

ภาคผนวก ก

บทความทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์และเผยแพร่ในระหว่างศึกษา

รายชื่อบทความทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์และเผยแพร่ในระหว่างการศึกษา

Thongaram, K., Areerak, K-N., and Suyapan, A. (2025). MATHEMATICAL MODEL OF HYDROGEN-POWERED BICYCLE ELECTRIFICATION. *Suranaree Journal of Science and Technology*, 32(6), 1-8. <https://doi.org/10.55766/sujst9783>

กฤษฎดา ทองอร่าม, กองพันธ์ อารีรักษ์, อภิชัย สุยะพันธ์ และ จักรกริช รักดีโต. (2568). การสร้างแบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนที่อาศัยข้อมูลจากผู้ผลิต. *การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 48 (EECON-48)*. หน้า 861-866. เชียงใหม่.

MATHEMATICAL MODEL OF HYDROGEN-POWERED BICYCLE ELECTRIFICATION

Kitsada Thongaram¹, Kongpan Areerak¹, and Apichai Suyapan^{2*}

Received: May 08, 2025; Revised: July 02, 2025; Accepted: July 02, 2025

Abstract

Mathematical modeling plays an essential role in investigating the behavior, design, and analysis of power systems. This article proposes a time-invariant mathematical model of the power system of a hydrogen-powered electric bicycle. The proposed mathematical model is derived using the generalized state-space averaging method. The proposed model is validated through computer-based simulation using MATLAB/SIMULINK. The system responses obtained using the proposed model agree well with the simulation results under both transient and steady-state conditions. Furthermore, the proposed mathematical model significantly reduces the computation time compared with direct simulation. Thus, the proposed model is both accurate and efficient. The proposed averaging model is also suitable for artificial intelligence applications requiring iterative searching due to its fast computational time.

Keywords: Bidirectional DC/DC Converter; Cascade PI Controller; Constant Power Load; Electric Bike; Generalized State-Space Averaging Method; Hydrogen Fuel cell; Mathematical Model

Introduction

The use of fossil fuels has led to numerous environmental issues, particularly global warming, which has become a critical concern worldwide. Consequently, both current and future trends indicate an increasing demand for clean energy. Hydrogen-based electricity is a promising clean energy source because hydrogen provides a higher energy density than other energy sources. In addition, the electricity generation process using hydrogen fuel cells is an electrochemical reaction that delivers high efficiency, produces only water as a byproduct, and emits no carbon dioxide

(Bai *et al.*, 2022; Sharma and Garg, 2023; Hamedani *et al.*, 2024; Putala and Ferencey, 2025). The application of hydrogen energy in vehicle propulsion systems presents a potential solution for reducing dependency on fossil fuels in the transportation sector. Hydrogen-powered electric bicycles represent an early stage in the development of hydrogen-powered electric vehicles. The primary components responsible for power generation, distribution, and control in such systems are the hydrogen fuel cell and the power conversion circuit. The hydrogen fuel cell generates electrical

¹ School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima 30000, Thailand. Email: kitsada.thongaram@gmail.com; kongpan@sut.ac.th

² Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangkok 10140, Thailand. Email: apichai.suyap@kmutt.ac.th*

* Corresponding author

DOI: <https://doi.org/10.55766/sujst9783>

Suranaree J. Sci. Technol. 32(6):010385(1-8)

energy from hydrogen, and the power converter ensures that the power supplied to the system load is appropriate (Touahria *et al.*, 2024; Mtumka and Krishnamurthy, 2025). Therefore, the design, behavioral study, and analysis of this type of power system are essential aspects in advancing hydrogen-powered electric vehicles. However, such studies rely on accurate mathematical models of the system. In practical applications, the power system exhibits time-varying behavior because of the switching operations of the bidirectional DC/DC converter, which introduces considerable complexity to the analysis (Emadi, 2004; Azer and Emadi, 2020; Chaicharoenaudomrung *et al.*, 2022). To address this issue, this article proposes a time-invariant mathematical model for the power system of a hydrogen-powered electric bicycle. The proposed model can subsequently be used for system analysis and design purposes. The derivation of the mathematical model employs the generalized state-space averaging (GSSA) method to eliminate the switching effects of the bidirectional DC/DC converter with cascaded proportional-integral (PI) control used in the powertrain system. The hydrogen fuel cell is modeled using a polynomial equation derived by curve fitting, based on manufacturer-provided characteristic data. The drivetrain, which consists of a brushless DC motor and its associated controller, is assumed to behave as an ideal constant power load (CPL) (Emadi *et al.*, 2006; Cespedes *et al.*, 2011; Hossain *et al.*, 2018). The proposed mathematical model is validated by computer-based simulations using the SimPowerSystem® toolbox in MATLAB/SIMULINK. The system responses obtained from the proposed time-invariant model agree well with the simulation results under both transient and steady-state conditions. In addition, the proposed model significantly reduces computation time by up to 99.98% compared with the direct simulation of the MATLAB/SIMULINK exact topology model. In conclusion, the proposed

mathematical model provides high accuracy and computational efficiency.

This paper is organized as follows: Section II describes the configuration of the hydrogen-powered electric bicycle under consideration. Section III presents the derivation of the mathematical model. Section IV discusses the model validation through computer simulations.

Finally, Section V concludes the study and suggests directions for future research.

Considered Hydrogen-Powered Bicycle Electrification

The power system of the hydrogen-powered electric bicycle considered in this study is illustrated in Figure 1. The system comprises three primary components. The first component is the hydrogen fuel cell, which is used to generate electrical energy from hydrogen.

In this study, a commercially available 500 W hydrogen fuel cell (model H-500, Horizon Fuel Cell Technologies) is selected as the power source. The second component comprises a bidirectional half-bridge DC/DC converter, which is regulated by a cascaded PI controller. The converter regulates power delivery and maintains a constant output voltage of 48 V, which is essential for the brushless DC motor used in the propulsion system. The drivetrain, which consists of a brushless DC motor, is the third component. In this study, the motor with its speed control is assumed to behave as an ideal CPL (Emadi *et al.*, 2006; Cespedes *et al.*, 2011; Hossain *et al.*, 2018). Typically, an electric bicycle operates in the driving mode. Therefore, the operation of the DC/DC converter is analyzed under this condition. The detailed derivation of the proposed mathematical model for the power system is presented in the following section.

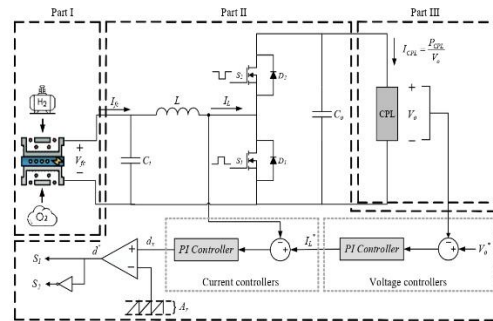


Figure 1. The considered hydrogen-powered bicycle electrification

Mathematical Model Derivation

The derivation of the proposed mathematical model of the power system under consideration is divided into two parts. The first part focuses on the modeling of the hydrogen fuel cell. The output voltage of the fuel cell is not constant and varies depending on the load current; thus, this study uses an appropriate simplified model. The fuel cell behavior is represented by a polynomial equation obtained by curve fitting, which is based on the characteristic data provided by the manufacturer. The second part involves the derivation of the mathematical model for the bidirectional DC/DC converter. The GSSA method eliminates the switching behavior and derives a time-invariant representation of the converter. The detailed modeling procedure for both components is presented in following section.

A. Simplified Hydrogen Fuel Cell Model

Based on the characteristic data of current and voltage for the Horizon Fuel Cell Technologies H-500 model (rated at 500 W) (Horizon Educational, 2024), the following key parameters are obtained:

- Voltage at 0 A and 1 A [E_{oc} , V_1] = [23.5, 21]
- Nominal operating point [I_{nom} (A), V_{nom} (V)] = [20, 16.2]
- Maximum operating point [I_{end} (A), V_{end} (V)] = [40, 13.4]

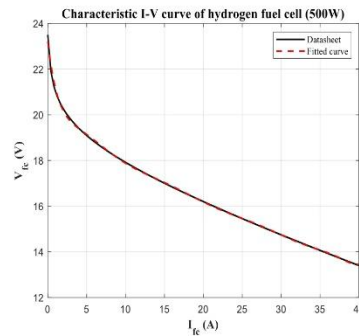


Figure 2. I-V characteristic of the considered hydrogen fuel cell

$$V_{fc} = 3.10351 \cdot 10^{-12} I_{fc}^{10} - 6.5893 \cdot 10^{-10} I_{fc}^9 + 6.0226 \cdot 10^{-8} I_{fc}^8 - 3.09986 \cdot 10^{-6} I_{fc}^7 + 9.86889 \cdot 10^{-5} I_{fc}^6 - 20.10212 \cdot 10^{-4} I_{fc}^5 + 26.20722 \cdot 10^{-3} I_{fc}^4 - 21.30091 \cdot 10^{-2} I_{fc}^3 + 10.25093 \cdot 10^{-1} I_{fc}^2 - 28.95844 \cdot 10^{-1} I_{fc} + 23.19806 \quad (1)$$

These data are applied to the Fuel Cell Stack block in SimPowerSystem®, a toolbox of MATLAB/SIMULINK, to construct the current-voltage (I-V) characteristic curve, which is represented by the black line in Figure 2. Subsequently, a polynomial curve fitting method is used to derive an appropriate mathematical representation of the I-V relationship. Consequently, a 10th-order polynomial equation (1) is obtained, where I_{fc} denotes the current of the fuel cell stack. The corresponding fitted curve (the red line in Figure 2) shows strong agreement with the manufacturer-provided characteristic curve. Therefore, (1) is considered the simplified mathematical model of the hydrogen fuel cell used in this study. In addition, the 10th-order polynomial representing the fuel cell stack model is the minimum order required to achieve satisfactory accuracy. This order ensures accurate dynamic responses compared with the exact topological model.

B. Half-Bridge Bidirectional DC/DC Converter Model

The mathematical model of the bidirectional half-bridge DC/DC converter (part II of Figure 1) begins with the analysis of the circuit without the cascaded PI controller. In this modeling process, two state variables are defined: the inductor current (I_L) and the output capacitor voltage (V_o). The converter operates in boost mode because the operation of the converter is limited to the driving mode, as discussed in Section II. Under this condition, the two power switches S_1 and S_2 alternate between conducting (ON) and non-conducting (OFF) states, which can be categorized into two operating modes:

Mode 1: Switch S_1 is conducting (ON), whereas switch S_2 is non-conducting (OFF), as shown in Figure 3.

