QUANTUM DYNAMICAL PRINCIPLE OF CONSTRAINED DYNAMICS IN QUANTUM PHYSICS AND QUANTUM FIELD THEORY

Tukkamon Vijaktanawudhi

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Doctor of Philosophy in Physics

Suranaree University of Technology

Academic Year 2008

หลักการเชิงพลวัตควอนตัมของพลศาสตร์เชิงบังคับ
ในฟิสิกส์ควอนตัมและทฤษฎีสนามควอนตัม

นางสาวทักษ์กมนต์ วิจักษณ์ธนาวุฒิ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาฟิสิกส์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ปีการศึกษา 2551

ทักษ์กมนต์ วิจักษณ์ธนาวุฒิ : หลักการเชิงพลวัตควอนตัมของพลศาตร์เชิงบังคับใน ฟิสิกส์ควอนตัมและทฤษฎีสนามควอนตัม (QUANTUM DYNAMICAL PRINCIPLE OF CONSTRAINED DYNAMICS IN QUANTUM PHYSICS AND QUANTUM FIELD THEORY) อาจารย์ที่ปรึกษา : ศาสตราจารย์ ดร. เอ็ดเวิร์ด มานูเกียน, 272 หน้า.

เริ่มจากโครงสร้างของลากรางเจียนในปัจจุบัน สำหรับพลวัตของอนุภาคมูลฐานในฟิสิกส์พลังงานสูง และแม้แต่การเพิ่มเติมลักษณะทั่วไปของลากรางเจียนการวิเคราะห์อนุกรมวิธานและการวิเคราะห์เอกภาพได้หาพลวัตบังคับในสูตรอนุพันธ์เชิงฟังก์ชันของทฤษฎีสนามควอนตัม ผ่านการประยุกต์ของหลักการเชิงพลวัตควอนตัม ดังที่ทุกทฤษฎีของอันตรกิริยาพื้นฐานในปัจจุบันนั้นคือทฤษฎีเกจดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีเงื่อนไขบังคับเกจในทฤษฎีหลังจากการหามาอย่างละเอียด ของแฟกเตอร์ที่เรียกว่าแฟกเตอร์ Faddeev-Popov โดยสูตรข้างต้นเราแสดงให้เห็นว่าทฤษฎีการไม่แปรเปลี่ยนเกจ ไม่จำเป็นต้องแสดงในรูปของแฟกเตอร์ที่คุ้นเคยนี้ และการดัดแปรเพิ่มเติม มีการแสดงรายละเอียดในส่วนของเนื้อหา โดยปกติจะเป็นการแสดงว่า โดยทั่วไปเป็นจริงเมื่อพิจารณาเทอมเกจแตกหัก วิธีการหาผลลัพธ์ของทฤษฎีบททั่วไปสำหรับพลวัตบังคับคือการพิสูจน์ และกฎของการประยุกต์เป็นการพัฒนาในสูตรข้างต้นดังต่อไปนี้ ทฤษฎีสนามทั่วไปถูกพิจารณาเกี่ยวกับความหนาแน่นอันตรกิริยาของลากรางเจียน $\mathcal{L}_I(x;\lambda)$ เมื่อ λ คือ ค่าคงตัวคู่ควบสามัญ ดังนิพจน์ต่อไปนี้ $\partial\mathcal{L}_I(x;\lambda)/\partial\lambda$ อาจแสดงในรูปของฟังก์ชันกำลังสองในสนามไม่อิสระ แต่บางทีโดยทั่วไปเป็นฟังก์ชันใดๆก็ตามของสนามอิสระ ความจำเป็นเหล่านี้รวมทั้งกรณีพิเศษก็คือ ทฤษฎีเกจที่สามารถทำให้เป็นปกติได้ในปัจจุบัน เป็นการแสดงว่าในวิธีการเอกภาพนั้นคือแอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศถึงสุญญากาศ (การกำเนิดเชิงฟังก์ชัน) อาจแสดงได้แน่ชัดในรูปอนุพันธ์เชิงฟังก์ชัน ซึ่งโดยทั่วไปนำไปสู่การแก้ไขกฎการคำนวณ โดยรวมถึงแฟกเตอร์ Faddeev-Popov และการดัดแปรดังกล่าวได้มาอย่างชัดเจน มีแหล่งกำเนิดภายนอกในผลที่ได้และไม่ขึ้นกับความสมมาตรใดๆ และข้อสรุปความไม่แปรเปลี่ยนอย่างที่เกิดบ่อยๆในทฤษฎีเกจไม่ปรากฏในวิธีการอินทิเกรตตามวิถีประเด็นทางฟิสิกส์ของทฤษฎีบทและประเด็นทางฟิสิกส์ภายใต้การวิเคราะห์แบบทั่วไปในทฤษฎีสนามควอนตัมในสูตรอนุพันธ์เชิงฟังก์ชันเป็นที่ชัดเจนเราได้ทำการวิเคราะห์พลวัตบังคับในฟิสิกส์ควอนตัม และสองวิธีการที่ต่างกัน นำมาใช้อีกในสูตรอนุพันธ์เชิงฟังก์ชัน [1] กำหนดฮามิลโทเนียน $H(\mathbf{q},\mathbf{p})$ และเซตของฟังก์ชันตัวดำเนินการสับเปลี่ยนคู่ $G_j(\mathbf{q}(\tau),\mathbf{p}(\tau))$ เมื่อ $j=1,\ldots,k$ ฟังก์ชันการแปลงที่ได้คล้องจองกับฮามิลโทเนียนใดๆ $\tilde{H}(\mathbf{q},\mathbf{p},\mathbf{Q},\mathbf{P})$ ด้วย

เงื่อนไขบังคับ $\mathbf{Q}(\tau) - \mathbf{G}(\mathbf{q}(\tau), \mathbf{p}(\tau)) = 0$ ซึ่ง $\mathbf{P} = 0$ และ $\tilde{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \mathbf{G}(\mathbf{q}, \mathbf{p}), 0) = H(\mathbf{q}, \mathbf{p})$ [2] กำหนดฮามิลโทเนียน $\tilde{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p})$ เราพิจารณาระบบใหม่โดยนิยามฟังก์ชันตัวดำเนินการบังคับ $G_j(\mathbf{q}(\tau), \mathbf{p}(\tau))$ เมื่อ $j = 1, \ldots, k$ ทำให้ $\mathbf{G}(\mathbf{q}(\tau), \mathbf{p}(\tau)) = \mathbf{0}$, $\hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q}(\tau), \mathbf{p}(\tau)) = \mathbf{0}$ และฮามิลโทเนียนใหม่กำหนดได้โดย $H(\mathbf{q}^*, \mathbf{p}^*) = \tilde{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p})\big|_{\mathbf{G}=\mathbf{0}, \hat{\mathbf{G}}=\mathbf{0}}$ ด้วย $(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \to (\mathbf{q}^*, \mathbf{p}^*, \mathbf{G}, \hat{\mathbf{G}})$ ซึ่งเป็นการแปลงแบบบัญญัติ

สาขาวิชาฟิสิกส์ ลายมือชื่อนักศึกษา ______________________

ปีการศึกษา 2551 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ______________________

TUKKAMON VIJAKTANAWUDHI : QUANTUM DYNAMICAL PRINCIPLE OF CONSTRAINED DYNAMICS IN QUANTUM PHYSICS AND QUANTUM FIELD THEORY. THESIS ADVISOR : PROF. EDOUARD B. MANOUKIAN, Ph.D. 272 PP.

FUNCTIONAL DIFFERENTIAL FORMALISM OF QUANTUM FIELD THEORY/ DEPENDENT FIELDS/ ACTION PRINCIPLE/ QUANTIZATION RULES/ GAUGE THEORIES/ FADDEEV-POPOV FACTOR/ CONSTRAINTS/ THE QUANTUM DYNAMICAL PRINCIPLE AND FUNCTIONAL CALCULUS/ GAUGE INVARIANCE/ GAUGE BREAKING INTERACTIONS.

Guided by the structures of present Lagrangians for elementary particles' dynamics in High-Energy Physics and even their further *generalizations*, a systematic and a unified analysis is carried out of constrained dynamics in the functional *differential* formalism of quantum field theory via the application of the Quantum Dynamical Principle. As all of the present theories of the fundamental interactions are gauge theories a gauge constraint then necessarily arises in the theory. After a detailed derivation of the so-called Faddeev-Popov factor by the above formalism, we show that a gauge invariant theory does not necessarily imply the presence of this familiar factor and further *modifications*, derived in the text, may arise. In particular this is shown to be also generally true when gauge breaking terms are considered. Equipped with such results, a general Theorem for constrained dynamics is proved and rules of applications are developed in the above formalism as follows. General field theories are considered with interaction Lagrangian densities $\mathcal{L}_I(x;\lambda)$, with λ a generic coupling constant, such that the following expression $\partial\mathcal{L}_I(x;\lambda)/\partial\lambda$ may be expressed as quadratic functions in *dependent* fields but may, in general, be arbitrary functions of *independent* fields. These necessarily include, as special cases, present renormalizable gauge theories. It is shown, in a unified manner, that the vacuum-to-vacuum transition amplitude (the generating func-

tional) may be explicitly derived in functional differential form which, in general, leads to modifications to computational rules by including such factors as Faddeev-Popov ones and *modifications* thereof which are explicitly obtained. The derivation is given in the *presence* of external sources and does not rely on any symmetry and invariance arguments as is often done in gauge theories and no appeal is made to path integrals. The *physical relevance* of such a Theorem and of the underlying general analysis in quantum field theory in the functional differential formalism is clear. We have also carried out analyses of constrained dynamics in quantum physics and two different approaches were taken again in the functional *differential* formalism: [1] Given a Hamiltonian $H(\mathbf{q},\mathbf{p})$ and a set of pairwise commuting operator functions $G_j(\mathbf{q}(\tau),\mathbf{p}(\tau))$, $j=1,\ldots,k$, transformation functions are derived corresponding to any Hamiltonian $\tilde{H}(\mathbf{q},\mathbf{p},\mathbf{Q},\mathbf{P})$ with constraints $\mathbf{Q}(\tau)-\mathbf{G}(\mathbf{q}(\tau),\mathbf{p}(\tau))=0$, for which $\mathbf{P}=0$, and $\tilde{H}(\mathbf{q},\mathbf{p},\mathbf{G}(\mathbf{q},\mathbf{p}),0)=H(\mathbf{q},\mathbf{p})$. [2] Given a Hamiltonian $\tilde{H}(\mathbf{q},\mathbf{p})$, we consider a new system by defining constraint operator functions $G_j(\mathbf{q}(\tau),\mathbf{p}(\tau))$, $j=1,\ldots,k$, and canonical conjugate momenta defined for them $\hat{G}_j(\mathbf{q}(\tau),\mathbf{p}(\tau))$, $j=1,\ldots,k$, such that $\mathbf{G}(\mathbf{q}(\tau),\mathbf{p}(\tau))=\mathbf{0}$, $\hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q}(\tau),\mathbf{p}(\tau))=\mathbf{0}$ and the new Hamiltonian is given by $H(\mathbf{q}^*,\mathbf{p}^*)=\tilde{H}(\mathbf{q},\mathbf{p})\big|_{\mathbf{G}=\mathbf{0},\hat{\mathbf{G}}=\mathbf{0}}$ with $(\mathbf{q},\mathbf{p})\rightarrow(\mathbf{q}^*,\mathbf{p}^*,\mathbf{G},\hat{\mathbf{G}})$ defining a canonical transformation.

School of Physics — Student's Signature ______________________

Academic Year 2008 — Advisor's Signature ______________________

ACKNOWLEDGEMENTS

This is perhaps the easiest and hardest part that I have to write. It will be simple to name all the people that helped me to get this work completed, but it will be tough to thank them enough. I will nonetheless try.

First of all, I must send thanks to my thesis advisor, Prof. Dr. Edouard B. manoukian, who shared with me a lot of his expertise, research insight and for his kindness and guidance throughout this work. He gave me a very good research experience which led to a detailed investigation of the project and quickly became for me the role model of a successful researcher in the field.

Many thanks to Mr. Harnchai Thiemsuwan and Mr. Prateep Juntarasri who have, in an interesting manner, taught me basic mathematics and physics, respectively, when I was a high school student, and this is the reason why I fell head over heels in love with Mathematics and Physics at such an earlier age.

I would like to thank the support of a "Royal Golden Jubilee Award", for the funding provided by the Thailand Research Fund (TRF Grant No. PHD/0117/2545), for partly carrying out this thesis.

Special thanks to all the lecturers who have taught me graduate courses, and to Assoc. Prof. Dr. Prasart Suebka, Asst. Prof. Dr. Chinorat Kobdaj, Assoc. Prof. Dr. Supreya Trivijitkasem and Asst. Prof. Dr. Prasert Kengkan for being on my thesis committee.

I also would like to thank all the people who demonstrated interest in this thesis particularly, for their cooperation, discussions and great support, Dr. Chaiyapoj Muthaporn, Dr. Nattapong Yongram, Dr. Siri Sirininlakul, Dr. Prasopchai Viriyasrisuwattana, Mr. Suppiya Siranan and specially more than I can mention to Dr. Seckson Sukkhasena who always stood side by my side.

I would like to thank my close friend, Ms. Apiradee Sripiromluk, for helping me get through the difficult times and for all the emotional support and my new friend, Ms. Supaporn Cheewajorn for good experience and suggestion. She has been very kind and sincere, and I hope we stay friends forever.

Special thanks to Mrs. Tuenjai Manoukian for her generosity in taking care of me on several occasions while I was working on my project with my advisor. I love her like my older sister.

I remain indebted to members of the department of physics at Srinakarinwirot University, the teachers and friends for providing me the means to learn and understand, and develop nice friendships.

I want also to thank my family and relatives, Mr. Houkkee Limboonsong (My father), Ms. Paveeta Limboonsong (my sister), Ms. Nittaya Noylim (my cousin), Mrs. Teetima Siribounrakkul (my aunt) and her children. They bore me, raised me, supported me, taught me and loved me. To them I dedicate this thesis.

Lastly, and importantly, I wish to thank my mother, Mrs. Jaruwan Sertsungwarn, she also endured much of this effort in my work, but also always found a way of encouraging and petting me. I love you, mom.

Tukkamon Vijaktanawudhi

CONTENTS

CONTENTS (Continued)

CONTENTS (Continued)

LIST OF FIGURES