เอกสารคำสอน

วิชา 407 323 การวางแผนและควบคุมการผลิต

(Production Planning & Control)

โดย

ยงยุทธ เสริมสุธีอนุวัฒน์

สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำบรรยายรายวิชา	ก
แผนการสอน	ข
การตัดเกรด	ง
1. บทนำวิชาการวางแผนและควบคุมการผลิต	1
หน้าที่ของฝ่ายวางแผนและควบคุมการผลิต	1
สิ่งแวดล้อมของการวางแผนและควบคุมการผลิต	3
2. การพยากรณ์ความต้องการ	4
Simple linear regression	6
Multiple linear regression	8
Coefficient of determination	14
Simple moving average	15
Simple moving average with trend	17
Exponential smoothing	18
Winters' method for seasonal variation	22
Forecast errors	27
3. การคงคลังวัสดุ	30
ต้นทุนคงคลัง	31
นโยบายคงคลัง	32
Deterministic static models	33
Quantity discounts	40
Multiple-item systems	45
Probabilistic models	48
Safety stock & service level	65
Single-period models	69
ABC classification system	74
Exchange curves	78
4. Aggregate Production Planning	81
วิธีใช้กราฟ (graphical method)	84
วิธีใช้ linear programming	89
Production Plan Disaggregation	94

Dynamic Programming Production 102
Planning Models 104
5. Master Production Scheduling 109
การเลือกชิ้นส่วนสำหรับทำ MPS 114
องค์ประกอบของ MPS 121
MPS exception reports 128
6. Materials Requirements 129
Planning (MRP) 129
Past explosion requirement 130
Vectro of direct dependent demand 131
Total requirement matrix 132
Design change 133
MRP systems 135
MRP & MPR II 145
7. Capacity Planning 156
Hierarchy of capacity plans 157
Capacity: planning techniques 164
8. Operations scheduling 137

Dynamic Programming Production 102
Planning Models 104
5. Master Production Scheduling 109
การเลือกชิ้นส่วนสำหรับทำ MPS 114
องค์ประกอบของ MPS 121
MPS exception reports 128
6. Materials Requirements 129
Planning (MRP) 129
Past explosion requirement 130
Vectro of direct dependent demand 131
Total requirement matrix 132
Design change 133
MRP systems 135
MRP & MPR II 145
7. Capacity Planning 156
Hierarchy of capacity plans 157
Capacity: planning techniques 164
8. Operations scheduling 137

คำบรรยายรายวิชา

407 323 การวางแผนและควบคุมการผลิต **4(4-0-8)***

Production Planning and Control

วิชาบังคับก่อน : การวิจัยการดำเนินงาน 1

ศึกษาเกี่ยวกับคุณลักษณะที่สำคัญของกรรมวิธีการผลิต เทคนิคการคาดคะเนความต้องการโดยวิธีการทางด้านสถิติ ศึกษาเกี่ยวกับการควบคุมและการจัดการส่วนประกอบที่สำคัญของกรรมวิธีการผลิต โดยคำนึงถึงการที่ได้มาซึ่งต้นทุนการผลิตที่ต่ำ การลดการสูญเสียเวลาและโมเดลวัสดุคงคลัง

* **หมายเหตุ:** วิชา 4 หน่วยกิต (บรรยาย 4 คาบ, ปฏิบัติ-ศึกษาด้วยตนเอง 8 คาบ)

แผนการสอน

สัปดาห์ที่	เรื่อง หรือ (หัวข้อ)	หน้า	การทดสอบ
1	- นิยาม, วัตถุประสงค์ของวิชาการวางแผนการผลิต (PPC) - หน้าที่ (functions) และการจัดองค์กรที่เกี่ยวกับ PPC - การพยากรณ์ความต้องการ • Simple regression (linear) • Multiple linear regression	1 – 12	
2	- การพยายกรณ์ความต้องการ (ต่อ) • การใช้ linear regression กับ non-linear function อื่นๆ • Simple moving average • Moving average with trend	12 – 18	
3	- การพยากรณ์ความต้องการ (ต่อ) • Simple exponential smoothing • Double exponential smoothing • Winters' method • Forecast errors and tracking signals	18 – 29	ทดสอบครั้งที่ 1 ตั้งแต่หน้า 1 ถึง หน้า 29
4	- การควบคุมวัสดุคงคลัง • Inventory costs • Inventory policies • Deterministic single-item models with static demand	30 – 40	
5	- การควบคุมวัสดุคงคลัง (ต่อ) • Quantity discounts • Probabilistic inventory models (continuous review models) – Fixed order quantity: back-order case	40 – 54	
6	- การควบคุมวัสดุคงคลัง (ต่อ) • Fixed order quantity - Lost sales case • Periodic review models - Back-order case - Lost sales case • Safety stock และ service level	55 – 69	
7	- การควบคุมวัสดุคงคลัง (ต่อ) • Single-period models • ABC system • Exchange curves	69 – 80	ทดสอบครั้งที่ 2 ตั้งแต่หน้า 30 ถึง หน้า 80

แผนการสอน (ต่อ)

สัปดาห์ที่	เรื่อง หรือ หัวข้อ	หน้า	การทดสอบ
8	- Aggregate production planning • Graphical method • Linear programming	81 – 101	
9	- Aggregate planning (ต่อ) • Dynamic programming planning models - Master production scheduling	102 – 110	
10	• BOM structures and MPS levels • คำบางคำที่ใช้กับ MPS และ MRP (time bucket, planning horizon เป็นต้น • MPS components	110 – 128	ทดสอบครั้งที่ 3 ตั้งแต่หน้า 81 ถึง หน้า 128
11	Materials Requirements planning (MRP)	129 – 163	ทดสอบครั้งที่ 4 ตั้งแต่หน้า 129 ถึง หน้า 173
12	• Capacity Requirement planning • Operations scheduling	164 – 173	

การตัดเกรด

โดยหลักการแล้ว นักศึกษาที่สอบได้คะแนน 50% หรือสูงกว่า อย่างน้อยต้องได้เกรด C; หากได้คะแนนประมาณค่าเฉลี่ยของห้อง นักศึกษาอาจจะได้เกรด C (ถ้าค่าเฉลี่ยของห้องประมาณ 50%) แต่ถ้าค่าเฉลี่ยของห้องต่ำกว่า 50% มาก, นักศึกษาอาจไม่ได้เกรด C

สำหรับการตัดเกรดใช้การกระจายของคะแนน (หรือเปอร์เซ็นต์) ต่อไปนี้เป็นแนวทาง

A	:	$\geq$ 85%
B+	:	80 – 84%
B	:	70 – 79%
C+	:	60 – 69%
C	:	50 – 59%
D+	:	40 – 49%
D	:	36 – 39%
F	:	$\leq$ 35%

407 323 Production Planning and Control

หนังสือ : E.A. Elsayed and T.O. Boucher, Analysis and Control of Production Systems, 2nd Ed. Prentice-Hall, 1994

1. บทนำ

นิยามของ Production Planning และ Production Control ของ American Production and Inventory Control Society (APICS) เป็นดังนี้:- (จาก – ดร.ปรีชา พันธุมสินชัย, พจนานุกรมการบริหารการผลิตและสินค้าคงคลัง, สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรังสิต, 2539)

"การวางแผนการผลิต (Production Planning)" : งานในการกำหนดปริมาณการผลิตในทุกระดับ (แผนการผลิต) และกิจกรรมอื่นๆ เพื่อตอบสนองยอดระดับจำหน่ายตามแผน (แผนการจำหน่ายและ/หรือ ค่าพยากรณ์) ให้ดีที่สุด ขณะเดียวกันให้สามารถบรรลุเป้าหมายทางธุรกิจในการทำกำไร ประสิทธิผล ความสามารถในการแข่งขันด้านเวลารอคอยของลูกค้า ซึ่งรวมกันอยู่ในแผนหลักของธุรกิจ ความสามารถในการขายและการผลิตจะถูกนำมาเปรียบเทียบกัน และทำให้เกิดกลยุทธของธุรกิจ ซึ่งประกอบด้วย แผนการผลิต งบประมาณ ประมาณการทางการเงิน และแผนการสนับสนุนในแง่ของความต้องการวัตถุดิบ และแรงงาน ฯลฯ จุดประสงค์หลักอันหนึ่งในการวางแผนการผลิต คือ การกำหนดอัตราการผลิตที่จะทำให้บรรลุเป้าหมายของผู้บริหาร ในการตอบสนองความต้องการของลูกค้า โดยการคงรักษา การเพิ่มหรือการลดระดับสินค้าคงคลังที่ส่วนที่ค้างส่ง (backlog) ในขณะเดียวกันก็จะพยายามคงกำลังการผลิตให้คงที่ เนื่องจากแผนการผลิตนี้จะมีผลกระทบต่อหลายหน่วยงานขององค์กร ดังนั้น โดยทั่วไปแล้ว การจัดทำแผนการผลิตจะอาศัยข้อมูลจากฝ่ายการตลาด และทำงานประสานระหว่างหน่วยงานหลายหน่วย เช่น ฝ่ายผลิต ฝ่ายวิศวกรรม ฝ่ายการเงิน และฝ่ายบริหารวัสดุ เป็นต้น

การควบคุมการผลิต (Production Control) : หน้าที่ในการสั่งงาน หรือควบคุมการเคลื่อนย้ายของสินค้า ผ่านวัฏจักรทั้งหมดของการผลิต เริ่มจากการเบิกวัตถุดิบจนถึงการจัดส่งสินค้าสำเร็จรูป

วัตถุประสงค์:

1. เพื่อให้สามารถบริการลูกค้าให้ดีที่สุด (maximum customer service)
2. เพื่อให้ค่าใช้จ่ายคงคลังมีค่าต่ำที่สุด (minimum inventory investment)
3. เพื่อให้สามารถใช้ทรัพยากรในการผลิตได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด (maximum efficiency in utilization of manufacturing resources)

หน้าที่ของฝ่ายวางแผนและควบคุมการผลิต:

1. **วางแผนการผลิต (Planning production):**
   - เตรียมแผนการผลิตในระดับหน่วยรวมของบริษัท หรือโรงงาน
   - กำหนดตารางการผลิตสำหรับสินค้าอย่างใดอย่างหนึ่ง

- วางแผนการผลิตหรือแผนการสั่งซื้อชิ้นส่วนประกอบ หรือวัตถุดิบ
- กำหนดตารางการผลิตสำหรับแต่ละออเดอร์ ที่หน่วยผลิตหรือเครื่องจักรต่างๆ
- กำหนดวันเสร็จสิ้นสำหรับการผลิตแต่ละออเดอร์

2. **วางแผนคงคลัง (planning inventory):**
   - เตรียมแผนการคงคลังโดยรวม (aggregate inventory) ของวัตถุดิบ สินค้าในระหว่างการผลิต (work in process) และสินค้าสำเร็จ (finished products)
   - แผนการคงคลังชิ้นส่วนแต่ละชนิด
3. **วางแผนเกี่ยวกับกำลังการผลิต (planning capacities):**

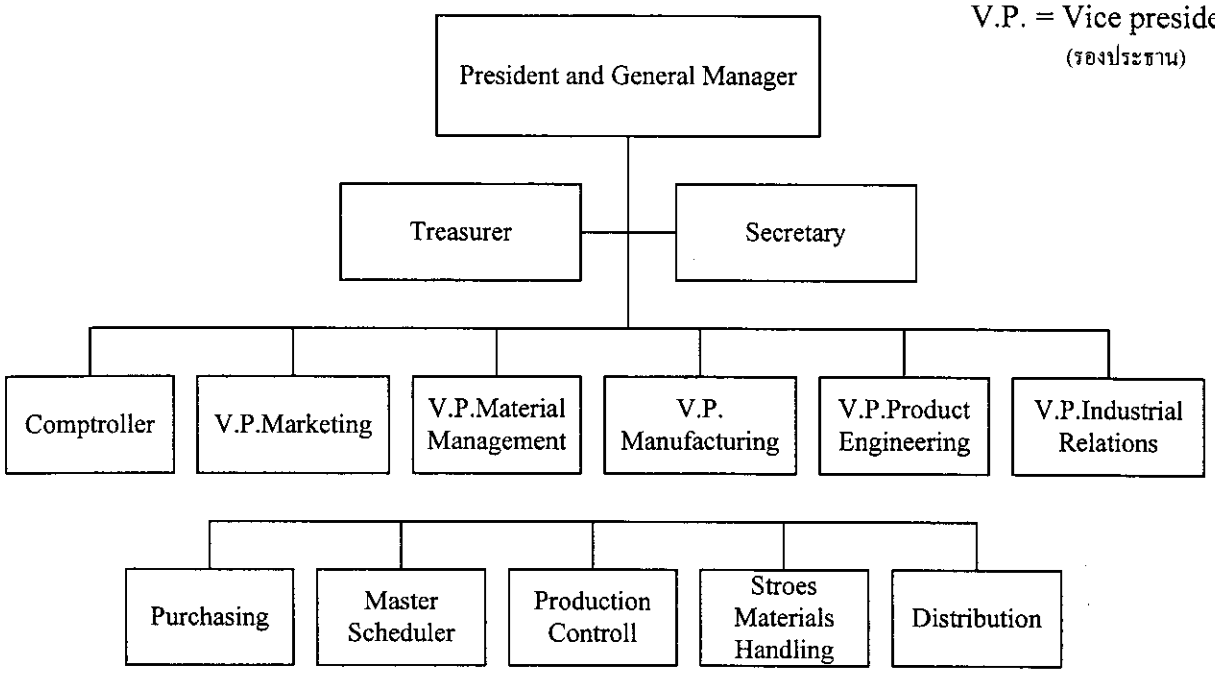
วางแผนระยะสั้น (short-term) ระยะกลาง (midium-term) และระยะยาว (long-term) ที่เกี่ยวกับความสามารถในการผลิตตามตารางการผลิตที่กำหนด

4. **สั่งให้มีการผลิตหรือการจัดซื้อ**
   - ออกคำสั่งให้ผลิตสินค้า หรือกำหนดตารางการผลิตให้
   - ออกคำสั่งซื้อ โดยผ่านไปทางฝ่ายจัดซื้อ
5. **ควบคุมการผลิต การคงคลังและกำลังการผลิต (control of production, inventory and capacities):**
   - เฝ้าดู บันทึก และรายงานความก้าวหน้าของแต่ละออเดอร์อย่างต่อเนื่องในด้านการผลิต การคงคลัง และกำลังการผลิต
   - เปรียบเทียบกับแผนการผลิตที่กำหนด
   - ปรับแก้ความเบี่ยงเบนไปจากแผนการที่กำหนด
6. **การเก็บและการเคลื่อนย้ายวัสดุ (storage and movenment of materials)**
   - รับวัสดุจากตัวแทนจำหน่าย
   - เก็บวัสดุ
   - เคลื่อนย้ายเพื่อการผลิต และเพื่อส่งให้ลูกค้า
   - ส่งสินค้าให้ลูกค้า
   - ขนถ่ายวัสดุภายในโรงงาน

การจัดองค์กรของ PPC:

อาจทำได้หลายรูปแบบ ขึ้นอยู่กับขนาด และชนิดขององค์กร ที่มีหน่วยงาน PPC อยู่ ในรูปข้างล่างแสดงการจัดองค์กรแบบหนึ่งซึ่ง ฝ่ายจัดซื้อและฝ่ายคงคลังอยู่ภายใต้ความรับผิดชอบของฝ่ายบริหารวัสดุ (material management)

V.P. = Vice president
(รองประธาน)



สิ่งแวดล้อมของการวางแผนและควบคุมการผลิต (Environment):

โรงงานอุตสาหกรรมมีความแตกต่างกันในสินค้าที่ผลิต, ความสัมพันธ์กับลูกค้า กระบวนการผลิต และผังโรงงาน สิ่งเหล่านี้เป็นปัจจัยที่จะนำไปสู่วิธีการผลิตเพื่อสนองความต้องการของลูกค้าได้หลายลักษณะ ซึ่งทำให้เกิดเป้าหมายในการควบคุมการผลิตที่แตกต่างกัน เพราะฉะนั้น เราอาจกล่าวได้ว่า วิธีการผลิตลักษณะต่างๆดังกล่าว คือ สิ่งแวดล้อมของการวางแผนและควบคุมการผลิต ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 ชนิด คือ สิ่งแวดล้อมที่เกี่ยวกับตำแหน่งของผลิตภัณฑ์ (product positioning) หมายความว่า ผลิตภัณฑ์ที่พิจารณาจะมีกี่ขั้นตอนจึงจะถึงมือลูกค้า; และสิ่งแวดล้อมที่เกี่ยวกับกรรมวิธีการผลิต (processes)

สิ่งแวดล้อมในการผลิตที่เกี่ยวข้องกับตำแหน่งของผลิตภัณฑ์หรือสินค้า ได้แก่:-

- **Engineering to Order (ETO):** ลูกค้าจะกำหนดข้อกำหนดการทำงานของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ให้ โรงงานหรือบริษัทจะต้องนำข้อกำหนดเหล่านั้นมาดำเนินการออกแบบ (engineering) จัดซื้อวัสดุ สร้าง (fabrication) ประกอบ (assembly) ทดสอบ (test) และส่งให้ลูกค้า

ในกรณีนี้ การควบคุมการผลิต จะให้ความสำคัญกับเวลากำหนดส่ง และจะต้องให้การผลิตเป็นไปตามตารางเพื่อให้เสร็จทันกำหนดเวลา

- **Make to Order (MTO):** เหมือนกับ ETO ยกเว้นไม่มีส่วนของการออกแบบร่วมอยู่ใน lead time ของการผลิตสินค้าด้วย ในสิ่งแวดล้อมแบบนี้ ลูกค้าจะมีแบบ และมีวิธีการผลิตเรียบร้อยแล้ว ผู้ผลิตเพียงแต่ดำเนินการผลิตตามแบบและแผนการผลิตที่มีอยู่เท่านั้น
- **Assemble to Order (ATO):** ภายใต้สิ่งแวดล้อมแบบนี้ โรงงานจะผลิตโมเดลพื้นฐานหลายแบบ ซึ่งโมเดลหรือชิ้นส่วนพื้นฐานเหล่านี้สามารถนำมาประกอบเป็นสินค้าได้หลากหลายลักษณะ (configurations) สินค้าจะถูกประกอบก็ต่อเมื่อได้รับออเดอร์จากลูกค้า

- **Make to Stock (MTS):** เป็นการผลิตเพื่อคงคลังไว้รอลูกค้า การผลิตแบบนี้ ตารางการผลิตจะอาศัยค่าพยากรณ์ความต้องการในผลิตภัณฑ์สำเร็จของตลาดเป็นตัวกำหนด ซึ่งตามปกติการคงคลังสินค้าจะมีสินค้าจำนวนหนึ่ง (safety stock) ไว้รองรับความผันแปรของความต้องการของตลาด ดังนั้น การกำหนดตารางการผลิตในกรณีนี้ จึงไม่จำเป็นจะต้องเที่ยงตรงเหมือนกับ ETO หรือ MTO

ในส่วนของสิ่งแวดล้อมที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการผลิต (processes) แยกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ได้แก่: intermittent และ continuous production

- **Intermittent production:** เป็นการผลิตสินค้าแบบไม่ต่อเนื่อง เพราะต้องผลิตสินค้าหลายชนิด ดังนั้น การผลิตแบบนี้จึงต้องอาศัยเครื่องจักร หรืออุปกรณ์การผลิตที่ทำงานได้หลายอย่าง (general purpose) และมักใช้ผังโรงงานแบบ process layout

การผลิตที่จัดอยู่ในกลุ่มนี้ได้แก่ การผลิตแบบ **job shop** ซึ่งผลิตสินค้าหลายชนิดตามออเดอร์ของลูกค้า และผลิตครั้งละไม่กี่ชิ้น ถ้าผลิตครั้งละหลายชนิดจัดเป็นแบบ batch production

Cellular manufacturing เป็นการผลิตแบบไม่ต่อเนื่องอีกรูปแบบหนึ่ง โดยใช้กลุ่มของเครื่องจักรกลุ่มหนึ่งทำหน้าที่ผลิตสินค้าหรือผลิตภัณฑ์จำนวนหนึ่ง ที่มีขั้นตอนในการผลิตใกล้เคียงกัน

- **Continuous production:** ใช้สำหรับผลิตสินค้าที่เหมือนๆกันจำนวนมาก ส่วนมากใช้กับชิ้นงานมาตรฐาน ถ้าผลิตสินค้าเป็นชิ้นเราเรียกว่า repetitive หรือ mass production แต่ถ้าสินค้ามีลักษณะต่อเนื่องกันออกจากกระบวนการผลิต เราเรียกว่า flow production

2. การพยากรณ์ความต้องการของตลาด (Demand forecasting)

ค่าพยากรณ์ความต้องการในสินค้า คือ พื้นฐานหรือข้อมูลสำหรับกำหนดความต้องการในอาคารโรงงาน และอุปกรณ์การผลิต ใช้สำหรับวางแผนการใช้แรงงาน วางแผนการจัดซื้อวัสดุ และกำหนดตารางการผลิต

2.1 คุณลักษณะของค่าพยากรณ์ที่ดี (good estimates):

1. มีความถูกต้อง (accuracy)
2. เสียค่าใช้จ่ายน้อย (cost)
3. ตอบสนองได้รวดเร็ว เมื่อความต้องการเปลี่ยนแปลง (response)
4. ง่ายและเหมาะกับงาน (simplicity)

2.2 หลักของการพยากรณ์ความต้องการ: ในเรื่องการพยากรณ์ความต้องการ มีหลักการบางอย่างที่ผู้พยากรณ์จะต้องตระหนักตั้งแต่เริ่มต้น หลักการเหล่านี้ คือ

1. การพยากรณ์จะมีความคลาดเคลื่อน (error) ดังนั้น ผู้ใช้ค่าพยากรณ์จะต้องเตรียมการเพื่อรองรับความคลาดเคลื่อนของค่าพยากรณ์
2. ค่าพยากรณ์ควรจะมีตัววัดความคลาดเคลื่อนด้วย เช่น บอกเป็นช่วงด้วยความเชื่อมั่นระดับหนึ่งว่า ค่าความต้องการที่แท้จริงน่าจะอยู่ในช่วงนั้นๆ
3. ค่าพยากรณ์โดยรวมของสินค้าหลายชนิดจะมีความถูกต้องมากกว่าค่าพยากรณ์สำหรับสินค้าแต่ละชนิด

4. ค่าพยากรณ์สำหรับช่วงเวลาสั้นๆในอนาคตจะถูกต้องมากกว่าค่าพยากรณ์สำหรับช่วงยาวๆ
5. ถ้าเป็นไปได้ ควรใช้ค่าความต้องการที่แท้จริง (actual demand) มากกว่าค่าพยากรณ์ในการวางแผนการผลิต

2.3 วิธีพยากรณ์ความต้องการ: เราอาจแบ่งประเภทวิธีพยากรณ์ความต้องการของตลาดเป็น 2 แบบ คือ วิธีพยากรณ์เชิงคุณภาพ (qualitative method) และวิธีพยากรณ์เชิงปริมาณ (quantitative method)

วิธีพยากรณ์เชิงคุณภาพอาศัยความต้องคิดเห็นและประสบการณ์ของผู้พยากรณ์ตัดสิน ซึ่งค่าพยากรณ์ขึ้นอยู่กับความรู้ ความสามารถของแต่ละบุคคล ตัวอย่างของวิธีพยากรณ์แบบนี้ได้แก่ management decision, Delphi technique, Sales force composite และ market research เป็นต้น

วิธีพยากรณ์เชิงปริมาณ อาศัยโมเดลคณิตศาสตร์ และข้อมูลที่ผ่านมาสำหรับพยากรณ์ความต้องการในอนาคต ซึ่งวิธีการนี้ยังแยกย่อยเป็นแบบ extrinsic methods และแบบ intrinsic methods แบบแรกความต้องการเกี่ยวข้องกับปัจจัยภายนอกอื่นๆ ส่วนแบบหลังใช้ข้อมูลของความต้องการที่ผ่านมาล้วนๆ

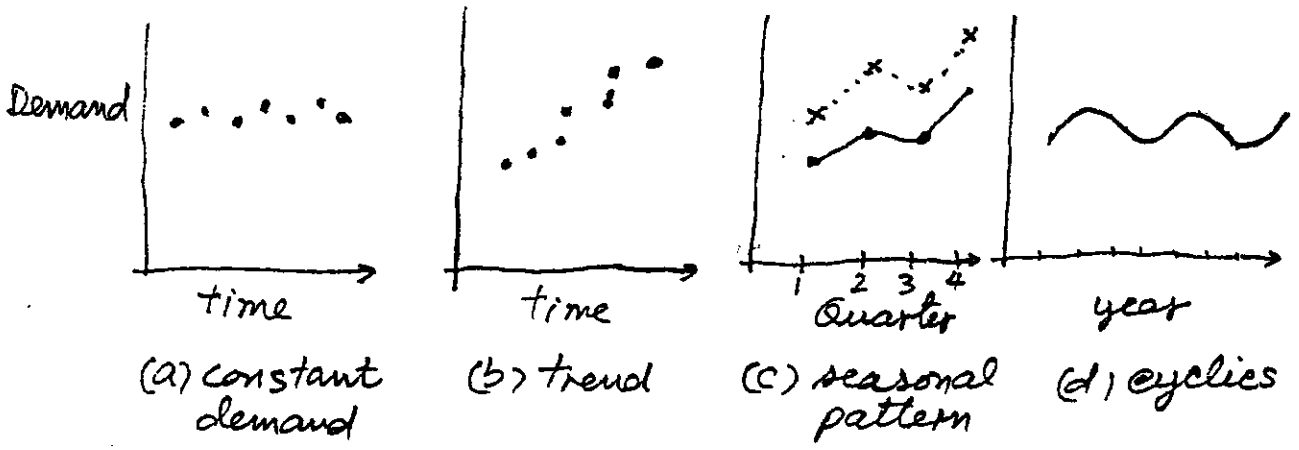
นอกจากนี้การพยากรณ์ยังแบ่งประเภทตามช่วงเวลาที่พยากรณ์อีกด้วย เช่น

Short-term forecasting พยากรณ์ไม่เกิน 1 ปี

Medium-term forecasting พยากรณ์ตั้งแต่ 1-5 ปี

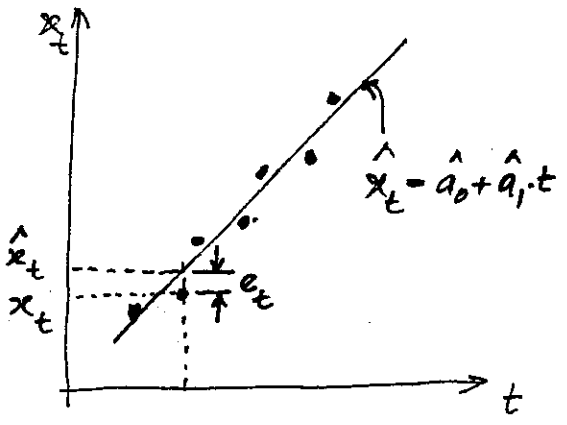
Long-term forecasting พยากรณ์เกิน 5 ปี และไม่เกิน 10 ปี

2.4 ข้อมูลสำหรับพยากรณ์ เราเรียกข้อมูลของความต้องการในช่วงเวลาที่ผ่านมาตามลำดับว่า time series ซึ่งในการวิเคราะห์ข้อมูลเหล่านี้จะถือว่าข้อมูลประกอบด้วยองค์ประกอบอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือหลายอย่างรวมกัน ดังรูป 2.1 (a)-(d)



2.4 Regression Methods ใช้แนวค่าเฉลี่ยของจุดพล็อตของค่าความต้องการที่ผ่านมาเป็นหลักในการพยากรณ์อนาคต วิธีนี้อาศัย method of least squares ลากเส้นแนวเฉลี่ยของจุดพล็อต ซึ่งในที่นี้พิจารณาโมเดลของการพยากรณ์เป็น 2 แบบคือ (1) simple linear regression และ (2) multiple linear regression

2.4.1 Simple Linear Regression: ในรูป 2 แสดงจุดพล็อตของค่าความต้องการ ณ ช่วงเวลาต่างๆตามลำดับ x_t คือ ความต้องการที่ผ่านมาที่ช่วงเวลา t เราสามารถเขียน x_t เป็นโมเดลคณิตศาสตร์ได้ดังนี้



รูป 2: Plot of data points

$$x_t = a_0 + a_1 \cdot t + \varepsilon_t \tag{2.1}$$

โดยที่ a_0 และ a_1 เป็นจุดตัดบนแกน x_t และ slope ของแนวเฉลี่ยของจุดพล็อต

t = ช่วงเวลา

ε_t = random noise ที่เวลา t

สมมุติว่า ε_t มีการแจกแจงแบบปกติ (normal distribution) และไม่ขึ้นต่อกัน (ที่เวลาต่างๆ) โดยมีค่าเฉลี่ย $\bar{\varepsilon}_t = 0$ และ $\text{var}(\varepsilon_t) = \sigma^2$

เราต้องการลากเส้นผ่านค่าเฉลี่ยของ x_t ที่ t ต่างๆ โดยเส้นที่ลากมีรูปแบบคือ

$$\hat{x}_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot t \tag{2.2}$$

ค่า $\hat{a}_0$ และ $\hat{a}_t$ คือค่าประมาณของ $\hat{a}_0$ และ $\hat{a}_1$ ตามลำดับ

ถ้าให้ error ของค่าพยากรณ์และค่าที่แท้จริงเท่ากับ e_t $\therefore$ $e_t = x_t - \hat{x}_t$

$\therefore$ sum of squares of error, SS_E

$$SS_E = \sum_{t=1}^{n} e_t^2 \tag{2.3}$$

หรือ $$SS_E = \sum_{t=1}^{n} [x_t - \hat{x}_t]^2 \text{ ; n คือ จำนวนข้อมูล} \tag{2.4}$$

ซึ่งเราสามารถหา $\hat{a}_0$ และ $\hat{a}_1$ เพื่อให้ SS_E มีค่าต่ำสุดได้ด้วยการทำ partial derivative ฟังค์ชัน SS_E เทียบกับ $\hat{a}_0$ และ $\hat{a}_1$ แล้ว set สมการที่ได้ให้เท่ากับ 0 และเมื่อแก้สมการแล้วจะได้

$$\hat{a}_0 = \frac{\sum t^2 \sum x_t - \sum t \sum t x_t}{n\sum t^2 - \left(\sum t\right)^2} \tag{2.5}$$

$$\hat{a}_1 = \frac{n\sum t x_t - \sum t \sum x_t}{n\sum t^2 - \left(\sum t\right)^2} \tag{2.6}$$

Example: The table gives the demand for product A over 5 year. Determine the demand for the next year.

Year, t	1	2	3	4	5
Demand	100	115	116	125	135

Solution:

t	x_t	$t \cdot x_t$	t^2
1	100	100	1
2	115	230	4
3	116	248	9
4	125	500	16
5	135	675	25
15	591	1853	55

$$\hat{x} = a_0 + \hat{a}_1 \cdot t$$

$$\hat{a}_0 = \frac{55 \times 595 - 15 \times 185}{5 \times 55 - (15)^2} = 94.2$$

$$\hat{a}_1 = \frac{5 \times 1853 - 15 \times 591}{5 \times (55) - (15)^2} = 8$$

$\therefore$ สมการสำหรับพยากรณ์ คือ

$$F_t = \hat{x}_t = 94.2 + 8t$$

ที่ $t = 6$

$$F_6 = \hat{x}_6 = 94.2 + 8 \times 6 = 142.2 \approx 142 \text{ units}$$

เราสามารถคำนวณหาช่วงความเชื่อมั่น (confidence interval) ของความต้องการ x_p รอบค่าประมาณ $\hat{x}_p$ (ค่าประมาณของ $\hat{x}$ ที่ $t = p$ ใดๆ) ได้จาก

$$\hat{x}_p \quad \pm \quad t_{\alpha/2} \cdot S \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(p - \bar{t})^2}{\sum (t - \bar{t})^2}} \tag{2.7}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x_t - \hat{x}_t)^2}{n-2}} \qquad (2.8)$$

โดยที่ (n-2) คือ degree of freedom:

n คือ จำนวนจุด

2 คือ จำนวน parametor ของ model

ตัวอย่างเช่น ในตัวอย่างที่ผ่านมา จงคำนวณหาช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับค่าพยากรณ์ความต้องการ เมื่อ $p = 6$

Solution จาก $\hat{x}_t = 94.2 + 8t$

$\therefore$ หา $\hat{x}_t$ ที่ $t = 1$ ถึง 5 ได้

Year, t	1	2	3	4	5
x_t	100	115	116	125	135
$\hat{x}_t$	102.2	110.2	118.2	126.2	134.2

$$\therefore S^2 = \frac{34.8}{3} \text{ และ } S = \sqrt{\frac{34.8}{3}} = 3.41$$

$$t_{0.025,3} = 3.182$$

ช่วง $= 142.2 \pm 3.182 \times 3.41\sqrt{1 + \frac{1}{5} + \frac{(6-3)^2}{10}}$

$= 142.2 \pm$ **15.72**

$\therefore$ เราพยากรณ์ได้ว่า ความต้องการจะอยู่ในช่วงตั้งแต่ 126.48 ถึง 157.92 ด้วยความเชื่อมั่น 95%

2.4.2 Multiple Linear Regression:

ในกรณีที่ตัวแปรตาม (dependent variable) ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระ (independent variables) หลายตัว เช่น โมเดลของค่าความต้องการอาจมีรูป

$$x_t = a_0 + a_1 \cdot y_{1t} + a_2 \cdot y_{2t} + a_3 \cdot y_{3t} + \ldots + a_m \cdot y_{mt} + \varepsilon_t$$

หรือ $x_t = a_0 + a_1 \cdot y_{1t} + a_2 \cdot y_{2t}^2$ เป็นต้น

โดยที่ $t = 1, 2, 3 \ldots n$; $a_0, a_1, a_2 \ldots$เป็นค่าคงที่ และตัวแปรอิสระ คือ $y_{1t}, y_{2t} \ldots$

ดังนั้นโมเดลสำหรับพยากรณ์จะเป็น

$$\hat{x}_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot y_{1t} + \hat{a}_2 \cdot y_{2t} + \ldots + \hat{a}_m \cdot y_{mt} + \ldots ① \quad \text{หรือ}$$

$$\hat{x}_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot y_{1t} + \hat{a}_2 \cdot y_{2t}^2 \quad ②$$

สมมุติว่าโมเดลพยากรณ์เป็นสมการ ① และเรามีข้อมูลอยู่ n ค่า ตั้งแต่ t = 1 ถึง t = n, เราสามารถใช้วิธีการ Least Squares หาค่าพารามิเตอร์ของโมเดล (ค่า $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \ldots \hat{a}_m$) จากการแก้สมการเชิงเส้น m+1 สมการ ในที่นี้จะใช้วิธีการของ matrix algebra หาค่าพารามิเตอร์ดังกล่าว ดังนี้:-

สมมุติว่าโมเดลคือ $\hat{x}_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot y_{1t} + \hat{a}_2 \cdot y_{2t} + \ldots + \hat{a}_m \cdot y_{mt}$ และเรามีข้อมูลที่ผ่านมาอยู่ที่ n ชุด ซึ่งเราอาจจะสรุปข้อมูลในรูปของตารางดังนี้:-

ข้อมูลชุดที่ t	x_t	y_{1t}	y_{2t}	y_{3t}	$\cdots$	y_{mt}
1	x_1	y_{11}	y_{21}	y_{31}	$\cdots$	y_{m1}
2	x_2	y_{12}	y_{22}	y_{32}	$\cdots$	y_{m2}
3	x_3	y_{13}	y_{23}	y_{33}	$\cdots$	y_{m3}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
n	x_n	y_{1n}	y_{2n}	y_{3n}	$\cdots$	y_{mn}

และเราสามารถเขียนแยกได้เป็น matrix x และ y ดังนี้:- และกำหนดให้

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} ; \quad Y = \begin{bmatrix} 1 & y_{11} & y_{21} & y_{31} \cdots y_{m1} \\ 1 & y_{12} & y_{22} & y_{32} \cdots y_{m2} \\ 1 & y_{13} & y_{23} & y_{33} \cdots y_{m3} \\ \vdots & & & \\ 1 & y_{1n} & y_{2n} & y_{3n} \cdots y_{mn} \end{bmatrix} ; \quad \hat{a} = \begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \vdots \\ \hat{a}_m \end{bmatrix}$$

เราสามารถเขียนเป็นสมการ least squares เป็น

$$(Y'Y) \cdot \hat{a} = Y' \cdot X \qquad (2.9)$$

ซึ่งค่าประมาณของพารามิเตอร์หาได้จาก $\hat{a} = (Y' \cdot Y)^{-1} \cdot Y'X$ (2.10)

และค่าพยากรณ์คือ $F_t = \hat{x}_t = y_t \cdot \hat{a}$ (2.11)

โดยที่ $y_t = [1, y_{1t}, y_{2t}, y_{3t}, \ldots y_{mt}]$

ตัวอย่าง: An electric company wants to predict monthly power usage of a home as a function of the size, x, of the home based on the model $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot x + \beta_2 \cdot x^2$. Find the least squares estimates of $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ and $\hat{\beta}_2$. The data are shown in Table 1 below:

Size of home x (squire ft)	Monthly Usage y, (kilowatt-hr)
1,290	1,182
1,350	1,172
1,470	1,264
1,600	1,493

Size of home x (squire ft)	Monthly Usage y, (kilowatt-hr)
1,710	1,571
1,840	1,711
1,980	1,804
2,230	1,840
2,400	1,956
2,930	1,954

Table1: Data for power usage study

Solution

$$Y = \begin{bmatrix} 1{,}182 \\ 1{,}172 \\ 1{,}264 \\ 1{,}493 \\ 1{,}571 \\ 1{,}711 \\ 1{,}804 \\ 1{,}840 \\ 1{,}956 \\ 1{,}954 \end{bmatrix} ; \qquad X = \begin{matrix} x^0 & x & x^2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 1{,}290 & 1{,}664{,}100 \\ 1 & 1{,}350 & 1{,}822{,}500 \\ 1 & 1{,}470 & 2{,}160{,}900 \\ 1 & 1{,}600 & 2{,}560{,}000 \\ 1 & 1{,}710 & 2{,}924{,}100 \\ 1 & 1{,}840 & 3{,}385{,}600 \\ 1 & 1{,}980 & 3{,}920{,}400 \\ 1 & 2{,}230 & 4{,}972{,}900 \\ 1 & 2{,}400 & 5{,}760{,}000 \\ 1 & 2{,}930 & 8{,}584{,}900 \end{bmatrix}$$

$$X' \cdot X = \begin{bmatrix} 10 & 18{,}800 & 37{,}755{,}400 \\ 18{,}800 & 37{,}755{,}400 & 8{,}093.9 \times 10^7 \\ 37{,}755{,}400 & 8{,}093.9 \times 10^7 & 1.843 \times 10^{14} \end{bmatrix}$$

$$X' \cdot Y = \begin{bmatrix} 15{,}947 \\ 31{,}283{,}250 \\ 6.53069 \times 10^{10} \end{bmatrix}$$

$$X' \cdot X = \begin{bmatrix} 26.9156 & -0.027027 & 6.3554 \times 10^{-6} \\ -0.027027 & 2.75914 \times 10^{-5} & -6.5804 \times 10^{-9} \\ 6.3554 \times 10^{-6} & -6.5804 \times 10^{-9} & 1.5934 \times 10^{-12} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta} \quad = \quad (X' \cdot X)^{-1} \cdot X' \cdot Y$$

$$= \begin{bmatrix} 26.9156 & -0.027027 & 6.3554\times10^{-6} \\ -0.027027 & 2.75914\times10^{-5} & -6.5804\times10^{-9} \\ 6.3554\times10^{-6} & -6.5804\times10^{-9} & 1.5934\times10^{-12} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 15{,}947 \\ 31{,}283{,}250 \\ 6.53069\times10^{10} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1{,}216.14389 \\ 2.39893 \\ -0.00045 \end{bmatrix}$$

$\therefore \quad \hat{\beta}_0 = -1{,}216.14389$

$\hat{\beta}_1 = 2.39893$

$\hat{\beta}_2 = -0.00045$

และสมการสำหรับพยากรณ์ คือ

$$\hat{y} = -1{,}216.14389 + 2.39893x - 0.00045x^2$$

ดังนั้น ถ้าหากบ้านหลังหนึ่งมีขนาดพื้นที่ = 2500 ตารางฟุต เราสามารถพยากรณ์ปริมาณการใช้ไฟฟ้าได้จาก:-

$$\hat{y} = -1{,}216.14 + 2.39893\times(2500) - 0.00045\times(2500)^2$$

$$= 1{,}968.685 \text{ kW-hr}$$

ช่วงความเชื่อมั่นของค่าพยากรณ์, x_t, คำนวณได้จาก:-

$$\hat{x}_t \pm t\frac{\alpha}{2}, \quad v\times S_f \tag{2.12}$$

โดยที่ $S_f = S\sqrt{1+\overline{Y}'\cdot(Y'Y)^{-1}\cdot\overline{Y}}$ (2.13)

ซึ่ง S หาได้จากสมการ 2.8 และ

$$\overline{Y} = \begin{bmatrix} 1 \\ y_{1t} \\ y_{2t} \\ y_{3t} \\ \vdots \\ y_{mt} \end{bmatrix}$$ (vector ของ independent variables ที่เราทราบค่าหรือเงื่อนไขที่เราต้องการใช้ในการพยากรณ์)

และ $v = n - (m+1)$

m คือ จำนวน independent variable

ตัวอย่าง: จงคำนวณหาช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับค่าพยากรณ์เมื่อ $x = 2500\ ft^2$

Solution:

x	y	$\hat{y}$	$y-\hat{y}$	$(y-\hat{y})^2$
1290	1182	1129.63	52.37	2742.532
1350	1172	1202.29	-30.29	917.2787
1470	1264	1337.88	-73.88	5457.99
1600	1493	1470.14	22.86	522.3917
1710	1571	1570.18	0.82	0.67009
1840	1711	1674.37	36.63	1341.954
1980	1804	1769.56	34.44	1186.285
2230	1840	1895.67	-55.67	3098.593
2400	1956	1949.29	6.71	45.04947
2930	1954	1949.52	4.48	20.10617
				15332.85

$$S = \sqrt{\frac{15332.85}{(10-3X}} = 46.80178$$

$$S_f = S\sqrt{(1+\overline{X}'(X'\cdot X)^{-1}\cdot\overline{X}}$$

$$\overline{X} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2500 \\ 2500^2 \end{bmatrix}$$

$$= S\sqrt{(1+0.271217)}$$

$$= 52.768$$

Confidence interval: $\hat{x}_t \pm t_{\frac{\alpha}{2},v} \cdot S_f = 1968.68 \pm t_{0.025,7} \times S_f$

$$t_{0.025,7} = 2.3$$

$\therefore$ lower limit = 1843.884

upper limit = 2093.478

2.4.3 การใช้ linear regression กับ non-linear function อื่นๆ

ในตัวอย่างที่ผ่านมา เราจะเห็นได้ว่า ปริมาณการใช้พลังงานไฟฟ้าในครัวเรือนไม่ได้มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงกับขนาดพื้นที่ของครัวเรือน แต่พารามิเตอร์ของโมเดลมีความสัมพันธ์ในเชิงเส้นตรง เพราะฉะนั้นเราจึงสามารถใช้เทคนิคของ linear regression หาพารามิเตอร์ได้ ซึ่งเราสามารถประยุกต์ใช้วิธีการเช่นนี้กับ non-linear function อื่นได้เช่น:-

1. $\hat{x}_t = AB^t$; $\hat{x}_t$ ไม่ได้มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงกับ t เมื่อใน log เข้าทั้งสองข้างจะได้:-

$\log \hat{x}_t = \log A + t \log B$ และถ้าเราให้ $X_t = \log x_t$; $\hat{a}_0 = \log A$ และ

$\hat{a}_1 = \log B$ จะได้ $X_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot t$ จะเห็นได้ว่า $\hat{a}_0$ และ $\hat{a}_1$ มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงต่อกัน

2. $\hat{x}_t = A \cdot e^{Bt}$ ใช้วิธีเดียวกับข้อ (1) โดยการใส่ ln จะได้

$\ln \hat{x}_t = \ln A + Bt$ เมื่อให้

$X_t = \ln \hat{x}_t$; $\hat{a}_0 = \ln A$ และ $\hat{a}_1 = B$ จะได้

$X_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot t$ ซึ่ง $\hat{a}_0$ และ $\hat{a}_1$ มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง

3. $\hat{x}_t = \dfrac{t}{At - B}$ เปลี่ยนเป็นรูปอื่น ดังนี้

$$\hat{x}_t = \frac{1}{A - \frac{B}{t}} \text{ ซึ่งจะได้ } \frac{1}{\hat{x}_t} = A - \frac{B}{t} \text{ เมื่อให้}$$

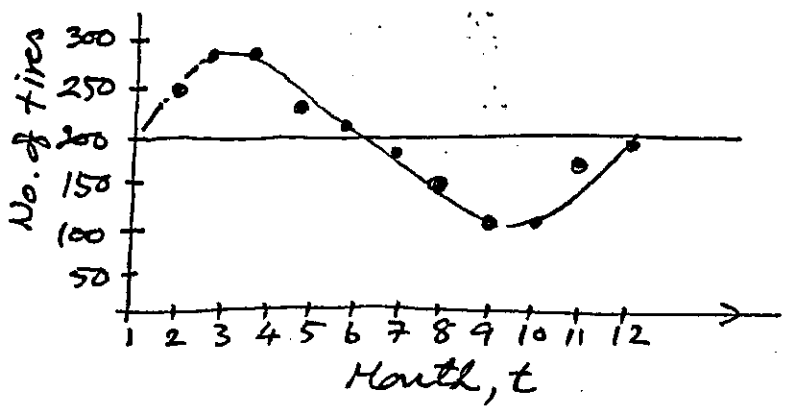
เมื่อให้ $X_t = \dfrac{1}{\hat{x}_t}$ และ $y = \dfrac{1}{t}$ จะได้

$X_t = A - B \cdot y$ ซึ่ง A และ B มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง

ตัวอย่าง: As an example of the forecasting procedures for reasonal variations (periodic changes) the number of snow tires sold during 1 year at a tire distributions is shown in the table below. Find an appropriate predictor equation.

Month	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tires Sold	200	250	280	280	230	210	180	150	120	120	170	195

Solution: นำข้อมูลไปพล็อต จะเห็นได้ว่าเป็นฟังค์ชันแบบ sine curve ดังนั้นจึงสมมุติว่า ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนขายของ snow tire กับ t เป็นดังนี้



$$\hat{x}_t = A + B \cdot \sin\frac{\pi t}{6} \quad *$$

โดยที่ A คือ จุดเริ่มต้นของ sine curve และ B คือ amplitude และ

$$\frac{2\pi t}{12} = \frac{\pi t}{6} = \text{frequency (radians)}$$

จากสมการ * เราให้ $y = \sin\frac{\pi t}{6}$ จะได้สมการในรูปของ $\hat{x}_t = A + By$ และหาค่า A และ B ได้จากการแทนค่า data points ดังในตารางข้างล่างนี้

t	x_t	$y = \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$
1	200	0.5
2	250	0.866
3	280	1.000
4	280	0.866
5	230	0.5
6	210	0
7	180	-0.5
8	150	-0.866
9	120	-1
10	120	-0.866
11	170	-0.5
12	195	0

จะได้ A = 198.33

B = 70.86 และ

$$\hat{x}_t = 198.33 + 70.86\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$$

Coefficient of determination: วิธี regression เป็นการสร้างฟังค์ชันคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร โดยอาศัยข้อมูลที่เกิดขึ้นจริง แต่ฟังค์ชันที่ได้ไม่ได้บอกให้ทราบว่า ใช้แทนข้อมูลจริงๆ ได้ดีเพียงใด (หรือผ่านจุดพล็อต) ได้มากเพียงใด วิธีการวัดว่าฟังค์ชันที่ได้สามารถแทนข้อมูลได้มากหรือน้อยเพียงใด ใช้วิธีการคำนวณค่า coefficient of determination (r^2) ซึ่ง

$$r^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(\hat{x}_t - \bar{x})^2}{\sum_{t=1}^{n}(x_t - \bar{x})^2}$$

ถ้าหาก r^2 ยิ่งเข้าใกล้ 1 ก็ยิ่งแสดงว่า ฟังค์ชันที่ได้ อธิบายความผันแปรของข้อมูลได้มากขึ้น เราเรียกค่า $\sqrt{r^2}$ หรือ r ว่า correlation coefficient.

ตัวอย่างเช่น: ในตัวอย่าง "snow tires" $r^2 = 0.913$ แสดงว่า $\hat{x}_t = 198.33 + 70.86\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ สามารถอธิบายความผันแปรของข้อมูลได้ถึงมากกว่า 90% (หรือใช้แทนข้อมูลได้ถึงประมาณ 90%)

2.5 Moving average methods

2.5.1 Simple moving average (MA): วิธีการพยากรณ์แบบนี้ถือว่าข้อมูลประกอบด้วยองค์ประกอบสองอย่างคือ มีค่าเฉลี่ยคงที่ (constant demand) และความผันแปรเชิงสุ่ม (random variation หรือ noise) ซึ่งความต้องการหรือ demand สามารถแสดงเป็นโมเดลได้ดังนี้ :-

$$x_t = a_0 + \varepsilon_t \quad ; \quad t = 1, 2, ..., n \quad \text{periods} \tag{2.14}$$

a_0 คือ ค่าเฉลี่ยของความต้องการ

ε_t คือ ส่วนที่ผันแปรเชิงสุ่ม (noise) ของข้อมูล ซึ่ง

$E(\varepsilon_t) = 0$ และ variance ของ $\varepsilon_t = \sigma_\varepsilon^2$

n คือ จำนวน periods ที่เกิดข้อมูล

โมเดลที่ใช้พยากรณ์คือ:-

$$\hat{x}_t = \hat{a}_0 \tag{2.15}$$

เราอาจใช้สมการ least squares ประมาณค่า $\hat{a}_0$ แต่เราไม่จำเป็นจะต้องนำข้อมูลทั้งหมดมาหาค่า $\hat{a}_0$ เพราะข้อมูลยิ่งห่างจากปัจจุบันมากยิ่งมีความผิดพลาดมาก ดังนั้น จึงใช้ข้อมูลเพียง m ค่าจากปัจจุบันเท่านั้น

$\therefore$ Sum of squares errors,

$$SS_E = \sum_{t=n-m+1}^{n} (x_t - \hat{a}_0)^2$$

$\frac{d(SS_E)}{d(\hat{a}_0)} = 0$ จะได้

$$\hat{a}_0 = \frac{1}{m} \cdot \sum_{t=n-m+1}^{m} x_t \tag{2.16}$$

ในการพยากรณ์ใช้ค่าพยากรณ์ คือ $F_{t,\tau}$ (คือพยากรณ์ที่ period t สำหรับ period τ) โดยที่

$$F_{t,\tau} = \hat{x}_{t,\tau} = \hat{a}_0 \tag{2.17}$$

ตัวอย่าง: Use the moving average method to determine future demand for the following data. What is the forecasts for periods 13 and 20?

Period	Demand	Period	Demand
1	106	7	112
2	110	8	106
3	118	9	118
4	105	10	102
5	115	11	112
6	100	12	110

Solution

t Period	x_t Period	$\hat{x}_t$ 3-Period MA	$\hat{x}_t$ 5-Period MA
1	106		
2	110		
3	118	111.3	
4	105	111.0	
5	115	112.7	110.8
6	100	106.7	109.6
7	112	109.0	110.0
8	106	106.0	107.6
9	118	112.0	110.2
10	102	108.7	107.6
11	112	110.7	110.0
12	*110*	*108.0*	*109.6*

$F_{12,13} = \hat{x}_{12} = 108$ (สำหรับ 3 period MA)

$F_{12,13} = \hat{x}_{12} = 109.6$ (สำหรับ 5 period MA)

$F_{12,20} = 108$ (for 3 period MA)

$= 110$ (for 5 MA)

เราสามารถเปรียบเทียบวิธีพยากรณ์ได้โดยการคำนวณค่า SSE เฉลี่ยวิธีพยากรณ์ใดให้ค่าเฉลี่ยน้อย จะมีความเที่ยงตรงมากกว่า (ในแง่ของข้อมูลเท่าที่ผ่านมา) ตารางต่อไปนี้ แสดงการเปรียบเทียบการพยากรณ์โดยใช้ MA ซึ่งใช้ค่าเฉลี่ย 3-period และ 5-period และวิธีใช้ค่าข้อมูลล่าสุด (Naive method)

① Period	② Demand	③ $\hat{x}_t$ 3-Period MA	④ SSE	⑤ $\hat{x}_t$ 5-Period MA	⑥ SS_E	⑦ $\hat{x}_t$ Naive	⑧ SS_E
1	106						
2	110					106	16.0
3	118					110	64.0
4	105	111.3	39.69			118	169.0
5	115	111.0	16.00			105	100.0
6	100	112.7	161.29	110.8	116.64	115	225.0
7	112	106.7	28.09	109.6	2.40	100	144.0
8	106	109.0	9.00	110.0	16.00	112	36.0
9	118	106.0	144.00	107.6	108.16	106	144.0
10	102	112.0	100.00	110.2	67.24	118	256.0
11	112	108.7	3.30	107.6	19.36	102	100.0
12	110	110.7	0.49	110.0	0	112	4.0
Sum			501.86		329.80		*1258.0*
Sum/n			55.76		47.11		114.36

2.5.2 Moving Average with trend

ถ้าหากจุดพล็อตของข้อมูลมีแนวโน้มเป็นเส้นตรง เราอาจใช้ฟังค์ชันคณิตศาสตร์ต่อไปนี้แทนความต้องการของตลาด

$$x_{t,\tau} = a_{0,t} + a_{1,t} \cdot (\tau - t) + \varepsilon_t$$

โดยที่ $a_{0,t}$ คือ ระดับความต้องการที่เวลา t (สมมุติว่าระดับความต้องการนี้เปลี่ยนแปลงไปตามแนวโน้ม (trend)

$a_{1,t}$ คือ slope ของแนวโน้มที่เวลา t

τ คือ ช่วงเวลาในอนาคตที่ต้องการพยากรณ์ความต้องการ

ในการพยากรณ์ เราใช้โมเดล

$$\hat{x}_{t,\tau} = \hat{a}_{0,t} + \hat{a}_{1,t} \cdot (\tau - t)$$

ค่าคงที่ของฟังค์ชัน หาได้จากการทำ Double moving average ซึ่งหมายถึงการนำค่า MA มาหาค่า moving average ซ้ำอีกครั้ง

ถ้า $MA_t^{[1]}$ คือ ค่า moving average ครั้งแรกที่เวลา t และ

$MA_t^{[2]}$ คือ ค่า moving average ครั้งที่สองที่เวลา t

เราสามารถหา $a_{0,t}$ และ $a_{1,t}$ ได้ดังนี้ :-

$$\hat{a}_{0,t} = MA_t^{[1]} + \left[MA_t^{[1]} - MA_t^{[2]} \right]$$

$$= 2MA_t^{[1]} - MA_t^{[2]} \quad *$$

และ $$\hat{a}_{1,t} = \left(\frac{2}{m-1} \right) \cdot \left(MA_t^{[1]} - MA_t^{[2]} \right) \quad **$$

ดังนั้น ค่าพยากรณ์ คำนวณได้จาก $F_{t,\tau} = \hat{x}_{t,\tau} = \hat{a}_{0,t} + \hat{a}_{1,t}(\tau - t)$

ตัวอย่าง: Use the moving average model with trend to determine the future demand for the following data. What are the forecasts for periods 13 and 20?

Period	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Demand	106	115	128	123	135	130	147	150	158	155	167	170

Solution 3-Period MA with trend

t	x_t	$MA_t^{[1]}$	$MA_t^{[2]}$	$\hat{a}_{0,t}$	$\hat{a}_{1,t}$
1	106				
2	115				
3	128	116.3			
4	123	122.0			
5	135	128.7	122.3	135.1	6.4
6	130	129.3	126.7	131.9	2.6
7	147	137.3	131.8	142.8	5.5
8	150	142.3	136.3	148.3	6.0
9	158	151.7	143.8	159.6	7.9
10	155	154.3	149.4	159.2	4.9
11	167	160.0	155.3	164.7	4.7
12	170	164.0	159.4	168.6	4.6

$$\hat{x}_{12,13} = 168.6 + 4.6(1) = 173.2$$

$$\hat{x}_{12,20} = 168.6 + 4.6(8) = 205.4$$

2.6 Exponential smoothing

2.6.1 Simple exponential smoothing สำหรับ Constant process:

ค่าความต้องการของตลาดที่เวลา t ใดๆ สามารถแทนด้วย $x_t = a_0 + \varepsilon_t$

ดังนั้นโมเดลสำหรับพยากรณ์ คือ

$$\hat{x}_t = \hat{a}_0 \quad (\text{เพราะว่า } E[x_t] = \hat{x}_t \text{ และ } E[\varepsilon_t] = 0 \;;\; \text{var}[\varepsilon_t] = \sigma_e^2$$

ในกรณีนี้เราให้ความสำคัญกับข้อมูลล่าสุดมากกว่าข้อมูลที่ผ่านมา ดังนั้น การหาค่าคงที่ $\hat{a}_0$ จึงเป็นไปเพื่อให้ SS_E (ที่ได้รับการถ่วงน้ำหนักลดน้อยลงตามกาลเวลาที่ผ่านมา) มีค่าต่ำสุด นั่นคือ

$$SS_E = \sum_{t=1}^{T} \beta^{T-t} \cdot (x_t - \hat{a}_0)^2$$

โดยที่ $0 < \beta < 1$ และสมมุติว่ามีค่าข้อมูล T periods ที่ผ่านมา

$$\frac{d\,SS_E}{d\,\hat{a}_0} = -2\sum_{t=1}^{T} \beta^{T-t} \cdot (x_t - \hat{a}_0) = 0$$

จะได้ $\hat{a}_0 = \left(\frac{1-\beta}{1-\beta^T}\right) \cdot \sum_{t=1}^{T} \beta^{T-t} \cdot x_t$

เมื่อกระจายสมการข้างบนออก ผลก็คือ

$$\hat{x}_T = \frac{1-\beta}{1-\beta^T}\left[\beta^{T-1} \cdot x_1 + \beta^{T-2} \cdot x_2 + \beta^{T-3} \cdot x_3 + \ldots + \beta \cdot x_{T-1} + x_T\right]$$

$$= \frac{1-\beta}{1-\beta^T}\cdot x_T + \frac{1-\beta}{1-\beta^T}\left[\beta^{T-1}\cdot x_1 + \beta^{T-2}\cdot x_2 + \ldots \beta x_{T-1}\right]$$

$$= \frac{1-\beta}{1-\beta^T}\cdot x_T + \frac{\beta(1-\beta)}{1-\beta^T}\cdot\left[\beta^{T-2}\cdot x_1 + \beta^{T-3}\cdot x_2 + \ldots + x_{T-1}\right]$$

คูณเทอมที่สองทางขวามือด้วย $\frac{(1-\beta^{T-1})}{(1-\beta^{T-1})}$ จะได้

$$\hat{x}_T = \frac{1-\beta}{1-\beta^T}\cdot x_T + \frac{\beta(1-\beta^{T-1})}{(1-\beta^T)}\cdot\frac{(1-\beta)}{(1-\beta^{T-1})}\left[\beta^{T-2}\cdot x_1 + \beta^{T-3}\cdot x_2 + \ldots + x_{T-1}\right]$$

หรือ

$$\hat{x}_T = \frac{1-\beta}{1-\beta^T}\cdot x_T + \frac{\beta(1-\beta^{T-1})}{(1-\beta^T)}\cdot \hat{x}_{T-1}$$

สมการนี้เป็นสมการสำหรับพยากรณ์ และเราเรียกค่า α ว่า smoothing factor

ถ้า T มีค่ามาก, β^T และ $\beta^{T-1} \to 0$

$$\therefore\ \hat{x}_T = (1-\beta)x_T + \beta\cdot\hat{x}_{T-1}$$

ถ้าให้ $\alpha = (1-\beta)$ จะได้

$$\hat{x}_T = \alpha\, x_T + (1-\alpha)\hat{x}_{T-1} \quad **$$

ค่าพยากรณ์ $\hat{x}_T$ เท่ากับ α คูณ ความต้องการที่เกิดขึ้นจริง (x_T) บวกกับผลคูณของ $(1-\alpha)$ กับค่าพยากรณ์ของความต้องการของช่วงเวลาก่อนหน้านั้น $(\hat{x}_{T-1})$

เราสามารถกำหนดค่า $\hat{x}_{T-1}$ เริ่มต้นได้จาก วิธีใดวิธีหนึ่ง ดังนี้:-

1. ถ้ามีข้อมูลเก่า $\hat{x}_{T-1} = \left(\frac{\text{ผลรวมของจำนวน n ข้อมูลที่ผ่านมา}}{n}\right)$
2. ใช้ค่าเริ่มต้นเป็น x_{T-1} นั่นคือ $\hat{x}_{T-1} = x_{T-1}$
3. ถ้าหากไม่มีข้อมูลเก่า ตัดสินใจใช้ค่าใดค่าหนึ่งที่เหมาะสม

ถ้ากระจายสมการ $\hat{x}_T = \alpha\, x_T + (1-\alpha)\hat{x}_{T-1}$

$$** \hat{x}_T = \alpha\, x_T + \alpha(1-\alpha)\cdot x_{T-1} + \alpha(1-\alpha)^2\cdot x_{T-2} + \ldots + \alpha(1-\alpha)^{T-1}\cdot x_1 + (1-\alpha)^T\cdot\hat{x}_0$$

จะเห็นได้ว่าการพยากรณ์ด้วยวิธี exponential smoothing จะใช้ค่าข้อมูลทุกค่าที่ผ่านมา

ตัวอย่าง Use the simple exponential smoothing method to forecast the demand for next period for the data given in the example on page 14. Assume 2 cases: $\alpha = 0.1$ and $\alpha = 0.3$

Solution

สมมุติว่าใช้ค่าเริ่มต้น (initial value) $\hat{x}_0 = 106$

t	x_t	$\alpha = 0.1$			$\alpha = 0.3$		
		$\alpha \cdot x_t$	$(1-\alpha)\hat{x}_{t-1}$	$\hat{x}_t$	$\alpha \cdot x_t$	$(1-\alpha)\hat{x}_{t-1}$	$\hat{x}_t$
1	106			106			106
2	110	11.0	95.4	106.4	33.0	74.2	107.2
3	118	11.8	95.8	107.6	35.4	75.0	110.4
4	105	10.5	96.8	107.3	31.5	77.3	108.8
5	115	11.5	96.6	108.1	34.5	76.2	110.7
6	100	10.0	97.3	107.3	30.0	77.5	107.5
7	112	11.2	96.6	107.8	33.6	75.3	108.9
8	106	10.6	97.8	107.6	31.6	76.2	108.0
9	118	11.8	96.8	108.6	35.4	75.6	111.0
10	102	10.2	97.7	107.9	30.6	77.7	108.3
11	112	11.2	97.1	108.3	33.6	75.8	109.4
12	110	10.0	97.5	108.5	33.0	76.6	109.6

ค่าพยากรณ์สำหรับ period 13 คือ $F_{13} = 109$ และ 110 สำหรับค่า $\alpha = 0.1$ และ 0.3 ตามลำดับ

2.6.2 Double exponential smoothing

ใช้สำหรับพยากรณ์ความต้องการในกรณีที่ข้อมูลมีแนวโน้ม (trend) ซึ่งมีฟังค์ชันในรูป:-

$$x_{t,\tau} = a_0 + a_1 \cdot (\tau - t) + \varepsilon t$$

a_0 และ a_1 คือ พารามีเตอร์ของฟังค์ชันโดยมี ε_t เป็น random errors ซึ่งมี mean หรือ $E(\varepsilon_t) = 0$ และมี variance = σ_ε^2

ดังนั้นโมเดลสำหรับพยากรณ์ คือ $\hat{x}_{t,\tau} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1(\tau - t)$

ตอนนี้เรากลับไปพิจารณาโมเดลพยากรณ์ของ simple exponential smoothing (สมการ **ในหน้าที่ผ่านมา) ซึ่งเราสามารถเขียนใหม่ โดยให้ $\beta = (1-\alpha)$ ดังนี้

$$\hat{x}_T = \alpha \cdot x_T + \alpha \cdot \beta \cdot x_{T-1} + \alpha \cdot \beta^2 \cdot x_{T-2} + \ldots + \alpha \cdot \beta^{T-1} \cdot x_1 + \beta^T \cdot \hat{x}_0$$

หรือเขียนเป็น $\hat{x}_T = \alpha \sum_{i=0}^{T-1} \beta^i \cdot x_{T-i} + \beta^T \cdot \hat{x}_0$

ซึ่งค่าคาดหวังของ $\hat{x}_T$ คือ

$$E(\hat{x}_T) = \alpha \sum_{i=0}^{T-1} \beta^i \cdot E(x_{T-i}) + \beta^T \cdot \hat{x}_0$$

$$= \alpha \sum_{i=0}^{T-1} \beta^i \cdot [\hat{a}_0 + \hat{a}_1(T-i)] + \beta^T \cdot \hat{x}_0$$

$\therefore$ เมื่อ $T \to \infty$, $\beta^T \to 0$ ดังนั้น

$$E(\hat{x}_T) = \hat{a}_0 \cdot \alpha \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i + \hat{a}_1 \cdot T \cdot \alpha \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i - \hat{a}_1 \cdot \alpha \cdot \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot \beta^i$$

$$E(\hat{x}_T) = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot T - \frac{\beta}{\alpha} \cdot \hat{a}_1$$

หมายความว่า simple exponential smoothing ให้ค่าพยากรณ์ต่ำกว่าค่าเฉลี่ยจริงถึง $\frac{\beta}{\alpha} \cdot a_1$

หรือ

$$E(\hat{x}_T) = E(x_T) - \frac{\beta}{\alpha} \cdot \hat{a}_1 \quad *$$

การพยากรณ์แบบ Double exponential smoothing เป็นการนำค่า $\hat{x}_T$ จากวิธี simple exponential smoothing มาทำ simple exponential smoothing อีกครั้งหนึ่ง คือ $\hat{x}_T^{[2]} = \alpha \cdot \hat{x}_T + \beta \cdot \hat{x}_{T-1}^{[2]}$ ซึ่งจะทำให้สามารถหาค่า $\hat{a}_0$ และ $\hat{a}_1$ ในโมเดลพยากรณ์ได้โดยถือว่า ค่าเฉลี่ยของ $\hat{x}_T^{[2]}$ อยู่ต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ $\hat{x}_T$ อยู่เท่ากับ $\frac{\beta}{\alpha} \cdot \hat{a}_{1,T}$ เช่นเดียวกับสมการ * ดังนี้ :-

$$E\left[\hat{x}^{[2]}\right] = E[\hat{x}_T] - \frac{\beta}{\alpha} \cdot \hat{a}_{1,T} \qquad \text{_____①}$$

$$\therefore \quad \hat{a}_{1,T} = \frac{\alpha}{\beta}\left(E[\hat{x}_T] - E\left[\hat{x}_T^{[2]}\right]\right)$$

หรือ

$$\hat{a}_{1,T} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\hat{x}_T - \hat{x}_T^{[2]}\right) \qquad \text{_____②} **$$

แทนค่า $-\frac{\beta}{\alpha} \cdot \hat{a}_{1,T} = E[x_T] - E[\hat{x}_T]$ (จากสมการ *) ลงใน ① จะได้

$$E[x_T] = 2E[\hat{x}_T] - E\left[\hat{x}_T^{[2]}\right] \quad \text{แต่ } E[x_T] = \hat{a}_{0,T}$$

$$\therefore \quad \hat{a}_{0,T} = 2E[\hat{x}_T] - E\left[\hat{x}_T^{[2]}\right]$$

$$\hat{a}_{0,T} = 2 \cdot \hat{x}_T - \hat{x}_T^{[2]} \qquad \text{_____③}$$

ตัวอย่าง: The data below appear to have a trend. Develop a model for this time series using the double exponential smooth method and $\alpha = 0.3$ what is the forecast for period 13? For period 20?

Period	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Demand	106	115	128	123	135	130	147	150	158	155	167	170

Solution Double exponential smoothing, $\alpha = 0.3$

t	x_t	$\alpha \cdot x_t$	$(1-\alpha)\hat{x}_{t-1}$	$\hat{x}_t$	$\alpha \cdot \hat{x}_t$	$(1-\alpha)\hat{x}_{t-1}^{[2]}$	$\hat{x}_t^{[2]}$	$\hat{a}_{0,t}$	$\hat{a}_{1,t}$
1	106			106			106		
2	115	34.5	74.2	108.7	32.6	74.2	106.8	110.6	0.8
3	128	38.4	76.1	114.5	34.6	74.8	109.2	119.8	2.3
4	123	36.9	80.2	117.1	35.1	76.4	111.5	122.7	2.4
5	135	40.5	82.0	122.5	36.8	78.1	114.9	130.1	3.3
6	130	39.0	85.8	124.8	37.4	80.4	117.8	131.8	3.0
7	147	44.1	87.4	131.5	39.5	82.5	122.0	141.0	4.1
8	150	45.0	92.1	137.1	41.1	85.4	126.5	147.7	4.5
9	158	47.4	96.0	143.4	43.0	88.6	131.6	155.2	5.1
10	155	46.5	100.4	146.9	44.1	92.1	136.2	157.6	4.6
11	167	50.1	102.8	152.9	45.9	95.3	141.2	164.6	5.0
12	170	51.0	107.0	158.0	47.4	98.8	146.2	169.8	5.1

$$\hat{x}_{12,13} = 169.8 + 5.1 \times (1) = 174.9$$

$$\hat{x}_{12,20} = 169.8 + 5.1(20-12) = 210.6$$

- ค่า α : R.G.Brown แนะนำไว้ว่าค่า α ในทางปฏิบัติมีค่าตั้งแต่ 0.1 และ 0.3
- ความสัมพันธ์ระหว่าง exponential smoothing method กับ m – period moving average (MA) เป็นดังนี้:-

$$\alpha = \frac{2}{m+1}$$

2.7 Winters' Method for seasonal variation

วิธีของ Winters เป็นวิธีพยากรณ์สำหรับกรณีที่ข้อมูลมีความผันแปรตามฤดูกาล (seasonal variations) ซึ่งสามารถแสดงเป็นโมเดลคณิตศาสตร์ได้ดังนี้:-

$$x_t = (a_0 + a_1 \cdot t)c_t + \varepsilon_t \qquad ①$$

x_t คือ ความต้องการของตลาดที่ period t ซึ่งมีองค์ประกอบ ส่วนคือ

a_0 เป็นส่วนที่คงที่

a_1 เป็นแนวโน้มเชิงเส้นตรง

c_t เป็นส่วนที่แสดงอิทธิพลของฤดูกาล และ

ε_t เป็นส่วนที่แสดงความผันแปรเชิงสุ่ม

สมมุติว่าจำนวน period ที่พิจารณาอิทธิพลของฤดูกาลทั้งหมดมี L periods และกำหนดว่า c_t (หรือ seasonal factor) จะต้องมีค่าที่ทำให้

$$\sum_{t=1}^{L} c_t = L \qquad ②$$

วิธีการคำนวณค่าพยากรณ์ใช้หลักการประมาณค่าพารามีเตอร์ของโมเดลพยากรณ์โดยใช้วิธีการของ exponential smoothing ดังนี้:-

หลังจากสิ้น period T และเกิด x_T ขึ้นแล้ว

1. คำนวณค่าประมาณของ $\hat{a}_0$ ใหม่เป็นค่า $\hat{a}_{0,T}$

$$\hat{a}_{0,T} = \alpha\left[\frac{x_T}{\hat{C}_{T,(T-L)}}\right] + (1-\alpha)\cdot\left[\hat{a}_{0,(T-1)} + \hat{a}_{1,(T-1)}\right]$$

โดยที่ $0 < \alpha < 1$ เป็น smoothing constant.

2. คำนวณค่าแนวโน้ม (trend) ใหม่

$$\hat{a}_{1,T} = \beta[\hat{a}_{0,T} - \hat{a}_{0,(T-1)}] + (1-\beta)\cdot a_{1,(T-1)}$$

ซึ่ง $0 < \beta < 1$ เป็น smoothing constant.

