การสังเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนแบบผิวโค้งโดยใช้ทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์

นางสาววันวิสาข์ ไทยวิโรจน์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ปีการศึกษา 2549

SYNTHESIS OF BACK-FEED CURVED REFLECTOR ANTENNAS USING PHYSICAL OPTICS

Vanvisa Thaivirot

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Engineering in Telecommunication Engineering

Suranaree University of Technology

Academic Year 2006

การสังเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนแบบผิวโค้งโดยใช้ทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

____

(อ. ดร.รังสรรค์ ทองทา)

ประธานกรรมการ

____

(ผศ. ดร.รังสรรค์ วงศ์สรรค์)

กรรมการ (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์)

____

(อ. ดร.ชาญชัย ทองโสภา)

กรรมการ

____

(รศ. ดร.เสาวณีย์ รัตนพานี)

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

____

(รศ. น.อ. ดร.วรพจน์ ขำพิศ)

คณบดีสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

วันวิสาข์ ไทยวิโรจน์ : การสังเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนแบบผิวโค้งโดยใช้ทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ (SYNTHESIS OF BACK-FEED CURVED REFLECTOR ANTENNAS USING PHYSICAL OPTICS) อาจารย์ที่ปรึกษา : ผศ. ดร.รังสรรค์ วงศ์สรรค์, 92 หน้า

ในระบบการสื่อสารแบบไร้สาย เช่น การเชื่อมต่อแบบจุดไปหลายจุด ต้องการสายอากาศที่ให้ลำคลื่นครอบคลุมพื้นที่เป็นบริเวณกว้างและอัตราขยายค่อนข้างสูง สายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนเป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่สามารถทดแทนสายอากาศไดโพล หรือสายอากาศแถวลำดับแบบธรรมดาสำหรับการประยุกต์ใช้กับการสื่อสารเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สายที่ต้องการสายอากาศเพียงตัวเดียวในการแผ่กระจายคลื่นในห้องขนาดใหญ่ โดยงานวิจัยวิทยาพนธ์นี้ ได้นำเสนอการสังเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนแบบผิวโค้งที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนที่มีรูปทรงเป็นไปตามสมการเรขาคณิตแบบต่าง ๆ ได้แก่ แบบสามเหลี่ยม ควอเดรติค โคไซน์ โคไซน์ยกกำลังสอง เกาส์ ทรงกลม พาราโบลิก และไฮเพอร์โบลิก โดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ ในการวิเคราะห์หาคุณลักษณะของสายอากาศ ได้แก่ แบบรูปการแผ่พลังงาน ระดับความพลิ้ว อัตราขยายสูงสุด และความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง จากนั้นจะเลือกตัวสะท้อนที่มีคุณลักษณะเหมาะสำหรับการแผ่กระจายคลื่นในห้องขนาดใหญ่ มาสร้างสายอากาศต้นแบบที่ความถี่ 10 GHz เพื่อนำไปวัดทดสอบคุณลักษณะเปรียบเทียบความแม่นตรงกับผลการคำนวณและสังเคราะห์ด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ต่อไป

สาขาวิชา วิศวกรรมโทรคมนาคม	ลายมือชื่อนักศึกษา____________________
ปีการศึกษา 2549	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา_______________

VANVISA THAIVIROT : SYNTHESIS OF BACK-FEED CURVED REFLECTOR ANTENNAS USING PHYSICAL OPTICS. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. RANGSAN WONGSAN, Ph.D. 92 PP.

PHYSICAL OPTICS/BACK-FEED CURVED REFLECTOR ANTENNA

In the wireless communication applications such as point-to-multipoint, it is desirable for antenna beam to cover a broad area and rather high gain. Shaped reflector antennas using backscattering technique comprise an interesting alternative to more usual dipole antenna or antenna arrays for WLAN communication, which require only one antenna for field radiating in the large room. This thesis presents synthesis of back-feed curved reflector antennas which have the various functions of elementary geometries i.e., triangular, quadratic, circular, gaussian, cosine, squared cosine, parabolic and hyperbolic surface shapes. The antenna characteristics i.e., radiation pattern, ripple level, and half-power beamwide of the variety of shaped backscatter are analytically determined using physical optics. In addition, the reflector which has appropriate characteristics for field radiating in large room will be constructed antenna model at 10 GHz. The reflector antenna will be realized and experimented to validate the technique and the developing analysis tool.

School of Telecommunication Engineering Student's Signature_______________

Academic Year 2006 Advisor's Signature_______________

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้ดำเนินการสำเร็จลุล่วงด้วยดี ผู้วิจัยขอขอบพระคุณบุคคลและกลุ่มบุคคลต่าง ๆ ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ รวมทั้งได้ให้ความช่วยเหลืออย่างดียิ่ง ทั้งด้านวิชาการและด้านการดำเนินงานวิจัย ซึ่งได้แก่

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ วงศ์สรรค์ ผู้ช่วยอธิการบดี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ให้โอกาสทางการศึกษา ให้คำปรึกษา แนะนำ และแนะแนวทางอันเป็นประโยชน์ยิ่งต่องานวิจัย รวมถึงได้ช่วยตรวจทาน และแก้ไขรายงานวิทยานิพนธ์เล่มนี้จนทำให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น รวมทั้งเป็นกำลังใจ และเป็นแบบอย่างที่ดีในการดำเนินชีวิตหลาย ๆ ด้าน ให้กับผู้วิจัยเสมอมา

อาจารย์ ดร.รังสรรค์ ทองทา หัวหน้าสาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม อาจารย์ ดร.ชุติมา พรหมมาก, อาจารย์ ดร.วิภาวี หัตถกรรม, อาจารย์ ดร.ชาญชัย ทองโสภา และอาจารย์ปิยาภรณ์ กระฉอดนอก อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ และให้ความรู้ทางด้านวิชาการอย่างดียิ่งมาโดยตลอด

ขอบคุณ คุณประพล จาระตะคุ, พี่ ๆ เพื่อน ๆ น้อง ๆ บัณฑิตศึกษาทุกท่าน รวมทั้งเจ้าหน้าที่ศูนย์เครื่องมือวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีทุกท่าน ที่ช่วยอำนวยความสะดวกทางด้านเครื่องมือและอุปกรณ์, คุณมณีรัตน์ ทุมพงษ์ เลขานุการประจำสาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม ที่ช่วยดูแลเรื่องเอกสารระหว่างศึกษา และคุณจริยาพร ศรีวิไลลักษณ์ พี่สาวที่ช่วยตรวจสอบรูปแบบการพิมพ์วิทยานิพนธ์เล่มนี้ให้ออกมาเรียบร้อยและสวยงาม รวมถึงมิตรสหายทั้งในอดีตและปัจจุบันที่คอยถามไถ่และให้กำลังใจในการทำวิจัยมาโดยตลอด

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอขอบคุณอาจารย์ผู้สอนทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้ทางด้านต่าง ๆ ทั้งในอดีตและปัจจุบัน และขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา รวมถึงญาติพี่น้องของผู้วิจัยทุกท่านที่ได้ให้ความรัก ความอบอุ่น ความห่วงใย การอบรมเลี้ยงดู และให้การสนับสนุนทางด้านการศึกษาอย่างดียิ่งมาโดยตลอด รวมทั้งเป็นกำลังใจที่ยิ่งใหญ่ในยามที่ผู้วิจัยท้อและทุกข์ใจ ช่วยให้มีพลังเข้มแข็งพร้อมเผชิญกับปัญหาอุปสรรคต่าง ๆ จนทำให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จในชีวิตเรื่อยมา

วันวิสาข์ ไทยวิโรจน์

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ (ภาษาไทย) .... ก
บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ) .... ข
กิตติกรรมประกาศ .... ค
สารบัญ .... ง
สารบัญตาราง .... ช
สารบัญรูป .... ซ

บทที่

1 บทนำ 1
1.1 ความสำคัญของปัญหา 1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย 3
1.3 สมมุติฐานของการวิจัย 3
1.4 ขอบเขตของการวิจัย 3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 4
1.6 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์ 4

2 ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 6
2.1 บทนำ 6
2.2 ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 7
2.2.1 ลักษณะสายอากาศสำหรับการสื่อสารแบบไร้สาย 7
2.2.2 ระเบียบวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน 8
2.3 สรุป 11

3 ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง 12
3.1 บทนำ 12
3.2 การวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน 12
3.2.1 ความถี่ปฏิบัติการ 13

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.2.2 สายอากาศป้อน 14
3.2.3 ข้อมูลเริ่มต้นของตัวสะท้อน 14
3.3 วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์และฟังก์ชันกรีนไดแอดิก 14
3.3.1 ฟังก์ชันกรีน 16
3.3.2 ฟังก์ชันกรีนแบบสเกลาร์ 19
3.3.3 ฟังก์ชันกรีนไดแอดิก 21
3.3.4 การหาสนามที่บริเวณสนามระยะใกล้และสนามระยะไกล 23
3.3.5 เวกเตอร์ตัวแผ่กระจายคลื่น 25
3.4 หลักการสมมูล 28
3.5 แนวทางในการวิเคราะห์หาสนามโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ 32
3.6 ค่าลักษณะสมบัติการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อน 37
3.6.1 อัตราขยายของสายอากาศ 37
3.6.2 ประสิทธิภาพอะเพอร์เจอร์ 38
3.7 สรุป 40
4 การสังเคราะห์และออกแบบตัวสะท้อน 42
4.1 บทนำ 42
4.2 สายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังตัวสะท้อน 42
4.2.1 สายอากาศปากแตรทรงพีระมิด 42
4.2.2 รูปทรงทางเรขาคณิตของตัวสะท้อน 48
4.3 การสังเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ 52
4.3.1 พื้นผิวสมมูลที่พื้นผิวของตัวสะท้อน 53
4.3.2 กระบวนการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน 55
4.4 ค่าคุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อน 61
4.4.1 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ 62
4.4.2 ระดับความพลิ้ว 67
4.4.3 อัตราขยายของสายอากาศ 69

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

4.4.4 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง 70
4.5 สรุป 71
5 ผลการทดลอง 73
5.1 บทนำ 73
5.2 วิธีการสร้างสายอากาศต้นแบบ 73
5.3 ผลการวัดแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อน 76
5.4 สรุป 79
6 บทสรุปและข้อเสนอแนะ 80
6.1 สรุป 80
6.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา 81
รายการอ้างอิง 83
ภาคผนวก
ภาคผนวก ก รายละเอียดของสมการวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ 86
ภาคผนวก ข บทความที่ได้รับการตีพิมพ์ 90
ประวัติผู้เขียน 92

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

2.1 การนำวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน 9
4.1 ระดับความพลิ้วเมื่อวางตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่ให้การแผ่กระจายกำลังงานเท่ากับ -10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อน 68
4.2 อัตราขยายสูงสุดเมื่อวางตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่ให้การแผ่กระจายกำลังงานเท่ากับ -10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อน 69
4.3 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังเมื่อวางตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่ให้การแผ่กระจายกำลังงานเท่ากับ -10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อน 70
5.1 คุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกเมื่อระยะห่างระหว่างสายอากาศป้อนกับตัวสะท้อนเท่ากับ 12 เซนติเมตร โดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ 74
5.2 คุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกเมื่อระยะห่างระหว่างสายอากาศป้อนกับตัวสะท้อนเท่ากับ 12 เซนติเมตร โดยการวัดทดสอบ 78
6.1 คุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพาราโบลิก 81

สารบัญรูป

รูปที่ **หน้า**

1.1 การประยุกต์ใช้สายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนกับการสื่อสารระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สายในห้องขนาดใหญ่ 2

3.1 กระบวนการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน....................13

3.2 สนามสมมูลสำหรับสนาม $\overline{E}$ และ $\overline{H}$ ภายนอก....................29

4.1 สายอากาศปากแตรทรงพีระมิดและระบบพิกัด 43

4.2 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศปากแตรทรงพีระมิด....................47

4. 3 การกระจายของสมการเรขาคณิตแบบต่างๆ 52

4.4 วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน....................53

4.5 สายอากาศตัวสะท้อนและพื้นผิวสมมูล 53

4.6 พื้นผิวสมมูลเพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามที่สะท้อนออกจากตัวสะท้อน 54

4.7 เรขาคณิตของสายอากาศตัวสะท้อนในสองมิติและสามมิติ....................55

4.8 พิกัด x และ y บนอะเพอร์เจอร์ของสายอากาศปากแตรทรงพีระมิด 57

4.9 การชักตัวอย่างบนพื้นผิวตัวสะท้อน 58

4.10 ระบบพิกัดเชิงขั้ว....................58

4.11 การกระจายของสนามบนพื้นผิวตัวสะท้อน....................61

4.12 ตำแหน่งของตัวป้อนที่ให้สนามแผ่กระจายลงมาเป็น -10 dB ที่ขอบตัวสะท้อน....................62

4.13 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนพาราโบลิกที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหน้าของตัวสะท้อน ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 30 เซนติเมตร และ f/D = 0.5 63

4.14 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนและการส่องสนามจากตัวป้อนมีค่า -10 dB ที่ขอบตัวสะท้อน 63

4.15 ระดับความพลิ้ว 67

5.1 โปรแกรม SolidWorks และ SolidCAM ในการออกแบบตัวสะท้อนแบบพาราโบลิก 74

5.2 G-code เพื่อใช้ในการกำหนดเส้นทางวิ่งของการกัดโดยใช้เครื่องจักร CNC 75

5.3 สายอากาศตัวสะท้อนต้นแบบ....................76

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

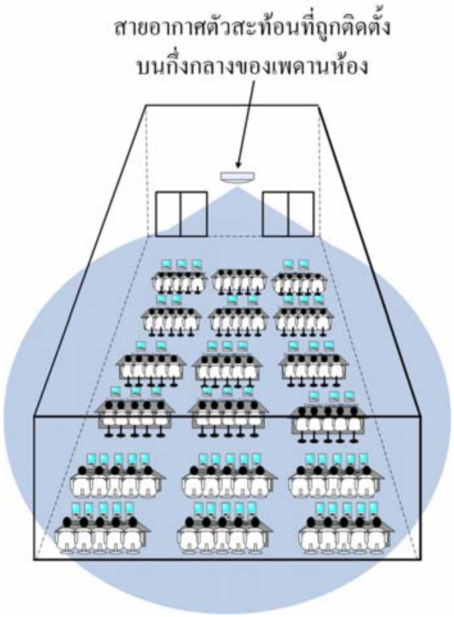
5.4 วิธีการวัดทดสอบแบบรูปการแผ่พลังงาน.....77
5.5 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนแบบแบบพาราโบลิกเมื่อระยะห่างระหว่างสายอากาศป้อนกับตัวสะท้อนเท่ากับ 12 เซนติเมตร.....77

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันเทคโนโลยีโทรคมนาคมมีการพัฒนาก้าวหน้าไปอย่างเร็วมากในหลาย ๆ ด้าน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เทคโนโลยีทางด้านการสื่อสารไร้สาย เช่น ระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่เซลลูล่าร์ที่มีการพัฒนามาตรฐานจาก 2G ไปเป็น 3G และกำลังมุ่งไปสู่ 4G ในอนาคตข้างหน้า เทคโนโลยีการส่งข้อมูลแบบแพ็กเกต (General Packet Radio Service: GPRS) ถือได้ว่าเป็นมาตรฐานของ 2.5G ที่จะช่วยให้โทรศัพท์มือถือสามารถให้บริการโมบายล์อินเตอร์เน็ตได้ นอกจากเทคโนโลยีทางด้านโทรศัพท์เซลลูล่าร์แล้ว เทคโนโลยีหนึ่งที่กำลังได้รับความสนใจเป็นอย่างสูงในขณะนี้คือ ระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย (Wireless Local Area Network: WLAN) ซึ่งเป็นระบบเชื่อมโยงระหว่างคอมพิวเตอร์หรือเครือข่ายคอมพิวเตอร์ที่ใช้สายเข้าด้วยกัน หรือเชื่อมต่อกับอินเตอร์เน็ต โดยอาศัยคลื่นวิทยุ (Radio Frequency: RF) รับส่งข้อมูลแทนสายเคเบิล กล่าวคือผู้ใช้งานสามารถเชื่อมโยงเข้ากับระบบเครือข่ายจากพื้นที่ใดก็ได้ที่อยู่ในรัศมีของสัญญาณ และระบบยังสามารถแก้ปัญหาเรื่องการติดตั้งสายนำสัญญาณในพื้นที่ที่ทำได้ลำบาก นอกจากนี้เทคโนโลยีทางด้าน WLAN ก็ได้มีการพัฒนามาตรฐานใหม่ ๆ ออกมาหลายมาตรฐาน ซึ่งมุ่งที่จะเพิ่มอัตราเร็วของการส่งข้อมูลให้สูงขึ้นเป็นลำดับ และยังมีแนวคิดที่จะนำระบบ WLAN เข้ามาเสริมการให้บริการแก่ระบบเซลลูลาร์อีกด้วย จากความสำคัญดังกล่าว ทำให้มีการออกแบบและพัฒนาอุปกรณ์ระบบ WLAN ออกมาเป็นจำนวนมาก สายอากาศนับเป็นองค์ประกอบหนึ่งที่มีความสำคัญเนื่องจากเป็นตัวช่วยให้อุปกรณ์ WLAN สามารถแพร่กระจายคลื่นออกไปในอากาศทิศทางต่าง ๆ ได้ ซึ่งสามารถแบ่งสายอากาศออกตามการแพร่กระจายคลื่นได้คือ สายอากาศแบบมีทิศทาง (directional antenna) เป็นสายอากาศที่มีลักษณะการกระจายคลื่นในแนวทิศทางใดทิศทางหนึ่ง ทำให้ผู้ใช้งานสามารถบังคับทิศทางการรับส่งคลื่นได้ตามที่ต้องการ สายอากาศประเภทนี้นิยมใช้ในงานภายนอกอาคาร (outdoor) สำหรับการเชื่อมโยงแบบจุดไปจุด และอีกประเภทหนึ่งคือสายอากาศแบบรอบทิศทาง (omnidirectional antenna) เป็นสายอากาศที่มีลักษณะการกระจายคลื่นในแนวรอบ ๆ สายอากาศ โดยคลื่นจะถูกแพร่กระจายออกไปทุกทิศทาง ซึ่งสายอากาศประเภทนี้นิยมใช้งานภายในอาคาร (indoor) หรือใช้สำหรับการเชื่อมโยงแบบจุดไปหลายจุด โดยทั่วไปแล้วอุปกรณ์ WLAN เช่น จุดเข้าถึงเครือข่าย (access point) และแลนด์การ์ดไร้สาย ส่วนใหญ่ใช้

สายอากาศแบบรอบทิศทาง ซึ่งสายอากาศประเภทนี้ได้แก่ สายกาศแบบไดโพลเส้นตรง (linear dipole) สายอากาศแบบร่อง (slot antenna) สายอากาศแบบบ่วง (loop antenna) สายอากาศไมโครสตริป (microstrip antenna) เป็นต้น ในการติดตั้งจุดเข้าถึงเครือข่าย จะถูกติดตั้งที่บริเวณผนังของห้องหรืออาคาร เนื่องจากสายอากาศดังกล่าวมีการแพร่กระจายคลื่นเป็นแบบรอบทิศทาง ดังนั้นจึงทำให้เกิดการสูญเสียกำลังงานโดยเปล่าประโยชน์ไปในทิศทางที่ไม่ต้องการ เช่น บริเวณที่ไม่มีผู้ใช้งานระบบ WLAN เป็นต้น นอกจากนี้ ถ้าต้องการกำหนดพื้นที่ใช้งานระบบ WLAN เช่น ต้องการให้สัญญาณครอบคลุมเฉพาะห้อง ๆ หนึ่งเท่านั้น สายอากาศเหล่านี้จึงไม่สามารถตอบสนองกับความต้องการได้ จากข้อจำกัดและปัญหาดังกล่าว สายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อน (back-feed reflector antenna) จึงเป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้งานกับระบบ WLAN สำหรับใช้งานภายในอาคาร ที่ต้องการใช้สายอากาศเพียงตัวเดียวสำหรับแพร่กระจายคลื่นในห้องขนาดใหญ่ โดยสายอากาศจะถูกติดตั้งบนกึ่งกลางของเพดานห้อง ดังแสดงในรูปที่ 1.1 ซึ่งลำคลื่นที่ส่องลงมาจะมีลักษณะครอบคลุมพื้นที่เป็นวงกลม ดังนั้นผู้ใช้งานระบบ WLAN ที่อยู่ภายในห้องนี้จะสามารถเชื่อมต่อกับจุดเข้าถึงเครือข่ายได้โดยใช้สายอากาศเพียงตัวเดียว นอกจากนี้สายอากาศดังกล่าวยังมีคุณสมบัติที่เหมาะสำหรับใช้ประโยชน์กับดาวเทียมวงโคจรต่ำได้อีกด้วย เนื่องจากลำคลื่นให้พื้นที่ครอบคลุมเป็นบริเวณกว้าง ทำให้ระยะเวลาในการสื่อสารระหว่างดาวเทียมและสถานีฐานบนพื้นดินได้นานขึ้น



รูปที่ 1.1 การประยุกต์ใช้สายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนกับการสื่อสารระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สายในห้องขนาดใหญ่

วิทยานิพนธ์นี้จะนำเสนอการสังเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อน โดยทำการพิจารณาคุณลักษณะของตัวสะท้อนที่มีผิวโค้งเปลี่ยนไปตามสมการเรขาคณิตแบบต่าง ๆ ได้แก่ แบบสามเหลี่ยม ควอเดรติค โคไซน์ โคไซน์กำลังสอง เกาส์ ทรงกลม พาราโบลิก และไฮเพอร์โบลิก เพื่อเปรียบเทียบว่าผิวโค้งแบบใดให้คุณลักษณะเหมาะสมสำหรับนำไปประยุกต์ใช้งานกับระบบ WLAN ซึ่งคุณลักษณะที่ใช้ในการสังเคราะห์หาข้อดีและข้อด้อยของผิวโค้งแบบต่าง ๆ ได้แก่ แบบรูปการแผ่พลังงาน (radiation pattern) ระดับความพลิ้ว (ripple level) ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง (half-power beamwidth) อัตราขยายสูงสุด (maximum gain) โดยสามารถหาคำตอบได้จากการใช้โปรแกรมจำลองผล หาผลเฉลยที่พัฒนาโดยใช้ ทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ (Physical Optics: PO) จากนั้นทำการเลือกตัวสะท้อนแบบผิวโค้งที่มีคุณลักษณะที่สอดคล้องกับความต้องการของระบบ WLAN มาสร้างสายอากาศต้นแบบที่ความถี่ 10 GHz เพื่อนำไปวัดทดสอบคุณลักษณะเปรียบเทียบความแม่นตรงจากโปรแกรมจำลองผลที่ได้จากวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

- ศึกษาวิธีการพัฒนาและออกแบบสายอากาศตัวสะท้อนสำหรับใช้งานกับการสื่อสารเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย
- ศึกษาตัวสะท้อนแบบผิวโค้งที่เหมาะสมสำหรับนำไปใช้เป็นสายอากาศหลักสำหรับจุดเข้าถึงเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย
- สร้างสายอากาศต้นแบบเพื่อศึกษาผลของการวัดทดสอบ โดยเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์

1.3 สมมุติฐานของการวิจัย

- เมื่อทำการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนแบบผิวโค้ง จะมีผลต่อการเพิ่มความกว้างของลำคลื่น
- เมื่อทำการเปลี่ยนผิวโค้งของตัวสะท้อนให้มีรูปทรงตามสมการเรขาคณิตแบบต่าง ๆ จะมีผลทำให้คุณลักษณะของสายอากาศมีข้อดีและข้อเสียแตกต่างกันไป

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

- จำลองผลสำหรับวิเคราะห์ปัญหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของสายอากาศตัวสะท้อนตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนโดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์

- ศึกษาวิเคราะห์และเปรียบเทียบคุณลักษณะของตัวสะท้อนแบบผิวโค้งที่มีรูปทรงตามสมการเรขาคณิตแบบต่าง ๆ

- สร้างสายอากาศตัวสะท้อนต้นแบบ โดยเลือกตัวสะท้อนที่มีคุณลักษณะเหมาะสำหรับการนำไปใช้ในระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย รวมทั้งเปรียบเทียบผลจากการวัดและผลทางทฤษฎี

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- ได้โปรแกรมจำลองผลเฉลยที่เกิดจากการพัฒนาวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เข้ากับปัญหาจริงในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนแบบผิวโค้งที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อน

- ได้ข้อสรุปอันเป็นประโยชน์เกี่ยวกับลักษณะรูปทรงของตัวสะท้อนแบบผิวโค้งที่เหมาะสำหรับเป็นสายอากาศหลักสำหรับจุดเข้าถึงเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย

- ได้สายอากาศต้นแบบ เพื่อพัฒนาไปใช้งานได้จริง

1.6 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ประกอบด้วย 6 บท และ 2 ภาคผนวก บทที่ 1 เป็นบทนำกล่าวถึงความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ สมมุติฐาน ขอบเขตของงานวิจัย และประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย รวมทั้งแนะนำเนื้อหาเบื้องต้นของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ส่วนบทอื่น ๆ ประกอบด้วย เนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 2 กล่าวถึงปริทัศน์วรรณกรรม เกี่ยวข้องกับสายอากาศแต่ละชนิดที่ใช้ในงานการสื่อสารแบบไร้สาย สายอากาศตัวสะท้อน และปริทัศน์วรรณกรรม วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์

บทที่ 3 กล่าวถึงการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้องกับวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ ได้แก่ ฟังก์ชันกรีน ฟังก์ชันกรีนแบบสเกลาร์ ฟังก์ชันกรีนไดแอดิก การหาสนามบริเวณสนามระยะใกล้และสนามระยะไกล ฟังก์ชันการแผ่กระจายคลื่น นอกจากนี้ยังกล่าวถึงหลักการของกระแสสมมูล การหากระแสสมมูล รวมทั้งแนวทางในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศ และอธิบายค่าลักษณะสมบัติการแผ่พลังงานของสายอากาศ

บทที่ 4 กล่าวถึงผลเฉลยจากการจำลองสายอากาศต้นแบบโดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ ซึ่งได้มีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ในบทนี้จะเน้นถึงแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังตัวสะท้อนที่มีรูปทรงทางเรขาคณิตแบบต่าง ๆ รวมทั้ง

วิเคราะห์คุณลักษณะของตัวสะท้อนแต่ละแบบ และเลือกตัวสะท้อนที่เหมาะสำหรับเป็นสายอากาศหลักสำหรับจุดเข้าถึงระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สายเพื่อนำไปสร้างเป็นสายอากาศต้นแบบ

บทที่ 5 กล่าวถึงการสร้างสายอากาศต้นแบบตามค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ถูกออกแบบไว้ เพื่อยืนยันความถูกต้องด้วยผลการทดลอง วัดคุณลักษณะต่าง ๆ ของสายอากาศ

บทที่ 6 กล่าวถึงการสรุปผลจากการจำลองผลและผลจากการทดลองสายอากาศที่ได้ทำการออกแบบไว้ของวิทยานิพนธ์นี้ และข้อเสนอแนะในการทำศึกษาวิจัยเกี่ยวกับสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนในโอกาสต่อไป

ภาคผนวก ก รายละเอียดของสมการวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์

ภาคผนวก ข บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในขณะศึกษา

บทที่ 2
ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

ในระบบการสื่อสารแบบไร้สาย เช่น การเชื่อมต่อแบบจุดไปหลายจุด ต้องการสายอากาศที่ให้ลำคลื่นครอบคลุมพื้นที่เป็นบริเวณกว้างและอัตราขยายค่อนข้างสูง โดยทั่วไปสายอากาศที่ใช้ในการสื่อสารแบบไร้สาย เช่น ระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย จะให้แบบรูปการแผ่พลังงานแบบรอบทิศทาง ทำให้ไม่เหมาะที่จะแผ่กระจายพลังงานภายในห้องขนาดใหญ่ที่ต้องการใช้สายอากาศเพียงตัวเดียว ดังกล่าวไว้ในบทที่ 1 วัตถุประสงค์หลักในงานวิจัยนี้คือการคิดค้นและพัฒนาวิธีการออกแบบสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อน โดยทำการสังเคราะห์พื้นผิวของตัวสะท้อนที่มีรูปทรงเปลี่ยนไปตามสมการทางเรขาคณิตแบบต่าง ๆ ได้แก่ ผิวแบบสามเหลี่ยม ควอเดรติค โคไซน์ โคไซน์กำลังสอง เกาส์ ทรงกลม พาราโบลิก และแบบไฮเพอร์โบลิก เพื่อนำมาเปรียบเทียบคุณลักษณะ หาข้อดีและข้อด้อยของพื้นผิวตัวสะท้อนแต่ละแบบ แล้วเลือกพื้นผิวตัวสะท้อนที่มีคุณลักษณะที่เหมาะสำหรับเป็นจุดเข้าถึงระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย มาสร้างสายอากาศต้นแบบเพื่อเปรียบเทียบความแม่นตรงจากโปรแกรมจำลองผลที่ได้จากวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องดำเนินการสำรวจและศึกษาปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้เพื่อให้ทราบถึงแนวทางการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ระเบียบวิธีที่เคยถูกนำมาใช้ ผลการดำเนินการวิจัย ตลอดจนข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะต่าง ๆ เพื่อที่จะนำไปสู่วัตถุประสงค์หลักที่ได้ตั้งไว้ โดยฐานข้อมูลที่ใช้ในการสืบค้นงานวิจัยนั้นเป็นฐานข้อมูลที่มีชื่อเสียงและได้รับการยอมรับกันอย่างกว้างขวาง เช่น ฐานข้อมูล IEEE และฐานข้อมูล IEICE นอกจากนี้ยังได้ทำการสืบค้นงานวิจัยจากแหล่งอื่น ๆ เช่น จากห้องสมุดของมหาวิทยาลัยต่าง ๆ ทั้งในและต่างประเทศ ผลการสืบค้นที่ได้จะใช้เป็นแนวทางในการดำเนินการวิจัยต่อไป

เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึง ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งประกอบด้วยงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับลักษณะของสายอากาศแบบต่าง ๆ รวมถึงสายอากาศตัวสะท้อนที่ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในด้านการสื่อสารแบบไร้สาย เช่น การสื่อสารระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย ระบบเซลลูลาร์ และระบบการสื่อสารผ่านดาวเทียม เป็นต้น เพื่อทำให้ทราบถึงคุณลักษณะของสายอากาศ ข้อดีและข้อเสีย เพื่อที่จะนำมาปรับปรุงให้สอดคล้องกับความต้องการดังกล่าว นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระเบียบวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน

เพื่อให้ทราบถึงแนวทางในการวิเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศ ระเบียบวิธีที่เคยถูกนำมาใช้ ข้อดีและข้อเสียของแต่ละวิธี เพื่อนำไปสู่การเลือกวิธีที่จะใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศ

2.2 ปริทัศน์วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.2.1 ลักษณะสายอากาศสำหรับการสื่อสารแบบไร้สาย

