เฉลยงานในชั้นเรียน วิชาสถิตยศาสตร์วิศวกรรม

(Engineering Statics Classwork)

โดย...

อาจารย์เชาวน์ หิรัญตียะกุล

ผู้ช่วยสอนกิตติภูมิ เศรษฐกัมภู

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

อภินันทนาการ

Engineering Statics

Classwork Answers

ศูนย์บรรณสารและสื่อการศึกษา
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Classwork # 1

จงหาค่า X, Y, Z จากสมการต่อไปนี้ $2X \quad Y + Z = 5$ .....(1)

$-3X + 2Y - 2Z = 8$ .....(2)

$X + Y + Z = 9$ .....(3)

Sol

นำสมการ (1) * 2 $4X \ 2Y + 2Z = 10$ .....(4)

นำสมการ (4) + (2) $X + 0Y + 0Z = 18$ .....(5)

แก้สมการที่ (5) ได้ $X = 18$

นำสมการ (1) + (3) $3X + 0Y + 2Z = 14$ .....(6)

นำค่า X แทนในสมการ (6) และแก้สมการได้ค่า $Z = -20$

นำค่า X, Z แทนในสมการ (3) และแก้สมการได้ค่า $Y = 11$

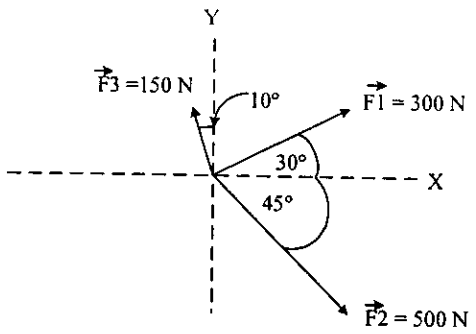
สรุป $X = 18$

$Y = 11$

$Z = -20$

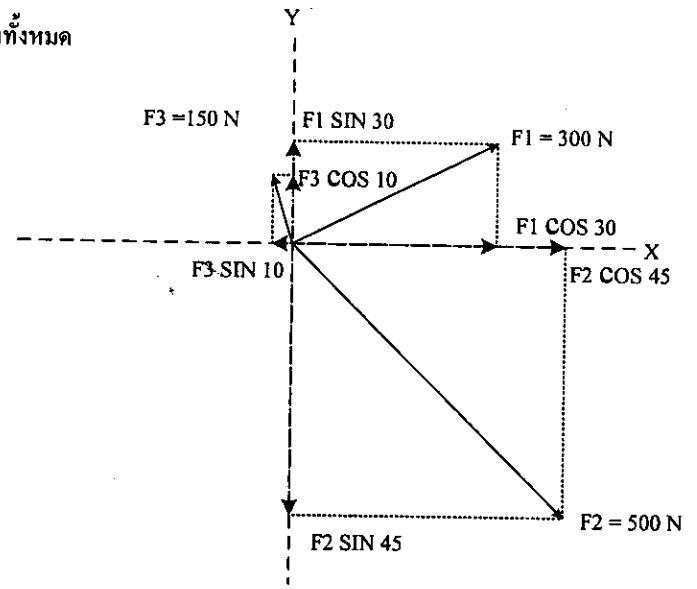
Classwork # 2

จงหา $\vec{R} = \vec{F1} + \vec{F2} + \vec{F3}$



Sol

แตกแรงทั้งหมด



$+\sum Fx = Rx = F1\cos30 + F2\cos45 - F3\sin10$

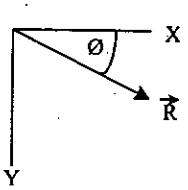
$Rx = 300\cos30 + 500\cos45 - 150\sin10 = 587.31\ N$

$+\sum Fy = Ry = F1\sin30 - F2\sin45 + F3\cos10$

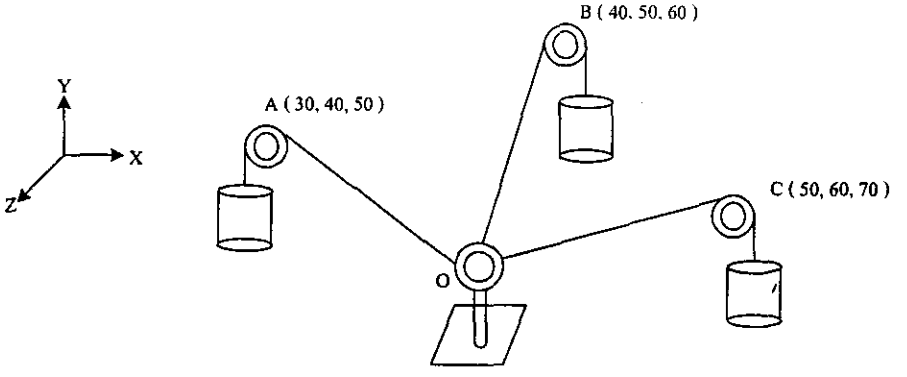
$Ry = 300\sin30 - 500\sin45 + 150\cos10 = -55.83\ N$

$R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2} = \sqrt{(587.31) + (-55.83)} = 589.96\ N = 590\ N$

$\tan\emptyset = Ry/Rx \quad \Rightarrow \quad \emptyset = 5.43°$



Classwork # 3



จงหาแรงกระทำที่จุด o มีขนาดและทิศทางเท่าไร

Sol

$$\vec{\lambda}_{OA} = \frac{\vec{OA}}{|\vec{OA}|} = \frac{30\hat{i} + 40\hat{j} + 50\hat{k}}{\sqrt{30^2 + 40^2 + 50^2}} = \frac{30\hat{i}}{\sqrt{5000}} + \frac{40\hat{j}}{\sqrt{5000}} + \frac{50\hat{k}}{\sqrt{5000}}$$

$$\vec{F}_A = F_A.\vec{\lambda}_{OA} = \frac{100 \quad (30\hat{i} + 40\hat{j} + 50\hat{k})}{\sqrt{5000}} = \frac{3000\hat{i}}{\sqrt{5000}} + \frac{4000\hat{j}}{\sqrt{5000}} + \frac{5000\hat{k}}{\sqrt{5000}}$$

$$\vec{\lambda}_{OB} = \frac{\vec{OB}}{|\vec{OB}|} = \frac{40\hat{i} + 50\hat{j} + 60\hat{k}}{\sqrt{40^2 + 50^2 + 60^2}} = \frac{40\hat{i}}{\sqrt{7700}} + \frac{50\hat{j}}{\sqrt{7700}} + \frac{60\hat{k}}{\sqrt{7700}}$$

$$\vec{F}_B = F_B.\vec{\lambda}_{OB} = \frac{200 \quad (40\hat{i} + 50\hat{j} + 60\hat{k})}{\sqrt{7700}} = \frac{8000\hat{i}}{\sqrt{7700}} + \frac{10000\hat{j}}{\sqrt{7700}} + \frac{12000\hat{k}}{\sqrt{7700}}$$

$$\vec{\lambda}_{OC} = \frac{\vec{OC}}{|\vec{OC}|} = \frac{50\hat{i} + 60\hat{j} + 70\hat{k}}{\sqrt{50^2 + 60^2 + 70^2}} = \frac{50\hat{i}}{\sqrt{11000}} + \frac{60\hat{j}}{\sqrt{11000}} + \frac{70\hat{k}}{\sqrt{11000}}$$

$$\vec{F}_C = F_C.\vec{\lambda}_{OC} = \frac{300 \quad (50\hat{i} + 60\hat{j} + 70\hat{k})}{\sqrt{11000}} = \frac{15000\hat{i}}{\sqrt{11000}} + \frac{18000\hat{j}}{\sqrt{11000}} + \frac{21000\hat{k}}{\sqrt{11000}}$$

$$\vec{R} = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C$$

$$\vec{F}_A = \frac{3000\hat{i}}{\sqrt{5000}} + \frac{4000\hat{j}}{\sqrt{5000}} + \frac{5000\hat{k}}{\sqrt{5000}} +$$

$$\vec{F}_B = \frac{8000\hat{i}}{\sqrt{7700}} + \frac{10000\hat{j}}{\sqrt{7700}} + \frac{12000\hat{k}}{\sqrt{7700}} +$$

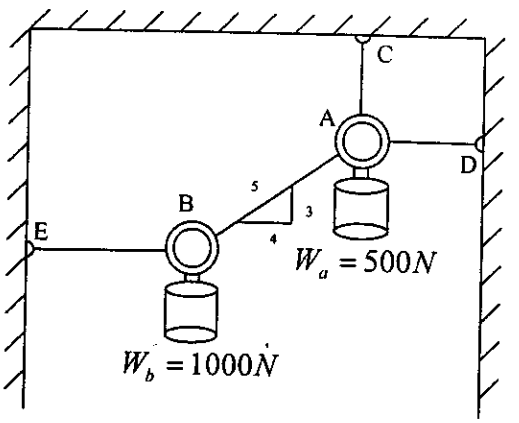
$$\vec{F}_C = \frac{15000\hat{i}}{\sqrt{11000}} + \frac{18000\hat{j}}{\sqrt{11000}} + \frac{21000\hat{k}}{\sqrt{11000}}$$

$$\therefore \vec{R} = 276.614\hat{i} + 342.152\hat{j} + 407.691\hat{k}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{276.614^2 + 342.152^2 + 407.691^2} = 599.83\,N$$

