



รายงานการวิจัย

การศึกษาผลกระทบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าต่อการทำงานของโทรศัพท์มือถือ
บริเวณที่มีสายส่งไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่าน

(Analysis of electromagnetic field resulting in operation of mobile phone
used near a high-voltage power transmission line)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนัดชัช กุลวรวานิชพงษ์

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผู้ร่วมวิจัย

นายรัฐรงค์ บุญวุฒวิวัฒน์

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2550

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

สิงหาคม 2552

ก

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ได้ให้การสนับสนุนทุนวิจัยสำหรับโครงการนี้

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส 3 เฟสสมดุล และ 3 เฟสไม่สมดุล เพื่อศึกษาผลกระทบของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นกับมนุษย์ ในขณะที่ใช้งานอุปกรณ์สื่อสาร และแนวทางการป้องกันอันตรายจากการใช้งานโทรศัพท์มือถือในบริเวณดังกล่าว โดยระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสเป็นระบบขนาด 220 V 22 kV และ 115 kV ส่วนระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลและระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุลเป็นระบบขนาด 69 kV 115 kV 230 kV และ 500 kV การจำลองผลได้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ โดยตรวจสอบความถูกต้องในการคำนวณด้วยการเปรียบ เทียบผลการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ จากการจำลองผลของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นเอง กับผลที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL ซึ่งเป็น TOOLBOX ของโปรแกรม MATLAB™ มีความเชื่อถือได้กับได้รับความนิยมนำมาใช้ในงานวิจัยทางด้านวิศวกรรม ผลลัพธ์ที่ได้จากการเปรียบเทียบความถูกต้องกับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL ปรากฏว่ามีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน โดยระบบที่มีความเสี่ยงต่อความปลอดภัยของมนุษย์ คือ ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล และ 3 เฟสไม่สมดุล เพราะเนื่องจากปริมาณสนามไฟฟ้ามีค่าสูงเกิน 5 kV/m ตามมาตรฐาน IRPA จึงไม่สมควรอย่างยิ่งในการใช้งานอุปกรณ์สื่อสารในบริเวณดังกล่าว นอกจากนี้ในงานวิจัยได้ทำการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส และ 3 เฟสสมดุล ในขณะที่ใช้งานโทรศัพท์มือถือในบริเวณระบบสายส่งแบบ 3 มิติด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป COMSOL™ Multiphysics Version 3.4 ซึ่งโปรแกรมนี้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ในการหาผลเฉลย และแสดงค่าผลเฉลยเชิงกราฟฟิกของระบบสายส่งไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ ทำให้การวิเคราะห์ผลการจำลองง่ายและเป็นมิตรกับผู้ใช้โปรแกรม

ABSTRACT

The thesis proposes the mathematical modeling and simulation of electric field resulting from operation of single-phase, balanced and unbalanced three-phase overhead power transmission lines. The main objective is to study effect of electric field distribution on human located nearby the power transmission line, especially while using a communication device. It also includes recommendation to prevent people from harm that may happen due to excessive electric field strength acting across human body. This work is based on two widely-used numerical methods of solving partial differential equations, namely, finite different method (FDM) and finite element method (FEM). The study can be divided into two main categories according to its domain dimension. The first category is the two dimensional (2D) problem in which satisfactory results obtained by using the FDM and the FEM can be compared with those obtained by the PDETOOL, a partial differential equation TOOLBOX of MATLABTM. The simulation results show that the most harmful cases are the balanced and unbalanced three-phase power systems due to their electric field strength over 5 kV/m, according to the IRPA standard. It's strongly recommends that use of any communication device underneath an overhead high-voltage power transmission line should be avoidable. The second category involves the three-dimensional (3D) problem. Commercial finite element software, COMSOLTM Multiphysics Version 3.4, is employed to perform 3D electric field simulation. With its approximate solution and graphical presentation features, simulation and analysis of 3D electric field distribution are simplified and user-friendly.

สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ.....	ก
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ค
สารบัญ.....	ง
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ซ
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย.....	3
1.3 ข้อยกเว้นเบื้องต้น.....	3
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	4
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง	
2.1 บทนำ.....	5
2.2 สนามไฟฟ้า.....	5
2.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับศักย์ไฟฟ้า.....	5
2.2.2 สมการปัวส์ซองและสมการลาปลาซ.....	7
2.3 สายส่งกำลังไฟฟ้า.....	9
2.3.1 โครงสร้างระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟส.....	9
2.3.2 หลักการเหนี่ยวนำสนามไฟฟ้าภายในระบบสายส่ง.....	11
2.4 โทรศัพทที่มีอิทธิพล.....	17
2.5 ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	19
2.6 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	25
2.7 สรุป.....	31
บทที่ 3 การคำนวณสนามไฟฟ้าของสายส่ง โดยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์	
3.1 บทนำ.....	32
3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง.....	32
3.3 การคำนวณสนามไฟฟ้าโดยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	36
3.3.1 การออกแบบกริดของพื้นที่ศึกษา.....	36

3.3.2 การประกอบสมการ โหนดขึ้นเป็นระบบ	38
3.3.3 เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขค่าขอบเขต	40
3.3.4 คำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ภายในระบบ	41
3.4 สรุป	42
บทที่ 4 การคำนวณสนามไฟฟ้าของสายส่งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	
4.1 บทนำ	43
4.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง	43
4.3 การคำนวณค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	44
4.3.1 การออกแบบกริดของพื้นที่ศึกษา	44
4.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์	45
4.3.3 การสร้างสมการของเอลิเมนต์	49
4.3.4 การประกอบสมการเอลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบ	58
4.3.5 ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย	59
4.4 สรุป	59
บทที่ 5 โปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้าและผลการจำลองของระบบสายส่งแบบ 2 มิติ	
5.1 บทนำ	60
5.2 ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์	61
5.2.1 โปรแกรมออกแบบกริดรูปสี่เหลี่ยมให้กับระบบ	62
5.2.2 กำหนดค่าเริ่มต้น	62
5.2.3 การสร้างสมการค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละ โหนด	63
5.2.4 การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม	64
5.2.5 กำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต	66
5.2.6 แก้ระบบสมการรวมเพื่อหาผลเฉลย	69
5.3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	69
5.3.1 โปรแกรมออกแบบกริดรูปสี่เหลี่ยมให้กับระบบ	69
5.3.2 กำหนดค่าเริ่มต้น	76
5.3.3 การสร้างสมการค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละ โหนด	76
5.3.4 การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม	76
5.3.5 กำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต	77
5.3.6 แก้ระบบสมการรวมเพื่อหาผลเฉลย	77

5.4 ผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	78
5.5 ผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	95
5.6 เปรียบเทียบผลการจำลองแบบ 2 มิติกับ โปรแกรมสำเร็จรูป.....	111
5.7 สรุป.....	117
บทที่ 6 การจำลองสนามไฟฟ้าของสายส่งโดยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 3 มิติ	
6.1 บทนำ.....	118
6.2 การกำหนดพารามิเตอร์และเงื่อนไขขอบเขต.....	118
6.3 ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส.....	120
6.3 ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล.....	123
6.4 สรุป.....	128
บทที่ 7 สรุปและข้อเสนอแนะ	
7.1 สรุป.....	129
7.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต.....	130
รายการอ้างอิง.....	131
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก การพิสูจน์สมการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่ง.....	135
ภาคผนวก ข การประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต.....	140
ภาคผนวก ค บทความที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	142
ประวัติผู้เขียน.....	144

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 2.1 ค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดในแต่ละด้านของโทรศัพท์มือถือในระหว่างการรับสาย (Incoming call phase) โทรออก (Outgoing call phase) และสนทนา (Talking phase).....	18
ตารางที่ 2.2 ลักษณะข้อมูลของโนด.....	20
ตารางที่ 2.3 ลักษณะพิกัดในแต่ละโนด.....	21
ตารางที่ 2.4 ลักษณะข้อมูลของอิลิเมนต์.....	26
ตารางที่ 2.5 ลักษณะข้อมูลของตำแหน่งโนด.....	27
ตารางที่ 3.1 การประมาณค่าระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ณ ตำแหน่งโนด บริเวณค่าขอบ.....	35
ตารางที่ 5.1 ค่าพารามิเตอร์สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	63
ตารางที่ 5.2 กำหนดค่าพารามิเตอร์สำหรับ โปรแกรม PDETOOL.....	112
ตารางที่ 5.3 ระดับสูงสุดของสนามไฟฟ้าที่มนุษย์สามารถสัมผัสได้อย่างปลอดภัย.....	116
ตารางที่ 6.1 การกำหนดค่าพารามิเตอร์โครงสร้างของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ.....	118
ตารางที่ 6.2 ค่าพารามิเตอร์การวางตำแหน่งตัวนำของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ.....	120

สารบัญภาพ

	หน้า
รูปที่ 2.1 สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กบริเวณรอบตัวนำ 2 เส้น ที่มีความต่างศักย์ไฟฟ้าและกระแสไหลผ่าน.....	9
รูปที่ 2.2 โครงสร้างระบบสายส่ง 1 เฟสขนาด 69 kV.....	10
รูปที่ 2.3 โครงสร้างระบบสายส่ง 3 เฟสขนาด 230 kV.....	10
รูปที่ 2.4 โครงสร้างระบบสายส่ง 3 เฟสขนาด 500 kV.....	11
รูปที่ 2.5 ความเข้มสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 1 เฟส.....	12
รูปที่ 2.6 ความเข้มสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล.....	13
รูปที่ 2.7 ความเข้มสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล.....	16
รูปที่ 2.8 การตีกิริครูปสี่เหลี่ยมของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ 2 มิติ.....	19
รูปที่ 2.9 รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วยกริดสี่เหลี่ยมจำนวน 9 โหนด.....	20
รูปที่ 2.10 การประมาณค่าอนุพันธ์แบบต่าง ๆ.....	22
รูปที่ 2.11 โครงสร้างโนดย่อยสำหรับปัญหา 2 มิติ.....	23
รูปที่ 2.12 การแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์.....	25
รูปที่ 2.13 รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 3 อิลิเมนต์ 4 โหนด.....	26
รูปที่ 2.14 การประมาณภายในแบบเชิงเส้นบนอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม.....	27
รูปที่ 3.1 โครงสร้างของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	34
รูปที่ 3.2 โครงสร้างของระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV.....	37
รูปที่ 3.3 แบบจำลองมนุษย์สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	39
รูปที่ 3.4 บริเวณรอยประสานระหว่างบริเวณที่มีค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าที่แตกต่างกัน.....	40
รูปที่ 3.5 เงื่อนไขค่าขอบเขตของโทรศัพท์มือถือสำหรับ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	41
รูปที่ 4.1 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV.....	46
รูปที่ 4.2 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV.....	47
รูปที่ 4.3 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV.....	48
รูปที่ 5.1 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมคำนวณสนามไฟฟ้า ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	61

สารบัญญภาพ (ต่อ)

รูปที่ 5.2	โครงสร้างของระเบียบไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	63
รูปที่ 5.3	การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม.....	65
รูปที่ 5.4	ลักษณะการวางตัวของสมาชิกภายในเมทริกซ์ของระบบสมการรวม.....	65
รูปที่ 5.5	แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมคำนวณสนามไฟฟ้า ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	71
รูปที่ 5.6	การแบ่งพื้นที่เป็นหมวดหมู่ตามลักษณะความแตกต่างของวัตถุ.....	73
รูปที่ 5.7	ลักษณะการสร้างกริดภายในระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV.....	73
รูปที่ 5.8	ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นอากาศ.....	74
รูปที่ 5.9	ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นตัวนำสายส่งตัวที่ 1 และ 3.....	74
รูปที่ 5.6	การแบ่งพื้นที่เป็นหมวดหมู่ตามลักษณะความแตกต่างของวัตถุ.....	73
รูปที่ 5.7	ลักษณะการสร้างกริดภายในระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV.....	73
รูปที่ 5.8	ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นอากาศ.....	74
รูปที่ 5.9	ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นตัวนำสายส่งตัวที่ 1 และ 3.....	74
รูปที่ 5.10	ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นตัวนำสายส่งตัวที่ 2.....	75
รูปที่ 5.11	ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นมนุษย์.....	75
รูปที่ 5.12	ลักษณะการวางตัวของสมาชิกภายในเมทริกซ์ของระบบสมการรวม.....	77
รูปที่ 5.13	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 1$ m.....	78
รูปที่ 5.14	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 4$ m.....	79
รูปที่ 5.15	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 7$ m.....	79
รูปที่ 5.16	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	80
รูปที่ 5.17	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	81
รูปที่ 5.18	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m.....	81

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่ 5.19	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV.....	82
รูปที่ 5.20	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 2$ m.....	83
รูปที่ 5.21	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	83
รูปที่ 5.22	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 22$ m.....	84
รูปที่ 5.23	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV.....	84
รูปที่ 5.24	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	85
รูปที่ 5.25	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	86
รูปที่ 5.26	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	86
รูปที่ 5.27	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	87
รูปที่ 5.28	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	87
รูปที่ 5.29	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	88
รูปที่ 5.30	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m.....	88
รูปที่ 5.31	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m.....	89
รูปที่ 5.32	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m.....	89

สารบัญญภาพ (ต่อ)

รูปที่ 5.33	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 1.....	90
รูปที่ 5.34	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 2.....	90
รูปที่ 5.35	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 3.....	91
รูปที่ 5.36	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -150^\circ$ kV $V_C = 230\angle 150^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	91
รูปที่ 5.37	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 90^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	92
รูปที่ 5.38	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle -30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -90^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	92
รูปที่ 5.39	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 1.....	93
รูปที่ 5.40	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 2.....	94
รูปที่ 5.41	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 3.....	94
รูปที่ 5.42	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 1$ m.....	95
รูปที่ 5.43	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 4$ m.....	96
รูปที่ 5.44	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 7$ m.....	96
รูปที่ 5.45	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	97
รูปที่ 5.46	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	98

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่ 5.47	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m.....	98
รูปที่ 5.48	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV.....	99
รูปที่ 5.49	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 2$ m.....	100
รูปที่ 5.50	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	100
รูปที่ 5.51	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 22$ m.....	101
รูปที่ 5.52	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 500 kV.....	101
รูปที่ 5.53	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	102
รูปที่ 5.54	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	103
รูปที่ 5.55	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	103
รูปที่ 5.56	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	104
รูปที่ 5.57	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	104
รูปที่ 5.58	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m.....	105
รูปที่ 5.59	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m.....	105
รูปที่ 5.60	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m.....	106

สารบัญญภาพ (ต่อ)

รูปที่ 5.61	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m.....	106
รูปที่ 5.62	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 1.....	107
รูปที่ 5.63	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 2.....	107
รูปที่ 5.64	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 3.....	108
รูปที่ 5.65	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -150^\circ$ kV $V_C = 230\angle 150^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	108
รูปที่ 5.66	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 90^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	109
รูปที่ 5.67	การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle -30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -90^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m.....	109
รูปที่ 5.68	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 1.....	110
รูปที่ 5.69	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 2.....	110
รูปที่ 5.70	เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 3.....	111
รูปที่ 5.71	การออกแบบกริดด้วย PDETOOL ของระบบสายส่งไฟฟ้าขนาด 230 kV.....	113
รูปที่ 5.72	การกระจายสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ด้วย PDETOOL.....	113
รูปที่ 5.73	การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	114
รูปที่ 5.74	การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์.....	114
รูปที่ 5.75	คำตอบโนดต่อโนดภายในช่วง โนด 1-847.....	116

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่ 6.1	ลักษณะการกำหนดค่าพารามิเตอร์โครงสร้างของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ.....	119
รูปที่ 6.2	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ($x = 7.5$ m).....	120
รูปที่ 6.3	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ($x = 7.5$ m).....	121
รูปที่ 6.4	คอนทอร์ค่านามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส ขนาด 69 kV ($x = 7.5$ m).....	121
รูปที่ 6.5	ลักษณะค่านามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ($x = 7.5$ m).....	122
รูปที่ 6.6	ลักษณะค่านามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของ ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ($x = 7.5$ m).....	122
รูปที่ 6.7	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ($x = 10$ m).....	123
รูปที่ 6.8	คอนทอร์ค่านามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ($x = 10$ m).....	124
รูปที่ 6.9	ลักษณะค่านามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ($x = 10$ m).....	124
รูปที่ 6.10	ลักษณะค่านามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 230 kV เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ($x = 10$ m).....	125
รูปที่ 6.11	โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ($x = 12.5$ m).....	125
รูปที่ 6.12	การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ($x = 12.5$ m).....	126
รูปที่ 6.13	คอนทอร์ค่านามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV เมื่อ $V_A = 500\angle 0^\circ$ kV $V_B = 500\angle -120^\circ$ kV $V_C = 500\angle 120^\circ$ kV ($x = 12.5$ m).....	126
รูปที่ 6.14	ลักษณะค่านามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV เมื่อ $V_A = 500\angle 120^\circ$ kV $V_B = 500\angle 0^\circ$ kV $V_C = 500\angle -120^\circ$ kV ($x = 12.5$ m).....	127
รูปที่ 6.15	ลักษณะค่านามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 500 kV เมื่อ $V_A = 500\angle 0^\circ$ kV $V_B = 500\angle -120^\circ$ kV $V_C = 500\angle 120^\circ$ kV ($x = 12.5$ m).....	127
รูปที่ ก.1	ประจูดัชนีและประจูดัชนีเทียบที่เป็นเส้นขนานนั้.....	136
รูปที่ ก.2	ประจูดัชนีและประจูดัชนีเทียบในระบบสายส่ง.....	138

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้ามีการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า 2 แบบ คือ การส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูง กระแสตรงและการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงกระแสสลับ การส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงกระแสตรง ถูกนำมาใช้ในกรณีที่สายส่งมีระยะทางไกลมาก ๆ หรือถูกใช้เป็นสายส่งเชื่อมโยงเมื่อระบบทั้งสอง มีความถี่ที่แตกต่างกัน ส่วนการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูงกระแสสลับจะผ่านหม้อแปลงเพื่อลดทอน ระดับแรงดันกลายเป็นไฟฟ้ากระแสสลับแรงต่ำ เพื่อนำไปใช้โดยทั่วไปตามบ้านเรือน และเนื่องจากการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้ากระแสสลับส่วนใหญ่จะมีการติดตั้งสายส่งไฟฟ้าแรงสูงใกล้บริเวณแหล่งชุมชน ดังนั้นสิ่งที่ต้องคำนึงถึง คือ ผลกระทบที่เกิดขึ้นจากการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้า ซึ่งอาจก่อให้เกิดอันตรายแก่ประชาชนที่อาศัยในแหล่งชุมชนนั้น ๆ ได้ สำหรับระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง กระแสสลับ สนามไฟฟ้าเกิดขึ้นจากแรงดันไฟฟ้าในตัวนำสายส่งทำให้เกิดประจุไฟฟ้าบวกและประจุไฟฟ้าลบ กระจายอยู่ทั่วบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงตามลักษณะการเปลี่ยนแปลงของแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ 50 Hz การที่มนุษย์ในแหล่งชุมชนที่มีสายส่งไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่านได้รับอันตรายจากการอยู่ใกล้สายส่งแรงสูงสามารถแบ่งได้เป็น 3 กรณี คือ กรณีสนามไฟฟ้าจากระบบไฟฟ้า 1 เฟส กรณีสนามไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล และกรณีสนามไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล ซึ่งค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลกระทบต่อมนุษย์สามารถเกิดขึ้นได้จากค่าสนามไฟฟ้าที่มีค่าสูงขึ้นเนื่องจากความต่างศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างพื้นดินกับสายส่ง ตำแหน่งของมนุษย์ที่อยู่ใกล้สายส่ง เมื่อเทียบกับพื้นดินซึ่งสามารถทำให้เกิดความไม่สมดุลของสายส่งได้ และความไม่สมดุลของแรงดันภายในสายส่งแต่ละเส้น ก่อให้เกิดอันตรายจากสายส่งแรงสูงที่มีผลต่อมนุษย์ได้ในที่สุด นอกจากนี้การใช้อุปกรณ์สื่อสาร เช่น โทรศัพท์มือถือใกล้บริเวณสายส่งแรงสูงอาจทำให้ผู้ใช้โทรศัพท์มือถือได้รับอันตรายเช่นกัน เนื่องจากหลักการการทำงานของโทรศัพท์มือถือ คือ การเปลี่ยนแปลงอากาศบริเวณรอบ ๆ โทรศัพท์มือถือจากที่มีสภาพเป็นฉนวน (dielectric) ให้มีสภาพกลายเป็นตัวนำเพื่อให้สามารถรับข้อมูลการติดต่อสื่อสารจากดาวเทียมหรือสถานีส่งสัญญาณได้ โดยอาศัยหลักการการเหนี่ยวนำสนามไฟฟ้า ถ้าการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้านั้นเกิดขึ้นบริเวณใกล้ ๆ สายส่งไฟฟ้าแรงสูงอาจทำให้เกิดการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้ากันเองระหว่างโทรศัพท์มือถือกับสาย

ส่งไฟฟ้าแรงสูง เพราะโดยปกติแล้วอาณาบริเวณรอบ ๆ เสาไฟฟ้าแรงสูงมีการก่อดั้วของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากความเครียดสนามไฟฟ้า (electric field stress) หรืออาจเรียกว่าความคงทนของฉนวนต่อแรงดันไฟฟ้า (dielectric strength) ส่งผลให้ประจุไฟฟ้ากระจายตัวอยู่ทั่วบริเวณสายไฟฟ้าแรงสูง ถ้าการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้าระหว่างโทรศัพท์มือถือถือกับสายไฟฟ้าแรงสูงมีค่าสูงเกินกว่าค่าความเครียดสนามไฟฟ้าวิกฤตของอากาศโดยรอบ ก่อให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่สามารถไหลผ่านอากาศทำให้อากาศเปลี่ยนสถานะจากการเป็นฉนวนไฟฟ้ามาเป็นตัวนำได้ในเวลาสั้น ๆ ทำอันตรายต่อโทรศัพท์มือถือและส่งผลให้เกิดอันตรายถึงชีวิตแก่ผู้ใช้งานได้ในที่สุด อย่างไรก็ตาม ณ ปัจจุบันสำหรับประเทศไทย ปัญหาเรื่องอันตรายจากสายส่งแรงสูงที่มีผลต่อมนุษย์ อันเนื่องมาจากการกระจายตัวของสนามไฟฟ้ารอบ ๆ สายส่ง ขาดการละเอียดเนื่องจากเหตุการณ์นี้ไม่ได้เกิดขึ้นบ่อยนัก แต่ทุกครั้งที่เกิดจะนำมาซึ่งการสูญเสียถึงแก่ชีวิตของผู้ประสบอุบัติเหตุ ปัญหาสนามไฟฟ้าในทางวิศวกรรม โดยปกติสามารถอธิบายได้ในรูปของสมการอนุพันธ์ (differential equation) หรือสมการปริพันธ์ (integral equation) อาจจะมีลักษณะความไม่เป็นเชิงเส้น (non-linear) ปรากฏอยู่ จึงเป็นไปได้ยากที่จะหาผลเฉลยแม่นยำตรง (exact solution) ได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ (approximate solution) อีกทั้งสมรรถนะของคอมพิวเตอร์ที่สูงขึ้น ทำให้การคำนวณเชิงตัวเลขสามารถทำได้อย่างรวดเร็ว สำหรับวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ ได้แก่ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (finite difference method : FDM) และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ (finite element method : FEM) การหาผลเฉลยดังกล่าวได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ถูกนำมาใช้ในการแก้ปัญหามหาสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย เนื่องจากง่ายต่อการทำความเข้าใจ ซึ่งถูกพัฒนาขึ้น (Thoun, 1920) โดยใช้ชื่อ ระเบียบวิธีสี่เหลี่ยม (method of squares) จนถูกพัฒนาอย่างต่อเนื่องจนกระทั่งถึงปัจจุบัน เนื่องจากระเบียบวิธีนี้จะจัดแบ่งพื้นที่ของปัญหาเป็น โหนด (vertices) ย่อยต่าง ๆ ตามรูปสี่เหลี่ยม และเชื่อมโยงโหนดด้วยเส้นต่อกันด้วยกริด (grid) เป็นชิ้นส่วนย่อย (element) ทำให้บางครั้งไม่สะดวกในการแก้ผลเฉลยของระบบที่มีรูปร่างซับซ้อน แต่สำหรับการศึกษาสนามไฟฟ้ารอบ ๆ สายส่งไฟฟ้าแรงสูงจะเป็นระบบที่มีรูปร่างไม่ซับซ้อน เนื่องจากการศึกษาในพื้นที่โล่งจึงสามารถกำหนดขอบเขตพื้นที่ในการพิจารณาได้อย่างอิสระและสอดคล้องตามงานนั้น ๆ ดังนั้นการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าจึงสามารถคำนวณได้ง่าย ส่วนระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ได้ถูกพัฒนา (Courant, 1943) และเริ่มนำมาประยุกต์กับปัญหาสนามไฟฟ้าในปี 1968 ซึ่งระเบียบวิธีนี้จะจัดแบ่งพื้นที่ของปัญหาเป็นชิ้นส่วนย่อยที่ประกอบขึ้นจากโหนด โดยเชื่อมต่อกันด้วยกริด ซึ่งจะไม่จำกัดอยู่ในเฉพาะรูปร่างของชิ้นส่วนย่อยที่เป็นสี่เหลี่ยมสำหรับปัญหา 2 มิติ นิยมใช้ชิ้นส่วนย่อยที่เป็นรูป

สามเหลี่ยม ในการประมาณ โดเมนของปัญหาได้ ซึ่งข้อดีของระเบียบวิธีนี้ คือ สามารถหาผลเฉลยของระบบที่มีรูปร่างซับซ้อน ทั้งยัง

เหมาะกับปัญหาที่มีการแปรเปลี่ยนตามเวลา (time-varying) ปัญหาที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งปัญหาทางสนามไฟฟ้ามักจะมีผลเฉลยที่ไม่เป็นเชิงเส้นจึงเหมาะกับการใช้ระเบียบวิธีดังกล่าวในการหาค่าผลเฉลย นอกจากนี้ยังง่ายต่อการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่อาจมีหลายลักษณะผสมกันอยู่ในระบบ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์มาใช้ในการดำเนินการ

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. พัฒนาโปรแกรมด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ทั้งแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ เพื่อคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าในระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 1 เฟส 3 เฟส สมดุล และ 3 เฟสไม่สมดุล
2. คำนวณการกระจายตัวของค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างมนุษย์กับระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง
3. วิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์เพื่อคำนวณหาระยะห่างที่เหมาะสมของมนุษย์ที่อาศัยอยู่ใกล้บริเวณที่มีเสาไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่าน
4. ศึกษาการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างอุปกรณ์สื่อสารกับระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง
5. วิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อคำนวณระยะห่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์สื่อสารที่อยู่ใกล้บริเวณที่มีเสาไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่าน

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

1. พื้นที่ในการจำลองระบบเป็นพื้นที่โล่ง ปราศจากการกีดขวางของอาคาร และสิ่งปลูกสร้างต่าง ๆ
2. พิจารณาการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้าระหว่างสายส่งไฟฟ้าแรงสูงจำนวน 1 ต้นกับมนุษย์หรืออุปกรณ์สื่อสารที่สามารถก่อให้เกิดการเหนี่ยวนำขึ้นได้
3. สำหรับในระบบที่พิจารณาจะกำหนดให้ค่าสภาพยอม (permittivity) ของอากาศมีค่าคงที่ตลอดพื้นที่ที่ใช้ในการพิจารณา
4. กำหนดให้แรงดันในสายส่งแต่ละเส้นมีค่าแรงดันคงที่สม่ำเสมอตลอดทั้งเส้น

5. กำหนดให้สภาพพื้นดินในระบบที่พิจารณาเป็นพื้นดินในสภาพทั่วไปปราศจากน้ำขังหรือความชื้นบนหน้าดินสูง

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าเพื่อจำลองผลการทำงานของอุปกรณ์สื่อสารที่ถูกนำมาใช้งานใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง

2. ใช้ MATLAB™ เพื่อเขียนโปรแกรมระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ทั้ง 2 มิติและ 3 มิติ สำหรับวิเคราะห์ปัญหาสนามไฟฟ้าในสายส่งไฟฟ้าแรงสูงขนาดต่าง ๆ

3. พิจารณาระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 2 ประเภท คือ ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 1 เฟสขนาด 220 V 22 kV และ 69 kV กับระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 3 เฟสขนาด 69 kV 115 kV 230 kV และ 500 kV

4. ดำเนินการหาระยะห่างที่เหมาะสมสำหรับมนุษย์ เพื่อป้องกันอันตรายที่เกิดขึ้นได้จากบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่านตามค่าระยะห่างมาตรฐานสากล IRPA (international radiation protection association)

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้แบบจำลองของอุปกรณ์สื่อสารและสายส่งไฟฟ้าแรงสูงที่สามารถใช้ได้กับระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า 22 kV และ 115 kV ของการไฟฟ้าภูมิภาคและระบบ 230 kV ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิต

2. ได้โปรแกรมจำลองผลที่เกิดจากการพัฒนาระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าในบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูง

3. ช่วยเพิ่มความปลอดภัยให้กับมนุษย์ในแหล่งชุมชนที่อาศัยอยู่ใกล้บริเวณที่มีสายส่งไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่าน

4. ได้ลิขสิทธิ์จากการศึกษาผลกระทบของสนามไฟฟ้าจากการใช้งานโทรศัพท์มือถือบริเวณใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง

ภาคผนวกประกอบด้วยเนื้อหา 3 ส่วน ได้แก่ ภาคผนวก ก. การพิสูจน์สมการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่งที่ใช้สำหรับประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต ภาคผนวก ข. กล่าวถึงการรวบรวมผลงานที่ได้รับการเผยแพร่ของงานวิจัยวิทยานิพนธ์ในขณะดำเนินการศึกษา และภาคผนวก ค. เป็นการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต โดยยกตัวอย่างการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

การศึกษาและเข้าใจถึงทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย นับว่ามีความสำคัญ และเป็นประโยชน์อย่างมากในการดำเนินงาน ทั้งนี้เพื่อเป็นพื้นฐานความรู้ และความเข้าใจในงาน นำไปเป็นแหล่งอ้างอิงในการดำเนินงานวิจัย ดังนั้นในบทนี้จึงได้นำเสนอทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ ซึ่งประกอบไปด้วย 5 หัวข้อหลัก ได้แก่ สนามไฟฟ้า สายส่งกำลังไฟฟ้า โทรศัพทที่มีต่อระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ โดยจะกล่าวถึงเฉพาะส่วนที่เป็นประโยชน์ หรือถูกกล่าวอ้างถึงการดำเนินงานวิจัย ทั้งนี้เพื่อให้เนื้อหามีความกระชับและชัดเจน

2.2 สนามไฟฟ้า

2.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับศักย์ไฟฟ้า

จากความรู้เรื่องสนามไฟฟ้าที่ผ่านมาได้กล่าวถึง สนามไฟฟ้าของประจุไฟฟ้าในลักษณะของเวกเตอร์ที่สามารถกำหนดค่าได้ด้วยฟังก์ชันเวกเตอร์ \mathbf{E} นอกจากสนามเวกเตอร์ดังกล่าวแล้ว ยังมีปริมาณ ไฟฟ้าอีกแบบหนึ่งที่เป็นฟังก์ชันสเกลาร์ หรือ สนามสเกลาร์ โดยสนามสเกลาร์นี้เป็นฟังก์ชันของตำแหน่งในปริภูมิเช่นเดียวกับสนามไฟฟ้า \mathbf{E} แตกต่างกันที่ค่าดังกล่าวนี้เป็นปริมาณสเกลาร์ ซึ่งถูกเรียกว่า ศักย์ไฟฟ้า สามารถแทนสัญลักษณ์ได้ด้วย v และสามารถวัดออกมาในรูปหน่วยของแรงดัน (volt) โดยความสัมพันธ์ระหว่าง v และ \mathbf{E} ในรูปปริพันธ์สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (2-1)

$$v_x - v_y = -\frac{1}{q} \int_y^x q\mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$
$$= -\int_y^x \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

$$= -\left(\int_R^x \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} - \int_R^y \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}\right) \quad (2-1)$$

จากสมการที่ (2-1) ทำให้สามารถได้สูตรคำนวณศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดจุดหนึ่งในสนามไฟฟ้า \mathbf{E} ได้ดังสมการที่ (2-2)

$$v_x = -\int_R^x \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad (2-2)$$

เมื่อ R คือ จุดอ้างอิง

เป็นที่ทราบว่าศักย์ไฟฟ้าเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระบบพิกัดฉากจะใช้สัญลักษณ์ $v(x,y,z)$ ซึ่งการศึกษาการเปลี่ยนแปลงฟังก์ชันสเกลาร์ v ในปริภูมิสามารถทำได้โดยอาศัยทฤษฎีอนุพันธ์ย่อย

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \quad (2-3)$$

หรือในรูปการกำหนดตัวดำเนินการอนุพันธ์ที่เรียกว่า เเดล (∇) ดังสมการที่ (2-4)

$$dv = \nabla v \cdot d\mathbf{r} \quad (2-4)$$

จากสมการที่ (2.20) สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างเกรเดียนต์ศักย์ไฟฟ้า และสนามไฟฟ้าได้ดังนี้

$$v_{,xy} = v_{,yx} = -\int_y^x \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

สามารถเขียนในรูปใหม่ของระบบพิกัดฉากได้เป็น

$$\begin{aligned}
-\int_y^x (\mathbf{E}_x dx + \mathbf{E}_y dy + \mathbf{E}_z dz) &= v(x_x, y_x, z_x) - v(x_y, y_y, z_y) \\
&= \int_y^x dv(x, y, z) \\
&= \int_y^x \left(\frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \right) \quad (2-5)
\end{aligned}$$

เมื่อทำการเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์ของพจน์ทางซ้ายเทียบกับขวาของสมการที่ (2-5) จะได้

$$\mathbf{E}_x = -\frac{\partial v}{\partial x}, \mathbf{E}_y = -\frac{\partial v}{\partial y}, \mathbf{E}_z = -\frac{\partial v}{\partial z} \quad (2-6)$$

หรือ

$$\mathbf{E} = -\nabla v \quad (2-7)$$

2.2.2 สมการปัวส์ซองและสมการลาปลาซ

จากสมการที่ (2-7) จะเห็นว่าสนามไฟฟ้าสามารถเขียนอยู่ในรูปของเกรเดียนต์ของฟังก์ชัน สเกลาร์ v ได้ และจากกฎของเกาส์ในรูปอนุพันธ์ คือ

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2-8)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นประจุเชิงปริมาตรการกระจายของประจุไฟฟ้า (volume charge density)

ϵ_0 คือ สภาพยอมของอวกาศว่าง (permittivity of free space)

สมการปัวส์ซอง (poisson's equation): จากไดเวอร์เจนซ์ของ \mathbf{E} สามารถเขียนในรูปของพจน์ v ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \nabla \cdot (-\nabla v) \\ &= -\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \\ &= -\nabla^2 v\end{aligned}\quad (2-9)$$

จากสมการที่ (2-9) จะเห็นว่าสมการดังกล่าว คือ สมการที่มีการดำเนินการเคลสองครั้ง เพื่อให้ได้อนุพันธ์อันดับสอง ซึ่งเรียกว่า ลาปลาเซียน (laplacian: ∇^2) และจากสมการข้างต้นสามารถจัดรูปตามกฎของเกาส์ในรูปอนุพันธ์ใหม่ได้เป็น

$$\nabla^2 v = -\frac{\rho}{\epsilon_0}\quad (2-10)$$

และจะเรียกสมการ (2-10) นี้ว่า สมการปัวส์ซอง

สมการลาปลาซ (laplace's equation): บริเวณใด ๆ ในปริภูมิที่ไม่มีประจุ นั่นคือ $\rho = 0$ ดังนั้นสมการปัวส์ซองจะกลายเป็น

$$\nabla^2 v = 0\quad (2-11)$$

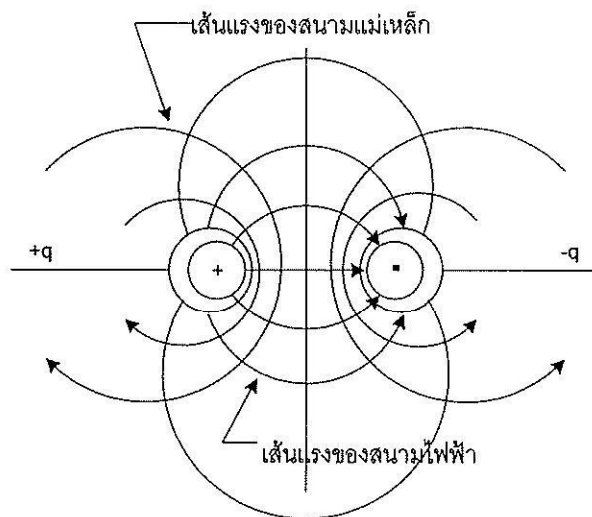
ซึ่งสมการดังกล่าวสามารถเรียกได้ว่า สมการลาปลาซ

ทั้งสองสมการ คือ สมการปัวส์ซองและสมการลาปลาซจะถูกนำไปใช้ในการคำนวณศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าในบริเวณสายส่งแรงสูงภายใต้สภาวะขอบเขต (boundary condition)

ตามระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ซึ่งจะได้กล่าวต่อไปในบทที่ 4 และ 5 ตามลำดับ

2.3 สายส่งกำลังไฟฟ้า

ตัวนำในสายส่งไฟฟ้าแรงสูงใด ๆ ก็ตามที่มีความต่างศักย์ไฟฟ้าจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้า E และเมื่อมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวนำ จะมีสนามแม่เหล็ก B เกิดขึ้นรอบตัวนำนั้น ณ จุดใด ๆ สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะตั้งฉากกันเสมอ ดังแสดงในรูปที่ 2.1

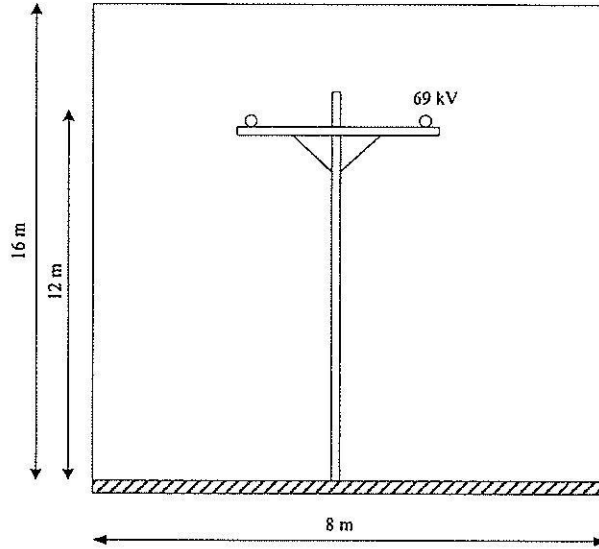


รูปที่ 2.1 สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กบริเวณรอบตัวนำ 2 เส้น
ที่มีความต่างศักย์ไฟฟ้าและกระแสไหลผ่าน

2.3.1 โครงสร้างระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟส

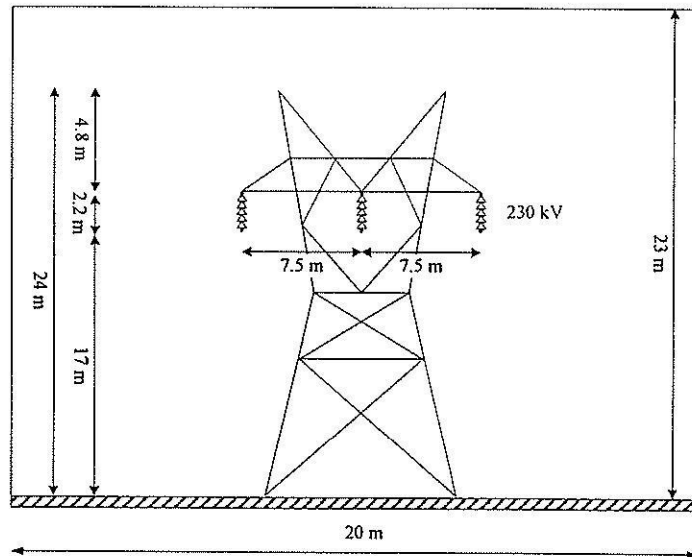
สำหรับในงานวิจัยจะทำการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบตัวนำ ตามระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟส โดยระบบไฟฟ้า 1 เฟสจะคำนึงถึงระบบไฟฟ้าที่มีพิกัดขนาด 69 kV ส่วนระบบไฟฟ้า 3 เฟสจะคำนึงถึงระบบไฟฟ้าที่มีพิกัดตั้งแต่ 230 kV และ 500 kV ซึ่งแต่ละระบบมีรายละเอียดและโครงสร้าง อันได้แก่ ตำแหน่งตัวนำ ระยะห่างระหว่างตัวนำ เป็นต้น ดังนี้

- ระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV



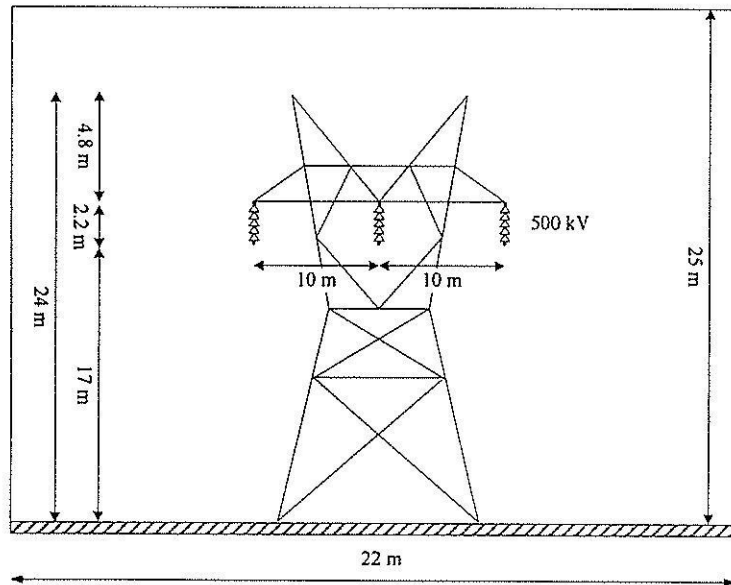
รูปที่ 2.2 โครงสร้างระบบสายส่ง 1 เฟสขนาด 69 kV

- ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV



รูปที่ 2.3 โครงสร้างระบบสายส่ง 3 เฟสขนาด 230 kV

- ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV



รูปที่ 2.4 โครงสร้างระบบสายส่ง 3 เฟสขนาด 500 kV

2.3.2 หลักการเหนี่ยวนำสนามไฟฟ้าภายในระบบสายส่ง

ค่าความเข้มสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งต่าง ๆ รอบตัวนำนี้จะขึ้นอยู่กับระยะห่างจากตัวนำ ขนาดแรงดันและกระแสในตัวนำ ฉะนั้นตัวนำของระบบสายส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าแรงสูง จึงถือได้ว่าเป็นแหล่งกำเนิดของสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กได้ประเภทหนึ่ง เพราะเนื่องจากตัวนำในสายส่งภายในระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า ประกอบไปด้วยผลคูณของแรงดัน V และกระแส I เมื่อใช้สายส่งจ่ายในการส่งกำลังไฟฟ้า ก็จะมีกระแสไหลในตัวนำ นั่นก็คือจะมีสนามแม่เหล็กโดยรอบตัวนำสายส่งจ่าย ถ้าส่งกำลังไฟฟ้ามาก ๆ หากไม่เพิ่มแรงดัน ก็จะทำให้เกิดกระแสในสายส่งมีค่ามาก เป็นผลให้เกิดกำลังไฟฟ้าสูญเสียเนื่องจากความต้านทาน R ในสายส่ง คือ I^2R ฉะนั้นการส่งกำลังไฟฟ้าปริมาณมาก ๆ เป็นระยะทางไกล ๆ จึงต้องส่งจ่ายด้วยระบบแรงดันสูง เมื่อตัวนำสายส่งมีแรงดันสูง ก็จะก่อให้เกิดความเครียดสนามไฟฟ้าโดยรอบตัวนำมีค่าสูงขึ้น ความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุดเกิดขึ้นที่ผิวตัวนำไฟฟ้าก็ยังมีค่าสูงขึ้นด้วย ในสภาวะแวดล้อมที่เลวร้าย เช่น ความชื้นสูง มีฝุ่นละอองมาก เป็นต้น ความเครียดสนามไฟฟ้าที่ผิวตัวนำเปลือยซึ่งในอากาศ อาจจะทำให้เกิดการคายประจุบางส่วนแบบคอโรนา (partial discharge corona) ได้ง่ายขึ้น ซึ่งการที่มนุษย์อยู่ใกล้บริเวณที่มีสายส่งไฟฟ้าแรงสูงพาดผ่านหรือการใช้อุปกรณ์สื่อสาร เช่น

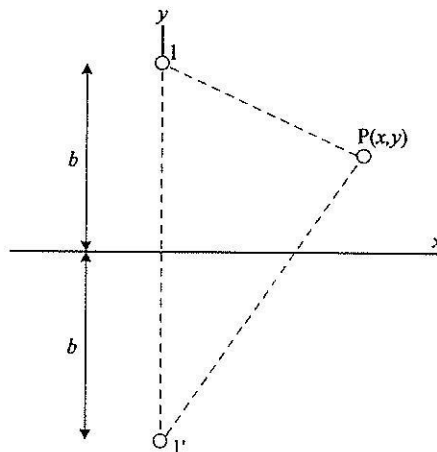
โทรศัพท์มือถือก็อาจทำให้ได้รับอันตรายจากการใช้งานใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูงได้เช่นกัน อันตรายจากการอยู่ใกล้สายส่งแรงสูงสามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี คือ กรณีสนามไฟฟ้าจากระบบไฟฟ้า 1 เฟส กรณีสนามไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล และกรณีสนามไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลซึ่งค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลกระทบต่อมนุษย์สามารถเกิดขึ้นได้จากค่าสนามไฟฟ้าที่มีค่าสูงขึ้นเนื่องจากความต่างศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างพื้นดินกับสายส่ง ตำแหน่งของมนุษย์ที่อยู่ใกล้สายส่ง เมื่อเทียบกับพื้นดินซึ่งสามารถทำให้เกิดความไม่สมดุลของสายส่งได้ และความไม่สมดุลของแรงดันภายในสายส่งแต่ละเส้นก็สามารถก่อให้เกิดอันตรายจากสายส่งแรงสูงที่มีผลต่อมนุษย์ได้ในที่สุด