Mode 2: Switch S_1 is non-conducting (OFF), whereas switch S_2 is conducting (ON), as shown in Figure 4.

The mathematical model for each mode is detailed in the following section. As shown in Figure 3, when switch S_1 is conducting (ON) and switch S_2 is non-conducting (OFF), the hydrogen

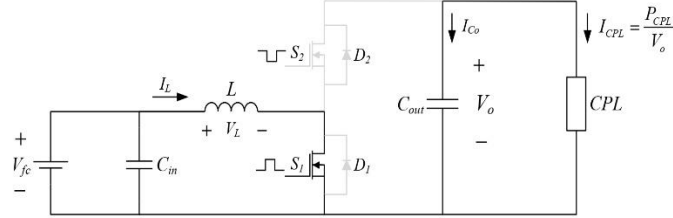


Figure 3. Bidirectional half-bridge DC/DC converter operates in mode 1

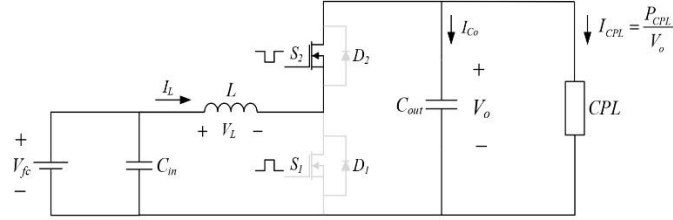


Figure 4. Bidirectional half-bridge DC/DC converter operates in mode 2

fuel cell supplies electrical energy to the inductor L , which stores the energy in the form of a magnetic field. The charge stored in the capacitor C_{out} is discharged to supply energy to the load, which is considered an ideal CPL . Accordingly, the circuit analysis of the configuration shown in Figure 3 yields the following differential equations that describe the system behavior in Model 1, as expressed in (2) and (3).

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_{fc}}{L} \quad (2)$$

$$\frac{dv_o}{dt} = \frac{-P_{CPL}}{V_o C_o} \quad (3)$$

As shown in Figure 4, when switch S_1 is non-conducting (OFF) and switch S_2 is conducting (ON), both the hydrogen fuel cell and the energy previously stored in the inductor L supply electrical energy to charge the capacitor C_{out} to deliver power to the CPL . Based on the circuit analysis of the configuration shown in Figure 4, the differential equations that describe the system behavior in Mode 2 can be derived and are expressed as (4) and (5).

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_{fc} - V_o}{L} \quad (4)$$

$$\frac{dv_o}{dt} = \frac{I_L}{C_o} - \frac{P_{CPL}}{V_o C_o} \quad (5)$$

The switching function of the bidirectional DC/DC converter is then considered, which describes the relationship expressed in (6) as follows:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & ; 0 < t < dT_s \\ 0 & ; dT_s < t < T_s \end{cases} \quad (6)$$

The switched model of the considered DC/DC converter can be obtained by combining the differential equations of both operating modes, utilizing a validation function (h_i) that depends on the operational mode of the circuit. In this case, two functions are involved: h_1 and h_2 . For Mode 1, when switch S_1 is conducting and switch S_2 is non-conducting, the values of h_1 and h_2 are 1 and 0, respectively. For Mode 2, when switch S_1 is non-conducting and switch S_2 is conducting, the values of h_1 and h_2 are 0 and 1, respectively. Based on these relationships, the system can be expressed in a pair of linear equations $h_1 = u(t)$ and $h_2 = 1 - u(t)$. Therefore, the switched model of the converter is described by (7).

$$\begin{cases} \dot{i}_L = \frac{1}{L} \cdot V_{fc} - \frac{1}{L} (1 - u(t)) \cdot v_o \\ \dot{v}_o = \frac{1}{C_o} (1 - u(t)) \cdot i_L - \frac{P_{CPL}}{v_o C_o} \end{cases} \quad (7)$$

Based on (7), the obtained switched model is time-dependent due to the behavior of the switching devices in the circuit, as indicated by the switching function $u(t)$. Therefore, this study employs the GSSA method to eliminate the effects of the switching action, resulting in a time-invariant model. The GSSA method uses the complex Fourier coefficients of the state variables of the circuit as the state variables for the model. The process is briefly described as follows:

In general, $f(t)$, any periodic signal with a period T can be expressed in the form of a complex Fourier series, as expressed in (8).

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_k(t) e^{jk\omega_s t} \quad (8)$$

where $\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = 2\pi f_s$ and $\langle x \rangle_k(t)$ is complex Fourier coefficients.

The GSSA method uses the Fourier series coefficients $\langle x \rangle_k(t)$ of the signal to represent the state variables of the system. The complex Fourier coefficients in (8) can be obtained using (9) as follows:

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t f(t) e^{-jk\omega_s t} dt \quad (9)$$

The following properties of the complex Fourier coefficient $\langle x \rangle_k(t)$ are required for deriving the mathematical model:

Property 1: The property of the time rate of change can be expressed as shown in (10).

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle_k = \left(\frac{dx}{dt} \right)_k - jk\omega_s \langle x \rangle_k \quad (10)$$

Property 2: The property of the multiplication relationship can be expressed as shown in (11).

$$\langle xy \rangle_k = \sum_i \langle x \rangle_{k-i} \langle y \rangle_i \quad (11)$$

Property 3: If $f(t)$ is the real value, the complex Fourier coefficient with a negative value of k can be expressed as shown in (12).

$$\langle x \rangle_{-k} = \overline{\langle x \rangle_k} = \langle x \rangle_k^* \quad (12)$$

Based on (8) and (9), the value of k depends on the accuracy of the model. In theory, if k approaches infinity, the model error will approach zero. However, assuming that the filter of the proposed system is well-designed and there are no signal ripples, k can be set to 0, a method known as zero-order approximation. If the signal oscillates with the fundamental frequency and ignores harmonics, k can be set to -1, 0, or 1, known as a first-order

approximation (Emadi, 2004; Ngamkong *et al.*, 2012; Azer and Emadi, 2020). In this study, the mathematical model is derived using a zero-order approximation, which is sufficient for system analysis and design. Therefore, based on (8), when considering the zero-order approximation, the state variables of the circuit can be expanded into the terms of the complex Fourier series, as shown in (13).

$$\begin{cases} I_L = \langle I_L \rangle_0 e^{j0\omega_s t} = \langle I_L \rangle_0 \\ V_o = \langle V_o \rangle_0 e^{j0\omega_s t} = \langle V_o \rangle_0 \end{cases} \quad (13)$$

Based on (7), by applying Property 1 of the complex Fourier coefficients and considering the zero-order approximation ($k = 0$), it can be expressed as shown in (14).

$$\begin{cases} \langle \dot{I}_L \rangle_0 = \frac{1}{L} \cdot V_{fc} - \frac{1}{L} \cdot \langle V_o \rangle_0 + \frac{1}{L} \cdot \langle V_o \rangle_0 \langle u(t) \rangle_0 \\ \langle \dot{V}_o \rangle_0 = \frac{1}{C_o} \cdot \langle I_L \rangle_0 - \frac{1}{C_o} \cdot \langle I_L \rangle_0 \langle u(t) \rangle_0 - \frac{P_{CPL}}{V_o C_o} \end{cases} \quad (14)$$

Based on (9), the complex Fourier coefficients can be obtained by considering the zero-order approximation ($k = 0$) of the switching function $u(t)$, as shown in (15).

$$\langle u(t) \rangle_0 = \frac{1}{T_s} \int_0^{dT_s} 1 e^0 dt = d \quad (15)$$

where d is the duty cycle of the bidirectional DC/DC power converter.

Therefore, based on (13) and (15), (14) can be rewritten in terms of the state variables of the model, as shown in (16). Equation (16) represents the time-invariant mathematical model of the bidirectional DC/DC power converter in the case without a cascade PI controller.

$$\begin{cases} \dot{I}_L = \frac{1}{L} \cdot V_{fc} - \frac{(1-d)}{L} \cdot V_o \\ \dot{V}_o = \frac{(1-d)}{C_o} \cdot I_L - \frac{P_{CPL}}{V_o C_o} \end{cases} \quad (16)$$

Consider the controller; the cascade PI controller for the system shown in Figure 5 is analyzed. The controller comprises two control loops. The first loop (the inner loop) regulates the current flowing through the inductor, and the second loop (the outer loop) controls the voltage across the output capacitor. This controller is responsible for managing the power supply and maintaining a stable output voltage of 48 V, which is appropriate for a brushless DC motor in the drive system, serving as the load of the electrical system under consideration. The details of the controller design can be found in (Surakan *et al.*, 2025).

As shown in Figure 5, when the value X_v is defined as the state variable of the voltage loop and X_i is defined as the state variable of the current loop, the equation of the control signal can be expressed as shown in (17).

The mathematical model derivation of a bidirectional DC/DC converter circuit with a controller can be performed by substituting d of (16) with d^* from (17) and incorporating the differential equations arising from the control loop into the model. The time-invariant mathematical model of the electrical system shown in Figure 1 can be expressed in (18), where V_{fc} (the voltage generated by the fuel cell) can be calculated from (1).

Model Validation and Discussion

The validation of the mathematical model, as demonstrated through the proposed method, relies on computer simulation using the SimPowerSystem® block set in MATLAB/SIMULINK. The hardware computer specifications are AMD Ryzen 7 6800 H CPU @ 3.20 GHz, 32 GB RAM, and a 64-bit operating system on Windows 11. The power system block set for the hydrogen-powered electric bicycle under consideration is shown in Figure 6. Table 1 lists the parameters of the electrical system under consideration.

The validation of the mathematical model involves comparing the responses obtained from the simulation (the exact topological model) with the responses obtained from the proposed model (GSSA

model). The conditions are set such that the constant power load (P_{CPL}) is increased from 400 W to 450 W at time $t = 2.5$ s and from 450 W to 500 W at time $t = 3$ s.

Figure 7 presents the validation results, where the red dashed line represents the response obtained from the simulation, and the black line represents the response obtained from the mathematical model. The responses of the current flowing through the inductor (I_L) and the voltage across the output capacitor (V_o) are consistent both under transient and steady-state conditions. When the simulation time and the calculation time of the mathematical model are compared, the simulation took 118.916 s, whereas the mathematical model took 0.020 s, representing a 99.98% time saving, as indicated by (19). This demonstrates that using the mathematical model significantly reduces the computation time for determining the response of the system compared to the simulation. The proposed mathematical model, developed using the GSSA method, exhibits high accuracy. In addition, its computational efficiency makes it suitable for artificial intelligence applications requiring iterative searching. The proposed averaging model can also be used for future stability analysis due to the CPL effects.

$$\% t_{saving} = \frac{t_{fs} - t_{av}}{t_{fs}} \times 100\% \quad (19)$$

where t_{fs} and t_{av} are the time spent on simulation and the time spent on computation using mathematical models, respectively.