การสื่อสารแบบไร้สายและโทรศัพท์เคลื่อนที่กำลังได้รับความนิยมอย่างมากในขณะนี้ จึงทำให้มีการออกแบบสายอากาศออกมาจำนวนมากซึ่งยากที่จะกำหนดเป็นกฎเกณฑ์ที่แน่นอนลงไป ในปัจจุบันสายอากาศที่นิยมนำมาใช้งานในระบบการสื่อสารแบบไร้สายมากที่สุดคือ สายอากาศโมโนโพล (monopole antenna) สายอากาศแบบปลอก (sleeve antenna) และสายอากาศแบบสัญฐานต่ำ (low-profile antenna) เช่น สายอากาศไมโครสตริป (microstrip antenna) และสายอากาศระนาบอินเวอร์สเอฟ (Planar Inverted F Antenna: PIFA) ทั้งสามแบบนี้นิยมนำมาใช้ในการสื่อสารแบบไร้สาย สายอากาศแบบแรกคือ สายอากาศโมโนโพลนิยมใช้มากที่สุดเพราะมีน้ำหนักเบา คุณลักษณะเป็นแถบกว้าง (broadband characteristics) และมีโครงสร้างไม่ซับซ้อน (Chen, Peng, and Liang, 2005) ส่วนประกอบของสายอากาศที่ทำหน้าที่แผ่กระจายคลื่นถูกติดตั้งอยู่บนระนาบกราวด์แบบอนันต์ ซึ่งสายอากาศนี้จะมีคุณลักษณะคล้ายกับสายอากาศไดโพล ในทางปฏิบัติสายอากาศโมโนโพลมีความยาวไม่ใช่ครึ่งหนึ่งของสายอากาศไดโพล ถ้ามีระนาบกราวด์ที่กว้างจะทำให้แบบรูปการแผ่พลังงานแตกต่างจากระนาบกราวด์แบบอนันต์ สายอากาศแบบที่สองคือ สายอากาศแบบปลอก (Taguchi, Egashira, and Tanaka, 1991) มีโครงสร้างของการแผ่กระจายคลื่นเป็นไดโพลแบบไม่สมมาตรของตัวนำ ที่มีเส้นผ่าศูนย์กลางตัวนำซึ่งจะถูกลัดวงจรกับลวดถักที่อยู่รอบ ๆ สายโคแอคเชียล สายอากาศนี้มีคุณลักษณะเหมือนสายอากาศแบบโมโนโพล ที่ไม่ต้องมีระนาบกราวด์ แต่การที่ไม่มีระนาบกราวด์นั้นมีข้อเสียเมื่อนำไปใช้งาน โดยที่ต้องนำไปติดตั้งกับส่วนเข้ากับส่วนต่าง ๆ ที่เป็นโลหะทำให้อัตราการขยายลดลง ข้อเสียอีกอย่างของสายอากาศแบบโมโนโพลและสายอากาศแบบปลอกคือ โครงสร้างไม่แข็งแรงหักง่าย และการนำไปสร้างเป็นสายอากาศแบบสองความถี่เป็นไปได้ยาก แบบสุดท้ายคือ สายอากาศไมโครสตริปหรือสายอากาศแพทซ์ (patch) มีโครงสร้างสามส่วนคือ ส่วนบนเป็นส่วนของการแผ่กระจายคลื่นโดยมีส่วนที่สองเป็นวัสดุฐานรองไดอิเล็กตริกที่คั่นกลางระหว่างกราวด์กับส่วนของการแผ่กระจายคลื่นที่เป็นแผ่นตัวนำ (Jame and Hall, 1989) ส่วนสายอากาศระนาบอินเวอร์สเอฟ (Sim and Choi, 2006) มีลักษณะของแถบเส้นเป็นรูปตัวเอฟที่พัฒนามาจากสายอากาศแบบไดโพลบนแผ่นวงจรพิมพ์ อย่างไรก็ตาม สายอากาศไมโครสตริปและสายอากาศระนาบอินเวอร์สเอฟมีข้อเสียคือ มีความกว้างแถบที่แคบ ซึ่งสายอากาศที่ได้กล่าวมาข้างต้นนิยมใช้เป็นจุดเข้าถึงเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สายภายในอาคาร หรือใช้สำหรับการเชื่อมโยงแบบจุดไปหลายจุด โดยนิยมติดตั้งไว้ที่บริเวณผนังของตัวอาคาร จึงทำให้

เกิดการสูญเสียของพลังงานไปในทิศทางที่ไม่ต้องการ ดังนั้นในกรณีที่ต้องการใช้สายอากาศเพียงตัวเดียวในการแผ่กระจายพลังงานภายในห้องขนาดใหญ่ สายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนจึงเป็นอีกทางเลือกหนึ่ง ที่สามารถตอบสนองต่อความต้องการดังกล่าว

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนซึ่งถูกนำมาประยุกต์ใช้ในด้านการสื่อสารแบบไร้สาย ได้แก่ สายอากาศตัวสะท้อนที่ใช้งานกับสถานีฐานในระบบเซลลูลาร์ (Bergmann, Hasselmann, Pereira, and Branco, 1998) โดยโครงสร้างของสายอากาศประกอบด้วย ตัวสะท้อนที่มีรูปทรงเป็นแบบกรวย ส่วนป้อนเป็นฮอร์นตามแกน (axial horn) นอกจากนี้ (Bergmann, Hasselmann, Pereira, and Branco, 2002) ได้มีการใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิต (Geometrical Optics: GO) ในการปรับรูปทรงของพื้นผิวตัวสะท้อนเพื่อให้ได้แบบรูปการแผ่พลังงานอยู่ในรูปของโคเซกกำลังสองในระนาบแนวตั้ง (elevation angle) มีส่วนป้อนเป็นฮอร์นรูปกรวยโคแอกเซียล (coaxial conical horn) ซึ่งจะให้แบบรูปการแผ่พลังงานเป็นแบบรอบทิศทางในระนาบแนวมุมทิศ (azimuth angle) สำหรับสายอากาศตัวสะท้อนที่ใช้งานกับระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย (Smulders, Khusial, and Herben, 2001) ได้มีการออกแบบตัวสะท้อนโดยประยุกต์ใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิต ในการปรับรูปทรงของตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกเพื่อให้ลำคลื่นครอบคลุมพื้นที่ใช้งานระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สายในห้องขนาดใหญ่ มีส่วนป้อนเป็นฮอร์นลูกฟูกรูปกรวย (corrugated conical horn) ซึ่งออกแบบให้ได้แบบรูปการแผ่พลังงานเป็นวงกลมสมมาตร นอกจากนี้สายอากาศตัวสะท้อนยังได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในระบบสื่อสารผ่านดาวเทียม (preliminary design report, 2005) โดยโครงสร้างของสายอากาศประกอบด้วยตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกที่มีการปรับรูปทรงเพื่อให้ลำคลื่นแมตช์กับพื้นโลก (earth matched beam) และมีส่วนป้อนเป็นฮอร์นแถบคู่ (dual-band horn)

ในงานวิจัยนี้เสนอการสังเคราะห์พื้นผิวของตัวสะท้อนที่มีรูปทรงเปลี่ยนไปตามสมการทางเรขาคณิตแบบต่าง ๆ รวมทั้งหาข้อดีและข้อเสียของตัวสะท้อนแต่ละแบบ เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกนำไปใช้เป็นประโยชน์สำหรับจุดเข้าถึงเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สายในห้องขนาดใหญ่ หรือใช้ในระบบการสื่อสารแบบไร้สายที่ได้กล่าวไว้ในข้างต้น

2.2.2 ระเบียบวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน

ระเบียบวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนนับว่าเป็นสิ่งสำคัญในการศึกษาสมรรถนะและผลกระทบต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นแก่สายอากาศตัวสะท้อน อาทิเช่น อัตราขยายในแนวการโพลาไรเซชันร่วมและการโพลาไรเซชันไขว้ และประสิทธิภาพต่าง ๆ เป็นต้น จึงมีงานวิจัยมากมายที่ได้นำเสนอการประยุกต์กรรมวิธี สมมุติฐาน และทฤษฎีต่าง ๆ เพื่อให้การทำนายมีความแม่นยำหรือความรวดเร็วมากยิ่งขึ้น ซึ่งวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์หาสนามที่กระเจิงจากสายอากาศตัวสะท้อนแบ่งออกเป็นสามวิธี ได้แก่ วิธีแรกคือ วิธีสนามอะเพอร์เจอร์ (aperture field method) วิธีนี้

จะให้ความถูกต้องในช่วงลำคลื่นพูหลักและพูข้างแรก ๆ เท่านั้น (Silver, 1949) วิธีที่สองคือ วิธีกระแสเหนี่ยวนำ (induced current method) เป็นวิธีที่ง่ายในการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยการหากระแสเหนี่ยวนำที่เกิดบนพื้นผิวของตัวสะท้อน เช่น วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ (Silver,1949) ซึ่งวิธีนี้จะให้สนามที่แผ่กระจายจากตัวสะท้อนมีค่าใกล้เคียงกับผลการวัดทดสอบ และวิธีสุดท้ายคือ วิธีการเลี้ยวเบนที่ขอบ (edge diffraction method) โดยการใช้ทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิต (Geometrical Theory of Diffraction: GTD) ถึงแม้วิธีนี้จะค่อนข้างแม่นยำ แต่ก็มีข้อเสียที่สำคัญคือการทำนายสนามมีค่าเป็นอนันต์ที่จุดตัดแตะ (caustics) อาจเกิดการตัดกันของรังสีซึ่งจะทำให้ไม่สามารถคำนวณสนามที่จุดนั้นได้ และเวลาคำนวณสนามที่จุดสังเกตขึ้นอยู่กับเวลาที่ใช้ในการคำนวณจุดที่เกิดการสะท้อน นอกจากนี้ข้อเสียดังกล่าวยังไม่สามารถถูกกำจัดออกไปได้โดยใช้รูปแบบของการสม่ำเสมอ (uniform versions) เช่น ทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิตสม่ำเสมอ (Unform Geometrical Theory of Diffraction: UTD) เป็นต้น จากที่กล่าวมาข้างต้นแต่ละวิธีก็มีข้อดีและข้อเสียแตกต่างกันขึ้นอยู่กับลักษณะโครงสร้างของสายอากาศแต่ละรูปแบบ จากงานวิจัย (Viskum and Wolf, 1993) ได้เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ตัวสะท้อนคู่ตัดรูปแบบไม่สมมาตรสำหรับลำคลื่นแบบวงรีระหว่างวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์กับวิธีทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิตร่วมกับทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิต พบว่าอัตราขยายในแนวโพลาไรเซชันร่วมมีความไม่สอดคล้องกันตั้งแต่บริเวณพูหลัก และแตกต่างกันค่อนข้างมากตั้งแต่บริเวณพูข้างองศาใกล้ ๆ ไปจนถึงองศาไกล โดยสรุปว่ากรรมวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์มีความแม่นยำกว่าเนื่องจากใกล้เคียงกับผลที่ได้จากการวัด ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงเลือกใช้กรรมวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อน

ตารางที่ 2.1 การนำวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน

ผู้นำเสนอ	เรื่อง	ปี
G. L. JAMES และ V. Kerdemelidis	วิเคราะห์แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนโดยใช้วิธีกระแสสมมูลที่ขอบ โดยนำผลที่ได้ไปเปรียบเทียบกับวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์	1973
W. V. T. Rusch l	เปรียบเทียบการหาปริพันธ์ของ วิธีทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิต วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ ทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงฟิสิกส์	1974
Y. Rahmat-Smaii และ V. Galindo-Isreal	ประยุกต์ใช้อนุกรมจาโคบี-เบสเซิล (jacobi-bessel series) กับผลการแปลงฟูริเยร์ (fourier transforms) ของวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนคู่แบบไม่สมมาตร	1980

ตารางที่ 2.1 การนำวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน (ต่อ)

ผู้นำเสนอ	เรื่อง	ปี
Y. Rahmat-Smaii และ V. Galindo-Isreal	ทำการเปรียบเทียบการคำนวณหาสนาม ระหว่างวิธีทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิตและวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ของสายอากาศจานสะท้อนแบบไม่สมมาตร ซึ่งผลการวิจัยพบว่าวิธีทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิตจะเกิดความผิดพลาดในการหาแบบรูปการแผ่พลังงานตรงพูข้าง และตรงบริเวณองศาที่ห่างลำคลื่นหลัก	1984
T. Griesser และ C. A. Balanis	นำเสนอการใช้ทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิตและกรรมวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ในการคำนวณหาสนามกระจัดกระจายกลับ (backscatter fields) จากแผ่นสะท้อนมีมุมรูปสามเหลี่ยม (triangular corner reflector)	1985
T. Griesser และ C. A. Balanis	นำเสนอการวิเคราะห์ตัวสะท้อนสองแผ่นแบบมีมุม (dihedral corner reflector) โดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ และทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงฟิสิกส์ ในการวิเคราะห์หาภาคตัดขวางการกระจัดกระจายกลับ (backscatter cross section) ของตัวสะท้อนแบบมีมุม เมื่อมีมุมกางต่างๆ กัน ได้แก่ 77,° 90° และ 98°	1987
L. C. Silva และคณะ	ทำการวิเคราะห์และสังเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนสำหรับใช้งานในย่านไมโครเวฟ รวมทั้งทำการออกแบบระบบป้อนสัญญาณของท่อนำคลื่น และทำการหาแบบรูปการแผ่พลังงานโดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์	2001
J.R. Bermann และคณะo	ใช้ระเบียบวิธีโมเมนต์ (MoM) ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนเพื่อให้พื้นที่คอบคลุมแบบรอบทิศทางเปรียบเทียบกับวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์	2002
J. A. M. Lorenzo	นำเสนอซอฟแวร์ในการวิเคราะห์หากระแสเหนี่ยวนำของสายอากาศตัวสะท้อน (Induced-Current Analysis of Reflector Antenna: ICARA) โดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ ในการทำนายพฤติกรรมของสายอากาศ	2005

นอกจากนี้ยังมีหนังสือที่เกี่ยวข้องกับ การวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนโดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ ได้แก่ “Antenna Engineering Using Physical Optics: Practical CAD Techniques and Software” (Diaz and Milligan, 1996) ได้กล่าวถึง การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้า การคำนวณหาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อน เป็นต้น เล่มต่อมาเขียนโดย (Scott, 1990) หนังสือชื่อ “Modern Methods of Reflector Antenna Analysis and Design” โดยมีเนื้อหาเกี่ยวกับพื้นฐานในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน วิธีต่าง ๆ ที่ใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศ รวมทั้งการออกแบบระบบสายอากาศ และหนังสือเล่มต่อมาชื่อ “Analysis of Reflector Antennas” เขียนโดย (Rusch and Potter, 1970) ได้อธิบายการวิเคราะห์หาสนามที่กระจัดกระจายจากตัวสะท้อน การหาแบบรูปการแผ่พลังงานและคุณลักษณะของสายอากาศ เป็นต้น

2.3 สรุป

สายอากาศที่ใช้งานด้านการสื่อสารเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย โดยทั่วไปจะประกอบด้วยสายอากาศโมโนโพล สายอากาศแบบปลอก สายอากาศแบบสัญฐานต่ำ เนื่องจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศเหล่านี้เป็นแบบรอบทิศทาง ทำให้สูญเสียกำลังงานโดยเปล่าประโยชน์ไปในทิศทางที่ไม่ต้องการ จึงไม่เหมาะที่จะเป็นสายอากาศหลักสำหรับจุดเข้าถึงเครือข่ายในห้องขนาดใหญ่ ที่ต้องการสายอากาศเพียงตัวเดียวในการแผ่พลังงานภายในห้อง ดังนั้นสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนเป็นอีกทางเลือกหนึ่งในการประยุกต์ใช้กับการสื่อสารเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย ในงานวิจัยนี้นำเสนอการสังเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนที่มีรูปทรงเปลี่ยนไปตามสมการทางเรขาคณิตแบบต่าง ๆ รวมทั้งหาข้อดีและข้อเสียของตัวสะท้อนแต่ละแบบ เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกนำไปใช้เป็นประโยชน์สำหรับระบบสื่อสารแบบไร้สาย เช่น นำไปใช้เป็นจุดเข้าถึงเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สายในห้องขนาดใหญ่ เป็นต้น จากการศึกษางานวิจัยที่ผ่านมาพบว่าการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์มีความแม่นยำในการทำนายสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนั้นในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ซึ่งเป็นวิธีแม่นตรงในการวิเคราะห์สายอากาศ

บทที่ 3
ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง

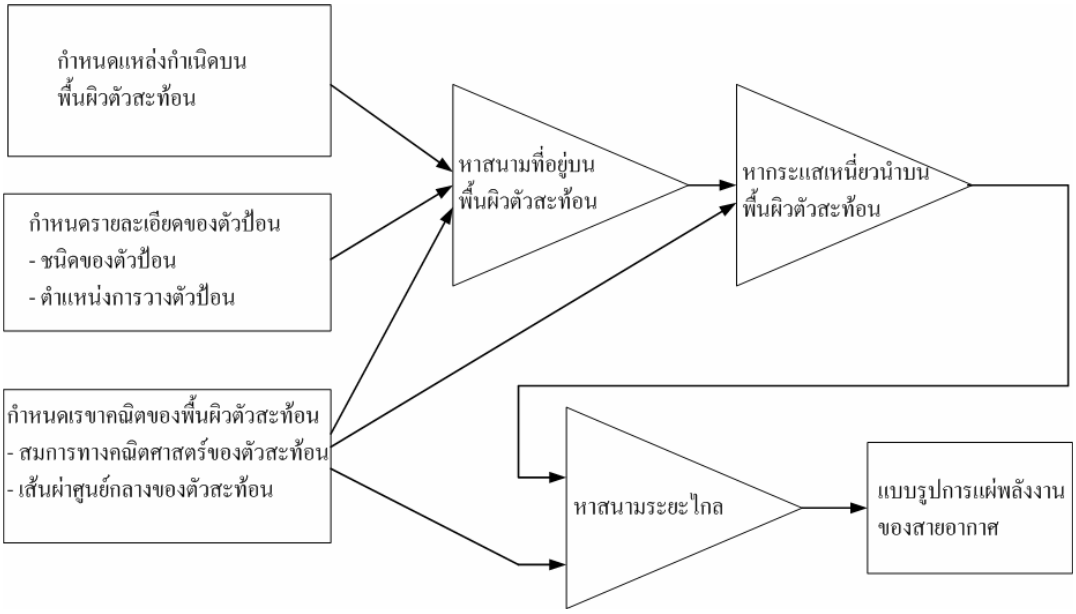
3.1 บทนำ

นับตั้งแต่สงครามโลกครั้งที่สองเป็นต้นมา สายอากาศตัวสะท้อนถูกนำมาใช้ในการสื่อสารกันอย่างแพร่หลาย เนื่องจากสายอากาศตัวสะท้อนมีอัตราขยายสูง สามารถส่งสัญญาณได้เป็นระยะทางไกล ๆ จึงทำให้มีการพัฒนาวิธีเพื่อใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนขึ้นมาจำนวนมาก การใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ในการวิเคราะห์สายอากาศสามารถทำนายคุณลักษณะได้อย่างแม่นยำ ดังนั้นสายอากาศตัวสะท้อนสำหรับการสื่อสารอวกาศแทบทั้งหมดจึงมีการออกแบบและวิเคราะห์โดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ นอกจากนี้ยังมีวิธีอื่นซึ่งสามารถนำมาวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนได้ เช่น วิธีทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิต ทฤษฎีเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิต เป็นต้น ดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 สำหรับเนื้อหาในบทนี้กล่าวถึง การวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้องกับวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ ได้แก่ ฟังก์ชันกรีน ฟังก์ชันกรีนแบบสเกลาร์ ฟังก์ชันกรีนไดแอดิก การหาสนามบริเวณสนามระยะใกล้และสนามระยะไกล เวกเตอร์ตัวแผ่กระจายคลื่น นอกจากนี้ยังกล่าวถึง หลักการสมมูล การหากระแสสมมูล แนวทางในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศ อธิบายค่าลักษณะสมบัติการแผ่พลังงานของสายอากาศ และสุดท้ายเป็นบทสรุป

3.2 การวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน

ในการวิเคราะห์แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อน เริ่มจากการกำหนดรายละเอียดของพื้นผิวตัวสะท้อน ได้แก่ สมการพื้นผิว เส้นผ่าศูนย์กลาง เป็นต้น และชนิดของแหล่งกำเนิดกระแสหรือชนิดของตัวป้อน (feed) ซึ่งจะกล่าวต่อไปในบทที่ 4 หลักการพื้นฐานในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนคือ การหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากแหล่งกำเนิดกระแส (source current) ที่อยู่บนผิวของตัวสะท้อน โดยกระแสเหนี่ยวนำบนผิวตัวสะท้อนจะหาได้จากองค์ประกอบของสนามตกกระทบในแนวสัมผัสแต่ละจุดที่กระทำบนผิวตัวสะท้อน ซึ่งกระแสเหล่านี้จะก่อให้เกิดสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่กระจายออกไปในสนามระยะไกลทำให้ได้แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ กระบวนการดังกล่าวแสดงดังรูปที่ 3.1 โดยบล็อกสี่เหลี่ยมแสดงข้อมูลที่ต้องใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศ และบล็อกสามเหลี่ยมแสดงฟังก์ชันที่

ใช้ในการหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้า เรียกว่าฟังก์ชันตัวแผ่กระจายคลื่น (propagator function) ซึ่งสามารถหาสนามได้โดยการรวมสนามที่แผ่กระจายเนื่องจากแหล่งกำเนิดแต่ละแหล่ง ซึ่งกระจายอยู่บนพื้นผิวของตัวสะท้อน สนามดังกล่าวเกิดจากการแบ่งชักตัวอย่าง (sample) แหล่งกำเนิดขนาดหนึ่งหน่วย ถูกเรียกว่า ฟังก์ชันกรีน (Green's function) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแหล่งกำเนิดและสนาม เนื่องจากแหล่งกำเนิดกระแสเป็นเวกเตอร์สามมิติ ทำให้สนามที่แผ่กระจายเป็นเวกเตอร์สามมิติ ดังนั้นฟังก์ชันกรีนจะต้องประกอบด้วยความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละองค์ประกอบของแหล่งกำเนิด และแต่ละองค์ประกอบของสนามเป็นจำนวน 9 ตัว โดยจะถูกแสดงอยู่ในรูปของเมตริกซ์ขนาด 3x3 เรียกว่า ไดแอด (dyad) ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป



รูปที่ 3.1 กระบวนการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน

ปัจจัยเริ่มต้นในการวิเคราะห์แบบรูปการแผ่พลังงานของระบบสายอากาศตัวสะท้อน มีดังนี้

3.2.1 ความถี่ปฏิบัติการ

ขึ้นอยู่กับการใช้งาน เช่น ดาวเทียมไทยคมที่ใช้ในระบบสื่อสารสำหรับประเทศไทย ความถี่ปฏิบัติการจะอยู่ที่ย่าน Ku (12-14 GHz) ระบบการสื่อสารเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สายย่านความถี่ 2.4 GHz (2412-2484 MHz) สำหรับมาตรฐาน IEEE802.11b และย่านความถี่ 5.2 GHz (5150-5350 MHz) สำหรับมาตรฐาน IEEE802.11a เป็นต้น สำหรับในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้ความถี่ 10 GHz ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนต้นแบบ เนื่องจากมีอุปกรณ์เครื่องมือวัดสำหรับสนับสนุนการวิจัย อยู่ในห้องปฏิบัติการแล้ว

3.2.2 สายอากาศป้อน

สายอากาศป้อนกำลังคลื่นเป็นแหล่งกำเนิดขั้นปฐมภูมิ (primary source) ของสายอากาศตัวสะท้อน ชนิดของสายอากาศป้อนมีหลายชนิด อาทิเช่น สายอากาศแบบไอโซทรอปิก สายอากาศแบบโคไซน์ยกกำลังต่าง ๆ สายอากาศฮอยเกน สายอากาศปากแตร สายอากาศไดโพลขนาดสั้นมาก แบบจำลองคณิตศาสตร์ง่าย ๆ เช่น ลำคลื่นแบบเกาส์ (guassian beam) เป็นต้น นอกจากนี้การกำหนดมุมเล็ง และตำแหน่งของสายอากาศป้อนกำลังคลื่นก็มีผลต่อประสิทธิภาพช่องเปิดของสายอากาศตัวสะท้อน ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้สายอากาศปากแตรทรงพีระมิดมาตรฐาน ปฏิบัติงานในย่านความถี่ 10 GHz

3.2.3 ข้อมูลเริ่มต้นของตัวสะท้อน

การกำหนดข้อมูลเริ่มต้นของตัวสะท้อนสามารถแบ่งได้เป็น การกำหนดขนาดของตัวสะท้อนสามารถทำได้โดยการคูณขนาดของตัวสะท้อนด้วยตัวประกอบปรับขนาด (Scale Factor: SF) ซึ่งจะอยู่ในหน่วยความยาวคลื่น ดังนั้นเพื่อให้การวิเคราะห์มีความแม่นยำ ควรใช้ตัวประกอบปรับขนาดที่ทำให้ขนาดของตัวสะท้อนมีขนาดใหญ่เป็น 10 เท่าของความยาวคลื่นขึ้นไป ตัวอย่างเช่น หากเส้นผ่าศูนย์กลางของสายอากาศมีความยาวเท่ากับ 3 เมื่อคูณด้วยตัวประกอบปรับขนาด $SF = 10\lambda$ ดังนั้นในการวิเคราะห์หรือสังเคราะห์ด้วยกรรมวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ เส้นผ่าศูนย์กลางของสายอากาศตัวสะท้อนจะมีค่าเป็น 30λ เป็นต้น สำหรับพื้นผิวของตัวสะท้อนที่นำมาสังเคราะห์หาข้อดีและข้อเสียในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้แก่ ผิวแบบสามเหลี่ยม ควอเดรติค โคไซน์ โคไซน์กำลังสอง เกาส์ ทรงกลม พาราโบลิก และไฮเพอร์โบลิก

3.3 วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์และฟังก์ชันกรีนไดแอดิก

ทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์เป็นวิธีวิเคราะห์สายอากาศย่านความถี่สูง ที่ใช้ในการหาค่ากระแสสมมูลบนผิวตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ (Silver, 1949) โดยสามารถหาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กย่านสนามระยะไกลจากการหาปริพันธ์ของกระแสสมมูบลบนผิวตัวนำโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์เริ่มต้นโดยการใช้สมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equation) เพื่อทำให้ทราบถึงพฤติกรรมของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณอวกาศว่าง ดังแสดงในสมการ (3-1) และ (3-2)

$$j\omega\varepsilon\bar{E} - \nabla \times \bar{H} = -\bar{J} \tag{3-1}$$

$$j\omega\mu\bar{H} + \nabla \times \bar{E} = -\bar{M} \tag{3-2}$$

กำหนดให้ $\bar{J}(\bar{r}')$ และ $\bar{M}(\bar{r}')$ เป็นเวกเตอร์ของแหล่งกำเนิดกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กที่กระจายที่ตำแหน่ง $\bar{r}'$ ใด ๆ เมื่อ $\bar{r}' = x'\hat{a}_x + y'\hat{a}_y + z'\hat{a}_z$ แสดงถึงเวกเตอร์บอกตำแหน่งของแหล่งกำเนิดกระแสที่ถูกชักตัวอย่างขึ้นมา สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากแหล่งกำเนิดกระแส $\bar{J}(\bar{r}')$ และ $\bar{M}(\bar{r}')$ สามารถหาได้โดยการอินทิเกรตสนามที่เกิดขึ้นจากการแบ่งชักตัวอย่างแหล่งกำเนิดกระแสขนาดหนึ่งหน่วยหรือเรียกว่าการตอบสนองอิมพัลส์ (impulse respones)

$$\bar{E}(\bar{r}) = \iiint \left[\bar{E}_{Ie}(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}(\bar{r}')) + \bar{E}_{\mathrm{Im}}(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}(\bar{r}')) \right] dx'dy'dz' \tag{3-3}$$

$$\bar{H}(\bar{r}) = \iiint \left[\bar{H}_{Ie}(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}(\bar{r}')) + \bar{H}_{\mathrm{Im}}(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}(\bar{r}')) \right] dx'dy'dz' \tag{3-4}$$

เมื่อ $\bar{E}_{Ie}(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}(\bar{r}'))$ และ $\bar{E}_{\mathrm{Im}}(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}(\bar{r}'))$ เป็นเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่จุดสังเกต $\bar{r}$ ที่เกิดขึ้นจากกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กแบบอิมพัลส์ (impulsive current) และ $\bar{H}_{Ie}(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}(\bar{r}'))$ และ $\bar{H}_{\mathrm{Im}}(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}(\bar{r}'))$ เป็นเวกเตอร์สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กแบบอิมพัลส์ จากสมการที่ (3-3) และ (3-4) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กระชับขึ้นได้คือ

$$\bar{E}(\bar{r}) = \int \left[\bar{E}_{Ie}(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}(\bar{r}')) + \bar{E}_{\mathrm{Im}}(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}(\bar{r}')) \right] dV' \tag{3-5}$$

$$\bar{H}(\bar{r}) = \int \left[\bar{H}_{Ie}(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}(\bar{r}')) + \bar{H}_{\mathrm{Im}}(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}(\bar{r}')) \right] dV' \tag{3-6}$$

เมื่อ $dV' = dx'dy'dz'$, $\bar{r}$ เป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดสังเกต, $\bar{r}'$ เป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่งของแหล่งกำเนิด, $\bar{E}_{Ie}(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}(\bar{r}'))$, $\bar{E}_{\mathrm{Im}}(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}(\bar{r}'))$, $\bar{H}_{Ie}(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}(\bar{r}'))$ และ $\bar{H}_{\mathrm{Im}}(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}(\bar{r}'))$ เป็นสนามที่เกิดจากการแบ่งสุ่มของเหล่ากระแสที่อยู่บนพื้นผิวตัวสะท้อนที่ตำแหน่ง $\bar{r}'$, ตัวห้อย I ในสมการ (3-5) และ (3-6) แสดงถึงฟังก์ชันการตอบสนองอิมพัลส์ เพื่อใช้ในการระบุการชักตัวอย่างของกระแส ตำแหน่งของจุดสังเกต และตำแหน่งของแหล่งกำเนิด

ฟังก์ชันไดแรคเดลตา (dirac delta function) ได้ถูกนำมาใช้ในการชักตัวอย่างการกระจายของแหล่งกำเนิด รูปแบบทั่วไปของฟังก์ชันนี้คือ จะมีค่าเป็นศูนย์ทุก ๆ ที่ ยกเว้นที่ตำแหน่งศูนย์ เมื่อเขียนอยู่ในรูปอินทิกรัลจะได้

$$\iiint \delta(r)dxdydz = 1$$

เมื่อ r คือ ความยาวของเวกเตอร์รัศมี $r = |\bar{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

ฟังก์ชัน $\delta(\bar{r} - \bar{r}') = \delta(x - x')\delta(y - y')\delta(z - z')$ เป็นฟังก์ชันไดแรคเดลตาแบบสามมิติ และมีค่าเป็นศูนย์ทุก ๆ ที่ ยกเว้นที่ตำแหน่ง $\bar{r} = \bar{r}'$ สามารถเขียนในรูปอินทิกรัลได้คือ

$$\int \delta(\bar{r} - \bar{r}')dV' = \iiint \delta(x - x')\delta(y - y')\delta(z - z')dx'dy'dz' = 1$$

การตอบสนองอิมพัลส์ของเวกเตอร์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งสัมพันธ์กับแหล่งกำเนิดกระแสอิมพัลส์ แสดงอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$j\omega\varepsilon\bar{E}_{Ie}(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}(\bar{r}')) - \nabla \times \bar{H}_{Ie}(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}(\bar{r}')) = -\bar{J}(\bar{r}')\delta(\bar{r} - \bar{r}') \quad (3\text{-}7)$$

$$j\omega\mu\bar{H}_{Ie}(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}(\bar{r}')) + \nabla \times \bar{E}_{Ie}(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}(\bar{r}')) = 0 \quad (3\text{-}8)$$

$$j\omega\varepsilon\bar{E}_{\mathrm{Im}}(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}(\bar{r}')) - \nabla \times \bar{H}_{\mathrm{Im}}(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}(\bar{r}')) = 0 \quad (3\text{-}9)$$

$$j\omega\mu\bar{H}_{\mathrm{Im}}(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}(\bar{r}')) + \nabla \times \bar{E}_{\mathrm{Im}}(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}(\bar{r}')) = -\bar{M}(\bar{r}')\delta(\bar{r} - \bar{r}') \quad (3\text{-}10)$$

3.3.1 ฟังก์ชันกรีน

ฟังก์ชันกรีนเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ฟังก์ชันขับเป็นฟังก์ชันอิมพัลส์ (impulse function) หรือฟังก์ชันไดแรคเดลตา เพื่อหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation) ซึ่งสามารถหาคำตอบของฟังก์ชันขับจริงได้โดยการทับซ้อนของฟังก์ชันกรีนกับฟังก์ชันขับ ด้วยเหตุนี้จึงเป็นที่รู้จักกันดีว่าฟังก์ชันกรีนเป็นฟังก์ชันตอบสนองอิมพัลส์ หรือฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) ในทฤษฎีระบบหรือทฤษฎีวงจร

ฟังก์ชันกรีนเป็นสนามที่เกิดจากแหล่งกำเนิดขนาดหนึ่งหน่วยหรือการตอบสนองอิมพัลส์ของอวกาศว่าง (Harrington, 1961) ซึ่งเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแหล่งกำเนิดและสนาม การทับซ้อนของฟังก์ชันกรีนไดแอดิกจากแหล่งกำเนิดกระแสแต่ละจุดที่กระจายอยู่จะทำให้

ได้การแผ่กระจายของสนามรวม ดังนั้นการกระจายของกระแสจากแหล่งกำเนิดสายอากาศจึงเป็นจุดเริ่มต้นที่จะต้องรู้

การหาเวกเตอร์การแผ่กระจายของสนามสามารถหาได้จากการคูณฟังก์ชันกรีนกับเวกเตอร์ของจุดแหล่งกำเนิดกระแส (Felsen and Marcuvitz, 1973) (Balanis, 1989) การตอบสนองอิมพัลส์ของการชักตัวอย่างแหล่งกำเนิดกระแสทั้งหมดเพื่อหาสนาม แสดงได้ดังนี้

$$\bar{E}_{Ie}\left(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}\left(\bar{r}'\right)\right)=-\bar{\bar{G}}_{\mathrm{EJ}}\left(\bar{r},\bar{r}'\right)\cdot\bar{J}\left(\bar{r}'\right) \tag{3-11}$$

$$\bar{E}_{\mathrm{Im}}\left(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}\left(\bar{r}'\right)\right)=-\bar{\bar{G}}_{\mathrm{E}M}\left(\bar{r},\bar{r}'\right)\cdot\bar{M}\left(\bar{r}'\right) \tag{3-12}$$

$$\bar{H}_{Ie}\left(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}\left(\bar{r}'\right)\right)=-\bar{\bar{G}}_{\mathrm{HJ}}\left(\bar{r},\bar{r}'\right)\cdot\bar{J}\left(\bar{r}'\right) \tag{3-13}$$

$$\bar{H}_{\mathrm{Im}}\left(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}\left(\bar{r}'\right)\right)=-\bar{\bar{G}}_{HM}\left(\bar{r},\bar{r}'\right)\cdot\bar{M}\left(\bar{r}'\right) \tag{3-14}$$