ค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นรอบๆสายส่งไฟฟ้าแรงสูงเป็นค่าสนามไฟฟ้าที่มีปริมาณสูงมากพอที่จะทำให้เกิดอันตรายต่อวัตถุที่เคลื่อนเข้าใกล้สายส่งได้ โดยเฉพาะมนุษย์ ดังนั้นการหาพื้นที่ปลอดภัยหรือระยะห่างน้อยสุดระหว่างสายส่งแรงสูงกับมนุษย์ จึงเป็นสิ่งสำคัญ โดยในที่นี้จะทำการศึกษาค่าความเข้มสนามไฟฟ้าทั้งหมด 3 กรณี ได้แก่

- ความเข้มสนามไฟฟ้าเมื่อพิจารณา 1 เฟส
- ความเข้มสนามไฟฟ้าเมื่อพิจารณา 3 เฟสไม่สมดุล
- ความเข้มสนามไฟฟ้าเมื่อพิจารณา 3 เฟสสมดุล

- ความเข้มสนามไฟฟ้าเมื่อพิจารณา 1 เฟส จากสายส่งที่ส่งผลกระทบต่อร่างกายมนุษย์

จากรูปที่ 2.5 สามารถแทนตำแหน่งตัวนำสายส่งได้ด้วย 1 และ 1' จากสมการแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equation) สามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้า (electric potential: φ) ที่จุด $P(x,y)$ ณ ตำแหน่งใด ๆ (Gao, and Yu, 1998) ได้ดังสมการที่ (2-12)



รูปที่ 2.5 ความเข้มสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 1 เฟส

$$\varphi(x, y) = \frac{U_1}{n_{11}} n_{1p} \text{ (V)} \quad (2-12)$$

และสามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่จุด $P(x, y)$ ณ ตำแหน่งใด ๆ ดังสมการที่ (2-13)

$$\mathbf{E} = \frac{2bU_1}{n_{11}\sqrt{x^4 + y^4 + b^4 + 2b^2x^2 + 2x^2y^2 - 2b^2y^2}} \text{ (V/m)} \quad (2-13)$$

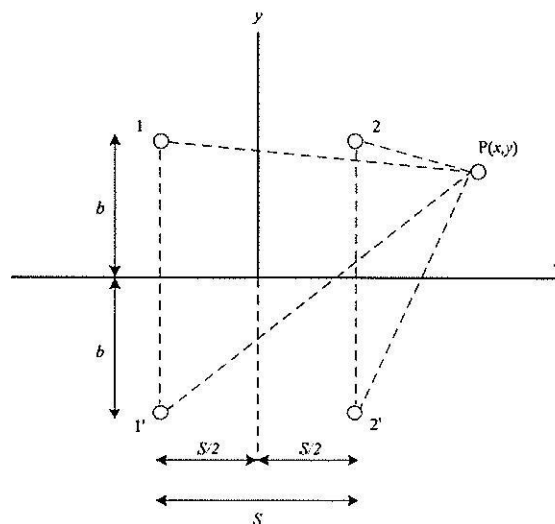
โดยที่ U_1 คือ ค่าแรงดันของสายส่ง (V)

$n_{11} = \ln \frac{2b}{r}$ เป็นค่า self potential-coefficient ของสายส่ง

r คือ รัศมีของสายส่ง

$n_{1p} = \ln \sqrt{\frac{x^2 + (b+y)^2}{x^2 + (b-y)^2}}$ เป็นค่า mutual potential-coefficient

- ความเข้มสนามไฟฟ้าของไฟ 3 เฟสไม่สมดุล จากสายส่งที่ส่งผลกระทบต่อร่างกายมนุษย์ เนื่องจากเฟสหนึ่งของสายส่ง 3 เฟสไม่สมดุล จะเปรียบเสมือนเป็นสายกราวด์ ดังนั้น จะเหลือสายส่งเพียง 2 เฟสเท่านั้นที่จะส่งผลกระทบต่อร่างกายมนุษย์ดังรูปที่ 2.6 จากสมการแมกซ์เวลล์สามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุด $P(x, y)$ ณ ตำแหน่งใด ๆ (Gao, and Yu, 1998) ดังสมการที่ (2-14)



รูปที่ 2.6 ความเข้มสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล

$$\varphi(x, y) = \frac{\sqrt{3}(n_{1p} + n_{2p})U_1}{2(n_{11} + n_{12})} + j \frac{(n_{1p} - n_{2p})U_1}{2(n_{11} - n_{12})} \quad (2-14)$$

จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = & \frac{\sqrt{3}U_1}{4(n_{11} + n_{12})} \left\{ \frac{S+2x}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b+y)^2} - \frac{S+2x}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b-y)^2} \right. \\ & \left. - \frac{S-2x}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b+y)^2} + \frac{S-2x}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b-y)^2} \right\} \\ & + j \frac{U_1}{4(n_{11} - n_{12})} \left\{ \frac{S+2x}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b+y)^2} - \frac{S+2x}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b-y)^2} \right. \\ & \left. + \frac{S-2x}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b+y)^2} - \frac{S-2x}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b-y)^2} \right\} \end{aligned} \quad (2-15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = & \frac{\sqrt{3}U_1}{2(n_{11} + n_{12})} \left\{ \frac{b+y}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b+y)^2} - \frac{b-y}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b-y)^2} \right. \\ & \left. - \frac{b+y}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b+y)^2} + \frac{b-y}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b-y)^2} \right\} \\ & + j \frac{U_1}{2(n_{11} - n_{12})} \left\{ \frac{b+y}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b+y)^2} - \frac{b-y}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b-y)^2} \right. \\ & \left. - \frac{b+y}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b+y)^2} + \frac{b-y}{(\frac{S}{2}-x)^2 + (b-y)^2} \right\} \end{aligned} \quad (2-16)$$

โดยที่

$$n_{1p} = \ln \sqrt{\frac{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b+y)^2}{(\frac{S}{2}+x)^2 + (b-y)^2}} \text{ เป็นค่า mutual potential-coefficient ระหว่างจุด } P(x,y) \text{ กับสายส่งเส้นที่ 1}$$

$$n_{2p} = \ln \sqrt{\frac{\left(\frac{S}{2} - x\right)^2 + (b+y)^2}{\left(\frac{S}{2} - x\right)^2 + (b-y)^2}}$$

เป็นค่า mutual potential-coefficient ระหว่างจุด P(x,y) กับสายส่งเส้นที่ 2

$$n_{11} = \ln \frac{2b}{r}$$

เป็นค่า self potential-coefficient ของสายส่ง

$$n_{12} = \ln \sqrt{1 + \frac{4b^2}{S^2}}$$

เป็นค่า mutual potential-coefficient ระหว่างสายส่งเส้นที่ 1 กับสายส่งเส้นที่ 2

ซึ่งจากการหาค่า $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ และ $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$ สามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่จุด P(x,y) ณ ตำแหน่งใด ๆ ได้

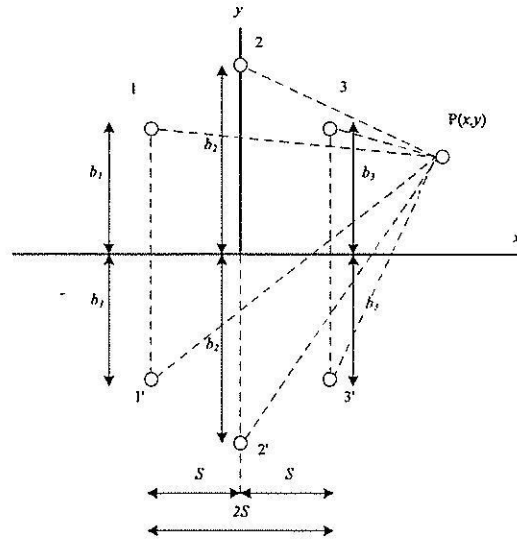
ดังสมการที่ (2-17)

$$E = \sqrt{\left|\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right|^2} \quad (2-17)$$

- ความเข้มสนามไฟฟ้าของไฟ 3 เฟสสมดุล จากสายส่งที่ส่งผลกระทบต่อร่างกายมนุษย์

จากการศึกษาค่าสนามไฟฟ้าที่มีผลกระทบต่อมนุษย์ทั้ง 2 กรณีที่ผ่านมา จะเห็นว่าเนื่องจากความไม่สมดุลของแรงดันภายในสายส่งแต่ละเส้นเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดอันตรายต่อมนุษย์ ดังนั้นในการศึกษาผลกระทบของสนามไฟฟ้าระหว่างสายส่งแรงสูงกับมนุษย์อาจจะลดการศึกษาค่าสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลได้ อย่างไรก็ตามผลกระทบจากสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลอาจจะส่งผลกระทบต่อมนุษย์ได้เพราะค่าสนามไฟฟ้าจะมีค่าสูงได้เนื่องจากความแตกต่างของค่าศักย์ไฟฟ้าระหว่างพื้นดินกับสายส่ง 3 เฟสที่มีความแตกต่างกันมาก และตำแหน่งของมนุษย์ที่อยู่ใกล้สายส่ง เมื่อเทียบกับพื้นดินจึงทำให้เกิดความไม่สมดุลของสายส่งได้ ซึ่งถ้าร่างกายมนุษย์อยู่ในตำแหน่งนั้นเป็นเวลานานอาจจะทำให้เกิดอันตรายจากสายส่งได้เช่นกัน

ในระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.7 ซึ่งเป็นการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าได้ในทำนองเดียวกับกรณีความเข้มสนามไฟฟ้าของไฟ 3 เฟสไม่สมดุล



รูปที่ 2.7 ความเข้มสนามไฟฟ้าของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล

จากสมการแมกซ์เวลล์สามารถหาค่า $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ และ $\frac{\partial \phi}{\partial y}$ ได้ดังสมการที่ (2-18) และ (2-19) ดังนี้

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{U_1}{\sqrt{3}(n_{11} - n_{12})} \left\{ \begin{array}{l} \frac{S+x}{(S+x)^2 + (b_1+y)^2} - \frac{S+x}{(S+x)^2 + (b_1-y)^2} \\ + (0.5 + j0.866) \left[\frac{x}{x^2 + (b_2-y)^2} - \frac{x}{x^2 + (b_2+y)^2} \right] \\ + (0.5 - j0.866) \left[\frac{x-S}{(x-S)^2 + (b_3-y)^2} - \frac{x-S}{(x-S)^2 + (b_3+y)^2} \right] \end{array} \right\} \quad (2-18)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{U_1}{\sqrt{3}(n_{11} - n_{12})} \left\{ \begin{array}{l} \frac{b_1+y}{(S+x)^2 + (b_1+y)^2} - \frac{b_1-y}{(S+x)^2 + (b_1-y)^2} \\ + (0.5 + j0.866) \left[\frac{b_2-y}{x^2 + (b_2-y)^2} - \frac{b_2+y}{x^2 + (b_2+y)^2} \right] \\ + (0.5 - j0.866) \left[\frac{b_3-y}{(x-S)^2 + (b_3-y)^2} - \frac{b_3+y}{(x-S)^2 + (b_3+y)^2} \right] \end{array} \right\} \quad (2-19)$$

ซึ่งจากการหาค่า $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ และ $\frac{\partial \phi}{\partial y}$ สามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่จุด $P(x,y)$ ณ ตำแหน่งใด ๆ ได้ดังสมการที่ (2-20)

$$E = \sqrt{\left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|^2} \quad (2-20)$$

2.4 โทรศัพท์มือถือ

จากการศึกษาผลกระทบของสนามไฟฟ้าที่มีต่อมนุษย์เมื่ออยู่ใกล้บริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ที่อาจทำให้ได้รับอันตรายจากการเหนี่ยวนำระหว่างมนุษย์กับสายส่งนั้น ยังสามารถพิจารณาอีกสาเหตุหนึ่งที่อาจส่งผลให้เกิดอันตรายระหว่างมนุษย์กับสายส่งไฟฟ้าแรงสูงได้อีก นั่นคือ การใช้งานอุปกรณ์สื่อสารใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง เพราะเนื่องจากหลักการทำงานของโทรศัพท์มือถือ คือ การเปลี่ยนแปลงอากาศบริเวณรอบ ๆ โทรศัพท์มือถือจากที่มีสภาพเป็นฉนวน ให้มีสภาพกลายเป็นตัวนำเพื่อให้สามารถรับข้อมูลการติดต่อสื่อสารจากดาวเทียมหรือสถานีส่งสัญญาณได้ โดยอาศัยหลักการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้า ถ้าการใช้งาน โทรศัพท์มือถือเกิดขึ้นบริเวณใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูงอาจทำให้เกิดการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้ากันเองระหว่าง โทรศัพท์มือถือกับสายไฟฟ้าแรงสูง ถ้าการเหนี่ยวนำของสนามไฟฟ้าระหว่างโทรศัพท์มือถือกับสายไฟฟ้าแรงสูงมีค่าสูงเกินกว่าค่าความ เกรียดสนามไฟฟ้าวิกฤตของอากาศโดยรอบ จะก่อให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่สามารถไหลผ่านอากาศเข้ามาผ่าน โทรศัพท์มือถือและส่งผลให้เกิดอันตรายถึงชีวิตแก่ผู้ใช้งานได้ในที่สุด ด้วยเหตุนี้ จะทำการศึกษาค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบน โทรศัพท์มือถือ และศึกษาผลกระทบที่เกิดขึ้นจากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง โดยพิจารณาจากการเปลี่ยนแปลงค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในระบบ

สำหรับการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าระหว่างระบบไฟฟ้าแรงสูงกับ โทรศัพท์มือถือ จะกำหนดให้โทรศัพท์มือถือเปรียบเสมือนเป็นแหล่งกำเนิดค่าสนามไฟฟ้าเพียงจุดเดียว (monopole) ซึ่งสามารถทราบค่าสนามไฟฟ้าได้จากตารางที่ 2.1 (Selim, Apaydm, and Celik, 2003)

ตารางที่ 2.1 ค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดในแต่ละด้านของโทรศัพท์มือถือในระหว่างการรับสาย (Incoming call phase) โทรออก (Outgoing call phase) และสนทนา (Talking phase)

Phone			
PANASONIC GD90			
	Outgoing call	Incoming call	Talking phase
Front side	30.5 V/m	26.1 V/m	23.5 V/m
Back side	30.5 V/m	25.2 V/m	23.1 V/m
Left side	34.5 V/m	30.5 V/m	22.3 V/m
Right side	32.5 V/m	26.2 V/m	20.5 V/m
ERICSSON GH688			
	Outgoing call	Incoming call	Talking phase
Front side	68.0 V/m	47.5 V/m	38.3 V/m
Back side	68.2 V/m	46.3 V/m	34.5 V/m
Left side	69.2 V/m	48.5 V/m	36.4 V/m
Right side	58.1 V/m	40.2 V/m	28.3 V/m
ALCATEL			
	Outgoing call	Incoming call	Talking phase
Front side	40.5 V/m	33.2 V/m	22.5 V/m
Back side	33.5 V/m	31.2 V/m	21.5 V/m
Left side	27.5 V/m	23.5 V/m	17.5 V/m
Right side	25.6 V/m	21.5 V/m	15.6 V/m
NOKIA 3210			
	Outgoing call	Incoming call	Talking phase
Front side	45.5 V/m	37.2 V/m	26.3 V/m
Back side	48.5 V/m	47.2 V/m	35.1 V/m
Left side	33.5 V/m	27.2 V/m	18.6 V/m
Right side	48.2 V/m	47.6 V/m	30.2 V/m

จากการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าดังกล่าว สามารถนำค่าสนามไฟฟ้าจากโทรศัพท์มือถือ nokia 3210 ที่เกิดขึ้นในบริเวณ Front side, Back side, Left side และ Right side มาใช้ในการกำหนดสภาวะขอบเขต (boundary condition) ตามระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ได้ ซึ่งจะได้อีกต่อไปในบทที่ 4 และ 5 ตามลำดับ

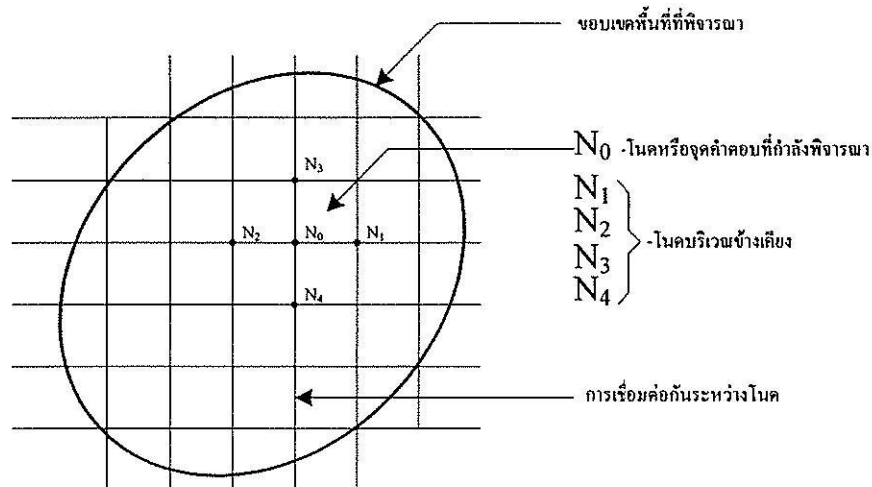
2.5 ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

เนื่องจากปัญหาทางวิศวกรรมศาสตร์โดยส่วนมากแล้ว จะมีแบบจำลองคณิตศาสตร์อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์หรือสมการอินทิกรัล สำหรับในกรณีที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation: PDE) โดยส่วนมากมักจะต้องการหาผลเฉลยด้วยวิธีประมาณ เพราะเนื่องจากความซับซ้อนของสมการเชิงอนุพันธ์นั่นเอง วิธีการหาผลเฉลยด้วยวิธีประมาณในปัจจุบันมีหลายวิธีซึ่งมีอยู่วิธีหนึ่งที่ได้รับการนิยมนอย่างกว้างขวางจากอดีตจนถึงปัจจุบัน คือ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (finite differet method: FDM) สำหรับขั้นตอนโดยทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จะประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอน ซึ่งสามารถอธิบายขั้นตอนต่างๆ ได้ดังต่อไปนี้

1) การออกแบบกริดให้กับระบบ

การแบ่งขอบเขตรูปร่างปัญหาของระบบที่ต้องการหาผลเฉลยออกเป็นตารางสี่เหลี่ยมย่อย ๆ โดยสี่เหลี่ยมแต่ละช่องจะมีการเชื่อมต่อกันโดยอาศัยโนดต่าง ๆ เป็นตัวเชื่อมดังสามารถแสดงในรูปแบบที่ 2.8

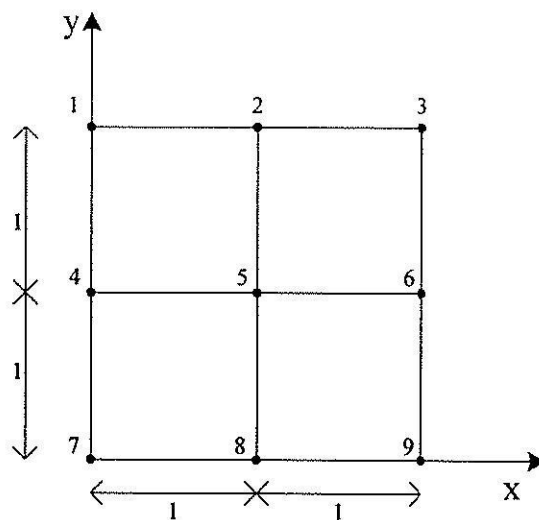
จากขั้นตอนที่ 1) เมื่อออกแบบกริดให้กับระบบเรียบร้อยแล้ว สิ่งที่สำคัญและจำเป็นในการโปรแกรมด้วยคอมพิวเตอร์ คือ ความสัมพันธ์ระหว่างหมายเลขโนดที่พิจารณากับหมายเลขโนดบริเวณข้างเคียงตามรูปที่ 2.8 รวมถึงค่าตำแหน่งพิกัดของแต่ละโนดภายในระบบ ซึ่งสามารถยกตัวอย่างตามรูปที่ 2.9 โดยสามารถสรุปได้เป็นตารางที่ 2.2 และตารางที่ 2.3 ตามลำดับ



รูปที่ 2.8 การตีกริดรูปสี่เหลี่ยมของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ 2 มิติ

ตารางที่ 2.2 ลักษณะข้อมูลของ โหนด

หมายเลขโหนด (N_0)	หมายเลขโหนดรอบข้าง			
	(N_1)	(N_2)	(N_3)	(N_4)
1	2	-	-	4
2	3	1	-	5
3	-	2	-	6
4	5	-	1	7
5	6	4	2	8
6	-	5	3	9
7	8	-	4	-
8	9	7	5	-
9	-	8	6	-



รูปที่ 2.9 รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วยกริดสี่เหลี่ยมจำนวน 9 โหนด

ตารางที่ 2.3 ลักษณะพิกัดในแต่ละโนด

หมายเลข โหนด	พิกัดแกน x	พิกัดแกน y
1	0	2
2	1	2
3	2	2
4	0	1
5	1	1
6	2	1
7	0	0
8	1	0
9	2	0

2) ฟังก์ชันการประมาณภายในแต่ละ โหนด

เนื่องจากกริดที่ใช้ในการคำนวณเป็นรูปสี่เหลี่ยม ดังนั้นในการพิจารณา 1 ครั้งจึงประกอบไปด้วยโนดทั้งหมด 5 โหนด คือ โหนดที่พิจารณา 1 โหนดกับโนดบริเวณข้างเคียงอีก 4 โหนด ซึ่งในการประมาณค่าปัญหา 2 มิติจะต้องอาศัยการประมาณแบบ 1 มิติเป็นพื้นฐาน ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

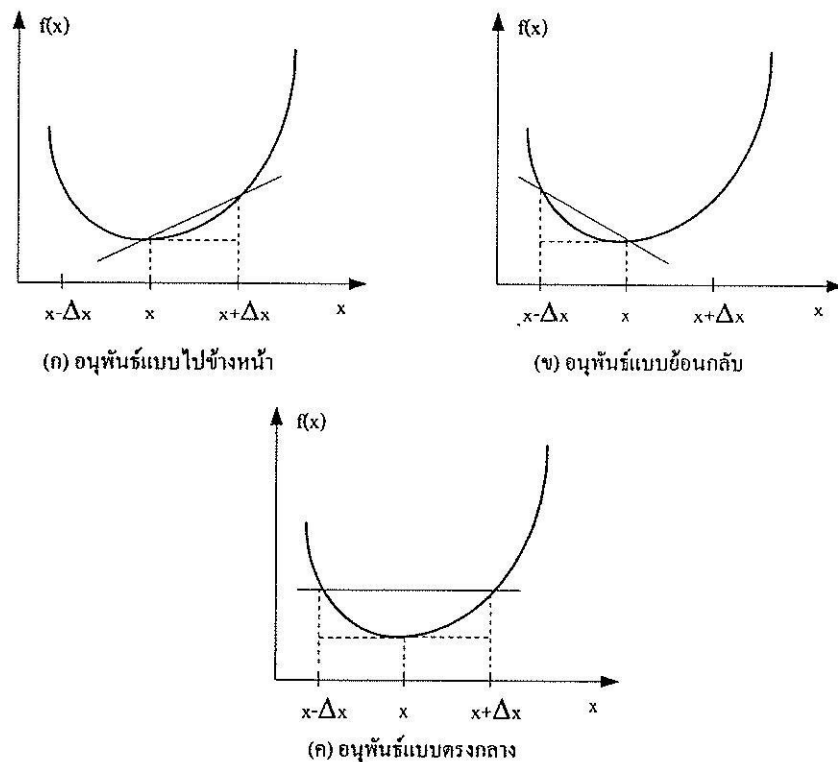
การหาอนุพันธ์อันดับ 1 ของฟังก์ชัน f ใด ๆ สามารถหาได้ดังสมการที่ (2-21)

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (2-21)$$

จากสมการที่ (2-21) ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์สามารถประมาณสมการใหม่ได้เป็น

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (2-22)$$

การที่สามารถประมาณค่าจากสมการที่ (2-21) ไปเป็นสมการที่ (2-22) ได้ เป็นเพราะอาศัย ทฤษฎีอนุกรมเทเลอร์ (Taylor series) นั่นคือ การละเลยตั้งแต่เทอมที่ 3 ของอนุกรมเทเลอร์เป็นต้น ไป ซึ่งจากการดำเนินการและอาศัยสมการที่ (2-22) ดังกล่าว ทำให้สามารถสร้างฟังก์ชันในการ ประมาณค่าได้ 3 รูปแบบ คือ อนุพันธ์แบบไปข้างหน้า (forward scheme) อนุพันธ์แบบย้อนหลัง (backward scheme) และอนุพันธ์แบบตรงกลาง (central scheme) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (2-23) (2-24) และ (2-25) ตามลำดับ



รูปที่ 2.10 การประมาณค่าอนุพันธ์แบบต่าง ๆ

อนุพันธ์แบบไปข้างหน้า:

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (2-23)$$

อนุพันธ์แบบย้อนหลัง:

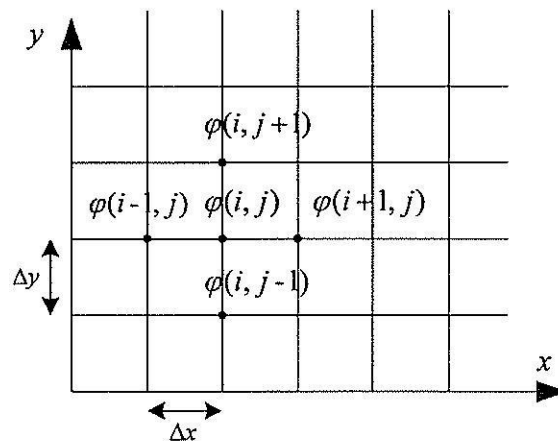
$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} \quad (2-24)$$

อนุพันธ์แบบตรงกลาง:

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (2-25)$$

จากความรู้เรื่องการประมาณแบบ 1 มิติ เมื่อทำการพิจารณาปัญหา 2 มิติจะได้ค่า ณ ตำแหน่ง โหนดใด ๆ ซึ่งเกิดจากผลรวมเชิงเส้นของค่า ณ ตำแหน่ง โหนดรอบข้างนั้น ๆ โดยสำหรับ ปัญหาระบบ 2 มิติ ที่มีระนาบ xy ตามรูปที่ 2.11 จะถูกกำหนดให้ระบบมีแหล่งจ่ายอิสระ และมีค่า ขอบเขต (boundary condition) อยู่ในรูปศักย์ไฟฟ้าที่สามารถจัดให้อยู่ในรูปอนุพันธ์ ซึ่งปัญหาคงกล่าวสามารถแสดงได้ในรูปสมการลาปลาซ

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (2-26)$$



รูปที่ 2.11 โครงสร้าง โหนดย่อยสำหรับปัญหา 2 มิติ

โดยที่ φ คือ ค่าศักย์ไฟฟ้าที่ไม่ทราบค่าภายในระบบที่พิจารณา

สำหรับปัญหาในระบบ 2 มิติในระบบพิกัดฉากสามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้าได้ตามสมการที่ (2-27)

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \quad (2-27)$$

จากสูตรอนุพันธ์แบบตรงกลาง กับ อนุพันธ์อันดับ 2 จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\varphi(i+1, j) - 2\varphi(i, j) + \varphi(i-1, j)}{(\Delta x)^2} \quad (2-28)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\varphi(i, j+1) - 2\varphi(i, j) + \varphi(i, j-1)}{(\Delta y)^2} \quad (2-29)$$

แทนค่าสมการที่ (2-28) กับ (2-29) ในสมการลาปลาซที่ (2-27) จะได้สูตรการคำนวณตามสมการที่ (2-30)

$$\varphi(i, j) = \frac{1}{4} [\varphi(i+1, j) + \varphi(i-1, j) + \varphi(i, j+1) + \varphi(i, j-1)] \quad (2.48)$$

3) สร้างสมการรวมของระบบ

นำสมการของแต่ละโนดที่ได้ภายในระบบมาประกอบรวมกัน (assembly) มารวมกันเป็นสมการรวมของระบบ จากขั้นตอนที่ 1 ถ้าทำการแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นโนดย่อย ๆ ทั้งหมด n โหนด จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบไปด้วยสมการย่อยทั้งหมด n สมการ

4) เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขค่าขอบเขต

ประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขค่าขอบเขตที่เกี่ยวข้อง ให้สอดคล้องและเหมาะสมกับปัญหา ใส่งในสมการรวมของระบบเพื่อหาค่าผลเฉลย โดยการแก้สมการรวมของระบบเพื่อหาตัวแปรไม่ทราบค่าที่โนดต่าง ๆ

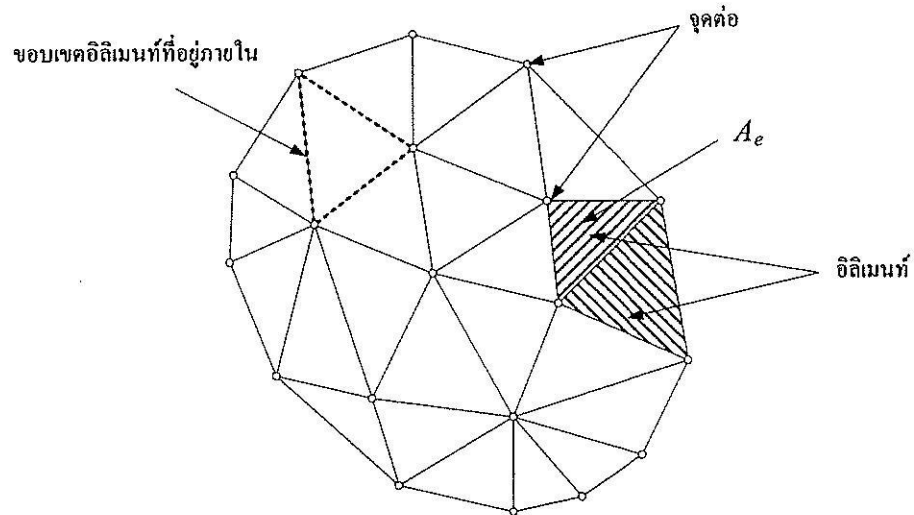
5) คำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ภายในระบบ

ถึงแม้วิธีดังกล่าวเป็นวิธีที่สามารถเข้าใจได้ง่าย แต่ถ้ระบบที่พิจารณามีโครงสร้างที่ซับซ้อน จึงทำให้ระเบียบวิธีดังกล่าวไม่ค่อยได้รับความนิยม แต่สำหรับงานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยที่วิเคราะห์สนามไฟฟ้ารอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ที่เป็นพื้นที่โล่งไม่มีสิ่งกีดขวาง ทำให้ระบบดังกล่าว

เป็นระบบเปิดกว้างและไม่มีควมซับซ้อน จึงสามารถออกแบบกริดของระบบที่พิจารณาได้อย่างอิสระ ซึ่งไม่ก่อให้เกิดปัญหาจากการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

2.6 ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

หลักการของระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ในขั้นต้นคล้ายกับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ กล่าวคือ เริ่มจากการแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นพื้นที่หลาย ๆ ส่วนที่เรียกว่า “อิลิเมนต์” โดยที่การกระจัด และแรงภายในของแต่ละอิลิเมนต์ ณ จุดที่อิลิเมนต์ต่อโงกันจะต้องเข้ากันได้และสมดุล ซึ่งอิลิเมนต์ต่าง ๆ นี้ จะขึ้นอยู่กับความละเอียดของแต่ละงานว่าต้องการรูปร่างลักษณะใกล้เคียงกับของจริงดั้งเดิมมากเท่าใด ซึ่งอาจอยู่ในรูปลักษณะของสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าก็ได้ ดังนั้นค่าผลเฉลยโดยประมาณที่มีจำนวนที่นับได้ที่จะคำนวณออกมา จึงมีความแม่นยำมากขึ้น ซึ่งความแม่นยำนี้ขึ้นอยู่กับขนาด และจำนวนของอิลิเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้น ซึ่งขั้นตอนโดยทั่วไปของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ประกอบไปด้วยขั้นตอนใหญ่ ๆ ทั้งหมด 6 ขั้นตอน (ปราโมทย์ เศษอำไพ, 2542) โดยมีรายละเอียดดังนี้ คือ

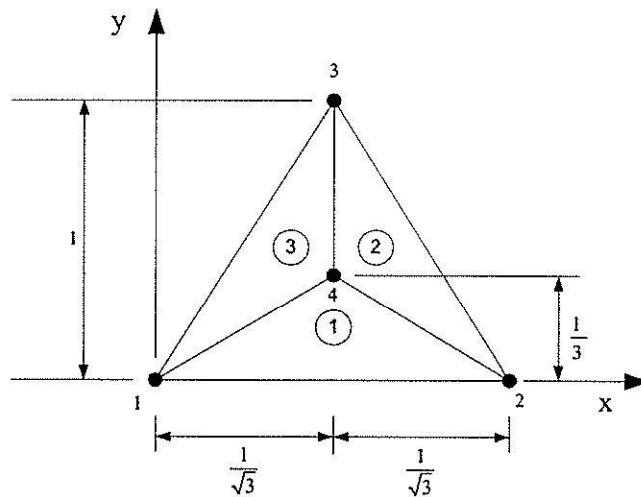


รูปที่ 2.12 การแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์

1) การออกแบบอิลิเมนต์ย่อยให้กับระบบ (discretization) แบ่งขอบเขตรูปร่างของระบบปัญหาที่ต้องการหาผลลัพธ์ออกเป็นอิลิเมนต์ย่อย ๆ โดยแต่ละอิลิเมนต์จะมีพื้นที่ A_e ดังแสดงในรูปที่ 2.12 ซึ่งเป็นรูปแสดงการแบ่งอิลิเมนต์ของรูปร่างปัญหาแบบ 2 มิติ (ระนาบ xy) โดยใช้

อิเลเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามจุดต่อ ซึ่งประกอบไปด้วย โหนด (nodes) อิเลเมนต์ (elements) และขอบเขตของอิเลเมนต์ที่อยู่ภายใน (interelement boundaries) และเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างโปรแกรมการคำนวณสำหรับการป้อนข้อมูลของทุก ๆ อิเลเมนต์ จึงขอยกตัวอย่างรูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วยอิเลเมนต์รูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 3 อิเลเมนต์ 4 โหนด ดังแสดงด้วยรูปที่ 2.13

ข้อมูลเบื้องต้นสำหรับ โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ต้องการ คือ หมายเลขของอิเลเมนต์ และหมายเลขของโหนด พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละ โหนด ดังแสดงด้วยรูปที่ 2.13 พร้อมทั้งสรุปเป็นตารางได้ดังตารางที่ 2.4 และ 2.5 ตามลำดับ



รูปที่ 2.13 รูปร่างของปัญหาที่ประกอบด้วย 3 อิเลเมนต์ 4 โหนด

ตารางที่ 2.4 ลักษณะข้อมูลของอิเลเมนต์

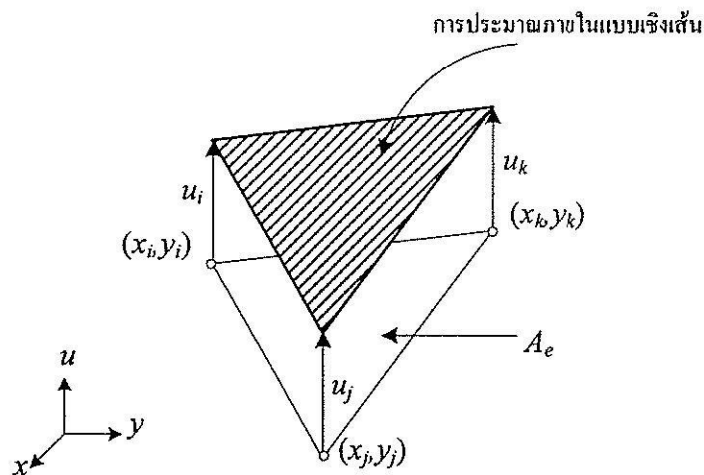
หมายเลข อิเลเมนต์	หมายเลข โหนด		
	โหนด i	โหนด j	โหนด k
1	1	2	4
2	4	2	3
3	1	4	3

หมายเหตุ โหนด i j และ k คือหมายเลขของโหนดที่ i j และ k ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

ตารางที่ 2.5 ลักษณะข้อมูลของตำแหน่งโนด

หมายเลขโนด	พิกัดแกน x	พิกัดแกน y
1	0	0
2	$2/\sqrt{3}$	0
3	$1/\sqrt{3}$	1
4	$1/\sqrt{3}$	$1/3$

2) ฟังก์ชันการประมาณภายในแต่ละอิลิเมนต์ เลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ (element interpolation function) อย่างในกรณีอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมจะประกอบด้วย 3 โหนดที่มีตัวห้อย i j และ k ซึ่งวนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 2.14 (Bickford, 1994) ซึ่งเป็นการประมาณค่าภายในอิลิเมนต์แบบเชิงเส้น (linear representation)



รูปที่ 2.14 การประมาณภายในแบบเชิงเส้นบนอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม

ตำแหน่งของโนด (x_n, y_n) $n = i, j, k$ เป็นตำแหน่งของตัวที่ไม่ทราบค่า u_n โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์ $u_e(x, y)$ เป็นแบบเชิงเส้น ดังนี้

$$u_e(x, y) = \alpha + \beta x + \gamma y \quad (2-31)$$

โดยที่ α β γ เป็นค่าคงที่ ซึ่งสามารถหาได้จากโนดทั้งสามดังนี้

$$u_e(x_i, y_i) = u_i = \alpha + \beta x_i + \gamma y_i$$

$$u_e(x_j, y_j) = u_j = \alpha + \beta x_j + \gamma y_j$$

$$u_e(x_k, y_k) = u_k = \alpha + \beta x_k + \gamma y_k$$

นำค่า α β γ ที่ได้จากการแก้สมการทั้งสามข้างต้น แทนค่ากลับลงไปในสมการที่ (2-31) จะได้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิทธิเมนต์เป็น

$$u_e(x, y) = u_i N_i + u_j N_j + u_k N_k \quad (2-32)$$

ซึ่ง N_n , $n = i, j, k$ คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอิทธิเมนต์

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2A_e} \quad (2-33)$$

โดยที่

$$\begin{array}{lll} a_i = x_j y_k - x_k y_j & b_i = y_j - y_k & c_i = x_k - x_j \\ a_j = x_k y_i - x_i y_k & b_j = y_k - y_i & c_j = x_i - x_k \\ a_k = x_i y_j - x_j y_i & b_k = y_i - y_j & c_k = x_j - x_i \end{array}$$

และ A_e คือพื้นที่ของแต่ละอิทธิเมนต์ ซึ่ง $2A_e$ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$2A_e = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} = x_j(y_k - y_i) + x_i(y_j - y_k) + x_k(y_i - y_j) \quad (2-34)$$

ความแม่นยำของผลเฉลยจะขึ้นอยู่กับฟังก์ชันการประมาณภายในที่สมมติขึ้นมาที่มีความใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหามากน้อยเพียงใดด้วย

3) สร้างสมการของอิลิเมนต์ (element formulation) ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหา ซึ่งขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ อย่างเช่นกรณีสมการของอิลิเมนต์สามเหลี่ยมที่ได้ยกมาเป็นตัวอย่างดังแสดงในรูปที่ 2.14 จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}_e \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} f_i \\ f_j \\ f_k \end{bmatrix}_e \quad (2-35)$$

ซึ่งเขียนโดยย่อได้ว่า $[K]_e [u]_e = [f]_e$ โดย $[u]_e$ คือ เมทริกซ์ตัวไม่ทราบค่าที่โนด และตัวห้อย e แสดงให้ทราบว่า เป็นเมทริกซ์ระดับอิลิเมนต์ ซึ่งสมการของอิลิเมนต์ดังกล่าว จำเป็นต้องถูกสร้างขึ้นมาให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้น ๆ การสร้างสมการของอิลิเมนต์ซึ่งอยู่ในรูปแบบของสมการที่ (2-35) สามารถทำได้โดยวิธีการโดยตรง (direct approach) วิธีการแปรผัน (variational approach) และ วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (method of weighted residuals) ซึ่งวิธีสุดท้าย ถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ ในปัจจุบัน เพราะเนื่องจากเป็นวิธีที่ใช้การสร้างสมการไฟไนต์อิลิเมนต์จากสมการเชิงอนุพันธ์โดยตรง โดยไม่จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้อง ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการสร้างสมการไฟไนต์อิลิเมนต์สำหรับปัญหาทั่ว ๆ ไปได้

4) นำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกัน (assembly) เป็นสมการรวมของระบบ จากขั้นตอนที่ 1 หากแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n โหนด จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ โดยแสดงได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdot & \cdot & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdot & \cdot & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdot & \cdot & K_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \cdot & \cdot & K_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (2-36)$$

หรือเขียนโดยย่อได้ดังนี้ $[K]_{\text{sys}} [u]_{\text{sys}} = [f]_{\text{sys}}$ จากสมการที่ (2-36) เมทริกซ์ $[K]_{\text{sys}}$ จะมีคุณสมบัติของความเป็นเมทริกซ์สมมาตร กล่าวคือ $[K]_{\text{sys}} = [K]_{\text{sys}}^T$ และมีคุณสมบัติของการจับ

กลุ่มกันของค่าที่ไม่เท่ากับศูนย์บริเวณแนวทแยงมุมของเมทริกซ์ ซึ่งจะมีลักษณะอยู่รวมกันเป็น แถบ (banded matrix) จากคุณสมบัติดังกล่าวนี้ จะก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนา โปรแกรมคอมพิวเตอร์ การนำสมการย่อยของแต่ละอิเลเมนต์มาประกอบกันเข้าเป็นสมการรวมของ ระบบจำเป็นต้องมีหลักการ ซึ่งหลักการที่จะกล่าวนี้ เป็นหลักการที่ง่าย สามารถทำได้โดยสะดวก เหมาะกับรูปร่างของปัญหาที่มีอิเลเมนต์ย่อยจำนวนมาก ๆ และหลักการนี้จะถูกนำไปใช้ในการ พัฒนาคอมพิวเตอร์โปรแกรมด้วย โดยสามารถทำความเข้าใจได้จากตัวอย่างรูปร่างของปัญหาดัง รูปที่ 2.14 กล่าวคือเราจะทำการสร้างสมการรวมของระบบซึ่งประกอบด้วย 3 อิเลเมนต์ 4 โหนด โดยจะแสดงการรวมของเมทริกซ์ $[K]_{sys}$ เพื่อเป็นตัวอย่าง

วิธีการนี้ทำได้โดย เขียนสมการของอิเลเมนต์ต่าง ๆ พร้อมทั้งกำกับหมายเลขของโนดทาง แนวนอนและแถวตั้งของแต่ละอิเลเมนต์ให้ถูกต้อง โดยจากรูปที่ 2.13 $[K]_e$ ของอิเลเมนต์ที่ 1 ประกอบด้วยโนดหมายเลข 1 2 และ 4 ส่วน $[K]_e$ ของอิเลเมนต์ที่ 2 ประกอบด้วยโนดหมายเลข 2 3 และ 4 และ $[K]_e$ ของอิเลเมนต์ที่ 3 ซึ่งเป็นอิเลเมนต์สุดท้ายประกอบด้วยโนดหมายเลข 1 3 และ 4 โดยสามารถเขียนแสดงให้เห็น ได้ดังนี้

$$[K]_{e1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2-37)$$

$$[K]_{e2} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (2) & (3) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} d_1 & e_1 & f_1 \\ d_2 & e_2 & f_2 \\ d_3 & e_3 & f_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2-38)$$

$$[K]_{e3} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (3) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (3) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} g_1 & h_1 & i_1 \\ g_2 & h_2 & i_2 \\ g_3 & h_3 & i_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2-39)$$

เมื่อมีหมายเลขกำกับทั้งทางแถวอนและแถวตั้งกำกับสัมประสิทธิ์ทุกตัวของเมทริกซ์ของทุกอิลิเมนต์แล้ว จากนั้นนำสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ เหล่านี้มาใส่ลงในเมทริกซ์ระบบรวม $[K]_{sys}$ เช่นค่าสัมประสิทธิ์ b_3 ซึ่งอยู่ในแถวอนที่ 4 แถวตั้งที่ 2 ของอิลิเมนต์ย่อยที่ 1 จะไปปรากฏอยู่ในแถวอนที่ 4 แถวตั้งที่ 2 ของเมทริกซ์ระบบรวมดังแสดงในสมการ เป็นต้น

$$[K]_{sys} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (3) & (4) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_1 + g_1 & b_1 & h_1 & c_1 + i_1 \\ a_2 & b_2 + d_1 & e_1 & c_2 + f_1 \\ g_2 & d_2 & e_2 + h_2 & f_2 + i_2 \\ a_3 + g_3 & b_3 + d_3 & e_3 + h_3 & c_3 + f_3 + i_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2-40)$$

5) ประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต (initial and boundary conditions) ที่สอดคล้องกับปัญหาลงในสมการรวมของระบบเพื่อหาค่าผลเฉลย โดยการแก้สมการรวมของระบบเพื่อหาตัวไม่ทราบค่าที่โนด

6) กำหนดหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่ต้องการต่อไป เมื่อทราบค่าผลลัพธ์ที่โนดต่าง ๆ แล้วสามารถกำหนดหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กับผลลัพธ์นี้ต่อไปได้

จากขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอน จะเห็นได้ว่า ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์เป็นวิธีที่มีแบบแผนเป็นขั้นเป็นตอน โดยมีส่วนที่สำคัญที่สุดคือการสร้างสมการของอิลิเมนต์ในขั้นตอนที่ 3 ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาที่กำหนด และในขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอนนี้จะนำไปพัฒนาขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการคำนวณต่อไป

2.7 สรุป

บทนี้ได้นำเสนอทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย อันได้แก่ ทฤษฎีของสนามไฟฟ้า สายส่งกำลังไฟฟ้า โทศัพทที่มีสื่อ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ที่อธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ภายในการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ โดยได้กล่าวเฉพาะส่วนที่จะนำมาใช้หรือส่วนที่จะถูกกล่าวอ้างถึงในบทต่อ ๆ ไป ทั้งนี้เพื่อเป็นประโยชน์และเป็นแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้แก่ผู้ดำเนินงานวิจัย

