยา และสำเร็จการศึกษาระดับวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมโทรคมนาคม) เกียรตินิยมอันดับสอง จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา เมื่อ พ.ศ. 2551 จากนั้นได้ศึกษาต่อในระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี โดยขณะศึกษาระดับปริญญาโท ได้เป็นผู้สอนปฏิบัติการ 1 รายวิชา คือ 427333 ปฏิบัติการวิศวกรรมโทรคมนาคม 1 และมีบทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในการประชุมวิชาการ ปี 2552 จำนวน 2 เรื่อง และบทความวิชาการที่ได้รับการตอบรับให้ตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ ปี 2553 1 เรื่อง ตามลำดับ ดังนี้

1. Performance of MIMO Capacity using Angle Domain Processing Realized by Butler Matrix.
2. The Enhancement of MIMO Capacity using Angle Domain Processing Based on Measured Channels.
3. THE IMPROVEMENT OF MIMO CAPACITY USING SIMPLE TECHNIQUE REALIZED BY BUTLER MATRIX.