โดยที่ $\bar{\bar{G}}_{EJ}$ คือ ฟังก์ชันกรีนสำหรับสนามไฟฟ้าอันเนื่องมาจากกระแสไฟฟ้า
$\bar{\bar{G}}_{EM}$ คือ ฟังก์ชันกรีนสำหรับสนามไฟฟ้าอันเนื่องมาจากกระแสแม่เหล็ก
$\bar{\bar{G}}_{HJ}$ คือ ฟังก์ชันกรีนสำหรับสนามแม่เหล็กอันเนื่องมาจากกระแสไฟฟ้า
$\bar{\bar{G}}_{HM}$ คือ ฟังก์ชันกรีนสำหรับสนามแม่เหล็กอันเนื่องมาจากกระแสแม่เหล็ก

ตัวอย่างสำหรับฟังก์ชันกรีนซึ่งเป็นสนามไฟฟ้าที่เกิดจากแหล่งกำเนิดกระแสไฟฟ้าแสดงได้ดังนี้

$$\bar{\bar{G}}_{EJ}\left(\bar{r},\bar{r}'\right)=\begin{bmatrix} G_{EJxx}\left(\bar{r},\bar{r}'\right) & G_{EJxy}\left(\bar{r},\bar{r}'\right) & G_{EJxz}\left(\bar{r},\bar{r}'\right) \\ G_{EJyx}\left(\bar{r},\bar{r}'\right) & G_{EJyy}\left(\bar{r},\bar{r}'\right) & G_{EJyz}\left(\bar{r},\bar{r}'\right) \\ G_{EJzx}\left(\bar{r},\bar{r}'\right) & G_{EJzy}\left(\bar{r},\bar{r}'\right) & G_{EJzz}\left(\bar{r},\bar{r}'\right) \end{bmatrix}$$

ซึ่งฟังก์ชันกรีนตัวอื่นก็อยู่ในรูปแบบเดียวกัน ผลคูณเชิงสเกลาร์ (dot product) ของไดแอดและเวกเตอร์จะให้ผลลัพธ์จากการคูณเป็นปริมาณเวกเตอร์แสดงได้คือ

$$\overline{\overline{G}}_{EJ}\left(\overline{r},\overline{r}'\right)\cdot J\left(\overline{r}'\right)=\begin{bmatrix} G_{EJxx}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) & G_{EJxy}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) & G_{EJxz}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) \\ G_{EJyx}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) & G_{EJyy}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) & G_{EJyz}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) \\ G_{EJzx}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) & G_{EJzy}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) & G_{EJzz}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \overline{J}_x\left(\overline{r}'\right) \\ \overline{J}_y\left(\overline{r}'\right) \\ \overline{J}_z\left(\overline{r}'\right) \end{bmatrix} \quad (3\text{-}15)$$

องค์ประกอบของไดแอดสามารถแสดงอยู่ในรูปแบบขององค์ประกอบเมตริกซ์ได้คือ

$$\begin{aligned} \overline{\overline{G}} &= \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ G_{yx} & G_{yy} & G_{yz} \\ G_{zx} & G_{zy} & G_{zz} \end{bmatrix} \\ &= G_{xx}\hat{a}_x\hat{a}_x + G_{xy}\hat{a}_x\hat{a}_y + G_{xz}\hat{a}_x\hat{a}_z \\ &+ G_{yx}\hat{a}_y\hat{a}_x + G_{yy}\hat{a}_y\hat{a}_y + G_{yz}\hat{a}_y\hat{a}_z \\ &+ G_{zx}\hat{a}_z\hat{a}_x + G_{zy}\hat{a}_z\hat{a}_y + G_{zz}\hat{a}_z\hat{a}_z \end{aligned} \quad (3.16)$$

เมื่อองค์ประกอบ เช่น $\hat{a}_x\hat{a}_x$ $\hat{a}_x\hat{a}_y$ แสดงถึงเมตริกซ์ขนาด 3×3 ซึ่งองค์ประกอบภายในเมตริกซ์จะเป็นศูนย์ทุกตำแหน่งยกเว้นที่ตำแหน่งที่มีค่าดรรชนี ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$\hat{a}_x\hat{a}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ และ } \hat{a}_x\hat{a}_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ไดแอดหนึ่งหน่วยถูกกำหนดโดย

$$\overline{\overline{1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \hat{a}_x\hat{a}_x + \hat{a}_y\hat{a}_y + \hat{a}_z\hat{a}_z$$

ไดแอดศูนย์ถูกกำหนดโดย

$$\overline{\overline{0}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

เมื่อแทนการตอบสนองอิมพัลส์ของสมการที่ (3-11) ถึง (3-14) ลงในสมการที่ (3-5) และ (3-6) เพื่อหาการแผ่กระจายพลังงานของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอันเนื่องมาจากการกระจายของแหล่งกำเนิดกระแส (Felsen and Marcuvitz, 1973) จะได้

$$\bar{E}(\bar{r}) = -\int \overline{\overline{G}}_{EJ}(\bar{r},\bar{r}')\cdot \bar{J}(\bar{r}')dV' - \int \overline{\overline{G}}_{EM}(\bar{r},\bar{r}')\cdot \bar{M}(\bar{r}')dV' \tag{3-17}$$

$$\bar{H}(\bar{r}) = -\int \overline{\overline{G}}_{HJ}(\bar{r},\bar{r}')\cdot \bar{J}(\bar{r}')dV' - \int \overline{\overline{G}}_{HM}(\bar{r},\bar{r}')\cdot \bar{M}(\bar{r}')dV' \tag{3-18}$$

ดังนั้นเมื่อรู้ฟังก์ชันกรีนไดแอดิก สามารถใช้สมการที่ (3-17) และ (3-18) เพื่อคำนวณหาการแผ่กระจายของสนาม ฟังก์ชันกรีนจะหาได้จากเวกเตอร์ของแหล่งกำเนิดกระแสที่ได้มีการชักตัวอย่างและรวมกันทางเวกเตอร์เพื่อให้ได้สนามที่แผ่กระจายออกไป ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกจะหาได้จากผลเฉลยของสมการแมกเวลล์สำหรับการกระตุ้นด้วยอิมพัลส์

3.3.2 ฟังก์ชันกรีนแบบสเกลาร์

ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกจะใช้กับการชักตัวอย่างของกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กเพื่อหาการแผ่กระจายพลังงานของเวกเตอร์สนามแม่เหล็กไฟฟ้า สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ของฟังก์ชันกรีนสามารถหาได้จากการแทนสมการที่ (3-11) ถึง (3-14) ในสมการ (3-7) ถึง (3-10) คือ

$$j\omega\varepsilon \overline{\overline{G}}_{EJ}(\bar{r},\bar{r}')\cdot \bar{J}(\bar{r}') - \nabla\times \overline{\overline{G}}_{HJ}(\bar{r},\bar{r}')\cdot \bar{J}(\bar{r}') = \bar{J}(\bar{r}')\delta(\bar{r}-\bar{r}') \tag{3-19}$$

$$j\omega\mu \overline{\overline{G}}_{HJ}(\bar{r},\bar{r}')\cdot \bar{J}(\bar{r}') + \nabla\times \overline{\overline{G}}_{EJ}(\bar{r},\bar{r}')\cdot \bar{J}(\bar{r}') = 0 \tag{3-20}$$

$$j\omega\varepsilon \overline{\overline{G}}_{EM}(\bar{r},\bar{r}')\cdot M(\bar{r}') - \nabla\times \overline{\overline{G}}_{HM}(\bar{r},\bar{r}')\cdot M(\bar{r}') = 0 \tag{3-21}$$

$$j\omega\mu \overline{\overline{G}}_{HM}(\bar{r},\bar{r}')\cdot \bar{M}(\bar{r}') + \nabla\times \overline{\overline{G}}_{EM}(\bar{r},\bar{r}')\cdot \bar{M}(\bar{r}') = \bar{M}(\bar{r}')\delta(\bar{r}-\bar{r}') \tag{3-22}$$

เมื่อเทอมของ 0 แทนเวกเตอร์ศูนย์ และเวกเตอร์แหล่งกำเนิดสามารถกำจัดออกจากสมการที่ (3-19) ถึง (3-22) ได้คือ

$$j\omega\varepsilon\overline{\overline{G}}_{EJ}(\overline{r},\overline{r}') - \nabla\times\overline{\overline{G}}_{HJ}(\overline{r},\overline{r}') = \overline{\overline{1}}\delta(\overline{r}-\overline{r}') \tag{3-23}$$

$$j\omega\mu\overline{\overline{G}}_{HJ}(\overline{r},\overline{r}') + \nabla\times\overline{\overline{G}}_{EJ}(\overline{r},\overline{r}') = \overline{\overline{0}} \tag{3-24}$$

$$j\omega\varepsilon\overline{\overline{G}}_{EM}(\overline{r},\overline{r}') - \nabla\times\overline{\overline{G}}_{HM}(\overline{r},\overline{r}') = \overline{\overline{0}} \tag{3-25}$$

$$j\omega\mu\overline{\overline{G}}_{HM}(\overline{r},\overline{r}') + \nabla\times\overline{\overline{G}}_{EM}(\overline{r},\overline{r}') = \overline{\overline{1}}\delta(\overline{r}-\overline{r}') \tag{3-26}$$

จากสมการที่ (3-24) และ (3-25) จะได้ความสัมพันธ์

$$\overline{\overline{G}}_{HJ}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) = -\frac{1}{j\omega\mu}\nabla\times\overline{\overline{G}}_{EJ}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) \tag{3-27}$$

$$\overline{\overline{G}}_{EM}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\nabla\times\overline{\overline{G}}_{HM}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) \tag{3-28}$$

นำสมการ (3-27) แทนลงใน (3-23) และแทนสมการ (3-28) แทนลงใน (3-26) และใช้ เวกเตอร์เอกลักษณ์ $\nabla\times\nabla\times A = \nabla\left(\nabla.A\right)-\nabla^2 A$ จะได้

$$\nabla\nabla\cdot\overline{\overline{G}}_{EJ}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) - \nabla^2\overline{\overline{G}}_{EJ}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) - k^2\overline{\overline{G}}_{EJ}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) = j\omega\mu\overline{\overline{1}}\delta\left(\overline{r}-\overline{r}'\right) \tag{3-29}$$

$$\nabla\nabla\cdot\overline{\overline{G}}_{HM}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) - \nabla^2\overline{\overline{G}}_{HM}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) - k^2\overline{\overline{G}}_{HM}\left(\overline{r},\overline{r}'\right) = j\omega\varepsilon\overline{\overline{1}}\delta\left(\overline{r}-\overline{r}'\right) \tag{3-30}$$

จากสมการที่ (3-29) และ (3-30) สามารถแก้สมการได้คือ

$$\overline{\overline{G}}_{EJ} = -j\omega\mu\left(\overline{\overline{1}}+\frac{\nabla\nabla}{k^2}\right)\frac{\delta\left(\overline{r}-\overline{r}'\right)}{\left(\nabla^2+k^2\right)} \tag{3-31}$$

$$\overline{\overline{G}}_{HM} = -j\omega\varepsilon\left(\overline{\overline{1}} + \frac{\nabla\nabla}{k^2}\right)\frac{\delta(\overline{r}-\overline{r}')}{(\nabla^2 + k^2)} \quad (3\text{-}32)$$

ทั้งสมการ (3-31) และ (3-32) จะประกอบด้วยแฟกเตอร์

$$g(\overline{r}-\overline{r}') = -\frac{\delta(\overline{r}-\overline{r}')}{(\nabla^2 + k^2)} \quad (3\text{-}33)$$

ซึ่งจะเรียกสมการที่ (3-33) ว่า ฟังก์ชันกรีนแบบสเกลาร์ (scalar Green's function)

$$(\nabla^2 + k^2)\,g(\overline{r}-\overline{r}') = -\delta(r-r') \quad (3\text{-}34)$$

คำตอบของสมการ (3-34) ในอวกาศว่างคือ

$$g(R) = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \quad (3\text{-}35)$$

เมื่อ $\overline{R} = \overline{r} - \overline{r}'$ เป็นเวกเตอร์ระหว่างจุดกำเนิดและจุดของสนาม และ $R = |\overline{R}| = |\overline{r}-\overline{r}'| \neq 0$

3.3.3 ฟังก์ชันกรีนไดแอดิก

ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกเป็นเครื่องมือที่ใช้หาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณที่มีแหล่งกำเนิดใด ๆ ได้แก่ ในอวกาศว่างและบริเวณที่ถูกบิดกั้น

ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกรูปแบบเต็มในอวกาศว่างหาที่มาได้จากภาคผนวก ก คือ

$$\overline{\overline{G}}_{EJ}(\overline{R}) = j\omega\mu\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\left[\left(\overline{\overline{1}} - \hat{R}\hat{R}\right)\left(1 - \frac{1}{k^2R^2} - j\frac{1}{kR}\right) + \hat{R}\hat{R}\left(\frac{2}{k^2R^2} + j\frac{2}{kR}\right)\right] \quad (3\text{-}36)$$

$$\overline{\overline{G}}_{HM}(\overline{R}) = j\omega\varepsilon\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\left[\left(\overline{\overline{1}} - \hat{R}\hat{R}\right)\left(1 - \frac{1}{k^2R^2} - j\frac{1}{kR}\right) + \hat{R}\hat{R}\left(\frac{2}{k^2R^2} + j\frac{2}{kR}\right)\right] \quad (3\text{-}37)$$

$$\overline{\overline{G}}_{HJ}\left(\bar{R}\right)=\left(\frac{1}{R}+jk\right)\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times\overline{\overline{1}} \tag{3-38}$$

$$\overline{\overline{G}}_{EM}\left(\bar{R}\right)=-\left(\frac{1}{R}+jk\right)\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times\overline{\overline{1}} \tag{3-39}$$

เมื่อไดแอด $\hat{R}\hat{R}$ กำหนดโดย

$$\hat{R}\hat{R}=\begin{bmatrix} R^2{}_{ux} & R_{ux}R_{uy} & R_{ux}R_{uz} \\ R_{uy}R_{ux} & R_{uy}^2 & R_{uy}R_{uz} \\ R_{uz}R_{ux} & R_{uz}R_{uy} & R_{uz}^2 \end{bmatrix}$$

โดยที่ $R_{ux}=(x-x')/R$ $R_{uy}=(y-y')/R$ และ $R_{uz}=(z-z')/R$ เป็นองค์ประกอบพิกัดสี่เหลี่ยมมุมฉากของ $\hat{R}$ ส่วนขยายของ (3-36) ถึง (3-39) ถูกแสดงในภาคผนวก ก

สนามที่แผ่กระจายโดยแหล่งกำเนิดกระแสอิมพัลส์สามารถแสดงในรูปแบบของความสัมพันธ์ของระยะทางระหว่างแหล่งกำเนิดและจุดสังเกตคือ

$$\bar{E}_{Ie}\left(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}\left(\bar{r}'\right)\right)=\bar{E}_{Ie}\left(\bar{R},\bar{J}\right)=-\overline{\overline{G}}_{EJ}\left(\bar{R}\right)\cdot\bar{J} \tag{3-40}$$

$$\bar{H}_{\mathrm{Im}}\left(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}\left(\bar{r}'\right)\right)=\bar{H}_{\mathrm{Im}}\left(\bar{R},\bar{M}\right)=-\overline{\overline{G}}_{HM}\left(\bar{R}\right)\cdot\bar{M} \tag{3-41}$$

$$\bar{H}_{Ie}\left(\bar{r},\bar{r}',\bar{J}\left(\bar{r}'\right)\right)=\bar{H}_{Ie}\left(\bar{R},\bar{J}\right)=-\overline{\overline{G}}_{HJ}\left(\bar{R}\right)\cdot\bar{J} \tag{3-42}$$

$$\bar{E}_{\mathrm{Im}}\left(\bar{r},\bar{r}',\bar{M}\left(\bar{r}'\right)\right)=\bar{E}_{\mathrm{Im}}\left(\bar{R},\bar{M}\right)=-\overline{\overline{G}}_{EM}\left(\bar{R}\right)\cdot\bar{M} \tag{3-43}$$

สนามที่แผ่กระจายออกไปสามารถหาได้โดยการทับซ้อนสนามอันเนื่องมาจากแต่ละแหล่งกำเนิดแสดงได้คือ

$$\bar{E}_e\left(\bar{r},\bar{J}\right) = -\int \overline{\overline{G}}_{EJ}(\bar{R})\cdot \bar{J}\left(\bar{r}'\right)dS'$$
$$= -j\omega\mu\int \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\left(\overline{\overline{1}} - \hat{R}\hat{R}\right)\cdot \bar{J}\left(\bar{r}'\right)\left(1-\frac{1}{k^2R^2} - j\frac{1}{kR}\right)dS' \tag{3-44}$$
$$- j\omega\mu\int \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\hat{R}\cdot \bar{J}\left(\bar{r}'\right)\left(\frac{2}{k^2R^2} + j\frac{2}{kR}\right)dS'$$

$$\bar{H}_m\left(\bar{r},\bar{M}\right) = -\int \overline{\overline{G}}_{HM}\left(\bar{R}\right)\cdot \bar{M}\left(\bar{r}'\right)dS'$$
$$= -j\omega\varepsilon\int \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\left(\overline{\overline{1}} - \hat{R}\hat{R}\right)\cdot \bar{M}\left(\bar{r}'\right)\left(1-\frac{1}{k^2R^2} - j\frac{1}{kR}\right)dS' \tag{3-45}$$
$$- j\omega\varepsilon\int \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\hat{R}\cdot \bar{M}\left(\bar{r}'\right)\left(\frac{2}{k^2R^2} + j\frac{2}{kR}\right)dS'$$

$$\bar{H}_e\left(\bar{r},\bar{J}\right) = -\int \overline{\overline{G}}_{HJ}(\bar{R})\cdot \bar{J}\left(\bar{r}'\right)dS' = -\int\left(\frac{1}{R} + jk\right)\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times \bar{J}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-46}$$

$$E_m\left(\bar{r},\bar{M}\right) = -\int \overline{\overline{G}}_{EM}(\bar{R})\cdot \bar{M}\left(\bar{r}'\right)dS' = \int\left(\frac{1}{R} + jk\right)\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times \bar{M}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-47}$$

แหล่งกำเนิดถูกสมมุติว่ากระจายอยู่บนพื้นผิว และทำการอินทิเกรตแหล่งกำเนิดที่อยู่บนพื้นผิว S' เนื่องจากสมการ (3-44) และ (3-45) มีความยุ่งยาก ดังนั้นเมื่อทำการหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะใช้สมการที่ (3-46) และ (3-47) และใช้สมการแมกซ์เวลล์เพื่อให้ได้คำตอบของสมการ (3-44) และ (3-45)

3.3.4 การหาสนามที่บริเวณสนามระยะใกล้และสนามระยะไกล

สมการ (3-44) ถึง (3-47) ถูกใช้เพื่อหาการแผ่กระจายของสนาม จะสังเกตได้ว่าทางด้านขวาของสมการจะมีเลขยกกำลังของ R ที่แตกต่างกัน ซึ่งจะเป็นส่วนที่กำหนดขอบเขตของการแผ่กระจายสนาม ได้แก่ ส่วนของ $1/R,\ 1/R^2,\ 1/R^3$ กับ $\left(1-\hat{R}\hat{R}\right)\cdot \bar{M}$, $\left(1-\hat{R}\hat{R}\right)\cdot \bar{J}$, $\hat{R}\hat{R}\cdot \bar{M}$ และ $\hat{R}\hat{R}\cdot \bar{J}$ และส่วนของ $1/R,\ 1/R^2$ กับ $\hat{R}\times \bar{J}$ และ $\hat{R}\times \bar{M}$

ถ้าขอบเขต $\left(\pi R < \lambda/2\right)$ ส่วนของ $1/R^3$ ในสมการ (3-44) และ (3-45) จะยังคงมีอยู่ เรียกบริเวณนี้ว่า สนามระยะใกล้จินตภาพ (reactive near field) เพราะว่าผลของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเป็นจินตภาพ สนามในบริเวณสนามระยะใกล้จินตภาพจะพิจารณาเฉพาะส่วนของ $1/R^3$ ในสมการที่ (3-44) และ (3-45) และกำจัด $1/R$ ในสมการที่ (3-46) และ (3-47)

$$\bar{E}_e\left(\bar{r},\bar{J}\right)=-j\omega\mu\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi k^2R^3}\left(\bar{\bar{1}}-\hat{R}\hat{R}\right)\cdot\bar{J}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-48}$$

$$\bar{H}_m\left(\bar{r},\bar{M}\right)=-j\omega\varepsilon\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi k^2R^3}\left(\bar{\bar{1}}-\hat{R}\hat{R}\right)\cdot\bar{M}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-49}$$

$$\bar{H}_e\left(\bar{r},\bar{J}\right)=-\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi R^2}\hat{R}\times\bar{J}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-50}$$

$$\bar{E}_m\left(\bar{r},\bar{M}\right)=\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi R^2}\hat{R}\times\bar{M}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-51}$$

เมื่อระยะทางเพิ่มขึ้น จะปรากฏส่วนของ $1/R$ ในสมการ เรียกบริเวณนี้ว่า สนามระยะใกล้ ซึ่ง $\lambda/(2\pi)<R<2D^2/\lambda$ จะได้

$$\bar{E}_e\left(\bar{r},\bar{J}\right)=-j\omega\mu\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\left(\bar{\bar{1}}-\hat{R}\hat{R}\right)\cdot\bar{J}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-52}$$

$$\bar{H}_m\left(\bar{r},\bar{M}\right)=-j\omega\varepsilon\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\left(\bar{\bar{1}}-\hat{R}\hat{R}\right)\cdot\bar{M}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-53}$$

$$\bar{H}_e\left(\bar{r},\bar{J}\right)=-jk\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times\bar{J}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-54}$$

$$\bar{E}_m\left(\bar{r},\bar{M}\right)=jk\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times\bar{M}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-55}$$

ถ้าระยะทาง $R>2D^2/\lambda$ จะเรียกว่า สนามระยะไกล (far field) แสดงถึงตำแหน่งที่ความยาวทางไฟฟ้าของระยะทาง จะต้องใหญ่กว่าเส้นผ่าศูนย์กลางของสายอากาศจะได้

$$\bar{E}_e\left(\bar{r},\bar{J}\right)=-j\omega\mu\left(\bar{\bar{1}}-\hat{R}\hat{R}\right)\cdot\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\bar{J}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-56}$$

$$\bar{H}_m\left(\bar{r},\bar{M}\right)=-j\omega\varepsilon\left(\bar{\bar{1}}-\hat{R}\hat{R}\right)\cdot\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\bar{M}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-57}$$

$$\bar{H}_e\left(\bar{r},\bar{J}\right)=-jk\hat{R}\times\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\bar{J}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-58}$$

$$\bar{E}_m\left(\bar{r},\bar{M}\right)=jk\hat{R}\times\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\bar{M}\left(\bar{r}'\right)dS' \tag{3-59}$$

บริเวณสนามระยะไกลนับว่าเป็นบริเวณที่มีความสำคัญมากที่สุดในการออกแบบสายอากาศเพราะว่าเป็นย่านที่ใช้ในการวิเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศมากที่สุด ดังนั้นแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในย่านสนามระยะไกลจำเป็นที่จะต้องมีความถูกต้องเพราะจะบ่งบอกถึงประสิทธิภาพของสายอากาศ

สนามระยะใกล้ เป็นย่านที่ต้องให้ความสำคัญในการออกแบบสายอากาศตัวสะท้อน เพราะว่า ตัวป้อนของสายอากาศจะอยู่ในบริเวณสนามระยะใกล้ของตัวสะท้อนหลัก ความแม่นยำถูกต้องและประสิทธิภาพของการคำนวณสำหรับสนามระยะใกล้สามารถดำเนินการโดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์

3.3.5 เวกเตอร์ตัวแผ่กระจายคลื่น

เวกเตอร์ตัวแผ่กระจายคลื่นเป็นฟังก์ชันหรือชุดคำสั่งย่อยในส่วนของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อใช้ในการคำนวณหาการแผ่กระจายของสนามจากแหล่งกำเนิด โดยทั่วไปฟังก์ชันกรีนในรูปเต็มจะใช้หาสนามได้ทุกบริเวณ เช่น บริเวณสนามระยะใกล้จินตภาพ สนามระยะใกล้และสนามระยะไกล แต่ก็จะสิ้นแปลงเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาสนาม ซึ่งการหาสนามโดยการแบ่งหาสนามในแต่ละบริเวณจะประหยัดเวลาในการคำนวณกว่า

จากสมการที่ (3-44) ถึง (3-47) เวกเตอร์ฟังก์ชันที่ถูกหาโดยการใช้เอกลักษณ์คือ

$$\hat{R}\times\bar{M}=\begin{bmatrix}R_{uy}M_z-R_{uz}M_y\\R_{uz}M_x-R_{ux}M_z\\R_{ux}M_y-R_{uy}M_x\end{bmatrix} \tag{3-60}$$

$$\left(\bar{\bar{1}}-\hat{R}\hat{R}\right)\cdot \mathrm{M}=\begin{bmatrix} \left(1-R_{ux}{}^{2}\right)M_x - R_{ux}R_{uy}M_y - R_{ux}R_{uz}M_z \\ -R_{uy}R_{ux}M_x + \left(1-R_{uy}{}^{2}\right)M_y - R_{uy}R_{uz}M_z \\ -R_{uz}R_{ux}M_x - R_{uz}R_{uy}M_y + \left(1-R_{uz}{}^{2}M_z\right) \end{bmatrix} \tag{3-61}$$

ฟังก์ชันกรีนสำหรับสนามแม่เหล็กอันเนื่องมาจากกระแสไฟฟ้า ($\bar{\bar{G}}_{HJ}$) และฟังก์ชันกรีนสำหรับสนามไฟฟ้าอันเนื่องมาจากกระแสแม่เหล็ก ($\bar{\bar{G}}_{EM}$) เป็นสมการที่อยู่ในรูปแบบที่ง่ายกว่าสมการของฟังก์ชันกรีนอื่น ๆ ดังนั้นจึงเลือกใช้สมการที่ (3-46) ในการคำนวณสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า และใช้สมการที่ (3-47) ในการคำนวณสนามไฟฟ้าที่เกิดจากกระแสแม่เหล็ก จากนั้นจะใช้สมการแมกเวลล์เพื่อหาสนามไฟฟ้าที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสแม่เหล็กในสมการที่ (3-44) และ (3-45) ตามลำดับ โดยใช้ความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กคือ

$$\bar{E}=-\frac{1}{\omega\varepsilon}\bar{k}\times\bar{H}=-Z_0\hat{k}\times\bar{H} \tag{3-62}$$

$$\bar{H}=\frac{1}{\omega\varepsilon}\bar{k}\times\bar{E}=Y_0\hat{k}\times\bar{E} \tag{3-63}$$

เมื่อ $\bar{k}$ คือ เวกเตอร์คลื่น มีแอมพลิจูดเป็น $k=\left|\bar{k}\right|=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}=2\pi/\lambda$ และมีทิศทางเป็น $\hat{k}=\hat{R}$ ซึ่งอยู่ในทิศทางของการแผ่กระจายคลื่นระหว่างแต่ละจุดของแหล่งกำเนิดและแต่ละจุดของสนาม และ $Z_0=1/Y_0=\sqrt{\mu\varepsilon}$ เป็นอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของอวกาศว่าง

ฟังก์ชันตัวแผ่กระจายคลื่นหาได้จากสมการที่ (3-46) และ (3-47) เนื่องจากสมการทั้งสองมีความคล้ายคลึงกันจึงสามารถเขียนฟังก์ชันเพื่อใช้ในการหาสนามเพียงฟังก์ชันเดียวคือ

$$\mathrm{f}\left(\bar{r}',\bar{J},\bar{r},k\right)=\frac{1}{4\pi}\int\left(\frac{1}{\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|}+jk\right)\frac{e^{-jk\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|}}{\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|}\frac{\bar{r}-\bar{r}'}{\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|}\times\bar{J}dS' \tag{3-64}$$

ซึ่งสามารถหาเวกเตอร์การแผ่กระจายของสนามได้จาก

$$\bar{H}\left(\bar{r}\right)=-\mathrm{f}\left(\bar{r}',\bar{J},\bar{r},k\right) \tag{3-65}$$

$$\bar{E}\left(\bar{r}\right)=\mathrm{f}\left(\bar{r}',\bar{M},\bar{r},k\right) \tag{3-66}$$

สนามที่เหลือ สามารถหาได้โดยใช้ความสัมพันธ์จากสมการที่ (3-62) และ (3-63)

ในการหาฟังก์ชันตัวแผ่กระจายคลื่นในบริเวณสนามระยะใกล้จินตภาพ สนามระยะใกล้ และสนามระยะไกลสามารถหาได้ดังนี้

ฟังก์ชันตัวแผ่กระจายคลื่นในบริเวณสนามระยะใกล้จินตภาพโดยพิจารณาจากสมการที่ (3-50) และ (3-51) คือ

$$\mathrm{f}_{\mathrm{XNF}}\left(\bar{r}',\bar{J},\bar{r},k\right)=\frac{1}{4\pi}\int\frac{e^{-jk\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|}}{\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|^{2}}\frac{\bar{r}-\bar{r}'}{\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|}\times\bar{J}dS' \tag{3-67}$$

ฟังก์ชันตัวแผ่กระจายคลื่นในบริเวณสนามระยะใกล้โดยพิจารณาจากสมการที่ (3-54) และ (3-55) คือ

$$\mathrm{f}_{\mathrm{NF}}\left(\bar{r}',\bar{J},\bar{r},k\right)=j\frac{k}{4\pi}\int\frac{e^{-jk\left|\mathrm{r}-\mathrm{r}'\right|}}{\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|}\frac{\bar{r}-\bar{r}'}{\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|}\times\bar{J}dS' \tag{3-68}$$

ฟังก์ชันตัวแผ่กระจายคลื่นในบริเวณสนามระยะไกลโดยพิจารณาจากสมการที่ (3-58) และ (3-59) คือ

$$\mathrm{f}_{\mathrm{FF}}\left(\bar{r}',\bar{J},\bar{r},k\right)=jk\frac{\bar{r}-\bar{r}'}{\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|}\times\int\bar{J}\,\frac{e^{-jk\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|}}{4\pi\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|}dS' \tag{3-69}$$

เมื่อใช้การประมาณของสนามระยะไกล สำหรับองค์ประกอบของเฟสจะประมาณให้

$$R=\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|\approx r-\frac{\bar{r}}{\left|\bar{r}\right|}\cdot\bar{r}'=r-\hat{r}\cdot\bar{r}'$$

และสำหรับองค์ประกอบของแอมพิจูดจะประมาณให้ $\bar{r}-\bar{r}'\approx\bar{r}$ ในส่วนของเฟสจะกำจัดค่าคงที่ $\exp(-jkr)$ ออกไป (เพราะว่า $r=|\bar{r}|\rightarrow\infty$ เป็นค่าคงที่ของการแผ่กระจายคลื่นในบริเวณสนามระยะไกล) ดังนั้นฟังก์ชันตัวแผ่กระจายคลื่นในบริเวณสนามระยะไกลจะได้เป็น

$$\mathrm{f}_{\mathrm{FF}}\left(\bar{r}',\bar{J},\hat{r},k\right)=j\frac{k}{4\pi}\hat{r}\times\int\bar{J}e^{jk\hat{r}\cdot\bar{r}'}dS' \tag{3-70}$$

เมื่อองค์ประกอบของ $\hat{r}\cdot\bar{r}'$ ในสมการที่ (3-70) แสดงถึงระยะทางจากระบบพิกัดจุดกำเนิดไปยังตำแหน่งของแหล่งกำเนิดและส่งต่อไปยังทิศทางของจุดสังเกต ในส่วนของเอกซ์โพเนนเชียลแสดงถึงความสัมพันธ์ของเฟสในการแผ่กระจายสนามในบริเวณสนามระยะไกล เมื่อ $\hat{r}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยสำหรับคำนวณแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในทิศทางของสนามระยะไกล

$$\hat{r}=\hat{a}_x\cos\phi\sin\theta+\hat{a}_y\sin\phi\sin\theta+\hat{a}_z\cos\theta$$