บทที่ 3

การคำนวณสนามไฟฟ้าของสายส่งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

3.1 บทนำ

จากความรู้พื้นฐานเรื่องระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ในบทที่ 3 เมื่อเข้าใจหลักการและขั้นตอนของระเบียบวิธีดังกล่าวแล้ว ภายในบทที่ 3 นี้จะเป็นการอธิบายถึงการประยุกต์ใช้สมการของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้ารอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง เมื่อมีมนุษย์ใช้อุปกรณ์สื่อสารใกล้บริเวณสายส่ง ดังนั้นในบทนี้จึงได้เสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าภายในตัวนำสายส่งไฟฟ้าแรงสูง และประยุกต์ปัญหาค่าขอบเขตตามระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้า

3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง

สำหรับปัญหาค่าศักย์ไฟฟ้าแบบ 2 มิติในระบบพิกัดฉาก สมการเชิงอนุพันธ์แบบปัวส์ซองสามารถเขียนได้ตามสมการที่ (3-1)

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = g(x, y) \quad (3-1)$$

จากสูตรอนุพันธ์แบบตรงกลางและอนุพันธ์อันดับที่ 2 จะได้

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\varphi(i+1, j) - 2\varphi(i, j) + \varphi(i-1, j)}{(\Delta x)^2} \quad (3-2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\varphi(i, j+1) - 2\varphi(i, j) + \varphi(i, j-1)}{(\Delta y)^2} \quad (3-3)$$

เนื่องจากระบบภายในงานวิจัยนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ($\Delta x = \Delta y = h$) แทนค่าสมการที่ (3-2) และ (3-3) ในสมการที่ (3-1) จะได้สมการใหม่ดังสมการที่ (3-4)

$$\therefore \varphi(i, j) = \frac{1}{4} [\varphi(i+1, j) + \varphi(i-1, j) + \varphi(i, j+1) + \varphi(i, j-1) - h^2 g(x, y)] \quad (3-4)$$

แบบจำลองสายส่งไฟฟ้าแรงสูง: ค่าสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงสามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ (3-5) (Christopoulos, 1995)

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \left(\frac{1}{v^2}\right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) = 0 \quad (3-5)$$

โดยที่ \mathbf{E} คือ สนามไฟฟ้า (electric field)

t คือ เวลา (time)

μ คือ สภาพขาคซึมได้ทางแม่เหล็ก (permeability)

v คือ ความเร็วในการแพร่กระจาย (propagation velocity)

σ คือ สภาพนำทางไฟฟ้า (conductivity)

ความเร็วในการแพร่กระจายของสนามไฟฟ้าสามารถอธิบายได้ในรูปความสัมพันธ์ระหว่างสภาพยอมทางไฟฟ้า (permittivity : ϵ) กับสภาพขาคซึมได้ทางแม่เหล็กดังสมการที่ (3-6)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (3-6)$$

โดยที่ $\mu = \mu_0 \mu_r$ และ $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ เมื่อ μ_r คือ สภาพขาคซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ และ ϵ_r คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ เนื่องจากในระบบที่พิจารณาจะกำหนดให้มีสภาวะอากาศทั่วไปซึ่ง $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m $\mu_r = 1.00000037$ $\epsilon_r = 1$ $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m และ $\sigma = 0$ แทนค่าพารามิเตอร์ต่างๆกับสมการที่ (3-6) ลงในสมการที่ (3-5) จะได้

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\epsilon \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right) = 0 \quad (3-7)$$

จากคุณสมบัติของระบบที่เป็น time-harmonic จะได้

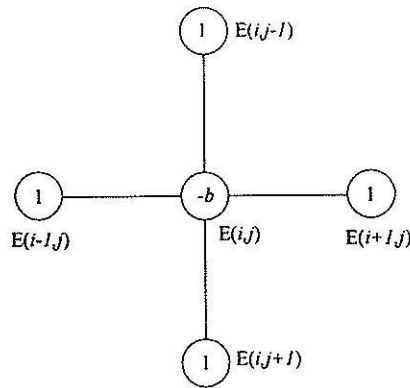
$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \approx j\omega \mathbf{E} \quad (3-8)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \approx -\omega^2 \mathbf{E} \quad (3-9)$$

แทนค่าสมการที่ (3-9) ในสมการที่ (3-7) จะได้สมการอธิบายค่าสนามไฟฟ้าของโนดที่ต้องการพิจารณา ดังสมการที่ (3-11)

$$\mathbf{E}(i, j) = \frac{1}{(4 - \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j+1) + \mathbf{E}(i, j-1)] \quad (3-11)$$

จากสมการที่ (3-11) เพื่อให้เห็นภาพการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ สมการดังกล่าวจะเป็นตัวแทนค่าสนามไฟฟ้าของโนดที่ต้องการพิจารณาเพียง 1 จุด และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปโนดภายในโครงสร้างระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ได้ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 โครงสร้างของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

จากรูปที่ 3.1 จะได้ว่า $b = 4 - \mu\epsilon\omega^2 h^2$ และ 1 คือ ค่าสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรของสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งพิกัด $E(i,j)$ $E(i+1,j)$ $E(i-1,j)$ $E(i,j+1)$ และ $E(i,j-1)$ ที่ปรากฏภายในสมการที่ (3-11) ตามลำดับ นอกจากนี้สำหรับบางบริเวณที่อยู่ตามขอบและมุมของระบบจะมีลักษณะโครงสร้างโนดที่แตกต่างไปจากรูปที่ 3.1 ซึ่งสามารถแสดงโครงสร้างและสมการที่ใช้อธิบายค่าสนามไฟฟ้า ณ บริเวณขอบแบบต่าง ๆ ดังมีรายละเอียดตามตารางที่ 3.1 ดังนี้

ตารางที่ 3.1 การประมาณค่าระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ณ ตำแหน่งโนดบริเวณค่าขอบ

บริเวณ	โครงสร้าง	สมการ
1) ขอบล่าง (Bottom edge)		$E(i, j) = \frac{1}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [E(i+1, j) + E(i-1, j) + 2E(i, j-1)]$
2) ขอบบน (Top edge)		$E(i, j) = \frac{1}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [E(i+1, j) + E(i-1, j) + 2E(i, j+1)]$
3) ขอบซ้าย (Left edge)		$E(i, j) = \frac{1}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [2E(i+1, j) + E(i, j-1) + 2E(i, j+1)]$
4) ขอบขวา (Right edge)		$E(i, j) = \frac{1}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [2E(i-1, j) + E(i, j-1) + 2E(i, j+1)]$
5) มุมล่างซ้าย (Bottom left-corner point)		$E(i, j) = \frac{2}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [E(i+1, j) + E(i, j-1)]$
6) มุมล่างขวา (Bottom right-corner point)		$E(i, j) = \frac{2}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [E(i-1, j) + E(i, j-1)]$

ตารางที่ 3.1 การประมาณค่าระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ณ ตำแหน่งโนดบริเวณค่าขอบ (ต่อ)

บริเวณ	โครงสร้าง	สมการ
7) มุมบนซ้าย (Top left-corner point)		$E(i, j) = \frac{2}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [E(i+1, j) + E(i, j+1)]$
8) มุมบนขวา (Top right-corner point)		$E(i, j) = \frac{2}{(4 + \mu\epsilon\omega^2 h^2)} [E(i-1, j) + E(i, j+1)]$

3.3 การคำนวณค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

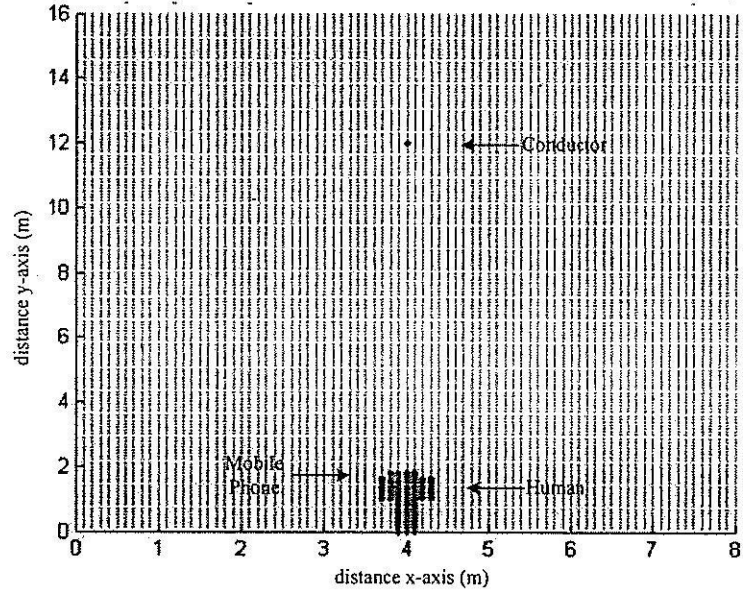
เนื่องจากสมการสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงเป็นสมการที่อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ ซึ่งเป็นการยากที่จะหาผลเฉลยแบบแม่นยำตรง ดังนั้นเพื่อให้สามารถคำนวณค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในระบบได้ จึงมีความจำเป็นที่จะต้องอาศัยการหาค่าผลเฉลยแบบประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

3.3.1 การออกแบบกริดของพื้นที่ศึกษา

สำหรับงานวิจัยนี้ระบบที่ใช้ศึกษามีระบบหลายขนาด เริ่มจากระบบไฟฟ้า 1 เฟสจะประกอบไปด้วยระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสจะประกอบไปด้วยระบบไฟฟ้าขนาด 230 kV และ 500 kV ซึ่งในหัวข้อเรื่องการออกแบบกริดของพื้นที่ศึกษานี้ จะขอยกตัวอย่างเฉพาะระบบไฟฟ้า 1 เฟสเท่านั้น เพื่อให้ได้เห็นภาพการออกแบบกริดให้กับระบบ

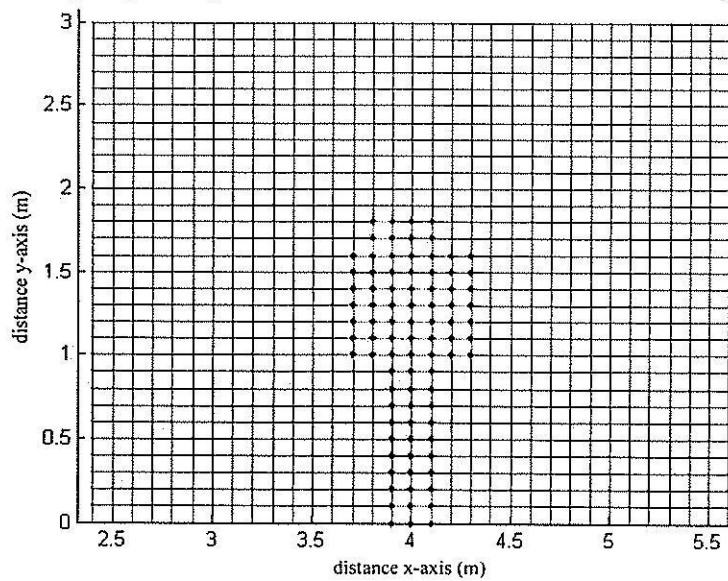
ขั้นตอนแรกเริ่มจากการแบ่งพื้นที่ของระบบสายส่งออกเป็นกริดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผ่านการเชื่อมต่อกันระหว่างโนดต่าง ๆ ภายในระบบ การออกแบบกริดและจุดต่อเชื่อมโนดต่าง ๆ ได้ใช้โปรแกรม MATLAB™ ที่พัฒนาขึ้น โดยจะมีจำนวนโนดที่ใช้ภายในระบบ 1 เฟส คือ ระบบขนาด 69 kV มีจำนวนโนดทั้งหมด 13,041 โนด ตัวอย่างการออกแบบกริดของระบบไฟฟ้า 1 เฟส 69 kV สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 3.2 นอกจากนี้ภายในแต่ละรูปยังได้แสดงภาพขยาย เพื่อให้เห็นถึงความละเอียดในการออกแบบกริดและการเชื่อมต่อระหว่างโนดได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

Rectangular grid design for calculation FDM in 69 kV Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสี่เหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างโนดภายใน โครงสร้าง

Rectangular grid design for calculation FDM in 69 kV Transmission line system



(ข) ภาพขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่อ โหนดบนบริเวณที่สำคัญ

รูปที่ 3.2 โครงสร้างของระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV

3.3.2 การประกอบสมการโนดขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นกรนำสมการของแต่ละ โหนดที่มีภายในระบบทั้งหมดมาประกอบรวมกัน จนได้สมการรวมของระบบ จากขั้นตอนในหัวข้อที่ 3.3.1 ถ้าทำการแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็น โหนดย่อยทั้งหมด n โหนด จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบไปด้วยสมการย่อยทั้งหมด n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้ คือ

$$Ax = b \quad (3.12)$$

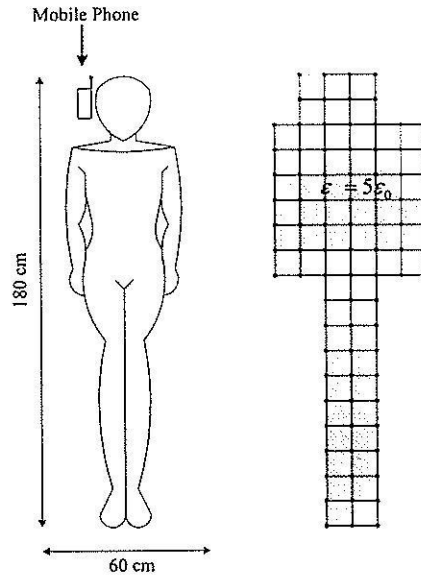
$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdot & \cdot & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdot & \cdot & A_{2n} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdot & \cdot & A_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \cdot & \cdot & A_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (3-13)$$

เมื่อ A คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของระบบรวม

x คือ ค่าสนามไฟฟ้าที่ยังไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่ง โหนดต่าง ๆ

b คือ ค่าแรงภายนอกที่มากระทำ ณ ตำแหน่ง โหนดต่าง ๆ

จากหัวข้อที่ 3.3.1 เมื่อพิจารณาภาพในการแบ่งกริดของระบบไฟฟ้า 1 เฟส จะเห็นว่าภายในภาพมีโหนดที่มีสีแตกต่างกัน โดยสีที่แตกต่างกันนั้นบ่งบอกถึงความแตกต่างที่เกิดขึ้นของเนื้อวัสดุที่มีอยู่ภายในระบบ เมื่อมีความแตกต่างกันระหว่างวัตถุเกิดขึ้นนั้นหมายถึงสมการของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จะต้องเกิดการเปลี่ยนแปลงใหม่ตามค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าของวัตถุแต่ละชนิดเพื่อให้ผลการคำนวณค่าสนามไฟฟ้ามีค่าการจำลองผลใกล้เคียงเหตุการณ์จริงมากที่สุด สำหรับภายในงานวิจัยนี้จะเห็นว่าวัสดุที่แตกต่างกันเพียง 2 ชนิดเท่านั้น คือ อากาศ กับ ร่างกายของมนุษย์ ขณะนี้ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ซึ่งทั้งสองมีค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพันธ์ (ϵ_r) เท่ากับ 1 และ 5 ตามลำดับ จากสมการที่ (3-11) เมื่อคำนึงถึงค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าจะได้สมการในแต่ละโหนดที่คำนึงคุณลักษณะทางเนื้อวัตถุระหว่างอากาศ กับ ร่างกายมนุษย์ บริเวณที่คำนึงเฉพาะอากาศจะได้ตามสมการที่ (3-14) และส่วนบริเวณที่คำนึงเฉพาะร่างกายมนุษย์ จะนำเสนอได้ดังสมการที่ (3-15) ซึ่งการระบุสมการตามรูปร่างมนุษย์จะทำการระบุตามรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แบบจำลองมนุษย์สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

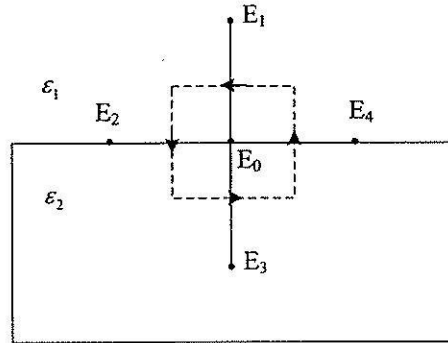
$$\mathbf{E}(i, j) = \frac{1}{(4 - \epsilon_0 \mu \omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j+1) + \mathbf{E}(i, j-1)] \quad (3-14)$$

$$\mathbf{E}(i, j) = \frac{1}{(4 - 5\epsilon_0 \mu \omega^2 h^2)} [\mathbf{E}(i+1, j) + \mathbf{E}(i-1, j) + \mathbf{E}(i, j+1) + \mathbf{E}(i, j-1)] \quad (3-15)$$

นอกจากนี้จะสังเกตได้ว่าภายในโครงสร้างของระบบจะมีบริเวณหนึ่งที่โนดมีการเชื่อมต่อระหว่างอากาศกับมนุษย์ ที่มีความแตกต่างกันของสภาพยอมทางไฟฟ้า ซึ่งบริเวณดังกล่าวสามารถประมาณสมการ โนดใหม่ ณ บริเวณรอยประสานระหว่างเนื้อวัตถุที่แตกต่างกันได้ดังนี้

จากกฎของเกาส์บริเวณรอยประสานระหว่างบริเวณที่มีค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าแตกต่างกันจะก่อให้เกิดค่าไดอิเล็กทริกของสองบริเวณมีค่าเท่ากัน ($D_{1n} = D_{2n}$) จากรูปที่ 3.4 สามารถเขียนสมการที่ (3-16) ได้ดังสมการที่ (3-17)

$$\oint D \times dl = \oint \epsilon E \times dl = 0 \quad (3-16)$$



รูปที่ 3.4 บริเวณรอยประสานระหว่างบริเวณที่มีค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าที่แตกต่างกัน

$$4 \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2} \mathbf{E}_0 = \varepsilon_1 \mathbf{E}_1 + \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2} \mathbf{E}_2 + \varepsilon_2 \mathbf{E}_3 + \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2} \mathbf{E}_4$$

$$2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \mathbf{E}_0 = \varepsilon_1 \mathbf{E}_1 + \varepsilon_2 \mathbf{E}_3 + \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2} (\mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_4)$$

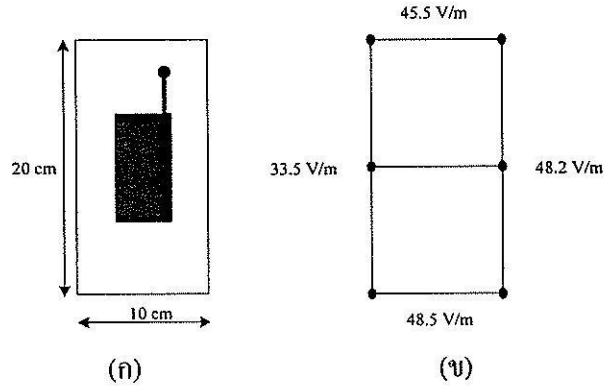
$$\mathbf{E}_0 = \frac{\varepsilon_1}{2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \mathbf{E}_1 + \frac{1}{4} \mathbf{E}_2 + \frac{\varepsilon_2}{2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \mathbf{E}_3 + \frac{1}{4} \mathbf{E}_4 \quad (3-17)$$

3.3.3 เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขค่าขอบเขต

สำหรับขั้นตอนการประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขค่าขอบเขตที่เกี่ยวข้อง จะมี 2 บริเวณที่กำหนดเงื่อนไขค่าขอบ คือ ตัวนำในสายส่งกับโทรศัพท์มือถือ โดยค่าที่กำหนดให้ตัวนำในสายส่งจะเป็นค่าสนามไฟฟ้า ซึ่งค่าสนามไฟฟ้าที่ป้อนใส่ให้กับระบบสามารถคำนวณได้จากสมการที่ 3.31 ในบทที่ 3 โดยสิ่งที่ต้องทราบสำหรับใช้คำนวณค่าสนามไฟฟ้า คือ ค่าศักย์ไฟฟ้าของตัวนำ รัศมีตัวนำ ค่าความสูงระหว่างตัวนำกับพื้นดิน และค่าพิกัดที่ต้องการคำนวณ เมื่อคำนวณค่าดังกล่าวได้แล้วก็นำค่านั้นไปใส่ในเวกเตอร์ b ณ ตำแหน่งแวนโคมที่มีค่าตัวเลขลำดับแวนเป็นค่าเดียวกับค่า \mathbf{a} ตำแหน่ง โนมของตัวนำนั้น เพื่อเตรียมสำหรับหาค่าผลเฉลยต่อไป

ส่วนค่าสนามไฟฟ้าจากโทรศัพท์มือถือจะกำหนดให้โทรศัพท์มือถือเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาด $5 \times 10 \text{ cm}^2$ ที่มีสนามไฟฟ้าคงที่กระจายรอบบริเวณโทรศัพท์มือถือโดยรอบขนาด $10 \times 20 \text{ cm}^2$ (nokia3210) ดังรูปที่ 3.5 (ก) และสามารถออกแบบกริดสำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ได้ดังรูปที่ 3.5 (ข) และนำค่าคงที่ทั้ง 6 จุดของโทรศัพท์มือถือไปใส่ยังเวกเตอร์

b ณ ตำแหน่งแฉก โหนด เพื่อเตรียมสำหรับหาค่าผลเฉลยต่อไปเหมือนในทำนองเดียวกับการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบภายในตัวนำสายส่ง



รูปที่ 3.5 เงื่อนไขค่าขอบเขตของโทรศัพท์มือถือสำหรับ
ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

3.3.4 คำนวณหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ภายในระบบ

หลังจากออกแบบกริดและทำการประกอบสมการ โหนดขึ้นเป็นระบบ (A) กับประยุคต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขค่าขอบเขตให้กับระบบ (b) แล้ว จะสามารถคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งที่โหนดต่างๆที่ต้องการทราบค่า (x) ได้ดังนี้

จากสมการที่ (3-12) จะสามารถหาค่าสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งที่โหนดต่าง ๆ ได้ดังสมการที่ (3-18)

$$x = A^{-1}b$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdots & A_{2n} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdots & A_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} \quad (3-18)$$

- เมื่อ A คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของระบบรวม
 x คือ ค่าสนามไฟฟ้าที่ยังไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ
 b คือ ค่าแรงภายนอกที่มากระทำ ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ

3.4 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าภายในตัวนำสายส่งไฟฟ้าแรงสูง และการประยุกต์ปัญหาค่าขอบเขตตามระเบียบวิธีไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง นอกจากนี้ยังคำนึงถึงค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าที่แตกต่างกันของวัสดุต่าง ๆ การประยุกต์ระเบียบวิธีไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์เพื่อคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายในบทนี้ จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์ เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 6 ต่อไป

บทที่ 4

การคำนวณสนามไฟฟ้าของสายส่งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

4.1 บทนำ

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method: FEM) เป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยแบบประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์และเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เพราะเนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถวิเคราะห์งานที่มีโครงสร้างซับซ้อน หรือรูปร่างที่มีลักษณะโค้งมนได้ อีกทั้งประสิทธิภาพและการประมวลผลที่สูงขึ้นของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบัน นอกจากนี้สำหรับบางงานที่มีจุดที่ต้องการวิเคราะห์ที่มีพื้นที่ขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับปัญหาของระบบที่เป็นพื้นที่ขนาดใหญ่ ซึ่งระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะสามารถออกแบบกริดขนาดเล็กหรือใหญ่ ที่สามารถเชื่อมความสัมพันธ์ของ 2 บริเวณที่มีขนาดแตกต่างกันได้อย่างอิสระ

4.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง

สำหรับปัญหาค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติในระบบพิกัดฉาก ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นิยมจัดรูปสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปสมการที่ (4-1)

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q = 0 \quad (4-1)$$

โดยที่ ϕ คือ พังก์ชันใด ๆ ที่ต้องการทราบค่า

D_x , D_y , G และ Q คือ ค่าคงที่สัมประสิทธิ์

จากสมการที่ (4-5) แบบจำลองสายส่งไฟฟ้าแรงสูงค่าสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงสามารถเทียบเคียงและจัดรูปใหม่เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์หน้าพารามิเตอร์ตัวแปรต่าง ๆ (D_x , D_y , G และ Q) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \left(\frac{1}{v^2}\right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) = 0$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} - \left(\frac{1}{v^2}\right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right) - \mu\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) = 0 \quad (4-2)$$

เนื่องจากสภาวะอากาศทั่วไปของระบบที่พิจารณากำหนดให้ $\sigma = 0$ จะได้

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} - \left(\frac{1}{v^2}\right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right) = 0 \quad (4-3)$$

จาก $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$ และคุณสมบัติของระบบที่เป็น time-harmonic ค่า $\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \approx -\omega^2 \mathbf{E}$ แทนค่าลงในสมการที่ (4-3) จะได้

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \mu\varepsilon\omega^2 \mathbf{E} = 0 \quad (4-4)$$

เปรียบเทียบสมการที่ (4-1) กับ (4-4) เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ D_x , D_y , G และ Q จะได้

$$\begin{aligned} D_x &= D_y = 1 \\ G &= -\mu\varepsilon\omega^2 \\ Q &= 0 \end{aligned} \quad (4-5)$$

4.3 การคำนวณค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

สืบเนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงดังแสดงในสมการที่ (4-4) หาผลเฉลยแม่นยำตรงได้ยากเพราะด้วยเหตุที่ติดอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยขนาด 2 มิติ ดังนั้นการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จึงถูกนำมาใช้ในการนี้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการดำเนินงานต่าง ๆ ดังนี้

4.3.1 การออกแบบกริดของพื้นที่ศึกษา

สำหรับงานวิจัยนี้ระบบที่ใช้ศึกษามีระบบหลายขนาด เริ่มจากระบบไฟฟ้า 1 เฟสจะประกอบไปด้วยระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสจะประกอบไปด้วยระบบไฟฟ้าขนาด 230 kV และ 500 kV ซึ่งในหัวข้อการออกแบบกริดของพื้นที่ศึกษานี้ จะขอยกตัวอย่างระบบไฟฟ้า

1 เฟสและ 3 เฟส เพื่อให้เห็นการออกแบบกริดที่แตกต่างกันภายในแต่ละระบบ โดยสิ่งที่แตกต่างกันอย่างชัดเจนระหว่างระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์กับระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ที่เห็นได้ชัด คือ การตีกริดรูปสามเหลี่ยมด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กหรือใหญ่ที่แปรเปลี่ยนตามความต้องการในการวิเคราะห์บริเวณพื้นที่ที่สนใจภายในส่วนต่าง ๆ ของระบบ

ขั้นตอนแรกเริ่มจากการแบ่งพื้นที่ของระบบสายส่งออกเป็นกริดรูปสามเหลี่ยม โดยสมมติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณ ณ ตำแหน่งใด ๆ บนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งผ่านการเชื่อมต่อกันระหว่างโนดและอิลิเมนต์ต่าง ๆ การออกแบบกริดเป็นรูปอิลิเมนต์ต่าง ๆ ได้ใช้โปรแกรม MATLAB™ ที่พัฒนาขึ้น โดยจะมีจำนวนโนดและอิลิเมนต์ที่ใช้ภายในระบบไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟส ที่แตกต่างกัน โดย ระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV และ ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV และ 500 kV สามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 4.1-4.3 ตามลำดับ นอกจากนี้ภายในแต่ละรูปยังได้แสดงภาพขยาย เพื่อให้เห็นถึงความละเอียดในการออกแบบกริดและการเชื่อมต่อระหว่างโนดได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

4.3.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้เป็นการเลือกรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ โดยเมื่อสมมติให้ลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนอิลิเมนต์เป็นแบบเชิงเส้นจะได้

$$\mathbf{E}(x, y) = \mathbf{E}_i N_i + \mathbf{E}_j N_j + \mathbf{E}_k N_k \quad (4-6)$$

โดยที่ N_n $n = i j k$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในอิลิเมนต์ และ \mathbf{E}_n $n = i j k$ คือผลลัพธ์ของค่าสนามไฟฟ้าเชิงเวกเตอร์ในแต่ละโนด ($i j k$) ของอิลิเมนต์ ซึ่ง

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta_e} \quad (4-7)$$

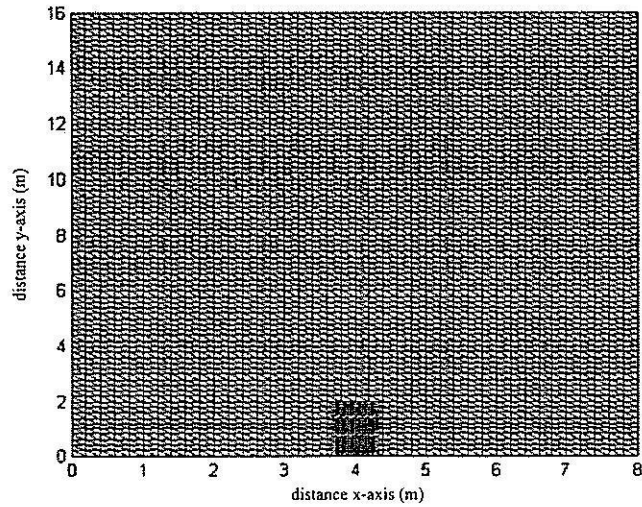
โดยที่

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j, & b_i &= y_j - y_k, & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k, & b_j &= y_k - y_i, & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i, & b_k &= y_i - y_j, & c_k &= x_j - x_i \end{aligned} \quad (4-8)$$

และ Δ_e คือ พื้นที่ของแต่ละอิลิเมนต์ ซึ่งหาได้จากดิเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ดังนี้

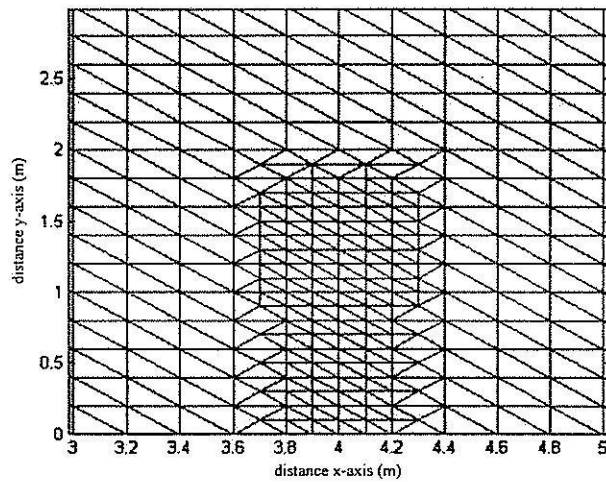
$$\Delta_e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (4-9)$$

Triangular grid design for calculation FEM in 69 kV Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสามเหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างอิลิเมนต์ภายในโครงสร้าง

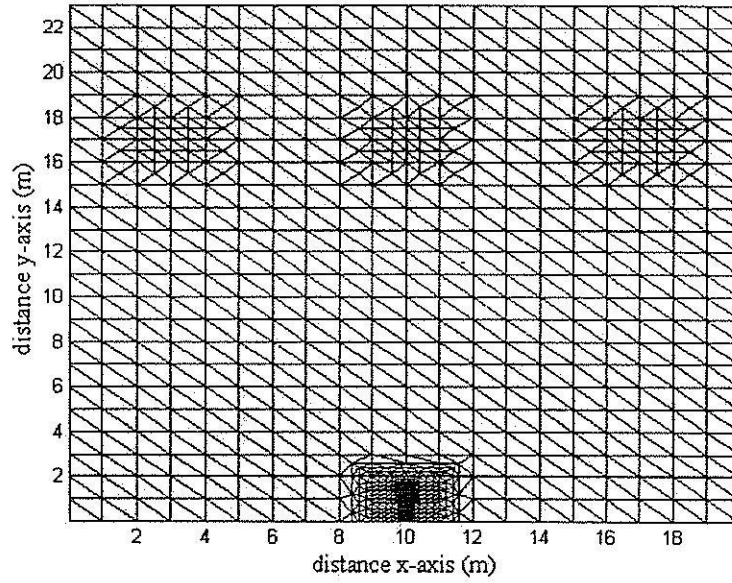
Triangular grid design for calculation FEM in 69 kV Transmission line system



(ข) ภาพการขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่ออิลิเมนต์บนบริเวณที่สำคัญ

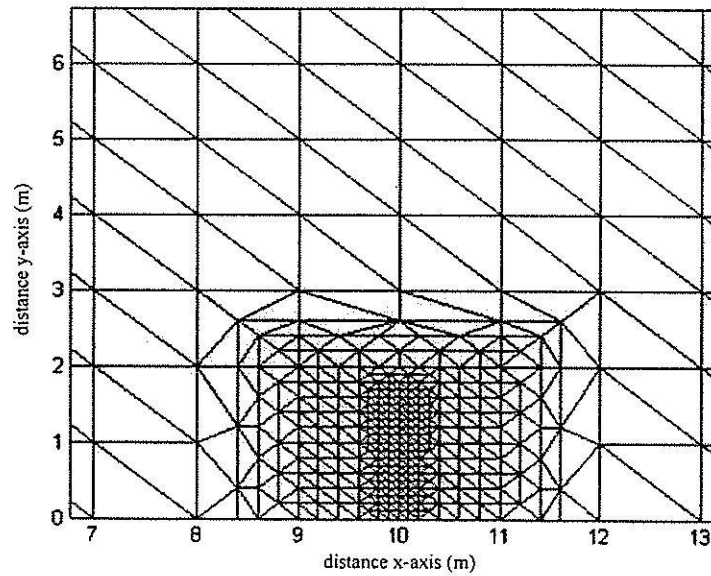
รูปที่ 4.1 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV

Triangular grid design for calculation FEM in 230 kV Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสามเหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างอิลิเมนต์ภายในโครงสร้าง

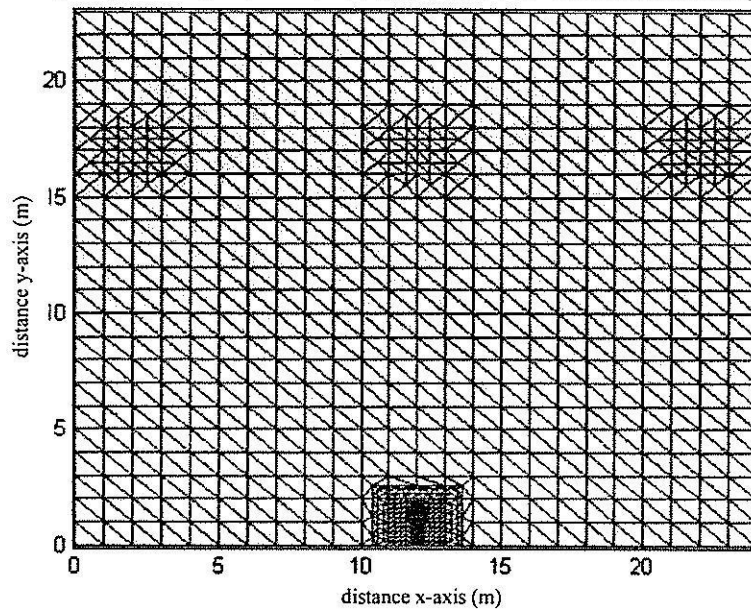
Triangular grid design for calculation FEM in 230 kV Transmission line system



(ข) ภาพการขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่ออิลิเมนต์บนบริเวณที่สำคัญ

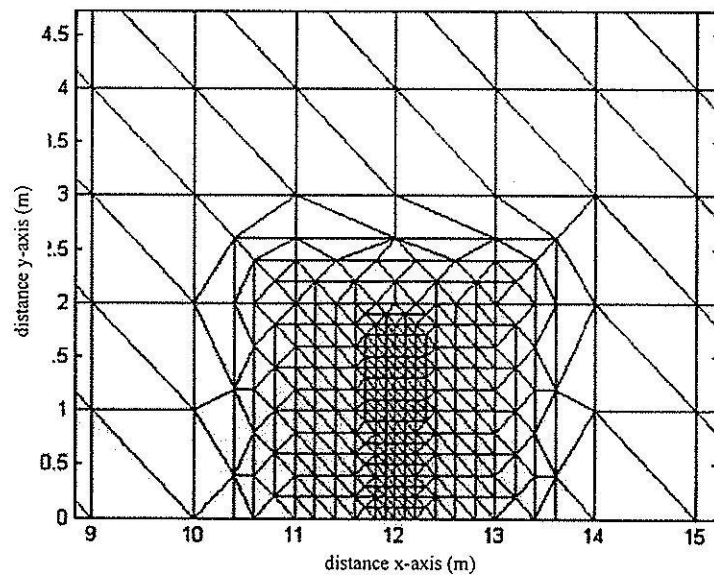
รูปที่ 4.2 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV

Triangular grid design for calculation FEM in 500 kV Transmission line system



(ก) การแบ่งกริดรูปสามเหลี่ยมและการเชื่อมต่อระหว่างอิเลิเมนต์ภายใน โครงสร้าง

Triangular grid design for calculation FEM in 500 kV Transmission line system



(ข) ภาพการขยายการแบ่งกริดและการเชื่อมต่ออิเลิเมนต์บนบริเวณที่สำคัญ

รูปที่ 4.3 โครงสร้างของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV

4.3.3 การสร้างสมการของอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ซึ่งเป็นการสร้างสมการของอิลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาต่าง ๆ สำหรับปัญหาของระบบ 2 มิติ ทางระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จะต้องจัดสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป ดังแสดงในสมการที่ (4-1) ก่อนที่จะเข้าสู่การสร้างสมการของอิลิเมนต์ต่อไป (Larry, 1984)

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q = 0$$

$$- \int_{\Delta_e} W_n R d\Delta_e = 0 \quad (4-10)$$

ในระบบของสมการเชิงเส้นสามารถคำนวณค่าได้ โดยอาศัยการประมาณของการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (weighting functions) ดังสมการที่ (4-10) ในปัจจุบันการประยุกต์วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างถือเป็นวิธีที่ถูกจัดให้เป็นวิธีที่นิยมที่สุดในการประยุกต์ใช้กับปัญหาต่าง ๆ และวิธีนี้ยังสามารถจำแนกแยกย่อยออกไปได้อีก เช่น วิธีของกาลเลอร์คิน (Galerkin) ซึ่งเมทริกซ์ที่เกิดขึ้นจากวิธีนี้ ปกติแล้วจะมีความสมมาตร จึงก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหาขนาดใหญ่ สำหรับกรณีระบบปัญหา 2 มิติการสร้างสมการของอิลิเมนต์ด้วยการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างมีหลักการดังนี้ คือ การแทนค่าผลเฉลยโดยประมาณลงในสมการที่ (4-1) จะไม่ก่อให้เกิดค่าเท่ากับศูนย์ หากแต่จะมีค่าเท่ากับ R แทนดังแสดงด้วยสมการที่ (4-11)

$$R = D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q \quad (4-11)$$

โดยที่ ϕ คือตัวแปรที่ไม่ทราบค่า

ซึ่ง R เรียกว่าเศษตกค้าง (residual) เป็นค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการใช้ผลเฉลยโดยประมาณซึ่งไม่ใช่ผลเฉลยแน่นอนตรงของปัญหา เศษตกค้าง R ที่เกิดขึ้นควรมีค่าต่ำที่สุด เพื่อผลเฉลยโดยประมาณที่เกิดขึ้นจะมีค่าเที่ยงตรงมากที่สุด และในงานวิจัยนี้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง

ได้ใช้วิธีของกาลูเออร์คิน (Preston, Reece, and Sangha, 1988) และ (Kim, Kwon, and Park, 1999) ซึ่งวิธีนี้สามารถกระทำได้โดยการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (weighting function: W) แล้วอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของอีลิเมนต์ (Δ_e) และกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$-\int_{\Delta_e} W_n R d\Delta_e = 0, \quad n=1,2,3 \quad (4.12)$$

สำหรับอีลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม จุดที่ไม่ทราบค่ามี 3 จุด ซึ่งได้แก่จุดต่อทั้งสาม ดังนั้นจึงต้องการ 3 สมการในการแก้หาจุดที่ไม่ทราบค่า นั่นหมายถึงในสมการที่ (4-11) จะต้องมีค่า $n = 1, 2, 3$ และโดยปกติเราจะเลือก $W_n = N_n$ ซึ่งเรียกว่า บับ โนฟ-กาลูเออร์คิน (Bubnov-Galerkin) ดังนั้นเมื่อแทน R ด้วยสมการที่ (4-11) ลงในสมการที่ (4-12) จะได้

$$0 = -\int_{\Delta_e} [N]^T \left(D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - G\phi + Q \right) d\Delta_e \quad (4-13)$$

โดยที่

$[N]^T$ คือ เวกเตอร์เมทริกซ์แนวตั้งของฟังก์ชันการประมาณภายในอีลิเมนต์

เนื่องจากฟังก์ชันที่ต้องการประมาณ ($\phi(x, y)$) ไม่มีความต่อเนื่องของอนุพันธ์ระหว่างแต่ละอีลิเมนต์ ดังนั้นสมการอนุพันธ์อันดับที่ 2 ตามสมการที่ (4-13) จึงสามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับที่ 1 ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) &= [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \end{aligned} \quad (4-14)$$

จากสมการที่ (4-13) จะได้

$$0 = - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e}_{(A)} - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} d\Delta_e}_{(B)} + \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T G \phi d\Delta_e}_{(C)} - \underbrace{\int_{\Delta_e} [N]^T Q d\Delta_e}_{(D)} \quad (4-15)$$

ส่วนเทอม A ในสมการที่ (4-15) จะสามารถแทนได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง โดยอาศัยสมการที่ (4-14) จะได้สมการใหม่ดังสมการที่ (4-16)

$$- \int_{\Delta_e} [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e = - \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e + \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Delta_e \quad (4-16)$$

นอกจากนี้ยังสามารถประมาณพจน์ $-\int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e$ โดยอาศัยสมการที่ (4-17) ได้ดังนี้

$$\int_{\Delta_e} \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) d\Delta_e = \int_{\Gamma} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma \quad (4-17)$$

โดยที่ θ คือ มุมที่กระทำกับพื้นผิวอีลิเมนต์

Γ คือ พื้นที่ขอบเขตของอีลิเมนต์

แทนค่าสมการที่ (4-17) ใน (4-16) จึงได้พจน์ A เป็น

$$- \int_{\Delta_e} D_x [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} d\Delta_e = - \int_{\Gamma} D_x [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma + \int_{\Delta_e} D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Delta_e \quad (4-18)$$

ในทำนองเดียวกันเทอม B ในสมการที่ (4-15) จึงได้

$$-\int_{\Delta_e} D_y [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} d\Delta_e = -\int_{\Gamma} D_y [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta d\Gamma + \int_{\Delta_e} D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} d\Delta_e \quad (4-19)$$

แทนค่าสมการที่ (4-18) และ (4-19) ในสมการที่ (4-15) จะได้

$$\begin{aligned} 0 = & -\int_{\Gamma} [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta) d\Gamma + \int_{\Delta_e} (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y}) d\Delta_e \\ & + \int_{\Delta_e} G [N]^T \phi d\Delta_e - \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e \end{aligned} \quad (4-20)$$

จาก $\phi^{(e)} = [N] \{\Phi^{(e)}\}$ แทนค่าในสมการที่ (4-20) จะได้

$$\begin{aligned} 0 = & -\int_{\Gamma} [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta) d\Gamma \\ & + \left(\int_{\Delta_e} (D_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y}) d\Delta_e \right) \{\Phi^{(e)}\} \\ & + \left(\int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e \right) \{\Phi^{(e)}\} - \int_{\Delta_e} Q [N]^T d\Delta_e \end{aligned} \quad (4-21)$$

และสามารถเขียนให้อยู่รูปทั่วไปได้เป็น

$$0 = \{I^{(e)}\} + [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} - \{f^{(e)}\} \quad (4-22)$$

โดยที่

$$\{I^{(e)}\} = -\int_{\Gamma} [N]^T (D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta) d\Gamma$$

$$[K^{(e)}] = \int_{\Delta_e} (D_x \frac{\partial[N]^T}{\partial x} \frac{\partial[N]}{\partial x} + D_y \frac{\partial[N]^T}{\partial y} \frac{\partial[N]}{\partial y}) d\Delta_e + \int_{\Delta_e} G[N]^T [N] d\Delta_e$$

$$\{f^{(e)}\} = \int_{\Delta_e} Q[N]^T d\Delta_e$$

โดยที่ $[K^{(e)}]$ สามารถจัดรูปใหม่โดยการดำเนินการต่อไปนี้

$$[D] = \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix} \quad (4-23)$$

และเวกเตอร์เกรเดียนต์ (gradient vector: gv)

$$\{gv\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial[N]}{\partial x} \\ \frac{\partial[N]}{\partial y} \end{bmatrix} \{\phi^{(e)}\} = [B]\{\Phi^{(e)}\}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial[N]}{\partial x} \\ \frac{\partial[N]}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$[B]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial[N]^T}{\partial x} & \frac{\partial[N]^T}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (4-24)$$

จาก $[B]$ $[B]^T$ และ $[D]$ สามารถเขียน $[K^{(e)}]$ ใหม่ได้เป็น

$$[K^{(e)}] = \int_{\Delta_e} [B]^T [D] [B] d\Delta_e + \int_{\Delta_e} G[N]^T [N] d\Delta_e$$

$$[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}] \quad (4-25)$$

เนื่องจากงานวิจัยนี้เลือกกริดรูปสามเหลี่ยมในการคำนวณ ดังนั้นค่า ϕ ในรูปสามเหลี่ยมจึงสามารถกำหนดได้เป็น

$$\phi^{(e)} = [N_i \quad N_j \quad N_k] \{\Phi^{(e)}\} \quad (4-26)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{1}{2\Delta_e} (a_i + b_i x + c_i y) \\ N_j &= \frac{1}{2\Delta_e} (a_j + b_j x + c_j y) \\ N_k &= \frac{1}{2\Delta_e} (a_k + b_k x + c_k y) \end{aligned} \quad (4-27)$$

และจะได้เวกเตอร์เกรเดียนต์สำหรับอติเม้นท์นี้เป็น
จาก

$$\{gv\} = \begin{bmatrix} \frac{d[N]}{dx} \\ \frac{d[N]}{dy} \end{bmatrix} \{\phi^{(e)}\}$$

จะได้

$$\{gv\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_k}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_k}{\partial y} \end{bmatrix} \{\phi^{(e)}\} \quad (4-28)$$

แทนค่าสมการที่ (4-27) ในสมการที่ (4-28) จะได้

$$\{gv\} = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \{\phi^{(e)}\} = [B] \{\phi^{(e)}\}$$

$$\therefore [B] = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \quad (4-29)$$

จากสมการที่ (4-25) จะสังเกตเห็นได้ว่า

$$[K_D^{(e)}] = \int_{\Delta_e} [B]^T [D] [B] d\Delta_e$$

เนื่องจาก $[B]$ และ $[D]$ เป็นค่าคงที่จะได้

$$[K_D^{(e)}] = [B]^T [D] [B] \int_{\Delta_e} d\Delta_e$$

$$\therefore [K_D^{(e)}] = [B]^T [D] [B] \Delta_e \quad (4-30)$$

แทนค่า $[B]$ และ $[D]$ จัดอยู่ในรูปสมการ $[K_D^{(e)}]$ ใหม่ได้เป็น

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} b_i & c_i \\ b_j & c_j \\ b_k & c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \Delta_e \left(\frac{1}{2\Delta_e} \right) \left(\frac{1}{2\Delta_e} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} D_x b_i & D_y c_i \\ D_x b_j & D_y c_j \\ D_x b_k & D_y c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \left(\frac{1}{4\Delta_e} \right)$$

$$[K_D^{(e)}] = \begin{bmatrix} D_x b_i^2 + D_y c_i^2 & D_x b_i b_j + D_y c_i c_j & D_x b_i b_k + D_y c_i c_k \\ D_x b_i b_j + D_y c_i c_j & D_x b_j^2 + D_y c_j^2 & D_x b_j b_k + D_y c_j c_k \\ D_x b_k b_i + D_y c_k c_i & D_x b_k b_j + D_y c_k c_j & D_x b_k^2 + D_y c_k^2 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{4\Delta_e} \right)$$

$$\therefore [K_D^{(e)}] = \frac{D_x}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} \quad (4-31)$$

จากสมการที่ (4-25) ถ้ากำหนดให้ G เป็นค่าคงที่ ภายในแต่ละอิลิเมนต์จะได้

$$[K_G^{(e)}] = \int_{\Delta_e} G [N]^T [N] d\Delta_e$$

$$= G \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} [N_i \quad N_j \quad N_k] d\Delta_e$$

$$= G \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i^2 & N_i N_j & N_i N_k \\ N_j N_i & N_j^2 & N_j N_k \\ N_i N_k & N_j N_k & N_k^2 \end{bmatrix} d\Delta_e \quad (4-32)$$

ใช้สูตรเชิงตัวประกอบ (factorial formula) ในการประมาณการอินทิเกรทในสมการที่ (4-32) เพราะเนื่องจาก $N_i = L_1$ $N_j = L_2$ และ $N_k = L_3$ จะได้

$$\int_{\Delta_e} L_1^a L_2^b L_3^c d\Delta_e = \frac{a!b!c!}{(a+b+c+2)!} 2\Delta_e \quad (4-33)$$

$$[K_G^{(e)}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{2}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{2}{12} \end{bmatrix} G\Delta_e$$

$$\therefore [K_G^{(e)}] = \frac{G\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4-34)$$

จาก $[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}]$

$$= \frac{D_x}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{D_y}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} + \frac{G\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4-35)$$

สำหรับกรณีที่มี $Q \neq 0$ จะได้

$$\int_{\Delta_e} Q[N]^T d\Delta_e = Q \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} d\Delta_e = Q \int_{\Delta_e} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} d\Delta_e$$

$$\therefore \{f^{(e)}\} = \frac{Q\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

แต่ในงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ $Q = 0$ จากสมการที่ (4-22) จึงได้

$$\{R^{(e)}\} = \{I^{(e)}\} + [K^{(e)}]\{\phi^{(e)}\} \quad (4-36)$$

และที่ค่าขอบเขตของแต่ละอิเลเมนต์ Γ ได้ประยุกต์เงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann condition) โดยกำหนดให้ $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$ เมื่อ \bar{n} คือ เวกเตอร์ตั้งฉากกับขอบเขตของเวกเตอร์

$$0 = [K^{(e)}]\{\phi^{(e)}\} \quad (4-37)$$

โดยที่

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{\mu \varepsilon \omega^2 \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

4.3.4 การประกอบสมการอิเลเมนต์ขึ้นเป็นระบบ

ขั้นตอนนี้เป็นกรนำสมการของแต่ละอิเลเมนต์ที่ได้มาประกอบกันเป็นสมการรวมของระบบ โดยจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 4.3.1 หากเราแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นอิเลเมนต์ย่อยซึ่งประกอบด้วย n จุดต่อ จึงก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยจำนวนทั้งสิ้น n สมการ ดังนั้นจึงได้สมการรวมของงานวิจัยนี้ตามสมการที่ (4-12) ดังที่ได้ผ่านมาในบทที่ 4 คือ

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdot & \cdot & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdot & \cdot & A_{2n} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdot & \cdot & A_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \cdot & \cdot & A_{nn} \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times n)} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix}_{\text{sys}(n \times 1)}$$

เมื่อ

A คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของระบบรวม

x คือ ค่าสนามไฟฟ้าที่ยังไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ

b คือ ค่าแรงภายนอกที่มากระทำ ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ

เนื่องจากมีวัตถุที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันภายในงานวิจัยนี้อยู่ 2 ชนิด คือ อากาศกับร่างกายของมนุษย์ ซึ่งทั้งสองมีค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์เท่ากับ 1 และ 5 ตามลำดับ จากสมการที่ (4-35) ส่วนที่มีผลต่อค่าสภาพยอมทางไฟฟ้า คือ $[K_G^{(e)}]$ ถ้าคำนึงถึงค่าดังกล่าวจะได้สมการในแต่ละอิเลิเมนต์ที่มีคุณลักษณะทางเนื้อวัตถุระหว่างอากาศกับร่างกายมนุษย์จะได้ $[K^{(e)}]$ ตามสมการที่ (4-38) และ (4-39) ตามลำดับ

อากาศ:

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4-38)$$

มนุษย์:

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{5\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4-39)$$

4.3.5 ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตพร้อมหาผลเฉลย

ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของค่าสนามไฟฟ้า เริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้แก่สายส่งไฟฟ้ากับโทรศัพท์มือถือ โดยขั้นตอนส่วนนี้จะทำในทำนองเดียวกับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

4.4 สรุป

บทนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าในสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 1 เฟส และ 3 เฟส ประกอบกับคำนึงถึงคุณสมบัติของวัตถุที่แตกต่างกันในระบบ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะปรากฏอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์อันดับสอง การประยุกต์วิธีไฟไนต์อิเลิเมนต์เพื่อคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าได้ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกำลังของกาลเลอร์กิน รายละเอียดต่างๆ ในบทนี้ จะนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์อิเลิเมนต์เพื่อใช้เป็นโปรแกรมจำลองผลระบบที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 6 ต่อไป

บทที่ 5

โปรแกรมจำลองผลสนามไฟฟ้าและผลการจำลองของระบบสายส่งแบบ 2 มิติ

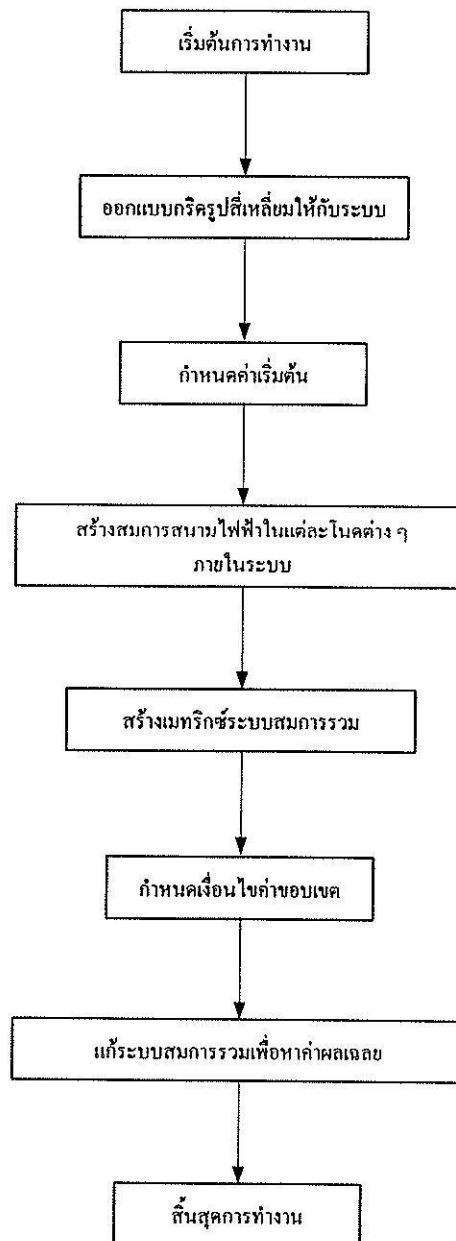
5.1 บทนำ

การจำลองผลของงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาถึงการกระจายค่าสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ภายในระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ดังนั้นภายในบทที่ 5 จึงกล่าวถึงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของระบบที่ใช้ในการจำลองผลและอธิบายถึงโปรแกรมจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และโปรแกรมจำลองผลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ รวมถึงการดำเนินการเปรียบเทียบผลค่าสนามไฟฟ้ากับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL โปรแกรมทั้งหมดถูกออกแบบให้ทำงานบนพื้นฐานการใช้งานของ MATLAB™ ภายในงานวิจัยนี้ได้ใช้คอมพิวเตอร์ Intel Pentium IV dual cores 3.0 GHz 1GB เพื่อประมวลผลหาค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟสแบบ 2 มิติ

การจำลองผลมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาถึงการกระจายตัวของค่าสนามไฟฟ้า ซึ่งภายในงานวิจัยนี้ได้ใช้ระเบียบวิธี 2 วิธี คือ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์เป็นพื้นฐานสำคัญในการเขียนโปรแกรมหาค่าผลเฉลยของค่าสนามไฟฟ้า โดยหลักการเขียนโปรแกรมทั้ง 2 วิธีจะมีหลักการคล้ายคลึงกัน คือ เริ่มจากการออกแบบกริดตามขนาดรูปร่างของระบบ โดยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จะใช้กริดรูปสี่เหลี่ยม และระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จะใช้กริดรูปสามเหลี่ยม จากนั้นสร้างสมการสนามไฟฟ้า สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จะดำเนินการสร้างสมการในลักษณะตามโนดต่าง ๆ ภายในระบบ ในขณะที่ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จะสร้างสมการตามแต่ละอิลิเมนต์ที่ปรากฏขึ้นในระบบแทน เมื่อได้สมการที่อธิบายคุณสมบัติตาม โนดหรืออิลิเมนต์ตามแต่ละวิธีแล้ว จากนั้นจะทำการสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม โดยนำสมการที่ได้จากการพัฒนาตาม โนดหรืออิลิเมนต์ต่าง ๆ ตามแต่ละวิธีมารวมกันเป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดใหญ่ หลังจากได้เมทริกซ์ระบบสมการรวมจะทำการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต และแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาผลเฉลยอันเป็นการสิ้นสุดการทำงาน สำหรับรายละเอียดของโปรแกรม 2 วิธีดังกล่าวสามารถแสดงขั้นตอนการคำนวณได้ดังนี้

5.2 ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

การคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงสามารถดำเนินการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ตามขั้นตอนภายในโครงสร้างโปรแกรมของแผนภูมिरูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 แผนภูมิการดำเนินงานของ โปรแกรมคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

5.2.1 โปรแกรมออกแบบกริดรูปสี่เหลี่ยมให้กับระบบ

โปรแกรมสร้างกริดของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จะมีโครงสร้างของโปรแกรมที่ไม่ซับซ้อนมากนัก โดยจุดประสงค์หลักของโปรแกรมส่วนนี้ คือ การสร้างเมทริกซ์ที่มีสมาชิกภายในเป็นหมายเลขโนดต่าง ๆ ตามการกำหนดขนาดของระบบที่ต้องการศึกษา เช่น งานวิจัยนี้ต้องการศึกษาระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV โดยระบบมีความกว้าง 8 m และความสูง 12 m กำหนดให้สมาชิกภายในเมทริกซ์ของระบบรวม คือ หมายเลขโนดต่าง ๆ ของระบบ โดยระยะห่างระหว่างโนดแทนระยะห่างเท่ากับ 0.1 m นั้นหมายความว่าถ้าระบบมีความกว้าง 8 m จะมีจำนวนโนดปรากฏตามแนวแถวของเมทริกซ์ระบบรวมเท่ากับ $(8 \times 0.1) + 1 = 81$ โนด และถ้าความสูง 12 m จะมีจำนวนโนดปรากฏตามแนวหลักของเมทริกซ์ระบบรวม คือ $(12 \times 0.1) + 1 = 121$ โนด และท้ายสุดจะได้เมทริกซ์หมายเลขโนด (N_node) ขนาด 81×121 ตามสมการที่ (5-1)

$$N_node = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & \dots & \dots & \dots & 79 & 80 & 81 \\ 82 & 83 & 84 & \dots & \dots & \dots & \dots & 160 & 161 & 162 \\ 163 & 164 & 165 & \dots & \dots & \dots & \dots & 241 & 242 & 243 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \ddots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 9559 & 9560 & 9561 & \dots & \dots & \dots & \dots & 9637 & 9638 & 9639 \\ 9640 & 9641 & 9642 & \dots & \dots & \dots & \dots & 9718 & 9719 & 9720 \\ 9721 & 9722 & 9723 & \dots & \dots & \dots & \dots & 9799 & 9800 & 9801 \end{bmatrix} \quad (5-1)$$

หลังจากได้เมทริกซ์หมายเลขโนด สิ่งที่ต้องพัฒนาเพิ่ม คือ เมทริกซ์ที่แสดงการจัดกลุ่มพื้นที่ของโนดต่าง ๆ ให้เป็นหมวดหมู่ เพื่อให้ง่ายสำหรับการบ่งชี้ถึงวัตถุแต่ละกลุ่มพื้นที่ที่มีค่าพารามิเตอร์แตกต่างกัน และสะดวกต่อการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต

5.2.2 กำหนดค่าเริ่มต้น

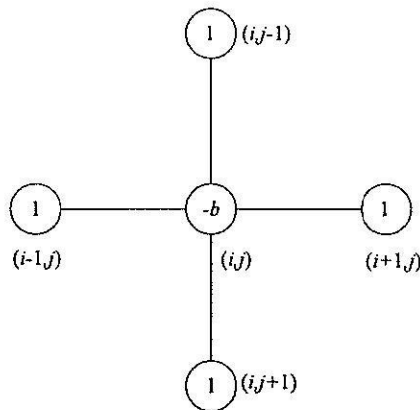
การจำลองผลสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส และ 3 เฟสภายในบทนี้ ได้กำหนดค่าพารามิเตอร์ที่จำเป็นสำหรับการกำหนดค่าเริ่มต้นของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ซึ่งได้รับการรวบรวมไว้ในตารางที่ 5.1 ดังมีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 5.1 ค่าพารามิเตอร์สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

พารามิเตอร์	ค่า
ความถี่ (f)	50 Hz
สภาพขบซึมได้ทางแม่เหล็กในสุญญากาศ (μ_0)	$4\pi \times 10^{-7}$ H/m
สภาพขบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ในอากาศ (μ_r)	1.00000037
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าในสุญญากาศ (ϵ_0)	8.854×10^{-12} F/m
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ในอากาศ (ϵ_r)	1
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ในมนุษย์ (ϵ_r)	5

5.2.3 การสร้างสมการค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละโนด

ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ได้ใช้กริดรูปสี่เหลี่ยม ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่งโนดต่าง ๆ จากสมการที่ (5-1) จะเห็นว่าตำแหน่งสมาชิกภายในเมทริกซ์ดังกล่าวมีการวางตัวเป็นรูปสี่เหลี่ยม ดังนั้นจากความรู้ในบทที่ 3 โครงสร้างทั่วไปของระบบจะมีลักษณะตามรูปที่ 4.1 หรือถูกนำเสนอใหม่ในรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 โครงสร้างของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

แต่เนื่องจากงานวิจัยนี้ คำนึงถึงค่าสภาพยอมของวัตถุที่มีค่าแตกต่างกัน ดังนั้นการสร้างสมการค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละโนดจึงสามารถสร้างได้ 3 ลักษณะ คือ บริเวณที่เป็นอากาศ หรือบริเวณที่เป็นร่างกายของมนุษย์แต่เพียงอย่างเดียว กับ บริเวณเนื้อผสมระหว่างวัตถุทั้ง 2 ชนิด ซึ่งเคย

แสดงสมการทั้ง 3 ลักษณะภายในบทที่ 4 โดยขอนำเสนอสมการดังกล่าวมาแสดงใหม่ในสมการที่ (5-2) (5-3) และ (5-4) ตามลำดับ

อากาศ:

$$E(i, j) = \frac{1}{(4 - \epsilon_0 \mu \omega^2 h^2)} [E(i+1, j) + E(i-1, j) + E(i, j+1) + E(i, j-1)] \quad (5-2)$$

มนุษย์:

$$E(i, j) = \frac{1}{(4 - 5\epsilon_0 \mu \omega^2 h^2)} [E(i+1, j) + E(i-1, j) + E(i, j+1) + E(i, j-1)] \quad (5-3)$$

รอยต่อระหว่างมนุษย์กับอากาศ:

$$E(i, j) = \frac{\epsilon_1}{2(\epsilon_1 + \epsilon_2)} E(i, j-1) + \frac{\epsilon_2}{2(\epsilon_1 + \epsilon_2)} E(i, j+1) + \frac{1}{4} E(i-1, j) + \frac{1}{4} E(i+1, j) \quad (5-4)$$

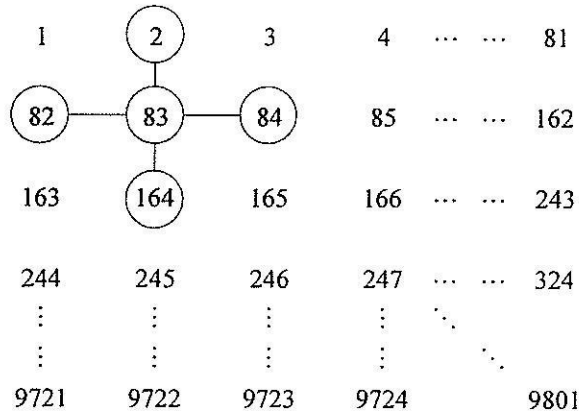
นอกจากนี้บางบริเวณที่อยู่ตามขอบและมุมของระบบจะมีลักษณะ โครงสร้างที่แตกต่างกันไปโดยสามารถแสดงโครงสร้างและสมการที่ใช้อธิบายค่าสนามไฟฟ้า ณ บริเวณขอบแบบต่าง ๆ ดังมีรายละเอียดตามตารางที่ 4.1 ดังที่ได้นำเสนอผ่านมาในบทที่ 4

5.2.4 การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม

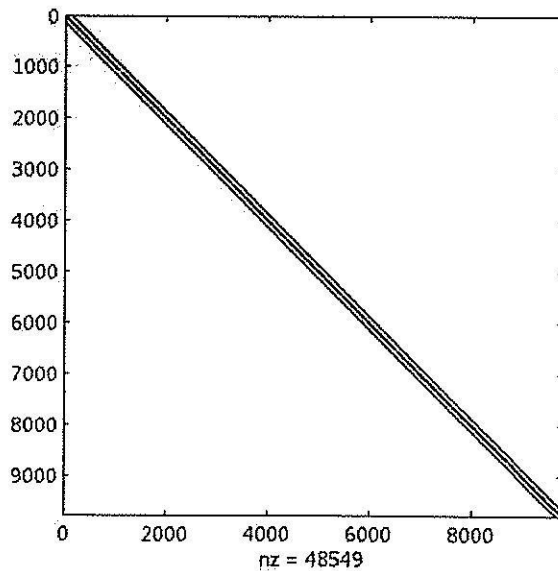
หลังจากได้สมการที่ใช้อธิบายโนดต่าง ๆ อย่างเหมาะสมภายในระบบ โปรแกรมย่อยส่วนนี้จะทำหน้าที่รวบรวมสมการแต่ละ โหนดที่คำนวณจากขั้นตอนก่อนหน้านี้ เข้ามาเป็นเมทริกซ์ขนาดใหญ่ของระบบสมการดังแสดงด้วยสมการที่ (4-12) การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวมของระเบียบวิธีนี้มีหลักการ คือ หาหมายเลขโนดที่แท้จริงที่อยู่รอบ ๆ โหนดที่กำลังพิจารณาอยู่แล้วใส่ค่าสัมประสิทธิ์ของ โหนดนั้นลงในเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมให้ถูกต้อง ถ้าลักษณะของปัญหาถูกแบ่งออกเป็น โหนดทั้งหมด n โหนด จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยทั้งสิ้น n สมการ เช่น ในรูปที่ 5.3 โหนดที่พิจารณา คือ ตำแหน่งโนดที่ 83 โดยมีตำแหน่งโนดรอบข้าง คือ ตำแหน่งโนดที่ 2 ตำแหน่งโนดที่ 82 ตำแหน่งโนดที่ 84 และตำแหน่งโนด

ที่ 164 สมมติให้บริเวณตำแหน่งที่พิจารณาเป็นบริเวณที่มีอากาศอย่างเดียวก ดังนั้นสัมประสิทธิ์ของตำแหน่งโนดรอบข้างจะมีค่าเท่ากับ 1 1 1 และ 1 ตามลำดับ ในขณะที่โนดที่พิจารณาจะมีสัมประสิทธิ์เท่ากับ $4 - \epsilon_0 \mu \omega^2 h^2$ จากสมการที่ (5-2) จะได้

$$-(4 - \epsilon_0 \mu \omega^2 h^2)E(i, j) + (1)E(i+1, j) + (1)E(i-1, j) + (1)E(i, j+1) + (1)E(i, j-1) = 0 \quad (5-5)$$



รูปที่ 5.3 การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม



รูปที่ 5.4 ลักษณะการวางตัวของสมาชิกภายในเมทริกซ์ของระบบสมการรวม

จากนั้นนำค่าสัมประสิทธิ์หน้า $E(i, j)$ $E(i+1, j)$ $E(i-1, j)$ $E(i, j+1)$ และ $E(i, j-1)$ จากสมการที่ (5-5) มาแทนค่าใส่เมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมในแถวที่ 83 โดยค่าสัมประสิทธิ์ของ $E(i, j)$ $E(i+1, j)$ $E(i-1, j)$ $E(i, j+1)$ และ $E(i, j-1)$ จะถูกป้อนลงในหลักที่ 2 82 84 และ 164 ของแถวนั้น จึงเป็นการรวมสมการของระบบสมการรวมเสร็จเพียง 1 โหนด ถ้าระบบที่ทำการคำนวณถูกแบ่งออกเป็นโหนดทั้งหมด n โหนด จะต้องทำการรวมสมการของระบบสมการรวมทั้งหมด n ครั้ง เมื่อทำสำเร็จจะได้ลักษณะการวางตัวของสมาชิกที่มีค่าไม่เป็นศูนย์ของระบบสมการรวมดังรูปที่ 5.4

5.2.5 กำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต

ขั้นตอนส่วนนี้จะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยมีหลักการ คือ ดัดแปลงระบบสมการรวมตามสมการที่ (4-12) ให้สอดคล้องกับค่าเงื่อนไขขอบเขต โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตของตัวนำสายส่งในรูปของสนามไฟฟ้าทั้งกรณี 1 เฟสและ 3 เฟส กับโทรศัพท์มือถือที่มีการกระจายค่าสนามไฟฟ้าคงที่โดยรอบขนาด $10 \times 20 \text{ cm}^2$ (nokia3210) ดังรูปที่ 4.6(a) ในบทที่ 4 ซึ่งสามารถสรุปรายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขตของระบบไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ ได้ดังนี้

ระบบไฟฟ้า 1 เฟส

- ระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV:

$$v = 69 \text{ kV} \quad E = 8.8284 \times 10^4 \text{ V/m}$$

ระบบไฟฟ้า 3 เฟส (เฟสสมดุล)

- ระบบไฟฟ้าขนาด 230 kV:

เฟส A (0°)

$$v = 230 \text{ kV} \quad E = 2.8202 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B (-120°)

$$v = 230 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.4101 \times 10^5 - j2.4425 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C (120°)

$$v = 230 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.4101 \times 10^5 + j2.4425 \times 10^5 \text{ V/m}$$

- ระบบไฟฟ้าขนาด 500 kV:

เฟส A (0°)

$$v = 500 \text{ kV} \quad E = 6.0134 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B (-120°)

$$v = 500 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -3.0067 \times 10^5 - j5.2077 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C (120°)

$$v = 500 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -3.0067 \times 10^5 + j5.2077 \times 10^5 \text{ V/m}$$

ระบบไฟฟ้า 3 เฟส (เฟสไม่สมดุล)

สำหรับกรณีระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุลจะทำการศึกษาเฉพาะระบบไฟฟ้าขนาด 230 kV เพื่อให้ได้เห็นภาพลักษณะการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าเมื่อระบบไม่มีความสมดุล ซึ่งลักษณะความไม่สมดุลของระบบไฟฟ้า 3 เฟส สามารถแยกศึกษาได้ 2 กรณี คือ กรณีขนาดไม่สมดุล (เฟสคงที่) กับกรณีมุมเฟสไม่สมดุล (ขนาดคงที่) ซึ่งมีรายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขตของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล ได้ดังนี้

ขนาดไม่สมดุล ($\pm 10\%$ ของขนาดเฟสอ้างอิง)

- กรณีเฟส A (เฟสอ้างอิง)

$$v = 230 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad E = 2.8202 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B (-10%)

$$v = 207 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.269 \times 10^5 - j2.1981 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C (+10%)

$$v = 253 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.5511 \times 10^5 + j2.6865 \times 10^5 \text{ V/m}$$

- กรณีเฟส B (เฟสอ้างอิง)

$$v = 230 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.4101 \times 10^5 - j2.4424 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C (-10%)

$$v = 207 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.269 \times 10^5 + j2.1981 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส A (+10%)

$$v = 253 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad E = 3.1022 \times 10^5 \text{ V/m}$$

- กรณีเฟส C (เฟสอ้างอิง)

$$v = 230 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.4101 \times 10^5 + j2.4424 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส A (-10%)

$$v = 207 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad E = 2.5382 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B (+10%)

$$v = 253 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.5511 \times 10^5 - j2.6865 \times 10^5 \text{ V/m}$$

มุมเฟสไม่สมดุล ($\pm 30^\circ$ ของมุมเฟสอ้างอิง)

- กรณีเฟส A (เฟสอ้างอิง)

$$v = 230 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad E = 2.8202 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B (-30°)

$$v = 230 \angle -150^\circ \text{ kV} \quad E = 2.4424 \times 10^5 - j1.4101 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C (+30°)

$$v = 230 \angle 150^\circ \text{ kV} \quad E = -2.4424 \times 10^5 + j1.4101 \times 10^5 \text{ V/m}$$

- กรณีเฟส B (เฟสอ้างอิง)

$$v = 230 \angle -120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.4101 \times 10^5 - j2.4424 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส C (-30°)

$$v = 230 \angle 90^\circ \text{ kV} \quad E = j2.8202 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส A (+30°)

$$v = 230 \angle 30^\circ \text{ kV} \quad E = 2.4424 \times 10^5 + j1.4101 \times 10^5 \text{ V/m}$$

- กรณีเฟส C (เฟสอ้างอิง)

$$v = 230 \angle 120^\circ \text{ kV} \quad E = -1.4101 \times 10^5 + j2.4424 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส A (-30°)

$$v = 230 \angle -30^\circ \text{ kV} \quad E = 2.4424 \times 10^5 - j1.4101 \times 10^5 \text{ V/m}$$

เฟส B (+30°)

$$v = 230 \angle -90^\circ \text{ kV} \quad E = -j2.8202 \times 10^5 \text{ V/m}$$

โทรศัพทมือถือ

ตำแหน่งบนซ้ายและตำแหน่งบนขวา

$$E = 45.5 \text{ V/m}$$

ตำแหน่งกลางซ้าย

$$E = 33.5 \text{ V/m}$$

ตำแหน่งกลางขวา

$$E = 48.2 \text{ V/m}$$

ตำแหน่งล่างซ้ายและตำแหน่งบนขวา

$$E = 48.5 \text{ V/m}$$

5.2.6 แก่ระบบสมการรวมเพื่อหาผลเฉลย

ขั้นตอนสุดท้ายส่วนนี้จะทำหน้าที่แก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของระบบสมการรวมโดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน (matrix inverse) เนื่องจากเมทริกซ์มีลักษณะสมมาตร และค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ระบบสมการรวมไม่เป็นศูนย์จึงสามารถคำนวณหาค่าผลเฉลยด้วยวิธีนี้ได้ดังสมการที่ (4.17) ในบทที่ 4

5.3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

การคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถดำเนินการคำนวณ ตามขั้นตอนภายในโครงสร้างโปรแกรมของแผนภูมिरูปที่ 5.5

5.3.1 โปรแกรมออกแบบกริดรูปสามเหลี่ยมให้กับระบบ

โครงสร้างโปรแกรมสร้างกริดของขั้นตอนนี้ประกอบด้วยโปรแกรมหลักและโปรแกรมย่อยต่าง ๆ ซึ่งทำหน้าที่แตกต่างกัน ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมสามารถอธิบายรายละเอียดได้ดังนี้

โปรแกรมสร้างกริดเริ่มต้นทำงานจากการรับค่าอินพุตเป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดต่าง ๆ กันซึ่งเป็นตัวแทนของโครงสร้างรูปร่างมนุษย์ ตัวนำในสายส่ง โทรศัพทมือถือ และพื้นที่โล่งบริเวณที่เป็นอากาศ โดยเมทริกซ์ดังกล่าวถือเป็นการรับข้อมูลที่สำคัญในการดำเนินการช่วงแรกของโปรแกรมหลัก จากนั้นจะเข้าสู่ขั้นตอนการระบุหมายเลขของเอลิเมนต์ และหมายเลขของโนด พร้อมทั้งตำแหน่งค่าพิกัดของแต่ละโนดในส่วนของวัตถุต่าง ๆ ภายในระบบ เช่น การหาดำแหน่งค่าพิกัดของแต่ละโนดของโครงสร้างร่างกายมนุษย์ ตัวนำในสายส่ง โทรศัพทมือถือ และบริเวณ

อากาศรอบ ๆ วัตถุ เพื่อให้ง่ายต่อการระบุถึงวัตถุแต่ละชนิดที่มีค่าพารามิเตอร์แตกต่างกันจะทำการจัดกลุ่มพื้นที่ของแต่ละอิเลิเมนต์ และ โหนดต่าง ๆ ให้เป็นหมวดหมู่ นอกจากนี้ยังง่ายต่อการกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตซึ่งขั้นตอนดังกล่าวสามารถแสดงได้ดังมีรายละเอียดในโปรแกรมย่อย

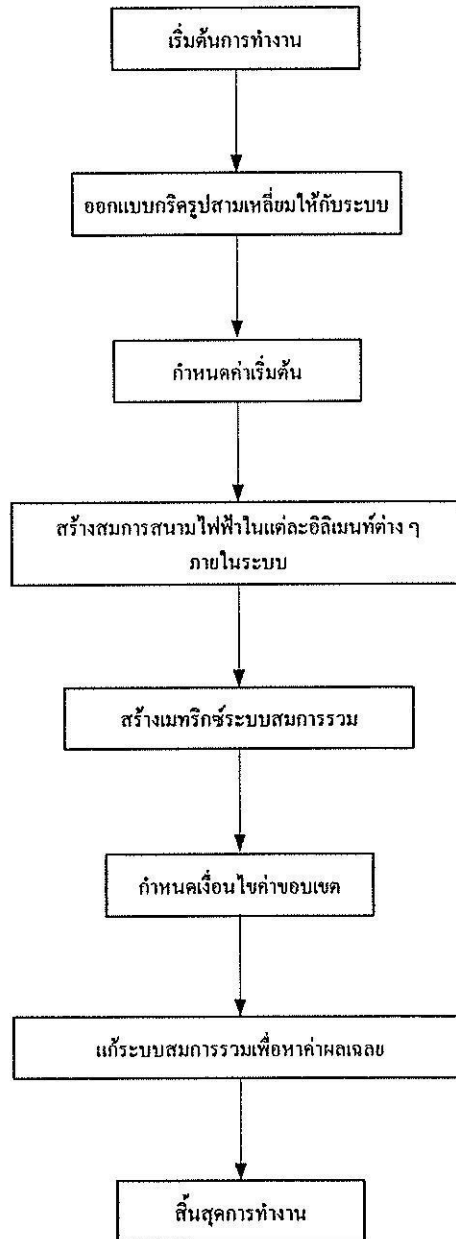
ขั้นตอนการระบุหมายเลขของอิเลิเมนต์และหมายเลขของ โหนด พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละโหนดในส่วนในพื้นที่ที่เป็นอากาศ จากรูปที่ 5.6 จะเห็นว่าระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV จะมีบริเวณที่เป็นอากาศทั้งหมด 6 บริเวณ โดยสิ่งที่สำคัญที่สุด คือ ภายในอากาศแต่ละบริเวณจะต้องทราบหมายเลข โหนดของเมทริกซ์ในแต่ละบริเวณดังกล่าวให้ถูกต้อง เช่น อากาศบริเวณที่ 2 เป็นเมทริกซ์ขนาด 9×2 มีสมาชิกภายในเมทริกซ์เป็นหมายเลข โหนดต่าง ๆ ดังสมการที่ (5-6)

$$N_{sp2} = \begin{bmatrix} 12 & 13 \\ 0 & 0 \\ 31 & 32 \\ 0 & 0 \\ 61 & 62 \\ 0 & 0 \\ 91 & 92 \\ 0 & 0 \\ 116 & 117 \end{bmatrix} \quad (5-6)$$

ซึ่งโปรแกรมส่วนนี้จะดำเนินการหาเมทริกซ์ที่แทนหมายเลข โหนดของแต่ละบริเวณจำนวนทั้งหมด 6 บริเวณที่มีขนาดแตกต่างกันี้ คือ อากาศบริเวณที่ 1 เป็นเมทริกซ์ขนาด 2×51 อากาศบริเวณที่ 2 กับ 3 เป็นเมทริกซ์ขนาด 9×2 อากาศบริเวณที่ 4 เป็นเมทริกซ์ขนาด 8×51 และ อากาศบริเวณที่ 5 กับ 6 เป็นเมทริกซ์ขนาด 31×6

หลังจากได้เมทริกซ์หมายเลข โหนดของบริเวณทั้งหมด 6 บริเวณ จากนั้นนำเมทริกซ์ดังกล่าวเข้าโปรแกรมย่อยที่คำนวณหาหมายเลขของอิเลิเมนต์ หมายเลขลำดับ โหนด และ ค่าพิกัดของแต่ละโหนด เช่น อากาศบริเวณที่ 2 ซึ่งสามารถแสดงด้วยเมทริกซ์ที่แทนหมายเลขของอิเลิเมนต์ หมายเลขลำดับ โหนด และค่าพิกัดของแต่ละโหนดดังนี้

$$N_{space_zone2} = \begin{bmatrix} 21 & 12 & 31 & 32 \\ 22 & 12 & 32 & 13 \\ 23 & 31 & 61 & 62 \\ 24 & 31 & 62 & 32 \\ 25 & 61 & 91 & 92 \\ 26 & 61 & 92 & 62 \\ 27 & 91 & 116 & 117 \end{bmatrix} \quad (5-7)$$



รูปที่ 5.5 แผนภูมิการดำเนินงานของโปรแกรมคำนวณสนามไฟฟ้า
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิเลิเมนต์

โดยที่หลักที่ 1 ของเมทริกซ์ Nspace_zone2 แทนหมายเลขของอิเลิเมนต์ และ หลักที่ 2-4 แทนหมายเลขลำดับ โหนดของแต่ละอิเลิเมนต์

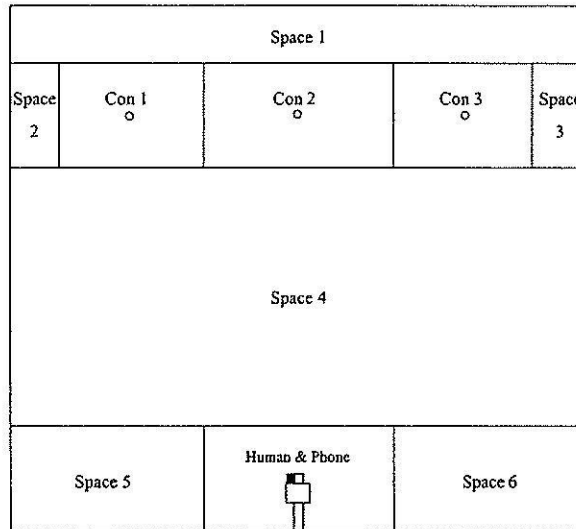
จากสมการที่ (5-8) หลักที่ 1 ของเมทริกซ์ node_s2 แทนหมายเลข โหนดของอากาศ บริเวณที่ 2 และหลักที่ 2 ถึง 3 แทนตำแหน่งค่าพิกัดแกน x และ แกน y ของแต่ละ โหนดตามลำดับ

$$\text{node_s2} = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 14 \\ 13 & 1 & 14 \\ 31 & 0 & 13 \\ 32 & 1 & 13 \\ 61 & 0 & 12 \\ 62 & 1 & 12 \\ 91 & 0 & 11 \\ 92 & 1 & 11 \\ 116 & 0 & 10 \\ 117 & 1 & 10 \end{bmatrix} \quad (5-8)$$

ขั้นตอนการระบุหมายเลขของอิเลิเมนต์และหมายเลขของ โหนด พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละ โหนดในส่วนของโครงสร้างร่างกายมนุษย์ เมื่อขณะใช้อุปกรณ์สื่อสาร ซึ่งสามารถทำได้ในลักษณะเดียวกับการคำนวณหาหมายเลขของอิเลิเมนต์ หมายเลขลำดับ โหนด และค่าพิกัดของแต่ละ โหนดในส่วนของตัวนำภายในสายส่ง

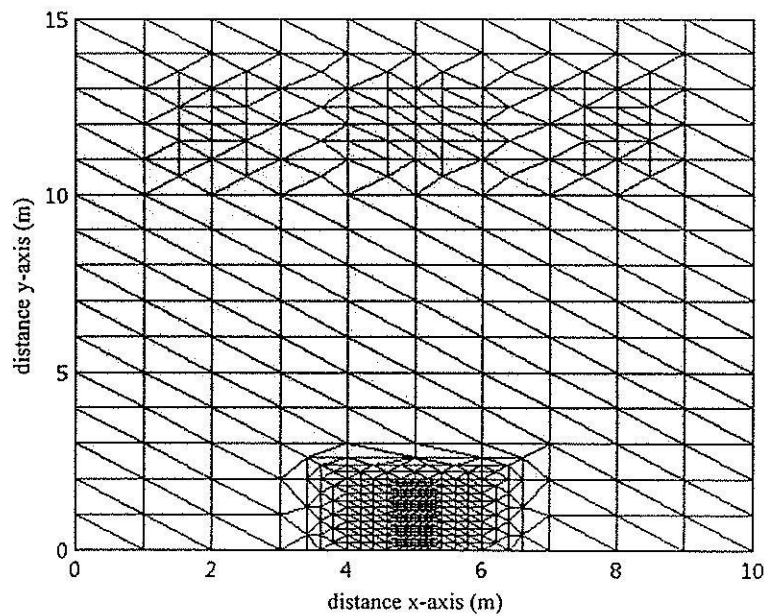
สำหรับ ขั้นตอนการระบุหมายเลขของอิเลิเมนต์และหมายเลขของ โหนด พร้อมทั้งค่าพิกัดของแต่ละ โหนดในส่วนของตัวนำภายในสายส่ง จากรูปที่ 5.6 จะเห็นได้ว่าระบบไฟฟ้า 3 เฟส ขนาด 69 kV จะมีบริเวณตัวนำทั้งหมด 3 บริเวณ ซึ่งสามารถทำได้ในลักษณะเดียวกับการคำนวณหาหมายเลขของอิเลิเมนต์ หมายเลขลำดับ โหนด และค่าพิกัดของแต่ละ โหนดในส่วนของตัวนำภายในสายส่ง และรูปร่างของมนุษย์ขณะใช้อุปกรณ์สื่อสาร

หลังจากคำนวณหาหมายเลขของอิเลิเมนต์ หมายเลขลำดับ โหนด และค่าพิกัดของแต่ละ โหนดของแต่ละวัตถุภายในระบบ ขั้นตอนต่อไปจะนำข้อมูลที่คำนวณได้มาวาดภาพแสดงการวางตัวของแต่ละอิเลิเมนต์ตลอดทั้งพื้นที่ของระบบที่พิจารณาด้วยคำสั่ง triplot ใน โปรแกรม MATLAB™ โดยขั้นตอนนี้จะนำเสนอตำแหน่งการวางตัวของแต่ละ โหนดในบริเวณต่าง ๆ เช่น บริเวณอากาศโดยรอบตัวนำใน สายส่ง และ มนุษย์ ซึ่งสามารถแสดงภาพรวมของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV ได้ดังรูปที่ 5.7 และสามารถแสดงการตีกริดเฉพาะที่ของบริเวณที่เป็นอากาศตัวนำในสายส่ง และ มนุษย์ได้ดังรูปที่ 5.8-5.11



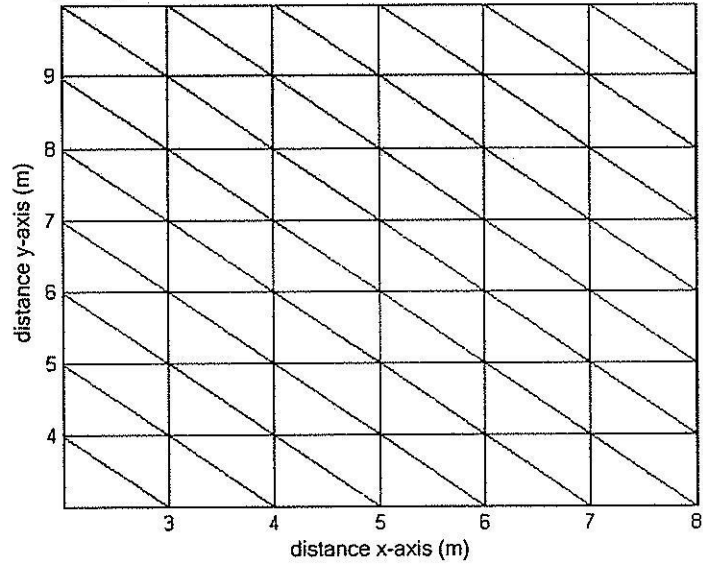
รูปที่ 5.6 การแบ่งพื้นที่เป็นหมวดหมู่ตามลักษณะความแตกต่างของวัตถุ

Triangular grid design for calculation FEM in 69 kV Transmission line system



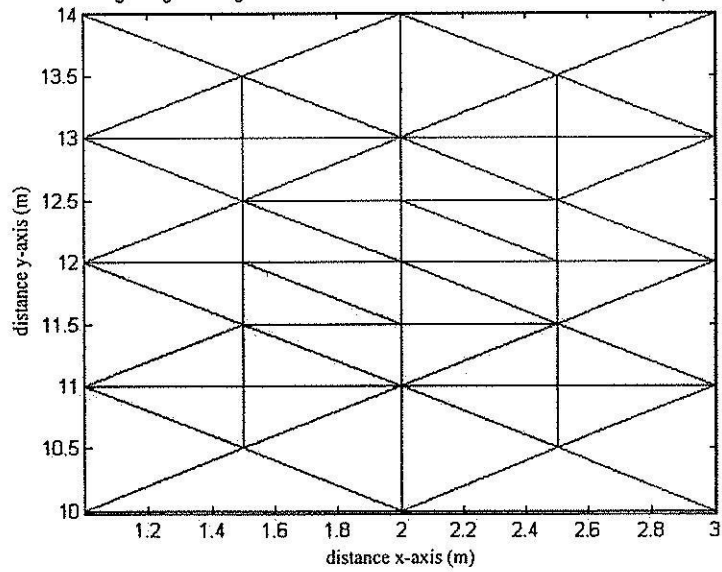
รูปที่ 5.7 ลักษณะการสร้างกริดภายในระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 69 kV

Triangular grid design for Calculation FEM in 69 kV Transmission line system

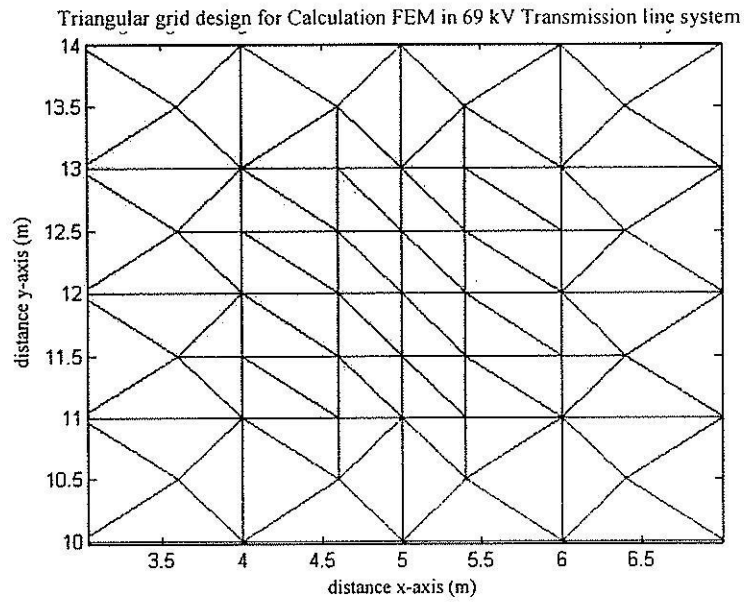


รูปที่ 5.8 ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นอากาศ

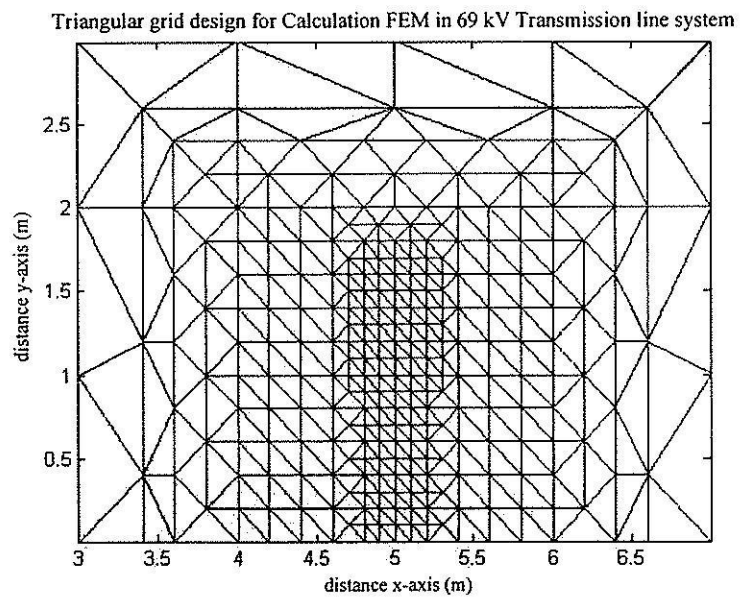
Triangular grid design for Calculation FEM in 69 kV Transmission line system



รูปที่ 5.9 ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นตัวนำสายส่งตัวที่ 1 และ 3



รูปที่ 5.10 ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นตัวนำสายส่งตัวที่ 2



รูปที่ 5.11 ลักษณะการสร้างกริดในบริเวณที่เป็นมนุษย์

5.3.2 กำหนดค่าเริ่มต้น

การจำลองผลสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส และ 3 เฟส สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จะใช้ค่าพารามิเตอร์ที่จำเป็นสำหรับการกำหนดค่าเริ่มต้นเช่นเดียวกับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ซึ่งได้รับการรวบรวมไว้ในตารางที่ 5.1

5.3.3 การสร้างสมการค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละอิลิเมนต์

ขั้นตอนนี้ของระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ได้ใช้กริดรูปสามเหลี่ยม ในการพัฒนาสมการที่ใช้สำหรับคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละอิลิเมนต์ เนื่องจากภายในระบบมีวัตถุที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันอยู่ 2 ชนิด คือ อากาศกับร่างกายของมนุษย์ ซึ่งทั้งสองมีค่าสภาพยอมสัมพัทธ์เท่ากับ 1 และ 5 ตามลำดับ จากสมการที่ (5-35) เป็นสมการสนามไฟฟ้าในอิลิเมนต์ที่อยู่ในบริเวณอากาศ กับสมการที่ (5-36) เป็นสมการสนามไฟฟ้าในอิลิเมนต์ที่อยู่ในโครงสร้างรูปร่างมนุษย์ ซึ่งทั้งสองสมการสามารถนำมาเสนอใหม่ดังสมการที่ (5-9) และ (5-10) ตามลำดับ

อากาศ:

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5-9)$$

มนุษย์:

$$[K^{(e)}] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} - \frac{5\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5-10)$$

5.3.4 การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวม

หลังจากได้สมการที่ใช้อธิบายอิลิเมนต์ต่าง ๆ อย่างเหมาะสมภายในระบบโปรแกรมย่อยส่วนนี้จะทำหน้าที่รวบรวมสมการแต่ละอิลิเมนต์ที่คำนวณจากขั้นตอนก่อนหน้านี้เข้ามาเป็นเมทริกซ์ขนาดใหญ่ของระบบสมการดังแสดงด้วยสมการที่ (4-12) การสร้างเมทริกซ์ระบบสมการรวมของระเบียบวิธีนี้มีหลักการ คือ หาหมายเลข โหนดที่แท้จริงของอิลิเมนต์ที่กำลังพิจารณาอยู่ แล้วใส่ค่าสัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์นั้นลงในเมทริกซ์ใหญ่ของระบบสมการรวมให้ถูกต้อง

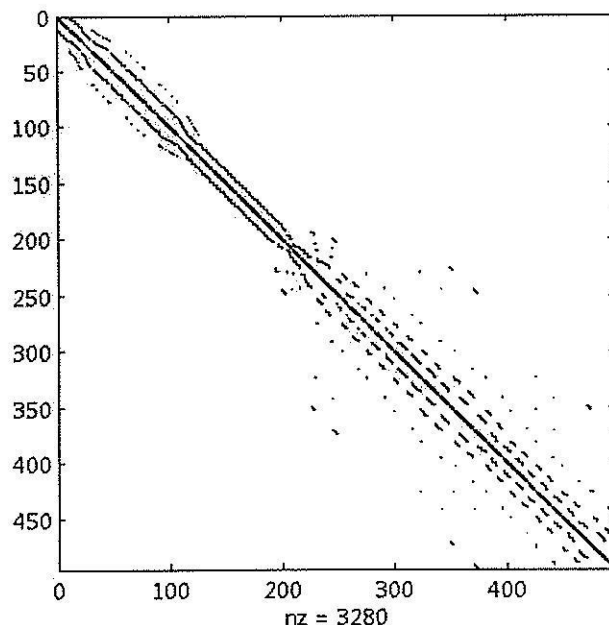
ถ้าลักษณะของปัญหาถูกแบ่งออกเป็นอิเลิเมนต์ย่อย n โหนด จะก่อให้เกิดระบบสมการรวมซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยทั้งสิ้น n สมการ เมื่อทำสำเร็จจะได้ลักษณะการวางตัวของสมาชิกที่มีค่าไม่เป็นศูนย์ของระบบสมการรวมดังรูปที่ 5.12

5.3.5 กำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต

ขั้นตอนส่วนนี้จะทำหน้าที่ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการรวม โดยมีหลักการ คือ ดัดแปลงระบบสมการรวมตามสมการที่ (4-12) ให้สอดคล้องกับค่าเงื่อนไขขอบเขต โดยงานวิจัยนี้จะกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตของตัวนำสายส่งในรูปของสนามไฟฟ้าที่ถี่ 1 เฟส และ 3 เฟส กับ โทรศัพท์มือถือที่มีการกระจายค่าสนามไฟฟ้าคงที่โดยรอบขนาด $10 \times 20 \text{ cm}^2$ (nokia3210) ดังรูปที่ 4.6(a) ในบทที่ 4 ซึ่งสามารถสรุปรายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขตของระบบไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ ตามหัวข้อที่ 5.2.5 ที่ผ่านมาย่างสั้น

5.3.6 แก้ระบบสมการรวมเพื่อหาผลเฉลย

ขั้นตอนสุดท้ายส่วนนี้จะทำหน้าที่แก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าผลเฉลยของระบบสมการรวมโดยการเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำเมทริกซ์ผกผัน เนื่องจากเมทริกซ์มีลักษณะสมมาตร และค่าคิเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ระบบสมการรวมไม่เป็นศูนย์จึงสามารถคำนวณหาค่าผลเฉลยด้วยวิธีนี้ได้ดังสมการที่ (4-17) ตามบทที่ 4 ในทำนองเดียวกับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์



รูปที่ 5.12 ลักษณะการวางตัวของสมาชิกภายในเมทริกซ์ของระบบสมการรวม

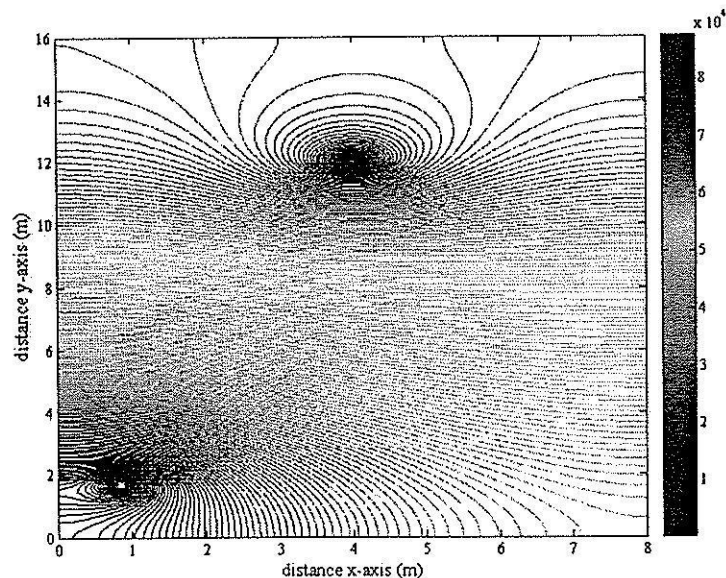
หลังจากทราบขั้นตอนและหลักการทำงานของโปรแกรมระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ต่อไปจะนำเสนอการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าจากระเบียบวิธีทั้ง 2 วิธี โดยทำการจำลองผลของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส ขนาด 220 V 22 kV และ 69 kV ส่วนระบบไฟฟ้า 3 เฟสจะประกอบไปด้วยระบบไฟฟ้าขนาด 69 kV 115 kV 230 kV และ 500 kV นอกจากนี้ในการจำลองผลของระบบแต่ละขนาดทั้งกรณี 1 เฟส และ 3 เฟส ยังทำการเลื่อนตำแหน่งของมนุษย์ ณ ขณะใช้งานโทรศัพท์มือถือในการสื่อสาร เพื่อให้เห็นลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเลื่อนตำแหน่งของมนุษย์

5.4 ผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

หัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส ขนาด 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV และ 500 kV ที่เกิดจากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ โดยการจำลองผลของระบบแต่ละขนาดทั้งกรณี 1 เฟส และ 3 เฟส จะทำการเลื่อนตำแหน่งของมนุษย์ ณ ขณะใช้งานโทรศัพท์มือถือ 3 ตำแหน่งด้วยกัน เพื่อให้เห็นความแตกต่างของลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไป ซึ่งสามารถแสดงผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส และระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสตามหัวข้อต่อไปนี้

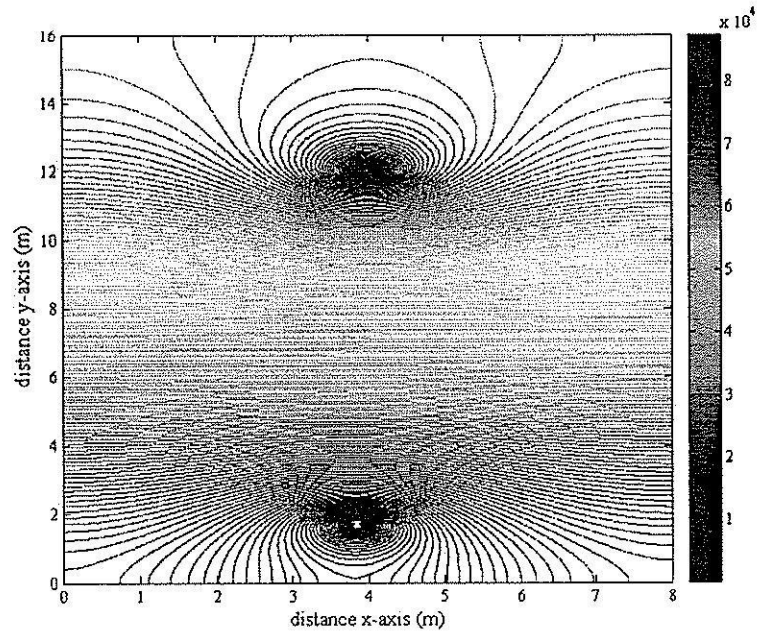
5.4.1 ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส

- ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV

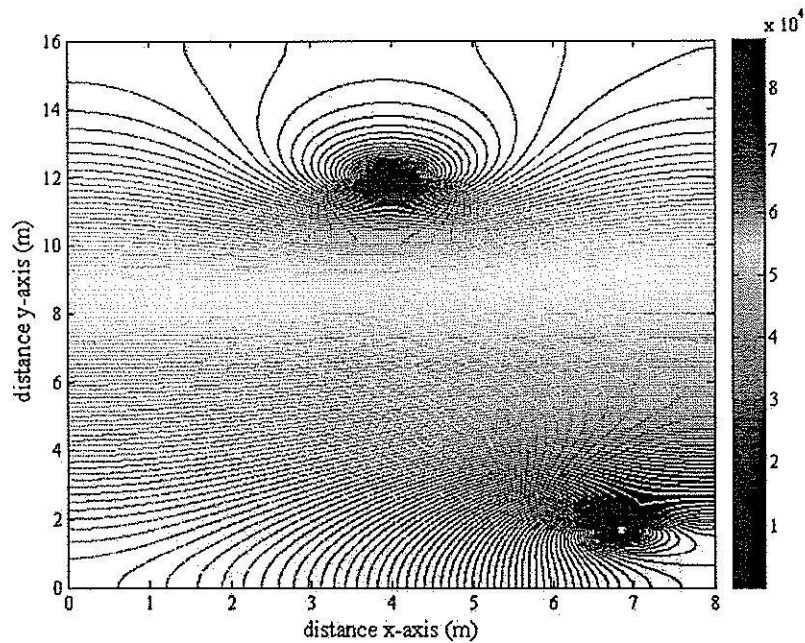


รูปที่ 5.13 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV

เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 1$ m



รูปที่ 5.14 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV
เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 4$ m



รูปที่ 5.15 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV
เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 7$ m

5.4.2 ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล

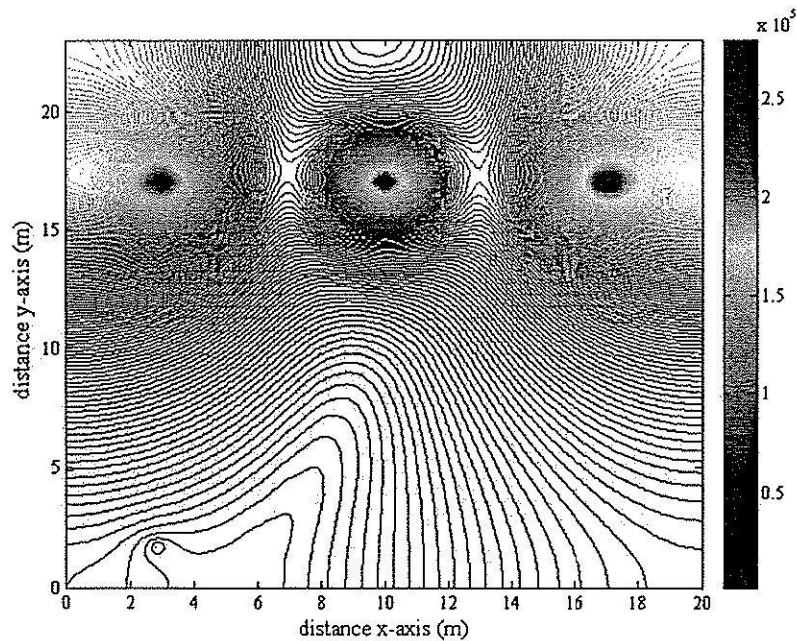
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ นั้น ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลออกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 120^\circ \text{ kV}$$

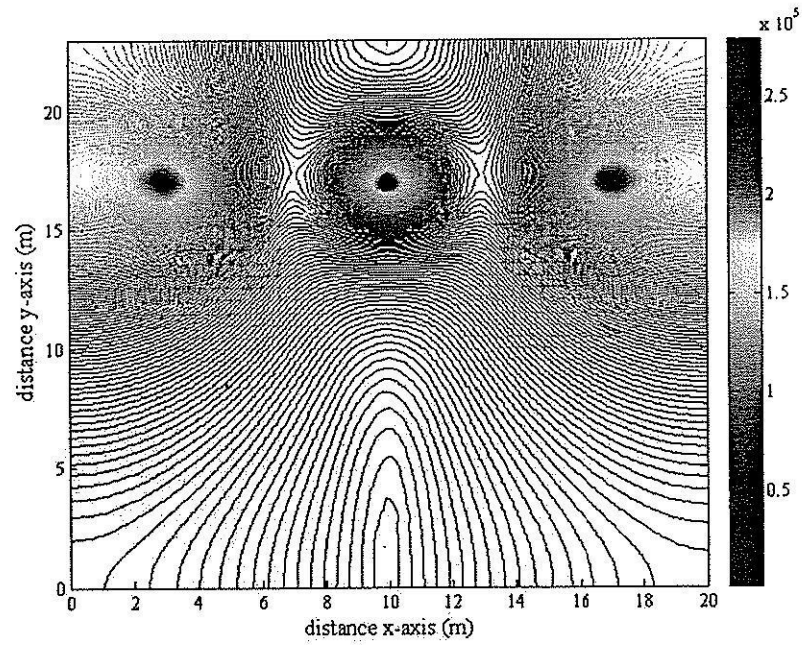
$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 0^\circ \text{ kV}$$

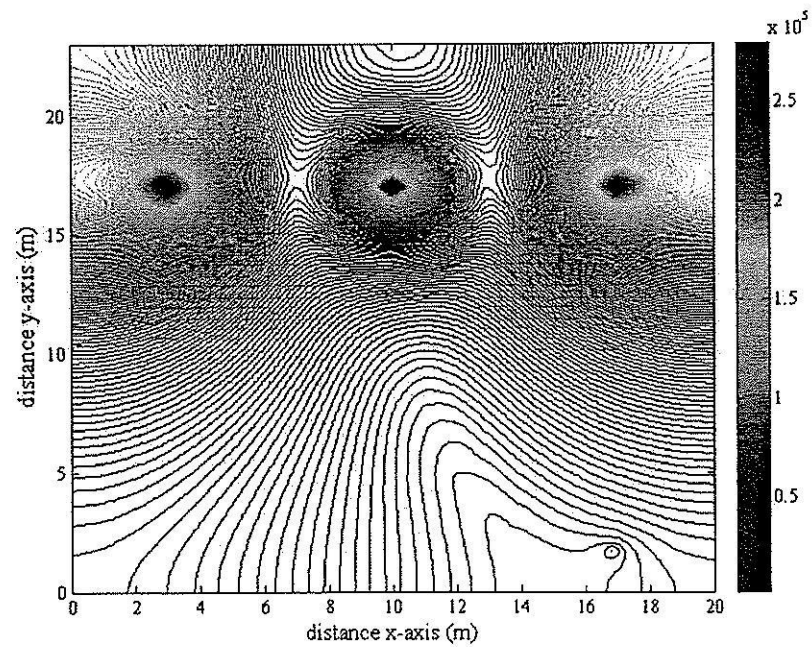
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะที่เหมือนกันในทุกกรณี แม้ว่าจะพิจารณาดำแหน่งที่มนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใดก็ตาม โดยได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 3 \text{ m}$, 10 m และ 17 m ตามลำดับ พร้อมทั้งแสดงการเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าว



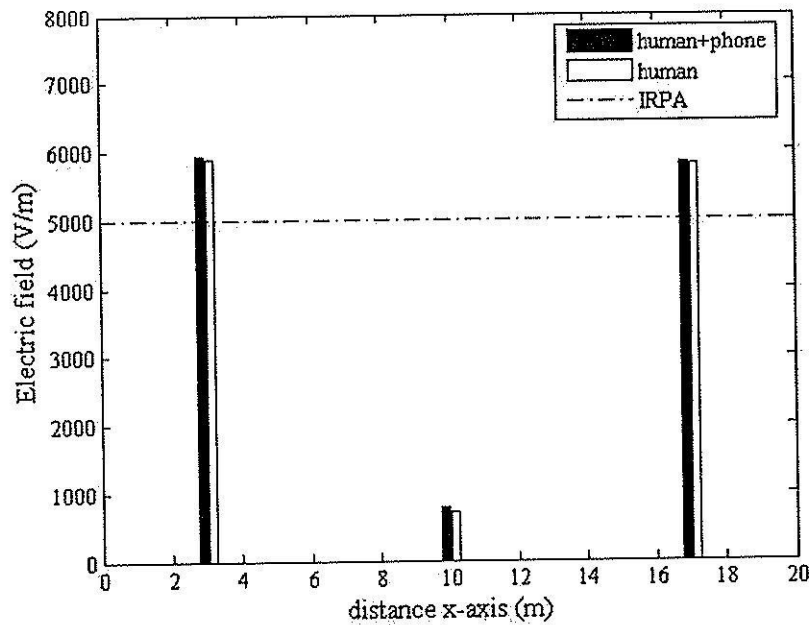
รูปที่ 5.16 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 3 \text{ m}$



รูปที่ 5.17 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m



รูปที่ 5.18 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m



รูปที่ 5.19 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV

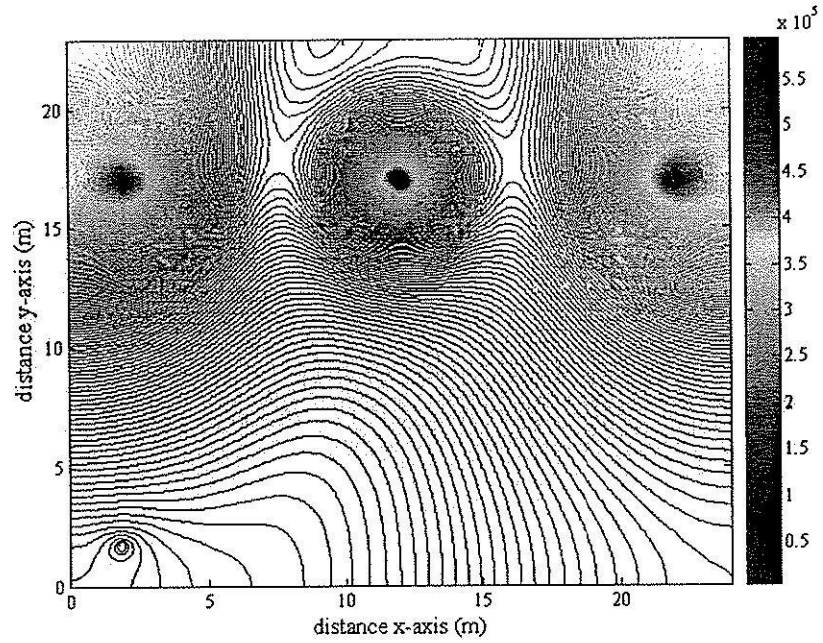
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ นั้น ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลออกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 500\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 500\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 500\angle 120^\circ \text{ kV}$$

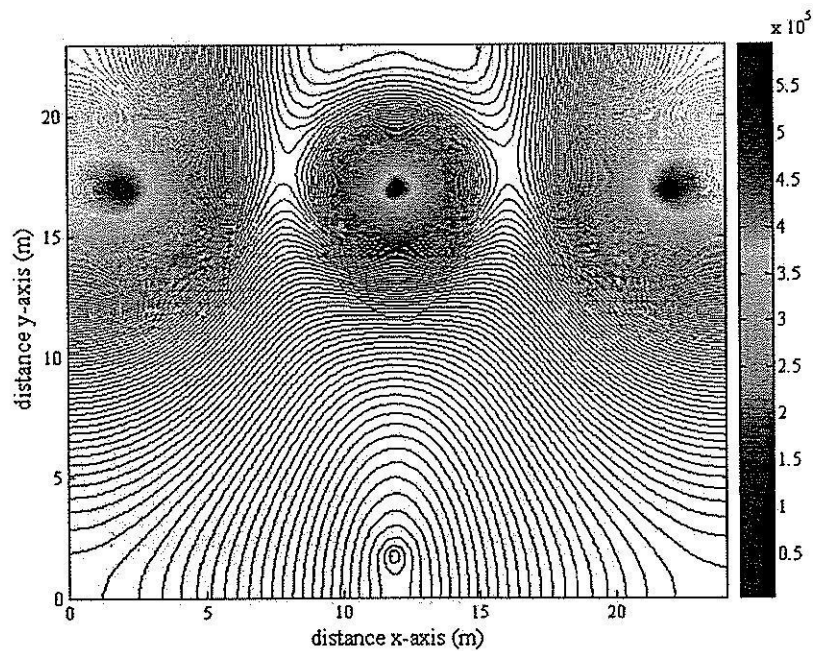
$$\text{เมื่อ } V_A = 500\angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 500\angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 500\angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 500\angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 500\angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 500\angle 0^\circ \text{ kV}$$

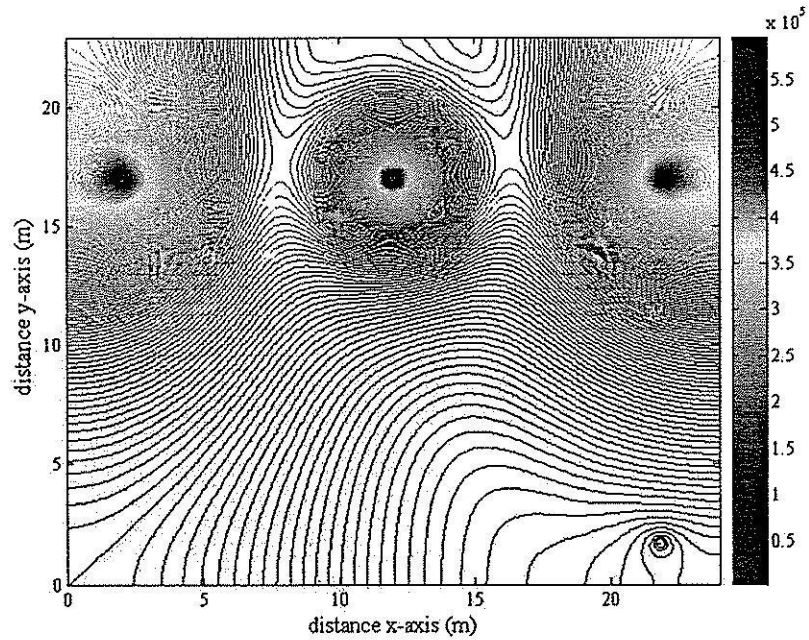
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะที่เหมือนกันในทุกกรณี แม้ว่าจะพิจารณาดำเน่งที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใดก็ตาม โดยได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 2 \text{ m}$, 12 m และ 22 m ตามลำดับ พร้อมทั้งแสดงการเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าว



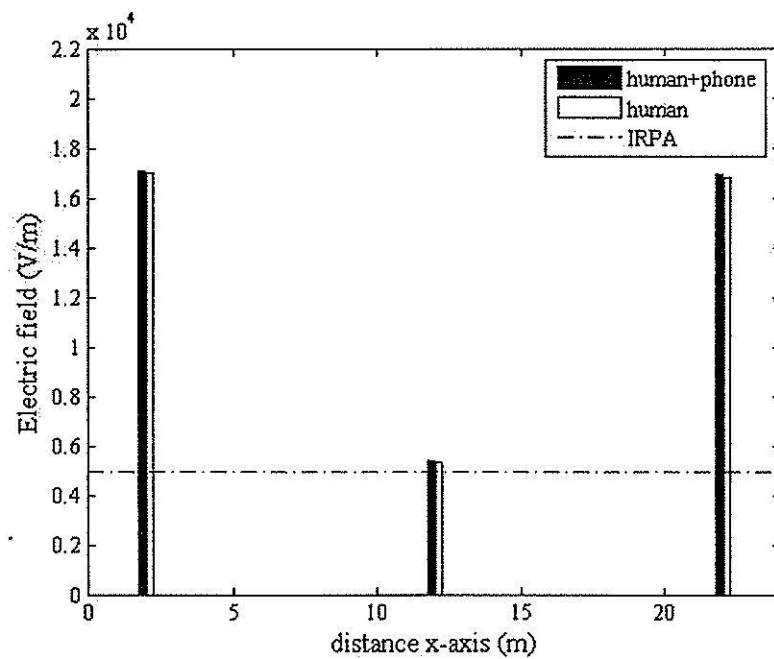
รูปที่ 5.20 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 2$ m



รูปที่ 5.21 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m



รูปที่ 5.22 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 22$ m



รูปที่ 5.23 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลงขนาด 500 kV

5.4.3 ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล

สำหรับระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุลจะเลือกพิจารณาเฉพาะขนาด 230 kV เท่านั้น โดยจะแบ่งการจำลองผลออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีขนาดไม่สมดุล กับ กรณีมุมเฟสไม่สมดุล ซึ่งแต่ละกรณีจะแยกการพิจารณาออกเป็น 3 แบบ เพื่อให้เห็นผลกระทบของสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไป อันเนื่องมาจากความไม่สมดุลที่เกิดจากขนาดและมุมเฟสของแรงดันภายในสายส่ง โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กรณีขนาดไม่สมดุล ($\pm 10\%$ ของขนาดเฟสอ้างอิง) ประกอบด้วยการพิจารณา 3 แบบ คือ

แบบที่ 1 เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV

แบบที่ 2 เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV

แบบที่ 3 เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV

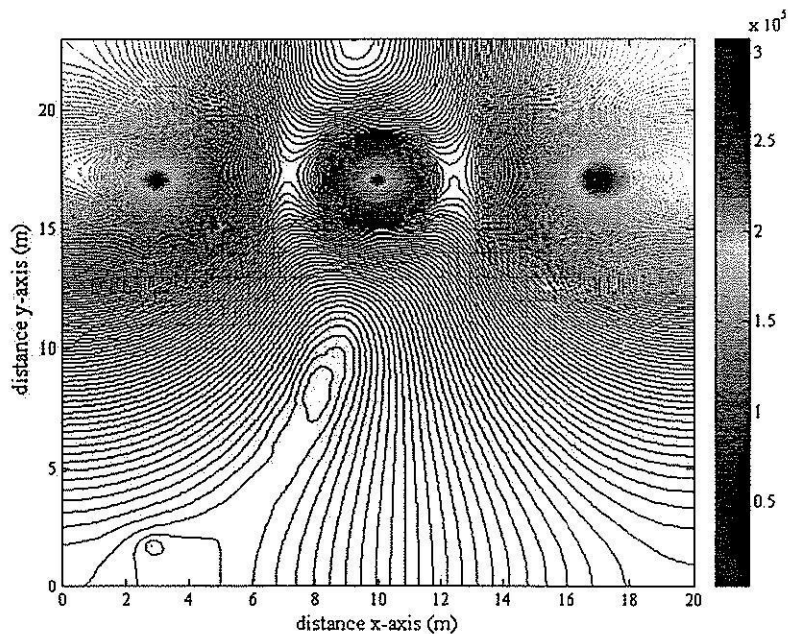
กรณีมุมเฟสไม่สมดุล ($\pm 30^\circ$ ของมุมเฟสอ้างอิง) ประกอบด้วยการพิจารณา 3 แบบ คือ

แบบที่ 1 เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -150^\circ$ kV $V_C = 230\angle 150^\circ$ kV

แบบที่ 2 เมื่อ $V_A = 230\angle 30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 90^\circ$ kV

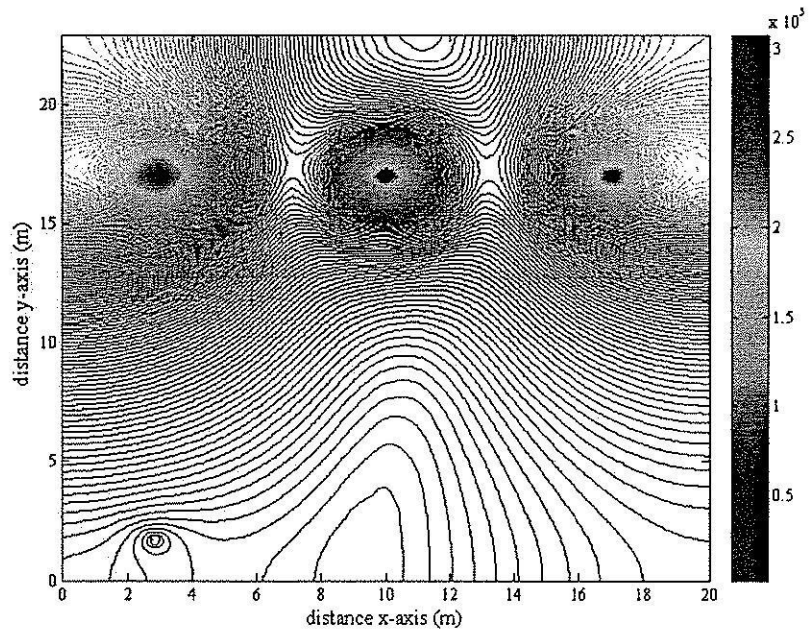
แบบที่ 3 เมื่อ $V_A = 230\angle -30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -90^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV

- กรณีขนาดไม่สมดุล ($\pm 10\%$ ของขนาดเฟสอ้างอิง)

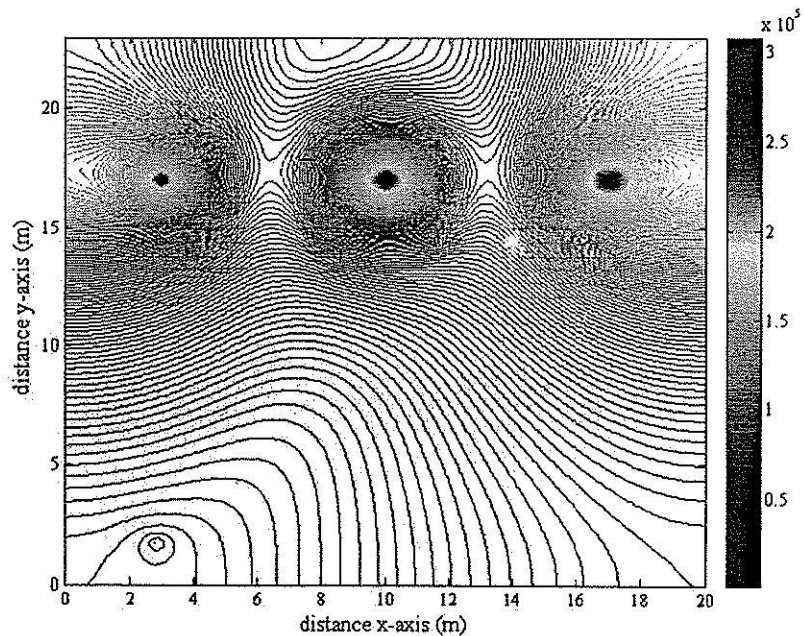


รูปที่ 5.24 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

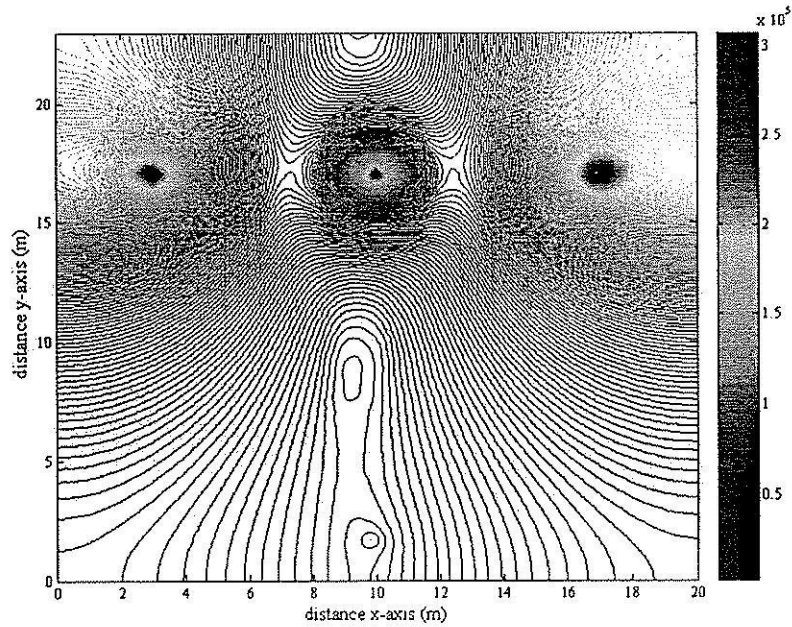
$$V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 207\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 253\angle 120^\circ \text{ kV ณ ตำแหน่ง } x=3 \text{ m}$$



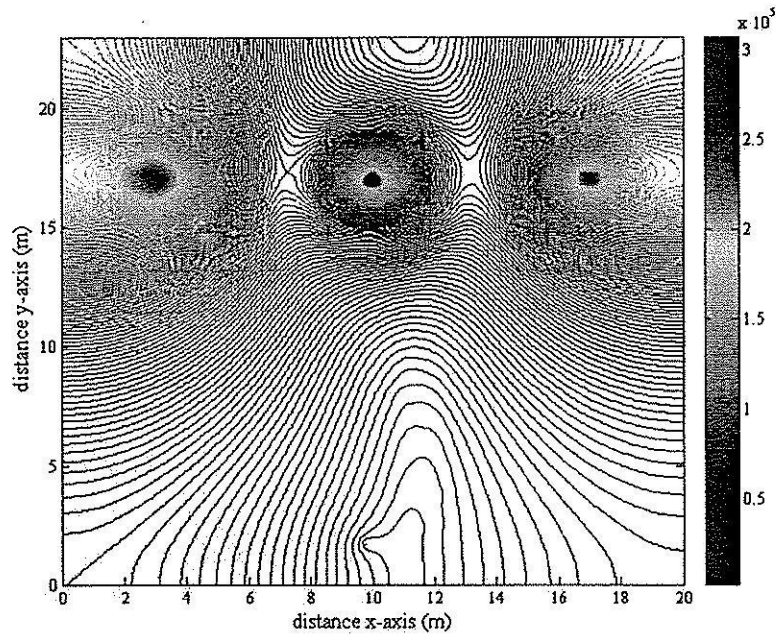
รูปที่ 5.25 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m



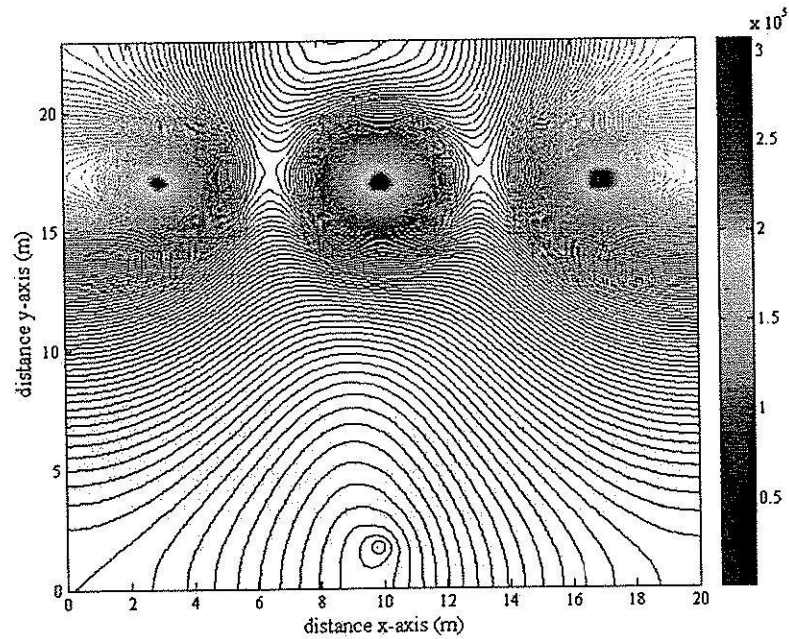
รูปที่ 5.26 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m



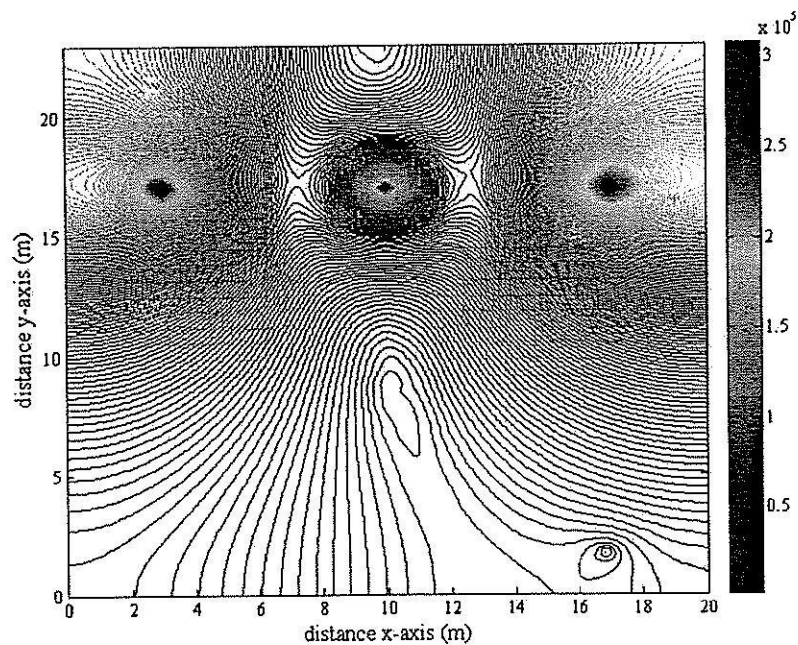
รูปที่ 5.27 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ
 $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m



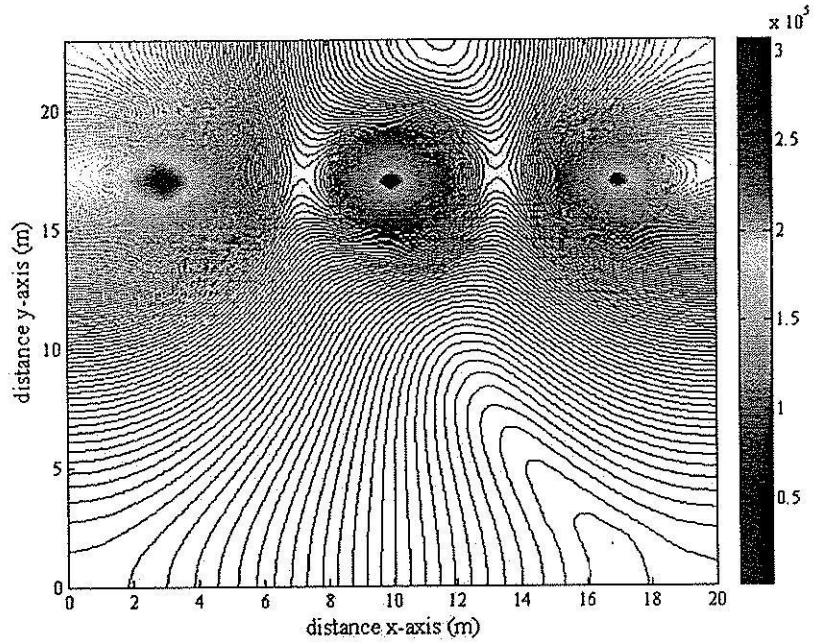
รูปที่ 5.28 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ
 $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m



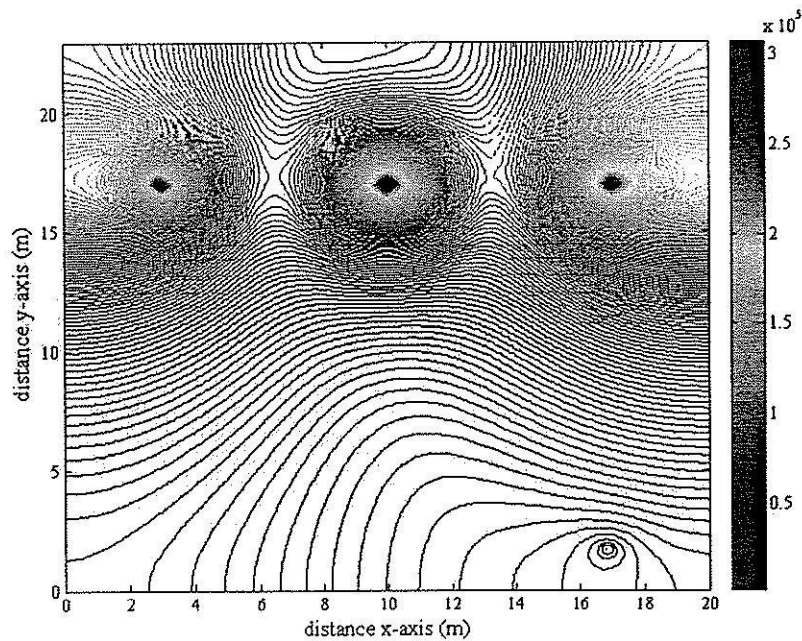
รูปที่ 5.29 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมมูล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x=10$ m



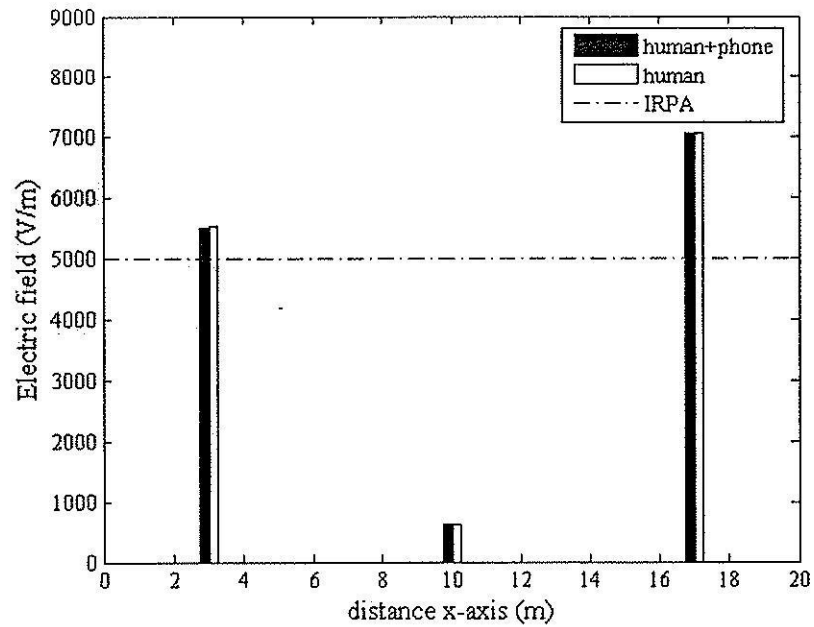
รูปที่ 5.30 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมมูล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x=17$ m



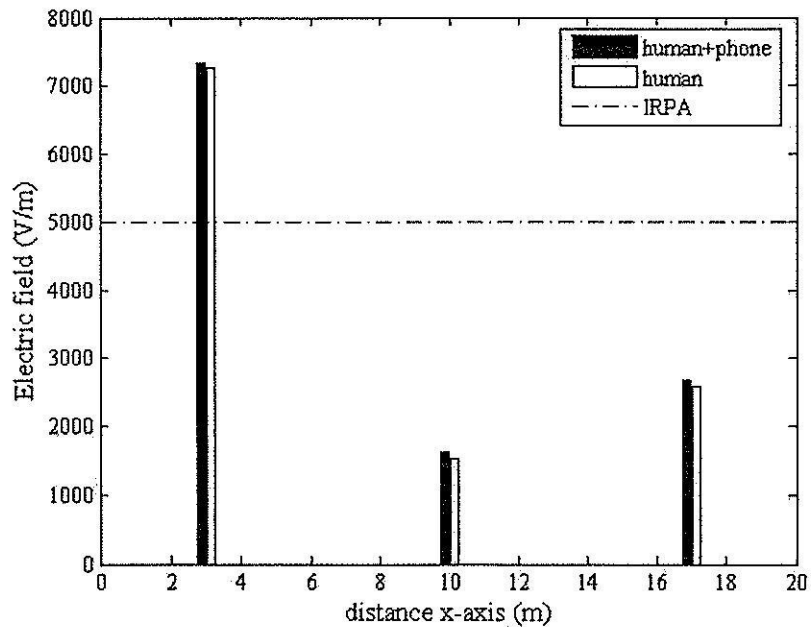
รูปที่ 5.31 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ
 $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m



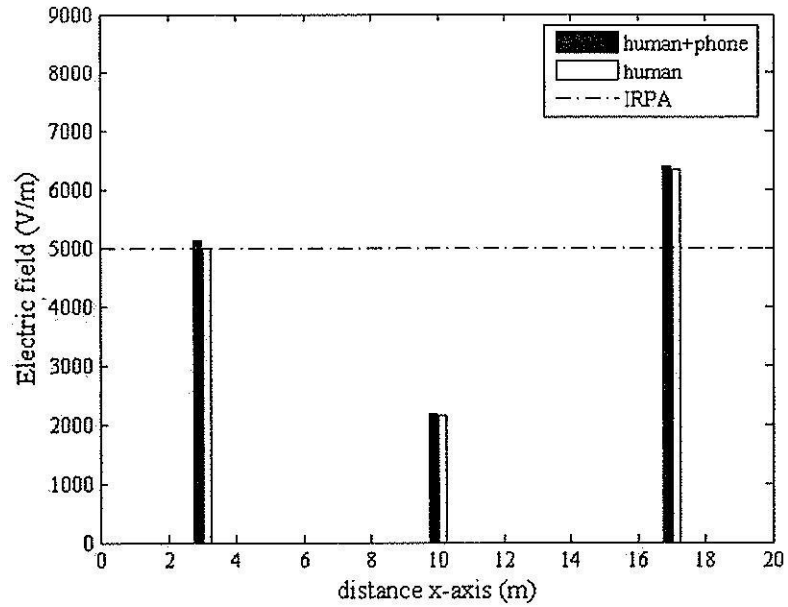
รูปที่ 5.32 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ
 $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m



รูปที่ 5.33 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 1

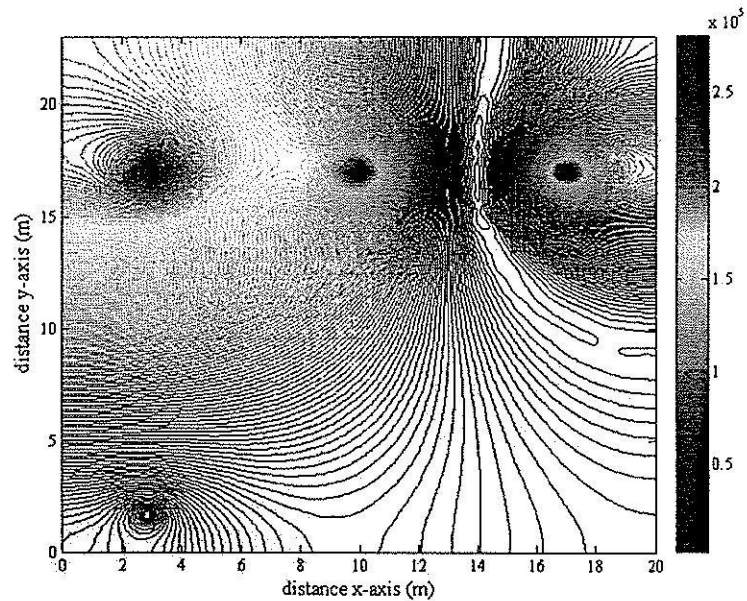


รูปที่ 5.34 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 2



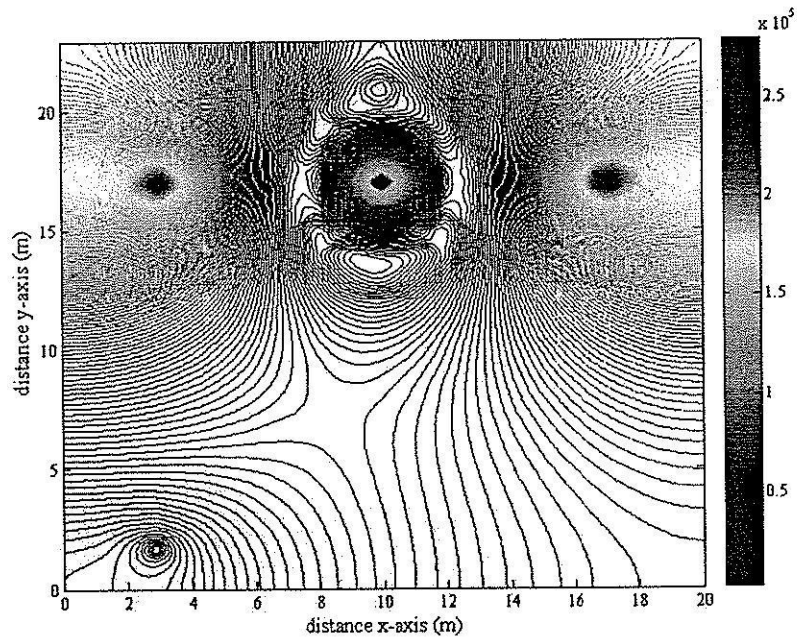
รูปที่ 5.35 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 3

- กรณีมุมเฟสไม่สมดุล ($\pm 30^\circ$ ของมุมเฟสอ้างอิง)



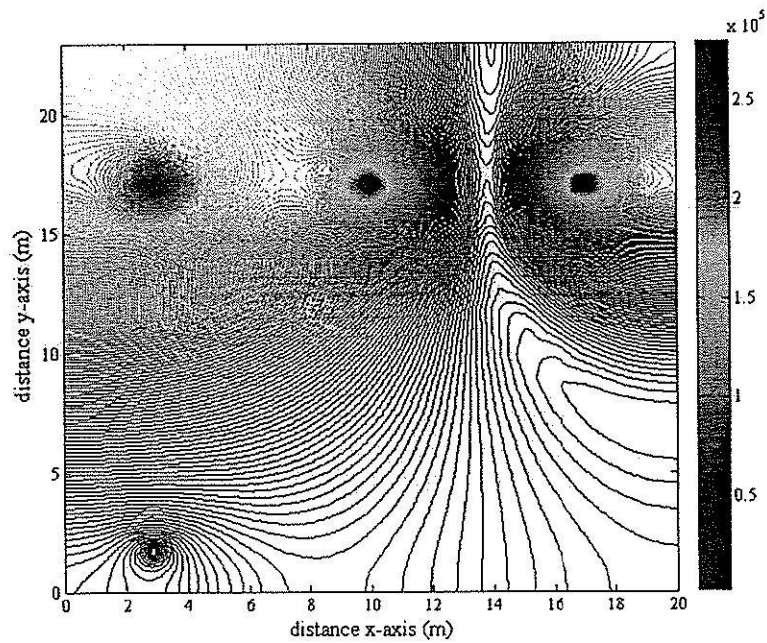
รูปที่ 5.36 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 230 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad V_B = 230 \angle -150^\circ \text{ kV} \quad V_C = 230 \angle 150^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x = 3 \text{ m}$$



รูปที่ 5.37 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

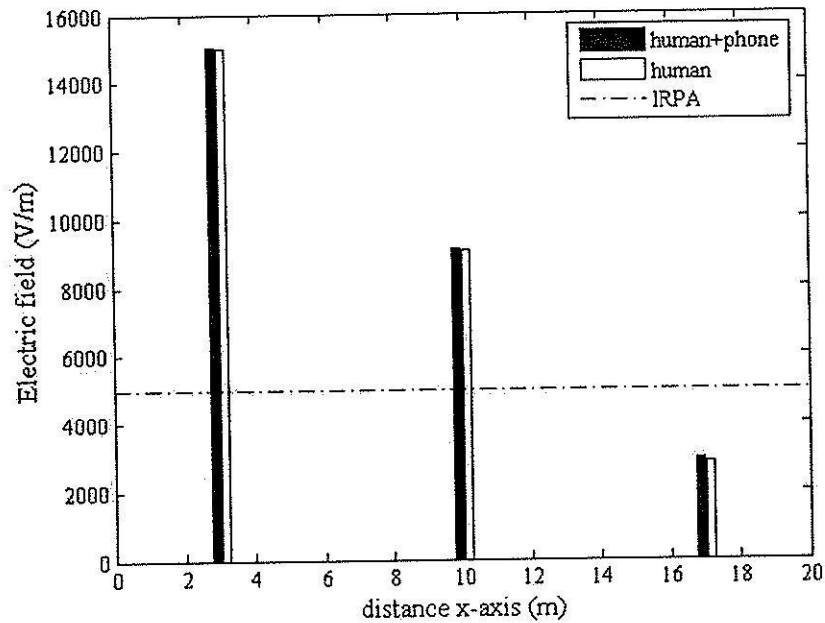
$$V_A = 230\angle 30^\circ \text{ kV} \quad V_B = 230\angle -120^\circ \text{ kV} \quad V_C = 230\angle 90^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x = 3 \text{ m}$$



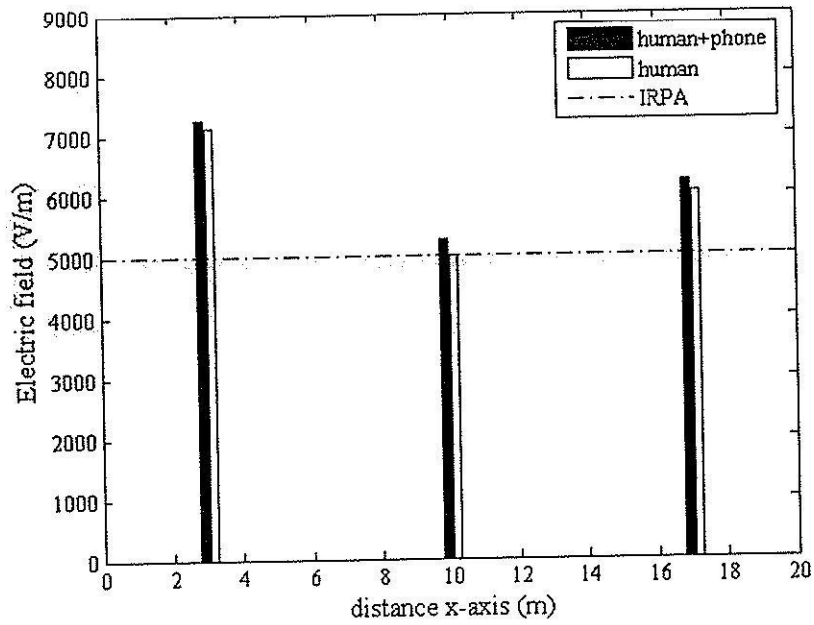
รูปที่ 5.38 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

$$V_A = 230\angle -30^\circ \text{ kV} \quad V_B = 230\angle -90^\circ \text{ kV} \quad V_C = 230\angle 120^\circ \text{ kV} \quad \text{ณ ตำแหน่ง } x = 3 \text{ m}$$

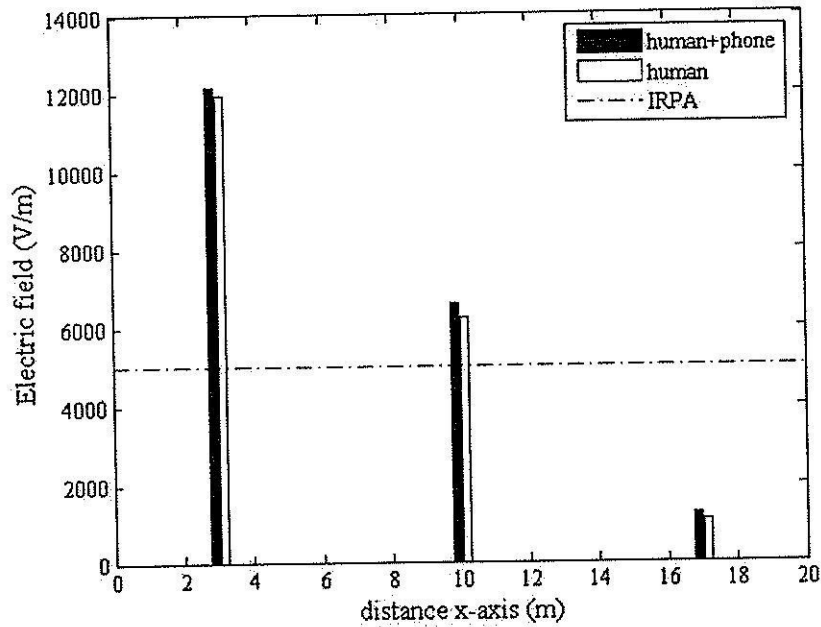
ส่วนการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m และ 17 m จะมีลักษณะการกระจายตัวคล้ายกันกับ เมื่อพิจารณา ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m ที่ผ่านมาทุกประการ โดยจะมีความแตกต่างกันตรงขนาดเท่านั้น จึงไม่ขอนำเสนอในที่นี้ แต่ได้แสดงเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าวได้ดังรูป



รูปที่ 5.39 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 1



รูปที่ 5.40 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 2



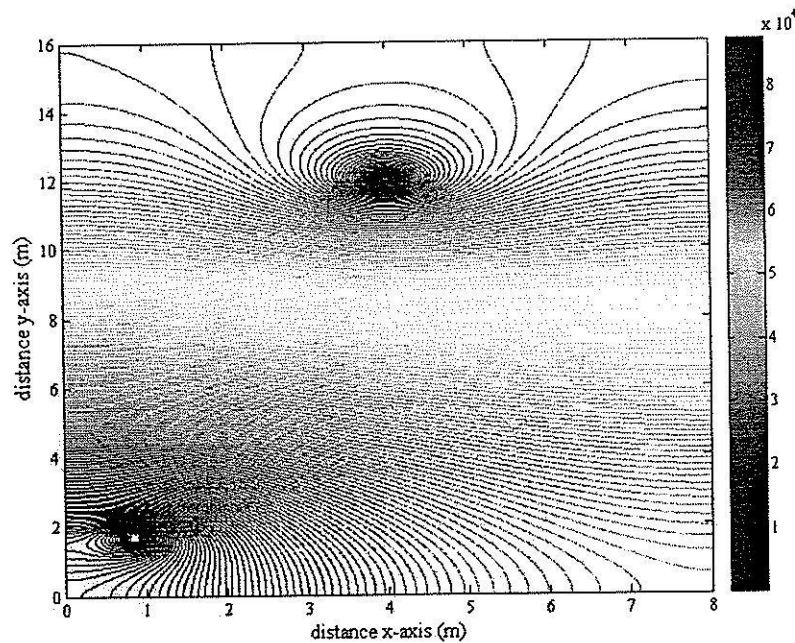
รูปที่ 5.41 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 3

5.5 ผลการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

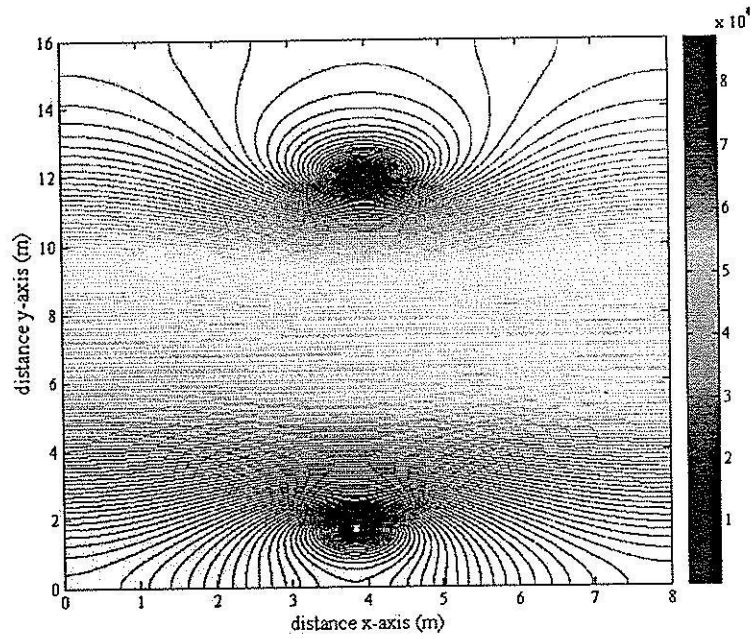
ในหัวข้อนี้เป็นการนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยจะทำการจำลองระบบสายส่งไฟฟ้าทั้งระบบ 1 เฟส และ 3 เฟส พร้อมทั้งทำการเลื่อนตำแหน่งของมนุษย์ ณ ขณะใช้งานโทรศัพท์มือถือ 3 ตำแหน่ง เหมือนในทำนองเดียวกับการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ผ่านมา เพื่อให้เห็นความแตกต่างของลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไป ซึ่งสามารถแสดงผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส และระบบไฟฟ้า 3 เฟสตามหัวข้อต่อไปนี้

5.5.1 ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส

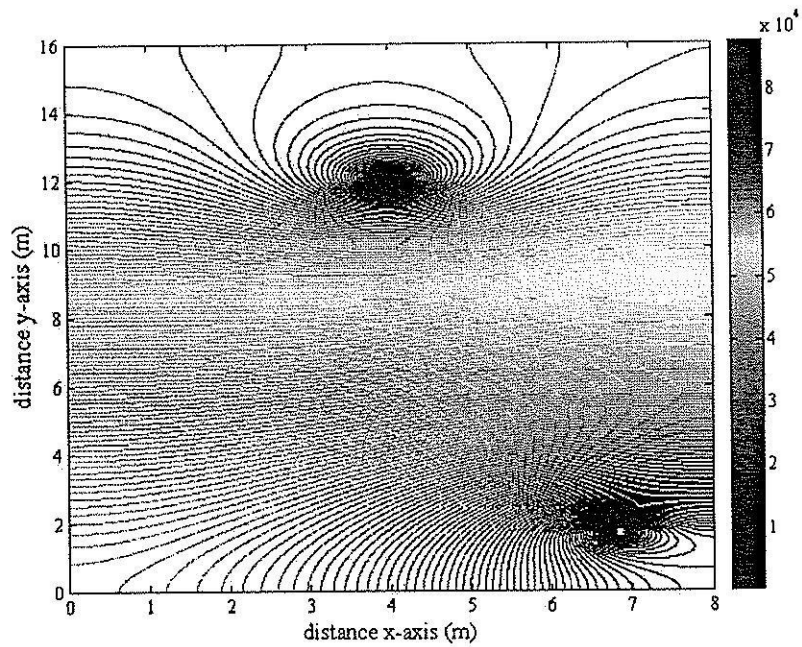
- ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV



รูปที่ 5.42 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV
เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 1$ m



รูปที่ 5.43 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV
เมื่อนมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 4$ m



รูปที่ 5.44 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV
เมื่อนมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 7$ m

5.5.2 ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล

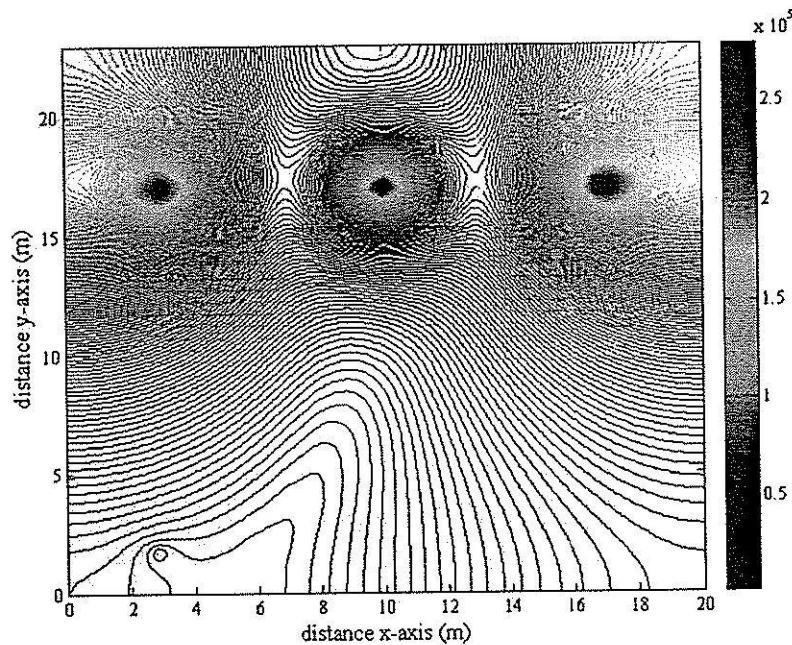
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ นั้น ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลออกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 120^\circ \text{ kV}$$

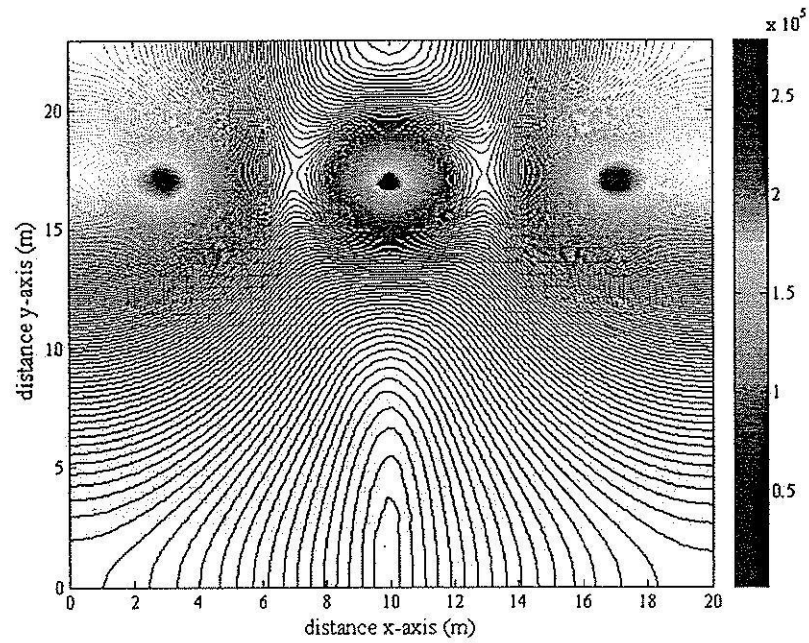
$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 0^\circ \text{ kV}$$

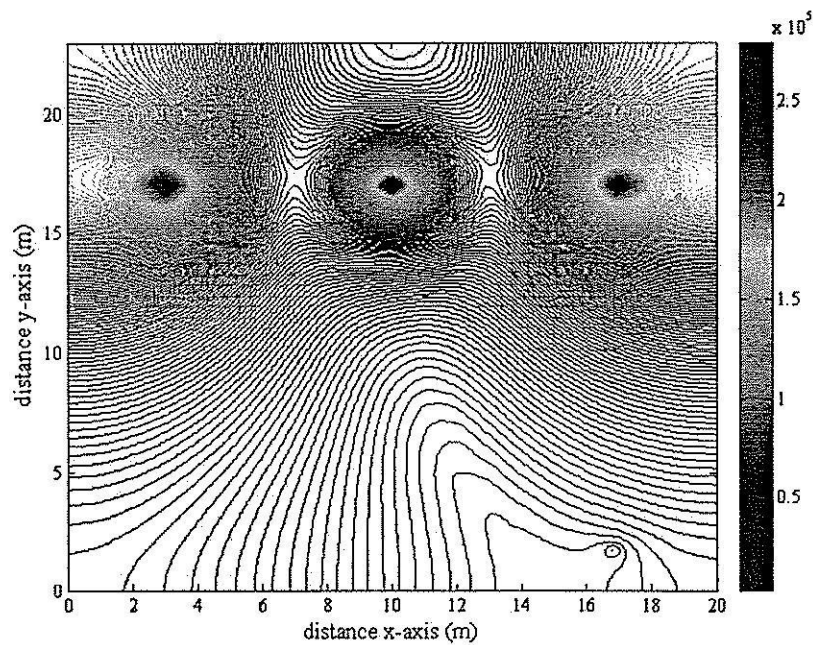
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะที่เหมือนกันในทุกกรณี แม้ว่าจะพิจารณาดำเน่งที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใดก็ตาม โดยได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 3 \text{ m}$, 10 m และ 17 m ตามลำดับ พร้อมทั้งแสดงการเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าว



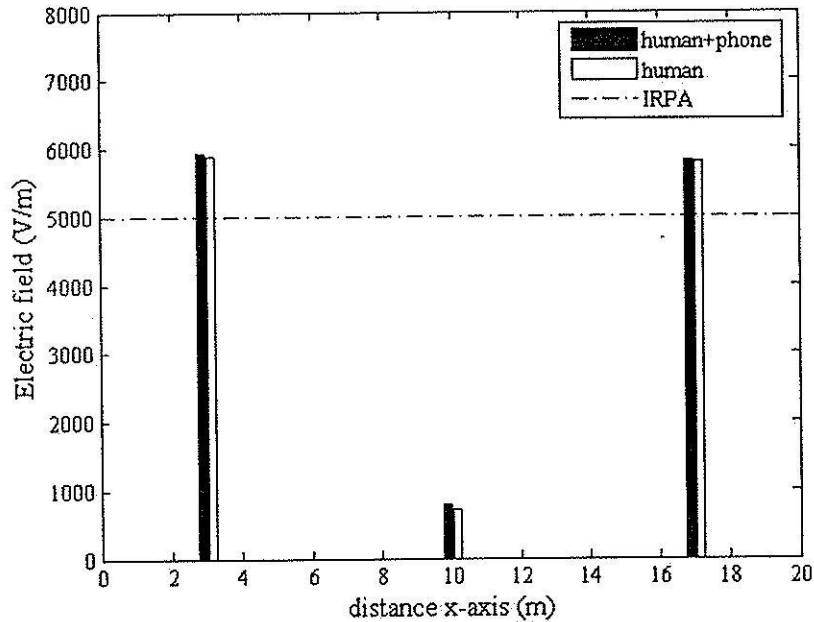
รูปที่ 5.45 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 3 \text{ m}$



รูปที่ 5.46 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m



รูปที่ 5.47 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m



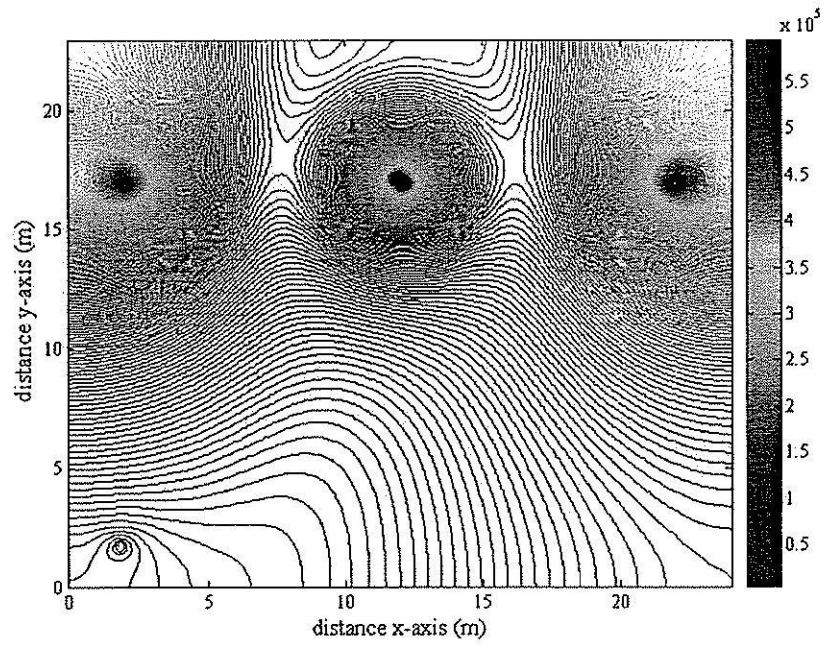
รูปที่ 5.48 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุขขนาด 230 kV ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV เมื่อมนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ นั้น ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุออกเป็น 3 กรณี คือ

เมื่อ $V_A = 500\angle 0^\circ$ kV $V_B = 500\angle -120^\circ$ kV $V_C = 500\angle 120^\circ$ kV

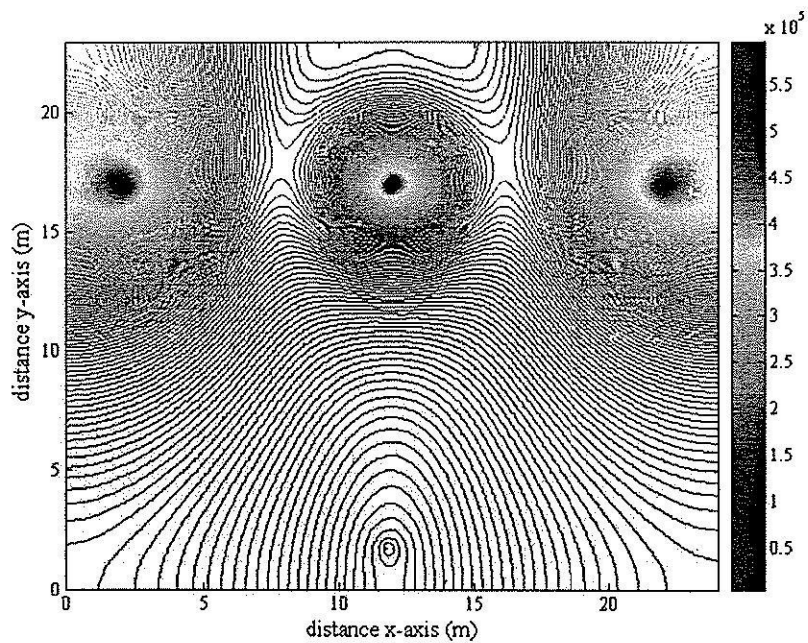
เมื่อ $V_A = 500\angle 120^\circ$ kV $V_B = 500\angle 0^\circ$ kV $V_C = 500\angle -120^\circ$ kV

เมื่อ $V_A = 500\angle -120^\circ$ kV $V_B = 500\angle 120^\circ$ kV $V_C = 500\angle 0^\circ$ kV

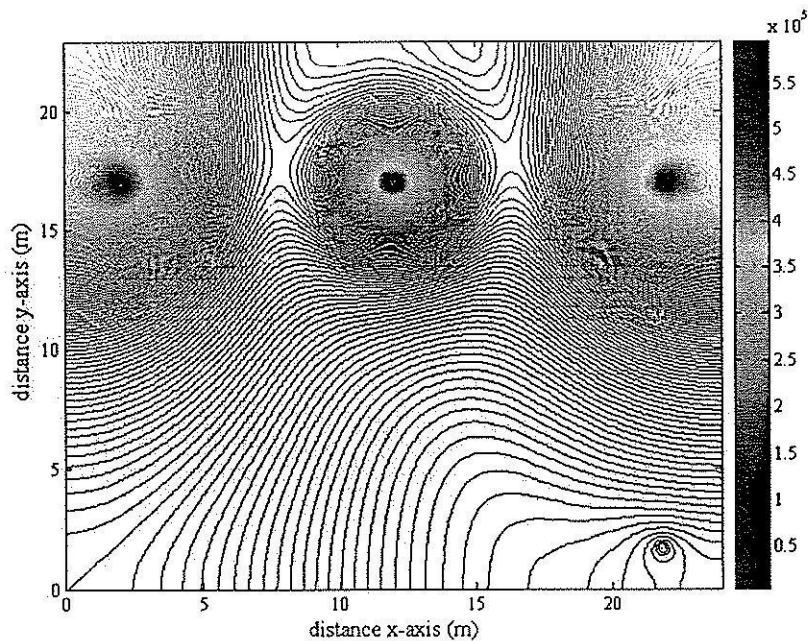
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะที่เหมือนกันในทุกกรณี แม้ว่าจะพิจารณาค่าแห่งที่มนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใดก็ตาม โดยได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 2$ m, 12 m และ 22 m ตามลำดับ พร้อมทั้งแสดงการเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าว



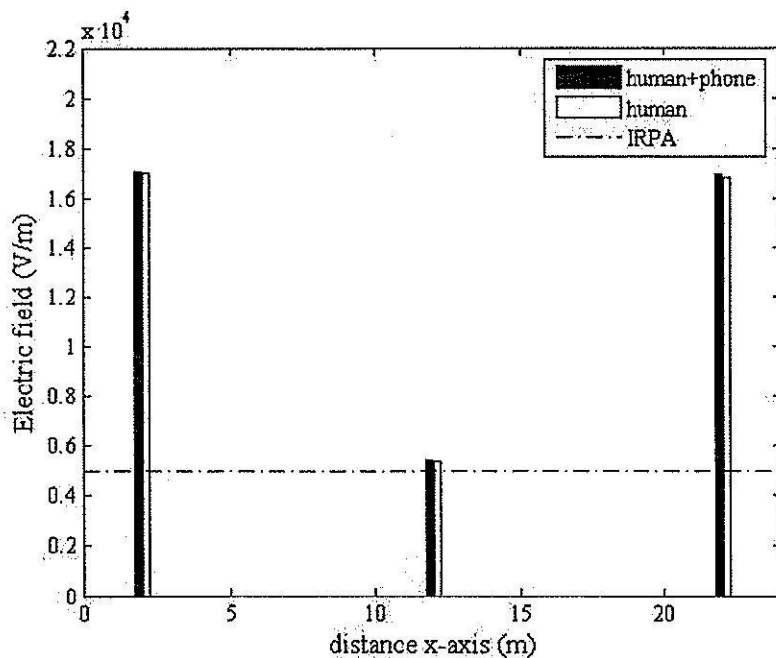
รูปที่ 5.49 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 2$ m



รูปที่ 5.50 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m



รูปที่ 5.51 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 500 kV ณ ตำแหน่ง $x = 22$ m



รูปที่ 5.52 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 500 kV

5.5.3 ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล

สำหรับระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุลจะเลือกพิจารณาเฉพาะขนาด 230 kV เท่านั้น โดยจะแบ่งการจำลองผลออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีขนาดไม่สมดุล กับ กรณีมุมเฟสไม่สมดุล ซึ่งแต่ละกรณีจะแยกการพิจารณาออกเป็น 3 แบบ เพื่อให้เห็นผลกระทบของสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไป อันเนื่องมาจากความไม่สมดุลที่เกิดจากขนาดและมุมเฟสของแรงดันภายในสายส่ง โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กรณีขนาดไม่สมดุล ($\pm 10\%$ ของขนาดเฟสอ้างอิง) ประกอบด้วยการพิจารณา 3 แบบ คือ

แบบที่ 1 เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV

แบบที่ 2 เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV

แบบที่ 3 เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV

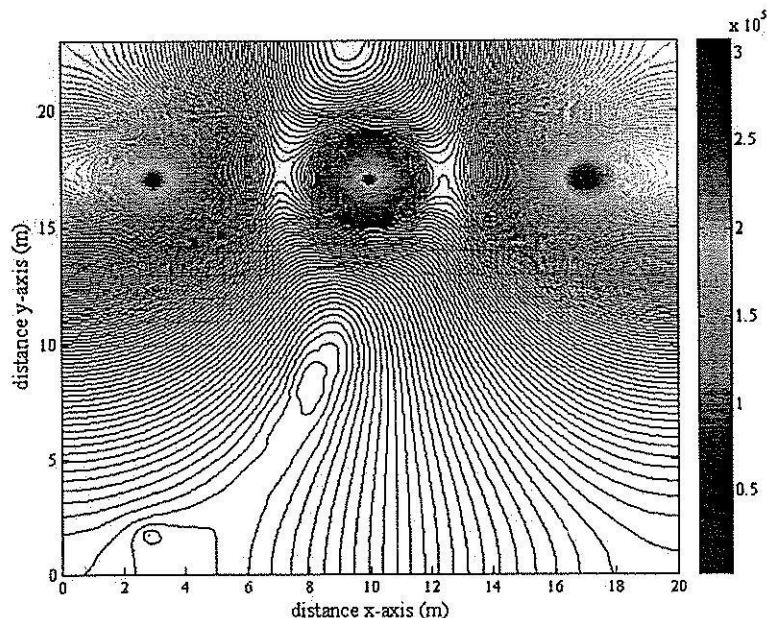
กรณีมุมเฟสไม่สมดุล ($\pm 30^\circ$ ของมุมเฟสอ้างอิง) ประกอบด้วยการพิจารณา 3 แบบ คือ

แบบที่ 1 เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -150^\circ$ kV $V_C = 230\angle 150^\circ$ kV

แบบที่ 2 เมื่อ $V_A = 230\angle 30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 90^\circ$ kV

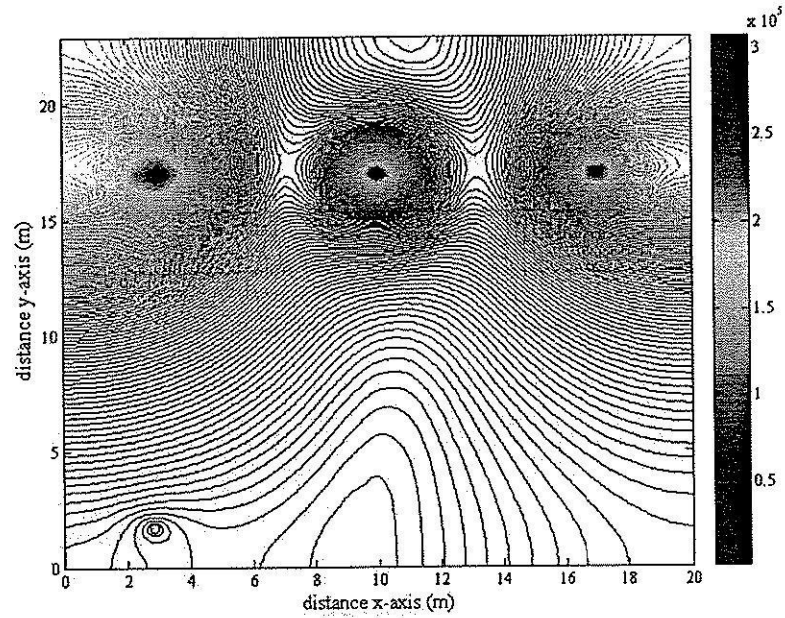
แบบที่ 3 เมื่อ $V_A = 230\angle -30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -90^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV

- กรณีขนาดไม่สมดุล ($\pm 10\%$ ของขนาดเฟสอ้างอิง)

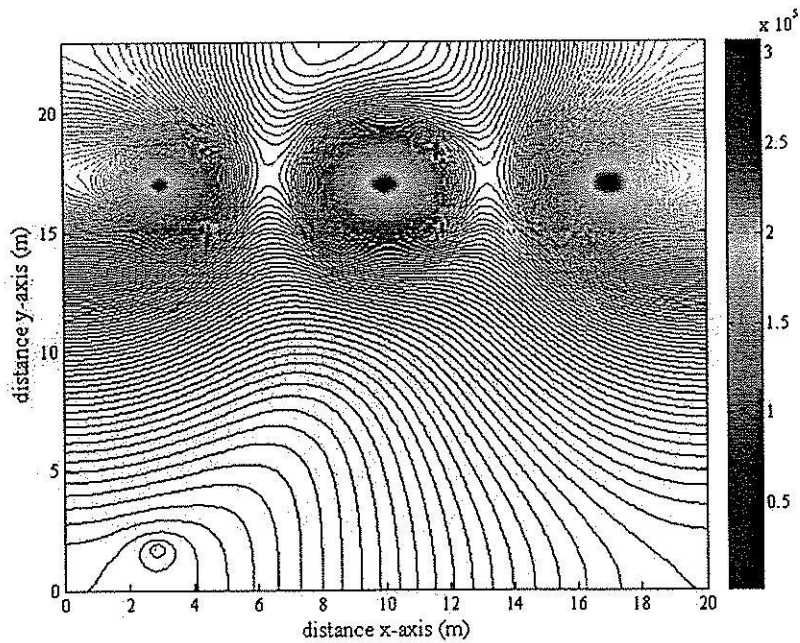


รูปที่ 5.53 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ

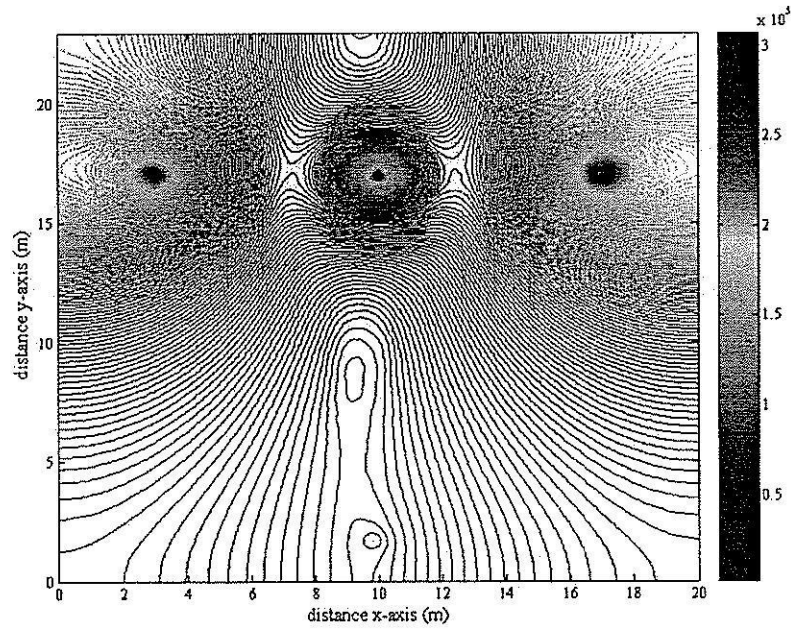
$$V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 207\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 253\angle 120^\circ \text{ kV ณ ตำแหน่ง } x=3 \text{ m}$$



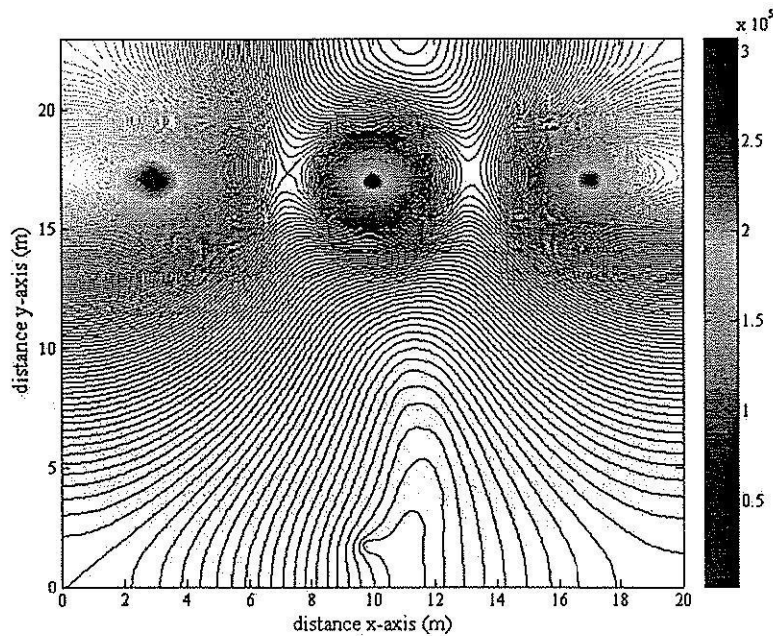
รูปที่ 5.54 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x=3$ m



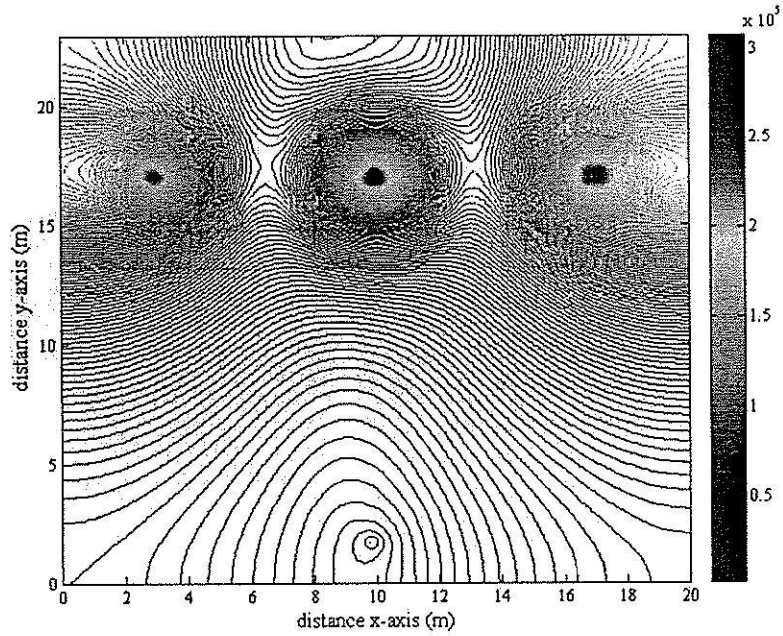
รูปที่ 5.55 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x=3$ m



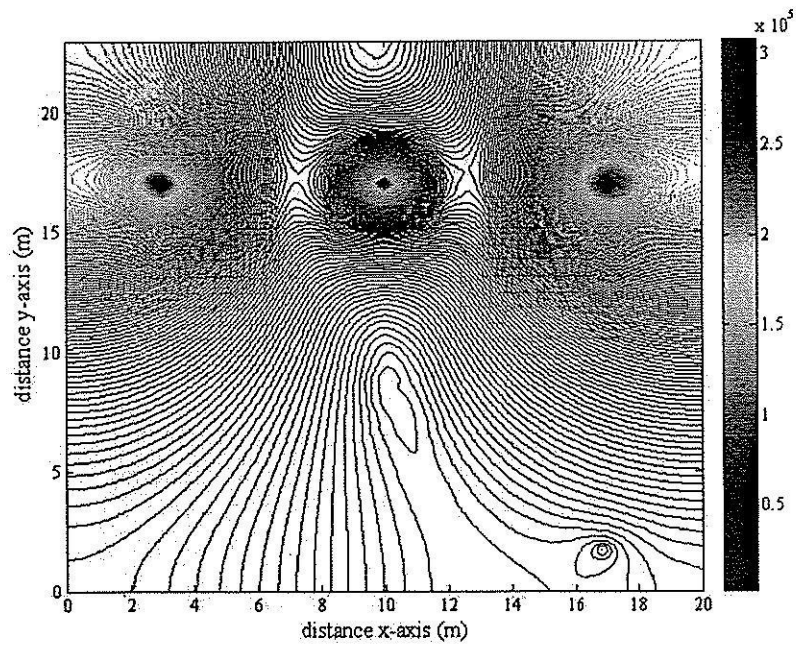
รูปที่ 5.56 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m