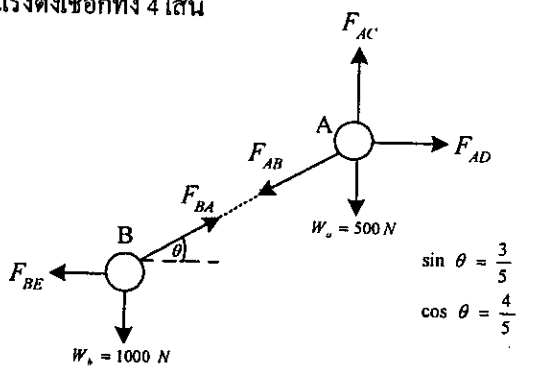
$$\vec{\lambda}_R = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{276.614\hat{i} + 342.152\hat{j} + 407.691\hat{k}}{599.83} = 0.461\hat{i} + 0.570\hat{j} + 0.680\hat{k}$$

Classwork # 4



จงหาขนาดของแรงดึงเชือกทั้ง 4 เส้น

Sol



พิจารณาอนุภาค B ก่อน

$$\xrightarrow{+}\sum F_X = 0; -F_{BE} + F_{BA}\cos\theta = 0 \qquad \ldots(1)$$

$$\uparrow +\sum F_Y = 0; F_{BA}\cos\theta + (-1000) = 0 \qquad \ldots(2)$$

แก้สมการ(1),(2) ได้

$$F_{BA} = \frac{5000}{3} = 1666.67N \quad \blacktriangleleft$$

$$F_{BE} = \frac{4000}{3} = 1333.33N \quad \blacktriangleleft$$

พิจารณาอนุภาค A โดย $F_{BA} = F_{AB}$

$$\xrightarrow{+}\sum F_X = 0; -F_{AB}\cos\theta + F_{AD} = 0 \qquad \ldots(3)$$

$$\uparrow +\sum F_Y = 0; -F_{AB}\sin\theta + F_{AC} + (-500) = 0 \qquad \ldots(4)$$

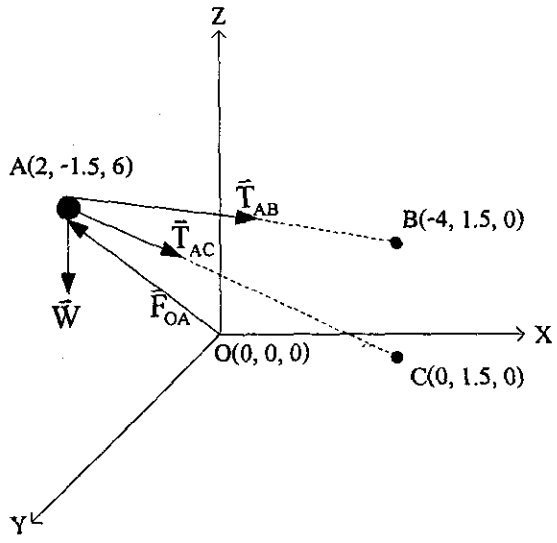
แก้สมการ(3),(4) ได้

$$F_{AC} = 1500N \quad \blacktriangleleft$$

$$F_{AD} = \frac{4000}{3} = 1333.33N \quad \blacktriangleleft$$

Classwork 5

โคมไฟมีน้ำหนัก 150 N ถูกค้ำไว้ด้วยเสา AO และดึงด้วยเชือก AB และ AC ถ้าแรงในเสา AO กระทำอยู่ในแนวของเสา จงหาค่าแรงในเสา AO แรงดึงเชือก AB และ AC ถ้าระบบแรงอยู่ในสมดุล



Sol เขียนเวคเตอร์แรง

$$\vec{T}_{AB} = T_{AB} \bullet \vec{\lambda}_{AB} = T_{AB}\left(\frac{(-4-2)\hat{i}+(1.5-(-1.5))\hat{j}+(0-6)\hat{k}}{\sqrt{(-4-2)^2+(1.5-(-1.5))^2+(0-6)^2}}\right) = \frac{-6T_{AB}\hat{i}+3T_{AB}\hat{j}-6T_{AB}\hat{k}}{9}\,N$$

$$\vec{T}_{AC} = T_{AC} \bullet \vec{\lambda}_{AC} = T_{AC}\left(\frac{(0-2)\hat{i}+(1.5-(-1.5))\hat{j}+(0-6)\hat{k}}{\sqrt{(0-2)^2+(1.5-(-1.5))^2+(0-6)^2}}\right) = \frac{-2T_{AC}\hat{i}+3T_{AC}\hat{j}-6T_{AC}\hat{k}}{7}\,N$$

$$\vec{F}_{OA} = F_{OA} \bullet \vec{\lambda}_{OA} = F_{OA}\left(\frac{(2-0)\hat{i}+(-1.5-0)\hat{j}+(6-0)\hat{k}}{\sqrt{(2-0)^2+(-1.5-0)^2+(6-0)^2}}\right) = \frac{2F_{OA}\hat{i}-1.5F_{OA}\hat{j}+6F_{OA}\hat{k}}{6.5}\,N$$

$$\vec{W}_{OA} = W \bullet \vec{\lambda}_W = -W\hat{k} = -150\,\hat{k} \qquad N$$

$$\sum \vec{F}_X = 0; \quad \frac{-6T_{AB}}{9} - \frac{2T_{AC}}{7} + \frac{2F_{OA}}{6.5} = 0 \qquad \text{.....(1)}$$

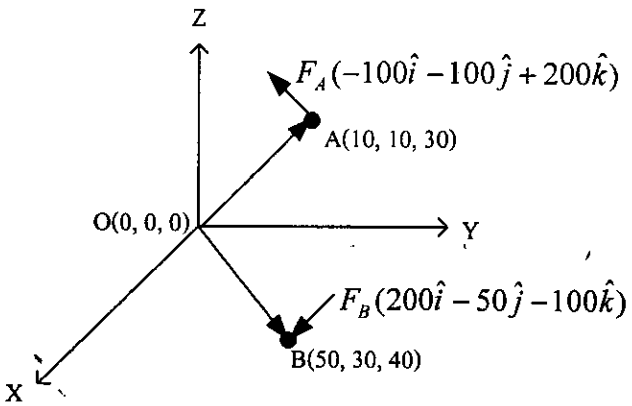
$$\sum \vec{F}_Y = 0; \quad \frac{3T_{AB}}{9} + \frac{3T_{AC}}{7} - \frac{1.5F_{OA}}{6.5} = 0 \qquad \text{.....(2)}$$

$$\sum \vec{F}_Z = 0; \quad \frac{-6T_{AB}}{9} - \frac{6T_{AC}}{7} + \frac{6F_{OA}}{6.5} = 150 \qquad \text{.....(3)}$$

$$T_{AB} = 112.5N, \quad T_{AC} = 87.5N, \quad F_{OA} = 325N$$

Classwork 6

จงหาขนาดและทิศทางของความพยายามหมุดลัพธ์ของจุด O ซึ่งเกิดจากแรง F_A และ F_B



Sol

$$\vec{M}_A = \vec{r}_{OA} \times \vec{F}_A = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} & \hat{i} & \hat{j} \\ 10 & 10 & 30 & 10 & 10 \\ -100 & -100 & 200 & -100 & -100 \end{vmatrix}$$

$$= (2000-(-3000))\hat{i} + (-3000-(2000))\hat{j} + (-1000-(-1000))\hat{k}$$

$$= 5000\hat{i} - 5000\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\vec{M}_B = \vec{r}_{OB} \times \vec{F}_B = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} & \hat{i} & \hat{j} \\ 50 & 30 & 40 & 50 & 30 \\ 200 & -50 & -100 & 200 & -50 \end{vmatrix}$$

$$= (-3000-(-2000))\hat{i} + (8000-(-5000))\hat{j} + (-2500-(6000))\hat{k}$$

$$= -1000\hat{i} + 13000\hat{j} - 8500\hat{k}$$

$$\vec{M}_o^R = \vec{M}_A + \vec{M}_B = (5000+(-1000))\hat{i} + (-5000+(13000))\hat{j} + (0+(-8500))\hat{k}$$

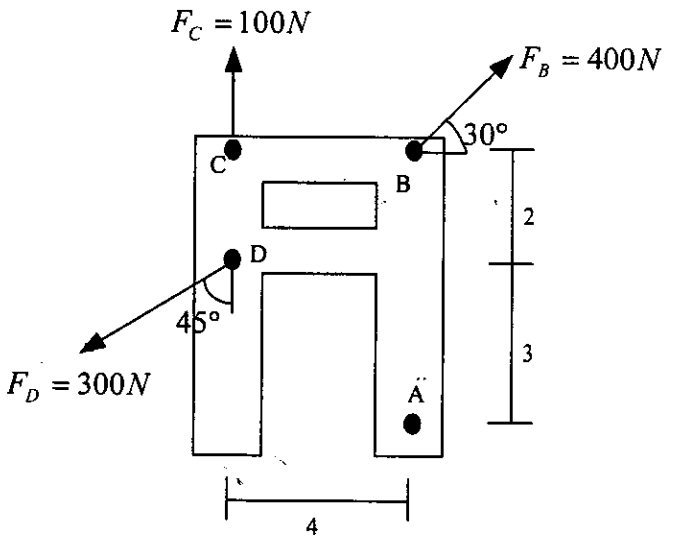
$$= 4000\hat{i} + 8000\hat{j} - 8500\hat{k}$$

$$\left|\vec{M}_O^R\right| = \sqrt{4000^2 + 8000^2 + (-8500)^2} = \sqrt{152250000} = 12338.96 N.M \quad *$$

$$\vec{\lambda}_R = \frac{4000\hat{i} + 8000\hat{j} - 85000\hat{k}}{\sqrt{152250000}} = 0.324\hat{i} + 0.648\hat{j} - 0.689\hat{k} \quad *$$