ฟังก์ชันตัวแผ่กระจายคลื่นในบริเวณสนามระยะไกลไม่ได้อยู่ในองค์ประกอบของเวกเตอร์ตามมิติ (องค์ประกอบของ x y และ z) แต่อยู่ในรูปแบบของสองมิติ คือ องค์ประกอบของ θ และ ϕ เพื่อให้ได้องค์ประกอบเชิงขั้วสามารถใช้เวกเตอร์เอกลักษณ์คือ

$$\left(\hat{r}\times\bar{J}\right)\cdot\hat{\theta}=-\hat{\phi}\cdot\bar{J}$$

$$\left(\hat{r}\times\bar{J}\right)\cdot\hat{\phi}=\hat{\theta}\cdot\bar{J}$$

ซึ่งพบว่าการใช้สมการ (3-67) (3-68) และ (3-70) แทนการใช้สมการที่ (3-64) จะสามารถปรับปรุงความเร็วในการคำนวณหาสนาม เพราะว่าเมื่อมีการแบ่งชักตัวอย่างของแหล่งกำเนิดกระแสและสนามเป็นจำนวนหลายจุด จะใช้เวลาในการคำนวณค่อนข้างมาก

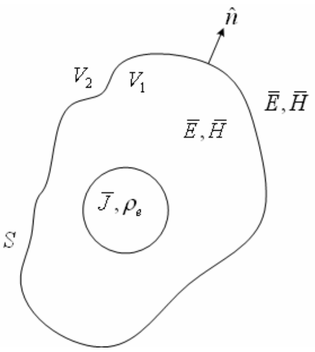
3.4 หลักการสมมูล

หลักการสมมูลได้ถูกพัฒนาขึ้นโดยการพิจารณาให้ระบบของแหล่งกำเนิดสนามไฟฟ้า $\bar{J}$ ρ_e ถูกบรรจุอยู่ในปริมาตร v_1 ซึ่งถูกล้อมรอบด้วยผิวปิด S แพร่กระจายคลื่น $\bar{E}$ และ $\bar{H}$

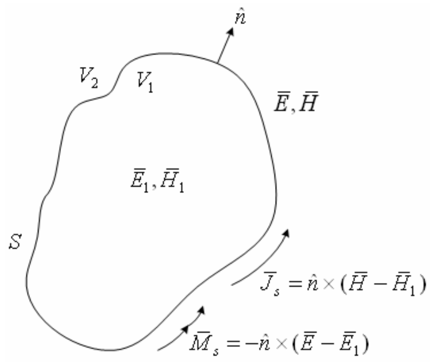
ดังแสดงในรูปที่ 3.2ก เราจะนำแหล่งกำเนิด $\bar{J}$ และ ρ_e ออกไป แล้วสมมุติว่ามีสนามไร้แหล่งกำเนิด $\bar{E}_1$ และ $\bar{H}_1$ อยู่ภายใน S แทน ส่วนสนามดั้งเดิม $\bar{E}$ และ $\bar{H}$ ใน v_2 อยู่ภายนอก ดังแสดงในรูปที่ 3.2ข สนามสมมุติรวมเป็นคำตอบที่เป็นจริงเฉพาะ ถ้ามันรวมกันอย่างเหมาะสมที่รอยต่อ S อันนี้ทำได้โดยชดเชยความไม่ต่อเนื่องของส่วนประกอบของสนามในแนวสัมผัสด้วยกระแสที่ผิวจากความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$\bar{J}_s = \hat{n} \times (\bar{H} - \bar{H}_1) \tag{3-71ก}$$

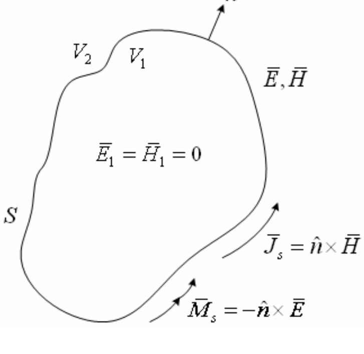
$$\bar{M}_s = -\hat{n} \times (\bar{E} - \bar{E}_1) \tag{3-71ข}$$



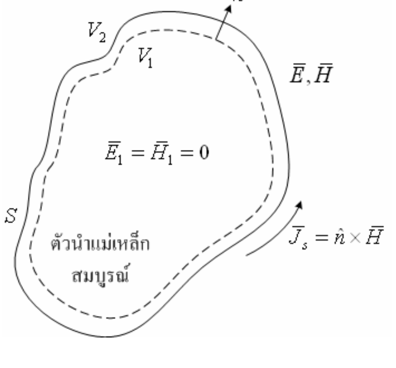
(ก)



(ข)

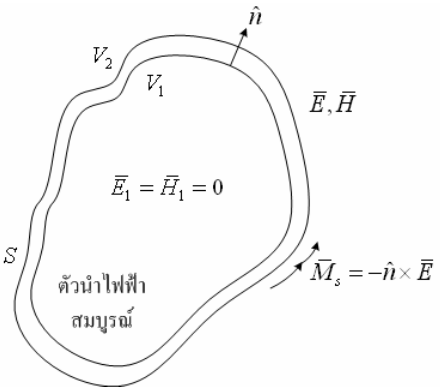


(ค)



(ง)

รูปที่ 3.2 สนามสมมูลสำหรับสนาม $\bar{E}$ และ $\bar{H}$ ภายนอก



(จ)

รูปที่ 3.2 สนามสมมูลสำหรับสนาม $\bar{E}$ และ $\bar{H}$ ภายนอก (ต่อ)

สมการ (3-71) เป็นเพียงเงื่อนไขขอบเขตของสนามแม่เหล็กบริเวณแผ่นกระแส เพื่อที่จะให้มีความไม่ต่อเนื่องของประจุในสนามไฟฟ้าที่สัมผัสรอยต่อ เมื่อ $\hat{n}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับพื้นผิว S สนาม $\bar{E}_1$ และ $\bar{H}_1$ ใน v_1 และ $\bar{E}$ และ $\bar{H}$ ใน v_2 กับกระแสบนผิว S เป็นคำตอบที่เป็นจริงของสมการแมกซ์เวลล์ทั่วไปที่ทุก ๆ แห่ง เนื่องจากมีคำตอบเพียงคำตอบเดียว เมื่อเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขต กระแสจากสมการ (3-71) จะต้องแพร่กระจายสนามที่สมมุติขึ้น ดังนั้นตราบใดที่ยังเกี่ยวข้องกับสนามใน v_2 กระแสในสมการที่ (3-71) จึงสมมูลกับชุดของแหล่งกำเนิดเริ่มแรก ยิ่งไปกว่านั้น $\bar{E}_1$ และ $\bar{H}_1$ อาจมีค่าเป็นค่าใด ๆ ได้ เพื่อความสะดวกเราจึงอาจเลือกให้มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นกระแสที่ผิวมีค่าดังต่อไปนี้

$$\bar{J}_s=\hat{n}\times\bar{H} \tag{3-72ก}$$

$$\bar{M}_s=-\hat{n}\times\bar{E} \tag{3-72ข}$$

ซึ่งกระแสเหล่านี้ถูกวางอยู่บนผิว S และกระจายสนามเริ่มแรกภายนอก S และสนามมีค่าเป็นศูนย์ภายใน S ดังแสดงในรูปที่ 3.2ค ที่กล่าวมานี้เป็นคณิตศาสตร์ของหลักการของฮอยแกน (Huygen's principle) กระแสที่แสดงในสมการ (3-71) และ (3-72) จะกระจายคลื่นในอวกาศว่าง ถ้าเราเลือกให้สนามมีค่าเป็นศูนย์ใน v_1 และแทน S ด้วยตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ ดังแสดงในรูปที่ 3.2ง ในกรณีนี้กระแส $\bar{J}_s$ จะลัดวงจรและไม่แพร่กระจายคลื่น ดังนั้นจะสามารถหาสนาม $\bar{E}$ และ $\bar{H}$

ใน v_2 ได้จากกระแสแม่เหล็ก $\bar{M}_s = -\hat{n} \times \bar{E}$ วางอยู่บนผิวตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ S นอกจากนี้เรายังแทน S ด้วยตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์ (ผิวซึ่ง $\hat{n} \times \bar{H} = 0$) ดังแสดงในรูปที่ 3.2จ ซึ่งสามารถหาสนาม $\bar{E}$ และ $\bar{H}$ ใน v_2 ได้จากกระแสไฟฟ้า $\bar{J}_s = \hat{n} \times \bar{H}$ วางอยู่บนผิวตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์ S และสนามที่แพร่กระจายโดยกระแสสมมูลที่ผิว $\bar{M}_s$ อย่างเดียวหรือ $\bar{J}_s$ อย่างเดียว จะต้องเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตบนตัวนำไฟฟ้าและตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์ที่ถูกบิดล้อม

เมื่อพิจารณาองค์ประกอบในแนวสัมผัสของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเริ่มต้นที่อยู่ภายในพื้นผิวสมมูล กระแสสมมูลจะแทนที่สนามภายในตามหลักการของฮอยแกน ถ้าพื้นผิวสมมูลถูกสมมุติว่ามีค่าอิมพิแดนซ์เท่ากับอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของอวกาศว่าง ดังนั้นจะสามารถหากระแสเหนี่ยวได้จาก

$$\bar{M}_{eq} = -\bar{M}_i = -Z_0 \bar{H}_{\tan} = -Z_0 \left[\bar{H} - \hat{n}\left(\hat{n} \cdot \bar{H}\right) \right] = Z_0 \hat{n} \times \hat{n} \times \bar{H} \tag{3-73}$$

$$\bar{J}_{eq} = -\bar{J}_i = -Y_0 \bar{E}_{\tan} = -Y_0 \left[\bar{E} - \hat{n}\left(\hat{n} \cdot \bar{E}\right) \right] = Y_0 \hat{n} \times \hat{n} \times \bar{E} \tag{3-74}$$

กระแสสมมูลจะมีค่าเป็นลบของกระแสเหนี่ยวนำ ซึ่งปริมาณเวกเตอร์ทั้งหมดถูกกำหนดให้อยู่บนพื้นผิวสมมูล ดังนั้น $\bar{H} = \bar{H}(\bar{r}_{eq})$ และ $\bar{E} = \bar{E}(\bar{r}_{eq})$ เมื่อ $\bar{r}_{eq}$ กำหนดเป็นตำแหน่งบนพื้นผิวสมมูล $\hat{n}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากออกไปจากพื้นผิวปิดสมมูล Z_0 คือ อิมพีแดนซ์คุณลักษณะของอวกาศว่าง Y_0 แอดมิตแตนซ์คุณลักษณะโดยที่ $Y_0 = 1/Z_0$

จากสมการที่ (3-62) และ (3-63) ในส่วนของ $-Z_0 \hat{n} \times \bar{H}$ และ $Y_0 \hat{n} \times \bar{E}$ แสดงถึงเวกเตอร์สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กตามลำดับของการแพร่กระจายคลื่นในโหมด TEM ในทิศทาง $\hat{n}$ ซึ่งสามารถนำมาใช้กับสมการที่ (3-73) และ (3-74) ได้คือ

$$\bar{M}_{eq} = -\hat{n} \times \bar{E}(\bar{r}_{eq}) \tag{3-75}$$

$$\bar{J}_{eq} = \hat{n} \times \bar{H}\left(\bar{r}_{eq}\right) \tag{3-76}$$

เนื่องจากสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสมีความสัมพันธ์กับสมการของแมกซ์เวลล์ ดังนั้นเมื่อแทนสมการที่ (3-75) ลงในสมการที่ (3-74) ทำให้ได้

$$\bar{J}_{eq} = -Y_0\hat{n}\times\bar{M}_{eq} \tag{3-77}$$

ในทำนองเดียวกัน เมื่อแทนสมการที่ (3-76) ลงในสมการที่ (3-73) ทำให้ได้

$$\bar{M}_{eq} = Z_0\hat{n}\times\bar{J}_{eq} \tag{3-78}$$

3.5 แนวทางในการวิเคราะห์หาสนามโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ใช้โปรแกรม Matlab เพื่อจำลองผลหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ ซึ่งสนามที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กหาได้โดยใช้สมการที่ (3-44) ถึง (3-47) เพื่อให้การคำนวณได้ง่ายขึ้นจึงใช้สมการที่ (3-46) และ (3-47) เมื่อทำการอินทิเกรตเชิงปริมาตรสามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{H}'\left(\bar{r},\bar{J}\right) = -\int_{v'}\left(\frac{1}{R}+jk\right)\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times\bar{J}\left(\bar{r}'\right)dV' \tag{3-79}$$

$$\bar{E}''\left(\bar{r},\bar{M}\right) = \int_{v'}\left(\frac{1}{R}+jk\right)\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times\bar{M}\left(\bar{r}'\right)dV' \tag{3-80}$$

เมื่อ $dV' = dx'dy'dz'$ $\bar{R} = \bar{r}-\bar{r}'$ เป็นเวกเตอร์บอกทิศทางจากแหล่งกำเนิดที่ตำแหน่ง $\bar{r}'$ ไปยังจุดสังเกตที่ตำแหน่ง $\bar{r}$ เพื่อทำให้พิจารณาได้สะดวกจะใช้สัญลักษณ์ (') แสดงสนามที่แพร่กระจายโดยกระแสไฟฟ้า และ (") แสดงสนามที่แพร่กระจายโดยกระแสแม่เหล็ก

ในการพิจารณาการคำนวณเชิงตัวเลข (numerical calculation) สมมุติว่าพื้นผิวสมมูลถูกชักตัวอย่างเป็นจำนวน N จุด โดยกำหนดให้ n เป็นตัวบอกจุดของสนามที่เพิ่มขึ้น และทำการแบ่งชักตัวอย่างการกระจายของแหล่งกำเนิดเป็นจำนวน M จุด โดยกำหนดให้ m เป็นตัวบอกจุดของแหล่งกำเนิดที่เพิ่มขึ้น และเวกเตอร์บอกตำแหน่งที่ตำแหน่ง m ของแหล่งกำเนิดแทนด้วย $\bar{r}_m$ โดยที่แหล่งกำเนิดอาจเป็นกระแสไฟฟ้า กระแสแม่เหล็ก หรือทั้งสองอย่างรวมกัน ดังนั้นสนามที่แพร่กระจายโดยแหล่งกำเนิดหาได้โดยอินทิเกรตสมการที่ (3-79) และ (3-80) ซึ่งสามารถแสดงในรูปแบบของผลรวมได้คือ

$$\bar{H}'_n = -\frac{1}{4\pi}\sum_{m}^{M}\left(\frac{1}{R_{nm}} + jk\right)\frac{e^{-jkR_{nm}}}{R_{nm}}\hat{R}_{nm} \times \bar{J}_m \Delta S_m \tag{3-81}$$

$$\bar{E}''_n = \frac{1}{4\pi}\sum_{m}^{M}\left(\frac{1}{R_{nm}} + jk\right)\frac{e^{-jkR_{nm}}}{R_{nm}}\hat{R}_{nm} \times \bar{M}_m \Delta S_m \tag{3-82}$$

เมื่อเวกเตอร์ $\bar{R}_{nm}$ เป็นเวกเตอร์ระหว่างจุดของแหล่งกำเนิดที่ตำแหน่ง m และจุดของสนามที่ตำแหน่ง n, R_{nm} เป็นระยะทางระหว่างจุดของแหล่งกำเนิดที่ตำแหน่ง m และจุดของสนามที่ตำแหน่ง n, $\hat{R}_{nm}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยระหว่างจุดของแหล่งกำเนิดที่ตำแหน่ง m และจุดของสนามที่ตำแหน่ง n, เวกเตอร์ $\bar{H}'_n$ และ $\bar{E}''_n$ แสดงถึงเวกเตอร์สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าและเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่เกิดจากกระแสแม่เหล็กที่จุดของสนามที่ตำแหน่ง n ในทำนองเดียวกัน $\bar{J}_m$ และ $\bar{M}_m$ เป็นกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กที่จุดของแหล่งกำเนิดที่ตำแหน่ง m

พื้นที่ประสิทธิผล (effective area) ของแหล่งกำเนิดที่ตำแหน่ง m ถูกชักตัวอย่างเป็น ΔS_m ซึ่งแสดงถึงช่องเปิดประสิทธิผล (effective aperture) ของแหล่งกำเนิดที่ถูกชักตัวอย่าง สำหรับการหาสนามของสมการ (3-44) และ (3-45) จะหาได้โดยการใช้ความสัมพันธ์ของสมการที่ (3-62) และ (3-63) ได้คือ

$$\bar{E}'\left(\bar{r},\bar{J}\right) = Z_0\int_{v'}\left(\frac{1}{R} + jk\right)\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times\hat{R}\times\bar{J}\left(\bar{r}'\right)dV' \tag{3-83}$$

$$\bar{H}''\left(\bar{r},\bar{M}\right) = Y_0\int_{v'}\left(\frac{1}{R} + jk\right)\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times\hat{R}\times M\left(\bar{r}'\right)dV' \tag{3-84}$$

และสามารถแสดงในรูปของผลรวมได้คือ

$$\bar{E}'_n = \frac{Z_0}{4\pi}\sum_{m}^{M}\left(\frac{1}{R_{nm}} + jk\right)\frac{e^{-jkR_{nm}}}{R_{nm}}\hat{R}_{nm} \times \hat{R}_{nm} \times \bar{J}_m \Delta S_m \tag{3-85}$$

$$\bar{H}''_n = \frac{Y_0}{4\pi}\sum_{m}^{M}\left(\frac{1}{R_{nm}} + jk\right)\frac{e^{-jkR_{nm}}}{R_{nm}}\hat{R}_{nm} \times \hat{R}_{nm} \times \bar{M}_m \Delta S_m \tag{3-86}$$

สนามที่แพร่กระจายรวมหาได้จากสมการที่ (3-81) (3-82) (3-85) และ (3-86) สามารถหาได้คือ $\bar{E}_n = \bar{E}'_n + \bar{E}''_n$ และ $\bar{H}_n = \bar{H}'_n + \bar{H}''_n$

ทำการแตกสมการที่ (3-81) และ (3-82) ให้อยู่ในองค์ประกอบ x y และ z โดยการพิจารณาหาจากสมการที่ (3-61) ได้คือ

$$\bar{E}''_{xn} = \sum_m^M G_{nm}\left(\hat{y}_{nm}M_{zm} - \hat{z}_{nm}M_{ym}\right)\Delta S_m \tag{3-87}$$

$$\bar{E}''_{yn} = \sum_m^M G_{nm}\left(\hat{z}_{nm}M_{xm} - \hat{x}_{nm}M_{zm}\right)\Delta S_m \tag{3-88}$$

$$\bar{E}''_{zn} = \sum_m^M G_{nm}\left(\hat{x}_{nm}M_{ym} - \hat{y}_{nm}M_{xm}\right)\Delta S_m \tag{3-89}$$

$$\bar{H}'_{xn} = -\sum_m^M G_{nm}\left(\hat{y}_{nm}J_{zm} - \hat{z}_{nm}J_{ym}\right)\Delta S_m \tag{3-90}$$

$$\bar{H}'_{yn} = -\sum_m^M G_{nm}\left(\hat{z}_{nm}J_{xm} - \hat{x}_{nm}J_{zm}\right)\Delta S_m \tag{3-91}$$

$$\bar{H}'_{zn} = -\sum_m^M G_{nm}\left(\hat{x}_{nm}J_{ym} - \hat{y}_{nm}J_{xm}\right)\Delta S_m \tag{3-92}$$

เมื่อ

$$G_{nm} = \left(\frac{1}{R_{nm}} + jk\right)\frac{e^{-jkR_{nm}}}{4\pi R_{nm}} \tag{3-93}$$

และสเกลาร์ $\hat{x}_{nm} = \left(x_n - x'_m\right)/R_{nm}$ $\hat{y}_{nm} = \left(y_{n-}y'_m\right)/R_{nm}$ และ $\hat{z}_{nm} = \left(z_n - z'_m\right)/R_{nm}$ เป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางระหว่างจุดของแหล่งกำเนิดและจุดของสนาม

$\bar{R}_{nm} = \bar{r}_n - \bar{r}'_m$ และ (x_n, y_n, z_n) คือ พิกัดจุดของสนามที่ตำแหน่ง n, (x_m, y_m, z_m) คือ พิกัดจุดของแหล่งกำเนิดที่ตำแหน่ง m, (M_{xm}, M_{ym}, M_{zm}) คือ องค์ประกอบของกระแสแม่เหล็กของแหล่งกำเนิดที่ตำแหน่ง m และ (J_{xm}, J_{ym}, J_{zm}) คือ องค์ประกอบของกระแสไฟฟ้าของแหล่งกำเนิดที่ตำแหน่ง m

สมการที่ (3-87) ถึง (3-92) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปองค์ประกอบของสนามจำนวน N จุดที่ทุก ๆ จุดบนพื้นผิว ดังนั้นสมการ (3-87) ถึง (3-93) จะถูกแสดงได้ในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$[E''_x] = \begin{bmatrix} \sum_m^M G_{1m}(\hat{y}_{1m} M_{zm} - \hat{z}_{1m} M_{ym}) \Delta S_m \\ \sum_m^M G_{2m}(\hat{y}_{2m} M_{zm} - \hat{z}_{2m} M_{ym}) \Delta S_m \\ \vdots \\ \sum_m^M G_{Nm}(\hat{y}_{Nm} M_{zm} - \hat{z}_{Nm} M_{ym}) \Delta S_m \end{bmatrix}$$

เมื่อ G_{nm} ในสมการที่ (3-93) เป็นเมตริกซ์ขนาด $N \times M$ คือ

$$[G] = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1M} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ G_{N1} & G_{N2} & \ldots & G_{NM} \end{bmatrix}$$

ในทำนองเดียวกันองค์ประกอบของเวกเตอร์บอกตำแหน่งสามารถแสดงเป็นเมตริกซ์ขนาด $N \times M$ ได้คือ

$$[x] = \begin{bmatrix} x_1 - x'_1 & \cdots & x_1 - x'_M \\ \vdots & & \vdots \\ x_N - x'_1 & \cdots & x_N - x'_M \end{bmatrix} \qquad [y] = \begin{bmatrix} y_1 - y'_1 & \cdots & y_1 - y'_M \\ \vdots & & \vdots \\ y_N - y'_1 & \cdots & y_N - y'_M \end{bmatrix}$$

$$[z] = \begin{bmatrix} z_1 - z'_1 & \cdots & z_1 - z'_M \\ \vdots & & \vdots \\ z_N - z'_1 & \cdots & z_N - z'_M \end{bmatrix}$$

เมื่อทำการรวมเวกเตอร์ $[G]$ กับองค์ประกอบของเวกเตอร์บอกตำแหน่งทำให้ได้ฟังก์ชันกรีนสามมิติขนาด $N \times M$ คือ

$$[G_x] = \begin{bmatrix} (x_1 - x'_1)G_{11} & \cdots & (x_1 - x'_M)G_{1M} \\ \vdots & & \vdots \\ (x_N - x'_1)G_{N1} & \cdots & (x_N - x'_M)G_{NM} \end{bmatrix}$$

$$[G_y] = \begin{bmatrix} (y_1 - y'_1)G_{11} & \cdots & (y_1 - y'_M)G_{1M} \\ \vdots & & \vdots \\ (y_N - y'_1)G_{N1} & \cdots & (y_N - y'_M)G_{NM} \end{bmatrix}$$

$$[G_z] = \begin{bmatrix} (z_1 - z'_1)G_{11} & \cdots & (z_1 - z'_M)G_{1M} \\ \vdots & & \vdots \\ (z_N - z'_1)G_{N1} & \cdots & (z_N - z'_M)G_{NM} \end{bmatrix}$$

พื้นที่ผิวที่ถูกชักตัวอย่างเป็นเมตริกซ์ขนาด $M \times 1$ คือ

$$[\Delta S] = \begin{bmatrix} \Delta S_1 \\ \vdots \\ \Delta S_M \end{bmatrix}$$

แหล่งกำเนิดกระแสจะเป็นเมตริกซ์ขนาด $M \times 1$ ประกอบด้วยองค์ประกอบ x y และ z โดยแต่ละแหล่งกำเนิดกระแสจะถูกนอร์แมลไลซ์ (normalize) โดยพื้นที่ที่ถูกชักตัวอย่าง ซึ่งองค์ประกอบของกระแสแม่เหล็กที่ถูกนอร์แมลไลซ์จะมีหน่วยเป็น แอมป์ $\cdot$ เมตร คือ

$$[\overline{M}_x] = \begin{bmatrix} M_{x1}\Delta S_1 \\ \vdots \\ M_{xN}\Delta S_M \end{bmatrix} \quad [\overline{M}_y] = \begin{bmatrix} M_{y1}\Delta S_1 \\ \vdots \\ M_{yN}\Delta S_M \end{bmatrix} \quad [\overline{M}_z] = \begin{bmatrix} M_{z1}\Delta S_1 \\ \vdots \\ M_{zN}\Delta S_M \end{bmatrix}$$

ดังนั้นองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กสามารถแสดงในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$[E_x''] = [G_y][\bar{M}_z] - [G_z][\bar{M}_y] \qquad [H_x'] = [G_z][\bar{J}_y] - [G_y][\bar{J}_z]$$

$$[E_y''] = [G_z][\bar{M}_x] - [G_x][\bar{M}_z] \qquad [H_y'] = [G_x][\bar{J}_z] - [G_z][\bar{J}_x] \tag{3-94}$$

$$[E_z''] = [G_x][\bar{M}_y] - [G_y][\bar{M}_x] \qquad [H_z'] = [G_y][\bar{J}_x] - [G_x][\bar{J}_y]$$

จากสมการที่ (3-87) ถึง (3-92) สามารถแสดงในรูปของเมตริกซ์ดังสมการที่ (3-94) ซึ่งจะสังเกตได้ว่าสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายจะไม่มีองค์ประกอบในทิศทางของกระแสแม่เหล็ก และในทำนองเดียวกันสนามแม่เหล็กที่แพร่กระจายจะไม่มีองค์ประกอบในทิศทางของกระแสไฟฟ้า

ในการวิเคราะห์ปัญหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยใช้ทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์จะใช้สมการที่ (3-94) ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

3.6 ค่าลักษณะสมบัติการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อน

3.6.1 อัตราขยายของสายอากาศ

เมื่อสายอากาศถูกนำมาใช้ในระบบใด ๆ เช่น ระบบการสื่อสาร สิ่งที่จะต้องให้ความสนใจในขั้นต้นคือ ประสิทธิภาพในการเปลี่ยนพลังงานจากพลังงานที่ป้อนเข้า (input power) ไปเป็นพลังงานที่ถูกแผ่กระจายออกไปจากสายอากาศ อัตราขยายของสายอากาศจะเป็นค่าเชิงปริมาณในการใช้อธิบายว่า สายอากาศมีความสามารถในการรวมพลังงานแต่ละทิศทางใด ๆ ได้มากน้อยเพียงใดเมื่อเทียบกับพลังงานที่ป้อนเข้า ดังสมการ (3-95)

$$G(\theta,\phi) = 4\pi \frac{U_{rad}(\theta,\phi)}{P_{in}} \tag{3-95}$$

โดยที่ P_{in} คือ พลังงานที่ป้อนให้สายอากาศมีหน่วยเป็น วัตต์ (Watt)

$U_{rad}(\theta,\phi)$ คือ ความเข้มของการแผ่กระจายพลังงงานในแต่ละทิศทาง (θ,ϕ) ซึ่งหาได้จาก

$$U_{rad}(\theta,\phi) = \tfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left(E \times H^*\right) \cdot r^2 \hat{r} = \frac{\left|E(\theta,\phi)\right|^2 r^2}{2Z} \tag{3-96}$$

ความเข้มของการแผ่พลังงานเป็นพลังงานที่แผ่กระจายออกจากสายอากาศในแต่ละทิศทางต่อหน่วยมุมตันมีหน่วยเป็นวัตต์ต่อเรเดียนยกกำลังสอง (หรือ สเตอเรเดียน, sr) ข้อดีของการใช้ความเข้มของการแผ่กระจายพลังงงาน คือสามารถเขียนนิพจน์แยกเป็นอิสระจากระยะทาง r ได้ไม่เหมือนกับกำลังงานที่ระยะทาง r จะรวมอยู่ในปริพันธ์ด้วย

สำหรับสนามไฟฟ้าย่านสนามไกลในแนวโพลาไรเซชันร่วมและสนามไฟฟ้าย่านสนามไกลในแนวโพลาไรเซชันไขว้หาได้จากนิยามที่ 3 ของ Ludwig (Ludwig, 1973) ดังนี้

$$\vec{E}_{co}\left(\theta,\phi\right) = \vec{E}_{\theta}\cos\left(\phi\right) - \vec{E}_{\phi}\sin\left(\phi\right) \qquad (3\text{-}97ก)$$

$$\vec{E}_{cross}\left(\theta,\phi\right) = \vec{E}_{\theta}\sin\left(\phi\right) + \vec{E}_{\phi}\cos\left(\phi\right) \qquad (3\text{-}97ข)$$

เมื่อ $\vec{E}_{\theta}$ และ $\vec{E}_{\phi}$ คือ สนามไฟฟ้าย่านไกลในแนวองค์ประกอบ $\hat{\theta}$ และ $\hat{\phi}$ ของพิกัดทรงกลม อัตราขยายในแนวโพลาไรเซชันร่วมและในแนวโพลาไรเซชันไขว้หาได้ดังนี้

$$G_{co}\left(\theta,\phi\right) = 4\pi\frac{r^2\left|E_{co}\left(\theta,\phi\right)\right|^2}{2Z} \qquad (3\text{-}98ก)$$

$$G_{cross}\left(\theta,\phi\right) = 4\pi\frac{r^2\left|E_{cross}\left(\theta,\phi\right)\right|^2}{2Z} \qquad (3\text{-}98ข)$$

3.6.2 ประสิทธิภาพอะเพอร์เจอร์

ในการพิจารณาประสิทธิภาพอะเพอร์เจอร์ของสายอากาศโดยทั่วไปจะเกิดจาก (balanis, 1997)

1) ส่วนของพลังงานรวมที่แพร่กระจายออกจากตัวป้อน การขัดขวางสัญญาณจากตัวป้อน และตำแหน่งของตัวป้อน โดยทำให้เกิดการสะท้อนบนพื้นผิว เรียกว่า ประสิทธิภาพของกำลังล้นออก (spillover efficiency ε_s)

2) การกระจายของแอมพิจูดของตัวป้อนบนพื้นผิวของตัวสะท้อน เรียกว่า ประสิทธิภาพของความเรียว (taper efficiency ε_t)

3) การกระจายของเฟสของสนามที่อยู่บนระนาบอะเพอร์เจอร์ เรียกว่า ประสิทธิภาพของเฟส (phase efficiency ε_p)

4) ความสอดคล้องกันของการโพลาไรซ์ของสนามบนระนาบอะเพอร์เจอร์ เรียกว่า ประสิทธิภาพของการโพลาไรซ์ (polarization efficiency ε_x)

5) ประสิทธิภาพของการบล็อกคลื่น (blockage efficiency ε_b)

6) ประสิทธิภาพของความพิดพลาดการสุ่ม (random error efficiency ε_r) บนพื้นผิวตัวสะท้อน

โดยทั่วไปประสิทธิภาพของสายอากาศมีค่าเท่ากับ

$$\varepsilon_{ap} = \varepsilon_s \varepsilon_t \varepsilon_p \varepsilon_x \varepsilon_b \varepsilon_r \tag{3-99}$$

สำหรับตัวป้อนที่มีแบบรูปสมมาตร

$$\varepsilon_s = \frac{\int_0^{\theta_0} G_f(\theta')\sin\theta' d\theta'}{\int_0^{\pi} G_f(\theta')\sin\theta' d\theta'} \tag{3-100}$$

$$\varepsilon_t = 2\cot^2\left(\frac{\theta_0}{2}\right)\frac{\left|\int_0^{\theta_0}\sqrt{G_f(\theta')}\tan\left(\frac{\theta'}{2}\right)d\theta'\right|^2}{\int_0^{\theta_0} G_f(\theta')\sin\theta' d\theta'} \tag{3-101}$$

ดังนั้น

1) $100(1-\varepsilon_s)$ คือ เปอร์เซ็นของการสูญเสียกำลังงานเนื่องการพลังงานจากตัวป้อนมีการล้นออกจากในส่วนของตัวสะท้อนหลัก

2) $100(1-\varepsilon_t)$ คือ เปอร์เซ็นของการสูญเสียกำลังงานเนื่องจากการกระจายของแอมพิจูดของสนามไม่สม่ำเสมอบนพื้นผิวตัวสะท้อน

3) $100(1-\varepsilon_p)$ คือ เปอร์เซ็นของการสูญเสียกำลังงานเนื่องจากสนามที่อยู่บนระนาบอะเพอร์เจอร์ไม่อยู่ในเฟสเดียวกัน

4) $100(1-\varepsilon_x)$ คือ เปอร์เซ็นของการสูญเสียกำลังงานเมื่อเกิดการโพลาไรซ์ไขว้ของสนามบนระนาบอะเพอร์เจอร์

5) $100(1-\varepsilon_b)$ คือ เปอร์เซ็นของการสูญเสียกำลังงานเนื่องจากการบล็อกจากตัวป้อนหรือตัวยึดตัวป้อนเข้ากับตัวสะท้อน

