รหัสโครงการ SUT7-711-44-12-26

รายงานการวิจัย

ความคงทนในสมรรถนะระบบกำจัด รีโซแนนซ์การบิดเมื่อปรากฏลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น

(Performance Robustness of Torsional Resonance System with Nonlinearity Presence)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

รองศาสตราจารย์ ดร.สราวุฒิ สุจิตจร

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผู้ร่วมวิจัย

นายกองพัน อารีรักษ์

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ.2544

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

พฤษภาคม 2545

บทคัดย่อ

ระบบสองมวลความเฉื่อยที่ปรากฏรีโซแนนซ์การบิด ได้รับการชดเชยทางพลวัตไว้ก่อนแล้วสำหรับจุดปฏิบัติงานที่อัตราเร็ว 143 รอบต่อนาที ด้วยการใช้ตัวชดเชยเชิงเส้นสำหรับอินพุตและสำหรับวิถีป้อนกลับ เมื่อระบบดังกล่าวถูกบังคับขยายย่านการปฏิบัติงาน โดยไม่เปลี่ยนแปลงตัวชดเชย จึงแสดงลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นปรากฏในการตอบสนอง งานวิจัยนี้ได้ใช้วิธีค้นหาแบบตาบูระบุเอกลักษณ์ลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้น พบว่าปรากฏลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นแบบอิ่มตัวเป็นตระกูล โดยใช้การจำลองโครงสร้างของระบบให้มีลักษณะเฉพาะดังกล่าว อยู่ในวิถีป้อนกลับเช่นเดียวกับปัญหา Lure งานวิจัยยังได้ดำเนินการวิเคราะห์ความคงทนทางสมรรถนะและทางเสถียรภาพ ทั้งด้วยวิธีดีเทอร์มินิสทิคและวิธีเฟ้นสุ่ม ผลการวิเคราะห์ได้ข้อสรุปว่า ระบบไม่เป็นเชิงเส้นดังกล่าวข้างต้นมีความคงทนสูงต่อความไม่แน่นอนที่ปรากฏกับแบบจำลองของพลานต์

Abstract

A two-inertia system exhibiting torsional resonant phenomenon is of the interest. The system has been compensated dynamically around the 143 rpm operating point by an input- and a feedback- compensators. To better utilize the compensated system, its operating range has been extended without any redesign. The extended system exhibits nonlinear characteristics. Tabu search has been applied to identify the nonlinearity. Appearing in the feedback path as the Lure's problem, a family of saturation characteristics is found. The analyses of performance and stability robustness are also conducted via deterministic and stochastic approaches. The results confirm that the extended system is highly robust to the plant model uncertainty.

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณศาสตราจารย์ อาร์ บาร์มิส แห่งมหาวิทยาลัยเคสเวสเทิร์นรีเซิร์ฟ สหรัฐอเมริกา ที่กรุณาให้คำแนะนำและอนุญาตให้ใช้รายงานการวิจัยของท่าน อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่องานวิจัยในส่วนของการดำเนินงานแบบเฟ้นสุ่ม สำหรับวิเคราะห์ความคงทนของระบบ และขอขอบคุณ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ที่ได้สนับสนุนทุนวิจัย

Acknowledgement

The author wishes to thank Professor R. Barmish at Castwestern Reserve University, USA, for his very constructive comments and kind permission to gain access to his recent research report relevant to the stochastic approach used in this project. The research support by Suranaree University of Technology is also greatly acknowledged.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	ก
Abstract	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
Acknowledgement	ง
สารบัญ	จ
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 กล่าวนำ	1
1.2 วัตถุประสงค์และเป้าหมายของการวิจัย	4
1.3 การจัดรูปเล่มของรายงานการวิจัย	4
บทที่ 2 การระบุเอกลักษณ์ไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีการค้นหาแบบตาบู	
2.1 กล่าวนำ	6
2.2 การทดสอบระบบสองมวล	7
2.3 หลักการของวิธีการค้นหาแบบตาบู	10
2.4 การทดลอง	12
2.5 สรุป	17
บทที่ 3 บริบทของการวิเคราะห์ความคงทน	
3.1 กล่าวนำ	18
3.2 ความไม่แน่นอนในแบบจำลอง และทฤษฎีคาริโทนอฟ	19
3.3 ความไม่แน่นอนแบบสุ่มและวิธีมอนติคาร์โล	20
บทที่ 4 การวิเคราะห์ความคงทนแบบเชิงเส้น	
4.1 กล่าวนำ	23
4.2 ทฤษฎีความคงทนที่เกี่ยวข้อง	23
4.3 การวิเคราะห์และอภิปรายผล	26
4.4 สรุป	31
บทที่ 5 การวิเคราะห์ความคงทนแบบไม่เชิงเส้น	
5.1 กล่าวนำ	32

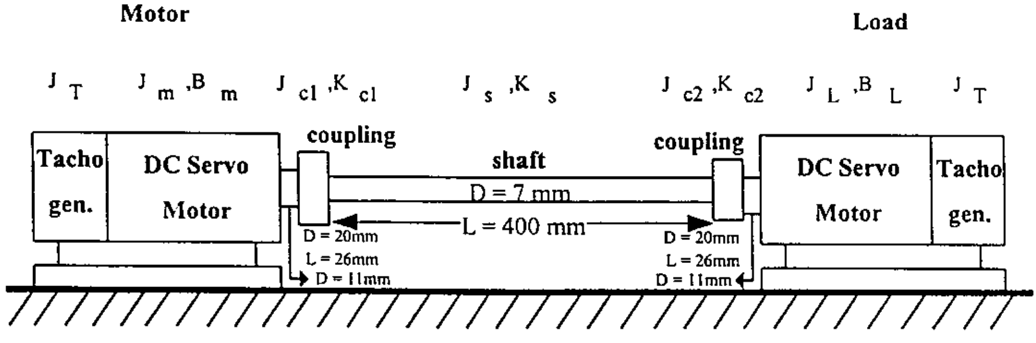
สารบัญ (ต่อ)

		หน้า
	5.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	32
	5.3 ความคงทนทางเสถียรภาพ	35
	5.4 ความคงทนทางสมรรถนะ	39
	5.5 สรุป	42
บทที่ 6	ความคงทนของระบบวิเคราะห์ด้วยวิธีมอนติคาร์โล	
	6.1 กล่าวนำ	43
	6.2 การวินิจฉัยเสถียรภาพคงทน	44
	6.3 การวินิจฉัยสมรรถนะคงทน	44
	6.4 จำนวนรอบของการคำนวณด้วยวิธีมอนติคาร์โล	45
	6.5 อัลกอริธึมมอนติคาร์โล	46
	6.6 ผลและอภิปราย	48
บทที่ 7	สรุปและข้อเสนอแนะ	
	7.1 บทสรุป	52
	7.2 ข้อเสนอแนะ	54
เอกสารอ้างอิง		55

บทที่ 1
บทนำ

1.1 กล่าวนำ

ระบบพลวัตแบบหมุนที่มีเพลายาวเชื่อมต่อต้นกำเนิดกำลังกับมวลที่เป็นภาระ เป็นสิ่งที่พบเห็นการใช้ประโยชน์กันกว้างขวางในอุตสาหกรรม เช่น ระบบการผลิตขนาดใหญ่ แขนกล เครื่องวาดเส้น เครื่องพิมพ์ เป็นต้น รูปที่ 1.1 เป็นแผนภาพที่อาจใช้แทนระบบจริงที่กล่าวถึง ระบบพลวัตเช่นนี้ ประสบกับปัญหาการดีดตัวของเพลา กอปรกับชิ้นส่วนทางกลต่างๆ เช่น แบริ่ง ตัวคู่ควบ เป็นต้น เมื่อใช้งานมิได้มีลักษณะสมบัติอย่างอุดมคติ จึงส่งผลให้สมรรถนะทางพลวัตของระบบไม่เรียบ โดยปรากฏเป็นการสั่นไกวความถี่สูงเกาะ (superimpose) ทับลงบนรูปคลื่นของสมรรถนะทางความเร็ว ซึ่งเป็นปรากฏการณ์ของรีโซแนนซ์การบิด (torsional resonance) นอกจากจะส่งผลเสียต่อสมรรถนะทางความเร็วของระบบแล้ว จะยังทำให้ชิ้นส่วนทางกลต่างๆ มีอายุการใช้งานสั้นลง วิธีการแก้ปัญหา (ออกจะเป็นการหลบเลี่ยงเสียมากกว่า) ที่พบบ่อยคือจำกัดแบนด์วิธการใช้งาน มิให้เข้าใกล้ความถี่รีโซแนนซ์ ซึ่งหมายถึงการใช้งานระบบพลวัตนั้นเพียง 30-40% ของสมรรถนะที่แท้จริงของระบบเท่านั้น นับเป็นการสูญเสียอย่างมาก



รูปที่ 1.1 แผนภาพแสดงระบบทางกายภาพของระบบสองมวล [1]

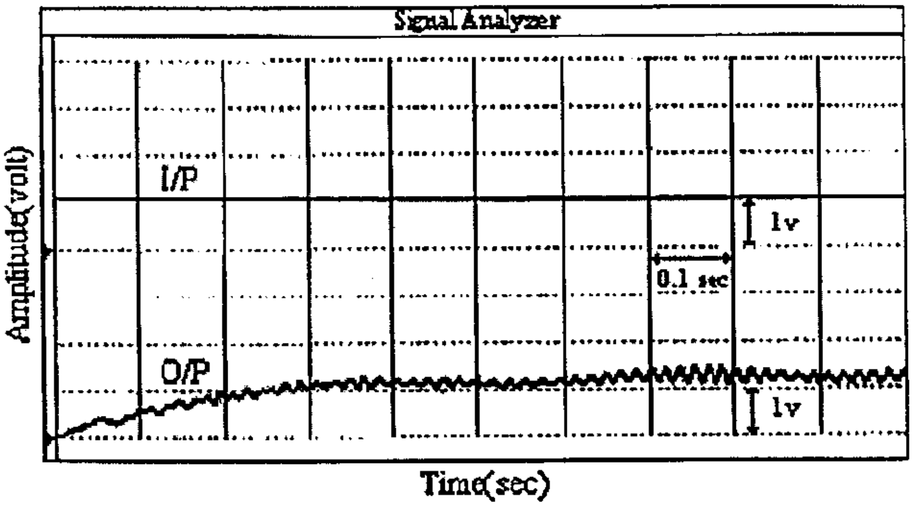
ความพยายามแก้ไขปัญหารีโซแนนซ์การบิดมีมานาน เช่นที่นำเสนอโดย Waagan [22] ให้ใช้การปรับคุณลักษณะของชิ้นส่วนทางกลเพื่อเปลี่ยนค่าความถี่รีโซแนนซ์ของระบบให้สูงขึ้นไปมากๆ อย่างเช่น ให้เพิ่มขนาดของเพลา วิธีดังกล่าวนี้เป็นการเพิ่มภาระให้มอเตอร์ สิ้นเปลืองวัสดุ

และสิ้นเปลืองพลังงานขับเคลื่อน Tal และ Kuo [23] เสนอวิธีการลดความเฉื่อยในระบบ ใช้วงจรกรองแบบบากความถี่ (notch filter) แนวทางลดความเฉื่อยเป็นแนวคิดดั้งเดิม ที่อาศัยการเปลี่ยนวัสดุและการออกแบบชิ้นส่วนทางกลใหม่ นั่นหมายความว่าระบบพลวัตดังกล่าวมิใช่ระบบเดิมอีกต่อไป เพียงแต่เป็นอีกระบบหนึ่งที่ทำงานได้คล้ายของเดิม ส่วนการใช้วงจรกรองแบบบากความถี่นั้นอาจไม่ประสบผลดี เมื่อใช้งานระบบไประยะหนึ่ง โอกาสที่ความถี่รีโซแนนซ์จะเลื่อนมีอยู่สูงมาก

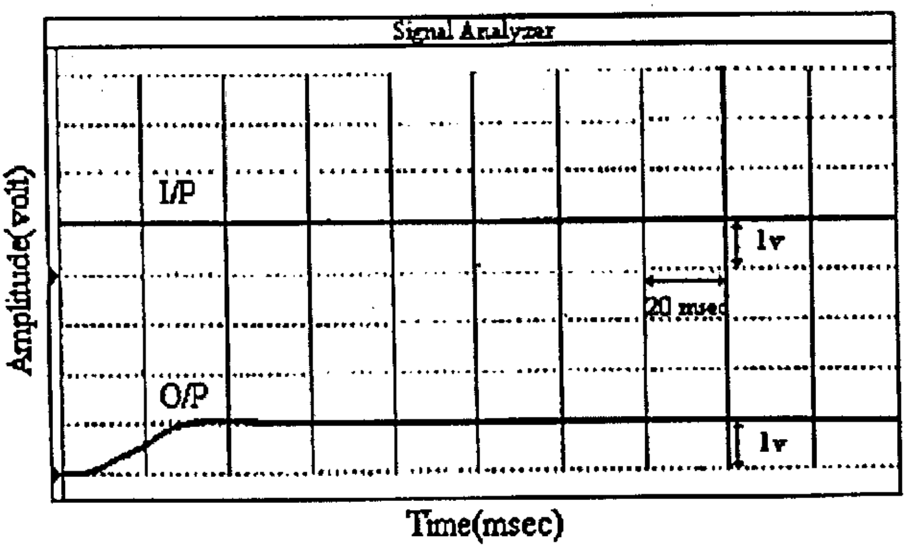
ในช่วงทศวรรษ 90 รีโซแนนซ์การบิดกลับมาเป็นหัวเรื่องวิจัยพัฒนาที่สนใจของกลุ่มนักวิจัยอีกครั้งหนึ่ง [24-27] เป็นที่น่าสังเกตว่าในยุคนี้ ผู้วิจัยต่างๆ ล้วนพยายามใช้เทคนิคการแก้ไขปัญหาที่ซับซ้อน การสร้างอุปกรณ์ชดเชยรีโซแนนซ์การบิดพึ่งพาไมโครโพรเซสเซอร์สมรรถนะสูงซึ่งเป็น DSP 16 บิทเสียส่วนมาก แม้ว่าจะได้ผลดีในการกำจัดรีโซแนนซ์การบิด แต่ก็เท่ากับเป็นการผลักภาระให้กับเทคโนโลยีขั้นสูง โดยให้ผู้ใช้เทคโนโลยีเป็นผู้แบกรับค่าใช้จ่าย

ผู้วิจัยมีความเชื่อว่า การแก้ปัญหารีโซแนนซ์การบิดสามารถทำได้ โดยใช้เทคโนโลยีพื้นๆ ของอนาล็อกอิเล็กทรอนิกส์ หากปฏิบัติอย่างเหมาะสม จึงเป็นจุดเริ่มต้นของงานวิจัยที่เป็นพื้นฐานของงานวิจัยตามโครงการนี้ ซึ่งผู้วิจัยและคณะได้ดำเนินการแล้วเสร็จ จากผลงานวิจัยข้างต้นนี้ [1] จึงทราบว่าลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นของอุปกรณ์ต่างๆ ในระบบเช่น ออปแอมป์ วงจรขับมอเตอร์ เป็นต้น มีบทบาทสำคัญมากต่อสมรรถนะของระบบควบคุม หากพยายามจะใช้งานระบบพลวัตนั้นตลอดย่านแบนด์วิธ ผลกระทบจากลักษณะเฉพาะอันไม่เป็นเชิงเส้นนี้ กลับมิได้รับความสนใจเท่าที่ควรและมิได้กล่าวถึงไว้ในงานวิจัยที่ปรากฏมาก่อนแล้ว [24-27] งานวิจัยตามโครงการนี้ จึงมุ่งไปที่ประเด็นของการวิเคราะห์ว่าลักษณะเฉพาะอันไม่เป็นเชิงเส้นนั้น ส่งผลอย่างไรบ้างต่อสมรรถนะและเสถียรภาพของระบบที่มีการชดเชยเพื่อแก้ไขปัญหารีโซแนนซ์การบิดอยู่แล้ว

จากความเชื่อที่ว่าจะต้องมีวิธีการแก้ปัญหารีโซแนนซ์การบิดได้อย่างไม่ซับซ้อนมากนัก ผู้วิจัยและคณะจึงได้เริ่มต้นงานศึกษาวิจัยระบบพลวัตสองมวลตั้งแต่ พ.ศ. 2540 จนกระทั่งปัจจุบันสามารถพัฒนาตัวชดเชยป้อนกลับ และตัวชดเชยอินพุต มีอันดับสามและสร้างด้วยออปแอมป์, R, C ตามโครงสร้างไบควอด (biquad) การออกแบบใช้เทคนิคการวางตำแหน่งโพลและซีโร่ที่มีความคงทน [28,29] โดยระบบควบคุมมีโครงสร้างสองระดับความอิสระ (2-DOF) ระบบควบคุมที่พัฒนาขึ้น ณ ปัจจุบัน หากใช้งานภายใต้ขอบเขตความเป็นเชิงเส้น ให้ผลดีมากต่อการกำจัดรีโซแนนซ์การบิด ดังจะเห็นได้จากกราฟผลการทดสอบระบบให้ติดตามอินพุตขั้นบันไดที่แสดงไว้ในรูปที่ 1.2 และ 1.3 เป็นการเปรียบเทียบ สำหรับระบบก่อนและหลังที่มีการแก้ปัญหารีโซแนนซ์การบิด ระบบหลังจากที่มีการแก้ปัญหาแล้วมีแบนด์วิธกว้างขึ้นถึง 30 เท่าของเดิม



รูปที่ 1.2 ผลตอบสนองต่ออินพุตขั้นบันไดของระบบก่อนได้รับการแก้ปัญหา



รูปที่ 1.3 ผลตอบสนองอินพุตขั้นบันไดของระบบที่มีการแก้ปัญหาแล้ว

การวิเคราะห์ความคงทนในสมรรถนะของระบบ ดำเนินการในขั้นต้นด้วยการเลียนแบบด้วยคอมพิวเตอร์ อาศัยการปรับเปลี่ยนสัมประสิทธิ์ในแบบจำลองเป็นช่วง (interval plant) $\pm$30% ความคงทนในเสถียรภาพได้รับการทดสอบโดยวิธีเซกเมนต์ CB (CB Segment) อาศัย พหุนามคาริโทนอฟที่มีการปรับปรุงอย่างเหมาะสม (modified Kharitonov's polynomial) [12,30] แม้ว่าผลการทดสอบระบุถึงความคงทนของสมรรถนะและเสถียรภาพ มีอยู่ในระบบที่ได้รับการแก้ปัญหารีโซ

แนนซ์แล้ว ภายในขอบเขตที่น่าพึงพอใจ แต่ความจำเป็นยังมีอยู่ที่จะต้องวิเคราะห์ในรายละเอียด โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อมีลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นปรากฏในระบบ เป็นประเด็นสำคัญของโครงการวิจัยนี้

1.2 วัตถุประสงค์และเป้าหมายของการวิจัย

โครงการวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ อันดับแรก เพื่อพยายามขยายย่านการทำงานของระบบ ที่มีการแก้ปัญหารีโซแนนซ์การบิดไว้แล้วโดยคณะของผู้วิจัย ทั้งนี้จะได้เป็นการใช้ประโยชน์สิ่งประดิษฐ์ทางวิศวกรรม ให้เกิดประโยชน์อย่างคุ้มค่าสูงสุด การขยายย่านการทำงานนี้จะส่งผลให้ระบบปรากฏความไม่เป็นเชิงเส้น และเพื่อเป็นการรองรับความพยายามในการใช้ประโยชน์ดังกล่าว การวิเคราะห์สมรรถนะและเสถียรภาพจึงเป็นสิ่งจำเป็น ซึ่งนับเป็นวัตถุประสงค์หลักอีกประการหนึ่ง การดำเนินงานจะเป็นไปในรูปแบบของการวิเคราะห์ความคงทน(robustness analysis) ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่า เป้าหมายของโครงการวิจัยนี้ที่มีการดำเนินงานไปตามลำดับ มีดังต่อไปนี้

- ทดสอบระบบพลวัตสองมวลที่มีการขยายย่านการทำงาน คำสั่งให้ระบบดำเนินงานมีลักษณะเป็นสัญญาณขั้นบันไดที่ระดับต่างๆกัน และบันทึกสมรรถนะทางความเร็วของระบบ
- วิเคราะห์สมรรถนะที่บันทึกได้ในขั้นต้น และดำเนินงานระบุเอกลักษณ์ (identification) ลักษณะเฉพาะที่ไม่เป็นเชิงเส้นของระบบ
- ดำเนินการวิเคราะห์ความคงทนของระบบด้วยวิธีดีเทอร์มินิสทิค (deterministic method) การวิเคราะห์จะอาศัยตระกูลพหุนามคาริโทนอฟ ซึ่งจะต้องคำนึงถึงสมรรถนะคงทน (robusted performance) และเสถียรภาพคงทน (robusted stability) โดยดำเนินงานทั้งระบบเมื่อยังเป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น
- ดำเนินการวิเคราะห์ความคงทนของระบบด้วยวิธีเฟ้นสุ่ม (stochastic robustness) ที่มีแนวทางการปฏิบัติเป็นการจำลองสถานการณ์แบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation) หรือที่อาจเรียกสั้นๆว่าวิธีมอนติคาร์โล อย่างไรก็ตาม เนื่องจากวิธีการนี้เป็นแนวทางที่ค่อนข้างใหม่มากกับวิทยาการระบบควบคุม การดำเนินงานจึงจำกัดอยู่แต่เพียงกับระบบเชิงเส้นเท่านั้น

1.3 การจัดรูปเล่มของรายงานการวิจัย

รายงานการวิจัยนี้ประกอบด้วย 7 บท นอกจากบทที่ 1 ซึ่งเป็นบทนำนี้แล้ว บทอื่นๆมีเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 2 อธิบายถึงการทดสอบระบบพลวัตสองมวล เมื่อมีการขยายย่านการทำงานและแสดงรายละเอียดการระบุเอกลักษณ์ เพื่อหาแบบจำลองไม่เป็นเชิงเส้นที่เหมาะสม

บทที่ 3 กล่าวถึงกรอบแนวคิดของการดำเนินงานวิเคราะห์ความคงทนของระบบ

บทที่ 4 มีเนื้อหาที่เป็นรายละเอียดการวิเคราะห์ความคงทนในระบบ เมื่อยังพิจารณาว่าระบบเป็นเชิงเส้น และดำเนินการด้วยวิธีดีเทอร์มินิสทิค

บทที่ 5 มีเนื้อหาที่เป็นรายละเอียดการวิเคราะห์ความคงทนในระบบ เมื่อพิจารณาว่าระบบเป็นระบบไม่เชิงเส้น และดำเนินการด้วยวิธีดีเทอร์มินิสทิค

บทที่ 6 มีเนื้อหาที่เป็นรายละเอียดการวิเคราะห์ความคงทนด้วยวิธีมอนติคาร์โล

บทที่ 7 เป็นบทสรุปและข้อเสนอแนะ

บทที่ 2
การระบุเอกลักษณ์ไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีการค้นหาแบบตาบู

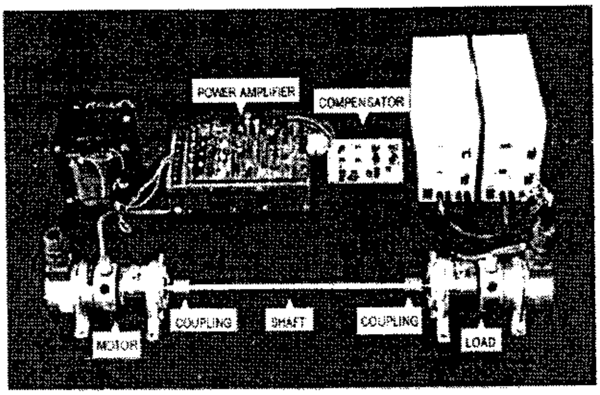
2.1 กล่าวนำ

การแก้ปัญหารีโซแนนซ์การบิดสามารถทำได้โดยใช้เทคโนโลยีพื้นๆของอนาล็อกอิเล็กทรอนิกส์ หากปฏิบัติอย่างเหมาะสม จึงเป็นจุดเริ่มต้นของงานวิจัยที่เป็นพื้นฐานของงานวิจัยนี้ ซึ่งผู้วิจัยและคณะได้ดำเนินการแล้วเสร็จ โดยเนื้องานของงานวิจัยดังกล่าวได้เสนอแนวทางแก้ไขปัญหาด้วยการชดเชยทางพลวัตบนรากฐานของทฤษฎีระบบควบคุมคงทน ออกแบบด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร่ เพื่อกำจัดรีโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวลความเฉื่อย โครงสร้างของระบบควบคุมเป็นชนิด 2 ระดับความอิสระ[1] จากผลงานวิจัยข้างต้นทราบว่าลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นของอุปกรณ์ต่างๆ ในระบบเช่น ออปแอมป์ วงจรขับมอเตอร์ เป็นต้น มีบทบาทสำคัญมากต่อสมรรถนะของระบบควบคุม หากพยายามจะใช้งานระบบพลวัตนั้นตลอดย่านแบนด์วิธ ดังนั้นในบทนี้จึงมุ่งไปที่การหาแบบจำลองของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้น เพื่อนำแบบจำลองดังกล่าวไปพิจารณาว่าลักษณะอันไม่เป็นเชิงเส้นนั้น ส่งผลอย่างไรต่อสมรรถนะและเสถียรภาพของระบบที่มีการชดเชยเพื่อแก้ไขปัญหารีโซแนนซ์การบิดอยู่แล้ว