Classwork 7

จงหาความพยายามหมุดลัพธ์ที่จุด A และ B



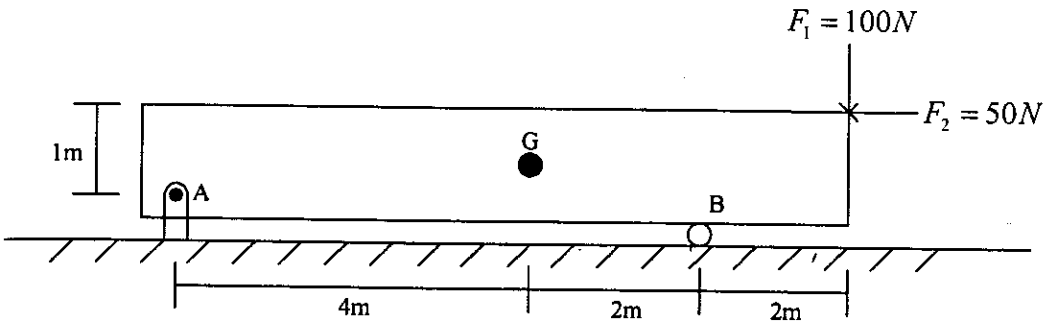
Sol

$$\circlearrowleft +\sum M_A = -F_B\cos 30^\circ(5) - F_C(4) + F_D\sin 45^\circ(3) + F_D\cos 45^\circ(4)$$
$$= -400\cos 30^\circ(5) - 100(4) + 300\sin 45^\circ(3) + 300\cos 45^\circ(4)$$
$$= -647.13\text{N.m} = 647.13\text{N.m} \circlearrowright \quad *$$

$$\circlearrowleft +\sum M_B = -F_C(4) - F_D\sin 45^\circ(2) + F_D\cos 45^\circ(4)$$
$$= -100(4) - 300\sin 45^\circ(2) + 300\cos 45^\circ(4)$$
$$= 24.26\text{N.m} \circlearrowleft \quad *$$

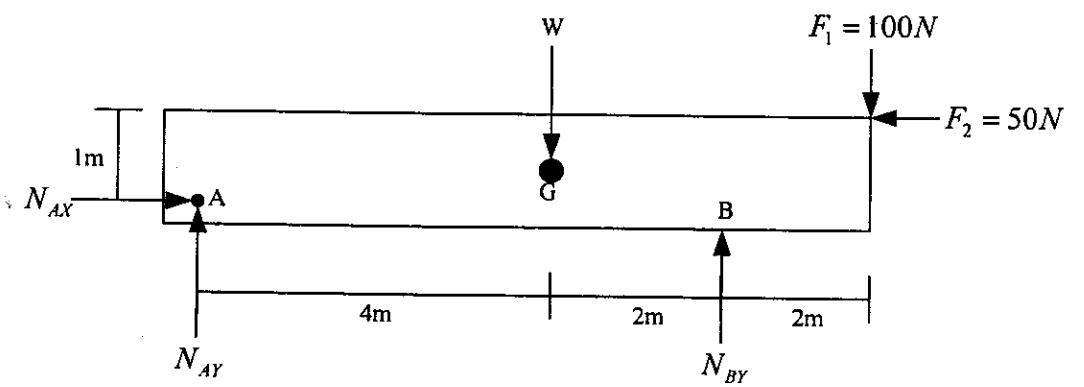
Classwork 8

จงหาแรงปฏิกิริยาที่จุด A และ B ถ้าน้ำหนัก W = 150 N กระทำที่จุด G



Sol

เขียน FBD.



สมการความสมดุล

$$\circlearrowleft + \sum M_A = 0; \quad N_{BY}(6) - F_1(8) + F_2(1) - W(4) = 0$$
$$N_{BY}(6) - 100(8) + 50(1) - 150(4) = 0$$
$$\therefore N_{BY} = 225N(\uparrow) \quad *$$

$$\Rightarrow + \sum F_X = 0; \quad N_{AX} - F_2 = 0$$
$$N_{AX} - 50 = 0$$
$$\therefore N_{AX} = 50N(\rightarrow) \quad *$$

$$\Uparrow + \sum F_Y = 0; \quad N_{AY} - F_1 - W + N_{BY} = 0$$
$$N_{AY} - 100 - 150 + 225 = 0$$
$$\therefore N_{AY} = 25N(\uparrow) \quad *$$

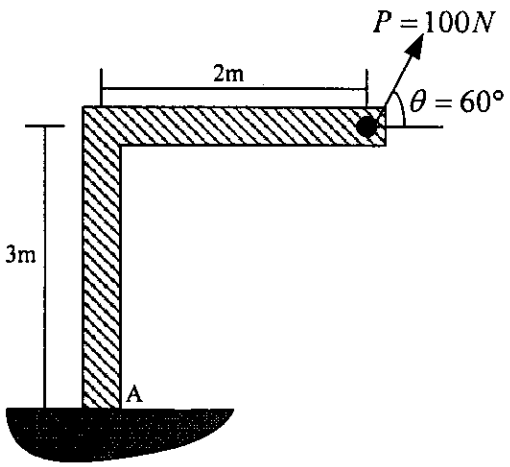
สรุปคำตอบ

$$N_A = \sqrt{N_{AX}^2 + N_{AY}^2} = 55.90N, \qquad \theta = \tan^{-1}\left[\frac{N_{AY}}{N_{AX}}\right] = 26.57^\circ$$

$$N_B = 225N \uparrow$$

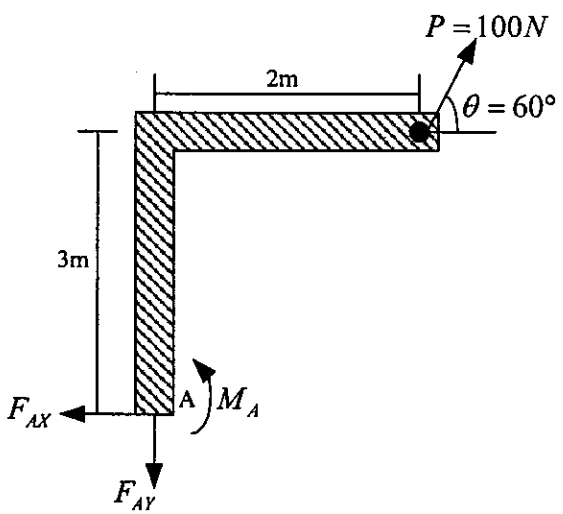
Classwork 9

จากรูปจงหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A



Sol

FBD.



พิจารณาสมดุลแรง

$$\Rightarrow +\sum F_x = 0;$$

$$P\cos 60° - F_{AX} = 0$$

$$100\cos 60° - F_{AX} = 0$$

$$\therefore F_{AX} = 50N \Leftarrow$$

$$\Uparrow +\sum F_Y = 0;$$

$$P\sin 60° - F_{AY} = 0$$

$$100\sin 60° - F_{AY} = 0$$

$$\therefore F_{AY} = 86.6025N \Downarrow$$

$$\circlearrowleft^{+}\sum M_A = 0;$$

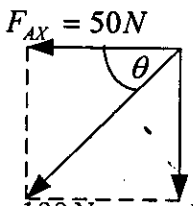
$$M_A + P\sin 60°(2) - P\cos 60°(3) = 0$$

$$M_A + 100\sin 60°(2) - 100\cos 60°(3) = 0$$

$$\therefore M_A = -23.205N.m = 23.205N.m \circlearrowright$$

สรุปคำตอบ

$$F_A = \sqrt{F_{AX}{}^2 + F_{AY}{}^2} = 100N$$

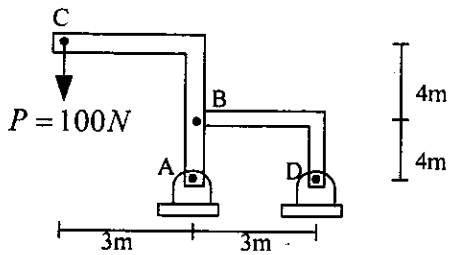


$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_{AY}}{F_{AX}}\right) = 60°$$

$$M_A = 23.205N.m \circlearrowright$$

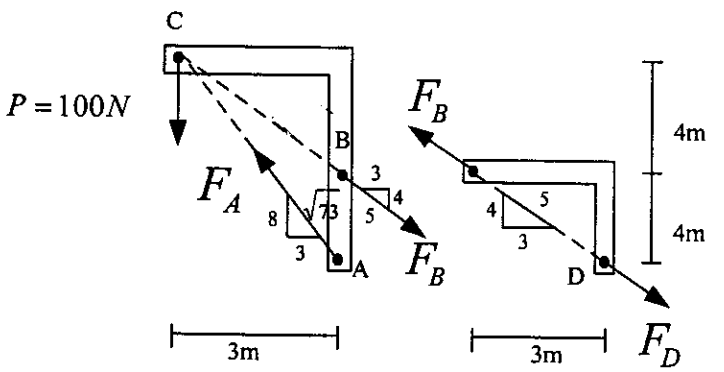
Classwork 10

จงหาแรงที่กระทำต่อชิ้นส่วน ABC ที่จุด A และ B



Sol

FBD.ชิ้นส่วน ABC และ BD



พิจารณาสมการความสมดุลของชิ้นส่วน ABC

$$\Rightarrow +\sum F_X = 0;$$

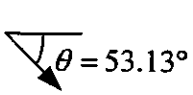
$$\frac{3}{5}F_B - \frac{3}{\sqrt{73}}F_A = 0 \qquad \text{....(1)}$$

$$\Uparrow +\sum F_Y = 0;$$

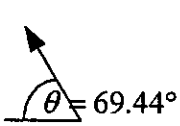
$$-\frac{4}{5}F_B + \frac{8}{\sqrt{73}}F_A - 100 = 0 \qquad \text{....(2)}$$

