สิริ สิรินิลกุล : ขอบเขตที่ชัดเจนของพลังงานสถานะพื้นและเสถียรภาพของสสาร (RIGOROUS BOUNDS ON THE GROUND-STATE ENERGY FORATTER AND ITS STABILITY) อาจารย์ที่ปรึกษา : ศาสตราจารย์. ดร.เอ็ดเวิร์ด มานูเกียน, 395 หน้า. ISBN 974-533-526-6

การวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนโดยใช้หลักการขั้นพื้นฐานของการกีดกันของเพาลี ได้พบเงื่อนไขของความมีเสถียรภาพในก้อนสสารที่มีอยู่ช้านานในโลกของเรา โดยได้คำนวณหาขอบเขตล่างและขอบเขตบนสำหรับพลังงานสถานะพื้นอย่างแม่นตรงด้วยวิธีกาหายวิธี ผลลัพธ์ที่ได้ถูกแสดงในรูปฟังก์ชันของจำนวนอิเล็กตรอนและจำนวนนิวเคลียส หนึ่งในจำนวนขอบเขตล่างที่ได้มา มีการคำนวณหาค่าตามขั้นตอนต่อไปนี้ ขอบเขตล่างของค่าคาดหมายของพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนอยู่ในรูปของ $\int \mathrm{d}^3\mathbf{x}\,\rho^2(\mathbf{x})$, (กฎ $\rho^2(\mathbf{x})$) เมื่อ $\rho(\mathbf{x})$ คือความหนาแน่นของอิเล็กตรอน: $\int \mathrm{d}^3\mathbf{x}\,\rho(\mathbf{x}) = N$ ในขณะที่ขอบเขตล่างที่คำนวณได้โดยวิธีของลีปและแทริ่ง อยู่ในรูปกฎ $\rho^{5/3}(\mathbf{x})$ ขอบเขตล่างของพลังงานศักย์ผลักระหว่างอิเล็กตรอน-อิเล็กตรอนได้มาโดยการประมาณค่าจากทฤษฎีไม่ยึดเหนี่ยว การคำนวณหาค่าขอบเขตบนทำโดยการทดลองเลือกฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนซึ่งวิธีแรกโดยการจำกัดอิเล็กตรอนอยู่ภายในกล่องที่ไม่ซ้อนทับกันจำนวน N กล่องและมี k นิวคลีไออยู่ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของกล่องจำนวน k กล่อง ในขณะที่วิธีที่สองโดยการพิจารณากลุ่มที่ประกอบด้วย ไฮโดรเจนิกอะตอมจำนวน k อะตอม ที่มีประจุนิวเคลียส $Z_1|e|, \ldots, Z_k|e|$ ซึ่งแต่ละนิวเคลียสมีอิเล็กตรอนหนึ่งตัวอยู่ในสถานะพื้น และจำนวน อิเล็กตรอนอิสระจำนวน $(N-k)$ อิเล็กตรอนที่ไม่มีพลังงานจลน์ แต่ละกลุ่มแยกห่างกันเป็นระยะอนันต์ พบว่า ในขณะที่แต่ละกลุ่มแยกจากกัน ถ้าสสารจำนวนมากถูกนำมารวมกัน จำนวนอิเล็กตรอนและนิวคลีไอจำเป็นต้องเพิ่มขึ้นและประจุสูงสุดของแต่ละนิวเคลียสมีค่าในขอบเขตที่ขอบเขตนั่นคือ ถ้า N มีค่าเข้าสู่อนันต์หมายความว่า k มีค่าเข้าสู่อนันต์ด้วยและจะไม่มีนิวเคลียสใดอยู่ในสสารได้โดยมีประจุบวกที่ไม่จำกัด เราได้พิสูจน์การพองตัวของสสารเนื่องจากการเพิ่มของจำนวนอิเล็กตรอนและความน่าจะเป็นที่ไม่เป็นศูนย์ที่จะพบอิเล็กตรอนในทรงกลมรัศมี R ค่าความน่าจะเป็นจะต้องเพิ่มขึ้นไม่ช้ากว่า $N^{1/3}$ โดย N มีค่ามาก จึงไม่ต้องสงสัยว่าทำไมสสารจึงมีปริมาตรที่ใหญ่ และเรายังได้เสนอการตั้งค่าขอบเขตล่างที่ไม่เป็นศูนย์เพื่อที่จะวัดการขยายตัวของสสาร เรายังได้พิสูจน์ความมีเสถียรภาพและการพองตัวของสสารในสองมิติ การวิเคราะห์ทั้งหมด

นี้นำไปสู่การประมาณค่าใหม่กับสสารที่เป็นไปตามหลักการกีดกันโดยให้ผลตรงข้ามกับสสารที่เรียกว่า"สสารประเภทโบซอน" ซึ่งถ้าสสารประเภทโบซอนมีการหดตัว ค่า R ไม่สามารถลดลงเร็วกว่า $N^{-1/3}$ เมื่อ N มีค่ามาก แม้มีความยุ่งยากทางคณิตศาสตร์แต่ผลสุดท้ายได้ถูกแสดงในรูปสมการที่ง่ายและพร้อมที่จะถูกตีความหมายทางฟิสิกส์

สาขาวิชาฟิสิกส์ ลายมือชื่อนักศึกษา _____

ปีการศึกษา 2548 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา _____

SIRI SIRININLAKUL : RIGOROUS BOUNDS ON THE GROUND-STATE ENERGY FOR MATTER AND ITS STABILITY. THESIS ADVISOR : PROF. EDOUARD B. MANOUKIAN, Ph.D. 395 PP. ISBN 974-533-526-6

STABILITY OF MATTER/ THE SPIN AND STATISTICS CONNECTION/ INFLATION OF MATTER/ CLUSTER PHYSICS AND QUANTUM THEORY OF VERY LARGE SYSTEMS/ MATTER IN BULK.

A mathematically rigorous analysis is carried out of the stability of matter in bulk by invoking, in the process, the fundamental Pauli exclusion principle which has far reaching consequences in nature relevant to our world. To do this, we derive several lower *and* upper bounds for the exact ground-state energy as functions of the number N of electrons and of the nuclear charges. One of the lower bounds obtained is based on positivity properties followed by deriving a lower bound for the expectation value of the exact kinetic energy of the electrons, involving some power of the integral $\int \mathrm{d}^3\mathbf{x}\,\rho^2(\mathbf{x})$ (a $\rho^2(\mathbf{x})-$law), where $\rho(\mathbf{x})$ is the electron density : $\int \mathrm{d}^3\mathbf{x}\,\rho(\mathbf{x}) = N$, while another traces the classics Lieb-Thirring approach, which is however much more involved, based on the $\rho^{5/3}(\mathbf{x})-$law, followed by establishing a "No-binding Theorem", leading, in the process, to a lower bound to the repulsive electron-electron potential energy. The upper bounds are based on specific constructions with appropriate choices of trial wavefunctions for the electrons. One upper bound is based on localizing the electrons in N non-overlapping ordered boxes, with the k nuclei centered at the origins of the first k boxes, while another is obtained by introducing N infinitely separated clusters consisting of : k hydrogenic atoms with nuclear charges $Z_1|e|, \ldots, Z_k|e|$ each containing one electron all in their ground states, and $(N-k)$ free electrons with vanishingly small kinetic energies. We learn, in particular, that as more and more matter is put together, thus increasing the number N of electrons, the number k of nuclei, as separate clusters, would necessarily increase and not arbitrarily fuse together, and their

individual charges remain bounded, i.e., $N \to \infty$, implies that $k \to \infty$, and no nuclei may be found in matter that would carry arbitrarily large portions of the total positive charge available. We prove the inflation of matter, as N increases, by showing that the infinite electron density limit does not occur, and that for a non-vanishing probability of having the electrons in matter within a sphere of radius R, the latter *necessarily grows* not any slower than $N^{1/3}$ for large N. No wonder why matter occupies so large a volume ! We also establish a non-zero lower bound for a measure of the extension of matter. Due to the overwhelming interest in recent years in physics in two dimensions, we prove rigorously the stability and inflation of matter in two dimensions as well. Our methods of analyses lead to new estimates on matter when the exclusion principle is revoked dealing with so-called "bosonic matter". In particular, we show that if deflation occurs, upon the collapse of such matter, then R necessarily cannot decrease faster than $N^{-1/3}$ for large N. Although the mathematical intricacies and the corresponding intermediate estimates turn out to be quite tedious and involved, generating a forest of formulas, the final results are expressed in terms of simple expressions and are readily physically interpreted.

School of Physics

Academic Year 2005

Student's Signature

Advisor's Signature