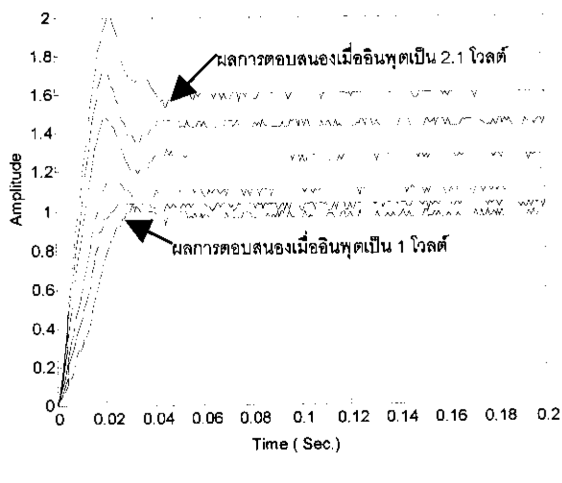
การค้นหาลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นนั้นถือว่าเป็นเรื่องยากที่จะคาดเดาได้ว่าจะมีรูปร่างอย่างไรและปรากฏอยู่ที่ตำแหน่งใดของระบบ งานวิจัยตามโครงการนี้จะเสนอวิธีการหาลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีการทางปัญญาประดิษฐ์ ซึ่งมีอยู่หลายวิธีด้วยกันเช่น Evolutionary Programming, Genetic algorithm, Tabu search เป็นต้น แต่งานวิจัยนี้ได้เลือกวิธีการค้นหาแบบตาบู ซึ่งเป็นวิธีการที่ใช้เวลาในการค้นหาคำตอบได้รวดเร็วและให้คำตอบได้ใกล้กับจุดคำตอบที่ดีที่สุด (near global) ถ้าเทียบกับวิธีการค้นหาแบบอื่นๆ [2, 3, 6, 10] การนำวิธีการค้นหาแบบตาบูเพื่อทำการค้นหาลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นจำเป็นต้องอาศัยข้อมูลที่ได้จากการทดสอบระบบสองมวลเพื่อใช้เป็นแนวทางในการกำหนดเส้นทางของการค้นหาคำตอบ ว่าจะมีทิศทางไปทางใด ดังนั้นบทนี้จะเสนอถึงวิธีการค้นหาลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีการค้นหาแบบตาบู ซึ่งผลที่ได้เป็นที่น่าพอใจ ให้ผลการตอบสนองของระบบที่อาศัยการจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์ มีลักษณะใกล้เคียงกับผลการทดสอบจริงเป็นอย่างมาก

2.1 การทดสอบระบบสองมวล

งานวิจัย [1] ที่ได้เสนอแนวทางแก้ไขปัญหาเพื่อกำจัดรีโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวลความเฉื่อย ด้วยการชดเชยทางพลวัตบนรากฐานของทฤษฎีระบบควบคุมคงทน ออกแบบด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร่ ตัวชดเชยให้สมรรถนะในการกำจัดรีโซแนนซ์และให้ผลการตอบสนองที่รวดเร็วน่าพึงพอใจ แต่การใช้งานของระบบดังกล่าวจำกัดไว้ที่ความเร็วรอบ 143 rpm เนื่องจากถูกจำกัดด้วยความอิ่มตัวแบบไม่เป็นเชิงเส้นของวงจรขับมอเตอร์ การพิจารณาระบบเพื่อค้นหาลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้น สิ่งแรกที่ควรกระทำ คือ การทดสอบระบบสองมวล ดังรูปที่ 2.1 เพื่อนำข้อมูลดังกล่าวไปใช้ในการค้นหาลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้น ด้วยวิธีการค้นหาแบบตาบู

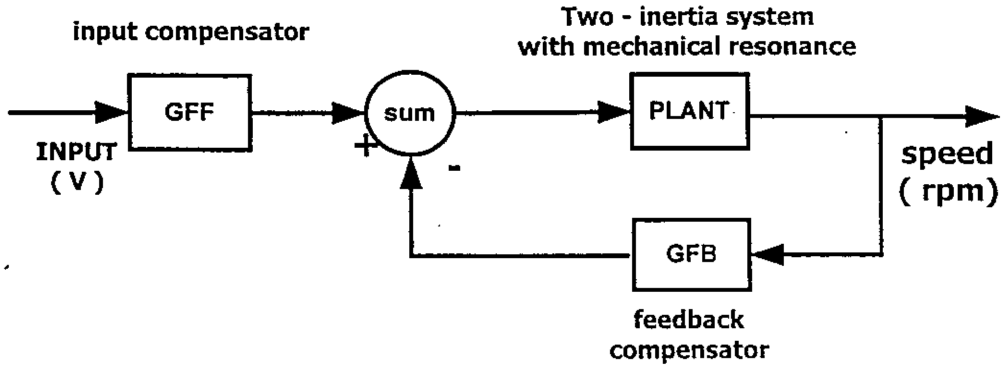


รูปที่ 2.1 แสดงระบบสองมวลที่จัดสร้างขึ้นและส่วนประกอบต่างๆที่ใช้ในการทดลองของงานวิจัยที่ได้ทำไว้แล้ว [1]



รูปที่ 2.2 รูปสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จากการทดสอบ

ผลการทดสอบระบบสองมวลความเฉื่อย แสดงดังรูปที่ 2.2 อาจสังเกตจากผลการทดสอบได้ว่า เมื่อมีการขยายย่านการทำงานของระบบดังกล่าว ระบบมีความไม่เป็นเชิงเส้นค่อนข้างสูง อย่างไรก็ตาม เพื่อเป็นการยืนยันสมมติฐานดังกล่าวจึงทำการเปรียบเทียบผลการทดลองในรูปที่ 2.2 กับผลการจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์อาศัยแบบจำลองดังความสัมพันธ์ในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 บล็อคไดอะแกรมของระบบสองมวลที่สร้างขึ้น

จากรูปที่ 2.3 ฟังก์ชั่นถ่ายโอนของระบบสองมวล, ตัวชดเชยวิถีไปหน้า และตัวชดเชยวิถีป้อนกลับใช้ค่าต่างๆดังนี้ [1]

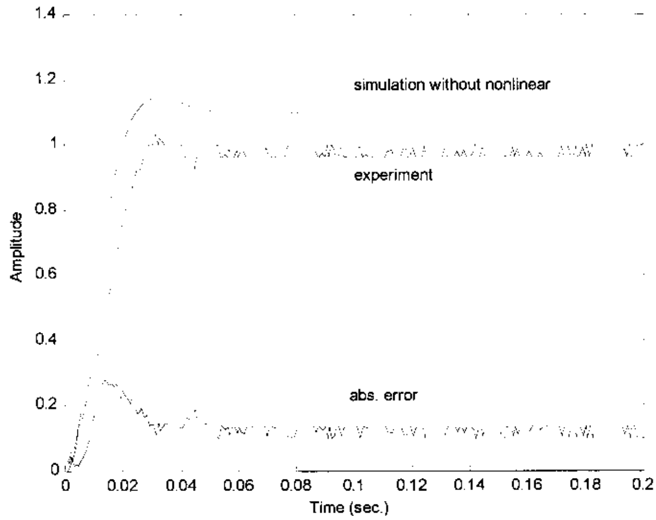
$$G_P(s) = \frac{1.325 * 10\text{^}6}{s\text{^}3 + 13.388s\text{^}2 + 16.297 * 10\text{^}4s + 73.117 * 10\text{^}4} \quad (2\text{-}1)$$

$$G_{FF}(s) = 15.093\frac{s\text{^}3 + 6 * 10\text{^}3s\text{^}2 + 1.2 * 10\text{^}7s + 8 * 10\text{^}9}{s\text{^}3 + 7.186 * 10\text{^}3s\text{^}2 + 19.160 * 10\text{^}6s} \quad (2\text{-}2)$$

$$G_{FB}(s) = \frac{16.84 * 10\text{^}3s\text{^}3 + 69.67 * 10\text{^}5s\text{^}2 + 14.98 * 10\text{^}8s + 12.07 * 10\text{^}10}{s\text{^}3 + 7.18 * 10\text{^}3s\text{^}2 + 19.16 * 10\text{^}6s} \quad (2\text{-}3)$$

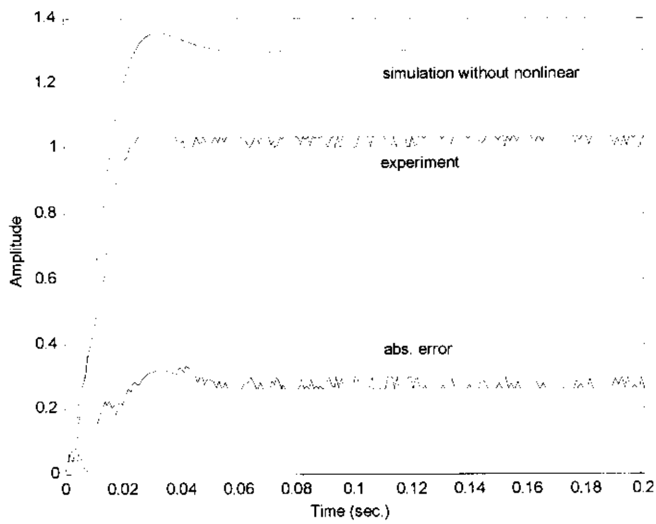
ผลการเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลที่ได้จากการทดสอบดังรูปที่ 2.2 กับผลการจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์อาศัยแบบจำลองดังความสัมพันธ์ (2-1) (2-2) และ (2-3) นำมาสร้างเป็นแบบจำลองของระบบตามรูปที่ 2.3 ผลการเปรียบเทียบแสดงดังนี้

อินพุตเท่ากับ 1.1 โวลต์



รูปที่ 2.4 การเปรียบเทียบผลการทดสอบจริงกับผลที่ได้จากการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ ที่แรงดันอินพุตเท่ากับ 1.1 โวลต์

อินพุตเท่ากับ 1.3 โวลต์



รูปที่ 2.5 การเปรียบเทียบผลการทดสอบจริงกับผลที่ได้จากการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ ที่แรงดันอินพุตเท่ากับ 1.3 โวลต์

จากผลการเปรียบเทียบดังรูปที่ 2.4 และ 2.5 พบว่าผลการทดสอบจริงกับผลการจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์มีค่าความความคลาดเคลื่อนค่อนข้างมาก สาเหตุเนื่องมาจากผลของความอิ่มตัวของอุปกรณ์ต่างๆของระบบ ดังนี้

- การอิ่มตัวของออปแอมป์ในส่วนของตัวชดเชยวิถีไปหน้าและตัวชดเชยวิถีป้อนกลับ [5]
- การอิ่มตัวของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์ [8]
- เนื่องจากอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดสอบ เป็นอุปกรณ์ชุดเดียวกับงานวิจัย [1] ซึ่งแสดงดังรูปที่ 2.1 ประกอบไปด้วย ดีซี เซอร์โวมอเตอร์ 2 ตัวของบริษัท ซันโย เดนกิ (Sanyo Denki Co., Ltd) รุ่น U178T ซึ่งมีทาโคมิเตอร์ต่อคู่ควบอยู่ด้วย ผนวกกับตัวขับ (driver) รุ่น PDT-203-30 ของบริษัทเดียวกัน วงจรขยายกำลังของอุปกรณ์ดังกล่าวมีระบบนิรภัยคอยตัดทอนสัญญาณอินพุตไม่ให้เกินระดับใดระดับหนึ่ง เพื่อป้องกันไม่ให้มอเตอร์เกิดความเสียหาย

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ถ้าต้องการที่จะพยายามใช้งานระบบพลวัตของงานวิจัยที่ได้ทำไว้แล้วให้ใช้งานได้ตลอดย่านแบนด์วิธ จะพบกับปัญหาเนื่องมาจากลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นในหัวข้อต่อไปจะกล่าวถึงการค้นหาลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีการค้นหาแบบตาบู เพื่อที่จะได้นำแบบจำลองที่ได้จากวิธีการค้นหาดังกล่าวไปวิเคราะห์ถึงผลกระทบต่อสมรรถนะและเสถียรภาพต่อไป

2.3 หลักการของวิธีการค้นหาแบบตาบู

วิธีการค้นหาแบบตาบู เป็นวิธีการที่นำมาประยุกต์ใช้งานกับการแก้ปัญหาสำหรับงานที่ต้องการค้นหาคำตอบที่ดีที่สุด ได้อย่างมีประสิทธิภาพทั้งด้านความแม่นยำในการหาคำตอบและความเร็วในการค้นหา แต่อย่างไรก็ตามยังไม่ค่อยพบเห็นการนำวิธีการค้นหาแบบตาบูมาประยุกต์ใช้กับการระบุเอกลักษณ์ของระบบมากนัก งานวิจัยนี้จึงเลือกที่จะนำวิธีการดังกล่าวมาประยุกต์ใช้ในการค้นหาพารามิเตอร์ของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นชนิดอิ่มตัว ที่ปรากฏอยู่ในระบบสองมวลความเฉื่อย ที่ประกอบด้วยตัวชดเชยซึ่งทำหน้าที่กำจัดรีโซแนนซ์การบิดดังที่ได้กล่าวไว้แล้ว หลักการของวิธีการค้นหาแบบตาบู อธิบายไว้พอสังเขปดังนี้

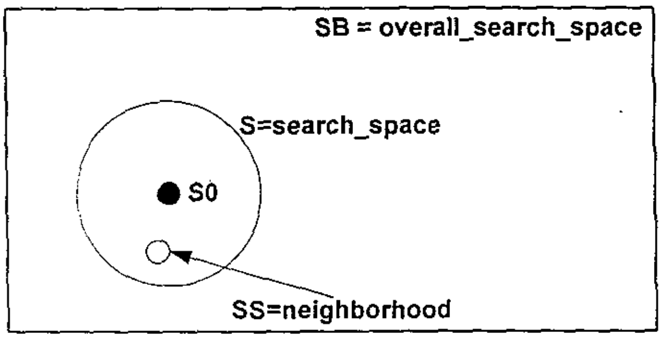
2.3.1 องค์ประกอบของวิธีการค้นหาแบบตาบู

องค์ประกอบของวิธีการค้นหาแบบตาบูที่แตกต่างจากวิธีการค้นหาแบบอื่นๆ คือ มีเกณฑ์ความเป็นตาบู (tabu list criteria) และ มีเกณฑ์ความปรารถนา (aspiration criteria) ซึ่ง

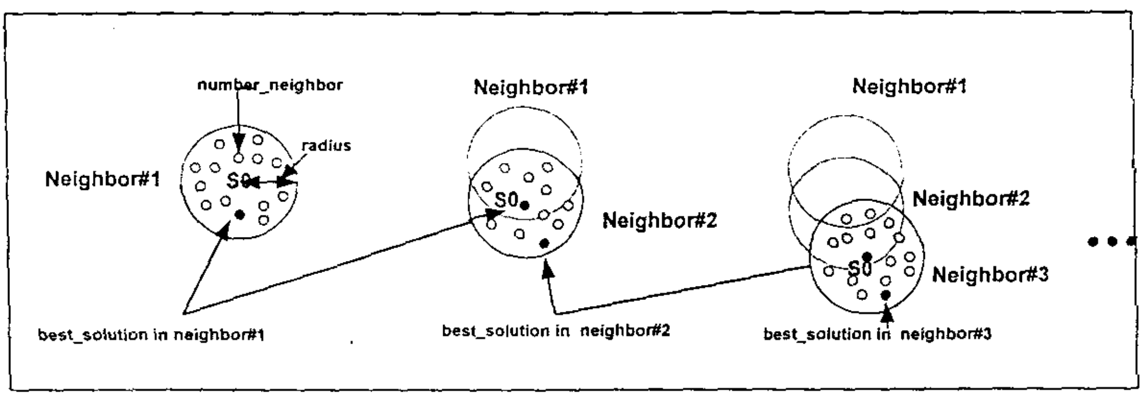
- “เกณฑ์ความเป็นตาบู” เป็นส่วนที่คอยเก็บข้อมูลของคำตอบในอดีตของกระบวนการค้นหานั้นๆ เพื่อเป็นตัวกำหนดการค้นหาคำตอบว่าจะมีทิศทางไปทางใด หลักการออกแบบเกณฑ์ความเป็นตาบู จะมีลักษณะแตกต่างกันออกไป ขึ้นอยู่กับปัญหาแต่ละชนิด

● “เกณฑ์ความปรารถนา” เป็นเงื่อนไขที่จะใช้ในบางครั้งที่จำเป็นจะต้องเลือกคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเป็นตาบู งานบางชนิดที่ปัญหาไม่ซับซ้อนไม่จำเป็นต้องพึ่งส่วนนี้ก็ได้ เพียงแค่อาศัยเกณฑ์ความเป็นตาบู ก็เพียงพอในการค้นหาคำตอบที่ดีที่สุดได้

2.3.2 อธิบายกลไกการทำงานของวิธีการค้นหาแบบตาบู



รูปที่ 2.6 ลักษณะของขอบเขตที่ใช้ในการค้นหาคำตอบ



รูปที่ 2.7 ภาพอธิบายการทำงาน

หลักการทำงาน

ขั้นตอนที่ 1 โหลดข้อมูลจริงที่ได้จากการทดลอง

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดค่า S0 ซึ่งเป็นคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่อยู่ใน overall_search_space ดังรูปที่ 2.6 และ 2.7 โดยทำการหาค่า S0 จากการสุ่มคำตอบ

ขั้นตอนที่ 3 เริ่มต้นจากคำตอบที่มีอยู่ โดยกำหนดให้คำตอบที่มีอยู่เป็นคำตอบที่ดีที่สุด best_neighbor = S0 และค่า cost ของคำตอบที่ดีที่สุดกำหนดให้เป็น best_error ซึ่งค่าดังกล่าวได้จากฟังก์ชั่นตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อน ในงานวิจัยนี้ ค่า cost คือ ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างข้อมูลที่ได้จากการทดลองจริงกับข้อมูลที่ได้จากการจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์ แสดงว่าการค้นหาคำตอบจะทำไปเรื่อยๆจนได้ค่า cost น้อยที่สุดตามที่ต้องการ

ขั้นตอนที่ 4 จาก S0 ดำเนินการเคลื่อนย้ายในลักษณะสุ่มเท่ากับจำนวน number_neighbor ในขอบเขตของ search_space ซึ่งค่าดังกล่าวขึ้นอยู่กับค่า radius

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณหาค่า cost ของสมาชิกแต่ละตัวและเลือกค่า cost ที่ดีที่สุด โดยกำหนดให้ค่า cost ดังกล่าวเท่ากับ best_error และให้คำตอบนี้เป็น best_neighbor จากนั้นเก็บคำตอบไว้ใน neighbor_list ค่า cost ต้องมีค่าน้อยกว่าค่า cost ของ S0 ถ้าไม่สามารถหาคำตอบได้ข้ามไปทำในขั้นตอนที่ 7 ถ้าสามารถหาคำตอบได้ให้ทำตามขั้นตอนต่อไป

ขั้นตอนที่ 6 กำหนดให้ S0 เท่ากับ best_neighbor ที่ได้จากขั้นตอนที่ 5 จากนั้นเริ่มทำในขั้นตอนที่ 3 ใหม่

ขั้นตอนที่ 7 ใช้เกณฑ์ความปรารถนา กำหนดค่า S0 จากนั้นเริ่มทำขั้นตอนที่ 3 ใหม่

จากการทำงานดังกล่าวจะสังเกตได้ว่ามีลักษณะการค้นหาคำตอบคล้ายกับวิธี neighborhood search แต่วิธีการค้นหาดังกล่าวให้คำตอบที่เป็นวงแคบเฉพาะถิ่น บทความนี้ได้เสนอวิธีการค้นหาโดยอาศัยหลักการของวิธีการค้นหาแบบตาบู จึงทำให้การค้นหาคำตอบดำเนินไปเรื่อยๆ จนได้คำตอบที่ใกล้ความเป็นวงกว้าง ภาพรวมของการทำงานค้นหาคำตอบด้วยวิธีการค้นหาแบบตาบูจากที่กล่าวมาข้างต้น แสดงได้ด้วยภาพอธิบายการทำงานดังรูปที่ 2.7

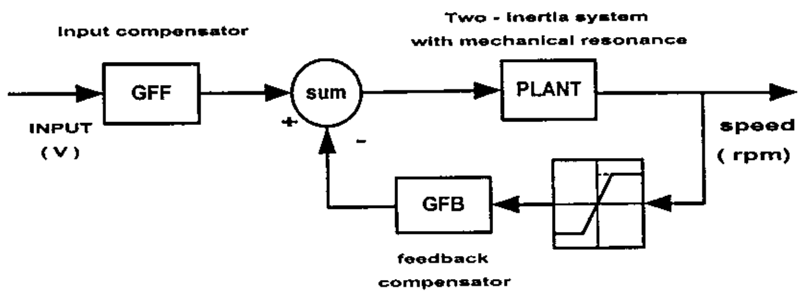
2.4 การทดลอง

การทดลองแบ่งออกเป็นสองส่วนคือ วิธีการทดลอง และ ผลการทดลอง

2.4.1 วิธีการทดลอง

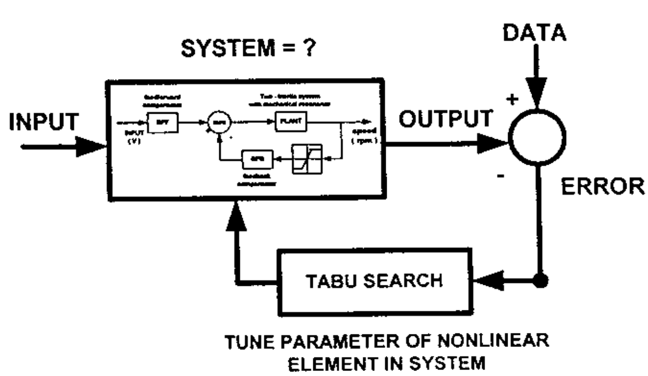
จากผลการทดสอบระบบสองมวล สามารถตั้งสมมุติฐานได้ว่า ลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นจะเป็นแบบอิ่มตัว การวิเคราะห์เพื่อหาลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นถ้าพิจารณาทีละส่วนของระบบ โดยพิจารณาจากสมมุติฐานที่ว่าความไม่เป็นเชิงเส้นของระบบเป็นแบบอิ่มตัว สาเหตุเนื่องมาจาก การอิ่มตัวของออปแอมป์ที่ประกอบเป็นวงจรในส่วนของตัวชดเชย การอิ่มตัวของสนามแม่เหล็กในมอเตอร์ และ การอิ่มตัวของตัวขับมอเตอร์ การวิเคราะห์ในกรณีนี้จะมีความยุ่งยากค่อนข้างมาก ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงถือว่าตำแหน่งของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นจะอยู่ที่ส่วนของสัญญาณป้อนกลับเพียงแค่จุดเดียวหมายความว่าสมมุติให้เป็นลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นเชิงสมมูล

(equivalent nonlinearity) ซึ่งแทนความไม่เป็นเชิงเส้นทั้งหมดไว้ที่ตำแหน่งนี้ตำแหน่งเดียวดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 แผนภาพแทนสมมุติฐานที่ใช้ในการค้นหาคำตอบ