แก้ทั้ง 2 สมการได้

$F_B = 125N$ $\qquad \theta = \tan^{-1}(\frac{4}{3}) = 53.13°$

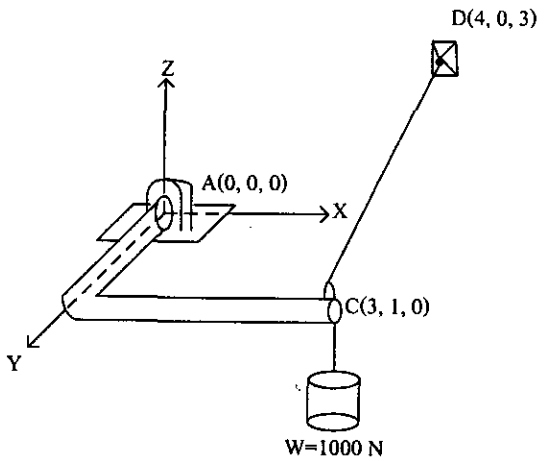


$F_A = 213.6N$ $\qquad \theta = \tan^{-1}(\frac{8}{3}) = 69.44°$

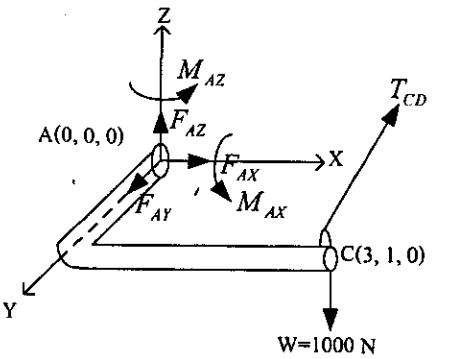


Classwork 11

จงหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A และแรงดึงเชือก CD



FBD



Sol

เขียนเวคเตอร์แรง

$$\vec{\lambda}_{CD} = \frac{(4-3)\hat{i} + (0-1)\hat{j} + (3-0)\hat{k}}{\sqrt{(4-3)^2 + (0-1)^2 + (3-0)^2}} = \frac{1\hat{i} - 1\hat{j} + 3\hat{k}}{\sqrt{11}}$$

$$\vec{r}_{AC} = 3\hat{i} + 1\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\vec{T}_{CD} = T_{CD} \bullet \vec{\lambda}_{CD} = \left(\frac{1\hat{i} - 1\hat{j} + 3\hat{k}}{\sqrt{11}}\right) T_{CD}$$

$$\vec{F}_A = F_{AX}\hat{i} + F_{AY}\hat{j} + F_{AZ}\hat{k}$$

$$\vec{W} = 0\hat{i} + 0\hat{j} - 1000\hat{k}$$

$$\sum F = 0; \qquad \vec{T}_{CD} + \vec{F}_A + \vec{W} = 0$$

$$\sum F_X = 0; \qquad \frac{1T_{CD}}{\sqrt{11}} + F_{AX} + 0 = 0 \qquad \text{....(1)}$$

$$\sum F_Y = 0; \qquad -\frac{1T_{CD}}{\sqrt{11}} + F_{AY} + 0 = 0 \qquad \text{....(2)}$$

$$\sum F_Z = 0; \qquad \frac{3T_{CD}}{\sqrt{11}} + F_{AZ} + -1000 = 0 \qquad \text{....(3)}$$

เวคเตอร์ความพยายามหมุน

$$\vec{M}_A = M_{AX}\hat{i} + 0\hat{j} + M_{AZ}\hat{k}$$

$$\vec{M}_A^{T_{CD}} = \vec{r}_{AC} \times \vec{T}_{CD} = T_{CD} \begin{vmatrix} i & j & k & i & j \\ 3 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{11}} & \frac{-1}{\sqrt{11}} & \frac{3}{\sqrt{11}} & \frac{1}{\sqrt{11}} & \frac{-1}{\sqrt{11}} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{3T_{CD}}{\sqrt{11}}\hat{i} - \frac{9T_{CD}}{\sqrt{11}}\hat{j} - \frac{4T_{CD}}{\sqrt{11}}\hat{k}$$

$$\vec{M}_A^W = \vec{r}_{AC} \times \vec{W} = \begin{vmatrix} i & j & k & i & j \\ 3 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1000 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -1000\hat{i} + 3000\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\sum M_A = 0; \quad \vec{M}_A + \vec{M}_A^{T_{CD}} + \vec{M}_A^W = 0$$

$$\sum M_X = 0; \quad M_{AX} + \frac{3T_{CD}}{\sqrt{11}} - 1000 = 0 \qquad \text{....(4)}$$

$$\sum M_Y = 0; \quad 0 - \frac{9T_{CD}}{\sqrt{11}} + 3000 = 0 \qquad \text{....(5)}$$

$$\sum M_Z = 0; \quad M_{AZ} - \frac{4T_{CD}}{\sqrt{11}} + 0 = 0 \qquad \text{....(6)}$$

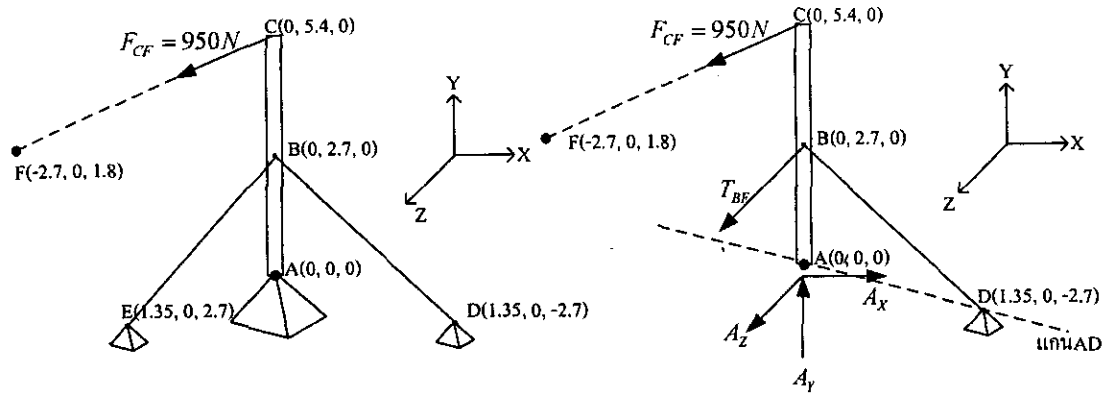
แก้สมการทั้ง 6 สมการได้

$$T_{CD} = 1105.54N$$
$$M_{AX} = 0N.m$$
$$M_{AZ} = 1333.33N.m$$
$$F_{AX} = -333.33N$$
$$F_{AY} = 333.33N$$
$$F_{AZ} = 0N$$

ศูนย์บรรณสารและสื่อการศึกษา
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

Classwork 12

จงหาแรงดึงเชือก BE โดยใช้ความรู้ของโมเมนรอบแกนในการแก้ปัญหา



Sol

$$\sum M_{AD} = 0; \quad M_{AD}^{T_{BE}} + M_{AD}^{F_{CF}} = 0$$

$$M_{AD}^{T_{BE}} = \vec{\lambda}_{AD} \bullet (\vec{r}_{AB} \times \vec{T}_{BE}) \qquad ;\vec{\lambda}_{AD} = \frac{1.35\hat{i} + 0\hat{j} - 2.7\hat{k}}{\sqrt{9.1125}} \qquad ;\vec{r}_{AB} = 0\hat{i} + 2.7\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\vec{T}_{BE} = T_{BE}\left(\frac{1.35\hat{i} - 2.7\hat{j} + 2.7\hat{k}}{4.05}\right) = T_{BE}\left(\frac{1\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}}{3}\right)$$

$$M_{AD}^{T_{BE}} = T_{BE} \bullet \begin{vmatrix} \frac{1.35}{\sqrt{9.1125}} & 0 & \frac{-2.7}{\sqrt{9.1125}} \\ 0 & 2.7 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} \end{vmatrix} = 1.610T_{BE}$$