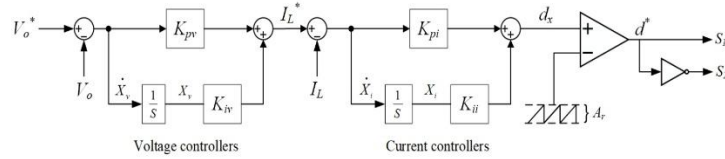


Figure 5. The structure of the cascade PI controller for the considered system

$$d^* = \frac{1}{A_r} [K_{pi}K_{pv}V_o^* - K_{pi}K_{pv}V_o + K_{pi}K_{iv}X_v - K_{pi}I_L + K_{ii}X_i] \quad (17)$$

$$\begin{cases} \dot{I}_L = \frac{1}{L}V_{fc} - \frac{1}{L}V_o + \frac{K_{pv}K_{pi}}{A_rL}V_o^*V_o - \frac{K_{pv}K_{pi}}{A_rL}V_o^2 + \frac{K_{pi}K_{iv}}{A_rL}V_oX_v - \frac{K_{pi}}{A_rL}I_LV_o + \frac{K_{ii}}{A_rL}V_oX_i \\ \dot{V}_o = \frac{1}{C_o}I_L - \frac{K_{pv}K_{pi}}{A_rC_o}V_o^*I_L + \frac{K_{pv}K_{pi}}{A_rC_o}V_oI_L - \frac{K_{pi}K_{iv}}{A_rC_o}I_LX_v + \frac{K_{pi}}{A_rC_o}I_L^2 - \frac{K_{ii}}{A_rC_o}I_LX_i - \frac{P_{CPL}}{V_oC_o} \\ \dot{X}_i = K_{pv}V_o^* + K_{iv}X_v - K_{pv}V_o - I_L \\ \dot{X}_v = V_o^* - V_o \end{cases} \quad (18)$$

Table 1. The parameters of the system

Parameter	Values	Descriptions
V_{fc}	14.4 V	Fuel cell stack voltage of the rated power 500 W
V_o	48 V	Output voltage
L ($\Delta I_L = 0.69$ A)	0.7258 mH	The inductance of the bidirectional half-bridge DC/DC converter
C_i ($\Delta V_i = 2.48$ V)	1.5 μ F	The input capacitance of the bidirectional half-bridge DC/DC converter
C_o ($\Delta V_o = 0.24$ V)	1519.097 μ F	The output capacitance of the bidirectional half-bridge DC/DC converter
A_r	10	Amplitude of the carrier signal (sawtooth) for PWM
K_{pr}	0.373697911	Proportional gain of the voltage loop
K_{gr}	1.239908333	Proportional gain of the current loop
K_{ir}	34.179687	Integral gain of the voltage loop
K_{gi}	1134.0625	Integral gain of the current loop

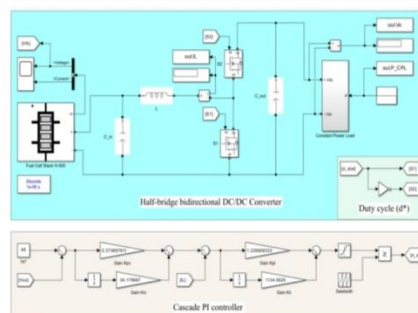
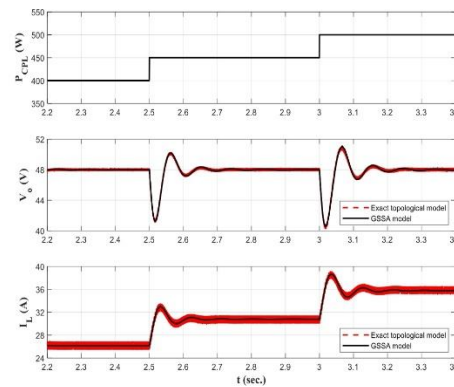


Figure 6. The SimPowerSystem® block for the considered hydrogen-powered electric bicycle

Figure 7. The responses of I_L and V_o when the P_{CPL} is changed

Conclusions

This study presents the derivation of a time-invariant mathematical model of the power system of a hydrogen-powered electric bicycle. The model of the hydrogen fuel cell was derived by polynomial equation fitting using characteristic data provided by the manufacturer. The model of the bidirectional DC/DC converter circuit was derived using the

GSSA method. The results of the validation of the model, which involves comparing the responses calculated from the derived model with those obtained from a computer simulation using MATLAB/SIMULINK, demonstrate that the proposed model yields system responses consistent with the simulation results under both transient and steady-state conditions. In addition, the use of the mathematical model significantly reduces the

computation time compared to the simulation. Therefore, the derived model is accurate and suitable for use in related studies. In future studies, the proposed mathematical model will be used to analyze the stability and predict instability points of the system. This is important because it contributes to the research of modern electric vehicle systems, specifically in terms of stability, an area that has not been extensively studied or published.

Acknowledgement

This work was supported by Suranaree University of Technology (SUT).

References

- Azer, P., and Emadi, A. (2020). Generalized state space average model for multi-phase interleaved buck, boost and buck-boost DC-DC converters: Transient, steady-state and switching dynamics. *IEEE Access*, 8:77735-77745. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2987277>
- Bai, H., Chen, H., and Shi, W. (2022). Hydrogen production by renewable energy and future trend in China. In 2022 IEEE 6th Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2) (pp. 676-680). IEEE. <https://doi.org/10.1109/EI256261.2022.10116157>
- Cespedes, M., Xing, L., and Sun, J. (2011). Constant-power load system stabilization by passive damping. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 26(7):1832-1836. <https://doi.org/10.1109/TPEL.2011.2151880>
- Chaicharoenaudomrung, K., Pakdeeto, J., Areerak, K., and Areerak, K. (2022). Mathematical model of DCMGs with PV arrays feeding the parallel constant power loads. In 2022 25th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS) (pp. 1-4). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICEMS56177.2022.9983107>
- Emadi, A. (2004). Modeling and analysis of multiconverter DC power electronic systems using the generalized state-space averaging method. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 51(3):661-668. <https://doi.org/10.1109/TIE.2004.825339>
- Emadi, A., Khaligh, A., Rivetta, C.H., and Williamson, G.A. (2006). Constant power loads and negative impedance instability in automotive systems: Definition, modeling, stability, and control of power electronic converters and motor drives. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 55(4):1112-1125. <https://doi.org/10.1109/TVT.2006.877483>
- Hamedani, E.A., Alenabi, S.A., and Talebi, S. (2024). Hydrogen as an energy source: A review of production technologies and challenges of fuel cell vehicles. *Energy Reports*, 12:3778-3794. <https://doi.org/10.1016/j.egy.2024.09.030>
- Horizon Educational. (2024, January). H-500 PEM fuel cell - 500 W. Horizon Educational. Retrieved April 5, 2025, from <https://www.horizoneducational.com/h-500-pemfuel-cell-500w/p1353>
- Hossain, E., Perez, R., Nasiri, A., and Padmanaban, S. (2018). A comprehensive review on constant power loads compensation techniques. *IEEE Access*, 6:33285-33305. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2849065>
- Mtumka, O., and Krishnamurthy, S. (2025). Modeling and simulating more efficient and reliable fuel cell vehicles through enhancing the integration of the 6 kW PEM fuel cell stack with DC/DC boost converter and BLDC motor. In 2025 33rd Southern African Universities Power Engineering Conference (SAUPEC) (pp. 1-6). IEEE. <https://doi.org/10.1109/SAUPEC65723.2025.10944329>
- Ngamkong, P., Kochcha, P., Areerak, K., Sujitjorn, S., and Areerak, K. (2012). Applications of the generalized state-space averaging method to modelling of DC-DC power converters. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 18(3):243-260. <https://doi.org/10.1080/13873954.2011.635377>
- Putala, R., and Ferencey, V. (2025). Hydrogen fuel cell system modeling approaches. In Proceedings of the 2025 Cybernetics & Informatics (K&I) (pp. 1-7). IEEE. <https://doi.org/10.1109/KI64036.2025.10916424>
- Sharma, A., and Garg, R. (2023). New technology for harnessing energy: Future of hydrogen. In 2023 International Conference on Recent Trends in Electronics and Communication (ICRTEC) (pp. 1-7). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICRTEC56977.2023.10111878>
- Surakan, W., Niyomthai, M., Suyapan, A., Narongrit, T., and Areerak, K. (2025). The cascade PI controller design for hydrogen electric bike systems. In 2025 13th International Electrical Engineering Congress (iEECON) (pp. 1-4). IEEE. <https://doi.org/10.1109/iEECON64081.2025.10987674>
- Touahria, D., Bouchemha, A., and Kahla, S. (2024). PEM fuel cell powered BLDC motor control for electric vehicle. In 2024 2nd International Conference on Electrical Engineering and Automatic Control (ICEEAC) (pp. 1-6). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICEEAC61226.2024.10576224>

การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 48
The 48th Electrical Engineering Conference (EECON-48)
วันที่ 19-21 พฤศจิกายน 2568 ณ โรงแรมฟราเมา จังหวัดเชียงใหม่



RE07

การสร้างแบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนที่อาศัยข้อมูลจากผู้ผลิต Modeling of Hydrogen Fuel Cell Stack Based on Manufacturer Information

กฤษดา ทองอร่าม¹ กองพันธ์ อารีรักษ์¹ อภิชัย สุธะพันธ์^{2*} และ จักรกริช ภักดีโต³

¹สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

²ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

³ภาควิชาครุศาสตร์ไฟฟ้า คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

*Corresponding author : apichai.suya@kmutt.ac.th

บทคัดย่อ

การศึกษาวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการผลิตและการใช้พลังงานไฟฟ้าจากไฮโดรเจนจำเป็นต้องพึ่งพาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน ดังนั้นบทความนี้จึงนำเสนอการสร้างแบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงโดยอาศัยข้อมูลจำเพาะจากบริษัทผู้ผลิตสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่จำเป็นในสมการกึ่งประจักษ์ของเซลล์เชื้อเพลิง ซึ่งผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่ได้ด้วยการเปรียบเทียบเส้นโค้งโพลาริเซชันและผลการตอบสนองของระบบจักรยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนผ่านการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์ด้วยโปรแกรม MATLAB/SIMULINK แสดงให้เห็นว่า แบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนให้ผลที่สอดคล้องและตรงกับชุดบล็อกสำเร็จรูปใน SimPowerSystem™ ดังนั้นแบบจำลองที่ได้จึงมีความถูกต้องและสามารถนำไปใช้สำหรับการศึกษาวิจัยได้ออนอนาคต

คำสำคัญ: แบบจำลองทางคณิตศาสตร์, เซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน, เส้นโค้งโพลาริเซชัน, จักรยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจน

Abstract

The study regarding the production and utilization of electrical energy from hydrogen requires a mathematical model of hydrogen fuel cells. Therefore, this article presents the derivation of a fuel cell model based on the specifications provided by manufacturers, which are used to estimate the key parameters in the semi-empirical equations of the fuel cell. The accuracy of the proposed model is validated by comparing the polarization curves and the dynamic response of a hydrogen-powered electric bicycle system through intensive time-domain simulation using MATLAB/SIMULINK. The results demonstrate that the proposed model can provide the consistent and accurate results compared with the built-in blocks in SimPowerSystem™. Therefore, the model is precise and can be effectively applied in future research.