รูปที่ 2.8 อธิบายระบบที่ประกอบด้วยลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นแบบอิ่มตัว ซึ่งเป็นแบบจำลองที่จะทำการค้นหาด้วยวิธีการค้นหาแบบตาบู แต่อย่างไรก็ตามการจำลองสถานการณ์ของระบบดังรูปที่ 2.8 ดำเนินการในโดเมนเวลา ด้วยสมการดิฟเฟอเรนซ์ ที่ได้จากการแปลงแบบจำลองต่อเนื่องด้วยเทคนิคไบลิเนียร์ โปรแกรมจำลองสถานการณ์สร้างขึ้นด้วยโปรแกรม MATLAB™



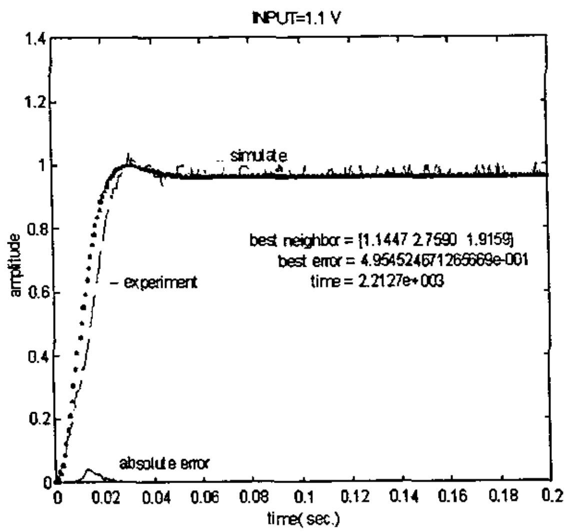
รูปที่2.9 แผนภาพแสดงวิธีการทดลอง

รูปที่ 2.9 ใช้อธิบายการค้นหาลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้ คือ เริ่มจากป้อนอินพุตขั้นบันไดให้กับระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น มีขนาด 1.1, 1.3, 1.5, 1.7 และ 2.1 โวลต์ตามลำดับ จากนั้นนำเอาต์พุตที่ได้จากการจำลองสถานการณ์มาเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลองจริงซึ่งแสดงอยู่ในรูปที่ 2.2 เพื่อนำค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้มาเป็นตัวกำหนดการค้นหาพารามิเตอร์ ว่าจะมีทิศทางไปทางใด เพื่อที่จะลดค่าความคลาดเคลื่อนนั้นให้น้อยลงด้วยวิธีการค้นหาแบบตาบู การจำลองสถานการณ์จะทำเหมือนกับการจำลองสถานการณ์ในรูปที่ 2.8 แต่จะทำการ

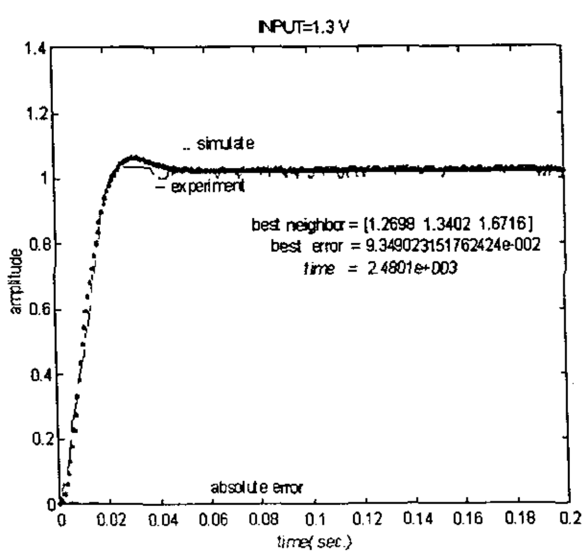
ค้นหาคำตอบไปเรื่อยๆ จนกว่าเอาต์พุตจากการจำลองสถานการณ์มีผลใกล้เคียงกับผลทดสอบจริงมากที่สุด ผลการค้นหาดังกล่าวจึงจะเป็นที่ยอมรับ

2.4.2 ผลการทดลอง

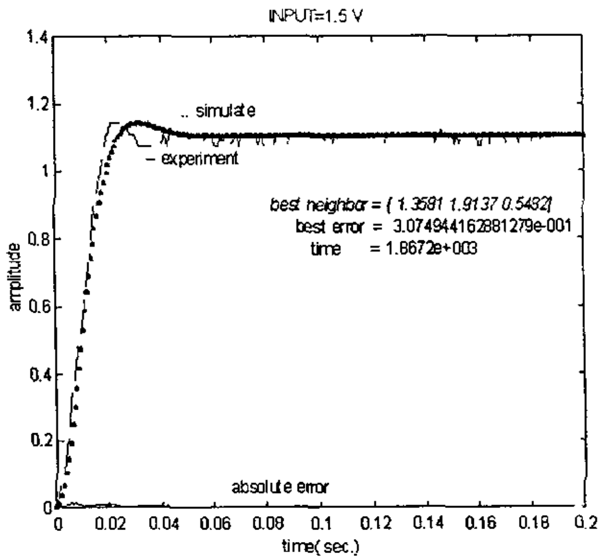
ผลการทดลองที่ได้จากวิธีการค้นหาแบบตาบู ซึ่งมีวิธีการดำเนินงานตามหัวข้อที่ 2.4.1 พบว่าแบบจำลองของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นที่ได้ สามารถอธิบายพฤติกรรมของระบบได้สมจริง เนื่องจากผลที่ได้มีความใกล้เคียงกับผลการทดสอบจริงเป็นอย่างมาก ดังแสดงในรูปที่ 2.10 ถึง 2.12



รูปที่ 2.10 ผลการค้นหาแบบตาบูที่อินพุตเท่ากับ 1.1 โวลต์



รูปที่ 2.11 ผลการค้นหาแบบตาบูที่อินพุตเท่ากับ 1.3 โวลต์



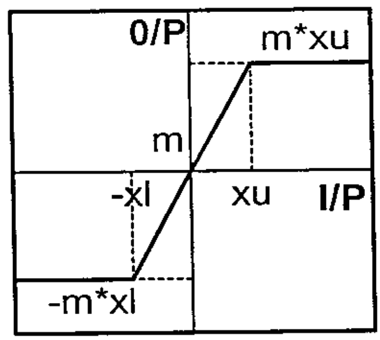
รูปที่ 2.12 ผลของการค้นหาแบบตาบูที่อินพุตเท่ากับ 1.5 โวลต์

จากรูปที่ 2.10 ถึง 2.12 จะเห็นว่ากราฟที่ได้จากการจำลองสถานการณ์ โดยอาศัยแบบจำลองตามรูปที่ 2.8 มีความใกล้เคียงกับผลการทดลองจริงมาก แสดงว่าสมมุติฐานที่ได้กำหนดขึ้นคือ ลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นแบบอิ่มตัว จะอยู่ในส่วนของวิถีป้อนกลับของระบบ เป็นสมมุติฐานที่ถูกต้อง ค่าพารามิเตอร์ของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นที่ได้จากการค้นหาแบบตาบู แสดงไว้ดังตารางที่ 2.1 ดังนี้

ตารางที่ 2.1 ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการค้นหาแบบตาบู

อินพุต (โวลต์)	ค่าพารามิเตอร์		
	m	xu	xl
1.1	1.1447	2.7590	1.9159
1.3	1.2698	1.3402	1.6716
1.5	1.3581	1.9137	0.5482
1.7	1.3128	2.4456	2.1646
1.9	1.3018	1.8827	0.2553
2.1	1.2849	2.2356	1.7925

ผลจากการค้นหา ค่าพารามิเตอร์ต่างๆของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นชนิดอิ่มตัวได้รับการรวมรวมไว้ในตารางที่ 2.1 ซึ่งอาจทำความเข้าใจโดยดูรูปที่ 2.13 ประกอบได้ดังนี้



รูปที่ 2.13 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการค้นหาคำตอบ

ค่า m คือ ค่าความชัน
ค่า xu คือ จุดที่เริ่มเกิดการอิ่มตัวทางด้านบวก
ค่า xl คือ จุดที่เริ่มเกิดการอิ่มตัวทางด้านลบ

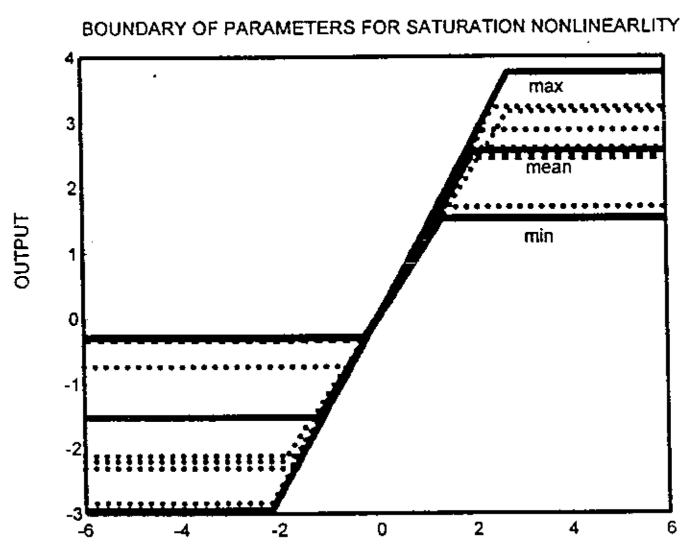
ผลการทดลองที่ได้จากการค้นหาแบบตาบู มีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยมาก เมื่อเปรียบเทียบกับระบบเดิมที่ยังไม่มีส่วนของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้น พบว่าค่าความเคลื่อนมีค่าลดลงประมาณ 89-99 % ดังรายละเอียดในตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างระบบเชิงเส้นกับระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น

อินพุต (โวลต์)	ระบบเชิงเส้น	ระบบไม่เชิงเส้น	%ลดลงของค่าความคลาดเคลื่อน
1.1	4.9457	0.4955	89.9822
1.3	17.8222	0.0935	99.4800
1.5	36.8377	0.3075	99.1653
1.7	40.5674	1.9654	95.1552
1.9	48.4605	3.1829	93.4605
2.1	54.9896	4.2706	92.2339

2.5 สรุป

จากผลการวิจัยที่ได้นำเสนอ พบว่าวิธีการค้นหาแบบตาบูให้ผลที่มีความถูกต้องสูงและใช้เวลาในการค้นหาคำตอบรวดเร็ว วิธีการดังกล่าวสามารถค้นหาพารามิเตอร์ของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นชนิดอิ่มตัวของระบบได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสังเกตได้จากผลการทดลองที่ได้นำเสนอไว้แล้วข้างต้น เมื่อพิจารณาค่าพารามิเตอร์ของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้น ค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวในแต่ละอินพุตไม่สามารถที่จะรวมเป็นพารามิเตอร์ชุดเดียวได้ เนื่องจากระบบมีความไม่เป็นเชิงเส้นค่อนข้างสูง แต่เพื่อที่จะนำแบบจำลองดังกล่าวมาใช้ในการวิเคราะห์สมรรถนะและเสถียรภาพของระบบต่อไป จึงทำการกำหนดขอบเขตของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นเป็นขอบเขตบน, ขอบเขตล่างและค่าเฉลี่ย ดังแสดงดังรูปที่ 2.14 โดยอาศัยข้อมูลที่ได้จากการค้นหาแบบตาบู



รูปที่ 2.14 ลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นที่ได้จากการค้นหาแบบตาบูที่ระดับอินพุตต่างๆ

จากผลการทดลองที่ได้นำเสนอมาข้างต้น สรุปได้ว่าการที่จะขยายย่านการทำงานของระบบสองมวลความเฉื่อยที่ประกอบด้วยตัวชดเชยในวิถีไปหน้า และตัวชดเชยในวิถีป้อนกลับ จำเป็นต้องพิจารณาลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นอิ่มตัวตรงส่วนของระบบวิถีป้อนกลับดังรูปที่ 2.8 ผลการทดลองที่เป็นการยืนยันว่าระบบดังกล่าวสามารถอธิบายพฤติกรรมได้อย่างสมจริงมากที่สุด แสดงไว้ในรูปที่ 2.10 ถึง 2.12

บทที่ 3
บริบทของการวิเคราะห์ความคงทน

3.1 กล่าวนำ

ความคงทน (robustness) ต่อความไม่แน่นอน (uncertainly) ในแบบจำลองระบบ เป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งต่อระบบควบคุม เป็นที่ทราบกันอย่างดีว่าหากออกแบบระบบป้อนกลับให้เสถียรดีแล้ว จะสามารถลดหรือบรรเทาผลกระทบจากความไม่แน่นอนในแบบจำลองได้ในระดับหนึ่ง มนุษย์กล่าวถึงความไม่แน่นอนที่ว่านี้ในหลากหลายรูปแบบ เช่น เชิงโครงสร้าง (structured) ไม่เป็นโครงสร้าง (unstructured) เชิงพารามิเตอร์ (parametric) เป็นต้น ทฤษฎีทางการวิเคราะห์ความคงทนจึงได้รับการพัฒนาขึ้นมาหลากหลายไปตามการสมมุติด้านรูปแบบของความไม่แน่นอน เช่น ทฤษฎีความคงทน H_∞ [11] ที่สามารถประยุกต์ได้กับแบบจำลองระบบที่เป็นฟังก์ชั่นถ่ายโอนหรือเป็นตัวแปรสถานะ ทฤษฎีที่มีรากฐานมาจากทฤษฎีบทคาริโทนอฟ (Kharitonov) [12] เหมาะกับการใช้งานเมื่อแบบจำลองระบบมีลักษณะเป็นช่วง (interval plant model) บางทฤษฎีก็อาศัยเทคนิคการคำนวณเชิงตัวเลขที่ซับซ้อน [13] โดยอาศัยรากฐานของการตรวจสอบเสถียรภาพ Lyapunov ซึ่งต้องกำหนดแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปตัวแปรสถานะ การวิเคราะห์ความคงทนในรูปการวัดแกป (gap metric) [14] นับเป็นแนวทางแปลกใหม่อีกบริบทหนึ่งต่างหากที่ต้องทำความคุ้นเคย ซึ่งอาศัยการพิจารณาความสัมพันธ์ของอินพุต-เอาต์พุต ลาเบลิงฟังก์ชั่น (labeling function) และซิมพลิเชียลอัลกอริธึม (simplicial algorithms)[15] อาจนำมาประยุกต์เข้ากับการวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพของระบบไม่เป็นเชิงเส้น อย่างไรก็ดี งานวิจัยนี้คงต้องดำเนินการในทิศทางที่คล้ายคลึงกับงานวิจัย[1,9] เพราะเป็นงานสืบเนื่อง จึงต้องยึดอยู่กับหลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองระบบที่เป็นช่วง ในการดำเนินงานวิเคราะห์ความคงทนของระบบที่ปรากฏตัวชดเชยชนิดตายตัว (fixed controller) ซึ่งจะวิเคราะห์ทั้งความคงทนในสมรรถนะและในเสถียรภาพ

ในบทที่ 3 นี้ จึงกล่าวถึง การพิจารณาแบบจำลองระบบที่เป็นช่วง เพื่อให้เป็นพื้นฐานความเข้าใจเดียวกัน จากนั้นจะอธิบายถึงแนวทางการดำเนินงานเป็นการฉายภาพให้เห็นว่า จะดำเนินการวิเคราะห์ความคงทนอย่างไร

3.2 ความไม่แน่นอนในแบบจำลอง และทฤษฎีคาริโทนอฟ

แนวคิดเรื่องความคลาดเคลื่อนในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบเป็นสิ่งที่เชื่อถือกันทั่วไปในกลุ่มวิศวกร และนักวิจัยด้านระบบควบคุม เพียงแต่ว่ามีความเชื่อปลีกย่อยลงไปอีก ถึงแนวทางการอธิบายความคลาดเคลื่อนนั้น งานวิจัยนี้ยอมรับในความเชื่อหรืออาจเรียกว่าข้อสมมุติทางวิศวกรรมที่ว่า ความคลาดเคลื่อนดังกล่าว เกิดจากความไม่แน่นอนในพารามิเตอร์ของระบบในรูปแบบไม่มีโครงสร้างหรือไม่อ้างอิงโครงสร้าง (unstructured parametric uncertainty) ซึ่งอาจสร้างความเข้าใจได้ง่ายขึ้นเมื่อพิจารณาโดยสมมุติว่า มีระบบเชิงเส้นที่อธิบายได้ด้วยฟังก์ชั่นถ่ายโอน

$$G(s) = \frac{K}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (3\text{-}1)$$

ในระบบเชิงเส้น พลวัตต่างๆของระบบสามารถอธิบายได้ด้วยพหุนามลักษณะเฉพาะ (characteristic polynomial)

$$p(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 \quad (3\text{-}2)$$

หากแบบจำลอง G(s) ถูกต้องสมบูรณ์แบบ สัมประสิทธิ์ $a_0, \ldots a_n$ มีค่าตายตัว แต่ความจริงหาเป็นเช่นนั้นไม่ การใช้งานระบบไประยะหนึ่งย่อมทำให้ชิ้นส่วนกลไกต่างๆเสื่อมถอย ค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆย่อมเปลี่ยนแปลงซึ่งเราเรียกโดยรวมว่า เป็นความไม่แน่นอนที่เกิดกับแบบจำลอง ในกรอบแนวคิดนี้ ก็อาจอธิบายได้ว่า สัมประสิทธิ์ต่างๆจะเปลี่ยนไปเป็น

$$a_0 \pm \Delta a_0, a_1 \pm \Delta a_1, \ldots a_{n-1} \pm \Delta a_{n-1}, a_n \pm \Delta a_n \quad (3\text{-}3)$$

เมื่อสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองมีลักษณะเป็นช่วงเช่นนี้ เราจึงเรียกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นว่า แบบจำลองที่เป็นช่วง (interval model) หรือพลานต์แบบช่วง (interval plant)

การวิเคราะห์ความคงทน (robustness) ของระบบ จะต้องวิเคราะห์ทั้งความคงทนในเสถียรภาพ (robust stability) และความคงทนในสมรรถนะ (robust performance) ในงานวิจัยนี้การวิเคราะห์พึ่งทฤษฎีคาริโทนอฟและพหุนามคาริโทนอฟ [12,16] เป็นรากฐาน กำหนดให้เขียนแสดงพหุนาม (3-2) ในแบบช่วงที่อาศัยสัมประสิทธิ์ตาม (3-3) ว่า

$$P = [a_0^-, a_0^+] \times [a_1^-, a_1^+] \times [a_2^-, a_2^+] \times \ldots \times [a_n^-, a_n^+] \quad (3\text{-}4)$$

ซึ่ง a_n^- และ a_n^+ หมายถึงค่าต่ำสุดและสูงสุดที่เป็นไปได้ของสัมประสิทธิ์ a ใดๆ ดังนั้น พหุนามคาริโทรนอฟร่วมกับตระกูลของพหุนามช่วงอาจแสดงได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
K^1(s) &= a_0^- + a_1^- s + a_2^+ s^2 + a_3^+ s^3 + \dots \\
K^2(s) &= a_0^- + a_1^+ s + a_2^+ s^2 + a_3^- s^3 + \dots \\
K^3(s) &= a_0^+ + a_1^- s + a_2^- s^2 + a_3^+ s^3 + \dots \\
K^4(s) &= a_0^+ + a_1^+ s + a_2^- s^2 + a_3^- s^3 + \dots
\end{aligned}
\tag{3-5}
$$

ทฤษฎีบทดั้งเดิมของคาริโทนอฟ กล่าวว่า พหุนามในตระกูล P เป็นเฮอร์วิทซ์ (Hurwitz) ก็ต่อเมื่อพหุนามคาริโทนอฟ (3-5) ทั้งหมดเป็นเฮอร์วิทซ์ [16] ทฤษฎีดั้งเดิมของคาริโทนอฟได้ผ่านวิวัฒนาการมาระยะหนึ่ง จนได้ผลเป็นที่มั่นใจสำหรับการวิเคราะห์ความคงทนของระบบป้อนกลับทั้งเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น เช่น [12,17] ทฤษฎีที่ถูกนำมาใช้โดยตรงกับงานวิจัยนี้ จะได้รับการกล่าวถึงในหัวข้อและบทที่เหมาะสมกับการรายงานผลตามลำดับต่อไป

3.3 ความไม่แน่นอนแบบสุ่มและวิธีมอนติคาร์โล

คำถามที่สำคัญเกี่ยวกับการเกิดขึ้นและทรงอยู่ของปริมาณ $\pm \Delta a_n$ ใน (3-3) นั้นคือ ความแปรปรวนหรือความไม่แน่นอนเหล่านี้เกิดขึ้นอย่างไรและส่งผลต่อความคงทนของระบบโดยรวมอย่างไร ถ้าพิจารณาตามทฤษฎีบทคาริโทนอฟจะเห็นว่า เป็นการดำเนินงานเฉพาะกับชุดพหุนามที่ปรากฏตัวที่ขอบเขตเซ็ทของพหุนามทั้งหมด อาจกล่าวได้ว่าเป็นการให้ความเชื่อถือต่อชุด พหุนาม (3-5) ที่เราจะนำมาทดสอบเพื่อตรวจสอบดูว่า ชุดพหุนามนั้นก่อตัวเป็นรูปสี่เหลี่ยมล้อมรอบพหุนามบางตัวที่ไม่เป็นเฮอร์วิทซ์ (ระบบไม่เสถียร) หรือไม่ ความพยายามที่จะทดสอบเพื่อหาคำตอบให้กับคำถามดังกล่าว จำต้องให้มีข้อสมมุติว่าการผันแปรของ $\pm \Delta a_n$ เป็นแบบสุ่ม (random variation) การทดสอบสามารถดำเนินไปด้วยการจำลองสถานการณ์ตามวิธีการมอนติคาร์โล (Monte Carlo method) [18] ในหัวข้อนี้จะได้กล่าวถึงวิธีมอนติคาร์โลไว้เป็นพื้นฐานความเข้าใจ กับแนวคิดของการหยุดเวลาไว้ชั่วขณะเพื่อทำการจำลองสถานการณ์

ในภาพกว้าง วิธีมอนติคาร์โลหมายถึง วิธีการใดๆที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวเลขจากการสุ่มค่า (random numbers) [19] แต่หากมองให้ลึกลงไปอีกสักนิด อาจจำกัดความหมายการจำลองสถานการณ์แบบมอนติคาร์โลว่า เป็นการใช้ค่าตัวเลขจากการสุ่มเพื่อแก้ปัญหา “stochastic” หรือ “deterministic” เมื่อเวลามิใช่สิ่งสำคัญ [19] ดังนั้นอาจสังเกตได้ว่าแต่ดั้งเดิม วิธีการดังกล่าวนี้ดำเนินงานตามแบบสภาวะคงตัว แต่กระนั้นก็ตาม วิธีมอนติคาร์โลก็ได้มีวิวัฒนาการมาอย่างต่อเนื่อง ให้สามารถใช้แก้ปัญหาที่สนใจสภาวะพลวัตได้