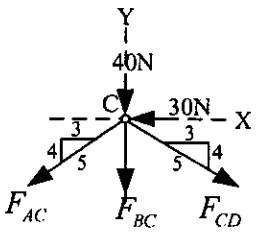
$$M_{AD}^{F_{CF}} = \vec{\lambda}_{AD} \bullet (\vec{r}_{AC} \times \vec{F}_{CF}) \qquad ;\vec{r}_{AC} = 0\hat{i} + 5.4\hat{j} + 0\hat{k} \qquad \vec{F}_{CF} = F_{CF}\left(\frac{-3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}}{7}\right)$$

$$M_{AD}^{F_{CF}} = 950 \bullet \begin{vmatrix} \frac{1.35}{\sqrt{9.1125}} & 0 & \frac{-2.7}{\sqrt{9.1125}} \\ 0 & 5.4 & 0 \\ \frac{-3}{7} & \frac{-6}{7} & \frac{2}{7} \end{vmatrix} = -1310.975$$

$$\therefore 1.610T_{BE} - 1310.975 = 0$$

$$T_{BE} = 814.27N$$

ที่จุด C



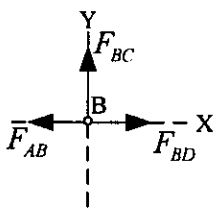
$\Rightarrow +\sum F_X = 0;$ $\quad \frac{3}{5}F_{CD} - \frac{3}{5}F_{AC} - 30 = 0$

$\therefore F_{CD} = 0N$

$\Uparrow +\sum F_Y = 0;$ $\quad -\frac{4}{5}F_{AC} - \frac{4}{5}F_{CD} - F_{BC} - 40 = 0$

$\therefore F_{BC} = 0N$

ที่จุด B



$\Rightarrow +\sum F_X = 0;$ $\quad -F_{AB} + F_{BD} = 0$

$\therefore F_{BD} = +30N$

<u>สรุปคำตอบ</u>

$F_{AC} = -50N = 50N(C)$

$F_{AB} = +30N = 30N(T)$

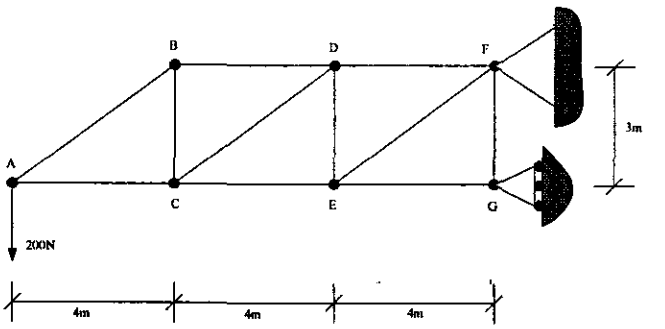
$F_{CD} = 0N(\text{Zero} - \text{force member})$

$F_{BC} = 0N(\text{Zero} - \text{force member})$

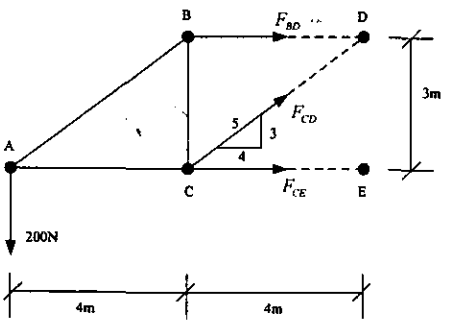
$F_{BD} = +30N = 30N(T)$

Classwork 14

จงหาขนาดและชนิดของแรงในชิ้นส่วน BD, CD, CE



Sol **FBD. ชิ้นส่วนที่ตัดทางซ้าย**



$+\circlearrowleft \sum M_C = 0;$ $\quad (200N)(4m) + F_{BD}(3m) = 0$

$$\therefore F_{BD} = +\frac{800}{3}N = 266.67N(T)$$

$+\uparrow \sum F_Y = 0;$ $\quad -200 + \frac{3}{5}F_{CD} = 0$

$$\therefore F_{CD} = +\frac{1000}{3}N = 333.33N(T)$$

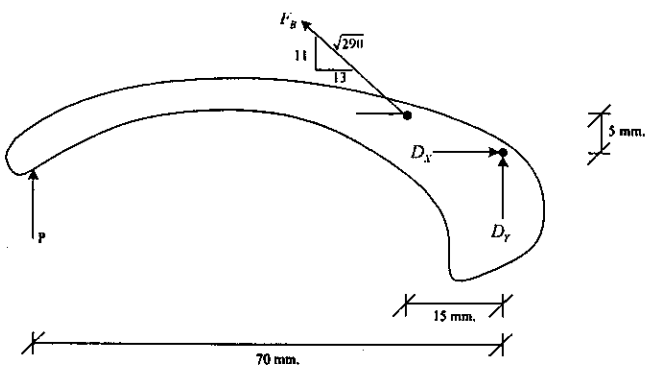
$+\rightarrow \sum F_X = 0;$ $\quad F_{BD} + \frac{4}{5}F_{CD} + F_{CE} = 0$

$$\therefore F_{CE} = -\frac{1600}{3}N = 533.33N(C)$$

Classwork 15

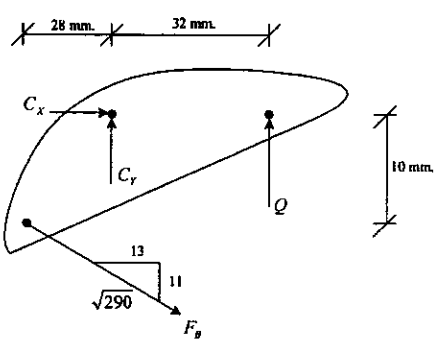
จงหาแรงที่กรรไกรตัดกิ่งไม้กระทำที่กิ่งไม้โดยออกแรง P กระทำที่ด้ามจับ

Sol **FBD.**



$$\curvearrowright + \sum M_D = 0; \quad -(P)(70mm) + \frac{13}{\sqrt{290}} F_B(5mm) - \frac{11}{\sqrt{290}} F_B(15mm) = 0$$

$$\therefore F_B = -11.92P \quad \text{N}$$

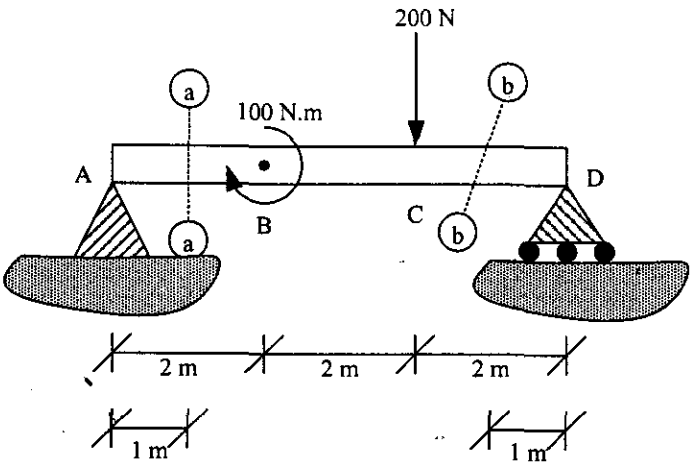


$$\curvearrowright + \sum M_D = 0; \quad \frac{13}{\sqrt{290}} F_B(10mm) + \frac{11}{\sqrt{290}} F_B(28mm) + Q(32mm) = 0$$

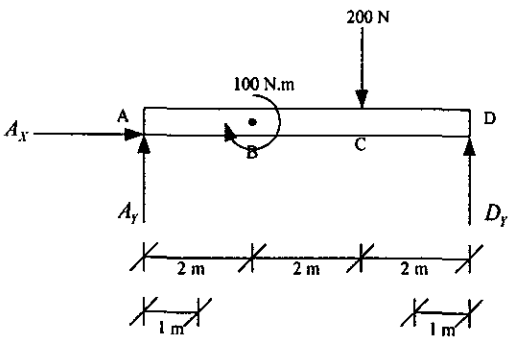
$$\therefore Q = 9.58P \quad \text{N}$$

Classwork 16

จงหาแรงภายในที่หน้าตัด a-a และ b-b



Sol **FBD.**



$+\circlearrowleft \sum M_A = 0; \quad -(100N.m)-(200N)(4m)+(D_Y)(6m)=0$

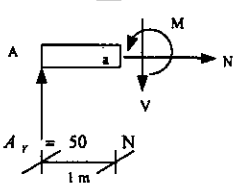
$\therefore D_Y = 150 \quad \text{N} \quad \Uparrow$

$+\Rightarrow \sum F_X = 0; \quad A_X = 0$

$\therefore A_X = 0 \quad \text{N}$

$+\Uparrow \sum F_Y = 0; \quad A_Y - 200N + D_Y = 0$

$\therefore A_Y = 50 \quad \text{N} \quad \Uparrow$



ข้าง a-a

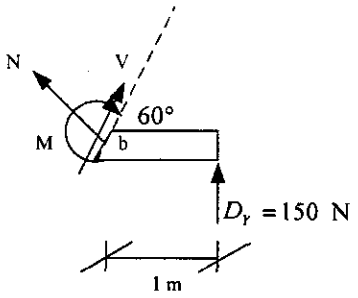
$+\Rightarrow \sum F_X = 0; \quad N = 0$

$+\Uparrow \sum F_Y = 0; \quad 50N - V = 0$

$\therefore V = 50 \quad \text{N}$

$+\circlearrowleft \sum M_a = 0; \quad M-(50N)(1m)=0$

$\therefore M = 50 \quad \text{N.m}$



ช่วง b-b

$$\Rightarrow +\sum F_X = 0; \quad -N\cos 30° + V\cos 60° = 0 \qquad \text{.....(1)}$$

$$\Uparrow +\sum F_Y = 0; \quad N\sin 30° + V\sin 60° + 150 = 0 \qquad \text{.....(2)}$$