6) $100(1-\varepsilon_r)$ คือ เปอร์เซ็นของการสูญเสียกำลังงานเนื่องจากการสุ่มผิดพลาดบนพื้นผิวของตัวสะท้อน

นอกจากนั้นปัจจัยที่ทำให้อัตราขยายของสายอากาศลดลงคือการลดทอนในสายอากาศตัวป้อนและสายส่ง

สำหรับตัวป้อนที่มีองค์ประกอบดังต่อไปนี้

1) การมีแบบรูปสมมาตร
2) การปรับเฟสให้ตรง
3) ไม่มีองค์ประกอบของสนามในการโพลาไรซ์ไขว้
4) ไม่มีการบล็อก
5) ไม่มีการสุ่มผิดพลาด

ดังนั้นสองปัจจัยหลักที่นำมาใช้หาประสิทธิภาพอะเพอร์เจอร์คือการสูญเสียกำลังงานเนื่องจากการล้นออกและการเสียกำลังงานเนื่องจากการกระจายของสนามไม่สม่ำเสมอเนื่องการจากสูญเสียขึ้นอยู่กับแบบรูปของตัวป้อน ดังนั้นการประนีประนอมระหว่างประสิทธิภาพการล้นและประสิทธิภาพความเรียวจะต้องปรากฏออกมา ถ้าต้องการให้ประสิทธิภาพการล้นมีค่าสูงมากสามารถทำได้โดยแบบรูปของตัวป้อนต้องมีลำคลื่นแคบและมีพูคลื่นเล็ก (minor lobe) ต่ำแต่จะทำให้ประสิทธิภาพของความเรียวมีค่าต่ำด้วย

3.7 สรุป

ในการวิเคราะห์คุณสมบัติของสายอากาศตัวสะท้อนด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ เริ่มจากการหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากแหล่งกำเนิดกระแสที่อยู่บนผิวของตัวสะท้อน โดยกระแสเหนี่ยวนำบนผิวตัวสะท้อนจะหาได้จากองค์ประกอบของสนามตกกระทบในแนวสัมผัสแต่ละจุดที่กระทำบนผิวตัวสะท้อน ซึ่งกระแสเหล่านี้จะก่อให้เกิดสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่กระจายออกไปในสนามระยะไกลทำให้ได้แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ ซึ่งสนามที่ได้จากวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ประกอบด้วย สนามไฟฟ้าที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสแม่เหล็ก สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า และสนามไฟฟ้าที่เกิดจากกระแสแม่เหล็ก ดังสมการที่ (3-44) ถึง (3-47) เพื่อความสะดวกในการจำลองผลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้โปรแกรม Matlab จึงได้ใช้สมการที่ (3-46) และ (3-47) ในการเริ่มต้นวิเคราะห์ปัญหา จากนั้นใช้สมการของแมกซ์เวลล์สมการที่ (3-62) และ (3-63) ในการหาสนามในสมการที่ (3-44) และ (3-45) และเพื่อให้ประหยัดเวลาในการคำนวณจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์จึง

ได้แยกวิเคราะห์สนามโดยแบ่งออกเป็นบริเวณต่าง ๆ ได้แก่ บริเวณสนามระยะใกล้จินตภาพ บริเวณสนามระยะใกล้ และบริเวณสนามระยะไกล นอกจากนี้ยังใช้ฟังก์ชันตัวแผ่กระจายคลื่นเพื่อช่วยในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้า สำหรับโปรแกรมจำลองผลสามารถเขียนสมการที่ (3-46) และ (3-47) ในรูปของเมตริกซ์ได้ดังสมการที่ (3-94) เมื่อทราบสนามที่แพร่กระจายออกจากตัวสะท้อนก็จะทำให้สามารถวิเคราะห์ค่าคุณลักษณะการแผ่พลังงานของสายอากาศ ได้แก่ แบบรูปการแผ่พลังงาน อัตราขยายของสายอากาศ ประสิทธิภาพอะเพอร์เจอร์ เป็นต้น เพื่อที่จะเป็นแนวทางในการแก้ไขปรับปรุงสายอากาศตัวสะท้อนต่อไป

บทที่ 4
การสังเคราะห์และออกแบบสายอากาศตัวสะท้อน

4.1 บทนำ

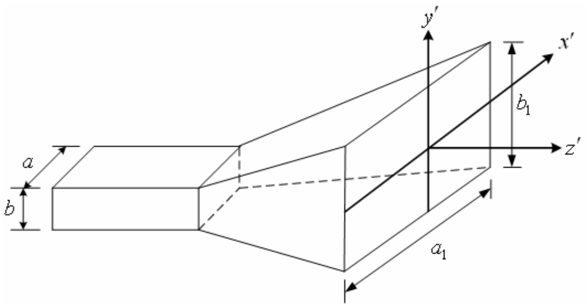
ในบทนี้จะกล่าวถึงการการสังเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนที่มีรูปทรงเป็นไปตามสมการเรขาคณิตแบบต่าง ๆ ได้แก่ แบบสามเหลี่ยม ควอเดรติค โคไซน์ โคไซน์กำลังสอง เกาส์ ทรงกลม พาราโบลิก และไฮเพอร์โบลิก โดยการใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ดังที่กล่าวในบทที่ 3 ในการจำลองผลเพื่อหาสนามที่แพร่กระจายออกจากตัวสะท้อนแต่ละแบบ โดยเริ่มจากการกำหนดสายอากาศป้อน และสมการพื้นผิวของตัวสะท้อน จากนั้นทำการวิเคราะห์หาคุณลักษณะของสายอากาศ ได้แก่ แบบรูปการแผ่พลังงาน ระดับความพลิ้ว ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง อัตราขยายสูงสุด และเปรียบเทียบหาข้อดีและข้อด้วยของตัวสะท้อนแต่ละแบบ

4.2 สายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังตัวสะท้อน

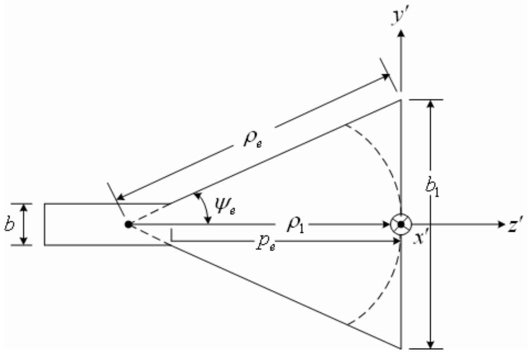
การสังเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์นั้น จำเป็นต้องกำหนดชนิดของแหล่งกำเนิดหรือชนิดของตัวป้อน ความถี่ปฏิบัติการ รายละเอียดของพื้นผิวตัวสะท้อน ได้แก่ สมการพื้นผิว เส้นผ่าศูนย์กลาง เป็นต้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้สายอากาศป้อนเป็นสายอากาศปากแตรทรงพีระมิดมาตรฐาน ปฏิบัติงานในย่านความถี่ 10 GHz และพื้นผิวตัวสะท้อนที่นำมาสังเคราะห์หาคุณสมบัติ ได้แก่ พื้นผิวแบบสามเหลี่ยม ควอเดรติค โคไซน์ โคไซน์กำลังสอง เกาส์ ทรงกลม พาราโบลิก และไฮเพอร์โบลิก โดยมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากันคือ 10λ หรือเท่ากับ 30 เซนติเมตร

4.2.1 สายอากาศปากแตรทรงพีระมิด

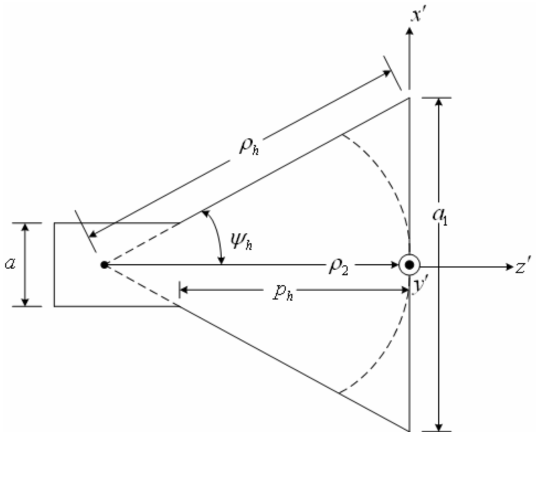
สายอากาศปากแตรทรงพีระมิด (Milligan, 1985) เป็นสายอากาศที่มีโครงสร้างดังแสดงในรูปที่ 4.1 กล่าวคือมีการลู่ออกทั้งในระนาบสนามไฟฟ้า (E-plane) และระนาบสนามแม่เหล็ก (H-plane) การลู่ออกในลักษณะนี้จะทำให้พื้นที่ในการกระจายคลื่นเพิ่มขึ้น ซึ่งจะทำให้อัตราขยายสูงขึ้นด้วย อย่างไรก็ตามการลู่ออกในทั้งสองระนาบนี้จะทำให้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ปรากฏที่ปากแตรมีเฟสเปลี่ยนไปตามตำแหน่ง x' และ y'



(ก) ปากแตรทรงพีระมิด



(ข) มุมมองในระนาบสนามไฟฟ้า



(ค) มุมมองในระนาบสนามแม่เหล็ก

รูปที่ 4.1 สายอากาศปากแตรทรงพีระมิดและระบบพิกัด

ในการวิเคราะห์สายอากาศปากแตรทรงพีระมิดด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ จะสมมุติให้การกระจายของสนามอะเพอร์เจอร์ประกอบไปด้วยโหมด TE และ TM ของท่อนำคลื่นแบบสี่เหลี่ยม เพื่อให้สะดวกต่อการวิเคราะห์จะกำหนดให้สัญลักษณ์ของ (') แสดงถึงสนามในโหมด TM และสัญลักษณ์ (") แสดงถึงสนามในโหมด TE โดยที่ท่อนำคลื่นแบบสี่เหลี่ยมมีค่าอิมพีแดนซ์ของคลื่นในโหมด TM และ TE คือ

$$Z' = \frac{1}{Y'} = \frac{\omega\mu}{k_z} = Z_0 \frac{k}{k_z} \tag{4-1}$$

$$Z'' = \frac{1}{Y''} = \frac{k_z}{\omega\varepsilon} = Z_0 \frac{k_z}{k} \tag{4-2}$$

ในสมการที่ (4-1) และ (4-2) $k_z = 2\pi/\lambda$ แสดงถึงเลขคลื่นในท่อนำคลื่น $\omega = 2\pi f$ เป็นความถี่เชิงรัศมี (radial frequency) μ และ ε เป็นความซาบซึมได้สัมบูรณ์และเป็นสภาพยอมสัมบูรณ์ของวัสดุที่ใช้เติมในท่อนำคลื่น ตามลำดับ $Z_0 = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ เป็นอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของอวกาศว่าง สำหรับสนามในโหมด TM ของสายอากาศปากแตรทรงพีระมิดที่มีท่อนำคลื่นแบบสี่เหลี่ยมแสดงได้คือ

$$H'_x = jYk_y V'\psi'_x \varphi'_y e^{-jk_z z} \tag{4-3ก}$$

$$H'_y = -jY'k_x V'\varphi'_x \psi'_y e^{-jk_z z} \tag{4-3ข}$$

$$E'_x = -jk_x V'\varphi'_x \psi'_y e^{-jk_z z} \tag{4-3ค}$$

$$E'_y = -jk_y V'\psi'_x \varphi'_y e^{-jk_z z} \tag{4-3ง}$$

$$E'_z = \frac{k_c^2}{k_z} V'\psi'_x \psi'_y e^{-jk_z z} \tag{4-3จ}$$

สำหรับสนามในโหมด TE แสดงได้คือ

$$E''_x = -jZ''k_y I''\psi''_x\varphi''_y e^{-jk_z z} \quad (4\text{-}4ก)$$

$$E''_y = jZ''k_x I''\varphi''_x\psi''_y e^{-jk_z z} \quad (4\text{-}4ข)$$

$$H''_x = -jk_x I''\varphi''_x\psi''_y e^{-jk_z z} \quad (4\text{-}4ค)$$

$$H''_y = -jk_y I''\psi''_x\varphi''_y e^{-jk_z z} \quad (4\text{-}4ง)$$

$$H''_z = \frac{k_c^2}{k_z} I''\psi''_x\psi''_y e^{-jk_z z} \quad (4\text{-}4จ)$$

ฟังก์ชันของโหมดคือ

$$\psi'_x = \delta'_x \cos(k_x x) + (1-\delta'_x)\sin(k_x x)$$

$$\psi'_y = \delta'_y \cos(k_y y) + (1-\delta'_y)\sin(k_y y)$$

$$\varphi'_x = -\delta'_x \sin(k_x x) + (1-\delta'_x)\cos(k_x x)$$

$$\varphi'_y = -\delta'_y \sin(k_y y) + (1-\delta'_y)\cos(k_y y)$$

$$\psi''_x = \delta''_x \sin(k_x x) - (1-\delta''_x)\cos(k_x x)$$

$$\psi''_y = \delta''_y \sin(k_y y) - (1-\delta''_y)\cos(k_y y)$$

$$\varphi''_x = \delta''_x \cos(k_x x) + (1-\delta''_x)\sin(k_x x)$$

$$\varphi''_y = \delta''_y \cos(k_y y) + (1-\delta''_y)\sin(k_y y)$$

โดยที่

$$\delta_x = \frac{1}{2}(1-(-1)^{m_x})$$

และ

$$\delta_y = \frac{1}{2}(1-(-1)^{m_y})$$

เมื่อ δ_x และ δ_y เป็นการกำหนดการเปลี่ยนแปลงไซนูซอยด์ให้เป็นจำนวนคู่หรือคี่ เลขคลื่น $k_x = \pi m_x / a_1$ และ $k_y = \pi m_y / b_1$ เป็นตัวกำหนดเลขคลื่นตัด $k_z^2 = k_x^2 + k_y^2$ ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นของอวกาศว่าง เลขคลื่นตัด และเลขคลื่นของท่อนำคลื่นแสดงได้คือ $k^2 = k_c^2 + k_z^2$ เมื่อ a_1 และ b_1 เป็นขนาดของปากแตรทรงพีระมิดในแนวแกน x และแนวแกน y V' คือ แรงดันการกระตุ้นให้เกิดโหมด TM I'' คือ กระแสการกระตุ้นให้เกิดโหมด TE การเปลี่ยนแปลงของโหมด TM และ TE ในทิศทาง x และ y ถูกแสดงโดยจำนวนเต็มบวก m'_x m'_y m''_x และ m''_y ซึ่งจะกำหนดจำนวนของการเปลี่ยนแปลงสนามในครึ่งความยาวคลื่นในแนวแกน x หรือ y ของปากแตรพีระมิด

กำลังงานเฉลี่ยของสนามถูกกำหนดโดย

$$P = \frac{1}{2}\int_{-b_1/2}^{b_1/2}\int_{-a_1/2}^{a_1/2} \left|\hat{z}\cdot(\bar{E}\times\bar{H}^*)\right| dxdy = \frac{1}{2}\int_{-b_1/2}^{b_1/2}\int_{-a_1/2}^{a_1/2} \left|\bar{E}_T \times \bar{H}_T{}^*\right| dxdy \qquad (4\text{-}5)$$

เมื่อ $\bar{E}_T = \hat{x}E_x + \hat{y}E_y$ และ $\bar{H}_T = \hat{x}H_x + \hat{y}H_y$ เป็นสนามตามขวาง ทำให้ได้

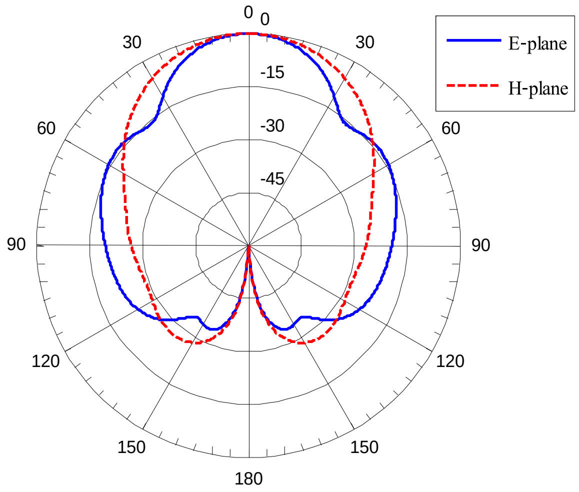
$$P = \frac{1}{2}\int_{-b_1/2}^{b_1/2}\int_{-a_1/2}^{a_1/2}(E_x H_y^* - E_y H_x^*)dxdy \qquad (4\text{-}6)$$

สนามบนอะเพอร์เจอร์ของสายอากาศปากแตรทรงพีระมิดในสมการที่ (4-3) และ (4-4) มีความโค้งเฟสทอรอยด์ (toroidal phase curvature) เป็น

$$-k(\sqrt{x^2+\rho_h^2}+\sqrt{y^2+\rho_e^2}-\rho_h-\rho_e)$$

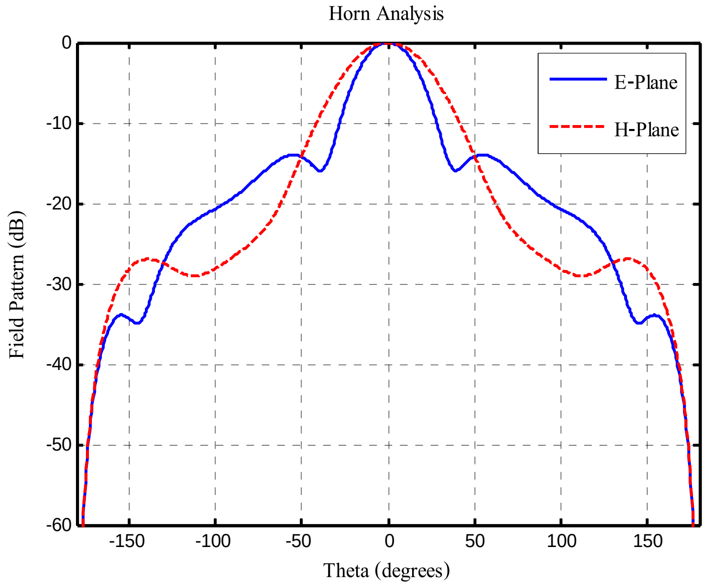
เมื่อ ρ_h และ ρ_e เป็นความยาวของมุมกาง (จากอะเพอร์เจอร์ถึงยอดแหลม) ในแนวราบและแนวตั้ง x และ y เป็นระบบพิกัดของจุดบนอะเพอร์เจอร์ดังแสดงในรูปที่ 4.1

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ใช้สายอากาศปากแตรทรงพีระมิดเป็นสายอากาศป้อนซึ่งมีขนาด $\rho_1 = \rho_2 = 2.3\lambda$ (6.9 cm), $a_1 = 1.5\lambda$ (4.5 cm), $b_1 = 1.6\lambda$ (4.8 cm), $a = 0.76\lambda$ (2.28 cm) และ $b = 0.34\lambda$ (1.02 cm) เมื่อทำการวิเคราะห์การแผ่กระจายของสนามโดยใช้สมการที่ (4-3) และ (4-4) และหาแบบรูปการแผ่พลังงานโดยใช้ฟังก์ชันตัวแผ่กระจายคลื่นในบริเวณสนามระยะไกลในสมการที่ (3-70) ตามวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ ทำให้ได้แบบรูปการแผ่พลังงานในระนาบสนามไฟฟ้า (E-plane) และระนาบสนามแม่เหล็ก (H-plane) แสดงดังรูปที่ 4.2



(ก) แบบรูปการแผ่พลังงานในพิกัดเชิงขั้ว

รูปที่ 4.2 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศปากแตรทรงพีระมิด



(ข) แบบรูปการแผ่พลังงานในพิกัดสี่เหลี่ยม

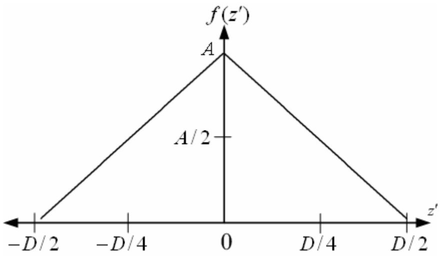
รูปที่ 4.2 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศปากแตรทรงพีระมิด (ต่อ)

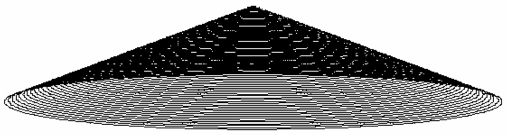
4.2.2 รูปทรงทางเรขาคณิตของตัวสะท้อน

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้สังเคราะห์ตัวสะท้อนที่มีพื้นผิวเปลี่ยนไปตามสมการทางเรขาคณิตแบบต่าง ๆ ได้แก่ พื้นผิวแบบสามเหลี่ยม ควอเดรติค โคไซน์ โคไซน์กำลังสอง เกาส์ ทรงกลม พาราโบลิก และไฮเพอร์โบลิก ซึ่งสมการทางเรขาคณิตและรูปทรงของพื้นผิวตัวสะท้อนแต่ละแบบถูกกำหนดดังต่อไปนี้

(1) พื้นผิวตัวสะท้อนแบบสามเหลี่ยม

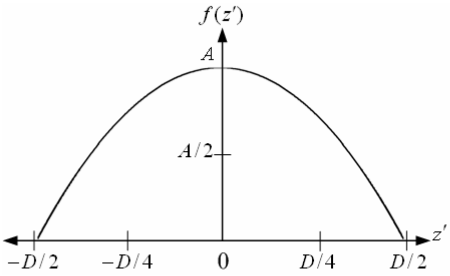
$$f(x,y) = A\left(1 - \frac{2}{D}\left|\sqrt{x^2 + y^2}\right|\right) \tag{4-7}$$

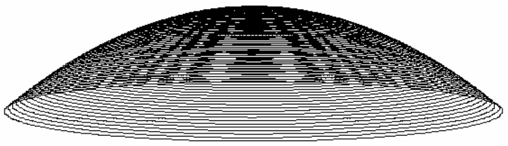




(2) พื้นผิวตัวสะท้อนแบบควอเดรติค

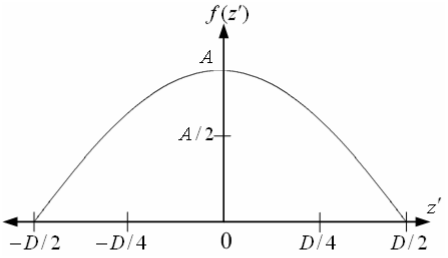
$$f(x,y) = A\left[1-\left(\frac{2}{D}\sqrt{x^2+y^2}\right)^2\right] \tag{4-8}$$

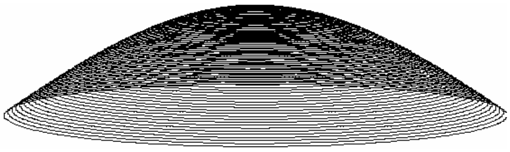




(3) พื้นผิวตัวสะท้อนแบบโคไซน์

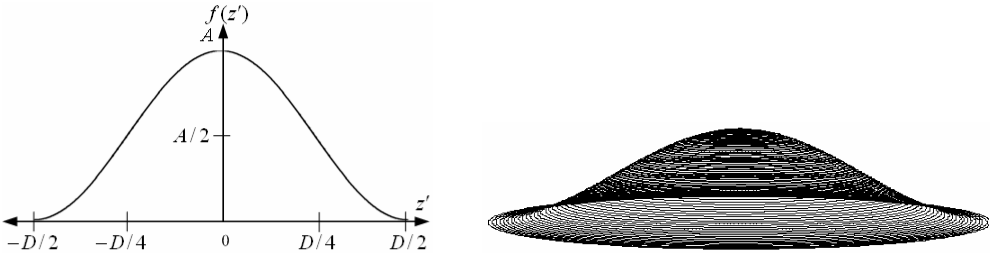
$$f(x,y) = A\cos\left(\frac{\pi}{D}\sqrt{x^2+y^2}\right) \tag{4-9}$$





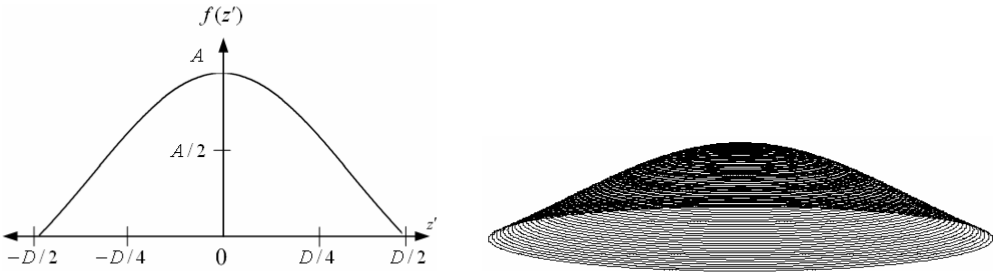
(4) พื้นผิวตัวสะท้อนแบบโคไซน์ยกกำลังสอง

$$f(x,y) = A\cos^2\left(\frac{\pi}{D}\sqrt{x^2+y^2}\right) \tag{4-10}$$



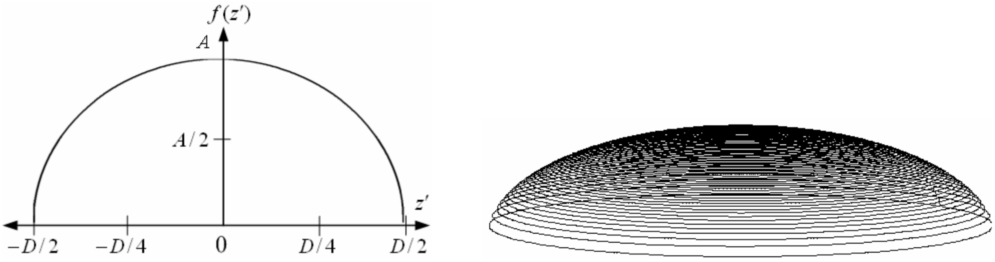
(5) พื้นผิวตัวสะท้อนแบบเกาส์

$$f(x,y) = Ae^{-(\frac{2}{D}\sqrt{x^2+y^2})^2} \qquad (4\text{-}11)$$



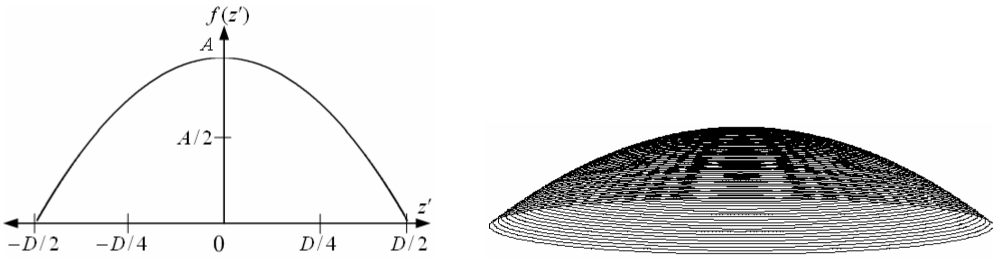
(6) พื้นผิวตัวสะท้อนแบบทรงกลม

$$f(x,y) = A\sqrt{1-\left(\frac{2}{D}\sqrt{x^2+y^2}\right)^2} \qquad (4\text{-}12)$$



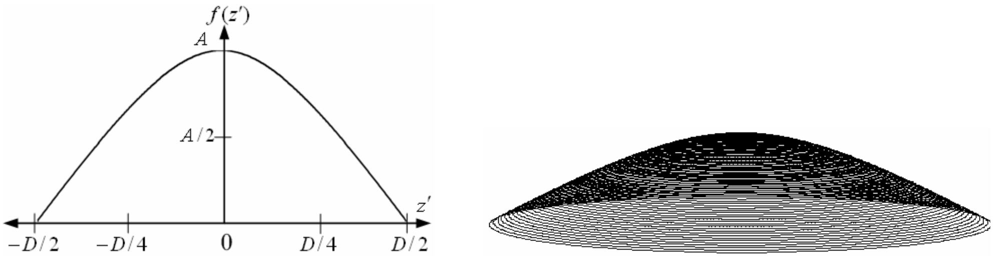
(7) พื้นผิวตัวสะท้อนแบบพาราโบลิก

$$f(x,y) = \left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2 / 4f \tag{4-13}$$

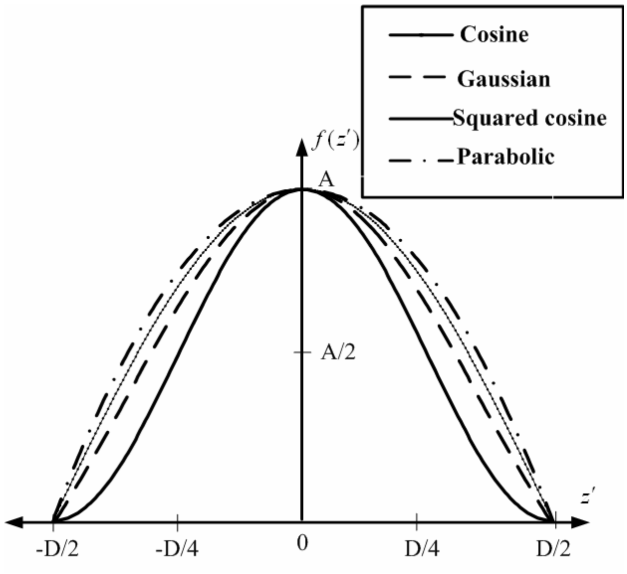


(8) พื้นผิวตัวสะท้อนแบบไฮเพอร์โบลิก

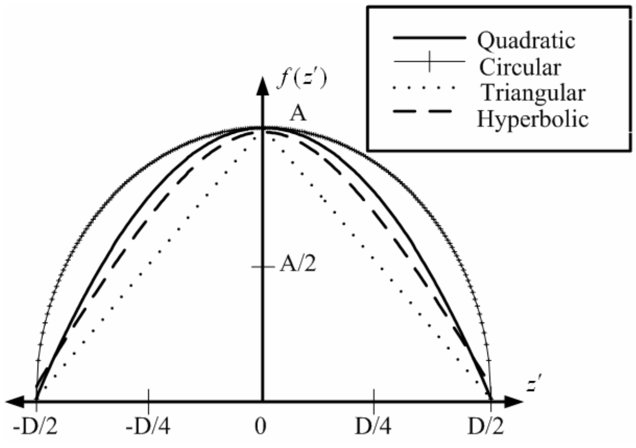
$$f(x,y) = a\sqrt{1+\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{b}} \tag{4-14}$$



ในรูปที่ 4.3 ได้ทำการเปรียบเทียบการกระจายของสมการเรขาคณิตศาสต์แบบต่าง ๆ เมื่อ $-D/2 \le z' \le D/2$ และ $z' = \sqrt{x^2+y^2}$ ซึ่งจะสังเกตได้ว่าลักษณะความโค้งของสมการทางเรขาคณิตแตกต่างกัน นั่นคือความโค้งของตัวสะท้อนแต่ละแบบก็จะแตกต่างกันด้วย จึงได้ตั้งสมมุติฐานว่าเมื่อลักษณะผิวโค้งของตัวสะท้อนต่างกันก็จะทำให้คุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อนมีข้อดีและข้อด้วยต่างกันออกไป



(ก)



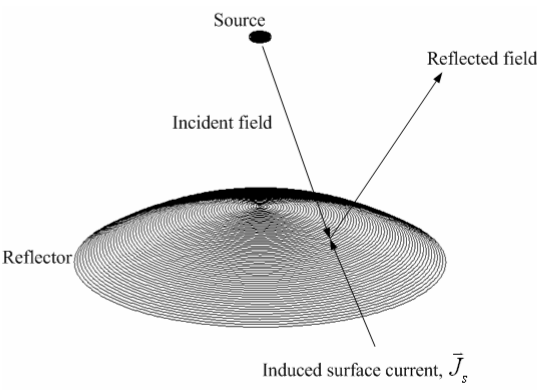
(ข)

รูปที่ 4.3 การกระจายของสมการเรขาคณิตแบบต่าง ๆ

4.2 การสังเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์

วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ถูกนำมาใช้เพื่อวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน โดยสนามที่สะท้อนออกจากตัวสะท้อนหาได้จากกระแสเหนี่ยวนำบนพื้นผิวตัวสะท้อนที่ทำให้เกิดการสะท้อน

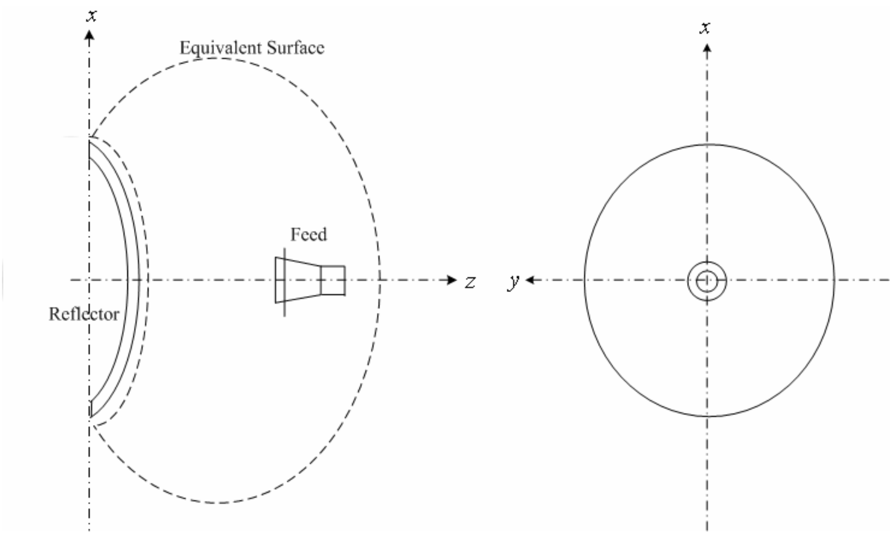
คลื่นกลับออกไปดังแสดงในรูปที่ 4.4 ซึ่งในการหากระแสเหนี่ยวนำบนพื้นผิวตัวสะท้อนจำเป็นต้องทราบพื้นผิวสมมูลที่พื้นผิวตัวสะท้อน



รูปที่ 4.4 วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน

4.3.1 พื้นผิวสมมูลที่พื้นผิวของตัวสะท้อน

การหากระแสเหนี่ยวนำบนพื้นผิวของตัวสะท้อนที่เกิดจากสายอากาศป้อนสามารถหาได้โดยการนำพื้นผิวสมมูลให้อยู่ด้านหน้าของตัวสะท้อนดังแสดงในรูปที่ 4.5 และมีการกำหนดกระแสตกกระทบก่อนที่คลื่นจะมาถึงตัวสะท้อน

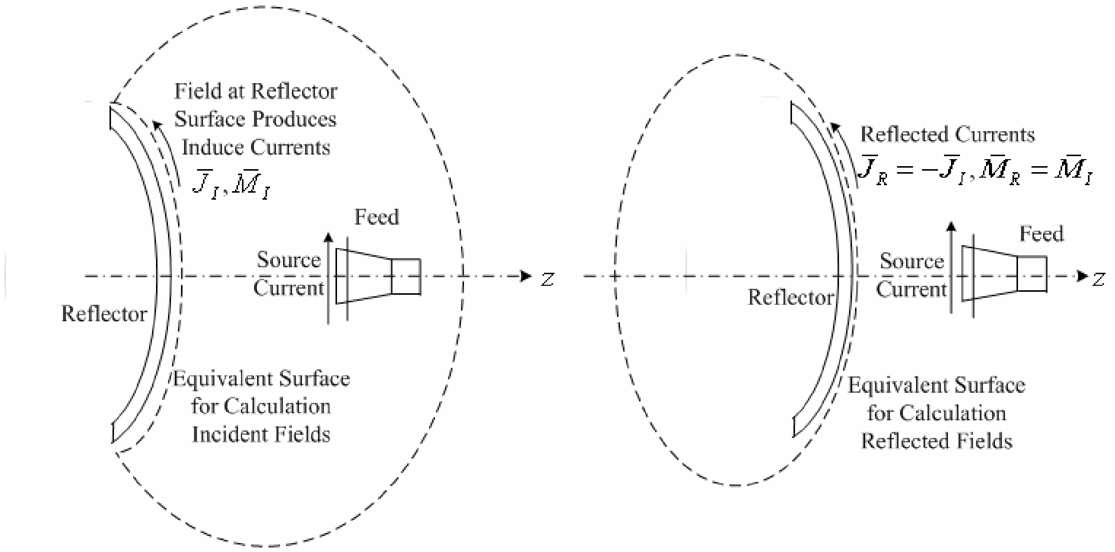


รูปที่ 4.5 สายอากาศตัวสะท้อนและพื้นผิวสมมูล

พื้นผิวสมมูลจะประกอบด้วยแหล่งกำเนิด เช่น สายอากาศป้อน เพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามภายนอกพื้นผิวดังกล่าวไว้ในบทที่ 3 เนื่องจากสนามภายในพื้นผิวจะถูกกำหนดคุณลักษณะโดยองค์ประกอบพื้นผิวทำให้เกิดกระสมมูลเพื่อให้ได้สนามที่แพร่กระจายออกไป ในการคำนวณหาสนามที่สะท้อนออกจากตัวสะท้อนจะต้องมีการกำหนดพื้นผิวสมมูลที่แตกต่างกันดังแสดงในรูปที่ 4.6 โดยพื้นผิวสมมูลจะล้อมรอบที่ด้านหน้าและด้านหลังของตัวสะท้อน สำหรับกรณีที่พื้นผิวสมมูลอยู่ด้านหน้าตัวสะท้อน จะทำการพิจารณาทั้งพื้นผิวของตัวสะท้อนและพื้นผิวสมมูลการตกกระทบของคลื่น ซึ่งจะทำให้เกิดกระแสอยู่บนพื้นผิวสมมูลและทำให้เกิดสนามสะท้อนกลับออกไป โดยที่กระแสจะถูกกำหนดเป็น

$$\bar{J}_R = -\bar{J}_I \qquad \text{และ} \qquad \bar{M}_R = \bar{M}_I \tag{4-15}$$

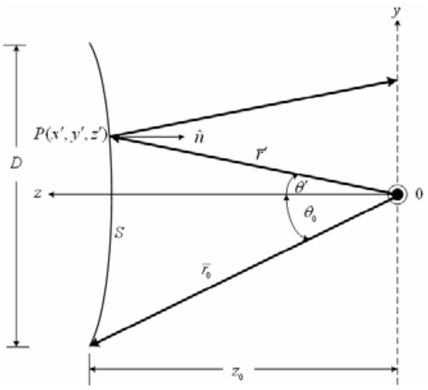
เมื่อตัวห้อย R แสดงถึงกระแสที่ทำให้เกิดการสะท้อนกลับบนพื้นผิวสมมูล และ I แสดงถึงกระแสเหนี่ยวนำบนพื้นผิวสมมูล เมื่อกระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าสมมูลหาได้โดยใช้สมการที่ (3-75) และ (3-76)



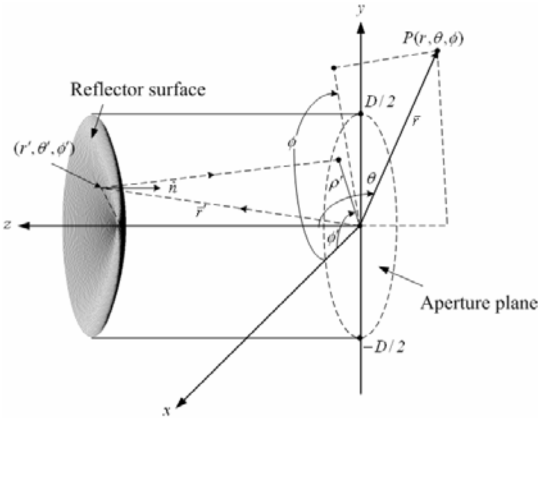
รูปที่ 4.6 พื้นผิวสมมูลเพื่อใช้ในการคำนวณหาสนามที่สะท้อนออกจากตัวสะท้อน

4.3.2 กระบวนการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อน

ในการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนได้มีการกำหนดการส่องของสนามที่ออกจากสายอากาศป้อนมาปรากฏบนตัวสะท้อนให้เหมาะที่สุด (optimal illumination) โดยความกว้างลำคลื่นของสายอากาศป้อนจะต้องแคบเพียงพอเพื่อไม่ให้เกิดการล้นออกจากตัวสะท้อนและกว้างเพียงพอเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพของอะเพอร์เจอร์ซึ่งได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 3.4 ในงานวิจัยนี้ได้พิจารณาการวางตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่มีการส่องของสนามบนขอบตัวสะท้อนที่ระดับกำลังงานเท่ากับ -10 dB เมื่อวัดเทียบกับระดับของกำลังงานที่จุดศูนย์กลางของตัวสะท้อน รูปที่ 4.7 แสดงเรขาคณิตของสายอากาศตัวสะท้อนในสองมิติและสามมิติ



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.7 เรขาคณิตของสายอากาศตัวสะท้อนในสองมิติและสามมิติ

กระบวนการวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนสามารถแสดงเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

(1) กำหนดข้อมูลเริ่มต้นของสายอากาศ ได้แก่

ความถี่ของสายอากาศป้อนเท่ากับ 10 GHz ขนาดของสายอากาศป้อนปากแตรทรงพีระมิดดังแสดงในหัวข้อ 4.2.1 สมการพื้นผิวของตัวสะท้อนแบบต่าง ๆ ได้แก่ พื้นผิวแบบสามเหลี่ยม ควอเดรติค โคไซน์ โคไซน์กำลังสอง เกาส์ ทรงกลม พาราโบลิก และไฮเพอร์โบลิก ดังแสดงในสมการที่ (4-7) ถึง (4-14) โดยที่ตัวสะท้อนแต่ละแบบมีเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากัน คือ 10λ หรือเท่ากับ 30 เซนติเมตร ตำแหน่งมุมเล็งของสายอากาศป้อนกำหนดให้สายอากาศป้อนอยู่ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของตัวสะท้อนและมีการส่องของสนามที่ออกจากสายอากาศป้อนมาปรากฏบนตัวสะท้อนที่เหมาะสม ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

(2) คำนวณหาเรขาคณิตของอะเพอร์เจอร์และกระแสของสายอากาศป้อน

ตามหลักการของวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ต้องทำการแบ่งชักตัวอย่างบนอะเพอร์เจอร์เพื่อหากระแสเหนี่ยวนำที่อยู่บนพื้นผิวในที่นี้คืออะเพอร์เจอร์ของสายอากาศป้อน ซึ่งกระแสเหนี่ยวนำนี้จะทำให้เกิดสนามที่แผ่กระจายออกไปจากสายอากาศป้อนและไปตกกระทบบนพื้นผิวตัวสะท้อนต่อไป พิกัด x และ y ของอะเพอร์เจอร์สายอากาศปากแตรทรงพีระมิดแสดงในรูปที่ 4.8 ในการหากระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำสามารถหาได้โดยใช้สมการที่ (3-75) และ (3-76) คือ $\bar{M}_{eq} = -\hat{n}\times\bar{E}(\bar{r}_{eq})$ และ $\bar{J}_{eq} = \hat{n}\times\bar{H}(\bar{r}_{eq})$ เมื่อ $\bar{E}(\bar{r}_{eq})$ และ $\bar{H}(\bar{r}_{eq})$ เป็นสนามที่อยู่บนพื้นผิวสมมูลของสายอากาศป้อนปากแตรทรงพีระมิดซึ่งหาได้โดยใช้สมการที่ (4-3) สำหรับโหมด TM หรือสมการที่ (4-4) สำหรับโหมด TE $\hat{n}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับอะเพอร์เจอร์ของสายอากาศปากแตรทรงพีระมิด กำลังงานที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กที่ยังไม่ได้ทำการนอร์แมลไลซ์กำหนดได้คือ

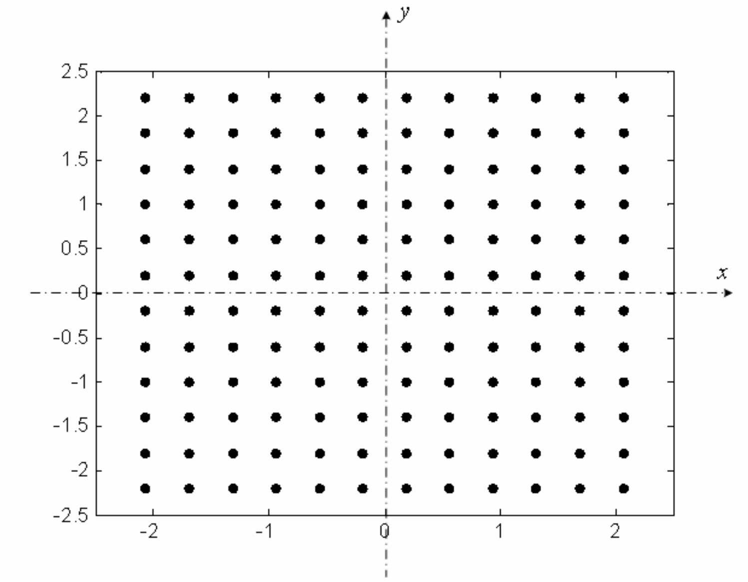
$$P_e = \frac{1}{2}Z_0\int_S\left|\bar{J}\right|^2 dS \qquad (4\text{-}16)$$

$$P_m = \frac{1}{2}\int_S\left|\bar{M}\right|^2 dS \qquad (4\text{-}17)$$

ดังนั้นกระแสเหนี่ยวนำสามารถนอร์แมลไลซ์ด้วยกำลังงานรวมจึงทำให้อยู่ในหน่วยแอมป์$\cdot$เมตร สำหรับกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ และในหน่วย โวลล์$\cdot$เมตร สำหรับกระแสแม่เหล็กเหนี่ยวนำ คือ

$$\bar{J}_n = \bar{J}\sqrt{P_e} \tag{4-18}$$

$$\bar{M}_n = \bar{M}\sqrt{P_m} \tag{4-19}$$



รูปที่ 4.8 พิกัด x และ y บนอะเพอร์เจอร์ของสายอากาศปากแตรทรงพีระมิด

(3) คำนวณหาพื้นผิวสมมูลของตัวสะท้อน

เนื่องจากตัวสะท้อนมีพื้นผิวเปลี่ยนไปตามสมการคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันจึงทำให้พื้นผิวสมมูลแตกต่างกันด้วย ซึ่งจะเป็นไปตามสมการทางเรขาคณิตดังแสดงในสมการที่ (4-7) ถึง (4-14) และตัวสะท้อนมีอะเพอร์เจอร์เป็นวงกลมมีขอบเขตแสดงดังสมการ (4-20)

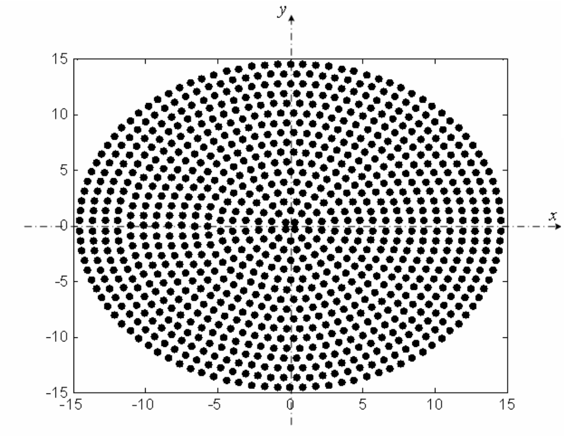
$$x^2 + y^2 = (D/2)^2 \tag{4-20}$$

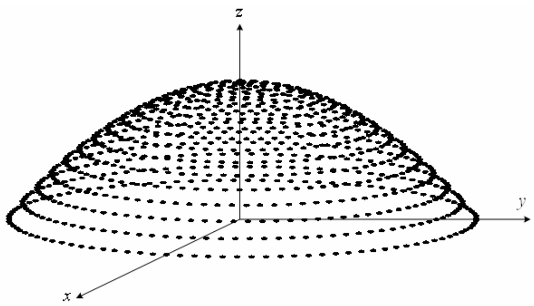
เมื่อ x และ y เป็นพิกัดบนอะเพอร์เจอร์ของตัวสะท้อนดังแสดงในรูปที่ 4.9ก และ D คือเส้นผ่าศูนย์กลางของตัวสะท้อน เมื่อนำไปแทนในสมการที่ (4-7) ถึง (4-14) จะทำให้ได้พิกัดต่าง ๆ บนพื้นผิวของตัวสะท้อนดังแสดงในรูปที่ 4.9ข

พื้นที่ผิวของการชักตัวอย่างที่พิกัด x และ y สามารถประมาณได้โดย

$$\Delta S \approx \rho\Delta\rho\Delta\phi\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)+1} \tag{4-21}$$

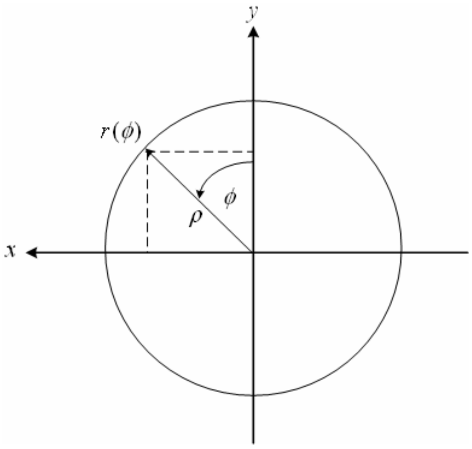
เมื่อ f เป็นฟังก์ชันพื้นผิวของตัวสะท้อนคือ $z-f(x,y) = 0$ ซึ่ง $f(x,y)$ เป็นสมการพื้นผิวของตัวสะท้อนแต่ละแบบดังแสดงในสมการที่ (4-7) ถึง (4-14) ค่า ρ เป็นรัศมีขึ้นอยู่กับค่า x และ y แสดงในรูปที่ 4.10 สำหรับพิกัดสี่เหลี่ยม รัศมี ณ ตำแหน่ง x และ y ใด ๆ มีค่า $\Delta\rho = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$





(ก) พิกัด x และ y บนอะเพอร์เจอร์ของตัวสะท้อน (ข) พิกัดบนพื้นผิวตัวสะท้อน

รูปที่ 4.9 การชักตัวอย่างบนพื้นผิวตัวสะท้อน



รูปที่ 4.10 ระบบพิกัดเชิงขั้ว

(4) คำนวณหากระแสสมมูลบนอะเพอร์เจอร์

ในการคำนวณหากระแสเหนี่ยวนำบนอะเพอร์เจอร์ของตัวสะท้อนสามารถหาได้โดยใช้สมการที่ (3-75) และ (3-76) เมื่อ $\bar{E}(\bar{r}_{eq})$ และ $\bar{H}(\bar{r}_{eq})$ เป็นสนามที่อยู่บนพื้นผิวสมมูลของตัวสะท้อน โดย $\bar{E}(\bar{r}_{eq})$ และ $\bar{H}(\bar{r}_{eq})$ สามารถหาโดยใช้สมการที่ (3-44) ถึง (3-47) เนื่องจากสายอากาศป้อนปากแตรทรงพีระมิดอยู่ในบริเวณสนามระยะใกล้ของตัวสะท้อน เพื่อให้ประหยัดเวลาในการจำลองผลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์จึงหาสนามที่อยู่บนพื้นผิวตัวสะท้อนที่บริเวณสนามระยะใกล้โดยใช้สมการที่ (3-52) ถึง (3-55) ซึ่งประกอบไปด้วย สนามไฟฟ้าที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสแม่เหล็ก สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า และสนามไฟฟ้าที่เกิดจากกระแสแม่เหล็ก เนื่องจากสมการที่ (3-54) และ (3-55) มีรูปแบบสมการที่ง่าย ดังนั้นจึงเลือกเป็นสมการตั้งต้นในการหาสนาม และสนามในสมการที่ (3-52) และ (3-53) จะใช้สมการแมกซ์เวลล์ในสมการที่ (3-62) และ (3-63) ในการหาคำตอบแสดงได้คือ

เริ่มต้นใช้สมการที่ (3-54) และ (3-55) ในการตั้งต้นหาสนาม

$$\bar{H}_e\left(\bar{r},\bar{J}\right) = -jk\int \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times\bar{J}\left(\bar{r}'\right)dS'$$

$$\bar{E}_m\left(\bar{r},\bar{M}\right) = jk\int \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times\bar{M}\left(\bar{r}'\right)dS'$$

สมการแมกซ์เวลล์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กคือ

$$\bar{E} = -\frac{1}{\omega\varepsilon}\bar{R}\times\bar{H} = -Z_0\hat{R}\times\bar{H}$$

$$\bar{H} = \frac{1}{\omega\varepsilon}\bar{R}\times\bar{E} = Y_0\hat{R}\times\bar{E}$$

ดังนั้นจะได้

$$\bar{E}_e\left(\bar{r},\bar{J}\right) = jkZ_0\int \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times\hat{R}\times\bar{J}\left(\bar{r}'\right)dS'$$

$$\bar{H}_m\left(\bar{r},\bar{M}\right)=jkY_0\int\frac{e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{R}\times\hat{R}\times\bar{M}\left(\bar{r}'\right)dS'$$

เมื่อ $\hat{R}=\bar{r}-\bar{r}'/\left|\bar{r}-\bar{r}'\right|$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยบอกทิศทางระหว่างตำแหน่งของจุดกำเนิดแต่ละจุด (x',y',z') ที่อยู่บนอะเพอร์เจอร์ของสายอากาศปากแตรทรงพีระมิดดังแสดงในรูปที่ 4.8 และตำแหน่งของจุดสังเกตแต่ละจุด (x,y,z) บนพื้นผิวของตัวสะท้อนดังแสดงในรูปที่ 4.9ข $\bar{J}(\bar{r}')$ และ $\bar{M}(\bar{r}')$ เป็นกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กเหนี่ยวนำที่เกิดบนอะเพอร์เจอร์ของสายอากาศปากแตรทรงพีระมิดแสดงในสมการที่ (4-18) และ (4-19) ตามลำดับ

สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่อยู่บนพื้นผิวสมมูลของตัวสะท้อนคือ $\bar{E}(\bar{r}_{eq})=\bar{E}_e+\bar{E}_m$ และ $\bar{H}(\bar{r}_{eq})=\bar{H}_e+\bar{H}_m$ ดังนั้นสามารถหากระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กสมมูลที่อยู่บนพื้นผิวของตัวสะท้อนได้คือ $\bar{J}_{eq}=\hat{n}\times\bar{H}(\bar{r}_{eq})$ และ $\bar{M}_{eq}=-\hat{n}\times\bar{E}(\bar{r}_{eq})$ เมื่อ $\hat{n}$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากและมีทิศที่พุ่งออกจากพื้นผิวของตัวสะท้อนแต่ละแบบสามารถหาได้จาก

$$\hat{n}=\frac{\nabla f}{\left|\nabla f\right|}=\frac{\nabla\left(z-f(x,y)\right)}{\left|\nabla\left(z-f(x,y)\right)\right|}$$

โดยที่ $\nabla=\hat{a}_x\frac{\partial}{\partial x}+\hat{a}_y\frac{\partial}{\partial y}+\hat{a}_z\frac{\partial}{\partial z}$

กระแสที่ทำให้เกิดสนามที่สะท้อนออกจากตัวสะท้อนหาได้โดยใช้สมการที่ (4-15) คือ $\bar{J}_R=-\bar{J}_I$ $\bar{M}_R=\bar{M}_I$ เมื่อ $\bar{J}_I$ และ $\bar{M}_I$ คือกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กสมมูลที่อยู่บนพื้นผิวตัวสะท้อน

(5) คำนวณหาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อน

เมื่อทราบกระแสที่ทำให้เกิดสนามที่สะท้อนออกจากตัวสะท้อนในขั้นตอนที่สี่ดังนั้นสามารถหาสนามที่แผ่กระจายออกไปในบริเวณสนามระยะไกลได้โดยใช้สมการที่ (3-56) ถึง (3.59) หรือสามารถใช้ฟังก์ชันตัวแผ่กระจายคลื่นในบริเวณสนามระยะไกลในสมการที่ (3.70) ซึ่งแสดงได้คือ

$$\mathrm{f_{FF}}\left(\bar{r}',\bar{J},\hat{r},k\right)=j\frac{k}{4\pi}\hat{r}\times\int\bar{J}e^{jk\hat{r}\cdot\bar{r}'}dS'$$

สนามที่แผ่กระจายสามารถหาได้จาก

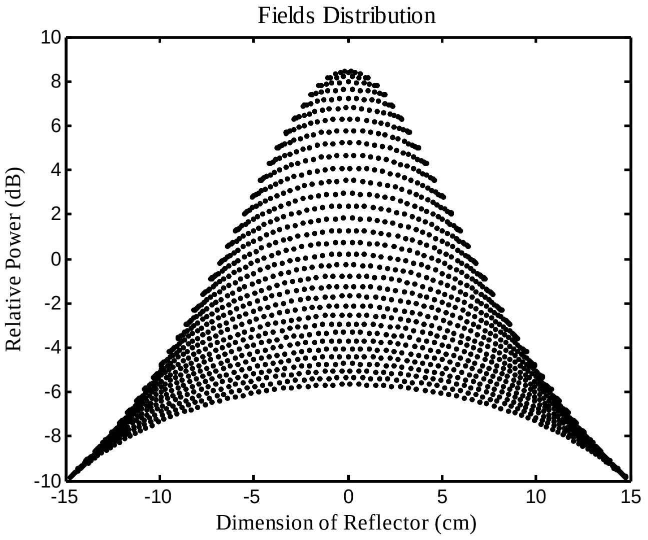
$$\bar{H}(\bar{r}) = -\mathrm{f}\left(\bar{r}', \bar{J}, \hat{r}, k\right)$$

$$\bar{E}(\bar{r}) = \mathrm{f}\left(\bar{r}', \bar{M}, \hat{r}, k\right)$$

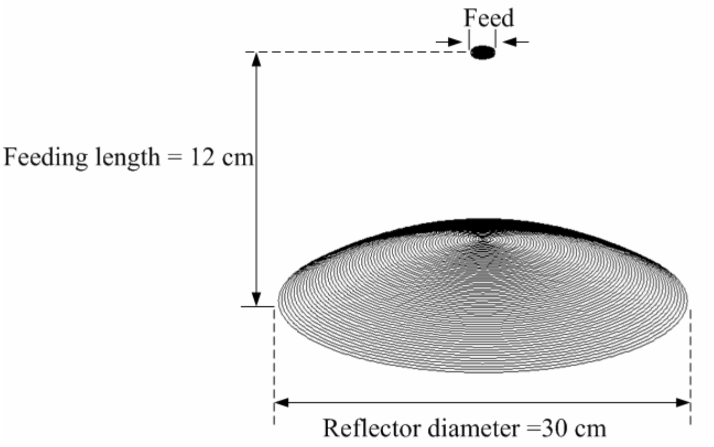
เมื่อ $\hat{r} = \hat{a}_x \cos\phi \sin\theta + \hat{a}_y \sin\phi \sin\theta + \hat{a}_z \cos\theta,$ $\bar{r}'$ เป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่ง (x', y', z') บนพื้นผิวตัวสะท้อน $\bar{J}$ และ $\bar{M}$ เป็นกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กที่ทำให้เกิดสนามสะท้อนออกจากตัวสะท้อนดังแสดงในขั้นตอนที่สี่ $k = 2\pi / \lambda$ เป็นเลขคลื่น

4.4 ค่าคุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อน

ในงานวิจัยนี้ได้นำวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์มาใช้ในการสังเคราะห์หาคุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อนที่มีรูปร่างทางเรขาคณิตแบบต่าง ๆ ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงเฉพาะคุณลักษณะที่สำคัญ ได้แก่ แบบรูปการแผ่พลังงาน ระดับความพลิ้ว ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง สภาพเจาะจงทิศทางสูงที่สุด มุมครอบคลุมพื้นที่สูงสุด ซึ่งการวางตำแหน่งของสายอากาศป้อนจะมีผลโดยตรงต่อคุณลักษณะของสายอากาศ งานวิจัยนี้ได้ทำการพิจารณาการวางตำแหน่งป้อนของสายอากาศที่มีการส่องของสนามบนขอบของตัวสะท้อนที่มีระดับของกำลังงานเท่ากับ -10 dB เมื่อวัดเทียบกับระดับของกำลังงานที่จุดศูนย์กลางของตัวสะท้อนดังแสดงในรูปที่ 4.11 ซึ่งแสดงการกระจายของสนามบนพื้นผิวตัวสะท้อน และตำแหน่งการวางของตัวป้อนแสดงในรูปที่ 4.12



รูปที่ 4.11 การกระจายของสนามบนพื้นผิวตัวสะท้อน

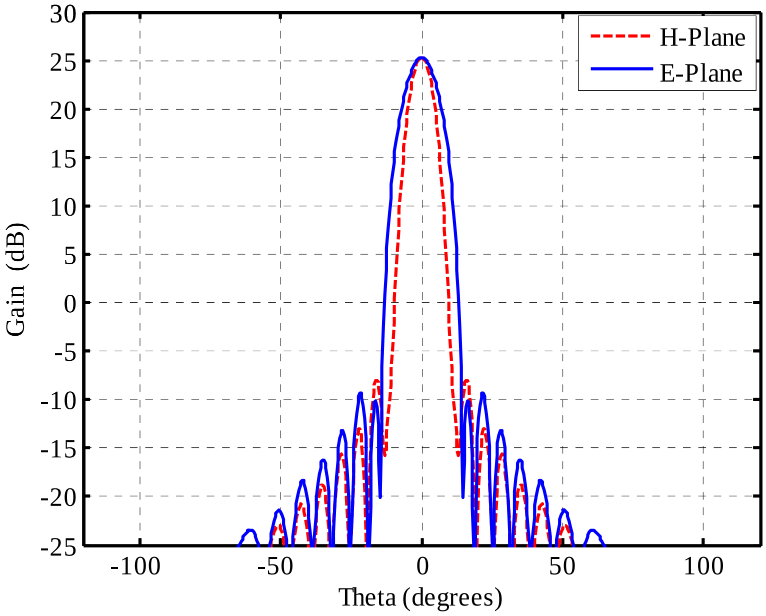


รูปที่ 4.12 ตำแหน่งของตัวป้อนที่ให้สนามแผ่กระจายลงมาเป็น -10 dB ที่ขอบตัวสะท้อน

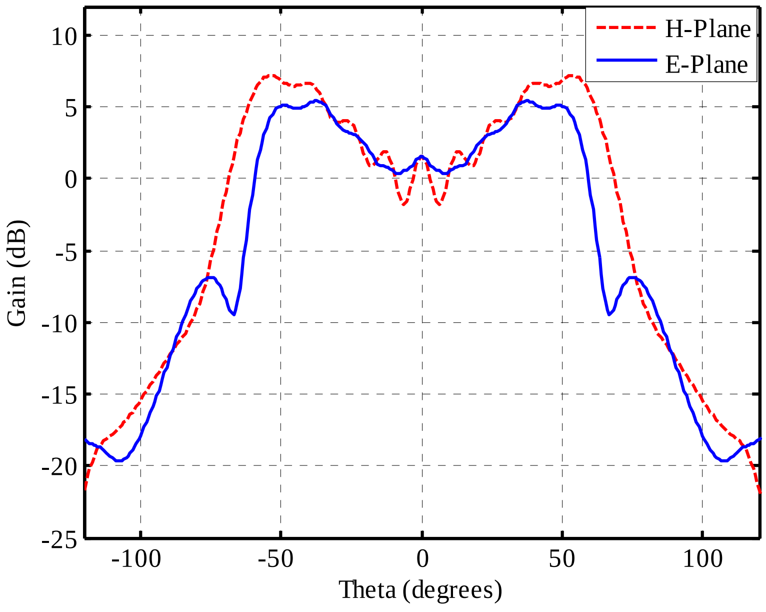
4.4.1 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ

แบบรูปการแผ่พลังงานเป็นวิธีการแสดงความสามารถในการแผ่พลังงานของสายอากาศออกไปในทิศทางต่าง ๆ หรือพลังงานที่ส่งมาจากทิศทางต่าง ๆ แบบรูปการแผ่พลังงานมีหลายลักษณะ เช่น แบบรูปขนาดยอดของสนาม แบบรูปวัฏภาค แบบรูปการโพลาไรเซชัน และแบบรูปสภาพเจาะจงทิศทาง แบบรูปอัตราขยาย แบบรูปเหล่านี้เป็นประโยชน์ในการใช้ประกอบการพิจารณาเพื่อประยุกต์ใช้งานสายอากาศในลักษณะงานเฉพาะต่าง ๆ

ในแบบรูปการแผ่พลังงานจะประกอบด้วยพูพลังงานที่ชี้ไปในทิศทางต่าง ๆ ปกติพูที่มียอดสูงสุดเป็นตัวกำหนดแนวเล็งหลักของสายอากาศ พูนี้เรียกว่า พูประธานหรือพูหลัก พูอื่น ๆ เรียกว่าพูข้างหรือพูรอง ระดับพูข้างมีความสำคัญในการควบคุมระดับสัญญาณรบกวนหรือจากทิศทางไม่พึงประสงค์ รูปที่ 4.13 แสดงแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหน้าของตัวสะท้อน (Front-Feed Parabolic Reflector Antenna) สำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อน (Back-Feed Reflector Antenna) ที่มีรูปร่างทางเรขาคณิตแบบต่าง ๆ โดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์แสดงดังรูปที่ 4.14 เมื่อตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่มีการส่องของสนามบนตัวสะท้อนที่มีระดับของกำลังงานเท่ากับ -10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อน