3. คำนวณค่า seasonal factor ใหม่สำหรับ period T

$$\hat{c}_T = \gamma\left[\frac{x_T}{\hat{a}_{0,T}}\right] + (1-\gamma)\hat{c}_{T,(T-L)}$$

โดยที่ $0 < \gamma < 1$ เป็น smoothing constant อีกตัวหนึ่ง

4. การพยากรณ์ค่าสำหรับ period $(T+\Delta)$ ในอนาคตใช้

$$F_{T+\Delta} = \hat{x}_{T+\Delta} = [\hat{a}_{0,T} + \hat{a}_{1,T}\cdot\Delta]\,\hat{c}_{T+\Delta,(T+\Delta-L)}$$

หมายเหตุ: $\hat{a}_{0,T}$ = ค่า $\hat{a}_0$ ซึ่งคำนวณที่ปลาย period T

จะสังเกตุได้ว่า ในการคำนวณ เราต้องทราบค่าเริ่มต้นของ $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$ และ $\hat{c}_t$ สำหรับ t = 1, 2, 3,..., L เราสามารถประมาณค่าพารามีเตอร์เหล่านี้จากข้อมูลเก่า 2 วงรอบของฤดูกาลที่ผ่านมาดังนี้ :-

1. การประมาณค่าแนวโน้ม (trend) :

ถ้า $\bar{x}_1$ = ค่าเฉลี่ยของ demand ของวงรอบฤดูกาลแรก

$\bar{x}_2$ = ค่าเฉลี่ยของ demand ของวงรอบฤดูกาลล่าสุด

$$\therefore \quad \hat{a}_1 = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{L}$$

2. ประมาณค่าพารามีเตอร์คงที่, $\hat{a}_0$:

โดยคำนวณที่ปลายวงรอบของฤดูกาลล่าสุด

$$\hat{a}_{0,2L} = \bar{x}_2 + \hat{a}_1\cdot\frac{(L-1)}{2}$$

3. คำนวณค่าเริ่มต้น seasonal factors, $\hat{c}_t$:

$$\hat{c}_t = \frac{x_t}{\hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot t}$$

โดยที่ $\hat{a}_0 = \hat{a}_{0,2L} - (2L)\cdot \hat{a}_1$ และ t = 1, 2, 3,..., 2L จะได้ข้อมูล $\hat{c}_1, \hat{c}_2, ...\hat{c}_L$ 2 ชุด ให้คำนวณหาค่าเฉลี่ยแล้วใช้ค่าเฉลี่ยเป็นค่า seasonal factors

ถ้า $\hat{c}_t$ ที่ได้ไม่เป็นไปตามสมการ ② ในหน้า 22 ที่ผ่านมา ให้ทำการปรับค่า $\hat{c}_t$ แต่ละตัวโดยคูณ $\hat{c}_t$ แต่ละตัวด้วย $\frac{L}{\sum_{t=1}^{L} \hat{c}_t}$ วิธีการนี้เรียกว่า การทำ normalizing เพื่อให้ $\sum_{t=1}^{L} \hat{c}_t = L$

จาก Model สำหรับพยากรณ์ในหน้า 23 ที่ผ่านมา $F_{T+\Delta} = \hat{x}_{T+\Delta} = [\hat{a}_{0,T} + \hat{a}_{1,T} \cdot \Delta]\, \hat{c}_{T+\Delta,(T+\Delta-L)}$ ถ้าหากว่าเรานำไปใช้กับกรณีของข้อมูลของความต้องการที่ไม่มีแนวโน้ม, ค่า $\hat{a}_{1,T} = 0$; ดังนั้นโมเดลของการพยากรณ์จะกลายเป็น $F_{T+\Delta} = \hat{x}_{T+\Delta} = [\hat{a}_{0,T}]\, \hat{c}_{T+\Delta,(T+\Delta-L)}$

ตัวอย่าง: Given the data for the sate of snow tires in the table below, forecast the sales for the first 3 months of years 3

	No. of tires sold	
Month	Year 1	Year 2
1	195	229
2	252	271
3	299	333
4	276	305
5	258	277
6	210	239
7	192	211
8	152	193
9	141	155
10	128	159
11	200	209
12	217	236
	2522	2817

Solution

1. ประมาณค่า $\hat{a}_1$:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{12} x_t}{12}$$

$$= \frac{2522}{12}$$

$$= 210.2$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum_{t=13}^{24}}{12}$$

$$= \frac{2817}{12}$$

$$= 234.7$$

$$\therefore \hat{a}_1 = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{L} = \frac{234.7 - 210.2}{12} = 2.05$$

2. ประมาณค่า $\hat{a}_0$:

$$\hat{a}_{0,2L} = \bar{x}_2 + \hat{a}_1 \cdot \frac{(L-1)}{2}$$

$$\hat{a}_{0,24} = 234.7 + (2.05) \cdot \frac{(12-1)}{2}$$

$$= 246.08$$

3. ค่า $\hat{c}_t$

จาก $\hat{c}_t = \frac{x_t}{\hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot t}$ *

โดยหา $\hat{a}_{0,D}$ จาก

$$\hat{a}_{0,D} = \hat{a}_{0,2L} - (2L) \cdot \hat{a}_1$$

$$= \hat{a}_{0,24} - (24) \times 2.05$$

$$= 246.08 - 24 \times 2.05$$

$$= 196.88$$

ซึ่ง $\hat{c}_t$ อยู่ที่ t ต่างๆ และค่าเฉลี่ย $\bar{c}_t$ คำนวณได้ดังตารางข้างล่างนี้

Year 1 t	$\hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot t$	$\hat{c}_t$	Year 2 t	$\hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot t$	$\hat{c}_t$	$\bar{c}_t$
1	198.93	0.98	13	223.53	1.02	1.00
2	200.98	1.25	14	225.58	1.20	1.23
3	203.03	1.47	15	227.63	1.46	1.47
4	205.08	1.35	16	229.68	1.33	1.34
5	207.13	1.25	17	231.73	1.20	1.23
6	209.18	1.00	18	233.78	1.02	1.01
7	211.23	0.91	19	235.83	0.89	0.90
8	213.28	0.72	20	237.88	0.81	0.77
9	215.38	0.65	21	239.93	0.65	0.65
10	217.38	0.59	22	241.98	0.66	0.63
11	219.43	0.91	23	244.03	0.86	0.88
12	221.48	0.98	24	246.08	0.96	0.97
					รวม	12.08

จะเห็นว่าผลรวมของ $\hat{c}_t$ เฉลี่ยมากกว่า 12 ดังนั้นจึงต้องทำ normalizing

t	c_t
1	0.99
2	1.22
3	1.46
4	1.33
5	1.22
6	1.00
7	0.89
8	0.76
9	0.64
10	0.62
11	0.87
12	0.96
รวม	12.00

ค่าพยากรณ์สำหรับ 3 เดือนแรกของปี 3 คือ

$$F_{25} = \hat{x}_{25} = [246.08 + (2.05 \times 1)] \times 0.99$$
$$= 245.64$$

$$F_{26} = \hat{x}_{26} = [246.08 + (2.05 \times 2)] \times 1.22$$
$$= 305.21$$

$$F_{27} = \hat{x}_{27} = [246.08 + (2.05 \times 3)] \times 1.46$$
$$= 368.25$$

เมื่อเราทราบค่าความต้องการค่าใหม่ เราจะต้องปรับค่าพารามีเตอร์ เช่นถ้า $x_{25} = 245$ และให้ $\alpha = \beta = \gamma = 0.3$

การปรับค่าดำเนินดังนี้:-

$$\hat{a}_{0,25} = 0.3\left(\frac{245}{0.99}\right) + (0.7)(246.08 + 2.05) = 247.93$$

$$c_{25} = 0.3\left(\frac{245}{247.93}\right) + (0.7) \times 0.99 = 0.97$$

$$\hat{a}_{1,25} = 0.3(247.93 - 246.08) + 0.7 \times 2.05 = 1.99$$

แล้วทำ normalizing ค่า $\hat{c}_t$ หลังจากนั้นจึงทำการพยากรณ์ในเดือนต่อไป ในที่นี้สมมุติว่าทำ normalizing แล้ว และค่า $\hat{c}_t$ ต่างๆ ยังคงประมาณเท่ากับค่าในหน้าที่ผ่านมา เราสามารถพยากรณ์ความต้องการของเดือน 26 และ 27 ในปีที่ 3 ได้ดังนี้:-

$$F_{26} = \hat{x}_{26} = [247.93 + (1.99 \times 1)] \times 1.22 = 304.9$$

$$F_{27} = \hat{x}_{27} = [247.93 + (1.99 \times 2)] \times 1.46 = 367.78$$

ตัวอย่าง: ความต้องการสำหรับเครื่องปรับอากาศขนาด 5000 BTU 110 V มีความผันแปรตามฤดูกาล (seasonal) โดยมีความต้องการสูงในช่วงฤดูใบไม้ผลิและฤดูร้อน ดังข้อมูลแสดงในตารางข้างล่าง (ของปีที่แล้ว)

เดือน	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Demand	4	2	5	8	11	13	18	15	9	6	5	4

สมมุติว่าความต้องการเป็นแบบไม่มีแนวโน้ม ($\hat{a}_1 = 0$) จงประมาณความต้องการในเดือน 1, 2 และ 3 ของปีที่ 2 (ปีหน้า)

2.8 Forecast error

ความผิดพลาด หรือ error ของการพยากรณ์คำนวณจาก

$$e_t = x_t - \hat{x}_t \qquad ①$$

x_t คือ ค่าความต้องการที่เกิดขึ้นจริงสำหรับ period t และ

$\hat{x}_t$ คือ ค่าพยากรณ์ความต้องการสำหรับ period t

แต่ค่าแต่ละค่าของ error ไม่ช่วยต่อการปรับปรุงพารามิเตอร์ของการพยากรณ์มากนัก จึงมีการใช้ค่าผลรวมของ error สะสม (E_T)

$$E_T = \sum_{t=1}^{T} e_t \qquad ②$$

แต่ค่าวัด error ของการพยากรณ์ด้วยวิธีนี้มีปัญหาเช่นกัน เพราะ error ที่เป็น + และ – สามารถหักล้างกัน ทำให้ $E_T \approx 0$ ได้

เพื่อแก้ปัญหานี้ จึงมีการให้ค่า mean absolute deviation (MAD) ซึ่งคำนวณได้จาก

$$MAD = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}|e_t| \qquad ③$$

ถ้า MAD มีค่าน้อย หมายความว่า ค่าพยากรณ์มีค่าใกล้กับความต้องการจริง

นอกจากนั้นยังมีการใช้ค่า Mean squared error (MSE)

$$MSE = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}e_t^2 \qquad ④$$

ที่ผ่านมามีปัญหาอย่างหนึ่ง คือ ถ้าหากตัวเลขของ demand มีค่ามาก แนวโน้มของค่า error ก็จะมากด้วย เพื่อแก้ปัญหานี้ จึงมีตัววัดตัวใหม่ คือ mean absolute percentage error (MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{T}\left[\sum_{t=1}^{T}\frac{|e_t|}{x_t}\times 100\right] \qquad ⑤$$

ถ้า MAPE < 10% ดีมาก

MAPE < 20% แนวโน้มดี

MAPE < 30% ดีพอควร

MAPE > 30% ไม่เที่ยงตรง

นอกจากนี้เราสามารถคำนวณหา standard deviation ของค่า forecast error ได้จาก

$$\hat{\sigma}_f = \sqrt{\sum_{t=1}^{m}\frac{(e_t-\bar{e})^2}{(m-1)}} \quad ; \quad t = 1,2,...m \qquad ⑥$$

ซึ่งมีความสัมพันธ์กับ MAD ในกรณีของการใช้ Simple exponential smoothing ดังนี้

$$\sigma_f \approx 1.25 \quad MAD$$

แทนที่จะคำนวณค่า MAD สำหรับแต่ละ period เราอาจใช้เทคนิคของ exponential smoothing ได้ คือ

$$MAD_t = \alpha|x_t - x_{t-1}| + (1-\alpha)MAD_{t-1} \quad ⑦$$

2.9 Tracking signals:

เป็นค่าที่ใช้สำหรับติดตามการทำหน้าที่ของโมเดลที่ใช้พยากรณ์ความต้องการ ค่า tracking signals จะส่งสัญญาณให้ทราบว่า ความผิดพลาดในการพยากรณ์ ถึงจุดที่ควรจะปรับพารามีเตอร์ของโมเดลให้เหมาะสมกับค่าความต้องการที่แท้จริงได้แล้ว

Tracking signals มีหลายชนิด แต่ที่นิยมใช้ คือ

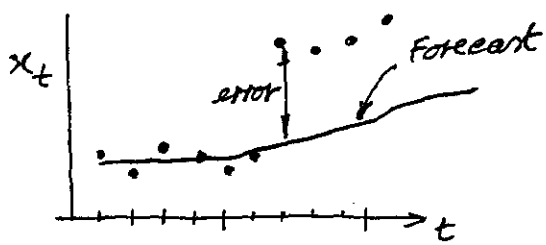
1. Cumulative sum tracking signal

ซึ่ง R.G.Brown เป็นผู้เสนอให้ใช้ โดยคำนวณ tracking signal ที่ปลาย period t จาก

$$T_t = \frac{\sum_{i=1}^{t} e_i}{MAD_t} \quad ⑧$$

โดยที่ e_i = (ค่า forecast error ใน period i) หรือ

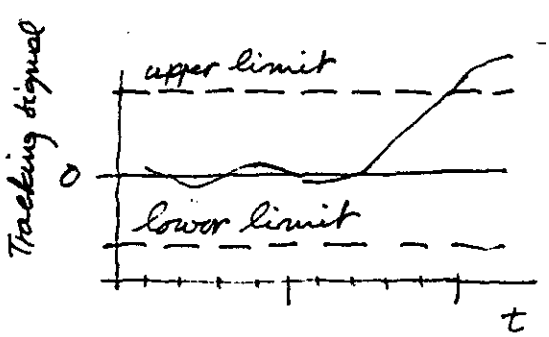
$= (x_i - F_i)$



รูป (ก)

ตัวอย่างเช่น ในรูป (ก) ด้านซ้ายมือ แสดงการพล็อตระหว่าง x_t และ t และเส้นพยากรณ์

ถ้าหากว่าโมเดลที่พยากรณ์ยังทำหน้าที่ได้ดีอยู่ ค่า T_t ควรจะมีแนวโน้มเข้าใกล้ศูนย์ แต่ถ้าหาก T_t ห่างจากศูนย์ออกไปจนเกินขอบเขตหนึ่ง ก็จะถือว่าโมเดลที่ใช้ให้ค่าพยากรณ์ที่มี error มากเกินไป ผลคือ อาจจะต้องปรับปรุงพารามีเตอร์ของโมเดลที่ใช้ เช่น ปรับค่าเฉลี่ยให้สูงขึ้น หรือปรับค่าพารามีเตอร์อื่น α หรือ β ให้มากขึ้น หรืออาจจะต้องเปลี่ยนโมเดลพยากรณ์ก็ได้ ในรูป (ข) แสดงการพล็อต T_t กับ t



รูป (ข) Tracking Signals

ตามปกติ upper และ lower limits มักจะกำหนดให้เป็นค่าตั้งแต่ ± 4 ถึง ± 6

2. Smoothed average error tracking signal:

โดย D.W.Trigg เป็นผู้เสนอให้ใช้ และคำนวณ tracking signal จาก

$$T_t = \frac{\bar{e}_t}{MAD_t} = \frac{\frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t} e_i}{MAD_t} \qquad ⑨$$

ในกรณีนี้ค่า T_t จะผันแปรอยู่ระหว่าง ± 1 แต่ค่า upper limit และ lower limits ที่นิยมใช้กันคือ ± 0.5

ตัวอย่าง: Given the actual and forecast demands in Table A, calculate the smoothed average error tracking signal for each period using α=0.2 and limits of ± 5. The initial value for the smoothed error is 0.5 and for MAD is 5.0 the tracking signals are shown in the second last column of the table.

Table A: Calculation of tracking signals

Period t	Actual demand x_t	Forecast Demand, F_6	Error e_t	Smoothed Average, $\bar{e}_t$	MAD_t	Tracking Signal, T_t
1	106			0.5	5.0	0.1
2	110	106	4	1.2	4.8	0.25
3	118	107.2	10.8			
4	105	110.4	-5.4			
5	115	108.8	6.2			
6	110	110.7	-0.7			
7	112	107.5	4.5			
8	106	108.9	-2.9			
9	118	108.0	10.0			
10	102	111.0	-9.0			
11	112	108.3	3.7			
12	110	109.4	0.6			

ตัวอย่างเช่น พิจารณา period 6.

$$e_2 = x_2 - F_2 = 110 - 106 = 4$$

$$\bar{e} = \alpha \cdot e + (1-\alpha)\bar{e} = 0.2 \times 4 + 0.8 \times 0.5 = 1.2$$

$$MAD_2 = \alpha|e_2| + (1-\alpha)\ MAD_1 = 0.2 \times 4 + 0.8 \times 5 = 4.8$$

$$T_2 = \frac{1.2}{4.8} = 0.25$$

PROBLEMS

2-2. The manager of a warehouse distribution center would like to determine the demand for items in the center in order to decide on the size of a new layout. The demand is shown in Table 2-27.

(a) Draw a trend line by eye for these data.
(b) Use a simple regression model to forecast the demand for year 13.
(c) Calculate the 95% confidence interval around the forecast.
(d) Calculate the correlation coefficient.

Table 2-27.

Year	*Demand* (10^3 *units*)
1	50.7
2	55.4
3	59.6
4	61.0
5	58.0
6	60.5
7	66.0
8	70.5
9	77.8
10	87.6
11	94.8
12	100.7

2-3. The forecast model for production quantities of an item can be expressed by

$$y = \frac{x}{\alpha_0 x - \alpha_1}$$

where y = production quantity
x = time period, years
α_0, α_1 = constants

(a) Using Table 2-28, determine the production quantity for next year.
(b) Determine the coefficient of determination.

Table 2-28.

Year	*Production Quantity* (10^6 *units*)
1	6.0
2	10.0
3	13.5
4	16.5
5	19.0
6	21.3
7	23.4
8	25.4
9	27.2
10	29.0

2-4. The seasonal demands for a product are shown in Table 2-29.

Table 2-29.

Year	*Month*	*Demand* (*units*)
1	Jan.	100
	Feb.	120
	Mar.	140
	Apr.	160
	May	155
	June	150
	July	145
	Aug.	140
	Sept.	135
	Oct.	145
	Nov.	160
	Dec.	200
2	Jan.	210
	Feb.	230
	Mar.	250

(a) Plot the points and draw a trend line by eye.
(b) Use a trigonometric function and fit the data by the least-squares method.
(c) Determine the coefficient of determination.
(d) What are the forecasted demands for the following 9 months?

5. As shown in Table 2-30, the productivity of a transfer line is a function of the size of buffer storage and the ratio of the failure and repair rates of the production machines (ρ).
   (a) Estimate the productivity P for a production system with a buffer storage Z and a failure to repair rate ratio ρ by utilizing the multiple linear regression technique. Find P if $Z = 180$ and $\rho = 0.35$.
   (b) Calculate the 95% confidence interval around the forecast.
   (c) Determine the correlation coefficient.

Table 2-30.

Productivity, P (%)	*Buffer Size, Z*	ρ
40	2	0.90
50	3	0.90
55	3	0.75
60	4	0.80
65	8	0.70
68	7	0.65
70	9	0.60
75	15	0.60
80	20	0.50
85	38	0.51
90	60	0.48
92	75	0.45
93	85	0.44
94	110	0.43
95	140	0.43

6. The production quantity of product A depends on the sales of two other products, B and C. The sales of these products are given in Table 2-31.
   (a) What are the expected sales of product A if 40 and 50 units are expected to be sold from products B and C, respectively?
   (b) What is the correlation coefficient?

Table 2-31. NUMBER OF UNITS SOLD FROM PRODUCT

A	*B*	*C*
100	80	50
200	90	30
300	70	40
400	60	60
500	50	80
600	95	35
700	45	75

7. Use Winters's method to forecast demand for the first 6 months of year 2 for the data given in Table 2-29. Initialize the model in year 1 and update forecast parameters with year 2 results for first 3 months (use $\alpha = \gamma = \phi = 0.3$).

8. Use Winters's method to forecast demand for year 3 for the data given in Table 2-32.

Table 2-32.

Month	*First Year*	*Second Year*
Jan.	29	50
Feb.	57	60
Mar.	62	64
Apr.	83	87
May	104	109
June	121	127
July	138	139
Aug.	165	169
Sept.	71	65
Oct.	52	55
Nov.	67	57
Dec.	62	50

2-9. Table 2-33 shows the monthly sales of a product for a 2-year period.

Table 2-33.

	Jan.	*Feb.*	*Mar.*	*Apr.*	*May*	*June*
Year 1	73	65	70	70	76	68
Year 2	71	67	68	72	74	70
	July	*Aug.*	*Sept.*	*Oct.*	*Nov.*	*Dec.*
Year 1	75	73	70	66	70	78
Year 2	73	75	68	73	68	80

   (a) Use year 1 to initialize a 3-month and 5-month moving-average mo Forecast year 2 on a 1-month forecasting horizon.
   (b) Compare the two forecasts. Which do you prefer?

2-10. Using the data of Table 2-33, develop a forecasting model using exponer smoothing. Find the appropriate value of α experimentally. Compare the re with the forecast results of Problem 2-9b.

2-11. The data in Table 2-34 represent monthly demand for a product over a month period. Forecast the monthly demand for year 2 using an appropr exponential smoothing model.

Table 2-34.

	Jan.	*Feb.*	*Mar.*	*Apr.*	*May*	*June*
Year 1	55	70	62	68	75	72
	July	*Aug.*	*Sept.*	*Oct.*	*Nov.*	*Dec.*
Year 1	69	80	75	82	78	75

2-12. Using the data of Problem 2-9, develop a MA(1) model. Compare the accuracy of the forecasts to the simple moving-average results of Problem 2-9.

2-13. For the data of Problem 2-9, what is the standard deviation of demand for a 2-month forecast using a 3-month moving-average model?

2-14. Records show that a company has the demand shown in Table 2-32 for one of its products.
(a) Establish a monthly forecast for the first 6 months of the third year by using the moving-average approach.
(b) Establish a monthly forecast for the first 6 months of the third year by using exponential smoothing with $\alpha = 0.25$; compare with the forecast of part (a).

2-15. Calculate the 95% confidence interval around the forecasts of Problems 2-14 and 2-8.

2-18. The yearly demand for personal computers is increasing at a significant rate. A manufacturer wishes to expand its manufacturing facilities to meet the demand during the next 5 years. The actual sales of personal computers during the last 10 years are tabulated in Table 2-36.

Table 2-36.

Year	*Sales in Units*
1	200,000
2	250,000
3	350,000
4	370,000
5	400,000
6	500,000
7	650,000
8	780,000
9	850,000
10	1,000,000

(a) Use the simple exponential smoothing method to determine the forecast for the next 5 years. Assume that $\alpha = 0.20$.
(b) Use the double exponential smoothing method, assuming $\alpha = 0.30$, to determine the demand for the next 5 years. Compare the results with part (a). Which result would you consider to be more accurate? Why?
(c) The manufacturer captures 22% of the current market and is expected to increase to 25% during the next 5 years. Assuming that the current manufacturing facilities are operating at maximum capacity, by how much, if any, should the manufacturer increase the capacity of the facilities?

2-19. Use a linear regression model to determine the increase of the manufacturer's capacity in Problem 2-18. Compare your results with those obtained using a quadratic regression model. Which would you consider to be more accurate?

2-20. The quarterly sales of tires during the last 6 years are given in Table 2-37.

Table 2-37.

Year	*Winter*	*Spring*	*Summer*	*Autumn*
1	180,000	150,000	130,000	169,000
2	183,000	155,000	128,000	170,000
3	190,000	160,000	140,000	165,000
4	191,000	162,000	135,000	160,000
5	195,000	155,000	143,000	168,000
6	200,000	170,000	150,000	165,000

(a) Use a four-period moving average to establish a forecast for each quarter of next year.
(b) Use a linear regression model to determine the forecast for each quarter. Determine the 95% confidence intervals for each quarter.

2-5. As shown in Table 2-30, the productivity of a transfer line is a function of the size of buffer storage and the ratio of the failure and repair rates of the production machines (ρ).
(a) Estimate the productivity P for a production system with a buffer storage Z and a failure to repair rate ratio ρ by utilizing the multiple linear regression technique. Find P if $Z = 180$ and $\rho = 0.35$.
(b) Calculate the 95% confidence interval around the forecast.
(c) Determine the correlation coefficient.

Table 2-30.

Productivity, P (%)	*Buffer Size, Z*	ρ
40	2	0.90
50	3	0.90
55	3	0.75
60	4	0.80
65	8	0.70
68	7	0.65
70	9	0.60
75	15	0.60
80	20	0.50
85	38	0.51
90	60	0.48
92	75	0.45
93	85	0.44
94	110	0.43
95	140	0.43

2-6. The production quantity of product A depends on the sales of two other products, B and C. The sales of these products are given in Table 2-31.
(a) What are the expected sales of product A if 40 and 50 units are expected to be sold from products B and C, respectively?
(b) What is the correlation coefficient?

Table 2-31. NUMBER OF UNITS SOLD FROM PRODUCT

A	*B*	*C*
100	80	50
200	90	30
300	70	40
400	60	60
500	50	80
600	95	35
700	45	75

2-7. Use Winters's method to forecast demand for the first 6 months of year 2 for the data given in Table 2-29. Initialize the model in year 1 and update forecast parameters with year 2 results for first 3 months (use $\alpha = \gamma = \phi = 0.3$).

2-8. Use Winters's method to forecast demand for year 3 for the data given in Table 2-32.

Table 2-32.

Month	*First Year*	*Second Year*
Jan.	29	50
Feb.	57	60
Mar.	62	64
Apr.	83	87
May	104	109
June	121	127
July	138	139
Aug.	165	169
Sept.	71	65
Oct.	52	55
Nov.	67	57
Dec.	62	50

2-9. Table 2-33 shows the monthly sales of a product for a 2-year period.

Table 2-33.

	Jan.	*Feb.*	*Mar.*	*Apr.*	*May*	*June*
Year 1	73	65	70	70	76	68
Year 2	71	67	68	72	74	70
	July	*Aug.*	*Sept.*	*Oct.*	*Nov.*	*Dec.*
Year 1	75	73	70	66	70	78
Year 2	73	75	68	73	68	80

(a) Use year 1 to initialize a 3-month and 5-month moving-average mo Forecast year 2 on a 1-month forecasting horizon.
(b) Compare the two forecasts. Which do you prefer?

2-10. Using the data of Table 2-33, develop a forecasting model using exponer smoothing. Find the appropriate value of α experimentally. Compare the re with the forecast results of Problem 2-9b.

2-11. The data in Table 2-34 represent monthly demand for a product over a month period. Forecast the monthly demand for year 2 using an appropr exponential smoothing model.

Table 2-34.

	Jan.	*Feb.*	*Mar.*	*Apr.*	*May*	*June*
Year 1	55	70	62	68	75	72
	July	*Aug.*	*Sept.*	*Oct.*	*Nov.*	*Dec.*
Year 1	69	80	75	82	78	75

2-12. Using the data of Problem 2-9, develop a MA(1) model. Compare the accuracy of the forecasts to the simple moving-average results of Problem 2-9.

2-13. For the data of Problem 2-9, what is the standard deviation of demand for a 2-month forecast using a 3-month moving-average model?

2-14. Records show that a company has the demand shown in Table 2-32 for one of its products.

(a) Establish a monthly forecast for the first 6 months of the third year by using the moving-average approach.

(b) Establish a monthly forecast for the first 6 months of the third year by using exponential smoothing with $\alpha = 0.25$; compare with the forecast of part (a).

2-15. Calculate the 95% confidence interval around the forecasts of Problems 2-14 and 2-8.

2-18. The yearly demand for personal computers is increasing at a significant rate. A manufacturer wishes to expand its manufacturing facilities to meet the demand during the next 5 years. The actual sales of personal computers during the last 10 years are tabulated in Table 2-36.

Table 2-36.

Year	*Sales in Units*
1	200,000
2	250,000
3	350,000
4	370,000
5	400,000
6	500,000
7	650,000
8	780,000
9	850,000
10	1,000,000

(a) Use the simple exponential smoothing method to determine the forecast for the next 5 years. Assume that $\alpha = 0.20$.

(b) Use the double exponential smoothing method, assuming $\alpha = 0.30$, to determine the demand for the next 5 years. Compare the results with part (a). Which result would you consider to be more accurate? Why?

(c) The manufacturer captures 22% of the current market and is expected to increase to 25% during the next 5 years. Assuming that the current manufacturing facilities are operating at maximum capacity, by how much, if any, should the manufacturer increase the capacity of the facilities?

2-19. Use a linear regression model to determine the increase of the manufacturer's capacity in Problem 2-18. Compare your results with those obtained using a quadratic regression model. Which would you consider to be more accurate?

2-20. The quarterly sales of tires during the last 6 years are given in Table 2-37.

Table 2-37.

Year	*Winter*	*Spring*	*Summer*	*Autumn*
1	180,000	150,000	130,000	169,000
2	183,000	155,000	128,000	170,000
3	190,000	160,000	140,000	165,000
4	191,000	162,000	135,000	160,000
5	195,000	155,000	143,000	168,000
6	200,000	170,000	150,000	165,000

(a) Use a four-period moving average to establish a forecast for each quarter of next year.

(b) Use a linear regression model to determine the forecast for each quarter. Determine the 95% confidence intervals for each quarter.

(c) Use Winters's method to determine the forecast for each quarter.
(d) Compare the results of the above three methods.

2-21. The capacity (in terms of workers and machine hours) of a manufacturing facility depends on the number of jobs to be processed and the number of skilled workers available. The manufacturing facility data obtained for the last 8 years are shown in Table 2-38.

Table 2-38.

Year	*Capacity*	*Number of Workers*	*Number of Jobs*
1	100,000	250	2000
2	110,000	220	2220
3	150,000	245	3000
4	166,000	280	2800
5	175,000	300	2700
6	173,000	290	2685
7	180,000	320	3100
8	185,000	315	3200

(a) Develop a multiple linear regression model to determine the capacity as a function of the above factors.
(b) What is the capacity for the next 5 years?
(c) Develop two models to forecast both the number of workers and the number of jobs separately. Calculate the capacity using the two models and compare the results with those obtained from part (a).

2-25. A 2-year sales history by quarter for a seasonal product is given in Table 2-40.

Table 2-40.

	Sales	
Quarter	*First Year*	*Second Year*
1	30	42
2	48	58
3	60	74
4	35	44

(a) Using Winters's method, forecast the quarterly sales for the third year.
(b) Assume that the actual sales for the first quarter of year 3 are 48 units. What is the revised forecast for the second quarter of the third year? Use $\alpha = \gamma = \phi = 0.2$.
(c) Assume the following actual sales occurred during the third year.

Table 2-41.

Quarter	*Sales*
1	48
2	70
3	95
4	50

What is the 95% confidence interval around a one-period forecast?

3. การควบคุมวัสดุคงคลัง

"วัสดุคงคลัง หรือ inventory หมายถึง สินค้าหรือวัสดุที่อยู่ภายใต้การควบคุมของกิจการอย่างหนึ่ง โดยเก็บไว้เพื่อรอการใช้ให้เป็นประโยชน์ หรือ เพื่อขาย"

วัสดุคงคลัง เกิดจากความแตกต่างของอัตราการสนองความต้องการ (supply rate) และอัตราของความต้องการ (demand rate) ในสินค้าหรือวัสดุอย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น

ถ้าเราให้ที่เวลา t ใดๆ;

s(t) คือ supply rate,

d(t) คือ demand rate และ

y(t) คือ ระดับวัสดุคงคลัง (หรือระดับ inventory) แล้ว เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทั้ง 3 ค่าเหล่านี้ได้ดังนี้:-

$$y(t) = y(0) + \int_0^t [s(\tau) - d(\tau)] \cdot d\tau$$

คำจำกัดความ: ที่มักพบอยู่เสมอในเรื่องของการควบคุมวัสดุคงคลัง เช่น

- **Stock point:** หมายถึง ตำแหน่งที่เก็บสินค้าอย่างใดอย่างหนึ่ง ในโกดังสินค้า (warehouse) อาจมี stock point หลายแห่ง แต่ละแห่งเก็บสินค้าแต่ละชนิด
- **Stock keeping unit (SKU):** หมายถึง สินค้าอย่างใดอย่างหนึ่ง (an item of goods) ซึ่งถูกเก็บอยู่ที่ stock point แห่งหนึ่ง เพราะฉะนั้น ถ้าเรามีสินค้า 3 ชนิด และแต่ละชนิดถูกเก็บในโกดังสินค้า 3 โกดัง เพราะฉะนั้น เรามี stock keeping unit ทั้งหมดจำนวน 9 หน่วย (stock keeping unit = หน่วยเก็บสินค้า)
- **Allocation (จำนวนที่จอง):** หมายถึง จำนวนสินค้าหรือจำนวนวัสดุที่มีผู้ขอเบิกจากหน่วยคงคลัง (stock room) แต่ยังไม่ได้มีการเบิกออกไป
- **Net inventory:** (วัสดุคงคลังสุทธิ) หมายถึง จำนวนวัสดุคงคลังคงเหลือสุทธิ เมื่อหักจำนวนค้างส่ง (back orders) และจำนวนที่ถูกจอง (allocations) ออกไปแล้ว
- **Inventory position:** หมายถึง สถานะของจำนวนคงคลัง ซึ่งเท่ากับ จำนวนวัสดุคงคลังที่มีอยู่ (on-hand) บวกกับจำนวนที่สั่งเพิ่ม (on-order) ไปแล้ว และลบด้วยจำนวนค้างส่ง และจำนวนที่ถูกจอง

3.1 หน้าที่ของวัสดุคงคลัง

หน้าที่หลักของวัสดุคงคลังมี 2 อย่าง คือ เพื่อรองรับความไม่แน่นอนของปริมาณความต้องการ และเพื่อแยกขั้นตอนในการผลิตสินค้า หรือขั้นตอนในการส่งสินค้าออกจากกัน เพื่อให้กิจกรรมการผลิต หรือการส่งสินค้าสามารถดำเนินไปได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด

หน้าที่อื่นของวัสดุคงคลังนอกเหนือจากนี้ได้แก่ :-

1. หาผลประโยชน์จากตลาดได้มากขึ้น (market exploitation)
2. ป้องกันสินค้าขาดตอน (protection against stockouts)
3. ทำให้การผลิตราบรื่น (operations smoothing)

4. ทำให้ประหยัดต่อการสั่งซื้อ (lot-size economy)

5. ทำให้เกิดการประหยัดในระบบควบคุมวัสดุ (control system economy)

3.2 ค่าใช้จ่ายหรือต้นทุนที่เกิดจากการคงคลังวัสดุ (Inventory costs) ได้แก่

1. Ordering cost: คือ ต้นทุนในการสั่งซื้อ ต้นทุนนี้จะเพิ่มขึ้นตามจำนวนสั่งซื้อ หรือจำนวนออเดอร์

ในกรณีของออเดอร์ในการผลิตต้นทุนส่วนนี้ ได้แก่ ค่าใช้จ่ายในการเตรียมออเดอร์ ค่าใช้จ่ายในการค้นหาสต็อค (stock picking) ค่าใช้จ่ายในการตั้งเครื่อง (setup) ค่าใช้จ่ายในการตรวจสอบ เก็บกวาด ปิดออเดอร์ และค่าใช้จ่ายในการปรับบันทึก (updating inventory records)

ถ้าเป็นการสั่งซื้อ ต้นทุน ordering costs จะได้แก่ ค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับการเตรียมใบสั่งซื้อ การสั่งทางไปรษณีย์ เร่งติดตาม โทรศัพท์ติดต่อ เดินทางไปติดต่อ รับของ ตรวจสอบ จัดเก็บ (put away) และปรับบันทึกวัสดุคงคลัง เป็นต้น

2. Carrying costs: ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า หรือวัสดุ ค่าใช้จ่ายส่วนนี้จะเพิ่มขึ้นตามจำนวนของวัสดุคงคลัง โดยทั่วไปแล้วต้นทุนในการเก็บรักษานี้จะขึ้นกับมูลค่าของสินค้าที่เก็บ ถ้าเป็นสินค้าที่ซื้อมาก็จะขึ้นกับราคาซื้อสินค้านั้นๆ

ถ้าหากเป็นสินค้าที่ผลิตภายในโรงงาน มูลค่าของสินค้าจะสามารถคำนวณได้จากบัญชีต้นทุน ซึ่งจะเป็นผลรวมของค่าแรง ค่าวัสดุและค่าโสหุ้ยต่างๆ

เรากำหนดให้ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าเป็นหน่วยเงิน (เป็นบาทหรือดอลลาร์) ต่อ 1 หน่วยสินค้าต่อปี

ถ้า h คือ ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า ต่อ 1 หน่วย ต่อปี

$$\therefore \quad h = i \cdot C \qquad \text{①}$$

โดยที่ i คือ สัดส่วนของต้นทุนการเก็บรักษา และ C คือ มูลค่าของสินค้า 1 หน่วย

ตามปกติจะถือว่า ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าแปรผันตรงกับระดับคงคลังเฉลี่ย ($\bar{I}$)

ถ้า I(t) คือ ระดับคงคลังที่เวลา t , ดังนั้นระดับคงคลังเฉลี่ยตั้งแต่ช่วงเวลา 0 ถึง T คือ

$$\bar{I} = \frac{1}{T}\int_0^T I(t)dt \qquad \text{②}$$

3. ต้นทุนเกี่ยวกับสถานที่เก็บรักษา (storage facilities)

ได้แก่ ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นเนื่องจากต้องจัดหาพื้นที่เก็บให้กับสินค้า ถ้าหากว่าต้นทุนส่วนนี้สูง ต้นทุนการเก็บรักษาต่อหน่วยต่อปี จะต้องรวมเอาค่าใช้จ่ายของการจัดพื้นที่เก็บให้ด้วย

$$\therefore \quad h = iC + g\omega \qquad \text{③}$$

g = ต้นทุนต่อหน่วยพื้นที่ หรือหน่วยปริมาตร

ω = พื้นที่หรือปริมาตรสำหรับสินค้า 1 หน่วย

4. Shortage costs: เป็นค่าใช้จ่ายหรือต้นทุนที่เกิดจากการที่ไม่มีสินค้าที่จะสนองความต้องการของลูกค้าได้ ซึ่งอาจเป็นไปได้อย่างใดอย่างหนึ่ง

1.) ถ้าหากลูกค้าไม่รอ และไปซื้อที่อื่น เราเรียกกรณีนี้ว่า lost sales ซึ่งเราจะสูญเสียกำไรจากการขาย

ถ้า π คือ *มูลค่าของความสูญเสียต่อหน่วยสินค้า และถ้าขาดของ* = b *หน่วย*

$\therefore$ ความสูญเสียรวม = πb หน่วย

2.) ถ้าขาดสินค้า แล้วลูกค้ายินดีที่จะรอ นั่นคือ สามารถส่งของหรือสินค้าให้ลูกค้าภายหลังได้ (backordering) กรณีนี้ค่าใช้จ่ายจะเพิ่มขึ้นตามระยะเวลาที่รอสินค้า

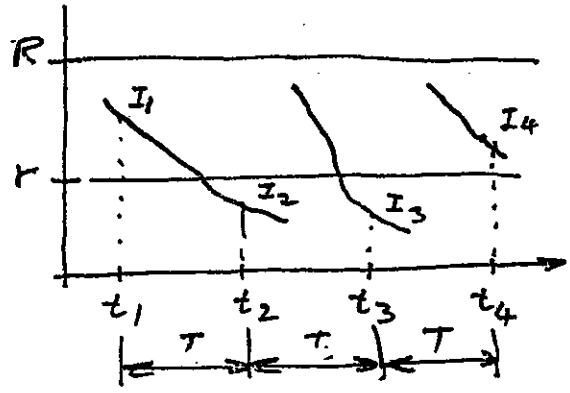
ถ้า $\hat{\pi}$ คือ ต้นทุนที่เกิดจากการเก็บรักษาสินค้าค้างส่ง 1 หน่วย ต่อหน่วยเวลา

$\therefore$ ช่วงเวลาตั้งแต่ 0 ถึง T จะเสียค่าใช้จ่าย = $\hat{\pi} \cdot T \cdot \overline{B}$ โดยที่ $\overline{B}$ คือ จำนวนเฉลี่ยของสินค้าค้างส่ง

ซึ่ง $$\overline{B} = \frac{1}{T}\int_0^T B(t)dt \qquad ④$$

3.3 นโยบายการคงคลัง (Inventory policies)

1.) Periodic-review R-r policy



รูป 1: R-r policy

มีการตรวจระดับคงคลังที่แต่ละจุดของเวลาซึ่งห่างกันเท่ากับ T เราเรียก T ว่า review period

R คือ เป้าหมายของวัสดุคงคลัง (target inventory)

r คือ จุดสั่งสินค้า (reorder point) และ

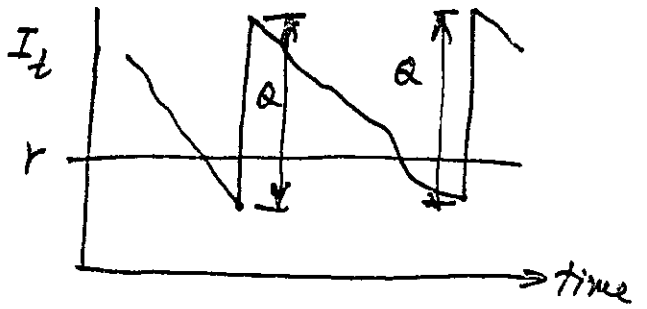
Q คือ จำนวนสินค้าที่สั่งแต่ละออเดอร์ (order size)

เงื่อนไขในการสั่ง คือ ที่ review period T_j

$$Q_j = \begin{cases} 0 & \text{ถ้า } I_j > r \\ R - I_j & \text{ถ้า } I_j \le r \end{cases}$$

เราเรียกนโยบายนี้ว่า R-r policy แต่ถ้าเราให้ r = R ก็จะเกิดเป็นนโยบายที่เรียกว่า order-up-to R policy

2. Continuous-review period: นโยบายคงคลังแบบนี้มีการตรวจสอบระดับของสินค้าคงคลังอย่างต่อเนื่อง และเมื่อใดก็ตามที่ $I_t \le r$ ก็จะสั่งจำนวน Q = R-r จะเห็นได้ว่านี่คือ periodic review ที่ให้ T = 0 เราเรียกนโยบายนี้ว่า fixed-reorder quantity policy (รูป 2)



รูป 2: Q-r policy

ถ้าหารให้ r = R ก็หมายความว่า ทุกครั้งที่นำสินค้าออกจากคลังสินค้าจะต้องสั่งสินค้าเพิ่มเท่ากับจำนวนที่นำออกไปเสมอเราเรียกนโยบายแบบนี้ว่า **base-stock policy**

3.3 Deterministic single-item models with static demand

ข้อสมมุติฐาน:-

(1) อัตราความต้องการ (demand rate) มีค่าคงที่ และทราบค่า

(2) ทราบค่า lead time และค่าของต้นทุน (costs) ต่างๆ ซึ่งค่าเหล่านี้คงที่และไม่ขึ้นอยู่กับจำนวนสั่งซื้อหรือสั่งผลิต

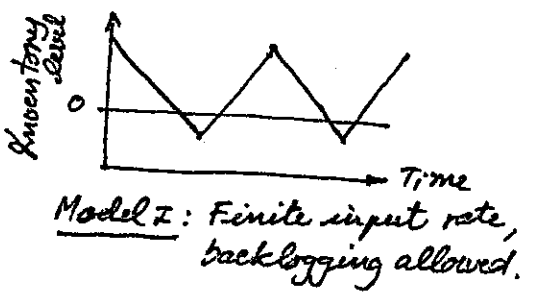
(3) จำนวนของหรือสินค้าที่ขาด (shortage) จะตกค้าง (back log) และจะได้รับการส่งย้อนหลัง (backordered) เมื่อได้รับสินค้าที่สั่งเพิ่มเติม (replenishment orders)

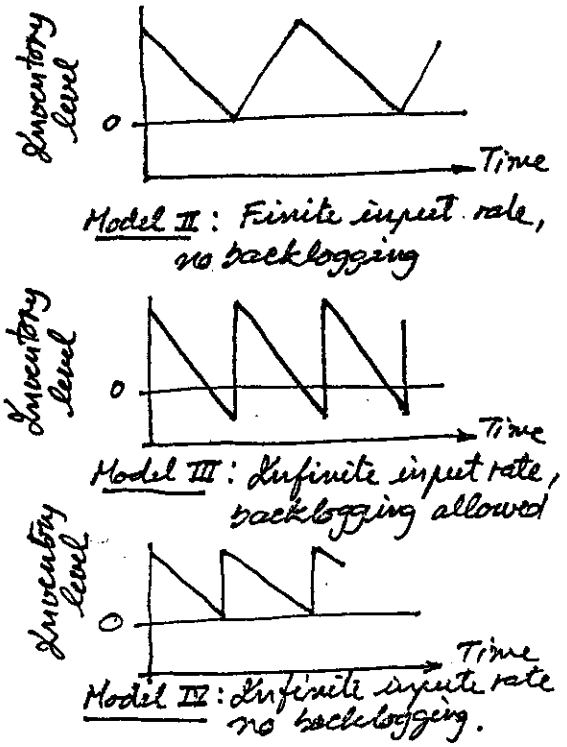
ปัญหาสำหรับระบบคงคลังในกรณีนี้ คือ จะสั่งของหรือสินค้าเมื่อใด (จะสั่งผลิตเมื่อใด) และจะสั่งซื้อหรือผลิตครั้งละเท่าใด

เนื่องจากอัตราความต้องการ (demand rate) มีค่าคงที่ เพราะฉะนั้นจำนวนสั่งซื้อหรือสั่งผลิต (lot size) จึงมีค่าคงที่ เมื่อใดก็ตามที่ระดับคงคลัง (inventory level) ลดลงมาถึงจุดสั่ง (reorder point)

เพื่อหาค่าจำนวนสั่งและจุดสั่ง เราจะสร้างโมเดลคณิตศาสตร์ที่แสดงค่าเฉลี่ยของต้นทุนต่อปีในเทอมของตัวแปรทั้งสองตัว จากนั้นหาค่าตัวแปรดังกล่าว เพื่อทำให้ต้นทุนเฉลี่ยมีค่าต่ำสุด

ตามข้อสมมุติฐาน เราจะพิจารณาโมเดลของการคงคลังวัสดุเป็น 4 แบบ หรือ 4 โมเดล คือ:-





ต่อไปเราจะหานิพจน์ของจำนวนสั่งและจุดสั่งสินค้าสำหรับ model I โดยใช้สัญลักษณ์ต่างๆดังนี้:-

P = อัตราการผลิต (production rate) – units/year

D = อัตราความต้องการ (demand rate) – units/year

A = ต้นทุนคงที่ซึ่งเกิดจากสั่งซื้อหรือสั่งผลิตสินค้าหนึ่งออเดอร์ (ordering cost or setup cost)

C = ต้นทุนแปรผันต่อ 1 หน่วยที่ผลิต (หรือราคาซื้อต่อหน่วย)

h = ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า (carrying cost) ต่อหน่วย ต่อปี ซึ่งตามปกติจะบอกเป็นค่า h = i C โดยที่ i คือ อัตราค่าเก็บสินค้าต่อหน่วยเงินต่อปี

π = ต้นทุนที่เกิดจากสินค้าขาด (shortage cost) ต่อหน่วยที่ขาด ต้นทุนนี้จะไม่ขึ้นอยู่กับระยะเวลาที่สินค้าขาดส่ง

$\hat{\pi}$ = ต้นทุนที่เกิดจากสินค้าขาดต่อหน่วยต่อปี (shortage cost per unit per year)

τ = lead time หรือ replenishment lead time คือ ระยะเวลาตั้งแต่ออกออเดอร์สั่งสินค้าจนกระทั่งได้รับสินค้า

Q = จำนวนที่สั่งซื้อหรือสั่งผลิต (order quantity)

r = จุดสั่งสินค้า (reorder point)

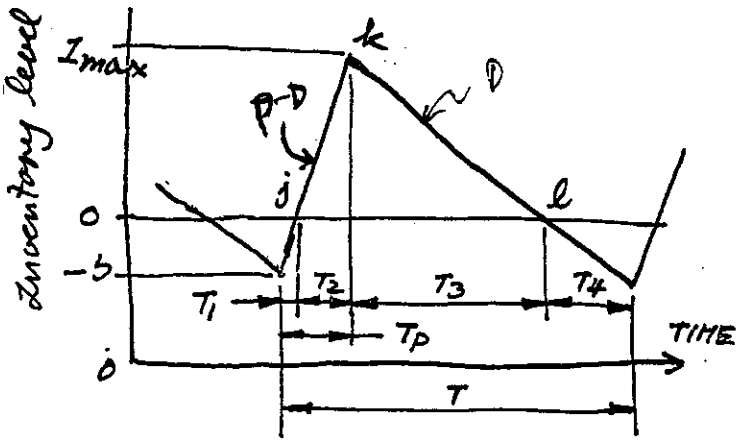
I_{max} = ระดับคงคลังสูงสุด (max. on-hand inventory)

b = ระดับค้างส่งมากที่สุด (max. backorder level permitted)

T = cycle tength = ระยะเวลาระหว่างการออกออเดอร์เพื่อเพิ่มจำนวนสินค้าคงคลัง (replenishment orders)

K = ค่าใช้จ่ายรวมเฉลี่ยต่อปี (average total annual cost)

นอกจากข้อสมมุติฐาน 3 ข้อ ดังกล่าวแล้วโมเดลในกลุ่มนี้ ยังมีข้อสมมุติฐานเพิ่มเติมว่าอัตราการเพิ่มหรือลดระดับคงคลังเป็นไปในลักษณะทีละชิ้น ดังนั้น เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ของระดับคงคลังกับเวลาในรูปกราฟได้เป็น (รูป 3)



รูป 3: Model I

ค่า back order คือ ระดับคงคลังเป็นลบ ซึ่งยอมให้เกิดขึ้นมากที่สุดเท่ากับ b และตรงจุดนี้ การผลิตจะเริ่มขึ้นด้วยอัตราการผลิต P และเนื่องจาก P มากกว่า D ดังนั้นระดับคงคลังจึงเพิ่มขึ้นด้วยอัตรา (P–D) จนลบล้างกับจำนวนค้างส่ง (back log) และเมื่อผลิตได้จำนวน Q หน่วยแล้วจึงหยุดผลิต ณ จุดนี้ ระดับคงคลังจะมีค่าสูงสุด (I_{max})

$$I_{max} = T_P(P-D) - b$$

T_P คือ เวลาที่ใช้ในการผลิตจนได้จำนวน Q ชิ้น นั่นคือ

$$T_P = \frac{Q}{P}$$

$$\therefore\ I_{max} = \frac{Q}{P}(P-D) - b$$

$$= Q\left(1-\frac{D}{P}\right) - b \qquad ⑤$$

หลังจากการผลิตหยุดลงสินค้าในคลังสินค้าจะถูกใช้ด้วยอัตราคงที่ D จนกระทั่งเกิดการขาดสินค้าจำนวน b หน่วยอีก การผลิตจึงเริ่มต้นวงรอบใหม่

เพราะฉะนั้น ในช่วง 1 วงรอบของการผลิต (cycle length)

$$TD = Q$$

นั่นคือ $T = \frac{Q}{D}$ ⑥

ซึ่งก็หมายความต่อไปอีกว่า ถ้าเราทราบค่า Q เราสามารถคำนวณหา T ได้(หรือถ้าเราทราบ T, เราก็สามารถหา Q ได้)

T_2 = เวลาที่ทำให้เกิดระดับคงคลังจาก 0 เป็น I_{max}

$$= \frac{I_{max}}{P-D}$$

T_3 = เวลาที่ใช้ I_{max} จนหมด

$$= \frac{I_{max}}{D}$$

ค่าเฉลี่ยของระดับคงคลังตลอดช่วงวงรอบของการสั่งผลิต หาได้จากสมการ ② ในหน้า 31 นั่นคือ เท่ากับ พื้นที่ของสามเหลี่ยม j k l หารด้วย T

$$\therefore \bar{I} = \frac{1}{2T} \cdot (T_2 + T_3) \times I_{max}$$

แทนค่า $T = \frac{Q}{D}$, $T_2 = \frac{Q(1-\frac{D}{P}) - b}{P - D}$ และ $T_3 = \frac{Q(1-\frac{D}{P}) - b}{D}$

จะได้ $$\bar{I} = \frac{1}{T}\left\{\frac{\left[Q(1-\frac{D}{P}) - b\right]^2}{2D(1-\frac{D}{P})}\right\}$$

$$= \frac{\left[Q(1-\frac{D}{P}) - b\right]^2}{2Q(1-\frac{D}{P})} \qquad ⑦$$

ค่าเฉลี่ยของสินค้าค้างส่ง ซึ่งเกิดขึ้นในช่วงเวลา T_1 (ลดของค้างส่ง) และช่วงเวลา T_4 (เกิดของค้างส่ง) คำนวณได้จาก นำผลรวมของพื้นที่สามเหลี่ยมที่มีระดับสินค้าคงคลังติดลบ มาหารด้วย T

ถ้า $\overline{B}$ = ค่าเฉลี่ยของสินค้าค้างส่ง (backorder)

$T_1 = \frac{b}{P-D}$ เวลาที่ใช้ขจัดของค้างส่ง

$T_4 = \frac{b}{D}$ เวลาที่เกิดของค้างส่ง, b

$$\overline{B} = \frac{1}{T}\left(\frac{1}{2} \times T_1 \times b + \frac{1}{2} \times T_4 \times b\right) = \frac{1}{T}\left[\frac{b^2}{2D(1-\frac{D}{P})}\right]$$

$$= \frac{b^2}{2Q(1-\frac{D}{P})} \qquad ⑧$$

ดังนั้น ต้นทุนเฉลี่ย**ต่อวงรอบ** (cycle) คือ ผลรวมของ ต้นทุนสั่งผลิต, ต้นทุนแปรผัน, ต้นทุนการเก็บรักษา, และ ต้นทุนที่เกิดจากสินค้าขาดช่วง นั่นคือ

$$A + CQ + h \cdot T \cdot \bar{I} + \hat{\pi} \cdot T \cdot \bar{B} + \pi b \qquad (9)$$

hT คือ ต้นทุนการเก็บรักษา 1 หน่วยสินค้าเป็นเวลา T หน่วยเวลา

$\hat{\pi}T$ คือ ต้นทุนของการยอมให้เกิด backorder 1 หน่วยสินค้าเป็นเวลา T หน่วยเวลา

ต้นทุนเฉลี่ยต่อปีเกิดจากการคูณจำนวน cycle ต่อปีกับต้นทุนต่อ cycle

จำนวน cycle ต่อปี = $\frac{D}{Q}$ และเขียน $i \cdot C$ แทน h จะได้

$$K(Q,b) = \frac{AD}{Q} + CD + iC\bar{I} + \hat{\pi}\bar{B} + \pi b\frac{D}{Q} \qquad (10)$$

แทนค่า $\bar{I}$ และ $\bar{B}$ จะได้

$$K(Q,b) = \frac{AD}{Q} + CD + \frac{iC\left[Q(1-\frac{D}{P}) - b\right]^2}{2Q(1-\frac{D}{P})} + \frac{\hat{\pi} \cdot b^2}{2Q(1-\frac{D}{P})} + \frac{\pi bD}{Q} \qquad (11)$$

ตัวแปรที่เราต้องการหาค่า คือ Q และ b (จะเห็นได้ว่า b เป็นตัวกำหนดจุดสั่ง (reorder point) ด้วย) ค่าที่เหมาะสมของ Q และ b หาได้จาก

$$\frac{\partial K}{\partial Q} = 0 \qquad \text{และ} \qquad \frac{\partial K}{\partial b} = 0$$

ซึ่งจะได้คำตอบ คือ (โดยที่ $\hat{\pi} \neq 0$)

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{iC\left[1-\frac{D}{P}\right]} - \frac{(\pi D)^2}{iC[iC+\hat{\pi}]}} \cdot \sqrt{\frac{iC+\hat{\pi}}{\hat{\pi}}} \qquad (12)$$

และ

$$b^* = \frac{[iCQ^* - \pi D] \cdot [1-\frac{D}{P}]}{[iC+\hat{\pi}]} \qquad (13)$$

สรุป:

(1) ถ้า $\pi = 0$ เราหาค่า Q^* และ b^* ได้จากสมการ (12) ซึ่งจะได้ K^* เป็น

$$K^* = K(Q^*, b^*) = CD + \sqrt{\frac{2ADiC[1-\frac{D}{P}]\hat{\pi}}{[iC+\hat{\pi}]}} \qquad (14)$$

(2) ถ้า $\hat{\pi} > 0$ และ $\pi > 0$ ค่าในรากที่ 2 ของสมการ (12) อาจเป็นลบ (π มีค่ามาก) ในกรณีเช่นนี้นโยบายที่เหมาะสมคือ กำหนดให้ไม่มีสินค้าขาดสต็อค คือ ให้ $b^* = 0$ เพราะฉะนั้น จะกลายเป็น model II ซึ่ง

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{iC[1-\frac{D}{P}]}} \qquad (15)$$

ซึ่ง

$$K(Q) = \frac{AD}{Q} + CD + iC \cdot \frac{Q}{2}(1-\frac{D}{P}) \qquad (16)$$

(3) ถ้าให้ $P = \infty$, จะกลายเป็นเงื่อนไขของ model III

$$K(Q,b) = \frac{AD}{Q} + CD + \frac{iC[Q-b]^2}{2Q} + \frac{[2\pi Db + \hat{\pi}b^2]}{2Q} \qquad (17)$$

และ

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{iC} - \frac{(\pi D)^2}{iC[iC+\hat{\pi}]}} \cdot \sqrt{\frac{iC+\hat{\pi}}{\hat{\pi}}} \qquad (18)$$

$$b^* = \frac{[iCQ^* - \pi D]}{[iC+\hat{\pi}]} \qquad (19)$$

(4) ถ้าให้ $P = \infty$ และ $\pi = \alpha$ (นั่นคือ $b = 0$) จะได้ model IV ซึ่ง

$$K(Q) = \frac{AD}{Q} + CD + iC\frac{Q}{2} \qquad (20)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{iC}} \qquad (21)$$

Example: A company XYZ purchases air filters that are used at the rate of 350 per year. The cost of each filter is \$30 and the cost of placing an order is \$10. The inventory carrying cost rate is 0.18. Shortage cost consists of 2 components

1. fixed cost of \$0.30 per unit
2. variable cost of \$5.00 per short per year.

Find the optimum order quantity and the optimum shortage. Also, find the total annual cost.

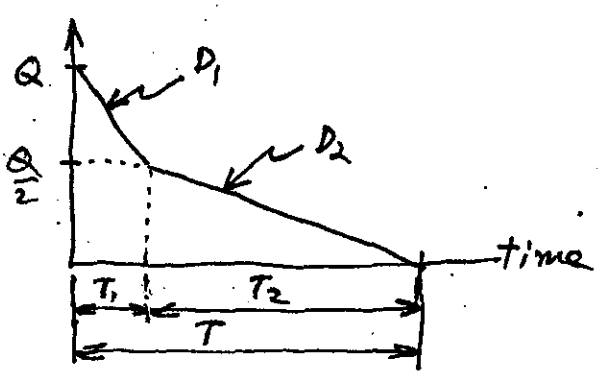
Solution เนื่องจาก filters ที่ซื้อจะถูกส่งมาเป็น batch ดังนั้น จึงสมมุติว่าอัตราการสั่งเพิ่ม (replenishment rate) เท่ากับ ∞ นั่นคือ $P = \infty$

D = 350 units/year
i = 0.18
C = \$30 /unit
h = iC = 0.18×30 = \$5.40 per unit/year
A = \$10/order

ตัวอย่าง บริษัท ก้างขวางคอ หรือ กขค เข้าอยู่ในโครงการ SME ซึ่งเป็นโครงการที่สนับสนุนโรงงานอุตสาหกรรมขนาดกลาง และขนาดเล็ก ด้วยเงินกู้ตามโครงการ Miyazawa สมมุติว่าคุณเป็นวิศวกรผู้หนึ่งของ มทส. ที่เข้าร่วมโครงการนี้ และทำหน้าที่ให้คำแนะนำเกี่ยวกับปัญหาของบริษัท กขค ซึ่งเป็นตัวแทนจำหน่ายเต้าฮวยอัดกระป๋อง ทางบริษัทขอให้คุณกำหนด EOQ ของการสั่งสินค้าดังกล่าวมาจำหน่าย โดยให้ข้อมูลคุณดังนี้:-

1) ค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องคือ ค่าใช้จ่ายในการสั่ง (ordering cost) และค่าใช้จ่ายในการคงคลัง (holding cost) ซึ่งในส่วนหลังนี้จะเท่ากับต้นทุนที่เป็นมูลค่าเฉลี่ยของ inventory คูณกับ 0.30 บาท ไม่มีการใช้ back-orders และไม่มีค่าใช้จ่ายอย่างอื่น
2) สินค้าตัวนี้ของบริษัทเป็นที่ต้องการมาก บริษัทจะขายได้เสมอในทันทีที่ได้รับสินค้า และพอสินค้าลดลงเหลือครึ่งหนึ่ง ทางบริษัทจะเพิ่มราคาสินค้าขึ้นทันที เป็นผลทำให้อัตราความต้องการลดลง เช่น ตอนแรก อัตราความต้องการเป็น D_1 ต่อมาพอเพิ่มราคาสินค้า อัตราความต้องการกลายเป็น D_2 โดยที่ $D_1 > D_2$
3) สมมุติว่า lead time ในการส่งสินค้ามีค่าน้อยมาก (≈ 0)

ในฐานะที่คุณทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษาของบริษัทนี้ จงหาสมการ EOQ สำหรับการสั่งแต่ละครั้ง สมมุติว่า D_1 และ D_2 คือ อัตราความต้องการที่เราทราบค่าแน่นอน



Inventory เฉลี่ย/cycle

$$= \left(\frac{Q}{2}\times T_1\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{Q}{2}\times T_1\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{Q}{2}\times T_2\right)$$

แต่ $$T_1 = \frac{Q}{2\times D_1} \quad \text{และ} \quad T_2 = \frac{Q}{2\times D_2}$$

Inventory เฉลี่ย/cycle $$= \frac{3}{4}QT_1+\frac{QT_2}{4} = \frac{3Q}{4}\left(\frac{Q}{2D_1}\right)+\frac{Q}{4}\left(\frac{Q}{2D_2}\right)$$

ที่ optimum point : holding cost = ordering cost

$$h\left(\frac{3Q^2}{8D_1}+\frac{Q^2}{8D_2}\right)=A$$

$$hQ^2\left(\frac{3D_2+D_1}{8D_1D_2}\right)=A$$

$$\therefore \quad Q \quad = \quad \sqrt{\frac{A}{h}\times\frac{8D_1D_2}{(D_1+3D_2)}}$$

2.5 Quantity discounts

2.5.1 All units discounts

ที่ผ่านมา เราสมมุติว่า ต้นทุนต่อหน่วยสินค้า (หรือราคาซื้อต่อหน่วย) มีค่าคงที่ และไม่ขึ้นอยู่กับขนาดของล็อตที่สั่งผลิต หรือสั่งซื้อ แต่ในสภาวการณ์ของการสั่งซื้อจริง ผู้ขายมักจะเสนอส่วนลดของราคาสินค้า ถ้าหากซื้อเป็นจำนวนมาก ดังเช่น ตารางราคา และจำนวนซื้อข้างล่าง (price schedule)

Order size	Unit variable cost
$0 < Q < q_1$	C_1
$q_1 \le Q < q_2$	C_2
$q_2 \le Q < q_3$	C_3
$q_3 \le Q$	C_4

ตามเงื่อนไขของราคาสินค้าเช่นนี้ สมมุติว่าโมเดลของการคงคลัง คือ EOQ (โมเดล 4) ซึ่งมีต้นทุนรวมต่อปีเฉลี่ย (average total annual cost) คือ

$$K(Q) \quad = \quad \frac{AD}{2}+C_jD+iC_j\frac{Q}{2}$$

เราจะหาค่า Q* ที่เหมาะสมได้อย่างไร

ตัวอย่าง: A manufacturer uses large quantities of a purchased part in his assembly operation. He wants to use a constant purchase lot size, and he specifies that no shortage be planned. The following data are relevant to this problem:

the demand rate is 300,000 per year ;
the ordering cost is $80 per order ;
the annual inventory rate is 20%
cost of storage = 10 cent per month, based on average inventory.

Vender's price schedule a fixed charge of $20 per order, plus a charge per unit determined according to the following schedule:

Order size	Unit variable cost
$0 < Q < 10,000$	\$1.00
$10,000 \le Q < 30,000$	\$0.98
$30,000 \le Q < 50,000$	\$0.96
$50,000 \le Q$	\$0.94

Determine the optimum order quantity.

Solution

ถ้าราคาสินค้าต่อหน่วยเป็น C_j , ค่าใช้จ่ายรวมเฉลี่ยต่อปี คือ

$$K(Q,C_j) = \frac{(80+20)(300,000)}{Q} + (300,000 \times C_j) + [0.20 \times C_j + 1.2] \times \frac{Q}{2}$$

โดยที่ $j = 1, 2, 3$ และ 4

ค่า optimum quantity, Q_j^* ของแต่ละราคา คำนวณได้จากสมการ

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2AD}{(iC+\omega)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times (80+20) \times 300,000}{(0.2 \times C_j + 1.2)}}$$

พิจารณาที่ราคาต่ำสุด คือ $j = 4$ และ $C_4 = \$0.94$ / หน่วย

$$\therefore \quad Q_4^* = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 300,000}{(0.2 \times 0.94 + 1.2)}}$$

$$= \underline{6,575} \text{ หน่วย}$$

แต่ 6,575 น้อยกว่า 50,000 ดังนั้น จึงซื้อที่ราคา \$.94 ต่อหน่วยไม่ได้ ถ้าจะซื้อที่ราคานี้ Q_4^* จะต้องเท่ากับ 50,000 หน่วย ซึ่งทำให้เกิดค่าใช้จ่ายเฉลี่ย/ปี เท่ากับ

$$K(50,000) = \frac{100 \times 300,000}{50,000} + 300,000 \times 0.94 + [0.20 \times 0.94 + 1.2] \times \frac{50,000}{2}$$

$$= \$317,300$$

พิจารณาราคาถัดขึ้นมา $j = 3, C_3 = \$0.96$

$$Q_3^* = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 300,000}{(0.2 \times 0.96 + 1.2)}}$$

$$= \underline{6,565} \text{ หน่วย}$$

ซึ่งราคา $Q_3^* = 6,565 < 30,000$

$\therefore$ ราคานี้ ถ้าจะซื้อก็ต้องซื้อจำนวน $Q_3^* = 30{,}000$ หน่วย และทำให้เกิดต้นทุนเฉลี่ยต่อปี

คือ $K(30{,}000) = \$309{,}880$

พิจารณาต่อไป $j = 2, C_2 = \$0.98$

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2\times 100\times 300{,}000}{(0.2\times 0.98+1.2)}}$$

$$= \underline{6{,}556} \text{ หน่วย} < 10{,}000$$

$\therefore$ $Q_2^* = 10{,}000$ และ

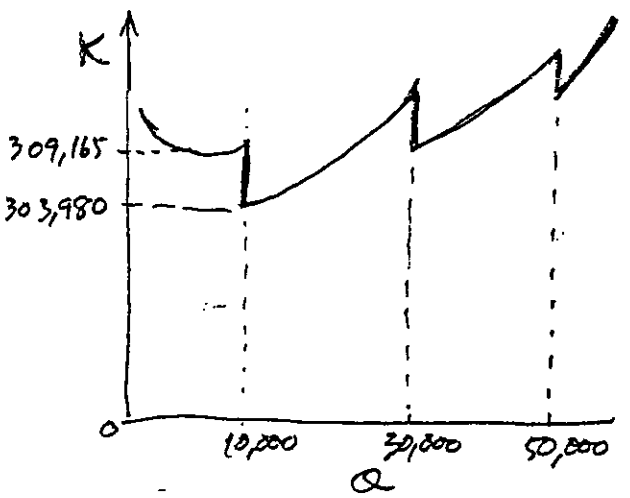
$K(10{,}000) = \$303{,}980$

พิจารณาต่อไปอีก $j = 1, C_1 = \$1$

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2\times 100\times 300{,}000}{(0.2\times 1+1.2)}}$$

$$= \underline{6{,}547} \text{ หน่วย ซึ่งอยู่ในช่วงของราคาที่กำหนด}$$

$K(6{,}547) = \$309{,}165$

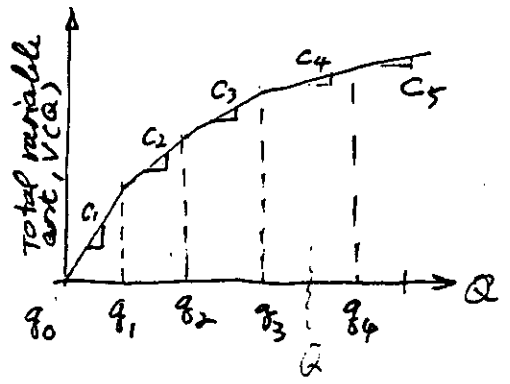


$\therefore$ คำตอบ คือ $Q^* = 10{,}000$ หน่วย

2.5.2 Incremental discounts:

ในหัวข้อที่แล้ว การให้ส่วนลดของราคา จะให้กับทุกหน่วยที่ซื้อ ถ้าหากว่าจำนวนซื้ออยู่ในช่วงของราคาที่กำหนด

แต่ในกรณีของ incremental discounts เฉพาะจำนวนที่อยู่ในช่วงของราคาเท่านั้นที่จะได้ส่วนลด



ต้นทุนสั่งซื้อจำนวน Q หน่วย คือ = $A + V(Q)$ โดยที่

$V(Q)$ = ต้นทุนแปรผันรวมของล็อต (total variable cost of the lot) ซึ่งหาได้จาก

$$V(Q) = \sum_{k=1}^{j=1} C_k(q_k - q_{k-1}) + (C_j(Q - q_{j-1}) \quad ; \quad q_{j-1} \le Q < q_j$$

$$= V(q_{j-1}) + C_j(Q - q_{j-1}) \quad ; \quad q_{j-1} \le Q < q_j$$

ต้นทุนรวมเฉลี่ยต่อปี คือ

$$K(Q) = K_j(Q) \qquad \text{ถ้า} \qquad q_{j-1} \le Q < q_j \qquad ①$$

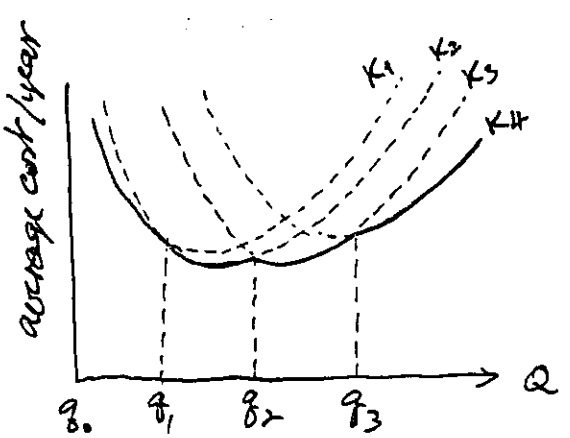
โดยที่ $K_j(Q) = [A + V(Q)]\frac{D}{Q} + i\left[\frac{V(Q)}{Q}\right] \times \frac{Q}{2}$

$$= \left[A + V(q_{j-1}) + C_j(Q - q_{j-1})\right] \times \frac{D}{Q} + \frac{i}{2}\left[V(q_{j-1}) + C_j(Q - q_{j-1})\right]$$

เทอม $\frac{V(Q)}{Q}$ คือ ราคาเฉลี่ยต่อหน่วย ซึ่งใช้ในการหามูลค่าเฉลี่ยของ inventory ในการสร้างสมการค่าใช้จ่ายหรือต้นทุนรวมของกรณีนี้ (สมการ ①) เราใช้ EOQ – model (Model 4) และเราสามารถพิสูจน์ได้ว่า optimum lot size สำหรับราคาที่ j = 1, 2, 3,…,J นั้นเป็นไปตามสมการ

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2D[A + V(q_{j-1}) - C_j \cdot q_{j-1}]}{iCj}} \qquad ②$$

ถ้า $q_{j-1} \le Q_j^* < q_j$, คำนวณ $K_j(Q_j^*)$ ให้เลือกขนาดล็อต Q^* เป็นค่า Q_j^* ที่ทำให้ $K_j(Q_j^*)$ มีค่าต่ำสุด



ตัวอย่าง: Suppose the following price schedule (from the previous example) had been of the incremental discount type. Find the optimum order quantity, Q.