แก้สมการ(1), (2) ได้

$$\therefore N = -75 \quad \text{N}$$

$$\therefore V = -129.9 \quad \text{N}$$

$$+\sum M_b = 0; \quad -M + (150N)(1m) = 0$$

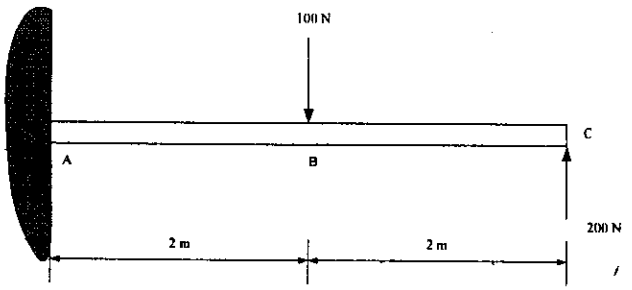
$$\therefore M = 150 \quad \text{N.m}$$

สรุป

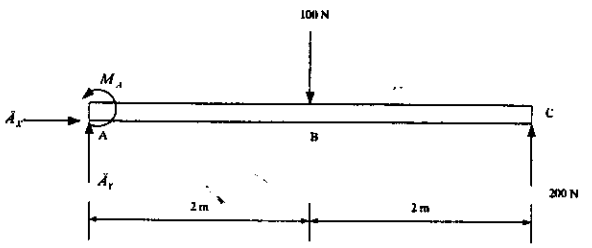
ช่วง a-a	**N = 0 N**	**V = 50 N**	**M = 50 N.m**
ช่วง b-b	**N = -75 N**	**V = -129.9 N**	**M = 150 N.m**

Classwork 17

จงเขียนแผนภาพแรงเฉือนและความพยายามดัดของคานดังต่อไปนี้



Sol 1. เขียน FBD.



2. ใช้สมการความสมดุล

$\circlearrowleft +\sum M_A = 0;$ $\quad M_A - (100N)(2m) + 200(4m) = 0$

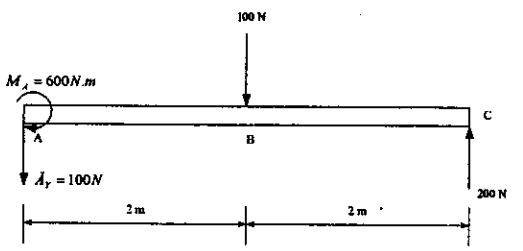
$\therefore M_A = -600N.m = 600N.m$ $\circlearrowright$

$\Uparrow +\sum F_Y = 0;$ $\quad A_Y - 100N + 200N = 0$

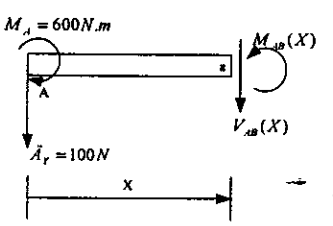
$\therefore A_Y = -100N = 100N$ $\Downarrow$

$\Rightarrow +\sum F_X = 0;$ $\quad A_X = 0$

$\therefore A_X = 0N$



พิจารณาช่วง AB



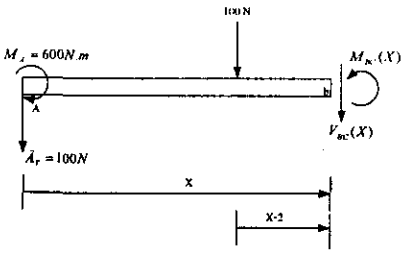
$\Uparrow +\sum F_Y = 0;$ $\quad -100N - V_{AB}(X) = 0$

$\therefore V_{AB}(X) = -100N$

$\circlearrowleft +\sum M_a = 0;$ $\quad M_{AB}(X) - (600N.m) + (100N)(X) = 0$

$\therefore M_{AB}(X) = -100X + 600 \quad N.m$

พิจารณาช่วง BC



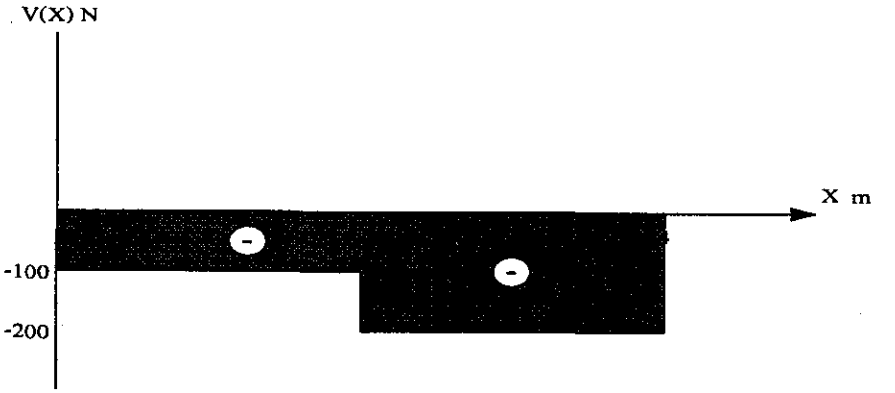
$$\uparrow + \sum F_Y = 0; \quad -100N - 100N - V_{BC}(X) = 0$$

$$\therefore V_{BC}(X) = -200N$$

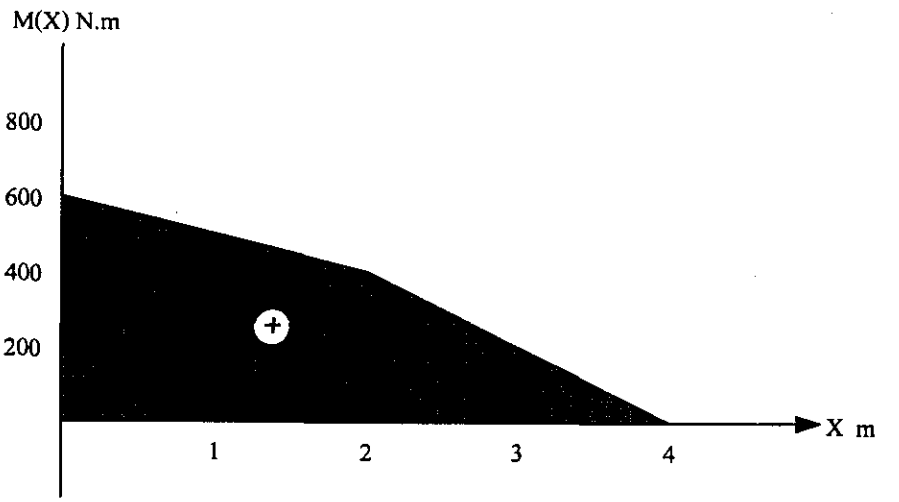
$$\circlearrowleft + \sum M_b = 0; \quad M_{BC}(X) - (600N.m) + (100N)(X) + (100N)(X-2) = 0$$

$$\therefore M_{BC}(X) = -200X + 800 \quad N.m$$

แผนภาพแรงเฉือน

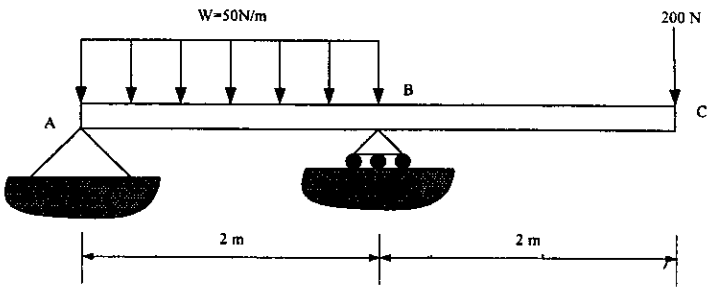


แผนภาพความพยายามดัด

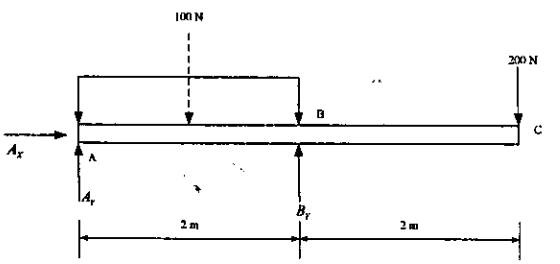


Classwork 18

จงเขียนแผนภาพแรงเฉือนและความพยายามดัดของคานดังต่อไปนี้



Sol 1. เขียน FBD.