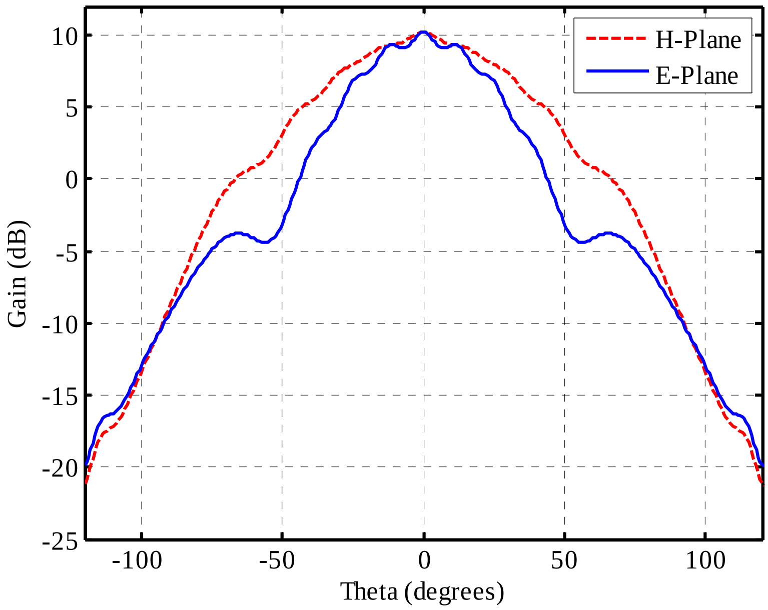


รูปที่ 4.13 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนพาราโบลิกที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหน้าของตัวสะท้อน ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 30 เซนติเมตร และ f/D = 0.5

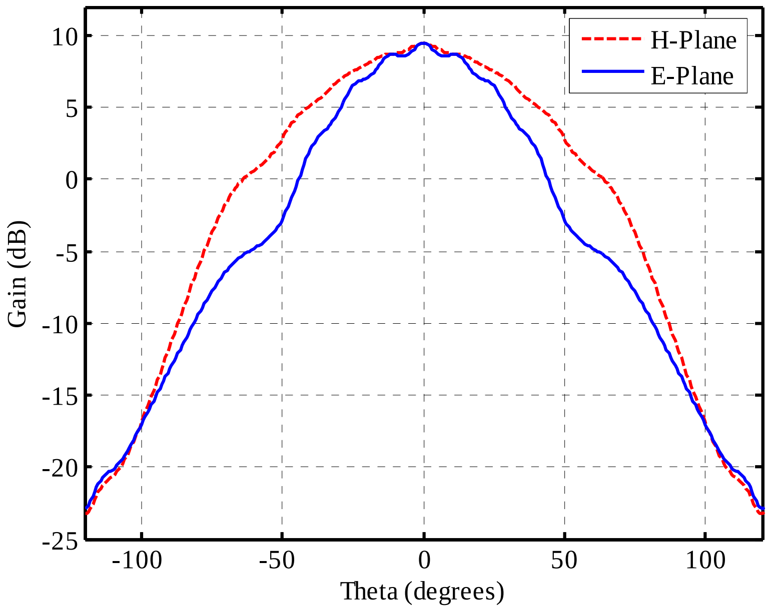


(ก) ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบสามเหลี่ยม

รูปที่ 4.14 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนและการส่องสนามจากตัวป้อนมีค่า -10 dB ที่ขอบตัวสะท้อน

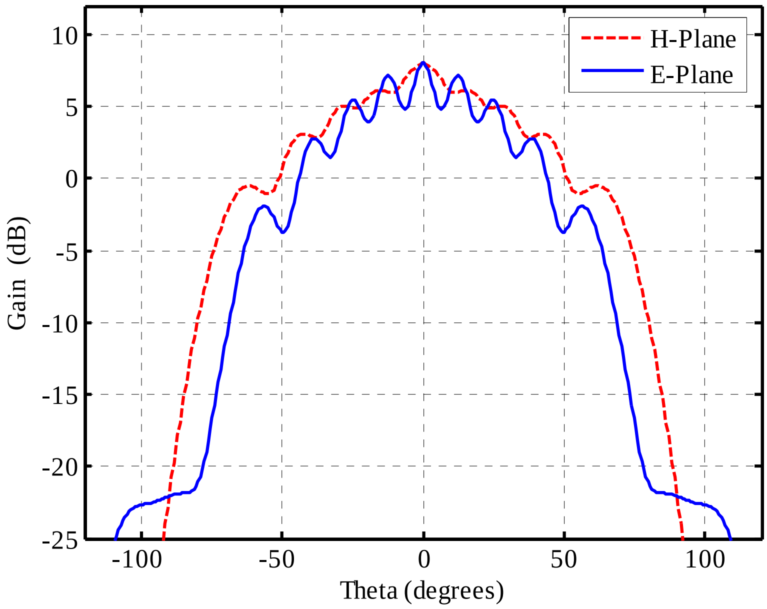


(ข) ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบควอเดรติค

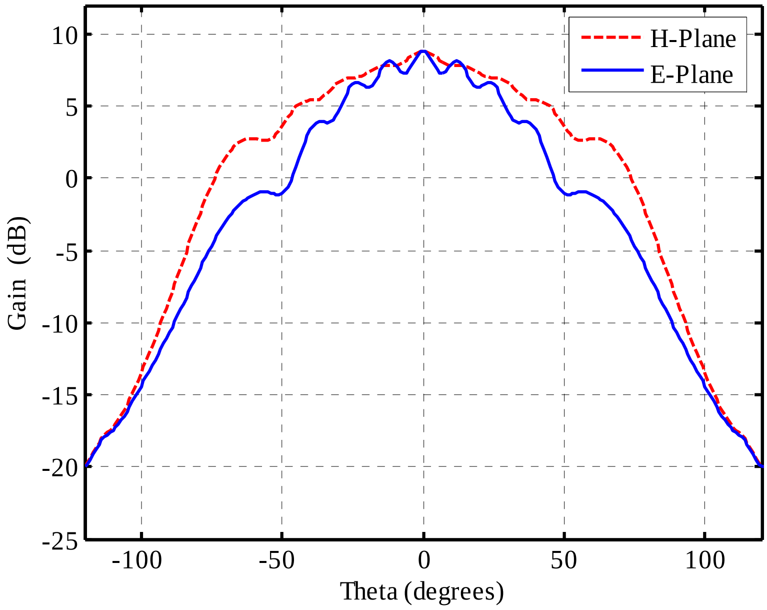


(ค) ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบโคไซน์

รูปที่ 4.14 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนและการส่องสนามจากตัวป้อนมีค่า -10 dB ที่ขอบตัวสะท้อน (ต่อ)

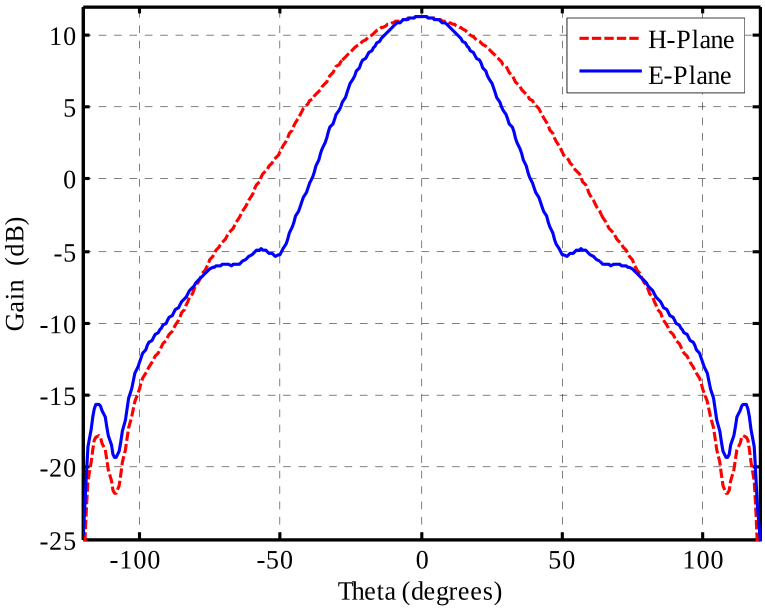


(ง) ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบโคไซน์กำลังสอง

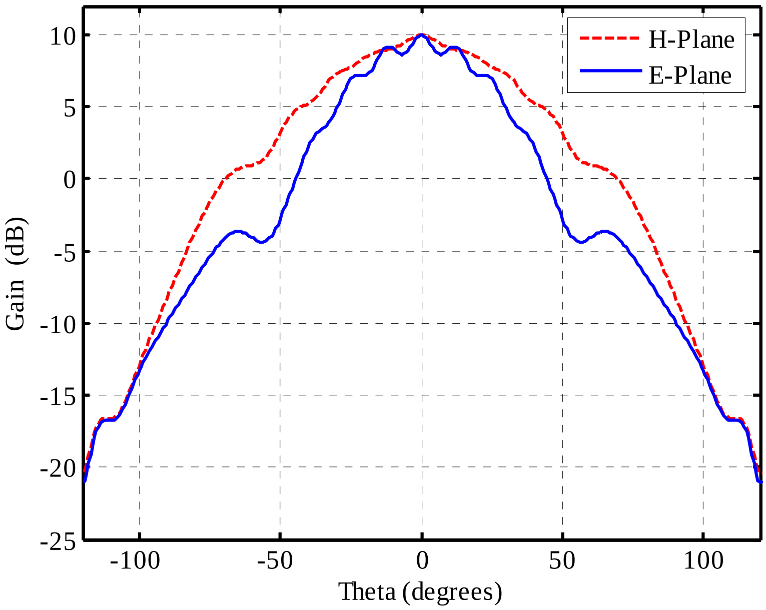


(จ) ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบเกาส์

รูปที่ 4.14 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนและการส่องสนามจากตัวป้อนมีค่า -10 dB ที่ขอบตัวสะท้อน (ต่อ)

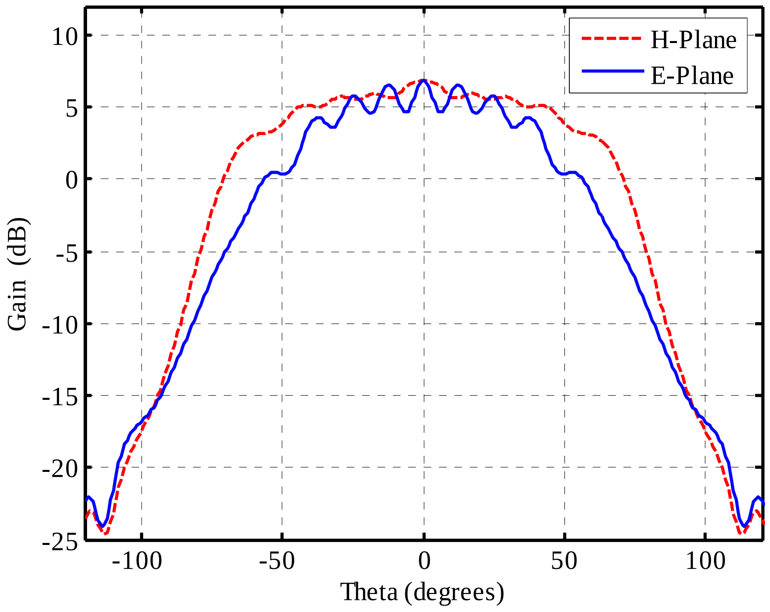


(ฉ) ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบทรงกลม



(ช) ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบพาราโบลิก

รูปที่ 4.14 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนและการส่องสนามจากตัวป้อนมีค่า -10 dB ที่ขอบตัวสะท้อน (ต่อ)

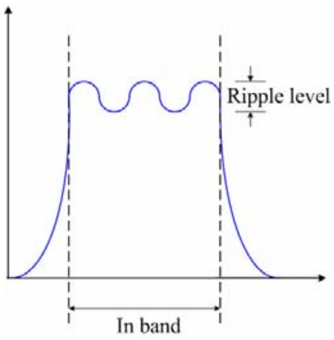


(ซ) ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบไฮเพอร์โบลิก

รูปที่ 4.14 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนและการส่องสนามจากตัวป้อนมีค่า -10 dB ที่ขอบตัวสะท้อน (ต่อ)

4.4.2 ระดับความพลิ้ว

ระดับความพลิ้ว คือ ระดับการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณ หาได้จากความแตกต่างระหว่างระดับของสัญญาณสูงสุดและระดับของสัญญาณที่มีค่าต่ำสุดในย่านที่ทำการพิจารณาดังรูปที่ 4.15



รูปที่ 4.15 ระดับความพลิ้ว

ความพลิ้วที่ปรากฏบนแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในรูปที่ 4.14 เกิดจากสายอากาศตัวสะท้อนเมื่อทำการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนจะไม่มีจุดโฟกัสในการวางตำแหน่งตัวป้อน จึงทำให้เกิดคลื่นกระจัดกระจายออกไปโดยขึ้นอยู่กับคลื่นที่มาตกกระทบลงบนสะท้อน ซึ่งระดับความพลิ้วบนลำคลื่นหลักของตัวสะท้อนแต่ละแบบเมื่อวางตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่ให้การแผ่กระจายกำลังงานเท่ากับ-10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อนในระนาบสนามไฟฟ้าและระนาบสนามแม่เหล็กแสดงในตารางที่ 4.1 พบว่าระดับความพลิ้วทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและระนาบสนามแม่เหล็กของตัวสะท้อนแต่ละแบบเป็นไปในทิศทางเดียวกันคือ ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบโคไซน์ยกกำลังสองมีระดับความพลิ้วสูงที่สุด รองลงมา ได้แก่ ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบไฮเพอร์โบลิก เกาส์ พาราโบลิก ควอเดรติค โคไซน์ สามเหลี่ยม และตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวบนทรงกลมมีระดับความพลิ้วต่ำที่สุด โดยมีระดับความพลิ้วในระนาบสนามไฟฟ้าเป็น 3.37 dB, 2.41 dB, 1.56 dB, 1.37 dB, 1.11 dB, 0.88 dB, 0.52 dB และ 0.00 dB ตามลำดับ และมีระดับความพลิ้วในระนาบสนามแม่เหล็กเป็น 2.34 dB, 1.66 dB, 1.40 dB, 0.83 dB, 0.80 dB, 0.76 dB, 0.73 dB และ 0.00 dB ตามลำดับ

ตารางที่ 4.1 ระดับความพลิ้วเมื่อวางตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่ให้การแผ่กระจายกำลังงานเท่ากับ-10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อน

สมการพื้นผิวของตัวสะท้อน	ระดับความพลิ้ว (dB) ในระนาบสนามไฟฟ้า	ระดับความพลิ้ว (dB) ในระนาบสนามแม่เหล็ก
สามเหลี่ยม	0.52	0.73
ควอเดรติค	1.11	0.80
โคไซน์	0.88	0.76
โคไซน์ยกกำลังสอง	3.37	2.34
เกาส์	1.56	1.40
ทรงกลม	0.00	0.00
พาราโบลิก	1.37	0.83
ไฮเพอร์โบลิก	2.41	1.66

จากข้อมูลของระดับความพลิ้วในตารางที่ 4.1 สามารถสรุปได้ว่า การที่ระดับความพลิ้วสูงแสดงถึงระดับของสัญญาณที่ไม่สม่ำเสมอ ดังนั้นเมื่อต้องการออกแบบสายอากาศ

ตัวสะท้อนที่ให้ระดับของสัญญาณค่อนข้องคงที่ ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบทรงกลมจะเหมาะสมที่สุด เนื่องจากไม่มีความพลิ้วเลย รองลงมาได้แก่ แบบสามเหลี่ยม และโคไซน์ เป็นต้น

4.4.3 อัตราขยายของสายอากาศ

อัตราขยายของสายอากาศเป็นคุณลักษณะที่ใช้ในการอธิบายว่าสายอากาศมีความสามารถในการแผ่กระจายหรือรับพลังงานในทิศทางต่าง ๆ ได้มากน้อยเพียงใด ซึ่งอัตราขยายสูงสุดของตัวสะท้อนแต่ละแบบเมื่อวางตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่ให้การแผ่กระจายกำลังงานเท่ากับ-10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อนในระนาบสนามไฟฟ้าและระนาบสนามแม่เหล็กแสดงในตารางที่ 4.2 พบว่าในระนาบสนามไฟฟ้าตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบทรงกลมมีอัตราขยายสูงที่สุด รองลงมาได้แก่ ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบควอเดรติค พาราโบลิก โคไซน์ เกาส์ โคไซน์ยกกำลังสอง ไฮเพอร์โบลิก และสามเหลี่ยม โดยมีอัตราขยายเป็น 11.27 dB, 10.12 dB, 10.01 dB, 9.33 dB, 8.72 dB, 8.05 dB, 6.85 dB และ 5.37 dB ตามลำดับ สำหรับในระนาบสนามแม่เหล็กพบว่าตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบทรงกลมมีอัตราขยายสูงที่สุด รองลงมา ได้แก่ ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบควอเดรติค พาราโบลิก โคไซน์ เกาส์ โคไซน์ยกกำลังสอง สามเหลี่ยม และแบบไฮเพอร์โบลิกโดยมีอัตราขยายเป็น 11.27 dB, 10.12 dB, 10.01 dB, 9.33 dB, 8.73 dB, 8.06 dB, 7.37 dB และ 6.86 dB ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2 อัตราขยายสูงสุดเมื่อวางตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่ให้การแผ่กระจายกำลังงานเท่ากับ-10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อน

สมการพื้นผิวของตัวสะท้อน	อัตราขยายสูงสุด (dB) ในระนาบสนามไฟฟ้า	อัตราขยายสูงสุด (dB) ในระนาบสนามแม่เหล็ก
สามเหลี่ยม	5.37	7.37
ควอเดรติค	10.12	10.12
โคไซน์	9.33	9.33
โคไซน์ยกกำลังสอง	8.05	8.06
เกาส์	8.72	8.73
ทรงกลม	11.27	11.27
พาราโบลิก	10.01	10.01
ไฮเพอร์โบลิก	6.85	6.86

จากผลของอัตราขยายสูงสุดในตารางที่ 4.2 สามารถสรุปได้ว่า การที่สายอากาศมีอัตราขยายสูงหมายความว่า กรณีที่ใช้เป็นสายอากาศส่งจะสามารถแพร่กระจายพลังงานไปยังภาครับได้สูงขึ้นนั่นคือสามารถส่งสัญญาณได้ไกลขึ้น ดังนั้นถ้าต้องการออกแบบสายอากาศตัวสะท้อนที่มีอัตราขยายสูง ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบทรงกลมจะเหมาะสมที่สุดเนื่องจากมีอัตราขยายสูงสุด รองลงมาได้แก่ แบบควอเดรติด และพาราโบลิก เป็นต้น

4.4.4 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง

ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังเป็นคุณลักษณะที่ใช้ในการวิเคราะห์การให้สัญญาณครอบคลุมพื้นที่ให้บริการของสายอากาศ โดยนิยามของความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังคือ ขนาดเชิงมุมของพูประธานที่วัดตรงช่วงระหว่างตำแหน่งที่กำลังของสัญญาณสูงสุดหรือลดลงมา 3 dB

ในการหาความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังของตัวสะท้อนแต่ละแบบหาได้โดยการเฉลี่ยสนามในบริเวณที่เกิดความพลิ้วและหาความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังของตัวสะท้อนเมื่อวางตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่ให้การแผ่กระจายกำลังงานเท่ากับ -10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อนในระนาบสนามไฟฟ้าและระนาบสนามแม่เหล็กแสดงในตารางที่ 4.3 พบว่าทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและระนาบสนามแม่เหล็กตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบไฮเพอร์โบลิกมีความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังมากที่สุด รองลงมา ได้แก่ แบบเกาส์ โคไซน์ยกกำลังสอง โคไซน์ พาราโบลิก ควอเดรติค และแบบทรงกลม โดยมีความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังเป็น 84°, 58°, 55°, 54°, 53°, 52° และ 42° ตามลำดับ โดยตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบสามเหลี่ยมมีความกว้างครึ่งกำลังของแต่ละพูประธานเป็น 35° สำหรับระนาบสนามไฟฟ้า และมีความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กเป็น 124°, 88°, 69°, 68°, 65°, 64° และ 55° ตามลำดับ โดยตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบสามเหลี่ยมมีความกว้างครึ่งกำลังของแต่ละพูประธานเป็น 30°

ตารางที่ 4.3 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังเมื่อวางตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่ให้การแผ่กระจายกำลังงานเท่ากับ-10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อน

สมการพื้นผิวของตัวสะท้อน	ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้า	ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็ก
สามเหลี่ยม	35°	30°
ควอเดรติค	52°	64°
โคไซน์	54°	68°
โคไซน์ยกกำลังสอง	55°	69°
เกาส์	58°	88°

ตารางที่ 4.3 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังเมื่อวางตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่ให้การแผ่กระจายกำลังงานเท่ากับ-10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อน (ต่อ)

สมการพื้นผิวของตัวสะท้อน	ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้า	ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็ก
ทรงกลม	42°	55°
พาราโบลิก	53°	65°
ไฮเพอร์โบลิก	84°	124°

จากผลของความกว้างครึ่งกำลังในตารางที่ 4.3 เปรียบเทียบกับอัตราขยายสูงสุดในตารางที่ 4.2 พบว่า จะต้องมีการประนีประนอมระหว่างความกว้างครึ่งกำลังกับอัตราขยายของสายอากาศ กล่าวคือเมื่อสายอากาศมีอัตราขยายสูงแต่จะทำให้ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังต่ำ อย่างไรก็ตามก็ขึ้นอยู่กับระดับความพลิ้วด้วย ยกตัวอย่างเช่น ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบเกาส์มีอัตราขยายสูงกว่าตัวสะท้อนแบบโคไซน์ยกกำลังสอง แต่กับพบว่าตัวสะท้อนแบบเกาส์ยังให้ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังมากกว่าตัวสะท้อนแบบโคไซน์กำลังสองด้วย ซึ่งอาจเป็นเพราะตัวสะท้อนแบบเกาส์มีระดับความพลิ้วที่ต่ำกว่าตัวสะท้อนแบบโคไซน์ยกกำลังสอง การที่สายอากาศมีความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังมากหมายความว่าสายอากาศสามารถแผ่กระจายสัญญาณครอบคลุมพื้นที่ให้บริการได้เป็นบริเวณกว้าง ดังนั้นถ้าต้องการออกแบบสายอากาศตัวสะท้อนเพื่อให้ลำคลื่นครอบคลุมพื้นที่ให้บริการเป็นบริเวณกว้าง ตัวสะท้อนแบบเกาส์ โคไซน์ยกกำลังสอง และแบบไฮเพอร์โบลิก ควรจะถูกนำมาพิจารณา

4.5 สรุป

จากการสังเคราะห์แบบรูปการแผ่พลังงานของตัวสะท้อนที่มีรูปทรงทางเรขาคณิตที่แตกต่างกันไปตามสมการเรขาคณิตพบว่า คุณลักษณะของสายอากาศ ได้แก่ ระดับความพลิ้ว อัตราขยายสูงสุด และความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง จะแตกต่างกันออกไป ทำให้ทราบถึงข้อดีและข้อด้อยของตัวสะท้อนแต่ละแบบ จึงสามารถเลือกนำไปใช้ได้ในทางปฏิบัติ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับการนำไปประยุกต์ใช้งานว่าต้องการคุณลักษณะสายอากาศเป็นเช่นไร เช่น ในกรณีที่ต้องการสายอากาศเพื่อใช้เป็นจุดเข้าถึงเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สายในห้องขนาดใหญ่ คุณลักษณะที่ต้องการคือ ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังที่ค่อนข้างมากเพื่อที่จะได้กระจายสัญญาณครอบคลุมพื้นที่ให้บริการเป็นบริเวณกว้าง ดังนั้นตัวสะท้อนแบบเกาส์ โคไซน์กำลังสอง และแบบไฮเพอร์โบลิกจะถูกนำมาพิจารณาก่อนเป็นอันดับแรก เพราะมีค่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังมาก แต่ถ้าต้องการสายอากาศที่

มีค่าอัตราขยายสูงสุดที่กึ่งกลางของห้องก็จะเลือกใช้ตัวสะท้อนแบบทรงกลม เป็นต้น เมื่อพิจาณาจากแบบรูปการแผ่พลังงานจากรูปที่ 4.14 พบว่าถึงแม้ตัวสะท้อนจะมีคุณสมบัติตัวหนึ่งตามที่ต้องการ แต่จะมีคุณสมบัติตัวอื่นที่ไม่เป็นไปตามที่ต้องการตามมาด้วย เช่น ตัวสะท้อนแบบโคไซน์กำลังสอง ถึงแม้จะมีความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังมาก แต่ก็จะมีระดับความพลิ้วของสัญญาณที่สูง ทั้งนี้ผู้ออกแบบต้องมีการประนีประนอมจะเลือกว่าต้องการคุณสมบัติใดและละทิ้งคุณสมบัติใด เพื่อที่จะให้ได้สายอากาศที่มีคุณสมบัติตามที่ต้องการมากที่สุด ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เลือกตัวสะท้อนแบบพาราโบลิก เนื่องจากได้พิจารณาจากระดับความพลิ้ว อัตราขยายสูงสุด และความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังอยู่ในเกณฑ์ที่ค่อนข้างเหมาะสม อีกทั้งสมการพื้นผิวแบบพาราโบลิกเป็นสมการที่ง่ายต่อการออกแบบ และนำมาสร้างเป็นสายอากาศต้นแบบขึ้นมาทดสอบ

บทที่ 5
ผลการทดลอง

5.1 บทนำ

ในบทนี้จะเป็นการนำทฤษฎีและหลักการทั้งหมดที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ผ่านมาช่วยในการออกแบบและวิเคราะห์คุณลักษณะที่สำคัญของสายอากาศ ในโครงสร้างสายอากาศที่นำเสนอนี้เป็นสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังของตัวสะท้อนแบบพาราโบลิก โดยจะอธิบายถึงวิธีการสร้างสายอากากาศต้นแบบ จากนั้นนำสายอากาศต้นแบบมาวัดทดสอบคุณลักษณะได้แก่ แบบรูปการแผ่พลังงานทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและระนาบสนามแม่เหล็ก อัตราขยายของสายอากาศ ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง เป็นต้น และนำคุณลักษณะไปเปรียบเทียบกับผลเฉลยที่ได้จากการจำลองผลด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์

5.2 วิธีการสร้างสายอากาศต้นแบบ

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เลือกใช้ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบพาราโบลิกในการนำมาสร้างสายอากาศต้นแบบ เนื่องจากคุณลักษณะของตัวสะท้อนแบบพาราโบลิก ได้แก่ ระดับความพลิ้ว อัตราขยายสูงสุด และความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังอยู่ในเกณฑ์ที่ค่อนข้างเหมาะสม อีกทั้งสมการพื้นผิวแบบพาราโบลิกเป็นสมการที่ง่ายต่อการออกแบบและสร้างขึ้นมาทดสอบ คุณลักษณะต่าง ๆ ของตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกแสดงในตารางที่ 5.1 ในการออกแบบตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกได้ใช้โปรแกรม SolidWorks ในการจัดแต่งรูปทรงตัวสะท้อนให้มีผิวโค้งเป็นแบบพาราโบลิก ต่อจากนั้นใช้โปรแกรม SolidCAM ดังรูปที่ 5.1 เพื่อให้ได้ G-code ซึ่งมีนามสกุล H ดังรูปที่ 5.2 ในการกำหนดเส้นทางวิ่งของการกัด (Milling) เพื่อสร้างสายอากาศต้นแบบด้วยโปรแกรม EZ-CAM ซึ่งเชื่อมต่ออยู่กับเครื่องจักร CNC (Computer Numerical Control) ทำให้ได้ตัวสะท้อนที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 30 เซนติเมตร มีความลึก 3.5 เซนติเมตร ดังรูปที่ 5.3 และค่าปัจจัยต่าง ๆ ของระบบสายอากาศเป็นดังนี้

1) ความถี่ปฏิบัติการ 10 GHz

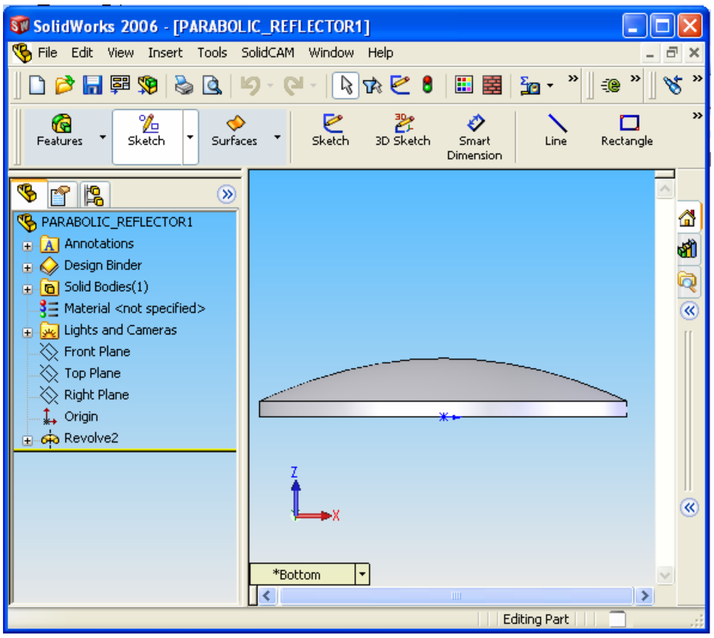
2) สายอากาศป้อนกำลังคลื่นเป็นสายอากาศปากแตรทรงพีระมิดซึ่งมีลักษณะทางกายภาพเป็นดังต่อไปนี้ $\rho_1 = \rho_2 = 2.3\lambda$ (6.9 cm), $a_1 = 1.5\lambda$ (4.5 cm), $b_1 = 1.6\lambda$ (4.8 cm), $a = 0.76\lambda$ (2.28 cm) และ $b = 0.34\lambda$ (1.02 cm)

3) สายอากาศตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 30 เซนติเมตร ความลึก 3.5 เซนติเมตร

4) ระยะห่างระหว่างสายอากาศป้อนกับตัวสะท้อน จะพิจารณาตำแหน่งของสายอากาศป้อนที่มีการส่องของสนามบนตัวสะท้อนที่มีระดับของกำลังงานเท่ากับ -10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อน เมื่อวัดเทียบกับระดับของกำลังงานที่จุดศูนย์กลางของตัวสะท้อน (ระยะห่างระหว่างสายอากาศป้อนกับตัวสะท้อนเท่ากับ 12 เซนติเมตร)

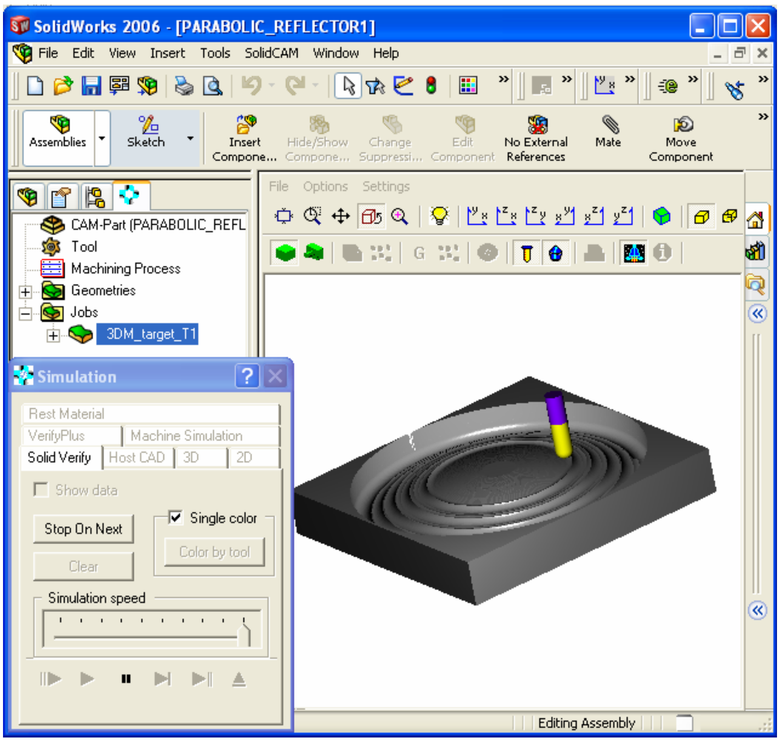
ตารางที่ 5.1 คุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกเมื่อระยะห่างระหว่างสายอากาศป้อนกับตัวสะท้อนเท่ากับ 12 เซนติเมตร โดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์

คุณลักษณะของสายอากาศ	ระนาบสนามไฟฟ้า	ระนาบสนามแม่เหล็ก
ระดับความพลิ้ว (dB)	1.37	0.83
อัตราขยายสูงสุด (dB)	10.01	10.01
ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง (degree)	53°	65°