Order size	Unit Variable Cost
$0 < Q < 10{,}000$	1.00
$10{,}000 \le Q < 30{,}000$	0.98
$30{,}000 \le Q < 50{,}000$	0.96
$50{,}000 \le Q$	0.94

Solution

ต้นทุนเฉลี่ยต่อปีรวม , $K_j(Q)$, เมื่อ $q_{j-1} \le Q < q_j$ คำนวณได้จาก

$$K_j(Q) = \left[100 + V(q_{j-1}) + C_j(Q - q_{j-1})\right] \times \frac{300{,}000}{Q} + \frac{0.20}{2} \cdot \left[V(q_{j-1}) + C_j(Q - q_{j-1})\right] + (1.20) \cdot \frac{Q}{2}$$

โดยที่

j	C_j	q_j	$V(q_j)$	$V(Q) = V(q_{j-1}) + C_j(Q - q_{j-1})$
1	\$ 1.00	10,000	10,000	= Q
2	0.98	30,000	29,600	= 200 + 0.98 Q
3	0.96	50,000	48,800	= 800 + 0.96 Q
4	0.94	-		= 1800 + 0.94 Q

ใช้ค่าที่ได้คำนวณ

$$K_1(Q) = \left[100 + 0 + 1(Q - 0)\right] \times \frac{300{,}000}{Q} + \frac{0.20}{2}[Q] + 1.2\frac{Q}{2}$$

$$= \frac{30 \times 10^6}{Q} + 300{,}000 + 0.7\,Q \quad ; \quad 0 < Q < 10{,}000$$

$$K_2(Q) = \left[100 + 10{,}00 + 0.98 \times (Q - 10{,}000)\right] \times \frac{300{,}000}{Q} + \frac{0.20}{2}[200 + 0.98\,Q] + 1.2\frac{Q}{2}$$

$$= \frac{90 \times 10^6}{Q} + 294{,}020 + 0.698\,Q \quad ; \quad 10{,}000 \le Q < 30{,}000$$

$$K_3(Q) = \frac{270 \times 10^6}{Q} + 288{,}080 + 0.696\,Q \quad ; \quad 30{,}000 \le Q < 50{,}000$$

$$K_4(Q) = \frac{570 \times 10^6}{Q} + 282{,}180 + 0.694\,Q \quad ; \quad 50{,}000 \le Q$$

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2 \times 300{,}000[100 + 0 - 1 \times 0]}{0.20 \times 1 + 1.2}} = 6{,}546$$

$Q_2^* = 11{,}360$

$Q_3^* = 19{,}660$

$Q_4 = 28{,}700$

} ไม่อยู่ในช่วง ดังนั้นตัดทิ้งได้

คำนวณ K_1 ได้

$K_1\,(6{,}546) = \$309{,}165$

และ $K_2\,(11{,}360) = \$309{,}871$

$\therefore$ คำตอบ คือ $Q^* = 6{,}546$ units

2. Multi-item systems with constraints

ในกรณีนี้ เราพิจารณาการคงคลังสินค้ามากกว่าหนึ่งอย่าง และมีเงื่อนไขจำกัดการคงคลัง เช่น เงินทุนสำหรับคงคลังมีอยู่ในจำนวนจำกัด หรือพื้นที่สำหรับการคงคลังมีขนาดคงที่ ปัญหาในกรณีนี้ก็คือ จำนวนสั่งซื้อที่เหมาะสม (Q^*) ของสินค้าแต่ละชนิดควรเป็นเท่าใด จึงจะทำให้ต้นทุนรวมเฉลี่ยต่อปีมีค่าต่ำสุด

สมมุติว่า ใช้โมเดล 3 ในการคงคลัง (EOQ MODEL) ต้นทุนรวมเฉลี่ยต่อปี (average annual cost of the system) หาได้จาก

$$K = \sum_{j=1}^{n} K(Q_j) = \sum_{j=1}^{n}\left[C_j D_j + \frac{A_j \cdot D_j}{Q_j} + \frac{i \cdot C_j Q_j}{2}\right] ; \qquad ①$$

n คือ จำนวนสินค้า และ $j = 1, 2, 3, \ldots n$

ถ้า B คือ จำนวนเงินทุนที่มีอยู่ เพราะฉะนั้น เงื่อนไขของการลงทุนคงคลัง คือ

$$\sum_{j=1}^{n} C_j \cdot Q_j \leq B \qquad ②$$

ซึ่งเราสามารถเขียนเป็นฟังก์ชัน สำหรับหาค่า Q ที่เหมาะสมได้ดังนี้

$$\text{minimize } K = \sum_{j=1}^{n} K(Q_j) = \sum_{j=1}^{n}\left[C_j D_j + \frac{A_j \cdot D_j}{Q_j} + iC_j \frac{Q_j}{2}\right] \qquad ③$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^{n} C_j Q_j \leq B \quad \text{และ} \quad Q_j \geq 0 \qquad ④$$

ปัญหาชนิดนี้สามารถหาคำตอบได้จากการใช้วิธีใช้ตัวคูณลากรานจ์ (method of Lagrange Multipliers) ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้ :-

1. หาคำตอบ (Q_j) โดยถือว่าไม่มีเงื่อนไขใดๆบังคับ
2. ถ้าหาก Q_j ที่ได้ สนองผลตามเงื่อนไข, Q_j ทั้งหลาย คือ คำตอบ
3. ถ้าไม่เป็นไปตามเงื่อนไข ให้สร้างฟังค์ชัน

$$L = f(Q_j) + \lambda\left[g(Q_j) - B\right] \qquad ⑤$$

โดยที่ λ คือ Lagrange multiplier

ค่า Q_j และ λ จะได้จากการแก้สมการ $n+1$ สมการซึ่งเกิดจาก

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial L}{\partial Q_j} = 0 \quad ; \quad \text{โดยที่ } j = 1, 2, 3, \ldots n$$

พิจารณาฟังก์ชันลากรานจ์ ดังนี้ :-

$$L(Q_j,\lambda) = \sum_{j=1}^{n}\left(C_jD_j + A_j\cdot\frac{D_j}{Q_j} + i\cdot C_j\frac{Q_j}{2}\right) + \lambda\left(\sum_{j=1}^{n}C_j\cdot Q_j - B\right) \qquad ⑥$$

และ $$\frac{\partial L}{\partial Q_j} = -A_j\frac{D_j}{Q_j^2} + \frac{iC_j}{2} + \lambda C_j = 0 \quad ; \quad j=1,2,3,\ldots n \qquad ⑦$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{j=1}^{n}C_jQ_j - B = 0 \qquad ⑧$$

จะได้ optimum solution ค่าเดียว คือ

$$Q_{Lj}^* = \sqrt{\frac{2A_j\cdot D_j}{C_j(i+2\lambda^*)}} \quad ; \quad j=1,2,3,\ldots n \qquad ⑨$$

และหา λ^* ได้จาก $\sum_{j=1}^{n}C_j\sqrt{\frac{2A_j\cdot D_j}{C_j(i+2\lambda^*)}} = B$ ⑩

ซึ่งจะได้ $\lambda^* = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{B}\sum_{j=1}^{n}\sqrt{2A_jD_jC_j}\right]^2 - \frac{i}{2}$ ⑪

แทนค่า λ^* ลงใน ⑨ แล้วจัดรูปใหม่จะได้

$$Q_{Lj}^* = \frac{B}{\sum_{j=1}^{n}C_j\cdot Q_j^*}\cdot Q_j^* = \frac{B}{E}\cdot Q_j^* \qquad ⑫$$

โดยที่ Q_j^* = จำนวนสิ่งที่เหมาะสมโดยไม่คำนึงถึงเงื่อนไข นั่นคือ หาจาก $Q_j^* = \sqrt{\frac{2AD_j}{iC_j}}$ และ

$$E = \sum_{j=1}^{n}C_j\cdot Q_j^*$$

ตัวอย่าง: A small electronics company purchases 3 types of subcomponents. The management desires never to have an investment in these items in excoss of $15,000. No backorders are allowed and the inventory carrying cost rate for each item is 20%. The pertinent data for each item is shown in the table below. *Determine the optimal lot size for each item.*

Date	Item 1	Item 2	Item 3
Demand rate, D_j	1,000	1,000	2,000
Item cost, C_j	50	20	80
Setup cost, A_j	50	50	50

Solution ถ้าไม่คำนึงถึงเงื่อนไข

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2A_jD_j}{iC_j}} = \sqrt{\frac{2\times50\times1000}{0.2\times50}} = 100 \text{ หน่วย}$$

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2\times50\times1000}{0.2\times20}} = 158 \text{ หน่วย}$$

$$Q_3^* = \sqrt{\frac{2\times50\times2000}{0.2\times80}} = 112 \text{ หน่วย}$$

$\therefore$ ถ้าใช้ขนาดล็อตดังกล่าว และไม่มีการออเดอร์เหลื่อมกัน (phasing of orders)

เงินทุนที่ต้องใช้ คือ $(50\times100)+(20\times158)+(80\times112)$

$=$ \$17,120 ซึ่งมากกว่า \$15,000

$$\therefore Q_{L1}^* = \frac{15,000}{17,120}\times100 = 88 \text{ หน่วย}$$

$$Q_{L2}^* = \frac{15,000}{17,120}\times158 = 139 \text{ หน่วย}$$

$$Q_{L3}^* = \frac{15,000}{17,120}\times112 = 99 \text{ หน่วย}$$

ตัวอย่าง: The Bench Company is a small manufacturer of wooden benches. Their line includes 4 types of benches that differ in size, malarial, finish, and colour. Pertinent production data are as follows:

	Bench type			
	1	2	3	4
Annual demand (units)	1,000	5,000	10,000	8,000
Setup cost (\$)	6	10	10	8
Unit cost (\$)	10	3	5	2
Space per unit (ft^2)	5	1	1	1.5

Bench has a small warehouse for finished benches, which has an area of 1500 ft2. Each bench has a fixed location. Assuming i = 20% annually. Calculate the optimal quantities to be stored

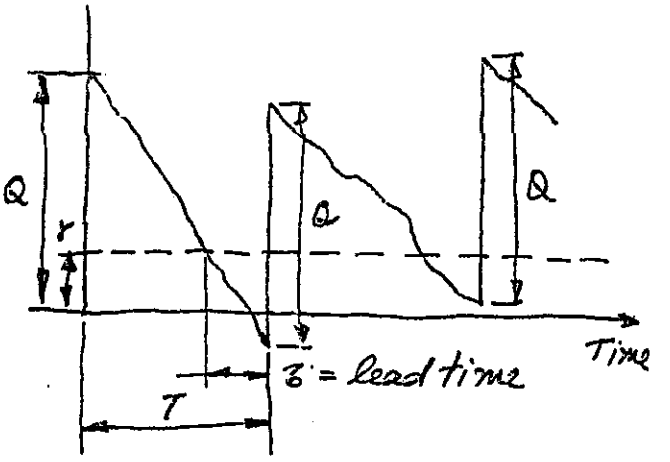
Bench has an offer to double the storage space, which will result in an increase of \$200 in annual expenses. Should Bench do it?

Suppose that Bench, in addition to limited warehouse space, also has a budget limitation of \$3800 for investment in inventory. Calculate the optimal qualities to be stored.

4.6 Continuous Review Models (Probabilistic models)

4.6.1 Fixed order quantity policy แบบมี backorders:

พฤติกรรมของโมเดลนี้ มีลักษณะดังรูปที่ 1 ซึ่งในกรณีนี้ถือว่า demand ในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งเป็นตัวแปรสุ่ม (random variable) ตัวหนึ่งที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นคงที่และมีค่าเฉลี่ยของ demand ต่อหน่วยเวลา (เช่น ต่อปี) เท่ากับ D ระดับคงคลังจะได้รับการตรวจสอบอยู่ตลอดเวลา เมื่อใดก็ตามที่ระดับคงคลังต่ำกว่าหรือเท่ากับ reorder point, r ก็จะสั่งสินค้าเพิ่มเป็นจำนวน Q ทันที ในตอนต้นนี้จะสมมุติว่า lead time, τ มีค่าน้อย และคงที่



รูปที่ 1 Probabilistic Continuous review model

วัตถุประสงค์ ก็คือ หาค่า Q และ r ที่เหมาะสม (optimum values) เพื่อให้ต้นทุนร่วมเฉลี่ยต่อปีมีค่าต่ำสุด

สัญลักษณ์อื่นๆ ที่ใช้ในการวิเคราะห์ คือ

A = ต้นทุนคงที่ในการสั่งซื้อ

C = ต้นทุนแปรผันต่อหน่วยที่ซื้อ

h = ค่าต้นทุนคงคลัง (carrying cost) ต่อหน่วย ต่อปี

π = backordering cost ต่อหน่วยที่ขาด (โดยไม่คำนึงถึงระยะเวลาที่ขาดของ)

τ = lead time ของการสั่งของเพิ่มเติม (replenishment lead time)

x = demand ในช่วง lead time

f(x) = การแจกแจงความน่าจะเป็นของ x

การหาค่า Q^* และ r^* ใช้วิธีเดียวกับที่ได้กล่าวมาแล้ว คือ หา expression ของต้นทุนรวมเฉลี่ยต่อปีก่อน แล้วจึง differentiate ฟังค์ชันต้นทุนรวม โดยเทียบกับ Q และ r แล้ว กำหนดให้ฟังค์ชันที่ได้เท่ากับ 0 จากนั้นจึงหาสมการของ Q หรือ r ดังนี้ :-

ต้นทุนที่ประกอบเป็นต้นทุนรวมเฉลี่ยต่อปี ได้แก่

(1) ต้นทุนการซื้อ: (procurement cost)

$$= \quad (A + CQ)\cdot\frac{D}{Q} \quad = \quad \frac{AD}{Q} + CD \qquad \textcircled{1}$$

(2) Shortage Cost: ต้นทุนที่เกิดจากของขาดสต็อคต่อ cycle หาได้จาก

$$b \quad = \quad \begin{Bmatrix} 0 & ; & x \le r \\ x - r & ; & x > r \end{Bmatrix} \qquad \textcircled{2}$$

ซึ่งค่าเฉลี่ย หรือ ค่าคาดหวังของ b ก็คือ

$$\bar{b} = \int_{r}^{\infty}(x-r)f(x)\cdot dx \qquad ③$$

∴ ต้นทุนที่เกิดจากของขาดสต็อคเฉลี่ยต่อปี คือ

$$\pi\bar{b}\cdot\frac{D}{Q} \qquad ④$$

(3) Inventory cost: ต้นทุนคงคลังต่อวงรอบ (cycle)

$$= h\times\frac{Q}{P}\times I_{av} \qquad ⑤$$

โดยที่ I_{av} คือ ค่าเฉลี่ยของระดับคงคลังเฉลี่ยต่อ cycle และสมมุติว่า I_{av} ประมาณเท่าๆกับค่าเฉลี่ยของจำนวนคงคลังสุทธิ (net inventory)

$$I_{av} \cong [(r-\mu)+(Q+r-\mu)]\times\frac{1}{2}$$

$$I_{av} \cong \frac{Q}{2}+r-\mu \qquad ⑥$$

μ = average demand ในช่วง lead time

∴ $(r-\mu)$ คือ safety stock

เราหาฟังค์ชันของต้นทุนรวมเฉลี่ยได้จากการรวมต้นทุนทั้งสามชนิดเข้าด้วยกัน นั่นคือ

$$K(Q,r) = \frac{AD}{Q}+CD+h\times\frac{Q}{D}\left[\frac{Q}{2}+r-\mu\right]\times\frac{D}{Q}+\pi\bar{b}\frac{D}{Q}$$

เพื่อหาค่า Q และ r ที่ทำให้ $K(Q,r)$ มีค่าต่ำที่สุด :-

$$\frac{\partial(K)}{\partial Q} = -\frac{AD}{Q^2}+\frac{h}{2}-\frac{\pi\bar{b}D}{Q^2} = 0 \qquad ⑦$$

$$\frac{\partial(K)}{\partial r} = h+\frac{\pi D}{Q}\cdot\frac{\partial\bar{b}}{\partial r} = 0 \qquad ⑧$$

สมการ ⑦ ให้ค่า Q^*

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D[A+\pi\bar{b}]}{h}} \qquad ⑨$$

และในสมการ ⑧

$$\frac{\partial\bar{b}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\int_{r}^{\infty}(x-r)f(x)dx$$

$$= -\int_{r}^{\infty}f(x)dx$$

จากสมการ ⑧ $\frac{\partial \bar{b}}{\partial r} = \frac{-hQ}{\pi D}$ ⑩

$\therefore \quad \int_{r^*}^{\infty} f(x)dx = \frac{hQ}{\pi D}$ ⑪

นั่นคือ สำหรับค่า Q ค่าหนึ่ง ควรจะเลือก r เพื่อให้ความน่าจะเป็นที่จะขาดของในช่วง lead time เท่ากับ $\frac{hQ}{\pi D}$

การหาค่าคู่ที่เหมาะสมของ Q^* , r^* เพื่อให้ K มีค่าต่ำสุด ทำได้ดังนี้

(1) สมมุติว่า $\bar{b} = 0$ แล้วคำนวณ Q ด้วยสมการ ⑨ และเรียก Q ที่ได้ว่า Q_1

(2) ใช้สมการ⑪ หาค่า reorder point, r เรียกค่านี้ว่า r_1

(3) ใช้สมการ ⑨ และ $r = r_1$ หาค่า Q_2 โดยคำนวณค่า $\bar{b}(r_1)$ ด้วยสมการ ③

(4) ทำขั้นตอนที่ (2) ซ้ำ ด้วยค่า $Q = Q_2$ จนกระทั่ง ครั้งที่ i ได้ค่า $Q_i = Q_{i-1}$ หรือ $r_i = r_{i-1}$

ในขณะทำตามขั้นตอนนี้ โดยใช้สมการ⑪ และได้ค่า $\frac{hQ}{\pi D} > 1$ หมายความว่า ค่า π มีค่าน้อย และทำให้ยอมให้เกิด backorders ได้จำนวนมาก เพราะฉะนั้น ที่สมมุติว่า $\bar{I}$ ประมาณเท่ากับ net inventory จึงไม่เป็นจริง และโมเดลนี้ก็ไม่ควรใช้ อย่างไรก็ตาม โดยทั่วไปแล้ว ระบบคงคลังจะถูกออกแบบให้การเกิด backorders น้อย เมื่อเทียบกับขนาดของ lot ที่สั่ง

ตัวอย่าง: A company purchases air filters that are used at the rate of 800 per year. The cost of each filter is \$25 and the cost of placing are order is \$10. The inventory carrying cost is \$2 per unit per year. The shortage cost is \$5 per unit. Assume that the demand during lead time follows a uniform distribution over the range 0 to 200. Find Q^* and r^*

Solution

$$\bar{b} = \int_{r}^{\infty}(x-r)f(x)\cdot dx = \int_{r}^{200}(x-r)\frac{1}{200}\cdot dx$$

$$\bar{b} = \frac{r^2}{400} - r + 100 \qquad ①$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D(A+\pi\bar{b})}{h}} = \sqrt{\frac{2\times 800}{2}(10+5\bar{b})}$$

$$Q^* = \sqrt{8000+4000\bar{b}} \qquad ⑪$$

จากสมการ ⑪ $\int_{r^*}^{200}\frac{1}{200}\cdot dx = \frac{2\times Q^*}{5\times 800} = \frac{Q^*}{2000}$

จะได้ $r^* = 200 - \frac{Q^*}{10}$ (III)

Iteration 1: ให้ $\bar{b} = 0$

$Q_1 = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2\times10\times800}{2}} =$ 89 หน่วย

$r_1 = 200 - \frac{89}{10} =$ 191 หน่วย

Iteration 2: ให้ $\bar{b} = \frac{r_1^2}{400} - r_1 + 100$

$\bar{b} = \frac{191^2}{400} - 191 + 100 = 0.1980$

$Q_2 = \sqrt{8000 + 4000\times0.1980} = 93.76$

$r_2 = 200 - \frac{93.76}{10} = 190.624$

Iteration 3: ให้ $\bar{b} = \frac{r_2^2}{400} - r_2 + 100 = 0.2197$

$Q_3 = \sqrt{8000 + 4000\times(0.2197)} = 94.228$

$r_3 = 200 - \frac{Q^*}{10} = 200 - \frac{94.228}{10} = 190.577$

Iteration 4: ให้ $\bar{b} = \frac{r_3^2}{400} - r_3 + 100 = 0.2198$

$Q_4 = \sqrt{8000 + 4000\times(0.2198)} = 94.275$

$r_4 = 200 - \frac{94.275}{10} = 190.5725$

$\therefore Q^* = 94$ และ $r^* = 190$

ตัวอย่าง: A manufacturer of textile product uses a certain chemical in its finishing process at an expected annual rate of 10,000 gallons. This expected rate is constant over time; however, the actual demand in a period may vary randomly. The chemical is purchased and the demand during the procurement lead time is estimated to be normally distributed with a mean of 300 gallons and a standard deviation of 40 gallons. The fixed procurement cost is $70 per order and

the variable procurement cost is \$3 a gallons. The company uses an annual inventory cost rate of 20%. Shortages result in rescheduling production, with the resulting cost assumed proportional to the size of the shortage. This loss is estimated at \$1.50 per gallon short. A fixed order quantity system is to be used.

Solution กรณีนี้เป็นกรณีของการยอมให้เกิดสินค้าส่ง (backorders case)

$$D = 10{,}000$$

$$A = 70$$

$$h = iC = (0.2\times 3) = 0.6$$

$$\pi = 1.5 \quad \text{และ} \quad x \sim N(300, 40^2)$$

จาก $\bar{b} = \int_r^{\infty}(x-r)f(x)\cdot dx$ เราเขียนได้ใหม่เป็น

$$\bar{b} = \int_r^{\infty}(x-r)n(x;300,1600)dx$$

โดยที่ $n(x;300,1600)$ คือ normal density function มี $\mu = 300$ และ va iance, $\sigma^2 = 1600$

จากสมการ ⑨;

$$Q = \sqrt{\frac{2\times 10{,}000\,[70+1.5\bar{b}]}{0.6}}$$

$$= (182.5)\cdot\sqrt{70+1.5\bar{b}}$$

และจากสมการ 11

$$\int_r^{\infty} f(x)\,dx = \frac{hQ}{\pi D}$$

เขียนใหม่ได้เป็น

$$\Phi\left(\frac{r-300}{400}\right) = \frac{(0.6)\times Q}{1.5\times 10{,}000} = 0.00004\,Q$$

[หมายเหตุ $\Phi(u) = \int_{-\infty}^{u}\phi(z)\cdot dz$

$= \int_{-\infty}^{u}\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)e^{-\frac{z^2}{2}}\cdot dz$ } นี่คือ พื้นที่ใต้ normal curve ตั้งแต่ $-\infty$ มาจนถึง $z = u$

และ $\Phi'(u)$ คือ $1-\Phi(u)$ นั่นคือ $\Phi(u) = \int_u^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{z^2}{2}}\cdot dz$ } พื้นที่ใต้ normal curve ตั้งแต่ $z = u$ จนถึง ∞

ในการหาค่า $\bar{b}$ เราใช้ expression ต่อไปนี้

$$\int_{r}^{\infty}(x-r)\ n\ (x;\ \mu,\ \sigma^2)\,dx \quad = \quad \sigma\phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right)-(\mu-r)\,\Phi'\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right)$$

แต่เวลาคำนวณ เราใช้ table A-3 (unit-normal linear-loss integral)

$$L'(u) \quad = \quad \int_{u}^{\infty}(z-u)\,\phi\,(z)\,dz$$

และเราสามารถพิสูจน์ได้ว่า ถ้า x มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ $N(x;\ \mu,\ \sigma^2)$ แล้ว

$$\bar{b} \quad = \quad \sigma L'\left[\frac{(r-u)}{\sigma}\right] \qquad \Big]$$

Iteration 1: $\bar{b} = 0$

$$\therefore \quad Q_1 \quad = \quad \sqrt{2\times 10{,}000\times\frac{70}{0.6}} \quad = \quad 1527 \quad \approx \quad 1530$$

$$\Phi'\frac{(r_1-300)}{40} \quad = \quad 0.00004\times 1530 \quad = \quad 0.0612$$

$$\therefore \quad \frac{r_1-300}{40} \quad = \quad 1.545 \ \text{(จากตารางพื้นที่ใต้ Normal curve)}$$

$$\text{และ} \quad r_1 \quad = \quad 1.545\times 40+300 \quad = \quad 362$$

Iteration 2:

$$\bar{b} \quad = \quad 40L'\left(\frac{362-300}{40}\right) \quad = \quad 40L'(1.55)$$

$$= \quad 40\times 0.026125 \quad = \quad 1.045$$

$$\text{และ} \quad Q_2 \quad = \quad (182.5)\sqrt{70+1.5\times 1.045} \quad = \quad 1544$$

$$\Phi'\left(\frac{r_2-300}{40}\right) \quad = \quad 0.0004\times 1544 \quad = \quad 0.0618$$

$$r_2 \quad = \quad 300+(1.545\times 40) \quad = \quad 362$$

จะเห็นได้ว่า $r_2 = r_1$

$$\therefore \quad Q^* \ = \ 1544 \ \text{และ} \ r^* \ = \ 362$$

ความน่าจะเป็นที่จะขาดของในคงคลังในช่วง lead time = 0.0618

และจำนวนเฉลี่ยที่ของค้างส่งต่อ cycle $(\bar{b})$ = 1.05 หน่วย

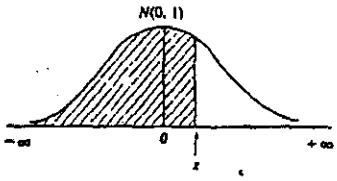
เราสามารถคำนวณต้นทุนรวมเฉลี่ยต่อปีได้ดังนี้

$$K = \frac{AD}{Q} + CD + h\left[\frac{Q}{2} + r - \mu\right] + \pi\bar{b}\frac{D}{Q}$$

$$= \left(70 \times \frac{10,000}{1544}\right) + (3 \times 10,000) + (0.6) \times \left[\frac{1544}{2} + 362 - 300\right] + (1.5) \cdot (1.045) \times \frac{10,000}{1544}$$

$$= 30,963.9 \approx 31,000$$

ตาราง ก. : พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน



For the SND, the table gives the *cdf* value at z, that is,

$$\int_{-\infty}^{z} N(0,1)\,dz$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
−3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
−3.4	0.00034	0.00033	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
−3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
−3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
−3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00085	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
−3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00104	0.00100
−2.9	0.0019	0.0018	0.0017	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
−2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
−2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
−2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
−2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
−2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
−2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
−2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
−2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
−2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
−1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
−1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
−1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
−1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
−1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
−1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
−1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
−1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1057	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
−1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
−1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
−0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
−0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
−0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2297	0.2266	0.2236	0.2207	0.2177	0.2148
−0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
−0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
−0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
−0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
−0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
−0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
−0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
+0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
+0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
+0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
+0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
+0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
+0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
+0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
+0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
+0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
+0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
+1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
+1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
+1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
+1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
+1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
+1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
+1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
+1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
+1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
+1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
+2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
+2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
+2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
+2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
+2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
+2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
+2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
+2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
+2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
+2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
+3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
+3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99915	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
+3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99943	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
+3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
+3.4	0.99966	0.99967	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
+3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983

TABLE A-3 Unit Normal Linear-Loss Integrals

$$L(u) = \int_{-\infty}^{u} (u - z)\phi(z)\, dz$$

$$L'(u) = \int_{u}^{\infty} (z - u)\phi(z)\, dz$$

where $\phi(z) = (1/\sqrt{2\pi})e^{-(1/2)z^2}$. $L(u)$ and $L'(u)$ are the left-hand and right-hand unit normal linear-loss integrals, respectively. To evaluate unit normal linear-loss integrals, the following identities are useful:

1. $\Phi(u) = \int_{-\infty}^{u} \phi(z)\, dz$ (standard normal distribution function)
2. $L(u) = u\Phi(u) + \phi(u)$
3. $L'(u) = u\Phi(u) + \phi(u) - u$
4. $L(u) = L'(u) + u$
5. $L'(-u) = L'(u) + u = L(u)$
6. $L(-u) = L(u) - u = L'(u)$

u	$L'(u)$	$L(u)$
0.00	0.398942	0.398942
0.01	0.393962	0.403962
0.02	0.389022	0.409022
0.03	0.384122	0.414122
0.04	0.379262	0.419262
0.05	0.374441	0.424441
0.06	0.369660	0.429660
0.07	0.364919	0.434919
0.08	0.360218	0.440218
0.09	0.355557	0.445557
0.10	0.350935	0.450935
0.11	0.346354	0.456354
0.12	0.341811	0.461811
0.13	0.337309	0.467309
0.14	0.332846	0.472846
0.15	0.328422	0.478422
0.16	0.324038	0.484038
0.17	0.319693	0.489693
0.18	0.315388	0.495388
0.19	0.311122	0.501122
0.20	0.306895	0.506895
0.21	0.302707	0.512707
0.22	0.298558	0.518558
0.23	0.294448	0.524448
0.24	0.290377	0.530377
0.25	0.286345	0.536345
0.26	0.282351	0.542351
0.27	0.278396	0.548396
0.28	0.274480	0.554480
0.29	0.270601	0.560601
0.30	0.266761	0.566761
0.31	0.262960	0.572960
0.32	0.259196	0.579196
0.33	0.255470	0.585470
0.34	0.251782	0.591782
0.35	0.248131	0.598131
0.36	0.244518	0.604518
0.37	0.240943	0.610943
0.38	0.237404	0.617404
0.39	0.233903	0.623903
0.40	0.230439	0.630439
0.41	0.227012	0.637012
0.42	0.223621	0.643621
0.43	0.220267	0.650267
0.44	0.216949	0.656949
0.45	0.213667	0.663667
0.46	0.210422	0.670422
0.47	0.207212	0.677212
0.48	0.204038	0.684038
0.49	0.200900	0.690900
0.50	0.197797	0.697797
0.51	0.194729	0.704729
0.52	0.191696	0.711696
0.53	0.188698	0.718698
0.54	0.185735	0.725735
0.55	0.182806	0.732806
0.56	0.179912	0.739912
0.57	0.177051	0.747051
0.58	0.174225	0.754225
0.59	0.171432	0.761432
0.60	0.168673	0.768673
0.61	0.165947	0.775947
0.62	0.163254	0.783254
0.63	0.160594	0.790594
0.64	0.157967	0.797967
0.65	0.155373	0.805373
0.66	0.152810	0.812810
0.67	0.150280	0.820280
0.68	0.147781	0.827781
0.69	0.145315	0.835315
0.70	0.142879	0.842879
0.71	0.140475	0.850475
0.72	0.138102	0.858102
0.73	0.135760	0.865760
0.74	0.133448	0.873448
0.75	0.131167	0.881167
0.76	0.128916	0.888916
0.77	0.126694	0.896694
0.78	0.124503	0.904503
0.79	0.122340	0.912340
0.80	0.120207	0.920207
0.81	0.118103	0.928103
0.82	0.116028	0.936028
0.83	0.113981	0.943981
0.84	0.111962	0.951962
0.85	0.109972	0.959972
0.86	0.108009	0.968009
0.87	0.106074	0.976074
0.88	0.104166	0.984166
0.89	0.102285	0.992285
0.90	0.100431	1.000431
0.91	0.098604	1.008604
0.92	0.096803	1.016803
0.93	0.095028	1.025028
0.94	0.093279	1.033279
0.95	0.091556	1.041556
0.96	0.089858	1.049858
0.97	0.088185	1.058185
0.98	0.086537	1.066537
0.99	0.084914	1.074914
1.00	0.083316	1.083316
1.01	0.081741	1.091741
1.02	0.080191	1.100191
1.03	0.078664	1.108664
1.04	0.077160	1.117160
1.05	0.075680	1.125680
1.06	0.074223	1.134223
1.07	0.072789	1.142789
1.08	0.071377	1.151377
1.09	0.069987	1.159987
1.10	0.068620	1.168620
1.11	0.067274	1.177274
1.12	0.065950	1.185950
1.13	0.064647	1.194647
1.14	0.063365	1.203365
1.15	0.062104	1.212104
1.16	0.060863	1.220863
1.17	0.059643	1.229643
1.18	0.058443	1.238443
1.19	0.057263	1.247263
1.20	0.056103	1.256103
1.21	0.054962	1.264962
1.22	0.053840	1.273840
1.23	0.052737	1.282737
1.24	0.051653	1.291653
1.25	0.050587	1.300587
1.26	0.049540	1.309540
1.27	0.048510	1.318510
1.28	0.047499	1.327499
1.29	0.046505	1.336505
1.30	0.045528	1.345528
1.31	0.044569	1.354569
1.32	0.043626	1.363626
1.33	0.042700	1.372700
1.34	0.041791	1.381791
1.35	0.040898	1.390898
1.36	0.040021	1.400021
1.37	0.039159	1.409159

Table A-3 (*continued*)

u	$L'(u)$	$L(u)$
1.38	0.038314	1.418314
1.39	0.037484	1.427484
1.40	0.036668	1.436668
1.41	0.035868	1.445868
1.42	0.035083	1.455083
1.43	0.034312	1.464312
1.44	0.033556	1.473556
1.45	0.032813	1.482813
1.46	0.032085	1.492085
1.47	0.031370	1.501370
1.48	0.030669	1.510669
1.49	0.029982	1.519982
1.50	0.029307	1.529307
1.51	0.028645	1.538645
1.52	0.027997	1.547997
1.53	0.027360	1.557360
1.54	0.026736	1.566736
1.55	0.026125	1.576125
1.56	0.025525	1.585525
1.57	0.024937	1.594937
1.58	0.024361	1.604361
1.59	0.023796	1.613796
1.60	0.023242	1.623242
1.61	0.022700	1.632700
1.62	0.022168	1.642168
1.63	0.021647	1.651647
1.64	0.021137	1.661137
1.65	0.020637	1.670637
1.66	0.020147	1.680147
1.67	0.019668	1.689668
1.68	0.019198	1.699198
1.69	0.018738	1.708738
1.70	0.018288	1.718288
1.71	0.017847	1.727847
1.72	0.017415	1.737415
1.73	0.016992	1.746992
1.74	0.016579	1.756579
1.75	0.016174	1.766174
1.76	0.015777	1.775777
1.77	0.015390	1.785390
1.78	0.015010	1.795010
1.79	0.014639	1.804639
1.80	0.014276	1.814276
1.81	0.013920	1.823920
1.82	0.013573	1.833573
1.83	0.013232	1.843232
1.84	0.012900	1.852900
1.85	0.012575	1.862575
1.86	0.012257	1.872257
1.87	0.011946	1.881946
1.88	0.011642	1.891642
1.89	0.011345	1.901345
1.90	0.011054	1.911054
1.91	0.010770	1.920770
1.92	0.010493	1.930493
1.93	0.010222	1.940222
1.94	0.009957	1.949957
1.95	0.009698	1.959698
1.96	0.009445	1.969445
1.97	0.009198	1.979198
1.98	0.008956	1.988956
1.99	0.008721	1.998721
2.00	0.008490	2.008490
2.01	0.008266	2.018266
2.02	0.008046	2.028046
2.03	0.007832	2.037832
2.04	0.007623	2.047623
2.05	0.007418	2.057418
2.06	0.007219	2.067219
2.07	0.007024	2.077024
2.08	0.006834	2.086834
2.09	0.006649	2.096649
2.10	0.006468	2.106468
2.11	0.006292	2.116292
2.12	0.006120	2.126120
2.13	0.005952	2.135952
2.14	0.005788	2.145788
2.15	0.005628	2.155628
2.16	0.005472	2.165472
2.17	0.005320	2.175320
2.18	0.005172	2.185172
2.19	0.005028	2.195028
2.20	0.004887	2.204887
2.21	0.004750	2.214750
2.22	0.004616	2.224616
2.23	0.004485	2.234485
2.24	0.004358	2.244358
2.25	0.004234	2.254234

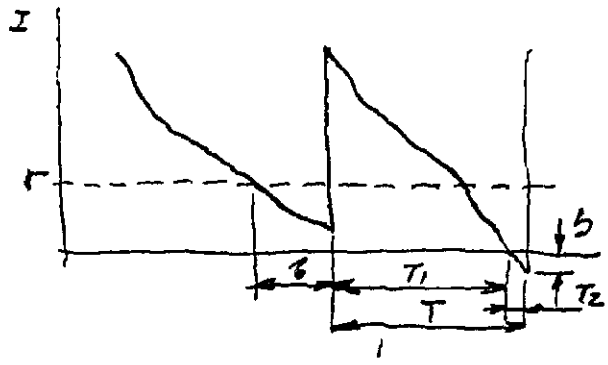
Table A-3 (*continued*)

u	$L'(u)$	$L(u)$
2.26	0.004114	2.264114
2.27	0.003996	2.273996
2.28	0.003882	2.283882
2.29	0.003770	2.293770
2.30	0.003662	2.303662
2.31	0.003556	2.313556
2.32	0.003453	2.323453
2.33	0.003352	2.333352
2.34	0.003255	2.343255
2.35	0.003159	2.353159
2.36	0.003067	2.363067
2.37	0.002977	2.372977
2.38	0.002889	2.382889
2.39	0.002804	2.392804
2.40	0.002721	2.402721
2.41	0.002640	2.412640
2.42	0.002561	2.422561
2.43	0.002484	2.432484
2.44	0.002410	2.442410
2.45	0.002338	2.452338
2.46	0.002267	2.462267
2.47	0.002199	2.472199
2.48	0.002132	2.482132
2.49	0.002067	2.492067
2.50	0.002004	2.502004
2.51	0.001943	2.511943
2.52	0.001884	2.521884
2.53	0.001826	2.531826
2.54	0.001770	2.541770
2.55	0.001715	2.551715
2.56	0.001662	2.561662
2.57	0.001610	2.571610
2.58	0.001560	2.581560
2.59	0.001511	2.591511
2.60	0.001464	2.601464
2.61	0.001418	2.611418
2.62	0.001374	2.621374
2.63	0.001330	2.631330
2.64	0.001288	2.641288
2.65	0.001247	2.651247
2.66	0.001208	2.661208
2.67	0.001169	2.671169
2.68	0.001132	2.681132
2.69	0.001096	2.691096
2.70	0.001060	2.701060
2.71	0.001026	2.711026
2.72	0.000993	2.720993
2.73	0.000961	2.730961
2.74	0.000930	2.740930
2.75	0.000900	2.750900
2.76	0.000870	2.760870
2.77	0.000842	2.770842
2.78	0.000814	2.780814
2.79	0.000787	2.790787
2.80	0.000761	2.800761
2.81	0.000736	2.810736
2.82	0.000712	2.820712
2.83	0.000688	2.830688
2.84	0.000665	2.840665
2.85	0.000643	2.850643
2.86	0.000622	2.860622
2.87	0.000601	2.870601
2.88	0.000581	2.880581
2.89	0.000561	2.890561
2.90	0.000542	2.900542
2.91	0.000524	2.910524
2.92	0.000506	2.920506
2.93	0.000489	2.930489
2.94	0.000472	2.940472
2.95	0.000456	2.950456
2.96	0.000440	2.960440
2.97	0.000425	2.970425
2.98	0.000410	2.980410
2.99	0.000396	2.990396
3.00	0.000382	3.000382
3.10	0.000267	3.100267
3.20	0.000185	3.200185
3.30	0.000127	3.300127
3.40	0.000086	3.400086
3.50	0.000058	3.500058
3.60	0.000039	3.600039
3.70	0.000025	3.700025
3.80	0.000017	3.800017
3.90	0.000011	3.900011
4.00	0.000007	4.000007

4.6.2 Fixed order quantity แบบ Lost sales:

ในกรณีนี้ เราพิจารณาว่า จำนวน ของที่ขาดสต็อกทั้งหมด จะสูญเสียไป ดังนั้น ต้นทุนที่ข
(shortage cost) π จึงรวมเอากำไร (profit) ที่สูญไปเข้าไว้ด้วย

สำหรับข้อสมมุติฐานอื่นๆ จะเหมือนกับกรณีที่ผ่านมา เราสามารถประมาณค่าเฉลี่ยของ cycle ti
จาก $\frac{Q}{D}$ และ ประมาณจำนวน cycle ต่อปีได้จาก $\frac{D}{Q}$



(1) ต้นทุนของการซื้อต่อปี (procurement cost/year) = $(A+CQ)\times\frac{D}{Q} = \frac{AD}{Q}+CD$

(2) ต้นทุนคงคลัง (holding cost) ต่อปี จะหาได้จาก

[จำนวนเฉลี่ยของจำนวนคงคลัง (on hand inventory) ต่อ cycle คูณกับ h × cycle time]$\times\frac{D}{Q}$

ถ้า I_{av} = จำนวนเฉลี่ยของระดับคงคลังต่อ cycle ซึ่งประมาณได้จาก

$$I_{av} = (I_{max}+I_{min})\frac{1}{2}$$

ค่า I_{min} จะเกิดที่ปลาย cycle time ซึ่งค่านี้ขึ้นอยู่กับ x และ r โดยที่ x เป็น random variable และ
อยู่ระหว่าง 0 ถึง r ถ้ายังคงมี on hand inventory อยู่ เพราะฉะนั้นค่าเฉลี่ยของ I_{min} ต่อ cycle ก็คือ ค่า
คาดหวังของ I_{min} นั่นคือ

$$E(I_{min}) = \int_0^r (r-x)f(x)dx$$

$$E(I_{min}) = \int_0^\infty (r-x)f(x)dx + \int_r^\infty (x-r)f(x)dx$$

$$= r-\mu+\bar{b}$$

$\therefore$ I_{min} เฉลี่ย $= r-\mu+\bar{b}$

และ I_{max} เฉลี่ย $= Q+(r-\mu+\bar{b})$

$$\therefore \quad I_{av} = \left[\left\{Q+(r-\mu+\bar{b})\right\}+(r-\mu+\bar{b})\right]\times\frac{1}{2}$$

$$I_{av} = \frac{Q}{2}+(r-\mu+\bar{b})$$

$$\therefore \text{ Holding cost/year} = h\cdot\frac{Q}{D}\left[\frac{Q}{2}+(r-\mu+\bar{b})\right]\times\frac{D}{Q}$$

$$= h\left[\frac{Q}{2}+(r-\mu+\bar{b})\right]$$

(3) ความสูญเสียเนื่องจาก lost sales ต่อปี โดยเฉลี่ย $= \pi\bar{b}\times\frac{D}{Q}$

ต้นทุนเฉลี่ยต่อปี

$$K = \frac{AD}{Q}+CD+h\left[\frac{Q}{2}+(r-\mu+\bar{b})\right]+\pi\bar{b}\frac{D}{Q} \qquad ①$$

$\frac{\partial K}{\partial Q}=0$ และ $\frac{\partial K}{\partial r}=0$ จะได้

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D(A+\pi\bar{b})}{h}} \qquad ②$$

และ

$$\int_{r^*}^{\infty} f(x)dx = \frac{hQ^*}{hQ^*+\pi D} \qquad ③$$

ตัวอย่าง: A beer distributor uses a fixed reorder quantity system to control the inventory of a locally popular brand of beer. His weekly demand is approximately normal distribution with a mean of 800 cases and a standard deviation of 40 cases. He pays \$2.50 for a case and makes a net profit of \$1.10 on each case he sells. His fixed cost of procurement from the brewer is \$50 per lot, and the lead time is two weeks. He uses an inventory carrying cost rate of 20% per year. He fells that the majority of shortages are lost sales. Determine the appropriate order quantity, Q^*, and the reorder level, r^*

Solution lead time = 2 สัปดาห์

$\therefore$ demand เฉลี่ยในช่วง lead time ก็คือ $2 \times 800 = 1{,}600$ ลัง (case) และ

standard deviation = $\sqrt{2\times 40^2} = 56.6$ ลัง

demand ต่อปี ; $D = 52 \times 800 = 41{,}600$ ลัง

$\pi = \$1.10$ และ $h = iC = 0.2 \times 2.5 = \$0.50$

ต้นทุนร่วมเฉลี่ยต่อปี = K

$$K = \left(\frac{50}{Q}\times 41{,}600\right)+(2.5\times 41{,}600)+(0.50)\left[\frac{Q}{2}+r-1{,}600+\bar{b}\right]+\frac{1.1}{Q}\times 41{,}600\,\bar{b}$$

$$= \left(\frac{50}{Q}\times 41{,}600\right)+(2.5\times 41{,}600)+(0.50)\cdot\left[\frac{Q}{2}+r-1{,}600\right]+\left[0.50+\frac{1.1\times 41{,}600}{Q}\right]\bar{b} \quad ①$$

โดยที่ $\bar{b} = \int_{r}^{\infty}(x-r)\,n\,(x\,;1600\,,3200)\,dx$

$$\bar{b} = \sigma L'\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right) = (56.6)L'\left(\frac{r-1600}{56.6}\right) \quad ②$$

$$Q^{*} = \sqrt{\frac{2\times 41{,}600[50+1.1\bar{b}]}{0.50}} = (408)\sqrt{50+1.1\bar{b}} \quad ③$$

$$\int_{r^{*}}^{\infty} f(x)dx = \frac{hQ^{*}}{hQ^{*}+\pi D} \quad ④$$

แต่ $\int_{r^{*}}^{\infty} f(x)dx = \Phi'\left(\frac{r-1600}{56.6}\right)$

$$\therefore\ \Phi'\left(\frac{r-1600}{56.6}\right) = \frac{0.5\times Q}{0.5\,Q+1.1\times 41{,}600} = \frac{Q}{Q+91520}$$

เริ่มต้นทำ iteration หาค่า Q และ r โดยเริ่มจากให้ $\bar{b}=0$ แล้วใช้ ③ หา Q_1 จะได้ $Q_1 = 2884$

(ให้นักศึกษาหาค่า Q^{*} และ r^{*} เอาเอง)

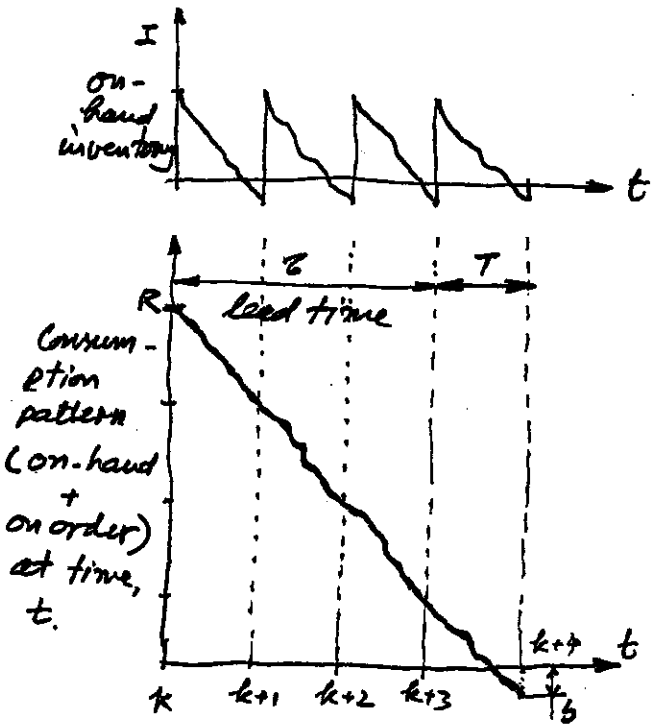
4.7 Periodic review models

4.7.1 กรณี backorders:

เป็นระบบคงคลังที่มีการตรวจสอบระดับคงคลังทุกปลายช่วงเวลา T ที่เท่าๆกัน และจะมีการออกออเดอร์ สั่งของเพิ่มให้กับระบบก็ต่อเมื่อ ระดับคงคลังในขณะนั้นเท่ากับ หรือต่ำกว่า reorder point, r เพื่อให้สถานะคงคลัง (inventory position) เท่ากันกับระดับเป้าหมาย R ที่กำหนด

ระบบคงคลังชนิดนี้ที่ใช้กันแพร่หลาย คือ ชนิดที่ใช้ r เท่ากับ R ซึ่งเรียกว่า order – up – to – R *policy* ซึ่งหมายถึง ว่าจะมีการสั่งทุกครั้งที่มีการตรวจสอบระดับคงคลัง และสั่งในจำนวนที่ทำให้สถานะคงคลังเท่ากับ R

วัตถุประสงค์ก็คือ การหาค่า R และ T เพื่อทำให้ต้นทุนแปรผันเฉลี่ยต่อปีมีค่าต่ำสุด



ในรูปข้างบนแสดงถึงลักษณะของการเปลี่ยนแปลงของระดับคงคลัง และการเปลี่ยนแปลงของระดับคงคลัง + จำนวนที่สั่ง (on hand + on order) ที่เวลา t ใดๆ

ให้ J คือ ต้นทุนที่เกิดจากการตรวจสอบระดับคงคลัง สมมุติว่า lead time ของการสั่งซื้อคงที่ และ backorder cost, π ค่อนข้างสูง เมื่อเทียบกับ inventory carrying cost, h

ต้นทุนที่เกี่ยวข้อง คือ :-

1. ต้นทุนในการสั่งและการตรวจสอบต่อปี

$$= \frac{A+J}{T} \qquad ①$$

T = review period length

$\frac{1}{T}$ = no. of reviews per year

2. จำนวนหน่วยที่เกิดจาก backorders ใน 1 ปี

$$= \frac{1}{T}\int_{R}^{\infty}(x-R)f(x;\tau+T)dx$$

$$= \frac{1}{T}\cdot\bar{b}(R,\tau+T) \qquad ②$$

$\therefore$ ต้นทุนเฉลี่ยที่เกิดจาก backorders

$$= \frac{\pi}{T}\cdot\bar{b}(R,\tau+T) \qquad ③$$

3. ถ้าให้ μ คือ demand เฉลี่ยในช่วง lead time และเนื่องจากค่าเฉลี่ยของอัตราความต้องการ คือ D ดังนั้น ค่าคงคลังใน 1 cycle จะเปลี่ยนแปลงตั้งแต่ระดับ $(R - \mu)$ จนถึง $(R - \mu - DT)$

∴ ต้นทุนคงคลังเฉลี่ยต่อปี คือ

$$= \quad iC\left[\frac{(R-\mu)+(R-\mu-DT)}{2}\right]$$

$$= \quad iC\left[R-\mu-\frac{DT}{2}\right] \qquad ④$$

และต้นทุนรวมเฉลี่ยต่อปี คือ

$$K \quad = \quad \frac{A+J}{T}+CD+iC\left[R-\mu-\frac{DT}{2}\right]+\frac{\pi\cdot\bar{b}}{T}(R,\tau+T) \qquad ⑤$$

ที่ค่า T ค่าหนึ่ง เราสามารถหาค่า R^* ที่ทำให้ K มีค่าต่ำสุดใด โดย $\frac{\partial K}{\partial R}=0$ ซึ่งจะได้

$$\int_{R^*}^{\infty} f(x;\tau+T)dx \quad = \quad \frac{iCT}{\pi} \qquad ⑥$$

เราอาจจะทำให้สมการ ⑤ มีค่าต่ำสุดได้โดยหาค่า T และ R จากสมการ $\frac{\partial K}{\partial T}=0$ และ $\frac{\partial K}{\partial R}=0$ แต่วิธีการนี้ต้องใช้เทคนิคทาง numerical method อย่างไรก็ตามเราสามารถใช้วิธีสร้างตารางคำนวณค่า K ที่ T ต่างๆ (ซึ่งจากค่า T สามารถหาค่า R^* ได้) แล้วเลือก R^* ที่ T^* ซึ่งทำให้ K มีค่าต่ำสุด

ตัวอย่าง : A large supplier of electronic components has decided to control the inventory of a certain item by a periodic review, order – up – to R policy. The mean demand rate for this item is 500 units per year. The lead time, τ, is neary constant at three months. The demand in the time $\tau + T$ can be represented by a normal distribution with mean 500 $(\tau + T)$ and variance 800 $(\tau + T)$. The cost of each unit is \$10, the inventory carrying charge is computed using i = 0.10, the cost of making a review and placing an order is \$15, and the cost of a backorder is estimated to be \$30. It is required to fine the optimal R^* and T^*.

Solution กำหนดค่า T ที่ต้องการจะทบทวนระดับคงคลัง เช่น สมมุติว่า ต้องการทบทวนทุก 3 เดือน ดังนั้น $\tau+T=\frac{3}{12}+\frac{3}{12}=0.5$ ปี และค่าเฉลี่ยของ demand ในช่วง $\tau+T$ คือ $500\times0.5=250$ และค่า variance ของ demand ในช่วงนี้คือ $800\times0.5=400$ ดังนั้น หา R^* ได้จาก

$$\Phi'\left(\frac{R-250}{20}\right) \quad = \quad \frac{iCT}{\pi} \quad = \quad \frac{(0.10)(10)(0.25)}{30} \quad = \quad 0.0083$$

$$\Phi'(2.40) \quad = \quad 0.0043 \text{ (ตารางพื้นที่ใต้ normal curve)}$$

$$\therefore \quad \frac{R-250}{20} \quad = \quad 2.40$$

$$\therefore \quad R = 2.40\times 20+250 = 298$$

ถ้าไม่กำหนดค่า T ค่าต้นทุนแปรผันต่อปีคำนวณได้จาก

$$K_V = \frac{A+J}{T}+iC\left[R+\mu-\frac{DT}{2}\right]+\frac{\pi\bar{b}(R,T)}{T}$$

$$= \frac{15}{T}+(0.1)(10)[R-125+250T]+\frac{30}{T}\int_R^{\infty}(x-R)f(x;\tau+T)dx$$

หมายเหตุ: จากหน้า 53 เรามีความสัมพันธ์

$$\int_a^{\infty}(x-a)n(x;\mu,\sigma^2)dx = \overbrace{\sigma\phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)-(\mu-a)\Phi'\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)}^{\sigma L'(\frac{a-u}{\sigma})}$$

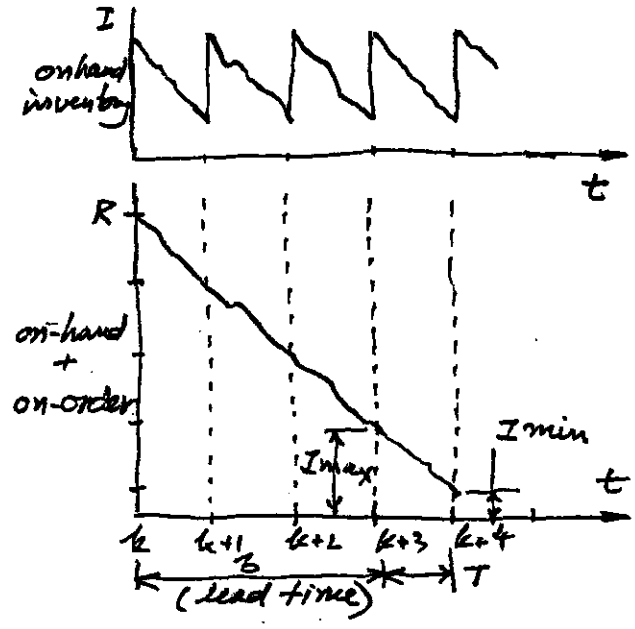
โดยที่ $\phi(z) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}}\times e^{\frac{-z^2}{2}}$ และ $n(x;\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sigma}\cdot\phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$

$$\therefore \quad K_V = \frac{15}{T}+(0.1)(10)[R-125+250T]+\frac{30}{T}\times\sqrt{800(0.25+T}\times L'\left(\frac{R-\mu_{\tau+T}}{\sigma_{\tau+T}}\right)$$

เราสามารถใช้นิพจน์ (expression) นี้ สร้างตารางค่า K_V สำหรับค่า T ต่างๆที่สมมุติ ซึ่งจากค่า T นี้ ทำให้สามารถคำนวณค่า R (ตามตัวอย่างที่ได้แสดงให้ดู) และคำตอบ คือ T^* และ R^* ที่ทำให้ K_V มีค่าต่ำสุด ดังตัวอย่างของตารางข้างล่าง

T (years)	R^* (units)	K_V (dollars)
0.20	275	178
0.25	298	177
0.30	324	181

4.7.2 Periodic review models กรณี lost sales:



ลักษณะของโมเดล (ตัวแสดงในรูป) คล้ายกับกรณีที่แล้ว มีส่วนที่แตกต่างกัน คือ ไม่ยอมให้เกิด backorders และ ถ้าเกิดจะต้องถูกปรับด้วยต้นทุน π ต่อหน่วยที่ขาด (penalty cost of π)

การหา expression ของ R^* และ T^* ใช้ขั้นตอน ดังนี้:-

1.) ต้นทุนในการสั่งและการทบทวนระดับคงคลังต่อปี (ordering review costs/year)

$$= \frac{A+J}{T} \qquad ①$$

2.) จำนวนคงคลังเฉลี่ยต่อปี (average number of items on hand) คำนวณได้จาก :-

ให้ I_{max} = on – hand ที่จุดเริ่มต้นของช่วงเวลา T

I_{min} = on – hand ที่ปลายช่วงเวลา T

เราสามารถหาค่าเฉลี่ยของ I_{min} ได้จาก

$$I_{min} = \int_0^R (R-x)f(x;\tau+T)dx$$

โดยที่ x คือ demand ในช่วง lead time บวกกับ T และ $f(x;\tau+T)$ คือ probability density function ของตัวแปรเชิงสุ่ม x ในช่วง $\tau+T$ นี้

$$\int_0^R (R-x)f(x;\tau+T)dx = \int_0^\infty (R-x)f(x;\tau+T)dx - \int_R^\infty (R-x)f(x;\tau+T)dx$$

$$= R-\mu_{\tau+T}+\bar{b}(R,\tau+T) \qquad ②$$

และค่าเฉลี่ยของ I_{max} หาได้จาก

I_{max} = (ค่าเฉลี่ยของ demand ในช่วง T) + I_{min}

$$= DT+\left\{R-\mu_{\tau+T}+\bar{b}(R,\tau+T)\right\}$$

$\therefore$ จำนวนคงคลังเฉลี่ย (average on – hand) ที่ period t ใดๆ

$$= \frac{1}{2}\left[DT+\left\{R-\mu_{\tau+T}+\bar{b}(R,\tau+T)\right\}+\left\{R-\mu_{\tau+T}+\bar{b}(R,\tau+T\right\}\right]$$

$$= R-\mu_{\tau+T}+\bar{b}(R,\tau+T)+\frac{DT}{2}$$

$$= R-(\mu+DT)+\bar{b}(R,\tau+T)+\frac{DT}{2}$$

$$= R-\mu-\frac{DT}{2}+\bar{b}(R,\tau+T) \qquad ③$$

จำนวน on – hand นี้จะเกิดที่ period t ใดๆตลอดปี เพราะฉะนั้น จำนวน on – hand เฉลี่ยนี้จึงเป็น on – hand เฉลี่ยต่อปี

ซึ่งจะทำให้เกิดต้นทุนคงคลังเฉลี่ยต่อปี

$$= i\cdot C\left[R-\mu-\frac{DT}{2}+\bar{b}\,(R,\tau+T)\right] \qquad ④$$

3.) ต้นทุนที่เกิดจาก lost sales

$$= \frac{\pi}{T}\int_{R}^{\infty}(x-R)f(x;\tau+T)dx$$

$$= \frac{\pi}{T}\cdot\bar{b}(R,\tau+T) \qquad ⑤$$

ดังนั้น ต้นทุนแปรผันเฉลี่ยต่อปี ก็คือ ผลรวมของต้นทุนทั้ง 3 ชนิดดังกล่าว นั่นคือ

$$K_V = \frac{A+J}{T}+iC\left[R-\mu-\frac{DT}{2}+\bar{b}(R,\tau+T)\right]+\frac{\pi}{T}\cdot\bar{b}(R,\tau+T) \qquad ⑥$$

และเราสามารถหาค่า R^* เมื่อกำหนดค่า T จาก $\frac{\partial K_V}{\partial R}=0$ ดังนี้ :-

$$\frac{\partial K_V}{\partial R} = (iC)+(iC+\frac{\pi}{T})\cdot\frac{\partial\bar{b}}{\partial R}(R,\tau+T)$$

$$= h+(h+\frac{\pi}{T})\cdot\frac{\partial\bar{b}}{\partial R}(R,\tau+T)$$

$$= h+(h+\frac{\pi}{T})\cdot\frac{\partial}{\partial R}\left[\int_{R}^{\infty}(x-R)f(x;\tau+T)dx\right]$$

$$= h+(h+\frac{\pi}{T})\cdot\frac{\partial}{\partial R}\left[\int_{o}^{\infty}(x-R)f(x;\tau+T)dx-\int_{R}^{\infty}(x-R)f(x;\tau+T)dx\right]$$

$$= h+(h+\frac{\pi}{T})\cdot\left[\frac{\partial}{\partial R}\int_{o}^{\infty}(x\cdot f(x;\tau+T)dx-\frac{\partial}{\partial R}\int_{o}^{\infty}R\cdot f(x;\tau+T)dx\right.$$

$$\left.-\frac{\partial}{\partial R}\int_{o}^{R}xf(x;\tau+T)dx+\frac{\partial}{\partial R}\int_{o}^{R}Rf(x;\tau+T)dx\right]$$

$$= h+(h+\frac{\pi}{T})\cdot\left[\frac{\partial}{\partial R}(\mu_{\tau+T})-\frac{\partial R}{\partial R}\int_{o}^{\infty}f(x;\tau+T)dx\right.$$

$$\left.-\frac{\partial}{\partial R}\int_{o}^{R}xf(x;\tau+T)dx+\frac{\partial R}{\partial R}\int_{o}^{R}f(x;\tau+T)dx\right]$$

$$= h+(h+\frac{\pi}{T})\cdot\left[0-1-\frac{\partial}{\partial R}(\mu_{\tau+T})+\int_{o}^{R}f(x;\tau+T)dx\right]$$

$$= h+(h+\frac{\pi}{T})\cdot\left[0-1-0+\int_{o}^{R}f(x;\tau+T)dx\right]$$

$$= h+(h+\frac{\pi}{T})\cdot\left[-1+\int_{o}^{R}f(x;\tau+T)dx\right]$$

$\frac{\partial K_V}{\partial R}=0$;

$$\therefore \quad h+(h+\frac{\pi}{T})\cdot\left[-1+\int_{o}^{R} f(x;\tau+T)dx\right] = 0$$

$$\therefore \quad -1+\int_{o}^{R} f(x;\tau+T)dx = -\frac{h}{h+\frac{\pi}{T}}$$

$$\int_{o}^{R} f(x;\tau+T)dx = 1-\frac{h}{h+\frac{\pi}{T}}$$

$$\int_{o}^{R} f(x;\tau+T)dx = \frac{h+\frac{\pi}{T}-h}{h+\frac{\pi}{T}}$$

$$= \frac{\frac{\pi}{T}}{h+\frac{\pi}{T}}$$

$$= \frac{\pi}{\pi+hT}$$

$$\therefore \quad \int_{o}^{R^*} f(x;\tau+T)dx = \frac{\pi}{\pi+hT} \qquad ⑦$$

ตัวอย่าง: An assembly of a small automobile manufacturer is using a periodic review inventory model (order – up – to R) to place orders for tires needed for the car assembly. The demand rate is 12,000 tires per year. The average lead time τ is 6 months. The cost of making a review is \$20 and the cost of placing an order is \$30. The cost of each tire is \$40, and the inventory carrying cost rate is 0.20 per year. The shortage cost per unit is \$25. The demand during $\tau + T$ is represented by a normal distribution with a mean of $12{,}000 \times (\tau + T)$ and a variance of $8{,}000 \times (\tau + T)$. Determine the optimal values of R^* and T^*

Solution

D = 12,000 units/year

C = \$40 $\therefore$ iC = h = 0.2×40 = \$8

A = \$30 ; J = \$20 ; $\tau = \frac{6}{12} = 0.5$

สมมุติว่า T = 3 เดือน = $\frac{3}{12}$ = 0.25 ปี

การหา R^* สำหรับ T = 0.25 ปี ใช้สมการ ⑦

$$\int_0^{R^*} n(x;\mu_{\tau+T},\sigma^2_{\tau+T})dx = \frac{\pi}{\pi+h\cdot T}$$

โดยที่ $\mu_{\tau+T}$ = $12,000(0.5+0.25)$

= 9,000 units

และ $\sigma_{\tau+T}$ = $\sqrt{8000\times(0.5+0.25)}$

= 77.46 units

เราสามารถเขียน $\int_0^{R^*} n(x;9,000,77.46)dx$ เป็น $\Phi(\frac{R^*-9,000}{77.46})-\Phi(\frac{0-9,000}{77.46})$

แต่ชุดหลังมีค่าน้อยมาก

$$\therefore \int_0^{R^*} n(x;9,000,77.46)dx \approx \Phi(\frac{R^*-9,000}{77.46})$$

และจะได้ว่า $\Phi(\frac{R^*-9,000}{77.46}) = \frac{25}{25+8\times0.25}$

= 0.9259

ซึ่งจากพื้นที่ใต้ normal curve จะได้

$\Phi(1.44) \approx 0.9259$

$$\therefore \frac{R^*-9,000}{77.46} = 1.44$$

$R^* = 77.46\times1.44+9,000$

= 9,112 units

ในการหาค่า K_V เราต้องคำนวณค่า Lost sales cost และ inventory cost;

Lost sales cost; = $\frac{\pi}{T}\cdot\bar{b}(R,\tau+T)$

$$\bar{b}(R,\tau+T) = \int_R^{\infty}(x-R)f(x;\tau+T)dx$$

$$= \sigma_{\tau+T}\cdot L'\left(\frac{R-\mu_{\tau+T}}{\sigma_{\tau+T}}\right)$$

$$= 77.46L'\left(\frac{9112-9000}{77.46}\right)$$

= 2.5417

$$\therefore \text{Lost sales cost} = \frac{25}{0.25}\times2.5417 = \$254.17$$

Inventory cost: (จากสมการ ④)

$$= 8\left[9{,}112 - 6{,}000 - 12{,}000 \times \frac{0.25}{2}\right]$$

$$= \$12{,}896$$

$$\therefore \quad K_V = \frac{30+20}{0.25} + 254.17 + 12{,}896$$

$$= \$13{,}350.17$$

ทำการคำนวณหา R^* และ K_V ใหม่สำหรับค่า T ค่าใหม่ จากนั้นนำ K_V มาเปรียบเทียบกันดังในตาราง

	T_i day	R^*	$K_V(R^*, T_i)$
ค่า R^* และ T^* ที่เหมาะสม	90	9,112	\$13,350.17
(optimal values) คือ ชุดที่ทำ	75	8,614	\$11,390
ให้ K_V มีค่าต่ำสุด	60	8,119	\$9,498
	45	7,625	\$7,625
	15	6,645	\$4,590*
	5	6,334	\$6,041

2.8 Safety Stock และ Service Level:

Safety stock คือ สินค้าคงคลังส่วนที่ใช้รองรับ (protection) ความไม่แน่นอนของ demand ในช่วง lead time

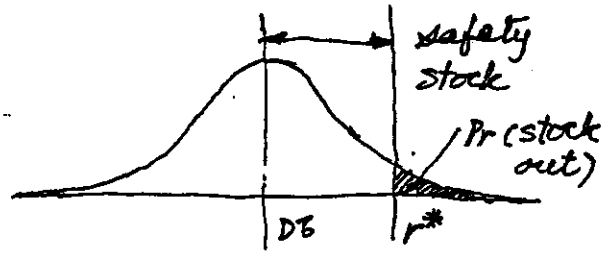
ในกรณีของ continuous – review model, safety stock คือ

$$r - D\tau \qquad ①$$

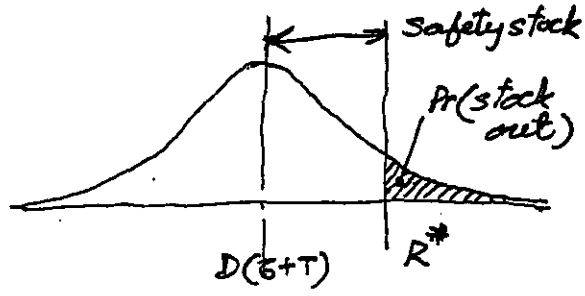
และในกรณีของ periodic review model, safety stock คือ

$$R - D(\tau + T) \qquad ②$$

ถ้าหาก demand ในช่วง leaf time มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ normal distribution, เราสามารถแสดงความน่าจะเป็นที่จะเกิดของ หรือสินค้าขาดในแต่ละ cycle ได้ดังนี้



กรณี Continuous review case



กรณี Periodic review system

จะเห็นได้ว่ายิ่งมี safety stock มาก ระดับการให้บริการ หรือ service level ยิ่งดี ซึ่งหมายความว่าผู้ผลิต หรือ ผู้ขาย ซึ่งคงคลังสินค้าสามารถสนองความต้องการของลูกค้าได้มากขึ้น

แต่ค่า safety stock ขึ้นอยู่กับค่า r^* และ R^* ซึ่งค่าทั้งสองขึ้นอยู่กับค่า h และ π โดยเฉพาะอย่างยิ่ง lost sales costs or backordering costs เป็นต้นทุนที่ประเมินได้ยาก ดังนั้นทางออกของผู้บริหารก็คือ กำหนดระดับของการให้บริการลูกค้าขึ้น แล้วประเมินต้นทุนที่เกิดจากสินค้าขาดสต๊อค ถ้าหากเห็นว่าไม่เหมาะสมก็ปรับระดับการให้บริการใหม่

ในที่นี้จะกล่าวถึงเกณฑ์ของการกำหนดค่าวัดระดับการให้บริการ 2 ชนิดที่ใช้กันอยู่เสมอก็คือ

1.) Criterion: Probability of not stocking out (เกณฑ์ของการใช้ความน่าจะเป็นที่สินค้าจะไม่ขาดสต๊อค)

กำหนดเป็นสัดส่วนของจำนวน cycle ที่ไม่ต้องการให้เกิดการขาดสต๊อคขึ้น ซึ่งเราสามารถเขียนค่าสัดส่วนค่านี้ให้สัมพันธ์กับ r (กรณีของ continuous review system) ได้ดังนี้

$$k_1 = 1 - Pr(x > r) = 1 - \int_r^{\infty} f(x)dx \quad ③$$

โดยที่ k_1 = สัดส่วนของจำนวน cycle ที่ไม่เกิด stockout

x = demand ในช่วง lead time

r = reorder point

ตัวอย่าง: In the example on page 50, Q^* and r^* have been determined to be 94 and 190 respectively, what is the service level, k, and what is the expected frequency of stockouts over time?

Solution

$$Pr(x > r^*) = \int_{r^*}^{200} \frac{1}{200} \cdot dx$$

$$= \frac{x}{200}\Big|_{190}^{200}$$

$$= 0.05$$

$$k_1 = 1 - Pr(x > r^*) = 1 - 0.05 = 0.95$$

จำนวนครั้งในการขาดของต่อปี (หรือจำนวน cycle ของการขาดของต่อปี)

$$= \left(\frac{800}{94}\right) \times 0.05 = 0.426$$

$\therefore$ ความถี่ของการเกิด stockouts

$$= \frac{1 \text{ ปี}}{\text{จำนวนครั้งใน } 1 \text{ ปี}} = \frac{1}{0.426} = 2.35 \text{ ปี}$$

หมายความว่า โดยเฉลี่ยแล้วจะเกิด stockout 1 ครั้งทุกๆ 2.35 ปี

2.) Criterion: Number of units of demand satisfeid

(เกณฑ์ที่ใช้จำนวนหน่วยของสินค้าที่สามารถสนองความต้องการของลูกค้าได้)

ในที่นี้ยกตัวอย่างของกรณีของ continuous review system ประกอบคำอธิบายการใช้เกณฑ์กำหนดระดับของการให้บริการ (service level)

ตามเกณฑ์นี้จะกำหนดค่าระดับการให้บริการเป็นค่า k_2 ซึ่งเป็นสัดส่วนของความต้องการรวม (total demand) ที่จะได้รับการตอบสนอง ณ เวลาใดเวลาหนึ่งที่มี demand เกิดขึ้น

จากที่ผ่านมา $\bar{b}$ คือ จำนวนสินค้าที่ขาดสต๊อคโดยเฉลี่ยต่อ cycle และ Q^* คือ จำนวนสั่งต่อ cycle หรือจำนวนของที่มีต่อ cycle

$\therefore$ สัดส่วนของสินค้าที่จะขาดต่อ 1 cycle $= \dfrac{\bar{b}}{Q^*}$

หรือพูดได้ว่า $\dfrac{\bar{b}}{Q^*}$ คือ ความน่าจะเป็นที่ความต้องการ (demand) 1 หน่วย จะไม่ได้รับการสนอง (หรือสัดส่วนของความต้องการทั้งหมดที่ไม่ได้รับการสนอง)

$$k_2 = 1 - \frac{\bar{b}}{Q^*} \qquad ④$$

โดยที่ $$\bar{b} = \int_{r^*}^{\infty} (x - r) f(x) dx \qquad ⑤$$

ตัวอย่าง: A continuous review policy is being used to control an item having a demand of 84 units per year. The reorder quantity is 7 units ; there are 12 reorder cycles per year. The lead time is 0.5 month ($\frac{1}{24}$ year), and the – time demand is Poisson distributed. It is desirable to set a service level of $k_2 = 0.95$. Compute the appropriate value of r^*.

Solution เนื่องจาก Poisson เป็น discrete distribution.

$$\therefore \quad \bar{b} = \sum_{r^*+1}^{\infty} (x - r^*) \cdot Pr(x)$$

จาก $k_2 = 1 - \dfrac{\bar{b}}{Q^*}$ และ $k_2 = 0.95$, $Q^* = 7$

$\therefore$ $0.95 = 1 - \dfrac{5}{7}$ จะได้ $\bar{b} = 0.35$

$$\bar{b} = \sum_{r^*+1}^{\infty} (x - r^*) \cdot Pr(x) = 0.35 \qquad ①$$

โดยที่ $Pr(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$

λ = mean ของ Poisson distribution

$= D\tau = \frac{1}{24} \times 84 = 3.5$

$\therefore \quad Pr(x) = \frac{e^{-3.5} \cdot 35^x}{x!}$ ②

การหาค่า r^* จากสมการ ① และ ② ใช้วิธีทดลองสมมุติค่า r แล้วคำนวณค่า $\sum (x-r) Pr(x)$ ถ้าได้ผลลัพธ์สนองสมการ ① , r ค่านั้นคือ คำตอบในตาราง ① สมมุติ $r = 4$ และใช้ $\lambda = 3.5$

ในตาราง ① สมมุติ $r = 4$ และใช้ $\lambda = 3.5$

x	x-r	Pr(x)	(x-r) Pr(x)
5	1	0.1322	0.1322
6	2	0.0771	0.1542
7	3	0.0386	0.1158
8	4	0.0168	0.0672
9	5	0.0066	0.0330
10	6	0.0023	0.0138
11	7	0.0007	0.0049
12	8	0.0002	0.0016
13	9	0.0001	0.0009

$\sum = 0.5236$

ตาราง ② สมมุติ $r = 5$ และใช้ $\lambda = 3.5$

x	x-r	Pr(x)	(x-r) Pr(x)
6	1	0.0771	0.0771
7	2	0.0386	0.0772
8	3	0.0168	0.0504
9	4	0.0066	0.0264
10	5	0.0023	0.0115
11	6	0.0007	0.0042
12	7	0.0002	0.0014
13	8	0.0001	0.0008

$\sum = 0.2490$

คำตอบ คือ $r^* = 5$

หมายเหตุ: จากการสังเกตความต้องการในช่วง lead time ของสินค้าพบว่า ในทางปฏิบัติแล้วสินค้าที่มีค่าอัตราความต้องการต่ำ (low demand rate) จะมีการแจกแจงของ x เป็นแบบ Poisson ส่วนสินค้าที่มีอัตราความต้องการสูง, x จะมีการแจกแจงแบบ Normal dist.

ตัวอย่าง: A company is using a periodic – review policy. A certain item has an annual demand of 1,200 units and is reviewed once every 2 months. The mean and standard deviation of demand over the period of $\tau + T$ are 300 units and 200 units respectively. Assuming the desired service level is $k_2 = 95\%$, what is the required order – up – to – level, R^*.

Solution เนื่องจากต้องวางออเดอร์ทุกๆ 2 เดือน ดังนั้นขนาดของออเดอร์เฉลี่ยคือ

$$\frac{2}{12}\times 1{,}200 = 200 \text{ ชิ้น}$$

จาก $k_2 = 1-\frac{\bar{b}}{Q}$ จะได้ $0.95 = 1-\frac{\bar{b}}{200}$

$$\therefore \quad \bar{b} = 200-190 = 10$$

แต่ $$\bar{b} = \int_R^{\infty}(x-R)f(x)dx$$

$$= \int_R^{\infty}(x-R)n(x;\mu_{\tau+T},\sigma_{\tau+T})dx$$

$$= \sigma_{\tau+T}\cdot L'\left(\frac{R-\mu_{\tau+T}}{\sigma_{\tau+T}}\right)$$

$$\therefore \quad \sigma_{\tau+T}\cdot L'\left(\frac{R-\mu_{\tau+T}}{\sigma_{\tau+T}}\right) = 10$$

$$L'\left(\frac{R-\mu_{\tau+T}}{\sigma_{\tau+T}}\right) = \frac{10}{200} = 0.05$$

$$L'\left(\frac{R-300}{200}\right) = 0.05$$

จากตาราง A–3 ; $L'(1.25) \cong 0.05$

$$\therefore \quad R^* = 1.25\times 200+300$$

$$= 550 \text{ units}$$

2.9 Single – period models

เป็นโมเดลของการคงคลังสำหรับใช้ในช่วงเวลาเดียว ถือได้ว่าเป็นโมเดลคงคลัง periodic review แบบหนึ่ง ซึ่งใช้สำหรับสนองความต้องการในช่วงเวลาเดียว แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

2.9.1 Instantaneous demand

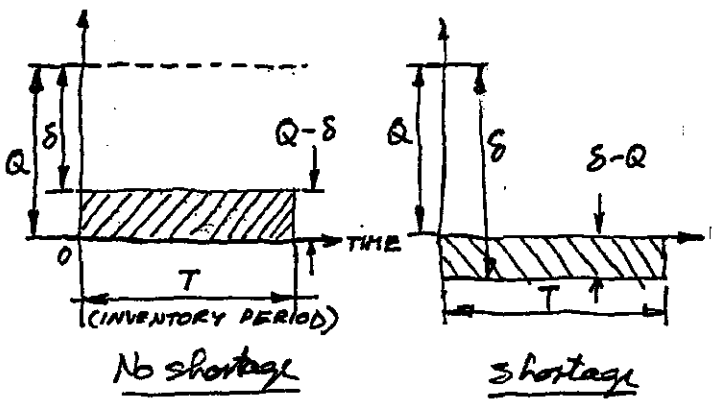
ในกรณีนี้ ถือว่า demand เกิดขึ้นทันทีทันใด (ด้วยอัตราความต้องการ ∞) และเกิดที่ต้น period.

สมมุติว่า setup cost มีค่าน้อยมากจน $\cong 0$

ถ้าให้ Q = จำนวน (on – hand) สินค้าที่มีอยู่หลังจากได้รับสินค้าที่จุดเริ่มต้นของ period

δ = ความต้องการในสินค้า (demand) ที่จุดเริ่มต้นของ period.