2. ใช้สมการความสมดุล

$$\circlearrowleft + \sum M_A = 0; \qquad -(100N)(1m) - 200(4m) + B_Y(2m) = 0$$

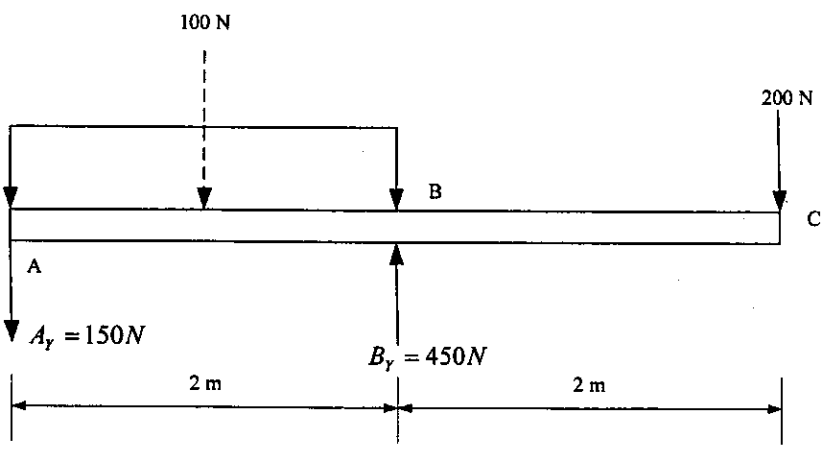
$$\therefore B_Y = 450N \uparrow$$

$$\uparrow + \sum F_Y = 0; \qquad A_Y - 100N - 200N + 450N = 0$$

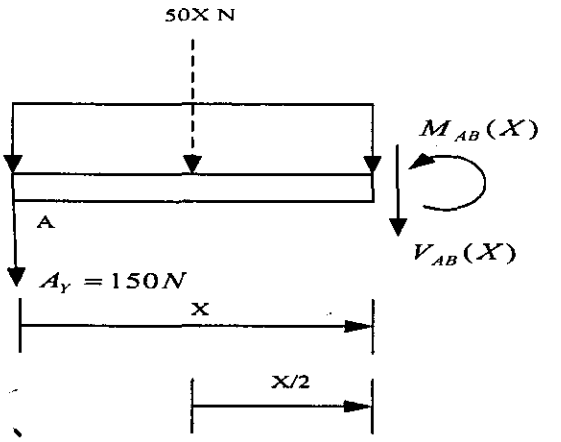
$$\therefore A_Y = -150N = 150N \downarrow$$

$$\rightarrow + \sum F_X = 0; \qquad A_X = 0$$

$$\therefore A_X = 0N$$



พิจารณาช่วง AB



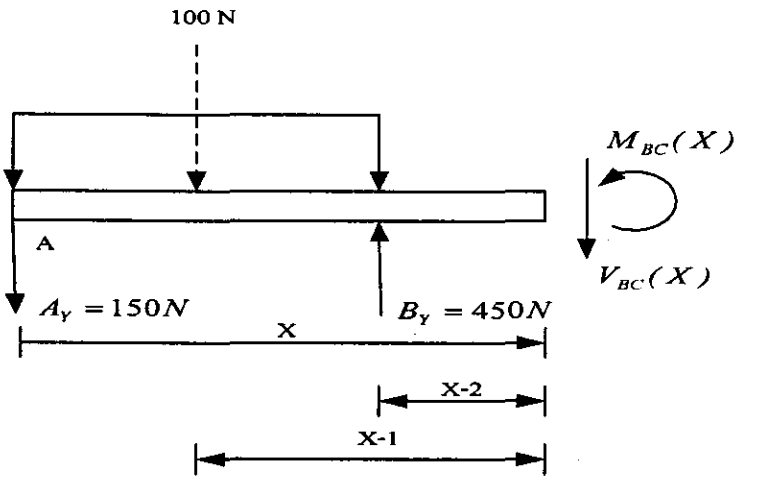
$$\uparrow+\sum F_Y = 0; \quad -150N - 50XN - V_{AB}(X) = 0$$

$$\therefore V_{AB}(X) = -50X - 150 \quad N$$

$$\circlearrowleft+\sum M_b = 0; \quad M_{AB}(X) + (150N)(X) + (50X)(X/2) = 0$$

$$\therefore M_{AB}(X) = -25X^2 - 150X \quad N.m$$

พิจารณาช่วง BC



$$\uparrow+\sum F_Y = 0; \quad -150N - 100N + 450N - V_{BC}(X) = 0$$

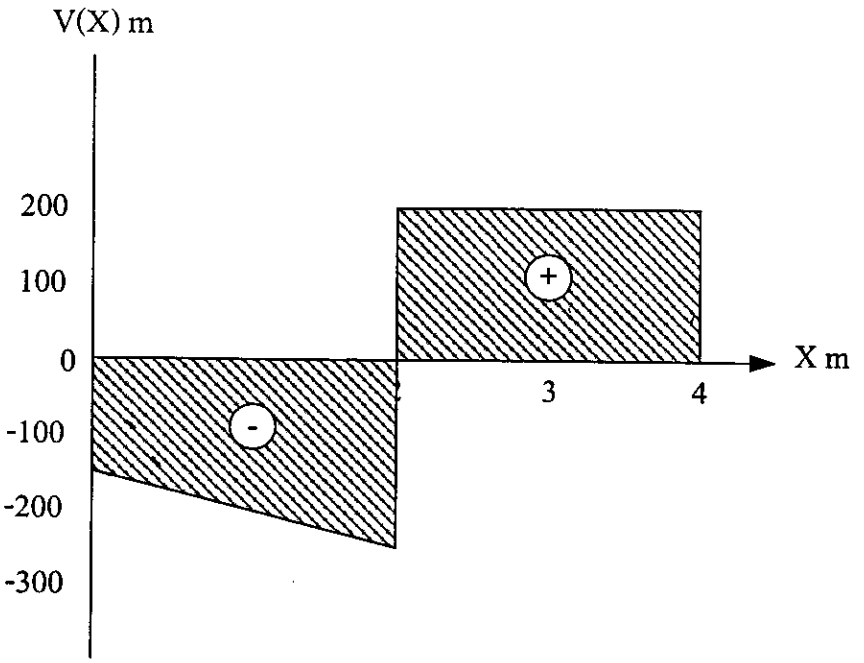
$$\therefore V_{BC}(X) = 200N$$

$$\circlearrowleft+\sum M_A = 0;$$

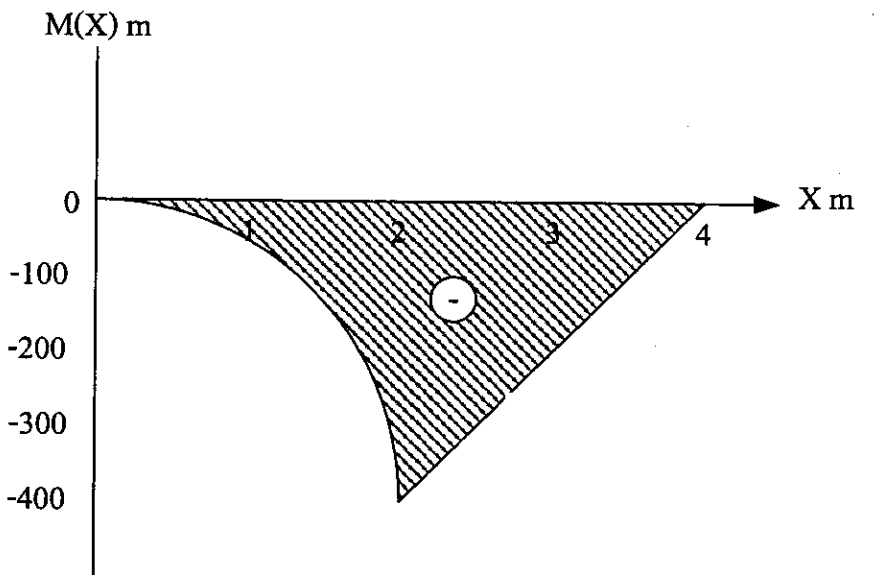
$$M_{BC}(X) + (150N)(X) + (100N)(X-1) - (450N)(X-2) = 0$$

$$\therefore M_{BC}(X) = 200X - 800 \quad N.m$$

แผนภาพแรงเฉือน

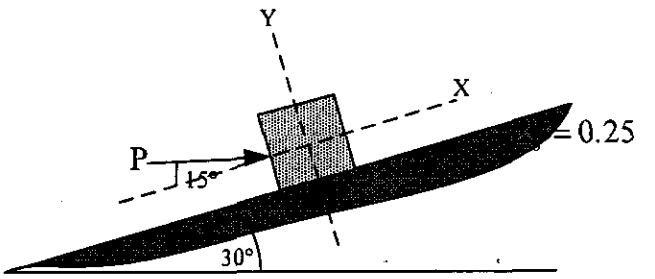


แผนภาพความพยายามดัด

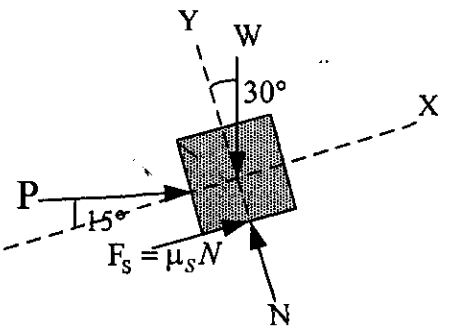


Classwork 19

จงหาแรง P ที่ทำให้น้ำหนัก W=100N เริ่มขยับเลื่อนลงจากพื้นเอียง



Sol 1. เขียน FBD.