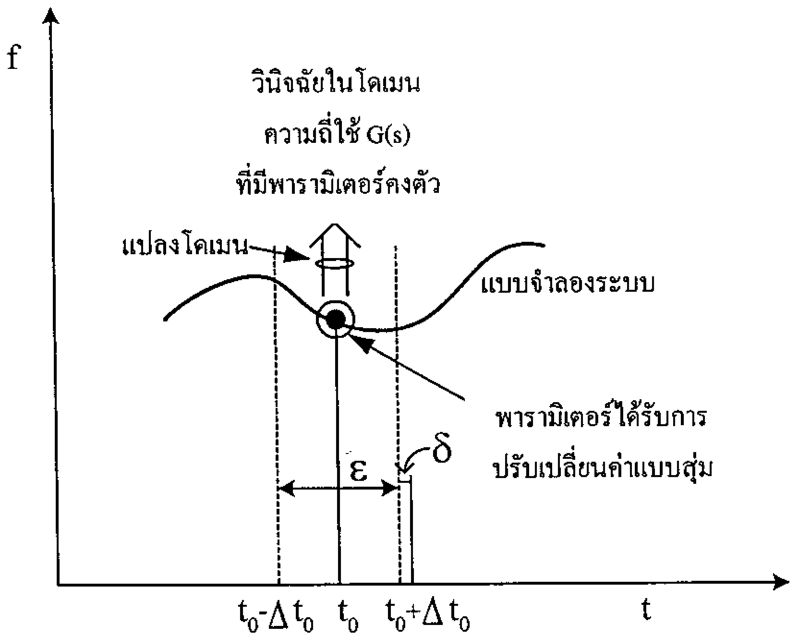
สำหรับงานวิจัยนี้ ปริมาณที่พารามิเตอร์ผันแปรไปในแบบจำลอง คือ $\pm\Delta a_n$ ถือเป็นการผันแปรแบบสุ่ม ตามวิธีมอนติคาร์โลเราจะต้องสร้างค่าตัวเลขแบบสุ่มขึ้น เพื่อใช้เป็นค่า $\pm\Delta a_n$ ในการจำลองสถานการณ์ การสร้างค่าตัวเลขแบบสุ่มหรืออาจเรียกว่าการสุ่มค่าบนเครื่องคอมพิวเตอร์ ให้ได้ค่าแบบสุ่มอย่างแท้จริงในเทคโนโลยีปัจจุบันยังเป็นไปไม่ได้ ผู้ที่ใช้วิธีมอนติคาร์โลจะต้องแสวงหาอัลกอริธึมที่เหมาะสมเพื่อการสุ่มค่า ที่เรามักเรียกกันว่าตัวสร้างค่าสุ่มเทียม (pseudo-random generator หรือ PRG) ผู้ใช้อัลกอริธึมดังกล่าวต้องระมัดระวังว่าค่าที่ได้ต้องใกล้เคียงการสุ่มอย่างแท้จริง อัลกอริธึมในการดำเนินงานตามวิธีมอนติคาร์โลกับงานวิจัยจะได้รับการอธิบายรายละเอียด ไว้ในบทที่ว่าเรื่องการทดสอบความคงทนด้วยวิธีมอนติคาร์โล ซึ่งโดยทั่วไปแล้วอาจกล่าวได้ว่าวิธีมอนติคาร์โลมีอัลกอริธึมดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1: สร้างรูปลักษณะตั้งต้น

ตอนที่ 2: สร้างมาร์คอฟเชน (Markov chain) m รอบ

```
loop i ← 1…m รอบ
  สร้างรูปลักษณะใหม่
  หาความน่าจะเป็น w ที่สะท้อนการแปรเปลี่ยน
  สุ่มค่าตัวเลข R ระหว่าง 0-1
if (w >R) then
  ยอมรับให้ใช้รูปลักษณะใหม่
else
  คงรูปลักษณะเดิมไม่เปลี่ยนแปลง
endif
end loop
```

สิ่งที่ต้องการทำความเข้าใจในขณะนี้คือ แนวคิดเกี่ยวกับการหยุดเวลาไว้ชั่วขณะในการจำลองสถานการณ์ด้วยวิธีมอนติคาร์โล เพื่อดำเนินการวินิจฉัยความคงทนของระบบ พิจารณารูปที่ 3.1 วิธีการมอนติคาร์โลดำเนินการไปเรื่อยๆ ณ เวลาต่างๆกัน ด้วยการประเมินค่าพารามิเตอร์ $a_n \pm\Delta a_n$ ในแบบจำลอง สมมุติให้พิจารณาที่เวลา $t = t_0$ ในช่วงเวลา ε ดังภาพ ถือว่าเป็นช่วงเวลาที่สั้นมากๆ ภายในช่วงเวลานั้นสมมุติให้พารามิเตอร์ต่างๆ ที่ได้จากการปรับเปลี่ยนตามกระบวนการมอนติคาร์โล มีค่าคงตัวตลอดช่วงเวลา ε นี้ กำหนดให้เวลา t_0 หยุดอยู่ชั่วขณะ ภายในช่วงเวลาที่



รูปที่ 3.1 ภาพอธิบายแนวคิดเรื่องพารามิเตอร์มีค่าคงตัวชั่วขณะ

งานในโดเมนความถี่แล้วเสร็จ การดำเนินงานจะกลับมาอยู่ในโดเมนเวลา ซึ่ง t จะได้รับการปรับค่าจาก t_0 ไปเป็น $t_0+\Delta t_0+\delta$ อาจกล่าวได้ว่าช่วงเวลา $\Delta t_0+\delta$ คือ ระยะเวลาของการจำลองสถานการณ์แต่ละขั้น (simulation time step) หลังจากนั้นกระบวนการต่างๆก็จะซ้ำรอยเดิมเหมือนตอนที่เวลา $t = t_0$ อย่างไรก็ตามการอธิบายโดยอาศัยโดเมนเวลานั้นเป็นเพียงสื่อให้เกิดความเข้าใจได้โดยง่าย การดำเนินงานด้วยวิธีมอนติคาร์โลนั้นใช้การนับจำนวนครั้ง (m) ของการจำลองสถานการณ์ ซึ่ง m จะต้องมากพอที่ส่งให้ผลการจำลองมีความน่าเชื่อถือ

บทที่ 4
การวิเคราะห์ความคงทนแบบเชิงเส้น

4.1 กล่าวนำ

งานวิจัยนี้ยอมรับในความเชื่อที่ว่า ความคลาดเคลื่อนในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ เกิดจากความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ในรูปแบบไม่มีโครงสร้าง ความไม่แน่นอนดังกล่าวเกิดจากการใช้งานระบบไประยะหนึ่ง ทำให้ชิ้นส่วนทางกลไกต่างๆเสื่อมถอย ค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆย่อมเปลี่ยนแปลง ดังที่ได้กล่าวนำไว้แล้วในบทที่ 3 ดังนั้นการวิเคราะห์ความคงทนของระบบจึงเป็นสิ่งจำเป็น เพื่อสร้างความมั่นใจในการใช้งานระบบ งานวิจัยนี้จึงทำการวิเคราะห์ทั้งความคงทนทางสมรรถนะ (performance robustness) และทางเสถียรภาพ (stability robustness) ของระบบ โดยกำหนดให้ตัวชดเชยเป็นชนิดตายตัวและพลานต์มีความไม่แน่นอนแบบช่วงหรือเป็นพลานต์แบบช่วง (interval plant) การวิเคราะห์จะดำเนินไปโดยใช้วิธีเซกเมนต์ CB ซึ่งมีรากฐานมาจากทฤษฎีบทคาริโทนอฟ

4.2 ทฤษฎีความคงทนที่เกี่ยวข้อง

4.2.1 ระบบเชิงเส้นแบบช่วง (Linear interval systems): วิธีเซกเมนต์ CB

ในขั้นต้นขอกล่าวถึงข้อสมมุติทางวิศวกรรมของงานวิจัยนี้ กล่าวคือ ตัวควบคุมของระบบป้อนกลับเป็นชนิดตายตัว (fixed controller) ส่วนแบบจำลองของพลานต์เป็นแบบช่วง ซึ่งเขียนอธิบายได้ดังนี้

$$N(s) := n_P s^P + n_{P-1} s^{P-1} + \dots + n_1 s + n_0$$

$$D(s) := d_q s^q + d_{q-1} s^{q-1} + \dots + d_1 s + d_0$$

ค่าสัมประสิทธิ์จะแปรเปลี่ยนตามช่วง กล่าวคือ

$$n_i \in \left[n_i^- ,\ n_i^+ \right], i \in \{0,1,\dots,P\} := \underline{P}$$

$$d_i \in \left[d_i^- ,\ d_i^+ \right], i \in \{0,1,\dots,q\} := \underline{q}$$

จากคำอธิบายข้างต้นจะได้ชุดพหุนามแบบช่วงเป็น

$$\mathcal{N}(s) := \left\{ N(s) = n_p s^p + n_{p-1} s^{p-1} + \ldots + n_1 s + n_0 : n_i \in \left[n_i^-, n_i^+ \right], i \in \underline{p} \right\}$$

$$\mathcal{D}(s) := \left\{ D(s) = d_q s^q + d_{q-1} s^{q-1} + \ldots + d_1 s + d_0 : d_i \in \left[d_i^-, d_i^+ \right], i \in \underline{q} \right\}$$

และจะทำให้ได้กลุ่มของฟังก์ชั่นถ่ายโอนแบบช่วง หรือระบบแบบช่วง เป็นดังนี้

$$\mathbf{G(s)} = \left\{ \frac{N(s)}{D(s)} : (N(s), D(s)) \in \mathcal{N}(s) \times \mathcal{D}(s) \right\} \quad (4\text{-}1)$$

ชุดพหุนามคาริโทนอฟที่เกี่ยวข้องกับ *N(s)* คือ

$$K_n^1(s) := n_0^- + n_1^- s + n_2^+ s^2 + n_3^+ s^3 + n_4^- s^4 + n_5^- s^5 + \ldots$$

$$K_n^2(s) := n_0^- + n_1^+ s + n_2^+ s^2 + n_3^- s^3 + n_4^- s^4 + n_5^+ s^5 + \ldots$$

$$K_n^3(s) := n_0^+ + n_1^- s + n_2^- s^2 + n_3^+ s^3 + n_4^+ s^4 + n_5^- s^5 + \ldots$$

$$K_n^4(s) := n_0^+ + n_1^+ s + n_2^- s^2 + n_3^- s^3 + n_4^+ s^4 + n_5^+ s^5 + \ldots$$

เขียนได้ใหม่เป็น

$$K_N(s) = \left\{ K_n^1(s), K_n^2(s), K_n^3(s), K_n^4(s) \right\} \quad (4\text{-}2)$$

ในทำนองเดียวกัน ชุดพหุนามคาริโทนอฟที่เกี่ยวข้องกับ *D(s)* คือ

$$K_D(s) = \left\{ K_d^1(s), K_d^2(s), K_d^3(s), K_d^4(s) \right\} \quad (4\text{-}3)$$

จากสมการที่ (4-1) (4-2) และ (4-3) นำมาสร้างเป็นชุดพหุนามคาริโทนอฟที่ใช้ร่วมกับตระกูลพหุนามแบบช่วง ได้ดังนี้

$$\mathbf{G_K(s)} = \left\{ \frac{N(s)}{D(s)} : (N(s), D(s)) \in (K_N(s) \times K_D(s)) \right\} \quad (4\text{-}4)$$

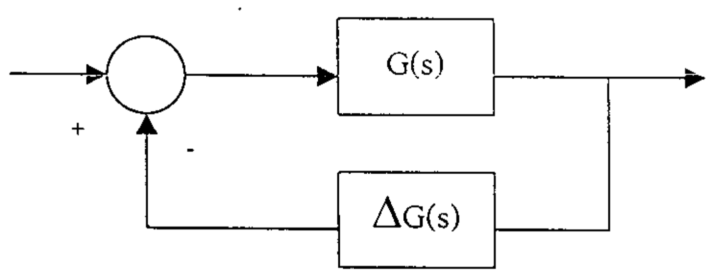
4.2.2 ความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ไม่เป็นเชิงโครงสร้าง

ในหัวข้อนี้สนใจเกี่ยวกับปัญหาความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์กับไม่เป็นเชิงโครงสร้าง (parametric and unstructured uncertainty) การวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนเป็นสิ่งสำคัญ ที่จะต้องทำควบคู่ไปกับการวิเคราะห์สมรรถนะคงทน เสถียรภาพคงทนอาจวิเคราะห์ได้จากการหาส่วนเผื่อเสถียรภาพ H_∞ (stability margin) โดยมีสัญลักษณ์ที่เกี่ยวข้องต่างๆ ต่อไปนี้

$$C_+ := \{ s \in C : \mathrm{Re}(s) \geq 0 \}$$ และ

$H_\infty (C_+)$ แสดงถึงขอบเขตของ f(s) ที่จำกัด อธิบายได้ดังสมการ (4-5)

$$\| f \|_\infty = \sup_{\omega \in R} | f(j\omega) | \tag{4-5}$$



รูปที่ 4.1 รูปแบบระบบเกี่ยวกับปัญหาความไม่แน่นอน

เมื่อพิจารณาระบบดังแบบจำลองตามรูปที่ 4.1 ระบบ G(s) ถูกรบกวนในวิถีป้อนกลับด้วยพจน์ ΔG ซึ่งการรบกวนนี้มีนอร์ม H_∞ ที่จำกัด (bounded) จากทฤษฎีอัตราขยายขนาดเล็กบอกไว้ว่าระบบที่มีการรบกวนจะยังคงเสถียรก็ต่อเมื่อ $\| \Delta G \|_\infty < \frac{1}{\| G \|_\infty}$ โดยที่ $\frac{1}{\| G \|_\infty}$ เป็นส่วนเผื่อระดับอัตราขยายเชิงซ้อน (complex gain margin) ของระบบ อาจสังเกตได้ว่าขั้นแรกในการดำเนินงานคือ สร้าง **G(s)** ตามสมการที่ (4-1) จากนั้นทำการสร้าง $\mathbf{G_K(s)}$ ซึ่งเป็นชุดพหุนามคาริโทนอฟที่ใช้ร่วมกับ **G(s)** ต่อจากนั้นจึงวินิจฉัยเสถียรภาพตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

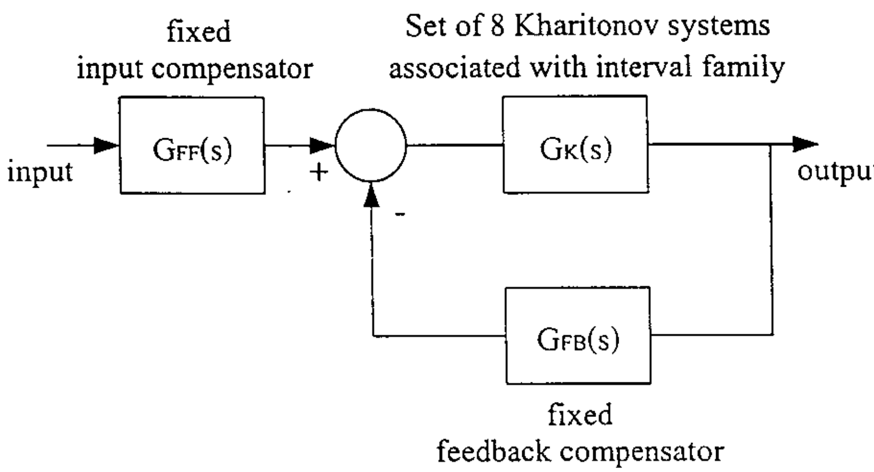
ทฤษฎีบทอัตราขยายขนาดเล็กแบบคงทน (Robust Small Gain Theorem) [21] กำหนดให้ตระกูลพหุนามแบบช่วง **G(s)** ได้มาจากระบบที่เสถียร ฉะนั้นระบบวงรอบปิดดังรูปที่ 4.1 จะเสถียรสำหรับทุกๆการรบกวน ΔP ก็คือ $\|\Delta P\|_\infty < \alpha$ ก็ต่อเมื่อ

$$\alpha \leq \frac{1}{\max_{G(S) \in G_K(S)} \|G\|_\infty} \tag{4-6}$$

ซึ่ง α คือ ส่วนเผื่ออัตราขยายเชิงซ้อน

4.3 การวิเคราะห์และอภิปรายผล

หัวข้อนี้แสดงการวิเคราะห์ความคงทนของระบบสองมวล ที่ยังพิจารณาว่าเป็นระบบเชิงเส้น โดยทำการวิเคราะห์ทั้งความคงทนทางสมรรถนะและทางเสถียรภาพ การตีความผลจะอาศัยข้อมูลที่ได้จากผลการตอบสนองทางความถี่ของระบบวงรอบปิด และผลตอบสนองของระบบวงรอบปิดต่ออินพุตขั้นบันไดหนึ่งหน่วย การดำเนินงานมีข้อสมมุติว่าชุดควบคุมที่ประกอบรวมเป็นระบบวงรอบปิดเป็นชนิดตายตัว ส่วนแบบจำลองของพลานต์เกิดความไม่แน่นอน โครงสร้างของระบบดังกล่าวแสดงได้ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 ระบบสองมวลเมื่อเกิดความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ในระบบ

จากรูปที่ 4.2 ฟังก์ชั่นถ่ายโอนของตัวชดเชยในวิถีไปหน้า ตัวชดเชยในวิถีป้อนกลับ และระบบสองมวลแสดงได้ดังนี้ [1]

$$G_{FF}(s) = \frac{15.093s^3 + 15.093*6*10^3 s^2 + 15.093*1.2*10^7 s + 15.093*8*10^9}{s^3 + 7.18*10^3 s + 19.160*10^6 s} \qquad (4\text{-}7)$$

$$G_{FB}(s) = \frac{16.84*10^3 s^3 + 69.67*10^5 s^2 + 14.98*10^8 s + 12.07*10^{10}}{s^3 + 7.18*10^3 s + 19.160*10^6 s} \qquad (4\text{-}8\ )$$

พลานต์ปกติ (nominal) $\quad : G(s) = \dfrac{1.325*10^6}{s^3 + 13.388s^2 + 16.297*10^4 s + 73.117*10^4} \qquad (4\text{-}9)$

พลานต์แบบช่วง (interval) $\quad : G(s) = \dfrac{n_0}{s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0} \qquad (4\text{-}10)$

เมื่อ

$$\left.\begin{aligned} n_0 &\in \left[92.758\times10^4, 17.226\times10^5\right] \\ d_0 &\in \left[51.182\times10^4, 95.062\times10^4\right] \\ d_1 &\in \left[11.408\times10^4, 21.186\times10^4\right] \\ d_2 &\in \left[9.366, 17.394\right] \end{aligned}\right\} \quad \text{(ผันแปรในย่าน } \pm 30\,\%) \qquad (4\text{-}11)$$

จากสมการ (4-10) และ (4-11) อาจสังเกตเห็นว่า สัมประสิทธิ์นำหน้า s กำลังสูงสุดกำหนดให้เป็น 1 เสมอ นั่นหมายถึง ความไม่แน่นอนในค่าสัมประสิทธิ์ดังกล่าว ได้รับการกระจายไปตามอัตราขยาย n_0 และสัมประสิทธิ์ d_i ในแบบจำลองแล้ว

$K_N(s)$: ชุดพหุนามคาริโทนอฟ 2 ชุดที่เกี่ยวข้องกับ $N(s)$ คือ

$$\begin{aligned} K_n^1(s) &= K_n^2(s) = 92.758\times10^4 \\ K_n^3(s) &= K_n^4(s) = 17.266\times10^5 \end{aligned} \qquad (4\text{-}12)$$

$K_D(s)$: ชุดพหุนามคาริโทนอฟ 4 ชุดที่เกี่ยวข้องกับ $D(s)$ คือ

$$\begin{aligned} K_d^1(s) &= s^3 + 17.394s^2 + 11.408\times10^4 s + 51.182\times10^4 \\ K_d^2(s) &= s^3 + 17.394s^2 + 21.186\times10^4 s + 51.182\times10^4 \\ K_d^3(s) &= s^3 + 9.3660s^2 + 11.408\times10^4 s + 95.052\times10^4 \\ K_d^4(s) &= s^3 + 9.3660s^2 + 21.186\times10^4 s + 95.052\times10^4 \end{aligned} \qquad (4\text{-}13)$$

$G_K(s)$: ชุดพหุนามคาริโทนอฟที่ใช้ร่วมกับตระกูลพหุนามแบบช่วง คำนวณได้จากความสัมพันธ์ดังสมการที่ (4-4) ประกอบด้วยชุดพหุนามทั้งหมด 8 ชุดดังนี้

$$g_1(s) = \frac{927580}{s^3 + 17.39s^2 + 114080s + 511820}$$

$$g_2(s) = \frac{927580}{s^3 + 17.39s^2 + 211860s + 511820}$$

$$g_3(s) = \frac{927580}{s^3 + 9.366s^2 + 114080s + 950620}$$

$$g_4(s) = \frac{927580}{s^3 + 9.366s^2 + 211860s + 950620}$$

$$g_5(s) = \frac{1.723e006}{s^3 + 17.39s^2 + 114080s + 511820}$$

$$g_6(s) = \frac{1.723e006}{s^3 + 17.39s^2 + 211860s + 511820} \qquad (4\text{-}14)$$

$$g_7(s) = \frac{1.723e006}{s^3 + 9.366s^2 + 114080s + 950620}$$

$$g_8(s) = \frac{1.723e006}{s^3 + 9.366s^2 + 211860s + 950620}$$

คำนวณหาชุดฟังก์ชั่นถ่ายโอนของระบบวงรอบปิดจากสมการที่ (4-14) โดยมีโครงสร้างของระบบตามรูปที่ 4.2 แสดงได้ดังต่อไปนี้

$$G_1(s) = \frac{927580s^3 + 6.66e009s^2 + 1.777e013s}{s^6 + 7197s^5 + 1.94e007s^4 + 1.677e010s^3 + 8.652e012s^2 + 1.399e015s + 1.12e017}$$

$$G_2(s) = \frac{927580s^3 + 6.66e009s^2 + 1.777e013s}{s^6 + 7197s^5 + 1.95e007s^4 + 1.748e010s^3 + 1.053e013s^2 + 1.399e015s + 1.12e017}$$

$$G_3(s) = \frac{927580s^3 + 6.66e009s^2 + 1.777e013s}{s^6 + 7189s^5 + 1.934e007s^4 + 1.662e010s^3 + 8.655e012s^2 + 1.408e015s + 1.12e017}$$

$$G_4(s) = \frac{927580s^3 + 6.66e009s^2 + 1.777e013s}{s^6 + 7189s^5 + 1.944e007s^4 + 1.732e010s^3 + 1.053e013s^2 + 1.408e015s + 1.12e017}$$

$$G_5(s) = \frac{1.723e006s^3 + 1.237e010s^2 + 3.301e013s}{s^6 + 7197s^5 + 1.94e007s^4 + 3.016e010s^3 + 1.419e013s^2 + 2.59e015s + 2.079e017}$$

$$G_6(s) = \frac{1.723e006s^3 + 1.237e010s^2 + 3.301e013s}{s^6 + 7197s^5 + 1.95e007s^4 + 3.086e010s^3 + 1.606e013s^2 + 2.59e015s + 2.079e017}$$

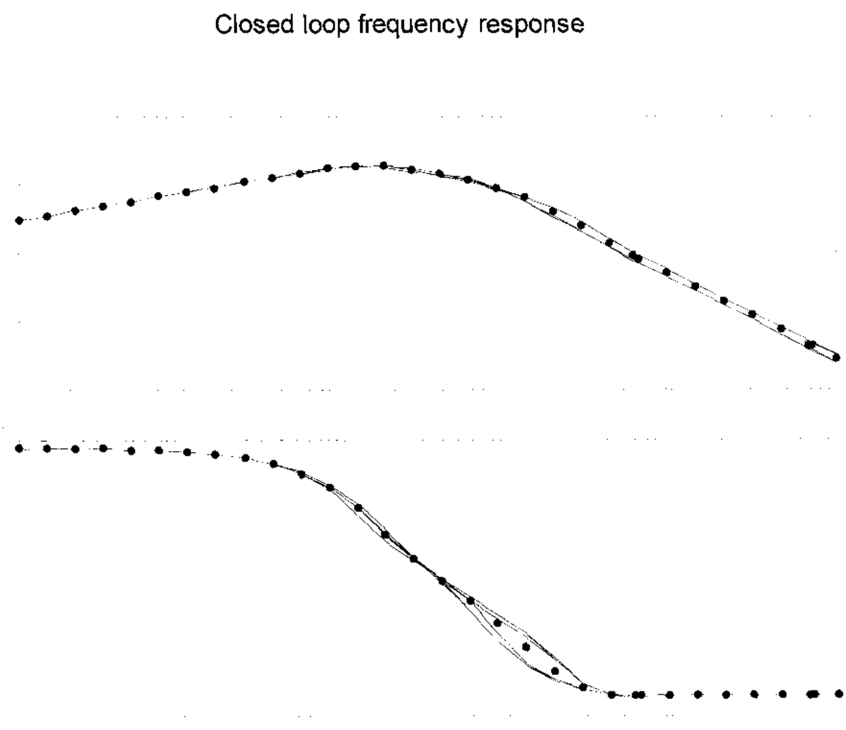
$$G_7(s) = \frac{1.723e006s^3 + 1.237e010s^2 + 3.301e013s}{s^6 + 7189s^5 + 1.93e007s^4 + 3.001e010s^3 + 1.419e013s^2 + 2.59e015s + 2.079e017}$$

$$G_8(s) = \frac{1.723e006s^3 + 1.237e010s^2 + 3.301e013s}{s^6 + 7189s^5 + 1.944e007s^4 + 3.071e010s^3 + 1.607e013s^2 + 2.59e015s + 2.079e017}$$

(4-15)

ผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบวงรอบปิด

การวิเคราะห์ผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบวงรอบปิด จะพิจารณาเฉพาะในวงรอบที่มีการป้อนกลับของระบบ หมายความว่าตัวชดเชยในวิถีไปหน้าจะไม่นำมาพิจารณา เพราะทราบเป็นที่แน่นอนว่าตัวชดเชยเสถียรและตายตัวจึงไม่ส่งผลกระทบต่อเสถียรภาพวงรอบปิด ดังนั้นระบบรวมที่ทำการวิเคราะห์จะประกอบไปด้วยชุดพหุนามคาริโทนอฟที่ใช้ร่วมกับตระกูลของพหุนามแบบช่วงของระบบสองมวล ทั้งหมด 8 ชุด ปรากฏในส่วนของวิถีไปหน้า ตัวชดเชยป้อนกลับจะปรากฏอยู่ในส่วนของวิถีป้อนกลับ ผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบวงรอบปิดแสดงได้ดังรูปที่ 4.3 ในรูปนี้เส้นกราฟที่มีจุดสีดำกำกับเป็นแนว หมายถึง พลานต์ปกติ



รูปที่ 4.3 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบวงรอบปิด

เราสามารถใช้ MATLAB™ รายงานค่าที่สำคัญ กล่าวคือ $\|H_\infty\|_{min}$ และ $\|H_\infty\|_{max}$ ได้ดังนี้

$\|H_\infty\|_{min} = 0.0149$

$\|H_\infty\|_{max} = 0.0161$

เพราะฉะนั้นค่า $\alpha = \dfrac{1}{\|H_\infty\|_{max}} = \dfrac{1}{0.0161} = 62.1511$

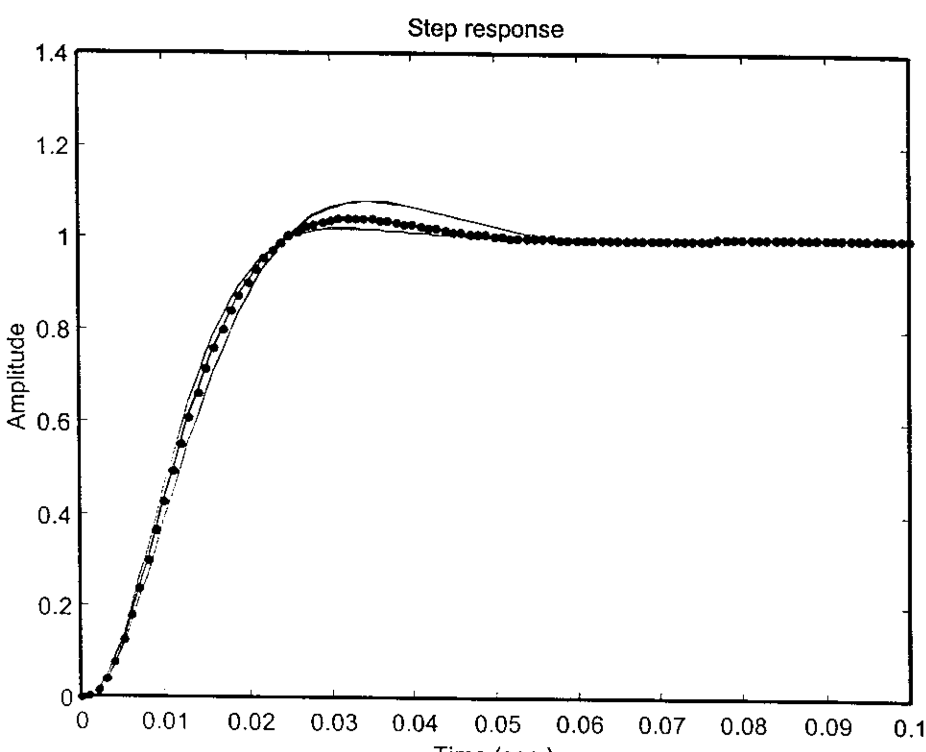
ตามทฤษฎีบท [21] ค่า α นี้คือ ส่วนเผื่อเสถียรภาพเชิงซ้อน α มีค่ามากถึง 62.1511 เช่นนี้หมายความว่า ระบบที่ได้รับการชดเชยแล้ว มีความคงทนทางเสถียรภาพสูง นั่นคือ ระบบมีเสถียรภาพที่ดีมาก แม้จะประสบกับความไม่แน่นอนในแบบจำลอง

ผลตอบสนองต่ออินพุตขั้นบันไดหนึ่งหน่วย

การวิเคราะห์ผลตอบสนองของระบบวงรอบปิดในโดเมนเวลา อาศัยการจำลองสถานการณ์ของระบบวงรอบปิดตามรูปที่ 4.2 เมื่ออินพุตเป็นสัญญาณขั้นบันไดหนึ่งหน่วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำมาจำลองสถานการณ์ มี 8 ชุด เช่นเดียวกับกรณีโดเมนความถี่ที่ผ่านมา ผลการจำลองสถานการณ์จะแสดงค่าต่างๆที่อธิบายถึงพฤติกรรมของระบบดังนี้

- ความไวของระบบจะบ่งบอกโดยค่าเวลาไต่ระดับ (Rise time, Tr)
- เวลาที่เกิดค่าสูงสุดของการตอบสนอง (Peak time, Tp)
- เปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกิน (Percent overshoot, P.O.)
- เวลาที่ระบบเข้าสู่สภาวะคงตัว (Settling time, Ts)

ผลการจำลองสถานการณ์แสดงได้ดังรูปที่ 4.4 ซึ่งกราฟที่มีจุดสีดำกำกับหมายถึง พลานต์ปกติ



รูปที่ 4.4 ผลการตอบสนองต่ออินพุตขั้นบันไดหนึ่งหน่วย

ตารางที่ 4.1 ข้อมูลสำคัญของการตอบสนองต่ออินพุตแบบขั้นบันไดหนึ่งหน่วย

	P.O.	Tr (Sec)	Ts (Sec)(2%)	Tp (Sec)
Max	7.9877	0.026	0.0510	0.0350
Min	1.9663	0.025	0.0320	0.0320

จากกราฟการตอบสนองตามรูปที่ 4.4 พิจารณาประกอบกับข้อมูลในตารางที่ 4.1 อาจสังเกตเห็นว่า การตอบสนองเบี่ยงเบนออกไปจากแนวปกติน้อยมาก นั่นหมายถึงระบบที่ชดเชยแล้วมีความคงทนทางสมรรถนะอยู่ในระดับที่ดีมาก

4.4 สรุป

ระบบสองมวลที่มีการชดเชยรีโซแนนซ์การบิดแล้ว ได้รับการนำมาพิจารณาในลักษณะที่เป็นเชิงเส้น เพื่อวิเคราะห์ความคงทนทางสมรรถนะและทางเสถียรภาพของระบบ ในระบบดังกล่าวมีตัวชดเชยสองชุด ชุดหนึ่งเป็นตัวชดเชยอินพุตและอีกชุดหนึ่งเป็นตัวชดเชยป้อนกลับ ตัวชดเชยทั้งสองนี้เสถียรและตายตัว พลานต์ปรากฏความไม่แน่นอนแบบพารามิเตอร์และไม่เป็นเชิงโครงสร้าง การระบุพลานต์ใช้วิธีแสดงในรูปพลานต์แบบช่วง ที่มีสัมประสิทธิ์ในแบบจำลองสามารถผันแปรได้ $\pm 30\%$ ของค่าปกติ

การวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพอาศัยทฤษฎีบทอัตราขยายขนาดเล็กแบบคงทน [21] ทฤษฎีดังกล่าวให้ค่าส่วนเผื่ออัตราขยายเชิงซ้อน 62.1511 หมายความว่าระบบมีความคงทนทางเสถียรภาพสูง

การวิเคราะห์ความคงทนทางสมรรถนะอาศัยการจำลองสถานการณ์ เพื่อตรวจดูการตอบสนองในโดเมนเวลาต่ออินพุตแบบขั้นบันไดหนึ่งหน่วย เมื่อแบบจำลองของระบบมีองค์ประกอบเป็นพลานต์แบบช่วงทั้งหมด 8 ชุดในตระกูล *ผลการจำลองสถานการณ์อาจสรุปได้ว่า ระบบมีความ*คงทนทางสมรรถนะสูง มีการพุ่งเกินในย่าน 1.97% - 7.99% สามารถลู่เข้าการคงตัวได้ภายในย่าน 0.032 – 0.051 วินาที

บทที่ 5
การวิเคราะห์ความคงทนแบบไม่เชิงเส้น

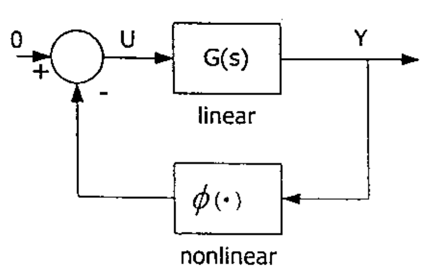
5.1 กล่าวนำ

ในบทนี้เป็นการวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพและสมรรถนะในโดเมนเวลาของระบบแบบไม่เชิงเส้น โดยกำหนดให้ตัวชดเชยเป็นชนิดตายตัว พลานต์มีความไม่แน่นอนแบบช่วงหรือเป็นพลานต์แบบช่วง ในส่วนของความไม่เป็นเชิงเส้นปรากฏแบบจำลองเป็นตระกูลและเป็นชนิดไร้ความจำ (memoryless) ซึ่งได้จากวิธีการค้นหาแบบตาบู ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 การวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนของระบบไม่เป็นเชิงเส้นจะได้รับการรายงานก่อน งานวิจัยนี้ดำเนินการโดยอาศัยทฤษฎีที่มีรากฐานมาจากวิธีเกณฑ์ของโพพอฟ[31] ซึ่งเป็นวิธีการสำหรับวิเคราะห์เสถียรภาพในโดเมนความถี่ โดยทำการกำหนดเซกเตอร์ล้อมรอบความไม่เป็นเชิงเส้น (sector nonlinearity) เป็นวิธีการที่เหมาะสมกับระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นชนิดไร้ความจำ[32] รากฐานของทฤษฎีได้รับการพัฒนามาจากวิธีโดยตรงของเลียปูโนฟ ใช้ได้กับระบบทุกอันดับ ให้ผลที่ถูกต้องแม่นยำ หลังจากนั้นจึงเป็นการรายงานผลการวิเคราะห์ความคงทนทางสมรรถนะ ที่พึ่งพาการจำลองสถานการณ์

5.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

5.2.1 ทบทวนเกณฑ์ของโพพอฟ

การวิเคราะห์เสถียรภาพด้วยเกณฑ์ของโพพอฟ ดำเนินการในโดเมนความถี่ เป็นเกณฑ์ที่มีเงื่อนไขเพียงพอสำหรับเสถียรภาพของระบบไม่เป็นเชิงเส้น โครงสร้างของระบบไม่เป็นเชิงเส้นอาจแทนได้ดังแผนภาพของรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 ระบบป้อนกลับสำหรับเกณฑ์ของโพพอฟ

จากรูปที่ 5.1 อาจสังเกตเห็นว่าในส่วนของวิถีไปหน้าประกอบด้วยระบบที่มีพฤติกรรมเป็นเชิงเส้นและเป็นอิสระต่อเวลา (LTI system) ในส่วนของวิถีป้อนกลับประกอบไปด้วยความไม่เป็นเชิงเส้นที่เป็นอิสระต่อเวลา มีพฤติกรรมอยู่ภายใต้เซกเตอร์ [0,K] อธิบายได้ด้วยสมการที่ (5-1)

$$0 \le \frac{\varphi(y)}{y} \le K \qquad (5\text{-}1)$$

เมื่อ $y \neq 0$ และ $0 < K < \infty$ และนอกจากนี้ลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นจะต้องมีค่าเท่ากับ 0 ที่จุดกำเนิด $\phi(0) = 0$

ทฤษฎีบท (เกณฑ์ของโพพอฟ) ระบบป้อนกลับดังรูปที่ 1 จะมีเสถียรภาพในเซกเตอร์ [0,K] ก็ต่อเมื่อสามารถหาค่า q ที่ทำให้สมการนี้เป็นจริง

$$\mathrm{Re}[(1 + j\omega q)G(j\omega)] + \frac{1}{K} > 0 \qquad (5\text{-}2)$$

[การพิสูจน์ทฤษฎีบท (เกณฑ์ของโพพอฟ) ดูได้จาก (Vidyasagar, 1993, pp. 231-234)]

ความหมายเชิงกราฟิกของเงื่อนไขโพพอฟ

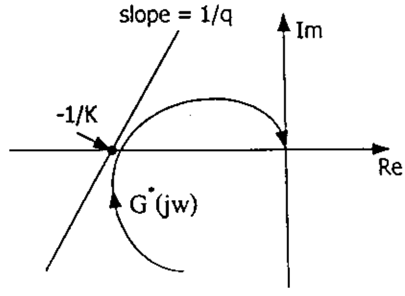
" โลกัสโพพอฟ $G^*(j\omega)$ จะต้องอยู่ทางขวามือของเส้นตรงโพพอฟที่ตัดแกน X ณ จุด $-1/K$ และมีความชันเท่ากับ $1/q$ " เมื่อกำหนดให้โลกัสโพพอฟคือ

$$G^*(j\omega) = X^*(j\omega) + jY^*(j\omega)$$

โดยที่

$$X^*(j\omega) = \mathrm{Re}[G(j\omega)] \qquad \text{และ} \qquad Y^*(j\omega) = \omega\,\mathrm{Im}[G(j\omega)]$$

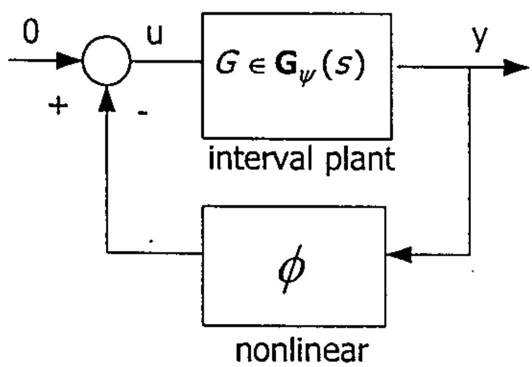
จากเงื่อนไขของโพพอฟอาจทำความเข้าใจได้ง่าย โดยดูรูปที่ 5.2 ประกอบคำอธิบาย



รูปที่ 5.2 แผนภาพในโดเมนความถี่ใช้สำหรับการพิจารณาตามเกณฑ์ของโพพอฟ

5.2.2 การวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพของระบบไม่เชิงเส้น

ส่วนประกอบที่เป็นเชิงเส้นตรงส่วนของวิถีไปหน้า ดังรูปที่ 5.1 อาจจะเกิดความไม่แน่นอน ซึ่งมีได้หลากหลายรูปแบบ เช่น เชิงโครงสร้าง ไม่เป็นโครงสร้าง เชิงพารามิเตอร์ ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 3 ดังนั้นจากระบบดังรูปที่ 5.1 การพิจารณาความคงทนของระบบต่อความไม่แน่นอน จะกำหนดให้พลานต์ซึ่งอยู่ในส่วนประกอบเชิงเส้น เป็นพลานต์แบบช่วง ($\mathbf{G}_\psi(s)$) แทนโครงสร้างของระบบแสดงได้ดังรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 โครางสร้างของระบบที่มีความไม่แน่นอนในพลานต์
เพื่อการพิจารณาด้วยเกณฑ์ของโพพอฟ

ทฤษฎีบท 1 กำหนดให้มีตระกูลพลานต์แบบช่วง $\mathbf{G}_\psi$ ของระบบเหมาะสมที่เสถียร (stable proper systems) (ดูรูปที่ 5.3) ตระกูลของระบบไม่เชิงเส้น $\mathbf{G}_\psi^\phi$ จะมีเสถียรภาพสัมบูรณ์ก็ต่อเมื่อ ลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้น ϕ อยู่ภายในเซกเตอร์ [0,K] ซึ่ง $K > 0$ เป็นค่าใดๆที่

$$K < \infty \quad , \qquad \text{ถ้า} \qquad \inf_{\mathbf{G}_\psi} \inf_{\omega \in R} \mathrm{Re}[(1 + j\omega q)G(j\omega)] \geq 0$$

มิฉะนั้น

$$K \; < \; -\frac{1}{\inf_{\mathbf{G}_\psi} \inf_{\omega \in R} \mathrm{Re}[(1 + j\omega q)G(j\omega)]} \qquad (5\text{-}3)$$

ซึ่ง $\mathbf{G}_\psi$ เป็นตระกูลของระบบคาริโทนอฟ 8 ชุด

พิสูจน์: ให้ g(s) เป็นสมาชิกใดๆ ของตระกูลพลานต์แบบช่วง ความสัมพันธ์แบบอสมการนี้เป็นจริง

$$\mathrm{Re}[(1+j\omega q)g(j\omega)+\frac{1}{K}] \geq \inf_{G\in \mathbf{G}_{\psi}} \inf_{\omega} \mathrm{Re}[(1+j\omega q)G(j\omega)+\frac{1}{K}]$$

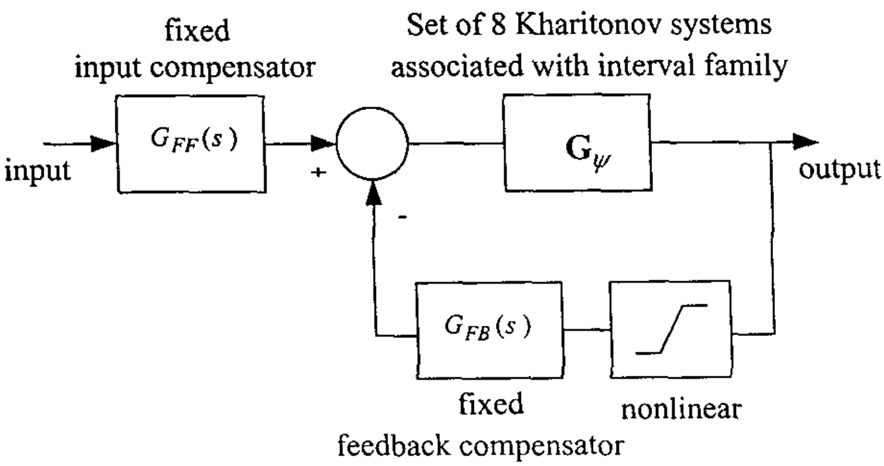
$$= \inf_{G\in \mathbf{G}_{\psi}} \inf_{\omega} \mathrm{Re}[(1+j\omega q)G(j\omega)]+\frac{1}{K} > 0$$

โดยทฤษฎีบทเกณฑ์ของโพพอฟ อาจอนุมานว่า $\mathbf{G}_{\psi}^{\phi}$ มีเสถียรภาพสัมบูรณ์

หมายเหตุ: ทฤษฎีบทข้างต้นยอมให้เราสามารถตรวจสอบเสถียรภาพ ของระบบไม่เป็นเชิงเส้นที่มีความไม่แน่นอนปรากฏในพลานต์ ซึ่งแทนได้ด้วยตระกูลของระบบคาริโทนอฟ ด้วยวิธีการคำนวณในโดเมนความถี่อาศัยเกณฑ์ของโพพอฟ

5.3 ความคงทนทางเสถียรภาพ

หัวข้อนี้แสดงการวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพของระบบสองมวลที่ประกอบไปด้วยกลุ่มของความไม่เป็นเชิงเส้น ที่ได้จากวิธีการค้นหาแบบตาบู ซึ่งได้รับการอธิบายไว้แล้วในบทที่ 2 การดำเนินงานมีข้อสมมุติว่าตัวชดเชยที่ประกอบรวมเป็นระบบวงรอบปิดเป็นชนิดตายตัว ส่วนแบบจำลองของ พลานต์เกิดความไม่แน่นอน ซึ่งอธิบายด้วยพลานต์แบบช่วงในตระกูลคาริโทนอฟ โครงสร้างของระบบแสดงได้ดังรูปที่ 5.4



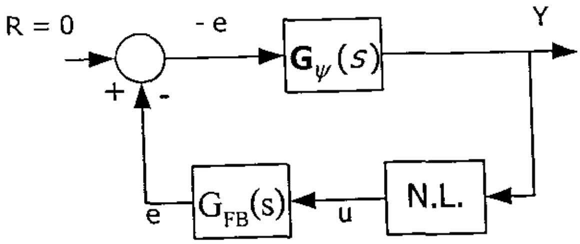
รูปที่ 5.4 ระบบสองมวลเมื่อเกิดความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ในระบบที่ปรากฏลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้น

ฟังก์ชั่นถ่ายโอนของตัวชดเชยในวิถีไปหน้า ตัวชดเชยในวิถีป้อนกลับ และชุดพหุนามคาริโทนอฟที่ใช้ร่วมกับตระกูลของพหุนามแบบช่วงสำหรับระบบสองมวล ดูได้จากสมการที่ (4-7) (4-8) และ (4-14) ในบทที่ 4 ตามลำดับ ซึ่งในที่นี้ได้ใช้สัญลักษณ์ $G_{\psi}(s)$ สมมูลกับ $G_K(S)$ ในบทที่ 4

การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบตามรูปที่ 5.4 ในที่นี้จะไม่พิจารณาตัวชดเชยในส่วนของวิถีไปหน้า เพราะทราบเป็นที่แน่นอนว่าตัวชดเชยเสถียรและตายตัวจึงไม่กระทบต่อเสถียรภาพวงรอบปิด และเมื่อสังเกตระบบตามรูปที่ 5.4 กรณีที่ไม่พิจารณาตัวชดเชยในส่วนของวิถีไปหน้านั้นพบว่าระบบดังกล่าวมีโครงสร้างแตกต่างไปจากระบบตามแนวทางการพิจารณาด้วยเกณฑ์ของโพพอฟดังที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 5.3 ดังนั้นการวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพด้วยทฤษฎีบท 1 ซึ่งมีรากฐานมาจากเกณฑ์ของโพพอฟ จำเป็นต้องทำการปรับโครงสร้างของระบบดังกล่าวสอดคล้องกับโครงสร้างตามรูปที่ 5.3 ก่อน รายละเอียดของการดำเนินการอธิบายได้ดังรูปที่ 5.5 คำอธิบายรายละเอียดอาจดูได้จาก [33]

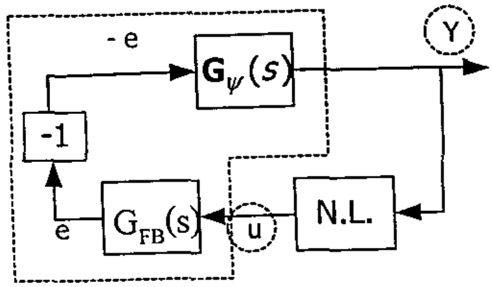
การวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพของระบบตามทฤษฎีบท 1 จะถือว่าลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นของระบบอยู่ในเซกเตอร์ [0,K] จากนั้นดำเนินการวาดโลกัสโพพอฟของ $G_{\psi}G_{FB}(s)$ (ได้จากการปรับโครงสร้างตามรูปที่ 5.5) ในระนาบเชิงซ้อน ซึ่งจะมีด้วยกันทั้งหมด 8 ชุด กราฟที่ได้ปรากฏดังรูปที่ 5.6 กราฟเส้นหนาทึบเป็นของกรณีแบบจำลองเฉลี่ยปกติ (nominal model) ซึ่งพบว่าโลกัสโพพอฟที่ตัดแกน x มีขนาดมากที่สุดคือ ที่จุด (-0.2507,0) ถ้าพิจารณา*เสถียรภาพโดยอาศัยความสัมพันธ์ (5-3) ค่า K ควรมีค่าไม่เกิน* 1/0.2507 =3.998 ซึ่งหมายความว่าค่าความชันของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นจะต้องอยู่ในช่วงของเซกเตอร์ [0,3.998] ระบบจึงจะรักษาเสถียรภาพไว้ได้

จากผลการวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพในหัวข้อนี้ สามารถกำหนดช่วงค่าความชันของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นแบบอิ่มตัวที่ทำให้ระบบมีเสถียรภาพได้ โดยจะต้องอยู่ในช่วง $0 < K < 3.998$ เมื่อพิจารณาค่าความชันของลักษณะเฉพาะ*ไม่เป็นเชิงเส้นชนิดอิ่มตัวที่ได้จากวิธี*การค้นหาแบบตาบู ซึ่งได้รับการอธิบายไว้แล้วในบทที่ 2 นั่นคือ $1.1447 \leq K_{NONLINEAR} \leq 1.3581$ พบว่าค่าความชันของระบบดังกล่าวสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ได้จากวิธีการตรวจสอบเสถียรภาพตามทฤษฎีบท 1 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าระบบขยายย่านการทำงานที่ปรากฏลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นยังคงมีเสถียรภาพคงทน เมื่อแบบจำลองของระบบสองมวลมีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง $\pm 30\%$

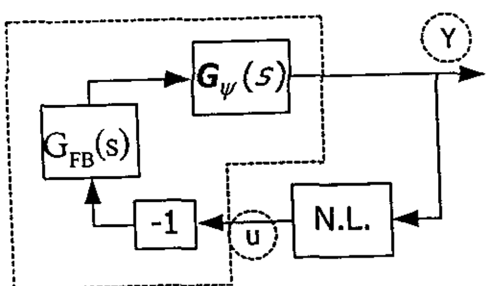


Two-Inertia System

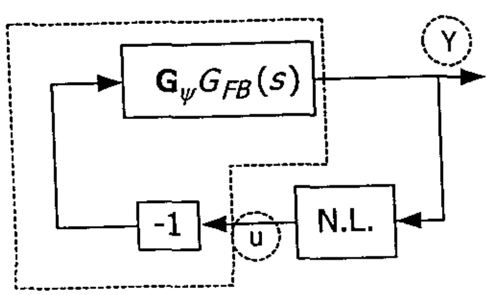
ก)



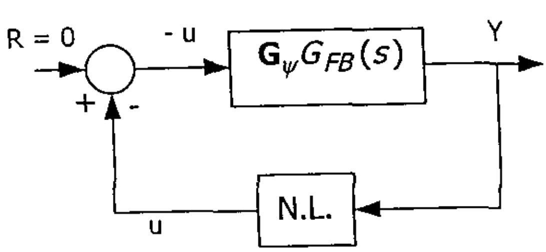
ข)



ค)



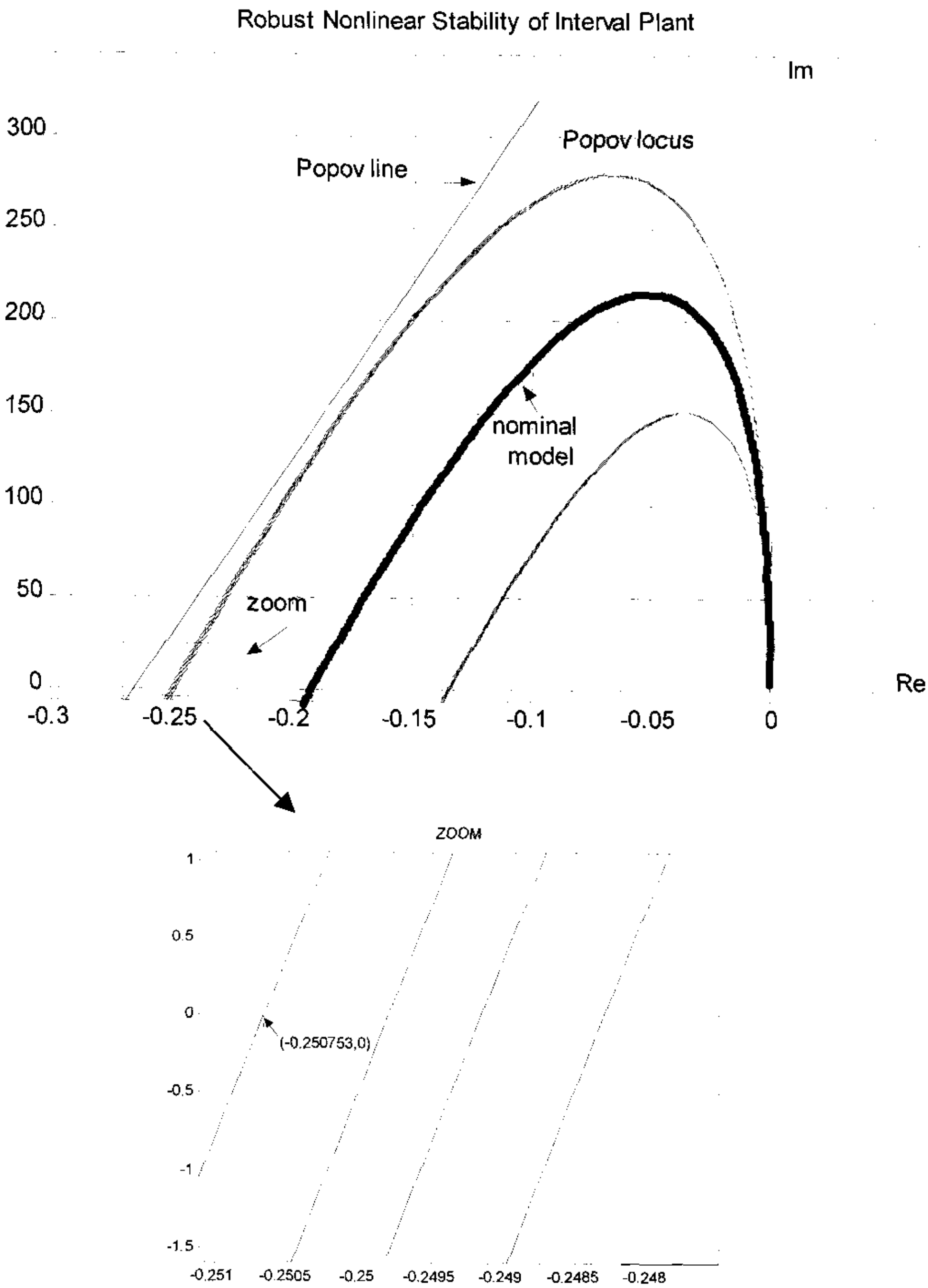
ง)



Popov's System

จ)

รูปที่ 5.5 ขั้นตอนการปรับโครงสร้างของระบบให้สอดคล้องกับวิธีเกณฑ์ของโพพอฟ[33]



รูปที่ 5.6 ผลการวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพของระบบไม่เชิงเส้น

5.4 ความคงทนทางสมรรถนะ

การวิเคราะห์ผลตอบสนองของระบบวงรอบปิดในโดเมนเวลา อาศัยการจำลองสถานการณ์ของระบบปิดตามรูปที่ 5.4 เมื่ออินพุตเป็นขั้นบันไดหนึ่งหน่วย แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลานต์ที่นำมาจำลองสถานการณ์ มี 8 ชุด ในส่วนของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นที่นำมาจำลองสถานการณ์จะทำการกำหนดขอบเขตของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้น โดยพิจารณาเฉพาะค่าสูงสุด, ค่าต่ำสุด และค่าเฉลี่ย ในขอบเขตที่กำหนดไว้จากตารางที่ 2.1 ในบทที่ 2 ค่าสูงสุด, ค่าต่ำสุด และค่าเฉลี่ย ของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นที่ใช้ในการจำลองสถานการณ์ แสดงได้ดังตารางที่ 5.1

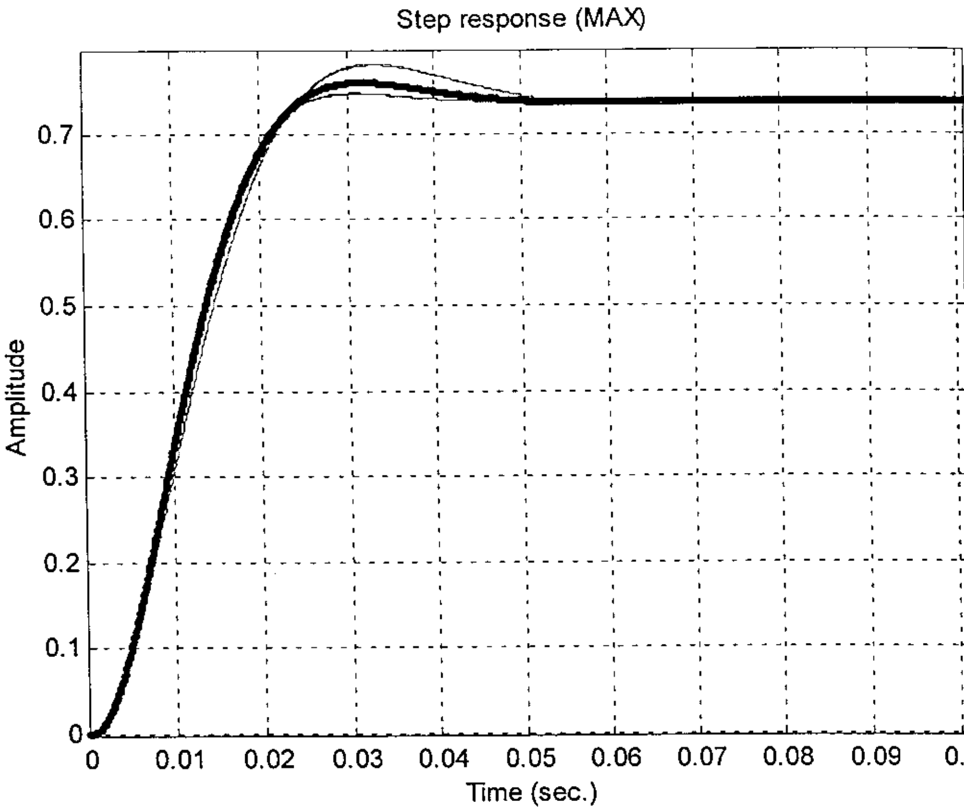
ตารางที่ 5.1 ขอบเขตของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้น
สำหรับการจำลองสถานการณ์

	m	*xu*	*Xl*
Max	1.3581	2.7590	2.1646
Mean	1.2787	2.0961	1.3914
Min	1.1447	1.3402	0.2553

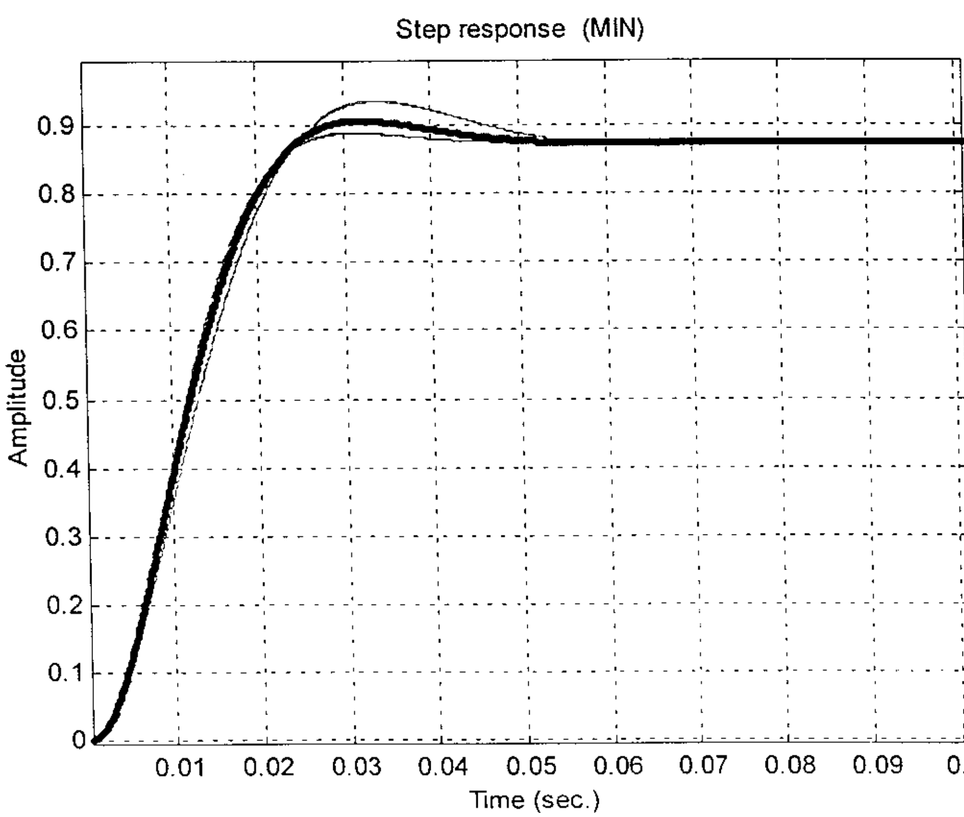
ผลการจำลองสถานการณ์จะแสดงค่าต่างๆที่อธิบายถึงพฤติกรรมของระบบดังนี้

- ความไวของระบบจะบ่งบอกโดยค่าเวลาไต่ระดับ
- เวลาที่เกิดค่าสูงสุดของการตอบสนอง
- เปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกิน
- เวลาที่ระบบเข้าสู่สภาวะคงตัว

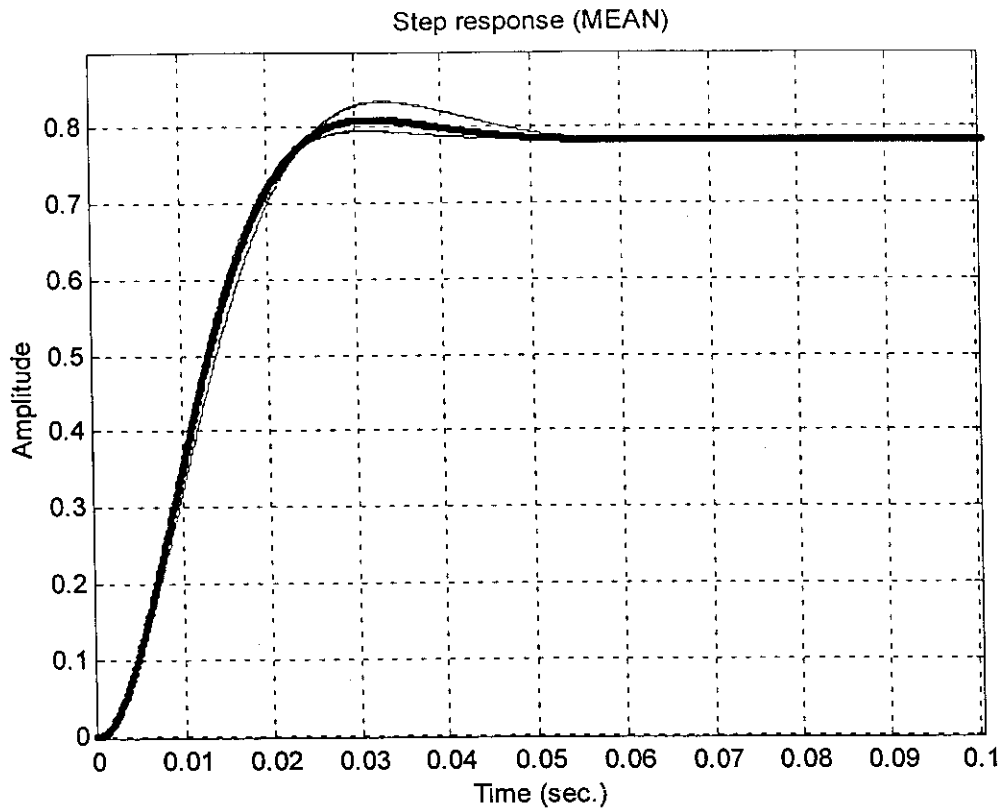
ผลการจำลองสถานการณ์สำหรับระบบที่ใช้ค่าสูงสุด, ค่าต่ำสุด และค่าเฉลี่ยของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นในการจำลองสถานการณ์ แสดงได้ดังรูปที่ 5.7 ถึง 5.9 ตามลำดับ ซึ่งกราฟหนาทึบนั้นหมายถึง พลานต์ปกติ (nominal plant) ซึ่งก็คือ พลานต์มีแบบจำลองเฉลี่ยปกติ



รูปที่ 5.7 ผลการตอบสนองของระบบต่ออินพุตขั้นบันไดหนึ่งหน่วย (ค่าสูงสุด)



รูปที่ 5.8 ผลการตอบสนองของระบบต่ออินพุตขั้นบันไดหนึ่งหน่วย (ค่าต่ำสุด)



รูปที่ 5.9 ผลการตอบสนองของระบบต่ออินพุตขั้นบันไดหนึ่งหน่วย (ค่าเฉลี่ย)

ตารางที่ 5.2 ข้อมูลสำคัญของการตอบสนองต่ออินพุตแบบขั้นบันไดหนึ่งหน่วยสำหรับรูปที่ 5.7

	P.O.	Tr(Sec)	Ts(Sec)(2%)	Tp(Sec)
Max	6.522	0.0263	0.057	0.0328
Min	1.7584	0.0245	0.050	0.0309

ตารางที่ 5.3 ข้อมูลสำคัญของการตอบสนองต่ออินพุตแบบขั้นบันไดหนึ่งหน่วยสำหรับรูปที่ 5.8

	P.O.	Tr(Sec)	Ts(Sec)(2%)	Tp(Sec)
Max	7.507	0.0265	0.055	0.0337
Min	1.951	0.0248	0.048	0.0314

ตารางที่ 5.4 ข้อมูลสำคัญของการตอบสนองต่ออินพุตแบบขั้นบันไดหนึ่งหน่วยสำหรับรูปที่ 5.9

	P.O.	Tr(Sec)	Ts(Sec)(2%)	Tp(Sec)
Max	6.8130	0.0244	0.0600	0.0333
Min	1.8340	0.0237	0.0520	0.0309

จากกราฟการตอบสนองตามรูปที่ 5.7 ถึง 5.9 พิจารณาประกอบกับข้อมูลในตารางที่ 5.2 ถึง 5.4 ตามลำดับ อาจสังเกตเห็นว่า การตอบสนองเบี่ยงเบนไปจากแนวปกติน้อยมาก อย่างไรก็ตาม อาจสังเกตเห็นว่า การตอบสนองลู่เข้าระดับคงตัวแตกต่างกัน ในกรณีของรูปที่ 5.7 มีระดับการตอบสนองคงตัวอยู่ที่ 0.734 กรณีของรูปที่ 5.8 มีระดับการตอบสนองคงตัวอยู่ที่ 0.871 และกรณีของรูปที่ 5.9 ระดับการตอบสนองคงตัวเป็น 0.779 ที่เป็นเช่นนี้เพราะลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นมีความแตกต่างกันในแต่ละกลุ่ม นั่นหมายถึงระบบที่ปรากฏลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นมีความคงทนทางสมรรถนะอยู่ในระดับดีมาก

5.5 สรุป

บทนี้ได้นำเสนอการวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพและสมรรถนะ ทฤษฎีบท1 ที่นำเสนอโดยงานวิจัยนี้ ใช้ประกอบกับการประยุกต์เกณฑ์ของโพพอฟเพื่อวินิจฉัยเสถียรภาพ ของระบบไม่เชิงเส้นที่มีความไม่แน่นอนในระบบแทนได้ด้วยพลานต์แบบช่วง ส่วนการวิเคราะห์ความคงทนทางสมรรถนะนั้นพึ่งพาการจำลองสถานการณ์ เพื่อตรวจดูการตอบสนองต่ออินพุตขั้นบันไดหนึ่งหน่วย ผลการศึกษาวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่า ระบบสองมวลที่มีการขยายย่านการทำงาน มีความคงทนทั้งสมรรถนะและเสถียรภาพที่ดี

บทที่ 6

ความคงทนของระบบวิเคราะห์ด้วยวิธีมอนติคาร์โล

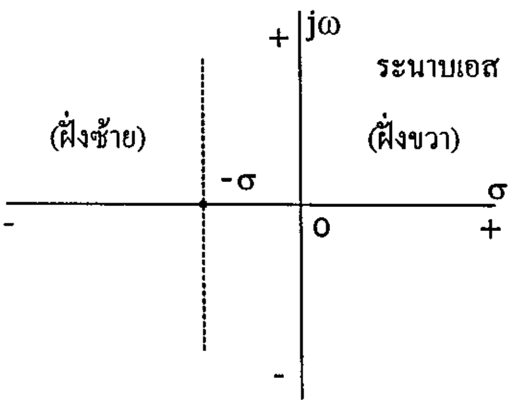
6.1 กล่าวนำ

วิธีมอนติคาร์โล ดังที่ได้ทบทวนไว้บ้างแล้ว ในบทที่ 3 ของรายงานวิจัยนี้ เป็นวิธีที่ได้รับการนำมาใช้ประโยชน์กันเป็นเวลานานแล้ว ในกลุ่มการศึกษาวิจัยที่ข้องเกี่ยวกับการเฟ้นสุ่ม โดยเฉพาะอย่างยิ่งทางวิทยาศาสตร์ เช่น [34] เมื่อเร็วๆนี้ก็ได้มีการทบทวนวิธีดังกล่าวภายใต้คำเรียกการจำลองสถานการณ์แบบมอนติคาร์โล [18,35] ตามปกติวิธีมอนติคาร์โลนี้มักจะนำมาประมาณค่าอินทีกรัลและความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งจะเกิดขึ้น โดยที่มีการสมมุติการกระจายของความน่าจะเป็นให้เป็น a priori เพื่อใช้ประโยชน์ในการสุ่มค่า วิธีมอนติคาร์โลได้รับการนำมาใช้วิเคราะห์ความคงทน ของระบบควบคุมในยุคแรกๆตอนช่วงต้นทศวรรษที่ 90 [36,37] เป็นการประยุกต์กับระบบเชิงเส้นไม่ผันแปรตามเวลา ซึ่งก็ได้สมมุติว่าความไม่แน่นอนเกิดกับระบบนั้นมีขอบเขตจำกัดและมีการกระจายเป็นแบบ Gaussian ต่อมา Barnish และ Lagoa[38] ได้พิสูจน์ว่ากรณีของระบบเชิงเส้นที่มีการศึกษาปัญหาความคงทน โดยพึ่งพาทฤษฎีของคาริโทนอฟและทฤษฎีขอบ (Edge theorem) ปัญหาดังกล่าวนั้นวินิจฉัยใน คอนเว็กซ์ปิด (closed convex) ที่สมมาตร การดำเนินงานด้วยวิธีมอนติคาร์โลไม่จำเป็นต้องมี a pirori ทางรูปแบบการกระจายใดๆเลย ผู้ดำเนินงานสามารถใช้การกระจายแบบสม่ำเสมอ (uniform distribution) ได้ ผลที่ได้ถือเป็นกรณีเลวร้ายที่สุด

งานวิจัยนี้ ดำเนินงานโดยอาศัยตระกูลของพหุนามคาริโทนอฟ อธิบายพลานต์ ที่ปรากฏความไม่แน่นอนเป็นช่วง ±30% ในพารามิเตอร์ของแบบจำลอง จึงอาจสมมุติได้ว่า การวิเคราะห์ความคงทนของระบบเชิงเส้นดังกล่าว ดำเนินการภายใต้คอนเว็กซ์ปิดที่สมมาตร ตัวชดเชยสองชุดที่เกี่ยวข้องทราบฟังก์ชั่นถ่ายโอนแน่นอนและตายตัว ดังนั้นการดำเนินงานในแนวทางของวิธีมอนติคาร์โลจึงดำเนินการสุ่มค่าตัวแปร ที่แสดงปริมาณความผันแปรของพารามิเตอร์ในแบบจำลองพลานต์แบบช่วงเท่านั้น อัลกอริธึมสำหรับการจำลองสถานการณ์มีรายละเอียดอย่างไรนั้น จะได้กล่าวถึงต่อไป

6.2 การวินิจฉัยเสถียรภาพคงทน

สำหรับระบบเชิงเส้นที่อธิบายด้วยฟังก์ชั่นถ่ายโอน การตรวจสอบเสถียรภาพทำได้ง่ายๆ โดยดูว่ามีโพลของระบบป้อนกลับอยู่ทางฝั่งขวาของระนาบเอส (s-plane) หรือไม่ ในทางการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนแบบเฟ้นสุ่มนี้ ถ้าเราจะวินิจฉัยเสถียรภาพสัมบูรณ์ ก็เพียงแต่ตรวจสอบโพลของระบบป้อนกลับทุกตัว ว่ามีแม้แต่เพียงตัวเดียวที่ปรากฏทางฝั่งขวาของระนาบเอสหรือไม่ หากมีก็สรุปได้ว่า ระบบนั้นไม่มีความคงทนทางเสถียรภาพ โพลที่กล่าวถึงทั้งหมดเป็นผลลัพธ์ของการจำลองสถานการณ์ตามวิธีมอนติคาร์โล ถ้าหากเราจะกำหนดความต้องการด้านเสถียรภาพให้เข้มขึ้น ก็อาจประยุกต์แนวทางการเลื่อนแกน jω มาทางซ้ายให้ตัดแกน σ ที่ตำแหน่ง -σ ตามวิธีทางการวิเคราะห์เสถียรภาพสัมพัทธ์ และให้การวินิจฉัยว่ามีโพลใดปรากฏทางฝั่งขวาของแกน jω ที่เลื่อนไปแล้วบ้าง