และ x = จำนวน (on – hand) ที่มีอยู่ก่อนที่จะได้รับสินค้าตาม order



Single – period inventory (instantaneous demand)

เราสามารถคำนวณต้นทุนรวมเฉลี่ยได้ดังนี้

1.) Holding cost (carrying cost);

$$\text{ระดับคงคลัง} = \begin{cases} Q-\delta & ; \text{ ถ้า } \delta < Q \\ o & ; \text{ ถ้า } \delta \geq Q \end{cases}$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยของ holding cost คือ $E(\text{holding cost}) = h\int_{o}^{Q}(Q-\delta)\phi(\delta)d\delta$ ①

โดยที่ h = holding cost / unit / period

$\phi(\delta)$ = p.d.f. ของ demand

2.) Shortage cost:

$$\text{จำนวนสินค้าที่ขาด} = \begin{cases} o & ; \text{ ถ้า } \delta \leq Q \\ \delta-Q & ; \text{ ถ้า } \delta > Q \end{cases}$$

ดังนั้นต้นทุนเฉลี่ยที่เกิดจากสินค้าขาดสต๊อค คือ

$$E(\text{shortage cost}) = \pi \int_{Q}^{\infty} (\delta - Q)\phi(\delta)d\delta \qquad ②$$

π คือ shortage cost ต่อหน่วยที่ขาด

3. ต้นทุนซื้อสินค้า (Item cost):

$$= C(Q - x) \qquad ③$$

ต้นทุนรวมเฉลี่ย คือ ผลรวมของต้นทุนเฉลี่ย 3 รายการข้างบน :-

$$E(K) = C(Q - x) + h\int_{o}^{Q} (Q - \delta)\phi(\delta)d\delta + \pi \int_{Q}^{\infty} (\delta - Q)\phi(\delta)d\delta \qquad ④$$

และเราหา Q^* ได้จากผลลัพธ์ของ $\frac{\partial[E(K)]}{\partial Q} = 0$

ซึ่ง $$\frac{\partial[E(K)]}{\partial Q} = C + h\int_{o}^{Q} \phi(\delta)d\delta - \pi \int_{Q}^{\infty} \phi(\delta)d\delta$$

แต่เนื่องจาก $$\int_{Q}^{\infty} \phi(\delta)d\delta = 1 - \int_{o}^{Q} \phi(\delta)d\delta$$

$$\therefore \int_{o}^{Q} \phi(\delta)d\delta = \frac{\pi - C}{\pi + h} \qquad ⑤$$

นั่นคือ ค่า Q^* คือ ค่า Q ซึ่งทำให้ $\Pr(\delta \le Q) = \frac{\pi - C}{\pi + h}$ และ Q^* จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อ $\pi \ge C$

ตัวอย่าง: Assume that h = \$2.00, π = \$10.00 and C = \$2.50. The demand density is given by

$$\phi(\delta) = \begin{cases} \frac{1}{20} & o \le \delta \le 20 \\ o & \delta > 20 \end{cases}$$

Determine Q^*

Solution $$\Pr(\delta \le Q^*) = \int_{0}^{Q^*} \phi(\delta)d\delta = \frac{\pi - C}{\pi + h}$$

$$= \int_{0}^{Q^*} \frac{1}{20} \cdot d\delta = \frac{10 - 2.50}{10 + 2.0}$$

$$= \frac{\delta}{20}\Big|_0^{Q^*} = 0.625$$

$$= \frac{Q^*}{20} = 0.625$$

$$\therefore \quad Q^* = 20 \times 0.625 = 12.5 \text{ units}$$

ตัวอย่าง: Determine Q^* for the data given in the previous example when the demand probability distribution is given by

δ	0	1	2	3	4
$\phi(\delta)$	0.15	0.20	0.30	0.20	0.15

Solution

$$\Pr(\delta \le Q^*) = \frac{\pi - C}{\pi + h} = \frac{10 - 2.5}{10 + 2.0} = 0.625$$

δ	0	1	2	3	4
$\Pr(\delta \le Q^*)$	0.15	0.35	0.65	0.85	1.00

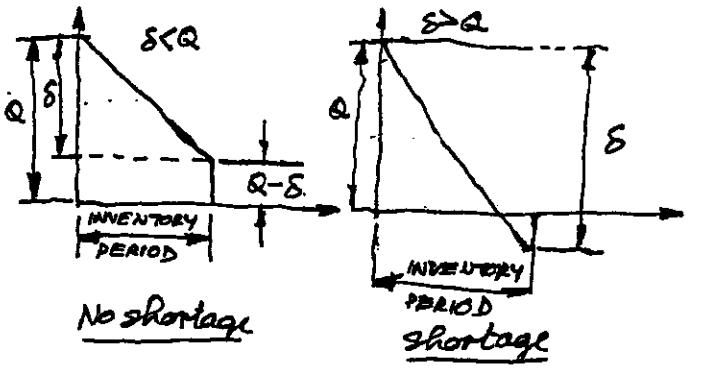
$\Pr(\delta \le Q^*) = 0.625$

$$\therefore \quad Q^* = 2 \text{ units}$$

* เราสามารถหา Q^* ได้ ถ้า $\Pr(\delta \le Q^* - 1) \le \frac{\pi - C}{\pi + h} \le \Pr(\delta \le Q^*)$

2.9.2 Uniform demand:

ในกรณีนี้ ถือว่าอัตราความต้องการมีค่าคงที่, ถ้าความต้องการ (δ), มีค่าน้อยกว่าจำนวนคงคลังที่มีอยู่ (Q), ก็จะเกิดสินค้าเหลือที่ปลาย period แต่ถ้าความต้องการสูงกว่าจำนวนสินค้าที่มีอยู่, ก็จะเกิดสินค้าขาดสต็อคที่ปลายช่วง period.



1.) Holding cost (carrying cost);

คำนวณจากค่าเฉลี่ยของจำนวนคงคลัง, I_{av} ดังนี้:-

$$I_{av} = \begin{cases} Q - \frac{\delta}{2} & ; \text{ ถ้า } \delta \le Q \\ \frac{Q^2}{2\delta} & ; \text{ ถ้า } \delta > Q \end{cases}$$

$\therefore$ ค่าเฉลี่ยของต้นทุนคงคลังสินค้า คือ $h\left[\int_0^Q (Q - \frac{\delta}{2})\phi(\delta)d\delta + \int_Q^\infty \frac{Q^2}{2\delta}\phi(\delta)d\delta\right]$ ①

2. Shortage cost: ต้นทุนที่เกิดจากของขาดสต๊อคคำนวณจาก จำนวนของขาดสต็อคโดยเฉลี่ย, b_{av}

$$b_{av} = \begin{cases} \frac{(\delta - Q)^2}{2\delta} & ; \text{ ถ้า } \delta > Q \\ o & ; \text{ ถ้า } \delta \le Q \end{cases}$$

$\therefore$ ต้นทุนเฉลี่ยที่เกิดจากของขาดสต็อค คือ = $\pi\int_Q^\infty \frac{(\delta - Q)^2}{2\delta}\cdot\phi(\delta)d\delta$ ②

3. Purchase cost: ต้นทุนในการซื้อ = $C(Q - x)$ ③

$\therefore$ ต้นทุนรวมเฉลี่ย = (1) + (2) + (3) นั่นคือ :

$$E(K) = C(Q-x) + h\left[\int_0^Q (Q - \frac{\delta}{2})\phi(\delta)d\delta + \int_Q^\infty \frac{Q^2}{2\delta}\cdot\phi(\delta)d\delta\right] + \pi\int_Q^\infty \frac{(\delta - Q)^2}{2\delta}\cdot\phi(\delta)d\delta \quad ④$$

หาค่า Q^* โดย $\frac{\partial E(K)}{\partial Q} = 0$ จะได้ $\int_0^{Q^*}\phi(\delta)d\delta + Q^*\int_{Q^*}^\infty \frac{\phi(\delta)}{\delta}\cdot d\delta = \frac{\pi - C}{\pi + h}$ ⑤

ตัวอย่าง: Assume that h = \$200, π = \$10.00 and C = \$2.50. The demand density is given by $\phi(\delta) = \begin{cases} \frac{1}{20} & 0 \le \delta \le 20 \\ 0 & \delta > 20 \end{cases}$ And, assume that the demand rate is uniform over the inventory period. Determine Q^*.

Solution

$$\int_0^{Q^*} \frac{1}{20}\,d\delta + Q^*\int_{Q^*}^{20} \frac{1}{20\delta}\cdot d\delta = 0.625$$

$$\frac{1}{20}[\delta]_0^{Q^*} + \frac{Q^*}{20}[\ln(\delta)]_{Q^*}^{20} = 0.625$$

$$\frac{1}{20}\left[Q^* + Q^*\left\{\ln(20) - \ln(Q^*)\right\}\right] = 0.625$$

$$\frac{1}{20}\left[Q^* + Q^* \ln(20) - Q^* \ln(Q^*)\right] = 0.625$$

$$3.996 - Q^* \cdot \ln(Q^*) = 0.625 \times 20$$

$$3.996 - Q^* \cdot \ln(Q^*) - 12.5 = 0$$

ใช้วิธีทดลองแทนค่า (trial and error) จะได้ $Q^* \cong 5.4$ units

2.10 ACB Classification System:

เป็นระบบของการจัดกลุ่มสินค้าต่างๆ ในคงคลังตามลำดับความสำคัญ โดยใช้มูลค่า(เป็นเงิน)ของสินค้าเป็นหลัก แล้วบริหารการคงคลังสินค้าในแต่ละกลุ่มตามลำดับความสำคัญ

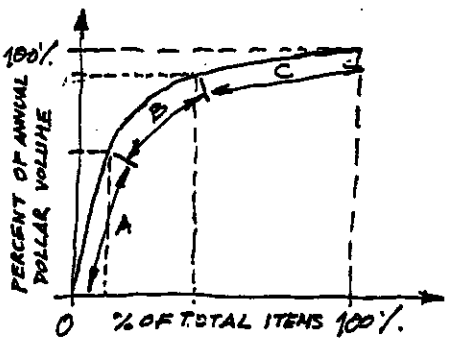
ระบบการจัดประเภท ABC หรือ ACB Classification System เกิดจากหลักการของนักเศรษฐศาสตร์ชาวอิตาลีที่ว่า "องค์ประกอบย่อยๆ ทั้งหลายที่ต้องอยู่ภายใต้การควบคุมนั้น มีองค์ประกอบจำนวนน้อยชนิดเท่านั้นที่ทำให้เกิดผลกระทบมาก และมีองค์ประกอบจำนวนหลายชนิดที่มีผลกระทบน้อย" ในเรื่องของการบริหารและควบคุมวัสดุคงคลัง การจัดกลุ่มวัสดุ เป็นดังนี้

- **GROUP A:** ในกลุ่มนี้มีจำนวนสินค้าประมาณ 20% ของจำนวนสินค้าทั้งหมดที่คงคลัง แต่มีมูลค่าของการคงคลังต่อปีประมาณ 80% ของมูลค่า (ราคา × จำนวน) ของสินค้าที่คงคลังทั้งหมดทุกชนิดต่อปี

  ในกลุ่มนี้ มีคำแนะนำว่าสินค้าในกลุ่มนี้ควรได้รับการดูแลอย่างใกล้ชิด ตัวอย่าง เช่น ตรวจสอบจำนวนใช้ และต้นทุนการสั่งซื้อทุกเดือน และใช้ EOQ โมเดลกำหนดขนาดของล็อตสั่งซื้อ
- **GROUP B:** มีสินค้าในกลุ่มนี้ประมาณ 20 – 30% ของจำนวนชนิดสินค้าทั้งหมดที่คงคลัง และมูลค่าของสินค้าในกลุ่มรวมกันแล้วประมาณ 15% ของมูลค่าของสินค้าทุกชนิดที่คงคลังต่อปี

  มีคำแนะนำสำหรับสินค้าในกลุ่มนี้ว่า ให้ตรวจสอบการใช้รายเดือนของสินค้าแต่ละชนิดทุกๆ 6 เดือน เพื่อปรับจำนวนสั่งซื้อให้เหมาะสม
- **GROUP C:** มีจำนวนชนิดของสินค้าประมาณ 30 – 60% ของจำนวนชนิดของสินค้าทั้งหมดที่คงคลัง แต่มูลค่ารวมของสินค้าในกลุ่มประมาณ 5% ของมูลค่ารวมของการคงคลังต่อปี

  คำแนะนำสำหรับการบริหารการคงคลังสำหรับสินค้าในกลุ่มนี้ก็คือ อาจจะตรวจสอบการใช้เป็นรายปี การคงคลังอาจจะพิจารณาเก็บ เพื่อใช้เป็นปี ในกรณีนี้ถ้าจะใช้ EOQ โมเดลจะเสียค่าใช้จ่ายมากกว่าส่วนที่ประหยัดจากค่า Q^* ของสินค้าแต่ละอย่าง



ตาราง I ข้างล่างแสดงการจัดกลุ่มสินค้าตามหลักการของ ABC Classification System โดยมีสินค้าทั้งหมด 16 ชนิด ซึ่งในองค์กรธุรกิจจริงอาจมีสินค้าเป็นพันชนิดที่ต้องคงคลัง

ในตาราง I สินค้าหมายเลข 1 และ 2 มีมูลค่ารวมกันสูงสุดถึง 85% ของมูลค่าสินค้าทั้งหมดของธุรกิจ ส่วนสินค้าในกลุ่ม C มีจำนวนถึงประมาณ 2 ใน 3 ของสินค้าทั้งหมด แต่มีผลกระทบต่อองค์กรธุรกิจน้อย เพราะมีมูลค่ารวมเพียง 3% เท่านั้น

ตาราง I: ตัวอย่างมูลค่าคงคลังของบริษัท XYZ

Part No.	Average Annual Unit Demand, D	Price, C	C × D	
1	2000	$156.00	$312,000	85% A
2	1200	55.00	66,000	
3	100	314.00	31,400	12% B
4	500	30.00	15,000	
5	4800	1.80	8,640	
6	250	19.00	4,750	3% C
7	120	25.00	3,000	
8	100	19.00	19,000	
9	1000	1.00	1,000	
10	30	25.00	750	
11	500	0.80	400	
12	100	1.30	130	
13	10	5.00	50	
14	100	0.20	20	
15	6	2.00	12	
16	100	0.06	6	
			445,058	

ในตาราง II คำนวณจำนวนสั่ง Q^* และความถี่ในการสั่งซื้อสำหรับสินค้าแต่ละชนิด โดยใช้ $A = \$50$ ต่อออเดอร์ และ $i = 0.30$, และใช้สมการ EOQ: $Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$

ตาราง II: จำนวนสั่งซื้อและความถี่

No.	D	C	Q^*	CQ^*	Months	Order/year, N	
1	2000	$156.00	65	$10,140	0.4	30.8	A
2	1200	55.00	85	4,675	0.9	14.1	
3	100	314.00	10	3,140	1.2	10.0	B
4	500	30.00	75	2,250	1.8	6.7	
5	4800	1.80	943	1,697	2.4	5.1	
6	250	19.00	66	1,254	3.2	3.8	C
7	120	25.00	40	1,000	4.0	3.0	
8	100	19.00	42	798	5.0	2.4	
9	1000	1.00	577	577	6.9	1.7	
10	30	25.00	20	500	8.0	1.5	
11	500	0.80	456	365	10.9	1.1	
12	100	1.30	160	208	19.2	0.6	
13	10	5.00	26	130	31.2	0.4	
14	100	0.20	408	82	49.0	0.2	
15	6	2.00	32	64	64.0	0.2	
16	100	0.06	745	45	89.0	0.1	
						81.7	

จะเห็นจากตาราง II ว่าสินค้าในกลุ่ม A จะมี Q^* ต่ำ และมีความถี่ในการสั่งเพิ่มสูง เช่น No.1 จะต้องสั่งเพิ่มทุกๆ 11 – 12 วัน ส่วน No.15 ใช้เวลาประมาณ ห้าปีกว่าจึงจะสั่งครั้งหนึ่ง เป็นต้น

ในตาราง II ถือว่าจำนวนสั่ง Q^* ของสินค้าทั้งหลายทำให้ต้นทุนในการคงคลังสินค้าแต่ละชนิดมีค่าต่ำสุด แต่ถ้าหากเราดำเนินนโยบายการคงคลังตามตารางนี้แล้วอาจจะไม่สะดวกในการสั่งซื้อ โดยเฉพาะอย่างยิ่งสินค้าในกลุ่ม C ซึ่งมีผลกระทบต่อธุรกิจน้อย แต่ต้องคอยตรวจดูระดับคงคลังอย่างต่อเนื่อง และสินค้าในกลุ่มนี้ก็มีความถี่ของการสั่งที่แตกต่างกันมาก คือ จากประมาณ 4 เดือนถึง 7 ปีกว่า เพื่อเป็นตัวอย่างของการวิเคราะห์นโยบายคงคลัง เพื่อความสะดวกในการซื้อสินค้าในกลุ่ม C เราอาจจะกำหนดเป็นแนวนโยบายว่า สั่งซื้อสินค้าหมายเลข 6 ถึง 11 ทุกๆ 6 เดือน และสั่งหมายเลข 12 ถึง 16 ทุกๆ ปี เราอาจเรียกนโยบายนี้ว่า concurrent review (ทบทวนร่วมกัน) และเรียกนโยบายเดิมตามตาราง II ว่า optimum policy (นโยบายต้นทุนต่ำสุด)

ในการพิจารณาเปรียบเทียบนโยบายทั้งสอง ใช้วิธีเปรียบเทียบต้นทุนรวมส่วนที่แปรผันตามนโยบายดังในตาราง III

ตาราง III

No.	Optimum		D	Concurrent	
	N	CQ*		N	CQ ($Q=\frac{D}{N}$)
6	3.8	1254	250	2	2375
7	3.0	1000	120	2	1500
8	2.4	798	100	2	950
9	1.7	577	1000	2	500
10	1.5	500	30	2	375
11	1.1	365	500	2	200
12	0.6	208	100	1	130
13	0.4	130	10	1	50
14	0.2	82	100	1	20
15	0.2	64	6	1	12
16	0.1	45	100	1	6
	15.0	5023		17	6118

เปรียบเทียบต้นทุนที่แตกต่างกัน (ต่อปี)

	Ordering Cost	**Carrying Cost**	**Total Cost**
Optimum Policy	$15\times 50=750$	$0.3\times(\frac{5023}{2})=753$	1530
Concurrent Review	$17\times 50=850$	$0.3\times(\frac{6118}{2})=918$	1768
		∴ Net increase	238

จะเห็นได้ว่านโยบายใหม่ ทำให้ต้นทุนเพิ่มขึ้นเพียง $238 หรือประมาณ 16% ต่อปีเท่านั้น ตรงจุดนี้เราจะเห็นได้ว่า การเปลี่ยนแปลงนโยบายคงคลังสำหรับสินค้าในกลุ่ม C มีผลกระทบต่อธุรกิจน้อย และในกรณีนี้ โดยความเป็นจริงแล้วต้นทุนที่เพิ่มขึ้น น่าจะน้อยกว่านี้อีก เพราะเราสามารถลดต้นทุนการสั่งได้อีก ถ้าจัดให้สินค้าใน 5 รายการหลังสั่งพร้อมๆ กับสินค้าใน 6 รายการแรก

การวิเคราะห์ทำนองเดียวกันนี้อาจจะนำไปใช้กับสินค้าในกลุ่ม A หรือ B สมมุติว่าเรานำไปใช้กับสินค้าในกลุ่ม A ผลก็คือ ตาราง IV ข้างล่าง โดยให้ทบทวนสั่งทุกเดือน

ตาราง IV

No.	Optimum		D	Concurrent	
	N	CQ		N	CQ ($Q=\frac{D}{N}$)
1	30.8	$10140	2000	12	26,000
2	14.1	4675	1200	12	5,500
	44.9	14815		24	31,500

	Ordering Cost	Carrying Cost	Total Cost
Optimum Policy	2245	2222	4467
Concurrent Review	1200	4725	5925
		เพิ่มขึ้นสุทธิ =	1458

$$\therefore \text{ เพิ่มขึ้นสุทธิ } = \frac{1458}{4467} \times 33\%$$

ซึ่งเป็นข้อเท็จจริงที่ยืนยันให้เห็นว่าสินค้าในกลุ่มนี้มีผลกระทบต่อต้นทุนของธุรกิจมากกว่าสินค้าในกลุ่มอื่นๆ

2.11 Exchange curves:

เป็นเทคนิคอีกอย่างหนึ่งสำหรับใช้วิเคราะห์ เพื่อการตัดสินใจในการบริหารระบบคงคลังสำหรับสินค้าหลายๆ อย่างรวมกัน (aggregate inventory)

พิจารณาจำนวนสั่ง EOQ สำหรับสินค้า J

$$Q_j = \sqrt{\frac{2AD}{iC_j}} \qquad ①$$

$\therefore$ จำนวนครั้งในการสั่งต่อปี คือ

$$N_j = \frac{D_j}{Q_j} \qquad ②$$

ดังนั้น มูลค่าของสินค้าทั้งหมดที่คงคลัง (Total cycle stock), TCS หาได้จาก

$$TCS = \sum_j \frac{Q_j}{2} \cdot C_j = \sum_j \sqrt{\frac{2AD_j}{iC_j}} \cdot \left(\frac{C_j}{2}\right) \qquad ③$$

และจำนวนครั้งในการสั่งทั้งหมดต่อปี คือ

$$N = \sum_j N_j = \sum_j \frac{D_j}{Q_j} = \sum \frac{D_j}{\sqrt{\frac{2AD_j}{iC_j}}} \qquad ④$$

③÷④ จะได้

$$\frac{TCS}{N} = \frac{\sum_j \sqrt{\frac{2AD_j}{iC_j}} \cdot \left(\frac{C_j}{2}\right)}{\sum_j \frac{D_j}{\sqrt{\frac{2AD_j}{iC_j}}}}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{2A}{i}} \cdot \sum_j \sqrt{\frac{D_j}{C_j}} \cdot \left(\frac{C_j}{2}\right)}{\frac{1}{\sqrt{\frac{2A}{i}}} \sum_j \frac{D_j}{\sqrt{\frac{D_j}{C_j}}}}$$

$$\frac{TCS}{N} = \frac{A}{i} \qquad ⑤*$$

ถ้าเรานำสมการ ③×④ จะได้

$$(TCS)\times(N) = \left(\sqrt{\frac{A}{2_i}}\sum_j\sqrt{C_jD_j}\right)\left(\sqrt{\frac{i}{2A}}\sum_j\sqrt{C_jD_j}\right)$$

$$\therefore \quad (TCS)\times(N) = \frac{1}{2}\left(\sum_j\sqrt{C_jD_j}\right)^2 \qquad ⑥*$$

$$= \text{ค่าคงที่}$$

จากสมการที่ ⑤ และ ⑥ หมายความว่า เราสามารถหาจำนวน หรือค่าที่เหมาะสมของ TCS และ N สำหรับอัตราส่วน $\frac{A}{i}$ ใดๆ ได้ ซึ่งถ้าเรานำ TCS และ N มาพล็อตสำหรับค่า $\frac{A}{i}$ ต่างๆ แล้วจะได้เส้นโค้งที่เรียกว่า Exchange curve ซึ่งสามารถนำไปใช้เป็นแนวทางตัดสินใจเกี่ยวกับจำนวนคงคลัง และจำนวนสั่งซื้อสินค้าได้

ตัวอย่าง: สมมุติว่าข้อมูลของการคงคลังเป็นไปตามตาราง I ในหน้าที่ 75 ให้สร้าง exchange curve สำหรับสินค้าคงคลังทั้งหมด

Solution เราทราบว่า $A = \$50$ และ $i = 0.3$

$$\therefore \quad \frac{A}{i} = \frac{50}{0.3} = 166$$

คำนวณค่า N และ TCS จะได้ตามตาราง V

จากตารางจะได้ $N = 81.7$ และ $TCS = 13{,}463$

$$\therefore \quad (TCS)(N) = 81.7\times13{,}463 = 1{,}100{,}000 \qquad \text{(a)}$$

ถ้าลองเอาค่า TCS มาหารด้วย N จะได้ $\frac{13{,}463}{81.7} = 165.265 \cong 166$

เป็นการพิสูจน์ว่า $\frac{TCS}{N} = \frac{A}{i} = 166$ (b)

ตาราง V

Part No.	C_jD_j	CQ^*	N	$\sqrt{C_jD_j}$	TCS, $C\frac{Q}{2}$
1	$312,000	$10,140	30.8	558.6	$5,070
2	66,000	4,675	14.1	256.9	2,338
3	31,400	3,140	10.1	177.2	1,570
4	15,000	2,250	6.7	122.5	1,125
5	8,640	1,697	8.1	93.0	848
6	4,750	1,254	3.8	68.9	627
7	3,000	1,000	3.0	54.8	500
8	1,900	798	2.4	43.6	399
9	1,000	577	1.7	31.6	289

Part No.	C_jD_j	CQ^*	N	$\sqrt{C_jD_j}$	TCS, $C\frac{Q}{2}$
10	750	500	1.5	27.4	250
11	400	365	1.1	20.0	182
12	130	208	0.6	11.4	104
13	50	130	0.4	7.1	65
14	20	82	0.2	4.5	41
15	12	64	0.2	3.5	32
16	6	45	0.1	2.4	23
			81.7	1,483.4	13,463

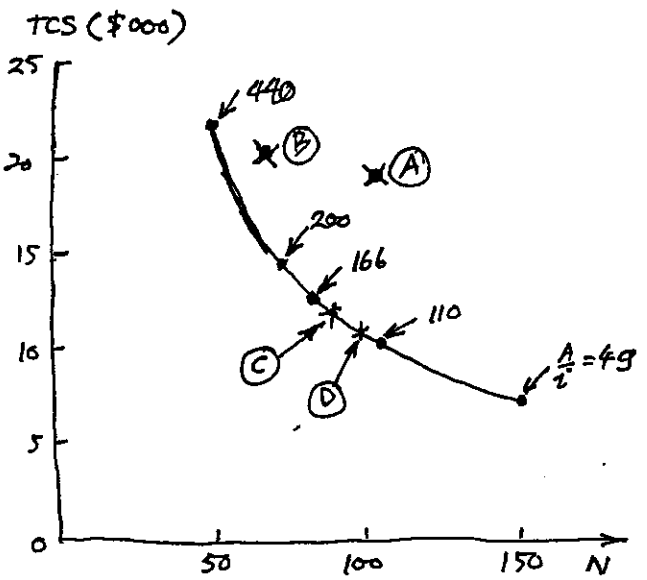
ในการสร้าง Exchange curve สมมุติว่า $\frac{A}{i}$ ที่คิดว่าจะเป็นไปได้หลายค่า แล้วคำนวณหาค่า TCS และ N จาก สมการ (a) และ (b) เช่น ให้ $\frac{A}{i} = 440$ $\therefore$ $TCS \times N = 1{,}100{,}000$ และ $\frac{TCS}{N} = 440$ จะได้

$$440N^2 = 1{,}100{,}000$$

$$\therefore \quad N = \left(\frac{1{,}100{,}000}{440}\right)^{\frac{1}{2}} = 50$$

และ $$TCS = \frac{1{,}100{,}000}{50} = 22{,}000$$

ซึ่งเมื่อพล็อตแล้วจะได้ curve ลักษณะดังรูปหน้า .....



Exchange Curve

วิธีใช้ เช่น ถ้า ณ เวลาปัจจุบันบริษัทมีระดับคงคลังและมีค่า TCS และ N อยู่ที่จุด (A) จะเห็นได้ว่า ถ้าต้องการประหยัดต้นทุน ก็ควรจะลดทั้งค่า TCS และ N ลง เพื่อให้ใกล้ค่า Optimum

หรือ ถ้ากำลังดำเนินอยู่ในตำแหน่งจุด (B) ก็อาจจะต้องสำรวจดูว่า ค่า $\frac{A}{i}$ เหมาะสมหรือไม่?

หรือ ถ้ากำลังดำเนินอยู่ที่ (C) และจำเป็นต้องคงคลังสินค้าใหม่ๆ ซึ่งจำนวน N ก็จะเพิ่มด้วย กรณีนี้อาจจะขยับไปที่จุด (D) โดยยังคงต้นทุนต่ำ และขณะเดียวกันก็ไม่ต้องเพิ่มพื้นที่คงคลัง

PROBLEMS

3-1. The ABC Company estimates the cost of ordering a raw material to be $50 per order. The cost of inspection of the received material is $10 per order. The monthly demand is 3000 units and inventory carrying cost is $4 per unit per month. Find the optimum order quantity for the following independent assumptions:

1. Shortages are not permitted.
2. Shortage cost is $50 per unit short per month.
3. Shortage cost is $10 per unit short independent of duration and considering the shortage cost in 2 above.
4. Errors in estimated shortage cost in (2) are +50% to −50%.

Draw a relationship diagram to show the effect of these errors on EOQ.

3-2. A manufacturing facility is planning to increase the storage space by building a new high-bay warehousing system. An analysis is performed for one of the main products of the facility and the following data are obtained:

1. The annual demand for this product is 10,000 units.
2. The cost of providing space is $1 per unit per day.
3. The combined cost of storing or retrieving a unit is $0.50.
4. The inventory carrying cost rate is 20% based on the average inventory level.
5. The cost of shortage is $30 per unit per day.
6. The cost of the product is $40 per unit.
7. The cost of production setup is $200 per order.
8. The production rate is 50,000 units per year.
9. The space required for each unit is 2 ft^3.

How much space should be allocated for this product such that the total inventory cost is minimized?

3-3. Consider an inventory system in which discounts are given for large ordered quantities. The price schedule is shown in Table 3-13. The shortage cost is $8 per unit per year and the order cost is $40 per order. The inventory carrying cost is $2 per unit per year and the annual demand is 5000 units. Determine the optimum order quantity.

Table 3-13.

$Q < 1000$ units	$C = \$10.0$/unit
$1000 \le Q < 2000$ units	$C = \$9.0$/unit
$2000 \le Q < 3500$ units	$C = \$8.0$/unit
$3500 \le Q$ units	$C = \$7.5$/unit

3-4. An industrial engineer wishes to determine whether a subassembly of a product is to be made in the plant or manufactured by an outside supplier. The data pertinent to the decision-making process are shown in Table 3-14. The carrying cost per unit is $0.50 per day and the shortage cost per unit per day is $0.20. How should the engineer decide on ordering this subassembly, assuming 260 working days per year?

Table 3-14.

	In Plant	*Vendor 1*	*Vendor 2*
Production per day (units)	200	400	∞
Lead time (days)	4	6	9
Cost per unit	$50	$55	$54
Order cost	$100	$60	$70

(a) If the annual demand is 30,000 units?
(b) If the annual demand is 20,000 units and the shortage cost per unit is \$0.15 independent of the period?
(c) Assuming that the annual demand is 20,000 units and that vendor 1 provides a quantity discount as shown in Table 3-15?

Table 3-15.

$Q < 5000$	$C = \$55$/unit
$5000 \le Q < 10{,}000$	$C = \$50$/unit
$10{,}000 \le Q$	$C = \$48$/unit

3-5. Consider a situation where the procurement rate of a product is infinite and the carrying cost rate is 0.15 per year, based on the maximum inventory level. The shortage cost per unit per year is \$1.50 and is based on the average shortage quantity. The procurement cost is \$30 per order; shipping and inspection cost is \$100 per order. The annual demand is 1000 units and the cost per unit is \$5. Determine the optimum order quantity and the optimum reorder level.

3-6. Derive expressions for the optimum order quantity Q^* and reorder r^* for the inventory system described in Section 3.6.1 (assuming that shortage cost per unit is π and independent of the duration).

3-7. Consider an inventory system with a deterministic demand rate D. Shortages are allowed and the carrying cost is based on the maximum inventory level. Find Q^* and S^* (replenishment rate is P).

3-8. The following estimates have been determined for an inventory problem: D = 2500 unit/period, A = \$15 per period, i = 18%, C = \$8 per unit, and the production rate is 3500 units per period. If the shortage cost per unit is negligible and the inventory manager decides on an arbitrary optimum quantity of 500 units, what is the implied shortage per unit per period?

3-9. Using the ABC inventory approach, company XYZ identified three main products in group A. The inventory data for these products are given in Table 3-16. Assume that the carrying cost rate is 0.24. What are the optimal quantities to be ordered from these products if the total investment in the inventory does not exceed \$8000? What is the optimum cycle time?

Table 3-16.

	Product 1	*Product 2*	*Product 3*
Demand per year (units)	2000	3000	1500
A	\$50	\$40	\$60
C	\$40	\$70	\$30

3-10. Suppose that an inventory system accommodates the four types of items shown in Table 3-17. The inventory carrying rate is 0.20 per year. The maximum investment is \$15,000 and the maximum floor space available is 8000 ft^2.
(a) What are the optimal ordered quantities of these items? What is the optimal cycle time?
(b) Rework part (a) for a space constraint of 1200 ft^2.

Table 3-17.

	Item 1	*Item 2*	*Item 3*	*Item 4*
Demand per year (units)	3000	4000	2000	3200
C	\$20	\$30	\$25	\$40
A	\$100	\$110	\$105	\$80
Floor space per unit (ft^2)	3	2	4	2.5

3-11. Solve the inventory problem described by Eqs. (3.28) and (3.29) when shortage costs per unit per period are allowed.

3-12. A manufacturing engineer is to decide on the optimal order quantity for the number of spare dies for three different stamping operations. It is found that the average life of a die is 30,000 stampings and the number of stampings for each die per day is 2000. Other data are given in Table 3-18. The downtime per machine due to lack of dies is $5 per hour. The carrying cost rate is 0.18 and the maximum floor space available is 100 ft². What are the optimal number of spares for each die type?

Table 3-18.

	Die 1	*Die 2*	*Die 3*
C	$100/unit	$150/unit	$80/unit
A	$50	$40	$50
Floor space (ft²)	2.0	1.5	1.8

3-13. A machine shop purchases spare parts for several machines at the rate of 1000 per year. The cost of each part is $20, and the cost of placing an order is $20. The inventory carrying cost is $2.5 per unit per year. The shortage cost is $5.5 per unit per year. Assume that the demand (x) during lead time follows an exponential distribution with a p.d.f. of $e^{0.05x}$ over the range 0 to 200. The shortage cost per unit short is $2 based on the average shortage. Find Q^* and r^*. Assume that shortages are backordered.

3-15. Consider a continuous-review inventory model, where the p.d.f. of the demand x during lead time follows a uniform distribution over the range 0 to 100. The annual demand is 600 units and the cost of each unit is $20. The inventory carrying cost is $2 per unit per year and the order cost is $20 per order. Based on the experience, it is found that a reorder level of 80 units could be optimal. What are the optimum order quantity and the implied shortage cost? Assume that shortages are backordered.

3-17. In a typical periodic-review case, it is assumed that the annual demand is 10,000 units. The cost of making a review is $10 and the cost of placing an order is $25. The cost per unit is $20, the carrying cost is $4 per unit per year, and the shortage cost is $10 per unit independent of duration. It is found that the demand during $l + T$ is represented by a normal distribution with a mean $10{,}000(l + T)$ and variance $8000(l + T)$. Determine the optimal values of R and T^* (the lead time is 4 months). Assume that shortages are lost sales.

3-19. Consider a periodic-review model where the demand rate is 1000 units per year. The carrying cost is $8 per unit per year. The cost per unit is $80 and the cost of making a review is $20. The order cost is $10 per order. The demand during $l + T$ is uniformly distributed over 200 to 400 units. If the optimal T^* is 45 days and lead time is 4 months, what are the implied shortage cost and the optimum value of R?

3-22. A company uses a continuous-review system, with $Q^* = 100$. Annual demand for an item is normal with mean 1000 and standard deviation 200. The reorder lead time is 0.5 month. It is desirable to set a service level such that there is an average of not more than one stockout a year. What should the level of safety stock be?

3-23. For the data of Problem 3-22, what should the safety stock be if it is desirable to set a service level to meet at least 90% of the units demanded during a typical lead time?

3-24. A company uses a periodic-review system with a review period of $T = 2$ months and a lead time of $l = 1$ month. Annual demand is normally distributed with mean 1000 and standard deviation 100. How much safety stock should be provided to ensure that 95% of the units demanded per year can be satisfied immediately from inventory?

3-25. Weekly demand for an item is Poisson distributed with a mean and variance of 4.0. The company operates a continuous-review system and the reorder lead time is 1 week. What should the reorder point be to ensure that the average time out of stock does not exceed 1 day (¼ week)?

3-26. Demand for an item during a lead time of 20 days is Poisson distributed with mean and variance of 6. The company wishes to ensure that the average time out of stock for a typical cycle does not exceed 5 days. What should the level of the safety stock be?

3-27. A periodic-review policy is being used to control the inventory of an item. The fixed cost of an order is \$200, the cost per unit is \$10, and the annual inventory carrying cost rate is 40%. Demand is normally distributed with a mean of $6000t$ and a variance of $1200t$.
(a) If shortages result in a lost sale at a cost of \$4 per unit, what should the service level be?
(b) If the reorder lead time is 1 month, what is the appropriate level of safety stock?
(c) What is the appropriate order-up-to level, R?

3-28. A firm forecasts demand for an item using exponential smoothing with $\alpha = 0.3$. Table 3-19 is a history of forecast versus actual demand for the past year. The company reviews the inventory status of this item every 6 months. It is now reviewing the item tc make a reorder decision for the period January to June. The current inventory level is 60 units. When an order is placed, delivery of the order will be instantaneous. If the company wishes to provide a 95% service level over the next 6 months, what is the size of the order that should be placed? Service level is defined as the probability of not stocking out over a cycle.

Table 3-19.

Month	*Actual Demand (units)*	*Forecast of Demand (units)*
Jan.	75	70
Feb.	60	72
Mar.	72	68
Apr.	63	69
May	75	67
June	69	69
July	80	69
Aug.	60	72
Sept.	66	68
Oct.	68	67
Nov.	71	67
Dec.	72	68

3-29. Consider an inventoried item with the following characteristics:

Unit cost, C = \$10.00/unit
Annual demand, D = 300 units/year
Standard deviation of demand, σ = 30 units/year
Order lead time, l = 4 months
Carrying cost rate, i = 40.0%
Demand is normally distributed.

The company uses a Q, r continuous-review ordering policy as follows: when the reorder point r = 125 units, place an order for Q = 150 units.
(a) What is the actual safety stock in units for the item?
(b) What is the actual service level being provided, where service level is defined as the fraction of total demand satisfied off the shelf?
(c) When shortages occur, the item is backordered. Given the above policy, what is the implied value of π, the backorder cost per unit short?

3-30. The ABC Company establishes a safety stock so as to provide a service level of 95%. The service level is measured as the fraction of demand satisfied immediately from stock over the year. An inventoried item has an average demand rate of 1000 units/year, and the firm uses a continuous-review system with Q^* = 200 units. The supplier of the item has historically maintained a constant lead time of 4 weeks. The ABC Company has found that the standard deviation of demand over that lead time is 100 units. The current purchase price of the item is \$1.00 per unit. The supplier has offered to reduce the lead time to 1 week if the ABC Company is willing to pay \$1.02 per unit. The current inventory carrying rate for ABC Company is 20%.
(a) Qualitatively discuss the economic trade-offs involved in deciding whether or not to accept the supplier's proposal.
(b) Perform the computations required to decide whether or not to accept the offer.

3-31. In Problem 3-30, assume that the current lead time is a normally distributed random variable with a mean of 4 weeks and a standard deviation of 1 week. What savings will be obtained by accepting the supplier's offer to maintain a constant lead time of 1 week for an increased price per unit?

3-32. A company wishes to forecast the demand for *all* its products using one forecasting method, *simple exponential smoothing*. A 12-week forecast will be made on the first Monday of each month and used as the basis for making inventory-replenishment decisions. The firm is concerned with the problem of estimating the variance of the forecast for items with lead times greater than the forecast interval. The firm intends to assume that observations over adjacent forecast intervals are independent and that variances are linearly additive. The firm is using an R, T periodic-review system with $l + T > 1$ week for all items in the inventory. The firm wishes to maintain a service level of 95%; service level is defined as the probability of not having a stockout during the lead time.

(a) Describe how the actual level of protection provided by the safety stock will be affected if the actual pattern of demand is (1) seasonal and (2) random. Discuss your answer so that the logic used in arriving at the conclusion can be understood.

(b) Assume that the latest forecast of demand by weeks over the next 12 weeks is constant at

$$\bar{x}_w = 25 \text{ units}$$

$$\sigma_w = 25 \text{ units}$$

$$l = 2 \text{ weeks}$$

$$T = 4 \text{ weeks}$$

(1) How many units of safety stock should be carried?
(2) What is the order-up-to-R^* level?

(c) If you were offered *either one* of the following, which would you prefer and why?
(1) A 50% reduction in supplier lead time (that is, $l = 1$ week).
(2) A 50% reduction in the standard deviation of demand (that is, $\sigma_w = 12.5$).
Show computations.

3-33. Consider a single-period inventory model in which the inventory level during production increases according to the following expression:

$$I(t) = (P - D)t^2$$

where $I(t)$ = inventory level at time t
P = production rate
D = demand rate

Find the optimal Q^* (shortage is not allowed).

3-34. In a single-period inventory model, the demand density function is given by a normal distribution with mean of 100 units and variance of 60. The carrying cost is \$5 per unit, the shortage cost is \$15, and the cost of the item is \$10. Find Q^*.

3-35. The probability of a demand for a product is given by

x	10	20	30	40	50
$P(x)$	0.20	0.25	0.35	0.10	0.10

The carrying cost is \$5 per unit, the shortage cost is \$15, and the cost of the product is \$8 per unit. Find Q^*.

3-36. In a single-period inventory model, the demand occurs uniformly over the inventory period. The carrying cost is \$2 per unit per year, the shortage cost is \$10, and the item cost is \$8. Assume that the demand follows a uniform distribution over the range 100 to 200. Find Q^*.

3-37. Solve Problem 3-36 assuming that the demand occurs uniformly over the inventory period with a range from 100 to 300 units.

3-38. Repeat Problem 3-33 assuming that

$$\phi(\delta) = \begin{cases} e^{\delta}, & \delta > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

and zero initial inventory.

3-39. A manufacturer of electronic equipment produces and ships to his distribution warehouse in batches. Annual shipments are shown in Table 3-20.
(a) Perform an ABC classification of the items.
(b) Create an exchange curve for the items.
(c) The company has determined that its carrying cost rate for inventory items is about 25% to 30% and its setup cost lies between $80 and $120. Last year the average finished-goods inventory level was $3,000,000. What recommendations can you make to the company's management?

Table 3-20.

Item	*Units Sold*	*Dollar Value*
Analog/digital converter	2,000	$ 350
2000 External modem	1,000	150
ST-8 3.5" disk drive	10,000	300
VGA/NTSC converter	100	525
Ethernet card	10,000	120
RS232 breakout box	1,100	35
EPROM programmer	500	160
Color VGA card	80,000	120
Winchester XT HD controller	20,000	40
T8 oscilloscopy	1,000	1500

3. Aggregate Production Planning:

Aggregate Production Planning เป็นเรื่องเกี่ยวกับการวางแผนการใช้ทรัพยากรการผลิตในอนาคตอย่างประหยัด เป้าหมายของการวางแผนการผลิตชนิดนี้ก็คือ เพื่อกำหนดกรอบกว้างๆ สำหรับแผนการทำงานในอนาคต และกรอบของการทำงานนี้ จะต้องเป็นไปตามนโยบายขององค์กร ในช่วงเวลาที่สามารถคาดคะเนได้, เป็นที่พึงพอใจของคนงาน และทำให้เกิดต้นทุนการผลิตต่ำสุด

Aggregate plan (หรือแผนการผลิตหน่วยร่วมของสินค้า) เป็นแผนการผลิตที่ฝ่ายบริหาร (management) ใช้ในการตัดสินใจเกี่ยวกับการใช้ทรัพยากรการผลิต เช่น การจ้างงานในอนาคต, การเหมาช้าง (subcontracting) การกำหนดอัตราการผลิต

สิ่งที่ต้องใช้สำหรับการวางแผนการผลิตชนิดนี้ ก็คือ:-

1. หน่วยร่วมของสินค้า เช่น แกลลอน ในอุตสาหกรรมสี, กล่องหรือลังในโรงงานทำเบียร์, ชั่วโมงแรงงาน (man – hour) ในโรงงานเฟอร์นิเจอร์
2. ค่าพยากรณ์ หรือค่าคาดคะเนความต้องการ
3. จำนวนสินค้าคงคลังที่มีอยู่ หรือต้องการให้มี
4. ความสามารถในการผลิต
5. ต้นทุนต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง

เราอาจมองแผนการผลิตของโรงงาน หรือบริษัทในรูปของระยะเวลาของการใช้แผนการผลิต (Planning time horizon) ได้ดังนี้

(1.) **แผนการระยะยาว (Long – range) สำหรับสินค้า (Products), ตลาด (Markets) และกำลังการผลิต (Capacities):** เป็นเรื่องของการศึกษาความต้องการของตลาด, ตำแหน่งของตลาด, ศึกษาเกี่ยวกับขนาดและตำแหน่งของอุปกรณ์การผลิต

(2.) **แผนการระยะกลาง (intermediate range plans) สำหรับสินค้า และกำลังการผลิต:** ซึ่งจะเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของสินค้าที่ผลิต (product mix), คาดคะเนความต้องการในกำลังการผลิตในอนาคต, ความต้องการในเครื่องมือ และแรงงาน

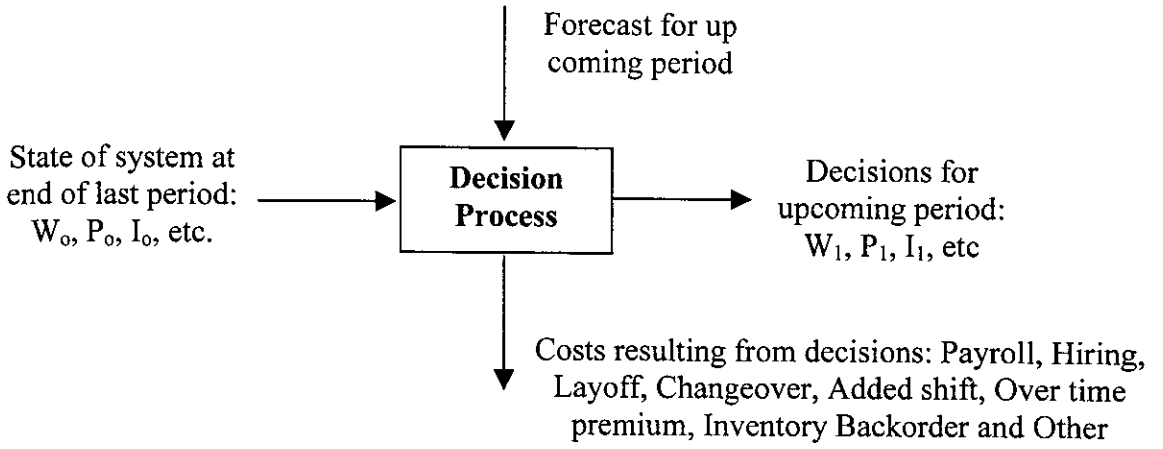
(3.) **แผนทดลองสำหรับการผลิตในช่วงเวลาต่อไป (immediate future demands) อันใกล้:** จะพิจารณากำหนดขนาดของแรงงาน; ขนาดของผู้รับเหมา; อัตราการผลิต, การเหมาช้าง; การทำ overtime; และการกำหนดระดับคงคลัง

(4.) **แผนการผลิตที่แน่นอน สำหรับช่วงเวลาอันใกล้ต่อไป:** ใช้ค่าพยากรณ์ของความต้องการในอนาคต กำหนดแผนการสำหรับใช้ความสามารถ (capacity) ในการผลิตที่ต้องการ ซึ่งในกรณีนี้อาจจะเกี่ยวข้องกับการว่าจ้างคนงานเพิ่ม หรือลดคนงานลง (layoff); การกำหนดอัตราการผลิต; การใช้ overtime และ การใช้การคงคลัง

(5.) **การใช้แผนการผลิตในข้อ (4.) ที่ทำไว้แล้ว (firm plans):** ทำรายละเอียดแผนงานต่างๆ และตารางลำดับการผลิต (detailed plans and scheduling) โดยใช้เครื่องมือเครื่องจักรที่มีอยู่ แผนการผลิตในข้อ (3.) และ (4.) คือ **aggregate plan**

3.1 โครงสร้างของปัญหา:

เราสามารถแสดงโครงสร้างของปัญหาของ aggregate planning ได้ดังในรูป 1 ซึ่งสมมุติว่ามีช่วงเวลาสำหรับการวางแผนการผลิตเพียงช่วงเวลาเดียวในอนาคตเท่านั้น ดังนั้น เราจึงเรียกว่า single – stage system



รูป 1: แสดง single – stage aggregate planning decision system โดยมี planning horizon เท่ากับ 1 period

W = ขนาดของ work force

P = production rate

I = inventory level

W_o, P_o และ I_o แสดงสภาวะของระบบที่ปลาย period ที่ผ่านมา ซึ่งถือเป็นสภาวะเริ่มต้นของ period ที่ต้องการวางแผน เรามีค่าพยากรณ์ของความต้องการในสินค้าสำหรับ 1 period ข้างหน้า และโดยการใช้กระบวนการตัดสินใจบางอย่าง (decision process) ทำให้สามารถกำหนดขนาดของ work force, และอัตราการผลิตใน period ข้างหน้าได้ ซึ่งจากการตัดสินใจ เราก็คาดว่าจำนวนคงคลังที่จะเกิดที่ปลาย period ที่วางแผน ก็คือ $I_1 = I_0 + P_1 - F_1$ โดยที่ I_0 คือ จำนวนคงคลังใน period ก่อนหน้า, P_1 คือ จำนวนผลิตใน 1 period ข้างหน้า และ F_1 คือ ค่าพยากรณ์ความต้องการใน period ดังกล่าว

ในระบบ Single – stage system แบบนี้ การตัดสินใจอาศัยข้อมูลที่ผ่านมาใน period ก่อน และค่าพยากรณ์ใน period ข้างหน้าเท่านั้น

การตัดสินใจแต่ละครั้งเราอาจทำอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือหลายอย่างร่วมกัน เช่น ให้คนงานออก (layoff), จ้างคนงานเพิ่ม (hiring), เปลี่ยนแปลงวิธีทำงาน (changeover), เพิ่มหรือลดกะทำงาน (added or deleted shift), ทำ overtime, หรือทำอย่างอื่น

ตอนนี้สมมุติว่าใน single – stage system ของเรามีค่าพยากรณ์ 4 period ติดต่อกันลดต่ำลงอย่างต่อเนื่อง และการตัดสินใจในแต่ละครั้งก็เป็นไปในลักษณะที่ลดขนาดของแรงงาน (workforce size) หรือลดอัตราการผลิต หรือทั้งสองอย่างร่วมกัน ผลก็คือ เสียค่าใช้จ่ายในการให้คนงานออก (layoff cost) และค่าใช้จ่ายอื่นๆ ในการเปลี่ยนแปลงการทำงาน (change over cost)

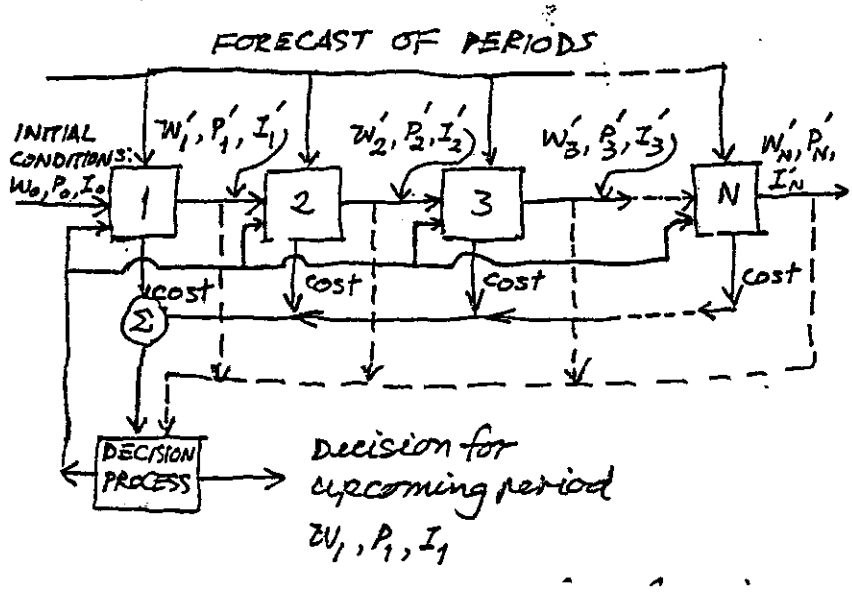
ถ้าสมมุติต่อไปอีกว่าใน period ที่ 5 ถึง 10 ต่อมานั้น มีค่าพยากรณ์สูงขึ้นตามลำดับ การตัดสินใจในแต่ละ period คราวนี้ก็จะเป็นไปในลักษณะตรงกันข้ามกับ 4 periods ก่อนหน้านี้ และผลก็คือ เสียค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นอีก เพราะต้องจ้างคนงานเพิ่ม และต้องเปลี่ยนแปลงการทำงาน เป็นต้น

แต่ถ้าหากเราสามารถมองไปข้างหน้าได้คราวละหลายๆ period เราอาจจะผลิตเพื่อคงคลังระยะหนึ่งเพื่อไปชดเชยกับช่วงเวลาที่ความต้องการสูง ทำให้สามารถประหยัดค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงแรงงาน ขณะเดียวกันก็สามารถคงที่จำนวนแรงงาน ซึ่งมีผลต่อขวัญและกำลังใจในการทำงานของคนงาน

ดังนั้น การยืดช่วงเวลาของแผนการออกไป (planning horizon) สามารถทำให้การวางแผนการผลิตบรรลุวัตถุประสงค์ได้ง่ายขึ้น

3.2 กระบวนการ (หรือวิธีการ) ตัดสินใจในการวางแผนการผลิตรวม (aggregate planning):

ลักษณะทั่วไปของปัญหาแสดงได้ดังรูป 2 ซึ่งเป็นการขยาย single – stage system ออกไปเป็นแบบ multistage system



รูป 2: Multistage aggregate planning decision system for planning horizon of N periods

วัตถุประสงค์ก็คือ: เพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับขนาดของแรงงาน และอัตราการผลิตใน 1 period ข้างหน้า ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับการตัดสินใจที่เกี่ยวกับค่าพยากรณ์ความต้องการของตลาดในช่วงวางแผนหลัง period ข้างหน้าด้วย เพราะฉะนั้นจึงต้องคำนึงถึงผลกระทบในแง่ของต้นทุนที่จะเกิดขึ้นจากการตัดสินใจในอนาคตเหล่านั้น

ในรูป 3 มีเส้นลากต่อโยงระหว่างช่วงเวลา (period) เส้นนี้แสดงค่า W, P, I ซึ่งเป็นข้อมูลสำหรับแต่ละ period ผลลัพธ์ของแต่ละ period และต้นทุนจะถูกป้อนเข้าสู่กระบวนการตัดสินใจ (กล่องล่างสุด)

จากกล่องของ decision process จะมีเส้นย้อนกลับไปยัง period (หรือขั้นตอนต่างๆ) เพื่อแสดงให้เห็นว่ากว่าจะได้คำตอบอาจจะต้องมีการลองถูกลองผิด (trial – and – error) กันหลายรอบ

วิธีการที่ใช้ใน (กล่อง) กระบวนการตัดสินใจกำหนดคำตอบสำหรับการวางแผน มีอยู่หลายวิธีคือ

1.) การใช้กราฟ;

2.) การใช้คณิตศาสตร์ (mathematical method);

3.) ฮิวริสติก (heuristic method); และการใช้วิธีค้นหาคำตอบด้วยคอมพิวเตอร์ (computer search method).

3.3 วิธีใช้กราฟ (Graphic method):

ตาราง I แสดงค่าพยากรณ์ความต้องการของตลาดสำหรับสินค้าอย่างหนึ่ง และค่า safety stock ที่ต้องการสำหรับแต่ละเดือน ค่าพยากรณ์ความต้องการของตลาด (forecast of sales) ก็คือค่าคาดหวังของความต้องการในการผลิต (expected production requirement)

ตาราง I: Forecast of sales and safety stocks

Month	Expected Production Requirement	Required Safety Stocks	Production days	Cumulative Production days
1	6,000	3,000	22	22
2	4,000	2,500	19	41
3	3,000	2,100	21	62
4	4,000	2,500	21	83
5	6,000	3,000	22	105
6	9,000	3,500	20	125
7	11,000	4,000	12	137
8	12,000	4,200	22	159
9	13,000	4,400	20	179
10	12,000	4,200	23	202
11	11,000	4,000	19	221
12	9,000	3,500	21	242
	100,000	40,900		

$$\text{Average safety stock} = \frac{40{,}900}{12} = 3{,}400$$

จากตาราง I จะเห็นได้ว่า เดือน 3 มีความต้องการต่ำสุด คือ 3,000 เดือน 9 สูงสุด 13,000 คือ เปลี่ยนแปลงถึง $\frac{13{,}000}{3{,}000} = 4.33$ เท่า ส่วนวันทำงานเดือน 7 มีเพียง 12 วัน เพราะต้องปิดโรงงานเพื่อซ่อมบำรุง ดังนั้น ถ้าต้องผลิตตามความต้องการของตลาดแล้ว เดือนนี้ต้องผลิตด้วยอัตรา $= \frac{11{,}000}{12} = 917$ ต่อเดือน ในขณะที่เดือน 3 ผลิตเพียง $\frac{3{,}000}{21} = 143$ ต่อเดือน ซึ่งอัตราการผลิตเป็นสัดส่วน $= \frac{917}{143} = 6.41$ ความสามารถในการผลิตของโรงงานตามปกติอยู่ที่ 500 หน่วยต่อวัน และอาจจะเพิ่มได้ถึง 600 หน่วยต่อวัน โดยอาศัยการทำล่วงเวลา (overtime) ด้วยค่าใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้น $10 ต่อหน่วย

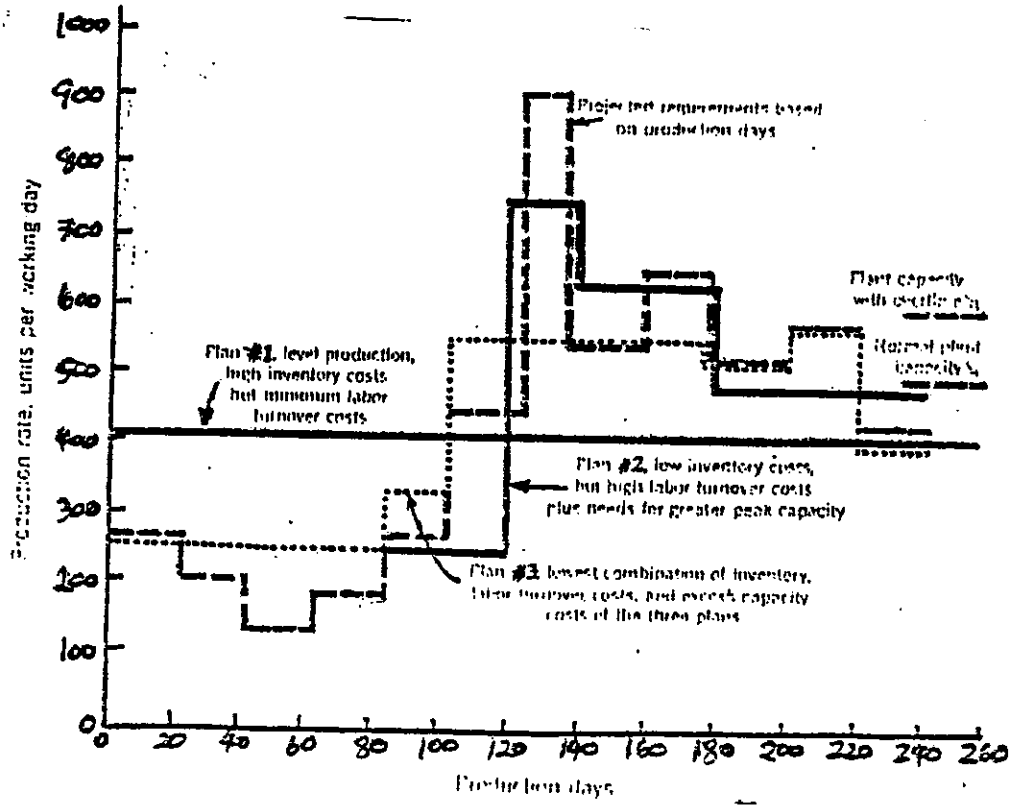
ถ้าหากต้องการผลิตให้ได้มากกว่า 600 หน่วยต่อวัน ต้องจ้างเหมาให้คนอื่นทำ (subcontracting) ด้วยค่าใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้นจากต้นทุนปกติของโรงงานถึง $15 ต่อหน่วยที่จ้าง

จากข้อมูลข้างต้นเหล่านี้ เราสามารถกำหนดเป็นแผนการผลิตได้ 3 แบบ คือ:-

- **Plan#1: Level production**

เป็นแผนการผลิตที่ง่ายที่สุด คือ ให้อัตราการผลิตคงที่เท่ากันทุกวัน อัตราการผลิตคำนวณได้จาก ผลรวมของความต้องการ หารด้วยจำนวนวันทั้งหมด นั่นคือ อัตราการผลิต $= \frac{100,000}{242} = 413$ หน่วย/วัน ซึ่งต่ำกว่าความสามารถปกติของโรงงาน (500 หน่วย/วัน)

ในรูป 3 จะเห็นว่าเส้นกราฟของแผนการ 1 เป็นเส้นระดับตรง และมีช่วงที่ต้องคงคลังไว้ (seasonal inventory) เพื่อนำไปชดเชยกับช่วงที่ความต้องการสูง



รูป 3: กราฟเปรียบเทียบแผนการทั้ง 3

ตาราง II แสดงการคำนวณจำนวนคงคลังเฉลี่ย (seasonal inventory) ที่เกิดขึ้นจากการผลิต ซึ่งเมื่อนำมาคูณกับค่าใช้จ่ายคงคลัง (carrying cost) $40 ต่อหน่วย จะได้มูลค่าเฉลี่ยของสินค้าคงคลัง ซึ่งเกิดจากการผลิตในแต่ละเดือน และเมื่อคำนวณแล้วจะได้เท่ากับ $9,600 \times 40 = \$384,000$ ค่าใช้จ่ายส่วนนี้คือส่วนที่เกิดจากการใช้ level production

- **Plan#2:** (ดูเส้นกราฟในรูป 3)

เป็นแผนการผลิตที่พยายามเปลี่ยนแปลงอัตราการผลิตไปตามความต้องการที่พยากรณ์ โดยอัตราการผลิตจะเปลี่ยนตั้งแต่ 250 หน่วย/วัน จนถึง 500 หน่วยต่อวัน เต็มกำลังการผลิต และมีการทำล่วงเวลา และจ้างเหมา (subcontracting) ในช่วงที่ความต้องการเกิดขึ้นสูง (เดือน 7 ถึงเดือน 9) ตาราง III แสดงการคำนวณค่าเฉลี่ยของ seasonal inventory

ตาราง II

Calculation of the seasonal average inventory for plan #1

Month	Exp. Product. Reqed	Safety Stock Reqed.	Product. days	Cu Product. days	Product. Reqed.	Cu. Product. Reqed.	Product. Rate	Product. Planned	Cu. Product. Planned	Seasonal Inventory
0		3500								
1	6000	3000	22	22	5500	5500	413.22	9090.9	9090.9	3590.91
2	4000	2500	19	41	3500	9000	413.22	7851.2	16942	7942.15
3	3000	2100	21	62	2600	11600	413.22	8677.7	25620	14019.8
4	4000	2500	21	83	4400	16000	413.22	8677.7	34298	18297.5
5	6000	3000	22	105	6500	22500	413.22	9090.9	43388	20888.4
6	9000	3500	20	125	9500	32000	413.22	8264.5	51653	19652.9
7	11000	4000	12	137	11500	43500	413.22	4958.7	56612	13111.6
8	12000	4200	22	159	12200	55700	413.22	9090.9	65702	10002.5
9	13000	4400	20	179	13200	68900	413.22	8264.5	73967	5066.94
10	12000	4200	23	202	11800	80700	413.22	9504.1	83471	2771.07
11	11000	4000	19	221	10800	91500	413.22	7851.2	91322	-177.69
12	9000	3500	21	242	8500	100000	413.22	8677.7	100000	0
	100000	40900								115344

หมายเหตุ: ในการคำนวณได้สมมุติว่า inventory เริ่มต้น = 3,500 หน่วย ∴ อัตราการผลิตสำหรับ level production คือ $= \frac{100,000}{242} = 413.22$ หน่วย/วัน

จำนวนคงคลังเฉลี่ยที่เกิดจากการผลิต (average seasonal inventory)

$= \frac{115,344}{12} = 9,612 \cong 9,600$ หน่วย

นั่นคือทุกๆ จุดของเวลาจะมีจำนวนคงคลังจากการผลิต = 9,600 หน่วย หรือเราจะพูดได้อีกอย่างหนึ่งว่า จำนวนคงคลังเฉลี่ยต่อปี = 9,600 หน่วย

ตาราง III

Calculation of the seasonal average inventory for plan #2

Month	Exp. Product. Reqed	Safety Stock Reqed.	Product. days	Cu Product. days	Product. Reqed.	Cu. Product. Reqed.	Product. Rate	RT Production	OT Production	Subcontracting	Plan (RT+OT+SUB)	Cu. Product. Planned	Seasonal Inventory
0		3500											
1	6000	3000	22	22	5500	5500	250	5500			5500	5500	0
2	4000	2500	19	41	3500	9000	250	4750			4750	10250	1250
3	3000	2100	21	62	2600	11600	250	5250			5250	15500	3900
4	4000	2500	21	83	4400	16000	250	5250			5250	20750	4750
5	6000	3000	22	105	6500	22500	250	5500			5500	26250	3750
6	9000	3500	20	125	9500	32000	250	5000			5000	31250	-750
7	11000	4000	12	137	11500	43500	790	6000	1200	2280	9480	40730	-2770
8	12000	4200	22	159	12200	55700	662	11000	2200	1364	14564	55294	-406
9	13000	4400	20	179	13200	68900	662	10000	2000	1240	13240	68534	-366
10	12000	4200	23	202	11800	80700	500	11500			11500	80034	-666
11	11000	4000	19	221	10800	91500	500	9500			9500	89534	-1966
12	9000	3500	21	242	8500	100000	500	10500			10500	100034	34
	100000	40900							5400	4884			13684

ในแผนการ#2 นี้มีค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น คือ ค่าใช้จ่ายเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงกำลังการผลิต (changeover costs) ในที่นี้ ได้สมมุติว่ากำลังการผลิต หรือความสามารถของการผลิตเริ่มต้นที่ 250 หน่วยต่อวัน และถ้าจะเพิ่มหรือลดการผลิตก็ต้องมีการจ้างแรงงานเพิ่ม หรือลดจำนวนแรงงาน

ในตัวอย่างนี้ได้สมมุติว่า ถ้าอัตราการผลิตเปลี่ยนแปลง 35 หน่วยต่อวัน จะต้องจ้างคนงานเพิ่มหรือลดคนงานลง 100 คน และค่าใช้จ่ายในการบอกเลิกจ้างคนงาน หรือในการหาคนงานใหม่รวมทั้งการฝึกงานด้วย =$230 ต่อคนงานหนึ่งคน

ค่าใช้จ่ายอื่นๆ ที่เกิดขึ้นจากแผนการ #2 คือ ค่าทำงานล่วงเวลา (overtime) ในที่นี้กำหนดให้เพิ่มขึ้น $10 ต่อหน่วยที่ผลิตในช่วงล่วงเวลา (OT) และค่าจ้างเหมาทำ (subcontracting) กำหนดไว้ว่าจะต้องเพิ่ม จ่ายเพิ่มขึ้นอีก $15 ต่อหน่วยที่จ้างเหมา เพราะฉะนั้นตามแผนการ #2 จะเสียค่าใช้จ่ายดังนี้ ค่าคงคลังจากการผลิตสินค้า $= \frac{13684}{12} \times 40 = \$45,600$; ค่าใช้จ่ายในการเปลี่ยนแปลงแรงงานเนื่องจากอัตราการผลิตเพิ่มขึ้น $= \frac{500-250}{35} \times 230 \times 100 = \$164,300$; ค่าใช้จ่ายในการทำ OT $= 5,400 \times 10 = \$54,000$ และค่าจ้างเหมา $= 4,884 \times 15 = \$73,260$

ตาราง IV

Calculation of the seasonal average inventory for plan #3

Month	Exp. Product Reqed	Safety Stock Reqed.	Product days	Cu Product days	Product Reqed.	Cu. Product Reqed.	Product Rate	RT Production	OT Production	Plan (RT+OT+SUB)	Cu. Product Planned	Seasonal Inventory
0		3500										
1	6000	3000	22	22	5500	5500	250	5500		5500	5500	0
2	4000	2500	19	41	3500	9000	250	4750		4750	10250	1250
3	3000	2100	21	62	2600	11600	250	5250		5250	15500	3900
4	4000	2500	21	83	4400	16000	250	5250		5250	20750	4750
5	6000	3000	22	105	6500	22500	320	7040		7040	27790	5290
6	9000	3500	20	125	9500	32000	550	10000	1000	11000	38790	6790
7	11000	4000	12	137	11500	43500	550	6000	600	6600	45390	1890
8	12000	4200	22	159	12200	55700	550	11000	1100	12100	57490	1790
9	13000	4400	20	179	13200	68900	550	10000	1000	11000	68490	-410
10	12000	4200	23	202	11800	80700	520	11500	460	11960	80450	-250
11	11000	4000	19	221	10800	91500	575	9500	1425	10925	91375	-125
12	9000	3500	21	242	8500	100000	413	8673		8673	100048	48
	100000	40900							5585			25708

- **Plan#3: Level production**

เป็นแผนการผลิตที่พยายามคงจำนวนแรงงานสูงๆ ไว้ค่อนข้างนาน เพื่อผลิตสินค้าคงคลังให้มากไว้ชดเชยกับตอนที่ความต้องการสูงเกิดขึ้น จะเห็นได้(จากตาราง IV) ว่าจำนวนคงคลังจะสูงกว่าแผนการ #2 แต่ก็สามารถตัดการจ้างเหมาออกไปได้ การจ้างแรงงานถือว่ามีการเปลี่ยนแปลงครั้งเดียวเหมือนแผนการ #2 คือ จากน้อยที่สุด (250/วัน – อัตราการผลิต เป็น 500 หน่วย/วัน) ถ้าหากอัตราการผลิตต่ำกว่า 500 ก็ถือว่ายังคงมีขีดความสามารถที่จะทำได้ แต่ถ้าเกิน 500 ก็ต้องทำ OT

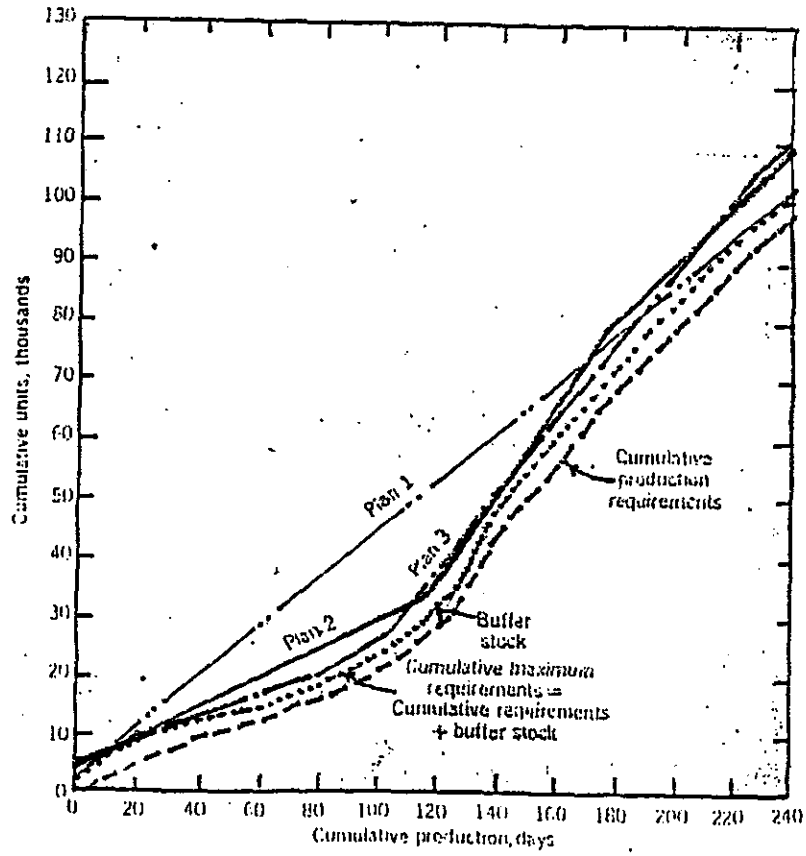
ตาราง V แสดงการเปรียบเทียบแผนการผลิตทั้ง 3 แผน

	Plan #1	Plan #2	Plan #3
Average seasonal inventory	9,600	1,140	2,140
Average safety stock	3,400	3,400	3,400
Average total inventory	13,000	4,540	5,540
Peak capacity required (No.1 = 100)	100	191	139
Incremental cost:	$	$	$
Seasonal inventory cost	384,000	45,600	85,690
Labor turnover cost	0	164,300	164,300
Overtime premium	0	54,000	55,850
Extra subcontracting	0	73,260	0
Total	$384,000	$337,160	$305,840

ตาราง V แสดงการเปรียบเทียบแผนการทั้งสาม จะเห็นได้ว่าแผนการ #3 ให้ค่าใช้จ่ายต่ำสุดในบรรดาแผนทั้งสาม (เราสามารถหาแผนการผลิตอื่นๆ ได้อีกนอกจากแผนการผลิตทั้งสามนี้)

จะเลือกแผนการ #2 หรือ #3? นี่คือคำถามอีกคำถามหนึ่งที่จะต้องพิจารณาให้รอบคอบ เพราะทั้งสองแผนการผลิตเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงจำนวนแรงงานมากมาย (ประมาณ 714 คน) ดังนั้น ถ้าหากงานที่ทำต้องใช้ความชำนาญสูงแล้ว การหาแรงงานมาเพิ่ม 714 คน จึงไม่ใช่เรื่องง่ายนัก

ถึงแม้ว่ารูป 3 จะแสดงอัตราการผลิตให้เห็นได้ชัดเจน แต่ในการวางแผนจะสะดวกขึ้น ถ้าพิจารณาประกอบกับ cumulative curves ในรูป 4 โดยเริ่มเขียน cumulative production requirement ก่อนแล้วสร้าง max requirement curve โดยบวก safety stock ที่แต่ละจุดของ cumulative requirement curve, แผนการผลิตใดที่เป็นไปได้จะมีเส้น curve อยู่เหนือ max requirement curve



รูป 4: cumulative graphs of requirements and alternative programs

3.4 วิธีการ linear programming

ถ้าหากเราสามารถสมมุติได้ว่าต้นทุนที่เกี่ยวข้องกับการผลิตที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงกับตัวแปรในการผลิตแล้ว ปัญหาของการวางแผนการผลิตก็สามารถที่จะสร้างเป็นโมเดลคณิตศาสตร์แล้วใช้วิธีการของ linear programming หาคำตอบที่เหมาะสมได้

3.4.1 Transportation model:

เป็นโมเดลที่เกี่ยวข้องกับต้นทุนในการผลิตและค่าใช้จ่ายในการคงคลังเท่านั้น โมเดลนี้เหมาะกับกรณีที่มีแหล่ง (sources) ผลิตหรือแหล่งซื้อหลายๆ แห่งสำหรับสินค้าอย่างหนึ่งในแต่ละช่วงเวลาของการวางแผน (เช่น T periods) โดยที่แต่ละแหล่งผลิตมีต้นทุนแปรผันที่คงที่ต่อหน่วย ไม่มีการวางแผนสำหรับของขาด (shortage); ไม่มีต้นทุนคงที่ หรือต้นทุนที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงอัตราการผลิตเข้ามาเกี่ยวข้อง

แหล่งผลิตแต่ละแหล่งจะมีความสามารถในการผลิตที่แน่นอนสำหรับแต่ละช่วงเวลา ซึ่งความสามารถนี้วัดในหน่วยเดียวกับความต้องการในการผลิต (production requirements) ในการสร้างเป็นปัญหาของ transportation problem ใช้สัญลักษณ์ต่างๆ ดังนี้:-

P_{ijk} = จำนวนหน่วยที่ผลิตจากแหล่ง i ในช่วงเวลา (period) j เพื่อสนองความต้องการในช่วงเวลา k

C_{ijk} = ต้นทุนของการผลิต 1 หน่วยจากแหล่ง i ใน period j และเก็บใน period k

B_{ij} = ความสามารถในการผลิตของแหล่ง i ใน period j

D_k = ค่าพยากรณ์ความต้องการใน period k

m = จำนวนแหล่งผลิต

c_R = ต้นทุนต่อหน่วยของการผลิตตามปกติ

c_o = ต้นทุนต่อหน่วยของการผลิตล่วงเวลา

c_I = ต้นทุนคงคลังต่อหน่วยต่อ period

T = จำนวน periods ของช่วงเวลาวางแผน (planning horizon)

Z = ต้นทุนรวมของการผลิตและคงคลังสำหรับทุก period ของการวางแผน

ดังนั้นปัญหาคือ

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{T}\sum_{k=1}^{T} C_{ijk}P_{ijk} \qquad \text{_____①}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{k=j}^{T} P_{ijk} \le B_{ij} \qquad \text{_____②}$$

$$i = 1, 2, \ldots m;$$

$$j = 1, 2, \ldots T;$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{T} P_{ijk} = D_k; \quad k = 1,2,3 \ldots T \qquad \text{_____③}$$

$$P_{ijk} \ge 0 \qquad \text{_____④}$$

เงื่อนไขบังคับ②: เป็นขีดจำกัดในการผลิตเงื่อนไขบังคับ③: ความต้องการต้องได้รับการสนองทันเวลา

Source \ Destination		Period of demand 1	2	3	....	T	Unused Capacity	Capacity available
Initial Inventory		0	I_1	$2I_1$	...	$(T-1)I_1$	$T \cdot I_1$	I_0
Period 1	R.T	C_R	C_R+I_1	C_R+2I_1	..	$C_R+(T-1)I_1$		B_{11}
	OT	C_o	C_o+I_1	C_o+2I_1		$C_o+(T-1)I_1$		B_{21}
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	m	C_m	C_m+I_1	C_m+2I_1	...	$C_m+(T-1)I_1$		B_{m1}
Period 2	R.T		C_R	C_R+I_1	...	$C_R+(T-2)I_1$		B_{12}
	OT		C_o	C_o+I_1	...	$C_o+(T-2)I_1$		B_{22}
	⋮			⋮	⋮	⋮		⋮
	m		C_m	C_m+I_1	...	$C_m+(T-2)I_1$		B_{m2}
⋮				⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Period T	RT					C_R		B_{1T}
	OT			...		C_o		B_{2T}
	⋮					⋮		⋮
	m					C_m		B_{mT}
Required Qty.		D_1	D_2	...		D_T	*S	

$$*S = I_0 + \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{T} P_{ik} - \sum_{k=1}^{T} D_k$$

ตัวอย่าง: (Pages 137 and 138 --- Elsayed)

A chemical plant manufactures two types of products with either regular production time or through planned overtime. Products use the same equipment and are scheduled into production one at the time. Demand of the products over the next 4 months is illustrated in the table below.