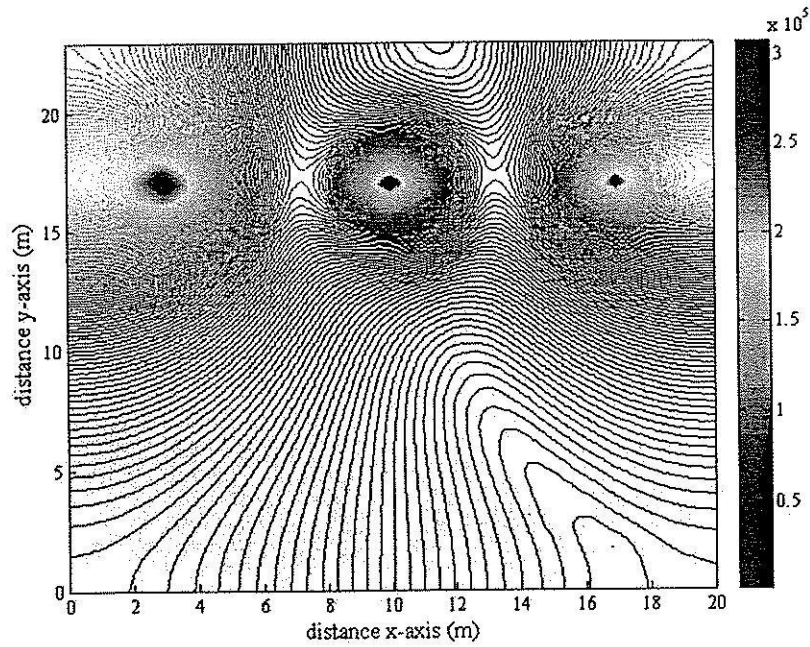
รูปที่ 5.57 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m



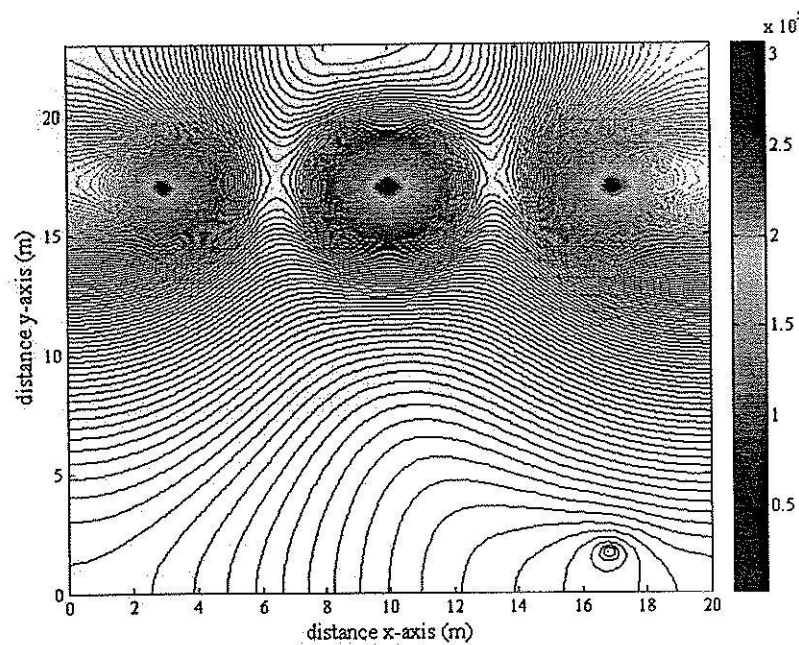
รูปที่ 5.58 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m



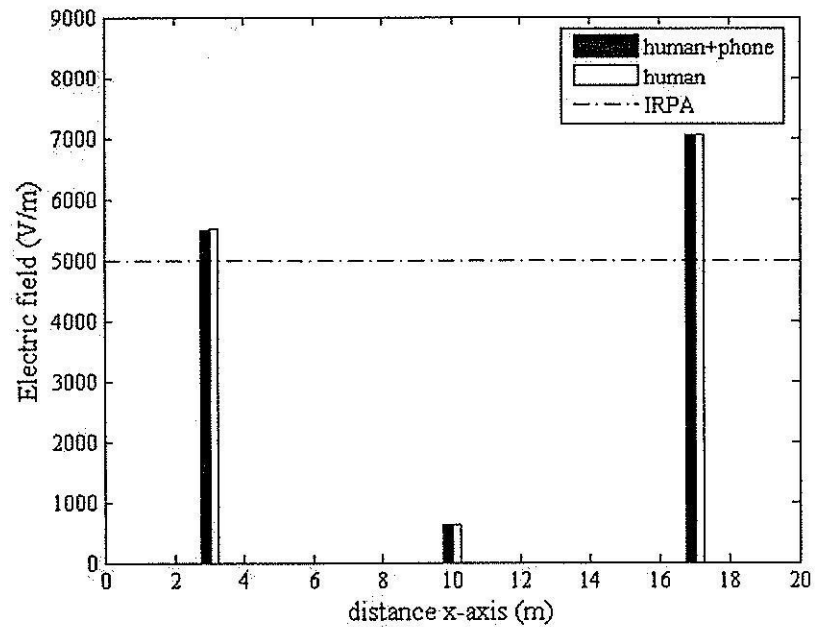
รูปที่ 5.59 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 207\angle -120^\circ$ kV $V_C = 253\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m



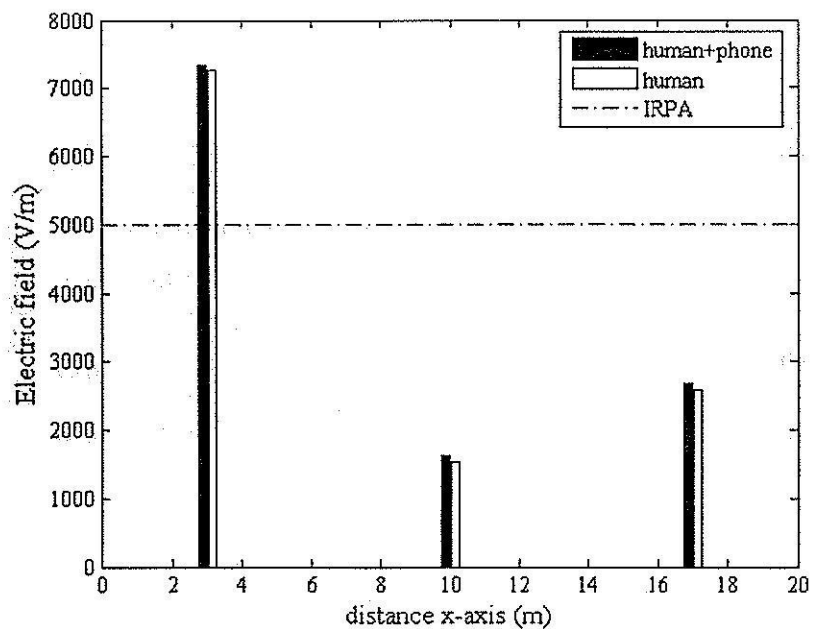
รูปที่ 5.60 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 253\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 207\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m



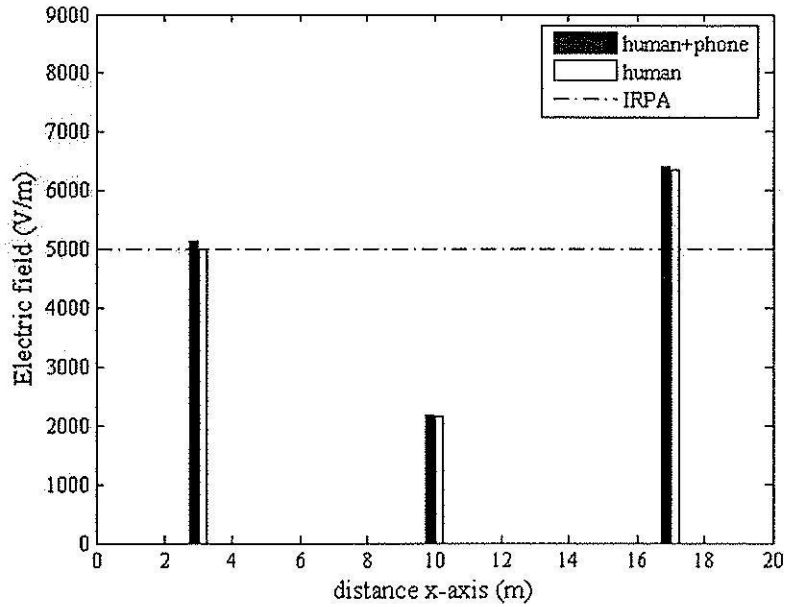
รูปที่ 5.61 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 207\angle 0^\circ$ kV $V_B = 253\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 17$ m



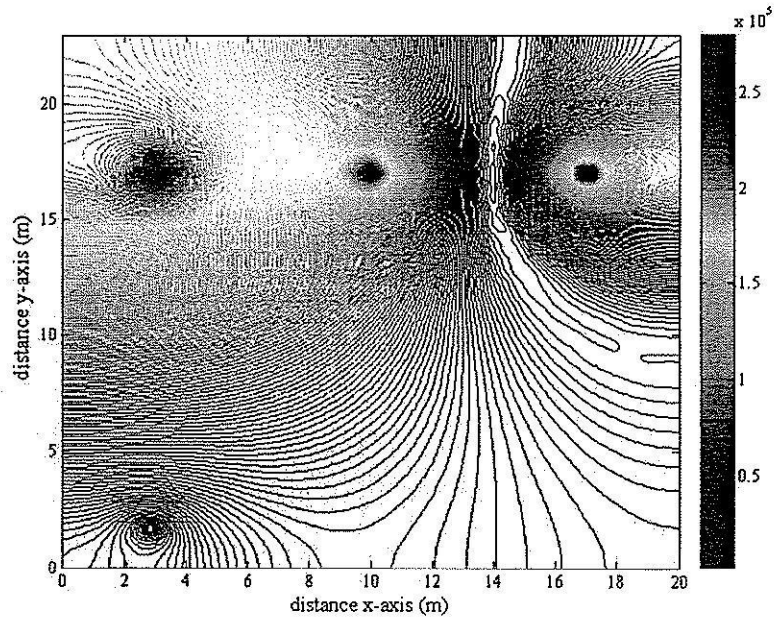
รูปที่ 5.62 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 1



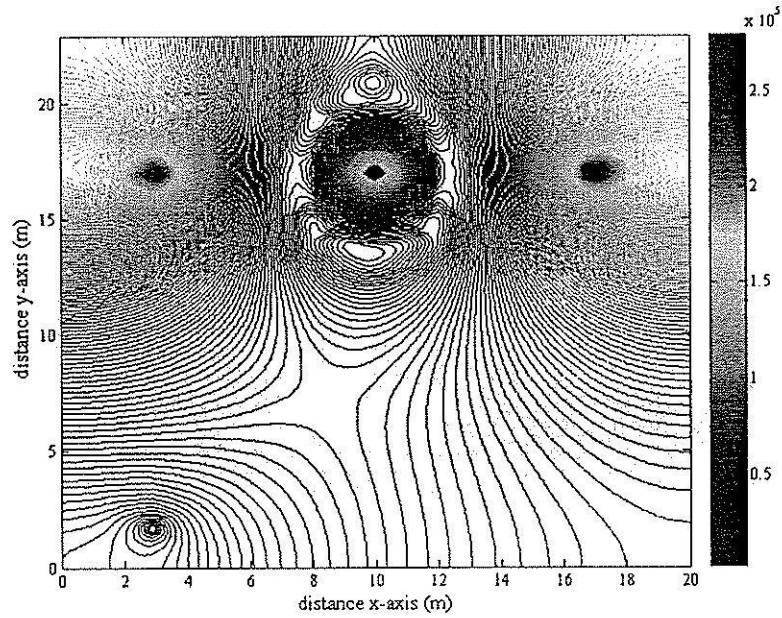
รูปที่ 5.63 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 2



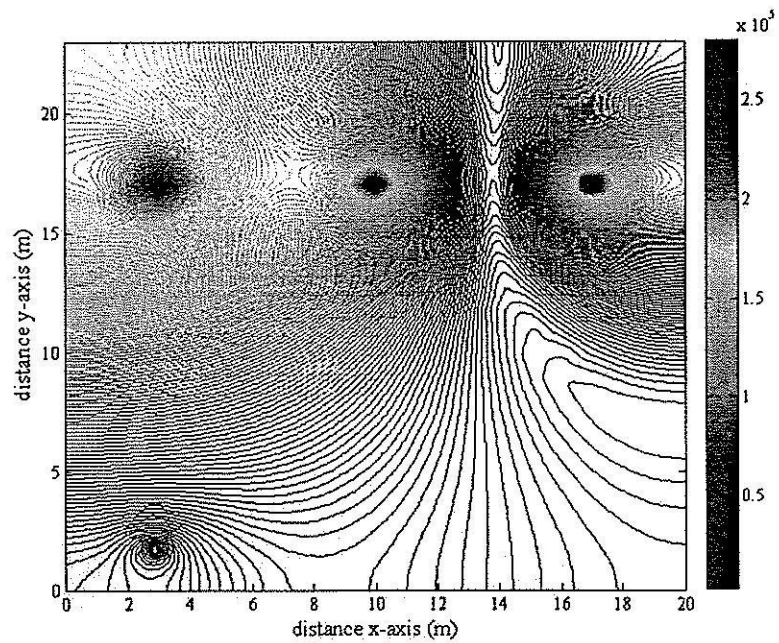
รูปที่ 5.64 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (ขนาด) 230 kV แบบที่ 3 - กรณีมุมเฟสไม่สมดุล ($\pm 30^\circ$ ของมุมเฟสอ้างอิง)



รูปที่ 5.65 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -150^\circ$ kV $V_C = 230\angle 150^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m

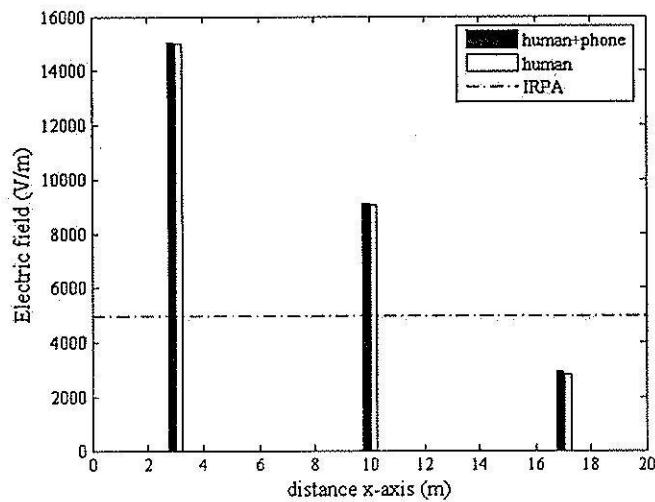


รูปที่ 5.66 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle 30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 90^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m

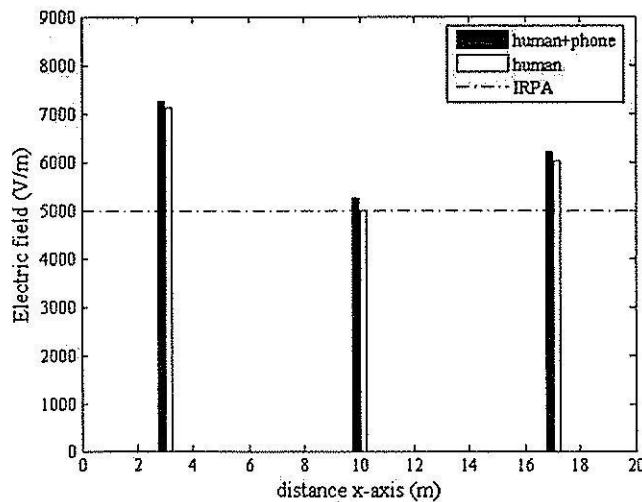


รูปที่ 5.67 การกระจายค่าสนามไฟฟ้า (V/m) ของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อ $V_A = 230\angle -30^\circ$ kV $V_B = 230\angle -90^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m

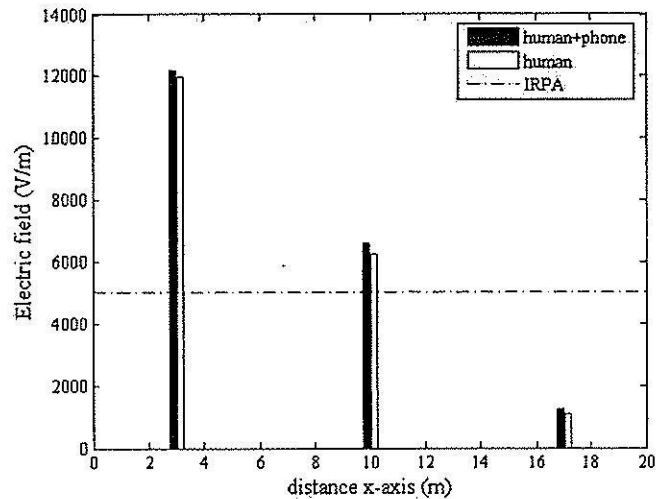
ส่วนการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่ง $x = 10$ m และ 17 m จะมีลักษณะการกระจายตัวคล้ายกันกับ เมื่อพิจารณา ณ ตำแหน่ง $x = 3$ m ที่ผ่านมาทุกประการ โดยจะมีความแตกต่างกันตรงขนาดเท่านั้น จึงไม่ขอนำเสนอในที่นี้ แต่ได้แสดงเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าบริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งดังกล่าวได้ดังรูป



รูปที่ 5.68 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 1



รูปที่ 5.69 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 2



รูปที่ 5.70 เปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า (V/m) บริเวณศีรษะมนุษย์จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือ

ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล (เฟส) 230 kV แบบที่ 3

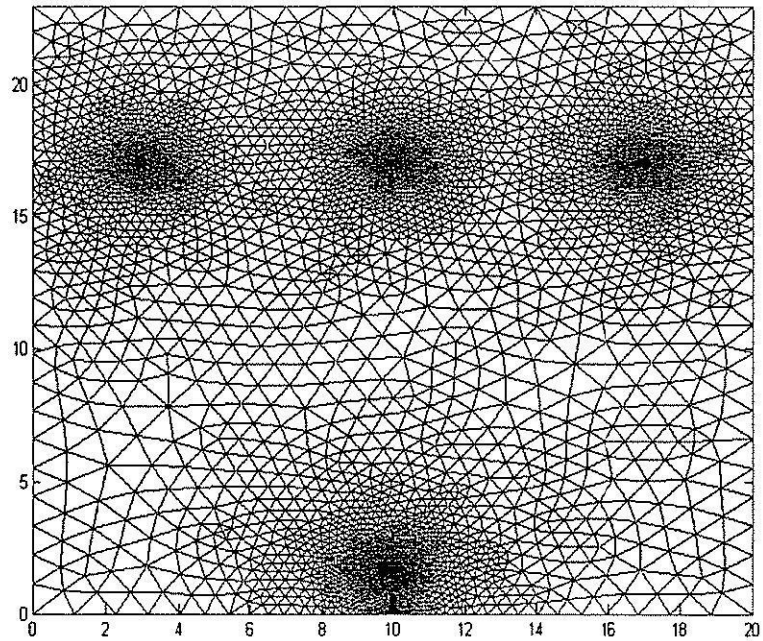
เมื่อสังเกตการณ์เปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ จะเห็นว่าภาพลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้า และกราฟเส้นคอนทัวร์จากระเบียบวิธีทั้งสองภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟสขนาดต่าง ๆ มีลักษณะใกล้เคียงกัน และเกือบเหมือนกันทุกภาพการจำลอง ซึ่งสอดคล้องเป็นไปในทำนองเดียวกันตามทฤษฎี

5.6 เปรียบเทียบผลการจำลองแบบ 2 มิติกับโปรแกรมสำเร็จรูป

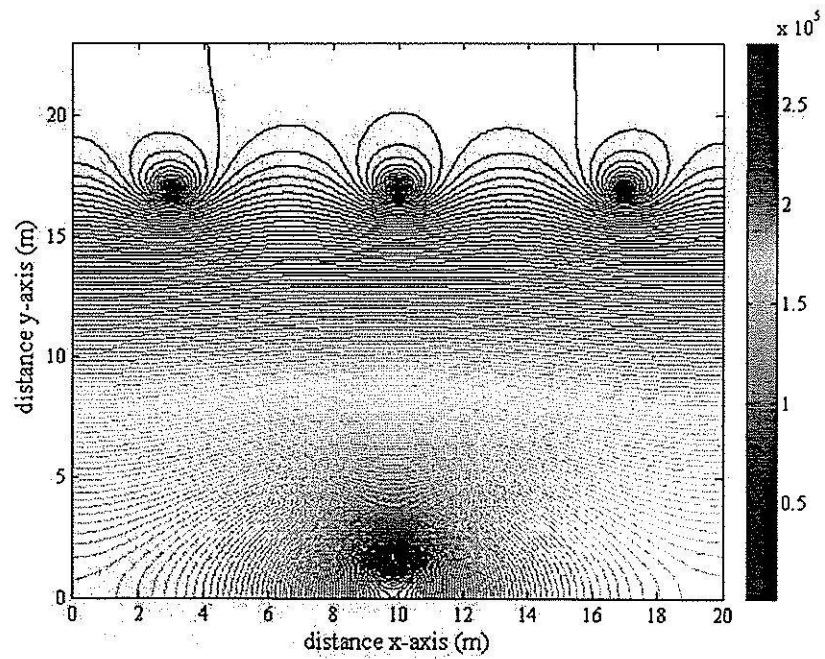
เพื่อยืนยันความถูกต้องของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นทั้งสองวิธี คือ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ จะทำการเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้ากับโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL โดยจะขอยกตัวอย่างอย่างง่ายเพื่อเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าด้วยระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV จากโปรแกรม PDETOOL สามารถกำหนดค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของระบบได้ดังนี้ (การเปรียบเทียบผลในครั้งนี้ จะพิจารณาเฉพาะขนาดแรงดันของสายส่ง ส่วนมุมเฟสจะไม่นำมาพิจารณา ทั้งนี้เพราะ โปรแกรม PDETOOL มีข้อจำกัดในส่วนของจำนวนเชิงซ้อน)

ตารางที่ 5.2 กำหนดค่าพารามิเตอร์สำหรับโปรแกรม PDETOOL

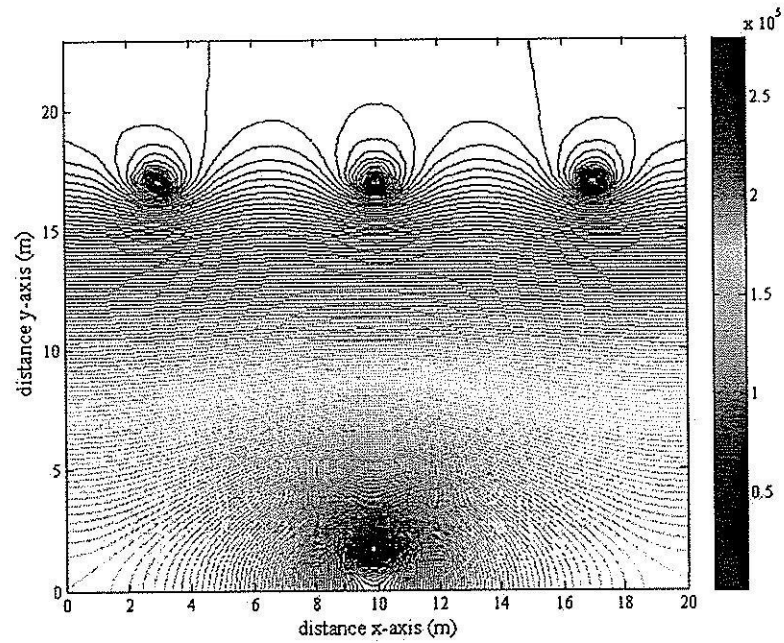
ตัวนำในสายส่ง 230 kV	
พารามิเตอร์	ค่า
ค่าสนามไฟฟ้าในตัวนำที่ 1 (E_1)	2.8203×10^5 V/m
ค่าสนามไฟฟ้าในตัวนำที่ 2 (E_2)	2.8203×10^5 V/m
ค่าสนามไฟฟ้าในตัวนำที่ 3 (E_3)	2.8203×10^5 V/m
ความถี่ (f)	50 Hz
รัศมีตัวนำ (r)	0.01 m
อากาศ	
พารามิเตอร์	ค่า
สภาพขบซึมได้ทางแม่เหล็กในสุญญากาศ(μ_0)	$4 \pi \times 10^{-7}$ H/m
สภาพขบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ในอากาศ (μ_r)	1.00000037
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าในสุญญากาศ (ϵ_0)	8.854×10^{-12} F/m
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ในอากาศ (ϵ_r)	1
มนุษย์	
พารามิเตอร์	ค่า
สภาพขบซึมได้ทางแม่เหล็กในสุญญากาศ(μ_0)	$4 \pi \times 10^{-7}$ H/m
สภาพขบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ในมนุษย์(μ_r)	1.00000037
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าในสุญญากาศ (ϵ_0)	8.854×10^{-12} F/m
สภาพยอมได้ทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ในมนุษย์ (ϵ_r)	5
โทรศัพท์มือถือ	
พารามิเตอร์	ค่า
บริเวณขอบบนซ้ายของตัวเครื่อง (P_1)	45.5 V/m
บริเวณขอบบนขวาของตัวเครื่อง (P_2)	45.5 V/m
บริเวณขอบด้านซ้ายของตัวเครื่อง (P_3)	33.5 V/m
บริเวณขอบด้านขวาของตัวเครื่อง (P_4)	48.2 V/m
บริเวณขอบล่างซ้ายของตัวเครื่อง (P_5)	48.5 V/m
บริเวณขอบล่างขวาของตัวเครื่อง (P_6)	48.5 V/m



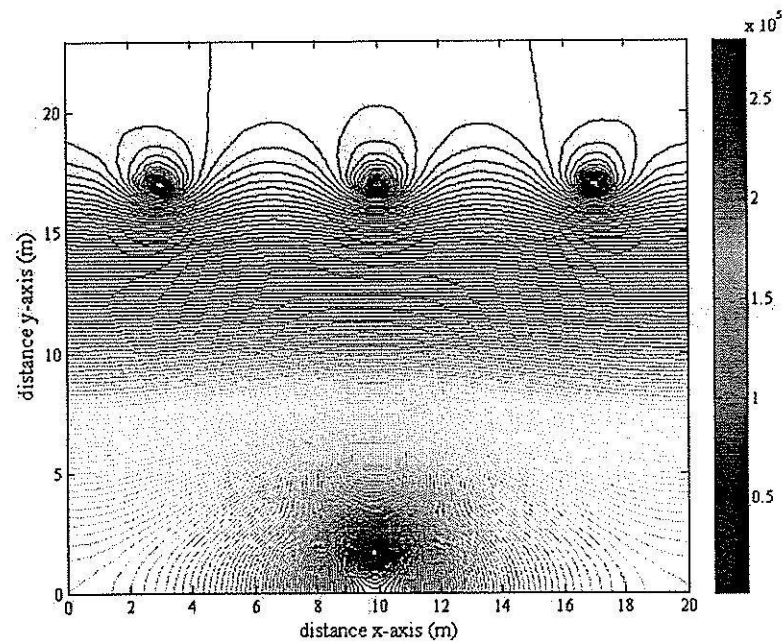
รูปที่ 5.71 การออกแบบกริดด้วย PDETOOL ของระบบสายส่งไฟฟ้าขนาด 230 kV



รูปที่ 5.72 การกระจายสนามไฟฟ้าที่กระจายรอบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV
ด้วย PDETOOL



รูปที่ 5.73 การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์



รูปที่ 5.74 การกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

หลังการออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 230 kV ด้วยโปรแกรม PDETOOL จะสามารถออกแบบได้ดังรูปที่ 5.108 จากนั้นทำการหาค่าผลเฉลยที่ได้จาก PDETOOL และนำค่าผลเฉลยที่ได้มาวาดกราฟใหม่ในโปรแกรม MATLAB™ โดยรูปที่ 5.109 คือ กราฟการกระจายค่าสนามไฟฟ้ารอบสายส่ง และสามารถแสดงผลเฉลยดังกล่าวด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์กับระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ได้ดังรูปที่ 5.110 และรูปที่ 5.111 ตามลำดับ

จะสังเกตเห็นว่าผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ของโปรแกรม PDETOOL จะมีผลเฉลยใกล้เคียงกันกับระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ และเพื่อให้เห็นถึงความถูกต้องในการคำนวณมากยิ่งขึ้น จึงทำการเปรียบเทียบคำตอบระหว่างโนดต่อโนดของแต่ละวิธี โดยอาศัยตำแหน่งพิกัดคำตอบของระเบียบไฟไนต์อีลิเมนต์เป็นหลักในการอ้างอิง (847 โหนด) ซึ่งสามารถสรุปขั้นตอนการดำเนินการได้ดังนี้

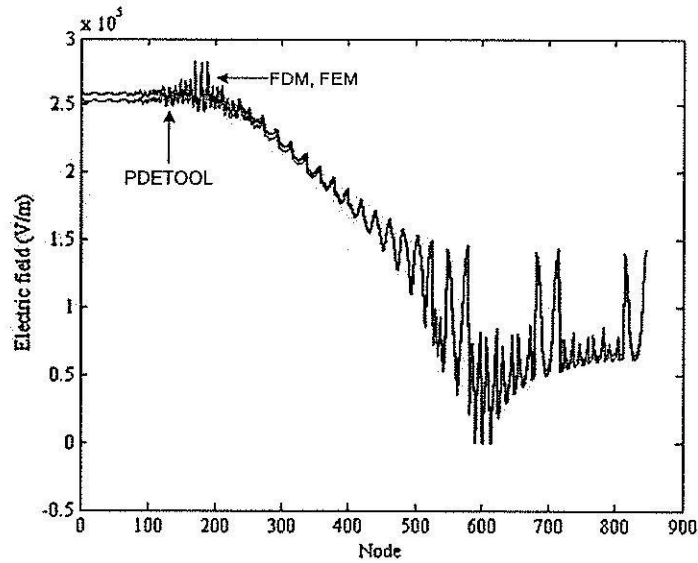
ดำเนินการที่ PDETOOL:

1. สร้างระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV
2. เก็บค่าผลเฉลยจาก PDETOOL และค่าตำแหน่งพิกัดของแต่ละโนด
3. ใช้คำสั่ง `griddata` ของโปรแกรม MATLAB™ ในการหาค่าตอบตามโนดอ้างอิงของระบบตามระเบียบไฟไนต์อีลิเมนต์ โดยอาศัยข้อมูลในการคำนวณจากขั้นตอนที่ 2

ดำเนินการที่ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์:

4. สร้างระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV
5. เก็บค่าผลเฉลยจาก ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และค่าตำแหน่งพิกัดของแต่ละโนด
6. ใช้คำสั่ง `griddata` ของโปรแกรม MATLAB™ ในการหาค่าตอบตามโนดอ้างอิงของระบบตามระเบียบไฟไนต์อีลิเมนต์โดยใช้ข้อมูลในการคำนวณจากขั้นตอนที่ 5
7. เปรียบเทียบคำตอบ โหนดต่อโนดระหว่างผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระเบียบวิธีทั้งสอง คือ ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และ ระเบียบไฟไนต์อีลิเมนต์ กับ โปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL

จากวิธีดำเนินการตามขั้นตอนดังกล่าวสามารถเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และ ระเบียบไฟไนต์อีลิเมนต์ กับ โปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL ซึ่งสามารถแสดงได้ตามรูปที่ 5.112 โดยรูปดังกล่าวจะเปรียบเทียบคำตอบแบบ โหนดต่อ โหนดทั้งหมดภายใต้ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV



รูปที่ 5.75 ค่าตอบ โหนดต่อ โหนดภายในช่วง โหนด 1-847

ตารางที่ 5.3 ระดับสูงสุดของสนามไฟฟ้าที่มนุษย์สามารถสัมผัสได้อย่างปลอดภัย

สถานที่	ค่าสนามไฟฟ้า (E) (kV/m)
สถานประกอบการ	
- ตลอดชั่วโมงการทำงาน	10
- ช่วงเวลาสั้น	30
สาธารณะ	
- ตลอด 24 ชั่วโมง	5
- 2-3 ชั่วโมง	10

เมื่อสังเกตการเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบไฟไนต์อีลิเมนต์ กับ โปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL จะเห็นว่าเส้นกราฟจากระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบไฟไนต์อีลิเมนต์มีลักษณะใกล้เคียงกันมากและเกือบทับกันพอดีตลอดทุกช่วงโหนดดังปรากฏในรูปที่ 5.112 ในขณะที่ผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าจากโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL จะมีลักษณะเส้นกราฟในทำนองเดียวกับระเบียบวิธีทั้งสองเช่นกัน แต่จะให้ผลเฉลยที่แตกต่างบ้างในบางช่วงคำตอบ โดยสาเหตุความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นอาจมาจากการกำหนดค่ารัศมีตัวนำของสายส่งภายใน โปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL เพราะเนื่องจากการคำนวณด้วยระเบียบวิธี

ไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และ ระเบียบไฟไนต์อิลิเมนต์จะกำหนดให้ตัวนำมีลักษณะเป็นจุด ในขณะที่โปรแกรม PDETOOL ไม่สามารถกำหนดให้ตัวนำเป็นจุดได้ จะต้องทำการป้อนค่ารัศมีตัวนำทุกครั้งที่ทำกรคำนวณ จึงเป็นสาเหตุให้เกิดความแตกต่างของผลเฉลยที่ได้

จากมาตรฐานขององค์กร International Radiation Protection Association (IRPA) ได้ระบุข้อกำหนดระดับค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดที่มนุษย์สามารถสัมผัสได้อย่างปลอดภัยดังตารางที่ 5.3 จากข้อกำหนดดังกล่าวจะใช้เป็นเกณฑ์ในการตรวจสอบระยะห่างของมนุษย์จากสายส่งที่เหมาะสม โดยดูจากค่าสนามไฟฟ้าที่ปลอดภัยสำหรับมนุษย์ ในที่นี้จะเลือกใช้ระดับสูงสุดของสนามไฟฟ้าที่มนุษย์สัมผัสได้อย่างปลอดภัยเท่ากับ 5 kV/m (สาธารณะ) เพราะเนื่องจากระบบที่ศึกษาเปรียบเสมือนบริเวณพื้นที่โล่งที่มีผู้คนผ่านไปมาอยู่ตลอดเวลา รวมถึงการใช้งานโทรศัพท์มือถือสื่อสารในบริเวณดังกล่าวด้วย จากผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าทั้งหมดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV และ 500 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมมูลขนาด 230 kV จะเห็นว่าภายในระบบไฟฟ้า 1 เฟส จะมีค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดไม่เกิน 5 kV/m ด้วยเหตุนี้การใช้งานโทรศัพท์มือถือในบริเวณระบบดังกล่าวจึงไม่ก่อให้เกิดอันตรายแก่มนุษย์ที่ใช้งานโทรศัพท์มือถือในบริเวณนั้น ในขณะที่ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูล และ 3 เฟสไม่สมมูลจะมีปริมาณค่าสนามไฟฟ้าเกิน 5 kV/m โดยเฉพาะอย่างยิ่งระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลและ 3 เฟสไม่สมมูลขนาด 230 kV และ 500 kV ที่มีค่าสนามไฟฟ้าสูงถึง 2.5×10^5 V/m และ 5.5×10^6 V/m ตามลำดับ ซึ่งอาจก่อให้เกิดอันตรายอย่างยิ่งต่อมนุษย์ที่ใช้งานโทรศัพท์มือถือในขณะที่เข้าใกล้บริเวณระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูล นอกจากนี้การลดหย่อนของสายส่งไฟฟ้าแรงสูงก็เป็นสาเหตุสำคัญสาเหตุหนึ่งที่สามารถก่อให้เกิดอันตรายต่อมนุษย์ผู้ใช้โทรศัพท์มือถือได้เช่นกัน

5.7 สรุป

บทที่ 5 เป็นการจำลองผลเพื่อศึกษาถึงผลกระทบค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้น จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือของมนุษย์ภายใต้บริเวณสายส่งไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และ ระเบียบไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 2 มิติ จากการจำลองผลของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 220 V 22 kV และ 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 69 kV 115 kV 230 kV และ 500 kV และระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมมูล จะได้ผลเฉลยไปในทิศทางเดียวกัน และมีค่าใกล้เคียงกัน ทั้งสองระเบียบวิธี โดยสามารถตรวจสอบความถูกต้องด้วย โปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL ที่มีความเชื่อถือได้ ซึ่งให้ผลเฉลยสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกันกับระเบียบวิธีทั้งสอง นอกจากนี้ยังสามารถระบุระบบที่มีความเสี่ยงต่อความปลอดภัยจากการใช้งาน โทรศัพท์มือถือของมนุษย์ภายใต้บริเวณสายส่งได้ตามมาตรฐานของ IRPA

บทที่ 6

การจำลองสนามไฟฟ้าของสายส่งโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ

6.1 บทนำ

บทที่ 3 และ บทที่ 4 เป็นการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ตามลำดับ ซึ่งทั้ง 2 บทเป็นการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติ สำหรับบทที่ 6 จะเป็นบทที่นำเสนอการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติ เพื่อให้เห็นลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าที่สอดคล้องกับเหตุการณ์จริงมากยิ่งขึ้น โดยการวิเคราะห์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติของระบบสายส่ง จะอาศัยโปรแกรมสำเร็จรูป COMSOL™ Multiphysics Version 3.4 ในการหาผลเฉลยของระบบไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV กับระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV และ 500 kV ซึ่งโปรแกรมสำเร็จรูปดังกล่าวเป็น โปรแกรมที่ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการหาผลเฉลย

6.2 การกำหนดพารามิเตอร์และเงื่อนไขขอบเขต

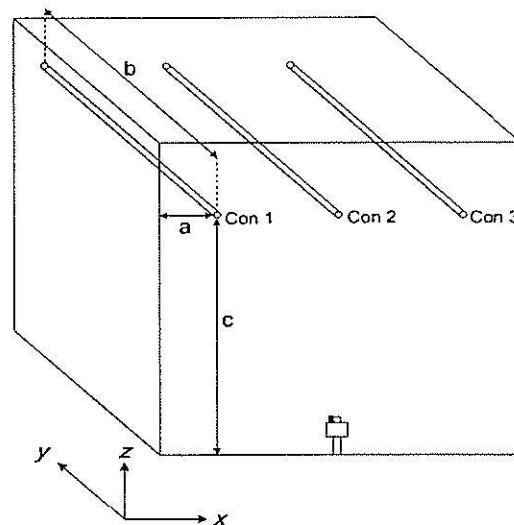
การกำหนดค่าพารามิเตอร์ของโปรแกรมสำเร็จรูป COMSOL™ Multiphysics Version 3.4 ให้กับระบบสายส่งจะประกอบไปด้วย 2 ส่วนประกอบหลัก ๆ คือ พารามิเตอร์การขึ้นรูปโครงสร้างของระบบขนาดต่าง ๆ และค่าพารามิเตอร์ที่แสดงคุณสมบัติทางไฟฟ้า ซึ่งได้แก่ ค่าสนามไฟฟ้าภายในตัวนำสายส่ง ค่าสนามไฟฟ้าของโทรศัพท์มือถือ ค่าสภาพซาบซึมทางแม่เหล็ก และค่าสภาพยอมทางไฟฟ้า เป็นต้น เพื่อใช้ในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ที่เคยกล่าวไปแล้วในบทก่อนหน้านี้ ดังนั้นในหัวข้อนี้จะกล่าวเฉพาะรายละเอียดการกำหนดพารามิเตอร์สำหรับการขึ้นรูปโครงสร้างของระบบขนาดต่าง ๆ เท่านั้น โดยสามารถแสดงค่าพารามิเตอร์ได้ดังตารางที่ 6.1 - 6.2 และสามารถพิจารณาภาพประกอบตามรูปที่ 6.1

ตารางที่ 6.1 การกำหนดค่าพารามิเตอร์โครงสร้างของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ

ระบบไฟฟ้า 1 เฟส	มิติของพื้นที่ศึกษา (m)		
	แกน x	แกน y	แกน z
69 kV	15	15	20

ตารางที่ 6.1 การกำหนดค่าพารามิเตอร์โครงสร้างของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ (ต่อ)

ระบบไฟฟ้า 3 เฟส	มิติของพื้นที่ศึกษา (m)		
	แกน x	แกน y	แกน z
69 kV	15	15	15
115 kV	20	20	20
230 kV	20	20	23
500 kV	25	25	25
มนุษย์	มิติของพื้นที่ศึกษา (m)		
	แกน x	แกน y	แกน z
ส่วนที่ 1	0.2	0.2	1.8
ส่วนที่ 2	0.6	0.2	0.6
โทรศัพท์มือถือ	มิติของพื้นที่ศึกษา (m)		
	แกน x	แกน y	แกน z
ส่วนที่ 1	0.1	0.2	0.2



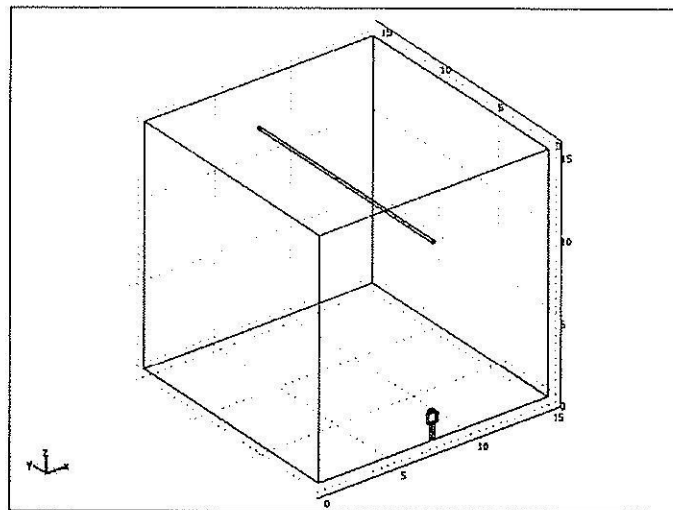
รูปที่ 6.1 ลักษณะการกำหนดค่าพารามิเตอร์โครงสร้างของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ

ตารางที่ 6.2 ค่าพารามิเตอร์การวางตำแหน่งตัวนำของระบบไฟฟ้าแบบ 3 มิติ

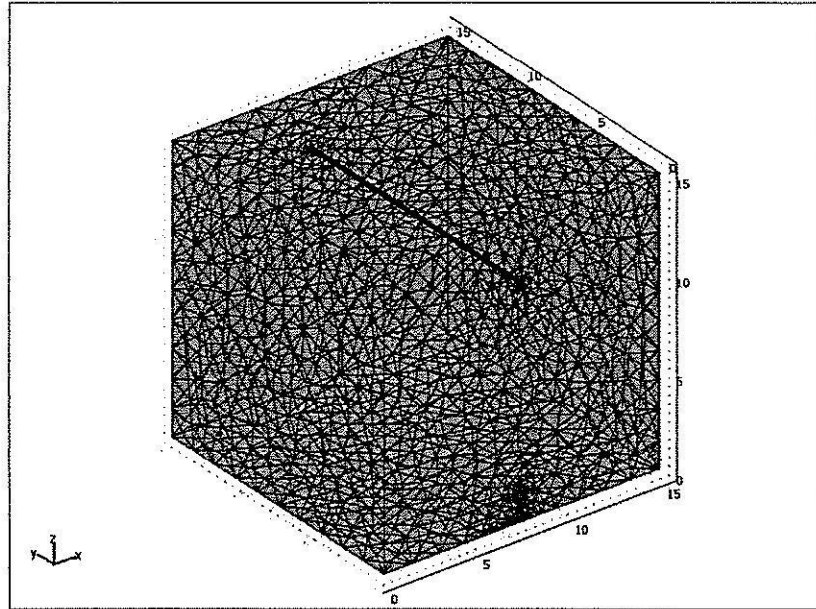
ระบบไฟฟ้า 1 เฟส			
ตัวนำ	ตำแหน่งการวางตัวนำ (m)		
	a	b	c
69 kV	7.5	15	12
ระบบไฟฟ้า 3 เฟส			
230 kV	ตำแหน่งการวางตัวนำ (m)		
	a	b	c
ตัวนำที่ 1	3	20	17
ตัวนำที่ 2	10	20	17
ตัวนำที่ 3	17	20	17
500 kV	ตำแหน่งการวางตัวนำ (m)		
	a	b	c
ตัวนำที่ 1	2.5	25	20
ตัวนำที่ 2	12.5	25	20
ตัวนำที่ 3	22.5	25	20

6.3 ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส

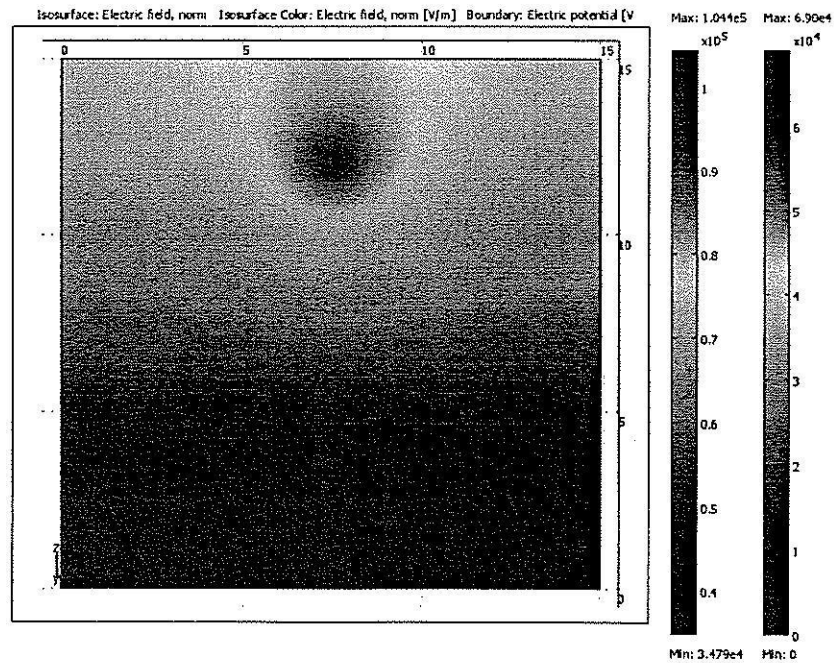
- ระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV



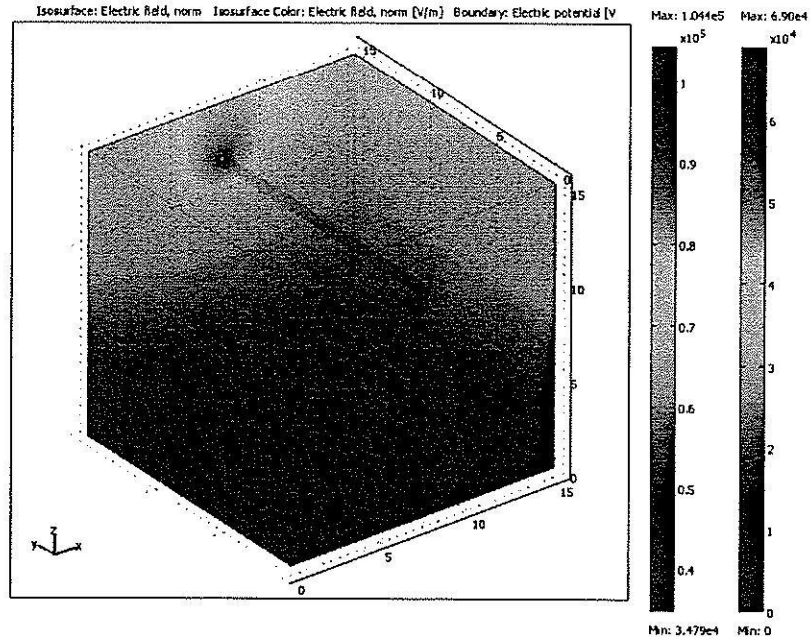
รูปที่ 6.2 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ($x = 7.5$ m)



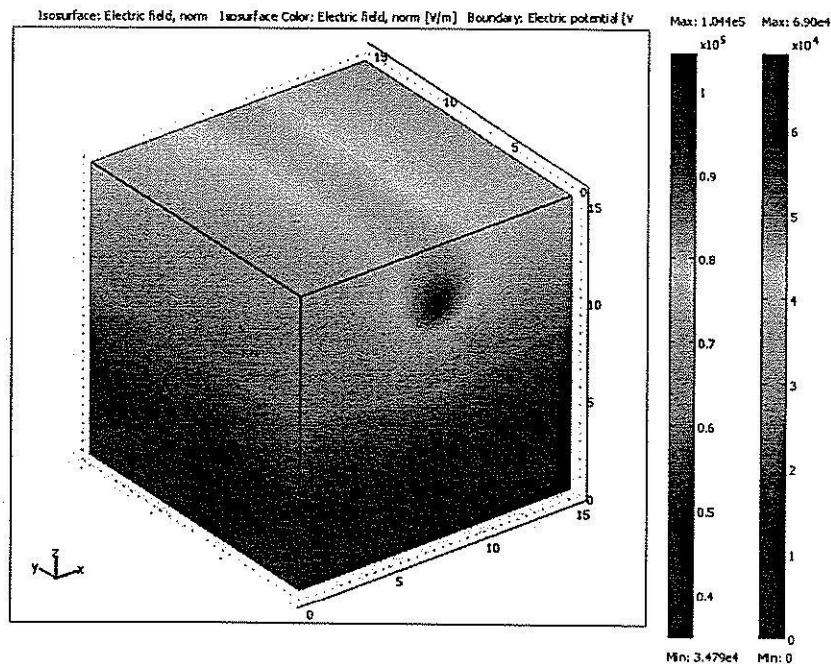
รูปที่ 6.3 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ($x = 7.5$ m)



รูปที่ 6.4 คอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ($x = 7.5$ m)



รูปที่ 6.5 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV (x = 7.5 m)



รูปที่ 6.6 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV (x = 7.5 m)

6.4 ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล

- ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV

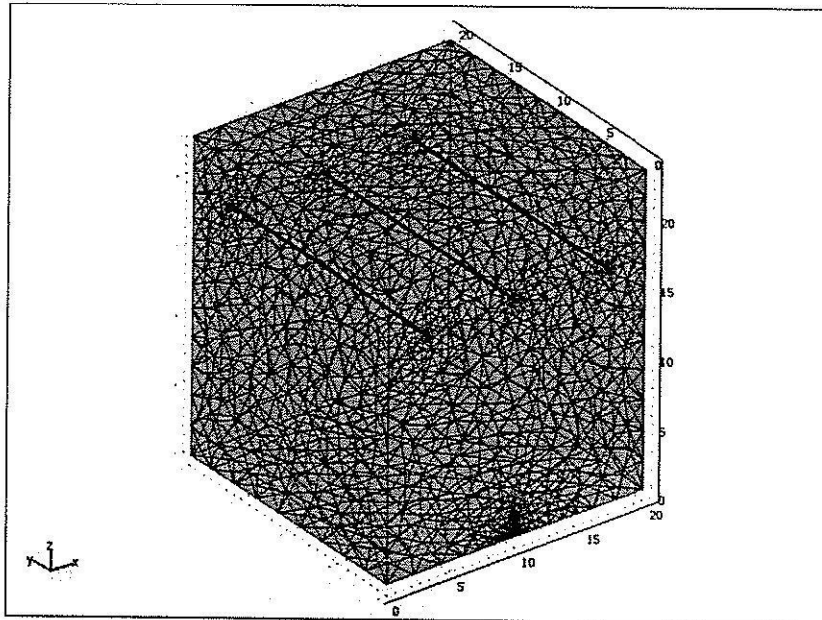
ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV เมื่อมนุษย์ใช้งานโทรศัพท์มือถือ ณ ตำแหน่งใด ๆ ได้ทำการพิจารณาลักษณะของระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล ออกเป็น 3 กรณี คือ

$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 120^\circ \text{ kV}$$

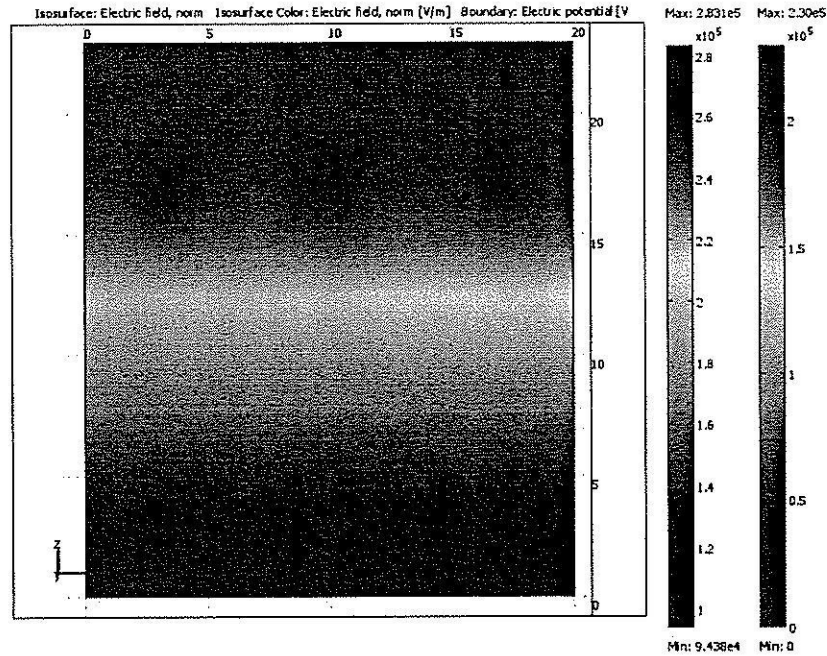
$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle 120^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle 0^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle -120^\circ \text{ kV}$$

$$\text{เมื่อ } V_A = 230\angle -120^\circ \text{ kV } V_B = 230\angle 120^\circ \text{ kV } V_C = 230\angle 0^\circ \text{ kV}$$

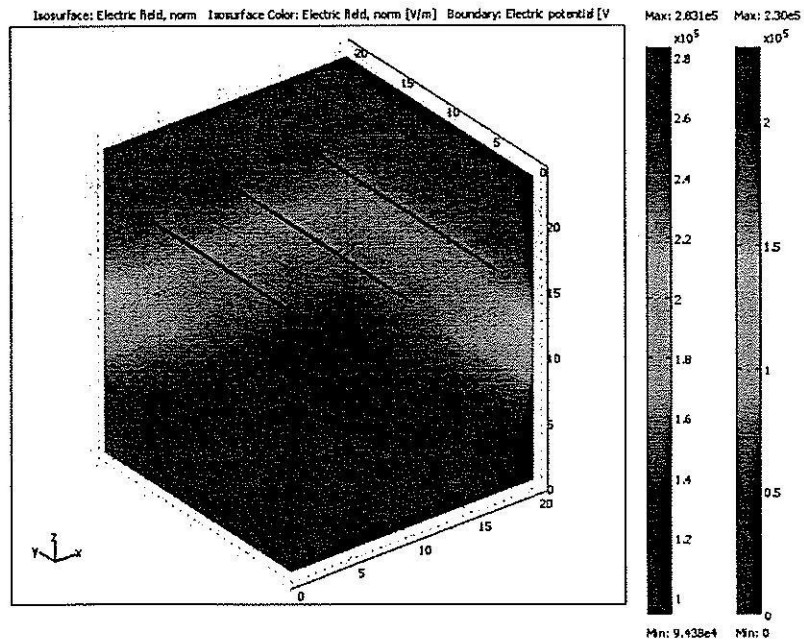
โดยลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าและคอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ทั้ง 3 กรณี จะให้ลักษณะการจำลองผลที่เหมือนกัน ในทำนองเดียวกับบทที่ 6 ที่ผ่านมา ดังนั้นการนำเสนอการจำลองผลสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติของระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV จะนำเสนอในลักษณะเดียวกับระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ซึ่งมีรายละเอียดการนำเสนอ ดังนี้



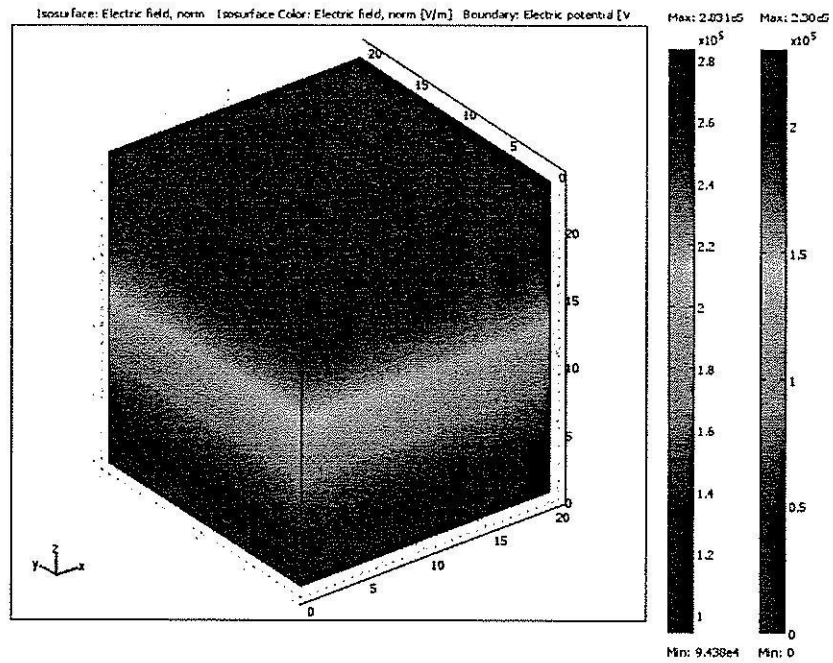
รูปที่ 6.7 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV ($x = 10 \text{ m}$)



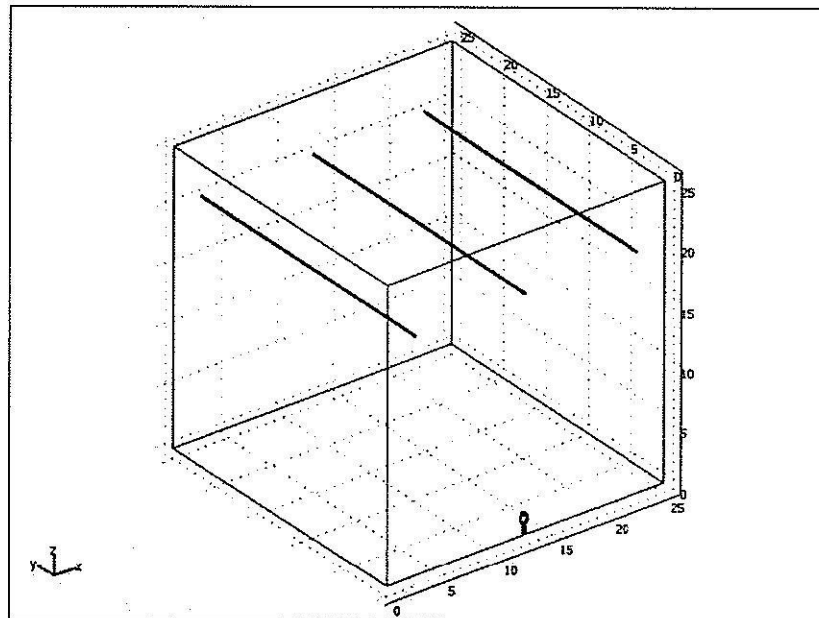
รูปที่ 6.8 คอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV
 เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ($x = 10$ m)



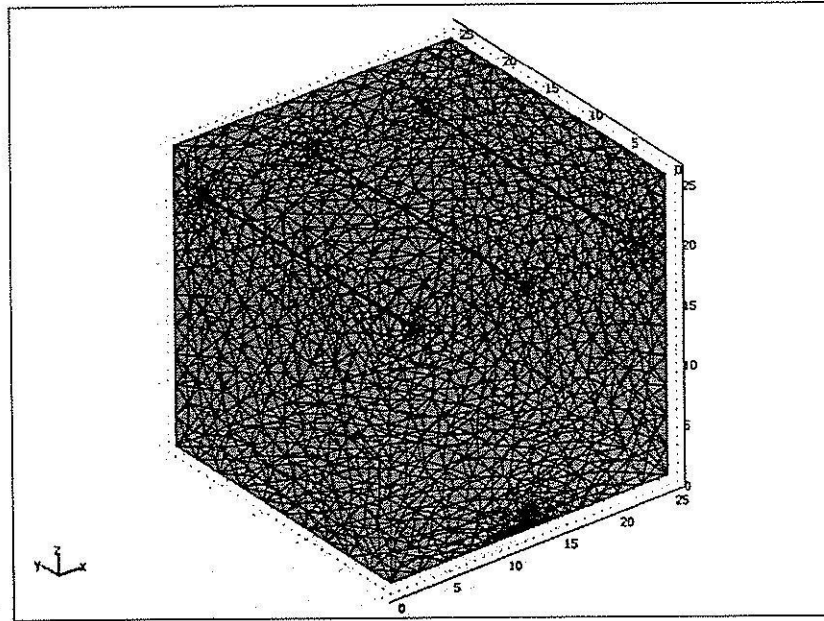
รูปที่ 6.9 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV
 เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ($x = 10$ m)



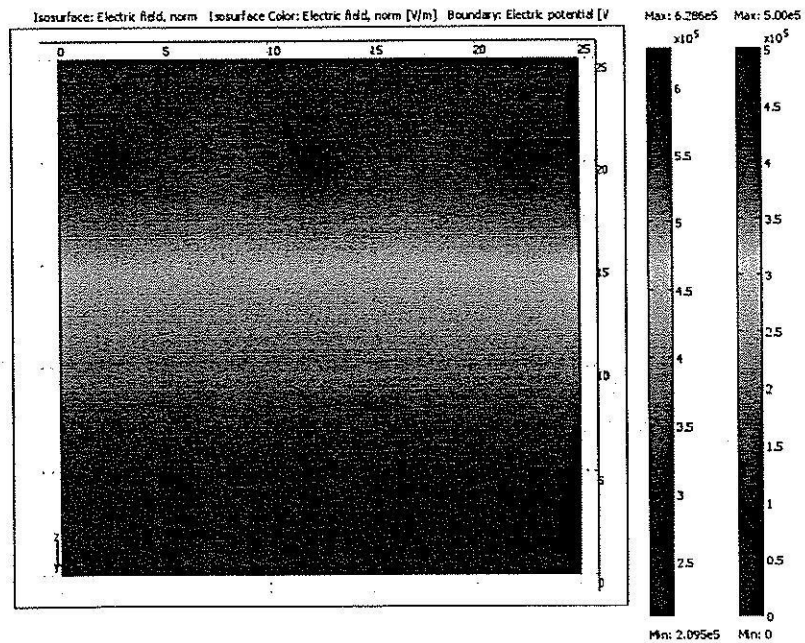
รูปที่ 6.10 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 230 kV
 เมื่อ $V_A = 230\angle 0^\circ$ kV $V_B = 230\angle -120^\circ$ kV $V_C = 230\angle 120^\circ$ kV ($x = 10$ m)



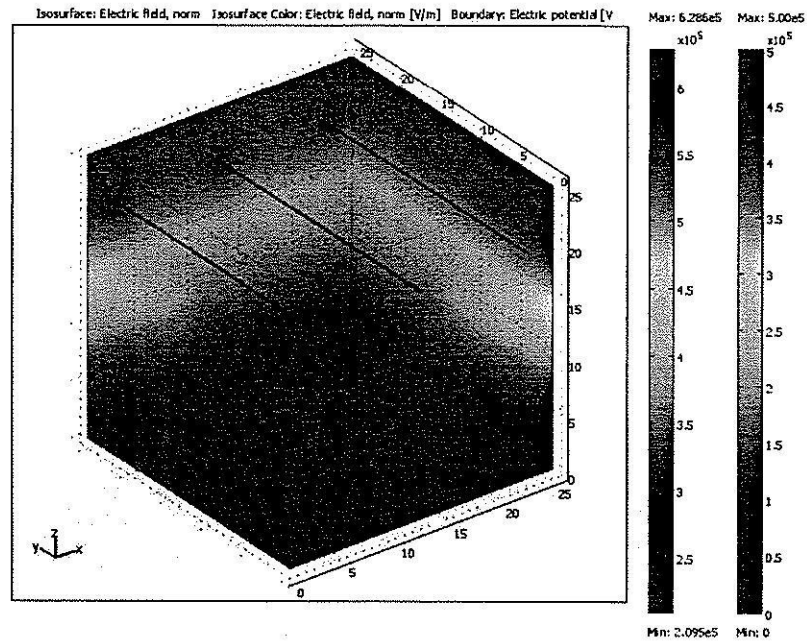
รูปที่ 6.11 โครงสร้างของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV ($x = 12.5$ m)



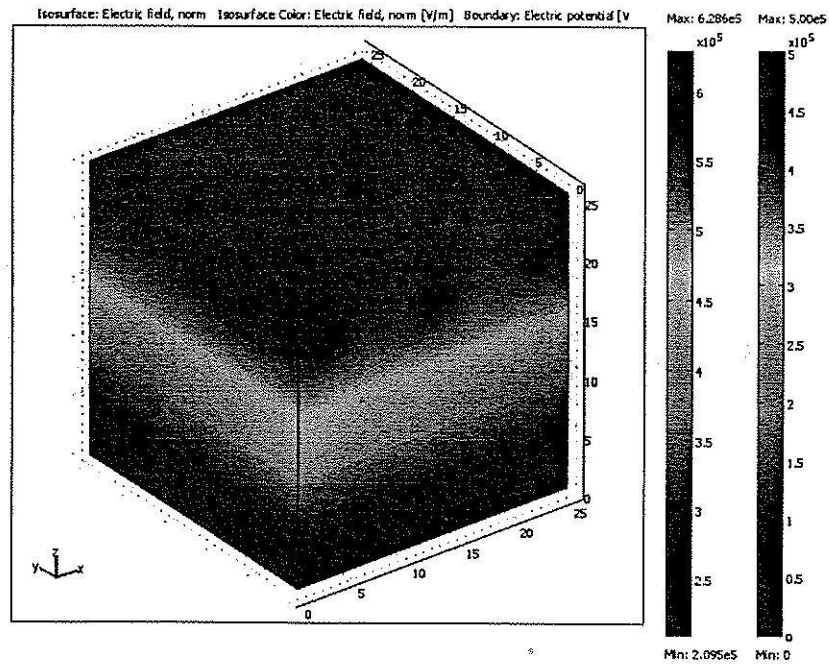
รูปที่ 6.12 การออกแบบกริดของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV (x = 12.5 m)



รูปที่ 6.13 คอนทัวร์ค่าสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV
 เมื่อ $V_A = 500\angle 0^\circ$ kV $V_B = 500\angle -120^\circ$ kV $V_C = 500\angle 120^\circ$ kV (x = 12.5 m)



รูปที่ 6.14 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 500 kV
เมื่อ $V_A = 500\angle 120^\circ$ kV $V_B = 500\angle 0^\circ$ kV $V_C = 500\angle -120^\circ$ kV ($x = 12.5$ m)



รูปที่ 6.15 ลักษณะค่าสนามไฟฟ้าแบบ 3 มิติบริเวณพื้นที่ผิวภายนอกของระบบไฟฟ้า 3 เฟส 500 kV
เมื่อ $V_A = 500\angle 0^\circ$ kV $V_B = 500\angle -120^\circ$ kV $V_C = 500\angle 120^\circ$ kV ($x = 12.5$ m)

6.5 สรุป

การจำลองผลเพื่อศึกษาผลกระทบค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้น จากการใช้งานโทรศัพท์มือถือของมนุษย์ภายใต้บริเวณสายส่งไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ แบบ 3 มิติด้วย โปรแกรมสำเร็จรูป COMSOL™ Multiphysics Version 3.4 สามารถแสดงให้เห็นลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นรอบ ๆ โทรศัพท์มือถือ ณ ขณะที่มนุษย์ใช้งานโทรศัพท์บริเวณสายส่งไฟฟ้า นอกจากนี้ยังเห็นการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้า เมื่อตัวนำในสายส่งมีการเปลี่ยนขนาดค่าสนามไฟฟ้าไป รวมถึงปริมาณค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดและต่ำสุดของระบบไฟฟ้า โดยเฉพาะอย่างยิ่งระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูลขนาด 230 kV และ 500 kV ที่มีปริมาณค่าสนามไฟฟ้าเกิน 5 kV/m ซึ่งผลการจำลองแบบ 3 มิติก็มีผลสอดคล้องเหมือนแบบ 2 มิติในบทที่ 6 ที่ผ่านมามากประการ ซึ่งอาจก่อให้เกิดอันตรายอย่างยิ่งต่อมนุษย์ที่ใช้งานโทรศัพท์มือถือในขณะที่เข้าใกล้บริเวณระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมมูล

บทที่ 7

สรุปและข้อเสนอแนะ

7.1 สรุป

งานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส 3 เฟสสมดุล และ 3 เฟสไม่สมดุล เพื่อต้องการดูผลกระทบของค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นกับมนุษย์ในขณะที่ใช้งาน โทรศัพท์มือถือในบริเวณดังกล่าว โดยระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสเป็นระบบขนาด 69 kV ส่วนระบบไฟฟ้า 3 เฟสเป็นระบบขนาด 230 kV และ 500 kV การจำลองผลด้วยโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นเองได้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ โดยตรวจสอบความถูกต้องในการคำนวณด้วยการเปรียบเทียบ กับผลที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL โดย PDETOOL เป็นกล่องเครื่องมืออันหนึ่งภายใน โปรแกรม MATLAB™ ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ได้รับความนิยม และได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในงานวิจัยทางด้านวิศวกรรม สิ่งที่สำคัญในการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้า คือ การค้นหาสมการเชิงอนุพันธ์ที่สามารถอธิบายพฤติกรรมการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของสายส่งได้อย่างถูกต้อง ในงานวิจัยนี้ยังได้ทำการจำลองผลค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล ขณะที่มนุษย์ใช้งาน โทรศัพท์มือถือในบริเวณดังกล่าวแบบ 3 มิติด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป COMSOL™ Multiphysics Version 3.4 ซึ่งโปรแกรมนี้ก็ได้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ในการหาผลเฉลย

สำหรับการศึกษาทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยในบทที่ 2 ทั้งเรื่องสนามไฟฟ้า ระบบสายส่งไฟฟ้า โทรศัพท์มือถือ ระเบียบวิธีไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ก็ได้ถูกนำมาใช้ในการดำเนินงานวิจัย ส่วนการดำเนินงานในบทที่ 3 เป็นขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าในระบบสายส่งไฟฟ้า และขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์ ในทำนองเดียวกันสามารถพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสนามไฟฟ้าในระบบสายส่งไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ได้เช่นกัน โดยขั้นตอนต่าง ๆ ในการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ จะสามารถแสดงรายละเอียดไว้ในบทที่ 4 หลังจากทราบรายละเอียดของระเบียบวิธีในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่ง จึงสามารถแสดงผลการคำนวณของระเบียบวิธีทั้งสองแบบ 2 มิติ ได้ภายในบทที่ 5 โดยหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV และ 500 kV ที่เกิดจากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์

และระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ โดยการจำลองผลของระบบแต่ละขนาดทั้งกรณีระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟส ระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล และระบบสายส่งไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุล จะทำการเลื่อนตำแหน่งของมนุษย์ ในขณะที่ใช้งาน โทรศัพท์มือถือด้วยกัน 3 ตำแหน่ง เพื่อให้เห็นความแตกต่างของลักษณะการกระจายค่าสนามไฟฟ้าที่อาจส่งผลกระทบต่อมนุษย์ได้ หลังจากนั้นทำการเปรียบเทียบผลเฉลยค่าสนามไฟฟ้าของระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ กับ โปรแกรมสำเร็จรูป PDETOOL เพื่อยืนยันความถูกต้องจากการคำนวณผลดังกล่าว ซึ่งได้ผลออกมาเป็นที่น่าพอใจ โดยผลลัพธ์ที่ได้มีความสอดคล้องไปในทางเดียวกัน การดำเนินการในบทที่ 7 เป็นการโปรแกรมสำเร็จรูป COMSOL Multiphysics Version 3.4 โดยนำเสนอผลการจำลองการกระจายค่าสนามไฟฟ้าของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุล และระบบไฟฟ้า 3 เฟสขนาด 230 kV และ 500 kV จากรายละเอียดภายในแต่ละบท ได้ดำเนินการบรรลุดูวัตถุประสงค์ของงานวิจัยวิทยานิพนธ์นี้ทุกประการ โดยสามารถสรุปประเด็นได้จากผลการจำลองค่าสนามไฟฟ้าทั้งหมดของระบบสายส่งไฟฟ้า 1 เฟสขนาด 69 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลขนาด 230 kV และ 500 kV ระบบไฟฟ้า 3 เฟสไม่สมดุลขนาด 230 kV จะเห็นว่าระบบไฟฟ้า 1 เฟส การใช้งาน โทรศัพท์มือถือในบริเวณระบบดังกล่าวไม่ก่อให้เกิดอันตรายแก่มนุษย์ที่ใช้งาน โทรศัพท์มือถือเพราะเนื่องจากค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดของระบบไม่เกินค่ามาตรฐานขององค์กร IRPA (the international radiation protection association) 5 kV/m ในขณะที่ระบบไฟฟ้า 3 เฟสสมดุลและ 3 เฟสไม่สมดุลจะมีปริมาณค่าสนามไฟฟ้าสูงเกิน 5 kV/m จึงอาจเป็นเหตุก่อให้เกิดอันตรายต่อมนุษย์ที่ใช้งาน โทรศัพท์มือถือในขณะที่เข้าใกล้บริเวณระบบไฟฟ้า 3 เฟสได้

7.2 ข้อเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต

1. ปรับเปลี่ยนการแก้สมการเชิงเส้นจากการใช้วิธีเมทริกซ์ผกผัน มาเป็นวิธีไบ-คอนจูเกตเกรเดียนต์ (bi-conjugate gradient: BCG) เพราะเนื่องจากเมทริกซ์ของระบบสมการรวมของงานวิจัยนี้เป็นเมทริกซ์ขนาดใหญ่ ซึ่งวิธีดังกล่าวจะเหมาะสมกับปัญหาที่มีขนาดใหญ่ โดยควรมีขนาดของเมทริกซ์มากกว่า 1000×1000 ขึ้นไป ซึ่งจะช่วยลดระยะเวลาในการแก้สมการเชิงเส้นของระบบ
2. การแก้สมการเชิงเส้นสามารถพัฒนาการแก้สมการได้โดยอาศัยการแก้สมการเฉพาะช่วงความกว้างแถบ หรือ แบนด์วิดท์ (bandwidth) ของเมทริกซ์ เนื่องจากลักษณะการวางข้อมูลภายในเมทริกซ์ระบบสมการรวมมีความเป็นระเบียบสูง โดยปรากฏค่าที่ไม่เป็นศูนย์ในบริเวณแนวเส้นทแยงมุมเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งจะช่วยให้ประหยัดหน่วยความจำและลดระยะเวลาในการแก้สมการลง
3. พัฒนาการออกแบบกริดของระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ให้เป็นลักษณะอัตโนมัติ เพื่อเพิ่มความสะดวกในการวิเคราะห์ค่าสนามไฟฟ้าหรือในงานวิจัยด้านอื่น ๆ

รายการอ้างอิง

- เฉลิมพล น้ำค้าง. (2538). **ทฤษฎีสถานามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- นิรันดร์ คำประเสริฐ. (2544). **วิศวกรรมแม่เหล็กและวิศวกรรมไมโครเวฟ เล่ม2**. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- นุชิต ทิพย์เจริญ, พิทักษ์ ปันอนงค์, และศิริวัฒน์ โทธิเวชกุล. (2546). การวิเคราะห์ผลกระทบจากสนามไฟฟ้าระหว่างสายส่งไฟฟ้าแรงสูงกระแสตรงและสายส่งไฟฟ้าแรงสูงกระแสสลับบริเวณใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง. การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่26.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2542). **ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม** (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2544). **ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม** (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมาคมวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์. (2547). **แนวทางการออกแบบสายส่งและจ่ายไฟฟ้า** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: คณะกรรมการวิชาการสาขาวิศวกรรมไฟฟ้า.
- Bickford, W. B. (1994). **A first course in the finite element method** (2nd ed.). USA: IRWIN.
- Bo, Z., et al. (2006). Numerical analysis of electric field distribution around composite insulator and head of transmission tower. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 21(2): 959-965.
- Chari, M. V. K., and Silvester, P. P. (1980). **Finite elements in electrical and magnetic field problems**. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Clayton R. P. (2004). **Electromagnetics for engineerins** (2nd ed.). United State of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Daniele, D., Massimo, G., and Enrico, P. (2004). MV line electric field evaluation near a concrete pole. **IEEE Transactions on Magnetics**. 40(2): 718-721.
- Dragan, P. (2007). **Advanced modeling in computational electromagnetic compatibility** (1st ed.). New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

- El, S. T. E. D. (2005). A probabilistic approach to exposure assessment of power lines electric field. **IEEE Transactions on power delivery**. 20(2): 887-893.
- Elhirbawy, M. A., Nguyen, T. T., Jennings, L., and Keerthipala, W. W. L. (2002). Calculation of electromagnetic field established by power transmission line using finite difference techniques. **IEEE Transactions on Electrical and Computer Engineering**. 9(2): 311-316.
- Farzaneh, M., Volat, C. (2000). Electric Field Modelling Around and Ice-covered Insulator Using Boundary Element Method. **Conference Record of the 2000 IEEE International Symposium on Electrical Insulation**. : 349-355.
- Gao, Y., and Yu, L. (1998, October 22-24). Determination of Dangerous Region of the Electromagnetic Pollution Caused by the Electric Fields around Power Line. **1998 International Conference on Communication Technology Proceedings, ICCT'98**. 4(1): 787-791.
- George, A., and Liu, J. W. (1981). Computer solution of large sparse linear positive definite Systems. Prentice-Hall.
- Hadi, S. (1999). Power System Analysis. Senior Consulting Edition (3rd ed.). New York: McGraw Hill.
- Huebner, K. H., Dewhirst, D. L., Smith, D. E., and Byrom, T. G. (2001). **The finite element method for engineers** (4th ed.). USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Janischewskyj, G. G. (1979). Finite element solution for electric fields of coronating DC transmission lines. **IEEE Transactions on PAS**. 98(3): 1000-1012.
- Jinliang, H., et al. (2004). Electromagnetic environment analysis of a software park near transmission lines. **IEEE Transactions on Industry Applications**. 40(4): 995-1002.
- Kanya Kumari, M., Rajesh Kumari, O., Nambudiri, P.V.V., and Srinivasan, K.N. (1999). Computation of electrical environmental effects of transmission lines. **1999 Eleventh International Symposium (Conf. Publ. No. 467) on High Voltage Engineering**.: 160-163.

- Kay, H., Ronny, M., and Ronnie B. (1995). Numerical method to evaluate the electromagnetic field below overhead transmission lines and their measurement. **Proceedings of the 1995 First IEEE International Caracas Conference on Devices, Circuits and Systems.**:32-36.
- Kothari, N. (2003). **Modern Power System Analysis** (3rd ed.). New Delhi: Mc-Graw Hill.
- Krajewski, W. (1997). BEM analysis of electric field excited by overhead HV lines erected in built-up areas. **IEEE Proceeding-Science, Measurement and Technology.**: 81-86.
- Kwon, Y. W., and Bang H. (2000). **The finite element method using MATLAB** (2nd ed.). Boca Raton: CRC Press.
- Larry, J. S. (1984). **Applied finite element analysis** (2nd ed.). USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Lin, Z. (2000). The Electromagnetic Radiant and Environment Effect Evaluation of The High Voltage Transmission Line. **Electric Environment Protection**, 16(1): 35-38.
- Masashi, O., and Tatsuya, F. (2000). Numerical electric field analysis of simulated human brain. **IEEE Transactions on Magnetics**. 36(4): 712-716.
- Matthew N.O., Sadiku, Ph.D. (2000). **Numerical Techniques in Electromagnetics** (2nd ed.). New York: CRC.
- Qiong, W., et al. (2000). Electromagnetic environment of the overhead transmission line and electromagnetic pollution. **High Voltage Engineering**. 26(5): 24-26.
- Salon, S. J. (1995). **Finite element analysis of electrical machines**. USA: Kluwer Academic Publishers.
- Selim, S. S., Gokhan, A., and Cigden, G. C. (2003). Electric field measurements of different mobile handsets in near zone. **2003 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility.**:411-414.
- Shen, L. C., and Kong, J. A. (1995). **Applied electromagnetism** (3rd ed.). Boston: PWS Publishing Company.
- Silvester, P. P., and Ferrari, R. L. (1996). **Finite elements for electrical engineers** (3rd ed.). New York: Cambridge University Press.
- Shen, L. C., and Kong, J. A. (1995). **Applied electromagnetism** (3rd ed.). Boston: PWS Publishing Company.

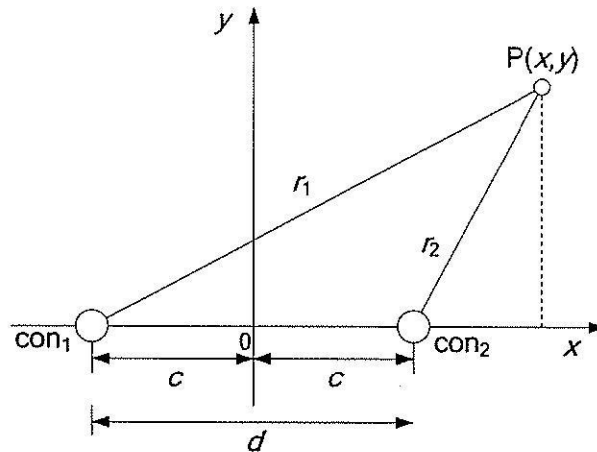
- Silvester, P. P., and Ferrari, R. L. (1996). **Finite elements for electrical engineers** (3rd ed.). New York: Cambridge University Press.
- Tomotaka, S. (1995). Calculation of large ion densities under HVDC transmission lines by the finite difference method. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 10(4): 3562-3565.
- William, H. H., Jr. (1989). **Engineering electromagnetics** (5th ed.). Singapore: McGraw-Hill.
- Zhao, T., Sebo, S. A., and Kasten D.G. (1996). Calculation of single phase AC and monopolar DC hybrid corona effects. **IEEE Transactions on Power Delivery**. 11(3): 1454-1463.

ภาคผนวก ก

การพิสูจน์สมการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่ง

การพิสูจน์สมการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าภายใต้ระบบสายส่ง

จากทฤษฎี: ประจูดั้วนำและประจูดั้วนำเทียมที่มีลักษณะเป็นเส้นที่มีความยาวอนันต์วางห่างกันเป็นระยะทาง d ตามรูปที่ ก.1



รูปที่ ก.1 ประจูดั้วนำและประจูดั้วนำเทียมที่เป็นเส้นยาวอนันต์

- โดยที่ con_1 คือ ประจูดั้วนำเทียม
 con_2 คือ ประจูดั้วนำ
 $P(x,y)$ คือ จุดที่ต้องการพิจารณา
 d คือ ระยะห่างระหว่างประจูดั้วนำและประจูดั้วนำเทียม (m)
 c คือ ระยะห่างระหว่างตำแหน่งประจูดั้วกับแกน y (m)
 r_1 คือ ระยะห่างระหว่าง con_1 กับ $P(x,y)$ (m)
 r_2 คือ ระยะห่างระหว่าง con_2 กับ $P(x,y)$ (m)

จาก

$$\begin{aligned}
 v_p &= -\int_{r_0}^{r_1} \mathbf{E}_r \cdot d\mathbf{r} + (-\int_{r_0}^{r_2} \mathbf{E}_r \cdot d\mathbf{r}) \\
 &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln \frac{r_0}{r_1} + \ln \frac{r_2}{r_0} \right) \\
 &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{r_1}{r_2} \right) \tag{ก-1}
 \end{aligned}$$

จากรูปที่ ก.1 สามารถหาค่า r_1 และ r_2 โดยอาศัยความรู้พื้นฐานตรีโกณมิติจะได้ดังสมการที่ (ก-2) และ(ก-3) ตามลำดับ

$$r_1 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2} \tag{ก-2}$$

$$r_2 = \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \tag{ก-3}$$

แทนค่าสมการที่ (ก-2) และ (ก-3) ในสมการที่ (ก-1) จะได้ดังสมการ (ก-4)

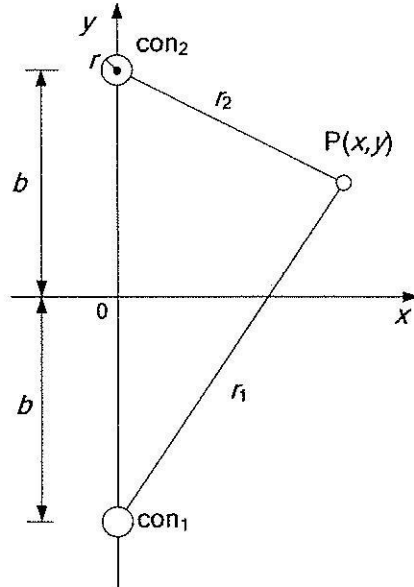
$$v_p = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}} \right) \tag{ก-4}$$

ดังนั้นถ้าระบบสายส่งมีตำแหน่งประจุตัวนำและประจุตัวนำเทียมตามรูปที่ ก.2 จะได้สมการที่ (ก-5) ที่ประดิษฐ์ขึ้นในทำนองเดียวกับสมการที่ (ก-4) เป็น

$$v_p = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{\sqrt{x^2 + (b+y)^2}}{\sqrt{x^2 + (b-y)^2}} \right) \tag{ก-5}$$

เมื่อ

$$r_1 = \sqrt{x^2 + (b+y)^2} \quad \text{และ} \quad r_2 = \sqrt{x^2 + (b-y)^2}$$



รูปที่ ก.2 ประจุตัวนำและประจุตัวนำเทียมในระบบสายส่ง

โดยที่ B คือ ระยะห่างระหว่างตำแหน่งประจุกับแกน x (m)

r คือ รัศมีภายในตัวนำ (m)

ถ้าพิจารณาค่า self potential ที่เกิดขึ้นเฉพาะตัวนำสายส่งจะได้

$$v = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{2b}{r}\right) \quad (\text{ก-6})$$

นำสมการที่ (ก-5) หารด้วย (ก-6) หารกันตลอดทั้งสมการจะได้สมการที่ (ก-7)

$$\frac{v_p}{v} = \frac{\left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\right) \ln\left(\frac{\sqrt{x^2+(b+y)^2}}{\sqrt{x^2+(b-y)^2}}\right)}{\left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\right) \ln\left(\frac{2b}{r}\right)}$$

$$v_p = \frac{v}{n_{11}} n_{1p} \quad (\text{ก-7})$$

เมื่อ

$$n_{1p} = \ln\left(\frac{\sqrt{x^2+(b+y)^2}}{\sqrt{x^2+(b-y)^2}}\right) \text{ และ } n_{11} = \ln\left(\frac{2b}{r}\right)$$

สามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่จุด $P(x,y)$ ณ ตำแหน่งใด ๆ ได้ดังสมการที่ (ก-8)

$$\mathbf{E} = \sqrt{\left|\frac{\partial v_p}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial v_p}{\partial y}\right|^2}$$

$$\mathbf{E} = \frac{2bv}{n_{11}\sqrt{x^4+y^4+b^4+2b^2x^2+2x^2y^2-2b^2y^2}} \quad (\text{ก-8})$$

ภาคผนวก ข

การประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต

การประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต

หลังจากได้ระบบสมการรวม ขั้นตอนสำคัญที่ต้องดำเนินการก่อนการแก้สมการหาผลเฉลยทุกครั้ง คือ การประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขต โดยในส่วนของภาคผนวกนี้ จะขอยกตัวอย่างเมทริกซ์ของระบบสมการรวมขนาดเล็ก เพื่อให้ได้เห็นภาพการประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตดังกล่าว กำหนดให้ระบบสมการรวมที่เกิดขึ้นประกอบด้วย 4 สมการย่อยตามสมการที่ (ก-1)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \end{bmatrix} \quad (\text{ก-1})$$

โดยสมมติให้ ปัญหาดังกล่าวเป็นปัญหาค่าสนามไฟฟ้าภายในระบบสายส่งซึ่งทราบค่า $x_3 = 100$ V/m จากสมการที่ (ก-1) สามารถคิดแปลงให้อยู่ในรูปของการประยุกต์เงื่อนไขค่าขอบเขตได้ดังสมการที่ (ก-2)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 - 3(100) \\ 20 - 4(100) \\ 100 \\ 40 - 2(100) \end{bmatrix} \quad (\text{ก-2})$$

ถ้าระบบที่พิจารณามีการกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตทั้งหมด n โหนด จะต้องดำเนินการตามขั้นตอนข้างต้นทั้งหมด n ครั้ง ถึงจะสามารถนำเมทริกซ์ของระบบสมการรวมไปแก้สมการหาผลเฉลยได้

ภาคผนวก ค

การเผยแพร่ผลงานในขณะศึกษา

การเผยแพร่ผลงานในขณะศึกษา

รายชื่อบทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการนานาชาติ

1. R. Boonwutiwiwat, T. Kulworawanichpong, and P. Pao-la-or. (2007). **Electric Field Estimation around an Overhead Power Transmission Line using Neural Network Model.** The 7th WSEAS International Conference on Systems. Crete island, Agios, Greece.: 97-102.

2. R. Boonwutiwiwat, T. Kulworawanichpong, and P. Pao-la-or. (2007). **Electric Field Estimation around an Overhead Power Transmission Line using Neural Network Model.** The 24th IASTED International Conference on Applied Simulation and Modelling. Palma de Mallorca, Spain.

3. R. Boonwutiwiwat, T. Kulworawanichpong, and P. Pao-la-or. (2007). **Electric Field Distribution Resulting from a Mobile-Phone-Human Interfacing With an Overhead Power Transmission Line.** The 11th WSEAS International Conference on Systems. Beijing, China.: 300-303.

รายชื่อบทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการภายในประเทศ

1. รัฐรงค์ บุญวุฒิววัฒน์ ธนิตชัย กุลวรวานิชพงษ์ และ เผด็จ เผ่าละออ. (2550). **ผลการจำลองเชิงตัวเลขของการกระจายสนามไฟฟ้าจากการใช้งานโทรศัพท์มือถือของมนุษย์.** การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 30 (EECON30) ณ โรงแรมเฟลิกซ์ริเวอร์แควรีสอร์ท จังหวัดกาญจนบุรี วันที่ 25-26 ตุลาคม: 273-276.

ประวัตินักวิจัย

รศ.ดร.ชัช กุลสุวรรณิชพงษ์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีทางด้านวิศวกรรมไฟฟ้ากำลัง ด้วยเกียรตินิยมอันดับหนึ่ง จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ในปี พ.ศ. 2540 ด้วยทุนส่งเสริมผู้มีศักยภาพเป็นอาจารย์มหาวิทยาลัยของทบวงมหาวิทยาลัย ต่อมาได้รับทุนพัฒนาอาจารย์จากทบวงมหาวิทยาลัยเพื่อศึกษาต่อระดับปริญญาโท และในปี พ.ศ. 2542 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโททางด้านวิศวกรรมไฟฟ้ากำลัง จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จากนั้น ได้รับทุนจากสำนักงานแผนและนโยบายพลังงาน กระทรวงพลังงาน เพื่อศึกษาต่อระดับปริญญาเอก และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาเอกทางด้านไฟฟ้ากำลังและระบบควบคุมสำหรับระบบรถไฟฟ้าความเร็วสูงระยะไกล จากมหาวิทยาลัยแห่งเบอร์มิงแฮม ประเทศอังกฤษ ในปี พ.ศ. 2546 ภายหลังจากสำเร็จการศึกษาได้ทำการสอนและดำเนินงานวิจัยทางด้านการวิเคราะห์ระบบไฟฟ้ากำลัง อิเล็กทรอนิกส์กำลัง ระบบควบคุม การหาค่าเหมาะที่สุด และปัญญาประดิษฐ์ อย่างต่อเนื่อง