2. ใช้สมการความสมดุล

$$+\uparrow \sum F_Y = 0; \qquad -W\cos 30° + N - P\sin 15° = 0 \qquad \text{.....(1)}$$

$$+\rightarrow \sum F_X = 0; \qquad -W\sin 30° + \mu_S N + P\cos 15° = 0 \qquad \text{.....(2)}$$

แก้สมการที่(1)และ(2) ได้

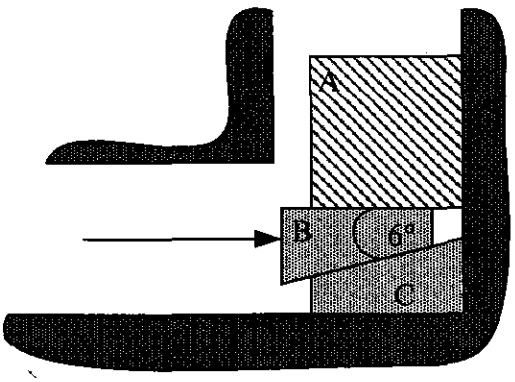
$$P = 27.51 \quad \text{N}$$

$$N = 93.72 \quad \text{N}$$

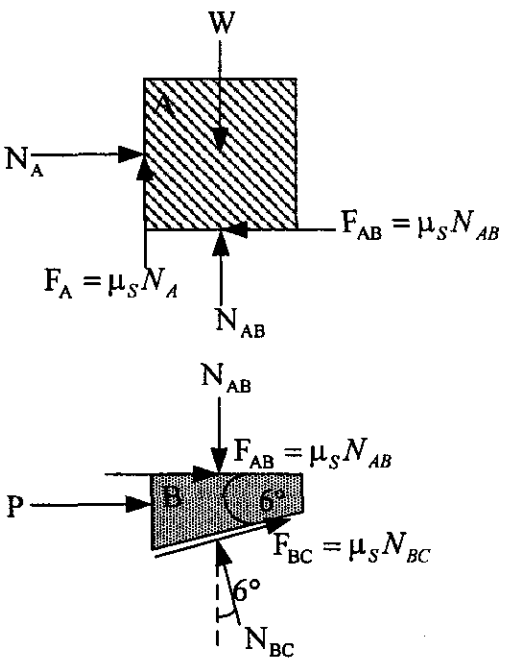
แรงเสียดทาน $F_S = \mu_S N = (0.25)\times(93.72N) = 23.43$ N

Classwork 20

จงหาแรง P ที่ทำให้วัตถุ A เลื่อนลงกำหนดให้น้ำหนัก W=160N ค่า $\mu_S = 0.35$ ทุกพื้นผิวสัมผัส ที่วัตถุ C เอากาวติดที่ผนังและพื้น(ไม่มีการเลื่อนที่)



Sol 1. เขียน FBD.



2. ใช้สมการความสมดุล

พิจารณาวัตถุ A

$+\uparrow \sum F_Y = 0; \qquad \mu_S N_A + N_{AB} - W = 0 \qquad$ .....(1)

$+\rightarrow \sum F_X = 0; \qquad N_A - \mu_S N_{AB} = 0 \qquad$ .....(2)

แก้สมการที่(1)และ(2) ได้

$$N_A = 49.89 \text{ N}$$
$$N_{AB} = 142.54 \text{ N}$$

พิจารณาวัตถุ B

$+\uparrow \sum F_Y = 0;$ $\quad -N_{AB} + N_{BC}\cos 6° + \mu_S N_{BC}\sin 6° = 0$

$\therefore N_{BC} = 138.23 \quad \text{N}$

$+\rightarrow \sum F_X = 0;$ $\quad \mu_S N_{AB} + \mu_S N_{BC}\cos 6° - N_{BC}\sin 6° + P = 0$

$\therefore P = -83.56 \quad \text{N}$

สรุปคำตอบ

$N_A = 49.89$ N

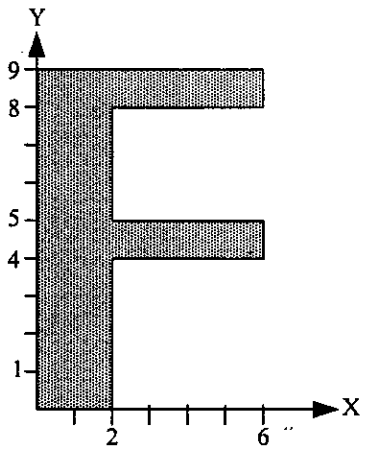
$N_{AB} = 142.54$ N

$N_{BC} = 138.23$ N

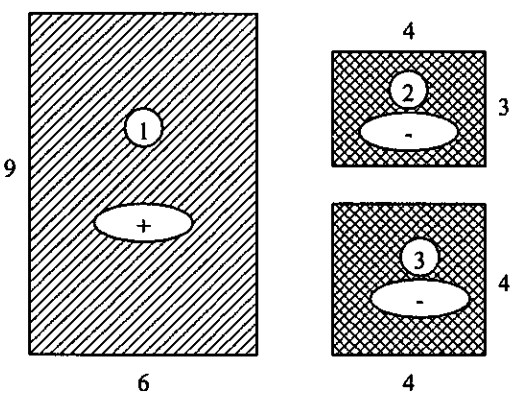
$P = -83.56$ N $\quad = 83.56$ N (ต้องออกแรงดึง)

Classwork 21

จงหาจุดศูนย์กลางของพื้นที่ตัว F



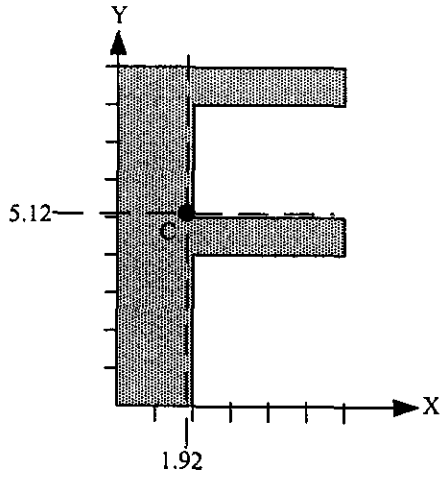
Sol



พื้นที่ i	Ai	Xi	Yi	XiAi	YiAi
1	54	3	4.5	162	243
2	-12	4	6.5	-48	-78
3	-16	4	2	-64	-32
$\sum$	26			50	133

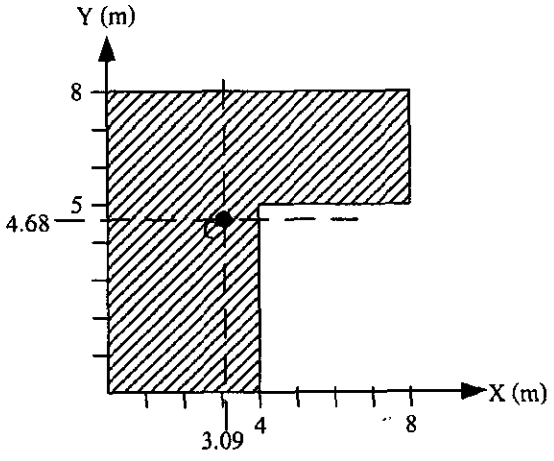
$$\overline{X} = \frac{\sum(\overline{X}iAi)}{\sum Ai} = \frac{50}{26} = 1.92$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum(\overline{Y}iAi)}{\sum Ai} = \frac{133}{26} = 5.12$$

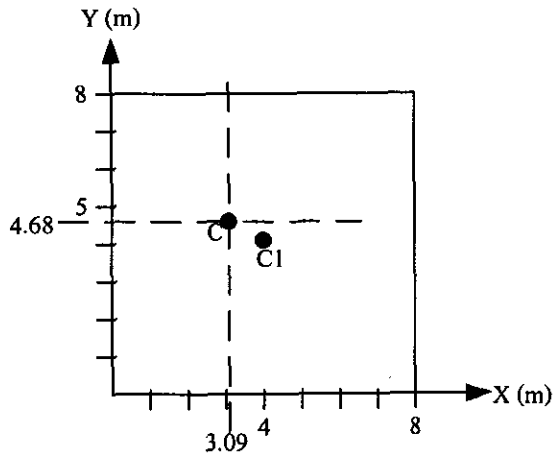

Y
5.12
C
X
1.92

Classwork 22

จงหาโมเมนต์เฉื่อยของพื้นที่รวมรอบแกนที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางของพื้นที่รวมและขนานกับแกนY

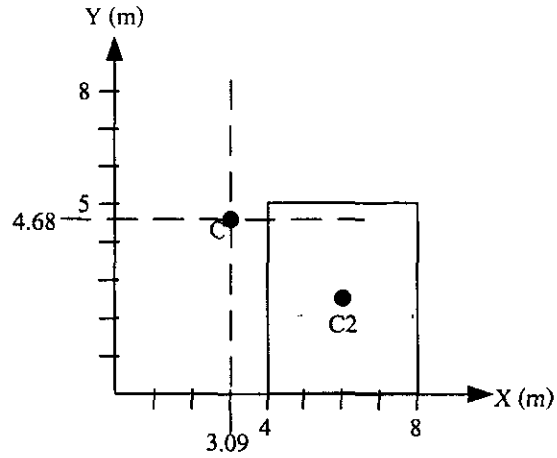


Sol



$$I_{Y_1} = \frac{1}{2}bh^3 = \frac{1}{2}(8)(8)^3 = 341.33m^4$$

$$I^1_{Y_C} = I_{Y_1} + A_1 d^2 = 341.33 + (64)(0.91)^2 = 394.33m^4$$



$$I_{Y_2'} = \frac{1}{2}bh^3 = \frac{1}{2}(5)(4)^3 = 26.67m^4$$

$$I^2_{Y_C'} = I_{Y_2'} + A_1 d^2 = 26.67 + (20)(2.91)^2 = 196.03m^4$$

$$\therefore I_{y_c'} = I^1_{y_c'} - I^2_{y_c'} = 394.33 - 196.03 = 198.30m^4$$

ศูนย์บรรณสารและสื่อการศึกษา
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี