ความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

นายจรินทร์ศักดิ์ แซ่เตียว

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ปีการศึกษา 2550

RELATIONS BETWEEN CHANNEL CAPACITY AND ANTENNA RADIATION PATTERN FOR MULTIPLE-INPUT MULTIPLE-OUTPUT SYSTEMS

Charinsak Saetiaw

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Engineering in Telecommunication Engineering

Suranaree University of Technology

Academic Year 2007

ความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงาน
ของสายอากาศสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

____

(ผศ. ดร.รังสรรค์ ทองทา)
ประธานกรรมการ

____

(ผศ. ดร.ชาญชัย ทองโสภา)
กรรมการ (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์)

____

(ผศ. ดร.รังสรรค์ วงศ์สรรค์)
กรรมการ

____

(ดร.อภิชาติ อินทรพานิชย์)
กรรมการ

____

(รศ. ดร.เสาวณีย์ รัตนพานี)
รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

____

(รศ. น.อ. ดร.วรพจน์ ขำพิศ)
คณบดีสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

จรินทร์ศักดิ์ แซ่เตียว : ความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท (RELATIONS BETWEEN CHANNEL CAPACITY AND ANTENNA RADIATION PATTERN FOR MULTIPLE-INPUT MULTIPLE-OUTPUT SYSTEMS) อาจารย์ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชาญชัย ทองโสภา, 88 หน้า

จากข้อจำกัดทางกายภาพในการสื่อสารแบบไร้สาย เช่น ปัญหาในเรื่องของย่านความถี่ที่สามารถนำมาใช้งานได้ ทำให้มีการพัฒนาเทคนิคต่าง ๆ อาทิ การใช้ความถี่ซ้ำ การใช้สายอากาศแบบหลายองค์ประกอบ เป็นต้น สำหรับเทคนิคการใช้สายอากาศแบบหลายองค์ประกอบสามารถเพิ่มความจุช่องสัญญาณได้ โดยไม่ต้องการย่านความถี่เพิ่ม สำหรับเทคนิคด้านสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบ เริ่มแรกได้มีการใช้งานที่เรียกว่า ระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยให้สายอากาศด้านส่งมีองค์ประกอบเดียว และให้มีสายอากาศด้านรับหลายองค์ประกอบ หรือที่เรียกว่าไดเวอร์ซิติ ซึ่งหากมีการเพิ่มจำนวนสายอากาศด้านส่งและใช้สายอากาศด้านรับองค์ประกอบเดียว ก็จะเรียกว่าเป็นระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท เป็นเทคนิคในการเพิ่มความจุช่องสัญญาณ โดยการใช้สายอากาศหลาย ๆ องค์ประกอบ ทั้งในด้านส่งและด้านรับสัญญาณ ซึ่งต้องมีการเพิ่มส่วนของวงจรแปลงสัญญาณเป็นหลาย ๆ ชุด ส่งไปยังสายอากาศด้านส่งแต่ละองค์ประกอบพร้อม ๆ กัน และจะต้องมีวงจรรวมสัญญาณกลับที่ด้านรับ ผลที่ได้จากการใช้ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท จะทำให้ความจุช่องสัญญาณเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้น ตามจำนวนของสายอากาศที่เพิ่มขึ้น

งานวิจัยนี้ เป็นการนำเสนอการศึกษาพัฒนาแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างค่าความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยอาศัยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งความจุช่องสัญญาณที่พิจารณาจะเป็นตัวแปรสุ่ม โดยอาศัยการหาค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม เพื่อนำไปสู่การเลือกลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงาน และชนิดของสายอากาศที่ทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณเพิ่มขึ้น สำหรับสภาวะแวดล้อมต่าง ๆ

สาขาวิชา วิศวกรรมโทรคมนาคม	ลายมือชื่อนักศึกษา____________________
ปีการศึกษา 2550	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา______________

CHARINSAK SAETIAW : RELATIONS BETWEEN CHANNEL CAPACITY AND ANTENNA RADIATION PATTERN FOR MULTIPLE-INPUT MULTIPLE-OUTPUT SYSTEMS. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. CHANCHAI THONGSOPA, Ph.D. 88 PP.

CHANNEL CAPACITY / MULTIPLE-INPUT MULTIPLE-OUTPUT MODEL

From limitation of wireless communication system such as frequency bandwidth, the development of new technique for example a frequency reused and Multi-Element Array: MEA is discovered. The MEAs technique can increase channel capacity with the same bandwidth. The MEAs used as Single-Input Multiple-Output: SIMO that has only one antenna for transmitter and multi-antenna for receiver known as diversity. If we use multi-antenna for transmitter and use only one receiver antenna, we call Multiple-Input Single-Output : MISO. A Multiple-Input Multiple-Output: MIMO is a technique using more antennas for a transmitter and a receiver to increase channel capacity. The channel capacity of this technique will be linearly increased with number of antenna.

This thesis presents the development of MIMO model that shows the relation between channel capacity and antenna radiation pattern using numerical method. Channel capacity is observed by a Complementary Cumulative Distribution Function (CCDF) in difference antenna configuration and environment.

School of Telecommunication Engineering Student's Signature_________________

Academic Year 2007 Advisor's Signature_________________

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้ดำเนินการสำเร็จลุล่วงด้วยดี ผู้วิจัยขอขอบพระคุณบุคคลและกลุ่มบุคคลต่าง ๆ ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ รวมทั้งได้ให้ความช่วยเหลืออย่างดียิ่ง ทั้งด้านวิชาการและด้านการดำเนินงานวิจัย ซึ่งได้แก่

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชาญชัย ทองโสภา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ให้โอกาสทางการศึกษา ให้คำปรึกษา แนะนำ และแนะแนวทางอันเป็นประโยชน์ยิ่งต่องานวิจัย รวมถึงได้ช่วยตรวจทาน และแก้ไขรายงานวิทยานิพนธ์เล่มนี้ จนทำให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ ทองทา หัวหน้าสาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ วงศ์สรรค์, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชุติมา พรหมมาก, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิภาวี หัตถกรรม และอาจารย์ปิยาภรณ์ กระฉอดนอก อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ และให้ความรู้ทางด้านวิชาการอย่างดียิ่งมาโดยตลอด

ขอขอบคุณ ดร.อภิชาติ อินทรพานิชย์ จากศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ ที่ให้ความรู้ คำแนะนำ และข้อมูลต่าง ๆ ที่ทำให้มีเข้าใจเพิ่มขึ้นอย่างมากต่องานวิจัย

ขอขอบคุณ สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม และสถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ที่สนับสนุนทุนในการศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ และขอบคุณพี่ ๆ เพื่อน ๆ น้อง ๆ บัณฑิตศึกษาทุกท่าน ตลอดจนคุณประพล จาระตะคุ รวมทั้งเจ้าหน้าที่ศูนย์เครื่องมือวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีทุกท่าน ที่ช่วยอำนวยความสะดวกทางด้านเครื่องมือ และอุปกรณ์ และคุณมณีรัตน์ ทุมพงษ์ เลขานุการประจำสาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม ที่ช่วยดูแลเรื่องเอกสารต่าง ๆ ระหว่างศึกษา

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอขอบคุณอาจารย์ผู้สอนทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้ทางด้านต่าง ๆ ทั้งในอดีตและปัจจุบัน และขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา รวมถึงญาติพี่น้องของผู้วิจัยทุกท่าน ที่ได้ให้ความรัก ความอบอุ่น ความห่วงใย การอบรมเลี้ยงดู และให้การสนับสนุนทางด้านการศึกษาอย่างดียิ่งมาโดยตลอด

จรินทร์ศักดิ์ แซ่เตียว

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ (ภาษาไทย) .... ก
บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ) .... ข
กิตติกรรมประกาศ .... ค
สารบัญ .... ง
สารบัญตาราง .... ซ
สารบัญรูป .... ฌ

บทที่

1 บทนำ 1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา 1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย 2
1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น 2
1.4 ขอบเขตของการวิจัย 3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 3
1.6 ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 3
1.6.1 งานวิจัยที่ศึกษาแบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท 4
1.6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับความจุของระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท 5
1.6.3 งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติมิวชวลคัปปลิ้งที่มีผลกับความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท 5
1.7 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์ 6

2 ทฤษฎีพื้นฐาน 8
2.1 บทนำ 8
2.2 กระบวนการเชิงสุ่ม 8
2.2.1 ตัวแปรสุ่ม 8

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.2.2 ค่าเฉลี่ย 10
2.2.3 ค่าอัตสหสัมพันธ์ 11
2.2.4 ค่าออโตโคแวเรียนซ์ 11
2.2.5 สหสัมพันธ์ไขว้ 12
2.2.6 คุณสมบัติเออร์กอดิก 12
2.3 ทฤษฎีข่าวสาร 13
2.3.1 การนิยามปริมาณข่าวสาร 14
2.3.2 การนิยามปริมาณเอนโทรปี 14
2.3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณ 15
2.3.4 ข่าวสารร่วม 17
2.3.5 ความจุช่องสัญญาณ 20
2.3.6 เอนโทรปีสำหรับแหล่งกำเนิดข่าวสารแบบต่อเนื่อง 21
2.3.7 แหล่งกำเนิดข่าวสารที่มีเอนโทรปีสูงสุด 23
2.3.8 ข่าวสารร่วมสำหรับตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง 25
2.3.9 ทฤษฎีความจุช่องสัญญาณ 26
2.3 สรุป 29
3 ทฤษฎีแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท 31
3.1 บทนำ 31
3.2 แบบจำลองระบบเบื้องต้น 31
3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณ 33
3.3.1 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน 33
3.3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบ “One-Ring” 34
3.3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ 36
3.4 ความจุช่องสัญญาณ 37
3.4.1 ค่าความจุของระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท 39

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.4.2 ค่าความจุของระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทและระบบ
มัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท 39
3.5 ความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท 42
3.5.1 กรณีที่ไม่ทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงาน
มีค่าเท่ากัน) 42
3.5.2 กรณีที่เราทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงาน
แบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง) 45
3.6 การวัดประสิทธิภาพระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท 46
3.7 สรุป 49
4 การพัฒนาแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท 50
4.1 บทนำ 50
4.2 การวิเคราะห์และพัฒนาแบบจำลองความจุช่องสัญญาณ 48
4.2.1 แบบจำลองสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสองมิติ 50
4.2.2 แบบจำลองสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสามมิติ 55
4.3 สรุป 56
5 ผลการจำลองแบบ 58
5.1 บทนำ 58
5.2 ข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานสายอากาศ 58
5.3 ผลการจำลองแบบโดยพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ 66
5.3.1 ผลการจำลองแบบสำหรับแบบจำลองแบบสองมิติ 66
5.3.2 ผลการจำลองแบบสำหรับแบบจำลองแบบสามมิติ 72
5.4 สรุป 81
6 บทสรุปและข้อเสนอแนะ 82
6.1 สรุปผลการวิจัย 82
6.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา 83
รายการอ้างอิง 84

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก. บทความทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในระหว่างศึกษา....................87

ประวัติผู้เขียน...88

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

5.1 ค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ที่ได้จากการจำลองแบบ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูปและการแจกแจงแบบลาพลาเซียน เมื่อใช้สายอากาศชนิดต่าง ๆ 80

สารบัญรูป

รูปที่ **หน้า**

2.1 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบไม่มีความจำ 16
2.2 แผนภาพเวนน์แสดงค่าต่าง ๆ ของข่าวสารในระบบการสื่อสาร 20
3.1 แบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท 33
3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบ “One-Ring” 35
3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่สำหรับระบบ MIMO ขนาด 2x2 36
3.4 แบบจำลองช่องสัญญาณระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท 39
3.5 แบบจำลองช่องสัญญาณระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท 40
3.6 แบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท 40
3.7 เปรียบเทียบค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนกับค่าความจุช่องสัญญาณของระบบ SISO SIMO และ MISO 41
3.8 ช่องสัญญาณแบบไอเกน 44
3.9 ช่องสัญญาณแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง 46
3.10 ค่า CDF ของความจุช่องสัญญาณ 2x2 MIMO แบบ i.i.d. ที่ SNR = 10 dB 47
3.11 ค่า CCDF ของความจุช่องสัญญาณ 2x2 MIMO แบบ i.i.d. ที่ SNR = 10 dB 48
4.1 ค่ามุมและระนาบในลักษณะสามมิติ 53
4.2 อัตราขยายสัญญาณและอัตราขยายสายอากาศที่พิจารณาในระนาบแนวนอน 54
4.3 อัตราขยายสัญญาณและอัตราขยายสายอากาศที่พิจารณาในระนาบสามมิติ 55
5.1 โครงสร้างสายอากาศไดโพลจากโปรแกรม SuperNEC 59
5.2 โครงสร้างสายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบจากโปรแกรม SuperNEC 59
5.3 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแบบไดโพล 60
5.4 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ 60
5.5 แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติของสายอากาศแบบไดโพล 61
5.6 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติของสายอากาศแบบไดโพล 62
5.7 แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติของสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ 62
5.8 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติของสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ 63

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

5.9 ข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ 63
5.10 แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติแบบนอร์มอลไลซ์สำหรับสายอากาศแบบไดโพล และยากิอูดะห้าองค์ประกอบ 65
5.11 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติแบบนอร์มอลไลซ์สำหรับสายอากาศไดโพล....................65
5.12 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติแบบนอร์มอลไลซ์สำหรับสายอากาศยากิอูดะ ห้าองค์ประกอบ 66
5.13 การกระจายของสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป 67
5.14 การกระจายทิศทางของของสัญญาณที่สายอากาศภาครับที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป 67
5.15 การกระจายของสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน 68
5.16 การกระจายทิศทางของของสัญญาณที่สายอากาศภาครับที่มีการแจกแจงแบบ ลาพลาเซียน 68
5.17 ขั้นตอนการจำลองแบบสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานในระนาบสองมิติ....................69
5.18 ความจุช่องสัญญาณ CCDF สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูปที่มุม θ =90, ϕ =0....................70
5.19 ความจุช่องสัญญาณ CCDF สำหรับการแจกแจงแบบลาพลาเซียนที่มุม θ = 90, ϕ =0 71
5.20 ความจุช่องสัญญาณ CCDF สำหรับการแจกแจงแบบลาพลาเซียนที่มุม θ =90, ϕ =60 71
5.21 ทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศในระนาบแนวนอน....................73
5.22 ทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศในระนาบแนวตั้ง 73
5.23 การกระจายของสัญญาณที่ด้านรับแบบสามมิติที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป 74
5.24 การกระจายของสัญญาณที่ด้านรับแบบสามมิติที่มีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน 74
5.25 ขั้นตอนการจำลองแบบสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานในระนาบสามมิติ....................75
5.26 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไอโซทรอปิกในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูป 76
5.27 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไอโซทรอปิกในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบลาพลาเซียน 77
5.28 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไดโพลในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูป 78

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

5.29 ค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไดโพลในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบลาพลาเซียน 78
5.30 ค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ ในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูป 79
5.31 ค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ ในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบลาพลาเซียน 79

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญของปัญหา

ระบบการสื่อสารไร้สายได้มีการพัฒนาความก้าวหน้าอย่างต่อเนื่อง โดยเริ่มจากระบบการสื่อสารในยุคแรก (first generation) ซึ่งนิยมใช้ระบบการร่วมใช้ช่องสัญญาณแบบแบ่งความถี่ (Frequency Division Multiple Access : FDMA) ต่อมาเป็นยุคของการสื่อสารรุ่นที่สอง (second generation) ซึ่งเป็นระบบการสื่อสารในปัจจุบัน มีการใช้เทคนิคในทำนองเดียวกัน คือ ระบบการร่วมใช้ช่องสัญญาณแบบแบ่งเวลา (Time Division Multiple Access : TDMA) และระบบการร่วมใช้ช่องสัญญาณแบบแบ่งรหัส (Code Division Multiple Access : CDMA) โดยเทคนิค CDMA นี้ได้นำเอาไปใช้ในระบบการสื่อสารรุ่นที่สาม (third generation) อีกด้วย (Rappaport, 2002) ระบบการร่วมใช้ช่องสัญญาณทั้งสามแบบจะทำให้ผู้ใช้งานสามารถใช้งานได้โดยอาศัยความกว้างแถบความถี่ (bandwidth) ร่วมกัน ซึ่งเป็นทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด และมีความสำคัญอย่างมากสำหรับเทคโนโลยีการสื่อสารแบบไร้สาย ในปัจจุบันนักออกแบบด้านการสื่อสารแบบไร้สายได้พบความจริงที่ว่า แถบความถี่สำหรับคลื่นวิทยุ และความซับซ้อนของสภาพแวดล้อมในการแพร่กระจายคลื่น (propagation) สามารถเพิ่มความสามารถในการส่งข้อมูลที่มีคุณภาพสูง และมีอัตราการรับส่งที่มากขึ้นได้ แต่ในอดีตนักออกแบบได้อาศัยเพียงเทคนิคด้านความถี่ เวลา และการเข้ารหัสเท่านั้น ดังนั้นสิ่งที่สามารถพัฒนาเพิ่มขึ้น และต้องพิจารณาในมิติถัดไปได้ คือ พื้นที่ว่างในการวางสายอากาศ โดยการใช้งานสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบ (multi-element antenna)

ระบบการสื่อสารไร้สายที่เป็นระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท (Multiple-Input Multiple-Output : MIMO) เริ่มมีการศึกษาวิจัยกันอย่างมากในระยะเวลาไม่นานมานี้ เนื่องจากเป็นเทคนิคที่สามารถปรับปรุงประสิทธิภาพของระบบการสื่อสารแบบไร้สายได้ โดยการใช้งานสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบทั้งในด้านส่งและด้านรับ ซึ่งในปัจจุบันถูกนำไปเสนอใช้เป็นมาตรฐานสำหรับการเชื่อมต่อเครือข่ายไร้สายความเร็วสูง ตามมาตรฐาน IEEE 802.11n ความจุของระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ได้เป็นหัวข้อหลักของงานวิจัยในช่วงทศวรรษที่ผ่านมา โดยได้แสดงให้เห็นว่า สำหรับช่องสัญญาณ (channel) ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน (independent and identically distributed : i.i.d.)

จะทำให้ความจุช่องสัญญาณเพิ่มขึ้นอย่างเป็นเชิงเส้น ตามค่าที่น้อยที่สุดของจำนวนสายอากาศด้านรับและด้านส่ง ซึ่งผลที่ได้นี้ อธิบายได้ว่าระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท สามารถใช้ประโยชน์จากพื้นที่ว่างในการวางสายอากาศมาช่วยเพิ่มความจุช่องสัญญาณได้ โดยทั่วไปแล้วงานวิจัยที่ผ่านมา เน้นศึกษาบนพื้นฐานการใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิก (isotropic antenna) และให้การกระจายของสัญญาณที่มาถึงสายอากาศมีการแจกแจงแบบเอกรูป (uniform distribution) คือมีการเข้าถึงสายอากาศในทุกทิศทาง ทำให้การใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิกมีความเหมาะสมสำหรับการใช้งานภายในอาคาร (indoor) สำหรับงานวิจัยนี้จะวิเคราะห์ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท เพื่อนำมาใช้งานในสภาวะภายนอกอาคาร (outdoor) โดยใช้สายอากาศแบบมีทิศทาง (directional antenna) ซึ่งเน้นศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ (antenna radiation pattern) กับความจุช่องสัญญาณ (channel capacity) สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยการจำลองแบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อวิเคราะห์ผลจากลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ และความเป็นไปได้ของสายอากาศชนิดต่าง ๆ ที่ให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่เหมาะสมในสภาวะแวดล้อมต่าง ๆ

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

- เพื่อศึกษาแบบจำลองความจุช่องสัญญาณ ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ในสภาพแวดล้อม การเฟดของคลื่นแบบหลายวิถี (multipath fading) เพื่อใช้อธิบายคุณลักษณะต่าง ๆ ของช่องสัญญาณ และเพื่อเป็นแบบจำลองอ้างอิง
- เพื่อศึกษาพัฒนาแบบจำลองสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างค่าความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ
- เพื่อที่จะได้แบบจำลองสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ที่อธิบายคุณลักษณะและความสัมพันธ์ระหว่างกับความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

- ใช้แบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ในสภาพแวดล้อมการเฟดของคลื่นแบบหลายวิถี โดยอาศัยกระบวนการเชิงสุ่ม (stochastic process)

- ทำการจำลองผลแบบจำลองด้วยวิธีการมอนติ คาร์โล (Monte Carlo) ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

- ศึกษาและออกแบบ แบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท
- วิเคราะห์ผลแบบจำลอง ความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยการจำลองแบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- ได้แบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท
- ใช้พัฒนาต้นแบบระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยการเลือกใช้สายอากาศแบบต่าง ๆ เพื่อเพิ่มความจุช่องสัญญาณ ในแต่ละสภาวะแวดล้อม

1.6 ปริทัศน์วรรณกรรม

ทั้งนี้เพื่อให้ทราบถึงแนวทางการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผลการดำเนินการวิจัย ตลอดจนข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะต่าง ๆ เพื่อที่จะนำไปสู่วัตถุประสงค์หลักที่ได้ตั้งไว้ จึงได้ศึกษาผลงานวิจัยที่ผ่านมาโดยอาศัยฐานข้อมูลต่าง ๆ โดยฐานข้อมูลที่ใช้ในการสืบค้นงานวิจัยนั้นเป็นฐานข้อมูลที่มีชื่อเสียง และได้รับการยอมรับกันอย่างกว้างขวาง เช่น ฐานข้อมูล IEEE และฐานข้อมูล IEICE นอกจากนี้ยัง ได้ทำการสืบค้นงานวิจัยจากแหล่งอื่น ๆ เช่น จากเครือข่ายอินเตอร์เน็ท จากห้องสมุดของมหาวิทยาลัยต่าง ๆ ผลการสืบค้นที่ได้จะใช้เป็นแนวทางในการดำเนินการวิจัยต่อไป สำหรับเนื้อหาในส่วนนี้จะกล่าวถึง ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในงานวิจัยระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่ผ่านมา สามารถแบ่งออกได้เป็นกลุ่มต่าง ๆ ดังนี้

1) งานวิจัยที่ศึกษาแบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

2) งานวิจัยที่เกี่ยวกับความจุของระบบระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

3) งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติมิวชวลคัปปลิ้ง (mutual coupling) ที่มีผลกับความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

ซึ่งข้อมูลในรายละเอียดงานวิจัยของแต่ละกลุ่มจะได้อธิบายต่อไปดังนี้

1.6.1 งานวิจัยที่ศึกษาแบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

งานวิจัยเกี่ยวกับแบบจำลองช่องสัญญาณ ถือเป็นพื้นฐานของการศึกษาวิจัยสำหรับการสื่อสารแบบไร้สาย เนื่องจากความซับซ้อนของกระบวนการการกระจายคลื่น ซึ่งถือเป็นสิ่งสำคัญในการค้นหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

สำหรับแบบจำลอง ช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน ได้ถูกนำมาใช้ในการศึกษาวิจัยในขอบเขตของ ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ในลักษณะที่เป็นช่องสัญญาณแบบเชิงสุ่ม (stochastic channel) ดังนั้นช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน จึงมีความเรียบง่าย และเหมาะสมในการศึกษาแบบจำลองช่องสัญญาณโดยทั่วไป

ในงานวิจัยที่ผ่านมา ได้มีการนำเสนอแบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่แตกต่างกันมากมาย โดยที่แบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท สามารถจัดแบ่งออกได้หลายรูปแบบ เช่น สามารถแบ่งได้เป็นแบบจำลองสำหรับแถบความถี่กว้าง (wideband) และแถบความถี่แคบ (narrowband) ในกรณีที่เราพิจารณาโดยใช้ความกว้างแถบความถี่ของระบบเป็นเกณฑ์ ซึ่งในแบบจำลองช่องสัญญาณแถบความถี่กว้าง ช่องสัญญาณจะสมมุติให้มีผลตอบสนองที่แตกต่างกันในแต่ละความถี่ นั่นคือ ช่องสัญญาณจะเป็นในลักษณะที่เรียกว่า ช่องสัญญาณการเฟดโดยการเลือกความถี่ (frequency selective fading channel) และสำหรับช่องสัญญาณแถบความถี่แคบ จะสมมุติให้มีผลตอบสนองที่เท่ากันตลอดย่านความถี่ที่พิจารณา หรือโดยการพิจารณาคุณลักษณะของค่าตัวแปรต่าง ๆ ของช่องสัญญาณ แบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทสามารถแบ่งออกได้เป็นแบบจำลองเชิงฟิสิกส์ และแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงฟิสิกส์ โดยแบบจำลองที่ไม่ใช่เชิงฟิสิกส์ จะเป็นแบบจำลองที่พิจารณาค่าตัวแปรที่ได้จากคุณลักษณะของช่องสัญญาณในเชิงสถิติ อย่างไรก็ตาม แบบจำลองเชิงฟิสิกส์ จะมีการพิจารณาถึงค่าตัวแปรเชิงฟิสิกส์ต่าง ๆ เช่น มุมของสัญญาณที่เข้ามา (Angle of Arrival : AoA) มุมของสัญญาณที่ส่งออก (Angle of Departure : AoD) และ เวลาที่สัญญาณมาถึง (Time of Arrival : ToA) เป็นต้น ซึ่งตัวอย่างของแบบจำลองเชิงฟิสิกส์ในย่านแถบความถี่แคบ ได้แก่ แบบจำลองช่องสัญญาณ “One-Ring” (Petrust, Reed and Rappaport, 1996) และแบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ (Spatial Channel Model : SCM) สำหรับแบบจำลองช่องสัญญาณ “One-Ring” ได้ถูกนำมาใช้ในงานวิจัยหลาย ๆ ชิ้น โดยเมื่อเปรียบเทียบกับช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน แบบจำลองช่องสัญญาณ “One-Ring” จะพิจารณาระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศด้วย ซึ่งทำให้สามารถนำมาใช้ในการศึกษาผลจากการมิวชวลคัปปลิ้ง และผลกระทบจากความสัมพันธ์ในลักษณะสหสัมพันธ์ (correlation effect)

แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ ถือเป็นตัวอย่างหนึ่ง ที่มีความสมจริงมากในการศึกษาแบบจำลองช่องสัญญาณ ซึ่งได้ถูกกำหนดเป็นมาตรฐานที่ได้พัฒนาโดยกลุ่ม 3GPP-3GPP2 และ ad-hoc group (AHG) ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของมาตรฐานสำหรับระบบเครือข่ายเซลลูลาร์รุ่นที่ 3 (3rd Generation Partnership Project (3GPP), 2007) โดยแบบจำลองนี้ ยอมให้มีการจำลองระบบในระดับต่าง ๆ รวมทั้งมีรูปแบบการกระจายคลื่นถึงสามลักษณะที่ใช้ในการตรวจสอบ ประกอบด้วย การกระจายคลื่นแบบ suburban macro-cell urban macro-cell และ urban micro-cell

1.6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับความจุของระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

ความจุของระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ได้เป็นหัวข้อหลักของงานวิจัยในช่วงทศวรรษที่ผ่านมา (Foschini, 1996; Foschini and Gans, 1998; Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003; Jensen and Wallace, 2004; Telatar, 1995) โดยงานวิจัยของ Foschini (1996) และ Telatar (1995) ได้แสดงให้เห็นว่า สำหรับช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่เป็นแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน ความจุช่องสัญญาณจะเพิ่มขึ้นอย่างเป็นเชิงเส้นตามค่าที่น้อยที่สุดของจำนวนสายอากาศด้านรับและด้านส่ง ซึ่งผลที่ได้นี้ อธิบายได้ว่าระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท สามารถใช้ประโยชน์จากพื้นที่ว่างในการวางสายอากาศมาช่วย โดยการส่งสัญญาณข้อมูลในรูปของช่องสัญญาณที่เป็นเมทริกซ์ แทนที่จะเป็นในรูปของช่องสัญญาณแบบเวคเตอร์ (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003) สำหรับรายละเอียดของระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ดังแสดงในงานวิจัย (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003; Jensen and Wallace, 2004)

สำหรับงานวิจัยของ Foschini (1996) Foschini and Gans (1998) Shiu, Foschini, Gans and Kahn (2000) Patzold and Hogstad (2004) และ Svantesson and Ranheim (2001) ได้ทำการศึกษาวิจัยภายใต้สมมุติฐานที่ว่า ภาครับเป็นช่องสัญญาณที่มีข่าวสารสมบูรณ์ (perfect channel information) ดังนั้น จึงมีกำลังงานในรูปแบบที่เท่ากัน เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าความจุช่องสัญญาณ และในงานวิจัย Telatar (1995) และ Khalighi, Brossier, Jourdain and Raoof (2001) ได้แสดงให้เห็นว่ารูปแบบการจัดสรรกำลังงานแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง (water-filling power allocation scheme) จะมีความเหมาะสมกับการประมาณค่าช่องสัญญาณทั้งในด้านรับและด้านส่ง

1.6.3 งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติมิวชวลคัปปลิ้งที่มีผลกับความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

ผลจากมิวชวลคัปปลิ้งที่มีต่อความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทจะขึ้นอยู่กับระยะห่างระหว่างองค์ประกอบสายอากาศ ซึ่งปรากฏในงานวิจัย Svantesson and Ranheim (2001) จากมุมมองของการทดสอบในการติดตั้งใช้งาน ระยะห่างของสายอากาศที่มีจำกัด อาทิ ในอุปกรณ์พกพาต่าง ๆ ทำให้เกิดผลของมิวชวลคัปปลิ้งเกิดขึ้น และทำให้สัญญาณที่

ได้รับ มีความสัมพันธ์กันระหว่างสายอากาศภาครับแต่ละองค์ประกอบ ในการพิจารณาแบบจำลองการมิวชวลคัปปลิ้ง สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท จะทำให้การคำนวณมีความซับซ้อนเพิ่มขึ้นด้วย ดังที่ได้กล่าวไว้ ผลจากมิวชวลคัปปลิ้งจะทำให้มีการเพิ่มขึ้น หรือลดลงของความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยจะขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อมของการกระจัดกระจาย (Svantesson and Ranheim, 2001; Wallace and Jensen, 2004; Wyglinski and Blostein, 2003)

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ จะอาศัยแบบจำลองพื้นฐานสองแบบ คือ แบบจำลองช่องสัญญาณ "One-Ring" และแบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ โดยอาศัยค่าความจุช่องสัญญาณของระบบที่มีกำลังงานที่ส่งเท่ากัน ซึ่งจะถูกนำมาใช้ในการพัฒนาและสร้างแบบจำลอง เพื่อทำการวิเคราะห์ความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท จากผลของลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ โดยแบ่งเป็นสองส่วน คือการศึกษาในระดับสองมิติ และสามมิติ ซึ่งในสองมิติจะกำหนดให้การกระจายของคลื่นอยู่ในระนาบแนวนอน โดยจะจัดวางสายอากาศทั้งภาครับและภาคส่งบนระนาบเดียวกัน ส่วนในระดับสามมิติ จะให้การกระจายของคลื่นมีทั้งในระนาบแนวนอนและระนาบแนวตั้ง โดยให้สายอากาศภาครับและภาคส่งจัดวางอยู่ในระนาบแนวนอนเดียวกัน

1.7 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ประกอบด้วย 6 บท และ 1 ภาคผนวก โดยบทที่ 1 เป็นบทนำ จะกล่าวถึงความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ ข้อตกลงเบื้องต้น ขอบเขตของงานวิจัย ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย และปริทัศน์วรรณกรรม รวมทั้งแนะนำเนื้อหาเบื้องต้นของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ส่วนบทอื่น ๆ ประกอบด้วย เนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย ได้แก่ ทฤษฎีกระบวนการเชิงสุ่ม และทฤษฎีข่าวสาร เพื่อที่จะนำมาประยุกต์ และพัฒนาในการสร้างแบบจำลองสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีแบบจำลองเบื้องต้นแบบต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท รวมทั้งอธิบายการวัดประสิทธิภาพระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

บทที่ 4 กล่าวถึง การพัฒนาแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยอาศัยแนวคิดการพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศที่ส่งผลในแบบจำลอง เพื่อพัฒนารวมทั้งวิเคราะห์คุณลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงานสายอากาศที่เหมาะสมในสภาวะแวดล้อมต่าง ๆ

บทที่ 5 กล่าวถึงผลการจำลองแบบและการวิเคราะห์ผล เพื่อแสดงความสัมพันธ์และผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น จากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศที่มีต่อความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

บทที่ 6 กล่าวถึงการสรุปผลจากการจำลองแบบที่ได้ทำการพัฒนาของวิทยานิพนธ์นี้ และข้อเสนอแนะในการทำศึกษาวิจัยเกี่ยวกับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทในโอกาสต่อไป

ภาคผนวก ก. บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในขณะศึกษา

บทที่ 2
ทฤษฎีพื้นฐาน

2.1 บทนำ

ดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 1 วัตถุประสงค์หลักในงานวิจัยนี้ คือ การศึกษาพัฒนาแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างค่าความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยอาศัยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข เพื่อนำไปสู่การเลือกลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงาน และชนิดของสายอากาศ ที่ทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่เหมาะสมในแต่ละสภาวะแวดล้อม จึงจำเป็นต้องมีการศึกษาทำความเข้าใจทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกันหลายแขนง ทั้งในเรื่องทฤษฎีที่เกี่ยวกับกระบวนการเชิงสุ่ม และทฤษฎีข่าวสาร ดังนั้นก่อนที่จะเข้าสู่กระบวนการการพัฒนาสร้างแบบจำลอง จึงจำเป็นต้องมีความเข้าในทฤษฎีต่าง ๆ ในเบื้องต้นก่อน ดังนั้นในบทนี้จะได้อธิบายถึง ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ โดยลำดับต่อไป

