

## บทคัดย่อภาษาไทย

ในรายงานการวิจัยฉบับนี้ได้พิสูจน์ว่า อนุพันธ์อันดับที่สองที่จุด  $x_i$  ของสปลายอันดับที่สาม และผลต่างขั้นที่สองของฟังก์ชัน  $u(x_i)$  ให้การประมาณค่า  $u''(x_i)$  ในทิศทางตรงกันข้าม เมื่อมีการแบ่งช่วงออกเป็นส่วน ๆ เท่า ๆ กัน โดยการใช้ผลลัพธ์นี้ เราได้ทำการพิสูจน์เพิ่มเติมว่า ค่าเฉลี่ยของตัวประมาณค่าทั้งสองข้างต้นสามารถประมาณค่าของ  $u''(x_i)$  ได้ดีกว่าตัวประมาณค่า ทั้งสองข้างต้น และมีการยกตัวอย่างประกอบด้วย

## บทคัดย่อภาษาอังกฤษ

For the uniform partition, we prove that the second derivative at the point  $x_i$  of the cubic spline (denoted by  $M_i$ ) and the second central finite difference of the function  $u(x_i)$  (denoted by  $\delta^2 u(x_i) / h^2$ ) approximate  $u''(x_i)$  on the opposite side. By using this property, we introduce the number  $C_i$  to be the average of  $M_i$  and  $\delta^2 u(x_i) / h^2$  and we can conclude that  $C_i$  gives a better approximation to  $u''(x_i)$ . Finally, we use  $C_i$  in the numerical solution of second order PDEs. Numerical examples are given.