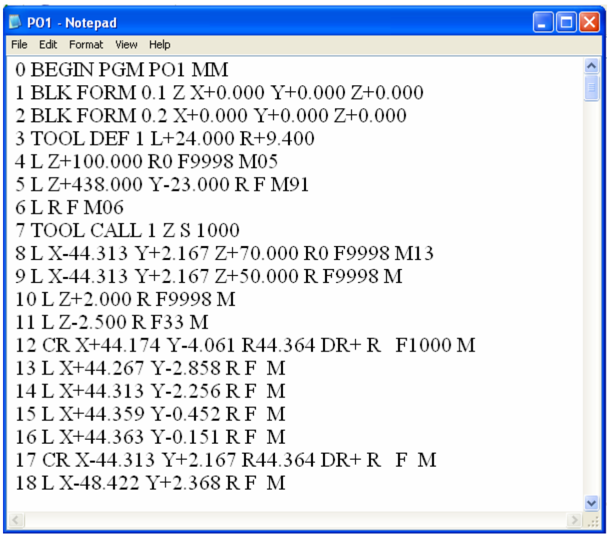
(ก)

รูปที่ 5.1 โปรแกรม SolidWorks และ SolidCAM ในการออกแบบตัวสะท้อนแบบพาราโบลิก



(ข)

รูปที่ 5.1 โปรแกรม SolidWorks และ SolidCAM ในการออกแบบตัวสะท้อนแบบพาราโบลิก (ต่อ)




```
0 BEGIN PGM P01 MM
1 BLK FORM 0.1 Z X+0.000 Y+0.000 Z+0.000
2 BLK FORM 0.2 X+0.000 Y+0.000 Z+0.000
3 TOOL DEF 1 L+24.000 R+9.400
4 L Z+100.000 R0 F9998 M05
5 L Z+438.000 Y-23.000 R F M91
6 L R F M06
7 TOOL CALL 1 Z S 1000
8 L X-44.313 Y+2.167 Z+70.000 R0 F9998 M13
9 L X-44.313 Y+2.167 Z+50.000 R F9998 M
10 L Z+2.000 R F9998 M
11 L Z-2.500 R F33 M
12 CR X+44.174 Y-4.061 R44.364 DR+ R   F1000 M
13 L X+44.267 Y-2.858 R F  M
14 L X+44.313 Y-2.256 R F  M
15 L X+44.359 Y-0.452 R F  M
16 L X+44.363 Y-0.151 R F  M
17 CR X-44.313 Y+2.167 R44.364 DR+ R   F  M
18 L X-48.422 Y+2.368 R F  M
```

รูปที่ 5.2 G-code เพื่อใช้ในการกำหนดเส้นทางวิ่งของการกัดโดยใช้เครื่องจักร CNC

รูปที่ 5.3 สายอากาศตัวสะท้อนต้นแบบ

5.3 ผลการทดลองวัดแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อน

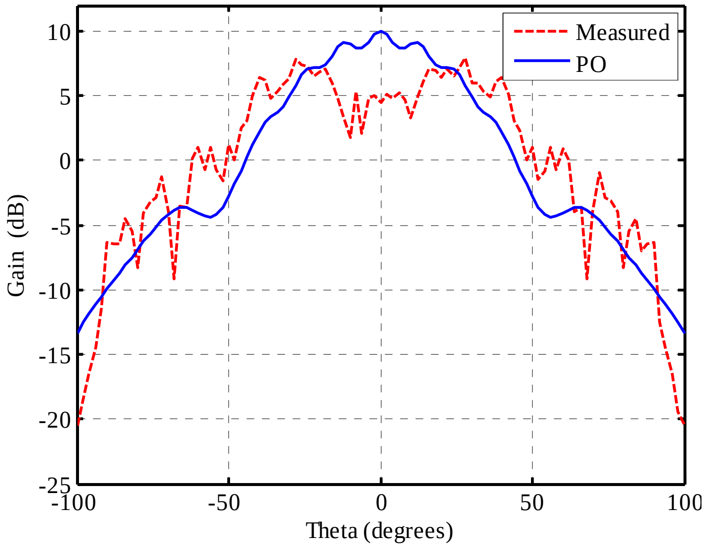
แบบรูปการแผ่พลังงานนั้นได้ทดสอบในระยะสนามระยะไกล คือ $R \geq 2D^2/\lambda$ เมื่อ R คือระยะห่างระหว่างสายอากาศทดสอบ และสายอากาศอ้างอิง ในการทดสอบนี้ระยะทางมีค่าคงที่ที่ความถี่ 10 GHz เท่ากับ 6 เมตร และ D คือ เส้นผ่าศูนย์กลางของตัวสะท้อนมีค่าเท่ากับ 30 เซนติเมตร ซึ่งในที่นี้ได้ใช้สายอากาศปากแตรทรงพีระมิดที่ความถี่ 10 GHz เป็นสายอากาศอ้างอิงทำหน้าที่เป็นสายอากาศส่ง และสายอากาศที่นำมาทดสอบจะมีการหมุนรับคลื่นจาก 0 องศา ถึง 360 องศา ดังรูปที่ 5.4 ซึ่งจะทำให้ได้แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนในระนาบสนามไฟฟ้า และระนาบสนามแม่เหล็กดังรูปที่ 5.5 โดยแบบรูปการแผ่พลังงานนี้จะแสดงในรูปของอัตราการขยาย ดังสมการพื้นฐาน (Friis transmission equation)

$$\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 G_t G_r \qquad (5\text{-}1)$$

เมื่อ P_t คือ กำลังงานอินพุตที่ป้อนให้สายอากาศส่ง G_t คือ อัตราขยายของสายอากาศส่ง P_r คือ กำลังงานเอาต์พุตของสายอากาศรับ G_r คือ อัตราขยายของสายอากาศรับ เมื่อนำไปหาอัตราขยายของสายอากาศรับในหน่วย dB ได้ดังนี้

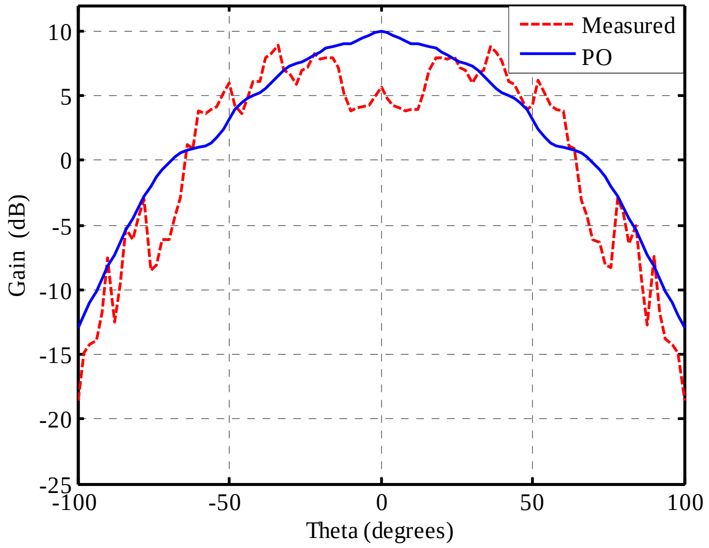
$$G_{r,dB} = 20\log_{10}\left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{P_r}{P_t}\right) - G_{t,dB} \qquad (5.2)$$

รูปที่ 5.4 วิธีการวัดทดสอบแบบรูปการแผ่พลังงาน



(ก) ระนาบสนามไฟฟ้า

รูปที่ 5.5 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกเมื่อระยะห่างระหว่างสายอากาศป้อนกับตัวสะท้อนเท่ากับ 12 เซนติเมตร



(ข) ระนาบสนามแม่เหล็ก

รูปที่ 5.5 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกเมื่อระยะห่างระหว่างสายอากาศป้อนกับตัวสะท้อนเท่ากับ 12 เซนติเมตร (ต่อ)

ในตารางที่ 5.2 แสดงผลการวัดทดสอบคุณลักษณะของสายอากาศเมื่อระยะห่างระหว่างสายอากาศป้อนกับตัวสะท้อนเท่ากับ 12 เซนติเมตร

ตารางที่ 5.2 คุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกเมื่อระยะห่างระหว่างสายอากาศป้อนกับตัวสะท้อนเท่ากับ 12 เซนติเมตร โดยการวัดทดสอบ

คุณลักษณะของสายอากาศ	ระนาบสนามไฟฟ้า	ระนาบสนามแม่เหล็ก
อัตราขยายสูงสุด (dB)	7.92	8.96
ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง(degree)	94°	124°

จากรูปที่ 5.5 เป็นการเปรียบเทียบกราฟระหว่างวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์กับวิธีวัดทดสอบพบว่า แบบรูปการแผ่พลังงานมีความสอดคล้องกันทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาการวัดทดสอบแบบรูปการแผ่พลังงาน ณ ตำแหน่ง $-15^\circ < \theta < 15^\circ$ พบว่าอัตราขยายมีค่าต่ำกว่าผลการจำลองด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ประมาณ 5 dB เนื่องจากตัวป้อนกีดขวางการสะท้อนของคลื่นที่ออกจากสายอากาศตัวสะท้อน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขนาดอะเพอร์เจอร์ของตัวป้อน

5.4 สรุป

ในบทนี้เป็นการแสดงการออกแบบ การสร้าง และการวัดทดสอบสายอากาศ ทั้งนี้เพื่อพิจารณาเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณและการวัดทดสอบว่ามีความสอดคล้องกันมากน้อยเพียงใด ซึ่งคุณลักษณะของสายอากาศที่พิจารณา ได้แก่ แบบรูปการแผ่พลังงาน อัตราขยายสูงสุด และความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังของสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณที่ด้านหลังตัวสะท้อนแบบพาราโบลิก พบว่าผลที่ได้จากการวัดทดสอบและการจำลองผลด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์มีความแตกต่างกันบ้างเล็กน้อย เมื่อระยะห่างระหว่างสายอากาศป้อนกับตัวสะท้อนเท่ากับ 12 เซนติเมตร ผลการวัดทดสอบอัตราขยายสูงสุดในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีค่าเท่ากับ 7.92 dB และ 8.96 dB ตามลำดับ ดังในตารางที่ 5.2 อัตราขยายสูงสุดที่ได้จากการจำลองผลด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์มีค่าเท่ากันทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก คือ 10.01 dB ดังตารางที่ 5.1 นั่นคืออัตราขยายสูงสุดจากการวัดมีค่าต่ำกว่าการจำลองผลประมาณ 2.09 dB ในระนาบสนามไฟฟ้า และ 1.05 dB ในระนาบสนามแม่เหล็ก สำหรับผลการวัดความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีค่าเท่ากับ 94° และ 124° ตามลำดับ ผลจากการจำลองผลด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์มีค่าเท่ากับ 53° และ 65° ตามลำดับ โดยความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังที่ได้จากการวัดมีค่ามากกว่าการจำลองผลประมาณ 41° ในระนาบสนามไฟฟ้า และ 59° ในระนาบสนามแม่เหล็ก ซึ่งสาเหตุของการคลาดเคลื่อนระหว่างผลการวัดทดสอบและผลการจำลองผลคือ อาจเกิดจากความสูญเสียในระบบสายอากาศ เช่น ความสูญเสียในสายส่ง ความผิดพลาดจากการจัดวางตำแหน่งตัวสะท้อนและสายอากาศป้อนจะทำให้เกิดการเลื่อนเชิงตำแหน่งของแบบรูปการแผ่พลังงาน และผลกระทบจากสภาพแวดล้อมขณะวัดทดสอบสายอากาศ เป็นต้น

บทที่ 6
บทสรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุป

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ดำเนินการศึกษา และสังเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อนที่มีการป้อนสัญญาณเข้าที่ด้านหลังตัวสะท้อนที่มีผิวโค้งเป็นไปตามสมการเรขาคณิตแบบต่าง ๆ ได้แก่ แบบสามเหลี่ยม ควอเดรติค โคไซน์ โคไซน์กำลังสอง เกาส์ ทรงกลม พาราโบลิก และไฮเพอร์โบลิก โดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์มาใช้ในการคำนวณและวิเคราะห์หาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่กระจายออกจากสายอากาศตัวสะท้อน ทำให้สามารถเปรียบเทียบคุณลักษณะของตัวสะท้อนแต่ละแบบ ได้แก่ แบบรูปการแผ่พลังงาน ระดับความพลิ้ว อัตราขยายสูงสุด และความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้ตัวสะท้อนสำหรับประยุกต์ใช้งานด้านการสื่อสารแบบไร้สาย เช่น การสื่อสารระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย ระบบเซลลูลาร์ และระบบการสื่อสารผ่านดาวเทียม เป็นต้น

ในการสังเคราะห์หาคุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบต่าง ๆ โดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์นั้น เริ่มต้นจากการกำหนดข้อมูลเริ่มต้นของตัวสะท้อน ได้แก่ เส้นผ่าศูนย์กลาง สมการพื้นผิวของตัวสะท้อน กำหนดชนิด ขนาด และตำแหน่งการวางของสายอากาศป้อน และความถี่ปฏิบัติการ จากนั้นหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากแหล่งกำเนิดกระแสที่อยู่บนผิวของตัวสะท้อน โดยกระแสเหนี่ยวนำบนผิวตัวสะท้อนจะหาได้จากองค์ประกอบของสนามตกกระทบในแนวสำผัสแต่ละจุดที่กระทำบนผิวตัวสะท้อน ซึ่งกระแสเหล่านี้จะก่อให้เกิดสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่กระจายออกไปในสนามระยะไกลทำให้ได้แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ ซึ่งสนามที่ได้จากวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ประกอบด้วยสนามไฟฟ้าที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสแม่เหล็ก สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า และสนามไฟฟ้าที่เกิดจากกระแสแม่เหล็ก ซึ่งรายละเอียดทั้งหมดได้กล่าวไว้ในบทที่ 3 จากนั้นจึงนำค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กไปทำการวิเคราะห์หาคุณลักษณะต่าง ๆ ได้แก่ แบบรูปการแผ่พลังงาน ระดับความพลิ้ว อัตราขยายสูงสุด และความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง พบว่าตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวที่ต่างกันจะให้คุณลักษณะที่เด่นและด้อยแตกต่างกันออกไป ถึงแม้ว่าตัวสะท้อนจะมีคุณลักษณะหนึ่งเป็นไปตามที่ต้องการ แต่ก็จะมีคุณลักษณะอื่น ๆ ที่ไม่ต้องการตามมา เช่น ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบโคไซน์กำลังสอง ถึงแม้จะมีความกว้าง

ลำคลื่นครึ่งกำลังมาก แต่ก็จะมีระดับความพลิ้วของสัญญาณที่สูงด้วย ทั้งนี้ผู้ออกแบบต้องมีการประนีประนอมว่าต้องการคุณสมบัติใดและละทิ้งคุณสมบัติใด เพื่อที่จะให้ได้สายอากาศที่มีคุณสมบัติตามที่ต้องการมากที่สุด รายละเอียดของการจำลองผล รวมทั้งผลการวิเคราะห์ได้แสดงไว้โดยละเอียดในบทที่ 4 จากนั้นได้เลือกใช้ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบพาราโบลิกในการนำมาสร้างสายอากาศต้นแบบ เนื่องจากคุณลักษณะของตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกอยู่ในเกณฑ์ที่ค่อนข้างเหมาะสม อีกทั้งสมการพื้นผิวแบบพาราโบลิกเป็นสมการที่ง่ายต่อการออกแบบและสร้างขึ้นมาทดสอบ ในการวิเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อนต้นแบบได้พิจารณาตำแหน่งการวางของสายอากาศป้อนที่มีการส่องของสนามบนตัวสะท้อนที่มีระดับของกำลังงานเท่ากับ -10 dB ที่ขอบของตัวสะท้อนเมื่อวัดเทียบกับระดับของกำลังงานที่จุดศูนย์กลางของตัวสะท้อน (ระยะห่างระหว่างสายอากาศป้อนกับตัวสะท้อนเท่ากับ 12 เซนติเมตร) พบว่า แบบรูปการแผ่พลังงานมีความสอดคล้องกันทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก โดยผลของการวัดทดสอบและการจำลองผลด้วยวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์สามารถสรุปได้ดังในตารางที่ 6.1 ซึ่งสาเหตุของการคลาดเคลื่อนระหว่างผลการวัดทดสอบและผลการจำลองผล คือ อาจเกิดจากความสูญเสียในระบบสายอากาศ เช่น ความสูญเสียในสายส่ง ความผิดพลาดจากการจัดวางตำแหน่งตัวสะท้อนและสายอากาศป้อนจะทำให้เกิดการเลื่อนเชิงตำแหน่งของแบบรูปการแผ่พลังงาน และผลกระทบจากสภาพแวดล้อมขณะวัดทดสอบสายอากาศ เป็นต้น

ตารางที่ 6.1 คุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพาราโบลิก

คุณลักษณะของสายอากาศ	ตำแหน่งตัวป้อนห่างจากตัวสะท้อน 12 เซนติเมตร	
	E-plane	H-plane
อัตราขยายสูงสุด (ผลวัด)	7.92	8.96
อัตราขยายสูงสุด (PO)	10.01	10.01
ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง (ผลวัด)	94°	124°
ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง (PO)	53°	65°

6.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา

จากบทสรุปที่ผ่านมาจะเห็นได้ว่า นอกจากเลือกตัวสะท้อนแบบพาราโบลิกเพื่อนำมาสร้างเป็นสายอากาศต้นแบบแล้ว อาจประยุกต์ใช้ตัวสะท้อนที่มีสมการพื้นผิวแบบอื่น ๆ ในการนำไปใช้งานกับการสื่อสารแบบไร้สาย เช่น ในกรณีที่ต้องการสายอากาศเพื่อใช้เป็นจุดเข้าถึงเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สายในห้องขนาดใหญ่ ซึ่งคุณลักษณะที่ต้องการคือ ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังที่

ค่อนข้างมากเพื่อที่จะได้กระจายสัญญาณครอบคลุมพื้นที่ให้บริการเป็นบริเวณกว้าง ดังนั้นตัวสะท้อนแบบเกาส์ โคไซน์กำลังสอง และแบบไฮเพอร์โบลิก จะถูกนำมาพิจารณาก่อนเป็นอันดับแรก เพราะมีค่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังค่อนข้างมาก แต่ถ้าต้องการสายอากาศที่มีค่าอัตราขยายสูงสุดที่กึ่งกลางของห้องก็จะเลือกใช้ตัวสะท้อนแบบทรงกลม เป็นต้น นอกจากนี้ในกรณีที่ต้องการพัฒนาอัตราขยายให้สูงขึ้น อาจทำได้โดยการเพิ่มตัวสะท้อนรอง (subreflector) ซึ่งสามารถเลือกตัวสะท้อนจากที่ได้สังเคราะห์หาคุณลักษณะมาแล้วว่าตัวสะท้อนแบบใดที่น่าจะเหมาะสมในการนำมาทำเป็นตัวสะท้อนรอง สายอากาศตัวสะท้อนต้นแบบในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ใช้สายอากาศปากแตรทรงพีระมิดเป็นสายอากาศป้อนทำให้ได้แบบรูปการแผ่พลังงานในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีความไม่สมมาตร สามารถปรับปรุงได้โดยใช้สายอากาศป้อนแบบอื่น เช่น สายอากาศปากแตรรูปกรวย หรือสายอากาศปากแตรลูกฟูกรูปกรวย เป็นต้น จากการวิเคราะห์คุณสมบัติของตัวสะท้อนโดยใช้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ มีข้อจำกัดเรื่องของการวิเคราะห์จะมีความถูกต้องก็ต่อเมื่อขนาดของตัวสะท้อนต้องมีขนาดใหญ่มากเมื่อเทียบกับความยาวคลื่น และจะสามารถทำนายสนามได้แม่นยำเฉพาะช่วงลำคลื่นพูหลักและพูข้างแรก ๆ เท่านั้น นอกจากนี้วิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ยังไม่ได้คิดผลกระทบจากการเลี้ยวเบนที่ขอบ (edge diffraction effect) ซึ่งเป็นปรากฏการที่เกิดขึ้นจริงตามธรรมชาติของสายอากาศตัวสะท้อน ดังนั้นจำเป็นต้องมีการเพิ่มวิธีการในการวิเคราะห์สายอากาศโดยรวมผลของการเลี้ยวเบนที่ขอบของตัวสะท้อนด้วย เช่น ทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิต ทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงฟิสิกส์ เป็นต้น

ในลำดับสุดท้ายนี้ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า วิธีการศึกษาวิเคราะห์และออกแบบ รวมถึงการวิเคราะห์และผลการทดลองจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะเป็นประโยชน์เพื่อที่จะใช้เป็นแนวทางที่ดีให้แก่ผู้สนใจศึกษาและค้นคว้า ในเรื่องของสายอากาศแบบตัวสะท้อน และวิธีการวิเคราะห์เชิงเลขของวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์ ทั้งในโครงสร้างในวิทยานิพนธ์นี้ รวมถึงโครงสร้างแบบอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องต่อไป

รายการอ้างอิง

Balanis, C. A. (1989). **Advanced Engineering Electromagnetics.** John Wiley & Sons. New York.

Balanis, C. A. (1997). **Antenna Theory Analysis and Design.** John Wiley & Sons. New York.

Bergmann, J.R., Hasselmann, F.J.V., Branco, M.G.C. (2002). MoM Analysis of a Reflector Antenna Design for Omnidirectional Coverage. **Antennas and Propagation Society International Symposium.** 4: 148-151.

Bergmann, J.R., Hasselmann, F.J.V., Pereira, L.C.P., Castello Branco, M.G. (1998). Reflector Antenna Configurations for Radio Base Stations in Cellular Communications. **IEEE-APS Conference on Antennas and Propagation for Wireless Communications.** 1-4: 61-64.

Diaz, L., and Milligan, T. (1996). **Antenna Engineering Using Physical Optics: Practical CAD Techniques and Software.** Boston London Artech House.

Felsen, L. B. and Marcuvitz, N. (1973). **Radiation and Scattering of Waves.** Prentice-Hall. Englewood Cliffs.

Gennarelli, C., Pelosi ,G., Riccio. (1998). Physical Optics Analysis of the Field Backscattered by a Depolarizing Trihedral Corner Reflector. **IEE Proceedings Microwaves on Antennas and Propagation.** 145: 213-218.

Griesser, T. and Constantine Balanis, A. (1985). Backscatter Analysis of Triangular Corner Reflectors Using Geometrical Theory of Diffraction and Physical optics. **IEEE Transactions. on Antennas and Propagation.** AP-35(10): 650-660.

Griesser, T. and Constantine Balanis, A.(1987). Backscatter Analysis of Dihedral Corner Reflectors Using Physical Optics and Physical Theory of Diffraction. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation.** AP-35(10): 1137-1147.

Harrington, R. F. (1961). **Time-Harmonic Electromagnetic Fields.** McGraw-Hill. New York.

I-Fong Chen, Chia-Mei Peng, Sheng-Chieh Liang. (2005). Single Layer Printed Monopole Antenna for Dual ISM-Band Operation. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation.** 53(2): 1270-1273.

James G.L. and Kerdemelidis V. (1973). Reflector Antenna radiation Pattern Analysis by Equivalent Edge Current. **IEEE Trans. on Antenna and Propagation.** AP-21: 19-24.

James, J.D., and Hall, P.S. (1989). **Handbook of Microstrip Antenna.** Vol.1. London.

Lorenzo, J.A.M., Pino, A.G., Vega, I., Arias, M., Rubinos, O. (2005). ICARA: Induced-Current Analysis of Reflector Antennas. **IEEE Antennas and Propagation Magazine.** (47): 92-100.

Ludwig, A. C. (1973). The Definitions of Cross Polarisation. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation.** 21(1): 116-119.

Milligan, T. A. (1985). **Modern Antenna Design.** McGraw-Hill. New York.

Rahmat-Samii, Y., Galindo-Israel, V. (1980). Shaped Reflector Antenna Analysis using the Jacobi-Bessel Series. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation.** 28(4): 425-435.

Rahmat-Samii Y. (1984). A Comparison between GO/Aperture-Field and Physical Optics Methods for Offset Reflectors. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation.** AP-32: 301-306.

Rusch, W. V. T. (1974). A Comparison of Geometrical and Integral Fields from High-Frequency. Reflectors. **IEEE Transactions. on Antennas and Propagation.** 62: 1603-1604.

Rusch, W. V. T. and Potter, P. D. (1970). **Analysis of Reflector Antennas.** Academic Press Inc. New York.

Scott, C. (1990). **Modern Methods of Reflector Antenna Analysis and Design.** Artech House. Norwood.

Silva, L. C., Bermann, J. R., Hasselmann, F. J. V. (2001). Synthesis and Analysis of Microwave Reflector Antennas and Waveguide Feed System-Some Recent Developments. **Microwave and Optoelectronics Conference.** (1): 85-91.

Silver, S., Ed. (1949). **Microwave Antenna Theory and Design.** New York. McGraw-Hill.

Sim, D.-U., Choi, J.-I. (2006). A Compact Wideband Modified Planar Inverted F Antenna (PIFA) for 2.4/5-GHz WLAN Applications. **Antennas and Wireless Propagation Letters.** 5(1): 391-394.

Smulders, P.F.M., Khusial, S., Herben, M.H.A.J. (2001). A Shaped Reflector Antenna for 60-GHz Indoor Wireless LAN Access Points. **IEEE Transactions on Vehicular Technology.** 50(2): 584-591.

Taguchi, M.,Egashira, S., Tanaka, K. (1991). Sleeve Antenna with Ground Wires. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation.** 39(1):1-7.

ภาคผนวก ก

รายละเอียดของสมการวิธีทัศนศาสตร์เชิงฟิสิกส์

ก.1 การใช้ประโยชน์ของเอกลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

กำหนดให้ $g = \dfrac{e^{-jkR}}{4\pi R}$ เป็นฟังก์ชันกรีนแบบสเกลาร์ ซึ่งมีระยะทาง

$$R = \left|\bar{R}\right| = \left|\bar{r} - \bar{r}'\right| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

เมื่อ $\bar{r}' = \hat{a}_x x' + \hat{a}_y y' + \hat{a}_z z'$ เป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่งของแหล่งกำเนิด และ $\bar{r} = \hat{a}_x x + \hat{a}_y y + \hat{a}_z z$ เป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดสังเกต ซึ่งเกรเดียนต์ของกรีนฟังก์ชันแบบสเกลาร์กำหนดโดยสมการ

$$\nabla g = -\hat{R}\left(\frac{1}{R} + jk\right)g \qquad \text{(ก-1)}$$

เมื่อ $k = 2\pi/\lambda$ เป็นเลขคลื่น เกรเดียนต์ของระยะทางคือ

$$\nabla R = \hat{R} \qquad \text{(ก-2)}$$

ไดเวอร์เจนซ์ของเวกเตอร์บอกระยะทาง $\bar{R}$ คือ

$$\nabla \cdot \bar{R} = R_{ux} + R_{uy} + R_{uz} \qquad \text{(ก-3)}$$

เมื่อองค์ประกอบของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยคือ

$$R_{ux} = \bar{R}\cdot\hat{a}_x = \frac{x-x'}{R} \quad R_{uy} = \bar{R}\cdot\hat{a}_y = \frac{y-y'}{R} \quad R_{uz} = \bar{R}\cdot\hat{a}_z = \frac{z-z'}{R} \qquad \text{(ก-4)}$$

โดยที่ $\hat{R} = \hat{a}_x R_{ux} + \hat{a}_y R_{uy} + \hat{a}_z R_{uz} = \dfrac{\bar{R}}{R}$

ถ้า $\bar{E}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ ดังนั้น

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = \nabla\nabla \cdot \bar{E} - \nabla^2 \bar{E} \tag{ก-5}$$

ก.2 อนุพันธ์ของฟังก์ชันกรีนไดแอดิก

อนุพันธ์ของกรีนฟังก์ชันของสนามไฟฟ้าอันเนื่องมาจากกระแสไฟฟ้า และอนุพันธ์ของกรีนฟังก์ชันของสนามแม่เหล็กอันเนื่องมาจากกระแสแม่เหล็กซึ่งอยู่บนพื้นฐานของฟังก์ชันกรีนแบบสเกลาร์ที่กำหนดในสมการที่ (3-31) (3-32) และ (3-33) คือ

$$\bar{\bar{G}}_{EJ} = -j\omega\mu\left(\bar{\bar{1}} + \frac{\nabla\nabla}{k^2}\right)g \qquad \bar{\bar{G}}_{HM} = -j\omega\varepsilon\left(\bar{\bar{1}} + \frac{\nabla\nabla}{k^2}\right)g \tag{ก-6}$$

เมื่อส่วนของ $\nabla\nabla g$ เป็นไดแอด ซึ่งแสดงในรูปของเมตริกซ์ได้ คือ

$$\begin{aligned}
\nabla\nabla g &= \begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{bmatrix}\left(-\left(\frac{1}{R} + jk\right)g\begin{bmatrix} R_{ux} & R_{uy} & R_{uz} \end{bmatrix}\right) \\
&= g\left(\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{R} + jk\right)^2\right)\begin{bmatrix} R_{ux}\begin{bmatrix} R_{ux} & R_{uy} & R_{uz} \end{bmatrix} \\ R_{uy}\begin{bmatrix} R_{ux} & R_{uy} & R_{uz} \end{bmatrix} \\ R_{uz}\begin{bmatrix} R_{ux} & R_{uy} & R_{uz} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{R} + jk\right)g\frac{1}{R}\begin{bmatrix} 1 - R_{ux}^2 & -R_{ux}R_{uy} & -R_{ux}R_{uz} \end{bmatrix} \\ -\left(\frac{1}{R} + jk\right)g\frac{1}{R}\begin{bmatrix} -R_{ux}R_{uy} & 1 - R_{uy}^2 & -R_{uy}R_{uz} \end{bmatrix} \\ -\left(\frac{1}{R} + jk\right)g\frac{1}{R}\begin{bmatrix} -R_{ux}R_{uz} & -R_{uy}R_{uz} & 1 - R_{uz}^2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\
&= \frac{g}{R^2}\hat{R}\hat{R} + g\left(\frac{1}{R} + jk\right)^2\hat{R}\hat{R} - \frac{g}{R}\left(\frac{1}{R} + jk\right)\left(\bar{\bar{1}} - \hat{R}\hat{R}\right) \\
&= g\hat{R}\hat{R}\left(\frac{2}{R^2} + j\frac{2k}{R} - k^2\right) - g\left(\bar{\bar{1}} - \hat{R}\hat{R}\right)\left(\frac{1}{R^2} + j\frac{k}{R}\right)
\end{aligned} \tag{ก-7}$$

เมื่อนำสมการ (ก-7) แทนในสมการ (ก-5) ทำให้ได้ $\bar{\bar{G}}_{EJ}$ และ $\bar{\bar{G}}_{HM}$ ซึ่งฟังก์ชันกรีนไอแอดิกอื่น ๆ $\bar{\bar{G}}_{HJ}$ และ $\bar{\bar{G}}_{EM}$ เป็น

$$\begin{aligned}\bar{\bar{G}}_{HJ}(\bar{r},\bar{r}') &= -\frac{1}{j\omega\mu}\nabla\times\bar{\bar{G}}_{EJ}(\bar{r},\bar{r}') = -\nabla\times\left(\bar{\bar{1}}g+\frac{\nabla\nabla}{k^2}g\right) \\ &= -\nabla\times\left(\bar{\bar{1}}g\right) = -\left(\nabla g\right)\times\bar{\bar{1}}\end{aligned} \qquad (ก\text{-}8)$$

$$\bar{\bar{G}}_{EM}(\bar{r},\bar{r}') = \left(\nabla g\right)\times\bar{\bar{1}} \qquad (ก\text{-}9)$$

โดยที่ $\nabla\times\left(\nabla\nabla g\right)=0$

ภาคผนวก ข

บทความที่ได้รับการตีพิมพ์

บทความทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในขณะศึกษา

Wongsan, R., and Thaivirot, V. (2006). Synthesis of Radiation Pattern of Variety of Shaped Backscatters Using Physical Optics. **ECTI International Conference**. : 155-158.

ประวัติผู้เขียน

นางสาววันวิสาข์ ไทยวิโรจน์ เกิดเมื่อวันที่ 7 พฤษภาคม พ.ศ. 2525 ที่อำเภอบ้านใหม่ไชยพจน์ จังหวัดบุรีรัมย์ สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนกู่สวนแตงพิทยาคม จังหวัดบุรีรัมย์ และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมโทรคมนาคม) เกียรตินิยมอันดับ 1 จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา เมื่อ พ.ศ. 2547 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม โดยได้เป็นผู้ช่วยสอนปฏิบัติการของสาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จำนวน 2 รายวิชา ได้แก่ ปฏิบัติการโทรคมนาคม 1 และปฏิบัติการโทรคมนาคม 2 ทั้งนี้มีความสนใจในด้านคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ทฤษฎีและการออกแบบสายอากาศ

ในขณะศึกษาระดับปริญญาโท ได้มีผลงานวิชาการที่ได้รับตีพิมพ์ในการประชุมวิศวกรรมไฟฟ้า อิเล็กทรอนิกส์ คอมพิวเตอร์ โทรคมนาคม และเทคโนโลยีสารสนเทศระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2549 จำนวน 1 เรื่อง คือ Synthesis of Radiation Pattern of Variety of Shaped Backscatters Using Physical Optics ฉบับที่ 1 หน้า 155-158