2.2 กระบวนการเชิงสุ่ม

ในการวิจัยนี้ เราจะทำการศึกษาปรากฏการณ์ธรรมชาติ ที่เกี่ยวกับช่องสัญญาณในระบบการสื่อสารแบบไร้สาย เพื่อสร้างแบบจำลองของช่องสัญญาณสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยที่เราจะใช้แบบจำลองเพื่ออธิบายลักษณะต่าง ๆ ของช่องสัญญาณ โดยอาศัยกระบวนการเชิงสุ่ม และเพื่อเป็นแบบจำลองอ้างอิง หรือใช้สำหรับการวิเคราะห์ ซึ่งสามารถที่จะปรับเปลี่ยนค่าต่าง ๆ เพื่อให้เหมาะสมกับสถานการณ์ต่าง ๆ ในการจำลองแบบในรูปแบบต่าง ๆ

กระบวนการเชิงสุ่ม (stochastic process) มีที่มาจากภาษากรีก สำหรับคำว่า “stochastic” หมายถึง การสุ่ม (random) หรือโอกาส (chance) สำหรับในการสร้างแบบจำลอง ก็เพื่อที่จะทำนายโอกาสของผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นจากสภาวะแวดล้อมที่ได้กำหนดให้ สำหรับในการศึกษากระบวนการเชิงสุ่ม จำเป็นต้องทราบถึงนิยามต่าง ๆ ที่ใช้ในกระบวนการเชิงสุ่ม โดยนิยามที่ควรทราบเกี่ยวกับกระบวนการเชิงสุ่มมีดังต่อไปนี้

2.2.1 ตัวแปรสุ่ม

ตัวแปรสุ่ม (random variable) คือ ปริมาณที่มีค่าเจาะจง โดยบอกได้ว่ามันมีค่าที่อาจเป็นไปได้ค่าใดค่าหนึ่งจากค่าจริง ๆ และสามารถบอกความถี่สัมพัทธ์ (relative frequency) ของการเกิดแต่ละค่าได้ พิจารณาการทดลองแบบสุ่มแทนด้วย s ที่ได้จากปริภูมิตัวอย่าง (sample space)

แทนด้วย S ตามเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ภายในปริภูมิตัวอย่าง S และค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นั้น ๆ สมมติว่าผลการทดลองแต่ละค่าของ s ที่ได้จากปริภูมิตัวอย่าง เรากำหนดฟังก์ชันที่แปรตามเวลาฟังก์ชันหนึ่งตามที่เราต้องการให้กับผลการทดลองนั้น ๆ ซึ่งสามารถเขียนในรูปของ

$$X(t,s) \tag{2.1}$$

โดยที่ $-T \le t \le T$ และ $2T$ คือ ช่วงเวลาของการสังเกตทั้งหมด หากเรากำหนดให้ s มีค่าตายตัวค่าหนึ่งเท่ากับ s_j เราจะได้รูปสัญลักษณ์ของฟังก์ชันที่มีค่าแปรตามเวลาเป็น $X(t,s_j)$ และเราจะเรียกฟังก์ชันนี้ว่า ฟังก์ชันตัวอย่าง (sample function) ในทางกลับกัน หากเรากำหนดเวลา t มีค่าคงที่ค่าหนึ่งเท่ากับ t_k เราจะได้ตัวแปรสุ่ม $X(t_k,s)$ ที่ประกอบด้วย

$$\{X(t_k,s_1), X(t_k,s_2),..., X(t_k,s_n)\} \tag{2.2}$$

โดยทั่วไปเพื่อความสะดวกในการเขียน เรามักจะแทน $X(t,s_j)$ ด้วย $x_j(t)$ ดังนั้นส่วนประกอบของตัวแปรสุ่มข้างต้นสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\{x_1(t), x_2(t),..., x_n(t)\} \tag{2.3}$$

จากที่กล่าวมานี้จะสังเกตเห็นว่าการเขียนฟังก์ชันในลักษณะนี้ $X(t,s)$ เปรียบเสมือนว่าเรามีชุดของตัวแปรสุ่มจำนวนหนึ่ง ที่มีตัวชี้ด้วยตัวแปรทางเวลา และเราเรียกชุดตัวแปรสุ่มเหล่านี้รวม ๆ กันว่าเป็น กระบวนการเชิงสุ่ม นอกจากนี้โดยทั่วไป ในการแสดงถึงกระบวนการเชิงสุ่มนั้นอาจจะตัดส่วนของ s ออกเพื่อความกระชับ คือจะใช้เพียง $X(t)$ ในการแทนกระบวนการเชิงสุ่ม

เพื่อให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างตัวแปรสุ่มกับกระบวนการเชิงสุ่มมากขึ้น เราจะสามารถสรุปเปรียบเทียบไว้ได้ดังนี้ ตัวแปรสุ่ม คือ การเชื่อมโยงผลการทดลองแบบสุ่มแต่ละรูปแบบให้อยู่ในรูปของตัวเลขค่าหนึ่ง ส่วนกระบวนการเชิงสุ่ม คือ การเชื่อมโยงผลการทดลองแบบสุ่มแต่ละรูปแบบให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันของสัญญาณที่มีค่าแปรตามเวลา

ในการพิจารณากระบวนการเชิงสุ่มที่จะกล่าวต่อไป จะอาศัยความน่าจะเป็นร่วมของตัวแปรสุ่มที่แต่ละเวลา เป็นกลไกหลักสำหรับวิเคราะห์ และศึกษาถึงคุณลักษณะของ

กระบวนการเชิงสุ่ม กำหนดให้ $X_1, X_2, ..., X_k$ เป็นตัวแปรสุ่มที่ได้จากการชักตัวอย่าง (sampling) กระบวนการเชิงสุ่ม $X(t,s)$ ณ เวลา $t_1, t_2, ..., t_k$ นั่นคือ

$$\begin{aligned} X_1 &= X(t_1, s) \\ X_2 &= X(t_2, s) \\ &\vdots \\ X_k &= X(t_k, s) \end{aligned} \tag{2.4}$$

เมื่อเรานิยามตัวแปรสุ่มจำนวน k ตัวจากกระบวนการเชิงสุ่มแล้ว ให้ทำการหาค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมร่วมระหว่างตัวแปรทั้ง k ตัว (k^{th} -order joint cumulative distribution function)

$$F_{x_1, x_2, ..., x_k}(x_1, x_2, ..., x_k) = P[X_1 \le x_1, X_2 \le x_2, ..., X_k \le x_k] \tag{2.5}$$

หรือแสดงในรูปของฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นร่วมระหว่างตัวแปร k ตัว (k^{th} -order joint probability density function)ได้เป็น

$$f_{x_1, x_2, ..., x_k}(x_1, x_2, ..., x_k) \tag{2.6}$$

ที่จะได้กล่าวถึงต่อไป จะเป็นการอธิบายถึงคุณลักษณะของกระบวนการเชิงสุ่ม และค่าทางสถิติที่สำคัญต่างๆ

2.2.2 ค่าเฉลี่ย

ค่าเฉลี่ย (mean) ของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ นิยามให้มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยทางสถิติหรือค่าคาดหมาย (expectation) ของตัวแปรสุ่มที่เกิดจากการสังเกตที่เวลา t ต่าง ๆ นั่นคือ

$$\begin{aligned} m_x(t) &= E\{X(t)\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x f_{x(t)}(x) dx \end{aligned} \tag{2.7}$$

โดยที่ $f_{x(t)}(x)$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X(t)$ สังเกตว่าโดยทั่วไป ค่าเฉลี่ย $m_x(t)$ จะมีค่าขึ้นกับเวลา และเป็นเครื่องบอกให้ทราบว่าค่าเฉลี่ยของกระบวนการเชิงสุ่มมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาอย่างไร

2.3.3 ค่าอัตสหสัมพันธ์

ค่าอัตสหสัมพันธ์ (autocorrelation) ของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ แทนด้วย $R_x(t_1,t_2)$ นิยามให้มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยทางสถิติของผลคูณระหว่างตัวแปรสุ่มสองตัว $X(t_1)$ และ $X(t_2)$ ที่ได้จากการสังเกตกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ ที่เวลา t_1 และ t_2 ตามลำดับ นั่นคือ

$$\begin{aligned} R_x(t_1,t_2) &= E\{X(t_1)X(t_2)\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{x(t_1),x(t_2)}(x_1,x_2)dx_1 x_2 \end{aligned} \tag{2.8}$$

โดยที่ $f_{x(t_1),x(t_2)}(x_1,x_2)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นอันดับสอง (the second order probability density function) ของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$

2.2.4 ค่าออโตโคแวเรียนซ์

ค่าออโตโคแวเรียนซ์ (autocovariance) ของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ แทนด้วย $C_x(t_1,t_2)$ นิยามให้มีค่าดังนี้

$$C_x(t_1,t_2) = E\{(X(t_1)-m_x(t_1))(X(t_2)-m_x(t_2))\} \tag{2.9}$$

อาศัยความสัมพันธ์ตามสมการ (2.7) และ (2.8) จะได้ว่า

$$C_x(t_1,t_2) = R_x(t_1,t_2) - m_x(t_1)m_x(t_2) \tag{2.10}$$

นอกจากนี้เรายังสามารถหาค่าความแปรปรวน (variance) ของ $X(t)$ ได้จาก $C_x(t_1,t_2)$ ดังนี้

$$\begin{aligned} VAR[X(t)] &= E\left\{(X(t_1)-m_x(t_1))^2\right\} \\ &= C_x(t,t) \end{aligned} \tag{2.11}$$

2.2.5 สหสัมพันธ์ไขว้

ที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการพิจารณาวิธีการหาค่าสหสัมพันธ์ (correlation) ระหว่างกระบวนการเชิงสุ่มตัวเดียวกัน ยังไม่ได้กล่าวถึงการหาสหสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการเชิงสุ่มสองตัวเลย การนิยามค่าสหสัมพันธ์ไขว้ (cross-correlation) ระหว่างกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ และ $Y(t)$ เป็นดังนี้

$$R_{xy}(t,u) = E\{X(t)Y(u)\} \tag{2.12}$$

$$R_{yx}(t,u) = E\{Y(t)X(u)\} \tag{2.13}$$

โดยที่ t และ u เป็นจุดเวลาที่สังเกตกระบวนการเชิงสุ่ม โดยทั่วไปในการแสดงคุณสมบัติของสหสัมพันธ์ไขว้ระหว่างตัวแปรสุ่ม $X(t)$ และ $Y(t)$ เพื่อความสะดวกมักจะเขียนในรูปของเมทริกซ์ดังนี้

$$\mathbf{R}(\tau) = \begin{bmatrix} R_x(\tau) & R_{xy}(\tau) \\ R_{yx}(\tau) & R_y(\tau) \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

โดยที่ $\tau = t - u$ เราจะเรียกเมทริกซ์นี้ว่า เมทริกซ์สหสัมพันธ์ (correlation matrix) ของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ และ $Y(t)$

2.2.6 คุณสมบัติเออร์กอดิก

ค่าเฉลี่ยเอนเซมเบิล (ensemble average) คือการหาค่าเฉลี่ยของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ ที่เวลา t_k ค่าหนึ่ง ซึ่งเป็นการหาค่าเฉลี่ยที่คิดจากค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของฟังก์ชันตัวอย่างทั้งหลายของกระบวนการเชิงสุ่มที่เวลา $t = t_k$ นอกจากค่าเฉลี่ยเอนเซมเบิลแล้ว เรายังสามารถนิยามค่าเฉลี่ยอีกรูปแบบหนึ่งที่เรียกว่า ค่าเฉลี่ยทางเวลา (time average) ที่คิดจากค่าที่เกิดขึ้นในแนวแกนเวลา ประเด็นที่น่าสนใจ คือเนื่องจากค่าทางเวลาเป็นค่าที่สามารถหาได้จริงในทางปฏิบัติ เพราะสามารถวัดได้โดยตรงจากสัญญาณที่พิจารณา ดังนั้น จึงมีคำถามว่า ค่าเฉลี่ยทั้งสองแบบมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

ก่อนอื่นจะต้องอธิบายถึงการหาค่าเฉลี่ยเอนเซมเบิล ค่าเฉลี่ยยกกำลังสอง และอัตสหสัมพันธ์ ที่กระทำโดยการคำนวณค่าในทางเวลาแทน ซึ่งนิยามดังนี้

$$< X(t) >= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} X(t)dt \tag{2.15}$$

$$< X^2(t) >= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} X^2(t)dt \tag{2.16}$$

$$< X(t)X(t-\tau) >= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} X(t)X(t-\tau)dt \tag{2.17}$$

สำหรับกระบวนการเชิงสุ่มใดที่จัดว่ามีคุณสมบัติเออร์กอดิก (ergodicity) เงื่อนไขต่อไปนี้จะเป็นจริง

$$E\{X(t)\} =< X(t) > \tag{2.18}$$

$$E\left\{X^2(t)\right\} =< X^2(t) > \tag{2.19}$$

$$E\{X(t)X(t-\tau)\} =< X(t)X(t-\tau) > \tag{2.20}$$

นอกจากนี้ค่าเฉลี่ยรูปแบบอื่น ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ จะต้องเป็นจริงด้วย กระบวนการเชิงสุ่มดังกล่าวจึงจะจัดว่ามีคุณสมบัติเออร์กอดิก

2.3 ทฤษฎีข่าวสาร

ทฤษฎีข่าวสารนั้นมีความเกี่ยวข้องกับระบบการสื่อสารแบบไร้สาย เพื่อให้มีความเข้าใจถึงที่มา ที่เกี่ยวข้องกับค่าความจุช่องสัญญาณ ที่จะได้ทำการศึกษาต่อไป จึงจำเป็นต้องทราบถึงพื้นฐานทฤษฎีการสื่อสารไร้สายต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับช่องสัญญาณ อาทิ วิธีการวัดค่าข่าวสาร การหาค่าเฉลี่ยข่าวสาร และการหาความจุช่องสัญญาณสำหรับระบบการสื่อสารข้อมูล ซึ่งเป็นการศึกษาว่า แท้จริงแล้วเราจะสามารถสื่อสารข้อมูลที่ให้ประสิทธิภาพสูงสุดได้อย่างไร

2.3.1 การนิยามปริมาณข่าวสาร

พิจารณาแหล่งกำเนิดข้อมูลแห่งหนึ่งมีการส่งข้อมูลออกคราวละหนึ่งชุด โดยข้อมูลแต่ละชุดที่ส่งออกมามีรูปแบบได้จำกัดเพียง M ซึ่งอยู่ภายในเซตของปริภูมิตัวอย่าง $\{x_1, x_2, ..., x_M\}$ โดยความน่าจะเป็นในการเลือกส่งข้อมูลของแต่ละชุดมีค่าเป็น

$$P(X = x_k) = p_k \tag{2.21}$$

โดยที่ $k = 1, 2, ..., M$ และเมื่อนำความน่าจะเป็นในการส่งข้อมูลมารวมกันจะมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ

$$\sum_{k=1}^{M} p_k = 1 \tag{2.22}$$

การนิยามปริมาณข่าวสารโดยอาศัยแนวคิดของทฤษฎีความน่าจะเป็นมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริง และมีผู้ที่นิยามปริมาณข่าวสารตามเลขฐานสองไว้ (Cover and Thomas, 1991) โดยมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$I(x_k) = \log_2 \left(\frac{1}{p_k} \right) \tag{2.23}$$

จากนิยามข้างต้น แสดงให้เห็นว่าปริมาณข่าวสารของเหตุการณ์หนึ่ง ได้นิยามให้เป็นส่วนกลับของค่าความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์นั้น นั่นคือ เหตุการณ์ใดมีโอกาสเกิดขึ้นมากก็จะมีปริมาณข่าวสารที่น้อย และเหตุการณ์ใดมีโอกาสเกิดขึ้นน้อยก็จะมีปริมาณข่าวสารที่มาก ซึ่งผลจากการนิยามตามสมการ (2.23) พบว่าปริมาณข่าวสารมีคุณสมบัติที่น่าสนใจดังนี้

1) $I(x_k) = 0$ สำหรับ $p_k = 1$
2) $I(x_k) \geq 0$ สำหรับ $0 \leq p_k \leq 1$
3) $I(x_k) > I(x_j)$ สำหรับ $p_k < p_j$
4) $I(x_k x_i) = I(x_k) + I(x_i)$ ถ้า สำหรับ x_k และ x_j เป็นอิสระต่อกันในเชิงสถิติ

2.3.2 การนิยามปริมาณเอนโทรปี

แม้ว่าการวัดปริมาณข่าวสารของเหตุการณ์แต่ละเหตุการณ์ตามนิยามสมการ (2.23) นับว่าเป็นประโยชน์ แต่เวลานำไปประยุกต์ใช้งาน เรามักจะสนใจ และต้องการทราบถึงปริมาณ

ข่าวสารที่ได้จากแหล่งกำเนิดข้อมูลเฉลี่ยโดยรวมมากกว่า แทนที่จะสนใจปริมาณข่าวสารของเหตุการณ์แต่ละเหตุการณ์แยกกัน ปริมาณข่าวสารโดยเฉลี่ยของแหล่งกำเนิดข้อมูลที่กล่าวนี้มีชื่อเฉพาะเรียกว่า เอนโทรปี (entropy) และค่านี้สามารถหาได้จากการหาค่าเฉลี่ยเชิงสถิติของข่าวสารของแต่ละเหตุการณ์ หรือ ค่าคาดหมายของเหตุการณ์ดังนี้

$$\begin{aligned} H(X) &= E\{I(x_k)\} \\ &= \sum_{k=1}^{M} p_k I(x_k) \\ &= \sum_{k=1}^{M} p_k \log_2\left(\frac{1}{p_k}\right) \end{aligned} \tag{2.24}$$

โดยที่ $E\{.\}$ แทนค่าเฉลี่ยเชิงสถิติ หรือค่าคาดหมาย

จากนิยามเอนโทรปีตามสมการ (2.24) พบว่าเอนโทรปีมีคุณสมบัติที่น่าสนใจประการหนึ่งคือ

$$0 \le H(X) \le \log_2 M \tag{2.25}$$

เมื่อ M คือจำนวนรูปแบบของสัญลักษณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของแหล่งกำเนิดข้อมูล จากสมการ (2.25) จะเห็นว่า ความสัมพันธ์นี้แสดงถึงขอบเขตของเอนโทรปีทั้งค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

สำหรับขอบเขตค่าต่ำสุดของเอนโทรปี จะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0 เสมอ การพิสูจน์คุณสมบัตินี้ทำได้โดยง่าย เพราะจากนิยามตามสมการ (2.24) แต่ละค่าของ $p_k \log_2(1/p_k)$ ที่นำมารวมกันมีค่ามากกว่า 0 เสมอ ดังนั้น $H(X) \ge 0$ ด้วย ทั้งนี้เอนโทรปีจะมีค่าเป็น 0 ก็เฉพาะกรณีที่มีสัญลักษณ์หนึ่งในเซตมีความน่าจะเป็นในการเกิดเป็น 1 ส่วนสัญลักษณ์ที่เหลือมีค่าความน่าจะเป็นในการเกิดเป็น 0 ทั้งหมด กล่าวคือ มี p_k ค่าหนึ่งเป็น 1 และ p_k ที่เหลือมีค่าเป็น 0

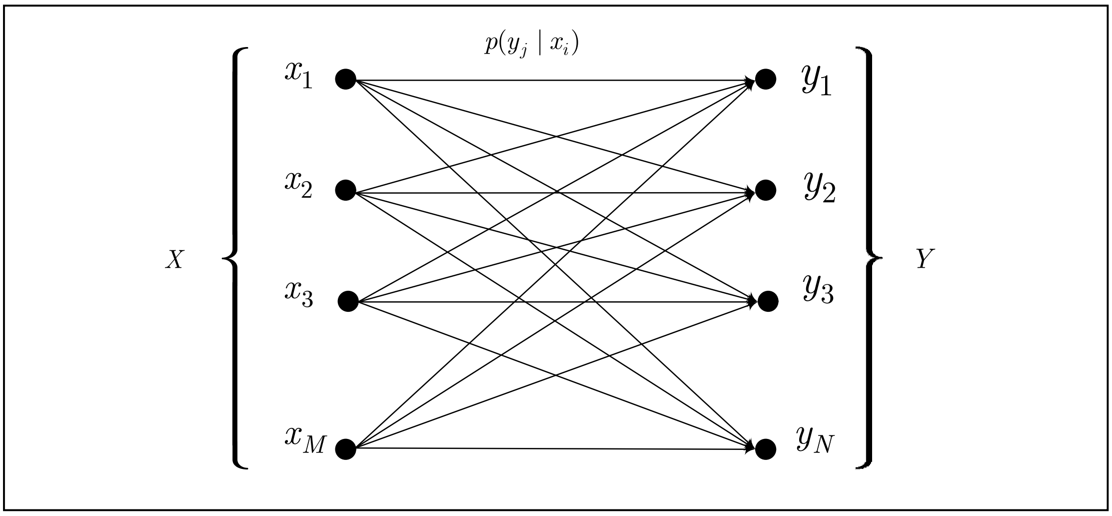
ส่วนขอบเขตบนบ่งบอกว่าเอนโทรปีจะมีค่าสูงสุดไม่เกิน $\log_2 M$ ถ้าพิจารณาโดยละเอียดจะพบว่า เอนโทรปีสูงสุดที่เป็นไปได้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อสัญลักษณ์ทั้ง M รูปแบบมีความน่าจะเป็นในการเกิดเท่ากับ $1/M$ เท่ากันหมดนั่นเอง

2.3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณ

การอธิบายที่ผ่านมาเป็นการอธิบายเกี่ยวกับแหล่งกำเนิดข่าวสารทั้งสิ้น ในส่วนต่อไปจะเป็นการพิจารณาส่วนที่สำคัญของระบบอีกส่วนหนึ่ง คือ ช่องสัญญาณ ซึ่งเป็นสื่อกลางในการนำส่งข่าวสารจากแหล่งกำเนิดที่ภาคส่งไปยังจุดหมายปลายทางที่ภาครับ ช่องสัญญาณพื้นฐานที่

นำมาพิจารณาต่อไปนี้ ให้มีคุณสมบัติไม่มีความจำ (memoryless) หมายความว่า สัญญาณที่ขาออกของช่องสัญญาณ ณ เวลาหนึ่ง จะขึ้นอยู่กับสัญญาณที่ด้านเข้า ณ เวลาดังกล่าวเท่านั้น ไม่ขึ้นกับสัญญาณที่ได้ป้อนเข้ามาก่อนหน้านี้เลย นอกจากนี้สัญญาณที่ด้านเข้าและด้านออกก็จะมีรูปแบบของสัญลักษณ์ที่จำกัดด้วยเช่นกัน

พิจารณาแหล่งกำเนิดสัญญาณหนึ่ง ซึ่งให้กำเนิดสัญลักษณ์จำนวนจำกัดที่แตกต่างกันทั้งหมด M รูปแบบ $\{x_1, x_2, ..., x_M\}$ เมื่อป้อนสัญญาณดังกล่าวเข้าสู่ช่องสัญญาณที่ไม่มีความจำ พบว่า จะได้สัญญาณด้านออกที่แตกต่างกันทั้งหมด N รูปแบบ $\{y_1, y_2, ..., y_N\}$ และเมื่อนำองค์ประกอบดังกล่าวมาวาดเป็นโครงสร้างแบบจำลองได้ ดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบไม่มีความจำ

จากรูปสังเกตว่าส่วนของช่องสัญญาณที่มีการเขียนค่าความน่าจะเป็น $p(y_j \mid x_i)$ ประกอบอยู่ในแบบจำลอง ซึ่งจะหมายถึงค่าความน่าจะเป็นที่สัญญาณด้านออกจะเป็น y_j เมื่อทราบว่าป้อนสัญญาณ x_i เข้าสู่ช่องสัญญาณแล้ว หรือเท่ากับ $P(Y = y_j \mid X = x_i)$ นั่นคือ ถ้าเราทราบความน่าจะเป็น $p(y_j \mid x_i)$ ครบทุกแบบ ก็จะสามารถบรรยายคุณลักษณะของช่องสัญญาณที่ไม่มีความจำได้อย่างสมบูรณ์

เราสามารถแสดงคุณลักษณะของช่องสัญญาณในรูปเมทริกซ์ขนาด $M \times N$ ได้ดังนี้

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p(y_1 \mid x_1) & p(y_2 \mid x_1) & \cdots & p(y_N \mid x_1) \\ p(y_1 \mid x_2) & p(y_2 \mid x_2) & \cdots & p(y_N \mid x_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p(y_1 \mid x_M) & p(y_2 \mid x_M) & \cdots & p(y_N \mid x_M) \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

เราเรียกเมทริกซ์ $\mathbf{P}$ ว่าเมทริกซ์ช่องสัญญาณ (channel matrix)

โดยทั่วไป เรามักทราบหรือมีการกำหนดความน่าจะเป็นของสัญญาณ X แต่ละสัญลักษณ์ที่ป้อนเข้าสู่ช่องสัญญาณ นั่นคือเราทราบค่า $p(x_i) = P(X = x_i)$ สำหรับสัญลักษณ์ x_i ทั้งหมดที่อยู่ในเซต $\{x_1, x_2, ..., x_M\}$ เมื่อการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นที่รับทราบแล้ว สิ่งต่อไปที่เราสนใจคือ การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม Y ซึ่งเป็นสัญญาณที่ด้านออกของช่องสัญญาณ ในการคำนวณการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม Y สามารถทำได้โดยอาศัยหลักการของการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบมาร์จินอล (marginal distribution probability) ดังนี้

$$\begin{aligned} p(y_j) &= P(Y = y_j) \\ &= \sum_{i=1}^{M} P(Y = y_j \mid X = x_i) P(X = x_i) \\ &= \sum_{i=1}^{M} p(y_j \mid x_i) p(x_i) \end{aligned} \tag{2.27}$$

นอกจากนี้ยังสามารถคำนวณหาค่าการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม (joint probability distribution) ของตัวแปรสุ่ม X และ Y ได้จากความสัมพันธ์

$$\begin{aligned} p(x_i, y_j) &= P(X = x_i, Y = y_j) \\ &= P(Y = y_j \mid X = x_i) P(X = x_i) \\ &= p(y_j \mid x_i) p(x_i) \end{aligned} \tag{2.28}$$

2.3.4 ข่าวสารร่วม

จากการอธิบายถึงแบบจำลองของช่องสัญญาณในส่วนที่ผ่านมาแล้วนั้น สัญญาณ X คือสัญญาณที่ป้อนเข้าสู่ช่องสัญญาณ และ Y คือสัญญาณที่ขาออกของช่องสัญญาณ

ซึ่งสัญญาณ Y ก็คือ สัญญาณ X ที่ได้เปลี่ยนแปลงไป เนื่องจากการรบกวนจากตัวช่องสัญญาณ ในส่วนของสัญญาณ X นั้น เราสามารถคำนวณหาความไม่แน่นอนโดยอาศัยนิยามเอนโทรปี (ประสิทธิ์ ประพิณมงคลการ, 2540) ได้ดังนี้

$$H(X) = \sum_{i=1}^{M} p(x_i)\log_2\left(\frac{1}{p(x_i)}\right) \tag{2.29}$$

เพื่อความสะดวกในการอธิบายในลำดับถัดไปเราจะดัดแปลงสภาพของสมการ $H(X)$ ใหม่เป็น

$$\begin{aligned} H(X) &= \sum_{i=1}^{M} p(x_i)\log_2\left(\frac{1}{p(x_i)}\right)\sum_{j=1}^{N} p(y_j \mid x_i) \\ &= \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} p(y_j \mid x_i)p(x_i)\log_2\left(\frac{1}{p(x_i)}\right) \\ &= \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} p(y_j, x_i)\log_2\left(\frac{1}{p(x_i)}\right) \\ &= \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{M} p(x_i, y_j)\log_2\left(\frac{1}{p(x_i)}\right) \end{aligned} \tag{2.30}$$

เมื่อเราทราบความไม่แน่นอนของสัญญาณ X จากค่าเอนโทรปี $H(X)$ แล้ว หากลองพิจารณาต่อว่าจะเกิดอะไรขึ้นกับความไม่แน่นอนของ X เมื่อภาครับได้รับสัญญาณ $Y = y_j$ เป็นที่เรียบร้อยแล้ว กล่าวคือภาครับได้รับข่าวสารเพิ่มเติม และจะต้องไม่ลืมว่าข่าวสารของสัญญาณ Y ก็คือข่าวสารของสัญญาณ X ที่ถูกรบกวนโดยช่องสัญญาณ ดังนั้นภาครับจะพิจารณาความไม่แน่นอนของสัญญาณ X ว่ามีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร เมื่อเทียบกับก่อนที่จะได้รับสัญญาณ Y โดยเราจะเริ่มจากการหาค่าเอนโทรปีของตัวแปรสุ่ม X หลังจากที่ได้รับทราบค่าของตัวแปรสุ่ม $Y = y_j$ เรียบร้อยแล้ว ซึ่งเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$H(X \mid Y = y_j) = \sum_{i=1}^{M} p(x_i \mid y_j)\log_2\left(\frac{1}{p(x_i \mid y_j)}\right) \tag{2.31}$$

ค่าจากการคำนวณนี้ ให้ผลได้หลายรูปแบบ และเปลี่ยนแปลงไปตามค่า y_j ดังนั้นค่า $H(X \mid Y = y_j)$ สามารถมองเป็นตัวแปรสุ่มที่มีค่าเป็น $H(X \mid Y = y_1)$, $H(X \mid Y = y_2)$,

$\ldots, H(X \mid Y = y_N)$ ด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ $p(y_1)$, $p(y_1), \ldots,$ $p(y_N)$ ตามลำดับ ดังนั้นถ้าเราหาค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มนี้ตามค่าของ Y จะได้

$$\begin{aligned} H(X \mid Y) &= \sum_{j=1}^{N} H(X \mid Y = y_j) p(y_j) \\ &= \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{M} p(x_i \mid y_j) p(y_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i \mid y_j)} \right) \\ &= \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{M} p(x_i, y_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i \mid y_j)} \right) \end{aligned} \tag{2.32}$$

พจน์ $H(X \mid Y)$ คือ ค่าที่แสดงถึงความไม่แน่นอนของสัญญาณ X ที่พิจารณาหลังจากได้รับค่าของสัญญาณ Y ที่ขาออกของช่องสัญญาณแล้ว ส่วน $H(X)$ คือ ค่าที่แสดงถึงความไม่แน่นอนของสัญญาณ X ตามคุณลักษณะของแหล่งกำเนิด โดยหลักการแล้ว ค่า $H(X \mid Y)$ น่าจะมีขนาดเล็กกว่า $H(X)$ เนื่องจากได้รับข่าวสารที่มากกว่า ดังนั้น ความไม่แน่นอนของ X หลังจากได้รับข่าวสารเพิ่มเติมจากช่องสัญญาณย่อมจะลดลง ข่าวสารที่ได้รับเพิ่มเติมนี้เรียกว่า ข่าวสารร่วม (mutual information) ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$I(X;Y) = H(X) - H(X \mid Y) \tag{2.33}$$

จากสมการ (2.30) และ (2.32) จะได้ว่า

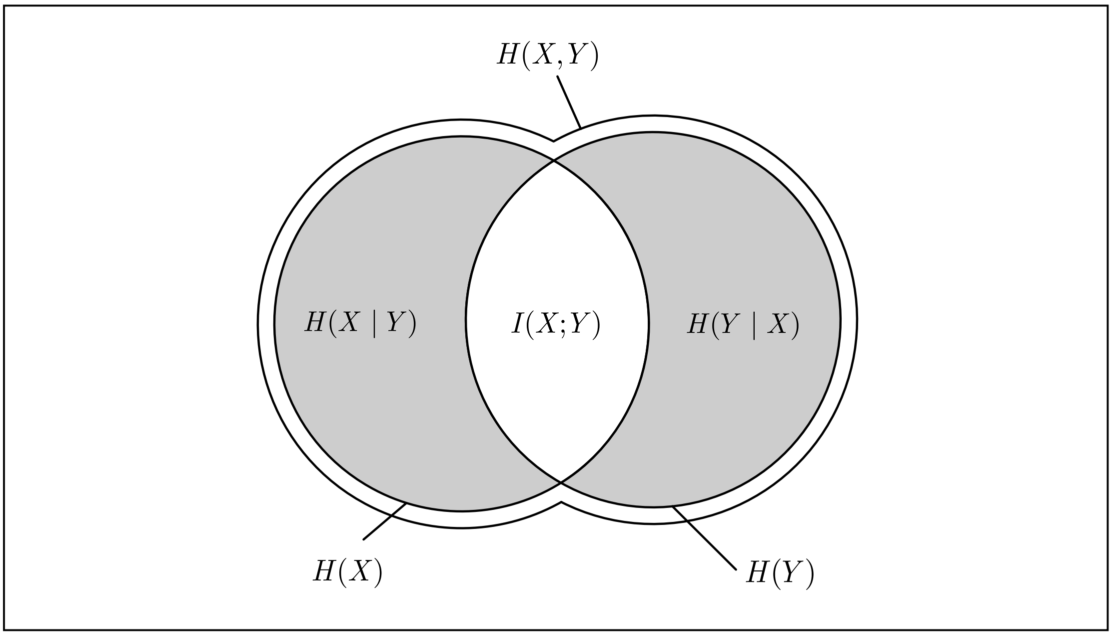
$$\begin{aligned} I(X;Y) &= \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{M} p(x_i, y_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i)} \right) - \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{M} p(x_i, y_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i \mid y_j)} \right) \\ &= \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{M} p(x_i, y_j) \log_2 \left(\frac{p(x_i \mid y_j)}{p(x_i)} \right) \end{aligned} \tag{2.34}$$

จากคำจำกัดความของคำว่าข่าวสารร่วมหรือ $I(X;Y)$ ตามสมการ (2.33) พบว่าข่าวสารร่วมมีคุณสมบัติที่น่าสนใจดังนี้

1) $I(X;Y) = I(Y;X)$
2) $I(X;Y) \geq 0$ เสมอ
3) $I(X;Y) = H(Y) - H(Y \mid X) = H(X) - H(X \mid Y)$

4) $I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$

เราสามารถอธิบายคุณสมบัติของข่าวสารร่วมโดยอาศัยแผนภาพเวนน์ (venn diagram) ได้ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 แผนภาพเวนน์แสดงค่าต่าง ๆ ของข่าวสารในระบบการสื่อสาร

2.3.5 ความจุช่องสัญญาณ

พิจารณาช่องสัญญาณที่มีการป้อนสัญญาณด้านเข้า X ด้วยสัญญาณที่มีจำนวนรูปแบบของสัญลักษณ์จำกัด และ สัญญาณขาออก Y ของช่องสัญญาณ ก็มีจำนวนรูปแบบของสัญลักษณ์จำนวนจำกัดด้วย โดยที่ช่องสัญญาณมีความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสภาพของสัญญาณเป็น $p(y_j \mid x_i)$ เราจะนิยามความจุช่องสัญญาณ C ให้มีค่าเท่ากับปริมาณข่าวสารเฉลี่ยสูงสุดที่สามารถส่งผ่านช่องสัญญาณได้ ซึ่งก็เทียบได้กับการหาค่าสูงสุดของข่าวสารร่วมนั่นเอง

เมื่อพิจารณาค่าของ $I(X;Y)$ สามารถแสดงได้เป็น

$$I(X;Y) = \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{M} p(x_i, y_j)\log_2\left(\frac{p(y_j \mid x_i)}{p(y_j)}\right) \tag{2.35}$$

เนื่องจากเราสามารถแสดงค่าของ $p(x_i, y_j)$ ในรูปของ

$$p(x_i, y_j) = p(y_j \mid x_i)p(x_i) \tag{2.36}$$

และแสดงค่าของ $p(y_j)$ ในรูปของ

$$p(y_j) = \sum_{i=1}^{M} p(y_j \mid x_i)p(x_i) \tag{2.37}$$

ดังนั้นเมื่อเราแทนค่าของ $p(x_i, y_j)$ และ $p(y_j)$ ลงในสมการ (2.35) จะได้ว่าค่า $I(X;Y)$ นั้นจะขึ้นอยู่กับค่า $p(x_i)$ และค่า $p(y_j \mid x_i)$ เท่านั้น เนื่องจาก $p(y_j \mid x_i)$ เป็นค่าที่ขึ้นกับคุณสมบัติของช่องสัญญาณซึ่งไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ จึงหมายความว่า ค่าของ $I(X;Y)$ จะขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของสัญญาณที่ป้อนเข้ามาเป็นสำคัญ ด้วยเหตุนี้เราจึงสามารถเขียนความจุช่องสัญญาณได้ดังนี้ (ลัญฉกร วุฒิสิทธิกุลกิจ, 2546).

$$C = \max_{p(x_i)} I(X;Y) \tag{2.38}$$

จากที่กล่าวมาเราได้ข้อสังเกตที่น่าสนใจอยู่ประการหนึ่งว่าความจุของช่องสัญญาณนอกจากจะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของช่องสัญญาณเองแล้ว ยังขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของสัญญาณที่ป้อนเข้าไปในช่องสัญญาณด้วย

2.3.6 เอนโทรปีสำหรับแหล่งกำเนิดข่าวสารแบบต่อเนื่อง

การอธิบายที่ผ่านมา เราอธิบายเฉพาะแหล่งกำเนิดสัญญาณที่มีรูปแบบสัญลักษณ์จำกัด ดังนั้นเราจึงแสดงแหล่งกำเนิดสัญญาณแบบนี้ในรูปของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง (discrete random variable) สำหรับเนื้อหาต่อจากนี้ จะขยายไปสู่แหล่งกำเนิดที่มีสัญลักษณ์แบบไม่จำกัด ดังนั้น เราจึงแสดงแหล่งกำเนิดสัญญาณที่จะพิจารณาต่อไปนี้ในรูปของ ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (continuous random variable)

กำหนดให้ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง X มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นเท่ากับ $f_x(X)$ ถ้าเรานิยามค่าเอนโทรปีของแหล่งกำเนิด หรือตัวแปรสุ่มนี้ โดยอาศัยรูปแบบที่คล้ายคลึงกับการนิยามของเอนโทรปีสำหรับตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง ก็จะได้เป็นรูปแบบสมการดังต่อไปนี้

$$h(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) \log_2 \left(\frac{1}{f_x(x)} \right) dx \tag{2.39}$$

และเราจะเรียกนิยามเอนโทรปีนี้ว่า เอนโทรปีส่วนต่าง (differential entropy) สำหรับเหตุผลที่เรียกเช่นนี้ จะได้อธิบายในภายหลัง หากพิจารณาในเชิงคณิตศาสตร์ แท้จริงแล้ว เราจะพบว่าการนิยามตามสมการ (2.39) ไม่เหมือนหรือสอดคล้องกับการให้นิยามสำหรับตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง ประเด็นนี้สามารถอธิบายให้เห็นได้อย่างชัดเจนดังนี้

ก่อนอื่นเราจะพิจารณาตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง ในรูปของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง โดยอาศัยทฤษฎีลิมิตมาช่วย นั่นคือ สมมติให้ $x_k = k\Delta x$ โดยที่ $k = 0,1,2,...$ และ Δx มีค่าเข้าใกล้ 0 ตัวแปรสุ่ม X จะมีค่าอยู่ในช่วง $[x_k, x_k + \Delta x]$ ด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ $f_x(x)\Delta x$ ดังนั้นเอนโทรปีของตัวแปรสุ่มที่เขียนในรูปแบบไม่ต่อเนื่องจะเป็นดังนี้

$$
\begin{aligned}
H(X) &= \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_x(x_k)\Delta x \log_2\left(\frac{1}{f_x(x_k)\Delta x}\right) \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[f_x(x_k)\log_2\left(\frac{1}{f_x(x_k)}\right) - f_x(x_k)\log_2(\Delta x) \right]\Delta x \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x_k)\log_2\left(\frac{1}{f_x(x_k)}\right)dx - \lim_{\Delta x \to 0}\log_2(\Delta x)\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x_k)dx \\
&= h(X) - \lim_{\Delta x \to 0}\log_2(\Delta x)
\end{aligned}
\tag{2.40}
$$

จากสมการความสัมพันธ์ที่ได้ สังเกตว่าพจน์แรกของสมการทางขวามือ $h(X)$ ก็คือค่าของเอนโทรปีส่วนต่างที่ได้นิยามไว้ในสมการ (2.39) นั่นเอง ซึ่งสามารถบอกได้ชัดเจนว่า นิยามเอนโทรปีส่วนต่างนั้น มีค่าไม่เท่ากับที่ได้นิยามตามแบบของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง นั่นคือ ถ้าเรานิยามเอนโทรปีให้กับตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง โดยอาศัยนิยามของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง และใช้ทฤษฎีลิมิตเข้าช่วย จะได้พจน์ที่สองของสมการทางด้านขวามือเพิ่มขึ้นมา ซึ่งถ้าลองพิจารณาดูค่าของพจน์นี้ พบว่าจะมีค่าเป็นอนันต์ เมื่อ $\Delta x \to 0$ แสดงให้เห็นได้ว่าเอนโทรปี $H(X)$ ของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องนั้น มีค่าเป็นอนันต์เสมอ และเราเรียกเอนโทรปี $H(X)$ ว่าเป็นเอนโทรปีสัมบูรณ์ (absolute entropy) การที่เอนโทรปีสัมบูรณ์ $H(X)$ เป็นอนันต์นั้น มิได้ขัดแย้งกับความเป็นจริงแต่อย่างใด เพราะแหล่งกำเนิดแบบนี้มีรูปแบบสัญลักษณ์ที่แตกต่างกันได้เป็นจำนวนอนันต์ ดังนั้นเราจึงไม่สามารถใช้ค่าเอนโทรปีสัมบูรณ์ $H(X)$ ในการเปรียบเทียบเอนโทรปีระหว่างตัวแปรสุ่ม 2 ตัวที่ต่างกันได้ ด้วยเหตุนี้ เราจึงกล่าวว่า การนิยามเอนโทรปีแบบของเอนโทรปีสัมบูรณ์ $H(X)$ นั้น ไม่มีประโยชน์ในการใช้งานเท่าใดนัก แต่สังเกตว่า ถ้าเราสนใจเฉพาะความแตกต่างของเอนโทรปีระหว่างตัวแปรสุ่มสองตัว นั่นคือ ให้นำเอนโทรปีสัมบูรณ์มาหักลบกัน จะพบว่า พจน์ที่มีค่าเป็นอนันต์จะหักล้างกันไป ผลลัพธ์ที่ได้ก็เทียบเท่าการนำเอาเอนโทรปีส่วนต่าง

$h(X)$ ของตัวแปรสุ่มทั้งสองมาหักลบกันนั่นเอง ด้วยเหตุนี้ การนิยามเอนโทรปีของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง ในรูปเอนโทรปีส่วนต่าง $h(X)$ แทนเอนโทรปีสัมบูรณ์ $H(X)$ จึงมีความเหมาะสมและเป็นประโยชน์กว่า ทั้งนี้ให้พิจารณาพจน์ $\lim_{\Delta x \to 0} \log_2(\Delta x)$ เป็นเพียงค่าอ้างอิงที่มีขนาดเท่ากันสำหรับตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องทุกตัว

2.3.7 แหล่งกำเนิดข่าวสารที่มีเอนโทรปีสูงสุด

ในการพิสูจน์เพื่อหาตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง ที่ให้ค่าเอนโทรปีส่วนต่างสูงสุด เมื่อกำหนดค่าความแปรปรวน (variance) มาให้นั้น สามารถทำได้โดยกำหนดปัญหาดังกล่าวในรูปต่อไปนี้

$$\max\left(h(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x)\log_2\left(\frac{1}{f_x(x)}\right)dx\right) \tag{2.41}$$

ภายใต้เงื่อนไข

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x)dx = 1 \tag{2.42}$$

และ

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f_x(x)dx = \sigma^2 \tag{2.43}$$

เมื่อ μ และ σ^2 คือค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X ตามลำดับ

รูปปัญหาที่แสดงข้างต้นสามารถหาผลเฉลยได้โดยอาศัยกรรมวิธี ตัวคูณลากรานจ์ (Lagrange multiplier) ซึ่งตามกรรมวิธีดังกล่าวนี้ ระบุว่า เอนโทรปีส่วนต่าง $h(X)$ จะให้ค่าสูงสุดเมื่อผลการอินทิเกรตของส่วนประกอบต่อไปนี้

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x)\log_2\left(\frac{1}{f_x(x)}\right) + \lambda_1 f_x(x) + \lambda_2 (x-\mu)^2 f_x(x)dx \tag{2.44}$$

เมื่อ λ_1 และ λ_2 คือ ตัวคูณลากรานจ์ เงื่อนไขดังกล่าวนี้ มีความหมายในอีกนัยหนึ่งว่า เอนโทรปีส่วนต่าง $h(X)$ จะให้ค่าสูงสุดเมื่อหาอนุพันธ์ของเทอมที่อยู่ในเครื่องหมายอินทิเกรต ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$f_x(x)\log_2\left(\frac{1}{f_x(x)}\right)+\lambda_1 f_x(x)+\lambda_2(x-\mu)^2 f_x(x) \tag{2.45}$$

เทียบกับ $f_x(x)$ แล้วมีค่าเท่ากับ 0 นั่นคือ

$$\log_2\left(\frac{1}{f_x(x)}\right)-\log_2 e+\lambda_1+\lambda_2(x-\mu)^2 = 0 \tag{2.46}$$

เมื่อจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$f_x(x)=\exp\left(-1+\frac{\lambda_1}{\log_2 e}+\frac{\lambda_2}{\log_2 e}(x-\mu)^2\right) \tag{2.47}$$

เมื่อแทนค่า $f_x(x)$ ลงในสมการ (2.42) และ (2.43) จะสามารถแก้หาค่า λ_1 และ λ_2 ได้เท่ากับ

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{e}{2\pi\sigma^2}\right) \tag{2.48}$$

$$\lambda_2 = -\frac{\log_2 e}{2\sigma^2} \tag{2.49}$$

เมื่อแทนค่าทั้งสองลงในสมการ (2.47) จะได้ตัวแปรสุ่มที่ให้ค่าเอนโทรปีส่วนต่างสูงสุดเป็นดังนี้

$$f_x(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{2.50}$$

ซึ่งก็คือ ตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียน (Gaussian random variable) นั่นเอง

เราสามารถหาค่าเอนโทรปีของตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียนได้โดยการใส่เครื่องหมายลอการิทึมทั้งสองข้างสมการจะได้ว่า

$$\log_2\left(\frac{1}{f_x(x)}\right) = \log_2\sqrt{2\pi}\sigma + \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\log_2 e \tag{2.51}$$

จากนิยามเอนโทรปีส่วนต่างในสมการ (2.39) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} h(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x)\log_2\left(\frac{1}{f_x(x)}\right)dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x)\left(\log_2\sqrt{2\pi}\sigma + \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\log_2 e\right)dx \\ &= \log_2\sqrt{2\pi}\sigma\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x)dx + \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x)\left(\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\log_2 e\right)dx \\ &= \log_2\sqrt{2\pi}\sigma + \frac{1}{2\sigma^2}\log_2 e\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)^2 f_x(x)dx \\ &= \log_2\sqrt{2\pi}\sigma + \frac{1}{2}\log_2 e \\ &= \frac{1}{2}\log_2\left(2\pi e\sigma^2\right) \end{aligned} \tag{2.52}$$

2.3.8 ข่าวสารร่วมสำหรับตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง

สำหรับกรณีตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง การนิยามค่าข่าวสารร่วม ระหว่างตัวแปรสุ่ม X และ Y สามารถทำได้ในลักษณะเดียวกันกับที่นิยามไว้ในสมการ (2.34) ดังนี้

$$I(X;Y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x,y)\log_2\left(\frac{f_x(x\mid y)}{f_x(x)}\right)dxdy \tag{2.53}$$

โดยที่ $f_{x,y}(x,y)$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นร่วม(joint probability density function) ของตัวแปรสุ่ม X และ Y ส่วน $f_x(x\mid y)$ คือฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นแบบ

มีเงื่อนไข (conditional probability density function) ของตัวแปรสุ่ม X เมื่อทราบค่าของตัวแปรสุ่ม $Y = y$

คุณสมบัติหลักของข่าวสารร่วม $I(X;Y)$ สำหรับกรณีตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง สามารถพิจารณาได้ทำนองเดียวกับตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่องได้ดังนี้

1) $I(X;Y) = I(Y;X)$

2) $I(X;Y) \geq 0$ เสมอ

3) $I(X;Y) = h(X) - h(X \mid Y)$

4) $I(X;Y) = h(Y) - h(Y \mid X)$

โดยที่ $h(X)$ คือ ค่าเอนโทรปีส่วนต่างของ X และ $h(Y)$ ค่าเอนโทรปีส่วนต่างของ Y สำหรับ $h(X \mid Y)$ คือค่าเอนโทรปีส่วนต่างแบบมีเงื่อนไข (conditional differential entropy) ของตัวแปรสุ่ม X เมื่อทราบค่าของตัวแปรสุ่ม Y ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$h(X \mid Y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x,y)\log_2\left(\frac{1}{f_x(x \mid y)}\right)dxdy \tag{2.54}$$

และ $h(Y \mid X)$ คือค่าเอนโทรปีส่วนต่างแบบมีเงื่อนไข ของตัวแปรสุ่ม Y เมื่อทราบค่าของตัวแปรสุ่ม X ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$h(Y \mid X) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x,y)\log_2\left(\frac{1}{f_x(y \mid x)}\right)dxdy \tag{2.55}$$

2.3.9 ทฤษฎีความจุช่องสัญญาณ

พิจารณาสัญญาณ $X(t)$ หนึ่งที่มีแถบความถี่จำกัดเท่ากับ B เฮิรตซ์ ได้ทำการป้อนเข้าสู่ช่องสัญญาณที่ไม่มีความจำ ซึ่งมีสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนสีขาวแบบบวก (Additive White Gaussian Noise : AWGN) กำหนดให้ X_k คือ ค่าที่ได้จากการชักตัวอย่างสัญญาณ $X(t)$ ณ เวลา k ตั้งแต่ 1, 2, ... , n ทั้งนี้การการชักตัวอย่างสัญญาณ กระทำอย่างสม่ำเสมอด้วยอัตราเร็วเท่ากับ $2B$ ซึ่งเป็นอัตราในการการชักตัวอย่างที่สูงเพียงพอ สำหรับการที่ภาครับจะสามารถดึงสัญญาณต้นทางกลับคืนมาได้อย่างถูกต้อง ตามทฤษฎีการชักตัวอย่างของไนควิสต์ เมื่อสัญญาณ X_k ถูกป้อนเข้าสู่ช่องสัญญาณจะได้เป็นสัญญาณ Y_k ออกมา ซึ่งคือ ตัวอย่างของสัญญาณที่ด้านออกจากช่องสัญญาณ ณ เวลา k นั่นเอง

จากนิยามข้างต้นจะได้ว่า

$$Y_k = X_k + N_k \qquad \text{เมื่อ } k = 1,2,...,n \tag{2.56}$$

โดยค่าตัวอย่างของสัญญาณรบกวน N_k ที่เวลา k มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ

$$\sigma^2 = N_0 B \tag{2.57}$$

แหล่งกำเนิดสัญญาณจะส่งออกด้วยกำลังเฉลี่ยที่จำกัดค่าหนึ่งเท่ากับ P ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$E\{X_k^2\} = P \qquad \text{เมื่อ } k = 1,2,...,n \tag{2.58}$$

ความจุของช่องสัญญาณมีนิยามดังนี้

$$C = \max_{p(x_i)} \left\{ I(X_k;Y_k) : E\{X_k^2\} = P \right\} \tag{2.59}$$

โดยที่ $I(X_k;Y_k)$ คือ ค่าเฉลี่ยของข่าวสารร่วม ระหว่างตัวอย่างของสัญญาณที่แหล่งกำเนิด X_k และสัญญาณที่ด้านออกของช่องสัญญาณเป็น Y_k โดยที่การหาค่าความจุสูงสุดนั้น ให้กระทำเทียบกับฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของตัวแปร X_k

ในการหาค่าสูงสุดนั้นเราจะอาศัยค่าของ $I(X_k;Y_k)$ ในรูปของความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$I(X_k;Y_k) = h(Y_k) - h(Y_k \mid X_k) \tag{2.60}$$

สำหรับ $h(Y_k \mid X_k)$ มีความหมายว่า เมื่อได้กำหนดค่าของ X_k มาแล้ว จะพบว่าค่าเอนโทรปีของ Y_k จะมีค่าเท่ากับเอนโทรปีของ N_k นั่นเอง ซึ่งสามารถอธิบายได้โดยพิจารณาความสัมพันธ์ $Y_k = X_k + N_k$ จะเห็นว่าเมื่อเราทราบ X_k แล้ว Y_k จะขึ้นตรงกับตัวแปรสุ่ม N_k เท่านั้น

ด้วยเหตุนี้เราจึงสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

$$h(Y_k \mid X_k) = h(N_k) \tag{2.61}$$

เมื่อแทนค่า $h(Y_k \mid X_k)$ ลงในสมการ (2.60) จะได้ว่า

$$h(X_k;Y_k) = h(Y_k) - h(N_k) \tag{2.62}$$

เนื่องจากสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในช่องสัญญาณ ไม่ได้มีความสัมพันธ์อันใดกับสัญญาณที่ส่งจากแหล่งกำเนิดข่าวสาร ดังนั้น การแจกแจงความน่าจะเป็น $f_x(x)$ ของตัวแปรสุ่ม X_k ก็ย่อมจะเป็นอิสระในเชิงสถิติจากสัญญาณรบกวน N_k ด้วย นั่นคือ $h(N_k)$ ไม่ขึ้นกับฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น $f_x(x)$ เมื่อเป็นเช่นนี้การหาค่าสูงสุดของ $I(X_k;Y_k)$ จึงขึ้นกับพจน์ $h(Y_k)$ เท่านั้น เนื่องจากเอนโทรปี $h(Y_k)$ จะมีค่าสูงสุดได้ก็ต่อเมื่อ Y_k เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียนเท่านั้น ซึ่งแสดงให้เห็นว่าสัญญาณที่ด้านออกของช่องสัญญาณจะมีคุณลักษณะเป็นสัญญาณรบกวนด้วย เมื่อพิจารณาสัญญาณรบกวนที่เกิดจากช่องสัญญาณซึ่งได้สมมติไว้ในตอนต้นแล้วว่า ให้แต่ละตัวอย่าง N_k มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียนด้วย นั่นคือ ความจุช่องสัญญาณจะมีค่าสูงสุดได้เมื่อตัวแปรสุ่ม X_k มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียน ดังนั้นสมการ (2.59) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$C = I(X_k;Y_k) : X_k \;\; Gaussian \;\; E\{X_k^2\} = P \tag{2.63}$$

ดังนั้นเมื่อเราทราบเงื่อนไขที่ทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณมีค่าสูงสุดแล้ว การคำนวณความจุสูงสุดของช่องสัญญาณอื่น ๆ จึงสามารถทำได้โดยง่าย ขั้นแรกอาศัยสมการ (2.62)

$$\begin{aligned} C &= I(X_k;Y_k) = h(Y_k) - h(N_k) \\ &= \frac{1}{2}\log_2\left(2\pi e(P+\sigma^2)\right) - \frac{1}{2}\log_2\left(2\pi e\sigma^2\right) \\ &= \frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{P}{\sigma^2}\right) \end{aligned} \tag{2.64}$$

สำหรับหน่วยวัดความจุช่องสัญญาณที่คำนวณได้ จะมีหน่วยเดียวกันกับเอนโทรปี นั่นคือ เป็นหน่วยที่แสดงถึงจำนวนบิตที่ต้องใช้แทนสัญลักษณ์หนึ่งสัญลักษณ์ หากสัญญาณที่ป้อนเข้าสู่ช่องสัญญาณมีความกว้างแถบความถี่เท่ากับ B สัญญาณจะต้องทำการชักตัวอย่างที่อัตราเร็วอย่างน้อย $2B$ ดังนั้นเราสามารถปรับหน่วยความจุช่องสัญญาณให้เป็นหน่วยบิตต่อวินาทีได้ โดยการคูณสมการ (2.64) ด้วย $2B$ ทั้งสองด้านจะได้ว่า

$$C = B\log_2\left(1+\frac{P}{\sigma^2}\right) \qquad \text{บิตต่อวินาที} \qquad (2.65)$$

เมื่อความกว้างแถบความถี่ที่ใช้มีค่าเท่ากับ B สัญญาณรบกวนเกาส์เซียนจะมีกำลังเท่ากับ $\sigma^2 = N_0B$ ดังนั้น

$$C = B\log_2\left(1+\frac{P}{N_0B}\right) \qquad \text{บิตต่อวินาที} \qquad (2.66)$$

สมการความสัมพันธ์แสดงความจุของช่องสัญญาณที่ได้นี้ มีชื่อเรียกว่า ทฤษฎีบทของแชนนอนและฮาร์ตลีย์ (Shannon-Hartley theorem) ทฤษฎีบทของแชนนอนและฮาร์ตลีย์นี้ มีประโยชน์อย่างมากต่อระบบสื่อสาร เพราะทฤษฎีบทดังกล่าว ระบุให้เราทราบว่า เราสามารถส่งข่าวสารที่อัตราส่งเท่ากับ R_b ผ่านช่องสัญญาณโดยมีความน่าจะเป็นของความผิดพลาดที่ต่ำมากได้ตราบที่ $R_b \leq C$ แต่ทั้งนี้ต้องมีการใช้กรรมวิธีการเข้ารหัสช่องสัญญาณที่ซับซ้อนมากพอ หรือกล่าวในทางกลับกันได้ว่า ถ้าเราส่งข่าวสารผ่านช่องสัญญาณ โดยที่ $R_b > C$ แล้ว เป็นไปไม่ได้ที่จะมีวิธีที่จะเข้ารหัสช่องสัญญาณใด ที่สามารถช่วยให้ส่งผ่านข่าวสารที่มีความผิดพลาดระดับต่ำมาก สังเกตว่าทฤษฎีบทของแชนนอนและฮาร์ตลีย์ กล่าวถึงเฉพาะขอบเขต หรือ ข้อจำกัดของอัตราการส่งข่าวสารเท่านั้น ไม่ได้กล่าวถึงค่าที่แน่นอน หรือขอบเขตความผิดพลาดของการส่งข่าวสารเลย

2.4 สรุป

สำหรับบทนี้จะเป็นการอธิบายทฤษฎีพื้นฐานต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยแบบจำลองช่องสัญญาณ ซึ่งประกอบด้วย ทฤษฎีกระบวนการเชิงสุ่ม และทฤษฎีข่าวสารโดยจะเป็นพื้นฐานในการอธิบายถึงที่มาของการพิจารณาตัวแปรสุ่ม และคุณสมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการอธิบายลักษณะของตัวแปรสุ่ม รวมทั้งกระบวนการเชิงสุ่มที่ได้ นำไปใช้ในทฤษฎีข่าวสาร ในการอธิบายคุณสมบัติของช่องสัญญาณ การหาค่าคุณสมบัติของช่องสัญญาณแบบไม่มีความจำ รวมทั้งในการนำไปใช้

ในการอธิบายผลที่ได้จากการหาค่าความจุช่องสัญญาณแบบไม่มีความจำ และช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน จากนั้นได้อธิบายถึงที่มาของทฤษฎีความจุช่องสัญญาณของแชนนอนและฮาร์ตลีย์ ซึ่งจะได้นำไปพัฒนาต่อไปเพื่อหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบสื่อสารข้อมูลแบบอื่น ๆ ต่อไป

บทที่ 3
ทฤษฎีแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

3.1 บทนำ

ในบทนี้เราจะอธิบายถึงแบบจำลองเบื้องต้นสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยจะเริ่มจากแบบจำลองระบบเบื้องต้น ซึ่งเป็นแบบจำลองที่มีการใช้งานกันอย่างมาก ที่เรียกว่า แบบจำลองช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน นอกจากนั้นจะได้อธิบายถึงแบบจำลองแบบ “One-Ring” และแบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ ถัดไปจะได้อธิบายถึงผลสรุปของค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากระบบพื้นฐานที่เรียกว่า ระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท (Single-Input Single-Output : SISO) ระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท (Single-Input Multiple-Outputs : SIMO) และระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท (Multiple-Input Single-Output : MISO) จากนั้นจะกล่าวถึงค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยจะพิจารณาในเงื่อนไขที่แตกต่างกันสองแบบ คือ กรณีที่ไม่ทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานมีค่าเท่ากัน) และกรณีที่เราทราบข้อมูลช่องสัญญาณภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง) และในหัวข้อสุดท้ายจะเป็นการอธิบายวิธีการวัดประสิทธิภาพระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

3.2 แบบจำลองระบบเบื้องต้น

ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทเป็นระบบที่มีการใช้งานสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบในการรับส่งสัญญาณทั้งในภาคส่งและภาครับโดยที่ จะมีส่วนของอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่แบ่งสัญญาณข้อมูลออกเป็นส่วนย่อย ๆ เพื่อส่งไปยังระบบสายอากาศภาคส่งพร้อม ๆ กัน และสัญญาณที่ส่งในแต่ละสายอากาศ จะผ่านช่องสัญญาณไร้สายไปยังสายอากาศภาครับ จากนั้นจะต้องผ่านหน่วยประมวลผลข้อมูล เพื่อแยกสัญญาณข้อมูลแต่ละชุดที่ได้รับที่สายอากาศภาครับแต่ละตัว แล้วจึงทำการรวมข้อมูลที่ได้กลับออกมาที่ปลายทาง ซึ่งอาจเปรียบเทียบได้กับแบ่งข้อมูลออกเป็นหลาย ๆ เส้นทางแล้วส่งไปพร้อม ๆ กันในลักษณะการส่งข้อมูลแบบขนานในการสื่อสารข้อมูลด้วยสายนำสัญญาณนั่นเอง

สำหรับแบบจำลองของระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ในงานวิจัยนี้ ก่อนที่จะนำไปพัฒนา เพื่อศึกษาผลจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศต่อไป เราจะพิจารณาระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่มีผู้ใช้งานคนเดียวในย่านความถี่ที่เป็นแถบความถี่แคบ โดยให้จำนวนสายอากาศด้านส่งเป็น N_T และจำนวนสายอากาศด้านรับเป็น N_R ดังแสดงในรูปที่ 3.1 รวมทั้งสมมุติให้สายอากาศเป็นแบบไอโซทรอปิกโดยมีค่าเฉลี่ยของสายอากาศทั้งด้านรับ และด้านส่งเท่ากันในทุกทิศทาง ความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นของสัญญาณที่ได้รับที่สายอากาศภาครับและสัญญาณที่ส่งออกที่สายอากาศภาคส่ง สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเวคเตอร์ได้ดังนี้

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{3.1}$$

โดยที่ $\mathbf{y}$ แทนเวคเตอร์สัญญาณที่ภาครับขนาด $N_R \times 1$

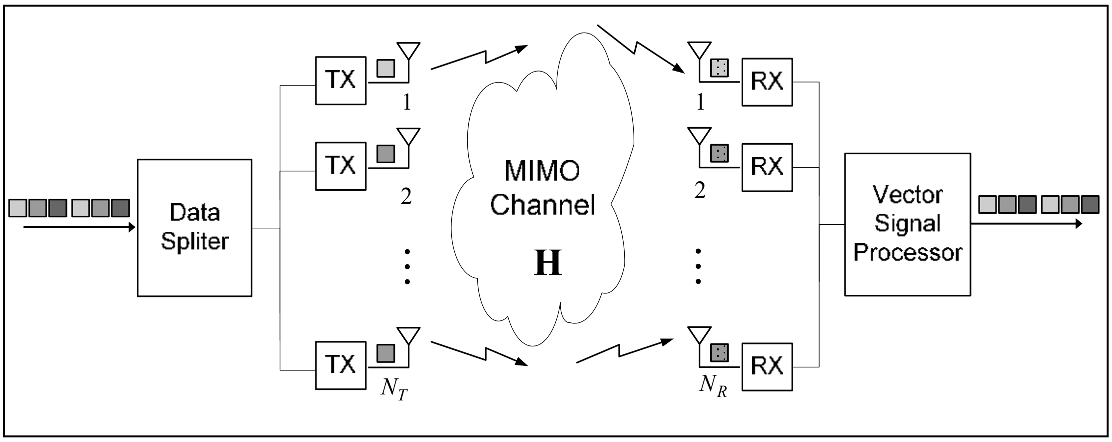
$\mathbf{x}$ แทนเวคเตอร์สัญญาณที่ภาคส่งขนาด $N_T \times 1$

$\mathbf{n}$ แทนเวคเตอร์สัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน (Gaussian noise) ที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และมีความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

$\mathbf{H}$ แทนเวคเตอร์นอร์มอลไลซ์ (normalize) ของช่องสัญญาณที่มีขนาด $N_R \times N_T$ เขียนแทนได้ดังนี้

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1N_T} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2N_T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{N_R1} & h_{N_R2} & \cdots & h_{N_RN_T} \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

โดยที่แต่ละองค์ประกอบ h_{mn} จะแสดงค่าอัตราขยายเชิงซ้อนระหว่างสายอากาศภาคส่งตัวที่ n กับสายอากาศภาครับตัวที่ m ซึ่งจะเห็นได้ว่า เมตริกซ์ช่องสัญญาณที่ได้จะสามารถเทียบเคียงกับแบบจำลองช่องสัญญาณแบบไม่มีความจำที่ได้อธิบายไปในบทที่ 2 ซึ่งในบทนี้จะเป็นการนำเอาทฤษฎีข่าวสารเกี่ยวกับแบบจำลองช่องสัญญาณ และค่าความจุช่องสัญญาณมาใช้กับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท



รูปที่ 3.1 แบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

ในหัวข้อถัดไปจะเป็นการอธิบายถึงแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่สำคัญที่มีการศึกษากันในช่วงที่ผ่านมา โดยจะสามารถแบ่งแบบจำลองออกเป็น แบบจำลองของช่องสัญญาณแบบต่าง ๆ ได้แก่ แบบจำลองช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน จากนั้นจะได้อธิบายถึงแบบจำลองแบบ “One-Ring” และแบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ รวมทั้งการศึกษาเกี่ยวกับค่าความจุของแบบจำลองระบบพื้นฐานต่าง ๆ รวมทั้งค่าความจุของแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทด้วย

3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณ

ในการสื่อสารแบบไร้สาย สัญญาณที่ถูกส่งออกมาจะสมมุติให้ได้รับหลังจากที่ผ่านกระบวนการของการแผ่กระจายคลื่น ซึ่งจะประกอบด้วยผลของการกระจัดกระจาย การสะท้อน การแทรกสอด และการหักเหที่เกิดขึ้นจากวัตถุที่ปรากฏในแต่ละเหตุการณ์ของการสื่อสาร ผลจากความหลากหลาย และความยากในการหาแบบจำลองช่องสัญญาณที่เหมาะสมสำหรับสภาวะแต่ละชนิดได้ จึงได้นำเสนอแบบจำลองเบื้องต้นมาใช้ในการวิเคราะห์แบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ซึ่งจะได้อธิบายแบบจำลองช่องสัญญาณแบบต่าง ๆ ในรายละเอียดต่อไป

3.3.1 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน

สำหรับแบบจำลองช่องสัญญาณการเฟดแบบเลย์ลี (Rayleigh fading channel) ที่มีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน ถือเป็นแบบจำลองพื้นฐานที่ง่ายและใช้กันมากสำหรับแบบจำลองช่องสัญญาณ โดยที่แบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่เป็นช่องสัญญาณการเฟดแบบเลย์ลีที่มีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน

จะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$h_{mn} = \mathrm{N}(0,1/\sqrt{2}) + j\,\mathrm{N}(0,1/\sqrt{2}) \tag{3.3}$$

โดยที่ h_{mn} แทนค่าอัตราขยายเชิงซ้อนระหว่างสายอากาศภาคส่งตัวที่ n กับสายอากาศภาครับตัวที่ m ส่วน $\mathrm{N}(0,1/\sqrt{2})$ แทนการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น $1/\sqrt{2}$

ในกรณีของช่องสัญญาณที่มีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน สายอากาศ จะถูกสมมุติให้วางห่างจากกันอย่างน้อย 0.5λ (Foschini and Gans, 1998) เพื่อที่จะสามารถแน่ใจได้ว่า จะไม่มีผลที่เกิดจากการมิวชวลคลัปปลิ้ง และผลกระทบจากความสัมพันธ์ในลักษณะสหสัมพันธ์เชิงพื้นที่ (spatial correlation) โดยช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน สามารถเรียกเป็น ช่องสัญญาณขาว (white channel) แทนด้วยสัญลักษณ์ H_w โดยที่คุณสมบัติของ H_w สามารถสรุปได้ดังนี้

$$\begin{aligned} &E\left\{[H_w]_{i,j}\right\} = 0 \\ &E\left\{\left|[H_w]_{i,j}\right|^2\right\} = 1 \\ &E\left\{[H_w]_{i,j}\,[H_w]^{\dagger}_{m,n}\right\} = 0\,,\text{ถ้า}\, i \neq m \text{ และ } j \neq n \end{aligned} \tag{3.4}$$

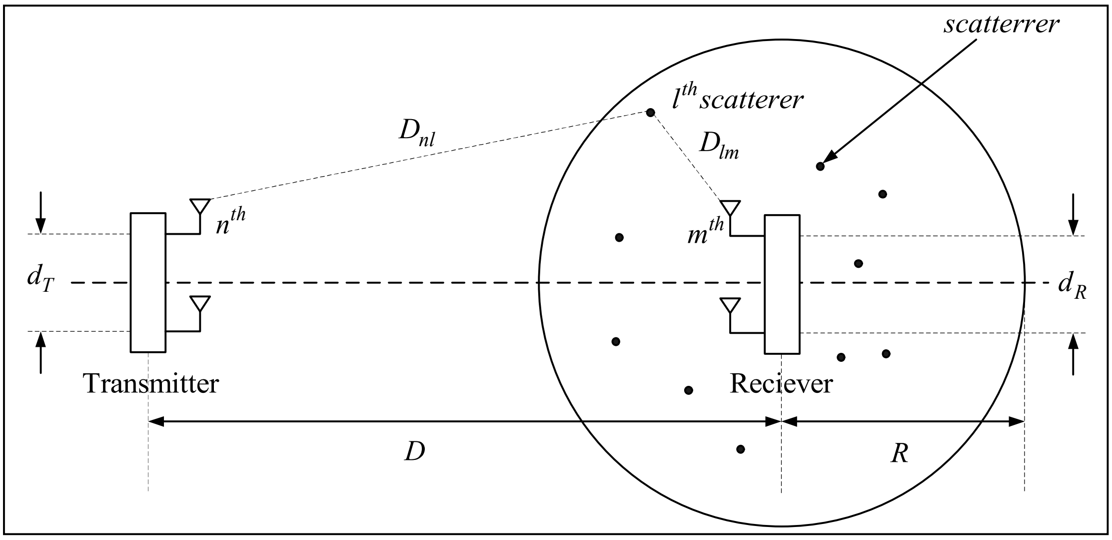
โดยที่ $E\{x\}$ แทนค่าความคาดหวังของ x

$[.]^{\dagger}$ แทนค่าคอนจูเกตทรานสโพสเชิงซ้อน (complex conjugate transpose)

3.3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบ "One-Ring"

แบบจำลองช่องสัญญาณแบบ "One-Ring" ได้มีการอธิบายไว้ ในงานของ (Petrust, Reed and Rappaport, 1996) โดยได้ถูกกล่าวถึงในงานวิจัยของ Shiu, Foschini, Gans and Kahn (2000) Svantesson and Ranheim (2001) และ Svantesson (2002) โดยสำหรับแบบจำลองนี้ จะสมมุติให้สถานีภาคส่ง (Base Station : BS) มีการวางตัวของสายอากาศอยู่ในระนาบแนวตั้ง นั่นคือ จะไม่เกิดการกระจัดกระจายของสัญญาณที่ด้านส่ง ในขณะที่สถานีภาครับ (Mobile Station : MS) จะถูกล้อมรอบด้วยวงกลมของการกระจัดกระจายที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป โดยที่วัตถุที่ทำให้เกิดการกระจัดกระจายของสัญญาณในวงกลมการกระจัดกระจายคลื่น กำหนดให้มีลักษณะที่ทำให้เกิดการแผ่กระจายคลื่นซ้ำโดยมีลักษณะการแผ่กระจายคลื่นในลักษณะรอบทิศทาง และทำให้เกิดการ

แผ่กระจายคลื่นสะท้อนกลับไปโดยตรงถึงสายอากาศด้านรับ ทั้งนี้เราจะพิจารณาเฉพาะลำคลื่นที่เกิดการสะท้อนโดยวัตถุที่ทำให้เกิดการกระจัดกระจายของสัญญาณเพียงครั้งเดียว ดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบ “One-Ring”

วัตถุที่ทำให้เกิดการกระจัดกระจายของคลื่นแทนด้วย L สมมุติให้มีการแจกแจงของตำแหน่งในลักษณะการแจกแจงแบบเอกรูปในแผ่นวงกลมรัศมี R ที่ล้อมรอบสายอากาศด้านรับไว้ โดยทั่วไปแล้วจะให้ R มีขนาดเล็กมาก เมื่อเปรียบเทียบกับระยะห่างระหว่างสายอากาศภาคส่งและภาครับซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ D อย่างไรก็ตามทั้งรัศมีวงกลมการกระจัดกระจาย และระยะห่างระหว่างสายอากาศภาคส่งและภาครับ จะสมมุติให้มีขนาดมากกว่าระยะห่างในการจัดวางสายอากาศภาคส่ง แทนด้วยสัญลักษณ์ d_T และระยะห่างในการจัดวางสายอากาศภาครับมาก ๆ แทนด้วย d_R เราสามารถเขียนได้เป็น $(D > R) \gg \max(d_R, d_T)$ (Patzold and Hogstad, 2004)

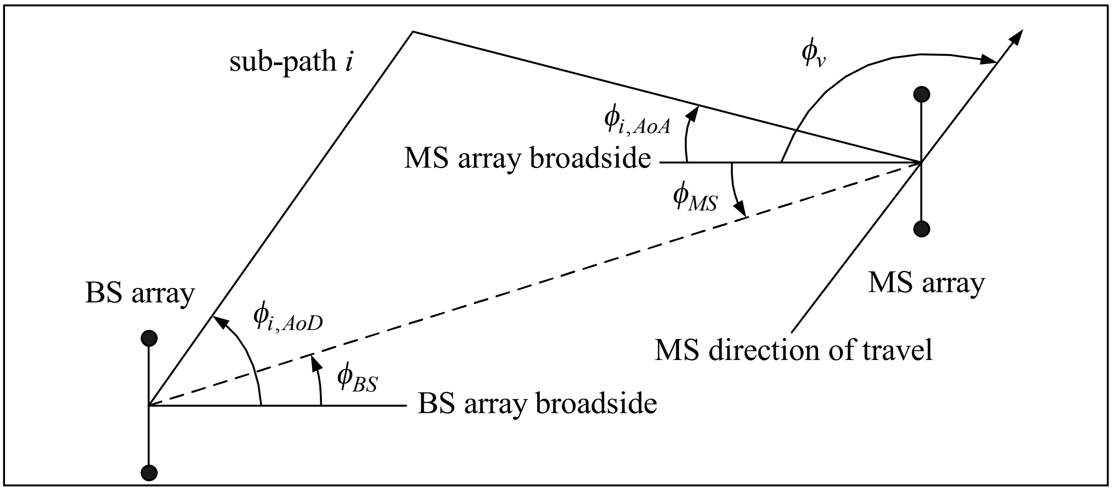
โดยอาศัยแบบจำลองดังกล่าว องค์ประกอบของเมทริกซ์ช่องสัญญาณ ในสมการ (3.2) สามารถหาได้โดย หากเราพิจารณาเพียงเส้นทางการส่งสัญญาณจากสายอากาศด้านส่งที่ n ไปยังสายอากาศด้านรับตัวที่ m ร่วมกับการสะท้อนที่วัตถุที่ก่อให้เกิดการกระจัดกระจายตัวที่ l ดังนั้นอัตราขยายช่องสัญญาณที่ h_{mn} สามารถหาได้จาก (Svantesson and Ranheim, 2001)

$$h_{mn} = \sqrt{\frac{1}{L}} \sum_{l=1}^{L} \alpha_l \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda}(D_{nl} + D_{lm})\right] \tag{3.5}$$

โดยที่ α_l แทนค่าสัมประสิทธิ์การกระจัดกระจายของวัตถุที่ก่อให้เกิดการกระจัดกระจายตัวที่ l โดยที่ $l = 1, 2, 3, ..., L$ และมีค่าแบบจำลองเป็นค่าตัวแปรสุ่มเชิงซ้อนที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และค่าความแปรปรวนเป็นหนึ่ง ส่วน D_{lm} แทนระยะห่างระหว่างสายอากาศภาครับตัวที่ m กับวัตถุที่ก่อให้เกิดการกระจัดกระจายตัวที่ l และ D_{nl} แทนระยะห่างระหว่างวัตถุที่ก่อให้เกิดการกระจัดกระจายตัวที่ l กับสายอากาศภาคส่งตัวที่ n

3.3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่

แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ เป็นแบบจำลองมาตรฐาน ที่พัฒนาโดยความร่วมมือของ 3GPP-3GPP2 ร่วมกับ ad-hoc group (AHG) ซึ่งมีจุดมุ่งหมายสำคัญเพื่อพัฒนากำหนดค่าตัวแปร และวิธีการ ภายใต้แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ สำหรับใช้ในการประเมินระบบ และระดับการเชื่อมต่อ (3rd Generation Partnership Project (3GPP), 2007)



รูปที่ 3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่สำหรับระบบ MIMO ขนาด 2x2

แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ เป็นแบบจำลองที่พิจารณาค่าตัวแปรในระนาบสองมิติ โดยการพิจารณากลุ่มของวัตถุที่ก่อให้เกิดการกระจัดกระจายจำนวน N กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มส่งผลกับเส้นทาง โดยมีเส้นทางย่อยที่ไม่สามารถทราบได้อยู่จำนวน M ในเส้นทางดังกล่าว จากนิยามของของแบบจำลองข้างต้น สามารถสรุปได้ดังรูปที่ 3.3 โดยความหมายของมุมที่ปรากฏสามารถอธิบายได้ดังนี้

ϕ_{BS} มุมระหว่างแนวตั้งฉากการจัดวางสายอากาศของสถานีภาคส่ง เมื่อเทียบกับเส้นตรงที่ลากจากสถานีภาคส่งไปยังสถานีภาครับ

ϕ_{MS} มุมระหว่างแนวตั้งฉากการจัดวางสายอากาศของสถานีภาครับเมื่อเทียบกับเส้นตรงที่ลากจากสถานีภาคส่งไปยังสถานีภาครับ

$\phi_{i,AoD}$ ค่าสัมบูรณ์ของมุมของสัญญาณที่ส่งออก (AoD) สำหรับเส้นทางย่อยที่ $i^{th} = (1,2,...,M)$ ที่สถานีภาคส่ง โดยเทียบกับแนวตั้งฉากของการจัดวางสายอากาศของสถานีภาคส่ง

$\phi_{i,AoA}$ ค่าสัมบูรณ์ของมุมของสัญญาณที่ได้รับ (AoA) สำหรับเส้นทางย่อยที่ $i^{th} = (1,2,...,M)$ ที่สถานีภาครับ โดยเทียบกับแนวตั้งฉากของการจัดวางสายอากาศของสถานีภาครับ

ϕ_v มุมของเวคเตอร์ความเร็ว เมื่อเทียบกับแนวตั้งฉากของการจัดวางสายอากาศของสถานีภาครับ

3.4 ความจุช่องสัญญาณ

ในหัวข้อนี้จะได้อธิบายถึงค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากระบบแบบต่าง ๆ ได้แก่ ระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท ระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท ตลอดจนถึงระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท และจะได้อธิบายค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ในเงื่อนไขที่แตกต่างกันสองแบบ คือกรณีที่ไม่ทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานมีค่าเท่ากัน) และ กรณีที่เราทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง)

ได้มีการริเริ่มในการคำนวณค่าความจุช่องสัญญาณสำหรับช่องสัญญาณแบบ AWGN (Shannon, 1948) โดยการเปรียบเทียบค่าสัมบูรณ์ของช่องสัญญาณแบบ AWGN และจากการศึกษาของ Shannon (1948) ซึ่งได้อธิบายถึงที่มาในบทที่ผ่านมา จะพบว่า ค่าความจุช่องสัญญาณของช่องสัญญาณที่มีการรบกวนแบบ AWGN จะมีค่าเป็น

$$C = B\log_2\left(1+\frac{P}{N_0 B}\right) \quad \text{บิตต่อวินาที} \qquad (3.6)$$

โดยที่ B แทนความกว้างแถบความถี่

N_0 แทนค่าความหนาแน่นสเปกตรัมของสัญญาณรบกวน

P แทนค่าเฉลี่ยกำลังงาน

ต่อมามีการพัฒนาเทคนิคต่าง ๆ ขึ้นเพื่อเพิ่มขีดความสามารถของระบบการสื่อสารไร้สาย

เช่น การใช้ความถี่ซ้ำ (frequency reuse) และเทคนิคสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบ เป็นต้น โดยเทคนิคสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบ จะสามารถเพิ่มความจุช่องสัญญาณได้ โดยไม่ต้องใช้แถบความถี่เพิ่ม แต่ก็มีข้อจำกัดในเรื่องพื้นที่ในการติดตั้งสายอากาศ

เทคนิคสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบ เริ่มแรกได้มีการใช้งานสายอากาศในลักษณะที่เรียกว่าระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท ต่อมามีการพัฒนาโดยใช้สายอากาศหลายตัวที่เรียกว่าระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท เช่นในการใช้งานในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่โดยให้สายอากาศด้านส่งมีตัวเดียว และให้มีสายอากาศด้านรับหลายตัว ในลักษณะที่เรียกว่า ไดเวอร์ซิตี (diversity) นอกจากนี้หากมีการเพิ่มจำนวนสายอากาศด้านส่งมากขึ้น แต่ใช้สายอากาศด้านรับตัวเดียว ก็จะเรียกว่าเป็นระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท

สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ได้ถูกพัฒนาต่อมา เนื่องจากเป็นระบบที่มีลักษณะการใช้งานโดยการใช้สายอากาศหลาย ๆ องค์ประกอบในทั้งภาคส่งและภาครับ ซึ่งได้ทำการแสดงให้เห็นว่า สามารถช่วยเพิ่มความจุช่องสัญญาณในสภาวะแวดล้อมแบบหลายวิถี ระบบที่ทำงานโดยการอาศัยคุณสมบัติของมิติในช่องสัญญาณแบบหลายวิถี ซึ่งจะให้ผลของประสิทธิภาพของระบบที่เพิ่มขึ้นได้ ทั้งในส่วนของอัตราความผิดพลาดบิต (Bit Error Rate : BER) และในส่วนของอัตราการส่งผ่านข้อมูล โดยการใช้ลักษณะไดเวอร์ซิตีเชิงพื้นที่ (spatial diversity) (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003) ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า การทำงานที่เป็นระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท ระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท และระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท เป็นส่วนย่อย ที่เป็นกรณีพิเศษของระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทนั่นเอง ผลที่ได้จากระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท จะทำให้ความจุช่องสัญญาณที่ได้เพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้น ตามจำนวนสายอากาศที่เพิ่มขึ้น โดยอาศัยคุณสมบัติของการเฟดแบบหลายวิถีเป็นกุญแจสำคัญ

จากพื้นฐานการคำนวณค่าความจุช่องสัญญาณสำหรับช่องสัญญาณแบบ AWGN ได้นำไปพิจารณาค่าความจุช่องสัญญาณ สำหรับระบบที่ใช้เทคนิคสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบแบบต่าง ๆ โดยเราสามารถสรุปขอบเขตของค่าความจุของระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทเทียบกับค่าความจุของระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท ระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท และระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท โดยเราจะทำการให้นิยามคุณลักษณะของระบบไว้ดังนี้

1) ช่องสัญญาณเป็นแบบไม่มีความจำ นั่นหมายถึง แต่ละช่องสัญญาณมีความเป็นอิสระต่อกัน (Telatar, 1995)

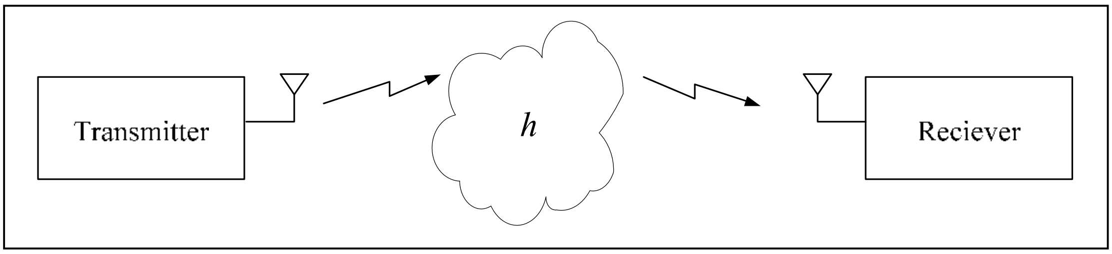
2) เราจะพิจารณาเฉพาะค่าความจุระบบที่มีรูปแบบผู้ใช้งานคนเดียว และสัญญาณที่ด้านรับมีการรบกวนด้วยสัญญาณแบบ AWGN เพียงชนิดเดียว

3) การวิเคราะห์ค่าความจุอาศัยพื้นฐานของสภาวะที่เป็นแบบ quasi-static นั่นหมายความว่า ช่องสัญญาณ มีการคงตัวในคาบเวลาหนึ่ง และมีระยะเวลาที่นานพอที่ข้อมูลสามารถ

ที่จะส่งได้อย่างมีนัยสำคัญ (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003; Foschini and Gans, 1998)

3.4.1 ค่าความจุของระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท

สำหรับระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท เป็นระบบที่ประกอบด้วยสายอากาศภาครับ 1 องค์ประกอบ และสายอากาศภาคส่งจำนวน 1 องค์ประกอบโดยมีอัตราขยายช่องสัญญาณระหว่างภาครับและภาคส่งแทนด้วย h ดังแสดงในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แบบจำลองช่องสัญญาณระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท

ค่าความจุช่องสัญญาณสำหรับระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท สามารถหาได้ดังนี้ (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib A., 2003)

$$C_{SISO} = \log_2(1 + \rho |h|^2) \tag{3.7}$$

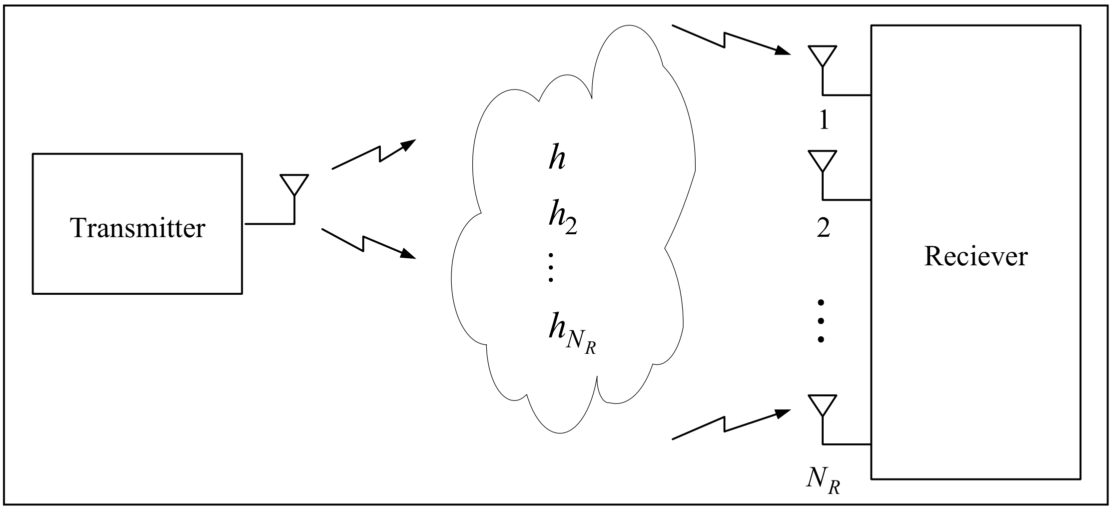
โดยที่ ρ แทนค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal-to-Noise Ratio : SNR) ที่สายอากาศภาครับ และ h แทนนอร์มอลไลซ์อัตราขยายเชิงซ้อนของช่องสัญญาณ

3.4.2 ค่าความจุของระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท และระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท

ค่าความจุช่องสัญญาณของระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท สามารถหาได้ดังนี้ (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003)

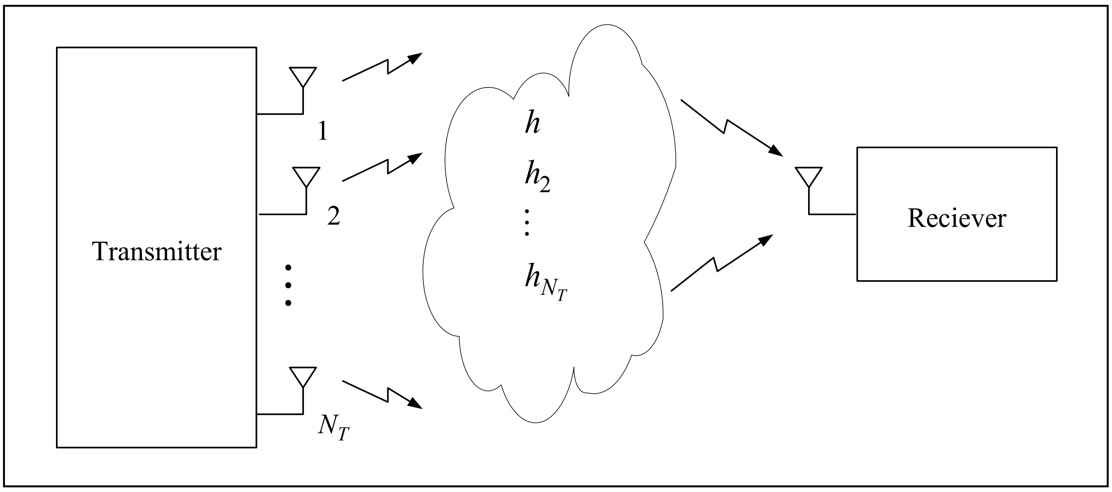
$$C_{SIMO} = \log_2\left(1 + \rho \cdot \sum_{m=1}^{N_R} |h_m|^2\right) \tag{3.8}$$

โดยที่ จำนวนสายอากาศภาคส่งมีค่าเป็น 1 จำนวนสายอากาศภาครับมีค่าเป็น N_R และ h_m แทนอัตราขยายของสายอากาศตัวที่ m ดังแสดงในรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 แบบจำลองช่องสัญญาณระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

อย่างไรก็ตามสำหรับระบบที่มีจำนวนสายอากาศภาคส่งเป็น N_T จำนวนสายอากาศภาครับเป็น 1 และ h_n แทนอัตราขยายของสายอากาศตัวที่ n ดังแสดงในรูปที่ 3.6



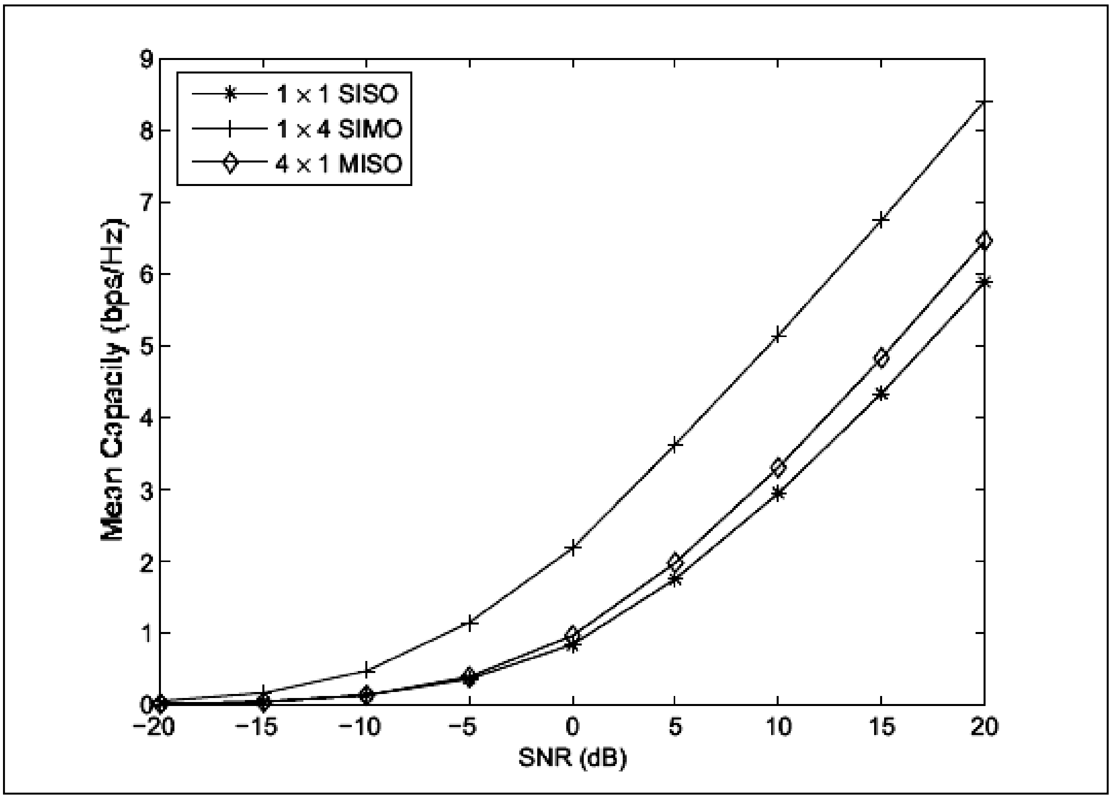
รูปที่ 3.6 แบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท

ค่าความจุช่องสัญญาณของระบบจะเรียกว่าระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท สามารถหาได้ดังนี้ (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003)

$$C_{MISO} = \log_2\left(1 + \frac{\rho}{N_T} \cdot \sum_{n=1}^{N_T} |h_n|^2\right) \tag{3.9}$$

โดยที่ h_n แทนอัตราขยายของสายอากาศตัวที่ n

เพื่อให้แน่ใจว่ากำลังงานที่ส่งจากสายอากาศด้านส่งมีค่าเท่ากัน จึงต้องมีการทำนอร์มอลไลซ์ค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนด้วย N_T



รูปที่ 3.7 เปรียบเทียบค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนกับค่าความจุช่องสัญญาณของระบบ SISO SIMO และ MISO

ในรูปที่ 3.7 แสดงค่าความจุช่องสัญญาณระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท ระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท และระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบ

ค่าความจุช่องสัญญาณกับค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน โดยใช้สมการ (3.7) ถึง (3.9) ซึ่งจากรูปที่ 3.7 จะเห็นได้ว่าระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท และระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุทสามารถปรับปรุงค่าความจุของระบบได้มากกว่าระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท โดยการใช้จำนวนสายอากาศที่มากกว่า อย่างไรก็ตามระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท และระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท แสดงให้เห็นว่า การเพิ่มขึ้นของความจุช่องสัญญาณมีความสัมพันธ์ในลักษณะเพิ่มขึ้นแบบลอการิทึม เมื่อเทียบกับจำนวนสายอากาศที่เพิ่มขึ้น และหากเปรียบเทียบสมการ (3.8) กับสมการ (3.9) แล้ว จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า ค่าความจุของระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท มีค่ามากกว่าระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุทในกรณีเงื่อนไขที่ไม่มีข้อมูลของช่องสัญญาณที่ระบบภาคส่ง

3.5 ความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

ในหัวข้อนี้เราจะทำการพิจารณาค่าความจุของช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยจะพิจารณาในเงื่อนไขที่แตกต่างกันสองแบบ คือกรณีที่ไม่ทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานมีค่าเท่ากัน) และกรณีที่เราทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง) ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่ใช้ในการพิจารณาค่าความจุของช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่มีความสำคัญ

3.5.1 กรณีที่ไม่ทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานมีค่าเท่ากัน)

สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ที่มีสำหรับสายอากาศภาคส่งจำนวน N_T และสายอากาศภาครับจำนวน N_R ค่าความจุช่องสัญญาณของระบบที่มีกำลังงานที่ส่งเท่ากันสามารถเขียนได้เป็น (Telatar, 1995; Foschini and Gans, 1998)

$$C_{EP} = \log_2\left[\det\left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_T}\cdot\mathbf{H}\mathbf{H}^{\dagger}\right)\right] \qquad (3.10)$$

โดยที่ det(.) แทนการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ (determinant) ของเมทริกซ์

$\mathbf{I}$ แทนเมทริกซ์หนึ่งหน่วยที่มีขนาด $N_R \times N_T$

ρ แทนค่าเฉลี่ยของสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่ภาครับ

$\mathbf{H}^{\dagger}$ แทนคอนจูเกตทรานสโพสเชิงซ้อนของ $\mathbf{H}$

ในการศึกษาคุณลักษณะของเมทริกซ์ช่องสัญญาณ $\mathbf{H}$ เราสามารถอาศัยคุณสมบัติของการหาค่าซิงกูลาร์ดีคอมโพซิชั่น (Singular Value Decomposition : SVD) ของ $\mathbf{H}$ โดยการหา

ค่าทแยงมุมของ $\mathbf{H}$ และหาค่าไอเกน (eigenvalues) โดยวิธีการขยายค่าซิงกูลาร์ดีคอมโพซิชั่นสำหรับ $\mathbf{H}$ ที่มีขนาด $N_R \times N_T$ ใด ๆ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^{\dagger} \tag{3.11}$$

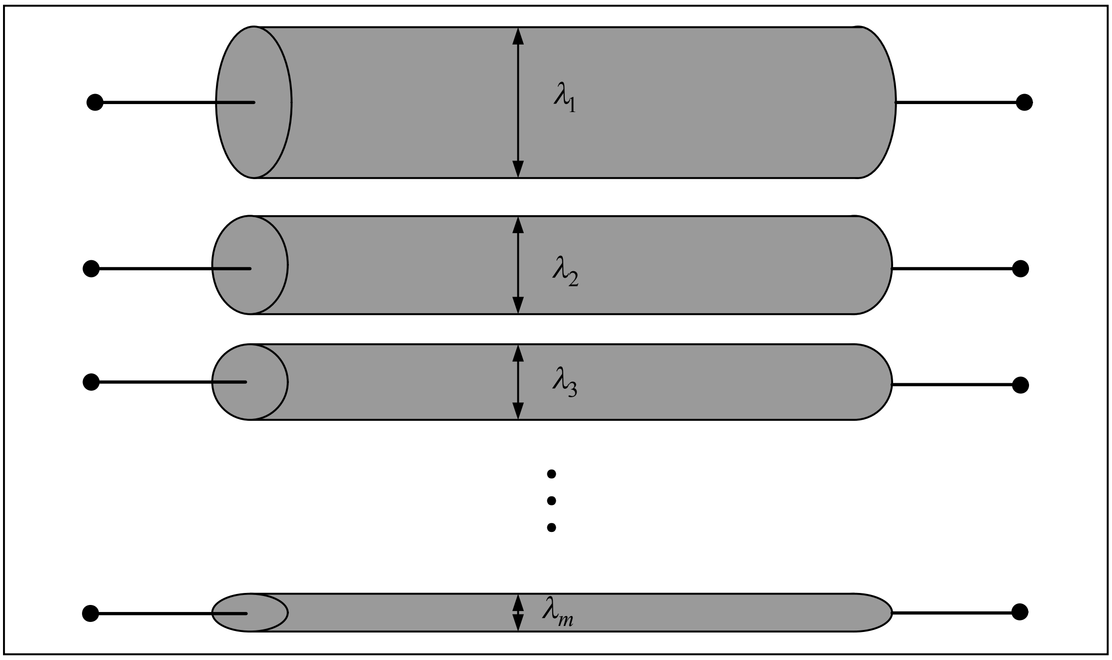
โดยที่ $\mathbf{U}$ เป็นยูนิแทรีเมทริกซ์ (unitary matrix) ขนาด $N_R \times N_R$ และ $\mathbf{V}$ เป็นยูนิแทรีเมทริกซ์ขนาด $N_T \times N_T$ นั่นหมายความว่า $\mathbf{U}\mathbf{U}^{\dagger} = \mathbf{V}\mathbf{V}^{\dagger} = \mathbf{I}$ และ $\mathbf{D}$ มีค่าไม่เป็นค่าลบ และมีองค์ประกอบในแนวทแยงมุมกำหนดได้ดังนี้

$$\mathbf{D} = \mathrm{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \cdots, \sqrt{\lambda_m}, 0, \cdots, 0) \tag{3.12}$$

โดยที่ $\mathrm{diag}(\mathbf{A})$ คือเวคเตอร์ที่ประกอบด้วยค่าองค์ประกอบในแนวทแยงมุมของเวคเตอร์ $\mathbf{A}$ ส่วน $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_m$ คือค่าไอเกนที่ไม่เท่ากับศูนย์ของเวคเตอร์ $\mathbf{W}$ โดยที่ $m = \max(N_R, N_T)$ และ

$$\mathbf{W} = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^{\dagger}, N_R \le N_T \\ \mathbf{H}^{\dagger}\mathbf{H}, N_R > N_T \end{cases} \tag{3.13}$$

หากคอลัมน์ของ $\mathbf{U}$ เป็นไอเกนเวคเตอร์ของ $\mathbf{H}\mathbf{H}^{\dagger}$ และคอลัมน์ของ $\mathbf{V}$ เป็นไอเกนเวคเตอร์ของ $\mathbf{H}^{\dagger}\mathbf{H}$ (Telatar, 1995) ค่าซิงกูลาร์ดีคอมโพซิชั่นในสมการ (3.10) ที่แสดงค่าเมทริกซ์ช่องสัญญาณ $\mathbf{H}$ สามารถหาค่าทแยงมุมเป็นค่าช่องสัญญาณย่อยที่ตั้งฉากกันโดยอิสระและโดยที่อัตราขยายกำลังงานของช่องสัญญาณที่ i มีค่าเป็น λ_i (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003) แล้ว สถานการณ์นี้สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 ช่องสัญญาณแบบไอเกน

ด้วยการแทนค่า $\mathbf{H}$ ด้วย $\mathbf{UDV}^{\dagger}$ ตามสมการ (3.11) และคูณสมการ (3.1) ด้วย $\mathbf{U}^{\dagger}$ เราสามารถเขียนสมการ (3.1) ได้ใหม่เป็น

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{D}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{n}} \tag{3.14}$$