Keywords: Mathematical Model, Hydrogen Fuel Cell, Polarization Curve, Hydrogen-Powered Electric Bicycle

1. บทนำ

การเปลี่ยนแปลงสภาพภูมิอากาศและภาวะโลกร้อนเป็นปัญหาสิ่งแวดล้อมที่หลายประเทศทั่วโลกกำลังเผชิญ สาเหตุหลักของปัญหาดังกล่าวมาจากการปล่อยก๊าซเรือนกระจกสู่ชั้นบรรยากาศ โดยเฉพาะก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ซึ่งเกิดจากการเผาไหม้ของเชื้อเพลิงฟอสซิล ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ความต้องการนำพลังงานสะอาดมาใช้มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องทั้งในปัจจุบันและอนาคต หนึ่งในพลังงานสะอาดที่ได้รับความสนใจได้แก่ การผลิตพลังงานไฟฟ้าจากไฮโดรเจน เนื่องจากพลังงานไฮโดรเจนมีความหนาแน่นสูงเมื่อเทียบกับพลังงานชนิดอื่น ๆ โดยการผลิตพลังงานไฟฟ้าดังกล่าวจะอาศัยเซลล์เชื้อเพลิงทำหน้าที่แปลงพลังงานจากไฮโดรเจนและสารออกซิไดซ์ให้เป็นพลังงานไฟฟ้าผ่านกระบวนการทางเคมีไฟฟ้า ซึ่งมีประสิทธิภาพสูงโดยมีเพียงน้ำและความร้อนเป็นผลพลอยได้และไม่มีการปล่อยก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ออกสู่ชั้นบรรยากาศ [1-2] เมื่อพิจารณาไปที่ภาคส่วนคมนาคมและการขนส่ง การนำพลังงานไฮโดรเจนมาประยุกต์ใช้ร่วมกับระบบขับเคลื่อนจึงเป็นแนวทางที่สำคัญในการช่วยลดการพึ่งพาพลังงานจากเชื้อเพลิงฟอสซิล พลังงานไฮโดรเจนได้ถูกนำมาใช้ในยานพาหนะหลากหลายประเภท เช่น รถบรรทุก เครื่องบินเรือ และจักรยานไฟฟ้า เป็นต้น [3] ดังนั้นการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการผลิตและการใช้พลังงานไฟฟ้าจากไฮโดรเจนจึงเป็นส่วนที่สำคัญในการพัฒนาระบบขับเคลื่อนที่ใช้พลังงานไฮโดรเจน ซึ่งโดยทั่วไปการศึกษาวิจัยดังกล่าวจำเป็นต้องพึ่งพาแบบจำลองของระบบ ด้วยเหตุนี้บทความจึงมุ่งเน้นไปที่การสร้างแบบจำลองเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน ซึ่งจากการสำรวจปริทัศน์วรรณกรรมพบว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนสามารถจำแนกได้ 3 ประเภท ได้แก่ แบบจำลองกึ่งประจักษ์ (semi-empirical model) แบบจำลองเชิงวิเคราะห์ (analytical model) และแบบจำลองเชิงกลไก (mechanistic model) [4-5] อย่างไรก็ตามบทความนี้จะนำเสนอการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบกึ่งประจักษ์ เนื่องจากเป็นแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน (simplified hydrogen fuel cell model) ซึ่งสามารถสร้างแบบจำลองได้ด้วยการนำข้อมูลจำเพาะจากผู้ผลิตมาใช้ร่วมกับสมการกึ่งประจักษ์ของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน โดยไม่จำเป็นต้องดำเนินการทดสอบจริง [6] อีกทั้งยังมีจุดเด่นในเรื่องของโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อนและให้ผลลัพธ์ที่สอดคล้องกับข้อมูลจากผู้ผลิต ในขณะที่การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง

*ผู้ประพันธ์บทความ: apichai.suya@kmutt.ac.th

การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 48

The 48th Electrical Engineering Conference (EECON-48)

วันที่ 19-21 พฤศจิกายน 2568 ณ โรงแรมฟูรามา จังหวัดเชียงใหม่



จะอาศัยการเปรียบเทียบเส้นโค้งโพลาริเซชันและผลการตอบสนองของระบบจํายานไฟฟ้าจากการใช้แบบจำลองที่ได้กับชุดบล็อกสำเร็จรูปในโปรแกรม MATLAB/SIMULINK ซึ่งผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า แบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนมีความถูกต้อง ดังนั้นแบบจำลองที่ได้จะถูกนำไปต่อยอดในการประยุกต์ใช้ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบขับเคลื่อนจํายานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจน เพื่อใช้ในการออกแบบระบบควบคุมและวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบต่อไปในอนาคต

บทความนี้ประกอบด้วย 4 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 บทนำ กล่าวถึงที่มาและความสำคัญปัญหา ส่วนที่ 2 เป็นการอธิบายการหาแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน ส่วนที่ 3 นำเสนอการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองด้วยการจำลองสถานการณ์บนโปรแกรม MATLAB/SIMULINK พร้อมทั้งการอภิปรายผล และส่วนที่ 4 เป็นสรุปเพื่อใช้เป็นแนวทางสำหรับการต่อยอดงานวิจัยในอนาคต

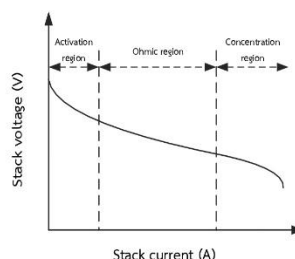
2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน

การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนในบทความนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนแรกเป็นการนำเสนอแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนที่มีการพิจารณาถึงพฤติกรรมที่มีค่าแรงดันไฟฟ้าไม่คงที่ ซึ่งการผลิตพลังงานไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับกระแสไฟฟ้าของโพลและกระแสการสูญเสียที่เกิดจากปฏิกิริยาเคมีไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิง [7] และส่วนที่ 2 เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์เฉพาะที่อาศัยข้อมูลจากผู้ผลิต โดยบทความนี้เลือกใช้เซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนรุ่น H-500 จากบริษัท Horizon Fuel cell Technologies [8] มีพิกัดกำลังไฟฟ้าที่ 500 W ซึ่งการหาแบบจำลองแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

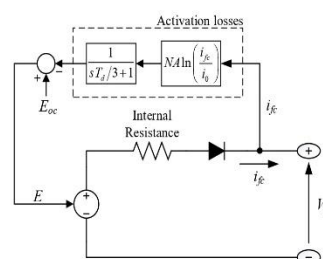
2.1 แบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน

พฤติกรรมการผลิตพลังงานไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนสามารถอธิบายได้ด้วยเส้นโค้งโพลาริเซชันทั่วไป (typical polarization) แสดงได้ดังรูปที่ 1 ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวจะมีการสูญเสียอยู่ 3 ย่าน ได้แก่ การสูญเสียในย่านกระตุ้น (activation region) การสูญเสียในย่านความต้านทานภายใน (ohmic region) และการสูญเสียในย่านความเข้มข้น (concentration region) [9-10] ซึ่งส่งผลทำให้แรงดันไฟฟ้าที่ผลิตได้จากเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนมีค่าไม่คงที่ แต่อย่างไรก็ตามเซลล์เชื้อเพลิงที่มีการใช้งานจริงจะถูกออกแบบและควบคุมเพื่อหลีกเลี่ยงการสูญเสียในย่านความเข้มข้น เนื่องจากการทำงานที่กระแสไฟฟ้าสูงเกินขีดจำกัดจะส่งผลให้อุปกรณ์เกิดความเสียหาย [5] ดังนั้นบทความนี้จะไม่พิจารณาการสูญเสียในย่านดังกล่าว

แบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนสามารถแสดงเป็นวงจรสมมูลทางไฟฟ้าได้ดังรูปที่ 2 ซึ่งวงจรดังกล่าวประกอบด้วย แรงดันไฟฟ้าเปิดวงจรของเซลล์เชื้อเพลิง (E_{oc}) การสูญเสียในย่านกระตุ้นที่ถูกแทนด้วยชุดบล็อกในกรอบเส้นประสีดำ และการสูญเสียที่เกิดจากความต้านทานภายในของเซลล์เชื้อเพลิงซึ่งถูกแทนด้วยค่าความต้านทานภายใน (internal resistance) โดยสมการแรงดันไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (1)



รูปที่ 1 เส้นโค้งโพลาริเซชันทั่วไปของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน



รูปที่ 2 วงจรสมมูลของแบบจำลองอย่างง่ายเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน

$$V_{fc} = E_{oc} - V_{act} - V_{ohmic} \quad (1)$$

โดยที่

- V_{fc} คือ แรงดันไฟฟ้าเอาต์พุตของเซลล์เชื้อเพลิง (V)
- E_{oc} คือ แรงดันไฟฟ้าเปิดวงจรของเซลล์เชื้อเพลิง (V)
- V_{act} คือ แรงดันไฟฟ้าที่เกิดจากการสูญเสียในย่านกระตุ้น (V)
- V_{ohmic} คือ แรงดันไฟฟ้าที่เกิดจากการสูญเสียจากความต้านทานภายในเซลล์เชื้อเพลิง (V)