Demand Units

Month	Product A	Product B
1	100	200
2	90	190
3	110	210
4	100	200

The initial inventory level are 36 units of product A and 220 units of product B. It takes 1 plant – hour to produce a unit of product A and 0.40 plant – hour to produce a unit of B. Associated production costs are

cost of regular production, c_R = \$10/plant – hour

cost of overtime production, c_0 = \$15/plant – hour

inventory carrying cost c_I =\$4/plant – hour/month

Production capacities for regular time and overtime are:

R.T. = 160 plant – hours/month; O.T. = 40 plant – hour/month

Determine the production plan, in term of plant – hours, for these products such that the total production and inventory costs are minimized.

Solution

ปัญหานี้เรามีจำนวนคงคลังเริ่มต้น (initial inventory) ซึ่งสามารถนำไปใช้ใน period แรกๆ ได้ ดังนั้นเราจึงคำนวณค่าความต้องการสุทธิ (net demand) โดยการนำเอาค่าพยากรณ์ลบด้วยจำนวนคงคลังเริ่มต้น แล้วใช้ค่าความต้องการสุทธินี้คำนวณหาหน่วยรวม (aggregate units) เป็นหน่วยชั่วโมงทำงานของโรงงาน (plant – hours) สำหรับการวางแผนการผลิต ทั้งหมดนี้แสดงในตารางข้างล่าง

Month	Demand				Aggregate Demand 1.0A + 0.4B
	Gross (units)		Net (units)		
	A	B	A	B	
1	100	200	64	0	64
2	90	190	90	170	158
3	110	210	110	210	194
4	100	200	100	200	180

ซึ่งเราสามารถเขียนเป็นตารางของค่าใช้จ่ายสำหรับการหาคำตอบด้วยวิธีของ Transportation model เราเรียกตารางเช่นนี้ว่า cost tableau หรือ cost matrix (ตาราง I)

ตาราง I

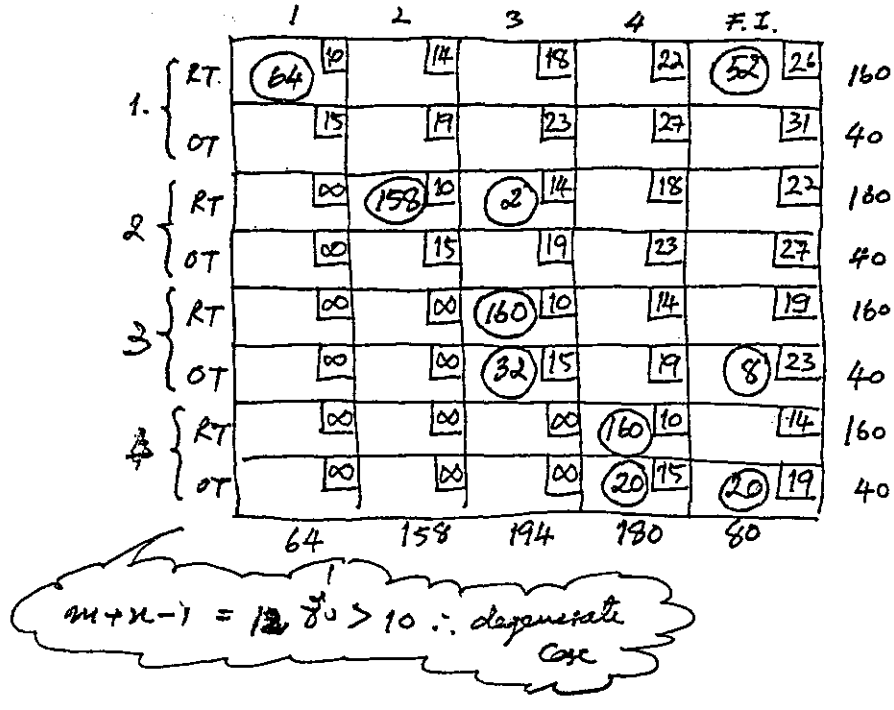
Product^th period		Period of Demand 1	2	3	4	Final Inventory	Capacity (Plant-hrs)
1	RT	10	14	18	22	52 26	160
	OT	15	19	23	27	31	40
2	RT		10	14	18	22	160
	OT		15	19	23	27	40
3	RT			10	14	18	160
	OT			15	19	8 23	40
4	RT				10	14	160
	OT				15	20 19	40
Demand (Plant-hrs)		64	158	194	180	80	

ตัวเลข 80 plant – hours ในช่องของ final inventory เป็นตัวเลขที่ฝ่ายบริหารกำหนดขึ้น

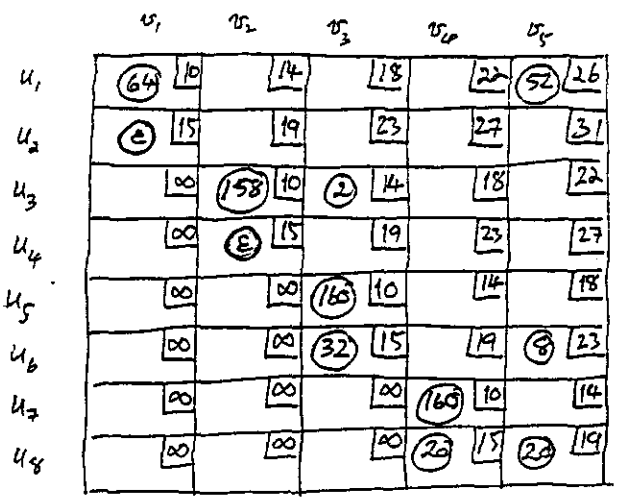
ในตาราง II แสดง solution เริ่มต้นในที่นี้ใช้วิธีกำหนดจำนวนชั่วโมงของโรงงาน (plant – hours) ให้กับ period ที่มีค่าใช้จ่ายต่ำสุดก่อน (least – cost method) เราสามารถใช้วิธีอื่น เช่น North west หรือ VAM เป็นต้น

ในช่องที่ใส่ค่า ∞ ไว้เป็นช่องของ backorder ในที่นี้สมมุติว่าไม่มี backorder ดังนั้นจึงใส่∞ ไว้เพื่อให้ไม่มีโอกาสที่จะแบ่ง plant hours ให้กับช่องเหล่านี้เลย

ตาราง II



ตรวจคำตอบว่าเป็น optimal solution หรือไม่



เขียน dual statements ให้กับ cell ที่มีตัวเลข solution

$u_1 + v_1 = 10$
$u_1 + v_5 = 26$
$u_3 + v_2 = 10$
$u_3 + v_3 = 14$
$u_5 + v_3 = 10$
$u_6 + v_3 = 15$
$u_7 + v_4 = 10$
$u_8 + v_4 = 15$
$u_6 + v_5 = 23$
$u_8 + v_5 = 19$
$u_2 + v_1 = 15$
$u_4 + v_2 = 15$

ให้ $u_1 = 0 \quad ; u_2 = 5 \quad \therefore v_1 = 10; \quad u_4 = 1$
$v_5 = 26$
$u_6 = -3$
$v_3 = 18$
$u_5 = -8$
$u_8 = -7$
$v_4 = 22$
$u_7 = -2$
$u_3 = -4$
$v_2 = 14$

ทดสอบ constraints สำหรับช่องที่ไม่มีตัวเลข solution

$u_1 + v_2 = 10 < c_{1,2} = 14$
$u_1 + v_3 = 18 \le c_{1,3} = 18$
$u_1 + v_4 = 22 \le c_{1,4} = 22$
$u_2 + v_2 = 5 + 14 = 19$
$u_2 + v_3 = 5 + 18 = 23$
$u_2 + v_4 = 5 + 22 = 27$
$u_2 + v_5 = 5 + 26 = 31$
$u_3 + v_1 = 6 < \infty$
$u_3 + v_4 = 18 \le 18$

$u_3 + v_5 = 22 \leq 22$

$u_4 + v_1 = 1 + 10 < \infty$

$u_4 + v_3 = 1 + 18 = 19$

$u_4 + v_4 = 1 + 22 = 23$

$u_4 + v_5 = 1 + 26 = 27$

$u_5 + v_4 = 14 \leq 14$

$u_5 + v_5 = 1 \leq 18$

$u_6 + v_4 = 19 \leq 19$

$u_7 + v_5 = -10 \leq 14$

เป็นไปตาม dual constraints $\therefore$ คำตอบที่ได้ optimum

ดังนั้น เราได้ aggregate production plan ซึ่งช่วยให้ฝ่ายผลิตสามารถกำหนดขนาดของแรงงาน, การทำ OT ในช่วงวางแผน (4 เดือนของแผนงาน) ดังนี้ :-

	Planned Activity Level (Plant hours)		
Period	Regular Time	Overtime	Total scheduled Plant - hours
1	116	0	116
2	160	0	160
3	160	40	200
4	160	40	200

โรงงานที่ผลิตสินค้าทั้งสองชนิดนี้เป็นโรงงานเคมี และสินค้าทั้งสองต้องใช้เครื่องมือเครื่องจักรหรืออุปกรณ์ในการผลิตเหมือนกัน ดังนั้น การผลิตจึงเป็นไปในลักษณะที่ว่า จะผลิตพร้อมๆ กันไม่ได้ ขณะที่ผลิตสินค้าจะผลิตได้เพียงชนิดเดียวเท่านั้น ดังนั้นปัญหาต่อมาก็คือ เราจะผลิตสินค้าแต่ละชนิดครั้งละกี่หน่วยสินค้าจึงจะเปลี่ยนไปผลิตสินค้าอีกอย่างหนึ่ง นั่นคือ หาขนาดของล็อตที่จะผลิตสินค้าแต่ละชนิด (batch sizes) และเมื่อใดจึงจะเริ่มผลิตสินค้าชนิดหนึ่งหรือเปลี่ยนจากสินค้าอย่างหนึ่งเป็นอีกอย่างหนึ่งในช่วงการวางแผน (planning horizon) นี่คือแผนการผลิตอีกแบบหนึ่งที่กำหนดจำนวนผลิตเป็นหน่วยของสินค้าชนิดต่างๆ ที่ผลิตในแต่ละช่วงเวลา เราเรียกแผนการผลิตชนิดนี้ว่า Master Production Schedule (MPS)

3.4.2 Production Plan Disaggregation

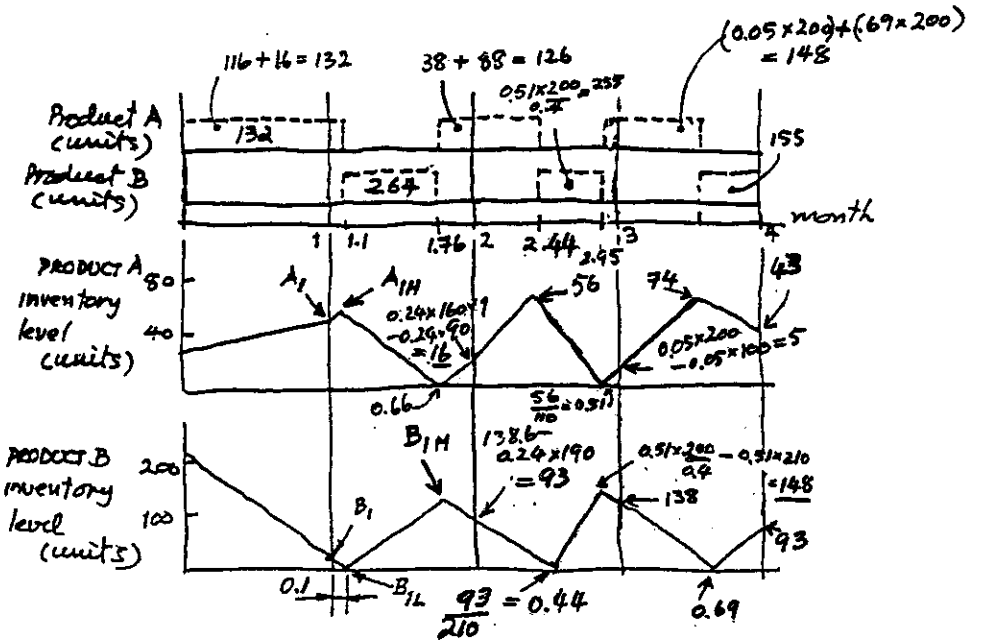
ฝ่ายบริหารจะใช้ผลจาก aggregate planning มาเป็นแนวทางในการวางแผนการผลิต ทั้งนี้เพราะการวางแผนด้วยหน่วยรวม (aggregate units) ช่วยลดความผันแปรในแผนการผลิตได้มากกว่าการวางแผนในหน่วยของสินค้า เพราะฉะนั้นในบางกรณี ถ้าหากสินค้าแต่ละชนิดมีความผันแปรในความต้องการมาก การวางแผนด้วยหน่วยของสินค้าจะไม่ได้ผลดีเท่าการใช้นโยบายที่เปลี่ยนแปลงตามสถานการณ์กำกับระดับคงคลังสินค้าสำเร็จรูป เช่น ควบคุมระบบคงคลัง และจะผลิตก็ต่อเมื่อมีระดับคงคลังต่ำกว่า safety stock เป็นต้น

แต่ถ้าหากความต้องการที่เราพยากรณ์นั้น มีความถูกต้องมากๆ และวัสดุในการผลิตต่างๆ จากตัวแทนจำหน่ายก็ไม่คลาดเคลื่อนจากกำหนดเวลาที่ต้องการ ในกรณีเช่นนี้ เราก็อาจพิจารณาแยกแผนการผลิตรวม

(aggregate plan) เป็น MPS เพื่อใช้ในการผลิตต่อไป เพราะฉะนั้น การที่จะทำ disagregation หรือไม่ ขึ้นอยู่กับสถานการณ์

ในตัวอย่างที่ผ่านมา สมมุติว่าค่าพยากรณ์มีความถูกต้องมาก และเราต้องการแยกแผนการผลิตที่ได้เป็น MPS ในการทำ aggregate plan ค่าต้นทุนที่เรายังไม่ได้คำนึงถึงคือ setup cost; คำตอบจาก transportation model ทำให้ต้นทุนในการผลิตและค่าใช้จ่ายในการคงคลังในช่วงวางแผนมีค่าต่ำสุดเท่านั้น ดังนั้น ในการแยก aggregate plan ให้เป็น MPS ในกรณีนี้จึงอาศัยหลักที่ว่า จะทำการ setup และดำเนินการผลิตสินค้าอย่างหนึ่งก็ต่อเมื่อสินค้านั้นถูกใช้หมดจากคงคลังเท่านั้น วิธีนี้จะทำให้เราได้จำนวนครั้งในการ setup สำหรับการผลิตสินค้าทั้งสองต่ำสุดในช่วงวางแผน (planning horizon)

ในกรณีของสินค้า 2 ชนิด ดังในตัวอย่าง เราสามารถใช้วิธี Simulation จำลองการผลิตของสินค้าแต่ละชนิดตามหลักการดังกล่าวไปเรื่อยๆ จนครบช่วงวางแผนดังในรูป 5



•Demand (units)

Month	A	B
1	100	200
2	90	190
3	110	210
4	100	200

•Aggregate Plan

	(Plant – hours)		
Month	RT	OT	Total
1	116	0	116
2	160	0	160
3	160	40	200
4	160	40	200

1. เหลือ A น้อยกว่า B ∴ เริ่ม setup และผลิต A ก่อน และจะหยุดผลิตเมื่อใช้ B หมดคงคลัง
2. เดิมมี B = 220 หน่วย ใช้ไปเดือนแรก = 200 หน่วย ∴ เหลือเมื่อสิ้นเดือนแรก = 20 (ที่จุด B_1) เอาไปใช้ในเดือนที่ 2 ได้นาน
$$= \frac{20}{190} \times 1 = 0.1 \text{เดือน (จุด } B_{1L})$$
3. ตาม Aggregate plan เดือนแรกผลิตในช่วง RT จำนวน 116 ชั่วโมง ซึ่งผลิต A ทั้งหมด เพราะ B ยังไม่หมด
4. ที่ A_1 ระดับคงคลังของ A = (116-100)+36 = 52

5. หาระดับคงคลังของ A ตรงจุดที่ B ถูกใช้หมดพอดี นั่นคือจุด A_{1H} ; A_{1H} = $(52 + 0.1 \times 160 \times 1) - 0.1 \times 90 = 59$

6. ใน Gantt chart แสดงช่วงการผลิต เดือนแรกผลิต A ได้ = 116 หน่วย และในเดือนที่ 2 ผลิตได้ = $0.1 \times 160 \times 1$ หน่วย ∴ Batch แรกของการผลิต A = 116+16 = 132 หน่วย

7. เริ่มผลิต B หลังจากผลิต A มาได้ 1.1 เดือน

8. ใช้ A หมดในเวลา = $\frac{59}{90} = 0.66$ เดือน หรือที่เวลา 1.76 เดือน

9. ที่เวลา 1.76 เดือน ระดับคงคลัง B จะสูงสุด = $\left(0.66 \times \frac{160}{0.4}\right) - (0.66 \times 190)$

$= 114.6 \approx 138.6$ (จุด B_{1H})

10. ผลิต B รุ่นแรกในเดือนที่ 2 ขนาดของ batch $0.66 \times \frac{160}{0.4} = 264$ หน่วย และใช้เวลาผลิต ≈ 0.66 เดือน

11. เริ่มผลิต batch ที่ 2 ของ A ที่เวลา 1.76 เดือน โดยมีขนาดของ batch ที่ผลิต = 126 หน่วย และผลิต

12. เริ่มผลิต batch ที่ 2 ของ B ที่เวลา 2.44 เดือน จำนวน = 255 หน่วย

13. ผลิต A เป็น batch ที่ 3 ที่เวลาเดือนที่ 3 จำนวน 148 หน่วย

14. ผลิต B เป็น batch ที่ 3 ที่เดือนที่ 3.77 จำนวน $0.31 \times \frac{200}{0.4} = 155$ หน่วย

สรุป

	1	2	3	4
A (units)	116	54	98	138
B (units)	0	264	255	155

3.4.3 Linear Production Planning Models: Changing Workforce Levels and Backlogging

ในกรณีนี้ เราใช้ linear programing ในการวางแผนการผลิตที่ครอบคลุมไปถึงค่าใช้จ่ายหรือต้นทุนที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงจำนวนแรงงาน และต้นทุนที่เกิดจากสินค้าค้างส่ง (backlogging) ด้วย โดยมีวัตถุประสงค์คือ เพื่อหาจำนวนแรงงาน, ระดับสินค้าคงคลังและจำนวนสินค้าที่จะผลิตในแต่ละ period เพื่อให้ต้นทุนรวมของแผนการผลิตมีค่าต่ำสุด ถ้าให้

D_t = ค่าพยากรณ์ของความต้องการใน period t

P_t = จำนวนที่จะต้องผลิตใน period t (เป็น decision variable ตัวหนึ่ง)

C_t = ต้นทุนการผลิตหนึ่งหน่วยใน period t (ไม่รวมค่าแรงงาน)

I_t = จำนวนคงคลัง (on – hand) ที่มีอยู่ปลาย period t (เป็น decision variable ตัวหนึ่ง)

S_t = จำนวนค้างส่งที่ปลาย period t (เป็น decision variable ตัวหนึ่ง)

h_t = inventory carrying cost ต่อหน่วยที่คงคลังจาก period t ไปถึง t + 1

π_t = ต้นทุนของค้างส่งต่อหนึ่งหน่วยที่ขาดจาก period t ถึง t + 1

L_{Rt} = เวลาในการผลิตตามปกติ (regular time) ในหน่วยชั่วโมงแรงงาน (worker hours) ของจำนวนแรงงานที่มีอยู่ใน period t (เป็น decision variable ตัวหนึ่ง)

c_{Rt} = ค่าแรงต่อชั่วโมงทำงานของการผลิตตามปกติใน period t

L_{ot} = เวลาที่กำหนดให้ทำล่วงเวลา (overtime) ในหน่วยชั่วโมงแรงงานสำหรับ period t (เป็น decision variable)

c_{ot} = ค่าแรงคนงานตัวหน่วยชั่วโมงแรงงานของการทำ OT ใน period t

l_t^+ = การเพิ่มขึ้นของระดับแรงงาน (ในหน่วยชั่วโมงแรงงาน) จาก period t-1 ถึง period t (เป็น decision variable)

c_{lt} = ต้นทุนที่เกิดจากการเพิ่มชั่วโมงแรงงาน 1 ชั่วโมงใน period t

l_t^- = การลดลงของระดับแรงงาน (ในหน่วยชั่วโมงแรงงาน) จาก period t-1 ถึง period t

c'_{lt} = ต้นทุนที่เกิดจากการลดชั่วโมงแรงงาน 1 ชั่วโมงใน period t

T = ช่วงวางแผนของการวางแผนการผลิต (time horizon for production planning) หรือจำนวน periods ที่เราวางแผนการผลิตในอนาคต

L_{ut} = ชั่วโมงทำงาน ที่กำหนดให้ทำงานน้อยกว่าชั่วโมงทำงานตามปกติ (regular time) เราเรียก L_{ut} ว่า under time ที่กำหนดให้แก่ period t

สร้างเป็นโมเดลของปัญหา linear grograwing ได้ดังนี้

$$\text{minimize } Z = \sum_{t=1}^{T}\left[\underbrace{C_t \cdot P_t}_{\text{product cost}} + \underbrace{c_{Rt} \cdot L_{Rt} + c_{ot} \cdot L_{ot}}_{\text{Labour cost}} + \underbrace{h_t \cdot I_t + \pi_t \cdot S_t}_{\text{inventory \& backorder}} + \underbrace{c_{lt} \cdot l_t^+ + c'_{lt} \cdot l_t^-}_{\text{work-force charge}}\right] \quad ①$$

subject to :

$$I_t - S_t = I_{t-1} - S_{t-1} + P_t - D_t; \quad t = 1, 2, 3, \ldots, T \quad ②$$

$$L_{Rt} = L_{R,t-1} + l_t^+ - l_t^- \quad ; \quad t = 1, 2, 3, \ldots, T \quad ③$$

$$L_{ot} - L_{ut} = m \cdot P_t - L_{Rt} \quad ; \quad t = 1, 2, 3, \ldots, T \quad ④$$

$$P_t, I_t, S_t, L_{Rt}, l_t^+, l_t^-, L_{ot}, L_{ut} \geq 0 \quad t = 1, 2, 3, \ldots, T \quad ⑤$$

*** หมายเหตุ:** m คือ จำนวนชั่วโมงทำงานที่ต้องการในการผลิตหนึ่งหน่วยของ P_t

เราควรจะทำความเข้าใจ objective function ① และ constraints ② ถึง ⑤ ดังนี้

1. ถ้า C_t (หรือต้นทุนการผลิตที่ไม่รวมค่าแรง) มีค่าคงที่เท่ากันทุก period, เราสามารถตัดค่าใช้จ่าย หรือต้นทุนส่วนนี้ $(C_t P_t)$ ออกไปจาก objective function ได้ ในทำนองเดียวกัน ถ้าจำนวนแรงงานคงที่ในทุก period เราสามารถตัด $(c_{Rt} \cdot L_{Rt})$;$(c_{lt} \cdot l_t^+ + c'_{lt} l_t^-)$ ออกไปจากสมการสมการ ① และยกเลิก constraint ที่เกี่ยวกับการเพิ่มหรือลดแรงงานออกไป (constraint ③) ถ้าหากเราต้องการวางแผนการ ผลิตเพื่อให้เกิดกำไรสูงสุด (max profit) เราสามารถปรับปรุง ① เป็น

$$\text{Max } Z \quad = \quad VI_T + \sum_{t=1}^{T}(VP_t - C_t \cdot P_t - ...)$$

โดยที่ VI_T คือ มูลค่าขายของสินค้าคงคลังที่ period T และ VP_t มูลค่าขายของจำนวนผลิตที่ period t

2. constraint② ต้องการให้จำนวนคงคลังในแต่ละ period ไม่แย้งกัน คือ หมายถึงว่า จำนวนคงคลังที่ period t เท่ากับจำนวนคงคลังที่เหลือจาก period t – 1 บวกกับจำนวนที่ผลิตใน period t และหักออกด้วยจำนวนที่ใช้ไปใน period t

ถ้าหากเราตัด s_t และ s_{t-1} ออกไป solution ที่ได้จะถือเสมือนว่าไม่มีการเกิดของขาด stock เลย

ถ้าหากเราต้องการให้ทุกๆ period มี safety stock = I_B เราสามารถเพิ่ม constraint เข้าไปเป็น constraint คือ $I_t \geq I_B \quad ; \quad t = 1, 2, ...T$ หรือถ้าต้องการใส่ upper limit ให้กับ I_t ก็สามารถทำได้ $I_t \leq I_{max} \quad ; \quad t = 1, 2, ...T$ เป็นต้น

3. constraint ③ ต้องการให้ จำนวนแรงงานใน period t เท่ากับจำนวนแรงงาน period t-1 บวกด้วยจำนวนแรงงานที่เพิ่มใน period t ลบออกด้วย จำนวนแรงงานที่ลดลงใน period t

ดังที่ได้กล่าวไว้ในข้อ 1. แล้วว่าถ้าหากเราใช้แรงงานจำนวนคงที่ เราสามารถตัด I_t^+, I_t^- ออกไปจากสมการ ①, ③ และ ⑤ ได้ หรือ ถ้าหากต้องการกำหนดให้จำนวนแรงงานอยู่ในช่วง L_{min} และ L_{max} ก็สามารถทำได้โดยให้

$$L_{Rt} \geq L_{min} \quad ; t = 1, 2, \ldots T$$

$$L_{Rt} \leq L_{min} \quad ; t = 1, 2, \ldots T$$

4. constraint ④ เป็น constraint หรือเงื่อนไขเพื่อกำหนดขนาดของ overtime หรือ undertime เพื่อใช้ในการผลิต P_t หน่วยใน period t

เนื่องจาก L_{ot} และ L_{ut} มีหน่วยเป็นชั่วโมงทำงาน แต่ P_t เป็นหน่วยชิ้นงาน ดังนั้นจึงต้องเป็นหน่วยของ P_t ให้เป็นชั่วโมงโดยการคูณ m (ซึ่งเป็น standard time ของการผลิต 1 ชิ้น)

และเมื่อนำ mP_t ไปลบด้วย L_{RT} ก็จะได้จำนวนชั่วโมงที่ทำ overtime หรือ undertime ถ้าเราไม่พิจารณา undertime, เราก็สามารถตัด L_{ut} ออกจากสมการ④,⑤

5. เราอาจเพิ่มตัวแปรอื่นเข้าไปในโมเดลอีกก็ได้ เช่น ถ้าเราพิจารณาการจ้างเหมาด้วย (subcontracting) เราอาจใช้ S_{ut} เป็นตัวแปรตัวใหม่ ซึ่งหมายถึง จำนวนที่จ้างเหมาใน period t และให้ c_{st} คือ ต้นทุนจ้างเหมา ดังนั้น $c_{st} \cdot S_{ut}$ จะรวมอยู่ในสมการ ①

ส่วนใน constant equations จะมีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย คือ

- บวก S_{ut} เข้ากับสมการ②
- ลบ $m \cdot S_{ut}$ ออกจากสมการ④
- เพิ่ม S_{ut} ให้กับสมการ ⑤

เราจะเห็นได้ว่าโมเดลของ linear programming โมเดลนี้มีความยืดหยุ่นในการประยุกต์ใช้งานมาก

ตัวอย่าง: A company produces 4 products in a small production facility. One product is produced at a time, and machine undergo tooling changes when production is rotated among products. The forecast of monthly demand for each product is shown in Table 4.2 below. The initial inventory of each product and the standard whorkhours to produce a unit of each product are shown in Table 4.3. The following labour – Regular costs are estimated

- Regular time: $ 12 per hour
- Overtime: $ 18 per hour
- Cost of hiring: $ 1600 per work
- Cost of layoff: $ 5920 per worker.

The upper limit on the work force level is 26 workers. Currently, 18 workers are employed. It has been estimated that a direct labour hour of production, net of labour cost, is worth $80. The company tries to carry an average safety stock of 2 weeks of suplly. The inventory carrying cost is $2.70 per worker hour per month. Assume that a worker averages 160 hours of regular time employment per month. Develop an aggregate production plan, in terms of worker – hours, to meet the demand requirements without incurring backlogs.

Table 4.2: Monthly demand of products

Month	A	B	C	D	E
1	150	300	600	150	400
2	300	600	600	200	400
3	300	900	600	250	400
4	400	1500	600	400	400
5	400	600	650	350	400
6	400	600	600	350	400
7	400	100	700	350	400
8	500	0	700	500	400
9	300	0	700	550	400
10	250	0	600	475	400
11	200	0	600	450	400
12	0	0	600	400	400

Table 4.3: Initial Inventory and Standard times by Product

Product	Initial Inventory	Standard Worker – hours Per unit
A	150	2
B	700	1
C	200	1
D	200	4
E	500	2

Solution :

เปลี่ยนหน่วยของสินค้าให้เป็นหน่วยของชั่วโมงแรงงาน ดังในตาราง Monthly demand (worker – hour) ↴

Month	A	B	C	D	E	Total
1	300	300	600	600	800	2600
2	600	600	600	800	800	3400
3	600	900	600	1000	800	3900
4	800	1500	600	1600	800	5300
5	800	600	650	1400	800	4250
6	800	600	600	1400	800	4200
7	800	100	700	1400	800	3800
8	1000	0	700	2000	800	4500
9	600	0	700	2200	800	4300
10	500	0	600	1900	800	3800
11	400	0	600	1800	800	3600
12	0	0	600	1600	800	3000
Total Inventory	300	700	200	800	1000	3000

Cost ต่างๆ สมมุติว่า ความยาวของ period t ใดๆ = 1 เดือน

C_t = \$80 ต่อชั่วโมงแรงงานโดยตรง (direct labour – hour) ซึ่งมีค่าคงที่ทุก period t

c_{Rt} = \$12 / worker – hour

c_{ot} = \$18 / worker – hour

h_t = \$2.70 / worker – hour of inventory carried for 1 month

π_t = ∞

$c_{lt} = \frac{1600}{160} =$ \$10 / worker – hour

$c'_{lt} = \frac{9520}{160} =$ \$37 / worker – hour

ซึ่งสามารถสร้างเป็นโมเดลของ linear programming ได้ดังนี้ :-

$$\text{Minimize } Z = \sum_{t=1}^{12}\left[80P_t + 12L_{Rt} + 18L_{ot} + 2.7I_t + 10l_t^+ + 38l_t^-\right] \quad ①$$

Subject to:

$$\begin{array}{rcl|l}
I_1 &=& 400 + P_1 & I_1 \geq 1700 \\
I_2 &=& I_1 + P_2 - 3400 & I_2 \geq 1950 \\
I_3 &=& I_2 + P_3 - 3900 & I_3 \geq 2650 \\
I_4 &=& I_3 + P_4 - 5300 & I_4 \geq 2125 \\
I_5 &=& I_4 + P_5 - 4250 & I_5 \geq 2100 \\
I_6 &=& I_5 + P_6 - 4200 & I_6 \geq 1900 \\
I_7 &=& I_6 + P_7 - 3800 & I_7 \geq 2250 \\
I_8 &=& I_7 + P_8 - 4500 & I_8 \geq 2150 \\
I_9 &=& I_8 + P_9 - 4300 & I_9 \geq 1900 \\
I_{10} &=& I_9 + P_{10} - 3800 & I_{10} \geq 1800 \\
I_{11} &=& I_{10} + P_{11} - 3600 & I_{11} \geq 1500 \\
I_{12} &=& I_{11} + P_{12} - 3000 & I_{12} \geq 1300
\end{array} \quad ②$$

$$\begin{aligned}
L_{R1} &= L_{R0} + l_1^+ - l_1^- \\
&= 18 \times 160 + l_1^+ - l_1^- \\
L_{R1} &= 2880 + l_1^+ - l_1^- \\
L_{R2} &= L_{R1} + l_2^+ - l_2^- \\
L_{R3} &= L_{R2} + l_3^+ - l_3^- \\
L_{R4} &= L_{R3} + l_4^+ - l_4^- \\
L_{R5} &= L_{R4} + l_5^+ - l_5^- \\
L_{R6} &= L_{R5} + l_6^+ - l_6^-
\end{aligned} \quad ③$$

$$
\begin{aligned}
L_{R7} &= L_{R6} + l_7^+ - l_7^- \\
L_{R8} &= L_{R7} + l_8^+ - l_8^- \\
L_{R9} &= L_{R8} + l_9^+ - l_9^- \\
L_{R10} &= L_{R9} + l_{10}^+ - l_{10}^- \\
L_{R11} &= L_{R10} + l_{11}^+ - l_{11}^- \\
L_{R12} &= L_{R11} + l_{12}^+ - l_{12}^-
\end{aligned}
\qquad ③
$$

$$R_{Rt} \leq 4160 \quad ; \quad t = 1, 2, ..., 12$$

$$
\begin{aligned}
L_{01} - L_{u1} &= P_1 - L_{R1} \\
L_{02} - L_{u2} &= P_2 - L_{R2} \\
L_{03} - L_{u3} &= P_3 - L_{R3} \\
L_{04} - L_{u4} &= P_4 - L_{R4} \\
L_{05} - L_{u5} &= P_5 - L_{R5} \\
L_{06} - L_{u6} &= P_6 - L_{R6} \\
L_{07} - L_{u7} &= P_7 - L_{R7} \\
L_{08} - L_{u8} &= P_8 - L_{R8} \\
L_{09} - L_{u9} &= P_9 - L_{R9} \\
L_{10} - L_{u10} &= P_{10} - L_{R10} \\
L_{11} - L_{u11} &= P_{11} - L_{R11} \\
L_{12} - L_{u12} &= P_{12} - L_{R12}
\end{aligned}
\qquad ④
$$

$$P_t, I_t, L_{Rt}, l_t^+ l_t^-, L_{ot}, L_{ut} \geq 0 \; ; t = 1, 2, 3, ..., 12 \qquad ⑤$$

ซึ่งจากการใช้ Simples method จะได้ solution ดังตารางข้างล่าง

Aggregate Production Plan

Month	I_t	P_t	$*D_t$	L_{Rt}	L_{ot}	L_{ut}	l_t^+	l_t^-
1	3280	2880	2600	2880	0	0	0	0
2	3580	3700	3400	3700	0	0	820	0
3	3380	3700	3900	3700	0	0	0	0
4	2125	4045	5300	3700	345	0	0	0
5	2100	4225	4250	3700	525	0	0	0
6	1900	4000	4200	3700	300	0	0	0
7	2250	4125	3800	3700	450	0	0	0
8	2150	4400	4500	3700	700	0	0	0
9	1900	4050	4300	3700	350	0	0	0
10	1800	3700	3800	3700	0	0	0	0
11	1500	3300	3600	3700	0	400	0	0
12	1800	3300	3000	3700	0	400	0	0

$*D_t$ ไม่ใช่ solution แต่แสดงในตารางเพื่อเปรียบเทียบกับ P_t เท่านั้น

$\therefore$ ตามแผนการผลิตนี้จะต้องเตรียมการผลิตล่วงเวลาในเดือนที่ 4 – 9 และการเพิ่มคนงานต้องจ้างเพิ่มในเดือนที่ 2

3.5 Dynamic Programming Production Planning Models

เป็นการหาคำตอบให้กับปัญหาการวางแผนการผลิต โดยอาศัยคุณสมบัติของ Optimum solution จากการใช้ Dynamic Programming ซึ่งในที่นี้จะกล่าวถึงการหาคำตอบ 2 วิธีคือ Wagner – Whitin algorithm และ Zangwill's extension

3.5.1 Wagner – Whitin algorithm สำหรับกรณีไม่มี backlogging (backlogging prohibited)

ให้ P_t = จำนวนผลิตใน period t

D_t = ค่าพยากรณ์ความต้องการสำหรับ period t

I_t = จำนวนคงคลังที่ปลาย period t

Wagner และ Whitin แสดงให้เห็นว่า optimum solution จะมีคุณสมบัติ ดังนี้

$$I_{t-1} \cdot P_t = 0 \qquad ①$$

$$P_t = 0, D_t, D_t + D_{t+1}, D_t + D_{t+1} + D_{t+2}, \ldots, \sum_t D_t \qquad ②$$

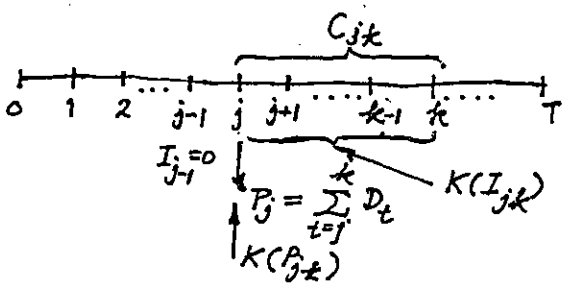
คุณสมบัติข้อแรกบอกว่า การเริ่มต้นผลิตจะเกิดขึ้นหลังจากที่จำนวนคงคลังจาก period ที่ผ่านมามีค่าเท่ากับ 0

ข้อสองบอกว่า ในแต่ละ period, จำนวนผลผลิตอาจเท่ากับ 0 หรือเท่ากับจำนวนความต้องการใน period ข้างหน้าหรือหลาย period ข้างหน้า (ตามค่าพยากรณ์)

ถ้า A_t = ต้นทุนของการ setup ใน period t ใดๆ

c = ต้นทุนการผลิต (แปรผัน) ต่อหน่วยที่ผลิต

พิจารณารูปข้างล่าง ซึ่งแสดงจำนวน T period ของการวางแผนการผลิต สมมุติว่า $I_{j-1} = 0$ เพราะฉะนั้น จะต้องผลิตใน period j และสมมุติต่อไปอีกว่าเอาไปสนองความต้องการถึง period k โดยที่ $k \geq j$



ให้ C_{jk} = ต้นทุนที่เกิดจากการผลิตใน period j เพื่อสนองความต้องการใน period j, j+1, …, k

$K(P_{jk})$ = ต้นทุนการผลิต (production cost) ที่เกิดจากการผลิตใน period j เพื่อสนองความต้องการใน period j ถึง k ซึ่งเราสามารถคำนวณค่า $K(P_{jk})$ ได้จาก

$$K(P_{jk}) = A_j + c(D_j + D_{j+1} + ... + D_k)$$

$$K(I_{jk}) = \sum_{t=j}^{k} h_t \cdot I_t$$

h_t = ต้นทุนคงคลังต่อหน่วยสินค้า สำหรับ period t

$$C_{jk} = K(P_{jk}) + K(I_{jk})$$

เราได้สมมุติว่า $I_{j-1} = 0$ เพราะฉะนั้น เราจึงผลิตที่ period j เพื่อสนองความต้องการถึง period k, นั่นคือ ก่อนหน้าจะต้องมีการผลิตและใช้มาหมดที่ period j-1 ซึ่งก็ต้องเสียค่าใช้จ่ายในการผลิตและการคงคลังมาถึง period j-1 ถ้าให้ค่าใช้จ่ายหรือต้นทุนนี้เท่ากับ Z_{j-1} แต่ค่า Z_{j-1} สามารถคำนวณได้หลายทาง คือ ตั้งแต่ผลิตใน period 1 จนถึงผลิตใน period j-2 ดังนั้น ค่า Z_{j-1} มีได้หลายค่า ซึ่งเราจะเลือกใช้ค่าต่ำที่สุด (Z^*_{j-1}) นั่นคือที่ period k ใดๆ มีค่าใช้จ่ายรวม Z_k และ $Z_k = Z^*_{j-1} + C_{jk}$ โดยที่ $1 \le k < k$ หรือพูดได้ว่าที่ k = 1, 2, ..., T เราสามารถคำนวณค่า

$$Z_k = \min_{1 \le j < k} [Z^*_{j-1} + C_{jk}] \text{ โดยที่ } Z^*_0 = 0$$

นั่นคือ จากค่า Z^*_T เราสามารถกำหนดค่า j ที่เริ่มต้นผลิตเพื่อสนองความต้องการถึง period T, และจากค่า Z^* ก่อนหน้านี้เราสามารถจุดเริ่มต้นผลิตสำหรับความต้องการแต่ละช่วงได้

ตัวอย่าง: พิจารณาข้อมูลสำหรับวางแผนการผลิต 4 period โดยไม่มีคงคลังเริ่มต้นต่อไปนี้ :-

Period	Demand Forecast D_t	Setup Cost A_t	Unit Variable Cost c_t	Unit holding Cost/period h_t
1	10	\$ 20	\$ 3	\$ 2
2	30	40	3	2
3	30	30	3	1
4	20	50	3	1

Solution

$$Z_1 = Z^*_0 + C_{11} = 0 + A_1 + c_1 \times D_1 = 20 + 3 \times 10 = \underline{50^*}$$

$$Z_2 = \begin{cases} Z^*_0 + C_{12} = 0 + A_1 + c_1(D_1 + D_2) + h_1 \cdot D_2 \\ \qquad = 0 + 20 + 3(10 + 30) + 2 \times 30 = 200 \\ Z^*_1 + C_{22} = 50 + A_2 + c_2 \cdot D_2 \\ \qquad = 50 + 40 + 3 \times 30 = \underline{180^*} \end{cases}$$

$$Z_3 = \begin{cases} Z_0^* + C_{13} &= 0 + A_1 + c_1(D_1 + D_2 + D_3) + h_1(D_2 + D_3) + h_2 \cdot D_3 \\ &= 0 + 20 + 3(10 + 30 + 30) + 2(30 + 30) + 2 \times 30 = 410 \\ Z_1^* + C_{23} &= 50 + A_2 + c_2(D_2 + D_3) + h_2 \cdot D_3 \\ &= 50 + 40 + 3(30 + 30) + 2 \times 30 = 330 \\ Z_2^* + C_{33} &= 180 + A_3 + c_3 \times D_3 \\ &= 180 + 30 + 3 \times 30 = \underline{330}^* \end{cases}$$

$$Z_4 = \begin{cases} Z_0^* + C_{14} &= 20 + 3 \times 90 + 2 \times 80 + 2 \times 50 + 1 \times 20 = 570 \\ Z_1^* + C_{24} &= 50 + 40 + 3 \times 80 + 2 \times 50 + 1 \times 20 = 450 \\ Z_2^* + C_{34} &= 180 + 30 + 3 \times 50 + 1 \times 20 = 380^* \\ Z_3^* + C_{44} &= 300 + 50 + 3 \times 20 = 410 \end{cases}$$

พิจารณาย้อนหลังจาก Z_4 จะเห็นได้ว่าต้นทุนต่ำสุดคือ 380 หมายความว่า เริ่มผลิตที่ period 3 และสนองความต้องการถึง period 4 และมีค่า $Z_2^* = 180$ ก็จะได้ต้นทุนรวมทั้งหมดที่ปลาย period 4 = 380

นั่นคือ ผลิตที่ period 4 = 0 ชิ้น

ผลิตที่ period 3 = 50 ชิ้น

สำหรับการผลิตใน period ก่อนหน้านี้ ต้องพิจารณาจาก Z_2^* ซึ่ง $Z_2^* = 180$ เกิดจาก $Z_1^* = 50$ และผลิตใน period 2 เพื่อใช้ใน period 2 ดังนั้น

ผลิตที่ period 2 = 30 ชิ้น

ผลิตที่ period 1 = 10 ชิ้น

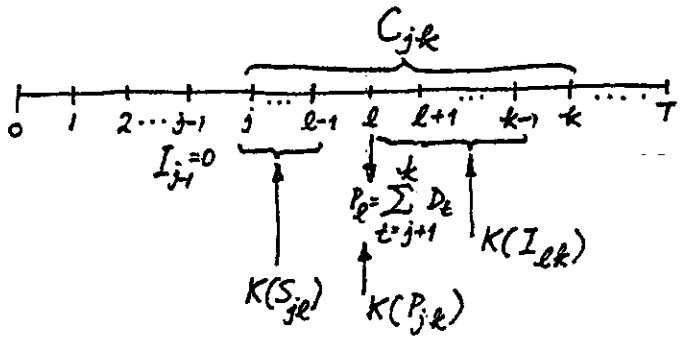
สรุป:

period	1	2	3	4
Production (units)	10	30	50	0

3.5.2 Zangwill's Extension สำหรับกรณียอมให้เกิด backlogging (backlogging allowed)

Zangwill ได้ขยายวิธีการของ Wagner Whitin ออกไปให้ครอบคลุมถึงกรณีที่มีของค้างส่ง (backorder) ด้วย

พิจารณารูปข้างล่าง ซึ่งสมมุติเช่นเดิมว่า $I_{j-1} = 0$ และต้องทำการผลิตใน period j แต่การผลิตอาจจะเกิดใน period j หรือใน period ℓ ใดๆ ก็ได้ตั้งแต่ period j ถึง k เพื่อสนองความต้องการที่ค้างส่งก่อน period ℓ และความต้องการจาก period ℓ ถึง period k



ต้นทุนการผลิต $K(P_{jk})$

$$K(P_{jk}) = A_\ell + c_\ell(D_j + D_{j+1} + ...D_k)$$

$$= A_\ell + c_\ell \sum_{t=j}^{k} D_t \qquad \text{_____①}$$

ต้นทุนคงคลัง $K(I_{\ell k})$

$$K(I_{\ell k}) = \sum_{t=\ell}^{k-1} h_t \cdot I_t \qquad \text{_____②}$$

ต้นทุน (ค่าปรับที่เกิดจากของค้างส่ง (penalty cost) $K(S_{j\ell})$

$$K(S_{j\ell}) = \sum_{t=j}^{\ell-1} \pi_t \cdot S_t \qquad \text{_____③}$$

โดยที่ π_t = ค่าปรับต่อหน่วยที่ค้างส่ง (penalty cost per unit backlogged)

S_t = จำนวนที่ค้างส่งที่ปลาย period t

ดังนั้น

$$C_{jk} = \min_{j \le \ell \le k} \left[A_\ell + c_\ell \sum_{t=j}^{k} D_t + \sum_{t=\ell}^{k-1} h_t \cdot I_t + \sum_{t=j}^{\ell-1} \pi_t \cdot S_t \right] \qquad \text{_____④}$$

นี่คือ ค่าต้นทุนที่เกิดขึ้นที่ period k และมีค่าต่ำสุด ซึ่งนำไปใช้พิจารณาร่วมกับต้นทุนรวมที่ k คือ Z_k เราต้องการให้ Z_k มีค่าต่ำสุดนั่น คือ

$$Z_k = \min_{1 \le j < k} [Z_j + C_{jk}]; \quad k = 1, 2, 3, ...T$$

ตัวอย่าง: ข้อมูลสำหรับวางแผนการผลิตใน 4 period ข้างหน้า เป็นดังนี้ :-

Period	D_t	A_t	c_t	h_t	π_t
1	10	\$20	\$3	\$2	\$1
2	30	40	4	2	1
3	30	30	4	1	2
4	20	50	5	1	2

Solution

$$C_{11} = A_1 + c_1 \times D_1 = 20 + 3 \times 10 = 50$$

$$C_{12} = \begin{cases} A_1 + c_1(D_1 + D_2) + h_1 \times D_2 = 20 + 3(10 + 30) + 2 \times 30 = 200 \\ A_2 + c_2(D_1 + D_2) + \pi_1 \times D_1 = 40 + 4(10 + 30) + 1 \times 10 = 210 \end{cases}$$

$$C_{13} = \begin{cases} A_1 + c_1(D_1 + D_2 + D_3) + h_1(D_2 + D_3) + h_2(D_3) \\ = 20 + 3(70) + 2(60) + 2(30) = 470 \\ A_2 + c_2(D_1 + D_2 + D_3) + h_{2(}D_3) + \pi_1(D_1) \\ = 40 + 4(70) + 2(30) + 1(10) = 390 \\ A_3 + c_3(D_1 + D_2 + D_3) + \pi_1(D_1) + \pi_2(D_1 + D_2) \\ = 30 + 4(70) + 1(10) + 1(40) = 360 \end{cases}$$

$$C_{14} = \begin{cases} A_1 + c_1(D_1 + D_2 + D_3 + D_4) + h_1(D_2 + D_3 + D_4) + h_2(D_3 + D_4) + h_3(D_4) \\ = 20 + 3(90) + 2(80) + 2(50) + 1(20) = 570 \\ A_2 + c_2(D_1 + D_2 + D_3 + D_4) + h_2(D_3 + D_4) + h_3(D_4) + \pi_1(D_1) \\ = 40 + 4(90) + 2(50) + 1(20) + 1(10) = 530 \\ A_3 + c_3(D_1 + D_2 + D_3 + D_4) + h_3(D_1) + \pi_1(D_1) + \pi_2(D_1 + D_2) \\ = 30 + 4(90) + 1(20) + 1(10) + 1(40) = 460 \\ A_4 + c_4(D_1 + D_2 + D_3 + D_4) + \pi_1(D_1) + \pi_2(D_1 + D_2) + \pi_3(D_1 + D_2 + D_3) \\ = 50 + 5(90) + 1(10) + 1(40) + 2(70) = 690 \end{cases}$$

$$C_{22} = A_2 + c_2(D_2) = 40 + 4(30) = 160$$

$$C_{23} = \begin{cases} A_2 + c_2(D_2 + D_3) + h_2(D_3) \\ = 40 + 4(60) + 2(30) = 340 \\ A_3 + c_3(D_2 + D_3) + \pi_2(D_2) \\ = 30 + 4(60) + 1(30) = 300 \end{cases}$$

$$C_{24} = \begin{cases} A_2 + c_2(D_2 + D_3 + D_4) + h_2(D_3 + D_4) + h_3 D_4 \\ = 40 + 4(80) + 2(50) + 4(20) = 540 \\ A_3 + c_3(D_2 + D_3 + D_4) + h_3 D_4 + \pi_2 D_2 \\ = 30 + 4(80) + 1(20) + 1(30) = 400 \\ A_4 + c_4(D_2 + D_3 + D_4) + \pi_2 D_2 + \pi_3(D_2 + D_3) \\ = 50 + 5(80) + 1(30) + 2(60) = 600 \end{cases}$$

$$C_{33} = A_3 + c_3 D_3 = 30 + 4(30) = 150$$

$$C_{34} = \begin{cases} A_3 + c_3(D_3 + D_4) + h_3 D_4 = 30 + 4(50) + 1(20) = 250 \\ A_4 + c_4(D_3 + D_4) + \pi_3(D_3) = 50 + 5(50) + 1(30) = 350 \end{cases}$$

$$C_{44} = A_4 + c_4 D_4 = 50 + 5(20) = 150$$

สรุป

Cover demand		Period of					
From	To	Production, t				t_ℓ	C_{jk}
j	k	1	2	3	4		
1	1	50				1	50
	2	200	210			1	200
	3	470	390	360		3	360
	4	570	530	460	690	3	460
2	2		160			2	160
	3		340	300		3	300
	4		540	400	600	3	00
3	3			150		3	150
	4			250	330	3	250
4	4				150	4	150

ตารางนี้แสดงให้เห็นว่า ถ้าหากเราต้องการจะผลิตเพื่อให้ครอบคลุมความต้องการจาก period j ไปถึง k ควรจะผลิตที่ period ใด (t^*_ℓ) ถึงค่า C_{jk} จะต่ำสุด เช่น ต้องการให้ครอบคลุมความต้องการจาก period 1 ถึง period 3 ถ้าผลิตใน period 3 จะให้ C_{13} ต่ำสุด คือ = 360 เป็นต้น แต่ตารางสรุปดังกล่าวก็ไม่ได้บอกว่า จะผลิตที่ period ใด ค่าใช้จ่ายรวมจะต่ำสุด ทั้งนี้เพราะ ค่าใช้จ่ายรวมขึ้นอยู่กับค่าใช้จ่ายในการผลิต ค่าใช้จ่ายในการคงคลัง และค่าปรับของการผลิตก่อนหน้านี้ ดังนั้น จึงต้องใช้

$$Z_k = \min_{1 \le j < k} \left[Z_j + C_{jk} \right]$$

$$Z_1 = Z_0 + C_{11}^* = 0+5$$

$$Z_2 = \begin{cases} Z_0 + C_{12}^* = 0+200 = 200 \\ Z_1 + C_{22}^* = 5+160 = 210 \end{cases}$$

$$Z_3 = \begin{cases} Z_0 + C_{13}^* = 0+360 = 360 \\ Z_1 + C_{23}^* = 50+300 = 350 \\ Z_2 + C_{33}^* = 200+150 = 350 \end{cases}$$

$$Z_4 = \begin{cases} Z_0 + C_{14}^* = 0+460 = 460 \\ Z_1 + C_{24}^* = 50+400 = 450 \\ Z_2 + C_{34}^* = 200+250 = 450 \\ Z_3 + C_{44}^* = 350+150 = 500 \end{cases}$$

สรุป

k

	1	2	3	4
1	50	200*	360	460
2		210	350	450
3			350	450*
4				500
Z_k	50	200	350	450

พิจารณาย้อนกลับ Z_4 ต่ำสุด คือ 450 ดังนั้น ต้นทุนรวมทั้งหมดเท่ากับ 450 เราจะต้องผลิตให้ครอบคลุมความต้องการจาก period 3 ไปถึง period 4 โดยผลิตใน period 3 จำนวน 50 หน่วย

ต่อไปพิจารณา Z_2 ต่ำสุดเท่ากับ 200 ดังนั้น การผลิตจะครอบคลุมความต้องการใน period 1 และ 2 โดยเริ่มผลิตที่ period 1 จำนวน 10 + 30 = 40 ชิ้น

สรุปคำตอบ

Period	Production (units)
1	40
2	0
3	50
4	0

PROBLEMS

4-1. A producer is considering either producing or procuring a certain part. The relevant data are as follows:

	Period			
	1	*2*	*3*	*4*
Production capacity				
In-house	30	40	60	60
Outside vendor	60	60	60	60
Unit cost				
In-house	20	20	21	22
Outside vendor	26	26	26	26
Demand	60	80	100	120

Initial inventory is 20 units and the holding cost is $5 per unit per period. What is the optimal aggregate plan?

4-2. Formulate Example 4-1 to allow for backorders at a cost of π per unit ordered.

4-3. In Problem 4-1, the outside vendor is willing to give discounts based on the size of the order placed. Furthermore, the order will be delivered in parts over time based on a predetermined delivery schedule. Payment for the quantities delivered is made only at time of delivery. The discount schedule is an *all-units* discount, as follows:

What is the optimal production plan?

Order Size (units)	*Price per Unit*
0–60	$26
61–90	24
91–120	22
121–180	20
>180	20

4-4. A jelly manufacturer bottles three flavors of jelly on the same automatic filling machinery. Demand for each brand over the next six weeks is as follows:

	Units Demanded ($\times 10^3$)		
Week	*Grape*	*Strawberry*	*Apricot*
1	100	50	100
2	100	80	80
3	200	100	150
4	150	120	80
5	200	50	80
6	200	100	100
Initial inventory	200	100	150

The filling machinery is operated for 40 regular time hours per week maximum, and overtime is limited to 20% of the scheduled regular time hours. Due to the difference in viscosity among the three jellies, the filling rates are different. The standard number of jars filled per hour is as follows:

Jelly	*Jars Filled per Hour at Standard*
Grape	9800
Strawberry	7200
Apricot	6900

Cost per regular time and overtime operating hours are as follows:

Regular time:	$200
Overtime:	400

The carrying cost rate the firm applies to a dollar of inventory is 40% per annum. What is the optimal aggregate production plan?

4-5. Develop a master production schedule from the answer to Problem 4-4. Assume that all changeovers are scheduled as overtime on the off-shift.

4-7. A manufacturer has three manufacturing cells, each charged with the production of five different products. Monthly demand, initial inventory, and standard hours per unit for each cell and for each product within the cell are given in Table 4-12. The following cost data apply:

Cost of regular time/worker-hour:	$12/hour
Cost of overtime/worker-hour:	18/hour
Cost of hiring:	1600/worker
Cost of layoff:	5920/worker
Inventory carrying charge:	2.70/worker-hour of production carried per month

Other applicable conditions are as follows:

Cell	*Current Employment*	*Maximum Employment*	*Maximum Overtime*
I	18	26	40% of regular time
II	32	50	40% of regular time
III	20	25	40% of regular time

Safety stock levels, or inventory, will not be lower than 2 weeks of demand in total.

(a) Develop an aggregate plan for cell I only.

(b) Develop an aggregate plan for the entire plant. Assume that workers are allowed to be transferred between cells from period to period. Due to learning during relocation, there is a cost to transfer of $240 per worker.

4-8. Disaggregate the aggregate plan of Problem 4-7 (a). Assume that the cell is tooled to work on only one product at a time.

UNITS DEMANDED

	Cell I					*Cell II*					*Cell III*				
Month	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*	*L*	*M*	*N*	*O*
1	150	300	600	150	400	1000	300	300	150	1000	1000	100	300	150	600
2	300	600	600	200	400	800	300	400	300	800	800	100	600	300	600
3	300	900	600	250	400	600	300	500	450	600	600	100	900	300	600
4	400	1500	600	400	400	600	300	800	750	600	600	100	1500	400	600
5	400	600	650	350	400	600	300	700	300	600	600	100	600	400	650
6	400	600	600	350	400	600	300	700	300	600	600	100	600	400	600
7	400	100	700	350	400	700	300	700	50	700	700	100	100	400	700
8	500	0	700	500	400	900	300	1000	0	900	900	100	0	500	700
9	300	0	700	550	400	1500	300	1100	0	1500	1500	100	0	300	700
10	250	0	600	475	400	1800	300	950	0	1800	1800	100	0	250	600
11	200	0	600	450	400	1500	300	900	0	1500	1500	100	0	200	600
12	0	0	600	400	400	1000	300	800	0	1000	1000	100	0	0	600
Inventory	150	700	200	200	500	500	400	300	100	700	400	50	200	300	600
Hours per unit	2	1	1	4	2	2	1	3	1	2	2	3	1	1	1

4-9. A manufacturer that produces a single product having a seasonal demand is faced with decisions about production levels, work-force size, and overtime during a planning horizon of 6 weeks. Capacity is determined by work-force level, which is presently 100 people, each working a 40-hour workweek. Overtime, up to 8 hours per person, is possible. Labor costs average $10.00 per hour, resulting in an overtime rate of $15.00 per hour. It takes 6 worker-hours to produce a unit of product. Product costs, other than labor, are $100.00 per unit. The cost to carry a unit of inventory for one week is 80 cents. Costs to change work force are based on an estimate of $400.00 to hire and train a worker and $250.00 to lay off a worker. Estimated demands by week are 650, 700, 800, 900, 800, and 700 units. The current inventory level is 50 units. Shortages are not allowed.

(a) Compute demand and initial inventory in terms of the aggregate measure of worker-hours.

(b) Formulate the production planning problem as a linear program. Use cost coefficients from the problem description above. Specify initial levels of decision variables as required. Set ending inventory at 400 worker-hours.
(c) Show how you would modify this formulation if production scheduled for week t cannot be used to satisfy customer demand until week $t + 1$.

4-10. A chemical company produces two products on the same equipment simultaneously. Two raw materials are used as inputs and, depending on the synthesis (chemical processing steps) used, the output will be some combination of products A and B. Two syntheses are possible, as follows:

RATIO OF INPUT QUANTITIES PER GALLON OF INPUT

	Synthesis No. 1	2	*Input Cost per Gallon*
Input 1	0.4	0.5	2.50
Input 2	0.6	0.5	3.00

The output quantities per gallon and the selling prices are as follows:

RATIO OF OUTPUT QUANTITIES PER GALLON OF OUTPUT

	Synthesis No. 1	2	*Selling Price per Gallon*
Product A	0.3	0.6	$10.00
Product B	0.7	0.4	8.00

The production facility is capable of producing 1000 gallons per production period, regardless of whether synthesis 1 or 2 is used. Demand for the next six periods is as follows:

Period	*Product A*	*Product B*
1	700	0
2	400	400
3	400	300
4	200	500
5	500	500
6	800	0

Assume that we do not wish to carry any final inventory. The carrying cost rate is $2.00 per gallon-period.
(a) Formulate the production planning problem.
(b) Solve the problem for the optimal six-period plan.

4-11. Solve the following single-product problem:

Period	*Units Demanded*	*Unit Production Cost*
1	500	40
2	650	40
3	750	45
4	400	45
5	800	50
6	600	50

The initial inventory is 100 units and no backorders are allowed. The carrying cost rate is 20 percent, and the machine is used only for this product (no setup cost).

4-12. Solve Example 4-1 with the additional information that it costs $4.00 per unit each time you change the production level.

4-13. Consider Example 4-1. The company has a warehouse restriction that limits the storage of inventory to 3000 worker-hours of inventory. However, an adjacent building owned by another company will rent space at $3.00 per worker-hour of inventory per month. Space can be rented on a monthly basis. How much space should be rented for each month of the production plan?

4-14. Analysis of a company's operating costs indicates that it fits a quadratic cost function such as that of Eq. (4.29), where the demand for the next 6 months in units is 100, 150, 80, 200, 50, and 100. It takes 100 worker-hours to complete a unit and there are 40 hours per worker in a period. Formulate this production planning problem.

4-15. Solve the following Wagner–Whitin problem.

	Period		
	1	*2*	*3*
Demand (units)	100	160	150
Fixed setup cost	$60	$70	$50
Variable unit production cost	$3.25	$3.50	$4.00
End of period unit inventory holding cost	$0.80	$0.80	$1.00
Initial inventory = 40 units			

4-16. What is the optimal production plan for the following problem?

COST PER UNIT

	Period			
Range	*1*	*2*	*3*	*4*
$0 < X \leq 10$	7	5	7	8
$10 < X \leq 20$	8	7	7	9
$20 < X \leq 30$	9	9	8	10
$30 < X \leq 40$	10	10	12	12

Master Production Scheduling:

Master Production Scheduling (MPS) หมายถึง แผนการผลิตในหน่วยของสินค้า หรือชิ้นส่วนประกอบย่อย (subassemblies) ที่บริษัทหรือกำหนดขึ้นสำหรับสินค้าหรือส่วนประกอบย่อยในจำนวนที่จะผลิต ในแต่ละช่วงเวลา

1. **หน้าที่ของ MPS:** มี 4 อย่างที่สำคัญ คือ
   1.) กำหนดตารางการผลิตและสั่งซื้อ ชิ้นส่วน หรือองค์ประกอบของสินค้าที่ผลิต
   2.) ใช้เป็นข้อมูลที่สำคัญสำหรับวางแผนการใช้วัสดุ (MRP System)
   3.) ใช้เป็นพื้นฐานในการกำหนดทรัพยากรทางการผลิต เช่น จำนวนแรงงาน จำนวนเครื่องจักร หรือความสามารถของโรงงาน เป็นต้น
   4.) ช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับวันกำหนดส่งสินค้าให้ลูกค้า
2. **ข้อมูลที่ต้องใช้สำหรับการทำ MPS**
   1.) Aggregate production plan เพื่อเป็นกรอบกว้างๆ สำหรับ MPS ผลรวมของ MPS ในจำนวนของสินค้าที่ผลิตแต่ละอย่าง จำนวนคงคลังและทรัพยากรในการผลิตจะอยู่ภายในกรอบที่ aggregate production plan กำหนด
   2.) ข้อมูลเกี่ยวกับความต้องการ (demand data) MPS จะนำเอา ความต้องการในสินค้าหรือองค์ประกอบที่ผลิต มาจากหลายแหล่งดังนี้ :-
      - ค่าพยากรณ์การขาย (sales forecasts)
      - จำนวนที่ลูกค้าสั่ง (customer orders)
      - จำนวนที่คลังสินค้าแต่ละแห่งต้องการ (warehouse requirements)
      - จำนวนที่โรงงานในเครือต้องการ (interplant requirements)
      - ค่าพยากรณ์จำนวนที่ต้องใช้ในการซ่อมบำรุง (service demand forecasts)
      - จำนวนต้นแบบทางวิศวกรรม (engineering prototypes)
      - จำนวนคงคลังสำรอง (safety stocks)
      - จำนวนคงคลังที่คาดว่าจะเกิดขึ้น (auticipation inventories)
   3.) สถานะของการคงคลัง (inventory status) การที่จะกำหนดได้ว่าควรจะสั่งซื้อหรือสั่งผลิตเท่าใด จะต้องทราบว่าจำนวนของสินค้าหรือชิ้นส่วนประกอบย่อยที่มีอยู่ และสามารถนำไปใช้งานได้ ซึ่งสามารถหาได้จาก จำนวนคงคลังที่มีอยู่ขณะนั้น (on – hand inventory) จำนวนคงคลังที่ถูกจอง (allocated stock) ออเดอร์ในการผลิต หรือ ออเดอร์ที่ออกไปแล้ว (released production and purchase order) ออเดอร์ที่กำหนดไว้แน่นอน (firm planned orders)
   4.) นโยบายการสั่ง (ordering policy) หมายถึง การกำหนดขนาดของล็อตที่จะผลิตหรือซื้อ และวันที่จะออกออเดอร์ ซึ่งต้องอาศัยข้อมูล เช่น
      - กฎเกณฑ์ในการกำหนดขนาดของล็อต (lot sizing rule)
      - จำนวนสิ่งที่คงที่ (fixed order quantity)

- จำนวนสั่งสูงสุด (max order quantity)
- จำนวนสั่งต่ำสุด (min order quantity)
- ราคาต่อหน่วย (unit cost)
- ต้นทุนในการสั่งซื้อ (ordering cost)
- อัตราคงคลัง (inventory carrying rate)
- จำนวนสำรอง (safety stock)
- เวลานำ (lead time)

3. Planning Bills:

ในทางวิศวกรรม และในการผลิต เรามี Bill of material (BOM) แสดงวัสดุ ชิ้นส่วน และส่วนประกอบย่อยต่างๆ ที่ต้องใช้สำหรับการผลิตสินค้าอย่างหนึ่ง แต่ในการพยากรณ์จำนวนขายและการวางแผนทำ MPS มีการใช้ BOM แบบใหม่ที่เรียกโดยทั่วๆ ไปว่า planning bills หรือรายการวัสดุเชิงวางแผน

Planning bill เป็นรายการของกลุ่มชิ้นส่วน หรือส่วนประกอบย่อย หรือสินค้าที่จัดเป็นแบบรายการวัสดุ (BOM) เพื่อความสะดวกในการพยากรณ์ และทำตารางการผลิตหลัก (Master Production Scheduling – MPS)

Planning bills มีหลายแบบ เช่น

- **Modular bills:**

หมายถึง รายการวัสดุ ซึ่งประกอบด้วยชิ้นส่วนต่างๆ หรือส่วนประกอบย่อยต่างๆ ที่เป็นลักษณะเฉพาะร่วมของ option หลายอย่าง หรือเป็นชิ้นส่วนร่วมของสินค้า ซึ่งมีความหลากหลายในองค์ประกอบ เราเรียกแต่ละกลุ่มของรายการว่า module

พิจารณารถยนต์ที่ขายในตลาด จะเห็นได้ว่าลูกค้ามีทางเลือก (option) หลายอย่าง เช่น

ตัวรถ (body)

2 – door

4 – door

Convertible

เครื่องยนต์ (engine)

V – 6

V – 8

Deasel

ระบบส่งกำลัง (Transmission)

Manual

Automatic

ระบบกันสะเทือน (suspension)

Standard

Heavy duty

เบาะ (upholstery)

Cloth

Vinyl

จะเห็นได้ว่าจำนวนทางเลือกของรถยนต์ที่จะขายได้ คือ $3\times3\times2\times2\times2=72$ ซึ่ง ถ้าหากเราต้องพยากรณ์ความต้องการ หรือวางแผนการผลิต เราจะต้องทำสำหรับแต่ละชนิดของรถยนต์ทั้งหมด 72 แบบ แต่เราจัดกลุ่มตามทางเลือกซื้อของลูกค้า เราจะจัดได้เป็น 12 กลุ่ม

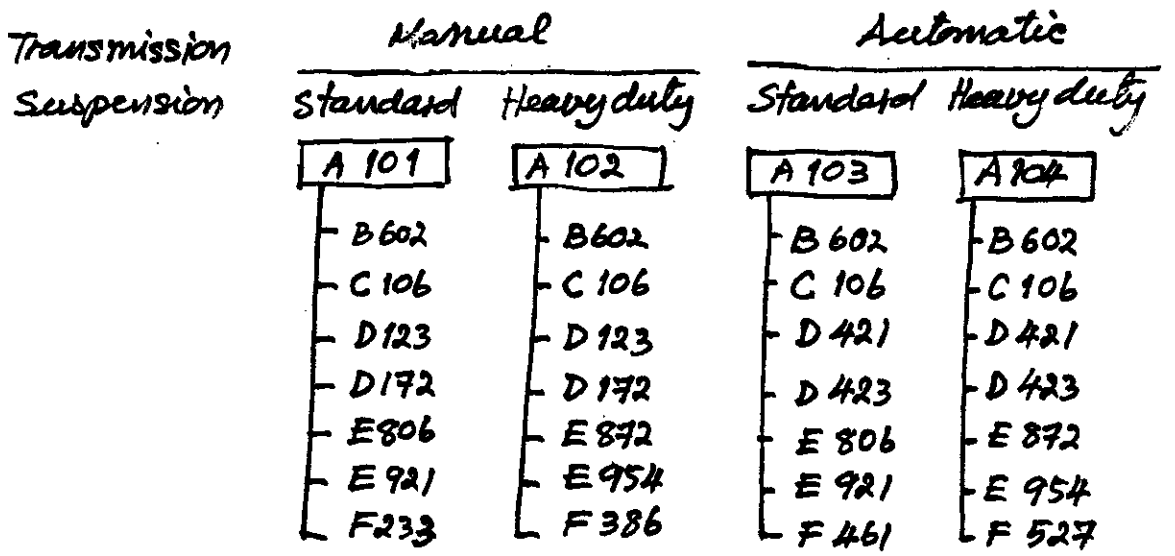
เพราะฉะนั้น เราสามารถพยากรณ์และจัดตารางการผลิต MPS สำหรับ Module 12 อย่างนี้ และสามารถนำ module เหล่านี้ประกอบกันตามตารางการประกอบขั้นสุดท้าย (final assembly scheduling) เมื่อได้รับออเดอร์ของลูกค้า

จะเห็นว่า จำนวนของค่าพยากรณ์จะลดลงจาก 72 ลงมาเหลือ 12 ซึ่งเท่ากับจำนวน option ของรถยนต์ นอกจากนั้นค่าพยากรณ์จำนวนร่วมจะมีความถูกต้องมากกว่าค่าพยากรณ์สำหรับรถยนต์แต่ละชนิด

ตัวอย่าง 1

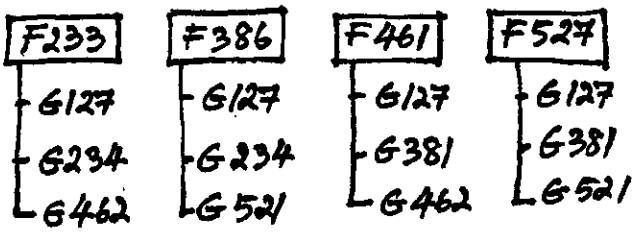
สมมุติว่ารถยนต์คันหนึ่งมี option 2 อย่าง คือ manual หรือ automatic transmission และ Standard หรือ heave duty suspension ดังนั้น จำนวนรถยนต์สำเร็จจึงมี 4 แบบ

ในรูปที่ 1 แสดงรายการส่วนประกอบระดับเดียว (single – level bills) ของรถยนต์แต่ละแบบ



รูป 1: Single – level BOM'S สำหรับ 4 แบบ

การทำ modular BOM เริ่มต้นจากการเลือกจับกลุ่มชิ้นส่วนในระดับหนึ่งเข้าด้วยกัน โดยที่ชิ้นส่วนใน module เดียวกันอาจเป็นชิ้นส่วนร่วมของรถยนต์ทุกแบบ หรือเป็นลักษณะเฉพาะร่วมของ option ซึ่งเราสามารถทำได้ยกเว้น F233, F386, F461 และ F527 เพราะ แต่ละองค์ประกอบเป็นองค์ประกอบเฉพาะของแต่ละ option เพราะฉะนั้นจึงไม่สามารถจัดให้กลุ่มใดได้ วิธีการพยากรณ์จัดให้เข้ากลุ่มได้ต่อไป คือ วิเคราะห์องค์ประกอบของ F233, F386, F461 และ F527 ต่อไป แล้วกำหนดองค์ประกอบย่อยเข้าเป็น module



รูป 2: Single – level BOM'S สำหรับ subassemblies

ในรูป 2 แสดงองค์ประกอบย่อยระดับที่หนึ่ง (Single – level BOM) ของ F233, F386, F461 และ F527 จะเห็นได้ว่า G127 ปรากฏอยู่ทุกรายการของ subassembly ดังนั้น เราสามารถกำหนดให้อยู่ใน module ที่เป็นชิ้นส่วนร่วมของรถยนต์ทุกแบบ ส่วน G234 ปรากฏอยู่ในเฉพาะรถยนต์ที่เป็นแบบ manual transmission; G381 ปรากฏอยู่เฉพาะกับรถยนต์แบบ automatic transmission; G462 อยู่กับ standard suspension และ G521 อยู่กับ Heavy duty suspension เพราะฉะนั้น เราสามารถจัดให้ชิ้นส่วนดังกล่าวอยู่ในแต่ละ module ที่ปรากฏดังรูป 3 แสดง modular BOM

Common	Manual Transmission	Automatic Transmission	Standard Suspension	Heavy duty suspension
B602	D123	D421	E806	E872
C102	D172	D423	E921	E954
G127	G234	G381	G462	G521

รูป 3: Modular BOM

ถ้า F233 ในรูป 1 เป็นชิ้นส่วนหนึ่งที่ไม่มีองค์ประกอบอื่น (คือเป็น part ไม่ใช่ assembly) ปัญหาจะยากขึ้นทันที ถ้าชิ้นส่วนนี้ราคาไม่แพงเราอาจจัดให้อยู่ในกลุ่มของ manual transmission และในกลุ่มของ standard suspension ซึ่ง หมายความว่า เราวางแผนการผลิตมากเกินไป (overplanning) เพราะชิ้นส่วนนี้ไม่ได้ถูกใช้ในรถทุกแบบที่เป็น manual transmission หรือทุกแบบที่เป็น standard suspension แต่ต้องผลิตขึ้นมา แต่ถ้าเป็นชิ้นส่วนราคาแพง เราไม่สามารถทำเช่นนี้ได้ เพราะต้นทุนสูงในการผลิต และอาจจำเป็นจะต้องปรับปรุงแบบของ product ใหม่เพื่อขจัดปัญหานี้

ตารางการผลิต MPS ของแต่ละ module จะประกอบด้วย ส่วนประกอบของแต่ละ module หมายความว่า ชิ้นส่วนใน module เดียวกันจะถูกกำหนดให้ผลิตไปด้วยกัน แล้วส่วนต่างๆ ของแต่ละ module มาประกอบเป็นผลิตภัณฑ์สำเร็จตามออเดอร์ของลูกค้า (FAS)

จะเห็นได้ว่าการจัดตารางการผลิตสินค้าที่มีหลายๆ option จำนวนรายการจะเพิ่มขึ้น ดังนั้น เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหานี้ จึงมีการใช้รายการวัสดุเทียม (pseudo bill) โดยให้กำหนดให้แต่ละ module มีเลขของกลุ่ม หรือ module ที่เรียกว่า pseudo assembly ซึ่ง pseudo assembly นี้เป็นเพียงเครื่องมือสำหรับกำหนดตารางการผลิตเท่านั้น (ไม่มีการผลิตจริง)

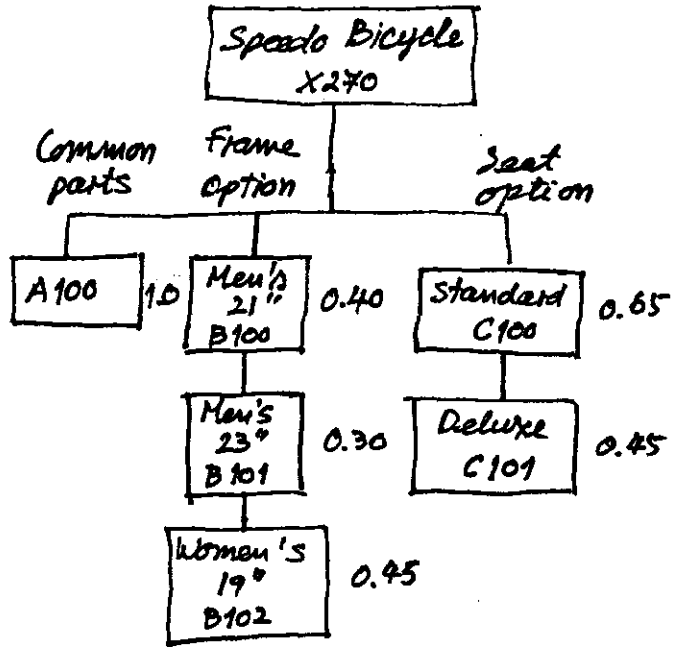
- **Super Bills:**

Super bill คือ BOM ระดับเดียว (Single level BOM) ที่มี pseudo assembly เป็นหัว (parent item) และมี module ของ option ต่างๆ เป็นส่วนประกอบ ซึ่งค่าพยากรณ์ของจำนวนของแต่ละ option จะกำหนดเป็นสัดส่วนของ pseudo assembly ดังนั้น รายการวัสดุแบบนี้บางทีเรียกว่า ratio bill หรือ percentage bill

การใช้ super bill มักใช้กับระบบ MPS ที่มี 2 ระดับ (two – level MPS system) กล่าว คือ ความต้องการรวมจะถูกป้อนให้กับระดับสูงสุดของ MPS และ MPS ที่ระดับนี้จะกระจายจำนวนความต้องการนี้ด้วย super bill เป็นค่าพยากรณ์ความต้องการของแต่ละ module ในระดับล่างของ MPS

ตัวอย่าง 2

พิจารณาจักรยาน Speedo bicycle ซึ่งมี product structure ดังในรูป 4 ซึ่งมี option แรกคือ frame โดยมีให้เลือก 3 แบบ ได้แก่ men's 21" และ men's 23" และ woman's 19" และ option ที่สองคือ อาน (seat) ซึ่งมีให้เลือก 2 แบบ คือ standard seat และ deluxe seat.