โดยที่ $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{U}^{\dagger}\mathbf{y}$ $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{V}^{\dagger}\mathbf{x}$ และ $\tilde{\mathbf{n}} = \mathbf{U}^{\dagger}\mathbf{n}$

ในทำนองเดียวกันสมการ (3.10) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003)

$$C_{EP} = \sum_{i=1}^{m} \log_2\left(1 + \frac{\rho}{N_T}\lambda_i\right) \tag{3.15}$$

โดยที่ $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_m$ คือค่าไอเกนที่ไม่เท่ากับศูนย์ของเวคเตอร์ $\mathbf{W}$ ที่ได้จากสมการ (3.12)

3.5.2 กรณีที่เราทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง(เงื่อนไขกำลังงานแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง)

ดังที่ได้อธิบายไปแล้วในหัวข้อที่ผ่านมา หากเราไม่ทราบข้อมูลช่องสัญญาณที่ภาคส่ง จะทำให้เราไม่สามารถเข้าถึงช่องสัญญาณย่อย ๆ ได้ ซึ่งเงื่อนไขกรณีที่ให้กำลังงานมีค่าเท่ากันสำหรับทุกช่องสัญญาณจึงมีความเหมาะสมในกรณีนี้

แต่ในกรณีที่เราทราบข้อมูลของช่องสัญญาณโดยสมบูรณ์แล้ว วิธีการภายใต้เงื่อนไขกำลังงานแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง จะช่วยปรับปรุงกำลังงานของสัญญาณที่ภาคส่งให้เหมาะสมได้ โดยที่ทฤษฎีพื้นฐานของวิธีการนี้ คือจะทำการแบ่งช่องสัญญาณที่มีกำลังงานไม่เหมาะสม โดยการลดกำลังงานในช่องสัญญาณที่มากไป เพื่อไปชดเชยให้กับช่องสัญญาณที่มีค่าต่ำเกินไป โดยผลลัพธ์ที่ได้ดังแสดงได้ดังนี้ (Telatar, 1995; Khalighi, Brossier, Jourdain and Raoof, 2001; Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003)

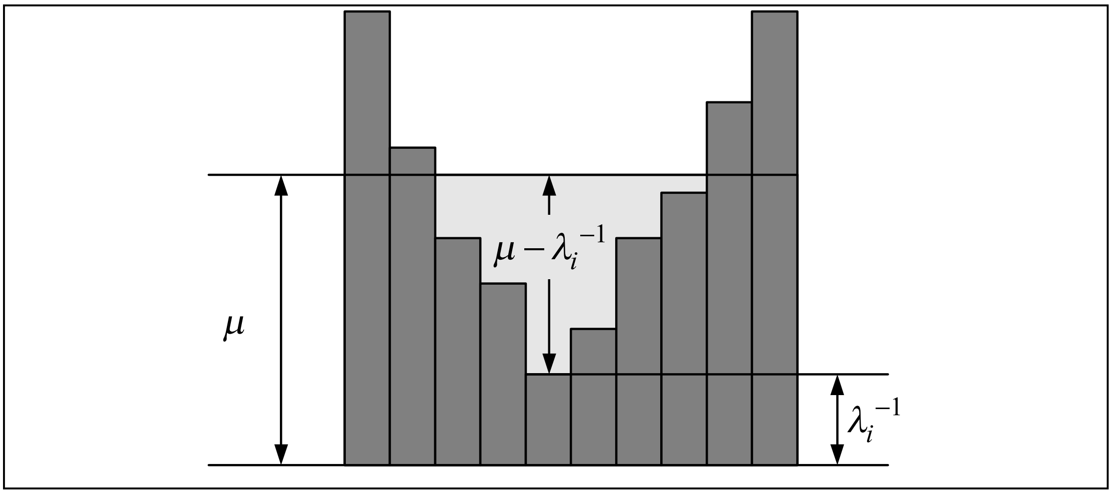
$$C_{WF} = \sum_{i=1}^{m} \log_2(\mu\lambda_i)^+ \tag{3.16}$$

โดยที่ μ คำนวณได้จากขั้นตอนวิธีวอเตอร์ฟิลลิ่ง (water-filling algorithm) ซึ่งหาได้จากสมการ

$$\rho = \sum_{i=1}^{m} (\mu - \lambda_i^{-1})^+ \tag{3.17}$$

ซึ่ง $(.)^+$ หมายถึงค่าที่เป็นค่าบวกเท่านั้น และ $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_m$ คือค่าไอเกนที่ไม่เท่ากับศูนย์ของเวคเตอร์ $\mathbf{W}$ โดยที่ $m = \max(N_R, N_T)$

หากเราเปรียบเทียบกับเงื่อนไขกรณีที่ให้กำลังงานมีค่าเท่ากันในสมการ (3.15) แล้ว เงื่อนไขวอเตอร์ฟิลลิ่ง ในสมการ (3.16) จะมีข้อดีในส่วนที่ให้ค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่ต่ำกว่า โดยแนวคิดเงื่อนไขวอเตอร์ฟิลลิ่งแสดงได้ดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 ช่องสัญญาณแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง

3.6 การวัดประสิทธิภาพระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

เนื่องจากช่องสัญญาณ **H** เป็นค่าสุ่ม ดังนั้นค่าความจุของช่องสัญญาณสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท จึงเป็นค่าตัวแปรเชิงสุ่ม ค่าความจุช่องสัญญาณแบบเฟดดิง สามารถกำหนดได้หลายวิธี ในทางปฏิบัติค่าความจุเฉลี่ย (mean capacity) และค่าความจุที่ไม่สามารถใช้ได้ (outage capacity) ถือเป็นค่าที่ใช้กันโดยทั่วไปในการวัดค่าเชิงสถิติ

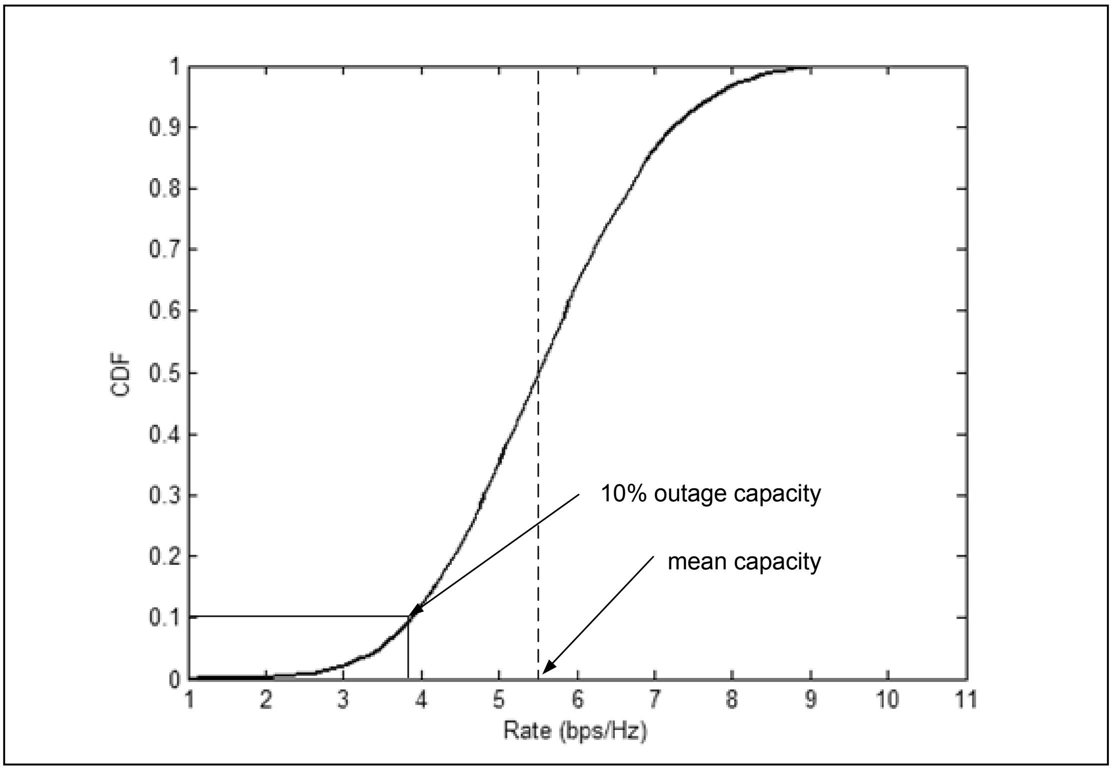
ค่าความจุเฉลี่ยของระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทแทนด้วย $\bar{C}$ โดยการรวบรวมค่าเฉลี่ยของอัตราการรับส่งข่าวสารบนช่องสัญญาณ **H** ที่พิจารณา โดยที่ค่าเฉลี่ย (Telatar, 1995) หาได้จาก

$$\bar{C} = E\left\{\sum_{i=1}^{m} \log_2\left(1 + \frac{\rho}{N_T}\lambda_i\right)\right\} \tag{3.18}$$

สำหรับค่าความจุที่ไม่สามารถใช้งานได้ จะกำหนดได้โดยระดับของเปอร์เซ็นต์ของระบบไม่สามารถใช้งานที่ค่าความจุช่องสัญญาณนั้นได้ โดยเราจะกำหนดระดับเปอร์เซ็นต์แทนด้วย q ค่าความจุที่ไม่สามารถใช้ได้แทนด้วยสัญลักษณ์ $C_{out,q}$ โดยจะหมายถึงอัตราการรับส่งข่าวสารที่สามารถใช้งานได้ค่าเป็น $(100-q)$ เปอร์เซ็นต์ของช่องสัญญาณที่พิจารณาเขียนได้เป็น

$$P(C \le C_{out,q}) = q\% \tag{3.19}$$

โดยรูปที่ 3.10 จะแสดงค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทมีหน่วยเป็นบิตต่อวินาทีต่อเฮิรตซ์ (bps/Hz) โดยที่มีจำนวนสายอากาศด้านส่งเป็น 2 และจำนวนสายอากาศด้านรับเป็น 2 โดยให้ค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนมีค่าเป็น 10 dB ภายใต้เงื่อนไขที่ไม่ทราบข้อมูลของช่องสัญญาณที่ภาคส่ง โดยจะเห็นว่าค่าความจุเฉลี่ยที่ได้มีค่าเป็น 5.5593 bps/Hz ขณะที่ค่าความจุที่ไม่สามารถใช้งานได้ที่ระดับ 10% มีค่าเป็น 3.896 bps/Hz



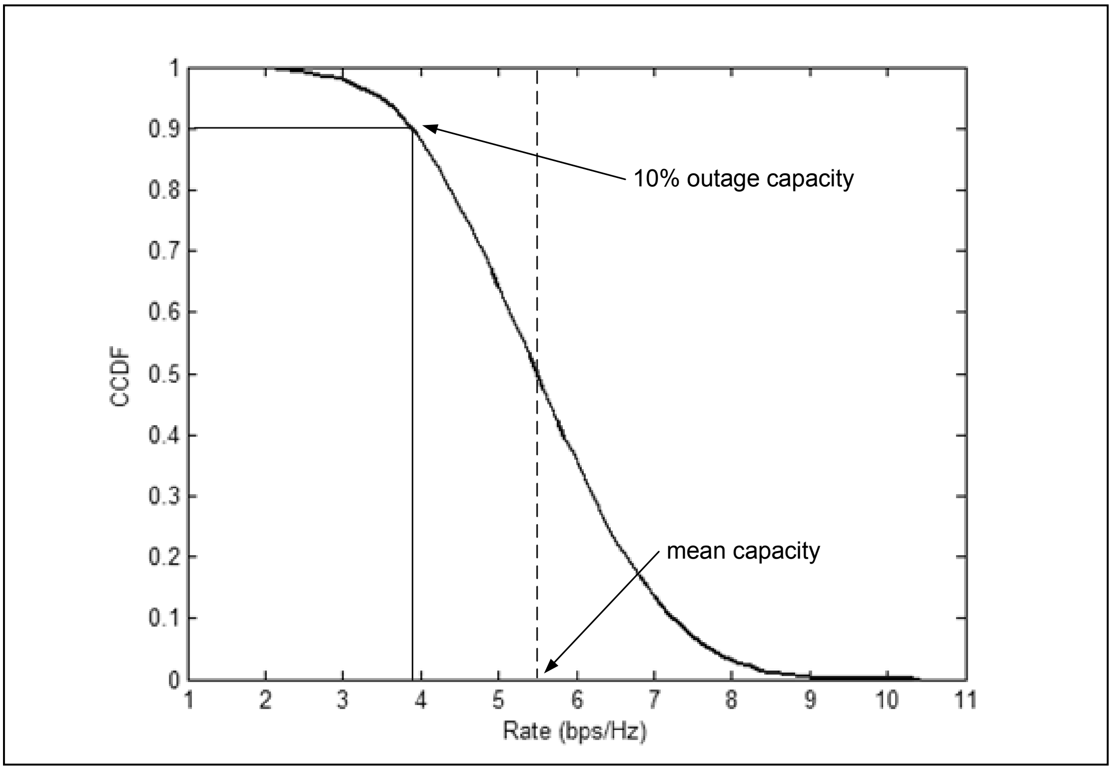
รูปที่ 3.10 ค่า CDF ของความจุช่องสัญญาณ 2x2 MIMO แบบ i.i.d. ที่ SNR = 10 dB

อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้จะได้นำเสนอค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลองแบบในรูปแบบที่เป็นค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Complementary Cumulative Distribution Functions : CCDF)

ค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมจะสัมพันธ์กับค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามสมการ (3.20)

$$Q(x) = 1 - F(x) \tag{3.20}$$

โดยที่ $F(x)$ เป็นค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสม และ $Q(x)$ เป็นค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม ดังแสดงในรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 ค่า CCDF ของความจุช่องสัญญาณ 2x2 MIMO แบบ i.i.d. ที่ SNR = 10 dB

จากรูปที่ 3.11 ได้แสดงตัวอย่างค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท จะเห็นได้ว่าเป็นค่าของข้อมูลเดียวกันในรูปที่ 3.10 และ 3.11 ค่า $C_{out,0.1}$= 3.896 bps/Hz จะหมายถึงโอกาสที่ระบบจะมีค่าความจุช่องสัญญาณต่ำกว่า 3.896 bps/Hz มีอยู่ 10% หรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง คือมีโอกาส 90% ที่ระบบจะมีค่าความจุช่องสัญญาณมากกว่าค่าตามแกนนอนคือ 3.896 bps/Hz และค่าความจุเฉลี่ยที่ได้มีค่าเป็น 5.5593 bps/Hz เช่นเดียวกับค่า CDF

3.7 สรุป

ในบทนี้ได้อธิบายถึงแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยได้กล่าวถึงในรายละเอียดของแบบจำลองพื้นฐานต่าง ๆ ได้แก่ แบบจำลองช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน แบบจำลอง “One-Ring” แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ และได้กล่าวถึงสมการในการคำนวณหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท ระบบ

ซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท และได้ทำการเปรียบเทียบค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากแบบจำลองของระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท ระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท รวมทั้งได้แสดงค่าแบบจำลองค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ในเงื่อนไขที่แตกต่างกันสองแบบ คือ กรณีที่ไม่ทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานมีค่าเท่ากัน) และ กรณีที่เราทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง) โดยทั้งแบบจำลองช่องสัญญาณและแบบจำลองความจุช่องสัญญาณทั้งหมดที่ได้กล่าวมานั้น จะเป็นกุญแจสำคัญที่จะได้นำมาพัฒนาต่อไปในงานวิจัย ซึ่งจะได้อธิบายในบทถัดไป และยังได้กล่าวถึงวิธีการวัดผลเปรียบเทียบค่าความจุช่องสัญญาณเชิงสถิติที่ได้จากแบบจำลอง ซึ่งได้แก่ ค่าความจุเฉลี่ย และค่าความจุที่ไม่สามารถใช้งานได้ โดยสำหรับค่าความจุที่ไม่สามารถใช้งานได้ จะแสดงค่าในรูปของ ค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสม และ ค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม

บทที่ 4
การพัฒนาแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

4.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงการพัฒนาแบบจำลองเพื่อหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยอาศัยแบบจำลองที่ได้จากการศึกษาวิจัยที่ผ่านมาเป็นพื้นฐานในการนำมาพัฒนา โดยพิจารณาผลที่เกิดจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ เพื่อนำผลที่ได้จากการพัฒนาในจำลองแบบหาค่าความจุช่องสัญญาณ และวิเคราะห์ผลที่ได้ต่อไป

4.2 การวิเคราะห์และพัฒนาแบบจำลองความจุช่องสัญญาณ

สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท เราสามารถพิจารณาผลกระทบที่มีต่อแบบจำลองช่องสัญญาณที่เกิดจากคุณสมบัติของสายอากาศที่ใช้ ซึ่งโดยทั่วไปแล้วคุณสมบัติของสายอากาศที่มีการนำมาพิจารณา ได้แก่

1) แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแต่ละองค์ประกอบ (element radiation pattern)

2) รูปแบบการจัดวางสายอากาศแบบแถวลำดับ (array configuration)

3) ชนิดของโพลาไรเซชันของสายอากาศแต่ละองค์ประกอบ (element polarization)

4) ค่าผลจากการมิวชวลคัปปลิ้ง

สำหรับในงานวิจัยนี้จะพิจารณาเฉพาะผลจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแต่ละองค์ประกอบ ที่ส่งผลกับความความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทโดยอาศัยการพัฒนาแบบจำลองโดยพิจารณาส่วนของอัตราขยายช่องสัญญาณเดิม และแยกพิจารณาส่วนของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศออกจากอัตราขยายช่องสัญญาณเดิม เพื่อให้สามารถพิจารณาผลที่เกิดขึ้นได้ชัดเจนขึ้น

4.2.1 แบบจำลองสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสองมิติ

ในบทที่ผ่านเราได้อธิบายถึงระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่มีผู้ใช้งานคนเดียวในย่านความถี่ที่เป็นแถบความถี่แคบ โดยให้จำนวนสายอากาศด้านส่งเป็น N_T และจำนวนสายอากาศด้านรับเป็น N_R โดยมีค่าเฉลี่ยของสายอากาศทั้งด้านรับ และด้านส่งมีค่าเท่ากัน

ความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นของสัญญาณที่ได้รับที่สายอากาศภาครับ และสัญญาณที่ส่งออกที่สายอากาศภาคส่ง สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเวคเตอร์ได้ดังนี้

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{4.1}$$

โดยที่ $\mathbf{y}$ แทนเวคเตอร์สัญญาณที่ภาครับขนาด $N_R \times 1$

$\mathbf{x}$ แทนเวคเตอร์สัญญาณที่ภาคส่งขนาด $N_T \times 1$

$\mathbf{n}$ แทนเวคเตอร์สัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และมีความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

$\mathbf{H}$ แทนนอร์มอลไลซ์เวคเตอร์ช่องสัญญาณที่มีขนาด $N_R \times N_T$

ซึ่ง $\mathbf{H}$ สามารถเขียนแทนได้ดังนี้

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1N_T} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2N_T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{N_R1} & h_{N_R2} & \cdots & h_{N_RN_T} \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

โดยที่แต่ละองค์ประกอบ h_{mn} จะแสดงค่าอัตราขยายเชิงซ้อน ระหว่างสายอากาศภาคส่งตัวที่ n กับสายอากาศภาครับตัวที่ m

หากเราพิจารณาที่สายอากาศภาครับที่มีผลที่เกิดจากอัตราขยายช่องสัญญาณแต่ละคู่แทนด้วย h_{mn} ซึ่งแบบจำลองช่องสัญญาณย่อย ๆ แต่ละช่องสัญญาณ หรือ เมื่อพิจารณาระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่มีจำนวนสายอากาศภาครับ และภาคส่งเพียงองค์ประกอบเดียว เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้เป็น

$$y = hx + n \tag{4.3}$$

โดยที่ y แทนสัญญาณที่ภาครับ x แทนสัญญาณที่ภาคส่ง n แทนสัญญาณรบกวนที่ภาครับ และ h แทนอัตราขยายช่องสัญญาณ

เราสามารถพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศจากอัตราขยายสายอากาศ โดยอัตราขยายสายอากาศเป็นความสัมพันธ์ได้มาจากสภาพเจาะจงทิศทาง (directivity) โดยรวม

ประสิทธิภาพของสายอากาศเข้ามาด้วย ในขณะที่สภาพเจาะจงทิศทางจะอธิบายคุณสมบัติในการชี้ทิศทางของสายอากาศเท่านั้น

อัตราขยายของสายอากาศในทิศทางที่กำหนดให้นั้น มีค่าเท่ากับ 4π คูณกับอัตราส่วนของความเข้มข้นของการแผ่พลังงาน (radiation intensity) ของคลื่นในทิศทางนั้นต่อกำลังงานสุทธิที่สายอากาศ ที่รับจากขั้วต่อของสายอากาศ (Balanis, 1997) เขียนได้เป็น

$$G = \frac{4\pi U(\theta,\phi)}{P} \tag{4.4}$$

โดยที่ $U(\theta,\phi)$ แทนความเข้มของการแผ่พลังงานของคลื่น เราสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มของการแผ่พลังงานของคลื่นกับสนามไฟฟ้าของสายอากาศในบริเวณแผ่พลังงานสนามไกลได้ดังนี้ (Balanis, 1997)

$$\begin{aligned} U(\theta,\phi) &= \frac{r^2}{2\eta}\left|\bar{E}(r,\theta,\phi)\right|^2 \\ &\simeq \frac{r^2}{2\eta}\left[\left|E_\theta(r,\theta,\phi)\right|^2 + \left|E_\phi(r,\theta,\phi)\right|^2\right] \\ &\simeq \frac{1}{2\eta}\left[\left|E_\theta^\circ(\theta,\phi)\right|^2 + \left|E_\phi^\circ(\theta,\phi)\right|^2\right] \end{aligned} \tag{4.5}$$

เมื่อ $\bar{E}(r,\theta,\phi)$ แทนความเข้มของสนามไฟฟ้าของสายอากาศในระยะไกล

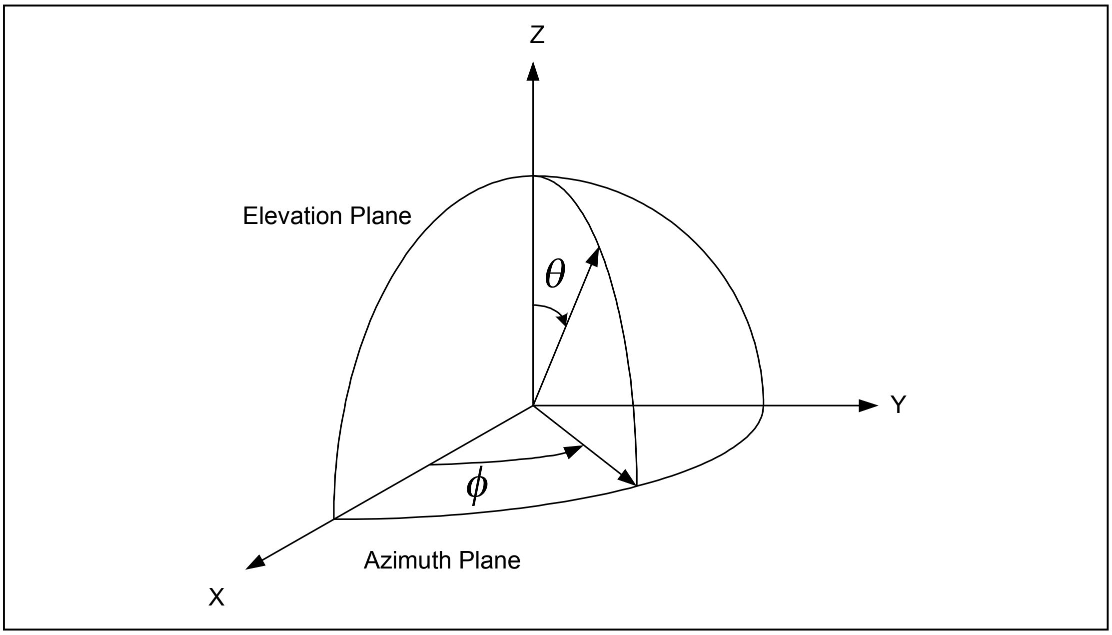
E_θ , E_ϕ แทนส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าของสายอากาศในระยะไกล

η แทนอินทรินซิกอิมพีแดนซ์ (intrinsic impedance) ของตัวกลาง

โดยเราสามารถแทนค่าจากสมการ (4.4) ลงในสมการ (4.5) ได้ดังนี้

$$G(\theta,\phi) = k\left[\left|E_\theta^\circ(\theta,\phi)\right|^2 + \left|E_\phi^\circ(\theta,\phi)\right|^2\right] \tag{4.6}$$

โดยที่ $G(\theta,\phi)$ แทนอัตราขยายสายอากาศในทิศทาง ϕ สำหรับระนาบแนวตั้ง (elevation plane) และ θ สำหรับระนาบแนวนอน (azimuth plane) ดังแสดงในรูปที่ 4.1 และ k มีค่าเท่ากับ $4\pi / 2\eta P$

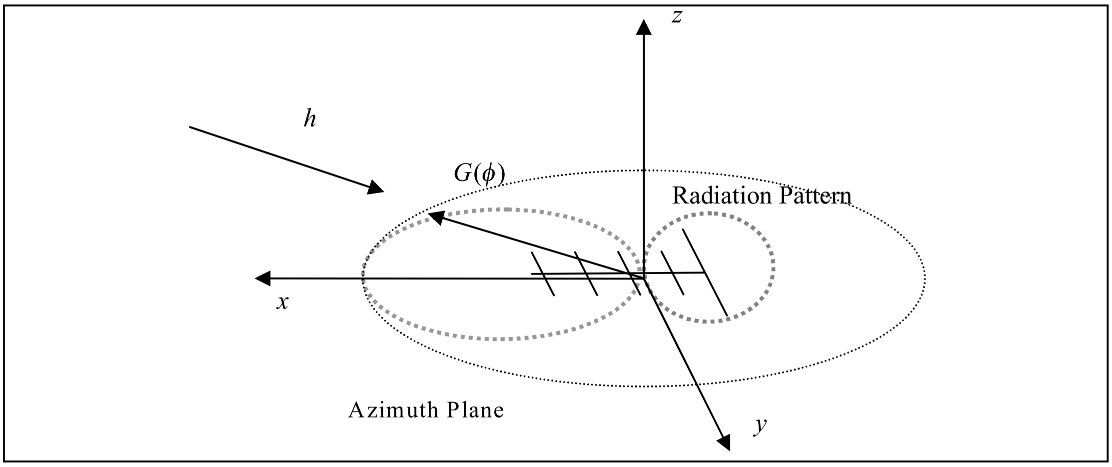


รูปที่ 4.1 ค่ามุมและระนาบในลักษณะสามมิติ

จากสมการ (4.6) เราสามารถพิจารณาว่าค่าอัตราขยายสัมพันธ์กับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในลักษณะสองมิติ โดยพิจารณาเฉพาะระนาบแนวนอนได้เป็น

$$G(\phi) = k\left[\left|E_{\phi}^{\circ}(\phi)\right|^{2}\right] \tag{4.7}$$

นั่นแสดงว่าเราสามารถใช้แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในรูปแบบที่เป็นอัตราขยายได้ ซึ่งในแบบจำลองทั่วไป จะใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิกที่จะให้อัตราขยายของสายอากาศมีค่าเท่ากันในทุกทิศทาง หรือหากเราพิจารณาโดยการใช้สายอากาศที่มีอัตราขยายในแต่ละทิศทางมีค่าไม่เท่ากัน จะสามารถพิจารณาค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่รับได้ที่ภาครับในทิศทางต่าง ๆ ในระนาบสองมิติได้ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 อัตราขยายสัญญาณและอัตราขยายสายอากาศที่พิจารณาในระนาบแนวนอน

จากรูปเราสามารถเขียนอัตราขยายช่องสัญญาณที่พิจารณาผลที่เกิดจากอัตราขยายสายอากาศ ซึ่งสามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$h_a = G(\phi)h \tag{4.8}$$

โดยที่ $G(\phi)$ แทนอัตราขยายสายอากาศซึ่งพิจารณาเพียงสองมิติตามสมการ (4.7) นั่นคือจะพิจารณาเฉพาะในระนาบแนวนอนที่สายอากาศวางอยู่ ส่วน h แทนอัตราขยายช่องสัญญาณ และ h_a แทนอัตราขยายช่องสัญญาณที่พิจารณาผลที่เกิดจากอัตราขยายสายอากาศร่วมด้วย เมื่อพิจารณาเฉพาะในระนาบสองมิติ จากสมการ (4.8) เราสามารถพิจารณาขยายไปสู่ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่มีจำนวนสายอากาศที่มากกว่าหนึ่งโดยแทนค่าสมการ (4.8) ลงในสมการ (4.2) จะได้สมการช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทดังนี้

$$\mathbf{H}_a = \begin{bmatrix} G(\phi_{11})h_{11} & G(\phi_{12})h_{12} & \dots & G(\phi_{1N_T})h_{1N_T} \\ G(\phi_{21})h_{21} & G(\phi_{22})h_{22} & \dots & G(\phi_{2N_T})h_{2N_T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ G(\phi_{N_R1})h_{M1} & G(\phi_{N_R2})h_{N_R2} & \dots & G(\phi_{N_RN_T})h_{N_RN_T} \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

โดยที่ $h_{N_RN_T}$ แทนอัตราขยายช่องสัญญาณจากสายอากาศภาคส่งตัวที่ N_T มายังสายอากาศภาครับตัวที่ N_R โดยได้พิจารณาผลอัตราขยายของสายอากาศตัวที่ N_R เข้าไปด้วยแล้ว

จากสมการ (4.9) เราสามารถเขียนสมการแบบจำลองจากสมการ (4.1) ได้ใหม่เป็น

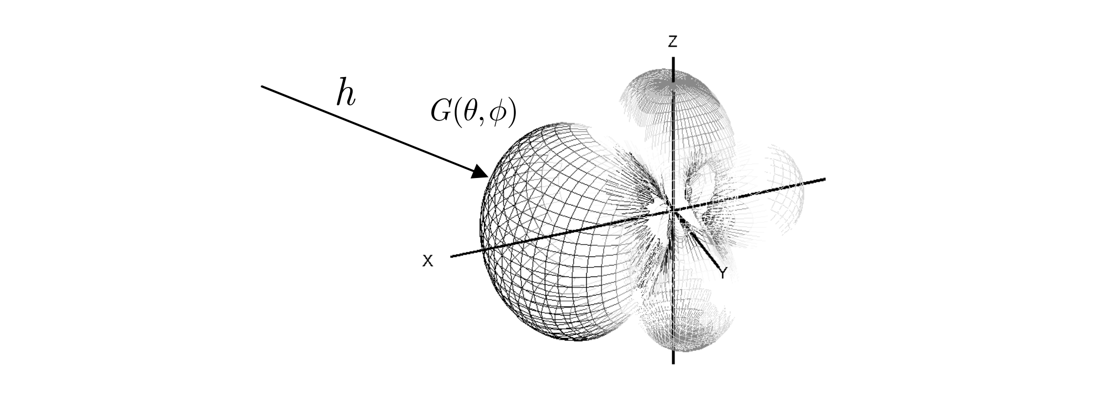
$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_a\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{4.10}$$

ในทำนองเดียวกันโดยอาศัยแบบจำลองระบบที่มีกำลังงานที่ส่งเท่ากัน (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003) และนิยามคุณลักษณะของระบบดังได้กล่าวไว้ในบทที่ 3 ดังนั้นเราสามารถหาค่าความจุช่องสัญญาณของแบบจำลองในสมการ (4.10) ได้เป็น

$$C_{2D} = \log_2\left[\det\left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_T}\cdot\mathbf{H}_a\mathbf{H}_a^{\dagger}\right)\right] \tag{4.11}$$

4.2.2 แบบจำลองสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสามมิติ

โดยทั่วไปในการใช้งานจริงนั้น จะเป็นการใช้งานในสภาวะแวดล้อมลักษณะที่เป็นสามมิติ ดังนั้นหากเราพิจารณาที่สายอากาศภาครับในลักษณะสามมิติ เราจะต้องทำการพิจารณาค่าอัตราขยายของสายอากาศที่มีผลจากอัตราขยายช่องสัญญาณแต่ละคู่ในลักษณะที่เป็นสามมิติด้วย โดยเราสามารถพิจารณาได้ทำนองเดียวกันกับแบบจำลองในลักษณะสองมิติ จากสมการ (4.3) และ (4.6) เราจะพิจารณาค่าอัตราขยายของสายอากาศที่มีผลจากอัตราขยายช่องสัญญาณใด ๆ โดยการพิจารณาค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่พิจารณาผลของอัตราขยายสายอากาศในลักษณะสามมิติดังแสดงในรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 อัตราขยายสัญญาณและอัตราขยายสายอากาศที่พิจารณาในระนาบสามมิติ

จากรูปที่ 4.3 เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ของอัตราขยายช่องสัญญาณได้เป็น

$$h_A = G(\theta,\phi)h \tag{4.12}$$

โดยที่ h_A แทนอัตราขยายช่องสัญญาณที่พิจารณาผลของอัตราขยายของสายอากาศในลักษณะสามมิติ และ $G(\theta,\phi)$ แทนอัตราขยายสายอากาศแบบสามมิติ จากนั้นทำการแทนค่าสมการ (4.12) ลงในสมการ (4.2) เราจะได้อัตราขยายช่องสัญญาณ ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยได้รวมผลของอัตราขยายสายอากาศในลักษณะสามมิติแทนด้วย $\mathbf{H}_A$ ดังนี้

$$\mathbf{H}_A = \begin{bmatrix} G(\theta_{11},\phi_{11})h_{11} & G(\theta_{12},\phi_{12})h_{12} & \dots & G(\theta_{1N_T},\phi_{1N_T})h_{1N_T} \\ G(\theta_{21},\phi_{21})h_{21} & G(\theta_{22},\phi_{22})h_{22} & \dots & G(\theta_{2N_T},\phi_{2N_T})h_{2N_T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ G(\theta_{N_R1},\phi_{N_R1})h_{N_R1} & G(\theta_{N_R2},\phi_{N_R2})h_{N_R2} & \dots & G(\theta_{N_RN_T},\phi_{N_RN_T})h_{N_RN_T} \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