จากรูปที่ 2 จะสังเกตได้ว่า ผลตอบสนองเชิงพลวัต (dynamic response) หรือผลตอบสนองในสภาวะชั่วคราว (transient response) จากการสูญเสียในย่านกระตุ้นจะถูกจำลองด้วยฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับที่ 1 ดังพจน์ $\frac{1}{sT_d/3+1}$ เพื่อใช้ในการห้วงเวลาขณะเกิดปฏิกิริยาเคมีไฟฟ้า [6] โดยที่ T_d คือระยะเวลาในการเข้าสู่สภาวะสมดุล (settling time) แต่อย่างไรก็ตามเพื่อลดความซับซ้อนของแบบจำลองบทความนี้จะพิจารณาเฉพาะผลตอบสนองในสภาวะอยู่ตัว (steady-state response) จากการสูญเสียในย่านกระตุ้นเท่านั้น ดังนั้นพจน์ดังกล่าวจะไม่ถูกนำมาพิจารณา ซึ่งแรงดันไฟฟ้าจากการสูญเสียในย่านกระตุ้นในสภาวะอยู่ตัวแสดงดังสมการที่ (2) และแรงดันไฟฟ้าจากการสูญเสียจากความต้านทานภายในของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนแสดงดังสมการที่ (3)

$$V_{act} = NA \ln \left(\frac{i_{fc}}{i_0} \right) \quad (2)$$

การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 48
The 48th Electrical Engineering Conference (EECON-48)
วันที่ 19-21 พฤศจิกายน 2568 ณ โรงแรมฟูรามา จังหวัดเชียงใหม่



$$V_{ohmic} = R_{ohm} \cdot i_{fc} \quad (3)$$

โดยที่

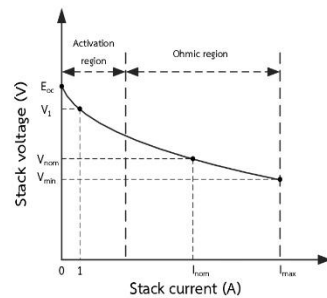
- N คือ จำนวนเซลล์ของเซลล์เชื้อเพลิง
 A คือ ค่าความชันของพลา (V)
 i_{fc} คือ กระแสไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิง (A)
 i_0 คือ กระแสไฟฟ้าแลกเปลี่ยนระหว่างขั้วแอโนดและ
 ขั้วแคโทดของเซลล์เชื้อเพลิง (A)
 R_{ohm} คือ ความต้านทานภายในของเซลล์เชื้อเพลิง (Ω)

ดังนั้นเมื่อแทนสมการที่ (2) และสมการที่ (3) ลงในสมการที่ (1) จะได้สมการแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนในสภาวะอยู่ตัวแสดงได้ดังสมการที่ (4) ดังนี้

$$V_{fc} = E_{oc} - NA \ln \left(\frac{i_{fc}}{i_0} \right) - R_{ohm} \cdot i_{fc} \quad (4)$$

2.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์จำเพาะที่อาศัยข้อมูลจากผู้ผลิต

จากแบบจำลองที่ได้ดังสมการที่ (4) จะพบว่าพารามิเตอร์ E_{oc} , NA , R_{ohm} และ i_0 ที่จำเป็นต้องทราบหรือดำเนินการประมาณค่า ซึ่งค่าพารามิเตอร์จำเพาะของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนสามารถประมาณได้จากเส้นโค้งโวลตาไรเซชันโดยอาศัยข้อมูลจากผู้ผลิตที่แสดงได้ในรูปที่ 3 ซึ่งประกอบด้วยจุดการทำงานทั้งหมด 4 จุด ได้แก่ แรงดันไฟฟ้าเปิดวงจร แรงดันไฟฟ้าที่กระแสไฟฟ้า 1 A (V_I) แรงดันไฟฟ้าที่จุดทำงานปกติ (V_{nom}) และแรงดันไฟฟ้าที่จุดทำงานกระแสไฟฟ้าสูงสุด (V_{min}) โดยค่าพารามิเตอร์จำเพาะที่ได้ในแต่ละจุดทำงานมีทั้งหมด 6 ค่า ได้แก่ E_{oc} , V_I , V_{nom} , I_{nom} , V_{min} และ I_{max}



รูปที่ 3 การประมาณค่าพารามิเตอร์จำเพาะจากเส้นโค้งโวลตาไรเซชัน [6]

เมื่อพิจารณาแบบจำลองในสมการที่ (4) ร่วมกับจุดการทำงานทั้ง 4 จุดจะสามารถคำนวณหาแรงดันไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงภายใต้จุดการทำงานต่าง ๆ ได้ดังสมการที่ (5) ถึงสมการที่ (7)

$$V_I = E_{oc} - NA \ln(i_0) - R_{ohm} \quad (5)$$

$$V_{nom} = E_{oc} - NA \ln \left(\frac{I_{nom}}{i_0} \right) - R_{ohm} \cdot I_{nom} \quad (6)$$

$$V_{min} = E_{oc} - NA \ln \left(\frac{I_{max}}{i_0} \right) - R_{ohm} \cdot I_{max} \quad (7)$$

โดยที่

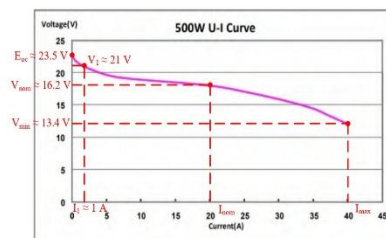
- V_{nom} คือ แรงดันไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิง ณ จุดทำงานปกติ
 I_{nom} คือ กระแสไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิง ณ จุดทำงานปกติ
 V_{min} คือ แรงดันไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิง ณ จุดทำงานที่ค่ากระแส
 สูงสุด
 I_{max} คือ กระแสไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิง ณ จุดทำงานสูงสุด
 V_I คือ แรงดันไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิง ที่กระแส 1 A

ดังนั้นจากสมการที่ (5) ถึงสมการที่ (7) สามารถจัดรูปใหม่เพื่อใช้ในการคำนวณหาพารามิเตอร์ในแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน ซึ่งได้แก่ NA , R_{ohm} และ i_0 แสดงได้ดังสมการที่ (8) ถึงสมการที่ (10) โดยค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์จำเพาะของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนที่ได้จากการประมาณค่าบนเส้นโค้งโวลตาไรเซชันซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้มาจากบริษัทผู้ผลิต

$$NA = \frac{(V_I - V_{nom})(I_{max} - 1) - (V_I - V_{min})(I_{nom} - 1)}{\ln(I_{nom})(I_{max} - 1) - \ln(I_{max})(I_{nom} - 1)} \quad (8)$$

$$R_{ohm} = \frac{V_I - V_{nom} - NA \ln(I_{nom})}{I_{nom} - 1} \quad (9)$$

$$i_0 = \exp \left(\frac{V_I - E_{oc} + R_{ohm}}{NA} \right) \quad (10)$$



รูปที่ 4 เส้นโค้งโวลตาไรเซชันของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนรุ่น H-500

เมื่อพิจารณาเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนรุ่น H-500 จากบริษัท Horizon Fuel cell Technologies ซึ่งมีเส้นโค้งโวลตาไรเซชันแสดงดังรูปที่ 4 จะสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์จำเพาะของเซลล์เชื้อเพลิงได้ดังต่อไปนี้

- $[E_{oc} (V), V_I (V)] = [23.5, 21]$
- $[I_{nom} (A), V_{nom} (V)] = [20, 16.2]$
- $[I_{max} (A), V_{min} (V)] = [40, 13.4]$

การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 48
The 48th Electrical Engineering Conference (EECON-48)
วันที่ 19-21 พฤศจิกายน 2568 ณ โรงแรมฟาราน่า จังหวัดเชียงใหม่



เมื่อนำค่าพารามิเตอร์จำเพาะที่ได้ตั้งข้างต้นแทนลงในสมการที่ (8) ถึงสมการที่ (10) จะสามารถคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ N_A , R_{ohm} และ i_0 ในแบบจำลองได้ จากนั้นเมื่อนำค่าดังกล่าวแทนลงในสมการที่ (4) จะได้แบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนที่พิจารณาแสดงได้ดังสมการที่ (11) โดยแบบจำลองดังกล่าวจะได้รับการตรวจสอบความถูกต้องดังที่จะนำเสนอในหัวข้อถัดไป

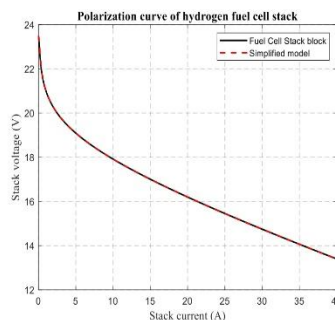
$$V_{fc} = 23.5 - 0.9156 \ln \left(\frac{i_{fc}}{0.0734} \right) - 0.1083 \cdot i_{fc} \quad (11)$$

3. การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนในบทความนี้แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 การเปรียบเทียบเส้นโค้งโพลาริเซชันที่ได้จากแบบจำลองกับชุดลือกสำเร็จรูปของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนใน SimPowerSystem™ และกรณีที่ 2 การเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบโดยรวมเมื่อประยุกต์ใช้แบบจำลองร่วมกับระบบจํการยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนผ่านการจำลองสถานการณ์บนคอมพิวเตอร์ด้วยโปรแกรม MATLAB/SIMULINK ซึ่งสามารถแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

3.1 การตรวจสอบเส้นโค้งโพลาริเซชัน

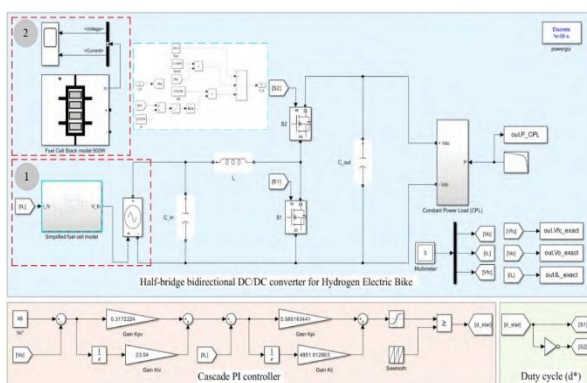
แบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนที่ได้ตั้งสมการที่ (11) ถูกนำมาใช้ในการสร้างเส้นโค้งโพลาริเซชันและเปรียบเทียบกับเส้นโค้งที่ได้จากชุดลือกสำเร็จรูปใน SimPowerSystem™ โดยค่าพารามิเตอร์จำเพาะจะถูกกำหนดลงในชุดลือกดังกล่าว ผลการเปรียบเทียบแสดงได้ดังรูปที่ 5 ซึ่งจากรูปจะสังเกตได้ว่า เส้นโค้งโพลาริเซชันที่ได้จากแบบจำลองให้ผลที่สอดคล้องและตรงกับชุดลือกสำเร็จรูปจึงเป็นการแสดงให้เห็นว่า แบบจำลองที่ได้มีความถูกต้องและสามารถใช้ในการอธิบายพฤติกรรมการผลิตพลังงานไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนในสภาวะอยู่ตัวได้