รูป 4: Product Structure for an option super bill

ในตารางข้างล่าง แสดงความต้องการรวม (gross requirements) สำหรับผลิตแต่ละ module ใน 5 สัปดาห์ข้างหน้า โดยอาศัยค่าการจัดตารางการผลิตของส่วนหัว (parent item) และสัดส่วนของ option เป็นเกณฑ์

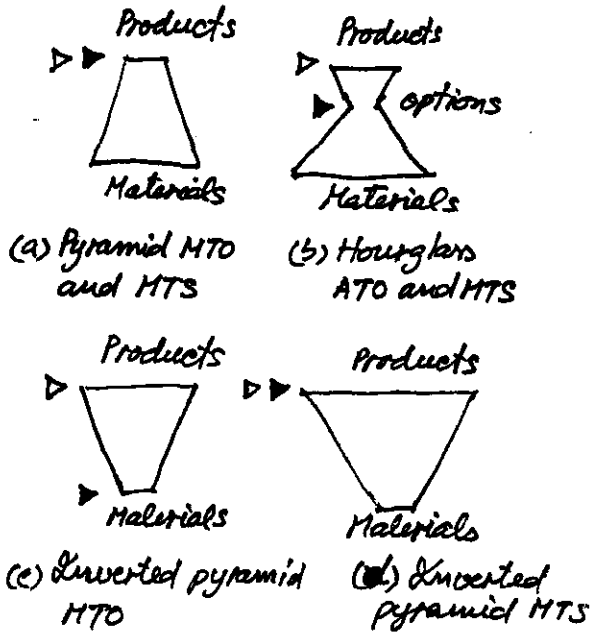
Week		1	2	3	4	5
X270	(1.00)	100	160	120	80	200
A100	(1.00)	100	160	120	80	200
B100	(0.40)	40	64	48	32	80
B101	(0.30)	30	48	36	24	60
B102	(0.45)	45	72	54	36	90
C100	(0.65)	65	104	78	52	130
C101	(0.45)	45	72	54	36	90

4. การเลือกชิ้นส่วนหรือชิ้นงานประกอบสำหรับ MPS:

อาศัยเกณฑ์พื้นฐาน ดังนี้:-

1. จำนวนชนิดของสินค้า (หรือชิ้นส่วน หรือ items) ควรจะน้อยมิฉะนั้น จะบริหารงานได้ยาก
2. ต้องสามารถพยากรณ์ความต้องการของชิ้นส่วนที่จะทำ MPS ได้ (สมมติว่าไม่เป็นแบบ make-to-order (MTO)
3. แต่ละ item จะต้องมี BOM เพื่อให้ MPS กระจายออกไปหาชิ้นส่วนประกอบย่อยได้
4. โดยรวมแล้ว items เหล่านั้นจะต้องใช้ส่วนใหญ่ของความสามารถในการผลิตของโรงงาน มิฉะนั้นแล้ว rough-cut capacity planning จะผิดพลาดมาก
5. MPS items ควรจะทำให้เกิดความสะดวกในการแปลงออเดอร์ของลูกค้า ให้กลายเป็นสินค้าแบบต่างๆที่ลูกค้าต้องการ

มีปัจจัยหลายชนิดที่มีอิทธิพลต่อการเลือก items ของสินค้าทำ MPS ที่สำคัญได้แก่ โครงสร้างของ BOM และสินค้าเป็นแบบ MTO, ATO, หรือ MTS ซึ่งสภาวการณ์เหล่านี้สามารถแสดงได้ดังรูป 5.



รูป 5: BOM Structures and FAS, MPS levels (▷ FAS level; ▶ MPS level)

ซึ่งจากประสบการณ์พบว่า

1. Pyramid BOM, MTO

กรณีนี้จำนวนชนิดของผลิตภัณฑ์น้อยแต่ว่าจะไม่ผลิตเพื่อเก็บคงคลัง (MTS) เพราะว่า (ก) สินค้ามีราคาแพง เช่น เครื่องบิน หรือ main frame computer (ข) ถูกสั่งให้ผลิตตามข้อกำหนดของลูกค้า เช่น เรือ หรือเครื่องจักรที่ใช้งานเฉพาะอย่าง ตาราง MPS และ FAS จะเหมือนกัน และ MPS ในช่วงแรกๆ จะประกอบด้วยออเดอร์ของลูกค้าที่รอ (order backlog) ถ้าหากจำเป็นต้องกำหนดวันกำหนดเสร็จให้สั้นว่า cumulative lead time (หมายถึงช่วงเวลาตั้งแต่สั่งวัตถุดิบจนถึงส่งสินค้าให้ลูกค้า) ก็จำเป็นต้องพยากรณ์ความต้องการของตลาดและขยาย MPS ให้เกินออเดอร์ที่รอออกไปอีก เพื่อให้มีเวลาสำหรับจัดซื้อและเตรียมส่วนประกอบแต่เนิ่นๆ ก่อนที่จะได้รับออเดอร์จริง แต่การทำเช่นนี้ก็เป็นเรื่องยาก เพราะว่าผลิตภัณฑ์หรือสินค้าที่ผลิตมีความหลากหลาย เพราะทำตามข้อกำหนดของลูกค้า เพราะฉะนั้น ค่าพยากรณ์และ MPS ที่นอกเหนือจากออเดอร์ที่รอ ก็ต้องเป็นหน่วยเฉลี่ย (average product) หรือหน่วยรวมอื่น เช่น จำนวนชั่วโมงทำงาน แล้วจึงถูกเปลี่ยนให้เป็นจำนวนวัตถุดิบ, ชิ้นส่วน, หรือชิ้นส่วนประกอบที่ต้องใช้อยู่เสมอในการผลิต

2. Pyramid BOM, MTS

เป็นลักษณะของบริษัทที่ทำผลิตภัณฑ์ค่อนข้างมาตรฐานสำหรับขาย เช่น เครื่องครัว วิทยุ ทีวี รถตัดหญ้า และเครื่องมือช่างปรับ (hand tools) เป็นต้น MPS และ FAS จะเหมือนกัน ถ้าจำนวนผลิตภัณฑ์มีน้อยชนิด MPS จะประกอบด้วยกลุ่มของผลิตภัณฑ์สุดท้ายทั้งหมด แต่ถ้ามีชนิดของผลิตภัณฑ์จำนวนมาก ก็จะมีการสร้าง

planning bill ขึ้นสำหรับกลุ่มของผลิตภัณฑ์ที่เหมือนกัน และมีการใช้ MPS เป็น 2 ระดับ คือ ใช้กับกลุ่มผลิตภัณฑ์ และใช้กับผลิตภัณฑ์แต่ละชนิด

3. Hourglass BOM, ATO

ใช้กับผลิตภัณฑ์ชนิดที่ผลิตภัณฑ์มีทางเลือก (option) ได้หลายอย่าง เช่น รถยนต์ รถบรรทุก เครื่องมือกล เครื่องพิมพ์ (printing machinery) เป็นต้น การทำ MPS จะทำในระดับของ option ซึ่งอาจจะเป็นหลายระดับหรือระดับเดียว ขึ้นอยู่กับความมากน้อยของ option ชิ้นส่วนต่างๆตาม MPS จะได้รับการประกอบเข้าด้วยกันตามออเดอร์ของลูกค้าด้วย FAS

4. Hourglass BOM, MTS

สภาวการณ์เช่นนี้เกิดจาก ATO แต่มีสินค้าบาง option ที่ได้รับความนิยมเป็นพิเศษ เพราะฉะนั้นสินค้าเหล่านี้จะมีการผลิตเพื่อเก็บไว้ในคงคลังบางส่วน MPS กรณีนี้จะเหมือนกับ ATO ส่วน FAS ก็จะทำหน้าที่ประกอบตามออเดอร์เพื่อเก็บ (Stock)

5. Inverted Pyramid BOM, MTO

ใช้ส่วนประกอบพื้นฐานจำนวนน้อยชนิด แต่สามารถประกอบให้เป็นสินค้าสำเร็จตามออเดอร์ของลูกค้าได้หลายชนิด ตัวอย่าง เช่น พลาสติก สามารถนำมาผลิตเป็นสินค้าได้หลากหลายชนิด การผลิตวัตถุดิบจะถูกควบคุมด้วย MPS และกำลังการผลิตของกระบวนการผลิต แต่เนื่องจากเป็น MTO ดังนั้น จึงไม่สามารถคาดคะเนความต้องการได้แน่นอน ดังนั้น FAS จึงใช้ออเดอร์ที่แท้จริงของลูกค้าเป็นตัวกำหนด

6. Inverted Pyramid BOM, MTS

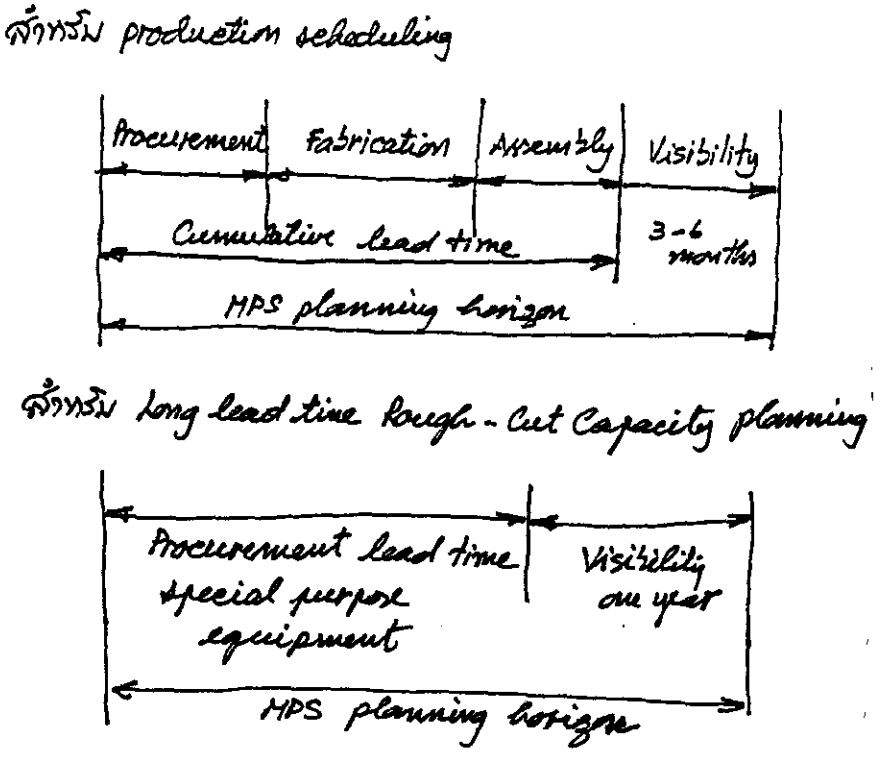
ชิ้นส่วนที่ทำจากเครื่องทำเกลียว (standard screw machine) หรือ ผลิตภัณฑ์พลาสติกต่างๆจัดอยู่ในกลุ่มนี้ MPS จะเหมือนกับ FAS และประกอบด้วยผลิตภัณฑ์สุดท้ายทั้งหมด แต่ถ้ามีจำนวนสินค้ามากอาจใช้ MPS เป็นสองระดับ

7. Time buckets: หมายถึง ช่วงเวลาแต่ละช่วง (period) ใน MPS หรือ MRP ใน MPS จะแสดงข้อมูลต่างๆ เช่น ความต้องการ (demand), ออเดอร์ (order), จำนวนคงคลัง (inventory) และข้อมูลอื่นๆ สำหรับแต่ละช่วงเวลาตามลำดับ (series time buckets) เราเรียกแผนการผลิตแบบนี้ว่า time-phased plan

Time bucket สั้นให้ข้อมูลมากกว่า time bucket ยาว แต่เสียเวลาในการรายงานมากกว่า บริษัทที่ผลิตสินค้าไม่กี่ชนิด และมีเวลานำ (lead time) ในการผลิตยาว มักใช้ time bucket ยาวด้วย เช่น โรงงานผลิต turbines สำหรับโรงไฟฟ้าโดยใช้พลังงานจากน้ำ อาจใช้ time bucket เป็น 1 เดือน แต่ส่วนใหญ่แล้ว บริษัทที่มีสินค้าหลายอย่างและมี lead time ในการผลิตสั้น มักใช้ time bucket เป็น 1 สัปดาห์

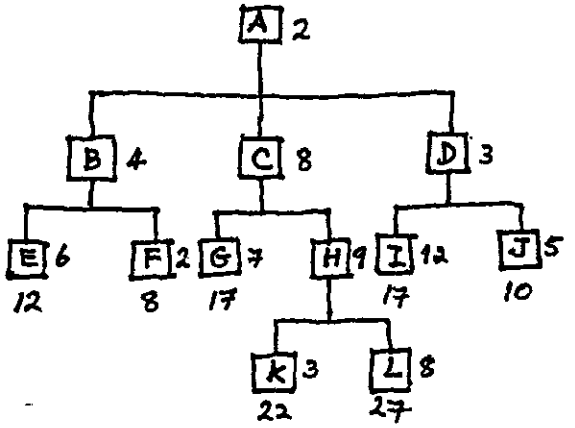
8. Planning horizon: หมายถึง จำนวนช่วงเวลา (period) ที่ใช้กำหนดแผนการผลิตในอนาคต

MPS มี Planning horizon 2 แบบ (ดังในรูป 6) แบบแรกเป็นแบบที่ใช้ใน MPS ทั่วไป แบบนี้มีระยะเวลาสั้นกว่าแบบที่สอง ในทางปฏิบัติแล้วจะใช้ planning horizon ให้ยาวกว่า cumulating lead time ระยะหนึ่ง (3-6 เดือน เป็นต้น) เพื่อให้สะดวกต่อการวางแผนกำหนดขนาดของวัตถุดิบที่จะซื้อ



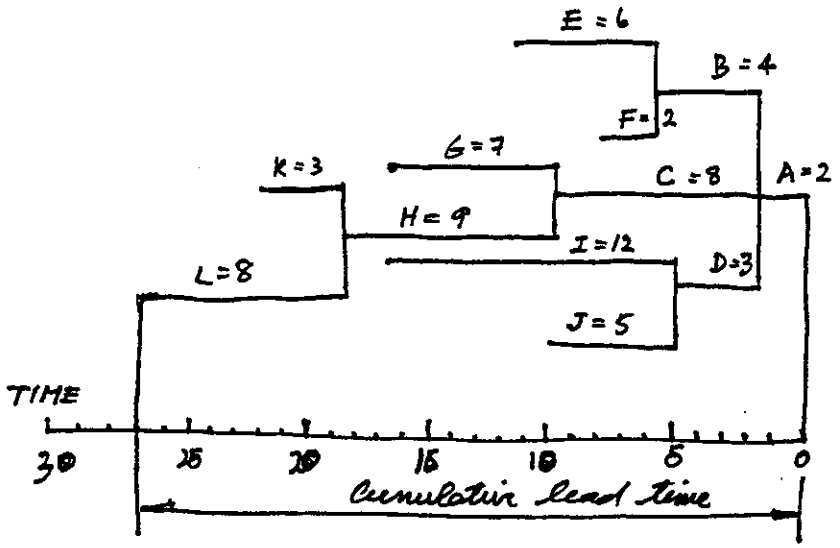
รูป 6: MPS planning horizon

ส่วน planning horizon แบบที่สอง ใช้สำหรับการวางแผนกำลังการผลิต (rough-cut capacity planning) ในระยะยาว ขนาดของ planning horizon ในกรณีนี้ขึ้นอยู่กับ lead time ในการสั่งซื้ออุปกรณ์เฉพาะ เช่น ถ้าอุปกรณ์หรือเครื่องจักรอย่างหนึ่งมี lead time 2 ปีในการสั่งซื้อ planning horizon ของ MPS อาจจะต้องยาวนานถึง 3 ปี เป็นต้น



รูป 7: Product structure และ lead times ของ product A

ตัวอย่าง: ในรูป 7 แสดง product structure ของผลิตภัณฑ์ A ตัวเลขที่อยู่ข้างกล่องแสดง lead time ในการผลิตหรือการประกอบชิ้นส่วนแต่ละชิ้น ชิ้นส่วนที่อยู่ต่ำสุด (low-level items) จะเป็นองค์ประกอบของชิ้นส่วนที่อยู่เหนือขึ้นไป จนถึงชิ้นงานสำเร็จ เราสามารถคำนวณหาเวลาในการผลิตผลิตภัณฑ์ A จากการรวม lead time จากชิ้นส่วนแต่ละชิ้นที่อยู่ต่ำสุดใน product structure ไปจนถึง A ผลรวมของเวลาจากชิ้นส่วนต่ำสุดขึ้นไปถึงผลิตภัณฑ์สำเร็จนี้เราเรียกว่า path เช่น path ที่เกี่ยวข้องกับ K คือ K-H-C-A และมีความยาวเท่ากับ 3+9+8+2 = 22; เราเรียก path ที่ยาวที่สุดว่า "critical path" ซึ่งก็คือ L-H-C-A มีความยาว 8+9+8+2 = 27; นั่นก็คือ เวลาที่ใช้ในการทำผลิตภัณฑ์ A อย่างน้อยต้องเท่ากับ 27 สัปดาห์ หมายความว่า คำสั่งจะต้องถูกสั่งออกไปให้เริ่มทำชิ้น L อย่างน้อย 27 สัปดาห์ ก่อนถึงวันที่ต้องการผลิตภัณฑ์ A ความยาวของ critical path คือ cumulative lead time (ดังในรูป 8)



รูป 8: Gantt chart แสดง cumulative lead time ของ product A

การที่สินค้ามี lead time ในการผลิตสั้น มีข้อดีหลายอย่าง เช่น ถ้าเป็นกรณีของ make-to-order (MTO), lead time สั้น หมายถึง สามารถรับออเดอร์ลูกค้าได้มากขึ้น หรือ ถ้าเป็นกรณีของ make-to-stock (MTS), เราก็ไม่จำเป็นที่จะต้องพยากรณ์ความต้องการของตลาดไปในอนาคตมากนัก ผลก็คือ จะได้ค่าพยากรณ์ที่ถูกต้องยิ่งขึ้น

ถ้าหากเราสามารถลดเวลาใน critical path ได้ เราก็สามารถลด lead time ในการผลิตได้ มีวิธีการหนึ่งที่มักใช้อยู่เสมอสำหรับชิ้นส่วนใน critical path ที่มีราคาไม่แพงมากนักก็คือ ใช้วิธีคงคลังชิ้นส่วน เช่น เราอาจคงคลังชิ้นส่วน L โดยไม่นำเอาการสั่งผลิตชิ้นส่วน L มาอยู่ใน MPS ผลก็คือ critical path จะกลายเป็น K-H-C-A และ lead time ลดลงมาเหลือ 22 สัปดาห์

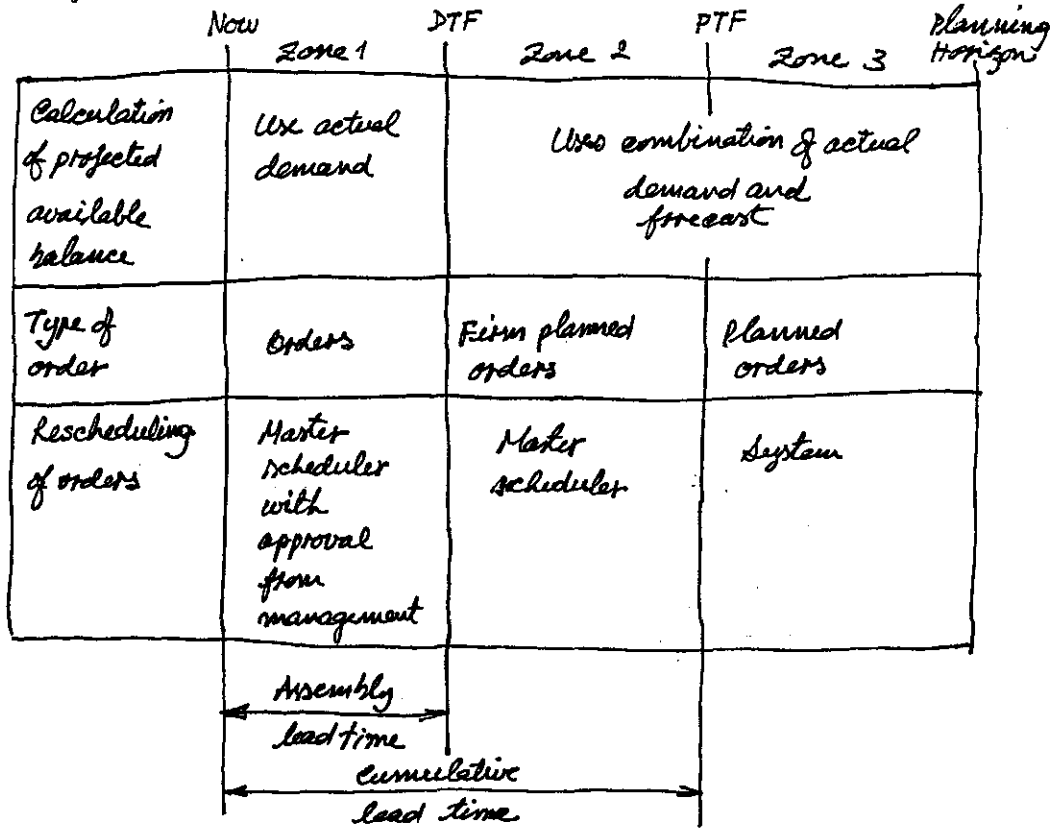
9. Time fences:

การเปลี่ยนแปลงใน MPS มักจะเกิดขึ้นอยู่เสมอ การปรับแผนการผลิตในระยะยาวในอนาคตจะไม่มีผลกระทบต่อต้นทุนในการผลิต เพราะเราสามารถจัดเตรียมกำลังและทรัพยากรการผลิตให้เพียงพอได้ แต่การเปลี่ยนแปลงแผนการผลิตในระยะสั้น จะไม่สามารถทำได้ง่ายนัก เพราะถูกจำกัดด้วย lead time ในการผลิต,

กำลังการผลิตที่มีอยู่ และวัตถุดิบที่จำเป็นต้องใช้ ยิ่งการเปลี่ยนแปลงนั้นอยู่ในระยะที่ใกล้กับปัจจุบันมากเพียงใด ความยากลำบากในการจัดการยิ่งเพิ่มขึ้น และเสียค่าใช้จ่ายมากขึ้น

ใน MPS มีการใช้เทคนิคอย่างหนึ่งสำหรับกำหนดโซน (zone) ของ planning horizon เป็นส่วนๆ และให้แต่ละส่วนมีวิธีเปลี่ยนแปลงแผนการผลิตที่แตกต่างกัน วิธีการดังกล่าวคือ การใช้ time fences (รั้วเวลา)

Time fence มีหลายแบบ แต่ที่นิยมใช้กันมากที่สุด คือ demand time fence (DTF) และ Planning time fence (PTF) ดังรูป 9



รูป 9: MPS Time fences

ในกรณีของ assemble-to-order (ATO), DTF จะถูกกำหนดให้เท่ากับ lead time ในการประกอบขั้นสุดท้าย Zone 1 คือช่วงเวลาตั้งแต่ปัจจุบันจนถึง DTF ภายใน Zone 1 นี้ จะไม่มีการรับออเดอร์จากลูกค้าอีก เพราะฉะนั้น ความต้องการสินค้า หรือ demand ที่จะต้องผลิตให้ได้ในโซนนี้ก็คือ ออเดอร์ที่ค้างส่ง และสัญญาว่าจะส่งในช่วงเวลานี้ ค่าพยากรณ์ไม่ต้องใช้ และจำนวนคงคลังที่คาดว่าจะมีอยู่ (projected inventory balance) จะขึ้นอยู่กับจำนวนที่ลูกค้าสั่ง (ออเดอร์ของลูกค้าที่มีอยู่)

ตารางการผลิต หรือ แผนการผลิตใน zone 1 นี้ ถือว่าไม่เปลี่ยนแปลง หรือ "frozen" แต่อาจมีการเปลี่ยนแปลงบ้างเหมือนกัน แต่ถ้าเกิดขึ้นแล้ว จะต้องมีการพิจารณาอย่างรอบคอบ เช่น ในช่วงนี้อาจมีออเดอร์พิเศษเสริมเข้ามา ผู้วางแผนการผลิตจะต้องพิจารณาผลกระทบที่ตามมาจากการผลิตออเดอร์พิเศษนี้ เช่น งานออเดอร์อื่นอาจไม่ทันตามกำหนดเวลา เพราะฉะนั้นการเปลี่ยนแปลงใดๆในโซนนี้จะต้องได้รับความเห็นชอบจากฝ่ายบริหารด้วย

zone 2 อยู่ระหว่าง DTF และ PTF ภายในโซนนี้ อาจมีการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของการผลิตผลิตภัณฑ์ต่างๆที่ต้องผลิตในช่วงนี้ได้ตามปริมาณของวัตถุดิบที่มีอยู่ แต่การเปลี่ยนแปลงในอัตราการผลิตจะถูกจำกัด จะยอมให้ทำได้ก็ต่อเมื่อมีการพิจารณาอย่างดีแล้ว และวัสดุ ชิ้นส่วนประกอบต่างๆสามารถสนองต่ออัตราการผลิตใหม่ได้

zone 3 คือ ช่วงเวลาที่ครอบคลุมตั้งแต่ PTF จึงถึงสิ้นสุด planning horizon ในโซนนี้การเปลี่ยนแปลงในอัตราการผลิต หรือ ในสัดส่วนของผลิตภัณฑ์ที่จะผลิต สามารถทำได้ ตัวเลขของออเดอร์ที่วางแผนไว้ (order planning) ว่าจะได้รับในช่วงนี้ จะถูกใช้สำหรับกำหนดกำลังการผลิต (rough-cut capacity planning-RCCP) และใช้สำหรับเป็นพื้นฐานในการกำหนดขนาดของล็อตที่จะซื้อในระยะยาว

10. Planned orders, firm planned orders และ orders

ใน MPS เกี่ยวข้องกับออเดอร์ในการผลิต (production orders) อยู่ 3 แบบ คือ

- **Planned orders:** เป็นออเดอร์ที่จะสั่งในอนาคต เป็นออเดอร์ที่ถูกกำหนดขึ้นโดยโปรแกรม MPS ที่ใช้กล่าวคือ โปรแกรมหรือ(เราอาจเรียกว่า) ระบบ MPS จะพยายามวางแผนออกคำสั่งผลิต เพื่อให้ supply สมดุลกับ demand ถ้า demand เปลี่ยนแปลง ไม่ว่าจะเป็นขนาดของ demand หรือ เวลาที่เกิด demand ก็ตามก็จะมีการปรับแผนการผลิตใหม่ ผลก็คือ เกิดชุดของ planned order ใหม่

  Planned orders ไม่ใช่จำนวนที่ได้ตัดสินใจแล้วว่าจะผลิต แต่เป็นจำนวนที่ระบบ MPS กำหนดขึ้น และผู้วางแผน (master scheduler) ถือว่าควรจะนำมาพิจารณา เพื่อให้เกิดเป็น MPS ขั้นสุดท้าย

- **Firm planned orders (FPO):** คือ คำสั่งผลิตที่ออกโดยผู้วางแผน (master scheduler) ไปแล้ว แต่ยังไม่ได้สั่งผลิตจริง เป็นออเดอร์พิเศษที่ผู้วางแผนเห็นว่าจำเป็นต้องกำหนดให้แตกต่างจาก planned order ธรรมดา

  FPO จะถูกป้อนเป็นข้อมูลให้กับ MRP เพื่อกำหนดออเดอร์สำหรับวัตถุดิบ และชิ้นส่วนที่ต้องใช้ แต่ planned order จะไม่ถูกป้อนให้กับ MRP

MPS จะประกอบไปด้วย FPO และออเดอร์ที่ถูกสั่งออกไปแล้วเพื่อให้ผลิตหรือให้ซื้อ (released manufacturing or purchasing orders) ซึ่งออเดอร์เหล่านี้จัดว่าเป็น FPO ด้วยเหมือนกัน นั่นคือ ผู้วางแผนจะต้องตัดสินใจและเป็นผู้อนุญาตให้ออกออเดอร์ ตัวโปรแกรมคอมพิวเตอร์หรือระบบ MPS เป็นเพียงเครื่องมือที่ทำหน้าที่ช่วยผู้วางแผนเท่านั้น และไม่สามารถจะสร้าง MPS ขึ้นมาเองได้

ในโรงงานส่วนใหญ่ ออเดอร์ทั้งหลายที่อยู่ภายใน PTF จัดเป็น FPO หรือ ออเดอร์ที่ถูกสั่งออกไปแล้ว (released orders) ทั้งสิ้น ออเดอร์ที่อยู่นอกเหนือจากนี้จัดเป็น planned orders

- **Orders:** หมายถึง ออเดอร์ที่ออกไปแล้วเพื่อการผลิตหรือเพื่อซื้อชิ้นส่วนหรือชิ้นส่วนประกอบกึ่งสำเร็จ เหมือนกับ FPO คือ การเปลี่ยนแปลงวันกำหนดเสร็จ หรือจำนวนที่ผลิตสามารถทำได้โดยผู้วางแผนเท่านั้น แนวทางปฏิบัติเช่นนี้จะช่วยลดการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นอยู่เสมอจากระบบ MPS ซึ่งจะมีผลต่อ MRP ทำให้ระบบ MRP ไม่คงที่ นั่นคือ ออเดอร์ของลูกค้าไม่ทันตามกำหนดผลที่ตามมาคือ ความเชื่อถือของลูกค้าในบริษัทลดลง อย่างไรก็ตามอุตสาหกรรมการผลิตสินค้าใดๆก็ตามไม่เคยคงที่ แต่จะมีการเปลี่ยนแปลงอยู่

ตลอดเวลา และการเปลี่ยนแปลงเช่นนี้สะท้อนออกมาที่ MPS ด้วย หมายความว่า MPS จะต้องไม่แน่นอนตายตัวเกินไป ในขณะเดียวกันก็ต้องไม่ยืดหยุ่นมากเกินไปด้วย

11. Final assembly schedule (FAS):

ทำหน้าที่กำหนดตารางหรือแผนการประกอบขั้นสุดท้าย และการทดสอบผลิตภัณฑ์

ถ้าหากสินค้าเป็นแบบที่ไม่ซับซ้อนและค่อนข้างจะเป็นสินค้ามาตรฐาน (standard products) เช่น วิทยุ และนาฬิกา เป็นต้น ในกรณีนี้ FAS และ MPS คือ ตารางการผลิตเดียวกัน: หรือถ้าเป็นสินค้าที่มีความซับซ้อนมากๆ และเป็นสินค้าแบบ ETO (engineering-to-order) และ MTO (manufacturing-to order) แล้ว FAS และ MPS จะเป็นตารางเดียวเช่นกัน แต่ส่วนมากจะใช้ FAS และ MPS เช่น ATO (assembly-to-order) products จะเกี่ยวข้องกับ option ของสินค้าหลายอย่าง เพราะฉะนั้นจะมี MPS โดยสร้างจากค่าพยากรณ์ความต้องการของตลาด ซึ่ง MPS จะไปขับเคลื่อน MRP ให้เกิดการสั่งซื้อหรือสั่งผลิตชิ้นส่วนต่างๆ จากนั้น FAS จะทำหน้าที่ประกอบชิ้นส่วนเหล่านี้เข้าเป็นผลิตภัณฑ์ตามข้อกำหนด (specifications) ของลูกค้า

สำหรับสินค้าหลายชนิดที่เป็นแบบ MTS, ระบบ FAS จะเพิ่มงานขั้นสุดท้ายให้กับการผลิต นอกเหนือจาก MPS โดยจะยอมยังไม่ประกอบ เพื่อปรับสัดส่วนของชนิดสินค้าที่ผลิตให้ใกล้กับค่าพยากรณ์และสถานะคงคลังล่าสุดให้มากที่สุด ตัวอย่าง เช่น บริษัทผลิตยา จะผลิตยาหลายชนิดจำนวนมากตาม MPS และจะบรรจุหีบห่อตาม FAS

FAS จะถูกจำกัดด้วย lead time ในการประกอบกำลังการผลิตในหน่วยงานประกอบและ MPS ถ้า MPS ระบุว่าต้องผลิตจำนวน 20 หน่วยในช่วงเวลาที่กำหนด, FAS ไม่สามารถจะทำให้เกินกว่า 20 หน่วยได้ ถ้าเกี่ยวกับ option ด้วยแล้ว FAS จะผลิตได้ต่ำกว่า 20 หน่วย ขึ้นอยู่กับว่า option module ที่ผลิตใน MPS จะตรงกับ option ที่ลูกค้าต้องการมากน้อยเพียงใด

12. องค์ประกอบของ MPS:

หัวกระดาษรายงานของ MPS (หรือเรียกว่า MPD report) จะมีรายละเอียดเกี่ยวกับชิ้นส่วน เช่น หมายเลข, ชื่อ, lead time, จำนวน safety stockนโยบายในการสั่ง(จำนวนสั่ง), DTF และ PTF ส่วนตัวรายงานจะมีข้อมูลสำหรับแต่ละ time bucket ดังนี้ :-

1.) Forecast: คือ ค่าพยากรณ์สำหรับ independent demand ถ้าเป็นสินค้าสำเร็จ ค่านี้คือค่าพยากรณ์ความต้องการรวม ถ้าเป็นชิ้นส่วนสำหรับใช้บริการ(ซ่อมแซม) คือ ค่าพยากรณ์ความต้องการในอะหลั่ย (service demand)

2.) Actual demand: คือ ออเดอร์ของลูกค้าที่สัญญาวันกำหนดเสร็จแล้ว

3.) Production forecast: คือ จำนวน dependent demand ของชิ้นส่วนที่เป็นองค์ประกอบย่อย

4.) MPS- คือ จำนวนที่กำหนดว่าจะได้รับจาก order และ FPO

5.) Project available balance: จำนวนคงคลังที่คาดว่าจะมีอยู่ หลังจากหักจำนวนจอง (allocations) จำนวนค้างส่งย้อนหลัง (back orders) แล้ว จำนวนคงคลังที่เหลือล่าสุด คือ จำนวนที่อยู่ซ้ายมือของ period แรก

Projected available balance คำนวณจาก จำนวนคงคลังเริ่มต้น (starting balance) บวกกับ MPS สะสม ลบออกด้วย demand สะสม; demand คำนวณจากการใช้ค่า forecast และค่า actual demand ใน zone 1, ใช้

actual demand อย่างเดียว นอก zone 1 ใช้ค่า forecast และค่า actual demand โดยใช้ผสมกัน กล่าวคือ เลือกใช้ค่าที่มากกว่าในแต่ละ period

6.) Available to promise (ATP) คือ จำนวนสินค้า จากคงคลังที่มีอยู่เริ่มต้น (current balance) และจาก MPS แต่ละค่าที่ยังไม่ได้สัญญาให้กับลูกค้า เพราะฉะนั้นจึงเป็นจำนวนที่เหลืออยู่ และสามารถจะสัญญาให้กับลูกค้าได้ (available to promise)

สำหรับ period แรก, ATP คำนวณจาก (คงคลังเริ่มต้น) + (MPS ใน period แรก) – (demand ใน period แรก, และ demand ใน period ถัดไปก่อนที่จะได้จำนวน MPS ใหม่

ATP ใน period ถัดไปที่มี MPS order จะเท่ากับ (จำนวนที่กำหนดตาม MPS)

- จำนวน demand ของ period นั้น และของ period ถัดไปจนกว่าก่อนจะถึงจำนวนออเดอร์ที่จะได้รับตามที่ MPS กำหนดครั้งต่อไป

ค่า ATP เป็นค่าที่สามารถให้สัญญากับลูกค้า เกี่ยวกับจำนวนสินค้าที่สามารถจะจัดให้ได้

7.) Planned orders – จำนวนที่กำหนดว่าจะได้รับตามแผนการผลิต

รายงานของระบบ MPS ที่มีประโยชน์ชนิดหนึ่ง คือ "customer order peg." ในรายงานนี้จะบอกว่า actual demand (หรือเรียกสั้นๆว่า demand) เป็นของใคร (demand source)

เมื่อเกิดปัญหาในการผลิต เช่น ผลิตได้ไม่ครบตามที่กำหนด รายงานจะบอกให้ทราบว่าใครเป็นเจ้าของออเดอร์ และจะได้รับการแจ้งให้ทราบถึงความล่าช้าในการส่ง

Actual Demand Source			
Item # : W324 Description: Laser disk drive			Date: 2/15/xx
Required Date	Quantity	Reference	Order No.
Overdue	12	General Dyn	7631
Overdue	20	Hewlett	7842
3/1	15	Gould	7928
3/5	30	KC Dist	9365

ตัวอย่าง: MPS สำหรับ MTS product

สำหรับกรณีของ MTS product, ตามปกติจะไม่มีตัวเลขในช่องของ actual demand เนื่องจากเมื่อลูกค้าสั่งสินค้า ออเดอร์ของลูกค้าจะได้รับการตอบสนองจากสินค้าในคลังสินค้าทันทีที่ได้รับออเดอร์ ไม่มีการให้สัญญาเกี่ยวกับวันกำหนดส่งในอนาคต ดังนั้นจึงไม่มีตัวเลขของ ATP แต่ในบางครั้งด้วยสาเหตุบางอย่าง ระบบอาจจะทำให้เกิดสภาวะที่มีของค้างส่ง (back-order situation) อาจจะมีค่า actual demand และ ATP บ้าง เป็นการชั่วคราว จนกว่าสภาวะขาดของจะหมดไป

Item no.: X1736 Description: Generator
Lead time: 3 periods Safety stock: 3 units
Order quantity: 3 periods DTF: 0 period
net requirements PTF: 5 periods

							PTF			
Period		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Forecast		5	3	8	2	7	5	8	4	10
Production forecast										
Actual demand										
MPS				15						
Projected available balance	14	9	6	13	11	4	−1	−9	−13	−23
Available to promise										
Planned orders							16			10

Figure 7-14 MPS for an MTS product.

Item no.: X1736 Description: Generator
Lead time: 3 periods Safety stock: 3 units
Order quantity: 3 periods DTF: 0 period
net requirements PTF: 5 periods

							PTF			
Period		2	3	4	5	6	7	8	9	10
Forecast		3	8	2	7	5	8	4	10	7
Production forecast										
Actual demand										
MPS			15			18				
Projected available balance	7	4	11	9	2	15	7	3	−7	−14
Planned orders									17	

Figure 7-15 MPS for an MTS product one period later.

พิจารณา MPS ในรูป 7.14 คงคลังเริ่มต้น = 14 ลบออกด้วยค่าพยากรณ์ 5 ใน period 1, จำนวนคงคลังที่ปลาย period 1 = 9 ; *ลบออกด้วยค่าพยากรณ์ของ period 2 จำนวน 3 จะเหลือคงคลังที่ปลาย period 2 = 6 ;* ใน period 3 มีค่าพยากรณ์ 8 และจำนวนที่จะได้รับตาม MPS คือ 15 ดังนั้น จำนวนคงคลัง คือ 6 – 8 + 15 = 13

Period 6 เป็น period แรกที่ projected available balance มีค่าต่ำกว่า safety stock (3 หน่วย) ดังนั้น โปรแกรมจะกำหนด planned order ให้ได้รับใน period นี้ ในกรณีนี้นโยบายเกี่ยวกับจำนวนสั่ง คือ เท่ากับจำนวนความต้องการสุทธิของ 3 period ข้างหน้า ซึ่งคำนวณได้จาก Net requirement (จำนวนต้องการสุทธิ) = (Demand) + (safety stock) – (starting projected available balance)

ดังนั้น ความต้องการสุทธิสำหรับ period 6, 7, 8 คือ (5 + 8 + 4) + (3) – 4 = 16 และจำนวนนี้จะถูกวางแผน (planned order) ให้ได้รับในสัปดาห์ที่ 6 เนื่องจาก lead time เท่ากับ 3 สัปดาห์ เพราะฉะนั้นจะต้องสั่งผลิตในสัปดาห์ที่ 3

ตอนนี้ยังเหลือความต้องการใน period ที่ 9 จำนวน 10 หน่วย จะต้องกำหนด planned order ให้กับ demand 10 หน่วยนี้ แต่จำนวนที่กำหนดอาจเปลี่ยนแปลงได้เมื่อเวลาผ่านไป วิธีกำหนดจำนวนสั่งผลิตพิจารณาดังนี้ :- เราคาดว่าจำนวนคงคลังก่อน period 9 เท่ากับ 3 หน่วย และกำหนดจำนวนคงคลังสำรอง เมื่อสิ้นสุด

period ที่ 9 = 3 ∴ จำนวนสั่งผลิตที่วางแผนให้ได้ใน period ที่ 9 คือ 3 + 10 – 3 = 10 หน่วย ดังนั้น planned order สำหรับ period 9 คือ 10

รูป 7-15 แสดง MPS report เมื่อเวลาผ่านไป 1 สัปดาห์ ซึ่งความต้องการจริงที่เกิดขึ้นใน period ที่ 1 คือ 7 หน่วย แทนที่จะเป็น 5 หน่วยตามที่พยากรณ์ ดังนั้น projected available balance ตั้งแต่ period 1 ถึง period 5 จะลดลง 2 หน่วย ค่าพยากรณ์ของ period 2 ถึง 9 ไม่เปลี่ยนแปลง แต่มี demand ของ period 10 เพิ่มขึ้นมาจำนวน 7 หน่วย ; Period 6 ตอนนี้จะเข้าไปอยู่ใน PTF เพราะฉะนั้นระบบจะแนะนำให้ผู้วางแผนทำ planned order เป็น FPO และในขณะที่ projected available balance ลดลง 2 หน่วยสำหรับปลายของ period 5, จำนวนสั่งผลิตจึงเพิ่มขึ้นเป็น 18 หน่วย

ผู้วางแผนจะสั่งให้ planned order เป็น firm planned order จำนวน 18 หน่วย ใน period 6 ในแถวของ MPS และค่าใน planned order สำหรับ period 6 จึงหายไป สำหรับ planned order สำหรับ period 9 ได้เพิ่มขึ้นอย่างอัตโนมัติเป็น 17 หน่วย เพื่อให้ครอบคลุมถึงความต้องการสำหรับ period 10 ด้วย ; ถ้าหากผู้วางแผนไม่ออกคำสั่งให้เป็น FPO ใน period 6 , ระบบจะกำหนดค่า planned order ให้กับ period ถัดจาก PTF ทันที และจะออกรายงานเตือน (exception report)

ตัวอย่าง: MPS สำหรับ MTO product

ในรูป 7-16 แสดง MPS สำหรับ MTO product เนื่องจาก production order ทั้งหลายจะถูกสั่งภายหลังที่ได้รับออเดอร์จริงจากลูกค้าแล้วเท่านั้น เพราะฉะนั้นจึงไม่มีค่าพยากรณ์ DTF และ PTF มีค่าเดียวกัน นโยบายในการกำหนดขนาดล็อต คือ สั่งแบบ lot-for-lot ดังนั้นค่า MPS คือ จำนวนสั่งที่แท้จริงของลูกค้าตั้งแต่ period 1 ถึง PTF และเนื่องจากเมื่อสินค้าเสร็จและทดสอบแล้ว ก็จะถูกส่งให้ลูกค้าทันที ดังนั้นจึงไม่มี projected available balance ออเดอร์ของลูกค้าใน period 7 อยู่นอก PTF ออเดอร์จึงถูกกำหนดให้เป็น planned order

Item no.: Y750
Lead time: 5 periods
Order quantity: Lot for lot

Description: Digital controller
Safety stock: 0 unit
DTF: 6 periods
PTF: 6 periods

Period		1	2	3	4	5	6	7 (DTF / PTF)	8	9
Forecast										
Production forecast										
Actual demand		6	5	7	3	4	2	1		
MPS		6	5	7	3	4	2			
Projected available balance										
Available to promise										
Planned orders								1		

Figure 7-16 MPS for an MTO product.

Item no.: Z438
Lead time: 3 periods
Order quantity: 4 periods net requirements

Description: Electron microscope
Safety stock: 0 unit
DTF: 3 periods
PTF: 6 periods

Period		1	2	3 (DTF)	4	5	6	7	8	9 (PTF)
Forecast		7	8	3	5	10	11	6	9	15
Production forecast										
Actual demand		4	6	5	3	2	1			
MPS				18		28				
Projected available balance	11	7	1	14	9	27	16	10	1	−14
Available to promise		1		10		25				
Planned orders										14

Figure 7-17 MPS for an MTO/MTS product.

Item no.: Z438
Lead time: 3 periods
Order quantity: 4 periods net requirements

Description: Electron microscope
Safety stock: 0 unit
DTF: 3 periods
PTF: 6 periods

Period		2	3	4	5 (DTF)	6	7	8	9	10 (PTF)
Forecast		8	3	5	10	11	6	9	15	8
Production forecast										
Actual demand		6	5	6	4	2	1			
MPS			18		28					
Projected available balance	7	1	14	8	26	15	9	0	−15	−23
Available to promise		1	7		21					
Planned orders									23	

Figure 7-18 MPS for an MTO/MTS product one period later.

ตัวอย่าง: MPS สำหรับ MTO/MTS product

บางบริษัทใช้ระบบผสม (hybrid system) สำหรับ product ที่ก้ำกึ่งกันระหว่าง MTO และ MTS ระบบชนิดนี้สามารถใช้ได้กับผลิตภัณฑ์ที่มีราคาแพงมากจนเกินกว่าที่จะคงคลังแบบเดียวกับ MTS แต่ในขณะเดียวกันก็ต้องการที่จะให้สามารถกำหนดวันส่งได้เร็วกว่า MTO product

ผลิตภัณฑ์ประเภทนี้จะค่อนข้างเป็นมาตรฐาน มีการปรับตามลูกค้าต้องการเล็กน้อยเท่านั้น

MPS orders จะใช้ค่าพยากรณ์เป็นหลัก ก่อนที่จะได้รับออเดอร์จากลูกค้าจริงๆ แต่ออเดอร์ของลูกค้าจะได้รับสัญญาแล้วเสร็จตามลำดับออเดอร์ของลูกค้า ดังนั้น จึงมีคงคลังไม่มาก

รูป 7-17 แสดง MPS สำหรับ MTO/MTS product จำนวน projected available balance = (คงคลังเริ่มต้น) + (MPS สะสม) – (ความต้องการสะสม): ความต้องการจะถือตามความต้องการที่แท้จริงจนกระทั่งถึง DTF ไม่ใช่ค่าพยากรณ์ หลังจากนั้น ความต้องการจะถือตามออเดอร์จริงของลูกค้า หรือค่าพยากรณ์ขึ้นอยู่กับว่าค่าไหนมากกว่ากัน

ค่า ATP ใน period 1 = (ค่าคงคลังเริ่มต้น) – (จำนวนความต้องการทั้งหมดก่อนที่จะได้ตาม MPS สั่งครั้งต่อไป) = 11 – 4 – 6 = 1 ; ค่า ATP ใน period 3 คือ จำนวน MPS ใน period 3 ลบด้วยออเดอร์จริงใน period 3, 4 นั่นคือ = 18 –5 – 3 = 10 และ ATP ใน period 5 = MPS ใน period 5 ลบด้วยออเดอร์จริงใน period 5 และ 6 = 28 – 2 – 1 = 25

ในรูป 7-18 แสดง MPS เมื่อเวลาผ่านไป 1 period ค่าพยากรณ์ยังคงเดิมยกเว้นมีค่าพยากรณ์สำหรับ period 10 เพิ่มขึ้นมา = 8 ความต้องการหรือออเดอร์จริงจาก period 4 ถึง 7 เพิ่มขึ้น ค่า ATP ใน period 3 และ 5 ลดลง เนื่องจากออเดอร์ของลูกค้ามากกว่าเดิม จำนวนวางแผนจะผลิต (planned order ใน period 9 เพิ่มขึ้นเพื่อครอบคลุมความต้องการใน 2 period ในช่วง planning horizon

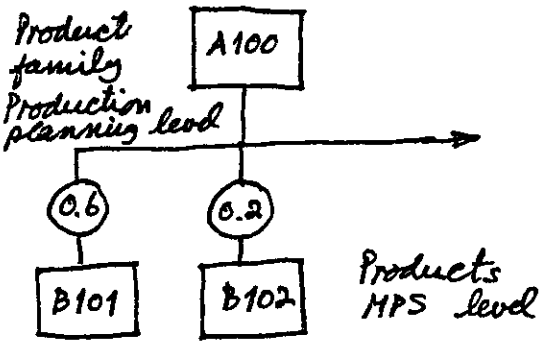
12. MPS สองระดับ (two-level MPS)

ในขณะที่ใช้ super bill จะมีการใช้ MPS สองระดับคือ MPS ระดับบนใช้กับ pseudo assembly และองค์ประกอบของ pseudo assembly จะถูกวางแผนด้วย MPS ระดับล่าง (คือ ต่ำลงมา 1 ระดับ) ลักษณะเช่นนี้จะเป็นจริงเสมอไม่ว่า pseudo assembly จะเป็น product family ซึ่งมีผลิตภัณฑ์แต่ละอย่างเป็นองค์ประกอบ หรือว่าเป็นผลิตภัณฑ์กลางๆที่มีชิ้นงานประกอบย่อย (subassembly) หรือ โมดุลทางเลือก (option modules) เป็นองค์ประกอบย่อยก็ตาม

ในรายงานของ MPS ของแต่ละระดับจะมีความต้องการที่แท้จริงระบุอยู่ และการตรวจสอบจำนวนที่จะให้สัญญากับลูกค้าได้จะต้องตรวจสอบจำนวนที่มีอยู่ที่ระดับ MPS ต่ำกว่า: เพราะว่า จำนวนที่มีอยู่ (availability) ที่ระดับสูงกว่า (คือ pseudo assembly) อาจไม่เป็นจริง ถ้าระดับโมดุลต่ำกว่ามีอยู่จำนวนไม่พอเพียง

ถ้าหากว่า pseudo assembly เป็น product family และเป็นผลิตภัณฑ์อย่างหนึ่ง (an item) ของแผนการผลิตแล้ว MPS ในระดับบนก็คือ ระดับแผนการผลิต (production plan) และ MPS ระดับล่างจะผูกติดกับแผนการผลิตดังกล่าว

ตัวอย่าง ในรูป 7-19 แสดง super bill สำหรับกลุ่มผลิตภัณฑ์ (product family) A100 กลุ่มนี้จะรวมผลิตภัณฑ์ B101 ด้วยตัวเลข 0.6 หมายความว่า 60% ของความต้องการสำหรับ A100 คือจำนวนที่คาดว่าจะต้องใช้ผลิตภัณฑ์ B101 ผลิตภัณฑ์กลุ่ม A100 คือ สินค้าที่วางแผนการผลิตตัวหนึ่ง (a production planning item)



รูป 7-19 Super bill for product family A100

		PRODUCT FAMILY A100							
Period		1	2	3	4	5	6	7	8
Forecast		20	20	20	20	20	20	20	20
Production forecast									
Actual demand									
Production Plan		40		40		40		40	
Projected available balance	0	20	0	20	0	20	0	20	0
Available to promise		40		40		40		40	

		PRODUCT B101							
Period		1	2	3	4	5	6	7	8
Forecast									
Production forecast		24		24		24		24	
Actual demand									
MPS		24		24		24		24	
Projected available balance	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Available to promise		24		24		24		24	

Figure 7-20 A two-level MPS prior to entering actual demand.

		PRODUCT FAMILY A100							
Period		1	2	3	4	5	6	7	8
Forecast		20	20	20	20	20	20	20	20
Production forecast									
Actual demand		20	16	12	10	8	4	3	
Production plan		40		40		40		40	
Projected available balance	0	20	0	20	0	20	0	20	0
Available to promise		4		18		28		37	

		PRODUCT B101							
Period		1	2	3	4	5	6	7	8
Forecast									
Production forecast		2		11		17		22	
Actual demand		12	8	5	6	3	4	2	
MPS		24		24		24		24	
Projected available balance	0	10	2	10	4	8	4	4	4
Available to promise		4		13		17		22	

Figure 7-21 A two-level MPS after entering actual demand.

ในรูป 7-20 แสดง MPS 2 ระดับ (two-level MPS) ก่อนที่จะมีการลงตัวเลขของความต้องการที่แท้จริง (actual demand) ส่วนบน คือ แผนการผลิตสำหรับ A100 ความต้องการคือ ค่าพยากรณ์ 20 หน่วยต่อ period และแผนการผลิตคือ ผลิต 40 หน่วย period เว้น period การคำนวณ projected available balance และ available to promise ใช้วิธีการที่กล่าวมาแล้ว

สำหรับของ B101 ค่าพยากรณ์ความต้องการเป็นศูนย์ และค่าพยากรณ์การผลิต (production forecast) คำนวณจาก 60% ของ A100 ที่สามารถให้สัญญาได้ (A100 available to promise) นั่นคือเท่ากับ $0.6 \times 40 = 24$ หน่วยทุก period เว้น period และ MPS จะเท่ากับ 24 ทุก period เว้น period

ในรูป 7-21 ใส่ค่าความต้องการที่แท้จริงลงในรายงานของ A101 และ B101 เปอร์เซ็นต์ของ A100 ที่ต้องการ B101 จะไม่เท่ากับ 60% สำหรับแต่ละ period แต่จะเปลี่ยนแปลงจาก period หนึ่งไปยังอีก period หนึ่ง ค่าความต้องการที่ใช้คำนวณ projected available balance สำหรับ A100 คือ ค่าที่สูงกว่าระหว่างค่าพยากรณ์และค่าความต้องการที่แท้จริง

จำนวน production forecast สำหรับ B101 คำนวณด้วยวิธีการเดิมที่กล่าวมาแล้ว ATP สำหรับ A100 จะมีค่าน้อย ถ้าใส่จำนวนความต้องการที่แท้จริงลงไป จำนวนความต้องการที่ใช้คำนวณค่า projected available balance คือ ผลรวมของ production forecast กับ actual demand เมื่อ actual demand เพิ่มขึ้น ความต้องการที่ใช้ในการคำนวณ production balance จะยิ่งขึ้นอยู่กับออเดอร์ที่แท้จริง

ในตัวอย่างนี้เราไม่มีการใช้รั้วเวลา (time level) เพื่อไม่ให้ตัวอย่างซับซ้อนเกินไป

13. MPS exception report:

MPS exception report คือ output อย่างหนึ่งที่แสดงรายการของสิ่งที่ต้องดำเนินงานทันที หรือสิ่งที่ผู้วางแผน (master scheduler) ต้องเริ่มต้นให้ความสนใจ

ผู้วางแผนอาจจะทำตามข้อแนะนำของระบบ หรือปรับปรุงข้อแนะนำ หรือไม่ทำอะไรทั้งสิ้น ตามปกติแล้วผู้วางแผนจะพิจารณารายงาน MPS อย่างรอบคอบก่อนที่จะตัดสินใจดำเนินการอย่างใดอย่างหนึ่ง

ระบบคอมพิวเตอร์จะทำการปรับตารางการผลิตใหม่อย่างอัตโนมัติ หรือยกเลิก planned order ดังนั้นข้อแนะนำเกี่ยวกับการปรับตารางการผลิตใหม่ หรือยกเลิกออเดอร์ใน MPS exception report จึงใช้กันได้เพียงออเดอร์ที่สั่งผลิตออกไปแล้ว (released order) และ FPO'S

ข้อมูลใน exception report เช่น

1. ปรับแผนให้เร็วขึ้น (expedite)
2. ปรับแผนให้ช้าลง (deexpedite)
3. เปลี่ยน planned order เป็น FPO
4. ออกออเดอร์
5. ยกเลิกออเดอร์
6. ทบทวนออเดอร์ที่เลยพ้นกำหนด
7. บอกการเปลี่ยนแปลงของรั้วเวลา

MPS Exception Report 1/30/xx

ITEM	DUE DATE	QUANTITY	RECOMMENDED ACTION
2536	3/16	30	Reschedule to 3/9
2784	4/6	60	Reschedule to 4/13
6185	4/13	25	Cancel
7256	3/9	40	Create FPO
8164	2/28	20	Release
9168	1/21	15	Overdue
9236	4/20	20	PTF moved 4/13 to 4/20

รูป 7-22: MPS exception report

PROBLEMS

7-1 The Clipper Company manufactures four models of lawn mowers which have the following variants: push type of self-propelled, side or rear discharge. Single-level BOMs for these mowers are as follows:

PROPULSION DISCHARGE	*PUSH SIDE M221*	*PUSH REAR M222*	*POWER SIDE M223*	*POWER REAR M224*
	B431	A102	B431	A102
	D417	D422	D417	E542
	D422	F176	E542	G198
	F176	H938	G198	H938
	M127	M127	M127	M127
	X138	X138	X138	X138

Develop modular single-level bills for this family of mowers.

7-2 Referring to Problem 7-1, the production schedule for all lawn mowers for the next five weeks is 250, 270, 320, 300, and 260. The projected percentage of orders requiring the variants, including allowances for estimating errors, are push 65 percent, power 40 percent, side 30 percent, and rear 75 percent. Based on this information, determine the projected gross requirements by week for each of the following items: X138, D422, G198, D417, and A102.

7-3 An indented bill of materials for centrifugal impeller, No. I682, is given below. The numbers to the right of the item numbers are the lead times in weeks required for their purchase or manufacture.

I682	2
A718	3
B622	2
B865	5
C918	4
D867	7
D963	2
E690	6

(a) Draw a Gantt chart of the production of the impeller.
(b) Determine the cumulative lead time.

7-4 The Thomas W. Knowles Electronics Company produces a klystron, item K720, to stock. Information about production of the klystron is as follows:

Lead time: 2 weeks Safety stock: 5 units
Order quantity: 2 weeks net requirements
DTF: 0 weeks PTF: 6 weeks
Current inventory: 12 units MPS: 18 units due in week 2
Forecast demand for the next 9 weeks: 6, 6, 7, 7, 8, 8, 7, 6, 5

Prepare an MPS, including the projected available balance and planned orders.

7-5 The Midwest Automation Company makes robots to order. Relevant information is as follows:

Lead time: 5 weeks Safety stock: 0 units
DTF: 5 weeks PTF: 5 weeks
Order quantity: 5 weeks net requirements
Current inventory: 0 units
Actual demand next 9 weeks: 7, 9, 5, 3, 8, 11, 6, 7, 4
MPS: 21 and 22 units due in weeks 1 and 4
Prepare an MPS, including the planned orders.

7-6 The MBI Company makes a minicomputer, item M670, using an MTO/MTS planning system. Planning information is as follows:

Lead time: 4 weeks — Safety stock: 2 units
Order quantity: 2 weeks net requirements
DTF: 4 weeks — PTF: 6 weeks
Current inventory: 30 units
Forecast demand next 9 weeks: 6, 8, 10, 12, 10, 9, 8, 7, 6
Actual demand next 9 weeks: 7, 6, 5, 14, 6, 3, 0, 0, 0
MPS: 12 units due in each of weeks 2 and 4

Prepare an MPS, including the projected available balance, available to promise, and planned orders.

7-7 The General Appliance Company makes a family of microwave ovens. The family, which is designated W700, consists of ovens with different capacities, controls, and features. A super bill is used in planning in which the product family is the parent and the various oven models are the components. Demand for all ovens is forecast to be 240 units per week for the next four weeks and 300 units per week for following five weeks. The ordering policy is to order two weeks net requirements. Starting inventory is 340 units. The W712 oven is a new model which features a built-in memory for 400 recipes. It is expected that this model will account for 10 percent of total oven sales. Starting inventory is 40 units. The order quantity will be four weeks net requirements. Safety stock is zero in planning both the W700 family and the W712.

(a) Prepare a two-level MPS for the W700 and W712, including ATP for both. The W700 is a production planning item and the W712 is an MPS item.

(b) Prepare a two-level MPS, keeping the production plan and MPS scheduled order quantities from part (a) but adjusting the production forecast for the W712 and the PAB and ATP for both levels, taking into account the following actual demands for the next nine weeks: W700—240, 240, 126, 72, 30, 0, 0, 0, 0; W712—22, 26, 10, 5, 4, 0, 0, 0, 0.

7-8 A company makes pumps, valves, and housings and must decide how many of each to make next month. Relevant information is as follows:

	MACHINE HOURS PER UNIT			
	Pump	*Valve*	*Housing*	*Capacity Hours*
Dept. A	2	1	5	320
Dept. B	1	3	2	260
Dept. C	4	0	8	300
Profit/unit ($)	150	90	210	

No more than 60 pumps can be sold. Because of a prior contract, at least 20 valves must be produced. Any quantity of housings can be sold.

Formulate a linear program that could be used to determine how many of each product to make so that profit will be maximized without violating any of the capacity or demand constraints.

(a) List and define the variables.
(b) State the objective function.
(c) State the constraints.
(d) State the restrictions on the variables.
(e) If you have access to a computer with an LP software package, solve the problem.

7-9 A company produces five items in product family A. Production of one unit of any of these items is equivalent to one unit in the production plan. The production plan calls for 500 units to be produced next month. The family setup cost, which is incurred each time one or more of the items in the family is produced, is $400. Additional setup cost associated with producing individual items within the family is negligible and can be ignored. Further information that can be used in planning the production of these units for next month follows:

Item	1	2	3	4	5
Starting inventory	42	26	87	38	50
Forecast demand	90	75	50	140	85
Safety stock	12	10	20	30	18
Carrying cost, $/unit month	2	3	5	1	2

Use the family setup method to determine (a) which items to order, and (b) order quantities for those items.