จากสมการ (4.13) เราสามารถเขียนสมการ (4.1) ได้ใหม่เป็น

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_A\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{4.14}$$

ในทำนองเดียวกันเราสามารถหาค่าความจุช่องสัญญาณของแบบจำลองในสมการ (4.12) ได้เป็น

$$C_{3D} = \log_2\left[\det\left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_T}\cdot\mathbf{H}_A\mathbf{H}_A^{\dagger}\right)\right] \tag{4.15}$$

4.3 สรุป

ในบทนี้ได้ อธิบายการพัฒนาแบบจำลองเพื่อหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยอาศัยแบบจำลองที่ได้จากการศึกษาวิจัยที่ผ่านมาเป็นพื้นฐานในการนำมาพัฒนา สำหรับการพิจารณาผลที่เกิดจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ จะทำการพัฒนาแบบจำลองโดยแยกพิจารณาส่วนของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศออกจากอัตราขยายช่องสัญญาณเดิม เพื่อให้สามารถพิจารณาผลที่เกิดขึ้นได้ชัดเจนขึ้น และเราสามารถพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศได้จากอัตราขยายสายอากาศ โดยอาศัยความสัมพันธ์

ที่ได้มาจากสภาพเจาะจงทิศทางและประสิทธิภาพของสายอากาศ โดยสภาพเจาะจงทิศทางจะพิจารณาค่าของสนามไฟฟ้าของสายอากาศในบริเวณแผ่พลังงานสนามไกล ซึ่งจะพิจารณาได้ทั้งในระนาบแนวตั้ง และระนาบแนวนอน ทำให้ได้ความสัมพันธ์ของอัตราขยายสายอากาศกับค่าของสนามไฟฟ้าของสายอากาศ จากนั้นจึงนำสมการความสัมพันธ์ของอัตราขยายสายอากาศ รวมกับอัตราขยายช่องสัญญาณเดิม เพื่อพิจารณาหาค่าความจุช่องสัญญาณใหม่ที่ได้จากการพิจารณาผลของอัตราขยายสายอากาศร่วมด้วย โดยสามารถแบ่งการพิจารณาออกเป็นลักษณะสองมิติ และสามมิติ จากนั้น นำผลแบบจำลองที่ได้ ไปการพัฒนาเป็นโปรแกรม เพื่อใช้ในจำลองแบบหาค่าความจุช่องสัญญาณ และวิเคราะห์ผลที่ได้ต่อไป

บทที่ 5
ผลการจำลองแบบ

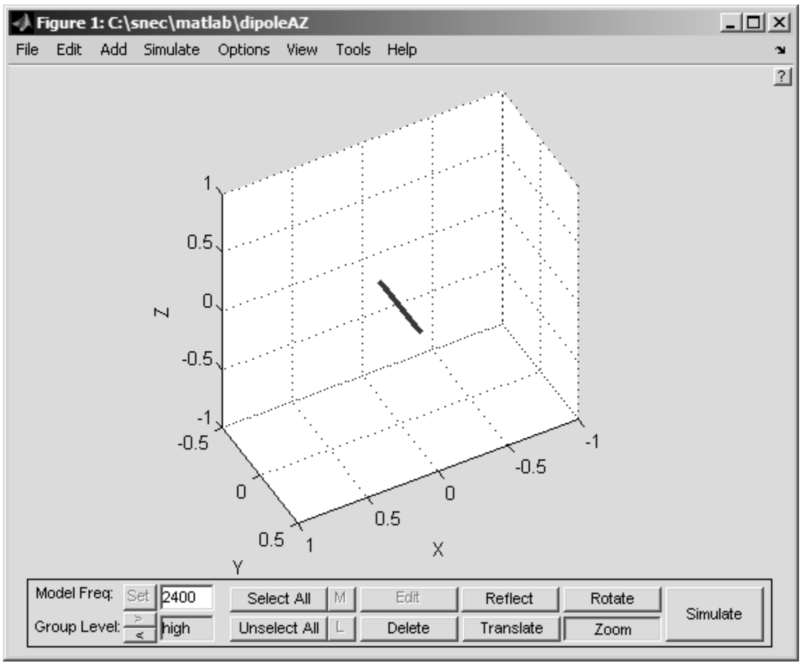
5.1 บทนำ

ในบทนี้จะเป็นการนำเอาแบบจำลองที่ได้พัฒนาขึ้น ดังที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ผ่านมา ทำการจำลองแบบเพื่อดูผลที่เกิดขึ้น อันเนื่องมาจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศชนิดต่าง ๆ กับความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยจะอธิบายถึงที่มาของข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศชนิดต่าง ๆ ที่นำมาใช้ และขั้นตอนวิธีการทำนอร์มอลไลซ์แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ จากนั้นจะได้อธิบายถึงรายละเอียดของวิธีการจำลองแบบ และทำการวิเคราะห์ผลที่ได้จากการจำลองแบบเพื่อเปรียบเทียบผลที่เกิดขึ้น

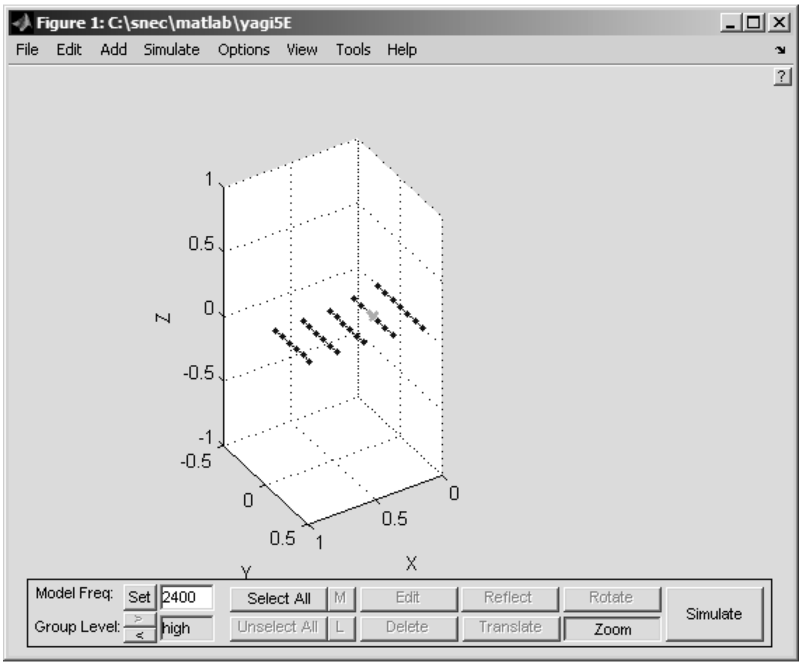
5.2 ข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานสายอากาศ

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เลือกใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิก เป็นสายอากาศอ้างอิง โดยเปรียบเทียบกับสายอากาศแบบมีทิศทางสองชนิด คือสายอากาศแบบไดโพล และสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ เนื่องจากคุณลักษณะของสายอากาศทั้งสองแบบ มีอัตราขยายสูงสุด และความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังอยู่ในเกณฑ์ที่ค่อนข้างเหมาะสม อีกทั้งเป็นสายอากาศที่มีการใช้งานอย่างกว้างขวาง และมีโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อน โดยได้ใช้โปรแกรม SuperNEC ในการจำลองผลสายอากาศ เพื่อสร้างชุดข้อมูลของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ ในย่านความถี่ 2.4 กิกะเฮิรตซ์ ทั้งในลักษณะสองมิติและสามมิติ โดยข้อมูลที่ได้จะอยู่ในรูปของไฟล์ข้อมูล ซึ่งจะถูกนำไปใช้ในการจำลองแบบ เพื่อหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทต่อไป

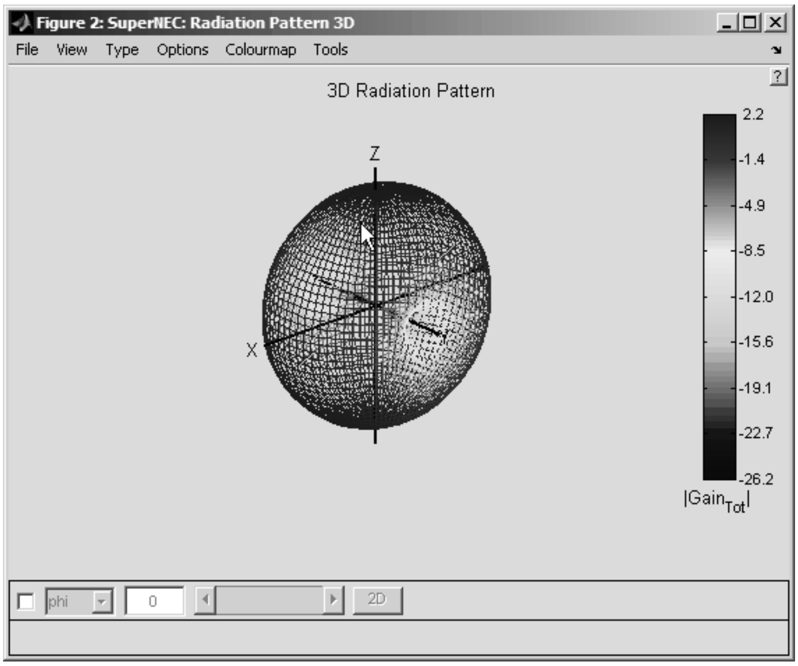
รูปที่ 5.1 แสดงถึงโครงสร้างของสายอากาศไดโพล ที่ใช้ในการจำลองแบบด้วยโปรแกรม SuperNEC เพื่อใช้สร้างข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ โดยให้การจัดวางสายอากาศวางอยู่ในระนาบแนวนอน และทำนองเดียวกันสำหรับสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ สามารถสร้างโครงสร้างสายอากาศโดยให้วางในระนาบแนวนอนเช่นเดียวกันกับสายอากาศไดโพล ดังรูปที่ 5.2 โดยหลังจากทำการจำลองแบบด้วยโปรแกรม SuperNEC แล้ว จะได้แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในลักษณะสามมิติ ซึ่งสามารถนำมาแสดงเป็นกราฟได้ดังแสดงในรูปที่ 5.3 สำหรับสายอากาศไดโพล และในรูปที่ 5.4 สำหรับสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ



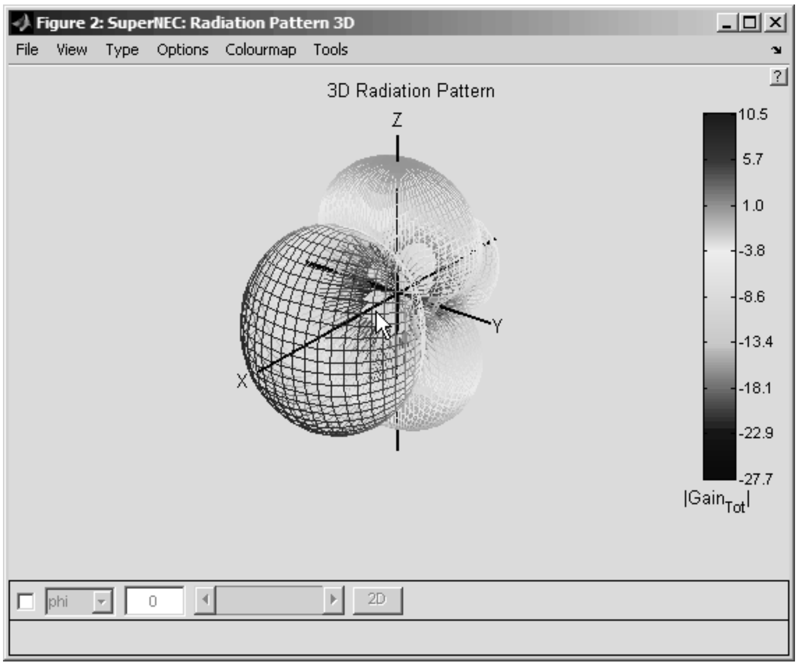
รูปที่ 5.1 โครงสร้างสายอากาศไดโพลจากโปรแกรม SuperNEC



รูปที่ 5.2 โครงสร้างสายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบจากโปรแกรม SuperNEC



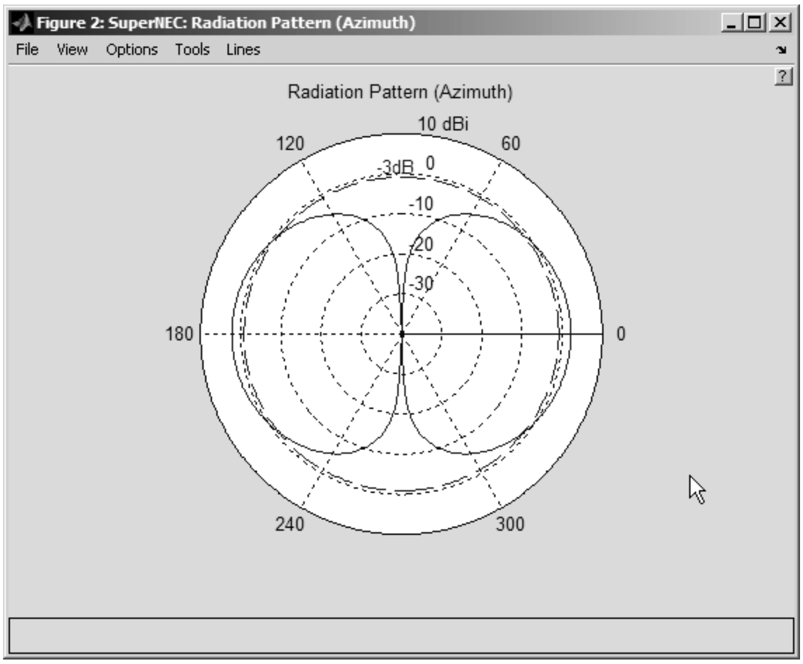
รูปที่ 5.3 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแบบไดโพล



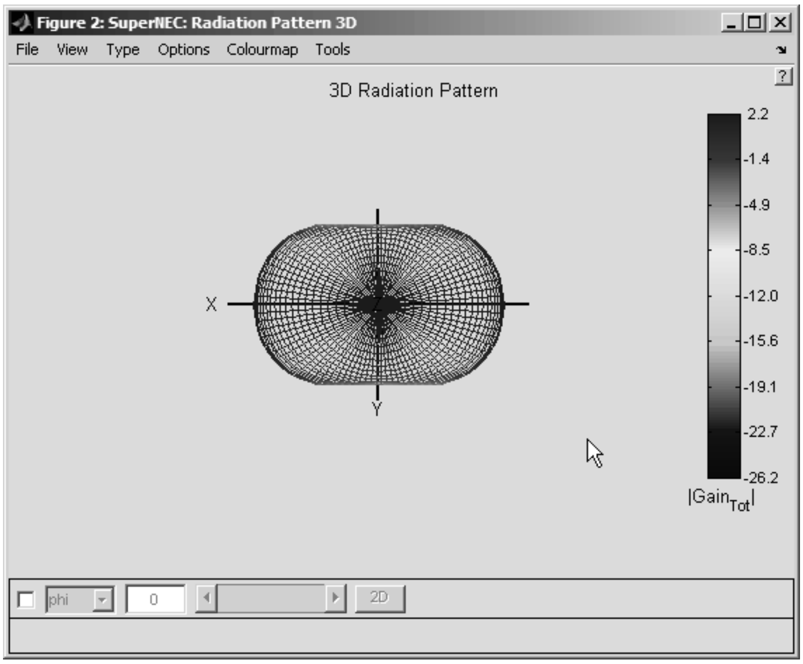
รูปที่ 5.4 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ

โดยข้อมูลที่ได้จากการจำลองแบบด้วยโปรแกรม SuperNEC จะให้ข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศทั้งในลักษณะสองมิติ และสามมิติ ดังแสดงในรูปที่ 5.5 และ 5.6 สำหรับสายอากาศไดโพล และในรูปที่ 5.7 และ 5.8 สำหรับสายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบตามลำดับ โดยข้อมูลที่ได้จะอยู่ในรูปของไฟล์ข้อมูลที่เก็บในลักษณะแถวข้อมูลดังแสดงในรูปที่ 5.9

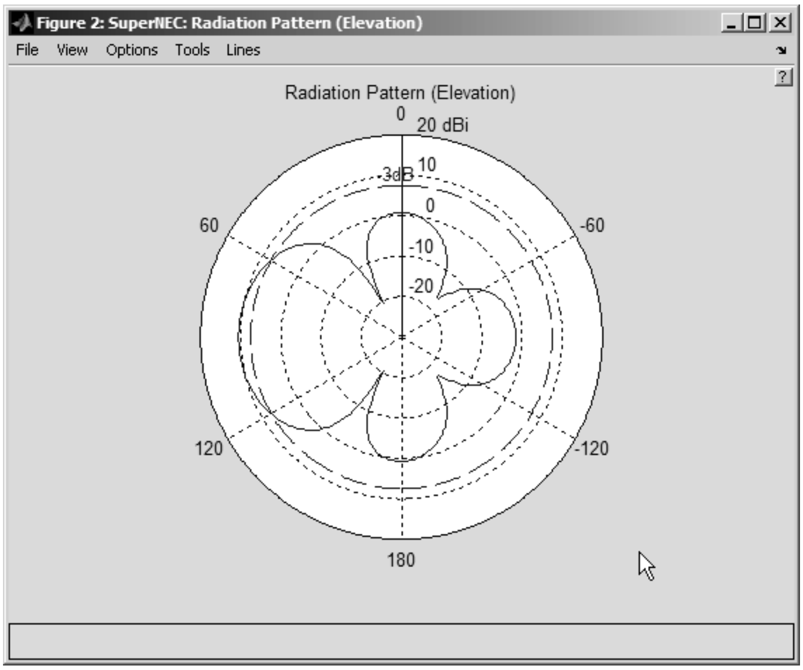
เมื่อได้ข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศที่ได้จากการจำลองแบบแล้ว ก่อนนำมาใช้ในการจำลองแบบแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท เนื่องจากอัตราขยายของสายอากาศแต่ละชนิดจะมีค่าที่แตกต่างกัน จึงต้องมีการทำให้เป็นค่านอร์มอลไลซ์ก่อน เพื่อที่จะสามารถนำผลที่ได้จากการจำลองแบบสำหรับสายอากาศแต่ละชนิดมาเปรียบเทียบกันได้ จึงต้องทำการคำนวณและแปลงค่าที่ได้จากโปรแกรม SuperNEC โดยอาศัยการเปรียบเทียบสายอากาศแบบไดโพล และสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ กับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก ให้เป็นค่าที่เป็นค่านอร์มอลไลซ์ แล้วเก็บลงไฟล์ข้อมูลใหม่ จากนั้นจึงนำไฟล์ข้อมูลที่ได้ไปใช้ในทำการจำลองแบบต่อไป



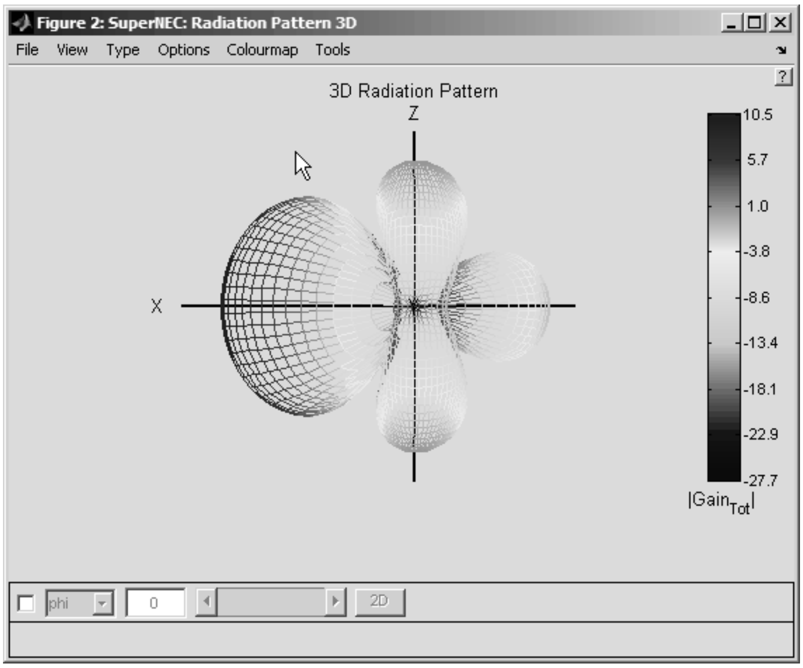
รูปที่ 5.5 แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติของสายอากาศแบบไดโพล



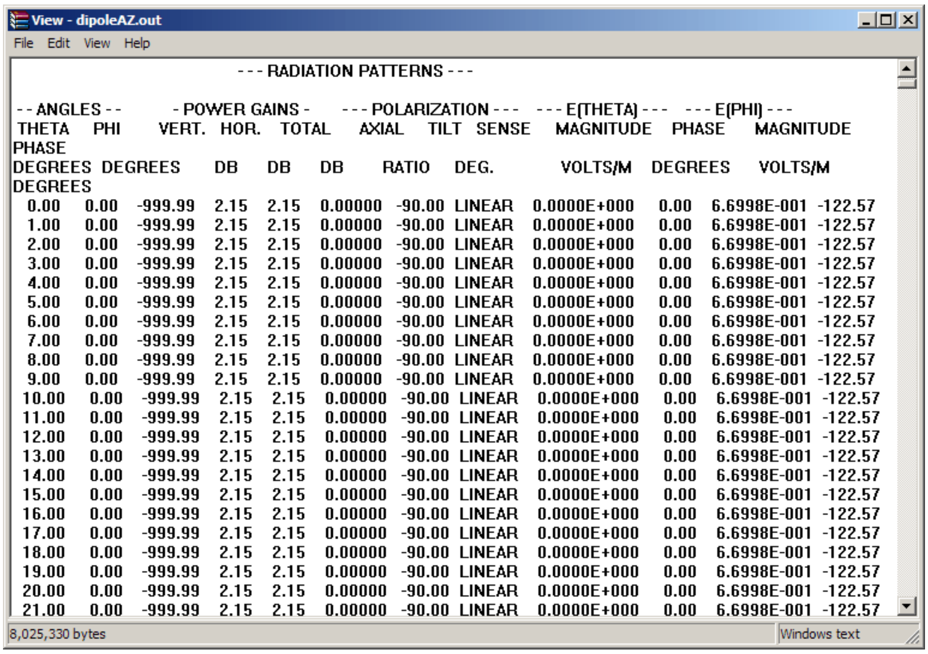
รูปที่ 5.6 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติของสายอากาศแบบไดโพล



รูปที่ 5.7 แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติของสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ



รูปที่ 5.8 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติของสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ


View - dipoleAZ.out

File Edit View Help

--- RADIATION PATTERNS ---

-- ANGLES --		- POWER GAINS -			--- POLARIZATION ---			--- E(THETA) ---		--- E(PHI) ---	
THETA	PHI	VERT.	HOR.	TOTAL	AXIAL	TILT	SENSE	MAGNITUDE	PHASE	MAGNITUDE	PHASE
DEGREES	DEGREES	DB	DB	DB	RATIO	DEG.		VOLTS/M	DEGREES	VOLTS/M	DEGREES
0.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
1.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
2.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
3.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
4.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
5.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
6.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
7.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
8.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
9.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
10.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
11.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
12.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
13.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
14.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
15.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
16.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
17.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
18.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
19.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
20.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57
21.00	0.00	-999.99	2.15	2.15	0.00000	-90.00	LINEAR	0.0000E+000	0.00	6.6998E-001	-122.57

8,025,330 bytes Windows text

รูปที่ 5.9 ข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ

สำหรับการทำให้เป็นค่านอร์มอลไลซ์ จะพิจารณาโดยทำการเปรียบเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกซึ่งจะได้ค่าตัวแปรนอร์มอลไลซ์ Z_x สำหรับสายอากาศแต่ละชนิด ซึ่งคำนวณได้จากความสัมพันธ์ดังแสดงในสมการ (5.1) สำหรับแบบจำลองแบบสองมิติ

$$Z_x = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \left|G(\phi)\right|_{Directional}^2 d\phi}{\int_{-\pi}^{\pi} \left|G(\phi)\right|_{Isotropic}^2 d\phi} \tag{5.1ก}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left|G(\phi)\right|_{Normalize}^2 d\phi = \frac{1}{Z_x} \int_{-\pi}^{\pi} \left|G(\phi)\right|_{Directional}^2 d\phi \tag{5.1ข}$$

$$G(\phi)_{Normalize} = \frac{G(\phi)_{Directional}}{\sqrt{Z_x}} \tag{5.1ค}$$

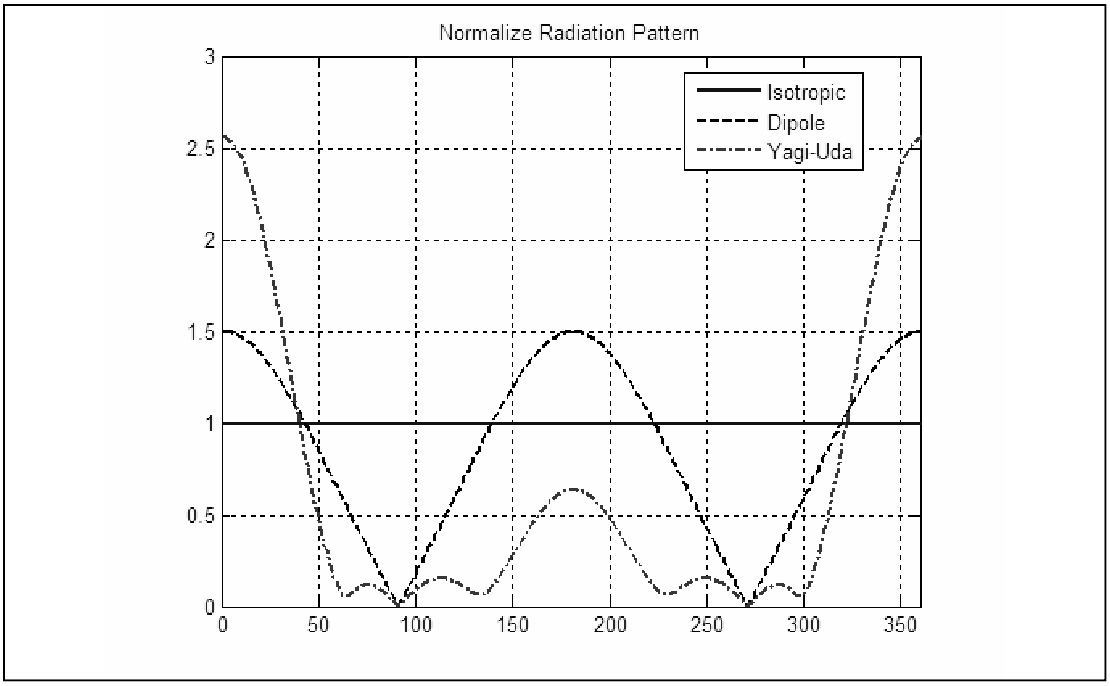
และสำหรับแบบจำลองแบบสามมิติ ดังสมการ (5.2)

$$Z_X = \frac{\int_{0}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left|G(\theta,\phi)\right|_{Directional}^2 d\phi d\theta}{\int_{0}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left|G(\theta,\phi)\right|_{Isotropic}^2 d\phi d\theta} \tag{5.2ก}$$

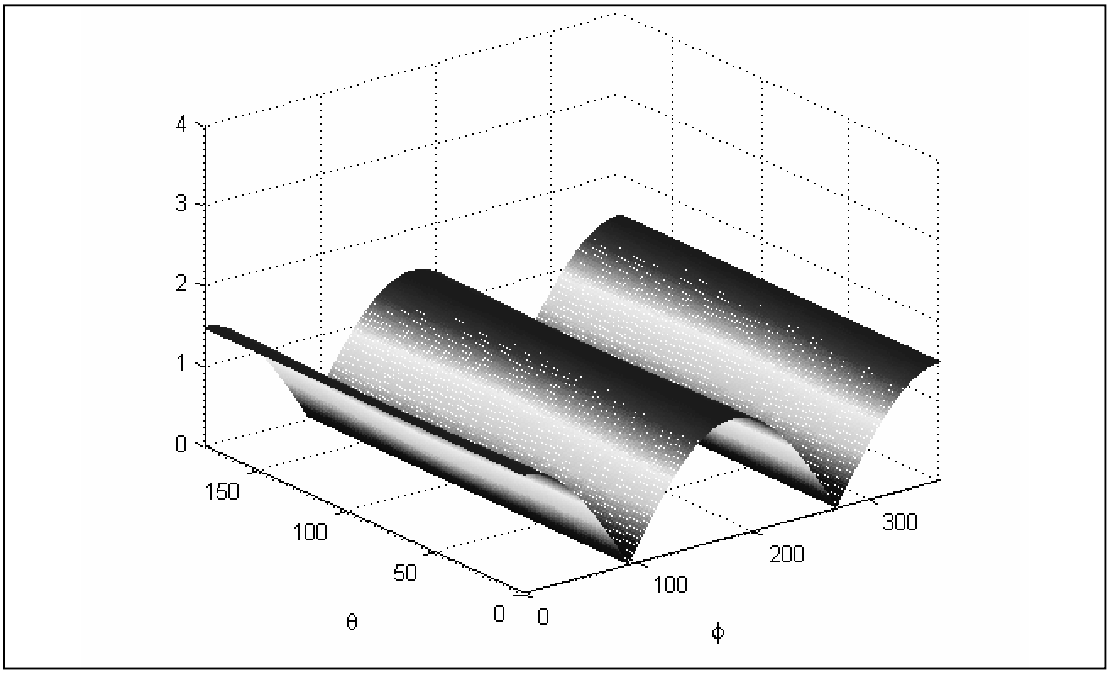
$$\int_{0}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left|G(\theta,\phi)\right|_{Normalize}^2 d\phi d\theta = \frac{1}{Z_X}\int_{0}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left|G(\theta,\phi)\right|_{Directional}^2 d\phi d\theta \tag{5.2ข}$$

$$G(\theta,\phi)_{Normalize} = \frac{G(\theta,\phi)_{Directional}}{\sqrt{Z_X}} \tag{5.2ค}$$

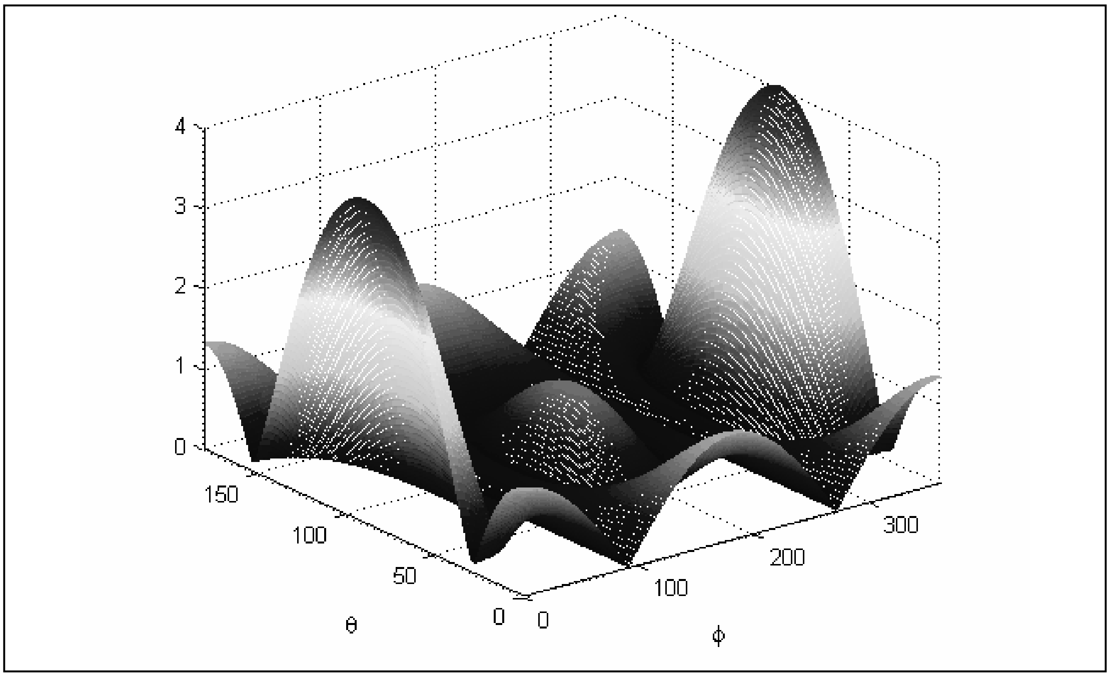
หลังได้อัตราขยายที่ทำเป็นค่านอร์มอลไลซ์แล้ว จึงนำอัตราขยายสายอากาศที่ได้ไปใช้แทนค่าในการจำลองแบบต่อไป เราสามารถนำมาแสดงค่าเป็นกราฟแบบเชิงเส้นได้ดังรูปที่ 5.10 สำหรับแบบจำลองแบบสองมิติ และในรูปที่ 5.11 และ 5.12 สำหรับแบบจำลองแบบสามมิติ



รูปที่ 5.10 แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติแบบนอร์มอลไลซ์สำหรับสายอากาศแบบไดโพล และยากิอูดะห้าองค์ประกอบ



รูปที่ 5.11 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติแบบนอร์มอลไลซ์ สำหรับสายอากาศไดโพล



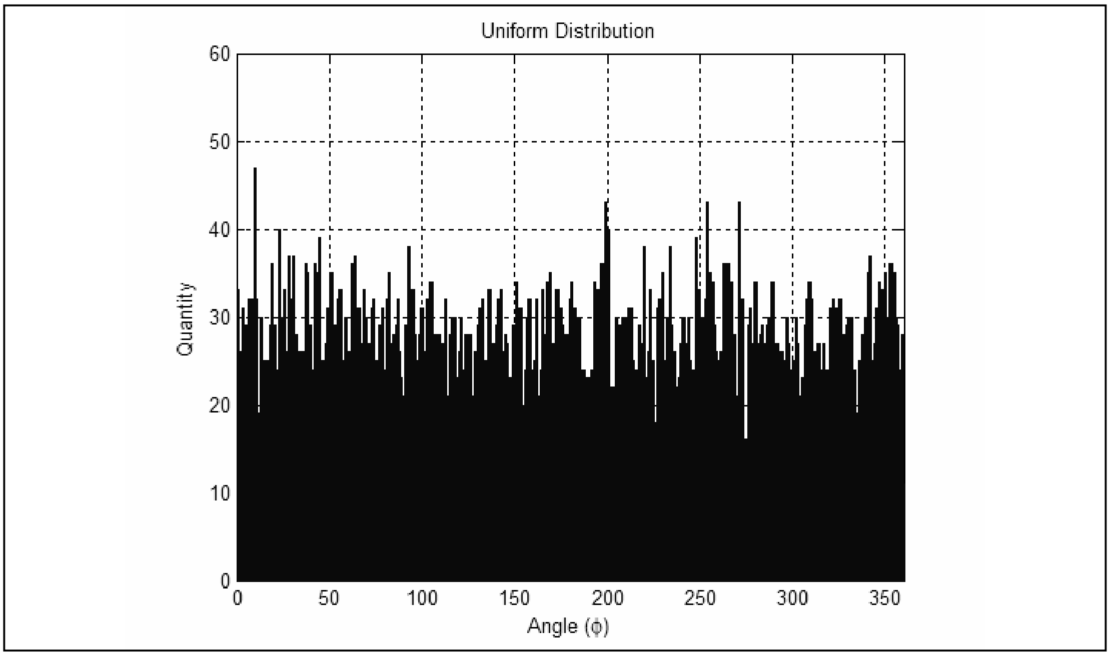
รูปที่ 5.12 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติแบบนอร์มอลไลซ์สำหรับสายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบ

5.3 ผลการจำลองแบบโดยพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ

ในการจำลองแบบเพื่อพิจารณาผลที่เกิดจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศที่มีต่อค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ในงานวิจัยนี้จะอาศัยวิธีการจำลองแบบด้วยวิธีการมอนติ คาร์โล ซึ่งเป็นเทคนิคหนึ่งที่รวมการใช้ค่าตัวแปรสุ่มร่วมกับการหาค่าเชิงสถิติเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ สำหรับในงานวิจัยนี้จะอาศัยแบบจำลองที่ได้พัฒนาขึ้นในบทที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาผลที่เกิดขึ้นกับค่าความจุช่องสัญญาณ โดยอาศัยการหาค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม ซึ่งจะพิจารณาทั้งในลักษณะสองมิติและสามมิติ

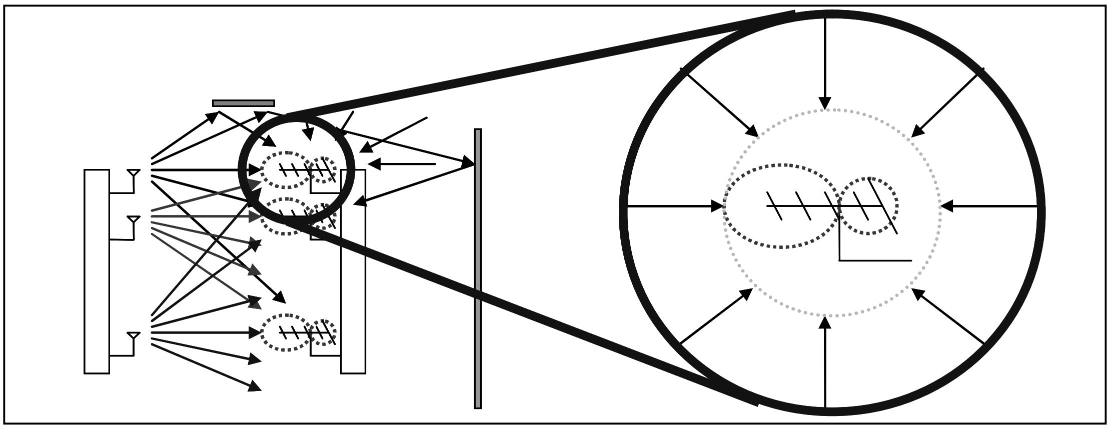
5.3.1 ผลการจำลองแบบสำหรับแบบจำลองแบบสองมิติ

ในการจำลองแบบสำหรับแบบจำลองที่เป็นสองมิติ ได้ทำการเปรียบเทียบผลที่ได้จากสายอากาศสองชนิดคือ สายอากาศแบบไดโพล และสายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบ นำมาเปรียบเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก ซึ่งเป็นสายอากาศเชิงอุดมคติที่มีแบบรูปการแผ่พลังงานรอบตัวในทุกทิศทาง โดยทำการพิจารณาทิศทางของคลื่นที่เข้ามาที่สายอากาศเฉพาะในระนาบแนวนอน โดยให้การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศด้านรับมีการแจกแจงแบบเอกรูปดังแสดงในรูปที่ 5.13



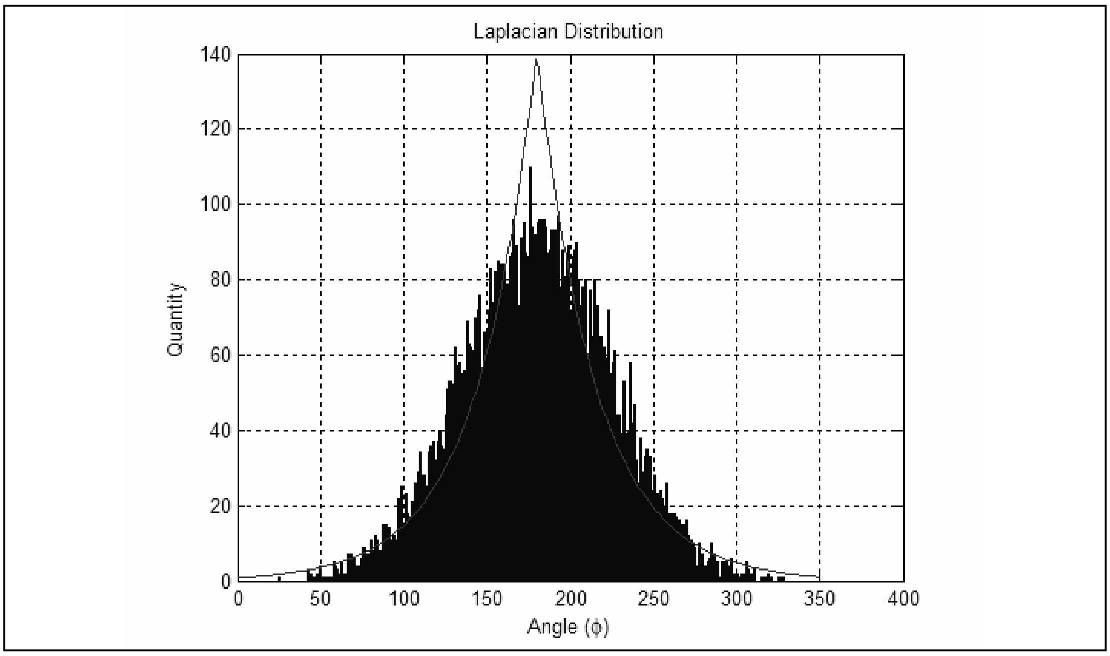
รูปที่ 5.13 การกระจายของสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป

ซึ่งเราสามารถอธิบายลักษณะการกระจายของสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบเอกรูปที่มาถึงสายอากาศด้านรับได้ คือในกรณีที่การกระจายของสัญญาณที่มาถึงสายอากาศภาครับมีลักษณะการกระจายของสัญญาณมีการแจกแจงแบบเอกรูปจะหมายถึงทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศภาครับมีการกระจายไปในทุกทิศทางโดยมีความหนาแน่นที่เท่ากันในทุกทิศทาง หรือโอกาสของทิศทางที่สัญญาณจะเข้ามาที่สายอากาศภาครับมีค่าเท่ากันในทุกทิศทางดังรูปที่ 5.14

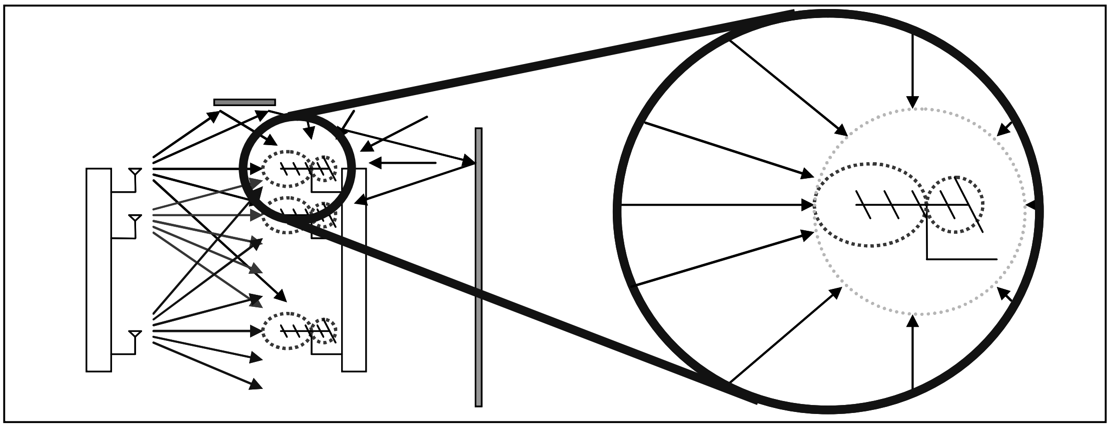


รูปที่ 5.14 การกระจายทิศทางของสัญญาณที่สายอากาศภาครับที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป

สำหรับกรณีที่ลักษณะการกระจายของสัญญาณที่มาถึงสายอากาศด้านรับมีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน (Laplacian distribution) แสดงดังรูปที่ 5.15 นั่นคือ ทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศภาครับมีการกระจายไปในทุกทิศทางโดยมีความหนาแน่นที่ไม่เท่ากันโดยจะมีความหนาแน่นมากในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง และในทิศทางอื่น ๆ มีค่าลดลงแบบเอ็กโพแนนเชียล ดังอธิบายในรูปที่ 5.16

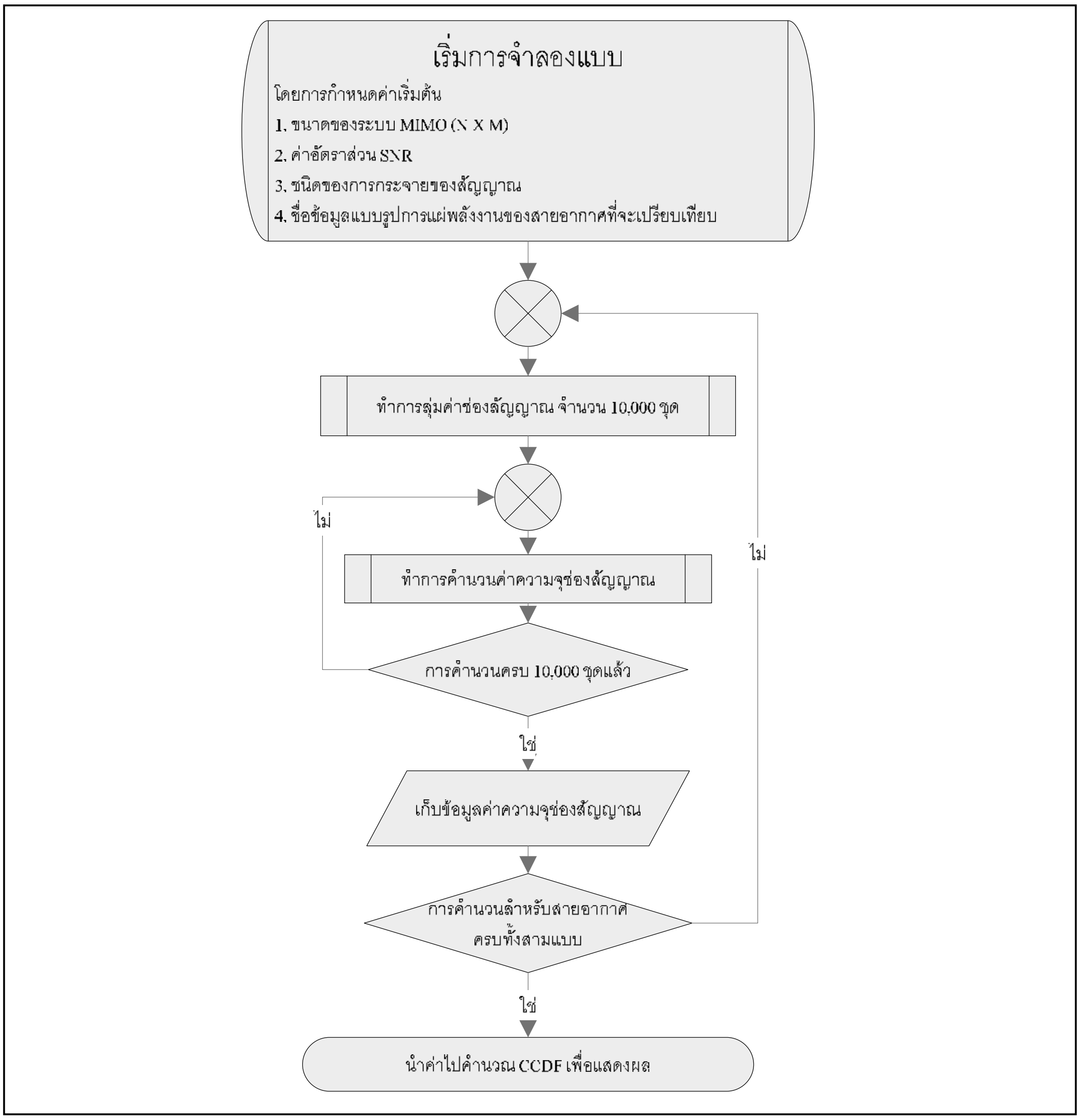


รูปที่ 5.15 การกระจายของสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน



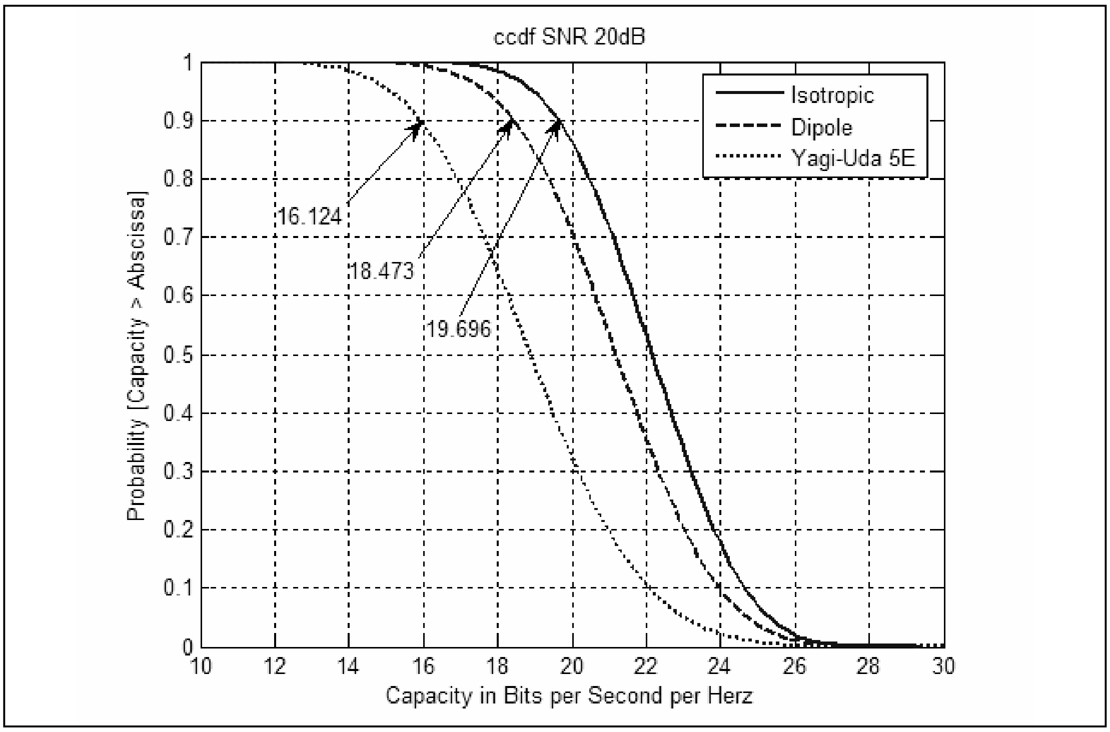
รูปที่ 5.16 การกระจายทิศทางของสัญญาณที่สายอากาศภาครับที่มีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน

ในการจำลองแบบจะให้มุมที่มีความหนาแน่นสูงสุดอยู่ในทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศ และทำการสุ่มค่าอัตราขยายช่องสัญญาณเพื่อนำไปคูณกับค่าอัตราขยายสายอากาศ โดยทำการสุ่มค่ามุมของคลื่นที่เข้ามาที่สายอากาศให้มีการแจกแจงแบบเอกรูป จากนั้นจึงนำค่าที่ได้ไปใช้ในการคำนวณหาความจุช่องสัญญาณที่ได้จากสมการ (4.11) จำนวน 10,000 ค่า และเมื่อได้ค่าความจุช่องสัญญาณทั้งหมดแล้ว จึงทำการคำนวณค่าความจุช่องสัญญาณให้เป็นค่าที่อยู่ในรูปของค่า CCDF และดำเนินการแบบเดียวกันสำหรับกรณีการแจกแจงแบบลาพลาเซียนโดยโครงสร้างของโปรแกรมในการจำลองแบบสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.17

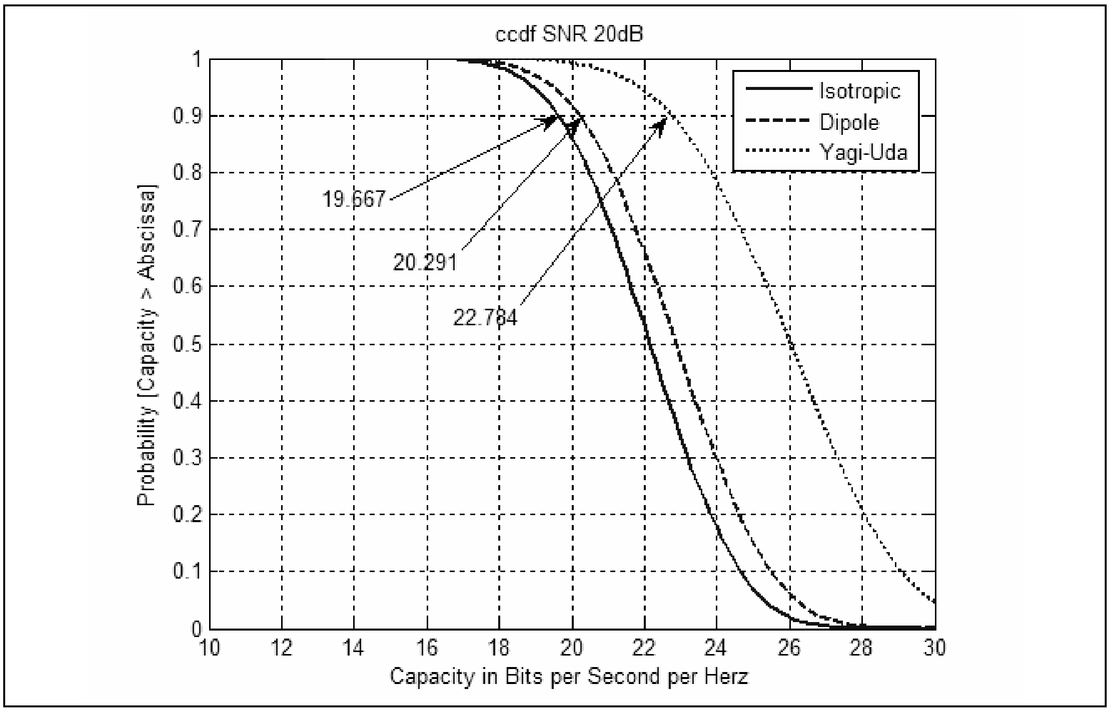


รูปที่ 5.17 ขั้นตอนการจำลองแบบสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานในระนาบสองมิติ

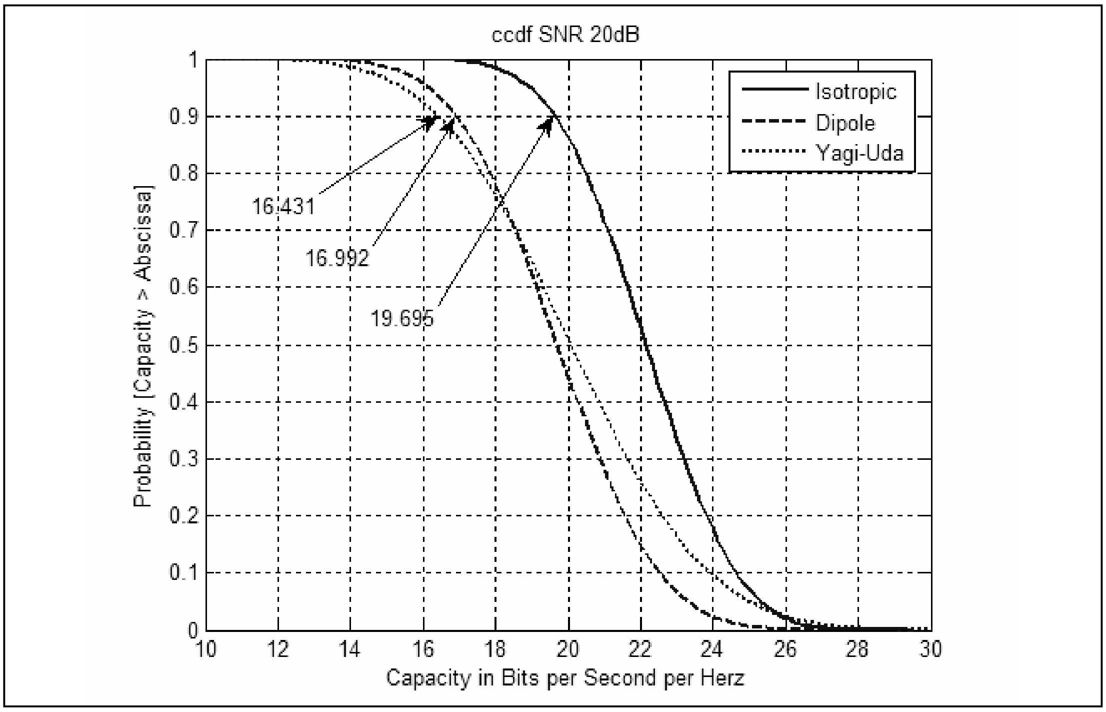
สำหรับผลการจำลองแบบที่ได้จะทำการพิจารณาเปรียบเทียบค่าความจุช่องสัญญาณ โดยจะพิจารณาจากความจุช่องสัญญาณที่ให้ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 90% ซึ่งที่ระดับความน่าจะเป็น 90% นี้จะบอกถึงความน่าจะเป็นที่ไม่เกิดขึ้นเป็น 10% แทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $C_{out,0.1}$ ซึ่งผลที่ได้จากการจำลองแบบสำหรับสายอากาศไดโพลและสายอากาศยากิอุดะแบบห้าองค์ประกอบได้แสดงผลเปรียบเทียบไว้ในรูปที่ 5.18 สำหรับกรณีที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศมีการแจกแจงแบบเอกรูป และในรูปที่ 5.19 สำหรับกรณีที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศมีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน และถ้าเราให้การกระจายของสัญญาณมีการเบี่ยงเบนไป หรือการตั้งค่าลำคลื่นหลักของสายอากาศในทิศทางที่เยื้องไป 60 องศา จะได้ผลค่าความจุช่องสัญญาณดังรูปที่ 5.20



รูปที่ 5.18 ความจุช่องสัญญาณ CCDF สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูปที่มุม θ =90, ϕ =0



รูปที่ 5.19 ความจุช่องสัญญาณ CCDF สำหรับการแจกแจงแบบลาพลาเซียนที่มุม $\theta = 90$, $\phi = 0$



รูปที่ 5.20 ความจุช่องสัญญาณ CCDF สำหรับการแจกแจงแบบลาพลาเซียนที่มุม $\theta = 90$, $\phi = 60$

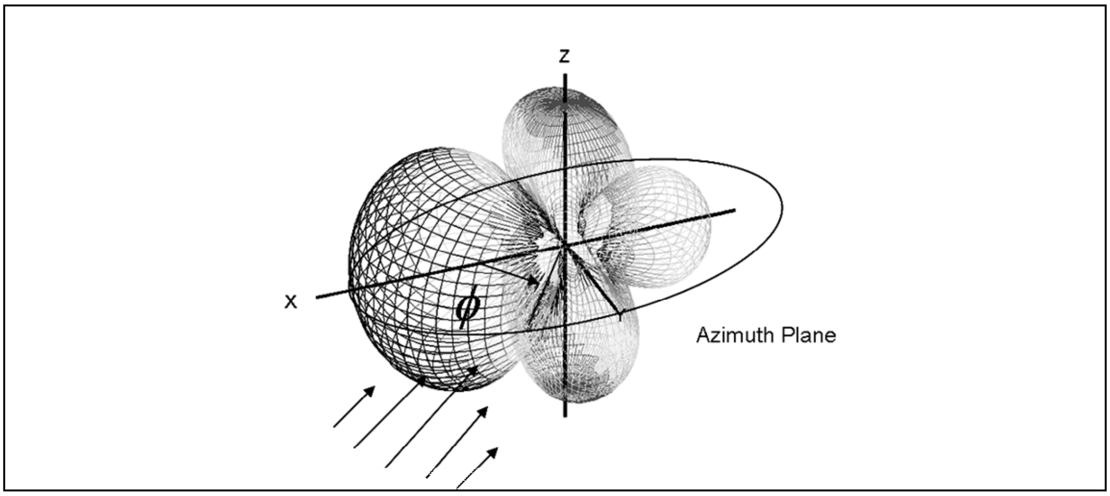
จากผลการจำลองแบบโดยใช้แบบจำลองที่พิจารณาเฉพาะในระนาบสองมิติ (พิจารณาเฉพาะระนาบแนวนอน) พบว่าในสภาวะที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศมีการแจกแจงแบบเอกรูป การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางจะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 90% ($C_{out,0.1}$) ของระบบลดลง โดยผลจากการจำลองแบบสายอากาศแบบไอโซทรอปิกให้ค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ เป็น 19.696 bps/Hz ส่วนสายอากาศไดโพลและสายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบให้ค่าเป็น 18.473 bps/Hz และ 16.124 bps/Hz ตามลำดับ โดยค่า $C_{out,0.1}$ ที่ได้จะลดลงไปเมื่อเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกประมาณ 18.14 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบและลดลง 6.21 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศไดโพล

สำหรับในกรณีที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศ มีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางจะทำให้ค่าความจุของระบบเพิ่มขึ้น โดยต้องมีการตั้งทิศทางลำคลื่นหลักของสายอากาศให้ตรงกันด้วย ซึ่งผลจากการจำลองแบบพบว่าค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ สำหรับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก มีค่าเป็น 19.667 bps/Hz ส่วนสายอากาศไดโพลและสายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบให้ค่าเป็น 20.291 bps/Hz และ 22.784 bps/Hz ตามลำดับ โดยค่า $C_{out,0.1}$ จะเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกประมาณ 15.85 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบ และเพิ่มขึ้น 3.17 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศไดโพล

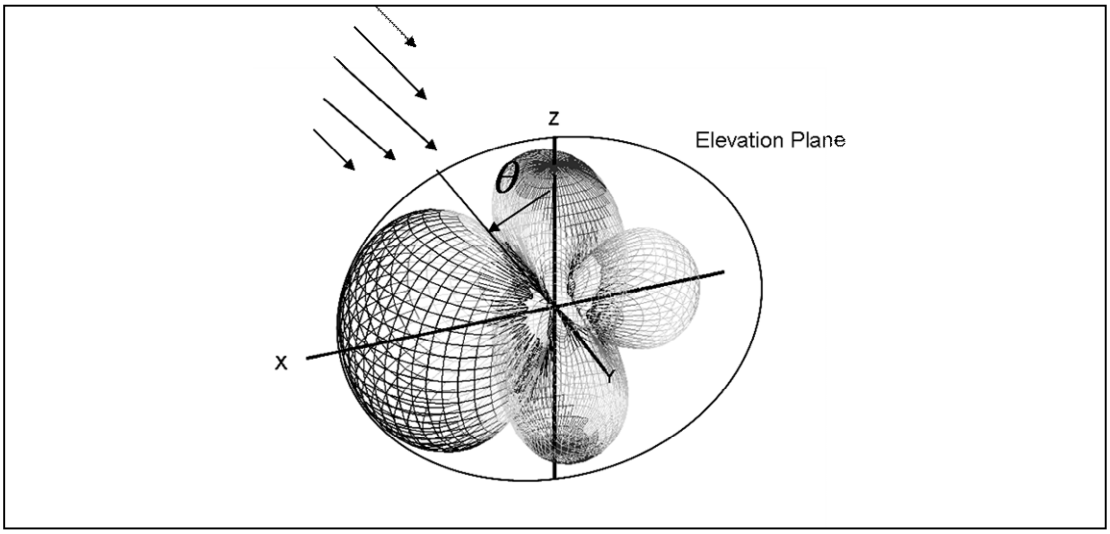
อย่างไรก็ตาม เมื่อทำการปรับทิศทางลำคลื่นหลักของสายอากาศไป 60 องศา ทำให้ค่าความจุของสายอากาศแบบมีทิศทางจะมีค่าต่ำกว่าสายอากาศแบบไอโซทรอปิก โดยสายอากาศแบบไอโซทรอปิกให้ค่าความจุช่องสัญญาณเป็น 19.695 bps/Hz ส่วนสายอากาศไดโพลและสายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบให้ค่าเป็น 16.992 bps/Hz และ 16.431 bps/Hz ตามลำดับ โดยค่า $C_{out,0.1}$ จะลดลงไปเมื่อเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกประมาณ 16.57 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบ และลดลง 13.52 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศไดโพล

5.3.2 ผลการจำลองแบบสำหรับแบบจำลองแบบสามมิติ

ในหัวข้อนี้จะศึกษาการนำแบบรูปการแผ่พลังงานแบบสามมิติมาพิจารณาร่วมกับแบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยทำการเปรียบเทียบผลการจำลองแบบด้วยแบบจำลองที่เป็นสามมิติที่ได้จากสายอากาศสองชนิดคือ สายอากาศแบบไดโพลและสายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบ กับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกซึ่งเป็นสายอากาศเชิงอุดมคติที่มีแบบรูปการแผ่พลังงานรอบตัวในทุกทิศทาง โดยทำการพิจารณาทิศทางของคลื่นที่เข้ามาที่สายอากาศทั้งในระนาบแนวนอนและระนาบแนวตั้ง ดังแสดงรูปที่ 5.21 และ 5.22 ตามลำดับ

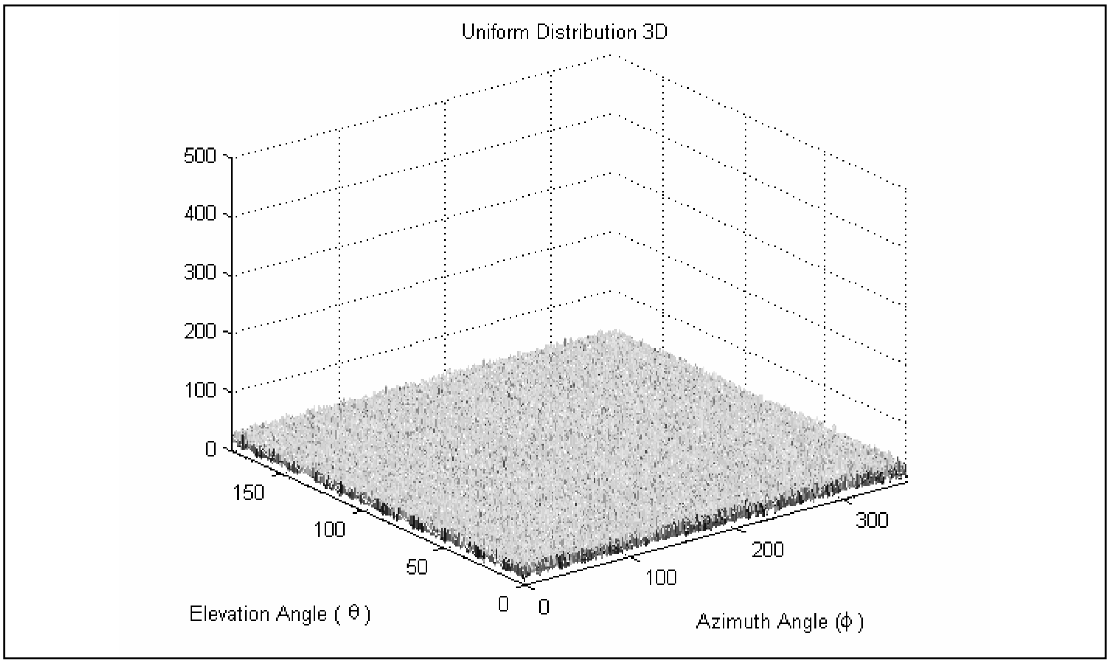


รูปที่ 5.21 ทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศในระนาบแนวนอน

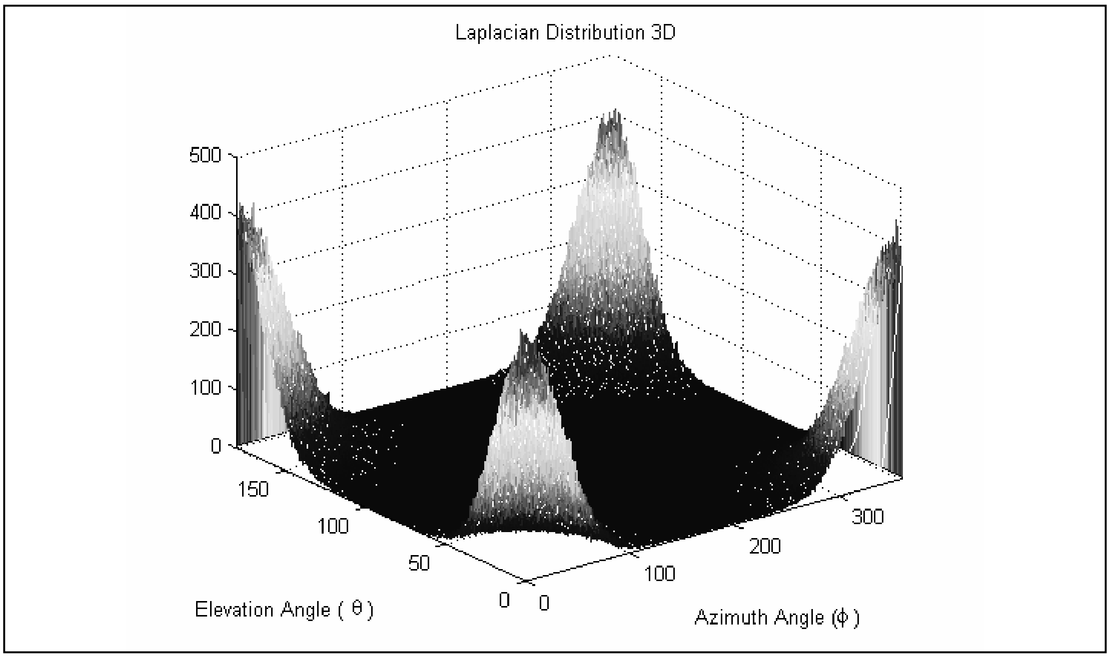


รูปที่ 5.22 ทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศในระนาบแนวตั้ง