รูปที่ 5 เส้นโค้งโพลาริเซชันของแบบจำลองอย่างง่ายเปรียบเทียบกับชุดลือกสำเร็จรูปใน SimPowerSystem™

3.2 การประยุกต์ใช้แบบจำลองอย่างง่ายร่วมกับระบบจํการยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจน

ระบบจํการยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนแสดงได้ดังรูปที่ 6 ซึ่งประกอบด้วย 3 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 เซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน ทำหน้าที่เป็นแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรงให้กับระบบ ส่วนที่ 2 วงจรแปลงผันกำลังคือเป็นคิแบบสองทิศทางที่มีตัวควบคุมฟีดแบ็คต่อเรียงกัน ทำหน้าที่ควบคุมระดับแรงดันไฟฟ้าเอาต์พุตให้คงที่ และส่วนที่ 3 โหลดชุดขับเคลื่อนมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงที่ถูกแทนด้วยโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัว [12] ซึ่งค่าพารามิเตอร์ของระบบแสดงได้ดังตารางที่ 1 สำหรับการตรวจสอบความถูกต้องในกรณีที่ 2 นี้แบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนจะถูกนำมาสร้างเป็นชุดลือกเพื่อใช้เป็นแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรงให้กับระบบ (กรอบสีแดงหมายเลข 1) และจะถูกเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองเมื่อใช้ชุดลือกสำเร็จรูปของเซลล์เชื้อเพลิงใน SimPowerSystem™ (กรอบสีแดงหมายเลข 2) โดยการจำลองสถานการณ์ของระบบจํการยานไฟฟ้าจะดำเนินการเปลี่ยนแปลงโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัวจาก 300 W เป็น 350 W ที่เวลา $t = 6$ วินาที ซึ่งการเปรียบเทียบผลการตอบสนองแสดงได้ดังรูปที่ 7



รูปที่ 6 ชุดลือกไฟฟ้ากำลังของระบบจํการยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจนบนโปรแกรม MATLAB/SIMULINK

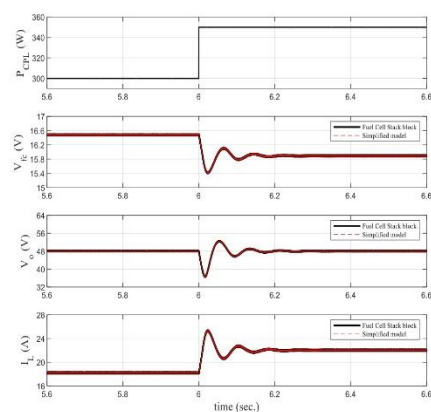
การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 48

The 48th Electrical Engineering Conference (EECON-48)

วันที่ 19-21 พฤศจิกายน 2568 ณ โรงแรมฟูรามา จังหวัดเชียงใหม่

ตารางที่ 1 พารามิเตอร์ของระบบจํายานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจน

พารามิเตอร์	ค่า	รายละเอียด
V_o	48 V	แรงดันไฟฟ้าเอาต์พุต
L ($N_L \leq 0.11A$)	4.7 mH	ค่าความเหนี่ยวนำของวงจรแปลงผัน
C_d ($\Delta V_d \leq 0.24V$)	1600 μF	ค่าความจุไฟฟ้าทางฝั่งเอาต์พุตของวงจรแปลงผัน
C_f ($\Delta V_f \leq 2.48V$)	1.5 μF	ค่าความจุไฟฟ้าทางฝั่งอินพุตของวงจรแปลงผัน
A_r	10	ค่าอัตราขยายของสัญญาณสามเหลี่ยม
K_{pr}	0.3172	ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมพีสำหรับควบคุมแรงดันไฟฟ้า [11]
K_{pv}	23.04	ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมไอสำหรับควบคุมแรงดันไฟฟ้า [11]
K_{pi}	5.5802	ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมพีสำหรับควบคุมกระแสไฟฟ้า [11]
K_{ii}	4851.61	ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมไอสำหรับควบคุมกระแสไฟฟ้า [11]



รูปที่ 7 ผลการตอบสนองของระบบจํายานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจน

จากรูปที่ 7 จะสังเกตได้ว่า ผลการตอบสนองของระบบที่ได้จากแบบจำลองอย่างง่ายของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจนที่ได้ดังสมการที่ (11) มีความสอดคล้องกับชุดบล็อกสำเร็จรูปทั้งในช่วงสภาวะชั่วครู่และในสภาวะอยู่ตัว ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีความถูกต้องและสามารถนำไปใช้สำหรับการศึกษาวิจัยต่อไปในอนาคต

4. สรุป

บทความนี้นำเสนอการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเซลล์เชื้อเพลิงไฮโดรเจน โดยอาศัยข้อมูลเฉพาะจากบริษัทผู้ผลิตเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ที่สำคัญของแบบจำลองดังกล่าว ได้แก่ แรงดันไฟฟ้าเปิดวงจร ความต้านทานภายใน และค่าคงที่ทางเคมีไฟฟ้า ซึ่งถูกนำมาใช้ในการแบบจำลองทั้งระบบเพื่ออธิบายพฤติกรรมการผลิตพลังงานไฟฟ้าของเซลล์เชื้อเพลิงในสภาวะอยู่ตัว โดยผลการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองด้วยการจำลองสถานการณ์บนโปรแกรม



MATLAB/SIMULINK แสดงให้เห็นว่า แบบจำลองที่มีความถูกต้องและสอดคล้องกับชุดบล็อกสำเร็จรูปใน SimPowerSystem™ ทั้งในการเปรียบเทียบเส้นโค้งโพลาริเซชันของเซลล์เชื้อเพลิงและการตอบสนองของระบบจํายานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจน ดังนั้นแบบจำลองดังกล่าวที่ได้จะถูกนำไปประยุกต์ใช้ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบจํายานไฟฟ้าเพื่อใช้ในการออกแบบระบบควบคุมและวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบสำหรับงานวิจัยต่อไปในอนาคต

เอกสารอ้างอิง

- [1] Y. Chang, Y. Qin, Y. Yin, J. Zhang, and X. Li, "Humidification strategy for polymer electrolyte membrane fuel cells – A review," *Applied Energy*, vol. 230, Sep. 2018, pp. 643–662.
- [2] A. Sharma and R. Garg, "New Technology for Harnessing Energy: Future of Hydrogen," 2023 International Conference on Recent Trends in Electronics and Communication (ICRTEC), Mysore, India, 2023, pp. 1-7.
- [3] P. Fragiaco, M. Genovese, F. Piraino, O. Corigliano, and G. De Lorenzo, "Hydrogen-Fuel Cell Hybrid Powertrain: Conceptual Layouts and Current Applications," *Machines*, vol. 10, no. 12, art. 1121, Nov. 2022.
- [4] S. Hamdollahi and J. Luo, "A review on modeling of proton exchange membrane fuel cell," *Chem. Ind. Chem. Eng. Q.*, vol. 29, no. 1, Jan. 2023, pp. 61–74.
- [5] R. Putala and V. Ferencey, "Hydrogen Fuel Cell System Modeling Approaches," 2025 Cybernetics & Informatics (K&I), Mikulov na Morave, Czech Republic, 2025, pp. 1-7.
- [6] S. N. M., O. Tremblay and L. -A. Dessaint, "A generic fuel cell model for the simulation of fuel cell vehicles," 2009 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, Dearborn, MI, USA, 2009, pp. 1722-1729.
- [7] I. M. M. Saleh, R. Ali and H. Zhang, "Simplified mathematical model of proton exchange membrane fuel cell based on horizon fuel cell stack," in *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, vol. 4, no. 4, pp. 668-679, October 2016.
- [8] Horizon Educational, "H-500 PEM Fuel Cell – 500 W." Accessed: Jun. 15, 2025. [Online]. Available: <http://www.horizoneducational.com/h-500-pem-fuel-cell-500W/p1353>
- [9] X. Yang, P. Wang, Q. Li, W. Nie and M. Sun, "Modeling and Simulation Analysis of Fuel Cell Stack Model," 2024 5th International Conference on Clean Energy and Electric Power Engineering (ICCEPE), Yangzhou, China, 2024, pp. 125-128.

การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 48

The 48th Electrical Engineering Conference (EECON-48)

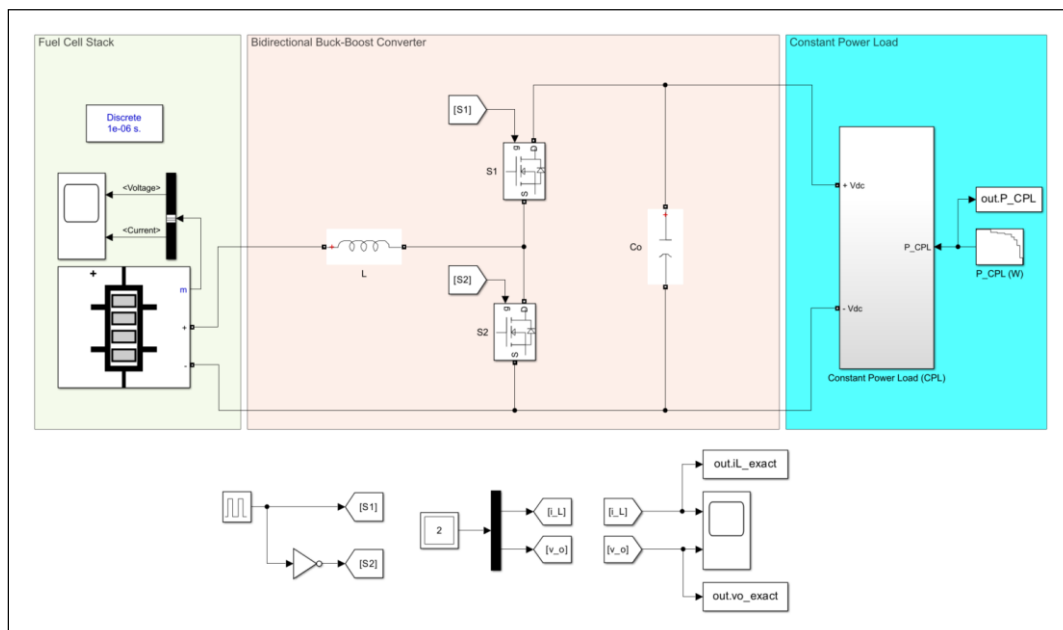
วันที่ 19-21 พฤศจิกายน 2568 ณ โรงแรมฟูรามา จังหวัดเชียงใหม่



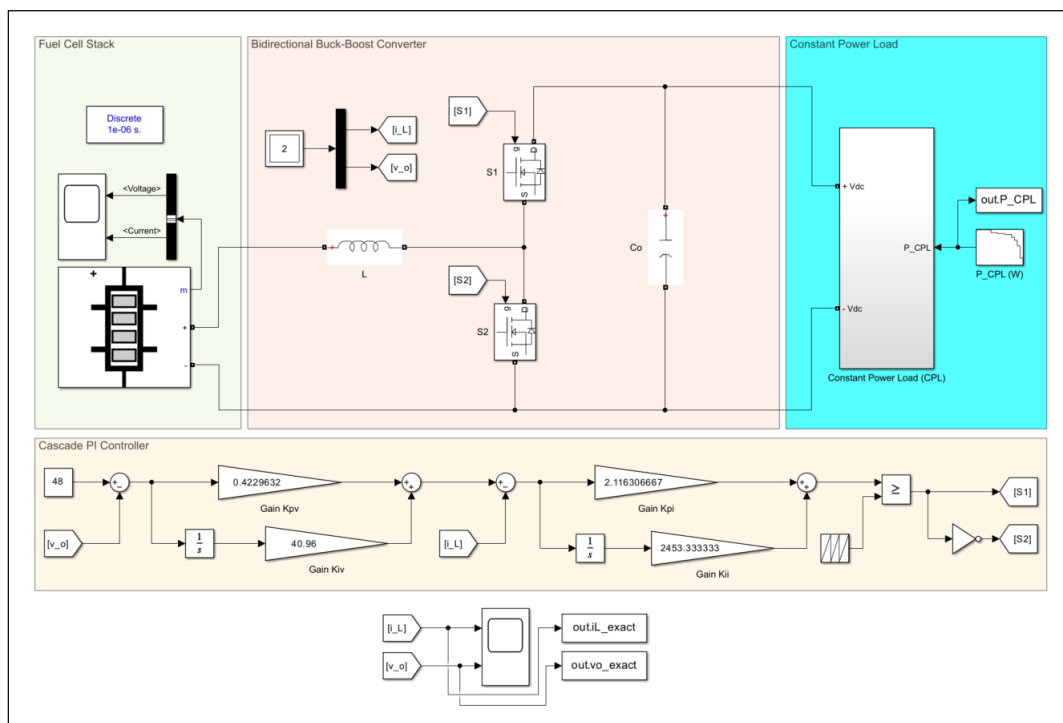
- [10] N. Nirm-on, "วิเคราะห์สมรรถนะของระบบเซลล์เชื้อเพลิงสำหรับประยุกต์ใช้กับระบบไฟฟ้าแยกโดด," วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี, 2012.
- [11] W. Surakan, M. Niyomthai, A. Suyapan, T. Narongrit and K. Areerak, "The Cascade PI Controller Design for Hydrogen Electric Bike Systems," 2025 13th International Electrical Engineering Congress (iEECON), Hua Hin, Thailand, 2025, pp. 1-4.
- [12] A. Emadi, A. Khaligh, C. H. Rivetta and G. A. Williamson, "Constant power loads and negative impedance instability in automotive systems: definition, modeling, stability, and control of power electronic converters and motor drives," in IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 55, no. 4, pp. 1112-1125, July 2006.

ภาคผนวก ข

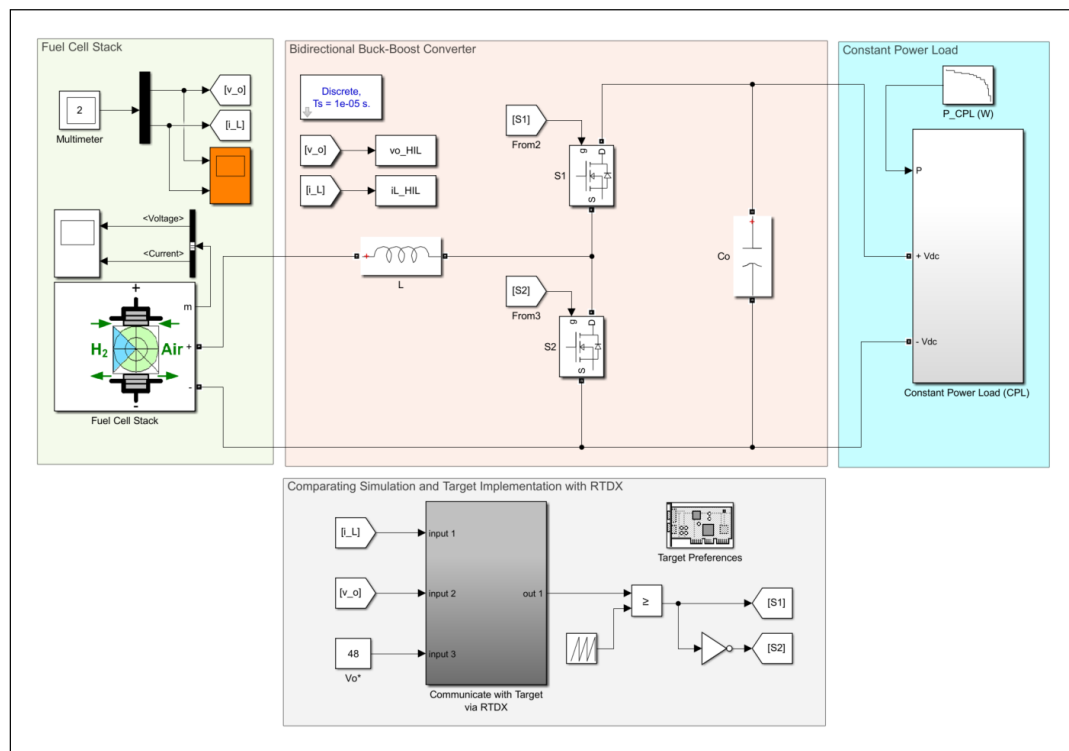
ชุดบล็อกไฟฟ้ากำลังร่วมกับ SIMULINK บนโปรแกรม MATLAB



รูปที่ ข.1 ชุดบล็อกไฟฟ้ากำลังร่วมกับ SIMULINK บนโปรแกรม MATLAB ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณา
ในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุม



รูปที่ ข.2 ชุดบล็อกไฟฟ้ากำลังร่วมกับ SIMULINK บนโปรแกรม MATLAB ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณา
ในกรณีที่มีตัวควบคุม



รูปที่ ข.3 ชุดบล็อกไฟฟ้ากำลังร่วมกับ SIMULINK บนโปรแกรม MATLAB ของระบบไฟฟ้าที่พิจารณา
สำหรับการจำลองสถานการณ์แบบฮาร์ดแวร์ในลูป

ภาคผนวก ค

โปรแกรมสำหรับการจำลองสถานการณ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

 โปรแกรมสำหรับการจำลองสถานการณ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบจักษยานไฟฟ้า
 พลังงานไฮโดรเจนในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุม

% กำหนดค่าพารามิเตอร์ของระบบจักษยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจน

NA = 0.9156; % ค่าคงที่ทางเคมีไฟฟ้า

R_int = 0.1083; % ความต้านทานภายในของเซลล์เชื้อเพลิง (Ω)

i0 = 0.0734; % ค่ากระแสแลกเปลี่ยนของเซลล์เชื้อเพลิง (A)

Eoc = 23.5; % แรงดันไฟฟ้าเปิดวงจร (V)

L = 4.6e-3; % ค่าความเหนี่ยวนำไฟฟ้า (mH)

Co = 1600e-6; % ค่าความจุไฟฟ้า (μ F)

d = 0.5; % ค่าวัฏจักรหน้าที่ (duty cycle)

% กำหนดช่วงเวลาและการเปลี่ยนแปลงโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัวที่ค่าต่าง ๆ

time_intervals = [0 0.4; 0.4 0.8; 0.8 1.2]; % กำหนดช่วงเวลาการเปลี่ยนแปลงโหลด

Step_PCPL = [60, 80, 100]; % กำหนดค่ากำลังไฟฟ้าคงตัวในแต่ละช่วง

x0 = [1e-12; 48]; % กำหนดค่าเริ่มต้นของระบบ

% ตัวแปรสำหรับเก็บค่าผลลัพธ์

t_total = [];

x_total = [];

p_total = [];

%% แก้สมการ ODE โดยใช้คำสั่ง ode45

tic

for i = 1:length(Step_PCPL)

 P_CPL = Step_PCPL(i);

 tspan = time_intervals(i, :);

 dxdt = @(t, x) [

 ((Eoc - NA * log(x(1)/i0) - R_int * x(1)) / L) - ((x(2) - d * x(2)) / L);

 ((x(1) - d * x(1)) / Co) - (P_CPL / (x(2) * Co));

];

 % ตั้งค่าตัวเลือก ODE

 options = odeset('RelTol',1e-12, 'AbsTol',1e-12);

```

% แก้สมการ ODE เพื่อหาคำตอบ
[t, x] = ode45(dxdt, tspan, x0, options);
% เก็บค่าการสแต็บโหนดกำลังไฟฟ้าคงตัว
p = P_CPL * ones(length(t),1);
% บันทึกค่าที่ได้
t_total = [t_total; t];
x_total = [x_total; x];
p_total = [p_total; p];
% ผลตอบสนองของ iL และ vo ที่ได้จากการแก้สมการ ODE
iL_GSSA = x_total(:,1);
vo_GSSA = x_total(:,2);
% กำหนดให้ค่าสุดท้ายเป็นค่าเริ่มต้นของช่วงถัดไป
x0 = x(end, :);
end
ODE_time = toc;      % ระยะเวลาในการแก้สมการ ODE
fprintf('ODE simulation time: %.6f seconds\n',ODE_time);
%% พล็อตกราฟผลตอบสนองของระบบ
figure;
% พล็อตการสแต็บโหนดกำลังไฟฟ้าคงตัว (PCPL)
subplot(3,1,1);
plot(t_total, p_total, 'k', 'LineWidth', 1.25);
ylabel('\it\bf P_{CPL} \rm\bf(W)')
xlim([0.2 1.2]);
ylim([50 120]);
yticks(50:10:120); grid on;
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 10);
set(gca, 'GridLineStyle', ':');
set(gca, 'GridColor', [0 0 0], 'GridAlpha', 1);
% พล็อตผลตอบสนองของ iL
subplot(3,1,2);
plot(t_total, iL_GSSA, 'k', 'LineWidth', 1.25);

```

```

ylabel({'\it\bf{L} \rm\bf(A)'});
legend('GSSA model', 'Location', 'northeast');
xlim([0.2 1.2]);
ylim([2 8]);
yticks(2:1:8); grid on;
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 10);
set(gca, 'GridLineStyle', ':');
set(gca, 'GridColor', [0 0 0], 'GridAlpha', 1);
% พล็อตผลตอบแทนของ vo
subplot(3,1,3);
plot(t_total, vo_GSSA,'k', 'LineWidth', 1.25);
ylabel({'\it\bf{V} \rm\bf(V)'});
xlabel('\bfTime (s)');
legend('GSSA model', 'Location', 'northeast');
xlim([0.2 1.2]);
ylim([36 41]);
yticks(36:1:41); grid on;
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 10);
set(gca, 'GridLineStyle', ':');
set(gca, 'GridColor', [0 0 0], 'GridAlpha', 1);

```

 โปรแกรมสำหรับการจำลองสถานการณ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบจักษยานไฟฟ้า
 พลังงานไฮโดรเจนในกรณีที่มีตัวควบคุม

% กำหนดค่าพารามิเตอร์ของระบบจักษยานไฟฟ้าพลังงานไฮโดรเจน

NA = 0.9156; % ค่าคงที่ทางเคมีไฟฟ้า

R_int = 0.1083; % ความต้านทานภายในของเซลล์เชื้อเพลิง (Ω)

i0 = 0.0734; % ค่ากระแสแลกเปลี่ยนของเซลล์เชื้อเพลิง (A)

Eoc = 23.5; % แรงดันไฟฟ้าเปิดวงจร (V)

L = 4.6e-3; % ค่าความเหนี่ยวนำไฟฟ้า (mH)

Co = 1600e-6; % ค่าความจุไฟฟ้า (μF)

% กำหนดค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีไอ

Kpv = 0.4229632; % ค่าอัตราขยายสัดส่วนของลูบแรงดันไฟฟ้า

Kiv = 40.96; % ค่าอัตราขยายปริพันธ์ของลูบแรงดันไฟฟ้า

Kpi = 2.116306667; % ค่าอัตราขยายสัดส่วนของลูบกระแสไฟฟ้า

Kii = 2453.333333; % ค่าอัตราขยายปริพันธ์ของลูบกระแสไฟฟ้า

Vo_star = 48; % ค่าแรงดันไฟฟ้าอ้างอิง

Ar = 10; % ค่าแอมพลิจูดของสัญญาณฟันเลื่อย

% กำหนดช่วงเวลาและการเปลี่ยนแปลงโหลดกำลังไฟฟ้าคงตัวที่ค่าต่าง ๆ

time_intervals = [0 0.5; 0.5 1; 1 1.5; 1.5 2]; % กำหนดช่วงเวลาการเปลี่ยนแปลงโหลด

Step_PCPL = [100, 150, 200, 250]; % กำหนดค่ากำลังไฟฟ้าคงตัวในแต่ละช่วง

x0 = [1e-12; 48; 0; 0]; % กำหนดค่าเริ่มต้นของระบบ

% ตัวแปรสำหรับเก็บค่าผลลัพธ์

t_total = [];

x_total = [];

p_total = [];

%% แก้มการ ODE โดยใช้คำสั่ง ode15s

tic

for i = 1:length(Step_PCPL)

 P_CPL = Step_PCPL(i);

 tspan = time_intervals(i, :);

```

dxdt = @(t, x) [
    ((Eoc - NA * log(x(1) / i0) - R_int * x(1)) / L) - (1 / L) * x(2) ...
    + (Kpi * Kpv * Vo_star * x(2)) / (Ar * L) ...
    - (Kpi * Kpv * x(2)^2) / (Ar * L) ...
    + (Kpi * Kiv * x(3) * x(2)) / (Ar * L) ...
    - (Kpi * x(1) * x(2)) / (Ar * L) ...
    + (Kii * x(4) * x(2)) / (Ar * L);
    x(1)/Co - (Kpi * Kpv * Vo_star * x(1)) / (Ar * Co) ...
    + (Kpi * Kpv * x(1) * x(2)) / (Ar * Co) ...
    - (Kpi * Kiv * x(3) * x(1)) / (Ar * Co) ...
    + (Kpi * x(1)^2) / (Ar * Co) ...
    - (Kii * x(4) * x(1)) / (Ar * Co) ...
    - (P_CPL) / (x(2) * Co);
    Vo_star - x(2);
    - x(1) - Kpv * x(2) + Kiv * x(3) + Kpv * Vo_star
];
% ตั้งค่าตัวเลือก ODE
options = odeset('RelTol',1e-12, 'AbsTol',1e-12);
% แก้สมการ ODE เพื่อหาคำตอบ
[t, x] = ode15s(dxdt, tspan, x0, options);
% เก็บค่าการสแต็บโพลด์กำลังไฟฟ้าคงตัว
p = P_CPL * ones(length(t),1);
% บันทึกค่าที่ได้
t_total = [t_total; t];
x_total = [x_total; x];
p_total = [p_total; p];
% ผลตอบสนองของ iL และ vo ที่ได้จากการแก้สมการ ODE
iL_GSSA = x_total(:,1);
vo_GSSA = x_total(:,2);
% กำหนดให้ค่าสุดท้ายเป็นค่าเริ่มต้นของช่วงถัดไป
x0 = x(end, :);

```

```

end
ODE_time = toc;      % ระยะเวลาในการแก้สมการ ODE
fprintf('ODE simulation time: %.6f seconds\n',ODE_time);
%% พล็อตกราฟผลตอบสนองของระบบ
figure;
% พล็อตการสลับโหนดกำลังไฟฟ้าคงตัว
subplot(3,1,1);
plot(t_total, p_total, 'k', 'LineWidth', 1.25);
ylabel('\it\bfP_{CPL} \rm\bf(W)')
xlim([0.8 2]);
ylim([100 300]);
yticks(100:50:300); grid on;
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 10);
set(gca, 'GridLineStyle', ':');
set(gca, 'GridColor', [0 0 0], 'GridAlpha', 1);
% พล็อตผลตอบสนองของ iL
subplot(3,1,2);
plot(t_total, iL_GSSA, 'k', 'LineWidth', 1.25);
ylabel('\it\bfI_{L} \rm\bf(A)');
legend('GSSA model', 'Location', 'northeast');
xlim([0.8 2]);
ylim([6 18]);
yticks(6:2:18); grid on;
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 10);
set(gca, 'GridLineStyle', ':');
set(gca, 'GridColor', [0 0 0], 'GridAlpha', 1);
% พล็อตผลตอบสนองของ vo
subplot(3,1,3);
plot(t_total, vo_GSSA, 'k', 'LineWidth', 1.25);
ylabel('\it\bfv_{o} \rm\bf(V)');
xlabel('\bfTime (s)');

```

```
legend('GSSA model', 'Location', 'northeast');  
xlim([0.8 2]);  
ylim([40 52]);  
yticks(40:2:52); grid on;  
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 10);  
set(gca, 'GridLineStyle', ':');  
set(gca, 'GridColor', [0 0 0], 'GridAlpha', 1);
```

ภาคผนวก ง

โปรแกรมภาษาซีสำหรับการจำลองสถานการณ์ด้วยเทคนิคฮาร์ดแวร์ในรูป
บนบอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์รุ่น TMDSDOCK28335

```

*****
โปรแกรมภาษาซีสำหรับการจำลองสถานการณ์แบบฮาร์ดแวร์ในลูปบนบอร์ด TMDSDOCK28335
*****

// เรียกใช้ไลบรารีของโปรแกรม
#include <stdio.h>    // ส่วนหัวของโปรแกรม (header)
#include "target.h"
#include <rtdx.h>    // ไลบรารี RTDX สื่อสารระหว่าง MATLAB/SIMULINK กับบอร์ด DSP
// กำหนดค่าช่วงเวลาในการซิกตัวอย่างเท่ากับ 10  $\mu$ s
#define Ts 1e-5
// ประกาศตัวแปรสัญญาณของตัวควบคุมพีไอ
float Vo;
float Vref;
float iL;
float dx;
float iL_ref;
// กำหนดค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีไอ
const float kpv = 0.4229632f, kiv = 40.96f;
const float kpi = 2.606666667f, kii = 2453.333333f;
// ตัวแปรเก็บค่าผลรวมของตัวควบคุมพีไอและค่าความคลาดเคลื่อน
float int_v = 0.0f;
float int_i = 0.0f;
float err_v = 0.0f;
float err_i = 0.0f;
// ช่องทางการสื่อสาร RTDX อินพุตสำหรับรับข้อมูล iL, Vo, Vref จาก MATLAB/SIMULINK
RTDX_CreateInputChannel(ichan1); // iL
RTDX_CreateInputChannel(ichan2); // Vo
RTDX_CreateInputChannel(ichan3); // Vref
// ช่องทางการสื่อสาร RTDX เอาต์พุตสำหรับส่งข้อมูล dx กลับไปยัง MATLAB/SIMULINK
RTDX_CreateOutputChannel(ochan1); // dx
void main()
{

```

```

// ตั้งค่า target ของบอร์ด eZdsp F28335 (TMS320F28335)
TARGET_INITIALIZE();
RTDX_enableInput(&ichan1);
RTDX_enableInput(&ichan2);
RTDX_enableInput(&ichan3);
RTDX_enableOutput(&ochan1);
// real-time loop
while (1) {
    // รับข้อมูล iL, Vo, Vref จาก RTDX
    RTDX_read(&ichan1, &iL, sizeof(float));
    RTDX_read(&ichan2, &Vo, sizeof(float));
    RTDX_read(&ichan3, &Vref, sizeof(float));
    // --- ลูปควบคุมแรงดันไฟฟ้า (outer loop) ---
    err_v = Vref - Vo;
    int_v += kiv * Ts * err_v;
    iL_ref = kp_v * err_v + int_v;
    // --- ลูปควบคุมกระแสไฟฟ้า (inner loop) ---
    err_i = iL_ref - iL;
    int_i += kii * Ts * err_i;
    dx = kpi * err_i + int_i;
    // RTDX
    while (RTDX_writing != NULL) {
        #if RTDX_POLLING_IMPLEMENTATION
            RTDX_Poll();
        #endif
    }
    // ส่งข้อมูล dx กลับไปยัง MATLAB/SIMULINK
    RTDX_write(&ochan1, &dx, sizeof(float));
}
}

```