4. Material Requirement Planning (MRP)

โดยทั่วไปแผนการผลิต (production plan) ก็คือ ข้อกำหนดเกี่ยวกับการผลิตชิ้นส่วน ส่วนประกอบของสินค้าแต่ละชนิดที่ผลิตว่าจะผลิตเมื่อใด จำนวนเท่าใจ และเสร็จสิ้นสมบูรณ์เมื่อใด เราอาจจะมองได้ว่าแผนการผลิตมีองค์ประกอบหลักอยู่ 3 ส่วน คือ (1) ตารางการผลิตหลัก (Master Production Schedule-(MPS); (2) Materials Requirement Planning (MRP) และ (3) ตารางการการผลิตย่อย (detailed job shop schedule) แต่ละส่วนต่างเป็นระบบย่อย ที่มีความซับซ้อน แต่มีความสัมพันธ์กัน

หัวใจของแผนการผลิต คือ ค่าพยากรณ์ความต้องการของตลาดในช่วงวางแผน (planning horizon) เพราะค่าพยากรณ์จะถูกนำไปใช้ในการกำหนดตารางการผลิตหลัก (MPS) ซึ่งจะกำหนดจำนวนหน่วยสินค้าแต่ละชนิดที่จะผลิต แต่แผนการผลิตหลัก หรือตารางการผลิตหลักนี้ไม่ได้ระบุในรายละเอียดเกี่ยวกับการใช้วัสดุหรือการผลิตองค์ประกอบต่างๆของสินค้าแต่ละชนิด หน้าที่ของแผนความต้องการวัสดุหรือ MRP ก็คือ กำหนดรายละเอียดของการผลิต และการใช้วัสดุแต่ละอย่างที่เป็นส่วนประกอบของสินค้าแต่ละชนิด ซึ่งองค์ประกอบแต่ละอย่างจะมีจุดเริ่มต้นผลิตและสิ้นสุดในเวลาที่ทับกับการใช้หรือการผลิต และการผลิตในพื้นโรงงานจะพยายามปรับตัวให้เป็นไปตาม MRP นั่นคือ เกิดตารางการผลิตย่อยที่แต่ละส่วนของหน่วยผลิต หรือ แต่ละเครื่องจักร โดยมีข้อกำหนดของ MRP เป็นเป้าหมาย

ข้อมูลที่นำมาใช้กำหนด MRP คือ (1) ออเดอร์ของลูกค้า; (2) ค่าพยากรณ์ความต้องการในสินค้าแต่ละอย่างของตลาด; (3) จำนวน safety stock ที่ต้องการ และ (4) จำนวนสั่งอื่นๆ ภายในองค์กร

สิ่งที่จะทำให้ MRP บรรลุผลสำเร็จคือ ข้อมูลที่ถูกต้องทั้งในด้านจำนวนและเวลาที่ต้องการ ระบบข้อมูล (information system) ที่สนับสนุน MRP จะได้รับข้อมูลจากฝ่ายผลิต (production), ฝ่ายการตลาด (marketing), และฝ่ายการเงิน (finance) ขององค์กร การไหลลื่นของ information ระหว่างหน่วยงานทั้งสามนี้เป็นสิ่งสำคัญต่อความสำเร็จในการวางแผนการผลิต

เราอาจพิจารณาการวางแผนและควบคุมการผลิตได้เป็น 3 ขั้นตอน คือ สร้าง MPS; ออกคำสั่งผลิตตาม MRP; และสร้างตารางการทำงานตามแผนการสั่งผลิตของ MRP

MRP ถูกพัฒนาขึ้นมาใช้กับกรณีของความต้องการในสินค้าหรือองค์ประกอบอย่างหนึ่งขึ้นอยู่กับสิ่งอื่น เช่น ความต้องการในสินค้าหรือองค์ประกอบอย่างหนึ่ง ขึ้นอยู่กับสิ่งอื่น เช่น ความต้องชิ้นส่วนประกอบย่อยของสินค้าขึ้นอยู่กับแผนการผลิตสินค้า เป็นต้น เราเรียกว่า **dependent demand** แต่ความต้องการในสินค้าของลูกค้าไม่ขึ้นอยู่กับสินค้าตัวอื่น หรือสิ่งอื่น เราเรียกว่า **independent demand**

ถ้าเราจะมอง MRP เป็นระบบคงคลังอย่างหนึ่ง MRP ก็เป็นระบบคงคลังที่จัดการกับ dependent demand ส่วนระบบคงคลัง (inventory systems) ที่เรากล่าวถึงมาแล้วนั้นจัดเป็นระบบคงคลังสำหรับ independent demand

ในการผลิตสินค้า ถ้าหากเรามี route sheets ของการผลิตชิ้นส่วนแต่ละชิ้นของสินค้า, มีรายการวัสดุที่ประกอบเป็นสินค้าแต่ละชิ้น, มีเวลามาตรฐานสำหรับผลิตชิ้นส่วน และองค์ประกอบต่างๆแล้ว เมื่อกำหนดจำนวนสินค้าที่จะผลิต และเวลาที่ต้องการ เราก็สามารถใช้ข้อมูลที่มีอยู่ดังกล่าวคำนวณหาว่าชิ้นส่วนแต่ละชิ้นควรผลิตจำนวนเท่าใด เริ่มต้นผลิตเมื่อใด จึงจะทันตามกำหนดพอดี นี่คือสิ่งที่ MRP ทำ และทำในลักษณะที่ทำให้ work-in-process มีจำนวนต่ำสุดด้วย

MRP เป็นระบบที่อาศัยการทำงานของคอมพิวเตอร์

4.1 การกระจายความต้องการในชิ้นส่วน (Part explosion requirements):

เมื่อเรามี MPS ก็หมายความว่า เราได้กำหนด end product (สินค้าสำเร็จ) ที่เราจะผลิตแล้ว สิ่งที่จะต้องทำก็คือ จากจำนวนสินค้าหรือผลิตภัณฑ์สำเร็จที่กำหนดนั้น จะต้องใช้องค์ประกอบแต่ละอย่างกี่ชิ้น เราเรียกการกระจายเป็นองค์ประกอบย่อยนี้ว่า part explosion

สมมุติว่าเราแบ่งสินค้าที่เราผลิตออกเป็น end items, subassemblier และ parts

end item อย่างหนึ่งจะมีชิ้นส่วนหลายชนิดเป็นส่วนประกอบ และแต่ละชนิดอาจมีจำนวนไม่เท่ากัน เราเรียกรายการส่วนประกอบนี้ว่า Bill of Materials (BOM)

เราอาจเขียน BOM ในรูปของ row vector ได้ดังนี้

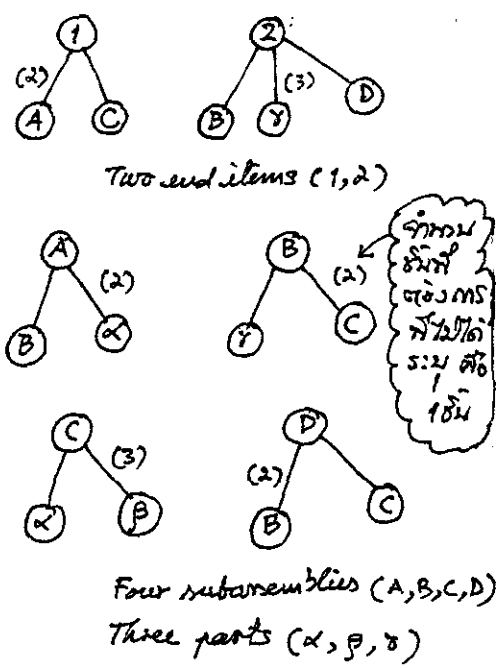
$$B^i = (b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}, ..., b_{ij}) \qquad ①$$

โดยที่ b_{ij} คือ จำนวนหน่วยขององค์ประกอบ j ที่ประกอบเป็น 1 หน่วยของ i

ดังนั้น ถ้าเรามี end product จำนวน n ชนิด เราเขียน BOM เป็น BOM matrix ได้ดังนี้

$$B = \begin{pmatrix} B^1 \\ B^2 \\ \vdots \\ B^n \end{pmatrix} = \text{BOM matrix หรือ B matrix} \qquad ②$$

พิจารณา BOM structure สำหรับ end product 1 และ 2 ในรูป 1



รูป 1: Product structure ของ end product 2 ชนิด (1 และ 2)

เราสามารถเขียนเป็น BOM matrix ได้ดังตาราง 1 ถ้าอ่านตาม row ก็จะบอกให้ทราบว่า end item หรือ subassembly แต่ละชนิดประกอบด้วยอะไรบ้าง (how-constructed) เช่น end item 1 ประกอบด้วย A 2 ชิ้น และ C 1 ชิ้น เป็นต้น

ตาราง 1 : BOM Matrix

	End Product		Subassemblies				Parts (Components)		
	1	2	A	D	B	C	γ	χ	β
1			2			1			
2				1	1		3		
A					1			2	
D					2	1			
B						2	1		
C							1	3	
γ									
χ									
β									

ถ้าเราอ่านจากบนลงมาตาม column จะอ่านว่าใช้ที่ไหน (how-used) เช่น B ถูกใช้ที่ end item 2 จำนวน 1 ชิ้น, ที่ subassembly A จำนวน 1 ชิ้น และ subassembly D จำนวน 2 ชิ้น เป็นต้น

ในระบบ MRP จะมีการกำหนดตัวเลขระดับ (level number) ให้กับ end item, subassembly และ part เพื่อแสดงให้รู้ว่าจำนวนขั้นตอนในการใช้ subassembly หรือ part แต่ละชนิดมีกี่ขั้นตอนจนเป็น end item เช่น end item 1 และ 2 มี level number เป็น 0; A มี level number = 1 เพราะประกอบเข้ากับ product 1 เท่านั้น, B ประกอบเข้ากับ A และ A เข้ากับ 1 ดังนั้น B มี level no. = 2 สำหรับชิ้นส่วนอื่นๆ ดูตาราง 2

ตาราง 2: MRP level assignments

Level No.				
0	1	2	3	4
1	A	B	C	α
2	D		γ	β

4.2 คำนวณ direct dependent demand

เราสามารถคำนวณหาจำนวน จำนวนองค์ประกอบที่มีระดับ n+1 สำหรับจำนวนองค์ประกอบแต่ละชนิดที่มีตัวเลขระดับ n ใดๆ ได้ดังนี้

ให้ d_n = vector ของความต้องการที่ระดับ n

$dd(n)$ = vector ของ dependent demand ที่เกิดขึ้นโดยตรง เนื่องจากความต้องการที่ระดับ n

$\therefore \quad dd(n) = d_n \times B$

ตัวอย่าง Assembling the product structure of Fig 1, compute the direct demand that results from the following level 0 demand

Item 1 : 100 units

Item 2 : 200 units

Solu $dd(0) = d_0 \times B$

$$= (100\ 200\ 00\ 00000)\begin{bmatrix} 0&0&2&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1&0&3&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&2&0 \\ 0&0&0&0&2&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&2&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&3 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$$

$$= (0\ \ 0\ \ 200\ \ 200\ \ 200\ \ 100\ \ 600\ \ 0\ \ 0)$$

จำนวน subassemblies และ parts ที่ต้องใช้สำหรับผลิต item1 , 100 ชิ้น และ item 2, 200 ชิ้น แสดงในตาราง

Item	Demand
A	200
D	200
B	200
C	100
γ	600

4.3 คำนวณความต้องการทั้งหมด (Total requirements)

ถ้ากำหนดจำนวน end product หรือ sub หรือ part ที่วางแผนว่าจะผลิต เราสามารถคำนวณจำนวนของ subassemblies และ parts ที่ต้องการทั้งหมด ไม่ว่าชิ้นส่วนเหล่านั้นจะประกอบเข้ากับ end product (หรือ sub หรือ part) โดยตรงหรือโดยทางอ้อม

ถ้า R = total requirement matrix

$$R = \begin{bmatrix} R^1 \\ R^2 \\ R^3 \\ \vdots \\ R^n \end{bmatrix} \quad ; \quad R^i \text{ คือ row vector ของจำนวนที่ต้องการรวมของชิ้นส่วน i} \qquad ③$$

$$R^i = (r_{i1}, r_{i2}, \ldots r_{ij})$$

โดยที่ r_{ij} คือ จำนวนชิ้นของชิ้นส่วน j ทั้งหมดที่นำมาผลิต 1 หน่วยของชิ้นส่วน i (จะประกอบโดยตรงหรือไม่ก็ได้)

$$r_{ii} = 1$$

ดังนั้น $$r_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=}^{n} b_{ik} \cdot r_{kj} & \text{ถ้า } i \neq j \\ 1 & \text{ถ้า } i \neq j \end{cases}$$

ดังนั้น
$$R = BR + I \qquad ④$$
$$R = (I - B)^{-1}$$

I คือ identity matrix จากสมการนี้เราสรุปได้ว่า หา R ได้จากการ invert (I-B)

ให้ d = vector ของ demand ที่เป็น demand ของทุกอย่าง เช่น end products, spare subassemblies และ spare components และ

x = vector ของจำนวนผลิตรวมที่ต้องการทั้งหมด (total production vector)

จะได้ $x = dR = d(I-B)^{-1}$ ⑤

ตัวอย่าง A company has the product structure as shown in Fig 1. Demand for the end products and spare assemblies is given in the following table. Compute the total production vector.

Item	1	2	A	D	B	C	γ	α	β
Units demanded	20	30	0	10	0	5	0	0	0

Solution d = (20 30 0 10 0 5 0 0 0)

$R = (I-B)^{-1} =$

	1	2	A	D	B	C	γ	α	β
1	1		2		2	5	2	9	15
2		1		1	3	7	6	7	21
A			1		1	2	1	4	6
D				1	2	5	2	5	15
B					1	2	1	2	6
C						1		1	3
γ							1		
α								1	
β									1

$$X = d(I-B)^{-1} = (20\ 30\ 40\ 40\ 150\ 365\ 240\ 445\ 1095)$$

4.4 ข้อกำหนดในการผลิตเปลี่ยนแปลง (Engineering Change):

ข้อกำหนดในการผลิตเปลี่ยนแปลง ทำให้องค์ประกอบของสินค้าเปลี่ยนแปลง ผลก็คือ BOM matrix เปลี่ยนแปลง ซึ่งในการคำนวณความต้องการรวม (total requirement) เราจะต้องใช้ B matrix และ R matrix อยู่เสมอ เพื่อให้การปรับค่า B matrix และ R matrix เป็นไปอย่างรวดเร็ว เราใช้วิธีการดังนี้ :-

ให้ ΔB คือ matrix ของความเปลี่ยนแปลงใน BOM

และ ΔR คือ matrix ของความเปลี่ยนแปลงของ R matrix (หรือ requirement matrix)

จากสมการ: $R = (I - B)^{-1}$ ①

หลังการปรับค่าจะได้

$$R + \Delta R = [I - (B + \Delta B)]^{-1}$$

$$= (I - B - \Delta B)^{-1} \quad ②$$

จาก ① และ ② ได้

$$I = (I - B)R \quad ③$$

$$I = (R + \Delta R) \times (I - B - \Delta B) \quad ④$$

คูณ ③ ด้วย $R + \Delta R$ และ ④ ด้วย R

$$(R + \Delta R)I = (R + \Delta R) \times (I - B)R \quad ⑤$$

$$RI = (R + \Delta R) \times (I - B - \Delta B)R \quad ⑥$$

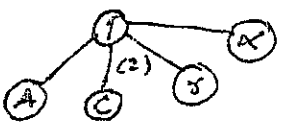
เอา ⑤ - ⑥ จะได้

$$AR = R \cdot \Delta B \cdot R + \Delta R \cdot \Delta B \cdot R \quad ⑦$$

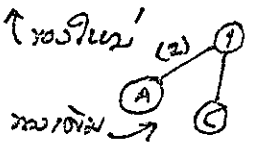
จะสังเกตเห็นได้ว่าใน B matrix ชิ้นส่วน i จะไม่เป็นส่วนประกอบของมันเอง เพราะฉะนั้นถ้าหากเราเปลี่ยนแปลงองค์ประกอบของชิ้นส่วน i ใน B matrix, column ใน ΔR matrix ที่เกี่ยวข้องกับ i จะมีค่าเป็น 0 หมดทุก element ดังนั้น ถ้าเราพิจารณาการเปลี่ยนแปลงกับชิ้นส่วนเดียว ใน ΔB matrix ก็จะมีเพียง row เดียวเท่านั้นที่มีตัวเลข row อื่นๆจะเป็น 0 หมด นั่นคือ $\Delta R \cdot \Delta B = 0$ ดังนั้น

$$\Delta R = R \cdot \Delta B \cdot R$$

และ $R_{new} = R_{dd} + \Delta R$



ตัวอย่าง ถ้า product 1 ในรูป 1 มีการออกแบบใหม่ องค์ประกอบใหม่เป็นดังรูป จงคำนวณหาความเปลี่ยนแปลงใน requirement matrix (R matrix)



Solution

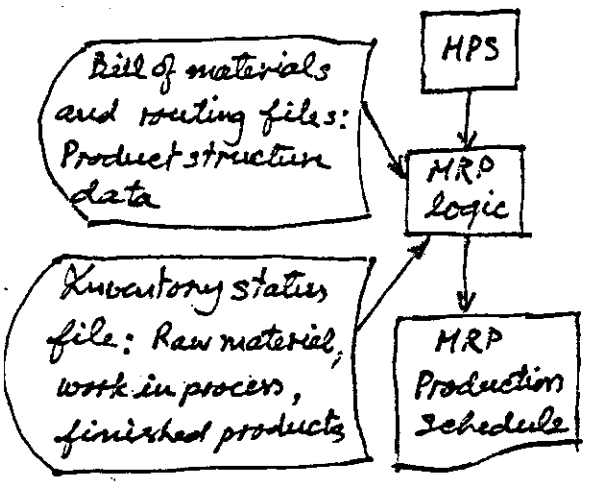
		1	2	A	D	B	C	γ	α	β
	1			-1			1	1	1	
	2									
AB =	A									
	D									
	B									
	C									
	γ									
	α									
	β									

$\Delta R = R\Delta BR =$

	1	2	A	D	B	C	γ	α	β
1			-1		-1	-1		-2	-3
2									
A									
D									
B									
C									
γ									
α									
β									

4.5 Material Requirements Planning System

ข้อมูลที่จำเป็นสำหรับการทำงานของโปรแกรม MRP หรือระบบ MRP คือ BOM, จำนวนคงคลังที่มีอยู่ในปัจจุบัน, product routing, และ MPS ดังในรูป 2



รูป 2: องค์ประกอบของระบบ MRP

ในการเริ่มต้นใช้ระบบจะต้องกำหนดระยะเวลาที่ต้องการวางแผน (planning time harizon) ระยะเวลานี้ไม่ควรเกินช่วงเวลาที่ใช้พยากรณ์ความต้องการ, ตามปกติมักใช้ช่วงเวลาที่มีออเดอร์อยู่ค่อนข้างแน่นอน และจะต้องแบ่งช่วงเวลาของแผนการผลิตดังกล่าวเป็นช่วงเวลาย่อยๆ ซึ่งเราเรียกว่า time buckets ซึ่งอาจเป็นสัปดาห์, หรือสองสัปดาห์ หรือเป็นเดือน ขึ้นอยู่กับ lead time และความเข้มงวดในการควบคุม

เพื่อแสดงวิธีวางแผนการผลิตด้วย MRP ข้อมูลเพิ่มเติมจากรูป 1 คือ ตาราง 3 และตาราง 4, ตาราง 3 แสดงระดับคงคลัง และ lead time ของชิ้นส่วนต่างๆ ส่วนตาราง 4 เป็น MPS ของชิ้นส่วนแต่ละชิ้น

ตาราง 3: Current inventory status and production load times

Level	Item	On-hand inventory at t=0	Reader lead time (weeks)
0	1	120	1
0	2	85	1
1	A	0	2
1	D		2
2	B	500	1
3	C	160	1
3	γ	0	2
4	α	1200	1
4	β	4000	2

ตาราง 4: MPS in weekly buckets (units of items to be producted)

	Period								
Item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	50	20	30	40	40	30	25	15	30
2	20	30	25	35	10	35	20	25	30
A								15	
D		10		10					
B					20				100
C		5							
γ									
α									
β									

การทำงานของ MRP แสดงได้ด้วย MRP report ในตาราง 5.8 ซึ่งเป็น report ของ item ระดับ 0 คือ end items 1 และ 2

แถวแรกของแต่ละ report คือค่า gross requirements หมายถึง จำนวนหน่วยของ item ที่จะถูกนำไปใช้งานในช่วง (item bucket) นั้นๆ

Table 5-8. GROSS AND NET REQUIREMENTS REPORT, LEVEL 0 ACTIVITY

	Period								
	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
Item 1, Level 0									
Gross requirements	50	20	30	40	40	30	25	15	30
Scheduled receipts				120					
Expected inventory	120	70	50	20	100	60	30	5	0
Net requirements								10	30
Planned order release			120				120		
Item 2, Level 0									
Gross requirements	20	30	25	35	10	35	20	25	30
Scheduled receipts				100					
Expected inventory	85	65	35	10	75	65	30	10	0
Net requirements								15	30
Planned order release			100				100		

MRP ทำงานในลักษณะที่เรียกว่า rolling horizon หมายความว่า ช่วงวางแผนหมุนไปเรื่อยๆ เมื่อเวลาผ่านไปแต่ละ period เพราะฉะนั้น จึงมี subassembly หรือ part ที่อยู่ในระดับต่ำกว่า (ตัวเลขระดับสูงกว่า) ที่ถูกสั่งผลิตไปแล้ว (หรือสั่งซื้อไปแล้ว) พวกนี้จะได้รับการบันทึกในแถวของ scheduled receipts ในรูปของจำนวนหน่วยที่เป็นผลลัพธ์จาก subassemblies และ parts ที่สั่งไปแล้ว

- **แถว expected inventory**

แสดงระดับคงคลังที่คาดว่าจะเกิดตั้งแต่ต้น period หนึ่งๆ ซึ่งคำนวณได้จาก $I_{it} = \max\{0, I_{j,t-1} + S_{jt-1} - G_{j,t-1}\}$ โดยที่

I_{jt} = ค่าคาดหวังของระดับคงคลัง (on load) ของชิ้น j ที่ต้น period t (ไม่มี backlogging)

S_{jt} = scheduled receipts ของชิ้น j ใน period t

G_{jt} = gross requirements ของชิ้น j ในช่วง period t

ตัวอย่าง: What is the expected inventory for item 1 in period 5?

Solution

$$I_{1,5} = I_{1,4} + S_{1,4} - G_{1,4}$$
$$= 20 + 120 - 40 = 100$$

- **แถวของ net requirements**

แสดงจำนวนหน่วยที่ไม่เพียงพอที่จะสนองความต้องการของ gross requirements ตัวเลข net requirements จะเป็นสัญญาณของการขาดของ (backorder situation) เพราะฉะนั้น จึงต้องมีการวางแผนสั่งผลิต (หรือซื้อ) ซึ่งจะบันทึกในช่องของ planned order release เพื่อป้องกันของขาด (stock out)

Net requirements คำนวณจาก

$$N_{jt} = \max\{0, G_{jt} - S_{jt} - I_{jt}\}$$

ตัวอย่าง: Compute the net requirements in period 8 for item 1.

Solution

$$N_{1,8} = 15 - 0 - 5 = 10$$

เพราะฉะนั้น ในช่องของ planned order release ที่ period 7 จึงมีตัวเลข 120 เพราะ lot size ของการสั่งสำหรับ item นี้เท่ากับ 120 ชิ้น และที่ต้องเป็น period 7 เพราะ lead time = 1 period

กิจกรรมการผลิตชิ้นส่วนที่มีระดับต่ำกว่าในโครงสร้างผลิตภัณฑ์ (product structure) จะขึ้นอยู่กับ planned order release ของ end product ระดับ 0 ตัวอย่างเช่น planned order release จำนวน 120 ชิ้นของ item 1

และ 100 ชิ้นของ item 2 ใน period 7 ทำให้เกิด gross requirements ของ subassembly, A, D, B, D และ part γ ซึ่งต้องถูกใช้ใน period 7 ทันที

ตัวอย่าง: Compute the week 7 gross requirement for A, D, B, C and γ

Solution

ใช้สมการ $dd(n) = d_n \times B$

$$dd(0) = d_0 \times B$$

$$= (120\ 100\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\therefore\ dd(0) = (0\quad 0\quad 240\quad 100\quad 100\quad 120\quad 130\quad 0\quad 0)$$

และความต้องการในสัปดาห์ที่ 7 คือ

Item	From level 0	Other	Total
A	240	0	240
D	100	0	100
B	100	0	100
C	120	0	120
α	130	0	130

ความต้องการเหล่านี้จะเป็น gross req. ใน report ของ item ที่เกี่ยวข้อง (ดูตาราง 5.9 ซึ่งแสดงบางส่วนของ gross และ net requirements) ในตารางนี้ ได้ใส่ค่า independent demand อื่นๆ ด้วย (ดูตาราง 4)

Table 5-9. PARTIAL GROSS AND NET REQUIREMENTS REPORT

	Period								
	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
Item 1, Level 0									
Gross requirements	50	20	30	40	40	30	25	15	30
Scheduled receipts				120					
Expected inventory	120	70	50	20	100	60	30	5	0
Net requirements								10	30
Planned order release			120				120		
Item 2, Level 0									
Gross requirements	20	30	25	35	10	35	20	25	30
Scheduled receipts				100					
Expected inventory	85	65	35	10	75	65	30	10	0
Net requirements								15	30
Planned order release			100				100		
Item *A*, Level 1									
Gross requirements	0	0	240	0	0	0	240	15	0
Scheduled receipts			240						
Expected inventory	0	0	0	0	0	0	0	0	
Net requirements							240	15	
Planned order release	240				240	15			
Item *D*, Level 1									
Gross requirements	0	10	100	10	0	0	100	0	0
Scheduled receipts		10	100	10					
Expected inventory	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Net requirements							100		
Planned order release	100	10			100				
Item B, Level 2									
Gross requirements			100		20		100		100
Scheduled receipts									
Expected inventory									
Net requirements									
Planned order release									
Item *C*, Level 3									
Gross requirements		5	120				120		
Scheduled receipts									
Expected inventory									
Net requirements									
Planned order release									
Item γ, Level 3									
Gross requirements			300				300		
Scheduled receipts									
Expected inventory									
Net requirements									
Planned order release									
Item α, Level 4									
Gross requirements									
Scheduled receipts									
Expected inventory									
Net requirements									
Planned order release									
Item β, Level 4									
Gross requirements									
Scheduled receipts									
Expected inventory									
Net requirements									
Planned order release									

ตัวอย่าง: From Table 5-9, compute the week 5 lower – level gross requirements implied by the week 5 planned order released at level 1.

Solution

$$dd(1) = d_1 \times B$$

$$dd(1) = (0 \quad 0 \quad 240 \quad 100 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \times B$$

$$= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 440 \quad 100 \quad 0 \quad 480 \quad 0)$$

สรุป ความต้องการในสัปดาห์ 5

Item	From level 0	Other	Total
B	440	20	460
C	100	0	100
α	480	0	*480*

ในตาราง 5-10 แสดง MRP report อีกขั้นหนึ่ง โดยมี net requirements และ planned order release คำนวณถึงระดับ 2 เมื่อทำไปเรื่อยๆ จะได้ตาราง 5.11 ซึ่งแสดง report ที่สมบูรณ์

Table 5-10. PARTIAL GROSS AND NET REQUIREMENTS REPORT

	Period								
	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
Item 1, Level 0									
Gross requirements	50	20	30	40	40	30	25	15	30
Scheduled receipts				120					
Expected inventory	120	70	50	20	100	60	30	5	0
Net requirements								10	30
Planned order release			120				120		
Item 2, Level 0									
Gross requirements	20	30	25	35	10	35	20	25	30
Scheduled receipts				100					
Expected inventory	85	65	35	10	75	65	30	10	0
Net requirements								15	30
Planned order release			100				100		
Item A, Level 1									
Gross requirements	0	0	240	0	0	0	240	15	0
Scheduled receipts			240						
Expected inventory	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Net requirements							240	15	
Planned order release	240				240	15			
Item D, Level 1									
Gross requirements	0	10	100	10	0	0	100	0	0
Scheduled receipts		10	100	10					
Expected inventory	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Net requirements							100		
Planned order release	100	10			100				
Item B, Level 2									
Gross requirements	440	20	100	0	460	15	100	0	100
Scheduled receipts	560								
Expected inventory	0	120	100	0	0	0	0	0	0
Net requirements					460	15	100		100
Planned order release				575				100	
Item C, Level 3									
Gross requirements	100	15	120		100		120		
Scheduled receipts									
Expected inventory									
Net requirements									
Planned order release									
Item γ, Level 3									
Gross requirements			300				300		
Scheduled receipts									
Expected inventory									
Net requirements									
Planned order release									
Item α, Level 4									
Gross requirements	480				480	30			
Scheduled receipts									
Expected inventory									
Net requirements									
Planned order release									
Item β, Level 4									
Gross requirements									
Scheduled receipts									
Expected inventory									
Net requirements									
Planned order release									

Table 5-11. COMPLETED GROSS AND NET REQUIREMENTS REPORT

	Period								
	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
Item 1, Level 0									
Gross requirements	50	20	30	40	40	30	25	15	30
Scheduled receipts				120					
Expected inventory	120	70	50	20	100	60	30	5	0
Net requirements								10	30
Planned order release			120				120		
Item 2, Level 0									
Gross requirements	20	30	25	35	10	35	20	25	30
Scheduled receipts				100					
Expected inventory	85	65	35	10	75	65	30	10	0
Net requirements								15	30
Planned order release			100				100		
Item *A*, Level 1									
Gross requirements	0	0	240	0	0	0	240	15	0
Scheduled receipts			240						
Expected inventory	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Net requirements							240	15	
Planned order release	240				240	15			
Item *D*, Level 1									
Gross requirements	0	10	100	10	0	0	100	0	0
Scheduled receipts		10	100	10					
Expected inventory	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Net requirements							100		
Planned order release	100	10			100				
Item B, Level 2									
Gross requirements	440	20	100	0	460	15	100	0	100
Scheduled receipts	560								
Expected inventory	0	120	100	0	0	0	0	0	0
Net requirements					460	15	100		100
Planned order release				575				100	
Item *C*, Level 3									
Gross requirements	100	15	120	1150	100	0	120	200	0
Scheduled receipts	115		120						
Expected inventory	0	15	0	0	0	0	0	0	0
Net requirements				1150	100		120	200	
Planned order release		120	1250			320			
Item γ, Level 3									
Gross requirements	0	0	300	575	0	0	300	100	0
Scheduled receipts			300						
Expected inventory	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Net requirements				575			300	100	
Planned order release	300	575			300	100			
Item α, Level 4									
Gross requirements	480	120	1250	0	480	350	0	0	0
Scheduled receipts									
Expected inventory	3000	2520	2400	1150	1150	670	320	320	320
Net requirements									
Planned order release									
Item β, Level 4									
Gross requirements	0	360	3750	0	0	960	0	0	0
Scheduled receipts									
Expected inventory	4000	4000	3640	0	0	0	0	0	0
Net requirements			110			960			
Planned order release	2000								

4.6 Lot sizing

มีวิธีการกำหนดขนาดของล็อตเพื่อสังผลิตหรือสั่งซื้อในระบบ MRP อยู่หลายวิธี ในที่นี้จะกล่าวถึงเพียง 2 – 3 วิธี ดังนี้

- **Lot – for – lot :** การสั่งแบบล็อตต่อล็อตแบบนี้เป็นการสั่งตามจำนวนที่ต้องการใช้สำหรับ period หนึ่งเท่านั้น ยกตัวอย่างเช่น subassembly A และ D ใน period 5 สั่งผลิตจำนวน 240 และ 100 ตามลำดับ ตามจำนวน net requirement ใน period 7 เป็นต้น การสั่งแบบ lot – for – lot (บางทีย่อเป็น L4L) ทำให้มี inventory น้อย ดังนั้น จึงมักใช้ในกรณีที่ set up cost มีค่าน้อย

- **ใช้สมการ EOQ :** บางครั้งมีการกำหนดขนาดของล็อตด้วยสมการ EOQ $\left(Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}\right)$ เหมือนกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ถ้าอัตราส่วน ความแปรปรวนของ demand ต่อค่าเฉลี่ยของ demand มีค่าน้อย (variance to mean ratio)

- **Least – unit – cost :** พิจารณาขนาดล็อตโดยอาศัยต้นทุนเฉลี่ยต่อหน่วยที่ผลิต ขนาดล็อตที่กำหนดจะทำให้ต้นทุนเฉลี่ยในช่วงวางแผนส่วนหนึ่งมีค่าต่ำสุด ตัวอย่างเช่น ในการพิจารณากำหนดขนาดล็อตที่จะผลิตสำหรับ subassembly item C ซึ่งมี net – requirements ตั้งแต่ period 4 ถึง period 8 และสมมุติว่า period 4 เป็น period ที่ใช้ผลิต การคำนวณแสดงเป็นตาราง 5-12 โดย

column 1 เป็น column ของ period

column 2 เป็นค่า net requirements ตั้งแต่ period 4 ถึง 8 เราจะพิจารณาหาว่าใน period 4 ที่ผลิตนั้นควรผลิตให้ครอบคลุมความต้องการของกี่ period ข้างหน้าจึงจะทำให้ต้นทุนในการ setup และ inventory มีค่าต่ำสุด

column 3 คือ ขนาดล็อตที่อาจเป็นไปได้

column 4 คือจำนวน period ที่ต้องคงคลัง

column 5 คือ ค่าใช้จ่ายหรือต้นทุนคงคลัง

Table 5-12. ILLUSTRATION OF LEAST-UNIT-COST LOT-SIZING COMPUTATIONS FOR ITEM *C**

(1)	*(2)*	*(3)*	*(4)*	*(5)*	*(6)*	*(7)*	*(8)*
Period	*Net Requirements*	*Prospective Lot Size*	*Carried in Inventory*	*Carrying Cost per Lot*	*Dollars per Unit*	*Setup Unit Cost*	*Total Unit Cost*
Iteration 1							
4	1150	1150	0	0	0	0.87	0.87
5	100	1250	1	60	0.05	0.80	0.85
6	0	—	2	—	—	—	—
7	120	1370	3	276	0.20	0.73	0.93
8	200	1570	4	756	0.48	0.64	1.12
Iteration 2							
7	120	120	0	0	0	8.33	8.33
8	200	320	1	120	0.38	3.13	3.51

* Setup cost = $1000; holding cost = $0.60/unit-period; unit cost = $1.

สมมุติว่าเราผลิตที่ period 4 และให้ครอบคลุมความต้องการของ period 5 ด้วย นั่นคือ ผลิตใน period 4 เท่ากับ 1150 + 100 = 1250 (ตัวเลขนี้จะลงใน column 3 ของ period 5) เพราะฉะนั้น จะมีชิ้นส่วนจำนวน 100 ชิ้นที่ต้อง

คงคลัง 1 period (ตัวเลข 1 อยู่ใน column 4) และต้นทุนคงคลังที่เกิดขึ้น คือ 0.60 × 100 = 60 (ลงใน column 5) และเมื่อคำนวรเป็นต่อหน่วยจะได้ = 60/1250 = 0.05 (column 6) ส่วนค่าใช้จ่ายในการ setup ต่อหน่วยที่ผลิต = 1000/1250 = 0.80 (column 7) และต้นทุนรวมเฉลี่ยต่อหน่วยที่ผลิต = 80 + 0.05 = 0.85 (column 8) จะเห็นได้จากตาราง 5-12 ว่า ถ้าผลิตเพื่อ period 4 เพียง period เดียว ค่าใช้จ่าย = 0.87 ต่อหน่วย ถ้าผลิตเพื่อ period 4 และ 5 รวมกัน ค่าใช้จ่าย = 0.85 ต่อหน่วย แต่ถ้าผลิตเพื่อ period 7 ด้วย (ในกรณีนี้ period 6 ความต้องการ = 0) ค่าใช้จ่าย = 0.93 ต่อหน่วย นั่นคือ เราควรสั่งผลิตใน period 3 (C มี lead time 1 week) ให้ครอบคลุมความต้องการใน period 4 และ 5 รวมกัน สำหรับขนาดล็อตที่ครอบคลุมความต้องการใน period ถัดมาก็พิจารณาเหมือนเดิม (เริ่ม iteration ใหม่ที่ period 7) จะได้ขนาดล็อตเท่ากับ 320 สั่งผลิตใน period 6

วิธีหาขนาดล็อตแบบนี้จะไม่ได้ขนาดล็อตที่ทำให้เกิดค่าใช้จ่ายต่ำสุด (optimum) ตลอดช่วงวางแผน ทั้งนี้เพราะว่า ขนาดของล็อตต่อๆ ไป จะขึ้นอยู่กับขนาดของล็อตก่อนหน้านั้น ล็อตก่อนหน้าเกิดค่าใช้จ่ายต่ำสุดเฉพาะส่วนหนึ่งของช่วงวางแผน เมื่อรวมกับค่าใช้จ่ายของล็อตที่ตามมาแล้ว อาจไม่ใช่ค่าใช้จ่ายต่ำสุดก็ได้

- **Wagner – Whitin algorithm:** เป็นเทคนิคที่นิยมสำหรับหาขนาดล็อตที่ทำให้เกิดต้นทุนต่ำสุดตลอดช่วงวางแผน (global optima) ใน MRP

ตัวอย่าง: Apply Wagner – Whitin algorithm to lot sizing for item B in Table 5-11. The relevant cost are:
Sutup cost = $150
Holding cost = $0.60/unit – period
Unit cost = $5

Solution: สรุปจากตาราง 5-11 และกำหนดค่า index ใหม่เพื่อความสะดวกในการคำนวณ

Period	Index, t	N_t	h_t	c_t
5	1	460	0.60	5
6	2	15	0.60	5
7	3	100	0.60	5
8	4	0	0.60	5
9	5	100	0.60	5

$$Z_1 = Z_0^* + C_{11} = 0 + A_1 + c_1 \cdot N_1$$
$$= 0 + 150 + 5(460) = \underline{2450}^*$$

$$Z_2 = \begin{cases} Z_0^* + C_{12} = A_1 + c_1(N_1 + N_2) + h_1 N_2 \\ \qquad = 150 + 5(475) + 0.6(15) \\ \qquad = 2534^* \\ Z_1^* + C_{22} = Z_1 + A_2 + c_2(N_2) \\ \qquad = 2450 + 150 + 5(15) \\ \qquad = 2675 \end{cases}$$

$$
Z_3 = \begin{cases}
Z_0^* + C_{13} &= A_1 + c_1(N_1 + N_2 + N_3) + h_1(N_2 + N_3) + h_2(N_3) \\
&= 150 + 5(575) + 0.6(115) + 0.6(100) \\
&= 3154^* \\
Z_1^* + C_{23} &= Z_1^* + A_2 + c_2(N_2 + N_3) + h_2(N_3) \\
&= 2450 + 150 + 5(115) + 0.6(100) \\
&= 3235 \\
Z_2^* + C_{33} &= Z_2^* + A_3 + c_3(N_3) \\
&= 2534 + 150 + 5(100) \\
&= 3184
\end{cases}
$$

$$
Z_4 = \begin{cases}
Z_0^* + C_{14} &= Z_0^* + A_1 + c_1(N_1 + N_2 + N_3 + N_4) + h_1(N_2 + N_3 + N_4) \\
&\quad + h_2(N_3 + N_4) + h_3(N_4) \\
&= 150 + 5(575) + 0.6(115) + 0.6(100) + 0.6(0) \\
&= 3154^* \\
Z_1^* + C_{24} &= Z_1^* + A_2 + c_2(N_2 + N_3 + N_4) + h_2(N_3 + N_4) + h_3(N_4) \\
&= 2450 + 150 + 5(115) + 0.6(100) + 0.6(0) \\
&= 3235 \\
Z_2^* + C_{34} &= Z_2^* + A_3 + c_3(N_3 + N_4) + h_3(N_4) \\
&= 2534 + 150 + 5(100) + 0.6(0) \\
&= 3184 \\
Z_3^* + C_{44} &= Z_3^* + A_4 + c_4(N_4) \\
&= 3154 + 150 + 5(0) \\
&= 3304
\end{cases}
$$

$$
Z_5 = \begin{cases}
Z_0^* + C_{15} &= 150 + 5(675) + 0.6(215) + 0.6(200) + 0.6(100) + 0.6(100) \\
&= 3894 \\
Z_1^* + C_{25} &= 2450 + 150 + 5(215) + 0.6(200) + 0.6(100) + (100) = 3915 \\
Z_2^* + C_{35} &= 2534 + 150 + 5(200) + 0.6(100) + 0.6(100) = 3804^* \\
Z_3^* + C_{45} &= 3154 + 150 + 5(100) + 0.6(100) = 3864 \\
Z_4^* + C_{55} &= 3154 + 150 + 5 \times 100 = 3804^*
\end{cases}
$$

$\therefore$ มี 2 คำตอบ ต้นทุนเท่ากัน คือ 3804 นั่นคือ

$$Q_1 = 575, Q_2 = 0, Q_3 = 0, Q_4 = 0, Q_5 = 100$$

หรือ

$$Q_1 = 475, Q_2 = 0, Q_3 = 200, Q_4 = 0, Q_5 = 0$$

4.6 MRP และ MRP II (Manufacturing Resource Planning – MRP II)

MRP II เป็น MRP ที่ได้รับการขยายขีดความสามารถของ MRP ออกไปให้ครอบคลุมหน้าที่เกี่ยวกับการคงคลัง (inventory), การจัดซื้อ (purchasing) และการเงิน (finance) ขององค์กร ทำให้เกิดกิจกรรมใหม่ๆ เช่น rough – cut capacity planning (RCCP), Capacity Requirements Planning (CRP) และ Shop floor control (SFC)

4.6.1 Rough – cut capacity planning: เป็นการตรวจสอบหยาบๆ ว่าแผนการผลิตที่กำหนดนั้นมีผลกระทบอย่างไรต่อเวลาทำงาน (work – hours), เวลาใช้เครื่องจักร (machine – hours), ระดับคงคลัง (inventory levels) และ ฯลฯ การตรวจสอบนี้อาจจะตรวจสอบทรัพยากรการผลิตบางอย่างเท่านั้น (key resources) ที่ต้องใช้สำหรับการผลิต และหากพบว่า แผนการผลิตดังกล่าวไม่เหมาะสม เพราะทรัพยากรการผลิตไม่เพียงพอ ก็อาจมีการจัดสรรให้เหมาะสมหรือปรับปรุงแผนการผลิต

4.6.2 Capacity Requirements Planning (CRP): เกิดขึ้นภายหลังจากการใช้ RCCP แล้วพบว่า แผนการผลิต (production schedule) ที่กำหนดนั้นเป็นไปได้ (โดยการตรวจสอบทรัพยากรการผลิตบางอย่างเท่านั้น) CRP จะใช้แผนการใช้วัสดุอันเป็นผลลัพธ์จาก MRP แล้วเปรียบเทียบความสามารถที่มีอยู่กับโหลดที่หน่วยผลิต (ทรัพยากรการผลิต) ต้องรองรับทุกๆ สัปดาห์ตลอดช่วงวางแผน (planning horizon)

4.6.3 Shop floor control: เป็นกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับการกำหนดงานให้กับเครื่องจักรหรือหน่วยผลิต (machine or work center) ประมาณเวลารองานของเครื่อง กำหนดขั้นตอนในการทำงานของเครื่อง (job sequencing) กิจกรรมเหล่านี้ โดยปกติแล้วต้องทำทุกวัน เพื่อให้ทราบถึงผลกระทบต่างๆ ที่เกิดขึ้นที่พื้นโรงงาน เช่น เครื่องจักรเสีย และวัตถุดิบไม่พอ เป็นต้น

4.7 โครงสร้างของโปรแกรม MRP

ปัจจุบัน โปรแกรม MRP (หรือมักจะเรียกว่า MRP system) ทำหน้าที่ร่วมกัน คือ ทำทั้ง material requirements planning และ manufacturing resource requirements planning ในรูป 5.3 แสดงโครงสร้างทั่วๆ ไปของ MRP system ซึ่งประกอบด้วย MRP I และ MRP II

หน้าที่ของ MRP I ในที่นี้คือ กำหนดค่าความต้องการรวม (gross requirements) และความต้องการสุทธิ (net requirements) ขององค์ประกอบต่างๆ ของผลิตภัณฑ์ เพื่อให้ผลิตภัณฑ์ขั้นสุดท้ายสำเร็จตามกำหนดเวลาใน Master Reduction Schedule (MPS)

ข้อมูล (input) ที่ MRP I ต้องการคือ MPS, BOM, ไฟล์ของลำดับขั้นตอนการผลิต (routing files) และไฟล์ของสถานภาพของคงคลัง (inventory status file)

การปรับ BOM หรือกรรมวิธีการผลิตใน routing files เป็นหน้าที่ของโมดูลที่เรียกว่า Engineering Change Module ส่วนสถานภาพของคงคลังมีรายงานความเปลี่ยนแปลงทุกวัน เพื่อแสดงสถานภาพในปัจจุบันของคงคลัง

หน้าที่ของ MRP II คือ ทำให้เกิดความสมดุลย์ระหว่างทรัพยากรการผลิตที่มีอยู่กับจำนวนผลผลิตที่ต้องการ และทำรายงานเกี่ยวกับความสามารถในการผลิต (capacity reports) เช่น รายงานเปรียบเทียบความ

สามารถในการผลิตกับโหลดที่เครื่องจักรได้รับ (capacity vs load report), รายงานเกี่ยวกับแผนการผลิตบนพื้นโรงงาน (shop floor planning report) และรายงานเกี่ยวกับการออกคำสั่งผลิต และคำสั่งพิเศษอื่นๆ (exceptions)

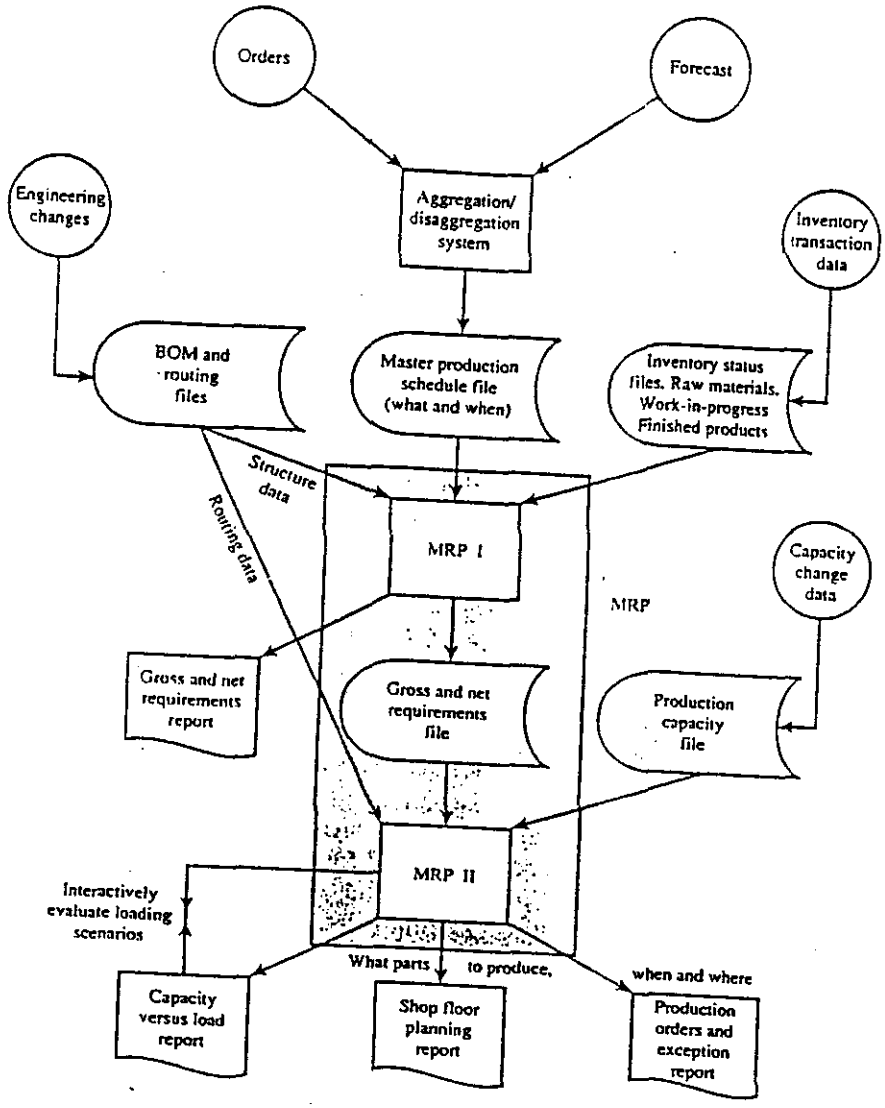
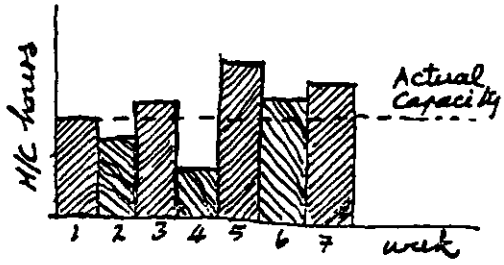


Figure 5.3 Typical structure of commercial MRP – based planning system.

MRP II ทำงานโดยอาศัยข้อมูลจาก MRP I คือ จำนวนความต้องการรวม และความต้องการสุทธิ, ข้อมูลจากไฟล์ที่บันทึกความสามารถในการผลิตที่มีอยู่เพื่อทำการผลิตในช่วงของการผลิตเป้าหมาย (target production phase) โดยทั่วไป capacity file จะได้รับการปรับ (update) ใหม่ทุกๆ สัปดาห์โดย capacity change module เราสามารถคำนวณหาโหลดในแต่ละสัปดาห์ของ work center ต่างๆ ในโรงงาน โดยอาศัยตารางเวลาผลิตในรายงานความต้องการรวมและความต้องการสุทธิ (gross and net requirements reports) ซึ่งต่อไปจะเรียกสั้นๆ ว่า requirements reports, ร่วมกับค่าเวลามาตรฐาน และขั้นตอนในการผลิตที่อยู่ใน routing file ในรูป 5.4 แสดงภาพเปรียบเทียบความสามารถในการผลิตของหน่วยงานกลึง (Lathe turning department) ภาพเช่นนี้เป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งสำหรับ capacity planning เรียกว่า Capacity vs load report ซึ่งเป็นผลลัพธ์จากการคำนวณหาโหลดดังกล่าว จะเห็นได้ว่า มีบางสัปดาห์ (สัปดาห์ 2 และ 4) ที่โหลดต่ำกว่าความสามารถในการผลิต และบางสัปดาห์



รูปที่ 5.4 Capacity VS load report, Lathe department

โหลดจะสูงกว่ากำลังการผลิตที่มีอยู่ (สัปดาห์ที่ 3, 5, 6 และ 7) ลักษณะเช่นนี้ เราอาจกล่าวได้ว่า ความสามารถหรือกำลังการผลิตของหน่วยงานกลึงไม่เพียงพอสำหรับการผลิตตามแผนที่กำหนด ภาพหรือรายงานชนิดนี้มีจุดประสงค์เพื่อส่งสัญญาณเตือนให้ฝ่ายจัดการผลิต (Production Management) ทราบถึงความเป็นไปไม่ได้ในทางปฏิบัติของแผนการผลิต (infeasibility) ซึ่งอาจทำให้ฝ่ายบริการดำเนินการอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือหลายอย่างร่วมกัน เช่น วางแผนทำงานล่วงเวลา หรือติดต่อจ้างเหมาโรงงานภายนอกให้รับโหลดส่วนที่เกินกำลัง หรือปรับแผนการผลิตหลัก (MPS) ใหม่ โดยการแยกออเดอร์ (order splitting) และกระจายโหลดใหม่ **วัตถุประสงค์ของรายงานการวางแผนกำลังการผลิต (capacity planning report) ก็คือ เพื่อตรวจความเป็นไปได้ในทางปฏิบัติในแต่ละสัปดาห์ตลอดช่วงเวลาของการวางแผน (planning horizon)** และหลังจากที่ใช้วิธีการต่างๆ ตลอดจนพิจารณาผลกระทบที่จะเกิดขึ้นต่อองค์กรโดยรวมแล้ว ในที่สุดจะได้แผนการผลิตที่เป็นไปได้ในทางปฏิบัติ (feasible plan) กระบวนการที่จะทำให้ได้แผนการเช่นนี้ ตามปกติมักใช้คอมพิวเตอร์ปรับแต่งแผนการผลิต ซึ่งในหัวข้อต่อไปนี้จะกล่าวถึงหลักการกว้างๆ ของกระบวนการนี้

โปรแกรม MRP ที่รายงานในเชิงพานิชย์ โดยทั่วไปมักจะทำ shop floor planning report ให้ด้วย รายงานนี้จะแสดงการทำงานในรายละเอียดบนพื้นโรงงาน (ตัวอย่างในตาราง 5.13) วัตถุประสงค์หลักของรายงานชนิดนี้ก็คือ เพื่อควบคุมการทำงานที่พื้นโรงงาน (shop floor supervision): โดยการแสดงงานทั้งหลายที่รอยู่ที่หน่วยผลิตแต่ละหน่วย รวมทั้งวันกำหนดเสร็จ (due dates) ของงานเหล่านั้น เพื่อให้สามารถหันกับเวลาใช้ที่กำหนดไว้ใน requirement reports ซึ่งผู้ควบคุมการทำงาน (supervisor) ที่พื้นโรงงานจะอาศัยรายงานนี้ในการจัดลำดับการทำงานของหน่วยงาน โดยพิจารณาถึงเวลาที่ใช้ในการทำงานแต่ละงาน และกำหนดแล้วเสร็จของงานเหล่านั้น

Table 5-13 SHOP FLOOR PLANNING REPORT

Cost center: 963, machine shop
Machine: 41, lathe, engine (18 to 34 in)

Part No.	Operation	Hours	Production Due Date
622496-4	Turn 2-in round stock	6	100
738242-5	Recess shaft $\frac{5}{8}$"	12	102
733921-4	Bore ID $\frac{3}{4}$"	10	103

นอกจากรายงานชนิดนี้แล้ว ยังทำรายงานที่เรียกว่า exceptions reports หมายถึง รายงานที่แสดงให้เห็นว่า ควรจะดำเนินการอย่างใดอย่างหนึ่งเป็นพิเศษกับงาน (jobs) ใดบ้าง เช่น บางงานเกิดความล่าช้าในการผลิต ก็จำเป็นต้องเร่ง (expedite) ให้ทันกับการใช้ในชิ้นส่วนที่อยู่ในระดับสูงขึ้นไป (ตัวเลขระดับน้อย) หรือออกคำสั่งชะลอการผลิต (de – expedite) งานบางส่วนเพื่อลดจำนวน work – in – process เป็นต้น

4.8 การทำ Capacity Requirements Planning (CRP) ใน MRP II

ปัญหาหลักของการวางแผนการผลิตในโรงงานก็คือ การทำให้เกิดความสมดุลกันระหว่างเครื่องมือ – เครื่องจักรที่ใช้ผลิตกับจำนวนผลิตที่กำหนดว่าต้องผลิตให้ทันกับวันกำหนดแล้วเสร็จ (due dates) ปัญหานี้เป็นปัญหาที่ยาก เพราะการวางแผนการผลิตระยะสั้น มีเครื่องมือ – เครื่องจักร และจำนวนแรงงานคงที่

อย่างไรก็ตาม ในการจัดกำลังการผลติ (capacity allocation) ให้สามารถผลิตได้ทันกับกำหนดเวลาที่เกิดจากการออกคำสั่งผลิต (order releases) ตามกระบวนการของ MRP นั้น ผู้วางแผนการผลิตก็สามารถที่จะควบคุมตัวแปรบางตัวที่เกี่ยวข้องกับกำลังหรือความสามารถในการผลิตของหน่วยผลิตได้เหมือนกัน ตัวแปรเหล่านี้ได้แก่: การทำ OT, การเพิ่มกะทำงาน (extra shift), ซื้อเพิ่มจากภายนอก, กำหนดคนงานประจำเครื่องจักรใหม่ (reassign) ในกรณีที่คนงานสามารถทำงานได้หลายเครื่องจักร และ/หรือ แยกออกเดอร์ในอัตราส่วนที่เหมาะสม

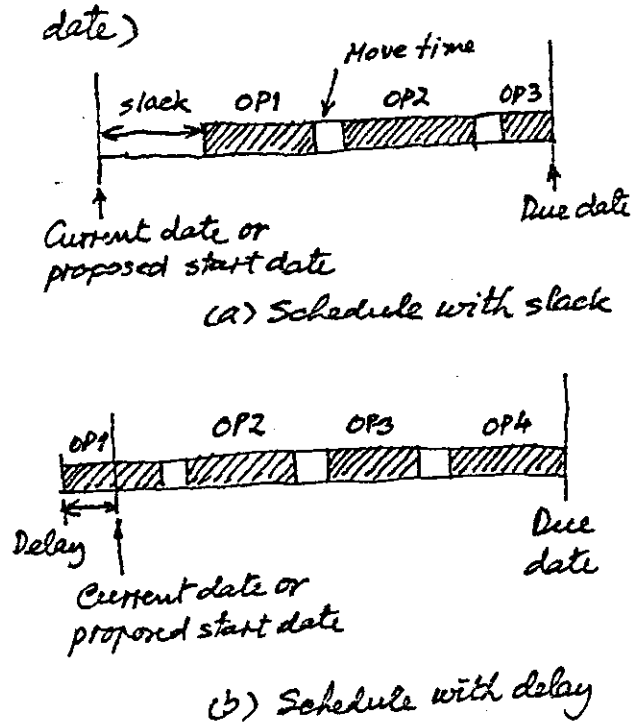
การใช้ตัวแปร หรือปรับเปลี่ยนตัวแปรเหล่านี้ ถือว่าเป็นกลยุทธ์ในการจัดการผลิตของฝ่ายจัดการผลิต (production management) เมื่อพบว่าแผนการผลิตมีปัญหา (infeasible plan) ฝ่ายบริหารจะต้องตัดสินใจ MRP II **เป็นเพียงช่วยให้เห็นปัญหา และประเมินความเหมาะสมของวิธีการแก้ปัญหา** เท่านั้น

การวางแผนกำลังการผลิต (capacity planning) ใช้วิธีคำนวณเวลาทั้งหมดที่ต้องใช้ไปกับการทำงานและเวลาที่เคลื่อนย้ายงานระหว่างหน่วยผลิต สำหรับออเดอร์ทั้งหลายที่จะถูกสั่งผลิต (projected order reteasce) จากนั้น จัดลำดับการผลิตตามกำหนดเวลาแล้วเสร็จของออเดอร์เหล่านั้น

มีเทคนิคที่ใช้ในการจัดลำดับออเดอร์ผลิตอยู่ 2 วิธี คือ backward scheduling และ forward scheduting

- **Backward scheduling:**

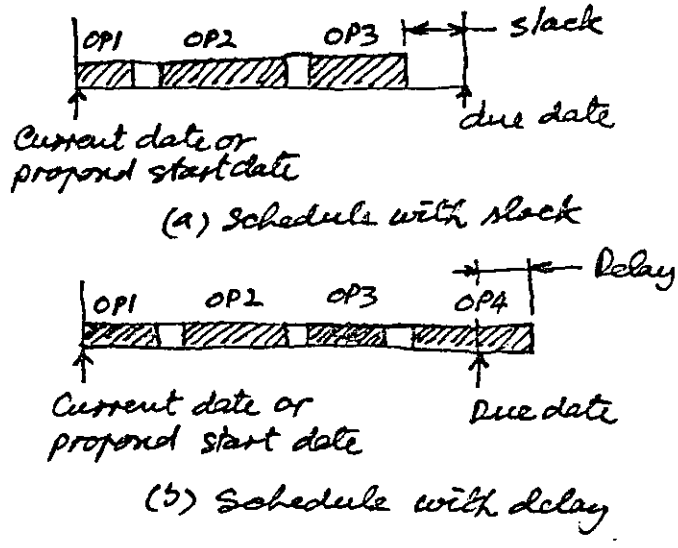
งานหรือออเดอร์ต่างๆ(ที่ถูกคำนวณให้อยู่)ในรูปของระยะเวลาในการทำงานจะถูกจัดเรียง (sequencing) เข้าสู่เครื่องจักรหรือศูนย์การผลิต (work center) โดยเริ่มจากวันกำหนดแล้วเสร็จกลับมาหาเวลาในปัจจุบัน ในรูป 5.5 (a) แสดง backward scheduling งาน (job) อย่างหนึ่งประกอบด้วย 3 operation (OP1, OP2 และ OP3) ผ่านเครื่องจักร 3 เครื่อง จะเห็นได้ว่า เราอาจไม่เริ่มงานตั้งแต่วันนี้ (current date or proposed start date) ก็ได้ เพราะมี slack time อยู่จำนวนหนึ่ง ส่วนในรูป 5.5 (b) เป็น backward scheduling ของงาน 4 operations ซึ่งแตกต่างจากรูป (a) คือ วันเวลาปัจจุบันได้ผ่านพ้นวันที่ควรเริ่มต้นงานมากแล้ว เพราะฉะนั้นจึงบ่งบอกให้ทราบว่างานทั้งหมดมีแนวโน้มจะล่าช้ากว่ากำหนดแล้วเสร็จ (due date)



รูป 5.5 Backward scheduling of jobs

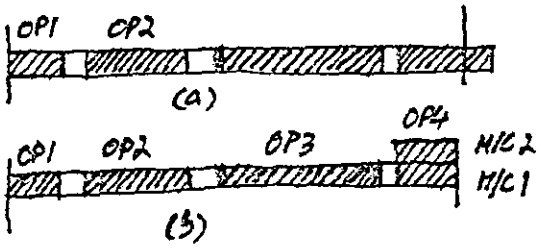
- **Forward scheduling:**

คือ การจัดลำดับงานไปข้างหน้า หมายความว่า จะเริ่มงานจากวันเริ่มงานเร็วที่สุดที่เป็นไปได้ (earliest start date) [หรือวันใดวันหนึ่งที่เลือกให้เป็นวันเริ่มต้นงานในกลุ่มของงานหลายๆ งานที่ต้องจัดลำดับการผลิต] จากนั้นเรียงงานไปหา due date ถ้าหากหมดงานก่อนถึง due date หมายถึง มี stock time นั่นคืองานเสร็จกำหนด แต่ถ้าหมดงานเลย due date หมายถึง slack time มีค่าเป็นลบ คือ เกิดความล่าช้าในการผลิต (delay) รูปที่ 5.6 แสดง forward scheduling



รูป 5.6 forward scheduling of jobs

เวลาในการดำเนินแต่ละ operation ขึ้นอยู่กับขนาดของล็อตที่จะผลิต ในรูป 5.5 และ 5.6 เราถือว่าแต่ละ operation ผ่านเครื่องจักรเครื่องเดียว ถ้าเรามีเครื่องจักร 2 เครื่องสำหรับ OP 4 เราสามารถทำงานได้ทันเวลา (due date) ดูรูป 5.7



รูป 5.7

ตัวอย่าง: Table 5-14 lists the two parts γ and β (part numbers P-102 and P-104) for which order releases have been planned, and their planned release and due dates for the first 4 weeks have been determined as part of the gross and net requirements report.

Table 5-14: Net Requirements and Planned Releases for α and β

	P-102 (γ)		P-104 (β)	
Week	Release	Due	Release	Due
1	300		2000	
2	575			
3		300		2000
4		575		

Relevant information for preparing schedules and capacity reports is given in the following files:

1. The PART file identifies each part by a unique part number. It also contains the part process plan specified as part routing and sequencing information shown by the work center identification numbers to which the port will be routed and the setup and machining times required for the part in each work center.
2. The WORK CENTER file identifies work centers and weekly capacities specified in hours. The file contains normal capacity (one shift) and maximum capacity (two shifts) hours of operation.

From the above information it is required **to develop a backward schedule for the two parts γ and β** planned order releases. Assume one day of move time between operations

PART file:

Part description — Setup time — Time to make a part

Part - id	DESC	ROUTING/SEQ	SU-TIME (min) per Batch	M/C Time (min) per unit
P-102	γ	WC1	120	3.0
		WC2	90	5.0
		WC4	30	2.0
P-103	α	WC3	120	3.0
		WC4	30	1.0
P-104	β	WC2	120	1.8
		WC4	30	0.2

WORK CENTER file:

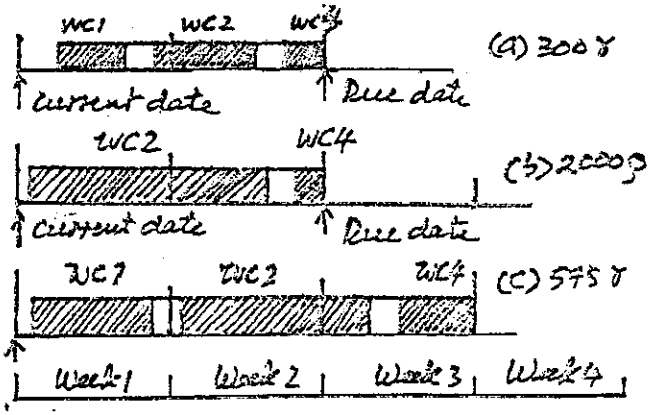
WC-id	WC-NAME	NORM-CAP	MAX-CAP
WC1	Turn lathe	40 (hr)	80 (hr)
WC2	Mill	40	80
WC3	Drill	40	80
WC4	Inspect	40	80

Solution:

สมมุติว่าทำงาน 8 ชั่วโมงต่อวัน และ 5 วันต่อสัปดาห์

Batch	WC	Setup + machine time		
300 γ	WC1	1020 (min)	=	0.425 (week)
	WC2	1590	=	0.6625
	WC4	630	=	0.2625
2000 β	WC2	3720	=	1.5500
	WC4	430	=	0.1792
575 γ	WC1	1845 (min)	=	0.7688 (week)
	WC2	2965	=	1.2354
	WC4	1180	=	0.4917

รูป 5.8 แสดงลำดับการผลิตแบบ backward scheduling ของแต่ละ batch. (MOVE = 0.2 week)



ตัวอย่าง: From the schedules shown in fig. 5-8, compute the capacity requirements for WC2 (milling) over weeks 1 through-3 using time buckets of 1 week.

Solution

จากรูป 5.8 เราต้องคำนวณจำนวนชั่วโมงในการทำงาน (machining) ของแต่ละ work center ในแต่ละสัปดาห์ ซึ่งต้องอาศัยการคำนวณในรายละเอียดเกี่ยวกับการแบ่งส่วนของเวลาที่คาบเกี่ยวกับ 2 สัปดาห์ของ batch ที่ผลิต ซึ่งผลจากการคำนวณจะได้ดังตาราง

WEEK 1:

Batch	WC1	WC2	WC4	Move
300 γ	1020	300	-	480
2000 β	-	2230	-	-
575 γ	1845	-	-	305
Total	2865	2530	-	785

WEEK 2:

Batch	WC1	WC2	WC4	Move
300 γ	-	1290	630	480
2000 β	-	1490	430	480
575 γ	-	2225	-	175
Total	-	5005	1060	1135

WEEK 3:

Batch	WC1	WC2	WC4	Move
300 γ	-	-	-	-
2000 β	-	-	-	-
575 γ	-	740	1180	480
Total	-	740	1180	480

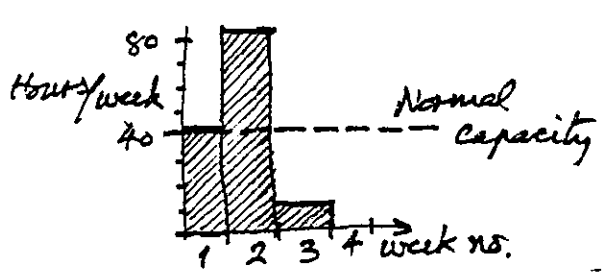
เปลี่ยนจากนาทีเป็นชั่วโมงสำหรับ WC2

$$\text{Week 1:} \quad = \quad 2530 \times \frac{1}{30} \quad \cong \quad 42 \text{ hrs}$$

$$\text{Week 2:} \quad = \quad 5005 \times \frac{1}{30} \quad \cong \quad 83 \text{ hrs}$$

$$\text{Week 3:} \quad = \quad 740 \times \frac{1}{60} \quad \cong \quad 12 \text{ hrs}$$

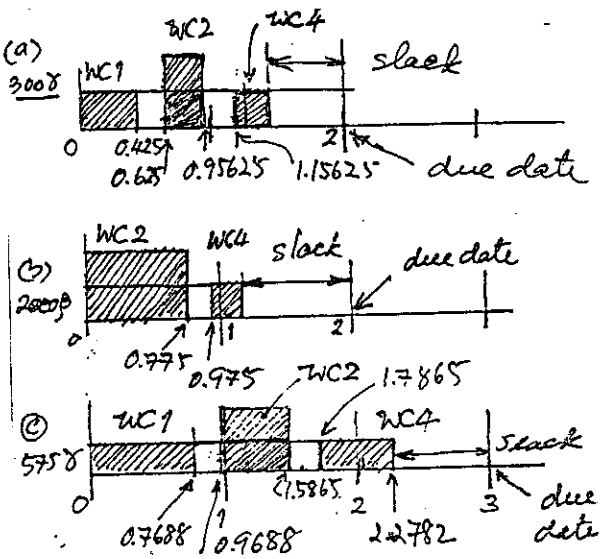
แล้วนำไปพลือต load profile (หรือเรียกว่า capacity requirements planning profile หรือ capacity VS load report) ดังรูป 5.9



รูป 5.9 Capacity VS load ของ WC2

จากรูปนี้ ทำให้ทราบว่า สัปดาห์ที่ 1 และ 2 ที่ WC2 มีกำลังการผลิตไม่พอ ส่วนสัปดาห์ที่ 3 โหลดน้อยกว่ากำลังการผลิต ตรงจุดนี้ฝ่ายจัดการผลิตจะต้องเข้าแทรกแซง โดยตัดสินว่าควรจะแก้ปัญหากำลังการผลิตอย่างไร เช่น อาจทำ OT ในสัปดาห์ที่ 1 และทำ 2 กะในสัปดาห์ที่ 2 หรืออาจจ้างทำส่วนเกินนอกโรงงาน หรืออาจทดลองทำ forward scheduling แล้วดูผลกระทบที่มีต่อ due date และโหลดที่ WC2

สมมุติว่า การแก้ปัญหาในกรณีนี้คือ ให้ WC2 ทำ 2 กะ ใน 2 สัปดาห์แรก แล้วทดลองใช้ forward scheduling ซึ่งผลก็คือ รูป 5.10



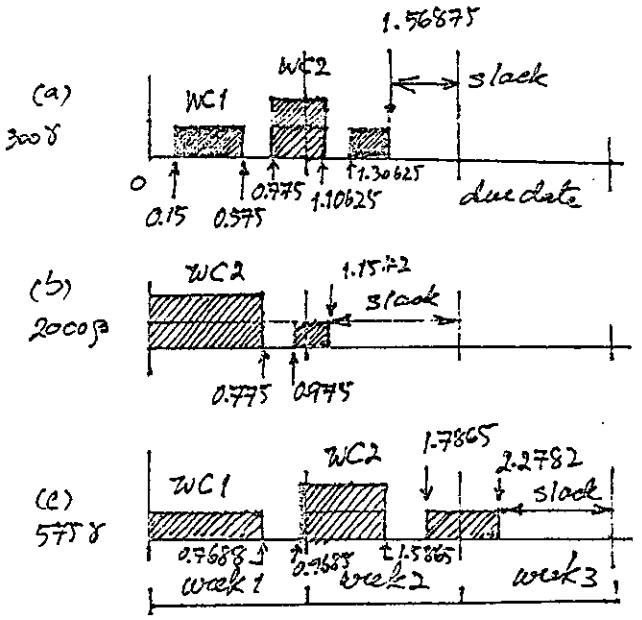
รูป 5.10 Forward scheduling with 2 shifts working for WC2

$$\therefore \text{ Load ที่ WC2 ในสัปดาห์ที่ 1} = [0.6625 + 1.5500 + (1 - 0.9683) \times 2] \times 40$$
$$= 90.996 \text{ ชั่วโมง}$$
$$\text{และสัปดาห์ที่ 2} = 1.5865 - 0.9688) \times 2 \times 40$$
$$= 1.2354 \times 40$$
$$= 49.416 \text{ ชั่วโมง}$$

จะเห็นได้ว่าในสัปดาห์แรก WC2 ยังคงต้องการเวลาทำงานมากกว่าที่มีอยู่ (80 ชั่วโมง โดยการทำงาน 2 กะ)

$$\therefore \text{ เกินกำลังไป} = 90.996 - 80$$
$$= 10.996 \text{ ชั่วโมง}$$
$$\cong 0.2749 \text{ สัปดาห์}$$
$$\text{หรือทำ 2 กะ} \cong 0.2749$$
$$= 0.13745 \text{ สัปดาห์}$$

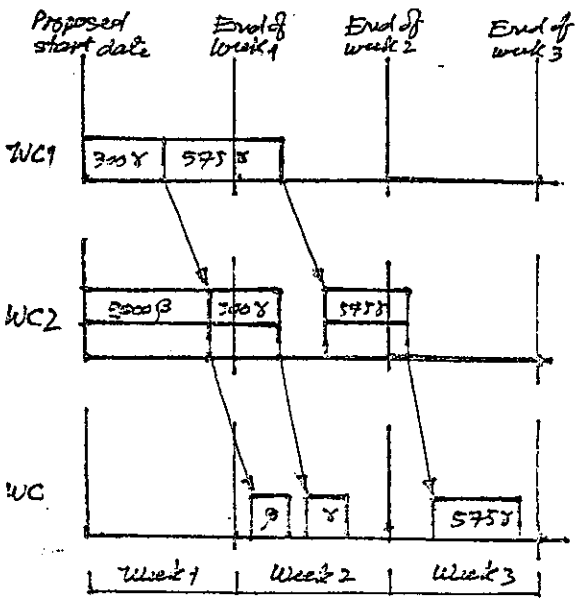
ดังนั้น ถ้าหากเราขยับ schedule ในรูป 5.10 (a) ไปทางขวามือเป็นระยะ 0.15 เราสามารลดโหลดในสัปดาห์แรกได้ $= 0.15 \times 40 \times 2 = 12$ หน่วย ขณะเดียวกันก็เพิ่มโหลดที่ WC2 ในสัปดาห์ที่ 2 ด้วย แต่สัปดาห์ที่ 2 WC มีโหลดเพียง 49.416 ชั่วโมงเท่านั้น ยังสามารถรับโหลดได้อีก เพราะฉะนั้น 0.95 ที่เพิ่มขึ้นจึงไม่เป็นปัญหา (รูป 5.11)



รูป 5.11 Rightward shift f 300 γ

MRP II สามารถสร้าง load profiles ของหนทางเลือกในการแก้ปัญหาต่างๆ ซึ่งช่วยผู้วางแผนได้มากในด้านนี้

อย่างไรก็ตาม MRP ไม่ได้รับรองเสมอไปว่า แผนการผลิตที่เกิดขึ้นจะเป็นไปได้เสมอ ยกตัวอย่างแผนการผลิตในรูป 5.11 ในสัปดาห์แรก WC1 ต้องรับงานทั้งจาก 300 γ และจาก 575 γ พร้อมๆ กัน ซึ่งเป็นไปไม่ได้ ถ้า WC1 มีเครื่องจักรเครื่องเดียว งานใดงานหนึ่งจะต้องรอจนกว่างานที่อยู่ในเครื่องเสร็จแล้วจึงจะทำได้ การขัดแย้งกันเช่นนี้ ในแผนการผลิตที่เป็นไปได้ในทางปฏิบัติจะไม่เกิดขึ้น เพราะฉะนั้น **แผนการใช้กำลังการผลิต (capacity plan) ที่เกิดขึ้นจาก MRP ไม่ได้รับประกันว่าจะได้แผนการผลิตที่เป็นไปได้ในทางปฏิบัติเสมอไป** ผู้ใช้ MRP จะต้องพิจารณาปรับแต่งเองจนกว่าจะได้แผนที่ไม่มีข้อขัดแย้งในทางปฏิบัติ ดังรูปที่ 5.12 แสดงการกำหนดแผนการผลิตที่เป็นไปได้ในทางปฏิบัติ



รูป 5.12 Feasible schedule for 3 job on three work centers

4.9 ความถี่ของการปรับ MRP ใหม่ (Replanning Frequency in MRP)

เมื่อใช้ MRP ไประยะหนึ่ง จะต้องมีการปรับ MRP ใหม่ เพราะในทางปฏิบัติจริงอาจไม่ตรงกับที่เกิดขึ้นในแผนการผลิตหรือ MRP หรือพูดได้อีกอย่างหนึ่งว่า เพราะเกิดความเปลี่ยนแปลงไปจากตอนเริ่มต้น MRP เช่น due date เปลี่ยนแปลง, จำนวนสั่งของลูกค้าเปลี่ยนแปลง ทำให้ MPS เปลี่ยนแปลงด้วย, จำนวนผลิตไม่ได้ตามที่กำหนด, เครื่องจักรขัดข้อง, lead time เปลี่ยนแปลง สิ่งเหล่านี้ทำให้เราต้องปรับ MRP สำหรับวางแผนใหม่เพื่อให้เหมาะสมกับความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในปัจจุบัน

การปรับ MRP (หรือจะเรียกว่า การวางแผนใหม่ – replanning ก็ได้) นิยมทำกันอยู่ 2 วิธี คือ วิธี regeneration และวิธี net change วิธีแรกเป็นวิธีสร้างแผนการผลิตใหม่แทนแผนการผลิตเดิม โดย MRP จะคำนวณความต้องการในชิ้นส่วนต่างๆ และวันกำหนดแล้วเสร็จใหม่หมดตามข้อมูลชุดใหม่ ส่วนวิธี net change จะคำนวณและปรับตัวเลขเฉพาะในส่วนที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงเท่านั้น เช่น ถ้าเกิดการเปลี่ยนชิ้นส่วนประกอบ (*engineering change*) ก็จะปรับเฉพาะ BOM และปรับชิ้นส่วนอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับชิ้นที่เกิดการเปลี่ยนแปลงเท่านั้น

เห็นได้ชัดว่าจะใช้วิธีปรับ MRP แบบใดขึ้นอยู่กับความมาก – น้อย ของความเปลี่ยนแปลง เมื่อเทียบกับตอนที่ปรับ MRP ครั้งก่อน นอกจากนั้น การปรับ MRP บ่อยๆ จะทำให้การผลิตทำงานดีขึ้น เพราะกระบวนการผลิตเกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างสม่ำเสมอและต่อเนื่องตามความต้องการ และออเดอร์ของลูกค้า (order priorities) ที่เกิดขึ้นในปัจจุบัน แต่ถ้าหากปรับบ่อยเกินไป ปัญหาจะเกิดขึ้นกับออเดอร์ที่ถูกสั่งผลิตออกไปแล้ว (open orders) และอยู่ระหว่างผลิต ซึ่งจะต้องมีการกำหนดแผนการผลิตให้กับออเดอร์เหล่านี้ใหม่ ซึ่งเสียเวลาและค่าใช้จ่ายในการใช้ MRP

จากการปฏิบัติงานจริงและจากการทดลองพบว่า ถ้าปรับ MRP บ่อย จำนวนคงคลังจะสูง ค่าใช้จ่ายคงคลังจะเพิ่มขึ้น และจากผลของการสำรวจการใช้ MRP พบว่า 56.7% ปรับ MPS ทุกๆ สัปดาห์ และ 16.37% ปรับ MPS ทุกวัน โดยทั่วไปผู้ใช้ MRP มักจะปรับทุกๆ สัปดาห์

PROBLEMS

5-1. A manufacturer is producing cranes for a miniload automated storage and retrieval system. The crane assembly is shown in Fig. 5-14, and the indented bill of materials structure is given below.