กำหนดให้ทิศทางของสัญญาณที่สายอากาศด้านรับมีการกระจายทั้งในระนาบแนวนอนและระนาบแนวตั้ง โดยการแจกแจงแบบเอกรูปและการแจกแจงสามมิติ แบบลาพลาเซียนสามมิติ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.23 และ 5.24 ตามลำดับ โดยรูปที่ 5.24 จะแสดงการกระจายแบบลาพลาเซียนซึ่งมีความหนาแน่นการกระจายสูงสุดอยู่ที่มุม $\theta = 0, \phi = 0$



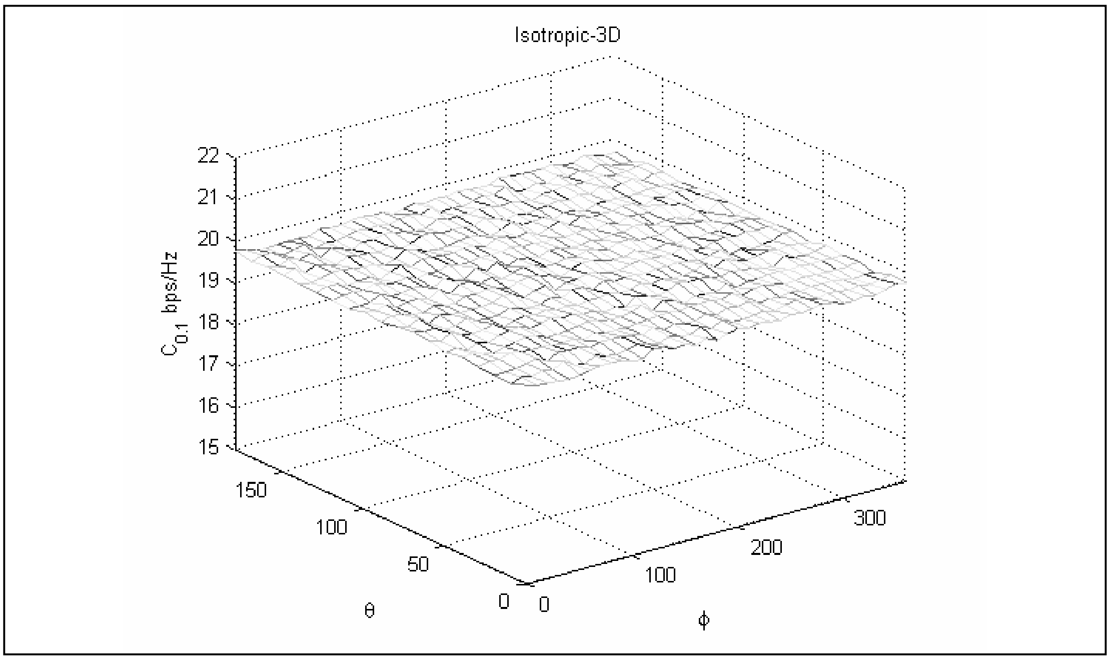
รูปที่ 5.23 การกระจายของสัญญาณที่ด้านรับแบบสามมิติที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป



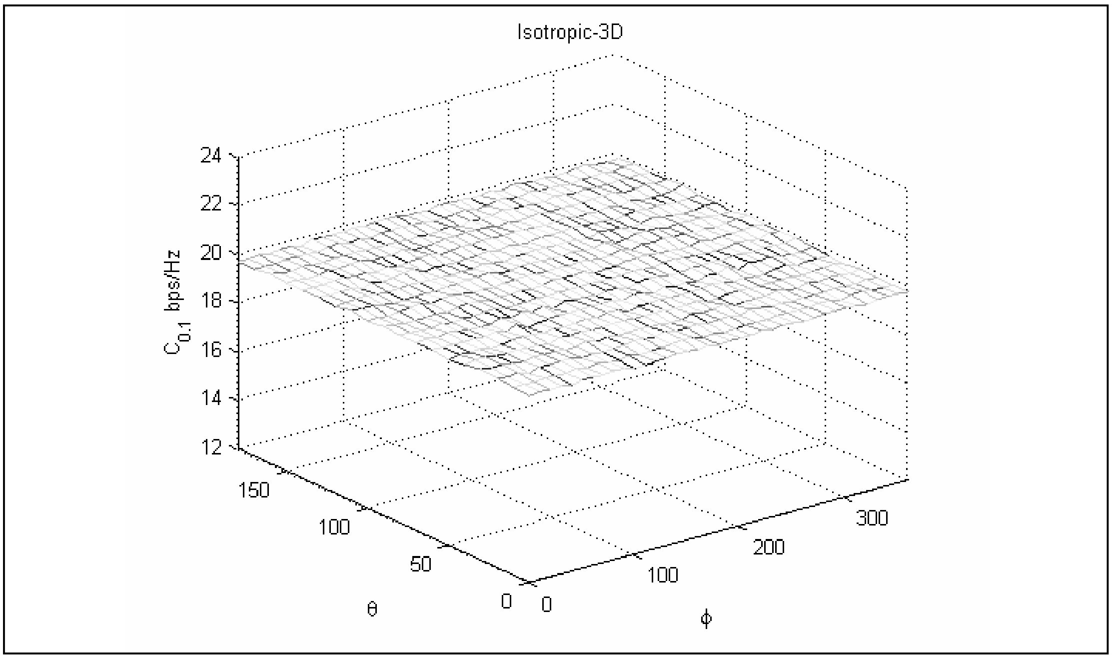
รูปที่ 5.24 การกระจายของสัญญาณที่ด้านรับแบบสามมิติที่มีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน

รูปที่ 5.25 ขั้นตอนการจำลองแบบสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานในระนาบสามมิติ

สำหรับขั้นตอนในการจำลองแบบสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.25 โดยทำการหาค่าความจุช่องสัญญาณตามสมการ (4.15) โดยการสุ่มการกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศมีการแจกแจงแบบเอกรูปสำหรับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก ไดโพล และยากิอุดะห้าองค์ประกอบชนิดละ 10,000 ครั้ง เพื่อหาค่า $C_{out,0.1}$ สำหรับสายอากาศแต่ละชนิดที่มุมองศานั้น ๆ จากนั้นทำการเปลี่ยนมุมของสายอากาศภาครับไปในทิศทางต่าง ๆ โดยทำการเปลี่ยนมุมของสายอากาศไปครั้งละ 5 องศาทีละระนาบ ทั้งในระนาบแนวนอนและแนวตั้ง แล้วทำการคำนวณหาค่าความจุช่องสัญญาณซ้ำไปจนครบทุกมุม จากนั้นจึงนำค่า $C_{out,0.1}$ ที่ได้ในแต่ละรอบที่มีการเปลี่ยนแปลงทิศทางของสายอากาศมาทำการพล็อตค่าระหว่างค่า $C_{out,0.1}$ กับมุมของสายอากาศภาครับที่ตั้งค่าลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางต่าง ๆ และทำการจำลองแบบซ้ำอีกครั้งโดยเปลี่ยนเป็นการแจกแจงแบบลาพลาเซียน รูปที่ 5.26 และ 5.27 แสดงค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูปและการแจกแจงแบบลาพลาเซียนในทิศทางต่าง ๆ สำหรับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกตามลำดับ



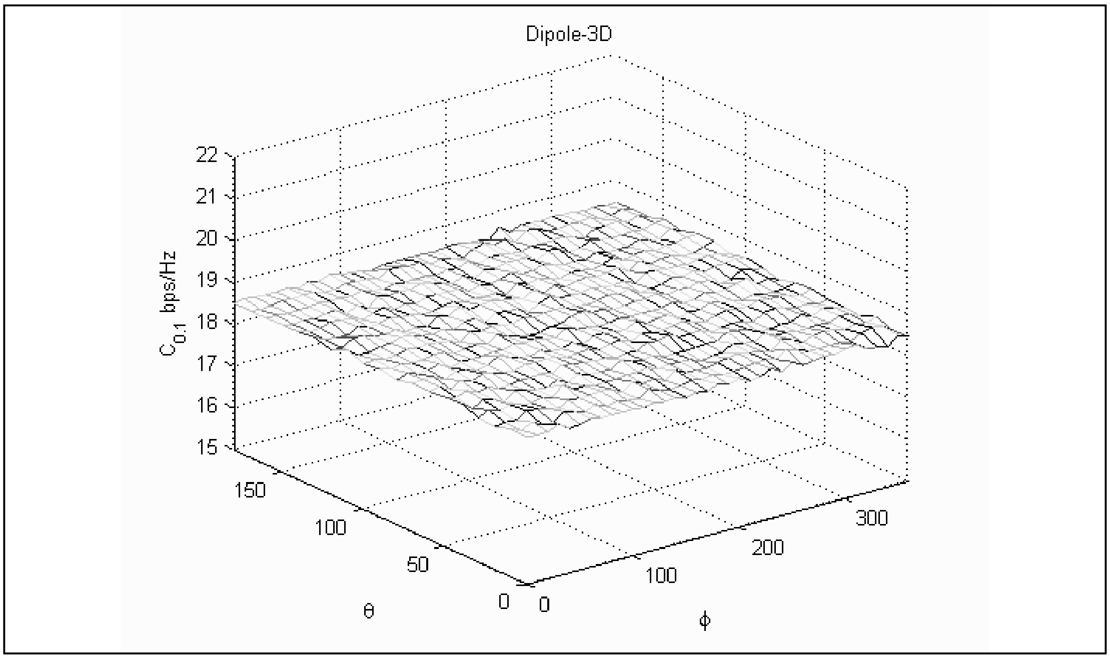
รูปที่ 5.26 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไอโซทรอปิกในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูป



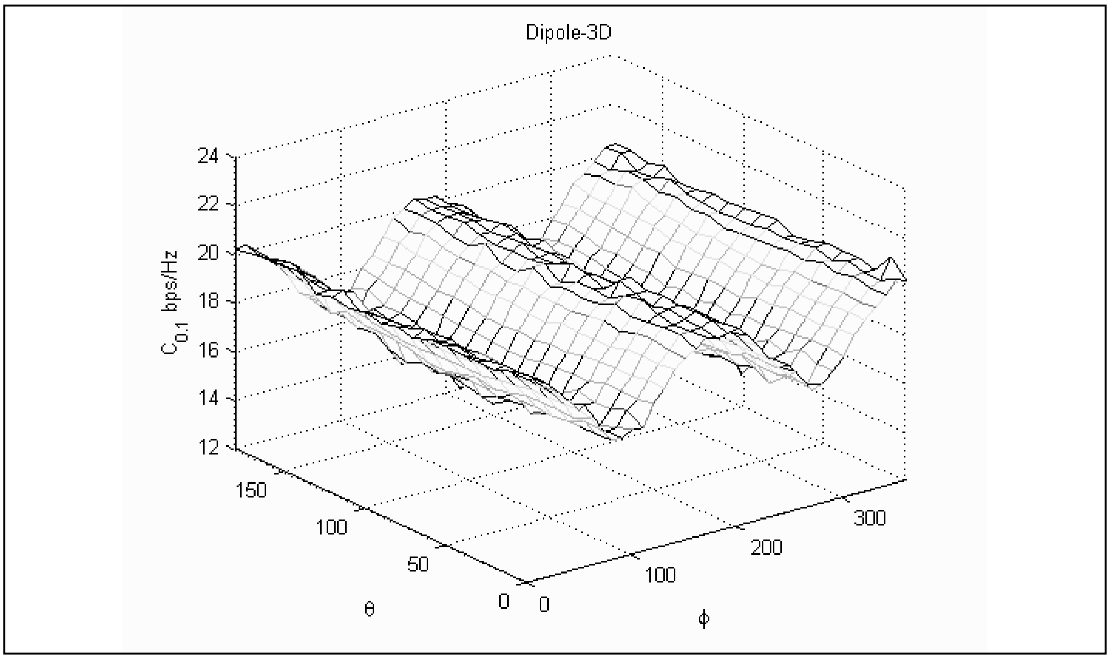
รูปที่ 5.27 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไอโซทรอปิกในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบลาพลาเซียน

ผลจากการจำลองแบบสำหรับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก พบว่า ไม่ว่าจะตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางใดก็ตาม ค่าความจุช่องสัญญาณทั้งกรณีที่มีการกระจายของสัญญาณแบบการแจกแจงแบบเอกรูปและการแจกแจงแบบลาพลาเซียน จะมีค่าความจุช่องสัญญาณที่ใกล้เคียงกัน

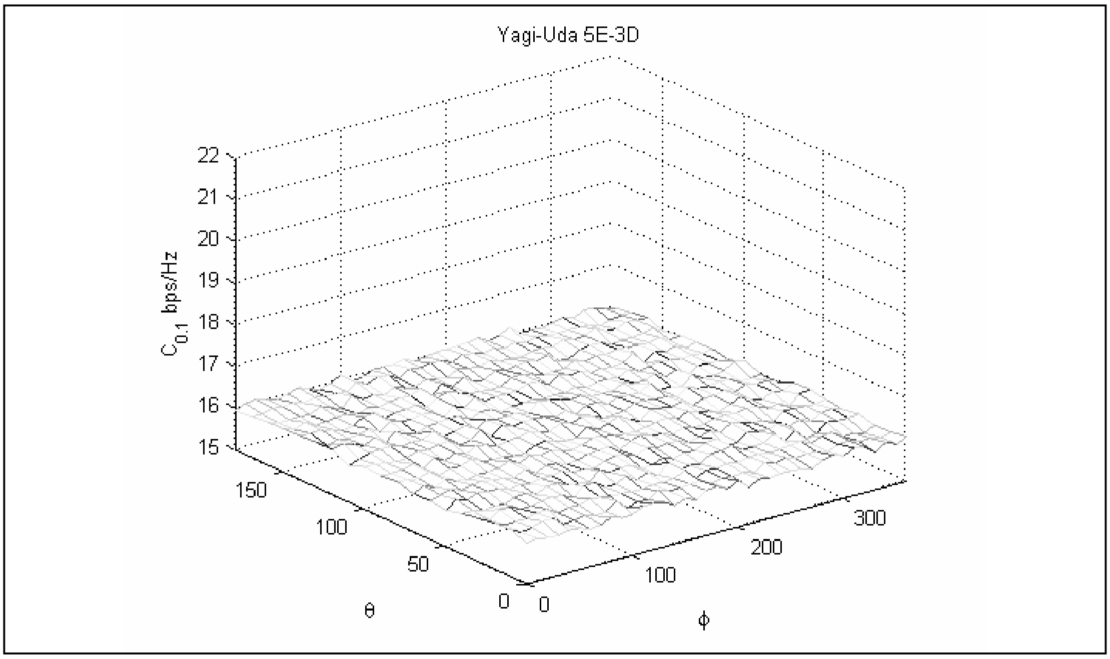
รูปที่ 5.28 และ 5.29 แสดงค่า $C_{out,0.1}$ กับมุมของสายอากาศภาครับที่ตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางต่าง ๆ สำหรับสายอากาศไดโพล โดยมีการแจกแจงแบบเอกรูป และการแจกแจงแบบลาพลาเซียน ตามลำดับ ซึ่งผลที่ได้จากการจำลองแบบนั้น พบว่า กรณีที่การกระจายของสัญญาณมีการแจกแจงแบบเอกรูป การใช้สายอากาศไดโพลจะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณมีค่าลดลงไม่ว่าจะตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางใด ๆ ก็ตาม แต่สำหรับกรณีที่การกระจายของสัญญาณมีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน พบว่า หากตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางที่เหมาะสมแล้ว จะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณเพิ่มขึ้น โดยจะมีค่าสูงสุดในที่ทิศทางที่เป็นพูหลักของสายอากาศ หรือที่มุม ϕ =0 องศา และ180 องศา แต่หากทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไม่เหมาะสมแล้วก็จะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณลดลง



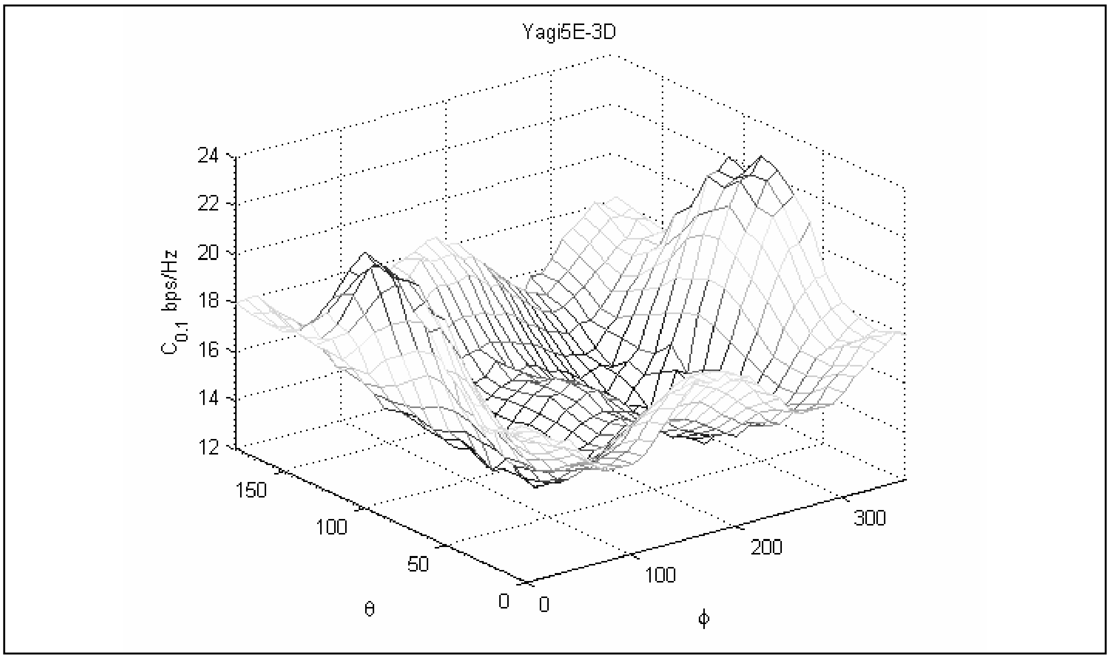
รูปที่ 5.28 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไดโพลในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูป



รูปที่ 5.29 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไดโพลในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบลาพลาเซียน



รูปที่ 5.30 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ ในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูป



รูปที่ 5.31 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ ในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบลาพลาเซียน

รูปที่ 5.30 และ 5.31 แสดงค่า $C_{out,0.1}$ กับมุมของสายอากาศภาครับที่ตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางต่าง ๆ สำหรับสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบโดยมีการแจกแจงแบบเอกรูปและการแจกแจงแบบลาพลาเซียน ตามลำดับ ซึ่งผลที่ได้จากการจำลองแบบนั้นพบว่า กรณีที่การกระจายของสัญญาณมีการแจกแจงแบบเอกรูปนั้น สายอากาศยากิอูดะห้าองค์ประกอบจะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณมีค่าลดลงไม่ว่าจะตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางใด ๆ ก็ตาม แต่สำหรับกรณีที่การกระจายของสัญญาณมีการแจกแจงแบบลาพลาเซียนจะพบว่าหากตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางที่เหมาะสมแล้วค่าความจุช่องสัญญาณจะมีค่าเพิ่มขึ้น โดยจะมีค่าสูงสุดในที่ทิศทางที่เป็นพูหลักของสายอากาศ หรือที่มุม $\theta = 90, \phi = 0$ องศา แต่หากทิศทางสายอากาศไม่เหมาะสมแล้วก็จะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณลดลงเช่นกัน

สำหรับค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลองแบบสามารถหาค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด ค่าความจุเฉลี่ย และค่าความเบี่ยงเบนของค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลองแบบ สรุปค่าได้ดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 ค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ที่ได้จากการจำลองแบบ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูปและการแจกแจงแบบลาพลาเซียน เมื่อใช้สายอากาศชนิดต่าง ๆ

ชนิดของการแจกแจง	ชนิดของสายอากาศ	ค่าเฉลี่ย	ค่าสูงสุด	ค่าต่ำสุด	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
การแจกแจงแบบเอกรูป	ไอโซทรอปิก	19.6955	19.8320	19.5510	0.0532
	ไดโพล	18.4991	18.6830	18.3590	0.0576
	ยากิอูดะห้าองค์ประกอบ	16.0130	16.1860	15.8120	0.0686
การแจกแจงแบบลาพลาเซียน	ไอโซทรอปิก	19.6972	19.8270	19.5620	0.0510
	ไดโพล	18.4912	20.8190	15.7070	1.2836
	ยากิอูดะห้าองค์ประกอบ	16.1139	22.6890	12.3650	2.1226

สำหรับในกรณีที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศ มีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางจะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณของระบบเพิ่มขึ้น แต่ต้องมีการตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศให้ถูกต้องด้วย และถ้าพิจารณาผลสรุปที่ได้

ดังแสดงในตารางที่ 5.1 จะเห็นว่า การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางนั้น จะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณโดยเฉลี่ยลดลงจากการใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิกไม่มากนัก แต่เมื่อตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศให้ถูกต้องแล้ว จะทำให้ได้ค่าความจุที่สูงกว่าการใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิก จึงทำให้การเลือกใช้สายอากาศแบบมีทิศทางมีความเหมาะสมมากกว่า เนื่องจากสามารถเพิ่มค่าความจุช่องสัญญาณได้อย่างมีนัยสำคัญ ทั้งนี้ต้องพิจารณาในสภาวะแวดล้อมที่การกระจายของสัญญาณมีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน ซึ่งเป็นการแจกแจงในสภาวะที่เป็นภายนอกอาคาร หรือมีการสะท้อนในทิศทางด้านข้างและด้านหลังน้อยกว่าสัญญาณที่เข้ามาที่ด้านหน้า นอกจากนี้เมื่อพิจารณาในสภาวะการใช้งานจริง สายอากาศแบบมีทิศทางมักมีอัตราขยายสายอากาศที่สูงกว่าสายอากาศแบบไอโซทรอปิก แต่ในสภาวะการจำลองแบบที่ได้ศึกษานั้นได้ลดทอนปัจจัยของอัตราขยายของสายอากาศออกโดยทำการนอร์มอลไลซ์ จึงทำให้ค่าความจุที่ได้มีลักษณะที่เป็นดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น หากเราพิจารณาค่าความจุช่องสัญญาณโดยไม่ทำการนอร์มอลไลซ์ของสายอากาศแบบมีทิศทางที่มีอัตราขยายที่สูงกว่าสายอากาศแบบไอโซทรอปิกในทิศทางที่เป็นลำคลื่นหลักของสายอากาศ ทำให้ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนของระบบมีค่าสูงขึ้น และจะส่งผลให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้มีค่ามากขึ้นด้วยเช่นกัน

5.3 สรุป

ในบทนี้เป็นการแสดงผลที่ได้จากการจำลองแบบแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ที่ได้ทำการออกแบบและพัฒนา โดยการพิจารณาค่าของความจุช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลองแบบ เพื่อนำมาหาค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม ซึ่งผลจากการจำลองแบบ แสดงให้เห็นว่า ในสภาวะที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศมีการแจกแจงแบบเอกรูป การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางจะทำให้ค่าความจุของระบบลดลง แต่สำหรับในกรณีที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศมีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางจะทำให้ค่าความจุของระบบเพิ่มขึ้น แต่โดยต้องมีการตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศให้ถูกต้องด้วย

บทที่ 6
บทสรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ดำเนินการศึกษาวิจัย และพัฒนาแบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยพิจารณาผลที่เกิดจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ ที่มีต่อความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ซึ่งได้ทำการเลือกสายอากาศแบบมีทิศทางสองชนิดคือ สายอากาศไดโพลและยากิอุดะห้าองค์ประกอบ เทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก โดยการจำลองแบบด้วยวิธีมอนติ คาร์โล เพื่อคำนวณค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้ของระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท ซึ่งความจุช่องสัญญาณที่พิจารณาจะเป็นตัวแปรสุ่ม โดยอาศัยการหาค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม สำหรับการพิจารณาเปรียบเทียบค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลองแบบ จะพิจารณาจากความจุช่องสัญญาณที่จะให้ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 90% ซึ่งที่ระดับความน่าจะเป็นดังกล่าวจะบอกถึงความน่าจะเป็นที่ไม่เกิดขึ้นเป็น 10% แทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $C_{out,0.1}$

ผลที่ได้จากการวิจัย พบว่า ในสภาวะแวดล้อมที่การกระจายของสัญญาณ ที่มาถึงสายอากาศด้านรับมีการแจกแจงแบบเอกรูป ซึ่งจะเป็นลักษณะของการกระจายของสัญญาณในสภาวะแวดล้อมที่เป็นการใช้งานภายในอาคาร โดยการใช้สายอากาศแบบมีทิศทางนั้น จะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้รับมีค่าลดลง โดยสายอากาศแบบยากิอุดะห้าองค์ประกอบ จะลดลงมากกว่าสายอากาศแบบไดโพล เมื่อเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก แต่อย่างไรก็ตาม ในสภาวะแวดล้อมที่การกระจายของสัญญาณที่มาถึงสายอากาศด้านรับมีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน ซึ่งจะเป็นการกระจายในสภาวะแวดล้อมที่เป็นการใช้งานภายนอกอาคาร จะพบว่าการใช้สายอากาศแบบมีทิศทางนั้น จะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้รับมีค่าเพิ่มขึ้น โดยสายอากาศแบบยากิอูดะห้าองค์ประกอบ เพิ่มขึ้นมากกว่าสายอากาศแบบไดโพล และมากกว่าเมื่อเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก โดยที่มีข้อแม้ว่า ทิศทางการจัดวางของสายอากาศจะต้องมีทิศทางที่ถูกต้อง นั่นคือต้องวางสายอากาศโดยให้ลำคลื่นหลักของสายอากาศอยู่ไปในทิศทางที่สายอากาศด้านส่งติดตั้งอยู่นั่นเอง ซึ่งจากผลการวิจัยดังกล่าว สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานด้านการสื่อสารแบบไร้สาย เช่น การสื่อสารระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สายและระบบเซลลูลาร์ เป็นต้น โดยสามารถใช้เป็นแนวทางในการเลือกใช้สายอากาศที่เหมาะสม สำหรับสภาวะแวดล้อมที่แตกต่างกันไป

6.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา

ในการศึกษาวิจัยในอนาคต ในหัวข้อแบบจำลองความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยการพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สามารถพัฒนาต่อยอดไปได้ในหลายทิศทาง อาทิเช่น สามารถพัฒนาวิจัยในเรื่อง การทดสอบแบบจำลองที่ได้โดยอาศัยการวัดค่าที่ได้จากอุปกรณ์ชุดทดสอบระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยมีการศึกษาผลที่เกิดจากการใช้งานสายอากาศแบบต่าง ๆ รวมทั้งการวิจัยแบบจำลองที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของสายอากาศในด้านต่าง ๆ โดยพิจารณาร่วมกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศที่ได้จากการศึกษาวิจัยครั้งนี้ เป็นต้น

ในลำดับสุดท้ายนี้ผู้วิจัยหวังเป็นอย่างยิ่งว่า วิธีการศึกษาวิจัยและพัฒนา รวมถึงการวิเคราะห์และผลการทดลองจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะเป็นประโยชน์เพื่อที่จะใช้เป็นแนวทางที่ดีให้แก่ผู้สนใจศึกษา และค้นคว้าในเรื่องของแบบจำลองความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยการพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในวิทยานิพนธ์นี้ และในแบบจำลองอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องต่อไป

รายการอ้างอิง

ประสิทธิ์ ประพิณมงคลการ. (2540). **หลักการระบบสื่อสาร.** บริษัทซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด(มหาชน).

ลัญฉกร วุฒิสิทธิกุลกิจ. (2546). **หลักการไฟฟ้าสื่อสาร.** สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

3rd Generation Partnership Project (3GPP), (2007). Spacial channel model for multiple input multiple output (MIMO) simulations (3gpp tr 125.996 version 7.0.0 release 7). **ETSI, Technical Report.** [On-line]. Available: http://www.3gpp.org/ftp/Specs/html-info/25996.htm.

Balanis, C. A. (1997). **Antenna Theory: Analysis and Design.** 2nd ed. John Wiley.

Cover, T. M., and Thomas, J. A. (1991). **Element of Information Theory.** New York: Wiley-Interscience Publication.

Foschini, G. J. (1996). Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas. **Bell Labs Technical Journal.** 1(2): 41-59.

Foschini, G. J., and Gans, M. J. (1998). On limits of wireless communication in a fading environment when using multiple antennas **Wireless Personal Communication.** 6(3): 311-335.

Gesbert, D., Shafi, M., Shiu, D.-S., Smith, P. J., and Naguib, A. (2003). From theory to practice: an overview of MIMO space-time coded wireless systems. **IEEE Journal Select Areas Communication.** 21(3): 281–302.

Jensen, M. A., and Wallace, J. W. (2004). A review of antennas and propagation for MIMO wireless systems. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**. 52(11): 2810-2824.

Khalighi, M. A., Brossier, J., Jourdain, G., and Raoof, K. (2001). Water filling capacity of Rayleigh MIMO channels. **Proceeding IEEE 12th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication.** 12(1): 155-158.

Patzold, M., and Hogstad, B. O. (2004). A space-time channel simulator for MIMO channels based on the geometrical one-ring scattering model. **Vehicular Technology Conference**. 1: 144-149.

Petrust, P., Reed, J. H., and Rappaport, T. S. (1996). Geometrically based statistical channel model for macro cellular mobile environments. **IEEE Global Telecommunications Conference.** 2: 1197-1210.

Rappaport, T. S. (2002). **Wireless Communications: Principles and Practice.** 2nd ed. Prentice Hall.

Shannon, C. (1948). A mathematical theory of communication. **Bell Labs Technical Journal.** 27 : 379-423, 623-656.

Shiu, D.-S., Foschini, G. J., Gans, M. J., and Kahn, J. M. (2000). Fading correlation and its effect on the capacity of multi-element antenna systems. **IEEE Transactions on Communication.** 48: 502-513.

Svantesson, T. (2002). Correlation and channel capacity of MIMO systems employing multimode antennas. **IEEE Transactions on Vehicular Technology.** 51(6): 1304-1312.

Svantesson, T., and Ranheim, A. (2001). Mutual coupling effects on the capacity of multiple antenna systems. **Proceeding IEEE Inernational Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing**. 4: 2485-2488.

Telatar, I. E. (1995). Capacity of multi-antenna gaussian channels. **European Transactions on Telecommunications**, 10(6): 585-595

Wallace, J. W., and Jensen, M. A., (2004). Mutual coupling in MIMO wireless systems: A rigorous network theory analysis. **IEEE Transactions Wireless Communication.** 3(4): 1317-1325.

Wyglinski, A. M., and Blostein, S. D. (2003). On uplink CDMA cell capacity: mutual coupling and scattering effects on beamforming, **IEEE Transactions on Vehicular Technology**. 52(2) : 289-304.

ภาคผนวก ก

บทความทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในระหว่างศึกษา

รายชื่อบทความทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในระหว่างศึกษา

Intarapanich A., Thongsopa C. and Saetiaw C. (2007). Effect of Antenna Pattern on Narrowband MIMO Capacity. **IEEE 2007 International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation, and EMC Technologies For Wireless Communications.** : 160-163

Saetiaw C., Intarapanich A. and Thongsopa C. (2007). Effect of Spatial Correlation with Directional Antenna on MIMO Capacity. **2007 International Symposium on Antennas and Propagation.** : 1334-1337

ประวัติผู้เขียน

นายจรินทร์ศักดิ์ แซ่เตียว เกิดเมื่อวันที่ 16 ธันวาคม พ.ศ. 2517 ที่อำเภอบัวใหญ่ จังหวัดนครราชสีมา สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนราชสีมาวิทยาลัย จังหวัดนครราชสีมา และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมโทรคมนาคม) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา เมื่อ พ.ศ. 2540 จากนั้นได้เข้าทำงานใน บมจ.แอดวานซ์ อินโฟร์ เซอร์วิส โดยขณะทำงานอยู่นั้น ได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโท สาขาบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยรามคำแหง วิทยาเขตนครราชสีมา และสำเร็จการศึกษาในปี 2547 จากนั้น ได้เข้าศึกษาต่อระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ในขณะศึกษาระดับปริญญาโท ได้มีผลงานวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์ในการประชุมระดับนานาชาติ โดยในปี 2549 มีผลงานวิชาการได้รับตีพิมพ์ 1 ฉบับในงาน Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIER2006) ในหัวข้อ *Amplitude Modulation, Using Injection Locking Oscillator, Under Strong Envelop Variation Injection.* หน้า 481-485 และในปี พ.ศ. 2550 มีผลงานวิชาการที่ได้รับตีพิมพ์ 2 ฉบับ คือ ในงาน International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation, and EMC Technologies for Wireless Communications (MAPE2007) ในหัวข้อ *Effect of Antenna Pattern on Narrowband MIMO Capacity.* หน้า 160-163 และในงาน International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP2007) ในหัวข้อ *Effect of Spatial Correlation with Directional Antenna on MIMO Capacity.* หน้า 1334-1337