รูปที่ 6.1 ระนาบเอส

ถ้าหากเราผ่อนปรนความต้องการด้านเสถียรภาพลงบ้าง แทนที่จะยอมรับแต่เพียงเสถียรภาพสัมบูรณ์ ก็อาจตั้งเงื่อนไขในการยอมรับระดับความน่าจะเป็นที่ระบบจะขาดเสถียร (Pr_{uns}) เช่น อาจกำหนดว่ายอมรับ Pr_{uns} ได้ไม่เกิน 0.01 กรณีเช่นนี้ เราอาจคำนวณ Pr_{uns} ได้ง่ายๆถ้าจำนวนรอบของการจำลองสถานการณ์มากพอ กำหนดให้

m = จำนวนรอบของการจำลองสถานการณ์

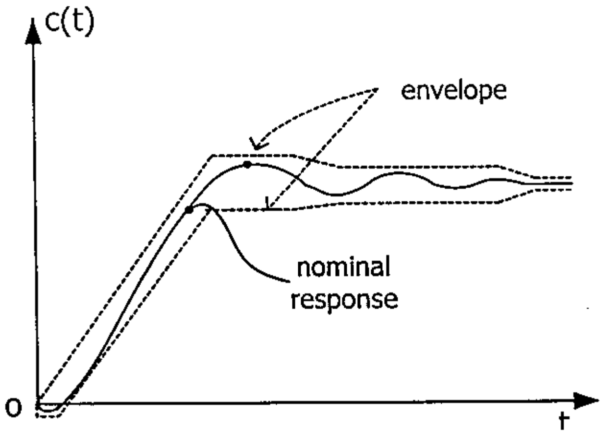
n = อันดับของระบบป้อนกลับ

p_u = จำนวนโพลที่ไม่เสถียร

ดังนั้น $Pr_{uns} = \dfrac{p_u}{n \times m}$

6.3 การวินิจฉัยสมรรถนะคงทน

คุณภาพของสมรรถนะในโดเมนเวลาอาจวินิจฉัยได้ ด้วยการพิจารณาการตอบสนองของระบบต่ออินพุต ซึ่งต้องพึ่งพาการจำลองสถานการณ์โดยละเอียด เพราะมีเพียงแค่การตอบสนองในโดเมนเวลาเท่านั้น ที่จะสามารถตีแผ่ถึงการพุ่งเกิน เวลาไต่ระดับ เวลาเข้าสู่สถานะคงตัว ค่าคลาดเคลื่อนและอื่นๆ ได้อย่างถูกต้อง ในงานวิจัยนี้การตอบสนอง c(t) จะต้องพิจารณาสอดคล้องกับอินพุต r(t) เมื่อแรกป้อนให้กับตัวชดเชยอินพุต การวินัจฉัยความคงทนทางสมรรถนะอาจดำเนินการด้วยการสร้างซองกำกับการตอบสนองในโดเมนเวลาของแบบจำลองเฉลี่ยปกติ (nominal model)



รูปที่ 6.2 การตอบสนองเมื่อมีซองกำกับ

ดังรูปที่ 6.2 ถ้ามีการตอบสนองแม้เพียงชุดเดียวอันเกิดจากการจำลองสถานการณ์ด้วยวิธีมอนติคาร์โลตัดซองกำกับไม่ว่าจะที่ตำแหน่งใดก็ถือได้ว่า ระบบนั้นไม่มีความคงทนทางสมรรถนะ การพิจารณาเช่นนี้ถือเป็นการพิจารณาแบบเข้ม ถ้าหากเราผ่อนปรนการพิจารณาลงได้บ้าง โดยกำหนดเป็นระดับของความน่าจะเป็นที่การตอบสนองมีส่วนที่เกินออกไปนอกซองกำกับ (Pr_c) เช่น อาจกำหนดว่ายอมรับค่า Pr_c ได้ไม่เกิน 0.05 เราอาจคำนวณ Pr_c ได้ เมื่อกำหนดให้

q_c = จำนวนชุดการตอบสนองที่ตัดซองกำกับ

m = จำนวนรอบของการจำลองสถานการณ์

ดังนั้น $Pr_c = \frac{q_c}{m}$

6.4 จำนวนรอบของการคำนวณด้วยวิธีมอนติคาร์โล

เนื่องจากวิธีมอนติคาร์โลนี้มีรากฐานมาจากความน่าจะเป็น ดังนั้นยิ่งการคำนวณมีจำนวนรอบมากเท่าไรก็ยิ่งดี นั่นหมายถึง m ในหัวข้อ 6.2 และ 6.3 มีค่ามากใกล้ความเป็นอนันต์ ทว่าในทางปฏิบัติแม้จะมีคอมพิวเตอร์สมรรถนะสูงในการคำนวณ จำนวนรอบของการจำลองสถานการณ์ก็ไม่ควรจะมากจนเกินไป การประมาณค่า m สำหรับเป็นจำนวนรอบต่ำสุดของการจำลองสถานการณ์จะให้เชื่อถือได้จะต้องกำหนดค่าความแม่นยำ $\varepsilon \in (0,1)$ และค่าความมั่นใจ $\delta \in (0,1)$ ซึ่ง ε และ δ ยิ่งน้อยเท่าไรยิ่งดี แต่ถ้าน้อยมากๆจะทำให้ค่า m มีค่าสูงมากตามไป ในทางปฏิบัติจึงต้องกำหนด ε และ δ นี้อย่างระมัดระวัง อาจกล่าวได้ว่า ผลการคำนวณตามวิธีมอนติคาร์โล มีความถูกต้องแม่นยำในย่าน ε ซึ่งสามารถประกันความมั่นใจของผลลัพธ์ด้วยความน่าจะเป็น $(1-\delta)$ การประมาณค่า m เท่าที่ผ่านมามีผู้นิยมใช้ กฎเบอร์นูยล์ลีของตัวเลขค่ามาก (Bernoulli law of large number) ดังสมการ (6-1) ขอบเขตเชอร์นอฟฟ์ (Chernoff bound) ดังสมการ (6-2)

$$m \geq \frac{1}{4\varepsilon^2\delta} \tag{6-1}$$

$$m \geq \frac{\ln(2/\delta)}{2\varepsilon^2} \tag{6-2}$$

$$m \geq \frac{\ln 1/\delta}{\ln 1/(1-\varepsilon)} \qquad (6\text{-}3)$$

และยังมีขอบเขตทีบีดี (TBD-bound) ดังสมการ (6-3) สองวิธีการแรกได้รับการทบทวนไว้ใน[39] และใน[39] เช่นกันที่มีการนำเสนอรายละเอียดของวิธีที่สาม สำหรับงานวิจัยนี้กำหนดให้ $\delta = \varepsilon = 0.005$ จึงมีจำนวนรอบการคำนวณ (m) จากทั้งสามวิธีแสดงไว้ในตารางที่ 6.1

ตารางที่ 6.1 จำนวนรอบการคำนวณ (m) ประมาณค่าด้วย (6-1),(6-2) และ (6-3)

	Bernoulli	Chernoff	TBD
จำนวนรอบการคำนวณ (m)	$(2\times10^6)+1$	119,830	1,058

จะเห็นว่า ถ้าใช้กฎเบอร์นูยล์ลีจะต้องคำนวณถึง 2 ล้านรอบ ซึ่งจะใช้เวลานานมากสำหรับเครื่อง Pentium III 933 MHz ในงานวิจัยนี้ จึงได้ประยุกต์ผลของ TBD ให้เครื่องทำการจำลองสถานการณ์ด้วยวิธีมอนติคาร์โล เป็นจำนวน 1,100 รอบ เพื่อทดลองดูผลลัพธ์ในขั้นต้น เมื่อเห็นว่าผลลัพธ์ถูกต้องเหมาะสม จึงดำเนินการจริงเป็นจำนวน 120,000 รอบ ตามผลของขอบเขตเชอร์นอฟฟ์ที่แนะนำว่า การคำนวณตามวิธีมอนติคาร์โลไม่ควรน้อยกว่า 119,830 รอบ

6.5 อัลกอริธึมมอนติคาร์โล

จากแนวคิดเรื่องความไม่แน่นอนในแบบจำลองของพลานต์ ที่ได้อธิบายไว้ในบทที่ 3 จึงได้ทำการออกแบบอัลกอริธึมมอนติคาร์โลสำหรับงานวิจัยนี้ ซึ่งต้องกำหนดรูปลักษณะตั้งต้นของปัญหาเป็นพลานต์ปกติ ซึ่งอธิบายได้ด้วย G(s) กล่าวคือ

$$\text{nominal plant}: \; G(s) = \frac{n_0}{s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0}$$

เมื่อ

$n_0 = 1.325\times10^6$; $d_0 = 73.117\times10^4$; $d_1 = 16.297\times10^4$; $d_2 = 13.388$

การอธิบายความไม่แน่นอนในระบบ อาศัยพลานต์แบบช่วง $G_i(s)$ ดังนี้

$$\text{interval plant :}\quad G_i(s) = \frac{n_0 \pm Yn_0}{s^3 + (d_2 \pm Yd_2)s^2 + (d_1 \pm Yd_1)s + (d_0 \pm Yd_0)}$$

ซึ่ง Δ ต่างๆแสดงปริมาณความไม่แน่นอน อันมีขอบเขตจำกัดที่ ±30% ของค่าปกติ รายละเอียดของอัลกอริธึมมีดังต่อไปนี้

อัลกอริธึมสำหรับวิธีมอนติคาร์โล

ตอนที่ 1: รูปลักษณะตั้งต้น G(s) เป็น nominal

ตอนที่ 2: loop k $\longleftarrow$ 1…m รอบ

(ตอนที่ 2.1)

สุ่มค่าตัวเลข R ระหว่าง 0-1

if (R>0.5) then

สุ่มค่าตัวเลข r ระหว่าง 0-1

คำนวณ $\pm\Delta n_0$ แบบสัดส่วนตรง ในย่าน 0-0.5 และ 0.501-1

ยอมรับค่า $n_0 = n_0 \pm \Delta n_0$

else

คงค่า n_0 เดิมไม่เปลี่ยนแปลง

endif

(ตอนที่ 2.2) ดำเนินการทำนองเดียวกับตอนที่ 2.1 กระทำสำหรับค่า d_0

(ตอนที่ 2.3) ดำเนินการทำนองเดียวกับตอนที่ 2.1 กระทำสำหรับค่า d_1

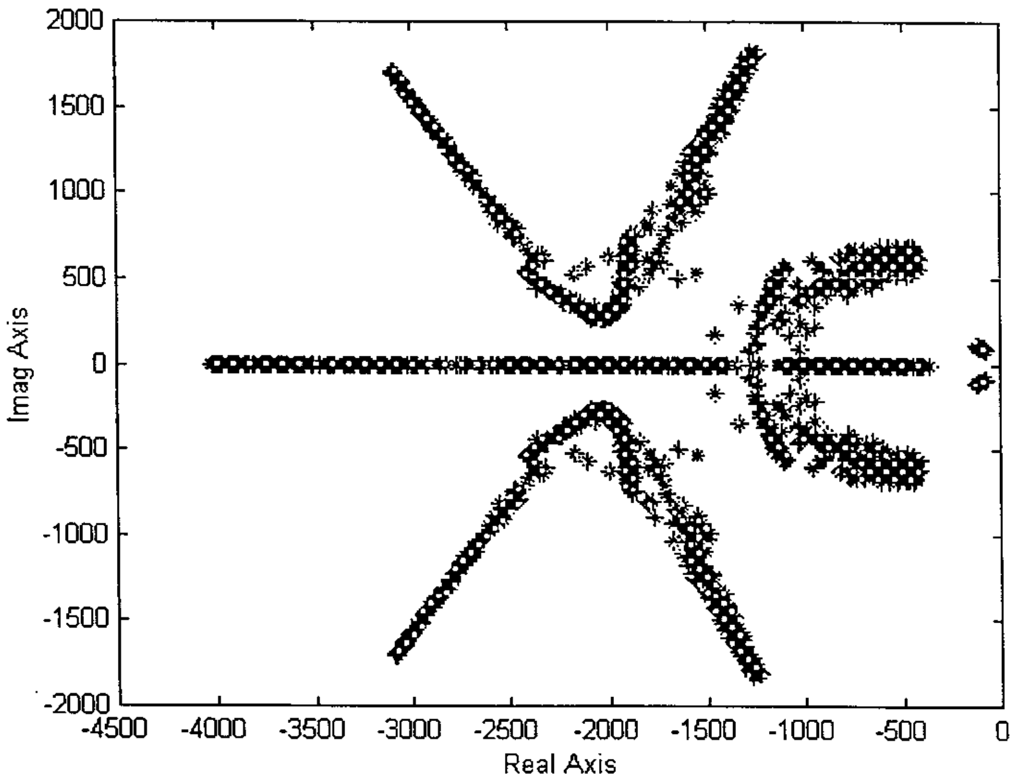
(ตอนที่ 2.4) ดำเนินการทำนองเดียวกับตอนที่ 2.1 กระทำสำหรับค่า d_2

- คำนวณฟังก์ชั่นถ่ายโอนของวงรอบการป้อนกลับจาก $G_i(s)$
- คำนวณโพลของวงรอบการป้อนกลับ
- บันทึกค่าโพลของวงรอบการป้อนกลับ ลงไฟล์
- คำนวณฟังก์ชั่นถ่ายโอนรวม $G_{FF}(s)$ ของตัวชดเชยอินพุตด้วย
- บันทึกค่า numerator และ denominator ของฟังก์ชั่นถ่ายโอนรวม ลงไฟล์

end loop

6.6 ผลและอภิปราย

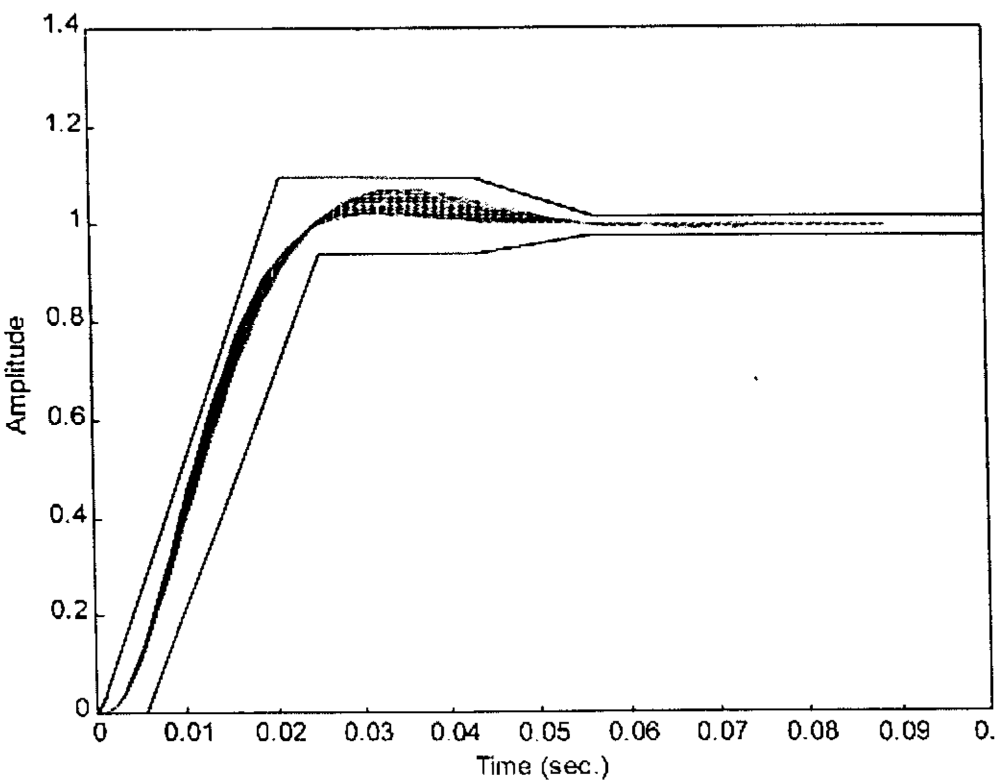
เมื่อดำเนินการด้วยวิธีมอนติคาร์โล 1,100 รอบ การคำนวณโพลของวงรอบการป้อนกลับให้กระสวนโพลเป็นดังผังที่แสดงในรูปที่ 6.3 อาจสังเกตได้ว่าระบบมีเสถียรภาพสัมบูรณ์ จากการที่โพลทุกตัวอยู่ทางฝั่งซ้ายของระนาบเอส เมื่อพิจารณาการตอบสนองในโดเมนเวลา ที่มีต่ออินพุตแบบขั้นบันไดหนึ่งหน่วยดังรูปที่ 6.4 อาจสังเกตเห็นว่าการตอบสนองอยู่ในกรอบที่กำหนดไว้



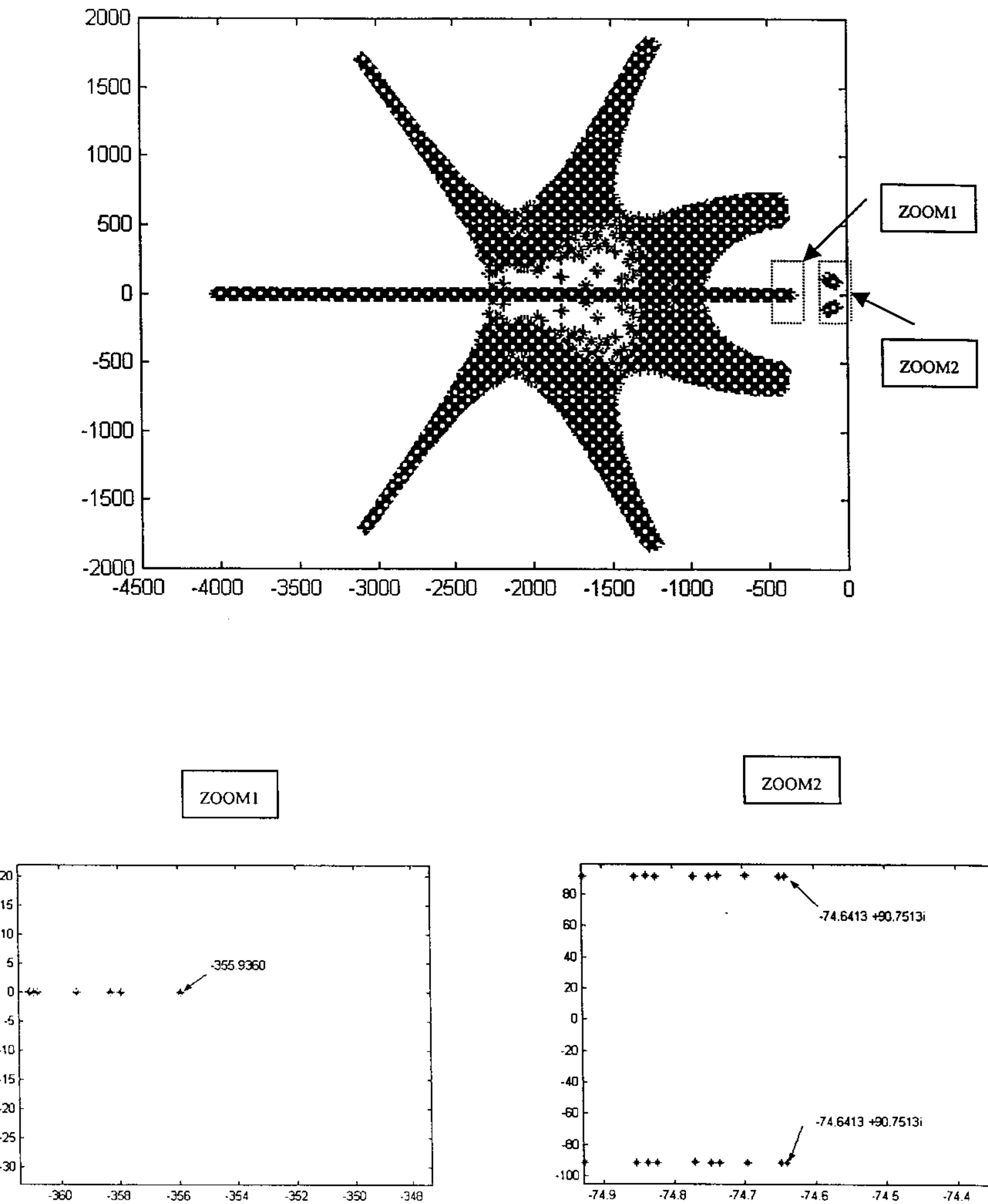
รูปที่ 6.3 โพลของวงรอบการป้อนกลับ (จำลองสถานการณ์ 1,100 รอบ)

เมื่อดำเนินการ 120,000 รอบ ตามวิธีมอนติคาร์โล ผลลัพธ์ในส่วนของโพลของวงรอบการป้อนกลับ ได้รับการแสดงไว้ในรูปที่ 6.5 พร้อมแสดงส่วนขยาย 2 ส่วน สิ่งที่สังเกตเห็นได้คือ โพลทุกตัวอยู่ทางฝั่งซ้ายของระนาบเอสทั้งสิ้น และจากส่วนขยายจะทราบได้ว่า โพลคู่เชิงซ้อนที่ใกล้แกน $j\omega$ มากที่สุด คือ $-74.6 \pm j90.8$ และโพลจริงที่ใกล้แกน $j\omega$ มากที่สุดอยู่ที่ -355.9 โพลทั้งสามนี้สะท้อนให้เห็นว่า มีความเป็นไปได้ที่จะประมาณระบบด้วยแบบจำลองอันดับสาม แต่ว่าโพลของระบบประมาณการอาจมิได้อยู่ที่ตำแหน่งดังกล่าวก็ได้ ซึ่งหากเราจะประมาณระบบก็จะต้องหาวิธีที่

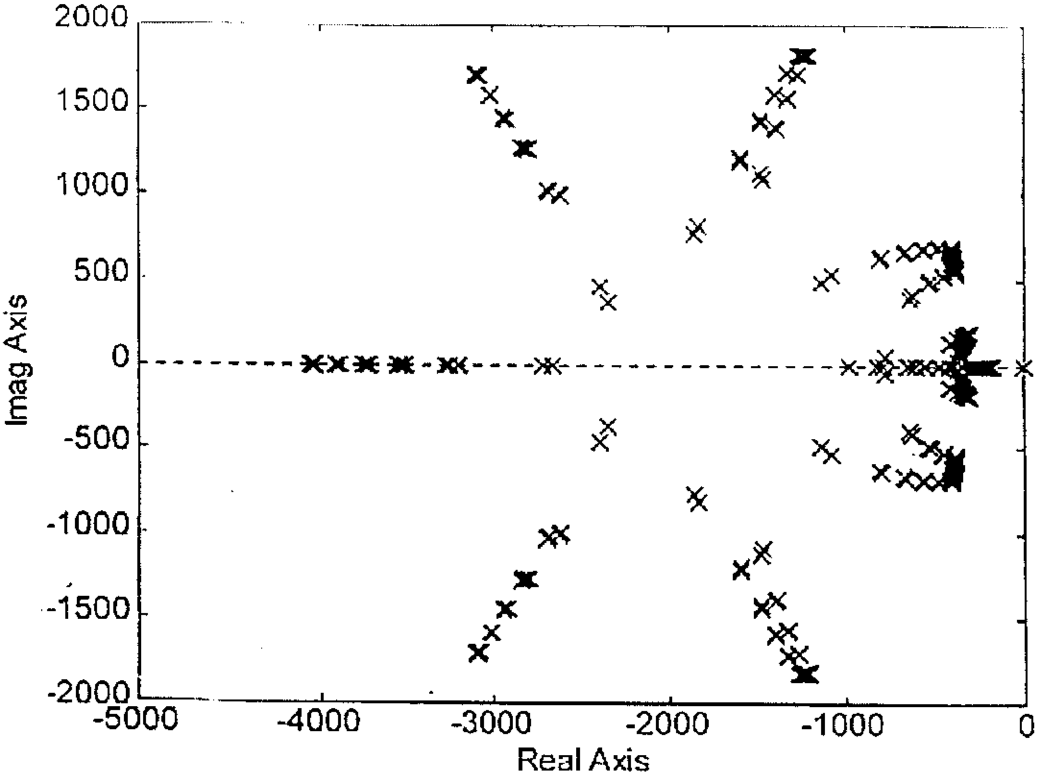
เหมาะสมในการลดอันดับแบบจำลองต่อไป เมื่อนำผลการวิเคราะห์ตำแหน่งโพลที่ปรากฏใน[1] มาแสดงอีกครั้งในรูปที่ 6.6 และพิจารณาเปรียบเทียบกับผลที่แสดงไว้ในรูปที่ 6.5 จะสังเกตเห็นว่ากระสวนโพลดังรูปที่ 6.6 ปรากฏตามแนวขอบเขตรอบนอกของกระสวนโพลในรูปที่ 6.5 จากการวินิจฉัยด้วยแนวทางที่ต่างกันทั้งสองวิธีได้ข้อสรุปที่ตรงกัน คือ ระบบมีความคงทนทางเสถียรภาพ และจากวิธีมอนติคาร์โลที่พบว่าไม่มีโพลใดปรากฏทางฝั่งขวาของระนาบเอสเลย จึงอาจกล่าวได้ว่าความน่าจะเป็นที่ระบบขาดเสถียรเท่ากับ 0 นอกจากนั้นแล้ว ผลการจำลองสถานการณ์เพื่อตรวจสอบการตอบสนองในโดเมนเวลา ได้รับการแสดงไว้ในรูปที่ 6.7 เป็นการยืนยันอย่างดีว่า ระบบมีความคงทนทางสมรรถนะสูงมาก ไม่ปรากฏการตอบสนองใดตัดขอบเขตที่กำหนดไว้เป็นการแสดงกรอบความพึงพอใจต่อสมรรถนะการตอบสนองของระบบ



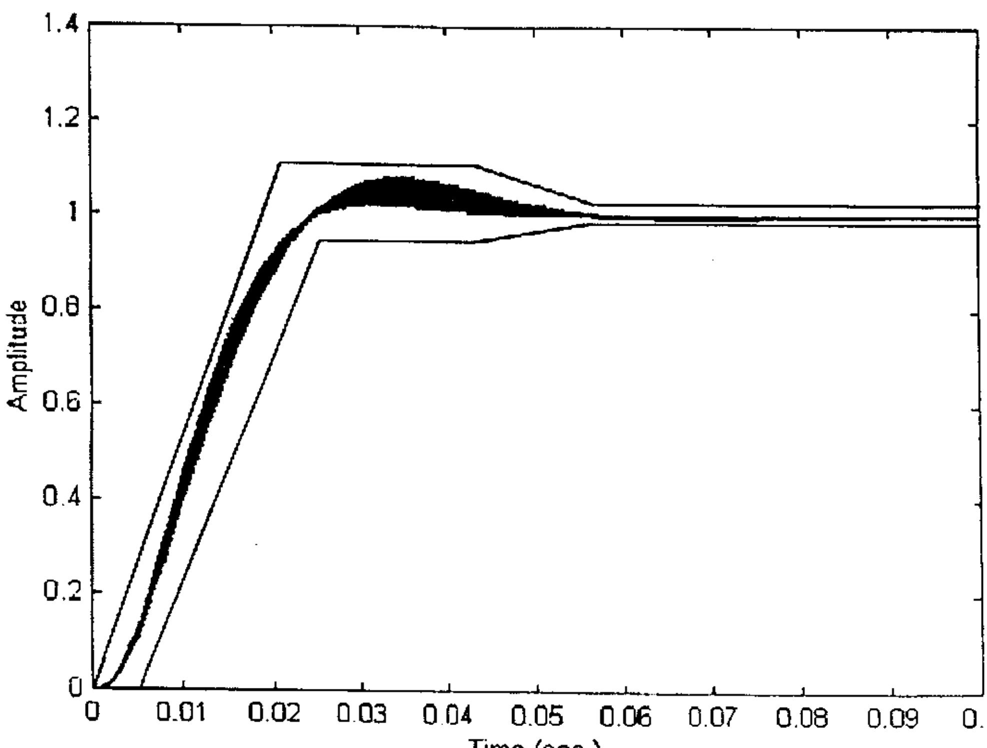
รูปที่ 6.4 การตอบสนองในโดเมนเวลาต่ออินพุตขั้นบันได (จำลองสถานการณ์ 1,100 รอบ)



รูปที่ 6.5 โพลของวงรอบการป้อนกลับ (จำลองสถานการณ์ 120,000 รอบ)



รูปที่ 6.6 โพลของวงรอบการป้อนกลับ (คำนวณโดยทฤษฎีเซกเมนต์ CB [1])



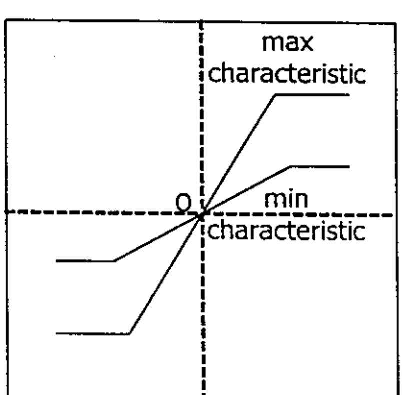
รูปที่ 6.7 การตอบสนองในโดเมนเวลาต่ออินพุตขั้นบันได (จำลองสถานการณ์ 120,000 รอบ)

บทที่ 7
สรุปและข้อเสนอแนะ

7.1 บทสรุป

งานวิจัยนี้ เป็นเรื่องสืบเนื่องมาจากงานวิจัยและพัฒนาทางวิศวกรรมเดิม ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหารีโซแนนซ์การบิด ในระบบสองมวลหมุนที่เชื่อมต่อกันด้วยเพลาขนาดเล็กและยาว งานวิจัยเดิมพิจารณาระบบเป็นเชิงเส้นที่จุดปฏิบัติงานเดียว ดังที่ได้กล่าวทบทวนไว้แล้วในบทที่ 1 และได้มีการพัฒนาตัวชดเชยเชิงเส้นจากเทคโนโลยีอนาล็อกอิเล็กทรอนิคส์ เพื่อให้การแก้ปัญหาทางพลวัตเกิดได้ในเวลาจริงไม่มีการประวิงเวลาใดๆ ผลงานวิจัยดังกล่าวเป็นที่ยอมรับทั้งในระดับชาติและนานาชาติ ดังเอกสารตีพิมพ์ที่เคยอ้างถึงมาก่อนหน้านี้

จากผลสำเร็จดังกล่าว จึงทำให้เกิดคำถามว่า จะสามารถขยายย่านการทำงานของระบบที่ชดเชยแล้วได้หรือไม่ และจะมีผลอย่างไรบ้างต่อสมรรถนะและเสถียรภาพ ในขณะที่แบบจำลองของพลานต์ปรากฏความไม่แน่นอน ตัวชดเชยที่ใช้เป็นเชิงเส้นแต่มีการจำกัดการตอบสนองในระดับหนึ่ง ด้วยลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นแบบอิ่มตัว ในระบบทางกายภาพต้องพึ่งพาอุปกรณ์ขับมอเตอร์ ซึ่งเป็นวงจรขยายกำลังชนิดPWM ที่มีการตอบสนองเชิงเส้นแต่จำกัดด้วยลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นแบบอิ่มตัวเช่นกัน



รูปที่ 7.1 ลักษณะเฉพาะแบบไม่เป็นเชิงเส้นของระบบ

งานวิจัยนี้จึงเริ่มต้นด้วยการทดสอบระบบสองมวลหมุน ด้วยการขับระบบจากอินพุตแบบขั้นบันไดที่ระดับแตกต่างกัน พบว่าสามารถขยายย่านการทำงานได้จริง ระบบจากเดิมที่หมุนด้วยอัตราเร็วรอบ 143 rpm คงตัว เพิ่มได้ไปอีกจนถึง 210 rpm คงตัวโดยประมาณ ทว่าการเพิ่มขึ้นของสมรรถนะทางพลวัตนั้น ปรากฏลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นอย่างชัดเจน ดังรายละเอียดที่ได้นำเสนอไว้แล้วในบทที่ 2 ของรายงานนี้ ความจำเป็นที่จะต้องดำเนินงานระบุเอกลักษณ์ลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นจึงมีขึ้น และจากความรู้เดิมที่มีอยู่ว่าองค์ประกอบหลายส่วนในระบบ มีความไม่เป็นเชิงเส้นแบบอิ่มตัวปรากฏอยู่ ซึ่งถือเป็น a priori ดังนั้นความไม่เป็นเชิงเส้นชนิดนี้น่า

จะส่งอิทธิพลสูงต่อระบบทั้งหมด แต่เนื่องจากไม่อาจหาโปรแกรมสำเร็จรูปในการดำเนินงานได้ จึงได้พัฒนาโปรแกรม MATLAB ดำเนินการจำลองผลหรือจำลองสถานการณ์ ผนวกไปกับการระบุเอกลักษณ์ ในการจำลองผลต้องแปลงแบบจำลองเชิงเส้นชนิดต่อเนื่อง ไปเป็นแบบดิสครีตด้วยการแปลงไบลิเนียร์หรือทุสติน ส่วนการระบุเอกลักษณ์ใช้การค้นหาแบบตาบู (tabu search) เป็นกลไกหลัก การระบุเอกลักษณ์แต่ละครั้งต้องใช้การจำลองผลประกอบการค้นหาแบบตาบู ดำเนินการหลายพันรอบและยุติก็ต่อเมื่อ ผลรวมของค่าความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองลู่เข้าในระดับต่ำสุด ผลการดำเนินงานปรากฏว่า ความไม่เป็นเชิงเส้นในระบบจะต้องอธิบายด้วยตระกูลของลักษณะเฉพาะไม่เป็นเชิงเส้นแบบอิ่มตัว ซึ่งมีกรอบล้อมรอบอยู่ด้วยลักษณะเฉพาะสูงสุดและต่ำสุด (ดูรูปที่ 7.1) ผลการระบุเอกลักษณ์ที่ได้ จะต้องนำไปร่วมพิจารณาในการวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพและสมรรถนะของระบบต่อไป

การวิเคราะห์เสถียรภาพและสมรรถนะของระบบ ดำเนินการในรูปแบบการวิเคราะห์ความคงทน (robustness analysis) ซึ่งพิจารณาระบบแบบเชิงเส้น เพื่อให้เป็นบรรทัดฐานและพิจารณาระบบแบบไม่เชิงเส้น โดยมีแนวทางการดำเนินงานทั้งแบบดีเทอร์มินิสทิค (deterministic) และแบบเฟ้นสุ่ม (stochastic) เพียงแต่เป็นที่น่าเสียดายว่าทฤษฎีเกี่ยวกับความคงทนแบบเฟ้นสุ่ม สำหรับระบบไม่เป็นเชิงเส้นนั้นยังอยู่ในขั้นเริ่มต้นของการพัฒนา การดำเนินงานจึงทำได้อยู่ในวงจำกัดของระบบเชิงเส้นเท่านั้น ข้อสมมุติอันสำคัญของการวิเคราะห์ความคงทนในงานวิจัยนี้คือ ความไม่แน่นอนในระบบเกิดกับพลานต์ ทำให้สัมประสิทธิ์ในแบบจำลองของพลานต์แปรเปลี่ยนในช่วง $\pm 30\%$ จึงเป็นที่มาของคำเรียก พลานต์แบบช่วง (interval plant) ลักษณะการเกิดความไม่แน่นอนเป็นเชิงพารามิเตอร์ (parametric) แต่ไม่เป็นเชิงโครงสร้าง (unstructured)

สำหรับระบบเชิงเส้น เมื่อใช้การวิเคราะห์แบบดีเทอร์มินิสทิค การวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพอาศัยทฤษฎีบท CB มีพหุนามคาริโทนอฟเป็นตระกูลใช้อธิบายพลานต์แบบช่วง การวิเคราะห์ความคงทนทางสมรรถนะอาศัยการจำลองผล เพื่อศึกษาวิเคราะห์การตอบสนองในโดเมนเวลาที่เป็นไปได้ เมื่อระบบมีอินพุตเป็นสัญญาณขั้นบันไดหนึ่งหน่วย การศึกษาวิเคราะห์อาจสรุปได้ว่าระบบมีความคงทนทางเสถียรภาพและสมรรรถนะสูง ดังการอรรถาธิบายโดยละเอียดในบทที่ 4

สำหรับระบบไม่เป็นเชิงเส้นเมื่อใช้การวิเคราะห์แบบดีเทอร์มินิสทิค พบว่า ระบบมีความคงทนสูงทั้งทางเสถียรภาพและทางสมรรถนะ การวิเคราะห์ความคงทนทางสมรรถนะ อาศัยการจำลองผลเช่นเดียวกับข้างต้น การวิเคราะห์ความคงทนทางเสถียรภาพ ดำเนินการในโดเมนความถี่อาศัยเกณฑ์ของโพพอฟ ตามทฤษฎีบท 1 ที่ได้นำเสนอและพิสูจน์ไว้ พร้อมด้วยรายละเอียดส่วนอื่นๆในบทที่ 5

สำหรับการวิเคราะห์ความคงทนแบบเฟ้นสุ่ม ดังการนำเสนอในบทที่ 6 มีข้อสมมุติที่สำคัญคือ ปัญหาอยู่ในขอบเขตความเป็นคอนเว็กซ์ (convex) และสมมาตร แบบจำลองของพลานต์ที่ปรากฏความไม่แน่นอนเป็นแบบช่วง การดำเนินงานจึงอาศัยวิธีมอนติคาร์โล มีการกระจายความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอตัดช่วง (truncated uniformly distribution) ซึ่งสะท้อนถึงกรณีเลวร้ายที่สุดที่อาจเกิดกับระบบ การจำลองผลด้วยวิธีมอนติคาร์โลดำเนินการ 120,000 รอบ พบว่าระบบมีความคงทนทางสมรรถนะและมีความคงทนทางเสถียรภาพสัมบูรณ์ อาจกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่าความน่าจะเป็นที่ระบบขาดเสถียรเท่ากับ 0 และจากการศึกษากระสวนการกระจายตัวของโพลของวงรอบการป้อนกลับ พบว่าระบบอาจประมาณได้ด้วยแบบจำลองอันดับสาม มีโพลเชิงซ้อน 1 คู่ และโพลค่าจริง 1 ตัว กระสวนการกระจายตัวของโพลที่คำนวณโดยอาศัยตระกูลพหุนามคาริโทนอฟ ตามทฤษฎีบท CB มีการกระจายโดยส่วนใหญ่ซ้อนทับ กับกระสวนโพลที่ได้จากวิธีมอนติคาร์โล ในลักษณะที่วางตัวซ้อนตามแนวขอบเขตของกระสวนการกระจายตัว ของโพลที่ได้จากการคำนวณตามวิธีมอนติคาร์โล

7.2 ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยและพัฒนาในอนาคต ที่อาจสืบเนื่องจากงานวิจัยนี้ มีหลายแนวทางได้แก่

1. พัฒนาทฤษฎีและวิธีดำเนินงานแบบเฟ้นสุ่ม สำหรับการวิเคราะห์ความคงทนของระบบไม่เป็นเชิงเส้น

2. พัฒนาทฤษฎีและแนวทางการออกแบบระบบควบคุมคงทน ที่ดำเนินงานในแนวเฟ้นสุ่ม ทั้งสำหรับระบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น

3. ประยุกต์การพัฒนาตามข้อ 1 และ 2 กับระบบจริงใดๆ เพื่อพัฒนาอุตสาหกรรมของไทย และเป็นการพัฒนาเทคโนโลยีของคนไทย ด้วยตนเองอย่างยั่งยืน เช่น อุตสาหกรรมเกี่ยวกับข้าวและการแปรรูปยานยนต์ เป็นต้น

ประการหนึ่ง ที่ผู้วิจัยจะดำเนินงานต่อไป เป็นการพัฒนาทฤษฎีและแนวทางการออกแบบระบบควบคุมคงทน ที่มีอัลกอริธึมการควบคุมแบบ PID และ PIDA ที่มีความสามารถของการเรียนรู้และปรับตัวเองได้ในแนวทางสถิติหรือเฟ้นสุ่ม (statistical learning)

เอกสารอ้างอิง

[1] ชัชชัย อุทัยวสิน, การกำจัดรีโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวล โดยใช้เทคนิคการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าคุณทหารลาดกระบัง, 2543.

[2] A. H. Mantawy, Y. L. Abdel-Magid, and S. Z. Selim, "Unit Commitment by Tabu Search," **Proc. IEE Gen. Trans. and Distrib.** 145(1):56-64, 1998.

[3] A. Kaplan, S. Ozer, and S. Sagiroglu, "Membership Function Optimization of a Fuzzy Controller using Modified Tabu Search Algorithm," **IEEE Trans. IE,** 98(7):64-67, 1998.

[4] C. H. Houpis, and G. B. Lamont, **Digital Control System,** McGraw–Hill, 1985.

[5] D. P. Atherton, **Nonlinear Control Engineering,** Van Nostrand Reinhold, 1982.

[6] J. A. Bland and G. P. Dawson, "Tabu Search and Design Optimization," **IEEE Trans. IE,** 23(3):195-201, 1991.

[7] J. Ngamwiwit, C. U-thaiwasin, Y. Prempraneerach, and S. Sujitjorn, "Torsional Resonance Suppression via PIDA Controller," **Proc. IEEE Conf. on Artificial Intelligence & Robotics – TENCON 2000,** Kuala Lumpur:Malaysia, 2000.

[8] M. Hassul, **Control System Design Using MATLAB,** Prentice-Hall, 1993.

[9] S. Sujitjorn, C. U-Thaiwasin , and Y.Prempraneerat, "Torsional Resonance Suppression Via Pole-Zero Assignment," **Proc. 19th IASTED Int. Conf. on Modelling, Identification, and Control.** Innsbruck:Austria, 2000.

[10] S. Sujitjorn , and T. Kulworawanichpong, "Optimal Power Flow Using Tabu Search," **IEEE Power Engineering Review** , 2002. (submitted)

[11] M. J. Grimble, **Robust Industrial Control-Optimal Design Approach for Polynomial Systems,** Prentice Hall, 1994.

[12] H. Chapellat, and S. P. Bhattacharyya, "A Generation of Kharitonov's Theorem: Robust Stability of Interval Plants," **IEEE Trans. AC,** 34(3):306-311, 1989.

[13] W-H. Lu, and J. C. Doyle, "Robustness Analysis and Synthesis for Nonlinear Uncertain Systems," **IEEE Trans. AC,** 42(12):1654-1662, 1997.

[14] T. T. Georgion, and M. C. Smith, "Robustness Analysis of Nonlinear Feedback Systems: An Input-Output Approach," **IEEE Trans. AC,** 42(9):1200-1221, 1997.

[15] R. D. Colgren, and E. A. Jonckheere, "H_∞ Control of a Class of Nonlinear Systems Using Describing Functions and Simplicial Algorithms," **IEEE Trans. AC,** 42(5):707-712, 1997.

[16] P. C. Park, and V. Hahn, **Stability Theory,** Prentice Hall, 1993.

[17] H. Chapellat, M. Dahleh, and P. Bhattacharyya, "On Robust Nonlinear Stability of Interval Control Systems," **IEEE Trans. AC,** 36(1):59-67, 1991.

[18] A. Dubi, **Monte Carlo Applications in System Engineering,** John Wiley & Sons, 2000.

[19] A. M. Law, and W. D. Kelton, **Simulation Modeling and Analysis,** McGraw-Hill, :113, 1996.

[20] G. Winkler, **Image Analysis, Random Fields and Dynamic Monte Carlo Method-A Mathematical Introduction,** Springer Verlag, 1995.

[21] S. P. Bhattacharyya, and L. H. Keel, **Control of Uncertain Dynamic Systems,** CRC Press, 1991.

[22] H. Waagan, "Reduce Torsional Resonance in Incremental Motion Servos," **Control Engineering,** 16(14):85-88, 1969.

[23] J. Tal, and B. C. Kuo, "Incremental Motion Control: Torsional Resonance in High-Performance Incremental Motion System," **S.R.L. Publ.,** 1:110-128, 1978.

[24] K. Fujikawa, Z. Q. Yang, H. Kobayashi, and T. Koga, "Robust and Fast Speed Control for Torsional System Based on State-Space Method," **Proc. IECOM'91,** :687-692, 1991.

[25] S-H. Song, J-K. Ji, S-K. Sul, and M-H. Park, "Torsional Vibration Suppression Control in 2-Mass System by State Feedback Speed Controller," **Proc. IEEE Conf. on Contr. Appl.,** :129-134, 1993.

[26] H. Hirata, H. Sado, M. Anabuki, and P. Teschareon, "Speed Control of DC Motor with Torsional Oscillation and Load Fluctuation," **Proc. Sch. Eng., Tokai Univ., Jap.,** 35(1):31-41, 1995.

[27] J-K. Ji, and S-K. Sul, "Kalman Filter and LQ Based Speed Controller for Torsional Vibration Suppression in a 2-Mass Motor Drive System," **IEEE Trans. IE,** 42(6): 564-571, 1995.

[28] K. J. Astrom, "Robustness of a Design Method Based on Assignment of Poles and Zeros," **IEEE Trans. AC,** 25(3):588-591, 1980.

[29] C. T. Chen, and B. Seo, "Application of the Linear Algebraic Method for Control System Design", **IEEE Contr. Syst. Mag.,** Jan.:43-47, 1990.

[30] S. P. Bhattacharyya, and L. H. Keel (ed.), **Control of Uncertain Dynamic System,** CRC Press, 1991.

[31] M. Vidyasagar, **Nonlinear Systems Analysis.** Prentice-Hall, 1993.

[32] T. Hagiwara., et al., "Stability Condition of a Class of Nonlinear Feedback System," **IEEE Trans. AC,** 44 (8):1573-1577, 1991.

[33] กองพัน อารีรักษ์, **การระบุเอกลักษณ์ไม่เป็นเชิงเส้นและการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบสองมวลความเฉื่อยที่ปรากฏการกำทอนเชิงกล,** วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี, 2544.

[34] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, and A. H. Teller, "Equation of State Calculations by Fast Computing Machines," **J. Chem. Phys.,** 21(6):10-15, 1953.

[35] R. J. Sadus, **Molecular Simulation of Fluids: Theory, Algorithms and Object-Orientation** (Chap. 5 Monte Carlo Simulation), Elsevier, 1999.

[36] R. F. Stengel, and L. R. Ray, "Stochastic Robustness of Linear Time-Invariant Control Systems," **IEEE Trans. AC,** 36(1):82-87, 1991.

[37] L. R. Ray, and R. F. Stengel, "A Monte Carlo Approach to the Analysis of Control System Robustness," **Automatica** , 29(1):229-236, 1993.

[38] B. R. Barmish, C. M. Lagoa, "The Uniform Distribution: A Rigorous Justification for Its Use in Robustness Analysis," **Proc. 35th IEEE Conf. on Decision and Control,** Kobe:Japan, 3418-3423, 1996.

[39] R. Tempo, E. W. Bai, and F. Dabbene, "Probabilistic Robustness Analysis: Explicit Bounds for the Minimum Number of Samples," **Syst. & Cont. Lett.,** 30:237-242, 1997.

ประวัตินักวิจัย

สราวุฒิ สุจิตจร สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีทางวิศวกรรมไฟฟ้า จากโรงเรียนนายเรืออากาศ และได้รับเกียรตินิยมอันดับหนึ่ง ได้ศึกษาต่อด้วยทุนกองทัพอากาศในระดับปริญญาเอก ทางวิศวกรรมไฟฟ้า ณ มหาวิทยาลัยเบอร์มิงแฮม ประเทศอังกฤษ สำเร็จการศึกษาปริญญาเอก เมื่อ พ.ศ. 2530 ด้วยงานวิจัยวิทยานิพนธ์ทางด้านระบบควบคุม โดยเน้นทางการควบคุมเวลาจริงด้วยไมโครโพรเซสเซอร์ในระบบรถไฟฟ้าขนส่งมวลชน เพื่อการประหยัดพลังงานไฟฟ้าในการขับเคลื่อน ภายหลังจากที่สำเร็จการศึกษาแล้ว ได้ดำเนินงานวิจัยมาอย่างต่อเนื่องทางระบบควบคุมและการประมวลผลสัญญาณ มีความชำนาญและมีผลงานวิจัยปรากฏทางด้าน ระบบควบคุมไม่เป็นเชิงเส้น ระบบควบคุมชาญฉลาด การระบุเอกลักษณ์ระบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น ระบบขับเคลื่อนทางไฟฟ้า ตลอดจนการวิเคราะห์เสียงดนตรีไทย