PRODUCT: STORAGE/RETRIEVAL CRANE

Level	*Description*	*Quantity*
A	Crane frame assembly	1
A1	Frame assembly	1
A11	Cross bracing	8
A12	Crane frame angles	4
A13	Top plate	1
A14	Bottom plate	1
A15	Bearings, 1.375 outer diameter	1
A16	Picking head guide	8
A2	Motor assembly	1
A21	Stepping motor, 750 ounces/inch	1
A22	Motor supports	2
A23	Sprocket	2
A24	Chain	2
A25	Sprocket support	4
B	Order picking head subassembly	1
B1	Bucket frame	1
B11	Picking head frame angles	8
B12	Chain support	1
B2	Motor assembly	1
B22	Moving plate	1
B23	Fixed plate	1
B24	Solenoid	2
B25	Picking lever	2
B26	Spring	2
B27	Rack and Pinion	2
B28	Stepping motor, 120 ounces/inch	1

(a) Construct the BOM matrix.
(b) Compute the total requirements matrix.

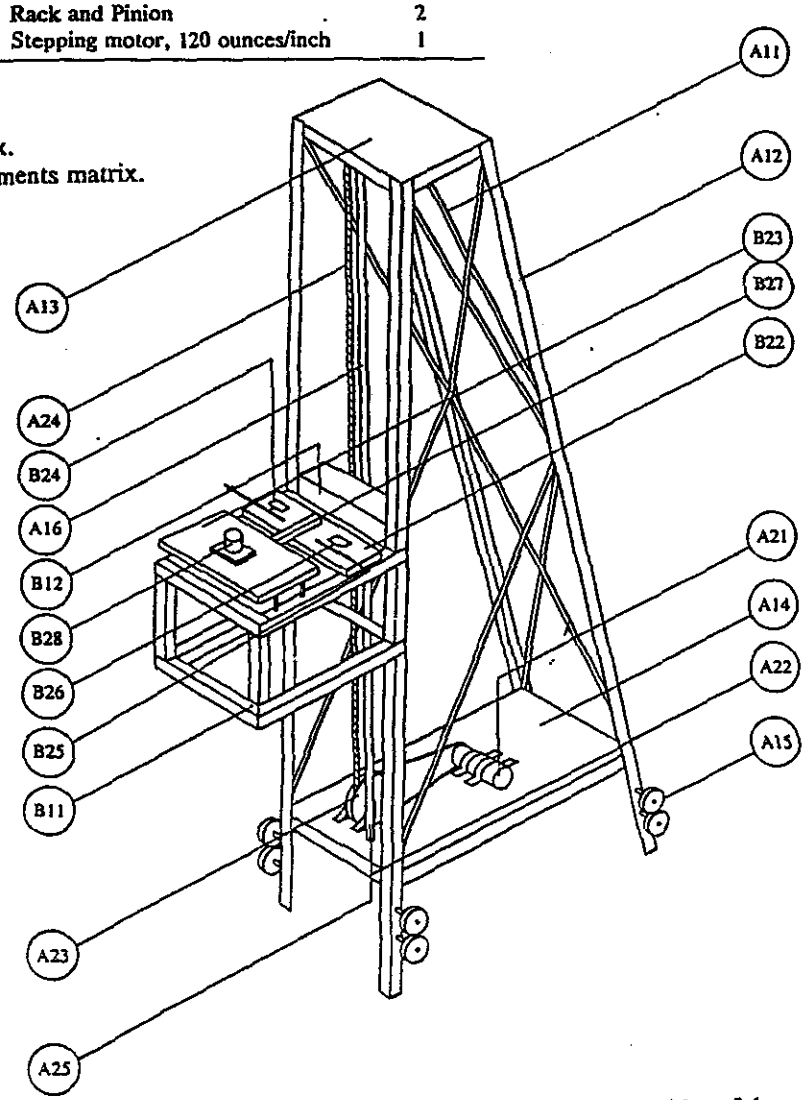
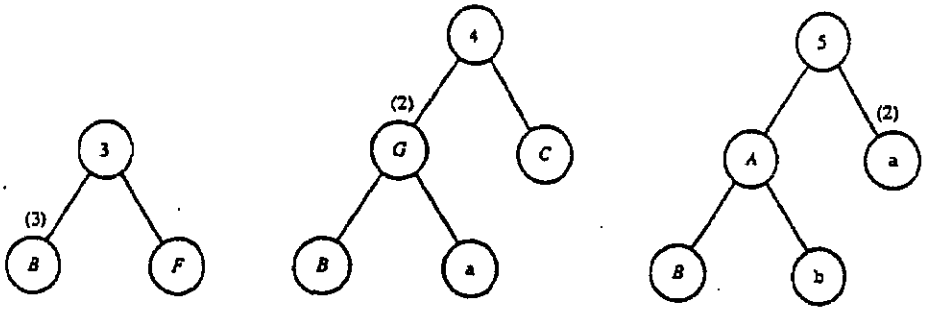


Figure 5.14. Storage/retrieval crane assembly for Problem 5-1.

5-2. Consider the following product structures:

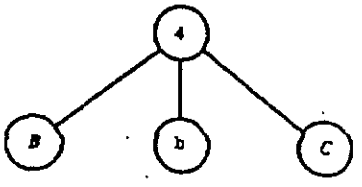


and the following single-period end-product demand:

	Demand (units)
Item 3	500
Item 4	100
Item 5	100

(a) Construct the bill of materials matrix.
(b) Compute the vector of dependent demand resulting directly from end-product demand.
(c) Compute the total requirements matrix.

5-3. Consider the following redesign for product 4 of Problem 5-2.



(a) Compute ΔR matrix.
(b) What is the new total requirements matrix?

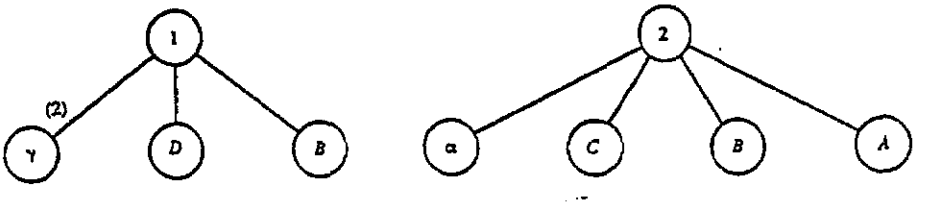
5-4. Consider the following schedule of requirements for a product A, together with estimates of the setup cost, carrying cost, and production cost by month.

Month	N_t	A_t	h_t	C_t
1	30	100	1	54
2	62	100	1	4
3	12	200	1	3
4	130	200	2	4
5	154	200	2	5
6	129	200	2	5

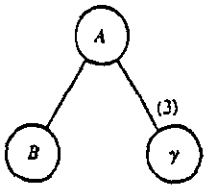
(a) Determine the lot sizes using the least-unit-cost method.
(b) What is the schedule of optimal lot sizes?

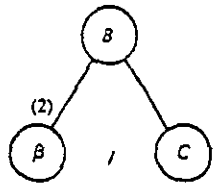
5-5. A company manufactures two products, which are broken down as follows:

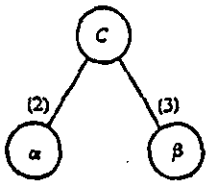
End products:

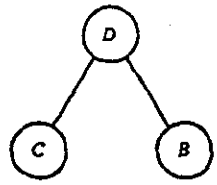


Subassemblies:









DEMAND BY ITEM

	Period					
Item	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	40	20	10	60	10	30
2	20	10	30	50	70	40
A						
B				10		
C						10
D						
α					20	
β						
γ						

Items have the following six-period demand schedule:

On-hand inventory and production lead times are as follows:

Item	*On-hand Inventory*	*Lead Time (periods)*
1	80	1
2	40	1
A	30	1
B	100	1
C	100	1
D	100	1
α	200	1
β	300	1
γ	500	1

Develop the gross and net requirements report for the 6-week period. Assume lot-for-lot lot sizing.

5-6. For the situation given in Problem 5-5, assume the following production worker requirements per item produced:

Item	*Worker-hours Required*
1	2
2	4
A	1
B	1
C	2
D	2
α	3
β	1
γ	6

Assuming there are 1550 worker-hours available per time period, check the overall capacity constraint against your production plan and modify it accordingly.

5-7. A manufacturer of computer printers obtains the bidirectional tractors assembly from a supplier. The tractor assembly is used for moving continuous form paper in precise forward and reverse directions. The assembly and its components are shown in Fig. 5-15.

The bill of materials is shown in the following table.

Level	*Description*	*Quantity*
A	Frame subassembly	1
A1	Side support	2
A2	Left and right tractors	2
A3	Control rod	1
A4	Center guide	1
A5	Turning knob	1
B	Paper net	1
C	Rear tractor cover	1

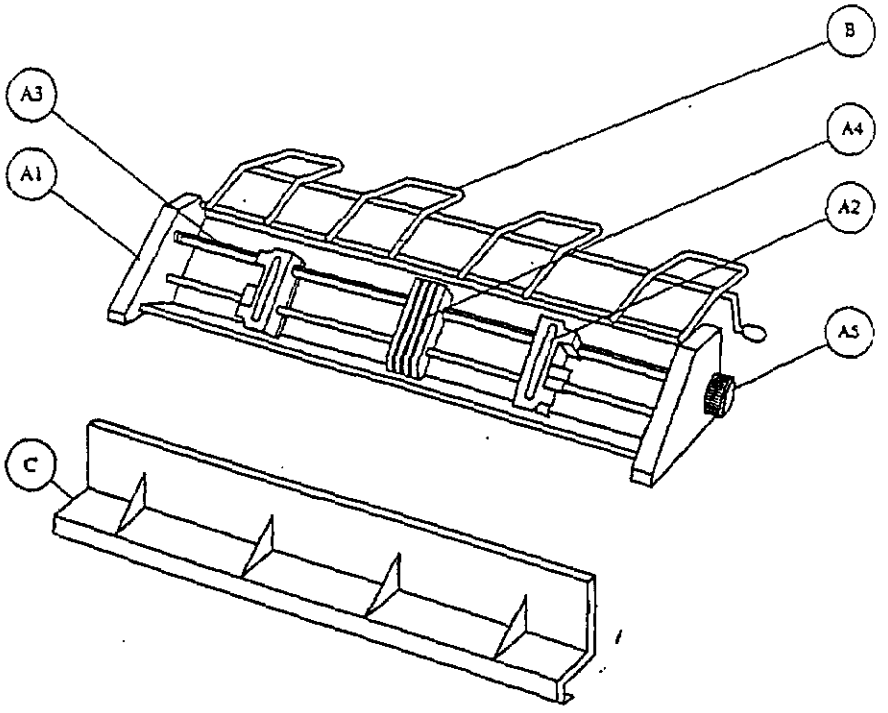
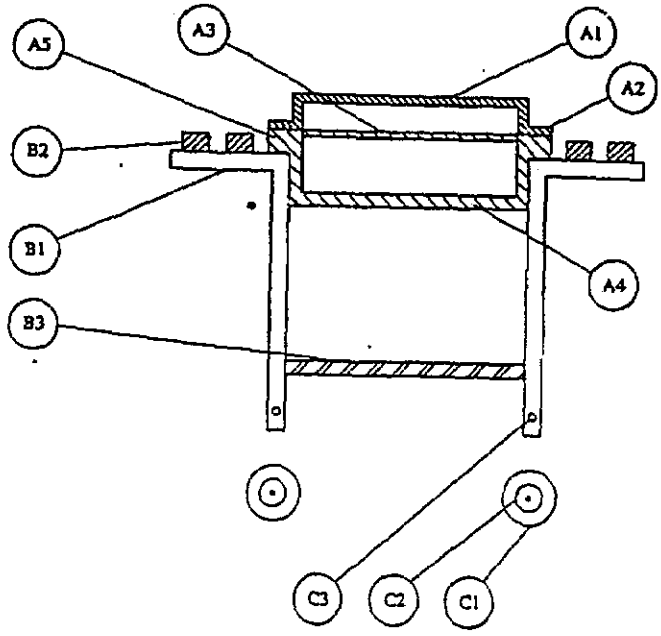


Figure 5.15. Bidirectional tractors assembly and components.

(a) Construct the bill of materials matrix.
(b) Compute the total requirements matrix.
(c) Assume that the supplier has obtained the following demand estimates and cost. Determine the optimal lot sizes such that the production and inventory costs are minimized.

Month	N_t	A_t	h_t	C_t
1	50	150	2	20
2	107	150	2	22
3	55	190	1	25
4	220	210	2	22
5	300	250	2	25
6	100	200	2	20

5-8. A producer of barbecue grills, shown in Fig. 5-16, wishes to determine the production schedule during the spring and summer months. Each grill consists of three subassemblies as shown in the following table.



Level	*Description*	*Quantity*
A	Grill subassembly	1
A1	Cover	1
A2	Cover hinge	2
A3	Cooking grill	1
A4	Tub	1
A5	Bolts	4
B	Frame subassembly	1
B1	Legs	4
B2	Wood slats	4
B3	Bottom shelf	1
C	Wheel subassembly	1
C1	Wheels	4
C2	End caps	4
C3	Axles	2

Figure 5.16. Grill assembly and components.

(a) Construct the bill of materials matrix.
(b) Compute the total requirements matrix.
(c) Given the following demand estimates, lead times (periods), and on-hand inventory, determine the gross and net requirements report for 6 months.

Item	Mar.	Apr.	May	June	July	Aug.	On-hand Units	Lead Time
Barbecue grill	200	300	300	500	400	250	90	1

Item	On-hand Inventory	Lead Time
A1	20	1
A2	22	1
A3	100	2
A4	60	1
A5	120	1
B1	220	2
B2	105	1
B3	90	1
C1	110	2
C2	105	1
C3	210	2

5-9. The barbecue grill in Problem 5-8 is being redesigned to reduce the number of components. Assume that the number of wheels is reduced to two and the number of the cover hinges to one.
(a) Compute the ΔR matrix.
(b) What is the new total requirements matrix?

5-10. The following is the volume in cubic feet that each component of the grill occupies in the warehouse.

Item	Volume (ft^3)
A1	1.5
A2	0.5
A3	1.0
A4	3.0
A5	0.4
B1	3.5
B2	2.0
B3	1.8
C1	0.25
C2	0.25
C3	0.8

Given that the maximum available space in the warehouse is 2500 cubic feet, develop the gross and net requirements report for the 6-month period taking the space availability into consideration. What would the new requirements be when the available space is increased by 10%?

5-11. Figure 5-17 shows the main components of a force–torque sensor. The system measures and classifies forces during the assembly of parts. In other words, the sensor is used to determine if parts are assembled satisfactorily.

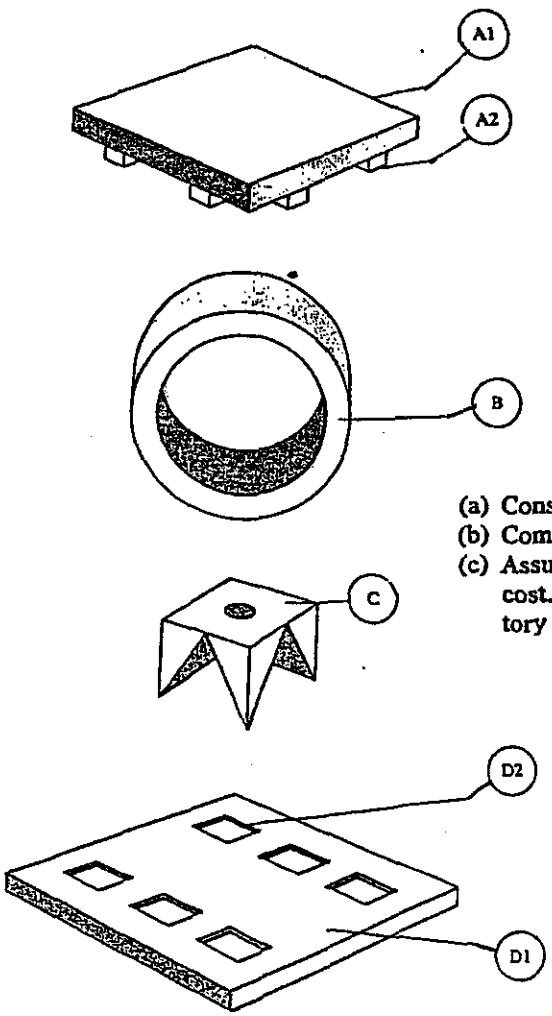


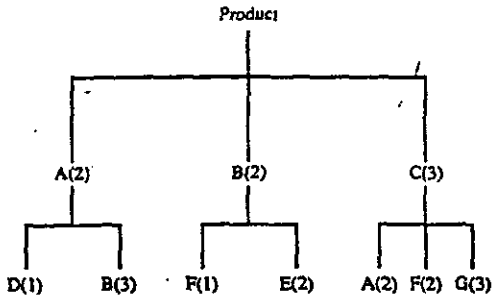
Figure 5.17. Force–torque sensor.

Level	Description	Quantity
A	Top cover subassembly	1
A1	Cover plate	1
A2	Reflectors	8
B	Elastomer ring	1
C	Reflector post	1
D	Bottom cover subassembly	1
D1	Bottom plate	1
D2	Transducers	8

(a) Construct the bill of materials matrix.
(b) Compute the total requirements matrix.
(c) Assume that the supplier has obtained the following demand estimates and cost. Determine the optimal lot sizes such that the production and inventory costs are minimized.

Month	N_t	A_t	h_t	C_t
1	60	250	3	20
2	207	450	3	22
3	75	195	2	45
4	250	219	2	42
5	360	270	4	28
6	150	300	2	27

5-12. A company manufactures several products. One of the products has the following tree structure. (The number of components required is given in parentheses.)



(a) What are the level numbers for each item on the tree?
(b) Construct a BOM matrix for this product.
(c) After the BOM for all products was exploded into net requirements, it resulted in the following weekly requirements for item D:

REQUIREMENTS FOR ITEM D

Week	1	2	3	4	5	6
Demand		50		60	10	40

If it costs $100 to set up to produce a batch of item D and the holding cost is $1.00 per unit per week, what is the optimal production schedule for component D? Variable unit production cost is constant.

5-13. As a production planner in the XYZ company, you were asked to provide a feasible capacity plan for the production of the three parts γ, α, and β over the planning horizon of 4 weeks. The corresponding part numbers are P-102, P-103, and P-104. The net requirements and planned releases for a planning horizon are as follows:

	P-102		*P-103*		*P-104*	
Week	*Rel.*	*Due*	*Rel.*	*Due*	*Rel.*	*Due*
1	300		500		2000	
2	575		200			
3		300		500		2000
4		575		200		

Part routing and process plan and work center capacity information are similar to those given in Example 3-10. Produce a capacity versus load report for each of the four work centers using the forward and backward scheduling techniques.

5-14. In Problem 5-13, the capacities of the work centers were limited to the normal capacity (one shift), and any extra work can be subcontracted at the following rates per unit regardless of the product:

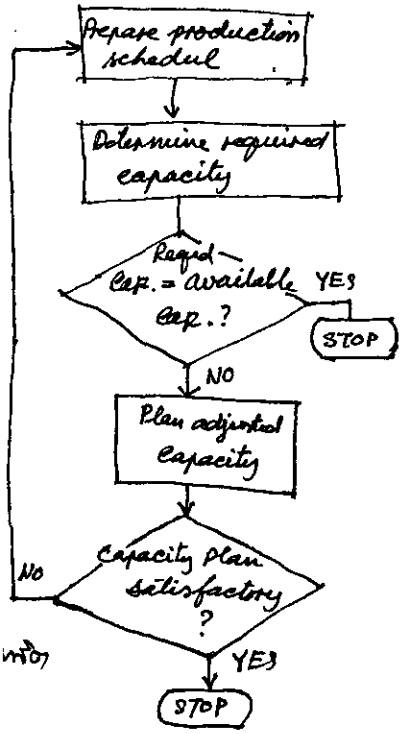
WC1	*WC2*	*WC3*	*WC4*
$3	$9	$5	$2

That is, it cost $900 to subcontract for 100 units of any of the products to perform processes normally performed in WC2. Determine a feasible capacity plan. Evaluate, for comparison reasons, the capacity plans obtained in Problem 5-13.

การวางแผนกำลังการผลิต (Capacity Planning)

การวางแผนกำลังการผลิต (capacity planning) หมายถึง การหาระดับของกำลังการผลิตที่ต้องการสำหรับการผลิตตามตารางที่กำหนด นำค่าที่ได้ไปเปรียบเทียบกับกำลังการผลิตที่มีอยู่ และวางแผนปรับระดับกำลังการผลิตให้เหมาะสม หรือปรับตารางการผลิตให้เหมาะกับกำลังการผลิตที่มีอยู่

มีเทคนิคทางคณิตศาสตร์หลายอย่างที่ถูกนำมาใช้สำหรับการวางแผนกำลังการผลิต เช่น การใช้ linear programming แต่ในทางปฏิบัติมักใช้วิธีทดลองปรับแผนการจัดกำลังการผลิตที่กำหนดขึ้นมา จนกว่าจะได้กำลังการผลิตที่ลงตัวกับแผนการผลิตตามตาราง (iterative planning procedure) รูป 1 แสดงขั้นตอนของการหาคำตอบ



รูป 1

หน่วยสำหรับวัดกำลังการผลิต

มีหน่วยวัดกำลังการผลิตอยู่หลายอย่างขึ้นอยู่กับกรรมวิธีการผลิตที่เกี่ยวข้อง เช่น ถ้าเป็น continuous production อาจใช้หน่วยวัดกำลังการผลิตเป็นน้ำหนักหรือปริมาตรของผลผลิต เช่น เป็นตัน หรือแกลลอนต่อหน่วยเวลา หรือเป็นการผลิตแบบ repetitive production อาจใช้เป็นจำนวนชิ้นของผลผลิตต่อหน่วยเวลา เป็นต้น หรือในกรณีของการผลิตแบบ intermittent production ซึ่งผลิตผลิตภัณฑ์หลายชนิดด้วยอุปกรณ์เดียวกัน หรือหน่วยงานเดียวกัน หน่วยของกำลังการผลิตที่นิยมใช้กันคือ standard hours ซึ่ง

Stand hours ของผลผลิต (output) = (จำนวนผลผลิต) × (standard time/unit)

Standard hours ของผลผลิตขึ้นอยู่กับ % utilization และ % efficiency ของหน่วยงาน ซึ่งหาจาก

$$\% \text{ Utilization} = \frac{\text{No. of hours worked}}{\text{No. of hours avilable}} \times 100$$

และ

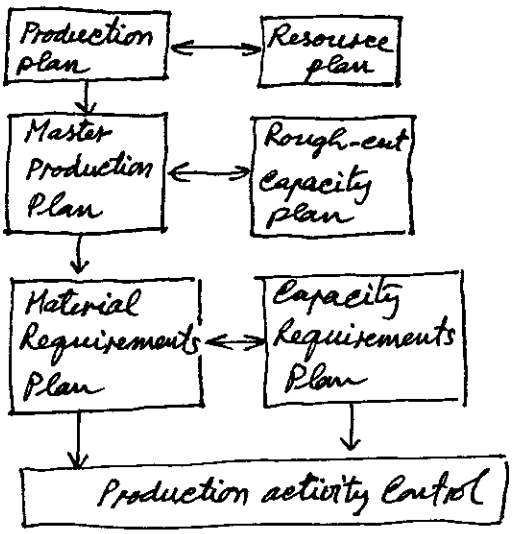
$$\% \text{ Efficiency} = \frac{\text{No. of s tan dard horsprodced}}{\text{No. of hours worked}} \times 100$$

ตัวอย่าง: จงคำนวณหากำลังการผลิตของหน่วยงาน ในหน่วย man hours ต่อวัน สำหรับ work center หนึ่ง ซึ่งทำงาน 3 กะ, 8 ชั่วโมงต่อกะ, มีคนงาน 12 คน, utilization = 85% และ efficiency = 120%,

capacity = $3 \times 8 \times 12 \times 0.85 \times 1.20 = 393.8$ standard hours/day

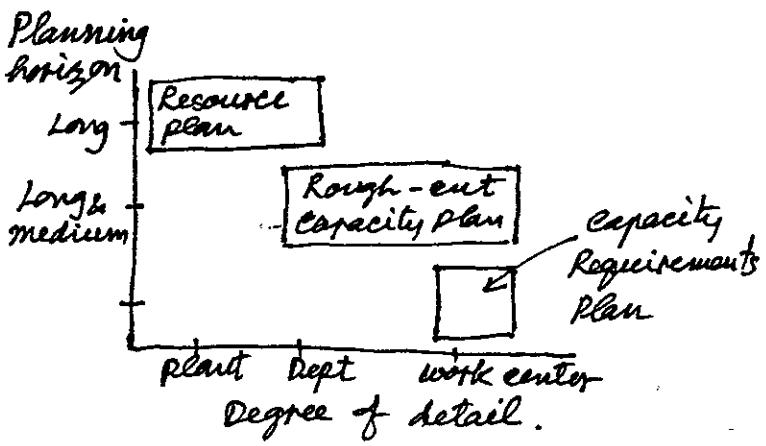
ระดับชั้นของแผนกำลังการผลิต (Hierarchy of capacity plans):

แผนกำลังการผลิตมีหลายระดับชั้นเช่นเดียวกับแผนการผลิต (production plans) ในรูป 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแผนกำลังการผลิตกับแผนการผลิตระดับต่างๆ ส่วนรูป 3 แสดงช่วงระยะของแผนกำลังการผลิต (planning horizon) และความกว้างของเนื้องาน (degree of detail) ของแต่ละแผน



รูป 2 Hierarchy of capacity plans

Resource Plan: กำหนดทรัพยากรสำหรับ production plan มี planning horizon ยาวที่สุดเท่าๆ กับ production plan เช่น อาจเป็นไปได้ถึง 5 ปี ใช้ time bucket เป็นเดือนหรือไตรมาส, ทบทวนแผนทุกเดือนหรือทุกไตรมาส เป็นแผนกำลังการผลิตของแต่ละแผนกงาน (department) หรือของแต่ละโรงงาน, มีวัตถุประสงค์เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับการเปลี่ยนแปลงกำลังการผลิตในระยะยาว เช่น ขยายโรงงาน, ซื้ออุปกรณ์การผลิตใหม่ หรือเปลี่ยนแปลงขนาดแรงงาน เป็นต้น



รูป 3 ช่วงระยะแผนกำลังการผลิตและรายละเอียด

Rough – cut capacity plan: ใช้กำหนดกำลังการผลิตสำหรับ MPS ช่วงวางแผนอาจเป็น 1-3 ปี, time bucket เป็นสัปดาห์, ทบทวนทุกสัปดาห์หรือทุกเดือน หน่วยกำลังการผลิต (หรือเรียกว่าโหลด) อาจอยู่ในรูปของ man hours หรือ machine hours ของแต่ละหน่วยผลิต (work center)

เนื่องจาก MPS บอกเป็นจำนวนหน่วยของ end items ดังนั้น rough-cut capacity plan จึงพิจารณาเอาสัดส่วนของสินค้าที่ผลิตด้วย แต่จะไม่มีการนำเอาจำนวนผลผลิตคงคลัง หรือผลผลิตกึ่งสำเร็จในระหว่างการผลิตมาใช้ในการคำนวณ และเนื่องจาก MPS ไม่ได้รวมเอาชิ้นส่วนประกอบย่อย (components) ไว้ด้วย จึงทำให้ rough-cut capacity plan (RCCP) ยังคงมีความผิดพลาดอยู่ ส่วนใหญ่ RCCP จะถูกใช้สำหรับเป็นแนวทางในการปรับกำลังการผลิตในระยะกลาง (medium range capacity planning) เช่น ซื้อเครื่องจักรมาตรฐาน หรือจัดจ้างเพิ่มขึ้น หรือย้ายปรับตำแหน่งการทำงานของคนงานภายในโรงงาน

Capacity Requirements Plan (CRP): ใช้สำหรับหากำลังการผลิตตาม MRP ช่วงวางแผนประมาณ 1 ปี, time bucket เป็นสัปดาห์, ปรับทุกสัปดาห์หรือทุกเดือน โหลดมักเป็น man hours หรือ machine hours ของแต่ละ work center

CRP ใช้ MRP เป็น input เพราะฉะนั้น จึงพิจารณาถึงจำนวนผลผลิตคงคลังของชิ้นส่วนองค์ประกอบต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง นอกจากนี้ยังพิจารณาเกี่ยวกับออเดอร์ที่วางแผนจะสั่งผลิต และออเดอร์ที่ออกคำสั่งผลิตไปแล้ว ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า CRP สามารถสะท้อนให้เห็นถึงจำนวน setup และขนาดของโหลดที่เกิดขึ้นในแต่ละสัปดาห์ของแต่ละหน่วยผลิต (work center)

CRP ต้องใช้เวลาคอมพิวเตอร์มาก และต้องอาศัยข้อมูลอื่นๆ อีก เช่น routing และ ออเดอร์ที่ออกไปแล้ว

CRP ใช้สำหรับวางแผนกำลังการผลิตระยะสั้น

เทคนิคสำหรับทำ Capacity Plan: มีเทคนิคอยู่ 4 อย่างที่นิยมสำหรับวางแผนกำลังการผลิต เทคนิคดังกล่าวได้แก่ (เรียงตามลำดับของรายละเอียด จากน้อยไปมาก) ดังนี้ capacity planning factors (CPE), Bill of capacity (COC), Time-phased bill of capacity (TPBC) และ Capacity requirements planning (CRP)

3 อย่างแรกมักใช้กับ resource planning หรือ RCCP: Capacity planning factor ใช้ข้อมูลทางบัญชีเป็นพื้นฐาน ดังนั้นจึงใช้สำหรับ resource planning; Bill of capacity และ Time-phased bill of capacity planning ใช้ข้อมูลเกี่ยวกับการผลิตสินค้าหรือผลิตภัณฑ์แต่ละชนิด ดังนั้นจึงใช้สำหรับ RCCP แต่สามารถใช้กับ resource planning ได้เช่นกัน ถ้าใช้หน่วยของโหลดเป็นหน่วยรวม (aggregate units); capacity requirements planning ใช้ MRP เป็นข้อมูลในการวางแผนกำลังการผลิต ดังนั้นจึงใช้สำหรับทำ CRP เท่านั้น

- **Capacity planning factors (CPF):**

CPF คือ factor ที่ใช้ในการเปลี่ยนหน่วยของผลผลิต (output) ให้เป็นหน่วยของทรัพยากรที่ต้องใช้ในการผลิต; CPF แตกต่างจากวิธีอื่นตรงที่เป็นค่าที่ได้จากข้อมูลเก่าที่ผ่านมา ไม่ได้หามาจากการวิเคราะห์ทรัพยากรที่ต้องใช้สำหรับผลิตองค์ประกอบแต่ละอย่างของผลิตภัณฑ์โดยตรง

ตัวอย่าง: ในตัวอย่างนี้ใช้ CPF วางแผนการใช้ทรัพยากร (resource plan) คือ standard man hours สำหรับการผลิตในไตรมาสต่อไปของสายการผลิตหนึ่ง ซึ่งมี 2 แผนกผลิต

ข้อมูลสำหรับวางแผน resource plan ด้วย CPF

จำนวน standard hours ที่ใช้ผลิตในไตรมาสก่อน = 840

จำนวนผลผลิตที่ผลิตได้ในไตรมาสก่อน = 120

จากข้อมูลทั้งสอง เราสามารถคำนวณค่าเฉลี่ยของ standard hours ต่อหน่วยผลิตได้ $= \frac{840}{120} = 7.00$

ข้อมูลสำหรับการใช้แผนกผลิตในการผลิต

Department	Standard man Hours produced last quarter	% of standard man hours
1	305.0	36.3
2	535.0	63.7
Total	840.0	100.0%

ตอนนี้ถ้าเรามี MPS สำหรับไตรมาสต่อไปคือ

Production plan for next quarter

Month	Jan	Feb	March	Total
Units	40	48	50	138

ซึ่งเราสามารถหา resource plan ได้ดังนี้

Dept.	Jan	Feb	March	Total
1	101.64	121.93	127.05	350.66
2	178.36	214.03	222.95	615.34
Total	280.00	336.00	350.00	966.00

ตัวอย่างในการคำนวณ เช่น โหลดของแผนกงาน 1 สำหรับเดือนมกราคม หาได้จาก
$= 400 \times 7 \times 0.363 = 101.64$

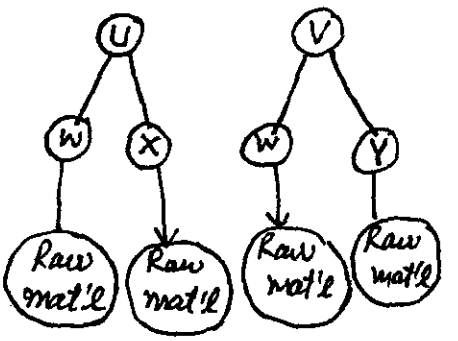
CPF ข้อจำกัด คือ :-

1. ไม่มีการพิจารณา lead time ในการผลิต ดังนั้น โหลดของแต่ละเดือนจึงไม่ถูกต้อง
2. ไม่มีการพิจารณาองค์ประกอบย่อยของผลิตภัณฑ์ เพราะฉะนั้นโหลดจึงต่ำกว่าปกติ
3. ค่าเฉลี่ยของโหลดต่อหน่วยที่ผลิต เป็นของอดีต แต่อนาคตอาจไม่เป็นเช่นนี้
4. จำนวนผลผลิตในไตรมาสที่ผ่านมา อาจมีจำนวนผลผลิตที่ใช้ในการให้บริการรวมอยู่ด้วย (เช่น เอาไปทำเป็นอะหลั่ยในการซ่อมบำรุง เป็นต้น)

นั่นคือ จำนวนหน่วยของผลผลิตสำหรับให้บริการจะแปรตามจำนวนหน่วยที่ต้องผลิตในไตรมาสต่อไป ซึ่งไม่เป็นจริงเสมอไป

- **Bill of capacity (BOC):** Bill of capacity ทำหน้าที่บอกกำลังการผลิตที่ต้องการสำหรับผลิตผลผลิต 1 หน่วย

ตัวอย่าง: จากตัวอย่างที่แล้ว สมมุติต่อไปอีกว่า สายงานผลิตประกอบด้วยผลิตภัณฑ์ 2 ชนิด คือ U และ V ซึ่งมีองค์ประกอบตาม product structure ข้างล่าง และมี routing ตามตาราง 10.2



Product structure

Table 10.2 Routing data

Item	Op. No.	Dept. No.	Work center No.	Run time/unit (Standard hour)	Setup (standard hours)	Average lot size
U	10	1	15	1.60	2.00	4
V	10	1	15	2.40	3.00	6
W	10	2	35	1.20	1.00	20
	20	2	40	0.40	0.50	20
X	10	2	35	1.10	2.10	8
	20	2	40	0.60	0.60	8
Y	10	2	35	0.50	1.40	6
	20	2	40	2.10	0.50	6

เราสามารถคำนวณหา standard hours/unit ของแต่ละ item ที่แต่ละ work center ได้ดังนี้

Table III : standard time hours / unit.

Item	Dept.	Work center	Standard hour/unit
U	1	15	2.1
V	1	15	2.9
W	2	35	1.25
	2	40	0.425
X	2	35	1.363
	2	40	0.675
Y	2	35	0.733
	2	40	2.183

ตัวอย่างการคำนวณ: 0.425

ได้จาก

$$(0.4 \text{ run time}) + \left(\frac{0.5\text{setup}}{20 \text{ lot size}}\right) = 0.425$$

และสามารถคำนวณหากำลังการผลิตหรือชั่วโมงแรงงานต่อหน่วยผลผลิตที่ต้องใช้ในแต่ละ work center ได้ดังนี้

Bill of capacity (BOC)

Dept.	Product U work center	Standard labour hours/unit		
1	15	2.100	→	จาก table 3
2	35	2.613	→	1.25 + 1.363 = 2.163
	40	1.100	→	0.425 + 0.675 = 1.100

Dept.	Product V work center	Standard labour hours/unit		
1	15	2.900	→	2.9 จาก table 3
2	35	1.983	→	1.25 + 0.733 = 1.983
	40	2.608	→	0.425 + 2.183 = 2.608

ตัวอย่างต่อไปจะแสดงวิธีการใช้ BOC ในการวางแผนกำลังการผลิต

ตัวอย่าง: ตัวอย่างนี้แสดงการใช้ bill of capacity ที่ได้จากตัวอย่างที่แล้ว ในการคำนวณหากำลังการผลิตสำหรับแต่ละ work center ตาม MPS ที่กำหนด ในรูป 10.7 แสดง Bill of capacity (จากตัวอย่างที่แล้ว) และในรูป 10.8 แสดง MPS ของการผลิตผลิตภัณฑ์ U และ V

Bill of Capacity

DEPT.	*PRODUCT U WORK CENTER*	*STANDARD LABOR HOURS PER UNIT*
1	15	2.100
2	35	2.613
	40	1.100

DEPT.	*PRODUCT V WORK CENTER*	*STANDARD LABOR HOURS PER UNIT*
1	15	2.900
2	35	1.983
	40	2.608

Figure 10-7 Bill of capacity.

Master Production Schedule

WEEK	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*
U	4	3	3	3	3	4	4	5	5	6	7	7	8
V	6	7	7	7	8	8	8	8	5	4	3	3	2
Total (week)	10	10	10	10	11	12	12	13	10	10	10	10	10
Total (month)				40				48					50
Total (quarter)													138

Figure 10-8 Master production schedule for products U and V.

Rough-Cut Capacity Plan (standard labor hours)

WEEK	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*
WC 15	25.8	26.6	26.6	26.6	29.5	31.6	31.6	33.7	25.0	24.2	23.4	23.4	22.6
Dept. 1	25.8	26.6	26.6	26.6	29.5	31.6	31.6	33.7	25.0	24.2	23.4	23.4	22.6
WC 35	22.4	21.7	21.7	21.7	23.7	26.3	26.3	28.9	23.0	23.6	24.2	24.2	24.9
WC 40	20.0	21.6	21.6	21.6	24.2	25.3	25.3	26.4	18.5	17.0	15.5	15.5	14.0
Dept. 2	42.4	43.3	43.3	43.3	47.9	51.6	51.6	55.3	41.5	40.6	39.7	39.7	38.9
Total (week)	68.2	69.9	69.9	69.9	77.4	83.2	83.2	89.0	66.5	64.8	63.1	63.1	61.5
Total (month)				277.9				332.8					319.0
Total (quarter)													929.7

Figure 10-9 Rough-cut capacity plan prepared using a bill of capacity.

เราคำนวณหา rough-cut capacity plan สำหรับแต่ละ work center ในแต่ละสัปดาห์ได้จากการคูณจำนวนหน่วยของผลิตภัณฑ์แต่ละชนิด กับจำนวนชั่วโมงที่ต้องใช้ในการผลิตในแต่ละ work center แล้วรวมเวลาที่ใช้สำหรับแต่ละ work center เช่น จำนวนชั่วโมงที่ต้องใช้สำหรับผลิตใน work center 15 ในสัปดาห์ที่ 1 คือ (4 หน่วยของ U × 2.1 ชั่วโมง) + (6 หน่วยของ V × 2.9 ชั่วโมง) = 25.8 ชั่วโมง หรือโหลดที่ work center 35 ในสัปดาห์ที่ 1 คือ (4 × 2.613) + (6 × 1.983) = 22.4 เป็นต้น

จะเห็นได้ว่า Bill of capacity มีข้อดีกว่า CPF คือ

1. ตัว conversion factor หามาจากเวลาโดยตรงในการทำงานที่แต่ละ work center เพราะฉะนั้น โหลดที่กระจายให้กับแต่ละ work center จึงถูกต้องกว่า
2. เนื่องจาก conversion factor ได้มาจากเวลาทำงานโดยตรง เพราะฉะนั้น การหากำลังการผลิตสำหรับชิ้นส่วนเพิ่มเติมสำหรับ service จึงถูกต้องกว่า
3. เป็นวิธีการที่คำนึงถึงอิทธิพลของผลิตภัณฑ์หลายอย่างในการผลิตด้วย (effects of product mix)

Time-Phased Bill of Capacity (TPBOC): บางทีเรียกว่า resource load profiles หรือ product load profiles ซึ่งการหากำลังการผลิตแบบนี้จะเหมือนกับวิธีใช้ BOC ยกเว้น time bucket ทั้งหลายที่มีโหลดเกิดจากการใช้ backward scheduling จาก MPS โดยใช้ standard lead time

ตัวอย่าง: ในการทำ Time-phased bill of capacity (TPBOC) เราจะต้องหาเวลาที่เกิดขึ้น (elapsed time) สำหรับการทำงาน (operation) แต่ละชนิด และเวลาของกิจกรรมที่เกิดขึ้นก่อนที่จะดำเนินการทำงาน การที่เราจะสามารถเปลี่ยนเวลามาตรฐานมาเป็นเวลาทำงานได้ เราจะต้องทราบ % utilization และ % efficiency ที่คาดว่าจะเกิดขึ้นในแต่ละ work center ในตาราง 10.4 แสดงข้อมูลเหล่านี้ และในตาราง 10.5 แสดงเวลาที่ต้องใช้ (elapsed times) สำหรับผลิตภัณฑ์หรือชิ้นส่วนแต่ละชนิด ตัวอย่างเช่น เวลาสำหรับทำชิ้นส่วน W ที่ work center 35 คำนวณได้จาก Elapsed time = $\frac{1.250 \times 20}{0.85 \times 1.25}$ = 23.53 ชั่วโมง

Table 10-4 Work Center Data

WORK CENTER	UTILIZATION	EFFICIENCY	QUEUE TIME
15	0.90	1.30	12.00
35	0.85	1.25	6.00
40	0.90	1.20	30.00

Table 10-5 Elapsed Operation Times

ITEM	WORK CENTER	STANDARD HOURS/UNIT	UTILIZATION	EFFICIENCY	AVERAGE LOT SIZE	ELAPSED TIME
U	15	2.100	0.90	1.30	4	7.18
V	15	2.900	0.90	1.30	6	14.87
W	35	1.250	0.85	1.25	20	23.53
	40	0.425	0.90	1.20	20	7.87
X	35	1.363	0.85	1.25	8	10.26
	40	0.675	0.90	1.20	8	5.00
Y	35	0.733	0.85	1.25	6	4.14
	40	2.183	0.90	1.20	6	12.13

นอกจากนี้ยังต้องการข้อมูลเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของเวลาสำหรับการเคลื่อนย้ายชิ้นงานระหว่าง work center และ store ดังตัวอย่างในตาราง 10.6

Table 10-6 Transit Times (Hours) to Work Center

FROM WORK CENTER	15	35	40	STORES
15	0	8	6	2
35	8	0	4	2
40	8	2	0	4
Stores	2	2	4	0

จากข้อมูลเหล่านี้ เราสามารถนำมาคำนวณหาเวลาที่กิจกรรมหรืองาน (operation) ต่างๆ อยู่ห่างจากจุดสิ้นสุดของกิจกรรม เราเรียกระยะเวลานี้ว่า lead time offsets หรือ offset times; ในตาราง 10.7 แสดง offset times สำหรับกิจกรรมต่างๆ เพื่อใช้ในการหา ว่า งานหรือกิจกรรมส่วนใดควรจะแบ่งเป็นโหลดให้กับสัปดาห์ใด

ในตาราง 10.7 lead time ของงานต่างๆ ถูกแสดงในลักษณะย้อนกลับไปหางานเริ่มต้น (reverse order) ค่า offset ที่ได้ คือ ค่าคาดหวังของจำนวนชั่วโมงที่งานๆ หนึ่งจะต้องเริ่ม lead time ของมันก่อนที่งานนั้นจะเสร็จสิ้นสมบูรณ์

Table 10-7 Lead-Time Offsets

	LEAD TIME (HOURS) U	LEAD TIME (HOURS) V	OFFSET (HOURS) U	OFFSET (HOURS) V
Transit WC 15 to stores	2.00	2.00	2.00	2.00
Operation 10	7.18	14.87	9.18	16.87
Queue	12.00	12.00	21.18	28.87
Transit components stores to WC 15	2.00	2.00	23.18	30.87
Administrative and stockpicking	4.00	4.00	27.18	34.87

	LEAD TIME (HOURS) X	LEAD TIME (HOURS) Y	LEAD TIME (HOURS) W	OFFSET (HOURS) X	OFFSET (HOURS) Y	OFFSET (HOURS) W
Transit WC 40 to stores	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00
Operation 20	5.00	12.13	7.87	9.00	16.13	11.87
Queue	30.00	30.00	30.00	39.00	46.13	41.87
Transit WC 35 to WC 40	4.00	4.00	4.00	43.00	50.13	45.87
Operation 10	10.26	4.14	23.53	53.26	54.27	69.40
Queue	6.00	6.00	6.00	59.26	60.27	75.40
Transit materials stores to WC 35	2.00	2.00	2.00	61.26	62.27	77.40
Administrative and stockpicking	4.00	4.00	4.00	65.26	66.27	81.40

เราสามารถใช้ตาราง 10.7 ตัดสินว่า time bucket ของแต่ละ work center รับ load อะไรบ้างที่จะสนองตาม MPS ที่กำหนด กล่าวคือ load ต่างๆ จะถูกกำหนดให้กับ time bucket โดยอาศัยเวลาเริ่มต้นของ load นั้น เช่น operation 10 ของ product U และ product V เริ่มที่ offset times 9.18 และ 16.87 ตามลำดับ เนื่องจาก work center ทุกแห่งมีเวลาทำงาน 40 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เพราะฉะนั้นค่า offset ทั้งสองจึงน้อยกว่า 40 และ load ของ operation 10 ของ product U และ product V จึงถูกกำหนดให้กับ time bucket week 0 ซึ่ง week 0 หมายถึง week ที่ product ทั้งสองต้องเสร็จสมบูรณ์

ค่า offset ของจุดเริ่มต้นออกคำสั่งผลิต คือ 27.18 และ 34.87 ชั่วโมง หมายถึงใน week 0 ดังนั้นชิ้นส่วนประกอบต่างๆ จะต้องเสร็จใน week-1

พิจารณาชิ้นส่วน x ซึ่งมีจุดเริ่มต้นของ operation 20 ที่ offset 9.00 ชั่วโมง และจุดเริ่มของ operation 10 ที่ offset 53.26 ชั่วโมง เนื่องจาก 9 อยู่ระหว่าง 0-40 ดังนั้น load จากชิ้นส่วน x ใน work center 40 จึงถูกกำหนด

ให้ week-1 ส่วน 53.26 อยู่ระหว่าง 40 ถึง 80 load ของ x ที่ work center 35 จึงถูกกำหนดให้ week-2 รูป 10.10 แสดง time-pleased capacity

Rough-Cut Capacity Plan (standard labor hours)

WEEK	OVERDUE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
WC 15	0	25.8	26.6	26.6	26.6	29.5	31.6	31.6	33.7	25.0	24.2	23.4	23.4	22.6
Dept. 1	0	25.8	26.6	26.6	26.6	29.5	31.6	31.6	33.7	25.0	24.2	23.4	23.4	22.6
WC 35	44.1	21.7	21.7	23.7	26.3	26.3	28.9	23.0	23.6	24.2	24.2	24.9	0.0	0.0
WC 40	20.0	21.6	21.6	21.6	24.2	25.3	25.3	26.4	18.6	17.0	15.5	15.5	14.0	0.0
Dept. 2	64.1	43.3	43.3	45.3	50.5	51.6	54.2	49.4	42.1	41.2	39.7	40.4	14.0	0.0
Total (week)	64.1	69.1	69.9	71.9	77.1	81.1	82.8	81.0	75.8	66.2	63.9	63.8	37.4	22.6
Total (month)	64.1				288.0				320.7					253.9
Total (quarter)														926.7

Figure 10-11 Rough-cut capacity plan developed using a time-phased bill of capacity.

รูป 10.11 แสดง rough-cut capacity plan ที่เกิดจากการใช้ time phased bill of capacity (รูป 10.10) เพื่อให้เข้าใจที่มาของตัวเลข สมมุติว่า MPS เป็นไปตามรูป 10.8 เราต้องการทราบ load ของ work center 35 ในสัปดาห์ 1 จากรูป 10.10 จะเห็นได้ว่า load ของ work center นี้เกิดจาก product U และ V ที่กำหนดอีก 2 สัปดาห์ต่อมา เพราะฉะนั้น load ในสัปดาห์ 1 ของ work center 35 ก็คือ load เนื่องจาก product U และ V ในสัปดาห์ที่ 3 นั่นคือ U จำนวน 3 หน่วย และ V จำนวน 7 หน่วย โดยที่แต่ละหน่วยของ U ต้องการ W จำนวน 1 หน่วย และ X จำนวน 1 หน่วยซึ่ง W 1 หน่วยใช้เวลามาตรฐานเท่ากับ 1.250 ชั่วโมง และ X 1 หน่วยใช้ 1.363 ชั่วโมง และ V 1 หน่วยต้องการ W 1 หน่วย และ Y 1 หน่วย ซึ่งใช้เวลามาตรฐานตามลำดับ คือ 1.250 และ 0.733 ชั่วโมง ดังนั้น load สำหรับ work center 35 สำหรับสัปดาห์ 1 คือ = 3(1.250 + 1.363) + 7(1.250 + 0.733) = 21.72 ชั่วโมงมาตรฐาน (standard hours)

จะสังเกตเห็นในตัวอย่างนี้ได้ว่า การใช้ TPBOC ทำให้เกิด overdue loads สำหรับ work centers 35 และ 40 , load เหล่านี้ความจริงอาจเป็น loads ที่ถูกทำเสร็จไปเรียบร้อยแล้ว

TPBOC แก้ไขจุดอ่อนของ BOC ตรงที่นำเอา lead times ของการผลิตเข้ามาพิจารณาจัด load ให้แต่ละ work center ด้วย อย่างไรก็ตามจุดอ่อนที่ยังไม่ถูกขจัดไปก็คือ (1) ไม่ได้นำเอา on-hand inventory และ inprocess inventory เข้ามาพิจารณาด้วย (2) ไม่ได้คำนึงถึงขนาดของล็อต (lot size) ที่จะมีผลต่อ load ในแต่ละ time bucket

Capacity Requirements Planning (CRP)

CRP ใช้ MRP ในการกำหนด load ให้กับ work center ตาม MPS

ตัวอย่าง: MRP สำหรับ W, X และ Y แสดงในรูป 10.12 และรูป 10.13 แสดง CRP ซึ่งคาดคะเน load ที่ต้องการสำหรับ MPS ในรูป 10.8

Material Requirements Plans

ITEM W

Order quantity: 2 weeks net requirements Lead time: 2 weeks Safety stock: 0

WEEK		*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*
Gross requirements			10	10	10	10	11	12	12	13	10	10	10	10	10
Scheduled receipts			30												
Projected available balance	6		26	16	6	−4	−15	−27	−39	−52	−62	−72	−82	−92	−102
Planned order releases				15		24		23		20		20			

ITEM X

Order quantity: 2 weeks net requirements Lead time: 2 weeks Safety stock: 0

WEEK		*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*
Gross requirements			4	3	3	3	3	4	4	5	5	6	7	7	8
Scheduled receipts															
Projected available balance	10	6	3	0	−3	−6	−10	−14	−19	−24	−30	−37	−44	−52	
Planned order releases			6		8		10		13		15				

ITEM Y

Order quantity: lot for lot Lead time: 2 weeks Safety stock: 0

WEEK		*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*
Gross requirements			6	7	7	7	8	8	8	8	5	4	3	3	2
Scheduled receipts				9											
Projected available balance	15	9	11	4	−3	−11	−19	−27	−35	−40	−44	−47	−50	−52	
Planned order releases			3	8	8	8	8	5	4	3	3	2			

Figure 10-12 Material requirements plans for W, X, and Y.

Capacity Requirements Plan (load in standard labor hours)

WEEK	*OVERDUE*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*
Dept. 1 WC 15														
U		8.4	6.8	6.8	6.8	6.8	8.4	8.4	10.0	10.0	11.8	13.2	13.2	14.8
V		17.4	19.8	19.8	19.8	22.2	22.2	22.2	22.2	15.0	12.6	10.2	10.2	7.8
Total (week)		25.8	26.6	26.6	26.6	29.0	30.6	30.6	32.2	25.0	24.2	23.4	23.4	22.6
Total (month)					105.6				122.4					118.6
Total (quarter)														346.6
Dept. 2 WC 35														
W			19.0		29.6		28.8		25.0		25.0			
X			8.7		10.9		13.1		16.4		18.6			
Y			2.9	5.4	5.4	5.4	5.4	3.9	3.4	2.9	2.9	2.4		
Total (week)			30.6	5.4	46.1	5.4	47.1	3.9	44.8	2.9	46.5	2.4		
Total (month)					82.1				101.2					51.8
Total (quarter)														235.1
Dept. 2 WC 40														
W				8.5		10.1		9.7		8.5		8.5		
X				4.2		5.4		6.6		8.4		9.6		
Y		19.4		6.8	17.3	17.3	17.3	17.3	11.0	8.9	6.8	6.8	4.7	
Total (week)		19.4		17.5	17.3	32.8	17.3	33.6	11.0	25.8	6.8	24.9	4.7	
Total (month)					54.2				94.7					62.2
Total (quarter)														211.1

Figure 10-13 Capacity requirements plans for Work Centers 15, 35, and 40.

Capacity plan จากวิธีการนี้ จะมีความผันแปรใน load ในสัปดาห์ต่อสัปดาห์มากกว่า capacity plan ที่ได้จากวิธีการอื่นๆ ที่กล่าวมา ทั้งนี้ เพราะว่า CRP ขึ้นอยู่กับการออกออเดอร์ของ MRP ซึ่งแต่ละ order จะมีขนาดล็อตตามที่กำหนดใน MRP แต่วิธีการก่อนหน้านี้ไม่ได้คำนึงถึง

นอกจากนี้จำนวนชั่วโมงที่คาดการณ์ตาม CRP จะน้อยกว่าด้วย เพราะ CRP นำจำนวนคงคลังและจำนวนชิ้นส่วนที่อยู่ใน process เข้ามาคำนวณด้วย

เพื่อแสดงให้เห็นวิธีการคำนวณ, MRP ต้องการใช้ออเดอร์ขนาด 15 หน่วยของ W ออกไปให้ดำเนินการผลิตในสัปดาห์ที่ 2 ดังนั้น operation แรกของการทำ W คือที่ work center 35 ในสัปดาห์แรก (หมายถึงสัปดาห์ที่ 2) ดังนั้น load ที่สัปดาห์ที่ 2 นี้ = 15 × 1.20 + 1.00 = (run time + setup time) = 19.00 standard hours

มีจำนวน scheduled receipt 9 หน่วยของ Y จะได้รับที่สัปดาห์ 2 มี lead time 2 สัปดาห์ และมี operation ที่ work center 40 ในสัปดาห์ที่ 2 หลังจากเริ่มต้น สมมุติว่าทุกอย่างเป็นไปตามที่กำหนด ดังนั้น ในสัปดาห์ที่ 1 ตามตาราง work center 40 ต้องทำ Y นั่นคือ load ของ work center 40 เนื่องจาก Y คือ $9 \times 2.10 + 0.5 = 19.4$ standard hours

จะเห็นได้ว่า load จะลดลงอย่างรวดเร็วในสัปดาห์ที่ 11 ถึง 13 ทั้งนี้เพราะว่า MPS, ซึ่งทำหน้าที่กำหนด gross requirements ของ MRP, หมดที่สัปดาห์ 13 ในช่วงดังกล่าวไม่มีออเดอร์ออกมา

กล่าวโดยสรุป CRP มีความถูกต้องมากกว่า (โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระยะสั้น) CPF, BOC หรือ TPBOC เพราะว่า CRP พิจารณารวมไปถึง MRP orders, on-hand และ in-process inventories อย่างไรก็ตาม CRP ผิดพลาดได้เช่นกัน เพราะ lead times ทั้งหลายเป็นค่าเฉลี่ย และเวลาคอย (queue time) เป็นค่าที่ประมาณเท่านั้น

PROBLEMS

10-1 A work center works two shifts of eight hours each. There are 18 operators on each shift. Utilization is 85 percent. Efficiency is 120 percent. What is the capacity per day in standard manhours?

10-2 A company produced 2,400 units of product last quarter and produced 1,800 standard manhours of production. Standard hours produced by department were Department A—600, Department B—900, and Department C—300. The production plan in units of product for the next quarter is April—700, May—900, and June—1,000. Use the CPF technique to determine a resource plan showing the number of standard hours required by department and total by month.

10-3 A company makes a product R, which requires one each of two first-level components, S and T. Routing data for these items are as follows:

ITEM	OPERATION NO.	DEPT. NO.	WORK CENTER NO.	RUN TIME PER UNIT (STANDARD HRS.)	SETUP TIME (STANDARD HRS.)	AVERAGE LOT SIZE
R	10	1	12	0.80	1.50	20
S	10	2	16	0.50	0.60	40
	20	3	14	1.20	2.00	40
T	10	2	16	1.00	0.40	40
	20	3	14	0.30	1.20	40

Develop a bill of capacity for product R.

10-4 The MPS for product R for the next nine weeks calls for the production of 24 units in week 6 and 16 in week 9. Using the BOC obtained in Problem 10-3, develop an RCCP.

10-5 Refer to Problem 10-3. Assume that the average queue time at Work Centers 12 and 14 is two days and at WC 16 it is three days. Transportation between departments averages one day. All work centers are scheduled for eight hours per day, five days per week. Utilization and efficiency at all work centers are 85 and 120 percent, respectively. Develop a TPBOC for product R.

10-6 Use the TPBOC developed in Problem 10-5 to obtain an RCCP for the MPS given in Problem 10-4.

10-7 Develop an MRP for items S and T to support the MPS given in Problem 10-4. Items S and T have starting inventories of 8 and 12. In addition, there is an open order for 4 Ts scheduled to be received in week 2. The ordering policy for S and T is to order two weeks' net requirements. Safety stock is zero. Using the MPS and MRP and routing data given in Problems 10-3 and 10-5, develop a CRP.

5. Job sequencing and operations scheduling

5.1 Job sequencing: มีลักษณะของปัญหาดังนี้:- มีงาน (job) จำนวน n งาน แต่ละงานมีเวลาสำหรับ setup, เวลาสำหรับดำเนินกระบวนการในเครื่องจักร (processing time) และเวลาถึงกำหนดแล้วเสร็จ (due) งานแต่ละงานจะต้องผ่านเครื่องจักรหลายเครื่อง ปัญหาคือ จะจัดลำดับงานเข้าเครื่องจักรอย่างไรจึงจะเกิดความเหมาะสมที่สุดตามเกณฑ์ประเมินการทำงานที่กำหนด เกณฑ์ประเมินการทำงาน (performance criteria) ที่เราอาจนำไปใช้ประเมินความเหมาะสมของการจัดลำดับได้แก่

1. Mean flow time หรือ mean time in the shop หมายถึง เวลาเฉลี่ยที่งานหนึ่งชิ้นอยู่ในกระบวนการผลิต
2. Idle time ของ machine
3. Mean lateness [lateness ของงาน หมายถึง ความแตกต่างระหว่างเวลาที่ใช้ทำงานทั้งหมดกับเวลาแล้วเสร็จของงาน (due date)]
4. Mean eariness ของงานทั้งหมด [ถ้าหากงานใดงานหนึ่งเสร็จก่อนวันแล้วเสร็จ (due date) ค่า lateness จะเป็นลบ เราเรียกว่า eariness แทน]
5. Mean tardiness ของงานทั้งหมด [ถ้างานใดงานหนึ่งเสร็จหลังวันกำหนดแล้วเสร็จ (due date) จะมีค่า lateness เป็นบวก เราเรียกว่า tardiness แทน]
6. Mean queue time (เวลารอเฉลี่ย)
7. จำนวนงานโดยเฉลี่ยในระบบ (Mean number of jobs in the system)
8. เปอร์เซนต์ของจำนวนงานที่ล่าช้า (Percentage of jobs late)

ลักษณะหรือชนิดของปัญหาของ job sequencing จะถูกกำหนดด้วย factor เหล่านี้

1. จำนวน jobs หรือจำนวนงานที่ต้องจัดลำดับ
2. จำนวนเครื่องจักร (machine) ที่เกี่ยวข้อง
3. ประเภทของการผลิต (flow shop หรือ job shop)
4. ลักษณะที่งานเข้ามาที่เครื่องจักร หรือหน่วยผลิต (facility) [เป็นแบบ static หรือ dynamic]
5. เกณฑ์ที่ใช้เปรียบเทียบทางเลือก (scheduling alternative) แบบต่างๆ

Factor อื่นๆ ยกเว้น 4 มีความหมายชัดเจนอยู่แล้ว ส่วน factor 4 คำว่า static หมายความว่า n job ที่ให้จัดลำดับนั้น พร้อมอยู่แล้วตั้งแต่เริ่มต้น แต่ถ้าหากเป็น dynamic งานจะเข้ามาให้จัดลำดับแบบไม่แน่นอน (stochastic process)

ตัวอย่าง: Two jobs, A and B, are required to be scheduled on two machines, M1 and M2. Each job is processed first on M1, then on M2. The processing times of these jobs are as follows:

		Processing Time	
		M1	M2
Jobs:	A	8	5
	B	7	10

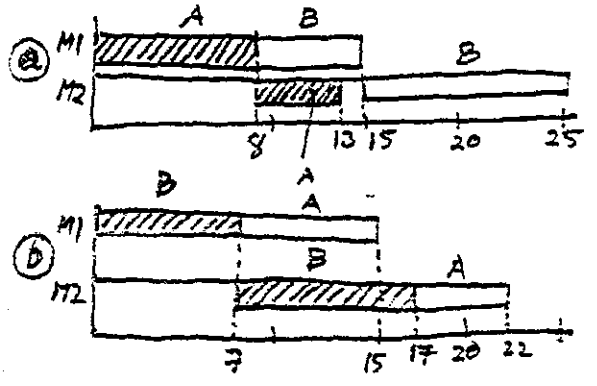
Find the sequence of these jobs that minimizes the make span.

Solution

จำนวนงาน = 2 (factor 1)

จำนวนเครื่องจักร = 2 (factor 2)

งานจะต้องผ่าน M1 แล้วต่อด้วย M2 (ลักษณะของ flow shop, factor 3) งานทั้งสองพร้อมตั้งแต่เริ่มต้นให้ทำการจัดลำดับการผลิต (static, factor4) เกณฑ์ที่ใช้ตัดสินทางเลือก คือ make span มีค่าต่ำสุด (make span คือ ระยะเวลาตั้งแต่เริ่มผลิตงานแรกจนทำงานสุดท้ายเสร็จ)



ในรูป (a) แสดงผลของการจัดให้ A เข้าเครื่องจักรก่อน B ส่วนในรูป (b) จัดให้ B ก่อน A จะเห็นได้ว่ากรณีหลังกระบวนการผลิตใช้เวลาเพียง 22 หน่วยเวลา และกรณีแรกใช้เวลา 25 หน่วยเวลา (make span = 22 และ 25 ตามลำดับ)

5.2 n Jobs, one machine: เป็นปัญหาของการจัดลำดับให้กับงาน n งาน บนเครื่องจักรเครื่องเดียว คำว่าเครื่องจักร หรือ machine ในที่นี้หมายถึงอุปกรณ์การผลิต ซึ่งอาจเป็นเครื่องจักร, อุปกรณ์ขนถ่าย (material-handling device), หุ่นยนต์ หรือ manufacturing cell ซึ่งอุปกรณ์เหล่านี้มีเพียง 1 หน่วยเท่านั้น

5.2.1 n jobs, 1 MACHINE: MFT: หมายความว่า เป็นปัญหาของ job จำนวน n jobs ที่จะต้องถูกจัดลำดับเข้า machine จำนวนเครื่องเดียว โดยมีเป้าหมายเพื่อให้ mean flow time มีค่าต่ำสุด

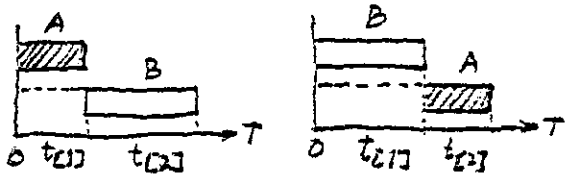
$$MFT = \frac{\sum_{r=1}^{n} C_i}{n}$$

โดยที่ MFT = mean flow time

C_i = completion line ของ job i $[C_i = W_i + t_i]$

n = จำนวน job ที่จะถูกจัดลำดับเข้าเครื่อง

พิจารณางาน 2 งาน A และ B ถ้า processing time ของงานทั้งสองเป็น t_A และ t_B ตามลำดับ และไม่มี due date สมมุติว่างาน t_A สั้นกว่างาน t_B นั่นคือ $t_A < t_B$; เราสมมุติว่างานใดจะเริ่มต้นก่อนก็ได้ที่เวลา T = 0 ดังนั้นเรามีทางเลือก 2 ทางคือ ไม่เริ่ม A ก็เริ่ม B ก่อน ดังในรูปข้างล่าง



ถ้าให้ $t_{[1]}$ คือ เวลาในการดำเนิน process หรือ processing time ของงานแรก และ

$t_{[2]}$ คือ processing time ของงานที่ตาม

$$\therefore \text{ MFT } = \frac{\sum_{i=1}^{n}}{n} = \left(t_{[1]} + t_{[1]} + t_{[2]}\right)\frac{1}{2}$$

จะเห็นได้ว่า $t_{[1]}$ ปรากฏ 2 ครั้งในสมการข้างบน และ $t_{[2]}$ ปรากฏ 1 ครั้ง ดังนั้น MFT จะมีค่าน้อยที่สุด ถ้า $t_{[1]}$ มีค่าน้อย นั่นคือ MFT จะมีค่าต่ำสุด เมื่อเรียงงานตาม processing time ของงานจากน้อยไปหามาก (shortest processing time (SPT)

ตัวอย่าง: Given the following processing times of 4 job on a machine. Find the optimal sequence of jobs such that the mean flow time is minimized.

Job i	J1	J2	J3	J4
Processing time (t_i)	7	6	8	5

Solution: ตาม SPT เราได้ sequence ดังนี้ คือ J4 → J2 → J1 → J3 ซึ่งคำนวณ MFT ได้ดังนี้

Job	W_i		t_i		C_i
J4	0		5		5
J2	5		6		11
J1	11		7		18
J3	18		8		26
	34	+	26	=	60

$$\therefore \text{MFT} = \frac{60}{4} = 15$$

SPT เป็นกฎของการทำ sequencing อย่างหนึ่ง จึงเรียกว่า **SPT rule**

STP rule นอกจากจะทำให้ MFT มีค่าต่ำสุดแล้วยังทำให้เวลาสายโดยเฉลี่ยต่องาน (men job lateness) มีค่าต่ำสุดด้วย

ถ้า L_i คือ ค่า lateness ของงาน i

$$L_i = C_i - d_i$$

โดยที่ C_i คือ competitions time ของ job i

d_i คือ due date ของ job i

และค่า mean lateness (L) คือ

$$L = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} L_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(C_i - d_i)$$

$$L = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} C_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i = \text{MFT} - \bar{d}$$

นั่นคือ mean lateness (L) จะมีค่าต่ำสุด ถ้า MFT มีค่าต่ำสุด เพราะว่า $\bar{d}$ มีค่าคงที่

จากตัวอย่างที่แล้ว ถ้าเราคำนวณค่า lateness โดยสมมุตว่า d_i ปรากฏตัวในตาราง

Job	t_i	C_i	d_i	L_i	
J4	5	5	20	-15	
J2	6	11			← tardy jobs
J1		18	18		
J3	3	26	26	16	← tardy jobs
				$\sum L_i = 4$	

$$L = (4)\times\frac{1}{4} = 1.00$$ และจำนวนงานล่าช้า = 2 งาน

ในบางครั้งเราต้องการให้ความสำคัญกับงานบางงานตามลำดับความสำคัญของงาน (เช่นให้น้ำหนักเป็นค่า g_i ถ้ามีความสำคัญมาก ค่ายิ่งมาก) เกณฑ์ในการจัดลำดับของกรณีนี้ คือ เพื่อให้ค่าเฉลี่ยของ flow time ที่ถูกถ่วงน้ำหนังมีค่าต่ำสุด (mean weighted flow time – MWFT) นี่คือ กฎของการจัดลำดับที่เรียกว่า MWFT rule

$$\frac{t_1}{g_1} \le \frac{t_2}{g_2} \le \frac{t_3}{g_3} \le \ldots \le \frac{t_n}{g_n}$$

ตัวอย่าง: Assume that the weights assigned to jobs 1, 2, 3 and 4 in the previous example are 7, 5, 10 and 3, respectively, on a scale of 0 to 10, where 10 represents the highest priority and 0 represents the last priority. Find the optimum sequence that minimizes the man weighted flow time of the jobs.

Solution

Job	t_1	g_i	t_i / g_i
J1	7	7	1.0
J2	6	5	1.2
J3	8	10	0.80
J4	5	3	1.66

$\therefore$ sequence ที่เหมาะสมคือ J3 $\longrightarrow$ J1 $\longrightarrow$ J2 $\longrightarrow$ J4

กฎอีกกฎหนึ่งที่เป็นที่รู้จักกันดีคือ จัดเรียงงานตามลำดับของเวลาแล้วเสร็จ (due date) ซึ่งเรียกว่า Earliest Due Date (EDD) rule กฎหรือเกณฑ์นี้จะทำให้ ความล่าช้ามากที่สุดมีค่าน้อยที่สุด (minimize the maximum lateness of n jobs) คือ เรียงตาม

$$d_1 \leq d_2 \leq d_3 \ldots \leq d_n$$

แต่กฎข้อนี้มีแนวโน้มทำให้เกิดจำนวนงานล่าช้ามากขึ้น เพราะฉะนั้นเวลาสายเฉลี่ยเพิ่มขึ้น

ตัวอย่าง: For the data given the example on range 127 with due dates, fine the sequence for the jobs such that the maximum lateness of all jobs is minimized

Job	t_i	C_i	d_i	L_i	
J2	6	6	8	-2	
J3	8	14	10	4	} tardy jobs
J1	7	21	18	3	} tardy jobs
J4	5	26	20	6	} tardy jobs
				11	

$$L = \frac{11}{4} = 2.78 \text{ ; No. of tardy jobs} = 3 \text{ jobs}$$

5.2.2 n Jobs, 1 Machine: Common due date

ลักษณะของปัญหาคือ – มีเครื่องจักรเครื่องเดียว มีงาน n งาน งานทั้งหมดพร้อมสำหรับการผลิตที่เวลา 0 และ processing time ของงาน i คือ t_i , $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ งานทั้งหมดมีวันกำหนดแล้วเสร็จเดียวกัน (d)

วัตถุประสงค์ของการจัดลำดับงานก็คือ เพื่อให้ค่าเฉลี่ยของผลรวมของความเบี่ยงเบนของเวลาเสร็จงาน (completion time) ไปจากเวลากำหนดแล้วเสร็จมีค่าต่ำสุด หรือ

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^{n} |C_i - d_i|$$

$$\text{Subject to } S_{[1]} = 0$$

โดยที่ C_i = completion time ของ job i, $(C_i = W_i + t_i)$

W_i = waiting time ของ job i

$S_{[1]}$ = เวลาเริ่มต้นของ job 1

จะเห็นได้ชัดว่า ในกรณีนี้ $d \leq MS$ (MS คือ make span ซึ่ง $MS = \sum_{i=1}^{n} t_i$) นั่นคือ จะมีบางงานเสร็จก่อน d และบางงานเสร็จหลัง d กรณีนี้ ความจริงยังไม่มีวิธีการใดที่ให้ optimum solution อย่างแน่นอนได้ ในที่นี้จึงใช้ heuristic (เป็นวิธีการหาคำตอบให้กับปัญหา ซึ่งสามารถแสดงให้เห็นได้ว่า จะได้คำตอบที่ดี แต่ไม่รับรองว่าคำตอบที่ได้นั้นดีที่สุด (optimal) หรือไม่) โดยอาศัยหลักของการ **V-shaped scheduling** กล่าวคือ **job ทั้งหลายที่เสร็จก่อน due date จะถูกเรียงตามลำดับของ processing time จากสูงมาต่ำ (nonincreasing order of their processing times) และ job ทั้งหลายที่เสร็จหลัง due date จะถูกเรียงตามลำดับของ processing time จากน้อยไปหามาก (nondecreasing processing time)**

ขั้นตอนการหาคำตอบ (algorithm) เป็นดังนี้

Step 1: กำหนดให้ A และ B เป็น set ของ sequence 2 set โดยที่ใน A, งานจะถูกเรียกจาก t_i มากไปน้อย และ B, เรียงจากน้อยไปมาก แล้วทำ A และ B ให้เป็น empty set

$A \leftarrow \phi$; $B \leftarrow \phi$

ϕ = empty set

Step 2: คำนวณและกำหนดค่าดังนี้ :-

Make span, $MS = \sum_{i=1}^{n} t_i$

$i = n$

$R = MS - d$

$L = d$

Step 3: ถ้า $R \geq L$, $A \leftarrow AUi$ (กำหนดงาน i ให้ set A)

ถ้า $R < L$, $B \leftarrow BUi$ (กำหนดงาน i ให้ set B)

ถ้า $i = 1$ ไป step 5

Step 4: $R \leftarrow R - t_i$, ถ้า $i \in A$

$L \leftarrow L - t_i$, ถ้า $i \in B$

$i = i - 1$

กลับไป step 3

Step 5: ทำ set 2 set มาต่อกัน โดยวาง B ก่อนหน้า A และ $S_{[1]} = 0$

ตัวอย่าง: Given 7 sets with processing times of 1, 3, 6, 5, 12, 16 and 22; $i = 1, 2, \ldots, 7$; and $d = 21$, determine an optimal schedule that minimizes the deviations of the job completion time from the due date

Step 1: $A \leftarrow \phi;\ B \leftarrow \phi$

Step 2: $MS = \sum_{i=1}^{7} t_i = 68$

$i = 7;\quad R = 68 - 21 = 47;\quad L = 21$

Step 3: $R \geq L \ \therefore\ A \leftarrow (7);$

Step 4: $R = 47 - 22 = 25,\quad L = 21,\quad i = 6$

$R > L;\quad A \leftarrow (0,7), R = 25$

$R < L;\quad B \leftarrow (5),\quad R = 9,\quad L = 21 - 12 = 9,\quad i = 4$

$R = L;\quad A \leftarrow (4, 6, 7),\quad R = 9 - 8 = 1,\quad L = 9,\quad i = 3$

$R < L;\quad B \leftarrow (5,3),\quad R = 1,\quad L = 9 - 6 = 3,\quad i = 2$

$R < L;\quad B \leftarrow (5,3,2),\quad R = 1,\quad L = 3 - 3 = 0,\quad i = 1$

$R > L;\quad A \leftarrow (1,4,6,7)$

Step 5: Schedule = 5, 3, 2, 14, 6, 7

$\therefore$ completion time = 12, 18, 21, 23, 30, 46, 68 ผลรวมของความเบี่ยงเบนจาก due date = 94

ผลิตโดย : สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ
สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี